MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNE DAYALI ÖĞRETİM ORTAMINDA 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKLEŞTİRME YETERLİĞİNİN İNCELENMESİ

Doktora Tezi

Ömer DENİZ

Eskişehir 2023

MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNE DAYALI ÖĞRETİM ORTAMINDA 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKLEŞTİRME YETERLİĞİNİN İNCELENMESİ

Ömer DENİZ

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Tangül KABAEL

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Mart 2023

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNE DAYALI ÖĞRETİM ORTAMINDA 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKLEŞTİRME YETERLİĞİNİN İNCELENMESİ

Ömer DENİZ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mart 2023
Danışman: Prof. Dr. Tangül KABAEL

Bu araştırmada cebir öğrenme alanında modelleme etkinlilerine dayalı olarak desenlenmiş bir öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliklerinin ve matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesinin matematik okuryazarlığı performanslarına olası etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel olarak desenlenen bu araştırmada öğretim deneyi yöntemi benimsenmiştir. Araştırmanın odak katılımcıları bir devlet okulunda sekizinci sınıf öğrencileri arasından amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yoluyla seçilmiştir. Öğretim öncesinde katılımcı seçimi için geliştirilmiş olan matematikleştirme yeterliğine ilişkin açık uçlu veri toplama aracının uygulanması sonucunda farklı matematikleştirme performansları sergileyen öğrencilerden sekizi araştırmanın odak katılımcısı olarak belirlenmiştir. Araştırmada benimsenen kuramsal yaklaşım ise PISA matematik okuryazarlığı çerçevesidir. Araştırma sonucunda PISA çerçevesinde matematikleştirme yeterliğinin bileşenleri ve alt yeterlikleri ortaya konmuş ve her bir alt yeterlik için öğrencilerin gerçekleştirdikleri eylemler farklılıklar ve benzerlikler temelinde açığa çıkarılmıştır. Öte yandan matematikleştirme yeterliğinin desteklendiği modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamlarında katılımcıların matematik okuryazarlığı düzeylerinde artış görülmüştür. Araştırma sonunda öğrenciler formüle etme sürecinde değişkenler arası ilişkileri belirleme, yorumlama-değerlendirme sürecinde ise matematiksel dayanaklı savunmalar ve daha kapsamlı genellemeler ortaya koyma yönünde gelişim gösterebilmiştir.

Anahtar sözcükler: Matematikleştirme yeterliği, Matematik okuryazarlığı, Matematiksel modelleme.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF MATHEMATISING COMPETENCY OF EIGHTH GRADE STUDENTS IN A TEACHING ENVIRONMENT BASED ON MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES

Ömer DENİZ

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, March 2023

Supervisor: Prof. Dr. Tangül KABAEL

The purpose of this study is to investigate the mathematising competencies of eighth-grade students in a teaching experiment designed based on modeling activities in the domain of algebra learning. Also, it was aimed to examine the possible effects of supporting mathematising competency on their mathematical literacy performance. In this qualitative study, the teaching experiment method was adopted. The focus participants of the study were selected from a public school through criterion sampling, one of the purposive sampling methods. Eight of the students were determined as the focus participants of the research in line with the different performances that emerged in the open-ended test on mathematising competency. The theoretical framework of the research is the PISA mathematical literacy framework. As a result of the research, the components and sub-competencies of the mathematising competency were presented within the framework of PISA, and the different actions that emerged in the employment of each sub-competencies were revealed. On the other hand, learning environments based on modeling activities in which mathematising competency is supported have positive effects on the increase in the mathematical literacy levels of the participants. The participants showed improvement in establishing relationships between variables in the formulation process, and in making mathematical justifications and more comprehensive generalizations in the interpretation-evaluation process.

Keywords: Mathematising competency, Mathematical literacy, Mathematical modeling.

TEŞEKKÜR

Lisans, yüksek lisans ve doktora eğitimim boyunca bana bilgi ve deneyimlerini usanmadan aktaran, yoluma çıkan engelleri aşmamda her zaman yanımda olup en zor anımda bile sabırla beni destekleyen, bu noktaya gelmemede benim için bir hocadan ve bir danışmandan çok daha fazlası olan değerli insan Prof. Dr. Tangül KABAEL'e katkı ve desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Doktora tezim boyunda bana sürekli yol göstererek değerleri görüşlerini esirgemeyen, araştırmamı daha nitelikli hale getirmek için eleştirilerini sakınmayan değerli hocalarım Prof. Dr. Bahadır YANIK ve Prof. Dr. Ali ERSOY'a hem hoşgörülerinden hem de sağladıkları katkılardan dolayı teşekkür ederim.

Lisansüstü eğitimim boyunca girmiş olduğum derslerde bana kazandırdıkların akademik bilgi ve düşüncelerden ötürü Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında yer alan hocalarıma teşekkür ederim.

Doktora tezimi savunma sürecinde yer alarak değerli zamanını ayıran ve değerli görüşleriyle tezime katkı sağlayan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Yüksel DEDE ve Doç. Dr. Figen UYSAL'a teşekkür ederim.

Lisans ve lisansüstü eğitim hayatım boyunca iyi veya kötü tüm anlarda yanımda olan, maddi ya da manevi değerli desteğini benden hiç esirgemeyen, umutsuzluğa düştüğüm her anda beni motive ederek yolumu açan, güler yüzlü ve hoşgörülü kişiliğiyle huzurlu bir ortam yaratan sevgili eşim Sibel DENİZ'e teşekkür ederim.

Son olarak tez araştırmamın katılımcısı olan öğrencilerime azimle, sabırla ve özveriyle sürece katıldıkları ve beni hiç bir zaman kırmayarak araştırmayı sanki kendilerininmiş gibi sahiplenerek var güçleriyle katılım gösterdikleri için teşekkür ediyorum.

Ömer DENİZ

Eskişehir 2023

Sevgili eşim ve canım oğluma...

19/03/2023

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

(Imza)

Ömer DENİZ

(Öğrencinin Adı Soyadı)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI i

JÜRİ ENSTİTÜ ONAYI BELGESİ ii

ÖZET iii

ABSTRACT iv

TEŞEKKÜR v

ETİK İLKE VE UYGUNLUK BEYANNAMESİ vii

İÇİNDEKİLER viii

TABLOLAR DİZİNİ xiii

ŞEKİLLER DİZİNİ xv

GÖRSELLER DİZİNİ xxiv

KISALTMALAR DİZİNİ liv

1. GİRİŞ 1

1.1. Matematik Okuryazarlığı 2

1.1.1. PISA Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi 3

1.1.1.1. ***Matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel süreçler*** 5

1.1.1.2. ***Matematik okuryazarlığı çerçevesinde bağlamlar ve içerikler*** 6

1.1.1.3. ***Matematik okuryazarlığı çerçevesinde temel matematiksel yeterlikler*** 7

1.2. Matematikleştirme 11

1.2.1. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliliği 14

1.3. İlgili Araştırmalar 19

1.4. Araştırmanın Amacı 29

1.5. Araştırmanın Önemi 30

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları 33

1.7. Araştırmanın Sayıltıları 33

2. YÖNTEM 34

2.1. Araştırma Modeli 34

2.1.1. Öğretim deneyi 34

2.1.1.1. *Öğretim etkinliklerinin tasarlanması* 35

2.1.1.1.1. *Öğretim etkinliklerinin kuramsal altyapısı* 36

2.1.1.1.2. *Matematiksel modelleme etkinliklerini desenleme çerçevesi* 39

2.1.1.1.3. *Sınıf Ortamı* 53

2.1.1.2. *Öğretim uygulamaları süreci* 55

2.1.1.3. *Geriye dönük analiz ve bilişsel yapıların modellenmesi* 57

2.2. Katılımcılar 57

2.3. Veri Toplama Araçları 60

2.3.1. Açık uçlu matematikleştirme testi (AUMT) 61

2.3.2. Matematik okuryazarlığı ölçme testi (MOÖ) 61

2.3.3. Klinik görüşmeler 62

2.3.4. Video kayıtları ile bireysel ve grup çalışma kâğıtları 65

2.3.5. Gözden geçirme araçları 65

2.3.6. Araştırmacı günlüğü 65

2.4. Araştırmacının Rolü 66

2.5. Veri Toplama Süreci 66

2.6. Verilerin Analizi 68

3. BULGULAR 72

3.1. Matematikleştirme Yeterliğine İlişkin Bulgular 72

3.1.1. Aynur'un matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 72

3.1.2. Nurdan'ın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 117

3.1.3. Zerra'nın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 158

3.1.4. Ferman'ın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 196

3.1.5. Faris' in matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 244

3.1.6. Elin'in matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 283

3.1.7. Melaike' nin matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 318

3.1.8. Orhan'ın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular 357

3.2. Matematik Okuryazarlığına İlişkin Bulgular 400

3.2.1. Aynur'un matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 400

3.2.2. Nurdan'ın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 409

3.2.3. Zerra'nın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 416

3.2.4. Ferman'ın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 428

3.2.5. Faris' in matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 439

3.2.6. Elin'in matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 451

3.2.7. Melaike'nin matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular 461

3.2.8. Orhan' ın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular .. 471

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 484

4.1. Sonuçlar 484

4.1.1. Matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar 484

4.1.1.1. *Formüle etme sürecinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar* 485

4.1.1.1.1. *Altta yatan matematiksel yapıları belirleme bileşenine ilişkin sonuçlar* 485

4.1.1.1.2. *Yapılandırma bileşenine ilişkin sonuçlar* 492

4.1.1.2. *Yürütme sürecinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar* 495

4.1.1.3. *Yorumlama ve Değerlendirme Sürecinde Matematikleştirme Yeterliği* 497

4.1.1.3.1. *Yorumlama bileşenine ilişkin sonuçlar* 497

4.1.1.3.2. *Değerlendirme bileşenine ilişkin sonuçlar* 503

4.1.1.4. *Matematik Okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde rol alabilen alt yeterlikler* 513

4.1.2. Matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesinin matematik okuryazarlığına etkisine ilişkin sonuçlar 532

4.2. Tartışma 536

4.3. Öneriler 548

4.3.1. İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler 548

4.3.2. Uygulamaya yönelik öneriler 548

KAYNAKÇA 550

EKLER

ÖZGEÇMİŞ

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1. Matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel yeterlikler 9

Tablo 1.2. Matematikleştirme döngüsünde yer alan aşamalarda ortaya konması beklenen etkinlikler (OECD, 2003 s.39) 15

Tablo 1.3. Matematikleştirme tanımının gelişimi 16

Tablo 1.4. Matematiksel süreçler ve matematikleştirme yeterliği 17

Tablo 1.5. Matematikleştirme yeterliği düzeyleri 19

Tablo 1.6. Matematikleştirme sürecinde ortaya konması beklenen etkinlikler 20

Tablo 1.7. Geçişlerdeki öğrenci tıkanıklıklarını belirlemek için ortaya konan çerçeve 26

Tablo 1.8. Modelleme sürecindeki yeterliklerin yatay ve dikey matematikleştirme kapsamında alt yeterlikleri 28

Tablo 2.1. Matematiksel modelleme etkinlikleri desenleme çerçevesi 40

Tablo 2.2. Matematiksel modelleme etkinlikleri düzeyleri 41

Tablo 2.3. Model Oluşturma Etkinlikleri Tasarlama İlkeleri 42

Tablo 2.4. Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesinin NE, NEREDE, HANGİ bileşenleri doğrultusunda "elektrikli bisiklet" etkinliği 44

Tablo 2.5. Model oluşturma ilkeleri çerçevesinde "elektrikli bisiklet" etkinliği 44

Tablo 2.6. Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesinin NASIL VE NEDEN bileşenleri doğrultusunda "elektrikli bisiklet" etkinliği 46

Tablo 2.7. Elektrikli bisiklet etkinliğinde altta yatan matematiksel yapıların belirlenmesi bileşeninde matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler 49

Tablo 2.8. Elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler 51

Tablo 2.9. Elektrikli bisiklet etkinliğinde varsayımda bulunabilme alt yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler 52

Tablo 2.10. Elektrikli bisiklet etkinliğinde yapılandırma bileşeninin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler 53

Tablo 2.11. Araştırma öncesinde uygulanan AUMT'un birinci ve ikinci parçasındaki sorular 58

Tablo 2.12. AUMT'un analizi sonucu farklılaşan performanslar doğrultusunda oluşan gruplar 59

Tablo 2.13. Matematik okuryazarlığı yeterlilik düzeylerinin PISA ölçeğindeki skor puanları (OECD, 2009 s.122) 61

Tablo 2.14. MOÖ soruları zorluk puanları ve yeterlik düzeyleri (OECD,2009) 62

Tablo 2.15. Bir kategoriye ilişkin kodlarla etiketlenen performanslardan örnekler 70

Tablo 4.1. Katılımcıların araştırma öncesi ve sonrasında bulundukları düşünülen matematik okuryazarlığı düzeyleri 534

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. Matematik okuryazarlığının ağaç yapısı 2

Şekil 1.2. Matematik okuryazarlığı modeli 3

Şekil 1.3. Matematik okuryazarlığı döngüsü 5

Şekil 1.4. Matematiksel yeterlikler için bir görsel temsil 8

Şekil 1.5. Modelleme döngüsü 13

Şekil 1.6. Matematikleştirme döngüsü 15

Şekil 1.7. Modelleme döngüsü 22

Şekil 2.1. PISA çerçevesinde matematikleştirme yeterliğinin tanımı ve süreçlerde aldığı roller doğrultusunda matematik okuryazarlığı döngüsünde varsayılan bileşen ve alt yeterlikleri 37

Şekil 2.2. PISA çerçevesi ve matematikleştirme yeterlik düzeyleri doğrultusunda matematikleştirme yeterliğinin matematik okuryazarlığı döngüsünde varsayılan bileşen ve alt yeterlikleri 38

Şekil 2.3. Öğretim uygulamaları sırasında sınıf oturma düzeni 54

Şekil 2.4. Öğretimin uygulanması süreci 56

Şekil 2.5. Verilerin toplanması ve analizi süreci 68

Şekil 3.1. Aynur'un çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 73

Şekil 3.2. Aynur'un çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı 78

Şekil 3.3. Aynur'un görsellerden faydalanma performansı 85

Şekil 3.4. Aynur'un çözüme ilişkin değişken ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 89

Şekil 3.6. Aynur'un problemdeki esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı 96

Şekil 3.7. Aynur'un kısıtlama ve sınırları belirlemeye veya farkında olmaya yönelik performansı 101

Şekil 3.8. Aynur'un cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 105

Şekil 3.9. Aynur'un söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı 109

Şekil 3.10. Aynur'un değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı 114

Şekil 3.11. Aynur'un varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 117

Şekil 3.12. Nurdan'ın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 120

Şekil 3.13. Nurdan'ın çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı 124

Şekil 3.14. Nurdan'ın görsellerden faydalanma performansı 129

Şekil 3.15. Nurdan'ın çözüme ilişkin değişkenler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 134

Şekil 3.16. Nurdan'ın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı 140

Şekil 3.17. Nurdan'ın problemdeki esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı 142

Şekil 3.18. Nurdan'ın çözüme ilişkin cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 148

Şekil 3.19. Nurdan'ın kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı 151

Şekil 3.20. Nurdan'ın matematiksel modelin çözümü karşıladığına ilişkin performansı 153

Şekil 3.21. Nurdan'ın değişen koşullar doğrultusunda çözüme ilişkin cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı 156

Şekil 3.21. Nurdan'ın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 158

Şekil 3.22. Zerra' nın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 161

Şekil 3.23. Zerra'nın çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı 165

Şekil 3.24. Zerra'nın görsellerden faydalanma performansı 169

Şekil 3.25. Zerra'nın değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı 174

Şekil 3.26. Zerra'nın problemdeki esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı 177

Şekil 3.27. Zerra'nın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı 183

Şekil 3.28. Zerra'nın cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 185

Şekil 3.29. Zerra'nın kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı 187

Şekil 3.30. Zerra'nın söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı 190

Şekil 3.31. Zerra'nın değişen koşullar doğrultusunda matematiksel modelini düzenleyebilme performansı 193

Şekil 3.32. Zerra'nın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 196

Şekil 3.33. Ferman'ın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 198

Şekil 3.34. Ferman'ın çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı 201

Şekil 3.35. Ferman'ın görsellerden faydalanma performansı 208

Şekil 3.36. Ferman'ın değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı 212

Şekil 3.37. Ferman'ın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı 218

Şekil 3.38. Ferman'ın cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 223

Şekil 3.39. Ferman'ın kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı 229

Şekil 3.40. Ferman'ın söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı 233

Şekil 3.41. Ferman'ın değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı 240

Şekil 3.42. Ferman'ın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 244

Şekil 3.43. Faris'in çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 246

Şekil 3.44. Faris'in çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı 250

Şekil 3.45. Faris'in görsellerden faydalanma performansı 257

Şekil 3.46. Faris'in çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 261

Şekil 3.47. Faris'in çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı 266

Şekil 3.48. Faris'in cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 270

Şekil 3.49. Faris'in kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı 272

Şekil 3.50. Faris'in söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı 277

Şekil 3.51. Faris'in değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı 280

Şekil 3.52. Faris'in varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 283

Şekil 3.53. Elin'in çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 284

Şekil 3.54. Elin'in çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı 288

Şekil 3.55. Elin'in görsellerden faydalanma performansı 292

Şekil 3.56. Elin'in çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 296

Şekil 3.57. Elin'in çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı 299

Şekil 3.58. Elin'in cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 303

Şekil 3.59. Elin'in kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı 308

Şekil 3.60. Elin'in değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı..... 313

Şekil 3.61. Elin'in söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı..... 315

Şekil 3.62. Elin'in varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı..... 318

Şekil 3.63. Melaike'nin çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 320

Şekil 3.64. Melaike'nin çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı..... 323

Şekil 3.65. Melaike'nin görsellerden faydalanma performansı..... 328

Şekil 3.66. Melaike'nin çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 331

Şekil 3.67. Melaike'nin çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı..... 335

Şekil 3.68. Melaike'nin çözüme ilişkin cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 337

Şekil 3.69. Melaike'nin kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı 341

Şekil 3.70. Melaike'nin söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı..... 346

Şekil 3.71. Melaike'nin değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı..... 351

Şekil 3.72. Melaike'nin varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 356

Şekil 3.73. Orhan'ın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı 358

Şekil 3.74. Orhan'ın çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı 360

Şekil 3.75. Orhan'ın görsellerden faydalanma performansı 366

Şekil 3.76. Orhan'ın çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 370

Şekil 3.77. Orhan'ın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı 376

Şekil 3.78. Orhan'ın cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı 380

Şekil 3.79. Orhan'ın kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı 384

Şekil 3.80. Orhan'ın söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı 389

Şekil 3.81. Orhan'ın değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı 392

Şekil 3.82. Orhan'ın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı 399

Şekil 4.1. Matematik okuryazarlığında matematikleştirme yeterliğinin bileşenleri ve alt yeterlikleri 485

Şekil 4.2. Gömülü problemi açığa çıkarabilme alt yeterliğini işe koşarken ortaya çıkan eylemler ve öğrenci performanslarındaki ayrışmalar 487

Şekil 4.3. Kritik bilgileri ayrıştırma sırasında ortaya çıkan eylemler ve öğrenci 491

Şekil 4.4. İlgili değişken belirleyebilme sırasında ortaya çıkan eylemler ve ortaya konan performanslardaki ayrışma 493

Şekil 4.5. İlgili değişkenler arasında ilişkiler kurabilme alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan eylemler..... 494

Şekil 4.6. Matematiksel çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğini işaret eden eylemler 496

Şekil 4.7. Matematiksel bir sonucu orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlayabilme alt yeterliğine yönelik eylemler..... 499

Şekil 4.8. Modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerini açıklayabilme yönündeki eylemler 501

Şekil 4.9. Modelin ne zaman, nasıl, hangi amaçla kullanılabileceğine ilişkin bağlamsal destekli açıklamalar sırasında ortaya çıkan performanslar..... 502

Şekil 4.10. Modeli doğrulayabilme alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan öğrenci performansları..... 505

Şekil 4.11. Modeli revize edebilme alt yeterliğinin işe koşulmasında ortaya çıkan farklı eylemler..... 509

Şekil 4.12. Farklı modelleri veya aynı modelin farklı versiyonlarını ilişkilendirebilme alt yeterliğine yönelik ortaya çıkan performanslar..... 512

Şekil 4.13. Kısıtlılıkları belirleyebilme veya onların farkında olma alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan farklı eylemler..... 515

Şekil 4.14. Modelin ve bileşenlerinin kısıtlılıklarını belirleme veya farkında olma yönünde ortaya çıkan performanslar 517

Şekil 4.15. Yürütme sürecinde kısıtlılık ve sınırların farkında olma alt yeterliğine ilişkin eylemler 518

Şekil 4.16. Formüle etme sürecinde varsayımda bulunabilme veya farkında olma alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan eylemler 520

Şekil 4.17. Yürütme sürecinde varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin ortaya konan farklı eylemler 523

Şekil 4.18. Yorumlama ve değerlendirme sürecinde varsayımda bulunabilme veya farkında olma alt yeterliğine yönelik ortaya çıkan eylemler 527

Şekil 4.19. Matematik okuryazarlığı döngüsünde varsayımda bulunma alt yeterliğinine ilişkin eylemler 528

Şekil 4.20. Formüle etme sürecinde görsellere başvurma sırasında ortaya çıkan eylemler 530

Şekil 4.21. Görsellere bir araç olarak başvurabilme alt yeterliğini işe koşma yolunda ortaya konan eylemler 532

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 3.1a Aynur'un elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulan ve çözüm için gerekli olan bilgileri belirleme performansı 74

Görsel 3.1b. Aynur'un elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulmayan ancak çözüm için gerekli bilgileri belirleme performansı 74

Görsel 3.2a. Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde ortaya koyduğu görsel 75

Görsel 3.2b. Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde atadığı sayısal değerler 75

Görsel 3.3. Aynur'un arı sütü görüşmesi çalışma kâğıdında metinde sunulan bilgilerden çözüm için gerekli olanları ve olmayanları belirlemeye ilişkin performansı 77

Görsel 3.4a. Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görseller 79

Görsel 3.4b. Aynur'un Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde köprülü güzergaha ilişkin maliyet hesaplaması 79

Görsel 3.5a. Aynur'un dalış etkinliğinin öğretim sürecinde bireysel çalışma kâğıdında sunduğu görsel 80

Görsel 3.5b. Aynur'un dalış etkinliğinin gözden geçirme aracında sunduğu görsel 81

Görsel 3.6a. Aynur'un Uludağ' da kayak etkinliği gözden geçirme aracında metinde sunulanları anlamak için ortaya koyduğu dik üçgensel görseli 81

Görsel 3.6b. Aynur'un Uludağ' da kayak etkinliği gözden geçirme aracında çözüm için ortaya koyduğu çizgi görseli 82

Görsel 3.7. Aynur'un arazime ne diksem etkinliğindeki paulownia ağacı dikilmesi bağlamında ortaya koyduğu görsel 82

Görsel 3.8a. Aynur'un düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel 83

Görsel 3.8b. Aynur'un düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde ortaya koyduğu resim 83

Görsel 3.9. Aynur'un düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullarda özdeşliği yorumlarken ortaya koyduğu resimler 84

Görsel 3.10. Aynur'un düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullara uygun olarak görseli düzenlemesi 84

Görsel 3.11a. Aynur'un İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde arkadaşlarının yardımıyla ortaya koyduğu cebirsel ifade 88

Görsel 3.11b. Aynur'un İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde çözüme ilişkin matematiksel işlemleri 88

Görsel 3.12. Aynur'un kalori yakma etkinliğinde problem çözümüne ilişkin performansı 90

Görsel 3.13. Aynur'un rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin performansı 92

Şekil 3.5. Aynur'un çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı 94

Görsel 3.14a. Aynur'un Mars etkinliğinde kayın ağacı için problem çözümüne ilişkin performansı 97

Görsel 3.14b. Aynur'un Mars etkinliğinde kayın ağacı yerine çam ağacı olması durumundaki problem çözümüne ilişkin performansı 98

Görsel 3.15. Aynur'un satranç etkinliğinde aritmetiksel yollarla elde ettiği olası çıktılar 99

Görsel 3.16a. Aynur'un Mars etkinliğinin öğretim sürecinde denklemi açıklama performansı 103

Görsel 3.16b. Aynur'un Mars etkinliğinin gözden geçirme ağacında denklemi açıklama performansı 103

Görsel 3.17. Aynur'un satranç etkinliğinde oluşturulan denklemin kullanımına ilişkin performansı 103

Görsel 3.17. Aynur'un İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı 105

Görsel 3.18. Aynur'un halter etkinliğinde denklemin çözümü karşılayabildiğini gösterme performansı 106

Görsel 3.19. Aynur'un Uludağ'da kayak etkinliğinde çözüm için öne sürdüğü matematiksel ifade ve onun işe yarar olduğuna ilişkin açıklaması 107

Görsel 3.20a Aynur'un İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği değişen koşullarda denklemi kullanma performansı 108

Görsel 3.20b Aynur'un İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde değişen koşullarda çözüm için aritmetiksel yollara başvurması 108

Görsel 3.21. Aynur'un ikinci ara görüşmede köye rüzgar türbini kurulması durumunda çözüm için ortaya koyduğu denklem..... 111

Görsel 3.22. Aynur'un kalori yakma etkinliğinde kendisi olması durumunda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusundaki çözümüne ilişkin performansı 113

Görsel 3.23. Aynur'un satranç etkinliğinde değişkenlere geçerli sayısal değerler atama performansı 115

Görsel 3.24. Nurdan' ın Bursa –İstanbul güzergahları etkinliğinde çözüm sürecinde gerekli olan veya olabilecek bilgileri ortaya koyma performansı 121

Görsel 3.25a. Nurdan'ın dalış etkinliği öğretim sürecinde metinde sunulan bilgilerden gerekli olanları ve olmayanları belirleme performansı 122

Görsel 3.25b. Nurdan'ın dalış etkinliği gözden geçirme aracında metinde sunulan bilgilerden gerekli olanları ve olmayanları belirleme performansı 122

Görsel 3.26a. Nurdan' ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görseller 125

Görsel 3.26b. Nurdan'ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel 125

Görsel 3.27a. Nurdan' ın dalış etkinliği öğretim süreci başında ortaya koyduğu ilk görsel 126

Görsel 3.27b. Nurdan' ın dalış etkinliği öğretim sürecinda tartışmalardan sonra ortaya koyduğu görsel 126

Görsel 3.28. Nurdan' ın Uludağ'da kayak etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu dik üçgensel görseller 127

Görsel 3.29. Nurdan'ın düzenli şehir etkinliğinde görsellerden yararlanarak denklemi açıklama performansı 127

Görsel 3.30a. Nurdan'ın düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında denklemi kullanma sırasında görsellerden yararlanma performansı 128

Görsel 3.30b. Nurdan'ın düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde denklemi kullanma sırasında görsellerden yararlanma performansı 128

Görsel 3.31. Nurdan' ın arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller 129

Görsel 3.32. Nurdan' ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde yanlış belirlediği esas amacına yönelik sunduğu çözüm önerisi 130

Görsel 3.33a. Nurdan' ın dalış etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve ilişkileri belirleme ve buna dayalı olarak sayısal değerlere ulaşma performansı .. 131

Görsel 3.33b. Nurdan' ın halter etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve ilişkileri belirleme ve buna dayalı olarak sayısal değerlere ulaşma performansı .. 131

Görsel 3.34. Nurdan' ın ilk ara görüşmede denklemi kurma ve bağlamsal yönlerden açıklama performansı 132

Görsel 3.35. Nurdan' ın Uludağ'da kayak etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi içeren denklemi kurma performansı 132

Görsel 3.36. Nurdan rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi içeren denklemi kurma ve problemi çözme performansı 133

Görsel 3.37. Nurdan'ın Mars etkinliğinde ortaya koyduğu çözüm süreci..... 135

Görsel 3.38. Nurdan' ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde çözüme ilişkin ortaya koyduğu matematiksel işlemleri 136

Görsel 3.39. Nurdan' ın arazime ne diksem etkinliğinde çözüme ilişki ortaya koyduğu matematiksel işlemler 137

Görsel 3.40. Nurdan'ın kalori yakma etkinliğinde çözüme ilişkin matematiksel işlemleri ve açıklamaları 138

Görsel 3.41a. Nurdan' ın halter etkinliğinde doğru orantılı ilişkiye dayalı bir çözümü 138

Görsel 3.41b. Nurdan' ın AB etkinliğinde verilen denklemleri kullanarak çözüme ulaşma girişimi 139

Görsel 3.42. Nurdan' ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde çözüm için denklemi kullanma ve açıklama performansı 142

Görsel 3.43. Nurdan' ın arazime ne diksem etkinliğinde denklemi açıklamaya yönelik performansı 144

Görsel 3.44. Nurdan'ın ikinci ara görüşmede çözümü sağlamayan denklemini açıklama performansı 145

Görsel 3.45a. Nurdan' ın kalori yakma etkinliğinde denklemi kurmaya ve açıklamaya ilişkin performansı..... 146

Görsel 3.45b. Nurdan' ın kalori yakma etkinliğinde denklemi açıklamaya ilişkin performansı 146

Görsel 3.46. Nurdan' ın kalori yakma etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı 147

Görsel 3.47. Nurdan'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde denklemde yer alan değişkenleri değer aralıklarını belirleme performansı 150

Görsel 3.48. Nurdan'ın düzenli şehir etkinliğinde öğretim sürecinde farklılaşan koşullar için ortaya koyduğu performansı 154

Görsel 3.49. Nurdan'ın arazime ne diksem etkinliği gözden geçirme ağacında araziye paulownia dikilmesi durumunda çözüme ilişkin performansı 154

Görsel 3.50. Nurdan'ın kalori yakma etkinliğinde değişen koşullar doğrultusunda denkleme ilişkin performansı 155

Görsel 3.51a. Zerra' nın elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulan gerekli bilgileri belirleme performansı 162

Görsel 3.51b. Zerra' nın elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulmayan ancak gerekli olan bilgileri belirleme performansı 162

Görsel 3.52. Zerra'nın ikinci ara görüşmede çözüm için gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme performansı 164

Görsel 3.53a. Zerra' nın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel 166

Görsel 3.53b. Zerra' nın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliği öğretim sürecinde ortaya koyduğu görsel 166

Görsel 3.54a. Zerra'nın dalış etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görsel 167

Görsel 3.54b. Zerra'nın Uludağ'da kayak etkinliğinin gözden geçirme kâğıdında ortaya koyduğu görsel 167

Görsel 3.54c. Zerra'nın arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçirme kâğıdında ortaya koyduğu görsel 167

Görsel 3.55a. Zerra' nın düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde denklemi kullanma ve değişen koşullarda yorumlama performansı 168

Görsel 3.55b. Zerra' nın düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde değişen koşullarda denklemi düzenleme performansı 169

Görsel 3.56. Zerra'nın dalış etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri belirleme performansı 170

Görsel 3.57. Zerra' nın Uludağ'da kayak etkinliği çözüme ilişkin denklemi kurma performansı 171

Görsel 3.58a. Zerra'nın arazime ne diksem etkinliği öğretim sürecinde çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi kurma performansı .. 172

Görsel 3.58b. Zerra'nın arazime ne diksem etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi içeren denklemi kurma performansı 172

Görsel 3.59. Zerra'nın kalori yakma etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin denklemi kurması 173

Görsel 3.60. Zerra'nın AB etkinliğinde denklemi kullanarak matematiksel işlemler gerçekleştirme performansı 176

Görsel 3.61. Zerra'nın rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin performansı 177

Görsel 3.62. Zerra'nın halter etkinliğinde oransal ilişkiye dayalı matematiksel işlemleri 178

Görsel 3.63. Zerra'nın Mars etkinliğinde problem çözümüne ilişkin performansı 178

Görsel 3.64. Zerra'nın ilk ara görüşmede çözüme ilişkin performansı 179

Görsel 3.65a. Zerra'nın satranç etkinliğinde tablo yardımıyla olası çıktıları ortaya koyma performansı 180

Görsel 3.65b. Zerra'nın satranç etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kullanma performansı 180

Görsel 3.66. Zerra'nın arazime ne diksem etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kullanma performansı 181

Görsel 3.67. Zerra'nın kalori yakma etkinliğinde denkleme dayalı gerçekleştirdiği matematiksel işlemler ve açıklamalar 182

Görsel 3.68. Zerra'nın satranç etkinliğinde değişkenlerin değer aralıklarını ortaya koyması 187

Görsel 3.69. Zerra'nın dalış etkinliğinde denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 188

Görsel 3.70. Zerra'nın AB etkinliğinde denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 189

Görsel 3.71. Zerra'nın ikinci ara görüşmede denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 190

Görsel 3.72. Zerra'nın arazime ne diksem etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı 191

Görsel 3.73a. Zerra'nın ikinci ara görüşmede denklemin revizyonuna ilişkin performansı 192

Görsel 3.73b. Zerra'nın ikinci ara görüşmede denklemin revizyonuna veya kullanılabilirliğine ilişkin performansı 192

Görsel 3.74. Zerra kalori yakma etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı 193

Görsel 3.75. Zerra'nın rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede sunduğu varsayımlar 194

Görsel 3.76. Zerra'nın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi kurma performansı 195

Görsel 3.77. Ferman'ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde gerekli bilgileri ortaya koyma performansı 199

Görsel 3.78a. Ferman'ın Bursa-İstanbul güzergâhlarının gözden geçirme aracında oluşturduğu diyagramlar 202

Görsel 3.78b. Ferman'ın Bursa-İstanbul güzergâhlarının öğretim sürecinde oluşturduğu diyagramlar 202

Görsel 3.79a. Ferman'ın grubunun dalış etkinliğinde ortaya koyduğu ilk görsel 203

Görsel 3.79b. Ferman'ın dalış etkinliğinde bireysel çalışma kâğıdında ortaya koyduğu görsel 203

Görsel 3.80. Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel 204

Görsel 3.81. Ferman'ın arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller 205

Görsel 3.82. Ferman'ın düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel 205

Görsel 3.83. Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinin gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görseller 206

Görsel 3.84. Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görseller 207

Görsel 3.85. Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde çözüme ilişkin denklem kurma performansı 209

Görsel 3.86a. Ferman'ın ilk ara görüşmedeki aritmetiksel işlemler yoluyla çözüme ilişkin performansı 210

Görsel 3.86b. Ferman'ın ilk ara görüşmede çözüme ilişkin denklemi kurma ve açıklama performansı 210

Görsel 3.87. Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kurma performansı 211

Görsel 3.88. Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde çözüm sürecine ilişkin performansı 213

Görsel 3.89a. Ferman'ın Mars etkinliğinde çözüme ilişkin performansı 214

Görsel 3.89b. Ferman'ın Mars etkinliğinde denklemin kullanımını gösterme performansı 214

Görsel 3.90. Ferman'ın ikinci ara görüşmede çözüm sürecine ilişkin performansı 215

Görsel 3.91. Ferman'ın kalori yakma etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda denklemin kullanımına ilişkin performansı 217

Görsel 3.92. Ferman'ın AB etkinliğinde denklemi açıklama ve kullanma yönündeki performansları 220

Görsel 3.93. Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı 221

Görsel 3.94. Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemin kullanımına ve açıklamasına ilişkin performansı 222

Görsel 3.95. Ferman'ın satranç etkinliğinde denklemi kurarken kısıtlamalara dikkat etmesi 224

Görsel 3.96. Ferman'ın arazime ne diksem etkinliğinde çözüm sürecinde kısıtlamalara dikkat etme performansı 224

Görsel 3.97. Ferman'ın Mars etkinliğinde farklılaşan bir durum için denklemin kullanımına ilişkin performansı 226

Görsel 3.98. Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenlere dair değer aralıklarını belirlemesi 227

Görsel 3.100. Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinde denklemin kullanılabilirliğine ilişkin bir performansı 234

Görsel 3.101. Ferman'ın arazime ne diksem etkinliğinde denklemi revizyonuna ilişkin performansı 235

Görsel 3.102. Ferman'ın kalori yakma etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı 236

Görsel 3.103. Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde farklı bir bağlamda denklemi yeniden kurma performansı 239

Görsel 3.104. Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde areka ve paşa kılıcı bağlamında kısıtlamalara yönelik hatalı kabulü 242

Görsel 3.105. Faris'in elektrikli bisiklet etkinliğinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme performansı 247

Görsel 3.106. Faris'in ilk ara görüşmede gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme performansı 248

Görsel 3.107. Fatih ve Elin'in Uludağ'da kayak etkinliği grup çalışma kâğıdında çözüme ilişkin denklemi kurma performansı 249

Görsel 3.108. Faris'in Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracındaortaya koyduğu görsel ve çözüm önerisi 251

Görsel 3.109a. Faris'in Bursa-İstanbul güzergâhları etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görsel 252

Görsel 3.109b. Faris'in dalış etkinliğinde ortaya koyduğu görseller 252

Görsel 3.110a. Faris'in Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel 253

Görsel 3.110b. Faris'in arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller 253

Görsel 3.111a. Faris'in düzenli şehir etkinliğinin denklemi bağlamsal olarak yorumlarken ortaya koyduğu görsel 254

Görsel 3.111b. Faris'in düzenli şehir etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin ortaya koyduğu görsel 254

Görsel 3.112a. Faris'in düzenli şehir etkinliğinde grup çalışma kâğıdında denklemi bağlamsal olarak açıklarken ortaya koyduğu görsel..... 254

Görsel 3.112b. Faris'in düzenli şehir etkinliğinde grup çalışma kâğıdında denklemin kullanımını gösterirken ortaya koyduğu görsel 255

Görsel 3.113a. Faris'in düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında denklemin revizyonuna ilişkin performansı 255

Görsel 3.113b. Faris'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında denklemin revizyonuna ilişkin performansı 255

Görsel 3.114a. Faris'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 256

Görsel 3.114b. Faris'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında denklemin revizyonuna ilişkin performansı 256

Görsel 3.115. Faris'in elektrikli bisiklet etkinliğinde problem çözümüne ilişkin performansı..... 258

Görsel 3.116a. Faris'in dalış etkinliğinde değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleme performansı..... 258

Görsel 3.116b. Faris'in dalış etkinliğinde aritmetiksel ve cebirsel yollardan çözümüne ilişkinperformansı 259

Görsel 3.117a. Faris'in kalori yakma etkinliğinde çözüme ilişkin çıktıları sunması..... 260

Görsel 3.117b. Faris'in kalori yakma etkinliğinde grup çalışma kâğıdında çözüme ilişkin denklemi kurma performansı..... 261

Görsel 3.118. Faris'in dalış etkinliğinde elde ettiği sayısal değerler doğrultusunda esas amacına ilişkin yorumu..... 262

Görsel 3.119. Faris'in kalori yakma etkinliğinde denklemin örnek kullanımına ilişkin performansı 263

Görsel 3.120. Faris'in ikinci ara görüşmede kendi köyü için matematiksel modelini değerlendirmesi 264

Görsel 3.121. Faris'in Mars etkinliği gözden geçirme aracında denklemi kurma ve bileşenlerini açıklama performansı 267

Görsel 3.122. Faris'in ilk ara görüşmede çözüme ilişkin oluşturduğu cebirsel ifade ve ona yönelik açıklaması 267

Görsel 3.123. Faris'in Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenlerin değer aralıklarına ilişkin performansı 268

Görsel 3.124. Faris'in arazime ne diksem etkinliğinde cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklaması 269

Görsel 1.125. Faris'in kalori yakma etkinliği gözden geçirme aracında denklemi bağlamsal yönlerden açıklaması 269

Görsel 3.126a. Faris' in satranç etkinliğinde denklemin o bağlamda kullanılabilir olduğuna ilişkin performansı 274

Görsel 3.126b. Faris' in kalori yakma denklemin o bağlamda kullanılabilir olduğuna ilişkin performansı 274

Görsel 3.127. Faris'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 276

Görsel 3.128. Faris'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde farklı varsayımlar doğrultusunda denklemi düzenleme performansı 279

Görsel 3.129. Elin'in Bursa-İstanbul güzergâhları etkinliğinde gerekli olan bilgileri belirlemesi 285

Görsel 3.130. Elin'in rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede problemi ve gerekli bilgileri ortaya koyması 287

Görsel 3.131. Elin'in Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde ortaya koyduğu görsel 289

Görsel 3.132a. Elin'in dalış etkinliğinde ortaya koyduğu görseller..... 289

Görsel 3.132b. Elin'in Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel..... 290

Görsel 3.133. Elin'in düzenli şehir etkinliğinin öğretim sürecinde denklemin revizyonuna ilişkin ortaya koyduğu görsel..... 290

Görsel 3.134a. Elin'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında farklılaşan koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 291

Görsel 3.134b. Elin'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında farklılaşan koşullarda denklemin revizyonuna ilişkin performansı..... 291

Görsel 3.135. Elin'in arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller 291

Görsel 3.136. Elin'in arazime ne diksem etkinliğinde denklemin revizyonu sırasındaki performansı..... 292

Görsel 3.137. Elin'in dalış etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 293

Görsel 3.138a. Elin'in halter etkinliği öğretim deneyinde çözüme ilişkin denklem kurma performansı..... 294

Görsel 3.138b. Elin'in halter etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin denklem kurma performansı..... 294

Görsel 3.139. Elin'in arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede çözüme ilişkin performansı 295

Görsel 3.140. Elin'in rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin performansı..... 295

Görsel 3.141. Elin'in elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüme ilişkin performansı 297

Görsel 3.142. Elin'in Mars etkinliğinde denklemi kurma ve bağlamsal yönlerden açıklama performansı 300

Görsel 3.143. Elin'in düzenli şehir etkinliğinin grup çalışma kâğıdında denklemi bağlamsal yönlerden açıklama performansı 300

Görsel 3.144. Elin'in satranç etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı 301

Görsel 3.145. Elin'in ikinci ara görüşmede denklemin kullanımına ilişkin performansı 301

Görsel 3.146. Elin'in Mars etkinliğinde aritmetiksel işlemler yoluyla çözüm süreci 304

Görsel 3.147a. Elin'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi bağlamsal yönden açıklama performansı 306

Görsel 3.147a. Elin'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemdeki sınırları belirleme performansı 307

Görsel 3.148. Elin'in arazime ne diksem bağlamında değişen koşullar için denklemi düzenleme performansı 310

Görsel 3.149. Elin'in ikinci ara görüşmede değişen koşullar doğrultusunda çözüme ilişkin eşitsizliğini revize etmesi 311

Görsel 3.151. Elin'in halter etkinliğinde denklemin çözüm yolunda kullanışlı olduğuna ilişkin performansı 314

Görsel 3.152. Elin'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 315

Görsel 3.153. Elin'in Mars etkinliğinde gözden geçirme aracında sunduğu varsayımlar 316

Görsel 3.154. Elin'in satranç ve Uludağ'da kayak etkinliklerinde varsayımlar için sunduğu örnekler 316

Görsel 3.155. Melaike'nin dalış etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda gerekli ve gereksiz bilgileri sunması 321

Görsel 3.156. Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde talep ettiği metinde sunulmayan ancak çözüm için gerekli olabilecek bilgiler 322

Görsel 3.157. Melaike'nin Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretiminde ortaya koyduğu görseller 324

Görsel 3.158a. Melaike'nin dalış etkinliğinde ortaya koyduğu ilk görsel 325

Görsel 3.158b. Melaike'nin dalış etkinliğinde kritik bir bilgiyi fark ettikten sonra ortaya koyduğu görsel 325

Görsel 3.159. Melaike'nin Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel..... 325

Görsel 3.160. Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde denklemi bağlamda açıklarken sunduğu görsel 326

Görsel 3.161a. Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde denklemin revizyonuna ya da kullanılabilirliğine yönelik performansı 326

Görsel 3.161b. Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde öğretim sürecinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı 326

Görsel 3.162a. Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde matematiksel işlemler sırasında sunduğu görseller 327

Görsel 3.162b. Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde matematiksel işlemler sırasında sunduğu görseller 327

Görsel 3.163. Melaike' nin dalış etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kurma ve açıklama performansı 329

Görsel 3.164a. Melaike'nin ikinci ara görüşmede esas amaca ulaşma yolunda ortaya koyduğu denklem 331

Görsel 3.164a. Melaike'nin ikinci ara görüşmede işlem hatasını görerek denklemi düzeltme ve çözüme ulaşma performansı 331

Görsel 3.165. Melaike'nin Mars etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kurma ve problemi çözme süreci 333

Görsel 3.166. Melaike'nin kalori yakma etkinliğinde denklemini çözüme yönelik kullanımı ve yorumları 334

Görsel 3.167. Melaike'nin satranç etkinliğinde denklemin bileşenlerine ve kullanımına ilişkin açıklaması 337

Görsel 3.168. Melaike'nin elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüme ilişkin matematiksel işlemleri 338

Görsel 3.169. Melaike'nin Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenlerin sınırlarını belirleme performansı 340

Görsel 3.170. Melaike'nin dalış etkinliğinde ilişkin yeni durumda geçerliliğine ilişkin performansı 342

Görsel 3.171. Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde çözüm için denklemin kullanımına ilişkin performansı 343

Görsel 3.172. Melaike'nin Uludağ'da kayak etkinliğinde denklemin farklı bağlamlarda da kullanılabilir olduğuna ilişkin performansı 344

Görsel 3.173. Melaike'nin ikinci ara görüşmede farklı bağlamda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı 345

Görsel 3.174. Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı 347

Görsel 3.175. Melaike'nin ikinci ara görüşmede değişen koşullar için gerekli revizyonları gerçekleştirmesi 348

Görsel 3.176. Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde değişen koşullar için denklemi düzenleyebilmesi 348

Görsel 3.177. Melaike'nin kalori yakma etkinliğinde kısıtlılıklar doğrultusunda çözüme ilişkin denklemi 350

Görsel 3.178. Melaike'nin kalori yakma etkinliğinde değişen koşullar için denklemin revizyonuna ilişkin performansı 350

Görsel 3.179. Melaike'nin AB etkinliğinde çözüme ilişkin performansı 353

Görsel 3.180. Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde problemi ve gerekli bilgileri belirlemesi 357

Görsel 3.181. Orhan'ın dalış etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda gerekli ve gereksiz bilgileri sunması 359

Görsel 3.182. Orhan'ın Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde matematiksel işlemleri gerçekleştirme süreci ve sunduğu görseller 361

Görsel 3.183a. Orhan'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel 361

Görsel 3.183b. Orhan'ın arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görsel 362

Görsel 3.184. Orhan'ın arazime ne diksem etkinliğinde farklılaşan koşullar doğrultusunda yeni çözüm süreci 362

Görsel 3.185. Orhan'ın düzenli şehir etkinliğinde denklemi yorumlama ve kullanımını sunma performansı 363

Görsel 3.186. Orhan'ın düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullar için denklem üzerine yansıtması 363

Görsel 3.187. Orhan'ın düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanışlılığını göstermesi 364

Görsel 3.188. Orhan'ın elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüm için ortaya koyduğu matematiksel işlemler 367

Görsel 3.189. Orhan'ın halter etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleme performansı 368

Görsel 3.190. Orhan'ın ilk ara görüşmede çözüme ilişkin performansı 369

Görsel 3.191. Orhan'ın ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin sunduğu cebirsel ifadeler 370

Görsel 3.192. Orhan'ın ilk ara görüşmede farklılaşan bir varsayımda çözüme ilişkin bir performansı 371

Görsel 3.193. Orhan'ın ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin matematiksel işlemleri. 373

Görsel 3. 194. Orhan'ın Mars etkinliğinde denklemi açıklama ve kullanımını gösterme performansı 378

Görsel 3.195a. Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi kurma ve açıklama performansı 379

Görsel 3.195b. Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi kurma ve açıklama performansı 379

Görsel 3.196. Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde denklemi bağlamsal olarak açıklaması 379

Görsel 3.197. Orhan'ın satranç etkinliğinde değişkenlerin kısıtlamalarını ve sınırlarını ortaya koyması 381

Görsel 3.198. Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde denklemin kullanım sırasında kısıtlılık ve sınırlarını göstermesi 383

Görsel 3.199. Orhan'ın halter etkinliğinde söz konusu cebirsel ifadenin çözüm için kullanımını sunması 385

Görsel 3.200. Orhan'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde söz konusu denklemin çözüm için kullanımı sunması 386

Görsel 3.201. Orhan'ın ikinci ara görüşmede denklemin revizyonuna ilişkin performansı 387

Görsel 3.202. Orhan'ın ikinci ara görüşmede denklemi farklı bir bağlam için düzenlemesi 388

Görsel 3.203. Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusunda denklemi revize etmesi 389

Görsel 3.204. Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusunda denklemi değişen sınırlar doğrultusunda revize etmesi..... 390

Görsel 3.205. Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı..... 391

Görsel 3.206. Orhan'ın arazime ne diksem etkinliğinde kısıtlamalara yönelik farklı varsayımlar doğrultusunda denklemleri düzenlemesi 397

Görsel 3.207a. Aynur'un döviz kuru başlıklı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı..... 400

Görsel 3.207b. Aynur'un döviz kuru başlıklı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı..... 401

Görsel 3.208. Aynur'un en iyi araba başlıklı soruya ilişkin ön testteki performansı..... 401

Görsel 3.209a. Aynur'un döviz kuru başlıklı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı..... 402

Görsel 3.209b. Aynur'un döviz kuru başlıklı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı..... 402

Görsel 3.209c. Aynur'un görüşme sürecinde döviz kuru başlıklı sorulara ilişkin tekrar çözümü 402

Görsel 3.210. Aynur'un en iyi araba başlıklı birinci soruya ilişkin son testteki performansı..... 403

Görsel 3.211b. Aynur'un paraşütlü gemi başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı 404

Görsel 3.212. Aynur'un elmalar başlığındaki birinci soruya ilişkin ön test ve son testteki performansı 405

Görsel 3.213a. Aynur'un fuji dağı başlığının ikinci sorusunun çözümüne ilişkin ön testteki performansı 406

Görsel 3.213b. Aynur'un fuji dağı başlığının ikinci sorusunun çözümüne ilişkin son testteki performansı 407

Görsel 3.214a. Aynur'un elmalar başlığındaki üçüncü soruya ilişkin ön testteki performansı 407

Görsel 3.214b. Aynur'un elmalar başlığındaki üçüncü soruya ilişkin son testteki performansı 408

Görsel 3.215. Aynur'un paraşütlü gemi başlığındaki ikinci sorunun çözümüne ilişkin ön ve son testteki performansları 408

Görsel 3.216a. Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 409

Görsel 3.216b. Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 409

Görsel 3.217a. Nurdan'ın en iyi araba sorusuna ilişkin ön testteki performansı 410

Görsel 3.217b. Nurdan'ın en iyi araba sorusuna ilişkin son testteki performansı 410

Görsel 3.218. Nurdan'ın döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin son testteki performansı 410

Görsel 3.219. Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 411

Görsel 3.220. Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 412

Görsel 3.221. Nurdan'ın fuji dağı başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 413

Görsel 3.222a. Nurdan'ın Fuji dağı başlığındaki ikinci soruya ilişkin ön testteki performansı 413

Görsel 3.222b. Nurdan'ın Fuji dağı başlığındaki ikinci soruya ilişkin son testteki performansı 414

Görsel 3.223a. Nurdan'ın paraşütlü gemi başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 415

Görsel 3.223b. Nurdan'ın paraşütlü gemi başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 415

Görsel 3.224a. Nurdan'ın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 416

Görsel 3.224b. Nurdan'ın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 416

Görsel 3.225. Zerra'nın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 417

Görsel 3.226. Zerra'nın döviz kuru başlığı birinci ve ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 418

Görsel 3.227. Zerra'nın döviz kuru başlığı birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 420

Görsel 3.228. Zerra'nın döviz kuru başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 420

Görsel 3.229a. Zerra'nın en iyi araba sorusuna ilişkin ön testte çözümü 421

Görsel 3.229b. Zerra'nın en iyi araba sorusuna ilişkin ön testte çözümü 422

Görsel 3.230. Zerra'nın paraşütlü gemiler birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 423

Görsel 3.231a. Zerra'nın fuji dağı başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 423

Görsel 3.231b. Zerra'nın fuji dağı başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 424

Görsel 3.232a. Zerra'nın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 424

Görsel 3.232b. Zerra'nın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 425

Görsel 3.233. Zerra'nın Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 425

Görsel 3. 234a. Zerra'nın elmalar başlığı üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı 426

Görsel 3. 234b. Zerra'nın elmalar başlığı üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı 426

Görsel 3.235a. Zerra'nın paraşütlü gemiler başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 427

Görsel 3.235b. Zerra'nın paraşütlü gemiler başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 427

Görsel 3.236a. Ferman'ın döviz kuru başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı 428

Görsel 3.236b. Ferman'ın döviz kuru başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı 428

Görsel 3.236c. Ferman'ın döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin son testteki performansı 429

Görsel 3.237. Ferman'ın en iyi araba sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 429

Görsel 3.238. Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı 430

Görsel 3.239. Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı 430

Görsel 3.240a. Ferman'ın bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 431

Görsel 3.240b. Ferman'ın bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin son görüşme sırasındaki çözümü 432

Görsel 3.241. Ferman'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 432

Görsel 3.242. Ferman'ın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 432

Görsel 3.243. Ferman'ın elmalar başlığı üçüncü sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 433

Görsel 3.244. Ferman'ın Fuji dağına tırmanış başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 435

Görsel 3.245. Ferman'ın Fuji dağına tırmanış başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 435

Görsel 3.246. Ferman'ın Fuji dağı başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki ve son görüşmedeki çözümü 437

Görsel 3.247a. Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 438

Görsel 3.247b. Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 438

Görsel 3.248a. Faris'in döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin ön testteki performansı 439

Görsel 3.248b. Faris'in döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin son testteki performansı 439

Görsel 3.248c. Faris'in en iyi araba sorusına ilişkin ön ve son testteki performansı 439

Görsel 3.249. Faris'in bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin ön testteki performansı 440

Görsel 3.250. Faris'in bisiklet sürücü Hale sorusuna ilişkin son testteki performansı .. 441

Görsel 3.251. Faris'in bisiklet sürücü Hale sorusuna ilişkin görüşme sırasındaki performansı 442

Görsel 3.252. Faris'in paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı 443

Görsel 3.253. Faris'in paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı 444

Görsel 3.254. Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı 445

Görsel 3.255. Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı 445

Görsel 3.256. Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki ikinci soruya ilişkin ön testteki performansı 446

Görsel 3.257. Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki ikinci soruya ilişkin son testteki performansı 447

Görsel 3.258. Faris'in elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 447

Görsel 3.259a. Faris'in elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 448

Görsel 3.259b. Faris'in elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 448

Görsel 3.260. Faris'in elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 449

Görsel 3.261a. Faris'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 450

Görsel 3.261b. Faris'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 451

Görsel 3.262. Elin'in döviz kuru başlığında yer alan birinci soruya ilişkin ön ve son testteki performansı 451

Görsel 3.263a. Elin'in döviz kuru başlığında yer alan ikinci soruya ilişkin ön ve son testteki performansı 452

Görsel 3.263b. Elin'in en iyi araba başlıklı soruya ilişkin ön ve son testteki performansı 452

Görsel 3.264. Elin'in bisiklet sürücüsü Hale başlıklı soruya ilişkin son testteki performansı 453

Görsel 3.265a. Elin'in paraşütlü gemiler başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 453

Görsel 3.265b. Elin'in paraşütlü gemiler başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 454

Görsel 3.266a. Elin'in Fuji dağı tımanışı başlıklı birinci soruya ilişkin ön testteki performansı 455

Görsel 3.266b. Elin'in Fuji dağı tımanışı başlıklı birinci soruya ilişkin son testteki performansı 455

Görsel 3.267. Elin'in Fuji dağı tırmanışı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 456

Görsel 3.268a. Elin'in Fuji dağı tırmanışı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 457

Görsel 3.268b. Elin'in Fuji dağı tırmanışı ikinci sorusuna ilişkin görüşme sırasındaki performansı 457

Görsel 3.269. Elin'in elmalar başlığı ikinci ve üçüncü soruya ilişkin ön testteki performansı 458

Görsel 3.270. Elin'in elmalar başlığı ikinci ve üçüncü soruya ilişkin son testteki performansı 459

Görsel 3.271a. Elin'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 460

Görsel 3.271b. Elin'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 460

Görsel 3.272. Elin'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin görüşme sırasındaki performansı 461

Görsel 3.273a. Melaike'nin döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin ön ve son testteki performansı 462

Görsel 3.273b. Melaike'nin en iyi araba sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 462

Görsel 3.274. Melaike'nin bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin ön testteki performansı 463

Görsel 3.275. Melaike'nin bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin son testteki performansı 463

Görsel 3.276. Melaike'nin paraşütlü gemi başlığı birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 464

Görsel 3.277. Melaike'nin Fuji dağı tırmanışı başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 464

Görsel 3.278a. Melaike'nin Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 465

Görsel 3.278b. Melaike'nin Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 465

Görsel 3.279a. Melaike'nin elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 466

Görsel 3.279b. Melaike'nin elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 466

Görsel 3.280a. Melaike'nin elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 466

Görsel 3.280b. Melaike'nin elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 467

Görsel 3.281a. Melaike'nin elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı 469

Görsel 3.281b. Melaike'nin elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin son testteki performansı 469

Görsel 3.282. Melaike'nin paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 470

Görsel 3.283. Melaike'nin paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 471

Görsel 3.284a. Orhan'ın döviz kuru başlığında yer alan sorulara ilişkin ön ve son testteki performansı 472

Görsel 3.284b. Orhan'ın en iyi araba sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 472

Görsel 3.285. Orhan'ın bisiklet sürücü Hale sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 473

Görsel 3.286. Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 474

Görsel 3.287a. Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 474

Görsel 3.287b. Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 475

Görsel 3.288. Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 476

Görsel 3.289. Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 477

Görsel 3.290. Orhan'ın elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı 477

Görsel 3.291a. Orhan'ın elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 478

Görsel 3.291b. Orhan'ın elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 478

Görsel 3.292. Orhan'ın elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı 479

Görsel 3.293. Orhan'ın elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 480

Görsel 3.294a. Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı 481

Görsel 3.294b. Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ilk görüşmedeki performansı 482

Görsel 3.295. Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı 483

KISALTMALAR DİZİNİ

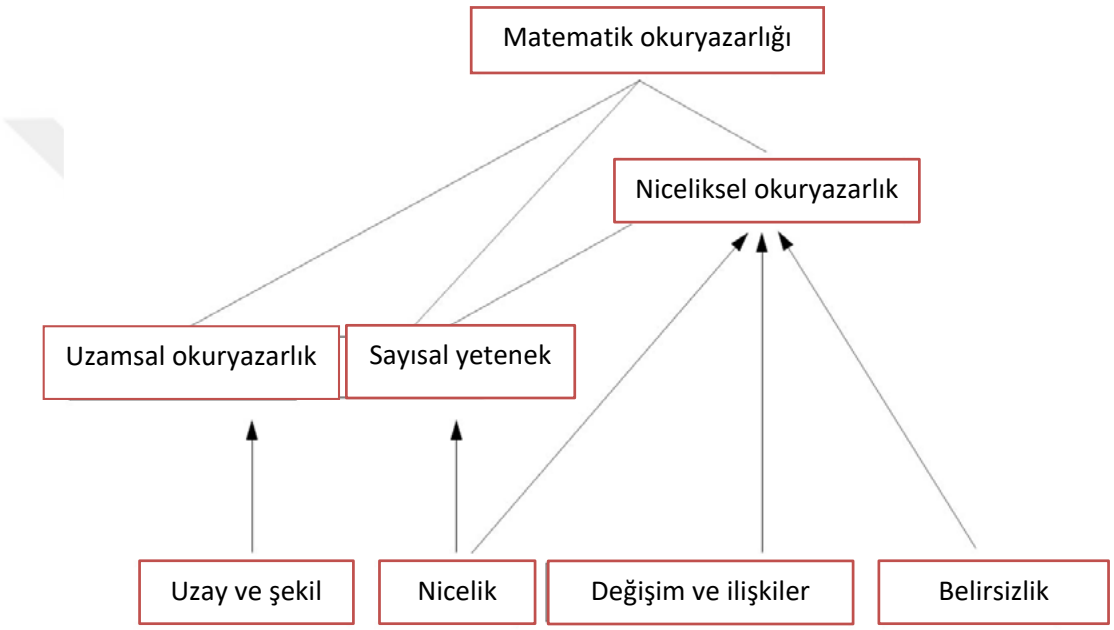
ABİDE	: Akademik Becerilerin İzlenmesi ve Değerlendirilmesi
AUMT	: Açık Uçlu Matematikleştirme Testi
CIEAEM	: The International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching (Uluslararası Matematik Öğretimi Araştırma ve Geliştirme Komisyonu)
MOÖ	: Matematik Okuryazarlığı Ölçme Testi
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
OECD	: Organization for Economic Co-operation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
RME	: Realistic Mathematics Education (Gerçekçi Matematik Eğitimi)

1. GİRİŞ

İnsanoğlu geçmişten günümüze yolculuğunda karşılaştığı problemlerin üstesinden gelmek için matematik yapma gereksinimi duymuş ve bu gereksinim doğrultusunda geliştirdiği matematiksel araçlardan yararlanarak doğada diğer canlılara karşı üstünlük kazanmıştır. Bilginin nesilden nesile aktarılması sayesinde matematik, yığınsal bir gelişim göstermiş ve insanoğlunun doğaya hükmetme mücadelesi de matematiğin gelişimine paralel olmuştur. Ancak matematiksel bilginin gelecek nesillere aktarılmasını sağlayan en önemli süreç olarak görülebilecek eğitimde, bilginin bireye doğrudan hazır olarak verilmesi matematiğin değerli görülmesini engellemekte ve bununla birlikte bir takım sembol ve kurallardan oluşan gerçek yaşamla çok da ilişkili olmayan bir bilim dalı olarak görülmesine neden olmaktadır (Freudenthal, 1968). Oysaki gerçek yaşamda karşılaşılan problemlerin üstesinden gelinmesinde matematiğin vazgeçilmez bir araç oluşunun içselleştirilmesi için matematik eğitiminde insanoğlunun matematikle olan serüvenine ışık tutacak öğretimler desenlenmesi gerekmektedir. Bu sayede, küreselleşen dünyada tüm toplumların gereksinim duyduğu matematiği içselleştirmiş ve gerçek yaşamında ondan en üst düzeyde fayda sağlayan üretken ve yaratıcı bireyler yetişmesine daha fazla olanak tanınacaktır. Gelecekte toplumun farklı alanlarında farklı işlevlerle yer edinecek olan 21. Yüzyıl bireylerinin, matematiği, birbirinden ve gerçek yaşamdan kopuk anlamsız semboller ve kurallar zinciri olarak görmelerinden ziyade gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlere, matematiği bir araç olarak yansıtıp çözüm üretebilmeleri ve üretilen çözüm yollarını sorgulayarak daha farklı alanlara genişletebilmeleri matematik eğitimin merkezinde yer almaktadır. Matematik artık uzmanlaşılması gereken işlemsel beceriler ve soyut kavramlar yığını olarak değil gerçekliğin matematiksel modellenmesi temeline dayalı bir dizi anlamlandırma ve problem çözme etkinliği olarak görülmektedir (De Corte, 2004, s. 280). Bireye temel matematiksel becerilerden ziyade genel problem çözme becerileri geliştirip uygulama yönünde üst düzey düşünme yolları kazandırılmasının onların dünyaya matematiksel gözlerle bakmasını sağlayacağına dikkat çeken Jablonka (2003), bunun matematik okuryazarlığı kavramı ile ilişkili olduğunu ifade etmektedir. De Lange (1999, s.11) matematik okuryazarlığının bir bireye yalnızca onun mevcut ve gelecekteki özel hayatı, meslek hayatı, akranları ve akrabalarıyla sosyal hayatı için değil, aynı zamanda onun yapıcı, ilgili ve yansıtıcı düşünen bir vatandaş olabilmesi için kazandırılması gerektiğini belirtmektedir.

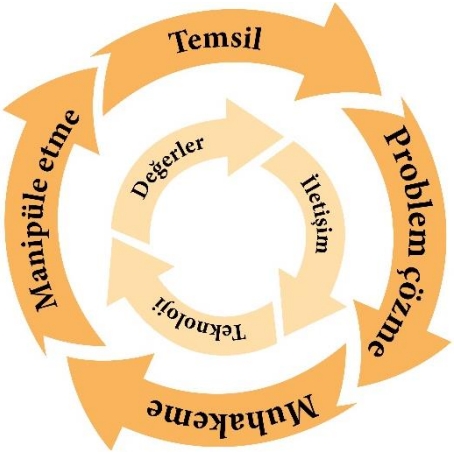
1.1. Matematik Okuryazarlığı

Birçok farklı ülkede matematik okuryazarlığı ile eş anlamlı veya benzer olabileceği düşünülen sayısal yetenek (numeracy), niceliksel okuryazarlık (quantitative literacy) ve matematiksel uzmanlık (mathematical proficiency) gibi ifadelerin kullanıldığı görülmektedir (Kızıltoprak, 2017). Ancak De Lange (2006) matematik okuryazarlığının sayısal yetenek, niceliksel okuryazarlık ve uzamsal okuryazarlık şeklindeki diğer tüm okuryazarlıkları içeren kapsayıcı bir okuryazarlık olduğunu ifade etmektedir (Şekil 1.1).



Şekil 1.1. *Matematik okuryazarlığının ağaç yapısı (De Lange, 2006 s.3)*

1990'ların sonların itibaren ön plana çıkmaya başlayan matematik okuryazarlığı kavramı için Pugalee (1999, s.20) tarafından bir model ortaya konmuştur (Şekil 1.2). Bu modele bakıldığında dışta yer alan problem çözme, manipüle etme, muhakeme ve temsil süreçleri matematik okuryazarlığında temel süreçler olarak görülürken içeride yer alan teknoloji, değerler ve iletişim süreçleri ise onları destekleyici ve kolaylaştırıcı olarak yer almaktadır.



Şekil 1.2. *Matematik okuryazarlığı modeli (Pugalee, 1999 s.20)*

De Lange (1999 s.11) ise matematik okuryazarlığını, bir bireyin matematiğin dünyayla (yani doğayla, toplumla ve kültürle) başa çıkmada oynadığı rolleri tanımlama, anlama, bu role ilişkin sağlam temellere dayanan yargılarda bulunma ve bu rollere göre hareket etme becerisi olarak tanımlamıştır. Jablonka'ya göre (2003) matematik okuryazarı olan bireyler günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelmek için matematikten yaralanan ve o probleme ilişkin bir çözüme ulaşabilen kişilerdir. Benzer şekilde McCrone ve Dossey (2007) matematik okuryazarı olan bireyi matematiğin günlük yaşamdaki rolünü anlayan ve günlük hayatta karşılaşılan sorunları çözmek için matematiği kullanabilen birey olarak tanımlamaktadır. Bireyin karşılaştığı problemlere anlamlı çözümler üreterek onların üstesinden gelirken matematikten yaralanabilme kapasitesinin ölçülmesinin, 21. Yüzyılda arzu edilen modern bir birey olarak geleceğe ne derecede hazır olduğunu göstermesi açısından önemine dikkat çeken Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organization of Economic Cooperation and Development- OECD, 2017) 2000 yılından bu yana matematik okuryazarlığının odak noktası olduğu bir Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (The Programme for International Student Assesment- PISA) yürütmektedir. PISA sınavlarıyla birlikte matematik okuryazarlığı birçok ülkenin matematik eğitimi politikasının en önemli parçalarından biri haline gelmiştir (Kaiser ve Willander, 2005).

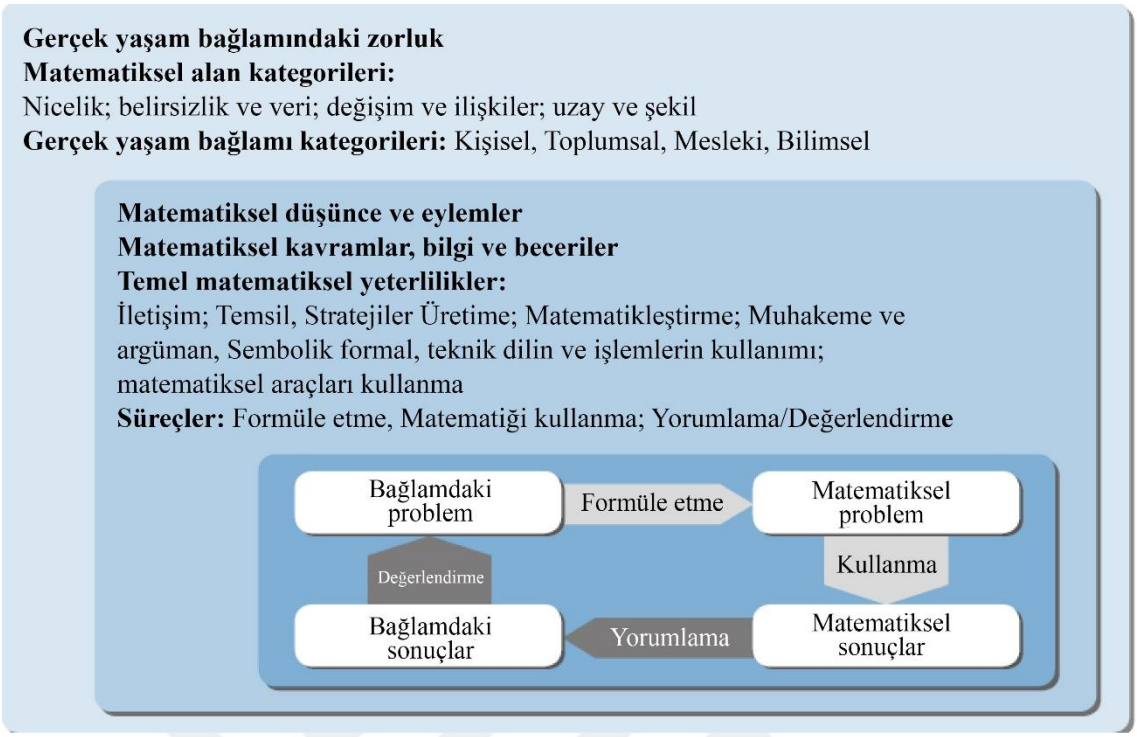
1.1.1. PISA Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi

PISA, 15 yaş grubu öğrencilerinin en genel anlamda kazanmış oldukları bilgi ve becerileri günlük yaşamlarında kullanma becerilerini ölçmeyi hedefleyen bir araştırmadır

(MEB, 2019 s.20). Matematik alanındaki değerlendirme çerçevesinde esas odağın matematik okuryazarlığı olduğuna 2000 yılından beri vurgu yapan OECD, son olarak gerçekleştirilen PISA 2021 çerçevesinde matematik okuryazarlığını şu şekilde tanımlamıştır:

> Bir bireyin matematiksel olarak akıl yürütme ve çeşitli gerçek dünya bağlamlarındaki sorunları çözmek için matematiği formüle etme, işe koşma ve yorumlama kapasitesidir. Olguları tanımlamak, açıklamak ve tahmin etmek için kavramlar, işlemler, gerçekler ve araçlar içerir. Bireylerin matematiğin dünyada oynadığı rolü bilmelerine ve yapıcı, ilgili ve yansıtıcı düşünen 21. yüzyıl vatandaşlarının ihtiyaç duyduğu sağlam temellere dayalı yargılarda bulunmalarına ve kararlar almalarına yardımcı olur (OECD, 2018 s.7).

PISA çerçevesinde matematik okuryazarlığının süreçler, bağlamlar ve içerikler olmak üzere üç farklı bileşeni vardır. Süreçler formüle etme, yürütme ve yorumlama; bağlamlar kişisel, toplumsal, mesleki ve bilimsel; içerikler ise nicelik, değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil, belirsizlik ve veri şeklindedir. Ayrıca bu içeriklerden bu bağlamlarda ortaya çıkan problemlerin çözümünde söz konusu süreçlerde ilerlenebilmesi için kazanılması gereken iletişim, temsil, stratejiler üretme, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik, formal ve teknik dil ve işlemlerin kullanımı, matematiksel araçların kullanımı şeklinde yedi temel matematiksel yeterlikler tanımlanmıştır. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesini sunan model Şekil 1.3'te sunulmuş olup bileşenler ve süreçlere ilişkin ayrıntılı açıklamaları ise alt başlıklarda sunulmuştur.



Şekil 1.3. *Matematik okuryazarlığı döngüsü (OECD, 2017 s.68)*

1.1.1.1. *Matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel süreçler*

Matematik okuryazarlığının geliştirilmesi hedeflenen bireylerin aktif problem çözücü olarak formüle etme, yürütme ve yorumlama-değerlendirme süreçlerine etkin katılımına dikkat çekilmektedir (OECD, 2017 s.66). Gerçek yaşam durumlarında bir problem ile karşılaşan bir birey ilk olarak onu matematiksel olarak formüle etme sürecine girer. Bu süreç bir durumu sunulduğu şekliyle alıp matematiksel işleme uygun bir forma dönüştürmeyi, matematiksel yapı ve temsiller sağlamayı, değişkenleri tanımlamayı ve sorunu çözmeye veya zorluğun üstesinden gelmeye yardımcı olacak basitleştirici varsayımlar yapmayı içerir (OECD, 2018 s.11). MEB'e göre (2015) ise;

> Gerçek dünyada yer alan bir problemin matematiksel görünümünün ve problemin anlamlı değişkenlerinin belirlenmesi, matematiksel yapıların belirlenmesi, problemin matematiksel dile ve görünüme aktarılması, matematiksel analizini yapabilmek için problemlerin ve durumların sadeleştirilmesi; değişken, sembol, şekil ve model kullanarak durumların matematiksel olarak gösterilmesi, bir problemin değişik yollardan gösterilmesi, problemin bilinen problemlerle veya matematiksel kavram veya süreçlerle ilişkisinin kurulması, kavramsal bir problemden çıkan matematiksel ilişkilerin teknoloji kullanımı yoluyla resmedilmesidir (MEB,2015 s. 16).

Gerçek yaşam durumlarının matematiksel modelinin oluşturulması olarak görülen formüle etme süreci sonucunda matematik dünyasında çözüm yolunda başvurulacak bir

matematiksel model oluşması beklenmektedir. Bu matematiksel model üzerinde yapılan manipülasyonlar, işlemler, stratejiler ve muhakemeler sonucunda matematiksel çıktıların elde edilmesi ise yürütme süreci olarak adlandırılmaktadır. Yürütme süreci genel olarak hesaplama yapma, cebirsel ifadelerin, denklemlerin ve diğer matematiksel modellerin manipülasyonu, matematiksel diyagram ve grafiklerden edinilen bilgiyi analiz etme, matematiksel betimlemeler ve açıklamalar yapma, problem çözmede matematiksel araçları kullanmayı içermektedir (OECD 2018, s.11). Elde edilen matematiksel çözümün ve çıktıların gerçek yaşam bağlamında yorumlanması, çözümü sağlayıp sağlamadığının değerlendirilmesi ise yorumlama-değerlendirme süreci olarak adlandırılmaktadır. OECD'ye göre (2018, s.11) yorumlama süreci problem bağlamı ile ilgili olarak matematiksel çözümleri değerlendirmek için matematiksel akıl yürütmeyi ve elde edilen sonuçların kabul edilebilir ve o durum için mantıklı olup olmadığını ve aynı zamanda çözümü açıklarken neyin vurgulanacağını da belirleyebilmeyi de içerir. MEB'e göre (2015) yorumlama süreci şu şekilde açıklanmaktadır:

> Bulunan matematiksel sonucun gerçek dünyada tekrar yorumlanmasını, matematiksel çözümün uygunluğunun gerçek dünyada karşılaşılan problem bağlamında değerlendirilmesini, matematiksel bir süreç veya modelin çıktılarının gerçek dünyaya etkilerinin, matematiksel kavram ve çözümlerin sınırlarının anlaşılmasını, problemi çözmek için kullanılan modelin sınırlarının belirlenmesini ve eleştirilmesini ifade etmektedir (s.16).

1.1.1.2. *Matematik okuryazarlığı çerçevesinde bağlamlar ve içerikler*

Matematik okuryazarlığı çerçevesinde bireyin bir problem çözücü olarak rol alması beklenen gerçek yaşam durumlarını iki farklı kategoride ele almaktadır. Bunlardan birincisi bağlam kategorisidir. Bu bağlamlar kişisel, toplumsal, mesleki ve bilimsel bağlam olmak üzere dört tanedir:

- Kişisel bağlam (bireyin kendisi, ailesi ya da akranlarının karşı karşıya kalabileceği sorunlar ve zorluklar)
- Toplumsal bağlam (bireyin ait olduğu yerel, ulusal ya da küresel büyüklükte bir topluluğa ait sorunlar ve zorluklar)
- Mesleki bağlam (iş dünyasını merkeze alan sorunlar ve zorluklar)
- Bilimsel bağlam (doğal ya da teknolojik dünyaya matematiğin uygulanmasına ilişkindir) (OECD, 2018 s.10).

Gerçek yaşam durumlarının ayrıştığı diğer kategorisi ise matematiksel olgunun doğası gereği bulunduğu içerik kategorisidir. Nicelik, değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil, belirsizlik ve veri olmak üzere dört içerik vardır.

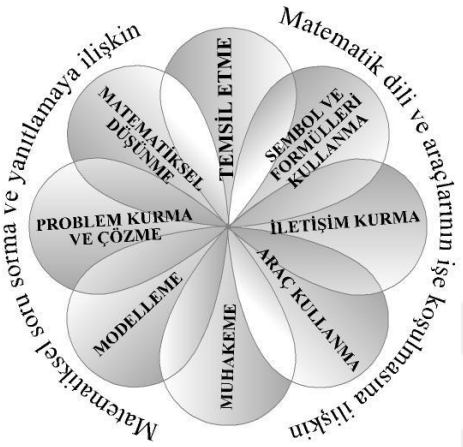
- Nicelik içeriği sayıları algılayabilme, sayıları değişik şekillerde gösterebilme, işlemlerin anlamını kavrayabilme, sayıların büyüklükleri hakkında bir fikir sahibi olabilme, matematiksel olarak mükemmel hesaplamalar yapabilme, zihinsel hesaplamalar ve tahminler yapabilmeyi gerektirmektedir (MEB, 2015 s. 14).
- Değişim ve ilişkiler içeriği değişkenler arasındaki ilişkileri ve bunların sunulması sırasında kullanılması gereken cebirsel bilgi ve anlayışı gerektirmektedir (OECD,2017 s.73).
- Uzay ve Şekiliçeriği perspektifi anlama, harita okuma ve çizme, teknolojiyi kullanarak şekilleri dönüştürme gibi etkinlikleri içerir (MEB, 2015 s.14).
- Belirsizlik ve veri içeriği belirsizliğin anlaşılmasını desteklemeyi ve ölçümlerdeki hatalar için anlamlılığı ve şans kavramını bilmeyi, belirsizliğin merkezinde olduğu durumlarda çizilen sonuçları yorumlamayı, değerlendirmeyi ve oluşturmayı içerir (OECD,2017 s.74).

1.1.1.3. *Matematik okuryazarlığı çerçevesinde temel matematiksel yeterlikler*

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde ortaya konan temel yeterlikler ilk olarak Niss ve Jensen (2002) tarafından yürütülen KOM projesine (KOM: Kompetencer og Matematiklæring/Competencies and the Learning of Mathematics) dayanmaktadır. Matematiksel yeterliğin matematiğin rol oynadığı veya oynayabileceği çeşitli bağlamlarda genel olarak matematik ve matematiksel etkinlik hakkında bilgi sahibi olmayı, onu anlamayı, yapmayı, kullanmayı ve matematiksel olarak onun hakkında fikir sahibi olmayı içerdiğine vurgu yapan Niss ve Højgaard (2011 s.49) matematiksel yeterliği kısaca, matematiksel zorluklar içeren durumlarla karşılaşıldığında onunla başa çıkabilmek için uygun eylemler ortaya koyabilmeyi sağlayacak gerekli donanımlara sahip olma şeklinde tanımlamaktadır. Matematikte uzmanlaşmayı matematiksel yeterliklere sahip olma şeklinde gören Niss ve Jensen (2002), temsil, sembolleştirme ve formalleştirme, iletişim, araç kullanımı, muhakeme, modelleme, problem çözme ve matematiksel düşünme olmak üzere sekiz matematiksel yeterlik tanımlamış ve bunların ilk dördünü matematik dil ve araçlar ile başa çıkma için, son dördünün ise matematik

hakkında matematiksel olarak sorular sorup cevaplar verebilmek için gerek duyulduğuna vurgu yapmışlardır. Araştırmacıların bu matematiksel yeterlikleri sundukları çiçeğe benzer görsel temsilde yeterlikleri temsil eden sekiz yaprağın birbirleriyle kesişiyor olması ise tüm matematiksel yeterliklerin birbiriyle örtüşen özelliklerinin olduğunu göstermektedir (Ata Baran, 2019).

Yetkinlik Çiçeği



Şekil 1.4. *Matematiksel yeterlikler için bir görsel temsil (Niss ve Højgaard (2011 s.51)*

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde ortaya konan matematik okuryazarlığı yeterlikleri ise iletişim, temsil, problem çözmek için strateji geliştirme, matematikleştirme, muhakeme ve argüman, sembolik dil ve işlemleri kullanma ve matematiksel araçlar kullanma olmak üzere yedi tanedir. Bu yeterliklerin yıllar içerisinde hem tanımlarında hem isimlerinde yapılan değişiklikler Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından ayrıntılı olarak sunulmuş olup PISA 2018 matematik okuryazarlığı çerçevesinde yer alan matematiksel yeterliklerin tanımları ise Tablo 1.1'de verilmiştir (OECD,2019 s.80-81). Öte yandan Turner, Blum ve Niss (2015) bu yeterliklerin birbirinden ayrıldıkları bazı noktaları da ortaya koymuştur. Örneğin, temsil, iletişim ve sembolik dil ve işlemleri kullanma yeterliğinin birbirinden ayrıldığı yönlerden bazılarını şu şekilde anlatmıştır:

> Matematiksel görevler genellikle metin biçiminde sunulmaktadır ancak bazen sadece bağlamın belirlenmesine yardımcı olan grafik materyali ile de sunulabilmektedir. Sözlü ya da metin talimatları ve bilgileri, fotoğrafları ve grafikleri anlamak temsil yeterliğinin değil, iletişim yeterliliğinin bir parçasıdır. Diğer taraftan yalnızca sembolik temsillerle çalışmak, sembolik dil ve işlemleri kullanma yeterliliği içinde yer alır. Farklı sunumlar arasındaki dönüşümler her zaman temsil yeterliğinin bir parçasıdır. Örneğin, ilgili metnin

elemanlarından türetilen matematiksel bilgiyi sözel olmayan bir temsile dönüştürme eylemi, temsil yeterliğine başvurmaya başlanan yerdir (Turner, Blum ve Niss, 2015 s.112).

Tablo 1.1. *Matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel yeterlikler (OECD, 2019 s.80-81)*

Matematiksel Yeterlikler	**Tanım**
İletişim	Matematik okuryazarlığı iletişimi içerir. Birey, bir zorluğun varlığını algılar ve bir problem durumunu tanıması ve anlaması için canlandırma yapar. İfadeleri, soruları, görevleri veya nesneleri okumak, çözmek ve yorumlamak, bireyin bir sorunu anlama, açıklama ve formüle etmede önemli bir adım olan durumun zihinsel bir modelini oluşturmasını sağlar. Çözüm sürecinde ara sonuçların özetlenmesi ve sunulması gerekebilir. Daha sonra, bir çözüm bulunduğunda, problem çözücünün çözümü ve belki de bir açıklamayı veya gerekçelendirmeyi başkalarına sunması gerekebilir.
Matematikleştirme	Matematik okuryazarlığı, gerçek dünyada tanımlanan bir problemin tam anlamıyla matematiksel bir forma dönüştürülmesini (yapılandırmayı, kavramsallaştırmayı, varsayımlarda bulunmayı ve/veya bir model formüle etmeyi içerebilir) veya matematiksel bir sonucu veya matematiksel bir modeli orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlamayı veya değerlendirmeyi içerebilir. Matematikleştirme terimi, ilgili temel matematiksel etkinlikleri tanımlamak için kullanılır.
Temsil	Matematik okuryazarlığı sıklıkla matematiksel nesnelerin ve durumların temsillerini içerir. Bu, bir durumu ele almak, bir problemle etkileşim kurmak veya birinin çalışmasını sunmak için çeşitli temsilleri seçmeyi, yorumlamayı, dönüştürmeyi ve kullanmayı gerektirebilir. Bahsedilen temsiller arasında grafikler, tablolar, diyagramlar, resimler, denklemler, formüller ve somut malzemeler bulunur.
Muhakeme ve Argüman	Bu yeterlik, problemlere yönelik ifadelerin veya çözümlerin gerekçelendirmesini yapmak veya verilen bir gerekçeyi kontrol etmek için diğer bir deyişle onlardan çıkarımlar yapmak için problemin bileşenlerini birbirine bağlayan mantıksal yönlerden köklendirilmiş düşünce süreçlerini içerir.
Problem çözmek için strateji geliştirme	Matematik okuryazarlığı sıklıkla problemleri matematiksel olarak çözmek için stratejiler geliştirmeyi gerektirir. Bu, bireye sorunları etkili bir şekilde tanıması, formüle etmesi ve çözmesi için rehberlik eden bir dizi kritik kontrol sürecini içerir. Bu beceri, bir görev veya bağlamdan kaynaklanan sorunları çözme yolunda matematiği kullanmak için bir plan veya strateji seçme veya tasarlama ve bunun uygulanmasına rehberlik etme olarak karakterize edilir. Bu matematiksel yeterlilik, problem çözme sürecinin herhangi bir aşamasında talep edilebilir.

Tablo 1.1. (Devam) *Matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel yeterlikler (OECD, 2019 s.80-81)*

Sembolik dil ve işlemleri kullanma	Matematik okuryazarlığı sembolik, formal ve teknik dil ve işlemleri kullanmayı gerektirir. Bu, matematiksel geleneklerin ve kuralların hüküm sürdüğü matematiksel bir bağlamda (aritmetik ifadeler ve işlemler dahil) sembolik ifadelerin anlaşılmasını, yorumlanmasını, manipüle edilmesini ve kullanılmasını içerir. Ayrıca formal sistemlere, tanımlara ve kurallara dayalı formal yapıları anlamayı ve kullanmayı ve ayrıca bu varlıklarla algoritmaları da kullanmayı içerir. Kullanılan semboller, kurallar ve sistemler, matematiği formüle etmek, çözmek veya yorumlamak için belirli bir görev için hangi belirli matematiksel içerik bilgisine ihtiyaç duyulduğuna göre değişir.
Matematiksel araçları kullanma	Matematiksel araçlar, ölçüm aletleri gibi fiziksel araçların yanı sıra hesap makineleri ve giderek yaygınlaşan bilgisayar tabanlı araçları içerir. Öğrencilerin, matematiksel görevleri tamamlamalarına yardımcı olmak için bu araçları nasıl kullanacaklarını bilmenin yanı sıra, bu tür araçların sınırlamalarını da bilmeleri gerekir. Matematiksel araçlar aynı zamanda sonuçların iletilmesinde de önemli bir role sahip olabilir.

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde ortaya konan alt yeterliklerden yıllar içerisinde dikkat çeken en belirgin değişiklik matematikleştirme yeterliğinde olmuştur. Nitekim PISA 2012 öncesinde matematikleştirmenin yerine yeterlikler içerisinde modelleme adı verilirken, matematikleştirme süreci matematik okuryazarlığının merkezinde yer aldığı belirtilmekte ve tüm öğrenciler için matematikleştirmenin nasıl yapılacağının öğretilmesinin ilk eğitsel amaç olması gerektiğine vurgu yapılmaktadır (OECD, 2003 s.27). Jablonka (2003) 21. Yüzyıl bireyinden sadece matematiksel dünya içerisinde kalmamasının beklendiğine vurgu yaparken bunu sağlayacak matematik okuryazarlığı kavramında modelleme ve matematikleştirme olmak üzere iki temel perspektifin kritik rolüne dikkat çekmektedir. De Lange'a göre (1999 s.17) ise matematik okuryazarlığında esas olan bireyin problemi matematikleştirme yeteneğidir. PISA 2012'den sonra ise matematikleştirme ile modelleme yer değiştirerek bu sefer modellemenin matematik okuryazarlığının iskeletini oluşturduğu belirtilerek matematikleştirme bir yeterlik olarak esas alınmıştır. Stacey ve Turner (2015 s.26) hem matematikleştirmenin hem de modelleme döngüsünün PISA matematik okuryazarlığında her zaman temel bir rol oynadığını vurgulamıştır. Öte yandan matematikleştirme yeteneği

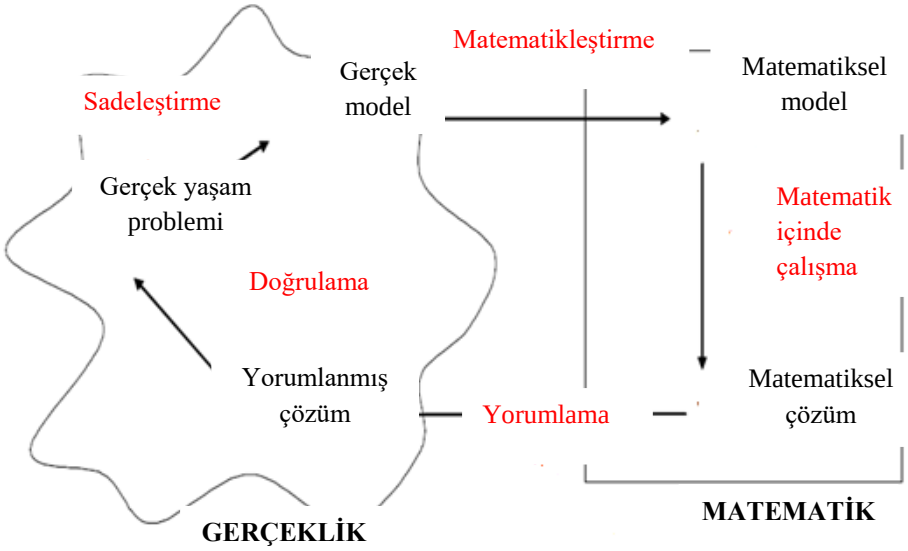
matematik okuryazarlığının iskeletini oluşturan matematiksel modellemenin anahtar yönünü ifade etmektedir (Niss, 2010). Matematikleştirme, matematiksel modellemenin hayati bir parçasıdır (Hojgaard, 2021 s.115). Bu araştırmada matematikleştirme yeterliğinin incelenmesinde kuramsal çerçeve olarak ilgili alanyazında yaygın olarak kullanılan PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi benimsenmiş olup bu çerçevede matematikleştirmenin nasıl ele alındığı ayrıntılı bir şekilde 1.2.1 başlığı altın sunulmuştur.

1.2. Matematikleştirme

Freudenthal (1968) matematik öğrenme sürecinde, bireye doğrudan matematiksel kavramların formal olarak aktarılmasını anti-didaktik bulmakta ve bunun yerine geçmişte o kavramın oluşum sürecine benzer şekilde gerçek yaşamdan matematiksel dünyaya doğru akan bir yeniden keşfetme sürecine dikkat çekerek gerçekçi matematik eğitimi (Realistic Mathematics Education-RME) yaklaşımını ileri sürmüştür. Matematiğin sadece matematiksel bilgiler bütünü olmadığını vurgulayan Freudenthal (1968), matematiğin problem çözme, problem arama ve daha genel olarak matematiksel bir sorun olarak gelen ya da gerçekliğin kendisinden gelen bir problem durumunu organize etme aktivitesi olarak görmektedir (Akt. Heuvel-Panhuızen, 2003). RME yaklaşıma göre gerçek yaşamdan gelen ve bireyde çözme, anlama, tanımlama gibi genellikle içsel gereksinim doğuran bağlam problemleri ile başlayan bir öğrenme sürecinde problem durumu oluşturma, problem çözme, keşfedilecek konuyu organize etme gibi etkinlikler matematikleştirme olarak adlandırılmaktadır (Gravemeijer, 1994). Matematik öğrenme sürecinin her aşamasında öğrenen bireylerin matematikleştirme yapmalarına fırsat veren etkinlikler düzenlenerek onların adım adım hedeflenen keşfe doğru yol almalarına olanak sağlanmasını gelişimsel matematikleştirme (progressive mathematization) olarak adlandıran Treffers (1987), bu süreci yatay ve dikey matematikleştirme olarak ikiye ayırmıştır. En genel anlamda kavramın gerçekçi bağlamlardan yola çıkarak matematiksel bir yapı kazanması yatay matematikleştirme; yatay matematikleştirme aktiviteleri üzerine inşa edilen soyut yapılarla akıl yürütme, genelleme ve formalleştirme içeren etkinlikler ise dikey matematikleştirme olarak adlandırılmaktadır (Rasmussen vd., 2005). Yatay matematikleştirme sürecinde bireyden gerçek yaşamdan gelen bir problem durumunu matematiksel yapılarla ifade etmesi beklenmektedir. Farklı alanlar arasında yatay geçişler

yapılması anlamına gelen bu süreçte daha toplumsal olan bir problem daha özel bir gruba hitap edecek ezoterik bir forma dönüşür (Jablonka ve Gellert, 2007). Treffers (1978 s. 79) yatay matematikleştirmeyi matematiksel yöntemler kullanılarak çözülebilecek bir problem ifadesi oluşturulana kadar bir problemi şematize etme çabası olarak tanımlamaktadır (aktaran Botha ve Putten, 2018). Yatay matematikleştirme sürecinde birey, karşılaştığı bağlamsal problemi ister çizim yoluyla isterse sözel olarak uygun varsayımlarda da bulunarak ilgili matematiksel kavramlarla organize ederek matematik dünyasına aktarır (Mariani ve Hendikawati, 2017). Matematik dünyasını uzun zaman önce günlük yaşamdaki köklerini kesmiş olan uyumlu bileşenlerle organize edilmiş ezoterik bir dünya olarak tanımlayan Gellert ve Jablonka'ya göre (2007), matematik dünyasında özellikle kavramları tanımlama, kanıt yapma gibi akademik matematik alanında gerçekleştirilen sınıf etkinliklerini matematiksel yapılar temelinde organizasyonlar gerektirdiğinden dikey matematikleştirme olarak adlandırılmaktadır. Freudenthal'e göre (1991) dikey matematikleştirme sembolleri düzenleme, manipüle etme, dönüştürme gibi aktiviteleri içeren, matematiğin sembolik dünyası içindeki harekettir ve daha üst düzeydeki kavram oluşumları için gereklidir.

RME yaklaşımında matematikleştirme didaktik bir ilke olarak esas alınıp bir süreç olarak görülürken modelleme sürecinde veya döngüsünde ise bir alt yeterlik veya bir aşama olarak ele alınmaktadır. Modelleme sürecinde matematikleştirme, modeli oluşturulacak gerçek yaşam durumunun formüle edilmesidir (Berry ve Davies, 1996). Gellert ve Jablonka (2007) gerçek dünya modelinin matematiksel modele dönüştürülmesi sürecini matematiksel olmayan özellikleri nicelikleştirme ve ardından onları birbiriyle matematiksel olarak ilişkilendirme olarak açıklamaktadır. Matematikleştirme gerçek bir dünya sisteminde yapısal yönleri (nesneler, ilişkiler, eylemler, düzenleyiciler, varsayımlar vb.) yorumlama ve bu yapıyı semboller, grafikler, diyagramlar gibi matematiksel temsiller kullanarak matematiksel bir model içinde ifade etmek olarak açıklanmaktadır (Yoon, Dreyfus ve Thomas, 2010). En genel anlamda matematiksel modellemeye bakıldığında gerçek dünya modelinden matematiksel modele geçiş matematikleştirme olarak adlandırılmaktadır (Jablonka ve Gellert, 2007 s.5). MaaB (2006) tarafından ortaya konan modelleme dönügüsünde de gerçek modelden matematiksel modele geçişin matematikleştirme olarak adlandırıldığı görülmektedir (Şekil 1.5).



Şekil 1.5. *Modelleme döngüsü (MaaB, 2006)*

Öte yandan gerçek yaşamdan veya gerçek yaşam bağlamından matematiksel dünyaya geçiş sonrasında matematikleştirilmiş yapıların tekrardan bağlam ile veya gerçek yaşam ile ilişkilendirilerek onlardan yararlanılabilir olmasını da matematikleştirmenin diğer yönü olarak vurgulayan görüşler vardır. Gellert ve Jablonka (2007) matematikleştirilmiş yapıların birey için siyah kutular halinde materyalize edilerek günlük yaşamda her an başvurulabilir olmasına dikkat çekmektedir:

> Günümüzde birey matematikleştirilmiş yapıları teknoloji yardımıyla oldukça etkin kullanabilmektedir. Ancak artık matematikleştirmenin yerini alan süreç o matematiksel yapıların yansıtılması ve yorumlanması sürecidir ki bu da tersine matematikleştirme olgusunu doğurmaktadır. Bireyin gerçek yaşam durumunda siyah kutudan hangi yapıyı ne zaman ve nasıl kullanacağı tersine matematikleştirme (de-mathematization) yeterliğini işaret etmektedir (Jablonka ve Gellert, 2007).

Chevallard (1989) tersine matematikleştirmeyi, matematiksel olguların gerçek yaşam karmaşasının çözülmesi sırasında yansıtılmasını içermesi açısından açık (explicit) matematik olarak tanımlanırken; gerçek yaşam karmaşasının çözülmesi için onun matematiksel forma dönüştürülerek matematiksel yapının oluşturulmasını ifade eden matematikleştirmeyi ise kapalı (implicit) matematik olarak ele alınmaktadır. Lesh (2003) her ne kadar tersine matematikleştirme terimini kullanmasa da matematiksel sembollerle tanımlanmış bir diğer deyişle matematiksel modeli ortaya konmuş durumların gerçek dünyada anlamlandırılmasını matematiğin gerçekleştirilmesi olarak, gerçekte var olan durumların sembolik olarak tanımlarının yapılmasını ise gerçekliğin

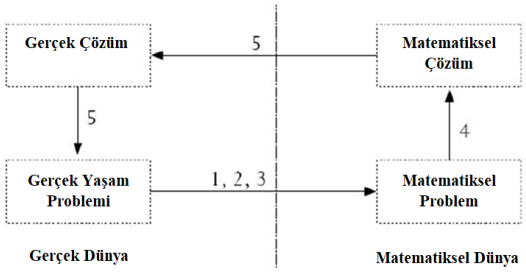
matematikleştirilmesi olarak adlandırmaktadır. De Lange (1999 s.13) da matematikleştirmenin gerçeklikten matematiğe dönüştürme olduğunu belirtirken tersine matematikleştirmenin ise matematiksel modellerin gerçeklik açısından yorumlanması olduğuna dikkat çekmektedir. Öte yandan tersine matematikleştirme, matematikleştirmeden farklı olarak düşünülmemesi gerektiğine vurgu yapan Straehler-Pohl, (2017 s.41) matematikleştirme ve tersine matematikleştirmenin "aynı madalyonun iki yüzü" olarak yorumlanabileceğini belirtmektedir. Öte yandan matematiksel modelleme sürecinin sadece gerçek modelden matematiksel modele geçiş sırasında değil, matematiksel olarak çalışma da dahil olmak üzere her anında matematikleştirme yeterliğini gerektiren aktiviteler olabileceğine dikkat çeken Knott (2014) matematiksel modelin yapılandırılmasından sonra beklenen dikey matematikleştirme etkinliklerini şu şekilde açıklamıştır:

> Matematiksel modelleme sırasında dikey matematikleştirme aşamasında, öğrenen birey diğer matematiksel nesnelerden yeni bir matematiksel nesne yaratabilmek için matematiksel varlıkları kombine eder. Sonrasında o matematiksel varlığı manipüle edip yorumlayarak analiz eder. Esasında bu, matematiksel problemin çözülmesini içerir. Öğrenci matematiksel bir çözüm elde ettikten sonra, çözümü gerçek dünya problemi ile ilişkilendirir. Çözüm için öne çıkarılacak olanlar, sonuç bağlama göre revize edildiğinde ortaya çıkar. Öğrenci daha sonra çözümün uygunluğu üzerine yansıtma yapıp, tutarsız sonuçları düzeltir. Dikey matematikleştirme, ileri düzey matematiksel düşünmeyi geliştirmek için bir araç olarak kabul edilir. (Knott, 2014 s.41-42).

1.2.1. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliliği

2000 yılından günümüze gerçekleştirilen PISA uygulamalarındaki matematik okuryazarlığı çerçevelerine bakıldığında matematikleştirmenin 2000 ve 2012 arasında matematik okuryazarlığının temelinde yer alan bir süreç olarak, PISA 2012 ve sonrasında ise bir yeterlik olarak ele alındığı görülmektedir. Matematik okuryazarlığının ağırlıklı değerlendirme alanı olduğu PISA 2003 çerçevesinde matematikleştirme, öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözebilmek için kullanacakları temel süreç olarak vurgulanmıştır (OECD, 2003 s.38). Dahası matematik okuryazarlığı çerçevesinin iskeletini oluşturan döngü matematikleştirme döngüsü olarak sunulmuş ve matematikleştirmenin beş adımı (i) gerçeklik içerisinde yer alan bir problemle başlama, (ii) onu matematiksel kavramlara göre düzenleme ve ilgili matematiği belirleme, (iii) durumun matematiksel özelliklerini yükselten ve gerçek yaşam problemini, durumu tam

olarak temsil eden bir matematiksel probleme dönüşen varsayımlarda bulunma, genelleme ve formalleştirme süreçleri sayesinde gerçeklikten azar azar uzaklaşma, (iv) matematiksel problemi çözme ve (v) matematiksel çözümü, çözümün sınırlarını da belirleyerek gerçek durum açısından anlamlandırma şeklinde açıklanmıştır (Şekil 1.6).



1- Gerçeklik içerisinde yer alan bir problemle başlama,
2- Onu matematiksel kavramlara göre düzenleme ve ilgili matematiği belirleme,
3- Durumun matematiksel özelliklerini yükselten ve gerçek yaşam problemini, durumu tam olarak temsil eden bir matematiksel probleme dönüşen varsayımlarda bulunma, genelleme ve formalleştirme süreçleri sayesinde gerçeklikten azar azar uzaklaşma,
4- Matematiksel problemi çözme ve
5- Matematiksel çözümü, çözümün sınırlarını da belirleyerek gerçek durum açısından anlamlandırma

Şekil 1.6. *Matematikleştirme döngüsü (OECD, 2003 s.28)*

Öte yandan PISA 2003'te ortaya konan matematikleştirme süreci de denilen bu döngüde yer alan bu beş adımda ortaya konması beklenen etkinlikler üç aşama olarak ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur (Tablo 1.2).

Tablo 1.2. *Matematikleştirme döngüsünde yer alan aşamalarda ortaya konması beklenen etkinlikler (OECD, 2003 s.39)*

Matematikleştirme döngüsündeki aşamalar	Ortaya Konması Beklenen Etkinlikler
Problemin gerçeklik içerisinden matematik içerisine dönüştürülmesi (1,2,3. adımlar)	• Gerçekte var olan bir problem için ilgili matematiği belirleme • Uygun varsayımlar yapma ve matematiksel kavramlara göre problemi düzenleme süreçlerini içeren bir problemi farklı bir yolla sunma • Problemin dili ile problemi matematiksel olarak anlamada gereksinim duyulan sembolik ve formal dil arasındaki ilişkileri anlama • Düzenleri, ilişkileri, örüntüleri bulma • Daha önceden aşina olunan problemlerle isomorfik olan yönleri tanıma • Problemi matematik içerisine ya da matematiksel model içerisine dönüştürme
Belirli bir düzen kurmak, ilişkileri belirlemek ve iyi bir matematiksel argüman yaratmak için modelle çalışma (4.adım)	• Farklı temsilleri kullanma ve onlar arasında değiş tokuş yapma • Sembolik, formal ve teknik dil kullanarak işlemler ortaya koyma • Matematiksel modelleri arındırma ve uyarlama ya da modelleri entegre etme veya kombine etme • Argümantasyon • Genelleştirme
Sürecin ve sonuçların üstüne bütüncül olarak yansıtma ve doğrulama yapma (5.adım)	• Matematiksel kavramların sınırlarını ve genişletilmiş yönlerini anlama • Matematiksel argümanlar üzerine yansıtma yapma ve sonuçları açıklayarak yargılama • Süreç ve çözüm için iletişim kurma • Modeli ve onun sınırlıklarını eleştirel bakış açısıyla ele alma

PISA 2006 ve 2009 yıllarındaki matematik okuryazarlığı çerçevelerinde yine benzer şekilde yer alan matematikleştirme, PISA 2012 yılından itibaren ise daha öncesinde yeterlikler içerisinde yer verilen modelleme ile yer değiştirmiştir. Modelleme döngüsünün matematik okuryazarlığın merkezinde yer aldığına vurgu yapılmış ve bu sefer matematikleştirme bir yeterlik olarak şu şekilde açıklanmıştır:

> Matematik okuryazarlığı, gerçek dünyada tanımlanan bir problemin tam anlamıyla matematiksel bir forma dönüştürülmesini (yapılandırmayı, kavramsallaştırmayı, varsayımlarda bulunmayı ve/veya bir model formüle etmeyi içerebilir) veya matematiksel bir sonucu veya matematiksel bir modeli orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlamayı veya değerlendirmeyi içerebilir. Matematikleştirme terimi, ilgili temel matematiksel etkinlikleri tanımlamak için kullanılır (OECD, 2013 s.30).

Turner, Blum ve Niss (2015) matematikleştirme yeterliğine PISA 2012 öncesinde modelleme olarak yer verildiğine vurgu yaparak yıllar içerisinde tanımındaki değişimi ortaya koymuşlardır (Tablo 1.3). Öte yandan matematikleştirme ile modelleme için etikette ve tanımda yapılan değişikliği şu şekilde açıklamaktadır:

> Modelleme terimi kullanıldığında, birçok insanın aklına formüle etme, matematiksel işlemler gerçekleştirme, yorumlama ve doğrulama yönleri dahil olmak üzere modelleme döngüsünün tüm yönlerini içermesi gerektiği gelir. Burada etikette ve işlemsel tanımda yapılan değişikliklerle, modelleme döngüsünün bölümlerine odaklanmanın daraltılması amaçlanmakta ve bağlam ile matematiksel ifade arasındaki doğrudan arayüzle ilgilenilmesi hedeflenmektedir. Böylece bu yeterlik yalnızca problem bağlamının bazı özelliklerini matematiksel bir biçime dönüştürme (formüle etme süreci) veya matematiksel bilgilerin, yansıttığı bağlamın elemanlarıyla ilişkili olarak yorumlama (yorumlama süreci) adımları olarak daraltılmıştır. Bu yeterliliğin açıklığa kavuşturulmasında kritik özellik ise, bağlamın bazı özelliklerinin matematiksel ifadesiyle gerçek dünya bağlamının aktif bağlantısıdır (s.95-96).

Tablo 1.3. *Matematikleştirme tanımının gelişimi (Turner, Blum ve Niss. 2015 s.39)*

Yıllar	Matematikleştirme (orjinali modelleme) tanımı
2005	Matematikleştirme, yorumlama ve doğrulama
2006	Matematik dışı bir durumu matematikleştirme veya verilen ya da yapılandırılan bir modeli bağlama göre yorumlayarak veya doğrulayarak kullanma
2007	Matematik dışı bir durumu matematikleştirme (yapılandırmayı, idealleştirmeyi, varsayımlarda bulunmayı, bir model oluşturmayı içerir) veya verilen ya da yapılandırılan bir modeli bağlama göre yorumlayarak veya doğrulayarak kullanma
2013	Matematik dışı durumu matematiksel bir modele dönüştürme, modeli kullanarak elde edilen çıktıları problem durumu doğrultusunda yorumlama ya da problem durumu doğrultusunda modelin yeterli olup olmadığını doğrulama

PISA 2012 ve sonrasında ise matematikleştirme yeterliğinin tanımı değiştirilmemiş olup en genel anlamda formüle etme ve yorumlama-değerlendirme sürecinde ortaya konması beklenen temel matematiksel etkinlikler olarak ele alınmıştır. Matematikleştirme yeterliğinin aktive olup olmadığına karar verilmesinde ise matematiksel yapılar ile gerçek yaşam veya bağlam arasında aktif bağın kurulması esas alınmaktadır (Turner, Blum ve Niss, 2015 s.96). En genel anlamda formüle etme sürecinde gerçek yaşamda karşılaşılan bir zorluğun ya da problemin üstesinden gelebilmek için bağlamın altında yatan matematiksel yapıları belirleyebilmeyi, varsayımlarda bulunmayı ve değişkenleri belirlemeyi içeren matematikleştirme yeterliği, yorumlama ve değerlendirme sürecinde ise matematiksel modelin problem çözümünde işe koşulması sonucunda ulaşılan matematiksel çözümün sınırlarının ve kapsamını anlayabilmeyi gerektirmektedir. Diğer taraftan PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde yürütme sürecinde matematikleştirme yeterliğinin çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanma şeklinde işe koşulabileceği belirtilmektedir. Bu sayede matematiksel çözümü hızlandırma veya çözüme rehberlik etme fonksiyonlarına işaret edilmektedir. Matematik okuryazarlığında yer alan matematiksel süreçlerde matematikleştirme yeterliğinin nasıl rol aldığı kısaca Tablo 1.4'te verilmiştir.

Tablo 1.4. *Matematiksel süreçler ve matematikleştirme yeterliği (OECD, 2019 s.82)*

	Matematiksel Süreçler		
	Durumları matematiksel olarak formüle etme	**Matematiksel kavramları, gerçekleri, işlemleri ve akıl yürütmeleri işe koşma**	**Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme**
Matematikleştirme yeterliği	Gerçek yaşam problemindeki altta yatan matematiksel yapıları ve değişkenleri belirlemek ve onların kullanılabileceği varsayımlar yapmak	Matematiksel çözüm sürecini hızlandırmak, kolaylaştırmak ya da ona rehberlik etmek için bir bağlam anlayışı kullanmak.	Kullanılan matematiksel modelin bir sonucu olan bir matematiksel çözümün kapsamını ve sınırlarını anlamak

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde, problemlerde hangi eylemlerin ortaya konması beklendiğinde veya gerektiğinde matematikleştirme yeterliğinin işe koşulmasının daha üst düzeylerde talep edildiğine ilişkin ayrıntılı açıklama yapılmıştır

(OECD 2013, s.43-44). Bazı görevlerde problem zaten matematiksel bir formda verildiğinde ya da problem çözümünde model ile temsil ettiği durum arasında herhangi bir ilişki kurulması gerekli değilse matematikleştirme yeterliğinin işe koşulması gerekmemektedir. Öte yandan matematikleştirme talebi, problem çözücünün belirli bir modelden doğrudan çıkarımda bulunması veya modeli doğrudan yorumlaması gerektiğinde veya bir durumdan matematiğe doğrudan dönüşüm gerektiğinde ortaya çıkmaktadır. Değişen koşulları karşılayabilmek için matematiksel modeli kullanabilmeyi veya onu modifiye edebilmeyi, sınırlı olarak veya açıkça ifade edilmiş kısıtlamalar çerçevesinde tanıdık bir model seçebilmeyi, değişkenlerin, ilişkilerin ve kısıtlamaların açık ve net olduğu bir model yaratabilmeyi gerektiren ek gereksinimlerle birlikte artar. Birçok varsayımın, değişkenin, ilişkinin ve kısıtlamanın belirleneceği veya tanımlanacağı bir durumda bir model oluşturma, modeli yorumlama, modelin görevin gerektirdiği gereksinimleri karşılayıp karşılamadığını kontrol etme veya modelleri değerlendirme ya da karşılaştırma gereksinimleriyle birlikte matematikleştirme talep edilme düzeyi de en üst düzeye çıkmaktadır.

PISA sorularının zorluklarının tahmin edilmesinde ve bu sorulardaki bilişsel taleplerin anlaşılmasında matematik okuryazarlığı yeterliklerin nasıl yardımcı olabileceğini inceleyen Turner, Blum ve Niss (2015), PISA 2012 çerçevesinde de dikkat çekilen matematikleştirme yeterliğinin talep edilme düzeylerini daha açık ve sistematik bir şekilde ortaya koymuştur. Araştırmacılar çalışmada PISA çerçevesinde sunulan yedi matematik okuryazarlığı yeterliklerinden matematiksel araçlar kullanma dışındaki altı yeterliğin ayrıntılı tanımını yaparak her bir yeterlik için 0 ile 3 arasında olmak üzere dört düzey ortaya koymuşlardır. Problemlerde etkinleştirilmesi talep edilen yeterlikler için düzeylerine göre puan atayarak problemlerin zorluk düzeylerinin belirlenebilmesine olanak tanımışlardır. Matematikleştirme yeterliğini *"matematik dışı bir durumu matematiksel bir modele dönüştürmek, problem durumuyla ilişkili olarak bir model kullanımından gelen çıktılarını yorumlamak veya problem durumuyla ilişkili olarak modelin geçerliğini doğrulamak"* olarak tanımlayan araştırmacıların ortaya koyduğu düzeylere bakıldığında da gerçek yaşam veya bağlam ile matematiksel yapı arasında aktif bağın olmadığında sıfırıncı düzeyde kalındığı görülmektedir. Birinci düzeyde ise problem çözücüden bir model yapılandırmasının beklendiği ancak bu sırada kısıtlamaları, değişkenleri, ilişkileri ve varsayımları kendisinin belirlemesinin beklenmediği dikkat çekmektedir. İkinci düzeyde ise bunları kendisinin belirleyebilmesi istense de kolaylıkla

belirleyebileceğine vurgu yapılmıştır. Üçüncü düzeyde artık sınırlamalarla birlikte varsayımları, değişkenleri ve ilişkileri kendisinin belirleyerek bir model oluşturabilmesi gerektiği belirtilmektedir. Diğer taraftan ikinci düzeyde modeli ve matematiksel sonuçları problem durumunu göz önünde bulundurarak yorumlayabilmesi beklenirken üçüncü düzeyde ise problem durumu ile ilişkili olarak hem modelleri doğrulayabilmesi hem değerlendirebilmesi hem de farklı modeller arasında bağlar kurup karşılaştırmalar yapabilmesi beklenmektedir. Turner, Blum ve Niss (2015) matematikleştirme yeterliğine ilişkin ortaya koydukları düzeyler Tablo 1.5'te verilmiştir.

Tablo 1.5. *Matematikleştirme yeterliği düzeyleri (Turner, Blum ve Niss, 2015)*

Matematikleştirme yeterliği düzeyleri
0: Ya durum pür matematiksel bir yapıdadır ya da matematik dışı durum ile model arası ilişki problemin çözümü ile ilgili değildir.
1: Verilen kısıtlamaları, değişkenleri, ilişkileri ve varsayımları gerektiren bir model oluşturmak ya da verilen bir modelden ya da matematiksel sonuçlar temelinde durum hakkında doğrudan sonuçlar ortaya koymak.
2: Gerekli varsayımların, değişkenlerin, ilişkilerin ve kısıtlamaların kolayca belirlenebileceği bir model oluşturur; veya değiştirilen koşulları karşılamak için belirli bir modeli modifiye eder; veya problem durumunun göz önüne alınması gereken bir durumda bir model veya matematiksel sonuçları yorumlar.
3: Varsayımlar, değişkenler, ilişkiler ve kısıtlamaların tanımlanması gereken bir durumda bir model oluşturur; veya problem durumuyla ilişkili olarak modelleri doğrular veya değerlendirir; veya farklı modelleri birbirine bağlar veya karşılaştırır.

Stacey ve Turner (2015 s.24) da matematik okuryazarlığında uzmanlık düzeylerini analiz ederken karmaşık durumlar için modeller geliştirebilme ve onlarla çalışabilme, kısıtlamaları ve varsayımları belirleyebilme için gerekli esas yeterliği matematikleştirme olarak ifade etmektedir. Daha özel olarak değişim ve ilişkiler içeriği çerçevesinde matematik okuryazarlığı uzmanlık düzeylerinde ise verilen bir fonksiyonel modelin yeni bir durumu karşılayabilmesi için modifiye edebilmesinde esas rol alan yeterliğin matematikleştirme olduğuna dikkat çekilmektedir (Stacey ve Turner, 2015 s.24).

1.3. İlgili Araştırmalar

Matematiğin kapalı bir sistem olarak öğrenilmesinin doğru olmadığına dikkat çeken Freudenthal (1968), öğrenme ortamlarında gerçek yaşam durumları içeren bağlamsal problemlerin üzerinden gelebilmek üzere yola çıkılarak gerekli matematiğin keşfedilmesini matematikleştirme süreci olarak adlandırmış ve dahası gerçekliğin

matematikleştirilmesi ile birlikte eğer mümkünse matematiğin de matematikleştirilmesine vurgu yapmıştır (Freudenthal, 1968 s.7). Alanyazında matematiksel bir kavramın öğrenilmesi sırasında, matematikleştirilme sürecine odaklanan birçok çalışma yapılmıştır (ör. Heuvel-Panhuizen, 2003; Reed, 2007; Kwon, 2009; Deniz ve Kabael, 2017; Jupri vd.,2021). Gerçekçi matematik eğitimine dayalı olarak yapılan bu çalışmalarda matematikleştirme bir yeterlik olarak değil yatay ve dikey matematikleştirme şeklinde ikiye ayrılan bir süreç olarak ele alınmıştır. Bazı çalışmalarda, yatay ve dikey matematikleştirme sırasında ortaya konması beklenen etkinlikler açık bir şekilde ortaya konmuştur. De Lange'a göre (1999) öğrencilerden yatay matematikleştirme sürecinde genel bir bağlamda özel matematiği belirlemesi, şematize etmesi, problemi görselleştirmesi, ilişkileri ve düzeni keşfetmesi, farklı problemlerdeki benzerlikleri tanıması beklenirken dikey matematikleştirme sırasında ise ilişkiyi bir formül içerisinde temsil etmesi, düzeni kanıtlaması, model ya da modelleri arındırıp uyarlaması, modelleri kombine etmesi ve genellemeler yapması beklenmektedir. Daha sonrasında Üzel ve Uyangör'ün (2006) ve Knott'un (2014) da çalışmalarında ele aldığı yatay ve dikey matematikleştirme sürecinde ortaya konması beklenen bu etkinlikler Tablo 1.6'da verilmiştir.

Tablo 1.6. *Matematikleştirme sürecinde ortaya konması beklenen etkinlikler (De Lange, 1999)*

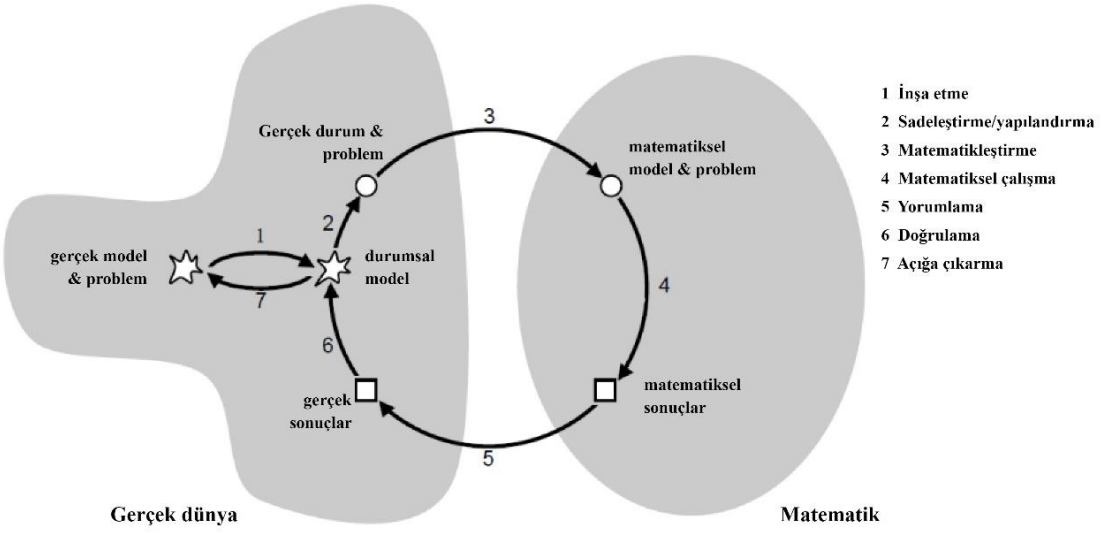
Matematikleştirme Süreci	Ortaya Konması Beklenen Etkinlikler
Yatay Matematikleştirme	Genel bir bağlamda özel matematiğin belirlenmesi. Şematize etme Problemi görselleştirme ve formül etme İlişkileri ve düzenleri keşfetme Farklı problemlerde benzerlikleri tanıma (De Lange 1987' den Aktaran De Lange, 1999).
Dikey Matematikleştirme	İlişkiyi bir formül içerisinde temsil etme Düzenleri kanıtlama Model ya da modelleri arındırma ve uyarlama Modelleri kombine etme ya da birbirine entegre etme Genelleme.

Üzel ve Uyangör (2006) yatay matematikleştirme sürecinde ortaya konması beklenen bu etkinlikleri *gerçek dünya problemini matematiksel bir probleme dönüştürme, gerçek yaşam problemini bilinen bir problem içine aktarma* aktiviteleri ile genişletmiştir. Mariani ve Hendikawati (2017), 8. Sınıf öğrencileri ile yürüttükleri deney-kontrol gruplu öntest-sonteste dayalı deneysel çalışmasında RCP (RME-Card Problem)' ye dayalı öğrenme gerçekleştiren öğrencilerin bilimsel öğrenme gerçekleştiren kontrol grubuna

göre matematikleştirme sürecinin daha ileri düzeyde olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu çalışmada yatay matematikleştirmenin göstergeleri; farklı yollarla problemi sunabilme, ilgili matematiksel kavramlarla olayı organize edebilme ve uygun varsayımları formüle edebilme olarak sunulurken, dikey matematikleştirmenin göstergeleri ise sembol, dil ve formal matematiğin kullanımı, modeller geliştirme ve onları uyarlama, farklı modelleri bütünleştirme veya ilişkilendirme, matematiksel argümanlar sunma ve genelleme şeklinde sunulmuştur. Cabassut (2010), ilkokullarda beklenebilecek matematikleştirme sürecinde, gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki bağlanmayı analiz etmek için PISA 2003-2012 arasındaki değerlendirilmelerde sunulan bu matematikleştirme döngüsüne ve Chevallard'ın antropolojik didaktik teorisine dayanan teorik bir çerçeve önermiştir. Matematikleştirme öğretiminde, gerçek dünya bilgilerinin ve matematiksel dünyadan gelen bilgilerin sınıfa yansıtılması şeklinde çifte aktarım gerektirdiğine dikkat çeken araştırmacı, teorik çerçeveyi *"(i) modelin kurulması (setting up a model), (ii) matematiksel dünyada çalışma, (iii) yorumlama, (iv) doğrulama ve yansıtma"* olmak üzere dört adım üzerine kurmuştur. Modelin kurulması adımında matematiksel olmayan bir modelin de ortaya konabileceğine vurgu yapan araştırmacı ancak matematikleştirme için matematiksel modele ulaşmanın önemli bir kriter olduğunu ve bu yönüyle matematikleştirmenin modellemeden farklılaştığına dikkat çekmiştir. Öte yandan modelin kurulması aşamasında matematiksel olmayan modeller tercih edilebileceği gibi matematiksel olan modellerin matematiksel olmayan argümanlarla seçilmesinin de söz konusu olabileceğini belirtmiştir. Modelin kurulmasında varsayımlara ve bu varsayımlar için matematiksel olan ve olmayan argümanların göz önünde bulundurulmasına vurgu yapmıştır. İkinci adım olan matematiksel dünya içerisinde çalışma sırasında ise problemin çözümü için matematiksel işlemleri ortaya koyarak bireyin doğru ilerleyip ilerlemediğine karar verirken gerçek dünya ile ilişki kurma yolunda pragmatik teknikte bir eylem ortaya koyma ve çizim tekniğinde görselleştirme yapma olmak üzere iki tekniğe başvurduğunu öne sürmüştür. Pragmatik doğrulama olarak da ifade ettiği teknikte birey eylemin başarı sağladığını düşünerek doğruluğunu iddia ederken görselleştirerek doğrulamada ise çözümü ortaya koyduğu görsel üzerinde görebildiğini dayanak göstermektedir. Üçüncü adım olan matematiksel çözümün gerçek yaşam problemi durumunda yorumlanması adımında ise semiotik gösterimlerin ve doğal dilin kullanılmasına dikkat çekerek bunun gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki bağlantıyı desteklediğini ifade etmektedir. Son adım olan doğrulama ve yorumlama

eylemlerinin hem matematiksel dünyanın hem de ekstra matematiksel dünyanın argüman ve tekniklerini içerebileceğini öne sürmüştür. Farklı varsayımlar sonucunda farklı sonuçlar elde edilse de modellerin o varsayımlar çerçevesinde geçerli olduğunun matematiksel argümanlarla veya deneysel kontrol yoluyla gerçekleşebileceğini ifade etmiştir.

PISA 2012 matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme artık bir süreç olarak değil bir yeterlik olarak ele alınmaya başlamış ve matematikleştirme döngüsünün yerini modelleme döngüsü almıştır (OECD, 2013). Ancak modelleme sürecinde matematikleştirme pek çok araştırmacı tarafından sadece gerçek yaşam modelini veya problemini matematiksel modele veya probleme dönüştürmeyi sağlayan bir alt yeterlik olarak ele alınmaktadır (Blum, 1996; MaaB, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Örneğin Şekil 1.7'de Blum ve Borromeo Ferri 'nin (2009) ortaya koyduğu modelleme döngüsünde matematikleştirmenin gerçek modelden matematiksel modele geçiş sırasında ve tek yönlü olarak ele alındığı görülmektedir. Oysaki matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme formüle etme ve yorumlama-değerlendirme süreçlerinde olmak üzere gerçek yaşamdan matematiksel dünyaya hem de matematiksel dünyadan gerçek dünyaya doğru çift yönlü olarak işe koşulabilecek bir yeterlik olarak ele alınmaktadır. Dahası gerçek yaşam ve bağlam ile matematiksel yapılar arasında aktif bağ kurulması durumunda yürütme sürecinde de aktive olan bir yeterlik olarak görülmektedir. Matematikleştirme yeterliğinin PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde ayrıntılı açıklaması başlık 1.2.2 altında sunulmuştur.



Şekil 1.7. *Modelleme döngüsü (Blum ve Borromeo Ferri, 2009)*

Alanyazında matematikleştirmenin modellemenin bir alt yeterliği olarak ele alındığı çalışmalar incelendiğinde ulusal alanyazında Yılmaz ve Dede'nin (2016) öğretmen adaylarının bir model oluşturma probleminde matematikleştirme becerilerini incelediği durum çalışmasına rastlanmıştır. Matematikleştirme becerisinin alt bileşenleri olan varsayımlar belirleme, belirlenen varsayımlara dayalı olarak değişkenleri belirleme ve belirlenen değişkenler arasındaki ilişkilere dayalı model oluşturma çerçevesini benimseyen araştırmacılar, süreçte sık sık doğrulamalar yapan katılımcıların kendi varsayımlarını, matematiksel modellerini ve çözümlerini kontrol edip onaylamaları sayesinde kapsamlı matematikleştirme becerilerine sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır. Kol (2014) ise altı ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile bir matematiksel modelleme etkinliği içinde onların matematikleştirme becerilerini yatay ve dikey matematikleştirme kapsamında incelemiştir. Sonuç olarak problemi anlamada, istenilen fonksiyonun değişkenini belirlemede ve fonksiyonu yazmada zorluklara ve kavram yanılgılarına sahip oldukları sonucuna ulaşmıştır. Diğer taraftan matematikleştirme sürecinin başlangıcında durumun bir görselinin ortaya konması kritik bir rol oynadığını dile getiren araştırmacı çalışmasında tüm katılımcıların durumu anlayabilmek için gerçek bir resim çizerek çözüme başladıklarını ancak bu resimlerin küçük bir yüzdesinin doğru olduğunu belirtmiştir. Sönmez (2016) 7. Sınıf öğrencilerinin RME yaklaşımına dayalı modelleme etkinlikleri ile desenlenmiş öğrenme ortamlarında finansal kararlar alırken matematikleştirme süreçlerini incelemiştir. Yatay ve dikey olmak üzere matematikleştirmeyi bir süreç olarak ele alıp inceleyen bu katılımcı araştırma sonunda, yatay ve dikey matematikleştirme süreçlerinde tekrarlı bir döngü olduğu ve bunun modelleme sürecinin tekrarlı döngüsü ile paralel olarak gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Öğrenciler matematikleştirme sürecinde gerçek hayat problemini tanımış, sadeleştirmiş, model oluşturup geliştirmiş ve soruyu çözmüş, ardından sonucu yorumlayıp modeli doğrulamışlardır. Ayrıca bu çalışmada gerçek yaşam deneyimlerini problem çözümüne yansıtamayanların olmadığı görülmüş ancak araştırmacı bunun muhtemelen akademik başarısı yüksek öğrenciler ile çalışılmasından ötürü olduğunu öne sürmüştür. Öte yandan öğrencilerin problem çözümüne ilişkin ondalık gösterimli sonuçlar bulduklarında sürekli çözümü kontrol etme gereksinimi duymaları dikkat çekerken gerçek yaşam deneyimlerini bu çıktının değerlendirilmesinde göz önünde bulunduramamalarından ötürü sonucu kabullenememe durumunun ortaya çıktığı yorumu yapılmıştır. Nadir de olsa bazı öğrencilerin çıktının bağlamsal temelini göz önünde bulundurarak küsuratlı

çıkamayacağı benzeri görüşler sunabildiği görülmüştür. Diğer taraftan bazı sorularda görselleştirme gerektiğini vurgulayan Sönmez (2016) bazı etkinliklerde uygun görselin ortaya konamaması sonucunda başarısız olunduğuna dikkat çekmiştir. Matematikleştirmeyi modellemenin bir alt yeterlik olarak ele aldığı görülen Dede (2015), bilişsel matematiksel modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik 6. sınıflarla yürüttüğü eylem araştırmasında, model oluşturma etkinlikleri ile katılımcıların bilişsel modelleme becerilerini geliştirebildiği sonucuna ulaşmıştır. Diğer taraftan yine Dede'nin (2016) ortaokul matematik öğretmeni adayının dörderli ya da beşerli gruplar halinde bir modelleme problemi üzerinde uğraş verdikleri bu durum çalışmasında, katılımcıların sadeleştirme, matematikleştirme, yorumlama ve doğrulama süreçlerinde zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bununla birlikte bu zorlukların üstesinden gelmek için ortaya koydukları şekilleri kullanmak, gerçek yaşamdaki deneyimlerine başvurmak, gerçek bir nesneden faydalanmak, araştırmacıyı cevaplamak, grup tartışması, tekrar okuma gibi çeşitli stratejiler yardımıyla sadeleştirme ve matematikleştirmede yaşadıkları zorlukların üstesinden gelebildikleri görülürken yorumlama ve doğrulama süreçlerinde ise başarısız olmuşlardır. Ayrıca doğrulama aşamasında öğrencilerin Blum ve Borromeo Ferri (2009) da görüldüğü gibi sadece sayısal verileri değişkenlerin yerlerine yazma veya hesaplamanın doğruluğunu kontrol etme gibi bağlamdan kopuk stratejiler kullanabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin modelleme etkinliklerinde birçok çalışmada matematiksel modelin ve çözümün gerçek yaşam bağlamında yorumlanması, işe yarar olduğunun savunulması sırasında en çok zorlandıkları görülmüştür (Ör. Lesh, 2003; Bukova Güzel, 2011; Dede, 2016). Hıdıroğlu ve diğerlerinin (2014) lise öğrencileri ile yürüttükleri modelleme etkinliklerine dayalı çalışmasında en çok problem yaşanan aşamaların yorumlama ve doğrulama aşamalarının yanı sıra varsayımda bulunma ve varsayıma dayalı model oluşturma olduğu görülmüştür. Uluslararası alanda yapılan çalışmalara bakıldığında matematikleştirme sırasında varsayımda bulunma becerisini ayrıntılı bir şekilde inceleyen Djepaxhija ve diğerlerinin (2016) çalışmasına ulaşılmıştır. Bu çalışmada araştırmacılar 9. sınıf öğrencilerinin PISA sorularından alınmış modelleme etkinliklerini çözme sürecinde matematikleştirme yaparken ortaya koydukları varsayım çeşitlerini keşfetmeyi amaçlayan bir çalışma gerçekleştirmişler ve sonuç olarak öğrencilerin matematikleştirme süreçlerinde parametre varsayımları, matematiksel modelin seçimi için varsayımlar ve görev beklentileri şeklinde üç farklı tip varsayımda bulundukları sonucuna ulaşmışlardır. Bu araştırmada matematikleştirme, gerçek yaşam

karmaşası ile deneyime girilmesinden başlayarak pür matematiksel olarak çalışmaya kadar devam eden süreçte anlama, sadeleştirme, problemi keşfe çıkma, varsayma, yapılandırma, idealize etme ve matematik içine dönüştürme şeklindeki aktiviteler olarak alınmıştır. Araştırmacılar öğrencilerin ekstra matematiksel bilgilerini kullanarak oluşturdukları varsayımların onların matematiksel modeli seçimine doğrudan etki edeceğini ortaya koymuştur. Örneğin PISA'da daha önceden sorulmuş olan pizza başlıklı soruda hangi pizzanın seçilmesi konusunda öğrenciler modeli formüle etme sürecinde *"ekonomik pizzayı mı seçmeliyiz yoksa bizi doyuracak olanı mı yoksa az yiyerek daha güzel bir vücuda sahip olmamızı sağlayacak olanı mı?"* şeklinde varsayımlara yönelik sorgulamalar yapmışlardır. Öte yandan her ne kadar bu sorgulamalar modelin formüle edilmesi sırasında yapılsa da modelin doğrulaması yapılırken hangi varsayımlar çerçevesinde kullanışlı olduğunun farkında olunmasına da dikkat çekilmiştir (Djepaxhija, Vos ve Fuglestad, 2015; Seino, 2005). Galbraith ve Stillman (2001) ile Seino (2005) modelleme döngüsünün formüle etme sürecinde varsayımların belirlenmesi gerekebileceğini ancak varsayımların izlenmesinin tüm süreçlerde olabileceğine vurgu yaparak varsayımların sadece formüle etme sürecini değil tüm modelleme döngüsünde var olduğunu ifade etmektedir. Öte yandan Djepaxhija ve diğerlerinin (2016) öğrenme ortamında oluşan didaktik sözleşmenin öğrencilerin varsayımda bulunmalarını ve dolayısıyla modelleme sürecini doğrudan etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Örneğin, öğrenciler *"bize verilenler dışında başka veri kullanamayız!", "kendimiz varsayımda bulunamayız!" "günlük yaşamdan bilgi kullanmamıza izin verilmiyor çünkü bu bir matematik problemi!"* gibi kurallara bağlı kaldıklarında modelleme sürecinde ilerleyememişlerdir. Dolayısıyla araştırmacılar öğrencilere hem öğretim öncesinde hem de öğretim sırasında onların model oluşturma süreçlerinin önlerini açmaları için varsayım yapmada, günlük bilgilerini kullanmalarında özgür oldukları alışkanlığının kazandırılmasını önermiştir. Modelleme sürecinde matematikleştirmeye odaklanan diğer çalışmalara bakıldığında ise English ve Watters'ın (2004) 8 yaşındaki öğrencilerle gerçekleştirdiği araştırmasında farklı temsillerle sunulan verileri anlama ve yorumlama yeteneğinin, matematiksel kavramların anlaşılması ve sezgisel bilginin, etkinlik bilgisinden ziyade bireysel bilginin ve son olarak öğrencilere zengin öğrenme fırsatları sağlayan modelleme etkinliklerinin matematikleştirmeyi kolaylaştıran ya da bu becerinin gelişimine katkı sağlayan bileşenler olduğunu ortaya koymuştur. Galbraith ve Stillman (2006), modelleme sürecindeki geçişler sırasında yaşanan ve yaşanabilecek tıkanıklıklara

yönelik geliştirdikleri bir çerçeveyi, ilk kez modelleme deneyimi yaşayacak 14-15 yaş grubunda öğrenciler ile gerçekleştirdikleri öğretim deneyinde test edip arındırmışlardır. Dört modelleme etkinliğinin gerçekleştirildiği çalışmada geçişlerdeki öğrencilerin yaşayabileceği tıkanıklıkları belirlemeye yönelik çerçeve Tablo 1.7'de sunulmuştur. Araştırmacılar matematikleştirme sürecinde cebir temelinde matematiksel modeller (denklem) kurmak için bağımlı ve bağımsız değişkenleri tanıma ve varsayımlar yapma aktivitelerinde öğrencilerin desteklenmesi gerektiğine dikkat çekerken yorumlama ve değerlendirme aşamasında ise bazen modelleme sürecinin döngüsel olarak yeniden işe koşulması gerekebileceği ve bu sürecin öğrenciler için çok karmaşık gelebileceğine dikkat çekmiştir.

Tablo 1.7. *Geçişlerdeki öğrenci tıkanıklıklarını belirlemek için ortaya konan çerçeve (Galbraith ve Stillman, 2006)*

1.	**DAĞINIK GERÇEK YAŞAM DURUMU → GERÇEK YAŞAM PROBLEM DURUMU**
1.1.	Problem bağlamının açıklanması ya da netleştirilmesi
1.2.	Basitleştirici varsayımlar yapma
1.3.	Stratejik varlıkları belirleme
1.4.	Stratejik elemanların doğru bileşenlerini özelleştirme
2.	**GERÇEK YAŞAM PROBLEM DURUMU → MATEMATİKSEL MODEL**
2.1.	Cebirsel model içine dahil etmek için bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleme
2.2.	Bağımsız değişkenin benzersiz (her değişkene farklı bir harf) bir şekilde tanımlanması gerektiğini fark etme
2.3.	Bileşenleri uygulanabilecek bir formül olarak matematiksel olarak temsil etme
2.4.	İlgili varsayımlar yapma
2.5.	Hesaplamayı sağlayan matematiksel tabloları ya da teknolojiyi seçme
2.6.	Çoklu durumlarda formülün otomatik uygulanması için teknoloji seçme
2.7.	Modelin grafiksel temsilini yaratmak için teknoloji seçme
2.8.	Cebirsel denklemi doğrulamak için kullanılacak teknolojinin seçimi
2.9.	Fonksiyon grafik yapıcısı olarak bir grafiği algılamak ancak cebirsel denklemi doğrulayan nokta işaretleyici olarak değil.
3.	**MATEMATİKSEL MODEL → MATEMATİKSEL ÇÖZÜM**
3.1.	Uygun formülü uygulama
3.2.	Daha karmaşık fonksiyonlar üretmek için cebirsel basitleştirme sürecinin sembolik formüle uygulama
3.3.	Hesabı veren matematiksel tabloyu ya da teknolojiyi kullanma
3.4.	Çoklu durumlarda formülün uygulamasının otomatik genişletilmesi için teknolojiyi kullanma
3.5.	Grafiksel temsiller üretmek için teknolojiyi kullanma
3.6.	Gösterimsel sözdizimi (notational syntax) kurallarını doğru kullanmak
3.7.	Teknolojiyi kullanarak cebirsel modeli doğrulamak
3.8.	Çözümlerin yorumlanmasını sağlayan ek sonuçlar elde etmek
4.	**MATEMATİKSEL ÇÖZÜM → ÇÖZÜMÜN GERÇEK YAŞAMDAKİ ANLAMI**
4.1.	Gerçek yaşamdaki karşılıklarına dayanarak matematiksel sonuçların belirlenmesi
4.2.	Geçici ve son matematiksel sonuçların gerçek dünya açısından bağlamsallaştırılması
4.3.	Yorumların savunulabilmesi için argümanların entegre edilmesi
4.4.	Yeni bir yorumu desteklemek için gereksinim duyulan sonuçlar üretmek için önceki kısıtlamaların gevşetilmesi
4.5.	Yorumlayıcı bir soruyu ele almadan önce matematiğin dahil edilmesine ihtiyaç olduğunun farkına varma

Tablo 1.7. (Devam) *Geçişlerdeki öğrenci tıkanıklıklarını belirlemek için ortaya konan çerçeve (Galbraith ve Stillman, 2006)*

5.	**SONUCUN GERÇEK YAŞAMDAKİ ANLAMI → MODELİN REVİZE EDİLMESİ YA DA SONUCUN KABUL EDİLMESİ**
5.1.	Gerçek durumla birlikte beklenmedik geçici sonuçlar konusunda anlaşma sağlama
5.2.	Matematiksel sonuçların gerçek dünya uygulamalarını düşünme, göz önünde bulundurma
5.3.	Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönleri konusunda anlaşma sağlama
5.4.	Geçerli çözüm için kabul edilebilir kısıtlama gevşetilmesi için bir limitin olduğunun farkına varma
5.5.	Model çıktısının küresel olarak gerçek dünya yeterliliğini düşünme ve göz önünde bulundurma

Yoon, Dreyfus ve Thomas (2010) ise iki lisans öğrencisi ve iki lise öğretmenini katılımcı olarak belirlediği çalışmasında, kalkülüs eğitiminde matematiksel bilginin uygulanmasını gerektiren problemlerden ziyade matematikleştirmeyi destekleyen model oluşturma etkinliklerinin matematiksel düşünmeyi geliştirmede daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Staats ve Robertson (2014) cebir öğretiminde modelleme etkinliklerinde kullanılabilecek bir görev tasarımı önerisi sunarak eleştirel bir inceleme yapmış ve modelleme sürecinde gerçek modelden matematiksel modelin oluşturulması aşaması olarak matematikleştirmeyi ele alarak bu aşamada değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi ve grafik, denklem, diyagram, değerler tablosu gibi herhangi bir notasyon sisteminin seçilmesi gerektiğini belirtmiştir. Altıncı ve sekizinci sınıf öğrencilerinin modelleme ve matematikleştirme süreçlerinin incelenmesine odaklanan bir araştırma gerçekleştiren Mousoulides ve diğerleri (2010), iki grubun modelleme süreçlerinde ve matematiksel gelişimlerinde benzerlik ve farklılıklarına odaklanmıştır. İstenen model 8. Sınıf öğrencileri tarafından oluşturulabilirken 6. Sınıflar bu modeli oluşturmada yetersiz kalmıştır. Ayrıca 8. Sınıflar ileri sürdükleri modelin yorumlanması ve değerlendirilmesinde başarılı performans sergilerken, 6. Sınıflar ise modeli bağlam temelinde savunmak, yorumlamak ve değerlendirmek yerine sadece diğer arkadaşlarını da dikkate almaksızın kendi zayıf yorumlarını yapabilmişlerdir. Dolayısıyla bu çalışmada 8. Sınıfların modelleme sürecinde matematikleştirme yeterliklerini ortaya koyabildikleri ancak 6. Sınıfların henüz bütüncül olarak bu yeterlikleri sergileyemedikleri sonucuna ulaşmıştır. Botha ve Putten (2018) modelleme sürecinde öğretmenlerin öğrencilerin matematikleştirme yapmalarını kolaylaştırması gerektiğine vurgu yaparak, dört matematik okuryazarlığı öğretmeni ile bir durum çalışması yürütmüştür. Öğretmenler tarafından öğrencilerin matematikleştirme sürecini kolaylaştırmak için kullanılan

stratejiler, gerçek hayattaki bir problemin keşfedildiği, bir modelin formüle edildiği ve analiz edildiği ve son olarak modelin ve uygulamasının sonuçlarının bağlam açısından yorumlandığı ve doğrulandığı bir çerçeve kullanılarak analiz edilmiştir. Bu araştırmada araştırmacıların deyimiyle modelleme sırasında bağlamın sunulması ile modelin formüle edilmesi arasında uzanan yatay matematikleştirme süreçlerine odaklanılmıştır. Çalışmada bazı öğretmenlerin matematik içi problemlerin ötesine geçmekte zorlandığı ve genel olarak modelleme sürecinin ve özel olarak matematikleştirmenin işlevi ve yönünün iyi anlayamadıkları görülmüştür. Matematik okuryazarlığı sınıflarında gerçek yaşam bağlamlarının kullanılmasına karşı direncin, bağlamın kendisine olan ilgisizliğe veya gerçek yaşam durumuyla ilişki kurulamamasına dayandığı görülmüştür. Araştırmacılar hizmet öncesi matematik öğretmeni yetiştirme programlarında modelleme durumlarında matematikleştirme sürecinin, sistematik ve kasıtlı olarak öğretilmesi gerektiğine dikkat çekmişlerdir.

Alanyazında matematikleştirmeyi tüm modelleme sürecinde işe koşulması beklenen bir yeterlik olarak ele alan sadece bir çalışmaya rastlanmıştır. Knott (2014) 10. Sınıflarda sayı örüntüleri konusunda varsayımsal öğrenme yörüngeleri ortaya koymayı amaçladığı çalışmasında matematikleştirmeyi bir yeterlik olarak ele alarak onu geliştirmek amacı ile modelleme etkinlikleri tasarlamıştır. Bu doğrultuda yatay ve dikey matematikleştirme etkinliklerini dikkate alarak matematikleştirme yeterliğinin modelleme sürecinde alt yeterliklerini ayrıntılı bir şekilde ortaya koymuştur (Tablo 1.8). Daha sonrasında ise matematikleştirme yeterliği için bu alt yeterlikleri *içselleştirme (problemi anlama), yorumlama, yapılandırma, sembolleştirme, uyarlama, düzenleme ve genelleştirme* olmak üzere yedi başlık altında düzenlemiştir.

Tablo 1.8. *Modelleme sürecindeki yeterliklerin yatay ve dikey matematikleştirme kapsamında alt yeterlikleri (Knott, 2014)*

Modelleme Süreci Yeterlikleri	Yatay ve Dikey Matematikleştirmeye Dayalı Alt Yeterlikler
Gerçek Problemi Anlama	Problemle ilgili varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme, durumu etkileyen nicelikleri tanıma, onları adlandırma ve kilit değişkenleri belirleme, değişkenler arası ilişkiler oluşturma, ulaşılabilir bilgi arama, ilgili ve ilgisiz matematik arasında ayrım yapma (Yatay Matematikleştirme)
Matematiksel bir model oluşturma	İlgili nicelikleri ve onların ilişkilerini matematikleştirme, ilgili nicelikleri ve onların ilişkilerini sadeleştirme, sayılarını ve karmaşıklığını azaltma, uygun matematiksel notasyonlar seçme ve durumları grafiklerle temsil etme (Yatay Matematikleştirme).

Tablo 1.8. (Devam) *Modelleme sürecindeki yeterliklerin yatay ve dikey matematikleştirme kapsamında alt yeterlikleri (Knott, 2014)*

Matematiksel problemi çözme	Problemin parçalara bölünmesi gibi heuristik stratejiler kullanabilme, benzer ya da analog problemlerle ilişki kurabilme, problemi yeniden ifade etme, problemi farklı formlarda görebilme, ulaşılabilir veri ya da nicelikleri çeşitlendirebilmek ya da değiştirebilme, problemi çözmek için matematiksel bilgiyi kullanabilme (Dikey Matematikleştirme)
Sonuçları Yorumlama	Matematik dışı bağlamlarda matematiksel sonuçların yorumlanması, özel bir durum için geliştirilen sonuçların genellenmesi, bir problem için uygun matematiksel dille ya da çözümler hakkında iletişim kurarak çözümlerin görülebilmesi (Dikey Matematikleştirme)
Çözümleri Doğrulama	Bulunan çözümlerin üzerine yansıtma yapma ve eleştirel olarak kontrol etme, tüm modeli ya da modelin bir parçasını gözden geçirme, eğer çözüm durumu karşılaşmıyorsa modelleme sürecini ayrıntılı inceleme (muayene etme), farklı çözüm yolları üzerine yansıtma, çözüm farklılaştırılabiliyorsa modelleri savunma ve yansıtma, genel olarak modeli sorgulama (Dikey Matematikleştirme)

Sonuç olarak yatay matematikleştirme yeterlikleri olarak ileri sürülen içselleştirme, yorumlama, yapılandırma ve sembolleştirme alt yeterliklerinin modelleme sürecinde hiyerarşik olarak ortaya konduğunu ancak sembolleştirme, uyarlama, düzenleme ve genelleme şeklindeki dikey matematikleştirme yeterliklerinin belirli bir düzende ortaya çıkmadığını ve pek çok zaman üst üste bindiğini görmüştür. Ayrıca modelleme sürecinin esas alan heterojen gruplara dayalı öğrenme ortamının matematikleştirme yeterliğinin gelişimine olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Daha farklı sınıf düzeylerinde ve farklı konularda matematikleştirme becerisinin gelişimin ortaya konmasının gerekliliğine vurgu yapan Knott (2014), modelleme etkinliklerinde matematikleştirme yeterliğinin bireysel olarak gelişimini inceleyen çalışmalar yapılmasını önermiştir. Alanyazında matematikleştirme yeterliğine yönelik PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde gerçekleştirilmiş herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

1.4. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada matematiksel modelleme etkinlikleri içeren öğrenme ortamında 8. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematikleştirme yeterliklerinin PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1) Matematiksel modelleme etkinlikleri ile desteklenmiş bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliği nasıldır?
2) Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliklerinin desteklenmesinin, onların matematik okuryazarlıklarına etkisi nasıldır?

1.5. Araştırmanın Önemi

Günümüz dünyasında 21. yüzyıl becerilerinin kazandırıldığı bireylerden oluşan bir toplum için okuryazarlık kavramı öne çıkmış ve OECD tarafından finanse edilen PISA uygulamalarıyla birlikte bu kavram birçok ülkenin eğitim sisteminin odak noktası haline gelmiştir (Kaiser ve Willander, 2005). Türkiye'de de matematik eğitim programında matematik dersi öğretim programının ulaşmayı hedeflediği genel amaçlar arasında matematik okuryazarlık becerilerini geliştirebilecek ve etkili bir şekilde kullanabilecek bireylerin yetiştirilmesine yer verilmektedir (MEB, 2018 s.9). Dahası 2018 yılından beridir gerçekleştirilen liselere giriş sınavlarında matematik okuryazarlığı becerilerini gerektiren soruların yer almasına dikkat edildiği görülmektedir. PISA 2021 çerçevesinde, 21. Yüzyıl becerilerinden bazılarına vurgu yapılarak eleştirel düşünen, yaratıcı, araştıran ve sorgulayan, kendi kendini yönetebilen ve kararlar alıp savunabilen, inisiyatif alabilen, bilgiyi kullanabilen, sistemsel düşünceler ortaya koyup iletişim kurabilen ve yansıtıcı düşünebilen bireylerin yetiştirilmesinde matematik okuryazarlığının hem destekleyici hem de doğrudan bu becerileri geliştirici rolüne dikkat çekilmektedir (OECD, 2018 s.10). Matematik okuryazarlığı geliştirilmesi için ise PISA çerçevesinde ortaya konan yeterliklerin geliştirilmesi kritik bir öneme sahiptir (De Lange, 2006; Turner vd., 2015). Bu sebeple bu yeterliklerin desteklenmesine fırsat veren öğrenme ortamları yaratılması gerekli görülmektedir (Kaiser ve Willander, 2005; Turner ve Adams, 2012). Bu yeterliklerden birisi olan matematikleştirmenin doğrudan veya dolaylı yoldan matematik okuryazarlığının geliştirilmesinde kilit bir rol oynadığı düşünülmektedir (De Lange, 2006; Gellert ve Jablonka, 2007). Öyle ki De Lange'a göre (2006) matematik okuryazarlığının esası problemin matematikleştirilebilmesidir. Matematik okuryazarlığının temelini oluşturan modelleme sürecinde, matematikleştirme odak noktası olarak görülmektedir (Botha ve Putten, 2018; Suaebah vd., 2020). Öte yandan modelleme ve matematikleştirmeyi eşanlamlı gören bir görüş söz konusudur ki bu açıdan bakıldığında matematikleştirme matematik okuryazarlığının merkezindedir (Neumann vd., 2013). Nitekim PISA çerçevesinde de formüle etme ve yorumlama/değerlendirme

süreçlerinde çağırılması beklenen temel matematiksel etkinlikler matematikleştirme olarak tanımlanırken, yürütme sürecinde bile bağlam ile kurulacak ilişkilendirmelerin yani matematikleştirme yeterliğini aktive etmenin çözümü hızlandırma ve rehberlik etme yönündeki fonksiyonuna vurgu yapılmaktadır. Dolayısıyla matematik okuryazarlığında kritik rolü açıkça vurgulanan matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesinin matematik okuryazarlığı yüksek bireyler yetiştirilmesine doğrudan katkı sağlayacağı görülmektedir. Ancak alanyazın incelendiğinde öğrencilerin matematikleştirme yeterliğinin öğrenme ortamlarında nasıl desteklenebileceğine ve nasıl incelenebileceğine rehberlik edecek bir çerçeveye gereksinim duyulduğu görülmüştür. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin bileşenleri ve alt yeterlikleri açığa çıkararak bu yeterliğin desteklenmesine ve incelenmesine ilişkin bir çerçeve sağlaması yönüyle özgün olan bu çalışmanın alanda duyulan bu gereksinimin karşılanmasına önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öte yandan bu çalışma öğrencilerin matematikleştirme yeterliklerine ilişkin bu alt yeterlikler çerçevesinde ortaya koyabilecekleri olası eylemlerin ve yaşayacakları olası zorlukların açığa çıkarılmasından ötürü de önemli görülmektedir.

Toplumdaki mühendislik, uzay bilim, mimarlık gibi birçok meslek dalında yetişecek olan bireylerin sahip olması gereken becerilerin geliştirilmesi sayesinde o toplumun ve dolayısıyla insanlığın refah düzeyinin artışına dikkat çeken Gellert ve Jablonka (2007), bununla birlikte 21. yüzyılda matematikleştirmenin tartışılan önemli konulardan biri haline geldiğini belirtmektedir. Matematikleştirme, özellikle sosyal alanlarda gittikçe daha da gerekli hale gelmektedir (Gellert, 2004 s.172). Matematikleştirme kavramının bireyler arası ilişkiler sırasında ortaya çıkan sosyal, ekonomik ve politik süreçlerin tanımlanmasında ve analiz edilmesindeki kullanımı giderek belirginleşmektedir (Gellert ve Jablonka, 2007). Matematikleştirme, bireyin dünyadaki kavramları matematiksel olarak yorumlamasını ya da birisinin fikirlerini matematiksel yollarla ifade edebilmesini, karar almada matematiksel dayanakları esas alabilmesi gibi bazı matematiksel bilgileri aktif olarak kullanabilmesini içerir (The International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching - CIEAEM, 2017). Jablonka'ya göre (2003) matematik okuryazarı olan bireyler günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelmek için matematikten yararlanan ve o probleme ilişkin bir çözüme ulaşabilen kişilerdir. Bu tanımlamada problem çözme ve günlük yaşamında matematikten faydalanma vurguları dikkat çekmektedir. Hojgaard (2021) matematikleştirme yeterliğini matematiksel problem

çözme becerisi ve matematikleştirme yani gerçek yaşam ile matematik arasında bağ kurmanın kombine edilmesi olarak tanımlamaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin matematikleştirme yeterliğinin okul yıllarından itibaren desteklenmesi onların toplumda arzu edilen 21.yüzyıl becerilerine sahip bir birey olarak yer almasına önemli bir katkı sağlayacaktır. Öte yandan okullarda verilen klasik problemlerde veya görevlerde genellikle çözüm için gerekli olan bilgiler açık bir şekilde verilmekte, öğrenciden herhangi bir varsayımda bulunması beklenmemekte, çözüm ve sonuçlar üzerine herhangi bir yansıtma yapılması gerekmemektedir (Jablonka ve Gellert, 2007). Oysaki gerçek hayattan gelen modelleme etkinlikleri, öğrencilerin matematik ile gösterilen çaba arasındaki somut ilişkiyi kavramalarını sağlayarak matematiği bir değer olarak algılamalarına yardımcı olur ve ayrıca eleştirel düşünme, problem çözme, işbirliği ve iletişim becerilerinin geliştirmesine doğrudan katkı sağlamaktadır (Suh, Matson ve Seshayer, 2017). Modelleme etkinlikleri sırasında öğrencilerin matematikleştirme yeterliğine odaklanan alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde matematikleştirmenin, modellemenin sadece bir aşaması olarak ele alındığı görülmektedir (Ör. Mousoulides vd, 2010; Yılmaz ve Dede, 2016; Botha ve Putten, 2018). Diğer taraftan matematikleştirmenin tüm matematiksel modelleme boyunca işe koşulabilecek bir yeterlik olarak ele alındığı sadece bir çalışmaya rastlanmıştır. Knott (2014) 10. Sınıf öğrencileriyle örüntüler konusunda gerçekleştirdiği çalışmasında modelleme etkinlikleri sırasında yatay ve dikey matematikleştirme süreçleri doğrultusunda matematikleştirme becerilerini ortaya koymuştur. Alanyazında matematik okuryazarlığı yüksek bireyler yetiştirilmesinde kritik önemi açıkça vurgulanan matematikleştirme yeterliğinin PISA çerçevesinde incelendiği herhangi bir çalışmaya rastlanmamış olup bu çalışmanın bu yönüyle alanyazındaki önemli bir boşluğun doldurulmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öte yandan PISA uygulamalarına bakıldığında 15 yaş grubu katılımcıları hedef almakta ve sınıf düzeyinde bakıldığında örneklemin büyük kısmını 9. Sınıf öğrencilerinin oluşturduğu görülmektedir. Ancak 9. Sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlıkları sadece bu sınıf düzeyinde gelişmemekte ve ortaokul yılları, sağlam temellendirilmiş bir altyapı hazırlanmasında kritik görülmektedir. Nitekim MEB tarafından öğrencilerin üst düzey bilişsel özelliklere sahip olma durumlarının belirlenmesi ve ulusal düzeyde bir izleme-değerlendirme sisteminin kurulması amacıyla yürütülen Akademik Becerilerin İzlenmesi ve Değerlendirilmesi (ABİDE) projesinde hedef kitle sekizinci sınıflar olarak alınmıştır (MEB, 2017, s.12). Sekizinci sınıfların matematikleştirme yeterliklerine odaklanan bu çalışmanın, genelde matematik

okuryazarlığının özelde ise matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesine uygun etkinlikler tasarlanmasına ve verimli öğretimler desenlenmesine rehberlik edebilecek nitelikte olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca bu çalışma sekizinci sınıf öğrencilerinin modelleme sürecinde, matematikleştirme yeterliğini işe koşarken karşılaşabileceği zorlukların neler olabileceği ve bu zorlukların üstesinden nasıl gelinebileceğine ışık tutması yönünden önemli görülmektedir.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları aşağıda belirtilmiştir.

1. Araştırma süreci yaklaşık yedi aylık bir zaman dilimi ile sınırlıdır.
2. Araştırma 2017-2018 eğitim öğretim yılında Bursa ilinde bir devlet okulunda öğrenim gören sekizinci sınıf öğrencisiyle ve cebir öğrenme alanı ile sınırlıdır.
3. Araştırmanın verileri kullanılan veri toplama araçlarıyla sınırlıdır.
4. Araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin sadece bilişsel süreçlerine yönelik veri toplanmıştır.

1.7. Araştırmanın Sayıltıları

1. Katılımcıların araştırma öncesi ve sonrasında gerçekleştirilen ön ve son testte, araştırma sürecinde gerçekleştirilen gözden geçirme araçlarında gürültü, dikkat dağınıklığı gibi dışsal etkenlerin ve moral bozukluğu gibi içsel etkenlerin onları olumsuz etkilemediği varsayılarak bilgi ve becerilerini tam olarak yansıtabildikleri kabul edilmiştir.
2. Gerçekleştirilen klinik görüşmeler sırasında katılımcıların rahatlıkla ve içtenlikle tüm görüşlerini ve eylemlerini açıklayabildiği ve iletişim sıkıntısı yaşamadıkları düşünülmüştür.
3. Öğretim deneyi boyunca öğretmen ve öğrencilerin öğretim sürecine samimiyetle katıldıkları ve herhangi bir sorun yaşamadıkları düşünülmüştür.
4. Katılımcıların cebir öğrenme alanında yeterli hazırbulunuşluğa sahip oldukları kabul edilmiştir.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın katılımcıları, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, veri toplama süreci, öğretim uygulamaları ve elde edilen verilerin analizine ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

2.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı olarak desenlenmiş öğrenme ortamlarında matematikleştirme yeterliklerinin incelenmesi amaçlandığından ve bu amaç katılımcıların bilişsel süreçlerinin derinlemesine incelemesini gerektirdiğinden nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Nitel araştırma, bilişsel süreçlerin derinlemesine incelenerek anlaşılması, açıklanması ve yorumlanmasında başvurulan etkili bir yaklaşımdır (Corbin ve Strauss,1998). Bu araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterlikleri, matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı olarak desenlenmiş öğrenme ortamında inceleneceğinden nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi deseni kullanılmıştır.

2.1.1. Öğretim deneyi

Öğretim deneyi ilk olarak Piaget'nin klinik görüşme yönteminden esinlenerek ortaya konmuş ve öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecinde düşünme yollarının, bilgilerinin ve davranışlarının ortaya çıkarılmasını amaçlayan araştırmalarda yaygın şekilde kullanılmıştır (Steffe ve Thompson, 2000). Öğrencilerin düşünme süreçlerini açığa çıkarmaya ve yorumlamaya fırsat vererek onlara yönelik bir model oluşturulmasına olanak tanıyan öğretim deneyi, matematik öğrenme sürecindeki zihinsel gelişimleri incelemek için kullanılan bir yöntemdir (Akın ve Kabael, 2016 s.8). Kelly ve Lesh' e göre (2000) öğretim deneyi, matematik ve fen eğitiminde araştırmanın karakteristiğini açıkça ortaya koymaya en elverişli araştırma tipidir. Öğretim deneyi bir bireyin ya da bir kavramın bir süreç boyunca gelişiminin incelenmesine fırsat vermektedir (Steffe ve Thompson, 2000). Öte yandan öğretim deneyi yönteminin kullanılmasının birincil amacı öğrencilerin öğrenmeleri ve akıl yürütmeleri için araştırmacının aynı zamanda öğretmen olarak ilk elden deneyime girmesini sağlamaktır (Steffe ve Thompson, 2000).

Cobb ve Steffe (1983) ve Cobb (2000) öğretim deneyleri desenlenmesinde dört aşamalı bir döngüye işaret etmektedir:

- İlk olarak çeşitli hipotezler doğrultusunda öğretim süreci tasarlanır ve uygulama için planlaması yapılır.
- İkinci aşamada ise öğretim uygulamaları olarak adlandırılan aşamadır ve bu aşamada sınıf için planlanan öğretim uygulanır. Bu aşamada her bir öğretimin uygulanmasının ardından gerçekleştirilen makro analizler gerçekleştirilir. Bu analizler araştırmanın genel amacına yönelik olmayıp öğretim uygulamaları sırasında, öne sürülen hipotezlerin test edilmesi ve sonraki öğretim uygulaması için gerekli revizyonların yapılabilmesi için gerekli olan analizdir (Steffe ve Thompson, 2000).
- Daha sonrasındaki üçüncü aşama ise elde edilen verilerin geriye dönük olarak analiz edilmesidir. Öğretim deneyinde veriler öğrenme ortamında çekilen video kayıtları, saha notları, gözlem ve klinik görüşmelerle toplanır (Knuth ve Elliot, 1997). Geriye dönük analiz aşamasında toplanan bu verilerin üzerine araştırmanın genel amacı doğrultusunda analiz bütüncül olarak gerçekleştirilir.
- Sonrasında gelen son aşama ise bilişsel yapıların modellenmesi aşamasıdır. Bu aşamada araştırmanın çekirdeği olan iletişim, etkileşim, gelişim, şema, potansiyel yapılandırma bölgesi gibi kavramlar öğrencilerin somut ve özel olarak ortaya koydukları matematiksel eylemler şeklinde ortaya çıkar (Steffe ve Thompson, 2000).

Bu araştırmada öğretim deneyinde yer alan bu dört aşama esas alınmıştır. Öğretim deneyi süreci takip eden başlık altında, bu aşamalara paralel olarak öğretim etkinliklerinin tasarlanması, öğretimin uygulanması süreci, geriye dönük analiz ve bilişsel yapıların modellenmesi başlıkları altında sunulmuştur.

2.1.1.1. *Öğretim etkinliklerinin tasarlanması*

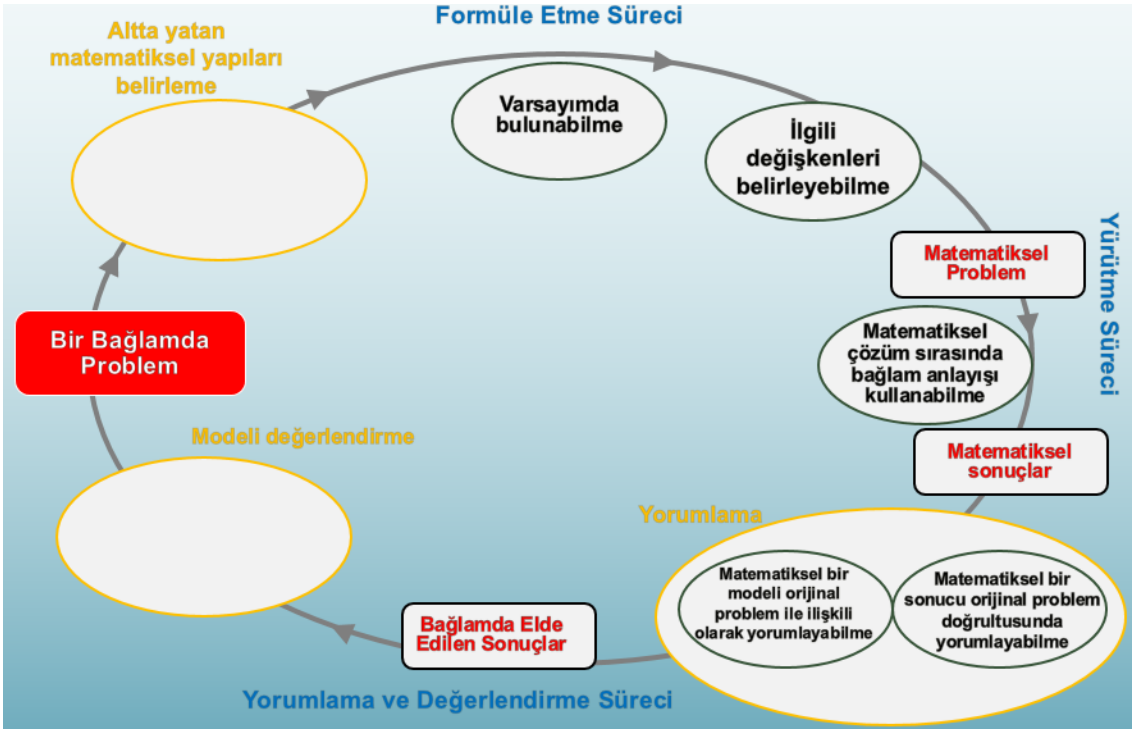
Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliklerinin incelenmesi amaçlandığından, alanyazında matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesinde etkili olduğu vurgulanan modelleme etkinliklerine dayalı öğretim ortamları tasarlanmıştır (Ör. Yoon, Dreyfus ve Thomas, 2010; Knott, 2014; Djepaxhija vd., 2016; Yılmaz ve Dede, 2016; Botha ve Putten, 2018). Öte yandan modelleme etkinliklerinin tercih edilmesinin bir diğer sebebi ise PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinin modellemeye dayalı olmasıdır. Bu

bölümde öğretimde uygulanan etkinliklerin tasarım sürecine yönelik etkinliklerin kuramsal alt yapısına ve bu kuramsal alt yapı üzerinden örnek bir etkinliğin tasarımına ve uygulanmasına ilişkin bilgiler sunulmuştur.

2.1.1.1.1. Öğretim etkinliklerinin kuramsal altyapısı

Bu araştırmada 8. Sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliklerinin modelleme etkinlikleri ile desteklenmiş öğretim ortamında incelenmesi amaçlandığından ve matematikleştirme yeterliği PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde ele alındığından, öğretim deneyinde uygulanacak öğretim etkinliklerinin tasarlanma sürecinde öncelikle PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliğini destekleyen bileşenler veya alt yeterlikler ortaya konmuştur. PISA 2012'de ayrıntılı olarak sunulan matematik okuryazarlığı çerçevesinde, matematikleştirme yeterliğinin tanımı ve süreçlerde nasıl rol aldığına ilişkin açıklamalara bakıldığında gerçek dünyada tanımlanan bir problemin tam anlamıyla matematiksel bir forma dönüştürülmesi formüle etme sürecini işaret etmektedir. Bu süreçte matematikleştirme yeterliğine ilişkin ortaya konması beklenen temel matematiksel etkinlikler gerçek yaşam probleminde altta yatan matematiksel yapıları belirleme, değişkenleri belirleme ve varsayımda bulunma olarak belirtilmektedir. Öte yandan yorumlama ve değerlendirme sürecinde matematikleştirme yeterliği ise matematiksel bir sonucu veya matematiksel bir modeli orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlamayı veya değerlendirmeyi gerektiren temel matematiksel etkinlikler olarak ifade edilmektedir. Yorumlama-değerlendirme sürecinde matematikleştirme yeterliğinin matematiksel bir çözümün kapsamını ve sınırlarını anlamayı gerektirdiğine vurgu yapılmaktadır. Bu çalışmada ilk olarak varsayımda bulunabilme ve değişkenleri belirlemenin matematikleştirme yeterliğinin formüle etme sürecindeki alt yeterliklerinin olduğu, altta yatan matematiksel yapıların belirlenmesinin ise spesifik olarak bireyden ne beklendiğini açıkça aktarmıyor oluşundan ötürü, bazı alt yeterlikler içeren bir bileşen olabileceği öngörülmüştür. Diğer taraftan matematiksel bir modelin ve matematiksel bir çıktının ya da sonucun orijinal problem göz önünde bulundurularak yorumlanmasının iki ayrı alt yeterlilik olarak ele alınması gerektiği öngörülürken bunların yorumlama bileşeni altında yer almasına karar verilmiştir. Diğer taraftan modelin o bağlamdaki problemi çözme işleyişi üzerine yansıtma yapmayı gerektirdiği düşüncesi doğrultusunda modeli değerlendirme bileşeninin olması gerektiği

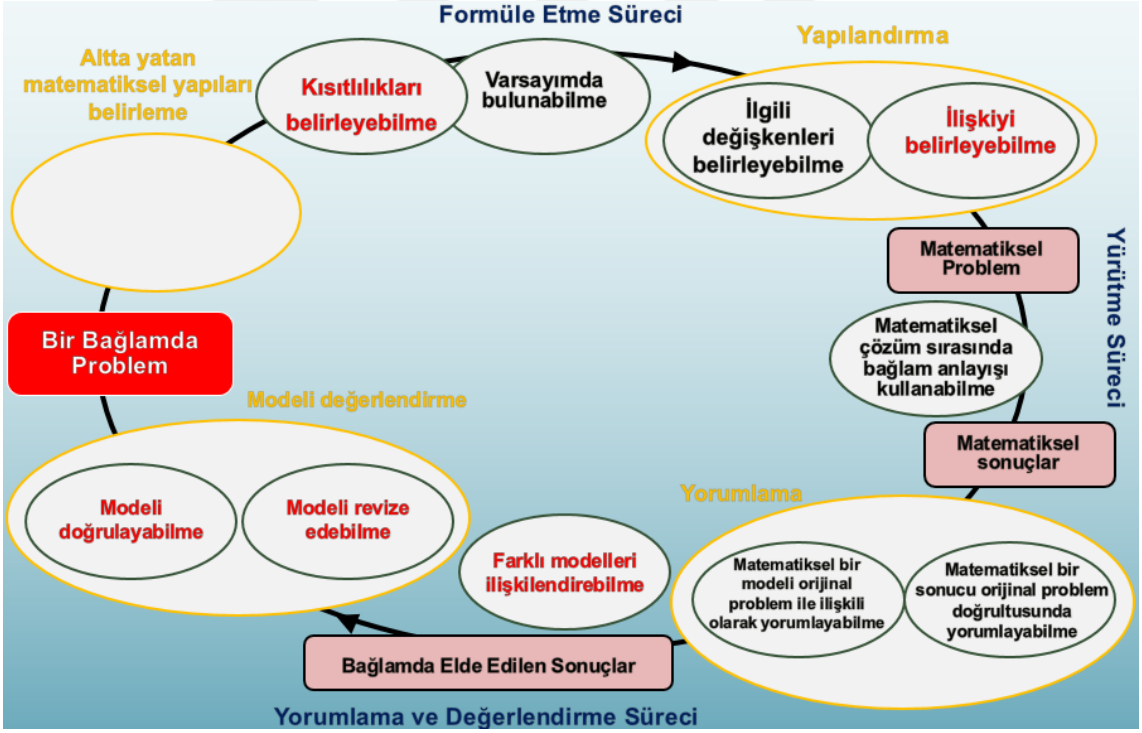
öngörülmüştür. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliğinin tanımı ve süreçlerde nasıl rol aldığı yönünde açıklamalar doğrultusunda matematik okuryazarlığı döngüsünde matematikleştirme yeterliğinin aktive olacağı bileşenlerin veya alt yeterliklerin Şekil 2.1'deki gibi olacağı varsayılmıştır.



Şekil 2.1. *PISA çerçevesinde matematikleştirme yeterliğinin tanımı ve süreçlerde aldığı roller doğrultusunda matematik okuryazarlığı döngüsünde varsayılan bileşen ve alt yeterlikleri*

Daha sonra PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde de vurgu yapılan ancak Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından daha ayrıntılı ve sistematik bir şekilde ortaya konan matematikleştirme yeterliği düzeyleri göz önünde bulundurulduğunda açığa çıkarılan diğer alt yeterlikler entegre edilerek genişletilmiştir (Şekil 2.2). Bu düzeylerde bir modelin formüle edilmesi sürecinde kısıtlılıkların belirlenmesi gerektiğine vurgu yapıldığı ve değişkenlerin belirlenmesinin yanında onların arasındaki ilişkilerin belirlenmesine de sıklıkla dikkat çekilmektedir. Bu sebeple kısıtlılıkların belirlenebilmesinin ve değişkenler arasında ilişkiler kurulabilmesinin bir alt yeterlik olarak ele alınacağı öngörülmüştür. Öte yandan değişkenlerin belirlenmesi ile onların arasındaki ilişkilerin kurulmasının birbiri ile çok yakın bir bağ içeriyor olmasından dolayı aynı bileşenin alt yeterlikleri olarak ele alınması gerektiği düşünülmüştür. Bu iki alt yeterliğin matematiksel modelin bileşenleri olan değişkenleri ve ilişkileri doğrudan

içeriyor olması da bu öngörüyü desteklemiştir. PISA'da formüle etme sürecinde matematikleştirme yeterliği doğrultusunda beklenen ancak ne beklendiği ayrıntılı olarak açıklanmayan yapılandırma (structuring) altında bu iki alt yeterliğin yer alabileceği düşünülmüştür. Yorumlama ve değerlendirme sürecinde matematikleştirme yeterliğine bakıldığında ise modelin o bağlamda veya değişen koşullarda geçerli oluşunun doğrulanması veya modelin o bağlamda veya farklı bir bağlamda değişen koşulları karşılayacak şekilde revize edilebilmesinin modelin değerlendirilmesi bileşeni altında yer alan iki farklı alt yeterlik olduğu öngörülmüştür. Farklı modelleri ilişkilendirebilme alt yeterliğinin ise hem değerlendirme hem yorumlama gerektirdiği düşünülerek yorumlama değerlendirme sürecinde herhangi bir bileşen altına konmamasına karar verilmiştir. Tüm bu bileşen ve alt yeterliklerin belirlenmesinde ve desteklenmesinde Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından ısrarla üzerinde durulan bağlamsal elemanlar ile matematiksel yapılar arasında aktif bağın kurulması göz önünde bulundurulmuştur.



Şekil 2.2. *PISA çerçevesi ve matematikleştirme yeterlik düzeyleri doğrultusunda matematikleştirme yeterliğinin matematik okuryazarlığı döngüsünde varsayılan bileşen ve alt yeterlikleri*

Bu çalışmada öğretim uygulamalarında kullanılmış olan öğretim etkinlikleri, alan yazın destekli olarak geliştirilmiş olan Şekil 2.2'deki alt yeterliklerin matematikleştirme yeterliğini destekleyeceği varsayımına dayalı olarak tasarlanmıştır. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi belirlenen alt yeterlikler, PISA matematik okuryazarlığı çerçevesindeki modelleme döngüsünü oluşturan ve formüle etme, yürütme ve yorumlama-değerlendirme şeklinde isimlendirilmiş olan matematiksel süreçlere uygunluğuna göre ayrıştırılmıştır. Öğretim etkinlikleri de alt yeterliklerin matematiksel süreçlere ayrıştırılmış biçimde desteklenmesini sağlayacak şekilde kısmi modelleme etkinliklerinden bütüncül modelleme etkinliklerine doğru oluşacak süreçte uygulanacak biçimde tasarlanmıştır.

2.1.1.1.2. Matematiksel modelleme etkinliklerini desenleme çerçevesi

Etkinlik kelimesi alanyazında farklı biçimlerde kullanılabilmekte ve özellikle İngilizce'deki "task" ve "activity" kelimelerinin bu doğrultuda kullanılabildiği görülmekte ancak esasında bunların Türkçe karşılıkları olan "görev" ve "aktivite" kelimelerinin terim anlamındaki kullanımına bakıldığında tam olarak etkinlik kelimesini karşılamadığı dikkat çekmektedir (Dede, Doğan ve Aslan Tutak, 2021). Bir etkinlikte yer alması gereken özellikler en genel anlamda öğrenciye kazandırılması hedeflenen bazı beceriler için bir araç olarak kullanılması, öğrenci merkezli işbirlikli veya grup çalışmasına dayalı bir öğrenme ortamında öğrencinin aktif katılımını gerektirmesi ve bir süreç içermesi şeklinde açıklanmaktadır (Taşpınar Şener, 2017). Alanyazında matematiksel bir etkinlik için öğrenme kuramları ve felsefi bakış açıları doğrultusunda farklı tanımlarının olabildiği görülmekte ancak tüm bunlar incelendiğinde matematikleştirme veya matematik yapma sürecinde öğrencinin aktif katılımına ve bu süreçte bilginin yapılandırılması sırasında öğrencinin kendisinin ve sosyal çevresinin göz önünde bulundurulmasına dikkat çekilmektedir (Toluk Uçar, 2021). Modelleme etkinlikleri de öğrencilerin sosyal etkileşimin üst düzeyde olduğu bir öğrenme ortamında aktif bir rol olarak gerçekçi bir yaşam durumundaki probleme çözüm olarak matematiksel modeller ürettiği ve o matematiksel model veya çözüm üzerine yine bağlamı göz önünde bulundurarak yansıtma yaptığı bir süreci gerektirmektedir. Model oluşturma gerektiren modelleme etkinliklerinde diğer etkinliklerden farklı olarak sürecin tümü bir ürün olarak kabul edilmektedir (Taşpınar Şener, 2017). Dolayısıyla bu çalışmada modelleme etkinliği, problemi içeren bağlam metni ve bu bağlam metni doğrultusunda gerçekleştirilen öğretim sürecinin tamamı olarak ele alınmaktadır.

Bu çalışmada öğretim etkinliklerinin desenlenmesinde Ang (2015) tarafından ortaya konan "Matematiksel Modelleme Etkinliği Desenleme Çerçevesi" ile Lesh ve diğerlerinin (2000) "Model Oluşturma Etkinlikleri Tasarlama İlkeleri" çerçevesi esas alınmıştır. Ang (2015) matematiksel modelleme etkinliği desenlerken *"hangi?", "ne?", "nerede?", "nasıl?"* ve *"neden?"* olmak üzere beş soruya yanıt verilmesi gerektiğine vurgu yapmıştır. Bu beş soru aynı zamanda çerçevenin bileşenlerini oluşturmakta olup bu bileşenler açıklamalarıyla birlikte Tablo 2.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.1. *Matematiksel modelleme etkinlikleri desenleme çerçevesi (Ang, 2015)*

Bileşen	Tanım
Öğrenme deneyiminin hangi düzeyde olduğu (**HANGİ**)	Odaklanılacak matematiksel modelleme öğrenme deneyiminin hangi düzeyde (Düzey 1, 2 veya 3) olduğuna karar verilmesi. Bu düzeye karar verilmesinde desteklenecek süreç veya alt yeterliklerin ne olacağı ve bununla birlikte etkinliğin uygulamasının ne kadar zaman alacağı önemlidir. Bu düzeyler Tablo 2.2' de sunulmuştur.
Beceri/yeterliklerin neler olduğu **(NE)**	Öğrenme deneyiminde hedeflenen tüm matematiksel ya da modelleme beceri veya yeterliklerin listelenmesi.
Matematiğin nerede olduğu **(NEREDE)**	Öğrenme deneyiminde ihtiyaç duyulacak matematiksel kavramların, formüllerin veya denklemlerin yazılması
Problemin nasıl çözüleceği **(NASIL)**	Öğrenme deneyiminde tanımlanan problemin mantıklı çözümlerinin hazırlanması
Bu deneyimin başarılı olma nedeni **(NEDEN)**	Bu deneyimin neden başarılı olduğunu açıklayan faktör veya çıktıların listelenmesi ve uygulama sırasında bu faktörlere dikkat edilmesi

Desenlenmesi hedeflenen modelleme etkinliğini bir öğrenme deneyimi olarak adlandıran Ang (2015) öğrenme deneyimi için üç düzey ileri sürmüş ve öncelikle hangi düzeyde bir etkinlik tasarlanmasının o öğrenci grubu için uygun olacağına karar verilmesi gerektiğine dikkat çekmiştir. "Hangi" bileşeninde esas alınan bu düzeylere ilişkin açıklamalar Tablo 2.2'de sunulmuştur.

Tablo 2.2. *Matematiksel modelleme etkinlikleri düzeyleri (Ang, 2015)*

Düzey 1	Bu düzeydeki öğrenme deneyimleri bir fonksiyonun grafiğinin çizilmesi veya problem durumunda değişkenler arası ilişkilerin cebirsel olarak ifade edilmesi gibi temel becerilerin işe koşulmasını gerektirmektedir. Dolayısıyla bu düzeydeki öğrenme deneyimleri bir ders saatinde üstesinden gelinebilecek bir yapıdadır.
Düzey 2	Bu düzeydeki öğrenme deneyimleri temel becerilerin ötesinde doğrudan modelleme yeterliklerinin gelişimine yöneliktir. Yani, bu düzeydeki öğrenme deneyimleri ile problem durumundaki değişkenlerin belirlenmesi, değişkenler arası ilişkilerin matematiksel olarak formüle edilmesi ve matematiksel model aracılığıyla matematiksel çözüme ulaşılması yeterliklerinin gelişimi amaçlanmaktadır.
Düzey 3	Bu düzeydeki öğrenme deneyimleri geliştirilen matematiksel model üzerine yansıtma yapma, modelin sınırlılıklarını belirleyerek genişletme veya modeli yeni durumlara uyarlama gibi yeterliklerin işe koşulmasını gerektirmektedir.

Bu çalışmada etkinlik tasarımında öncelikle matematikleştirme yeterliğinin formüle etme sürecinde yer alan bileşen ve alt yeterliklerinin desteklenmesi amaçlandığından birinci öğretim bölümünde etkinliklerin ikinci düzeyde olacağına karar verilmiştir. Öte yandan ikinci ve üçüncü öğretim bölümündeki etkinliklerin ise yorumlama ve değerlendirme sürecinde yer alan alt yeterliklerin de işe koşulmasının desteklenmesi amaçlandığından üçüncü düzeyde etkinlikler olacağına karar verilmiştir. Böylece etkinlik tasarım sürecinde NE ve HANGİ bileşenleri için cevap verilmiştir. Sonrasında ise NEREDE bileşeni kapsamında hangi konuyu veya kavramı esas alacak bir etkinlik tasarlanacağına karar verilmiştir. Örneğin, ilk etkinliklerin uygulanması sırasında öğrencilerin cebir öğrenme alanında yer alan konulara henüz yeni giriş yapmış olacağından dolayı, henüz niceliksel modeller ortaya koymasına veya önceki yıllardan edindiği basit cebirsel ifadeler veya denklemler ortaya koyabilmesine yönelik etkinliklerin tasarlanmasına karar verilmiştir. Diğer taraftan iki bilinmeyenli bir denklem sisteminin çözümünü gerektirecek bir etkinlik tasarlanmasına karar verilmiş ancak o konunun öğretiminden sonra uygulanması gerektiği göz önünde bulundurularak ikinci öğretim bölümünde yorumlama-değerlendirme sürecindeki alt yeterliklerin destekleyecek şekilde tasarlanmasına karar verilmiştir. Daha sonrasında ise modelleme etkinliklerindeki bağlam metni ve etkinliğin uygulanma sürecindeki olası müdahalelerin ortaya konması aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada etkinliğin tasarımında Lesh vd. (2000) tarafından ortaya konan model oluşturma (the model construction principle),

gerçeklik(the reality principle), öz değerlendirme (the self assessment principle), yapı belgeleme (the construct documantation principle), model genelleme (the construct shareability and reusability principle) ve etkili prototip (the effective prototype principle) ilkeleri göz önünde bulundurulmuş ve bu ilkeleri sağlayacak şekilde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bu ilkeler Tablo 2.3'te verilmiştir. Diğer taraftan etkinliğin uygulanması süreci göz önünde bulundurularak NASIL bileşeni doğrultusunda gerçekleşecek olası çözüm yolları ortaya konmuştur. Bu noktada NEREDE bileşenine geri dönülerek çözüm sürecinde gereksinim duyulacak matematiksel kavramlar göz önünde bulundurularak eğer ki sınıf düzeyi için uygun olmayan bir kavram söz konusu ise etkinlikte bu yönde de gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Son olarak her bir etkinliğin hangi koşullarda başarılı kabul edileceğine ilişkin faktör ve çıktılar ortaya konularak öğretim sırasında onlara dikkat edilmiştir. Bu araştırmadaki her bir etkinliğin Lesh ve diğerleri (2000) tarafından ortaya konan ilkeleri karşılıyor olmasının bile modelleme etkinliğinin başarılı olacağı düşüncesine bir dayanak olduğu düşünülmüştür.

Tablo 2.3. *Model Oluşturma Etkinlikleri Tasarlama İlkeleri (Lesh vd., 2000)*

İlkeler	**Açıklamalar**
Model oluşturma	Geleneksel problemlerin aksine anlamlı durumların sembolik bir tanımının yapılması yani matematikleştirilmesi model oluşturma etkinliklerinin karakteristiğidir. Bir problem matematikleştirme içeriyorsa öğrencilerin üreteceği en önemli ürün matematiksel bir modeldir.
Gerçeklik	Birçok açıdan bakıldığında anlamlılık ilkesi olarak da adlandırılabileceğine dikkat çekilen gerçeklik ilkesi, etkinlikte karşılaşılan durumu öğrencilerin kendi bilgi ve deneyimlerinin uzantısı olarak görmelerinin ve buna dayalı olarak anlamlandırmaya çalışmaları sırasında düşünme yolları geliştirilmelerinin önemini ifade etmektedir.
Öz değerlendirme	Model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin kendi kararlarını verebilmelerine olanak tanımalıdır. Kendi kararlarını alarak bu kararlar üzerine tartışabilen öğrencilerin öğretmeni otorite olarak görerek çözüm ya da model için ondan onay aldığı ortamlar model oluşturma etkinlikleri için uygun görülmemektedir.
Yapı belgeleme	Model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin kendi düşünmelerini, kendi anlayışlarını, bilişsel eylem ve süreçleri belgelendirmelerini gerektirmektedir. Bu belgelendirme hem öğretmenlerin ve araştırmacıların öğrenci düşünceleri hakkında daha derinlemesine bilgi sahibi olmasına fırsat sağlamakta, hem de öğrencinin kendi eylemleri üzerine yansıtma yapmasını desteklemektedir.
Model genelleme	Model oluşturma etkinlikleri, belli bir bağlamda ulaşılan modelin ve ona ulaşılmasında düşünme yollarının, benzer bağlamlar için de kullanışlı olmasını gerektirmektedir.
Etkili prototip	Model oluşturma etkinliği sırasında ulaşılacak modele ve çözüm ile bu süreçteki düşünme yollarına daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da başvurulabilmelidir.

Bu bölümde etkinliklerin tasarlanma sürecine ilişkin esaslar sunulmuş olup bir sonraki başlıkta ise ilk etkinlik olan elektrikli bisiklet etkinliği üzerinden desenlenme süreci ile ayrıntılı örneklendirilmiştir.

Etkinlik desenleme örneği: Elektrikli bisiklet etkinliği

Bu araştırmada desenlenecek öğretim deneyinin ilk beş etkinliğini içeren birinci öğretim bölümünde yer alacak etkinliklerde öncelikle formüle etme sürecinde matematikleştirme bileşen ve alt yeterliklerinin desteklenmesi amaçlanmıştır. Çünkü ilk etkinliklerde öğrencilerin bağlamda altta yatan matematiksel yapıları belirleme bileşeninde daha çok vakit harcayacakları ve bu doğrultuda bağlamsal durum içerisinde matematiksel yönleri fark etme yönünde desteklenmeleri gerekeceği öngörülmüştür. Ancak kısıtlılık ve sınırları belirleyebilme, varsayımda bulunabilme, değişkenleri belirleyebilme, ilişkiler kurabilme, çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliklerinin desteklenmesi için de hazırlık olunmuştur. Öte yandan yorumlama-değerlendirme süreçlerinde matematikleştirme yeterliklerinin desteklenmesi fırsatı ele geçirildiğinde o yönde desteklemelerden kaçınılmaması, öğrencilerin gelişimsel ilerleyişini sağlama yönünde esnek davranılması kararı alınmıştır. Birinci bölümde yer alan tüm etkinliklerin formüle etme sürecindeki matematikleştirme yeterliklerini desteklenmeye yönelik tasarlanacağı için ikinci düzey olacağı görülmüştür. Ardından öğretim yılının ikinci döneminin başlangıcında uygulanması planlanan ilk etkinlik için matematik öğretim programı dikkate alındığında öğrencilerin henüz cebir öğrenme alanındaki konulara yönelik eğitim almaya başlayalı kısa bir süre geçmiş olmasından dolayı aritmetiksel düşünme yollarıyla oran-orantı kavramını yansıtarak niceliksel bir model üzerinden probleme çözüm bulmalarının yeterli olacağına karar verilmiştir. Ayrıca herkes için bilindik olan aritmetiksel yollarla problem çözüm bulunmasının, onların modelleme etkinliklerine dayalı öğretim süreçlerine yumuşak bir giriş yapmalarına ve olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağlayacağı da öngörülmüştür. Böylece ilk etkinliğin tasarım sürecinde NE, HANGİ ve NEREDE bileşenleri bu şekilde göz önünde bulundurulmuştur (Tablo 2.4).

Tablo 2.4. *Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesinin NE, NEREDE, HANGİ bileşenleri doğrultusunda "elektrikli bisiklet" etkinliği*

Bileşen	Etkinlikteki Yeri
Öğrenme deneyiminin hangi düzeyde olduğu (**HANGİ**)	Matematikleştirme yeterliğinin formüle etme sürecindeki alt yeterliklerini desteklemeye yönelik bir etkinlik olduğundan 2. Düzey öğrenme deneyimi olduğuna karar verilmiştir.
Beceri/yeterliklerin neler olduğu **(NE)**	**Süreç:** Formüle etme süreci, yürütme süreci **Bileşenler ve alt yeterlikler:** Altta yatan matematiksel yapıları belirleyebilme, değişkenleri belirleme, varsayımda bulunabilme, ilişkiyi kurabilme, çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme
Matematiğin nerede olduğu **(NEREDE)**	• Oran-orantı • Aritmetiksel muhakeme

Bu çalışmada günlük yaşamda sıklıkla karşılaşılan ve öğrencilerin bulundukları kırsal bölgede de sıklıkla kullandıkları elektrikli bisiklet veya benzinli motosikletten hangisinin satın alınmasının ekonomik yönden daha avantajlı olacağına odaklanan bir bağlam metni içeren etkinlik tasarlanabileceği düşünülmüştür. Ardından bu etkinliğin formüle etme sürecindeki alt yeterlikleri destekleyecek ikinci düzeyde bir etkinlik olarak aritmetiksel yollarla çözüm bulunabilecek bir yapıda tasarlanmasına geçilmiş ve bu tasarım sırasında da model oluşturma ilkeleri göz önünde bulundurulmuş, onları sağlayıp sağlamadığı kontrol edilerek gerekli düzenlemeler yapılmıştır. İlk etkinlik olan elektrikli bisiklet etkinliğinin bu ilkelere uygunluğunun değerlendirilmesine ilişkin açıklamalar Tablo 2.5'de sunulmuştur.

Tablo 2.5. *Model oluşturma ilkeleri çerçevesinde "elektrikli bisiklet" etkinliği*

İlkeler	Açıklamalar
Gerçeklik ilkesi	"Elektrikli bisiklet" etkinliği, öğrencilerin gerçek yaşamlarında sıklıkla karşılaşabileceği ve onlar için problem oluşturabilecek ya da bilişsel bir aktivite gerektirebilecek tarzda oluşundan dolayı gerçekçidir.
Model oluşturma ilkesi	"Elektrikli bisiklet" etkinliğinde problemin çözümünü sunacak niceliksel bir model ortaya konulması beklenmektedir. Bu sebeple bu etkinlik model oluşturma ilkesine uygundur.
Öz değerlendirme ilkesi	"Elektrikli bisiklet" etkinliği uygulanma sürecinde öğrencilerin kendilerinin öne sürdükleri fikirler, matematiksel ifadeler, dayanaklar hem grup içinde hem de sınıf ortamında gruplar arasında tartışılacaktır. Bunun sonunda bireyin çıkış ve varış noktalarını ve bu gelişim süreci üzerine yansıtma yapması ve gerekli gördüğünde revizyonlar yapmasına olanak tanınmış olacaktır. Öğretmenin bir otorite olarak görülmesinden ziyade bazen bir rehber bazense model oluşturmaya çalışan bir birey olarak görülmesi sağlanacaktır. Ayrıca öğrencilerin kendi görüşlerini, önerilerini, düşünme yollarını birbirilerine sunmaları sırasında kendilerini değerlendirmelerine fırsat verilmiş olacaktır. Kendilerinin karar verebilmelerine fırsat tanıyan bu etkinlikte öğrenciler kendi buldukları modelin ya da çıktının işlerliğine kendilerinin karar verebilmesi beklenmektedir.

Tablo 2.5. (Devam) *Model oluşturma ilkeleri çerçevesinde "elektrikli bisiklet" etkinliği*

Yapı Belgeleme İlkesi	"Elektrikli bisiklet" etkinliğinde öğrencilerin modelleme sürecindeki kendi düşünmelerini, kendi anlayışlarını, çıkış ve varış noktalarını ve hatta grup olarak gerçekleştirdikleri bilişsel eylem ve süreçleri not etmeleri sağlanacaktır. Bu amaç doğrultusunda herkese bireysel bir çalışma kâğıdı ve her gruba bir grup çalışma kâğıdı sağlanacak olup, silgi kullanımı en aza indirerek düşünme yollarını ortaya koydukları performanslar hakkında bilgi sahibi olunma olanağı arttırılacaktır. Ayrıca etkinlik sonrasında birkaç gün içinde onlara aynı bağlam için bireysel olarak cevaplandıracakları ilgili alt yeterliğe veya bileşene yönelik sorular sorulacak ve böylece onların gelişim süreçleri izlenecektir.
Model Genelleme İlkesi	Bu etkinlikte genelleme ilkesi, geliştirilecek model ve düşünce sisteminin benzer problem durumları için kullanılabilir olduğunun görülmesi için "*bu öneriniz her zaman doğru mudur?", "gidilen km arttıkça belki benzinli motosiklet daha karlı olur! Olamaz mı? Açıklayın"* tarzı sorular yöneltileceği öngörülmektedir. Bu sayede çözümü veren modelin ya da çözüm sürecinin üzerine yansıtma yapılmasına olanak tanınmış olacaktır.
Etkili Prototip ilkesi	Bu etkinlikte geliştirilecek olan model ve düşünme sistemi benzer ve farklı bağlamlarda karşılaşılacak problem durumları için kullanılabilir tarzdadır. Örneğin bu etkinlik bireyin sonradan karşılaşacağı *"doğal gaz ile ısınmak mı yoksa odun-kömür yakarak ısınmak mı daha ekonomik olur?"* probleminde aylık veya yıllık kaç TL' ye ısınılabileceğini hesaplamasının yanında gereksinim duyulan olası ek maliyetleri (sobanın ömründen dolayı değiştirilmesi, doğal gazı ilk döşeme sırasındaki maliyet, kombi arızasından oluşabilecek maliyet gibi) veya sağlanabilecek ek tasarrufları (sobada aynı zamanda yemek pişebilme ya da doğal gazı aynı zamanda banyoda kullanma sayesinde oluşan tasarruflar gibi) göz önüne alarak hesaplama yapabilmesine olanak tanımaktadır.

Elektrikli bisiklet etkinliğin tasarım sürecinde öğrenciler tarafından ortaya konacağı düşünülen olası çözüm yolları belirlenmiş ve bu sırada öğrencilerin matematikleştirme yeterliklerinin nasıl desteklenebileceği için olası eğitsel müdahaleler tasarlanmıştır. Bu eğitsel müdahaleler bir sonraki başlık altında sunulmuştur. Son olarak elektrikli bisiklet etkinliğinin başarılı olacağını düşündüren faktörler not edilmiş ve öğretimin uygulanması sırasında bunların gerçekleşmesine dikkat edilmiştir. Elektrikli bisiklet etkinliğinde NASIL ve NEDEN bileşenlerinin nasıl dikkate alındığı Tablo 2.6'da sunulmuştur.

Tablo 2.6. *Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesinin NASIL VE NEDEN bileşenleri doğrultusunda "elektrikli bisiklet" etkinliği*

Bileşen	Etkinlikteki Yeri
Problemin nasıl çözüleceği **(NASIL)**	Metindeki ana fikrin açıklanmasının ardından problemin ortaya konması ile ona yönelik çözüm önerilerinin gelmesi beklenmektedir. Bu sırada verilen cevapların günlük deneyimlere dayalı ancak matematiksel olarak dayanaksız olması beklenen eylemlerdendir. Ancak matematiksel dayanaklar ortaya koyma gereksinimin hissedilmesinin ardından öğrenciler elektrikli bisiklet için verilerin yeterli ancak motosiklet için yetersiz olduğunu fark edeceklerdir. Bunun için doğrudan sonuca yönelik benzinli motosikletin km'de kaç TL (ya da kaç L) benzin yaktığı, benzinli motosikletin fiyat aralığı, benzin litre fiyatı gibi bilgiler talep edilebileceği gibi bir depo benzinle ne kadar gidebildiği, bir deponun kaç L benzin alabildiği gibi dolaylı yoldan yarar sağlayabilecek bilgiler de talep edilebilir. Problem durumunda verilen ya da öğrenciler tarafından talep edilen gereksiz bilgilerin tartışmalar sırasında ayırt edilmesi ile öğrencilerin çözüm için gerekli görülen değişkenler arasında ilişkiyi keşfetme süreçleri hızlanacaktır. Formüle edilmesi beklenen en temel model belirli bir km yol gidilmesi çerçevesinde elektrikli bisiklet için *alış fiyatı+yakıt gideri+akü parası=toplam masraf,* benzinli motosiklet için *alış fiyatı+yakıt gideri= toplam masraf* şeklinde olacaktır. Bu sırada öğrencilerin gidiş yolları diğer bir deyişle olası çözüm yolları farklılaşabilecektir. Öngörülen olası çözüm yolları aşağıdaki gibidir: **Olası Çözüm 1:** Elektrikli bisiklet 70km yol gider (bu değer kimileri tarafından fabrika verisi olarak 80 ya da 100km olabilir o halde çözümdeki sayısal değerler farklılaşır). O halde 5TL ile 70km yol gider. Benzinli motosiklet ise 100km' de 2L benzin yakar ve benzinin litresi ortalama 6TL dersek 100km'yi 12TL ile gider. Bu durumda 70km' yi 8,40TL' ye gider. Her 70km' de 3,40TL benzinli motosiklet daha çok harcar. Eğer elektrikli bisiklet en az 3500TL, benzinli motosiklet için ise 4000 TL kabul edilirse aradaki 500TL ile her 70 km için ortalama 3TL kar edilecek olmasından dolayı elektrikli bisiklet karlıdır. Ancak elektrikli bisiklette akü değişimi gerekli olup en kötü olasılıkla 350 defa kullanıldıktan sonra değiştirilmesi gerekir. 350 defa doldurulan akü 350 defa 3TL kar yapar benzinli motosiklete göre. O halde 1050 lira kar elde edilmiş olur ki akü değişimi için ödenen para ile birlikte bile elektrikli bisiklet 1050-500=550TL karlı olur. **Olası Çözüm 2:** Elektrikli bisiklet en az 350 tam dolumun ardından akü değiştirecektir. Dolayısıyla bir akünün ömrü ile 24500 km yol yapar. Bu sürede harcayacağı elektrik parası 350.5= 1750TL olur. Akü için de 500 TL verirse eğer alış fiyatı 3500 TL kabul edilen elektrikli bisiklet için 3500 +1750+500= 5750 TL para harcar. Aynı km yol giden en az 4000 TL' ya alınan benzinli motosiklet ise 4000+ 2940=6940 TL para harcar. Bu durumda elektrikli bisiklet karlıdır. Gidilen km arttıkça aradaki fark yani elde edilen kar da artacaktır. Bu sebeple elektrikli bisiklet alınması benzinli motosiklete göre daha ekonomiktir.

Tablo 2.6. (Devam) *Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesinin NASIL VE NEDEN bileşenleri doğrultusunda "elektrikli bisiklet" etkinliği*

Bu deneyimin başarılı olma nedeni **(NEDEN)**	• Bu etkinlikte öğrencilere altta yatan matematiksel yapıların bileşeni doğrultusunda bağlamda yer alan bilgilerden hangilerinin, nasıl matematiksel dünya ile bağ kurulmasında rol alabileceğinin bu yeterlikleri tartışma yoluyla hem kişisel hem de grup halinde geliştirme olanağı tanınmaktadır. • Yapılandırma bileşeninde yer alan değişkenleri belirleme ve değişkenler arasındaki ilişkiyi keşfetme yolunda ilerlemelerine fırsat verilecek tartışma ortamının destekleneceği bu etkinlikte niceliksel bir model formüle ederek aritmetiksel yollardan çözüme ulaşacakları öngörülmektedir. • Varsayımda bulunma alt yeterliğinin tüm formüle etme sürecinde önemli rol oynayacağı öngörülmekte ve bu sebeple bu alt yeterliğe yönelik destekleyici sorular ya da doğrudan katkılar sağlanmaktadır. • Yürütme sürecinde söz konusu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiği ve ortaya konan matematiksel işlemlerin bağlamsal yönlerden desteklenmiş gerekçelendirmelerinin yapılması için olası yönlendirici sorular sürekli olarak öğrencilere yöneltilecek olup sınıf tartışmalarındaki etkileşim sayesinde bunun bir alışkanlık olarak kazanılabileceği düşünülmektedir. • Lesh ve diğerleri (2000) tarafından ortaya konan prensiplerin sağlanması sayesinde etkili bir model oluşturma etkinliği hazırlandığı düşünülmektedir. • Düşünce deneyleriyle öğrencilerin olası düşünme yolları ve tetikleyici-yönlendirici soruları kapsayan olası müdahaleler için hazırlıklı olunması bu etkinliğin başarılı olacağını işaret etmekte olduğu düşünülmektedir.

Etkinlik uygulama süreci örneği: Elektrikli bisiklet etkinliğinin uygulanma süreci

Bu araştırmada etkinliklerden ilk etkinlik olan elektrikli bisiklet ile tasarım ve uygulama süreci örneklendirilmiştir. Etkinlik, ilişkili olduğu bileşenleri veya alt yeterlikleri destekleyecek müdahaleler doğrultusunda yürütülmüştür.

Elektrikli bisiklet etkinliğinde modelleme etkinlikleriyle ilk kez karşılaştıkları için bu öğrencilerin bağlamsal durumundan matematiksel dünyaya doğru akan süreçte bağlamda yer alan matematiksel yönlerin veya matematiksel çözüm için gerekli bağlamsal yönlerin belirlenmesinde daha çok zaman harcayacakları öngörülmüştür. Öncelikle gerçek yaşamlarında sıklıkla aşina oldukları bisikletin ve elektrikli bisikletin tarihsel gelişimini de içeren bir bağlam metni yazılı olarak öğrencilere sunulmuştur. Bu bağlam metninin içerisinde pek çok kişide merak uyandırdığı günlük yaşamdan deneyimlenen ve öğrencilerde de merak uyandıracağı öngörülen elektrikli bisiklet mi yoksa benzinli motosiklet mi satın almanın ekonomik açıdan daha mantıklı olduğu sorgulamasına yer verilmiştir. Öğrencilerin bağlam metnini okurken bağlamın içine yavaş

yavaş girerek bazılarının matematiksel yollarla problemin üstesinden gelme yoluna gireceği bazılarının ise matematiksel yollara herhangi bir şekilde başvurmadan görüş ve yorumda bulunacağı öngörülmüştür. Matematikleştirme yeterliğinin aktive olması için matematiksel yollarla çözüm bulabileceği problemi ortaya koyarak bağlam ile matematiksel yapılar arasında aktif bağ kurması gerektiği bilindiğinden bazı öğrencilerin başlangıçta olmasa da sonrasında sınıf içi ve grup içi etkileşim sayesinde matematiksel yollarla çözüm bulması beklenen probleme yönelebileceği düşünülmüş ancak öte taraftan bu yönde performans gösteremeyecek olanlar için ise hazırlıklı olunmuştur. Bu doğrultuda *"problem ne ki burada?", "sizden, birazdan matematiksel yollarla çözeceğiniz problemi ortaya koymanızı bekliyorum. Nedir o matematiksel olarak çözüm bulacağınız problem?", "(bağlamsal yönü olup matematiksel bir problem ortaya koyamadığında) tamam diyelim ki problem bu. Sen nasıl çözeceksin bu problemi?" "matematiksel olarak neler yaptın veya yapacaksın bu problemin çözümü için?" "bakın bir sürü sorun var kabul ediyorum ama bu metinde bizden birazdan matematiksel işlemler gerçekleştirerek çözeceğimiz problemin ne olduğunu bulmamız bekleniyor"* şeklinde sorgulayıcı sorular hazırlanmıştır.

Çözülmesi amaçlanan matematiksel problemin ortaya konmasının ardından niceliksel modeli formüle ederek çözüm yoluna yönelecekleri düşünülen öğrencilerin daha önceden, sadece kendilerine problemin açıkça sunulduğu ve problem çözümü için gerekli olan bilgilerin problem metninde açıkça verildiği sorulara aşina oldukları araştırmacı öğretmen tarafından bilinmektedir. Bu sebeple onların metinde verilmeyip de çözüm için gereksinim duyabilecekleri bilgilerin olabileceği veya metinde birçok bilgi verilmiş ancak bunların bazılarının çözüm yolunda kullanılabileceği şeklinde bir farkındalıklarının olmayabileceği öngörülmüş ve dolayısıyla bu yönde destekleyici bir öğretim desenlenmiştir. Öğretim sürecinde öğrencilerden gelen itirazlar veya onlarda görülen sıkıntılar gözlemlenerek *"tamam siz de verilen her bilgiyi kullanmak zorunda değilsiniz ya. Hangisi lazımsa onu kullanırsınız", "birçok bilgi var. Çözümde hepsini kullanacaksınız diye bir şart yok canım", "ben de merak ettim evde ve araştırdım önüme birkaç internet sitesinde bu bilgiler çıktı, aldım biraz düzenledim size getirdim. Önüme çıkan tüm bilgileri çözümde kullanmam gerekmiyor ama! Her ne kadar ilginç gelse de…", "eğer varsa çözüm için gerekli olan başka bilgiler siz bana söyleyin ben biraz araştırdım akşam. Size aktarabilirim ya da ben bilmiyorsam internetten bakarız hemen"* şeklinde açıklamalar yapılması planlanmıştır. Dahası öğrencilere uygun zaman

geldiğinde doğrudan *"metinde verilen bilgilerden hangilerinin gerekli olduğunu yazar mısınız?", "gereksiz olan bilgilere örnek verir misiniz?"* şeklinde sorular yöneltilerek ve ardından gruptan bir sözcünün seçilerek bu cevapları sınıf tartışmalarında sorgulamaya açması planlanmıştır. Pek çok zaman sınıf tartışmaları sırasında grupların, gerekli olabileceği düşünülen fakat kendilerinin fark edemedikleri bilgileri etkileşim sayesinde dikkate alabilecekleri öngörülmüştür. Elektrikli bisiklet etkinliğinde altta yatan matematiksel yapıları belirleme bileşenine yönelik olası düşünme yolları ve eylemler ile onları desteklemek için hazırlanan eğitsel müdahaleler kısaca Tablo 2.7'de verilmiştir.

Tablo 2.7. *Elektrikli bisiklet etkinliğinde altta yatan matematiksel yapıların belirlenmesi bileşeninde matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler*

Bileşen	**Olası düşünme yolları ve eylemler**	**Olası eğitsel müdahaleler**
Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Elektrikli bisikletin avantajları, bisikletin tarihçesi gibi sadece bağlamsal yönlü bilgileri dikkate alma	• Peki, ne yapacağız şimdi biz bu ders? Ne isteniyor bizden bu etkinlikte?
Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Elektrikli bisiklet ile benzinli motosiklet arasındaki farklara odaklanma	• Peki, bizim çözeceğimiz problem ne burada? Matematiksel işlemler yapıp da çözeceğimiz problem ne?
Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Elektrikli bisiklet ile benzinli motosikletten hangisinin tercih edilmesi gerektiğine odaklanma ancak bu odağın hangisinin ekonomik olduğu yönünde olmaması	• Tamam, diyelim ki problem bu. Sen nasıl çözeceksin bu problemi? • Matematiksel olarak neler yaptın veya yapacaksın bu problemin çözümü için? • Burada bizden matematiksel yollarla çözüm bulmamız istenen problem nedir? Matematiksel yollarla çözüm bulunacak problem vurgusu…
Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Metinde yer alan veya almayan elektrikli bisikletin doğaya zarar vermemesi, uzun sürede şarj olması, çok hızlı gidememesi gibi avantaj ve dezavantajlarını önemli bilgiler olarak görme	• Tamam, güzel ama problemin çözümü için gerekli olacak mı bu bilgiler? Kullanılacak mı?
Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Matematiksel yönü olan ancak çözümde kullanılmasına gerek duyulmayan bir şarjın 6-8 saat sürmesi gibi bilgileri de önemli olarak görme	• Ne düşünüyorsunuz bu bilgi(ler) için? Sizce önemli mi bu bilgiler problemin çözümü için? • Problemin çözümünde gerekli olabilecek bilgiler vurgusu…
Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Metinde verilen elektrikli bisiklet için akü değişiminin kritik olduğu ve bir gider olarak ele alınması gerektiği gibi gerekli bilgilerin bazılarını fark edememe	• Metin içerisinde verilen bilgilere sık sık geri dönüp göz gezdirmeniz gerekebilir gençler. Çözerken bile bir gözünüz hep metinde olsun. • Gruplar arası tartışmalar sırasında farklı görüşler gelirken etkileşim sayesinde birbirilerinden kendilerinin göremedikleri gerekli olan bilgileri fark ederek kullanabilecekleri öngörülmektedir.

Tablo 2.7. (Devam) *Elektrikli bisiklet etkinliğinde altta yatan matematiksel yapıların belirlenmesi bileşeninde matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler*

Altta yatan matematiksel yapıları belirleme	Benzinli motosikletin satış fiyatı, ne kadar yakıt tükettiği gibi bazı bilgilerin gerekli olup metinde verilmediğinin fark edilmesi	• Öğretmenin akşam bu problemin çözümüne yönelik araştırmalar yaparak bilgiler topladığı vurgusu • Gerekli olup da metinde verilemeyenleri öğretmenden talep edebilecekleri ve gereksinim duyulursa internete başvurularak ihtiyacın karşılanabileceği • Kendilerinin bahsi geçen bilgiler için fikir veya deneyim sahibi olup olmadığı sorgulaması

Bu araştırmada yer alan tüm modelleme etkinliklerinde öğrencilerde doğal olarak probleme çözüm bulma gereksinimi doğacağı ve bununla birlikte yürütme sürecinin işe koşulacağı öngörülmüştür. Bu sebeple tüm etkinliklerde olduğu gibi elektrikli bisiklet etkinliğinde de yürütme sürecinde yer alan çözüm sırasında bir bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğini aktive edecek sorgulamalar yoluyla, öğrenciler söz konusu sayısal değerleri ve gerçekleştirdikleri matematiksel işlemleri bağlam ile ilişkilendirme yönünde sorgulamalar yaptıracak şekilde planlama yapılmıştır. Örneğin ilk etkinlik olan elektrikli bisiklet etkinliği öncesinde *"ne buldun sen şimdi? Ne ifade ediyor senin için bu sayısal değer?", "neden bu işlemleri yaptın sen? Ne amaçlıyorsun?", "birimi var mı bunun? Peki, daha ayrıntılı olarak ifade edebilir misiniz bu bulduğunuz sonuç neyi gösteriyor? (örneğin bulunun bir sayısal değer için bazıları sadece "yakıt gideri" diyeceği bazıları ise "28000 km' deki yakıt gideri" diyeceği öngörülmüştür)"* benzeri sorular hazırlanmıştır. Öte yandan her etkinlikte olduğu gibi bu etkinlikte elde edilen çıktı veya çıktılar doğrultusunda orijinal problemin çözümüne ilişkin yorumda bulunabilme yeterliği de doğal olarak desteklenmiştir. Nitekim "peki sonuç ne?", "Ne düşünüyorsunuz o zaman problem çözümüne ilişkin? Çözdünüz mü?", "birçok matematiksel işlem yaptınız. Ne sonucuna ulaştınız?", "problem neydi? Ne sonucuna ulaştınız siz?", "neden öyle düşünüyorsun? (ör. Elektrikli bisiklet daha ekonomiktir yorumundan sonra)" benzeri sorgulamalar yapılmıştır. Elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğini desteklemek için hazırlanan eğitsel müdahaleler kısaca Tablo 2.8'da verilmiştir.

Tablo 2.8. *Elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler*

Alt yeterlikler	Olası düşünme yolları ve eylemler	Olası eğitsel müdahaleler
Çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme	Söz konusu sayısal değerleri bağlamsal yönlerine veya birimlerine hiç vurgu yapmadan yazma (Ör. 6 TL yerine sadece 6 yazma ve onun benzinin litre fiyatı olduğuna vurgu yapmama)	• Peki, ne ifade ediyor bu sayısal değer? • Buraya yazdığın sayı neyi gösteriyor? • Bu sayısal değerin birimi yok mu? • *"Bağlamı ya da bağlam metnini göz önünde bulundurarak kullandığınız ya da ulaştığınız sayısal değerlerin her zaman ne anlam ifade ettiği belirtebilmelisiniz. Yazmasanız bile kendi kendinize bunu ifade edebilmelisiniz"* benzeri açıklamalar ve örnekler üzerinden tartışmalar
Çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme	Bağlamsal yönlerden yoksun sadece pür matematiksel olarak matematiksel işlemleri ortaya koyma (Ör. "100' de 12 ise 24500'de x" şeklinde orantı kurup içler dışlar çarpımı tekniğini kullanılması. NOT: Bu işlem "24500 km'de benzinlinin kaç liralık benzin yaktığını bulmak için yapılan bu işlem 100 km' de 12TL değerinde benzin yakıyorsa, 24500 km'de kaç TL değerinde benzin yakar?" şeklindeki orantının karşılığıdır.	• Matematiksel işlemlerin neden yapıldığı, neden o işlemin tercih edildiği, ne sonucuna ulaşılmanın hedeflendiği gibi bağlam ile ilişkilendirme hedeflenen sorgulamalar o Ne yaptın burada anlatır mısın? o Neden bu sayıyı tercih ettin? o Ne amaçla yapıyorsun bu işlemleri? Neye ulaşmak istiyorsun? o Nasıl yaptığını anlatır mısın bana?
Matematiksel sonucu orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlayabilme	5750 ve 6940 değerlerine ulaşılmasının ardından bu değerlerin ne olduğu ve çözüm için bize ne sağladığına ilişkin açıklama yapmama	• Peki sonuç ne? O sayısal değer ne ifade ediyor ki? • Ne düşünüyorsunuz o zaman problem çözümüne ilişkin? Çözdünüz mü? • Problem neydi? Ne sonucuna ulaştınız siz? • Neden öyle düşünüyorsun? (ör. Elektrikli bisiklet daha ekonomiktir yorumundan sonra)"

Elektrikli bisiklet etkinliğinden itibaren öğrencilerin bazı değişkenler için günlük yaşam deneyimleri temelinde bazı kabullerde bulunabileceği, çözüme etki eden her şeyi esas almak zorunda olmayıp bazı yönleri göz ardı edebilecekleri, kısacası modeli formüle ederken bazı varsayımlarda bulunabilmeleri için desteklenmeleri gerektiği düşünülmüştür. Örneğin elektrikli bisikletin akü değişiminden kaynaklı olarak akü fiyatının önemli olduğu çıkarımında bulunulurken bazı öğrencilerin ama *"benzinlinin de aküsü var o zaman. O da değişecek"* şeklinde çıkışabileceği, bunun üzerine sınıf tartışması teşvik edildiğinde öğretmenin de yönlendirici soruları ile benzinli motosikletin aküsünün değişmesinin çok uzun zaman alacağı bu yüzden görmezden gelinmesi

gerektiğini fark edecekleri öngörülmüştür. Elektrikli bisiklet etkinliğinde varsayımda bulunabilme alt yeterliğini desteklemek için hazırlanan eğitsel müdahaleler kısaca Tablo 2.9'da verilmiştir.

Tablo 2.9. *Elektrikli bisiklet etkinliğinde varsayımda bulunabilme alt yeterliğinin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler*

Alt yeterlikler	Olası düşünme yolları ve eylemler	Olası eğitsel müdahaleler
Varsayımda bulunabilme	Akü değişiminin benzinli motosiklette de gerekli olup onun da dikkate alınması gerektiği yönünde görüş belirtme	• Ne diyorsunuz? O zaman benzinlide de akü değişimi dikkate alarak hesaplama yapmamız gerekiyor mu? • Peki, başka neleri dikkate almak gerekir o zaman? (muhtemelen bakıma götürme, çabuk bozulma gibi dolaylı yoldan giderlerinde varlığı ileri sürülecek) • Peki ama bunların hepsini nasıl hesaplayıp karar vereceğiz? • Ne yapsak ki? Her şeyi hesaplayabilir miyiz?
Varsayımda bulunabilme	Hız, konfor, kalite gibi etkenlerin de satış fiyatını ve yakıt giderini etkileyeceği yönünde görüşler	• Ne yapalım o zaman? konfor arttıkça fiyat da artar! Hız arttıkça yakıt da artar! Sizce bunları da dikkate alarak hesaplama yapalım mı? • Aynı şeyler her ikisi için de geçerli değil mi? O zaman onları da göz ardı mı etsek? • Her şeyi hesaplayamayız değil mi? Mesela 100 km'de 2L benzin yakıyor dedik. Peki hep öyle mi bu? Fabrika verisi bu evet ama…

Elektrikli bisiklet etkinliğinde problemin çözümü sırasında niceliksel bir model yapılandırılması beklenmiş ve bu sebeple matematiksel işlemlerin yürütülmesi ile eşzamanlı olarak değişkenlerin belirlenerek aralarındaki ilişkilerin kurulacağı öngörülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerin gerekli bilgileri belirleyip talep ederken aslında değişkenleri ve ilişkileri belirlemeye başlayacağı düşünülmüştür. Bu sebeple de farklı alt yeterliklere yönelik sorgulamalarda veya desteklemelerde yapılandırma bileşeninin de aslında desteklenmesi planlanmıştır. Nitekim bu doğrultuda, akü fiyatının da dikkate alınması gerektiği görüşü öne sürüldüğünde *"peki, akü fiyatı önemli mi peki?"* sorusu üzerinden gerçekleştirilen tartışmaların aslında elektrikli bisiklet için gider hesaplamasına onun da katılması gereken bir değişken olup olmadığı sorgulaması olarak da düşünülmüştür. Diğer taraftan öğrencilere *"nasıl karar vereceğiz hangisinin daha ekonomik olduğuna?", "nasıl hesaplayacağız peki yaktığı yakıtı ve kaç para*

gideceğini?" benzeri "nasıl?" sorularıyla öğrencilerin değişkenleri belirleme ve aralarında ilişkiler kurma için tetikleneceği öngörülmüştür. Elektrikli bisiklet etkinliğinde yapılandırma bileşeninde matematikleştirme yeterliğini desteklemek için hazırlanan eğitsel müdahaleler kısaca Tablo 2.9'da verilmiştir.

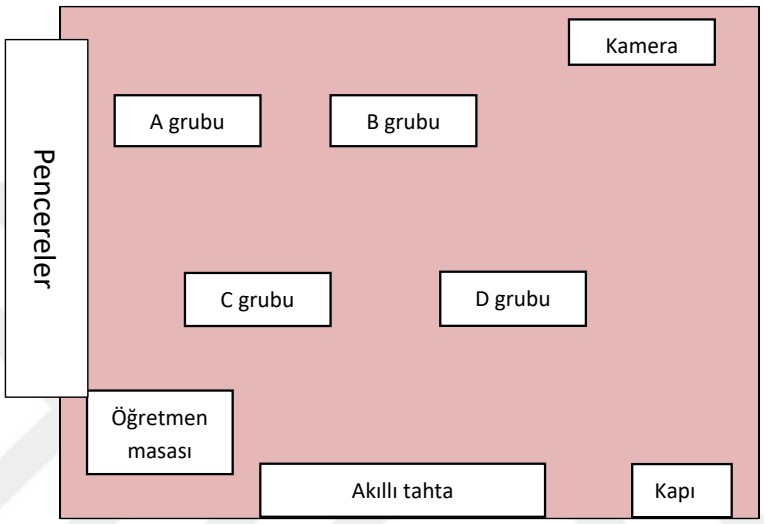
Tablo 2.10. *Elektrikli bisiklet etkinliğinde yapılandırma bileşeninin desteklenmesine yönelik eğitsel müdahaleler*

Alt yeterlikler	Olası düşünme yolları ve eylemler	Olası eğitsel müdahaleler
Değişkenleri belirleyebilme	Sadece satış fiyatı üzerinden *"benzinli daha pahalıdır"* benzeri yorum yapılması	• O zaman sadece satış fiyatlarına bakıp ucuz olanı alırsak olur mu? • Satış fiyatları yeterli mi hangisini satın almanın ekonomik olacağına karar vermede o zaman?
Değişkenleri belirleyebilme	Satış fiyatı yanında yakıt fiyatını da bir değişken olarak alıp modele entegre edilmesi ancak akü fiyatının görülmemesi	• O zaman elektrikli baya az yakıyor diyorsunuz. Onu mu tercih edelim? Var mı elektriklinin benzinliye göre ekstra bir gideri peki? • Birçok giderleri olacak tabi ama belirgin bir şekilde göz önünde bulundurulması gereken bir gider var mı?
İlişkiler kurabilme	Akünün değişeceği km'yi hesaplamaya ilişkin akünün kullanım ömrü (kaç kere şarj edileceği) ve bir şarj ile gidebilecek mesafe arasında ilişkiyi kuramama	• Evet doğru akünün bir ömrü var. Bu ömrü bizim ne işimize yarar ki bu problemde? • Akü ne zaman değişecek o zaman bulabilir miyiz? • Nasıl bulacağız akünün kaç km sonra değişmesi gerektiğini? •
İlişkiler kurabilme	Yakıt giderini hesaplamak için gidilen yol ile benzin için harcanan para arasında doğru orantılı ilişki kuramama	• Nasıl hesaplayacağız peki yaktığı yakıtı ve kaç para gideceğini? • Bakın 100km'de 12TL benzin yakıyor buldunuz. Peki 24500 km'de ne kadar yakacak o zaman? 100 km' de 12TL, bir 100km daha giderse 200km'de ne kadar?, 300km'de..? 24500km'de? Ne yapmalısınız?

2.1.1.1.3. Sınıf Ortamı

Bu çalışmada sınıf ortamı grup çalışmasına dayalı bir öğretim ortamına uygun olarak tasarlanmıştır. Öncelikle öğretim deneyi öncesinde odak katılımcıların belirlenmesi amacıyla geliştirilip uygulanan açık uçlu matematikleştirme testi sonucunda ortaya konan performanslar doğrultusunda ortaya çıkan dört farklı grup esas alınarak öğretim sürecinde dörder öğrenciden oluşan heterojen gruplar oluşturulmuştur. Bu grupların oluşturulmasında araştırmacı-öğretmenin deneyimleri de önemli katkı sağlamıştır ki araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerin beşinci sınıftan beri matematik

öğretmenliğini yapmaktadır. Örneğin, birbiriyle kavgalı olan veya farklı sebeplerden dolayı iletişim kurmayan, birbiri ile çok konuşarak öğrenme ve öğretim sürecini engelleyebilecek öğrencilerin ve katılımcıların bir araya gelmemesi sağlanmıştır. Grup çalışmasının esas alındığı öğretim uygulamaları sırasındaki sınıf oturma düzeni Şekil 2.3'te verilmiştir. Katılımcıların belirlenmesine ilişkin uygulanan test ve ortaya çıkan farklı gruplar ise katılımcılar başlığı altında 2.2'de ayrıntılı olarak sunulmuştur.



Şekil 2.3. *Öğretim uygulamaları sırasında sınıf oturma düzeni*

Öğretim sürecine ilişkin esaslar

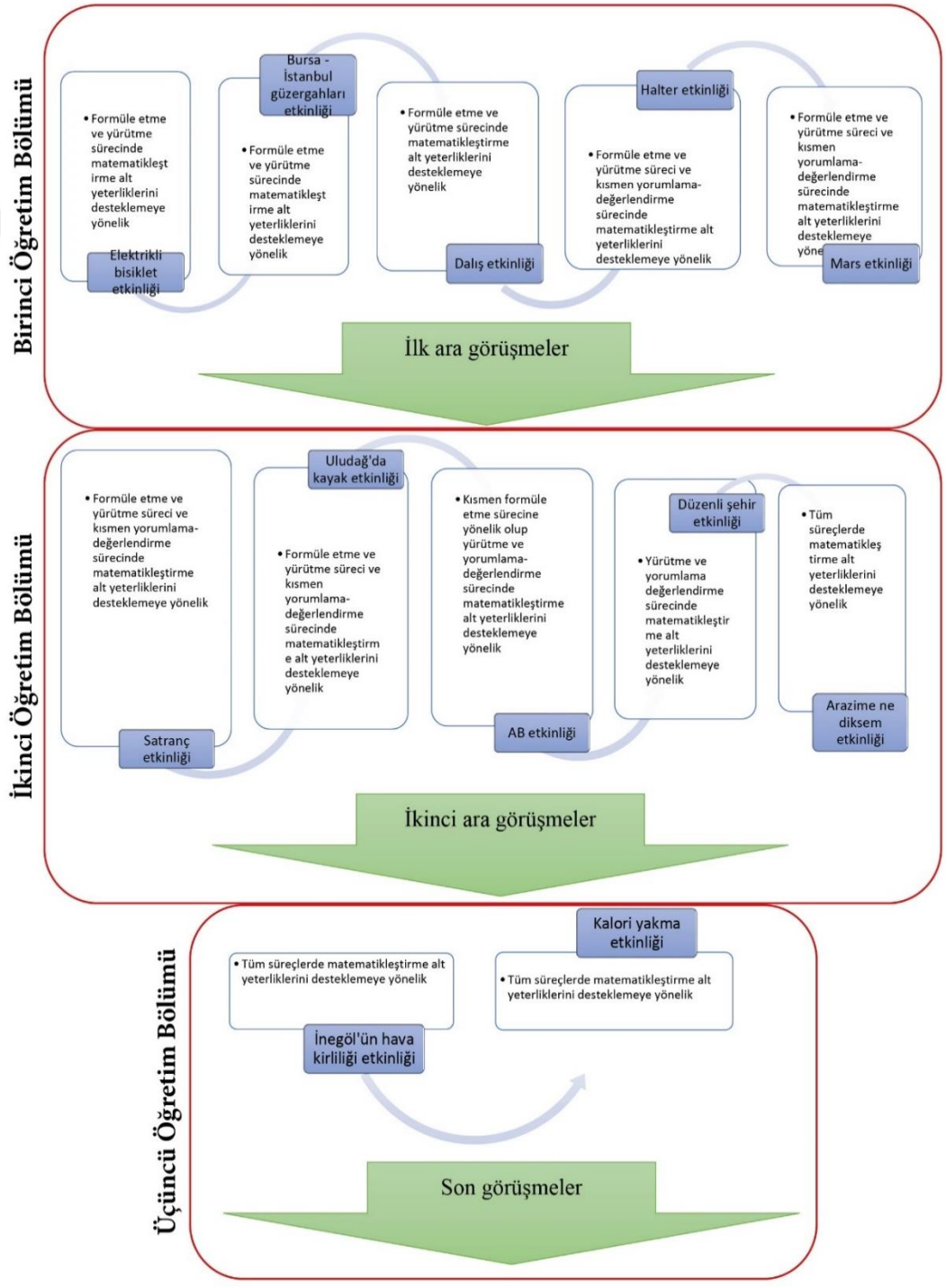
Öğretim uygulamalarının ilk etkinliği öncesinde belirlenen heterojen çalışma grupları oluşturulmuş ve tüm öğrencilere kendi düşüncelerini özgürce ifade etmelerinin önemi anlatılmıştır. Hem bireysel olarak hem grup tartışması sonucunda vardıkları sonuçları veya ileri sürdükleri görüşleri yazılı olarak not etmeleri ve sözlü olarak sınıf tartışmalarında dile getirmeleri istenmiştir. Grup içi ve sınıf tartışmalarının önemine vurgu yapılarak herkesin düşüncesinin değerli olduğu ve her düşüncenin çözüm sürecini aydınlatan bir fener olduğu vurgulanmıştır. Bu fenerlerin bazen bireysel olarak yollarını aydınlatabileceği bazen de bireysel olarak yetersiz kaldığında diğer fenerlere ihtiyaç duyulabileceği benzetmesi üzerinden işbirlikli çalışma yönünde teşvik edilmişlerdir. Ancak kendilerinin bireysel düşüncelerinin de değerli olduğu ve grubun diğer üyelerinden kimse o düşünceleri benimsemese dahi onları yazılı ve sözlü olarak mutlaka aktarmaları üzerinde ısrarla durulmuştur. Öte yandan kameraya alışmaları için ilk etkinliğin uygulanması öncesinde birkaç ders, kamera ile veri sağlama amacı olmadan

kaydedilmiştir. Hiç kimsenin sırtının tahtaya dönük olmayacağı bir oturma pozisyonunda bulunan tüm gruplara tüm öğretim süreçlerinde öncelikle bağlam metnini içeren çalışma yaprağı dağıtılarak herhangi bir açıklama yapılmaksızın derse giriş yapılmıştır. Tüm derslerde önce grup içi tartışmalar için süre verilmiştir. Bu sırada kendi bireysel çalışma kâğıtlarına kendi düşüncelerini yazmaları ve ardından grup içinde tartışarak grup çalışma kâğıdına ortak aldıkları kararları veya ortaya konan farklı görüşleri not etmeleri istenmiştir. Ardından grup sözcüsü olarak belirlenen kişinin sınıf tartışmalarında grubun ortak görüşünü ve varsa grup üyelerinden gelen farklı görüşleri sunmaları istenmiştir. Ancak grup sözcüsünün açıklamasından sonra o grubun üyelerinden farklı görüşler ve düşüncelerle müdahil olmak isteyenlere de söz hakkı verilmiştir. Gruplardan gelen açıklamalardan bazen gerekli gördüklerini öğretmen tahtaya not ederken, bazen ise o grubun bir üyesinin tahtada yazılı savunma ve görüşler sunabilmesine fırsat verilmiştir. Araştırmacı-öğretmen grup içi tartışmalar sırasında gruplar arasında gezerek onları gözlemlemiş ve gerekli gördüğü saha notlarını araştırmacı günlüğüne not etmiştir. Diğer taraftan araştırmacı-öğretmen gruplardan önce hangisine söz hakkı verileceğine karar verirken önce yeterli performansı ortaya koyamadığını gördüklerine söz hakkı vermiştir. Bu sayede onların kendi düşüncelerinin yanlış veya eksik olduğunu düşünerek onları ifade etmeme yoluna gitmelerinin önüne geçilmiştir. Her öğretim sonunda bireysel ve grup çalışma kâğıtları her bir grup için ayrı ayrı toplanmıştır.

2.1.1.2. *Öğretim uygulamaları süreci*

Bu araştırmadaki öğretim deneyi, toplamda 12 matematiksel modelleme etkinliği içeren üç ana öğretim bölümü olacak şekilde planlanmıştır. Birinci öğretim bölümü kısmi modelleme etkinliği olan ilk beş, ikinci öğretim bölümü kısmi ve bütüncül modelleme etkinlikleri içeren ikinci beş ve üçüncü öğretim bölümü ise bütüncül modelleme etkinlikleri içeren son iki etkinlikten oluşmaktadır. Diğer taraftan birinci öğretim bölümü ağırlıklı olarak formüle etme sürecinde matematikleştirme alt yeterliklerini desteklemeye yönelik, ikinci öğretim bölümü ise ağırlıklı olarak yorumlama-değerlendirme sürecinde matematikleştirme alt yeterliklerini de desteklemeye yönelik ve son iki etkinlik ise tüm süreçlerde matematikleştirme alt yeterliklerini desteklemeye yöneliktir. Her öğretim bölümündeki son etkinliğin uygulanması sonrasında öğrencilerin bilişsel süreçlerindeki gelişimlerine ve gelişimi engelleyen olası bariyerlere ışık tutmak ve öne sürülen hipotezlerin test edilmesi amacıyla birebir klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik

görüşmelere ilişkin ayrıntılı açıklama 2.3.3 başlığı altında sunulmuştur. Öte yandan her etkinlik sonrasında, o etkinlikte işe koşulması beklenen matematikleştirme alt yeterliklerine yönelik açık uçlu sorulardan oluşan bir test öğrencilere uygulanmış olup, bu sayede öğretim bölümleri içerisinde gelişimsel ilerleyişin izlenmesi ve destekleyici veri sağlanması amaçlanmıştır. Bu çalışmada tasarlanan modelleme etkinliklerine dayalı öğretimin uygulanması süreci kısaca Şekil 2.4'te verilmiştir.



Şekil 2.4. *Öğretimin uygulanması süreci*

2.1.1.3. *Geriye dönük analiz ve bilişsel yapıların modellenmesi*

Öğretimin uygulanması aşamasının ardından klinik görüşme, ders video kayıtları, saha notları, bireysel ve grup çalışma kâğıtları ve gözden geçirme araçları ile elde edilen veriler araştırmanın genel amacı doğrultusunda analiz edilmiştir. Analize ilişkin ayrıntılar 2.7 başlığı altında sunulmuştur. Son olarak bu analiz doğrultusunda, öğrencilerin matematikleştirme yeterliklerine ilişkin bilişsel yapıları, araştırma öncesinde Şekil 2.2'de ortaya konan bileşen ve alt yeterliklerde, gerekli görülen revizyonlar gerçekleştirilerek modellenmiştir.

2.2. Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcıları araştırmacının aynı zamanda matematik öğretmeni olarak çalıştığı Bursa ilinin İnegöl ilçesindeki kırsal bölgede yer alan bir devlet okulunun 16 sekizinci sınıf öğrencisi arasından amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yoluyla seçilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Tüm öğrencilerden görüşmeler ve öğretim uygulamaları için gönüllülük katılım formu (Ek-1) ve veli izin formu (Ek-2) alınmıştır. Ayrıca araştırmanın gerçekleştirilebilmesi için Anadolu Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu izni (Ek-3) ve ardından Bursa İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden uygulama izni alınmıştır (Ek-4). Araştırmanın katılımcılarının belirlenmesi için araştırma öncesinde bir gerçek yaşam probleminde matematikleştirme yeterliklerine yönelik açık uçlu sorular içeren bir veri toplama aracı hazırlanmıştır (Ek-5). Bu araç bu çalışmada kısaca açık uçlu matematikleştirme testinin baş harfleriyle AUMT olarak kısaltılmıştır. Gerçekleştirilen bu araç için 12 yıllık öğretmenlik deneyime sahip aynı zamanda doktora eğitimini sürdürmekte olan bir matematik öğretmeninden hem de matematik eğitimi alanında uzman bir akademisyenden uzman görüşü alınmış ve onlardan gelen dönütler doğrultusunda araca son şekli verilmiştir. Ardından aracın pilot uygulaması esas uygulamanın yapılacağı okul ile benzer şartlardaki bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen veriler doğrultusunda araçta son düzenlemeler yapılarak esas uygulamaya hazır şekle getirilmiştir. Ardından AUMT esas uygulamanın yapılacağı ortaokuldaki sekizinci sınıf öğrencilere üç parça halinde birkaç gün arayla uygulanmıştır. Bu şekilde uygulanmasındaki amaç öğrencilerin, matematikleştirme yeterliklerini ortaya koyarken bazı alt yeterlikler veya beceriler yüzünden ilerleyememiş olabilecekleri düşüncesi ve bundan dolayı da farklı yönlerden ortaya koyabilecekleri matematikleştirme

yeterliklerinin sergileyememe olasılıklarının önüne geçmektir. Örneğin, bağlam metninde sunulanlardan ne anlatılmak istendiği veya kendisinden hangi problemi çözmesinin beklendiğini anlayamayan bir öğrencinin çözüme ulaşma yolunda gerekli değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi de belirleyemeyeceği açıktır. Bu sebeple AUMT'un ilk parçasında öğrenciye metinde ne anlatılmak istendiği, metinde üzerinde durulan esas terimin veya başrol oynayan kavramın ne olduğu, onu nelerin etkilediği, birisinin olmadığını varsayarsa diğerleri arasında nasıl bir ilişki olduğu şeklinde sorular sorulurken ikinci parçasında ise bu değişkenler ona açıkça verilerek ve hangisini göz ardı etmesi gerektiği doğrudan kendisine söylenerek ilişkiyi kurmaları istenmiştir. Böylece hem iletişim gibi farklı yönlerden kaynaklanabileceği düşünülen sıkıntıların en aza indirgenmesi hedeflenmiş hem de örneğin değişkenleri metin içerisinden belirleyemeyen ancak değişkenler belirlendiğinde ilişki kurabilen öğrencilerin açığa çıkarılması amaçlanmıştır. AUMT'un birinci ve ikinci parçasında yer verilen sorular Tablo 2.11'de sunulmuştur.

Tablo 2.11. *Araştırma öncesinde uygulanan AUMT'un birinci ve ikinci parçasındaki sorular*

Hava sıcaklığı ile birlikte havadaki nem oranı ve hava akım hızının beraberce kişi üzerinde oluşturduğu sıcaklık etkisine efektif sıcaklık (hissedilen sıcaklık) denilmektedir. Yani bir ortamdaki sıcaklık tek bir değişkenden ibaret değildir. Sıcaklığın termometre üzerinde derece olarak artması veya azalması yanında, nemin ve hava akım hızının durumu da sıcaklığın etkisini arttırır veya hafifletir. Bir başka deyişle iki farklı ortamda termometre farklı sıcaklıkları gösterse bile, o iki ortamda aynı sıcaklık hissedilebilir. Bununla birlikte iki farklı ortamda termometre aynı sıcaklığı göstermesine rağmen o ortamlarda bulunan insanlar farklı sıcaklıkta olduklarını hissedebilirler. Örnek vermek gerekirse, 27 ^{0}C ve 37 ^{0}C olan iki ortam düşünün.Termometrenin 37 ^{0}C' yi gösterdiği ortamda nem oranı %10 ve hava akım hızı 3 m/s olsun. Eğer termometrenin 27 ^{0}C' yi gösterdiği ortamda nem oranı %70 ve hava akım hızı 0,1 m/s olursa iki ortamda da hissedilen sıcaklık derecesi eşit olacaktır. Yani bu koşullardaki iki ortamda da kişi üzerindeki sıcaklık etkisi aynıdır. (Bu bilgiler http://www.isguvenligi.net/yararli-bilgiler/isyerinde-ortam-atmosferi-kosullari/'' den alınmıştır).	
1. PARÇA	2. PARÇA
• Yukarıda verilen metinde ne anlatılmak istenmektedir? Kendi cümlelerinizle durumu açıklayıp, bu metinden ne gibi çıkarımlarda (sonuçlar, yorumlar) bulabileceğinizi yazınız. Bu bilgilerin günlük yaşamınızda ne işe yarayabileceğini tahmin ediniz. • Bu metinde verilen bilgilere göre temel olarak sunulan, açıklanmaya çalışılan esas terim (başrol oynayan kavram) nedir? Onu etkileyen değişkenleri yazabilir misiniz? • Açıklanmak istenen esas terimi etkileyen değişkenlerden birisinin yok olduğunu varsayın. Diğerleri arasındaki ilişkiyi hem sayısal hem sözel olarak açıkça ortaya koymaya çalışın. • Ortaya koymaya çalıştığınız ilişkinin hangi değişkenler arasında olduğunu yazınız. Bu ilişkiyi birkaç durum için değil de olası tüm durumlar için sözel ya da cebirsel olarak ifade edebilir misiniz? (NOT: Tablo, grafik vb. kullanabilirsiniz)	• Hava akımını dikkate almadığınız takdirde ortamdaki nem miktarı, hissedilen sıcaklık değerini nasıl etkilemektedir? Açıklayınız. • Hava akımını dikkate almadığınız takdirde, sıcaklık ile nem miktarı arasında ilişkinin doğrusal olduğu varsayılırsa, bu ilişkiyi hem sözel hem de cebirsel olarak ifade edebilir misiniz? • Hava akımını dikkate almadığınız takdirde, sıcaklığın 49 ^{0}C ve nem oranının %60 olduğu A sınıfı ile sıcaklığın 52 ^{0}C ve nem oranının %12 olduğu B sınıfını düşünün. Sizce hangi sınıftaki efektif sıcaklık yani hissedilen sıcaklık fazla olur? Cevabınızı gerekçelendirerek açıklayınız. • Hava akımını dikkate almadığınız takdirde, 30 ^{0}C sıcaklıkta bir sınıfın, hissedilen sıcaklığın 25 ^{0}C olduğu bir ortama dönüşebilmesi için ne yapılabilir? Gerekçeli olarak açıklamalarınız ve işlemlerinizi yazınız.

Öğrencilerin AUMT'taki performansları doğrultusunda dört grup altında toplandıkları görülmüştür (Tablo 2.12). Bu performanslar ölçüt örnekleme için ölçüt olarak kabul edilmiştir. Oluşan bu dört grubun her birinden o grubu temsilen rastgele ikişer öğrenci odak katılımcı olarak belirlenmiştir. Bu katılımcıların bu çalışmada kullanılan takma isimleri ise birinci gruptan olanlar Aynur ve Nurdan, ikinci gruptan olanlar Zerra ve Ferman, üçüncü gruptan gelenler Faris ve Elin, dördüncü gruptan gelenler ise Melaike ve Orhan şeklindedir. Öğretim uygulamaları için oluşturulan heterojen çalışma gruplarında, AUMT performansları doğrultusunda ortaya çıkan grupların her birinden birer öğrenci yer almıştır. Yani her bir çalışma grubu AUMT performansları doğrultusunda ortaya çıkan birinci gruptan bir, ikinci gruptan bir, üçüncü gruptan bir ve dördüncü gruptan bir öğrenci yer alacak şekilde oluşturulmuştur. Bu heterojen çalışma gruplarında Aynur ile Melaike, Nurdan ile Zerra, Faris ile Elin ve Orhan ile Ferman aynı grupta yer almıştır.

Tablo 2.12. *AUMT'un analizi sonucu farklılaşan performanslar doğrultusunda oluşan gruplar*

Gruplar	Performanslar
1	• Problem durumunu anlama sürecinde ya metindeki bilgileri olduğu gibi yazıyor ya da matematiksel değerlere veya etkenlere bakmaksızın günlük yaşamından deneyimlediği olgular yardımıyla açıklamalar ortaya koyuyor. En fazla esas terimi ortaya koyabiliyor ancak onu etkileyen değişkenler için matematiksel olarak doğru olmayan kendi günlük yaşamlarından örnekler ileri sürüyor. • Bağımsız değişkenlerden birisinin olmadığı varsayımında bulunamıyor. Yok varsayıldığı kendisine söylendiğinde de geriye kalan bağımlı bağımsız değişken arasında ilişki kuramıyor. • Bağlamda yer alan iki değişken arasındaki ilişki kendilerine cebirsel olarak sunulduğunda (matematiksel model) problemi çözmek için yürütme sürecinde ya bu modeli kullanacağının farkında olmasına rağmen modeli kullanamıyor ya da model ile ilgisi olmayan Pisagor bağıntısı, çarpanlara ayırma gibi matematiksel kavramlardan yararlanmaya çalışıyor. • Modeli değerlendirmeyi gerektiren sorularda kendilerine sunulan bir yargı için savunma yaparken modele başvuramadığı ve günlük yaşamdan deneyimleriyle sözel açıklamalar yaptığı görülüyor. Ayrıca verilen farklı bir bağlamda modelin geçerliliğini değerlendirme ya da revize etme yönünde herhangi bir girişimde bulunamıyor veya modeli görmezden gelerek günlük bilgiler sunuyor.
2	• Problem durumu anlama sürecinde esas terimi ve onu etkileyen değişkenleri birbirileri arasında bağımlılık ilişkisini oluşturamadan ifade edebiliyor. Bağlama sadık kalarak problemi anlatmaya çalıştıkları görülüyor. • Bağımsız değişkenlerden birisinin olmadığı varsayımında bizzat kendisi bulunamıyor. Bu varsayım kendisine verildiğinde ise geriye kalan bağımlı ve bağımsız değişken arasında ilişkiyi bağımlılık ilişkisi gözetmeden yapıyor. Ayrıca bu ilişki orantısal veya doğrusal olma gibi özel bir ilişki olmayıp "nem artarken sıcaklık da artar sıcaklık artarken nem de artar" tarzında ya doğru ya da yanlış bir ilişki oluyor. • Bağlamda yer alan iki değişken arasındaki ilişki yada matematiksel model kendisine cebirsel olarak sunulduğunda problemi çözmek için yürütme sürecinde modeli yorumlamaya çalışıyor ancak başarısız oluyor. Kendisinin önceden kurduğu nem ile sıcaklığın doğru orantılı olacağı ilişkisinden gitmeye çalışıyor ancak bu çerçevede de doğru olarak yorumlanabilecek sonuçlara ulaşamıyor. • Modeli değerlendirmeyi gerektiren sorularda bağlam çerçevesinde akıl yürütmeye çalışıyor ve yanlış da olsa fark ettiği değişkenler ve ilişkiler üzerinden çözüme ilişkin yorumda bulunmaya çalışıyor. Farklı bir bağlamda modelin geçerliliğini kontrol etme ya da revize etme sürecinde sunulan bilgiler üzerinden kendi günlük deneyimlerine dayalı olarak yorumlar öne sürüyor.

Tablo 2.12. (Devam) *AUMT'un analizi sonucu farklılaşan performanslar doğrultusunda oluşan gruplar*

3	• Problem durumunu anlama sürecinde esas terimi belirlemenin yanında onu etkileyen değişkenlerin de farkında olup bağlamsal çerçevede kalarak bu etkiyi açıklama yolunda adım atabiliyor. • Kendisi bir değişkenin olmadığı varsayımında bulunup geriye kalan iki değişken arasında ilişki kurabiliyor. Bu ilişkiyi orantısal olarak düşünüp doğrusal olarak düşünemiyor. Sayısal değerler de verebilme eğiliminde olan bu gruptaki katılımcı örneğin "nem oranı iki katına çıkarsa sıcaklık da iki katına çıkar" deyip tablo üzerinden bu iddialarını göstermeye yönelik adımlar atabiliyor. Ancak bu ilişkiyi cebirsel olarak ifade etme çabaları olsa da başarısız oluyor. İlişkiyi yanlış kurduğu için o ilişkiyi işe koşmayı gerektiren problem çözümünde de başarısız oluyor. • Bağlamda yer alan iki değişken arasındaki ilişki kendisine cebirsel olarak sunulduğunda (matematiksel model) problemi çözmek için yürütme sürecinde o modeli yorumlama yolunda çaba gösteriyor ancak başarısız sonuçlar ortaya koyuyor (ör. Y=20+25x olduğunu için aradaki fark 5 o yüzden %5 nem, sıcaklığı 5 derece arttırıyor yorumu). Ancak doğru orantılı bir ilişki olması gerektiği düşüncesine sahip olduğu için problem durumlarında buradan bazen kendisinin verdiği doğru orantılı artış değerleriyle yanlış da olsa sonuçlar ortaya koyabiliyor. • Modeli değerlendirme gerektiren sorularda modele dayalı yorumda bulunması gerektiğinin farkında olduğu görülmekte ancak kritik olabilecek sayısal değerlerin atanması gerektiğinin farkında değil ve bu sebeple değerlendirmelerinde modele başvuramıyor (ör. %0 nem değeri). Denklemde sayısal değerler atamaya çalışıyor ancak geçerli sayısal değerler atayamıyor. Modeli revize etme veya geçerliliğini değerlendirmede ise ya aksi bir matematiksel dayanak bulamadığı için geçerli olduğunu belirtiyor ya da revizyona neden olabilecek kritik bilgiyi fark etse bile (ör. %40 nem oranı ve 27 ^{0}C sıcaklık kısıtlaması) model ile ilişkilendirme yapamadığı için onları anlamsız veya gereksiz bulabiliyor.
4	• Problem durumunu anlama sürecinde esas terimi ve onu etkileyen değişkenleri bağlamsal çerçevede kalarak gerektiğinde matematiksel destekler sunarak açıklayabiliyor. • Kendisi bir değişkenin olmadığını varsayıp, geriye kalan değişkenler arasında bağımlılık ilişkisi de kurabiliyor. Hatta bu ilişkiyi cebirsel olarak ifade etme yolunda olduğu görülüyor. Modeli cebirsel olarak ya da sözel olarak işe koşmayı gerektiren sorularda ise eğer model kendisine doğrudan verilirse onu kullanabildiği ancak kendisinin ulaşması beklendiği durumda ise zaten modele tam ulaşamadığı için başarısız olduğu görülüyor. Ancak modele ulaşma yolunda başarısız da olsa yanlış sonuçlandırdığı modeli çözüme yansıtmaya çalıştıkları görülüyor. • Bağlamda yer alan iki değişken arasındaki ilişki kendilerine cebirsel olarak sunulduğunda (matematiksel model) problemi çözmek için yürütme sürecinde modeli değişkenleri tanıma, onlara değer vererek ilişkiyi keşfetme gibi adımlar atarak yorumlayabildiği ya da yorumlama yolunda olumlu adım atabildiği görülüyor. Ayrıca bu modeli problemin çözümünde kullanabiliyor. • Modeli değerlendirme sürecinde verilen sonucu değerlendirirken modele başvuruyor. Model için kritik olabilecek değerler (ör. %0 nem ya da negatif nem oranı) üzerinden ilişkiyi yorumlayabiliyor. Farklılaşan bağlamda modeli revize etme veya geçerliliğini değerlendirmede ise verilen bilgiler içinde modeli kısıtlayan bilgiyi seçebiliyor. Öte yandan modelin o bağlamda geçerli olduğunu modelde yeni sayısal değerleri atayarak (ama yanlış sayısal değerler atayabiliyor) herhangi bir sonuca ulaşabilmesi ile savunuyor.

2.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmanın veri toplama araçları açık uçlu sorulardan oluşan matematikleştirme testi (AUMT), çıkmış PISA sorularından oluşan Matematik Okuryazarlığı Ölçme aracı (MOÖ), birebir gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğretim uygulamalarının video kayıtları ile öğrencilerin öğretim boyunca kullandıkları bireysel ve grup çalışma kâğıtları, etkinlik aralarında uygulanan gözden geçirme araçları ve araştırmacı günlükleridir.

2.3.1. Açık uçlu matematikleştirme testi (AUMT)

Bu araştırmanın başında uygulanan, en genelinde bir gerçek yaşam bağlamı üzerinden öğrencilerin matematiği açığa çıkarmalarına odaklanan ve daha özelinde alanyazında belirtilen matematikleştirme yeterliklerini sorgulayan bu açık uçlu sorulardan oluşan veri toplama aracı araştırmanın odak katılımcılarını belirlemek üzere tasarlanmış ve uygulanmıştır. AUMT' a ilişkin ayrıntılı açıklama 2.2'deki katılımcılar başlığı altında sunulmuştur.

2.3.2. Matematik okuryazarlığı ölçme testi (MOÖ)

PISA'da daha önceki yıllarda çıkmış farklı düzeylerde yer alan 11 sorudan oluşan MOÖ, araştırma öncesinde ve araştırma sonunda yaklaşık 7 ay arayla katılımcılara uygulanmıştır (Ek-6). Araştırmadaki modelleme etkinliklerinin cebir öğrenme alanına yönelik tasarlanmasından ötürü MOÖ' deki sorular da matematiksel içerik olarak değişim ve ilişkiler ile nicelik kategorilerinden seçilmiştir. Bu soruların düzeylerinin belirlenmesine ise OECD'nin (2009) PISA değerlendirmelerinden örnek sorular (Sample Questions from OECD's PISA Assessments) çalışması rehberlik etmiştir. OECD (2009), önceki yıllarda uygulanmış PISA değerlendirmelerinde yer alan soruların her biri için tam puan, sıfır puan ve kısmi puan olarak değerlendirilecek olası cevapları ve bu soruların matematik okuryazarlığı ölçeğindeki hangi zorluk puanına sahip olduklarını sunmuştur. Öte yandan OECD (2009 s.122) tarafından PISA 2009 çerçevesinde matematik okuryazarlığı altı yeterlilik düzeyi yayınlanmış ve hangi puan aralığındaki soruları çözebilen öğrencilerin bu düzeylere çıkabileceği sunulmuştur (Tablo 2.13).

Tablo 2.13. *Matematik okuryazarlığı yeterlilik düzeylerinin PISA ölçeğindeki skor puanları (OECD, 2009 s.122)*

Düzey	PISA ölçeğindeki skor puanları
6	669.3 üzerinde
5	607.0'den 669.3'e kadar
4	544.7' den 607.0'e kadar
3	482.4'den 544.7'e kadar
2	420.1'den 482.4'e kadar
1	357.8'den 420.1'e kadar
1. düzey altı	357.8 altında

MOÖ testinde yer alan soruların hangi zorluk puanına sahip olup, hangi yeterlilik düzeyine yönelik olduğu Tablo 2.14'te sunulmuştur.

Tablo 2.14. *MOÖ soruları zorluk puanları ve yeterlik düzeyleri (OECD,2009)*

Soru	Zorluk puanı	Düzey
Döviz kuru başlığı soru 1	406	1
Döviz kuru başlığı soru 2	439	2
En iyi araba başlığı soru 1	447	2
Bisiklet sürücüsü Hale başlığı soru 1	510,6	3
Paraşütlü gemiler başlığı soru 1	511,7	3
Fuji dağı tırmanışı başlığı soru 1	591	4
Elmalar başlığı soru 1	548	4
Elmalar başlığı soru 2	655	5
Fuji dağı tırmanışı başlığı soru 2	641,6	5
Elmalar başlığı soru 3	723	6
Paraşütlü gemiler başlığı soru 2	702,1	6

2.3.3. Klinik görüşmeler

Bu araştırmada sekiz odak katılımcı ile onların bilişsel süreçlerine ilişkin derinlemesine veri toplanabilmesi amacıyla ikisi öğretimin uygulanması sırasında ikisi ise öğretim öncesi ve sonrasında olmak üzere toplamda dörder klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Tüm görüşmeler birebir gerçekleştirilmiş olup katılımcıların önüne beyaz kâğıt ve kalem konularak işlemlerini tekrar yapabilmelerine veya yeni işlemler gerçekleştirebilmelerine fırsat verilmiştir. Ayrıca sesli düşünmeleri için teşvik edilmişler ve yaptıklarını silmeyip yeniden başka bir kâğıda yapmaları konusunda uyarılmışlardır. Öte yandan tüm görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır.

Ön görüşmelerde odaklanılan esas nokta, katılımcıların MOÖ performansları olmuştur (Ek-7). Öte yandan son görüşmelerde ise hem MOÖ performansları hem de üçüncü öğretim bölümünde ortaya koydukları performanslarına yönelik olmak üzere iki farklı doğrultuda veri toplanması amaçlanmıştır. MOÖ'de yer alan sorulara verdikleri cevaplar ve çözümler için düşünme yollarını ve akıl yürütmelerini açığa çıkarmak amacıyla kendilerine yöneltilen sorular yardımıyla onların matematik okuryazarlığı düzeyinin daha sağlam temeller üzerine oturtulması sağlanmıştır. Örneğin, paraşütlü gemi başlığı altında yer alan "paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır. Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?" şeklindeki soru 1'

de 25+24=49 işlemini ortaya koyup o şıkkı işaretleyerek yanlış cevap veren iki katılımcıdan birisi görüşme sırasında "hocam ben bu soruyu yapamadım ama yapmaya çalıştım. Geminin güvertesinde rüzgâr hızı 24 km/sa. Ben 24 km/sa 'in %25 oranında daha hızlı olacağını düşündüm. Ve topladım ikisini buldum" diye açıklama yaparak her ne kadar yetersiz bir çözüm de olsa doğru ilişkilere dayalı işlemler yapıp onlara dayalı akıl yürütebildiğini gösterirken bir diğer katılımcı ise "salladım" açıklamasını yaparak çözüm yolunda doğru bir akıl yürütme ortaya koyamadığını göstermiştir. Dahası aynı katılımcı son testte yine "49" cevabını vererek hata yapmış ancak bu sefer "bence rüzgârın paraşüte gelen yaklaşık hızı daha fazla olur. Paraşüt rüzgâr hızını 25 azalttığı için rüzgar hızı daha fazla olur" şeklinde yine yetersiz de olsa en azından rüzgar hızının fazla olması gerektiği yönünde bir akıl yürütme ortaya koyabildiği göstermiştir. Dahası bazı katılımcıların aslında ondalık gösterimden kaynaklı ortaya konan nokta sembolünü çarpma olarak algıladığı gibi basit hataları görülmüş ve görüşme sırasında bu hatalarını fark ederek kolaylıkla üstesinden gelebildiği görülmüştür ki bu da katılımcının matematik okuryazarlığı düzeyine karar verilmesinde veya yorumlanmasında sağlam temellendirilmiş veriler sağlamıştır.

Öğretim uygulamaları sırasında beşinci etkinlik ve onuncu etkinlik sonrasında diğer bir deyişle birinci ve ikinci öğretim bölümleri sonrasında odak katılımcılarla klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Beşinci etkinliğe kadar matematik okuryazarlığı süreçlerinden sadece formüle etme sürecini hedef alan kısmi modelleme etkinliklerinin tasarlanmış olması ilk ara görüşmenin bu sırada yapılmasında etkili olmuştur. Nitekim bu ilk ara görüşmede arı sütü bağlamlı sadece formüle etme sürecini hedef alan kısmi bir modelleme sorusu katılımcılara yöneltilmiştir (Ek-8). Görüşme öncesinde kendilerine bu modelleme sorusunun ve matematikleştirme yeterliliğine yönelik açık uçlu soruların yer aldığı bu çalışma yaprağı verilmiş ve bireysel olarak süre kısıtlaması olmaksızın bu modelleme sorusuna ilişkin kendilerine yöneltilen "problemi ifade ediniz", "amacınızın ne olacağını yazınız", "amacınıza ulaşmanızda metinde verilen bilgilerin hangilerinin gerekli hangilerinin gereksiz olduğunu yazınız", "problemin çözümüne etki eden değişkenler nelerdir? Bağımlı ve bağımsız olarak da ifade edebilir misiniz?", "değişkenler arasında herhangi bir ilişki söz konusu mudur? Açıklayınız", "problemi çözebilir misiniz?", "çözüm önerisi niteliği taşıyan olası tüm durumları temsil eden genel bir ifade sunabilir misiniz? Bu genel ifadenin kullanma kılavuzunu yazabilir misiniz? (Örnekler de sunabilirsiniz)", "arı sütü üretiminin artışı ile birlikte arı sütü fiyatının nasıl

değişeceğini ortaya koymak, arı sütünün fiyatının hedeflenen noktaya çekilmesinde önemli bir engelin aşılması anlamına gelecektir. Bu soruna çözüm getirecek bir ifade sunabilir misiniz?" şeklindeki soruları cevaplaması istenmiştir. Çalışma yaprağında soruları cevaplamasının ardından katılımcı görüşmeye alınmış ve bu sefer görüşme sırasında düşünme yollarına, akıl yürütmelerine, yazılı olarak sunmadığı bilişsel eylemlerine ilişkin veriler elde edilmiştir. Örneğin çözüme ilişkin matematiksel modeli sadece y=250x olarak yazılı olarak ifade eden bir katılımcıya x'in kovan sayısı, y'nin aşılama yoluyla üretilen toplam arı sütü ve 250'nin ise 250-300g arasında olduğu söylenen ancak katılımcı tarafından 250g olarak kabul edilen aşılama yoluyla bir kovandan elde edilen arı sütü miktarı olduğu yönünde açıklamalar yapmasına fırsat verilmiştir. Dahası gerçekleştirilen klinik görüşmeler katılımcının eğer varsa iletişimden kaynaklı sıkıntılarını en aza indiregeyerek bilişsel süreçlerine yönelik daha açık veri elde edebilme olanağı da sağlamıştır. Öte yandan ikinci ara görüşmeler de benzer şekilde gerçekleştirilmiştir. Bu kez öğrencilere görüşme öncesinde PISA'da çıkmış olan rüzgâr enerjisi başlıklı soru yöneltilerek yine matematikleştime yeterliklerine yönelik sorgulamalar yapılmıştır. PISA' da soru içerisimde sunulan rüzgâr enerjisinden elde edilecek kara ilişkin x=400000y-3200000 matematiksel modeli görüşmenin çalışma yaprağında öğrencilere verilmemiş ve modelleme döngüsünün tüm adımlarını gerektirecek şekilde sorular sorulmuştur (Ek-9). Bu matematiksel model ise görüşme sırasında katılımcılardan formüle etme süreçlerinde yeterli verinin alınmasının ardından onlara verilerek onu bağlamda yorumlayıp değerlendirmeleri beklenmiştir. Diğer taraftan bu ara görüşmelerde öğrencilerin o görüşme öncesinde uygulanmış etkinliklerdeki bireysel çalışma kâğıtlarındaki veya etkinlikler arasında uygulanan gözden geçirme araçlarındaki performanslarına ilişkin de veri toplanmıştır. Bu sayede hem onların bilişsel yapılarına ilişkin derinlemesine veri alınması amaçlanmış hem de eğer sadece diğer arkadaşlarından veya sınıf tartışmalarında tahtada yazılanlardan doğrudan kendi kâğıdına geçirme ya da aklında kalanları anlamlandırmadan gözden geçirme aracında aktarma gibi durumlar varsa bunların açığa çıkarılmasına ışık tutulmuştur. Nitekim son görüşmelerde sadece üçüncü öğretim bölümünde yer alan iki bütüncül modelleme etkinliğinde ortaya koyulan performanslar üzerinden sorular yöneltilerek bu doğrultuda veriler veriler toplanmıştır. Ön görüşmeler her bir katılımcı için yaklaşık olarak 15 ile 30 dk arasında sürerken ara görüşmeler ve son görüşmeler ise yaklaşık olarak 30 dk ile 45 dk arası sürmüştür.

2.3.4. Video kayıtları ile bireysel ve grup çalışma kâğıtları

Araştırma boyunca modelleme etkinliklerine dayalı olarak tasarlanarak uygulanan tüm öğretim uygulamaları video ile kayıt altına alınmıştır. Öğretim sonrasında bu videoları dökümleri yapılarak öğrencilerin özellikle sınıf tartışmalarındaki sözlü iletişimleri ve fiziksel eylemlerine ilişkin veri elde edilebilmiştir. Öte yandan heterojen grupların yer aldığı bu öğretim uygulamalarında her bir gruba istenildiği kadar beyaz çizgisiz kâğıt verilmiş ve bireysel ve grup çalışma kâğıtları olarak onları kullanmaları istenmiştir. Onlardan hem bireysel olarak erişilerini, düşüncelerini, işlemleri vb. eylemlerini bireysel çalışma kâğıtlarına yazmaları hem de grup tartışmaları sonrasında ortak vardıkları kararları ve eylemleri grup çalışma kâğıdı olarak belirledikleri kâğıtlara yazmaları istenmiştir. Silgi kullanımının olabildiğince az olması vurgulanarak yanlış bile yapsalar yeni kâğıda geçmeleri belirtilmiştir ki böylece zorlukları, yanılgıları ve kabul edilmeyen görüşleri ve düşünceleri hakkında veri elde edilmesi sağlanmıştır. Her öğretim sonrasında bireysel ve grup çalışma kâğıtları toplanmıştır.

2.3.5. Gözden geçirme araçları

Bu çalışmada her bir öğretim uygulaması sonrasında o öğretimde uygulanan modelleme etkinliğine ilişkin soruların yer aldığı gözden geçirme araçları uygulanmıştır. Bu sayede odak katılımcıların öğretim sırasında grup olarak veya bireysel olarak ortaya koydukları performanslarına ilişkin, eylemleri anlamlandırıp anlamlandıramadıklarına yönelik destekleyici veriler elde edilmesi amaçlanmıştır. Öte yandan öğretim uygulamaları arasında gerçekleştirilen makro analizler yoluyla öğrenci düşünmeleri ve akıl yürütmelerine ilişkin ara veriler elde edilmesinin modelleme etkinliklerinde veya etkinliklerin yürütülmesi sürecinde gerekli revizyonların yapılmasına katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

2.3.6. Araştırmacı günlüğü

Öğretmen olarak öğretim deneylerinde aktif rol alan araştırmacı, öğretim uygulamaları boyunca katılımcılara ve sınıf ortamına ilişkin saha notları tutmuştur. Araştırmacı tarafından katılımcıların davranışları, mimikleri, jestleri, psikolojik durumları, grup çalışmalarında iletişim ve etkileşim kurup kurmadıkları, sınıf veya grup tartışmalarında aktif olarak rol alıp almadıkları, bireysel çalışma kâğıtlarında sundukları

performanslarda doğrudan arkadaşından veya tahtadan geçirme yapıp yapmadığı gibi genellikle gözlemlere dayalı notlar alınmıştır.

2.4. Araştırmacının Rolü

Bu araştırmadaki klinik görüşmeler ve öğretim uygulamalarında araştırmacı doğrudan sahada araştırmacı-öğretmen olarak aktif bir rol almıştır. Hem öğretim uygulamaları hem de görüşmeler araştırmacı öğretmen tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu sayede öğretim süreçlerinde karşılaşılan zorluklar, öne sürülen hipotezlerin değerlendirilmesi, gerekli revizyonların yapılması ve önlemlerin alınması için birinci elden deneyime girilmiştir. Öte yandan araştırmacı-öğretmenin bu çalışmada yer alan odak katılımcılar ile birlikte tüm öğrencilerin beşinci sınıftan beri matematik öğretmenliğini yapmasının, hem öğrencileri öğretim sürecine motive etme yönünde hem de onların öğrenme geçmişlerine ilişkin deneyim sahibi olması sebebiyle öğretimi planlama ve yürütme yönünde olumlu katkısının olduğu düşünülmektedir. Araştırmacı-öğretmen MEB'e bağlı devlet okullarında 15 yıllık bir öğretmenlik deneyimine sahip olup yüksek lisansını RME'ye dayalı olarak desenlenen bir öğrenme ortamında eğim kavramının matematikleştirilmesi ve bu süreçte öğrencilerin ortaya koyduğu bilişsel süreçlerinin APOS (Action-Process-Object-Schema) çerçevesinde incelenmesi üzerine yapmıştır. Ayrıca araştırmacı-öğretmen yüksek lisans ve doktora eğitimi boyunca matematik öğrenme kuramları, matematik dili, matematiksel kanıt, matematiksel modelleme, geometrik düşünme, cebirsel düşünme ve matematiksel düşünme alanlarına yönelik derslerde eğitim almıştır.

2.5. Veri Toplama Süreci

Bu araştırmanın verileri yaklaşık yedi aylık bir süreçte toplanmıştır. Öncelikle araştırmanın katılımcılarının belirlenmesi için bir gerçek yaşam bağlamında matematikleştirme yeterliklerine ilişkin açık uçlu soruların yer aldığı AUMT ile veriler toplanıp analiz edilerek sekiz odak katılımcı belirlenmiştir. Ardından bu odak katılımcılara farklı düzeylerdeki PISA sorularının yer aldığı MOÖ uygulanmış ve böylece araştırma öncesinde matematik okuryazarlığı düzeyleri belirlenmiştir. Odak katılımcılarla araştırma öncesinde gerçekleştirilen ön klinik görüşmeler de MOÖ performanslarına yönelik olup onların bilişsel süreçlerine ilişkin derinlemesine veri

sağlayarak matematik okuryazarlığı düzeylerinin belirlenmesinde sağlam temelli veriler sunmuştur. Daha sonrasında ise modelleme etkinliklerinin tasarlanması, planlanması ve uygulanmasını içeren öğretim deneyi sürecinde geçilmiştir. Öğretim deneyi süreci ayrıntılı olarak 2.1.1' de sunulmuştur. Öğretim deneyi sürecinde yaklaşık olarak 10 günde bir olmak üzere toplam 12 modelleme etkinliğine dayalı öğretim süreci uygulanmıştır. İlk beş etkinliği içeren birinci öğretim bölümü sonunda ilk ara görüşmeler, ikinci beş etkinliği içeren ikinci öğretim sonunda ikinci ara görüşmeler ve en sonda kalan iki etkinliği içeren üçüncü öğretim bölümü sonunda son ara görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğretim uygulamaları arasında gözden geçirme araçları uygulanmış ve hem bu gözden geçirme araçları hem öğretim uygulamaları hem de klinik görüşmeler yoluyla elde edilen veriler üzerine, öne sürülen hipotezlerin test edilmesi ve gerekli görülen revizyonların gerçekleştirilip önlemler alınması için makro analizler yapılmıştır. Öğretim deneyi sürecinin ardından ise en başta yani yaklaşık yedi ay önce uygulanan MOÖ testi yeniden uygulanarak öğrencilerle bu testteki performanslarına ve bilişsel süreçlerine ilişkin daha ayrıntılı veri elde edebilmek için son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşmelerde hem MOÖ hem de son iki etkinlikte ortaya konan öğrenci performanslarına odaklanılmıştır. Öğretim deneyi sonrasında ise MOÖ, öğretim uygulamalarının video kayıtları, bireysel ve grup çalışma kâğıtları, klinik görüşmeler yoluyla elde edilen veriler ile onlara destekleyici veri sağlayan araştırmacı günlüğü ve gözden geçirme araçları ile elde edilen veriler analiz edilerek öğrencilerin matematik okuryazarlığına ve matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgulara ve sonuçlara ulaşılmıştır. Araştırmada süreci boyunca verilerin toplanması ve analizi için atılan adımlar Şekil 2.5.'te kısaca sunulmuştur.

Şekil 2.5. *Verilerin toplanması ve analizi süreci*

2.6. Verilerin Analizi

Bu araştırmada elde edilen veriler nitel veri analizi yöntemlerinden tematik analiz yöntemiyle analiz edilmiştir (Glesne, 2012, s. 255; Green vd., 2007). Tematik analizde araştırmacı veriler içinde tema ve örüntüler aramak amacıyla verileri kodlar ve daha sonra aynı biçimde kodlanmış tüm verileri okur ve özünde ne olduğunu bulmaya çalışır (Glesne, 2012, s.255). Green ve diğerleri (2007) tematik analiz sürecini dört aşamaya ayırarak anlatmıştır. Bu bölümde araştırmanın birinci amacı olan matematikleştirme yeterliğine ilişkin elde edilen verilerin analizi bu dört aşama üzerinden sunulmuştur.

- Veriler içerisine dalış (İmmerson in the data): Elde edilen verilerin tekrar tekrar okunup ve gözden geçirilmesi sanki o süreç tekrar yaşanıyormuş gibi hayal edilir ve hangi eylemlerin ve söylemlerin hangi amaçla ortaya konduğu üzerine detaylı

inceleme yapılması sağlanır. Bu araştırmada da öğretim sürecindeki veriler uygulama güzergahı ile paralel olacak şekilde analiz edilmiş ve pek çok zaman verilerin tekrar gözden geçirilerek ne anlam ifade ettiği üzerine farklı verilerin incelemesi yapılmıştır. Öyle ki derslerin ve görüşmelerin video kayıtlarının dökümleri yapılmasına rağmen dökümler üzerinden analiz yapılırken onların tekrar izlendiği bile olmuştur.

- Kodlama Süreci (process of coding): Her bir görüşmeyi içeren bilgilerin ve geri kalan tüm veri setinin incelenerek düzenlenmesi sürecidir. Dökümdeki her bir bölümü tanımlayan birer etiket olarak düşünülen kodların ortaya konması sürecinde araştırmacının her bir verinin ne anlam ifade ettiğini anlayabilmesi çok önemlidir. Kodlama süreci genellikle revize edilen çok sık geriye dönülebilen bir süreçtir. Bu araştırmada da alanyazında matematikleştirme yeterliği için ortaya konan alt yeterlikler doğrultusunda ortaya çıkabilecek kodlar öngörülerek hazırlık yapılmış ancak bunların dışında kalan pek çok kodun da ortaya çıkabildiği görülmüştür. Veriler analiz edilirken pek çok zaman yeni bir kodun ortaya çıkmasının ardından veya o kodla etiketlenen farklı bir eylemin olabileceği görüldüğünde önceden analiz edilmiş diğer veri gruplarına tekrar dönülerek o kod ile etiketlenecek eylemlerin aranması durumunda kalınmıştır.
- Kategoriler oluşturma (Creation of categories): Kodların birbirine bağlanabilme yollarını incelemek amacıyla veriler derinlemesine incelenir. Katılımcıların konuşmalarını, düşünmelerini veya diğer eylemlerini araştırmadaki olaylar bağlamında kategorize etme yolları sağlayan ayrıntılı veri incelemesi sonunda, kodların birbirine bağlanarak yerleştirildiği uygun kategoriler ortaya çıkar. Alanyazında matematikleştirme yeterliği için ortaya konan alt yeterliklerden PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi ile uyumlu olanlar, kodların birbirine bağlanarak hangi kategori altında toplanacağına rehberlik etmiştir.
- Temaların belirlenmesi (İdentication of themes): Temaların oluşumu, bir dizi kategorinin betimlenmesinden öte artık araştırmanın amacına hizmet eden durumların bir yorumu ya da açıklamasına kayışı ifade eder. Temalar, hem teoriyle hem verilerle ilişkilendirilen açıklamaları, araştırma ile ilişkili teorik kavramlar temelinde genişletmeyi gerektirir. Bu araştırmada PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliği tanımlamaları, süreçlerde onu aktive ettiği belirtilen eylemler ve kritik yönler, matematikleştirme yeterliği düzeyleri (Turner, Blum ve Niss, 2015) ile alanyazında PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi ile uyumlu olan matematikleştirme eylemleri ve alt yeterlikleri temaların belirlenmesinde doğrudan rol almıştır.

Bu araştırmada ortaya konan kodlar, kategoriler ve temalara bir örnek Tablo 2.15'te sunulmuştur. Bu örnekte *"altta yatan matematiksel yapıları belirleme"* teması altında ortaya çıkan*"metinde gömülü problemi ortaya çıkarma"* ve *"kritik bilgileri ayrıştırma"* kategorilerinden *"metinde gömülü problemi ortaya çıkarma"* kategorisine ilişkin kodlarla etiketlenen performanslardan örnekler sunulmuştur.

Tablo 2.15. *Bir kategoriye ilişkin kodlarla etiketlenen performanslardan örnekler*

Performanslar	**Kod**	**Kategori**	**Tema**
"Metinde bize elektrikli bisikletle ve benzinle çalışan motorların farklarını soruyor" *"Problem bisiklet ya da motosiklet arasındaki seçim yapma kararsızlığı"*	Problemi ulaşması beklenen esas amaçtan yoksun bir şekilde ortaya koyma	Metinde Gömülü problemi ortaya çıkarma	Altta yatan matematiksel yapıları belirleme
"Problem, benzinli motorun elektrikli bisiklete göre daha sorunlu olması" *"Problem, dalış esnasındaki basıncın akciğerlere baskı yapması ya da çok derine inilirse akciğerlerde vurgun yemenin gerçekleşmesi"*	Problem olarak matematiksel işlemler yoluyla çözüm bulunması beklenmeyen bir sorunu ortaya koyma		
"Problem sporcunun halteri tek veya iki kolla başından yukarı kolları dik olacak şekilde halteri kaldırması ve rekor kırarak birbirini geçmeye çalışmaları"	Problem olarak matematiksel işlemler yoluyla çözüm bulunması beklenmeyen bir sorunu ortaya koyma		
"Bu sorudaki problem elektrikli ve benzinli motosikletten hangisinin daha ekonomik olduğudur" *"Problem elektirikli bisikletlerin mi yoksa benzinli motosikletlerin mi daha tasarruflu olduğu kararsızlığı"*	Problemi ulaşması beklenen esas amaca vurgu yaparak ortaya koyma		
"Problem, Şahika Ercümen' in akciğerlerinin durumunu bulmamızı istiyor" *"Kaç m derine inersek ciğerlerimizin ne kadar küçüldüğü ve bu durumda kaç m' ye kadar inebileceğimiz"*	Problemi ulaşması beklenen esas amaca vurgu yaparak ortaya koyma		
"*Naim Süleymanoğlu'dan daha iyi kaldıran sprocular olmasına rağmen neden en iyi kaldırış onunki"* *"Naim Süleymanoğlundan daha ağır kaldıranlar olur ama neden daha çok puanları olmasına rağmen Naim Süleymanoğlu'nu seçmişler?"*	Problemi ulaşması beklenen esas amaca vurgu yaparak ortaya koyma		
"Şahika Ercümen' in 110 m derinliğe daldığında akciğer hacmini bulmak" *"Önce 10 m' de bir akciğerlerimizin durumunu vermiş. Daha sonra da Şahika Ercümen' nin dalışında akciğerlerinin durumunu sormuş. Yani kaç m inersek ciğerlerimizin ne kadar küçüldüğü ve bu durumda akciğer hacmi...Şahika'nın 110 m'de akciğer hacmini soruyor"*	Problemi ortaya koyarken esas amacın yanında çözüme ulaşmada göz önünde bulundurulacak matematiksel yönlere de yer verme		
"Problem, kaldırılan kilo ile kadıran kişinin kilosu arasındaki ilişkiyi bulmak" "*Problem bir sporcunun kendi ağırlığının kaç katı kadar ağırlık kaldırdığını bulmak"*	Problemi ortaya koyarken esas amacın yanında çözüme ulaşmada göz önünde bulundurulacak matematiksel yönlere de yer verme		

Toplanan veriler araştırmacının yanı sıra alanında uzman bir akademisyen tarafından da birbirinden bağımsız olarak analiz edilmiş ve kodlamaların %90 oranında uyum sağladığı görülmüştür (Miles ve Huberman, 1994). Öte yandan araştırmanın ikinci amacı olan katılımcıların matematik okuryazarlıklarına ilişkin veri analizinde ise temalar ve kodların belirlenmesinde PISA çerçevesinde sunulan düzeyler ve o düzeylere ilişkin açıklamalar esas alınmıştır. Bu doğrultuda elde edilen veriler yine araştırmacı dışında bu alanda uzman bir akademisyen tarafından analiz edilmiş ve kodlamaların %90 oranında tutarlı olduğu görülmüştür. Uyum sağlanamayan kodlar üzerinde ise derinlemesine tartışmalar yapılarak alanında uzman başka bir akademisyene de danışma yoluyla uzlaşma sağlanmıştır.

3. BULGULAR

Bu bölümde, araştırma soruları doğrultusunda elde edilen verilerin analiz edilmesiyle ulaşılan bulgular araştırma sorularıyla uyumlu olarak matematikleştirme yeterliğine ilişkin ve matematik okuryazarlığı performansına ilişkin olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur. Bulgular, değişimin daha açık görülebilmesi için her bir odak katılımcı için ayrı başlıklarda verilmiştir.

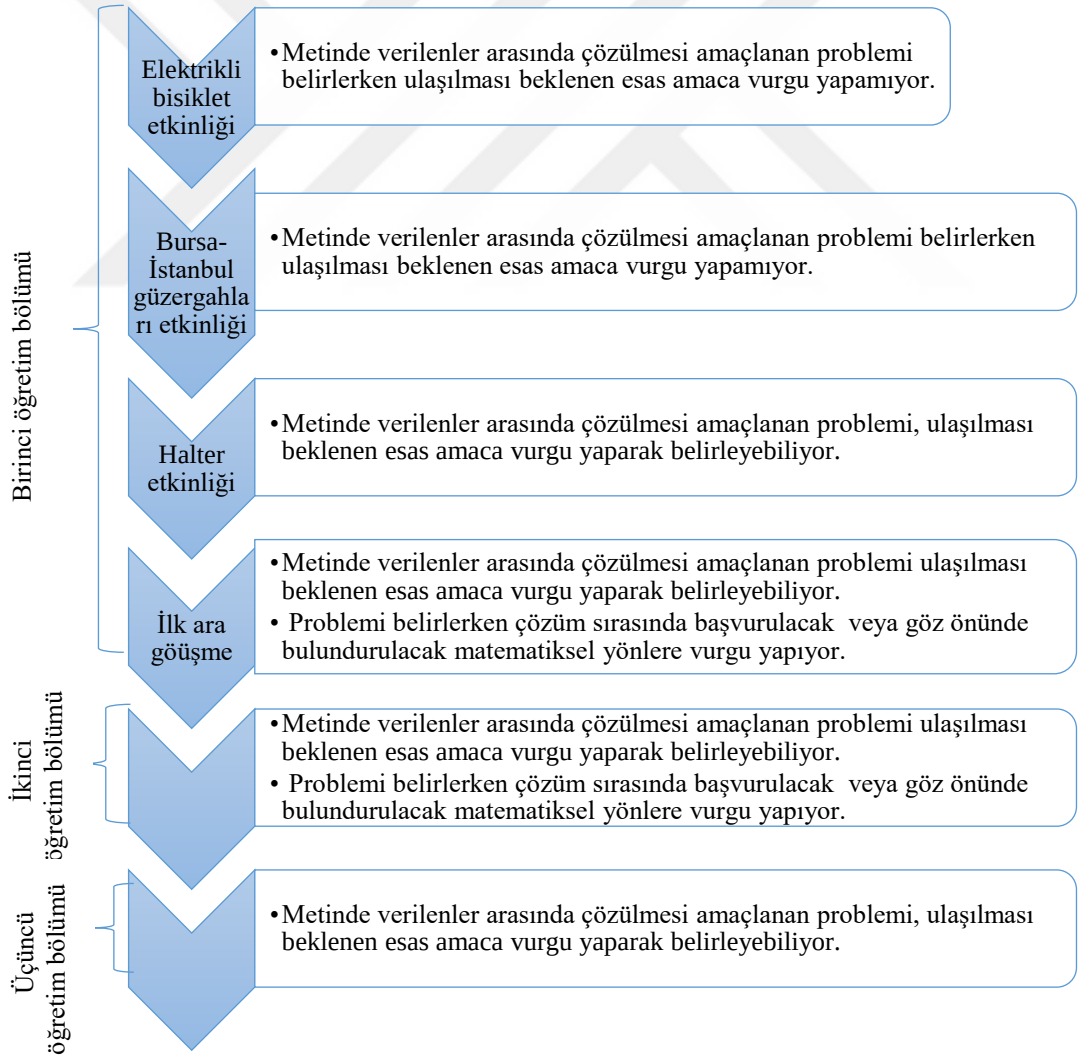
3.1. Matematikleştirme Yeterliğine İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde her bir odak katılımcının matematikleştirme yeterliğindeki değişim öğretim bölümleri ile doğrultusunda sunulmuştur.

3.1.1. Aynur'un matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

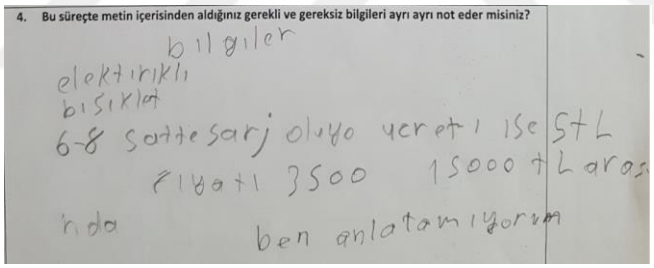
Aynur öğretim öncesinde uygulanan ön test sonucu ayrışan gruplardan dördüncüsünden gelen bir katılımcıdır. Birinci öğretim bölümünde bağlam metninde verilenlerin arasında çözüm bulunması amaçlanan problemi belirlemekte ilk iki etkinlikte sıkıntı yaşadığı görülen bu katılımcı, üçüncü etkinlikten itibaren bazen ulaşılması beklenen esas amacı entegre ederek bazense esas amaca ulaşılma yolunda göz önünde bulundurulması gereken matematiksel yönleri de entegre ederek problem cümlesini ortaya koyabilmiştir. Başlangıç etkinliği olan elektrikli bisiklet etkinliğinde problemi, "elektrikli bisiklet ve benzinle çalışan motorların farklarını soruyor" şeklinde çözüm sırasında ulaşılması beklenen esas amaç olan "hangisinin ekonomik olduğu" yönünde bir vurgu yapamadan sunduğu görülmüştür. İkinci etkinlikte de benzer şekilde bireysel olarak problemi, çözüm sırasında odaklanılacak esas amaç olan "ekonomik olma" yönünden yoksun olarak "Sevgi Bursa' dan İstanbul' a gitmek için araştırma yapmış ve araştırma sonunda Sevgi' nin sorununa yardım etmemizi istiyor" şeklinde ortaya koymuştur. Problem için sınıf tartışmalarında "matematiksel yollardan çözüm bulunacak olan sorun" vurgusu ve bu temelde tartışmaların genişletilmesiyle "ekonomik olanı bulma" amacına yönelebilmiştir. Ardından gelen etkinliklerde ise çözülmesi amaçlanan problemi artık esas amaca vurgu yaparak ortaya koyabildiği görülmüştür. Örneğin, halter etkinliğinde ise "Naim Süleymanoğlu'dan daha iyi kaldıran sporcular olmasına rağmen neden en iyi kaldırış onunki" şeklinde problemi esas amacına vurgu yaparak belirleyebilmiştir. Dahası ilk ara görüşmelerde problemi "Türkiye' de arı sütünün az

olması ile arı sütünün arttırılması istenmektedir. Çünkü arı sütü pahalıdır. Sadece 50 kg arı sütü varmış" şeklinde ortaya koyarak sadece "arı sütü fiyatını düşürmek" demek yerine "arı sütünün az olması, arı sütünün fiyatı, ülkede ne kadar arı sütü olduğu" şeklinde çözümde göz önünde bulundurulacak veya başvurulacak matematiksel yönlere de yer verebildiği görülmüştür. İkinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde de Aynur' un çözüm bulunması amaçlanan problemi ulaşılması beklenen esas amaca yer vererek ortaya koyabildiği görülmüştür. Dahası bazı etkinliklerde problem cümlesinde, çözüm sırasında göz önünde bulundurulması gerekebilecek bazı matematiksel yönlere de yer verebilmiştir. Bu katılımcının araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.1'de sunulmuştur.

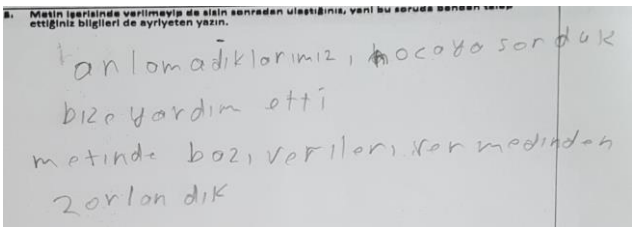


Şekil 3.1. *Aynur'un çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

Birinci öğretim bölümünde Aynur' un bağlam metninde verilenler arasında çözüm sırasında başvurulacak gerekli bilgileri belirleyebildiğine veya onların farkında olduğunu göstermeye yönelik, başlangıç etkinliği olan elektrikli bisiklet etkinliğinin öğretimi sırasında aktif olarak rol alamadığı görülmüştür. Öğretim sonrası uygulanan gözden geçirme aracında da metin içerisinde sunulan bilgileri gerekli ve gereksiz olarak ayırt edememiştir. Bunun yanında sadece elektrikli bisiklet için çözüm sırasında gerek duyulmayan "6-8 saatte şarj oluyor" bilgisini ve çözüme hizmet etmede gerekli olabilecek bilgilerden bazıları olan "şarj ücreti 5 TL, satış fiyatı 3500 ile 15000 lira arasında" bilgilerini yazabilmiştir (Görsel 3.1a). Öte yandan pek çok zaman bağlam metninde yer almayan ancak çözüme ulaşama yolunda gerekli olabailecek bilgilerin belirlenerek öğretmenden talep edildiği bu araştırmada Aynur, elektrikli bisiklet etkinliğinin öğretim sürecinde metin içerisinde sunulmayan ancak çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirlemekte ve talep etmekte de aktif bir rol alamamıştır. Gözden geçirme aracında da "anlamadıklarımızı hocaya sorduk, bize yardım etti. Metinde bazı verileri vermediğinde zorlandık" diyerek sadece sınıfta süreçte yaşananları aktarmaya çalışmıştır (Görsel 3.1b).



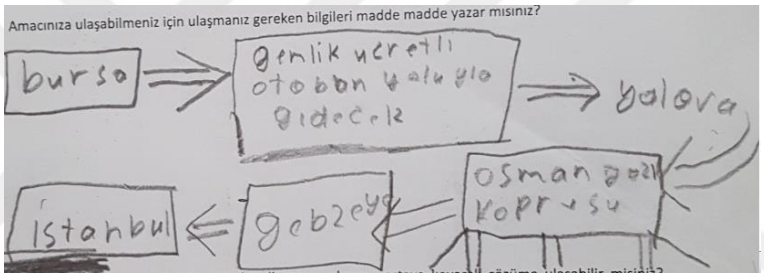
Görsel 3.1a. *Aynur'un elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulan ve çözüm için gerekli olan bilgileri belirleme performansı*



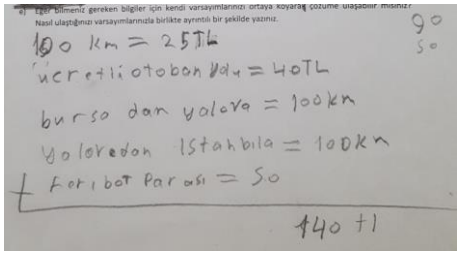
Görsel 3.1b. *Aynur'un elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulmayan ancak çözüm için gerekli bilgileri belirleme performansı*

İkinci etkinlik olan Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde gruptan ayrı olarak daha çok bireysel çalıştığı görülen Aynur'un metin içerisinde sunulan ve çözüm için

gerekli olan bilgilerden köprülü güzergaha yönelik olanları bir görsel ortaya koyarak doğru belirleyebildiği görülmüştür (Görsel 3.2a). Diğer taraftan feribotlu güzergah için hesaplamalar sırasında kendisinin sayısal değerler atadığı bilgilerin, çözüme hizmet edecek bilgiler olması ve metinde sunulan feribotlu güzergah ile uyumlu olması dikkat çekmiştir (Görsel 3.2b). Ancak sadece karayolu ile gidilen güzergaha ilişkin bir girişimi görülmemiştir. Öte yandan bu katılımcı sınıf tartışmalarında aslında kısa bir mesafe de olsa benzin harcanması gereken "Bursa-Gemlik arasının kaç km olduğu" bilgisinin gerekli olduğunu dile getirerek, metin içerisinde gömülü olarak sunulan ve çözümde başvurulması beklenen bir bilgiyi dahi belirleyip talep edebilmiştir. Ancak öğretim sırasında çözüme hizmet etmeyecek olan "hız sınırı kaç?" bilgisini de talep etme hatası dikkat çekmiştir.



Görsel 3.2a. *Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*

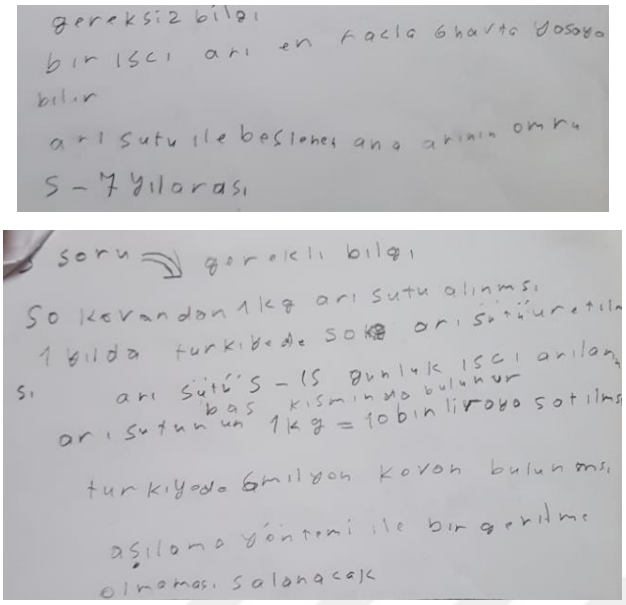


Görsel 3.2b. *Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde atadığı sayısal değerler*

Dalış etkinliğinde öğretim sonrası uygulanan gözden geçirme aracında metinde sunulan ancak problem çözümü sırasında kullanılmasına gerek duyulmayacak bilgilere "İtalyan, Güney Kore hakemleri, 9.15 başlama saati, dalış süresi 2 dk 44 sn" şeklinde hem matematiksel yönleri olan hem de olmayan örnekler sunabildiği görülen Aynur' un gerekli olabilecek bilgiler için ise "her 10 m derinlikte basınç 1 atm artmaktadır" şeklinde doğru adım atabildiği görülmüştür. Ancak çözüm sırasında gerekli olabilecek bilgiler için

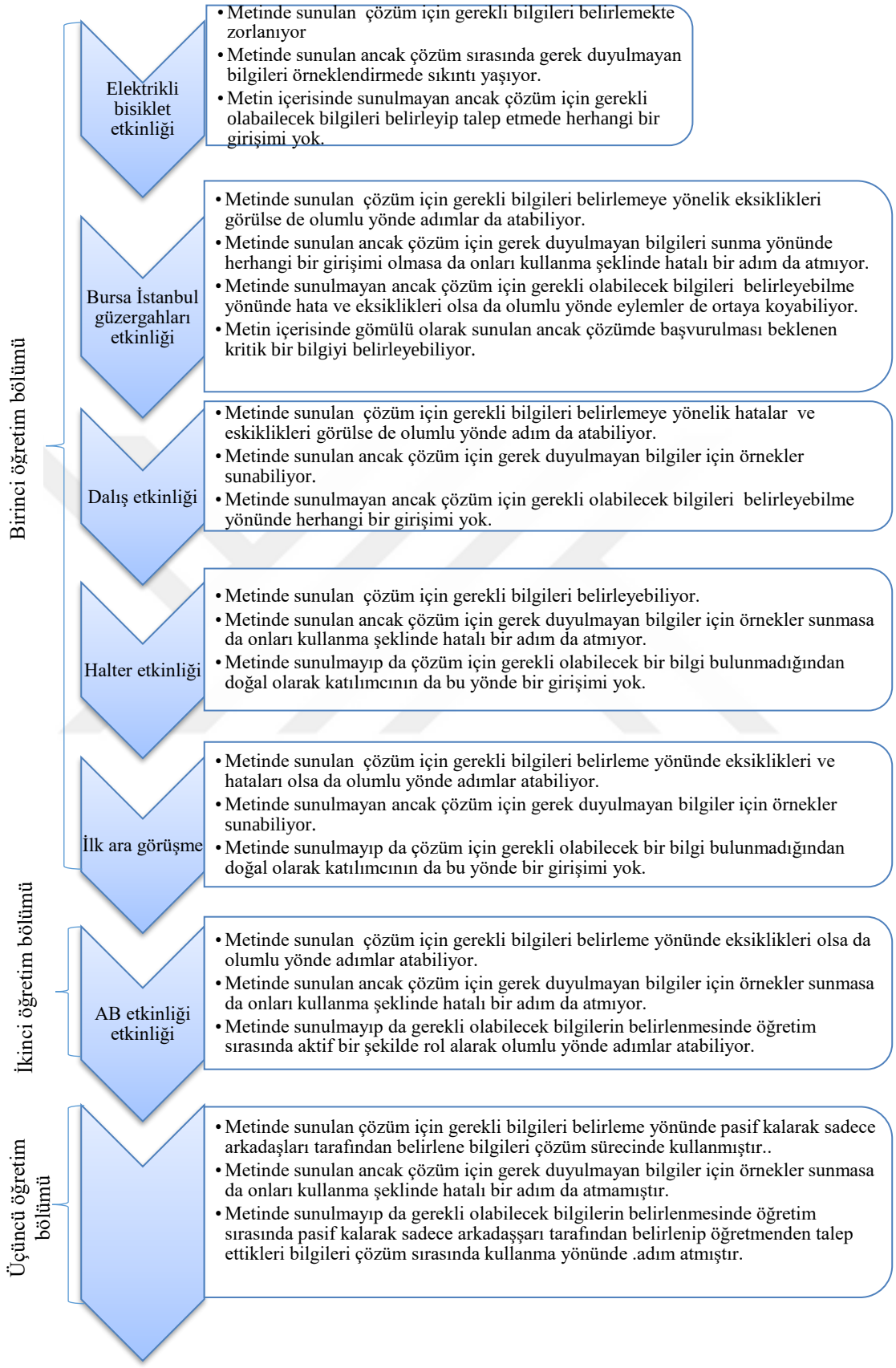
metinde sunulan ancak problem çözümünde kullanımlayacak olan "denize dalış sırasında dalgıçların özel kıyafetlerini giyerek ve oksijen tüpüyle ya da tüpsüz olarak yaptıkları, bu sporda bazı konularda bilimsel olarak kanıtlanmış bilgilerin öğrenilmesi hayati önem taşır" ve "bu durumda küçülmüş olan akciğerlerdeki ve damarlardaki gazlar çok hızlı bir şekilde genleşecektir. Genleşen gazlardan azot hayati vücut hasarlarına sebep olur. Bu durum halk arasında vurgun yeme olarak da bilinen ve çok zaman ölümle sonuçlanabilen dekompresyon hastalığıdır" şeklindeki daha çok bağlamsal yönlü bilgileri hem de metinde olduğu gibi aynen aktarması ise dikkat çekmektedir. Halter etkinliğinde ise çözüm sırasında başvuracağı gerekli bilgileri "hocam kendi kilosu ve kaldırdığı ağırlığı verirseniz yaparım" şeklinde vurgulayan Aynur' un matematiksel işlemlerine bakıldığında da bu bilgileri kullandığı görülmektedir. İlk ara görüşmenin çalışma kâğıdında ise metin içinde sunulan ancak çözümde başvurulmasına gerek duyulmayan bilgilere "bir işçi arı en fazla 6 hafta yaşayabilir, arı sütü ile beslenen ana arının ömrü 5-7 yıldır" şeklinde matematiksel yönü olsa da çözüm sırasında dikkate alınmasına gerek duyulmayan bilgileri örnek olarak verebilen katılımcı, çözüm sırasında başvurulmasına gerek duyulan bilgiler için ise "50 kovandan 1 kg arı sütü alınması, 1 yılda Türkiye' de 50 kg arı sütü üretilmesi, arı sütünün 1 kg' ının 10000 liraya satılması, Türkiye' de 6 milyon kovan bulunması ve aşılama yoluyla arı sütü üretiminde bir gerileme olmamasının sağlanması" şeklinde problem çözümüne hizmet etme potansiyeline sahip olarak gördüğü tüm bilgileri ortaya koymuştur (Görsel 3.3). Bunun yanında "arı sütü 5-15 günlük işçi arıların baş kısmında bulunur" şeklinde problem çözümünde kullanılması gerekli olmayan bir bilgiyi de gerekli olarak sunma hatası dikkat çekmiştir. Ancak görüşme sırasında gerekli olarak ortaya koyduğu tüm bilgileri kullanmadığını, içlerinden gerekli gördüklerini kullandığını belirtmiştir. Öte yandan bağlam metninde aşılama yoluyla arı sütü üretimine yönelik sunulanları, kovan sayısı, fiyat gibi aslında çözüm için gerekli olan bilgileri ne gerekli olarak ifade etmiş ne de çözüm sürecinde kullanmıştır.

> Ö: Peki sen bu bilgileri çözümünde kullandın mı?
>
> Aynur: Kullandım mı?(kendi kendine soruyor) Ben hocam 50 kovandan 1 kg arı sütü alması ile başladım probleme. Senede hocam Türkiye'de 50 kg arı sütü üretilmesi. Ben bu iki bilgiden gittim



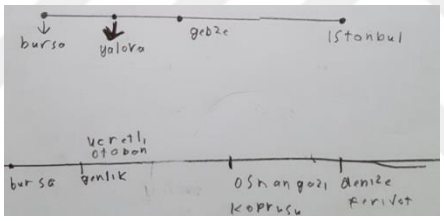
Görsel 3.3. *Aynur'un arı sütü görüşmesi çalışma kâğıdında metinde sunulan bilgilerden çözüm için gerekli olanları ve olmayanları belirlemeye ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünde Aynur'un metin içerisinde sunulan bilgilerden problem çözümü sırasında gerek duyulmayan bilgileri göz ardı edebildiği ve kendisine sorulduğunda örnekler sunabildiği görülürken, problem çözümünde kullanılabilecek metinde sunulan veya sunulmayıp da talep edilmesi beklenen gerekli bilgileri belirlemede mutlak başarı ortaya koyamayıp zaman zaman eksiklikleri veya hatalarına rağmen olumlu yönde adımlar atabildiği görülmüştür. Örneğin, AB etkinliğinde metinde sunulmayıp da gerekli olabilecek bilgileri öğretim sürecinde aktif bir şekilde belirleyip talep etmeye "en kalabalık ülke hangisi hocam AB' de?", "Türkiye üye olmadan önce en güçlü ülkenin milletvekili sayısı ve nüfus sayısı" ve "en güçlü 4 ülke. Bir de nüfus sayıları. Almanya'dan sonra 3 ülke daha mesela" sorularıyla doğrudan katkı sağladığı görülmüştür. Üçüncü öğretim bölümünde yer alan etkinliklerin öğretim sürecinde ise oldukça pasif kalarak sadece arkadaşlarının talep ettiği veya metin içerisinde fark ettiği bilgileri çözüm sürecinde kullanma yolunda adım atabildiği görülmüştür. Aynur'un araştırma boyunca metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları veya metin içerisinden sunulmayıp da gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.2'de verilmiştir.

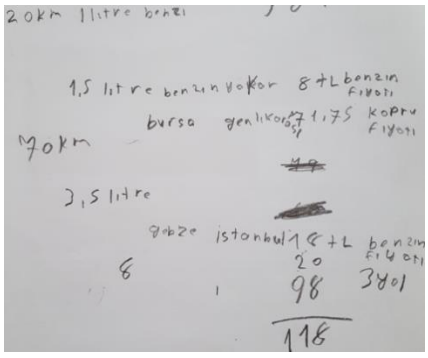


Şekil 3.2. *Aynur'un çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı*

Birinci öğretim bölümünde Bursa-İstanbul güzergahları ve dalış etkinliklerinde, etkinliklerin doğası gereği ortaya çıkan görsellerden faydalanma yolunda Aynur'un bağlam metni içerisinde sunulan, özellikle de çözüm sürecinde başvurulması gerekli olan bilgileri anlamlandırma yolunda eksiklikleri ve hataları görülse de doğru yönleri olan görseller inşa edebildiği görülmüştür. Ancak Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında metinde verilenler ile uyumlu bir görsel inşa edebilmiş olsa da bu performansını sadece köprülü yol güzergahı için ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.2a). Öğretim deneyinde ise grup ve sınıf tartışmalarının da etkisiyle iki güzergah olarak ayrımı yapsa da Osmangazi köprüsü ve feribotu aynı güzergaha koyması hatası dikkat çekmiştir (Görsel 3.4a). Daha sonrasında ise sınıf tartışmalarında diğer arkadaşlarından etkilenerek köprülü yolun feribotlu yoldan ayrı bir güzergah olacağını fark edebilmiş ancak sadece köprülü yola ilişkin maliyet hesaplaması yapabilmiştir. Yakıt gideri, köprü ve otoban ücreti için hesaplamalar yaparken görsel ile uyumlu adımlar atabilmiştir (Görsel 3.4b).



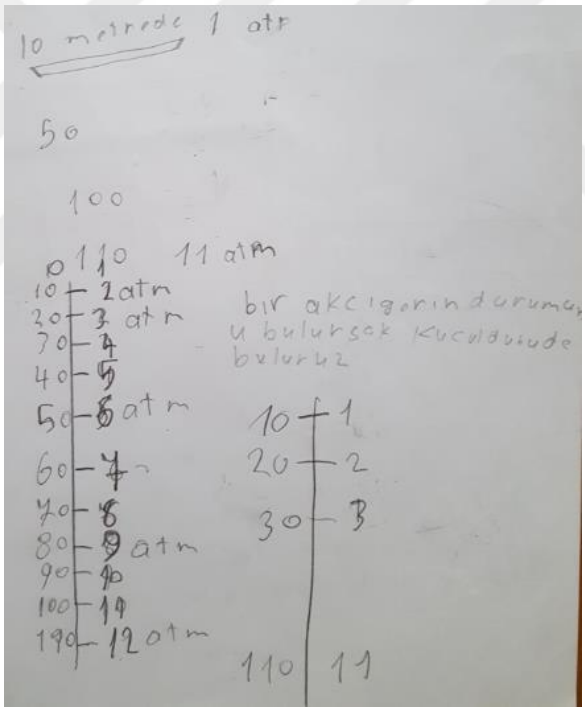
Görsel 3.4a. *Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görseller*



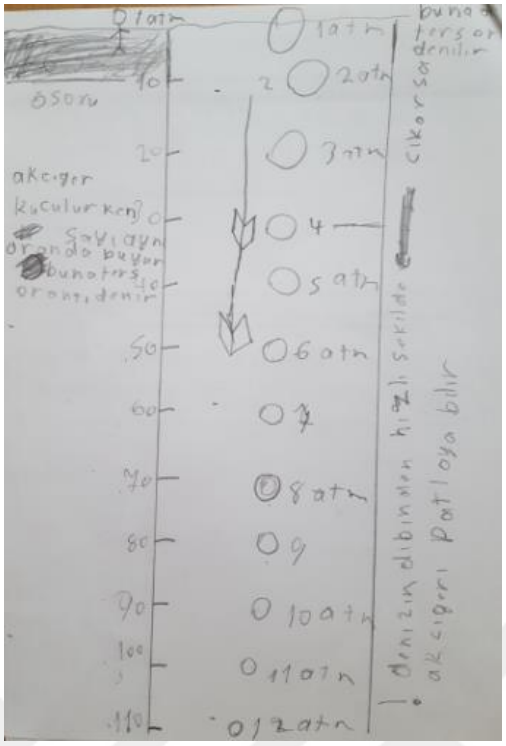
Görsel 3.4b. *Aynur'un Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde köprülü güzergaha ilişkin maliyet hesaplaması*

Dalış etkinliğinin öğretim sürecinde bu katılımcının metinde sunulan dalış sırasında derine inildikçe her 10 metrede insan üzerindeki basıncın 1 atm artacağı yönündeki bilgiyi

esas alarak derinlik ve basınç değerleri arasında doğrusal ilişkiden faydalanarak çözüme ilişkin matematiksel çıktılar ortaya koyabilmiş ve onları bir görseline uyumlu bir şekilde entegre edebilmiştir (Görsel 3.5a). Ancak bu eylemlerinde grup arkadaşlarından ve sınıf tartışmalarından oldukça aktif bir şekilde yararlandığı araştırmacı günlüğünde "Aynur bu etkinlikte grup arakadaşlarıyla verimli çalışabiliyor. Ancak özellikle Melaike'den matematiksel eksikliklerini giderme konusunda çok yardım alıyor" şeklinde belirtilmiştir. Gözden geçirme aracında da benzer performansı ortaya koyarken görselinde "akciğer küçülürken sayı aynı oranda büyür. Buna ters orantı denir" diyerek akciğer hacmi ile derinlik artışının ters orantılı bir ilişkiye sahip olduğunu ifade edebildiği görülmüştür. Öte yandan "denizin dibinden hızlı bir şekilde çıkarsa akciğerleri patlayabilir" şeklinde sadece bağlamsal yönü olup çözüm için gerekli olmayan ancak çözüm sürecinde olumsuz bir etkisi de olmayan bilgiler entegre etmiştir (Görsel 3.5b).

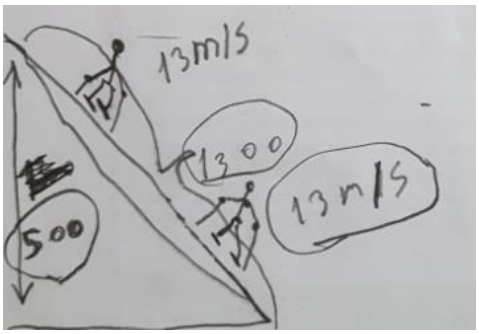


Görsel 3.5a. *Aynur'un dalış etkinliğinin öğretim sürecinde bireysel çalışma kâğıdında sunduğu görsel*

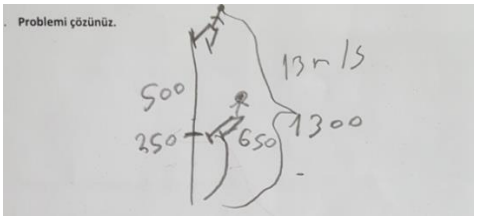


Görsel 3.5b. *Aynur'un dalış etkinliğinin gözden geçirme aracında sunduğu görsel*

İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde Aynur' un dik üçgensel bir görseli metinde sunulanları entegre ederek sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.6a). Öte yandan Aynur'un gözden geçirme aracında her ne kadar dik üçgensel görsel üzerinde olmasa da ortaya koyduğu çizgi görselinde kayış sürecinde yükseklik ile pist üzerinde alınan yoldaki değişimi ortaya koyarken doğru orantılı ilişki kurabildiğini gösteren sayısal değerler görülmüştür (Görsel 3.6b).

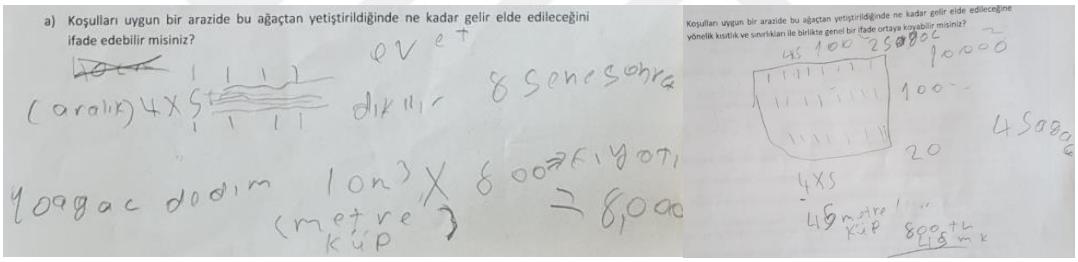


Görsel 3.6a. *Aynur'un Uludağ' da kayak etkinliği gözden geçirme aracında metinde sunulanları anlamak için ortaya koyduğu dik üçgensel görseli*



Görsel 3.6b. *Aynur'un Uludağ' da kayak etkinliği gözden geçirme aracında çözüm için ortaya koyduğu çizgi görseli*

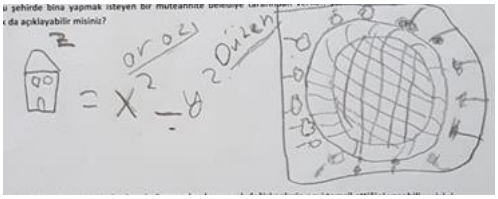
Arazime ne diksem etkinliğinde ise, özellikle ilk kez gözden geçirme aracında karşılaşılan paulownia ağacı dikme bağlamında karesel bir görsel ortaya koyarken onu sadece bağlam metninde verilenleri anlamak için değil çözüm için gerekli ilişkiler kurmak ve matematiksel işlemleri gerçekleştirmek için bir araç olarak kullanmıştır (Görsel 3.7). Dahası kavak veya ceviz ağacı için ortaya koyduğu bu görseli, tarlaya paulownia dikilmesi durumunda değişen koşullar için de ortaya koyup revize etmesi gereken yönlerini bu görsel üzerinde de gösterebilmiştir.



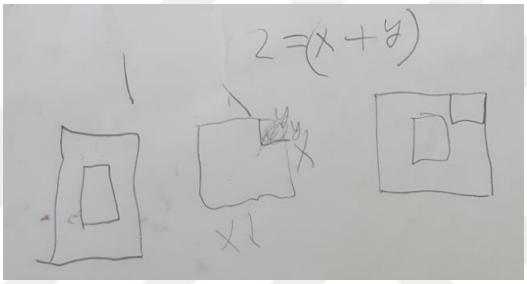
Görsel 3.7. *Aynur'un arazime ne diksem etkinliğindeki paulownia ağacı dikilmesi bağlamında ortaya koyduğu görsel*

Bağlam metninde verilen x^2-y^2 şeklinde iki kare farkı özdeşliğinin bağlamsal olarak yorumlanmasının beklendiği düzenli şehir etkinliğinde Aynur' un hem gözden geçirme aracında hem de öğretim sürecinde, sunulan Barcelona şehrindeki bina yapılaşması resminin, matematiksel yönleri öne çıkacak şekilde sadeleştirilmiş formunu ortaya koyup onun üzerinden özdeşliği yorumlama girişiminde bulunduğu görülmüştür. Ancak gözden geçirme aracında matematiksel yönlerden çok gerçek yaşamla ilişkili yönlerine yer verdiği görülürken araziden kendi deyimiyle düzeni çıkarınca bina alanını bulacağını fark edebilmiştir (Görsel 3.8a). Ancak ortada yer alan yaşam alanının (kendi deyimiyle düzen) kare yerine daire yapma hatası, resimde x veya y gibi değişkenlerin nereye veya neye karşılık geldiğini ortaya koyamama gibi eksiklikleri gdikkat çekmiştir. Öte yandan öğretim sürecinde sadece matematiksel yönleri öne çıkaran bir resim ortaya

koyma girişimi görülse de x+y=z gibi belirgin hataları dikkat çekmiştir. Dahası görselde x veya y değişkenlerin nereye denk geldiği, bağlamsal olarak o görselin elemanlarının ne anlam ifade ettiği gibi herhangi bir şekilde bağlamsal yönlere dikkat çekemediği görülmüştür (Görsel 3.8b).



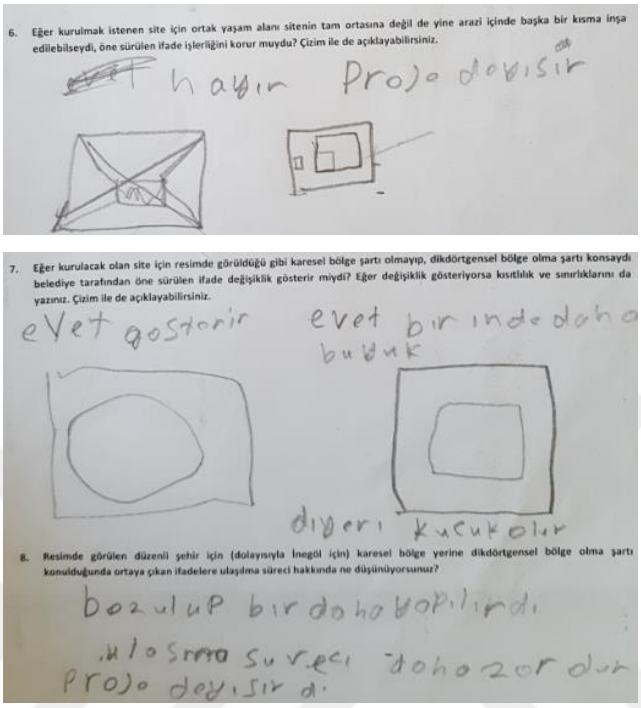
Görsel 3.8a. *Aynur'un düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel*



Görsel 3.8b. *Aynur'un düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde ortaya koyduğu resim*

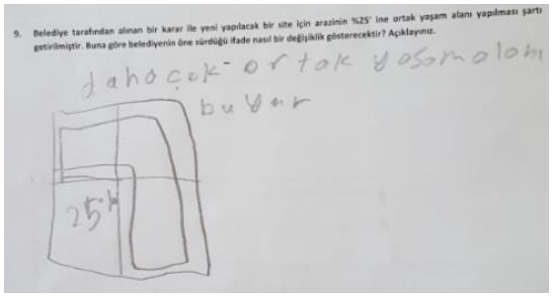
Öğretim sırasında arazinin kare yerine dikdörtgen olma durumu ile değişen koşulların sorgulanması sırasında "dikdörtgenin alanı bu. Yani arazinin alanı", "ortak yaşam alanı burası" şeklinde resmin elemanları ile özdeşlik arasında ilişki kurabilmiştir. Sınıf ve grup tartışmalarında pasif kalışı dikkat çeken Aynur' un özdeşlikte yer alan değişkenlerin uzunluk olmasından dolayı negatif değerler alamaması, arazinin bir kenarı olan x' in ortak yaşam alanının bir kenarı olan y' den her zaman daha büyük değerler alması gibi kısıtlık veya sınırlara dair herhangi bir varlık ortaya koyamadığı görülmüştür. Dahası özdeşliğin nasıl kullanılabileceğine veya kullanılıp kullanılamayacağını yönelik herhangi bir olumlu adım da atamamıştır. Ancak öğretim sürecinde başvurduğu resim üzerinden "şimdi yaşam alanı olmasa hepsi bina olur. Yaşam alanı olunca buraya bina yapacağız" yorumu ile ortak yaşam alanının sıfırdan büyük bir değer alacağını fark edebildiğini göstermiştir. Diğer taraftan gözdeen geçirme aracında "ortak yaşam alanı ortada olmasaydı, kare yerine arazi dikdörtgen olsaydı" şeklinde koşullar değiştiğinde var olan özdeşliğin ne olacağını değerlendirmesi istendiğinde ortaya koyduğu resim üzerinden var olabilme çabası görülmüş ancak yeterli matematiksel dayanaklar

üretememiştir. Dahası "bozulup bir daha yapılırdı. Ulaşma süreci daha zor olur ve proje değişirdi" şeklinde yapmış olduğu sadece bağlamsal yönlü değerlendirmelerin de kabul edilebilir olmadığı görülmüştür (Görsel 3.9).

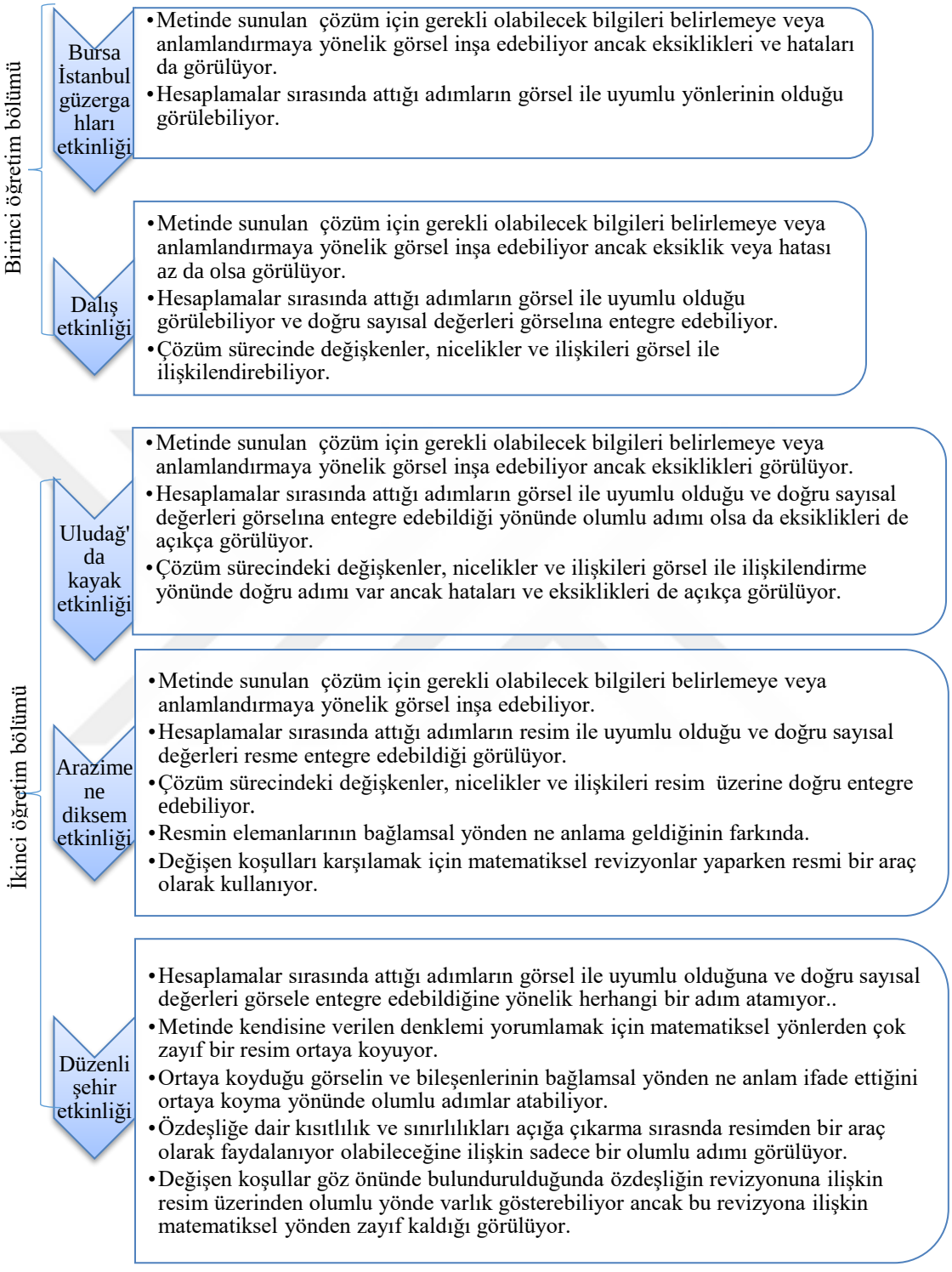


Görsel 3.9. *Aynur'un düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullarda özdeşliği yorumlarken ortaya koyduğu resimler*

Belediyenin arazinin %25' ine ortak yaşam alanı yapılması zorunluluğu getirmesi durumunda özdeşliğin ne olacağı yönünde düşünceleri sorulduğunda ise gözden geçirme aracında sadece resim üzerinde bu durumu karşılayan bir girişimi olmuştur (Görsel 3.10). Ancak öğretim sürecinde veya gözden geçirme aracında özdeşlik üzerinden veya onun işaret ettiği hesaplamalar yoluyla herhangi bir revizyona vurgu yapamamıştır. Aynur' un araştırma boyunca problem çözümünde ortaya koyduğu resim, görsel benzeri görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.3' te kısaca sunulmuştur.



Görsel 3.10. *Aynur'un düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullara uygun olarak görseli düzenlemesi*



Şekil 3.3. *Aynur'un görsellerden faydalanma performansı*

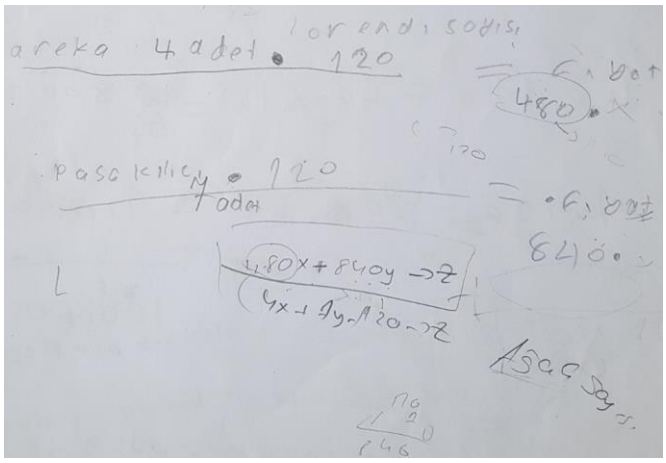
Birinci öğretim bölümündeki ilk etkinlikte problem çözümüne ilişkin matematiksel işlemler gerçekleştirme yolunda olumlu yönde adım atmakta zorlanan Aynur' un, ikinci etkinlik olan Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde ise sadece bir güzergah için de olsa yol uzunluğu ve buna bağlı olarak o yola harcanacak para, otoban ücreti ve feribot ücreti arasında toplamsal ilişkiyi kurarak (yakıt gideri+otoban parası+feribot ücreti) aritmetiksel işlemler yoluyla sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.2b). Bu performansında aslında kendisinin ulaşması beklenen yol için harcanacak parayı bulmak yerine 100 km yol için 25 liralık benzin harcayacağı yönünde o zamanki koşullar doğrultusunda gerçekçi bir varsayımında bulunması dikkat çekmiştir. Diğer taraftan öğretmenden talep etmesi gerekebilecek feribot parası, otoban ücreti, gidilecek mesafeler için de yine kendisi gerçekçi olan sayısal değerler atayabilmiştir. Dalış etkinliğinde Görsel 3.5'te görsellerde derinlik ve basınç arasında doğrusal ilişkiye dayalı olarak aritmetiksel işlemlerle sayısal değerler elde edebildiği görülen Aynur' un Şahika Ercümen' in dalışı sırasında rekor olan 110 m derinlikte 12 atm basınç değerine ulaşabildiği görülmektedir. Bunun yanında "basınç arttığı için akciğerler küçülür" şeklinde açıkça ortaya koymasa da "sayı büyüdükçe (derinliği sunan sayısal değerleri göstermiş) akciğerler küçülür", "bir akciğerin hacmini bulursak ne kadar küçüldüğünü de buluruz" ve "ilişki her 10 m' de 1 atm (basıncın) artması akciğerlerin küçülmesidir" şeklinde hem derinlik ile akciğer hem de basınç ile akciğer arasındaki ters orantılı ilişkiye vurgu yapmış ve hatta bunu ters orantı olarak ifade edebilmiştir. Benzer şekilde arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede de ülkede üretilen toplam arı sütü miktarı ile arı sütünün kg fiyatı arasında ters, arı sütü üretimi yapan kovan sayısı ile arı sütü üretimi arasında doğru orantılı ilişkiyi sözel olarak ortaya koyabildiğini göstermiş ancak cebirsel olarak herhangi bir ifade ortaya koyamamıştır. Ortaya koyduğu doğru ve ters orantılı ilişkiye dayalı olarak çözüme ilişkin olası çözüm önerileri olan sayısal değerler sunabildiği görülürken o sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine de vurgu yapmaktadır.

> Ö: Peki ne düşündün bu problem çözümü için?
>
> Aynur: Arı sütü üretiminin artışı ile arı sütünün fiyatı düşer hocam. Bir de ülkede arı sütü üretimi yapan kovan sayısını arttırırsak arı sütü üretimi de artar o zaman.
>
> Ö: Nasıl yani? Biraz daha açar mısın?
>
> Aynur: Yani 50 kovandan 1 kg arı sütü çıkıyorsa 200 kovandan 4 kg, 1000 kovandan 20 kg çıkar"
>
> Ö: Peki o zaman şimdi 10000 lira arı sütü. Arı sütünün kg fiyatını 5000 TL'ye düşürmek istesek...

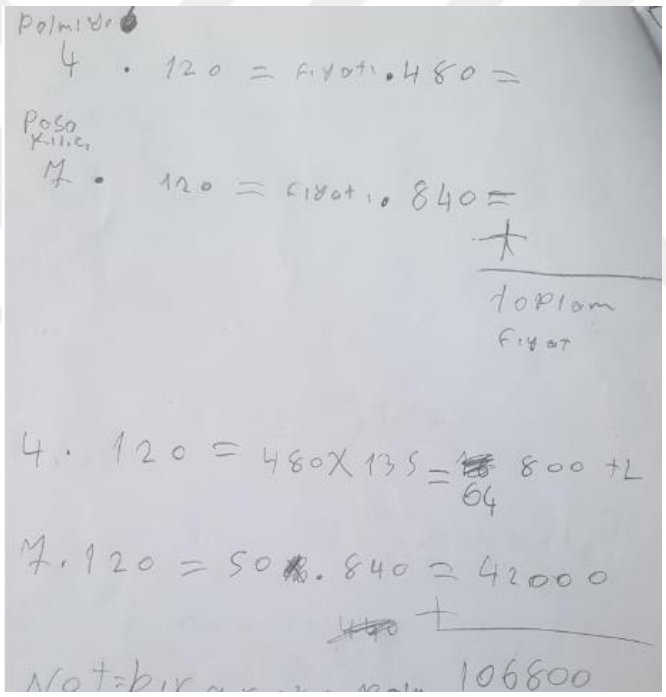
> Aynur: O zaman kovan sayısını 2 katına çıkarmalıyız. Şu anda 6 milyon kovan var Türkiye' de hocam. 12 milyona çıkartırsak arı sütü fiyatı da 10000 TL' den 5000 TL' ye düşer.
>
> ...
>
> Aynur: Hocam şimdi arı sütü 50 kg iken fiyatı 10 000 Tl. 100 kg olduğunda fiyatı 5000 TL' ye satılabilir.

Halter etkinliğinde ise her ne kadar gözden geçirme aracında kendisine değişkenler doğrudan sorulduğunda "tarih, yaş, kilosu" diyerek çözüme etki etmeyen tarih ve yaşı da dikkate alıp çözüme doğrudan etki eden kaldırılan kilo değişkenine yer vermediği görülse de en iyi kaldırış için matematiksel dayanak sunarken "önemli olan en büyük kiloyu kaldırmak değil, kendisinin kaç katını kaldırdığı" diyerek kaldırılan kilo ve sporcunun kendi kilosu değişkenlerini ve aynı zamanda aralarındaki kat ilişkisini diğer bir deyişle oransal ilişkiyi keşfedebildiği görülmüştür. Öğretim sürecinin en başından itibaren doğrudan "çünkü kendi kilosun katını kaldırması önemli", "kendi kilosunun kaç katını kaldırdıysa..." diyerek bu ilişkiyi sözel olarak savunabilmiştir.

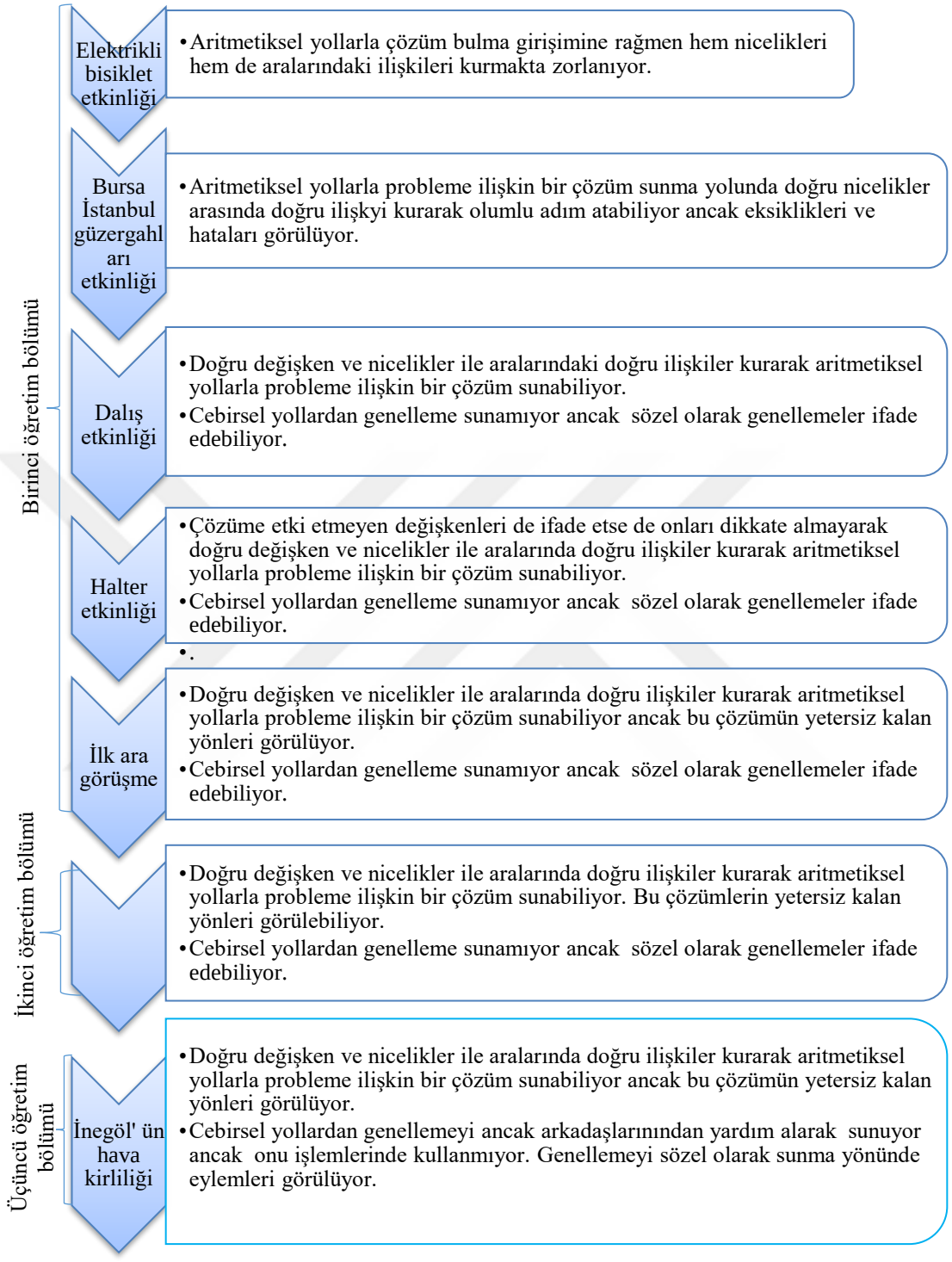
Bu katılımcının özdeşlik, denklem gibi cebirsel ifadeler kurmaktan ziyade aritmetiksel işlemler yoluyla ilişkiye dayalı hesaplamaları araştırma boyunca ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde de devam etmiştir. Sınıf ve grup içi tartışmalar sonrasında cebirsel ifade ortaya koyduğunda bile matematiksel işlemlerinde onun yerine aritmetiksel yolları tercih etmesi dikkat çekici olmuştur. Örneğin, üçüncü öğretim bölümündeki İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde aritmetiksel yollarla hesaplamalar sonrasında arkadaşlarından yardım alarak bireysel çalışma kağında çözüme ilişkin cebirsel ifade yazabilmiştir (Görsel 3.11a). Sonrasında ise bu cebirsel modeli kullanmak yerine, değişkenlere harf atamayıp onları sözel olarak yazmış ve değişkenler için sayısal değerler atayarak hesaplama yaparken yine aritmetiksel işlemler ortaya koymayı tercih ettiği görülmüştür (Görsel 3.11b). Aynur' un araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken başvurduğu değişkenler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca Şekil 3.4' te verilmiştir.



Görsel 3.11a. *Aynur'un İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde arkadaşlarının yardımıyla ortaya koyduğu cebirsel ifade*



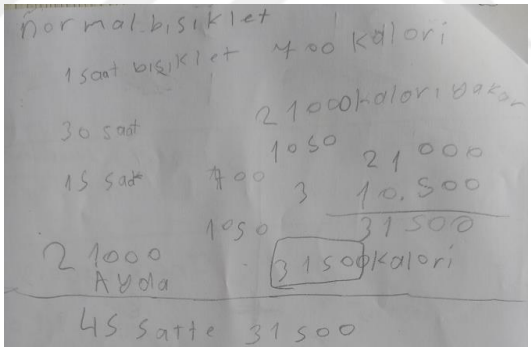
Görsel 3.11b. *Aynur'un İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde çözüme ilişkin matematiksel işlemleri*



Şekil 3.4. *Aynur'un çözüme ilişkin değişken ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı*

Birinci öğretim bölümünde ilk etkinliğinde zaten çözüme ilişkin bir matematiksel model formüle edemediği görülen Aynur'un Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinden

itibaren ise aritmetiksel işlemler yoluyla gerçekleştirdiği çözüm sürecinde başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini ortaya koyabildiği görülmüştür. Ancak bu kusursuz bir çözüm önerisi sunduğu anlamına gelmemektedir. Çünkü pek çok zaman aritmetiksel işlemlerin yetersiz kalabileceği görülmüştür. Örneğin, dalış etkinliğinde, Görsel 3.5' te görüldüğü gibi sadece 110 m dalış sırasında Şahika Ercümen' in üzerindeki basıncın 12 atm olacağını bulmuş ancak bu derinlik ve basınçta akciğerlerinin büyüklüklerine dair bir sonuca ulaşamamıştır. İkinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde de benzer performansı devam etmiştir. Örneğin, üçüncü öğretim bölümündeki kalori yakma etkinliğinde ise günlük 2400 kalori alma ve en çok 1200 kalori verebilme, hafta içi gece dışarı çıkamama ve saat 8.00-12.00 arası çalışabilme gibi kısıtlamaları göz önünde bulunduramayan Aynur, sadece gerçek bisiklet ile ayda kaç kalori yakacağı hesaplaması için olumlu yönleri de olsa yetersiz kaldığı açıkça görülen aritmetiksel işlemler ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.12). Bu sırada başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerler bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini birimlere de vurgu yaparak ortaya koyabildiği ve "ayda","bir saatte" gibi kısıtlamaları da göz önünde bulundurarak aktarabildiği görülmektedir.



Görsel 3.12. *Aynur'un kalori yakma etkinliğinde problem çözümüne ilişkin performansı*

Aynur, hesaplamalar sırasında etkinliklerin birçoğunda başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini açıklayabildiği, birimlere dikkat çekebildiği ve hatta onlar için hangi kısıtlamaları göz önünde bulundurabildiğini gösterebilmiştir. Örneğin ikinci öğretim bölümündeki rüzgar enerjisi bağlamlı ara görüşmede çözüm için ortaya koyduğu aritmetiksel yollardan gerçekleştirdiği matematiksel işlemlerde doğru değişken ve nicelikler ile doğru ilişkiyi belirleyebildiği görülmüştür (Görsel 3.13). Ancak "0,10 zed değerini 10 zed", "0,01 zed değerini 1 zed" kabul etmesi onun geçerli çıktılar elde etmesini engellemiştir. Görüşme sırasında

matematiksel işlemler sırasında attığı adımları ve başvurduğu sayısal değerleri bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiklerine açıklık getirerek savunabilmiştir. Öte yandan sayısal değerler için sıklıkla "... kar elde edilir 25 senede", "senelik kar", "1 günde kar", "25 sene sonra ömrü biter" vurgularını yapabilmesi dikkat çekmiştir.

Ö: Problemi nasıl çözdüğünü bana anlat haydi.

Aynur: Hocam bu bir senede üretilen enerji miktarı (116 070 000 khw). Bu bakım masrafı galiba (0,01 zed).

Ö: Hı hı...(devam etmesi anlamında bir ifade)

Aynur: Hocam her gün üretilen ortalama enerji miktarı bu 12720 khw (metinde verilen bilgilere bakıyor ve kâğıdında yapmış olduğu çözüm süreci üzerinde gösteriyor). Hocam bu da 10 zed gelir oluyordu (halbuki 0,10 zed olmalı). Hocam aslında bunu yapma sebebim günlük bir miktar para bulacağım. Sonra bundan 0,01 zed bakım ücreti olduğu için onu çıkartacağım (aritmetiksel işlemlerini "günlük gelirden günlük masrafı çıkartacağım" şeklinde sözel olarak açıklamaya çalışıyor)

Ö: Peki neden 365 ile çarptın?

Aynur: 1 senede hocam.

Ö: Peki bu bulduğun 463 350 nedir? (İşlem hatası var. Sonucun 4642800 olacak onun yaptığına göre)

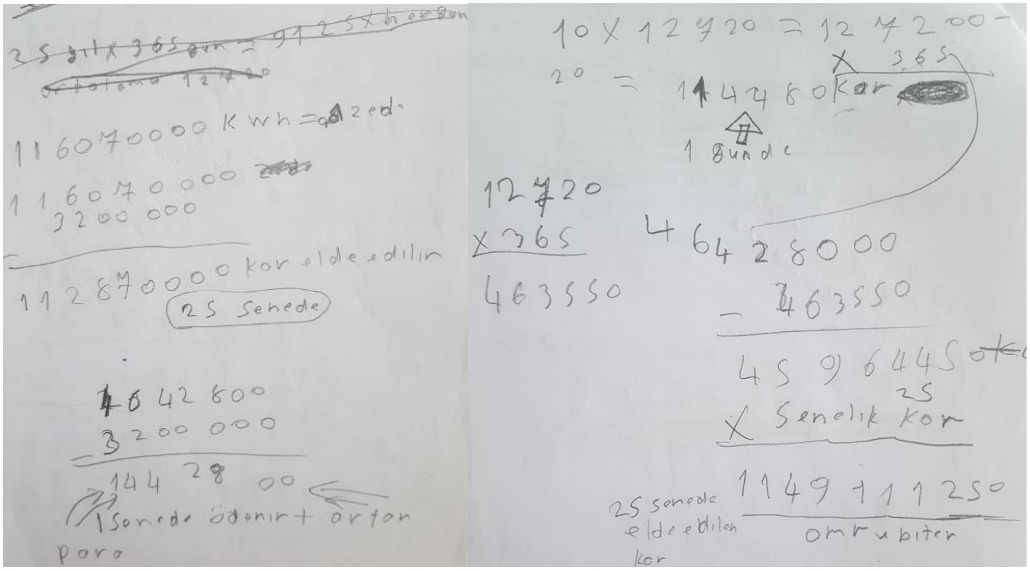
Aynur: Bir senede üretilen en az miktar. (İfade hatası yaptı çünkü bakım masrafı bu yıllık. 0,01 zed yerine 1 zed almış)

Ö: Sonra?

Aynur: Bundan çıkarttım (46 428 000 den 463 350 yi çıkarmış).

Ö: Neden? Bu ne (46 428 000)?

Aynur: Şimdi hocam her gün ortalama enerji miktarını 365 ile çarptım ve bu sayıyı buldum (463 350). Bundan da bu bulduğum sonucu çıkarttım (46 428 000 den 463 350 yi çıkardım diyor). Bu senelik karı hocam (46 428 000 den 463 350 yi çıkartarak elde ettiği 4 596 445' i gösteriyor). 25 yıldan sonra yenisini kuracak artık. Çünkü ömrü o kadar. Enerjisi biter"

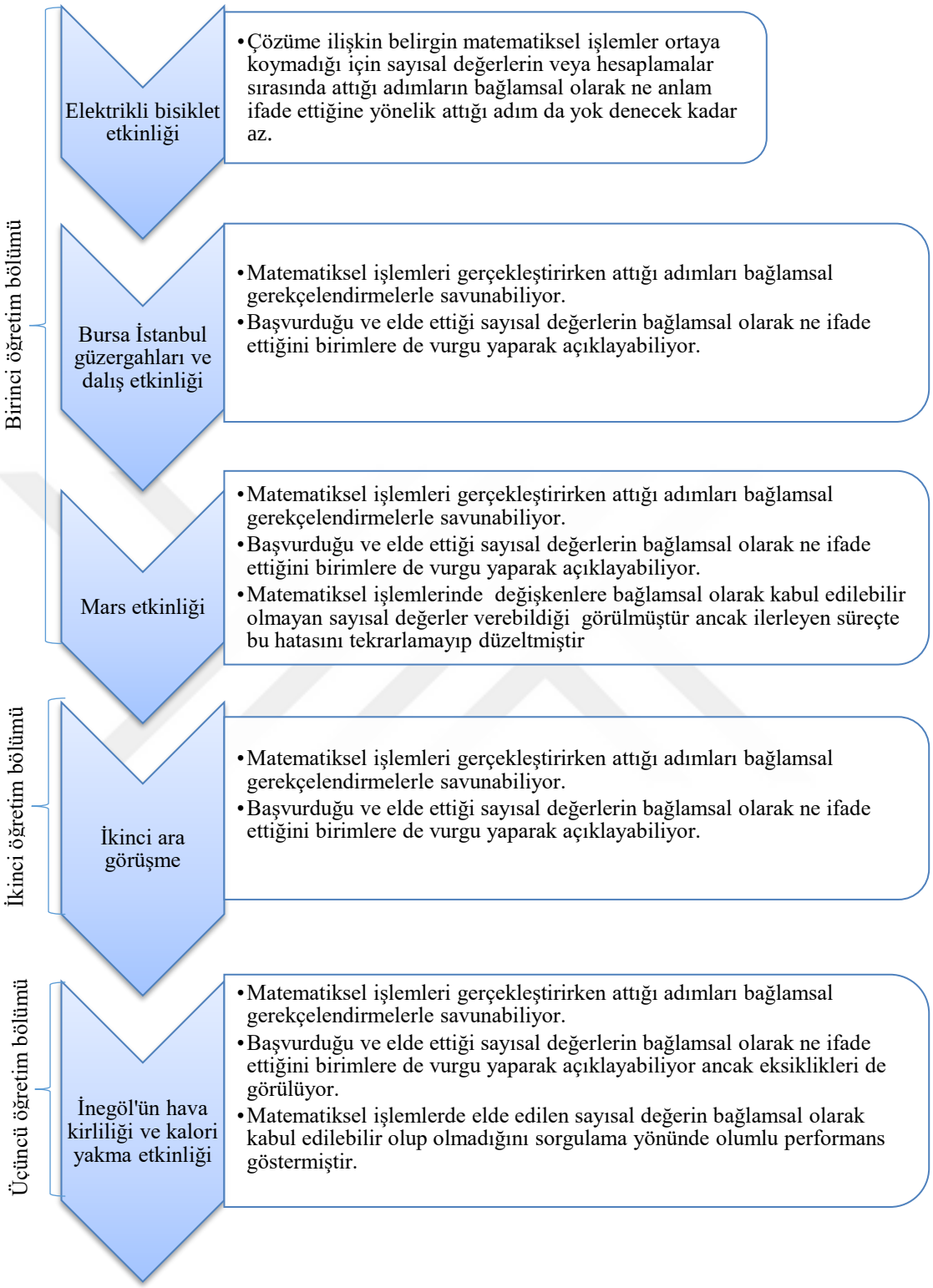


Görsel 3.13. *Aynur'un rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin performansı*

Daha sonrasında "0,10 zed için 10 zed" ve "0,01 zed için 1 zed" kabul etme yanılgılarının kendisine hissetirilmesi ile benzer aritmetiksel süreci tekrar ortaya koyarak elde ettiği "8" çıktısını "sekiz yılda kara geçer artık" şeklinde yorumlayabilmiştir. Matematiksel işlemlerini adım adım gerçekleştirirken elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiklerini "bir günlük geliri bu", "bu bakım masrafı günlük", "elde edilen karı bulmuş olacağım. Bu bir günlük kazanılan para" şeklinde dile getirdiği görülen bu katılımcının "bir günlük" vurgusu da dikkat çekmektedir. Öte yandan işlemleri gerçekleştirme sırasında, araştırmacının ne yaptığını açıklaması yönünde onu teşvik etmesiyle birlikte ortaya koyduğu işlemleri neden yaptığına ve söz konusu sayısal değerlerin ne anlam ifade ettiğine ilişkin bağlamsal yönlere vurgu yaparak savunma yapabilmiştir.

> Ö: Ne yapacaksın?
>
> Aynur: Şimdi hocam bu 25 sene olduğu için ben ilk başta 1 seneyi bulayım. 365 ile çarpayım.
>
> ...
>
> Ö:Neyi buldun?
>
> Aynur: Kurulum masrafına, inşaat masrafına yaklaştım (yıllık geliri çarparak kurulum masrafını geçmeye çalışıyor). 8 sene sonra masrafını karşılar ve artık kar etmeye başlar.
>
> Ö: Evet. Ne kadar kar eder peki?
>
> Aynur: Geriye kaldı 17 sene. Üstüne de bu sekizinci seneden kalan karı eklerim. 25 senede yaptığı karını bulurum. Sonra ömrü bitecek yenisi lazım artık.

Öte yandan Aynur'un tüm etkinliklerde matematiksel işlemler sırasında başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak kabul edilebilir olup olmadığına ilişkin bazen olumlu bazense olumsuz eylemleri görülmüştür. Örneğin, Mars etkinliğinde "Mars' a 1 milyar insan gitse..." diyerek bu sayısal değerin gerçekçi olmaması değerlendirmesini yaparak anlamlı bir kabul olmadığını fark edemediği görülmüş ve arkadaşları tarafından uyarılmıştır. İlerleyen süreçte ise Mars' a gidecek kişi sayısı için "diyelim ki 100 kişi gitsin..." şeklinde daha kabul edilebilir bir sayısal değer vererek onlar için Mars' a götürülmesi gereken ağaç sayısını hesaplayabilmiştir. İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde "68 ton toz tutma" sayısal değerinin bazı öğrencilerde sadece bir ağaç için geçerli olduğu düşüncesinin oluşması üzerine "bir ağaç olur mu hocam hiç☺" diyerek gülmüş ve gerçekçi olmadığına dikkat çekmiştir. Arazime diksem etkinliğinde ise elde edilen çıktı olan gelirin 10 senede alınacağını işaret ederek "1 senede olsa herkes kavak dikerdi☺" şeklinde alaycı bir şekilde yorumlamıştır. Aynur' un araştırma boyunca sayısal değerlerin kullanıldığı ve elde edildiği, hesaplamaların yoğun bir şekilde sunulduğu matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasındaki performansı kısaca Şekil 3.5'te sunulmuştur.

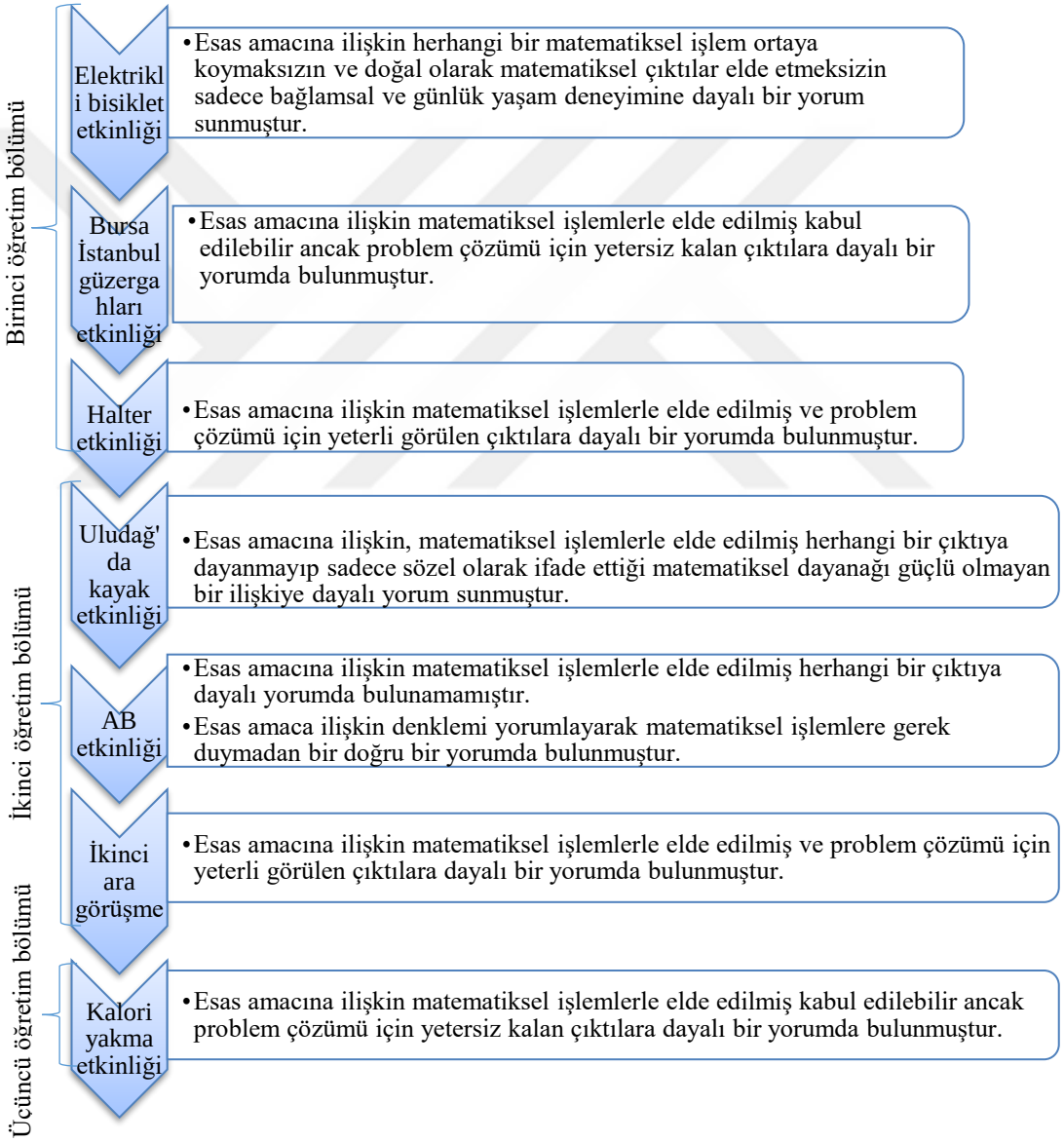


Şekil 3.5. *Aynur'un çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı*

Bu araştırmada Aynur' un her ne kadar ikinci ara görüşme olan rüzgar enerjisi bağlamlı görüşmede elde ettiği çıktılara dayanarak esas amacına ilişkin bağlamsal yorum

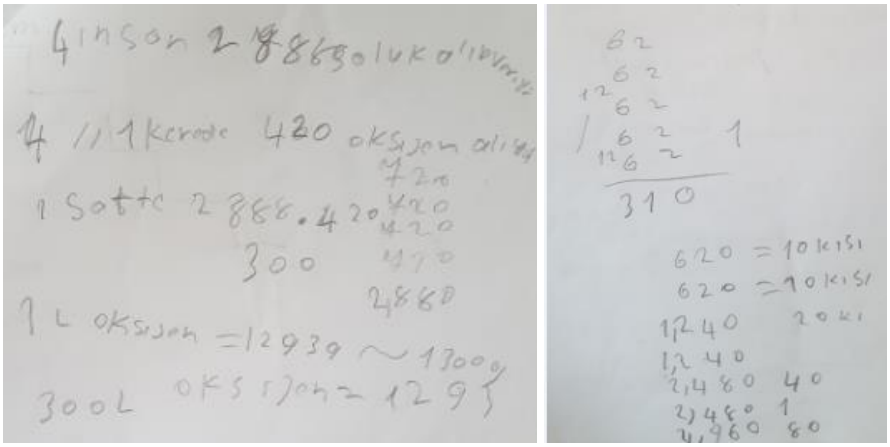
yapabildiği görülse de araştırma boyunca bu yönde farklı performanslar sergileyebildiği görülmüştür. Birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinde "elektrikli bisiklet daha iyi çünkü o daha ucuz" diyerek esas amacı doğrultusunda çözüme ilişkin herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymaksızın ve doğal olarak matematiksel çıktılar elde etmeksizin sadece bağlamsal ve günlük yaşam deneyimine dayalı bir yorum sunduğu görülmüştür. Sonrasında gelen Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde bireysel olarak çalıştığı sırada günlük yaşam deneyimlerinden edindiği "Osmangazi köprüsünün bulunduğu güzergah daha ekonomiktir" düşüncesi ile hareket ederek sadece bu güzergaha ilişkin matematiksel hesaplamalar yapmış ve onun tercih edilmesi gerektiğini sunarak esas amacına ilişkin matematiksel dayanağı kabul edilemez çıktılara dayalı olan bir yorumda bulunmuştur. Bu ilk iki etkinlikten sonra artık esas amacına ilişkin, matematiksel dayanaktan yoksun sadece günlük yaşam deneyimlerine veya sadece bağlamsal temelli gerekçelendirmelere dayalı bir yorumda bulunmadığı görülmüştür. Ancak geri kalan tüm etkinliklerde matematiksel dayanaklar üreterek bağlamsal yönlerden desteklenmiş çözüm önerileri sunmada mutlak başarı da göstermemiştir. Örneğin halter etkinliğinde elde etmiş olduğu veriler doğrultusunda "birisi üç katının 2 fazlasını kaldırmış ama Naim 3 katının 10 fazlasını kaldırmış. Önemli olan kendi katını kaldırmak" şeklinde kabul edilebilir bir yorumda bulunmuştur. İkinci öğretim bölümündeki Uludağ'da kayak etkinliğinin gözden geçirme aracında ise zaman geçtikte bulunulan yüksekliğin de azalacağı şeklinde ilişkiyi "kaydıkça yükseklik azalır" şeklinde sözel olarak ifade edebildiği görülmüştür. Sonrasında ise değişkenler arasında ters orantılı veya doğrusal bir ilişkiyi matematiksel olarak ortaya koymakta yeterli performansı sergileyememiş ve dolayısıyla da bu ilişkiye dayalı matematiksel çıktılar elde etmekte başarılı olamamıştır. Sonuç olarak da "bu ilişki çözüm için işe yarar çünkü ne kadar m aşağı inerse yükseklik o kadar azalır" şeklinde matematiksel dayanağı yeterli olmadığı görülen bir yorumda bulunmuştur. Çözüme ilişkin denklemlerin doğrudan verildiği ve bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğinin yorumlanmasının beklendiği AB ve düzenli şehir etkinliklerinde ise sunulan denklem ve özdeşliğe dayalı çıktılar elde edip o çıktıları esas amacı doğrultusunda yorumlamakta herhangi girişimi olduğu görülmemiştir. Ancak AB etkinliğinde İngiltere ile Türkiye karşılaştırmasına gerek olmadığını "çünkü hem nüfus olarak hem de artış sayısı olarak Türkiye üstün" şeklinde savunarak, denklemleri yorumlayarak olası çıktılar için kabul edilebilir bir akıl yürütme ortaya koymuştur. Üçüncü öğretim bölümünde ise elde ettiği matematiksel çıktıları, her ne kadar bu çıktılar

mutlak çözümü sunmada yeterli olmasa da, çözülmesi beklenen problemi göz önünde bulundurarak yorumlayabilmiştir. Örneğin, kalori yakma etkinliğinde ise bağlamda sunulan kısıtlamaları göz önünde bulundurarak çözüme ilişkin bir denklem veya eşitsizlik sunamamasın rağmen aritmetiksel işlemlerle elde etmiş olduğu 15 saat ve 2 saat çıktılarına dayalı olarak "hafta içi 15 saat kondisyon, haftasonu 2 saat gerçek bisiklet sürebilir" şeklinde esas amacına ilişkin bir yorum sunabilmiştir. Aynur' un araştırma boyunca problemin çözümü ile ulaşılması beklenen esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı kısaca Şekil 3.6' da verilmiştir.

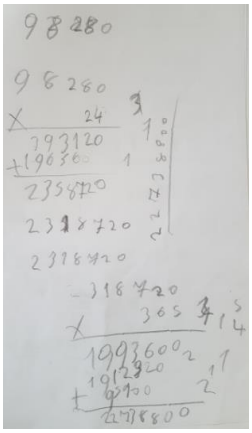


Şekil 3.6. *Aynur'un problemdeki esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı*

Birinci öğretim bölümünde kısıtlılıkların belirlenmesi veya çözüm sürecinde göz önünde bulundurulmasını sıklıkla ve açıkça gerektiren ilk etkinlik Mars etkinliğidir. Bu etkinliğin öğretim sürecinde Aynur' un bireysel çalışma kâğıdında matematiksel işlemleri aritmetiksel yollardan gerçekleştirirken"1 saatte, 1L oksijen, 10 kişi için, 4 insan" şeklinde vurgularda bulunabildiği görülmüştür (Görsel 3.14a). Ayrıca kayın ağacı yerine çam ağacı götürülmesi şeklinde genişletilen bağlamda "çam ağacı için yılda 30 ton toz tutma" bilgisinde yer alan yıl kısıtlamasını göz önünde bulundurabilmiştir. Bir insana bir saatte gram cinsinden gerekli oksijen miktarı olan 98280 değerini, yıl için dönüştürme yolunda önce 24 sonra 365 ile çarpma işlemlerini yaparak, birim kısıtlamasını göz önünde bulundurabildiğini göstermiştir (Görsel 3.14b). Ancak işlemlerini sonlandıramadığı ve çözüme ilişkin bir yargıya varamadığı görülmüştür. Öte yandan ikinci öğretim bölümünde yer alan arazime ne diksem etkinliğinde de matematiksel çıktılara ulaşma sürecinde göz önünde bulundurulması gereken metinde sunulan veya sonradan verilen kısıtlamaları belirleyebilmiştir. Ceviz ve kavak için sunulan tercihler arasından kabul edilen 8x8 ve 4x4 aralıklarda ağaç dikilmesi, kavak ağacının 10 sene sonra, ceviz ağacının ise 5 sene sonra gelir getirmeye başlayacağı kısıtlamalarını "kavak dikim yeri 4x4, kavak 10 sene sonra, ceviz dikim yeri 8x8, ceviz 5 sene sonra" şeklinde ifade edebilmiştir.



Görsel 3.14a. *Aynur'un Mars etkinliğinde kayın ağacı için problem çözümüne ilişkin performansı*



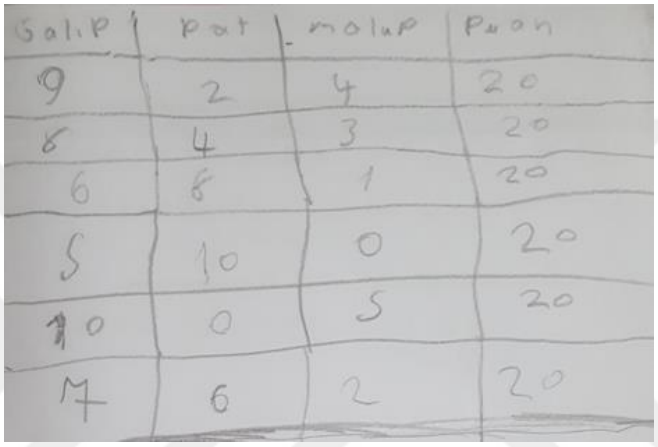
Görsel 3.14b. *Aynur'un Mars etkinliğinde kayın ağacı yerine çam ağacı olması durumundaki problem çözümüne ilişkin performansı*

Çözüme ilişkin ortaya konan denklem, özdeşlik gibi cebirsel ifadelerde değişkenlere sayısal değerler atarken göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamaları veya değer aralıklarını işaret eden sınırları belirlemede ise neredeyse tüm araştırma boyunca varlık gösteremediği görülen Aynur' un ancak sınıf içerisinde diğer arkadaşlarının ortaya koyduğu sınırları veya kısıtlamaları göz önünde bulundurma yönünde eylemleri görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünde Uludağ etkinliğinde de y=500-5x denklemindeki değişkenler için "bence kısıtlama sınır yok. İstediğimiz sayıyı veririz" açıklamaını yapmıştır. Rüzgar enerjisi bağlamlı ara görüşmede de değişkenler yerine herhangi bir sayı yazılabileceğini öne sürerken onların bağlamsal yönlerini göz önünde bulundurmadığı görülmüştür. Örneğin, rüzgar türbinin yıl cinsinden çalışma süresini temsil eden x değişkeni için metinde sunulan ömrünün 20 ile 25 yıl arasında olması ve zamanın doğası gereği negatif olamayacağı düşüncelerinden yola çıkarak $0 \leq x \leq 25$ gibi bir eşitsizlik ortaya koyamamış ya da bu eşitsizliği işaret eden açıklamalar yapamamıştır.

> Ö: Peki tamam burada senin yazdığın genel ifadede herhangi bir kısıtlılık ya da sınır var mı?
> Aynur: ...(sessiz)
> Ö: Mesela ben x yerine istediğim sayıyı yazabilir miyim?
> Aynur: Yazamaz mısınız? Yazabilirsiniz (emin değil gibi...tereddüt ediyor sanki).
> Ö: x yerine mesela 100 yazabilir miyim?
> Aynur: Yazarsınız hocam. X' e sayı dedik.

Bu katılımcının değişkenlerin alabileceği değer aralıklarının farkında olduğu ve hem metinde sunulan hem de süreçte ortaya çıkan çözüme ilişkin kısıtlama veya sınırları belirlemeye veya fark etmeye yönelik belirgin şekilde olumlu eylemler ortaya koyabildiği

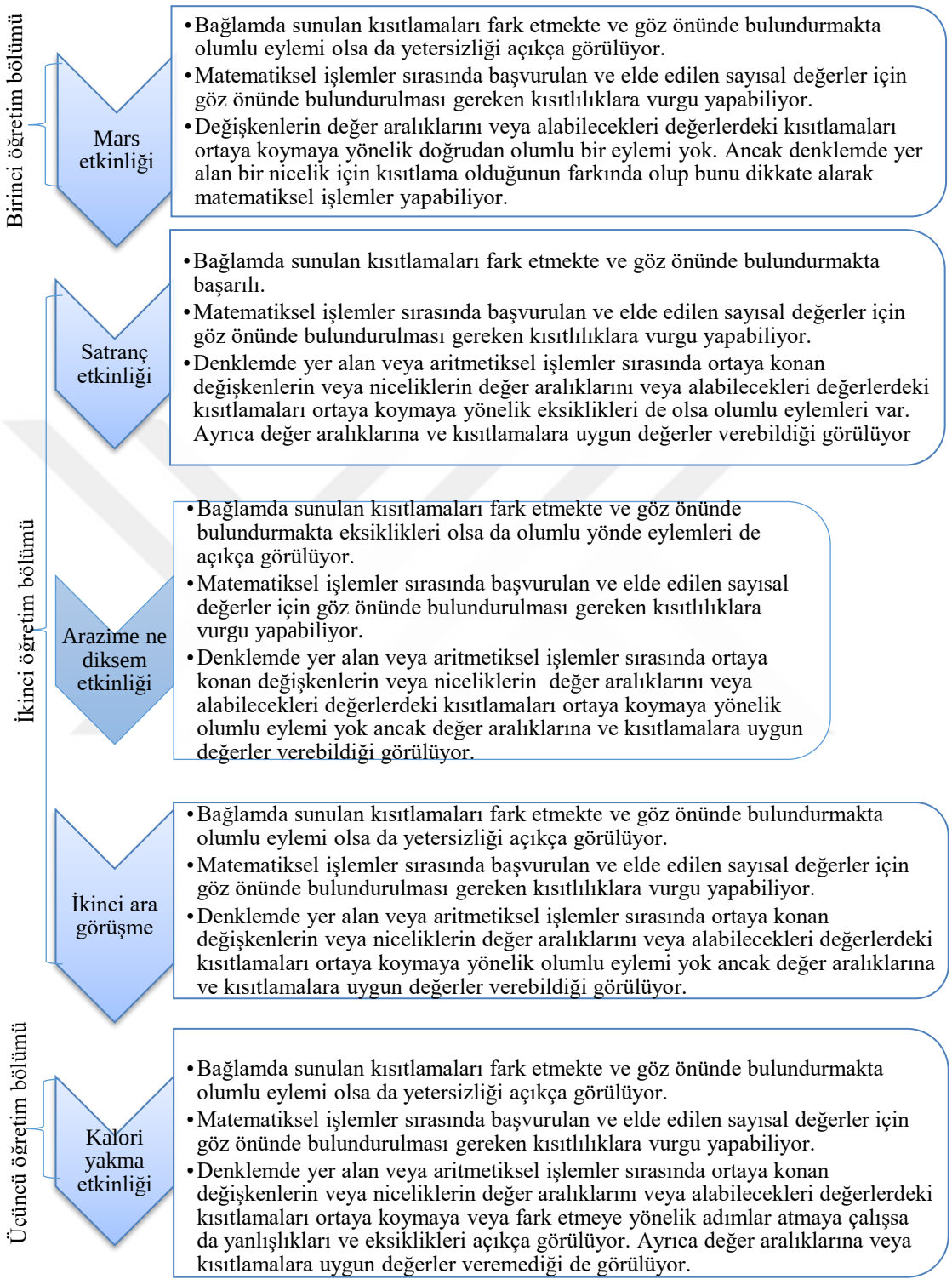
tek etkinlik ise satranç etkinliğidir. Bu etkinlikte hem metinde sunulan puan ve maç kısıtlamalarını "20 puan olacak. 20 puanı geçmek var. 15 maç yapacak" diyerek sunabildiği ve dahası airtmetiksel işlemler yoluyla gerçekleştirdiği hesaplama sürecinde bu kısıtlık ve sınırlıkları göz önünde bulundurabildiği görülmüştür. Öte yandan 20 puan alması varsayımında beraberlik sayılarının sadece çift sayı değerleri alabildiği, beş maçtan fazla yenilgi durumunda başarma şansının kalmadığı, en az beş galibiyet alması gerektiğini olası çözüm önerisinde gösterebilmiş ancak bu yönde bir açıklama dile getirememiştir (Görsel 3.15).



Görsel 3.15. *Aynur'un satranç etkinliğinde aritmetiksel yollarla elde ettiği olası çıktılar*

Üçüncü öğretim bölümünde Aynur'un metinde verilen veya sonradan sunulan bilgiler içerisinden kısıtlamaları belirlemekte bazı olumlu adımları görülse de daha çok pasif kaldığı ve matematiksel modelde yer alan değişkenler için kısıtlamalar ve sınırlar için ise olumlu eylem ortaya koyamadığı görülmüştür. Örneğin, son etkinlik olan kalori yakma etkinliği gözden geçirme aracında Aynur, Murat' ın hafta sonu en az 5000 ve en fazla 6000 kalori yakabileceğini ileri sürerek yanlışlık yapmıştır. Murat' ın hafta sonu 5000 ile 6000 kalori arasında yakabilmesi mümkün değildir çünkü bağlam metninde günde aldığı kalorinin sağlık açısından en fazla yarısını yakabileceği bilgisi sunulmaktadır ki bu da en fazla günde 1200, iki günde 2400 kalori anlamına gelmektedir. Ayrıca bu sınırlar doğrultusunda değişkenlerin değer aralıklarını bulması beklenen Aynur' un doğal olarak başarısız olduğu görülmüştür. Olumlu görülen tek adımı ise hafta sonu ve hafta içi ayrımını fark ederek işlemlerinde dikkate alması olmuştur. İnegöl' ün hava kirliliği etkinliği genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında bu bitkilerin fiyatı için verilecek değerlerde kısıtlama veya sınır olup olmadığına ilişkin

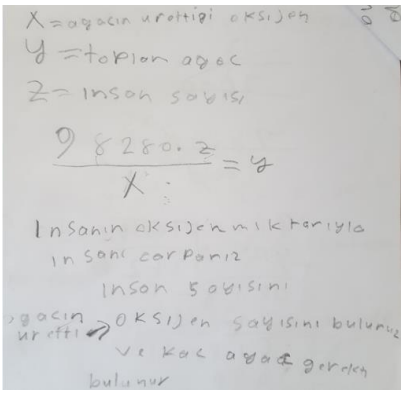
“kısıtlık yazmak zorunda mıyız hocam? Bence herhangi bir kısıtlık veya sınır yok burada” diyerek en basitinden “fiyat için pazitif sayı değerleri verilmeli” gibi bir vurguda dahi bulunmadığı görülmüştür. Aynur’ un araştırma boyunca kısıtlama ve sınırları belirleme veya farkında olmaya yönelik performansı kısaca Şekil 3.7’ de verilmiştir.



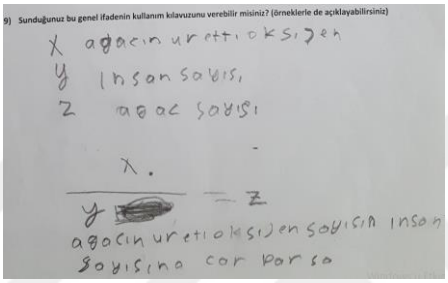
Şekil 3.7. *Aynur'un kısıtlama ve sınırları belirlemeye veya farkında olmaya yönelik performansı*

Aynur'un araştırma boyunca her ne kadar daha çok aritmetiksel yollardan matematiksel işlemler gerçekleştirdiği görülse de sınıf ve grup içi tartışmalar ile ortaya konan cebirsel ifadelerde yer alan değişkenlerin, katsayıların ve ilişkilerinin bağlamsal olarak ne anlama geldiğine ve o cebirsel ifadenin problem çözümünde nasıl kullanılacağına yönelik yine bağlamsal yönden desteklenmiş açıklamalar sunma yolunda eksiklik ve yanlışlıkları olsa da olumlu yönde adımlar atabildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde öğretim sürecinde ortaya konan $\frac{98280.x}{y} =$ z denkleminde yer alan x,y ve z değişkenlerini sırasıyla "insan sayısı, ağacın ürettiği oksijen, toplam ağaç" olarak açıklayabilmiştir. Ardından denklemin nasıl kullanılacağına ilişkin "insanın ürettiği oksijen miktarıyla insan sayısını çarparız (tükettiği demeliydi hem de 1 saatte), ağacın ürettiği oksijen sayısını buluruz (miktarı demeli) ve kaç ağaç gerekir bulunur" açıklamasını sunmuştur (Görsel 3. 16a). Denklemde kritik bir ilişki olan "insanlar için gerekli oksijen miktarını bir ağacın üreteceği oksijen miktarına bölme" yönünde bir açıklama yapamadığı görülmüştür. Etkinliğin öğretimi sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında ise değişkenlerin bağlamsal olarak neyi temsil ettiklerini açıklarken z için doğru açıklama yapsa da x ve y için yanlışlık yapmış ve denklemi açıklarken ise sadece "ağacın ürettiği oksijen sayısını insan sayısı ile çarparsa" diyerek hatasını ve eksikliğini göstermiştir (Görsel 3.16b). Ancak Mars etkinliği sonrasında gerçekleştirilen ilk ara görüşmede ise insan sayısını "bir insana 1 saatte gerekli oksijen miktarı" yerine "ağacın ürettiği oksijen miktarı" çarpma hatası görülse de "1 saatte" vurgusuna dikkat çekebilmiş ve bölme ilişkisine vurgu yapabilmiştir. Ayrıca öğretim sırasında y=62x denkleminin nasıl kullanılacağına ilişkin, her ne kadar insan sayısı değişkenine gerçekçi bir sayısal değer atayamadığı görülse de, "1 milyar insan gitse, 62 ile 1 milyarı çarparız ve gereken kayın ağacı sayısını buluruz" şeklinde bağlamsal destekli bir açıklama yapabilmiştir.

> Ö: Burada ne anlatıyor? Açıklar mısın bana?
>
> Aynur: Hocam ağacın ürettiği oksijen miktarını insan sayısı ile çarparsak 1 saatte insana ne kadar oksijen gerektiğini bulmuş oluruz. Onu da böldüğümüzde ağaç sayısını buluyoruz.

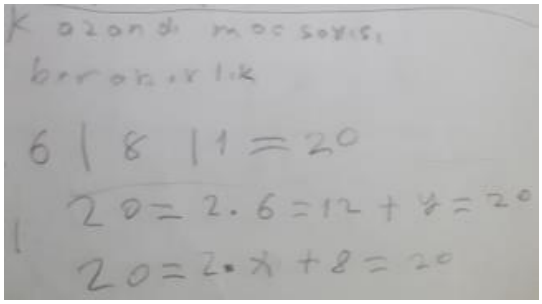


Görsel 3.16a. *Aynur'un Mars etkinliğinin öğretim sürecinde denklemi açıklama performansı*



Görsel 3.16b. *Aynur'un Mars etkinliğinin gözden geçirme ağacında denklemi açıklama performansı*

İkinci öğretim bölümünde yer alan etkinliklerden satranç etkinliğinde öğretim sırasında kendisinin aritmetiksel olarak gerçekleştirdiği işlemlerin ardından ortaya konan çözüme ilişkin 2x+y=20 denklemine yönelik "hocam kazandığı maç sayısı bu. Kazandığı maç sayısını 2 ile çarparız sonra da berabere kaldığı maç sayısını ekleriz" açıklamasını yapabilmiş ve her ne kadar yine aritmetiksel yönleri de olsa denklemin kullanımına örnek sunabilmiştir (Görsel 3.17). Bu sırada öğretim sırasında kabul edilen maç sayısı için 15, alabileceği toplam puan için 20 puan kısıtlamalarına uygun sayısal değerler verebilmiştir.



Görsel 3.17. *Aynur'un satranç etkinliğinde oluşturulan denklemin kullanımına ilişkin performansı*

Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl' de hava kirliliği etkinliği ise bu katılımcının öğretim sürecinde ve gözden geçirme aracında cebirsel ifadeyi bağlamsal yönlerden açıklama yönünde pasif kalarak olumlu yönde bir varlık gösteremediği tek etkinliktir. Çözüme ilişkin formüle edilen 36x+64y=4356 denkleminin çözüm için kullanımına örnek sunarken, y değişkeni için "kayın ağacı hektarı" vurgusu dışında, sadece matematiksel olarak onu ele aldığı ve doğrudan kendisine sorular yöneltildiğinde bağlamsal yönde bir farkındalığının olmadığı, dahası cevap vermekte zorlandığı görülmüştür (Görsel 3.18). Aynur' un denklem, özdeşlik gibi cebirsel ifadelerde yer alan değişkenlerin ve ilişkilerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini açıkça ve onların çözüme yönelik nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin yine bağlamsal destekli açıklamalarına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.8' de verilmiştir.

Ö: Ne yaptın Aynur?

Aynur: x' e 45 verdim.

Ö: Ne peki x?

Aynur:...

Ö: Yani sen neye 45 diyorsun?

Aynur....

Ö: 45 ne?

Aynur:...

Ö: Yani matematiksel olarak birşeyler yapmaya çalışıyorsun bu denklem ile fakat ne yapmaya çalıştığını açıklamanı istiyorum.. İşlemler yapıyorsun ama problem durumu ile ilişkisi ne?.

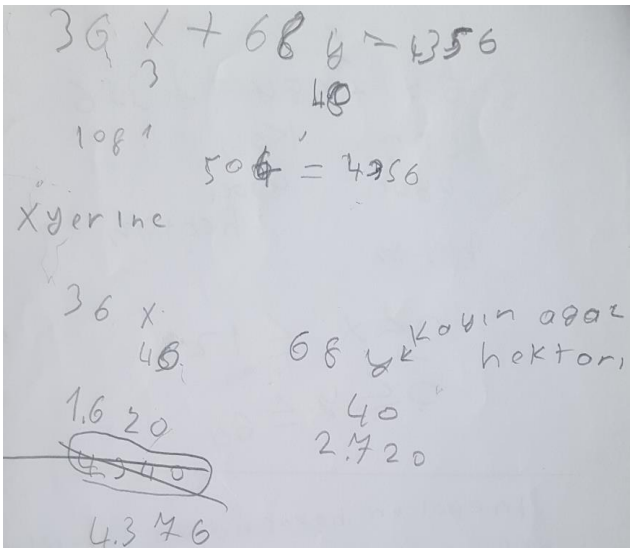
Aynur: Hocam çam ağacı.

Ö: Çam ağacının neyi?

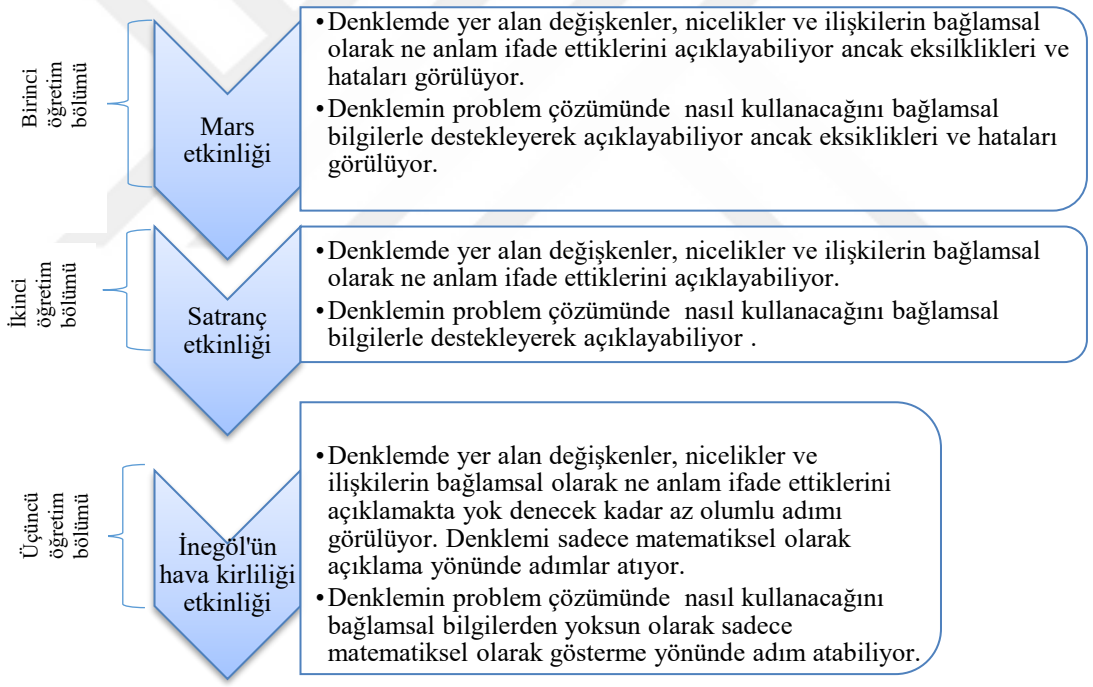
Aynur: Ağaç sayısı (yanlış söyledi kaç ha olduğuydu doğru cevap)

Ö: Kaç ha olduğu mu? Kaç ton olduğu mu?

Aynur: ...



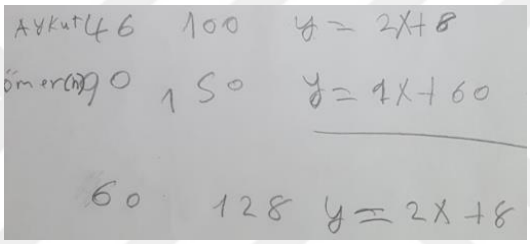
Görsel 3.17. *Aynur'un İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı*



Şekil 3.8. *Aynur'un cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Birinci öğretim bölümünde matematiksel modelin o bağlamdaki problem çözümünü sağlayıp sağlamadığı yönünde ve çözüme ilişkin ortaya çıkan farklı matematiksel modelleri karşılaştırma yönünde performans ortaya koymaları için halter ve Mars etkinliklerinde öğrenciler desteklenmiştir. Aynur'un daha çok sayısal değerler sunarak modelin işlerliğini gösterme yoluna gitti görülmüştür. Örneğin, halter

etkinliğinde Naim Süleymanoğlu'nun kaldırışının en iyi olmasına matematiksel dayanak olarak kendi katının 3 katında daha fazlasını kaldırmış olması önerisi öne çıkmıştır. Bununla birlikte tüm sporcular için kaldırdığı kilo ile kendi kilosu arasındaki ilişkiyi bazı grupların y=3x+10, y=3x+3, y=2x+60 gibi denklemlerle bazı grupların ise $\frac{y}{x}$ şeklinde nicelikler arasında oran ile gösterdiği görülmüştür. Aynur, denklem ile olan gösterimi tercih etmesine rağmen diğer gösterim için de sorgulamalar yapılırken "ikisi de aynı hocam zaten bunların. Bölüyoruz" şeklinde oran kavramı temelinde ikisinin arasındaki benzerliğe yönelik yorumda bulunabilmiştir. Öte yandan kendisinin tercih ettiği denklem ile olan gösterimin en iyi kaldırışa karar vermede kullanılabileceğini, "kendisi ve Ömer Hocanın halter kaldırışı yapması" durumunda kendi vermiş olduğu kabul edilebilir sayısal değerler üzerinden uygulayarak göstermiştir (Görsel 3.18).



Görsel 3.18. *Aynur'un halter etkinliğinde denklemin çözümü karşılayabildiğini gösterme performansı*

İlk ara görüşme olan arı sütü bağlamlı görüşmede Aynur'un ortaya koyduğu ancak çözüme hizmet etmekte yetersiz kalan $\frac{x.y}{z}$ cebirsel ifadesinde yer alan değişken ve nicelikleri "x kovan sayısı, y 300 g, z ise üretilen arı sütü miktarı" şeklinde açıklamış ve bu denklemin 10 kovan arı için uygulayarak çözüm için kullanılabilir olduğunu savunmuştur. Bu sırada matematiksel ve bağlamsal destekli gerekçelendirmeler yapma yönünde girişimleri görülmüştür.

> Aynur: Hocam kovan sayısı ile 300 ' ü çarparız sonra üretilen arı sütü miktarına böleriz şeyi buluruz.
>
> Ö: Neyi?
>
> Aynur:…(Sessizlik) Mesela ben 10 kovanı göstermek istiyorum.
>
> Ö: Tamam.
>
> Aynur: …(Devam ettiremiyor)
>
> Ö: Ne olacak 10 kovanda?
>
> Aynur: 10 ile bir kovanın ürettiği miktarı 300' ü çarparız. Sonra bulduğumuz sonucu üretilen arı sütü miktarına böleceğiz.
>
> Ö: Peki ama ben sana şöyle sorayım o zaman 10 kovandan kaç gr ya da kg arı sütü elde edilir?

Aynur: 3 kg.

Ö: peki bu cebirsel ifade yardımıyla bulamaz mısın?

Aynur: Bulurdum.

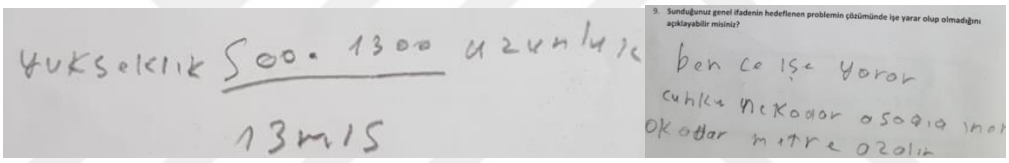
Ö: Nasıl?

Aynur: Hocam 10 ile 300 ü çarparım. Sonra da 3 kg a böleriz. Yok 300 grama böleriz.

Ö: Neden?

Aynur: Bir kovanın ürettiği arı sütü.

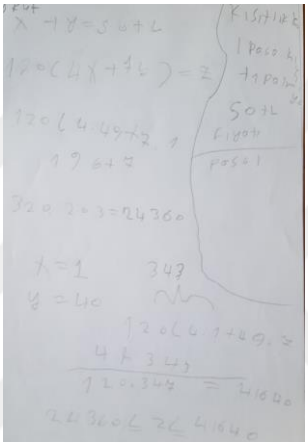
İkinci öğretim bölümünde yer alan etkinliklerde matematiksel modelinin çözümü karşıladığını savunmada zorlandığı açıkça görülen Aynur'un Uludağ'da kayak etkinliğinde ise kendisine doğrudan sorulduğunda kabul edilemez olduğu açıkça görülen $\frac{yükseklik\ (500).\ uzunluk\ (1300)}{13m/s}$ ifadesinin o bağlamda çözüm için işe yaradığına yönelik "bence işe yarar çünkü ne kadar aşağıya inerse o kadar metre azalır" açıklaması görülmüştür (Görsel 3.19). Bu açıklamanın sunduğu matematiksel ifade ile uyuşmadığını dikkat çekmiştir.



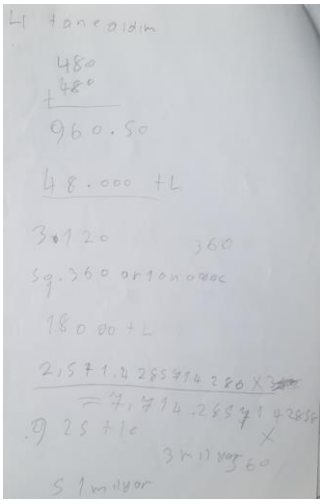
Görsel 3.19. *Aynur'un Uludağ'da kayak etkinliğinde çözüm için öne sürdüğü matematiksel ifade ve onun işe yarar olduğuna ilişkin açıklaması*

Düzenli şehir etkinliğinde *"ortak yaşam alanı karesel arazinin ortasında olmasa"* şeklinde değişen durum için x^2-y^2=z^2 özdeşliğinin hala çözüm için kullanılıp kullanılamayacağı sorgulamasında "değişir o zaman proje değişir" şeklinde matematiksel dayanaktan yoksun bir açıklama yapmıştır. Arazime ne diksem etkinliğinde ise ceviz veya kavak yerine paulownia ağacı dikilmesi durumunda değişen koşullarda aritmetiksel işlem dizisinin değişmesine gerek duyulmamasından dolayı kullanılabilir olduğunu Görsel 3.7' de açıkça göstermiştir. Öte yandan tarla için ceviz ve kavak ağacı seçildiğinde hem dikey hem yatayda aynı aralıklarla (4x4 ve 8x8) ağaç dikilmesine rağmen paulownia için iki ağaç arası aralığın değişeceğini görerek 4x5 aralık değerlerini kabul ederek işlemlerini gerçekleştirmesi dikkat çekmiştir. Dahası 8 senede bir verim vereceği şeklinde değişen kısıtlamayı görebilmiştir. Ancak ömrü boyunca 7 kez ürün verebileceği şeklindeki yeni kısıtlamaya ilişkin herhangi bir farkındalık ortaya koyamamıştır.

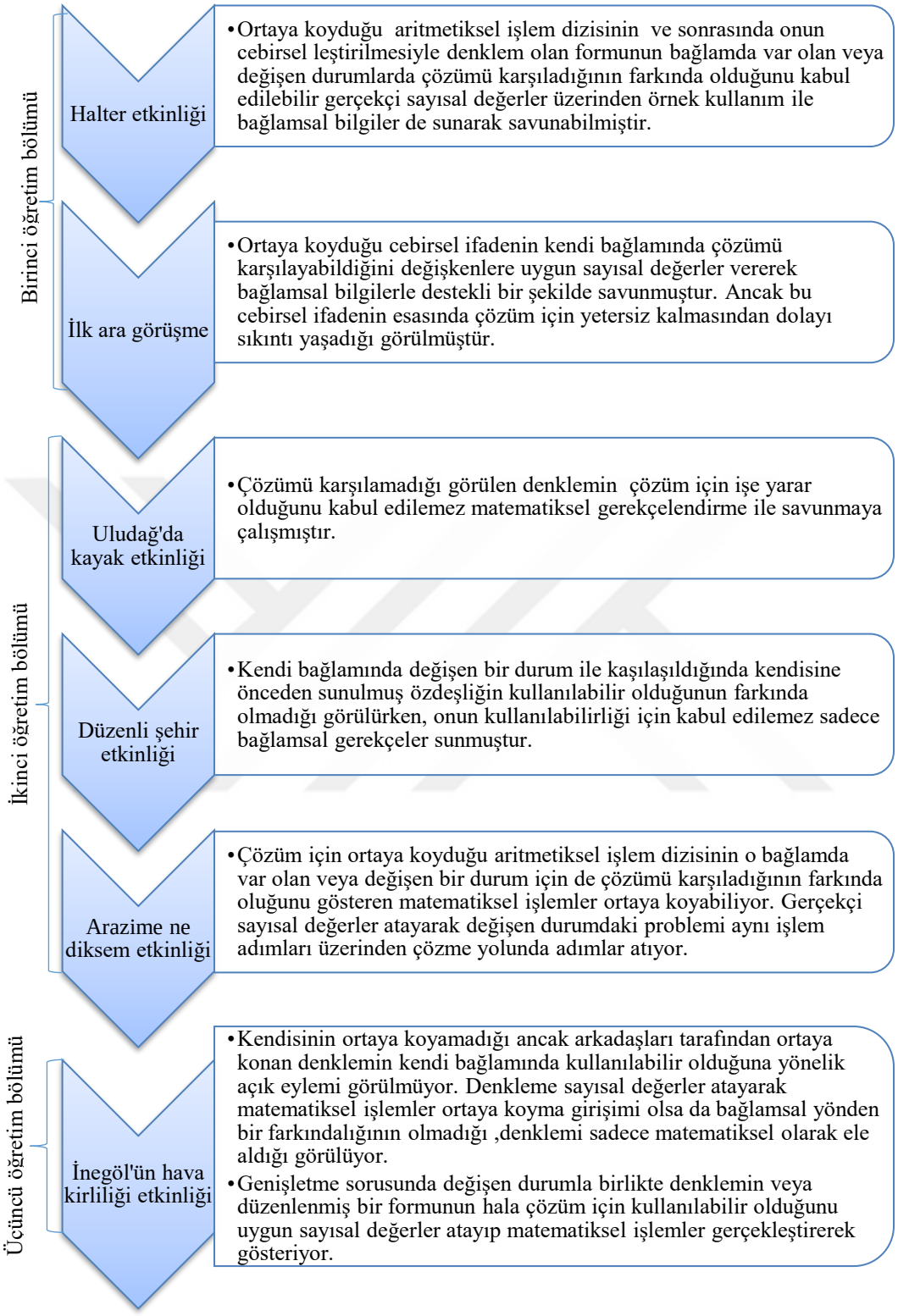
Üçüncü öğretim bölümünde İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olan paşa kılıcı ve areka palmiyesi bağlamında bir paşa kılıcı ve bir areka palmiyesinin 50 lira olması kampanyasında (4x+7y).120=z denkleminin hem olduğu haliyle kullanabildiğinin (Görsel 3.20a) hem de ilk olarak Orhan tarafından ortaya atılan (4x+4y).120+3y.120=z şeklinde düzenlenmiş halinin aritmetiksel olarak kullanılabilir olduğunu değişkenler için uygun sayısal değerler atayarak göstermiştir (Görsel 3.20b). Aynur' un bu araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.9' da verilmiştir.



Görsel 3.20a *Aynur'un İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği değişen koşullarda denklemi kullanma performansı*



Görsel 3.20b *Aynur'un İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde değişen koşullarda çözüm için aritmetiksel yollara başvurması*



Şekil 3.9. *Aynur'un söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünde değişen koşullarda modelin yeniden düzenlenmesini gerektiren etkinliklerden düzenli şehir etkinliğinde Aynur'un arazinin %25' ine ortak

yaşam alanı yapılması durumunda özdeşlik üzerinde herhangi bir düzenleme yapamadığı görülmüş ve sadece arazinin çeyreğine, Görsel 3.10'da görüldüğü gibi ortak yaşam alanı yapabilmiştir. Arazime ne diksem etkinliğinde ise paulownia ağacı dikilmesi ile değişen koşulları görerek ona uygun revizyonlar yapabilmiş ancak aritmetiksel yollardan ilerlmiş olduğu için cebirsel model üzerinden açık bir revizyon ortaya koyamamıştır. Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede ise kendi köylerine rüzgar enerjisi kurulması durumunda, bir tane rüzgar türbininde önceden elde etmiş olduğu bir senelik kar için 417 852 liranın kazanılacağını öne sürüp, yıl artışına ve rüzgar türbini sayısına bağlı olarak elde edilecek karın nasıl değişeceğini açıklayabilmiş ve dahası cebirsel olarak da ifade edebilmiştir (Görsel 3.21). Bu sırada matematiksel işlemler sırasında hem attığı adımların hem de söz konusu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini senede, günde gibi kısıtlamalarla, birimlere de vurgu yaparak açıklayabildiği görülmüştür. Ayrıca ortaya koyduğu denklemde değişkenlerin ve niceliklerin bağlamsal olarak neleri temsil ettiklerini de gösterebilmiştir.

Ö: Şimdi biz bu köye kuracağız bir rüzgar türbini ama köylü bizden kaç para kazanacağına dair net bilgiler ister. Şimdi diyelim ki bir yılda kaç para kazanır?

Aynur: 417 852 lira kazanır.

Ö: Şimdi yıllar geçecek biliyorsun. 1,2,3 yıl...yıllar geçtikçe kaç para kazanacak yazabilir miyiz?

Aynur: 25 sene ise 25 ile çarpacak. 6 sene ise 6 ile çarparız.

Ö: Peki genel bir ifade yazsan buna yönelik?

Aynur: Mesela buraya x e sene diyelim. 417 852 TL yazalım. Onunla çarpalım (x.417852 yazdı)

Ö: Ne bu? Açıklayabilir misin?

Aynur: Yani hocam kaç sene ise buraya yazıp kaç para kazanacağını bulabiliriz.

Ö: Peki kaç para kar edecek? Temiz para dedin ya az önce...

Aynur: Şimdi hocam 3 200 000 dedik ya. Önce onu çıkartacağız masraf dediğimiz için.

Ö: Ne bulmuş oldun?

Aynur: Kalan paramız. Bir de bakım masrafını çıkarttığımızda temiz para bulunur (417 852 bakım masrafının çıkarılmış hali)

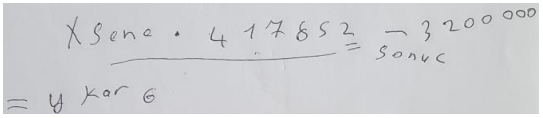
Ö: Peki bu söylediğin şeyi haydi yaz buraya. Daha net anlaşılır.

Aynur: Sayıyla.

Ö: Sayıyla değil de cebirsel yaz.

Aynur: Bununla bunu çarpacağız (x ile 417 852). Bulduğumuz parayı da bundan çıkartacağız (3 200 000 den. Aslında 3 200 000 i çıkartıyor ama ters yazdı)

Aynur: Bu hocam. Bu kadar kar eder.



Görsel 3.21. *Aynur'un ikinci ara görüşmede köye rüzgar türbini kurulması durumunda çözüm için ortaya koyduğu denklem*

Öte yandan bor katkılı rüzgar türbini yapılması durumunda ortaya çıkacağı belirtilen ömrünün %60 uzaması ve bakım maliyetinin %1 düşmesi şeklindeki yeni durumlar için ömür, elde edilen kar, bakım masrafı, yıllık kar gibi sayısal verilerde oluşacak değişime yönelik hesaplamalar yapamasa da yeni durumda nasıl değişeceğine yönelik doğru açıklamalar yapabilmiştir.

Ö:Bor katkılı rüzgar türbini olursa o zaman ne olacak? Ne düşündün?

Aynur: Hem ömrü uzar hocam hem de maliyeti olmadığı için...Mesela hem de bakım masrafı olmadığı için daha çok para kazanır.

Ö: Ömrü ne kadar olur sayısal olarak?

Aynur: Ömrü 25 seneden daha çok olur.

Ö: Hesaplayabilir miyiz kaç olur?

Aynur: ...

Ö: Ne kadar uzuyor ömrü yüzde olarak?

Aynur: Yüzde 60.

Ö: Peki ne kadar olur o sayısal olarak?

Aynur: ...

Ö: Nasıl bulursun?

Aynur:....

Rüzgar türbininden elde edilecek karı sunan denklemin veya aritmetiksel işlem dizisinin, bir tarlaya meyve ağacı dikerek ondan gelir elde etme bağlamında kullanılabilir olup olamayacağı sorgulamasında Aynur' un birimlerde "sene" yerine "ton" diyerek, sayısal değerlerde "40 ton meyve üretsin" diyerek yeni bağlama uygun revizyonlar yapmış ve bu şekilde kullanılabilir olabileceğine ilişkin görüş bildirmiştir. Daha sonrasında bir ton için 3 TL değerinin gerçekçi olmadığını fark ederek gülmüş ve tonunu 300 TL olarak değiştirmiştir. Devamında ise bir tonluk fiyat ile ton üzerinden üretilecek toplam miktarı çarparak toplam geliri bulmuş ve ilaç ile mazot parasını çıkararak sonuca ulaşmıştır.

Ö: Burada meyve yetiştiren bir çiftçi olsan sen mesela. Burada kullandığın denklem senin için kullanışlı olabilir mi?

Aynur: Kullanabilirim. Mesela sene yerine ton yapsak, mesela diyelim 40 ton çıktı. 3 liradan mesela onunla çarparız. bulduğumuz sonuçtan götürüsünü falan çıkarttığımızda o kadar kar edilir.

Ö: Mesela yazabilir misin onu buraya?

Aynur: Bir senede 20 ton olsa (yazıyor).3 lira mı olsun hocam?

Ö: Tamam olur.

Aynur: ...(Durdu birden düşünmeye başladı muhtemelen terslik olduğunu düşündü) Kilosu 3 lira☺

Ö: O zaman ne yapacağız?

Aynur: Veya 1 tonu 300 lira olsa...(20 ton . 300 TL=6000 TL yazdı)

Ö: Tamam.

Aynur: Bu daha temiz para değil. Götürüsünü hesaplayacağız daha.

Ö: Sonra?

Aynur: Sonra temiz parayı bulabiliriz?

Ö: Tamam ne olacak götürüsü?

Aynur: Mesela 1000 lira ilaç parası olabilir.

Ö: Tamam☺

Aynur: (6000-1000=5000) 5000 lira kalır hocam. Bir de mazot parası 500 lira tutsa☺ (5000-500=4500) 4500 lira kalır hocam temiz para.

Kalori yakma etkinliğinde "ya sen olsaydın.." sorusuyla kendi yaşının ve bu doğrultuda yakması gereken kalorinin değişeceğini, hafta içi de gerçek bisiklet sürebileceğini, kondisyon bisikletinin olmayışını, dışarı çıkış saati sınırlamasının kendisi için farklı olması gibi değişen koşulları görerek aritmetiksel işlem dizisinde ya da cebirsel ifadede herhangi bir düzenlemeye gitmediği görülen Aynur' un zaten esas bağlam için de yetersiz kalan 700x+400y=7400 denklemini işaret eden aritmetiksel işlemlerle çözüm sunma girişimi görülmüştür (Görsel 3. 22). Ayrıca her ne kadar hafta içi ve sonu diye ayrımda bulunsa da aslında günlük yakması gereken kalori miktarı sınırından dolayı böyle bu ayrıma gittiğinin farkında olmadığı açıkça görülmektedir. Gerçekleştirilen görüşme sırasında kendisine bu performansı sorulduğunda, kalori yakmak için bisiklet sürecek kişinin kendisi olması durumunda ortaya çıkacak yeni koşulları göremediği, yine sadece sayısal değerler atayarak bu denklemi kullanabileceğini düşündüğü görülmüştür.

Ö: Peki, kendin olsaydın bu kişi ne olurdu?

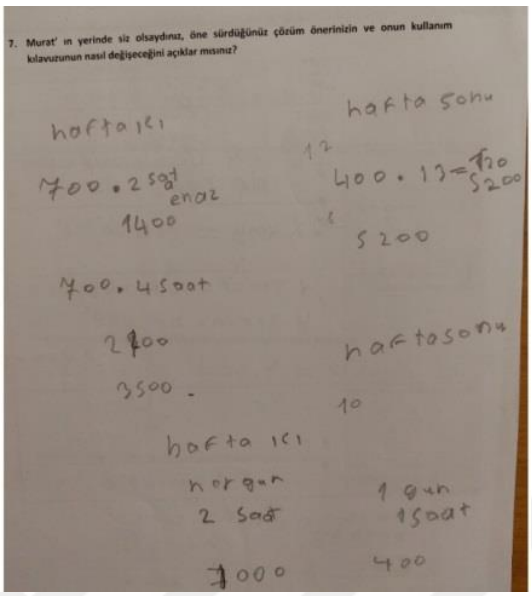
Aynur: Ben hocam burada dediğim gibi hafta içi 2 saat sürsem dedim. Sonra 4 saat de sürebilirim. Hafta sonu 13 saat sürerim mesela.

Ö: hı hı…

Aynur: Böylece 7400 kaloriyi tamamlamış olurum hafta (1400+5200=6600 oluyor aslında)

Ö: Ama bu daha fazla oluyor sanki!

Aynur: 200 kalori fazla oluyor (7600 olarak topladı 6600 yerine hata yaptı). O da kas yapmak için😊 Bence olur hocam 200 fazla olsun.



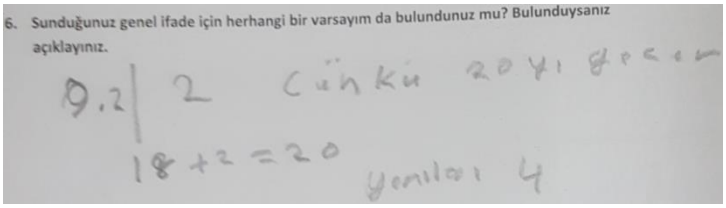
Görsel 3.22. *Aynur'un kalori yakma etkinliğinde kendisi olması durumunda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusundaki çözümüne ilişkin performansı*

Aynur' un aynı ya da farklı bir bağlamda değişen koşullar doğrultusunda aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini ve başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerlerini koşullara karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca Şekil 3.10'da sunulmuştur.

Şekil 3.10. *Aynur'un değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

Aynur' un birinci öğretim bölümünde ikinci etkinlikten itibaren, hesaplamaları sırasında değişkenler için anlamlı ve geçerli çıktılar elde edebilmesini sağlayan sayısal değerler atayabildiği, atadığı sayısal değerleri gerçekçi olmaması durumunda hatasını çoğu zaman kendisinin fark ederek düzeltebilmesi dikkat çekmiştir. Örneğin, Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde bir aracın 100km'de o günkü koşullarda kabul edilebilir bir değer olan 25TL yaktığı varsayımında bulunmuştur. Öte yandan Mars etkinliğinde 1 milyar insanın Mars' a gideceği kabulünün gerçekçi olmadığını sınıf tartışmalarıyla fark ettikten sonra gözden geçirme aracında, Mars'a 100 kişinin gittiğini varsayarak hesaplamalar yapmaya çalışmıştır. İkinci öğretim bölümünde değişkenler için kabul edilebilir sayısal değerler atayabildiği görülen Aynur, satranç etkinliğinde kendisine varsayımlarının ne olduğu sorulduğunda değişkenlere sayısal atamasını örnek

vermiştir. Galibiyet için 9, beraberlik için 2 ve yenilgi için 4 değerlerini atayarak toplam maç sayısının 15 ve elde edeceği puanın 20 olması kısıtlamalarını da dikkate alarak sayısal değerler atayabildiği görülmüştür (Görsel 3.23). İkinci ara görüşme olan rüzgar enerjisi bağlamlı görüşmede ise 0,10 zed değerini 10 zed, 0,01 zed değerini ise 1 zed olarak ele alması yüzünden geçersiz bir sonuca ulaşmıştır.



Görsel 3.23. *Aynur'un satranç etkinliğinde değişkenlere geçerli sayısal değerler atama performansı*

Diğer taraftan Mars etkinliğinde "ağacın aldığı karbondioksit de bir değişken" diyerek onu bir varsayım olarak öne sürmüştür. Bunun üzerine varsayımdan kastedilenin ne olduğu üzerine sorgulamalar yapılmış ve "diyelim ki…farz edelim ki…" şeklindeki kabuller üzerinden örnekler sunulmuştur. Öte yandan Orhan "karbondioksit insanda bolca var zaten" diyerekağacın gereksinim duyacağı karbondioksitin insan tarafından sağlanabileceğine vurgu yaparak onun görmezden gelinmesine dikkat çekmiştir. Aynur ilk ara görüşmedeki arı sütü bağlamında "kovandaki arı miktarı da önemli tabi ki" diyerek onların bağlamsal olarak varlığına ve dolaylı yoldan etki ettiğine dikkat çekmiş ancak dolaylı çözüm sürecinde onlardan faydalanmamış, görmezden gelmiştir. İlk ara görüşmede kendisine varsayım dendiğinde ne anladığı sorulduğunda metin içinde sunulan veya sunulmayıp da talep edilen gerekli bilgileri varsayım olarak gördüğü ortaya çıkmıştır. Nitekim Mars etkinliğinin gözden geçirme aracında da varsayımları bu doğrultuda "ağacın bir yılda ürettiği oksijen, insanın 1 yılda aldığı oksijen, ağacın ihtiyaç duyduğu karbondioksit ve insanın verdiği karbondioksit" olarak örneklendirmiştir.

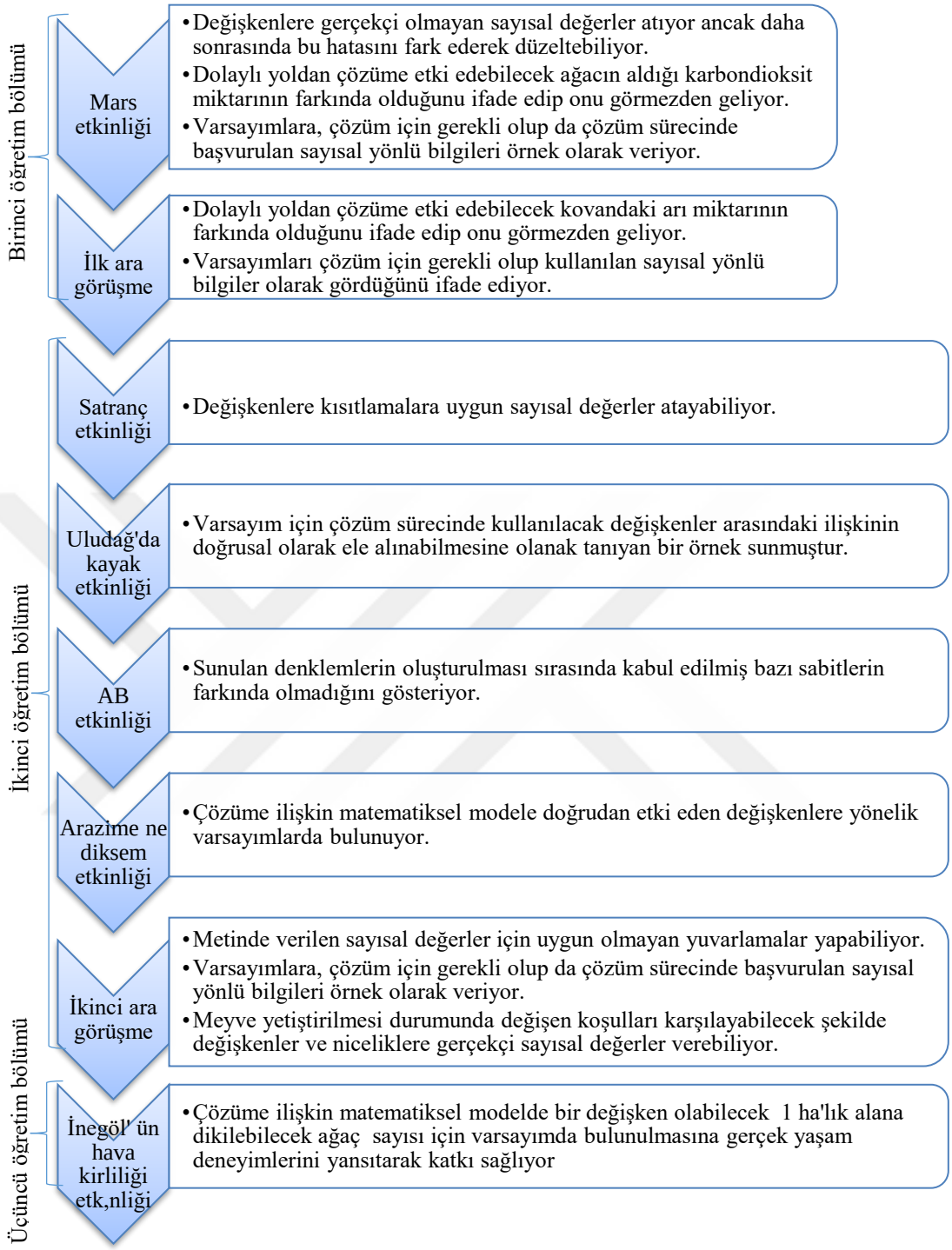
Ö: Peki ben sana varsayımlar neler diye sorduğumda ne anlıyorsun?

Aynur: Hocam cevabı bulmak için bunlardan gitmemiz lazım. Dikkate aldığın sayılar var mı?

İkinci öğretim bölümünde ikinci ara görüşmede görüşmede de "her gün 12720 khw enerji üretmesi", "0,01 zed ürettiği kadar alır (üretilen khw başına 0,01 zed bakım masrafını demek istiyor olabilir)" şeklinde yine çözümde gerekli olabilecek sayısal yönü olan bilgileri varsayım olarak sunmuştur. Uludağ'da kayak etkinliğinde ise varsayım için öncekilerden farklı olarak "kaydıkça inilecek mesafe ve yükseklik azalır" şeklinde

değişkenler arasındaki ilişkin doğrusal olarak alınabilmesine olanak tanıyan bir örnek vermiştir. AB etkinliğinde ise bu kez "belki Almanya'nın nüfusu sonradan artacak" çıkışı ile aslında onun öyle olduğunun kabul edildiği yönünde farkındalık ortaya koyamadığı görülmüştür. Bu sırada odak katılımcılardan olan Ferman ve Melaike hemen müdahale ederek "artamaz çünkü eksi var. Biz öyle varsaydık. Varsayımımıza göre artamaz" şeklinde onu uyarmıştır. İkinci ara görüşme sırasında arazime ne diksem etkinliğine yönelik işlemleri sorulduğunda ise matematiksel modelin formüle edilmesinde kritik olan "ben karesel olarak 100' e 100 aldım. 8x8 aralıklarla..." örneklerini sunabilmiştir.

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde 1 hektar alanda 7500 kayın ağacı olacağı kabul edildikten sonra sonra 1 ha alana 10000 çam ağacı dikilebileceği kabulüne yönelik sınıf tartışmasında "bence daha az yer kaplar çam ağacı. O yüzden daha fazla kabul edilebilir" şeklinde katkı sağlamıştır. Aynur'un araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.11' de verilmiştir.



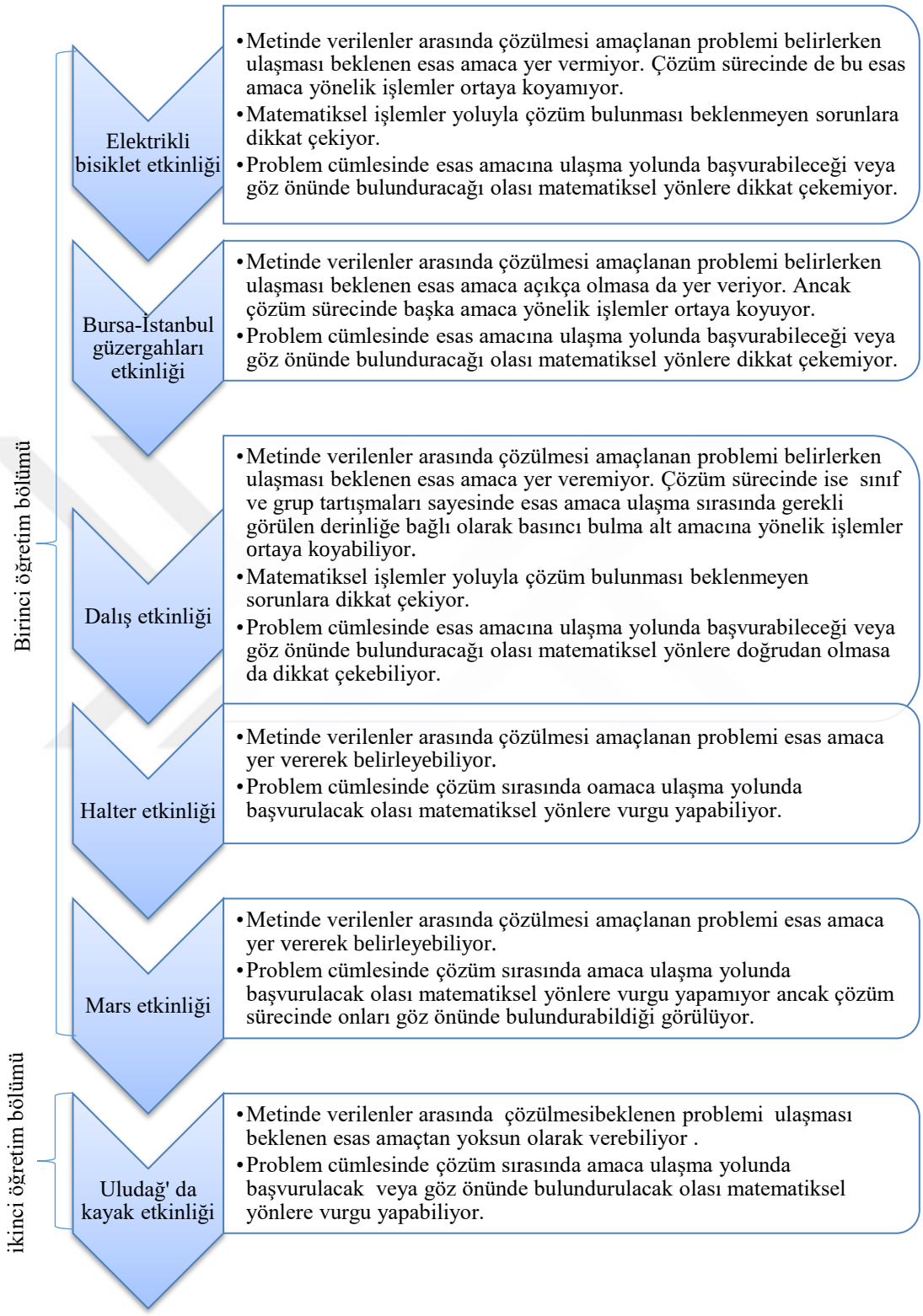
Şekil 3.11. *Aynur'un varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.2. Nurdan'ın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

Nurdan, araştırma öncesinde uygulanan ön test sonucunda ortaya çıkan gruplardan birincisinden gelen katılımcıdır. Metin içerisinde verilenlerden çözüm bulunması amaçlanan problemi ortaya koymakta araştırma boyunca, her ne kadar etkinlikler

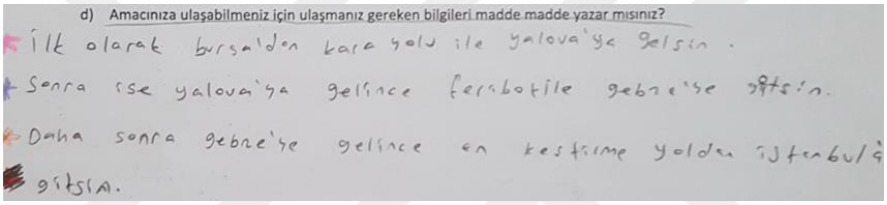
ilerledikçe azaldığı görülse de, ara ara eksiklikleri ve zorlukları görülmüştür. Birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde ilk olarak problemi "benzinli motorun elektirikli bisiklete göre daha sorunlu olması" olarak ifade ettiği ardından ise problemi ortaya koymak yerine "her ikisi de sağlık açısından iyi değil. En azından elektiriklide benzin yok, maliyeti az olur israf olmaz. Elektrikli doğaya zarar vermez" şeklinde çözüme bir yorumda bulunduğu görülmüştür. Bu çözüm önerisine bakıldığında, her ne kadar ulaşılması beklenen esas amaç ekonomik olanı bulma yönünde "az maliyetli olma" gibi belirtiler sunsa da daha çok gerçek yaşam temelli olup matematiksel yönden yetersiz kalan ve bağlamsal olarak kabul edilemez dayanaklar sunması dikkat çekmiştir. Öğretim sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında "bir şey yazdım ama emin değilim" vurgusunda bulunarak "bisikletin gelişmesi ve daha çok çeşide yükselmesi" şeklinde sunduğu problem cümlesinde çözüm bulunması beklenen esas amaca yer veremediği görülmüştür. Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde "Sevgi Bursa'dan İstanbul' a arkadaşının düğününe gidecek. Bursa' dan başlayıp İstanbul' a nasıl gideceği sorusunu araştırıyor. Nasıl giderim az bir maliyetle diye düşünüyor" şeklinde ortaya koyduğu pobleminde "az bir maliyetle" vurgusu onun esas amacı fark edebildiğini göstermekte ancak devamında bu amaca değil en kısa ve kestirme yolları bulma amacına yönelik matematiksel işlemler gerçekleştirmesi dikkat çekmiştir. Dalış etkinliğinde ise "dalış esnasındaki basıncın akciğerlere baskı yapması ya da çok derine inilirse akciğerlerde vurgun yemenin gerçekleşmesi" şeklinde basınca ve akciğerlere (akciğer hacmi demesi beklenir aslında) dikkat çekerek çözüm sırasında başvurulacak matematiksel yönlere yer verebildiğini göstermiştir ancak çözüm bulunacak esas amaç olan akciğer hacminin bulunmasına dikkat çekemediği, onun yerine "vurgun yeme" şeklindeki matematiksel işlemler yoluyla çözüm bulunması beklenmeyen bir soruna yer verdiği görülmüştür. Bunun üzerine problemin matematiksel işlemler yoluyla çözülecek karakterde olması gerektiğine dikkat çeken öğretmenin sınıfı sorgulamaya yöneltmiştir. Bu sırada Orhan'ın "ne kadar vurgun yediğini bulamayız herhalde değil mi?" diyerek esas amacın matematiksel yollarla ulaşılacak bir karakterde olmasına dikkat çekmiştir. Halter etkinliğinden itibaren Nurdan' ın artık matematiksel işlemler yoluyla çözüm bulunması beklenmeyen bir sorunu problem olarak öne sürmediği görülmüştür. Bu etkinlikte problemi ortaya koyarken esas amaca ulaşma sırasında göz önünde bulundurulması gereken matematiksel yönler olan kaldırılan kilo ve sporcunun kendi kilosu değişkenlerini entegre ederek sunduğu "bir sporcunun kendi ağırlığının kaç katı kadar

ağırlık kaldırdığını bulmak" cümlesi ile değişkenler arasında ilişkiyi de kurabildiğini göstermiştir. Bu etkinlikten sonra Nurdan'ın bazen ulaşılması beklenen esas amacı da entegre ederek problemi ortaya koyabildiği bazen ise esas amacı entegre etme yolunda adım atsa da eksiklikleri dikkat çekmiştir. Örneğin, Mars etkinliğinde problemi "NASA'nın Mars'ta hayat kurabilmesi için gerekli ağaç sayısı" şeklinde "4 kişi için", "oksijen sağlamak amacıyla" gibi çözüme ulaşma sürecinde göz önünde bulundurulması beklenen matematiksel yönlerden yoksun ancak ulaşmayı hedeflediği esas amaca yer vererek sunabilmiştir. İkinci öğretim bölümünde yer alan Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu "Ömer oteller bölgesinde, 500 m yükseklikten kaç m/sn hızla kayarsa kendini daha heyecanlı hisseder?" problem cümlesi ise her ne kadar yükseklik, hız gibi matematiksel yönler içerse de ulaşılması beklenen "hızın sabit olduğu kabul edilirse geçen süreye bağlı olarak kalan yükseklik değişimini bulma" esas amacından uzaktır. Nurdan'ın araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.12' de sunulmuştur.



Şekil 3.12. *Nurdan'ın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

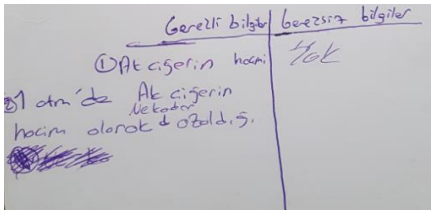
Birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliğinde Nurdan, metinde sunulan veya sunulmayıp da talep edilmesi beklenen çözüm sürecinde gerekli olabilecek bilgileri ancak sınıf veya grup içi tartışmalarda arkadaşlarının yardımıyla dikkate alabilmiştir. Dahası elektrikli bisiklet etkinliğinin gözden geçirme aracında "dersten aklımda kalanları yazmaya çalıştım ama pek anlamamıştım zaten" ifadesi ile "bence metinde gereksiz bilgi yok. Verilen tüm bilgiler gereklidir" açıklaması dikkat çekmiştir. Bursa İstanbul güzergahları etkinliği gözden geçirme aracında ise kendisinden çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgileri yazması istendiğinde matematiksel işlemler sonucu elde edilmiş herhangi bir çıktıya dayanmayan "ilk olarak Bursa'dan karayolu ile Yalova'ya gelsin. Sonra Yalova'ya gelince feribotla Gebze'ye gitsin. Daha sonra Gebze'ye gelince de en kısa yoldan İstanbul' a gitsin" şeklinde olası bir çözüm önerisi sunmuştur (Görsel 3.24).



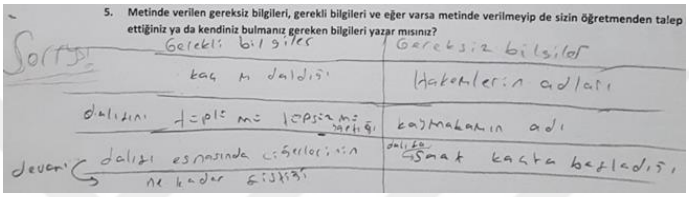
Görsel 3.24. *Nurdan' ın Bursa –İstanbul güzergahları etkinliğinde çözüm sürecinde gerekli olan veya olabilecek bilgileri ortaya koyma performansı*

Dalış etkinliğinde ise grup arkadaşı ve aynı zamanda başka bir odak katılımcı olan Zerra ile daha sıkı iletişim kurduğu görülen Nurdan'ın ortak kullandıkları kâğıtta, halen gereksiz bilginin olmadığına vurgu yaptığı görülürken, çözüm sürecinde gerekli olabilecek bilgileri belirlerken "akciğer hacmi, 1 atm' akciğerin hacim olarak ne kadar azaldığı" şeklinde olumlu adım atabildiği görülmüştür (Görsel 3.25a). Gereksiz bilgi ifadesiyle ne kast edildiğini sorgulamaya açan öğretmen tartışmaların ardından "gereksiz bilgi derken çözüm için işimize doğrudan yaramayacak bilgileri kast ediyoruz. Yani metinde birçok bilgi var ve ilgimizi de çekiyor ama matematiksel bir çözüm ortaya koyuyoruz ya orada kullanmaya gereksinim duymadığımız bilgiler gereksizdir" açıklaması ile tartuışmalarda sunulanları toparlayarak onlardan örnekler vermesini istemiştir. Gözden geçirme aracında ise artık gereksiz bilgilere de "hakemlerin adları, kaymakamın adı, dalışın saat kaçta başladığı" şeklinde örnekler verebilmiş ancak gerekli bilgiler için sadece "kaç m daldığı" şeklinde doğru bir adım atabilmiştir (Görsel 3.25b). Öte yandan çözüm için gerekli olabilecek bilgiler için vermiş olduğu sadece bağlamsal veya sadece gerçek yaşam deneyimlerinden gelen "dalışını tüplü ya da tüpsüz mü yaptığı,

dalışı esnasında ciğerlerinin ne kadar şiştiği" şeklinde diğer bilgilerin ise kabul edilebilir olmadığı görülmüştür.



Görsel 3.25a. *Nurdan'ın dalış etkinliği öğretim sürecinde metinde sunulan bilgilerden gerekli olanları ve olmayanları belirleme performansı*



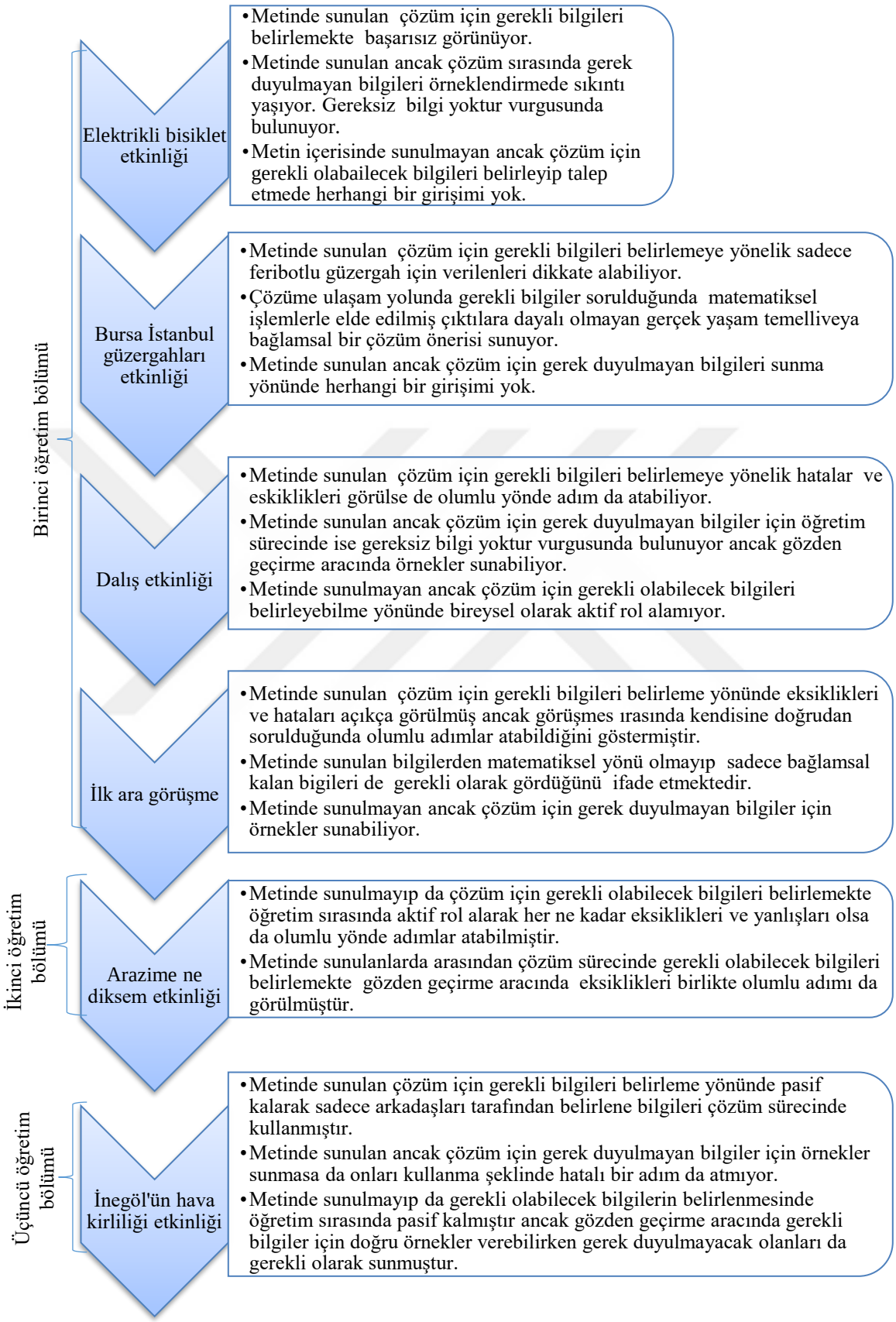
Görsel 3.25b. *Nurdan'ın dalış etkinliği gözden geçirme aracında metinde sunulan bilgilerden gerekli olanları ve olmayanları belirleme performansı*

İlk ara görüşmenin çalışma kâğıdında metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüme ulaşma sürecinde gereksiz olanlara örnekler verebildiği görülmüştür. Gerekli olanlar için ise çözüm sürecinde başvurulmasına veya göz önünde bulundurulmasına gerek duyulmayan bilgileri sunmuş ancak görüşme sırasında bu yanılgısının farkında olduğunu dile getirmiştir. Gerekli bilgiler için özellikle "arı sütünün faydası" gibi nitel bir bilgiyi çözüme ulaşma sürecinde gerekli görmesi dikkat çekici olmuştur.

> Ö: Peki problem çözümünde gereksiz kalan bilgilere örnek verebildin mi?
>
> Nurdan: Ana arının kaç yumurta yumurtlayabilmesi, kovanda kaç adet arının bulunması...
>
> Ö: Peki gerekli olanlar?
>
> Nurdan: Arı sütünün neden bu kadar pahalı olması ve arı sütünün faydası.Ama şu anda gereksiz geldi☺ Ben gerekli bilgi yeterince bulamadığım için öyle yazmıştım.

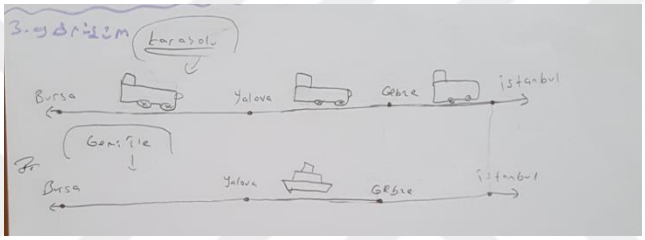
İkinci öğretim bölümünde öğretim sürecinde veya gözden geçirme araçlarında olumlu adımlar atabildiğini gösteren Nurdan'ın eksiklikleri, pasif kalışı ve hataları da dikkat çekmiştir. AB etkinliğinde bazı ülkeler için denklem yoluyla sunulan ve diğer ülkeler için de talep edildiğinde sunulabilecek "üye, aday ve aday adayı olan ülkelerin nüfusları" bilgilerini gerekli olarak öne sürebildiği görülmüştür. Arazime ne diksem etkinliğinde ise öğretim sürecinden başlayarak "hangi ağaç daha uzun süre yaşar ve bakıma ihtiyaç duyar?, cevizin kilosu, kavak ağacının ortalama boyu, kavak ağacının kaç

liraya satıldığı" şeklinde her ne kadar ağacın uzun süre yaşaması, bakıma ne kadar ihtiyaç duyması, boyu gibi doğrudan gerekli olmayanları da not etme gibi olumsuzlukları görülse de, çözüme ulaşma sırasında başvurulabilecek bilgileri belirleyip talep edebildiği görülmüştür. Ancak gözden geçirme aracında ilk kez karşılaşılan araziye paulownia ağacı dikilmesi durumunda değişen koşulları, sunulan bilgiler içerisinden görebilmesi beklenen soruda "1 metreküpü en az 800 lira olacağı için çok gelir sağlar. Yani genel ifadedeki gibi her 1 metreküpü en az 800 TL'den satıldığı için çok gelir sağlar" şeklindeki açıklamasıyla sadece 1 m^3 paulownia kerestesinin 800 TL olacağı bilgisini dikkate alabildiğini ağaçların hangi aralıklarla dikileceği, 8 senede bir kesime gelmesi, 7 defa sürgün vermesi gibi bilgileri fark edemediğini göstermiştir. Üçüncü öğretim bölümünde de bener performansı devam etmiştir. Öğretim sürecinde yine pasif kaldığı görülen İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinin gözden geçirme aracında "kayın ve çam ağacının kaç ton toz tuttuğu" ve "ne kadar sonra İnegöl temizlenecek?" bilgilerini çözüm için gerekli olarak sunmuş olsa da İnegöl' ün havasının ne zaman temizleneceği bilgisine çözüm sürecinde gerek duyulmayacağı açıktır. Ayrıca bu etkinlikte Nurdan' ın "gereksiz bilgi bulamadım" diyerek onlara örnek sunamaması dikkat çekmiştir. İnegöl' ün hava kirliliği etkinliği genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında çözüme ulaşmada gerekli olup da metinde sunulmayan bilgileri "her iki bitkinin fiyatları, okulda kaç bitki olduğu, bitkilerin ürettikleri oksijen miktarı" olarak ortaya koyarak olumlu yönde adım atabilmiştir. Ancak matematiksel işlemlerle kendilerinin ulaşması beklenen okulda kaç bitki olduğu bilgisini de talep edilmesi gereken bilgi olarak sunması dikkat çekmiştir. Nurdan'ın araştırma boyunca metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları veya metin içerisinde sunulmayıp da gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.13'de verilmiştir.

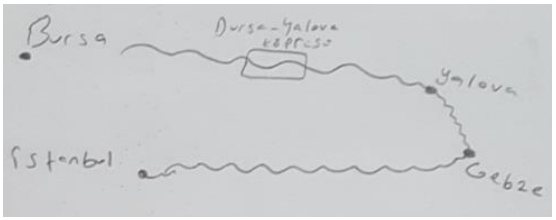


Şekil 3.13. *Nurdan' ın çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı*

Nurdan, birinci öğretim bölümünden itibaren bağlam metni içerisinde sunulan, özellikle de çözüm sürecinde başvurulması gerekli olan bilgileri anlamlandırma yolunda görsellerden faydalanmada sıkıntı yaşamıştır. Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretim sırasında sadece karayolu güzergahına odaklandığı görülen Nurdan'ın etkileşim ile deniz yolu ve kara yolunun farklı iki güzergah olduğunu fark etmesinin ardından metinde sunulan güzergahları açığa çıkarmaya yönelik görseller ortaya koyabilmiş ancak bu görselleri sayısal değerlerin entegrasyonu gibi matematiksel yönlerden destekleyememiştir (Görsel 3.26a). Gözden geçirme aracında sadece kara yolunu işaret eden bir güzergah için görsel ortaya koyabildiği görülürken güzergahı "u" şeklinde yapması onun günlük yaşamdan ediniği "Kocaeli körfezini dolanma" bilgisini yansıtabildiğini göstermektedir (Görsel 3.26b).



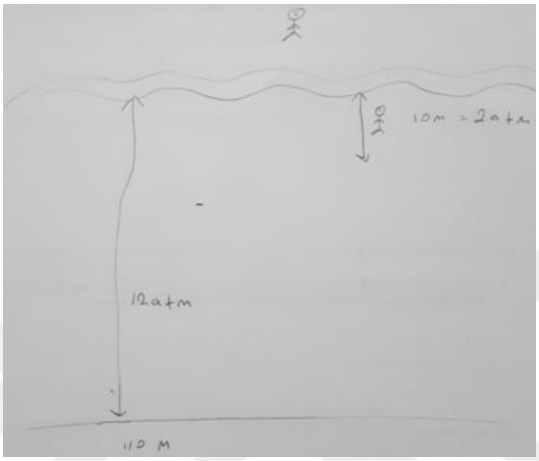
Görsel 3.26a. *Nurdan' ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görseller*



Görsel 3.26b. *Nurdan'ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel*

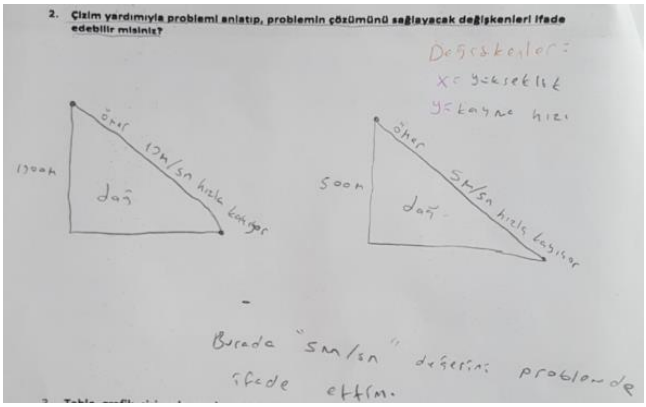
Dalış etkinliğinin öğretim sürecinin başında ise bağlam metninde sunulanları ortaya koymaktan uzak ve matematiksel yönlerden yoksun görseli dikkat çekmiştir (Görsel 3.27a). Ancak grup ve sınıf tartışmaları ardından derinlik ve basınç değişkenlerini fark etmiş ve onlar arasındaki doğrusal ilişkiden elde edilmiş 10 m'de 2 atm ve 110 m'de 12 atm çıktılarını entegre edebildiği bir görsel sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.27b). Ancak bu ilişkiyi bireysel olarak kendisinin kurduğuna dair bir veri sunamamıştır.

Görsel 3.27a. *Nurdan' ın dalış etkinliği öğretim süreci başında ortaya koyduğu ilk görsel*



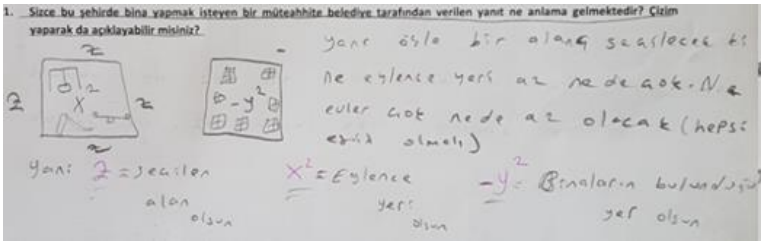
Görsel 3.27b. *Nurdan' ın dalış etkinliği öğretim sürecinda tartışmalardan sonra ortaya koyduğu görsel*

İkinci öğretim bölümüne geçildiğinde Uludağ'da kayak etkinliğin öğretim süreci öncesinde sunulan gözden geçirme aracında ise pistin doğrusal kabul edildiğinin ve buna bağlı olarak dik üçgensel bir görsel üzerinden işe koyulabileceğinin farkında olduğunu gösteren Nurdan, bu görsele bağlamsal olarak sunulan 1300 m, 500 m ve 13 m/sn bilgilerini entegre ederek kendisinin ulaştığı ancak çözüm için yanlış bir çıktı olan "5 m/sn hız" değerini bu görsele entegre ederek sunabildiği görülmektedir (Görsel 3.28). Ancak 1300 m niceliğinin pist uzunluğu olması sebebiyle hipotenüs olması gerektiği görülmesine rağmen onu yükseklik (dikey mesafe) olarak esas alması öne çıkan kritik hatası olarak dikkat çekmektedir.



Görsel 3.28. *Nurdan' ın Uludağ'da kayak etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu dik üçgensel görseller*

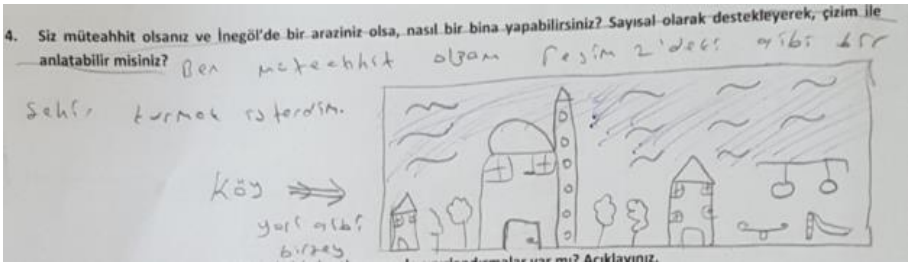
Çözüm sürecinde kullanılabilecek $z=x^2-y^2$ özdeşliğin sunulduğu ve anlam ifade ettiğinin yorumlanmasının beklendiği düzenli şehir etkinliğinin gözden geçirme aracında sunulan gerçek yaşam kesiti içeren bir görselden yola çıkarak daha çok matematiksel yönlerin ön planda olduğu bir görsel ortaya koyamadığı görülmüştür (Görsel 3.29). Özdeşlikte yer alan değişkenlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine ilişkin "yani öyle bir alan seçilecek ki ne eğlence yeri az ne de çok. Ne evler çok ne de az olacak (hepsi eşit olacak)" şeklinde daha çok günlük yaşam bilgilerini işaret eden başarısız bir yorumda bulunmuştur.



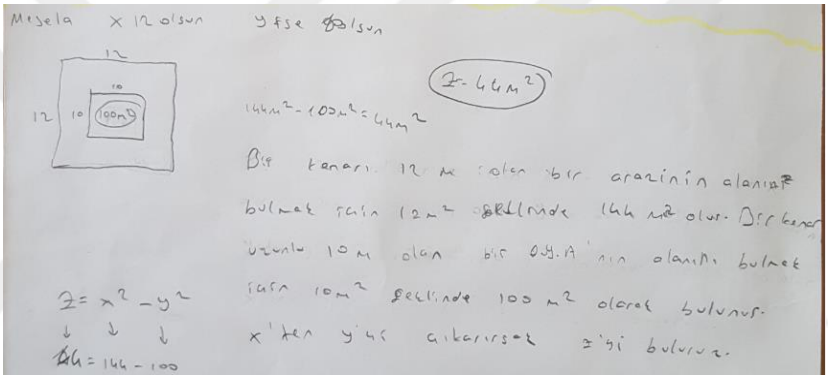
Görsel 3.29. *Nurdan'ın düzenli şehir etkinliğinde görsellerden yararlanarak denklemi açıklama performansı*

Gözden geçirme aracındaki daha sonrasındaki sorularda da özdeşliği problem çözümüne yönelik kullanmakta herhangi bir olumlu adım atmamış ve dahası sunduğu görsel ile ilişkilendirememiştir ki zaten görselin matematiksel yönlerden yoksunluğu dikkat çekmiştir (Görsel 3.30a). Öğretim sürecinde ancak grup ve sınıf tartışmalarından sonra özdeşliğin nasıl kullanılabileceğine yönelik yönelik olumlu performans ortaya koyabilmiş, bu sırada öğretmene neler yaptıklarını anlatırken "x arazinin bir kenarı. Y' de ortak yaşam alanının bir kenarı. Araziden ortak yaşam alanını çıkarttık" açıklamasını

yapabilmiştir. Bu sırada değişkenlere uygun sayısal değerler vererek, o sayısal değerleri ortaya koyduğu karesel görsel üzerinden "12, x işte. Arazinin bir kenarı" şeklinde savunmuştur (Görsel 3.30b).

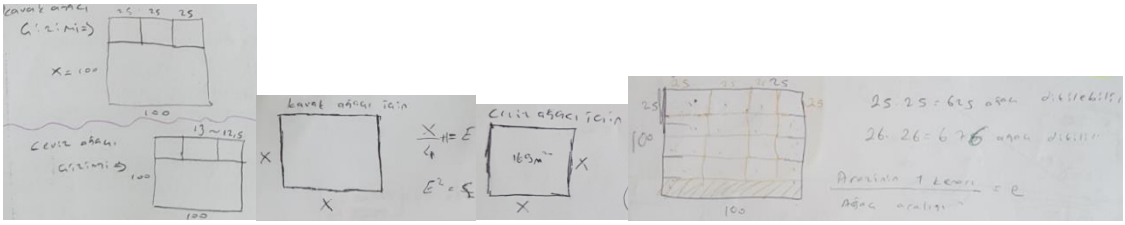


Görsel 3.30a. *Nurdan'ın düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında denklemi kullanma sırasında görsellerden yararlanma performansı*

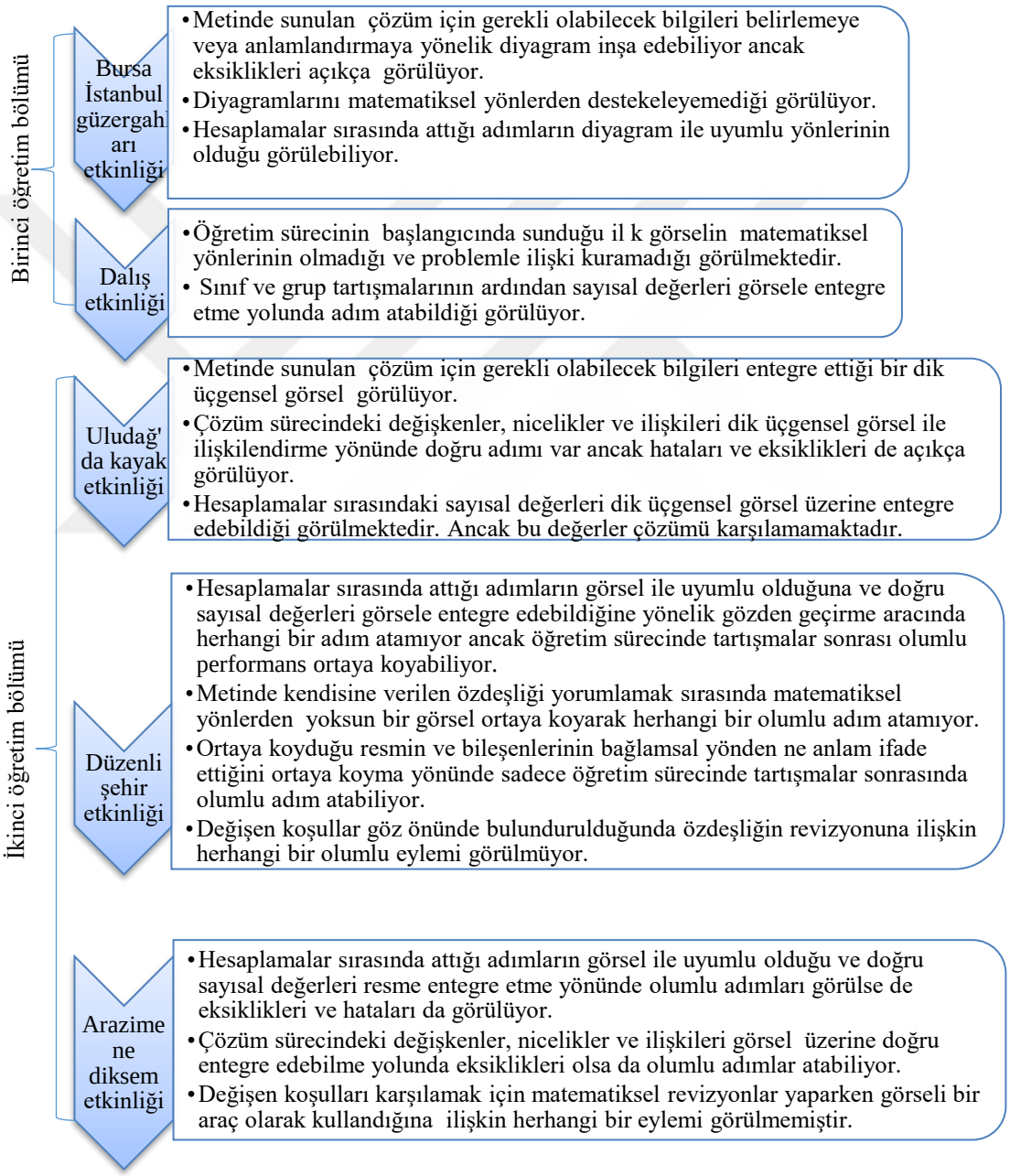


Görsel 3.30b. *Nurdan'ın düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde denklemi kullanma sırasında görsellerden yararlanma performansı*

Arazime ne diksem etkinliğinde 100x100 karesel kabul edilen 10 dönümlük araziye dikilecek ağaç sayısı için öğretim sürecinde ve gözden geçirme aracında görselden faydalanma yolunda adım attığı görülse de yeterli olmadığı görülmüştür. Nitekim bu katılımcı arazinin bir kenarının 100 olduğunu veya daha genelleştirerek x olabileceğini belirtebildiği dikkat çekmesine rağmen ağaçlar arası aralığı karesel görsele entegre edememiş veya entegre etme girişiminde bulunurken aslında ağaç sayısı olan 25 değerini aralık olarak gösterme hatasını hem öğretim süreci hem de gözden geçirme aracında tekrarlamıştır (Görsel 3.31). Bu etkinliğin gözden geçirme aracında ilk kez karşılaştığı paulownia ağacı dikilmesi durumunda ise her ne kadar kendisinden benzer bir karesel görsel koyması beklense de herhangi bir şekilde girişiminin olmadığı görülmüştür. Nurdan'ın araştırma boyunca problem çözümünde ortaya koyduğu görsel, görsel, görsel gibi görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.14' te kısaca sunulmuştur.

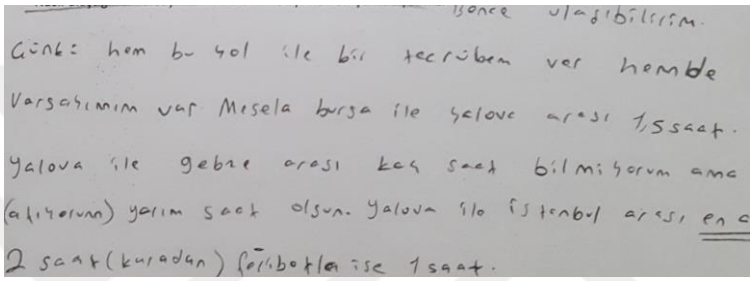


Görsel 3.31. *Nurdan' ın arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller*



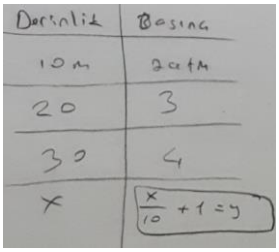
Şekil 3.14. *Nurdan' ın görsellerden faydalanma performansı*

Birinci öğretim bölümünde Nurdan'ın ilk iki etkinlikte çözüme ulaşma yolunda matematiksel işlemler ortaya koymakta pasif kaldığı, sadece grup içi ve sınıf tartışmaları sayesinde bazı girişimlerde bulunabildiği görülmüştür. Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde ulaşılması beklenen esas amacı yanlış belirlediği ve doğal olarak bu yöne, yani en kısa zamanda veya en kestirme yola odaklanarak sadece bir güzergahı esas alan bir yorum sunduğu görülmüştür (Görsel 3.32). Bu sırada matematiksel işlemlerle kendisinin ulaşması beklenen süre için gerçekçi olduğu görülen sayısal değerler ataması dikkat çekmiş ve herhangi bir matematiksel işlem sonucunda elde edilmiş bir çıktı ortaya koyamamıştır.

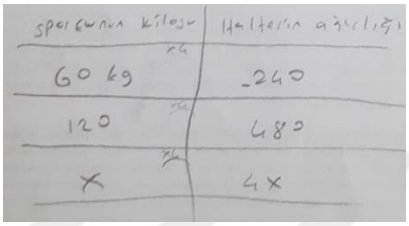


Görsel 3.32. *Nurdan' ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde yanlış belirlediği esas amacına yönelik sunduğu çözüm önerisi*

Dalış etkinliğinde ise ancak öğretim sürecinde tartışmalar sonrasında ve esas amaç olan akciğer hacmine ulaşma yolunda bir alt model olan derinlik ile basınç arasındaki doğrusal ilişkiye dayalı sayısal değerler ortaya koymuş ve dahası ilişkiyi cebirsel olarak temsil edebilmiştir (Görsel 3.33a). Ancak derinlik, basınç ve akciğer hacmi arasındaki doğrusal veya orantısal ilişkiyi sözel olarak "derine girip en derine indiğimiz zaman basınç arttığı için akciğerler küçülür" şeklinde ifade edebildiği de görülmüştür. Halter etkinliğinde ise kaldırılan kilo ve sporcunun kendi ağırlığı olarak arasındaki oransal ilişkiyi bireysel olarak belirleyebilmiştir (Görsel 3.33b). Ancak metin içerisinde verilenleri kullanmak yerine kendi verdiği sayıları kullanmış olması onun daha özelde "neden Naim Süleymanoğlu'nun kaldırışının en iyi olduğu" amacına ulaşmasında yetersiz kalmasına sebep olmuştur. Nitekim ilk ara görüşme sırasında "ben virgüllü çıkmasın diye 240 dedim" şeklindeki savunması dikkat çekerken 60 kg ağırlığındaki bir sporcunun 190 kg'lık kaldırışın bile insanüstü sayıldığı göz önünde bulundurulduğunda 240 kg kaldırışın gerçekçi bir kabul olmadığı açıktır.



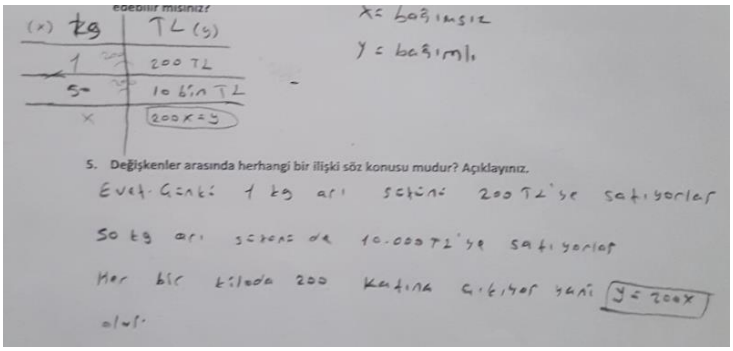
Görsel 3.33a. *Nurdan' ın dalış etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve ilişkileri belirleme ve buna dayalı olarak sayısal değerlere ulaşma performansı*



Görsel 3.33b. *Nurdan' ın halter etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve ilişkileri belirleme ve buna dayalı olarak sayısal değerlere ulaşma performansı*

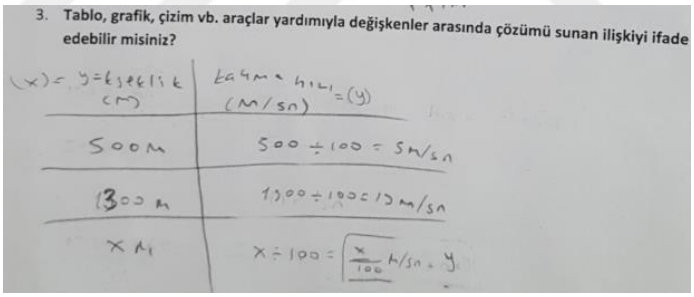
İlk ara görüşmede ise metin içerisinde sunulan kritik bir bilgi olan "ülkede yıllık toplam 50 kg arı sütü üretilebiliyor ve bu durumda kilosu 10000 TL' dan alıcı buluyor" bilgisini görebildiği ancak "kilosu 10000 TL" yerine "50 kilosu 10000 TL oluyor" şeklinde yanlış anladığı görülmüştür. Nurdan'ın yanlış anladığı bu bilgi doğrultusunda, problem çözümüne ulaşma yolunda yeterli olmayan y=200x şeklinde bir denklem kurabilmiştir (Görsel 3.34). Bu denklemde yer alan x ve y değişkenlerinin ve 200 niceliğinin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini, denklem ile hangi amaca nasıl ulaşabileceğini "gram, kg, TL" gibi birimlere ve "her bir kiloda, 1 kilosunun fiyatı" gibi kısıtlamalara vurgu yaparak açıklayabilmiştir.

> Ö: Anlatsana bana burada ne yaptın sen?
>
> Nurdan: x' e arı sütünün gramı dedim. Y' ye de fiyatı dedim. 1 kilosunun fiyatını bulmaya çalıştım. Hatta çözerken de yaptım. Arı sütünün 1 kilogramını bulmak için ben şey yaptım, 10000 TL' yi 50 kg' a böldüm. 200 TL çıktı.
>
> Ö: Sonra?
>
> Nurdan: Burada da yazmıştım. 1 kg arı sütünü 200 TL' ya satıyorlar. 50 kg arı sütünü de 10 000 TL' ya satıyorlar. Her bir kiloda 200 katına çıkıyor yani y=200x olur.



Görsel 3.34. *Nurdan' ın ilk ara görüşmede denklemi kurma ve bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

İkinci öğretim bölümünde satranç etkinliğinde galibiyet, beraberlik, yenilgi sayısı olarak değişkenleri belirleyebildiği çözüme ilikin denklemi 2x+1y+0z=20 şeklinde formüle edebildiği görülürken sonrasında gelen Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenleri yükseklik ve kayma hızı olarak ele alan Nurdan, bu ikisinin arasında çözümü karşılamayan bir ilişki kurarak $\frac{x}{100} = y$ denklemini kurmuştur (Görsel 3.35). Oysaki bu etkinlikte yükseklik ve geçen süre değişkenleri arasında y=500-5x şeklinde geçen zamana bağlı olarak kalan yüksekliği temsil eden bir denklem ortaya koyması beklenmekteydi.

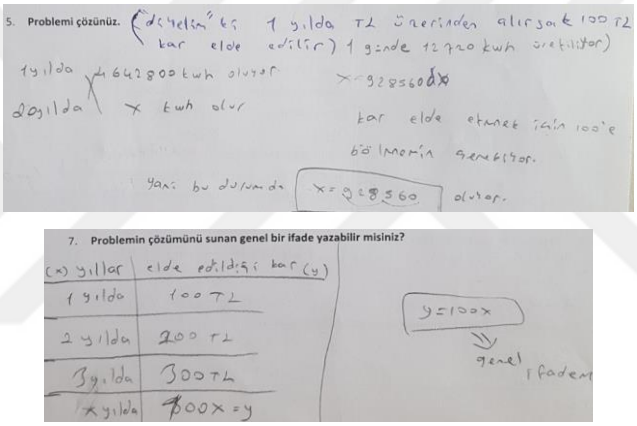


Görsel 3.35. *Nurdan' ın Uludağ'da kayak etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi içeren denklemi kurma performansı*

Nurdan'ın rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede değişkenleri "santralin dönme hızı, rüzgarın hızı, santralin yüksekliği" şeklinde yanlış belirlediği görülmüştür. Ancak görüşme sırasında, ileri sürdüğü bu değişkenleri kullanmadığını belirterek, günlük üretilen enerji miktarından yola çıkarak önce bir yılda sonra da 20 yılda üretilen enerji miktarını hesaplama yolunda adımlar attığını ifade etmiştir.

> Ö: Burada santralin dönme hızı, rüzgarın hızı, santralin yüksekliği demişsin değişkenler için.
> Nurdan: Ben aslında bunları kullanmadım...1 günde 12720 khw üretiyormuş. Önce 360 ile çarptım bir yılda üretileni bulmak için. Sonra da 20 yıl üzerinden... bu şekilde düşündüm.

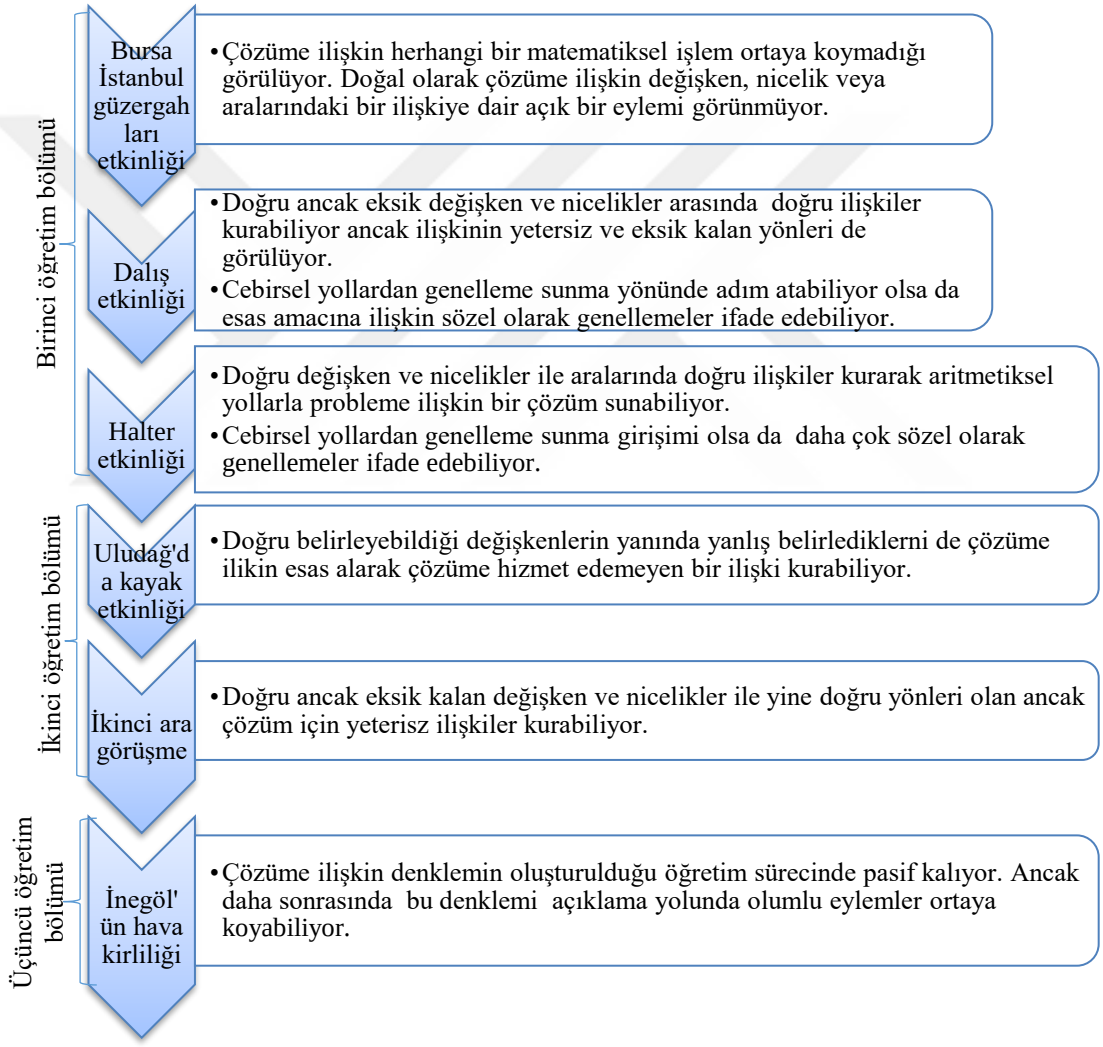
Rüzgar enerjisinden bir yılda ne kadar enerji ürettiğine yönelik süre değişkeni ve günde üretilen enerji miktarı olan 12720 niceliği arasında çarpımsal ilişkiyi kurabildiğini gösterse de bakım masrafı, inşaat masrafı gibi giderleri gereksiz görerek çözüm sürecine dahil etmemiştir. Dahası elde edilecek kar için sunulan nicelikleri de dikkate almamıştır. Esasında bunları da entegre edip matematiksel işlemler gerçekleştirerek ulaşması beklenen yıllık kar miktarı için gerçekçi bir değer olmayan 100 lira varsayımında bulunduğu görülmüştür (Görsel 3.36). Ayrıca devamında 20 yılda elde edilen enerji miktarını yıllık kara bölmesi değişkenler arasında yanlış bir ilişki kurduğunu açıkça göstermektedir. Bu sırada söz konusu sayısal değerin birimlerini belirtip bağlamsal olarak ne anlam ifade ettikleri ortaya koyma yönündeki performansı dikkat çekerken, sayısal değerler için "1 yılda, 20 yılda, 1 günde" kısıtlamaları belirtebildiği görülmektedir.



Görsel 3.36. *Nurdan rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi içeren denklemi kurma ve problemi çözme performansı*

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan her iki etkinlikte de özellikle denklemin kurulması sırasında pasif kaldığı görülen Nurdan' ın daha çok o denkleme dayalı işlemler gerçekleştirme veya o denklemin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini yorumlayabilme yolunda olumlu adımlar atabildiği görülmüştür. Örneğin, öğretim sürecinde pasif kaldığı görülen İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinin gözden geçirme aracında problem çözümüne etki eden değişken ve nicelikleri "her bir ağacın ürettiği oksijen miktarı, her bir ağacın fiyatı" şeklinde ifade edebildiği görülmüş ve 68x+36y= z denklemini ortaya koyabilmiştir. Ancak ağaçların tuttuğu toz miktarları 68 ve 36 iken x için "kayın ağacının tuttuğu toz miktarı" ve y için "çam ağacının tuttuğu toz miktarı" diyerek hata yapmıştır. Ancak z için "toplam emilen toz miktarı" açıklaması doğru olup, denklemin kullanımına yönelik "kayın ağacı 68 ton toz emdiği için herhangi bir sayı ile

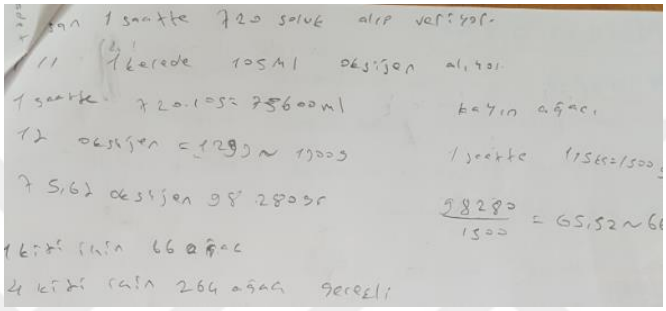
68'i çarparsak kayın ağacının ne kadar toz emdiğini bulabilir. Aynı şekilde çam ağacı da 36 ton toz emdiği için herhangi bir sayıyla 36'yı çarparsak çam ağacının ne kadar ton toz emdiğini bulabiliriz" açıklamasını yapabilmiştir. Dolayısıyla her ne kadar x ve y değişkenlerinin çam veya kayın ağacı dikilen alanın büyüklüğü olduğunun farkında olmadığını gösterse de 68 ile 36 niceliklerinin ve 68x ile 36y terimlerinin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini göstermiştir. Nurdan' ın araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken başvurduğu değişkenler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca şekil 3.15' te verilmiştir.



Şekil 3.15. *Nurdan' ın çözüme ilişkin değişkenler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı*

Nurdan'ın birinci öğretim bölümünde, matematiksel işlemler ortaya koyarken esas aldığı ya da elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini açıkça ve kendinden emin bir şekilde Mars etkinliğinden itibaren savunabilmeye başlamıştır.

Mars etkinliğinde matematiksel işlemlerini ve söz konusu sayısal değerleri örneğin "bir insan bir saatte 720 defa soluk alıp veriyor, bir kerede 105 ml oksijen alıyor. O zaman saatte 720.105=75600 ml..." şeklinde birimlerine de vurgu yaparak bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.37). Dahası "1 saatte, 1 kerede, 1 L, 1 kişi, 4 kişi" kısıtlamalarını göz önünde bulundurabilmiştir. Ayrıca genellikle öğretim süreçlerinde pasif kaldığı görülen bu katılımcı, bu kez sınıf tartışmalarına katılarak elde edilen 75600 ml değeri için "bir insanın bir saatte tüketeceği oksijen miktarı" açıklamasını yapabilmiştir.



Görsel 3.37. *Nurdan'ın Mars etkinliğinde ortaya koyduğu çözüm süreci*

İlk dört etkinlikte ise ancak kendisine doğrudan sorulduğunda elde edilen sayısal değerin ne anlam ifade ettiğini ortaya koyma yönünde bazı olumlu adımlar atabilmiştir. Örneğin ilk etkinlik olan elektrikli bisiklet bağlamında elde edilen 1225 sayısal değerine ilişkin bir açıklama yapamamış ancak sonuçların elde edilmesinde esas alınan 500 ve 350 değerleri için her ne kadar elektrikli bisiklet mi benzinli motosiklet için mi olduğuna dikkat çekmese de "akü fiyatı" ve "alış fiyatı" şeklinde kabul edilebilir cevaplar verebildiği görülmüştür. Öte yandan Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde ise grup arkadaşlarının da yardımıyla sadece işlemler ortaya koyarken, bağlamsal yönden ne yaptığına ilişkin bir farkındalığının olup olmadığına yönelik bir bulguya rastlanmamıştır (Görsel 3.38).

Ö: 1225 buldu burada Faris. Ne demek bu Nurdan?

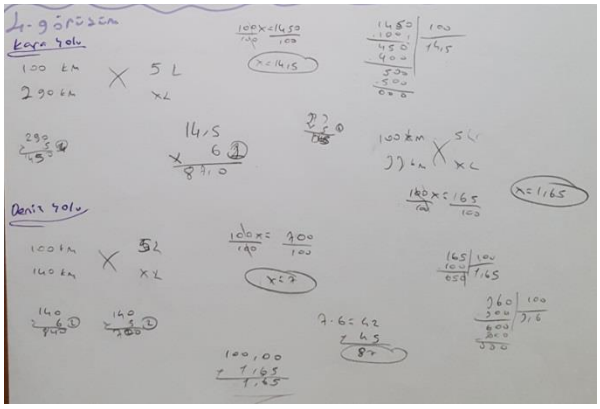
NurdaNurdan: Şey elektriklinin ıı…(duraksadı)

Ö: Elektriklinin harcadığı elektrik fiyatı (sınıftan da benzer söylemler geliyor). Peki 500 ne?

NurdaNurdan: Akü fiyatı.

Ö: 3500 ne?

NurdaNurdan: Alış fiyatı.



Görsel 3.38. *Nurdan' ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde çözüme ilişkin ortaya koyduğu matematiksel işlemleri*

İkinci öğretim bölümünde denklemin nasıl işlediğini gösterirken bazı etkinliklerde sadece matematiksel olarak onu ele alması dikkat çekmiştir. Örneğin düzenli şehir etkinliğinde x^2-y^2=z denklemi için örnek kullanım sunarken işlemlerinin daha çok matematiksel kaldığı görülürken, ne yaptığını anlatması istendiğinde "12 ile 12' yi çarpınca x^2'yi bulduk. 10 ile 10' u çarpınca da y^2'yi bulduk" şeklinde sadece matematiksel yönlü bir açıklama sunarken daha sonrasında "x arazinin bir kenarı. Y' de ortak yaşam alanının bir kenarı. Araziden ortak yaşam alanını çıkarttık…" şeklinde bağlamsal yönlere de dikkat çekebilmiştir. Araştırma boyunca hesaplamaları sırasında attığı adımları neden, nasıl, ne amaçla attığını ifade ederken bağlamı göz önünde bulundurmakta sıkıntı yaşayabildiği görülen Nurdan'ın örneğin arazime ne diksem etkinliğinde elde ettiği sayısal değerin aralık mı ve ağaç sayısı mı olduğuna karar vermede sıkıntı yaşadığı görülmüş ancak en sonunda görüşme sırasında kendisine sorulduğunda "şimdi burada 100 ü 4 bölünce sadece aralıkları veriyor bize. Ama biz ağaç sayısını bulmak istiyoruz. O yüzden 1 ekliyoruz" ve "25 aralık var, 26 tane de ağaç var" açıklamasını sunabilmiştir. Ancak bu katılımcının hem kavak ağacı için 10 senede bir verim vermesi hem ceviz ağacı için farklı yaş aralıklarında farklı miktarda ceviz vermesi gibi kısıtlamaları göz önünde bulundurmada sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Ceviz için 1 yaşında dahi ceviz vereceği yanılgısına düştüğü açıkça görülürken gözden geçirme aracında "neden 320 ile çarptığını" açıklayamaması dikkat çekmektedir (Görsel 3.39). Kendisiyle gerçekleştirilen ikinci ara görüşmede, dersten aklında öyle kaldığı ve kopyala yapıştır yaptığı şeklinde bir savunma yapabilmiştir.

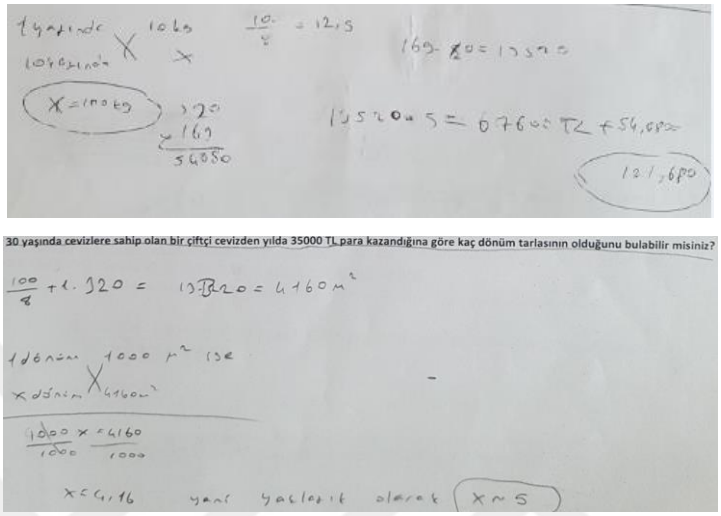
> Nurdan: Yani burada derste yaptığımız gibi. 30 yaş üzerinde olunca 320 ile çarptığımız için...dersten aklımda kalan...

Ö: 320’ yi nasıl bulduğumuzu hatırlıyor musun peki?

Nurdan: 80 ile 4 ü çarpıyorduk galiba yanlış hatırlamıyorsam.

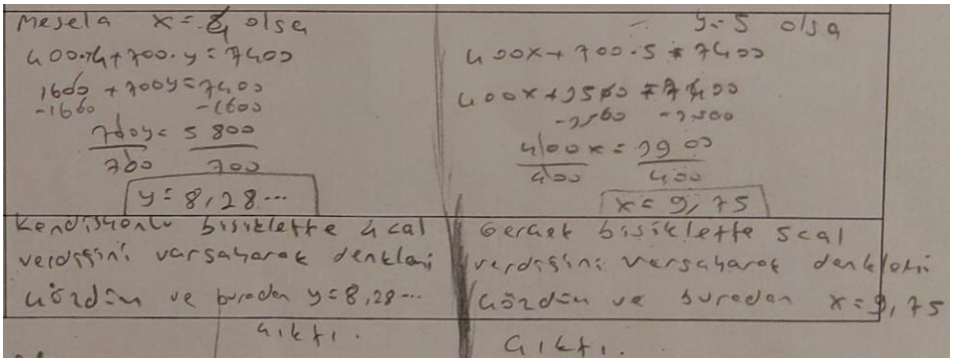
Ö: Neden 80 ile 4 ü?

Nurdan: yani ben derste kalanlarla aklımda yaptım. 15 yaş ve üzerini anlamadığım için ordan aklımda kalanı kopyala yapıştır yaptım☺



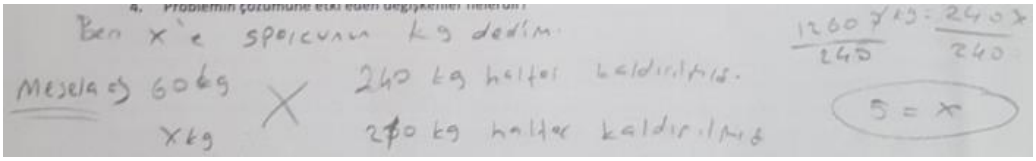
Görsel 3.39. *Nurdan’ ın arazime ne diksem etkinliğinde çözüme ilişki ortaya koyduğu matematiksel işlemler*

Üçüncü öğretim bölümünde de benzer performasncı devam etmiştir. Kalori yakma etkinliğinde metinde de sunulan günlük alınması gereken 2400 kalori ve yakılabilecek en fazla 1200 kalori, akşam dışarıya çıkamamadan kaynaklı en fazla 4 saat spor yapabilme kabulü gibi kısıtlamaların farkında olarak hesaplamalar yaptığına dair herhangi bir belirti göstermeyen Nurdan’ ın elde edilen sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini ortaya koyarken her ne kadar gerçek ve kondisyon bisiklet ayrışmasını yapsa da “5 saat” demesi gerekirken “5 kalori” diyerek hata yaptığı açıkça görülmüştür (Görsel 3.40). Matematiksel işlemlerine ve açıklamalarına bakıldığında bağlamsal yönlere yer vermediği görülen bu katılımcının diğer bir önemli eksikliği ise elde ettiği 8,28 ve 9,75 değerlerinin yakılan bir kalori değeri için gerçekçi olmadığının farkında olmamasıdır.

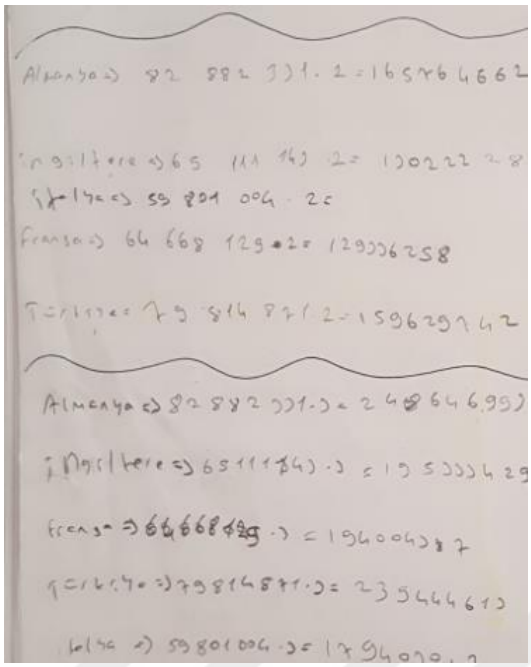


Görsel 3.40. *Nurdan'ın kalori yakma etkinliğinde çözüme ilişkin matematiksel işlemleri ve açıklamaları*

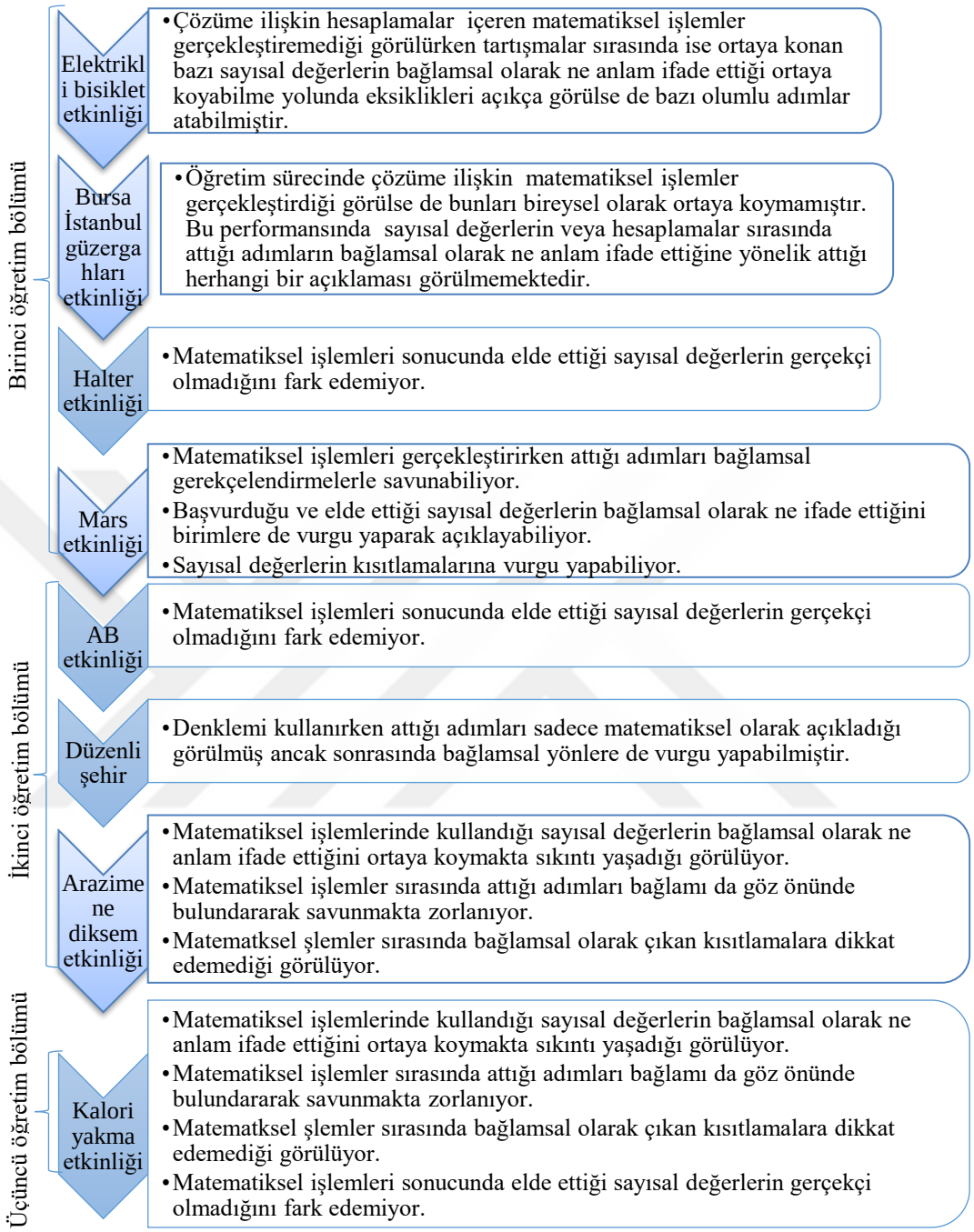
Bu katılımcının üç öğretim bölümünde de birçok kez değişkenler için atadığı ve elde ettiği sayısal değerlerin gerçek yaşam çerçevesinde veya bağlamsal koşullar değerlendirildiğinde kabul edilemez olduğunun farkında olmadığını gösteren performans ortaya koyması dikkat çekmiştir. Örneğin, halter etkinliğinde 60 kg birisinin kaldırabileceği ağırlık olarak kendi kilosunun 4 katı değeri olan 240 kg değerini kabul etmiştir. Ancak Naim Süleymanoğlu'nun bile kendi kilosunun 3 katından fazlasını kaldırmasının olağanüstü görüldüğü bir durumda bir sporcunun kendi kilosunun 4 katını kaldırmasının gerçekçi olmayacağı açıktır. Ayrıca hesaplama hatası ile elde ettiği sonuç olan 5 değerinin yetişkin bir insanın kilosu olamayacağını görememiştir (Görsel 3.41a). İkinci öğretim bölümündeki AB etkinliğinde sunulan denklemleri kullanmakta başarısız görünen katılımcının ulaştığı sonuçlara bakıldığında nüfusun 2 yıl sonra 2 katına, 3 yıl sonra 3 katına çıkacağı bilgisi gerçekçi olmayan artışlar olarak dikkat çekmiştir (Görsel 3.41b). Nurdan'ın araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında kullanılan ve elde edilen sayısal değerlerin ve attığı adımların bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine performansı kısaca Şekil 3.16'da sunulmuştur.



Görsel 3.41a. *Nurdan' ın halter etkinliğinde doğru orantılı ilişkiye dayalı bir çözümü*



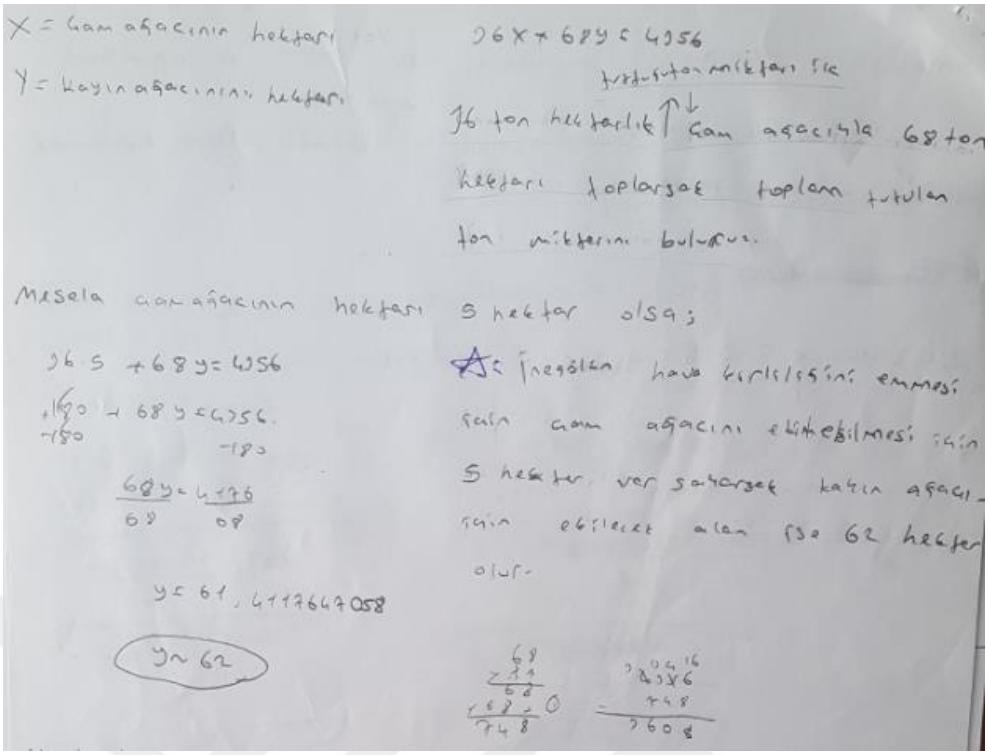
Görsel 3.41b. *Nurdan' ın AB etkinliğinde verilen denklemleri kullanarak çözüme ulaşma girişimi*



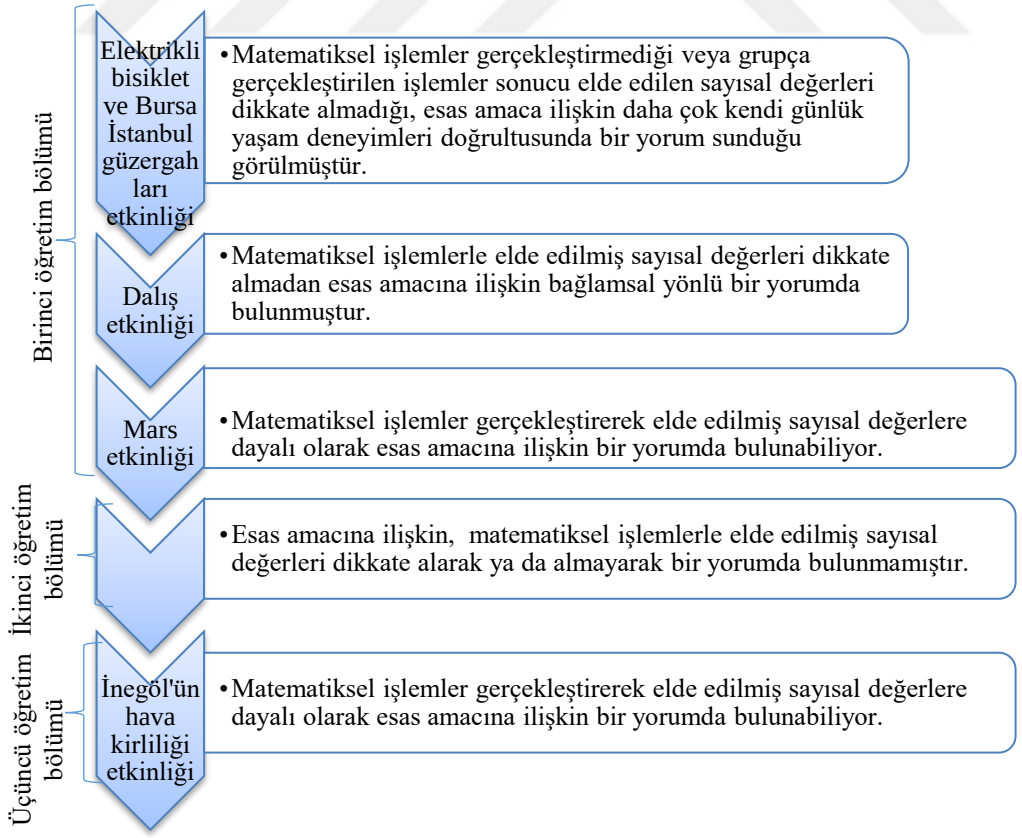
Şekil 3.16. *Nurdan' ın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı*

Birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliğinde matematiksel işlemler gerçekleştirmediği veya grupça gerçekleştirilen işlemler sonucunda elde edilen sayısal değerleri dikkate almadığı görülen Nurdan'ın esas amacına ilişkin daha çok kendi günlük

yaşam deneyimleri doğrultusunda yorumlar sunduğu görülmüştür. Örneğin, elektrikli bisiklet etkinliğinde sınıf tartışmalarında hangisinin daha ekonomik olduğuna karar verirken akü fiyatının da göz önünde bulundurulması gerektiğinin fark edilmesinin ardından bile hala matematiksel dayanaklardan yoksun olarak sadece günlük yaşam deneyimlerine dayalı olan "akü açısından benzinli daha iyi. Mesela ıssız bir yerde akünüz bitse işin içine benzinli motosiklet giriyor. Yani en azından benzinlinin yanında benzin taşınabilir ama orada akü biterse o akü artık çöptür. Ben böyle düşündüm" açıklaması dikkat çekmiştir. Dalış etkinliğinde ise derinliğe bağlı olarak basıncı (110 metrede 12 atm basınç) bulduğu görülmesine rağmen sonrasında sonuca ilişkin"derine indiği zaman basınç artarak ölebilir" şeklinde yorumda bulunmuştur. Mars etkinliğinde "1 kişi için 66, 4 kişi için 264 ağaç gereklidir" şeklinde hesaplamalar sonrası elde ettiği sayısal değerlere dayalı olarak esas amacına ilişkin bir yorumda bulunabildiği görülen Nurdan'ın sonrasında gelen, üçüncü öğretim bölümündeki İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği dışındaki tüm etkinliklerde esas amacına ilişkin bir yorumda bulunmadığı ya da ancak grup çalışma kâğıdında bu yönde performans ortaya koyabildiği görülmüştür. İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinde ise bireysel çalışma kâğıdında ulaşılan denklemin kullanımına ilişkin değişkenlere uygun sayısal değerler atayarak örnek sunabildiği, dahası onu oluşturan değişkenlerin ve 4356 niceliğinin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiği ortaya koyarak nasıl kullanılacağına dair açıklama yapabildiği görülen Nurdan'ın öğretmen tarafından "bak ne güzel yapmışsın işte. Alttaki örnekleri de açıkla. Şu kadar ha çam ve kayın ekilirse bu kadar toz tutulur gibi..." yönlendirmesiyle sunduğu olası örnek durumlar üzerinden elde ettiği sayısal değerlere dayalı olarak "İnegöl'ün hava kirliliğini emmesi için çam ağacının 5 ha dikildiğini varsayarsak kayın ağacı dikilecek alan 62 ha olur" şeklinde esas amacına ilişkin elde ettiği çıktılar ve bağlamsal yönlerle desteklenmiş bir yorum sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.42). Nurdan'ın araştırma boyunca problemin çözümünde esas amacına ilişkin bir yorumda bulunma yönündeki performansı kısaca Şekil 3.17' de verilmiştir.



Görsel 3.42. *Nurdan' ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde çözüm için denklemi kullanma ve açıklama performansı*

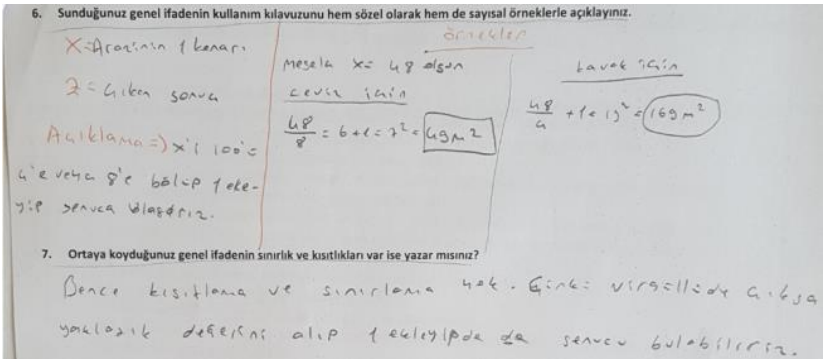


Şekil 3.17. *Nurdan' ın problemdeki esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı*

Birinci öğretim bölümünde dalış etkinliğinden itibaren çözüme ilişkin ortaya konan cebirsel ifadeler ortaya konmaya başlamıştır. Bununla birlikte öğretmen bu cebirsel ifadelerde yer alan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimlerin bağlamsal yönden ne anlama geldiğine yönelik öğrencilere sorgulamalar yaptırmıştır. Nurdan'ın dalış etkinliğinde $\frac{x}{10} + 1 = y$ denkleminde yer alan değişkenlerin derinlik ve basınç olduğuna dikkat çekebildiği görülürken, "bu denklemden yola çıkarak bir şeyler yapmak istedim" açıklamasıyla değişkenler arasındaki ilişkiye veya denklemin nasıl kullanılabileceğine dair herhangi bir varlık gösteremediği görülmüştür. Halter etkinliğinde ise kendisinin aktif olarak belirlediği doğru orantılı ilişki için "kaldırdığı kilonun kendi kilosunun kaç katı olduğu" açıklaması ile zaten değişkenlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine vurgu yapabildiği görülmüştür. Mars etkinliğiyle birlikte ise $\frac{75600}{\mathrm{z}}.\mathrm{x} = \mathrm{y}$ denkleminde x ve y değişkenlerinin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini "insan sayısı ve gerekli ağaç sayısı" olarak doğru ortaya koyabildiği görülürken, esasında bir ağacın ürettiği oksijen miktarını temsil eden z değişkeni için dolaylı yoldan kabul edilebilecek "ağacın türü (kayın ağacı)" açıklamasını yapmıştır. Ancak bu denkleme yönelik "kayın ağacı bir saatte 1,5 kg yani 1500 gram oksijen üretiyor. Kayın ağacının bir saatte ürettiği oksijen ile insanın bir saatte alıp vermesi ile oluşan sonucu bölme" açıklamasının her ne kadar bağlamsal temelleri işaret etmesi ve özellikle insana gerekli oksijen miktarı ile ağacın ürettiği oksijen miktarı arasındaki ilişkiye dair olumlu yönleri olsa da denklemin çözüm sürecinde kullanımı ve içerdiği ilişkiler için yetersiz kaldığı görülmüştür.

İkinci öğretim bölümünde çözüme ilişkin cebirsel ifadelerin bileşenlerine veya kullanımına ilişkin açıklamalar sunarken bazen sadece matematiksel kalan performansları görülse de bazen bağlamsal yönlere doğru bir şekilde dikkat çekebildiği de görülmüştür. Örneğin, satranç etkinliğinde ise çözümü karşılayan 2.x+1.y+0.z=t denklemindeki değişkenlerin galibiyet sayısı, beraberlik sayısı ve yenilgi sayısı olduğunu belirtebilmiştir. Öte yandan denkleme ilişkin "herhangi bir sayıyı 2 ile çarparsak, üstüne herhangi bir sayıya 1 eklersek ve yine herhangi bir sayıyı 0 ile çarparsak bunların hepsi t'ye yani toplam puana eşit olur" şeklindeki açıklamasının toplam puan vurgusu dışında sadece matematiksel kalışı dikkat çekmiştir. Onlara hazır olarak sunulan denklemleri bağlamı göz önünde bulundurarak yorumlamaları beklenen etkinliklerden AB etkinliğinde ise öğretim sürecinde Türkiye'nin yıllara göre nüfusunu temsil eden y=79814871+1037593x denklemini "biz 1 milyon artıyoruz" diyerek yorumlayabilme

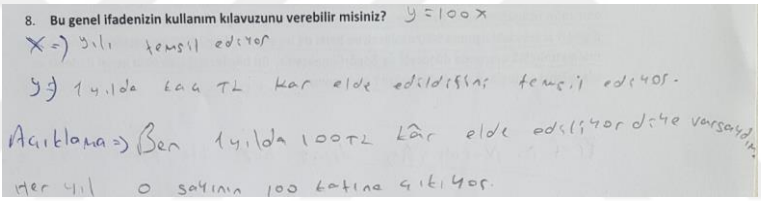
yolunda olumlu adım atabilmiştir. Bu etkinlik sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında ise "y ülke nüfusu, -x ölen, +x ise doğan sayısı" diyerek y değişkeninin bağlamsal yönden ne temsil ettiğini ortaya koyabildiği ancak x değişkenin geçen yıl olduğunu ifade edemediği görülmüştür. Ancak "ölen ve doğan sayısı" açıklamalarının "nüfustaki artış ve azalışı" hissettirdiği de açıktır. Arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçrime aracında bir kenara dikilecek ağaç sayısını sunacak $\frac{x}{4} + 1 = z$ denklemine ilişkin sadece x değişkeni için "arazinin bir kenarı" şeklinde bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini ortaya koyabilmiş, z değişkeni için ise bağlamdan kopuk olan "çıkan sonuç" açıklamasını sunmuştur (Görsel 3.43). Devamında da yine sadece matematiksel kalan "x'i yani 100' ü 8' e veya 4' e bölüp 1 ekleyince sonuca ulaşırız" açıklaması görülmektedir. Öğretim sürecinde de zaten denklemde yer alan "+1" sabit terimi için"100 ü 8 e böldüğümüzde buçuk çıktığı için üstüne 1 ekliyoruz" açıklamasını yapmıştır. Oysaki bir kenar dikilecek ağaç sayısı ağaçlar arasında oluşan aralık sayısının bir fazlası olduğu için denklemde "+1" eklenmiştir. Ancak ikinci ara görüşmede kendisine bu sorulduğunda "şimdi burada 100 ü 4 bölünce sadece aralıkları veriyor bize. Ama biz ağaç sayısını bulmak istiyoruz. O yüzden 1 ekliyoruz. 25 aralık. 26 da ağaç sayısı" şeklinde doğru açıklamayı bağlam ile ilişkilendirerek sunabilmiştir. Hangi denklemin hangi ağaç için kullanıldığını belirtebildiği görülürken, diğer etkinliklerde olduğu gibi bu etkinlikte de herhangi bir kısıtlamayı ifade edememiş veya dikkate almamıştır.



Görsel 3.43. *Nurdan' ın arazime ne diksem etkinliğinde denklemi açıklamaya yönelik performansı*

Diğer taraftan bu katılımcının çözüme ulaşma yolunda bazı etkinliklerde çözümü sağlamayan cebirsel ifadeler ortaya koyduğu ancak bu cebirsel ifadelerde yer alan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimlerin ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiklerini ortaya koyabildiği görülmüştür. Örneğin, Uludağ' da

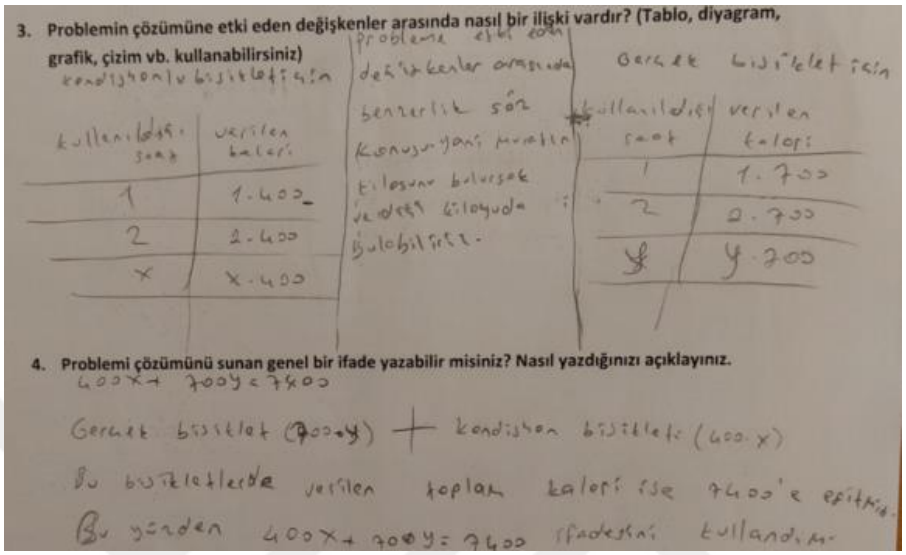
kayak etkinliğinde $\frac{x}{100} = y$ modelinde x değişkenin yükseklik, y değişkenin ise kayma hızı olduğunu ifade edebildiği görülürken onun bu problemin çözümünde nasıl kullanılabileceği sorulduğunda ise "ben bu ifadeyi mesela araba kullanırken bisiklet sürerken kullanabilirim. Bu ifade benim hayatımın her anında karşıma çıkabilir" şeklinde sadece günlük yaşam deneyimleri doğrultusunda hız ile ilişkili kullanım alanları sunması dikkat çekmiştir. Benzer şekilde rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede de aslında kendisinin matematiksel işlemler sonucu bulması beklenen yıllık karı 100 TL kabul ederek y=100x denklemini ortaya koymuştur. Çözümü sağlamadığı açıkça görülen bu denklemde yer alan değişkenlerin bağlamsal olarak ne temsil ettiği "x yılı temsil ediyor, y 1 yılda kaç TL kar ettiğimizi" diyerek açıklayabilmiştir. Öte yandan bağlamsal yönleri olan ancak çözümü karşılamadığı açıkça görülen "ben 1 yılda 100 TL kar ediliyor diye varsaydım. Her yıl o sayının 100 katına çıkıyor" açıklaması dikkat çekmektedir (Görsel 3.44).



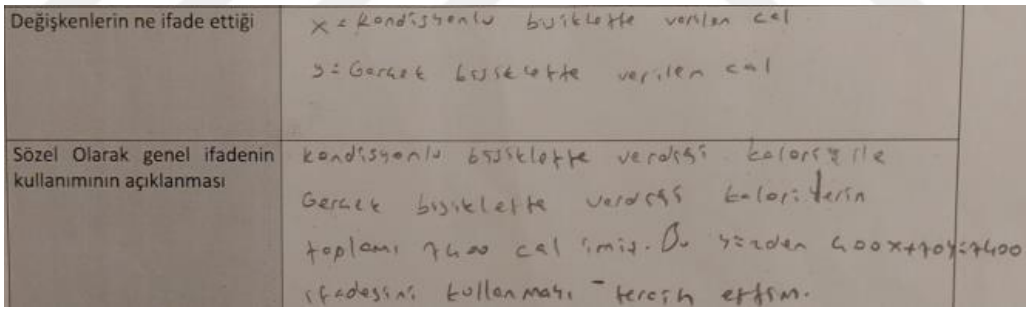
Görsel 3.44. *Nurdan'ın ikinci ara görüşmede çözümü sağlamayan denklemini açıklama performansı*

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan iki etkinlikte denklemlerde yer alan değişkenlerin, sabit terimlerin, katsayıların ve onlar arasındaki ilişkilerin bağlamsal olarak ne anlama geldiklerini açıklamaya yönelik olumlu eylemleri açıkça görülmüştür. Ayrıca denklemin nasıl, ne amaçla kullanılabileceğine ilişkin olumlu yönde eylemler ve farkındalıklar ortaya koyabilmiştir. Örneğin, kalori yakma etkinliğinin gözden geçirme aracında, öğretim sürecinde günlük 1200 kalori yakabilme, hafta içi işten eve geç geldiği için gerçek bisiklet sürememe kısıtlamaları dikkate alınmaksızın ortaya konan ilk denklem olan 400x+700y=7400 için x ve y değişkenleri için her ne kadar bazen "kondisyon veya gerçek bisiklet kullanılan saat" yerine "yaktığı kalori" dediği görülse de işlemlerine bakıldığında onların kullanılan saat olduğunun farkında olduğu görülmüştür (Görsel 3.45a). Açıklamasında 400 ve 700 katsayılarının bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine vurgu yapmasa da sunmuş olduğu tabloda onların saatte yakılan kalori olduğunu gösterebilmiştir. Öte yandan 7400' ün yakılacak toplam kalori olduğunu "kondisyonlu

bisikletle verdiği kalori ile gerçek bisikletle verdiği kalorinin toplamı 7400cal imiş" şeklinde belirtebilmiştir (Görsel 3.45b). Öte yandan "Murat'ın kilosunu bulursak verdiği kiloyu da bulabiliriz" şeklinde çözüm sırasında veya sonrasında gerek duyulmayan bir açıklama sunması göze çarpmıştır.



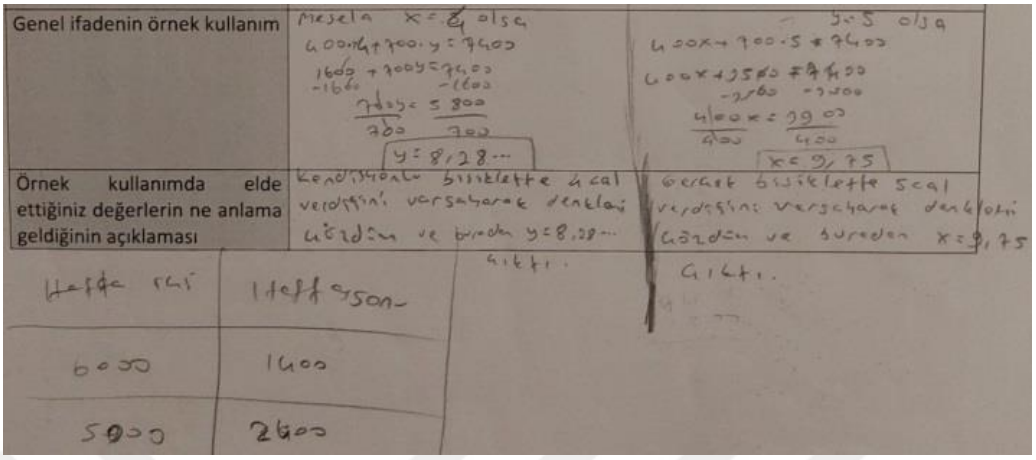
Görsel 3.45a. *Nurdan' ın kalori yakma etkinliğinde denklemi kurmaya ve açıklamaya ilişkin performansı*



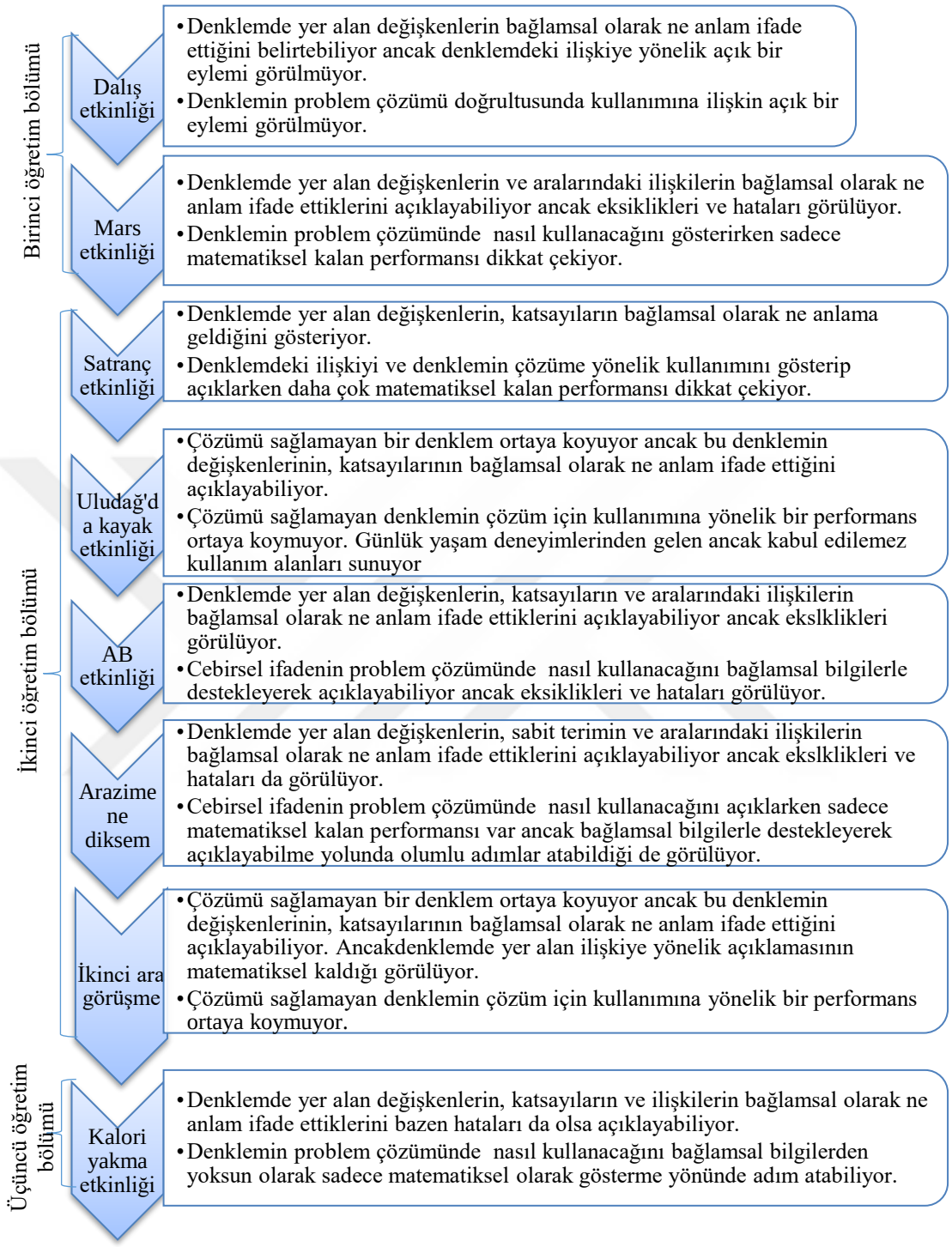
Görsel 3.45b. *Nurdan' ın kalori yakma etkinliğinde denklemi açıklamaya ilişkin performansı*

Örnek kullanım üzerinden denklemi açıklarken sadece matematiksel işlemler ortaya koyduğu görülen bu katılımcının, her ne kadar yakılabilecek kalori miktarı için hafta içi 5000 ile 6000 hafta sonu ise 1400 ile 2400 kalori sınırlarını yazsa da örnek kullanımında değişkenlere bu sınırları göz önünde bulundurmadan değerler atadığı ve doğal olarak bu sınırlara uymayan sonuçlar elde ettiği görülmüştür (Görsel 3.46). Nurdan' ın çözüme ulaşma sürecinde kurulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin

bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.18' de verilmiştir.



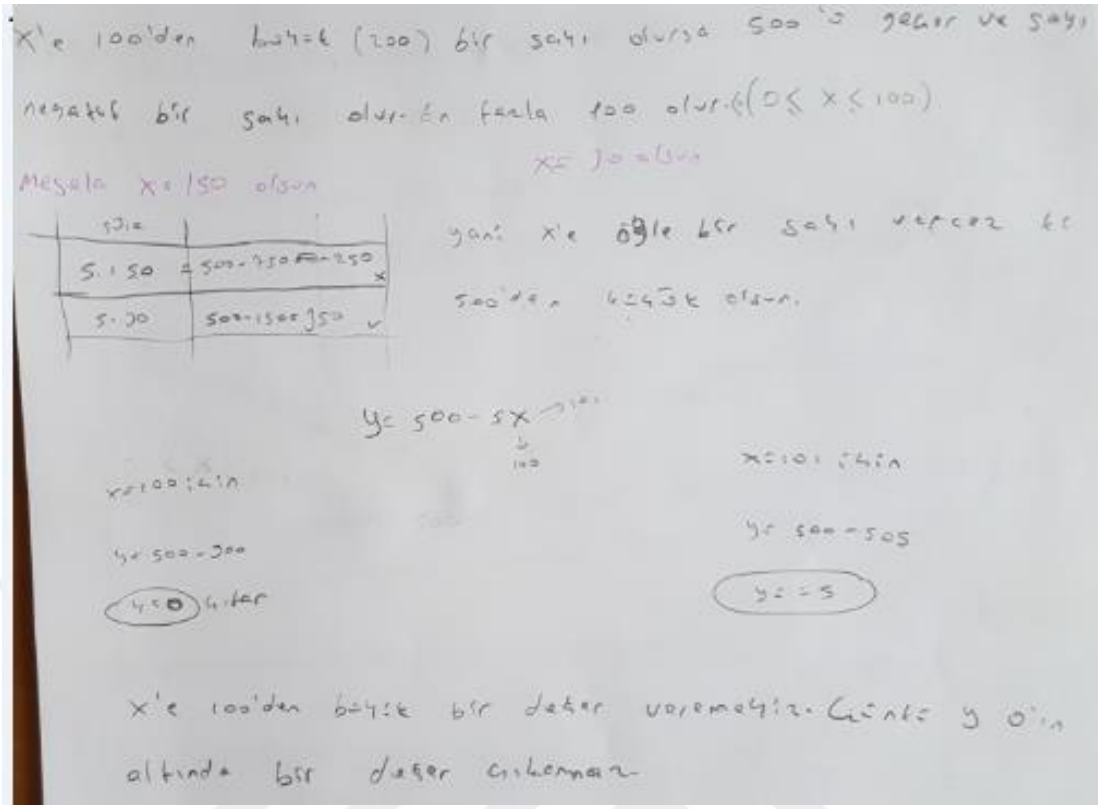
Görsel 3.46. *Nurdan' ın kalori yakma etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı*



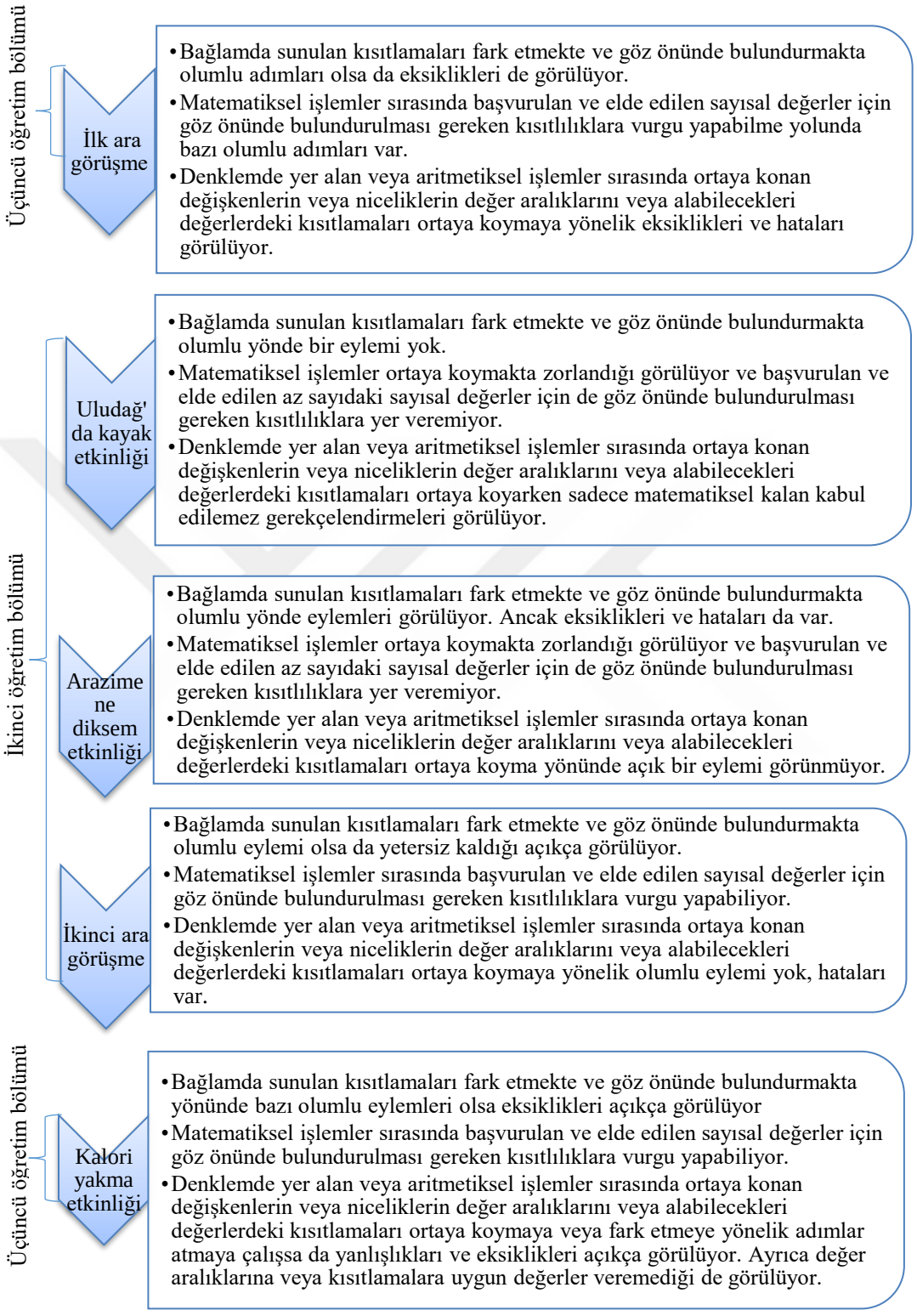
Şekil 3.18. *Nurdan'ın çözüme ilişkin cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Araştırma boyunca Nurdan'ın kısıtlamaları belirleme veya göz önünde bulundurma yönünde olumlu adımlar atmakta zorlandığı görülmüştür. Örneğin arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede kendisine, aşılama yoluyla kovan sayısına bağlı olarak üretilebilecek arı

sütü miktarını verecek şekilde kendisinin oluşturduğu y=250x denklemini çözüm yolunda kullanmasına fırsat veren "500 kg arı sütü üretebilmemiz için kaç kovan arı sütü üretmeli?" sorusu yöneltilmiştir. Bu sırada denklemindeki 250 katsayısının bağlamsal yönden bakıldığında biriminin gram ancak sorudaki 500' ün biriminin kg olduğunu fark edememiştir. Bu görüşme boyunca örneğin "arı sütünün kg fiyatı" demek yerine sadece "fiyatı" demesi, "1 yılda üretilen arı sütü" demek yerine sadece "üretilen arı sütü" demesi gibi eksiklikleri görülmüştür. Dahası 10000TL değeri için "kg fiyatı" şeklindeki ksıtlamayı görememiş, onun yerine "50 kg arı sütün 10000TL" olduğu yanılgısıyla y=200x şeklinde çözüme hizmet edemeyen bir denklem kurmuştur. Kendi başına ortaya koyduğu az sayıdaki olumlu adımlara örnek vermek gerekirse, ikinci öğretim bölümündeki rüzgâr enerjisi görüşmesinde "bu rüzgar türbinin ömrü 20 ile 25 yıl arasında olduğu için 20'yi aldım" açıklamasında metin sunulan süre değişkeni için atanabilecek sayısal değerlerin değer aralığının farkında olduğu görülmektedir. Diğer taraftan matematiksel işlemleri gerçekleştirirken ele aldığı veya elde ettiği sayısal değerler için"1 yılda üretilen", "20 yılda elde edeceği kar", "1 günde 12720 khw üretiyomuş" vurgularını yapabildiği görülmüştür. Diğer bir olumlu adımı ise arazime ne diksem etkinliğinde ceviz ağacının farklı yaş aralıklarında farklı miktarda cevizler verdiğini dikkate almasıdır. Öte yandan bu katılımcının denklemi bazen sadece matematiksel olarak ele aldığı görülürken ve bunula birlikte değişkenlerin negatif değerler alamayacağı veya alt ve üst sınırlarının olduğu gibi açıklamaları da bağlamı göz önünde bulundurmadan yapma yoluna gittiği görülmüştür. Örneğin, Uludağ'da kayak etkinliğinde "x, 100'den büyük bir sayı olursa sayı 500' ü geçer ve sayı negatif bir sayı olur. $0 \leq x \leq 100$" benzeri açıklamaları dikkat çekmektedir (Görsel 3.47). Oysaki sınıf tartışmalarında değinilen bu sınırlara ve kısıtlılıklara "zamanın negatif olamayacağı, oteller bölgesinin sıfır noktası kabul edilmesi ve bundan dolayı daha aşağı inilemeyeceği" gibi bağlamsal gerekçelendirmeler sunulmuştur. Nurdan'ın araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.19' da verilmiştir.



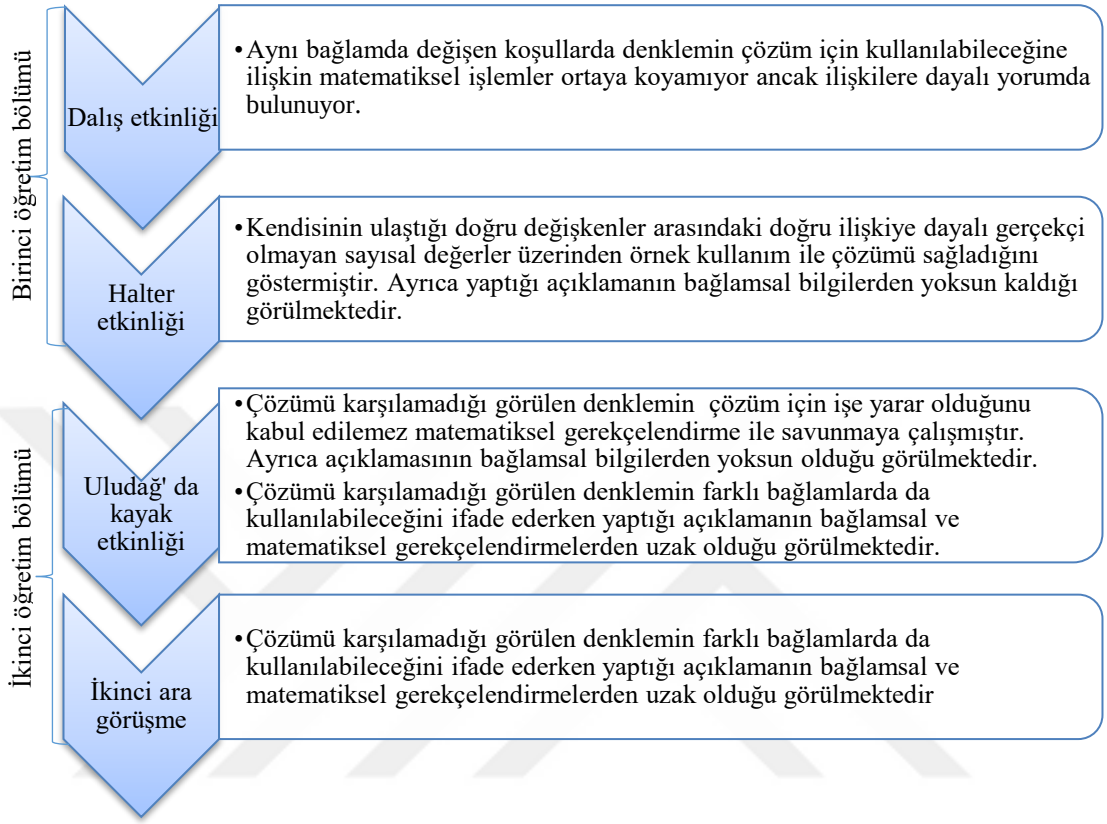
Görsel 3.47. *Nurdan'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde denklemde yer alan değişkenleri değer aralıklarını belirleme performansı*



Şekil 3.19. *Nurdan'ın kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı*

Çözüme ulaşma yolunda ortaya konulan denklemlerin veya aritmetiksel işlem adımlarının o bağlamda yer alan problemin çözümünü sağlayıp sağlamadığı yönünde Nurdan'ın performansına bakıldığında araştırma boyunca pek çok zaman bağlam ilr ilişkilendirme yaparak savunma yapmakta zorlandığı görülmüştür. Örneğin birinci öğretim bölümündeki halter etkinliğinde sporcunun kilosuna yani x'e değerler verip kaldırdığı halter ağırlığı için kendisinin kabul ettiği ancak gerçekçi olmayan 4 katı kadar ağırlık kaldıracağı ilişkisi ile çıktılar elde edebildiğini gösterirken "çünkü x' e herhangi bir değer verirsek problem kendiliğinden meydana çıkar (çözülür demek istiyor) mesela ön sayfada örnek verdiğim gibi" savunmasını yapmıştır. İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde de $\frac{x}{100} m/sn = y$ şeklinde kurduğu, esasında çözümü sağlamayan bu denklemin çözüm için işe yarar olduğunu "sunduğum genel ifade problemin çözümünde çok işe yaradı. Çünkü verilen uzunluğu hep 100' e bölüp m/sn şeklinde ifade ettiğini fark ettikten sonra problemi rahat rahat çözdüm" şeklinde savunabilmiştir. Öte yandan yine Uludağ'da kayak etkinliğinde denklemin farklı bağlamlarda problem çözümlerini sağlayıp sağlayamayacağına ilişkin "ben bu ifadeyi mesela araba kullanırken, bisiklet sürerken kullanabilirim. Hayatın her alanında bu ifade karşıma çıkabilir" açıklaması dikkat çekmiştir. Halbuki aynı bağlamda Melaike' nin y=500-5x denklemi için kumbarasında 500 lira olan bir kişinin kumbarasından her gün 5 lira alırsa kumbarasında kalan parayı bulmaya da yarayacağını ifade edebildiği görülmüştür. Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede kendisinin ortaya koyduğu ve yine çözümü sağlamayan denkleminin meyve yetiştiren bir çiftçi için kullanılıp kullanılamayacağına ilişkin sadece "çözüm olur çünkü aynı problem bence...matematiksel olarak yazamadım ama" diyebildiği görülmüştür. Nitekim bu katılımcının birinci öğretim bölümünde yer alan dalış etkinliğinde de dalış yapılan derinliğin değişmesi ve erkek-kadın ayrımından dolayı akciğer hacminde değişmesi durumlarını doğuran Ahmet Gabr adlı dalgıcın gerçekleştirdiği dalışta akciğerlerinin nr olacağı sorusunda "bence Ahmet Gabr' ın en alta indiğinde, yani basıncın arttığı yere doğru inerse akciğerleri küçülür. Kadın da olsa erkek de olsa en derine indiği zaman ikisinin de akciğerleri küçülür ve ölme tehlikeleri olabilir" şeklinde matematiksel işlemlerden yoksun ancak basınç, derinlik ve akciğer hacmi arasındaki orantısal ilişkiye dayalı olduğu görülen bir yorumda bulunmuştur. Akciğerin hangi oranda küçüleceği, yeni hacmin ne olacağı, basıncın o derinlikte kaç atm olacağı yönünde herhangi bir adım atamamıştır. Nurdan'ın bu araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya

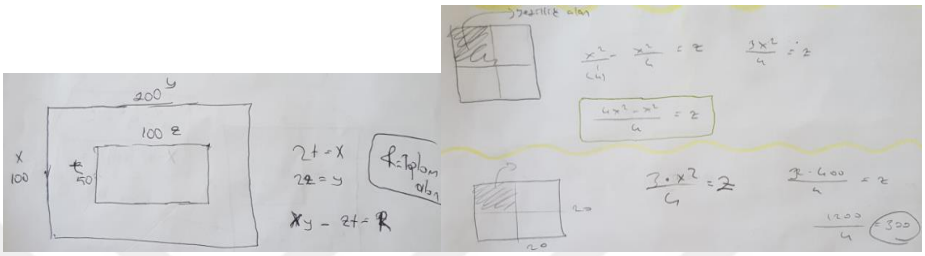
başkaları tarafından ortaya konulan aritmetiksel işlem adımlarının veya cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.20'de verilmiştir.



Şekil 3.20. *Nurdan'ın matematiksel modelin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

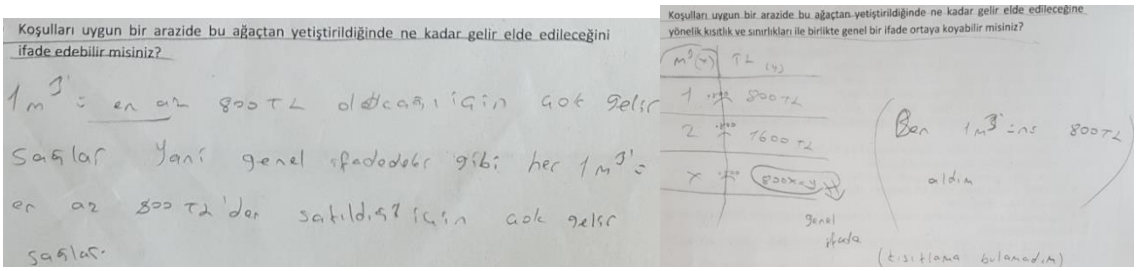
Bağlam içerisinde bazı koşulların değişmesiyle birlikte, çözüme ilişkin cebirsel ifadenin veya aritmetiksel çözümün değerlendirilmesi ikinci ve üçüncü öğretim bölümünde yer alan etkinliklerde gerçekleşmiştir. Örneğin, düzenli şehir etkinliğinde, öncelikle arazinin kare değil de dikdörtgen olması durumunda Nurdan $z=x^2-y^2$ denklemi için "bence bu ifade değişmezdi. Çünkü karenin alanı da dikdörtgenin alanı da eşit olduğu için değişmezdi. Yani belki $-y^2$ değil de $+y$ olabilirdi. Dolayısıyla x de –x olurdu" şeklinde bağlamdan yoksun sadece matematiksel kalan üstelik geçersiz olan bir değerlendirmede bulunmuştur. Benzer şekilde arazinin %25'ine ortak yaşam alanı yapılması kısıtlaması durumunda da "bence belediyenin sunduğu ifade de bir değişiklik olmaz. Çünkü yine bir yaşam yeri için düşünülüyor yine aynı şekilde $z=x^2-y^2$ olur" yorumu ile denklemin, değişen durumları karşıladığını savunmuş ancak matematiksel veya bağlamsal olarak kabul edilebilir gerekçeler sunamamıştır. Bireysel çalışma

kâğıdındaki performansına bakıldığında sadece matematiksel olarak bu revizyonları yapması dikkat çekmiştir (Görsel 3.48). Öte yandan ne düşündüğü veya ne anlatmak istediği doğrudan kendisine sorulduğunda sessiz kalmıştır. Araştırmacı günlüğünde ise Nurdan için "tartışmalarda pasif. Matematiksel işlemleri doğrudan tahtadan geçiriyor", "çalışma kâğıtları toplanırken bile öğretmen tarafından uyarılmasına rağmen tahtadan geçirme çabası görülüyor" ve "grup arkadaşı olan Ali Osman'dan doğrudan yardım alıyor" notları onun bu matematiksel işlemleri kendisinin yapmadığını göstermektedir.



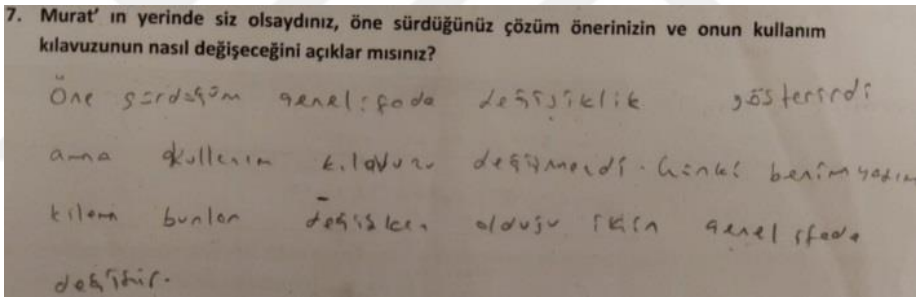
Görsel 3.48. *Nurdan'ın düzenli şehir etkinliğinde öğretim sürecinde farklılaşan koşullar için ortaya koyduğu performansı*

Arazime ne diksem etkinliğinde araziye ceviz veya kavak yerine paulownia ağacı dikilmesi bağlamında ise sadece m^3 fiyatının 800 TL olmasına dikkat çekerek çözüme ilişkin "1 m^3 olacağı için çok gelir sağlar. Yani genel ifadedeki gibi her bir m^3'ü 800 liradan satıldığı için çok gelir sağlar" şeklinde bir yargıya varan Nurdan gözden geçirme aracında, ceviz ve kavak ağaçları için sunabildiği $(\frac{Arazinin\ bir\ kenar\ uzunluğu}{Ağaçlar\ arasındaki\ sabit\ uzaklık}+1)^2$=*Araziye dikilecek toplam ağaç sayısı* şeklinde bir denklem ya da aritmetiksel işlem sunamamıştır. Bu katılımcının değişen ağaçlar arasındaki mesafeyi ve buna bağlı olarak ağaç sayısının değişmesini esas alamadığı görülmüştür. Bunun yerine elde edilecek m^3 cinsinden kereste miktarına bağlı olarak kazanılabilecek parayı (TL) sunan ancak çözüm için yetersiz kalan bir denklem ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.49).



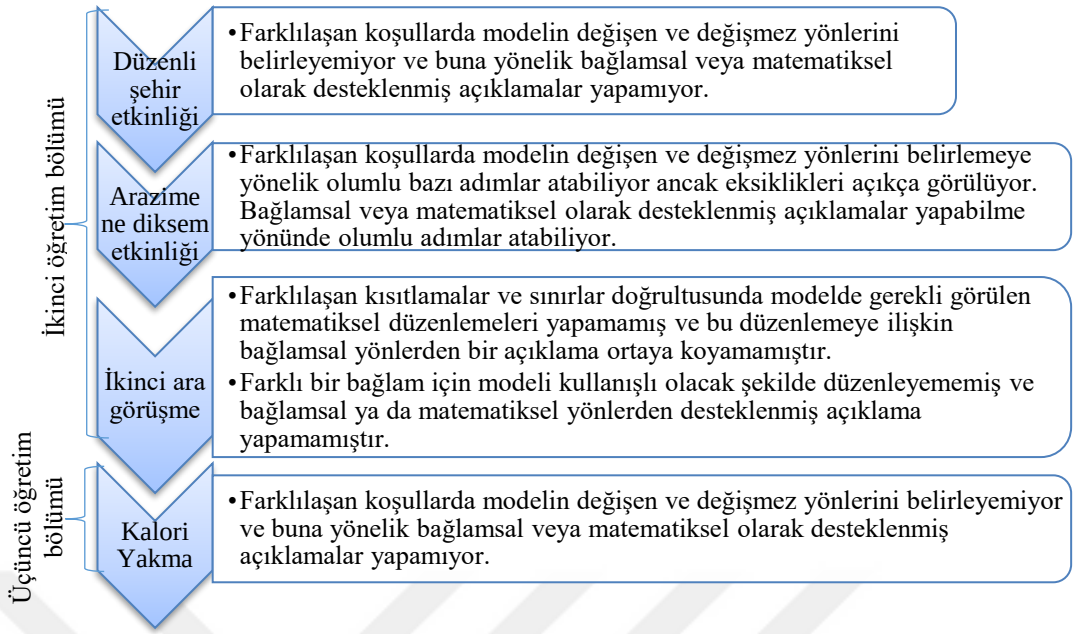
Görsel 3.49. *Nurdan'ın arazime ne diksem etkinliği gözden geçirme ağacında araziye paulownia dikilmesi durumunda çözüme ilişkin performansı*

Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede de bor katkılı bir rüzgar türbini üretildiğinde ömrün %60 uzayacağı ve bakım masrafının %1 oranında düşeceği şeklinde değişen koşulları göz önünde bulundurarak denklemi ya da elde ettiği sayısal değerleri değerlendirmesi istendiğinde "Prof. Dr. Nuray Ay, bor ile daha iyi elektrik üretildiğini belirtmiş. Bence bu bilgilerle benim sunduğum genel ifade değişebilir" şeklinde matematiksel gerekçelendirmeden yoksun bir açıklama yapabilmiştir. Kalori yakma etkinliğinde Murat yerine kendisinin olması durumunda "öne sürdüğüm genel ifade değişiklik gösterirdi ama kullanım kılavuzu değişmezdi. Çünkü benim yaşım, kilom bunlar değişken olduğu için genel ifade değişir" şeklinde sunulan genel ifadeyi etkileyen koşullardaki değişimi görememiş ve matematiksel olarak yapılması gereken düzenlemeler için girişimde bulunmamıştır (Görsel 3.50). Nurdan'ın o bağlamda ya da farklı bir bağlamda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusunda aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini ve başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerlerini yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca 3.21' da sunulmuştur.


7. Murat' ın yerinde siz olsaydınız, öne sürdüğünüz çözüm önerinizin ve onun kullanım kılavuzunun nasıl değişeceğini açıklar mısınız?

Öne sürdüğüm genel ifade değişiklik gösterirdi ama kullanım kılavuzu değişmezdi. Çünkü benim yaşım kilom bunlar değişken olduğu için genel ifade değiştir.

Görsel 3.50. *Nurdan'ın kalori yakma etkinliğinde değişen koşullar doğrultusunda denkleme ilişkin performansı*



Şekil 3.21. *Nurdan'ın değişen koşullar doğrultusunda çözüme ilişkin cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

Nurdan'ın Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinden itibaren ara ara da olsa esasında matematiksel işlemlerle kendisinin ulaşması beklenen sayısal değerler için bazı sayısal değerler ataması dikkat çekmiştir. Bu etkinlikte "hem bu yol ile ilgili tecrübem var hem de varsayımlarım var. Mesela Bursa ile Yalova arası 1,5 saat. Yalova ile Gebze arası kaç saat bilmiyorum ama atıyorum yarım saat olsun. Yalova ile İstanbul arası ise en az 2 saat karadan. Feribotla 1 saat" şeklinde aynı zamanda çözüm önerisi olarak sunduğu açıklamasında kendisinin süre için gerçek yaşam deneyimleri temelinde sayısal değerler atadığı görülmüştür. Halter etkinliğinde "kaldırılan ağırlığın sporcunun kendi ağırlığının 4 katı olması" şeklinde bir kabulde bulunması yine aslında onun sunulan kaldırışlar için hesaplaması gereken "kendi ağırlığının kaç katını kaldırdığı" çıktısı için değer atadığını göstermiştir. Dahası bu sayısal değerin günlük yaşam açısından gerçekçi olmayacağının farkında olmaması da dikkat çekicidir. Benzer şekilde ikinci ara görüşmede de rüzgar türbini için "bir yılda 100 lira kar etsin" şeklinde onun ulaşması gereken çıktı için gerçekçi olmayan bir sayısal değer atamıştır.

Bu katılımcının araştırma boyunca farklı etkinliklerde varsayımı sadece sayısal değerler atama ve değişkenlere harf atama olarak gördüğünü gösteren açıklamaları dikkat çekmiştir. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinin gözden geçirme aracında "bilinmeyenlere değerler verdim. Bilinmeyenlere isim (harf) verdim" şeklinde

açıklama yapmıştır. İkinci öğretim bölümünün gözden geçirme araçlarında ise Uludağ'da kayak etkinliğinde "varsayımda bulunmadım. Çünkü metinde verilen verilerden yola çıktım", AB etkinliğinde "x' i +x ve –x olarak inceledim ve bu iki grubu doğum ve ölüm olarak saydım. Y'ye de ülke nüfusu dedim", satranç etkinliğinde "varsayımda bulundum. Mesela x ve y' ye değer vererek sunduğum genel ifadeyi çözmeye çalıştım" şeklinde açıklamalar yapmıştır. Satranç etkinliğinde öğretim sürecinde ve gözden geçirme aracının bazı yerlerinde değişkenlere sayısal değerler atarken toplam 20 puan alınması ve toplam 15 maç olmasından dolayı x+y+z=15 kısıtlamasını göz önünde bulundurmadığı görülse de olası çözüm önerilerini sunduğu sırada "20 puan aldığını varsaydım" diyerek toplamda bu puanı verecek şekilde ve 15 maç kısıtlamasına uygun sayısal değerlerle çalıştığı görülmüştür. Öte yandan satranç etkinliğinde Erman' ın 20 puan aldığı yönünde bir kabul doğrultusunda ilerlendiğini görülebilen Nurdan, rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede rüzgar türbininin ömrünün 20 ile 25 yıl arasında olduğunu dile getirerek kendisinin onu 20 aldığını ifade edebilmiştir.

> Nurdan: Yani onu 360 ile çarptım bir yılda üretilen elektriği bulmak için. 20 yıl üzerinden de...
>
> Ö: Peki neden 20 yıl dedin?
>
> Nurdan: Daha az olsun diye (20 ile 25 yıl arasında ömür biçtikleri için alt limiti tercih ettiğini ifade etmeye çalışıyor).
>
> Ö: Peki neden 10 değil?
>
> Nurdan: Bu rüzgar türbinin ömrü 20 ile 25 yıl arasında olduğu için 20 yi aldım.

Ancak yine bu görüşmede kendisinin ortaya koyduğu, yıllık karı 100 lira kabul ederek geçen yıllara göre elde edeceği karı sunan y=100x denklemi için x≤100 şeklinde bağlamsal veya matematiksel bir gerekçelendirmesi olmayan bir sınır kabul ettiği de görülmüştür. Öte yandan üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında her ikisinin fiyatının da aynı olması gerektiği şeklinde yanlış görülen bir kısıtlama kabul etmesi dikkat çekmiştir. Nurdan'ın araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.21' de verilmiştir.

Şekil 3.21. *Nurdan'ın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.3. Zerra'nın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

Zerra öğretim öncesi uygulanan ön test ile ortaya çıkan ayrışmalar sonucu oluşan gruplardan ikincisinden gelen bir katılımcıdır. Bu katılımcının birinci öğretim bölümünün ilk üç etkinliğinde bağlam metninde verilenler arasından çözüm bulması amaçlanan problemi belirlemekte sıkıntı yaşadığı görülmüştür. İlk etkinliğin öğretim sürecinde kendisinden çözümüne ulaşması beklenen problemin ne olduğunu ortaya koyması istendiğinde "bence şarjlı motor ve benzinli motorun ekonomik gelirleri açısından şarjlı motorun geliri veya para durumu daha azdır. Bence bu problem biraz tartışmalı. İki

motorun da yaptığı şeyler aynı ama benzinli motor ekonomik veya para açısından daha fazladır ama şarjlı olan benzinliden ekonomik veya para açısından daha azdır" şeklinde herhangi bir matematiksel çıktıya dayanmayan daha çok günlük yaşam deneyimleri doğrultusunda bir yorum sunmuştur. Ancak bu yorumuna bakıldığında, ulaşılması beklenen esas amaç olan hangisinin ekonomik olduğuna yönelik görüşler sunduğu görülmüştür. Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde ise "Sevgi arkadaşının düğününe gitmek için yola çıkmış ve hangi alternatiflerden daha çabuk gideceğini bize soruyor. Problem bu" diyerek bu kez esas amaç olarak, hangi güzergahın ekonomik olduğuna değil zaman açısından hangisinin tercih edilmesi gerektiğine vurgu yapması dikkat çekmiştir. Dalış etkinliğinin öğretim sürecinde problem cümlesi olarak sunduğu "denize dalarken akciğerin küçülmesi ve dekompresyon hastalığına yakalanma" açıklamasında ise matematiksel işlemler sonucunda çözümüne ulaşmayı hedeflediği esas amacı ortaya koyamadığı açıkça görülmüştür. Öğretim sonrasında gerçekleştirilen gözden geçirme aracında probleme ilişkin "derine inildiği zaman basınç artarak ölme gibi tehlike olabilir. Problem derine inildikçe basıncın artmasıyla neler meydana gelir?" cümlesinde çözüme ulaşma yolunda göz önünde bulundurulması beklenen matematiksel yönler olan derinlik ve basınca dikkat çekebilmiş ancak akciğer hacmine değinmemiştir. Dahası ulaşılması beklenen esas amaç olan Şahika Ercümen'in dalış sırasında akciğer hacminin ne olacağına yer vermediği görülmüştür. Ayrıca kendisiyle gerçekleştirilen ilk ara görüşmede dalış etkinliğine yönelik sorgulama sırasında "dalgıçlar fazla derine inerse basınç artar. Bu durumda hastalık, vurgun yeme falan meydana gelebilir. Problem budur" şeklinde, sonrasında "basıncın neden bu kadar arttığı" şeklinde matematiksel işlemler sonucunda üstesinden geleceği sorun yerine daha çok bağlamsal olarak ele alınabilecek bir sorunu problem olarak öne sürmüştür.

> Ö: Peki burada bizim çözeceğimiz problem ne?
>
> Zerra: Bizim çözeceğimiz problem, mesela bu kadar derine indiğimizde basınç neden bu kadar artar?
>
> Ö: Peki çözüm sunabilir miyiz neden bu kadar çok artacağına yönelik?
>
> Zerra: Sunabiliriz.
>
> Ö: Nasıl bir çözüm sunabiliriz?
>
> Zerra: Mesela ne kadar çok basınç artarsa bir insan için o kadar riskli olabilir.

Halter etkinliğinde ise "Naim Süleymanoğlu'dan daha ağır kaldıranlar olur ama neden daha çok puanları olmasına rağmen Naim Süleymanoğlu'nu seçmişler? Veya kategori kilosu fazla olabilir" şeklindeki probleminde her ne kadar metinde olmayan ve

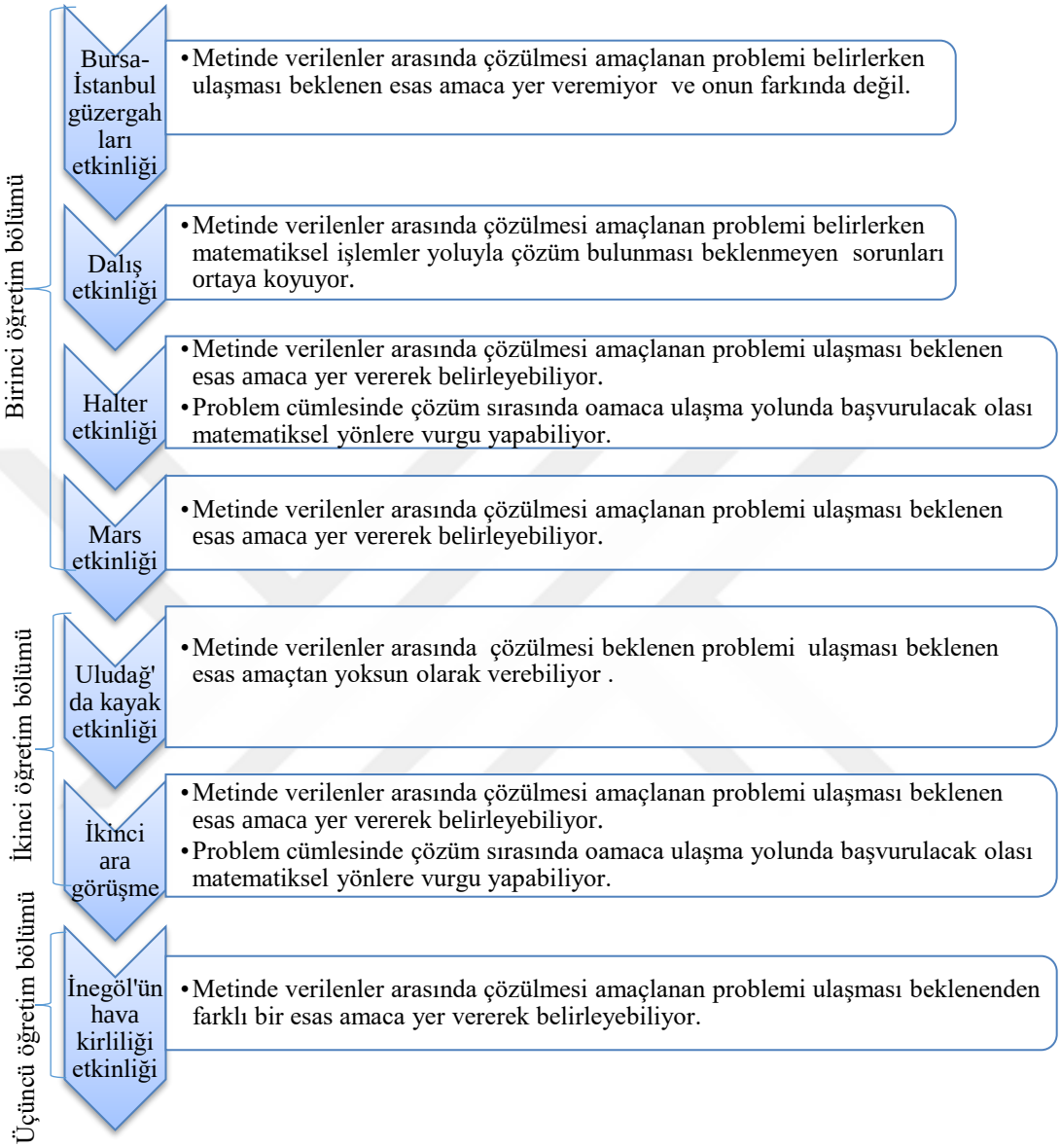
çözüme ulaşma yolunda gerek de duyulmayan "puan", "Naim Süleymanoğlu'nu seçme" gibi ifadeler kullansa da çözümüne ulaşılması beklenen problemi kaldırılan kg ve kategori kilosu gibi çözüme ulaşma yolunda başvurulabilecek matematiksel yönlere de vurgu yaparak sunabilmiştir. Bununla birlikte ilk ara görüşme sırasında bu işlemleri yapmaktaki esas amacını ortaya koyabildiği görülmüştür.

Ö: Neden yapıyorsun peki sen bu işlemleri?

Zerra: Hangi haltercinin daha iyi kaldırdığını bulmak için.

Mars etkinliğinde ise artık problemi "Nasa'nın Mars' a hayat kurabilmesi için kaç tane ağaç gerektiği" şeklinde ulaşması beklenen esas amaca vurgu yaparak ortaya koyabildiği görülmüştür. İkinci ve çüncü öğreitm bölümlerinde ulaşması beklenen esas amacı içerecek şekilde problemi ortaya koymakta başarılı olduğu görülse de bazı etkinliklerde olumsuz performansı ara ara yine görülmüştür. Örneğin, satranç etkinliğinde "Erman'ın nasıl bir performans sergilerse Bursa il turnuvasına katılacağını bulmak", şeklinde ulaşması beklenen esas amaca vurgu yapabilmiştir. Uludağ'da kayak etkinliğinde ise problemi "Ömer yukarıdan aşağıya çılgınca kaymak istiyor. Bunun için yüksekliği ne kadar arttırmamız gerekir" şeklinde ortaya koyarak ulaşılması beklenen esas amaç olan yüksekliğin zamana bağlı olarak değişimine yönelik bir vurgu yapamamıştır. Sonrasında gerçekleştirilen AB etkinliğinde ise gözden geçirme aracında "Avrupa birliğine tam üye ülkelerin Avrupa Birliği Parlamentosu'nda nüfuslarına göre temsil edilme hakkına sahip olması ve Türkiye'nin sayısal olarak ne zaman en büyük güç olacağını bulmak" şeklinde ulaşılması beklenen esas amacı içerecek şekilde problemi ortaya koyabildiği görülmüştür. Dahası matematiksel işlemler yoluyla çözüme ulaşma yolunda başvurulması beklenen nüfus ve süre değişkenine yer verebildiği görülmektedir. Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmenin çalışma kâğıdında da metinde verilenler arasından çözümüne ulaşacağı problemi, "kaç yıl sonra rüzgar türbinin masrafının karşılanıp, ne zaman kar edeceğini bulmak" şeklinde aynı zamanda çözüme ulaşma yolunda başvurabileceği ya da göz önünde bulundurabileceği geçen süre, masraf, kar gibi matematiksel yönlere vurgu yaparak ortaya koyabilmiştir. Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında ise çözümüne ulaşılması amaçlanan problemi "sınıflara oksijen üreten bitki yerleştirilecekmiş. Bunun için hangisi daha az maliyetli olur?" şeklinde belirlemiştir. Ancak bu bağlamda aslında iki bitki arasında bir karışılaştırma amacı olmayıp her ikisi de satın alındığında olası maliyeti hesaplamak hedeflenmektedir. Zerra' nın araştırma

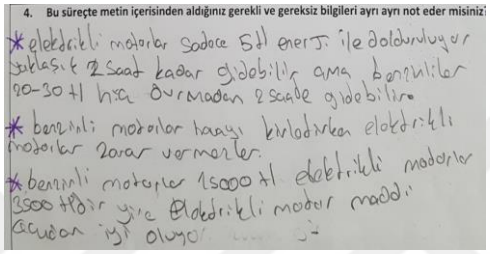
boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.22' de sunulmuştur.



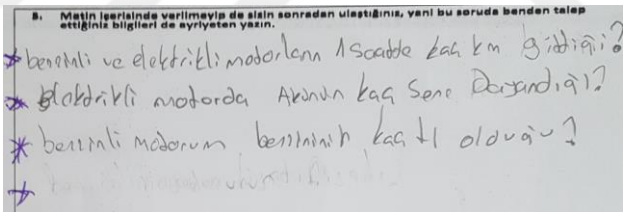
Şekil 3.22. *Zerra' nın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

Birinci öğretimin ilk iki etkinliğin de problemin çözümüne ulaşma sürecinde gerekli olabilecek bilgileri belirlemeye yönelik bazı olumlu adımları görülen Zerra'nın, eksiklikleri ve hataları da görülmüştür. Elektrikli bisiklet etkinliğinin öğretim sürecinde metin içerisinde sunulanlar arasından çözüm için gerekli olabilecek bilgileri sorgulama sürecinde oldukça pasif olan Zerra, etkinliğin gözden geçirme aracında ise "elektrikli motorlar sadece 5Tl enerji ile dolduruluyor. Yaklaşık 2 saat kadar gidebilir ama benzinlikler 20-30 TL ve hiç durmadan 2 saat gidebilir. Benzinli motorlar havayı

kirletirken elektrikli motorlar zarar vermezler. Benzinli motorlar 15000 TL, elektrikli motorlar 3500 TL. Yine elektrikli motorlar maddi açıdan iyi olurdu" şeklinde çözüme ulaşma yolunda gerekli olan bilgilerle birlikte gereksizleri iç içe sunmuştur (Görsel 3.51). Metin içerisinde olmayıp da çözüme ulaşma sürecinde gerekli olan bilgileri için "elektrikli motorda akünün kaç sene dayandığı ve benzin kaç lira olduğu" şeklinde gerekli olan bilgilerin yanında çözüm için doğrudan gerekli olmayan "benzinli ve elektrikli motorların 1 saatte kaç km gittiği" bilgisini sunduğu görülmüştür (Görsel 3.51b). Oysaki bu ve benzeri bazı bilgilerin çözüme ulaşma sürecinde gerekli olmadığına öğretim sürecinde tartışılarak karar verilmiştir.



Görsel 3.51a. *Zerra' nın elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulan gerekli bilgileri belirleme performansı*



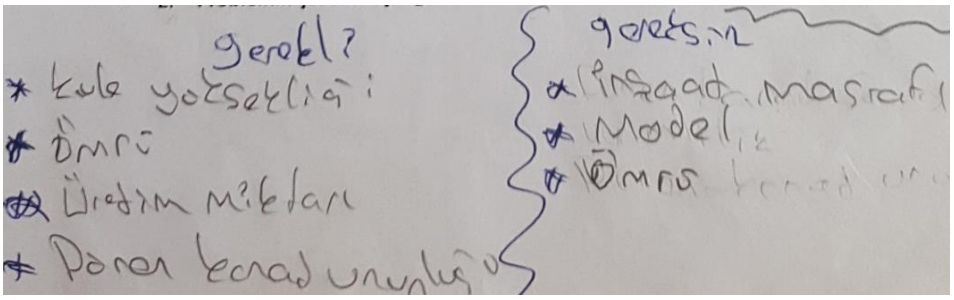
Görsel 3.51b. *Zerra' nın elektrikli bisiklet etkinliğinde metinde sunulmayan ancak gerekli olan bilgileri belirleme performansı*

Bursa İstanbul etkinliği gözden geçirme aracında bu etkinlikteki problem çözümünde ulaşılması beklenmeyen bir amaç olan "yolun daha kısa olması" doğrultusunda "Bursa'dan Yalova'ya kaç saatte gittiği, Yalova'dan Gebze'ye feribotla kaç saatte gittiği ve Sevgi'nin saat kaçta orada olacağı" bilgilerini gerekli görerek talep etmiştir. Ancak esas amaç en kısa yolu bulmak olsaydı bile bu bilgilerin aslında matematiksel işlemler sonucunda kendisinin ulaşması beklenen bilgiler olacağı görülmektedir. Dalış etkinliğiyle birlikte ise artık çözüme ulaşma yolunda gerekli ve gereksiz olan bilgileri belirlemekte olumlu yönde adımlarını daha açık gösterebilmesi dikkat çekmiştir. Bu etkinliğin öğretim sürecinde grup arkadaşı olan bir diğer odak

katılımcı Nurdan gibi o da herhangi bir gereksiz bilgi örneği vermediği görülürken gözden geçirme aracında ise "güneşin nereden vurduğu" bilgisini gereksiz olarak sunabilmiştir. Burada dikkat çekici nokta ise bu bilginin metinde verilmemiş bir bilgi olmasıdır. Çözüme ulaşma yolunda gerekli olabilecek bilgileri "10 m' de kaç atm arttığı, denize inerken basınç ne kadar artar, denize girmeden önce basıncın kaç atm olduğu" şeklinde doğru bir şekilde ortaya koyabilmiştir. Dalış etkinliği sonrasındaki etkinliklerde ise çözüme ulaşma yolunda gerekli olmayabilecek bilgiler için örnekler verebildiği görülmüştür. Örneğin, arı sütü görüşmesinde gereksiz bilgiler için "arının ömrü, bir günde ne kadar yumurtladığı" örneklerini sunabilmiştir.

Zerra'nın araştırma boyunca metinde sunulmayan ancak çözüme ulaşmada gerekli olan bilgileri belirleyip talep ederken, çözüme dolaylı yoldan fayda sağlayabileceği düşünülen bilgileri de talep etmesi sıklıkla görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde öğretimden sonra uygulanan gözden geçirme aracında çözüme ulaşma sürecinde gerekli görüp de talep ettiği "ağacın bir saatte ürettiği oksijen miktarının" çözüme doğrudan fayda sağlayacağı görülürken "ağacın ömrü ne kadar?" bilgisinin ise dolaylı yoldan göz önünde bulundurulabileceği dikkat çekmiştir. Öğretim sürecinde dolaylı yoldan fayda sağlayabilme potansiyeline sahip olan bu tarz bilgilerin talep edilmesi üzerine gerçekleştirilen tartışmalar sonucunda onları görmezden gelme veya onlar için bazı varsayımlarda bulunma gibi sınıf tartışmalarının ise bu katılımcının görüşünü değiştirmediği görülmüştür. Araştırmacı bu katılımcı için sınıf ve grup içi tartışmalarda pasif kalıyor oluşuna günlüğünde "tahtada yazılanları kâğıdında geçirmeye öncelik veriyor. Tartışmalar sırasında katkı sağlamadığı gibi sürekli sağına soluna bakarak dikkatli bir şekilde dinlemediği görülüyor. Öğretmen tarafından dikkatini toplaması için uyarılıyor" şeklinde vurgu yapmıştır. İkinci öğretim bölümündeki arazime ne diksem etkinliğinin öğretim sürecinde de metin içerisinde sunulmayıp da çözüme ulaşma sürecinde gerekli olan bilgileri bireysel çalışma kâğıdında "hangi ağacın daha çok bakıma ihtiyaç duyması, hangi ağacın ortalama uzunluğunun fazla olması ve hangi ağaç daha uzun süre yaşar?" şeklinde sıralayan Zerra' nın gözden geçirme aracında aynı maddeleri sıraladığı görülmektedir. Halbuki öğretim sırasında bunların dolaylı yoldan etki ediyor olabileceği ve bu sebeple probleme matematiksel işlemler yoluyla çözüm bulunabilmesi için görmezden gelinmesi veya standart kabul edilmesi gibi varsayımlarda bulunulmasının doğru olacağı tartışılmış ve kabul görmüştür. Benzer şekilde üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde de çözüm sürecinde başvurulma

potansiyeli olan bir bilgi olan "1 ağacın 1 dk'da ne kadar oksijen ürettiği" öğretim deneyi sırasında dile getirilmiş ancak metinde verilen bilgiler doğrultusunda üretilen oksijen yerine tutulan toz üzerinden hesaplama yapılması gerektiği yönünde karar alınmıştır. Ancak Zerra öğretim sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgi olarak aslında öğretim sırasında kabul edilmeyen bu bilgiyi de sunmuş ve devamında ise bu bilgiyi kullanmamıştır. Bu etkinlikte çözüme ulaşma sürecinde başvurulmasına gerek duyulan bilgilere "bir ağacın ne kadar toz tuttuğu", gerek duyulmayacak olanlara ise "fabrikadan çıkan duman miktarı" şeklinde doğru saptamalarda bulunabilmiştir. Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede problem çözümüne ulaşma sürecinde başvurulabilecek olan gerekli bilgileri sunarken "ömür, üretim miktarı" şeklinde olumlu adımları olmakla birlikte "dönen kanat uzunluğu, kule yüksekliği" maddeleriyle başarısız saptamaları da görülmektedir. Ayrıca çözüme ulaşma sürecinde başvurulmasına gerek duyulmayacak bilgiler için yine "ömrü" sunup yanına "inşaat masrafı"nı da ekleyerek kabul edilebilir örnekler sunamamıştır. Rüzgâr türbini için sunulan model bilgisi ise çözüme ulaşmada gerek duyulmayacak bilgilere verdiği doğru örnek olarak dikkat çekmektedir (Görsel 3.52). Zerra'nın araştırma boyunca metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları veya metin içerisinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.23'de verilmiştir

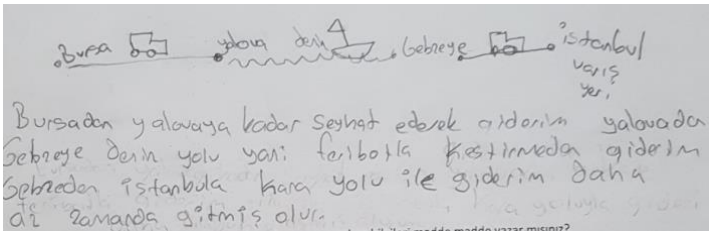


Görsel 3.52. *Zerra'nın ikinci ara görüşmede çözüm için gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme performansı*

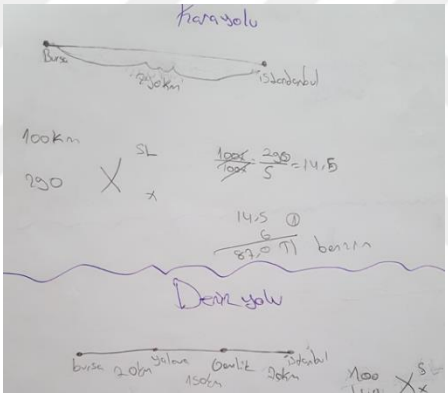
Şekil 3.23. *Zerra'nın çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı*

Zerra, birinci öğretim bölümünde doğası gereği görsellere bir araç olarak başvurulabilecği görülen Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde çözümüne ulaşılması amaçlanan problem için metinde verilenleri anlamlandırma yolunda bazı görseller ortaya koyma yönünde olumlu adım atmıştır. İlk olarak sunulan güzergahlardan sadece birisine yönelik metinde sunulanları karşılayabilen araba, deniz, gemi gibi günlük yaşam yansımalarının da entegre olduğu bir görsel sunduğu görülmüştür. Ancak hemen altında "Bursa'dan Yalova'ya kadar seyahat ederek giderim. Yalova'dan Gebze'ye deniz yolu yani feribotla kestirmeden giderim. Gebze'den İstanbul'a kara yolu ile giderim. Daha az zamanda gitmiş olurum" şeklinde esas amaca ilişkin, güzergâh ile uyumlu ancak matematiksel işlemler veya akıl yürütmelerle ulaşılmış dayanaklardan yoksun bir yorum

sunmuştur (Görsel 3.53a). Sınıf tartışmalarıyla birlikte diğer alternatif yolların varlığını fark ederek grup içindeki etkileşim ile birlikte onlara yönelik daha çok matematiksel yönleri ön plana çıkan görseller ortaya koymuş ve yeterli olmasa da matematiksel işlemleri gerçekleştirirken başvurulan veya elde edilen sayısal değerleri görsellere entegre etme girişimi görülmüştür (görsel 53b).



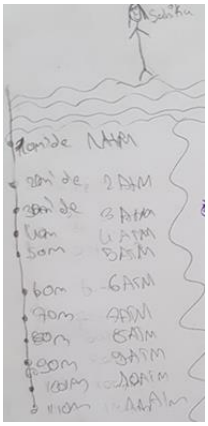
Görsel 3.53a. *Zerra' nın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel*



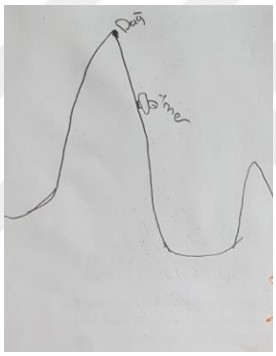
Görsel 3.53b. *Zerra' nın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliği öğretim sürecinde ortaya koyduğu görsel*

Dalış etkinliğinin öğretim sürecinde her ne kadar grup arkadaşı Nurdan gibi matematiksel yönlerden yoksun olan ve metinde sunulanları anlamaya yönelik herhangi bir göstergesi bulunmayan bir görsel ile başlangıç yapsa da ardından derinlik ile basınç arasındaki doğrusal ilişkiden yola çıkarak elde ettiği sayısal değerleri o görsel üzerinden aktarmıştır (Görsel 3.54a). Ancak bu sırada "insan üzerinde deniz seviyesinde 1atm basınç" kritik bilgisini fark edemediği görülürken, grup arkadaşlarından doğrudan yardım aldığı dikkat çekmiştir. İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde de dalış etkinliğindekine benzer şekilde matematiksel yönlerden yoksun olup metinde sunulanları anlamaya yönelik herhangi bir göstergesi bulunmayan bir görsel ortaya koymuştur (Görsel 3.54b). Arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçirme aracında ise karesel bölge şeklindeki bir arazi için bir kare çizmiş ve her ne kadar ortaya koyduğu cebirsel

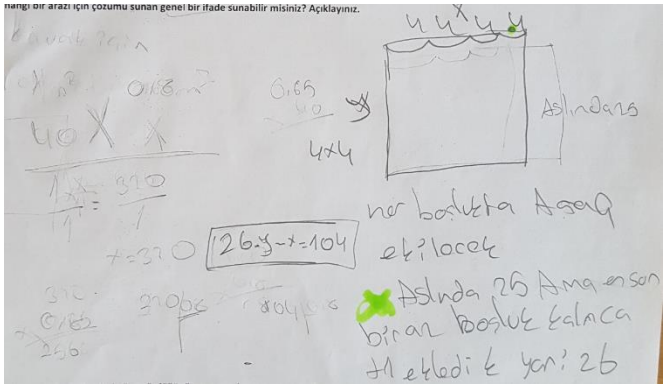
ifadenin çözüme hizmet etmediği görülse de en azından ağaçlar arası aralığı o kare üzerine entegre edebildiğini göstermiştir (Görsel 3.54c).



Görsel 3.54a. *Zerra'nın dalış etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görsel*



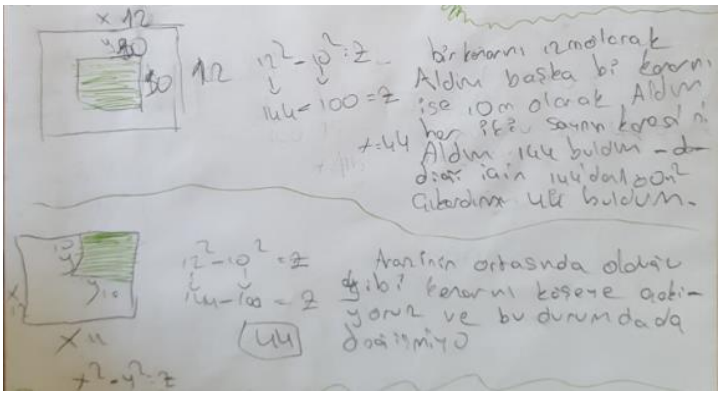
Görsel 3.54b. *Zerra'nın Uludağ'da kayak etkinliğinin gözden geçirme kâğıdında ortaya koyduğu görsel*



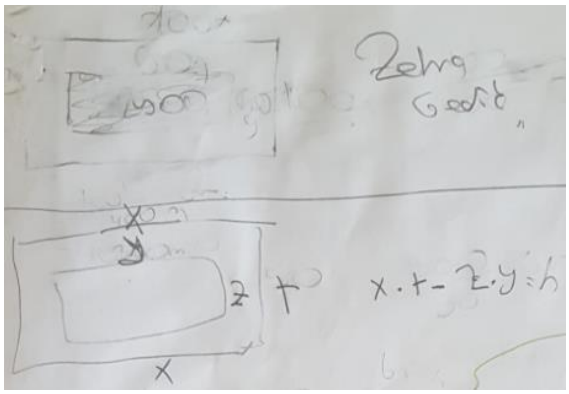
Görsel 3.54c. *Zerra'nın arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçirme kâğıdında ortaya koyduğu görsel*

Düzenli şehir etkinliğinin öğretimi sırasında Zerra, matematiksel işlemler gerçekleştirirken başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerleri karesel görseller üzerinde

gösterebilmiş ancak attığı adımları "bir kenarını 12 m olarak aldım. Başka bir kenarını ise 10 m olarak aldım. Her iki sayının karesini aldım, 144 buldum. Eksi olduğu için 144'ten 100 m^2'yi çıkardım 44 buldum" şeklinde sadece matematiksel olarak açıklayabilmiş, bağlamsal yönden varlık gösterememiştir. Öte yandan ortak yaşam alanının arazinin ortasında olmaması durumunda ne olacağına ilişkin ortaya koyduğu görsel ile matematiksel işlemlerinin uyumlu olduğu görülmüştür (Görsel 3.55a). Ancak başka katılımcılar tarafından öne sürülen "aslında bir şey değişmiyor. Yine kare şeklinde araziden kare şeklinde ortak yaşam alanını çıkartıyoruz, bina alanını buluyoruz. Sadece yeri değişiyor" benzeri bir açıklama yerine "arazinin ortasında olduğu gibi kenarını köşeye çekiyoruz ve bu durumda değişmiyor" açıklamasını yapabilmiştir. Diğer taraftan arazinin karesel değil de dikdörtgensel olması durumunda sadece matematiksel olarak görsel üzerinde değişiklikler yapabildiği görülse de bu perfomansı doğrudan tahtadan geçirme yoluyla ortaya koymuştur (Görsel 3.55b). Araştırmacı günlüklerinde bu katılımcı için bu etkinlikte "matematiksel işlemleri tahtadan geçiriyor veya arkadaşlarından doğrudan yardım alarak yapıyor", "bireysel olarak çalışmakta zorlanıyor" ve "tartışmalar sırasında dışarı bakma, kâğıdına bir şeyler yazma benzeri eylemlerde bulunarak aktif olarak rol alamıyor" şeklinde alınan notlar dikkat çekmektedir. Zerra'nın araştırma boyunca problem çözümünde ortaya koyduğu görsel, görsel, görsel gibi görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.24' te kısaca sunulmuştur.



Görsel 3.55a. *Zerra' nın düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde denklemi kullanma ve değişen koşullarda yorumlama performansı*

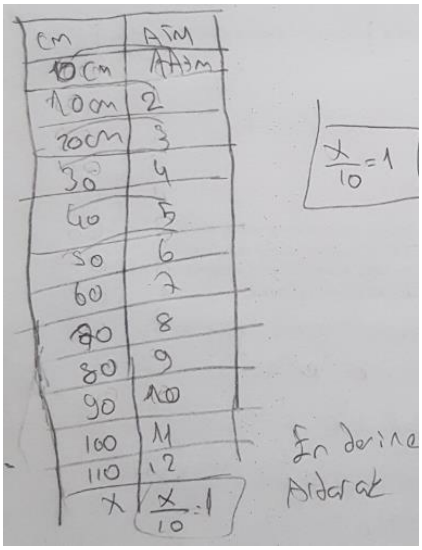


Görsel 3.55b. *Zerra' nın düzenli şehir etkinliği öğretim sürecinde değişen koşullarda denklemi düzenleme performansı*

Şekil 3.24. *Zerra'nın görsellerden faydalanma performansı*

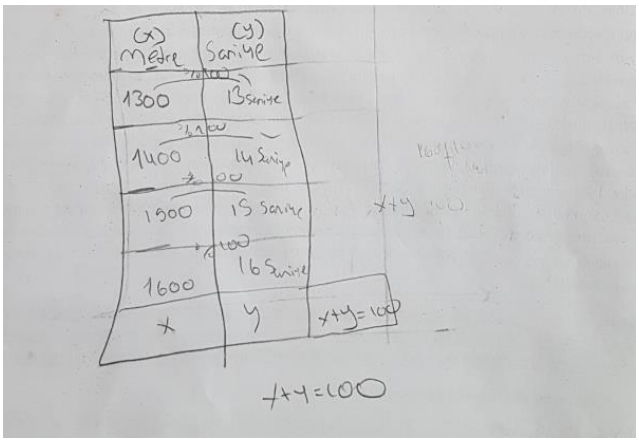
Zerra, çözümü sağlayacak olan denklem benzeri bir cebirsel ifade için veya aritmetiksel yollarla ortaya konacak bir işlem dizisi için değişkenleri, nicelikleri belirleyip onların arasındaki ilişkiler kurma yolunda birinci öğretim bölümünün ilk iki

etkinlikte bazı adımlar atsa da bunu ancak sınıf ve grup içi tartışmalar sırasında ve doğrudan tahtadaki ya da diğer arkadaşlarının çalışma kâğıtlarındaki işlemleri kendisininkine geçirerek yapabilmiştir. Araştırmacı günlüğünde bu durum "öğretmen bireysel olarak yanına giderek hesaplamalarına bakarak ne yaptığını anlatması istediğinde cevap vermekte zorlanıyor. Öğretmen direkt olarak anlatma girişiminde bulunuyor ve grup arkadaşlarını ona yardım etmeleri konusunda gruptaki iş birliğinin önemine dikkat çekerek uyarıyor" ve "daha çok tahtada yapılanları kâğıdına geçirmeye çalışıyor ancak tahtada yapılanlar karışık geldiği için tam olarak başarı da sağlayamıyor" şeklinde not edilmiştir. Dalış etkinliğinde ise başlangıçta yine bireysel olarak olumlu yönde varlık gösteremediği görülse de bu kez doğrudan arkadaşlarından geçirme yapmadığı da görülmüştür. Derinlik ile basınç değişkenlerini belirleyip aralarındaki doğrusal ilişkiye dayalı olarak başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerleri gösteren tablo temsilini hem öğretim sürecinde hem de gözden geçirme aracında ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.56). Her ne kadar bu ikisi arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak da temsil ettiği görülse de denklemde "+1" yerine "=1" deme hatası dikkat çekmektedir. Öte yandan çözüm süreci sonunda ulaşılması beklenen esas amaç olan Şahika Ercümen'in 110 m' de akciğer hacmine ilişkin bir sayısal değer bulamamış ve daha genel olarak dalış sürecinde akciğer hacmini sunan bir denklem ortaya koyamamıştır. Ancak metinde de sunulan akciğer hacminin basınç ile ters orantılı değişeceğini yönünde "denize girip en derine indiğimiz zaman basınç arttığı için akciğerler küçülür" açıklamasını yapabilmiştir.



Görsel 3.56. *Zerra'nın dalış etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri belirleme performansı*

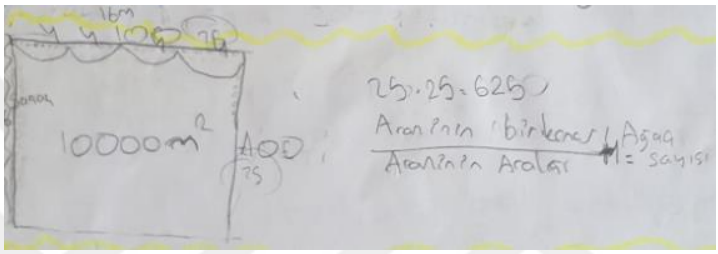
Sonrasında gelen etkinlik ve görüşmelerde istikrarlı bir performans sergilemeyen Zerra'nın pek çok zaman çözümü tam olarak sağlayacak olan denklemlere veya aritmetiksel işlem dizilerine ilişkin doğru ancak eksik değişken ve nicelikler belirleyerek aralarında çözümü sağlamayan ilişkiler kurabilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenleri "yüksekten aşağıya kaç saniyede ineceği ve yüksek ile yer arasında kaç cm olduğu" olarak ortaya koymuştur. Her ne kadar bu katılımcı değişkenleri "bulunulan yükseklik ile geçen zaman" gibi daha açık bir şekilde ifade edemese de çözümü sağlayacak olan değişkenleri belirleyebilmiştir. Ancak dik üçgensel bir görsel üzerinden ilk anda 500 m yüksekliği gerekli bir nicelik olarak denklemine entegre edemediği ve ardından 13 m/sn hızı yorumlayarak hipotenüs üzerinde saniyede 13 m gidilirse dikeyde 5 m yüksekliğin azalacağı ilişkisini fark ederek geçen zamana bağlı olarak bulunulan yüksekliği sunan y=500-5x denklemine dair herhangi bir başarılı eylemine rastlanmamıştır. Hızı, geçen zaman olarak ele aldığı ve "1300m/13sn=100" şeklinde çözümü sağlamayan bir eşitlik ortaya koymuştur. Problem çözümünü sağlamaktan uzak olan bu eşitliği, başka sayısal değerler üzerinden de örneklendirerek tablo yoluyla aktaran Zerra, bu ilişkiyi yansıtmadığı görülen x+y=100 şeklinde bir denklem ortaya koymuştur (Görsel 3.57).



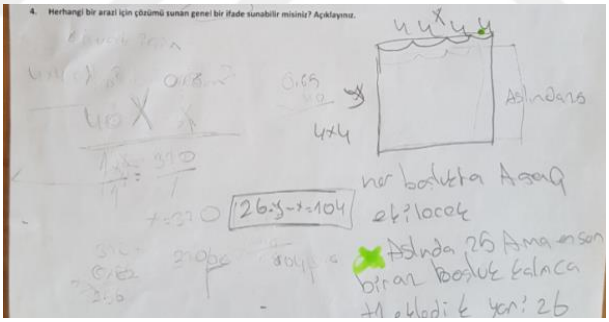
Görsel 3.57. *Zerra' nın Uludağ'da kayak etkinliği çözüme ilişkin denklemi kurma performansı*

Arazime ne diksem etkinliğinin öğretim sürecinde bireysel çalışma kâğıdında karesel görsel ile temsil ettiği arazinin bir kenarına, ağaçlar arası aralıklar için kabul edilen 4' er m niceliğini entegre edebildiği görülmekte ve arazinin tamamına olmasa da bir kenara dikilebilecek ağaç sayısını sunan ilişkiyi $\frac{arazinin\ bir\ kenarı}{ağaç\ aralığı} + 1 = ağaç\ sayısı$ şeklinde yazabildiği dikkat çekmektedir (Görsel 3.58a). Ancak gözden

geçirme aracında bir kenara dikilebilecek 26 ağaç için "her boşluğa ağaç dikilecek. Aslında 25. Ama biraz boşluk kalınca +1 ekledik. Yani 26" şeklinde açıklama yapmıştır (Görsel 3.58b). Bu açıklama her ne kadar bağlamsal ve matematiksel yönlerden desteklenmiş bir açıklama olsa da, "+1" sabit teriminin ağaç sayısının aralık sayısından bir fazla olmasından dolayı entegre edildiği göz önünde bulundurulduğunda hatalıdır. Öte yandan sadece kavak ağacı için ve arazinin bir kenarına dikilebilecek ağaç sayısı için olumlu adımlar atabildiği görülen Zerra'nın gözden geçirme aracında ise çözümü sağlamayan 26.y-x=104 şeklinde bir denklem ortaya koyduğu görülmektedir (Görsel 3.58b).



Görsel 3.58a. *Zerra'nın arazime ne diksem etkinliği öğretim sürecinde çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi kurma performansı*



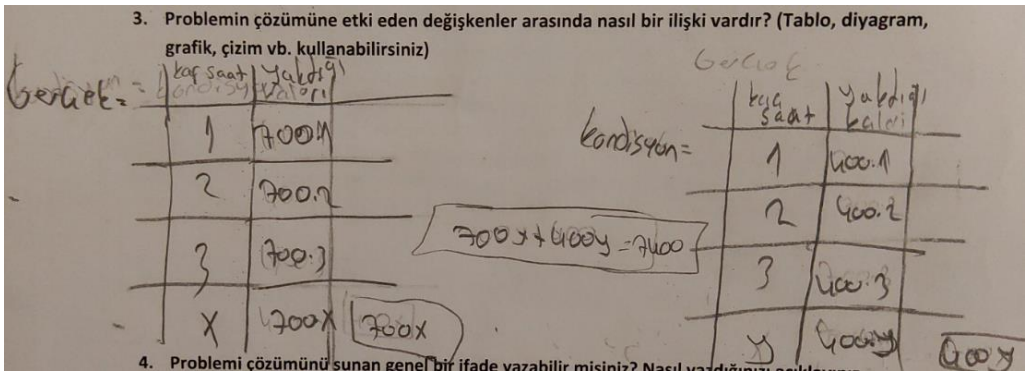
Görsel 3.58b. *Zerra'nın arazime ne diksem etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi içeren denklemi kurma performansı*

Dalış etkinliğinden itibaren çözüme ilişkin değişkenleri belirleme ve aralarında ilişkiler kurma yönünde ikinci öğretim bölümünde yetersiz de olsa olumlu yönde adımlar atabildiği görülen Zerra'nın gerçekleştirilen ikinci ara görüşmede ise hem çözümü sağlayan değişkenleri ortaya koymakta hata yaptığı hem de aralarında çözümü sağlayan bir ilişki belirleyemediği açıkça görülmüştür. Bu katılımcı değişkenleri "ömür (x), dönen kanat uzunluğu (y) ve maksimum dönüş hızı (z)" şeklinde yanlış belirlemiş ve ardından bu değişkenler arasında pisagor bağıntısı olduğu şeklinde çözümü sağlamadığı açıkça

görülebilen bir ilişki ($x^2+y^2=z$) kurduğu görülmüştür. Dahası bu değişkenlerin problem çözümüne nasıl etki ettiğine ilişkin sorulara daha çok günlük yaşam deneyimlerinden gelen görüşler sunmuştur.

> Ö: Tamam. Şimdi ömrü neden etki ediyor sence problemin çözümüne?
>
> Zerra: Çünkü bir miktar sonra yavaşlamaya başlıyor kanatları. Tükendiği sürece de enerji üretmiyor.
>
> Ö: Peki dönen kanat uzunluğu neden etki ediyor?
>
> Zerra: O da şimdi eğer kısaysa kanatları daha az rüzgar enerjisi kazandırır. Ama uzunsa daha çok enerji üretir.
>
> Ö: Peki maksimum dönüş hızı?
>
> Zerra: Maksium dönüş hızı bir dakikada kaç tur attığını (önemli demek istedi diyemedi) oradan yola çıkarak...etki ediyor olabilir.

Üçüncü öğretim bölümlerindeki etkinliklerde değişkenleri belirleme ve aralarında ilişkiler kurma yolunda öğretim süreçlerinde oldukça pasif kaldığı görülen Zerra' nın daha çok grup ve sınıf tartışmaları aracılığında olumlu yönde eylemler ortaya koyabilmiştir. Gözden geçirme araçlarında ise bu değişken ve ilişkileri tablo yardımıyla ortaya koyabildiği ve bağlamsal yönlerine de dikkat çekerek açıklayabildiği görülmüştür. Örneğin kalori yakma etkinliğinde x'in gerçek bisikleti kaç saat kullandığı, y'nin kondisyon bisikletini kaç saat kullandığı, 700x'in gerçek bisiklet ile yaktığı kalori ve 400y'nin ise kondisyon bisikleti ile yaktığı kalori olduğunu ifade ederek tablo yardımıyla aralarındaki ilişkiyi kurabildiğini göstermiştir (Görsel 3.59). Zerra' nın araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken veya denklem kurarken başvurduğu değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca şekil 3.25' te verilmiştir.



Görsel 3.59. *Zerra'nın kalori yakma etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin denklemi kurması*

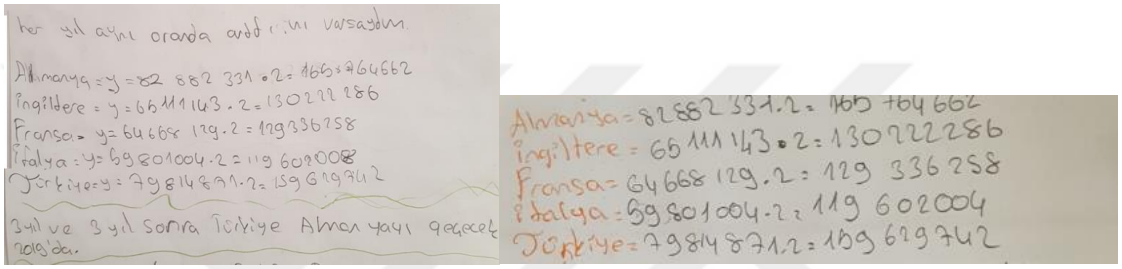
Şekil 3.25. *Zerra'nın değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı*

Zerra'nın birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinlikte esas amacına ilişkin herhangi bir matematiksel işlem gerçekleştirme girişiminde bulunmaksızın daha çok günlük yaşam deneyimlerine dayalı yorumlarda bulunabildiği görülmüştür. Elektrikli bisiklet etkinliğinin başlangıcında herhangi bir matematiksel işlem gerçekleştirmeksizin "bence elektrikli motosiklet daha ekonomiktir benzinliye göre çünkü benzinli motorlarda hem para açısından hem de doğa açısından zararlıdır" şeklinde ve ardından bağlam metninde açık bir şekilde görülmeyen ancak çözüme ulaşma yolunda göz önünde bulundurulması gereken "350-400 şarj sonrası akünün değiştirilmesi gerektiği" bilgisinin fark edilmesi sonrası yine herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymadan "akü açısından benzinli daha iyi ama maddi açıdan elektrikli daha azdır (ucuzdur demek istiyor)" şeklinde bir yorum sunmuştur. Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında ise "varsayalım ki Bursa'dan Yalova'ya 3 saatte gidiyor. Sevgi tam 8'de orada olması

gerekiyorsa, saatin 8 olmasına 1 saat kalmışsa, en kolay yoldan Yalova'dan Gebze'ye geçmek için feribota binerse tam yarım saat sürse, Gebze'den İstanbul'a da yarım saatte karayoluyla gidebilir. Ama hep karayoluyla giderse düğüne geç kalabilir" şeklinde en ekonomik olan güzergâh yerine en kısa olan güzergahı bulmaya yönelik matematiksel olarak elde edilmiş çıktılara dayanmayan bir yorumda bulunmuştur. Öte yandan bu çözüm önerisinde, matematiksel işlemler gerçekleştirerek kendisinin ulaşması gereken değerler için gerçekçi olmayan sayısal değerler ataması dikkat çekmiştir. Dalış etkinliğinde ise derinliğe bağlı olarak basıncı elde ederek matematiksel çıktılar üretmeye başlamış ancak ulaşılması beklenen esas amaç olan akciğer hacmine ilişkin veri elde edemediği ve doğal olarak da "en derine indiği zaman basınç artarak ölebilir" şeklinde matematiksel işlemler sonucu elde edilmiş çıktılara dayanmayan ancak bağlamda sunulan ilişki esasında bir yorum sunabilmiştir. Halter etkinliğine bakıldığında ise "belki sadece Türkiye'den en iyi kg kaldıranı seçmiş olabilirler veya en dayanıklısı Naim Süleymanoğlu olabilir diğer adamlara göre" ve "en fazla kg' ı Hussein Rezazadeh kaldırmıştır ama en dayanıksızı da o olabilir, hemen düşürmüştür" şeklinde, yine matematiksel işlemler sonucu elde edilmiş çıktılara dayanmayan ve dahası bağlam metninde sunulanlara değil daha çok günlük yaşam deneyimlerine dayanan bir yorum sunmuştur.

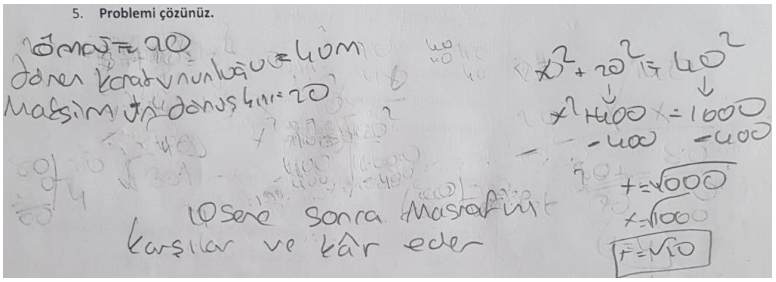
Halter etkinliğinden sonra esas amaca ilişkin, matematiksel dayanaklar yoksun olup sadece gerçek yaşam deneyimlerine veya bağlama dayalı yorumu, ikinci öğretim bölümündeki arazime ne diksem etkinliği genişletme sorusu olan araziye paulownia dikilmesi bağlamında görülmüştür. Bu etkinliğin gözden geçirme aracında ilk kez karşılaşılan ve var olan modeli yeni koşullara göre düzenlemeyi gerektiren soruya"bu arazinin ne kadar güneş enerjisi alacağı veya suya ne kadar ihtiyaç duyduğuna bağlı. Bu durumda ağaç biraz daha olgunlaşır ve gelir durumu da artar. Ağacın ne kadar bakıma ihtiyaç duyduğu da önemlidir" şeklinde yanıt vermiştir. Diğer etkinliklerde ise, satranç ve AB etkinliği dışında, matematiksel işlemler gerçekleştirerek çıktılar elde etmiş olsa da o çıktıları esas amacı doğrultusunda yorumlamamıştır. Satranç etkinliğinin öğretim sürecinde, her ne kadar ilk önce başka bir katılımcı Melaike'nin dile getirdiği görülse de, onun ardından tablo temsili ile matematiksel işlemlerle elde edilmiş olası çıktıları gösteren Zerra' nın "Bursa'ya gidebilmesi için en az 5 maç kazanması gerekir" şeklinde bir yorum sunabilmiştir. AB etkinliği gözden geçirme aracında "Almanya'nın nüfusu gittikçe azalacağına göre Türkiye onu geçer" açıklamasıyla sunulan denklemlere dayalı

matematiksel işlemler yapmasa da o denklemlerde görülen Almanya'nın nüfusunun negatif yönlü değişimini yorumlayarak sonuca dair çıkarımda bulunabilmiştir. Öte yandan bu etkinliğin hem öğretim sürecinde hem de gözden geçirme aracında, nüfustaki yıllık değişimi geçen yıl ile çarpmak yerine var olan nüfusu geçen yıl ile çarparak denklemi kullanmada hata yaptığı görülmektedir (Görsel3.60). Sonrasında "3 yıl sonra Türkiye Almanya'yı geçecek" şeklinde esas amacına ilişkin doğru bir yorumda bulunduğu görülen Zerra'nın elde etmiş olduğu çıktıların bu yorumu desteklemediği açıkça görülmüştür. Ayrıca bu çıktılarda görülen 2 yıl sonra ülke nüfusların 2 katına çıkacağı sonucunun gerçekçi olmadığını görememesi de dikkat çekmiştir.

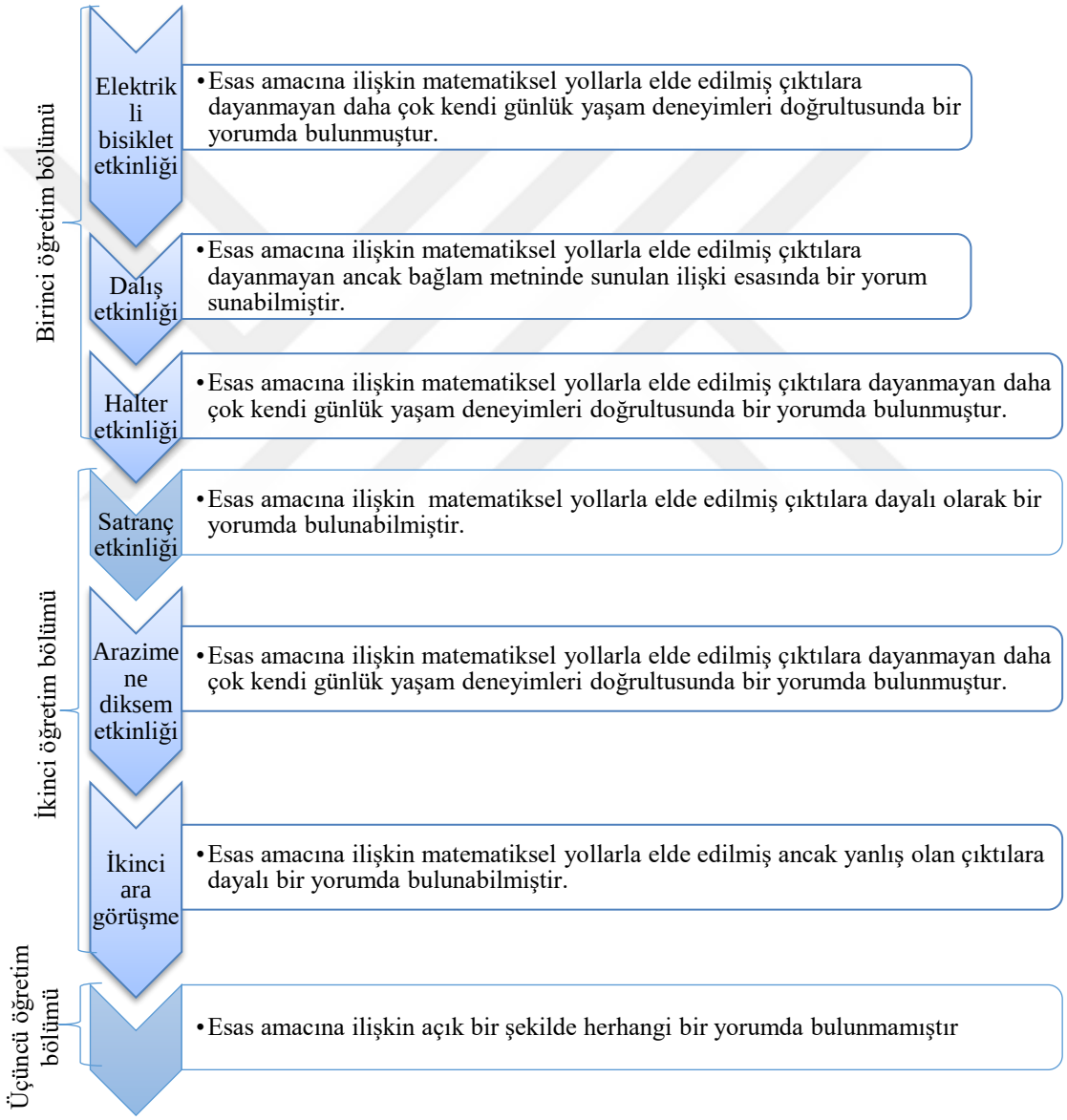


Görsel 3.60. *Zerra'nın AB etkinliğinde denklemi kullanarak matematiksel işlemler gerçekleştirme performansı*

Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede kendisinin kurduğu ancak çözümü sağlamayan $x^2+y^2=z$ denklemini, değişkenlere metinde sunulan sayısal değerleri vererek çözüm yolunda kullanmıştır (Görsel 3.61). Çözümü sağlamayan denklemden elde edilmiş, dolayısıyla geçersiz sonuçlar doğrultusunda olsa da esas amacına ilişkin "10 sene sonra masrafını karşılar ve kar eder" şeklinde bir yorumda bulunabildiği görülmüştür. Bu yorumunda ulaşması beklenen esas amacına yer verebilmesi dikkat çekerken, ayrıca çözümü sırasında başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini yazabilmiştir. Üçüncü öğretim bölümündeki etkinliklerde ise elde ettiği matematiksel çıktıları esas amaç doğrultusunda yorumlama yönünde açık bir performans sunamamıştır. Zerra'nın araştırma boyunca problemin çözümüne ilişkin elde ettiği çıktıları bağlamı göz önünde bulundurarak esas amacı doğrultusunda yorumlama performansı kısaca Şekil 3.26' de verilmiştir.



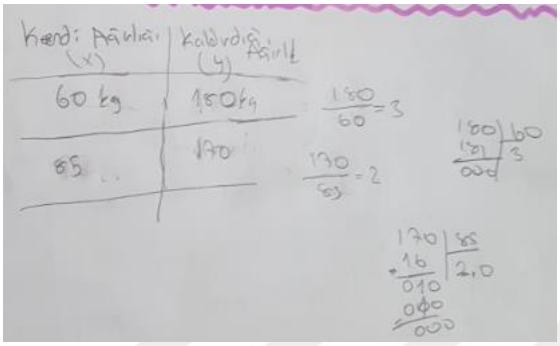
Görsel 3.61. *Zerra'nın rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin performansı*



Şekil 3.26. *Zerra'nın problemdeki esas amaca ilişkin yorumda bulunma performansı*

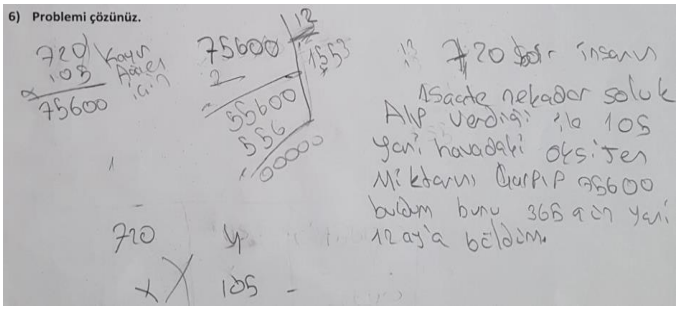
Zerra'nın birinci öğretim bölümünde hesaplamalar sırasında attığı adımları, başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerleri bağlam ile ilişkilendirerek açıklamakta

zorlansa da olumlu yönde adımlar da atabildiği görülmüştür. Örneğin, halter etkinliğinde örnek sayısal değerler üzerinden oransal ilişkiye dayalı işlemler yaparken o değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini tablo üzerinde gösterebilmiştir ancak elde ettiği sonuçları ve attığı adımları bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine yönelik farkındalık ortaya koyamadığı görülmektedir (Görsel 3.62).



Görsel 3.62. *Zerra'nın halter etkinliğinde oransal ilişkiye dayalı matematiksel işlemleri*

Mars etkinliğinde ise özellikle öğretim sonrası uygulanan gözden geçirme aracında matematiksel işlemleri gerçekleştirirken başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerler ile matematiksel olarak attığı adımları "720'yi yani bir insanın bir saatte ne kadar soluk alıp verdiği ile 105 yani havadaki oksijen miktarını çarpıp 75600 buldum. Daha sonra bunu 365 gün yani 12 aya böldüm" şeklinde bağlam ile ilişkilendirerek doğru açıklayabildiği görülmüştür (Görsel 3.63).



Görsel 3.63. *Zerra'nın Mars etkinliğinde problem çözümüne ilişkin performansı*

Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede bu katılımcının çözümü sağlayacak bir denklem kuramadığı veya aritmetiksel işlemler yoluyla çözüme ilişkin doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Görsel 3.64). Ancak attığı adımların ve söz konusu sayısal değerlerin ne anlama geldiği kendisine sorulduğunda ilk olarak 10000 değeri için "kg' nın kaç liradan satıldığı" açıklamasıyla başvurduğu sayısal değerin bağlamsal olarak ne

anlama geldiğini ifade edebilmiştir. Sonrasında da başvurduğu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini "üretilen arı sütü, 6000 kovandan üretilebilen arı sütü miktarı, senede kaç tane kovandan 50 kg arı sütü ürettiği" şeklinde eksiklikleri de olsa ifade edebilmiştir. Açıklamalarında "senede üretilen...", "kg başına" vurguları dikkat çekerken, kendisine çözüm sürecinde neler yaptığı sorulduğunda ise çözümü karşılamadığı açıkça görülen işlemleri için doğru gerekçelendirmeler ve açıklamalar da sunamamıştır.

Ö: Peki problemi nasıl çözdün?

Zerra: Kg ve gramını bir de parasını orantı kurarak yaptım.

Ö: Nasıl yaptın anlatır mısın?

Zerra: Mesela 50 kg ile 250 g ve 10000 TL' ye orantıladım. Sonra bu sonuç çıktı.

Ö: 10000 ne burada?

Zerra: O, kg'ının kaç liradan satıldığı.

Ö: 250 g olarak bahsettiğin şey ne?

Zerra: Üretilen arı sütü.

Ö: 50 kg ne?

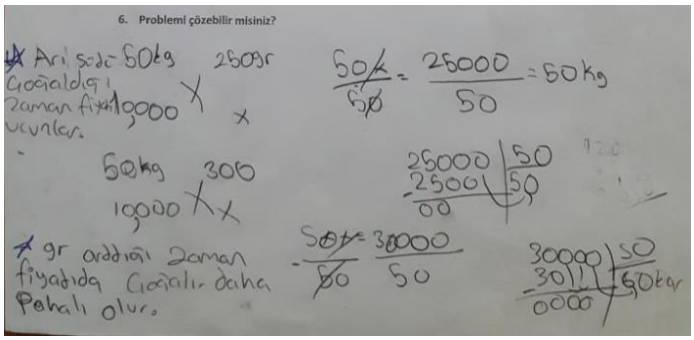
Zerra: O mesela 6000 miydi neydi kovan vardı. Kovanlardan kaç tane kovan gerekli olduğu…

Ö: Sakin ol acelemiz yok.

Zerra: Yani senede kaç tane kovanda 50 kg süt ürettiği… (aslında 6000 kovan ülkede var olan tüm kovanların sayısı. Arı sütü üreten kovan sayısı değil sadece)

Ö: Peki kaç tane kovan da 50 kg üretilir? Sen onu mu bulmaya çalıştın?

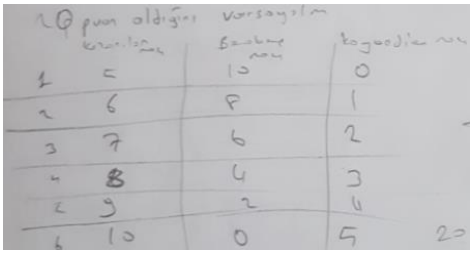
Zerra: Evet. Kaç kovanı değil…Bu sadece 50 kg. Hani bilgilerde öyle yazıyordu.



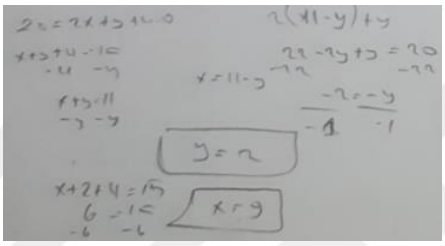
Görsel 3.64. *Zerra'nın ilk ara görüşmede çözüme ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünde yer alan satranç etkinliğinde oluşturduğu tabloda atadığı sayısal değerlerin "kazandığı, kaybettiği ve berabere kaldığı maç sayıları" olduğunu belirtebilen Zerra'nın öğretim sürecindeki sınıf tartışmalarında, yaptığı işlemler kendisine doğrudan sorulduğunda "5 maç kazanırsa 10 maç da beraberlik olur" açıklamasını yapabilmiştir (Görsel 3.65a). Ancak denklemin problemin çözümü için nasıl

kullanılabileceğine yönelik performansında ne sayısal değerler için ne denklemin doğrudan kendisi için bağlam ile herhangi bir ilişkilendirme yapmadığı görülmektedir (Görsel 3.65b).



Görsel 3.65a. *Zerra'nın satranç etkinliğinde tablo yardımıyla olası çıktıları ortaya koyma performansı*



Görsel 3.65b. *Zerra'nın satranç etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kullanma performansı*

Düzenli şehir etkinliğinde gerçekleştirmiş olduğu "12^2-10^2=z, 144-100= 44, z=44" işlemleri için yaptığı "bir kenarı 12 m olarak aldım. Başka bir kenarı ise 10 m olarak aldım. Her iki sayının karesini aldım, 144 buldum. Eksi dediği için 144' ten 100 m^2'yi çıkardım, 44 buldum" şeklindeki açıklamasında bağlama yer vermediği görülen sadece matematiksel kalan açıklaması dikkat çekmiştir. Sayısal değerlerin birimlerini ortaya koyma yönünde olumlu adımları görülürken, ikinci ara görüşmede doğrudan kendisine sorulduğunda da attığı adımlar ve işlemlerinde geçen sayısal değerler için bağlam ile ilişkili açıklamalar yapamamıştır.

Ö: Peki Zerra sözel olarak açıklar mısın bana bu yukarıdaki formül ne anlam ifade ediyor?

Zerra: Şey..hani problemi çözmek için…herhangi bir şeyi…ben şöyle yaptım mesela …

Ö: Bu formülün nasıl ve ne için kullanılacağını anlat bize.

Zerra: Kendi yaptığım üzerinden mi?

Ö:Olabilir.

Zerra: Hocam ben x'i 12 olarak aldım. y' yi de 10 olarak. Sonra karelerini aldım 144 ve 100 çıktı. Eksi dediği için 144'ten 100'ü çıkardım. 44 kaldı.

Ö: Ne demek 44? Ne anlam ifade ediyor?

Zerra: Hocam…arazinin…

Arazime ne diksem etkinliğinde başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin ağaç aralığı ve ağaç sayısı şeklinde bağlamsal olarak ne anlama geldiğini ifade edebildiği görülmüş ancak elde edilen çıktıların bağlamsal ne anlama geldiği üzerine tartışılırken birimlere dikkat etmeyerek hata yapmıştır. Elde edilen "70304 TL" değerinin "ağaç sayısı" olduğunu ifade etmesi üzerine bunun anlamlı olmadığına dikkat çeken Orhan'ın ardından öğretmenden gelen tetikleyici uyarılar ile hatasını düzelterek "676 tane ağacın toplam parası" açıklamasını yapabilmiştir. Bu açıklamasında sadece toplam para demeyerek onun 676 tane ağaç için geçerli olduğunu vurgulaması dikkat çekmektedir. Öte yandan yine bu etkinlikte karesel arazinin sadece bir kenarına dikilecek ağaç sayısını temsil eden $\frac{x}{4} + 1 = z$ denklemin örnek kullanımını sunarken hatalı da olsa elde ettiği sayısal değerlerin birimlerini ortaya koymadığı ve bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini ortaya koyamadığı bir performans sergilemiştir (Görsel 3.66).

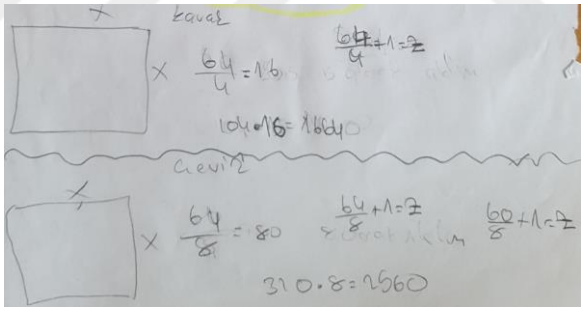
Ö: Evet Zerra nedir bu 70304 sonucu bize açıklayabilir misin?

Zerra: O şey…dikilen ağaç sayısı o…

Orhan: 70000 TL ağaç dikmişler evet!

Ö: Lira bak. 70000 TL ağaç dikilir mi?

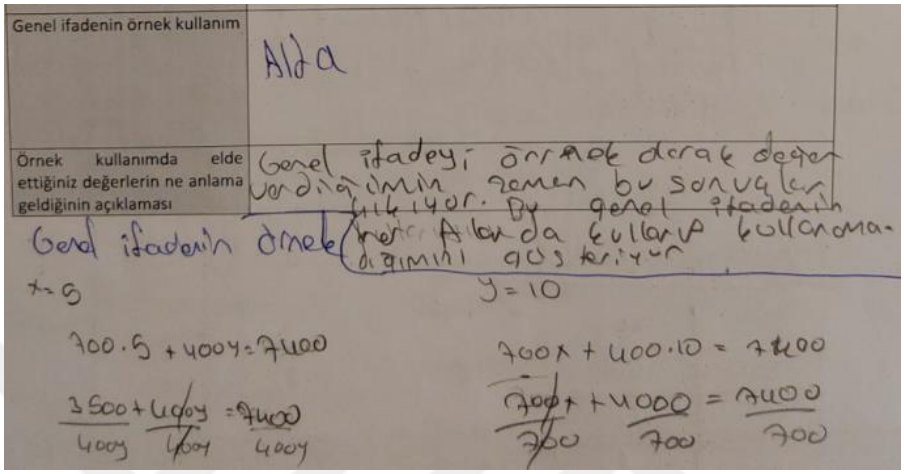
Zerra: Hocam 676 tane ağacın toplam parası (getirisi demek istiyor).



Görsel 3.66. *Zerra'nın arazime ne diksem etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kullanma performansı*

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan kalori yakma etkinliğinde, bağlamsal olarak sunulan kısıtlamaları dikkate almaksızın kurulan 400x+700y=7400 denklemine dayalı örnek sayısal değerler üzerinden matematiksel işlemler gerçekleştirmiş, sonrasında "genel ifadeye örnek olarak değer verdiğimiz zaman bu sonuçlar çıkıyor. Bu genel ifadeyi her alanda kullanıp kullanamadığımızı gösteriyor" şeklinde bağlam ile ilişkilendirilmemiş ve matematiksel olarak da yetersiz kalan bir açıklama sunabilmiştir (Görsel 3.67). Ayrıca hafta içi ve hafta sonu dışarı çıkış saatlerindeki değişiklik ve buna bağlı olarak kondisyon ve gerçek bisiklet sürebilme sürelerinde ortaya çıkan sınırlar ve dahası günlük alması ve yakması gereken kalori kısıtlamalarına dikkat edemediği için,

sunmuş olduğu y=10 değerinin gerçekçi ve kabul edilebilir olup olmadığı yönünde herhangi bir adımı da görülmemektedir. Zerra'nın araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında kullanılan ve elde edilen sayısal değerlerin ve attığı adımların bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine performansı kısaca Şekil 3.27'de sunulmuştur.



Görsel 3.67. *Zerra'nın kalori yakma etkinliğinde denkleme dayalı gerçekleştirdiği matematiksel işlemler ve açıklamalar*

Şekil 3.27. *Zerra'nın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı*

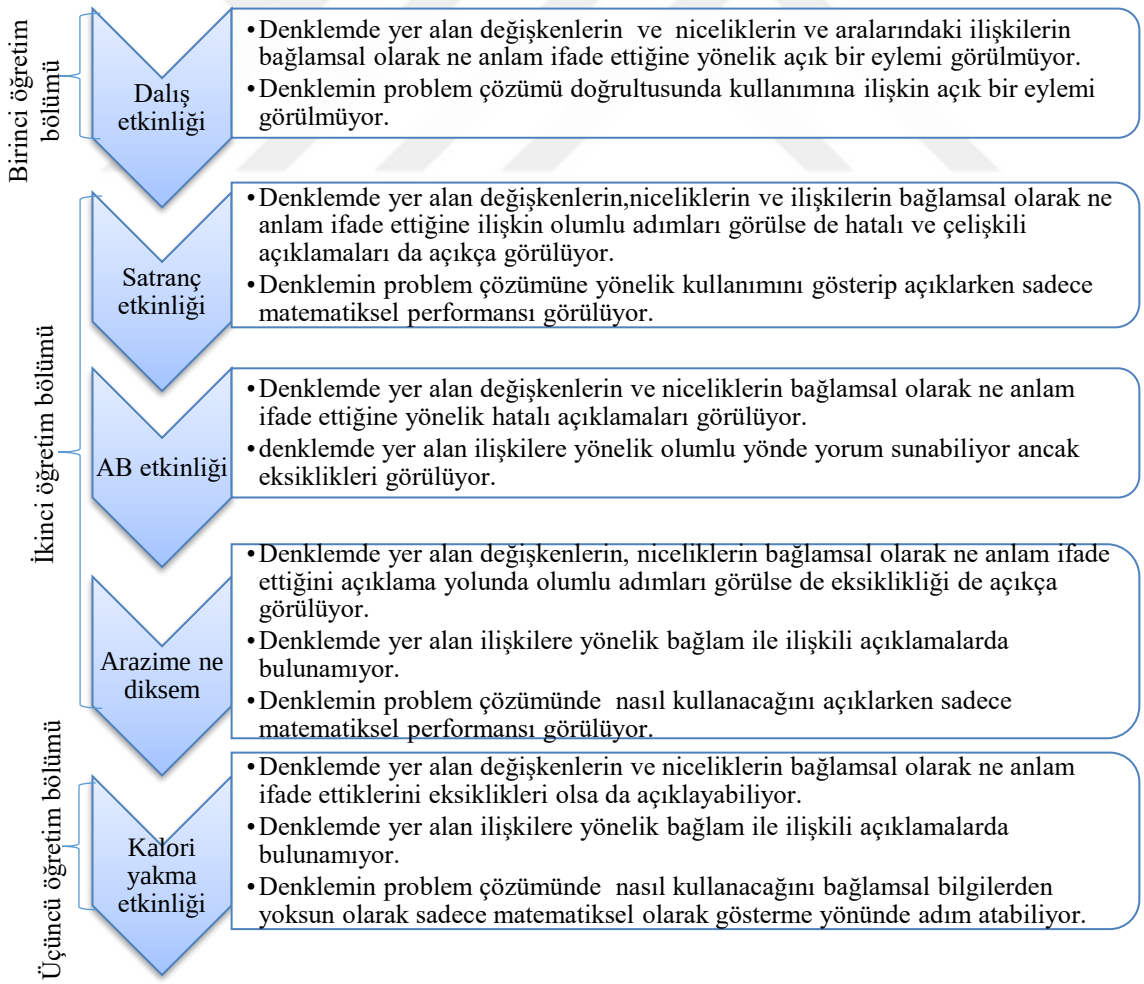
Birinci öğretim etkinliğinin dalış etkinliğinden itibaren çözüme ilişkin ortaya konan cebirsel ifadelerde yer alan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimlerin ve onlar arasındaki ilişkilerin bağlamsal yönden ne anlama geldiğine yönelik sorgulamalar teşvik edilmiştir. Zerra'nın dalış etkinliğinde Görsel 3.56'da görüldüğü gibi her ne kadar derinlik ile basınç arasında ilişkiyi sunan denklemi ortaya koyup çözüme katkı sağlayan sayısal değerler elde etse de denklemi bağlam ile ilişkilendirerek ne anlama geldiğini ortaya koyma

yönünde aktif bir rol almadığı görülmüştür. Halter etkinliğinde ise Görsel 3.62'de görüldüğü gibi değişkenlerin kaldırılan kg ve sporcunun ağırlığı olduğunun farkında olduğunu gösterirken aralarındaki ilişkiye dair bağlamsal yönlü bir yorumu görülmemiştir.

Zerra'nın ikinci öğretim bölümündeki satranç etkinliğinin gözden geçirme aracında, turnuvada 20 puan alınması için gereken galibiyet ve beraberlik sayısını sunan 2x+y=20 ile toplam maç sayısının 15 olmasına ilişkin x+y+z=15 denklemlerini karıştırarak x+y+z=20 şeklinde yanlış bir denklem sunduğu görülmüştür. Bu denkleme yönelik "yani burada bu üç terimi topladığımızda aldığı puan 15 olarak aldım" ve "Erman oynadığı satrançlarda yeniliyor. Onun için 15 puan üzerinden değerlendirdim. Sonuç olarak x+y+z=20 olarak buldum" şeklinde bağlamsal yönlere dikkat çeken ancak matematiksel yönlerden sıkıntılı olan çelişkili açıklamalar sunabilmiştir. Öte yandan bu katılımcı birçok etkinlikte çözüm için yanlış veya yetersiz olan denklemini bağlamdan kopuk bir şekilde sadece matematiksel olarak açıklama yönünde eylemler de ortaya koymuştur. Örneğin, arazime ne diksem etkinliğinde her ne kadar öğretim sırasında ve gözden geçirme aracında denklemde yer alan "8" niceliği için "ağaçlar arasındaki mesafe" şeklinde bağlamsal destekli açıklamasını yapabilmesi olumlu adımı olarak görülse de "26y-x=104" şeklinde çözümü sağlamayan bir denklem ortaya koyarak "karenin aralıklarının sayısı 25 ama küçük bir boşluk kaldığı için 26 olarak aldım. Sonra da x ve y'ye bir sayı vermedim onu da eşittir 104 olarak buldum" şeklinde bağlamdan kopuk ve matematiksel olarak yanlışlıklar içeren bir açıklama sunmuştur. AB etkinliğinde ise x yıl ve y nüfus olmak üzere Almanya'nın geçen yıllara göre nüfusunu sunan y=82882331–82882x denkleminde yer alan negatif yönlü ilişkiyi "Almanya'nın nüfusu azalacak, Türkiye'nin ise artacak Türkiye geçer" şeklinde bağlamsal yönden de doğru yorumlayabilmiştir. Ancak doğrudan denklemi açıklaması istendiğinde "–x ölen kişi, +x doğan kişi, y ise yıl. Ben böyle aldım" diyerek açık hatalar yapmıştır.

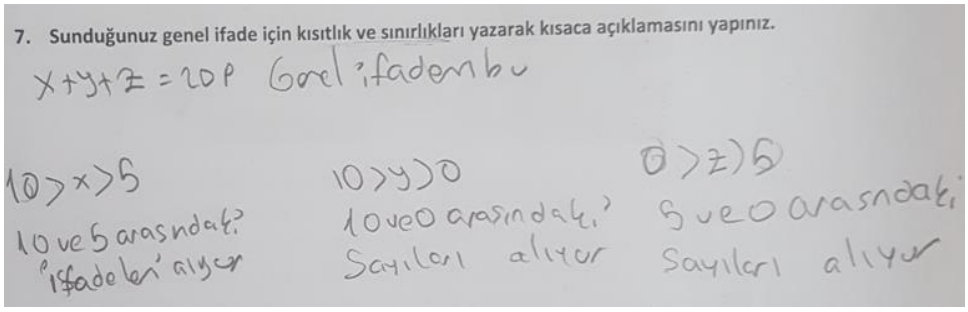
Üçüncü öğretim bölümlerindeki etkinliklerde çözüme ilişkin cebirsel ifadeyi bağlamsal yönden açıklarken değişkenler, katsayılar ve ilişkilere yönelik olumlu yönde adımlar atabilse de yetersiz kalan veya hatalar içeren yorumlamaları da dikkat çekmiştir. Ayrıca o cebirsel ifadenin problem çözümünde nasıl kullanılacağına ilişkin bağlamsal ve matematiksel destekli açıklamalarının yetersiz kaldığı görülmüştür. Örneğin, kalori yakma etkinliğinin gözden geçirme aracında tablo üzerinden değişkenler için "kondisyon ve gerçek bisikleti kullandığı saat" ve en sonunda 400y ve 700x için "yakılan kalori"

açıklamalarını yapabildiği görülmüştür (Görsel 3.59). Ancak devamında bu denklemi "ben kondisyonlu bisiklet için ve gerçek bisiklet için tablo yaptım. Kondisyonluda 400y, gerçek bisiklette 700x buldum. Sonra da bu ikisini birleştirip 700x+400y' yi buldum" şeklinde açıklayabilmiştir. Oysaki sınıf tartışmalarında ilişkilerin ne olduğu ve neden, nasıl kurulduğuna ilişkin bağlamı da göz önünde bulundurarak yapılacak "kaç saat gerçek bisiklet kullanırsa onu 700 ile çarpacağız çünkü bir saatte 700 kalori yaktırıyor. Kondisyon bisikleti kullandığı süreyi de 400 ile çarparak onunla kaç kalori yaktığını bulacağız. İkisi ile birlikte, bir haftada 1 kg verebilmesi için toplamda yakması gereken 7400 kaloriyi vereceği için ikisini toplayıp 7400' e eşitliyoruz" benzeri açıklamalar yapılmıştır. Zerra'nın çözüme ulaşma sürecinde kurulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.28' de verilmiştir.



Şekil 3.28. *Zerra'nın cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Zerra'nın bir cebirsel ifadenin, problemin çözümüne yönelik kullanımı sırasında göz önünde bulundurulması gereken bazı kısıtlamaları ve değişkenlerin değer aralığı gibi sınırları belirleyebilme yönünde sadece ikinci ve üçüncü öğretim bölümünde yer alan üç etkinlikte olumlu yönde adım atabildiği görülmüştür. Satranç etkinliğinde çözüm sırasında elde edilen 5 çıktısının aslında bir sınır olduğunu "Bursa'daki turnuvaya katılabilmesi için en az 5 maç kazanması gerekir" diyerek ortaya koyabilmiştir. Ancak 20 puan alınması durumunda beraberlik sayısının daima çift sayı olacağı ve 10'dan fazla olamayacağı, 5 maçtan fazla yenilgi yaşamaması gerektiği gibi çıkarımlarda bulunamamıştır. Uludağ' da kayak etkinliğinin öğretimi sırasında ise değişkenlerin alabileceği değer aralığını hesaplarken "süre negatif olamaz" şeklinde bağlamsal yönleri göz önünde bulundurabilmiştir. İnegöl'de hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında ise ortaya koymuş olduğu 4x+7y=z ve 480z+840y=z denklemlerinin sırasıyla "1 kişi için, benim okulum için" kullanılabileceğini belirtebilmiştir. Bu etkinlikler dışında Zerra'nın bazen doğrudan kendisinin "herhangi bir kısıtlılık veya sınır yok" diyerek bazen ise ortaya koyduğu performansına bakıldığında herhangi bir kısıtlılığa veya sınıra açıkça dikkat etmediği görülmüştür. Satranç, kalori yakma ve Uludağ'da kayak etkinliklerinde değişkenlere ait sınırları sadece matematiksel olarak yazdığı görülürken bu süreçte bağlam ile ilişkilendirme yapıp yapmadığına yönelik öğretim sürecinde veya gözden geçirme aracında herhangi bir bulguya rastlanmamıştır (Görsel 3.68). Araştırmacı günlüğünde öğretim sürecinde Zerra'nın kısıtlamalar ve sınırlar üzerinde tartışılırken aktif rol almadığı ve daha çok tartışma sonunda ulaşılan sonuçları tahtadan kâğıdına doğrudan geçirdiği not edilmiştir. Matematiksel işlemler gerçekleştirilirken söz konusu sayısal değerler için dikkat edilmesi gereken kısıtlamalara ise birkaç etkinliklerde dikkat edebildiğini gösteren performansı görülmüştür. Örneğin Mars etkinliğinde "720 defa soluk alıp verebilme" için "bir insana bir saatte" vurgusunu yapabilmiş, arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede 10000 TL için "arı sütünün fiyatı" yerine "arı sütünün kg fiyatı" diyebilmesi dikkat çekmiştir. Zerra'nın araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.19' da verilmiştir.



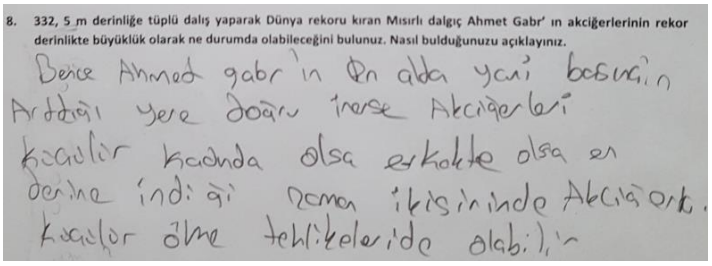
Görsel 3.68. *Zerra'nın satranç etkinliğinde değişkenlerin değer aralıklarını ortaya koyması*

Şekil 3.29. *Zerra'nın kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı*

Zerra'nın araştırma boyunca çözüme ilişkin ortaya koyduğu denkleminin, etkinlik bağlamındaki problemi çözmede işe yaradığına yönelik sadece ikinci öğretim

bölümündeki Uludağ' da kayak etkinliğinde bağlamsal yönlerden desteklenmiş bir savunma yapma girişimi görülmüştür. Gözden geçirme aracında kendisinin sunmuş olduğu, çözümü sağlamadığı açıkça görülen denkleminin o bağlamda ulaşılması hedeflenen esas amaca erişmek için kullanılabileceğini "yüksekliğini tam olarak bulmak için işe yarar. Ben çözümümü 13=1300/3 yani m=y/t olarak yaptım" şeklinde sadece yüksekliğe vurgu yapılmış olması sebebiyle bağlamsal yönden yetersiz, matematiksel olarak da hatalı görünen bir açıklama ile savunmuştur. Öte yandan bu denkleminin farklı bağlamlarda da kullanılabilir olabileceğine ilişkin herhangi bir örnek sunamamıştır.

Aynı bağlamda ancak koşulların değişmesi durumunda denkleminin, yeni koşulları karşılayarak çözümü sağlama yolunda kullanılabilir olduğuna yönelik görüşleri birkaç etkinlikte görülse de özellikle matematiksel gerekçelendirmelerinin yetersiz olması dikkat çekmiştir. Örneğin, birinci öğretim bölümündeki dalış etkinliğinde tüpsüz dalış yapan bir kadın olan Şahika Ercümen için ortaya konan derinliğe bağlı olarak akciğer hacmini sunan denklemin, tüplü dalış yapan bir erkeğin akciğer hacminin sorulduğu soruda kullanılabilir olduğuna ilişkin doğrudan bir görüş belirtmemiş ve ona dayalı matematiksel işlemler gerçekleştirmemiştir. Ancak "bence Ahmet Gabr'ın en alta yani basıncın arttığı yere doğru inerse akciğerleri küçülür. Kadın da olsa erkek de olsa en derine indiği zaman ikisinin de akciğerleri küçülür ve ölme tehlikesi olabilir" şeklinde kadın yerine erkek olma şeklinde değişen koşullara dikkat çekerek denklemde yer alan ters orantılı ilişkinin, her ne kadar matematiksel olarak onu ifade edemese de, çözüm için hala geçerli olduğunu öne sürebilmiştir (Görsel 3.69).

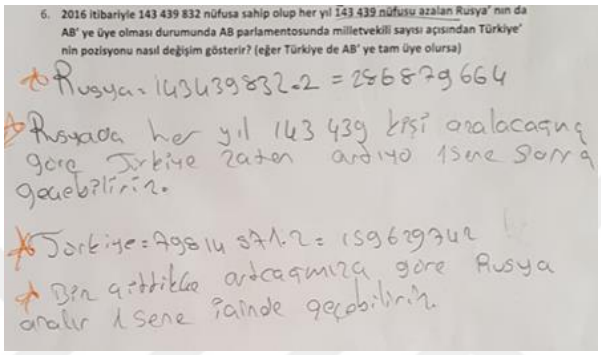

8. 332, 5 m derinliğe tüplü dalış yaparak Dünya rekoru kıran Mısırlı dalgıç Ahmet Gabr' ın akciğerlerinin rekor derinlikte büyüklük olarak ne durumda olabileceğini bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Bence Ahmed gabr'in en alta yani basıncın Arttığı yere doğru inerse Akciğerleri küçülür kadında olsa erkekte olsa en derine indiği zaman ikisininde Akciğerleri küçülür ölme tehlikeleride olabilir

Görsel 3.69. *Zerra'nın dalış etkinliğinde denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünde AB etkinliğinde, Rusya'nın AB'ye üye olması durumunda Türkiye'nin AB parlamentosundaki konumunun ne olacağı sorgulamasında, Almanya-Türkiye karşılaştırmasında ortaya koymuş olduğu "var olan nüfusu geçecek süre (yıl) ile çarpma" şeklindeki çözümü sağlamayan aritmetiksel işlemlerini Rusya-

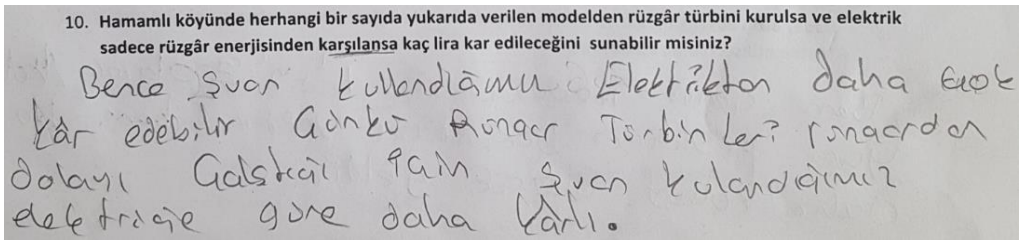
Türkiye karşılaştırmasında da devam ettirmiştir (Görsel 3.70). Gözden geçirme aracında Almanya-Türkiye karşılaştırmasında ileri sürdüğü "Almanya' nın nüfusu gittikçe azalacağına göre Türkiye onu geçer" yorumunu "Rusya her yıl 143 439 kişi azalacağına göre Türkiye zaten artıyor, 1 sene sonra geçebiliriz" şeklinde yansıtarak denkleme dayalı bu yorumun Rusya-Türkiye karşılaştırması için de geçerli olduğunu ifade etmiştir. Ancak çözüme ilişkin "1 sene sonra geçeriz" açıklamasında öne sürdüğü "1 sene" değerinin herhangi bir matematiksel işlem yoluyla elde edilmediği görülmektedir.



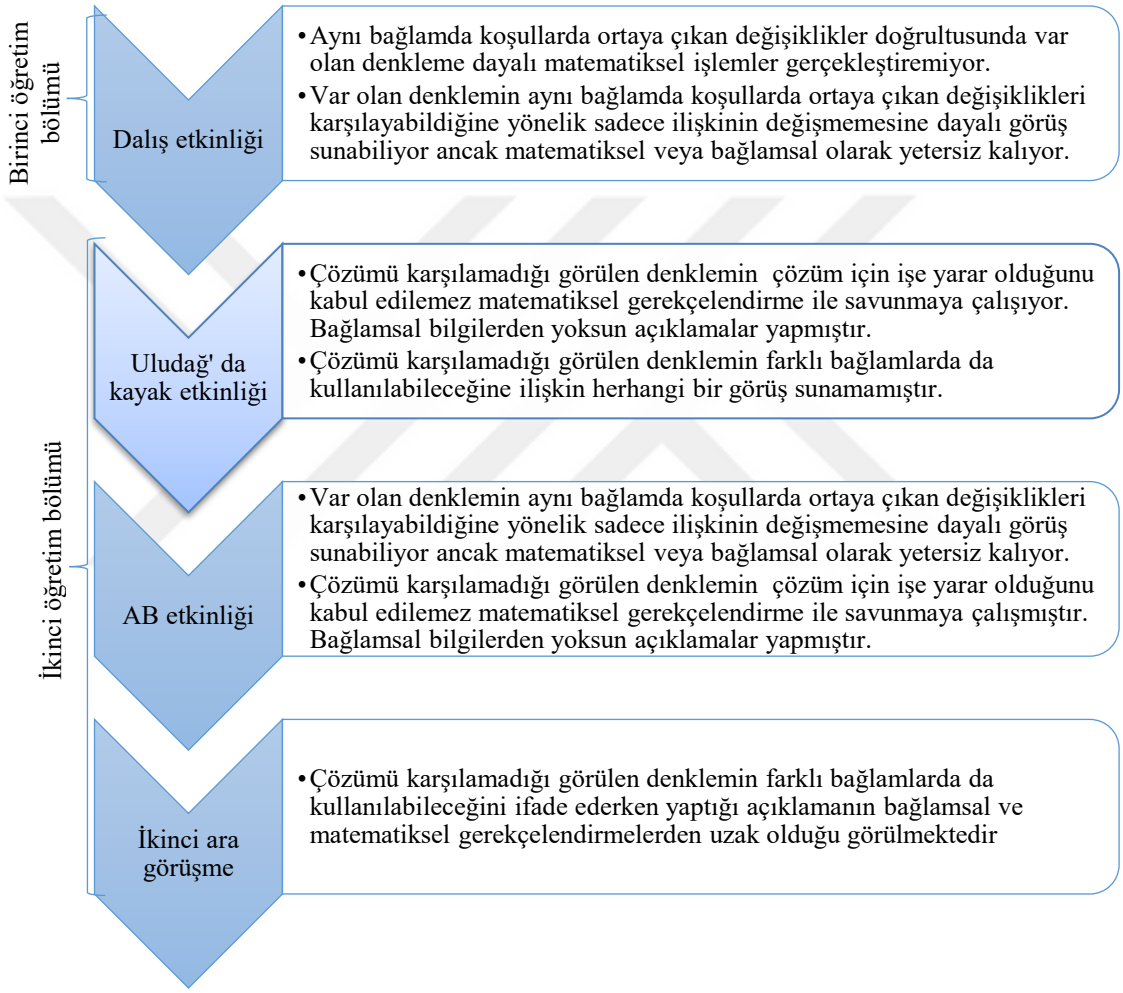
Görsel 3.70. *Zerra'nın AB etkinliğinde denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

Zerra'nın rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmenin çalışma kâğıdında kendi köyünde rüzgâr türbinleri kurulması durumunda kaç lira kar edileceği sorusunda kendisinin ortaya koyduğu denklemin çözüm için kullanılabilir olup olmadığına yönelik herhangi bir matematiksel adım atamadığı ve "bence ben şu an kullandığımız elektrikten daha çok kar edebilir. Çünkü rüzgâr türbinleri rüzgâr sayesinde çalıştığı için şu an kullandığımız elektriğe göre daha karlı" şeklinde sadece günlük yaşam deneyimlerine dayalı bir görüş belirtebildiği görülmüştür (Görsel 3.71). Görüşme sırasında da matematiksel dayanaklardan yoksun olan bu görüşünü tekrarlamıştır. Zerra'nın araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.30' de verilmiştir.

> Ö: Yani daha karlı olur demişsin. Neden nasıl böyle bir kanıya vardın?
>
> Zerra: Çünkü türbinler rüzgar ile daha çok enerji sarf ediyor (üretiyor diyecekti herhalde). Bu daha karlı oluyor. normal bizim kullandığımız elektrikle böyle bir şey olmadığı için rüzgar enerjisi ile türbinler daha karlı oluyor.
>
> Ö: Peki bunu matematiksel olarak ortaya koyabilir misin?
>
> Zerra: Bilmem☺



Görsel 3.71. *Zerra'nın ikinci ara görüşmede denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

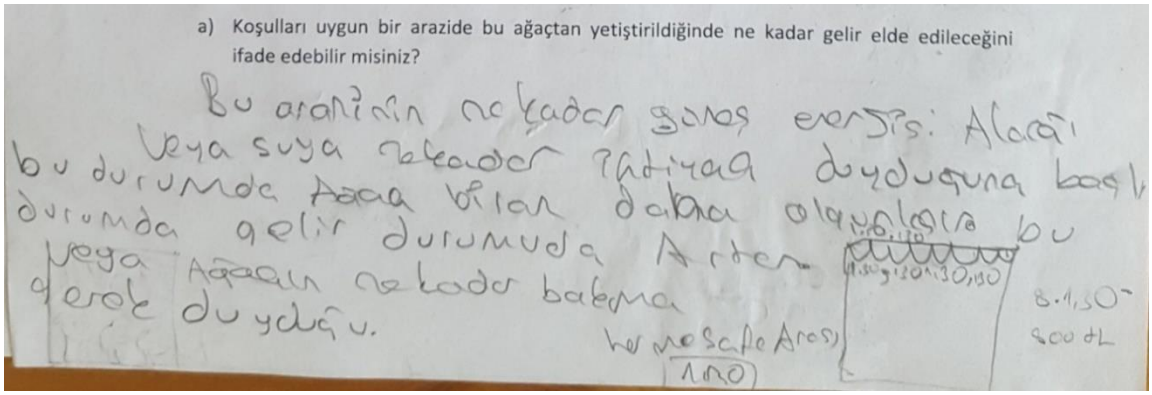


Şekil 3.30. *Zerra'nın söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

Çözüme ilişkin matematiksel modelin değişen koşulları karşılayacak şekilde modifiye edilmesi gerektiren ikinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde, Zerra'nın öğretim sürecindeki bireysel çalışma kâğıdına bakıldığında karesel bir bölge olan ortak yaşam alanının arazinin ortasında yer alma zorunluluğunun kaldırılması durumunda, karesel bölge olma koşulu dikdörtgen olma şeklinde değiştirildiğinde,

arazinin %25' inin ortak yaşam alanı olması zorunluluğu şeklinde ortaya çıkan yeni kısıtlamalar doğrultusunda $z=x^2-y^2$ denklemin çözümü sağlayabildiği veya revize edilmesi gerektiği yönünde bağlamsal yönlere yer veren herhangi bir açıklama sunamadığı görülürken denklemdeki değişkenlere sayısal değerler atayıp denklemi çözme gibi sadece matematiksel yönleri olan adımlar atabilmiştir (Görsel 3.55). Diğer taraftan araştırmacı günlüğünde bu işlemleri doğrudan tahtadan geçirdiği veya arkadaşlarından doğrudan yardım aldığı not edilmiştir. Karesel bölge olma koşulu dikdörtgen olma şeklinde değiştirildiğinde denklemin kullanılabilirliği üzerine gerçekleştirilen sınıf tartışmalarında "arazinin alanı ne olacak?" sorusuna "x/t olacak" şeklinde hem yanlış hem de sadece matematiksel olan bir yanıt vermiştir.

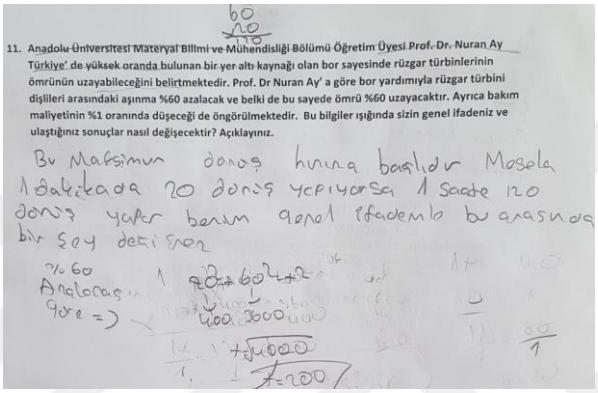
Arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçirme aracında sunulan araziye kavak veya ceviz yerine paulownia ağacının dikilmesi durumunda ortaya çıkan yeni koşullara ilişkin bilgilerden sadece ağacın metrekaresinin 800 TL olmasını dikkate alabildiği görülen Zerra' nın diğer bilgilere başvuramadığı ya da iki ağaç arasındaki aralığın 1,3 m olabileceği gibi yanlışlıklar yaptığı görülmektedir. Kavak veya ceviz dikilmesi durumunda elde edilecak karı bulmaya yönelik ortaya koyduğu, çözüme hizmet etmeyen 26.y-x=104 denklemini bu soruya yansıtamadığı veya koşulları karşılayacak şekilde düzenleyemediği görülürken daha çok günlük yaşamdan edindiği deneyimlerine dayalı birtakım bilgilerle "bu, arazinin ne kadar güneş enerjisi alacağı veya suya ne kadar ihtiyaç duyduğuna bağlı. Bu durumda gelir durumu da artar veya ağacın ne kadar bakıma gerek duyduğu" şeklinde görüş sunmuştur (Görsel 3.72).



Görsel 3.72. *Zerra'nın arazime ne diksem etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede bor ile çalışan bir rüzgar türbini yapılması doğrultusunda ömrünün %60 uzaması ve bakım masrafının %1 düşmesi

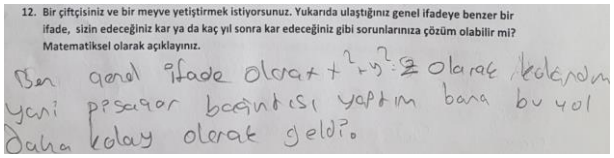
şeklinde değişiklikleri karşılayacak şekilde denklemde herhangi bir düzenleme yapamadığı ve denkleminin kullanılabilir olduğu yönünde görüş belirterek çözümü karşılamayan matematiksel işlemler gerçekleştirdiği görülmüştür (Görsel 3.73a). Farklı bir bağlam olan bir çiftçinin meyve yetiştirme durumunda elde edeceği karı hesaplamaya yönelik denklemin çözüm yolunda kullanılabilir olduğuna veya kullanılabilecek şekilde düzenlenmesi gereken yönlerine ilişkin "ben genel ifade olarak $x^2+y^2=z$ olarak kullandım. Yani Pisagor bağıntısı yaptım. Bana bu yol daha kolay geldi" şeklinde herhangi bir matematiksel veya bağlamsal dayanaktan uzak bir açıklama yapmıştır (Görsel 3.73b).


11. Anadolu Üniversitesi Materyal Bilimi ve Mühendisliği Bölümü Öğretim Üyesi Prof. Dr. Nuran Ay Türkiye' de yüksek oranda bulunan bir yer altı kaynağı olan bor sayesinde rüzgar türbinlerinin ömrünün uzayabileceğini belirtmektedir. Prof. Dr Nuran Ay' a göre bor yardımıyla rüzgar türbini dişlileri arasındaki aşınma %60 azalacak ve belki de bu sayede ömrü %60 uzayacaktır. Ayrıca bakım maliyetinin %1 oranında düşeceği de öngörülmektedir. Bu bilgiler ışığında sizin genel ifadeniz ve ulaştığınız sonuçlar nasıl değişecektir? Açıklayınız.

Bu Maksimum dönüş hızına bağlıdır Mesela 1 dakikada 20 dönüş yapıyorsa 1 saatte 120 dönüş yapar benim genel ifademle bu arasında bir şey değişmez

%60 Azalacağı göre =)

Görsel 3.73a. *Zerra'nın ikinci ara görüşmede denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

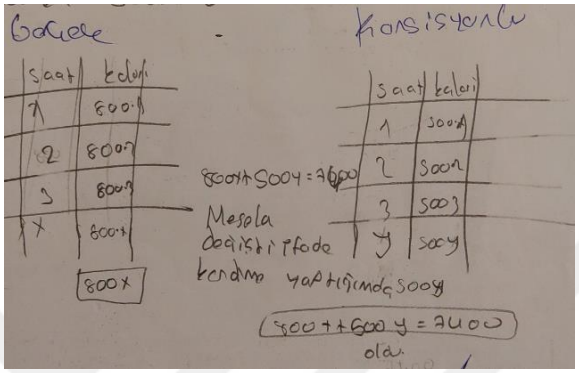

12. Bir çiftçisiniz ve bir meyve yetiştirmek istiyorsunuz. Yukarıda ulaştığınız genel ifadeye benzer bir ifade, sizin edeceğiniz kar ya da kaç yıl sonra kar edeceğiniz gibi sorunlarınıza çözüm olabilir mi? Matematiksel olarak açıklayınız.

Ben genel ifade olarak $x^2+y^2=z$ olarak kullandım yani pisagor bağıntısı yaptım bana bu yol daha kolay olarak geldi.

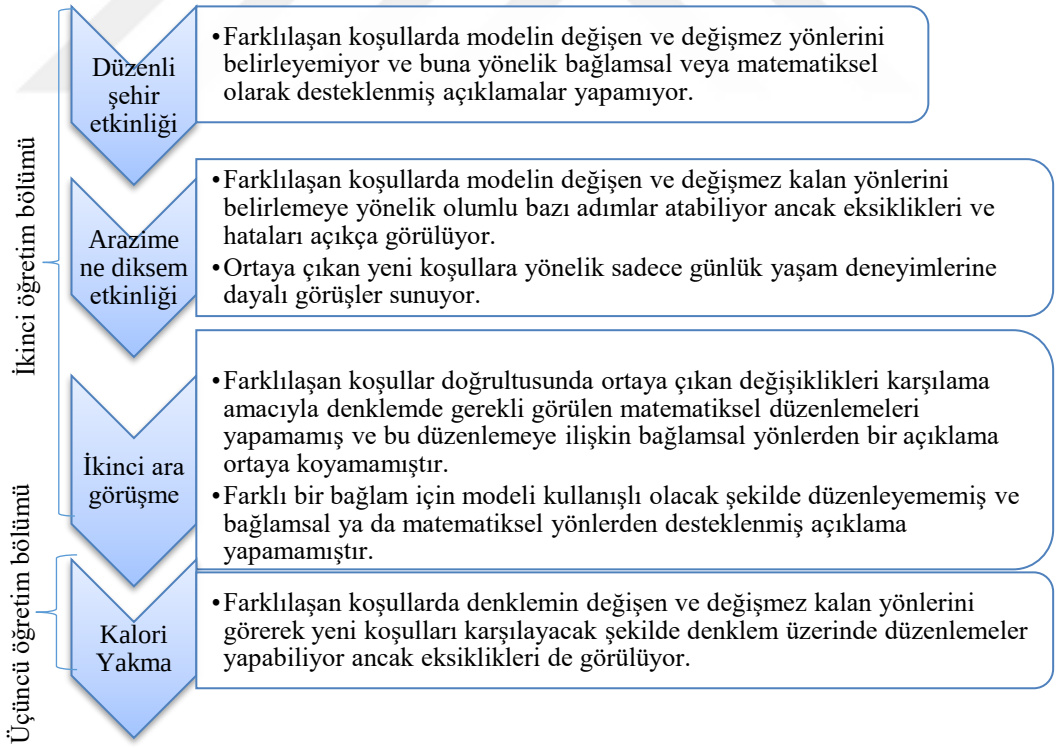
Görsel 3.73b. *Zerra'nın ikinci ara görüşmede denklemin revizyonuna veya kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

Üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde ise "ya sen olsaydın" genişletme sorusunda "bisikletimi süreceğim saati ve hızı yani kaç km gideceğime göre değişir veya kaç kalori yakacağıma göre değişir. Mesela ben kondisyon bisikleti ile 1 saatte 500 kalori, gerçek bisiklet ile 800 kalori yaksam..." şeklinde denklemde revizyon gerektirebilecek farklılaşmaları görebilmiştir. Ancak bu etkinlikte günlük yakabileceği kalori miktarı, akşam bisiklet sürememesi, hem gerçek hem kondisyon bisikletinin olması gibi bağlamsal kısıtlamaları fark edemeyen Zerra'nın doğal olarak matematiksel anlamda onları revize etmesi de mümkün olmamıştır. Ayrıca metin içerisinde kendisi için günlük kaç kalori alacağı ve yakacağı ya da hafta içi ve hafta sonu saat ya da bisiklet seçimi

kısıtlamalarına yönelik sayısal veriler ortaya koyamamıştır. Ancak kendisinin denklemde yer alan niceliklere hem de onların bağlamsal temellerine vurgu yaparak atadığı yeni sayısal değerler doğrultusunda denklemi düzenleyebilmiştir (Görsel 3.74). Zerra'nın o bağlamda ya da farklı bir bağlamda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusunda aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca Şekil 3.31'de sunulmuştur.



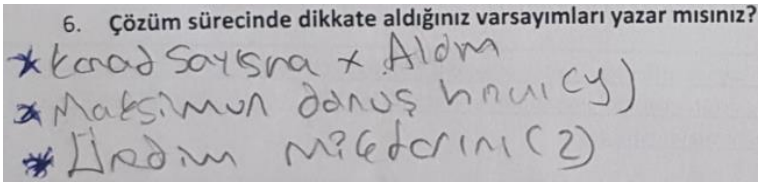
Görsel 3.74. *Zerra kalori yakma etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı*



Şekil 3.31. *Zerra'nın değişen koşullar doğrultusunda matematiksel modelini düzenleyebilme performansı*

Birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliğinde esasında matematiksel işlemler gerçekleştirerek kendisinin ulaşması beklenen sayısal değerler için varsayımlarda

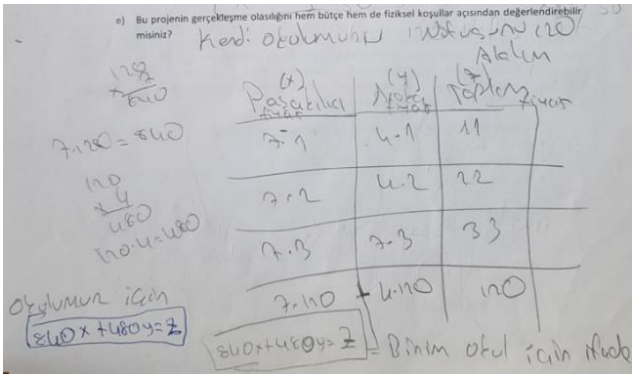
bulunduğu görülen Zerra'nın, ikinci öğretim etkinliğinde de benzer performans ortaya koyabildiği görülmüştür. Örneğin, arazime ne diksem etkinliğinin genişletme sorusu olan araziye paulownia dikilmesi bağlamında da "80=araziye dikeceği ağaç sayısı" diyerek aslında kendisinin bulması beklenen araziye dikilebilecek ağaç sayısı için herhangi bir matematiksel dayanağı olmayan 80 sayısını kabul etmiştir. Ayrıca "40= ağacın başlaması için toprağın altındaki mesafesi" şeklinde çözüme doğrudan etki eden bir değişken olmayan ağacın kökünün uzunluğu için de bir sayısal değer ataması dikkat çekmiştir. Oysaki arazime ne diksem etkinliğinin öğretim sürecinde buna benzer doğrudan etki etmeyen değişkenlerin görmezden gelinmesi yönünde tartışma yapılmış ancak Zerra'nın pasif kaldığı ve birçok zaman tartışmaya odaklanmakta zorlandığı görülmüştür. Uludağ' da kayak etkinliğinde de benzer şekilde doğrudan etki eden bir değişken olmayan taban için "300 m aldım" açıklaması dikkat çekmiştir. Bu katılımcı sadece Mars ve kalori yakma etkinliklerinde dolaylı yoldan etki eden değişkenleri görmezden gelebilme yönünde olumlu adım atabilmiştir. Mars etkinliğinde "bir insanın aldığı oksijeni hep 105 ml aldık" şeklinde, her soluk alışverişte veya insandan insana değişebilecek bir değişken olan insanın aldığı oksijen miktarı için ortalama bir değer olarak herkeste aynı kabul edildiğini ifade edebilmiştir. Kalori yakma etkinliğinde ise "yakacağım kalori benim hızıma göre değişir aslında" diyerek göz ardı edilmiş bir değişkenin farkında olduğunu göstermiştir. Ayrıca bu katılımcının birinci ve ikinci öğretim bölümlerinde varsayımlar sorulduğunda değişkenlere harf atamayı işaret etmiştir (Görsel 3.75).



Görsel 3.75. *Zerra'nın rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede sunduğu varsayımlar*

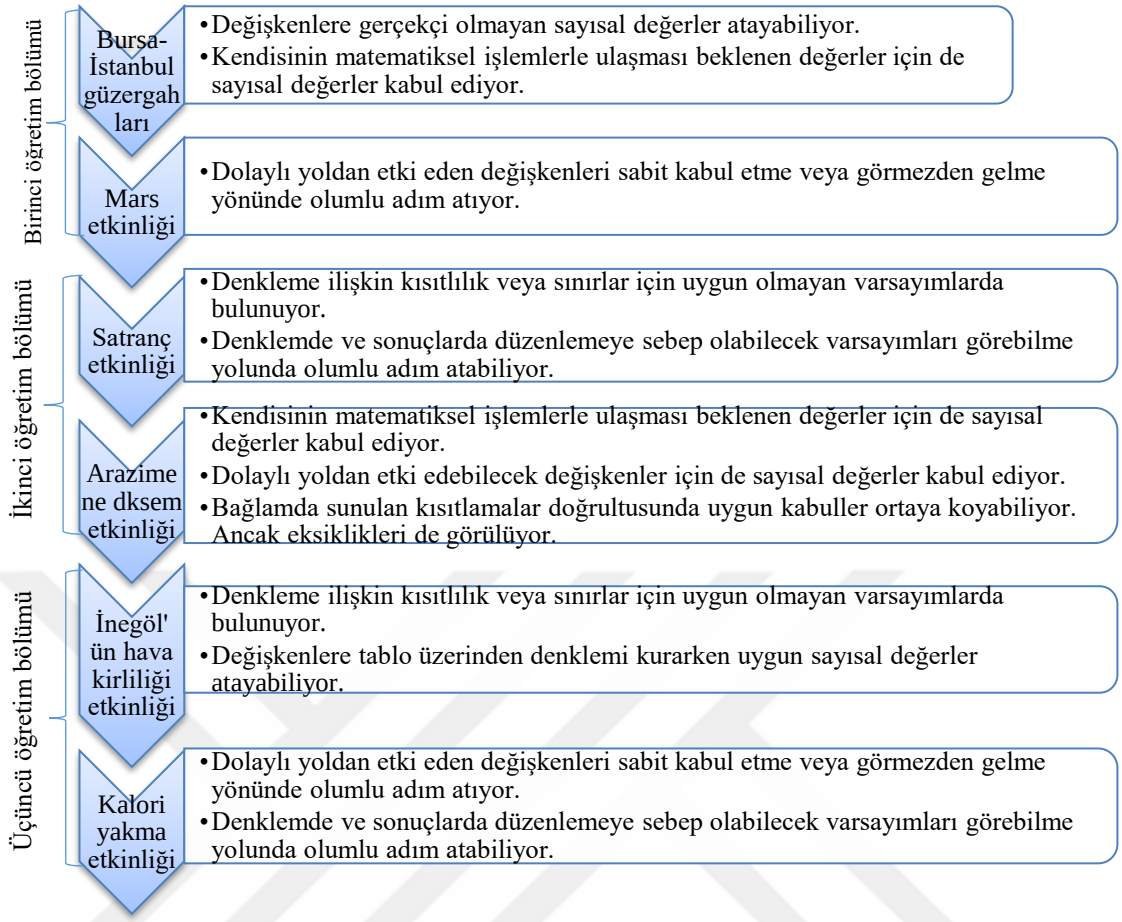
Araştırma boyunca farklı öğretim bölümlerinde yer alan dört etkinlikte ve arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede değişkenlere gerçekçi ve uygun sayısal değerler atayabildiği görülen Zerra'nın, dahası bu performansını daha çok çözüme ulaşma yolunda denkleme dayalı matematiksel işlemler gerçekleştirirken değil denklemi kurma sırasında başvurduğu tablo üzerinde yapıyor olması dikkat çekmiştir. Örneğin İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olan okula oksijen sağlamak için areka palmiyesi ve paşa kılıcı satın alınması bağlamında "okul nüfusunu 120 alalım" diyerek tablo

üzerinden areka palmiyesi ve paşa kılıcı fiyatları için, her ne kadar ikisinin de aynı fiyatta olması gerektiği şeklinde kısıtlamaya neden olan yanlış bir kabulde bulunduğu görülse de, kabul edilebilir sayısal değerler atayabildiği görülmüştür (Görsel 3.76).



Görsel 3.76. *Zerra'nın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi kurma performansı*

Satranç etkinliğinde "varsayalım ki kazandığı toplam puan 15 olsun" şeklinde değişkenlerin alabileceği değerleri kısıtlayan ve bir değişkeni sabit terim yapan bir varsayımda bulunduğu görülen Zerra'nın bu varsayımının, satranç oyuncularının en az 20 puan alması durumunda başarılı olacağı bağlamsal bilgisi göz önünde bulundurulursa uygun olmadığı görülmektedir. İnegöl' ün hava kirliliği etkinliği yansıtma sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında da fiyatlar için sayısal değerler atarken ikisine de hep aynı değeri atayarak ikisinin de fiyatının eşit olması gerektiği şeklinde yanlış bir kısıtlama kabul etmiştir. Arazime ne diksem etkinliğinde ise "4x4 olarak aldım. Cevizi 10 kg aldım" diyerek hem iki ağaç arası mesafenin 4 m olacağını hem de ceviz ağacının sürekli 10 kg ceviz vereceğini kabul ettiğini ifade ederek aslında bağlamsal olarak sunulan kısıtlamalar için uygun sayısal değerler kabul edebilmiştir. Öte yandan kalori yakma etkinliğinde kendisinin kondisyon veya gerçek bisiklet ile yakacağı kalorinin farklılaşacağını ve bu doğrultuda da denklemin revizyona uğrayacağını gösterebilmiştir (Görsel 3.74). Satranç etkinliğinde ise "20 puan olarak aldığımızda böyle olur ama 15 puan üzerinden alırsak farklı olur" şeklinde varsayımlarda farklılaşmaların denklemde düzenlemeye sebep olabileceğini vurgulamıştır. Zerra'nın araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.32' de verilmiştir.



Şekil 3.32. *Zerra'nın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.4. Ferman'ın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

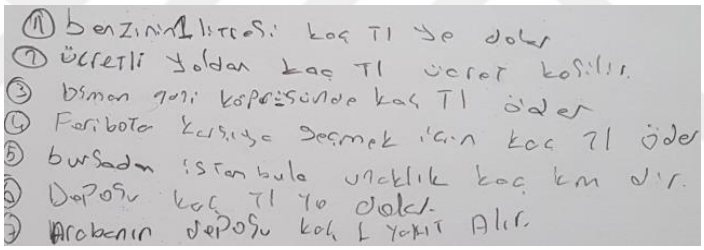
Ferman, öğretim öncesi uygulanan ön test ile ortaya çıkan ayrışmalar sonucu oluşan gruplardan ikincisinden gelen bir katılımcıdır. Birinci öğretim bölümün ilk etkinliğinde bile bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi ulaşılması beklenen esas amaca vurgu yaparak "bu sorudaki problem elektrikli ve benzinli motosikletten hangisinin daha ekonomik olduğudur" şeklinde belirleyebilen bu katılımcı, araştırma boyunca problemi ortaya koyarken daima ulaşılması beklenen esas amaca vurgu yapabilmiştir. Öte yandan metinde verilenler arasından çözüm bulması amaçlanan problemi ortaya koyarken, çözüme ulaşma yolunda göz önünde bulundurulacak matematiksel yönlere de yer verme yönünde birinci öğretim bölümünde Mars ve ikinci öğretim bölümünde ise Uludağ'da kayak etkinliklerinde olumlu adım atabilmiştir. Mars etkinliğinde ise çözülmesi amaçlanan problemi ortaya koyarken "NASA'nın insan gönderme projesinde oraya gidenlerin daha uzun süre yaşamaları için oksijene gerek

duyuluyor ve bunu da ağaçtan karşılayacaklar. Bu yüzden Mars'a kaç adet ağaç götürecektir?" şeklinde ortaya koyarak çözümde başvurulacak matematiksel yönler olan oksijen sağlama ve ağaç sayısına doğrudan, insan sayısına ise dolaylı yoldan problem cümlesinde yer verebilmiştir. Uludağ'da kayak etkinliğinde ise"Ömer'in kayış sürecinde her saniyede bulunduğu yüksekliğin nasıl değiştiğini bulmak" şeklinde bireysel olarak ortaya koyduğu problem cümlesine aynı zamanda çözüm sürecinde doğrudan yer alacak "geçen süre ve bulunulan yükseklik" değişkenlerini entegre edebildiği görülmüştür. Öte yandan problemi hem arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede "aşılama yoluyla ülkedeki arı sütü miktarının arttırılması, ne kadar arttırılması gerektiği ve arı sütü fiyatının kaç lira olacağı" şeklinde, hem de rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede "rüzgar türbinin kaç yıl sonra kendi masrafını karşılayıp kar etmeye başlayacağını bulmak" şeklinde sunabilmiştir. Üçüncü öğretim bölümünde yer kalori yakma etkinliğinde de çözülmesi amaçlanan problemi "Murat'ın haftada 1 kg' ı nasıl verebileceğini bulmak" şeklinde belirlediği görülen Ferman'ın devamında kondisyon ve gerçek bisiklet sürme, toplamda 7400 kalori yakma gibi bilgileri göz önünde bulundurarak çözüm yolunda ilerleyebilmiştir. Ferman'ın araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.33' de sunulmuştur.

Şekil 3.33. *Ferman'ın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

Birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinde bağlam metinde verilen bilgilerin problem çözümü için yeterli olmadığını fark edemediği görülen Ferman'ın, grup arkadaşı Orhan sayesinde bu yönde bir farkındalığının oluştuğu görülmüştür. Metinde sunulan ve sunulmayıp da çözüm yolunda gerek duyulabilecek bilgileri belirleme yönünde öğretim sürecinde pasif bir performans sergileyen Ferman, ancak grup ve sınıf tartışmalarıyla birlikte bu yöndeki bilgileri not edebilmiştir. Öte yandan gözden geçirme aracında metinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri "motosikletin 100 km' de kaç L benzin harcayacağı, motosikletin bir deposu kaç liraya dolacağı, motosikletin satış fiyatı, tam dolu bir depo ile kaç km gidebileceği" şeklinde, metinde sunulanlar içerisinden gerekli olanları ise "akünün kaç km'de değişeceği" şeklinde ortaya koyabildiği görülmüştür. Metinde sunulan elektrikli bisikletin veya benzinli motosiklet fiyat aralıkları yönünde bilgileri gerekli olarak sunmamış ve çözümünde de kullanmamış olması onun eksikliği olarak öne çıkmıştır. Metin içerisinde verilip de gereksiz olan bilgiler için "1

km'de kaç L yaktığı" şeklinde hem metinde sunulmamış hem de çözümde kullanılabilme potansiyeli olan bir bilgiyi sunarak hata yapmıştır. İkinci etkinlikte ise metin içinde sunulan tüm güzergahları "birinci alternarif Bursa'dan Yalova'ya, Yalova'dan Gebze'ye ve oradan da İstanbul'a şeklindedir. İkinci alternatif Bursa'dan Gemlik ücretli yol otobanına, daha sonra Osmangazi köprüsünü geçip Gebze'ye çıkacaktır. Oradan da İstanbul'a varacaktır. Üçüncü alternatif ise Bursa'dan Yalova'ya kadar seyahat edip Yalova'dan Gebze'ye ücretli feribotla Gebze'ye çıkıp oradan da İstanbul'a gidecektir" şeklinde doğru göstermiş ve ardından metin içerisinde sunulmayıp da çözüm yolunda gerekli olabilecek bilgileri "benzinin bir litresi kaç TL'ye dolar?, ücretli yoldan kaç Tl ücret kesilir?, Osmangazi köprüsünde kaç TL öder?, feribotla karşıya geçmek için kaç TL öder?, Bursa'dan İstanbul'a uzaklık kaç km'dir?,deposu kaç TL'ye dolar?, arabanın deposu kaç L yakıt alır?" şeklinde ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.77). Bu bilgilerden her ne kadar son iki madde dolaylı yoldan kullanılabilecek bilgiler olsa da problem çözümüne hizmet etme potansiyeli olmasından ötürü kabul edilebilirdir.



Görsel 3.77. *Ferman'ın Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde gerekli bilgileri ortaya koyma performansı*

Dalış etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda gerek duyulabilecek bilgileri gözden geçirme aracında "akciğerlerinin hacmi ve 1 atm, akciğeri ne kadar küçültür" şeklinde ortaya koyarken gerek duyulmayacak olanlara ise "09.15' te dalış yapması, hakemler, kaymakamın izlemesi, 2 dk 44 sn'de dalışı tamamlaması" şeklinde örnek verebilmiştir. Ayrıca öğretim sürecinde Ferman'ın, grup arkadaşı olan başka bir odak katılımcı Orhan ile birlikte bağlam metinde gömülü olarak sunulan "deniz seviyesinde insan üzerindeki hacmin 1 atm olacağı" şeklinde kritik bir bilgiyi ilk fark edenlerden olması da onun dikkat çekici olumlu eylemlerindendir. Araştırma boyunca Ferman, metin içerisinde gömülü olarak sunulan ve çözüme ulaşma sürecinde gerekli olan bilgileri fark edebilmede sadece bu etkinlikte varlık gösterebilmiştir. İlk ara görüşmede de problemin çözümü sürecinde başvurulabilecek gerekli bilgiler için "belirli bir fiyat aralığı (arı sütünün kg fiyatı demek

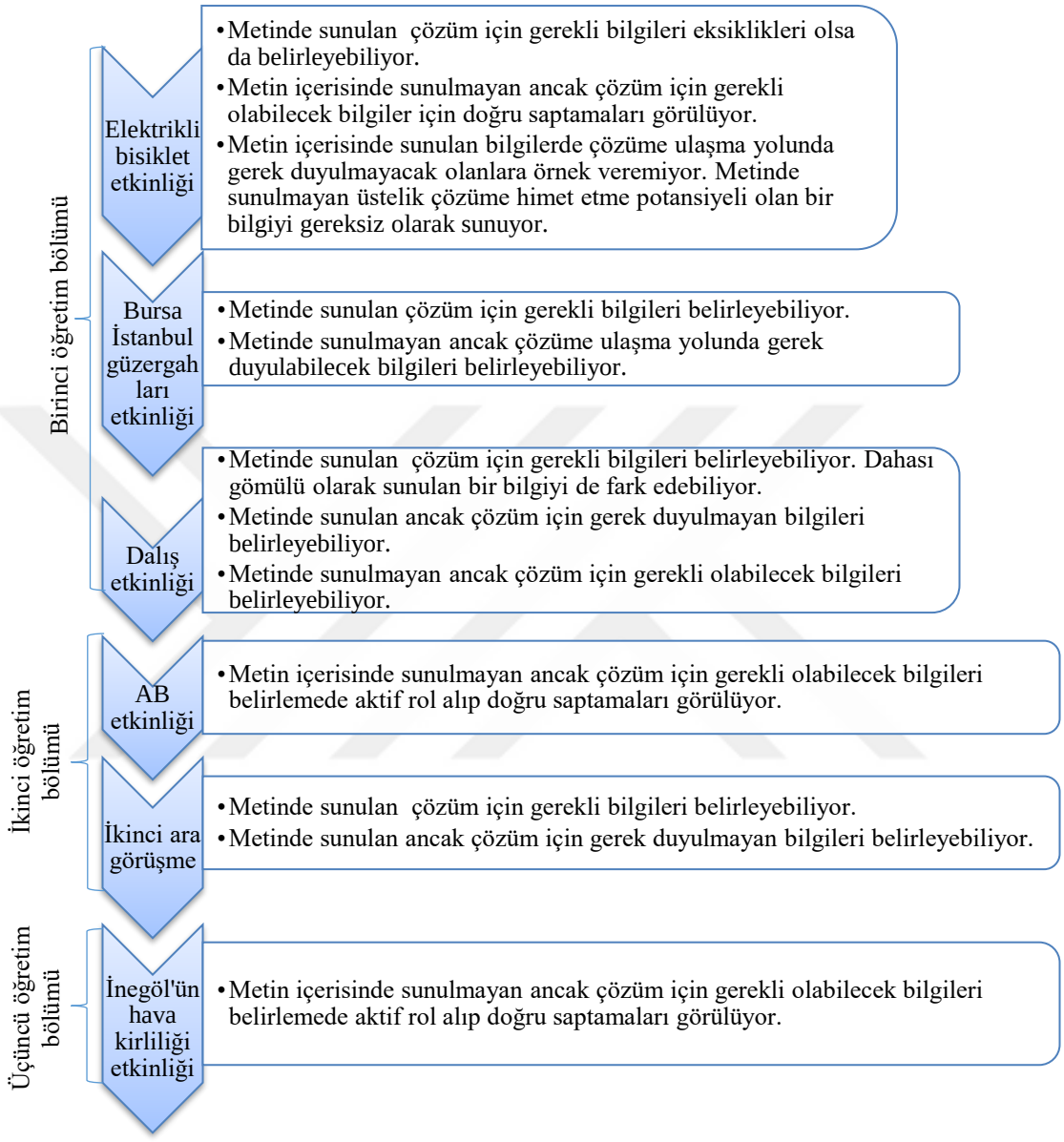
istiyor), yılda Türkiye'de kaç kg üretildiği", gereksiz bilgiler için "ne kadar ömrünün olduğu ne kadar yumurtladığı" maddelerini yazarak eksikliği olsa da olumlu adım atabilmiştir. Ayrıca her ne kadar çözüme ulaşmada gerekli bilgiler içinde yer vermese de "kovan sayısı, bir kovandan üretilen arı sütü" gibi bilgileri çözüm sürecinde kullanabilmiştir.

İkinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde yer alan etkinliklerde Ferman'ın metin içerisinde yer alan gerekli bilgileri belirleyip çözüm yolunda kullanma yolunda ilerleyebildiği görülürken gereksiz olabilecek bilgilere de örnekler verebilmiştir. Örneğin, rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgiler için çözüm kâğıdında "rüzgâr türbini için verilenler gereklidir" demiş olsa da, görüşme sırasında kendisine sorulduğunda problem çözümüne hizmet etme potansiyeline sahip tüm bilgiler içerisinden gerekli gördüklerini süreç içerisinde ayrıştırabildiğini göstermiştir. Ayrıca çözüme ulaşma sürecinde gerek duyulmayan bilgilere de örnekler sunabilmiştir.

> Ö: Gerekli bilgiler bunlar demişsin. Kullandın mı bunları peki?
> Ferman: Hepsini kullanmadım. Mesela modelini kullanmadım. İnşaat masrafı, ömrü, üretimde elde edilen gelir, bakım masrafı, üretim miktarı. Onları kullandım ben.
> Ö: Peki gereksiz olanlar için ne dedin?
> Ferman: Hangi şehirde yapılmak istendiği, şehrin adı...

Birinci öğretim bölümünden sonra çözüm yolunda gerekli olup da metin içerisinde sunulmayan bilgileri belirlemekte öğretim süreçlerindeki sınıf tartışmalarında sadece ikinci öğretim bölümünde AB ve üçüncü öğretim bölümünde ise İnegöl' ün hava kirliliği etkinliklerinde aktif olarak katkı sağlayabilmiştir. AB etkinliğinde "ama Almanya'nın nüfusu lazım bize" ve İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde "günde ne kadar toz emdiği önemli" ve "ama hangi ağaçtan dikilecek bir de" şeklinde metinde sunulmayıp da gerekli olan bilgileri belirleyip talep edebilmiştir. Diğer etkinliklerde ise araştırmacı günlüklerinde çözüm yolunda gerekli bilgilerin belirlenmesinde grup içi tartışmalarda aktif bir şekilde yer aldığı "dikkatli dinliyor ve anlamadığı bir şey olduğunda özellikle Orhan'a sorabiliyor. Grubun sözcülüğünü yapmaktan kaçınmıyor" şeklinde not edilmiştir. Diğer taraftan çözüm sürecinde o bilgileri kullanabildiği ve gözden geçirme araçlarında da o bilgileri ortaya koyabildiğini gösterebildiği görülmüştür. Ferman'ın araştırma boyunca, metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek

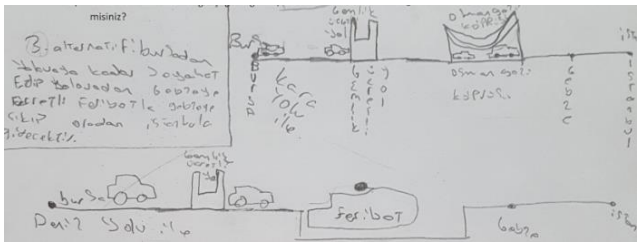
olanları veya metin içerisinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca şekil 3.34'de verilmiştir.



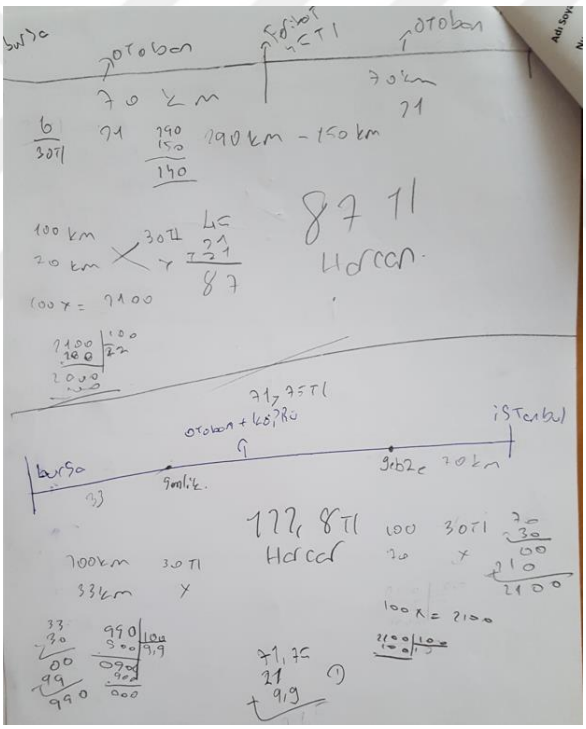
Şekil 3.34. *Ferman'ın çözüme ulaşma sürecinde gerekli bilgileri belirleyebilme performansı*

Ferman'ın birinci öğretim bölümünde resim, diyagram, çizim gibi bir görsele başvurmanın beklendiği Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde metinde sunulan güzergahlarla uyumlu diyagramlar oluşturabildiği görülmüştür (Görsel 3.78a). Grup ve sınıf tartışmalarıyla birlikte feribotlu ve köprülü alternatifler için bağlamsal yönlerin azaldığı matematiksel yönlerin ön plana çıktığı diyagramlar sunabilmiş ve dahası çözüm

sürecinde başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerleri bu diyagrama entegre edebilmiştir (Görsel 3.78b). Ancak sürekli karayolu ile gidilen güzergahı yönelik herhangi bir diyagram ortaya koymaması ve çözüm sürecinde ona yönelik herhangi bir girişimde bulunmaması dikkat çekici eksikliği olmuştur.



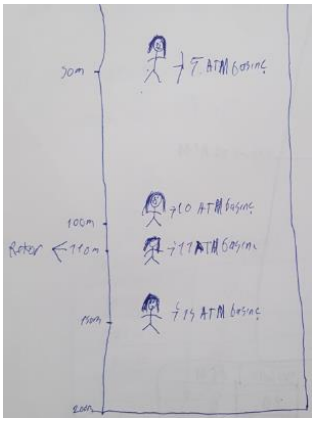
Görsel 3.78a. *Ferman'ın Bursa-İstanbul güzergâhlarının gözden geçirme aracında oluşturduğu diyagramlar*



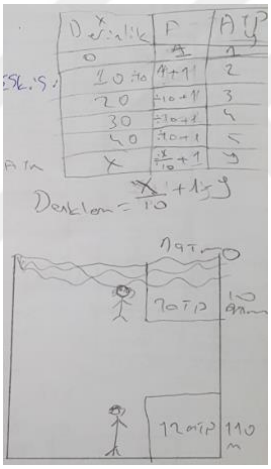
Görsel 3.78b. *Ferman'ın Bursa-İstanbul güzergâhlarının öğretim sürecinde oluşturduğu diyagramlar*

Dalış etkinliğinde ise öncelikle grup olarak ortaya koymuş oldukları görselde deniz seviyesinde insan üzerindeki basıncın 1 atm olduğu kritik bilgisini göremedikleri ve dolayısıyla derinlik basınç arasındaki ilişkiyi ancak bu doğrultuda sunabildikleri görülmektedir (Görsel 3.79a). Ferman bu kritik bilgiyi fark ettikten sonra, bu sefer bireysel çalışma kâğıdında sayısal değerleri bu yönde düzenleyip çizim üzerine entegre

ederek tablo temsili üzerinden derinlik basınç arasındaki ilişkiye yönelik denklemi oluşturabilmiştir (Görsel 3.79b).

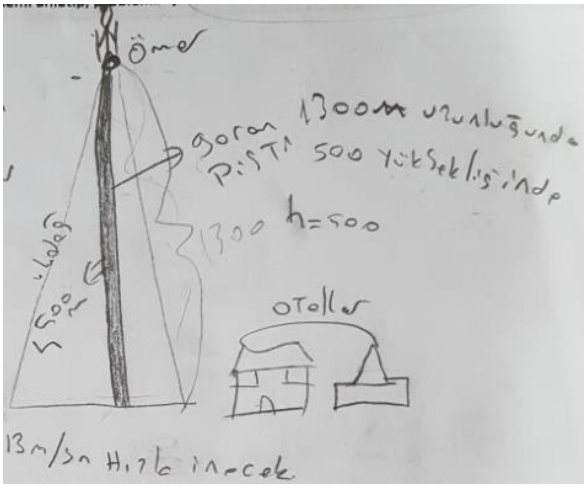


Görsel 3.79a. *Ferman'ın grubunun dalış etkinliğinde ortaya koyduğu ilk görsel*



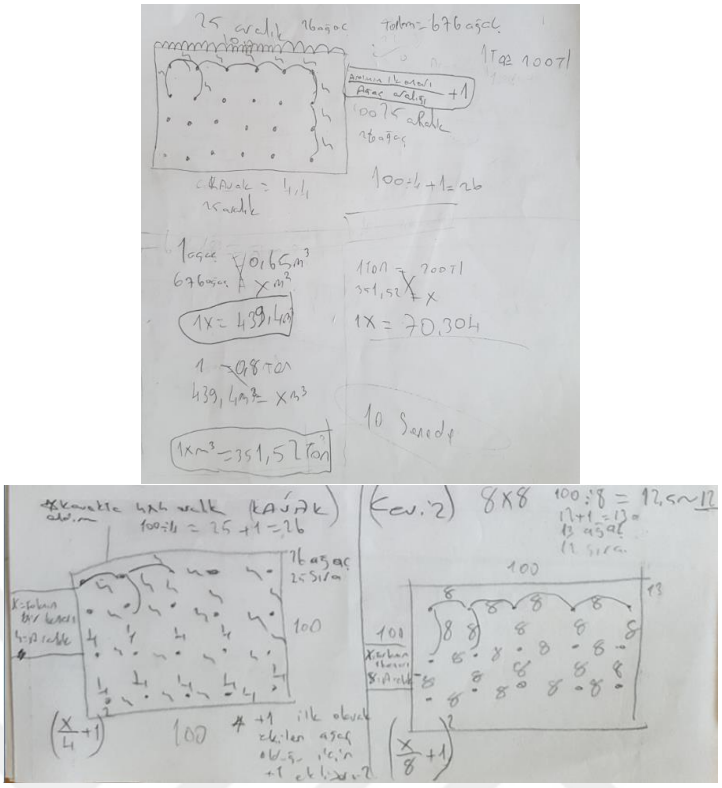
Görsel 3.79b. *Ferman'ın dalış etkinliğinde bireysel çalışma kâğıdında ortaya koyduğu görsel*

İkinci öğretim bölümünde bağlamının doğası gereği görsellere başvurmanın gerekebileceği Uludağ'da kayak etkinliğinde dik üçgensel bir görsel oluşturabildiği ve ona daha çok bağlam metninde sunulan ve çözüme ulaşma yolunda gerekli olabilecek bilgileri ve sayısal değerleri entegre edebildiği görülmüştür (Görsel 3.80). Çözüme ilişkin denklemin kurulması sırasında ise bu görselden yardım aldığına dair bir veri sunamamış ve Orhan'ın bir saniyede 5 m yüksekliğin azalacağı bilgisi doğrultusunda ilişkiyi yapılandırmıştır.



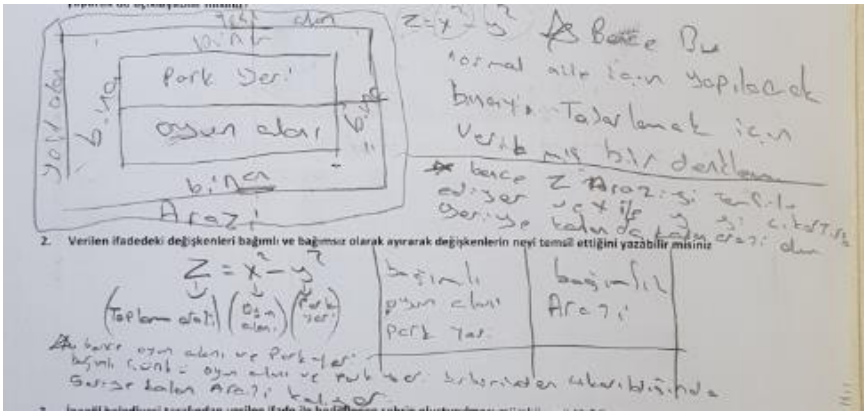
Görsel 3.80. *Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*

Arazime ne diksem etkinliğinde tarlayı karesel bir görsel ile sunabildiği, ardından bu görsel üzerinde iki ağaç arasındaki mesafeden yola çıkarak ağaç sayısına ulaşabilme yönünde attığı adımlarla uyumlu olarak ağaç dikilen yerleri temsil eden noktaları belirleyebildiği ve noktalar arası yaylar çizebildiği hem gözden geçirme aracında hem de öğretim sürecindeki bireysel çalışma kâğıdında açıkça görülmektedir (Görsel 3.81). Öğretim sürecinde sınıf tartışmalarında ağaç dikimi için uygun aralık olarak kavak ve ceviz için sırasıyla 4x4 ve 8x8 aralıklarının kabul edilmesinin ardından "hadi çizelim o zaman" çıkışı dikkat çeken Ferman, çözüm sürecinde başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerleri (ör. iki ağaç arası 4 m veya 8m, 25 sıra ve 26 ağaç, arazinin bir kenar uzunluğu olan 100m) görsele entegre edebilmiştir. Ayrıca ağaç sayısını sunan cebirsel ifadesinde yer alan ve görsele entegre edebildiği görülen x için "arazinin bir kenarı", 4 ve 8 nicelikleri için "aralık" açıklamaları, görsel ile uyumludur.



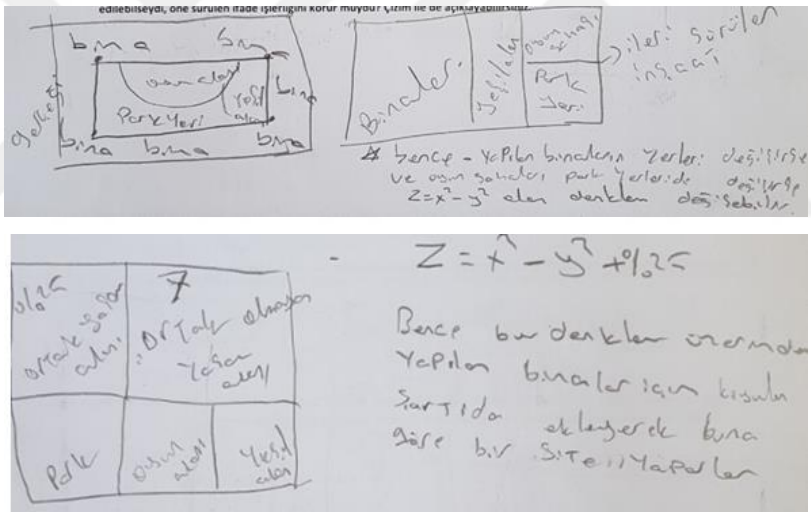
Görsel 3.81. *Ferman'ın arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller*

Düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında kendisine sunulan cebirsel ifadede yer alan değişkenlerin bağlamsal olarak ne ifade ettiğini açıklamakta sıkıntı yaşadığı görülen Ferman, sunulan resimlerden hangi şehrin daha düzenli olduğuna karar vererek onu günlük yaşam yönlerinden arındırarak, matematiksel bir formda görselleştirebilmiştir. Ayrıca yanlış da olsa değişkenlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini (bina, oyun alanı, park yeri, arazi) bu görsel üzerinde entegre etmiş olması dikkat çekmiştir (Görsel 3.82).



Görsel 3.82. *Ferman'ın düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görsel*

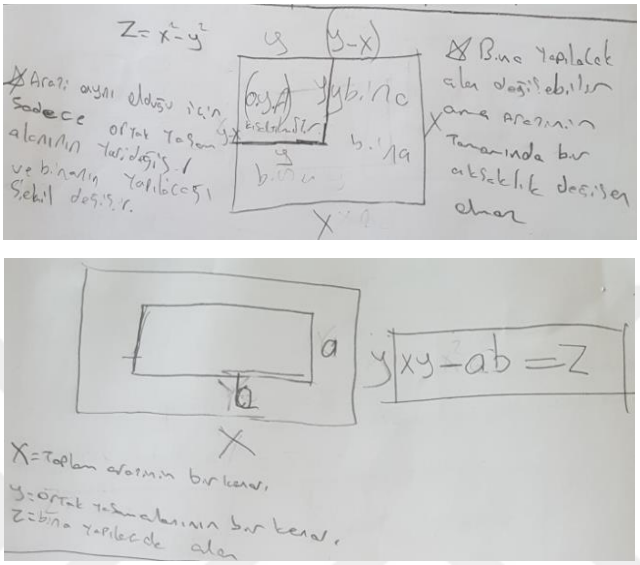
Sırasıyla ortak yaşam alanının ortada olma şartının kaldırılması, arazinin dikdörtgen olması durumunda ve arazinin %25'ine ortak yaşam alanı yapılmasının zorunlu tutulması şeklinde farklılaşan koşulları karşılamak amacıyla görsel üzerinde değişiklikler yaparak olumlu adım atabilen Ferman'ın denkleme yönelik adımlarında ise yetersizliği açıkça görülmüştür (Görsel 3.83). Ortak yaşam alanının tam ortada olma şartının kaldırılması ve arazinin dikdörtgen olması durumunda denklemin ne olacağına ilişkin "bence yapılan binaların yerleri değişir ve oyun alanları park yerleri de değişirse $z=x^2-y^2$ olan denklem değişebilir" şeklinde matematiksel dayanaklardan yoksun bir açıklama yapmıştır. Arazinin %25'inin ortak yaşam alanı olma zorunluluğu geldiğinde ise matematiksel olarak $z=x^2-y^2+\%25$ şeklinde hatalı bir düzenleme yapmış ve ona yönelik "bence bu denklem üzerinden yapılan binalar için koyulan yeni şartı da ekleyerek buna göre bir site yaparlar" şeklinde matematiksel dayanak sunmaksızın bir görüş bildirmiştir.



Görsel 3.83. *Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinin gözden geçirme aracında ortaya koyduğu görseller*

Öğretim sürecinde ise grup içi tartışmalar sonrasında modelde yer alan değişkenlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini "z bina yapılacak alan, x arazinin bir kenarı, y ortak yaşam alanının bir kenarı" diyerek doğru belirleyebildiği görülmüştür. Ortak yaşam alanının arazinin ortasında yer almaması ve karesel olan arsanın dikdörtgensel bölge olması durumlarında görsel üzerinde ortaya çıkan yeni durumu karşılayacak revizyonları bireysel olarak yapabildiği görülmüştür (Görsel 3.84). Ancak cebirsel olarak gerçekleştirilen düzenlemeleri her ne kadar ortaya koyduğu görülse de bu sırada grup arkadaşı Orhan'dan neredeyse her attığı adımda doğrudan yardım alması

dikkat çekmiştir. Ayrıca matematiksel gerekçelendirmelerden yoksun bir şekilde "arazi aynı olduğu için sadece ortak yaşam alanının yeri ve binanın yapılacağı şekil değişir" ve "bina yapılacak alan değişebilir ama arazinin tamamında bir aksaklık değişen olmaz" şeklinde açıklamalar sunmuştur. Ferman'ın araştırma boyunca resim, diyagram, çizim gibi görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.35' te kısaca sunulmuştur.

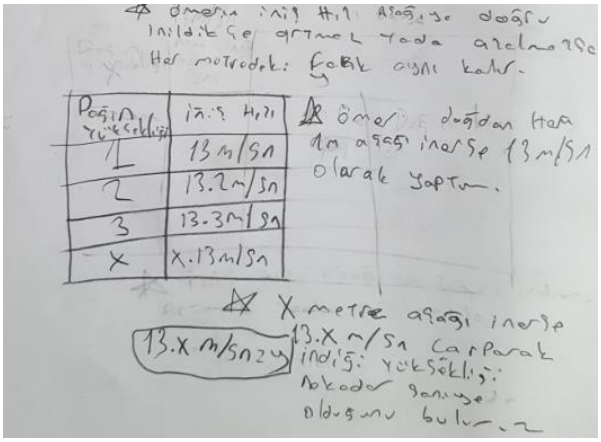


Görsel 3.84. *Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görseller*

Şekil 3.35. *Ferman'ın görsellerden faydalanma performansı*

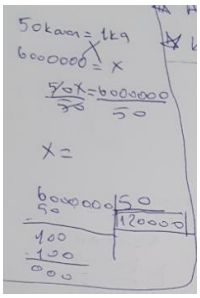
Ferman, Uludağ'da kayak etkinliği dışındaki tüm etkinlik ve ara görüşmelerde bazen çözülmesi hedeflenen problemde ulaşılması beklenen esas amaca ilişkin bazen ise o esas amaca ulaşma yolunda gerekli olan alt amaçlara ilişkin denklem gibi bir cebirsel ifade için veya aritmetiksel yollarla ortaya konacak bir işlem dizisi için gerekli olan değişkenleri, nicelikleri belirleyip onların arasındaki ilişkileri kurma yolunda olumlu adımlar atabilmiştir. Uludağ'da kayak etkinliğinde kayış sırasında geçen süreye bağlı olarak kalan yüksekliğin ya da indiği yüksekliği bulma amacı doğrultusunda dolaylı yoldan etki edebilecek iniş hızını doğrudan etki eden bir değişken olarak aldığı görülen bu katılımcı x dağ yüksekliği ve y iniş hızı olmak üzere x.13=y şeklinde çözümü sağlamadığı görülen bir denklem kurmuştur (Görsel 3.85). Denklemin çözümü nasıl sağladığına ilişkin "kayarken dağın yüksekliği arttığında her 1 m' yi 13 m/sn ile çarparsak toplam kadar saniyede indiğini buluruz" şeklindeki bağlamsal yönlere yer verdiği ancak

matematiksel olarak hatalar içeren açıklamasında aslında doğrudan etki eden geçen süre değişkene de yer vermesi dikkat çekmiştir.

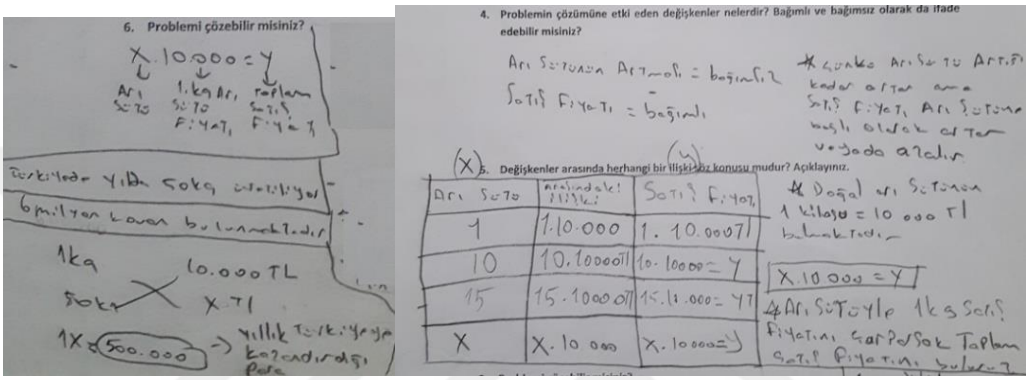


Görsel 3.85. *Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde çözüme ilişkin denklem kurma performansı*

Birinci öğretim bölümündeki ilk ara görüşmede esas amacına ilişkin arı sütünün kg fiyatının düşürülmesi için üretimin arttırılması gerektiğini ifade edebilen Ferman bu esas amaca ulaşma yolunda gerekli olabilecek veya kullanılabilecek, doğru değişken ve nicelikler arasında doğru ilişkiler kurabilmiştir. Örneğin önce ülkede doğal yollardan 50 kovandan 1 kg arı sütü elde edileceğinden yola çıkarak 6000000 kovandan 120000 kg arı sütü elde edileceğini doğru orantılı ilişki kurarak bulabilmiştir (Görsel 3.86a). Ardından bir kg arı sütü fiyatı 10000 TL iken ülkedeki var olan toplam 50 kg arı sütü fiyatının 500000 TL olacağı ilişkisini kurup, bu ilişkiyi "x arı sütü miktarı, 10000 bir kg arı sütü fiyatı ve y toplam satış fiyatı olmak üzere x.10000=y" şeklinde cebirselleştirebilmiştir (Görsel 3.86b). Dahası "arı sütüyle bir kg arı sütünün fiyatını çarparsak toplam satış fiyatını buluruz" şeklinde bu denklemdeki değişkenlerin ve ilişkilerin bağlamsal olarak ne anlama geldiklerini de açıklarken, başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin, birimlerini vurgulayarak bağlamsal yönlerine ilişkin "Türkiye'de yıllık 50 kg üretiliyor", "yıllık Türkiye'ye kazandırdığı para" şeklinde açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Ayrıca "1 kilosu, yıllık" gibi kısıtlamalara da yer vermesi dikkat çekmektedir.



Görsel 3.86a. *Ferman'ın ilk ara görüşmedeki aritmetiksel işlemler yoluyla çözüme ilişkin performansı*



Görsel 3.86b. *Ferman'ın ilk ara görüşmede çözüme ilişkin denklemi kurma ve açıklama performansı*

Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşme sırasında katılımcının dikkati çözülmesi amaçlanan problemdeki esas amaca yani arı sütünün kg fiyatına çekilmiş ve fiyatı düşürmeye yönelik ne yapabileceği yönünde sorgulama başlatılmıştır. Ferman'ın her ne kadar "arı sütü üretimini hızlandırmalıyız", "arı sütü üreten kovan sayısını arttırmalıyız", "arı sütü miktarını arttıracağız ki fiyatı düşsün" şeklinde yetersiz kalan ancak doğru olan görüş sunabildiği görülse de kendisine doğrudan kg fiyatı 10000 TL olan arı sütünü 5000 TL'ya veya 1000 TL' ya düşürmek istediğinde ne yapması gerektiği sorulduğunda yine sadece "arı sütü miktarını arttırmalıyız" cevabını verebildiği görülmüştür. Ters orantı kavramı ile ilgili sıkıntısı olduğu görülen Ferman'ın bu eksiğini tamamlamak için kendisine ters orantının ne olduğu ve ne zaman, nasıl kullanıldığı gibi sorgulamalar yöneltilmesi sonrasında, ancak örnek üzerinden bu ilişkiye dayalı doğru matematiksel çıktılar öne sürebilmiştir.

> Ö: O zaman toplam arı sütü miktarı 50 kg iken 250 kg' a çıkardığımızda arı sütünün kg fiyatı ne olur?
>
> Ferman: Arı sütünün fiyatı düşer.
>
> ... (ters orantı kavramı ile ilgili sorgulamalar)

Ö: Arı sütü fiyatını ne kadar düşereceksin? 50 kg idi arı sütü sen bunu 500 kg yaptın aşılama ile.

Ferman: Arttırdığımız kadar onu da düşürmemiz gerekiyor.

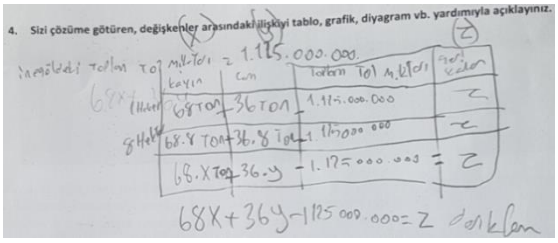
Ö: Hı hı....

Ferman: 50 kg' dan 500 kg' çıktı. O zaman 1000 Tl olacak galiba.

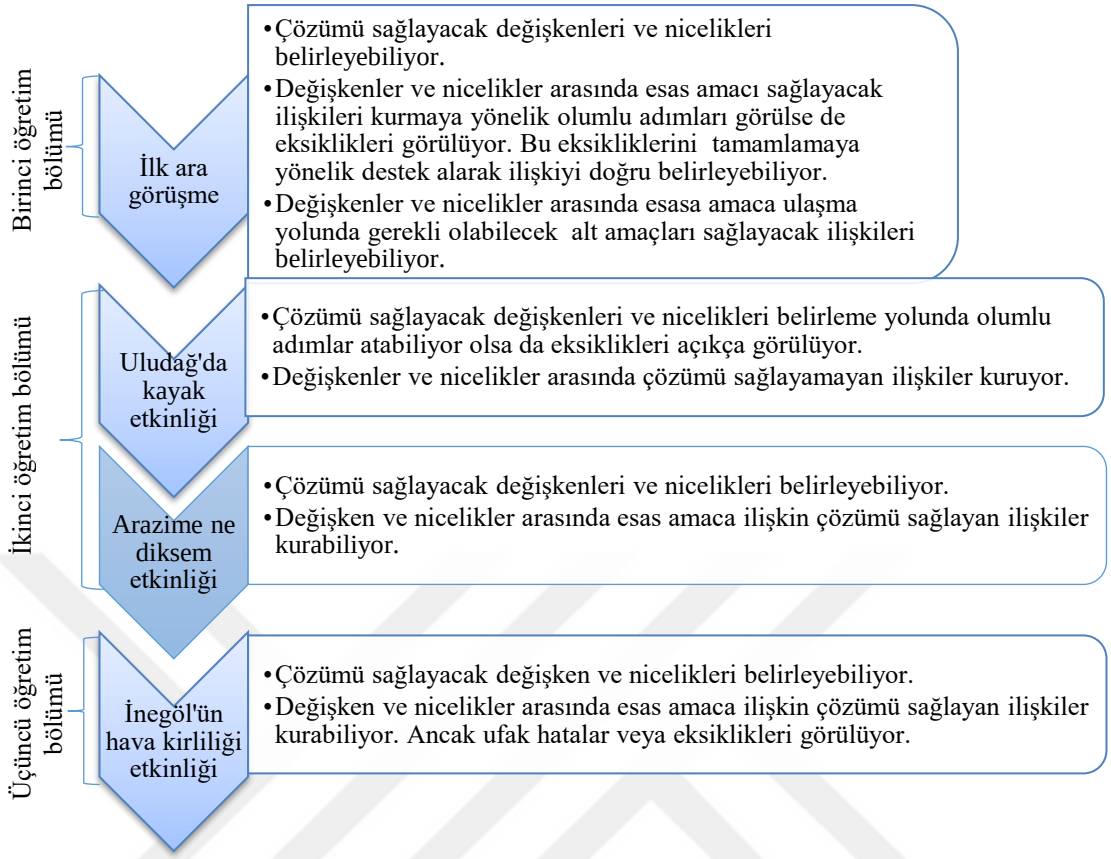
Ö: Neden?

Ferman: 50 kg' dan 500 kg' a çıkıyor. O zaman 10 kat çıkıyor. Öteki de 10 kat düşecek.

Çözüme ilişkin denklemi kurmada ya da aritmetiksel yoldan çözüme ulaşırken nicelikleri belirlemede ve aralarında ilişkiler kurmada ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde birkaç etkinlikte bazı ufak hataları görülmüştür. Örneğin, İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde gözden geçirme aracında "her bir m^3' te kaç ton toz, nüfus sayısı, ağaçların yıllık emdikleri toz miktarı, insanların yıllık tüketmesi gereken hava" şeklinde değişken ve nicelikleri ortaya koyabildiği görülürken, hem gözden geçirme aracında hem de öğretim sürecinde tablo temsili aracılığıyla bu değişken ve nicelikler arasında problemin çözümünü sağlayan ilişkiler kurabildiği görülmüştür (Görsel 3.87). Dahası bu sırada değişkenlerin ve niceliklerin bağlamsal olarak ne ifade ettiğini de ortaya koymaktadır. Göze çarpan eksikliği ise İnegöl'deki toplam toz miktarını hesaplarken, 0,0000040 ton olan bir metreküp havadaki toz miktarı ile İnegöl'de yaşayan insanların 1 yılda tükettikleri hava miktarı arasındaki çarpımsal ilişkiyi kuramaması ve bu yüzden modele 4356 yerine 1250000000 niceliğini entegre etmesidir. Bu eksikliğin rolüyle 36x+68y-1250000000=z şeklinde, öğretim sürecinde ulaşılan 36x+68y=4356 'dan farklı bir denklem ortaya koymuştur. Öte yandan ikinci ara görüşmede Ferman'ın araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken veya denklem kurarken başvurduğu değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca Şekil 3.36' te verilmiştir.



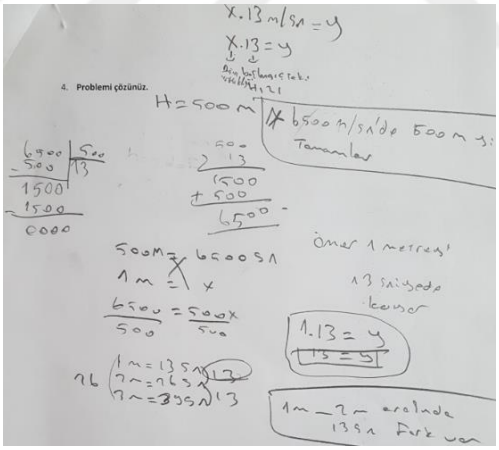
Görsel 3.87. *Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kurma performansı*



Şekil 3.36. *Ferman'ın değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı*

Ferman'ın ikinci öğretim bölümünde yer alan Uludağ'da kayak ve düzenli şehir etkinlikleri dışında tüm etkinlik ve ara görüşmelerde çözüme ilişkin hesaplamalar sırasında başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini birimlerine de vurgu yaparak belirttiği ya da belirtmese de kendisine sorulduğunda açıklayabildiği görülmüştür. Dahası bu katılımcının bu iki etkinlik ve ilk etkinlik (elektrikli bisiklet etkinliği) dışında matematiksel işlemler sonucu elde etmiş olduğu bu sayısal değerler doğrultusunda bağlamı göz önünde bulundurarak problem çözümüne ilişkin bir sonuca varabildiği görülmektedir. Elektrikli bisiklet etkinliğinde herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymadan "ikisi arasında bence elektrikli bisikletler yolda biraz yavaş gider ama az yakar. Benzinli motosikletler ise daha hızlı gider ama fazla yakar. Ama ikisi de ekonomik açıdan aynı gibidir" şeklinde sonuca ilişkin sadece günlük yaşam deneyimleriyle desteklenmiş bir görüş bildirmiştir. Etkinliğin öğretim sürecinin devamında matematiksel dayanaklar üretmesi gerektiğini fark etmiş ancak akü fiyatını dikkate almamadan kaynaklı, çözümü sağlamada yeterli olmayan

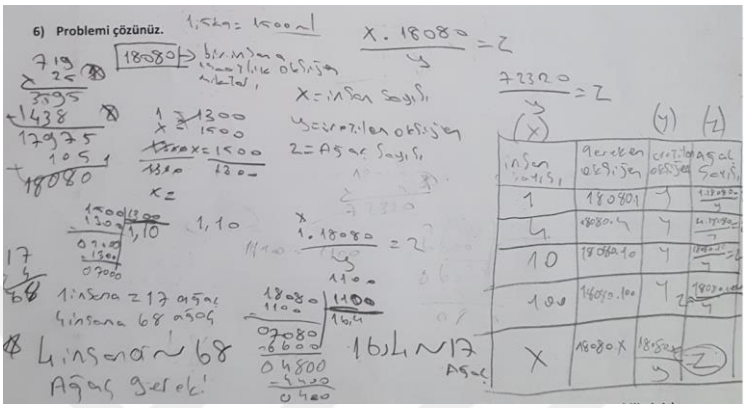
çıktılara ulaşmış ve bu çıktılara dayanarak sonuca ilişkin "elektrikli daha ekonomiktir" görüşünü sunmuştur. Benzer şekilde Bursa-İstanbul güzergahları ve dalış etkinliklerinde de matematiksel işlemlerle elde ettiği ancak eksik veya hatalı oldukları görülen çıktılar doğrultusunda sonuca ilişkin bir yorum sunabilmiştir. Örneğin, dalış etkinliğinde Şahika Ercümen' in akciğer hacminin kaç L olacağına yönelik herhangi bir sonuca ulaşamadığı görülürken akciğerlerinin 12'de 1 oranında küçüleceğini küçüleceğini "10 m' de 2 atm artarsa aynı oranda akciğerleri küçülür. 110 m'lik dalışta 12 atm artıyorsa aynı oranda akciğeri küçülür" şeklinde ifade edebilmiştir. Öte yandan Uludağ'da kayak etkinliğinde çözümü sağlamada başarısız olan "x.13m/sn=y" şeklinde bir denklem ortaya koyduğu görülen Ferman' ın bu denkleme dayalı olarak elde ettiği sayısal değerler ışığında "6500 m/sn' de 500 m'yi tamamlar" şeklinde yanlış bir sonuç ortaya koymuştur (Görsel 3.88). Birimleri ortaya koyma yolunda girişimleri açıkça görülmekte ancak muhtemelen hız kavramında sıkıntı yaşıyor olabileceğinden dolayı ikilemde kaldığı dikkat çekmektedir (ör. önce 6500 m/sn derken sonra 6500 sn diyor). Ancak her ne kadar yanlışlıkları da olsa başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini ortaya koyma girişimleri de dikkat çekmiştir.



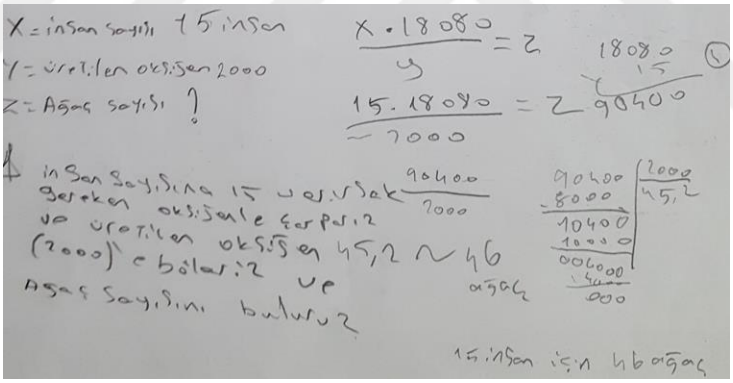
Görsel 3.88. *Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde çözüm sürecine ilişkin performansı*

Mars etkinliğinde, çözüm için ortaya koyduğu matematiksel işlemler sonucunda elde etmiş olduğu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğine "bir insana gerekli ağaç", "dört insana gerekli ağaç", "bir insanın bir saatlik oksijen miktarı" açıklamalarını sunan Ferman'ın o sayısal değerler için göz önünde bulundurulması gereken "bir insan, dört insan, bir saatlik" kısıtlılıklarına vurgu yapabilmiştir (Görsel 3.89a). Diğer taraftan denklemin çözüm sürecinde nasıl kullanılabileceğine yönelik

performansına bakıldığında değişkenlere atadığı ve sonuçta elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlama geldiğini "insan sayısına 15 verirsek gereken oksijenle çarparız ve üretilen oksijene (2000) böleriz. Ağaç sayısını buluruz" açıklaması ile ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.89b). Dahası elde ettiği çıktıları "15 insan için 46 ağaç" şeklinde esas amaç olan Mars'a kaç ağaç götürüleceği doğrultusunda yorumlayabilmiştir.



Görsel 3.89a. *Ferman'ın Mars etkinliğinde çözüme ilişkin performansı*



Görsel 3.89b. *Ferman'ın Mars etkinliğinde denklemin kullanımını gösterme performansı*

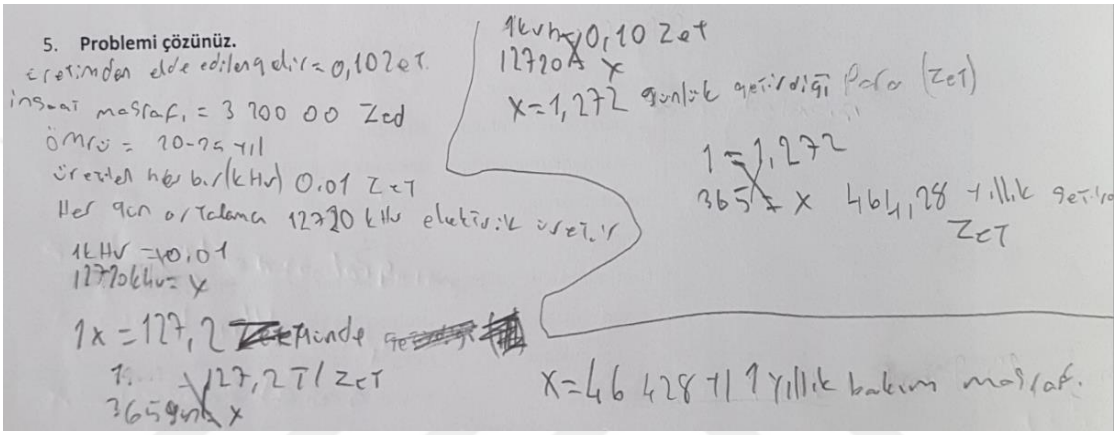
Kendisiyle gerçekleştirilen rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede hesap makinesinde çıkan 464280 sonucu için bölükleri ayırma amaçlı koyulan virgülü ondalık gösterim şeklinde yorumlaması (hesap makinesinde 464,280 yazıyor ancak oradaki virgül bölükleri ayırmak için yani sayı 464280 aslında) onun yanlış çıktılar elde etmesine sebep olmuşsa da matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında atmış olduğu adımları bağlamsal yönlere de yer vererek açıklayabilmiştir.

Ö: Ne yaptın sen şimdi burada?

Ferman: Öncelikle ön sayfada verilen bana lazım olacak bilgileri yazdım. Üretilen her bir elektriğin bakım masrafı 0,01 zed. Ben önce bakım masrafını buldum (orantı kurmuş günlük

toplam üretilen 12720 khw için). Sonra normal bir yılda getirdiği geliri buldum. 1 yılda geçmedi...Yani kar , inşaat masrafını geçmedi.

Ayrıca başvurmuş olduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin birimlerine "Zed, yıl, khw" şeklinde yer verebildiği ve bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini "her gün ortalama 12720 khw elektirk üretir", "1272 günlük getirdiği para (zed)", "46428 zet yıllık getirdiği zed" şeklinde belirtebilmiştir. Dahası "her bir khw", "günlük", "1 yıllık", "her gün" gibi sayısal değerler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlılıklara vurgu yapabildiği görülmüştür (Görsel 3.90).



Görsel 3.90. *Ferman'ın ikinci ara görüşmede çözüm sürecine ilişkin performansı*

Daha sonrasında kendisine yapılan uyarı ile hesaplama hatasını düzelterek problemi çözmesi için tekrar fırsat verildiğinde matematiksel işlemleri gerçekleştirirken her attığı adımı bağlamsal destekli olarak açıklayabilmiştir. Dahası sayısal değerlerin birimlerine ve onlar için göz önünde bulundurulması gereken günlük, yıllık gibi kısıtlılıklara sürekli vurgu yapabilmiştir.

Ö: Hımm sen burada 1, 272 bulmuşsun. Yani 12720 ile 0,10 u çarpmışsın ama sonuç 1,272 bulmuşsun. Aslında burada telefonu kullanmışsın (hesap makinesi olarak kullanabiliyorlar) ve çıkan sonuçta 1,272 yazıyor ya aslında burada bizim gösterimimize göre virgül yok. Yani 1272. Amerika'daki sistemde bölükleri virgül ile ayırıyor. O yüzden böyle yapıyor. Yani sen bunu 1272 olarak düşünmelisin.

Ferman: Benim bulduğum sonuçlarda ben virgüllü aldım☹

Ö: Şimdi günlük getirdiği geliri 1272 zed alarak yapabilir misin bana?

Ferman: Bu bir yıllık getirisi zed (464 280 zed). Sonra bakım masrafını hesaplayacağız (hesapladı ama sadece günlük bakım masrafı 127,2). Bu da bakım masrafı.

Ö: Bunu nasıl hesapladın?

Ferman: Hocam bir günlük hesapladım. Onu şimdi yıla çevireceğim. 365 ile çarpacağım. Bu çıktı yıllık bakım masrafı 46 428.

Ö: Tamam şimdi?

Ferman: bir yıllık gelirinden bakım masrafını çıkaracağız. Bir yılda ne kadar gelir elde ettiğini buldum (aslında kar demeli ama kelimeyi doğru kullanamıyor). Tamam şimdi 1 yıllık geliri bulduk (İşlemleri yaptı ve bir yıllık karını buldu). Şimdi de ne zaman geçeceğini bulalım.

Devamında "417852x=3200000" şeklinde çözümü sağlayan bir denklem ortaya koymuş ancak bu denklemi çözme yoluna gitmeyerek "1 yılda getirdiği para (kar) ile istediğimiz bir yılı çarparız. Toplam getirdiği parayı bulmuş oluruz" açıklaması üzerinden değişkenlere uygun sayısal değerler atayarak sonuca ulaşabildiği görülmüştür. Bu sırada elde ettiği 8 sonucunu da "8 yılda inşaat masrafını geçti. Hem geçti hem de kar etmeye başladı" şeklinde bağlamı göz önünde bulundurarak yorumlayabilmiştir.

Ö: Tamam. Kaç yıl sonra kara geçer? Düşün bakalım.

Ferman: Denklem kurmaya çalışıyorum. (Birkaç dk düşündü sadece kapıya bakarak)

Ö: Nasıl denklem?

Ferman: ... (cevap vermedi düşünüyor)

Ö: Ne bu bulduğun 417 852?

Ferman: O, masraflar çıkıp...her şey dahil yıllık getirisi.

Ö: Kaç zed i geçmeye çalışıyorsun peki?

Ferman: 3 200 000.

Ö: Hı hı. Nasıl yaparsın?

Ferman: En başta bir yıllık gelirini ve bakım masrafını buldum. Bir yıllık gelirden bakım masrafını çıkartıp toplam gelirini buldum.

Ö: Tamam ne kadar para kazanır rüzgar türbininden ömrü boyunca?

Ferman: 1 yılda getirdiği para ile istediğimiz bir yılı çarparız. Toplam getirdiği parayı bulmuş oluruz.

Ö: Tamam. Peki bu denklem ile kaç yıl sonra kara geçtiğini bulabilir misin?

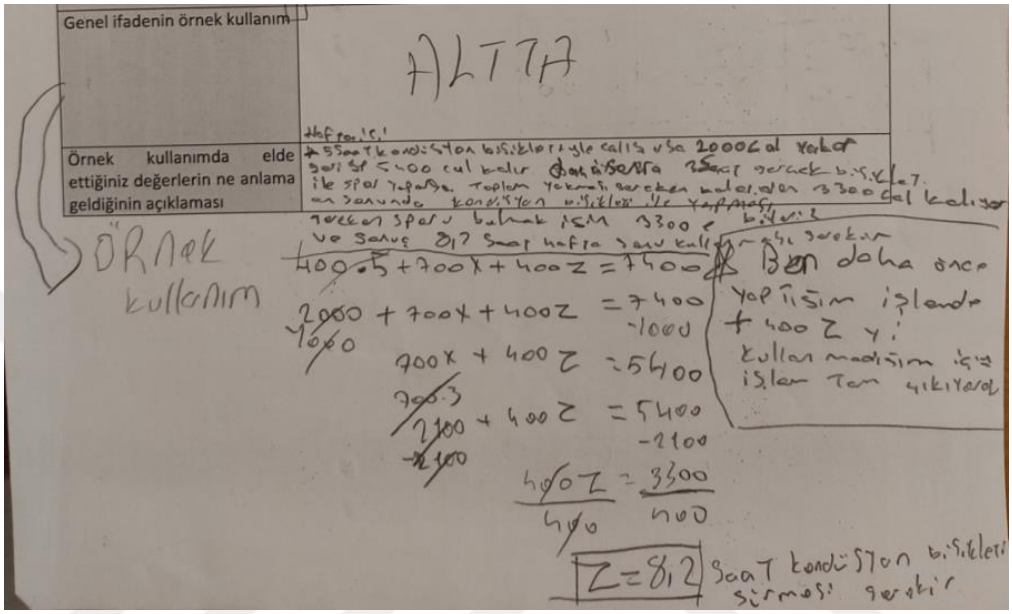
Ferman: x' e değer vererek, bir yılda getirdiği para ile çarparız. Sonra yaklaşık olarak ne zaman geçeceğini buluruz. (İşe koyuldu) 6 yılda geçmedi (hesap makinesinde 6 ile 417 852 yi çarptı ve 3200 000 i geçmediğini gördü). 7 yılda da geçmedi. 8 yılda geçti☺

Ö: ☺ Neyi geçti?

Ferman: İnşaat parasını geçti. 8 yılda hem geçmeye hem de kar etmeye başlıyor.

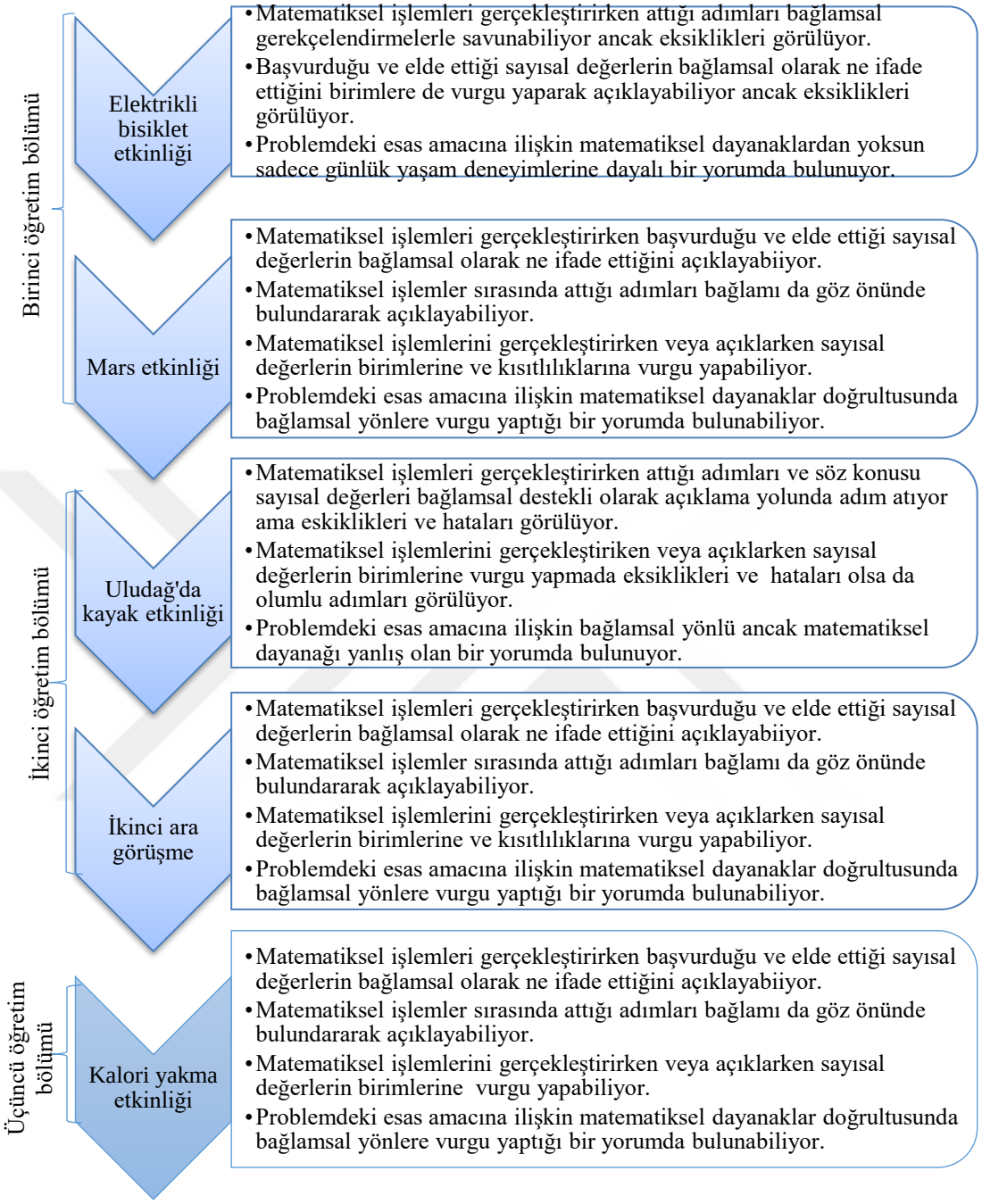
Üçüncü öğretim etkinliğinde yer alan etkinliklerde de benzer şekilde söz konusu sayısal değerlerin birimlerine vurgu yaparak bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiklerini açıklayabildiği görülen Ferman'ın matematiksel olarak attığı adımları bağlam ile ilişkilendirerek açıklayabildiği görülmüştür. Örneğin kalori yakma etkinliğinde "5 saat kondisyon bisikletiyle çalışırsa...3 saat gerçek bisiklet sürse..." şeklinde değişkenlere atadığı sayısal değerlerin ve "2000 cal yakar...8,2 saat hafta sonuna kalıyor... 8,2 saat

kondisyon bisikleti sürmesi gerekir" şeklinde elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini ifade edebildiği, "toplam yakması gereken kaloriden 3300 cal kalıyor ve en son kondisyon bisikleti ile yapması gereken sporu bulurken 3300' e böleriz" şeklinde işlemler sırasında attığı adımları bağlamı göz önünde bulundurarak açıklayabildiği görülmektedir (Görsel 3.91).



Görsel 3.91. *Ferman'ın kalori yakma etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda denklemin kullanımına ilişkin performansı*

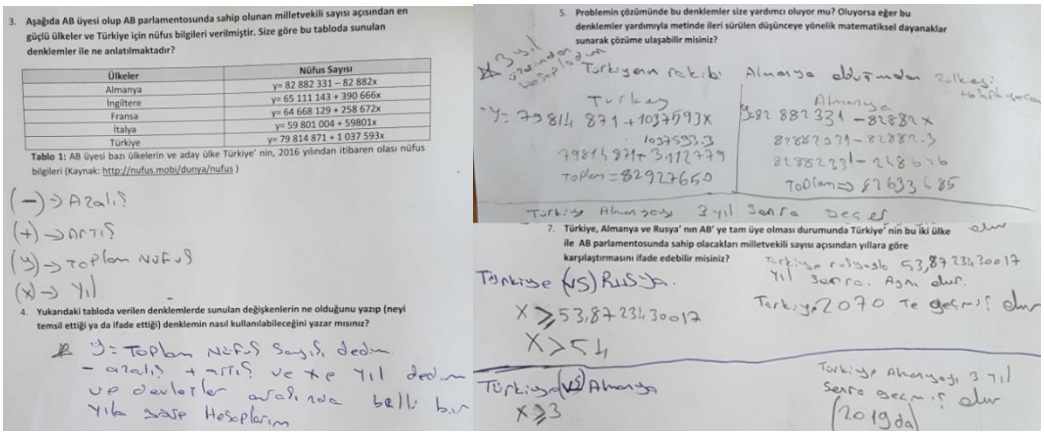
Ferman'ın araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında attığı adımları, söz konusu sayısal değerleri bağlamla ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacı doğrultusunda yorumlayabilme performansı kısaca Şekil 3.37'de sunulmuştur.



Şekil 3.37. *Ferman'ın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı*

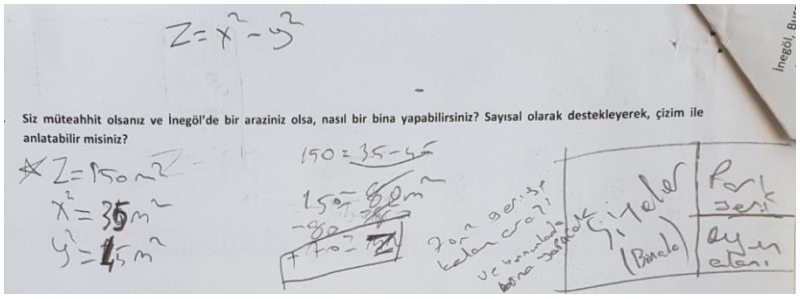
Çözüme ilişkin ortaya konan cebirsel ifadelerde yer alan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimlerin ve onlar arasındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğine yönelik sorgulamalara ilk kez fırsat verilen dalış etkinliğinden itibaren Ferman' ın ikinci öğretim bölümündeki düzenli şehir ve Uludağ'da kayak dışındaki tüm etkinlik ve ara

görüşmelerde belirgin bir şekilde aktif rol olarak olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Esasında bu iki etkinlikte ise denklemi, bağlamı göz önünde bulundurarak açıklama yönünde olumlu bazı adımları görülse de belirgin hataları veya eksiklikleri öne çıkmıştır. İlk olarak dalış etkinliğinde derinlik ve basınç arasındaki ilişkiyi sunan $\frac{x}{10} + 1 = y$ denkleminde yer alan değişkenlerin derinlik ve basınç olduğunu, denklemi kurma sırasında başvurduğu tabloda gösterebilmiştir. Bu katılımcının bu denklemin, problemde ulaşılması beklenen esas amaç olan akciğer hacmini bulma yönünde işe yaradığına ilişkin "bu denklemden akciğerlerinin ne kadar küçüldüğü bulunabilir. 10 m olursa 2 atm artar. Aynı oranda akciğer küçülür" şeklinde bir açıklama sunabilmiştir. Böylece her ne kadar akciğer hacmi ile basınç arasındaki ters orantılı ilişkiye denklemde yer veremediği görülse de denklemin çözüm için nasıl kullanılacağına ilişkin bağlamsal destekli bir açıklama yapabilmiştir. Sonrasında gelen halter etkinliğinde ise "kaldırdığı kiloyu kendi kilosuna bölerek hangisinin daha iyi kaldırış olduğuna karar verebiliriz. X kaldırdığı, y ise kendi kilosu. x/y işleminin sonucu hangisinde büyük çıkarsa o daha iyi kaldırmıştır" şeklinde hem değişkenlerin ve aralarındaki oran ilişkisinin hem de bu orana dayalı ortaya konan $\frac{x}{y}$ cebirsel ifadesinin nasıl kullanılıp ne işe yaradığını bağlamsal yönlerle destekleyerek açıklayabilmiştir. İkinci öğretim bölümünde yer alan AB etkinliğinin öğretim sürecinde kendisine sunulan denklemlerin bağlam göz önüne alındığında ne anlam ifade ettiğini yorumlarken, değişkenleri "x, yıl ve y, toplam nüfus" şeklinde doğru yorumlayabildiği görülmüştür. Ancak denklemde yer alan ilişkiyi yorumlarken öğretim sürecinde sunduğu "eksi x ölen, artı x doğan olarak aldık" şeklindeki görüşünü, gözden geçirme aracında "+, artış ve -, azalış" olarak şeklinde sunabilmiştir (Görsel 3.92). Öte yandan bu denklemleri çözüm yolunda nasıl kullandığına yönelik "devletler arasında belli bir yıla göre hesapladım" açıklamasında her ne kadar süre değişkeninin bağlamsal temeli doğrultusunda vurguda bulunsa da denklemde yer alan ilişkiye yönelik bir yorumda bulunmamıştır. Yine de x için değerler verirken geçen yıl sayısı için sayısal değer atadığını gösteren "3 yıl üzerinden hesapladım ben" açıklaması ile, sonrasında elde ettiği çıktılar doğrultusunda kaç sene sonra ve hangi yılda Türkiye' nin Almanya'yı veya Rusya'yı geçmiş olacağını hem bağlamsal hem de matematiksel olarak ifade edebilme şeklinde denklemi nasıl ve ne amaçla kullanacağını görebilme yönünde olumlu adımlar atabilmiştir (Görsel 3.93).



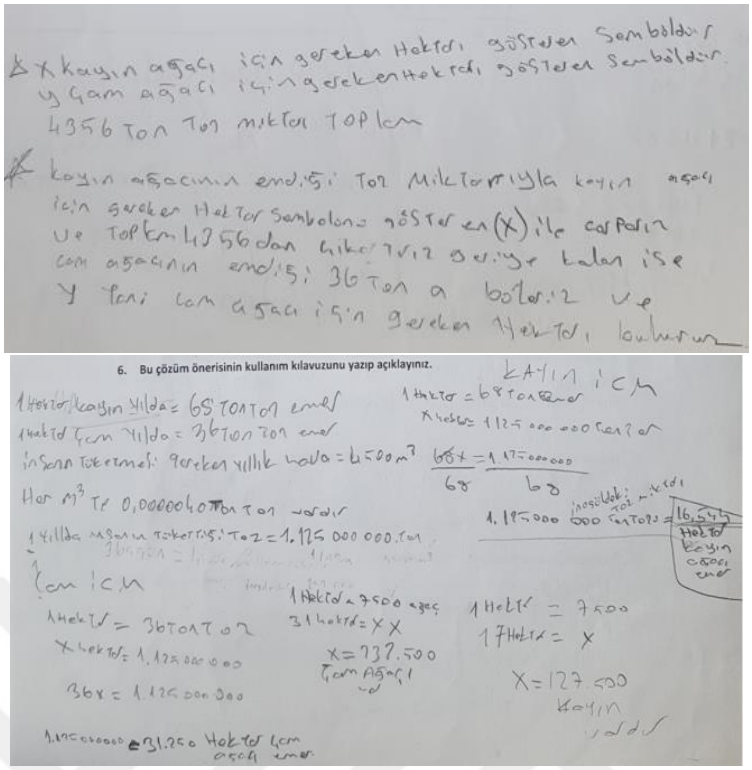
Görsel 3.92. *Ferman'ın AB etkinliğinde denklemi açıklama ve kullanma yönündeki performansları*

Kendilerine sunulan $z=x^2-y^2$ denkleminin bağlamı göz önünde bulundurarak yorumlamayı gerektiren düzenli şehir etkinliğinde denklemde yer alan değişkenlerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklarken z için "bina kurulacak alan" yerine "toplam arazi", x için "toplam arazinin bir kenarı" yerine "oyun alanı" ve y için "ortak yaşam alanı" yerine "park alanı" diyerek özellikle z ve x için belirgin hatalar yapmıştır (Görsel 3.82). Ancak "bence bu normal aileler için yapılacak binayı tasarlarken kullanılabilecek bir denklem. Z araziyi temsil ediyor. Park alanı ve oyun alanını araziden çıkartırsak geri kalan yere de binalar yapılabilir" şeklinde değişkenlere ve aralarındaki ilişkiye yönelik bağlamsal temelli kabul edilebilir yorumlar sunabilmiştir. Denklemin hedeflenen şehir imarında nasıl kullanılabileceği sorusuna denkleme dayalı olarak veya aritmetiksel olarak herhangi bir işlem gerçekleştirmeksizin "eğer bu denklem ortak yaşam içinse hedeflenen şehri yapmak mümkün. Çünkü bu köy gibi yerleşim yeri, çok dağınık. Yani bütün evler istediği gibi yapılmış. Ama böyle her ev standart ölçülere göre yapılırsa karışıklık çıkmaz" şeklinde daha çok günlük yaşam deneyimlerine veya bağlamsal bilgilere dayalı olarak savunmuştur. Öte yandan bağlamı göz önünde bulundurarak denklemin kullanımına ilişkin başka bir performansında "$z=150\ m^2$, $x^2=35\ m^2$, $y^2=45\ m^2$" şeklinde değişkenlere sayısal değerler atamış, "150=35-45, 150=80, 150-80=70, z=70" şeklinde denkleme dayalı yanlış işlemler ortaya koyduğu görülmüştür (Görsel 3.93). Ortaya koymuş olduğu görselin ise iki kare farkını işaret eden cebirsel ifade ile uyumlu olmadığı dikkat çekmiştir. Elde ettiği 70 değeri için ise "$70\ m^2$ geriye kalan arazi ve buraya da bina yapılacak" şeklinde bağlamsal yönlü bir açıklama sunabilmiştir.



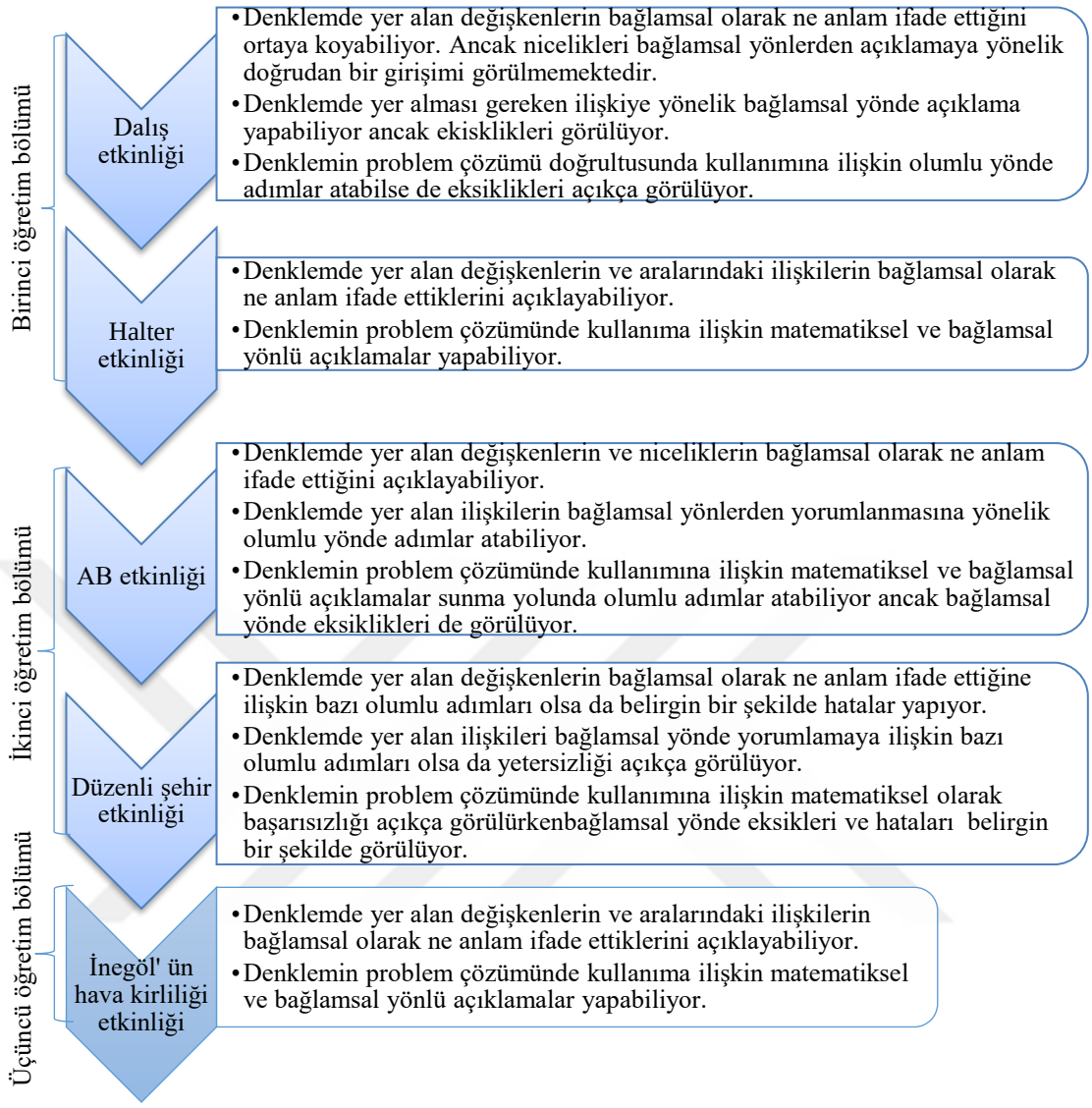
Görsel 3.93. *Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı*

Üçüncü öğretim etkinliğinde yer alan İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde ise 36x+68y=4356 denkleminde yer alan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimin ve aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiklerini "x kayın ağacı, y ise çam ağacı için gereken hektarı gösteren semboldür", "36 ton 1 hektar çam ağacının yılda emdiği toz miktarıdır" "4356 ton toplam toz miktarıdır" şeklinde açıklayabilmiştir. Ayrıca bu sırada denklemin çözüm sürecinde nasıl ve ne amaçla kullanılacağına ilişkiyi "kayın ağacının emdiği toz miktarıyla kayın ağacı için gereken hektar sembolünü gösteren x ile çarparız ve toplam 4356'dan çıkarırız. 36 tona böleriz ve y yani çam ağacı için gereken hektarı buluruz" bağlamsal yönlere yer vererek doğru bir şekilde sunabilmiştir (Görsel 3.94). Dahası gözden geçirme aracında "her m^3 havada 0,0000040 ton toz bulunur" bilgisine yer vermesine rağmen çözüm sırasında onu kullanmamasından kaynaklı yanlış kurduğu 36x+68y-1125000000=z denkleminin problem çözümüne ilişkin kullanımını ortaya koyarken, değişkenlerin ve niceliklerin bağlamsal yönden ne anlama geldiğini onlar için göz önünde bulundurulması gereken "1 hektar kayın yılda...", "1 insanın 1 yılda tüketmesi gereken...", "her m^3' te..." gibi kısıtlamaları da ortaya koyarak sunabilmiştir. Her ne kadar bu sefer ayrıntılı açıklama yapmasa da örnek kullanım sırasında başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönlerine birimlere de vurgu yaparak ortaya koyabildiği, sadece çam veya sadece kayın ağacı ile kaç ha veya kaç ağaç dikilmesi gerektiği gibi ayrımları yapabildiği görülmektedir.



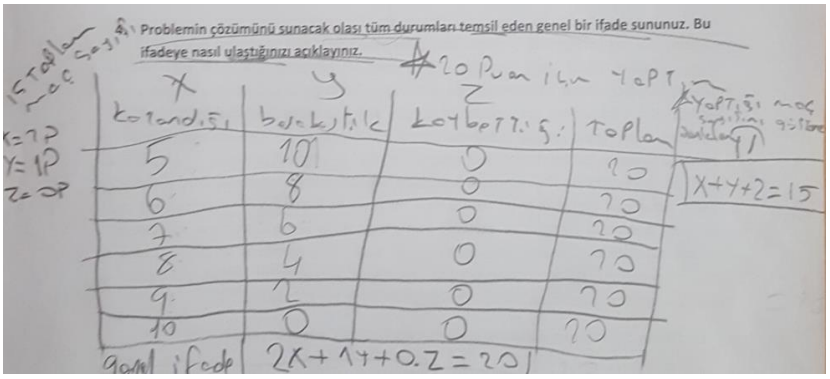
Görsel 3.94. *Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemin kullanımına ve açıklamasına ilişkin performansı*

Ferman'ın çözüme ulaşma sürecinde kurulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.38' de verilmiştir.



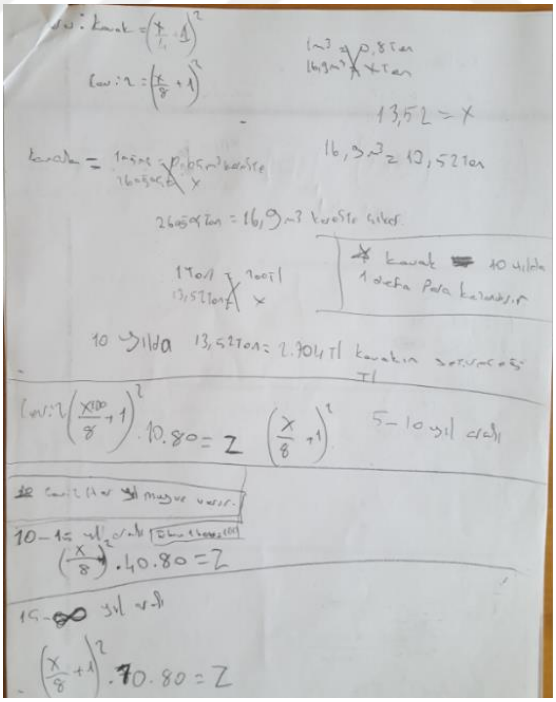
Şekil 3.38. *Ferman'ın cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Birinci öğretim bölümünde Mars etkinliğiyle birlikte denklemde yer alan değişkenler ve nicelikler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara açıkça yer verip vurgu yapabildiği görülen Ferman'ın sonrasında ise yine ikinci öğretim bölümünde yer alan Uludağ'da kayak ve düzenli şehir etkinlikleri dışındaki tüm etkinliklerde bu yönde başarılı adımlar atabilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümündeki satranç etkinliğinde toplam maç sayısının 15 olması gerektiğine "15 toplam maç sayısı, x+y+z=15" diyerek ve alınabilecek toplam puan için sadece 20 puan alacağının kabul edildiğine ise "ben 20 puan için yaptım" şeklinde dikkat çekebilmiştir. Öte yandan hesaplamaları sırasında elde ettiği girdi ve çıktıların da bu kısıtlamalara uygun olduğu görülmektedir (Görsel 3.95)



Görsel 3.95. *Ferman'ın satranç etkinliğinde denklemi kurarken kısıtlamalara dikkat etmesi*

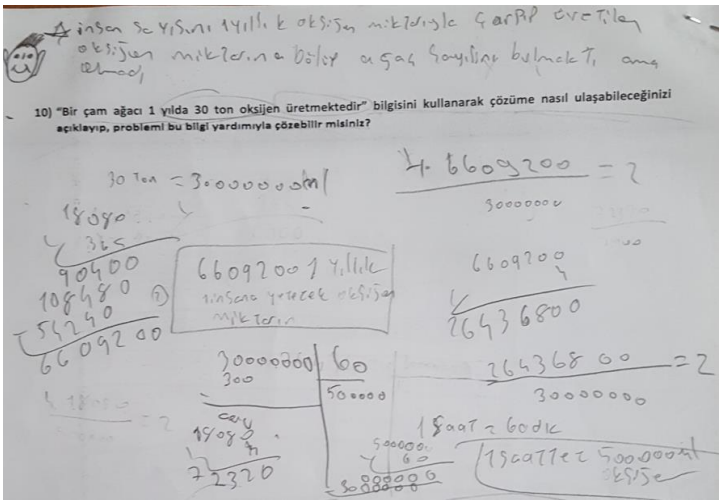
Arazime ne diksem etkinliğinde gözden geçirme aracında hesaplamalarını ortaya koyarken kavak ağacı dikilmesi durumunda "kavak 10 yılda 1 defa para kazandırır" derken 0,065 m^3 kerestenin 1 ağaçtan çıkacağı, 1 m^3 kerestenin 0,8 ton ettiği, 200 TL'nın 1 ton parası olduğu, elde ettiği 2704 TL kavak ağacı getirisinin 10 yılda geleceği şeklinde vurguları dikkat çekmiştir (Görsel 3.96). Ceviz ağacı için ise her yıl meyve vereceğini ifade ederken, farklı yaş aralıklarında farklı ceviz verimi alınacağını da göz önünde bulundurabilmiştir.



Görsel 3.96. *Ferman'ın arazime ne diksem etkinliğinde çözüm sürecinde kısıtlamalara dikkat etme performansı*

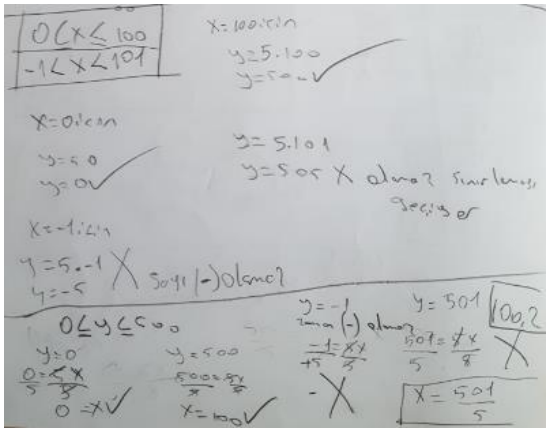
Üçüncü öğretim bölümündeki kalori yakma etkinliğinin gözden geçirme aracında günde en fazla 1200 kalori yakabilme, akşam saat 8'den sonra dışarı çıkamama şeklindeki bağlamsal kısıtlamaları göremediği dikkat çeken Ferman'ın hafta içi sadece kondisyon ve hafta sonu ise hem kondisyon hem gerçek bisiklet sürebileceği yönünde denklemi kurabildiği görülmüştür. Ancak denklemin, problem çözümünde örnek kullanımı için ortaya koyduğu performansa ve "5 saat kondisyon bisikletiyle çalışırsa 2000 cal yakar. Geriye 5400 kalori kalır. Daha sonra 2 saat gerçek bisiklet ile spor yaparsa toplam yakması gereken kaloriden 3300 cal kalıyor. En sonunda kondisyon bisikleti ile yapması gereken sporu bulmak için 3300' e böleriz ve sonuç 8,2 saat hafta sonuna kalıyor" şeklinde açıklamasına bakıldığında günlük en fazla 1200 kalori yakabilmesi kısıtlamasını doğal olarak hesaplamalarında dikkate alamadığı açıkça görülmüştür (Görsel 3.92). Örneğin hafta sonu için "geriye 5400 kalori kalır" derken günlük 1200' den iki günde toplam 2400 kalori yakabileceğinin farkında olmadığı açıktır. Ancak bu açıklamasında hafta içi ve sonu ile kondisyon ve gerçek bisiklet ayrımını yapabilmiştir.

Öte yandan arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede denklemin gram cinsinden, Mars etkinliğindeki denklemin 1 saat üzerinden, rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmedeki denklemin yıl bazında, arazime ne diksem etkinliğindeki denklemin m cinsinden ve kalori yakma etkinliğindeki denklemin saat cinsinden işler olduğunu denkleme dayalı matematiksel işlemler gerçekleştirirken dikkate aldığı veya gerektiğinde bunu dile getirebildiği görülmüştür. Örneğin, Mars etkinliğinde kayın yerine çam ağacı götürülmesi durumunda çam ağacının 1 yılda 30 ton toz tuttuğu bilgisi doğrultusunda esasında 1 saatlik oksijen miktarı üzerinden oluşturulan denklemde yer alan nicelikleri 1 yıl için revize etmeye çalışmış ancak sonuca ulaşamayınca "insan sayısını 1 yıllık oksijen miktarıyla çarpıp, üretilen oksijen miktarına bölüp ağaç sayısını bulmaktı ama olmadı" şeklinde açıklama yapmıştır (Görsel 3.97).



Görsel 3.97. *Ferman'ın Mars etkinliğinde farklılaşan bir durum için denklemin kullanımına ilişkin performansı*

Denklemde yer alan değişkenlerin hangi sınırlar arasında değerler alabileceğine yönelik bağlamsal yönleri de dikkate alarak sadece satranç, arazime ne diksem, İnegöl'ün hava kirliliği etkinlikleri ve rüzgâr enerjisi bağlamlı ara görüşmede bazı olumlu eylemleri görülmüştür. Uludağ'da kayak etkinliğinin öğretim sürecinde değişkenlerin alabileceği sayısal değerler için "$0 \leq x \leq 100$ ve $0 \leq y \leq 500$" şeklinde aralıkları ortaya koymuş ancak bu aralıkları belirleme sürecinde "sayı eksi olamaz" ve "y=505 olmaz çünkü sınırları geçiyor" şeklinde bağlamdan kopuk bir şekilde sadece matematiksel işlemler ve savunmalar yapmıştır (Görsel 3.98). Diğer bir deyişle örneğin y değişkeni için çıkan sonucun negatif olmayacağını belirtiyor olmasına rağmen onun, inilen yüksekliği temsil etmesinden dolayı sıfırdan az olamayacağı yönünde bağlamsal destekli bir açıklama yapmamıştır. Benzer şekilde y değişkeni için diğer arkadaşları tarafından ileri sürülebilen "zaten 500 m yükseklikten aşağı kaymaya başlıyor. Kayış sürecinde yükseklik hep azalacak sıfıra kadar" benzeri bir açıklama yerine sadece matematiksel olan "505 olmaz sınırları geçiyor" açıklaması dikkat çekmiştir. Bu katılımcının bu etkinliği öğretim sürecinde özellikle bu anda daha çok pasif alıcı rolünde kalması dikkat çekmiştir.



Görsel 3.98. *Ferman'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenlere dair değer aralıklarını belirlemesi*

Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin "417852x-3200000=z" denklemi için x değişkeninin rüzgar türbininin ömrünü temsil ettiğini görerek ona ilişkin metinde sunulan 20 ile 25 yıl arası sınırlarını görebildiği ancak rüzgar türbinin kar elde ettiği yıl miktarı olan 8' i alt sınır olarak belirlemiş ve değer aralığını $8 \leq x \leq 20$ olarak hatalı ortaya koymuştur. Ancak bu hatasına rağmen bağlam ile ilişkilendirmeler kurarak değer aralığını savunabildiği yapabildiği görülmüştür.

Ö: Peki bu denklemde bir kısıtlılık ya da sınır söz konusu mu?

Ferman: Yani illa ki geçmek zorunda mı? Geçmek zorundaysa o zaman bir sınır var.

Ö: Ne olur sınır?

Ferman: Yaklaşık ben 7 virgül bir şey buldum ama 8 olarak alacağız. 8 yıldan fazla çalışması lazım. 8 de olur ama zarar etmediği sürece sıkıntı yok.

Ö: Peki mesela 40 diyebilir miyim?

Ferman: Ömrü 20 ile 25 yıl arasında demiş. Ben 20 olarak aldım. En fazla 20 olur. Yani $8 \leq x \leq 20$.

Ayrıca bir rüzgar türbininden elde edilen karı temsil eden z değişkeni için inşaat masrafını geçmek zorunda olduğu yönünde yanlış bir sınır belirlediği görülmüş ancak bu sınırı bağlam ile ilişkilendirerek savunma yapmıştır. Üstelik her ne kadar elde edilen karın inşaat masrafından fazla olması gibi bir zorunluluk olmasa da açıklamalarına bakıldığında aslında elde edilecek gelirin inşaat masrafından fazla olması gerektiği şeklinde çözüm için doğru bir savunma yaptığı görülmektedir.

Ö: Peki bu durumda z'nin aralığı ne olacak?

Ferman: z 3 200 000 den büyük olacak (halbuki toplamda elde edilen kar 3 200 000 den büyük olmak zorunda değil. Bakım masrafı çıkarılmış olarak elde edilen gelir inşaat masrafından çok olduğunda kar başlar)

Ö: Neden?

Ferman: Çünkü inşaat masrafını geçmek zorunda.

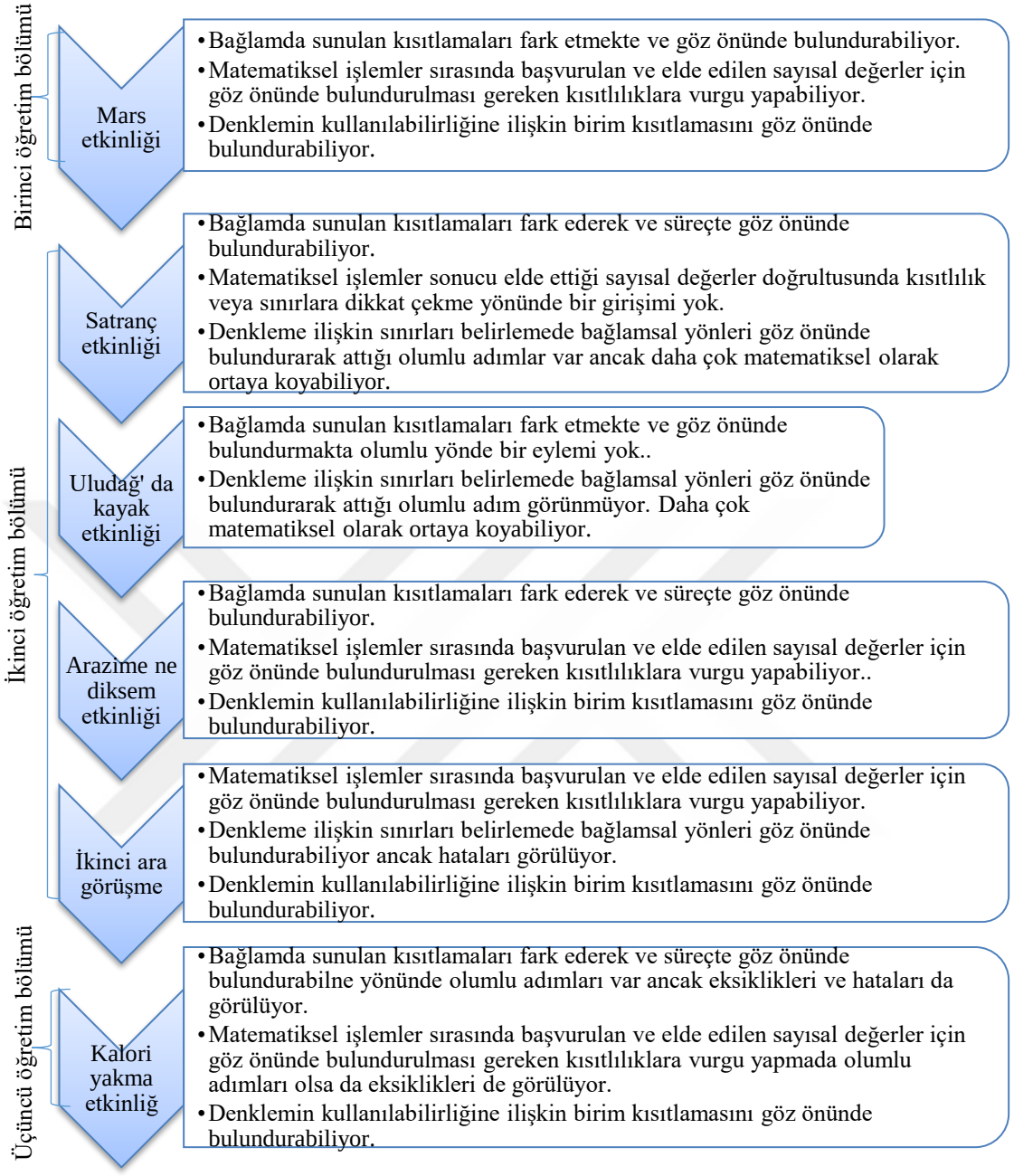
Ö: Eşitlik söz konusu mu?

Ferman: Kar etmediği sürece aynı para da olabilir (kar etmemesi de kabul edilebilirse o zaman eşitlik olabilir demek istiyor)

Ö: Eşit olabilir mi diyorsun?

Ferman: Zarar etmediği sürece kar da etmiyorsa olabilir☺

İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği yansıtma sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında bu bitkilerden birer tane alındığında toplam 50 liraya satılması kampanyası doğrultusunda maliyet aralıkları hesaplamaları yapılırken paşa kılıcını en fazla 49 lira olarak alacaklarını ileri sürerken 50 lira kabul edilememesini "areka bedava olur o zaman☺ Bedava olamaz ki!" diyerek savunmuştur. Ancak devamında ortaya koyduğu işlemlere bakıldığında yine sadece matematiksel işlemler ortaya koymuş olduğu görülmekte iken bağlam ile ilişkilendirme yaptığına dair bir gösterge bulunamamıştır. Ferman'ın araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.39' da verilmiştir.



Şekil 3.39. *Ferman'ın kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı*

Ferman'ın araştırma boyunca çok sık fırsat ele geçirilmeyen bir bağlamdaki problemin çözümünü sağlayan farklı denklemler veya artimetiksel işlem adımları arasında ilişkiler kurma yolunda iki etkinlikte olumlu adım atabilmiştir. Bunlardan biri olan ikinci öğretim bölümündeki arazime ne diksem etkinliğinde kavak ve ceviz ağacı sayısı için ortaya koyduğu $(\frac{x}{4}+1)^2$=z ve $(\frac{x}{8}+1)^2$.10.80=z denklemleri için "ikisinde de

aslında aynı şeyler oluyor. Sadece sayısal değerler farklı. İkisinde de arazinin bir kenarını bulup 1 ekliyor ve ikisinde de toplam ağacı bulmuş oluyoruz" açıklaması ile benzer olan yönlerine, bağlamı da göz önünde bulundurarak vurgu yapabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim bölümünde yer alan İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği genişletme sorusu olan okula areka palmiyesi ve paşa kılıcı satın alınması bağlamında ise kendi okulları için harcanacak parayı sunan 120.(4x+7y)=z ifadesi ile herhangi bir okul için harcanacak parayı sunan z.s=r denklemleri için "bu bizim okul için sadece diğeri ise daha genel. Aynı aslında" diyerek iki denklemi ilişkilendirme yönünde kısa bir açıklama yapabilmiştir.

Ferman'ın bir denklemin, kendisinin ait olduğu bağlamdaki problemin çözümünü sağlayıp sağlamadığına yönelik bağlamsal yönlerden desteklenmiş matematiksel dayanaklı açıklamalar yapmakta araştırma boyunca aktif rol almakta zorlandığı görülmüştür. Örneğin birinci öğretim bölümünün halter etkinliğinde $\frac{x}{y}$ cebirsel ifadesinin bağlamdaki problemin çözümünü sağlayabileceğine yönelik sayısal değerler üzerinden örnekler sunamadığı görülmüş ancak "kaldırdığı kiloyu kendi kilosuna bölerek hangisinin daha iyi kaldırış olduğuna karar verebiliriz. X kaldırdığı, y ise kendi kilosu. x/y işleminin sonucu hangisinde büyük çıkarsa o daha iyi kaldırmıştır" şeklinde bağlamsal ve matematiksel yönlü kabul edilebilir bir açıklama yapabilmiştir. Bazı etkinliklerde kendisine doğrudan sorulduğunda dahi bu yönde herhangi bir olumlu adım atamadığı görülürken bazılarında ise matematiksel gerekçelendirmeden yoksun olan sadece bağlamsal ve günlük yaşam deneyimlerine dayalı savunmalar ortaya koyabilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünde Uludağ'da kayak etkinliğinde sadece "Evet. Bence işe yarar bu denklem" şeklinde açıklama yaparken, düzenli şehir etkinliğinde ise her ne kadar öğretim deneyinde sayısal veriler üzerinden denklemin kullanımını örneklendirerek bağlamsal yönleri olan açıklamalar yapma yönünde olumlu adım atabildiği görülse de gözden geçirme aracında denklemin çözümü sağlayıp sağlamadığına yönelik "$z=x^2-y^2$ bence bu verilen denklem ortak yaşam için ise hedeflenen şehri yapmak mümkün. Çünkü bir köy yerleşim yeri gibi çok dağınık yani bütün evler istediği gibi istediği yere yapılmış. Ama böyle her ev standart ölçülere göre yapılmış olur ve karışıklık çıkmaz" şeklinde matematiksel dayanaklardan yoksun bir savunma yapmıştır.

Bir bağlam durumunda denklemin, ortaya çıkan yeni koşulları karşılayarak çözüm yolunda hala kullanılabilir olduğuna veya kullanılabilir olacak şekilde düzenlenmesine ilişkin araştırma boyunca belirgin bir şekilde olumlu eylemler ortaya koymakta zorlanmış ve hatta bazen sadece matematiksel ya da sadece bağlamsal temelli perofrmansları dikkat

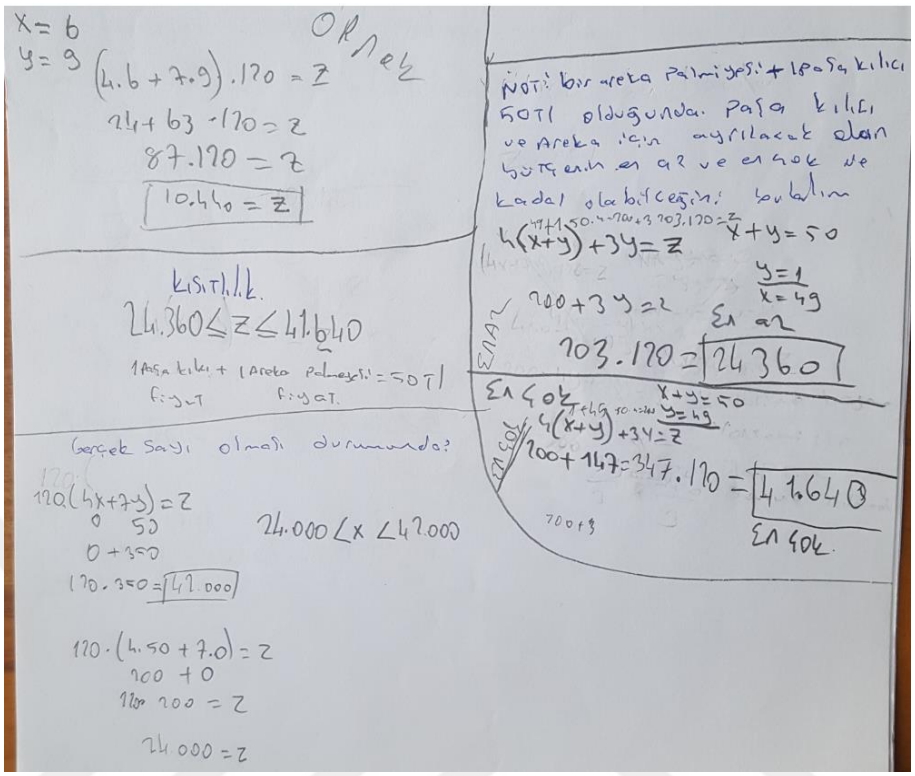
çekmiştir. Örneğin birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde kayın ağacı yerine çam ağacı götürülmesi durumunda çam ağacının 1 yılda 30 ton oksijen üretmesi bilgisinden dolayı "1 saat" için kurulan olan denklemi "1 yıl" için düzenlemeye çalıştığı görülmüş ve buna yönelik"amacım insan sayısını 1 yıllık oksijen miktarıyla çarpıp üretilen oksijen miktarına bölüp ağaç sayısını bulmaktı ama olmadı" açıklamasını sunabilmiştir. Ferman, denklemin birimlerde gerekli dönüşümler yapılarak kullanılanılabilir olduğu yönünde işlemler ve açıklamalar ortaya koymuş ancak işlemlerinde başarısız olmuştur (Görsel 3.98). Öte yandan ikinci öğretim bölümünün dalış etkinliğinde bir diğer rekortmen dalgıç Ahmet Gabr' ın 330 m'lik dalışı için denklemi kullanması ve erkek olmasından dolayı akciğer hacmindeki büyüklüğü ve küçülme oranını yorumlaması beklenmiştir. Ferman matematiksel dayanaklardan yoksun bir şekilde "Ahmet Gabr tüplü dalış yapınca akciğerleri tüpsüz dalış yapan Şahika Ercümen'in ciğerleri kadar küçülmez çünkü tüp sayesinde nefes aldığı için akciğerleri daha yavaş küçülür" diyerek sadece bağlamsal veya günlük yaşam deneyimlerine dayalı bir yorumda bulunabilmiştir.

İkin öğretim bölümünün sonunda gerçekleştirilen ikinci ara görüşmelerde Ferman ortaya koyduğu 417852x-3200000=z denkleminin, Hamamlı köyü için rüzgâr türbini kurulması durumunda işlerliğinde bir değişiklik olmadığının farkında olarak denkleme dayalı işlemlerini tekrar ortaya koymuş ve attığı adımların bağlamsal yönden ne anlama geldiğini ortaya koyabilmiştir.

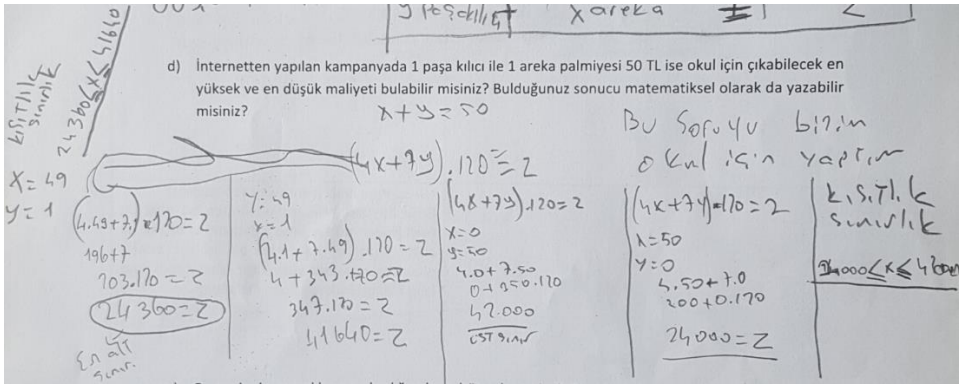
> Ö: Peki şimdi Hamamlı köyüne bu rüzgar türbininden kurulsa muhtemelen köylüler ne kadar zamanda kara geçeriz ne kadar kar getirir gibi soruların cevaplarını merak edecekler. O zaman bu denklemi sunabilir miyiz onlara?
>
> Ferman: Evet.
>
> Ö: Peki anlayacaklar mı bir şey bundan?
>
> Ferman: Anlatayım o zaman hocam☺ İnşaat masrafı yine 3200 000 olacak. Bir yıldaki parayı 20 yıl ile çarptım. Şimdi bu paradan inşaat masrafını çıkartıp... 5 157 040 lira olur. hocam 8 yıla kadar kazanamazlar. 8 yıldan sonra 12 yıl kar olur.

Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde bir areka palmiyesi ile bir paşa kılıcının toplam fiyatının 50TL olması kampanyası doğrultusunda $120.(4x + 7y) = z$ denkleminin hala kullanılabilir olduğuna yönelik farkındalığını sadece matematiksel yönlerden işlemler ortaya koyarak gösterebilmiştir. Bu sırada öğretim sürecinde pasif kaldığı görülürken, grup arkadaşları Orhan tarafından $120.((4x + 4y) + 3y) = z$ şeklinde revize edilen denklemi de sadece matematiksel olarak işe koştuğu görülmüştür (Görsel 3.99a). Öte yandan gözden geçirme aracında da

denklemin bu kampanya doğrultusunda kullanılabilir olduğunu sadece matematiksel olarak sayılar atayaıp işlemler yaparak göstermiştir (Görsel 3.99b).

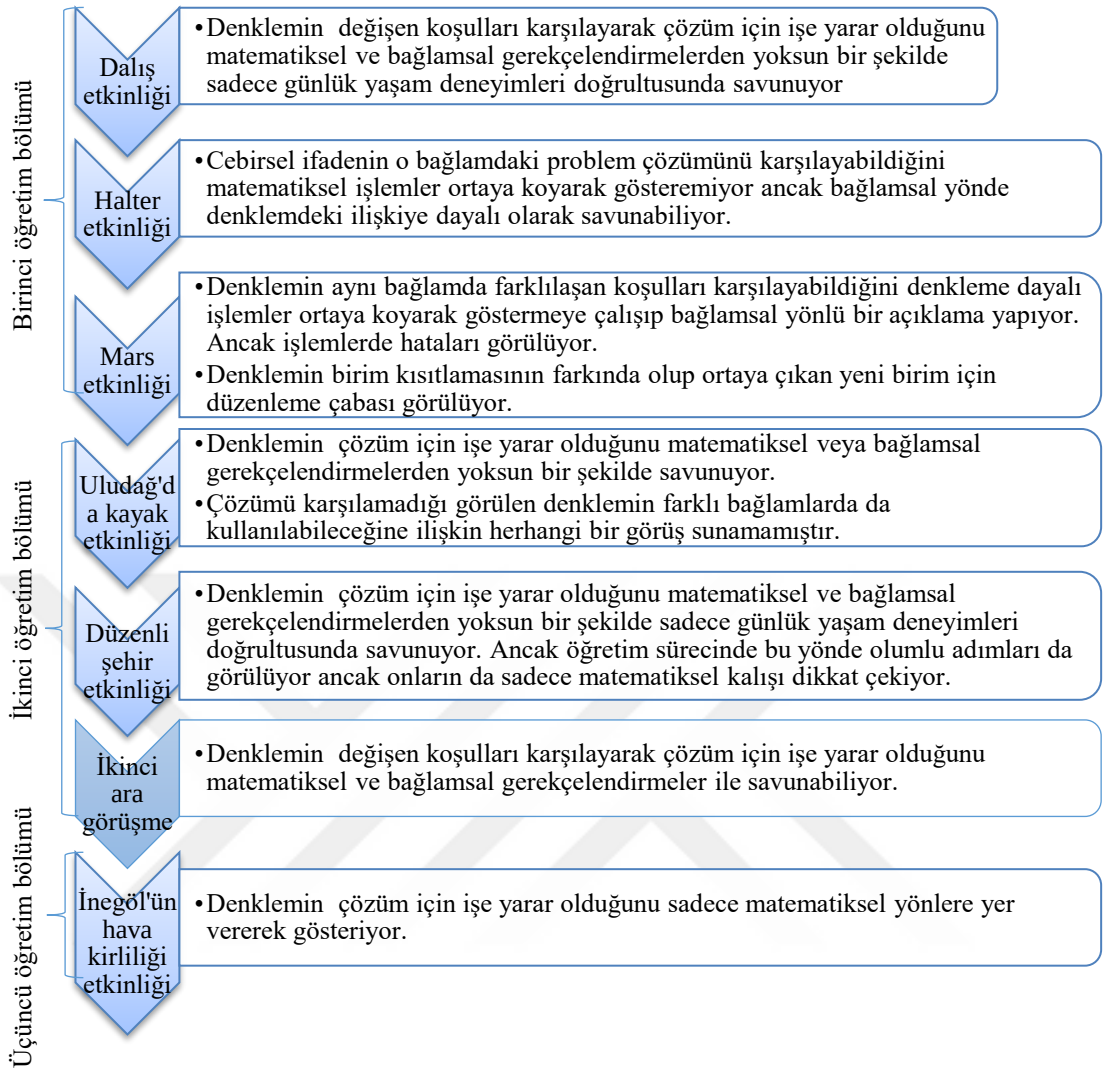


Görsel 3.99a. *Ferman'ın öğretim sırasında değişen koşullarda denklemi işe koşması*



Görsel 3.99b. *Ferman'ın gözden geçirme aracında değişen koşullarda denklemi işe koşması*

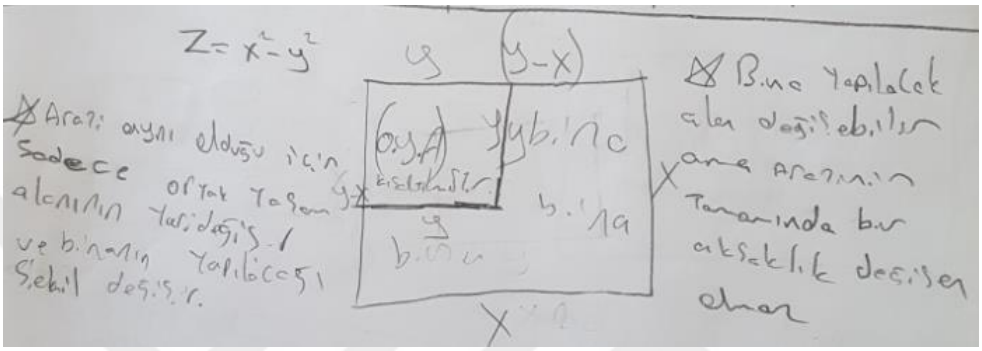
Ferman'ın araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.40' de verilmiştir.



Şekil 3.40. *Ferman'ın söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

Değişen koşullar doğrultusunda matematiksel modelin yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenlenmesini gerektiren etkinlikler ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde yer almıştır. İkinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde Ferman, denklemin kullanılabilir olduğuna veya reviyonuna ilişkin, sadece öğretim sürecinde olumlu yönde adımlar atabilmiştir. Ortak yaşam alanının arazinin ortasında olma şartı kaldırıldığında denklemin ne olacağına dair sorgulamada görsel üzerinde bahsedilen değişimin nasıl olacağını gösterip "arazi aynı olduğu için sadece ortak yaşam alanının yeri değişir ve binanın yapılacağı şekil değişir. Binanın yapılacağı alan değişebilir ama arazinin tamamında bir değişen olmaz" diyerek aslında denklemin aynı kalacağını ifade ederken değişebilecek yönleri de bağlamsal destekli olarak dile getirebilmiştir (Görsel 3.100). Öte yandan ortak yaşam alanının kare olma şartının kaldırılması durumunda ve arazinin %25'

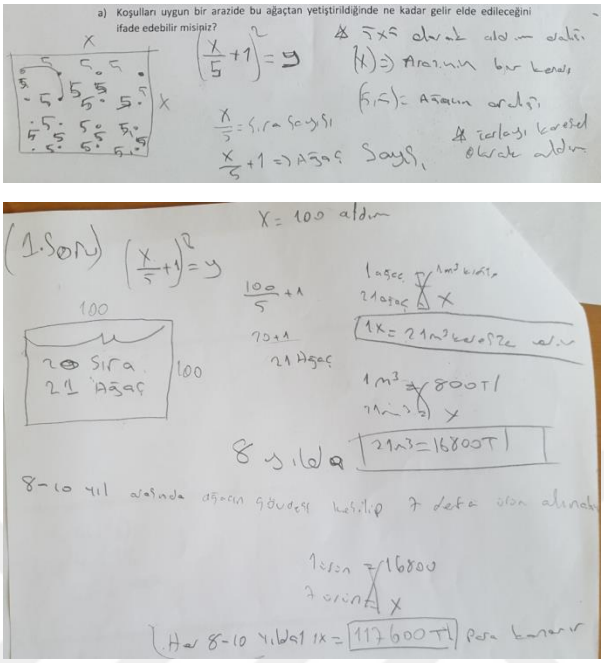
ine ortak yaşam alanı yapılması zorunlu tutulduğunda denklemde herhangi bir revizyonda bulunmadığı veya denklemin hala kullanılabileceğe yönelik matematiksel adımlar atamadığı görülmüştür. Öte yandan "bence yapılan binaların yerleri değişir, oyun alanları ve park yerleri de değişirse denklem de değişebilir" ve "bence bu denklem üzerinde yapılan binalar için koyulan şartı de ekleyerek buna göre bir site yaparlar" şeklinde matematiksel gerekçelendirmeden yoksun olan sadece bağlamsal yönlü açıklamalar sunmuştur (Görsel 3.83).



Görsel 3.100. *Ferman'ın düzenli şehir etkinliğinde denklemin kullanılabilirliğine ilişkin bir performansı*

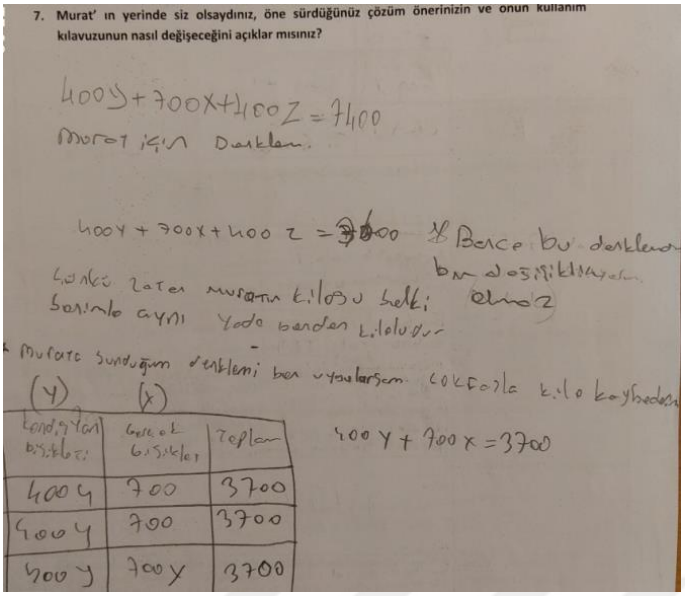
Arazime ne diksem etkinliğinin genişletme sorusu olan aslında araziye paulownia ağacı dikilmesi durumunda ortaya çıkan yeni koşulları karşılayacak şekilde denklemi, değişen ve değişmeyen yönleri göz önünde bulundurarak yeniden oluşturabildiği görülmüştür (Görsel 3.101). Her ne kadar cebirsel olarak sadece ağaç sayısını sunan $(\frac{x}{5}+1)^2$=y denklemini ortaya koysa da devamında ağacın getireceği gelir için de "1m^3 800 TL ise 21 m^3 16800 TL olur" şeklinde doğru orantılı ilişki kurarak aritmetiksel yolla sonuca ulaşabilmiştir. Denklemdeki değişkenlerin ve niceliklerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini örneğin "x, arazinin bir kenarı", "$\frac{x}{5}$ sıra sayısı", "$\frac{x}{5}+1$ ağaç sayısı", "5, ağaç aralığı" şeklinde açıklayabildiği ve bunları pek çok zaman sunduğu görsel üzerinde gösterebildiği görülmüştür. Ağaçlar arasındaki aralıkların kaç m olacağına yönelik "ben 5x5 olarak aldım" diyerek ve arazinin şekli için "tarlayı karesel aldım" diyerek denklemin oluşturulması ve sonrasında bağlamsal olarak açıklanması sırasında göz önünde bulundurulması gereken varsayımları ortaya koyabilmiştir. Öte yandan metinde sunulan "8-10 yılda bir kesime gelmesi ve 7 defa sürgün vermesi" kısıtlamalarına dikkat çekebilmiş ancak çözüm sürecinde bir sıraya dikilen ağaç sayısının karesini almamış ve bu sebeple de 441 yerine 21 ağaç için getireceği geliri hesaplayarak çözüme ilişkin o

günkü koşullarda dahi gerçekçi olmayan ilk kesimde tarladan 16800 TL, toplam ömrü boyunca yapacağı yedi kesimde ise 117600 TL kazanacağı sonucunu elde etmiştir.



Görsel 3.101. *Ferman'ın arazime ne diksem etkinliğinde denklemi revizyonuna ilişkin performansı*

Üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde ise "ya sen olsaydın..." genişletme sorusunda kendisi olması durumunda bir işe gitmiyor olmasından dolayı hafta içi dışarıya çıkıp gerçek bisiklet sürebileceği, kondisyon bisikletinin olup olmaması, yaşının daha genç olmasından dolayı alması gereken ve yakabileceği günlük kalori miktarının değişmesi gibi ortaya çıkacak yeni kısıtlıkları görememiş ve doğal olarak da "bence bu denklemde bir değişiklik olmaz" diyerek denklemin kullanılabilir olduğunu düşünerek revize edilmesi gereken yönlerine ilişkin eylemler ortaya koyamamıştır (Görsel 3.102). Her ne kadar "Murat'a sunduğum denklemi ben uygularsam çok fazla kilo kaybederim" diyerek revizyona ilişkin olumlu bir adım atsa da denklemde, haftada yakılabilecek 7400 kalori yerine herhangi bir gerekçeye dayanmayan ve yanlış olan 3700 kalori yakma yönünde bir düzenleme yapmıştır.



Görsel 3.102. *Ferman'ın kalori yakma etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Ferman'ın rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede aynı bağlamda değişen koşullar ortaya çıktığında denklemin ya da aritmetiksel işlemlerin işlerliğine veya revizyonuna yönelik matematiksel ve bağlamsal yönlerden olumlu görüşler sunabilmiştir. Örneğin, rüzgar türbini sayısının değişken olması durumunda bir ürgar türbininden elde edilecek kar olan 5157040 zed değerinden yola çıkarak "5157040y=z" şeklinde yeni denklemi tereddütsüz ortaya koyarak onun çözüm için nasıl kullanılabileceğine ilişkin bağlamsal ve matematiksel yönlere yer verdiği bir açıklama yapmıştır.

Ö:Peki bir tane rüzgar türbini kurulmasa daha fazla kurulsa...

Ferman: O zaman şöyle olur: 5157040y=z

Ö:Nedir bu açıklayabilir misin?

Ferman: 5 milyon 570 bin 40 zed bir rüzgar türbinin getirdiği kar (sayıyı yanlış okudu). Bu y de kaç tane rüzgar türbini istiyorsak onun sayısı. Çarpıyoruz. Böylece toplam parayı buluruz.

Bor katkılı bir rüzgar türbini üretildiğinde de ömür ve bakım masrafındaki değişikliği göz önüne alarak 417852x-3200000=z denkleminin tamamına ilişkin revizyonları gerçekleştiremese de x değişkeni için bağlamsal yönlere de vurgu yaparak değer aralığının değişeceğini matematiksel olarak da ortaya koyabilmiştir.

Ö: Şimdi bu verilen rüzgar türbininin bor madeni ile güçlendireceği diyor bu soruda. Ne anlıyorsun burada sen?

Ferman: Yani ömrü 20 ya da 25 yıl değil daha fazla olacak diyor.

Ö: Hesaplayabilir misin onu?

Ferman: 20 yıl üzerinde...yüzde 60 ile ömrünün ne kadar uzadığını bulmam lazım.

Ö: Neyin yüzde 60' ı?

Ferman: Yani rüzgar türbini için bor madeni de eklenirse aşınması daha az olacak ve ömrü %60 uzayacak.

Ö: Tamam. Kaç olacak o zaman yeni ömrü? Şu anda kaç?

Ferman: %100 ü 20 ise %60'ı x' tir deyip...(işlemleri yaptı) Yüzde 60 ı 12 yıla eşit. Yüzde 60'ı 20 yılın üzerine eklersen ne kadar ömrü olduğunu bulmuş oluruz.

Ö: Ne kadar olmuş olur yeni ömrü?

Ferman: 32 yıl.

Ö: O zaman az önce senin şurada verdiği şey (417852x-3200000=z) nasıl değişti?

Ferman: Yani kısıtlama farklılaşır. Mesela 20 değil de 32 olur.

Dahası 417852 katsayısının bakım masrafının düşmesiyle birlikte değişeceğini görebildiği ancak hesaplamalarında sürekli yardım beklediği ve kendi başına ilerlemekte zorlandığı görülmüştür. Ayrıca x değişkeninin değer aralığının alt sınırı olan 8 değerinin de değişeceğini yine bağlamı göz önünde bulundurarak bakım masrafının düşmesiyle maliyetin düşeceği ve dolayısıyla daha kısa sürede kar edileceği düşüncesini öne sürerek savunabilmiştir. Öte yandan bir rüzgâr türbininden yıllık elde edilecek karın kaç zed olacağı, kaç yılda kar edilmeye başlanacağı ve ömrü boyunca kaç zed kar getireceği yönünde revizyonlara ilişkin herhangi bir adım atamamıştır.

Ö: Peki alt sınır 8 olarak mı kalacak?

Ferman: 8 yaklaşık değer.

Ö: Peki başka?

Ferman: Bakım maliyeti düşerse kar oranı(katsayısı demek istiyor) fazla olur.

Ö: Peki x değişir mi o zaman?

Ferman: Yani x yıl olduğu için aslında o da düşecek. Çünkü maliyet düştüğü için x de düşecek (x i 8 yılda kar edecek olarak bulduğu için bu 8 yılın daha kısa sürede olacağını ifade ediyor). Sınırlar arası fazla olacak (x in değer aralığının genişleyeceğini ifade ediyor).

Ö: Peki kaça düşecek acaba hesaplayabilir miyiz?

Ferman: %1 i buluruz çıkartırız (ancak işlemleri devam ettirmekte zorlanıyor ve sürekli destekleyici sorular ve yardımlar bekliyor).

Ferman'ın farklı bağlamlarda denklemin işlerliği veya revizyonu üzerine olumlu eylemleri sadece ikinci ara görüşmede ve İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği yansıtma sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında görülmüştür. Rüzgâr enerjisi bağlamlı ara görüşmede bir tarlasının olması ve meyve yetiştirerek kazanç sağlaması durumunda buradaki 417852x-3200000=z denkleminin kullanışlı olup olmayacağı sorgulamasında tarla için harcayacağı paraya 50000 lira, tarlanın yıllık giderine 20000 lira, 417852 katsayısı yerine de tarlanın bir yılda getireceği karı yazacağını ifade ederek

denklemi bağlamsal yönlerini göz önünde bulundurarak yeni koşulları sağlayacak yönde düzenlemeye çalışmıştır. Dahası uygun sayısal değerler kabul ederek "yıllık" veya "1 yılda" gibi yeni kısıtlıkları göz önünde bulundurabilme şeklinde başarılı adımlar atabilmiştir. Ortaya koyduğu "x-50000=20000" şeklindeki cebirsel modelinin problem çözümünü sağlamada yetersiz olduğu görülse de aritmetiksel olarak yıllık gelirden yıllık giderini çıkardığında yıllık karını bulmuş olacağı şeklinde işlemler yürüteceğini ifade edebilmiştir.

Ö: Diyelim ki sen çiftçisin ve meyve yetiştireceksin. Bu genel ifaden senin işine yarar mı?

Ferman: Şimdi meyve yetiştirmek için bir harcama yapacak ve biz kaç yıl sonra kara geçeceğini bulacağız.

Ö: Şimdi peki bununla (417 852x-3200000=z) nasıl ilişkilendirebilirsin?

Ferman: Mesela ne kadar masraf yapıyor?

Ö: Bu masrafın içine neler giriyor?

Ferman: Fidan masrafı mesela☺

Ö: Tamam o zaman.

Ferman: Tarla için harcadığı para 50000 lira (yazdı). 417 852 yerine tarlanın bir yılda getirdiği geliri yazacağız.

Ö: Gideri yazacak mısın?

Ferman: Gelirden gideri çıkaracağız. Geriye kalan parayı yazacağız (gelir derken kar demek istediği anlaşıldı)

Ö: Net para istiyorsun o zaman sen.

Ferman: Yılda 20000 olsun.

Ö: Kaç yıl sonra kara geçeriz peki şimdi?

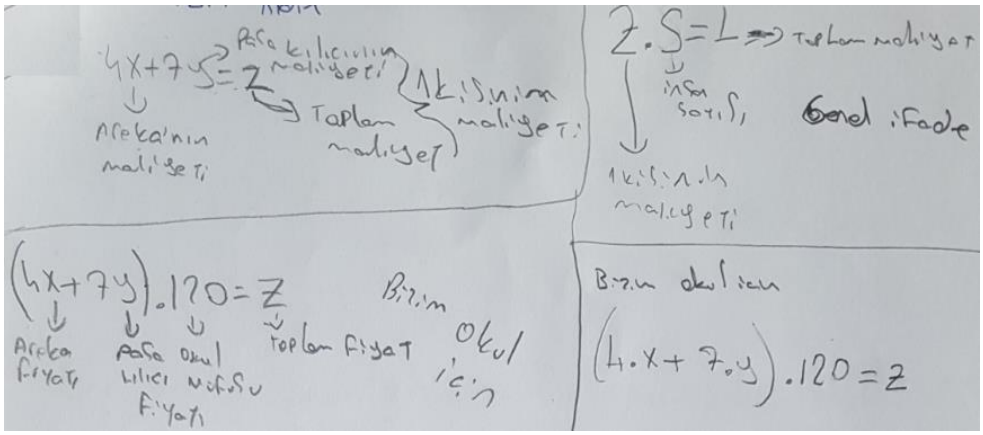
Ferman: x-20000=50000. Buradan x i bulacağız. 20000 yılda kazandığı para 50 000 de harcadığı para (halbuki 50000 ilk başta harcadığı para her yıl değil)....(durdu düşünüyor ama devam edemiyor)

Ö: Kaç para kazanır bu işten?

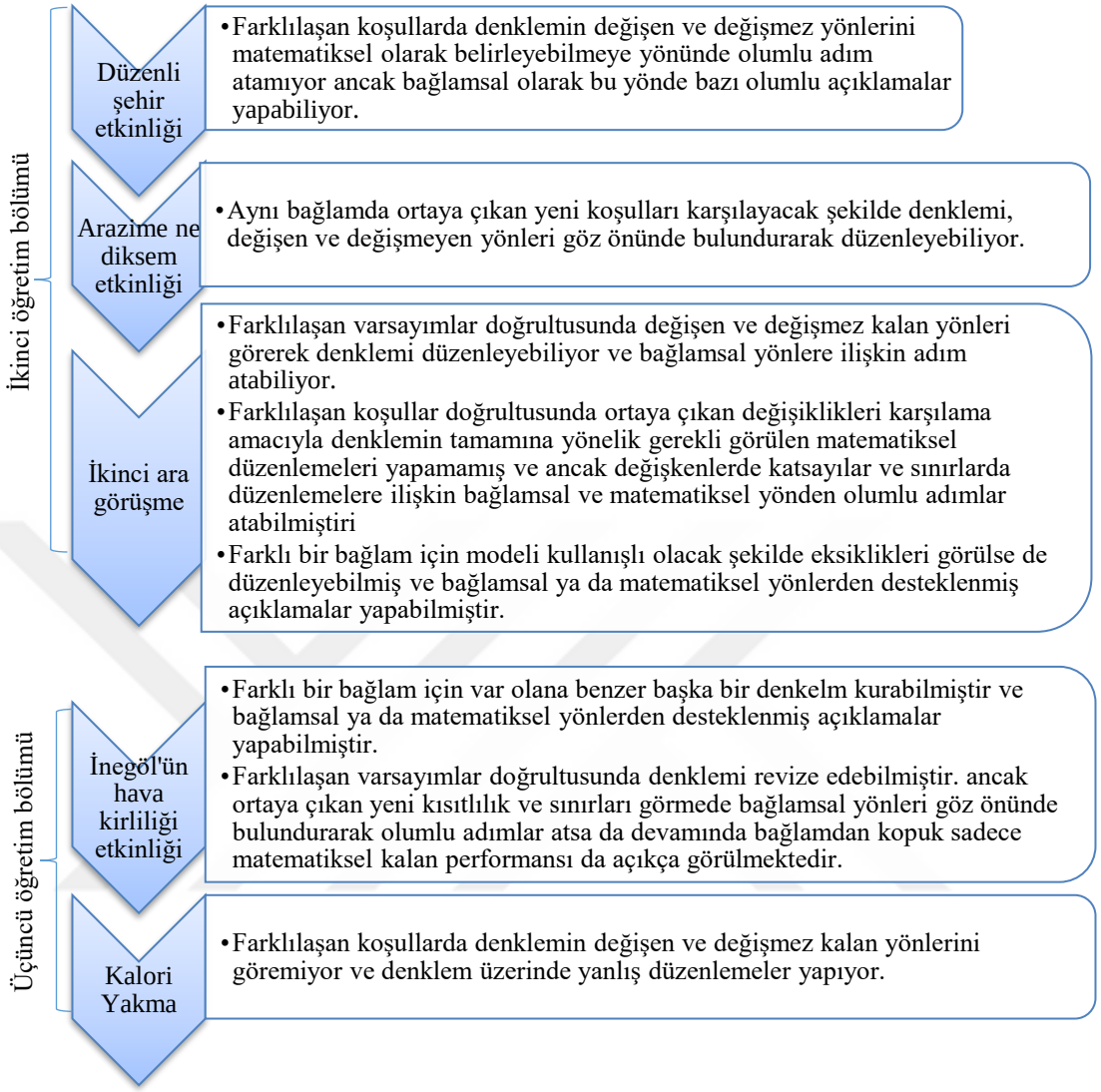
Ferman: Bir senede 20000 kalıyor. 50000 çıkartacak. Yani 70 000 olacak.

İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde farklı bir bağlam olup benzer düşünme süreçleri gerektiren okula oksijen sağlaması amacıyla areka palmiyesi veya paşa kılıcı satın alınması bağlamı ile genişletilen süreçte Ferman' ın rahatlıkla denklemlerde revizyonlara bulunabildiği görülürken "kendi okulum için", "bir kişi için" ve "herhangi bir okul için" şeklinde farklı varsayımlar doğrultusunda denklem için değişen ve değişmeyen yönlerini göz önünde bulundurarak gerekli revizyonları yapabilmiştir (Görsel 3.103). Ayrıca "1 kişinin maliyeti, toplam maliyet, bizim okul için toplam fiyat"

şeklinde değişkenler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlılıklara yer verebilmiştir.



Görsel 3.103. *Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde farklı bir bağlamda denklemi yeniden kurma performansı*



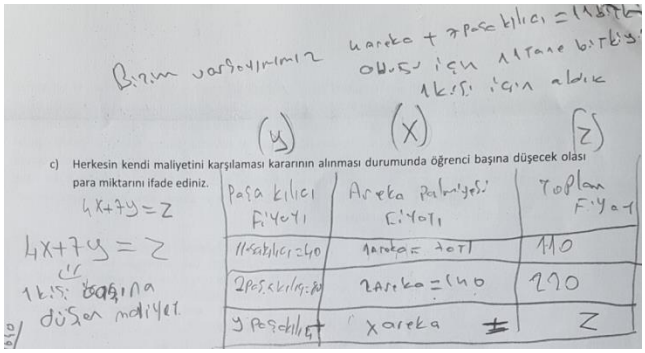
Şekil 3.41. *Ferman'ın değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

Birinci öğretim bölümünün ilk dört etkinliğinde varsayımda bulunma veya bulunulan varsayımlara dikkat çekme yönünde pasif kaldığı görülen Ferman'ın sadece Bursa İstanbul güzergahı etkinliğinde, matematiksel işlemler sonucunda kendisinin ulaşması beklenen sayısal değerler için "karayolu 100 lira olsun, yol 5 lira" şeklinde doğrudan bazı değerler kabul ettiği görülmüştür. Bunun yanında kabul ettiği değerlerin "benzin 10 TL, köprü için 10 lira, yol için 5 lira" gibi o günkü piyasa koşullarında dahi gerçekçi olmaması dikkat çekmiştir. Öte yandan varsayımda bulunması beklenen bazı nicelikler için "feribot 150 lira olsun ve araba 100 km'de 5 L yakar" şeklinde gerçekçi

olan sayısal değerler de kabul edebilmiştir. Mars etkinliğinden itibaren ise düzenli şehir etkinliği dışındaki tüm etkinliklerde ve ara görüşmelerde varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma yönünde olumlu yönde adımlar atabilmiştir. Çözüme ilişkin denklemi kurarken bazı varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma yönünde tüm öğretim bölümlerinde açıkça olumlu eylemler ortaya koyabilmiştir. Birinci öğretim bölümünde Mars etkinliğinin gözden geçirme aracında varsayımlar kendisine sorulduğunda "ağacın cinsi değişirse oksijen oranı da değişir ve yaprak genişliği büyükse daha fazla oksijen üretir" diyerek aslında bunların da çözüme etki edebilecek değişkenler olduğu ancak göz ardı edilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

İkinci öğretim bölümünün AB etkinliğinde nüfustaki artış ya da azalışın sabit kabul edilmesi gerektiğini görerek "her sene aynı mı artıyor ya da her sene aynı mı azalacak?" diyerek sınıf tartışmalarında aktif rol almıştır. Ayrıca gözden geçirme aracında nüfuslarındaki değişim için belirtilen sabit artışa yönelik bir kabule dikkat çekerek "Rusya ve Almanya dışında üye olan ülkelerde geçen süre içinde kimsenin ölmediğini varsaydım" açıklamasını yapmıştır. Uludağ'da kayak etkinliği gözden geçirme aracında ise denklemi kuramadığı görülse de y=500-5x denklemindeki x'in katsayısını etkileyen "Ömer'in iniş hızı aşağıya doğru inildikçe artmaz ya da azalmaz. Her metredeki fark aynı kalır" şeklinde bir varsayım ileri sürebilmiştir. Satranç etkinliğinde 2x+y=20 denklemindeki sabit terimi işaret eden "20 puan aldığını varsaydım" şeklinde vurgusu dikkat çekmiştir. Arazime ne diksem etkinliğinde tarlaya paulownia ağacı dikilmesi bağlamında ortaya koyduğu $(\frac{x}{5}+1)^2$=y denklemindeki bileşenleri işaret eden "tarlayı karesel olarak aldım", "iki ağaç arası 5 m aldım" vurgular yaptığı görülmüştür. Üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde ise 400x+700y+400z=7400 denkleminin sabit terimini işaret eden "haftada 1 kg vereceğini ve toplam 7400 cal yakacağını varsaydım" ifadesi görülmüştür. Öte yandan varsayımları arasında, başlangıçta 400x+700y=7400 olan denklemin daha sonrasında 400x+700y+400z=7400 olarak revize edilmesine sebep olan kısıtlamaları işaret eden "hafta içi kondisyon bisikleti hafta sonu ise hem gerçek bisiklet hem de kondisyon bisikletiyle spor yapabilir" açıklamasına yer vermiştir. İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamının gözden geçirme aracında her iki bitkinin fiyatını aynı kabul ederek "bir kişi için 11 bitki olarak aldım" şeklinde yeni kuracağı denklem için hatalı bir kısıtlama varsayımında bulunmuştur (Görsel 3.104). Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmesine bakıldığında ise ömür için "20 ile 25 yıl arası diyor. Ben 20 yıl olarak aldım. 25 alsaydım

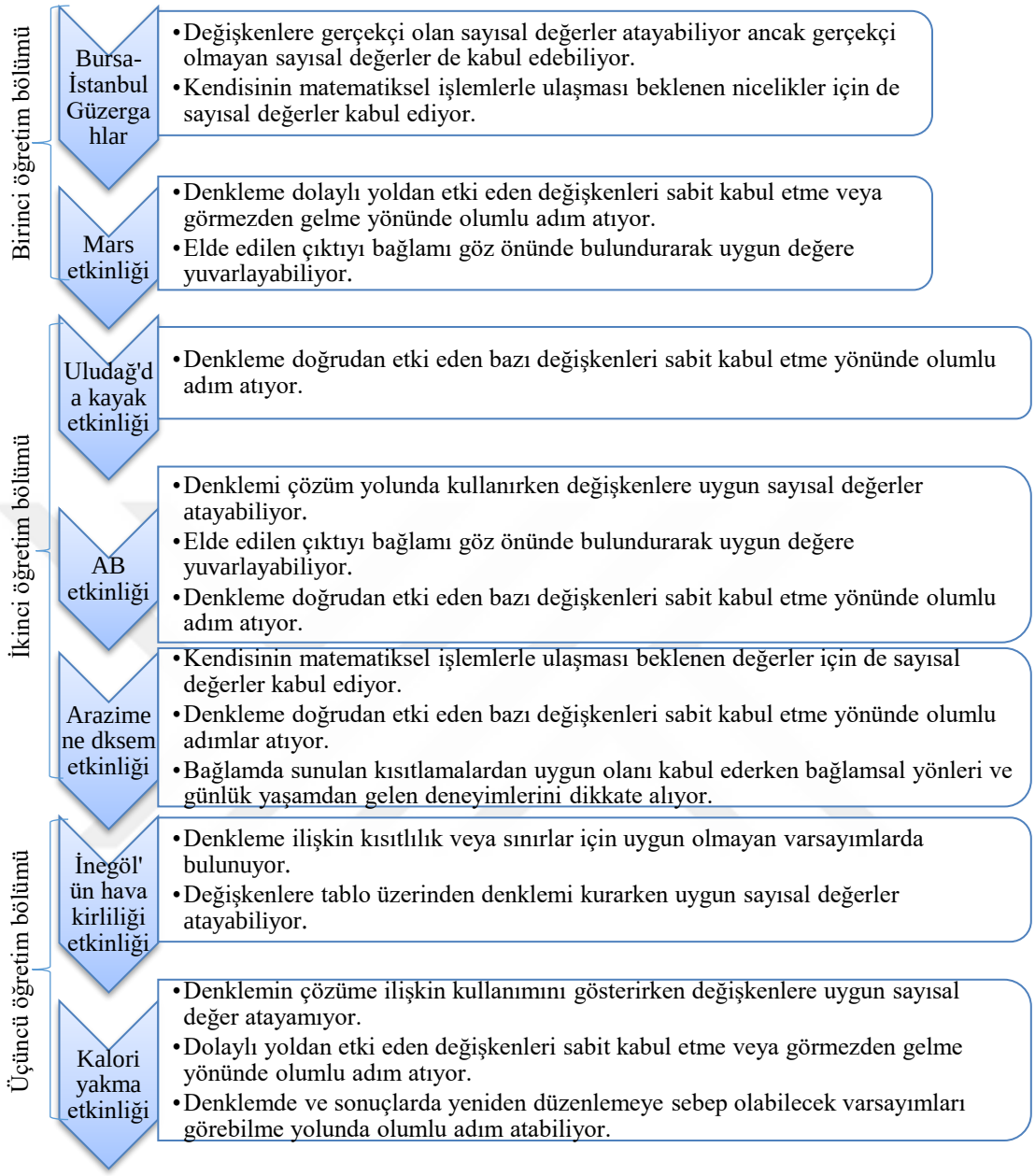
değişirdi tabi" açıklamasıyla metinde sunulan ancak değişkenlerin değer aralığını da etkileyecek kısıtlamalar için uygun kabullerde bulunabildiği görülmektedir.



Görsel 3.104. *Ferman'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde areka ve paşa kılıcı bağlamında kısıtlamalara yönelik hatalı kabulü*

Problem çözümüne ilişkin matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında ortaya koyduğu veya göz önünde bulundurduğu varsayımlarına bakıldığında ilk dört etkinlik sonrasındaki tüm etkinliklerde değişkenler için uygun ve gerçekçi sayılar atayabildiği görülmektedir. Sadece kalori yakma etkinliğinde denklemin çözüme ilişkin örnek kullanımını gösterirken daha önceden de göremediği belirtilmiş olan günlük 1200 kaloriyi geçememe ve akşam dışarı çıkamama gibi bağlamsal kısıtlıkları dikkate almadan sayısal değerler atayıp uygun olmayan çıktılar elde ettiği görülmüştür. Örneğin, Görsel 3.92'deki işlemlerine bakıldığında hafta sonu 5200 kalori yakacağını ifade etmiştir ancak bu bağlamda iki günde en fazla 2400 kalori yakılabileceği kısıtlaması sunulmuştur. Bu da kondisyon bisikleti ile bile alt saate denk gelmektedir ki onun bulduğu sonuca göre hafta sonu 8,2 saat kondisyon bisikleti sürmelidir. İkinci öğretim bölümünün AB etkinliğinin öğretim sürecinde Orhan'ın yokluğunda gruba liderlik ettiği görülen Ferman'ın grubun diğer elemanlarına ve kendine x için 15, 16 ve 17 sayısal değerlerini atayacak şekilde görev paylaşımı yaparak değişkenlere çözüm yolunda sistematik bir şekilde uygun sayısal değerler atayabilmiştir. Ayrıca bu etkinlikte ortaya çıkan ve başka etkinliklerde de ortaya koyabildiği görülen olumlu bir başka eylemi ise bağlamsal yönden gerekli olabilecek şekilde yuvarlamalar yapabilmesidir. Bu etkinlikte x=53,87 sonucu için "tam 53,87 yıl sonra Rusya ile aynı seviyede oluruz. Türkiye yaklaşık olarak 54 yıl sonra Rusya'yı geçer. 2070 yılında geçmiş olur" açıklaması bu yönde dikkat çekicidir. Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede de "7 virgül bir şeyler çıkıyor ama yıl olduğu için biz 8 alacağız" açıklaması ve "8 yılda kar etmeye başlar" şeklindeki yorumu, bağlamı göz önünde

bulundurarak yuvarlamalar yapmasına örnek performanslarındandır. Mars etkinliğinde ise 16,4 değerini 17' ye yuvarlayarak "bir kişi için 17 ağaç", 45,2 değerini 46'ya yuvarlayarak "bir kişi için 46 ağaç" sonuçlarını sunmuştur. Araştırmacı günlüğünde bu katılımcının sınıf tartışmalarında "ağaç sayısının buçuklu olamayacağı" ve "ağaç az olursa oksijen eksik kalır. Az olacağına fazla olsun" yönünde görüş bildirenler tarafında aktif bir şekilde yer aldığı görülmüştür. Arazime ne diksem etkinliği öğretim sürecinde ise Orhan ile birlikte aynı anda, ceviz ağacı için aralıkları 8x8 kabul etmeleri gerektiğini öne sürerek "çünkü ceviz, kavak gibi yukarı büyümez" şeklinde savunmuştur. Ferman'ın araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.42'de verilmiştir.



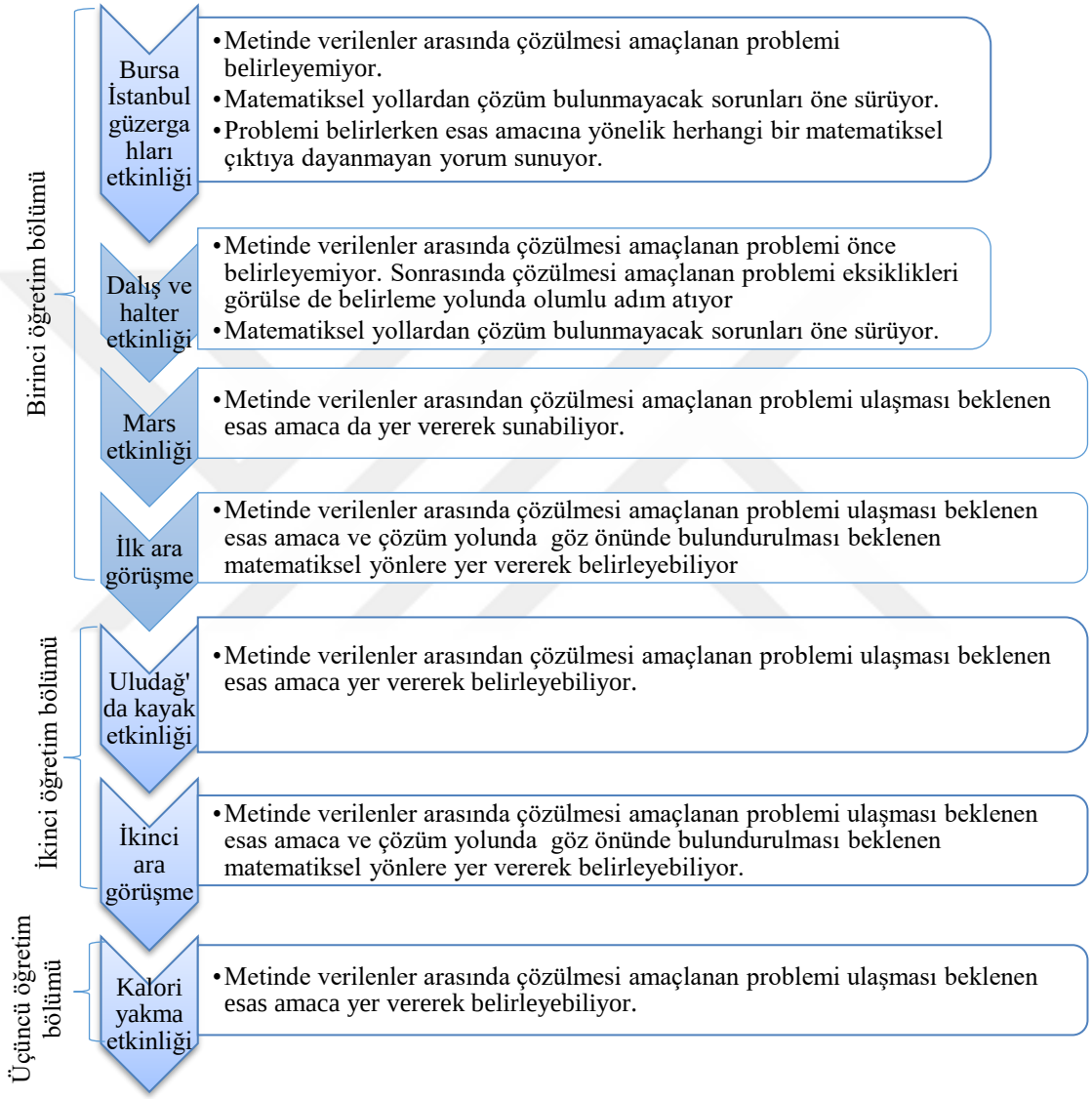
Şekil 3.42. *Ferman'ın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.5. Faris' in matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

Faris, öğretim öncesinde uygulanan ön testten elde edilen sonuçlar doğrultusunda ortaya çıkan gruplardan üçüncüsünden gelen bir katılımcıdır. Bu katılımcı birinci öğretim bölümündeki ilk etkinlikte bağlamsal durumu anlatan metin içerisinden çözüm bulması amaçlanan problemi ortaya koyarken "bisiklet hem doğaya zarar vermiyor hem de sağlığımız açısından yararlı. Akü, benzin veya elektrik ile çalışan motorlar da var. Bence

elektrikli veya benzinli motosikletler kullanılmamalı" şeklinde matematiksel yollardan çözüm bulunması beklenmeyen bir soruna vurgu yapmıştır. Ayrıca çözülmesi amaçlanan problemi ortaya koymak yerine herhangi bir matematiksel dayanağı olmayan çözüm önerileri ileri sürdüğü görülmüştür. Benzer şekilde ikinci etkinlikte de çözülmesi amaçlanan problemi ortaya koyması istendiğinde "karayolu değil de deniz yolunu kullansaydı yani otobandan kendi arabasıyla değil de denizden feribotla gitseydi yolu daha çok kısalırdı" şeklinde matematiksel dayanaksız bir çözüm önerisi sunmuştur. Hangi güzergahın daha ekonomik olduğu yönünde ulaşılması beklenen esas amaca dikkat çekememiştir. Dalış etkinliğinde bireysel çalışma kâğıdında "Şahika Ercümen' in ne kadar derine inebileceğini bulmak" ve halter etkinliğinde "sporcunun halteri tek veya iki kolla başından yukarı kolları dik olacak şekilde halteri kaldırması ve rekor kırarak birbirini geçmeye çalışmaları" şeklinde yine matematiksel yollardan çözüm bulunması beklenmeyen sadece bağlamsal yönlü sorunlara yer vermiştir. Ayrıca dalış etkinliği için gözden geçirme aracında, çözülmesi beklenen problemi "1 atm basınçta akciğerlerinin ne kadar küçüleceğini bulmak" şeklinde derinlik gibi bazı yönlerden eksik ortaya koymuştur. Ardından Mars etkinliğinde problem üzerine sınıf tartışmaları yoğunlaştırılmış ve dahası tartışma, problemin kelime anlamının ne olduğuna yönelik genişletilmiştir. Öğretmen tarafından sunulan "matematiksel yöntemlerle, araçlarla çözüm bulunması beklenen sorun" tanımı üzerine sorgulamalar derinleştirilerek öğrencilerin problemi doğru bir şekilde belirleyebilmeleri için desteklenmeleri amaçlanmıştır. Faris' in "hocam Mars' a oksijen götürmek için kaç ağaç götürülmesi gerektiğini bulmak" şeklinde matematiksel olarak çözüm bulacağı problemi belirleyebildiği görülürken, bu etkinlikten sonrakilerde de artık benzer doğrultuda olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünde Uludağ'da kayak etkinliğinde problemi "Ömer'in kayarken yüksekliğinin nasıl değiştiğini bulmak" , üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde ise "Murat'ın haftada nasıl 1 kg verebileceğini bulmak" şeklinde sunabilmiştir. Problem sunarken, çözüme ulaşma yolunda başvurulacak ya da göz önünde bulundurulacak matematiksel yönlere yer verebilme yönünde olumlu adımları ise ara görüşmelerde görülmüştür. İlk ara görüşmenin çalışma kâğıdında "Türkiye'de aşılandıktan sonra üretilen arı sütünün 1 kg'ının kaç TL' ye geldiğini bulmak" şeklinde ulaşılması beklenen arı sütünün kg fiyatını bulma amacını ve bu amaca ulaşma yolunda başvurulacak aşılama ve üretilen arı sütü bilgilerine yer verebilmiştir Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmenin çalışma

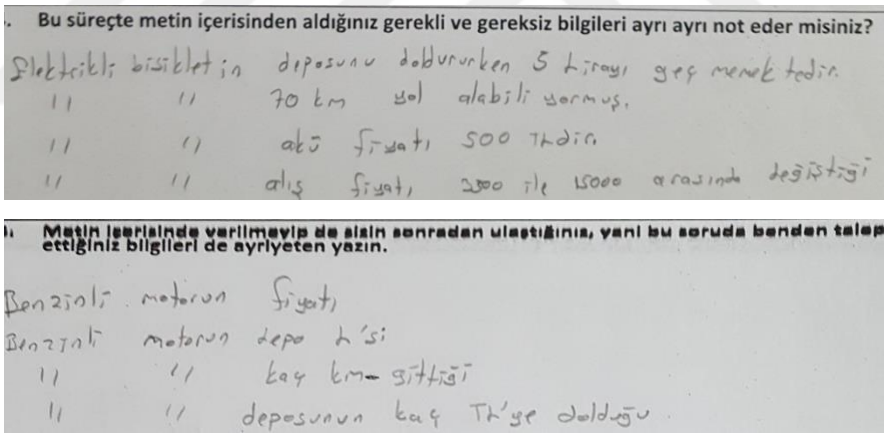
kâğıdında ise “kaç yıl sonra masrafın bitip artık kar elde edeceğimizi bulmak” şeklinde kaç yıl sonra kar edileceğini bulma amacına yer verirken çözümde başvurulması gereken masrafa da dikkat çekebilmiştir. Faris’in araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.43’ de sunulmuştur.



Şekil 3.43. *Faris’in çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

Faris’in problemin çözümüne ulaşma yolunda metin içerisinde sunulan bilgiler arasından gerekli olanları belirleyebilme veya metin içerisinden sunulmayıp da çözüm yolunda gerekli olabilecek bilgileri belirlerken ilk etkinlikten itibaren bazı etkinliklerde yeterli olmasa da olumlu yönde mutlaka adımlar atabildiği görülmüştür. Birinci öğretim

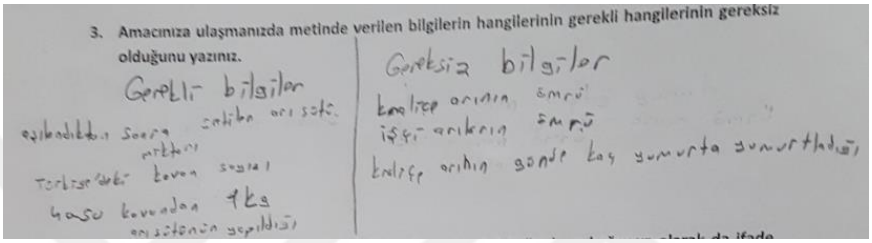
bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde sınıf tartışmalarında aktif rol alarak“1 km’de kaç L benzin yaktığı” şeklinde metinde sunulmayan ancak çözüm için kullanılabilecek bir bilgi talep edebildiği görülmüştür. Gözden geçirme aracına bakıldığında ise metin içerisinde sunulmayıp da çözüme ulaşmada gerek duyulabilecek bilgiler için “benzinli motorun fiyatı, depo litresi, kaç km gittiği ve deposunun kaç TL’ye dolduğu” şeklinde sadece benzinli motosiklete yönelik bilgileri sunduğu görülürken çözüm sürecinde dolaylı yoldan kullanılabilecek “deponun kaç litre olduğu ve kaç liraya dolacağı, kaç km gittiği” bilgilerini de yazması dikkat çekmiştir. Elektrikli bisiklet için talep edilmesi beklenen ve kritik olan akü fiyatı bilgisini talep edememiş ancak çözüm sürecinde onu da dikkate alma yolunda adım atabilmiştir. Öte yandan metinde sunulanlardan çözüm için gerekli olanları yazarken ise “elektrikli bisikletin deposunu doldururken 5 lirayı geçmemekte, akü fiyatı 500 TL ve alış fiyatı 3500 ile 15000 lira arasındadır. Elektrikli bisiklet 70 km yol alabiliyormuş” şeklinde belirtebilmiştir (Görsel 3.105). Metinde sunulan ancak çözüm sürecinde gerek duyulmayan bilgiler için ise herhangi bir örnek sunamamıştır.



Görsel 3.105. *Faris’in elektrikli bisiklet etkinliğinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme performansı*

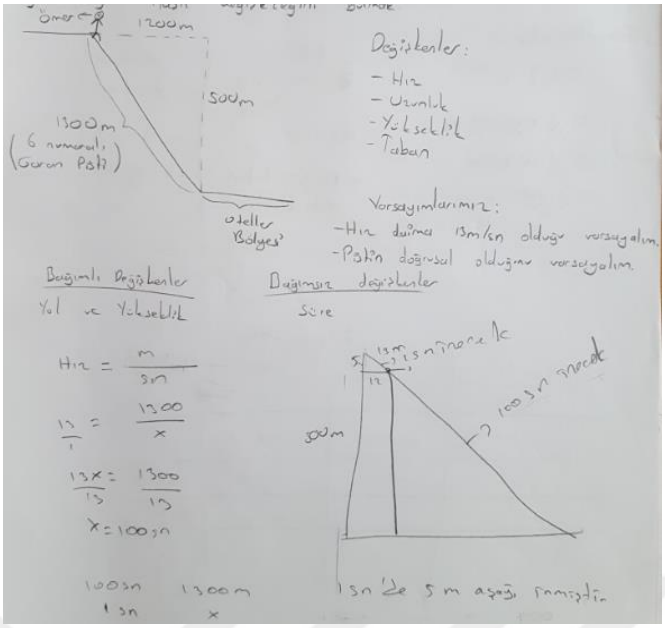
Bursa-İstanbul güzergahı etkinliğinde gözden geçirme aracında “her bir güzergahın kaç km olduğu, benzinin litresinin ne kadar olduğu, ücretli feribotun kaç lira olduğu ve feribotun kaç km yol aldığı” şeklinde metinde sunulmayıp da gerekli olan bilgileri talep edebildiği görülürken öğretim sürecinde feribotun kaç km yol aldığı bilgisinin neden gerekli olduğuna dair “hocam biz otobandan gittiği yolun ne kadar para tuttuğunu bulduk. 87 TL. Feribotlu olan yolu tüm yoldan çıkarttığımızda onu bulacağız” şeklinde bağlamsal ve matematiksel gerekçe içeren savunma yapmıştır. Dalış etkinliğine kadar çözüme

ulaşma sürecinde gerek duyulmayacak bilgileri sunma yönünde herhangi bir girişimi görülmeyen Faris'in bu etkinliğin öğretim sürecinde "gereksiz bilgi olur mu ki..." çıkışının ardından, "gereksiz" ifadesiyle problem çözümünde kullanılmayacak bilgilerin kastedildiğine dikkat çekilmiştir. Faris' in sonrasında gelen etkinliklerde gereksiz bilgiler için uygun örnekler verebildiği görülmüştür. Örneğin, ilk ara görüşmede amacına ulaşma yolunda gerekli bilgileri "aşılandıktan sonra üretilen arı sütü miktarı, Türkiye'deki kovan sayısı,40-50 kovandan 1 kg arı sütü yapıldığı" şeklinde ve gereksiz bilgileri ise "kraliçe arının ömrü, işçi arıların ömrü, kraliçe arının günde kaç yumurta yumurtladığı" şeklinde sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.106).



Görsel 3.106. *Faris'in ilk ara görüşmede gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme performansı*

İkinci öğretim bölümünde örneğin Uludağ etkinliğinin öğretim sürecinde çözüm için gereksiz olan bilgiler için "özel kıyafetler" şeklinde örnekler sunabilen Faris'in gerekli bilgilerin metin içerisinden ayrıştırılmasında ise grup içi tartışmalarda aktif rol alabildiği görülmüştür. Faris ve grup arakadaşı Elin'in diğer grup arkadaşlarıyla çözüme ilişkin değişkenleri yol uzunluğu, yükseklik, hız ve süre olarak belirleyebildikleri ve metinde onlara yönelik verilen bilgiler doğrultusunda ilerleyebildikleri görülmüştür. Bu sırada görselden aktif bir şekilde faydalanma performanları da dikkat çekmiştir (Görsel 3.107).



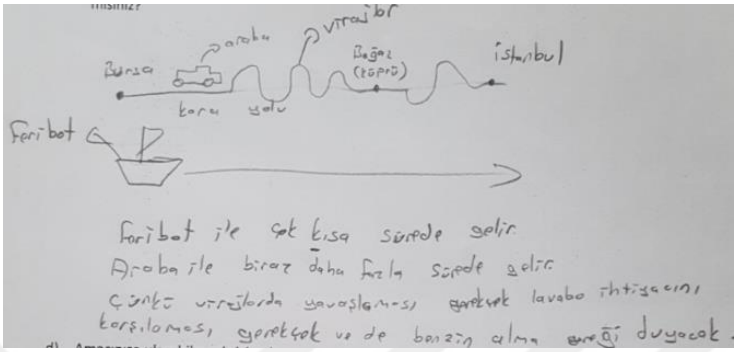
Görsel 3.107. *Fatih ve Elin'in Uludağ'da kayak etkinliği grup çalışma kâğıdında çözüme ilişkin denklemi kurma performansı*

Faris'in metinde gömülü bir şekilde sunulan veya metin içerisinde sunulmasa da bağlamın doğası gereği doğrudan görülemeyen problem çözümünde kritik olan bilgileri fark etme yönünde birinci ve ikinci öğretim bölümlerinde olumlu yönde varlık gösterebilmiştir. Bursa-İstanbul güzergahı etkinliğinde "feribotun içinde benzin yakmıyor ama hocam" diyerek o güzergah için göz önünde bulundurulması önemli olan bir bilgiye dikkat çekerken, Mars etkinliğinde "bir insan 30 dk nefes almadan durabilirmiş. Bunu kullanabiliriz amacımız onu hayatta tutmak" her ne kadar gerçekçi olmasa da çözüm yolunda göz önünde bulundurulabilecek gömülü bir bilgiyi görebildiği görülmüştür. İkinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde ise "hocam Erman ile birlikte mi 16 kişi oluyor?" benzeri vurgularla sınıfın ve grubunun da dikkatini bu yönlere çekmiştir. Faris'in araştırma boyunca, metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları veya metin içerisinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.44'de verilmiştir.

Şekil 3.44. *Faris'in çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı*

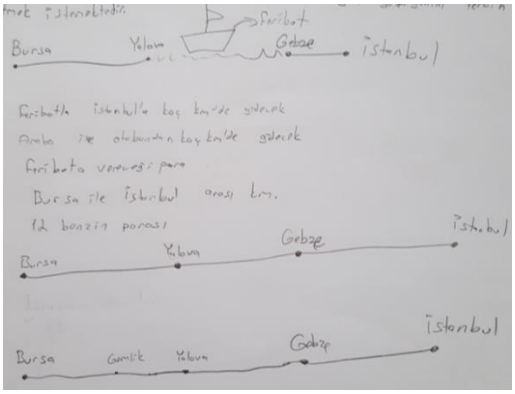
Birinci öğretim bölümünde doğası gereği bir görsele başvurmanın gerekli olması beklenen ilk etkinlik olan Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında Faris, metinde sunulan güzergahları ortaya çıkaracak başarılı bir görsel ortaya koyamamıştır. Ortaya koyduğu görselde güzergahlarda Osmangazi köprüsü yerine boğaz köprüsü yazma hatası görülürken, Gebze, Yalova gibi durak noktalarına hiç değinemediği ve virajlı yollar çizme gibi çözüm için gerekli olmayan ayrıntılar eklediği görülmektedir (Görsel 3.108). Matematiksel dayanaktan yoksun olan "feribot ile çok kısa sürede gelir, araba ile biraz fazla sürede gelir çünkü virajlarda yavaşlaması gerekecek. Lavabo

ihtiyacını karşılaması gerekecek ve de benzin alma gereği duyacak" şeklindeki çözüm önerileri dikkat çekmekte olup daha çok günlük yaşam deneyimleri esasında çağırmış olabileceği virajların bolluğu, lavabo ihtiyacı gibi etkenlere dikkat çekmesi göze çarpmıştır.

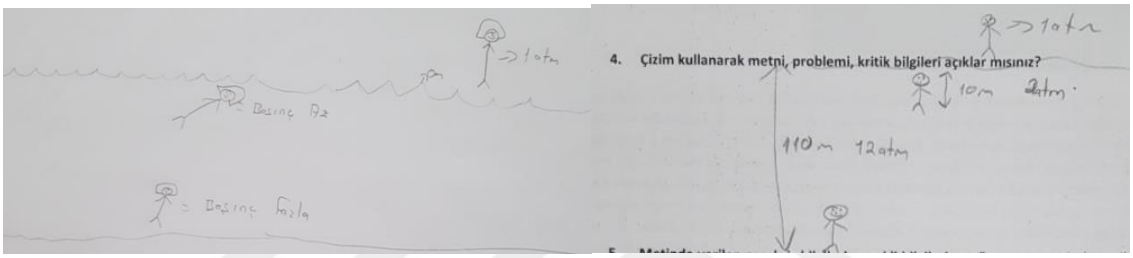


Görsel 3.108. *Faris'in Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracındaortaya koyduğu görsel ve çözüm önerisi*

Bu etkinliğin öğretimi sürecinde ise daha çok metinde sunulan güzergahı ortaya koymak için görsele başvurduğu görülen katılımcının, gerekli bilgileri bu görseller sırasında ortaya koymuş olması dikkat çekmiştir. Ortaya koymuş olduğu görsel ile metinde sunulan tüm güzergahların uyumlu görülürken çözüm sürecinde başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerleri bireysel çalışma kâğıdında görsele entegre etme yönünde bir girişimi yoktur (Görsel 3.109a). Dalış etkinliğinin öğretim sürecinde metinde verilen "derinde basıncın fazla, yüzeye yakın olduğunda basıncın az" olduğunu belirterek, metinde gömülü olarak sunulan ve daha sonrasında ilk olarak Orhan tarafından fark edilen "0 m olan deniz seviyesinde 1 atm basınç" olduğunu gösteren bir görsel ortaya koyan Faris' in, çözümü sağlayacak değişken ve nicelikler ile aralarındaki ilişkiyi belirleme sırasında bu görselden aktif olarak faydalandığına yönelik bir eylemi görülmemiştir. Gözden geçirme aracında da, sadece derinlik ve basınç değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi işe koşarak elde ettiği verileri entegre ettiği bir çizim sunmuştur (Görsel 3.109b).

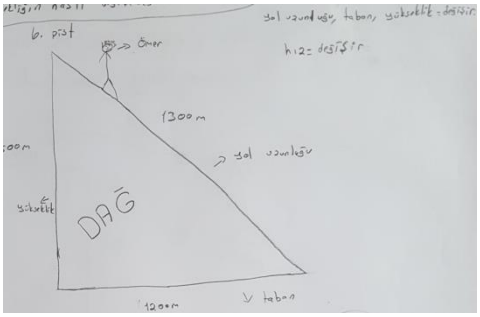


Görsel 3.109a. *Faris'in Bursa-İstanbul güzergâhları etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya koyduğu görsel*

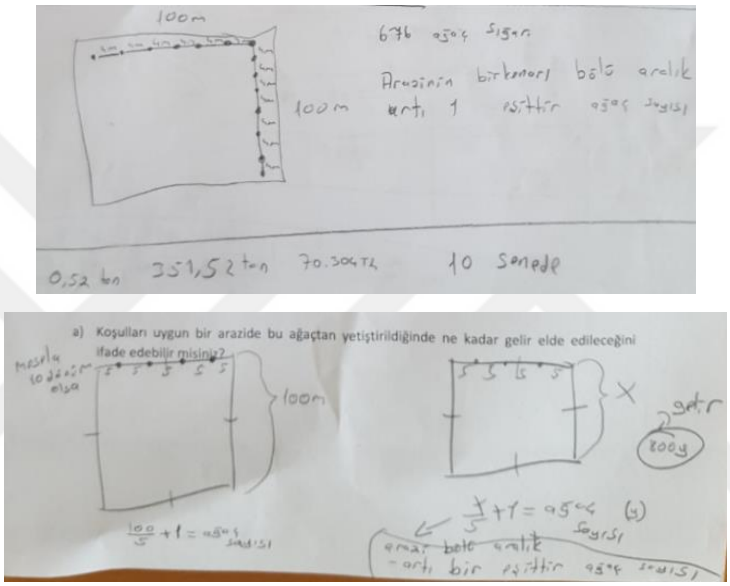


Görsel 3.109b. *Faris'in dalış etkinliğinde ortaya koyduğu görseller*

İkinci öğretim bölümündeki Uludağ'da kayak etkinliğinin gözden geçirme aracında "yol uzunluğu, yükseklik, taban, hız" şeklinde çözüme ilişkin olası değişkenlere ve niceliklere yer veren bir dik üçgensel görsel üzerinde çalıştığı görülen Faris'in bu görsele sadece metinde sunulan sayısal değerleri entegre edebildiği görülmüştür (Görsel 3.110a). Arazime ne diksem etkinliğinde ise çözüme ilişkin denklemin bileşenleri olan arazinin bir kenar uzunluğunu ve iki ağaç arasındaki mesafeyi karesel görselde ortaya koyabildiği ve dahası aynı etkinliğin genişletme sorusunda paulownia dikilmesi bağlamında ortaya çıkan yeni koşulları karşılayacak denklemi kurarken karesel görselden bir araç olarak faydalanma yoluna başvurduğu görülmüştür (Görsel 3.110b). Ayrıca arazinin bir kenarına elde ettiği bir sayısal değeri "$\frac{100}{5}+1$ ağaç" şeklinde entegre ettiği görülmektedir.



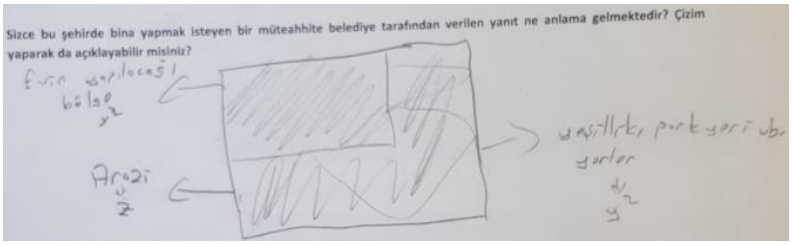
Görsel 3.110a. *Faris'in Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*



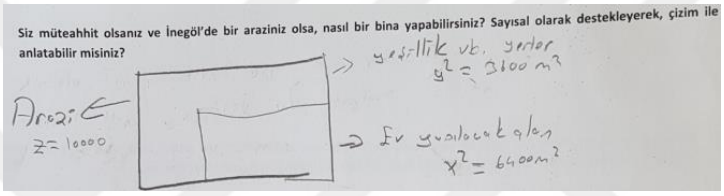
Görsel 3.110b. *Faris'in arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller*

Kendilerine sunulan x^2-y^2=z denkleminin bağlam göz önünde bulundurularak açıklanmasının beklendiği düzenli şehir etkinliğinin gözden geçirme aracında matematiksel yönleri ön plana çıkmış bir görsel ortaya koyduğu görülen Faris, sunulan Barcelona şehrine ait görüntüde karesel bölgeler görülmesine ve hatta sunulan denklemde iki kare farkı görülmesine rağmen dikdörtgensel görseller ortaya koymuştur. Ortak yaşam alanının, arazinin ortasında kalması gerektiğini göremediği dikkat çeken Faris'in görselin elemanlarını denklemde yer alan terimlerle ilişkilendirerek bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine yönelik "x^2 evin yapılacağı bölge, y^2 yeşillikler park yeri vb. bölge ve z arazi" şeklinde x^2-y^2=z yerine x^2+y^2=z denklemini işaret eden açıklamalar yapmıştır (Görsel 3.111a). Ayrıca denklemin problemin çözümünde nasıl kullanılacağına ilişkin performansında görsel üzerinde bina alanı ve ortak yaşam alanı toplamı, arazinin alanına eşit olacak şekilde (6400 m^2+3600 m^2=10000 m^2) doğru değerler atayabildiği görülse de

bu performansı, yine x^2-y^2=z yerine x^2+y^2=z şeklindeki bir denklemi karşılamaktadır (Görsel 3.111b). Görselin dikdörtgen olmasına rağmen alanlar için karesel sayılar kabul etmiş olması dikkat çekmiştir.

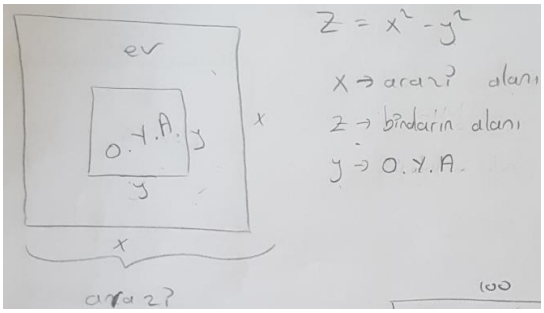


Görsel 3.111a. *Faris'in düzenli şehir etkinliğinin denklemi bağlamsal olarak yorumlarken ortaya koyduğu görsel*

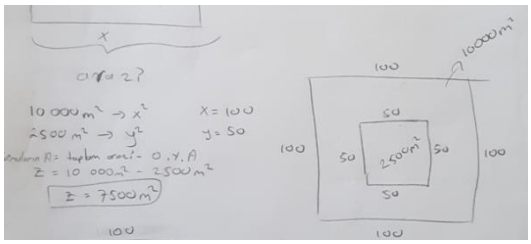


Görsel 3.111b. *Faris'in düzenli şehir etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin ortaya koyduğu görsel*

Öğretim sürecinde ise grup arkadaşı Elin ile birlikte ortak bir karesel görsel ortaya koyabilen bu katılımcının her ne kadar yazılı olarak bu görselin yanında "kenar uzunluğu" yerine "alan" şeklinde yanlış açıklama yapsa da tartışmalar sırasında "x arazinin bir kenarı" diyerek olumlu yönde adım atabilmiştir (Görsel 3.112a). Denklemin bağlamda nasıl kullanılabileceğine ilişkin yine Elin'le birlikte ortaya koyduğu performansında bu sefer x^2-y^2=z denklemine dayalı işlemler için uygun sayısal değerler atayabildiği ve bu süreçteki söz konusu sayısal değerleri karesel görseline entegre ederek sunabildiği görülmüştür. Öte yandan denkleme ve sayısal değerlere yönelik "binaların alanı=toplam arazi-ortak yaşam alanı" açıklamasını yapmıştır (Görsel 3.112b).

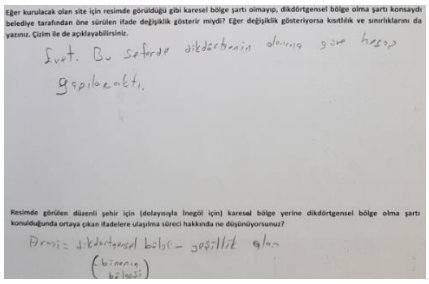


Görsel 3.112a. *Faris'in düzenli şehir etkinliğinde grup çalışma kâğıdında denklemi bağlamsal olarak açıklarken ortaya koyduğu görsel*

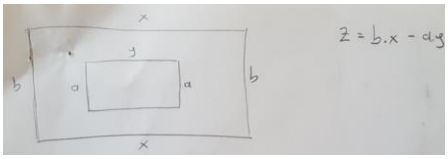


Görsel 3.112b. *Faris'in düzenli şehir etkinliğinde grup çalışma kâğıdında denklemin kullanımını gösterirken ortaya koyduğu görsel*

Faris, gözden geçirme aracında karesel yerine dikdörtgensel bir arazi olması durumunda denklemin kullanılabilir olup olmadığı veya kullanılabilir olacak şekilde revize edilmesi gereken yönlerine yönelik değerlendirme yaparken sadece "bu sefer dikdörtgene göre hesap yapılacaktı" diyebilmiş ve "arazi=dikdörtgensel bölge (binaların bölgesi)-yeşillik alan" şeklinde açıklama yaparken, görsel üzerinden ya da denklem üzerinden herhangi bir düzenleme yapmamıştır (Görsel 3.113a).Öğretim sürecinde ise grup arkadaşlarıyla ve özellikle diğer odak katılımcı Elin ile birlikte grup çalışma kâğıdında dikdörtgensel bölge olma durumunda denklemin revizyonuna ilişkin sadece cebirsel olarak düzenleme yaptıkları görülürken görsel üzerinden düzenleme ile uyumlu performansları dikkat çekmektedir (Görsel 3.113b). Diğer taraftan Faris'in "hocam aslında aynı şey olacak. İki tane kareydi birbirinden çıkardık şimdi iki tane dikdörtgen birbirinden çıkartacağız" şeklinde denklemde yer alan çıkarma işleminin değişmeyeceğini bağlamsal yönlere de vurgu yaparak savunabilmiştir.

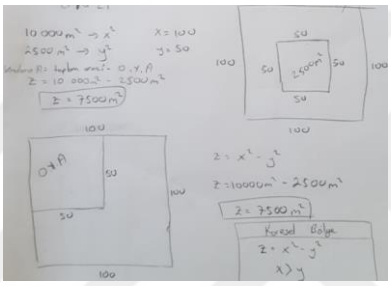


Görsel 3.113a. *Faris'in düzenli şehir etkinliği gözden geçirme aracında denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

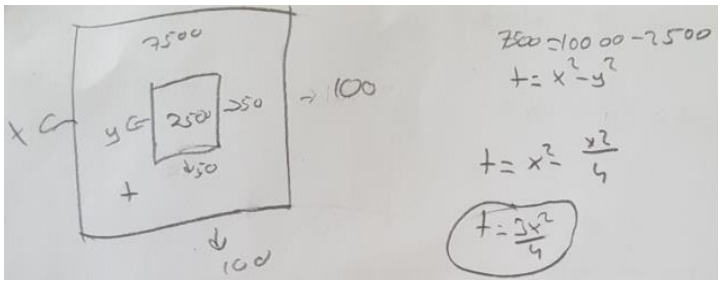


Görsel 3.113b. *Faris'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

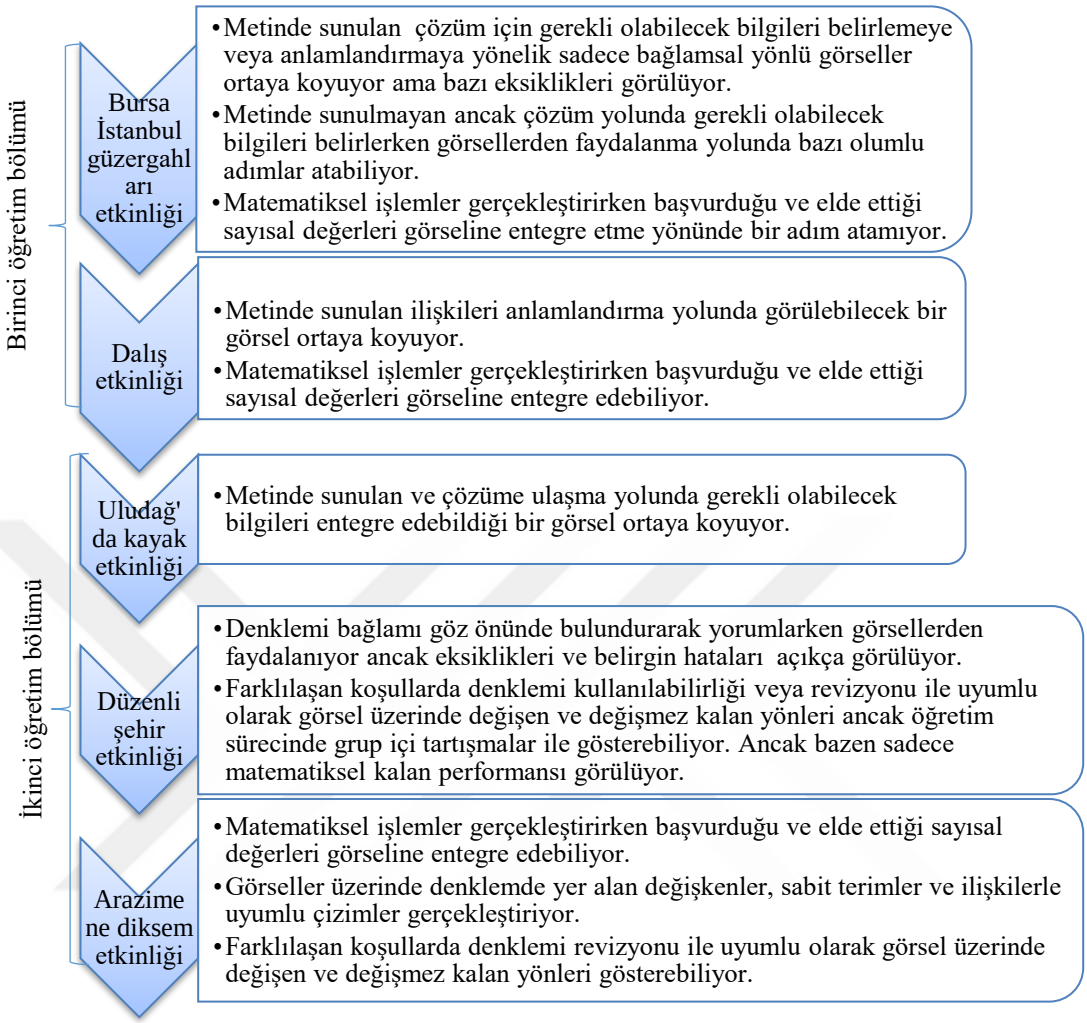
Öğretim sürecinde ise yine daha çok Elin ile yaptığı grup içi tartışmalar sayesinde birlikte ortaya koydukları görsellere bakıldığında denklem üzerinde bağlamsal değerlendirmeler yapma yönünde olumlu yönde performansı görülmüştür. Ortak yaşam alanının arazinin ortasında kalmaması durumunda ancak karesel olma koşulunun devam etmesi halinde denklemin hala kullanılabilirliğini koruyacağını görselde yapmış oldukları revizyon üzerinden aynı sayısal değerleri atayarak gösterdikleri görülmüştür (Görsel 3.114a). Ayrıca arazinin %25'in ortak yaşam alanı olması zorunluluğu doğrultusunda aynı karesel görseli kullanarak ancak sadece matematiksel bir revizyon gerçekleştirmişlerdir (Görsel 3.114b). Faris'in araştırma boyunca görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.45'te kısaca sunulmuştur.



Görsel 3.114a. *Faris'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

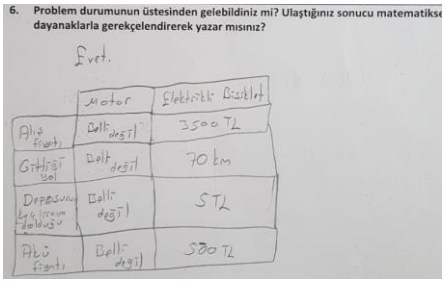


Görsel 3.114b. *Faris'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında denklemin revizyonuna ilişkin performansı*



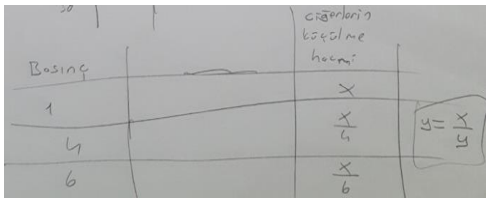
Şekil 3.45. *Faris'in görsellerden faydalanma performansı*

Birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinin öğretim sürecinde ve gözden geçirme aracında Fatih'in çözüme yönelik "akü fiyatı ve alış fiyatını" şeklinde değişkenleri ve nicelikleri doğru belirleyebilme yönünde olumlu adım atabildiği görülmüştür. Ancak "deponun kaç liraya dolduğu ve gittiği yol" şeklinde bu iki taşıttan hangisinin daha ekonomik olduğunu belirleme amacına doğrudan hizmet etmediği görülen sayısal değerleri de dikkate alan Faris, bunlar arasında herhangi bir ilişki kuramamıştır (Görsel 3.115).

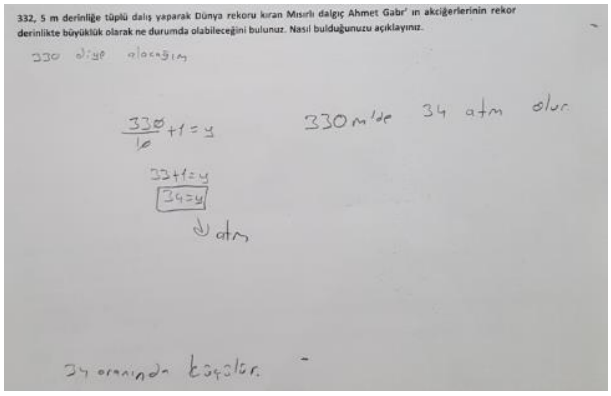


Görsel 3.115. *Faris'in elektrikli bisiklet etkinliğinde problem çözümüne ilişkin performansı*

Birinci öğretim bölümündeki halter etkinliğinde "yaşı", ikinci öğretim bölümünde ise Uludağ'da kayak etkinliğinde "yol uzunluğunu" da çözüme doğrudan etki eden değişkenler olarak ele alma şeklinde yanlışlıklar yapan bu katılımcı grup içi ve sınıf tartışmalarıyla bu değişkenlerin çözümü doğrudan etkilediğini gördükten sonra çözüme ilişkin doğru değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri belirleyebilmiştir. Bunlar dışında kalan etkinliklerde ise artık çözüme dolaylı yoldan etki edebilecek değişkenleri esas almamıştır. Dahası doğru değişkenler üzerinden ilişkiyi bazen sadece sözel bazen aritmetiksel bazen de cebirsel olarak belirleyerek sunabildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümündeki dalış etkinliğinde "dibe inildikçe atm artar. Atm arttıkça akciğerler küçülür" şeklinde değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi sözel olarak ortaya koyabilmiş ve öğretim sırasında bireysel çalışma kâğıdında tablo yardımıyla ve bazı eksiklikleri görülse de cebirsel olarak ters orantılı ilişkiyi temsil edebilmiştir (Görsel 3.116a). Ahmet Gabr'ın rekor dalışında akciğerlerinin durumu sorusunda ise derinlik ile basınç arasında doğrusal ilişkiye dayalı denklemi kullanmış ve basınç ile akciğer hacmi arasında ters orantılı ilişkiye dayalı olarak elde ettiği çıktıyı esas amaca ilişkin "330 m'de 34 atm olur (basınç). 34 oranında küçülür" şeklinde yorumlamıştır (Görsel 3.116b).



Görsel 3.116a. *Faris'in dalış etkinliğinde değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleme performansı*



Görsel 3.116b. *Faris'in dalış etkinliğinde aritmetiksel ve cebirsel yollardan çözümüne ilişkinperformansı*

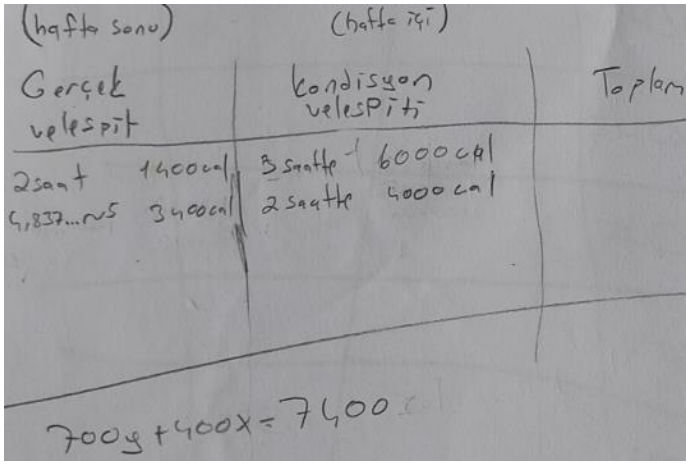
Bazı etkinliklerde ise çözüme ilişkin değişken ve nicelikleri doğru belirleyebilse de özellikle onların aralarında ilişkiler kurmakta bazı eksiklikleri görülmüştür. Örneğin, arazime ne diksem etkinliğinde arazinin sadece bir kenarındaki ağaç sayısını sunan $\frac{x}{4} + 1$ ifadesinin arazinin karesel bölge oluşu göz önünde bulundurarak toplam ağaç sayısını sunması için karesinin alınması gerektiğini öğretim sürecinde görmüş ancak gözden geçirme aracında aktaramamıştır. Dahası genişletme sorusu olan paulownia ağacı dikilmesi bağlamında da benzer eksikliğini devam ettirmiştir (Görsel 3.110b). Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede ise esas amacına ulaşmada kritik bir alt amaç olan rüzgâr türbininden bir günde elde edilecek karı bulmak için "günde üretilen elektrik miktarı × (bir khw elektrikten elde edilen gelir - bir khw elektrik için bakım masrafı)" şeklinde bir ilişki kuramamış "günde 12720 kilowatt elektrik üretiyorsa günde 12720 zed para getirir diye düşündüm ben" açıklamasıyla eksikliğini göstermiştir. Söz konusu sayısal değerler için "günde" kısıtlamasını göz önünde bulundurduğunu "bir günde dediği için..." şeklinde görüşme sırasında tekrar vurgulamıştır. Öte yandan rüzgâr türbinin kaç günde kar etmeye başlayacağını bulma şeklindeki esas amacına ulaşmak için inşaat masrafını günde elde edilecek gelire böleceği şeklinde doğru bir ilişki kurabilmiştir.

> Ö: Bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki seni çözüme götürüyor?
>
> Faris: Üretimde elde edilen geliri...Yapımında...Yani yapımında verilen parayı üretimde elde edilen paraya böldüğümüzde gün sayısını veriyor. Yani günde 12720 (Birimi söyleyemedi öğretmen destekledi)
>
> Ö: Kilowaat saat
>
> Faris: O kadar elektrik üretiyorsa dedim. O kadar para alıyordur dedim.
>
> Ö: Günde 12720 kilowatt elektrik üretiyorsa günde 12720 zed para mı alır?
>
> Faris: Yok. Bunun yapımında inşaatında kullanılan parayı günde elde edilen gelire böldüğümüzde gün sayısını veriyor. Yani o kadar gün sonra kar etmeye başlayacak.

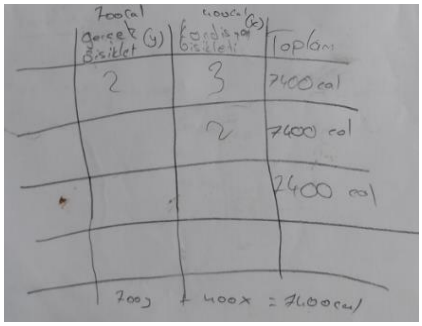
Ö: Şimdi sen dedin ki kurulumdaki parayı bir günde elde ettiği kara bölersem dedin (kesit hemen sözü Faris)

Faris: Bir günde 12720 kwh elektrik üretiyormuş. O yüzden bir günde dediği için onu (inşaat masrafını) buna böldüğümde gün sayısını verir.

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan kalori yakma etkinliğinde Faris gerçek bisiklet kullanma süresi, kondisyon bisikleti kullanma süresi ve onlarla bir saatte yakılan 700 ve 400 kalori değerleri arasında yakılacak toplam kalorinin 7400 olmasına dikkat ederek aritmetiksel yollardan ilişkiler kurabilmiştir. Haftada 7400 kalori verebilmesi için hafta sonu ve hafta içi kaçar saat kondisyon veya gerçek bisiklet kullanabileceğine ilişkin elde ettiği çıktıları tablo yardımıyla sunmuştur (Görsel 3.117a). Öte yandan cebirsel olarak bu ilişkiyi sunan denklemi de ortaya koyabilmiş ancak bunu grup arkadaşıyla tabloda çok sayısal değer de sunmadan değişkenlere doğrudan x ve y diyerek gerçekleştirmiştir (Görsel 3.117b). Araştırmacı günlüğünde "Orhan, Fatih ve onların yanında odak katılımcı olmayan birkaç öğrenci değişkenlere doğrudan harfler atayarak cebirsel ifadeyi ortaya koyuyorlar. Bu öğrencilerin pek çok zaman tablo üzerinde değişkenleri, sabitleri ve katsayıları gösterecek şekilde cebirsel ifadeye ulaşmaya üşendikleri "oofff ya hocam direkt yazsak" gibi ifadelerinden anlaşılıyor" şeklinde not tuttuğu görülmüştür.

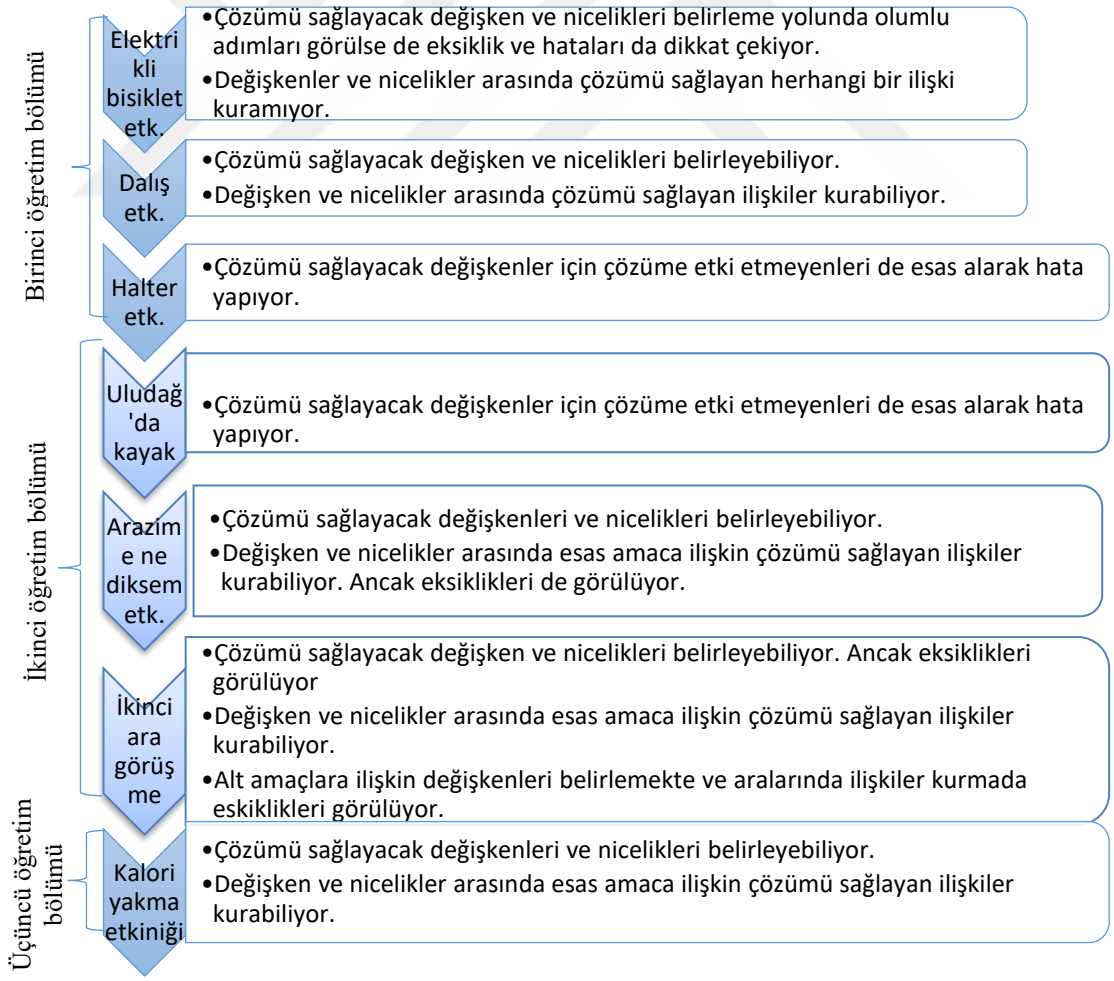


Görsel 3.117a. *Faris'in kalori yakma etkinliğinde çözüme ilişkin çıktıları sunması*



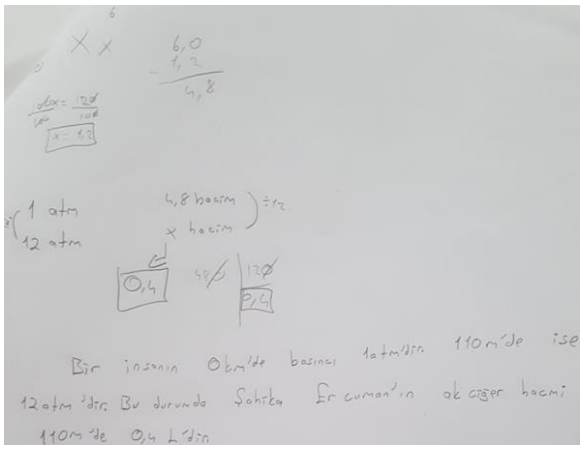
Görsel 3.117b. *Faris'in kalori yakma etkinliğinde grup çalışma kâğıdında çözüme ilişkin denklemi kurma performansı*

Faris'in araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken veya denklem kurarken başvurduğu değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca Şekil 3.46' da verilmiştir.



Şekil 3.46. *Faris'in çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarında*ki ilişkileri belirleme performansı

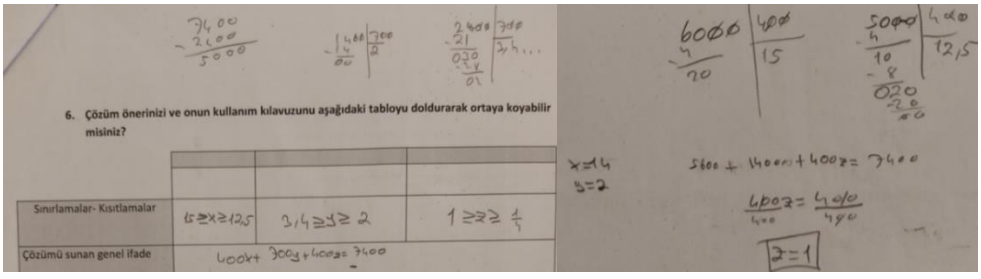
Araştırma boyunca Faris'in, çözüm sonucunda ulaşılması beklenen esas amacına yönelik sadece birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliğinde matematiksel dayanaktan yoksun olup yalnız bağlamsal veya günlük yaşam deneyimleriyle desteklenmiş yorum sunduğu görülmüştür. Elektrikli bisiklet etkinliğin öğretim sürecinde matematiksel işlemler henüz bitmeden"elektrikli 5 TL' ya dolarken, benzinlide ise bırakın 5 TL' yi, 100 TL' yi bile geçenler oluyor" şeklinde matematiksel dayanakları yetersiz kalan yorumlarda bulunmuş ancak Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretim sürecinden itibaren esas amacına ilişkin artık matematiksel dayanaklar üreterek yorumda bulunmaya başlamıştır. Öte yandan Faris, matematiksel işlemler gerçekleştirirken değişkenlere atadığı sayısal değerlerin veya hesaplamalar sonucu elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine ilişkin başarılı bir performans sergilemiştir. Örneğin, dalış etkinliğinde derinlik, basınç ve akciğer hacmi arasında kurmuş olduğu doğrusal veya ters orantılı ilişkiye dayalı aritmetiksel işlemler yoluyla ulaştığı sayısal değerleri esas amacı doğrultusunda "bir insanın 0 m'de basıncı 1 atm'dir. 110 m'de ise 12 atm'dir. Bu durumda Şahika Ercümen'in akciğer hacmi 110 m'de 0,4 L'dir" şeklinde yorumlayabilmiştir. Bu yorumunda başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğine de yer verdiği görülmüştür (Görsel 3.118).



Görsel 3.118. *Faris'in dalış etkinliğinde elde ettiği sayısal değerler doğrultusunda esas amacına ilişkin yorumu*

Dahası Faris, birinci öğretim bölümündeki etkinliklerden itibaren matematiksel işlemler sırasındaki girdilerin ve çıktıların bağlamsal köklerini ifade ederken onlar için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlıklara yönelik vurgular da yapabilmiştir. Örneğin, arı sütü bağlamının esas alındığı birinci ara görüşmede işlemlerde başvurduğu sayısal

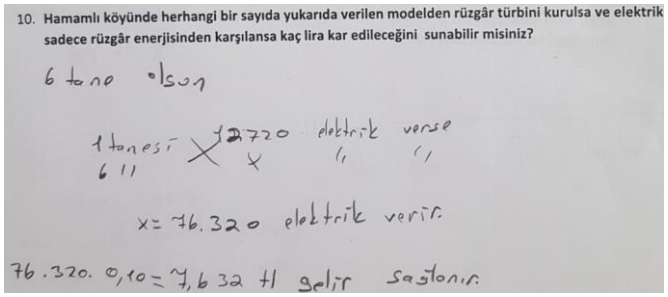
değerleri "1 kg arı sütü üretiliyormuş" yerine "40-50 kovandan 1 kg arı sütü üretiliyormuş", "50 kg arı sütü üretiliyormuş" yerine "yılda 50 kg arı sütü üretiliyormuş" şeklinde, Mars etkinliğinde ise elde ettiği çıktılar için "gerekli ağaç sayısı" demek yerine "1 kişi için gerekli ağaç sayısı" ve "4 kişi için gerekli ağaç sayısı" şeklinde açıklamalar yapabilmiştir. Ayrıca bazı etkinliklerde problem çözümündeki esas amacına ilişkin matematiksel dayanaklı yorumda bulunurken bağlam metninde sunulan kısıtlıkları göz önünde bulundurabildiği de görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünde yer alan arazime ne diksem etkinliğinde esas amacına ilişkin "hocam o zaman benim dediğim gibi ceviz ağacı daha mantıklı (işlemleri yaparak çıktılar elde ettikten sonra). Bir de kavak ağacı 10 yıl sonra kesilecek ya, sonraki kesim için yani para alabilmek için 10 yıl daha beklemen lazım ama cevizde öyle bir problem yok" şeklindeki yorumunda kavak ağacının 10 yılda bir kesilebileceği kısıtlamasını işaret ederek elde edilen çıktı için bu kısıtlamanın göz önünde bulundurulmasına dikkat çekmiştir. Ayrıca ceviz ağacı için farklı yaş aralıklarında farklı verim vereceğini de göz önünde bulundurarak hesaplamalar yapabilmiştir. Dahası genişletme sorusu olan paulownia ağacı dikilmesi durumunda sunulan bilgilerden kısıtlamaları "8 yılda bir gelir getirecek ve her bir ağaçtan 800 TL sadece" şeklinde ifade edebildiği görülen Faris'in 7 kez sürgün verme kısıtlamasına ise dikkat etmediği görülmüştür. Diğer taraftan denklemde yer alan değişkenlere yönelik, bağlamsal yönler de göz önünde bulundurularak belirlenen değer aralıklarını, denklemin örnek işleyişi sırasında girdi ve çıktılar için göz önünde bulundurabilmiştir. Örneğin, üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde denklemin örnek kullanımda başvurmuş olduğu girdi ve elde ettiği çıktıların değer aralığına uygun olduğu görülmektedir (Görsel 3.119). Oysaki bir diğer odak katılımcı Ferman'ın sınırları matematiksel olarak ortaya koymasına rağmen örnek işleyişi sunarken bu sınırları göz önünde bulundurmamıştır (Görsel 3.92). Faris'in öğretim sürecinde bu sınırları belirlemek üzere gerçekleştirilen sorgulamalar sırasında "günlük yakacağı kalori miktarı 1200'ü geçemez", "hafta içi en çok 6000 kalori yakabilir. O zaman hafta sonuna en az 1400 kalori kalır", "hafta sonu en fazla 2400 kalori yakabilir. O zaman hafta içi en az 5000 kalori yakmalı" şeklinde bağlamsal gerekçelendirmeler yapabildiği görülmüştür.



Görsel 3.119. *Faris'in kalori yakma etkinliğinde denklemin örnek kullanımına ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünün AB etkinliğinde Faris'in kendisine doğrudan sunulan denklemlerde yer alan ilişkiler doğrultusunda, ona dayalı işlemler gerçekleştirme gereği duymaksızın esas amacına ilişkin doğru yorumlarda bulunabildiği görülmüştür. Bu etkinlikte yıllara göre ulaşılacak ülke nüfuslarını hesaplarken "Almanya ve Türkiye'yi karşılaştırmamız yeterli. Diğerlerinin nüfusu da artışı da az zaten. 2 yıl için yaptık ama geçmedi. Bu çıktı. Ama üçüncü yılda Türkiye geçer artık" veya "Sırbistan'ın Türkiye'yi geçebilmesi için nüfusundaki artışın 1037593'ten büyük olması lazım (Türkiye'nin gelecek yıllardaki nüfusunu sunan denklem y=79814871+1037593x şeklindedir)" şeklinde yorumda bulunmuştur. Öte yandan Faris'in matematiksel işlemler sırasında attığı adımları "hocam x' e 2 verdik. 82 882 ile çarpıp 82 882 331'den çıkardık. 2018 için Türkiye Almanya'yı geçemedi. Sonra 3 ile denediğimizde geçebileceğini düşündük. 3 ile yaptık. Sadece Almanya ile Türkiye'yi ele aldık çünkü Türkiye'nin en büyük rakibi Almanya. O yüzden 3 ile çarptığımızda 1 093 537'yi 3 ile çarptık. 79 814 871 ile topladık. Türkiye Almanya'yı geçti" şeklindeki açıklamasında x için atadığı "2" ve "3" sayılarının bağlamsal kökenine vurgu yapmadığı görülse de diğer performanslarında x değişkeninin gçene yılı temsil ettiğinin farkında olduğu açıkça görülmüştür.

İkinci öğretim bölümünde yer alan ikinci ara görüşmede yazılı olarak belirtmese de kendisine doğrudan sorulduğunda matematiksel olarak attığı adımları bağlamsal ile ilişkilendirerek açıklayabilme yolunda olumlu adım atabildiği görülmüştür. Kendisine karı bulurken masrafı hesaba katıp katmadığı sorulduğunda "onu hesaplamadım" diyerek yaptıklarının bağlamsal olarak ne anlama geldiğinin farkında olduğunu gösterirken, sonrasında "bir tanesinin elde ettiği gelirden bakım masrafını çıkarırım. Karı bulurum. Sonra bir tanesinden bu ise 6 tanesinden budur diyerek yaparız" şeklinde atacağı matematiksel adımları bağlamsal yönlerden destekli olarak açıklayabilmiştir. Bu sırada söz konusu sayısal değerlerin birimlerine yer vererek bağlamsal olarak ne ifade ettiğini açıklayabildiği ve dahası "bir tanesi", " bir günde" şeklindeki kısıtlamaları göz önünde bulundurabilmiştir.


10. Hamamlı köyünde herhangi bir sayıda yukarıda verilen modelden rüzgâr türbini kurulsa ve elektrik sadece rüzgâr enerjisinden karşılansa kaç lira kar edileceğini sunabilir misiniz?

6 tane olsun

1 tanesi 12720 elektrik verse
6 11 x " "

x = 76.320 elektrik verir.

76.320. 0,10 = 7,632 tl gelir sağlanır.

Görsel 3.120. *Faris'in ikinci ara görüşmede kendi köyü için matematiksel modelini değerlendirmesi*

F: 7632 TL.

Ö: TL değil aslında zed değil mi?

F: Evet. Yani ben 6 tane rüzgar türbini olsa dedim.

Ö: Peki ama bunun hiç masrafı yok mu?

F: Onları hesaplamadım.

Ö: Sen elde ettiği gelire direkt aldığı para diyorsun.

F: O zaman bir tanesinin elde ettiği gelirden bakım msarfaını çıkarırım. Karı bulurum. Sonra bir tanesinden bu ise 6 tanesinden budur diyerek yaparız

Ö: Tamam yap bakalım.

F: 1 tanesini zaten 1145,8 zed olarak bulmuştuk.

Ö: Ne kadarda o önemli değil mi?

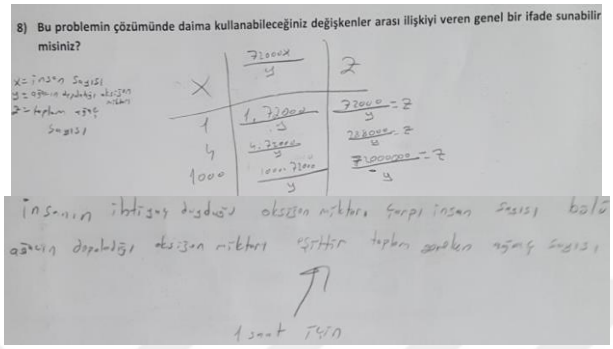
F: 1 günde. 1 tanesi 1 günde 1145,8 zed.

Faris'in araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında attığı adımları, söz konusu sayısal değerleri ve esas amacına ilişkin yorumunu bağlamla ilişkilendirme performansı kısaca Şekil 3.47'de sunulmuştur.

Şekil 3.47. *Faris'in çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı*

Birinci öğretim bölümünde çözüme ilişkin bir denklemin oluşturulduğu dalış etkinliğinden itibaren Faris'in, ortaya konan her denklem için değişkenlerin, katsayıların, sabit terimlerin ve ilişkilerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğine yönelik eksiklikleri de olsa olumlu yönde açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Örneğin Mars etkinliğinin gözden geçirme aracında ortaya koyduğu $\frac{72000x}{y} = z$ denklemindeki değişkenlerin bağlamsal olarak neleri temsil ettiğini "x insan sayısı, y ağacın depoladığı oksijen miktarı ve z toplam ağaç sayısı" diyerek açıklayabilmiştir (Görsel 3.121). Dahası "bir insanın

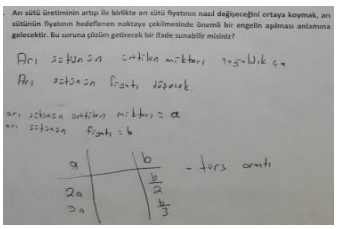
duyduğu oksijen miktarı çarpı insan sayısı bölü ağacın depolayabileceği oksijen miktarı eşittir gereken toplam ağaç sayısı. 1 saatte" şeklinde denklemin nasıl ve ne için kullanılabileceğine dair bağlamsal destekli bir açıklama ortaya koyabilmiştir. Ayrıca bu denklemin kullanımı sırasında özellikle değişkenlere sayısal değerler atarken göz önünde bulundurulması gereken "1 saatte" kısıtlamasına vurgu yapabilmiştir.



Görsel 3.121. *Faris'in Mars etkinliği gözden geçirme aracında denklemi kurma ve bileşenlerini açıklama performansı*

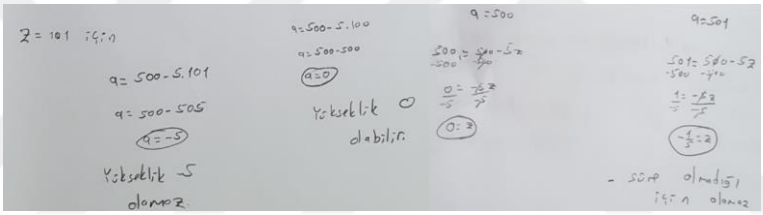
Faris, kendisiyle gerçekleştirilen ilk ara görüşmede ülkedeki arı sütü miktarı ile arı sütünün kg fiyatının çarpımı daima aynı kalacak (ki Melaike ve Orhan o sabiti de bularak 500000 dediler) şeklinde bir ilişki kuramasa da bu ikisi arasındaki ters orantılı ilişkiye vurgu yaparak "arı sütünün üretilen miktarı çoğaldıkça, arı sütünün fiyatı düşecek" şeklinde açıklama yapabilmiştir. Dahası bu ilişkiyi cebirsel olarak temsil etme yönünde başarılı bir performans sergileyebildiği görülmüştür (Görsel 3.122). Öte yandan görüşme sırasında kendisine sorulduğunda örnek kullanım üzerinden sunduğu cebirsel ifadenin çözüm için nasıl kullanılabileceğine ve ne anlam ifade ettiğine yönelik bağlamsal destekli bir açıklama sunabilmiştir.

> Ö: Peki burada bir cebirsel ifade ortaya koymuşsun. Ne bu? Nasıl kullanacağız?
>
> Faris: Yani mesela arı sütünün üretilen miktarı 2 katına çıktığında arı sütünün fiyatı ikiye bölünecek yani yarısına düşecek.



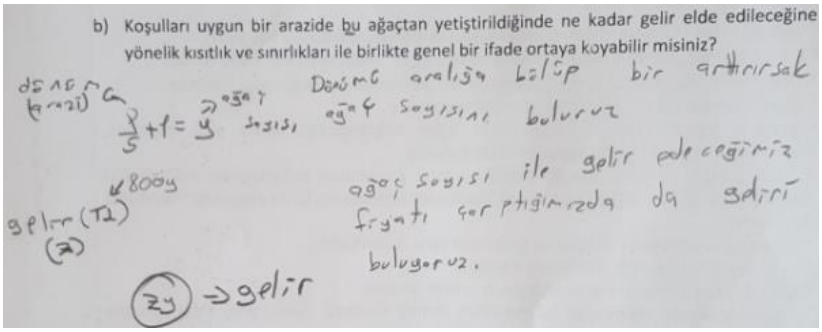
Görsel 3.122. *Faris'in ilk ara görüşmede çözüme ilişkin oluşturduğu cebirsel ifade ve ona yönelik açıklaması*

İkinci öğretim bölümünde yer alan Uludağ' da kayak etkinliğinde grupça, tablo yardımıyla ortaya koydukları z=500-5a denkleminde a'nın "süre", z'nin ise "bulunulan yükseklik" olduğunu ifade edebilen Faris' in denklemde yer alan değişkenler için değer aralıklarını gösterebildiği ve bu sırada bağlamsal yönlere yer verdiği açıklamalar sunabildiği görülmüştür. Değer aralıklarını bulurken değişkenlere atadığı sayısal değerleri sınırları aşacak şekilde bilerek atadığı ve buna bağlı olarak elde edilen sonuçların gerçekçi olamayacağına dikkat çekerek "süre olduğu için negatif olamaz", "yükseklik -5 olamaz" şeklinde yazılı ve"0 m burası yani oteller bölgesi, x de 100 sn oluyor en çok o zaman" şeklinde sözlü açıklama yapmıştır. Ayrıca denklem için "1 sn'de 5 m azalacak yükseklik" şeklindeki açıklaması denklemde yer alan doğrusal ilişkiyi bağlam ile ilişkilendirerek açıklayabilme yolunda olumlu adımıdır. Öte yandan denklemin nasıl, ne zaman, ne için kullanılabileceğine dair bağlamsal destekli herhangi bir açıklaması görülmemiştir (Görsel 3.123).



Görsel 3.123. *Faris'in Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenlerin değer aralıklarına ilişkin performansı*

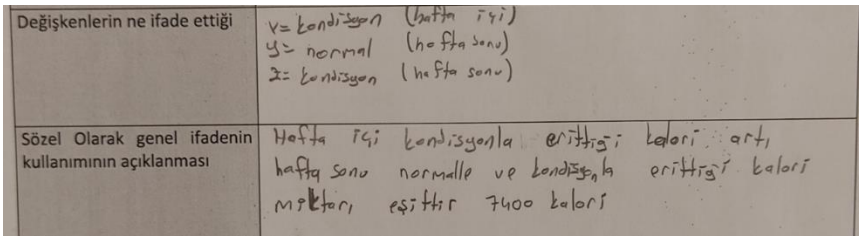
Bir diğer etkinlik olan arazime ne diksem etkinliğinde de öğretim sürecinde x değişkeni için "arazinin bir kenarı" vurgusunu kendisi yapmış olmasına rağmen gözden geçirme aracında sadece "dönüm" diyebilmiştir. Ayrıca gözden geçirme aracında ilk kez karşılaştığı araziye paulownia dikilmesi durumunda değişen koşullara uygun olarak revize ederek sunduğu $\frac{x}{5} + 1 = y$ denkleminde de x değişkeni "dönüm (arazi)" diyerek yine eksik açıklama yapmıştır. Ancak y için "ağaç sayısı", metinde sunulan bir paulownia ağacından 800 lira gelir elde edileceğini görerek oluşturduğu 800y cebirsel ifadesi için "gelir (TL)" ve bir ağaçtan elde edilecek geliri de genelleyip z harfini atayarak oluşturduğu zy denklemi için "gelir" şeklinde denklemin bileşenlerinin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklayabilmiştir. Dahası "dönümü aralığa bölüp 1 arttırırsak ağaç sayısını buluruz" ve "ağaç sayısı ile gelir elde edeceğimiz fiyatı çarptığımızda da geliri buluruz" şeklinde değişkenler arası ilişkilere dikkat çekerek cebirsel ifadenin nasıl ve ne amaçla kullanılabileceğine yönelik bağlam ile ilişkilendirilmiş açıklamalar sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.124).



Görsel 3.124. *Faris'in arazime ne diksem etkinliğinde cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklaması*

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan kalori yakma etkinliğinde 400x+700y+400z=7400 denklemindeki x,y ve x değişkenlerinin ne anlama gedliğini açıkrlarken sadece kullanılan bisiklet süresi olduklarına dikkat çekemediği görülmüştür (Görsel 3.125). Son görüşmeler sırasında ise kendisine bu değişkenler doğrudan sorulduğunda saat biriminden kullanılan süre olduğuna dikkat çekebilmiştir.

> Ö: Peki, burada sadece kondisyon, normal yazmışsın. Ama hiç birim falan yazmamışsın?
> Faris: Kalori.
> Ö: x,y,z dediğimiz şey burada kalori mi?
> Faris: Yok hocam şöyle. X kondiyon bisikletinde hafta içi geçirdiği saat. Yani 400 çarpı kondisyonda mesela 2 saat sürse yani 800 kalori yakacak. Y de normal bisiklet 700 kalori yakıyormuş, yani 2 saat sürse 1400 kalori yakacak. Z de haftasonu olan kondisyon bisikleti ile…



Görsel 1.125. *Faris'in kalori yakma etkinliği gözden geçirme aracında denklemi bağlamsal yönlerden açıklaması*

Faris'in çözüme ulaşma sürecinde kurulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.48'de verilmiştir.

Şekil 3.48. *Faris'in cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Araştırma boyunca etkinliklerin gözden geçirme kâğıtlarında kendisine doğrudan kısıtlıklar ve sınırlar sorulduğunda ya sadece matematiksel olarak değişkenlerin değer aralıklarını yazabildiği ya da herhangi bir veri sunamadığı görülen Faris'in öğretim süreçlerinde veya denklemi oluşturma, matematiksel işlemler gerçekleştirme veya denklemi bağlamsal yönlerden açıklama sırasında birtakım kısıtlamaları veya sınırları bağlamsal yönlere dikkat çekerek ortaya koyabilmiştir. Örneğin, satranç etkinliğinde "hocam Erman ile birlikte 16 kişi değil mi?" diyerek maç sayısının 15 olması gerektiğini fark eden ilk öğrencilerdendir. Sonrasında "hocam genel olarak mı yoksa 20 puan üzerinden mi yapalım?" sorusuyla sadece 20 puan alınması şeklindeki kısıtlamanın kabul edilmesinde de rol oynamıştır. Ardından bu kısıtlamalar doğrultusunda çözümü sağlayan olası turnuva performanslarını sunarken beraberlik sayısının daima tek sayı olduğunu dikkate alarak beraberlik için 7 sayısını atama girişiminde bulunulması üzerine sınıf

tartışmalarında “7 olamaz o. Beraberliklerde hep çift sayı alabiliyor. Tek sayılarda berabere kalamaz” şeklinde müdahale etmiştir. Değişkenlerin sınırları için gözden geçirme aracında sadece matematiksel eylemleri dikkat çekerken öğretim sırasında ise “4 maç kazansa sadece olmaz hocam. Geri kalanlarda berabere bile kalsa 19 puan eder” şeklinde bağlamı göz önünde bulundurarak sınırları belirlemeye katkı sağlamıştır. Arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçirme aracında “kısıtlılık ve sınırlık yok” dese de öğretim sırasında kavak ağacının 10 yılda bir meyve verdiğini, ceviz ağacının yaşına bağlı olarak farklı değer aralıklarında meyve verdiğini göz önünde bulundurarak denklemi kurabildiği ve elde ettiği çıktıları bu doğrultuda değerlendirebildiği görülmüştür. Düzenli şehir etkinliğinde de gözden geçirme aracında kısıtlılık ve sınırlıkların sorulduğu soruda “kısıtlama olmalı arazinin ne kadar oranına bina yapılabileceği kesin söylenmeli yoksa herkes istediği kadar oyun alanı yapar” açıklaması ile bir takım kısıtlamaların olması gerektiğine gerçek yaşam deneyimlerinden de faydalanarak dikkat çekmesine rağmen kısıtlılık ve sınırlıkları ortaya koymaya yönelik açık bir girişimde bulunmamıştır. Ancak öğretim sürecinde sınıf tartışmaları sırasında $z=x^2-y^2$ denklemi için değişkenlerin alacağı değerler için bazı kısıtlamaların var olduğunu “y ortak yaşam alanının bir kenarı. X ise arazinin bir kenarı. Y’ x’ten büyük olamaz” ve denklem de yer alan x^2 ve z’nin eşit olamayacağını öne sürerek “eşit olamazlar çünkü o zaman ortak yaşam alanı olmaz” şeklinde bağlamsal gerekçelendirmelerle savunabilmiştir. Faris’in araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.49’ da verilmiştir.

Şekil 3.49. *Faris'in kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı*

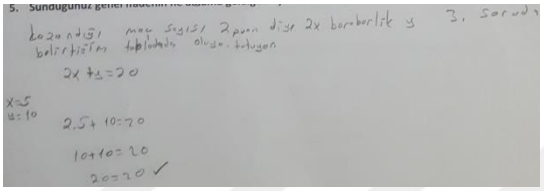
Araştırma boyunca halter, Uludağ'da kayak, İnegöl'ün hava kirliliği, AB etkinliklerinde ortaya konan farklı denklemler veya aritmetiksel işlem süreçleri arasında benzerlik veya farklılar üzerine bağlamsal yönden de desteklenmiş değerlendirmeler yapma yönünde herhangi bir eylemi görünmeyen Faris, sadece ikinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde bu yönde olumlu bir adım atabilmiştir. Düzenli şehir etkinliğinin öğretimi sürecinde karesel kabul edilen bölgelerin dikdörtgen olması şeklinde değişen koşullar için ortaya konacak denklemin yine aynı ilişkiye sahip olduğunu "hocam aslında aynı şey olacak. (Arkadaşlarına dönerek) İki tane kareydi birbirinden çıkardık

şimdi iki tane dikdörtgen birbirinden çıkartacağız" şeklinde savunmuştur. Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede ise farklı bir bağlam olan meyve ağacı dikme ve ondan para kazanma bağlamında, rüzgâr enerjisinden elde edilecek kar için oluşturulana benzer bir denklemin veya aynı denklemin kullanılabilir olup olmayacağı sorgulamasında ancak görüşmecinin tetikleyici sorularıyla bağlamsal yönden olabilecek benzerlik ve farklılıkları belirleyebilme doğrultusunda olumlu adım atabilmiştir.

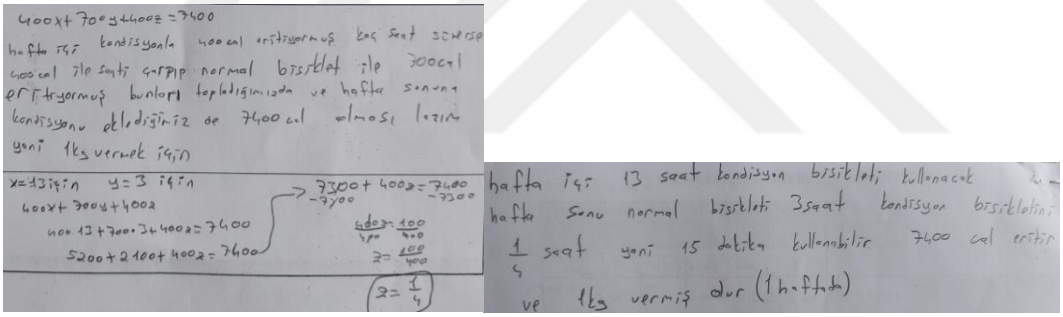
Ö: Sen bir çiftçisin ve bir meyve yetiştirmek istiyorsun. Örneğin ayva ağacı.
Faris: Ama meyve ağacı için o elektrik gerekmez ki!
Ö: Tamam elektrik gerekli değil. Ne gerekir meyve ağacı yetiştirmek için?
Faris: Su, ilaç, gübre, tohum, toprak☺.
Ö: Şimdi diyelim ki bunların hepsine sen erişebilirsin. Rüzgar türbininde kar ettiğin gibi meyve ağacından da kar elde edebilir misin?
Faris: Yani edilebilir gibi... Ama bilgilere göre nasıl edeceğim?
Ö: Sen bilgileri söyle istersen ben yardım etmeye çalışayım.
Faris: Mesela ağaç kaç yıl sonra kaç yaşında meyve vermeye başlayacak?
Ö: Bir yaşından itibaren vermeye başlasın. Aynı rüzgar türbininde olduğu gibi olsun.
Faris: (yazdı) O zaman bu da bakım şeyi ister. İlaç falan.
Ö: Tamam onlar için...ağaç başına mı söyleyelim onu? Mesela ağaç başına bize yıllık masrafı 100 lira olsun.
Faris: Başkaaaa.... Şimdi bir yıl sonra meyveden kazandığımız para?

Çözüme ilişkin ortaya konan cebirsel ifadenin, söz konusu bağlamda çözümü sağladığını Faris, araştırma boyunca daha çok sadece matematiksel olarak denklemin kullanımına örnek sunarak göstermiştir. Ancak pek çok zaman o cebirsel ifadede yer alan değişkenlerin ve ilişkilerin bağlamsal temellerine ve söz konusu sayısal değerlerin bağlamsal açıdan ne anlam ifade ettiğine yönelik açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde 2x+y=20 denklemin o bağlamda çözümü sağlayabildiğini, kendisinin aritmetiksel yollarla elde ettiği ve tablo ile sunmuş olduğu olası çıktıları o denklem ile de elde edebildiği şeklinde savunmuştur. Bu savunmasını hem "kazandığı maç sayısı 2 puan diye 2x, beraberlik y. Üçüncü soruda belirttiğim toplamda oluyor, tutuyor" şeklinde denklemin bileşenlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine de açıklık getirerek hem de matematiksel olarak denklemin kullanımına ilişkin "x=5 ve y=10 olsun. 2.5+10=20 olursa 20=20 olur" şeklinde örnek bir çözüm sunarak ortaya koymuştur (Görsel 3.126a). Benzer şekilde üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde denklemin çözüm için örnek kullanımı matematiksel olarak ortaya koyup, bağlamsal olarak kullanımına ilişkin "hafta içi

kondisyonla 400 cal eritiyotmuş. Kaç saat sürerse 400 cal ile saati çarpıp, normal bisiklet ile 700 cal eritiyormuş, bunları topladığımızda ve hafta sonuna kondisyonu eklediğimizde 7400 cal olması lazım. Yani 1kg vermek için" şeklinde açıklama yapmıştır (Görsel 3.126b). Dahası "hafta içi 1 sa kondisyon bisikleti kullanacak. Hafta sonu ise normal bisikleti 3 saat kondisyon bisikletini ¼ sa yani 15 dk kullanabilir. Böylece 7400 cal eritir ve 1 kg vermiş olur (1 hafta)" şeklinde sayısal değerlerin bağlamsal yönlerini ortaya koyup elde etmiş olduğu çıktıları problemdeki esas amacını göz önünde bulundurarak yorumlayabilmiştir.



Görsel 3.126a. *Faris' in satranç etkinliğinde denklemin o bağlamda kullanılabilir olduğuna ilişkin performansı*

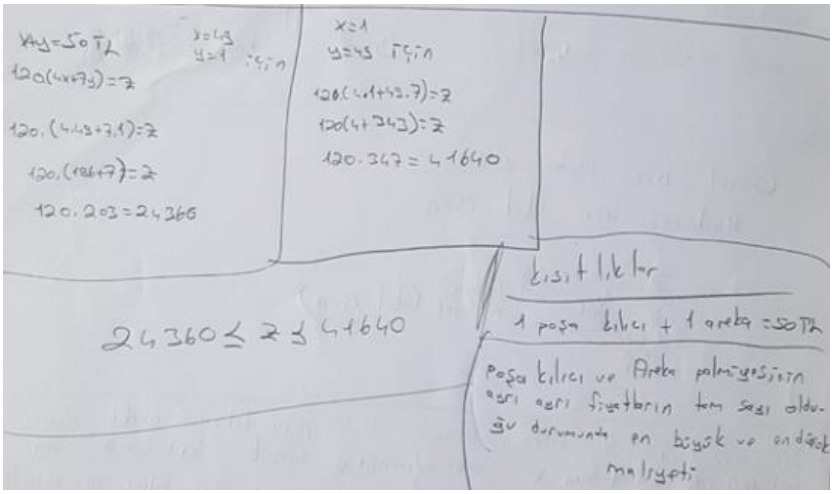


Görsel 3.126b. *Faris' in kalori yakma denklemin o bağlamda kullanılabilir olduğuna ilişkin performansı*

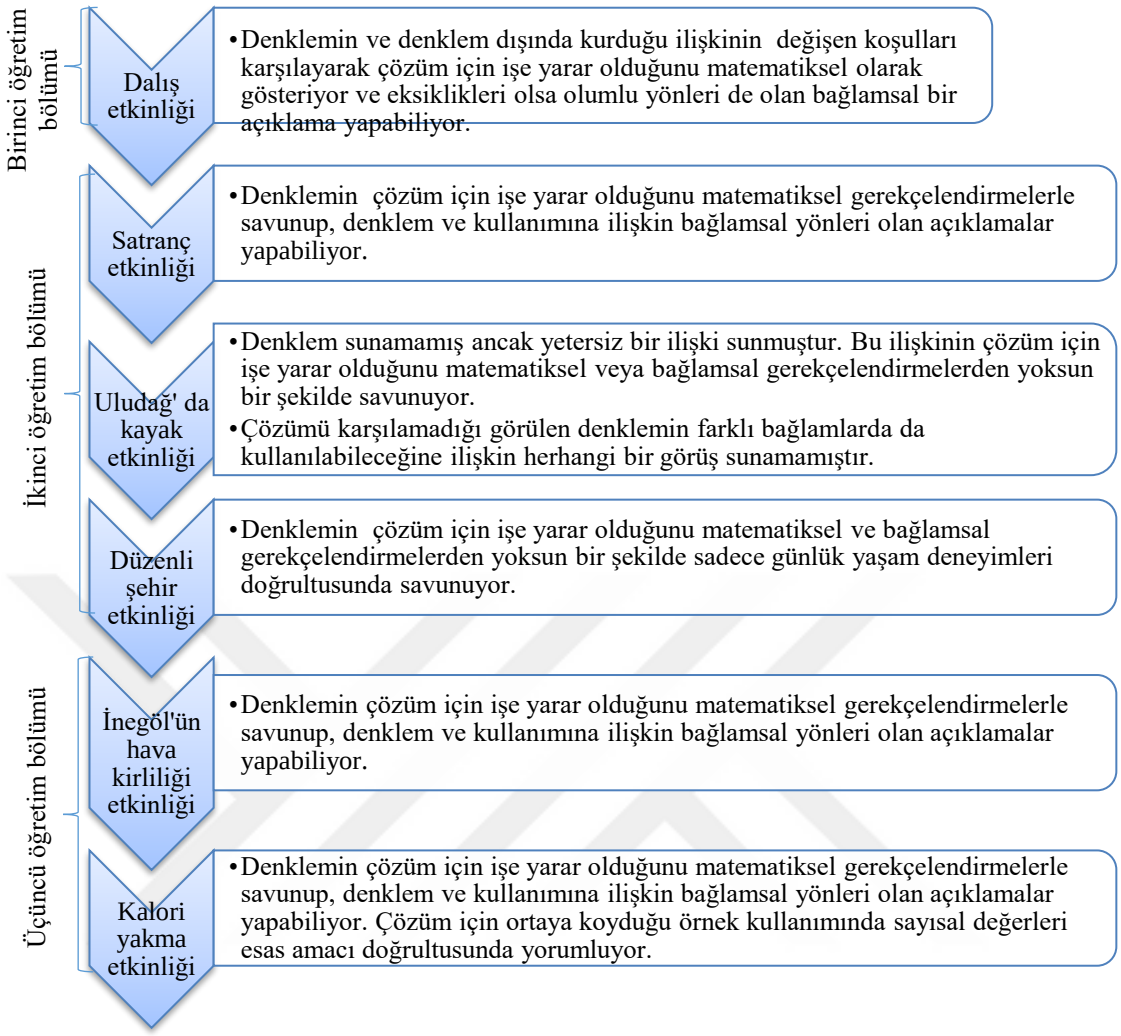
İkinci öğretim bölümünde Uludağ'da kayak etkinliğinin gözden geçirme aracında herhangi bir cebirsel ifade ortaya koyamamış ancak kayış sırasında 13m/sn hızı yorumlayarak "her saniyede 13 m azalacak" diyerek eksikliği açıkça görülen bir ilişki ortaya koymuştur (aslında kayış sırasında geçen süre boyunca yüksekliğin azalışına yönelik olmalı ilişki ancak o kayarken pist üzerinde kalan yolunu söylemiş oluyor). Daha sonrasında ise ortaya koyduğu genel ifadenin çözüme ulaşma yolunda işe yarayıp yaramadığı sorusuna sunduğu ilişkiyi esas alan herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymaksızın "işe yarayabilir çünkü 13 m/sn hızla gidiyor. Yani her seferinde 13 m azalacak dedim" şeklinde yanıt verebilmiştir. Düzenli şehir etkinliğinin yine gözden geçirme aracında kendisine sunulan $z=x^2-y^2$ denkleminin kendilerine sunulan görseldeki

gibi bir şehir imarında kullanışlı olup olmadığı sorusuna yine herhangi bir matematiksel dayanak ortaya koymaksızın "evet. Çünkü evinin yanında yeşillik alan olması, park olması güzel olur. Dışarısı mis gibi olur. Bol oksijenli, çocukların oynaması, eğlenmesi gibi ihtiyaçları giderilir" şeklinde yanıt vermiştir.

Bağlamda koşulların değişmesi durumunda var olan cebirsel ifadenin veya aritmetiksel işlem adımlarının yeni koşulları karşılayıp çözümü sağlayabildiği yönünde sorgulama yaparken Faris'in yine matematiksel olarak denklemin kullanımına örnek sunduğu ve elde ettiği çıktıyı o sorudaki esas amacı doğrultusunda yorumlama yoluna gittiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün dalış etkinliğinde tüpsüz dalış yapan bir kadın sporcu yerine erkek dalgıcın tüplü olarak yapmış olduğu bir rekor dalış sırasında akciğerlerinin hacmini, yine aynı denklem ve ters orantılı ilişki üzerinden hesaplayabilmiş ancak elde ettiği çıktı doğrultusunda Ahmed Gabr'In akciğer hacmi için "34 oranında küçülür" şeklinde yorum yapmıştır (Görsel 3.116b). Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğindeki genişletme sorusu olan okula areka palmiyesi ve paşa kılıcı satın alınması bağlamında bir areka ile bir paşa kılıcının 50 lira olması kampanyası ile ortaya çıkan yeni kısıtlıklar ve sınırlar doğrultusunda maliyeti ortaya koyarken aynı denkleme dayalı işlemler gerçekleştirerek sadece matematiksel olarak gösterebildiği görülmüştür (Görsel 3.127). Ancak öncesinde, kullanmış olduğu (4x+7y).120=z denklemine ilişkin "bir kişi için 4 areka palmiyesi ve 7 paşa kılıcı gerekli oluyor. Maliyetlerine areka'nın x, paşa kılıcının y dersek 4x+7y=z yani bir kişi için gerekli olan paşa kılıcı ve areka palmiyesinin fiyatları toplamı, bir kişi için maliyeti bu oluyor. Bir kişinin maliyeti ile 120' yi yani okul mevcudunu çarptığımda 120 kişi için maliyeti bulmuş oluyorum" şeklinde bağlamsal yönlere dikkat çektiği açıklamalar yapabilmiştir. Faris'in araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.50' de verilmiştir.



Görsel 3.127. *Faris'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*



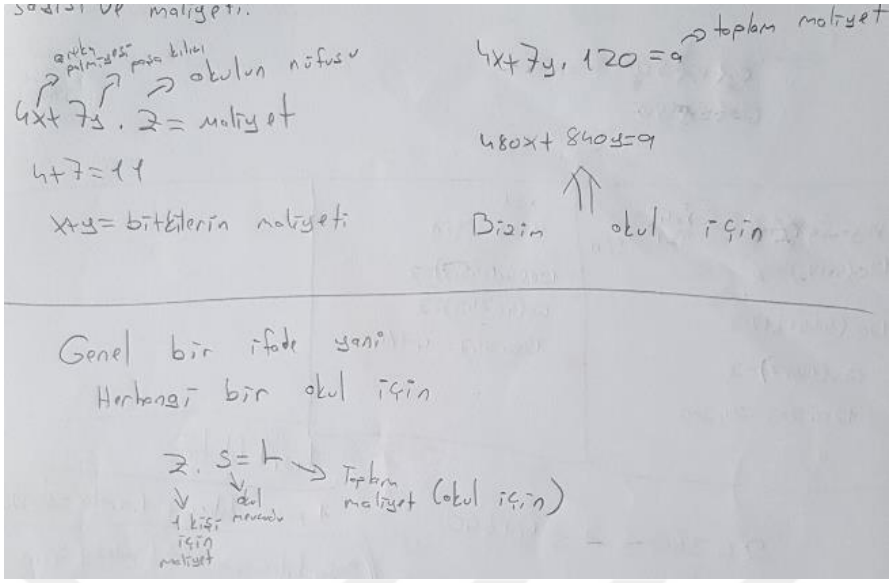
Şekil 3.50. *Faris'in söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

Çözüme ilişkin bir matematiksel modelin farklı bağlamlarda da kullanılabilir olabileceğine dair herhangi olumlu bir eylem ortaya koyamayan Faris'in, o modelin değişen koşullar doğrultusunda revize edilmesi gerektiği durumlarda ise her ne kadar eksiklikleri zaman zaman görülse de olumlu yönde adımlar atabilmiştir. İkinci öğretim bölümünde yer alan düzenli şehir etkinliğinde model üzerinde yapılması gereken düzenlemelere ilişkin bağlamsal yönlü desteklemeler yapmakta veya farkındalıklar koymakta zorlanmıştır. Örneğin, arazinin %25' ine ortak yaşam alanı yapılması zorunluluğu ile ortaya çıkan yeni kısıtlamalar doğrultusunda $z=x^2-y^2$ denklemi için "y, x'in 4'te 1'i olmak zorunda, z ise x'in 4'te 3'ü olmak zorunda şeklinde kısıtlanırdı" şeklinde matematiksel düzenlemelere yönelik doğru açıklamalar yapabilmiştir. Ancak x ve y yerine x^2 ve y^2 demesi gerektiği dikkat çekmektedir. Ayrıca gözden geçirme

aracında, öğretim sürecinde grupça ortaya koymuş oldukları $z=3x^2/4$ şeklinde bir denkleme ulaşamamıştır. Aynı etkinliğin gözden geçirme aracında karesel bölge olma koşulunun dikdörtgen olma şeklinde değiştirilmesi durumunda en genel anlamda yine ilişkinin aynı kalacağına "iki tane kareydi birbirinden çıkardık şimdi iki tane dikdörtgen birbirinden çıkartacağız" şeklinde vurgu yapabilmiştir. Ancak öğretim sürecinde grupça ortaya koyabildikleri, arazinin dikdörtgen olmasından dolayı artık modelin z=bx-ay şeklinde revize edilebileceğine ilişkin herhangi bir performans ortaya koyamamıştır.

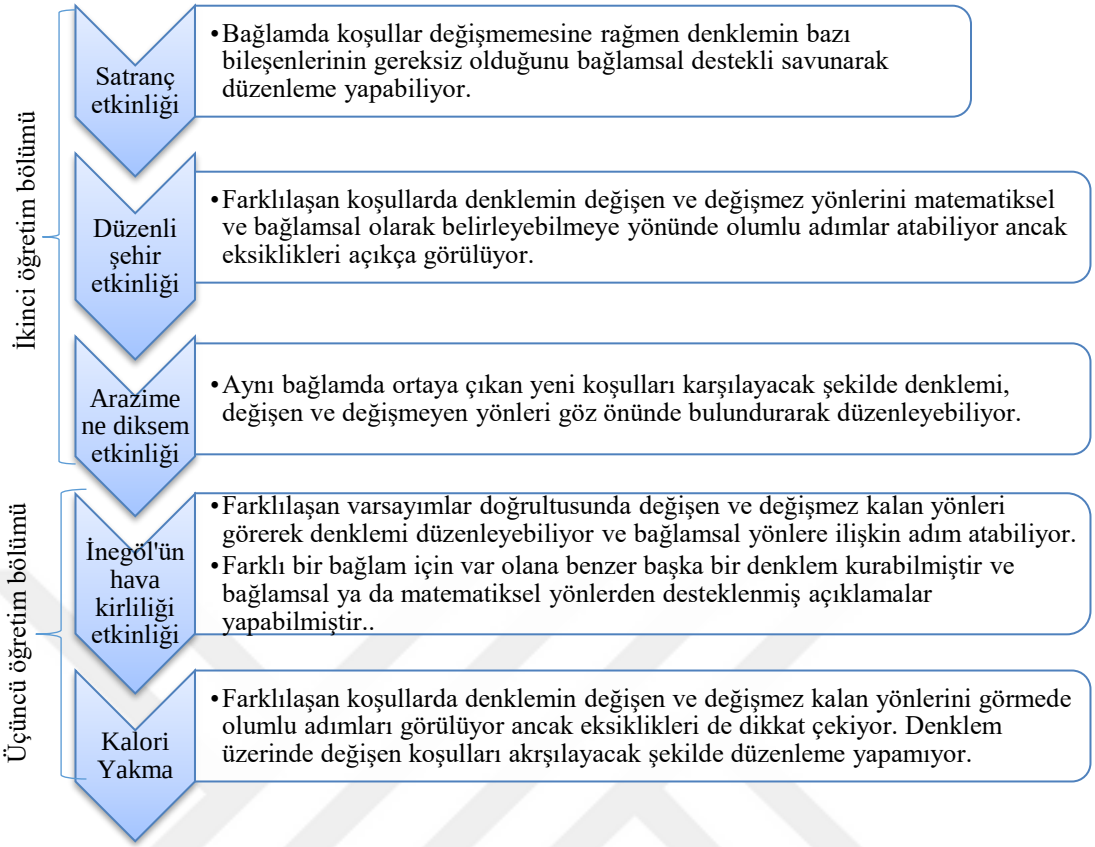
Arazime ne diksem etkinliğinde ceviz ve kavak ağacı için oluşturulan $\frac{x}{8}+1=y$ ve $\frac{x}{4}+1=y$ denklemlerini, paulownia ağacı dikilmesi durumunda ortaya çıkan yeni koşulları dikkate alarak her ne kadar toplam ağaç yerine sadece bir kenara dikilecek ağaç sayısını temsil eden denklemi $\frac{x}{5}+1=y$ şeklinde revize edebilse de (ki zaten ceviz ve kavak için de bu yönde bir eksikliği var) başarılı olduğu açıkça görülen bu katılımcının, bu sefer denklemin yeni kısıtlılıklarını "her bir ağaçtan 800 TL kazanacak ve 8 yılda bir kazanacak bu parayı" diyerek ifade edebildiği görülmüştür. Dahası elde edilecek toplam gelir için "800y=gelir veya zy=gelir" şeklinde ortaya koyduğu cebirsel ifadeleri toplam gelir için bir araçtan gelecek gelir ile ağaç sayısını çarpması gerektiğini "ağaç sayısı ile gelir elde edeceğimiz fiyatı çarptığımızda da geliri buluruz" şeklinde açıklamıştır (Görsel 3.124). Öte yandan ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde ise 2x+1y+0z=20 olan denklemi, koşullar değişmemesine rağmen 2x+y=20 olarak düzenlemiş ve bu düzenlemeyi sadece sıfırın çarpmada yutan eleman olması ile değil "mağlubiyet 0 puan olduğu için onu yazmadım" diyerek bağlamsal gerekçelendirmeler ile savunabildiğini göstermiştir.

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olarak yöneltilen okula oksijen sağlaması için areka ve paşa kılıcı satın alınması bağlamında ise "bizim okul için", "1 kişi için" ve "herhangi bir okul için" vurgularını yaparak kişi sayısı için farklı varsayımlarda bulunulduğunda denklemi "bir kişi için maliyet 4x+7y, bizim okul için 480x+840y=a, herhangi bir okul için 4x+7y .z= maliyet veya z.s=L" şeklinde düzenleyebilmiştir (görsel 128).



Görsel 3.128. *Faris'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde farklı varsayımlar doğrultusunda denklemi düzenleme performansı*

Kalori yakma etkinliğinde ise "ya sen olsaydın..." varsayımı ile değişen kısıtlılık ve sınırları fark etme yolunda "biz okulda saat 4'te çıkıyoruz. Yani 5 gibi müsait olsak...Günde alıp vereceğimiz kalori miktarı da farklı. Murat 2400 kalori alıp 1200 kalori veriyor ama ben 2200 kalori alıp 1100 kalori vereceğim. O yüzden modelin kullanımı değişir" diyerek kullanım süresinin değişeceğini bağlamsal gerekçelendirmelerle savunmuştur. Ancak bu yeni kısıtlamaları içeren örnek bir kullanım ortaya koymamış ve kendisinin kondisyon bisikletinin olmadığı, hafta içi ve sonu ayrımının kendisi için gerekli olmadığı gibi yönleri fark ederek denklemde bir düzenleme yapma yönünde herhangi bir varlık ortaya koyamamıştır. Faris'in çözüme ilişkin aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini aynı bağlamda ya da farklı bir bağlamda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusunda yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca Şekil 3.51'de sunulmuştur.



Şekil 3.51. *Faris'in değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

Birinci öğretim bölümündeki ilk etkinliğin öğretim sürecinden itibaren değişkenlere uygun sayısal değerler atayabilmesi gerektiğinin farkında olan ve bu yönde daima olumlu adımlar atabilen Faris'in, henüz Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde bile birçok öğrenciden farklı olarak sadece sayısal değerler atama ve hesaplamayı kolaylaştırmak amacıyla bazı yuvarlamalar yapma gibi kabullerin ötesine giderek "hocam trafik falan işe katmıyoruz değil mi?" şeklinde bir sorgulamayla çözüme dolaylı yoldan etki eden bazı durumları görmezden geleceğini göstermiştir. Dalış etkinliğinde herhangi bir varsayımda bulunduğuna veya başkaları tarafından bulunulduğunda o varsayımı göz önünde bulundurduğuna dair herhangi bir göstergeye rastlanmamasına rağmen Mars etkinliğinde "ağaçların büyüklüğünü hesaba katmadım, erkek ve kadınların ciğer büyüklüklerini aynı aldım" şeklinde yine dolaylı yoldan etki eden etkenleri göz ardı ettiğini ifade etmiştir. Ayrıca çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgileri talep ederken ileri sürdüğü "ağacın yapısı. Yani boyu, yaprak genişliği" bilgisini eleştirerek, iğneleyici bir şekilde "yaprak sayısı da var o zaman" eklemesini yapması dikkat çekmiştir. Öte yandan

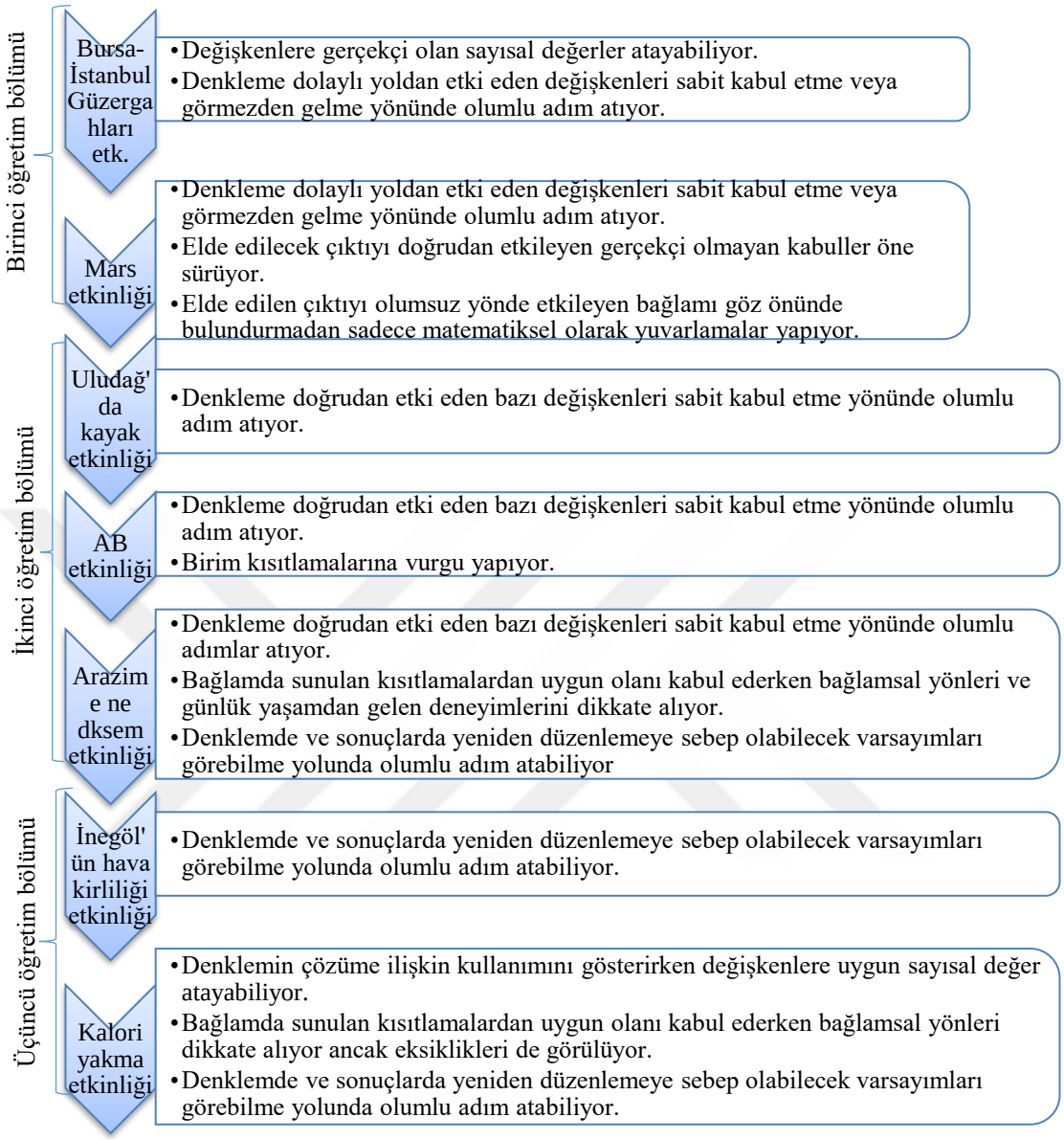
çözüme ulaşma yolunda doğrudan etki edebilen bazı bağlamsal koşullar için kendisinin varsayımlarda bulunabildiği veya bulunulan varsayımların farkında olduğunu pek çok etkinlikte gösterebilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünde Uludağ etkinliğinde hızın hep sabit olduğu varsayımını işaret eden "yolunun her 1 sn'de 13 m azalacağını varsaydım" derken, AB etkinliğinde "her yıl aynı sayıda doğum-ölüm olduğunu varsaydık", arazime ne diksem etkinliğinde "ceviz ağacının 5-10 yıl arasında her yıl aynı miktarda ceviz verdiğini varsaydım", rüzgar enerjisi bağlamlı görüşmede "bir rüzgar türbininin her gün aynı parayı verdiğini varsaydım" şeklinde açıklamalar yapmıştır.

Birinci öğretim bölümün Mars etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda matematiksel işlemleri gerçekleştirirken Faris'in elde edilecek çıktıları doğrudan etkileyecek bazı hatalı varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Bir insan için bir saatte gerekli oksijen miktarı olduğunu belirttiği 72000 değeri için "akciğere alınan havanın 25ml'si kullanıldığı için, onu hesaba kattım" açıklamasını yapmıştrı ancak bu gerçekçi olmayan bir kabuldür. Çünkü öğretim sürecinde de metinde sunulan insanın her nefes alışta 105ml hava alması ve 25ml oksijeni kullanıp kalanı, dışarı geri vermesi gerektiği bağlamsal bilgisi düşünüldüğünde, her nefeste sadece 25ml almasının gerçekçi bir kabul olmadığı tartışılmış ve her defasında 105 ml almasının daha gerçekçi olduğu kabul edilmiştir. Öte yandan bir saatte çam ağacının emdiği toz miktarı için elde ettiği 3,5 kg değerini 4 kg olarak kabul etmesi, elde edeceği çıktıların kabul edilebilirliğini zayıflatmıştır. Faris'in bu kabulü sonrasında öğretim sürecinde Mars'a ağaç götürmenin zahmetli bir iş olacağı ve bu sebeple ince bir hesap yapılması gerektiği konusunda tartışma yapılmış ve hatta Orhan'ın "o zaman 1000 tane ağaç götürelim herkese yeter" diyerek hiç hesaplama yapmaksızın fazla ağaç götürülebileceğine dikkat çektiği görülmüştür. Diğer taraftan 4 kişi için götürülmesi gereken ağaç sayısı için elde edilen 65,52 sonucunu 65 olarak yuvarlayan grup için "65,52'yi 65 diye almış hocam bunlar" şeklinde itiraz etmiştir. Faris'in bu anda sadece matematiksel düşünerek bağlamsal yönleri göz önünde bulundurmadığı görülmüştür. Halbuki ağaç sayısının eksik olacağına fazla olmasının Mars'a gidenlerin hayati riskini azalatması açısından daha doğru olacağı kabul edilmiş ve bu sebeple 66 ağaç olmasında karar kılınmıştır. Orhan bu sırada tartışmaya dahil olarak "65 dersek ağaç sayısı eksik kalır. Eksik olacağına fazla olsun" diyerek bağlamsal yönden gerekçelendirme sunabildiğini göstermiştir.

Faris'in, kısıtlık ve sınırlara yönelik varsayımlarda bulunma yönünde ikinci ve üçüncü öğretim bölümündeki etkinliklerde olumlu yönde adımlar atabildiği görülmüştür.

Örneğin kalori yakma etkinliğinde hafta içi dışarıya akşam vakti çıkılamadığı kısıtlamasının fark edilmesinden sonra "saat kaça kadar çıkabilir? Bir sınırlılık olacak" derken "günlük 1200 kalori yakmak zorunda mı peki hep?" sorusuyla da kısıtlık ve sınırlıklar için bazı varsayımlara dikkat çekebilmiştir. Ancak gözden geçirme aracında sanki her gün 1200 kalori yakma zorunluluğu kabul edilmiş gibi "her gün 2400 kalori aldığını ve 1200 kalori yaktığını varsaydım" şeklinde hatası görülen bir açıklama yaptığı görülmüştür. Diğer taraftan gözden geçirme araçlarında varsayımlara örnek vermesi istendiğinde satranç etkinliği gözden geçirme aracında "en az 20 puan diyordu. O yüzden ben de 20 puan alsın diye varsaydım", AB etkinliğinde ise "süreyi yıl olarak aldım" şeklinde açıklamalar yapmıştır.

Faris'in ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde çözüme ilişkin ortaya konan matematiksel modelde düzenleme yapılmasını gerektirebilecek varsayımları görebildiği dikkat çekmiştir. Örneğin, İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında ortaya koyduğu denklemin kabul edilen kişi sayısı için nasıl revize edileceğini gösterirken, kalori yakma etkinliğinde "ya sen olsaydın..." genişletmesinde ve arazime ne diksem etkinliğindeki paulownia ağacı dikilmesi yönünde genişleyen bağlamda farklılaşan varsayımlar doğrultusunda modelin kullanışlı olabileceği ya da düzenleme gerektirebileceği yönünde olumlu adımlar atmıştır. Faris'in araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.52'de verilmiştir.

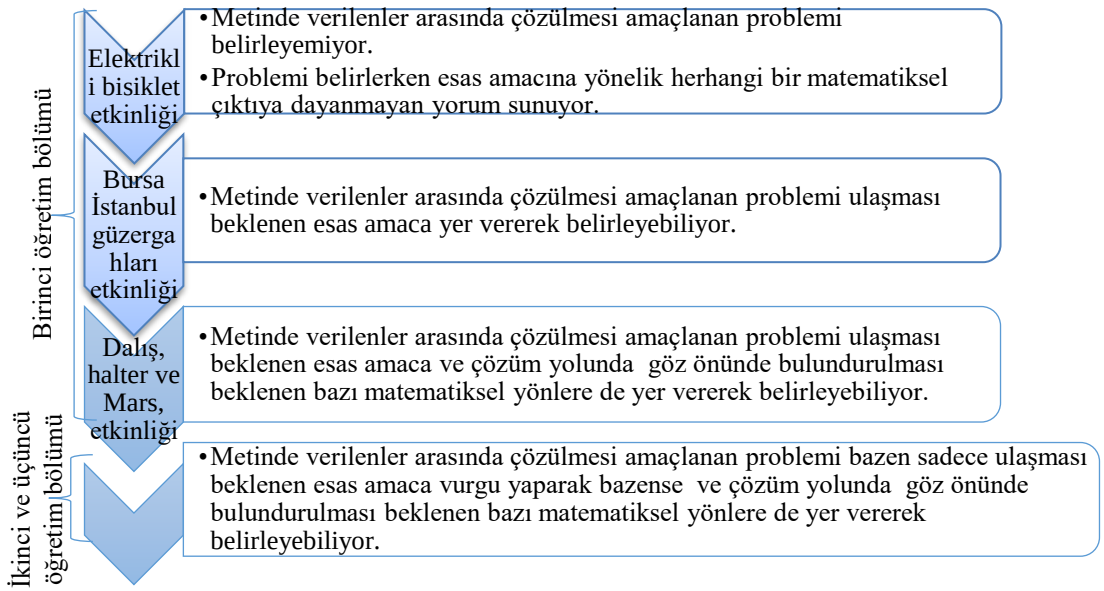


Şekil 3.52. *Faris'in varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.6. Elin'in matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

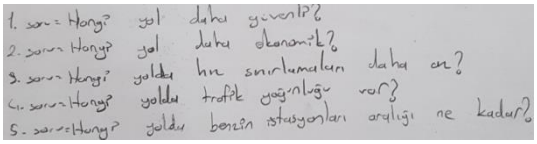
Elin araştırma öncesinde uygulanan ön test sonucunda edilen veriler ışığında ortaya çıkan gruplardan üçüncüsünden gelen bir katılımcıdır. Bu katılımcı, birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinde bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirlerken sıkıntı yaşamıştır. Kendisinden ulaşması beklenen hangi taşıtın daha ekonomik olduğunu bulma esas amacına yer vermeyerek "bisiklet ya da motosiklet arasındaki seçim yapma kararsızlığı" şeklinde problemi ortaya koyabilmiştir. Dahası

eşzamanlı olarak da grup tartışması ile sonunda esas amacına yönelik "biz bisikletin daha iyi olduğunu düşünüyoruz çünkü sağlık açısından bisiklet ile spor yapmış oluyoruz" şeklinde matematiksel dayanaktan yoksun sadece günlük yaşam deneyimleri temelli bir yorumda bulunmuştur. Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında ise ulaşması beklenen esas amacı doğru belirleyerek "hangi yoldan gidilirse daha ekonomik olur?" şeklinde problemi ortaya koyabildiği görülmüştür. Dalış etkinliğinden itibaren ise artık problemi ortaya koyarken esas amacın yansıra esas amacına ulaşma yolunda başvurulabilecek matematiksel yönlere de dikkat çekmeye başladığı görülmüştür. Dalış etkinliğinde derinlik ve akciğer hacmine dikkat çekerek "kaç m derine inersek ciğerlerimizin ne kadar küçüldüğü ve bu durumda kaç m' ye kadar inebileceğimiz" şeklinde, halter etkinliğinde sporcunun kütlesi ve kaldırdığı halterin kütlesine vurgu yaparak "kaldırılan kilo ile kaldıran kişinin kilosu arasındaki ilişkiyi bulmak" şeklinde, Mars etkinliğinde oksijen üretimi ve ağaç sayısına dikkat çekerek "Mars'ta oksijen sağlamak amacıyla kaç ağaç götürülmesi gerektiğini bulmak" şeklinde ortaya koyabilmiştir. Bu katılımcı, ikinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde yer alan etkinliklerde de çözülmesi beklenen problemi ortaya koyarken esas amaca vurgu yapabilmiş ve bazen çözüm sırasında göz önünde bulundurulması gereken matematiksel yönlere de yer verebilmiştir. Elin'in araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.53' de sunulmuştur.



Şekil 3.53. *Elin'in çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

Problemin çözümüne ulaşma yolunda metin içerisinde sunulan bilgilerden hangilerine gerek duyacağını belirlerken veya çözüm sürecinde gerekli olup metinde sunulamayan ve dolayısıyla belirlenip talep edilmesi beklenen bilgileri ortaya koyarken Elin, birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliğinde sıkıntılar yaşamıştır. Örneğin, Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde problemi ulaşması beklenen hangisinin daha ekonomik olma esas amacını da entegre ederek doğru belirleyebilmesine rağmen metinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri "hangi yol daha güvenli?, hangi yol daha ekonomik?, hangi yolda hız sınırlamaları daha az?, hangi yolda trafik yoğunluğu var? ve hangi yolda benzin istasyonlarının aralığı ne kadar?" şeklinde bu esas amaca ulaşmasını sağlayacak yönde belirleyememesi dikkat çekici olmuştur (Görsel 3.129). Öte yandan aslında kendisinin ulaşması gereken esas amacı olan "hangi yolun daha ekonomik olduğu" bilgisini de talep etmesi dikkat çekmiştir. Öte yandan bu katılımcı metinde sunulan güzergahların gerekli olduğunu görerek onları "1. Alternatif: Bursa'dan Yalova'ya ordan Gebze'ye ve sonra İstanbul'a. 2. alternatif: Bursa'da Yalova'ya kadar karadan, Yalova'dan Gebze'ye ücretli feribot ve oradan da İstanbul' a" şeklinde görsel ile olmasa da sözel olarak ortaya koyabilmiş ancak Osmangazi köprüsünden gidilen güzergahı fark edememiştir. Grup içi ve sınıf tartışmalarıyla birlikte eksikliklerini giderebilen Elin, sınıf tartışmalarında aslında metinde açıkça verilmeyen ancak çözüm için göz önünde bulundurulması gereken bir bilgi olan "Osmangazi köprüsünün de bir uzunluğu var tabi. O da önemli" şeklinde dikkat çekmiştir.



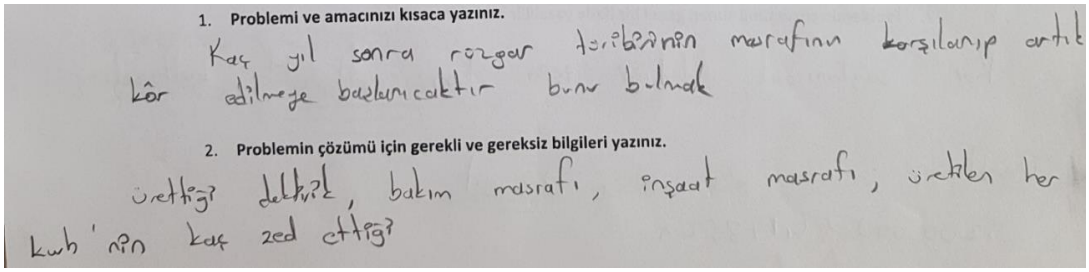
Görsel 3.129. *Elin'in Bursa-İstanbul güzergâhları etkinliğinde gerekli olan bilgileri belirlemesi*

Dalış etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda kendisine sunulmayan ancak gerekli olan bilgileri "her 10 m derinlikte akciğer hacminin ne kadar küçüldüğü ve akciğerlerin toplam (başlangıç) hacmi" şeklinde doğru ancak eksik belirleyebildiği görülmüştür. Çözüm yolunda gereksiz olan bilgiler için örnekler sunmadığı görülmesine rağmen çözüm sürecinde gereksiz bilgileri esas almamış, gerekli olup da belirtmediği diğer bilgileri ise kullanabilmiştir. Mars etkinliğinde grup arkadaşlarıyla birlikte, çözüme ulaşma yolunda gerekli olup da metinde sunulmayan bilgileri ortaya koyarken "bir ağacın 30 dk'da ne kadar oksijen üretebildiği, karbondioksitin Mars'ta ne kadar olduğu,

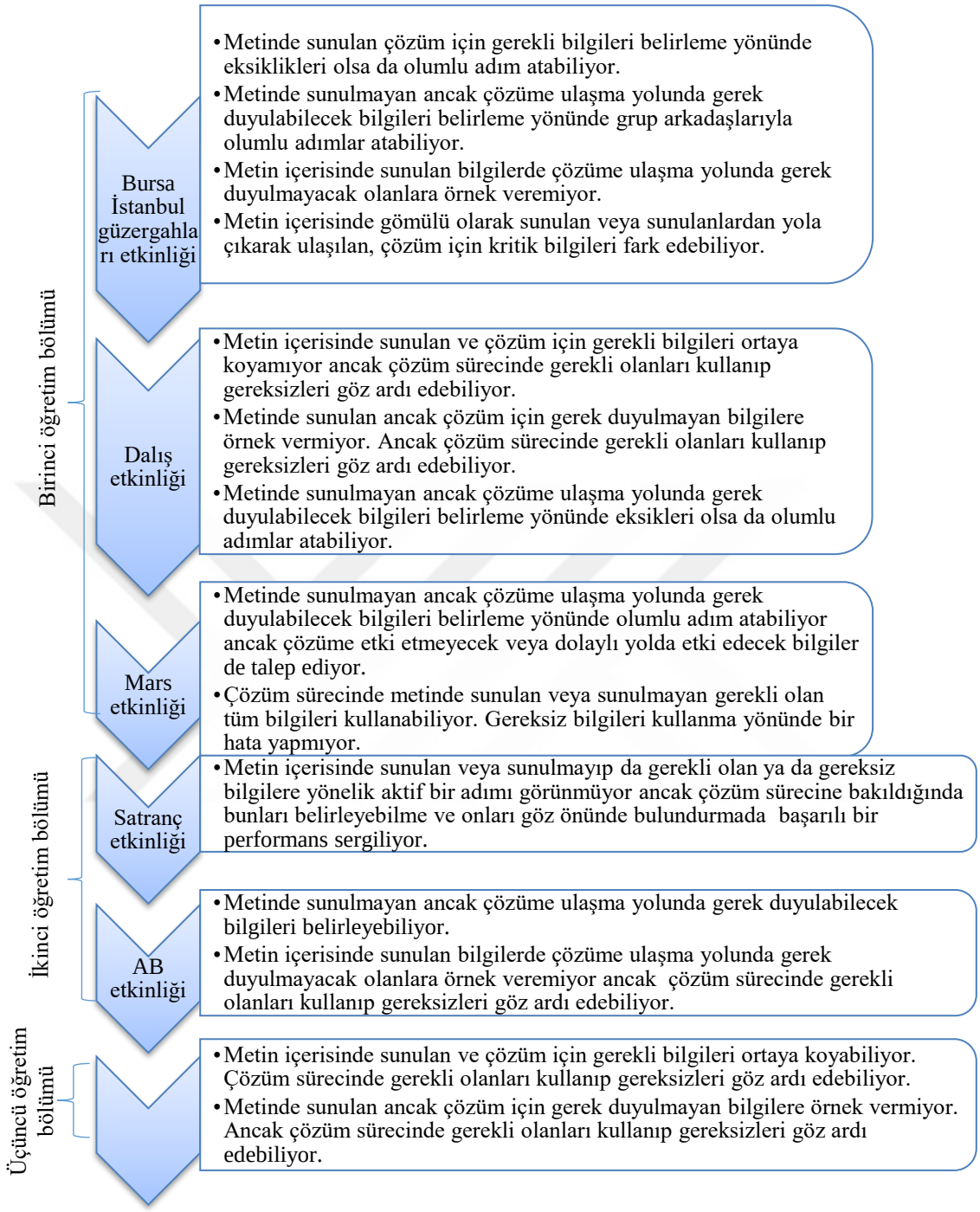
Mars'taki toprak ağaç yetiştirmeye uygun mudur?" şeklinde dolaylı yoldan etki edebilecek veya matematiksel çözüm sürecinde etki etmesi beklenmeyen bilgileri de sunmuştur. Ancak öğretim sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında sadece 1L oksijenin 1293g olmasını gerekli olup da verilmeyen bilgi olarak yazabilmiştir. Buna rağmen bu katılımcı hem öğretim sürecinde hem de gözden geçirme aracında metin içerisinde sunulan veya sunulmayan, gerekli olabilecek bilgileri kullanarak doğru çözüme ulaşabilmiştir.

Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede çözüme ulaşma yolunda gerekli olan bilgilere "1 kovandan yılda kaç 50 kg süt çıkar, 40-50 kovandan 1 kg süt üretilmesi, aşılama ile 1 kovandan 250-300 g süt elde edilmesi" şeklinde doğru örnekler verebilmiştir. Öte yandan gereksiz bilgi olarak "arı sütünün çok besleyici olması" bilgisinin yanına aslında esas amacına doğrudan hizmet edecek ""arı sütünün kilosunun kaç para olduğunu" yazarak hata yaptığı görülmüştür. Nitekim bu katılımcının "aşılama yoluyla arı sütü üretimi yapmak ve bu yolla üretilecek arı sütü miktarının yılda ne kadar olduğunu bulmak" şeklindeki problem cümlesine bakıldığında arı sütü fiyatını başvuracağı kritik bir matematiksel yön olarak göremediği ve sadece kendisine fiyat ile ilgili soru sorulduğunda o yönde eylem ortaya koyabildiği dikkat çekmiştir. İkinci öğretim bölümünün satranç, Uludağ'da kayak, düzenli şehir ve üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliklerinin ne gözden geçirme aracında ne de öğretim sürecinde çözüme ulaşma yolunda gerekli ve gereksiz olan bilgileri belirleme yönünde aktif bir girişiminin olmadığı görülse de çözüme ulaşma sürecinde metinde sunulan gerekli olan bilgileri ve sunulmayıp da talep edilen bilgileri kullanabildiği açıkça görülmüştür. Diğer taraftan çözüme ulaşma yolunda metinde sunulmayıp da gerekli olan bilgileri AB etkinliğinde "bir ülkenin nüfusu, milletvekilinin kaç kişide bir olduğu, en kabalık ülkenin kaç olduğu" şeklinde, arazime ne diksem etkinliğinde ise "kaç senede yetiştikleri, cevizin kilosu, fidan fiyatı, kavak ağacının fiyatı (olgunlaştıktan sonra), bir ceviz ağacının kaç kg ceviz verdiği" şeklinde sunabilmiştir. İkinci ara görüşmede ise "kaç yıl sonra rüzgar türbininin masrafı karşılanıp artık kar edilmeye başlanacaktır bunu bulmak" şeklinde süre, masraf ve kar gibi amacına ulaşma doğrultusunda çözüm sırasında başvuracağı matematiksel yönlere yer verebilmiş ve her ne kadar yine gereksiz bilgilere örnek vermese de "ürettiği elektrik, bakım masrafı, inşaat masrafı, üretilen her khw'nin kaç zed ettiği" şeklinde metinde sunulan gerekli bilgileri ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.130). Elin'in araştırma boyunca, metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları

veya metin içerisinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.54'de verilmiştir.



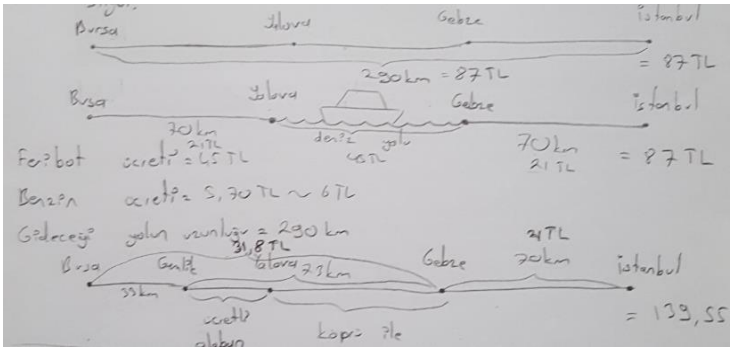
Görsel 3.130. *Elin'in rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede problemi ve gerekli bilgileri ortaya koyması*



Şekil 3.54. *Elin'in çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı*

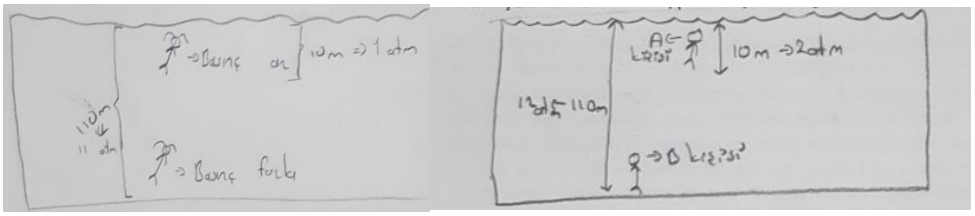
Birinci öğretim bölümünde bir görsele başvurulabilecek bir doğası olan Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde Elin'in metinde sunulan güzergahların üçünü de

başarılı bir şekilde diyagram ile sunabilmiş ve matematiksel işlemler sırasında kabul edilen sayısal değerler ile elde edilen sonuçları ona entegre edebilmiştir(Görsel 3.131).

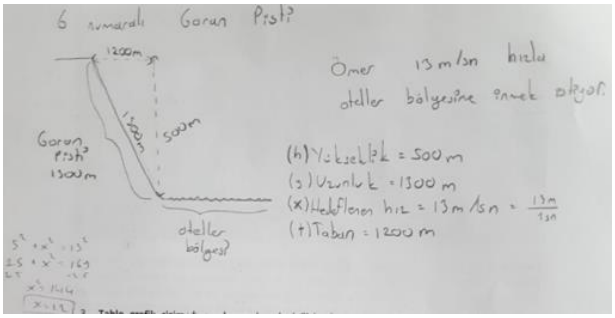


Görsel 3.131. *Elin'in Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*

Dalış etkinliğinde bağlam metninde sunulan derinlik ve basınç arasındaki doğrusal ilişkiyi sunmak için bir görsel ortaya koyabilen ve elde ettiği sayısal değerleri bu görsele doğru entegre ettiği görülen Elin' in öğretim sürecinde, metinde gömülü sunulan "insan üzerindeki basıncın deniz seviyesinde 1 atm olması" bilgisini dikkate alamadığı görülürken, gözden geçirme aracında diyagramda bu bilgiyi göz önünde bulundurarak verebilmiştir (Görsel 3.132a). Diğer taraftan ikinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde de metinde verilen ve çözüm yolunda gerekli olabilecek nicelikleri entegre ettiği bir dik üçgensel görsel sunan Elin'in bu kez değişkenler arasında bir ilişki kurup ona dayalı çıktı elde edemediği ve dolayısıyla görseline de bu yönde bir entegrasyon gerçekleştirmediği görülmektedir (Görsel 3.132b). Ancak dik üçgensel görselin bileşenlerini bağlam ile ilişkilendirerek açıklama yönünde "goran pisti ve oteller bölgesi" vurguları dikkat çekmektedir.

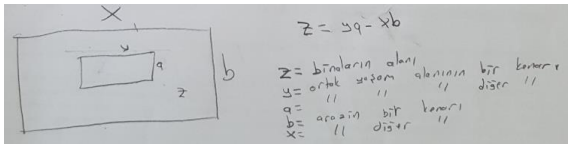


Görsel 3.132a. *Elin'in dalış etkinliğinde ortaya koyduğu görseller*



Görsel 3.132b. *Elin'in Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*

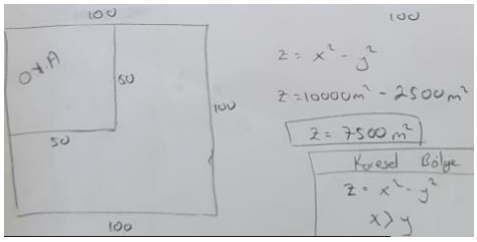
Düzenli şehir etkinliğinde karesel bölge olan ortak yaşam alanının ortada olma şartının kaldırılması, karesel bölge olma şartının dikdörtgensel bölge olarak değiştirilmesi, toplam arazinin %25'ine ortak yaşam alanı olma zorunluluğu getirilmesi durumlarında x^2-y^2=z denkleminde gerekli olan revizyonları grup arkadaşlarıyla gerçekleştirebildiği ve bu sırada görsel üzerinden de bu revizyonları gösterebildiği görülmüştür. Örneğin, karesel olma şartının dikdörtgensel olma şeklinde değiştirilmesi durumunda, görsel ile destekli olarak denklem üzerinde gerekli revizyonu gerçekleştirebilmiş ve görsel üzerine entegre ettiği değişkenlerinin bağlamsal yönden ne anlama geldiklerini açıklayabilmiştir (Görsel 3.133).



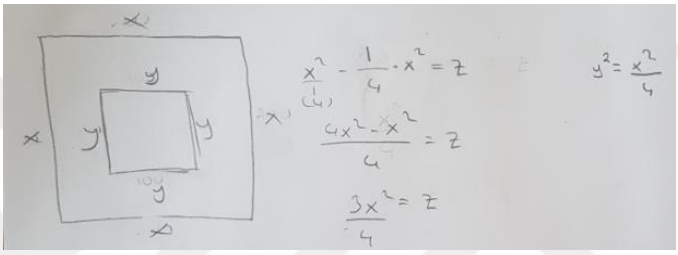
Görsel 3.133. *Elin'in düzenli şehir etkinliğinin öğretim sürecinde denklemin revizyonuna ilişkin ortaya koyduğu görsel*

Elin'in kendisin aktif rol aldığı ve hatta pek çok zaman yazılarını kendisinin yazdığı grup çalışma kâğıdında, ortak yaşam alanının arazinin ortasında olmaması durumunda denklemin hala işler olduğunu sayısal değerler atayıp denkleme dayalı matematiksel işlemlerle gösterebildiği ve bu sırada görsel üzerine sayısal değerleri entegre edebildiği dgörülmüştür (Görsel 3.134a). Bağlamsal olarak sadece ortak yaşam alanı vurgusunu kısaca *"O.Y.A"* şeklinde yapabildikleri görülse de Elin'in daha önceki performanslarında görselin bileşenlerinin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğinin farkında olduğu dikkat çekmiştir. Öte yandan arazinin %25'ine ortak yaşam alanı yapılması zorunluluğu getirilmesi halinde ise bu yeni durumu karşılayan bir görsel ortaya koyamamışlar ancak

denklemde sadece matematiksel olarak bir revizyon gerçekleştirmişlerdir (Görsel 3. 134b).

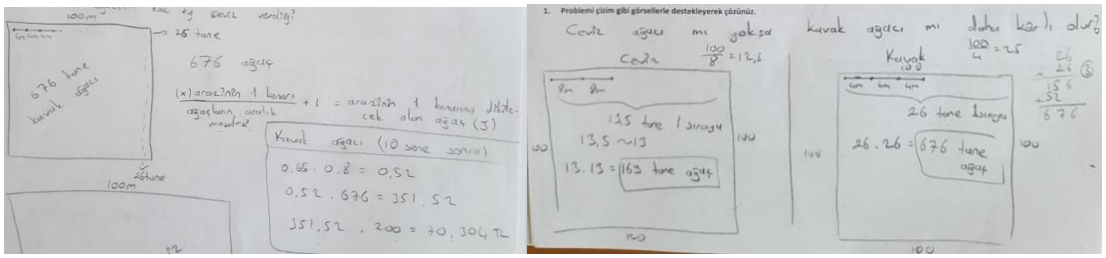


Görsel 3.134a. *Elin'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında farklılaşan koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*



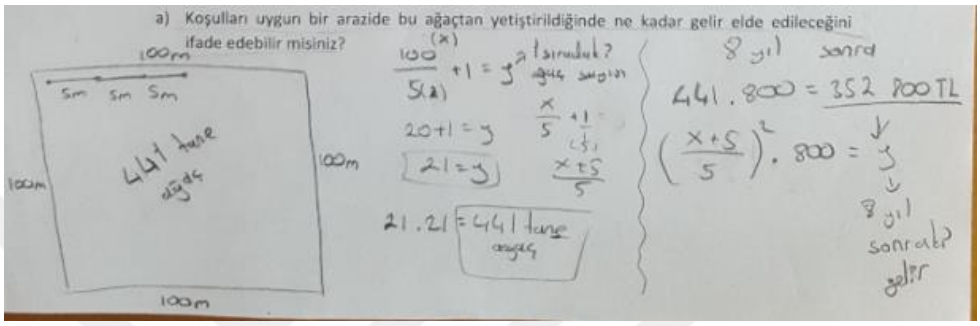
Görsel 3.134b. *Elin'in düzenli şehir etkinliği grup çalışma kâğıdında farklılaşan koşullarda denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Arazime ne diksem etkinliğinin öğretim sürecinde ise Elin' in çözüme ulaşma yolunda matematiksel işlemlerini gerçekleştirirken ağaçlar arasındaki mesafe, arazinin bir kenar uzunluğu, bir kenara dikilebilecek ağaç sayısı ve toplam ağaç sayısı gibi değişkenleri ve sayısal değerleri karesel görsele entegre edebildiği görülmüştür (Görsel 3.135). Örneğin, karesel resmettiği arazinin bir kenarına 100 m yazmış ve ardından o kenara 4'er m aralıklarla ağaçları temsil eden noktalar koymuştur. Sonrasında kurmuş olduğu denklemden elde ettiği ağaç sayısı olan 26 değerini entegre etmiş ve son olarak da "26 tane 1 sıraya" diyerek 26x26=676 ağaç niceliğini karesel görselin yani arazinin içine not etmiştir. Benzer performansı gözden geçirme aracında da gösterebilmiştir.

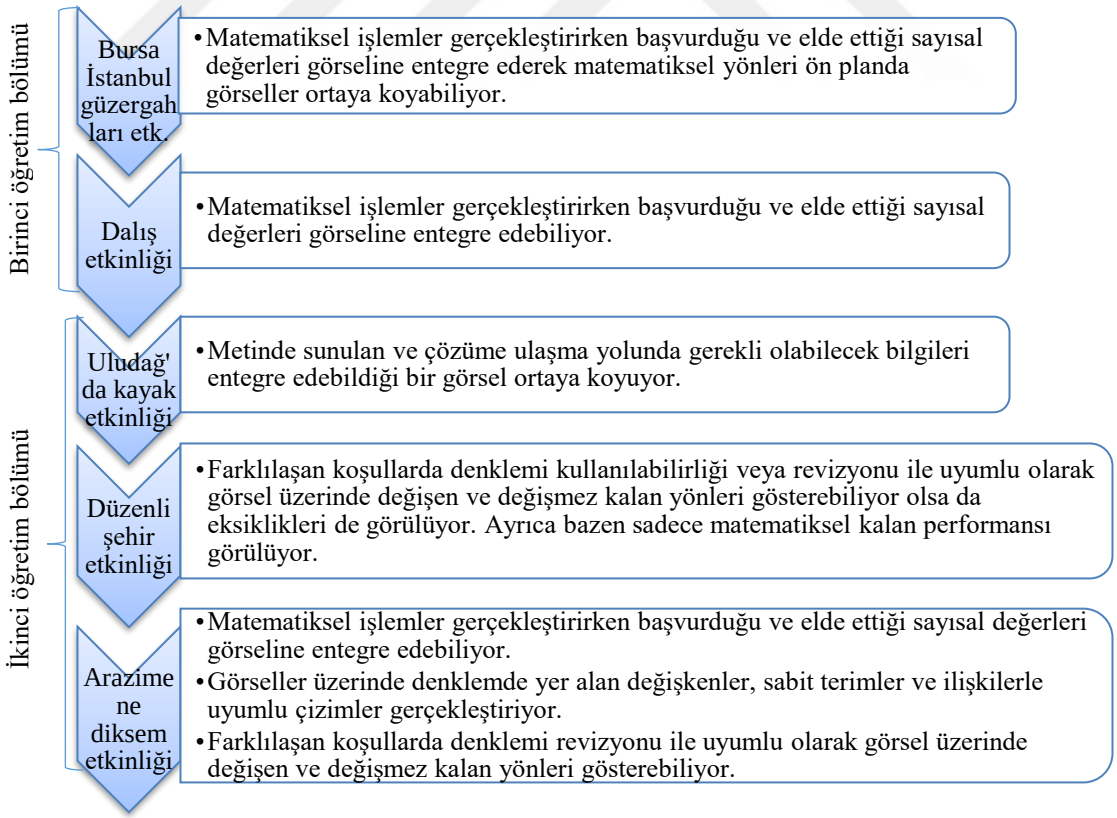


Görsel 3.135. *Elin'in arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görseller*

Dahası bu katılımcının yine arazime ne diksem etkinliği sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında ilk kez karşılaşmış olduğu araziye paulownia ağacı dikilmesi durumunda, değişen koşulları karşılayacak şekilde gerekli düzenlemeleri yapma sırasında yine karesel görseli kullanmıştır. Arazinin bir kenar uzunluğu ve iki ağaç arası mesafe 100 m ve 5 m sayısal değerlerini ve elde ettiği 441 ağaç niceliğini görsele entegre edebilmiştir (Görsel 3.136). Elin'in araştırma boyunca görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.55'te kısaca sunulmuştur.

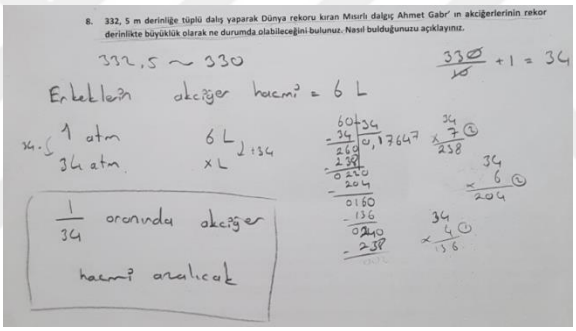


Görsel 3.136. *Elin'in arazime ne diksem etkinliğinde denklemin revizyonu sırasındaki performansı*



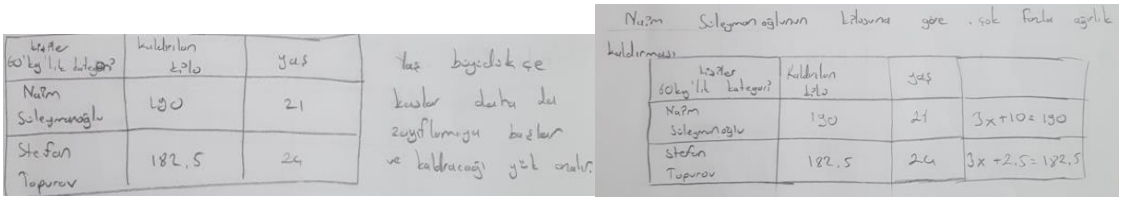
Şekil 3.55. *Elin'in görsellerden faydalanma performansı*

Öğretim sürecinin ilk iki etkinliğinde öğretim sürecinde çözüme ilişkin doğru değişken ve nicelikler ile aritmetiksel işlemler ortaya koyabildiği görülen Elin'in, cebirsel olarak bir ilişki kurmanın ilk kez beklendiği dalış etkinliğinde ise derinlik-basınç ve basınç-akciğer hacmi değişkenleri arasında kurduğu görülen cebirsel ifadelerden gözden geçirme aracında basınç-akciğer hacmi için olanı sunamamıştır. Ancak "metinde derinlere inildikçe insan üzerindeki basıncın arttığı ve basınç arttıkça akciğerlerin küçüldüğü anlatılıyor" açıklaması ile sözel olarak bu ilişkiyi aktarmış ve ardından 330 m derinliğe dalış yapan Ahmet Gabr'ın akciğer hacminin sorulduğu soruda $\frac{x}{10} + 1 = y$ denklemine dayalı olarak 330 m derinlikte basıncı 34 atm bulmuştur. Dahası basınç ile akciğer hacmi arasındaki ters orantılı ilişkiye dayalı olarak elde ettiği çıktıyı esas amacı doğrultusunda "akciğer hacmi $\frac{1}{34}$ oranında azalacak" şeklinde yorumlayabilmiştir (Görsel 3.137).

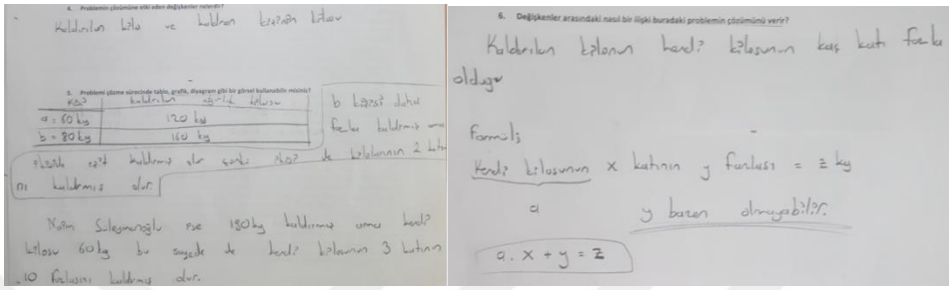


Görsel 3.137. *Elin'in dalış etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

Halter etkinliğinin öğretim sürecinde ilk olarak grup arkadaşı Faris'ten olumsuz bir şekilde etkilenerek yaşı da bir değişken olarak ele almış ve "yaş büyüdükçe kaslar daha zayıflamaya başlar ve kaldıracağı yük azalır" şeklinde çözüm için geçerli olmadığı açıkça görülen bir yorumda bulunduğu görülmüştür (3.138a). Ancak sınıf tartışmaları sonrasında bu hatasını düzelterek yaşı doğrudan etki etmeyen bir değişken olarak görmezden gelebilmiş ve "x kendi kilosu ve y kaldırılan ağırlık olmak üzere 3x+10=y" vb. şekillerde çözümü sağlayan doğru değişkenler arasında doğru ilişki kurabilmiştir. Gözden geçirme aracında değişkenler, nicelikleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleyerek cebirsel olarak da genelleştirebildiği dikkat çekmiştir (Görsel 3.138b).



Görsel 3.138a. *Elin'in halter etkinliği öğretim deneyinde çözüme ilişkin denklem kurma performansı*



Görsel 3.138b. *Elin'in halter etkinliği gözden geçirme aracında çözüme ilişkin denklem kurma performansı*

Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede, kovan sayısı, üretilen arı sütü, arı sütü fiyatı değişkenleri doğru belirlediği ancak bu değişkenler arasında esas amaç olan arı sütü miktarının artmasıyla arı sütünün kg fiyatının ne olacağını sunan bir cebirsel ifade ortaya koyamadığı görülmüştür. Ancak 1 kg arı sütünü üretebilecek kovan sayısı düşerse o halde arı sütünün kg fiyatının da düşeceği ilişkisini kurabilmiştir. Doğal yollardan arı sütü üretiminde 50 kovandan 1 kg arı sütü elde edileceği ve bu şekilde kilosunun 10000 liraya satılacağını ele almış ve devamında aşılama yoluyla sadece 3 kovandan 1 kg arı sütü üretileceği ilişkisinden yola çıkarak 50 kovanın doğal yerine aşılama yoluyla arı sütü üretmesi durumunda arı sütünün yaklaşık 600 liraya satılabileceği çıktısını elde edebilmiştir (Görsel 3.139). Ayrıca bu performansını üretilen arı sütü miktarının artmasıyla arı sütünün kg fiyatının düşeceği ilişkisini öne sürerek savunmuştur.

Ö: Neden 50 kovanı seçtin?

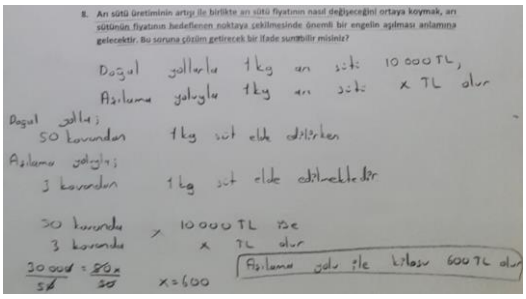
Elin: 40 ile 50 kovandan 1 kg arı sütü elde ediliyor doğal yoldan. Aşılama yoluyla ise 3 kovandan 1 kg elde ediliyor.

Ö: Peki burada doğru orantı mı kurdun yoksa ters orantı mı kurdun?

Elin: Doğru orantı.

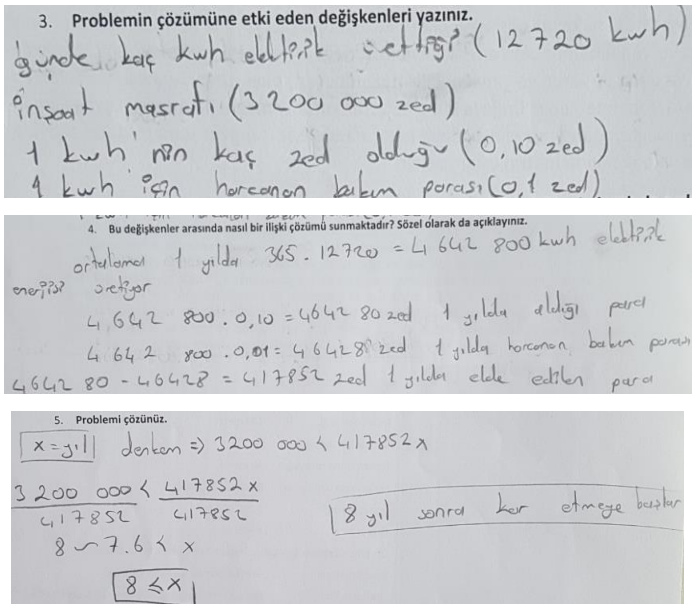
Ö: Neden doğru orantı kurdun? Yani burada kovan sayısı azalmış 50 den 3 e düşmüş. Fiyat da 10000' den 600' e düşmüş gibi görünmüyor mu burada?

Elin: Ama arı sütü üretimi arttığı için parasının daha azalması gerekmiyor mu zaten? Ben o şekilde düşündüm.



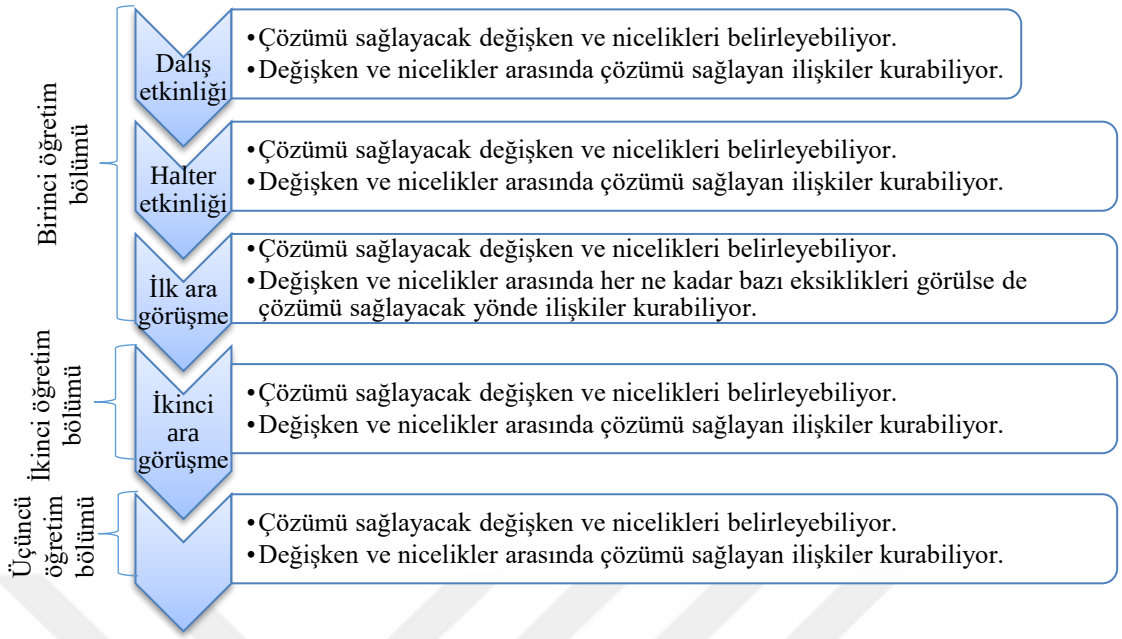
Görsel 3.139. *Elin'in arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede çözüme ilişkin performansı*

İkinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde çözüme ilişkin değişkenleri belirleme ve aralarında doğru ilişkiler kurma yolunda neredeyse eksiksiz bir performans sergilediği görülen Elin, ikinci ara görüşmede herhangi bir yardım veya tetikleyici soruya maruz kalmaksızın kâğıdında, değişken ve nicelikleri "günde kaç khw elektrik ürettiği (12720 khw), inşaat masrafı (3200000zed), 1 khw'nin kaç zed olduğu (0,10zed) ve 1 khw için harcanan bakım parası (0,01zed)" şeklinde belirleyebilmiştir. Dahası aralarında "bir yılda ürettiği elektrik miktarı, bir yılda aldığı para, bir yıllık bakım parası, bir yılda elde edilen para" niceliklerini verecek şekilde uygun ilişkileri kurarak "inşaat masrafı $<$ bir yılda elde edilen gelir $\times$ geçen süre (yıl)" şeklinde problemde hedeflenen esas amaca ulaşılmasını sağlayan eşitsizliği ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.140).



Görsel 3.140. *Elin'in rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin performansı*

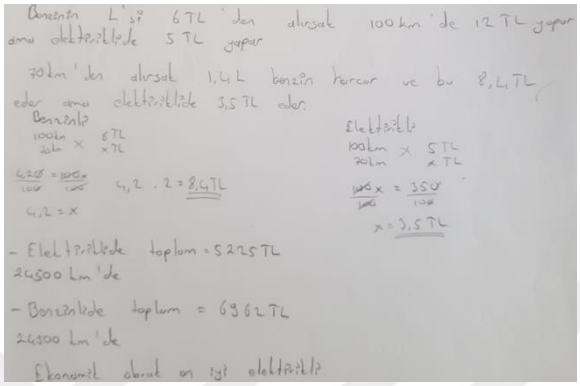
Elin'in araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken veya denklem kurarken başvurduğu değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca Şekil 3.56' te verilmiştir.



Şekil 3.56. *Elin'in çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı*

Birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinden itibaren matematiksel işlemler sırasında söz konusu sayısal değerlerin birimlerine de vurgu yaparak bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini belirtebildiği görülen Elin' in sadece ilk iki etkinlikte problemdeki esas amaca ilişkin, bağlamsal ve günlük yaşam deneyimlerine dayalı matematiksel dayanaklardan yoksun ya da yetersiz bir yorum sunduğu görülmüştür. Örneğin, elektrikli bisiklet etkinliğin en başında henüz karşılaştırmanın ekonomik olma temelinde olacağını fark edemeyerek problemi ortaya koymakta sıkıntı yaşadığını gösteren Elin "ben elektrikli bisikletin daha iyi olduğunu düşünüyorum çünkü sağlık açısından bisiklet ile spor yapmış oluyoruz" şeklinde bir yorumda bulunmuştur. Ardından sınıf tartışmalarıyla ekonomik olma açısından hangisinin alınmasına karar verileceği şeklinde problemi ele alan bu katılımcı yine matematiksel dayanaklar üretmeksizin "eğer elektrikli bisiklet seçilirse doğa ve insanlık açısından daha ekonomik ve daha yararlı. Benzinli motosiklet seçilirse fosil yakıtların tükenmesine doğaya ve insanların ekonomisine zarar verebilir" diyerek sadece bağlamsal ve günlük yaşam deneyimlerine dayalı bir yorum sunmuştur. Daha sonrasında sınıf tartışmalarıyla birlikte matematiksel dayanaklar üretmesi gerektiğinin farkına vararak aritmetiksel işlemler yoluyla elde etmiş olduğu matematiksel çıktılara dayalı olarak "24500 km' de elektrikli'de toplam 5225 TL, benzinlide toplam 6962 lira. O zaman ekonomik olarak en iyi elektrikli bence" şeklinde problemdeki esas

amaca ilişkin bir yorum sunmuştur (Görsel 3.141). Ayrıca bu sırada söz konusu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğini açıklayabildiği görülmektedir. Ancak matematiksel işlemlerine bakıldığında bu taşıtların alış fiyatı, 24500 km' de yakıt için harcayacakları para ve elektrikli için akü fiyatı için herhangi bir adımı görülmemektedir. Oysaki o giderler sonuçta elde ettiği 5225 TL ve 6962 TL'ye ulaşılmasında kullanılmıştır.



Görsel 3.141. *Elin'in elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüme ilişkin performansı*

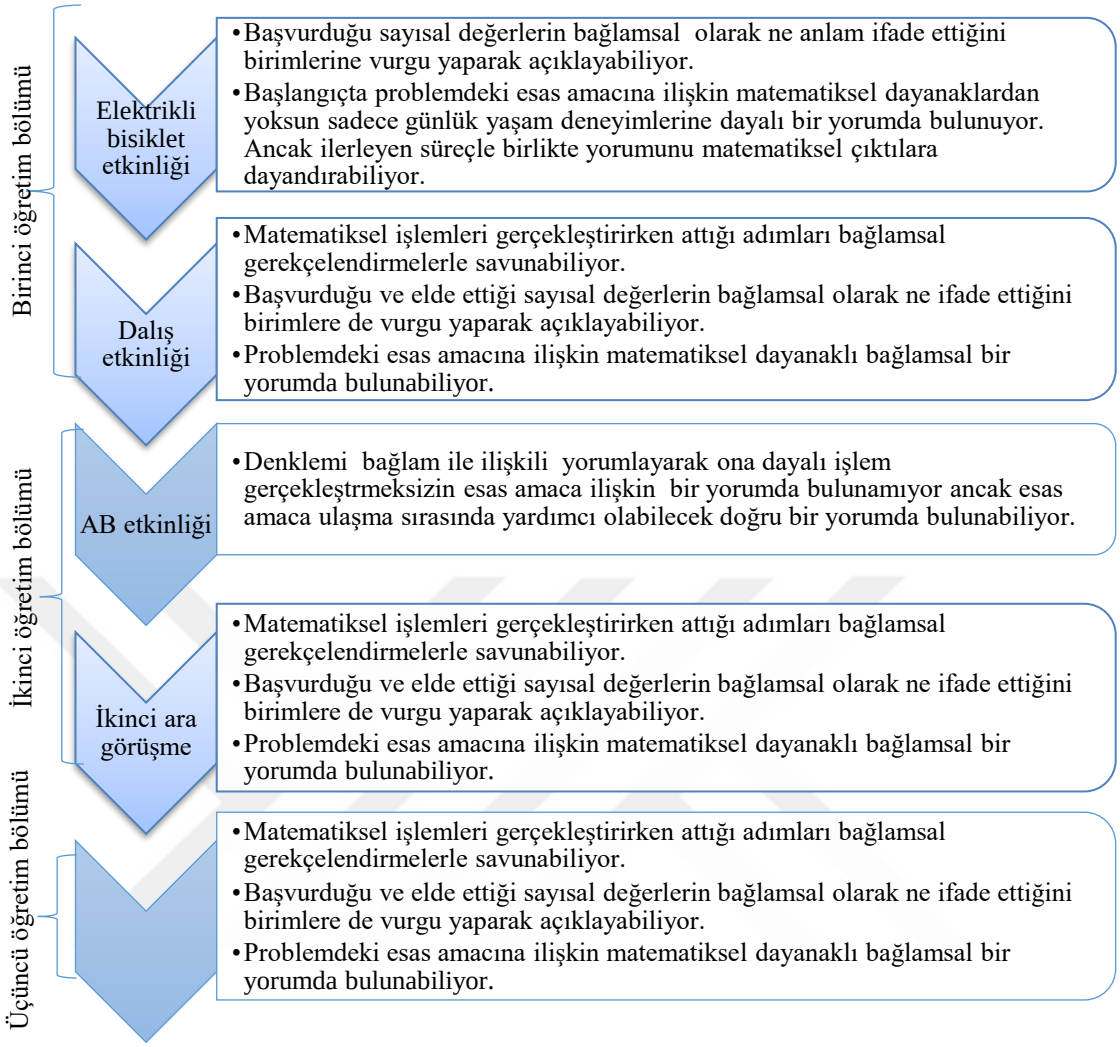
Dalış etkinliğinde elde ettiği matematiksel çıktılar doğrultusunda esas amacına ilişkin "insanın 0 m'de basıncı 1 atm'dir. 110 m'de 12 atm. Bu durumda Şahika Ercümen'in akciğer hacmi 110 m'de 0,4 L'dir" şeklinde yorumlamış ve sonraki öğretim bölümlerindeki etkinliklerde de bu yöndeki performansını sürdürmüştür. Bazı etkinliklerde ise denklemi yorumlayarak olası sonuçlar hakkında matematiksel işlemler gerçekleştirmeksizin doğru yorumlarda bulunabildiği görülmektedir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün AB etkinliğinde süreye bağlı olarak nüfusları veren denklem için yıllara göre artış miktarına dikkat çekerek "artış çok olursa nüfusu da çok artacaktır" şeklinde çıkışı dikkat çekmektedir. Ancak yine bu etkinlikte diğer öğrenciler tarafından matematiksel işlemler ortaya koymadan denklemi yorumlayarak ileri sürülen "diğer ülkeler hem daha az nüfusa sahip hem de artışı az. O yüzden onlar rakibimiz değil" veya "Türkiye' yi geçebilmesi için her yıl 1037593' ten fazla artması lazım" şeklinde esas amaca yönelik yorumlar yapamadığı görülmüştür.

Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede çözüme ulaşma yolunda matematiksel işlemler yaparken kullandığı sayısal değerlerin ve elde ettiği sonuçların birimlerini ortaya koyarak bağlamsal yönden ne anlama geldiğine dikkat çekebildiği görülen Elin' in, bu sayısal değerler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara"1 yılda", "günde" "1 khw için" vurgu yapabilmiştir (Görsel 3.142). Dahası

matematiksel olarak attığı adımları bağlamsal gerekçelendirmeler yaparak açıklayabildiği ve“8 yıl sonra kar etmeye başlar” vurgusu ile elde etmiş olduğu sonucu bağlamı göz önünde bulundurarak problemdeki esas amaç doğrultusunda yorumlayabilmiştir.

> Ö: Çözebildin mi peki problemi?
>
> Elin: Evet hocam çözdüm. 8 yıl sonra kar etmeye başlar.
>
> Ö: Peki nasıl çözdün?
>
> Elin: Bir yılda bu kadar üretiliyormuş elektrik enerjisi. 365 ile çarptım ben. Sonra da bunun 1 yılda aldığı parayı bulmak için 0,10 ile çarptım. Daha sonra bir yılda ürettiği enerji için kaç para bakım masrafı ödeneceğini bulmak için 0,01 ile çarptım. Sonra da bir yılda alınan paradan bakım parasını çıkarttım. 417 252 zed. Sonra denklemi kurdum burada. Eşitsizlik kullandım çünkü kar edecek burada. 3200000 küçüktür 417252x dedim. Sonra burada x yıl. Yıl ile çarptığımızda buradaki paranın (3200000) üstüne çıkması gerekiyor kar olması için. Çözünce de yaklaşık 8 yıl oluyor.

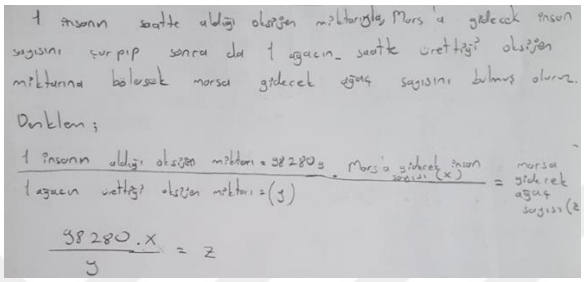
Elin’in araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında attığı adımları, söz konusu sayısal değerleri bağlamla ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı kısaca Şekil 3.57’de sunulmuştur.



Şekil 3.57. *Elin'in çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı*

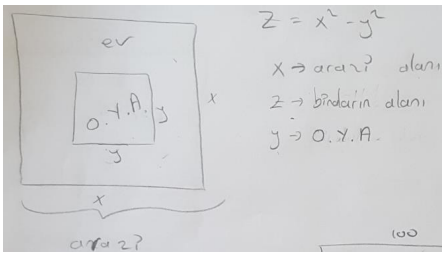
Birinci öğretim bölümünde yer alan ve çözüme ilişkin cebirsel bir modelin ilk kez ortaya konduğu dalış etkinliğinin öğretim sürecinde ortaya konan denklemi gözden geçirme aracında doğrudan sunmadığı görülen Elin, doğal olarak denklemde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve ilişkileri sunmaya yönelik herhangi bir girişimde bulunmamıştır. Halter etkinliğinden itibaren ise ax+y=z şeklinde ortaya koyduğu denkleminde yer alan değişkenlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini "a kendi kilosu, x katı, y de fazlası" şeklinde, ilişkiyi ise "kaldırılan kilonun kendi kilosunun kaç katı fazla olduğu" şeklinde açıkladığı görülmüştür (Görsel 3.138b). Arkasından gelen Mars etkinliğinde ise daha açık bir şekilde $\frac{98280x}{y} = z$ denkleminde yer alan değişkenler ve katsayıları "98280g bir insan aldığı oksijen miktarı, x Mars'a gidecek insan sayısı, y

bir ağacın ürettiği oksijen miktarı, z Mars'a gidecek insan sayısı" şeklinde "1 insan", "1 ağaç", "saatte" gibi dikkat edilmesi gereken kısıtlamalara da yer vererek bağlamsal yönlerden ne anlama geldiklerini açıklayabilmiştir. Öte yandan denklemin bağlamda nasıl ve ne amaçla kullanılacağına yönelik bağlamsal temellere de yer veren "1 insanın saatte aldığı oksijen miktarıyla, Mars'a gidecek olan insan sayısını çarpıp sonra da bir ağacın saatte ürettiği oksijen miktarına bölersek Mars'a gidecek insan sayısını bulmuş oluruz" şeklinde bir açıklama yapabildiği görülmüştür (Görsel 3.142).



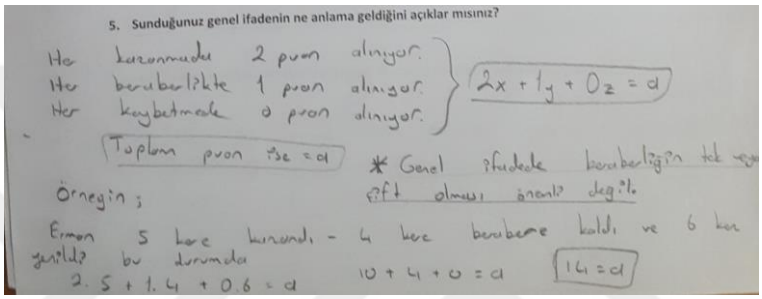
Görsel 3.142. *Elin'in Mars etkinliğinde denklemi kurma ve bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

İkinci ve üçüncü öğretim bölümlerinde yer alan etkinliklerde kendisine sunulan veya kendisinin kurduğu denklemi bağlamı göz önünde bulundurarak yorumlarken sadece düzenli şehir etkinliğinin yanlışlık yaptığı görülmüştür. Grup içi tartışmalarda aktif rol alarak yazma işini üstlendiği görülen Elin'in grup çalışma kâğıdında, değişkenlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiği, sunulan görsel ile uyumlu bir şekilde "x arazi alanı, y ortak yaşam alanı ve z binaların alanı" şeklinde açıklandığı görülmüştür (Görsel 3.143). Bu performansta Elin ve grubu x^2 yerine x ve y^2 yerine y diyerek hata yapmıştır. Öte yandan Elin, sınıf tartışmalarında z değişkenine yönelik "arazinin alanından yapılacak binaların alanını çıkardığımızda geriye kalacak bahçe alanı olabilir" şeklinde denklemde yer alan ilişkiye yönelik bağlamsal yönler içeren doğru bir açıklama sunabilmiştir ancak bu açıklamasında binaların alanı ile bahçe alanlarını karıştırdığı dikkat çekmişir.



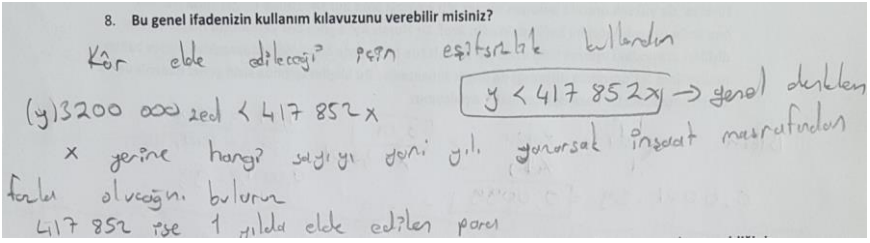
Görsel 3.143. *Elin'in düzenli şehir etkinliğinin grup çalışma kâğıdında denklemi bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Elin, çözüme ilişkin sunulan ya da kurulan cebirsel ifadenin ne için, nasıl, ne zaman kullanılabileceğine yönelik bağlamsal destekli açıklamalarını doğrudan sunma yönünde üç öğretim bölümünde de olumlu yönde varlık gösterebilmiştir. Örneğin ikinci öğretim bölümünde yer alan satranç etkinliğinde 2x+1y+0z=a denkleminin çözüm yolunda nasıl kullanılacağına ilişkin "her kazanmada 2 puan alıyor, her beraberlikte 1 puan alıyor, her kaybetmede 0 puan alıyor, toplam puan ise a" şeklinde denklemi açıklamış ve ardından "Erman 5 kere kazandı, 4 kere berabere kaldı ve 6 kez yenildi. Bu durumda 2.5+1.4+0.6=a olur. Buradan 10+4+0=a yani a=14 olur" şeklinde denklemin örnek kullanımını sunabilmiştir (Görsel 3.144).



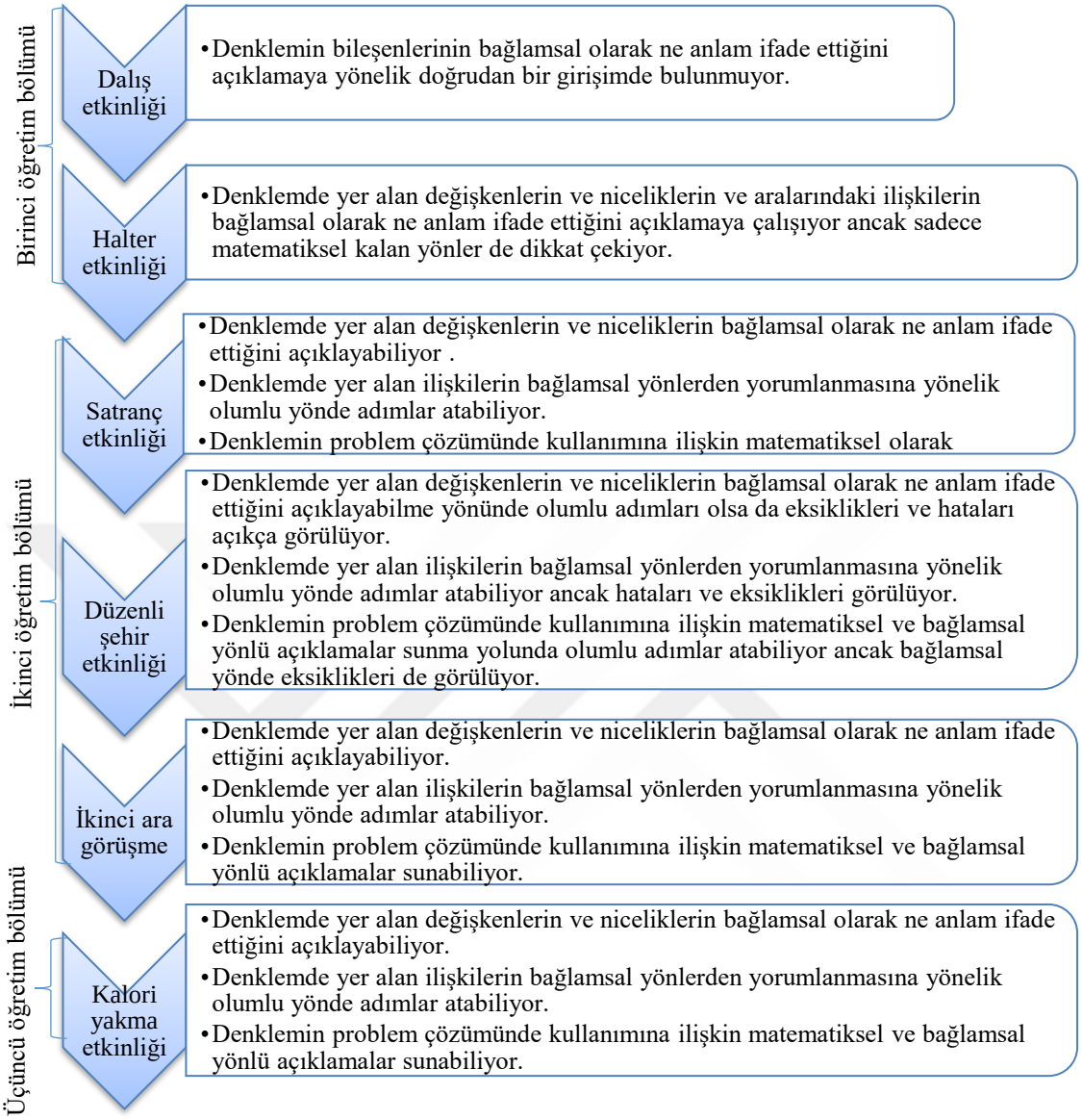
Görsel 3.144. *Elin'in satranç etkinliğinde denklemin kullanımına ilişkin performansı*

Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede değişkenlerin ve niceliklerin bağlamsal olarak ne anlama geldiklerini "günde kaç khw elektrik ürettiği (12720 khw), inşaat masrafı (3200000zed), 1 khw'nin kaç zed olduğu (0,10zed) ve 1 khw için harcanan bakım parası (0,01zed)" şeklinde ifade edebildiği görülmüştür (Görsel 3.140). Dahası çözüme ilişkin ulaştığı 3200000<417852x veya y<417852x şeklindeki eşitsizliklerin çözüme ilişkin kullanımına yönelik "kar elde edeceği için eşitsizlik kullandım. x yerine hangi sayıyı yani yılı yazarsak inşaat masrafından fazla olacağını buluruz. 417852 bir yılda elde edilen para" şeklinde bağlamsal destekli bir açıklama sunabilmiştir (Görsel 3.145).



Görsel 3.145. *Elin'in ikinci ara görüşmede denklemin kullanımına ilişkin performansı*

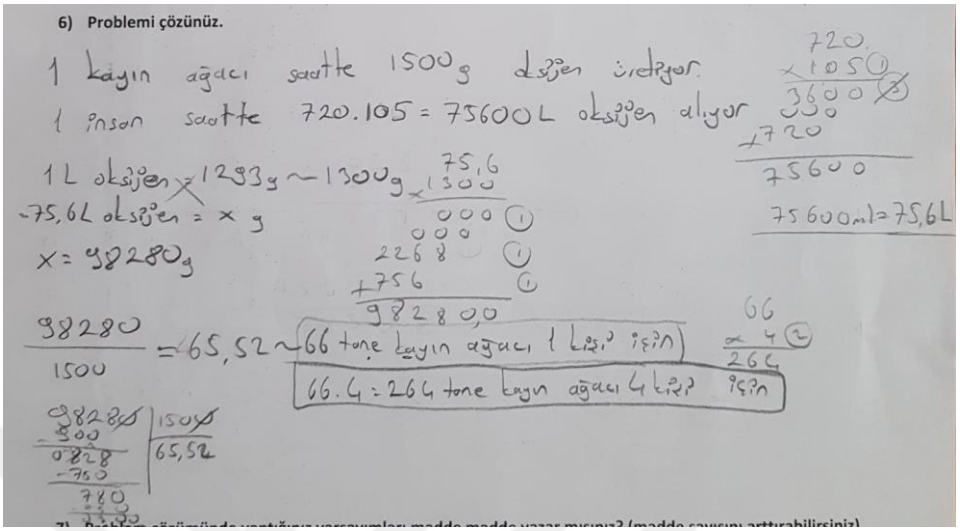
Üçüncü öğretim bölmünün kalori yakma etkinliğinde kendisine doğrudan sorulduğunda 700y+400x=7400 denkleminin kullanımını “normal bisikletle 1 saatte 700 kalori yakıyoruz (y). Kondisyon bisikleti ile 1 saat sporla 400 kalori yakıyoruz (x). 700 ile normal bisiklet ile yapılan spor saatini çarpıyoruz. 400 ile kondisyon bisikleti spor saatini çarpıyoruz. Sonra bu ikisini toplayıp kaç kalori yaktığını buluyoruz” şeklinde bağlamsal destekler sunarak açıklama yapabilmiştir. Elin’in çözüme ulaşma sürecinde kurulan ve sunulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.58’ de verilmiştir.



Şekil 3.58. *Elin'in cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Birinci öğretim bölümünün ilk etkinlikten itibaren Elin'in, matematiksel işlemler gerçekleştirirken başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara vurgu yapabildiği görülmüştür. Örneğin, elektrikli bisiklet etkinliğinde benzinin 6 TL olması bilgisi için "litresi 6 TL" veya 2 litre benzin yakacağı bilgisi için "100 km'de 2 L benzin yakacağı" vurgularını yaptığı ve çözüm sürecinde doğru orantılı ilişkileri kurarken de bunlara dikkat ettiği görülmüştür (Görsel 3.141). Mars etkinliğinde örneğin "bir insanın 1 saatte 720 defa soluk alıp vermesi" şeklinde "1 insan" ve "1 saat" kısıtlamalarını vurguladığı ve onları çözüm sürecinde

dikkate alabildiği görülmüştür (Görsel 3.146). Dahası 1293 g oksijen için "1L", 1500 g oksijen üretme için "1kayın ağacı" ve "saatte", 66 tane kayın ağacı için "1 kişi" ve 264 kayın ağacı için "4 kişi" vurgularını yapabilmiştir.



Görsel 3.146. *Elin'in Mars etkinliğinde aritmetiksel işlemler yoluyla çözüm süreci*

İkinci öğretim bölümünde yer alan arazime ne diksem etkinliğinde elde ettiği ara çıktı olan "0,52" için sadece "ton" demek yerine "1 kavak ağacının tonu", elde ettiği sonuç olan "70304 TL" için "10 senede elde edeceği toplam gelir" diyebilmiştir. Dahası ceviz ağacının yaşı için "5-10 yıl arasında", elde ettiği ara çıktılar olan "80 TL" için "1 yılda", "500 TL" için "5 yılda kazandığı para", sonuç olarak elde ettiği "130134 lira" için "10 yıl sonra cevizin toplam parası" vurgularını yapmıştır.

Öte yandan metinde sunulan kısıtlamaları fark etmede araştırma boyunca sınıf tartışmalarında aktif rol alışına az rastlanmış olan Elin'in bu kısıtlamaları göz önünde bulundurabildiği görülmüştür. Örneğin ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde iki kişi arasında sadece bir maç yapılacağı ve Murat'ın 16 kişiden birisi olmasından dolayı bir kişinin toplam 15 maç yapabileceği kısıtlamasını kendisinin bireysel olarak fark ettiğine yönelik herhangi bir gösterge görünmemesine rağmen bu kısıtlamayı göz önünde bulundurabilmiştir. Örneğin, 2x+1y+0z=a denkleminin çözüm yolunda nasıl kullanılacağını gösterirken x,y,z değişkenlerine toplamları 15 olacak şekilde sırasıyla 5,4 ve 6 değerlerini atamıştır (Görsel 3.144). Diğer taraftan Elin'in çözüme ilişkin matematiksel işlemleri gerçekleştirirken başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin onlar için ortaya çıkan sınırlar içerisinde kalmasına dikkat ettiği görülmüştür. Örneğin, kendisi keşfetmese de Melaike'nin dikkat çektiği "başarılı olabilmek için en az 5 maç kazanması

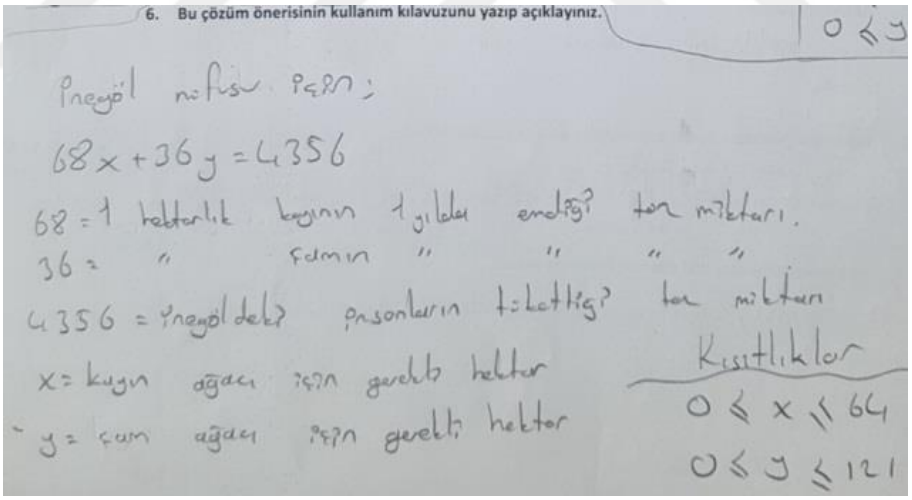
gerektiği" sınırlamasını dikkate alarak Erman'ın başarılı olabileceği olası senaryoları yazarken "o zaman en az 5 maç kazanması lazım, öyle başlayalım. Çünkü 4 maç olursa puanı 20'nin altına düşer" diyebilmiştir. Uludağ etkinliğinde ise z=500-5a denklemi için z'nin -5 çıkamayacağını "bu olamaz çünkü yüksekliği aşıyor" veya a'nın -1 olamayacağını "olamaz çünkü geçmişe dönemeyiz, yüksekliği aşar" şeklinde bağlamsal yönden sınırları savunabildiği görülmüştür.

Araştırma boyunca Elin' in denklemin bileşenlerinin bağlamsal temelli açıklamalarını yaparken onların hangi kısıtlamalar ve sınırlar çerçevesinde ele alınması gerektiğine dikkat çekebildiği görülmüştür. Örneğin ikinci öğretim bölümündeki rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede "417852x-inşaat masrafı (y)= z (elde edilecek kar)" şeklinde ortaya koyduğu denklem için "$8 \leq x \leq 25$" eşitsizliği ile x için değer aralığını ortaya koyan Elin'in 25 üst sınırı için "burada verilene göre 25 yıl oluyor. 20 ile 25 yıl ömrü varmış diyor. Fazla kullanırız diye ben 25 aldım" açıklamasını yapabildiği görülmüştür. Benzer şekilde x'in alt sınırı olan "8" için ise hem yıl olarak aldığını ifade ederek tamsayı olması kısıtlamasını hem de kar etmesi durumu için bu alt sınırı kabul ettiğini ifade edebilmiştir.

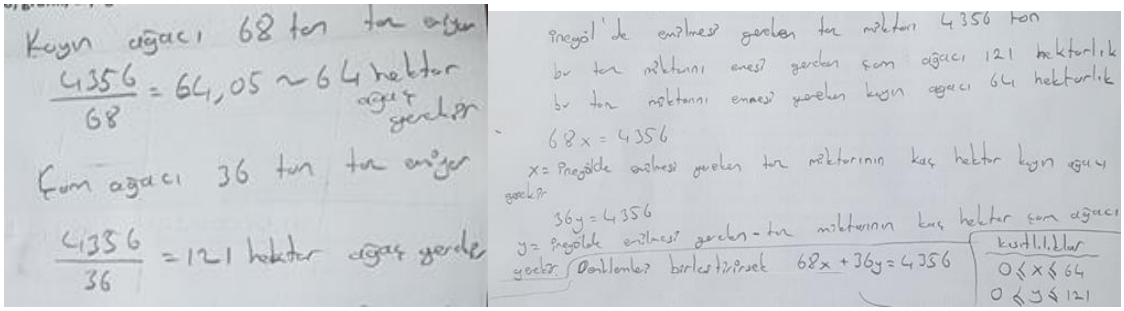
> Ö: Peki burada Elin, niye 8 aldın alt sınırı?
> Elin: Burada 7,6 çıkıyordu onu 8 alıyoruz o yüzden.
> Ö: Peki şimdi sen problemini başlangıçta kaç yıl kar edileceği olarak koymuşsun dolayısıyla da $x \geq 8$ bulmuşsun. Peki şimdi problem değişti kaç zed kar edecek oldu. Ben o zamana x yerine senin yazmış olduğun denklemde mesela 6 yazamam mı?
> Elin: Yazabiliriz ama o zaman kar edemeyiz ki! Eksi olur sonuç.
> Ö: Peki kar edemesek bile bu senin yazdığın formül bize kaç para kazandıracağını sunmuş olur mu?
> Elin: Olur.
> Ö: Mesela ben bu rüzgar türbinini diktim ve diyorum ki kaç para kar edeceğim?
> Elin. Kullandığı yılı buraya yazıp kaçıncı yılda kar edeceğini de bulabilir.
> Ö: x, 8' ten küçük olduğunda kar etmiyor mu?
> Elin: Yani aylar girer araya. 7,6 olduğu için asıl değer. 7,6 dan büyük olması gerekir mesela 7,7 olabilir.
> Ö: Virgüllü ifade edebilir misin sınırları?
> Elin: Yani yıl olarak kaç yıl sonra diyor ya o yüzden ben 8 yıl olarak yaptım.

Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde bazı öğrenciler 68x+36y=4356 denklemindeki "x" değişkeni için sadece "hektar" veya "kayın ağacı hektarı" derken o "kayın ağacı için gerekli hektar", "68" katsayısı için bazı öğrenciler

sadece “kayın ağacının emdiği toz miktarı” derken o “1 hektarlık kayının 1 yılda emdiği toz miktarı” şeklinde açıklamalar yapmıştır (Görsel 3.147a). Bu etkinlikte Elin’in 68x+36y=4356 denklemindeki değişkenler için değer aralıklarına ilişkin sınırları $0 \leq x \leq 64$ ve $0 \leq y \leq 121$şeklinde ortaya koyabildiği görülmüştür. Öğretim sürecinde grup olarak bu sınırlara ilişkin “kayın 1 yılda 4356 ton toz emiyor. İnegöl’deki 242000 insan 4356 ton toz alıyor. Bu alınan tozu önlemek için ya 64 ha kayın ağacı ya da 121 ha çam ağacı gerekir” şeklinde bağlamsal yönlü açıklamalar yapabildikleri görülürken, Elin’in öğretim sonrasında uygulanan gözden geçirme aracında bu değerleri nasıl elde ettiğini $\frac{4356}{68} = 64{,}05$ ve $\frac{4356}{36} = 121$ şeklinde matematiksel olarak göstererek “İnegöl’deki emilmesi gereken toz miktarı için 64 ha kayın gerekir” ve “İnegöl’deki emilmesi gereken toz miktarı için 121 ha çam gerekir” şeklinde bağlamsal yönlü açıklamalar yapabildiği görülmüştür (Görsel 3.147b). Ayrıca bu etkinliğin genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında oluşturmuş olduğu farklı denklemler için “1 insan için”, “okul için” şeklinde o denklemler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamaları vurgulamıştır.

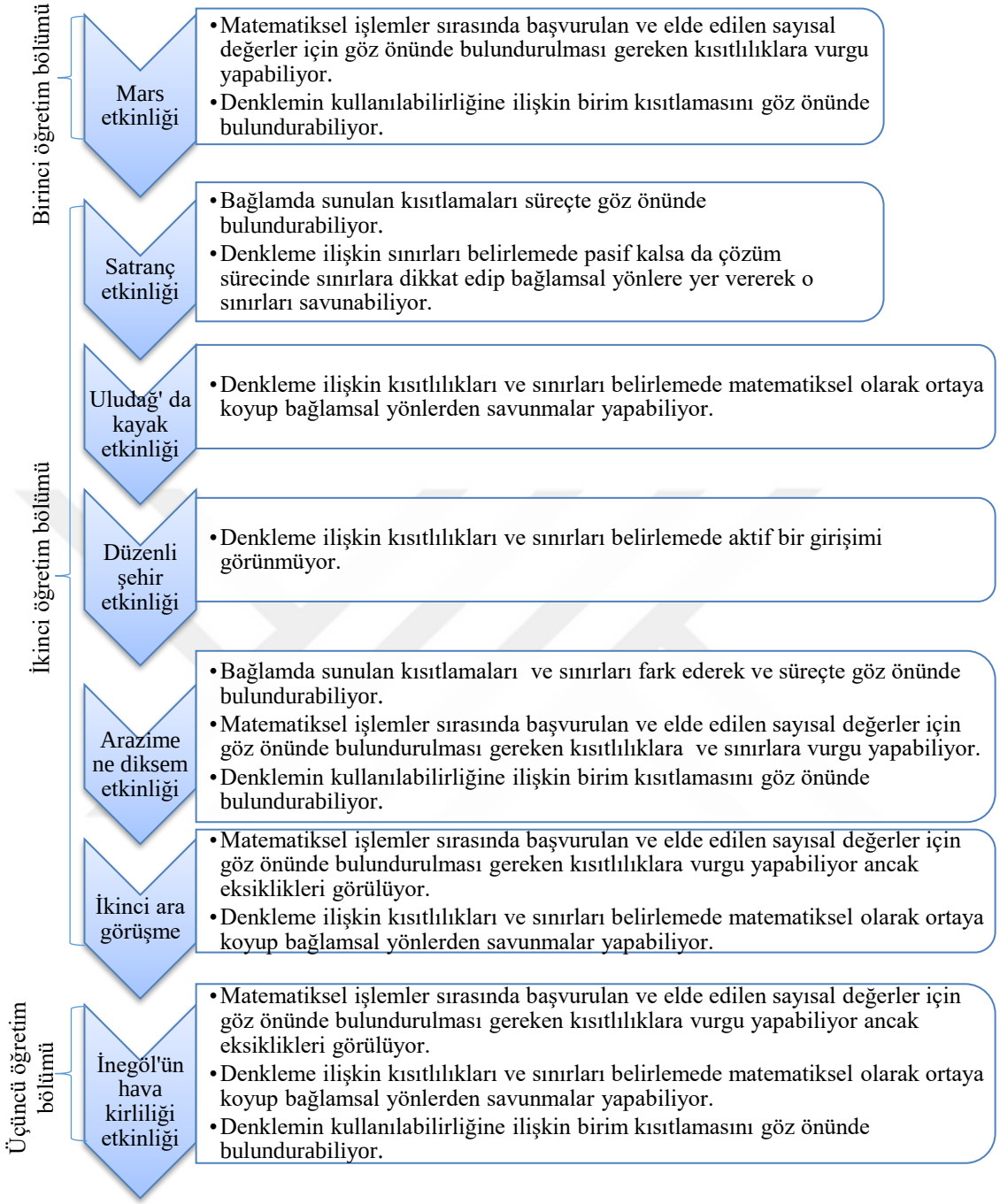


Görsel 3.147a. *Elin’in İnegöl’ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi bağlamsal yönden açıklama performansı*



Görsel 3.147a. *Elin'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemdeki sınırları belirleme performansı*

Kısıtlamaları ve sınırları ortaya koymada başarısız olduğu görülen düzenli şehir etkinliğinde $z=x^2-y^2$ denklemi için x, y ve z değişkenlerinin arazinin alanı veya arazinin bir kenarını temsil ettiğini ifade edebilmesine rağmen bu doğrultuda 0' dan büyük değerler alması gerektiği veya toplam arazinin bir kenarı olan x' in içte kalan karesel arazinin bir kenarı olan y' den daima büyük bir değer alması gerektiği yönünde herhangi bir yorumda bulunamamıştır. Sadece "sayıları kullanmadığım için herhangi bir kısıtlama da bulamadım" açıklaması dikkat çekmektedir. Halbuki"bir kısıtlama olmalı. Mesela araziye oranla ne kadarına bina yapılacağı net bir şekilde söylenmeli. Yoksa herkes istediği kadar oyun alanı yapar" yorumunu sunan Orhan, sınıf tartışmalarında "z, y^2'den büyük olmayabilir. Ortak yaşam alanını büyük yapabiliriz", "ortak yaşam alanı mutlaka olmak zorunda mı? O zaman x^2, z' den her zaman büyük olmalı" ve "x ve y eşit olamaz. Adam o zaman alır ister yeşil alan ister bina yapar hepsine. O zaman komple yeşil alan da olabilir" şeklinde kısıtlamaları ve sınırları bağlamsal gerekçelendirmeler sunarak belirleyebilme yolunda olumlu adımlar atmıştır. Elin'in grup arkadaşı olan bir diğer odak katılımcı Faris de "x^2, z ye eşit olamaz. Çünkü o zaman ortak yaşam alanı olmaz" şeklinde başarılı eylemler ortaya koyabilmiştir. Elin'in araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.59' da verilmiştir.



Şekil 3.59. *Elin'in kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı*

Aynı bağlamda çözüme ilişkin farklı cebirsel ifadelerin veya aritmetiksel işlem adımlarının ortaya konduğu halter, Uludağ'da kayak, İnegöl'ün hava kirliliği ve AB gibi etkinliklerde Elin'in modellerin benzer ya da farklı olan yönleri için aktif olarak bir eylem ortaya koyamamıştır. Birinci öğretim bölümünün halter etkinliğinde oran veya cebirsel ifade olarak ortaya çıkan iki denklemden hangisinin kullanışlı olacağına yönelik sınıf

tartışmalarında iki denklem arasında herhangi bir bağ kurmaksızın ve matematiksel dayanaklar da üretmeksizin "bence denklem (cebirsel ifade) daha kullanışlı" açıklaması görülmektedir. Çözüme ilişkin oluşturulan farklı cebirsel ifadeler arası ilişkilendirmeler yapabildiğini düşündüren eylemleri ise onun daha çok değişen koşullar doğrultusunda ortaya çıkan yeni durumu karşılamak üzere cebirsel ifadeleri revize etmesi sırasında görülmüştür. Örneğin, ikinci ara görüşmede rüzgar türbininden elde edilecek kar için oluşturulan 417852x-3200000=y denkleminin, bir çiftçi olup meyve yetiştirmesi durumunda elde edeceği kar için kullanışlı olup olmayacağı sorgulamasında "b.x-y=a (elde edilen kar)" şeklinde oluşturduğu yeni denklemde yer alan değişkenlerin bağlamsal yönden ne temsil ettiklerini açıklarken rüzgar türbininden elde edilecek kar için ortaya koyduğu ile ilişkilendirme yapabildiğini göstermiştir.

Ö: Buradaki b ne?
Elin: Bir yılda elde edilen para.
Ö: X, yıl demiştin zaten. Y de?
Elin: Kurulması sırasında harcanan para.
Ö: Peki bu formülde masraflar nerede?
Elin: Nasıl?
Ö: Sulaması gübresi.
Elin: Onlar işte karın içinde. Buradaki gibi elektriğin gelirini buldum masrafı çıkardım...

Değişen koşullar doğrultusunda denklemin ortaya çıkan yeni durumu karşılayacak şekilde revize edilmesi beklenen etkinliklerde Elin, gerek duyulduğunda ortaya çıkan yeni durumu karşılayacak şekilde cebirsel ifadede, bazen eksiklikleri ve hataları olsa da, düzenleme yapabilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde karesel olan bir arazi için sunulan $z=x^2-y^2$ denklemini, arazinin dikdörtgen olması durumunda değişen yönleri olan kenar uzunluklarını grupça tartışma sürecinde fark edebilmiş ve z=ya-xb şeklinde matematiksel olarak düzenleyebilmiştir (Görsel 3.133). Arazinin %25'inin ortak yaşam alanı olması zorunluluğu gelseydi sorusunda ise yine grup çalışma kâğıdında denklem üzerinde gerekli revizyonu sadece matematiksel olarak ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.134b).

Arazime ne diksem etkinliğinde kavak ve ceviz ağacı için ortaya koymuş olduğu denklemi araziye paulownia ağacı dikilmesi durumunda ortaya çıkan yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebildiği açıkça görülmektedir. Karesel bölgenin değişmemesinden dolayı bir kenar uzunluğunun da değişmediğini fark edebilmiş ve bir kenar uzunluğunun iki ağaç arasında varsayılan uzaklığa oranının 1 fazlasını denklemini,

değişen aralık mesafesi(5m) için $\frac{100\ (x)}{5(z)} + 1 = y$ şeklinde düzenleyebilmiştir. Sonrasında elde ettiği 21 değerinin sadece bir kenara dikilecek ağaç sayısı olduğunu görerek onun karesini alıp toplam ağaç sayısını 441 olarak bulabilmiştir. Ardından toplam ağaç sayısı ile bir ağaçtan elde edilecek geliri çarparak, elde edilecek toplam geliri 441×800=352800TL olarak bulmuş ve bu yöndeki denklemi $(\frac{x+5}{5})^2$×800=y şeklinde düzenleyebilmiştir. Dahası paulownia ağacından 8 yıl sonra verim alınabileceği şeklinde değişen kısıtlamayı da fark ederek elde ettiği 352800TL sonucu için *"8 yıl sonraki gelir"* şeklinde vurgu yapmıştır. Dikkat çeken eksikliği ise yeni ortaya çıkan bir ağaçtan 7 defa verim alınabileceği kısıtlamasına yer vermemesidir (Görsel 3.148). Ancak kendisiyle gerçekleştirilen ikinci ara görüşmede kendisine ömrü boyunca bu kadar para kazanıp kazanamayacağı sorulunca 7 kez kısıtlamasını dile getirebilmiştir.

Ö: Peki şimdi bu paulownia ağacından ben sürekli mi kar edebilirim?

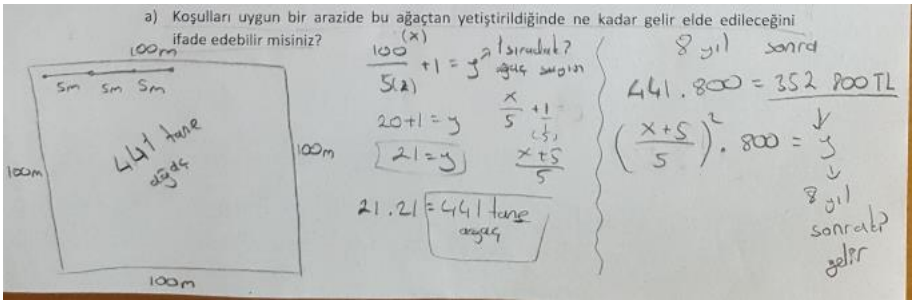
Elin: 8 yılda bir.

Ö: Hep mi kar edebilir peki? Ölene kadar mı?

Elin: Aslında şöyle birşey de yazıyordu (paulownia problemi için sunulan metni açtı) 7 defa verim alabilir.

Ö: 7 defa ürün alınabiliyor olması senin elde ettiğin geliri etkiler mi?

Elin: Toplam gelirin 7 ile çarpımı.



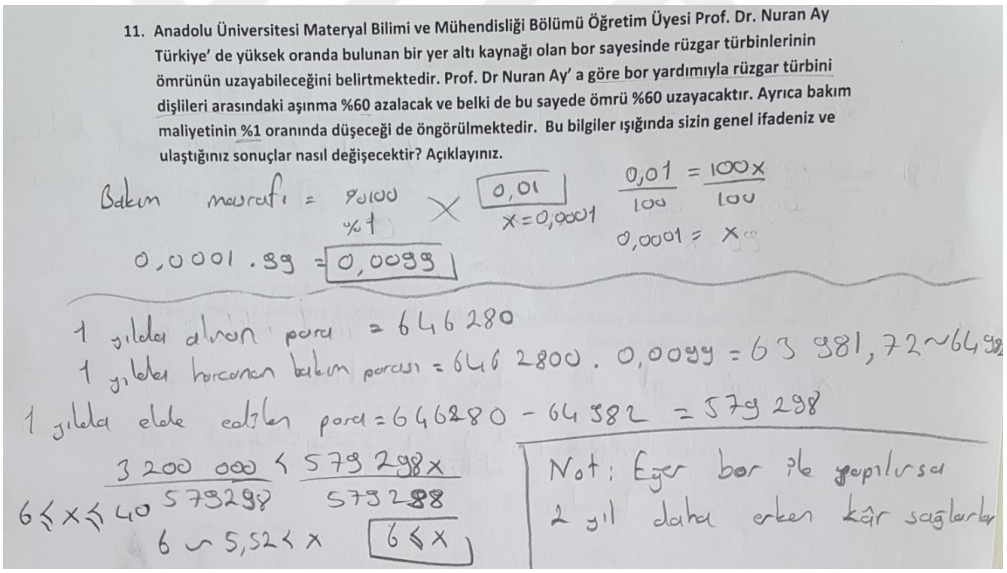
Görsel 3.148. *Elin'in arazime ne diksem bağlamında değişen koşullar için denklemi düzenleme performansı*

Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede ise rüzgar türbini sayısının değişmesi durumunda ne olacağı sorusuna karşılık inşaat masrafının ve karın aynı oranda artacağı ve bu doğrultuda 417852x>3200000 eşitsizliğin her iki tarafını da aynı sayıyla çarpacağı şeklinde revizyona ilişkin doğru yanıt verebilmiştir.

Ö: Peki ya bir sürü rüzgar türbini olsa...?

Elin: O zaman hepsi aynı oranda yükselecek. Mesela 2 olursa inşaat masrafını da 2 ile çarpacağız. Rüzgar türbini sayısı ile çarparız hepsini. İki tarafını da çarpınca karı da artacak aynı oranda. Çünkü hep aynı kar (her rüzgar türbini aynı karı elde ediyor demek istiyor).

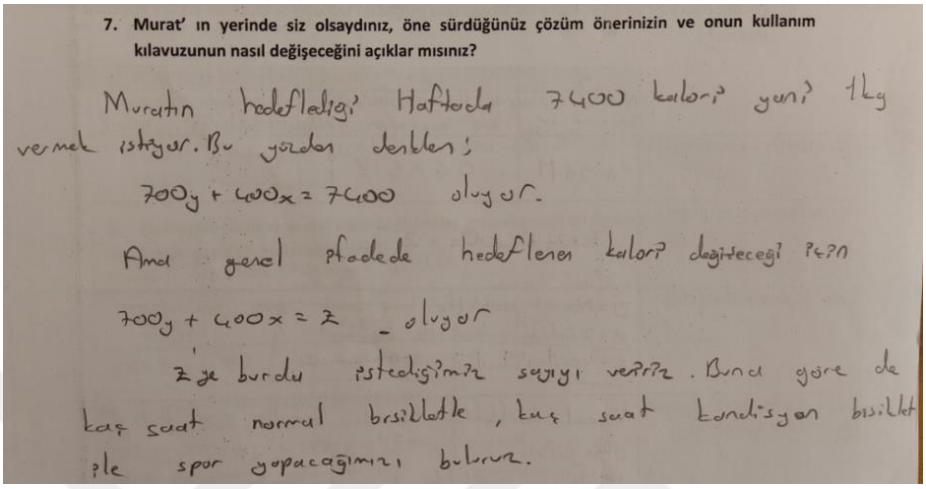
Öte yandan bor katkılı bir rüzgâr türbini yapılması durumunda ortaya çıkan bakım masrafının %1 düşmesi durumunu göz önünde bulundurarak yılda elde edeceği yeni karı 579280 zed olarak hesaplamış ve çözüme ilişkin eşitsizliğini 3200000<579280x şeklinde revize etmiştir. Dahası bu eşitsizliğin çözümü ile yaklaşık olarak elde ettiği 6 değerini esas amacı doğrultusunda "eğer bor ile yapılırsa 2 yıl daha erken kar sağlarlar" şeklinde doğru yorumlayabilmiştir (Görsel 3.149). Öte yandan rüzgar türbinin ömrünün %60 uzaması şeklindeki değişikliği de dikkate alarak 8≤x≤25 olan sınırları 6≤x≤40 şeklinde revize edebilmiştir. Ancak bu katılımcının bir rüzgar türbininden yıllık kar için elde ettiği 579280 zed sonucu hatalı olup, bu hatası daha önceden bor katkılı olmayan bir rüzgar türbini için elde ettiği yıllık kar olan 464280zed yerine 646280 zed yazması şeklindeki basit hatasından kaynaklanmaktadır.



Görsel 3.149. *Elin'in ikinci ara görüşmede değişen koşullar doğrultusunda çözüme ilişkin eşitsizliğini revize etmesi*

Üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde ilk kez gözden geçirme aracında karşılaştığı "ya sen olsaydın…" varsayımı doğrultusunda bağlamda yer alan Murat için sunduğu 400x+700y=7400 denkleminde sabit terim olan 7400 değeri için bir değişken atanması gerektiğini kendisi için yakacağı kalori miktarının değişmesi ile gerekçelendirdiği görülmüştür (Görsel 3.150). 700x+400y=z şeklinde denklemde revizyona gidebildiği görülen Elin'in kendisinde kondisyon bisikleti olmaması, hafta içi

veya sonu dışarı çıkmasında bir süre sınırı olmaması, günlük yalabileceği maksimum kalori miktarının Murat'tan farklı olması gibi kısıtlılıklarda olan farklılaşmalar üzerinden denklemde herhangi bir düzenleme yapamamış veya bu yönde denklemdeki değişkenlere verilebilecek değerler için ortaya çıkacak yeni sınırları görememiştir.



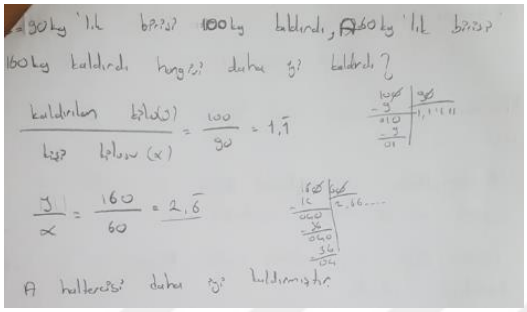
Görsel 3.150. *Elin'in kalori yakma etkinliği gözden geçirme aracında denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Bu araştırmada az sayıda fırsatın ele geçirildiği görülen çözüme ilişkin oluşturulan bir cebirsel ifadenin aynı bağlamda ve koşullar değişmemesine rağmen bazı yönlerinin gereksiz olabileceği düşüncesi ile revize edilebileceği yönünde halter etkinliğinde olumlu adım atabilmiştir. Elin bu etkinlikte "kaldırılan kilonun kendi kilosunun kaç katı fazla olduğu" şeklinde sözel olarak ortaya koyduğu matematiksel modeli "a.x+y=z" şeklinde cebirselleştirmiştir. Sonrasında cebirsel ifadeyi bağlamsal yönlerden yorumlarken "kendi kilosunun x katının y fazlası=z kg ama y bazen olmayabilir" şeklinde kaldırılan ağırlığın sporcunun ağırlığının tam katı olduğunda y değişkenine gerek olmayabileceğini görebilmiştir. Elin'in aynı bağlamda ya da farklı bir bağlamda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusunda aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca Şekil 3.60'da sunulmuştur.

Şekil 3.60. *Elin'in değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

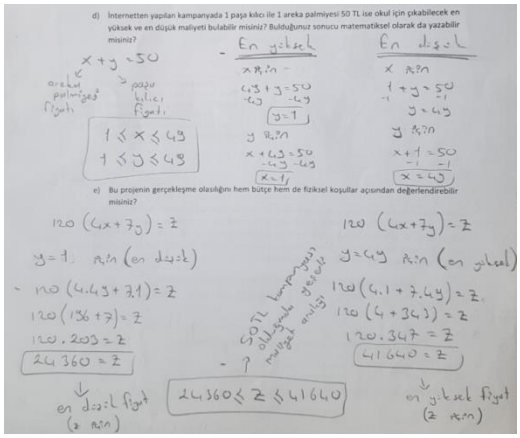
Araştırma boyunca Elin'in çözüme ilişkin bir cebirsel ifadenin o bağlamda çözümü sağladığına veya yine aynı bağlamda koşullar değişse de çözümü sağlama yönünde hala işe yaradığına ilişkin daha çok sadece matematiksel olarak örnek kullanım sunduğu ya da değişen koşullar için de o cebirsel ifadeye dayalı matematiksel işlemler ortaya koyduğu görülmüştür. Cebirsel ifadenin çözümü sağladığına yönelik doğrudan bağlamsal gerekçelendirmeler öne sürerek açıklamalar yapmasa da matematiksel işlemler gerçekleştirirken bağlam ile ilişkilendirmeler yapmış, cebirsel ifadenin bileşenlerine ve çözüm yolunda nasıl ve ne amaçla kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlere yer verdiği açıklamalar sunmuştur. Örneğin, birinci öğretim bölümünün halter etkinliğinde çözüme ilişkin yapılandırılan, kaldırılan ağırlığın kendi ağırlığına oranı için $\frac{y}{x}$ denkleminin, hangi

kaldırışın daha iyi olduğunu bulma amacına ulaşmada kullanışlı olduğunu kendi vermiş olduğu sayısal değerler üzerinden elde ettiği çıktıları amacı doğrultusunda yorumlayarak göstermiştir. 90 kg olan B haltercisinin 100 kg kaldırdığı ve 60 kg olan A haltercisinin 160 kg kaldırdığı varsayımları doğrultusunda $\frac{100}{90} = 1{,}1$ ve $\frac{160}{60} = 2{,}6$ işlemleriyle "A haltercisi daha iyi kaldırmıştır" şeklinde sonuca ulaşmıştır (Görsel 151).



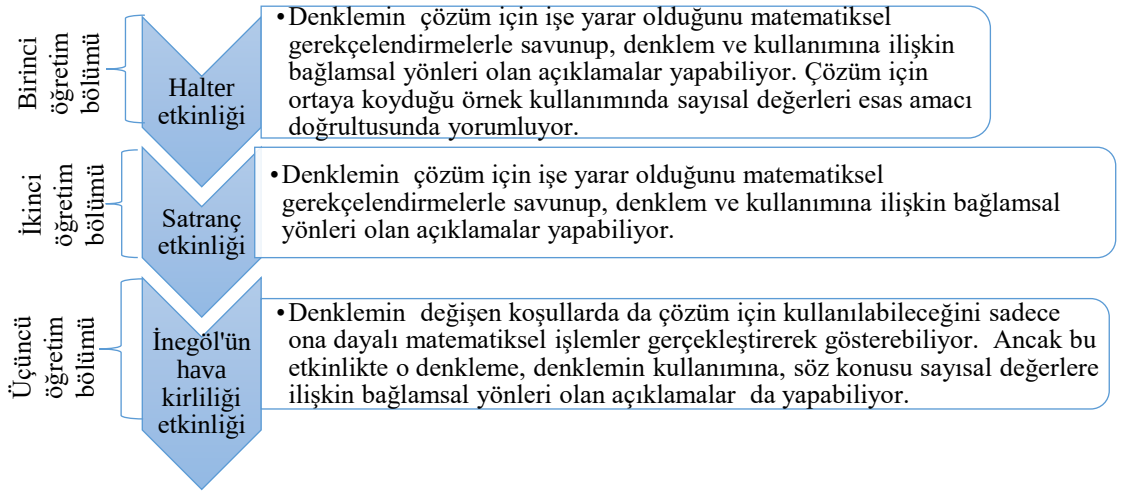
Görsel 3.151. *Elin'in halter etkinliğinde denklemin çözüm yolunda kullanışlı olduğuna ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünde yer alan satranç etkinliğinde denklemin, çözüm yolunda kullanılabileceğini 2x+1y+0z=a denkleminde x, y ve z için 5,4 ve 6 değerlerini sunmuş ve denklemin kullanımı göstermiştir (Görsel 3.144). Bu sırada hem denklemde yer alan değişkenleri ve katsayıların hem de atadığı ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini ifade edebilmiştir. Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde genişletme sorusu olarak yöneltilen areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında bir paşa kılıcı ve bir areka palmiyesi 50 lira kampanyası ile birlikte koşullar değişse de denklemin hala kullanılabilir olduğunu görerek ona dayalı matematiksel işlemler yürütmüş ve ortaya çıkan bu yeni kısıtlama durumunda bir bütçe hesaplaması yaparak okul için yeni maliyet aralığını ortaya koymuştur (Görsel 3.152). Bu süreçte denklemin yeni koşulları karşılayarak hala kullanılabilir olduğunu gösterirken areka palmiyesi fiyatını temsil eden x'e paşa kılıcının fiyatını temsil eden y'ye ortaya çıkan yeni kısıtlamaya uygun olarak 1 ve 49 değerlerini verdiği ve 120.(4x+7y)=z denklemini kullanarak 24360 lira ile 41640 lira arasında bir maliyet çıkacağı sonucuna ulaşmıştır. Bu sırada daha çok matematiksel kalan eylemleri dikkat çekse de öncesinde ve bu sırada denklem bileşenlerinin ve elde ettiği çıktıların bağlamsal temellerine ilişkin "50 lira kampanyası olduğunda yeterli maliyet aralığı", "en yüksek fiyat", "en düşük fiyat" gibi açıklamalar yapabilmiştir.



Görsel 3.152. *Elin'in İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

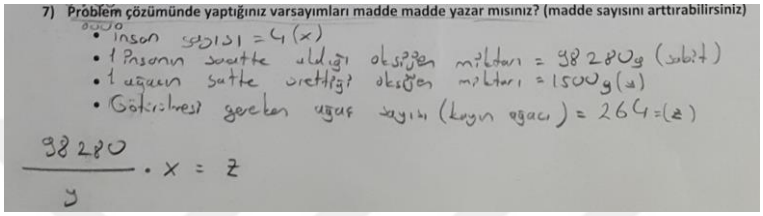
Elin'in araştırma boyunca bir bağlamda çözüme ilişkin oluşturulan bir cebirsel ifadenin farklı bağlamlardaki işe yarar olabileceğine dair olumlu yönde bir eylemi görülmemiştir. Zaten araştırma sürecinde bu yönde olumlu adım atılmasına yönelik az sayıda fırsat ortaya çıkmıştır. Elin'in araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.61'de verilmiştir.



Şekil 3.61. *Elin'in söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

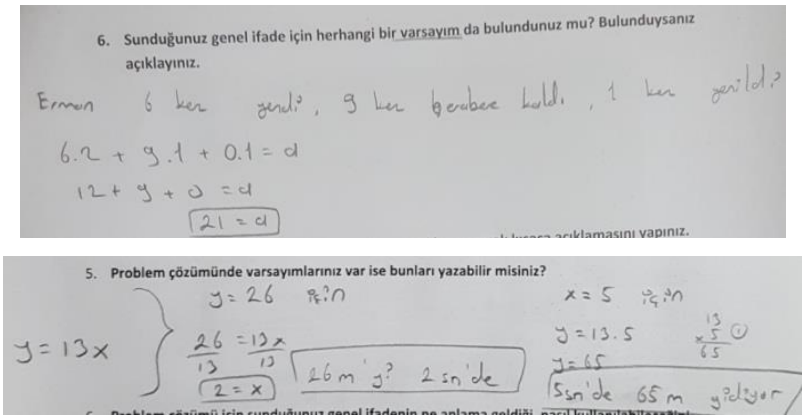
Elin'in birinci öğretim boyunca sadece matematiksel işlemleri gerçekleştirirken değişkenlere sayısal değerler atama ve hesaplamayı kolaylaştırma amacıyla sayısal değerler için yuvarlamalar yapmayı varsayım olarak gördüğü dikkat çekmiştir. Örneğin,

elektrikli bisiklet etkinliğinde benzinin 5,75 TL olan litresini yuvarlayarak 6 TL kabul etmesi, Mars etkinliğinde 1293 g olan oksijen miktarını 1300 g olarak almıştır. Her ne kadar elektrikli bisiklet etkinliğinde her iki araç için maliyet hesaplaması yaparken akü değişimi için gerekli olan 24500 km yolu gittiklerini kabul etmiş görünse de öğretim süreci sırasında bu varsayımın kabulüne veya onu anlamlandırdığına yönelik herhangi bir aktif eylemi görülmemiştir. Mars etkinliğinin gözden geçirme aracında ise bulunduğu varsayımlara, denklemdeki değişkenleri ve değişkenler için ataması veya ulaşması gereken sayısal değerleri yazmıştır (Görsel 3.153).



Görsel 3.153. *Elin'in Mars etkinliğinde gözden geçirme aracında sunduğu varsayımlar*

İkinci öğretim bölümünde yer alan ilk iki etkinlik olan satranç ve Uludağ'da kayak etkinliklerinin gözden geçirme araçlarında da varsayımlarına örnekler sunması istendiğinde, değişkenlere sayısal değerler atayarak denklemin örnek işleyişini sunması dikkat çekmiştir (Görsel 3.154).

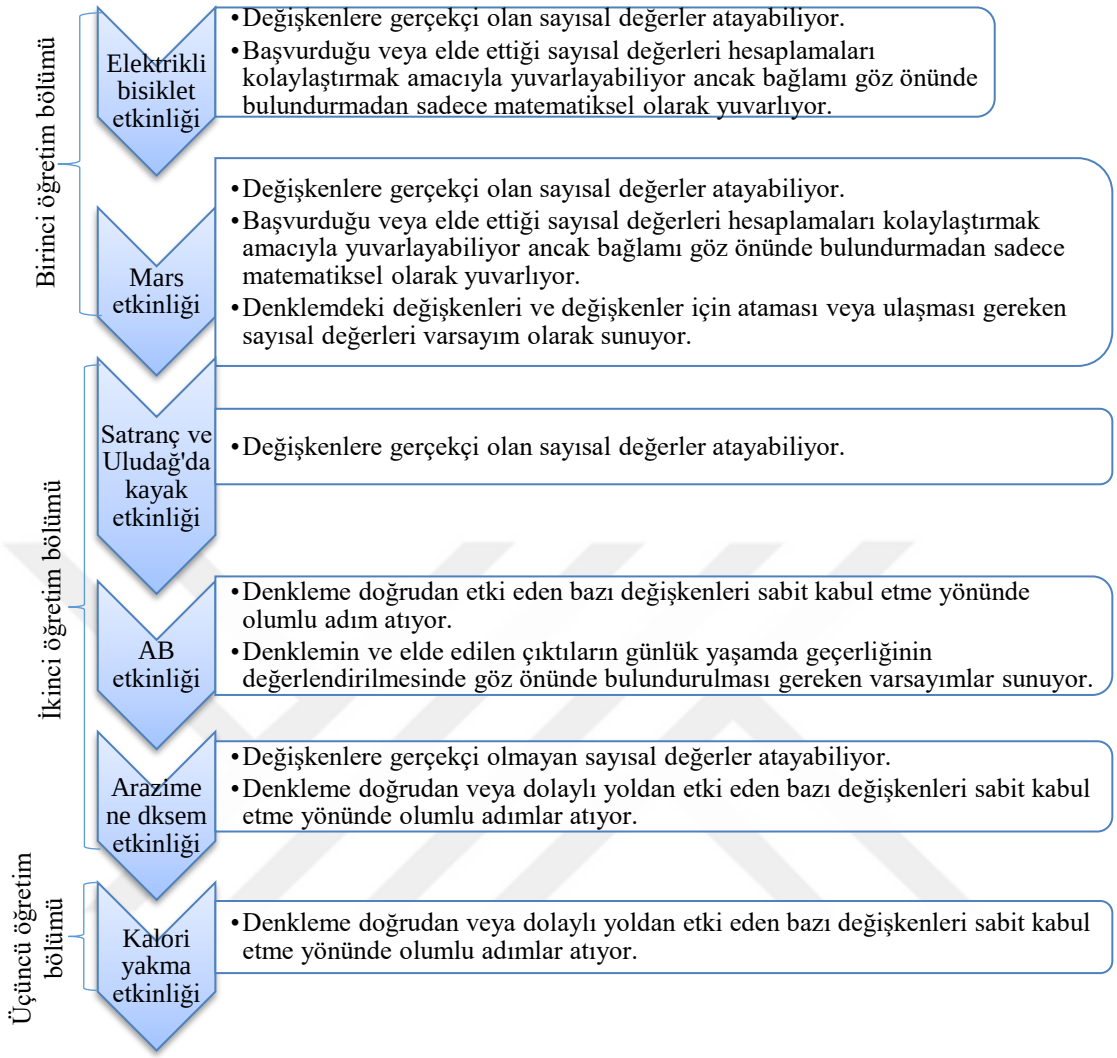


Görsel 3.154. *Elin'in satranç ve Uludağ'da kayak etkinliklerinde varsayımlar için sunduğu örnekler*

İkinci öğretim bölümünün üçüncü etkinliği olan AB etkinliğinden itibaren ise artık denklemin oluşturulmasında kabul edilmiş olabilecek veya göz önünde bulundurulması gereken varsayımlara da örnekler verebildiği görülmüştür. AB etkinliğinde nüfustaki değişimin her yıl aynı oranda artacağına yönelik "ölen ya da doğan kişilerin hep aynı

oranda öldüğünü veya doğduğunu varsaydım" veya "Rusya ile Almanya'nın nüfusunun geçen yıllar içinde ekstradan artmadığını varsaydım" şeklinde açıklamalar yaptığı görülmüştür. Öte taraftan Türkiye ve Rusya'nın nüfus hesaplaması yaparak parlamenter sayısının kaç yıl sonra Türkiye lehine üstünlük sağlanacağına yönelik elde ettiği 54 sonucunu ulaşmayı hedeflediği esas amaç doğrultusunda "54 yıl sonra Türkiye Rusya'yı geçer ve daha fazla parlamentere sahip olur" şeklinde yorumlamış ve ek olarak denklemin ve elde edilen çıktıların günlük yaşamda geçerliğinin değerlendirilmesinde göz önünde bulundurulması gereken "ikisinin de AB 'ye tam üye olduğunu varsaydım" açıklamasını yapabilmiştir.

Denklemi oluşturmada dolaylı yoldan veya doğrudan etki eden bazı kabullere ilişkin örnekler de ortaya koyabilmiştir. İkinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinde "ceviz ağacının kg fiyatının her sene 8 TL olduğu, kavak ağaçlarının hepsinin aynı boyda ve kiloda oldukları", üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde "normal bisikletle hep aynı hızda gidip bir saatte 700 kalori yaktığı, kondisyon bisikleti ile hep aynı hızda gidip saatte 400 kalori yaktığı ve 7400 kalori yaktığında 1 kg verdiği" şeklinde varsayım örnekleri sunabilmiştir. Diğer taraftan her ne kadar genel olarak araştırma boyunca etkinliklerde değişkenlere geçerli ve kabul edilebilir sayısal değerler atayabildiği görülse de arazime ne diksem etkinliğinde araziye "64 metrekare olsun" şeklinde gerçekçi olmayan bir sayısal değer atamış olması dikkat çekmiştir. Ancak bu olumsuz eyleminin de bir daha gerçekleşmediği görülmüştür. Elin'in araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.62' de verilmiştir.

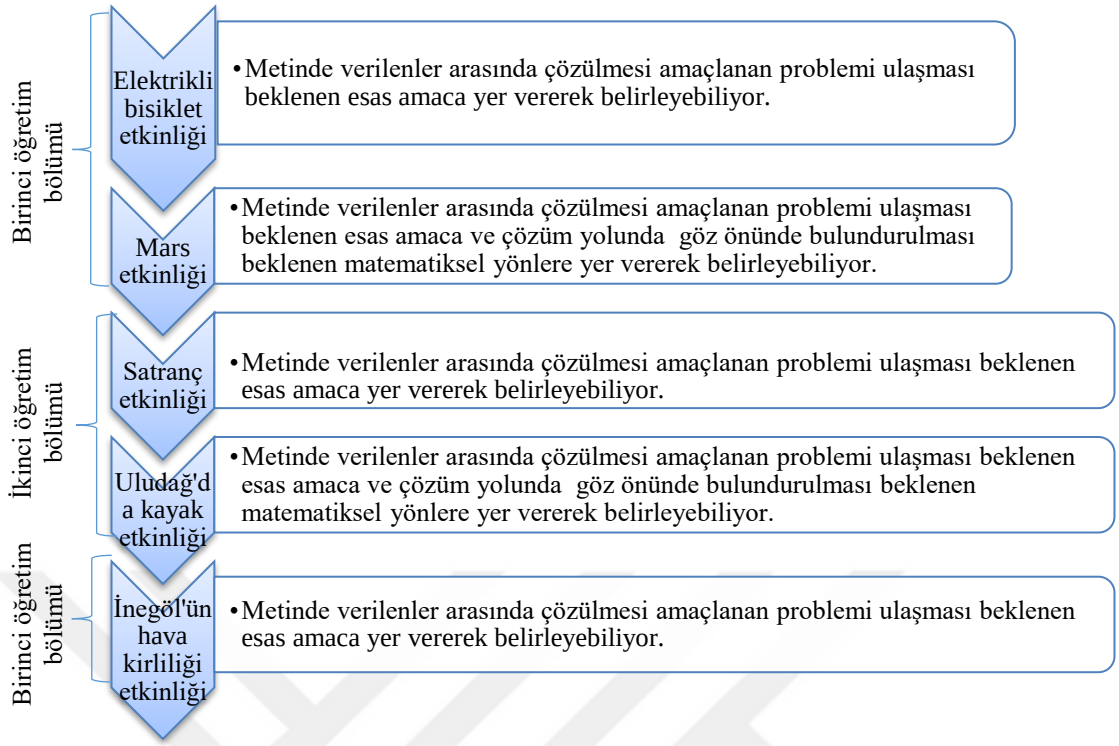


Şekil 3.62. *Elin'in varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.7. Melaike' nin matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

Melaike, araştırma öncesinde uygulanan ön testten elde edilen veriler doğrultusunda oluşan gruplardan dördüncüsünden gelen bir katılımcıdır. Başlangıç etkinliğinden itibaren bu katılımcının araştırma boyunca metinde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi esas amaca vurgu yaparak belirleyebildiği görülmüştür. Birinci öğretim bölümünün ilk etkinliği olan elektrikli bisiklet etkinliğinde problemi kendisinden ulaşması beklenen hangisinin ekonomik olduğu esas amacına yer vererek "problem, benzinle çalışan motorlar ve elektrikle çalışan motorlardan (bisikletlerden) hangisinin daha ekonomik olduğudur" şeklinde ortaya koyabilmiştir. Başlangıçta, sınıfın çoğunluğunda görülen problemi belirlerken eş zamanlı olarak doğaya zarar vermeme,

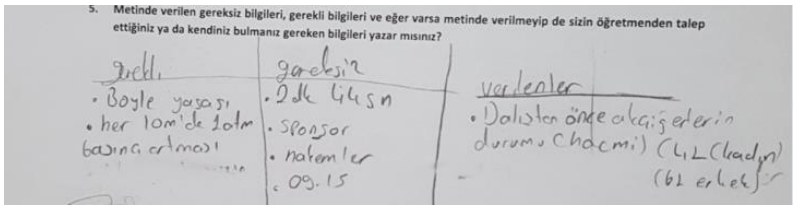
yolda kalma riski gibi çözüme ilişkin sadece gerçek yaşam deneyimlerine dayanan bir yorumda bulunma hatası bu katılımcıda görülmemiştir. Sonrasında gelen Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde "Sevgi'nin gidebileceği en ekonomik yolu bulmak", ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde "Erman'ın Bursa il turnuvasına katılmaya hak kazanması için nasıl bir performans sergileyeceğini bulmak", arazime ne diksem etkinliğinde "arazisine kavak ya da çam ağacı dikilirse hangisinin daha karlı olacağını bulmak", üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde "İnegöl' deki hava kirliliğini önlemek için dikilmesi gereken ağaç sayısını bulmak" şeklinde çözmesi amaçlanan problemi matematiksel işlemler sonucunda ulaşılması beklenen esas amaca yer vererek sunabilmiştir. Dahası birçok etkinlikte problemi ifade ederken esas amacına ulaşma yolunda başvurması veya göz önünde bulundurması beklenen matematiksel yönlere de yer verebilmiştir. Örneğin birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde çözümüne ulaşması problemi ortaya koyarken "Mars' a gidecek insanlara oksijen sağlaması için kaç adet ağaç götürüleceğini bulmak (ilk başta 4 kişi için)" şeklinde "oksijen sağlama" ve "4 kişi" vurgularını yapabilmiştir. İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde "kayış sürecinin her saniyesinde yüksekliğin nasıl değiştiğinin göstergesinin oluşturulması" şeklinde süre ve yükseklik değişkenlerini entegre ettiği görülmüştür. Melaike'nin araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.63' de sunulmuştur.



Şekil 3.63. *Melaike'nin çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

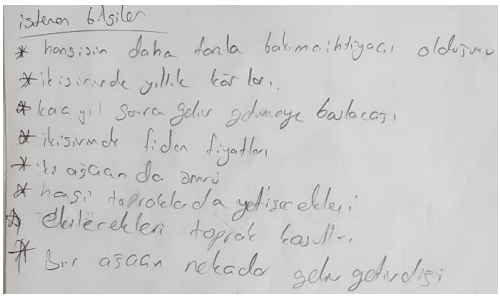
Melaike birinci öğretim bölümünün ilk etkinlik olan elektrikli bisiklet etkinliğinden itibaren metinde verilenler içerisinden çözüme ulaşma yolunda gerekli olabilecek bilgileri belirlemekte olumlu yönde adımlar atmaya başlamıştır. Bu etkinliğin öğretim sürecinde ilk olarak Orhan'ın metinde sunulan bilgilerin yetersiz olduğuna ve gerekli ekstra bilgilerin olduğuna dikkat çekmesiyle birlikte "elektrikli motorun ve aküsünün fiyatını vermiş. Ancak benzinli motorun alış fiyatını vermemiş, "benzinli motosikleti doldurmak için gerekli benzinin fiyatı da verilmemiş. Litre fiyatı lazım" ve "ama hocam benzinlinin akü fiyatı ve ne zaman değiştirileceği de gerekli değil mi?" şeklinde aktif bir şekilde gerekli olup da metinde sunulmayan problem çözümüne hizmet etme potansiyeline sahip olabilecek bilgileri belirleyip talep edebildiği görülmüştür. Dalış etkinliğinin gözden geçirme aracında ise çözüme ulaşma yolunda gereksiz olabilecek bilgilere "2 dk 44sn, sponsor, hakemler, 09.15" şeklinde örnekler verebilmiş, metin içerisinde sunulanlardan çözüm yolunda gerekli olanları "Boyle yasası, her 10 m derinlikte 1 atm basınç artması" şeklinde ve metin içerisinde sunulmayıp gerekli olanları ise "dalıştan önce akciğerlerin hacmi" şeklinde başarıyla ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.155). Öte yandan her ne kadar metin içerisinde sunulan ve çözüm için kritik olan deniz seviyesinde yani 0 m'de insan

üzerindeki basıncın 1 atm olması bilgisini gerekli olarak belirtmemesine rağmen çözüm sürecinde bu bilgiyi kullandığı görülmüştür.



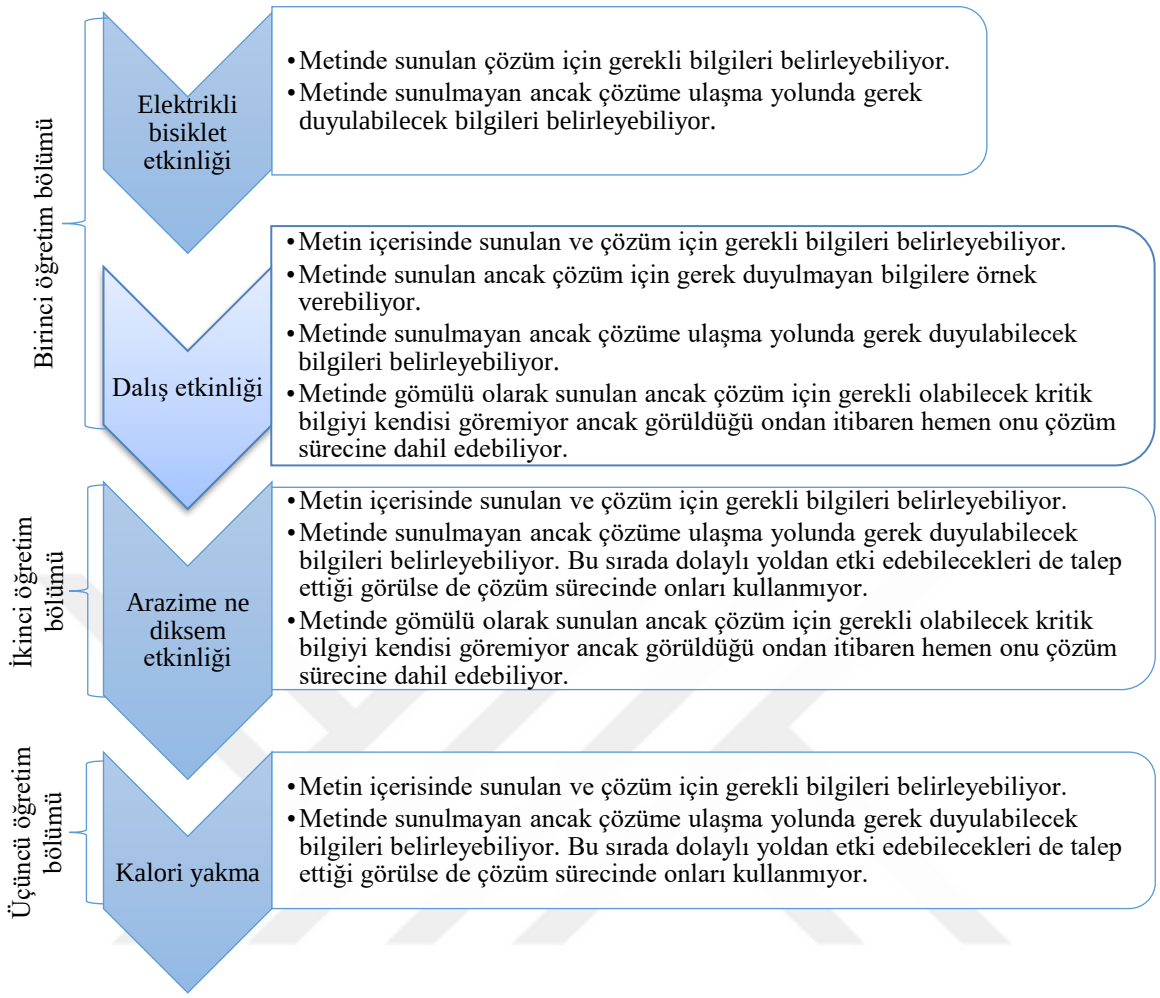
Görsel 3.155. *Melaike'nin dalış etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda gerekli ve gereksiz bilgileri sunması*

Ardından gelen tüm etkinliklerde hem öğretim sürecinde hem de gözden geçirme aracında bazen dolaylı yoldan etki eden bilgileri talep etme gibi istenmeyen adımları görülse de metinde sunulan bilgilerden problem çözümüne hizmet etme potansiyeline sahip olanları ayrıştırmakta ve metinde verilmemişse belirleyip talep etmekteki başarısı açıkça görülmüştür. Metinde sunulan veya sunulmayan dolaylı yoldan etki edebilecek bilgileri de gerekli olarak yazdığı etkinliklerde ise onları çözüm sürecinde kullanmamıştır. Örneğin ikinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinde bireysel çalışma kâğıdında çözüme ulaşma yolunda gerekli olabilecek ancak metin içerisinde sunulmayan bilgileri "hangi ağacın daha çok bakıma ihtiyaç duyduğu, ikisinin de yıllık karları, kaç yıl sonra gelir getirmeye başlayacağı, ikisinin de fidan fiyatları, iki ağacın da ömrü, hangi toprakta yetişecekleri, ekilecek toprak koşulları, bir ağacın ne kadar gelir getireceği" şeklinde belirleyebildiği dolaylı yoldan etki edebilecek "hangi toprakta yetişecekleri, ekilecek toprak koşulları, hangi ağacın daha çok bakıma ihtiyaç duyduğu" bilgilerini sonrasında kullanmadığı görülmüştür (Görsel 3.156). Benzer şekilde üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde Melaike'nin grup çalışma kâğıdında "Murat'ın kilosu, kaç kg zayıflamak istediği, kondisyon bisikletiyle günde kaç kaori yakabileceği" şeklinde çözüme doğrudan etki etmeyen Murat'ın kilosu ve kaç kg zayıflamak istediği bilgilerini de yazdıkları görülmüştür. Sonrasında öğretmenin Dünya Sağlık örgütü tarafından haftada 1kg verilmesinin sağlıklı olduğu ve 1 kg verebilmek için 7400 kalori yakılması gerektiği şeklinde bir paragraflık bir bilgi sunması ile o bilgileri göz ardı edebilmiştir.



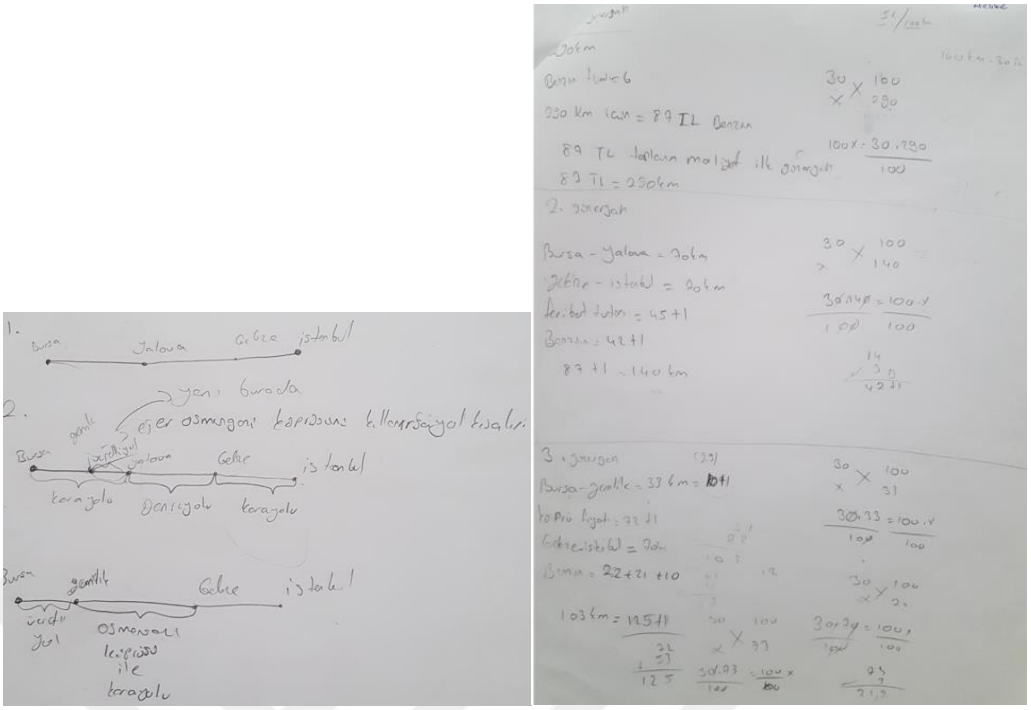
Görsel 3.156. *Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde talep ettiği metinde sunulmayan ancak çözüm için gerekli olabilecek bilgiler*

Melaike'nin metin içerisinde gömülü olarak sunulan veya süreç içerisinde farkına varılan kritik bilgileri kendisinin fark ettiği görülmese de bu bilgileri benimsemekte ve kullanmakta hiç tereddüt etmediği görülmüştür. Örneğin, dalış etkinliğinin öğretim sürecinde Orhan' ın ilk olarak fark ettiği metinde gömülü sunulan insan vücudunun deniz seviyesinde 1 atm basınca ayarlı olduğu kritik bilgisini işaret ederek "deniz seviyesinde insan üzerindeki basınç 1 atm alınacak bakın" diyerek arkadaşlarını, kurdukları ilişkiyi ve elde ettikleri matematiksel çıktıları bu doğrultuda revize etmeye yönlendirebilmiştir. Arazime ne diksem etkinliğinin öğretim sürecinde yine Orhan'ın fark ettiği "aaa dur dur 25 aralık olursa 26 ağaç olur" çıkışı ile ağaç sayısının aralık sayısından bir fazla olacağı ilişkisini hemen denklemine entegre edebilmesi dikkat çekmiştir. Melaike'nin araştırma boyunca, metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları veya metin içerisinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.64'de verilmiştir.



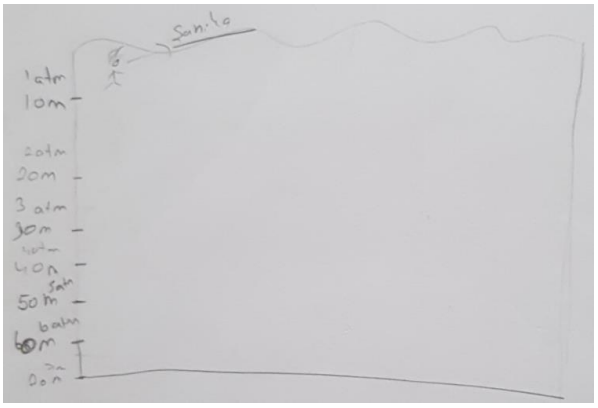
Şekil 3.64. *Melaike'nin çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı*

Çözüme ulaşma yolunda bir görsele başvurma gereği duyulabilecek ilk etkinlik olan birinci öğretim bölümünün Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinin gözden geçirme aracında Melaike'nin metinde verilen güzergahlar ile uyumlu görseller inşa edebilmiştir. Öte yandan her ne kadar bu görseller üzerine sayısal değerleri entegre etme veya o görsel üzerinden işlemleri yürüttüğünü gösteren bir performans sunmasa da çözüme ilişkin matematiksel işlemlerine bakıldığında ise görseller ile sunmuş olduğu güzergahlara uygun olarak ilerlemesi dikkat çekmiştir (Görsel 3.157).

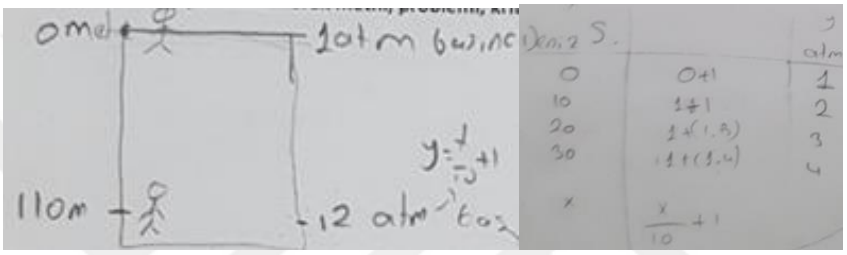


Görsel 3.157. *Melaike'nin Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinin öğretiminde ortaya koyduğu görseller*

Birinci öğretim bölümünün diğer bir etkinliği olan dalış etkinliğinde ise Melaike'nin metinde sunulan bilgilerden derinliğe bağlı olarak insan üzerindeki basıncın nasıl değişeceğini, ortaya koyduğu görsel üzerinde gösterebilmiştir. Ancak deniz seviyesinde insan üzerindeki basıncın 1 atm olduğu bilgisini fark edemediğinden dolayı "10 m derinlikte 2 atm, 20 m derinlikte 3 atm..." şeklinde olması gereken sayısal değerleri "10 m derinlikte 1 atm, 20 m derinlikte 2 atm..." şeklinde elde edebilmiştir (Görsel 3.158a). Bu kritik bilgiyi fark ettikten sonra ise bu iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi kurup onu temsilen tablo yardımıyla bir denklem oluşturabilmiş ve elde ettiği "0 m derinlikte 1 atm, 110 m derinlikte 12 atm" şeklindeki sayısal değerleri görsele entegre ederek sunabilmiştir (Görsel 3.158b). Esas amacı olan akciğer hacmindeki değişime yönelik ise herhangi bir görsele başvurmamıştır.

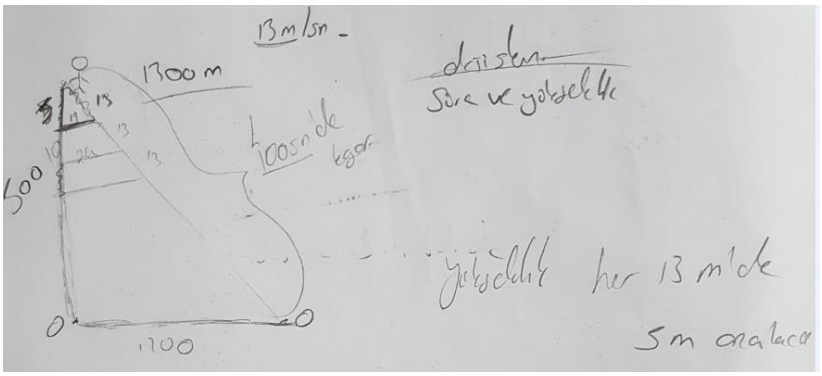


Görsel 3.158a. *Melaike'nin dalış etkinliğinde ortaya koyduğu ilk görsel*



Görsel 3.158b. *Melaike'nin dalış etkinliğinde kritik bir bilgiyi fark ettikten sonra ortaya koyduğu görsel*

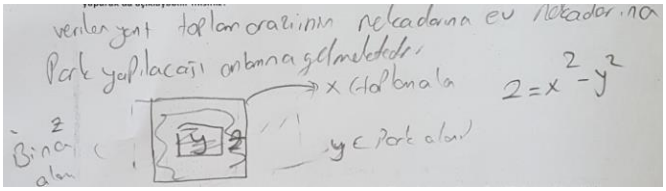
İkinci öğretim bölümünde Uludağ'da kayak etkinliğinde ise sadece metinde sunulanların yerleştirildiği bir dik üçgensel görsel sunmadığı, bu dik üçgensel görsel üzerinden kayış sürecinde geçen her saniyede yükseklik ve pist uzunluğunun süre ile doğru orantılı değişimini gösteren çizimler gerçekleştirdiği görülmüştür (Görsel 3.159).



Görsel 3.159. *Melaike'nin Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*

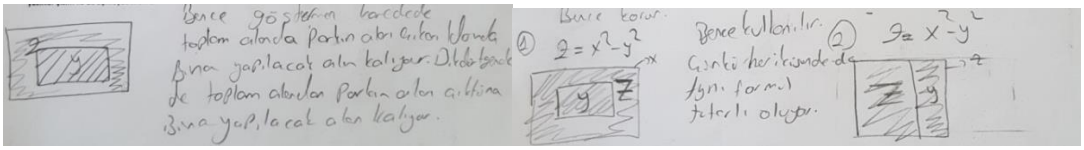
Düzenli şehir etkinliğinde kendisine sunulan denklemi, bağlamda sunulan resimlerle ilişkilendirerek açıklarken bağlam resminde sunulan günlük yaşam yapılarından arındırılmış bir şekilde matematiksel yönlere dikkat çeken bir görsel sunmuş

ve dahası değişkenleri "x toplam alan, y park alanı ve z bina alanı" şeklinde görsel üzerinde de göstererek açıklayabilmiştir (Görsel 3.160). Ancak x^2 yerine x ve y^2 yerine y deme hatası da dikkat çekmiştir. Öte yandan denklemin kullanımına ilişkin "verilen denklem arazinin ne kadarına ev ne kadarına park yapılacağı anlamına gelmektedir" açıklamasını yapabilmiştir.

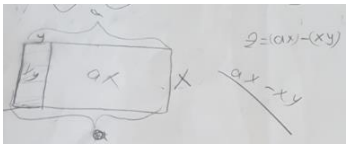


Görsel 3.160. *Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde denklemi bağlamda açıklarken sunduğu görsel*

Karesel bölge olduğu kabul edilen arazinin dikdörtgensel olması durumunda veya karesel olan ortak yaşam alanının ortada kalma zorunluluğunun kaldırılması durumunda ilişkinin değişmeyeceğine "bence gösterilen karede de toplam alandan parkın alanı çıkarıldığında bina yapılacak alan kalıyor. Dikdörtgende de toplam alandan parkın alanı çıktığında bina yapılacak alan kalıyor" şeklinde dikkat çekerek denklemin hala işler kalacağına "bence kullanılır. Her ikisinde de aynı formül tutarlı oluyor" şeklinde vurgu yapabilmiş ve görsel üzerinde karenin dikdörtgen olması veya arazinin ortasında yer almaması durumunda gerçekleşecek değişiklikleri gösterebilmiştir (Görsel 3.161a). Arazinin dikdörtgen olmasından dolayı denklemde gerçekleşecek $z = a.x - x.y$ şeklindeki revizyonu ise matematiksel olarak ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.161b).

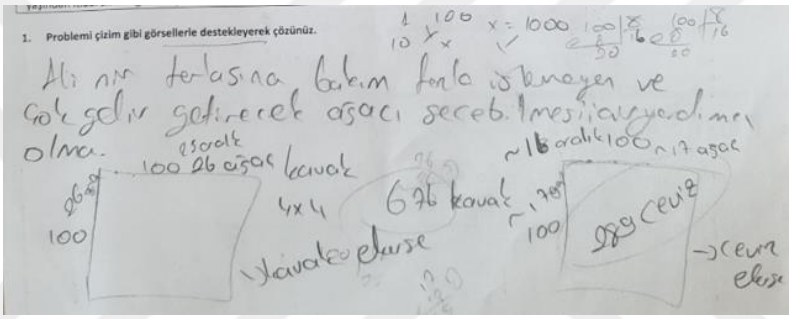


Görsel 3.161a. *Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde denklemin revizyonuna ya da kullanılabilirliğine yönelik performansı*

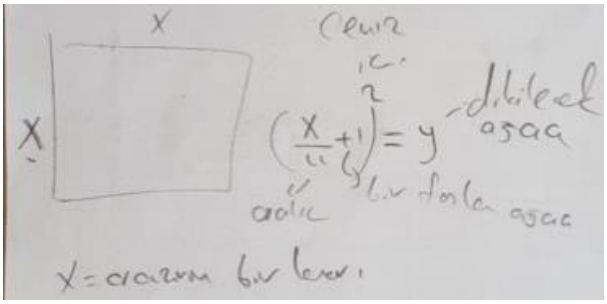


Görsel 3.161b. *Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde öğretim sürecinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

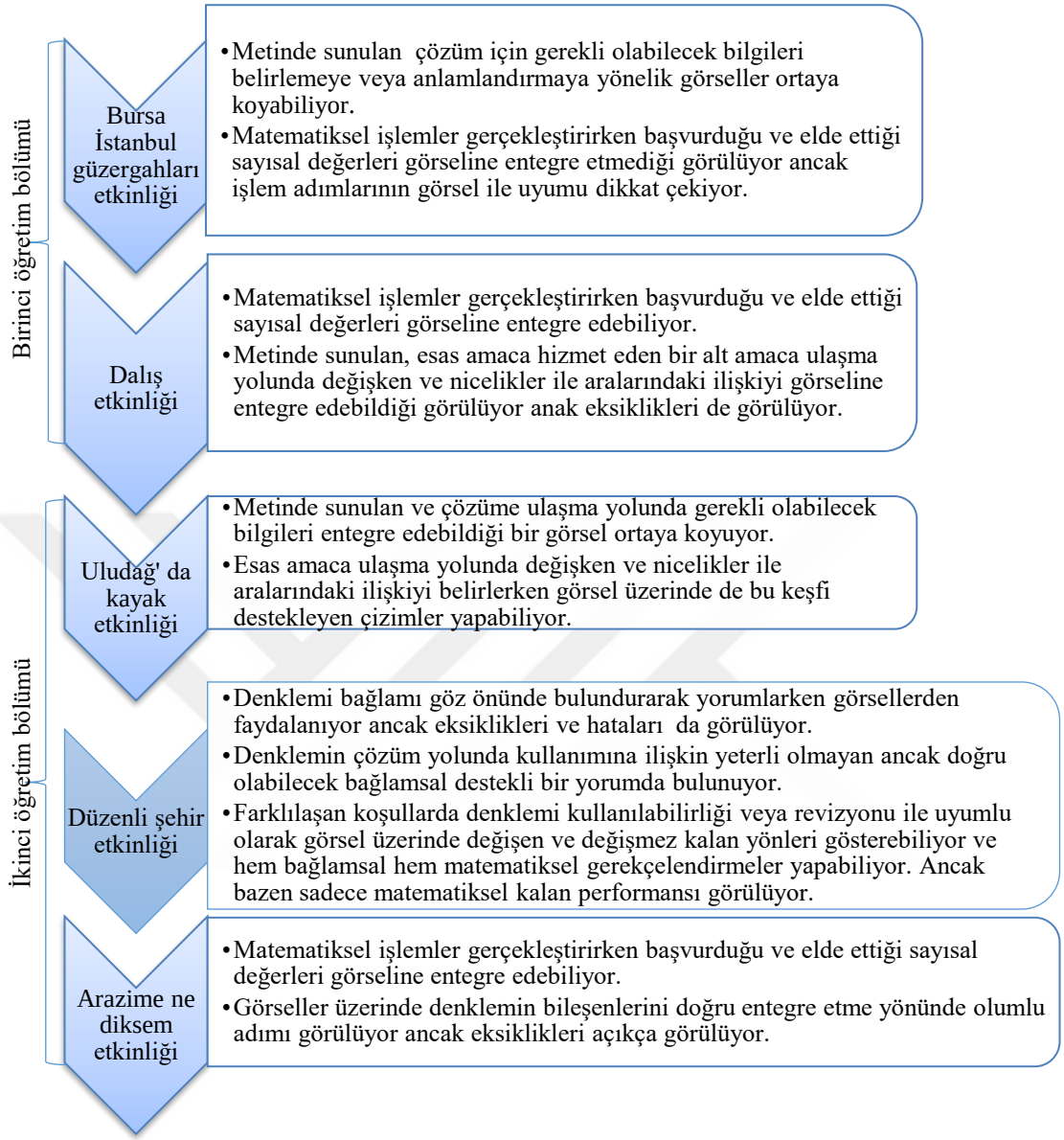
Arazime ne diksem etkinliğinin gözden geçirme aracında çözüme ilişkin matematiksel işlemleri gerçekleştirirken başvurduğu veya elde ettiği "100, 25 aralık,26 ağaç, 16 aralık, 17 ağaç, 289 ceviz" sayısal değerlerini görsel üzerine doğru yerlere gelecek şekilde entegre edebildiği görülmüştür (Görsel 3.162a). Öte yandan $\frac{x}{4} + 1 = y$ denkleminde yer alan değişkenlerden x için arazinin bir kenarı diyerek görsel üzerinde bir kenar üzerine entegre edebildiği görülmüş olsa da "4" için "aralık" şeklinde bağlamsal yönden açıklamasını yapsa da görsel üzerinde ne öğretim sürecinde ne de gözden geçirme aracında onu gösterme yönünde herhangi bir girişimi görülmemiştir (Görsel 3.162b). Melaike'nin araştırma boyunca resim, diyagram, çizim gibi görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.65'te kısaca sunulmuştur.



Görsel 3.162a. *Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde matematiksel işlemler sırasında sunduğu görseller*



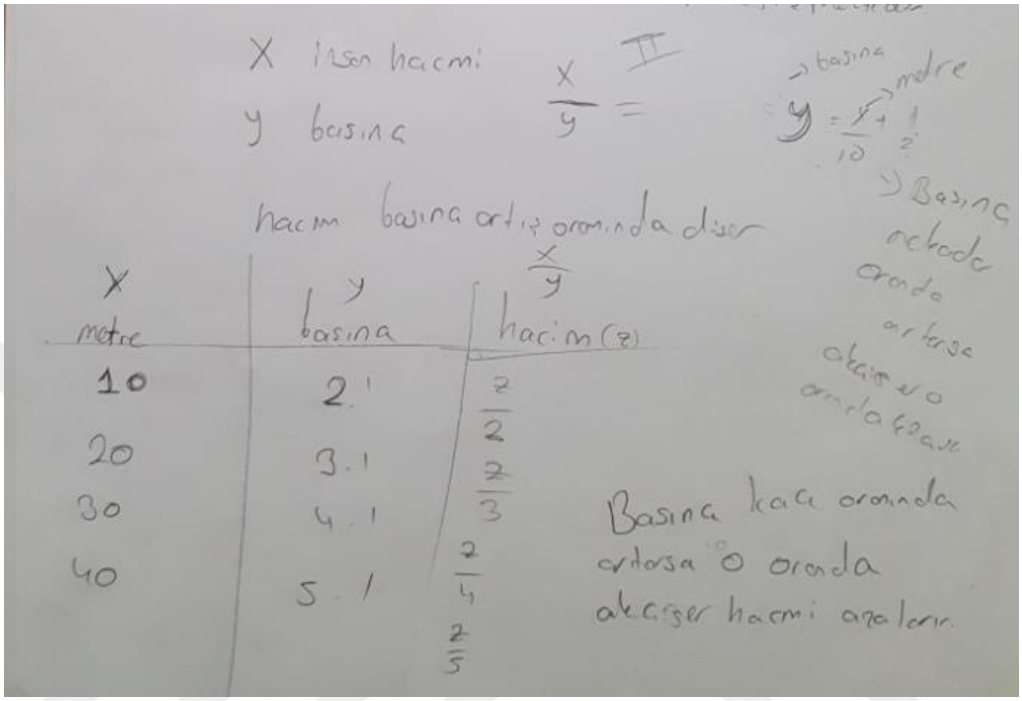
Görsel 3.162b. *Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde matematiksel işlemler sırasında sunduğu görseller*



Şekil 3.65. *Melaike'nin görsellerden faydalanma performansı*

Melaike'nin araştırma boyunca çözümü sağlayacak yönde doğru değişken ve nicelikler arasında doğru ilişkiyi belirlemekte, aktif rol alabildiği ve ufak yanlışlıklar veya eksikliklerini özellikle sınıf tartışmalarında gidererek başarılı bir performans ortaya bildiği görülmüştür. Örneğin birinci öğretim bölümünün dalış etkinliğinde inilen derinlik (x) ile oluşan basınç (y) değişkenleri arasındaki ilişkiyi $y = \frac{x}{10} + 1$ şeklinde ortaya koymaktan öte giderek akciğer hacmi (z) ile oluşan basınç arasındaki ters orantılı ilişkiyi de kurabilmiştir. Bu ilişkiyi hem sözel olarak "hacim, basınç arttıkça aynı oranda düşer",

"basınç ne kadar artarsa akciğer o oranda küçülür", "basınç kaç oranında artarsa o oranda akciğer hacmi azalır" şeklinde ifade etmiş hem de cebirsel olarak her ne kadar $y.z = k$ şeklinde göstermekte başarısız olsa da "basınç 2 olursa hacim $\frac{z}{2}$ olur" şeklinde gösterebilmiştir (Görsel 3.163).



Görsel 3.163. *Melaike' nin dalış etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kurma ve açıklama performansı*

İkinci öğretim bölümündeki rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede değişken ve nicelikleri "x miktar (günlük), z üretim fiyatı (her khw için 0,10zed, y kurulum fiyatı, a gün, d kalan para, f bakım masrafı" şeklinde doğru belirleyebildiği görülen Melaike'nin elde edeceği kardan kurulum masrafını çıkarmak (y=11448a-3200000) yerine kurulum masrafından elde edeceği karı çıkarması (y=3200000-11448a) dikkat çekmiştir (Görsel 3.164a). Görüşme sırasında kurulum masrafından günde kazandığı parayı çıkarma yoluyla denklemi kullanırken problem çözümünde kullanışlı olacak şekilde faydalanabildiğini "böylece ne kadar günden sonra sıfır olur ve kar etmeye başlar buluruz" şeklinde savunmuştur. Ufak bir işlem hatası ile günlük gelirini 1144,8 yerine 11448 alması onun bulduğu sonucu "2794 gün" yerine "279 gün" çıkmasına sebep olmuş ancak ancak görüşme sırasında bu hatasını fark edip denklemde gerekli düzeltmeleri yaparak doğru sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.164b). Öte yandan denklemde yer alan x'in katsayısı yani bir günde elde edilecek kar olan 1144,8 zed ara çıktısını elde edebilmek

için de günlük üretim miktarı ile üretimden khw başına elde edilecek 0,10 zed değerini çarpıp elde edilecek geliri bulduğu ve ardından bakım masrafını da benzer şekilde hesaplayarak gelirden gideri çıkararak günlük karı bulabildiği görülmüş ve kendisi de bu noktada attığı adımları bağlamsal olarak açıklayabilmiştir.

Ö: Formülünü açıklar mısın bana o zaman?

Melaike: Şimdi ben ürettiği tutardan bir günde ürettiği tutarı a ya gün olarak verdim (biraz karıştırıyor! Anlatamak istediklerini hızlı aktarmak istiyor). Eğer bu tutardan bunu çıkarttığımızda belli bir zaman sonra 0 dan büyük bir sayı çıkıyorsa o zaman kar etmeye başlıyor olacaktır diye düşündüm. Mesela 2 gün için versek kar etmemiş oluyor.

...

Ö: Günlük karı nasıl buldun?Bir daha gösterir misin?

Melaike: Şurada vardı (çözüm sıradına kullandığı çizgili bir kâğıt var onu gösteriyor): şimdi burada 1 khw için 0,10 TL demişti. Bu kadar üretiyordu bir günde (12720 khw). Bunu 0,10 ile çarptığımda bunu buldum (1272). Bir günde bu kadar zed getiriyor. Daha sonrasında bakım masrafını çıkarttım bundan (hesap makinesi ile 1272'den 127,2 yi çıkarttı) 1144, 8 (yanlış bulduğunu fark etti). Ben 11448 almıştım malesef...☹

Ö: Peki şimdi buna göre işlem yapsan?

Melaike: Tamam (beyaz kâğıt ve kalem aldı önüne) (1144,8 i yaklaşık olarak 1145 aldı) Bu kadar gün sonra parasını karşılamış oluyor sonra kar etmeye başlıyoruz. Yani a gün demiştik. O zaman bunu 1145'i a ile çarptığımızda ve 3200000 den çıkartığımızda, bu genel ifademiz olur.

Ö: Neyi bulursun?

Melaike: Ne kadar günden sonra sıfır olur ve kar etmeye başlarız.

Ö: Kaç çıkar sonuç?

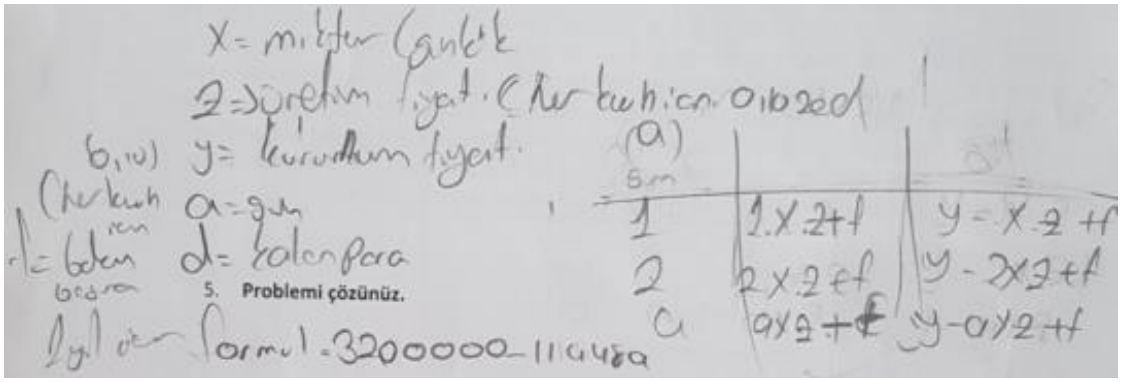
Melaike: 2794☺Yani aslında 279 değil 2794 gün sonra.

Ö: Benim okuduğum yerde aslında kaç yıl sonra diye soruyordu.

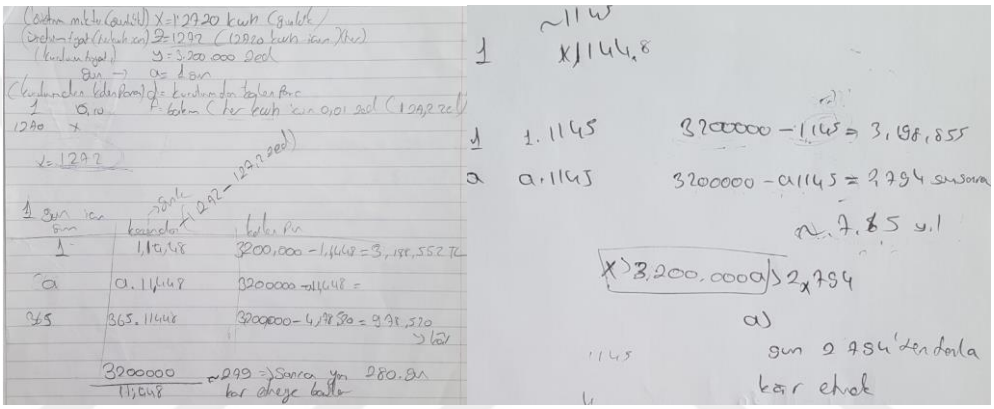
Melaike: O zaman kolay 365 e böleriz bunu yılı buluruz. Yaklaşık 7.5 yıl falan.

Ö: Ne anlama geliyor senin için bu sonuç?

Melaike: Yani bu kadar yıl sonra bu para (kurulum masrafı) sıfır olacak ve bundan sonra onu (kurulum masrafını) geçeceği için kar edecek sürekli.

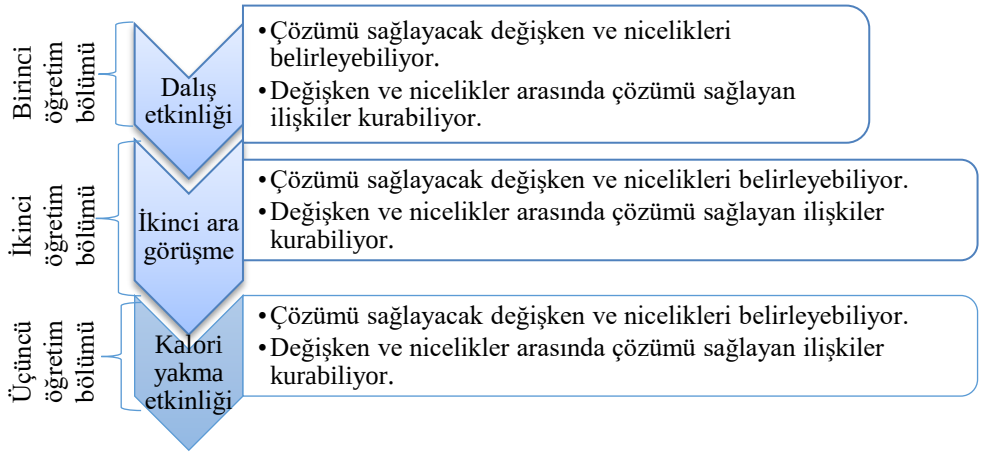


Görsel 3.164a. *Melaike'nin ikinci ara görüşmede esas amaca ulaşma yolunda ortaya koyduğu denklem*



Görsel 3.164a. *Melaike'nin ikinci ara görüşmede işlem hatasını görerek denklemi düzeltme ve çözüme ulaşma performansı*

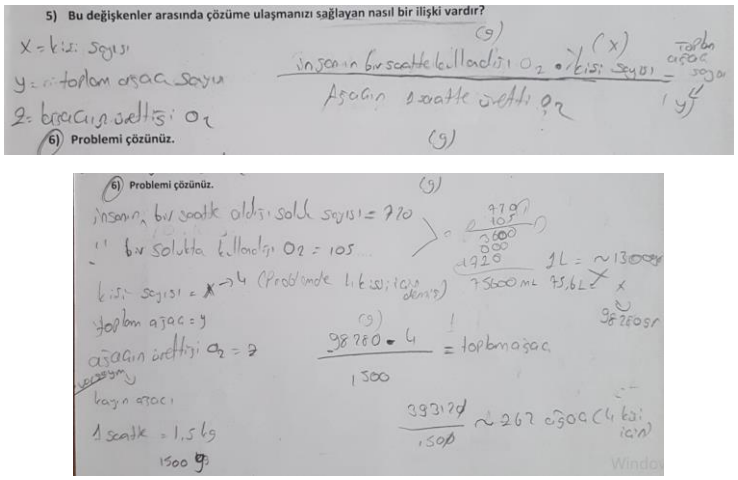
Melaike'nin araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken veya denklem kurarken başvurduğu değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca Şekil 3.66'da verilmiştir.



Şekil 3.66. *Melaike'nin çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı*

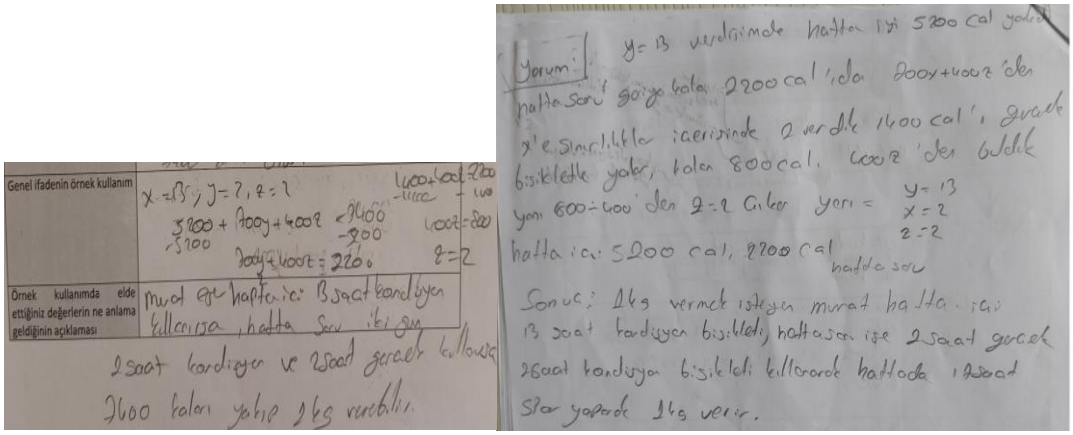
Araştırma boyunca, Melaike' nin çözüme ulaşma yolunda gerek denkleme dayalı gerekse aritmetiksel yollarla matematiksel işlemler gerçekleştirirken başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerlerin birimlerine ve onlar için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara vurgu yaparak bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiklerini açıklayabildiği görülmüştür. Dahası kendisine matematiksel işlemlerinde ne yaptığı sorulduğunda attığı adımları bağlamsal destekli olarak açıklayabilme her zaman olumlu yönde performans gösterebilmiştir. Öte yandan elde ettiği çıktıları o bağlamdaki esas amacı göz önünde bulunurarak yorumlayabildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinin gözden geçirme aracında $\frac{98280.x}{z} = y$ denklemine dayalı olarak matematiksel işlemler gerçekleştirmiş ve esas amacına ilişkin "4 kişi için 262 ağaç" sonucuna ulaşabilmiştir (Görsel 3.165). Bu sırada başvurduğu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğine yönelik "bir insanın bir saatte aldığı oksijen miktarı, insanın bir solukta kullandığı oksijen miktarı" şeklinde, elde ettiği çıktılar için de "toplam ağaç, 262 ağaç" şeklinde açıklamalar yapabilmiştir. Ayrıca açıklamalarında bu sayısal değerler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara "bir insan" "bir saatte", "1 kişi için", "4 kişi için", "bir solukta" şeklinde vurgu yapabilmiştir. Ayrıca sayısal değerlerin birimlerine neredeyse her zaman vurgu yapabildiği görülen Melaike'nin matematiksel işlemler sırasında attığı adımlara ilişkin bir açıklama ortaya koymadığı görülmektedir. Ancak kendisiyle gerçekleştirilen ilk ara görüşmede hem denklemi açıklamaya hem de denkleme dayalı işlemler gerçekleştirirken attığı adımlara ilişkin kısaca da olsa bağlamsal yönlü açıklama yapabilmiştir.

> Ö: Peki Mars etkinliğinde neler yaptın sen?
>
> Melaike: Burada insanın bir saatte kullandığı oksijeni buldum. İnsan 1 saatte 720 nefes alıyordu. 105 ml idi ama ben gram cinsinden aldığım için 75,6 oldu. Sonra bu da 1293 çıkıyordu. Sonra bir kişi bu kadar oksijen kullanıyorsa x kişi...toplam ağacın ürettiği oksijen miktarına bölersek kaç ağaç götürmemiz gerektiğini bulabiliriz dedim.



Görsel 3.165. *Melaike'nin Mars etkinliğinde çözüme ilişkin denklemi kurma ve problemi çözme süreci*

Üçüncü öğretim bölümünde yer alan kalori yakma etkinliğinde denklemde değişkenlere uygun sayısal değerler vererek gerçekleştirdiği işlemlerini "y=13 verdiğimde hafta içi 5200 cal yakar. Hafta sonu geriye kalan 2200 cal'yi de, 700x+400y den x' e sınırları içerisinde 2 verdik. 1400 cal'yi gerçek bisiklet ile yakar. Kalan 800 cal' yi de 400z' den bulduk, z=2 çıktı. Hafta içi 5200 cal, hafta sonu 2200 cal yakar. Sonuç olarak 1 kg vermek isteyen Murat hafta içi 13 saat kondisyon bisikleti, hafta sonu 2 saat gerçek ve 2 saat kondisyon bisikleti kullanarak haftada toplam 17 saat spor yaparak 1 kg verir" şeklinde bağlamsal destekli olarak açıklayabilmiştir (Görsel 3.166). Bunun yanında atadığı ve elde ettiği sayısal değerlerin birimlerini de belirtip bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiklerini ortaya koymuş, dahası "hafta içi-hafta sonu, gerçek bisiklet-kondisyon bisikleti, 1 kg vermek için" şeklinde kısıtlamalara vurgu yapabildiği ve "x'e sınırları içerisinde değer verdik" diyerek sayısal değerleri atarken değer aralığına dikkat ettiği görülmüştür. Ayrıca bu sırada elde ettiği matematiksel çıktıları bağlamı göz önünde bulundurarak esas amacı olan haftada 1 kg verebilmek için kaç saat bisiklet sürmesi gerektiğini bulmak doğrultusunda "sonuç olarak 1 kg vermek isteyen Murat hafta içi 13 saat kondisyon bisikleti, hafta sonu 2 saat gerçek ve 2 saat kondisyon bisikleti kullanarak haftada toplam 17 saat spor yaparak 1 kg verir" şeklinde yorumlayabilmiştir.



Görsel 3.166. *Melaike'nin kalori yakma etkinliğinde denklemini çözüme yönelik kullanımı ve yorumları*

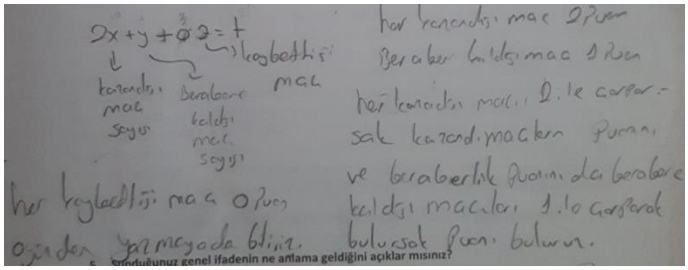
Bu katılımcının sadece ilk etkinlikte, problemde ulaşması beklenen esas amaca ilişkin matematiksel işlemler gerçekleştirmeden dolayısıyla herhangi bir matematiksel çıktı ortaya koymadan yorumda bulunduğu görülmüş, diğer etkinliklerde ise her zaman matematiksel dayanaklı yorumlar sunmuştur. Örneğin, halter etkinliğinin öğretim sürecinde "Naim Süleymanoğlu kendi ağırlığının 3 katının 10 fazlasını kaldırmıştır. Diğerlerinin kendi ağırlıklarının 2 katından fazla kaldığını gördük. Bu yüzden de gelmiş geçmiş en iyi halterci seçilmiş olabilir" şeklinde esas amaca ilişkin matematiksel çıktılara dayalı yorumu dikkat çekmiştir. AB etkinliğinde ise Türkiye ile Rusya karşılaştırmasında elde ettiği 53,87 sonucu için "hocam bu Rusya ile Türkiye'nin arayı kapattığı yıl. Geçtiği değil kapattığı" vurgusu ile elde edilen çıktının bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini ortaya koyabildiği görülmüş ve devamında bu çıktıya dayanarak sunduğu "bu durumda Rusya'yı en erken 2070 yılında geçeriz" şeklinde esas amacına ilişkin yorumunu sunabilmiştir. Öte yandan Melaike'nin yeri geldiğinde bazı etkinliklerde denkleme dayalı herhangi bir işlem yapmaksızın sadece onu yorumlayarak olası çıktılar hakkında yorumda bulunabildiği görülmüştür. Örneğin, AB etkinliğinde Türkiye ile Sırbistan'ın üye olması durumunda AB parlamentosundaki milletvekili sayıları karşılaştırmasında, yıllara göre oluşacak nüfuslarını sunan denklemlere dayalı herhangi bir hesaplama yapmaksızın "bence hocam Almanya ile Türkiye karşılaştırmasında olduğu gibi. Türkiye azalır ve Sırbistan onun çok üstünde bir oranda artarsa o zaman geçebilir" yorumunda bulunabildiği görülmüştür. Diğer taraftan Melaike elde ettiği çıktıların, bağlamı veya gerçek yaşam deneyimlerini göz önünde bulundurarak gerçekçi olup olmadığına ilişkin dalış etkinliğinde doğrudan olumlu bir adım atabilmiştir. Elde ettiği çıktıyı, esas amacı

doğrultusunda "Şahika Ercümen' in 110 m dalışında ciğerinin hacmi 0,3 ile 0,4 L arasında bir değerdir" şeklinde yorumlamış ve ardından "yani yok gibi bir şey" diyerek gülmüş, diğer bir deyişle sonucu gerçekçi bulmamıştır. Melaike'nin araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında attığı adımları, söz konusu sayısal değerleri ve esas amacına ilişkin yorumunu bağlamla ilişkilendirme performansı kısaca Şekil 3.67'de sunulmuştur.

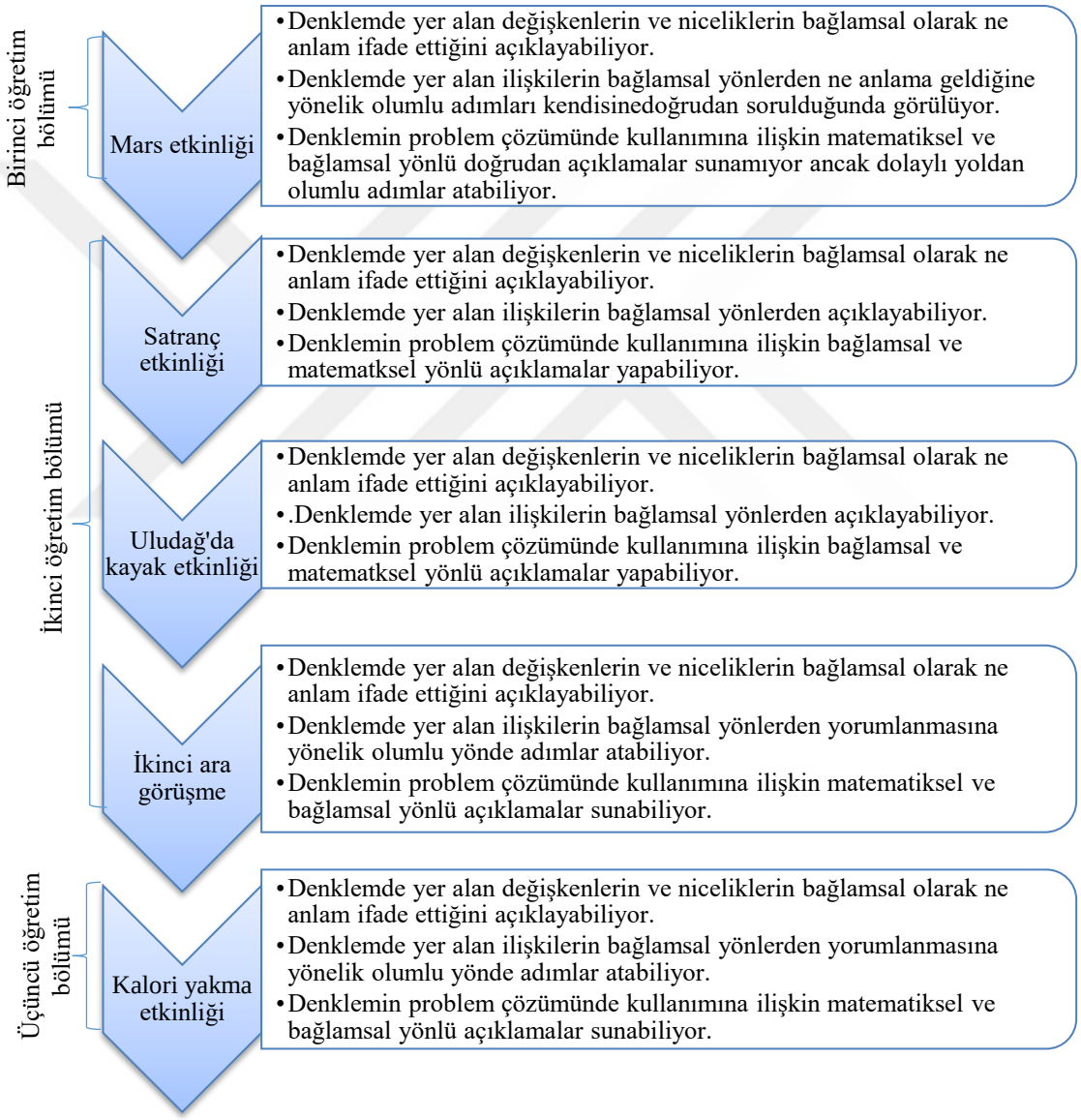
Şekil 3.67. *Melaike'nin çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme performansı*

Çözüme ilişkin denklemlerin bileşenleri olan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimin ve bunlar arasındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini araştırma boyunca vurgulayabildiği görülen Melaike, birçok etkinlikte o denklemlerin çözümü sağlama yönünde nasıl ve ne amaçla kullanılabileceğine ilişkin bağlamsal destekli açıklamalar yapabilmiştir. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde

çözüme ilişkin oluşturduğu $\frac{98280.x}{z} = y$ denkleminde yer alan değişkenlerin bağlamsal olarak ne temsil ettiklerini "kişi sayısı, toplam ağaç, ağacın ürettiği oksijen" şeklinde açıklayabilmiştir. Dahası öğretim sürecinde, denkleminde yer alan 98280 katsayısının bağlamsal olarak ne anlama geldiğini "1 insanın 1 saatte kullandığı oksijen miktarı" şeklinde açıklayarak bu sayısal değer ve denklem için göz önünde bulundurulması gereken "1 insan" ve "1 saatte" kısıtlamalarına da vurgu yapabilmiştir. Öte yandan denklemin çözüm sürecinde nasıl veya ne amaçla kullanılabileceğine ilişkin doğrudan bir açıklaması görülmemiş ancak denklem üzerinde hangi bileşene hangi değerin girileceğini bağlamsal olarak gösterebildiği görülmüştür (Görsel 3.165). İkinci öğretim bölümünün ilk etkinliği olan satranç etkinliğinde ise denklemde yer alan değişkenlerin "kazandığı maç sayısı, berabere kaldığı maç sayısı ve kaybettiği maç sayısı" şeklinde, niceliklerin "her kazandığı maç 2 puan, her beraberlik 1 puan, her kaybettiği maç. 0 puan" şeklinde bağlamsal yönden ne anlama geldiklerini yazarak açıklayabilmiştir. Dahası denklemde yer alan ilişkilere ve çözüm sürecinde kullanımına ilişkin "her kazandığı maç için 2 ile çarparsak kandığı maçların puanını, beraberlik puanını da berabere kaldığı maçları 1 ile çarparak bulursak, puanı buluruz" şeklinde doğrudan açıklamalar ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.167). Satranç etkinliğinin öğretim sürecinde "biz bu denklemi toplam 15 maç üzerinden ve 20 puan aldığını düşünerek yaptık" şeklinde denklemin kurulmasında göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara dikkat çekebildiği görülürken, elde ettiği olası çıktıların çözüme ilişkin sınırlar olabileceğini "20 puan toplaması için en fazla 5 maç kaybedebilir" şeklinde ortaya koymuştur. Uludağ' da kayak etkinliğinde ise y=500-5x denklemi için y değişkenini "kalan yükseklik", x değişkenini "her saniye" olarak açıklarken "süre ne kadarsa onu 5 ile çarpmamız lazım çünkü her saniye yükseklik o kadar azalıyor. Toplam yükseklikten onu çıkarttığımızda kalan yükseklik bulunur" şeklinde denklemde yer alan ilişkiye ve denklemin çözüm için kullanımına yönelik bağlamsal temelli açıklamalar yapmıştır. Melaike'nin çözüme ulaşma sürecinde kurulan ve sunulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.68'de verilmiştir.



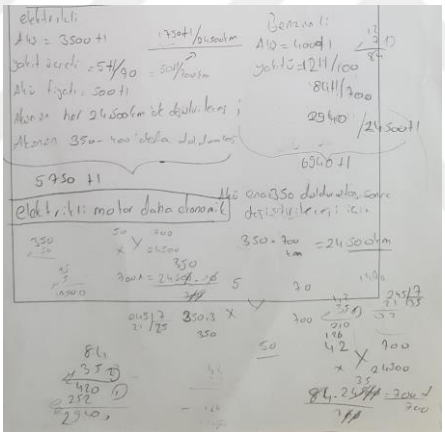
Görsel 3.167. *Melaike'nin satranç etkinliğinde denklemin bileşenlerine ve kullanımına ilişkin açıklaması*



Şekil 3.68. *Melaike'nin çözüme ilişkin cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Çözüme ulaşma yolunda gerek metinde sunulan gerekse bağlamın doğası gereği ortaya çıkan kısıtlamaları araştırma boyunca belirleme ve göz önünde bulundurma

yönünde olumlu adımlar atabildiği görülen Melaike'nin daha birinci öğretiminin ilk etkinliği olan elektrikli bisiklet etkinliğinde bile başvurulan ve elde edilen sayısal değerler için kısıtlamaları vurgulayabilmiş ve işlemlerinde onları esas alabilmiştir. Örneğin benzinli motosikletin yakacağı 2L benzinin 100 km mesafe için geçerli olduğunu "2L/100km" şeklinde, elektrikli bisikletin harcayacağı 5 TL ücretin 70 km yol için geçerli olduğunu "2TL/70km" şeklinde ifade edebildiği ve işlemlerinde benzinin fiyatının 6 TL kabul edilirken bunun L fiyatı olduğu bilgilerini göz önünde bulundurabildiği görülmüştür. Dahası benzinli için elde ettiği ara çıktılardan 12 TL değerinin 100 km'de yakılacak yakıt fiyatı olduğunu "12 TL/100 km" şeklinde, 84 TL değerinin 700km'de yakılacak yakıt ücreti olduğunu "84TL/700km" şeklinde, 2940 TL değerinin ise 24500 km'de yakılacak yakıt ücreti olduğunu "2940TL/24500km" şeklinde, elektrikli için elde ettiği 1750 TL değerinin de 24500 km'de harcanacak elektrik ücreti olduğunu "1750 TL/24500 km" şeklinde göstererek işlemlerinde dikkate alabilmiştir (Görsel 3.168).



Görsel 3.168. *Melaike'nin elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüme ilişkin matematiksel işlemleri*

Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede ülkede üretilen toplam arı sütünün 50 kg ile sınırlı olduğunun, aşılamalı ve doğal yollar ile üretimin getirdiği bir kovandan 250-300g ya da 40-50 kovandan 1 kg arı sütü kısıtlamalarını vurgulayabilmiş ve işlemlerinde dikkate alabilmiştir. Öte yandan söz konusu sayısal değerlerden 250 gram arı sütü üretimi için "kovan başına", 270 g arı sütü üretimi için "1 kovandan", 50 kg arı sütü üretimi için "2500 kovandan", 675000 değeri için "gram cinsinden" gibi göz önüne bulundurulması gereken kısıtlamalara vurgu yapabildiği görülmüştür.

> Ö: Şimdi tekrar baştan alalım o zaman. Sen dedin ki ülkede 50 kg arı sütü üretiliyor. Ben dedim ki onlar eğer aşılama yoluyla arı sütü üretseydi, arı sütünün fiyatında nasıl bir değişiklik olurdu?

Melaike: Önce bir kovandan doğal yollardan kaç g arı sütü ürettiğini bulursam daha sonra aşılamada kovan başına kaç g arttığını bildiğimiz için arı sütünün fiyatını da bulabiliriz.

Ö: Tamam başlayalım o zaman.

Melaike: Tamam burada 40-50 kovandan 1 kg diyor. 50 kg toplamda. 40-50 kovandan 1 kg arı sütü elde edilirse ise 50 kg ı kaç kovandan elde edebiliriz? 50 kovan' dan 1kg üretilirse 50 kg elde edebilmek için 2500 kovan. 2500 kovandan 50 kg arı sütü elde ediliyor doğal yollardan.

Ö: Tamam peki aşılama yoluyla üretim desteklense bu kovanlarda?

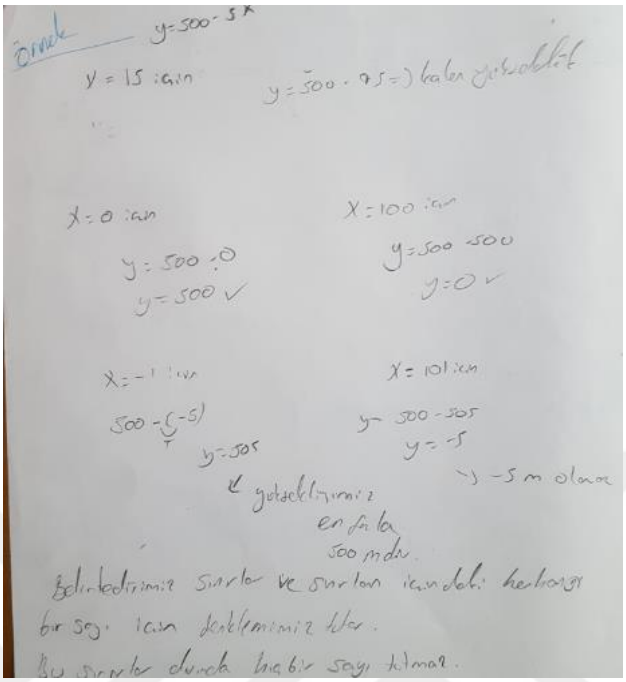
Melaike: O zaman 50 kovandan 1 kg arı sütü üretiliyorsa, ben bunu grama dönüştüreyim daha kolay olur. 1000 g üretiliyorsa1 kovanı bulayım. Yani x=200 (bir sıfır fazla kaldı bölmede şaşırdı). 20 çıkıyor yanlış yaptım. 1 kovandan doğal yollardan 20 g arı sütü çıkıyor.

Ö:Tamam.

Melaike: Her kovan başına 250-300 arttırıyorsa, bu sefer de en düşük alalım 250 alalım. Aşılamadan sonra 1 kovandan 270 g arı sütü alacağız o zaman. O zaman yine bu mantığa dönebiliriz. 1 kovandan 270 g ise 2500 kovandan da içler dışlar yaparak buluruz. Gram cinsinden 675000 olur. 675 kg. 675 kg toplamda aşılamadan sonra arı sütü elde edeceğiz.

İkinci öğretim bölümünde yer alan arazime ne diksem etkinliğinde Melaike metinde sunulan, denklemin kullanımı ve elde edilecek çıktılar için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara "kavak ağacı 10 senede bir para verir", "ceviz ağacı 5 ile 10 yıl arasında ama her sene gelir getirir", "paulownia ağacı 7 defa sürgün verir" şeklinde vurgu yapabilmiştir. Satranç etkinliğinin öğretimi sürecinde çözüme ilişkin matematiksel işlemler gerçekleştirerek elde ettiği çıktılar doğrultusunda "en fazla 5 maç kaybetme hakkı var. Fazla kaybederse 20 puanın altına düşer" çıkışı tüm sınıfın dikkatini çekmiş ve sonrasında "beraberlik en fazla 10 olur", "beraberlik sayısı hep çift oluyor hiç tek sayı olamıyor bu durumda" gibi sınırların ve kısıtlamaların fark edilmesini teşvik etmiştir. Uludağ' da kayak etkinliğinde de değişkenlerin alabileceği değerler için sınırlara ve kısıtlamalara vurgu yapabilen Melaike, x=100 için hesap yapıldığında "x burada geçen süre. 5 ile çarpıp 500' den çıkartarak kalan yüksekliği buluyoruz. Burada da sıfır çıkıyor yani kalan yüksekliği gitmiş. Kalmamış yani yükseklik" diyerek aslında 100 değerinin x değişkeni için üst sınır olduğunu fark etmiştir. Devamında "yüksekliğimiz en fazla 500 m olur", "-5 m olamaz" şeklinde bağlamsal olarak ortaya çıkan sınırlara ve kısıtlamalara vurgu yapsa da matematiksel olarak sınırları bizzat kendisinin yazamadığı görülmüştür. Öte yandan denklemde yer alan değişkenlere verilecek sayısal değerleri o sınırlar içerisinde kalması durumunda çözümü sağlayacağını "belirlediğimiz sınırlar ve sınırlar içerisindeki herhangi bir sayı denklemimizi sağlar. Bu sınırlar dışında hiç bir sayı tutmaz"

şeklinde savunsa da bağlam ile ilişkilendirme yapmamış olması dikkat çekmiştir (Görsel 3.169).



Görsel 3.169. *Melaike'nin Uludağ'da kayak etkinliğinde değişkenlerin sınırlarını belirleme performansı*

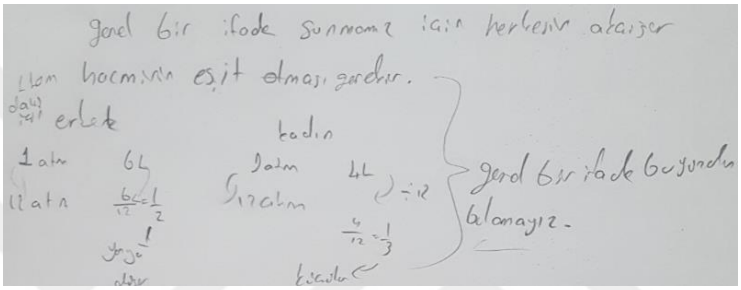
Üçüncü öğretim bölümündeki İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinin yansıtma sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında da ikisi birlikte fiyatının 50 lira olması kampanyası doğrultusunda maliyet hesaplaması yaparken bir tane fidan fiyatı temsil eden x değişkeninin sıfır değerini alamayacağını bağlamsal yönlere dikkat çekerek "bedava veremez mi ikramımız der belki" deyip gülerek savunmuştur. Öte yandan benzer şekilde kalori yakma etkinliğinde de metinde sunulan hafta içi işten eve geç geldiği için evden çıkamadığı ve dolayısıyla sadece kondisyon bisikleti kullanabildiği, günde 1200 kalori ve haftada 7400 kalori yakabildiği gibi fark edebildiği ve dahası bunları çözüme ulaşma yolunda denkleme dayalı matematiksel işlemler gerçekleştirirken dikkat edebildiği görülmüştür (Görsel 3.166). Dahası "x'e, y' ye ve z'ye değer aralıklarında bir sayı verildiğinde günlük 1200 kaloriyi aşmayacak şekilde işlem yapılırsa 7400 kalori yakılır" vurgu yapabildiği görülmüştür. Öte yandan öğretim sürecinde sınırları belirleme sırasında gerçekleştirilen sınıf tartışmalarına "hafta sonu en fazla 2400 kalori yakabilir çünkü günde en fazla 1200 kalori. O zaman hafta içine 5000 kalori yakması lazım en az" şeklinde matematiksel ve bağlamsal gerekçelendirmeler sunarak aktif katılım sağlamıştır.

Melaike'nin araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.69'da verilmiştir.

Şekil 3.69. *Melaike'nin kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı*

Araştırma boyunca Melaike' nin problemin çözümüne ilişkin ortaya konan farklı cebirsel ifadeler veya aritmetiksel işlem adımları arasında benzerlikleri veya farklılıkları görerek ilişkilendirme yapma yönünde aktif bir eylemde bulunmadığı görülmüştür. Daha çok farklılaşan koşullar ortaya çıktığında söz konusu cebirsel ifadenin hala kullanılabilir olduğunu savunurken veya söz konusu cebirsel ifadeyi çözümü karşılayacak şekilde düzenlerken bu yönde açıklamalar yapabilmiştir. Bu katılımcı, birinci öğretim bölümünün dalış etkinliğinden itibaren oluşturmuş olduğu denklemin aynı bağlamda

fakat değişen koşullar için de kullanılabilir olduğuna ilişkin olumlu yönde eylemler ortaya koyabilmiştir. Dalış etkinliğinde bir kadın için ortaya konan akciğer hacminin dalış yapılan derinlik ile ters orantılı olma ilişkisinin erkek için olduğunda da kullanılabilir olduğunu "erkeğin ortalama akciğeri 6 L kadınınki ise 4 L ancak ikisinin de 110 m derinlikte ortaya çıkan 12 atm basınçta akciğerleri 12'de 1'ine düşecek" yönünde matematiksel işlemlerle savunabildiği görülürken, herkes için genel bir ifade ortaya koyamayacağını ise "genel bir ifade sunmamız için herkesin akciğer hacminin eşit olması gerekir" şeklinde kadın ve erkeğin akciğer hacminin aynı kabul edilmesi gerekliliğine dikkat çekerek savunmuştur (Görsel 3.170).

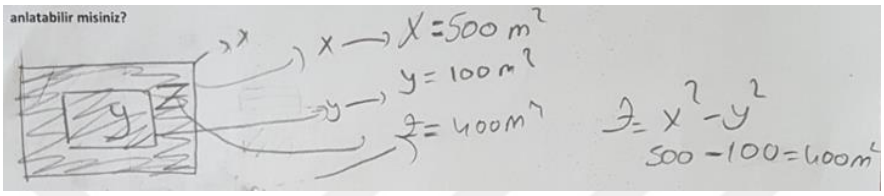


Görsel 3.170. *Melaike'nin dalış etkinliğinde ilişkin yeni durumda geçerliliğine ilişkin performansı*

Melaike, tüm öğretim bölümlerinde gerekli görüldüğü zaman değişen koşullarda değişen ve değişmez kalan yönleri belirleyerek söz konusu cebirsel ifadenin veya aritmetiksel işlem adımlarının işlerliğini koruduğunu ya da revize edilmesi gereken yönlerine karar verip gerekli düzenlemeleri yapmaya yönelik olumlu adımlar atabildiğini göstermiştir. İkinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde aynı bağlamda değişen koşulları işaret eden karesel olan arazinin dikdörtgensel olması durumunda denklemin hala kullanışlı olduğunu "bence denklem değişiklik göstermez. Karede de toplam alandan parkın alanı çıkarıldığında bina yapılacak alan kalıyor. Dikdörtgen de de toplam alandan parkın alanını çıkarınca bina yapılacak alan kalıyor. Sonuçta çıkarılan değerler, toplam alan ve park alan yeri bu formülde. Dolayısıyla ulaşma sürecine ihtiyaç yok" şeklinde savunmuştur. İlişkinin değişmeyeceğine doğrudan vurgu yapabilen katılımcının denkleme ulaşma sürecinde farklılıklar olabileceğine "ulaşma sürecine ihtiyaç yok" şeklinde dikkat çekmiştir.

Bazı etkinliklerde çözüme ilişkin denklemin, bağlamdaki esas amaca ulaşma yolunda işe yarayıp yaramadığı sorgulaması yapılmıştır ki, Melaike'nin bu sorgulamalarda genellikle sayısal değerler atayarak problem çözümüne hizmet eden

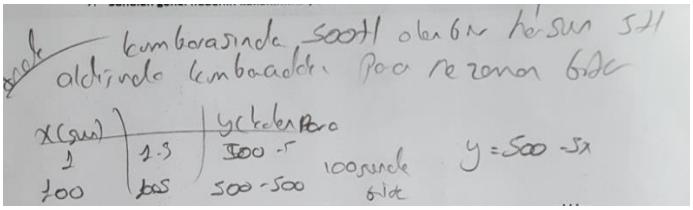
çıktılar elde edebildiğini dayanak göstererek savunmalar yapabildiği görülmüştür. Örneğin, Uludağ' da kayak etkinliğinde "işe yarıyor çünkü problemi denklem üzerinden çözdüğümde doğru sonuca ulaşıyorum" açıklaması görülürken, düzenli şehir etkinliğinde ise denklemin çözümü sağladığını örnek kullanım üzerinde göstererek sadece matematiksel yönlü eylemi dikkat çekmiştir (Görsel 3.171). Ancak öncesinde, sunmuş olduğu görsel üzerinden denklemde yer alan değişkenlerin ve ilişkilerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini açıklayabildiği görülmüştür (Görsel 3.160)



Görsel 3.171. *Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde çözüm için denklemin kullanımına ilişkin performansı*

Aynı bağlamda değişmeyen koşullara rağmen denklemde bazen bazı nicelik ya da değişkenlerin gereksiz olduğu fark edilerek revizyonlar gerekebileceği açıkça görülen satranç etkinliğinde Melaike'nin 2.x+1.y+0.z=20 denklemi için mağlubiyeti temsil eden z değişkeninin gereksiz olduğuna dair "her kaybettiği maç için 0 puan alır. O yüzden onu yazmayabiliriz" açıklamasını yapmış ve akabinde denklemin nasıl işlediğine yönelik matematiksel işlemler ortaya koyarken ve bağlamsal destekli açıklamalar sunarken o değişkeni göz ardı edebildiği görülmüştür (Görsel 3.167). Denklemin bileşenleri olan değişkenler, katsayılar, sabit terim ve ilişkilerin ve hatta denkleme dair kısıtlılık ve sınırların farklılaşan koşullar doğrultusunda değişimi veya değişmezliği üzerine sorgulama yapmayı gerektiren etkinliklerde olumlu yönde varlık gösterebilmiştir. Örneğin Uludağ'da kayak etkinliğinin öğretim süreci öncesinde uygulanan gözden geçirme aracında çözüme ilişkin y=500-5x denkleminin, tamamen farklı bağlamlarda da işler olabileceğine dair "kumbarasında 500 TL'si olan birisi her gün 5 lira aldığında kumbaradaki para ne zaman biter?" şeklinde bir örnek sunabilmiştir (Görsel 3.172). Öğretim sürecinde de "hocam günlük yaşamdan da örnek verilebilir değil mi kullanımına?" diyerek "500 yükseklik orada ama mesela ben ona para dedim" şeklinde açıklama yapabilmiştir. Ayrıca denklemde yer alan yükseklik değişkeninin sıfırın altına inemeyeceği tartışılırken "para olsaydı mesela o zaman sıfırın altına da inebilirdi" diyerek

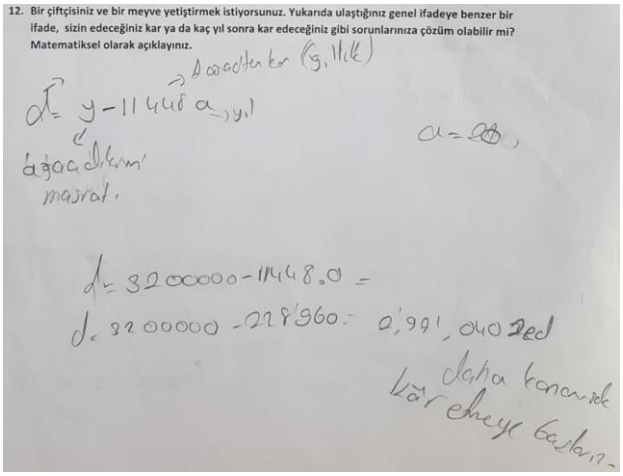
değişen koşulları işaret ederek farklı bir bağlamda kısıtlık ve sınırlıkların değişebileceğine yönelik bağlamsal destekli bir görüş sunmuştur.



Görsel 3.172. *Melaike'nin Uludağ'da kayak etkinliğinde denklemin farklı bağlamlarda da kullanılabilir olduğuna ilişkin performansı*

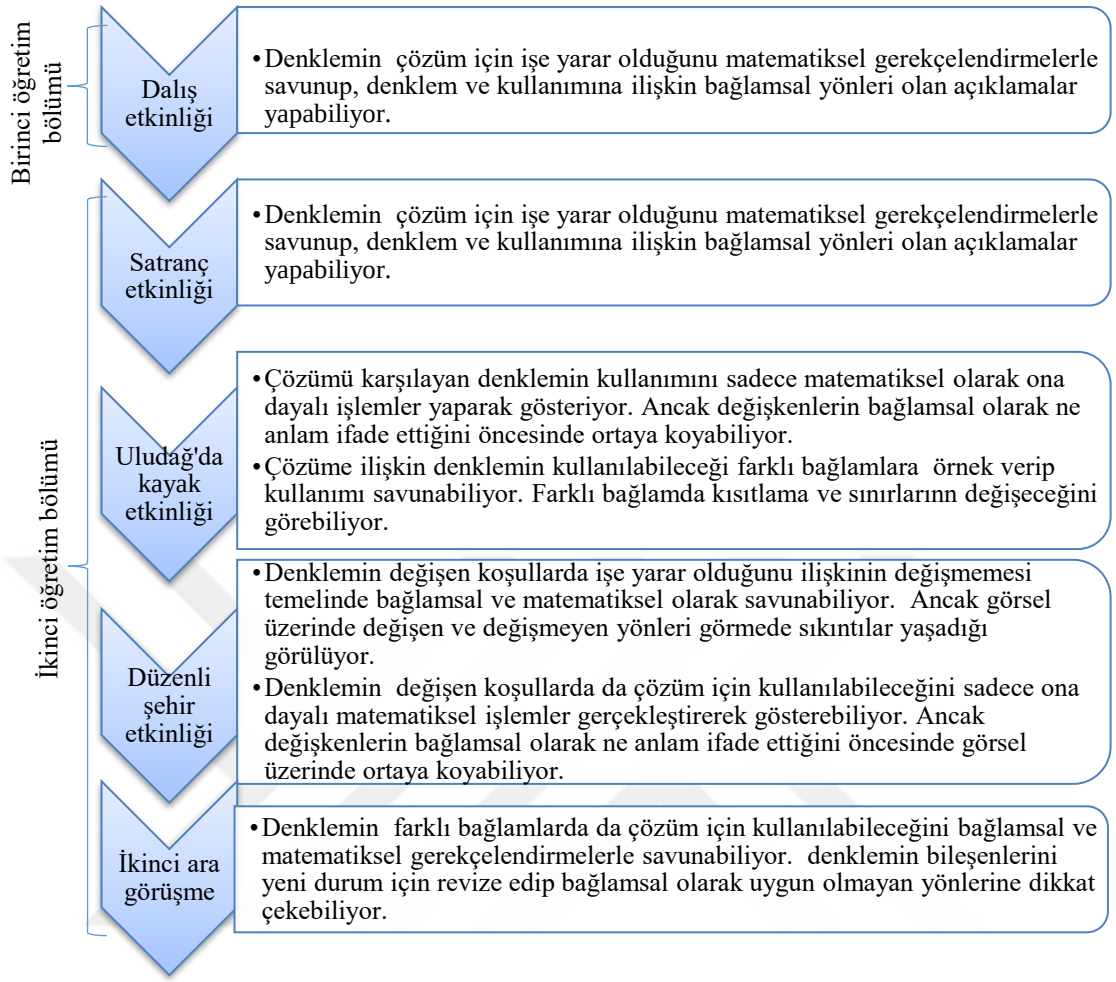
Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede de farklı bir bağlam olan kendisinin çiftçi olup meyve ağacı yetiştirmesi durumunda, rüzgâr türbini için ortaya konan y=3200000-1145x denkleminin hala kullanılabileceğini ifade ederek denklemin bileşenlerini "ağaç dikimi masrafı, bir ağaçtan elde edilecek yıllık kar ve yıl" şeklinde yeni duruma uygun şekilde değiştirebilmiştir (Görsel 3.173). Dahası x'in orijinal denklemde birimini gün olarak alırken bu kez günde o kadar kar olmayacağını gerekçe göstererek birimi yıl olarak değiştirdiğini ifade etmiştir. Öte yandan meyve ağacının dikildiği andan itibaren meyve vermeyeceğine vurgu yaparak bu denklemin yeni durumu karşılamadaki eksik yönlerine de dikkat çekmiştir.

> Ö: Peki son soruda ne düşündün?
>
> Melaike: Yani aslında bana biraz mantıksız geldi. Bir ağacı diktiğimizde bu kadar masraf çıksa...ama direkt diktiğimiz gibi meyve vermiyor ki ağaç. O yüzden aynı formülle düşünsem de...(gülüyor). Yazdım ama...(yazdım ama tam da karşılamıyor demek istiyor)
>
> Ö: Tamam a ne?
>
> Melaike: Ben a' yı yıl olarak aldım çünkü günde kar olmaz bu kadar!
>
> Ö: Yani a yıl olsun diyorsun. Peki ben 5 yılda kaç lira kar ederim?
>
> Melaike: Çarparız. A yerine 5 yazar 1145 ile çarparız. Karı buluruz ama asıl karı bundan 3200000 den çıkarınca buluruz. Ama ağaç bir yılda meyve vermeye başlamaz zaten o kadar etkinlik yaptık (arazime ne diksem etkinliğinden bahsediyor).



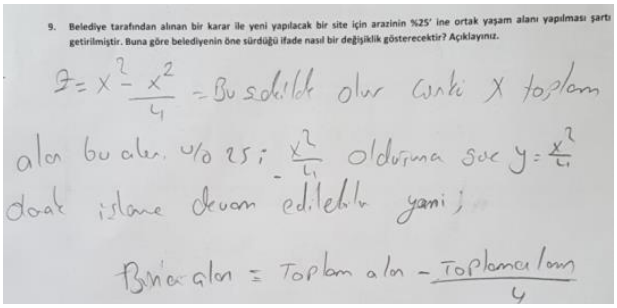
Görsel 3.173. *Melaike'nin ikinci ara görüşmede farklı bağlamda denklemin kullanılabilirliğine ilişkin performansı*

Melaike'nin araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.70' de verilmiştir.



Şekil 3.70. *Melaike'nin söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

Melaike'nin özellikle ikinci ve üçüncü öğretim bölümünde sıklıkla ortaya konması beklenen, farklılaşan koşullar doğrultusunda çözüme ilişkin cebirsel ifadenin yeni koşulları sağlayacak şekilde düzenlenmesi gereken durumlarda açıkça olumlu yönde eylemler ortaya koyabilmiştir. Başarısız bir performans ortaya koyduğu görülen tek etkinlik olan satranç etkinliğinde, "20 puan alma" varsayımı doğrultusunda sunulan modeli, "en az 20 puan alma" şeklinde değişen koşulu karşılayacak şekilde eşitsizlik kavramı temelinde revize edememiş ve değişkenlerin değer aralıkları olan sınırları veya sadece çift tamsayı alabilir gibi kısıtlamaların ortadan kalktığı yönünde değerlendirmelerde bulunamamıştır. Düzenli şehir etkinliğinde ise arazinin %25'ine ortak yaşam alanı yapılması durumu için denklemi $z=x^2-x^2/4$ şeklinde matematiksel olarak revize edebilmiş ve $Bina\ alanı = toplam\ alan - \frac{toplam\ alan}{4}$ şeklinde bağlamsal olarak açıklayabilmiştir (Görsel 3.174).



Görsel 3.174. *Melaike'nin düzenli şehir etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

İkinci öğretim bölümünde gerçekleştirilen rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede bor destekli olduğunda rüzgar türbininin ömrünün %60 uzayacağı şeklinde değişecek kısıtlamayı kullanarak ömrünün 32 yıl olacağı sonucuna ulaşmıştır (Görsel 3.175). Bakım masrafının azalması şeklinde değişen koşulu karşılayacak revizyonu yaparken ise ondalık gösterimlerde bölme yapma sıkıntısından dolayı işlemi yarım bıraktığını ifade etmiş ancak görüşme sırasında bu revizyonu nasıl yapacağına yönelik açıklamayı rahatlıkla yapabilmiş ve işlemlerini devam ettirebilmiştir.

Ö: Peki bakım masrafı?

Melaike: Bakım masrafı işte bunu buna bölemedim.(0,01 i 100 e bölemedim diyor)

Ö: Neden? 100 e bölmek demek kısa yoldan virgülü iki basamak sola kaydırmak demek işte. Hatta bak burada sen yapmışsın.

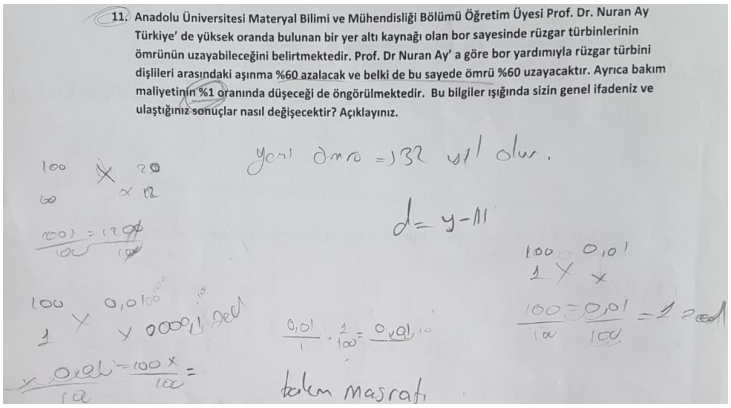
Melaike: Evet o zaman da bu sayının değeri çok düşük olacağı için çok fazla bir etkisinin olmayacağını düşündüm.

Ö: Bakım masrafı etki etmez mi elde ettiği kara?

Melaike: Ya eder de çok az bir etki. Çok küçük bu sayı o yüzden ben de almadım.

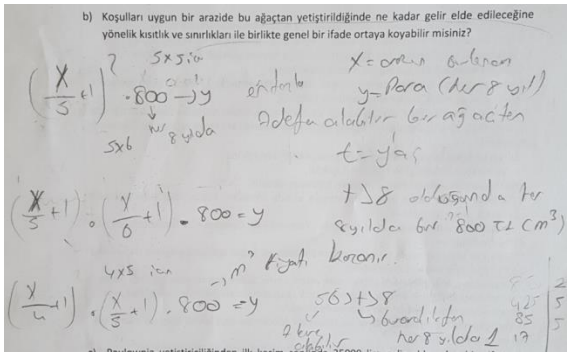
Ö: Ne anladın sen bu %1 oranında düşecek ifadesinden?

Melaike: Yani %1 oranında azalacak maliyeti. Ben burada bulsaydım 0,01' in yüzdesini buradan çıkartacaktım. Yani azalacağı değeri bulacaktım (hesaplıyor...). Normalde bulmuştuk zaten günde ürettiği kilowattı bir türbinin. Bu kadardı (12720 khw). Bir khw bakım masrafı 0,0099 ise 12720 khw için kaçtır? 125,928. Yaklaşık 126 olur. Üretilen 12720 khw için de parasını hesaplayacağız sonra çıkaracağız.



Görsel 3.175. *Melaike'nin ikinci ara görüşmede değişen koşullar için gerekli revizyonları gerçekleştirmesi*

Arazime ne diksem etkinliğinde genişletme sorusu olarak gözden geçirme aracında ilk kez karşılaşılan tarlaya paulownia ağacı dikilmesi bağlamında hem değişen koşulları işaret eden 8 yılda bir kesime gelmesi, 7 defa ürün alınabilmesi gibi kısıtlamalar ile ağaç başına 800 lira kazanılabilmesi şeklindeki farklılaşmalar doğrultusunda denklemi revize edebildiği, ağacın yaşadığı yılı temsil eden t değişkeni için değişen kısıtlılıklar ve sınırlar belirleyebildiği ve bu sırada bağlamsal destekli açıklamalar sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.176). Ayrıca bir diğer değişen koşul olan ağaç aralıkları için sunulan *"5x5, 5x6 ve 4x5"* şeklindeki farklı kabuller doğrultusunda denklemin nasıl düzenleneceğini ayrı ayrı ortaya koyabilmiştir.



Görsel 3.176. *Melaike'nin arazime ne diksem etkinliğinde değişen koşullar için denklemi düzenleyebilmesi*

Benzer şekilde satranç etkinliğinde de toplam maç sayısı ve alması gereken puan için farklı kabuller olduğunda denklemin ve çıktıların nasıl değişeceğini "mesela genel ifadeye örnek verirken kazandığı maça 20 diye bir varsayım uyguladım. Berabere kaldığı maça ise 10 dedim. Toplam maç sayısına 30 dedim. Bu durumda x+y+z=30 aldım. O

zaman 2.20+1.10=50 puan almış olur" şeklinde göstermiştir. Benzer şekilde üçüncü öğretim bölümünün İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında ise "1 kişi için", "okul için", "genel olarak" vurgularıyla kişi sayısı için farklı varsayımlarda denklemi uygun şekilde düzenleyebilmiştir.

Üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde hafta içi işten eve gelme saati ve bulunulan çevre koşulları nedeniyle akşam dışarıda bisiklet sürememe, sağlıklı olması açısından günlük 2400 kalori alıp en fazla bunun yarısını verebilme ve yine sağlıklı olması nedeniyle haftada ancak 1 kg verebilme, ki bunun için de toplamda 7400 kalori yakma, gibi kısıtlıkları denklemi oluştururken fark edilebilmesinde sınıf tartışmalarında aktif rol alan Melaike'nin öncesinde bu koşullar göz ardı edilerek oluşturulan 700x+400y=7400 şeklindeki başlangıç denkleminin, bu kısıtlıklar doğrultusunda 400x+700y+400z=7400 şeklindeki revizyonunda aktif rol almış ve gözden geçirme aracında başarılı bir performans ortaya koymuştur (Görsel 3.177).

Berna (Melaike-Aynur grubundan): Ne zaman kondisyon ne zaman gerçek bisiklet sürecek?

Orhan: Onu vermiş zaten orada bak.

Melaike: Hafta içi akşam süremiyor gerçek bisiklet.

Orhan: Hafta sonu istediği kadar sürebilir.

Berna: Ama 8'den sonra dışarısı tehlikeli olduğu için çıkamaz ki!

Faris: Cumartesi, pazar sıkıntı yok.

Melaike-Berna: Hafta içi olamaz o zaman.

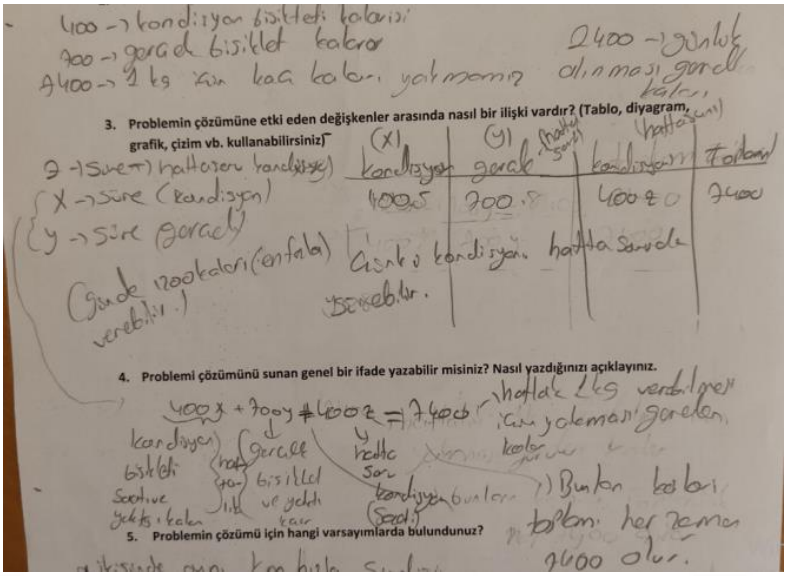
Orhan: O zaman hafta içi hiçbir zaman gerçek bisiklet kullanamaz.

Melaike: Niye 4 saat sürer ama bir saat kondisyon yapamaz mı mesela?

Ö: Yapar mı?

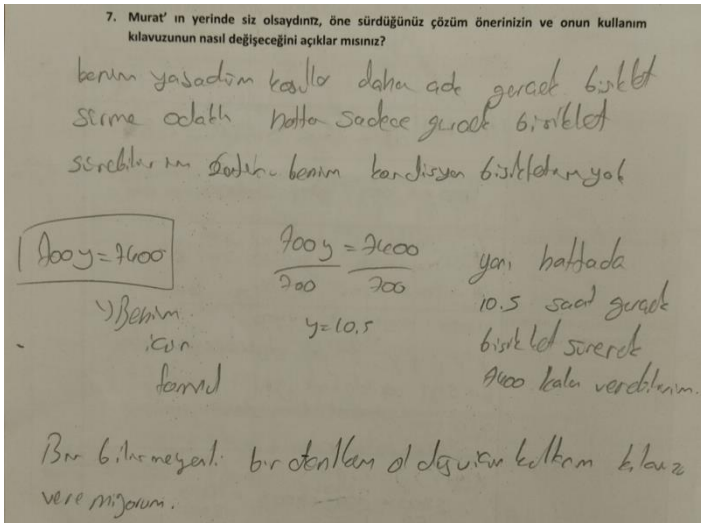
Ali Osman (Nurdan-Zehra grubundan): 5 saat süremez hocam (kendinden emin). 700 ile çarpsak 3500 eder.

Orhan, Rumeysa, Faris: Günlük 1200 kaloriyi geçemez.



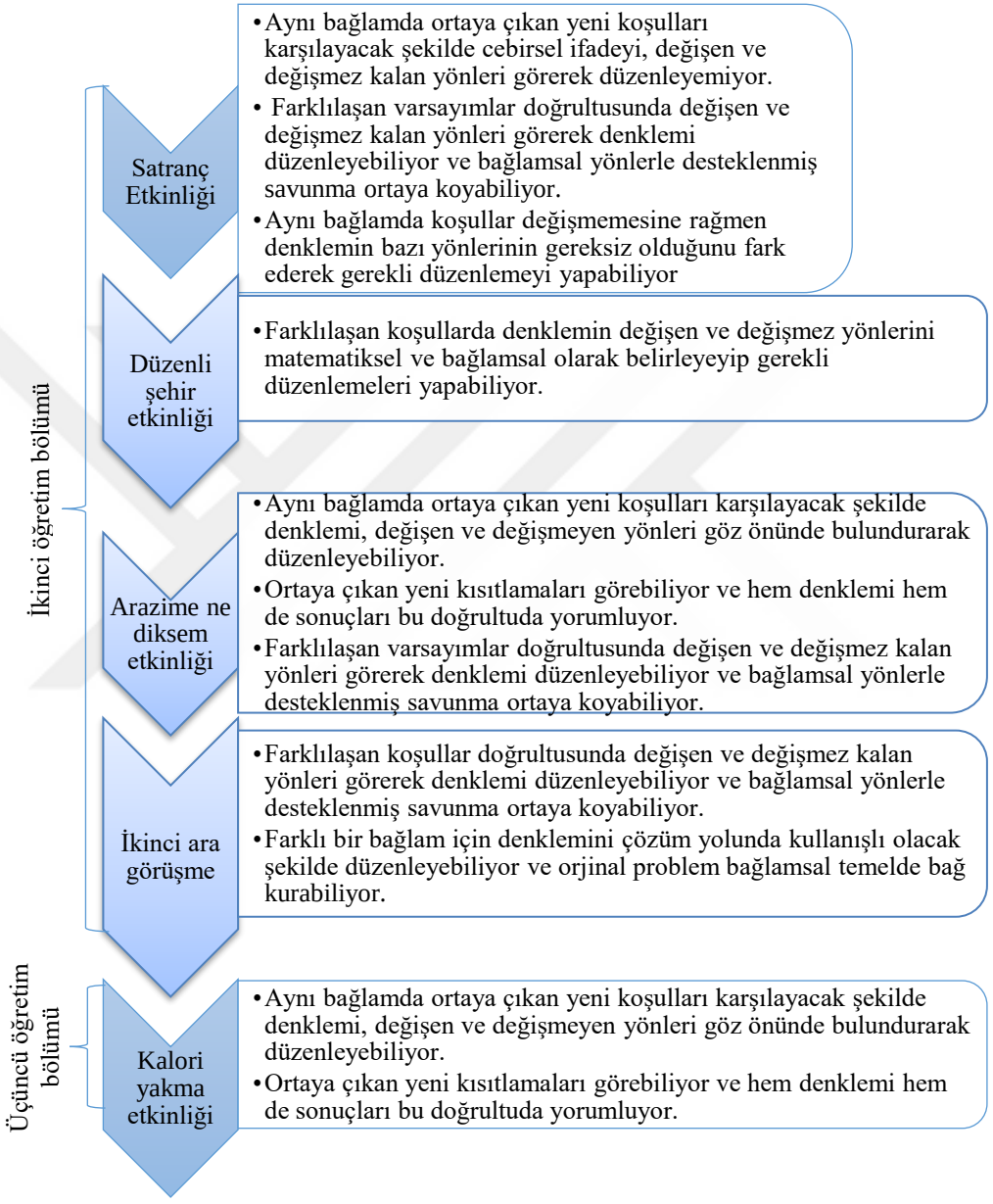
Görsel 3.177. *Melaike'nin kalori yakma etkinliğinde kısıtlılıklar doğrultusunda çözüme ilişkin denklemi*

Dahası "Murat yerine ya sen olsaydın..." şeklinde değişen koşullar için denklemi değerlendirmesi beklendiğinde kondisyon bisikletinin olmamasından dolayı sadece gerçek bisiklet sürebileceğini ancak zaman kısıtlamasının olmadığını göz önünde bulundurarak denklemi 700x=7400 şeklinde düzenleyebilmiştir (Görsel 3.178). Ayrıca işe gidip eve geç gelme, dışarıya çıkmanın tehlikeli olması gibi durumlar yaşadığı köyde olmadığı için hafta içi veya sonu gibi bir kısıtlamaya gitmediği de görülmüştür. Ancak kendisi için günlük alması gereken ve yakabileceği kalori miktarının değişeceğini fark edemeyerek bu yönde bir düzenleme yapamamıştır.



Görsel 3.178. *Melaike'nin kalori yakma etkinliğinde değişen koşullar için denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Melaike'nin aynı bağlamda ya da farklı bir bağlamda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusunda aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca Şekil 3.71'de sunulmuştur.



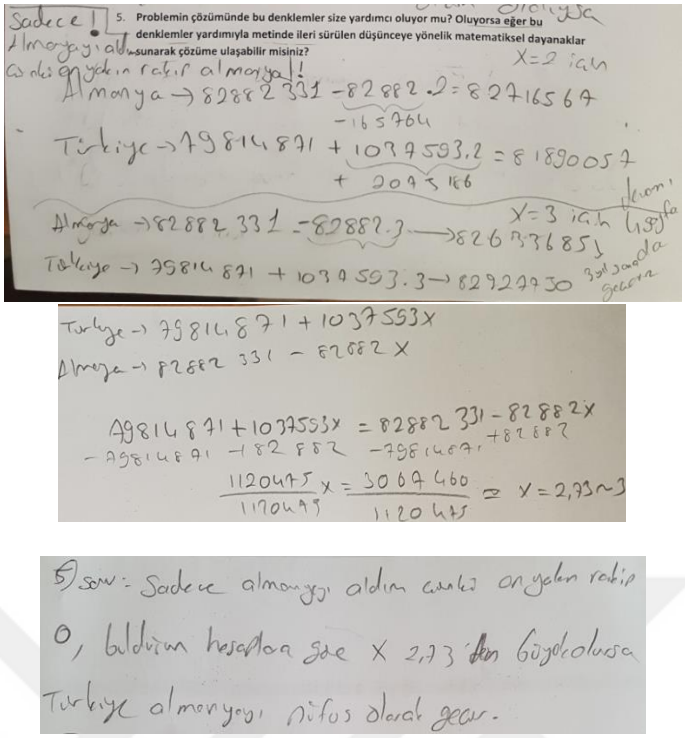
Şekil 3.71. *Melaike'nin değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

Melaike'nin birinci öğretim bölümün ilk etkinliğinden itibaren araştırma boyunca matematiksel işlemler gerçekleştirirken değişkenler için gerçekçi, uygun ve tutarlı sayısal

değerler atayabildiği görülmüştür. Sadece ikinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinde başarısız bir adımı görülen Melaike'nin bu etkinlikte denklemin nasıl kullanılacağına yönelik örnek ortaya koyarken arazinin bir kenarı için kabul ettiği "16 m" değerinin, ceviz veya kavak dikilebilecek bir tarla için çok kısa olmasından dolayı gerçekçi olmadığı dikkat çekmiştir. Ancak bu 16 m değerini kavak ve ceviz ağacı dikiminde ağaç aralıkları olan sırasıyla 4m ve 8m değerlerinin ortak katı olduğu için aldığını belirtmesi ise dikkat çekmiştir.

Birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde Melaike'nin benzinin litresini 6 TL, benzinli motosikletin satış fiyatını 4000 TL, elektrikli bisikletin akü fiyatını 500 TL, satış fiyatını 3500 TL alma şeklinde o günün şartlarında gerçekçi değerler kabul edebildiği görülmüştür. Dahası yakıt gideri hesaplamaları yaparken gittikleri mesafenin aynı kabul edilmesinin gerekliliğinin ve hatta ortak katı alındığında hesaplamaları da kolaylaştıracağını "hocam elektrikli 70 km benzinli 100 km gidiyor ya ben bunların ekok'unu aldım 700 km. Her ikisinin de 700 km gitmesi üzerinden hesaplasak olur mu? Karşılaştırma yapabilmemiz için ikisinin de aynı km'de kaç TL harcadığını bulmalıyız. O yüzden biz 70 ve 100' ün ortak katı olan 700'ü ele aldık" şeklinde bağlamsal gerekçelendirmelerle destekleyerek ileri sürebilmiştir.

İkinci öğretim bölümünde yer alan AB etkinliğinde ise sadece Almanya ile Türkiye'yi karşılaştırarak işini kolaylaştırdığı görülen Melaike, "sadece Almanya'yı aldım çünkü en yakın rakip Almanya" diyerek bağlamsal olarak kabul edilebilir bir gerekçelendirme sunabilmiştir. Geçen süre için önce "2 yıl" sonra "3 yıl" değerleri vererek hesaplamalar yaptığı görülürken, denklem sistemi kurarak ulaştığı "2,73 yıl" değerini "3 yıl" olarak yuvarlayarak "3 yıl sonra geçeriz" şeklinde yorumda bulunduğu görülmüştür (Görsel 3.179).



Görsel 3.179. *Melaike'nin AB etkinliğinde çözüme ilişkin performansı*

Araştırma boyunca değişkenlere sayısal değerler atarken kısıtlılıklara ve sınırlara dikkat edebildiği görülen bu katılımcının örneğin üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde değişkenlere sınırları göz önünde bulundurarak değerler atamanın yanısıra denklemin kullanımın nasıl olacağına yönelik açıklama yaparken "x'e, y'ye ve z'ye değer aralıklarında bir sayı verildiğinde günlük 1200 kaloriyi aşmayacak şekilde işlem yapılırsa 7400 kalori yakılır" vurgusu dikkat çekmiştir (Görsel 3.166).

Melaike'nin sadece çözüme ulaşma yolunda matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında değil çözüme ilişkin matematiksel modelin oluşturulması sırasında da pek çok kez varsayımlarda bulunabildiği veya varsayımları göz önünde bulundurabildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde gerekli bilgileri ortaya koyarken "boyu, yapısı yani türü. Bunlara göre değişmez mi üreteceği oksijen miktarı?" diyerek aslında dolaylı yoldan etki eden değişkenlerin farkında olduğunu göstermiştir. Orhan'ın "o zaman hocam ağacı biz oraya dikince ağaç büyüyecek ve büyüdükçe ürettiği oksijen miktarı artacak. O zaman onu da hesaplamamız lazım" iğnelemesiyle birlikte bu ve benzeri dolaylı yoldan etki eden değişkenleri görmezden gelmesi gerektiğini fark ettiği görülmüştür. Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede her kovandan aşılama yoluyla 250 ile 300g arasında arı sütü alındığı bilgisi doğrultusunda

“en düşük miktarı alalım 250g versin” diyerek aslında dolaylı yoldan etki eden bir değişken için, çözüm sürecinde onu kullanılabilir yapacak şekilde uygun bir sayısal değer kabul edebilmiştir.

İkinci öğretim bölümündeki Uludağ’da kayak etkinliğinde Melaike’ nin aslında kayak pisti için ortaya konan dik üçgensel görselin hipotenüsünün doğrusal kabul edildiğini “gerçek yaşamda böyle (dağ görseli) ama matematiksel hali bu (dik üçgensel görsel)” diyerek gösterirken, y=500-5x denkleminde her saniyede yüksekliğin aynı oranda azalması ilişkisinden doğan “-5” katsayısına doğrudan etki eden “Ömer’ in hep aynı hızda kaydığını varsaydım” şeklindeki açıklamasıyla aslında dolaylı yoldan etki edebilecek bir değişken olan hızı sabit kabul ettiğini ifade etmiştir. AB etkinliğinde de benzer şekilde nüfustaki değişimin her sene aynı olduğu “her yıl nüfusun aynı oranda arttığını varsaydım” şeklinde vurgulamıştır.

Üçüncü öğretim etkinliğindeki İnegöl’ün hava kirliliği etkinliğinde “1 hektarda 7500 kayın ağacı olduğunu varsayalım” diyerek 1 hektarlık alana dikilebilecek ağaç sayısını değişken olmaktan çıkarmıştır. Hatta öncesinde ağacın dikileceği alanın gerekliliğine yönelik sınıf tartışmalarında alaycı bir şekilde “ama hocam o kadar ağacı dikmek için de bir yere ihtiyacımız var. Ne yapacağız yola mı dikeceğiz” diyerek aslında bu koşulların gerekli olduğu ancak matematiksel işlemler gerçekleştirilerek çözüm bulunamayacağı için göz ardı edilmesi gerektiğini göstermiştir. Kalori yakma etkinliğinde dolaylı yoldan etki edebilecek bir değişken olarak görülebilecek hızı “ikisinin de (kondisyon ve gerçek bisiklet) hep aynı hızda gittiğini varsaydım” şeklinde sabit kabul ettiği görülmüştür.

Bazı varsayımların çözüme ilişkin cebirsel ifadelerde ya da aritmetiksel işlem adımlarında yeniden düzenlemelere sebep olabileceği görülmüştür ki Melaike’ nin bu tarz kabulleri pek çok zaman göz önünde bulundurarak gerekli revizyonlar veya revizyonlara ilişkin yorumlar ortaya koyabilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün Uludağ’da kayak etkinliğinde y=500-5x denklemindeki y’nin yükseklik yerine parayı temsil etmesi durumunda negatif bir sayı değeri alabileceğini “para olsaydı mesela o zaman sıfırın altına da inebilirdi” şeklinde savunmuştur. Arazime ne diksem etkinliğinin genişletme sorusu olan araziye paulownia ağacı dikilmesi durumunda “4x5, 5x5 ve 5x6” aralıklarından hangisinin kabul edildiğine göre kurulan denklemin ve dolayısıyla elde edilen çıktıların da değişeceğini gösterebilmiştir (Görsel 3.176). Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl’ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olan okula areka

palmiyesi ve paşa kılıcı satın alınması bağlamında çıkacak maliyet için ortaya konan denklemlerin "1 kişi", "okul için" veya "herhangi bir kişi sayısı için" değişeceğini göz önünde bulundurabilmiştir.

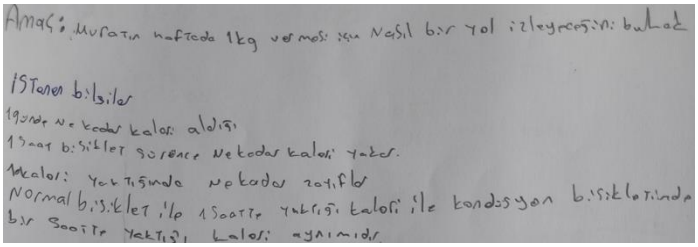
Melaike'nin yeni kısıtlıklar veya sınırlar ortaya çıkarabilecek bazı varsayımlarda bulunabildiği veya o varsayımları göz önünde bulundurabildiği de bazı etkinliklerde görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde Orhan'ın "arazinin kaçta kaçına bina yapılabileceğini bize söylemeli. Yoksa herkes istediği kadar yapar" şeklinde gerçek yaşam deneyimlerini de öne sürerek bir kısıtlılık olması gerektiği vurgusunu yaparken Melaike'nin de "o zaman ona yönelik bir varsayımda bulun sen de" çıkışı dikkat çekmiştir. Arazime ne diksem etkinliğinde ise ağaçların hangi aralıklarla dikilebileceği yönünde sunulan seçeneklerden en az aralıklı olanı kabul etmeleri gerektiğini "arasındaki mesafeyi en az alırsak en fazla ağacı dikeriz" diyerek bağlamsal gerekçelendirme ile savunabildiği görülmüştür.

Melaike'nin çözüme ilişkin denklemin ve elde edilen çıktıların gerçek yaşamda kullanılırken göz önünde bulundurulması gereken varsayımlara ilişkin bazı etkinliklerde olumlu eylemler ortaya koyabilmiştir. Örneğin ikinci öğretim bölümünün AB etkinliğinde hesaplamalar doğrultusunda elde ettiği çıktıya dayalı olarak yaptığı "3 yıl sonra Türkiye Almanya'yı geçer ve AB parlamentosunda en büyük güç olur" yorumunun geçerli olabilmesi için göz önünde bulundurulması gereken "bunların hepsi Türkiye'nin üye olması durumundadır" vurgusunu dikkat çekmiştir. Arazime ne diksem etkinliğinde hem çözüme ilişkin denklemin kurulmasında hem de elde edilen çıktıların ve denklemin günlük yaşamda değerlendirilmesi sırasında göz önünde bulundurulması beklenen "arazinin hep düz olduğu, ceviz ve kavak fiyatının hep aynı olduğu" varsayımlarına dikkat çekmiştir. Melaike'nin araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.72' de verilmiştir.

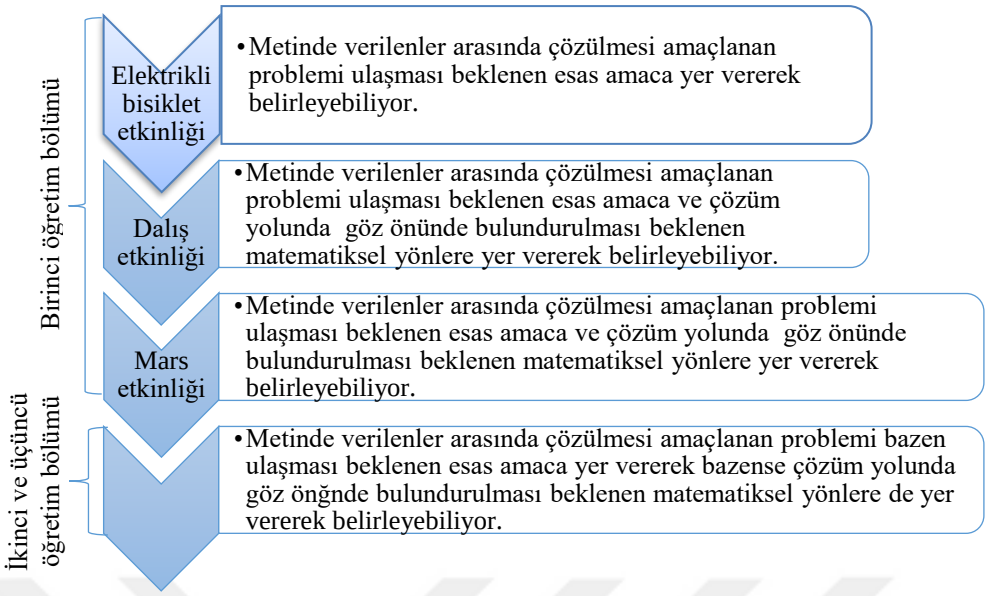
Şekil 3.72. *Melaike'nin varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.1.8. Orhan'ın matematikleştirme yeterliğine ilişkin bulgular

Orhan, araştırma öncesinde uygulanan ön testten elde edilen veriler ışığında oluşan gruplardan dördüncüsünden gelen bir katılımcıdır. Birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinden itibaren bağlam metninde verilenlerden, çözülmesi amaçlanan problemi ulaşması beklenen esas amaca vurgu yaparak ortaya koyabildiği görülen Orhan'ın, dahası birçok etkinlikte esas amaca ulaşma yolunda göz önünde bulunduracağı matematiksel yönlere de yer verebildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde problemi "elektrikli bisikletlerin mi yoksa benzinli motosikletlerin mi daha tasarruflu olduğu kararsızlığı" şeklinde esas amacı olan hangisinin ekonomik olduğuna dikkat çekerek ortaya koyabildiği görülürken, dalış etkinliğinde ise "Şahika Ercümen' in 110 m derinliğe daldığında akciğer hacmini bulmak" diyerek 110 m' yi ve akciğer hacmini entegre edebildiği bir problem cümlesi sunmuştur. Mars etkinliğinde "Mars'a gönderilecek insanlar için oksijen ihtiyaçlarını karşılamak amacıyla kaç ağaç götürülmesi gerektiğini bulmak" şeklinde gidecek insan sayısı, ağaç sayısı ve oksijen sağlama yönlerine yer verdiği bir problem cümlesi ortaya koymuştur. Üçüncü öğretim bölümünün son etkinliği olan kalori etkinliğinde ise "Murat'ın haftada 1 kg verebilmesi için nasıl bir yol izleyeceğini bulmak" şeklinde ulaşması beklenen esas amacını entegre ettiği bir problem cümlesi sunmuştur. Hemen sonrasında metinde sunulmayıp da çözüme ulaşma yolunda gerekli olacak bilgileri "1 günde ne kadar kalori aldığı, 1 saat bisiklet sürünce ne kadar kalori yakar?, 1 kalori yaktığında ne kadar zayıflar?, normal bisiklet ile 1 saatte yaktığı kalori ile kondisyon bisikleti ile 1 saatte yaktığı kalori aynı mıdır?" şeklinde ortaya koyup talep etmiştir (görsel 3.180). Bu bilgilerin ulaşması hedeflenen esas amaca yönelik olup bu amaca ulaşmaya hizmet edebilecek matematiksel yönleri içermesi dikkat çekmiştir. Orhan'ın araştırma boyunca bağlam metninde verilenler arasından çözülmesi amaçlanan problemi belirleme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.73' de sunulmuştur.



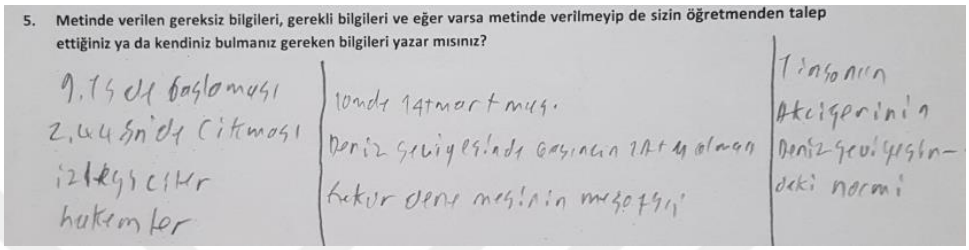
Görsel 3.180. *Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde problemi ve gerekli bilgileri belirlemesi*



Şekil 3.73. *Orhan'ın çözülmesi amaçlanan problemi belirleyebilme performansı*

Orhan'ın daha ilk etkinlikte problem çözümü için "sorunu çözemeyiz çünkü metinde bize sadece elektrikli bisiklet hakkında fiyat bilgisi verilmiş. Motosiklet içinse bir fiyat bilgisi verilmediği için kıyaslama yapılamaz" çıkışı ile henüz kimse bu yönde bir performans ortaya koyamazken sınıfın, problemi matematiksel yollarla üstesinden geleceği sorun olduğunu hissetmesinde ve metinde sunulmamış ancak çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgiler olabileceğinin farkına varmasında liderlik rolü üstlendiği görülmüştür. Tüm etkinliklerde problem çözümüne ulaşılmasında başvurulacak ya da göz önünde bulundurulacak bilgileri gerekli, diğerlerini ise gereksiz olarak ayırabildiği görülen Orhan'ın metin içerisinde sunulmayan ancak çözüme ulaşma yolunda gerekli görülen bilgileri belirlemede her zaman en önde olduğu görülmüştür. Birinci öğretim bölümünün Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde gerekli olup da metin içerisinde sunulmayan bilgileri "her güzergahın kaç km olduğu, benzinin litresinin kaç lira olduğu, ücretli feribotun kaç TL olduğu, feribotun kaç km yol aldığı" şeklinde ortaya koyan Orhan, köprü ücreti ve paralı otoban ücreti için ise aslında onların da gerekli olduğunu görerek çözüm sürecinde onlara gerçekçi sayısal değerler atamıştır. Dalış etkinliğinde metin içinde sunulup da çözüm sürecinde kullanılmasına gerek duyulmayan sayısal yönü olan ve olmayan bilgiler için "9.15'de başlaması, 2.44 sn'de çıkması, izleyiciler, hakemler" şeklinde örnekler verebildiği görülürken, metinde sunulmayan ancak gereksinim duyulan bilgi olarak "bir insanın akciğerinin deniz seviyesindeki hacmi" bilgisini hem öğretim sırasında hem de gözden geçirme aracında rahatlıkla ortaya

koyabilmiştir. Bu sırada "deniz seviyesinde" vurgusunu yapabilmesi dikkat çekmiştir. Metin içerisinde sunulan çözüm yolunda gerekli bilgileri "10 m'de 1 atm artmış, deniz seviyesinde basıncın 1 atm olması, rekor denemesinin mesafesi" şeklinde belirleyebildiği görülmüştür. Öte yandan bu katılımcının metinde gömülü olarak sunulan ve öğretim sürecinde de doğrudan kendisinin fark ederek sınıfın dikkatini o yöne çektiği "deniz seviyesinde insan üzerindeki basıncın 1 atm olması" bilgisini sunabildiği görülmüştür (görsel 3.181).


5. Metinde verilen gereksiz bilgileri, gerekli bilgileri ve eğer varsa metinde verilmeyip de sizin öğretmenden talep ettiğiniz ya da kendiniz bulmanız gereken bilgileri yazar mısınız?

9.15 de başlaması
2.44 sn'de çıkması
iz bırakıcılar
hakemler

10 m'de 1 atm artmış.
Deniz seviyesinde basıncın 1 atm olması
Rekor denemesinin mesafesi

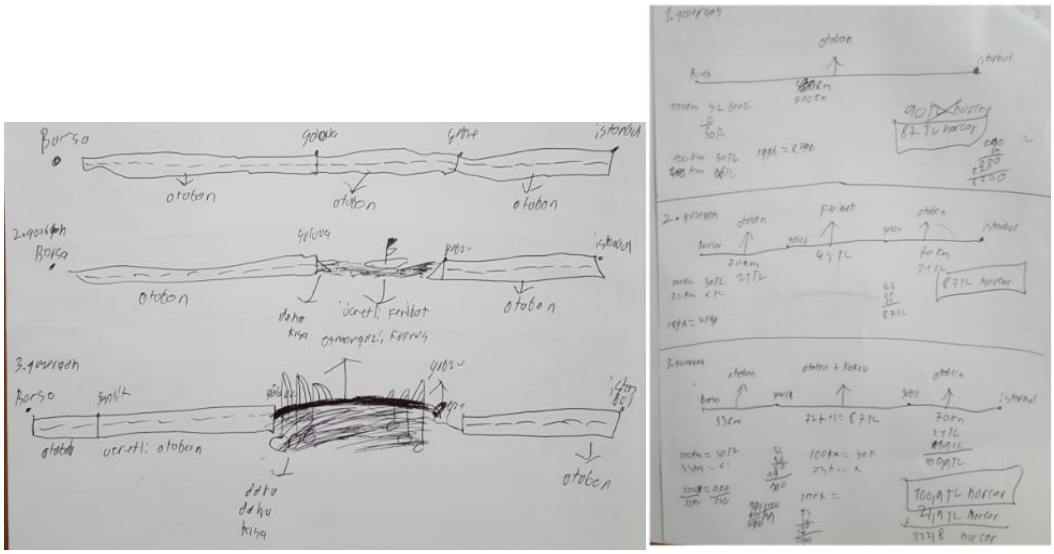
Tüm sonuçların
Akciğerinin
Deniz seviyesindeki
normi

Görsel 3.181. *Orhan'ın dalış etkinliğinde çözüme ulaşma yolunda gerekli ve gereksiz bilgileri sunması*

Orhan, gerek duyulan tüm etkinliklerde metin içerisinde gömülü olarak sunulan çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgileri fark ederek sınıfı o bilgiyi kullanmaya yöneltmiştir. Örneğin birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde "350-400 defa kullanabiliyormuş aküyü. En fazla 400 defa dolumdan sonra değiştirecek yani" şeklinde, Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde "burada verdiği güzergahta önce kara sonra deniz yolu ve sonradan kara yolu oluyor. Denizden karaya çıkınca mı arabasıyla devam ediyor?" şeklinde, ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde "şimdi karşısında 15 kişi kalıyor. Erman ile birlikte 16 kişi. Erman tüm 15 kişi ile karşılaşma yapacak mı?" şeklinde, arazime ne diksem etkinliğinde "25 aralık olursa 24 ağaç olur dur dur hayır 25 aralık olursa 26 ağaç olur eveeet. Ağaç sayısı aralık sayısının bir fazlası" şeklinde, üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde "en fazla gece 12 ye kadar dışarıya çıkabiliyor ama bu durumda" şeklinde keşfedebilmiştir. Orhan'ın araştırma boyunca, metin içerisinde sunulan bilgilerden çözüm sırasında kullanılabilecek olanları veya metin içerisinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgileri belirleyebilme performansı kısaca Şekil 3.74'de verilmiştir.

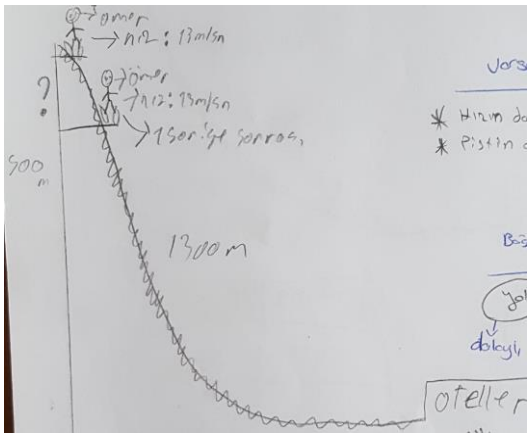
Şekil 3.74. *Orhan'ın çözüme ulaşma sürecinde gerekli ve gereksiz bilgileri belirleyebilme performansı*

Orhan, araştırma boyunca yeri geldiğinde tüm etkinliklerde görsellere başvurup onlardan yararlanma yolunda eylemler ortaya koyabilmiştir. Birinci öğretim bölümünün Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde metinde sunulan güzergahları eksiksiz ortaya çıkaran görselleri dikkat çeken bu katılımcının, dahası bu güzergahları matematiksel işlemleri gerçekleştirirken esas aldığı ve hem işlemlerini hem de girdi ve çıktıları görsele entegre ettiği görülmüştür (Görsel 3.182).

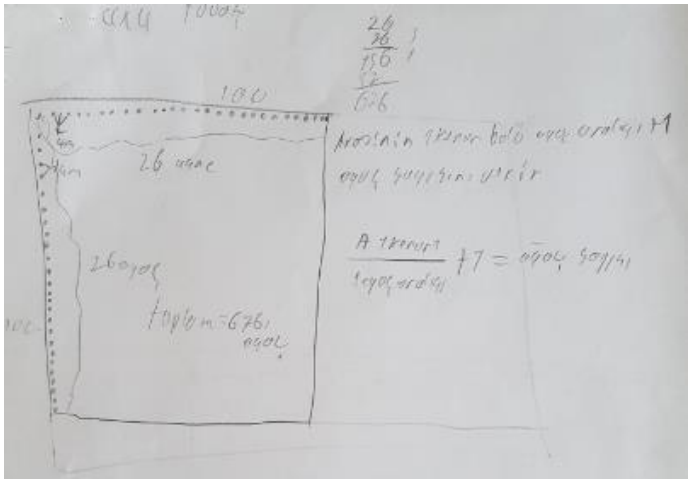


Görsel 3.182. *Orhan'ın Bursa İstanbul güzergahları etkinliğinde matematiksel işlemleri gerçekleştirme süreci ve sunduğu görseller*

İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu dik üçgensel görsel üzerinde Ömer' in bulunduğu yeri, hızın 13m/sn olup değişmediğini, yükseklik ve pist uzunluğu değerlerini bağlamsal olarak doğru yerlere yerleştirmiş ve dahası geçen zamana bağlı olarak pist üzerinde alınan yolu veya dikeyde alınan yolu yani inilen yüksekliği işaret eden "büyük dik üçgensel görsel içerisinde benzer dik üçgenler ortaya koyma" eylemi dikkat çekmiştir (Görsel 3.183a). Arazime ne diksem etkinliğinde de bir kenarın 100 m olması, iki ağaç arası mesafenin 4 m olması, bir kenardaki ağaç sayısı, toplam ağaç sayısı gibi girdi ve çıktıları entegre edebildiği bir karesel görseli dikkat çeken Orhan' ın bir kenara dikilebilecek ağaç sayısını sunan "arazinin bir kenarı bölü iki ağaç aralığı artı 1 ağaç sayısını verir" açıklaması ile görsel üzerinde ek çizimlerin uyumlu olması göze çarpmıştır (Görsel 3.183b).

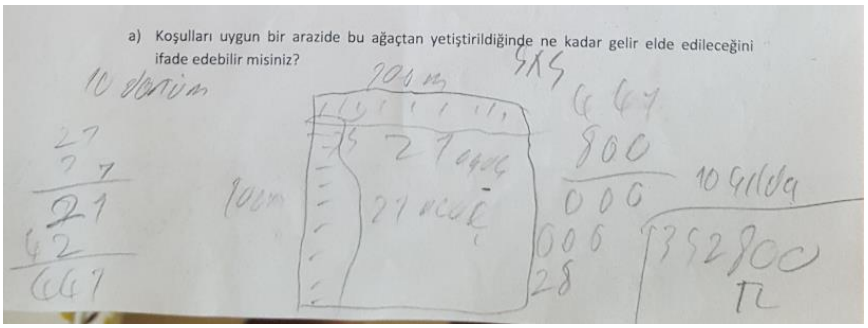


Görsel 3.183a. *Orhan'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*



Görsel 3.183b. *Orhan'ın arazime ne diksem etkinliğinde ortaya koyduğu görsel*

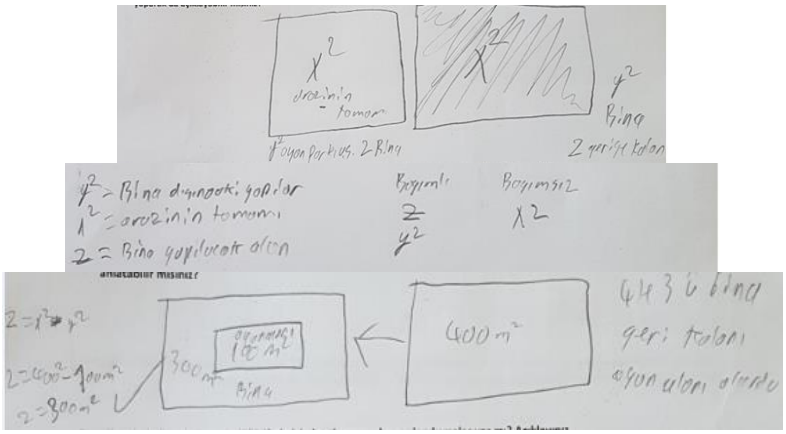
Arazime ne diksem etkinliğinde genişletme sorusu olarak sunulan araziye paulownia ağacı dikilmesi durumunda ortaya çıkan iki ağaç arası aralığın 5 m olarak ve bir ağaçtan elde edilecek karın 800 TL olarak değişmesini göz önünde bulundurarak aritmetiksel işlem adımlarını uygulayıp 352800 TL çıktısını elde etmiştir (Görsel 3.184). Bu sırada değişmeyen bir kenar uzunluğunu, değişen iki ağaç arası aralık mesafesini ve buna bağlı olarak yeni ağaç sayısını karesel görsel üzerine doğru entegre edebilmiştir ancak metinde 8 yıla düştüğü belirtilen kesime gelme sürecini revize edemeyerek "10 yılda" deme hatasını yaptığı ve 7 defa sürgün vermesinden dolayı 7 kez bu parayı kazanabileceği yönünde herhangi bir girişiminin olmadığı görülmüştür.



Görsel 3.184. *Orhan'ın arazime ne diksem etkinliğinde farklılaşan koşullar doğrultusunda yeni çözüm süreci*

Düzenli şehir etkinliğinde kendisine sunulan $z=x^2-y^2$ denkleminde yer alan değişkenlerin bağlamsal yönden ne temsil ettiğini "x^2 arazinin tamamı y^2 bina dışındaki alan ve z bina yapılacak alan" şeklinde açıklarken onları aynı zamanda sunduğu karesel görsel üzerinde de gösterme girişimi görülmüş ve öte yandan denklemin bağlamı göz

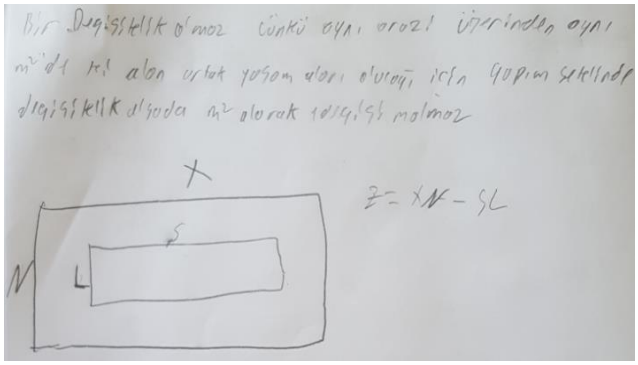
önünde bulundurarak kullanımılmasına ilişkin değişkenlere atadığı ve elde ettiği sayısal değerlerin ne anlama geldiğini görsel üzerinde gösterebilmiştir (Görsel 3.185).



Görsel 3.185. *Orhan'ın düzenli şehir etkinliğinde denklemi yorumlama ve kullanımını sunma performansı*

Aynı etkinlikte karesel bölge yerine dikdörtgensel bölge olsaydı şeklinde değişen koşullarda denklemin yine çözümü sağlama yolunda kullanılabileceğini ileri sürerken farklılaşan durumlara yönelik değişimi görsel üzerinden ve cebirsel olarak denklem üzerinden gerçekleştirebilmiştir. Bireysel çalışma kâğıdında "bir değişiklik olmaz çünkü aynı arazi üzerinden m^2'deki alan ortak yaşam alanı olacağı için yapım şeklinde değişiklik olsa da m^2 olarak değişim olmaz" şeklinde savunma yapmıştır (Görsel 3.186). Öte yandan sınıf tartışmalarında da benzer şekilde tüm alandan ortak yaşam alanının çıkarılması ile bina alanının elde edileceğine dikkat çekebilmiştir.

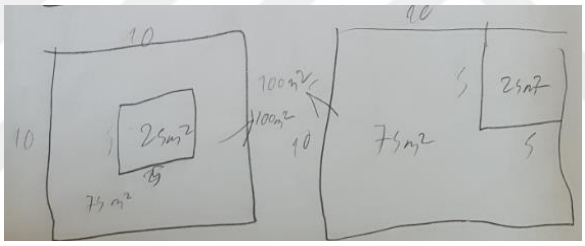
> Ö: Peki kar değil de arazi dikdörtgen olsa...?
>
> Rumeysa (Elin-Faris'in grubunundan): Benzer aslında.
>
> Faris: Benzer.
>
> Orhan: Yani aslında aynı gibi arazinin tamamından ortak yaşam alanını çıkarınca yapılacak bina alanını buluyoruz.



Görsel 3.186. *Orhan'ın düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullar için denklem üzerine yansıtması*

Ortak yaşam alanının arazinin ortasında yer almaması varsayımı doğrultusunda da denklemin hala kullanılabilir olduğunu görsel üzerinden sayısal değerler atayarak göstermiştir (Görsel 3.187). Öte yandan sınıf tartışmalarında "yine karesel mi olacak?" sorusuyla karesel olma varsayımının modelin revizyonundaki önemine dikkat çekmiştir.

> Ö: peki o zaman şu anda ortak yaşam alanı tam ortada kalıyor diye kabul ettik biz. Peki tam ortada olmasa…
>
> Ferman: Köşede olsa mesela…
>
> Ö: Evet tam köşede olabilir ya da tam köşede olmasa da ortada olmasa yani…
>
> Orhan: yine karesel bir bölge mi olacak?
>
> Ö: evet yine bir karesel bölge olsun.
>
> Oğuzhan: bir şey değişmez.
>
> Sınıftan birkaç kişi: (mırıldanarak) değişmez.
>
> Ö: tamam değişirse nasıl değişir? Değişmezse nasıl değişmez? Gösterin bana. Tam ortada olmayacak köşede olabilir ya da bir sağında altında olabilir… Bina yapılacak alan nasıl değişir?
>
> Oğuzhan: bina yapılacak yer değişir ama alan aynı kalır.



Görsel 3.187. *Orhan'ın düzenli şehir etkinliğinde değişen koşullarda denklemin kullanışlılığını göstermesi*

Orhan'ın görsellere başvurmanın beklendiği etkinliklerde gerektiğinde modelin kısıtlık ve sınırlıklarına karar verirken de görselin bağlamsal yönleri ile uyumlu açıklamaları dikkat çekmiştir. Örneğin, düzenli şehir etkinliğinde hangi koşullar göz önünde bulundurulduğunda hangi kısıtlamaların olacağına dair sınıf tartışmalarında gerektiğinde arkadaşlarını desteklediği veya düzelttiği görülürken onları ikna edecek hem matematiksel hem bağlamsal gerekçelendirmeler yaptığı görülürken, bu sırada görselleri göz önünde bulundurmuştur. Bu sırada bir diğer katılımcı Faris'in de aktif katılım ile varlık gösterebildiği görülmüştür. Orhan'ın araştırma boyunca görsellerden faydalanma yolundaki performansı Şekil 3.75'te kısaca sunulmuştur.

> Faris: Hocam y ortak yaşam alanının bir kenarı. X ise arazinin bir kenarı. Y, x'ten büyük olamaz.

Orhan:Z, y'den büyük olmayabilir. Ortak yaşam alanını büyük yapabiliriz. (Z, y^2 den büyük olmayabilir demeli ama sadece y diyor)

Ö: Evet o zaman z ve y arasında bir kısıtlama söyleyemiyoruz yani. Öyle mi?

Orhan: Hocam ortak yaşam alanı olmak zorunda mı?

Ö: Evet.

Orhan: O zaman x, z'den her zaman büyük olur.

Ö: Neden?

Orhan: Hocam y=1 olsa x^2 de 400. O zaman 399 olur z.

Sınıftan birileri: x^2, z'den büyük o zaman.

Ö. Eşit olabilir mi? (x^2 ve z)

Faris: Hayır o zaman ortak yaşam alanı olmaz.

Ö: Bakın eğer ortak yaşam alanının olması zorunlu ise eşitlik olmaz ama zorunlu değilse eşitlik de olabilir.

Orhan: Adam alır araziyi ister yeşil bırakır ister bina yapar komple.

Ö: Eğer x ve y eşit olursa?

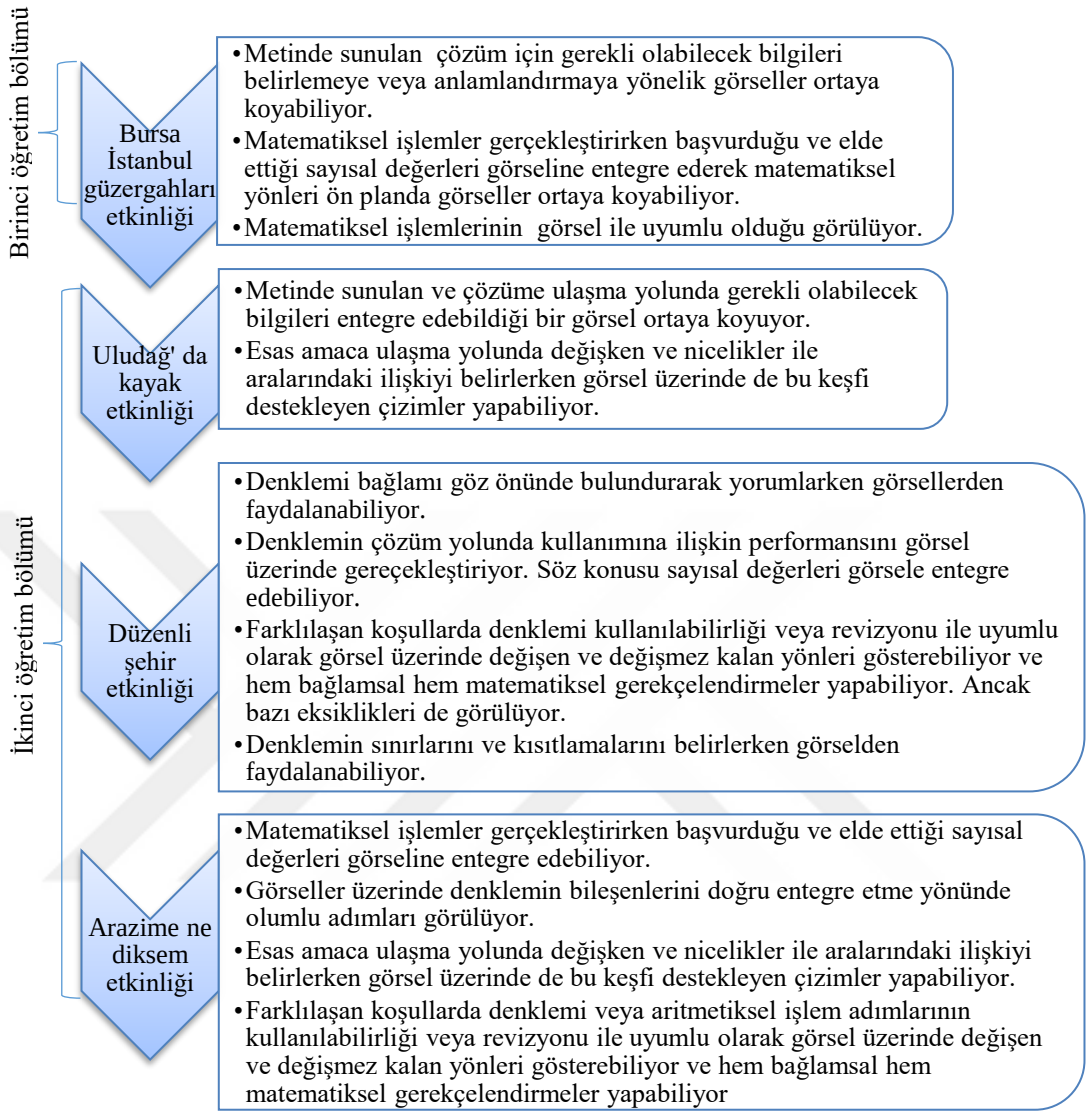
Orhan: O zaman bina olmaz komple yeşil alan☺

Ö: Tamam o zaman eşit olma durumlarını almayalım biz bu soruda. Ortak yaşam alanı ve bina olmak zorunda olsun. Peki başka?

Öğrenci: Tam kare olması lazım.

Ö: Tam kare olma zorunluluğu var mı Zerra?

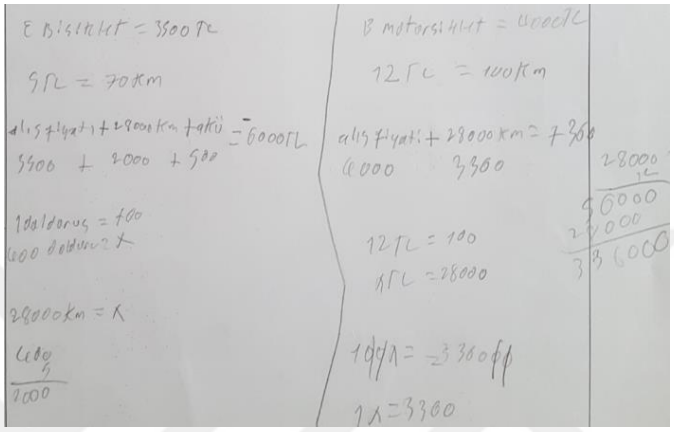
Orhan: (araya girdi) Bir kenar m olmak zorunda değil cm falan filan da olabilir. O zaman tam kare bir sayı vermek zorunda değiliz.



Şekil 3.75. *Orhan'ın görsellerden faydalanma performansı*

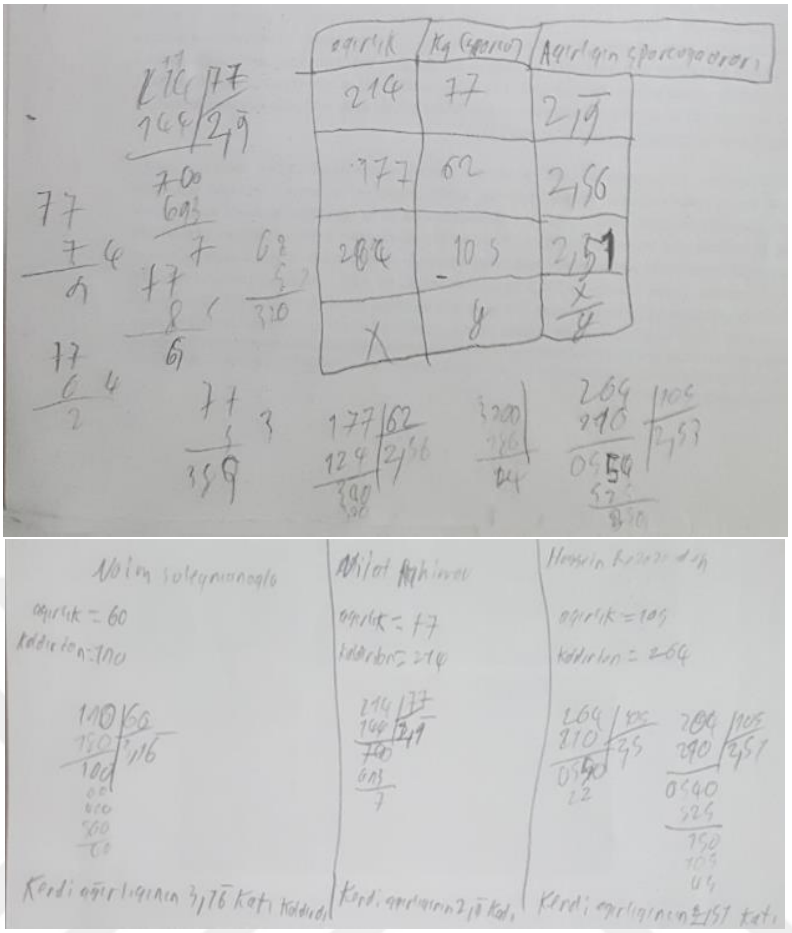
Orhan'ın araştırma boyunca ilk etkinlikten itibaren gerek esas amaca ilişkin gerekse o esas amaca ulaşma yolunda gerekli alt amaçlara ilişkin çözümü sağlayacak matematiksel modellere dair doğru değişkenler ile aralarındaki ilişkiyi tam olarak belirleyebildiği görülmüştür. Örneğin birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde esas amaca yönelik çözümü sağlayan matematiksel modelleri benzinli motosiklet için "alış fiyatı+yakıt gideri" ve elektrikli bisiklet için "alış fiyatı+yakıt gideri+akü fiyatı" şeklinde ortaya koyabildiği görülmüştür. Bu değişkenleri hesaplamak için gerekli alt modellere dair değişken ve nicelikler ile aralarındaki orantısal ilişkileri

“elektrikli için aküyü 1 dolduruş 70 km ise 400 dolduruş 28000 km olur. O zaman her dolduruşun 5 TL olmasından yola çıkarak 400×5= 2000 TL, benzinli motosiklet ise 12 TL benzinle 100 km giderse 28000 km’yi 3360 TL ile gider” şeklinde kurabilmiş ve aritmetiksel yollardan çözüme ulaşabilmiştir. Ancak matematiksel işlemleri sırasında söz konusu sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğine yer vermemesi dikkat çekmiştir (Görsel 3.188).



Görsel 3.188. *Orhan’ın elektrikli bisiklet etkinliğinde çözüm için ortaya koyduğu matematiksel işlemler*

Halter etkinliği öğretimi öncesinde uygulanan gözden geçirme aracında çözümü sağlayan değişkenleri “kaldırılan ağırlık, sporcunun kilosu” olarak belirleyebildiği hem de aralarındaki ilişkiyi “ağırlığın sporcuya oranı” şeklinde kurabilmiştir. Dahası $\frac{y}{x}$ şeklinde cebirsel olarak ifade ettiği bu ilişkiye dayalı matematiksel işlemler gerçekleştirerek çözüme ilişkin çıktılar elde edebilmiştir (Görsel 3.189).



Görsel 3.189. *Orhan'ın halter etkinliğinde çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleme performansı*

Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede öncelikle doğal yolla üretilen arı sütü miktarı ile kovan sayısı arasında doğru orantılı ilişki kurup ardından doğal yolla arı sütü üreten kovanların aşılama yoluyla olsa yıllık ne kadar arı sütü üreteceğine yönelik ilişkiler kurarak elde ettiği 740 çıktısını "740 kg yıllık arı sütü" olarak yorumlayabildiği görülmüştür. Devamında ise "ülkedeki arı sütü miktarı (50 kg)×arı sütünün kg fiyatı (10000TL)= arı sütünden elde edilen toplam kazanç (500000 TL)" şeklinde yine bir alt model kurarak arı sütünden elde edilecek toplam kazancı 500000TL olarak bulmuştur. Sonrasında 500000TL kazancın sabit kalması koşuluyla ülkede üretilen arı sütü miktarı ile arı sütünü birim fiyatı arasında ters orantılı ilişki kurarak 681 TL çıktısını elde etmiş ve bu çıktıyı esas amacı doğrultusunda "681 TL'ye düşer kilosu" şeklinde yorumlayabilmiştir (Görsel 3.190).Kendisine çözüme nasıl ulaştığı sorulduğunda ise attığı adımları hem bağlamsal hem matematiksel gerekçelendirmelerle savunabildiği, başvurduğu girdi ve elde ettiği çıktıların bağlamsal yönden ne anlama geldiğini

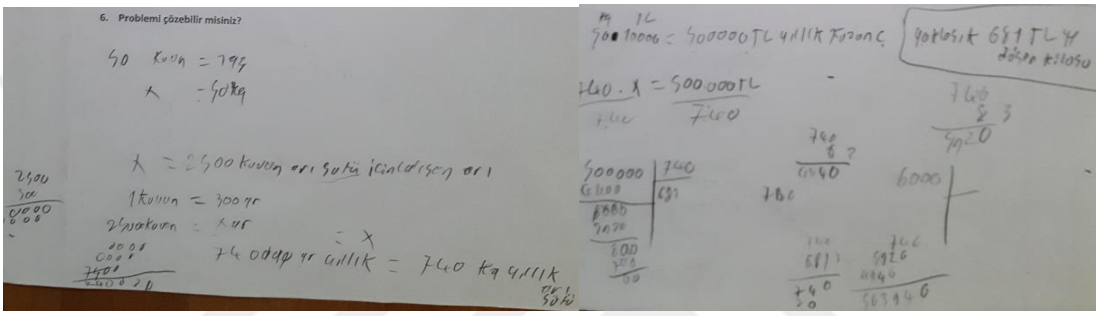
açıklayabildiği görülmüştür. Söz konusu sayısal değerlerin birimlerine vurgu yapabildiği, ayrıca "yıllık" ve "kilosu" şeklinde onlar için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara yer verebildiği görülmüştür.

Ö: Çözüme ulaşabildin mi peki?

Orhan: evet hocam.

Ö: Anlatır mısın neler yaptın? Nasıl ulaştın? Neler buldun?

Orhan: burada kilosu 10000 TL' den satıldığı için 50 kg satıldığında 500 000 TL kazanç elde ediliyor. Üretim 740 kg olduğunda da 500000 TL kazanç elde edilebilmesi için ne kadar liradan yağ satılması gerektiğini buldum. Hesap yaptığımızda da yaklaşık 680 TL satılırsa kilosu, 740 kg üretildiğinde 500 000 TL yine kazanç sağlanır.

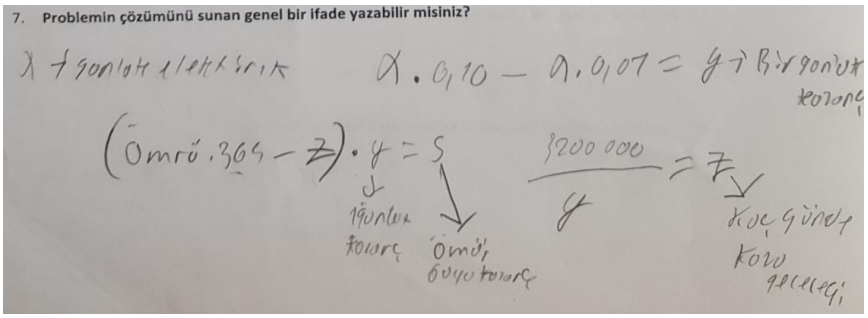


Görsel 3.190. *Orhan'ın ilk ara görüşmede çözüme ilişkin performansı*

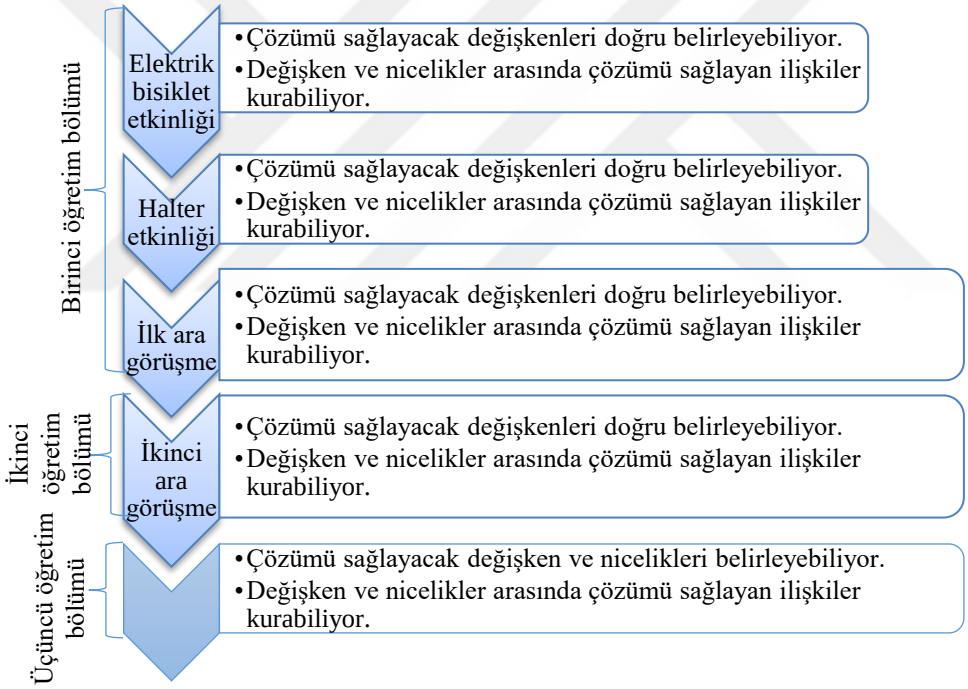
Orhan, ikinci öğretim bölümünde gerçekleştirilen ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleyerek "x, bir günlük elektrik olmak üzere $x.0{,}10 - x.0{,}01 = y$ (bir günlük kazanç)" şeklinde alt modeli "$\frac{3200000}{y} = z$ (kaç günde kazanca geçeceği) ve (ömrü×365-z).y=s (ömür boyu kazanç)" şeklinde esas modeli cebirsel olarak formüle edebilmiştir (görsel 3.191). Dahası her bir değişkenin bağlamsal yönden ne anlama geldiğini ifade edebildiği görülürken, denklemin bileşenleri için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamaları "bir günlük", "ömrü boyunca" şeklinde vurgulayabilmiştir. Ayrıca görüşme sırasında bu cebirsel ifadelerin çözüme ulaşma yolunda nasıl kullanılacağını, çözüm yolunda elde edeceği sayısal değerlerin ve onlara ulaşma yolunda atacağı adımların bağlamsal yönlerine ilişkin açıklamalar sunabilmiştir. Orhan'ın araştırma boyunca, çözüme ilişkin matematiksel işlemler ortaya koyarken veya denklem kurarken başvurduğu değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme yolunda performansı kısaca Şekil 3.76' da verilmiştir.

Ö: Peki sen bir genel ifade sunmuşsun ya burada, onu nasıl kullanacaklar bu bağlamda açıklar mısın ?

Orhan: Genel ifade de ömrü 365 ile çarpıyoruz yani bir yılı. Toplam kaç günü olduğunu buluyoruz. Sonra verilenlerden kendini amorti edeceği gün miktarını buluyoruz. Sonra bunu toplam ömürden çıkardığımızda kaç gün kar edeceğimizi buluyoruz. Bir günde edeceği karı kaç gün kar edeceği ile çarptığımızda ömrü boyunca elde edeceğimiz karı bulmuş oluyoruz.



Görsel 3.191. *Orhan'ın ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin sunduğu cebirsel ifadeler*

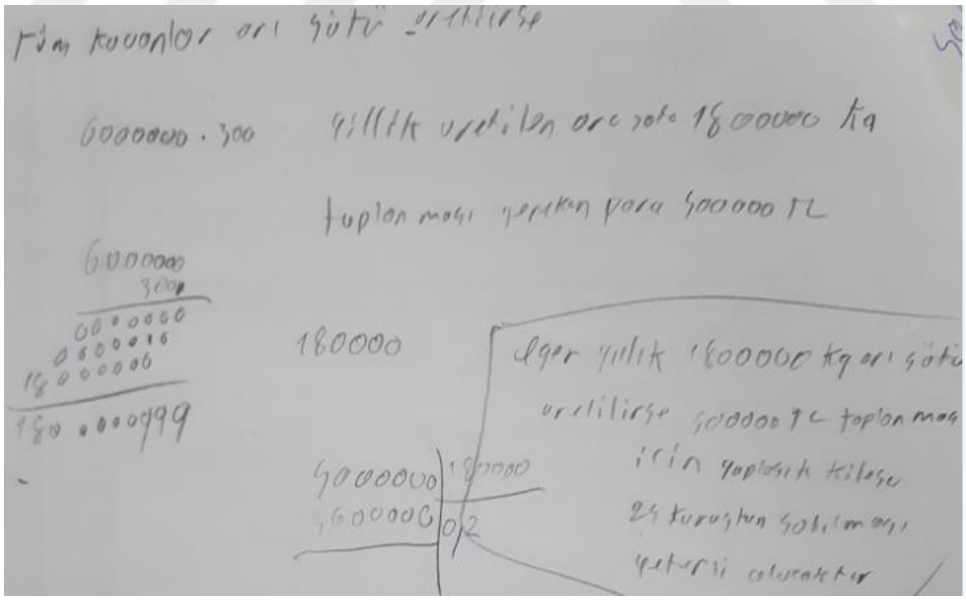


Şekil 3.76. *Orhan'ın çözüme ilişkin değişkenler ve nicelikler ile aralarındaki ilişkileri belirleme performansı*

Araştırma boyunca tüm etkinliklerde Orhan'ın, çözüme ulaşma yolunda aritmetiksel yollarla veya denkleme dayalı olarak matematiksel işlemler gerçekleştirirken başvurduğu veya elde ettiği sayısal değerlerin birimlerine ve onlar için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara vurgu yaparak onların bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiği açıklayabildiği görülmüştür. Dahası kendisine fırsat verildiğinde matematiksel işlemler sırasında attığı adımların bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğine

ilişkin açıklamalar da sunabilmiştir. Örneğin birinci öğretim bölümünde gerçekleştirilen ilk ara görüşmede, ülkede tüm kovanların arı sütü üretimini aşılamalı olarak gerçekleştirmesi varsayımı doğrultusunda arı sütünün fiyatının ne olacağına ilişkin doğru matematiksel işlemler koyarak 25 kuruş sonucunu elde eden bu katılımcı bu sonucun gerçek yaşamda gerçekçi olmadığını "bedava olur yani" deyip gülerek göstermiştir. Öte yandan bu süreçte başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini 6000000 için "tüm kovan sayısı", 1800000 için "yıllık üretilen arı sütü miktarı 1800000 kg", 500000 için "toplanması gereken para 500000 TL" şeklinde ortaya koyabildiği görülmüştür. Ayrıca elde ettiği 25 çıktısını esas amacı doğrultusunda "eğer yıllık 1800000kg arı sütü üretilirse 500000 TL toplanması için kilosunun yaklaşık olarak 25 kuruştan satılması yeterli olacaktır" şeklinde yorumlayabilmiştir (Görsel 3.192). Ayrıca kendisine ne yaptığı sorulduğunda attığı adımlara ilişkin bağlamsal yönlü açıklamalar sunabilmiştir.

> Ö: Peki şu sayfada da bir şeyler yapmışsın. Ondan bahseder misin bana?
>
> Orhan: Orada da 2500 kovan değil de tümünü yani 6 milyon kovanı aşılama yoluyla üretime geçirilirse ne kadar arı sütü olacağını buldum. Ne kadardan satılırsa 500000 TL kazanılacağını buldum. Yani 25 kuruşa satılırsa sorun yok☺

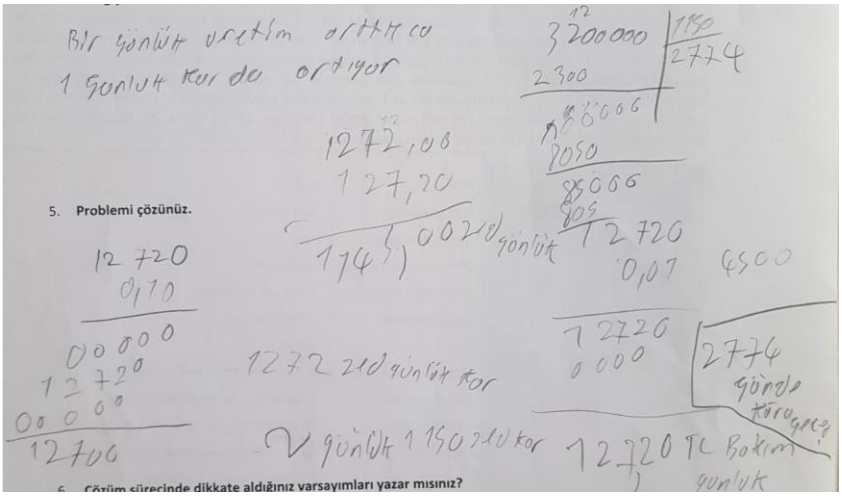


Görsel 3.192. *Orhan'ın ilk ara görüşmede farklılaşan bir varsayımda çözüme ilişkin bir performansı*

İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde y=500-5x denkleminin çözüm yolunda nasıl kullanılacağını tahtada anlatan bir öğrencinin x=92 için y=40 sonucunu bulması sonrasında Orhan' ın "inmesi gereken yükseklik 40 m kaldığında 92

saniye geçmiş olur" şeklinde, atanan ve elde edilen sayısal değerlerin birimlerini de vurgulayarak bağlamsal olarak ne anlama geldiğini ortaya koyabildiği görülmüştür. Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmenin çalışma kâğıdında çözüme ilişkin matematiksel işlemlerine bakıldığında daha çok bağlamdan yoksun olarak matematiksel kalması dikkat çekmiştir (Görsel 3.193) Görüşme sırasında kendisine bu işlemleri açıklama fırsatı verildiğinde ise attığı adımları bağlamsal gerekçelendirmeler sunarak savunabildiği, başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin birimlerini göz önünde bulundurulması gereken "1 günlük", "1 khw için", "tüm ömrü boyunca" gibi kısıtlamaları doğru bir şekilde ortaya koyarak bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklayabilmiştir. Öte yandan problem çözümüne ilişkin elde etmiş olduğu çıktıları esas amacı doğrultusunda "2774 günde kara geçer" şeklinde yorumlayabildiği görülmüştür. Zaten bu katılımcının daha ilk etkinlikten itibaren probleme matematiksel çözüm üretebilmek için eksik bilgileri belirleyip talep ederek onlarla gerçekleştirdiği uygun matematiksel işlemler yoluyla çıktılar elde ettiği ve esas amacına ilişkin bu çıktılar doğrultsunda bir yorumda bulunduğu görülmüştür.

> Orhan: Aslında önce yaptığımda 2774 gün sonra kendi parasını ödemiş oluyor ve geri kalan bütün ömrü boyunca da kara geçiyor. Şimdi 20 yıl yaşadığını farzedersek 365 ile çarpar ömrünü buluruz. Sonra 2774' ü çıkartıp bir günlük kazancı olan 1150 ile çarptığımızda ne kadar kazanç elde edeceğini buluruz.
>
> Ö: 1150 bir günlük kazancı diyorsun. Neden 1150? Nereden buldun onu?
>
> Orhan: Öncelikle burada kaç khw elektrik ürettiğini söylemiş. Onun da bir khw' ının ne kadar olduğunu söylemiş (parasal açıdan ederi). Çarptım 1 günde ne kadar kazanç elde ettiğini buldum. Sonra bakım masrafı için de 1 khw için 0,01 zed para harcanıyormuş. Onu da çarparak ne kadar harcandığını buldum. Kazançtan harcanını çıkarınca bir günlük karını buldum.
>
> Ö: 1145,002 bulmuşsun sonra.
>
> Orhan: Onu...Onu varsayımda bulunarak yapmıştım (1145' i 1150 ye yuvarlamış)
>
> Ö: Peki nedir 1145,002?
>
> Orhan: Günlük kazanç.
>
> Ö: Bu günlük kazanç üzerinden kaç günde kara geçeceğini bulabilir misin?
>
> Orhan: Bulabiliriz tabi. İnşaat masrafı 3 200 000 zed idi. 3 200 000 zed' i buradaki bir günlük kazanca bölersek kaç günde o masrafı çıkaracağını bulmuş oluruz. Bir gün daha eklersek o sonucun üzerine kaç günde kara geçmiş olacağını buluruz.



Görsel 3.193. *Orhan'ın ikinci ara görüşmede çözüme ilişkin matematiksel işlemleri.*

Orhan' ın birçok etkinlikte denkleme dayalı herhangi bir işlem gerçekleştirme gereği duymaksızın esas amaca ilişkin doğru yorum yapabildiği görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinde hesaplamalara henüz yeni başladıklarında "hocam şimdi ceviz 10 senede büyüyene kadar kavak da büyüyor. Yani ilk 10 sene kavak da mantıklı oluyor ama ceviz 10 seneden sonra üretimini de arttıracak. Kavak hiç değişmeyecek. Yani ceviz daha karlı"şeklinde yorumda bulunmuştur. Dahası çözüme yönelik işlemler gerçekleştirilirken de "10. yıl ama sonra 11. yılda ceviz yine veriyor para getiriyor kavak para getirmiyor" veya "kavak 10 yılda bir ve hep aynı kazandırıyor ama ceviz 15. yıldan sonra artık 40 yerine 70 kg ceviz verecek ve çok daha fazla kazandıracak. 2 katına çıkacak neredeyse" şeklinde esas amacına ilişkin doğru yorumda bulunabilmiştir.

Orhan' ın yer yer, özellikle etkinliklerin öğretimi sırasında, değişkenlere atanan sayısal değerlerin veya elde edilen ara ve son çıktıların gerçekçi veya koşullara uygun olup olmadığı üzerine bağlamsal gerekçeli sorgulamalar yapabildiği görülmüştür. Örneğin, üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde Faris' in "bir günde 9 saat kondisyon bisikleti kullansa 1 kg yakar" şeklindeki çıktıları ve yorumu için Orhan' ın "cinayete teşebbüsten içeri atarlar seni☺" şeklindeki iğneleyici yorumu dikkat çekmiştir. Ayrıca öğretim süreci boyunca kendisinin veya arkadaşlarının değişkenlere atadığı veya elde ettiği çıktılar üzerine tartışılırken bağlamsal yönden günde 1200 kalori yakılabilmesi, akşam dışarı çıkılamaması ve saat gece 12'ye kadar bisiklet kullanılabilmesi kabulü gibi kısıtlamaları karşılamadığı yönünde değerlendirmeler yapabildiği görülmüştür.

Orhan: Hafta içi her gün 2,5 saat kondisyon bisikleti yapsın. Zaten günde 1060 kalori yakacak. Haftasonu da ister kondisyon ister gerçek bisiklet yapar işi bitirir. Ben zaman açısından gerçek bisiklet dedim isterse kondisyon yapsın...

...

Orhan: ama 1200 kaloriyi geçemez ki günlük...

....

Orhan: 3500 kalori verir hocam. Olmaz☺ (haftasonu hepsini yaksa varsayımı)

....

Orhan: O zaman hiç yemesin 7400 kalori versin sporla☺ (kabul edilebilir olmayan bir çözüm önerisi olarak sunuyor. Bağlamsal kısıtlılıklar ve sınırları dikkate almazsak bu da bir çözüm önerisi olurdu diyerek dikkat çekiyor)

İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde ise bu sefer kendi elde ettiği ara çıktının kendisine gerçekçi gelmediği savunması dikkate çekmiştir.

Orhan: İyi de...(devam ediyor) Hocam baya fazla çıkıyor. Bir ağaç bu kadar toz tutar mı?

Ö: Bir ağaç bir insan kurtarıyor Orhan.

Orhan: İyi de biz de bir insan kurtarmıyor. Çok kurtarıyor. 500 insan kurtarıyor bir ağaç☺...Hocam o zaman 484 ağaç yeter☺. Bir ağaç 500 insan kurtarıyorsa...(Orhan sonucun mantıklı olmadığını düşünüyor)

Diğer taraftan ikinci öğretim bölümünde gerçekleştirilen ikinci ara görüşmede rüzgar türbininden kazanılacak para için ortaya konan denklemin, bir çiftçi olup meyve yetiştirmesi durumunda kazanacağı para için kullanılabilir olup olmayacağı sorgulamasında, değişkenler için kabul ettiği ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden gerçekçi ve kabul edilebilir olup olmadığı sorgulamasını yaparak yapmış olduğu hatasını telafi edebilmiştir.

Orhan: Ağacın ömrünü 50 sene olarak aldım. Z, giderlerin kazanılan para üstünden sıfıra indirilmesi için gün sayısı dedim. Y bir yıllık kazanç. S de ömür boyu kazancı zaten.

Ö: Buraya 30000 demişsin buraya 3000 (yıllık kazanç olan y için verdiği değer)

Orhan: Demek ki yanlış demişim. 3000 olması lazım buraya fazla demişim. 30 000 fazla olur.

Ö: 2000 i çıkardım demişsin burada ve 3000 ile çarpmışsın. Yani kaç para kazanır?

Orhan: 48 775 000 TL. Biraz fazla geldi bana☺

Ö: Haydi bul bakalım yanlışını o zaman.

Orhan: Yıllık kazancı 3000 lira çok yaptım galiba. Yıllık kazanç 3000 olmaz bir ağaçtan. Ama burada yıl! (buldum der gibi ...bir yıllık kazancı 3000 yazdığını işaret ediyor) Bir yılda 3000 kazanıyor. Ama burada gün (ağacın ömrü hesaplamasında) ama burada yıl (ağacın günlük kazancı değil de yıllık kazancı hesaplaması uyumlu değil ikisini de gün yapmalı). O zaman bunu 365 e bölüp sonra çarpmam lazım.

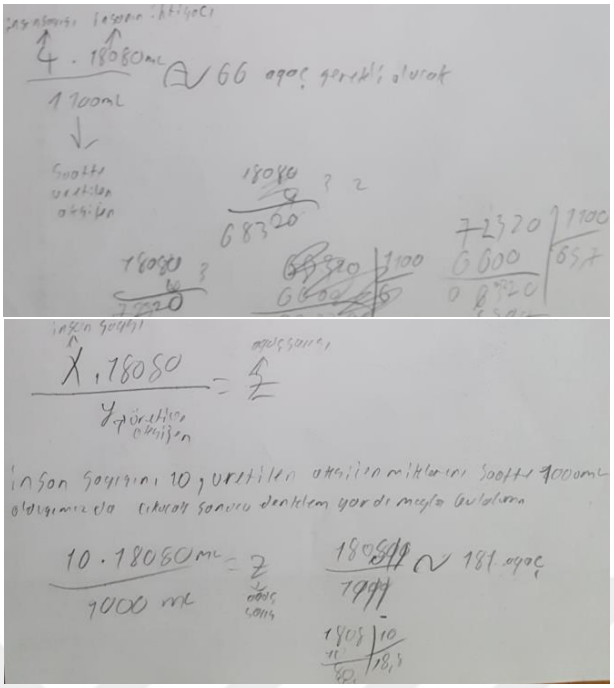
Ö: Evet güzel.

Orhan: O zaman bölü 365 deriz tamam olur (modelde 3000 in altına 365 yazarak eksikliği gidermiş oldu)

Orhan'ın araştırma boyunca matematiksel işlemleri gerçekleştirme sırasında attığı adımları, söz konusu sayısal değerleri bağlamla ilişkilendirme ve esas amacına ilişkin yorum yapma performansı kısaca Şekil 3.77'de sunulmuştur.

Şekil 3.77. *Orhan'ın çözüme ilişkin matematiksel işlemler sırasında bağlam ile ilişkilendirme ve elde ettiği çıktıları esas amacına ilişkin yorumlayabilme performansı*

Tüm etkinliklerde çözüme ilişkin cebirsel ifadenin bileşenleri olan değişkenlerin, katsayıların, sabit terimin ve ilişkilerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiklerini ortaya koyabildiği görülen Orhan' ın cebirsel ifadenin çözüm yolunda nasıl kullanılacağına yönelik bazen sadece matematiksel olarak denkleme dayalı işlemler sunabildiği görülmüştür. Diğer taraftan sadece matematiksel kalan performanslarının görüldüğü etkinliklerdeki diğer eylemlerine bakıldığında değişkenlerin, ilişkilerin bağlamsal yönlerinin farkında olması ve modele dayalı matematiksel işlemler ortaya koyarken bağlam ile ilişkilendirmeler yapabilmesi dikkat çekmiştir. Örneğin birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde $\frac{x.18080}{y} = z$ şeklinde kurduğu denklemdeki değişkenlerin ve katsayının bağlamsal yönden ne anlama geldiğini "x için insan sayısı, y için 1 saatte üretilen oksijen, z için ağaç sayısı ve 18080 için insanın ihtiyacı ml" şeklinde açıklayabildiği görülmüştür. Örnek kullanım için değişkenlere atadığı değerlerin bağlamsal yönlerini "insan sayısını 10, üretilen oksijen miktarını saatte 1000 mL aldığımızda çıkacak sonucu denklem yardımıyla bulalım" şeklinde açıklamış ve elde ettiği 180,8 değerini yuvarlayarak "181 ağaç" açıklamasını yapabilmiştir (Görsel 3.194). Değişken ve nicelikler için göz önünde bulundurulması gereken "1saatte" veya "saatte" vurgularını yapabilmiştir. Üstelik her ne kadar bazen sadece "ürettiği oksijen" demesine rağmen değişkenleri ve gerekli bilgileri ortaya koyarken "bir ağacın bir saatte ürettiği oksijen miktarı" diyebilmesi ve öğretim süreci sırasında "bu model bir saat için geçerli" çıkışını yapabilmesi dikkat çekmiştir. Öte yandan denklemin çözüm yolunda nasıl kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlere yer verilmiş herhangi bir açıklaması görülmemiştir.

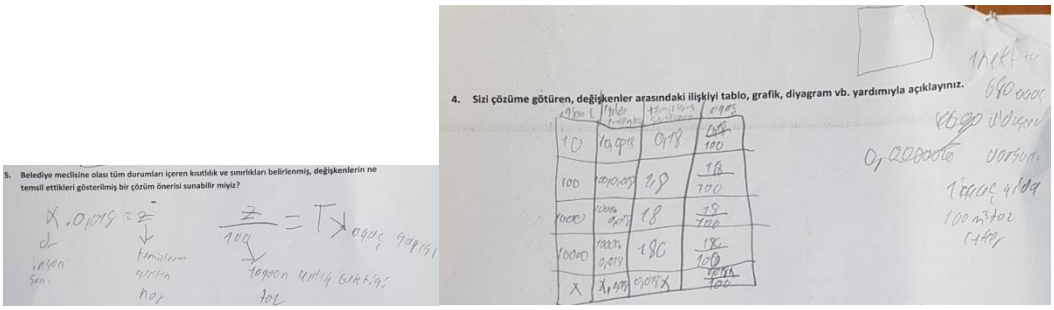


Görsel 3. 194. *Orhan'ın Mars etkinliğinde denklemi açıklama ve kullanımını gösterme performansı*

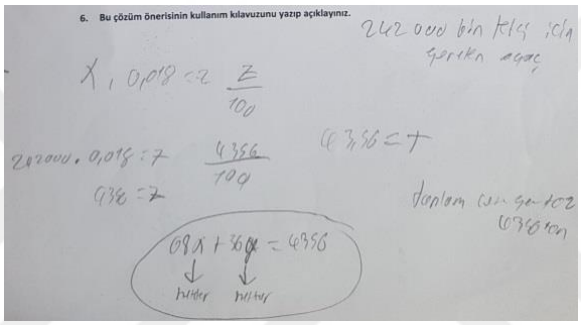
İkinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde 2x+y=20 denkleminin ne olduğuna ve nasıl kullanılacağına ilişkin "toplaması gereken 20 puana ulaşabilmesi için aldığı her galibiyete 2 puan aldığı için galibiyet sayısını 2 ile çarparız, her beraberliğe 1 puan aldığı için de berabere kaldığı maç sayısını 1 ile çarparız. İkisini toplarız çünkü mağlup olduğunda herhangi bir puan gelmediği için her ona gerek kalmıyor. İkisini topladığımızda da 20 etmesi gerekiyor" şeklinde bağlamsal destekli bir açıklama yapabilmiştir. Dahası mağlubiyet sayısını temsil eden z değişkeninin gereksizliğine "mağlup olduğunda herhangi bir puan gelmediği için…" şeklinde dikkat çekebilmiştir.

Üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkiniliğinde kendisinin kurduğu x.0,018=z denkleminde "x için insan sayısı ve z için temizlenmesi gereken hava" şeklinde, $\frac{z}{100} = T$ denkleminde ise "100 bir ağacın yıllık çektiği toz ve T ağaç sayısı" şeklinde değişken ve katsayıların bağlamsal yönlerden ne anlam ifade ettiklerini ortaya koyabilmiştir. Öte yandan 0,018 katsayısı için ise denklemi kurarken "1 yılda emilen toz (insan tarafından)" açıklamasını yapabildiği görülmüştür (Görsel 3.195a). Denklemin bu bağlamdaki problemin çözüm yolunda nasıl kullanılacağına ilişkin ise sadece değişkenlere sayısal değerler atayıp denklemi çözme yolunu tercih ettiği, bağlamsal olarak sadece değişkenleri, katsayıları veya söz konusu sayısal değerleri açıklayabildiği görülmüştür (Görsel 3.195b). Denklemin çözüm için kullanımına yönelik performansında

ise denklemde yer alan ilişkileri içeren bağlamsal yönlü bir açıklama sunmadığı görülmüştür.

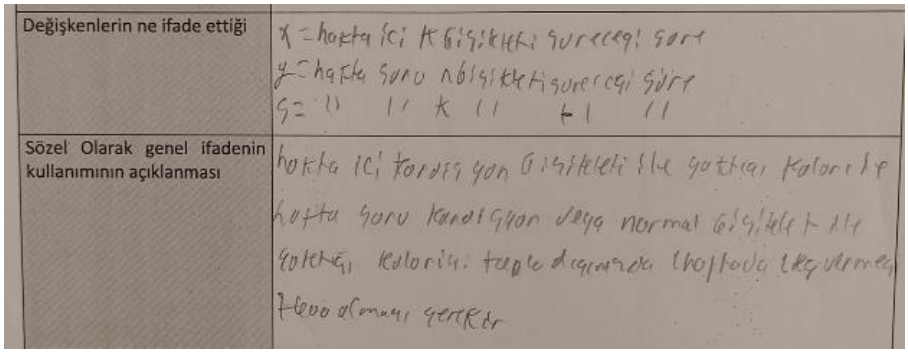


Görsel 3.195a. *Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi kurma ve açıklama performansı*



Görsel 3.195b. *Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinde denklemi kurma ve açıklama performansı*

Kalori yakma etkinliğinde 400x+700y+400s=7400 denklemindeki x için "hafta içi kondisyon bisikleti süreceği süre", y için "hafta sonu gerçek bisikleti süreceği süre" ve z için "hafta sonu kondisyon bisikleti süreceği süre" şeklinde ve denklemin kullanımı için "hafta içi kondisyon bisikleti ile yaktığı kalori ve hafta sonu kondisyon veya normal bisiklet ile yaktığı kaloriyi topladığımızda bir haftada 1 kg verebilmesi için yakması gereken 7400 kaloriyi bulmalıyız" şeklinde bağlamsal yönden desteklenmiş açıklamalar sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.196).

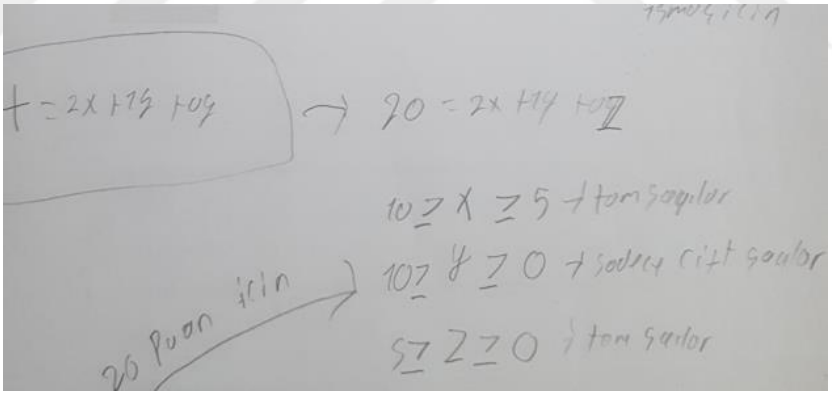


Görsel 3.196. *Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde denklemi bağlamsal olarak açıklaması*

Orhan'ın arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede ve rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede kurduğu denklemlerin bileşenlerini bağlamsal yönlere dikkat çekerek açıklayabildiği sırasıyla Görsel 3.190 ve Görsel 3.191'de görülmekte iken denklemlerin çözüm sırasında nasıl kullanılabileceğine ilişkin bağlamsal yönlü açıklamaları da bu görsellere entegre bir şekilde görüşme alıntılarıyla sunulmuştur. Bu katılımcının çözüme ulaşma sürecinde kurulan ve sunulan cebirsel ifadelerde yer alan değişken, katsayı, sabit terim ve onların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğini açıklama ve cebirsel ifadenin problemin çözümünde nasıl veya ne için kullanılacağına ilişkin bağlamsal yönlerden desteklenmiş açıklamalar ortaya koyabilme yönündeki performansı kısaca Şekil 3.78' de verilmiştir.

Şekil 3.78. *Orhan'ın cebirsel ifadeleri bağlamsal yönlerden açıklama performansı*

Çözüme ilişkin matematiksel işlemleri gerçekleştirirken söz konusu sayısal değerler ve denklemde yer alan değişkenler ve katsayılar için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamalara her zaman yer verebildiği görülen Orhan'ın değişkenlerin alabileceği değer aralıkları için sınırları ve kısıtlamaları, gerektiği zaman ortaya koyabilmiş ve göz önünde bulundurabilmiştir. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde öğretim sürecinde ve gözden geçirme aracında değişkenkenler için ortaya çıkan kısıtlamaları ve değer aralığını işaret eden sınırları matematiksel olarak ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.197). Öte yandan Orhan, öğretim sürecinde değişkenlerin her sayısal değeri alamayacağına dikkat çeken öğrencilerden birisi olmuştur. Faris' in "hocam her sayıyı verirseniz toplam puanı bulursunuz ama toplamları 20 olacağı için sadece bu sayıları verebiliyorsunuz" yorumuna "hocam bir de burada 15 maç kısıtlaması var ondan" şeklinde katkı yaparak değişkenlerin metinde yer alan kısıtlamalar ve sınırlar doğrultusunda değerler alabileceğine dikkat çekmiştir. Dahası değişkenleri sadece tamsayı değerleri alabileceğini öğretimin farklı zamanlarında "maçın yüzde 75' ini kazandım olabilir mi☺", "olamaz hocam maçın %70' i berabere bitti olmaz", "yarım maç kazandım olamaz çünkü" şeklinde savunabilmiştir.

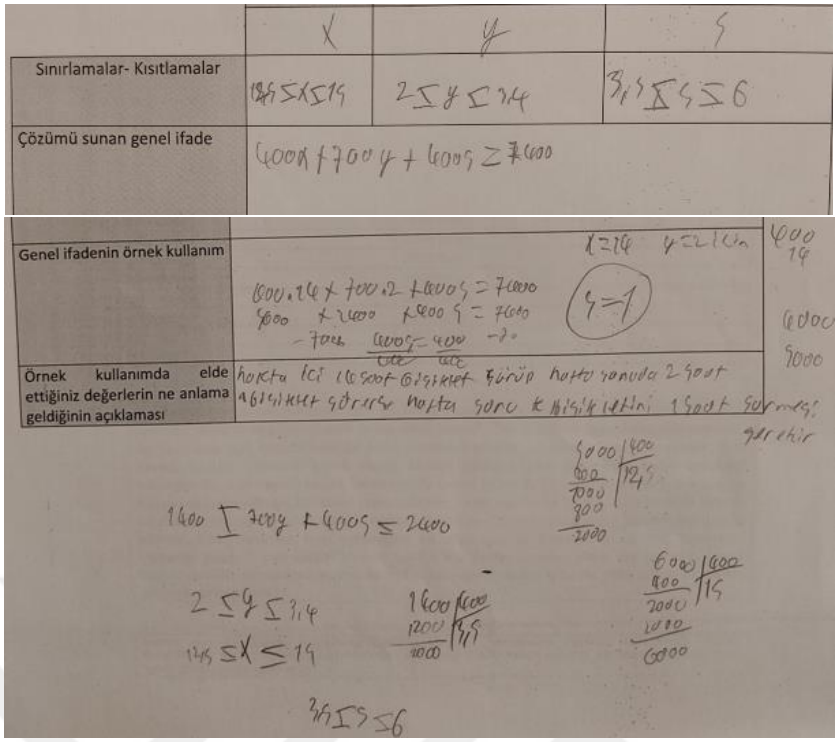


Görsel 3.197. *Orhan'ın satranç etkinliğinde değişkenlerin kısıtlamalarını ve sınırlarını ortaya koyması*

İkinci öğretim bölümün bir diğer etkinliği olan Uludağ' da kayak etkinliğinde y=500-5x denkleminde x ve y değişkenleri için sınırları 0≤x≤100 ve 0≤y≤500 şeklinde belirleyebilen Orhan, x' in negatif değer alamayacağını "1300 m pist uzunluğunu geçer", 100' den büyük olamayacağını da "yeri delmesi lazım hocam 100' den büyük olursa" savunarak bu sınırlara ilişkin bağlamsal yönlerden de farkındalık ortaya koymuştur.

Üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde ise 400x+700y+400s=7400 denkleminde, "1 haftada", "1 kg verebilmesi için" şeklinde hem denklem hem de 7400

sabit terimi için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamaları vurgulayabilmiştir (Görsel 3.196). Dahası denklemin bu bağlamdaki problemin çözümü için kullanılabilir olduğunu gösterirken nasıl kullanılabileceğine yönelik bir örnek sunmuş ve bu örnekte değişkenlere, kendisinin ulaştığı sınırlar dahilinde sayısal değerler atayarak geçerli çıktılar elde edebilmiştir (Görsel 3.198). Nitekim bu katılımcı öğretim sürecinde de değişkenlere sayısal değerler atanırken ya da sonuçlar elde edilirken o değişkenler için ortaya çıkan sınırları ve bağlamda var olan kısıtlamaları dikkate alabildiğini göstermiştir. Örneğin, "ama 1200 kaloriyi geçemez ki günlük", "olmaz hocam 7400' ü geçiyor. Haftalık en çok 7400 kalori", "hafta içi 0 kalori yakamaz. Çünkü hafta içi 0 kalori yakarsa geri kalan tüm kaloriyi haftasonu yakması lazım. Yakamaz!", bir öğrencinin "hafta sonu en az 1400 en çok 5400 kalori yakabilir" görüşüne karşı çıkarak alaycı bir bakışla "5400 yakma ihtimali yok malesef" açıklamaları dikkat çekmiştir. Dahası öğretmenin "diyelim ki hafta içi 3 saat bisiklet kullansın" ifadesine hemen müdahale ederek "kullanamaz hocam. Sınırlarımız var. 12,5 ile 15 saat arası kullanabilir. Yoksa haftasonuna fazla kalır" şeklinde bağlamsal gerekçeli savunması ile sınırlar ve kısıtlamalara dikkat çekmiştir. Gözden geçirme aracında kısıtlık ve sınırları göz önünde bulundurarak atadığı ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğini ortaya koyan katılımcının bu verilere dayalı olarak, ulaşması beklenen esas amaca ilişkin "hafta içi 14 saat bisiklet sürüp, hafta sonunda 2 saat gerçek bisiklet sürerse haftasonu kondisyon bisikletini 1 saat sürmesi gerekir" şeklinde bir yorumda bulunabilmiştir. Orhan'ın araştırma boyunca kısıtlamaları ve sınırları fark etme veya belirlemeye yönelik performansı kısaca Şekil 3.79' da verilmiştir.

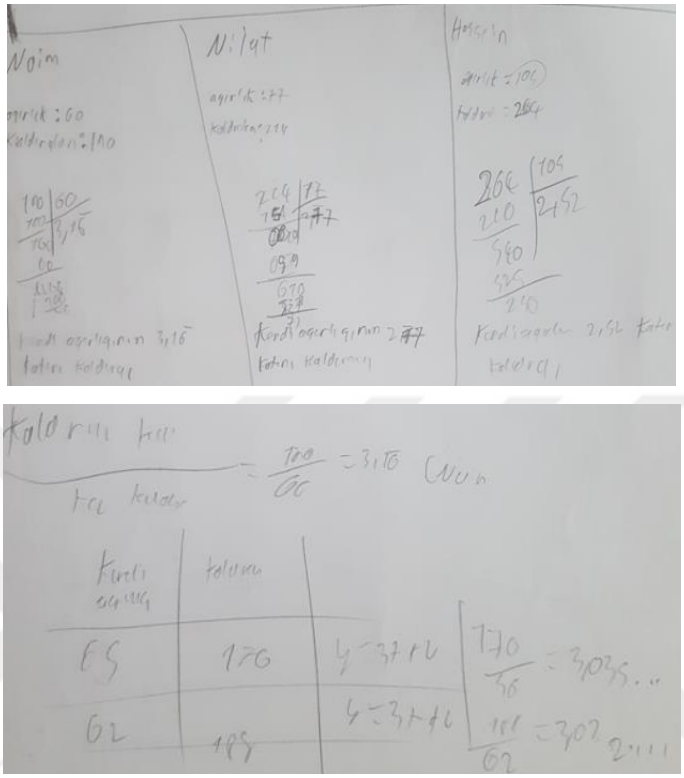


Görsel 3.198. *Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde denklemin kullanım sırasında kısıtlılık ve sınırlarını göstermesi*

Şekil 3.79. *Orhan'ın kısıtlamaları ve sınırları belirlemeye yönelik performansı*

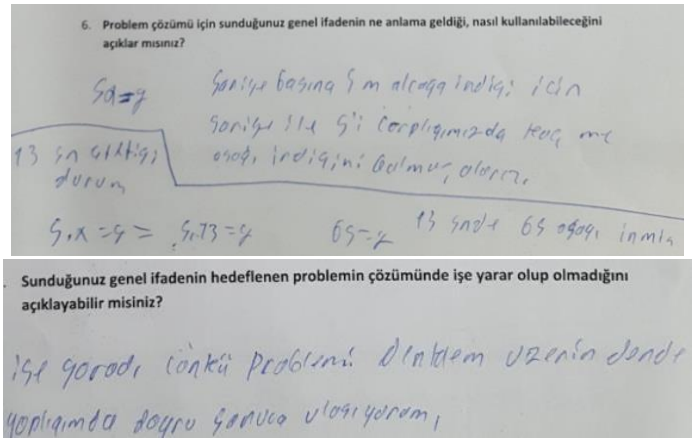
Orhan, çözüme ilişkin cebirsel ifadenin oluşturulduğu bağlamdaki problemin çözümünü sağlayabildiğini gösterme yönünde pek çok zaman değişkenlere sayısal değerler atayarak denkleme dayalı matematiksel işlemler yapmış ve ardından elde ettiği çıktıların esas amacı doğrultusunda yorumlayabildiğini gösterme şeklinde bir performans sergilemiştir. Örneğin birinci öğretim bölümündeki halter etkinliğinde ortaya koyduğu kaldırılan ağırlığın sporcunun ağırlığına oranı $\frac{y}{x}$ cibirsel ifadesini hem metinde verilen sporculardan hangisinin daha iyi kaldırış yaptığı esas amacına ulaşma hem de kendisinin "65 kg olan 170 kg kaldırsın, 62 kg olansa 188 kg kaldırsın" şeklinde kabul ettiği gerçekçi

sayısal değerler üzerinde kullanımını gösterebildiği görülmüştür (Görsel 3.199). Ayrıca elde ettiği çıktıları "kendi ağırlığının 3,16 katı kaldırmış..." şeklinde esas amacı doğrultusunda yorumlayabilmiştir.



Görsel 3.199. *Orhan'ın halter etkinliğinde söz konusu cebirsel ifadenin çözüm için kullanımını sunması*

Benzer bir performans sunduğu kalori yakma etkinliğinde de denklemin çözüme ulaşma yolunda kullanımını uygun sayısal değerler atayıp elde ettiği çıktıları esas amacı doğrultusunda yorumlayarak göstermiştir (Görsel 3.198). Uludağ'da kayak etkinliğinin öğretimi öncesinde uygulanan gözden geçirme aracında çözüme ilişkin kendisinin kurduğu y=5x denkleminin çözümü sağlama yolunda nasıl kullanılabileceğini "saniye başına 5 m aşağı indiği için saniye ile 5'i çarptığımızda kaç m aşağı indiğini bulmuş oluruz" şeklinde açıklamıştır (Görsel 3.200). Sonrasında x değişkeni için 13 değerini atayarak y=65 değerine ulaşmış ve bu sırada x için 13 atamasını "13 sn geçtiği durumda" şeklinde, elde ettiği 65 değerini ise "13 sn'de 65 aşağı inmiş olur" şeklinde bağlamsal destekli olarak yorumlayabilmiştir. Elde ettiği sonuçların doğru olduğunu düşünen Orhan, denklemin problem çözümünü sağlama yolunda işe yarayıp yaramadığı sorusuna "işe yaradı çünkü problemi denklem üzerinden yaptığımda doğru sonuca ulaşabiliyorum" diyerek savunmuştur.



Görsel 3.200. *Orhan'ın Uludağ'da kayak etkinliğinde söz konusu denklemin çözüm için kullanımı sunması*

Öte yandan bu katılımcının çözüme ilişkin bir cebirsel ifadenin, aynı bağlamda koşulların değişmesi durumunda hala kullanılabilir olduğunu ya da yeni ortaya çıkan koşulları karşılayacak şekilde revize edilmesi gerektiğini bağlamsal ve matematiksel yönlerden görebildiği ve gereğini yerine getirebildiği görülmüştür. Örneğin, Orhan birinci öğretim bölümünün dalış etkinliğinde kadın olan Şahika Ercümen' in dalışı sırasında akciğer hacmi için ortaya konan, oluşan basınç y ve akciğer hacmi x olmak üzere $\frac{4}{y} = x$ şeklindeki denklemi, bir erkek dalgıç olması durumunda erkeğin başlangıçtaki akciğer hacminin 6L olmasından dolayı $\frac{6}{y} = x$ şeklinde revize edebilmiştir. Öte yandan 110 m rekor dalışı için aslında ters orantılı ilişkinin değişmediğini "hocam kadının da erkeğin akciğeri de 12' de 1' ine düşer. Ama küçülme oranı eşit aslında. Sadece aradaki farklar farklı" şeklinde savunmuştur.

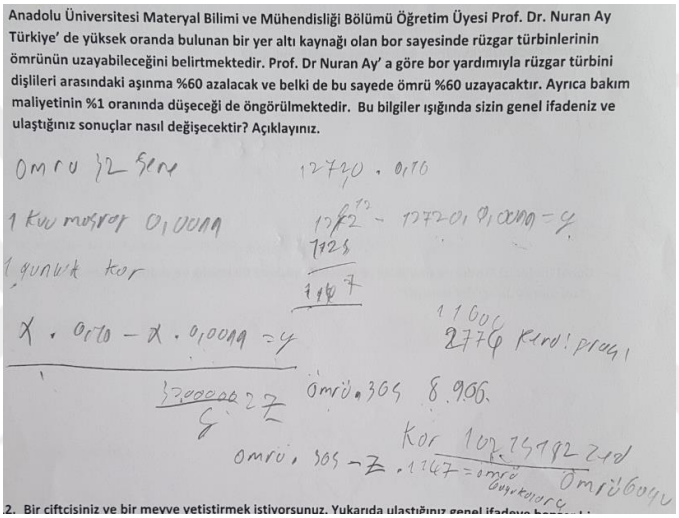
İkinci ara görüşmede rüzgar türbininin bor katkılı olması durumunda bakım masrafının azalacağı bilgisi doğrultusunda denklemin, çözümü sağlama yolunda revize edilmesi gereken yönlerine de vurgu yaparak hala kullanılabileceğini ileri sürmüştür.

> Ö: Peki rüzgar türbini bor katkılı olması durumunda ne olur?
>
> Orhan: Burada bakım maliyeti 0,01 olarak yazmıştık. Yani günlük üretimi 0,01 ile değil de 0,0099 ile çarpmamız gerekiyor artık. Ondan sonra hepsi aynı yine. Burada bir günlük kazançtan bakım masrafına giden parayı çıkartıyoruz. Orası y oluyor dersek işte y üzerinden buradan (kâğıtta yapmış zaten 3200000 i y ye bölecek...) devam ediyoruz.

Bor katkılı olması durumunda rüzgâr türbininin ömrünün 32 yıla çıkacağını görmekte zorlanmayarak gerekli revizyonları yapabilmiş ve bu doğrultuda yeni kar olan 10215182zed sonucuna ulaşarak "ömrü boyunca kazancı" açıklamasını yapabilmiştir

(Görsel 3.201). Nasıl yaptığı sorulduğunda ise denklemi revize etme sürecine ve revize edilmiş formuna dayalı matematiksel işlemleri gerçekleştirme sürecinde attığı adımlara ilişkin bağlamsal destekli olarak açıklamalar yapmıştır.

> Ö: Neler yaptın peki bor katkılı olması durumunda rüzgar türbini için?
>
> Orhan: x yerine günlük üretim yazdık. Sonra bir günde kaç lira kazanacağını yazdık. Ondan sonra x' i yine bakım masrafı ile çarptık çünkü bakım masrafı değişti. Sonra toplam kazançtan (günlük) bakım masrafını çıkarınca bir günlük kazancı buluruz. (kâğıda bakıyor) şu: 1147. Ondan sonra kaç yıl çalışacağını bulduk. 32 çarpı 365 dedik. 11680 gün. 2774 ü çıkatacağız bundan. 8906 çıktı. 8906 gün artık karına çalışacak. Günlük karı ne kadar? 1147 zed. O zaman bununla çarpınca (8906x1147=10 214 182) bu çıkıyor.

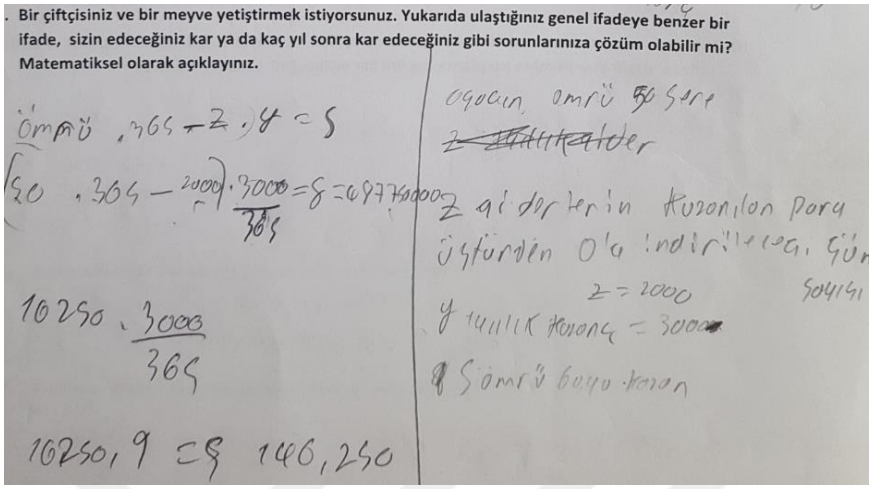


Görsel 3.201. *Orhan'ın ikinci ara görüşmede denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Yine rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede bu kez farklı bir bağlam olan bir tarlada meyve ağacı yetiştirme durumunda elde edilecek kar için, rüzgar türbini kurulması bağlamında ortaya konan denklemin kullanışlı olup olmadığı sorgulamasında Orhan' ın yeni bağlam ve yeni koşullar doğrultusunda nicelikler ve değişkenler için "ağacın ömrü 50 sene, z giderlerin kazanılan para üstünden sıfıra indirileceği gün sayısı (2000),y yıllık kazanç (3000), s ömür boyu kazanç" şeklinde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuş ve bu yolla denklemi revize ederek kullanılabilir olduğunu göstermiştir (Görsel 3.202). Kendisine ne yaptığı sorulduğunda hem neleri revize ettiğini açıklamış hem de neden revize edilmesi gerektiğini "artık ağaç olduğu için bir günlük kazanç olmayacak, yıllık kazanç olacak" şeklinde bağlamsal gerekçelendirmeler sunarak savunmuştur.

> Ö:Peki şu meyve yetiştirme durumunda ortaya koyduğun denklemi anlatır mısın bana?

Orhan: Ağacın ömrünü 50 sene olarak aldım. Z, giderlerin kazanılan para üstünden sıfıra indirilmesi için gün sayısı dedim. Y bir yıllık kazanç. Çünkü artık ağaç olduğu için bir günlük kazanç olmayacak.

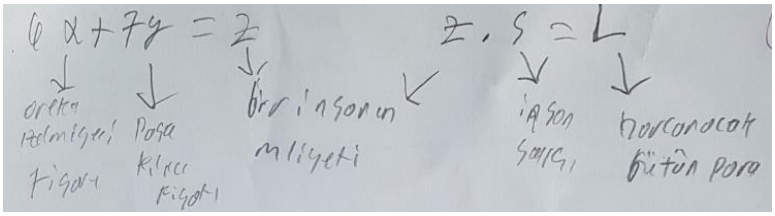


Görsel 3.202. *Orhan'ın ikinci ara görüşmede denklemi farklı bir bağlam için düzenlemesi*

Orhan'ın araştırma boyunca çözüm için kendisinin ortaya koyduğu veya başkaları tarafından ortaya konulan cebirsel ifadelerin o bağlamdaki var olan ya da değişen durumlar için çözümü karşıladığına ilişkin performansı kısaca Şekil 3.80' de verilmiştir.

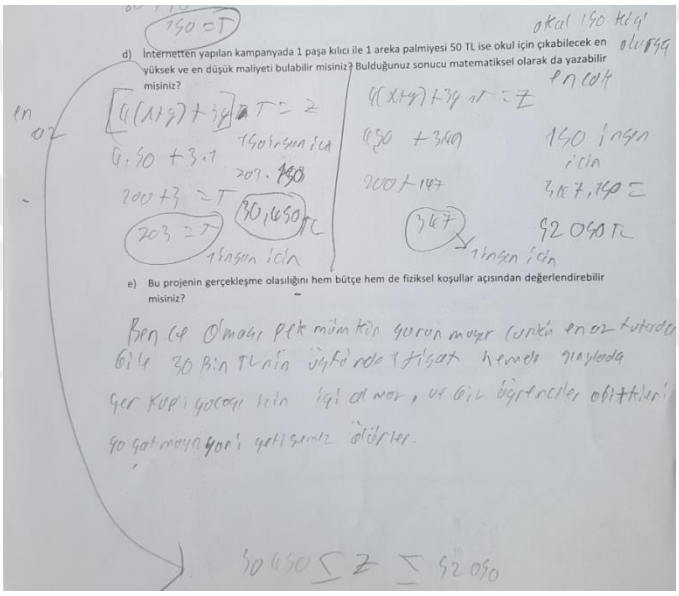
Şekil 3.80. *Orhan'ın söz konusu cebirsel ifadenin çözümü karşıladığına ilişkin performansı*

Rüzgar enerjisi görüşmesinde göstermiş olduğu başarıyı tüm etkinliklerde gerektiği zaman gösterebilen Orhan, çözüme yönelik oluşturulmuş bir cebirsel ifadenin aynı ya da farklı bağlamlarda, koşullar farklılaştığında değişen ve değişmez kalan yönleri doğru görüp revize edilmesi gereken yönleri belirleyebilmiştir. Örneğin üçüncü öğretim bölümünün İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusu olarak sunulan bir okulun havasını temizlemek için areka palmiyesi ve paşa kılıcı yetiştirilmesi bağlamında esas etkinlikteki 68x+36y=4356 denklemi ile benzer yönleri olan 4x+7y=z denklemini yapılandırmakta zorlanmadığı görülmüştür. Dahası bir kişi için olan bu denklemi insan sayısının değişimi doğrultusunda z.s=L şeklinde revize edebilmiştir (Görsel 3.203).



Görsel 3.203. *Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusunda denklemi revize etmesi*

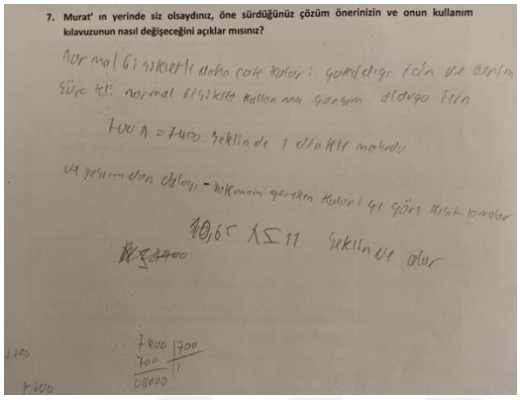
Bir areka palmiyesi ve bir paşa kılıcı 50 lira kampanyası doğrultusunda değişen koşulları göz önünde bulundurarak "misal biz şimdi 4' er tane alacağız paşa kılıcı ve arekadan ama geri kalan 3 paşa kılıcı boşta kalacak o zaman" diyerek $4.(x+y)+3y=z$ olarak düzenleyip ardından kişi sayısına bağlı olarak $(4.(x+y)+3y).t=z$ şeklide onu düzenleyebildiği görülmüştür (Görsel 3.204). Okulun 150 kişi olduğu varsayıp, paşa kılıcı fiyatı için tamsayı olma durumunda sınırlar olan en fazla 49 lira ve en az 1 lira olması doğrultusunda yeni denkleme dayalı matematiksel işlemler sonucunda okula bu koşullardaki maliyet aralığını $30450 \leq z \leq 42050$ şeklinde çıkartabilmiştir. Ayrıca bu sonuçları "en az tutarda bile 30000 liranın üstünde bir fiyat! Hem de çok yer kaplayacağı için..." şeklinde gerçek yaşam deneyimlerine dayalı olarak yorumlayabilmiştir.



Görsel 3.204. *Orhan'ın İnegöl'ün hava kirliliği etkinliğinin genişletme sorusunda denklemi değişen sınırlar doğrultusunda revize etmesi*

Kalori yakma etkinliğinde Murat'ın yerine kendisi olması durumunda kendisinde kondisyon bisikleti olmaması ve süre kısıtlamasının olmaması değişikliklerini fark edip göz önünde bulundurarak, 400x+700y+400z=7400 denkleminde kondisyon bisikletine yönelik 400x ve 400z terimlerini çıkarıp denklemi 700y=7400 şeklinde düzenleyebilmiştir. Bu düzenlemesini "normal bisikletle daha çok kalori yakıldığı için ve benim sürekli normal bisiklet kullanma şansım olduğu için 700x=7400 şeklinde bir denklem olurdu" şeklinde bağlamsal yönlere de vurgu yaparak savunabildiği görülmüştür (Görsel 3.205). Dahası yaşından dolayı yakabileceği kalori miktarının da değişeceğini görerek "yaşımdan dolayı yakmam gereken kaloriye göre kısıtlamalar $10,6<x\leq 11$

şeklinde olur" şeklinde açıklama yapabilmiştir ancak bu sınırlar haftalık kullanması gereken bisiklet süresine yönelik olduğundan günlük yakması gereken kalori miktarını dikkate alamadığı görülmüştür.



Görsel 3.205. *Orhan'ın kalori yakma etkinliğinde denklemin revizyonuna ilişkin performansı*

Orhan'ın aynı bağlamda ya da farklı bir bağlamda ortaya çıkan yeni koşullar doğrultusunda aritmetiksel işlem adımlarını veya cebirsel ifadelerini yeni koşulları karşılayacak şekilde düzenleyebilme performansı kısaca Şekil 3.81' de sunulmuştur.

Şekil 3.81. *Orhan'ın değişen koşullar doğrultusunda söz konusu cebirsel ifadeyi düzenleyebilme performansı*

Orhan'ın henüz ilk etkinlik olan elektrikli bisiklet etkinliğinden itibaren değişkenler için uygun ve gerçekçi sayısal değerler atayabildiği görülürken aynı zamanda elde edilecek matematiksel çıktıların kabul edilebilirliğini arttıran varsayımlarda bulunabildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde her iki taşıt için de yakıt giderini hesaplarken aynı km yol gitmeleri gerektiğini görerek "her ikisi için de aynı km' yi esas alalım. Yani atıyorum, mesela 1000 km gitsinler" kabulü doğrultusunda ilerlemiştir. Devamında akü fiyatının da çözüme etki eden bir değişken olduğunu görünce akü değişiminin yapılacağı bir km kabul etmesi gerektiğini görerek "28000 km gitsinler o zaman. Ben 400 defa kullanılırsa aküyü bilgisi üzerinden yaptım" şeklindeki varsayımı doğrultusunda maliyet hesaplamasına gitmiştir. Mars etkinliğinde ise bir insana gerekli oksijen miktarını hesaplarken öncelikle "bir insan 500 ml hava

alıyor. 105 ml kullanıyor. O zaman 105 ml üzerinden yapalım", daha sonrasında "ilk başta ağaç 105 ml oksijen verse biz bunun 25' ini kullanır 80' ini geri veririz. Şimdi elimizde 80 olduğu için ağaç 25 ml verse yine 105 olur ve onu alırız devam ederiz" diyerek ilk nefes alışverişte 105 ml ardından her nefes alışveriş için kendisinin geri verdiği 80 ml üstüne 25' er ml alacağını kabul ederek hesaplama yaptığı görülmüştür. Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede ise hesaplamalarını, kovan sayısı sabit olmak üzere doğal yollardan ve aşılama yoluyla arı sütü üretiminde aynı parayı yani 500000TL kazanılacağı varsayımı üzerinden yaptığını belirtmiştir. Öte yandan her kovandan aşılama yoluyla 250 ile 300 g arasında arı sütü elde edileceğine ilişkin bilgiyi işaret ederek "250-300 g arasında arı sütü üretimi var demiş aşılamada ama ben 300 g olduğunu varsaydım" açıklamasıyla uygun bir varsayımda bulunduğunu gösteren Orhan, "arı sütü miktarı arttıkça fiyatı düşer mi?" sorusuna yanıt verirken arı sütünden ülkedeki toplam kazancın 500000 TL ile sabit kabul edilmesine dikkat çekmiştir.

> Ö: Burada nasıl yaptığını anlatabilir misin?
>
> Orhan: Kilosu 10000 TL' den satıldığı için 50 kg satıldığında 500 000 TL kazanç elde ediliyor. Üretim 740 kg olduğunda da 500000 TL kazanç elde edilebilmesi için ne kadar liradan arı sütü satılması gerektiğini buldum.
>
> ...
>
> Ö: Neden? Arı sütü miktarı arttıkça fiyatı düşer mi?
>
> Orhan: Kazanılması, toplanması gereken para (500000 TL) aynı kalacaksa o zaman düşer. Diğer türlü kilosunun fiyatı değişmez. Üretim arttıkça kazanılan para da artar.

İkinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinde ceviz ağacından elde edilecek cevizin fiyatı değişkeni için "en kötüsünü düşünelim. O zaman en ucuzu olsun" deyip "cevizin kilosunu 10 liradan satacağımızı kabul edelim" şeklinde varsayımda bulunmuş ve bağlamsal yönden gerekçeler sunmuştur. Öte yandan yine bu etkinlikte çözüme ilişkin denklemin nasıl kullanılacağını gösterirken arazinin bir kenar uzunluğu için sayısal değerler atama sırasında öğrencilerden bazılarının rastgele 50 m gibi değerler verdiği, bazılarının $(\frac{x}{4}+1)^2$ ve $(\frac{x}{8}+1)^2$ denklemlerinde sonucun tamsayı çıkması amacıyla ağaç aralıkları olan 4 ve 8' in ortak katları olan 48m, 96 m, 56 m gibi değerler verme yoluna gittikleri görülmüştür. Ancak Orhan onların ötesine giderek verilen sayısal değerleri kavak ve ceviz dikilecek bir tarlanın kenar uzunluğu için gerçekçi olmadığını düşünerek "320 m deyin bence" diyerek onları uyarmıştır.

Orhan' ın araştırma boyunca çözüme ilişkin matematiksel işlemler gerçekleştirirken sayısal değerlerde, sadece daha kolay hesaplamalar yapmak için

yuvarlamalar yapmadığı, elde edilen ara ve son çıktıların anlamlı veya geçerli olabilmesi için bağlamsal olarak gerekli görülen yuvarlamalar da yapabildiği görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde çam ağacı götürülmesi şeklinde değişen bağlamda kişi başına 21,1 ağaç götürülmesi gerektiği sonucunu bulmasına rağmen ve matematiksel olarak bunu 21'e yuvarlaması gerekirken 22 ağaca yuvarlaması dikkat çekmektedir. Nitekim benzer şekilde kayın ağacı için de 4 kişi için 65,52 ağaç olarak çıkan sonuç için bağlamsal yönleri de göz önünde bulundurarak "66 diyelim. 65 dersek eksik ağaç olur" şeklinde yuvarlama yapmıştır. İkinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinde de 100x100 m bir karesel bölge kabul edilen tarlanın bir kenarına 8' er m aralıkla dikilebilecek ceviz ağacı sayısını $\frac{100}{8} + 1 = 13{,}5$ olarak bulurken, bu çıktıyı matematiksel olarak 14' e yuvarlaması gerekirken, 14 ağaç olursa 14. ağaç arazinin dışında kalmış olacağını göz önünde bulundurarak 13 ağaç olarak kabul etmiştir.

Orhan' ın henüz birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinde bile çözüme dolaylı yoldan etki eden bazı değişkenlerin görmezden gelineceğini fark ettiren "daha pahalı olanlar sadece konfor olarak mı iyi yoksa daha az yakma durumu var mı hocam?" şeklinde sorular yöneltmiş ve sonrasında cevabı beklemeden "şöyle bir durum da var. Fiyatı fazla olan motosikletin yaktığı yakıt düşük olursa o zaman ilk alışta çok versek de zamanla az yaktığı için maliyeti düşebilir" şeklinde görüş bildirmiştir. Mars etkinliğinde de Mars' a gidecek kişilerin aynı miktarda oksijen tüketeceği görüşü ileri sürüldüğünde kadın erkek ayrımının göz ardı edildiğinin farkında olduğunu "hocam daha önceki etkinliğimizde kadın erkek arasındaki akciğer hacminden bahsetmiştik. Kadınların daha küçüktü. Aslında daha küçükse erkekler kadar oksijen tüketmezler" diyerek göstermiştir. Ağacın üreteceği oksijen için Melaike'nin "ağacın boyu, yapısı yani türüne göre değişmez mi üreteceği oksijen miktarı?" çıkışına "o zaman hocam ağacı biz oraya dikince ağaç büyüyecek ve büyüdükçe ürettiği oksijen miktarı artacak. O zaman onu da hesaplamamız lazım" karşılığını vermiştir. İkinci öğretim bölümünün AB etkinliğinde ülkelerin yıllara bağlı olarak nüfuslarını sunan denklemleri yorumlarken "ülkelerin nüfuslarının her yıl sürekli aynı şekilde değiştiğini kabul ediyoruz" şeklinde bir varsayıma vurgu yapmıştır. Benzer şekilde denkleme ilişkin Uludağ' da kayak etkinliğinin öğretimi sırasında "1 sn hareket ettiğinde yüksekliğin de hep aynı miktarda azaldığını kabul etmemiz lazım" şeklinde, gözden geçirme aracında ise "Ömer' in hızının hiç değişmediğini varsaydım" şeklindeki varsayımlara dikkat çekmiştir. Rüzgâr enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede de "hep aynı miktarda üretim yaptığını rüzgârın hep aynı hızda döndüğünü yazdım.

Çünkü rüzgâr artarsa ya da azalırsa üretim de artar ya da azalır ona göre" savunmasını yapmıştır. Uludağ'da kayak etkinliğinde "pist uzunluğunu doğrusal kabul etmeliyiz" şeklinde y=5x veya y=500-5x denklemlerinin kurulabilmesinde kritik bir varsayıma dikkat çekmiştir. Dahası doğrusal kabul edilmesini "gerçek yaşamda böyle bir dağ olamaz zaten☺" deyip "işlem yapabilelim diye böyle" şeklinde savunmuştur. Birinci öğretim bölümünün Bursa-İstanbul güzergahları etkinliğinde yol için harcanacak yakıt giderine etki edebilecek trafikte kalmanın çok benzin yaktıracağı görüşünü "ama hocam öyle trafik falan demiyor ki hiç. Onu da dikkate almayacağız herhalde" diyerek karşı çıkması dikkat çekmiştir. İkinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinin öğretim deneyinde her bir kavak ağacın boyunun veya ceviz ağacının meyve veriminin aynı olmayacağı sorgulamasında "biz onları mükemmel kabul edelim" diyerek onlar için varsayımda bulunulması gerektiğini dile getirmiştir. Ayrıca Faris'in "hocam ağaçları dikerken boyunun kaç m olduğu önemli" çıkışına karşılık "hocam ona kalırsa köküne göre de değişir" vurgusu ile de yine görmezden gelinmesi gereken bir değişkene dikkat çekmiştir. Gözden geçirme aracında da varsayımlar sorulduğunda "kavakların aynı kiloda olduğu, her bir ceviz ağacının aynı kiloda ceviz verdiği, kavak ve ceviz için de fidan fiyatlarının aynı olduğu" maddelerini sıralamıştır. Üçüncü öğretim bölümünde ise İnegöl'ün hava kirliliği etkinliği genişletme sorusu olan areka palmiyesi ve paşa kılıcı bağlamında bir başka katılımcı Faris'in sınıf hacmi, sınıfta kaç kişi bulunduğu gibi dolaylı yoldan etki edecek değişkenleri ileri sürmesine karşılık olarak "onları ortalama bir şey alırız. O zaman sıkıntı olmaz" diyerek yine varsayımda bulunulabileceğini öne sürebilmiştir.

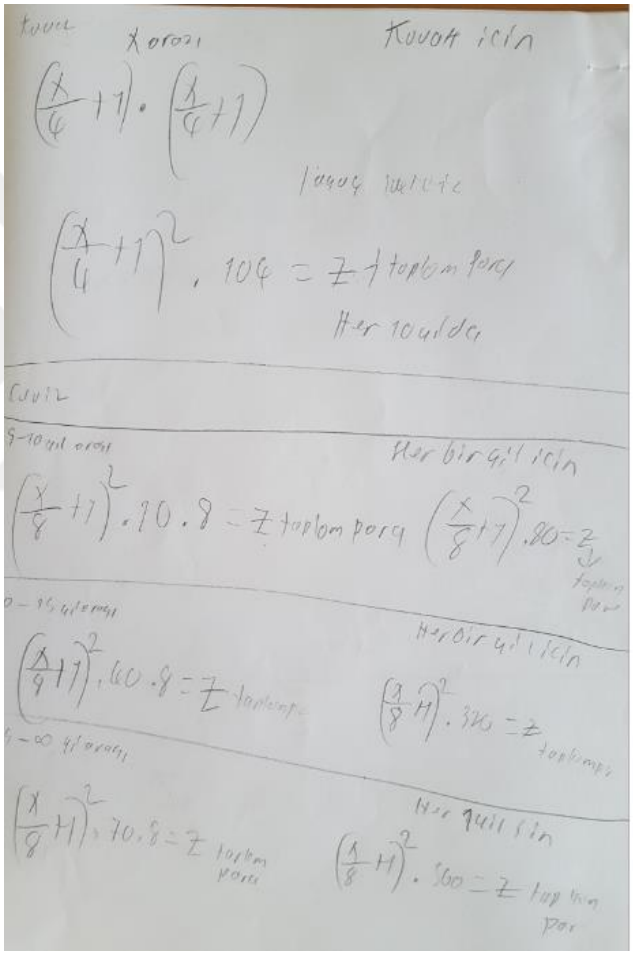
Araştırma boyunca pek çok kez bazı varsayımların çözüme ilişkin matematiksel modelin veya çıktıların farklılaşmasına sebep olacağını görebildiğini gösteren Orhan, birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde bir başka arkadaşının maliyet hesaplaması yaparken akü değişimini gerektirmesinden dolayı her iki aracın da 24500 km gittiğini kabul ettiğini belirtmesi üzerine kendisinin 28000 km gittikleri varsayımını işaret ederek "ben 400 defa üzerinden yaptım. O, 350 defadan herhalde" açıklaması dikkat çekmiştir. Arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede de elde ettiği kilosunun 25 kg olması sonucu için altı milyon kovanın da aşılama yoluyla arı sütü üretmesi varsayımı doğrultusunda geçerli olduğunu "orada 2500 kovan değil de tümünü yani 6 milyon kovan aşılama yoluyla üretime geçirilirse ne kadar arı sütü olacağını buldum. Ne kadardan satılırsa 500000 TL kazanılacağını buldum. Yani 25 kuruşa satılırsa sorun yok☺" şeklinde ifade etmiştir. İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde diğer

gruplar çözüme ilişkin y=500-5x denklemini oluşturup kullanırken onun grubu y=5x denklemini oluşturup kullanmış ve bu farklılık için "onlar kalan yüksekliği bulalım demişler biz inilen yüksekliği. Aynısı aslında kalanı bulmak için 500'den çıkarırız biz de" şeklinde farklı kabulleri işaret etmiştir. Düzenli şehir etkinliğinin öğretim sürecinde ortak yaşam alanının arazinin tam ortasında yer almaması durumunda denklemin ne olacağı sorgulaması sırasında "hocam karesel bölge mi olacak yine?" sorusu ile arazinin şeklinin ne olarak kabul edildiğinin modelin revizyonunda önemine dikkat çekmiştir. Rüzgar enerjisi bağlamlı ikinci ara görüşmede de bir rüzgar türbininden ömrü boyunca elde edeceği kazanç için ortaya koyduğu "(ö.365-z).y=s" denklemini, rüzgar türbini sayısı artarsa sorgulaması sırasında rüzgar türbini sayısına p değişkenini atayarak "s.p" olarak veya "(ö.365-z).y.p=s" olarak iki farklı şekilde düzenleyebilmiştir. Dahası sadece matematiksel görünen bu revizyonları örnek sayısal değerler atayıp bağlamsal yönlere dikkat çekerek açıklayabilmiştir.

> Ö: Ne yaptın sen burada anlatır mısın?
>
> Orhan: Hocam mesela burada ömrüne 10 yıl diyeceğiz. 10 ile 365 i çarpacağız. Sonra kendisini kaç günde amorti edeceğini yani z yi bulacağız. Sonra bu ikisini çıkartacağız. Y' ye de 1000 vereceğiz yani günlük kazancı. Çarptığımızda ömür boyu kazancını bulacağız bir tanesinin. Kaç tane olduğuyla yani p ile çarptığımızda da tamamını bulacağız. O da s' ye eşit olacak.

Orhan'ın, bazı etkinliklerde bağlam metninde sunulan veya problemin doğası gereği ortaya çıkan kısıtlamalara ilişkin varsayımlarda bulunabildiği veya bu varsayımları göz önünde bulundurabildiği görülmüştür. Örneğin ikinci öğretim bölümünün satranç etkinliğinde "toplam maç sayısını 15 aldım", "20 puan alması durumunda..." şeklinde, ikinci ara görüşmede "ben bir türbinin ömrünü 20 yıl olarak aldım" şeklinde, üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde "akşam en geç 24.00' e kadar sürebilsin mesela (kondisyon bisikleti)" şeklinde kısıtlamalara ilişkin varsayımlar sunmuştur. İkinci öğretim bölümünün arazime ne diksem etkinliğinin öğretim süreci sırasında ise iki ağacın arasındaki mesafenin kaç m kabul edileceğine karar verebildiği ve bu kararı verirken Ferman ile aynı anda "ceviz için 8 m alalım aralıkları. Çünkü düz yukarı büyümüyor kavak gibi değil" diyerek bu kısıtlama için bağlamsal yönde bir gerekçe de ileri sürebildiği görülmüştür. Ayrıca bir diğer katılımcı olan Aynur' un 15 yıl sonra budama yapılması gerekebileceği görüşüne "evet ama dar dikilirse" diyerek karşı çıkmış ve aslında geniş aralıkta dikilmesi kabulünün önemine dikkat çekmiştir. Dahası ceviz ağacı için farklı yaş aralıklarında farklı ceviz vereceği bilgisinden yola çıkarak "tamam hocam

şimdi arazi kare olsun. Ona göre buluruz da... ceviz için 5-10 yıl arası farklı, 10-15 yıl arası farklı, 15' ten sonrası farklı…O zaman her bir ağaçtan 10 kilo ceviz gelse (10 ile çarptı) ağaçlardan toplayacağımız cevizi buluruz. Onu da 8 ile çarptığımızda toplam fiyatı buluruz" açıklaması ile kısıtlılıklara yönelik kabullerde bulunabildiği görülmüştür. Ayrıca hem denklemi oluşturmaya hem de daha kolay hesaplamalar yapmaya etki eden arazinin kare olarak kabul edilmesini dile getirebilmiştir. Dahası farklı aralıklarda farklı kabuller doğrultusunda denklemin değişen ve değişmez yönlerini göz önünde bulundurarak gerekli revizyonu ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.206).



Görsel 3.206. *Orhan'ın arazime ne diksem etkinliğinde kısıtlamalara yönelik farklı varsayımlar doğrultusunda denklemleri düzenlemesi*

Orhan, bazı etkinliklerde çözüme ilişkin ulaşılan cebirsel ifadenin ve ona dayalı olarak elde edilecek çıktıların gerçek yaşamda kullanılabilirliği için göz önünde bulundurulması gereken varsayımlara da dikkat çekebilmiştir. Örneğin, üçüncü öğretim bölümünde İnegöl' ün hava kirliliği etkinliğinin öğretim sürecinde ağaç dikilmesi için

yeterli alan olup olmadığına dikkat çekilmesi üzerine alaycı bir şekilde “her boş araziye de ağaç dikemeyiz ki? Havayı düzelteceğiz diye ekonomiyi mi çökerteceğiz?” çıkışı iğneleme yapmış ve ağaç dikilecek alanın varlığının görmezden gelinmesi gerektiğini göstermiştir. Kalori yakma etkinliğinin gözden geçirme aracında da denklemin ve öne sürülen çıktıların günlük yaşamda değerlendirilmesi sırasında göz önünde bulundurulması beklenen varsayımlarına “her gün aynı kaloriyi aldığını ve sporu hiç aksatmadığını varsaydım” şeklinde örnekler verebilmiştir. Orhan’ın araştırma boyunca varsayımlarda bulunma veya onları göz önünde bulundurma performansı kısaca Şekil 3.82’ de verilmiştir.

Şekil 3.82. *Orhan'ın varsayımda bulunma ve onları göz önünde bulundurma performansı*

3.2. Matematik Okuryazarlığına İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde matematikleştirme yeterliğinin desteklendiği, modelleme etkinlikleri içeren öğrenme sürecinde yer alan odak katılımcı olan öğrencilerin araştırma öncesi ve sonrasında matematik okuryazarlıklarında görülen değişime ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

3.2.1. Aynur'un matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

Araştırma öncesi uygulanan daha önceden PISA'da sorulmuş farklı düzeylerdeki sorulardan oluşan ön testte Aynur, döviz kuru başlığı altında yer alan birinci ve ikinci düzey sorularının ikisine de yanlış cevap vermiştir. İlk olarak birinci düzeyde yer alan birinci soruda çözüme etki etmeyen"3 ay" niceliğini esas alarak hata yaptığı ve 12,6 ZAR sonucuna ulaştığı görülmüştür (Görsel 3.207a). İlk görüşmede kendisine bu performansını açıklama fırsatı verildiğinde yanlış niceliği aldığını fark edememiş ve aslında kendisinden ZAR para birimine dönüştürmesi beklenen 3000 SGD'ye yönelik herhangi bir açıklama sunamamıştır.

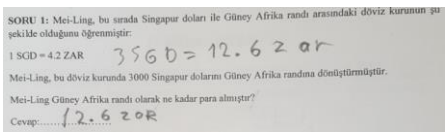
Ö: Öncelikle şu birinci soruda neler düşündün?

Aynur: Hocam şimdi 3 aylığına Güney Afrika' ya gitmek istiyor. SGD 4,2 ZAR'mış. Ben 1 ay olarak 4,2 ZAR aldım ve 3 ay dediği için 3 ay da 4,2 ZAR oluyor. Yani 12,6 ZAR olur.

Ayrıca aynı başlığın ikinci düzeyde yer alan diğer sorusunda da her ne kadar bu sefer doğru nicelikleri esas alarak onlar arasında doğru orantılı bir ilişki kurmaya çalışsa da içler dışlar çarpımı algoritması gibi bir stratejiye başvuramadığı, hatta çarpma yerine üzerine ekleme yapma yoluna giderek 925 ZAR şeklinde yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür (Görsel 3.207b). Görüşme sırasında bu soruyu çözerken 3900 ZAR' ı 4000' e yuvarladığını belirtmiş ve 1 SGD 4 ZAR'a eşit olduğu için 4'ün üzerine arka arkaya 4 ekleme stratejisini kullandığını ifade etmiştir.

Ö:Peki ikinci soruda ne yaptın?

Aynur: Hocam ben 3 milyar 900 ZAR'ı (yanlış okuyor 3900 ZAR) 4000 olarak aldım. Üstüne ekleye ekleye gittim. Sonra kalan para da 925 SGD oldu.


SORU 1: Mei-Ling, bu sırada Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kurunun şu şekilde olduğunu öğrenmiştir:

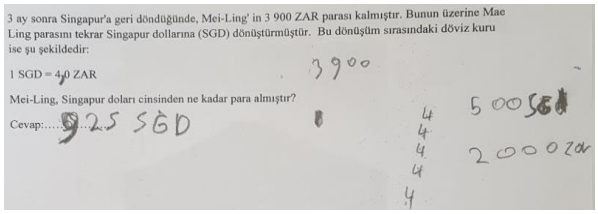
1 SGD = 4.2 ZAR 3 SGD = 12.6 zar

Mei-Ling, bu döviz kurunda 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürmüştür.

Mei-Ling Güney Afrika randı olarak ne kadar para almıştır?

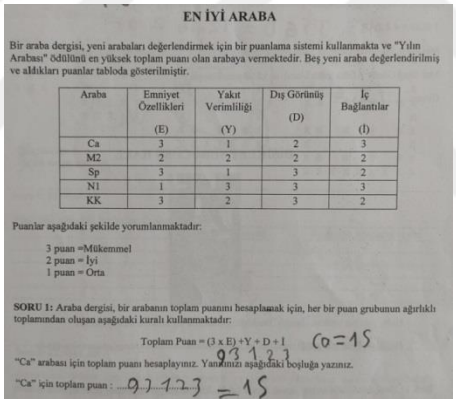
Cevap: 12.6 ZAR

Görsel 3.207a. *Aynur'un döviz kuru başlıklı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.207b. *Aynur'un döviz kuru başlıklı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Bir diğer ikinci düzey soru olan en iyi araba başlığında ise tablo ile sunulan sayısal değerlerden kendisinden istenen "Ca" arabası için olanları belirleyerek kendisine verilen formülde yerleştirip hesaplamaları "(3×3)+1+2+3=15" şeklinde doğru yapabilmiştir (Görsel 3.208). Görüşme sırasında çözüme ulaşma yolundaki matematiksel işlemlerini "arabaların markalarını vermişler. Burada (formülü-modeli gösteriyor) 3xE…E=3' müş. 3 kere 3 eşittir 9 oluyor. Y=1, D=2 ve İ= 3 vermiş. 9 ile onları da topladım çıktı" şeklinde rahatlıkla açıklayabilmiştir.



EN İYİ ARABA

Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

SORU 1: Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ Co=15
3 1 2 3

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan : 9 1 2 3 =15

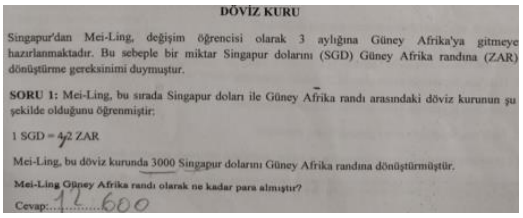
Görsel 3.208. *Aynur'un en iyi araba başlıklı soruya ilişkin ön testteki performansı*

Araştırma sonunda uygulanan son testte ise birinci ve ikinci düzeyde yer alan elmalar ve döviz kuru başlıları altındaki bu soruları eksiksiz bir şekilde doğru cevaplayabilmiştir. Döviz kuru başlığı altında yer alan ilk soruda bu sefer "3 ay" niceliğini esas alma hatasını yapmamış ve ön testte dikkat etmediği 3000 SGD değerini esas alarak doğrudan 4,2 ile 3000'i çarparak 12600 ZAR sonucuna ulaşabilmiştir (görsel 209a). İkinci soruda bu kez 4 üzerine 4 ekleme yoluyla değil de "4 ile hangi sayıyı çarparsam 3900 olur" şeklinde bir strateji belirlediği görülen Aynur, 3900÷4=975 şeklindeki daha pratik bir yol görememiştir (Görsel 3.209b). Son görüşmede çözüme ulaşma sürecinde attığı adımları "1SGD=4,2ZAR.3000=12600 ve 1 SGD=4,0 ise

975×4=3900 ZAR" şeklinde tekrardan işlemleri ortaya koyarak rahatlıkla açıklayabilmiş (Görsel 3.209c)

Ö: Nasıl yaptın bu döviz kuru başlığındaki soruları anlatır mısın?

Aynur: Hocam 4,2 ZAR'ı 3000 ile çarptım ve böylece 12600 buldum. Diğer soruda da 3900 ZAR'ı geri çevirecekmiş. Onda da ben deneyerek buldum. 975 SGD oluyor. Çarptığımızda 3900' e tam oluyor. O yüzden 975 olur cevap.



DÖVİZ KURU

Singapur'dan Mei-Ling, değişim öğrencisi olarak 3 aylığına Güney Afrika'ya gitmeye hazırlanmaktadır. Bu sebeple bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika randına (ZAR) dönüştürme gereksinimi duymuştur.

SORU 1: Mei-Ling, bu sırada Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kurunun şu şekilde olduğunu öğrenmiştir;

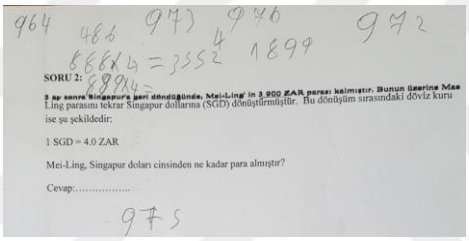
1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling, bu döviz kurunda 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürmüştür.

Mei-Ling Güney Afrika randı olarak ne kadar para almıştır?

Cevap: 12600

Görsel 3.209a. *Aynur'un döviz kuru başlıklı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



SORU 2:

3 ay sonra Singapura geri döndüğünde, Mei-Ling' in 3.900 ZAR parası kalmıştır. Bunun üzerine Mei-Ling parasını tekrar Singapur dolarına (SGD) dönüştürmüştür. Bu dönüşüm sırasındaki döviz kuru ise şu şekildedir:

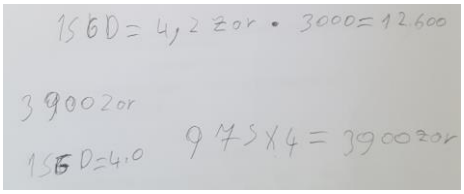
1 SGD = 4.0 ZAR

Mei-Ling, Singapur doları cinsinden ne kadar para almıştır?

Cevap:.....

975

Görsel 3.209b. *Aynur'un döviz kuru başlıklı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

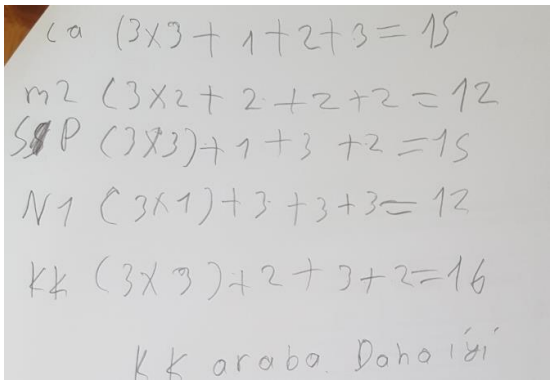


Görsel 3.209c. *Aynur'un görüşme sürecinde döviz kuru başlıklı sorulara ilişkin tekrar çözümü*

En iyi araba başlıklı soruda ise bu sefer sadece "Ca" arabasını hesaplamamış, diğer arabalar için formülde uygun değerleri yerleştirerek hesaplar yapmış ve elde ettiği çıktılar doğrultusunda "en iyi araba kk'dır" şeklinde çözüme ilişkin bir yorumda bulunmuştur (Görsel 3.210). İlk görüşmedekine benzer bir açıklama ile son görüşmede de çözüme ulaşma yolunda attığı adımları açıklayabilmiştir.

Ö: En iyi araba sorusunda ne yaptın peki?

Aynur: şimdi her araba için 3 ile E ' yi çarpmış. Mesela Ca arabası için E=3 demiş. 3 ile 3' ü çarptım sonra diğerlerini de vermiş onları yerine yazdım ve topladım.



Görsel 3.210. *Aynur'un en iyi araba başlıklı birinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Araştırmanın başında birinci ve ikinci düzey sorulara doğru yanıtlar vermekte sıkıntısı açıkça görülen Aynur'un araştırmanın sonunda ise artık bu düzeylerdeki sorulara rahatlıkla doğru çözümler sunabildiği görülmüştür. Daha üst düzey sorularda ise her iki testte de mutlak başarı gösterememiştir. Üçüncü düzeyde yer alan sorulardan bisiklet sürücüsü Hale başlığında ve paraşütlü gemiler başlıklı birinci sorusunda her iki testte de çözüme ilişkin olumlu bir performans ortaya koyamamıştır. Örneğin, paraşütlü gemiler başlıklı birinci soruda güvertedeki 24 km/h hızın %25' ini bulup 24 km/h' in üstüne eklemeyi gerektiren paraşütlü gemiler sorusunda ön testte ne güvertedeki hızın %25'ini bulma ne de üstüne ekleme yönünde herhangi bir eylem ortaya koyamadığı görülmüştür (Görsel 3.211a). Son testte ise yine güvertedeki 24 km/h hızın %25' ini bulma yönünde herhangi bir eylemi görülmezken, bu sefer üstüne ekleme yönünde 24+25=49 toplama işlemini gerçekleştirmiştir (Görsel 3.211b). Öte yandan son testteki 25 ile 24 değerlerini çarpma yönündeki başarısız eylemi dikkat çekse de son görüşme sırasında bu soruya yönelik"hocam ben bu soruyu yapamadım ama yapmaya çalıştım. Geminin güvertesinde rüzgar hızı 24 km/sa. Ben 24 km/sa 'in %25 oranında daha hızlı olacağını düşündüm. Ve topladım ikisini buldum" şeklindeki açıklaması ile toplama ilişkisini görebildiğini göstermiştir. Bu açıklamasında attığı adımları bağlamsal destekli olarak açıklayabildiği görülen Aynur'un oysaki ilk görüşmede ön testte attığı adımları daha çok sadece matematiksel olarak açıklama yönündeki performansı dikkat çekmiştir.

Ö: Hemen altındaki soruda ne düşündün peki? (paraşütlü gemi 1. soru)

Aynur: Ben hocam birazcık şıklardan yola çıkarak yaptım.

Ö: (Sessizliğin ardından) Mesela 24' ten 6 yı çıkartmışsın burada. Neden 6?

Aynur: Şey hocam. Böldüm.

Ö: Neyi neye böldün?

Aynur: 6' ya böldüm.

Ö: Neyi?

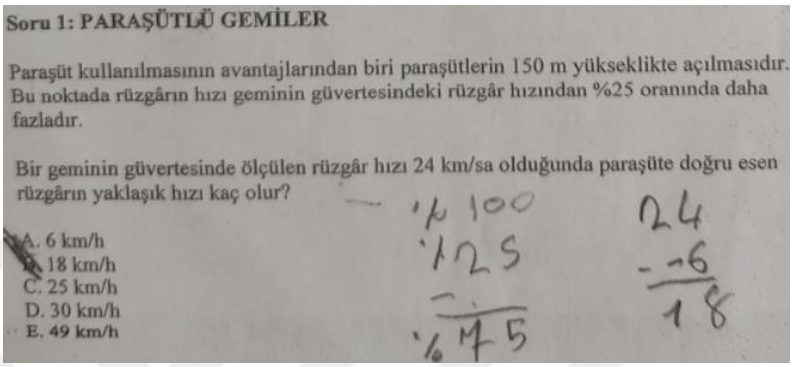
Aynur: Şey bölmedim çıkarttım 6' yı.

Ö: Neden peki 6' yı çıkarttın? Neden 6?

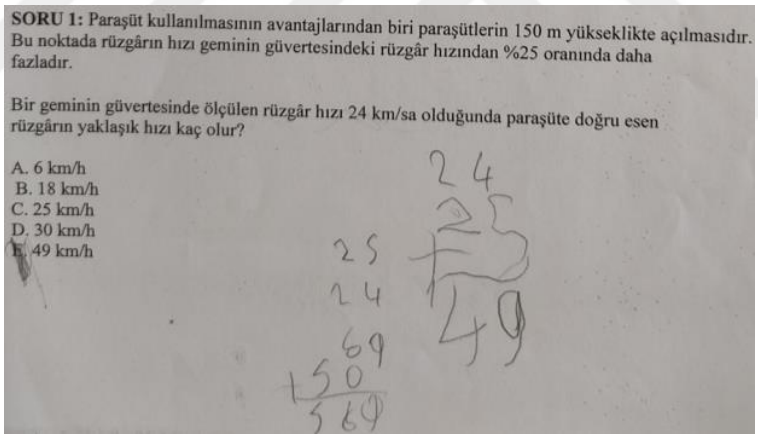
Aynur: (düşündü ve cevap bulamamış mahcup olmuş gibi güldü)

Ö: Neden 6? Bak hiç metinde 6 geçmiyor ama sen 6' yı çıkarmışsın 18 bulmuşsun….Buraya yazdığın %25 veya %75 ile bir alakası var mı 6 yazmanın?

Aynur: ...



Görsel 3.211a. *Aynur'un paraşütlü gemi başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.211b. *Aynur'un paraşütlü gemi başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*

Dördüncü düzey sorulardan elmalar başlığı birinci sorusunda yer alan tabloyu ön testte örüntüye uygun sayısal değerler ile doldurarak doğru yanıtlayabilen Aynur, son testte ise sadece bir hata yapmıştır (Görsel 3.212). Görüşme sırasında aritmetiksel olarak artış gösteren örüntüdeki ilişkiyi "yani hep 8 koyuyor" şeklinde sözel olarak ifade edebildiği ancak karesel sayıları işaret eden elma ağaçları sayısı için adım sayısına göre herhangi bir ilişki kuramadığı görülmüştür. Devamında gelen ikinci soruda sunulan 8n ve n^2 kurallarını da fark edememiş ve uygun olduğunu görememiştir. Ayrıca görüşme sırasında "sayarak yaptım" açıklaması dikkat çekmiştir.

Ö: Elmalar sorusunda tabloyu doldurabildin mi?

Aynur: Doldurabildim. Sadece şu 5' te sorun yaşadım.

Ö: Nasıl doldurdun? Nasıl bir strateji kullandın tabloyu doldururken?

Aynur: Hocam bu 8-16-24-32-40 diye gidiyor yani 8 koyuyor hep. Bunda da 1-4-9-16 diye gidiyor ben bundan şey yapamadım (kural bulamadım demek istiyor)

Ö: Sonra gelecek sayı ne? Bulamadın mı?

Aynur: Hayır bulamadım.

Ö: Peki buradaki ilişki ne? Kural?

Aynur: …(sessizlik düşünüyor)

Ö: Hani 8-16-24 dedin ya oradaki gibi bir kural var mı?

Aynur: Bu her defasında…1' i 4 ile çarpmış 8 16 olmuş. Bunda…

Ö: Yani bu tabloda bu sütunu nasıl doldurabildin böyle?

Aynur: …

Ö: Ne gördün yani? Nasıl doldurdun buraları?

Aynur: Sayarak yaptım hocam. Burada 8 tane var mesela sonra 16-24…

Ö: Peki burada (4. Adımda) kaç tane var?

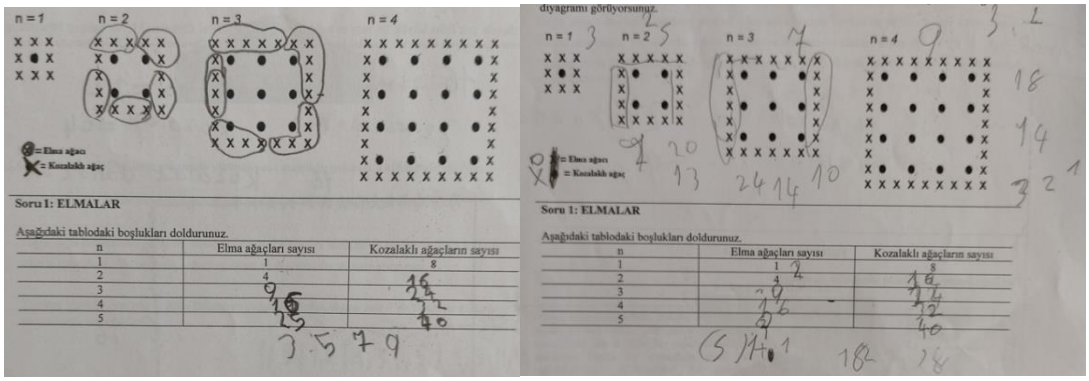
Aynur: 32.

Ö: Peki bir sonraki adımda 40 demişsin. Onu nasıl buldun?

Aynur: 8 ekleyerek hep.

Ö: Peki elma ağaçlarında sonuncuyu bulamamışsın. Onda benzer şekilde kural yok mu?

Aynur: Ben bulamadım.



Görsel 3.212. *Aynur'un elmalar başlığındaki birinci soruya ilişkin ön test ve son testteki performansı*

Dördüncü düzeyde yer alan diğer bir soru olan Fuji dağı tırmanışı başlığı ikinci sorusunda her iki testte de doğru yanıt verememiş ancak ön testte bağlamsal açıdan düşünüldüğünde gerçekçi olmayan bir cevap olan "bir adım mesafesinin 900 cm" olduğu yanıtını son testte vermediği görülmüştür. Beşinci düzey sorulardan elmalar başlığı ikinci sorusu için de her iki testte hesaplamalar yapamadığı ve yanıt veremediği görülen Aynur'unFuji dağı başlığında yer alan diğer bir beşinci düzey sorusunda ön testte sadece

tırmanış için verilen bilgiye odaklanarak saatte 1,5 km yol gittiği için 9 km'lik yolu "1,5+1,5+1,5+1,5+1,5+1,5=9" şeklinde 6 saatte gideceğini doğru hesaplayabildiği görülmüştür (Görsel 3.213a). Ancak sonuç olarak "akşam saat 6" şeklinde kabul edilebilir bir çıktı sunamamıştır. Son testte hem gidiş hem dönüş ile ilgili bilgileri göz önünde bulundurma yönünde "1,5 km ve 3 km" şeklinde girişimleri görülmesine rağmen ardışık işlemler gerektiren bu problemin üstesinden gelmekte başarılı olamamıştır (Görsel 3.213b). Görüşme sırasında hızın artmasına bağlı olarak sürenin azalacağını ilişkisini görebilmesi dikkat çekmiştir.

Aynur: Hocam 1,5 km yol alıyormuş saatte.

Ö: Ne demek saatte 1,5 km yol almak?

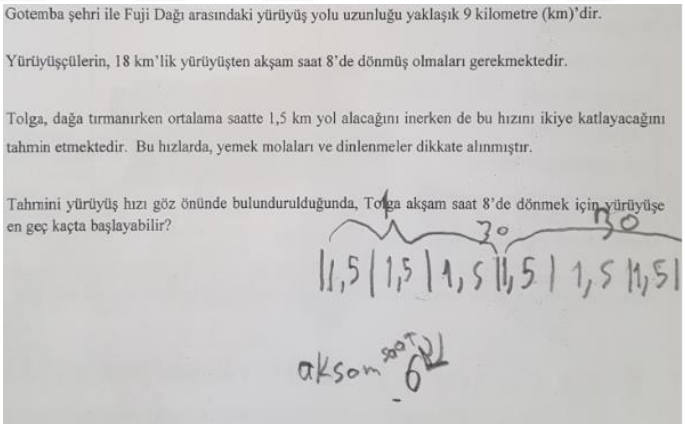
Aynur: 1 saatte 1,5 km yol alıyor işte. Hocam yukarı çıkarken 1,5 km yol alıyor ama aşağı inerken hızlanıyor iki katına çıkıyor 3 km yol alıyor.

Ö: Tamam sonrasında…akşam saat 8' de eve dönebilmesi için kaçta evden çıkmış olması gerekir?

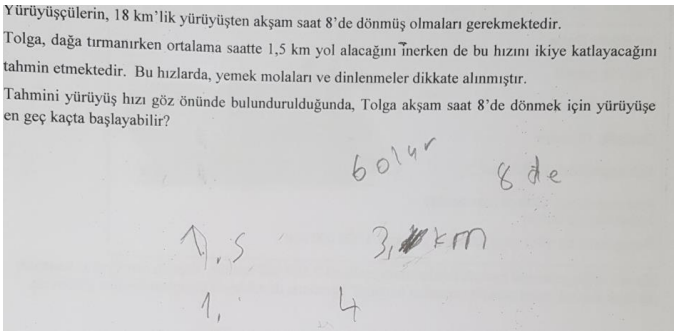
Aynur: 3' te…(kendinden emin değil)

Ö: Neden?

Aynur: Hocam çünkü çıkarken hızı 1,5 km ama inerken 3 km olduğu için daha az oluyor aşağı inerken (süre demek istiyor). Yani hızı 3 km daha hızlı. O yüzden de süre daha az oluyor. Çıkarken 1,5 km ile çıkacak daha yavaş. O yüzden 5 saatte bitirir. 3' te çıkmalı.

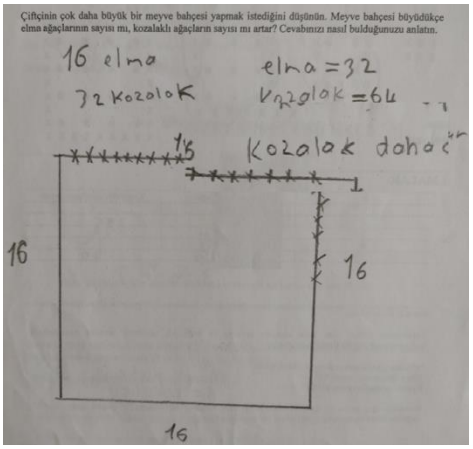


Görsel 3.213a. *Aynur'un fuji dağı başlığının ikinci sorusunun çözümüne ilişkin ön testteki performansı*

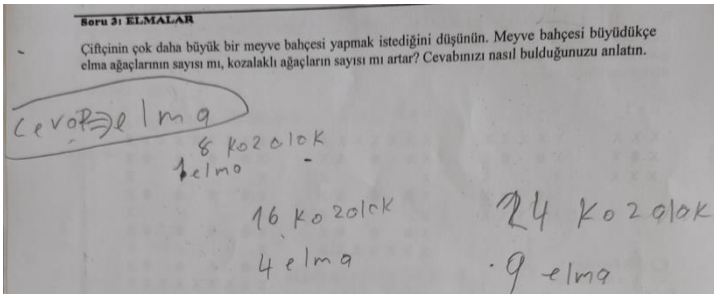


Görsel 3.213b. *Aynur'un fuji dağı başlığının ikinci sorusunun çözümüne ilişkin son testteki performansı*

Altıncı düzey sorulardan elmalar başlığında yer alan üçüncü soruya ön testte kozalakların daha çok olacağı yönünde yanlış cevap verip kabul edilebilir matematiksel ya da bağlamsal bir gerekçe sunamadığı görülmüştür (Görsel 3.214a). Sunmuş olduğu görsel ve sayısal değerlere bakıldığında elma ve kozalak sayısını hesaplamakta dahi yanlışlık yapması dikkat çekicidir. Son testte ise ikisinin de artışını eş zamanlı olarak "elma 1 iken kozalak 8, elma 4 iken kozalak 16, elma 9 iken kozalak 24" şeklinde doğru sayısal değerlerle ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.214b). Dahası görüşme sırasında "hocam kozalak ile elma ağaçları artıyor hep. Ama kozalak ağaçları daha az artıyor. Elma her seferinde çoğalıyor" şeklinde yeterli olmasa da matematiksel gerekçeli bağlamsal yönlü bir savunma yapmıştır. Nitekim PISA'da, ön testteki gibi bir performansının herhangi bir puan getirmeyeceği ancak son testteki performansının ise kısmi puan getireceği ifade edilmiştir.



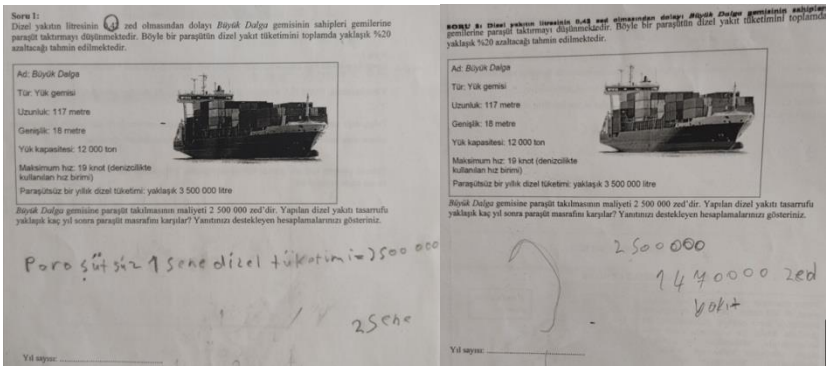
Görsel 3.214a. *Aynur'un elmalar başlığındaki üçüncü soruya ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.214b. *Aynur'un elmalar başlığındaki üçüncü soruya ilişkin son testteki performansı*

Paraşütlü gemi başlığında yer alan ve diğer bir altıncı düzey sorusu olan ikinci soruda ön testte sadece verilen bilgilerden gerekli olan "1 senede 3500000lt dizel yakıt tüketimi" bilgisini not ettiği görülürken, son testte ise tüketilen yakıt ile yakıtın birim fiyatı arasında ilişkiyi kurarak yakıt için harcanan yıllık gideri "1470000 zed yakıt" şeklinde bulabildiği görülmüştür (Görsel 3.215). Öte yandan 2500000zed verisinin de problemin çözümünde gerekli olacağını soru çözümüne entegre ettiği görülmüştür. Görüşme sırasında aslında yıllık tüketilen yakıtın kaç zed olduğunu bulduğunu ifade edebildiği ancak devamında yıllık karını bulması gerektiğini bilse de bulamadığını ifade etmiştir.

> Aynur: Hocam ben burada sadece şeyi buldum. 3 500 000 litreyi zed ' e çevirdim. Yani 1 470 000 Zed.
>
> Ö: Ne bulmuş oldun?
>
> Aynur: Hocam yakıtı…
>
> Ö: Peki Aynur ne kadar kar eder paraşüt takınca?
>
> Aynur: Hocam ben onu bulsam devam ettirecektim ama bulamadım ne kadar kar ettiğini.



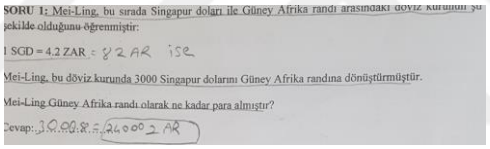
Görsel 3.215. *Aynur'un paraşütlü gemi başlığındaki ikinci sorunun çözümüne ilişkin ön ve son testteki performansları*

3.2.2. Nurdan'ın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

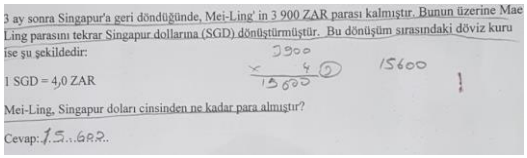
Araştırma öncesinde uygulanan ön testte birinci düzeyde yer alan döviz kuru başlığı birinci sorusunda ufak bir iletişimsel hata ile esasında ondalık gösterim olan *"4.2 ZAR"* ifadesindeki *"."* sembolünü çarpma olarak düşünmesinden dolayı ortaya çıkan 1 SGD= 8 ZAR ilişkisi üzerinden 3000 SGD'nin 24000 ZAR olacağı sonuca ulaştığı görülmüştür (Görsel 3.216a). Ancak ikinci düzeyde yer alan döviz kuru başlığı ikinci sorusunda doğrudan verilen 1 SGD=4.0 ZAR ilişkisini doğru yorumlayamamıştır. Öyle ki 3900 ZAR'ın kaç SGD olduğuna ilişkin içler-dışlar çarpımı algoritmasına dayalı işlemler gerçekleştirememiş ve ilk soruda olduğu gibi bunda da 3900 ile 4' ü çarpma yolunu tercih ederek yanlış sonuca ulaşmıştır (Görsel 3.216b). İlk görüşme sırasında ise ikinci soruya ilişkin açıklama yaparken ilk sorudan farklı olarak bu sefer *"."* sembolünü virgül aldığını belirtmesi dikkat çekmiş ve bağlamsal bir açıklama ortaya koymadığı görülmüştür.

Ö: Peki ikinci sorurda ne yaptın?

Nurdan: Bunda da yine aynı yaptım ama bu sefer virgüllü yaptım. 4 ile şu sayıyı (3900) çarptım.

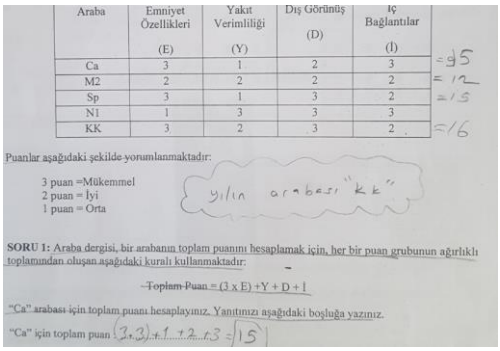


Görsel 3.216a. *Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.216b. *Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

İkinci düzeyde yer alan en iyi araba başlığı sorusunda ise oldukça net bir varlık göstererek hem ön testte hem de son testte her ne kadar son testte 15 yerine 16 yazarak ufak bir işlem hatası yaptığı görülse de başarılı olduğu görülmüştür (Görsel 3.217a). Dahası ön testte tablodan uygun değerleri, verilen formülde tüm arabalar için yerine doğru yerleştirerek ondan bu soruda istenmese de "yılın en iyi arabası kk" diyerek çıktılara dayalı olarak bağlamsal yönlerden başka bir amaca yönelik bir yorumda bulunmuştur (Görsel 3.217b).



Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)	
Ca	3	1	2	3	=9 5
M2	2	2	2	2	= 12
Sp	3	1	3	2	=15
N1	1	3	3	3	
KK	3	2	3	2	=16

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

yılın arabası "kk"

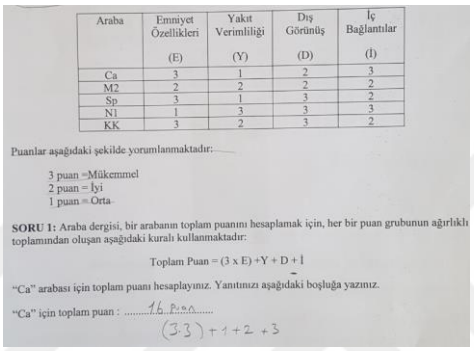
SORU 1: Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

~~Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ~~

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan (3.3)+1+2+3=15

Görsel 3.217a. *Nurdan'ın en iyi araba sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

SORU 1: Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan : 16 puan

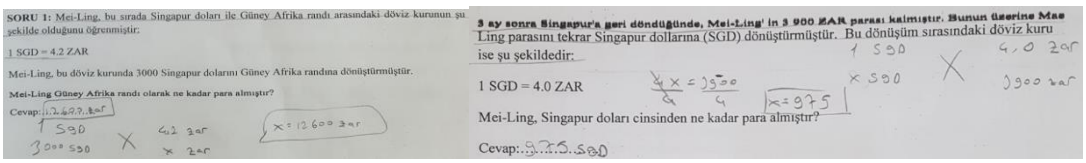
(3.3)+1+2+3

Görsel 3.217b. *Nurdan'ın en iyi araba sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Son testte Nurdan'ın döviz kuru başlığı altında yer alan iki soruyu da açık bir şekilde doğru cevaplayabildiği görülmüştür (Görsel 3.218). Üstelik bu sefer her ikisinde de doğru orantılı ilişkiyi görerek içler dışlar çarpımı algoritması yoluyla doğru sonuçlara ulaşabilmesi dikkat çekmiştir. Son görüşmede içler-dışlar çarpımı algoritması için denklem ifadesini kullandığı görülürken attığı adımları rahatlıkla açıklayabilmiştir.

Ö: Ne yaptın döviz kuru sorularında anlatır mısın?

Nurdan: Burada siz 1 Singapur doları 4,2 ZAR diye göstermişsiniz ya…Ben de burada denklem yaptım. 1 singapur doları 4,2 ZAR ise 3000 Singapur doları kaç ZAR olur? dedim. Buradan buldum. Bunda da aynısı… (ikinci soru) Burada bu sefer Singapur dolarını bulmak için denklem yaptım.



SORU 1: Mei-Ling, bu sırada Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kurunun şu şekilde olduğunu öğrenmiştir:

1 SGD = 4.2 ZAR

Mei-Ling, bu döviz kurunda 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürmüştür.

Mei-Ling Güney Afrika randı olarak ne kadar para almıştır?

Cevap: 12.600 zar

1 SGD — 4,2 zar
3000 SGD — x zar
x = 12.600 zar

3 ay sonra Singapur'a geri döndüğünde, Mei-Ling' in 3 900 ZAR parası kalmıştır. Bunun üzerine Mei Ling parasını tekrar Singapur dollarına (SGD) dönüştürmüştür. Bu dönüşüm sırasındaki döviz kuru ise şu şekildedir:

1 SGD = 4.0 ZAR

4x = 3900
x = 975

1 SGD — 4,0 zar
x SGD — 3900 zar

Mei-Ling, Singapur doları cinsinden ne kadar para almıştır?

Cevap: 975 SGD

Görsel 3.218. *Nurdan'ın döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin son testteki performansı*

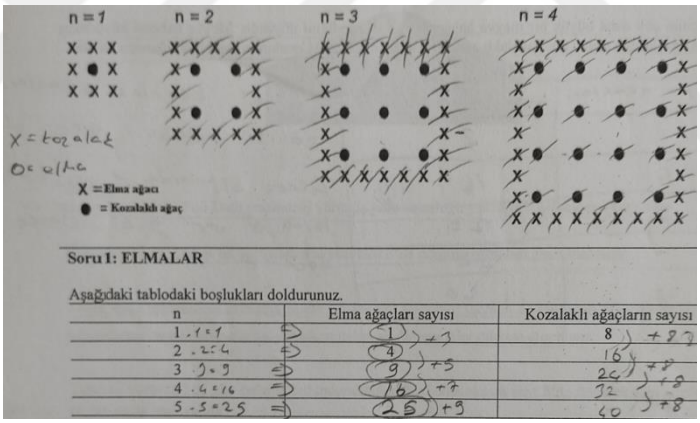
Daha üst düzey sorularda ise ilk ve son testte elmalar başlığı birinci soru dışında herhangi bir sorudadoğru cevaba ulaşamamıştır. Her ne kadar dördüncü düzeyde yer alan elmalar başlığı birinci sorusunda tabloyu her iki testte de doğru doldurduğu görülse de diğer katılımcılarında da bu soruda benzer başarıyı göstermiş olması dikkat çekmiştir. Nurdan ön testte tabloyu eksiksiz doldurmuş örüntüyü görebilmiştir (Görsel 3.219). Ancak ilk görüşmede tabloyu, sadece şekillere bakıp da doldurduğunu ifade ederken üçüncü soruda sunulan n^2 ve 8n cebirsel ifadelerini kullanmadığını dile getirmiştir. Öte yandan elmaların karesel sayılar olmasını işaret ederek üslü ifadeler vurgusunu yapabilmiştir.

Ö: Haydi o zaman şu elmalar sorusunda ne yaptın ona bakalım?

Nurdan: Şekle bakarak tabloyu doldurdum. İkinci soruda da nasıl yaptınızı anlatın diyor. Ben de anlattım. Aslından direkt şekillerden yola çıktım. Üslü sayılar gibi bunlar... (elmların sayısının karesel olması).

Ö: Peki bu formülleri kullandın mı hiç?

Nurdan: Kullanmadım hiç.



Görsel 3.219. *Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise yine tabloyu eksiksiz bir şekilde doldurmuş, örüntüyü fark ettiğine dair çözümünde herhangi bir belirti göstermemiştir (Görsel 3.220). Ancak son görüşme sırasında her ne kadar başlangıçta sayarak yaptığını ifade etse de sonrasında örüntüleri ve kurallarıkendinden emin bir şekilde ortaya koyarak onlara dayalıs avunmalar sunabildiği görülmüştür.

Ö: Peki bu elmalar başlığı 1. Soruda tabloyu nasıl doldurdun? Mesela elma ağaçları sayısını nasıl buldun?

Nurdan: Aslında sayarak yaptım.

Ö: Peki 5. Adımı nasıl yaptın?

Nurdan: Örüntü var burada.hep artıyor.

Ö: Nasıl bir örüntü var?

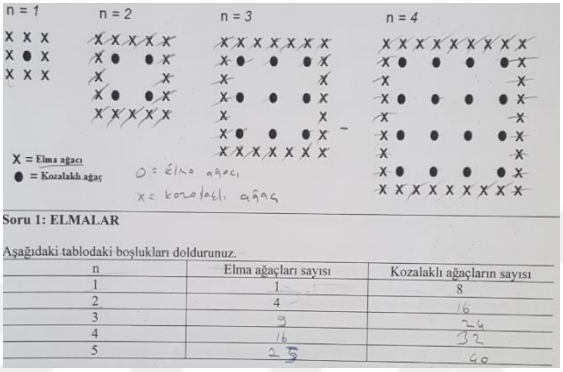
Nurdan: Elma ağaçları hep bir sayının karesi. Burası 25 olacak yanlış yazmışım herhalde ben.(23 yazmış onu düzeltiyor)

Ö: şimdi mi örüntüyü fark ettin?

Nurdan: Hayır ben zaten fark ettim de yanlış yazmışım.

Ö: Peki kozalaklı ağaçların sayısı?

Nurdan: O da hep 8' in katları olarak devam ediyor.

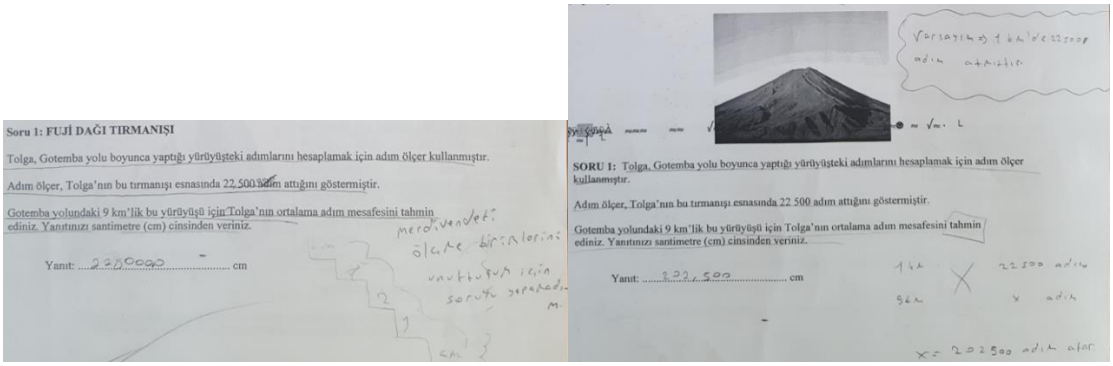


Görsel 3.220. *Nurdan'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Dördüncü düzeyde yer alan diğer bir soru olan fuji dağı başlıklı birinci soruda ön testte sadece birimleri dönüştürme yolunda adım atabildiği görülürken son testte ise her ne kadar kabul edilebilir olmasa da bir varsayımda bulunarak adım sayısı ile gidilen yol arasında doğru orantılı ilişki kurma ve bu yolla çıktı elde etme girişimi dikkat çekmiştir (Görsel 3.221). Son görüşmede kendisine o sorunun çözümüne ilişkin neler yaptığı sorulduğunda hem birimler arası dönüştürmeye hem tahmin ifadesine hem de gidilen mesafe ile adım sayısı arasındaki ilişkiye yönelik düşünme süreçleri sunması dikkat çekmiştir. Ancak çözümün yetersiz cevabının da doğru olmadığı görülmüş ve kendisi de çözümden emin olmadığını dile getirmiştir.

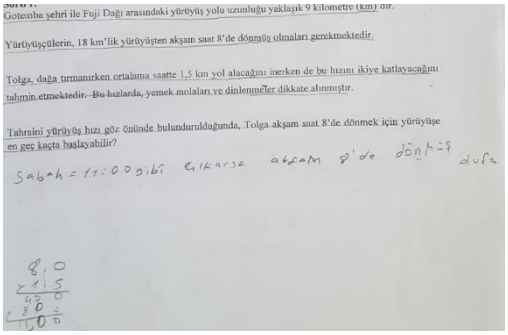
Ö: Fuji dağı başlıklı sorulara gelelim. Ne yaptın birinci soruda anlatır mısın?

Nurdan: Ben burada varsayımda bulundum. 1 km' de 22500 adım attığını varsaydım. 9 km' de kaç adım atar dedim. Ama cm' ye çevirdiğimden emin değilim.

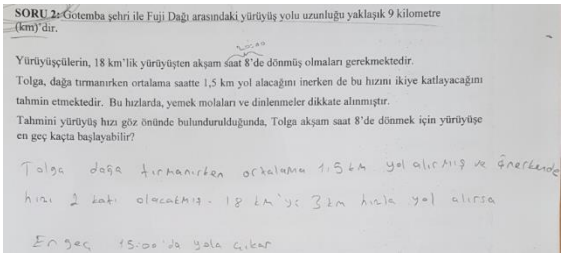


Görsel 3.221. *Nurdan'ın fuji dağı başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Benzer şekilde beşinci düzeyde yer alan fuji dağı başlığının ikinci sorusunda ön testte sadece çıkış için sunulan 1 saatte 1,5 km yol yürüme bilgisini dikkate almış ve saat 8 ile 1,5km/sa'i çarparak geçersiz bir ilişki kurup yanlış bir çıktı elde etmiştir (Görsel 3.222a). Ayrıca sonuca ilişkin yaptığı "sabah saat 11.00 gibi çıkarsa akşam 8'de dönmüş olur" şeklindeki yorumunda yanlış cevaba ulaştığı görülmüştür. Son testte ise iniş sırasında hızının 2 katına çıkarak 1 saatte 3 km yol alması bilgisini de göz önünde bulundurabilmiş ancak herhangi bir ilişki kurup matematiksel işlem ortaya koyamamıştır (Görsel 3.222b). Her ne kadar bağlamsal matematiksel yönleri görünen "Tolga dağa tırmanırken ortalama 1,5km yol alırmış ve inerken de hızı 2 katı olacakmış. 18 km'yi 3 km hızla yol alırsa en geç 15.00'de yola çıkar" şeklindeki açıklamasında "18 km'yi 3 km hızla yol alırsa..." ifadesi ile doğru ilişkiyi kuracakmış gibi bir girişimi olsa da başarısız olduğu açıkça görülmüştür.



Görsel 3.222a. *Nurdan'ın Fuji dağı başlığındaki ikinci soruya ilişkin ön testteki performansı*


SORU 2: Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir.

Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir.
Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.
Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

Tolga dağa tırmanırken ortalama 1,5 km yol alıcaktır ve inerkende hızı 2 katı olacaktır. 18 km'yi 3 km hızla yol alırsa

En geç 15:00'da yola çıkar

Görsel 3.222b. *Nurdan'ın Fuji dağı başlığındaki ikinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Üçüncü düzeyde yer alan sorulardan paraşütlü gemi başlığı paraşüte doğru esen rüzgar hızı sorusunda 24 km/sa' in %25' ini doğru orantı kurarak bulmaya çalıştığı ancak daha sonra başarısız olduğu görülen, Nurdan'ın 24 ile 25 i toplayarak, 49 cevabını bulduğu görülmektedir (Görsel 3.223a). Görüşme sırasındaki açıklamalarına bakıldığında bu işlemi paraşüte doğru esen rüzgar hızının daha fazla olacağı gibi kabul edilebilir tarafları olan herhangi bir ilişkiye dayalı olarak yapmadığını "salladım" şeklinde ifade etmiştir.

Ö: Peki paraşütlü gemiler sorusunda ne yaptın?

Nurdan: Burada da yine pek birşey anlamadım. Şöyle bir şey yapmaya çalıştım.

Ö: Niye peki böyle bir şey yapmaya çalıştın amacın neydi? Ne bekliyordun?

Nurdan: Denklem şeklinde yaptım ama denklemi yanlış kurmuşum.

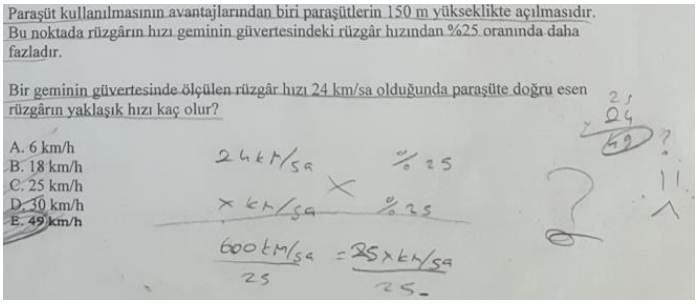
Ö: Amacın ne peki bu denklemi kurmaktaki?

Nurdan: Bu sorunun cevabını bulmaya çalışıyorum ama olmadı çünkü denklemi yanlış kurdum bence.

Ö: Peki bu verdiğin 49 km/sa cevabı.

Nurdan: O da geçen sorudaki gibi...salladım☺

Son testte ise yine aynı cevabı seçmiş ancak bu sefer bu iki sayıyı toplamadığını ancak paraşüte doğru esen rüzgar hızının güverteye göre daha fazla olacağını "bence rüzgarın paraşüte gelen yaklaşık hızı daha fazla olur. paraşüt rüzgar hızını 25 azalttığı için rüzgar hızı daha fazla olur" şeklinde açıklamış, dolayısıyla 24 km/sa' ten büyük olduğu için o şıkkı işaretlediğini ifade etmiştir. Ancak aslında doğru olan 30 km/sa'i neden seçmediğine ilişkin herhangi bir gerekçe ileri sürmemiştir (Görsel 3.223b).

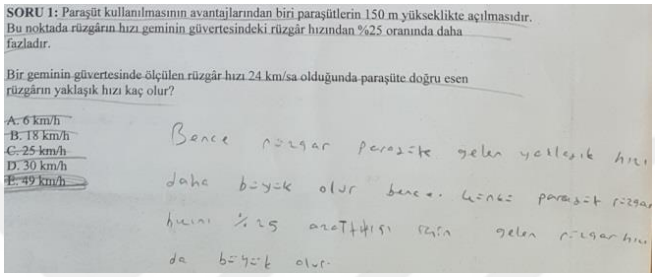

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/sa olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

24 km/sa %25
x km/sa %25
600 km/sa = 25x km/sa
25 25

Görsel 3.223a. *Nurdan'ın paraşütlü gemi başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*


SORU 1: Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/sa olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

Bence rüzgar paraşüte gelen yaklaşık hızı daha büyük olur bence. Çünkü paraşüt rüzgar hızını %25 azaltıyor yani gelen rüzgar hızı da büyük olur.

Görsel 3.223b. *Nurdan'ın paraşütlü gemi başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

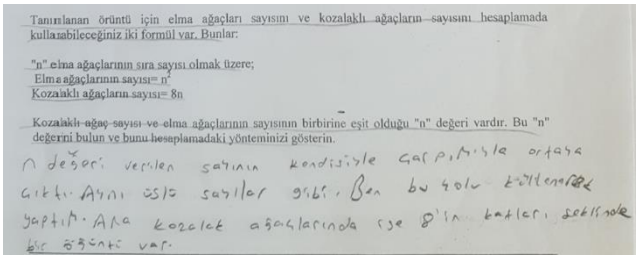
Üçüncü düzeyde yer alan sorulardan bisiklet sürücüsü Hale başlıklı soruda her iki testte de sadece şıkkı işaretlemiş ve yanlış olan bu şık için açıklama yapması için teşvik edildiğinde son görüşmede herhangi bir matematiksel dayanaktan yoksun açıklama yapmıştır.

> Ö: Peki bu bisiklet sürücüsü sorusunda ne düşündün?
>
> Nurdan: Bu soruda 6 km bisiklet sürmüş Hale. 18 km/sa hızı yol almış. Ben B ile C şıkkı arasında kalmıştım. 6 km' yi 18 km/sa' te gittiği için baya yol almıştır diye düşündüm. O yüzden de 30 dk değildir dedim 3 saati işaretledim.

Benzer şekilde altıncı düzeyde yer alan paraşütlü gemiler sorusunda da her iki testte olumlu yönde bir eylem ya da açıklama ortaya koyamamıştır.

Nurdan'ın elmalar başlığında yer alan sorularda daha üst düzey performans sergileyebildiği dikkat çekmiştir. Dördüncü düzeyde yer alan birinci soruda yer alan tabloyu her iki testte de doğru doldurabildiği görülmüştür (Görsel 3.219 ve Görsel 3.220). Elmalar başlığının beşinci düzeyde yer alan ikinci sorusunu yapamamasına rağmen Nurdan'ın orada ortaya koyduğu "n değeri verilen sayının kendisiyle çarpımıyla ortaya çıktı. Aynı üslü sayılar gibi. Ben bu yolu kullanarak yaptım. Ama kozalak ağaçlarında ise 8'in katları şeklinde bir örüntü var" açıklamasında örüntüyü fark ettiği açıkça görülmüştür (Görsel 3.224a). Son testte de n^2 ve 8n arasında herhangi bir eşitlik ilişkisi

kuramadığı ve dolayısıyla geçerli n değerine ulaşamadığı görülürken, vermiş olduğu n.(n+8) cevabı için son görüşme sırasında"elma ağaçları n^2, kozalaklı ağaçların sayısı ise 8n olduğu için her iki tarafta da n var dedim ve n parantezine aldım" şeklinde bir açıklama sunmuştur (Görsel 3.224b).

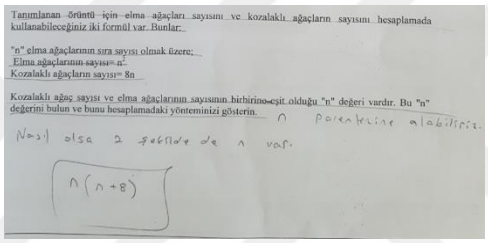

Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

"n" elma ağaçlarının sıra sayısı olmak üzere;
Elma ağaçlarının sayısı= n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı= 8n

Kozalaklı ağaç sayısı ve elma ağaçlarının sayısının birbirine eşit olduğu "n" değeri vardır. Bu "n" değerini bulun ve bunu hesaplamadaki yönteminizi gösterin.

n değeri verilen sayının kendisiyle çarpımıyla ortaya çıktı. Aynı üslü sayılar gibi. Ben bu yolu tercih ettim. Ama kozalak ağaçlarında ise 8'in katları şeklinde bir örüntü var.

Görsel 3.224a. *Nurdan'ın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*


Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

"n" elma ağaçlarının sıra sayısı olmak üzere;
Elma ağaçlarının sayısı= n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı= 8n

Kozalaklı ağaç sayısı ve elma ağaçlarının sayısının birbirine eşit olduğu "n" değeri vardır. Bu "n" değerini bulun ve bunu hesaplamadaki yönteminizi gösterin.

n parantezine alabiliriz.

Nasıl olsa 2 şekilde de n var.

n(n+8)

Görsel 3.224b. *Nurdan'ın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

3.2.3. Zerra'nın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

Zerra, araştırma öncesinde uygulanan ön testte sadece dördüncü düzeyde yer alan elmalar başlığı birinci sorusunda, tabloyu doldurarak doğru yanıt verebilmiş ancak bunu örüntünün kuralını bularak değil de örüntüyü görsel olarak devam ettirerek sembolleri sayma yoluyla gerçekleştirmiştir (Görsel 3.225). Sadece beşinci adımda kozalak ağacı sayısı için yanlış sayısal değer ortaya koyduğu görülen Zerra'nın araştırma sonunda gerçekleştirilen son testte ise o yanlışını düzelterek ancak yine örüntü kuralı bulmadan, doğru çıktılar ortaya koyabildiği görülmüştür Son görüşme sırasında da ancak çizip sayma yoluyla örüntüyü devam ettirebilmesi dikkat çekmiştir.

> Ö: Peki bu elmalar birinci sorusunda ne düşünüyorsun? Nasıl doldurdun tabloyu?
>
> Zerra: Hocam birincisinde elma ağacı 1 iken etrafındaki x sayısı 8 oluyor. İkinci de elma ağacı 4 iken kozalaklı ağaç sayısı 16 oluyor. 3' te de aynı…(görseller üzerinde gösteriyor sayarak)
>
> Ö:. Beşinci adımda ne yaptın?
>
> Zerra: Beşinci adımda mesela x' ler burada (karesel bölge olarak düşünülürse bir kenarındaki x' leri sayıyor) 3-5-7-9 diye artmış o zaman da 40 oluyor.

Ö: Peki 6. adımda ne olur?

Zerra: (Çizerek yapıyor)

Ö: Peki Zerra şimdi bunları sayarak mı bulacağız?

Zerra: Evet.

Ö: Saymadan bulamaz mıyız?

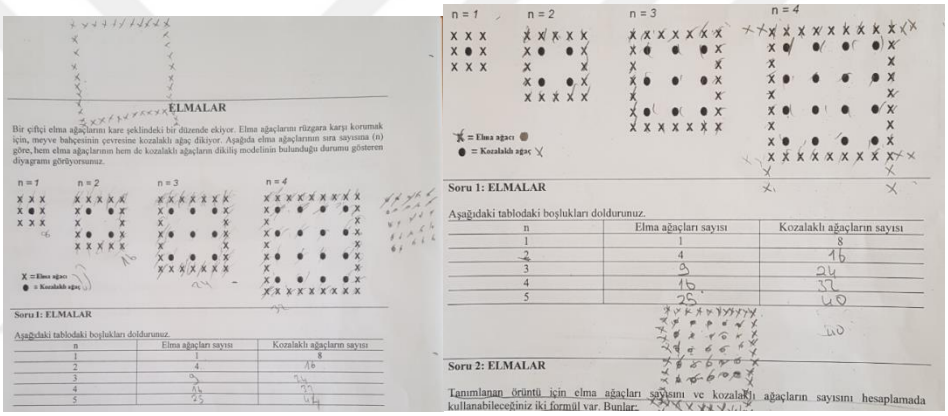
Zerra: Yani bulabilirdik. Bu x' ler 2 şer artacak hep.

Ö: Peki kaç tane olacak hesaplayabilir misin? Sayarak 6. adımı yapacağını gördüm ama saymadan yapabilir miyiz?

Zerra: O zaman….(düşünüyor içinden sayıyor gibi) 52 olur.

Ö: Neden?

Zerra: Yani mesela bir kenarında 13 tane olur (aslında 6. adım 11 ama o bir sonrasına gitti). 4 kenarı da 13 olursa 4 ile 13 ü çarptım 52. (Yanlış yaptı. Her kenarda 13 olmaz. İki kenarda 13 iki kenar 11 olur).



ELMALAR

Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgara karşı korumak için, meyve bahçesinin çevresine kozalaklı ağaç dikiyor. Aşağıda elma ağaçlarının sıra sayısına (n) göre, hem elma ağaçlarının hem de kozalaklı ağaçların dikiliş modelinin bulunduğu durumu gösteren diyagramı görüyorsunuz.

n = 1 n = 2 n = 3 n = 4

X = Elma ağacı
● = Kozalaklı ağaç

Soru 1: ELMALAR

Aşağıdaki tablodaki boşlukları doldurunuz.

n	Elma ağaçları sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Soru 2: ELMALAR

Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

Görsel 3.225. *Zerra'nın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Ön testte birinci ve ikinci düzeyde yer alan döviz kuru sorularına doğru yanıt veremediği görülen Zerra'nın, ilk soruda kendisine doğrudan sunulan 1SGD' nin 4,2ZAR'a eşit olmasını doğru yorumlayamayarak 3000 SGD'nin aynı kalacağını ileri sürmüştür (Görsel 3.226). Benzer şekilde ikinci soru için de verilen "1SGD=4,0ZAR" ilişkisini yorumlayamadığı ve dolayısıyla o ilişkiye dayalı olarak hesaplamalar yapamadığı görülürken ilk görüşme sırasında bu cevapları için herhangi bir matematiksel gerekçe sunamadığı açıkça görülmüştür. Ayrıca çözüme doğrudan etki etmeyen "3 ay" bilgisini de dile getirmesi dikkat çekmiştir.

Ö: Öncelikle şu dövüz kuru sorusu birinci sorudan başlamak istiyorum. Ne düşündün bu soruda?

Zerra: Eğer SGD, Singapur doları 4,2 ZAR ise 3000 SGD…Güney Afrika randında da aynı miktarı karşıladığını düşünüyorum. 3000 ZAR olur o da.

Ö: Herhangi bir işlem yaptın mı peki burada?

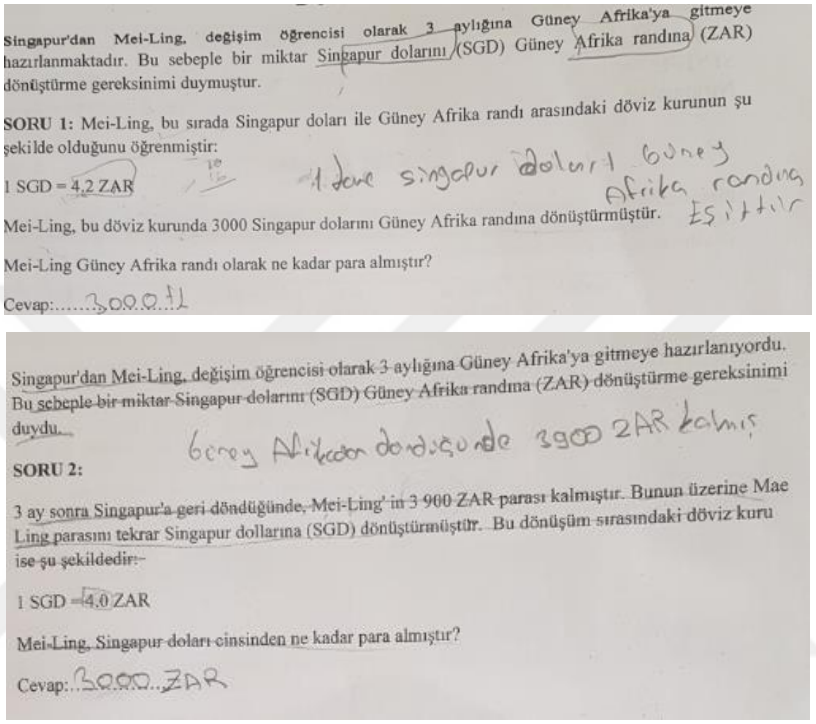
Zerra: Hayır kafamdan yaptım.

Ö: Peki o sorunun devamı niteliğinde olan şu ikinci soruda ne yaptın?

Zerra: 3 aylığına gitmiş. 1 SGD, 4 ZAR imiş. 3900 ZAR…(bir daha okuyor kontrol ediyor) Ben yine aynı kalır diye düşündüm.

Ö: Geri döndüğünde yine aynı parası mı olur?

Zerra: Evet.



Singapur'dan Mei-Ling, değişim öğrencisi olarak 3 aylığına Güney Afrika'ya gitmeye hazırlanmaktadır. Bu sebeple bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika randına (ZAR) dönüştürme gereksinimi duymuştur.

SORU 1: Mei-Ling, bu sırada Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kurunun şu şekilde olduğunu öğrenmiştir:

1 SGD = 4,2 ZAR 1 tane singapur doları Güney Afrika randına Eşittir

Mei-Ling, bu döviz kurunda 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürmüştür.

Mei-Ling Güney Afrika randı olarak ne kadar para almıştır?

Cevap: 3000 tl

Singapur'dan Mei-Ling, değişim öğrencisi olarak 3 aylığına Güney Afrika'ya gitmeye hazırlanıyordu. Bu sebeple bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika randına (ZAR) dönüştürme gereksinimi duydu.

Güney Afrikadan dönüşünde 3900 ZAR kalmış

SORU 2:

3 ay sonra Singapur'a geri döndüğünde, Mei-Ling' in 3 900 ZAR parası kalmıştır. Bunun üzerine Mae Ling parasını tekrar Singapur dollarına (SGD) dönüştürmüştür. Bu dönüşüm sırasındaki döviz kuru ise şu şekildedir:

1 SGD = 4,0 ZAR

Mei-Ling, Singapur doları cinsinden ne kadar para almıştır?

Cevap: 3000 ZAR

Görsel 3.226. *Zerra'nın döviz kuru başlığı birinci ve ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte de bu iki soruya yanlış cevaplar veren ve herhangi bir olumlu eylem ortaya koyamadığı görülen Zerra'nın birinci soru için "Singapur ülkenin herhangi bir yeri, Mei-Ling de öyle. 3aylığına Güney Afrika'ya gidiyor. Singapur ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru 4,2 ZAR. Mei-Ling=3000. Cevap:1500" şeklinde metinde sunulanları anlamakta güçlük çektiği ve herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymadığı bir performans sergilemiştir (Görsel 3.227). Son görüşme sırasında da "öğrenci olarak 3 aylığına Güney Afrika' ya gidecekmiş. Döviz kurunun1 SGD=4,2 ZAR olduğunu öğrenmiş. Ondan sonra Mei-Ling döviz kurunda 3000'miş. Güney Afrika randına dönüşmüş. Onun yerine şeye indiği zaman….ben de 1500 yaptım" şeklinde matematiksel dayanaklardan yoksun bir açıklama yaparken onun sunulanları anlama yönünde bir iletişim sıkıntısını olduğu görülmüştür. Bunun üzerine kendisine "Mei-Ling öğrencinin ismi. Bir yerin değil. SGD, Singapur dolarının kısaltılmışı. ZAR ise Güney

Afrika Randının kısaltılmışı. TL gibi.” açıklamasının ardından ilişkiyi anlama yolunda çaba sarfetmiş ancak yine de problemin çözümüne ulaşma yolunda açıkça olumlu adım atamamıştır.

Ö: Peki sayısal değerler senin için bir şey ifade ediyor mu? 1 ve 4,2 ?

Zerra: Ediyor. (düşündü) Yani bir tane Singapur doları 4,2 Güney Afrika randına eşitmiş.

Ö: Peki oradan devam etsen…

Zerra: SGD’ yi ZAR’ a dönüştürmüş. Eee yine aynı olmaz mı eşit çünkü…

Ö: 3000 singapur doları 3000 Zar’ a mı eşit?

Zerra: Evet…Hayır 1 SGD= 4,2 ZAR’a eşitmiş.

Ö: Peki o zaman 3000 Singapur doları?

Zerra: Nasıl yani yaaa (düşünüyor kendi kendine konuşuyor)

Ö: (Hesap işini kolaylaştırmak için) peki 4,2 değil de 4 olsaydı senin için değişir miydi durum?

Zerra: Değişirdi. 1 SGD 4 ZAR ise 4 katına çıkmaz mı?

Ö: 3000 Singapu dolarını Güney Afrika randına dönüştürdüğünde kaç Güney Afrika randı olur o zaman?

Zerra: Nasıl ya…3000 SGD …

Ö: Düşündüğün şeyi açıkça ifade edersen belki doğru düşünüyorsundur.

Zerra: 1 dolar 4 ZAR…Singapur dolarını mı Güney Afrika randına dönüştürüyor yoksa tersi mi?

Ö: Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürüyor.

Zerra:…

Ö: 1 dolar 4,2 Zar’ a eşitmiş. Senin 3000 doların var. ZAR’ a çevirdin paranı kaç paran olmuş olur?

Zerra: 3000’ i 4,2 ZAR’ a bölmemiz gerekmez mi?(çarpması gerekir aslında)

Ö: tamam böl bakalım.

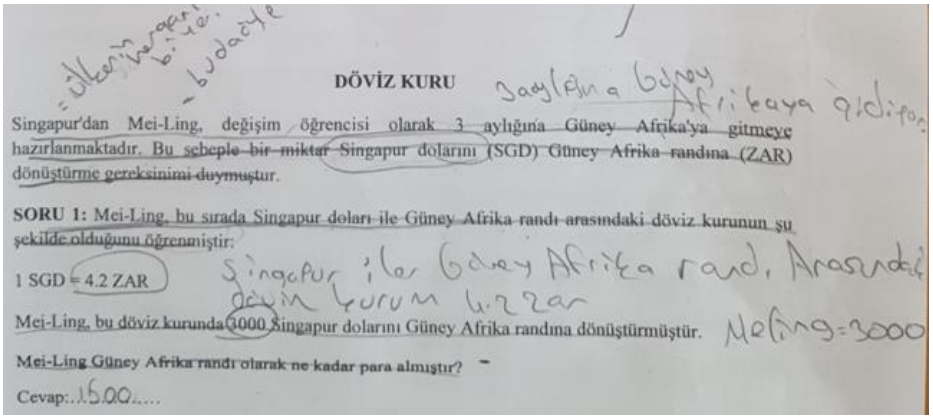
Zerra: (Hesap makinesi ile böldü) 714,…

Ö: Kaç virgülden sonrasını saymazsan?

Zerra: 714.

Ö: 3000 SGD 714 ZAR eder doğru mu?

Zerra: Evet (halbuki mantıksız gelmesi beklenirdi bu cevabın çünkü SGD daha değerli...)



DÖVİZ KURU

Singapur'dan Mei-Ling, değişim öğrencisi olarak 3 aylığına Güney Afrika'ya gitmeye hazırlanmaktadır. Bu sebeple bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika randına (ZAR) dönüştürme gereksinimi duymuştur.

SORU 1: Mei-Ling, bu sırada Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kurunun şu şekilde olduğunu öğrenmiştir:

1 SGD = 4.2 ZAR

Mei-Ling, bu döviz kurunda 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürmüştür.

Mei-Ling Güney Afrika randı olarak ne kadar para almıştır?

Cevap: 1500

Görsel 3.227. *Zerra'nın döviz kuru başlığı birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

İkinci soruya da herhangi bir hesaplama yapmaksızın "3 ay sonra Singapur'dan döndüğünde Mei-Ling=3900 ZAR parası kalmış. Singapur+Mei Ling=4,0 ZAR" şeklinde açıklamalar yapmış ve 4000 şeklinde yanlış yanıt vermiştir (Görsel 3.228). Son görüşme sürecinde, metni anlama yönünde yaşadığı sıkıntıyı gidermek için kendisine yöneltilen tetikleyici sorular ve doğrudan açıklamalar sonrasında bu sefer 3900'ü 4'e bölerek doğru yanıta ulaşabildiği görülmüştür. Ancak hem elde etmiş olduğu 975 çıktısının kabul edilebilir olup olmadığı konusunda şüphe yaşaması hem de neden böldüğüne dair herhangi bir gerekçe sunamaması dikkat çekmiştir.

Ö: Sen burada yazmışsın ya 3900 ZAR parası kalmış. Dolar cinsinden, yani dolara dönüştürse kaç parası kalmış olur?

Zerra: 3900' ü 4' e bölmemiz gerekmiyor mu?

Ö: Neden öyle düşünüyorsun? Ben yanlış demiyorum belki de doğrudur dediğin.

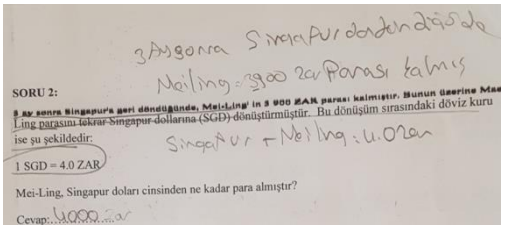
Zerra: Çünkü 1 SGD 4 ZAR' mış. O zaman 3900 ZAR' ı 4' e bölsek olur.

Ö: Tamam böl o zaman.

Zerra: Hesap makinesi ile böldü. 975 çıkıyor. Ama olmaz bu..Olmaz çok saçma.

Ö: Neden vazgeçiyorsun 975' ten? Olamaz mı 975?

Zerra: Olabilir. Ama …



SORU 2:

3 ay sonra Singapur'a geri döndüğünde, Mei-Ling' in 3 900 ZAR parası kalmıştır. Bunun üzerine Mei-Ling parasını tekrar Singapur dollarına (SGD) dönüştürmüştür. Bu dönüşüm sırasındaki döviz kuru ise şu şekildedir:

1 SGD = 4.0 ZAR

Mei-Ling, Singapur doları cinsinden ne kadar para almıştır?

Cevap: 4000

Görsel 3.228. *Zerra'nın döviz kuru başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

İkinci düzeyde yer alan en iyi araba başlıklı soruda ise ön testte doğru sonuca ulaşamadığı görülmesine rağmen tablodan yakıt verimliliği, dış görünüş ve iç bağlantılar için 1,2,3 değerlerini formüle doğru yerleştirebildiği görülmüştür (Görsel 3.229a). İlk görüşme sırasında "emniyet özellikleri 1,2,3" şeklinde tabloyu yanlış okuduğu dikkat çekerken "3xE6" şeklinde geçersiz bir sonuç sunması ve ancak E' yi dikkate almadığı takdirde olabilecek "en iyi olacak olan N1" yorumunu sunarak, "toplayınca en fazla o oluyor" savunmasını yaparak formülü yorumlamakta zorlandığını göstermiştir. Öte yandan son testte ise eksiksiz bir şekilde değerleri yerleştirerek doğru sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.229b).

Ö: Peki şu "en iyi araba "sorusunda ne düşündün.

Zerra: Şimdi Ca arabası için emniyet özellikleri 1-2-3 ben de ona göre yaptım. Topladım.

Ö: Ne yaptın ona göre?

Zerra: Burada bulduğum hepsini topladım.

Ö: sonuç?

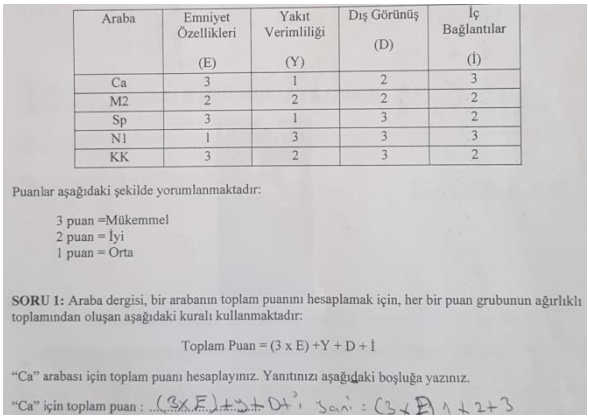
Zerra: 3xE6.

Ö: hımm.

Zerra: Bence bu en iyi arabalara giremez en iyi araba bence N1.

Ö: Neden?

Zerra: Çünkü onları toplayınca en fazla oluyor. (Halbuki E' yi esas almazsak en fazla oluyor. Hepsini toplarsa KK ile N1 aynı oluyor)



Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

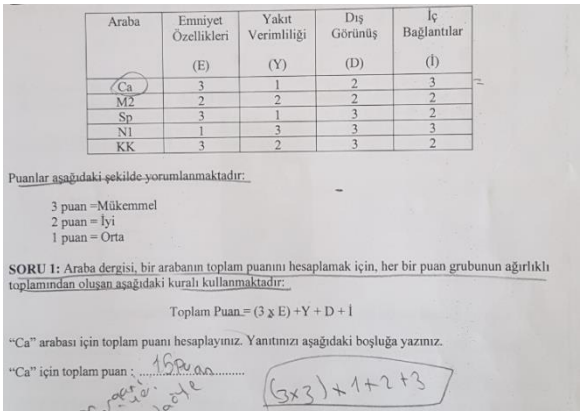
SORU 1: Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan : (3xE)+Y+D+İ, sonu: (3x3)+1+2+3

Görsel 3.229a. *Zerra'nın en iyi araba sorusuna ilişkin ön testte çözümü*



Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

SORU 1: Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan : 16 Puan

(3x3)+1+2+3

Görsel 3.229b. *Zerra'nın en iyi araba sorusuna ilişkin ön testte çözümü*

Üçüncü düzeyde yer alan sorulardan bisiklet sürücü Hale sorusu için her iki testte de herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymaksızın yanlış seçeneği işaretlemiştir. İlk görüşmede kendisine neden o şıkkı seçtiği sorulduğunda "6 km bisiklet sürmüş. 18 km/sa hız…hızlı ya da yavaş gidebilme şeyini ayarlayamadığımız için 30 dakika sürmüştür dedim" şeklinde bağlamsal gerekçeli ancak matematiksel dayanaklardan yoksun olup kabul edilemeyecek bir açıklama yapmıştır. Son görüşmede ise yeterli olmasa da gittiği yolun 3'te 1'ine düşmesinden dolayı geçen sürenin de 3'te 1'ine düşeceği yönünde bir matematiksel gerekçe üretmeye çalışmıştır.

Ö: Peki bisiklet sürücüsü sorusunda ne düşündün?

Zerra: 3 saat diye düşündüm. 6 km bisiklet sürmüş. Ortalama hızı da 18 km/sa' miş. O zaman ben de mantık yürüttüm 3 olur. 18' i 3' e böldüm.

Üçüncü düzeyde yer alan diğer bir soru olan paraşütlü gemi başlığı birinci sorusunda ise her iki testte de doğru şıkkı işaretleyebilmiştir ancak her ikisinde de herhangi bir geçerli matematiksel dayanak sunamamıştır. Ön testte kâğıt üzerinde "paraşütler 150 m yükseklikte açılırsa rüzgarın hızı güvertedeki rüzgar hızından daha fazla olur" şeklindeki açıklamasına bakıldığındaçözüme hizmet etme yönünden gerekli olmayan 150 m bilgisini de önemli görmüş olabileceği görülmüştür (Görsel 3.230). Görüşme sırasında rüzgarın yönü, paraşütün hangi yükseklikte açıldığı gibi çözüme etki etmeyen değişkenlere vurgu yaptığı ve kendisine sunulan "%25 oranında artış" bilgisini esas almaksızın en genel anlamda sözel ilişkiyi işaret edebilecek olan paraşüte doğru esen rüzgarın hızının fazla olacağını ifade edebildiği görülmüştür.

Ö: Peki şu paraşütlü gemi birinci sorusunda ne düşündün?

Zerra: Bu rüzgarın hızına göre değişir ki!

Ö: Nasıl değişir?

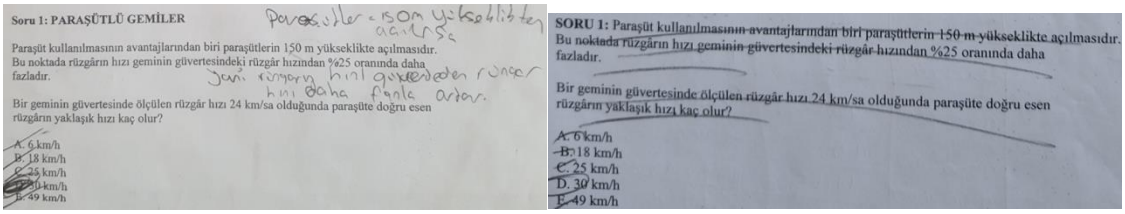
Zerra: Rüzgarın yönüne göre hız da değişir. Nereden estiğine göre.

Ö: Peki hesaplayabilir miyiz?

Zerra: Yani oranını bulup paraşütün hangi yükseklikte açılmasıyla hesaplayabiliriz belki.

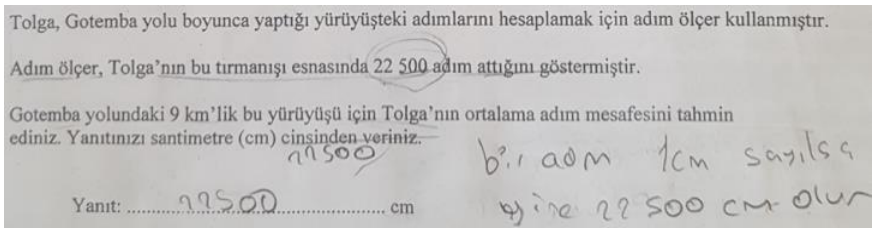
Ö: Nasıl?

Zerra: Mesela 24 km/sa hız var. Paraşütte bu taraftan açılırsa hız değişir. Hesaplayabiliriz o zaman.

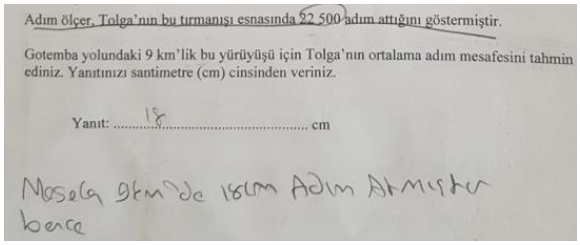


Görsel 3.230. *Zerra'nın paraşütlü gemiler birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Elmalar başlığı birinci soru dışında dördüncü düzeyde yer alan diğer bir soru olan Fuji dağıbaşlığındaki ikinci soruda ön testte kendisinden hesaplaması beklenen bir adım mesafesi için kendisinin hem de gerçekçi olmayan "bir adımı 1 cm sayılsa..." varsayımında bulunarak yine gerçekçi olmayan 22500 yanıtını sunarak sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Görsel 3.231a). Benzer şekilde son testte de görüşme sırasında metinde verilen 22500 adımda 9 km yürüdüğü bilgisini fark edemeyerek "Tolga 9 km yürüdüğüne göre 18 adım atmıştır. Ben her iki adımda 1 km gittiğini varsaydım" şeklinde kendisinin ulaşması beklenen bir çıktı için gerçekçi olmayan bir varsayımda bulunduğu görülmüştür. Dikkat çeken diğer bir eylemi ise 18 in adım mı yoksa cm mi olduğu ikilemidir (Görsel 3.231b). Sonuçta bu katılımcı dördüncü düzeyde yer alan bu soruyu her iki testte de yanıtlayamamış ve her ikisinde de çözüm yolunda olumlu adımlar atamamıştır.



Görsel 3.231a. *Zerra'nın fuji dağı başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*


Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir.

Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 18 cm

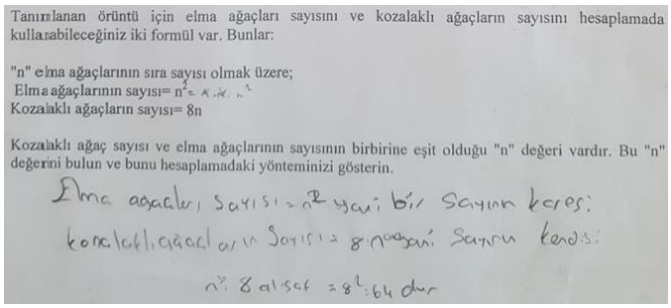
Mesafa 9km'de 18cm Adım Atmıştır
Kenar

Görsel 3.231b. *Zerra'nın fuji dağı başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Beşinci düzeyde yer alan sorulardan elmalar başlığı ikinci sorusunda n' in 8 olacağını hem ön testte hem son testte ortaya koyabildiği görülse de her ikisinde de eksiklikler, hatalar veya yetersiz matematiksel dayanaklar ortaya koyması dikkat çekmektedir. Ön testte n=8 aldığında 8n' in de 64 olacağına değinmediği görülürken her iki ağaç sayısının ancak n=8 olduğunda eşit olduğuna dair bir veriyi de doğrudan sunamamıştır (Görsel 3.232a). Son testte ise n^2 ve 8n arasında eşitlik ilişkisini kurarken bu yolla oluşan denklemi çözemediği ve "4^2=16 olduğuna göre n=8 deriz. Yani 16-8=8 kalır" açıklaması ile kabul edilebilir matematiksel dayanaklar sunamadığı görülmüştür (Görsel 3.232b). Nitekim PISA puan değerlendirmesinde, soruda "zaten verilen durumun sadece bir tekrarı" olarak ele alınan n^2=8n denkleminin kurulması durumunda eğer denklem çözülmemişse öğrencinin başarılı sayılmayacağı ifade edilmektedir. Nitekim son görüşmede Zerra bu eşitliği kurduğunu ifade etmiş ancak ardından denklemi çözme yolunda olumlu bir adım atmayarak, çözüme herhangi bir katkısı olmayan dağılma özelliğine vurgu yapmış ve sonrasında "4n ile 2n'i çarpınca 8n olur" şeklinde dağılma özelliği ile ilişkisi olmayan hatalı bir işlem ortaya koymuştur.

Ö:Nasıl yaptın peki bu elmalar başlığının ikinci sorusunu?

Zerra: Şimdi n' in değerini bulmak için, n^2 ile 8n i eşitledim. Hesaplama yönteminiz gösterin demiş. Ben de dağıtma yöntemiyle yapmaya çalıştım. n^2=8n. 4n ile 2n' i çarpınca 8n olur. Öyle yaptım işte.

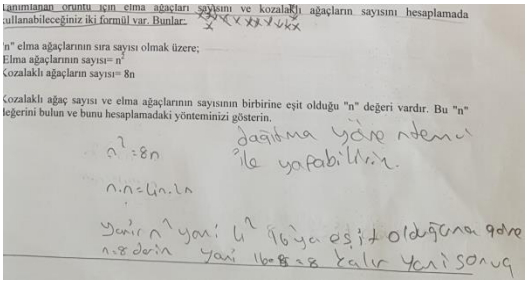

Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

"n" elma ağaçlarının sıra sayısı olmak üzere;
Elma ağaçlarının sayısı= n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı= 8n

Kozalaklı ağaç sayısı ve elma ağaçlarının sayısının birbirine eşit olduğu "n" değeri vardır. Bu "n" değerini bulun ve bunu hesaplamadaki yönteminizi gösterin.

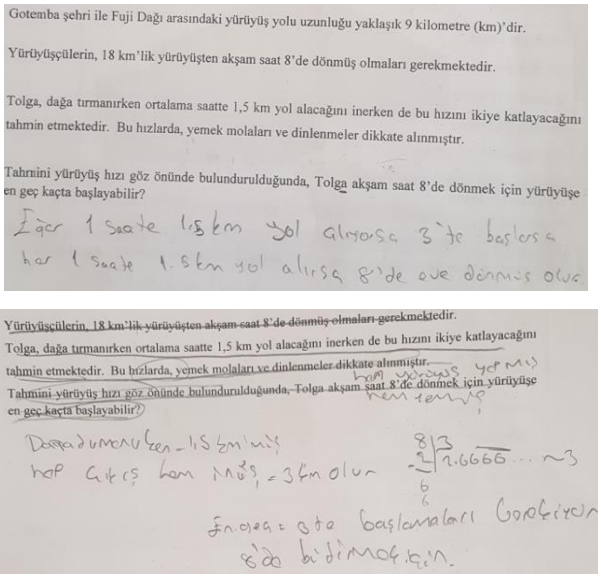
Elma ağaçları sayısı = n^2 yani bir sayının karesi
kozalaklı ağaçların sayısı = 8.n yani sayının kendisi
n^2 8 alırsak = 8^2 = 64 dür

Görsel 3.232a. *Zerra'nın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.232b. *Zerra'nın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

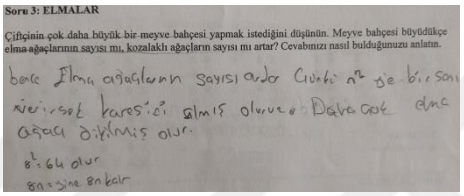
Diğer beşinci düzey soru olan Fuji dağı tırmanışı bağlığının ikinci sorusunda her iki testte de doğru cevaba ulaşamadığı ancak matematiksel dayanakları yetersiz kalan bağlamsal destekli açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Her iki testte de çözüme ilişkin önemli bir nicelik olan dağa tımanış hızını dikkate alabilmiştir. Ön testte "eğer 1 saatte 1,5 km yol alıyorsa, 3'te başlarsa ve her saatte 1,5 km yol alırsa 8'de eve dönmüş olur" şeklinde sadece tırmanışa dikkat ederken son testte ise "tırmanırken 1,5 km imiş. Hem iniş hem çıkış 3 km olur" şeklindeinişe de vurgu yapabilmiştir. Ancak hızının inerken 2 katına çıkması, 18 km toplam yol uzunluğu gibi kritik bilgileri dikkate alamamış ve "8÷3=2,66..." şeklinde geçersiz bir ilişkiye dayalı doğru olmayan bir sonuç elde etmiştir (Görsel 3.233).



Görsel 3.233. *Zerra'nın Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Altıncı düzeyde yer alan sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde elmalar başlığında yer alan üçüncü soruda ön testte "bence elma ağaçlarının sayısı artar çünkü n^2'

ye bir sayı verirsek karesini almış oluruz. Daha çok elma ağacı dikilmiş olur. 8^2=64 olur ama 8n yine aynı kalır" diyerek her ne kadar elma ağacı sayısında karesel artışa dikkat çekmiş olsa da kozalak ağacı sayısında sürekli 8 ile çarpılması ve doğrusal artışa ilişkin açık bir eylem ortaya koyamayıp ikisi arasında bu veya benzeri bir temelde karşılaştırma yapamamıştır (Görsel 3.234a). Son testte ise "bence elma ağacının sayısı daha çok artar çünkü her zaman bir sayının 2 katına çıktığımız için kozalak ağacının sayısına göre daha çok artar" açıklamasıyla "2 katına çıkmak" tan kastının "karesini alma" olabileceği göz önünde bulundurulursadaha kabul edilebilir bir dayanak ortaya koymuştur. Öte yandan yine kozalak sayısındaki artışa ilişkin "hep 8 ile çarpılıyor" benzeri bir açıklama ortaya koymaması dikkat çekmiştir (Görsel 3.234b).


Soru 3: ELMALAR

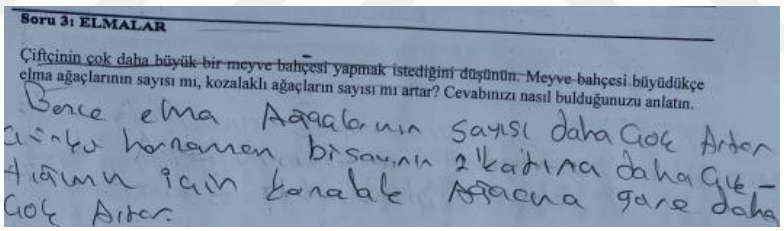
Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatın.

bence Elma ağaçlarının sayısı artar çünkü n^2 ye bir sayı veririsek karesini almış oluruz. Daha çok elma ağacı dikilmiş olur.

8^2=64 olur

8n=yine 8n kalır

Görsel 3. 234a. *Zerra'nın elmalar başlığı üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı*


Soru 3: ELMALAR

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatın.

Bence elma Ağaçlarının sayısı daha çok Artar çünkü herzaman bir sayının 2 katına daha çok artmak için kozalak Ağacına göre daha çok Artar.

Görsel 3. 234b. *Zerra'nın elmalar başlığı üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Diğer bir altıncı düzey soru olan paraşütlü gemi başlıklı soruda her iki testte de sonuca ulaşamamıştır. Ön testte yıllık 3500000 litre tüketimi dikkate almayıp geri kalan nicelikleri doğru belirlemesine rağmen aralarında ilişkiler kurup çıktılar elde edemeyen Zerra matematiksel dayanaktan yoksun "bence 15 yıl sonra paraşüt masrafını karşılar" şeklinde sonuca ilişkin bir yorum sunmuştur (Görsel 3.235a). Son testte de 3500000 litre ve 0,42 zed niceliklerini esas alamadığı görülmekle birlikte paraşüt masrafı ve gün arasında çözüme hizmet etmeyen ilişkiler kurduğu ve herhangi bir işlem sonucu elde etmediği görülen 42 çıktısına dayalı olarak "42. Yılda masrafını karşılar" şeklinde bir sonuca ulaştığı görülmektedir (Görsel 3.235b). Görüşme sırasında çözüm sürecinde ortaya koyduklarından maliyeti geçen gün sayısına bölme şeklinde bir ilişki kurup ona

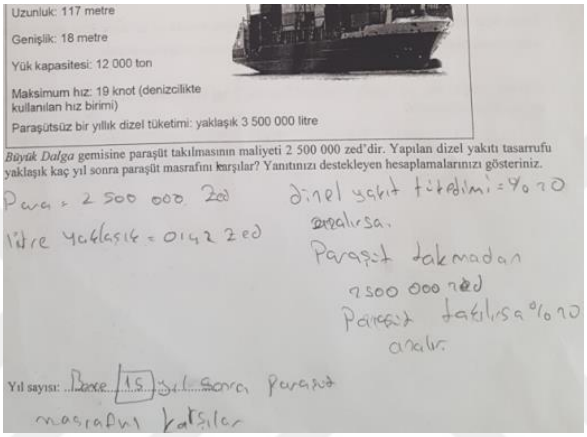
dayalı çıktılar elde ettiği ancak cebirsel ifade olarak x+y=z diyerek maliyet ile geçen gün sayısını topladığı görülmüştür.

Ö: Peki paraşütlü gemi başlığının son sorusunda neler yaptığını anlatabilir misin?

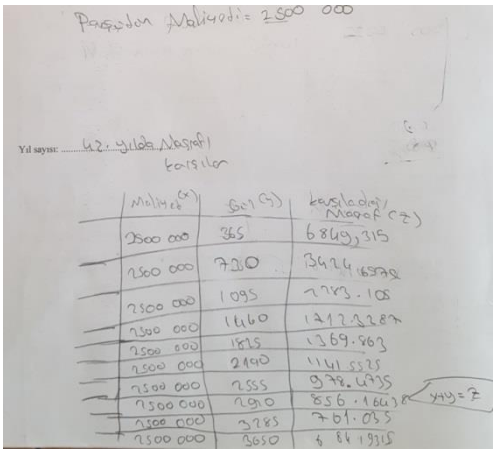
Zerra: Bir senede 365 gün iki senede 730. Ben yıl olarak yazacaktım da tam çıkmaz diye gün yazdım.Normal maliyeti 2500000 olsun. 365 ile çarptığımda bir yıllık masrafın bu olduğunu varsaydım (aslında 2500000' i 365' e bölmüş 6849,315 bulmuş). İki yıl için de bu (3424,6975).

Ö: Sonra..? En sonunda bir genel ifade sunmuşsun.

Zerra: x, y z verdim. X ile y toplayınca z oluyor.



Görsel 3.235a. *Zerra'nın paraşütlü gemiler başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*



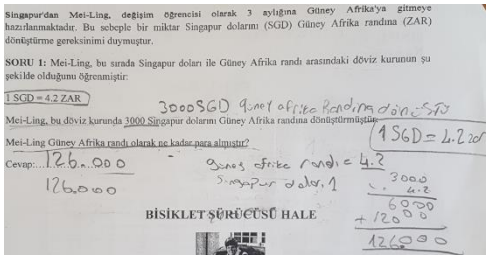
Görsel 3.235b. *Zerra'nın paraşütlü gemiler başlığı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

3.2.4. Ferman'ın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

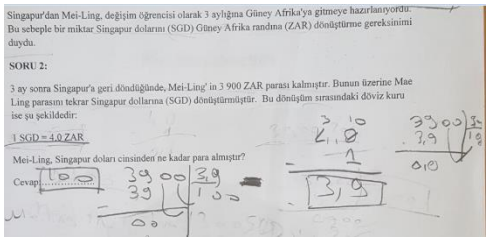
Ön testte verdiği yanıtlar incelendiğinde dövüz kuru başlığında yer alan birinci düzey soruda her ne kadar sonuç için bir sıfır fazla koyma veya birler basamağı ile onlar basamağı arasına virgül koymama şeklinde bir işlemsel hatası görülse de Ferman'ın doğrudan sunulan 1SGD=4,2ZAR eşitliğini doğru yorumlayarak 3000×4,2 şeklinde sonuca ulaştığı görülmüştür (Görsel 3.236a). Bu başlıkta yer alan ikinci düzey soruda ise kendisine doğrudan verilen 1SGD=4,0ZAReşitliğini yorumlamakta zorlandığı ve hem yanlış ilişkiler kurup hem işlem hataları yaparak doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Görsel 3.236b). Her ne kadar verilen bölme işlemi doğru adımı olarak görülse de bunu görüşme sırasında da herhangi bir dayanakla açıklayamamıştır. Ayrıca dikkat çeken 4,0 sayısından 1'i çıkarma çabası görüşme sırasında kendisine yönletildiğinde maematiksel veya bağlamsal geçerli bir dayanak öne süreememiştir.

> Ö: Peki neden 4,0'dan 1' i çıkardın?
>
> Ferman: ya hocam ben bulmak için onu çıkarmıştım da…sonradan olmadı☺ Ben orada şu ZAR' ı Singapur parasına dönüştürmeye çalıştım ama nasıl dönüştüreceğimi pek yapamadığım için.

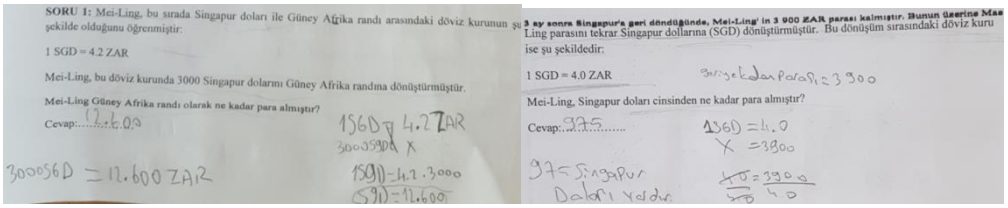
Son testte ise bu iki soruya da son derece rahat bir şekilde yanıt verebildiği görülen Ferman'ın, herhangi bir işlem hatası yapmaksızın doğru orantı için içler dışlar algoritmasını kullanarak istenilen yanıtları sunabildiği açıktır (Görsel 3.236c)



Görsel 3.236a. *Ferman'ın döviz kuru başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*

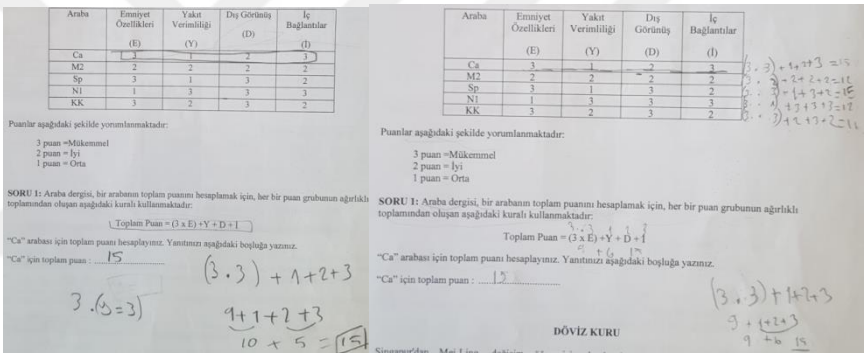


Görsel 3.236b. *Ferman'ın döviz kuru başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı*



Görsel 3.236c. *Ferman'ın döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin son testteki performansı*

İkinci düzeyde yer alan en iyi araba başlıklı soruda her iki testte de doğru cevabı verebildiği görülen katılımcı, tablo ile sunulan değerlerden Ca arabası için verilenleri belirleyip kendisine doğrudan sunulan formül içerisine "(3×3)+1+2+3=15" şeklinde doğru yerleştirerek istenilen sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.237). Ayrıca son testte ekstra olarak kendisinden istenmese de diğer arabalar için de puan hesaplaması yapabildiğini göstermesi dikkat çekmiştir.

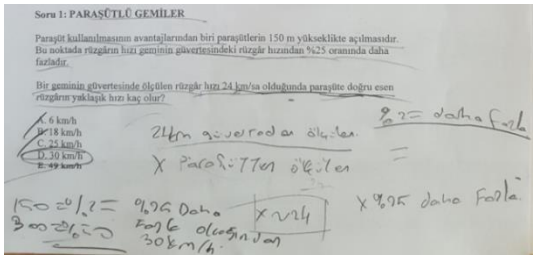


Görsel 3.237. *Ferman'ın en iyi araba sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Üçüncü düzey sorulara gelindiğinde ise paraşütlü gemi başlığındaki paraşüte doğru esen rüzgar hızı sorusunu her iki testte de doğru yanıtladığı görülmektedir. Önce güvertedeki 24 km/sa hızın %25' ini bulma ve ardından 24 km/sa üstüne ekleme şeklinde ardışık iki adım gerektiren bu soru için ön testte güvertedeki hızın %25' ini hesapladığına ilişkin herhangi bir eyleminin görülmemesi ve daha çok "%25 daha fazla olacak" yönündeki vurguları dikkat çekmiştir (Görsel 3.238). Görüşme sırasında 24 km/sa'in %25'ini bulma yönünde herhangi bir açıklama yapamadığı görülmüştür.

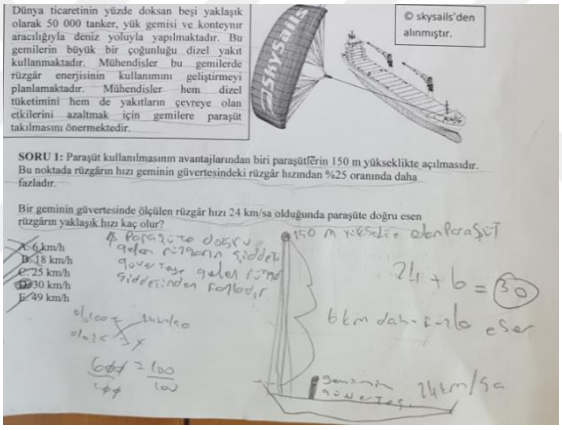
Ö: Paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruda nasıl 30 buldun?

Ferman:Paraşüt gemiye bağlandığında çok fazla açılamayacaktır. Çok fazla yukarıya çıkamayacaktır. %25 daha hızlı gelirse 30 km olur hızı diye düşündüm.



Görsel 3.238. *Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise içler dışlar çarpımı algoritması ile güvertedeki 24 km/sa hızın %25' ini bulabildiğini açıkça gösterip kusursuz bir şekilde 24+6=30 sonucuna ulaşabildiğini göstermiştir (Görsel 3.239). Bu sırada elde ettiği 6 niceliğinin bağlamsal yönden ne anlama geldiğini de ifade edebilen Ferman, ortaya koyduğu görsel üzerinden attığı adımların bağlamsal temellerini göstermiştir.



Görsel 3.239. *Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Diğer bir üçüncü düzey soru olan bisiklet sürücü Hale başlıklı soruda ise her iki testte de doğru yanıtı veremeyen Ferman'ın bir görsel yardımıyla gerekli olabilecek yol uzunluğu ve hız bilgileri ortaya koyabildiği görülmektedir (Görsel 3.240a). İlk görüşmede bu soruya ilişkin "denklem kurmam lazım ama kuramadım. Aklıma gelmedi. Ama şimdi geliyor" diyerek bir süre düşündüğü ancak sonrasında "yok hocam ben yapamayacağım" şeklinde herhangi bir işlem ortaya koyamadığı görülmüştür. Son görüşmede ise 18 km/sa hız için "saatte 18 km yol alır" benzeri yorum sunamadığı görülünce kendisine günlük yaşamda sıklıkla karşılaştığı 90 km/sa hız üzerinden destek sunulmuştur. Bununla birlikte "saatte 18 km yol almış o zaman x saatte 6 km gider" diyerek doğru orantı kurmuş ancak bu sefer orantıyı çözmekte başarısız olmuştur (Görsel 3.240b).

Ö: Öncelikle şu bisiklet sürücüsü sorusu ile başlayalım. Bir görsel sunmuşsun ve 18km/sa ile 6 kmdemişsin bunun üzerinde. Peki Hale' in teyzesinin evine gitmesi kaç dakika sürer? Bulamaz mıyız?

Ferman: …

Ö: Bu 18km/sa ne demek?

Ferman: Yani gittiği hız? Hale' nin bisiklet üzerinde aldığı… 6 km...

Ö: Şimdi ben bu soru için değil de daha genel bir soru sorayım sana. Mesela 90 km/sa ne demek?

Ferman: … (düşünüyor)

Ö: Arabadasın hızın 90 km/sa. Nasıl yorumlarsın bu hızı?

Ferman: Arabanın gittiği hız 90 km.

Ö: Ben sana şöyle açıklayayım o zaman Ferman. 90 km/sa şu demektir: 1 saatte 90 km gidersin. Yani saatte 90 km yol alırsın demek. Peki bu soruyu yorumlayabilir misin bana o zaman?

Ferman: O zaman bu da saatte 18 km yol almış. 6km' yi bulacağız.

Ö: Evet. Bulabilir misin?

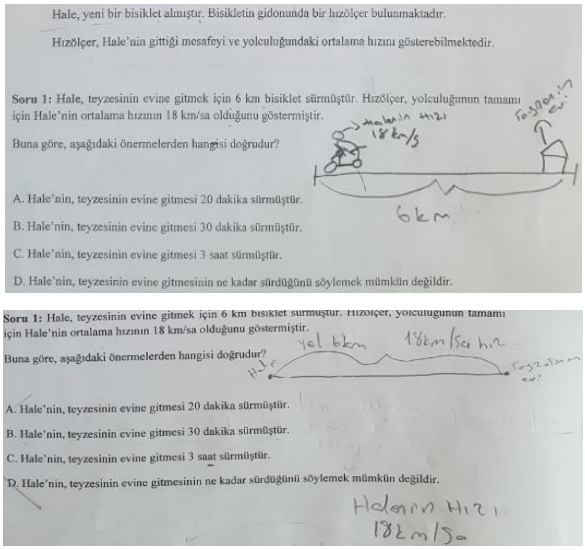
Ferman: …(Düşünüyor) km' yi saate mi dönüştüreceğiz?

Ö: Dönüşür mü?

Ferman: …Bir saatte 18 km gidiyorsa 6 km' yi kaç saatte gider. 1 saatte 18 km giderse x saatte 6 km gider (doğru orantı kuruyor)

Ö: (yazmak için öğretmenden onay istiyor gibi bakınca) Yapabilirsin.

Ferman: 3 çıktı. 3 km/….(yanlışlık yaptığını düşünüyor emin değil yaptığından) Hocam olmadı galiba☺ (bulduğu çıktının yani 3' ün birimi saat olmalıydı ama onu fark edemedi)


Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır.

Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Soru 1: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.

B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.

C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.

D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

Soru 1: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

yol 6km

18km/sa hız

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.

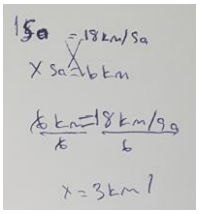
B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.

C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.

D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

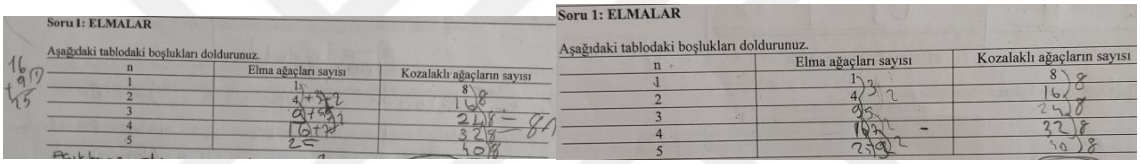
Halenin Hızı 18km/sa

Görsel 3.240a. *Ferman'ın bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*



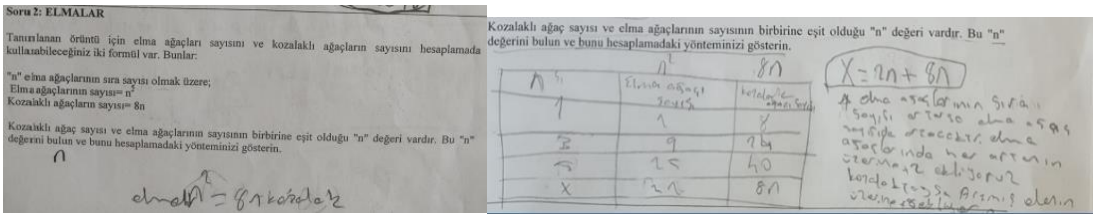
Görsel 3.240b. *Ferman'ın bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin son görüşme sırasındaki çözümü*

Elmalar başlığının dördüncü düzeyde yer alan ilk sorusunda her iki testte de tabloyu uygun sayısal değerlerle doldurabildiği görülen Ferman'ın bunu yaparken sadece verilen görseldeki sembolleri sayma yolunu tercih etmediği veya kendisine bir sonraki soruda sunulan n^2 kuralını kullanmadığı, bunun yerine kendisinin keşfettiği örüntü kuralını benimseyerek adımları ilerletebildiği görülmüştür (Görsel 3.241). Örneğin, 25 değerini $5^2=25$ olarak bulmamış 16+9=25 şeklinde bulmuştur.



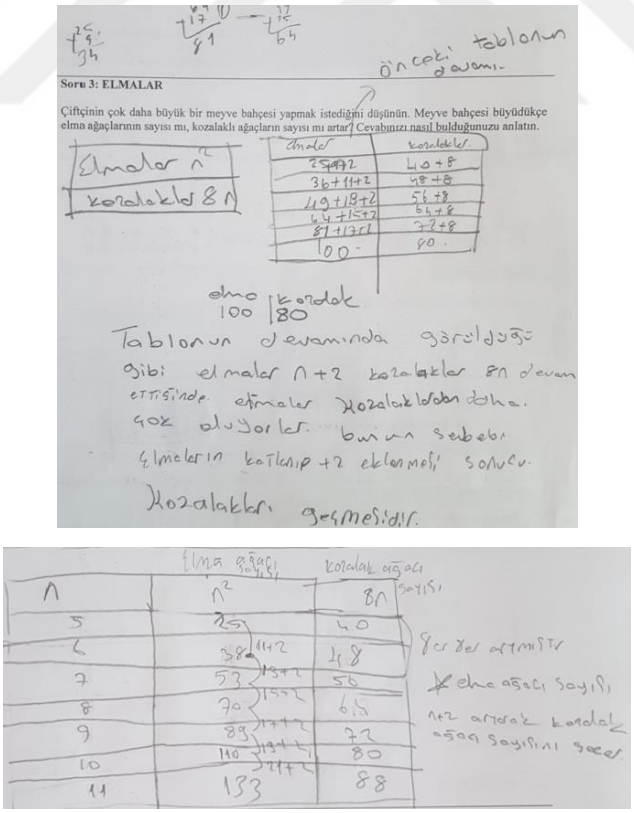
Görsel 3.241. *Ferman'ın elmalar başlığı birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Beşinci düzeyde yer alan bir sonraki soru için ise ön testte sadece soruda verilen durumu matematiksel olarak ifade edebildiğini gösteren $n^2=8n$ denklemini kurabilmiştir ancak denklemi çözme, sayısal değerler atama vb. bir yolla n' nin kaç olabileceğine yönelik bir çıktı ortaya koyamamıştır. Son testte ise bu eşitliği de kurmayarak çözüme hizmet etmeyecek "x=2n+8n" şeklinde bir denklem sunmuştur. Sonrasında ise tablo ile her iki ağaç sayısındaki artışı göstererek "elma ağaçlarının sıra sayısı artarsa elma sayısı da artacaktır. Elma ağaçlarında her artışın üzerine +2 ekliyoruz. Kozalaktaysa artmış olanın üstüne 8 ekliyoruz" şeklinde bir açıklama yaptığı görülmüştür (Görsel 3.242).



Görsel 3.242. *Ferman'ın elmalar başlığı ikinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Bu başlıkta altıncı düzeyde yer alan üçüncü soruda ise her iki testte de tablo üzerinden keşfettiği kural doğrultusunda değerleri devam ettirerek elma ağacı sayısının artışını gösterebilmiştir (Görsel 3.243). Ancak son testte bu tablodaki sayısal verileri hesaplarken 25+11=36 yerine 25+13=38 yaparak hata yapmış ve devamında da örüntüyü kuralına göre devam ettirse de sayısal değerleri yanlış olarak devam ettirmiştir. Her ne kadar tabloda kuralı n^2 olarak yazdığı görülse de sayısal değerlerin bu kurala uymadığını ve karesel olmadığını görememesidikkat çekmiştir. Diğer taraftan "kozalak 8'er artmıştır. Elma ağacı sayısı n+2 artarak kozalak sayısı geçer" yorumu kurala dayalı olarak kabul edilemez olsa da sunmuş olduğu sayısal değerler üzerinden görülebilmiştir. Ön testte de kurala dayalı savunmasının başarısız olduğu "tablonun devamında görüldüğü gibi elmalar n+2, kozalaklar 8n devam ettiğinde elmalar kozalaklardan daha çok oluyorlar. Bunun sebebi elmaların katlanıp +2 eklenmesi sonucu kozalakları geçmesidir" açıklamasında sayısal verileri sunduğu tablodaki değerleri dayanak göstererek kabul edilebilir savunma yapabildiği görülmüştür. Nitekim bu performans PISA'da kısmi puanla değerlendirilmektedir.



Görsel 3.243. *Ferman'ın elmalar başlığı üçüncü sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Fuji dağına tırmanış başlığında yer alan dördüncü ve beşinci düzey soruların her iki testte de doğru yanıtlar veremediği görülen Ferman'ın son görüşme sırasında kendisine doğrudan destek verildiğinde dördüncü düzey olan adım mesafesinin sorgulandığı birinci soruda olumlu yönde adım atabildiği ancak yine de doğru yanıta ulaşamadığı görülmüştür (Görsel 3.244). Adım sayısı ile gidilen yol arasında oran ilişkisi olduğunu fark etmesi onun olumlu yönde eylemi olarak görülmüş ancak hangi niceliği hangisine böleceğine karar verirken hata yapması da onun eksikliğini açıkça göstermiştir.

Ö: Şimdi sen burada anlamakta zorlanmışsın. Çizdiğin görselden öyle anlaşılıyor. 9 km bu yolun tamamı. Başından sonuna. (çizilen görselde sanki sadece dağ eteğine kadar olan mesafe 9 km gibi yazmış görünüyor)

Ferman: Dağın tepesinden başına kadar 9 km.

Ö: Düşünebilirsin şimdi istediğin kadar ben bekliyorum.

Ferman: Bu 22500' lük adımı şurada mı atıyor? (kendi çizdiği görselde yokuş-dağ eteği kısmını gösteriyor)

Ö: 9 km lik yol boyunca atıyor.

Ferman: Burası 9 km. Adım sayısı da 22500.

Ö: Ne istiyor senden?

Ferman: cm' ye dönüştüreceğiz…(henüz metni okuyor sanki anlamaya çalışıyor. Neyi cm'ye dönüştüreceğini henüz kesin olarak bildiğini göstermiyor)

Ö: Dönüştür istersen.

Ferman: km' yi cm' ye dönüştüreceğiz (şimdi anlamış gibi)…(düşünüyor ama aktivitesi yok)

Ö: Ne yapmakta zorlanıyorsun? Ben sana yardım edeyim.

Ferman: Km' den cm' ye kaç basamak iniyorduk?

Ö: hm,dam, m, dm ve cm. 5 basamak yani.

Ferman: Yukarıya doğru çıkarken sıfırlar artıyor, aşağı inerken de düşüyor azalıyordu.

Ö: Hayır sıfırlar aşağı doğru inerken artar.

Ferman: 9 km=900000 cm

Ö: Şimdi yapabilir misin?

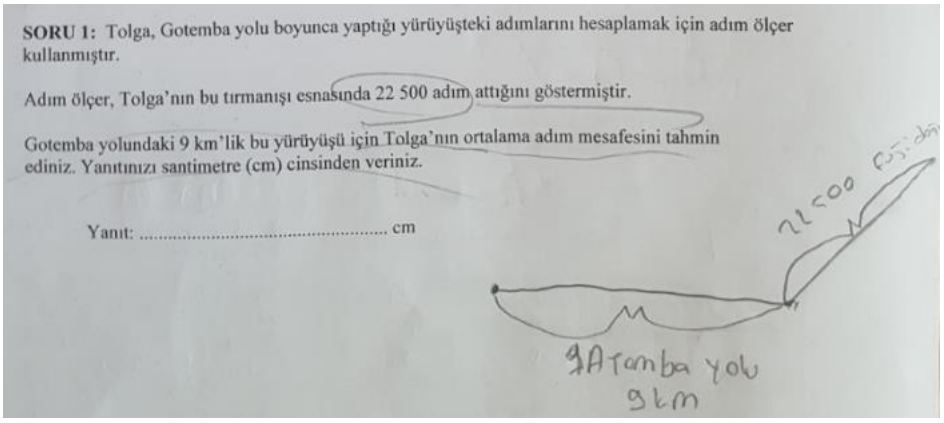
Ferman: 22500 adım mesafesini cm cinsinden yazmamızı istiyor galiba.

Ö: Ne isteniyor senden bu soruda?

Ferman: Tolga' nın ortalama adım mesafesini.

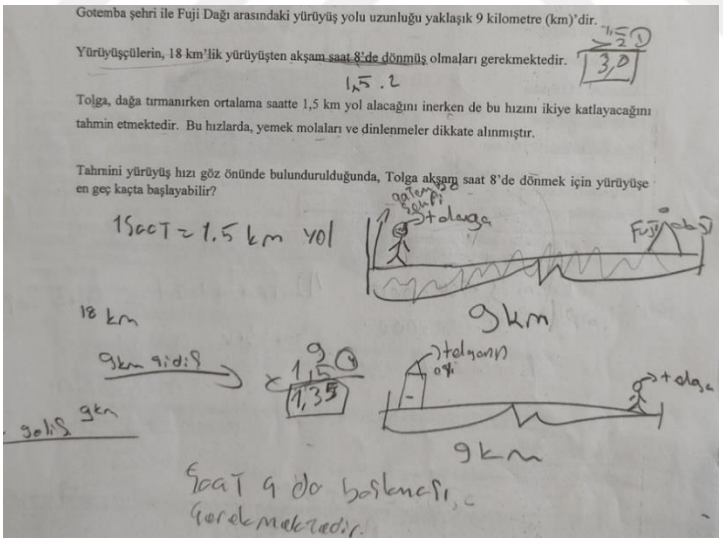
Ö: Peki nasıl bulabilirsin adım mesafesini?

Ferman: 1 adımın kaç cm olduğunu bulup sonra 9 km 900000 cm' ye oranlayacağız. Ortalama adım mesafesini bulmuş olacağız (ama eylemde bulunmadı).



Görsel 3.244. *Ferman'ın Fuji dağına tırmanış başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Beşinci düzey olan Fuji dağına tırmanış başlığı ikinci sorusunda ise ön testte tırmanış sırasındaki hızının 1,5 km/sa, iniş yolundaki hızının ise 1,5×2=3 km/sa olduğunu görebilmiş ve yol uzunluğunun 9 km oluşunu da dikkate alabilmiştir (Görsel 3.245). Görseller yardımıyla çözüme ilerleme yolunda adımlar atabilmesine rağmen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyemediği veya "9×1,5=13,5" şeklinde yol uzunluğu ile gidilen hızı çarpma şeklinde başarısız ilişkiler kurabildiği görülmüştür.



Görsel 3.245. *Ferman'ın Fuji dağına tırmanış başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte kâğıt üzerinde sadece bir görsel üzerinde ve sadece tırmanış sürecine yönelik niceliklerle daha az eylem ortaya koyması dikkat çekse de görüşme sırasında soru metninde ikilemde kaldığı karanlık noktalar açığa çıkarıldığında görüşmecinin itekleyici uyarılarıyla da olsa doğru nicelikleri belirleyip ve doğru ilişkiler kurarak ardışık adımları

atabilmiş ve istenilen sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.246). Görüşme sırasında "saatte 1,5 km yol alıyorsa 9 km' yi kaç saatte çıkacağı" şeklinde doğru orantılı ilişkileri görüp o ilişkiye dayalı "6 saatte çıkar" şeklinde çıktılar elde edebilmesinin yanısıra "hızı iki katına çıkarsa o zaman süre yarıya düşer" çıkarımını yaparak ters orantılı ilişkileri de görebilmiştir.

Ferman: Ben bu soruyu da diğeri gibi tam olarak anlamadım. Bu noktadan bu noktaya çıkacak (1. soruda koyduğu görselin aynısını ortaya koymuş. Bu görsele göre düz bir yol var dağa kadar bu yol 9 km. Dağa çıkılan dağ eteği uzunluğu ise belli değil gibi görünüyor)

Ö: Toplam yol 9 km. Aşağıdan yukarıya kadar 9 km. Dağ yamacından başlayacak tepeye kadar yürüyecek ve sonra da aynı yoldan geri dönecek.

Ferman: İniş çıkış 18 km.

Ö: Evet.

Ferman: Saatte 1,5 km yol alacağını söylüyor. İnerken de bu hızını ikiye katlayacak. …(Yaklaşık 1 dk düşündükten sonra) Dağın başından yukarıya kaç saatte çıkıyor?

Ö: Onu soruyor!!

Ferman: (Kâğıda baktı şaşkınca...düşünüyor)

Ö: Nasıl bulabilirsin onu o zaman?

Ferman: ..

Ö: Sen bana bu soruyu anlatabilir misin?

Ferman: Yürüyüşçüler inecek ve çıkacak 18 km. Bu yürüyüşçülerin içinde Tolga da var. Tolga çıkışta saatte 1,5 km mesafe alacak. İnerken bu hızını ikiye katlayacak. Bize sabah saat kaçta başlaması gerektiğini soruyor.

Ö: Nasıl bulacağız peki o zaman şimdi? Çıkarken kaç saatte çıkacak?

Ferman: Saatte 1,5 km yol alıyorsa 9 km' yi kaç saatte çıkacağını bulurum. (Doğru orantıyı işaret eden içler dışlar çarpımı algoritmasını uyguladı ve 6' yı buldu. Birimi ile birlikte yazdı) 6 saatte çıkar.

Ö: Nasıl buldun?

Ferman: Bir saatte 1,5 km giderse x saatte 9 km gider dedim. 6 saat buldum oradan.

Ö: Sonra?

Ferman: 6 saatte 9 km yol alıyor. İnerken bu hızını ikiye katlayacak. O zaman saatte düşecek. Çünkü hızlı inecek. Hız 2 katına çıkacağı için saat de 2 katına düşer (yarıya iner demek istiyor). 6 saat inerken 3 saat olur.

Ö: Tamam yazalım o zaman onu da. Peki sonuç?

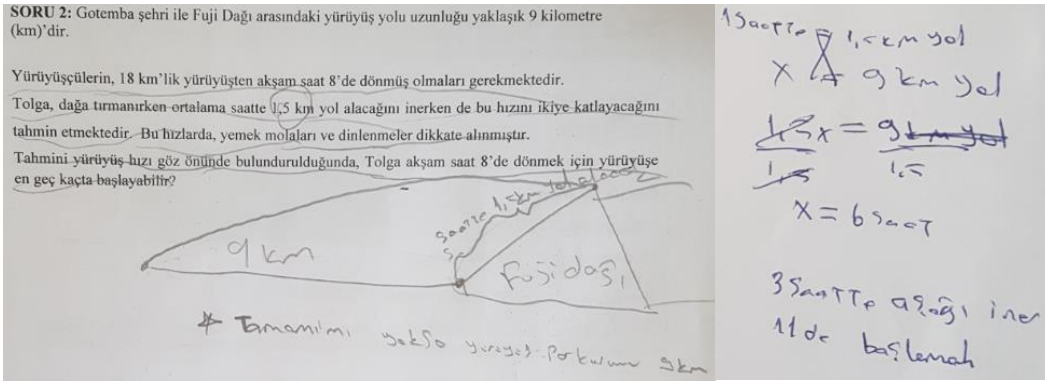
Ferman: 9 saatte tamamlar.

Ö: Tamam. Ne soruluyor?

Ferman: 8' de eve dönmesi için…12' de başlarsa akşam 8' de eve gelir (emin olamadı ve hala düşünüyor)

Ö: Kaç saatte döner?

Ferman: 9 saatte dağa çıkıp inecek. 11' de başlarsa…(içinden sayıyor). 11.00' de başlaması lazım.



Görsel 3.246. *Ferman'ın Fuji dağı başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki ve son görüşmedeki çözümü*

Altıncı düzeyde yer alan paraşütlü gemi başlığının paraşüt masrafının kaç yıl sonra karşılanacağı şeklindeki ikinci sorusunda ön testte sadece gerekli bilgileri "tüketim 3 500 000, maliyet 2 500 000, 1 litre dizel 0,42 zed" şeklinde ayrıştırarak ortaya koyabildiği ve herhangi bir matematiksel dayanak sunmaksızın "yaklaşık 2 yılda masrafını karşılar" şeklinde bir sonuç sunduğu görülmüştür (Görsel 3.247a). Son testte ise çözüme ulaşma yolunda öneli bir nicelik olan 1 yıllık dizel maliyetini, 1 yıl için harcanan dizel yakıt miktarı ile 1 litre dizel yakıtın fiyatı arasındaki doğru orantılı ilişkiyi kurarak hesaplayabilmiştir (Görsel 3.247b). Ancak "19 knot hız, 6 km/sa ve paraşüt hızı" gibi hız ile ilgili nicelikleri esas alarak çözüme hizmet etmeyen ilişkiler üzerinden çıktılar elde etmeye çalıştığı görülmüştür Çözüm için kritik olan dizel yakıt tüketiminin %20 azalması, paraşüt takma masrafı olan 2500000 zed niceliklerini ise dikkate almayarak hata yapmıştır. Görüşme sırasında da hızı bir değişken olarak gördüğünü açıkça dile getirirken çözüme hizmet etmeyen ilişkileri de sözel olarak tekrar dile getirmiştir.

Ö: Son olarak burada (paraşütlü gemi 2. soru) ne yapmaya çalıştığını anlatabilir misin bana?
Ferman: Önce dizel yakıt maliyetini buldum. Paraşüt taktırırsa 6 km/sa hız kazanacak gemi. Bu paraşüt taktırma maliyeti de 2 500 000. Geminin hızı 19 knot. Geminin hızı düşecek, paraşütün hızı eklenecek ve maksimum hıza ulaşılacak. Bu sefer geriye 13 knot kalacak. Yaklaşık 1 yıllık tüketimi hesaplayacağız.
Ö: Yani burada senden ne isteniyor?
Ferman: Ne zaman maliyetini geçer?
Ö: Peki neleri bulursan bu sorunun çözümüne ulaşabilirsin?

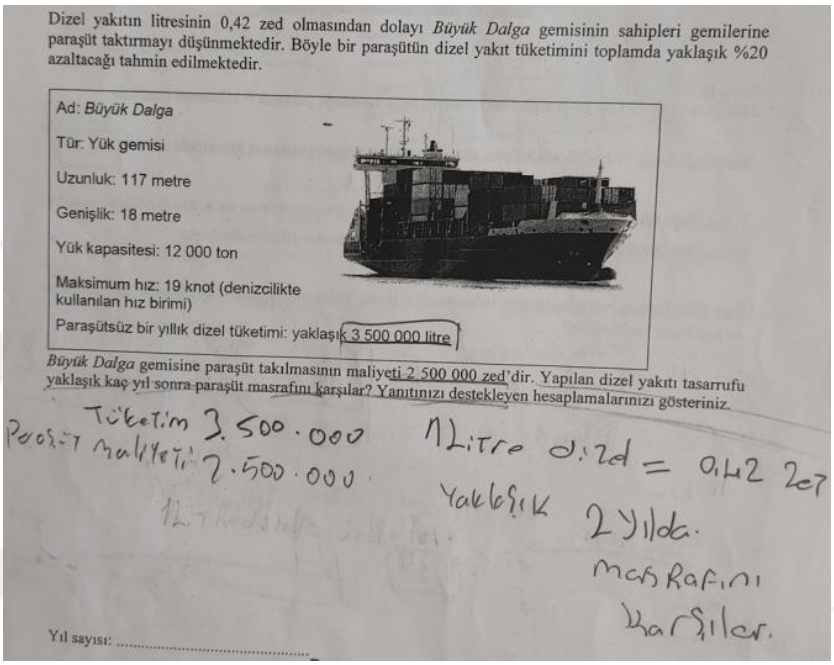
Ferman: Benim yaptığımda 6 km paraşütün hızı. Geriye 13 knot kalıyor. 13 Knotluk hızın 1 yıllık maliyetini bulacağız. Sonra toplam gelirden çıkartacağız. Maliyeti de kaçıncı yılda geçeceğini bulacağız.

Ö: Toplam gelirden çıkartacağız mı dedin?

Ferman: Toplam dizel maliyetinden çıkartacağız.

Ö: Ne bulmuş olacaksın toplam maliyetten çıkartınca?

Ferman: Takılan paraşütten maliyettin geriye kalanını bulmuş olacağız.



Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı *Büyük Dalga* gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: *Büyük Dalga*

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

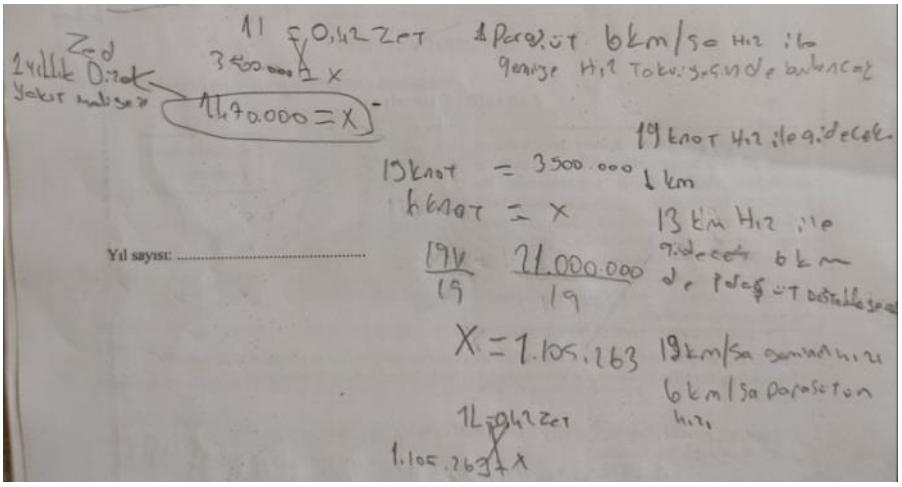
Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre

Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir. Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Tüketim 3.500.000
Paraşüt maliyeti 2.500.000
1 Litre dizel = 0,42 zed
Yaklaşık 2 yılda masrafını karşılar.

Yıl sayısı: .....

Görsel 3.247a. *Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



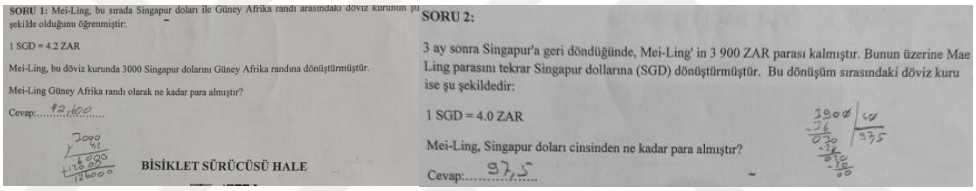
1 l = 0,42 zet
3500000 l x
1 Paraşüt 6 km/sa Hız ile
Geriye Hız Takviyesinde bulunacak
2 yıllık dizel yakıt maliyeti
1.470.000 = X
19 knot Hız ile gidecek.
19 knot = 3500000 1 km
6 knot = X
13 km Hız ile gidecek 6 km de paraşüt değişecek
19X = 21.000.000
19 19
X = 1.105.263
19 km/sa asıl hız
6 km/sa paraşütün hızı
1 l = 0,42 zet
1.105.263 x

Yıl sayısı: .....

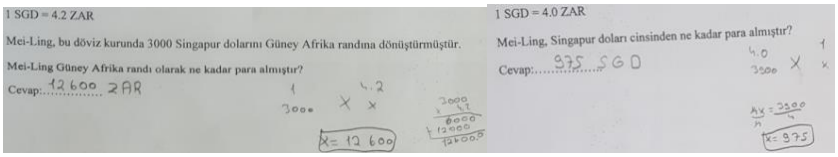
Görsel 3.247b. *Ferman'ın paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

3.2.5. Faris' in matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

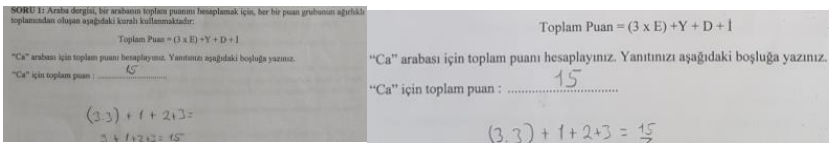
Faris birinci ve ikinci düzeyde yer alan döviz kuru ve en iyi araba başlıklı sorularını hem ön hem de son testte her ne kadar ön testte udak bir hatası görünse de rahatlıkla çözebilmiştir. Döviz kuru başlıklı sorularda sunulan 1SGD=4,2ZAR ve 1SGD=4,0ZAR eşitliklerini doğru yorumlayarak ön testte birinci soruda"4,2×3000=12600" şeklinde doğru sonuca ulaşabildiği görülürken ikinci soruda ise 4.0 ZAR'ı 40ZAR olarak almış ve bu hatasından ötürü "3900÷4=975" yerine "3900÷40=97,5" sonucuna ulaşmıştır (Görsel 3.248a). Son testte ise "1SGD 4,2ZAR ise 3000SGD kaç ZAR olur?" ve "4,0ZAR 1SGD ise 3900ZAR kaç SGD olur?" şeklinde içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla sırasıyla 3000SGD nin 12600ZAR ve 3900 ZAR'ın 975 SGD olduğunu bulabilmiştir (Görsel 3.248b). En iyi araba sorusunda ise tabloda verilen sayısal değerlerden Ca arabası için olanları doğru belirleyip formülde gerekli yerlere doğru yerleştirmiş ve 15 sonucuna ulaşabilmiştir (Görsel 3.248c)



Görsel 3.248a. *Faris'in döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.248b. *Faris'in döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin son testteki performansı*

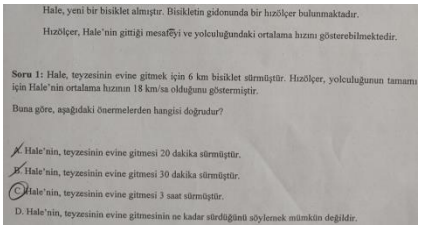


Görsel 3.248c. *Faris'in en iyi araba sorusına ilişkin ön ve son testteki performansı*

Faris'in daha üst düzey sorularda özellikle ön testte sıkıntılar yaşadığı görülmüştür. Üçüncü düzeyde yer alan bisiklet sürücü Hale başlıklı soruda sadece yanlış şıkkı işaretleyen bu katılımcı kendisiyle gerçekleştirilen ilk görüşmede hız kavramında

sıkıntılar yaşıyor olabileceğini düşündüren yanıtlar vermiştir (Görsel 3.249). Ayrıca hızın ortalama olmasından dolayı hep sabit olarak kabul edilebileceği varsayımının farkında olmadığı görülmüştür. Dahası $\frac{Ortalama\ hız}{gidilen\ yol}$ şeklinde çözümü sağlamayan yanlış bir ilişki kurduğu görülmüştür.

> Ö: Öncelikle bisiklet sürücüsü Hale sorusunda başlamak istiyorum. Bir şey yazmamışsın açıklama olarak. Ne düşündün bu soruda?
>
> Faris: Yani Hale' nin gittiği adımları ölçen bir hızölçerin bir ifade olmadığını düşündüm!(bir şey ifade etmediği mi demek istedi acaba?) Çünkü belki bir yerde yavaş bir yerde hızlı gitmiş olabilir. O yüzden ilkten ben hesaplamak mümkün değil diye düşündüm. Sonra 30 dk ya da 20 dk olamayacağı için onları eledim.
>
> Ö: Neden 20 ya da 30 dk olamayacağını düşünüyorsun?
>
> Faris: Çünkü 6 km, bisikletle 18 kilometresaat (km/sa i öyle okudu) olduğunu göstermiş yolculuğun ortalama hızının. Yani 18 kilometresaat' te6 km gitmiş olamaz diye düşündüm.
>
> Ö: Peki cevap olarak C şıkkını vermişsin. İlk başta "mümkün değildir" diye düşünsen de C şıkkını işaretlemişsin sonradan. Neden?
>
> Faris: Çünkü 18 ile 6 yı böldüm önce. Sonra onun uygun olmadığını düşündüm. Sonra bir daha 3 saati işaretledim.
>
> Ö: Peki ne anlatmak istiyor bu soruda bana kendi cümlelerinle anlatabilir misin?
>
> Faris: Hızölçerin ortalama hızını söylemiş. Kaç km gittiğini söylemiş. 6 km uzaklığı söylemiş. Bizden de ne kadar sürede gittiğini bulmamızı istiyor. Ben de ona göre yapmaya çalıştım.
>
> Ö: Peki kaç saatte gittiğini nasıl buldun?
>
> Faris: Ortalama hızı ile km' yi böldüm. Sonuca ulaştım.


Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır.

Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Soru 1: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

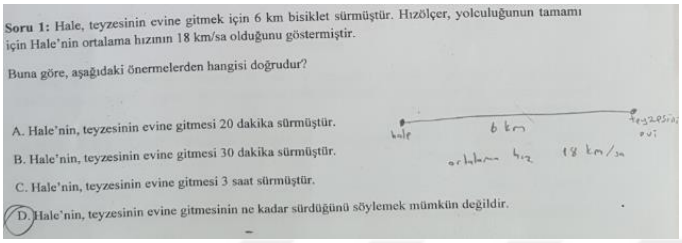
A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.
B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.
C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.
D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

Görsel 3.249. *Faris'in bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte bisiklet sürücü Hale sorusunda bu sefer yatay bir doğru şeklinde bir görsel üzerinde 18 km/sa hız ve 6 km yol uzunluğu bilgilerini entegre ederek çözüme ulaşmaya çalıştığı görülse de herhangi bir ilişki kurmayarak yine başarısız olduğu görülmüştür (Görsel 3.250). Faris' in son görüşmede yine yokuş yukarı yavaşlama gibi bazı bağlamsal koşulların göz ardı edilerek hızın sabit kabul edilmesi gerektiği varsayımının farkında olmaması dikkat çekmiştir.

Ö: İlk olarak bisiklet sürücüsü Hale sorusuna bakalım. Burada "ne kadar sürede gittiğini söylemek mümkün değildir" şıkkını işaretlemişsin ve ayrıca bir görsel ortaya koymuşsun. Neden böyle düşündün açıklayabilir misin?

Faris: Çünkü yol bayır aşağı inebilir veya bayır yukarı çıkabilir. Yani hep ortalama hızı 18 km/sa olacak. Ben de 6 km'yi bayır yukarı çıkarken biraz yavaşlayacağını, bayır aşağı inerken de biraz hızlanacağını varsaydım. Çünkü hep aynı hızda gitse yukarı çıkarken bir yerde elbet zorlanacak. Elbet yavaşlayacak. O yüzden hesaplayamam dedim.


Soru 1: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.

B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.

C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.

D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

Görsel 3.250. *Faris'in bisiklet sürücü Hale sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Daha sonrasında ise görüşme sırasında yolun bayır olup olmamasını göz ardı etmesi tavsiye edilerek, verilen hızı yorumlamaktaki sıkıntısı açıkça görülmesinden dolayı günlük yaşamından daha çok karşılaştığı 90 km/sa hızın ne anlama geldiğinin sorgulatılması üzerine doğru cevaba doğru orantılı ilişki kurarak ulaşabildiği görülmüştür (görsel 251).

Ö: Peki bu yolun bayır olup olmamasını göz ardı etsen ve düz bir yol olsa…senin çizdiğin görsel gibi bak o da düz. 6 km yol ve hız 18 km/sa o zaman ne dersin?

Faris: …

Ö: 6 km' yi kaç saatte gideceğini söyleyebilir miyiz?

Faris: 1 km' yi kaç km/sa' te gittiğini söylesek… Yani 1 km' yi kaç saatte gittiği..onu söylese yapabilirdik..

Ö: Peki hız sana bu konuda yardımcı olmuyor mu?

Faris: Ben olmuyor diye şey yaptım.

Ö: Peki 18 km/sa ne demek?

Faris: Yani ortalama 18 km ile gidiyor.

Ö: Ne kadar zamanda?

Faris: Yani 6 km' yi başlayıp bitirdiğinde 18 km/sa' te yani 18 km' de gidiyor.

Ö: Peki bir arabanın hızı 90 km/sa ne demek?

Faris: 90 hızda gidiyor. Yani…nasıl açıklayayım?! (bildiği bir şeyi açıklamakta zorlandığını düşünüyor)…

Ö: Hız ne demek? Oradan gitsen…

Faris: Yani mesela ben buradan eve yürüyeceğim. Yürüdüğümdeki…ne kadar yavaş ya da hızlı yürüyorsam oradaki hızım.

Ö: Ne kadar yavaş ya da hızlı gidiyorsam onun hızı… Peki sana şöyle bir yardımda bulunsam. 90 km/sa hız şu demektir: 1 saatte 90 km gider. 90 km/sa hızında bir araba 1 saatte 90 km gider.

Faris: O zaman 1 saatte 18 km gider. 6 ile 18' i mi çarpsam…

Ö: Yap kâğıt üzerinde hadi.

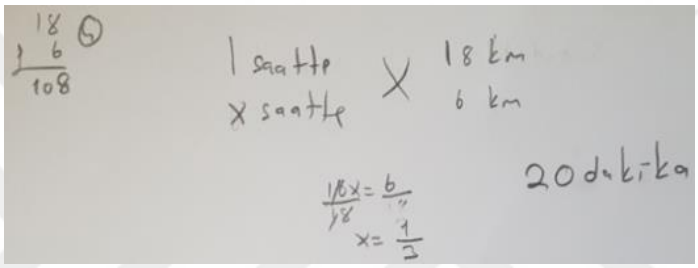
Faris: (6 ile 18' i çarptı ve 108 buldu) yani…(düşünüyor sonuç mantıklı gelmemiş olabilir).

Ö: Daha açık yap istersen sonuç mantıklı gelmediyse.

Faris: (doğru orantı kurmaya çalışıyor ama bu sırada 6 km yerine 6 sa yazma gibi ufak hatalar yaptı ama düzeltti. En sonunda doğru bir şekilde içler-dışlar çarpımı algoritmasını yansıtarak 1/3 değerini buldu).

Ö: Yani?

Faris: 20 dakikada gider.



Görsel 3.251. *Faris'in bisiklet sürücü Hale sorusuna ilişkin görüşme sırasındaki performansı*

Diğer üçüncü düzey sorulan paraşütlü gemiler başlığındaki paraşüte doğru esen rüzgarın hızı şeklindeki birinci soruda ön testte yanlış yanıtı verirken yanlış nicelikleri esas aldığı görülmüştür (Görsel 3.252). Kendi kâğıdında 150 m yüksekliği de doğrudan etki eden bir nicelik olarak ele alma hatası açıkça görülürken, görüşme sırasında ek olarak "geminin dönme hızı" şeklinde kendi gerçek yaşam deneyimlerinden ürettiği ve aslında çözüm için gerekli olmayan başka bir etkeni de göz önünde bulundurduğunu ifade etmesi dikkat çekmiştir. Öte yandan ilk görüşmede güvertedeki hızın %25' ini bulup güvertedeki hızın üzerine ekleme şeklinde ardışık adımlara yönelik %25'i bulma üstüne ekleme ilişkisini "ben 150'nin %25'ini buldum. Sonra da 150'nin %25'ini 24 ile topladım" şeklinde görebilmiştir.

Ö: Bir diğer sorum şu paraşütlü gemideki rüzgar hızı sorusu. Bana nasıl yaptığını ne yaptığını açıklayabilir misin?

Faris: Geminin güvertesinde ölçülen rüzgar hızı 24 km/sa' miş (bu sefer km bölü saat dedi). Havaya doğru açılma yüksekliği 150 m'ymiş. Rüzgar hızı da %25 oranındaymış. Ben 150' nin %25' ini aldım. Sonra da 150' nin %25' ini 24 ile topladım.

Ö: Neden peki öyle yaptın?

Faris: 150 m' ye ulaştığında %25 oranında bir rüzgar hızı geliyor. Rüzgar hızı da onu o kadar km/sa' te döndürür diye düşündüm.

Ö: Peki neden ekledin en sonunda 24' ün üzerine?

Faris: Yani çıkartmak mantıklı gelmedi.

Ö: Neden mantıklı gelmedi peki?

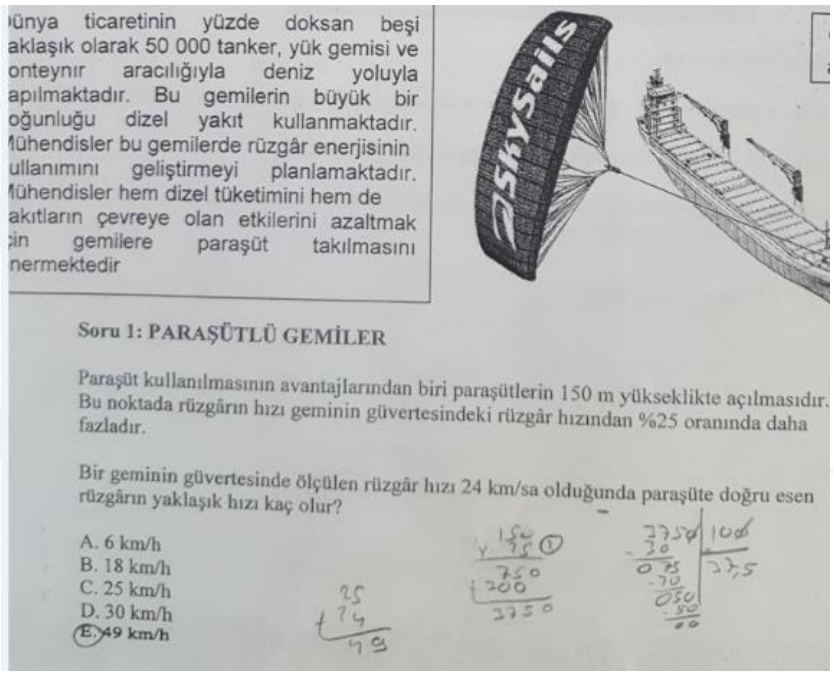
Faris: Çünkü onun rüzgar hızıyla dönme hızını karşılaştırdım.

Ö: Neyin dönme hızı?

Faris: Geminin.

Ö: Gemi dönüyor mu?

Faris: (gülüşmeler ve ardından sessizlik)



Görsel 3.252. *Faris'in paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*

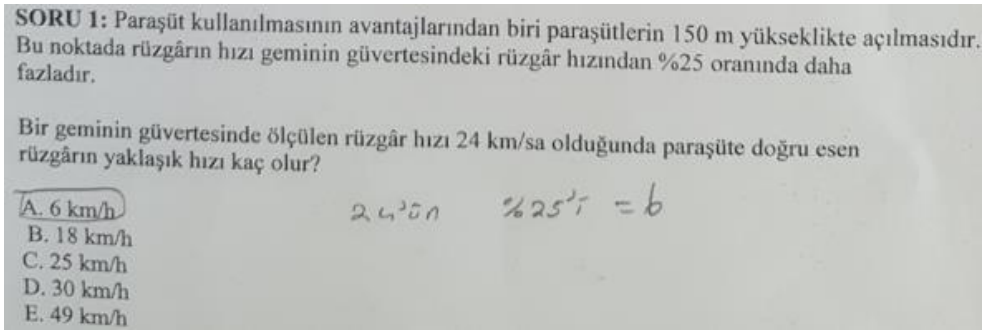
Son testte ise yüksekliği çözüm için gerekli bir nicelik olarak ele almadığı ve güvertedeki hızın %25' ini doğru hesaplayabildiği görülmüştür (Görsel 3.253). Günlük yaşamından edindiği bazı deneyimleri bu kez dikkate almadığı görülürken, kâğıdında unutmuş olduğu %25' i güvertedeki hızın üzerine ekleme adımını ise görüşme sırasında kolaylıkla kendisi fark ederek eksiğini tamamlamıştır.

Ö: Peki hemen altındaki paraşütlü gemiler 1. sorusunda ne düşünüyorsun?

Faris: Burada 24 km /sa olduğunda demiş rüzgarın yaklaşık hızı. Yukarıda da %25 olur demiş. %25 oranında daha fazla olur demiş. Ben 24' ün %25' ini aldım. 6 buldum. (düşünüyor ve duraksadı belki de sonuç mantıklı gelmedi ama yine de söyledi) 6 km/sa buldum.

Ö: Duraksadın biraz...

Faris: h yükseklikti hocam. Burada…24 km/sa' e%25 ekleyeceğiz. Yani cevap 30 olacak o zaman.


SORU 1: Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/sa olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

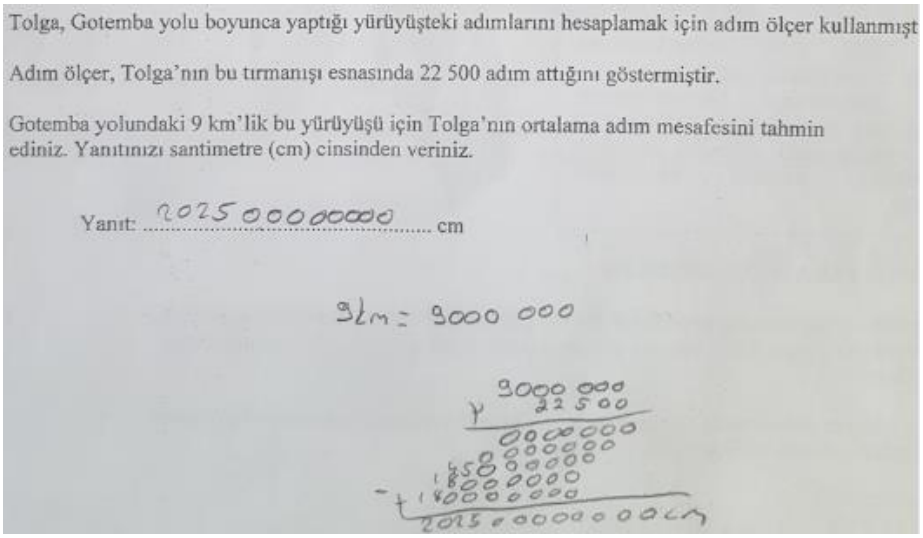
24'ün %25'i = 6

Görsel 3.253. *Faris'in paraşütlü gemiler başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Dördüncü düzeyde yer alan sorulardan fuji dağı başlıklı adım mesafesi birinci sorusunda ön testte doğru yanıtı veremezken her ne kadar 9 km'yi cm' ye dönüştürüken 900000 yerine 9000000 şeklinde bir sıfır fazla koyma hatası sadece işlemsel olarak görülse de daha sonra adım sayısı ile gidilen yolu çarparak bu nicelikler arasında ilişkiyi de yanlış belirlediği görülmüştür (Görsel 3.254). Dahası elde ettiği 202500000000cm cevabının Tolga'nın bir adım mesafesinin sorulduğu bu soru için gerçekçi bir yanıt olmayacağını da fark edememiştir. Görüşme sırasında neler yaptığını açıklaması istendiğinde verilenleri ve isteneni doğru ifade etmiş ancak attığı yanlış adımları tekrar sunarak hatasını fark edememiştir.

Ö:Peki bu fuji dağı başlığındaki birinci soruda ne yaptın?

Faris: Fuji dağına gidip gelme uzaklığını vermiş (aslından sadece gidiş vermiş ama diğer soru ile karıştırıyor). Sonra adım sayısını vermiş. Yani orada ortalama adım mesafesini tahmin etmemizi istemiş. Kaç cm olduğunu hesaplayın demiş ben de onu hesapladım. 9 kilometreymiş gitmesi gereken. 9 km' yi cm' ye çevirdim. Sonra 22500 adım atmış. Onunla da çarptım.

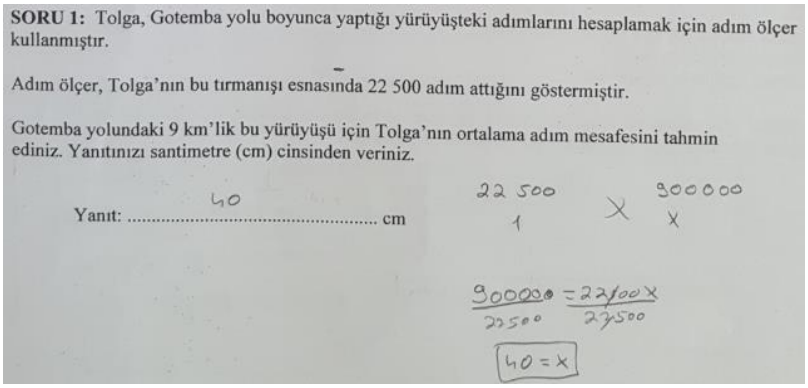


Görsel 3.254. *Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise km'den cm'ye dönüşümü hatasız bir şekilde gerçekleştirip gidilen mesafe ile adım sayısı arasındaki doğru orantılı ilişkiyi "22500 adım 900000cm ise 1 adım kaç cm'dir?"şeklinde kurarak doğru sonuç olan 40'a rahatlıkla ulaşabildiği görülmüştür (Görsel 3.255). Görüşme sırasında da attığı adımları km'den cm'ye dönüştürme ve adım sayısı ile gidilen mesafe arasındaki doğru orantılı ilişkiye dkkat çekerek rahatlıkla açıklayabilmiştir.

Ö: Peki Fuji dağı birinci sorusunda ne düşündün?

Faris: Ben cm cinsinden istediği için öncelikle 9 km' yi cm' ye dönüştürdüm. Sonra 22 500 'de 900000 cm giderse 1' de kaç gider diye şey kurdum. Oradan içler dışlar dedim, 40 buldum.



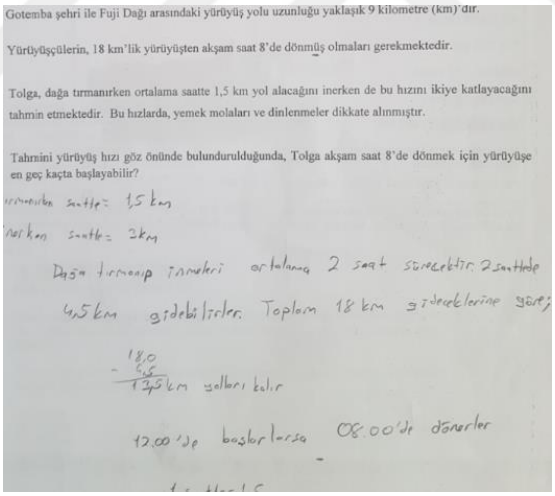
Görsel 3.255. *Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki birinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Fuji dağı başlığının, beşinci düzeyde yer alan yürüyüşe başlama saatine yönelik ikinci sorusunda yine ön testte başarısız olduğu görülürken son testte başarısı açıkça

görülen bir çözüm ortaya koyabildiğini göstermiştir. Ön testte tırmanış ve iniş sırasında hızların farklı olduğuna dikkat ederek "saatte 1,5 km ve 3 km" olarak belirleyebilen ancak aslında kendisinden bulması beklenen tırmanış ve iniş için geçen toplam sürenin 2 saat olacağını varsayarak "dağa tırmanıp inmeleri ortalama 2 saat sürecektir. 2 saatte 4,5 km yol gidebilirler. Toplam 18 km gideceklerine göre 18-4,5=13,5 km yolları kalır" şeklinde yanlış bir çözüm sunmuş ve dahası esas amaç olan saat kaçta yürüyüşe başlaması gerektiğine ilişkin bir çıktıya ulaşamamıştır (Görsel 3.256). Ayrıca en sonunda problem çözümüne ilişkin ortaya koymuş olduğu "12.00' de başlarsa 08.00' de dönerler" sonucunun herhangi matematiksel bir çıktıya dayanmadığı görülmüş ve görüşme sırasında çözümüne ilişkin açıklama yaparken bu sonuca yönelik matematiksel ya da bağlamsal herhangi bir gerekçe sunamamıştır.

Ö: Peki şu fuji dağı sorusu (ikinci) için nasıl bir mantık yürüttün?

Faris: dağa tırmanırken 1,5 km çıkıyormuş. Yani inerken de ikiye katlayacağını söylemiş yolun hızını. Aşağı inerken 3 km olacağını düşündüm. Dağa tırmanıp inmeleri de ortalama iki saat sürecek diye düşünmüştüm. İki saatte 4,5 km giderler diye düşündüm. Çıkması 1,5 km, inerken de 3 km olur. Yani hızını arttırır.


Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir.

Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir.

Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

1,5 km

2km

Dağa tırmanıp inmeleri ortalama 2 saat sürecektir. 2 saatte 4,5 km gidebilirler. Toplam 18 km gideceklerine göre;

18,0
4,5
13,5 km yolları kalır

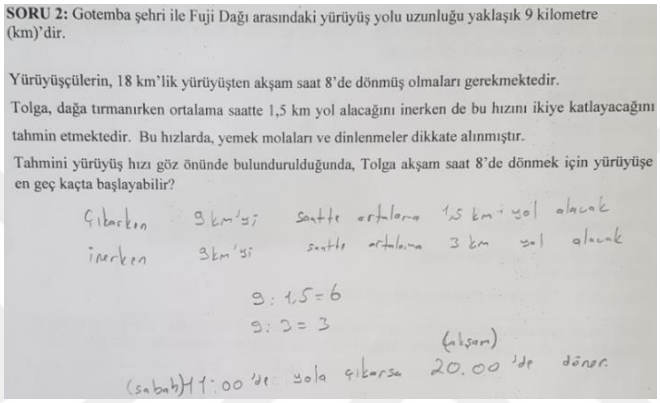
12.00'de başlarsa 08.00'de dönerler

Görsel 3.256. *Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki ikinci soruya ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise sırasıyla tırmanış hızının 2 katını alarak iniş hızını bulma, gidilen yolu ortalama hıza bölerek geçen süreyi bulma, tırmanış ve iniş sürelerini toplayarak toplam yürüyüş süresini hesaplama ve en son varış zamanından toplam yürüyüş süresini çıkartarak yürüyüşe başlama saatini bulma şeklinde matematiksel modelleri oluşturarak aritmetiksel yollara doğru çıktıları elde edebildiği ve en sonunda "sabah 11.00'de yola çıkarsa akşam 20.00'de geri döner" şeklinde doğru cevabı sunabildiği görülmüştür

(Görsel 3.257). Son görüşmelerde attığı bu adımları hem matematiksel hem de bağlamsal yönden ilişkilendirmeler yaparak açıklayabilmiştir.

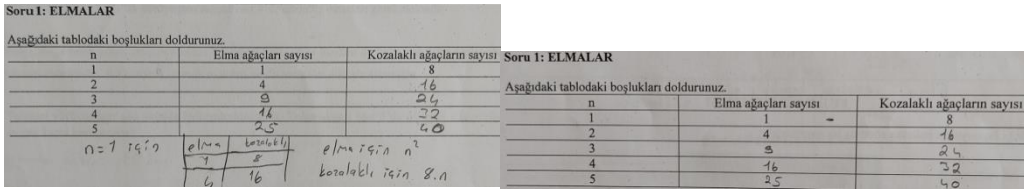
> Ö: Peki bir sonraki soruda (Fuji dağı ikinci sorusu) ne yaptın sen anlatır mısın?
>
> Faris: Tolga Fuji dağına çıkarken 9 km için saatte ortalama 1,5 km gideceğini varsaymış. İnerken de onu 2' ye katlamış. Yani 9 km' yi bu sefer ortalama saatte 3 km ile gitmiş. Ben de önce 9 km' yi 1,5' a böldüm sonra da 3' e böldüm. Bölmemin sebebi yukarı 9 km çıkarken saatte 1,5 km çıkacak. Yani 6 saatte bitirir. İnerken de saatte 3 km olacağı için 9' u 3' e böldüm. Sonra 6 ile 3' ü topladım 9 buldum. Sonra saat 8' den (20.00) 9 saat geriye aldım. 11.00 buldum" şeklinde esi önemlidir.



Görsel 3.257. *Faris'in Fuji dağı tırmanışı başlığındaki ikinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Faris, elmalar başlığı altında yer alan sorulardan dördüncü düzeyde yer alan ilk soruda tabloyu örüntü kuralına göre hem ön hem de son testte doldurmakta zorlanmamıştır (Görsel 3.258). Daha ilk görüşmede bile sadece verilen görseldeki sembolleri saymak veya aritmetiksel olarak adım sayısına bağlı olarak terimleri bulmak yoluna başvurmadığını, örüntüyü fark ederek keşfettiği "adım sayısının karesi ve adım sayısının 8 katı" ilişkilerine dayalı olarak istenilen terimlere ulaşabildiğini göstermiştir.

> Ö:Elmalar başlığına geçelim. Birinci soruyla başlayalım. Ne yaptın?
>
> Faris:5. adımda elma ağacı sayısını 25 aldım. Çünkü 5'in karesi. Kozalak ağacı ise 40 oluyor. Çünkü 8 çarpı 5 bu sefer.



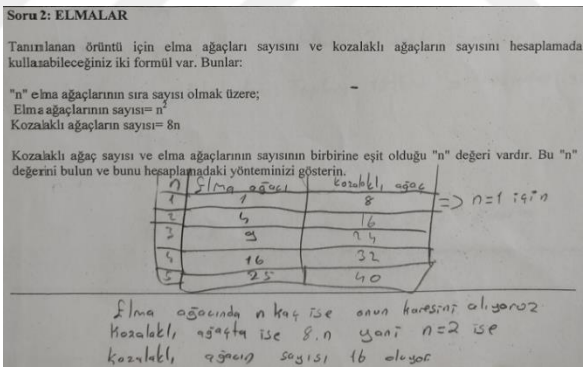
Görsel 3.258. *Faris'in elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Beşinci düzeyde yer alan bir sonraki soruda ise ön testteki kâğıdında yine tablodaki değerleri işaret edip örüntü kuralına dayalı bir savunma yapmış ancak kendisine sorulan iki ağaç sayısının eşit olduğu n değerini bulamadığı görülmüştür (Görsel 3.259a). Ancak ilk görüşme sırasında hiç ipucu almadan n değerini kolaylıkla bulabilmiştir.

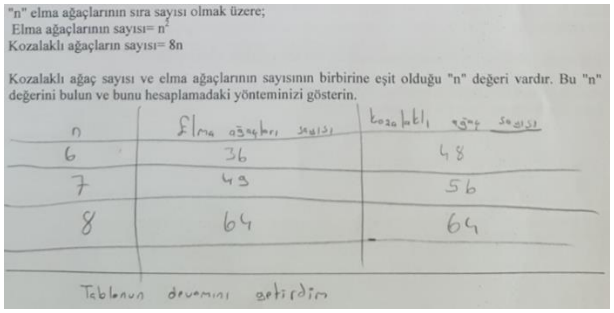
> Ö: Ne düşünüyorsun bu soru için (elmalar başlığının ikinci sorusu)?
>
> Faris: Elma ağaçları ve kozalaklı ağaçların sayısının eşit olduğu bir n değeri vardır diyor. Onu bulmamızı istemiş. O da 7 veya 8 de oluyor…8' de oluyor. Çünkü n=8 olduğunda elma ağacı 8'in karesini aldığımda 64 oluyor. Kozalaklı ağaçta da 8 kere 8 yaptığımızda 64 oluyor.

Son testte ise zaten tabloyu da devam ettirerek kendi kâğıdında n=8 olduğunda her iki ağaç sayısının 64 çıktığı sonucuna rahatlıkla ulabilmiştir (Görsel 3.259b). Ayrıca görüşme sırasından[2] ve 8n şeklindeki örüntü kurallarına dayalı olarak tabloyu doldurduğunu göstermiştir.

> Ö: Peki ikinci sorusunda ne yaptın?
>
> Faris: hocam onda da aynısı. Formülü kullandım.
>
> Ö: Formülü nasıl nasıl kullandın?
>
> Faris: 6. Adımda mesela elma ağacının sayısını buldum. n' ye 6 dedim 36 buldum. Kozalaklılar sayısı için ise 8n demiş. 6 koydum. 8 ile 6' yı çarptım 48 buldum. Sonra 7' yi denedim. Orada eşit olmayınca 8' i denedim. 8' de oldu

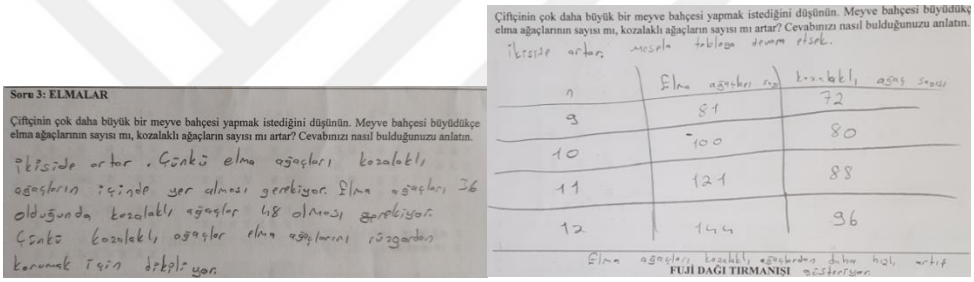


Görsel 3.259a. *Faris'in elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.259b. *Faris'in elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Elmalar başlığının, altıncı düzeyde yer alan üçüncü sorusuna ilişkin ön testte, örüntüyü yeterince devam ettirerek tabloyu doldurma veya örüntü kurallarını yorumlama benzeri matematiksel gerekçelendirmeler sunamadığı görülen"ikisi de artar. Çünkü elma ağaçlarının kozalaklı ağaçların içinde yer alması gerekiyor. Elma ağaçları 36 olduğunda kozalaklı ağaçların 48 olması gerekiyor. Çünkü kozalaklı ağaçlar elma ağaçlarını rüzgardan korumak için dikiliyor" şeklindeki açıklamasında kozalakların elmaları rüzgardan koruması gibi sorunun çözümüne hizmet etmeyen bağlamsal gerekçelendirmelere de yer verdiği görülmüştür. Ancak son testte tabloyu devam ettirerek "elma ağaçları, kozalaklı ağaçlardan daha hızlı artış gösteriyor" şeklinde savunma yaptığı görülmüştür ki PISA'da bu performansı en azından kısmi puan olarak değerlendirilmektedir (Görsel 3.260).


Soru 3: ELMALAR

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatın.

İkisinde artar. Çünkü elma ağaçları kozalaklı ağaçların içinde yer alması gerekiyor. Elma ağaçları 36 olduğunda kozalaklı ağaçlar 48 olması gerekiyor. Çünkü kozalaklı ağaçlar elma ağaçlarını rüzgardan korumak için dikiliyor.

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükç elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatın.

İkisinde artar. Mesela tabloya devam etsek.

	Elma ağaçları sayısı	Kozalaklı ağaç sayısı
1		72
3	81	
10	100	80
11	121	88
12	144	96

Elma ağaçları kozalaklı ağaçlardan daha hızlı artış gösteriyor.

FUJI DAĞI TIRMANIŞI

Görsel 3.260. *Faris'in elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Bir diğer altıncı düzey soru olan paraşütlü gemi başlığının paraşütten kaç sene sonra kar edileceği şeklindeki ikinci sorusunda ön testte sonuca ulaşamadığı ve ardışık olarak atılması gereken adımlardan sadece ilki olabilecek paraşütsüz yakılan dizel yakıt miktarının %20' sini hesaplayabildiği görülmüştür (Görsel 3.261a). Son testte ise sırasıyla paraşütsüz dizel yakıt tüketimi için harcanacak parayı "3500000L×0,42zed=1470000zed" şeklinde bulmuş ve paraşüt takıldığında elde edilecek karı "3500000'in %20'si 700000L. 700000L×0,42=294000zed" şeklinde hesaplamıştır. Ancak sonrasında bu iki değeri birbirinden çıkarak elde etmiş olduğu 1176000 zed değerinin aslında paraşüt takıldıktan sonraki yıl yakıt gideri olduğunu göremediği onun yerine "1176000 zed karlı olacak" diyerek elde ettiği çıktının bağlamsal yönden ne anlama geldiğini yanlış belirlediği görülmüştür. Bu sıkıntısından dolayı da aslında kendisini çözüme götürebilecek olan 2500000 zed paraşüt masrafını karşılamak için yıl sayısını arttırarak toplam karın masrafı geçtiği yılı bulma şeklindeki stratejisi başarıya

ulaşamamıştır (Görsel 3.261b). Ancak görüşme sırasında bu ufak hatasını fark ettirecek sorgulamalar sayesinde istenilen sonuca rahatlıkla ulaşabildiği görülmüştür. Ayrıca çözüme ulaşma yolunda esas aldığı niceliklerin ve kurduğu ilişkilerin, onu işe koşarken attığı adımların ve bu sıradaki başvurduğu girdi ve elde ettiği çıktıların bağlamsal temellerine vurgu yaparak matematiksel gerekçeli açıklamalar sunabildiği görülmüştür.

Faris: Bu soruda 3 500 000 paraşütsüz dizel yakıtı. Paraşütlü dizel yakıtında ben şey buldum. 3 500 000' in….(düşünüyor) 3 500 000' in %20' sini buldum. %20 azalacakmış dizel yakıtı. 700 000 buldum paraşütsüz dizel yakıtını (aslında bu ifade yanlış çünkü paraşüt taktırdığında elde edeceği kar demeli idi). 1 470 000 zed ile 294 000 zed buldum paraları.0,42 ile çarptım paraşütsüz dizel 3 500 000 ve paraşütsüz dizel pardon paraşütlü dizel 700 000. O zaman paraşütsüz dizel 1 470 000, paraşütlü dizel ise 294 000 olacak.Ondan sonra da 1 470 000' den 294 000' i çıkarttım. Bu da bizim karımız olacak. Yani 1 176 000 zed karımız olacak.

Ö: Bu kadar mı kar olur peki?

Faris: 1 176 000' den 294 000' i de çıkartmam gerekecek. Çünkü her sene bu kadar kar olur.

Ö: Peki şöyle düşünsen %20 yakıtı azaltacak diyor. O zaman karın yüzde kaç olur?

Faris: %20 olur kar.

Ö: Peki senin bulduğun 1 176 000 kar %20 mi?

Faris: Değil. O zaman 1 470 000' in %20 Sini bulacaktım. O zaman o kadar kar olacak.

Ö: Yap istersen.

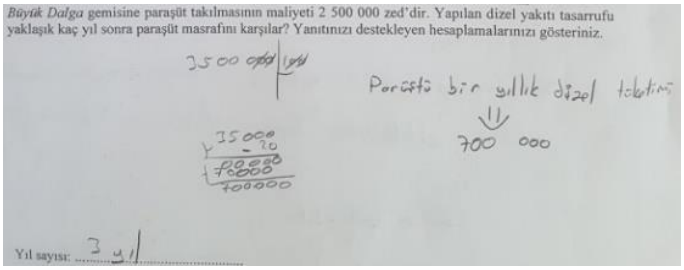
Faris: (Hesap makinesinde %20' yi hesapladı ve 1 470 000 %20' si 294 000 yazdı).

Ö: Tamam soruya devam edelim o zaman.

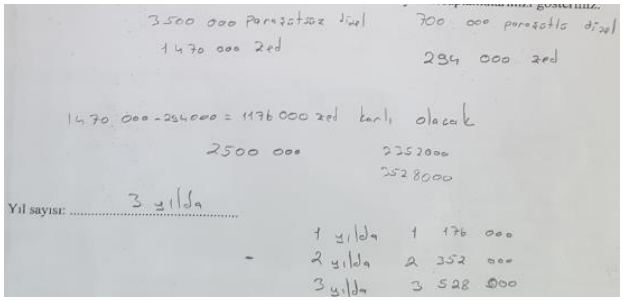
Faris: Yani 294 000 her yıl. 2 500 000' i 294 000' e böldüğümde de kaç yıl olduğunu buldum. (2 500 000: 294000= 8,5 buldu hesap makinesi yardımıyla). Yani 8, 5 yıl.

Ö: Yani 8,5 yılda ne olacak?

Faris: 8,5 yıl sonra kar etmeye başlayacak.



Görsel 3.261a. *Faris'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



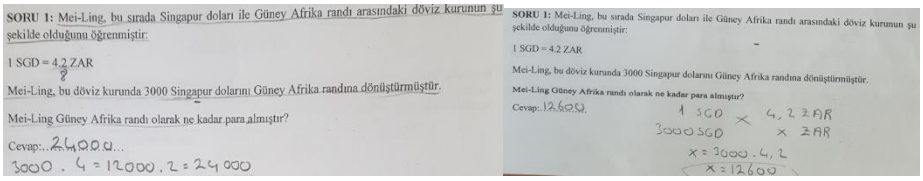
Görsel 3.261b. *Faris'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

3.2.6. Elin'in matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

Elin'in birinci ve ikinci düzey soruların hem ön hem son testte üstesinden gelebildiği görülmüştür. Ön testte döviz kuru başlığında yer alan sorulardan birincisinde "1SGD=4.2ZAR" şeklindeki eşitlikte "." sembolünü çarpma sanmış, dolayısıyla 1SGD'yi 8 ZAR olarak alma hatasını yapmıştır (Görsel 3.262). Ancak 3000 SGD'nin kaç ZAR olacağını bulabilmek için 3000×8=24000ZAR ilişkisini kurup, sonuca ulaşabilmiştir. Öte yandan ilk görüşmede bu yanlış anlama yüzünden 24000 değerini bulduğunu ifade edebilmiştir. Son testte ise içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla hatasız bir şekilde 12600ZAR yanıtına ulaşabildiği görülmüştür.

Ö: Ne düşünüyorsun peki bu soruda?

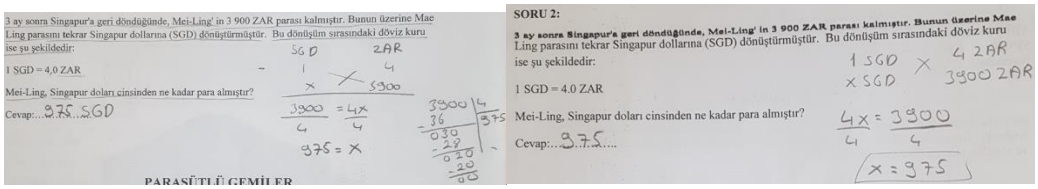
Elin: Ben o noktayı çarpma zannettim. 4.2 ya…o yüzden de önce 4 ile sonra 2 ile çarptım 24 000 buldum.



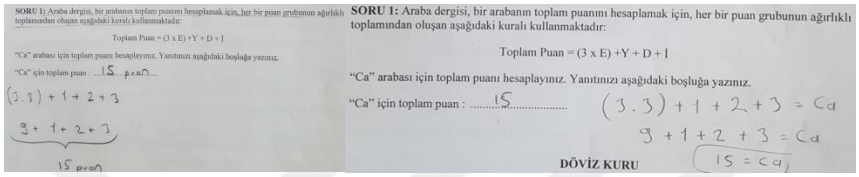
Görsel 3.262. *Elin'in döviz kuru başlığında yer alan birinci soruya ilişkin ön ve son testteki performansı*

Döviz kuru başlığının ikinci düzeyde yer alan ikinci sorusunda ise hem ön hem de son testte 1 SGD=4,0ZAR ilişkisini doğru yorumlayarak "1SGD 4ZAR ise kaç SGD(x) 3900ZAR eder?" şeklinde içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla 975 SGD sonucuna ulaşmıştır (Görsel 3.263a). Öte yandan bir diğer ikinci düzey soru olan en iyi araba başlığında yer alan soruda da yine hem ön hem son testte Ca arabası için tabloda sunulan değerleri doğru belirleyip kendisine puanı hesaplaması için sunulan "toplam

puan=(3×E)+Y+D+İ" formülüne "(3×3)+1+2+3=15" şeklinde doğru yerleştirerek doğru yanıta ulaşabilmiştir (Görsel 3.263b).



Görsel 3.263a. *Elin'in döviz kuru başlığında yer alan ikinci soruya ilişkin ön ve son testteki performansı*



Görsel 3.263b. *Elin'in en iyi araba başlıklı soruya ilişkin ön ve son testteki performansı*

Elin'in üçüncü düzey sorularda ise ön testte sıkıntılar yaşadığı görülmüştür. Bu katılımcı bisiklet sürücü Hale başlıklı soruda yanlış şıkkı işaretleyerek herhangi bir matematiksel işlem ortaya koymamıştır. Kendisiyle gerçekleştirilen görüşmede de hız kavramı ile ilgili sorgulamalarda varlık gösteremediği açıkça görülmüştür.

Ö: Peki şu soruda hiç cevap vermemişsin. Ne düşünüyorsun bu bisiklet sürücüsü Hale sorusunda?

Elin: Bu soruyu fazla anlamadığım için D şıkkı daha mantıklı geldi.

Ö: Peki şimdi okuyup çözmeye çalışsan belki daha rahat anlarsın.

Elin: (Okuyor ve düşünüyor) Bilmiyorum hocam ben bir mantık bulamadım. (çözüm yolu demek istiyor)

Ö: …

Elin: Aslında 18' i 6' ya bölerek yapmak istedim ama saat dediği için…B ya da C şıkkı diye düşündüm. Sonra da mümkün değil hesaplamak herhalde dedim.

Ö: Peki hızdan ne anlıyorsun? Mesela şu 18 km/sa.

Elin: Bisikletin gidiş hızı.

Ö: Ne anlıyorsun ondan? Yani 18 km /sa ne ifade ediyor senin için?

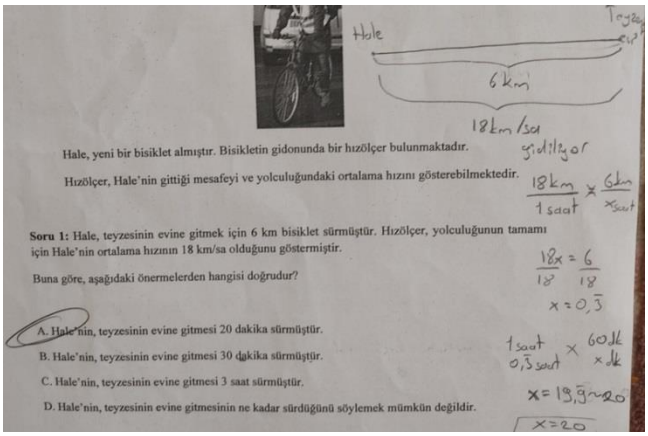
Elin: Bilmiyorum…

Ö: Sen motosikletle gidiyorsun mesela hep eve. 18 km/sa hızla gitsen ne olur?

Elin: Bilmem.

Ancak son testte bir diyagram ortaya koyarak hız kavramını da doğru yorumlayabildiği ve arkasından, geçen süre ile alınan yol arasında doğru orantılı ilişkiyi

kurarak içler-dışlar çarpımı algoritmasından elde etmiş olduğu 0,3 saat çıktısını yine doğru orantılı ilişki ile 20 dakikaya dönüştürebildiği açıkça görülmektedir (Görsel 3.264).

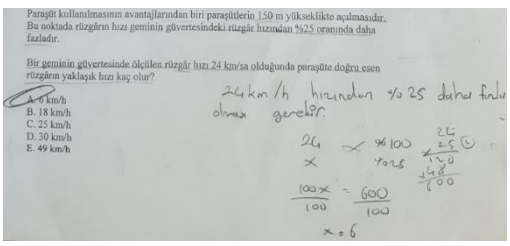


Görsel 3.264. *Elin'in bisiklet sürücüsü Hale başlıklı soruya ilişkin son testteki performansı*

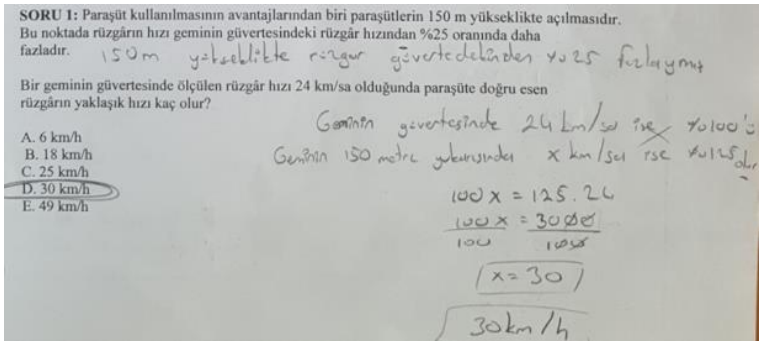
Diğer üçüncü düzey soru olan paraşütlü gemiler başlığındaki paraşüte doğru esen rüzgarın hızı sorusunda ise ön testte güvertedeki hızın %25' ini doğru orantılı ilişki kurup içler-dışlar çarpımı algoritmasından 6 km/sa olarak hesaplayabildiği görülmüş ancak bulduğu bu değeri değeri güvertedeki hızın üstüne ekleyemediği görülmüştür (Görsel 3.265a). Görüşme sırasında bu eksiğini kendisi fark ederek, unuttuğunu dile getirmiş ve 24km/sa+6km/sa=30km/sa şeklindegereğini yerine getirebilmiştir.

> Ö: Paraşütlü gemilerdeki ilk soruda ne yaptın peki?
>
> Elin: Güvertede ölçülen rüzgar hızından %25 daha fazla olduğu için burada da aynısını yaptım. Ben güvertedeki hıza %100 dedim. X verdim paraşütle açılan yere.Ona da %25 verdim. Çünkü daha fazla. Buradan 100x=600 oluyor. İkisini de 100' e böldüm. 6 çıktı. Ama 24 ün üzerine ilave etmem gerekiyor…onu unutmuşum.O zaman 24 km/sa +6 km/sa=30 km/sa.

Son testte ise önce %100' ün üzerine %25 ekleyerek paraşüte doğru esen rüzgar hızını %125 olarak alıp doğru orantıyı bu doğrultuda kurarak istenilen yanıta rahatlıkla ulaşabildiği dikkat çekmektedir (Görsel 3.265b).



Görsel 3.265a. *Elin'in paraşütlü gemiler başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

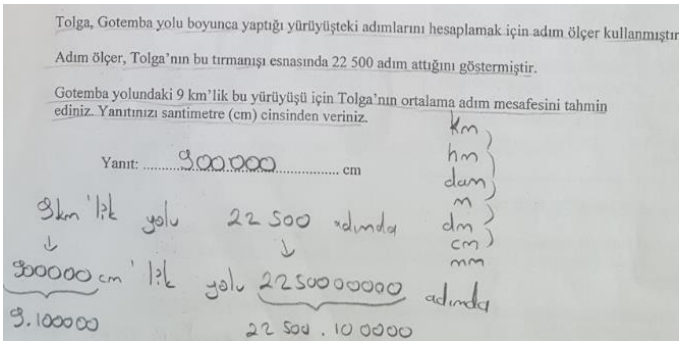


Görsel 3.265b. *Elin'in paraşütlü gemiler başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Dördüncü düzeyde yer alan sorulardan Fuji dağı başlıklı adım mesafesi sorusunda ön testte sadece km'yi cm'ye dönüştürerek olumlu yönde bir adım atabilen bu katılımcının daha sonrasında toplam adım sayısını da "22500.100000=2250000000" şeklinde cm'ye dönüştürmeye çalışma hatası dikkat çekmiştir (Görsel 3.266a). Nitekim görüşme sırasında kendisinin de bu eylemlerini kabul edilebilir gerekçelendirmelerle savunamadığı ve hatalarının varlığının farkında olduğu görülmüş ancak bu sorunun üstesinden gelememiştir.

> Elin: (Yaklaşık 2 dakika inceleyip düşündükten sonra) Burada adım mesafesi demiş ama ben adımlarını hesaplamışım.
>
> Ö: Nasıl?
>
> Elin: Yani cm cinsinden diyor ya km' yi cm' ye çevirmişim sadece.
>
> Ö: Sonra?
>
> Elin: Bu da bu kadar adımda gittiği işte (22500 adımı 10 000 ile çarpmış anlamlı bir çarpma değil).
>
> Ö: Peki adım mesafesini hesaplayabilir misin? Şu anda yapabilirim diyor musun?
>
> Elin: Yok aklıma gelmiyor.

Son testte ise sırasıyla toplam yürüyüş mesafesi olan 9 km' yi 900000 cm olarak dönüştürmüş, cm cinsinden toplam yürüyüş mesafesi ile toplam adım sayısı arasında "900000cm 22500 adım ise x cm 1 adımdır" şeklinde doğru orantılı ilişki kurabilmiş ve son olarak içler-dışlar çarpımı algoritmasından "bir adımı 40 cm" şeklinde doğru sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.266b).


Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir.

Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 900000 cm

km hm dam m dm cm mm

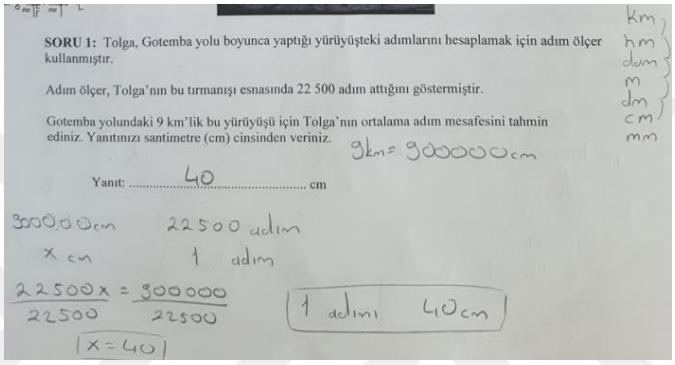
9km'lik yolu 22 500 adımda

900000 cm'lik yolu 22500000 adımda

9.100000

22 500 . 10 0000

Görsel 3.266a. *Elin'in Fuji dağı tımanışı başlıklı birinci soruya ilişkin ön testteki performansı*


SORU 1: Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir.

Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

km hm dam m dm cm mm

9km= 900000cm

Yanıt: 40 cm

900000cm 22500 adım

x cm 1 adım

22500x / 22500 = 900000 / 22500

(x=40)

(1 adımı 40cm)

Görsel 3.266b. *Elin'in Fuji dağı tımanışı başlıklı birinci soruya ilişkin son testteki performansı*

Fuji dağı başlığının beşinci düzeyde yer alan sorusunda yine ön testte başarısız olduğu görülen Elin' in, toplam yol uzunluğunun 9km olacağı ve inerken hızının tırmanış sırasındaki hızının 2 katı olacağı bilgisinin çözümde gerekli olduğunu " 9km toplam gidilecek yol, 1,5 km yol çıkarken, 1,5×2=3 km yol inerken" şeklinde ortaya koyabilmiştir. Ancak hız için km/sa yerine km yazması veya saatte vurgusunu yapamaması dikkat çekmiştir. Nitekim sonrasında "6km/sa hızla gitse" varsayımında bulunarak aslında hız olan bu değerler ile yine hız olan 6km/sa değerlerini çarparak hata yapmıştır. Dahası elde etmiş olduğu hızları toplarak "27 km/sa hızla bu yolu tamamlamış olur" diyerek onu süre gibi düşündüğünü göstermiştir. En sonunda da 18 km (iniş çıkış toplam yol uzunluğu), 8 (eve dönüş saati) ve 27 km (aslında hızlar tıplayıp 27 km/sa yazmış) nicelikleri arasında çözümü sağlamadığı açıkça görülen doğru orantılı bir ilişki kurarak yanlış bir sonuca ulaşmıştır (Görsel 3.267).Görüşme sırasında ise kendisinin de yaptıklarından emin olmadığı ve onları savunamadığı dikkat çekmiştir.

> Ö: Pekala. Şu fuji dağı tırmanışı sorusuna bakalım. Sabah 8' de yola çıkması gerekir demişsin.

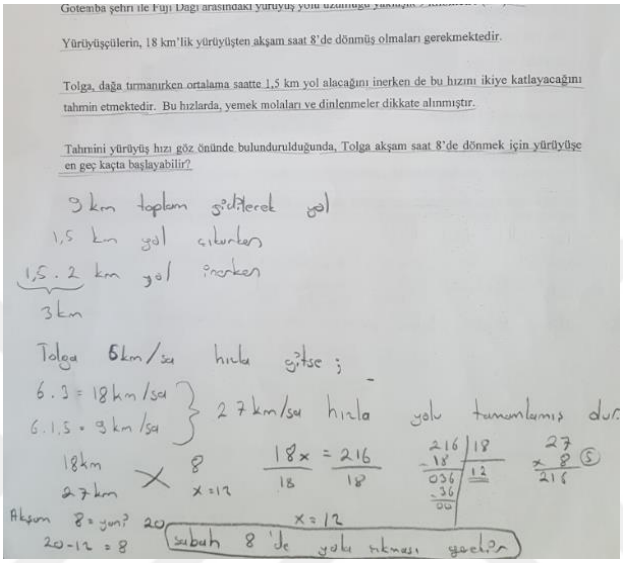
Elin: (Uzun bir süre yaptığı işlemleri inceledi) Ben burada 12 saat sonuç bulduğum için akşam 8'de evde olabilmesi için sabah 8'de evden çıkması gerekir diye düşündüm.

Ö: 12 saati nasıl hesapladın peki ne düşündün?

Elin: Yine normal denklem kurarak burada.

Ö: O denklemde (orantı aslında ama kendisi denklem dediği için öğretmende öyle dedi) şuradaki 8 ne?

Elin: Akşam 8' de dediği için herhalde…bilmiyorum.



Görsel 3.267. *Elin'in Fuji dağı tırmanışı ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise kâğıdında iniş ve çıkış hızlarını toplayarak, iniş ve çıkışı ayrı ayrı ele almak yerine toplam yol üzerinden ilerlemesinden dolayı istenilen sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Görsel 3.268a). Ayrıca yürüyüş mesafesi için sadece tırmanışın 18 km olacağı yanılgısına düşmesi açıkça görülen diğer sıkıntısıdır. Ancak bu sefer verilen hızları doğru yorumlamış, gidilen yol ile geçen süre arasında doğru orantılı ilişki kurmuş ve uygun olmayan varsayımlarda bulunmamıştır. Dahası görüşme sırasında hatasını fark ederek hiçbir yardım almaksızın uygun ilişkiler kurarak ardışık işlem adımlarını hatasız bir şekilde ortaya koyup doğru sonuca rahatlıkla ulaşabildiği görülmektedir (Görsel 3.268b).

Elin: Ben tırmanışı buldum sadece dönüşü bulmadım.

Ö: Peki şimdi 4 dediğinde sonuç, saat 4' te yola çıkmaları gereklidir demişsin.

Elin: Tolga' nın tahminine göre 4 saatte gidip gelecekler. Saat 8' de evde olmaları için o zaman saat 4' te çıkmaları gerekir.

Ö: Peki hızları neden topladın?

Elin: Çünkü toplam iniş çıkışı bulmak için.

Ö: Peki ayrı ayrı yapsaydın aynı sonuç çıkar mıydı?

Elin: Siz böyle sorunca şimdi olmadı (hafiften gülümsüyor). 9 km' yi 1, 5 km hızla gidecek, diğer 9 km' yi de 3 km hızla gidecek.

Ö: Yapabilir misin peki?

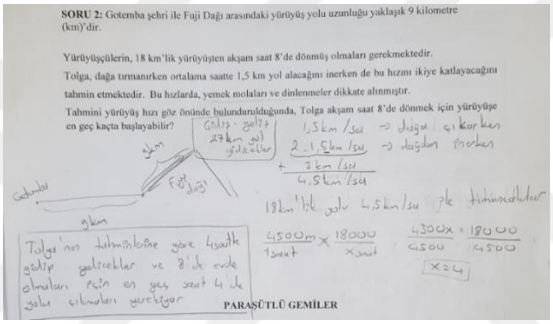
Elin: (Dağa tırmanış ve iniş için ayrı ayrı orantı kuruyor. Bu öğrencinin hızı bir oran olarak yorumlayabildiği dikkat çekmekte ve orantıyı oranların eşitliği olarak kurduğu görülmektedir)

Ö: Neyi buldun sen şimdi? (6 sonucunu bulunca orantıdan)

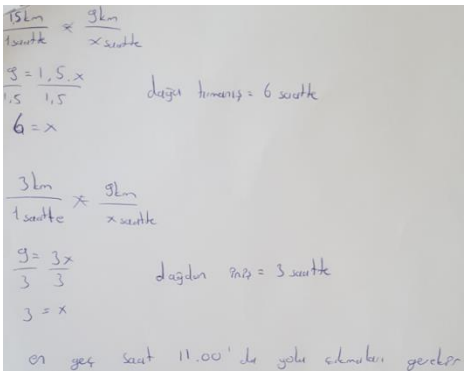
Elin: Dağa tırmanış 6 saatte oluyormuş. (3 km/sa için de orantı kurdu ve 3 sa cevabına ulaştı) Bu da dağdan iniş 3 saatte olur. Toplam 9 saatte oluyor.

Ö: Peki sonuç ne?

Elin: Akşam 8' de evde olabilmeleri için, 9 saatte döneceklerine göre 11' de yola çıkmaları gerekir.



Görsel 3.268a. *Elin'in Fuji dağı tırmanışı ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*



Görsel 3.268b. *Elin'in Fuji dağı tırmanışı ikinci sorusuna ilişkin görüşme sırasındaki performansı*

Elin'in elmalar başlığı altında yer alan sorulardan tüm sorulara hem ön hem son testte doğru yanıt verebildiği görülmüştür. Dördüncü düzeyde yer alan ilk soruda tabloyu doldurmakta zorlanmadığı görülürken ilk görüşmede "ilk başta çizerek yapmaya çalışıyordum ama daha sonrasında kuralı bulmaya çalıştım. Elmalar için n^2' yi bulmuştum. Diğerini bulmaya çalışırken altta verildiğini gördüm☺ sonra hep onlardan

yaptım" açıklaması ile kurala dayalı olarak tabloyu doldurduğunu ifade etmiştir. Beşinci ve altıncı düzeyde yer alan sorular için ön testte tabloda adım sayısını arttırarak sunduğu sayısal değerler üzerinden savunma yaptığı görülmüştür. Beşinci düzeyde yer alan ikinci soru için herhangi bir işlem yapmayıp yanıt vermediği görülse de görüşme sırasında ikinci ve üçüncü soru için ortak bir tablo yaptığını göstermiş ve n=8 değeri için her iki ağaç sayısının da 64 olduğunu dile getirmiştir (Görsel 3.269).Öte yandan üçüncü soru için yine tablo üzerinde n=8 sonrasında elma ağaçlarının sayısının kozalaklardan fazla olacağını gösterebildiği görülürken kâğıdında "meyve bahçesi büyüdükçe elma ağacı sayısı kozalak ağacı sayısını geçiyor" şeklinde savunma yaptığı görülmüştür (Görsel 3.269).

Ö: Peki hemen altındaki 2. Soruya cevap vermemişsin.

Elin: O arkada 64 oluyordu 8 de.

Ö: Peki şu devamında gelen 3. Soruda meyve bahçesi büyüdükçe elma ağacı sayısı kozalaklı ağaç sayısını geçer diyorsun. Bunu neye göre diyorsun?

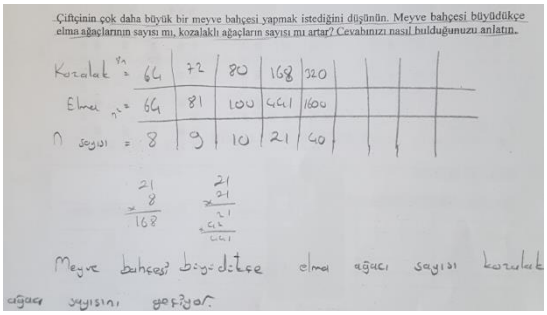
Elin: Burada (tabloyu gösteriyor) baktığımızda başlarda kozalaklı ağaç sayısı daha çok ama daha sonra sayı (adım sayısı) arttıkça elma ağacı sayısı fazla oluyor.

Ö: Peki sadece n^2 ve 8n' e bakarak bir yorumda bulunabilir misin bu soruda?

Elin: …

Ö: Formül sana yardımcı olabilir mi?

Elin: Formül zaten çok yardımcı oldu. Görseli çizmektense…(düşünüyor ama bir sonuca ulaşamıyor)

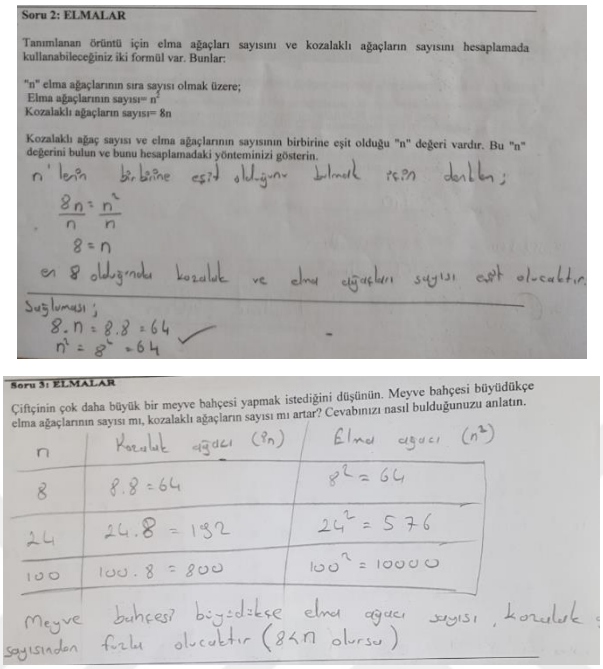


Görsel 3.269. *Elin'in elmalar başlığı ikinci ve üçüncü soruya ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise kâğıdında beşinci düzeyde yer alan soru için $n^2=8n$ denklemini kuran ve n=8 için onun eşitliğini gösteren Elin, altıncı düzeyde yer alan üçüncü soru için ise yine tablo yoluyla sayısal değerleri ortaya koyarak "meyve bahçesi büyüdükçe elma ağacı sayısı kozalak ağacı sayısında büyük olacaktır (n>8)"şeklinde sonuca ilişkin değerlendirmesini yapmıştır (Görsel 3.270). Ancak görüşme sırasında n^2 ve 8n kurallarındaki ilişkiler temelinde her iki ağaç sayısındaki artış hızını yorumlayabilmiş ve bu doğrultuda savunmasını yapabilmiştir.

Ö: Peki neden elma ağacı sayısının daha çok artacağınıdüşünüyorsun?

Elin: Burada 8n ve n^2 için yerine yerleştirdiğimde n'i 8'den sonra elma ağacı sayısı daha büyük oluyor. Çünkü birinde 8 ile çarpıyoruz, diğerinde ise karesini alıyoruz. Karesinde daha fazla çıkıyor.



Soru 2: ELMALAR

Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

"n" elma ağaçlarının sıra sayısı olmak üzere;
Elma ağaçlarının sayısı= n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı= 8n

Kozalaklı ağaç sayısı ve elma ağaçlarının sayısının birbirine eşit olduğu "n" değeri vardır. Bu "n" değerini bulun ve bunu hesaplamadaki yönteminizi gösterin.

n'lerin birbirine eşit olduğunu bilmek için denklem;

$\frac{8n}{n} = \frac{n^2}{n}$

$8 = n$

en 8 olduğunda kozalak ve elma ağaçları sayısı eşit olacaktır.

Sağlaması;
$8.n = 8.8 = 64$
$n^2 = 8^2 = 64$ ✓

Soru 3: ELMALAR

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatın.

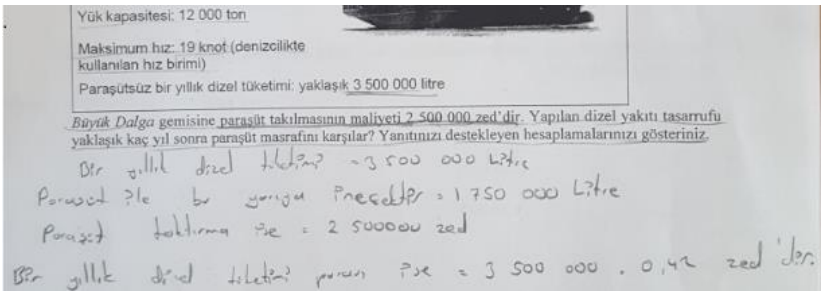
n	Kozalak ağacı (8n)	Elma ağacı (n^2)
8	$8.8 = 64$	$8^2 = 64$
24	$24.8 = 192$	$24^2 = 576$
100	$100.8 = 800$	$100^2 = 10000$

Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağacı sayısı, kozalak sayısından fazla olacaktır ($8<n$ olursa)

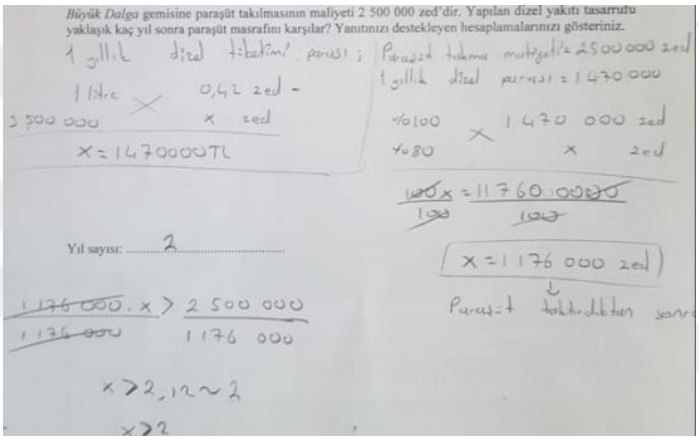
Görsel 3.270. *Elin'in elmalar başlığı ikinci ve üçüncü soruya ilişkin son testteki performansı*

Paraşütlü gemi başlığı yer alan diğer bir altıncı düzey soru için Elin'in ön testte çözüme ulaşma yolunda gerekli bilgileri, verilenler arasından ayrıştırma yönünde olumlu eylemleri dikkat çekerken "paraşüt takıldığında yakıt tüketiminin yarıya düşeceği" şeklinde yanlış bir varsayımda ya da çıkarımda bulunması dikkat çekmektedir. Paraşütsüz bir şekilde 1 yılda tüketeceği yakıtın kaç zed olacağına yönelik "yıllık tüketilen dizel yakıt miktarı (3500000L)×bir litre dizel yakıt fiyatı (0,42zed)" şeklinde doğru ilişki kurabildiği ancak bir çıktı elde etme yolunda adım atmadığı görülürken, gerekli olan diğer adımlar için herhangi bir girişiminin olmadığı görülmüştür (Görsel 3.271a). Son testte ise doğru orantılı ilişkiler kurarak paraşütsüz olduğunda geminin yakıt gideri "1470000 zed", paraşüt takıldıktan sonra yakıt gideri "1176000zed" değerlerine ulaşabilmiş ve ardından yıllık giderinin (aslında yıllık karının olmalı ama o burada hata yapmış) kaç yıl sonra paraşüt maliyetini geçeceğine yönelik yıllık yakıt gideri (1176000zed) > paraşüt masrafı (2500000zed) şeklinde bir eşitsizlik modeli ortaya koyup sonuç için 2 çıktısını elde etmiştir (Görsel 3.271b). Ardışık adımları sırasıyla atabilen bu katılımcının tek hatası, bir yılda edilen kar (294000zed) yerine bir yılda edilen karı düştükten sonra

kalan yeni yıllık yakıt giderini (1470000zed-294000zed=1176000zed) esas alma noktasında olmuştur.



Görsel 3.271a. *Elin'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.271b. *Elin'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Görüşmeler sırasında nasıl sonuca ulaştığını açıklaması yönünde teşvik edildiği sırada "peki maliyeti karşılama için giden para mı önemli yoksa kar ettiği miktar mı?" sorusu ile hatasını fark etmiş ve yardımsız bir şekilde, yıllık yakıt giderinin %20'sini alıp yılda etmiş olduğu 294000zed kar üzerinden kaç yılda paraşüt masrafı olan 2500000zed değerini geçeceğini $294000x > 2500000$ eşitsizliğini kurarak 8,5 çıktısına ulaşmıştır (Görsel 3.272). Son olarak "yaklaşık 9 yıl sonra kara geçer" şeklinde doğru yanıtı sunabilmiştir.

Ö: Peki şimdi bu (1 176 000) giden para mı kazandığı para mı?

Elin: Bu giden para. Dizel yakıta verdiği para.

Ö: Peki maliyeti karşılama için giden para mı önemli yoksa kar ettiği miktar mı?

Elin: Burada %20' sini alacaktım☺

Ö: Ne buldun?

Elin: Ne kadar kar ettiği?

Ö: Kaç yıl sonra kar a geçer?

Elin: (işlemler yapmaya devam ediyor)

Ö: Ne buldun şimdi?

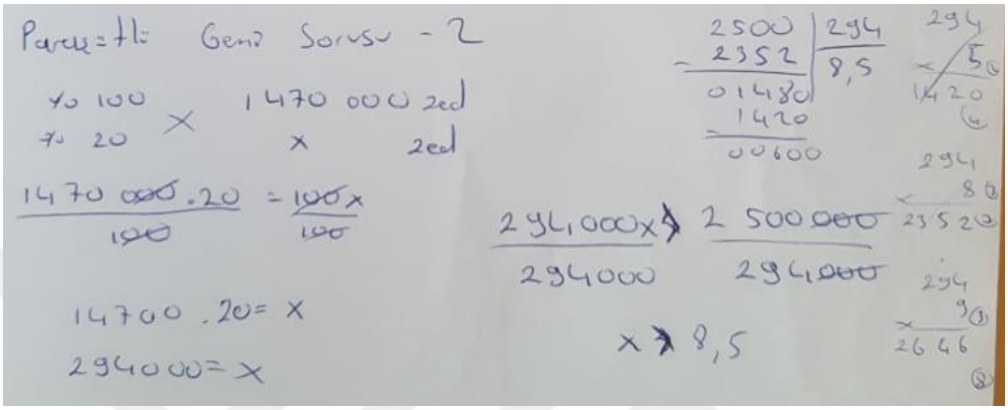
Elin: 8,5.

Ö: Kaç yıl sonra karşılar paraşütün masrafını?

Elin: Yaklaşık 9.

Ö: Peki virgüllü bir sayı söylesen?

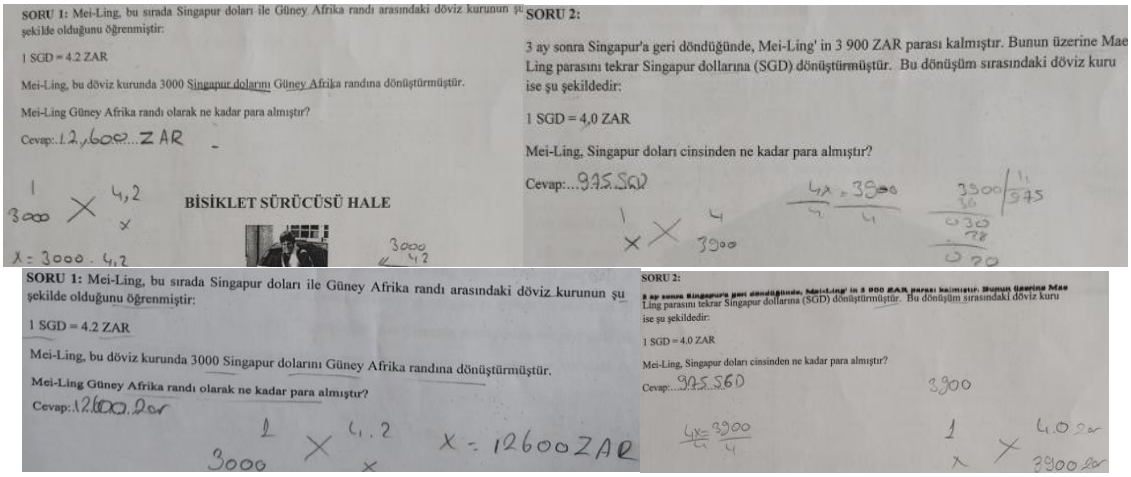
Elin: 8,5. 8 buçuktan yüksek olması gerekiyor.



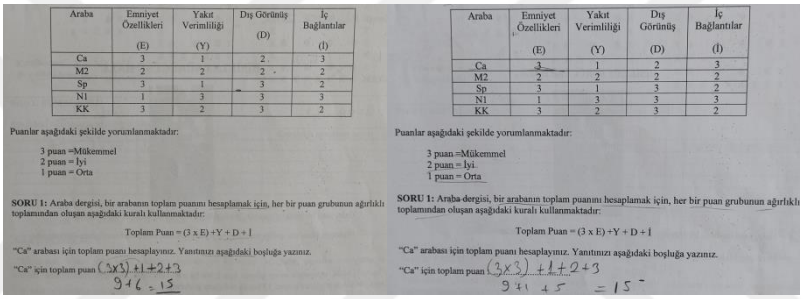
Görsel 3.272. *Elin'in paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin görüşme sırasındaki performansı*

3.2.7. Melaike'nin matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

Melaike'nin birinci ve ikinci düzeyde yer alan soruların hem ön hem de son testte üstesinden hatasız bir şekilde gelebildiği görülmüştür. Döviz kuru başlığında yer alan soruların ikisinde de hem ön hem de son testte "1SGD=4,2ZAR" ve "1SGD=4,0ZAR" ilişkileri doğru yorumlayarak "1SGD 4,2ZAR ise 12,6 SGD(x) kaç ZAR eder?" ve "1SGD 4ZAR ise kaç SGD(x) 3900ZAR eder?" şeklinde içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla 12600ZAR ve 975SGD sonuçlarına ulaşabilmiştir (Görsel 3.273a). Öte yandan ikinci düzey bir soru olan en iyi araba başlığında yer alan soruda da yine hem ön hem son testte Ca arabası için tabloda sunulan değerleri doğru belirleyip kendisine puanı hesaplaması için sunulan "toplam puan=(3×E)+Y+D+İ" formülüne "(3×3)+1+2+3=15" şeklinde doğru yerleştirerek doğru yanıta ulaşabilmiştir (Görsel 3.273b).



Görsel 3.273a. *Melaike'nin döviz kuru başlığındaki sorulara ilişkin ön ve son testteki performansı*



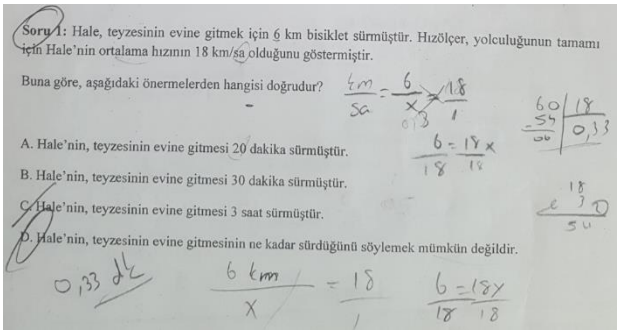
Görsel 3.273b. *Melaike'nin en iyi araba sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Melaike üçüncü düzeyde yer alan bisiklet sürücü Hale başlıklı soruda ise ön testte, verilen hızı bir oran olarak doğru yorumlamış $\frac{18}{1} = \frac{6}{x}$ şeklinde orantı kurarak 0,33 sonucuna ulaşmıştır ancak elde ettiği sonucun birimini saat yerine dakika alarak hata yapmıştır (Görsel 3.274). Dolayısıyla doğru sonuca ulaşamayan bu katılımcının görüşme sırasında da bu hatasını düzeltememesi dikkat çekmiştir.

> Melaike: Burada km bölü saati vermiş. Burada da km' yi vermiş. Kurdum denklemi bende. Ben buldum bir sonuç ama hiç birine uymadı (0,33 dk bulmuş ama aslında birimi saat olmalıydı). Ben de en sonunda D yaptım.
>
> Ö: Neden D peki?
>
> Melaike: Yani "mümkün değildi" de değildi aslında ama yine de …aslında işaretlemek için işaretledim diyebilirim.
>
> Ö: Peki bulduğun sonuç nedir? Yani ben sana şık vermeseydim sonuç ne derdin?
>
> Melaike: 33 dakika yazacaktım (aslında 0,33 yazmış ama onu 33 dk diyor).
>
> Ö: Burada (şıklarda) bazen saat demiş bazen dakika demiş.
>
> Melaike: Saati dakikaya çevirmediğimiz için ben dakika üzerinden yapmıştım.

Ö: Peki bu (18km/sa) ne demek?

Melaike: 1 saatte 18 km yol alıyor demek. Burada zaten kilometreyi vermişti (6 km' den bahsediyor). Bende saati bulmak için içler dışlar çarpımı yaptım. Bunu da böldüğümüzde 33 dk çıkıyor (0,33 bulmuş aslında ve birim olarak 0,33 dk yazmış).

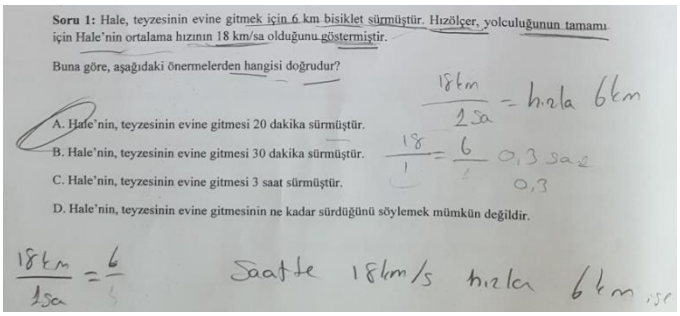


Görsel 3.274. *Melaike'nin bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise 18 km/sa hızı $\frac{18km}{1sa}$ şeklinde yorumlayabildiği ve $\frac{18}{1} = \frac{6}{x}$ orantısından x'i 0,3 saat bularak 20 dakika şeklinde doğru şıkkı işaretleyebilmiştir (Görsel 3.275). Görüşme sırasında da doğru orantılı ilişkiye dayalı akıl yürütmesini öne sürerek saat olarak elde ettiği çıktıyı dakika olarak dönüştürebildiğini açıklayabilmiştir.

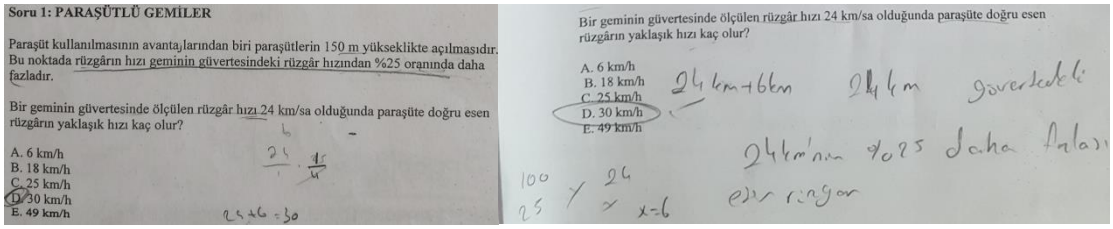
Ö: Nasıl yaptın bu bisiklet sürücüsü sorusunu?

Melaike: Burada km /sa bazında vermiş. Bu (18 km) 3' te birine düştüyse (çünkü 6 km yol) o zaman bu da (1 sa) 3'te birine düşecek diye düşündüm. 0,3 saat oluyor. O da 20 dakika çıkıyor.



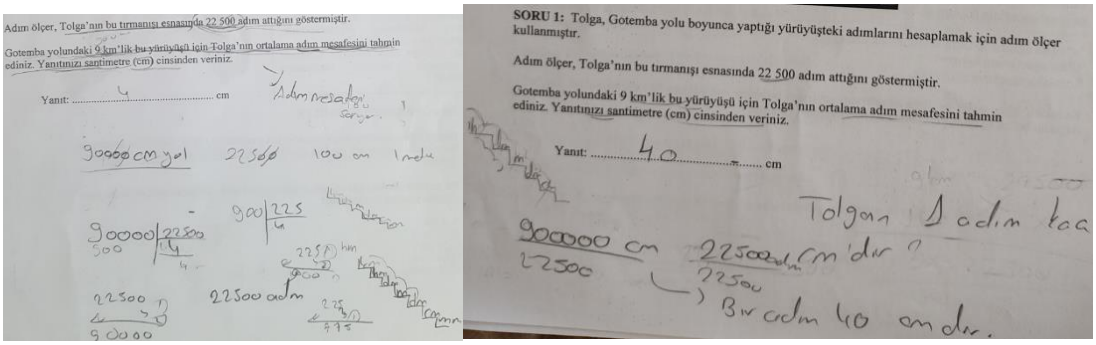
Görsel 3.275. *Melaike'nin bisiklet sürücüsü Hale sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Üçüncü düzeyde yer alan bir diğer soru olan paraşütlü gemiler başlığının birinci sorusunu hem ön hem de son testte rahatlıkla önce güvertedeki hızın %25' ini yani çeyreğini bulma ve ardından güvertedeki hızın üstüne bu değeri ekleyerek paraşüte doğru esen rüzgarın hızını bulma şeklinde iki adımda çözebildiği görülmüştür (görsel 276).



Görsel 3.276. *Melaike'nin paraşütlü gemi başlığı birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

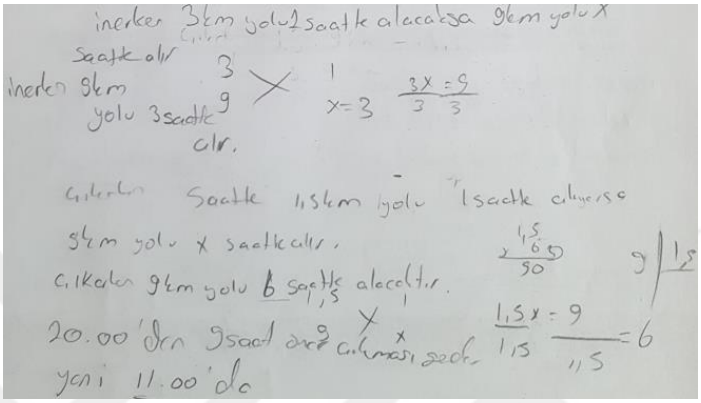
Dördüncü düzeyde yer alan sorulardan Fuji dağı başlığında yer alan birinci soruda ön testte sadece 9km'yi cm'ye dönüştürürken bir sıfır eksik koyma hatasını yaptığı ancak görüşme sırasında "90000 cm yolda 22500 adım atıyor. Cm cinsinden yazarsak çünkü cm cinsinden demiş. Bunu buna böldüğümüzde 4 çıkıyor ama burada 40 cm olacaktı. Ben bir sıfır eksik koymuşum. Aynı mantıkla ama gerisi" şeklinde hatasını kolaylıkla fark ederek $\frac{900000}{22500} = 40$ şeklinde üstesinden gelebildiği görülmüştür (Görsel 3.277). Farklı bir açıdan bakıldığında ilk anda kâğıdında verdiği yanıtta bir insan adımının 4 cm olacağı sonucunun gerçekçi olmadığını fark edememesi dikkat çekmiştir. Son testte ise bu hatasını tekrarlamadığı ve soruya kendi kâğıdında rahatlıkla $\frac{900000\text{cm}}{22500} = 40\text{cm}$ ve"bir adımı 40 cm'dir" şeklinde doğru yanıtı verebildiği görülmüştür.



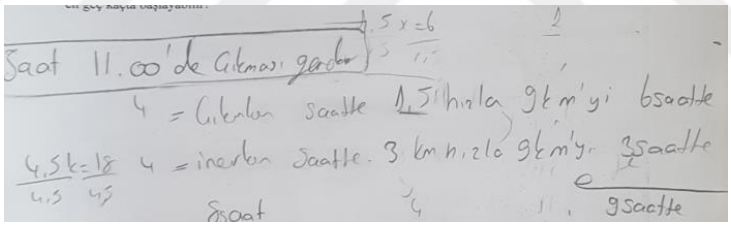
Görsel 3.277. *Melaike'nin Fuji dağı tırmanışı başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Fuji dağı başlığının beşinci düzeyde yer alan diğer sorusunda ise her iki testte de rahatlıkla doğru cevaba ulaşabildiği görülen Melaike' nin iniş ve çıkış hızına dikkat edip doğru yorumlayarak iniş ve çıkış için ayrı ayrı geçen süre ile alınan yol arasında doğru orantılı ilişki kurabildiği ve bu doğrultuda elde etmiş olduğu çıktılar olan süreleri toplayarak geçen toplam süreyi bulabildiği görülmüştür. Son olarak da bu geçen süreyi göz önünde bulundurarak dönüş zamanını sağlayacak şekilde başlangıç zamanını

"20.00'den 9 saat önce çıkması gerekir yani 11.00'de" şeklinde hesaplayabilmiştir (Görsel 3.278a). Son testte çözümü iniş ve çıkış olmak üzere iki parçaya ayırmadan yapma stratjesine başvurarak inişte ve çıkışta 1 saatte 4,5 km yol alarak toplam 18 km yolu kaç saatte bitireceği yönünde girişimleri görülse de bunlardan vazgeçerek yine iniş ve çıkış için ayrı ayrı süreyi hesaplayarak doğru sonuca ulaşabildiği görülmüştür (Görsel 3.278b).

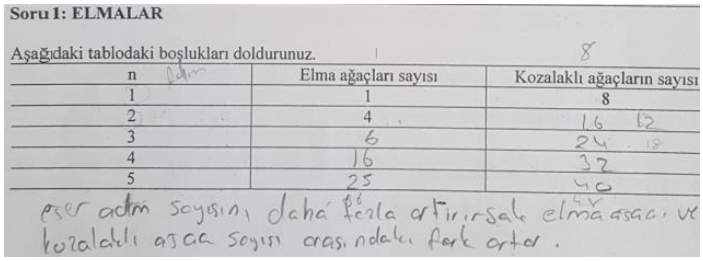


Görsel 3.278a. *Melaike'nin Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.278b. *Melaike'nin Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Elmalar başlığında yer alan sorulardan dördüncü düzeyde yer alan ilk soruda hem ön hem son testte tabloyu eksiksiz doldurabildiği görülen Melaike' nin ön testte "adım sayısı arttıkça elma ağacı sayısı ile kozalaklı ağaç sayısı arasındaki fark da artacak" diyerek yanlış bir genellemede bulunduğu dikkat çekmektedir (Görsel 3.279a). Son testte ise elma ağacı sayısının adım sayısının karesi olduğu ve kozalaklı ağaçların sayısının ise 8' in katları olduğu gerekçelendirmeleriyle n^2 ve 8n formüllerine değer vererek tablodaki sayısal değerleri savunduğu görülmüştür (görsel 279b).



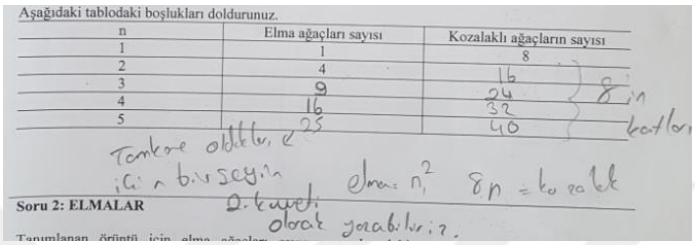
Soru 1: ELMALAR

Aşağıdaki tablodaki boşlukları doldurunuz.

n	Elma ağaçları sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

eşer adım sayısını daha fazla artırırsak elma ağacı ve kozalaklı ağaç sayısı arasındaki fark artar.

Görsel 3.279a. *Melaike'nin elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Aşağıdaki tablodaki boşlukları doldurunuz.

n	Elma ağaçları sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Tamkare olduğu için bir sayının elma: n^2 8n = kozalak

Soru 2: ELMALAR

2. kuralı olarak yorabiliriz?

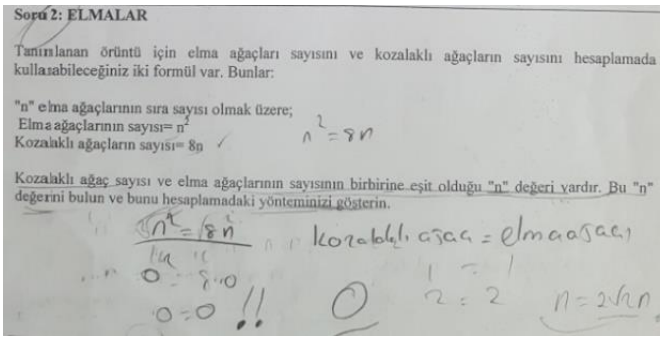
Görsel 3.279b. *Melaike'nin elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Elmalar başlığının beşinci düzeyde yer alan ikinci sorusunda ise ön testte $n^2=8n$ eşitliğini kurabildiği ancak bu denklemi sağlayan değerlerden PISA' da hiç puan alamayacağı vurgulanan sadece n=0 değerini ortaya koyabildiği görülmektedir (Görsel 3.280a). Bu katılımcının görüşme sırasında ise bu denklemde n=8 olduğunda her iki ağaç sayısının da 64 olacağını kendisine herhangi bir tetikleyici soru sorulmadan veya yardım almadan kendisi fark edebilmiştir.

Ö: Peki ikinci soruyu bulabildin mi?

Melaike: denklemi kurdum sonra her şeyi denedim ama bak 8'i denemedim. 8'i denediğimde 8'in karesi de 64. 8 ile 8'i çarpsam da 64 oluyor. O zaman 8 cevap.

Son testte ise n=8 değerini rahatlıkla ortaya koyabildiği görülürken daha da ötesine giderek 8n ifadesindeki 8 katsayısına dikkat çekerek eşitliği sağlayan değerin daima bu katsayı olacağı şeklindeki genellemesi dikkat çekmiştir (Görsel 3.280b).



Soru 2: ELMALAR

Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

"n" elma ağaçlarının sıra sayısı olmak üzere;
Elma ağaçlarının sayısı= n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı= 8n

$n^2 = 8n$

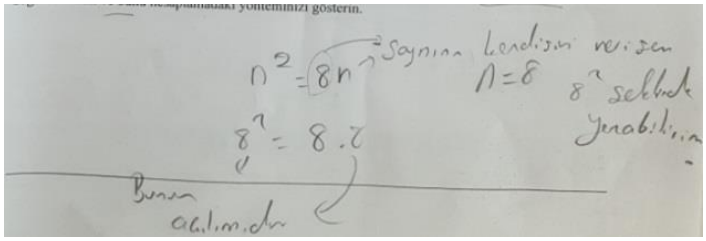
Kozalaklı ağaç sayısı ve elma ağaçlarının sayısının birbirine eşit olduğu "n" değeri vardır. Bu "n" değerini bulun ve bunu hesaplamadaki yönteminizi gösterin.

$n^2 = 8n$ kozalaklı ağaç = elma ağaç

$n = 0$ 8.0

$0 = 0$!! 0 $1 = 1$ $2 = 2$ $n = 2kn$

Görsel 3.280a. *Melaike'nin elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.280b. *Melaike'nin elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Bu başlıkta yer alıp altıncı düzey sorusu olan üçüncü soruya yanıt verirken ön testte, adım sayısı artışında her iki ağaç için sayı karşılaştırması yapmak üzere 20. adım varsayımında yani n=20 varsayımında bulunduğu ve bu adımdaki ağaç sayılarını n^2 ve 8n formüllerine dayalı olarak 400 ve 160 olarak hesaplayabildiği görülmüştür. Ancak elde ettiği çıktıların hangi ağaca ait olduğu yönünde "400 kozalaklı, 160 elma ağacı" şeklinde hata yaptığı görülürken sonuç olarak elma ağacının daha fazla artış göstereceği çıkarımı yerine kozalaklı ağacın daha fazla artış göstereceğini "n sayısı artarsa kozalaklı ağaç artar çünkü ağaçları korumak için çevresine ekiyor ve çevre büyürse ekmesi gereken ağaç miktarı artar" şeklinde savunmuştur (Görsel 3.281a). Görüşme sırasında ise n=8 değerini ikinci soruda görebilmiş olsa üçüncü soruya daha dopru bir cevap verebiliğini belirtmiş ve ardından n=8 için her ikisininde eşit olduğunu fark ettikten sonra bu doğrultuda n=7 olduğunda ve n=9 olduğunda her iki ağaç sayısını bularak "n sayısını 8' den az yaparsak kozalaklı ağaç sayısı çok olur. 8'den büyük olursa elma ağacı sayısı çok olur" genellemesini sunabilmiştir.

> Melaike: İşte orada eğer bu 8 cevabını bulmuş olsaydım önceki soruda daha net bir açıklama yapabilirdim.
>
> Ö: Nasıl peki? O zaman şu anda yap o açıklamanı.
>
> Melaike: (kalemi eline aldı ve boş kâğıda işlem yapacak) Şimdi 8. adımdan ileri gittikçe kozalak ağacı sayısı mı artıyordu bir bakayım (soruya tekrardan bakıyor). Yani şu sayı arttıkça (adım sayısı) kozalaklı ağaç sayısı artıyordu, bu sayıyı azaltırsak elma ağacı sayısı artıyordu (tersi olmalı halbuki).
>
> Ö: Peki onu bana yazarak da gösterebilir misin?
>
> Melaike: Tabi. 8. Adımda ikisi de eşit oluyordu. Kozalaklı ağaç sayısı ile elma ağacı sayısı eşit oluyordu. 9 verdiğimizde 9' un karesi, diğeri de 9.8. Burada (elma ağacı sayısı) 81 oluyor, burada (kozalaklı ağaç sayısı) 72. Yani şu elma ağacı (81), şu da kozalaklı ağaç (72). Bir başka örnek daha vereyim. n=7 ile yapayım, azaltayım adım sayısını (49 ve 56 cevaplarını elde etti). Burada da elma ağacı sayısı azalıyordu ve kozalaklı ağaç sayısı artıyordu.

Ö: Peki bunu formülden yola çıkarak açıklayabilir misin? Yani sayısal değerler veriyorsun ya sadece…

Melaike: Yani x versek mesela n' e. Bu her seferinde x^2 çıkacak, bu da 8x.

Ö: n=8' den sonra elma ağaçları mı fazla olacak yoksa kozalaklı ağaçlar mı fazla olacak? Nasıl bir gidişat olacak?

Melaike: n sayısını 8' den az yaparsak kozalaklı ağaç sayısı fazla olur, 8'den büyük olursa elma ağacı sayısı fazla olur.

Son testte kâğıdında doğrudan 8'den daha büyük adımlarda elma ağacının sayısının fazla olacağını ifade ederken n yerine herhangi bir sayı verildiğinde bunun rahatlıkla görülebileceğini öne sürmüştür (Görsel 3.281b). Görüşme sırasında n yerine ileri sürdüğü gibi 8'den büyük sayılar vererek elma ağacı sayısının daha çok olduğunu gösterebildiği görülen Melaike, bu durumun nedenini düşünmesine fırsat verildiğinde ise elma ağaçları sayısının her adımda adım sayısının kendisiyle çarpılarak karesel arttığını, kozalaklı ağaçlarının sayısının ise 8. adımdan sonra daima adım sayısından küçük olan 8 sayısıyla çarpılarak doğrusal arttığını ortaya koyabilmiştir.

Melaike: Çünkü 8. adımdan sonra 9 verdiğimizde elma ağacı sayısı 81 olurken kozalaklı ağaç sayısı ise 72 oluyor. Yani 8 den küçük değerlerde kozalaklı ağaç 8' den büyük verirsek elma ağacı sayısı daha fazla olur.

Ö: mesela 100. adımda ne olur?

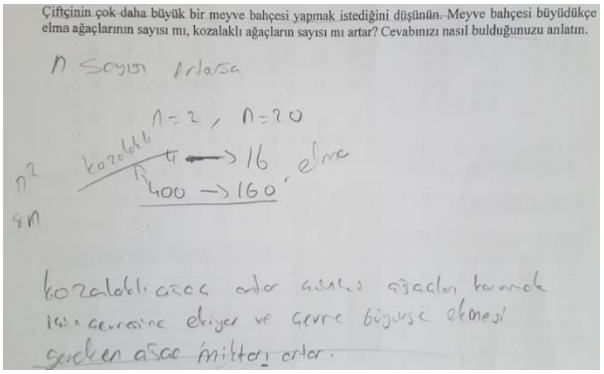
Melaike: Elma ağacı daha fazla olur. Çünkü o 10000 olurken, kozalaklı 800 olur.

Ö: Peki neden böyle oluyor sence? Neden 8' den daha ileri adımlarda elma ağacının sayısı daha fazla oluyor sence?

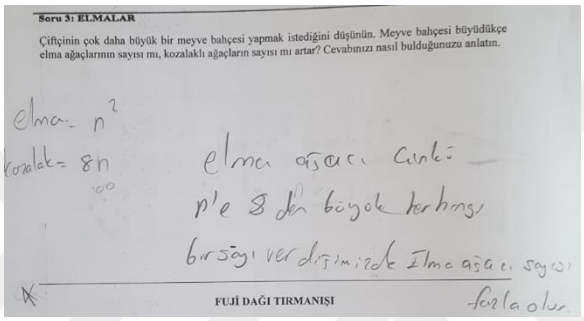
Melaike: Yani bilemedim…şimdi burada (elma ağaçları sayısında) kendisi ile çarparken hep, burada (kozalaklı ağaç sayısında) kendinden daha küçük bir sayı ile çarpıyoruz hep.

Ö: Ne o kendinden küçük sayı?

Melaike: Mesela 9 verdiğimizde bunu (elma ağaçları sayısı) kendisiyle çarpıyoruz ama bunu (kozalaklı ağaçların sayısı) kendinden daha küçük bir sayı ile çarpıyoruz. Yani mesela 7 verdiğimizde de kozalaklı ağaçlarda kendinden daha büyük sayı ile çarpmış oluyoruz (elma ağaçlarında 7.7 iken kozalaklılarda 7.8 oluyor). O yüzden kozalaklı ağaç fazla oluyor bu sefer.



Görsel 3.281a. *Melaike'nin elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

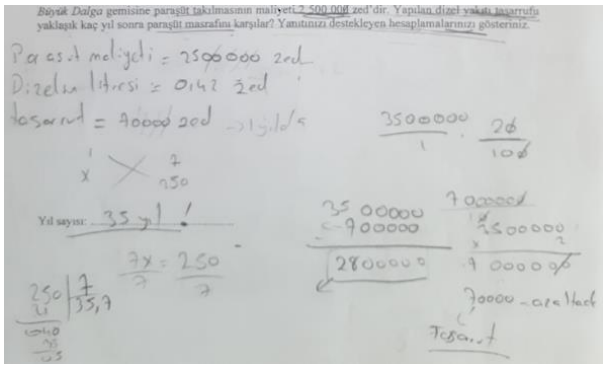


Görsel 3.281b. *Melaike'nin elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Altıncı düzeyde yer alan bir diğer soru olan paraşütlü gemi başlığının, paraşüt takılması halinde paraşüt masrafının kaç yıl sonra karşılanacağı sorusuna ön testte doğru yanıt veremediği görülen Melaike' nin, yıllık tüketilen dizel yakıt miktarının %20'sini bulabilmişve paraşüt masrafını elde edilen bir yıllık kara böleceği şeklinde problem çözümüne ilişkin matematiksel modeli formüle edebilmiştir (Görsel 3.282). Ancak bulmuş olduğu %20'lik tasarrufun biriminin zed olmadığını görememesi veya elde edilen tasarrufun litre cinsinden olması ve tasarrufun kaç zed olacağı şeklinde yeni bir hesaplama yapamaması sonucu doğru yanıta ulaşamamıştır. Ayrıca yıllık tüketilen yakıt miktarını bulduktan sonra 10'a bölme hatası ve çözüm için gerekli olmayan paraşüt takıldığında yıllık tüketilen dizel yakıt miktarını bulma yönündeki girişimi de dikkat çekmiştir. Görüşme sırasında matematiksel işlemlerini bağlam ile ilişki kurarak açıklayabildiği görülmüş ancak hatasını fark edemediği ancak yanlış yapmış olabileceğini dile getirdiği görülmüştür.

> Ö: Paraşütlü gemi başlığında ikinci soruda ne düşündün?
>
> Melaike: Burada ne yapmıştım…Tıkandım şu anda hatırlamaya çalışıyorum. Paraşüt maliyeti buydu (2500000zed). Yazmıştım buraya. Tasarruf bu kadar (700000zed yazmış.

Halbuki litre olmalı ki henüz zed' e çevirmemiş). 1 yılda bu kadar tasarruf yapıyorsa maliyet bu kadar (2500000zed). Maliyeti buna bölerek kaç yıl sonra yapabileceğini hesaplamıştım. Sanırım yanlış yaptım ama.



Görsel 3.282. *Melaike'nin paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte ise bu kez yıllık tasarruf miktarını L cinsinden bulup kaç zed olduğunu da hesaplayabilen Melaike maliyeti, paraşüt takıldığında yıllık elde edilen tasarrufa bölmek yerine paraşüt takıldıktan sonra tasarruf miktarının düşülmesiyle ortaya çıkan yıllık tüketilen yeni yakıt giderine bölmesi yüzünden doğru yanıta ulaşamadığı görülmüştür (Görsel 3.283). Görüşme sırasında attığı adımları açıklarken tıpkı Elin gibi %20 tasarruf yerine tasarruf sonrasındaki yakıt gideri fiyatını işaret eden %80' i esas alma hatası dikkat çekerken ancak araştırmacının bu hatasını fark etmesini sağlayacak sorular yöneltmesi sonrası doğru sonuca "kurulum ücreti /yıllık kar= 2500000/294000 yani yaklaşık 8,5 yıl" şeklinde ulaşabildiği görülmüştür.

Ö: Gelelim paraşütlü gemi sorusunun ikincisine. Ne düşündün neler yaptın anlat bakalım?
Melaike:Paraşütten önce ve sonra olmak üzere tablo yaptım. Dizellerinin tutarlarını buldum. Daha sonra aradaki kar, farkı buldum. Sonra dedim ki bu kadar tasarruf yapılıyor (halbuki o tasarruf değil tasarruf düşüldükten sonraki yakıt gideri). Kurulum ücretinin de bu kadar fiyat olduğunu biliyordum (2 500 000 zed).Daha sonra kurulum ücretini tasarrufa bölerek, kaç yıl sonra karşılayacağını buldum. Sonuç 2,12.
Ö: Bu ne? (294 000 zed)
Melaike: O %20 tasarruf.
Ö: Peki bu ne? (1 176 000zed)
Melaike: O da tasarruf.
Ö: Ama ikisine de tasarruf demişsin.
Melaike: Bu (294 000) paraşütten sonra harcayacağı para, bu (1176 000) tasarruf.
Ö: Hangisi kar?
Melaike: Bu (1176000) kar.
Ö: Nasıl buldun onu?

Melaike: Paraşütten önceki tutardan paraşütten sonraki tutarı çıkarttım.

Ö: Burada paraşütten sonra tüketim %20 azalacak diyor. Normalde dizel için kaç para harcıyor?

Melaike: 1 470 000 zed.

Ö: %20 azalınca % kaç kar etmiş olacak?

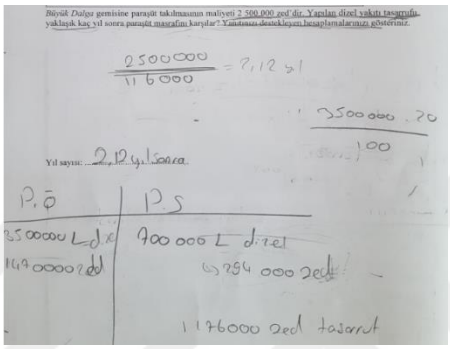
Melaike: %80. Değil...! Aslında bu kar o zaman (294 000 zed).

Ö: Peki kaç yıl sonra karşılayacak o zaman maliyeti?

Melaike: O zaman bu tutarı (2 500 000 zed) 294 000' e böldüğümde çıkacak sonuç.

Ö: Yap hadi o zaman.

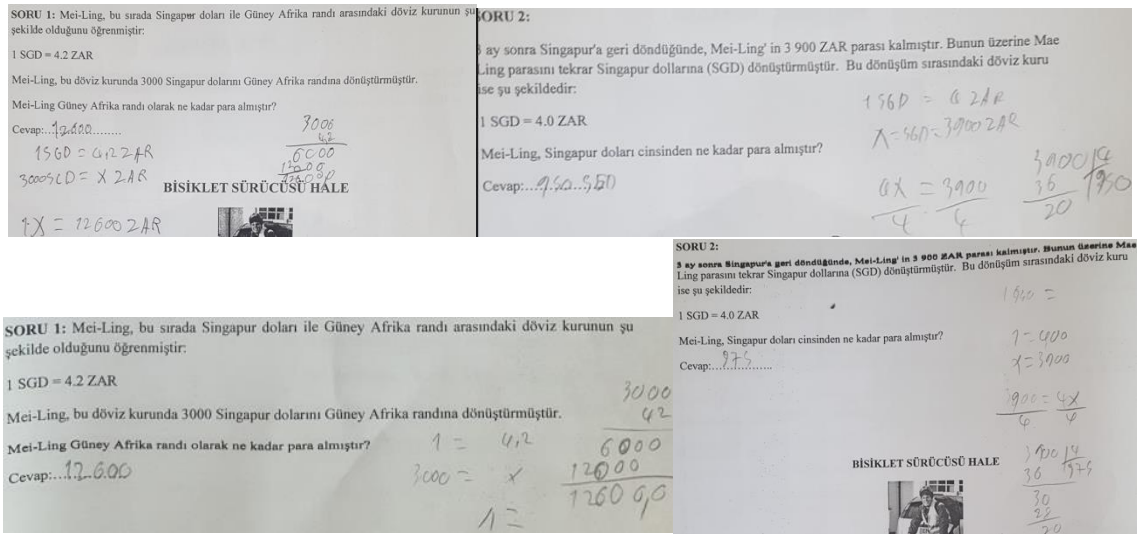
Melaike: Kurulum ücreti/yıllık kar= 2500000/294 000= yaklaşık 8,5 yıl.



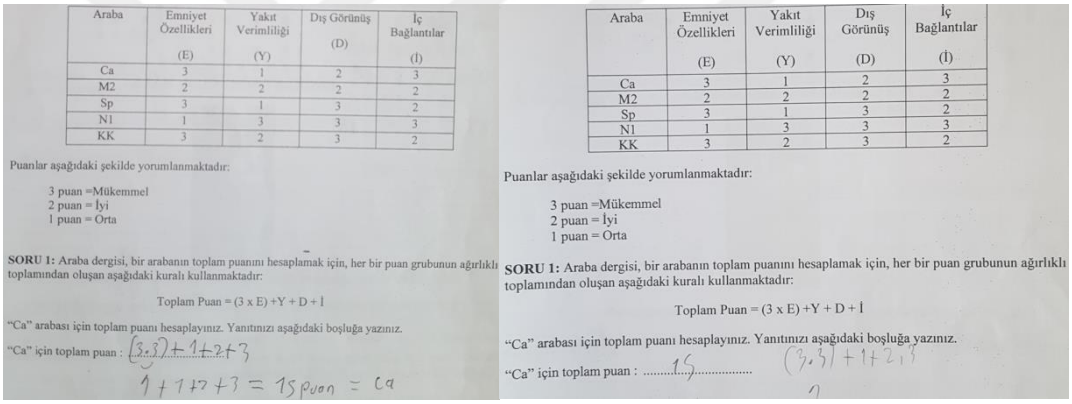
Görsel 3.283. *Melaike'nin paraşütlü gemiler başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

3.2.8. Orhan' ın matematik okuryazarlığı performansına ilişkin bulgular

Orhan ön testte beşinci düzeye kadar olan tüm sorularda ufak işlem hataları dışında doğru ilişkiler kurup doğru matematiksel işlemler uygulayarak sonuca ulaşabilmiş bir katılımcıdır. Son testte ise bu sorulara ufak işlem hataları dahi yapmadan doğru sonuca doğru adımlarla ulaşabildiği görülmüştür. Döviz kuru başlığında yer alan sorularda hem ön testte hem son testte kendisine sunulan "1SGD=4,2ZAR" ve "1SGD=4,0ZAR" eşitliklerini doğru yorumlayarak ilk soruda istenen 3000SGD'nin kaç ZAR olduğunu ve ikinci soruda istenen 3900 ZAR'ın kaç SGD olduğu doğru orantılı ilişkiler kurarak içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla doğru hesaplayabilmiştir (Görsel 3.284a). Sadece ön testte ikinci soruda 3900'ü 4' e bölerken işlem hatası yaparak 975 yerine 950 cevabını vermiştir. Öte yandan ikinci düzey bir soru olan en iyi araba sorusunda da hem ön hem son testte Ca arabası için tabloda sunulan değerleri doğru belirleyip, kendisine puan hesaplaması için sunulan "toplam puan=(3×E)+Y+D+İ" formülüne "(3×3)+1+2+3=15" şeklinde yerleştirerek doğru yanıta ulaşabilmiştir (Görsel 3.284b).



Görsel 3.284a. *Orhan'ın döviz kuru başlığında yer alan sorulara ilişkin ön ve son testteki performansı*



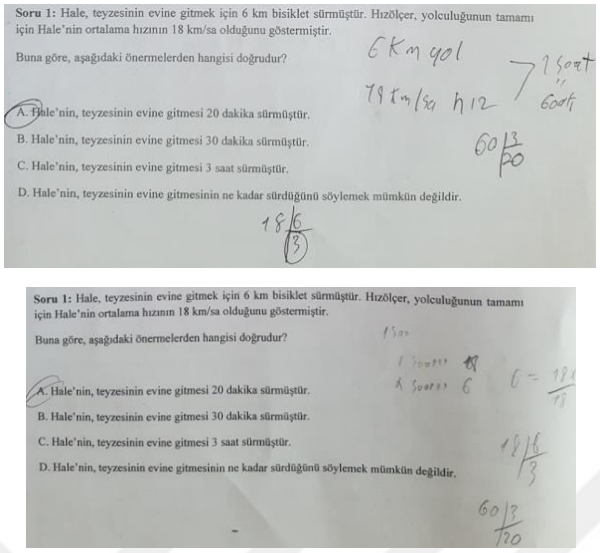
Görsel 3.284b. *Orhan'ın en iyi araba sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Üçüncü düzeyde yer alan bisiklet sürücüsü Hale sorusunda ön ve son testin her ikisinde de 18 km/sa hızı, saatte 18 km yol alma olarak yorumlayabilmiş ve 60 dakikayı 3'e bölerek 20 dk çıktısıyla doğru yanıta ulaşabilmiştir (Görsel 3.285). Son görüşmede bu soruyu çözerken nasıl mantık yürüttüğü sorulduğunda ise gittiği yol uzunluğu 3'te 1'ine düşerse o zaman geçen sürenin de aynı oranda azalması gerektiği şeklinde savunarak gidilen yol uzunluğu ile geçen süre arasındaki doğru orantılı ilişkiyi işaret etmiştir.

Ö: Şu bisiklet sürücü sorusunda nasıl mantık yürüttün?

Orhan: 6 km gitmesi gerekiyor. 18 km hızı. Yani 3 katı hızla gitmiş. O zaman gitmesi gereken sürenin 3'e bölünmesi gerekir. Yani sürenin 3 katına azalması gerektiğini düşündüm. Çünkü normalde 1 saat gitse 18 km gidecek. İşte yarım saat gitse yarısına inecek. Burada baktım 6

km bunun 3'e bölünmüş hali. O zaman sürenin de 3'e bölünmesi lazım. 1 saat 60 dk olduğu için 20 dk olur diye düşündüm.



Görsel 3.285. *Orhan'ın bisiklet sürücü Hale sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

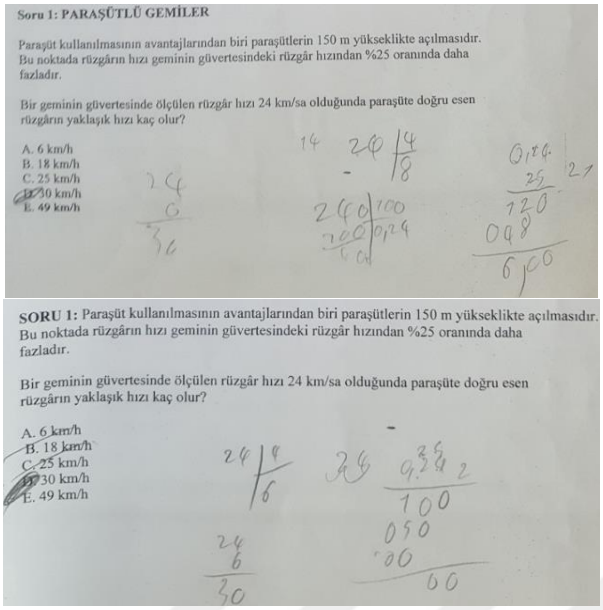
Bir diğer üçüncü düzey soru olan paraşütlü gemi başlığının birinci sorusunda da hem ön hem son testte güvertedeki rüzgar hızı olan 24 km/sa'in %25'ini bulmak için 4'e bölmüş ve ardından bulduğu 6 km/sa değerini 24 km/sa üzerine ekleyerek paraşüte doğru esen rüzgarın hızını 30 km/sa bulabilmiştir (Görsel 3.286). Görüşme sırasında da zaten basit olarak nitelendirdiği bu soruda atmış olduğu %25'ini bulma ve üzerine ekleme adımlarını kısaca ve kendinden emin bir şekilde ifade edebilmiştir.

Ö: ıı (araştırmacı paraşütlü gemi 1. Sorusuna bakınca)

Orhan: Bu zaten basit bir şeydi. 24' ün %25' ini bulup ekledim.

Ö: Neden 4' e böldün?

Orhan: %25 işte. 4'te 1' e eşit.


Soru 1: PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/sa olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

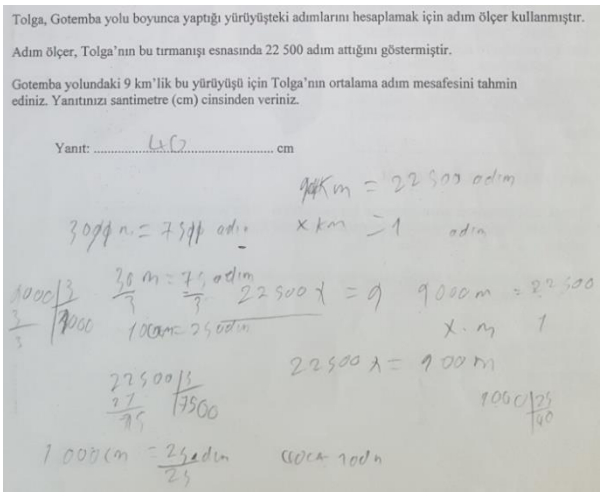
SORU 1: Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/sa olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

Görsel 3.286. *Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Fuji dağı başlığında yer alan dördüncü düzey soruda ön testte "9 km 22500 adımsa 9000 m'de 22500 adım olur.3000 m'de 7500 adım olur. 1000m'de 2500 adım olur. 10m'de 25 adım olur. O zaman 1000cm'de de 25 adım olur. 1000÷25=40 cm 1 adım olur" şeklinde km'yi önce m'ye sonra cm' ye dönüştürdiğü, doğrudan orantı kurarak çözüme gitmek yerine hem yolu hem de adım sayısını 3'e bölmek gibi stratejiler üzerinden ilerleyerek doğru sonuca ulaşabildiği görülmüştür (Görsel 3.287a). Son testte ise gidilen mesafe ile adım sayısı arasında doğrudan orantı kurarak içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla önce m cinsinden bulduğu adım mesafesini cm' ye dönüştürerek doğru sonuca ulaşabilmiştir (Görsel 3.287b).

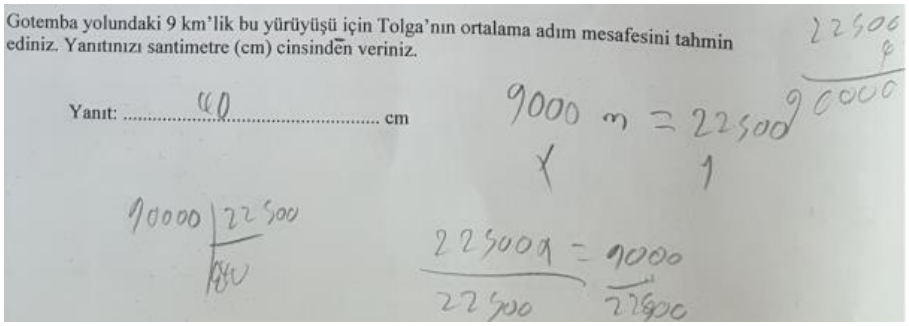

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir.

Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: ..... cm

Görsel 3.287a. *Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının birinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.287b. *Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının birinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Bu başlığın beşinci düzeyde yer alan yürüyüşe en geç saat kaçta başlanacağı sorusunda ise ön testte inişte hızın iki katına çıkacağını fark edemediği görülmüştür. Bunun yanında saat cinsinden geçen süre ile saatte alınan 1,5 km yolun çarpımının toplamda alınan yol olan 18 km'ye eşit olacağı ilişkisi en genelinde kabul edilebilir olsa dainiş-çıkış ayrımı yapılmaksızın toplam gidilen yol üzerinden ilerleme stratejisi onu "12 saat gerekir, sabah 8'de yola çıkmalı" şeklinde yanlış sonuca götürmüştür (Görsel 3.288). İlk görüşme sırasında da kendisinin inişte hızı iki katına çıkarmama hatasını fark edemediği ve aslında doğru yaptığını düşündüğü görülmüştür.

Ö: Peki burada fark etmediğin bir bilgi olabilir mi acaba?

Orhan: Fark etmediğim bir bilgi…ben her şeye dikkat ettiğimi düşünmüştüm. Yaptıklarım da mantıklı gelmişti. Düşünmüyorum. Yani yanlış yaptığım bir şey yok.

Ö: Yani saat 8' de çıkmaları gerekir demişsin.

Orhan: Akşam 8' de dönmesi için benim hesaplamalarımda 12 saat çıktı yolculuk. O yüzden 12 saat geri alınca sabah 8 oluyor.

Ö: Onu kısaca anlatabilir misin bana burada?

Orhan: Yani ben bir saatte 1, 5 km yol aldığını buldum. onu işlem yaparak denkleme döktüm. Denklem üzerinden istenilen sayıları vererek yani genel üzerinden istenilen sonucu buldum (1,5n olarak genellemiş örüntüyü ve ardından bunu 18' e eşitleyerek n' in 12 olacağı sonucuna ulaşmış).

Ö: Hımm. Denklemin hangisi peki?

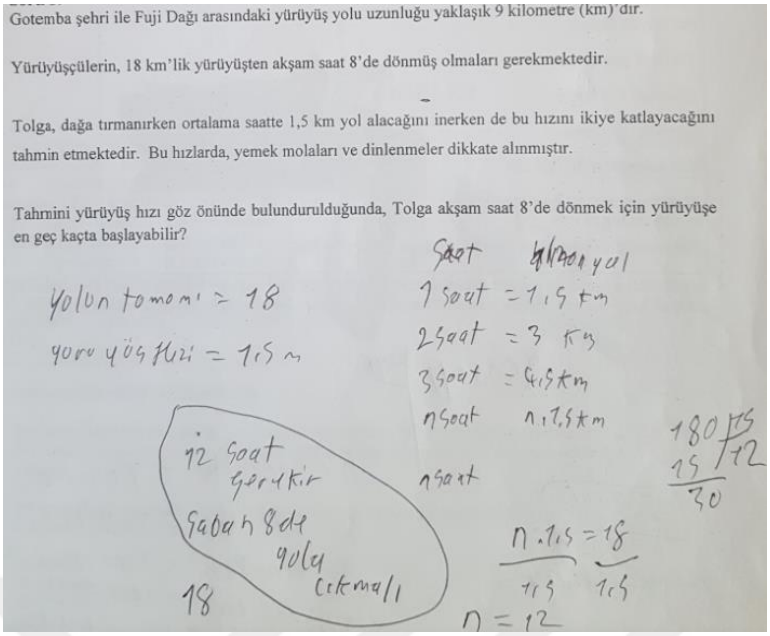
Orhan: Şu (n.1,5=18)

Ö: n dediğin ne burada?

Orhan: n çalışma saatini vermiş.

Ö: Çalışma saati derken?

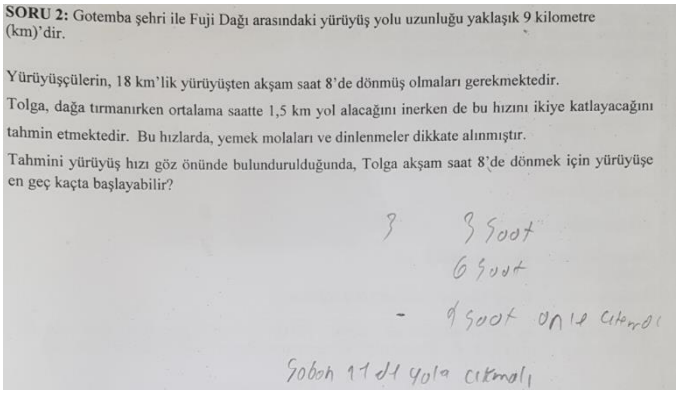
Orhan: Yani yürüme saati.



Görsel 3.288. *Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

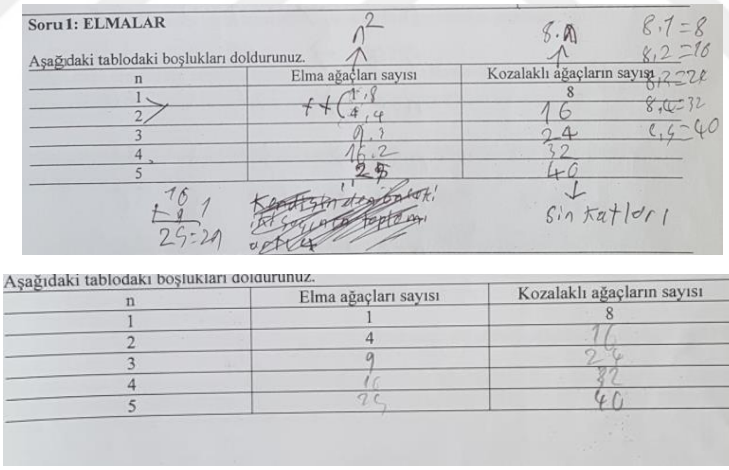
Son testte ise kâğıdına sadece "3 saat, 6 saat ve 9 saat önce çıkmalı deyip saat 11.00'de çıkmalı" yazarak doğru cevaba ulaştığı görülmüştür (Görsel 3.289). Son görüşmede kendisine ne yaptığını açıklaması istendiğinde ise iniş ve çıkış hızına dikkat ederek, iniş hızının çıkış hızının 2 katı olduğunu göz önünde bulundurup, inişte ve çıkışta olmak üzere iki parça halinde geçen süreleri bulduğu ve onları toplayarak toplam geçen süreyi bulduğunu açıklamıştır. Ardından varması beklenen saat 20.00'den geriye doğru hesap yaparak 11.00 olarak yürüyüşe başlaması gereken saati bulabildiğini göstermiştir.

> Ö: : Fuji dağı başlığının ikinci sorusunda ne yaptın? Nasıl yaptın? açıklar mısın?
>
> Orhan: Şimdi 9 km gitmesi gerekiyor. Önce aşağı doğruyu hesapladım. 1,5 km' yi 2' ye katlayacak. Yani saatte 3 km yol alacak. O zaman 9 km' yi 3 saatte alır. 1,5 km ile giderse de 6 saatini alır. Toplam 9 saat. 8' de eve varması için 9 saat önce çıkması lazım. Akşam 8 olduğu için sabah 11' de yola çıkması lazım.



Görsel 3.289. *Orhan'ın Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Orhan dördüncü düzeyde yer alan bir diğer soru olan elmalar başlığının birinci sorusuna yanıt verirken ön testte elma ağaçları için birinci sütunda verilen ve karesel olan "1,4,9,16,25" sayılarını "1^2,2^2,3^2,4^2,5^2" olarak göremediği "1×8, 4×4, 9×3, 16×2, 16+9=25" şeklinde örüntüyü görmekte zorlandığı ve hatalar yaptığı görülmüştür. Sonrasında bu başlığın ikinci sorusunda verilen n^2 ve 8n kurallarını yazabilmiştir. Ancak son testte tabloyu rahatlıkla doldurabildiği görülmüştür (Görsel 3.290).



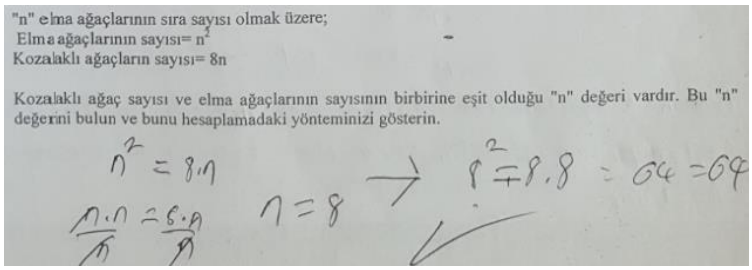
Görsel 3.290. *Orhan'ın elmalar başlığının birinci sorusuna ilişkin ön ve son testteki performansı*

Elmalar başlığında beşinci düzey sorusu olarak yer alan bir sonraki soruda ise ön testte denklemi kurarak çözebildiği ve n=8 değerine ulaşabildiği görülmüştür. Ayrıca n=8 değeri için her iki denklemin 64 olduğunu göstererek işleminin doğruluğunu aktarmaya çalışması dikkat çekmiştir (Görsel 3.291a). Son testte ise doğrudan n=8 için her iki denklemde de 64 çıktığını gösteren katılımcı son görüşme sırasında da iki ağaç sayısının

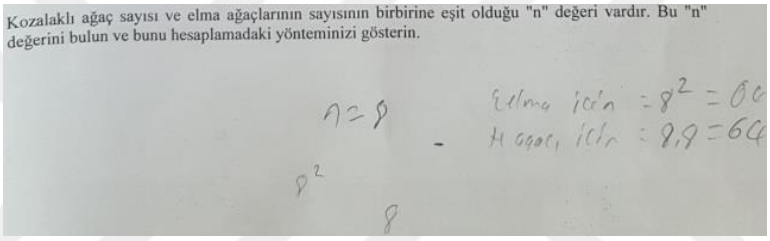
da eşit olması için 8 değerini verdiğini ve eşit değerler çıktığı ifade etmiştir (Görsel 3.291b).

Ö: Peki bu elmalar başlığı ikinci soruda 8'i nereden buldun?

Orhan: İkisinin eşit olması için 8 verirsek bu da 8.8 oluyor bu da. Eşitlenmiş oluyor ikisi. Yani iki durumda da aynı şeyi yapmış oluyoruz 8 verirsek.



Görsel 3.291a. *Orhan'ın elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.291b. *Orhan'ın elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Altıncı düzeyde yer alan elmalar başlığı üçüncü sorusunda ön testte adım sayısına bağlı olarak elma ve kozalak ağaçlarının sayılarını bulmuşve 8. adımdan sonra artık elma ağaçlarının daha fazla olacağını bu çıktılara dayalı olarak göstermiştir (Görsel 3.292). Ancak görüşme sırasında kendisineformüller yardımıyla açıklayıp açıklayamayacağı doğrudan sorulduğunda her ne kadar yine sayısal değerler üzerinden savunma yapsa da karesel artış ile doğrusal artışı fark ettiğini düşündüren 8. adımdan sonra artık birisinin kendisi ile çarpılırken diğerinin daima kendisinden küçük olan 8 ile çarpılacağını ifade etmeye çalışması dikkat çekmiştir.

Ö: Peki burada sana verilen formülleri kullanarak açıklayabilir misin bu durumu?

Orhan: Yani daha önce hiç düşünmedim ama…

Ö: Tamam düşünebilirsin sıkıntı yok.

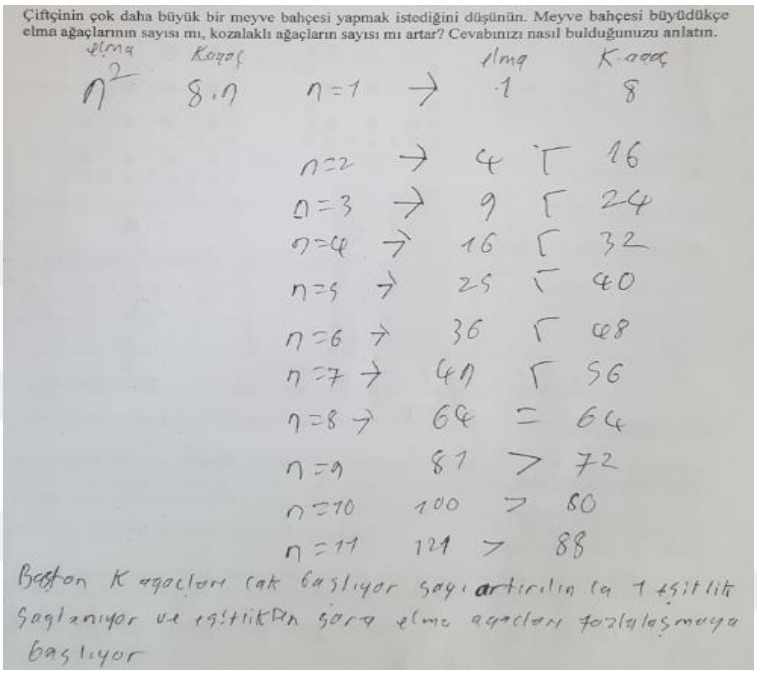
Orhan: Formülü kullanarak daha fazla artacağını mı yani?

Ö: Yani elma ağaçları daha fazla olur derken sayısal değerler veriyorum dedin…Başka türlü... Sadece formülü esas alarak..

Orhan: 8 verdiğimde eşitlik sağlanıyor. 9 verdiğimde karesi 81 oluyor…karesi her zaman daha yüksek bir sayı olacağı için 8' den sonra o yüzden elma ağaçları daha fazla oluyor olabilir.

Ö: Onu biraz açabilir misin? Yani neden karesinin daha büyük olacağını düşünüyorsun?

Orhan: Çünkü atıyorum 8' in üstünde bir sayı verdiğimizde burada kendinden büyük bir sayı ile çarpımı olduğunda, atıyorum 9 verdiğimizde burada 9 ile 9 un çarpımı olurken burada 9 ile 8' in çarpımı oluyor. O yüzden hep elma ağaçları daha çok oluyor.



Görsel 3.292. *Orhan'ın elmalar başlığının üçüncü sorusuna ilişkin ön testteki performansı*

Son testte de ön testtekine benzer şekilde tablo yardımıyla adım sayısına bağlı olarak elma ve kozalaklı ağaçların sayısını gösterdiği ve 8. adımdan sonra elma ağacı sayısının artık daha fazla olacağını ortaya koyabildiği görülmüştür (Görsel 3.293). Son görüşme sırasında ise elma ağacı sayısının eşitlik sağlandıktan sonra daha hızlı çoğaldığına vurgu yapmasının ardından kendisine bunun nedeni sorulduğunda örüntü kurallarının farklı olduğuna dikkat çekip elma ağaçları sayısının karesel artışını dayanak göstererek savunma yapmıştır.

Orhan: Elma ağaçları eşitlikten sonra daha çok çoğalıyor.

Ö: Şimdi elma ağaçlarının daha fazla çoğaldığından kastın ne?

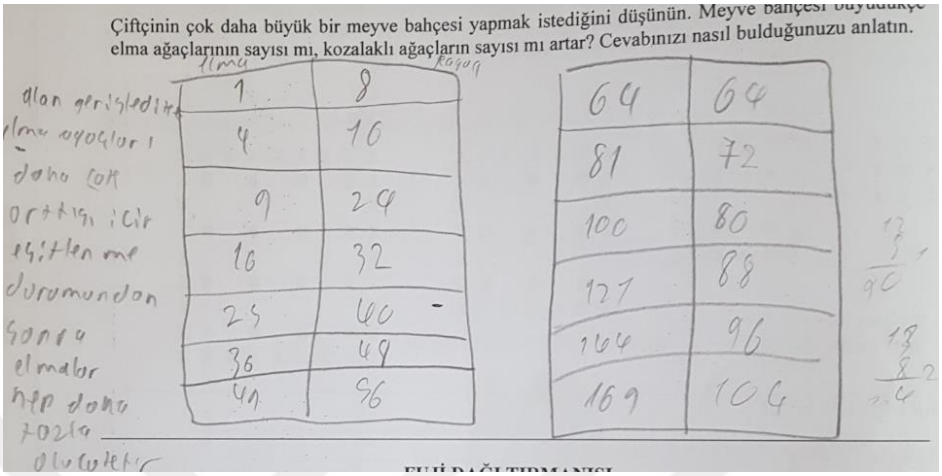
Orhan: Yani mesela kozalaklı ağaçlarının sayısı 2 artıyorsa elma ağaçlarının sayısı 20 artıyor.

Ö: Peki sence neden böyle oluyor? Nasıl açıklarsın bunu?

Orhan: Yani denklemleri farklı onların…

Ö: O denklemlerle ilişkili olabilir mi?

Orhan: Olabilir. Elmaların ki n^2 idi, kozalaklı ağaçların ise n.8 idi. Bir sayının karesini aldığımızda 8 ile çarpımına çok olur çünkü. Yani bir sayıyı 8 aldığımda karesi ile ve 8 ile çarpımı eşit oluyor. Ama 9 aldığımızda artık 8 ile çarpmaya göre daha yüksek olmaya başlıyor.



Görsel 3.293. *Orhan'ın elmalar başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

Altıncı düzeyde yer alan paraşütlü gemi başlığı ikinci sorusunda yakıt tasarrufunun kaç litre olacağını hesaplayabilmiş ancak onu kaç zed tasarruf ettireceğini hesaplama adımını atladığı ve doğal olarak yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür (Görsel 3.294a). İlk görüşme sırasında bu adımı atladığını kendisi fark eden Orhan "yıllık yakıt tüketimi 3500000 L ×0,42 zed= 1470000 zed. 1470000' in %20'si 294000 zed" şeklinde paraşüt takıldığında yıllık edilecek tasarrufu zed cinsinden hesaplayarak, tamsayı cinsinden yaklaşık olarak 9 yıl sonra paraşüt masrafını karşılayacağı sonucuna ulaşabilmiştir (Görsel 3.294b). Bu sırada paraşüt maliyetini doğrudan yıllık ettiği tasarrufa bölme şeklinde bir matematiksel model formüle edemediği, "yıllık ettiği tasarrufu kaç ile çarparsam karı geçer?" stratejisini tercih ettiği görülmüştür.

Orhan: Ben burada yanlış yapmışım. Litreyi para gibi almışım. Önce litreyi para biriminden hesaplayıp sonra karı hesaplamam gerekiyordu.

Ö: Tamam hesaplayabilir misin burada paraşütlü gemiler yazıp (boş kâğıda yönlendirildi).

Orhan:Öncelikle 1 litre 42 kuruşmuş. O yüzden yine denklem kurarak yapabiliriz (orantıya denklem diyor çocuklar). Denklemi kurduktan sonra işlemleri yaparız (doğru orantı kurduktan sonra onu çözmekten bahsediyor). O zaman bir yılda 1 470 000 lira yani zed harcanıyor (3 500 000 litrenin kaç zed olacağını buldu). Burada da bizden karını mı istiyordu (soruya tekrar bakıyor). Maliyet 2 500 000. Her yıl bu kadar (1470000 zed) harcanıyor. %20 kar ediliyor. O zaman bunun (1470 000) 100' e bölüp 20' sini alabiliriz. Her sene karı bu (294000 zed). Bunun 2 500 000' u ne zaman geçeceğini hesaplamamız gerekiyor. Yaklaşık

4 ile çarptığımızda geçmiş olacak yani 4 sene sonra toparlamış olacak. (halbuki 8 den büyük bir sayı ile çarpınca bu gerçekleşiyor)

Ö: 1 yılda bu kadar mı kar sağlar dedin (294 000 zed)?

Orhan: evet.

Ö: Ne yaptın şöyle hızlı bir şekilde anlatabilir misin?

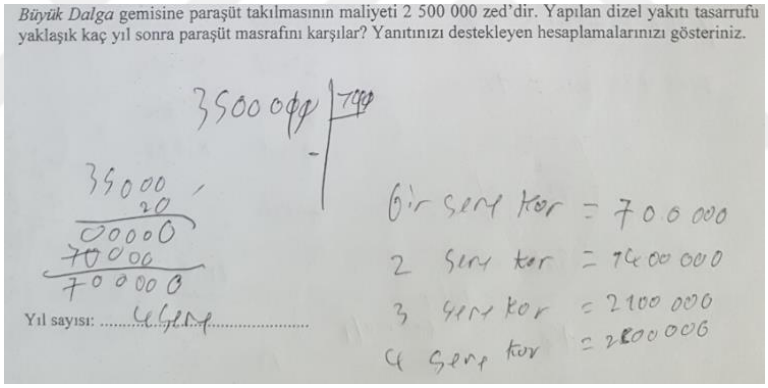
Orhan: 1 litre ne kadar harcar onu buldum (1 L=0,42 zed). Sonra bir senede harcanan litreyi yazıp altına x vererek denklemden (orantıdan) ne kadar harcandığını buldum 1 sene içinde. Sonra maliyetini buldum paraşüt takıldığında. %20 kar ediyormuş. O yüzden litre hesabından harcanan paranın %20' sini aldım. Ondan sonra çıkan sonuç bu (294 000 zed). Kaç sene sonra 2 buçuk milyonu geçeri bulmak için kaç ile çarpmalıyız düşündüm. 4 ile çarptığımızda 2 buçuk milyonu geçiyor.

Ö: Çarpabilir misin?

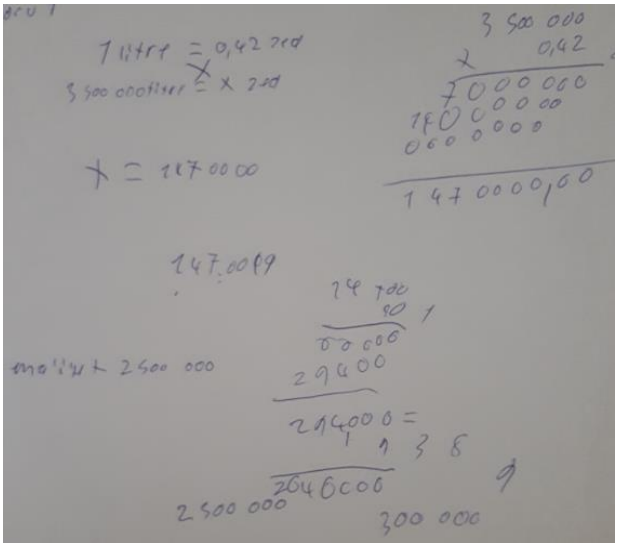
Orhan: Çarparım ama 4 ile çarptığımda geçmeyecek. 300 000 desek 4 ile çarpınca geçmez. Daha büyük bir sayı ile çarpmamız gerekecek.

Ö: Kaç ile?

Orhan: 2 buçuk milyon…yaklaşık 300 000 desek 9 ile çarpmamız yeterli olacak. Çarpalım 9 ile…(2646000 çıktı). Evet yani yaklaşık 9 yıl sonra geçiyor.



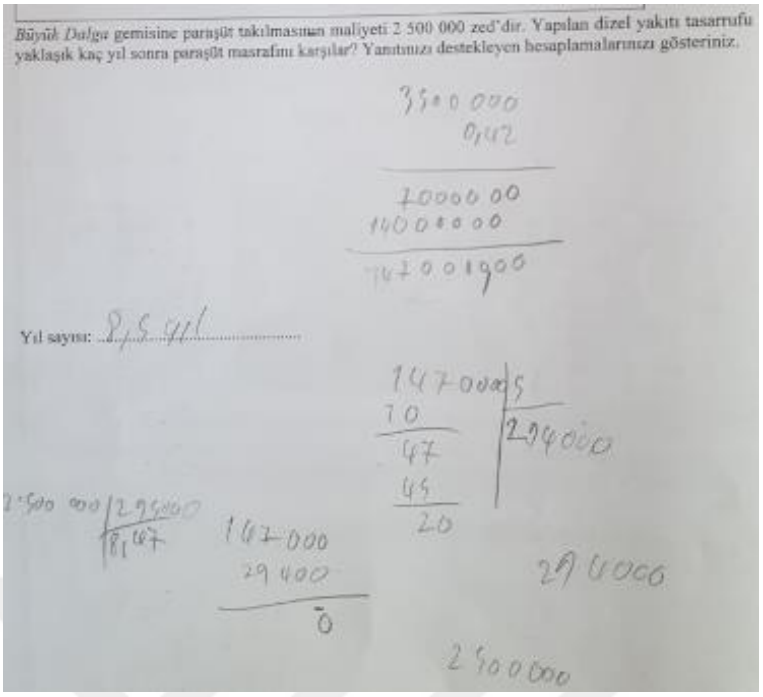
Görsel 3.294a. *Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ön testteki performansı*



Görsel 3.294b. *Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin ilk görüşmedeki performansı*

Son testte ise artık eksiksiz bir şekilde kendi kâğıdında gerekli adımları tereddütsüz atarak doğru yanıta ulaşabildiğini göstermiştir (Görsel 3.295). Bu kez paraşüt maliyetini bir yılda elde ettiği tasarruf miktarına bölme şeklinde niceliksel modelini formüle ettiği ve görüşme sırasında da bu modeli sözlü olarak açıklayabildiği görülmüştür. Ayrıca bu modeli işe koşmasının sonucu olarakbu sefer sonucu yaklaşık tamsayı değerini bulmak yerine rasyonel sayı olan değerini bulabilmesi dikkat çekmiştir. Görüşme sırasında attığı adımları eksiksiz bir şekilde bağlamsal ve matematiksel yönlere yer vererek açıklayabilmiştir.

> Ö: Paraşütlü gemilerin ikinci sorusunda ne yaptın anlatır mısın?
>
> Orhan: Bu soruda öncelikle yılda ne kadar zed harcadığını buldum. 3 500 000 litre yakıt harcıyor. Bunu 0,42 zed ile çarptığımızda 1470 000 oluyor. %20' lik bir azalma olacağı için yani bu %20' yi kar olarak varsaydım. %20'si de 294 000 oluyor. 294 000 her sene para kazanmaya başlıyor. 2 500 000' u geçtiğinde de paraşütün parasını karşılayıp kar etmeye başlayacağı için 294 000 her sene kazandığına göre kaç senede 2 500 000 toplar diye düşündüm. 2 500 000' u 294 000' e böldüğümüzde 8,47 çıkıyor. Yani 8 buçuk yılda kar etmeye başlar.



Görsel 3.295. *Orhan'ın paraşütlü gemi başlığının ikinci sorusuna ilişkin son testteki performansı*

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgular ışığında ulaşılan sonuçlara, bu sonuçların alanyazında yer alan ilişkili çalışmalardaki sonuçlarla tartışılmasına ve ileriye dönük araştırma önerilerine yer verilmiştir.

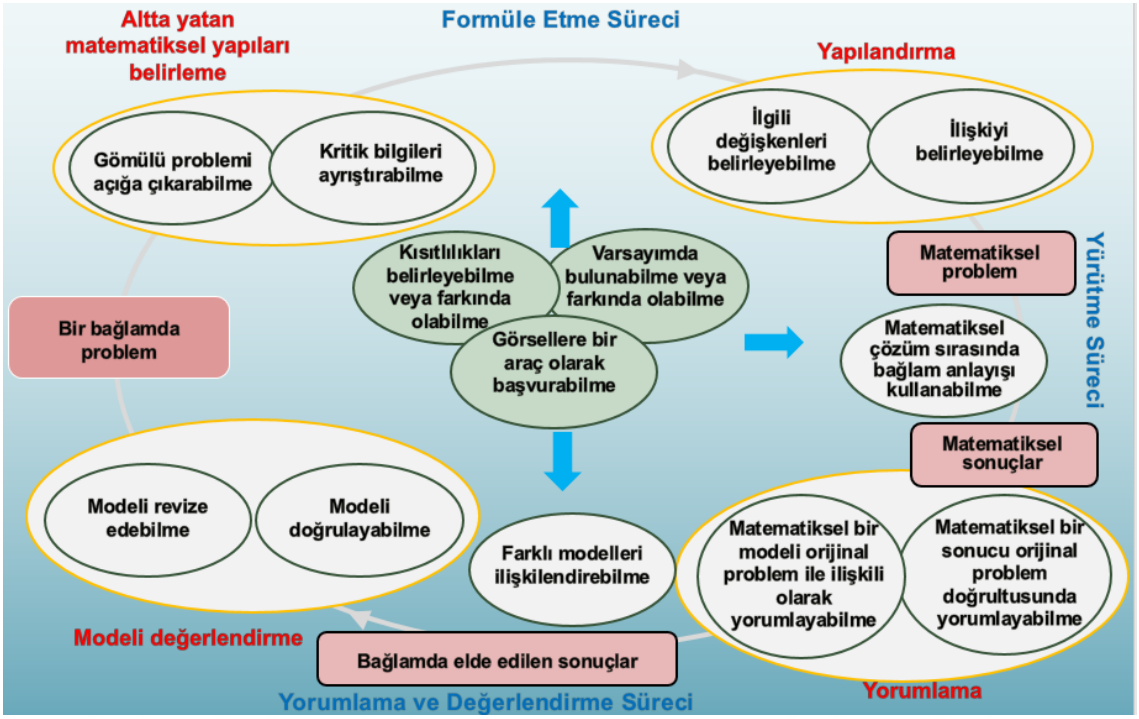
4.1. Sonuçlar

Araştırmanın bu bölümünde, elde edilen sonuçlar sekizinci sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesini esas alan modelleme etkinlikleri ile desenlenmiş öğrenme sürecindeki matematikleştirme yeterliklerine ve matematikleştirme yeterliklerinin desteklenmesinin matematik okuryazarlıklarına etkisine ilişkin olmak üzere iki başlıkta sunulmaktadır.

4.1.1. Matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar

Sekizinci sınıfların modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamlarında matematikleştirme yeterliğinin PISA çerçevesinde incelenmesini amaçlayan bu çalışmada öğrenenlerin bilişsel eylemlerinin, araştırma öncesinde Şekil 2.2'de ortaya konan bileşenler ve alt yeterlikler çerçevesinde desteklenebileceği ve incelenebileceği görülmüş ancak bu çerçevede bazı revizyonların yapılması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Araştırma öncesinde matematikleştirme yeterliğinin formüle etme sürecinde işe koşulmasında vurgulanan *altta yatan matematiksel yapıları belirleme* ifadesi, ortaya konabilmesi beklenen eylemleri açıkça belirtmemesinden dolayı bir bileşen olarak ele alınmıştır. Bu çalışmada, bir bağlam durumunda altta yatan matematiksel yapıların belirlenmesini işaret eden *gömülü problemi açığa çıkarabilme* ve *kritik bilgileri ayrıştırabilme* şeklinde iki alt yeterlik olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öte yandan formüle etme sürecinde *varsayımda bulunabilme* ile *kısıtlılıkları belirleyebilme* alt yeterliklerinin bu çalışmada tüm süreçlerde rol alabileceği görülmüştür. Diğer taraftan birçok etkinlikte bağlamın doğası gereği pek çok zaman görseller inşa ederek ondan faydalanma yolunda gidilebilmiştir. *Görsellere bir araç olarak başvurabilme* olarak adlandırılan bu alt yeterliğin de tüm süreçlerde rol alabildiği görülmüştür. Sonuç olarak cebir öğrenme alanında tasarlanan modelleme etkinliklerine dayalı desenlenmiş öğretim süreçlerinde sekizinci sınıfların matematikleştirme yeterliklerine dair PISA matematik okuryazarlığı

doğrultusundaki bileşenleri ve alt yeterlikleri içeren çerçevenin son hali Şekil 4.1'deki gibi olmuştur. Bu araştırmada, matematikleştirme yeterliklerine ilişkin ulaşılan diğer sonuçlar formüle etme, yürütme ve yorumlama-değerlendirme süreçleri altında bu bileşenler ve alt yeterlikler doğrultusunda sunulmuştur.



Şekil 4.1. *Matematik okuryazarlığında matematikleştirme yeterliğinin bileşenleri ve alt yeterlikleri*

4.1.1.1. *Formüle etme sürecinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar*

Formüle etme sürecinde matematikleştirme yeterliği *altta yatan matematiksel yapıları belirleme* ve *yapılandırma* olmak üzere iki bileşen altında ele alınmış ve ulaşılan sonuçlar bu başlıklar altında sunulmuştur.

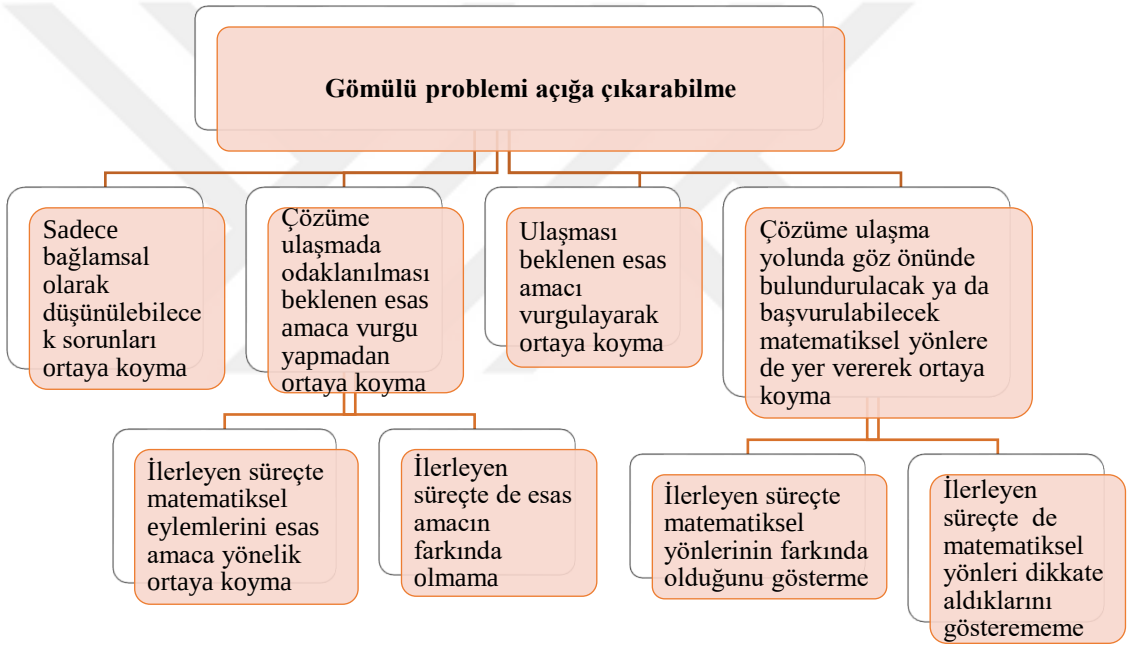
4.1.1.1.1. Altta yatan matematiksel yapıları belirleme bileşenine ilişkin sonuçlar

Bu araştırmada matematikleştirme yeterliğinin, altta yatan matematiksel yapıları belirleme bileşeni ile aktive olmasını işaret eden *gömülü problemi ortaya çıkarabilme* ve *kritik bilgileri ayrıştırabilme* olmak üzere iki alt yeterlik ortaya çıkmış ve bu alt yeterliklere ilişkin elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

Gömülü problemi açığa çıkarabilme alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Günlük yaşantımızda pek çok zaman bizim için bir sıkıntı, zorluk veya güçlük doğuran bir durumla karşılaşır ve onun üstesinden gelmek için bu durumdaki esas sorunu ortaya koyarak ona çözüm bulmaya çalışırız. Bu sorunun matematiksel araçlarla çözüm bulunabilecek bir karakterde olacak şekilde ortaya konması, diğer bir deyişle sorunun matematiksel bir problem olarak arındırılmış halde matematiksel gerçeklerle üstesinden gelinebilecek bir şekilde ortaya konması gerçek yaşam karmaşası ile matematik arasında aktif bir bağın kurulmasını ve dolayısıyla matematikleştirme yeterliğinin aktivasyonunu gerektirmektedir. Bu araştırmada da gerçek yaşam karmaşası içeren bir bağlam durumu ile karşılaşan öğrencilerin, bağlam metninde sunulanlar içerisinden matematiksel araçlar ile çözülmesi beklenen problemi fark edebilmeleri veya ortaya koyabilmeleri gerektiği görülmüştür. Araştırma boyunca metin içerisinde verilenlerden çözülmesi amaçlanan problemin ortaya konması sırasında *(i) sadece bağlamsal olarak düşünülebilecek sorunları ortaya koyma, (ii) çözüme ulaşmada odaklanılması beklenen esas amaca vurgu yapmadan ortaya koyma, (iii) ulaşması beklenen esas amacı vurgulayarak ortaya koyma* ve *(iv) çözüme ulaşma yolunda göz önünde bulundurulacak ya da başvurulabilecek matematiksel yönlere de yer vererek ortaya koyma* şeklinde dört farklı performans ortaya çıkmıştır (Şekil 4.2). Örneğin, halter etkinliğinde problem olarak ortaya konan "problem, sporcunun halteri tek veya iki kolla başından yukarı kolları dik olacak şekilde halteri kaldırması ve rekor kırarak birbirini geçmeye çalışmaları" açıklaması sadece bağlamsal olarak düşünülebilecek bir sorun olarak görülmekte ve herhangi bir şekilde doğrudan matematiksel yollarla üstesinden gelinebilecek bir karakterde olmadığı dikkat çekmektedir. Öte yandan bu performans sadece bağlamsal kalışından ötürü matematikleştirme yeterliğinin aktive edilemediğini de düşündürmektedir. Oysaki aynı aynı etkinlikte "Naim Süleymanoğlu'dan daha iyi kaldıran sporcular olmasına rağmen neden en iyi kaldırış onunki?" şeklinde ortaya konan problemde esas amaç olan "kaldırışın iyi veya en iyi olmasına matematiksel dayanaklar üretme" amacına yer verilmektedir. Uludağ'da kayak etkinliğinde ise problemin bir grup tarafından "kayış sırasında yüksekliğin nasıl değiştiğini bulmak*"* şeklinde esas amaca yer verilerek ortaya konduğu görülürken diğer bir grubun ise "kayış sürecinde her saniyesinde yüksekliğin nasıl değiştiğini bulmak" şeklinde "her saniye" vurgusuyla süre değişkenine dikkat çekerek ortaya koyduğu görülmüştür. Dahası Orhan bireysel kâğıdında problemi "Ömer'in 13m/sn hızla gittiğinde yüksekliğinin her saniyede ne kadar azalacağını

bulmak" şeklinde, grup çalışma kâğıdında ise "Ömer'in 500m yükseklikten yapacağı 1300m'lik kayışını saniyede 13m hızla gittiğinde yüksekliğin bir sn'de ne kadar azalacağı" şeklinde çözüme ulaşma yolunda başvurulabilecek matematiksel yönlere daha çok yer vererek ortaya koyabilmiştir. Bunun yanında problem cümlesinde ulaşılması beklenen esas amaca yer vermese de sonrasında katılımcıların o amaca ulaşma yolunda matematiksel işlemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Bu durum öğretim uygulamalarında iletişim sıkıntısından kaynaklı olabilecek güçlüklerin veya eksikliklerin göz ardı edilmemesi gerektiği ve sınıf içi etkileşimin öğrencilerin çözülmesi amaçlanan problemin çözümüne doğru yönelmesinde sağladığı desteğinin önemi şeklinde yorumlanmıştır.



Şekil 4.2. *Gömülü problemi açığa çıkarabilme alt yeterliğini işe koşarken ortaya çıkan eylemler ve öğrenci performanslarındaki ayrışmalar*

Bu çalışmada birinci öğretim bölümünün başlangıç etkinliğinde problem olarak, katılımcıların çok az bir kısmı matematiksel bir çözüm gerektiren sorun ortaya koyup ulaşılması beklenen esas amaca vurgu yapabilmiştir. Diğer bir deyişle katılımcıların çoğunun çözülmesi amaçlanan problem için sadece bağlamsal olarak düşünülebilecek sorunları ileri sürdüğü veya problem cümlesinde ulaşılması beklenen esas amaca yer vermediği görülmüştür. Birinci öğretim bölümünün beşinci etkinliğinden itibaren artık tüm katılımcılar, sonraki öğretim bölümlerinde yer alan etkinliklerde problem olarak matematiksel gerçekler aracılığıyla üstesinden geleceği sorunu esas alabilmişlerdir.

Sadece matematikleştirme ve matematik okuryazarlığındaki gelişimin diğerlerine göre daha kısıtlı olduğu görülen iki katılımcının sonraki bazı etkinliklerde ara ara da olsa sadece bağlamsal olarak düşünülebilecek sorunları öne sürme girişimleri dikkat çekmiş ancak çözüm süreçlerine bakıldığında çözülmesi beklenen matematiksel probleme odaklanabildikleri görülmüştür. Öte yandan çözülmesi beklenen problemi ortaya koyarken esas amaca vurgu yapmanın yanında çözüm sırasında göz önünde bulundurulması gereken matematiksel yönlere de yer verebilen katılımcıların sonrasında gelen matematikleştirme adımlarında da zorlanmamaları dikkat çekmiştir ancak bu sonuçtan, problem cümlesinde sadece esas amaca vurgu yapanların sonrasında gelen adımlarda zorlandığı çıkarımı yapılmamalıdır. Nitekim pek çok zaman öğrenciler problemi esas amaca dikkat çekecek şekilde sade bir şekilde ortaya koymuşlar ve devamında göz önünde bulundurulması beklenen matematiksel yönleri belirleyerek çözüme ilişkin matematiksel modeli formüle edip işe koşarak sonuca ulaşabilmişlerdir.

Kritik Bilgileri Ayrıştırma Alt yeterliğine İlişkin Sonuçlar

Gerçek yaşam karmaşasından bir kesit içeren bağlam metninde birey gömülü olarak sunulan problemi belirleyerek deyim yerindeyse onu matematiksel araçları kullanacağı çalışma masasına almaktadır. Bu araştırmada deyim yerindeyse çalışma masasına alınan probleme doğru müdahale etme olanağı tanıması için, problem çözücünün metinde verilen veya verilmeyip de gereksinim duyulan hem matematiksel hem de bağlamsal yönlü bilgileri belirleyebilmesinin önemli olduğu görülmüştür. Araştırma boyunca tüm öğretim bölümlerinde metin içerisinde bağlamsal olarak sunulmuş birçok bilgiden hangilerine başvurulacağı veya göz önünde bulundurulacağına karar verilirken öğrencilerin bazen doğrudan metindeki gerekli bilgileri ortaya koyabilme, bazen ise gerekli olma potansiyeline sahip olanları göz önünde bulundurup ilerleyen süreçte kullanılabilir olanları ayrıştırma şeklinde performansları dikkat çekmiştir. Diğer taraftan problem çözümüne hizmet etmede gereksiz olan bilgilerin göz ardı edilmesinin, hedefe ulaşılmasına olanak tanıyabilme veya hedefe ulaşabilmeyi kolaylaştırma yönünde katkısı görülmüştür.

Bu araştırmada öğrenciler araştırma boyunca tüm etkinliklerde metinde sunulan bilgilerden hangilerinin gerekli ve gereksiz olduğu ayrımını yapabilmeleri için teşvik edilmişlerdir. Araştırma öncesindeki gruplardan dördüncüsünden gelen iki katılımcı (Orhan ve Melaike) birinci öğretim bölümünün ilk etkinlikten itibaren bu yönde başarılı

eylemler ortaya koyup deyim yerindeyse sınıfa önderlik ederken, dalış etkinliğinden itibaren katılımcıların hepsinin olumlu yönde belirgin varlık göstermeye başladığı görülmüştür. Öte yandan birinci öğretim bölümünde gereksiz bilgiler için örnekler sunarken ortaya çıkan "gereksiz bilgi yoktur. Her bilgi gereklidir" şeklinde yanılgısının, gereksiz bilgiler ifadesi ile problem çözümüne hizmet etmede başvurulmasına gerek duyulmayan bilgilerin işaret edildiği vurgusuyla önüne geçilmiştir.

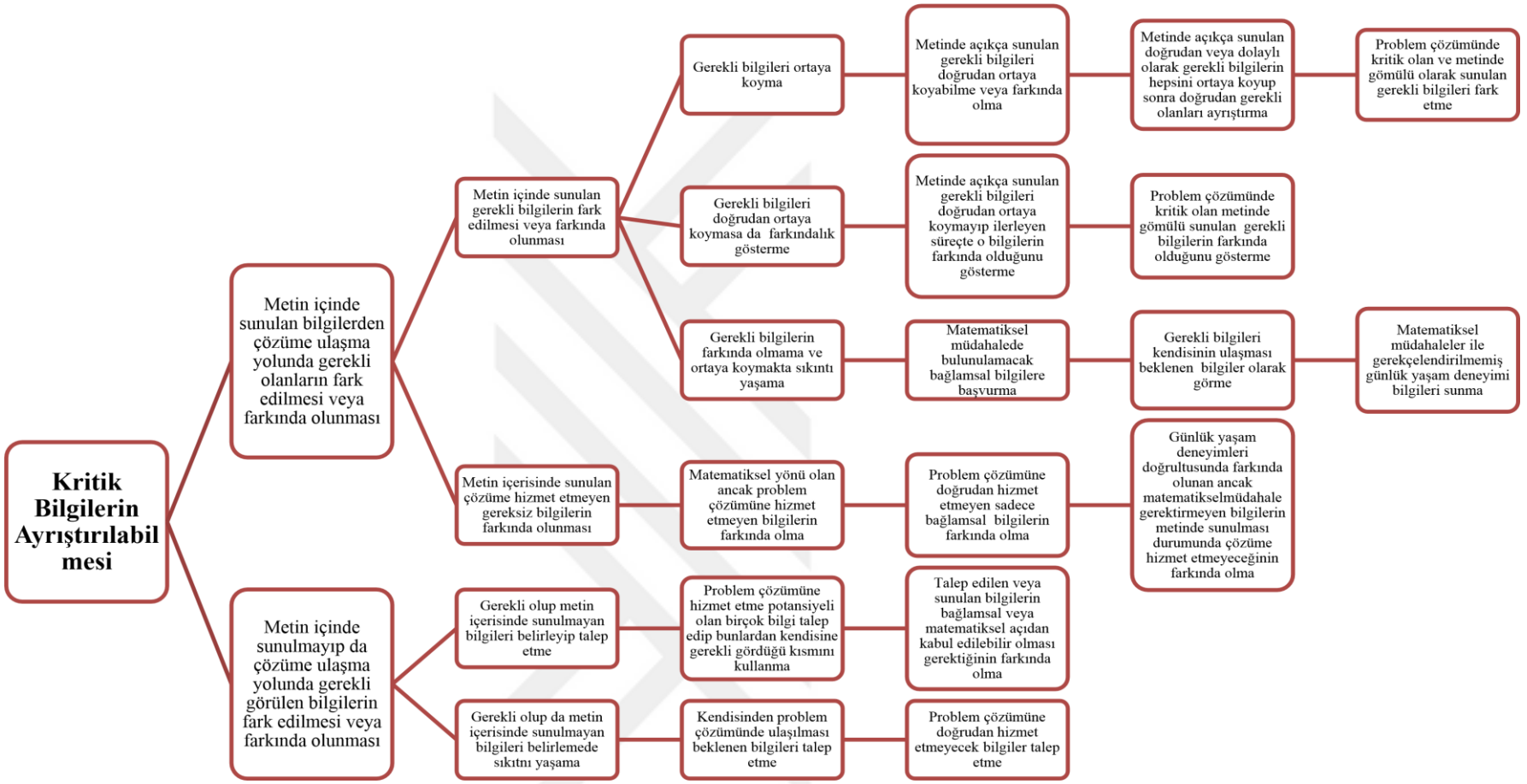
Araştırma boyunca gerekli bilgileri ortaya koyarken yapılan hata veya yanılgıların *gerekli bilgiyi problem çözümü ile ulaşması gereken sonuçlar olarak görme* (ör. birinci öğretim bölümü Bursa-İstanbul güzergaları etkinliğinde talep edilen "hangi yol daha ekonomik?" bilgisinin talep edilmesi), *matematiksel müdahalede bulunulamayacak sadece bağlamsal yönlü bilgileri dikkate alma* (ör. birinci öğretim bölümü ilk ara görüşmede gerekli bilgiler arasında ortaya konan "arı sütünün faydaları" bilgisi), *matematiksel yönlü olmayan gerçek yaşam deneyimleri temelli bilgiler sunma* (ör. birinci öğretim bölümünün elektrikli bisiklet etkinliğinde gerekli bilgi olarak sunulan "benzinlinin bir motor olup doğaya zarar vermesi" bilgisi) şeklinde ortaya çıktığı görülmüştür.

Bu çalışmada bazı etkinliklerde çözüm için kritik görülen bazı bilgiler metinde gömülü olarak verilmiştir. Bu bilgilerin fark edilmesinde neredeyse her zaman dördüncü gruptan gelen bir katılımcının (Orhan'ın) sınıfa yön göstermesi dikkat çekici olmuştur. Araştırma boyunca gömülü olarak sunulan kritik bilgilerin ortaya çıkarılmasında araştırma öncesinde birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcı dışında (Nurdan ve Zerra) herkesin en az bir kez bu yönde aktif rol alarak olumlu yönde eylem ortaya koyabildiği görülmüştür.

Bu araştırmada modelleme etkinliklerinde problemin çözümüne hizmet edecek olan tüm bilgiler metin içerisinde sunulmamış olup, bazı bilgilerin gerekliliğini öğrencilerin belirlemeleri beklenmiştir. Gerçek yaşamda karşılaşılan problemin üstesinden gelmede bu tarz bilgilere öğrencilerin kendilerinin ulaşmaları beklenebileceği açıktır ancak sınıf ortamında bunun hem süre hem de kontrol edilebilirlik gibi yönlerden sıkıntı oluşturabileceği düşünüldüğünden sadece öğretmen aracılığıyla bu bilgilere ulaşma yolunda girişimde bulunabilecekleri belirtilmiştir. Metin içinde sunulan bilgilerin yetersiz olduğunu birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinde sadece bir katılımcı fark edebilmiş ancak ardından gelen etkinliklerde artık çözüm için tüm bilgilerin metinde sunulmamış olabileceği yönünde hazırlıklı olunduğu görülmüştür. Dahası pek çok zaman öğrenciler

kendilerine söylenmeden “sizden istediğimiz bilgileri yazalım mı hocam?” diyerek girişimde bulunabildikleri görülmüştür. Metinde sunulmayıp da çözüm için gerekli olabilecek bilgilerin olabileceği ve metinde verilen bazı bilgilerin çözüme ulaşmada gereksiz olabileceği birinci öğretim bölümünün ilk etkinliklerin ardından tüm öğrenciler tarafından benimsenmiştir.

Bu araştırmada yer alan tüm etkinliklerde birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcı dışındakilerin tüm öğretim bölümlerinde ve etkinliklerin büyük bir kısmında metinde sunulmayan ancak çözümde gerekli olabilecek bilgileri belirlemede aktif rol alarak olumlu yönde eylemler ortaya koyabildikleri görülmüştür. Dördüncü gruptan gelen iki katılımcının neredeyse tüm etkinliklerde mutlak bir şakilde başarı gösterip gruplarına ve sınıfa önderlik ettikleri görülürken birinci ve ikinci gruptan gelen o iki katılımcının ise araştırma boyunca öğretim sırasında metin içerisinde sunulmayıp da çözüme hizmet etmede gerekli olabilecek bilgileri belirlemede pasif kalışı dikkat çekmiştir. Her ne kadar ufak kıpırdanışlar gösterdiklerini düşündüren eylemleri ara ara görülse de daha çok sınıf ve grup tartışmalarında diğer arkadaşları tarafından talep edilen bilgileri benimsedikleri görülmüştür. Hatta araştırma boyunca kendilerinin veya diğer arkadaşlarının talep ettiği ancak çözüme hizmet etmemesinden veya dolaylı yoldan hizmet etmesinden ötürü kabul edilemez görülen bilgileri pek çok kez gözden geçirme kâğıtlarında gerekli bilgiler arasında yine sunmuş olmaları onların sıkıntısını göstermektedir. Öte yandan birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliğinde talep etmesi gereken bilgiler belirlenirken probleme ilişkin herhangi bir matematiksel dayanak üretmeksizin bağlamsal ya da gerçek yaşam temelli çözüm önerileri sunulabildiği görülürken, kendilerinden ulaşmaları beklenen bilgileri talep etme hatası da dikkat çekmiştir ancak ilerleyen süreçte bu hataların tekrarlanmadığı görülmüştür. Bu araştırmada katılımcıların kritik bilgileri ayrıştırma alt yeterliğini aktive etmesini işaret eden eylemleri ve bu sırada ortaya koymuş oldukları performanslardaki ayrışmalar Şekil 4.3’te görülmektedir.

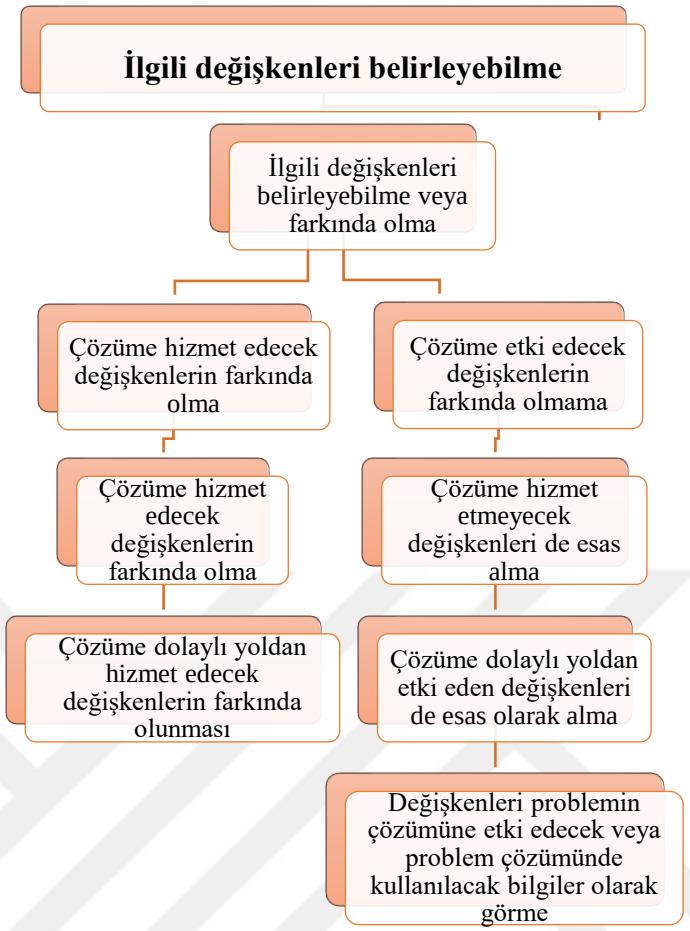


Şekil 4.3. *Kritik bilgileri ayrıştırma sırasında ortaya çıkan eylemler ve öğrenci*

4.1.1.1.2. Yapılandırma bileşenine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada bağlam metninde verilenlerden matematiksel yollarla çözüm bulacağı problemi belirlemesinin ardından öğrencilerin pek çok kez problemi çözüme yoluna girdiği ve bu sırada metinde sunulan gerekli bilgileri ayrıştırma veya sunulmayıp da gerekli olan bilgileri belirleyip talep etme gereksinimi duyduğu görülmüştür. Ancak bunu yaparken pek çok zaman matematiksel modeli ortaya koyma ve onu işe koşma sürecine gidip gelmesi dikkat çekmiştir. Diğer bir deyişle öğrencilerin kritik bilgileri ayrıştırabilme alt yeterliğini işe koşarken çözüme ilişkin değişkenleri belirleyebilme ve aralarındaki ilişkileri kurabilme alt yeterliklerini içeren yapılandırma bileşeninde ve hatta yürütme sürecinde hareket etmesi gerektiği de görülmüştür.

Araştırma boyunca katılımcıların performanslarına bakıldığında modeli oluştururken değişken ve nicelikleri belirleme ile onlar arasında ilişki kurma alt yeterliklerini iç içe girmiş bir şekilde işe koşmalarından dolayı bu iki alt yeterliğin birbirinden ayrı olarak ele alınmasının zorluğu dikkat çekmiştir. Nitekim öğrenciler pek çok zaman problemi çözerken niceliksel ya da cebirsel modeli işe koşmada doğru değişken ve nicelikleri kullanmakta ancak kendilerine doğrudan hangi değişkenleri kullandığı sorulduğunda eksik bilgi verebilme veya daha çok birinci ve ikinci gruptan gelen katılımcılarda görülen değişken yerine problem çözümüne etki edecek veya problem çözümünde kullanılması olası bilgileri sunma eylemleri görülmüştür. Bu sebeple ilgili değişkenleri belirlerken aslında onların farkında olup olmadıkları şeklinde ayrıştırma yoluna gidilmiştir. Bu araştırmada katılımcıların formüle ettikleri ya da yürütme sürecinde işe koştukları niceliksel veya cebirsel modeller incelendiğinde problem çözümüne etki etmeyen değişken ve nicelikleri de esas alarak hata yapmalarının yanında pek çok zaman dolaylı yoldan etki edenleri de esas olarak ele almalarından kaynaklı sıkıntı yaşayabildikleri görülmüştür. Şekil 4.4'te katılımcıların ilgili değişken ve nicelikleri belirlerken öğrencilerin performanslarındaki ayrışma gösterilmiştir.



Şekil 4.4. *İlgili değişken belirleyebilme sırasında ortaya çıkan eylemler ve ortaya konan performanslardaki ayrışma*

Bu çalışmada ilgili değişkenler arasında ilişkiler kurarak esas matematiksel modeli inşa ederken pek çok zaman bu esas modele hizmet eden ya da onun bir parçası gibi görülebilecek alt modellere dair ilişkilerin kurulması gerektiği görülmüştür. Hem esas hem de alt modellerin formüle edilmesinde değişkenler arasında ilişkiler kurulurken olumlu ya da olumsuz eylemlerde benzer farklılaşmalar görülmüştür. Bu sebeple Şekil 4.5 incelenirken sadece esas model için verilen farklı eylemlerin alt modeller için de olabileceğinin göz önünde bulundurulması önemlidir. Bu araştırmada değişkenleri doğru belirleyebilen katılımcıların onların arasında problem çözümüne hizmet etmede mutlak başarı gösterebilen ilişkiler kurabildikleri gibi çözüme hizmet etmede başarısız olan veya olumlu görülebilecek yönleri olsa da yetersizliği açıkça görülen ilişkiler de kurabildikleri görülmüştür. Ayrıca dikkat çeken bir diğer eylem ise özellikle ilk etkinliklerde, problemi belirlemekte zorluk çeken katılımcılarda yanlış problemin çözümü için kabul edilebilir ilişkiler kurmaktır. Öte yandan pek çok zaman katılımcıların doğru değişkenler arasında

en genel anlamda sözel ilişkinin farkında olabildikleri ancak bu ilişkinin problem çözümü için yeterli olmadığı görülmüştür. Örneğin, dalış etkinliğinde akciğer hacmi ile derinlik arasında ters orantılı veya derinlik ile basınç arasında doğru orantılı ilişkinin farkında olunmasına rağmen matematiksel dünyaya mutlak geçişte ve orada çalışmada çözüm için yeterli performansın ortaya konulamadığı görülmüştür. Öte yandan doğru ancak eksik sayıda değişkene başvurulması veya değişkenlerin yanlış belirlenmesi sonucu problem çözümüne hizmet etmekte yetersiz veya başarısız ilişkilerin ortaya çıkması olağan bir sonuç olarak ortaya çıkmıştır. İlgili değişkenler arasında ilişkiler kurma sırasında ortaya çıkan bu eylemler Şekil 4.5'te toplu olarak sunulmuştur.

Şekil 4.5. *İlgili değişkenler arasında ilişkiler kurabilme alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan eylemler*

Bu araştırmada tüm odak katılımcıların henüz birinci öğretim bölümünden itibaren çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri belirleyebilme yönünde olumlu yönde eylemler ortaya koymaya başladığı görülmüştür. Araştırma boyunca ortaya konan performanslara bakıldığında ise katılımcıların tüm etkinliklerde mutlak başarı gösterenler, tüm etkinliklerde olumlu yönde eylemler ortaya koyabilenler, sadece birkaç etkinlikte olumlu yönde eylem ortaya koyamayıp çoğu etkinlikte olumlu yönde varlık gösterebilenler, birçok etkinlikte olumlu yönde eylem ortaya koymakta zorlandığı

görülenler olmak üzere ayrıştıkları görülmüştür. Araştırma öncesi oluşan gruplardan dördüncüsünden gelen katılımcıların birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinden itibaren tüm etkinliklerde gerek alt gerekse esas modele ilişkin doğru değişken ve nicelikler ile aralarındaki ilişkiyi problem çözümüne hizmet edebilmesi açısından doğru belirleyebildiği görülmüştür. Üçüncü gruptan gelenlerin ise değişken ile nicelikleri ve aralarındaki ilişkiyi belirlemede tüm etkinliklerde mutlak başarı ortaya koyamasa da bazen sözel bazen niceliksel bazen cebirsel olarak ilişkiye dair mutlaka olumlu yönde varlık gösterebildiği görülmüştür. Her ikisinin de bazen dolaylı yoldan etki eden (ör. Uludağ'da kayak etkinliğinde pist uzunluğu değişkeni dolaylı yoldan etki etmektedir) ve bazen etki etmeyen değişkenleri (ör. halter etkinliğinde yaş doğrudan etkili olmayan bir değişkendir) esas almalarından kaynaklı sıkıntıları görülmüştür. Geriye kalan dört katılımcıdan ikisi (Ferman ve Aynur) birkaç etkinlik dışında problem çözümüne hizmet edebilecek esas ve alt modellere ilişkin kabul edilebilecek eylemler ortaya koyabilmiştir. Diğer ikisi ise (Nurdan ve Zerra) her öğretim bölümünde en az bir etkinlikte de olsa bazen yanlış bazen eksik bazen dolaylı yoldan etki eden değişkenleri de esas alarak çözüme ilişkin yanlış modeller ortaya koymuştur. Öte yandan katılımcılardan birisi dışında hepsinin bazen sözel olarak ilişkiyi ifade ederek bazen niceliksel modeli işaret eden eylemler ortaya koyarak bazen de cebirsel modeli inşa ederek değişkenler arası ilişkiler kurduğu görülürken, sadece Aynur'un daha çok niceliksel modeli işaret eden performansı araştırmanın başından sonuna kadar dikkat çekmiştir. Ara ara cebirsel modeli ortaya koysa da ondan istifade etmede neredeyse yok denecek kadar az olumlu adım atması dikkat çekici olmuştur.

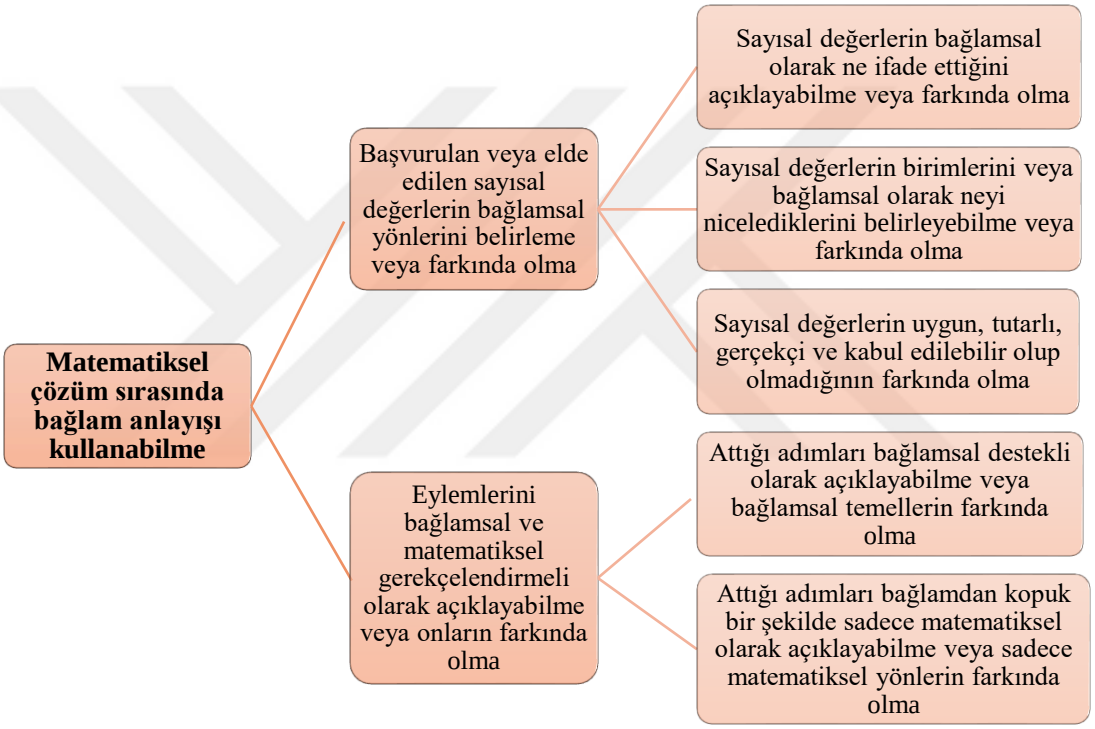
4.1.1.2. Yürütme sürecinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar

Yürütme sürecinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin elde edilen sonuçlar bu süreçteki alt yeterlik olan *matematiksel çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme* başlığı altında sunulmuştur.

Matematiksel çözüm sırasında bağlam anlayışı alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada matematiksel çözüm sırasında öğrencilerin öncelikle başvurdukları ve elde ettikleri sayısal değerlerin bağlamsal temellerinin farkında olup olmamalarının matematik ile bağlam arasında aktif bağı harekete geçirdiği görülmüştür. Bu doğrultuda üç farklı eylem ortaya çıkmıştır. Bunlar *(i) sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne ifade*

ettiğini açıklayabilme veya farkında olma, (ii) sayısal değerlerin birimlerinin veya bağlamsal olarak neyi niceleddiklerini belirleyebilme veya farkında olma, (iii) sayısal değerlerin uygun, tutarlı, gerçekçi ve kabul edilebilir olup olmadığının farkında olma şeklindedir. Diğer taraftan öğrencilerin matematiksel olarak attıkları adımları bağlamsal yönlerinin farkında olarak açıklayabilme veya bağlamdan kopuk bir şekilde sadece matematiksel yönlerin farkında olarak açıklamalar yapabilme şeklinde iki farklı performansı ortaya çıkmıştır. Matematiksel çözüm sırasında bir bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğini işaret eden bu eylemler Şekil 4.6'da sunulmuştur.



Şekil 4.6. *Matematiksel çözüm sırasında bağlam anlayışı kullanabilme alt yeterliğini işaret eden eylemler*

Bu araştırmada iki katılımcı (Nurdan ve Zerra) dışındakilerin etkinliklerin büyük çoğunluğunda matematiksel işlemler yürütürken başvurdukları veya elde ettikleri sayısal değerlerin birimlerine vurgu yaparak onların bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiklerinin farkında oldukları görülmüştür. Nurdan ve Zerra'nın ise her ne kadar tüm öğretim bölümlerinde en az birer etkinlikte olumlu yönde adımlar atabildiği görülse de pek çok etkinlikte yanlışlıkları ve eksiklikleri dikkat çekmiştir.

Başvurulan veya elde edilen sayısal değerlerin bağlamsal olarak ele alındığında gerçekçi, tutarlı veya uygun olması açısından kabul edilebilir olup olmadığı üzerine

sorgulamalar yapmada dördüncü gruptan gelen katılımcılar özellikle de Orhan öne çıkarken birinci gruptan gelen Aynur' un da olumlu ve olumsuz yönde eylemler ortaya koyarak pek çok zaman aktif bir şekilde rol alabildiği görülmüştür. Diğer katılımcılardan ise yine birinci gruptan gelen Nurdan'ın bağlamsal yönlerden kabul edilemez sayısal değerler atama yönünde eylemleri açıkça görülürken geri kalanların ise aktif olarak bu yönde olumlu ya da olumsuz eylemler ortaya koyamadıkları dikkat çekmektedir.

Öte yandan çalışma boyunca Nurdan ve Zerra dışındaki tüm katılımcıların ortaya koydukları matematiksel işlemler üzerinden attıkları adımların bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğinin farkında olma yönünde olumlu eylemler ortaya koyabildikleri görülmüştür. Bu katılımcılardan ikisinin (Aynur ve Faris) pek çok etkinlikte sadece matematiksel işlemler ortaya koyduğu görülse de kendilerine sorulduğunda bu adımların bağlamsal destekli gerekçelendirmelerini veya açıklamalarını yapabildikleri görülürken diğer katılımcıların çoğunlukla matematiksel işlemleri ortaya koyarken yazılı ya da sözlü olarak bağlamsal yönlere dikkat çeken açıklamalarla destekleyebildikleri görülmüştür.

4.1.1.3. Yorumlama ve Değerlendirme Sürecinde Matematikleştirme Yeterliği

Yorumlama ve değerlendirme sürecinde matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar bu süreçte yer alan bileşenler olan *yorumlama* ve *değerlendirme* başlıkları altında sunulacaktır. Öte yandan bu bileşenlerden hangisinin altında yer alacağına karar verilemeyen *farklı modelleri ilişkilendirebilme* alt yeterliğine ilişkin sonuçlar ise bu bölümün sonunda ayrı bir başlık olarak sunulmuştur.

4.1.1.3.1. Yorumlama bileşenine ilişkin sonuçlar

Yorumlama bileşeninde matematikleştirme yeterliğinin aktive olmasını gerektiren *i) matematiksel bir sonucu orijinal problem doğrultusunda yorumlayabilme* ve *ii) matematiksel modeli orijinal problem ile ilişkili olarak yorumlayabilme* alt yeterliklerine ilişkin elde edilen sonuçlar aşağıda bu başlıklarda sunulmuştur.

Matematiksel bir sonucu orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlayabilme alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

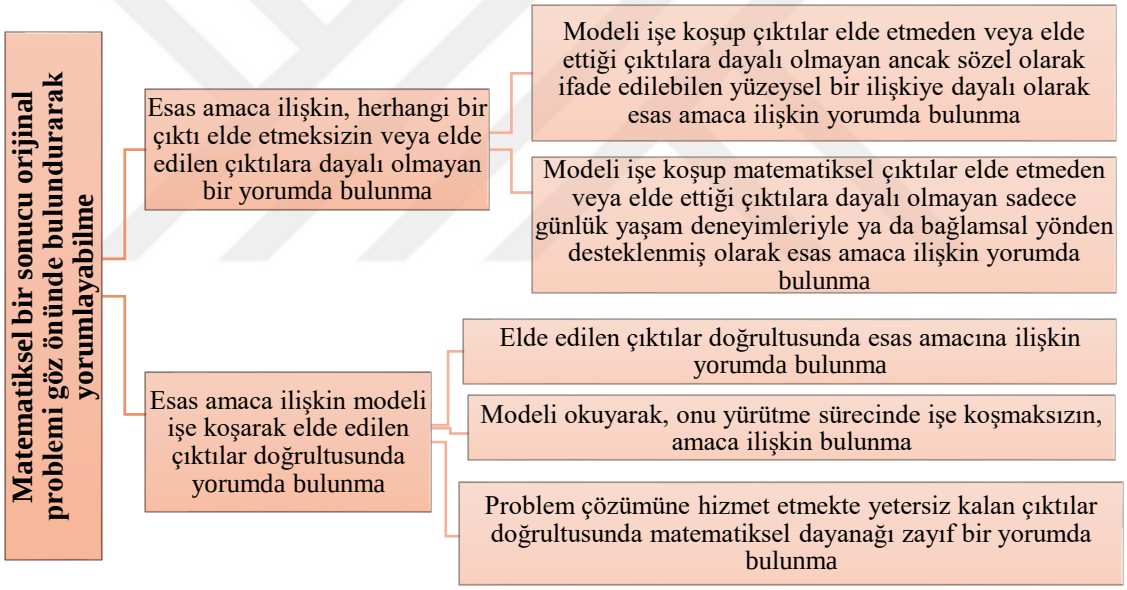
Bu çalışmada modelin işe koşulması sonrasında elde edilen matematiksel çıktılar doğrultusunda problemde ulaşılması hedeflenen esas amaca ilişkin yorumda bulunulurken, (i) *matematiksel modeli işe koşarak çıktılar elde edip esas amaca ilişkin*

onlara dayalı bir yorumda bulunma ve (ii) *herhangi bir matematiksel model işe koşmaksızın dolayısıyla herhangi bir çıktı elde etmeksizin esas amaca ilişkin bir yorumda bulunma* şeklinde iki farklı performans ortaya çıkmıştır. Birinci öğretim bölümünün ilk etkinliğinde bir katılımcı dışında herkesin ulaşılması beklenen esas amaca ilişkin matematiksel dayanaklar üretmeksizin sadece bağlamsal veya gerçek yaşam deneyimlerine dayalı çözüm önerileri sunduğu görülmüştür. Bunun üzerine dördüncü gruptan gelen Orhan'ın yeterli matematiksel veri olmadığına ve bu sebeple çözüm önerisi sunulamayacağına dikkat çekerek arkadaşlarında farkındalık yarattığı görülmüştür. İkinci etkinlikte hiç bir matematiksel dayanak sunmaksızın sadece bağlamsal veya gerçek yaşam deneyimlerine dayalı çözüm önerisi sunan katılımcı sayısı üçe düşerken üçüncü etkinlik olan dalış etkinliğiyle birlikte ise artık tüm katılımcıların matematiksel dayanaklar üretme yoluna girdikleri görülmüştür. İlerleyen etkinliklerde sadece, birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcının (Nurdan ve Zerra) esas amaca ilişkin gerçek yaşam deneyimlerinden gelen veya sadece bağlamsal yönlü olan yorumlarda bulunma girişimleri zaman zaman tekrar ortaya çıkmıştır.

Matematiksel çıktılar üretmeksizin esas amaca ilişkin yorum yapma yönünde bir diğer eylem ise genellikle sözel olarak ortaya konan ve çok genel kalan ilişkilere dayalı yorumlardır. Esas amaca ilişkin bu yorumlara bakıldığında matematiksel dayanağın var olduğu ancak çok zayıf veya yetersiz olduğu düşünülebilir. Örneğin, dalış etkinliğinde Ahmet Gabr' ın dalış sırasında akciğerlerinin hacminin ne olacağı sorusunda "derinlere daldıkça basınç artar ve akciğer küçülür. O yüzden Ahmed Gabr'ın da akciğeri küçülür" şeklindeki yorumun sözel olarak sunulan ilişkiye dayalı olup matematiksel dayanağının yetersiz kaldığı açıkça görülmektedir. Esas amaca ilişkin bu tarz yorumların daha çok çözüme ilişkin matematiksel modeli formüle edemeyenler tarafından yapılması dikkat çekmiştir.

Bu çalışmada esas amaca ilişkin matematiksel dayanaklı yorumlar sunma yönünde i) *elde edilen matematiksel çıktılar doğrultusunda problem çözümüne ilişkin günlük yaşam deneyimleriyle veya bağlamsal yönlerden desteklenmiş yorumlarda bulunma*, ii) *modeli okuyarak, onu yürütme sürecinde işe koşmaksızın, amaca ilişkin bulunma* ve iii) *çözüme hizmet etmekte yetersiz kalan çıktılar doğrultusunda matematiksel dayanağı zayıf bir yorumda bulunma* şeklinde üç farklı eylemde bulunulmuştur. Birinci öğretim bölümünün ilk iki etkinliği sonrasında tüm katılımcıların matematiksel dayanağı yeterli veya yetersiz dayanaklar ortaya koyarak onlara dayalı olarak esas amaca ilişkin

yorumlarda bulunma yolunda ilerlediği görülmüştür. Özellikle birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcının (Aynur, Nurdan ve Zerra) birçok kez esas amaca ilişkin yorumda bulunurken matematiksel dayanakların yetersizliği dikkat çekmiştir. Geri kalan katılımcılar ise daima matematiksel dayanaklar üreterek onlara dayalı bir şekilde esas amacına ilişkin yorumlar sunma yolunda adım atmışlardır. Matematiksel modeli işe koşmaksızın, verilen ya da ulaşılan matematiksel modeli doğru yorumlayarak esas amaca ilişkin kabul edilebilir yorumlarda bulunma eylemi ara ara bazı etkinliklerde görülmüş ve daha çok üçüncü ve dördüncü gruptan gelen katılımcılar tarafından ortaya konması dikkat çekmiştir. Matematiksel bir sonucu orijinal problemi göz önünde bulundurarak esas amaca ilişkin yorumlayabilme alt yeterliğine ilişkin araştırmada ortaya çıkan eylemler Şekil 4.7'de genel hatlarıyla gösterilmiştir.



Şekil 4.7. *Matematiksel bir sonucu orijinal problemi göz önünde bulundurarak yorumlayabilme alt yeterliğine yönelik eylemler*

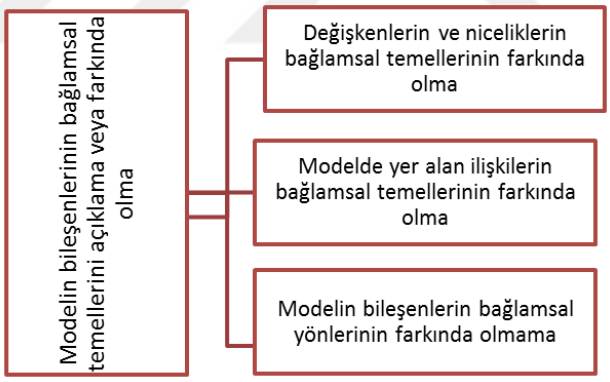
Matematiksel modeli orijinal problem ile ilişkili olarak yorumlayabilme alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Bağlamdan matematiksel dünyaya doğru akan modelleme sürecinde gittikçe gerçeklikten uzaklaşan daha çok matematiksel yönleri öne çıkan yapılar ve çıktılar elde edilirken, onların bağlam ile aktif bağlarının tekrar kurulması veya açığa çıkarılması ise matematikleştirme yeterliğinin aktive edilmesini gerektirmektedir. Bu çalışmada,

formüle edilip işe koşulan matematiksel modelin orijinal problem ile ilişkili olarak bağlamsal temellerinin açığa çıkarılması veya farkında olunması yönünde ortaya konan eylemlerin *(i)modeli oluşturan değişkenler, katsayılar, sabit terim ve bunların aralarındaki ilişkilerin bağlamsal temellerinin açıklanması veya farkında olunması* ve (*ii)modelin hangi amaca hizmet ettiği, nasıl ve ne zaman kullanılabileceğine yönelik bağlamsal destekli farkındalıklar ve açıklamalar ortaya koyma* şeklinde ikiye ayrıldığı görülmüştür. Bunlardan ilkinde öncelikle matematiksel modelde yer alan değişkenlerin veya niceliklerin bağlamsal açıdan ne anlam ifade ettiği üzerine sorgulamalar öne çıkmıştır. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde $\frac{98280.x}{z} = y$ şeklinde formüle edilen sadece matematiksel yönleri görünen model üzerine sorgulama yapılırken öğrencilerden 98280 niceliği için "bir insanın bir saatte tükettiği oksijen miktarı", x değişkeni için "Mars'a gidecek kişi sayısı" şeklinde bağlamsal temelleri açıklamaları matematikleştirme yeterliğinin aktivasyonunu işaret etmektedir. Diğer taraftan Uludağ'da kayak etkinliğinde y=5x modelini ortaya koyan Orhan' ın "y=5x denklemine göre her bir saniyede 5m aşağı inecek" açıklaması daha çok modelde yer alan esas ilişkinin bağlamsal destekli olarak sunulmasına örnektir. Yine Mars etkinliğinde "insanın 1 saatte ihtiyaç duyduğu oksijen. Gram cinsinden. Ağacın ürettiği oksijene böleceğiz. Sonra insan sayısı ile çarpacağız ve ağaç sayısını bulmuş olacağız" şeklindeki açıklama ise değişken ve niceliklerin yanısıra ilişkilerin bağlamsal yönlerine de vurgu yapmayı gerektirmekte ve bununla birlikte yukarıda sunulan modelin hangi amaca ve nasıl hizmet ettiğine yönelik bir eylem olarak öne çıkmaktadır. Bu açıklamaya bakıldığında modelin kullanımına ilişkin bağlamsal destekli açıklamaların genellikle modelde yer alan değişken, katsayılar, sabit terim ve ilişkilerin bağlamsal temellerinin farkında olmayı gerektirdiği görülürken ayrıca yürütme sürecinde yer alan atılan adımları bağlamsal destekli olarak açıklayabilme veya onların bağlamsal yönlerinin farkında olma, yansıtma bileşeni altında yer alan modelin o bağlamda işe yarar olduğunu hem bağlamsal hem matematiksel yönlerden desteklerle açıklama ile ilişkili olduğu düşüncesi de öne çıkmıştır. Matematik okuryazarlığının döngüsellik ve iç içe geçmişlik içeren doğası düşünüldüğünde bu durum olağan karşılanmaktadır.

Bu araştırmada ilk iki etkinlikte daha çok niceliksel modellerin ortaya konmasından ötürü sadece niceliklerin bağlamsal yönlerinin ele alındığı görülmüştür. Üçüncü etkinlik olan dalış etkinliğinden itibaren ise cebirsel modelin de formüle edilmesiyle değişkenler ve ilişkiler başta olmak üzere modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerinin sorgulanması

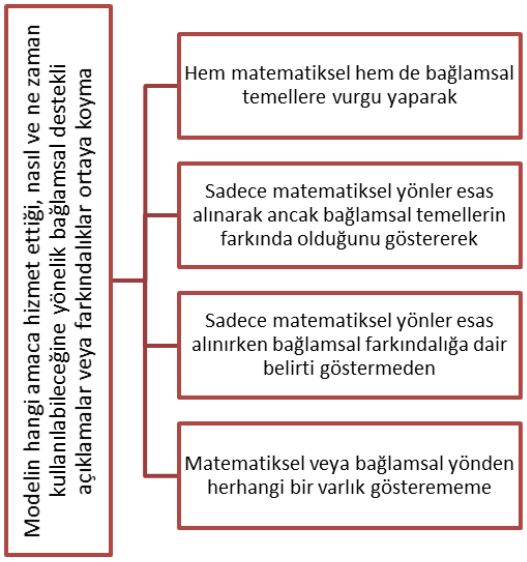
daha açık bir şekilde öne çıkmıştır. Bu etkinlik ve sonrasında katılımcılardan birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcı dışındakilerin etkinliklerin ve görüşmelerin tamamında ya da sadece birkaçı dışında mutlak başarı gösterebildiği görülürken birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcının ise olumlu yönde eylemleri ara ara görülse de istikrarsız performansları dikkat çekmiştir. Araştırma boyunca istikrarsız performansı dikkat çeken birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcıdan örneğin Zerra, pek çok etkinlikte yanlış ortaya koymuş olduğu modelinde yer alan değişken ve nicelikleri ve hatta aralarındaki ilişkiyi matematiksel ve bağlamsal açıdan kabul edilemez gerekçelendirmelerle açıklama yönünde eylem ortaya koymuştur. Bazı etkinliklerde ise modelde yer alan değişken ve niceliklerin bağlamsal temellerine yönelik olumlu yönde varlık gösterse de ilişkiye dair bağlamsal temelli açıklamalar yapmakta zorlanmış ve ortaya koyduğu matematiksel veya bağlamsal gerekçelendirmelerin yetersiz kaldığı veya hatalı olduğu pek çok zaman açıkça görülmüştür. Çözüme ilişkin formüle edilen matematiksel modelde yer alan değişkenler, katsayılar, sabit terim ve bunların aralarındaki ilişkilerin kısaca modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerini açıklayabilme yönünde eylemlerde ortaya çıkan farklı performanslar Şekil 4.8'de sunulmuştur.



Şekil 4.8. *Modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerini açıklayabilme yönündeki eylemler*

Çoğunlukla matematiksel modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerinin farkında olmayı da gerektiren matematiksel modelin hangi amaca hizmet ettiği, nasıl ve ne zaman kullanılabileceğine yönelik bağlamsal destekli farkındalıklar ve açıklamalar ortaya koymaya yönelik performanslar incelendiğinde sadece birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcının (Nurdan ve Zerra) araştırma boyunca olumlu yönde eylemler ortaya koymakta zorlandığı görülmüştür. Bu iki katılımcının zaman zaman bu yönde olumlu kabul edilebilecek eylemleri görülse de çoğunlukla modelin kullanımına ilişkin sadece

matematiksel kalan dayanaklarla açıklamalar yapabildikleri veya herhangi bir matematiksel dayanak içermeksizin kabul edilemez bağlamsal açıklamalar sunabildikleri ya da kullanıma yönelik herhangi bir varlık ortaya koyamadıkları görülmüştür. Bu performanslara bakıldığında bağlam ile matematik arasında aktif bağ kurulmadığının görülmesi ise matematikleştirme yeterliğinin aktive olmamasını iaret etmektedir. Geri kalan katılımcılardan üçüncü ve dördüncü gruptan gelen üç tanesinin tüm etkinliklerde matematiksel modelin işleyişine ilişkin hem bağlamsal hem matematiksel yönlerden desteklenmiş açıklamalar sunabilmiş veya bu yönde farkındalığını farklı performanslarla gösterebildiği görülmüştür. Örneğin, bir katılımcı modelin nasıl işe koşulduğunu sadece matematiksel olarak gösterse de modeli ve bileşenlerini bağlamsal desteklerle açıklayabilmesi onun modelin işleyişinin sadece matematiksel değil bağlamsal yönlerinin de farkında olduğu düşüncesini güçlü kılmıştır. Ayrıca görüşmeler sırasında kendisinin herhangi bir yardım almaksızın modelin işleyişine yönelik bağlamsal destekli açıklamalar sunabilmesi bu düşünceyi desteklemiştir. Matematiksel modelin orijinal problem bağlamında ne zaman, nasıl, hangi amaçla kullanılabileceğine ilişkin bağlamsal destekli açıklamalar veya farkındalıklar ortaya koyabilme sırasında ortaya çıkan performanslar Şekil 4.9'da sunulmuştur.



Şekil 4.9. *Modelin ne zaman, nasıl, hangi amaçla kullanılabileceğine ilişkin bağlamsal destekli açıklamalar sırasında ortaya çıkan performanslar*

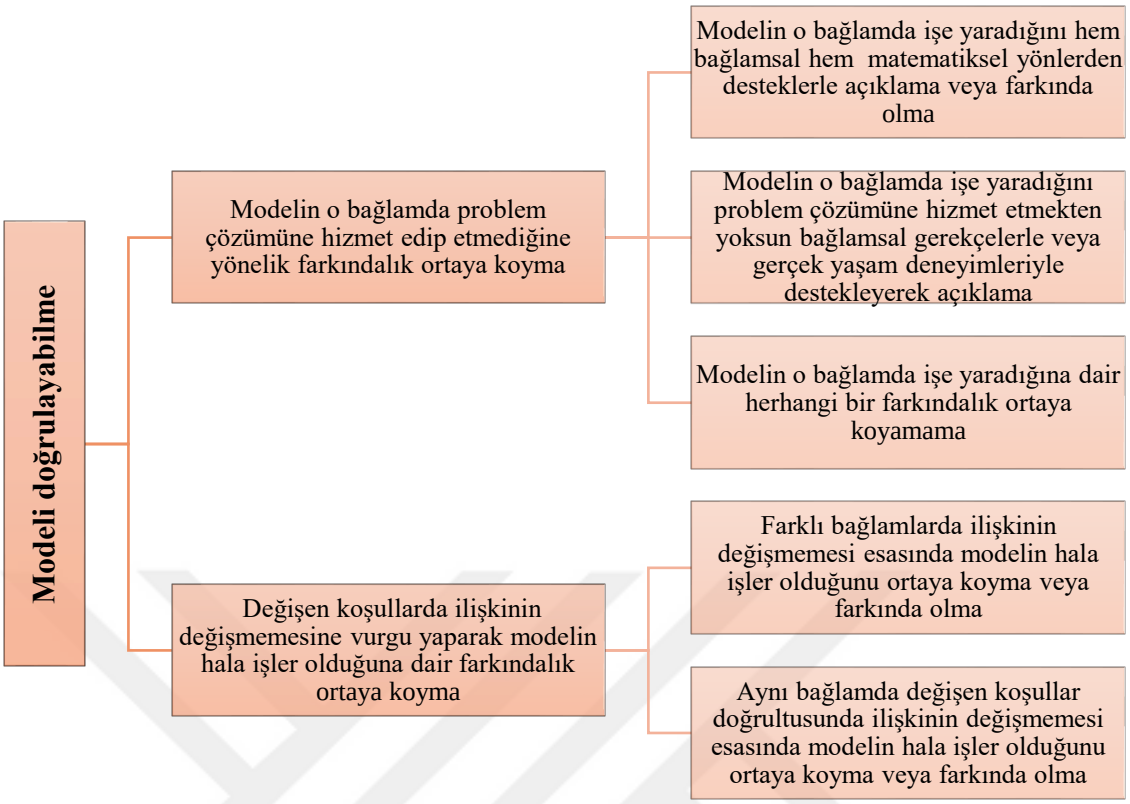
4.1.1.3.2. Değerlendirme bileşenine ilişkin sonuçlar

Formüle edilen matematiksel modelin orijinal problemin çözümüne hizmet edip etmediği yönünde gerçekleştirilen sorgulamalar ve eğer etmiyorsa gerekli modifikasyonların gerçekleştirilmesi yönündeki eylemler matematikleştirme yeterliğinin değerlendirme bileşeni olarak adlandırılmıştır. Değerlendirme bileşeni altında *(i)modeli doğrulayabilme* ve *(ii)modeli revize edebilme* olmak üzere iki alt yeterlik yer almakta olup değerlendirme bileşeninde matematikleştirme yeterliğine ilişkin sonuçlar bu iki başlık altında sunulacaktır. Öte yandan yorumlama ve değerlendirme bileşenlerinin hangisinin altında kalması gerektiğine karar verilemeyen *farklı modelleri ilişkilendirebilme* alt yeterliğine ilişkin sonuçlar da bu başlığın en sonunda sunulmuştur.

Modeli doğrulayabilme alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Matematiksel modelin doğrulanması, o modelin söz konusu bağlamda yer alan problemin çözümünü sağlayıp sağlamadığı üzerine yansıtma yapmayı gerektirmektedir. Bu yansıtma yapılırken bağlam ile matematik arasındaki aktif bağların kurulması matematikleştirme yeterliğinin aktive olmasını açısından kritiktir. Nitekim bu çalışmada öğrencilerin modelin işler olduğunu gösterirken bağlam ile herhangi bir ilişkilendirme yapmaksızın sadece değişkenler için sayısal değerler atayarak çıktılar elde etme yolunda performanslar ortaya koyabildikleri görülürken diğer taraftan herhangi bir matematiksel varlık göstermeksizin sadece bağlamsal veya gerçek yaşam deneyimleri temelinde kabul edilemez gerekçelendirmeler öne sürebildikleri de görülmüştür ki bu performanslar matematikleştirme yeterliğinin aktive edilemediğini düşündürmektedir. Örneğin, düzenli şehir etkinliğinde kendilerine sunulan x^2-y^2=z cebirsel modelinin problem bağlamında kullanışlı olup olmadığı sorgulamasında "evet kullanışlı. Çünkü evinin yanında yeşillik alan olması, parkın olması güzel. Dışarısı mis gibi olur. Bol oksijenli, çocukların oynaması, eğlenmesi gibi ihtiyaçların giderilmesinin sağlanması..." açıklamasının sunulan cebirsel model ile ilişkilendirme yapmadan sadece gerçek yaşam deneyimlerine veya bağlamsal yönlere dönük olduğu açıktır. Yine aynı etkinlikte "bu denklem ortak yaşam içinse hedeflenen şehri yapmak mümkün. Çünkü bir köy gibi yerleşim yeri çok dağınık yani bütün evler istendiği gibi yapılmış. Ancak böyle her ev standart ölçülere göre yapılmıştır ve karışıklık çıkmaz" açıklamasının da matematiksel modeli göz önünde bulundurmaktan uzak olduğu görülmektedir. Öte yandan x ve y yerine değerler vererek modeli işe koşup z için bir sayısal değer elde edilebildiğini gösteren performanslar ortaya

konmuştur ki bu da bağlamdan kopuk olarak sadece matematiksel olarak modelin kullanışlı olduğunu sunma kapsamında görülmektedir. Ancak katılımcının aynı etkinliğin farklı bir anında bu değişkenlerin ve niceliklerin ve hatta ilişkilerin bağlamsal temellerinin farkında olduğunu, modelin nasıl, ne zaman, ne amaçla kullanılacağına ilişkin bağlamsal destekli açıklamalar yapabilmiş olduğunu göstermesi durumunda modelin o bağlamda çözüme hizmet ettiğine dair bağlamsal farkındalığının var olduğu görüşü ağır basmaktadır. Bununla birlikte "bu denklem bence işe yarıyor" şeklinde görüşler bildirip modelin kullanışlı olduğunu ifade etme yönünde olan ancak herhangi bir matematiksel ya da bağlamsal gerekçelendirme ortaya koymaksızın sunulan savunmalar da dikkat çekmiştir. Bu araştırmada matematiksel modelin o bağlamda yer alan problemin çözümüne hizmet edip etmediği yönünde sorgulamalar sırasında ortaya çıkan bu ayrışmalar Şekil 4.10'da sunulmuştur. Diğer taraftan aynı bağlamda koşulların değişmesine rağmen model üzerine yansıtma yapılırken revizyona gerek olmadığı, modelin hala işler olduğu yönünde bağlamsal ve matematiksel yönlü eylemler bu alt yeterlik kapsamında ortaya konan diğer bir performans olarak öne çıkmıştır. Örneğin düzenli şehir etkinliğinde başlangıçta karesel kabul edilen arazilerin ve ortak yaşam alanlarının dikdörtgensel olması durumunda öne sürülen modelin en temel anlamda tüm araziden ortak yaşam alanını çıkartıp bina alanı bulunacağı ilişkisinin değişmemesini öne sürerek modelin hala kullanışlı olduğu yönünde görüşler öne sürülmüştür. Öte yandan bu araştırmada ender de olsa aynı modelin farklı bağlamlarda da kullanılabileceği yönünde düşünceler de ortaya konmuştur. Örneğin Melaike, Uludağ'da kayak etkinliğindeki zamana bağlı olarak kalan yüksekliği temsil eden y=500-5x modelinin "kumbarasında 500 lira olan birisi hergün kumbarasından 5 lira alırsa parası ne zaman biter?" şeklindeki problem bağlamında da kullanılabilir olduğunu ifade etmiştir. Şekil 4.10'da modeli doğrulama alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan öğrenci performansları sunulmuştur.



Şekil 4.10. *Modeli doğrulayabilme alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan öğrenci performansları*

Bu araştırmada tüm katılımcılar en az bir etkinlikte de olsa modelin formüle edildiği kendi bağlamında kullanılabilir olduğuna yönelik matematiksel ve bağlamsal farkındalıklar veya eylemler ortaya koyarak olumlu yönde varlık gösterebilmiştir ancak sadece araştırma öncesinde oluşan gruplardan dördüncüsünden gelen katılımcılar tüm etkinliklerde bu alt yeterliğe ilişkin olumlu eylemler ortaya koyabilmiştir. Bunun yanında birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcının sadece birkaç etkinlikte olumlu yönde varlık gösterebildiği dikkat çekerken onlarda da daha çok matematiksel olarak modelin nasıl işe koşularak çıktılar elde edilebildiğini gösterirken, bunu destekleyen bağlamsal destekli gerekçelendirmeler sunamadıkları görülmüştür. Ancak yürütme ve modeli yorumlama bileşenlerindeki başvurduğu ve elde ettiği sayısal verilerin bağlamsal yönden ne anlama geldiği, modelin nasıl, ne zaman ve ne amaçla kullanılabileceği, modelde yer alan bileşenlerin bağlamsal temellerinin farkında olunması gibi alt yeterliklerde ortaya koymuş oldukları olumlu eylemler onların matematiksel olarak gösterdikleri kullanışlılığın bağlamsal yönlerinin de farkında olabileceğini düşündürmüştür. Zaten ikinci ve üçüncü gruptan gelen üç katılımcının da pek çok zaman doğrudan matematiksel ve bağlamsal gerekçelendirmeli olarak modelin kullanışlılığını ortaya koymaktan öte

matematiksel olarak işe koşuluşu gösterdikleri ancak bağlamsal gerekçelendirmelere ilişkin doğrudan eylemler ortaya koyamadıkları, bunun yerine farklı alt yeterliklerle farkındalıklar ortaya koyabildikleri görülmüştür. Ancak ikinci ve üçüncü gruptan gelen bu katılımcıların birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcıya göre daha çok etkinlikte olumlu yönde varlık gösterebildiği dikkat çekmektedir. Öte yandan birinci ve ikinci gruptan gelen katılımcıların pek çok zaman matematiksel olarak da herhangi eylem ortaya koymaksızın sadece günlük yaşam deneyimli veya bağlamsal destekli modelin çözümü karşıladığı yönünde bir dayanak olarak kabul edilemeyecek görüşler sunması ayrışmanın olduğu diğer bir performanstır. Yine bu katılımcılardan bazen matematiksel veya bağlamsal yönde herhangi bir gerekçelendirme yapmaksızın bazen ise bu yönde bir farkındalık ortaya koymaksızın modelin o bağlamda işlerliği doğrultusunda görüş sunabildikleri görülmüştür.

Modelin aynı bağlamda değişen koşullar doğrultusunda hala kullanılabilir olup olmadığına yönelik birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcının (Aynur, Nurdan ve Zerra) sadece birkaç etkinlikte ve oldukça zayıf olduğu görülen bazı olumlu eylemleri olsa da geri kalan etkinliklerde hiçbir olumlu adımının görülemediği dikkat çekmektedir. Geri kalan katılımcılarda ise yine dördüncü gruptan gelenlerin matematiksel ve bağlamsal gerekçelendirmeli açıklamalar ile modelin farklılaşan koşulları karşıladığını savunabildikleri görülürken ikinci ve üçüncü gruptan gelen katılımcıların modelin hala işe yaradığını onu işe koşup çıktılar elde ederek yani daha çok matematiksel yönden savunabildikleri görülmüş ancak yine yürütme süreci ve yorumlama bileşenindeki alt yeterliklerde ortaya koymuş oldukları performanslar ile bağlamsal yönlerden farkındalıklara sahip olduklarını düşündürmüşlerdir. Öte yandan bu araştırmada çok az fırsat yakalandığı görülen aynı modelin farklı bağlamlarda da çalışır olabileceğine ilişkin farkındalıklar gösterebilen sadece dördüncü gruptan gelen bir katılımcı (Melaike) dikkat çekmiş, diğerlerinin bu yönde aktif bir şekilde rol almadığı görülmüştür.

Modelin revize edilebilmesi alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

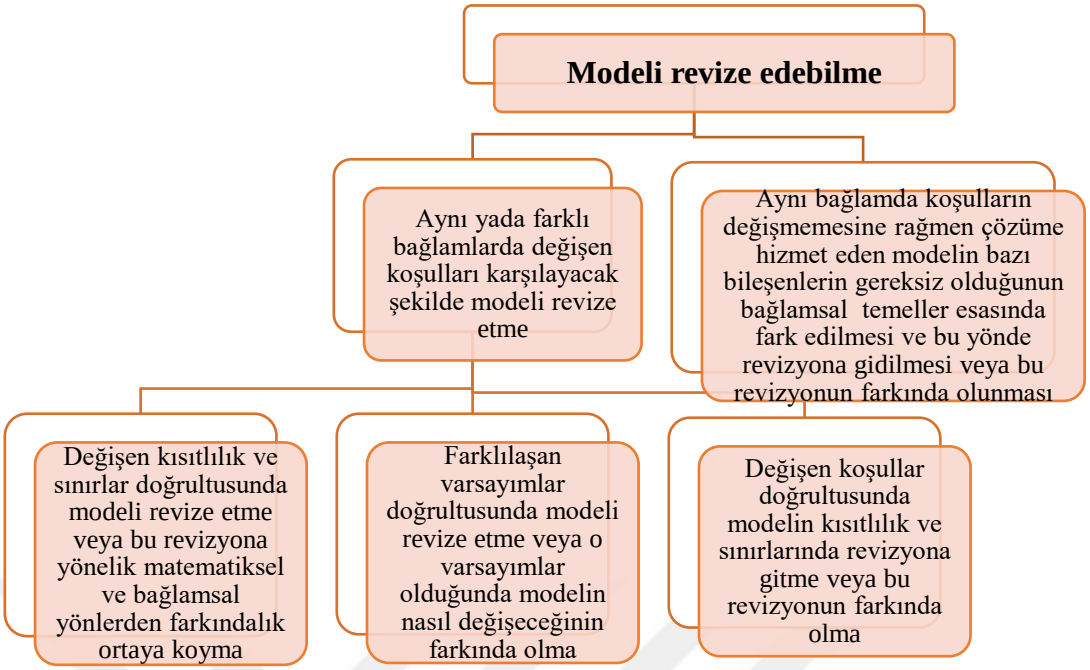
Modelleme etkinliklerinde modelin revize edilme gereği genellikle farklı veya aynı bağlamda değişen koşulları karşılaması durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada öğrencilerin değişen bağlamsal koşulları fark edip, onları göz önünde bulundurarak matematiksel modelin ortaya çıkan yeni durumu karşılayacak şekilde düzenlenmesi sırasında pek çok zaman bağlam ile matematik arasında aktif bağ kurulması gerektiği

görülmüştür. Araştırma sürecinde matematiksel modelin revize edilmesine ilişkin eylemler üç farklı şekilde ortaya çıkmıştır. Bunlar *(i) değişen kısıtlılık ve sınırlar doğrultusunda modeli revize etme veya bu revizyona yönelik matematiksel ve bağlamsal yönlerden farkındalık ortaya koyma, (ii) farklılaşan varsayımlar doğrultusunda modeli revize etme veya o varsayımlar olduğunda modelin nasıl değişeceğinin farkında olma, (iii) değişen koşullar doğrultusunda modelin kısıtlılık ve sınırlarında revizyona gitme veya bu revizyonun farkında olma* şeklindedir. Örneğin, ikinci öğretim bölümündeki düzenli şehir etkinliğinde arazinin %25'ine ortak yaşam alanı yapılması koşuluyla yeni bir kısıtlılık ortaya çıkmış ve bu kısıtlılık doğrultusunda cebirsel modelin revize edilmesi gerektiğine karar verilmiştir. Katılımcılardan Melaike $z=x^2-y^2$ olan modeli $z=x^2-x^2/4$ olarak revize ederek, bu revizyonu "bu şekilde olur çünkü x^2 toplam alan. Bu alanın %25'i $x^2/4$ olduğuna göre $y=x^2/4$ olarak işleme devam edilebilir. Yani bina alanı= toplam alan-toplam alan/4" şeklinde hem matematiksel hem de bağlamsal farkındalıklarla savunabilmiştir. Sonradan ortaya çıkan bu kısıtlılık kararının bu soruda belediyenin aldığı bir karar olduğu söylenmesine rağmen bir varsayım olarak da ele alınabileceği açıktır. Ancak yine bu etkinlikte arazinin bir kare değil de dikdörtgen olması durumunda model üzerine yansıtma yapılması beklendiğinde artık farklılaşan varsayımlar doğrultusunda bir revizyon veya doğrulama gereği daha açık bir şekilde ortaya çıkmıştır. Dikdörtgen olması durumunda birçok öğrencinin toplam alandan ortak yaşam alanı çıkarıldığında bina alanının bulunacağı ilişkisinin değişmemesinden dolayı modelin en genel anlamda hala kullanılabilir olacağına dikkat çekebildiği görülürken, cebirsel olarak $z=a.x-b.y$ revizyonunu gerçekleştirmelerinden sonra bu değişimin dikdörtgensel arazinin kısa ve uzun kenarlarının olmasından ötürü gerçekleşip ilişkinin aynı kaldığını öne sürdükleri ve görsel yardımıyla da bunu destekledikleri görülmüştür. Bu da farklılaşan varsayımlar doğrultusunda modelin revize edilmesinde hem matematiksel hem de bağlamsal farkındalıkların ortaya konmasını işaret ederek matematikleştirme yeterliğinin aktive edilmesini gerektirmiştir.

Bu çalışmada pek çok zaman değişen koşullarda modelin bazen aynı kalmasına bazen de kısmen değişmesine rağmen modelde yer alan değişkenlerin alabileceği değer aralıkları, modelden elde edilecek çıktıların hangi kısıtlılıklar çerçevesinde değerlendirilmesi gibi modele dair kısıtlılık ve sınırlılıkların yeniden düzenlenmesi gerektiği görülmüştür. Örneğin satranç etkinliğinde 20 puan kazanma varsayımı üzerinden formüle edilen $2x+y=20$ modelinde x'in galibiyet, y'nin ise beraberliği temsil

ettiği göz önünde bulundurularak beraberlik sayısının sadece çift sayılı değerler alabileceği ve toplam maç sayısının 15 olacağı da göz önünde bulundurularak x yani galibiyet için 5 ile 10 arasında değerler alabileceği ortaya konmuştur. Sonrasında oyuncunun sadece 20 puan aldığı varsayımının, 20 ile 30 puan arasında bir puan alabileceği şeklinde değiştirilmesi doğrultusunda öğrencilerin, beraberlik sayısının artık tek sayı da olabileceğini fark edebildikleri görülmüştür. Ayrıca "en fazla 5 maç kaybedebilir. Çünkü 6 maç olursa geriye kalan 9 maçtan 18 puan alabilir ancak" şeklinde mağlubiyet sayısı için alt sınırın değişmediğini görebildikleri dikkat çekerken galibiyet sayısı için ilk modelde 10 maç sınırlamasının artık kalktığını ve 15 maçın hepsini de kazanabileceğini fark edebildikleri görülmüştür. Nitekim zaten 20 puan aldığı varsayımında bulunulurken de pek çok öğrenci bu varsayıma tüm maçların kazanılamamasını gerektirmesinden dolayı itiraz etmiştir.

Modelin revize edilmesi alt yeterliğinin işe koşulmasını gerektiren bir diğer farklı eylem aynı bağlamda koşulların değişmemesine rağmen çözüme hizmet eden modelin bazı değişken veya nicelikler gibi bileşenlerin gereksiz olduğunun bağlamsal temeller esasında fark edilmesi ve bu yönde revizyona gidilmesi veya bu revizyonun farkında olunmasıdır. Satranç etkinliğinde x galibiyet, y beraberlik ve z mağlubiyet olması durumunda formüle edilen 2x+1y+0z=20 modelinde bazı öğrencilerin modelin *"0z"* parçasını da kullanarak modeli işe koştukları görülürken birçok öğrenci z' nin sadece maç sayısının 15 olmasından dolayı dikkate alınması gerektiğini öne sürmüştür. Bu öğrencilerden birisi olan Orhan "toplaması gereken 20 puana ulaşabilmesi için aldığı her galibiyete 2 puan aldığı için galibiyet sayısını 2 ile çarparız, her beraberlikten 1 puan aldığı için de berabere kaldığı maç sayısını 1 ile çarparız. İkisini toplarız çünkü mağlup olduğunda herhangi bir puan gelmediği için ona gerek kalmıyor. İkisini topladığımızda da 20 etmesi gerekiyor" açıklaması ile modelin "0z" parçasının gereksizliğini bağlamsal gerekçelendirme ile savunarak gerekli revizyonu gerçekleştirebilmiştir. Modeli revize etme alt yeterliğinin işe koşulmasını gerektiren farklı eylemler Şekil 4.11'de sunulmuştur.



Şekil 4.11. *Modeli revize edebilme alt yeterliğinin işe koşulmasında ortaya çıkan farklı eylemler*

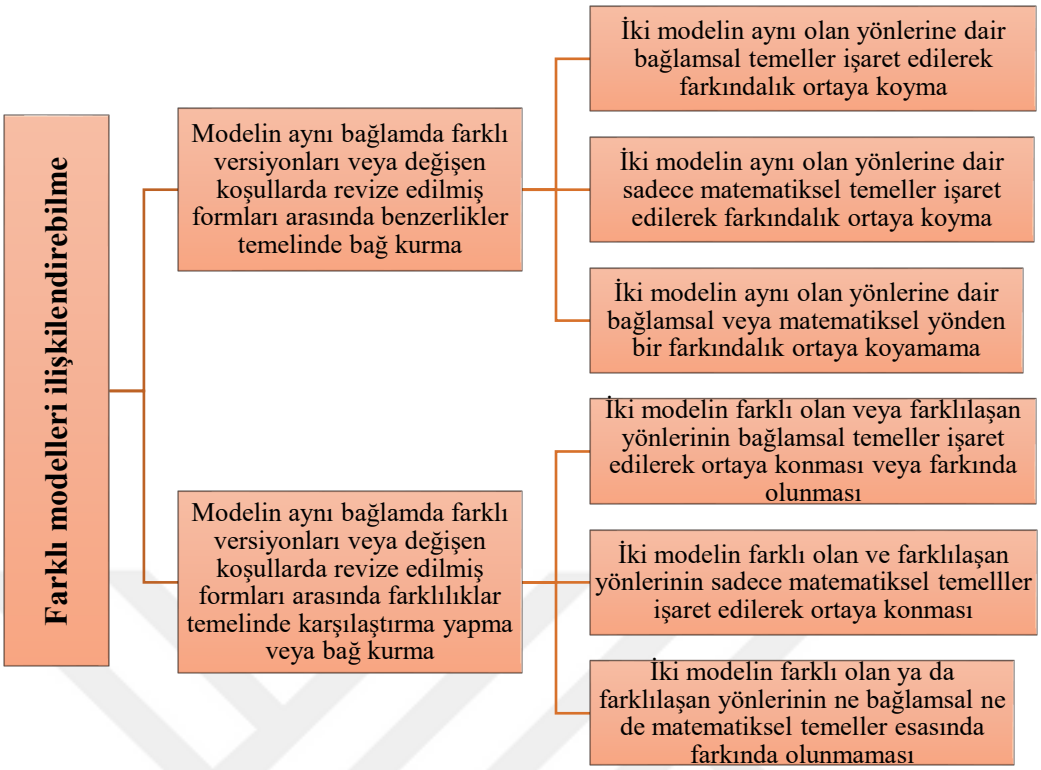
Bu araştırmada değişen koşullarda modelin revize edilebilmesi alt yeterliğini işe koşmakta birinci ve ikinci gruptan gelen katılımcıların zorlandığı ve hatta bu gruplardan gelen iki katılımcının etkinliklerin birçoğunda olumlu yönde bir varlık göstermekten uzak bir performans sergilediği görülmüştür. Bu katılımcıların pek çok etkinlikte ya herhangi bir eylem ortaya koyamadıkları ya da dersten ezberlemiş olabileceklerini düşündüren tutarsızlık ve yanlışlıklar içeren sadece matematiksel eylemleri veya matematiksel dayanaktan yoksun olup kabul edilebilir görülemeyecek sadece bağlamsal ya da gerçek yaşam deneyimlerine dayalı düşünceleri dikkat çekmiştir. Üçüncü ve dördüncü gruptan gelenlerin ise bu alt yeterlğin işe koşulmasını gerektiren tüm etkinliklerde olumlu yönde eylemler ortaya koyabildikleri görülmüştür. Hatta dördüncü gruptan gelenlerin neredeyse eksiksiz performansları dikkat çekmiştir. Olumlu yönde eylemlerin bazen doğrudan revizyona ilişkin matematiksel ve bağlamsal destekli açıklamaları içerdiği görülürken bazen de model sadece matematiksel yönden revize edilmiş gibi görünse de modelde yer alan değişken ve niceliklerin bağlamsal temellerini açıklayabilme veya yeni modeli işe koşma sırasında sayısal verilerin bağlamsal yönlerinin farkında olunmasından ötürü revizyona ilişkin bağlamsal farkındalığın da var olduğu düşüncesi öne çıkmıştır. Diğer taraftan bu araştırmada oldukça az fırsatın ele geçirildiği problemin çözümüne hizmet eden modelin bazı bileşenlerinin gereksiz olabileceği düşüncesi ile modelin daha sade

olacak şekilde düzenlenmesi yönünde az sayıda fırsatı değerlendirip olumlu yönde aktif bir şekilde eylem ortaya koyabilen sadece üçüncü ve dördüncü gruptan gelen katılımcılar olmuştur. Birinci ve ikinci gruptan gelen katılımcıların bu yönde matematiksel veya bağlamsal olarak doğrudan bir farkındalık ortaya koyamadıkları görülmüştür.

Farklı modelleri ilişkilendirebilme alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada aynı bağlamdaki orijinal problemin çözümüne hizmet eden farklı modeller arasında veya değişen koşullar doğrultusunda var olan bir modelin revize edilmiş formları arasında ilişkilendirmeler yaparken modeller arasındaki farklılıkları ve benzerlikleri görme temelinde ayrışma yoluna gidildiği görülmüştür. Örneğin birinci öğretim bölümünün halter etkinliğinde ortaya çıkan hangi sporcunun daha iyi kaldırış yaptığına veya Naim Süleymanoğlu'nun kaldırışının neden en iyi kabul edildiğine dayanak olarak formüle edilen "kaldırılan ağırlık/sporcunun ağırlığı" ve "kendi ağırlığının kaç katının kaç fazlasını kaldırmış?" şeklindeki modeller, aynı bağlamdaki bir problemin çözümüne yönelik farklı modeller olarak ele alınmaktadır. Öğrencilerin bu modellerin o bağlamda işler olduğu üzerine eylemler ortaya koyarken "ikisinde de aynı şey aslında. Kaldırdığı kiloyu kendi kilosuna bölerek buluyoruz" şeklinde oran kavramı temelinde benzer oldukları yönündeki bağlamsal destekli görüşleri, iki model arasında benzerlikler temelinde ilişkilendirme yapmalarını işaret etmektedir. Öte yandan ikinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde bir grubun y=5x diğer grupların ise y=500-5x modelini ortaya koyması üzerine gerçekleştirilen sorgulamalarda y=5x modelindeki "5x" için Melaike'nin "o yükseklik sadece ama" çıkışı, başka bir öğrenci tarafından "inilen yükseklik" şeklinde desteklenmiştir. Buna karşılık y=5x modelini formüle eden Orhan'ın "biz kalan yüksekliği bulmadık ki! Onlar kalan yüksekliği bulmuş" savunması aynı bağlamdaki farklı modeller arasındaki matematiksel farklılıkların bağlamsal temeller doğrultusunda ortaya konmasını işaret etmektedir. Öte yandan bazı öğrencilerin bu modeller arasında matematiksel veya bağlamsal yönden benzerlik veya farklılıklara ilişkin herhangi bir farkındalık ortaya koyamadığı görülürken bazı öğrencilerin ise "birisinde 500 var diğerinde yok" şeklinde sadece matematiksel yönlerden farkındalık ortaya koyabileceği öngörülmüş olmasına rağmen bu araştırmada bu yönde bir eyleme rastlanmamıştır.

Farklılaşan koşullar doğrultusunda model üzerine yansıtma yapılırken modelin farklı versiyonları arasında benzerlik ve farklılıklar temelinde ortaya konan ilişkilendirmede benzer ayrışmalar görülmüştür. Örneğin, ikinci öğretim bölümünün düzenli şehir etkinliğinde karesel arazi için sunulan x^2-y^2=z modelinin arazinin dikdörtgen olması durumunda tekrar ele alınması sırasında Faris "hocam aslında aynı şey olacak. (Arkadaşlarına) iki tane kareydi birbirinden çıkardık şimdi iki tane dikdörtgeni birbirinden çıkartacağız" şeklinde ilişkinin aynı kaldığına şekillerin farklılaştığına dikkat çekip iki model arasında benzerlik ve farklılıklara her ne kadar sadece matematiksel yönden dikkat çekmiş gibi görünse de bu matematiksel yönlerin bağlamsal temellerinin farkında olduğunu bu bölgelerin ortak yaşam alanı veya bina alanı olmasını ifade edebilme gibi farklı şekillerde göstermiştir. Odak katılımcı olmayan başka bir öğrenci ise arazinin dikdörtgensel olma durumunda a.b-x.y=z şeklinde ortaya çıkan modelle orijinal olanını "uzunluklar değişti, harfler değişti" şeklinde açıklarken bağlamsal farkındalıklar ortaya koymakta yetersiz kalmıştır. Bu da onun daha çok sadece matematiksel temeller doğrultusunda ilişkilendirmeler yapıyor olabileceğini düşündürmüştür. Odak katılımcılardan Orhan' ın "yani aslında aynı gibi arazinin tamamından ortak yaşam alanını çıkarınca yapılacak bina alanını buluyoruz" şeklindeki açıklaması ise iki modelde de yer alan ilişkinin aynı olduğu görüşünü bağlamsal destekli olarak ileri sürmesini yansıtan güzel bir örnek olarak görülmektedir. Farklı modelleri veya aynı modelin farklı versiyonlarını ilişkilendirebilme alt yeterliğine ilişkin öğrenci performanslarındaki bu ayrışmalar Şekil 4.12'de sunulmuştur.



Şekil 4.12. *Farklı modelleri veya aynı modelin farklı versiyonlarını ilişkilendirebilme alt yeterliğine yönelik ortaya çıkan performanslar*

Bu çalışmada bu alt yeterliğe ilişkin verilerin daha çok model üzerine yansıtma yapılırken ortaya çıkmasına rağmen modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerinin göz önünde bulundurulmasının esas olmasından ötürü yorumlama bileşeni altında da bir alt yeterlik olarak ele alınabileceği görülmüş ve bu sebeple yorumlama değerlendirme sürecinde bir alt yeterlik olmasına karar verilmiştir. Çalışmada birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcı (Nurdan ve Zerra) dışındakilerin araştırma boyunca en az bir kez modeller arası ilişkilendirme yapma yolunda aktif eylem ortaya koyabildikleri görülmüştür. Ancak bu katılımcılardan birinci gruptan gelen Aynur'un bu yöndeki iki modelin benzer yönlerini işaret eden açıklamasının sadece halter etkinliği ve rüzgar enerjisi görüşmesinde ve çok açık olmayan bir şekilde ortaya koyduğu göz önünde bulundurulursa bu alt yeterliği işe koşmakta yeterli olmadığı görüşü ağır basmaktadır. İkinci ve üçüncü gruptan gelen üç katılımcının ise birkaç etkinlik ve görüşmede modeller arası benzerlik veya farklılıklar temelinde ilişkilendirme yapma yönünde olumlu eylemler ortaya koyabildiği görülürken sadece dördüncü gruptan gelen iki katılımcının bu alt yeterliğin işe koşulması beklendiği zamanların hemen hemen hepsinde hem benzerlik

hemde farklılıklar temelinde bağlamsal ve matematiksel destekli ilişkilendirmeler yapabildiği görülmüştür.

4.1.1.4. Matematik Okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde rol alabilen alt yeterlikler

Matematik okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde matematikleştirme yeterliğinin farklı alt yeterliklerinin aktive edilmesiyle işe koşulabildiği görülmektedir. Bu çalışmada her ne kadar bazı alt yeterliklerin bu süreçlerden birisinde belirgin bir şekilde işe koşulması gerektiğinin görülmesine rağmen bazı alt yeterliklerin ise belirli bir süreçte açık bir şekilde daha baskın bir rol almadığı, diğer bir deyişle tüm süreçlerde kendisine başvurulabildiği görülmüştür. Araştırma öncesinde ortaya konan çerçevede formüle etme sürecinde işe koşulacağı öngörülen *kısıtlılıkları belirleyebilme* ve *varsayımlarda bulunabilme* alt yeterliklerinin *"...belirleyebilme veya onların farkında olabilme"* şeklinde tüm süreçlerde yer alabileceği görülmüştür. Öte yandan etkinliğin doğası gereği pek çok zaman öğrencilerin bazı görseller inşa ederek deyim yerindeyse onları bağlam ile matematik arasında bir köprü gibi kullanabilecekleri görülmüştür. Bu sebeple bu çalışmada *görseller inşa edebilme veya bir araç olarak onlara başvurabilme* şeklinde bir alt yeterliğin de çerçeveye entegre edilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu bölümde bu üç alt yeterliğe ilişkin sonuçlar sunulmaktadır.

Kısıtlılıkları belirleyebilme veya onların farkında olma alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada matematik okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde kısıtlılıkları belirleme veya göz önünde bulundurma yönünde eylemlerle matematikleştirme yeterliğinin aktive olabildiği görülmüştür. Modelin tümünün veya onun bileşenleri olan katsayıların, sabit terimin ve değişkenlerin hangi kısıtlılıklar çerçevesinde formüle edildiğinin farkında olunması, formüle etme sürecinde o kısıtlılıkların belirlenebilmesi, o bağlamdaki problemin çözümünün üstesinden gelirken modelin veya bileşenlerin hangi kısıtlılıklar çerçevesinde kullanılabilir olduğunun farkında olunması, değişen koşullar doğrultusunda modelin hala işler olduğuna ya da revize edilmesi gerektiğine karar verirken değişen kısıtlılık veya sınırların fark edilebilmesi doğrultusunda eylemler ortaya konmuştur. Öte yandan bu çalışmada yine pek çok etkinlikte modelin işe koşulması sırasında başvurulan ve elde edilen sayısal değerlerin bazı kısıtlılıklar çerçevesinde çalışır

olduğunun farkında olunmasının beklendiği de görülmüştür. Örneğin, birinci öğretim bölümünki arı sütü bağlamlı ilk ara görüşmede Ferman'ın "ben doğal olanda kg üzerinden yaptım. Aşılamada ise gram üzerinden" diyerek modeli işe koşarken birim kısıtlamasının farkında olduğu görülmüştür. Nurdan'ın ise yine bu görüşmede "10000 TL" değerinin 1 kg fiyatı yerine 50 kg fiyatı olduğunu düşünmesi onun bu "10000 TL" sayısal değeri için kg fiyatı kısıtlamasını göremediğini göstermiş ve devamında da bu eksiklik onun çözüme hizmet etmeyen çıktılar elde etmesine sebep olmuştur.

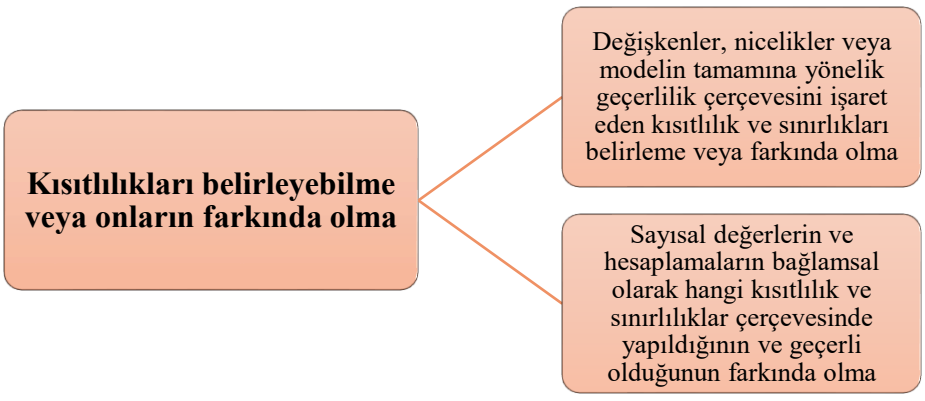
İkinci öğretim bölümünün Uludağ'da kayak etkinliğinde ise y=5x denkleminde süreyi temsil eden x yerine 135 değerini veren Orhan indiği yüksekliği temsil eden y için 675 m çıktısını elde etmiş ve ilk başta 135. saniyede 675 m aşağı inmiş olacağını ifade ederek başvurduğu ve elde ettiği sayısal değerlerin bağlamsal temellerini ortaya koyarak bu çıktılara dayalı olarak esas amacına ilişkin bir yorumda bulunabildiğini göstermiştir. Ancak daha sonrasında kendisi de 500 m indiğinde oteller bölgesine inmiş olacağını ve pistin oteller bölgesinden daha aşağıda bir parçasının olmamasından dolayı 500 m değerinin bir sınır olduğunu fark edebilmiştir. Buna bağlı olarak da başvurduğu süre girdisi değeri için de 100sn üst sınırını belirleyebilmiştir. Yürütme sürecinde başvurulan sayısal değerler için sınırların farkında olunması sonrasında ise süreyi temsil eden x değişkeni için, her saniye doğrusal olarak yüksekliğin 5m azaldığı kabul edildiğinde en az 0 en fazla 100 değerlerini alabileceğini ifade edebilmiştir. Ayrıca yüksekliğin pist başlangıcında 500m olup oteller bölgesinde 0m olacağı göz önünde bulundurulduğunda onu temsil eden y için 0 ile 500 arasında değer alabileceğini ortaya koyabilmiştir. Bu performans, değişkenlerin bağlamsal yönlerden desteklenmiş bir şekilde sınırlarının belirlenmesi veya farkında olunmasını işaret etmekte olup yorumlama ve değerlendirme sürecinde hareket etmeyi gerektirmektedir.

Bağlamsal kısıtlılıkların hepsinin ya da bazılarının metinde doğrudan veya dolaylı olarak sunulduğu ya da metinde olmayıp da sonradan verildiği görülmekte ve formüle etme sürecinde fark edilerek modelin bir parçası olacak şekilde göz önünde bulundurulması beklenmektedir. Örneğin üçüncü öğretim bölümünün kalori yakma etkinliğinde hafta içi gece dışarıya çıkamama kısıtlamasından dolayı sadece kondisyon bisikleti kullanabileceği, haftasonu ise böyle bir ayrımın olmamasından dolayı gerçek ve kondisyon olmak üzere ikisini de kullanabileceği çıkarımı modelin formülasyonunu doğrudan etkilemiştir. Günlük alınması gereken kalori miktarının 2400 ve yakabileceği en fazla kalori miktarının da aldığının yarısı olarak 1200 kalori ile sınırlandırılması ise

formüle etme veya yürütme sürecinde hissedilmiş olup modeli işe koşarken değişkenlere uygun sayısal değerler verebilmede kritik bir rol almıştır. Bununla birlikte yorumlama ve değerlendirme sürecinde de değişkenlerin hangi değer aralıklarında sayısal değerler alabileceği açıkça ortaya konulmuş ve modelin bu sınırlar veya kısıtlılıklar çerçevesinde işe yarar olduğu yönünde eylemler beklenmiştir. Ayrıca "ya sen olsaydın..." genişletme sorusu ile kısıtlılıklarda modelde revizyona neden olabilecek değişimin fark edilebilmesi gereği ortaya çıkmıştır.

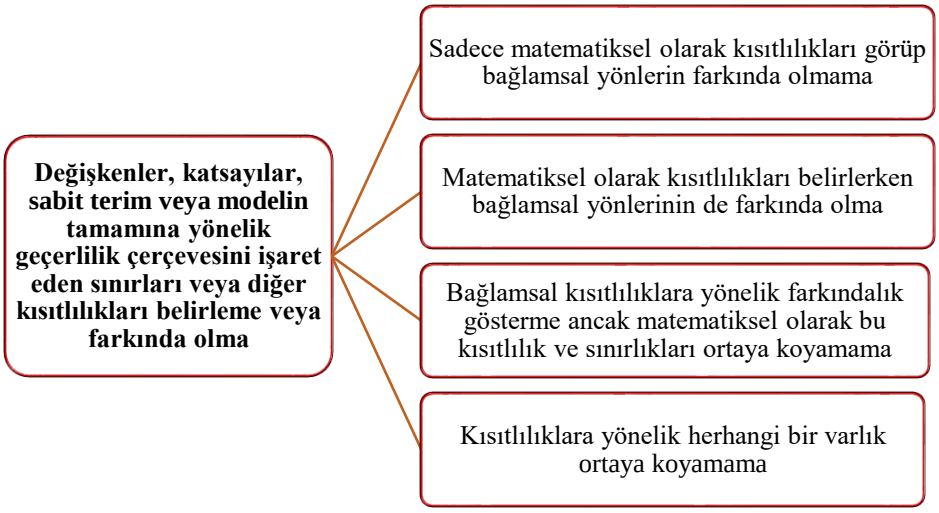
Bu çalışmada, öğrencilerin modelin ve özellikle değişkenlerinin sınırlarını ve diğer kısıtlılıklarını belirleme veya fark etme yönünde eylemlerinin bazı etkinliklerde hem modeli formüle etme hem de işe koşması sırasında ortaya koymaları dikkat çekmiştir. Satranç etkinliğinde bu, çok açık görülmüş olup öğrencilerin modeli formüle edip işe koşmaları sırasında ilk olarak bağlam metninde rol alan satranç oyuncusunun en az 20 puan alabilmesi için en az 5 maç kazanması gerektiğini ve sadece 20 puan alması durumunda berabere kalacağı maç sayısının sadece çift sayılar olabileceğini fark ettikleri, daha sonrasında ise toplam maç sayısının 15 olmasından doğan kısıtlık ve sınırları fark edip ortaya koymaya başladıkları görülmüştür.

Sonuç olarak bu çalışmada kısıtlılıkların belirlenebilmesi veya farkında olunması alt yeterliğinin matematik okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde işe koşulabileceği dikkat çekmiştir. Bununla birlikte kısıtlılıkları belirleyebilme veya onların farkında olma alt yeterliğinin iki farklı eylem ile ortaya konulduğu görülmüştür. Bunlar *(i) değişkenler, nicelikler veya modelin tamamına yönelik geçerlilik çerçevesini işaret eden kısıtlılıkları belirleme veya farkında olma* ve *(ii) sayısal değerlerin ve hesaplamaların bağlamsal olarak hangi kısıtlılık ve sınırlar çerçevesinde yapıldığının ve geçerli olduğunun farkında olma* şeklindedir (Şekil 4.13).



Şekil 4.13. *Kısıtlılıkları belirleyebilme veya onların farkında olma alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan farklı eylemler*

Modelin ve onun bileşenlerinin bağlamsal yönlerden hangi kısıtlıklar çerçevesinde kullanılabilir olduğuna yönelik öğrenci performanslarının *(i)sadece matematiksel olarak kısıtlılıkları görüp bağlamsal yönlerin farkında olmama, (ii) matematiksel olarak kısıtlılıkları belirlerken bağlamsal yönlerinin de farkında olma, (iii) bağlamsal kısıtlılıkların farkında olsa da matematiksel olarak bu kısıtlılıkları ortaya koyamama* ve *(iv) kısıtlılıklara yönelik herhangi bir varlık ortaya koyamama* şeklinde dörde ayrıldığı görülmüştür (Şekil 4.14). Bu çalışmada modelin ve değişkenlerin kısıtlılıklarını ve özellikle sınırlarını hem bağlamsal hem matematiksel olarak belirlemekte veya onların farkında olduklarını göstermekte katılımcıların oldukça zorlandıkları görülmüştür. Sadece dördüncü gruptan gelen Orhan'ın neredeyse tüm etkinliklerde bağlamsal ve matematiksel yönden kısıtlılık ve sınırları belirleyip onların farkında bir şekilde savunmalar yaptığı dikkat çekerken üçüncü ve dördüncü gruptan gelen Melaike ve Elin' in ise zaman zaman eksiklikleri ve sadece matematiksel olarak sınırları ve kısıtlılıkları belirleme yolunda adımlar attıkları görülse de yine çoğu zaman gerek yürütme sürecindeki performanslarıyla gerekse görüşmeler sırasında kendilerine doğrudan sorulduğunda bu yönde bağlamsal temelde farkındalıkları olduğunu göstermişlerdir. İkinci ve üçüncü gruptan gelen Ferman ile Faris 'in ise birçok etkinlikte modelin ve bileşenlerinin geçerlik çerçevesini çizen kısıtlılıklara yönelik olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiği görülürken, geçerlik çerçevesini işaret eden sınırları ortaya koymada ise gözden geçirme kâğıtlarında sadece matematiksel kalan performansları ya da matematiksel ve bağlamsal herhangi bir varlık gösterememeleri dikkat çekmiştir. Faris'in görüşmelerde ve öğretim süreçlerinde bağlamsal yönden farkındalığını hissettiren eylemleri olsa da Ferman'ın bu yönde aktif bir girişimi görülmemiştir. Birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcının ise matematiksel ve bağlamsal yönden kısıtlılık ve sınırların farkında olduklarına yönelik birkaç etkinlikte olumlu yönde eylemler ortaya koysa da etkinliklerin ve görüşmelerin geri kalan büyük çoğunluğunda öğretim süreçlerinde pasif alıcı olarak rol aldıkları ve sadece matematiksel olarak sınırları yazdıkları ve bağlamsal yönlerden herhangi bir gerekçelendirme yapamadıkları veya farkındalık ortaya koyamadıkları görülmüştür.

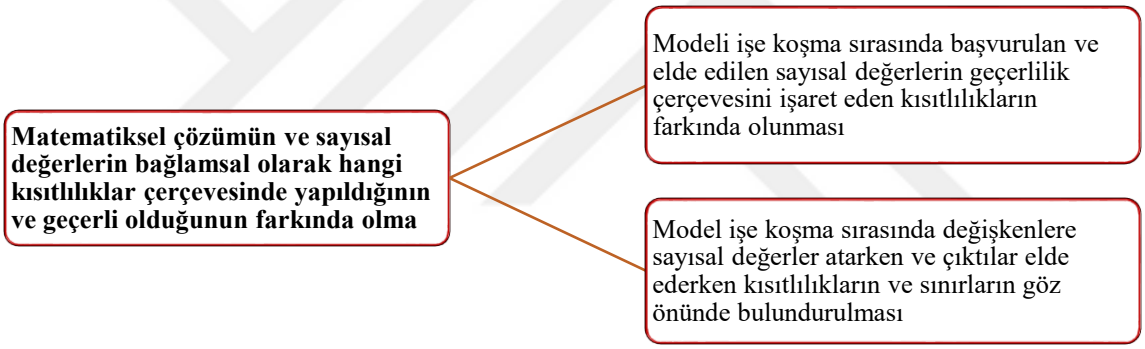


Şekil 4.14. *Modelin ve bileşenlerinin kısıtlılıklarını belirleme veya farkında olma yönünde ortaya çıkan performanslar*

Bu çalışmada yürütme sürecinde kısıtlılıkların farkında olunması yönünde eylemlerin temel olarak iki farklı şekilde ortaya konduğu görülmüştür. Bunlar *(i) modeli işe koşma sırasında başvurulan ve elde edilen sayısal değerlerin geçerlilik çerçevesini işaret eden kısıtlılıkların farkında olunması ve (ii) model işe koşma sırasında değişkenlere sayısal değerler atarken ve çıktılar elde ederken kısıtlılıkların ve sınırların göz önünde bulundurulması* şeklindedir (Şekil 15). Örneğin Mars etkinliğinde Melaike' nin elde ettiği 98280 sayısal değeri için sadece "gerekli oksijen miktarı" demek yerine "1 insana 1 saatte gerekli oksijen miktarı gram cinsinden" açıklamasını yapması onun o sayısal değerin geçerli olduğu çerçeveyi belirleyen kısıtlılıkları göz önünde bulundurulması yönünden önemlidir. Satranç etkinliğinde ise sayısal değerler atarken toplam 15 maç kısıtlamasını görmeyen bir kişinin, toplam 20 puan alacağı varsayımında, kazandığı maç için ise "4" sayısal değerini atayıp beraberlik için 12 değerine ulaşabildiği görülmüştür ki bu da onun en temelinde toplamda 15 maç yapılacağı kısıtlamasının farkında olmadığını veya modeli işe koşarken atadığı veya elde ettiği sayısal değerler için bu kısıtlamayı göz önünde bulunduramadığını göstermektedir. Dahası bu kısıtlama ile birlikte ortaya çıkan galibiyet için en az "5" değeri, beraberlik için en çok "10" değeri gibi sınırlara dikkat edemediği düşüncesini de desteklemektedir.

Bu çalışmada tüm katılımcıların birkaç etkinlikte de olsa yürütme sürecindeki sayısal değerlerin geçerlilik çerçevesinde ilişkin kısıtlılıkların farkında olduğunu gösterebildiği görülürken, modeli işe koşarken değişkenlere sayısal değerler atayıp

çıktılar elde ederken kısıtlılıkları göz önünde bulundurmada ise özellikle birinci ve ikinci gruptan gelen iki katımcının (Nurdan ve Zerra) pek çok etkinlikte belirgin hataları dikkat çekmiş ve olumlu yönde eylem ortaya koymakta yetersiz kaldıkları açıkça görülmüştür. Diğer katılımcıların ise üç öğretim bölümünde de matematiksel çözüm sırasında kısıtlılıkların farkında olma yönünde olumlu eylemler ortaya koydukları görülse de etkinlikler bazında ele alındığında özellikle birinci ve ikinci gruptan gelen diğer iki katılımcı bazı etkinliklerde ise açıkça yetersiz kalmıştır. Öte yandan üçüncü gruptan gelen katılımcıların kısıtlıklara dikkat etme yolunda etkinliklerin büyük çoğunluğunda olumlu yönde eylemler ortaya koydukları ancak bazı etkinliklerde ise olumlu yönde varlık gösterseler de eksikliklerinin de olduğu görülmüştür. Dördüncü gruptan gelen katılımcılar ise ufak hataları yer yer görülse de genelde kısıtlıkların farkında olarak hesaplamalar yapıp gruplarına ve sınıfa bu yönde rehberlik eden katılımcılar olarak öne çıkmıştır.



Şekil 4.15. *Yürütme sürecinde kısıtlılık ve sınırların farkında olma alt yeterliğine ilişkin eylemler*

Varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

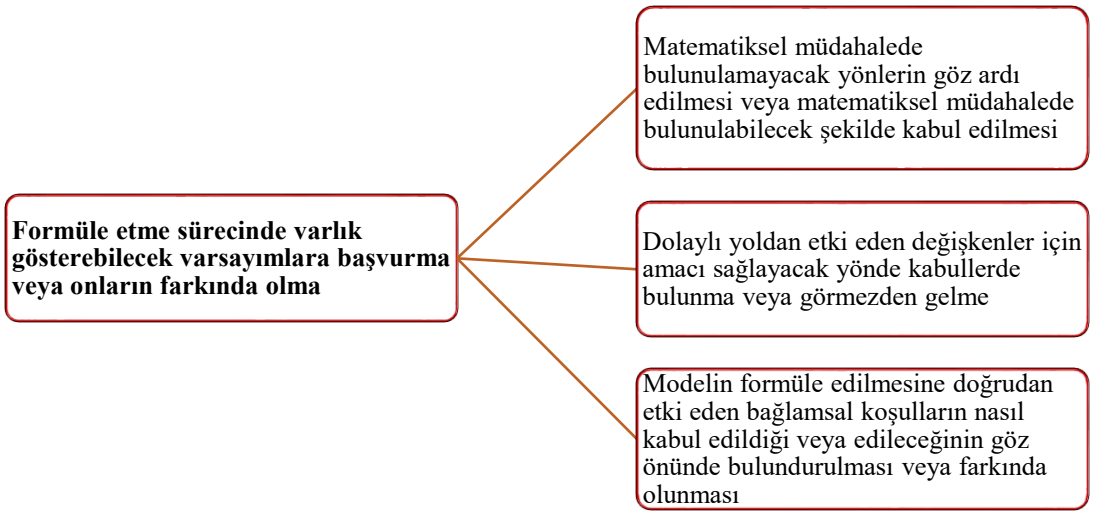
Bu çalışmada her ne kadar formüle etme sürecinde açıkça ve sıklıkla varsayımlarda bulunma gerekliliği görülse de yürütme ve yorumlama-değerlendirme süreçlerinde de varsayımlarda bulunulması veya varsayımların göz önünde bulundurulması gerektiği görülmüştür. Bu sebeple varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin sonuçlar bu süreçlere göre ayrı ayrı verilmiştir.

Formüle etme sürecindeki varsayımlara yönelik bu çalışmada üç farklı eylem ortaya çıkmıştır. Bunlar *(i) matematiksel müdahalede bulunulamayacak yönlerin göz ardı edilmesi veya matematiksel müdahalede bulunulabilecek şekilde kabul edilmesi, (ii) dolaylı yoldan etki eden değişkenler için amacı sağlayacak yönde kabullerde bulunma*

veya görmezden gelme ve (iii) modelin yapılandırılmasına veya çıktıların elde edilmesine doğrudan etki eden bağlamsal koşulların nasıl kabul edildiği veya edileceğinin göz önünde bulundurulması veya farkında olunması şeklindedir. Çalışmada tasarlanan pek çok etkinlikte, modelin formüle edilmesi sırasında dikkate alındığında, matematiksel modelin formüle edilmesinin veya matematiksel işlemlerin zorlaşacağı veya sınıf düzeyinin üzerinde beceri ve bilgi gerektirebileceği yönler karşılarına çıkmıştır. Bu sebeple bu yönlerin görmezden gelinmesi veya matematiksel modeli formüle etmeye olanak tanıyacak şekilde kabul edilmesi yönünde kararlar alınması beklenmiştir. Örneğin, Uludağ'da kayak etkinliğinde kayış pistinin doğrusal olduğunun kabul edilmesi ve bu kabulün farkında olunması buna güzel bir örnektir. Bu çalışmada katılımcılar bu yönde varsayımlarda bulunmakta veya farkındalık ortaya koymakta oldukça zorlanmıştır. Araştırma boyunca dördüncü gruptan gelenler ve ikinci gruptan gelen Ferman olmak üzere sadece üç odak katılımcının bu tarz varsayımları ortaya koymada aktif olarak olumlu yönde varlık gösterebildiği görülmüştür. Diğer katılımcılardan özellikle üçüncü gruptan gelenler aktif rol almasa da farkındalık ortaya koymada bazı etkinliklerde olumlu varlık gösterebilirken, birinci ve ikinci gruptan gelen üç katılımcının ise bu yönde doğrudan bir eylemi ya da farkındalığı görülmemiştir.

Pek çok zaman dolaylı yoldan modele etki edebilecek değişkenlere yönelik yine modelin o sınıf düzeyinde formüle edilebilmesine olanak tanıyabilmesi açısından kabullerde bulunmak da ortaya çıkan bir diğer varsayımda bulunma eylemidir. Örneğin, birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde Mars' a gönderilecek ilk insanlara oksijen sağlamak amacıyla kaç ağaç götürüleceğine yönelik modelin formüle edilmesinde Melaike' nin "ağaç yapısı da önemli ona göre oksijen üretecek" çıkışına karşılık Orhan "o zaman hocam ağacı biz oraya dikince ağaç büyüyecek ve büyüdükçe ürettiği oksijen miktarı artacak. O zaman onu da hesaplamamız lazım" diyerek aslında dolaylı yoldan etki eden bu ve benzeri değişkenlerin göz ardı edilmesi gerektiğini hissettirmiştir. Bu çalışmadaki bu yöndeki varsayımlarda bulunmakta veya onların farkında olmakta herhangi bir varlık ortaya koyamayan birinci gruptan gelen Nurdan olmak üzere sadece bir katılımcı vardır. Diğer katılımcılardan birinci gruptan gelen Aynur' un ve ikinci gruptan gelen Zerra'nın bazı etkinliklerde yetersiz de olsa olumlu yönde eylemler ortaya koyabildikleri görülürken geri kalan beş katılımcının ise pek çok etkinlikte açıkça olumlu adımlar atabildiğini gösterebildiği görülmüştür.

Bu çalışmada bazen modelin formüle edilmesinde doğrudan etkili olabilecek bağlamsal koşullara yönelik varsayımlarda bulunulmasının o sınıf düzeyinde bir modelin yapılandırılmasına olanak tanıyabilmesi açısından kritik olabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin ikinci öğretim bölümünün AB etkinliğinde Ferman' ın nüfus artışlarıyla ilgili varsayımda bulunulması yönünde farkındalığını hissettiren "hocam hep aynı mı artıyor nüfuslar?" sorusu üzerine birkaç öğrencinin "o şekilde varsayıyoruz" uyarısı modelde yer alan sabit terimi doğrudan etkileyen her yıl ülkelerin nüfus artışındaki değişimin sabit olduğunun kabul edilmesi varsayımını işaret etmektedir. Uludağ kayak etkinliğinde Orhan' ın "Ömer' in hızının değişmediğini varsaydım" veya Ferman'ın "eğer hızı artmaz ya da azalmazsa..." vurguları da değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi doğrudan etkileyen bu bağlamsal koşula dair varsayımda bulunma veya onun farkında olma eylemini göstermektedir. Bu çalışmada da birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcı (Nurdan ve Zerra) dışındakilerin pek çok etkinlikte bu yönde varsayımlarıda bulunma veya farkındalık ortaya koymada açıkça olumlu eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Bu katılımcılardan birinci gruptan gelen Aynur'un birçok etkinlikte hataları veya eksikliklerinin de olduğu görülürken dördüncü gruptan gelen iki katılımcı ise tüm etkinliklerde neredeyse eksiksiz bir şekilde gerekli eylemleri ortaya koyabilmiştir. Sadece bir etkinlikte eksiklikleri de olsa olumlu yönde varlık gösterebildiğini düşündüren eylemler ortaya koyabilen Nurdan ve Zerra'nın ise birkaç etkinlikte sadece değişkenler için harf atamayı varsayım olarak görmesi dikkat çekmiştir. Bu çalışmada formüle etme sürecinde varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan farklı eylemler Şekil 4.16'da gösterilmiştir.



Şekil 4.16. *Formüle etme sürecinde varsayımda bulunabilme veya farkında olma alt yeterliğine ilişkin ortaya çıkan eylemler*

Yürütme sürecinde ortaya konan varsayımlara bakıldığında ilk etkinlikten itibaren sıklıkla modeli işe koşarken değişkenler için sayısal değerler kabul etme yönünde eylemler ortaya çıkmıştır. Ancak burada matematikleştirme yeterliğinin aktive olması anlamına gelen bağlamsal ve matematiksel yönden farkındalık, kritik bir gösterge olarak görülmektedir. Nitekim bazı öğrenciler örneğin birinci öğretim bölümünün Mars etkinliğinde, formüle edilen modelin örnek kullanımını gösterirken *"*x'e 10 diyelim mesela..." diyerek bağlamdan yoksun olarak sadece matematiksel olarak çalışabildiğini düşündürürken bazılarının ise "Mars' a giden kişi sayısı 100 olsun mesela..." diyerek bağlamsal ve matematiksel olarak farkındalık ortaya koyabildiği görülmüştür. Elbette burada "x'e 10 diyelim mesela..." diyen öğrencinin x değişkeninin bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğinin farkında olup olmaması da onun bulunduğu varsayımın sadece matematiksel yönünün farkında olup olmadığının değerlendirilmesinde önemli bir gösterge olarak kabul edilmelidir.

Bu çalışmda modeli işe koşarken değişkenler için kabul edilen sayısal değerlerin bağlamsal açıdan gerçekçi, tutarlı ve kabul edilebilir olması gerektiği de önem verilmesi gereken bir diğer yön olarak öne çıkmıştır. Örneğin yine birinci öğretim bölümünün halter etkinliğinde problem çözümüne hizmet edebilecek modeli formüle edebildiği görülen Aynur' un "önemli olan kendi ağırlığının kaç katı kaldırdığı. Mesela 40 kg olan halterci 180 kg kaldırırsa o şampiyon olur" açıklamasında sayısal değerler için bulunmuş olduğu varsayımlara bakıldığında kendi ağırlığının dört buçuk katını kaldırabilecek bir insan olduğu düşüncesinin, günümüzde kendi ağırlığının üç katını kaldırmanın bile olağanüstü sayıldığı göz önünde bulundurulursa gerçekçi olmadığı açıktır. Yine Aynur' un Mars etkinliğinde modelin nasıl kullanılacağına örnek sunarken "örneğin Mars'a 1 milyar insan gitse..." şeklindeki kabulü arkadaşları tarafından kabul edilemez bulunmuş ve kendisi de buna ikna olarak varsayımında değişikliğe gitmiştir. Böylece anlamlı çıktılar elde edebilmek için uygun sayısal değerler kabul edilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır ki bu araştırmada bu yönde pek çok varsayım örneği ortaya konmuştur. Örneğin, Aynur'un Bursa İstanbul arası güzergahlar etkinliğinde benzinin litresinin 5 TL olduğu yuvarlamasını yaparak bulunduğu "100 km' de 25 TL yaksın" varsayımı, anlamlı çıktılar elde edilebilmesi için kabul edilebilir görülmektedir. Birinci öğretim bölümündeki ilk ara görüşmede Melaike'nin "bal mesela 10 lira olsun diyelim. O nasıl balsa artık...bal değildir o ya... (gülüyor) 100 lira olsun o zaman bal" diyerek balın fiyatı için kabul ettiği sayısal değerin gerçek yaşam koşullarında kabul edilemez olduğunun farkında olduğunu

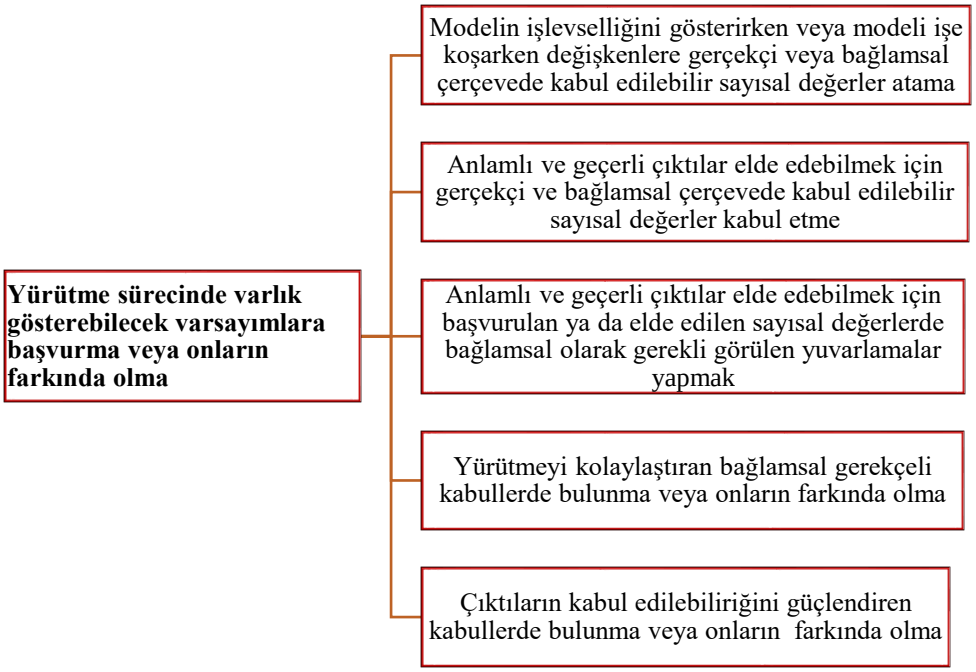
göstermesi, onun eğer bu gerçekçi olmayan fiyat doğrultusunda çıktılar elde ederse onların anlamlı olmayabileceğini görebilmesi açısından önemlidir.

Bu çalışmda yürütme sürecinde pek çok zaman ara veya son çıktılar olarak elde edilen sayısal değerlerin bağlamsal bir gereklilik olarak yuvarlanması gerektiği görülmüştür. Bağlamsal ve gerçek yaşam çerçevesinde anlamlı çıktıların elde edilebilmesi için elde edilen sayısal değerlerin sadece matematiksel olarak ele alınması sıkıntı yaratabilmektedir. Bu sebeple bağlamsal yönlerin göz önünde bulundurulması gerekebilmektedir. Örneğin, Mars etkinliğinde Mars' a götürülecek ağaç sayısı için yapılan hesaplamalar sonucunda bir kişiye gerekli ağaç sayısı için elde edilen 65,4 değerinin bağlamsal olarak ağaç sayısını ifade etmesinden ötürü tam sayıya yuvarlanması gerektiği farkedilmiştir. Üstelik "hocam az ağaç olursa oksijen yetmeyebilir. Biz 66 alalım" şeklinde aslında matematiksel olarak bakıldığında 65' e yuvarlanması gereken değerin bağlamsal olarak ele alındığında 66 olarak kabul edilmesinin daha doğru olacağı yorumu yürütme sürecinde elde edilen sayısal değerler için yuvarlama yoluyla bazı varsayımlarda bulunulmasında bağlamsal ve matematiksel yönlerin birlikte göz önünde bulundurulmasını işaret etmektedir. Diğer taraftan yürütme sürecinde ortaya konan bir diğer eylem ise sadece hesaplamayı kolaylaştırmak için sayısal değerlerin yuvarlanması olup, bu şekilde yuvarlama yoluyla sayısal değer kabulü genellikle sadece matematiksel çalışma içerisinde yer almasından dolayı matematikleştirme yeterliğinin aktive olmasını sağlamadığı için matematikleştirmeye dair bir varsayım olarak ele alınmamıştır. Örneğin, düzenli şehir etkinliğinde arazinin kenar uzunluklarının tamsayı kabul edilmesi sonrasında gerçekleştirilen sorgulamada Faris "biz işimiz kolay olsun diye tam sayı verdik" şeklinde savunma yapmıştır. Diğer bir örnek ise Mars etkinliğinde 1L oksijenin 1293g iken hesaplamalarda kolaylık olsun diye 1300g olarak kabul edilmesidir.

Bu çalışmada sayısal değerleri yuvarlamanın dışında yürütme sürecini kolaylaştıran hem matematiksel hem bağlamsal yönlü olup kabul edilebilir varsayımların da ortaya konduğu görülmüştür. Örneğin, AB etkinliğinde Melaike, Türkiye ile nüfuslarının karşılaştırılması için verilen ülkelerden sadece Almanya' yı rakip olarak kabul etmiş ve bunu "rakipler arasında en yakın olunan ülke o bize. Diğerlerinin zaten hem artışı az hem de nüfusu az bize göre" diyerek gerekçelendirmiştir. Böylece sadece Almanya ile karşılaştırma yönünde modeli işe koşarak, daha kısa ve kolay bir şekilde esas amacına ilişkin yorumda bulunabilmiştir.

Son olarak yürütme sürecinde varsayımlara işaret eden ve sıklıkla başvurulan bir diğer eylem ise çıktıların kabul edilebilirliğini güçlendiren bazı kabullerin farkında olma veya bu kabullerde bulunmadır. Örneğin elektrikli bisiklet etkinliğinde benzinli motosiklet ile elektrikli bisiklet ikilisinden hangisinin daha ekonomik olduğu karşılaşırmasında hesaplama yapılırken her ikisinin de aynı km gittiğinin kabul edilmesi ve daha sonrasında akü fiyatının da önemli bir etken olduğunun farkedilmesi ile akü değişimi için gerekli olan yolun her ikisi tarafından da kat edildiğinin kabul edilmesi elde edilecek çıktının kabul edilebilirliğini güçlendirmiştir.

Sonuç olarak bu çalışmada yürütme sürecinde varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin ortaya konan farklı eylemler *(i) modelin işlevselliğini gösterirken veya modeli işe koşarken değişkenlere gerçekçi veya bağlamsal çerçevede kabul edilebilir sayısal değerler atama, (ii) anlamlı ve geçerli çıktılar elde edebilmek için gerçekçi ve bağlamsal çerçevede kabul edilebilir sayısal değerler kabul etme, (iii) anlamlı ve geçerli çıktılar elde edebilmek için başvurulan ya da elde edilen sayısal değerlerde bağlamsal olarak gerekli görülen yuvarlamalar yapmak, (iv) yürütmeyi kolaylaştıran bağlamsal gerekçeli kabullerde bulunma veya onların farkında olma* ve *(v) çıktıların kabul edilebiliriğini güçlendiren kabullerde bulunma veya onların farkında olma* şelinde olup Şekil 4.17'de sunulmuştur.



Şekil 4.17. *Yürütme sürecinde varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin ortaya konan farklı eylemler*

Bu çalışmada öğrencilerin yürütme süreçlerinde varsayımlara başvurma veya onların farkında olma yönünde ortaya koyabildikleri eylemler incelendiğinde ilk etkinlikten itibaren tüm odak katılımcıların değişkenlere sayısal değer atama yönünde adımlar atabildikleri görülmektedir. Ancak birinci gruptan gelen Nurdan, araştırma boyunca kabul edilebilir sayısal değerler atamakta zorlanmış veya bağlamdan kopuk bir şekilde sadece matematiksel dünyada değişkenlere sayısal değerler atayabilmiştir. Nurdan dışındaki tüm odak katılımcıların birçok etkinlikte değişkenler için bağlamsal koşullar veya gerçek yaşam göz önünde bulundurulduğunda kabul edilebilir sayısal değer atayabildiği görülmüştür. Birinci gruptan gelen diğer katılımcı olan Aynur pek çok zaman değişkenlere kabul edilebilir sayısal değerler atamakta başarılı olmuş veya gerçekçi olmayan ya da bağlamsal koşullar doğrultusunda kabul edilemez görülen sayısal değer atama durumlarında hatasını fark ederek düzeltmeler yapabilmiştir. İkinci gruptan gelen Zerra'nın ise birçok etkinlikte her ne kadar değişkenlere kabul edilebilir sayısal değerler atayabildiği görülse de bir o kadar etkinlikte de hatalar yapması ya da herhangi bir varlık gösterememesi dikkat çekmiştir. Geri kalan beş odak katılımcının ise hemen hemen tüm etkinliklerde değişkenlere kabul edilebilir sayısal değerler atamada olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür.

Bu çalışmada değişkenlere sayısal değerler atama yönünde adımlar atılırken, aslında ulaşılması beklenen sayısal değerler için kabullerde bulunma şeklinde olumsuz bir eylem ortaya çıkmıştır. İlk etkinliklerde Nurdan, Zerra ve Ferman olmak üzere üç odak katılımcı da açıkça görülen bu yöndeki eylemler sonraki etkinliklerde sadece Nurdan ve Zerra tarafından birkaç etkinlikte daha ortaya konmuştur. Öte yandan anlamlı ve geçerli çıktılar elde etmek için bazı kabullerde bulunma yönünde araştırma boyunca aktif rol almayan Nurdan, Zerra ve Elin olmak üzere üç katılımcı görülürken, bunlardan Elin'in pek çok etkinlikte bu kabullerin farkında olduğunu düşündüren eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Diğer katılımcılardan üçüncü ve dördüncü gruptan gelen üç katılımcının neredeyse tüm etkinliklerde aktif rol alarak farkındalıklarını ortaya koyabildiği görülürken birinci ve ikinci gruptan gelen Aynur ve Ferman'ın ise bazı etkinliklerde varlık göstermekte zorlanması dikkat çekmiştir.

Yürütme sürecinde elde edilen ara ve son çıktılar için bağlamsal koşullar göz önünde bulundurulduğunda bazı yuvarlamalar yaparak kabullerde bulunulması yönünde sadece dördüncü gruptan gelen iki katılımcı gerekli olan tüm etkinliklerde olumlu yönde eylemler ortaya koyabilmiştir. Onun dışında Ferman ve Elin olmak üzere iki katılımcının

bazı etkinliklerde olumlu yönde adımlar atabildiği görülürken geri kalan dört katılımcı ise bu doğrultuda herhangi bir varlık ortaya koyamamış ya da bağlamsal gereklilikleri dikkate almayarak sayısal değerleri sadece matematiksel olarak gerekli görülen değerlere yuvarlama yönünde kabul edilebilir adımlar atabilmiştir.

Bu çalışmadaki neredeyse tüm etkinliklerde sıklıkla görülen yürütme sürecini kolaylaştırma amacıyla yuvarlamalar yapma yönündeki eylemleri tüm katılımcıların ortaya koyabildiği görülürken bağlamsal bir gerekçelendirme olmaksızın sadece matematiksel olarak hesaplamayı kolaylaştırma için atılmış bu adımların matematikleştirme yeterliğini aktive etmediği düşünülmektedir. Ancak yürütme sürecini kolaylaştırmak amacıyla matematiksel ve bağlamsal yönlerden gerekçelendirilmiş bazı kabuller matematikleştirme yeterliği kapsamında ele alınırken sadece dördüncü gruptan gelen iki katılımcının bu yönde aktif bir rol alabildiği görülmüş, diğerlerinin ise bazı etkinliklerde ancak bu kabullerin farkında olup onları kullanma yolunda adımlar atabildikleri görülmüştür.

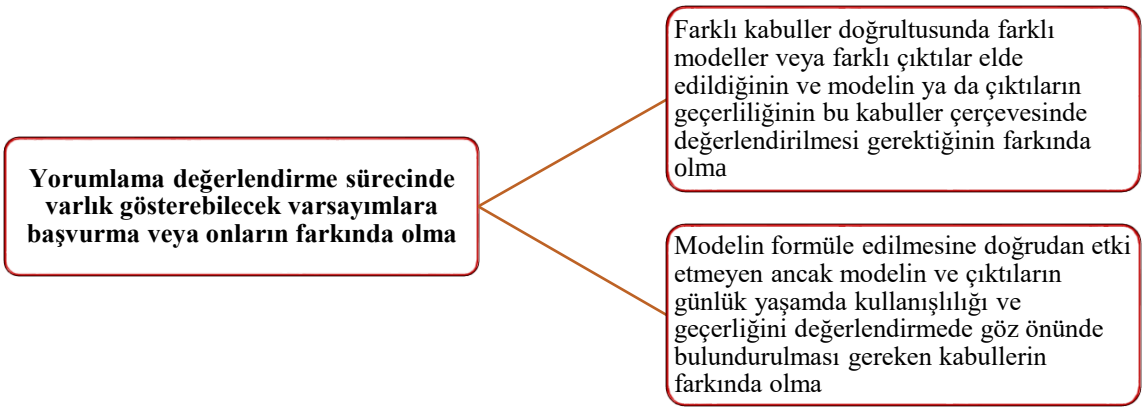
Yürütme sürecinde çıktıların kabul edilebilirliğini güçlendiren bazı kabullerde bulunmada veya onların farkında olmada da katılımcıların aktif rol almakta oldukça zorlandıkları görülmüştür. Bu yönde varsayımlarda bulunmada yine sadece dördüncü gruptan gelen iki katılımcının aktif rol alarak sınıfa önderlik ettiği görülürken diğer katılımcılardan sadece Ferman'ın bazı etkinliklerde bu tarz kabullere yönelik olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiği görülmüş olup bunda dördüncü gruptan gelen Orhan ile aynı grupta yer almasının ve iletişiminin kuvvetli olmasının önemli payının olabileceği düşünülmüştür.

Yorumlama değerlendirme sürecinde varsayımda bulunma alt yeterliğine ilişkin bu çalışmda iki farklı eylem ortaya çıkmıştır. Bunlar (*i) farklı kabuller doğrultusunda farklı modeller veya farklı çıktılar elde edildiğinin ve modelin ya da çıktıların geçerliliğinin bu kabuller çerçevesinde değerlendirilmesi gerektiğinin farkında olma* ile *(ii) modelin formüle edilmesine doğrudan etki etmeyen ancak modelin ve çıktıların günlük yaşamda kullanışlılığı ve geçerliğini değerlendirmede göz önünde bulundurulması gereken kabullerin farkında olma* şeklindedir. Bu çalışmada birçok etkinlikte öğrencilerin çözüme hizmet eden ancak farklı yönleri olan modeller formüle edebildikleri görülmüş ve bununla birlikte ya kendiliğinden ya da öğretmenin teşvik edici sorularıyla bu farklılaşma üzerine yansıtma yapılması teşvik edilmiştir. Bu yansıtma sırasında da pek çok zaman modelin, formüle edilme sırasında kabul edilen varsayımlardan kaynaklı değiştiği

yorumu öne çıkmıştır. Örneğin, arı sütü görüşmesinde bazı katılımcıların ülkedeki tüm arı sütünü aşılama yoluyla üreteceklerini kabul ederek bazı öğrencilerin ise doğal yollardan elde edilen 50 kg'a dokunmayıp onun üzerine üretilen arı sütünün aşılama yoluyla arttırılmasını kabul ederek modeli formüle etme yönünde ilerledikleri görülmüştür. Ortaya çıkan farklı modeller üzerine yansıtma yapılırken örneğin Orhan kendi modelinin farklı olmasını "çünkü üretilen 50 kg bende sabit değil. Onun yerine de aşılama yapılıyor" şeklinde onun farklı varsayımını gerekçe göstererek savunabilmiştir. Bu çalışmada farklılaşan varsayımlar doğrultusunda modelin de farklılaşacağına veya modelin ve çıktıların günlük yaşam koşullarında kullanışlılığı üzerine değerlendirmeler yaparken o varsayımların göz önünde bulundurulması gerektiğine yönelik farkındalığını neredeyse tüm etkinliklerde dördüncü gruptan gelenler ve üçüncü gruptan gelen Faris olmak üzere üç katılımcı gösterebilmiştir. Birinci gruptan gelen Nurdan'ın neredeyse hiç bir etkinlikte bu yönde olumlu bir eylemi açık bir şekilde görülmezken ikinci gruptan gelen Zerra'nın ise iki etkinlikte ancak oldukça zayıf kabul edilebilecek göstergeler ortaya koyabildiği görülmüştür. Diğer üç odak katılımcının ise bazı etkinliklerde açıktan bazı etkinliklerde ise dolaylı yoldan farkındalıklar ortaya koyabildikleri görülmüştür.

Bu çalışmada modelin formüle edilmesinde doğrudan etkili olmayan ancak o modelin veya elde edilen çıktıların gerçek yaşamda yorumlanması sırasında göz önünde bulundurulması gereken bazı kabullerin farkında olunması gerektiği ortaya çıkmıştır. Örneğin, arazime ne diksem etkinliğinde arazinin düz bir zemin olmasının veya daha çok bakım ya da su isteyip istemeyeceği kavak ya da ceviz ağacının seçiminde gerçek yaşam koşullarında önemli olmasına rağmen matematiksel olarak hangisinin daha çok gelir sağlayacağı hesaplamasında göz ardı edilmiştir. Ancak öne sürülen modelin ve elde edilen çıktıların gerçek yaşam temelinde değerlendirilmesinde bu koşulların uygun sayıldığı veya olumsuzlukların göz ardı edildiğinin farkında olunması gerektiği konusunda fikir birliğine varılmıştır. Arı sütü görüşmesinde Faris'in çıktılar ve modeli değerlendirirken "doğal ya da aşı yoluyla arı sütünün sağlığa etkisinin aynı olduğunu varsaydık" vurgusu, AB etkinliğinde Melaike' nin çıktılar ve varılan yargılar için "bunların hepsi Türkiye' nin üye olması durumundadır" vurgusu yine modelin formüle edilmesine etki etmese de onun gerçek yaşamda kullanışlılığının veya elde edilen sonuçların gerçek yaşam çerçevesinde değerlendirilmesinde göz önünde bulundurulması gereken varsayımların farkında olmaya verilebilecek örneklerdan bazılarıdır. Bu çalışmada bu yönde olumlu eylemler sadece üçüncü ve dördüncü gruptan gelen katılımlar

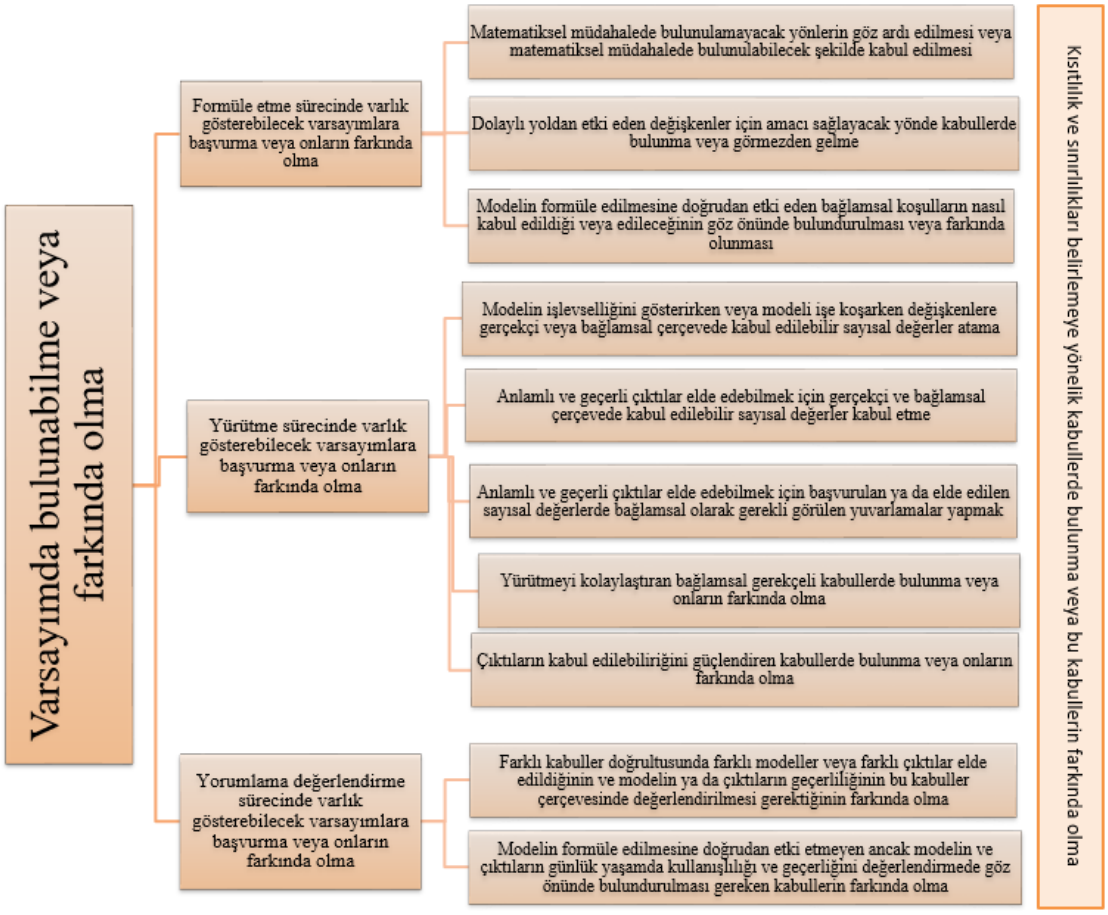
tarafından ortaya konabilmiştir. Yorumlama ve değerlendirme sürecinde varsayımda bulunma alt yeterliğine yönelik ortaya çıkan farklı eylemler Şekil 4.18'de sunulmuştur.



Şekil 4.18. *Yorumlama ve değerlendirme sürecinde varsayımda bulunabilme veya farkında olma alt yeterliğine yönelik ortaya çıkan eylemler*

Bu çalışmada matematik okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde belirlenmesi veya farkında olunması beklenen kısıtlılıklara yönelik bazı kabullerde bulunulması veya onların kabul edildiğinin farkında olunması da varsayımda bulunma alt yeterliğine yönelik ortaya çıkan bir diğer farklı eylem olarak öne çıkmıştır. Örneğin, satranç etkinliğinde en az 20 puan alınması yönünde sunulan bilgiden yola çıkarak "şimdilik 20 puan aldığını düşünelim" kabulüyle birlikte $2x+y=20$ şeklinde yapılandırılan cebirsel model, ardından "en az 20 puan en çok 20 puan alabileceğini düşünürsek..." kabulü ile ile $20 \leq 2x+y \leq 30$ şeklinde revize edilmiştir. Bu açıdan bakıldığında kısıtlılıklara yönelik kabuller doğrultusunda modelin formüle edilmesi veya revize edilmesi gereğinin doğduğu görülmektedir. Öte yandan düzenli şehir etkinliğinde de arazinin 4'te 1'ine ortak yaşam alanı yapılması koşulu doğrultusunda model üzerine yansıtma yapılması aslında modelin revizyonuna sebep olan bir kısıtlılık ortaya koyan kabul olarak yorumlanmaktadır. Nitekim katılımcılardan Orhan bu kısıtlılık onlara sunulmadan önce kendisi "arazinin 4'te 3'ü bina geri kalanı oyun alanı olsun" diyerek modeli formüle edip işe koşarak bir kısıtlılığın gerekliliğinin farkında olduğunu göstermiş ve öğretim sırasında "hocam kısıtlama olmadan olur mu? O zaman her yerine bina yapar adamlar..." diyerek itirazda bulunmuştur. Öte yandan satranç etkinliğinde öğrencilerin dikkat çektiği "bir oyuncu diğerleriyle sadece bir kez mi oynayacak?" sorgulaması ile "o zaman bir kişi 15 maç yapacak diyelim..." kabulü değişkenlere verilecek sayısal değerlerin sınırlarını çizmiş ve dolayısıyla model işe koşulurken bu sınırlar çerçevesinde kalınmasına sebep

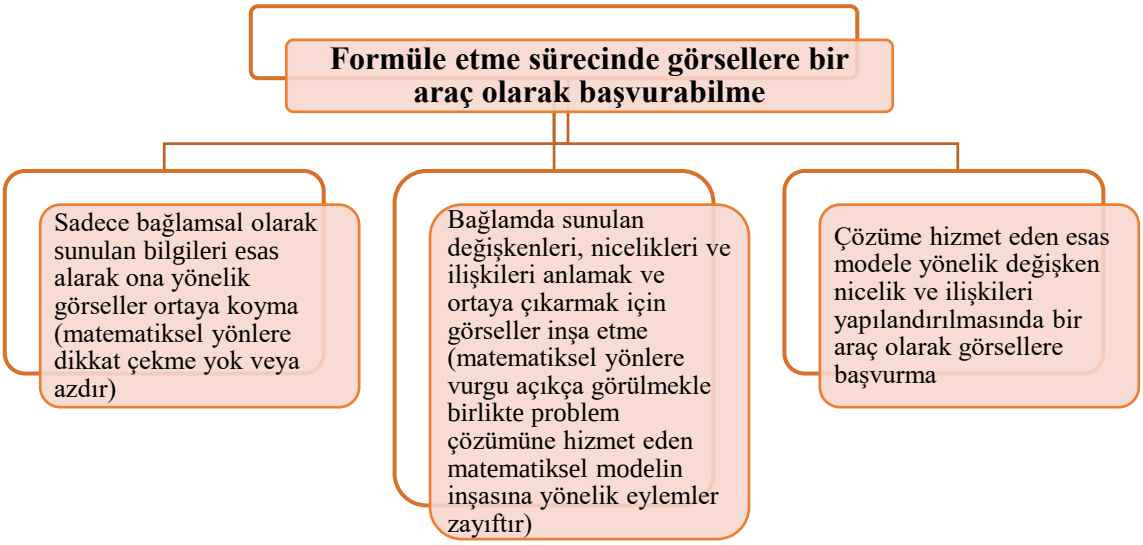
olmuştur. Bu da yürütme sürecinde kısıtlılık ve sınırlılıkların farkında olarak hesaplamalar yapılmasında varsayımların rolünü işaret etmektedir. Bu çalışmada birinci ve ikinci gruptan gelen Aynur, Nurdan ve Zerra olmak üzere üç katılımcının kısıtlılık ve sınırlılıklara yönelik kabullerde aktif bir şekilde rol almakta zorlandıkları ve ancak bir kaç etkinlikte bu yönde farkındalık ortaya koyma yolunda olumlu adımlar atabildikleri görülmüştür. Geri kalan beş katılımcı tüm süreçlerde birden fazla etkinlikte varsayımda bulunma yönünde olumlu adımlar atabilmiş ancak dördüncü gruptan gelen iki katılımcının ise neredeyse tüm etkinliklerde yeri geldiğinde tüm süreçlere yönelik aktif bir şekilde olumlu eylemleri koyarak diğerlerinden ayrışmışlardır. Şekil 4.19'da varsayımda bulunma alt yeterliğinin kısıtlılık ve sınırlılıkları belirlemedeki rolünün yanı sıra tüm süreçlerde aldığı rolleri işaret eden eylemler toplu bir şekilde sunulmuştur.



Şekil 4.19. *Matematik okuryazarlığı döngüsünde varsayımda bulunma alt yeterliğinine ilişkin eylemler*

Görsellere bir araç olarak onlara başvurabilme alt yeterliğine ilişkin sonuçlar

Bu çalışmada gerçek yaşam karmaşasındaki problem durumunda pek çok zaman problem çözücülerin matematik okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde görsellere bir araç olarak başvurma yoluna gidebildikleri görülmüştür. Bağlamdan matematiksel dünyaya geçişi işaret eden formüle etme sürecinde görseller ortaya koyarken bu araştırmada katılımcıların üç farklı performansı ortaya çıkmıştır. Bunlar *(i) sadece bağlamsal olarak sunulan bilgileri esas alarak ona yönelik görseller ortaya koyma, (ii) bağlamda sunulan değişken, nicelik ve ilişkileri anlamak veya ortaya çıkarmak için görseller inşa etme ve (iii) çözüme hizmet eden esas modele dair değişken, nicelik ve ilişkileri yapılandırılmasında bir araç olarak görsellere başvurma* şeklindedir (Şekil 4.20). Bunlardan matematiksel yönlere dikkat çekmenin yok denecek kadar az olduğu sadece bağlamsal olarak sunulan bilgileri esas alarak bir görsel ortaya koyma, matematikleştirme yeterliğinin belki de aktivasyonunu dahi sağlayamama düşüncesini öne çıkarmaktadır. Bu araştırmada iki katılımcının (Nurdan ve Zerra) formüle etme sürecinde sıklıkla matematikleştirme yeterliğini aktive edemediğini düşündüren matematiksel yönlerden zayıf sadece bağlamsal olma yönü kuvvetli görseller ortaya koyduğu görülmüştür. Matematiksel yönlere açıkça vurgunun yapıldığı ve genellikle bağlam metninde verilen değişkenler, nicelikler veya ilişkileri anlamlandırma yolunda bir araç olarak görsellere başvurma ise artık matematikleştirme yeterliğini aktive etmeyi işaret etmektedir ki geriye kalan katılımcıların bu yöndeki performansları birçok etkinlikte açıkça görülmüştür. Bu katılımcılardan dördüncü gruptan gelen Orhan ve Melaike daha da ileri giderek modele dair değişken ve nicelikleri belirleyip aralarındaki ilişkiyi keşfetmek için görsellerden aktif bir şekilde yararlanabildiğini birden fazla etkinlikte gösterebilirken, geri kalan dört katılımcı ise bu yönde performansını sadece bir etkinlikte açıkça gösterebilmiş, diğer etkinliklerde ise bu yönde açıkça olmasa da olumlu adımlar atabildiğini düşündüren eylemler ortaya koyabilmiştir.



Şekil 4.20. *Formüle etme sürecinde görsellere başvurma sırasında ortaya çıkan eylemler*

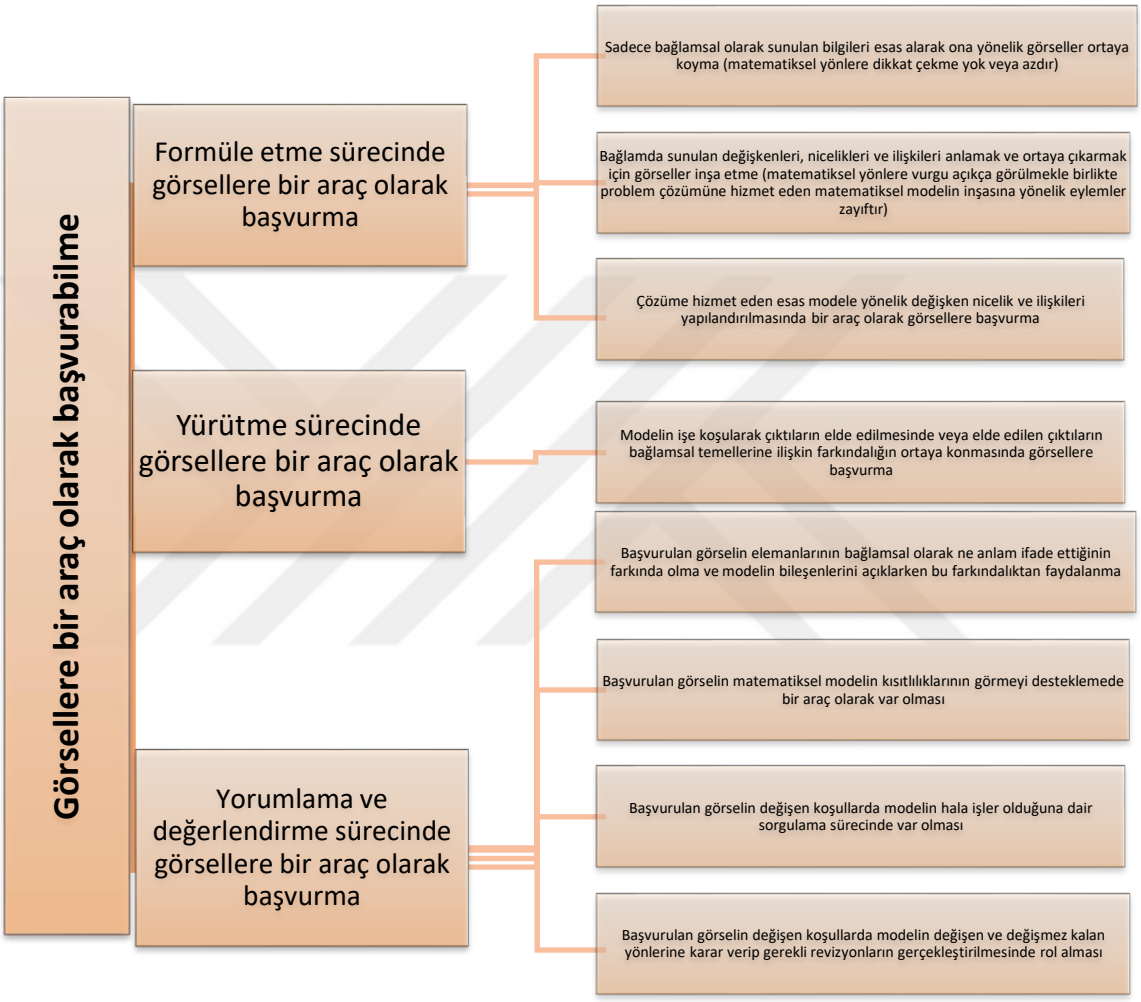
Bu araştırma boyunca henüz ikinci etkinlikten itibaren katılımcıların matematiksel modeli işe koşarak çıktılar elde etmelerini gerektiren yürütme sürecinde bir araç olarak görsellerden faydalanma yoluna gidebildikleri görülmüştür. Araştırma boyunca tüm katılımcılar, en az bir etkinlikte de olsa modeli işe koşarken başvurdukları sayısal değerleri ve elde ettikleri çıktıları entegre ettikleri bir görsel üzerinden onların bağlamsal temellerine yönelik açıklamalar sunarken bu görsellerle uyumlu işlemler ortaya koyabildiklerini gösterebilmiştir. Diğer taraftan bazen yürütme sürecinde başvurulan görsellerin bağlamsal yönlerden zayıf olup sadece matematiksel yönlerinin ön plana çıktığı görülmüştür ki bu aslında bağlam ile matematik arasındaki aktif bağın kopması düşüncesini doğurmasından dolayı matematikleştirmenin aktive olmayabileceğini düşündürmektedir. Birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcının (Nurdan ve Zerra) sıklıkla, üçüncü gruptan gelen Faris ve Elin' in ise ara ara bu yönde eylemleri dikkat çekmiştir. Geri kalan dört katılımcı ise yürütme sürecinde görsellere başvurup onlardan faydalanma yolunda pek çok etkinlikte olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiklerini gösterebilmiştir. Üçüncü gruptan gelen iki katılımcının kendilerinden talep edildiğinde bağlamsal yönlere vurgu yapmakta zorlanmadıklarının görülmesi onların bu yönde eksiğinin olmadığı, sadece yazılı veya sözlü olarak ifade etmekten kaçındıkları düşüncesini öne çıkarmıştır. Birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcının (Nurdan ve Zerra) ise zaten bağlamdan matematiksel dünyaya geçişte ve matematiksel modeli bağlamsal temelleri doğrultusunda yorumlayıp değerlendirirken görsellerden aktif bir

şekilde yararlanamadıklarının veya bariz hatalar yaptıklarının pek çok kez görülmesi belki de onların yürütme sürecinde başvurdukları görselin bağlamsal yönlerini benimsemekte zorlanmalarını doğal hale getirmektedir.

Bu araştırmada matematiksel modelin yorumlanması ve değerlendirilmesi sırasında görsellerin dört farklı şekilde bir araç olarak rol alabileceği görülmüştür. Bunlar *(i) başvurulan görselin elemanlarının bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğinin farkında olma ve modelin bileşenlerini açıklarken bu farkındalıktan faydalanma, (ii) başvurulan görselin matematiksel modelin kısıtlılıklarının görmeyi desteklemede bir araç olarak varlık göstermesi, (iii) başvurulan görselin değişen koşullarda modelin hala işler olduğuna dair sorgulama sürecinde varlık göstermesi* ve *(iv) başvurulan görselin değişen koşullarda modelin değişen ve değişmez kalan yönlerine karar verip gerekli revizyonların gerçekleştirilmesinde rol alması.* Bu araştırmada katılımcıların görseller yoluyla olumlu yönde varlık göstermekte en çok zorlandıkları süreç yorumlama-değerlendirme olmuştur. Öyle ki modelin kısıtlılıklarını belirlemede görsellerden faydalanma yolunda olumlu adımlar sadece üçüncü ve dördüncü gruptan gelen katılımcılar tarafından atılabilmiştir. Ancak diğer katılımcıların araştırma boyunca modelin kısıtlılıklarını belirleme ve farkında olma sırasında görsellere aktif bir şekilde başvurmakta zorlandıkları görülmüştür.

Öğretim uygulamalarında yorumlama ve değerlendirme süreçlerinde görseller kullanmayı açık bir şekilde gerektiren ikinci öğretim bölümünde yer alan "düzenli şehir" ve "arazime ne diksem" olmak üzere iki etkinlik öne çıkmıştır. Düzenli şehir etkinliğinde bazı katılımcılar tarafından görselin, değişen koşulları karşılayacak şekilde manipüle edilebildiği ancak söz konusu matematiksel modelde revizyona girişilemediği görülürken öte yandan matematiksel olarak model manipüle edilirken bağlamsal yönlerin farkında olunduğuna dair belirtilerin gösterilmediği performanslar da dikkat çekmiştir. Görsellere, yorumlama değerlendirme sürecinde tüm katılımcıların başvurduğu görülen bu etkinlikte dördüncü gruptan iki katılımcın daha belirgin bir şekilde görsellerden dinamik olarak faydalanıp hem matematiksel hem bağlamsal yönler konusunda farkındalık gösterebildikleri görülmüştür. Arazime ne diksem etkinliğinde ise değişen koşullar doğrultusunda model üzerine yansıtma yapmayı açıkça gerektiren paulownia sorusunda sadece iki katılımcı (Nurdan ve Zerra) varlık gösterememiştir. Diğer katılımcıların ise modelin bileşenlerinin bağlamsal temellerinin farkında olduklarını görseller aracılığında veya onunla uyumlu olarak gösterebildiği görülürken değişen koşulları göz önünde

bulundurarak değişen ve değişmez kalan yönleri görsel üzerinden de aktararak modelin revizyonunu gerçekleştirebildikleri görülmüştür. Matematik okuryazarlığı döngüsünde matematikleştirme yeterliğini, görsellere bir araç olarak başvurma alt yeterliğini işe koşarak aktive etme yolunda ortaya konan eylemler toplu olarak Şekil 4.21'de sunulmuştur.



Şekil 4.21. *Görsellere bir araç olarak başvurabilme alt yeterliğini işe koşma yolunda ortaya konan eylemler*

4.1.2. Matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesinin matematik okuryazarlığına etkisine ilişkin sonuçlar

Bu araştırmada matematikleştirme yeterlikliğinin desteklenmesine yönelik tasarlanmış modelleme etkinlikleri içeren öğretim süreçlerinde yer alan odak katılımcıların hepsi, araştırma öncesine göre araştırma sonunda matematik okuryazarlığı düzeylerinde ilerleme sağlamıştır. Ancak Nurdan ve Zerra olmak üzere iki katılımcıda bu

gelişimin daha kısıtlı kaldığı görülmektedir. Diğer bir deyişle öğretim deneyi boyunca matematikleştirme yeterliklerindeki değişim göz önünde bulundurulduğunda diğer katılımcılara göre daha kısıtlı ve düzensiz olarak olumlu eylemler ortaya koyabildikleri görülen bu iki katılımcının matematik okuryazarlıkları düzeylerinde belirgin bir sıçrayış görülmemiştir. Örneğin, Zerra öğretim öncesinde hiç bir soruya doğru yanıt veremezken öğretim sonunda ise ikinci düzeyde yer alan en iyi araba sorusunda istenilen performansı gerçekleştirebilmiştir. Ancak döviz kuru başlığı altında yer alan sorulardan birincisine doğru yanıt veremezken, ikinci düzeyde yer alan ikincisine ise ancak görüşme sırasında doğru yanıt verebilmiştir. Araştırma öncesinde oluşan gruplar dikkate alındığında Nurdan ve Zerra ile sırasıyla aynı grupta yer alan diğer iki katılımcı Aynur ve Ferman' ın matematik okuryazarlık düzeylerindeki sıçrayış açıkça görülmektedir ki bu katılımcıların matematikleştirme yeterliklerindeki olumlu yönde varlık gösterebildiği eylemlerinin de daha düzenli ve belirgin olması dikkat çekmektedir. Düzeyler arasında en yüksek sıçrayış için ise şüphesiz araştırma öncesindeki üçüncü gruptan gelen Elin ve Faris öne çıkmıştır. Bu katılımcılar her ne kadar araştırma öncesinde de beşinci ve altıncı düzey sorularda bazen eksiksiz bir çözüm bazen de doğru sonuca ulaşamadan sadece olumlu yönde eylemler ortaya koyabilse de üçüncü ve dördüncü düzeylerde yer alan soruların üstesinden gelemedikleri görülmüştür. Öğretim süreçlerinde ise matematikleştirme yeterliklerindeki gelişime bakıldığında her bileşende ve hatta her alt yeterlikte olumlu yönde varlık gösterebildiği açıkça görülen bu iki katılımcının araştırma sonunda altıncı düzey sorularda dahi olumlu yönde varlık ortaya koyup ufak hatalarını fark ederek çözüme ulaşabildikleri dikkat çekmektedir. Dördüncü gruptan gelen ve matematikleştirme yeterliğinin tüm alt yeterliklerinde neredeyse kusursuz bir varlık gösterecek performans sergileyen ve gruplarına veya sınıfa önderlik edebildikleri açıkça görülen Orhan ve Melaike' nin ise araştırma öncesinde zaten üst düzeyde yer almalarına rağmen araştırma sonunda en üste çıkma doğrultusunda gelişim gösterdikleri görülmüştür. Öğrencilerin araştırma öncesi ve sonrasında matematik okuryazarlığı düzeyleri Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. *Katılımcıların araştırma öncesi ve sonrasında bulundukları düşünülen matematik okuryazarlığı düzeyleri*

Katılımcılar	Araştırma öncesindeki düzeyi	Araştırma sonrasındaki düzeyi
Orhan	5 ile 6. düzey arasında	6. düzeyde
Melaike	5. düzeyde	5 ile 6. Düzey arasında
Elin	2. düzey veya 2 ile 3. Düzey arasında	5 ile 6. düzey arasında
Faris	2 ile 3. düzey arasında	5 ile 6. düzey arasında
Ferman	1. ile 2. düzey arasında	2 ile 3. düzey arasında
Zerra	1. düzey altında	1. düzey veya üzerinde
Nurdan	1 ile 2. düzey arasında	2. düzeyde
Aynur	1. düzey veya altında	2. düzeyde

Bu çalışmada öğretim öncesine göre öğretim sonunda öğrencilerin ortaya koydukları PISA okuryazarlığı performanslarına bakıldığında Zerra dışındaki katılımcıların özellikle soruların formüle etme sürecinde, her ne kadar bazı katılımcılarda düzey artışına yol açacak düzeyde olmasa da, olumlu yönde gelişim gösterdikleri görülmüştür. Özellikle pek çok soruda değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme yönündeki olumlu eylemler dikkat çekmiştir. Örneğin, Aynur altıncı düzey bir soru olan rüzgar enerjisi sorusunda araştırma öncesinde sadece metinde verilen çözüm için gerekli olabilecek bir bilgiyi not edebildiği görülürken araştırma sonunda ise çözüm yolunda bulunması gereken yıllık tüketilen yakıtın kaç zed olacağını veren ilişkiyi kurabilmiş ve ara çıktıya ulaşabilmiştir. Öte yandan Zerra dışındaki öğrencilerin formüle etme sürecinde metinde verilen bilgilerden hangilerinin gerekli olacağına karar verebilme yönünde olumlu gelişim gösterdikleri görülmüştür. Örneğin, Nurdan Fuji dağı tırmanışı başlığının ikinci sorusunda iniş sırasında hızın iki katına çıkacağı bilgisinin önemli olduğunu görebilmiş ve basit bir ilişki kurarak iniş hızının 3km/sa olduğunu bulabilmiştir. Bu gelişimin düzeyler arasında daha belirgin sıçrayış gerçekleştirebilenlerde çok net görülmemesi ise dikkat çekici bir sonuçtur. Onlarda daha çok doğru ilişkiler kurabilme yönündeki gelişim dikkat çekmiştir. Örneğin Elin, paraşütlü gemi başlığındaki ikinci soruda öğretim öncesinde de gerekli olabilecek nicelikleri metinden çıkarabilmiş ancak doğru ilişkiler kuramamışken öğretim sonunda ise bu soruda yer alan karmaşık ilişkileri kurup ardışık adımları atmada başarısı açıkça görülmüştür. Ancak matematik okuryazarlığında belirgin bir sıçrayış gerçekleştiren diğer bir öğrencinin ise öğretim öncesinde değişkenler arasında ilişki kuramamasına sebep olan etkenin ilgili olmayan sayısal değerleri de esas almasının olduğu dikkat çekerken öğretim sonrasındaki

performansında ise bu yönde bir hata gözlenmemiştir. Diğer taraftan sadece bu katılımcıda öğretim öncesinde metinde verilmeyip de kendi gerçek yaşam deneyimlerinden gelen bazı bilgileri de çözümü yansıtarak hata yapabildiği görülmüştür ancak öğretim sonunda bu yönde bir hata yapmamıştır.

Bu çalışmada bazı öğrencilerin elde ettikleri veya varsayımda bulundukları sayısal değerlerin gerçekçi veya mantıklı olup olmadıklarına özellikle öğretim öncesinde dikkat etmedikleri görülürken öğretim sonunda ise sadece bir öğrencinin bu yönde olumsuz eylemlerini devam ettirdiği görülmüştür. Örneğin Fuji dağı tırmanışı sorusunda Zerra öğretim öncesinde bir insan adımı için "bir adımı 1 cm sayılsa..." varsayımında bulunurken öğretim sonunda bu soruyla karşılaştığında ise bu kez "Tolga 9 km yürüdüğüne göre 18 adım atmıştır. Ben her iki adımda 1 km gittiğini varsaydım" şeklinde yine gerçekçi olmayan varsayımlar üzerinden mantıklı olmayan sonuçlar elde etmiştir. Elin'in ise bu soruda öğretim öncesinde bir adımın 900000cm olacağı şeklinde gerçekçi olmayan bir sonuç sunduğu görülürken öğretim sonunda ise 1 adımın 40 cm olacağını ifade edebilmiştir.

Öğrencilerin öğretim öncesine göre gelişim gösterdikleri bir diğer performans ise matematiksel dayanaklı ve daha kapsamlı genellemeler ve savunmalar yapabilme yönünde olmuştur. Bu yöndeki eylemler öğretim sonunda beşinci düzey ve üstüne çıkan öğrencilerde daha açık görülmüştür. Bu tarz soruların daha üst düzey matematik okuryazarlığı gerektirmesinden dolayı düşük düzeyli öğrencilerde bu performansın açıkça ayrışmaması beklenen bir durumdur. Örneğin, elmalar başlığında yer alan sorulardan üçüncüsünde Faris'in görüşme öncesinde kozalaklı ağaçların elma ağaçlarını koruyor olacak şekilde çevresini sarmasında dolayı sayısal olarak her zaman daha çok olacağı şeklinde kabul edilemez bir bağlamsal gerekçe ile yanlış bir genelleme sunarken öğretim sonunda ise formüllere dayalı olarak olası matematiksel çıktıları tablo üzerinden sunarak savunmasını yapmıştır. Öte yandan Elin ise adım sayısı arttıkça elma ağaçlarının daha çok olacağına yönelik savunmasını öğretim öncesinde kurala dayalı elde ettiği sayısal değerler üzerine kurarken öğretim sonunda ise elma ağacı sayısındaki artışın karesel olarak artmasını gerekçe olarak sunabilmiştir. Öte yandan bu başlığında ikinci sorusunda Melaike öğretim öncesinde $n^2=8n$ formülünde n=8 değerini atayarak kozalak ve elma ağaçları sayısının eşit olacağını gösterirken öğretim sonunda ise n'in katsayı ne ise her zaman o adımda eşit olacakları genellemesini sunarak daha kapsamlı bir genelleme ortaya koyabilmiştir.

4.2. Tartışma

Sekizinci sınıf öğrencilerinin modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamlarında PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliklerinin incelendiği bu çalışmada matematik okuryazarlığı döngüsünde matematikleştirme yeterliğinin bileşenleri ve alt yeterliklerini içeren bir çerçeve ortaya konmuştur. Şekil 4.1'de görülen bu alt yeterliklere ilişkin ortaya konan eylemler ve katılımcıların performanslarındaki ayrışmalar sonuçlar başlığı altında ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Bu çerçevenin matematikleştirme yeterliğinin incelenmesine yönelik çalışmalarda ve matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesine yönelik öğretim desenlemelerinde hem araştırmacıların hem de öğretmenlerin başvurabileceği bir rehber niteliği taşıdığı düşünülmektedir. Botha ve Putten (2018) ülkesindeki PISA matematik okuryazarlığı öğretmenlerine dikkat çekerek onların öğrencilerin matematikleştirme yapabilmelerini kolaylaştırma misyonuna dikkat çekmiş ve bu sebeple de matematik öğretmeni yetiştirme programlarında modelleme durumlarında matematikleştirme sürecinin, sistematik ve kasıtlı olarak öğretilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Bu ve benzeri gereksinimlerin karşılanmasında bu çalışmada ortaya konan matematikleştirme yeterliğinin matematik okuryazarlığı süreçlerindeki bileşen ve alt yeterliklerini içeren çerçevenin önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Dahası Botha ve Putten'in (2018) belirttiği matematik öğretmeni yetiştirme programlarında öğretmenlerin matematikleştirme yeterliklerinin sistematik ve kasıtlı olarak desteklenmesinde, bu çalışmada ortaya konan çerçevenin rehberlik edebileceği öngörülmektedir. Bu sayede öğretmenlerin, sonraki yıllarda öğrenme ortamlarında kendi öğrencilerini de bu yönde destekleyebilecekleri donanıma sahip olacak şekilde yetiştirilebileceği düşünülmektedir.

Günlük yaşamında kendisine sorun oluşturan karmaşık bir durumla karşılaşan bireylerden bazılarının matematiksel bir çözüm gerektirmeyen problemlere odaklanabileceği ve bunun çözümüne yönelebileceği gibi bazılarının ise matematiksel yollardan çözüm üretebileceği problemlere yönelerek o problemin çözümüne ilişkin gerekli matematiksel yapıları belirleme yoluna girebileceği görülmektedir. Örneğin bir deprem gerçekleşmesi sonrasında deprem bölgesine yardıma giden gönüllülerden bazıları depremzedelere çorba, su gibi yiyeceklerin dağıtılması gerektiğine odaklanıp bunları tedarik etme yönüne odaklanırken bazılarının ise kişi sayısının ne kadar olduğu ve buna bağlı olarak ne kadar çorba gerekeceği yönünde matematiksel yollarla çözüm bulunması gereken bir problemi ortaya koyup onu çözüme kavuşturmak için matematiksel

yapılardan faydalanma yoluna gideceği açıktır. Dolayısıyla bu bireylerin matematikleştirme yeterliğinin aktive olması söz konusu olmaktadır. Benzer şekilde öğrenme ortamlarında da deyim yerindeyse canlandırması yapılan gerçek yaşam karmaşasından bir kesit ile karşılaşan bir öğrenenin önce matematiksel araçlarla üstesinden geleceği problemi ortaya koyabilmesi beklenmektedir. Öğrenciye sadece pür matematiksel olarak sunulan problemlerin veya gerçek yaşam kılıfı giydirilerek öne sürülen ancak esasında yine pür matematiksel olan problemlerin öğrencilerin matematikleştirme yeterliğini aktive etmediği Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından belirtilmektedir. Dolayısıyla öğrenme ortamlarında sadece bu tarz problemlere yer verilmesinin alanyazında matematik okuryazarlığı için kritik rolüne dikkat çekilen matematikleştirme yeterliğinin gelişimine fırsat vermeyeceği veya çok dar kapsamlı bir destek sağlayabileceği açıktır. Bu çalışmada modelleme etkinliklerine dayalı öğretim sürecinde söz konusu alt yeterliklerin desteklenmesi ile hem öğrencilerin matematikleştirme yeterliklerinin hem de matematik okuryazarlıklarının geliştiği görülmüştür. Yoon, Dreyfus ve Thomas (2010) da matematiksel bilginin uygulanmasını gerektiren problemlerden ziyade matematikleştirmeyi destekleyen model oluşturma etkinliklerinin matematiksel düşünmeyi geliştirmede daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öte yandan English ve Watters (2004) öğrencilere zengin öğrenme fırsatları sağladığında dikkat çektiği modelleme etkinliklerinin matematikleştirmeyi kolaylaştırdığında ya da bu becerinin gelişimine katkı sağladığına dikkat çekmiştir. Stacey ve Turner (2015) PISA uygulamalarındaki sorularda öğrencilerin modelleme döngüsünün sadece bir kısmında yer alarak en baskın olarak ortaya çıkan süreç kapsamında değerlendirildiğini ifade ederken öğrenme ortamlarında modelleme döngüsünün tamamında hareket edilmesini gerektiren desenlemelerin sağlayacağı katkıya vurgu yapmaktadır. Ayrıca Knott (2014) modelleme sürecinin esas alan heterojen gruplara dayalı öğrenme ortamının matematikleştirme yeterliğinin gelişimine olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır ki bu çalışmada da benzer şekilde heterojen grupların dayalı öğrenme ortamlarının matematikleştirme yeterliğinin gelişimini olumlu yönde destekleyebildiği görülmüştür. Nitekim pek çok zaman yaşanan tıkanıklıklar veya zorluklar grup içi ve sınıf içi etkileşim sayesinde aşılmıştır. Dolayısıyla bu çalışmada da görüldüğü üzere modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamları, öğrencilerin genel kapsamda matematik okuryazarlıklarına ve daha özel olarak ise matematikleştirme yeterliğine katkı sağlayan fırsatlar sunabilmektedir.

Bu çalışmada tasarlanan matematikleştirme yeterliğini destekleyen modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematik okuryazarlığı düzeylerinde artışı sağlayabildiği görülmüştür. Benzer şekilde Ata Baran (2019) da iletişim yeterliğinin desteklendiği modelleme etkinlikleri tasarlayarak öğrencilerin öğretim sonunda matematik okuryazarlıklarındaki artışa dikkat çekmiştir. Kızıltoprak (2017) ise muhakeme ve argüman yeterliğini destekleyerek öğrencilerin matematik okuryazarlıklarının geliştiği sonucuna ulaşmıştır. Öte yandan öğrencilerin düzey artışını sağlayacak kadar olmasa da matematik okuryazarlığı süreçlerinde ortaya koydukları performanslarındaki gelişim de dikkat çekmiştir. Araştırma sonunda matematik okuryazarlığı sorularında, özellikle formüle etme sürecinde, çözümü sağlayan esas modele yönelik olmasa da o modele hizmet eden alt modellerdeki ilişkileri belirleme yönünde olumlu eylemler ortaya koyabildikleri görülmüştür. Ata Baran (2019) çalışmasında öğrencilerin en çok zorlandıkları sürecin formüle etme olduğu sonucuna ulaşmış ve bu yönde destekleyici öğretim süreçlerine dikkat çekmiştir. Bu çalışmada matematikleştirme yeterliklerinin desteklenmesinin özellikle formüle etme sürecindeki ilişkileri belirleme yönünde olumlu katkısı açıkça görülmüştür. Diğer taraftan bu araştırma sonunda matematik okuryazarlığında beşinci düzey ve üzerine çıkan öğrencilerin matematiksel modele dayalı savunma ve genellemeler yapma yönünde gelişim gösterebilmeleri dikkat çeken bir diğer sonuçtur. Bu sonuç alanyazında sıklıkla vurgulanan öğrencilerin en çok zorlandıkları yorumlama ve doğrulama süreçlerinde (Ör. Lesh, 2003; Bukova Güzel, 2011; Dede, 2016) matematikleştirme yeterliklerinin desteklenmesinin olumlu katkı sağlayabileceği şeklinde yorumlanmıştır. Öte yandan matematiksel dayanaklı gerekçeler sunarak daha kapsamlı genellemeler yapabilmenin, matematik okuryazarı bir birey için OECD (2019) tarafından açıkça vurgulanan sağlam temellendirilmiş yargıda bulunma ve kararlar alabilme yönünde de önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada tasarlanan modelleme etkinliklerinde gerçek yaşam karmaşasından bir kesit içeren ve metin olarak sunulan bağlamsal durumdan pek çok zaman öğrencilerin, matematiksel yollarla çözüm bulmaları beklenen problemi ortaya koymaları gerektiği görülmüştür. Bu araştırmada bağlam metninden *gömülü problemi açığa çıkabilme* olarak etiketlenen bu alt yeterliği işaret eden eylemlerin yatay matematikleştirme kapsamında ele alındığı düşünülmektedir. Yatay matematikleştirme sürecinde De Lange (1999) tarafından *problemi formüle etme*, Üzel ve Uyangör (2006) tarafından *gerçek dünya problemini matematiksel bir probleme dönüştürme*, Djepaxhija ve diğerleri (2016) ile

Botha ve Putten (2018) tarafından *gerçek yaşam durumunda problemi keşfe çıkma*, Mariani ve Hendikawati (2017) tarafından ise *farklı yollarla problemi sunabilme* şeklinde belirtilen eylemlerin, bu çalışmada ortaya konan gömülü problemi açığa çıkarabilme alt yeterliğini işaret ettiği düşünülmektedir.

Turner, Blum ve Niss (2015) matematikleştirme yeterliğinin aktive olduğunun en önemli göstergesi olarak bağlam ile matematiksel yapılar arasında aktif bağ kurulmasına dikkat çekmektedir. Öte yandan Cabassut (2010) matematikleştirme yeterliğinde gerçek dünya bilgilerinin ve matematiksel dünyadan gelen bilgilerin sınıfa yansıtılması şeklinde çifte aktarıma dikkat çekmiştir. Bu çalışmada da matematikleştirme yeterliğinin işe koşulduğuna karar verilmesinde bağlam ya da gerçek yaşam deneyimleri ile matematiksel yapılar arasında aktif bağın kurulması esas kriter olarak alınmıştır. Bu doğrultuda bağlam metninde sunulanlar içerisinden bireyin matematiksel araçlarla üstesinden geleceği problemi ortaya koyması sırasında bağlam ile matematik arasında ilk bağın kurulduğu görülmüştür. Bu bağın kurulmasında kritik göstergenin ise çözüm sürecinde ulaşılması beklenen esas amacın belirlenebilmesi olduğu görülmüştür. Nitekim bazı katılımcıların problem olarak sadece bağlamsal olarak ele alınabilecek olup çözülmesi beklenen problemden farklı olan sorunları sunduğu görülmüştür. Bu tarz sorunların matematiksel gerçekler yardımıyla üstesinden gelinmeyecek yapıda olduğu görülmektedir. Öte yandan bazı katılımcıların problemin bağlamsal yönlerini doğru belirleyebildiği ancak matematiksel yollarla ulaşılacak olan esas amaca vurgu yapamadıkları dikkat çekmiştir. Bu da onların matematikleştirme yeterliğini aktive edemediği düşüncesi öne çıkarmıştır. Bazı katılımcıların ise problemi belirlerken esas amacın yanında çözüme ulaşma yolunda başvurulacak veya göz önünde bulundurularak matematiksel yönlere de yer verdiği görülmüştür ki bu, matematikleştirme yeterliğinin aktivasyonunu açıkça göstermektedir. Diğer taraftan bazı çalışmalarda yatay ve dikey matematikleştirme aktiviteleri olarak ortaya konan eylemler veya beceriler bu çalışmada matematikleştirme yeterliği kapsamında yer almamıştır. Buna karar verilmesinde en önemli gösterge yine matematiksel yapılar ile bağlam arasında kurulan aktif bağ olmuştur. Örneğin, Knott'un (2014) yatay matematikleştirme sürecinde modelin kurulması sırasında ortaya konması gerektiğine dikkat çektiği *uygun matematiksel notasyonlar seçme ve durumları grafiklerle temsil etme* becerisi daha çok matematiksel dünya içerisinde çalışmayı gerektirmekte olduğundan PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde tanımlanan matematikleştirme yeterliği kapsamında bir alt yeterlik veya eylem olarak kabul

edilmemiştir. Nitekim Turner, Blum ve Niss (2015) de bu eylemin veya becerinin, PISA çerçevesinde temsil yeterliliği altında ele alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Öte yandan benzer şekilde bazı çalışmalarda (ör. Knott, 2014; Djepaxhija vd., 2016) matematikleştirme kapsamında ele alınan *anlama* becerisi PISA kapsamında iletişim yeterliği kapsamında değerlendirilmekte olup bu çalışmada da matematikleştirme yeterliği ile doğrudan ilişkilendirilmemiştir.

Bağlam metninde verilenlerden çözülmesi beklenen problemin açığa çıkarılmasının ardından matematiksel araçlarla problemin çözülmesi süreci daha belirgin hale gelmektedir. Bu, matematiksel araçlarla birlikte metinde sunulan veya sunulmayan ancak çözüme ulaşma yolunda gerekli olan bilgilerin belirlenebilmesi de gerekmektedir. Alanyazında yatay matematikleştirme sürecinde Knott (2014) tarafından ileri sürülen *ulaşılabilir bilgi arama, ilgili ve ilgisiz matematik arasında ayrım yapma,* De Lange (1999) tarafından ileri sürülen *genel bir bağlamda özel matematiğin belirlenmesi* aktivitelerinin, bu çalışmada *kritik bilgileri ayrıştırma* olarak adlandırılan alt yeterliği işaret ediyor olabileceği düşünülmektedir. Bağlamda sunulan matematiksel yönü açıkça görülen veya görülmeyen bilgilerden hangilerinin problemin çözümüne hizmet edeceğinin belirlenebilmesi bağlam ile matematik arasında sıkı ve aktif bir bağ gerektirmektedir. Öte yandan bu araştırmada pek çok etkinlikte metin içerisinde sunulmayan ancak problemin çözümünde gereksinim duyulabilecek bilgilerin de problem çözücüler tarafından belirlenmesi beklenmiştir. İlk etkinlikte sadece bir katılımcının metinde sunulan bilgilerin yetersiz kaldığını görerek çözüme ulaşma yolunda bilgiler talep edebildiği görülürken sonraki etkinliklerde tüm katılımcıların metinde verilmeyen bilgiler olabileceği alışkanlığını kazandığı görülmüş ancak bu bilgilerin belirlenmesinde ve talep edilmesinde araştırma boyunca matematikleştirme yeterliği ve matematik okuryazarlığı düzeyleri doğrultusunda gelişiminin yavaş olduğu görülen iki katılımcının oldukça zorlandığı ve daha çok diğerleri tarafından talep edilen bilgileri kullanma yönünde girişimde bulunabildikleri dikkat çekmiştir. Gerçek yaşamında bir karmaşa ile karşılaşarak problemin ne olduğunu belirleyebilen bir bireye, o problemin çözümünde gerekli olan bilgilerin hazır olarak sunulmayacağı, bu bilgilere digital kanallara, uzmanlar, yazılı dökümanlar gibi farklı kaynaklardan ulaşma yolunda çaba göstereceği göz önünde bulundurulduğunda öğrenme ortamlarında da benzer eylemlerde bulunmaları için onlara fırsat verilmesinin ve desteklenmesinin, özelde matematikleştirme yeterliklerinin genelde ise matematik okuryazarlıklarının gelişmesi açısından önemli

olduğu düşünülmektedir. Öte yandan bu çalışmada kritik bilgileri ayrıştırabilmenin, her ne kadar hiyerarşik olarak gömülü problemin açığa çıkarılmasından sonra gelen bir alt yeterlilik olarak görülse de, çözüme ulaşma yolunda pek çok zaman matematiksel modelin kurulması ve matematiksel işlemlerin yürütülmesi ile eş zamanlı veya iç içe girmiş bir şekilde işe koşulabildiği görülmüştür.

Bu çalışmada sunulan çerçevede *yapılandırma* olarak adlandırılan bileşen altında hemen hemen alanyazında tüm matematiksel modelleme çalışmalarında matematikleştirme olduğuna dikkat çekilen *değişkenleri belirleyebilme* ve *aralarında ilişkiler kurabilme* alt yeterlikleri yer almıştır. Araştırmada değişkenler belirlenirken dolaylı yoldan etki edenlerin de esas olarak alınmasından ötürü çözümü sağlayan ilişkilerin kurulamaması sıklıkla görülürken, dikkat çeken diğer bir sonuç ise ilişkileri sözel olarak en genel anlamda sunma (ör. basınç arttıkça akciğer küçülür), ilişkileri niceliksel modelle sunabilme (sadece aritmetiksel olarak matematiksel işlemler yürütme) ve ilişkileri cebirsel olarak da sunabilme şeklinde görülen üç performans görülmüştür. Öyle ki araştırma öncesi dördüncü gruptan gelenlerin, ki bu öğrenciler matematikleştirme ve matematik okuryazarlığı çerçevesinde en iyi performansı sergilemektedir, cebirsel modeli kurmada neredeyse her zaman başarılı olduğu sözel ve niceliksel modelleri de yeri geldiğinde rahatlıkla kurabildikleri görülürken ikinci ve üçüncü gruptan gelen üç katılımcının bu üç modelden en azından herhangi birisi ile tüm etkinliklerde olumlu yönde eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Birinci gruptan gelen bir katılımcının ise cebirsel modeli ortaya koymakta araştırma boyunca zorlandığı ve daha niceliksel modeli kurabildiği ancak bunun da pek çok zaman çözüme hizmet etmede yetersiz kalabildiği görülmüştür. Birinci ve ikinci gruptan gelen iki katılımcının pek çok etkinlikte en genel anlamda sözel modelin farkında olduğu ancak niceliksel ve cebirsel modelleri kurmada istikrarsız bir performans sergilerlerken çoğu zamanda yetersiz kaldıkları açıkça görülmüştür. Sönmez (2016) çalışmasında gerçek yaşam deneyimlerini problem çözümüne yansıtamayanların olmadığı sonucuna ulaşırken bunun muhtemel nedenini akademik başarısı yüksek öğrenciler ile çalışılmasına bağlamıştır. Bu araştırmada da matematikleştirme ve matematik okuryazarlığı yüksek düzeyde olduğu görülen öğrencilerin sadece yapılandırma bileşeninde değil diğer bileşen ve alt yeterliklerde de bağlam ve gerçek yaşam deneyimleriyle ile matematiksel yapılar arasında ilişkilendirmeler yapabildikleri görülmüştür.

Cabassut (2010), matematiksel dünya içerisinde problemin çözümüne ilişkin matematiksel işlemleri ortaya koyarken bireyin doğru yolda ilerleyip ilerlemediğine karar vermek için doğrulamalar yaptığını vurgulamaktadır. Bu doğrulamalar sırasında gerçek dünya ile ilişki kurma yolunda pragmatik teknikte bir eylem ortaya koyma ve çizim tekniğinde görselleştirme yapma olmak üzere iki tekniğe başvurduğunu öne sürmüştür. Pragmatik doğrulamada öğrencinin ilerleyebiliyor olmasının onun için yeterli olduğuna dikkat çekerken bu çalışmada yürütme sürecinde bu yönde bir bulguya rastlanmamıştır ancak modeli doğrulama bileşeninde bazı katılımcıların sadece matematiksel yönlerden cebirsel modeldeki bağımsız değişkenlere sayılar atayarak bağımlı değişken için sayılar elde edebildiğini gösterme yoluna gittiği görülmüştür ki bunun pragmatik doğrulama ile örtüştüğü düşünülmektedir. Ancak sadece matematiksel yönlerden modelin doğruluğunun desteklendiği göz önünde bulundurulursa matematikleştirme yeterliğinin aktive olmadığı da açıktır. Öte yandan modeli doğrularken uygun sayısal değerler doğrultusunda onu işe koşarak elde ettiği çıktıları bağlamsal olarak değerlendirip çözümü sağladığını savunma yönünde eylemler ortaya konmuştur ki bu da aslında pragmatik doğrulamayı işaret etmekte ancak bağlam ile matematik arasında bağ kurarak hem matematiksel hem bağlamsal gerekçelendirmeli olarak modelin geçerliliğinin doğrulanması anlamına gelmektedir.

Cabassut'un (2010) çizim tekniğinde görselleştirme yapma olarak ifade ettiği eylemin bu çalışmada *görsellere bir araç olarak başvurabilme* alt yeterliği kapsamında ortaya çıkmış olabileceği düşünülmektedir. Kol (2014) matematikleştirme sürecininin başlangıcında durumu görüp anlayabilmek için ortaya konulan gerçekçi görsellere dikkat çekmiş, ancak çalışmasında ortaya konan bu görsellerin çok az bir kısmının doğru olduğuna dikkat çekmiştir. Bu çalışmada da gerçek yaşam karmaşası içeren bağlam durumundaki problemin çözülmesi yolunda metinde sunulan değişkenlerin, ilişkilerin, kısıtlamaların anlaşılabilmesi için görsellere başvurulabildiği görülmüştür. Başvurulan bu görsellerin bazen sadece bağlamsal yönlü kalarak matematikleştirme yeterliğinin aktive olmasına katkı sağlayamadığı görülürken bazense çözüme ilişkin matematiksel modelde yer alan değişkenler arasında ilişkilerin belirlenmesinde bir araç olarak rol alabilmesi dikkat çekmiştir. Öte yandan bu çalışmada problem çözücülerin görsellere bir araç olarak başvurma yoluna matematik okuryazarlığı döngüsünün tüm süreçlerinde gidebildikleri görülmüştür. Yürütme sürecinde matematiksel işlemler gerçekleştirirken sayısal değerlerin o görsel üzerine entegre edilmesi ve pek çok zaman o görsel

rehberliğinde matematiksel işlemlerin ilerletilmesi veya savunulması dikkat çekmiştir. Dahası modelin o bağlamda veya değişen koşullarda hala kullanılabilir olduğunun savunulmasında ya sadece matematiksel ya da hem matematiksel hem bağlamsal yönlerden gerekçelendirmelerin görsel üzerinden sunulabildiği görülmüştür. Diğer taraftan Sönmez (2016) modelleme etkinliklerinde bazen etkinliğin doğası gereği gerekli olan görselleştirmelerin yapılamamasının matematikleştirmede ve problemin çözülmesinde başarısız olunmasına neden olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da bazı etkinliklerde görseller inşa edip onlardan faydalanıldığı görülmüş ve başvurulan görsellerin hem metinde sunulan değişken ve ilişkileri anlayabilme hem çözüme yönelik ilişkiler kurabilme hem de değişen koşullarda modelin değişen ve değişmez kalan yönlerinin belirlenerek revize edilmesinde matematik ile bağlam arasında köprüler kurabildiği görülmüştür. Dede (2016) tarafından öğrencilerin formüle etme sürecini işaret eden modelleme döngüsünün sadeleştirme ve matematikleştirme aşamalarında yaşadıkları zorlukların üstesinde gelirken şekiller çizme yoluna başvurdukları ifade edilmektedir ki bu çalışmada da hem altta yatan matematiksel yapıları belirleme hem de yapılandırma bileşenlerinde başvurulan görsellerin kolaylaştırıcı ve rehberlik edici rolü dikkat çekmiştir.

Araştırma boyunca yürütme sürecinde öğrencilerin matematiksel işlemler ortaya koyarken attıkları adımların ve söz konusu sayısal değerlerin bağlamsal olarak ne anlama geldiğini açıklamalarına yönelik sorgulamalar yapılmış ve bu sayede onların bağlam ile ilişki kurmaları sağlanmıştır. Bağlam ile kurulan bu bağlar, PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde de vurgulandığı üzere genel çözüme rehberlik etmekte olduğu düşünülmektedir. Örneğin başvurulan ya da elde edilen bir sayısal değerin biriminin de göz önünde bulundurarak bağlamsal yönden ne anlam ifade ettiğinin farkında olunması, problem çözücünün sonuca ulaşıp ulaşmadığına karar verebilmesine, sonrasında nasıl bir adım atacağına ilişkin akıl yürütebilmesine, attığı adımların doğru olup olmadığına ilişkin sağlam temellendirilmiş gerekçeler öne sürebilmesine katkı sağlamaktadır. Diğer taraftan bu araştırmada yürütme sürecinde elde edilen ara ve son matematiksel çıktıların çözüm için uygun olup olmadığına karar verilmesinde de bağlamsal yönlerinin bilinmesinin önemi açıkça görülmüştür. Örneğin 65,4 çıktısını elde eden katılımcı, o sayısal değerin ağaç sayısını temsil ettiğinin farkında olduğunda onu tamsayıya yuvarlaması gerektiğini de fark etmektedir. Dahası bu çalışmada matematikleştirme ve matematik okuryazarlığı açısından daha üst düzeyde olan katılımcıların bağlamsal koşulları göz önünde

bulundurarak matematiksel olarak 65'e yuvarlanması gereken bu sayıyı Mars'a gidecek insanlara oksijen sağlayacağını göz önünde bulundurarak "hocam az ağaç olursa oksijen yetmeyebilir. Biz 66 alalım" şeklinde gerekçelendirerek 66'ya yuvarlayabildiği görülmüştür. Sönmez (2016) akademik başarılarının yüksek olduğunu belirttiği öğrencilerle çalışmasına rağmen ondalık çıkan sayıları bağlamsal yönleri göz önünde bulundurarak uygun tamsayıya yuvarlayabilme yönünde olumlu eylemlerin nadir görüldüğüne dikkat çekmiştir.

PISA matematik okuryazarlığında matematikleştirme yeterliği, çıktıların ve modelin orijinal problemde yorumlanması sırasında aktive olan esas yeterlik olarak ele alınmaktadır. Bu çalışmada yürütme sürecinde elde edilen ara ve son çıktıların bağlamsal olarak ne anlam ifade ettiğinin açıklanması için öğrencilere fırsat sunulmuş ve grup ile sınıf tartışmalarıyla bu alt yeterlik desteklenmiştir. Elde edilen son çıktılar temelinde problemde ulaşılması beklenen esas amaca ilişkin bir yorumda bulunulabilmesi, yorumlama bileşeni altında matematiksel bir sonucun yorumlanabilmesi alt yeterliğine ilişkin bir eylem olarak kendini göstermiştir. Öğretim uygulamalarının birinci bölümündeki ilk etkinlikte sadece bir katılımcı esas amaca ilişkin matematiksel çıktılar elde edilmesi gerektiğini öne sürerken diğerlerinin sadece günlük yaşam deneyimlerine dayalı olarak yorumda bulunarak sonuca ilişkin bir görüş bildirmesi dikkat çekici olmuştur. Ancak matematikleştirme yeterliğini destekleyen modelleme etkinliklerinin esas alındığı öğrenme ortamlarında deneyim yaşayan bu katılımcıları ilerleyen etkinliklerde artık ulaşılması beklenen esas amaçlarına ilişkin matematiksel dayanaklar doğrultusunda yorumda bulunmaları, matematik okuryazarlığı yüksek olan 21. yüzyıldaki modern bir bireyden beklenen matematiksel olarak sağlam temellendirilmiş yargılarda bulunma ve kararlar alma karakteristiğinin kazandırılması açısından önemlidir.

Çözüme ilişkin formüle edilen matematiksel modelin katsayıları, değişkenleri, sabit terimi, ilişkileri gibi bileşenlerinin bağlamsal yönlerden ne anlama geldiğinin açıklanması ve dahası matematiksel modelin o bağlamdaki problem için nasıl, ne amaçla kullanılacağının açıklanabilmesinin matematiksel yapılar ile bağlam arasında aktif bağ kurulmasını tetikleyerek matematikleştirme yeterliğini harekete geçirdiği görülmektedir. Gellert ve Jablonka (2007) matematikleştirilmiş yapıların birey için siyah kutular halinde materyalize edilerek günlük yaşamda her an başvurulabilir olmasının önemine dikkat çekmekte olup matematikleştirmenin sadece gerçek yaşamdan matematiksel dünyaya doğru değil aynı zamanda matematiksel dünyadan gerçek yaşama doğru akan yönüne de

vurgu yapmaktadır. Bu araştırmada sıklıkla görülen ve desteklenen modelin bileşenlerinin ve kullanımının bağlam ile ilişkilendirerek açıklanabilmesi alt yeterliğinin öğrencilerin matematiksel yapıları bağlamdan kopuk olarak sadece matematiksel olarak görmelerinin önüne geçebilmesine katkı sağlayacağı görülmüştür. Öte yandan bu alt yeterliğin o bağlam için elde edilen matematiksel modelin ve çözümün sonraki benzer problemlerde kullanılabilir olmasına ve bireyin günlük yaşamında karşılaştığı problemlerin üstesinden gelmesinde başvurabileceği özellikle matematiksel düşünme yolları edinmesine de katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Alanyazında farklı çalışmalarda öğrencilerin modelleme sürecinde en çok zorlandıkları aşamaların yorumlama ve doğrulama olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Ör. Lesh, 2003; Bukova Güzel, 2011; Dede, 2016). Bununla birlikte Turner, Blum ve Niss'in (2015) ortaya koyduğu matematikleştirme düzeylerine bakıldığında en yüksek düzeylerde modeli yorumlama, doğrulama ve modifiye etme gereklilikleri görülmektedir. Öte yandan PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde modeli gerçek yaşam bağlamında doğrulamanın, yorumlamanın, yeni bir durumu karşılayacak şekilde modifiye etmenin gerektirdiği esas yeterliğin matematikleştirme olduğu vurgulanmaktadır (OECD, 2013; Turner, Blum ve Niss, 2015; Stacey ve Turner, 2015). Bu çalışmada da model üzerine hem kendi bağlamında hem farklı bağlamlarda değişen veya aynı kalan koşullarda yansıtma yapılabilmesi için olanak tanıyacak şekilde öğretimler desenlenmiştir. Matematikleştirme yeterliğinin yansıtma bileşenindeki alt yeterlikler modeli doğrulayabilme ve modeli revize edebilme şeklinde ayrılmıştır. Alanyazındaki çalışmalara benzer şekilde yorumlama-değerlendirme sürecinde matematikleştirme yeterliklerinin özellikle yansıtma bileşenindeki modeli doğrulayabilme ve revize edebilme alt yeterliklerinde matematik okuryazarlığı düzeyleri yüksek olan veya araştırma öncesine göre belirgin bir şekilde yükselen katılımcıların olumlu eylemler ortaya koyabildiği görülmüştür. Bu çalışmada da modeli doğrulayabilme alt yeterliğini işaret eden eylemlerde öğrencilerin Blum ve Borromeo Ferri'nin (2009) çalışmasında görüldüğü gibi sadece sayısal verileri değişkenlerin yerlerine yazma ve hesaplamanın doğruluğunu kontrol etme gibi bağlamdan kopuk stratejiler kullanabildikleri görülmüştür. Öte yandan bu çalışmadaki öğrenme süreçlerinde öğrencilerin modelin o bağlamdaki koşullarda veya farklılaşan koşullarda, problemin çözümünü sağlayabildiğini savunurken bağlamsal yönleri de göz önünde bulundurarak hem matematiksel hem de bağlamsal yönlü gerekçelendirmeler yapmaları için

destekleyici fırsatlar sunulmuştur. Nitekim PISA 2012 çerçevesinde verilen ya da formüle edilen bir modelin değişen koşulları karşılayacak şekilde kullanılması veya yeni durumda ortaya çıkan ilişkiler üzerinden modelin işlerliği yönünde değerlendirmede bulunulması durumunda matematikleştirme yeterliğinin daha üst düzeyde işe koşulması gerektiğine vurgu yapılmaktadır (OECD,2013 s.45).Diğer taraftan bir problem durumunda matematiksel modelin değişen koşulları karşılayacak şekilde yeniden düzenlenmesi veya ortaya çıkan yeni kısıtlılıklar ve sınırlar içerisinde daha önceden bilindik olan bir modelin uyarlanması da daha üst düzeyde matematikleştirme yeterliğinin işe koşulması anlamına gelmektedir (OECD, 2013 s.45; Turner, Blum ve Niss, 2015). Bu sebeple de bu çalışmada aynı ya da farklı bir bağlamda değişen koşullar doğrultusunda model üzerine yansıtma yapılmasına fırsat verilebilecek etkinliklerde katılımcılar bağlamsal olarak değişen koşulları karşılayacak şekilde modelin değişen ve değişmez kalan yönlerini belirleyip modelin tamamının ya da bir parçasının hala işler olduğuna veya revize edilmesine karar verebilmeleri için desteklenmiştir. Bu çalışmadaki etkinliklerde değişen koşullarda modele ilişkin kısıtlamaların ve sınırların revize edilmesi gereği de doğmuştur ki bu yönde eylemler ortaya koymada çok zorlanılması dikkat çekmiştir. Öyle ki bazı katılımcıların bu yönde araştırma boyunca hiç bir olumlu eylemde bulunamadığı görülmüştür.

RME, modelleme ve PISA matematik okuryazarlığı olmak üzere tüm çerçevelerde ister bir yeterlik ister süreç olarak alınsın matematikleştirmenin altında formüle etme sürecinde yer verildiği görülen *varsayımlarda bulunabilme* alt yeterliğinin bu çalışmada döngünün tüm süreçlerinde yer alabileceği görülmüştür. Galbraith ve Stillman (2001) ile Seino (2005) da benzer şekilde modelleme döngüsünün formüle etme sürecinde varsayımların belirlenmesi gerekebileceğini ancak varsayımların izlenmesinin tüm süreçlerde olabileceğine vurgu yapmış ve varsayımların sadece formüle etme sürecini değil tüm modelleme döngüsünde var olduğunu ifade etmiştir. Djepaxhija, Vos ve Fuglestad (2015) benzer şekilde PISA'da çıkmış sorular üzerinden varsayımda bulunabilmeyi analiz ederken varsayımların modelin formüle edilmesi sırasında yapılmasına rağmen modelin doğrulaması yapılırken hangi varsayımlar çerçevesinde kullanışlı olduğunun farkında olunmasına dikkat çekmiştir. Benzer şekilde bu çalışmada da çözüme ilişkin ortaya çıkan farklı modeller üzerine yansıtma yapılırken özellikle matematik okuryazarlık düzeyi yüksek olan veya araştırma öncesine göre çok belirgin bir yükseliş gösteren katılımcılar, bu farklılığın değişik varsayımlar kabul edilmesinden

kaynaklı olduğunu pek çok kez bir gerekçe olarak dile getirebilmiştir. Öte yandan Djepaxhija, Vos ve Fuglestad (2015) matematikleştirme sırasında parametre varsayımları, matematiksel model seçimi için varsayımlar ve görev beklentileri hakkında varsayımlar olmak üzere üç varsayım çeşidinden bahsetmiştir. Bu çalışmada da modelin formüle edilmesi sırasında ortaya çıkan *matematiksel müdahalede bulunulamayacak yönlerin göz ardı edilmesi veya matematiksel müdahalede bulunulabilecek şekilde kabul edilmesi, (ii) dolaylı yoldan etki eden değişkenler için amacı sağlayacak yönde kabullerde bulunma veya görmezden gelme ve (iii) modelin yapılandırılmasına veya çıktıların elde edilmesine doğrudan etki eden bağlamsal koşulların nasıl kabul edildiği veya edileceğinin göz önünde bulundurulması veya farkında olunması* şeklindeki varsayımlardan ilk ikisinin model seçimini etkileme yönünde baskın olduğu görülürken üçüncüsünün ise modelde yer alacak değişkenlerin veya niceliklerin ne olacağını ve nasıl olacağını doğrudan etkilediği için parametre varsayımları olarak ele alınabileceği düşünülmektedir. Diğer taraftan "bize verilenler dışında başka veri kullanamayız!", "kendimiz varsayımda bulunamayız!" "günlük yaşamdan bilgi kullanmamıza izin verilmiyor çünkü bu bir matematik problemi!" gibi kurallara bağlı kalmaya neden olabilen *görev beklentileri hakkında varsayımlar* bu çalışmada ortaya çıkmamıştır. Nitekim Djepaxhija, Vos ve Fuglestad (2015) öğrencilerin modelleme sürecinde önlerinin açılması için varsayım yapmada, günlük bilgilerini kullanmalarında özgür oldukları alışkanlığının kazandırılmasını önererek öğrenme ortamında bu yöndeki bir didaktik sözleşmenin önemine dikkat çekmiştir ki bu çalışmada ilk etkinlikten itibaren öğrenciler varsayımda bulunma konusunda özgür bırakılmış ve desteklenmiştir.

Son olarak PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde, matematikleştirme yeterliğinin üst düzeyde talep edildiği problemlerde modelin yaratılması sırasında kısıtlılıkların problem çözücü tarafından tanımlanmasının ve belirlenmesinin beklendiğine dikkat çekilmekte iken diğer taraftan var olan veya değişen koşullarla birlikte ortaya çıkan kısıtlılıklar doğrultusunda modelin yorumlanarak gereksinimleri karşılayıp karşılayamadığının değerlendirmesi ve gerekirse bu kısıtlılıklar doğrultusunda modelin modifiye edilmesi durumunda matematikleştirme yeterliği talebinin en üst düzeye çıktığı belirtilmektedir (OECD, 2013). Ayrıca OECD (2013) yorumlama ve değerlendirme sürecinde matematikleştirme yeterliğinin oynadığı rolü, matematiksel çözümün sınırlarının anlaşılması olarak da ifade ederken Turner, Blum ve Niss (2015) ise matematikleştirme yeterliğinin üst düzeyde talep edildiği problem durumlarında modelin

formüle edilme sürecinde problem çözücülerin varsayımlar, değişkenler ve ilişkilerin yanı sıra kısıtlılıkları kendilerinin belirlemelerinin gerekeceğine vurgu yapmaktadır. Bu çalışmada da bazen formüle etme bazen ise yorumlama ve değerlendirme süreçlerinde kısıtlılıkların ve sınırların belirlenmesi veya onların farkında olunması gerektiği pek çok etkinlikte açıkça görülmüştür. Öte yandan yürütme sürecinde söz konusu sayısal değerler için göz önünde bulundurulması gereken kısıtlamaların ifade edilmesinin ya da farkında olunmasının (ör. Mars etkinliğinde elde edilen 98280 ml değeri için sadece oksijen miktarı açıklaması yerine bir insana bir saatte gerekli oksijen miktarı açıklaması) matematiksel çözüm sürecinin önünü açtığı ve sonraki adımlar için rehberlik ettiği düşüncesi öne çıkmıştır.

4.3. Öneriler

Bu bölümde ileride yapılacak araştırmalara ve uygulamaya yönelik öneriler iki ayrı başlık altında sunulmuştur.

4.3.1. İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler

- Bu araştırmada sunulan matematikleştirme alt yeterliklerinden her birisinin ayrı ayrı derinlemesine incelendiği çalışmalar yürütülebilir.
- Bu araştırmada öğrencilerin matematikleştirme yeterliklerine ilişkin sadece bilişsel süreçleri incelenmiştir. Matematikleştirme yeterliklerinin işe koşulması sırasında öğrencilerin duyuşsal süreçlerinin incelenmesine yönelik çalışmalar yürütülebilir.
- PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliğinin diğer yeterliklerle olan bağlarının açığa çıkarılmasına ve nasıl destekleneceğine yönelik çalışmalar yürütülebilir.
- Farklı sınıf düzeylerinde ve farklı öğrenme alanlarında matematikleştirme yeterliğinin incelendiği çalışmalar yürütülebilir.

4.3.2. Uygulamaya yönelik öneriler

- Öğretmen yetiştirme programlarında matematik öğretmeni adaylarının matematikleştirme yeterliklerinin ve matematik okuryazarlıklarının geliştirilmesine yönelik modelleme etkinliklerine dayalı öğretim

uygulamalarının yer alması önerilmektedir. Öğretim uygulamalarının tasarlanmasında ve yürütülmesinde bu çalışmada ortaya konan çerçevedeki alt yeterlik ve bileşenler göz önünde bulundurulabilir.

- Matematik öğretmenlerinin öğretim ortamlarında fırsat buldukları her anda öğrencilerin matematikleştirme yeterliklerini desteklemeye yönelik bağlam ile ilişkilendirmelere teşvik eden sorgulamalar yaptırması ve bunu bir sınıf normu olma yönünde desteklemesi önerilmektedir. Matematikleştirme yeterliğinin desteklenmesinde ve izlenmesinde bu çalışmada ortaya konan alt yeterliklerin esas alınabileceği düşünülmektedir ki bu sayede daha sistematik bir güzergâh izlenebilecektir.

KAYNAKÇA

Akın, A., ve Kabael, T. (2016). Bir Matematik Eğitimi Araştırmasına Dayalı Öğretim Deneyi Deneyimi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *4*(3), 7-27.

Ang, K. C. (2015). Mathematical modelling in Singapore schools: A framework for instruction. In N.H. Lee ve K.E.D. Ng (Eds.), *Mathematical modelling: From theory to practice* (pp. 33-42). Yogyakarta, Indonesia: ATCM.

Ata Baran, A. (2019). *Matematiksel modellemeye dayalı bir öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlıklarının ve duyuşsal özelliklerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Berry, J. and Davies, A. (1996). Written Reports. In C. R. Haines ve S. Dunthorne (Eds.), *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices* (pp. 3.3-3.11). London: Arnold.

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley, ve G. Kaiser-Messmer (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in Context* (pp.3-14). Chichester, UK: Horwood.

Blum, W. (1996): Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, *23*, 15-38.

Blum, W., and Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, *1*(1), 45-58.

Blum, W. and Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? In: Haines, C. et al. (Eds), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Chichester, UK: Horwood.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 86-95.

Botha, H., and Van Putten, S. (2018). How mathematical literacy teachers facilitate mathematisation in modelling situations. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *22*(1), 93-102.

Brahmia, S., Boudreaux, A., and Kanim, S. E. (2016). Developing mathematical creativity with physics invention tasks. *ArXiv preprint arXiv:1602.02033* https://arxiv.org/abs/1602.02033 (Erişim tarihi: 28.03.2023)

Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, *30*(1), 19-36.

Cabassut, R. (2010). The double transposition in mathematisation at primary school. *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 6,* Lyon: Institut National de Recherche Pédagogique, (pp. 2156 – 2165). V. Durand Guerrier, S. Soury Lavergne, and F. Arzarello (Eds.).

Chevallard, Y. (1989). Implicit mathematics: Their impact on societal needs and demands In J Malone, H Burkhardt, and C Keitel Eds, *The mathematics curriculum: Towards the year 2000* içinde (pp.49-57). Perth, WA: Curtin University of Technology.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. Kelly and R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Cobb, P., and Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for research in mathematics education*, *14* (2), 83-94.

Corbin, J., and Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: techniques and procedures for developing grounded theory* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage

Corte, E. D. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction. *Applied psychology*, *53*(2), 279-310.

Dede, A. T. (2015). *Matematik Derslerinde Öğrencilerin Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Dede, A. T. (2016). Modelling Difficulties and Their Overcoming Strategies in the Solution of a Modelling Problem. *Acta Didactica Napocensia*, *9*(3), 21-34.

Dede, Y., Doğan, M.F., Aslan Tutak, F., (2021). Matematik eğitiminde etkinliklere genel bakış. Dede, Y., Doğan, M. F., Aslan Tutak, F. (Eds.), *Matematik eğitiminde etkinlikler ve uygulamaları* içinde (s.3-16). Ankara: PEGEM Akademi.

De Lange, J. (1999). Framework for classroom assessment in mathematics. *Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*, 12. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6279.pdf (Erişim tarihi: 28.03.2023)

De Lange, J. (2006). *Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective.* http://beteronderwijsnederland.net/files/active/0/De%20Lange%20ML%202006.pdf (Erişim tarihi: 10.06.2017)

Deniz, Ö. ve Kabael, T. (2017). Students' mathematization process of the concept of slope within the realistic mathematics education. *Hacettepe University Journal of Education*, *32*(1), 123-142.

Djepaxhija, B., Vos, P., and Fuglestad, A. B. (2015). Exploring grade 9 students' assumption making when mathematizing. *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* Prague, Czech Republic, 4-8 February 2015, pp. 848-854. K. Krainer and N. Vondrová (Eds.)

English, L. D., and Watters, J. J. (2004). Mathematical Modelling with Young Children. *Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Bergen, Norwey, 14–18 July 2004, pp. 335-342. M. J. Hoines & A. B Fuglestad (Eds.),

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics, 62* (3), 303-323.

Galbraith, P. and Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM, 38*(2), 143-162.

Glesne, C. (2012). *Nitel araştırmaya giriş* (Çev. A. Ersoy, ve P. Yalçınoğlu). Ankara: Anı Publishing.

Green, J., Willis, K., Hughes, E., Small, R., Welch, N., Gibbs, L., and Daly, J. (2007). Generating best evidence from qualitative research: The role of data analysis. *Australian and New Zealand Journal of Public Health*, *31*(6), 545-550.

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. S. K. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75–102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Freudenthal, H. (1968). Why To Teach Mathematics So As To Be Useful, *Educational Studies İn Mathematics*, *1*(2), 3-8.

Freudenthal, H.(1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lecturers*. Dordrecht: Kluwer.

Galbraith, P. and Stillman, G. (2011). Evolution of applications and modelling in a senior secondary curriculum. In: Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G.

(eds), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, (pp. 689-699). Springer: Dordrecht.

Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in mathematics, 55*(1), 163-179.

Gellert, U., and Jablonka, E. (2007). Mathematisation – Demathematisation. In U. Gellert & E. Jablonka (eds), *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications* (pp. 1-18). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publisher

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(5), 443-471.

Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics, 54*(1), 9-35

Hıdıroğlu, Ç., Dede, A. T., Semiha, K., ve Güzel, E. B. (2014). Matematiksel modelleme süreci çerçevesinde öğrencilerin kuyruklu yildiz problemine ilişkin çözümleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1*(31), 1-17.

Højgaard, T. (2021). Teaching for mathematical competence: the different foci of modelling competency and problem solving competency. *Quadrante*, *30*(2), 101-122.

Jupri, A., Usdiyana, D., and Sispiyati, R. (2021). Teaching and learning process for mathematization activities: The case of solving maximum and minimum problems. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education), 6*(2), 100-110.

Kaiser, G., ve Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. *Teaching mathematics and its applications, 24*(2-3), 48-60.

Kertil, M. (2008). *Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Matematiksel Modelleme Sürecinde İncelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi.

Kızıltoprak, F. (2017). *Matematik okuryazarlığının problem çözmede sistematik çeşitleme ile desteklenmesinin öğretim deneyi yoluyla incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.

Knott, A. (2014). *The process of mathematisation in mathematical modelling of number patterns in secondary school mathematics*. Doctoral dissertation, Stellenbosch: Stellenbosch University.

Knuth, E., and Elliott, R. (1997). Pre-service secondary mathematics teachers'interpretations of mathematical proof. In J.A. Dossey, J.O. Swafford, M. Parmantie and A.E. Dossey (Eds.), *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Illinois, USA, Oct. 18-21, 1997, pp. 545-552.

Kol, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematikselleştirme sürecinin bir matematiksel modelleme etkinliği süresince incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kwon, O. N. (2009). Conceptualizing the realistic mathematics education aproach in the teaching and learning of ordinary differential equations. *Colección Digital Eudoxus,* (11).

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., and Post, T. R. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly, R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education*, (pp. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey.

Lesh, R. A. (2003). How mathematizing reality is different from realizing mathematics. In Houston, S. K., Lamon, S. J. and Parker, W. A. (Eds), *Mathematical Modeling: A Way of Life ICTMA11*, (pp. 37-52). Sawston, UK: Woodhead Publishing

Lesh, R., and Doerr, H. M. (2003). (Eds.). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum

Maaß, K. (2005). Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. *Teaching mathematics and its applications, 24*(2/3), 61.

Maaß, K. (2006). What are the modelling competencies?, *ZDM, 38* (2), 113-142.

Mariani, S., and Hendikawati, P. (2017). Mathematizing process of junior high school students to improve mathematics literacy refers PISA on RCP learning. In *Journal of Physics: Conference Series, 82,* 1-6.

McCrone, S. S., and Dossey, J. A. (2007). Mathematical literacy: It's become fundamental. *Principal Leadership,* 7 (5), 32-37.

Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook.* (2nd Edition). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2011). *PISA Türkiye*. http://pisa.meb.gov.tr/wpcontent/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf (Erişim tarihi: 10.04.2018).

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2015). *PISA 2012 araştırması ulusal nihai rapor*. http://pisa.meb.gov.tr/ (Erişim tarihi: 02.09.2017).

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Akademik becerilerin izlenmesi ve değerlendirilmesi: 8.sınıflar raporu*. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_11/30114819_iY-web-v6.pdf (Erişim tarihi: 07.10.2018).

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8. sınıflar).* Ankara. http://mufredat.meb.gov.tr/viewer/web/viewer.html?file=/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf (Erişim tarihi 13.01.2023)

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2019). PISA 2018 Türkiye ön raporu. https://pisa.meb.gov.tr/(Erişim tarihi: 07.01.2023).

Mousoulides, N., Sriraman, B., Pittalis, M., and Christou, C. (2007). Tracing students' Modelling processes in elementary and secondary school. In *Proceedings of the fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Larnaca, Cyprus: European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2130-2139).

Mousoulides, N., Pittalis, M., Christou, C., & Sriraman, B. (2010). Tracing students' modeling processes in school. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp.119-129). New York: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_10 (Erişim tarihi: 28.03.2023).

Neumann, I., Duchhardt, C., Grüßing, M., Heinze, A., Knopp, E., and Ehmke, T. (2013). Modeling and assessing mathematical competence over the lifespan. *Journal for educational research online*, *5*(2), 80-109.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York: Springer.

Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In Lesh, R., Galbraith, P.L., Haines, C.R., and Hurford, A. (Eds), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 43-59). Springer US.

Niss, M., and Højgaard, T. (2011). A competence description of mathematical education. In M. Niss and T. Højgaard (Eds.), *Competencies and mathematical learning* (pp. 49-80). Denmark: Roskilde University Press

Niss, M., and Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematiklæring. *Udannelsesstyrelsens temahæfteserie,* nr. 18. Copenhagen: Ministry of Education. https://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/ (Erişim tarihi: 28.03.2023).

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2009), *Take the Test: Sample Questions from OECD's PISA Assessments*, PISA, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/9789264050815-en (Erişim tarihi:28.03.2023).

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2013). *PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.* OECD Publishing. https://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/pisa2003assessmentframeworkmathematicsreadingscienceandproblemsolvingknowledgeandskills-publications2003.htm (Erişim tarihi:28.03.2023).

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy,* OECD Publishing. *http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en* (Erişim tarihi:28.03.2023).

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition,* PISA, OECD Publishing, Paris.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2018). *pisa 2021 mathematics framework (second draft).* OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa-2021-mathematics-framework-draft.pdf (Erişim tarihi:28.03.2023).

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019), "PISA 2018 Mathematics Framework", in *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/13c8a22c-en (Erişim tarihi:28.03.2023).

Pugalee, D. (1999). Constructing a model of mathematical literacy. *The Clearing House, 73* (1), 19-22.

Rasmussen, C. , Zandieh, M., King, K. and Teppo, A. (2005). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(1), 51-73.

Reed, B. (2007). *The effects of studying the history of the concept of function on student understanding of the concept.* (Unpublished Doctoral Dissertation). Kent State University, Ohio.

Seino, T. (2005). Understanding the role of assumptions in mathematical modelling: Analysis of lessons with emphasis on the 'awareness of assumptions'. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, and A. Roche (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice (MERGA 28)* (Vol. 2, pp. 664–671). Adelaide, Australia: MERGA.

Sönmez, M. T. (2016). *Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinlikleriyle matematikselleştirme süreçlerinin ve finansal okuryazarlıklarının incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Staats, S., and Robertson, D. (2014). Designing tasks for math modeling in college algebra: A critical review. *Journal of College Teaching & Learning (TLC), 11*(2), 85-94.

Stacey, K., and Turner, R. (2015). The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. In *Assessing mathematical literacy* (pp. 5-33). Springer, Cham.

Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh, & A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of*

research design in mathematics and science education (pp. 267–307). Hillsdale: Erlbaum.

Straehler-Pohl, H. (2017). Dematematisation and ideology in times of Capitalism: Recovering critical distance. In Straehler-Pohl, H., Pais, A., and Bohlmann, N. (Eds.), *The disorder of mathematics education* (pp. 35-52). Springer, Cham.

Taşpınar Şener, Z. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının tasarladıkları model oluşturma etkinliklerinin incelenmesi ve bu etkinliklerin öğretim sürecinde kullanımlarına ilişkin görüşleri.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi üniversitesi, Ankara.

The International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching [CIEAEM], (2017). *Mathematisation: social process & didactic principle Discussion paper.*
chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ewi-psy.fu-berlin.de/en/einrichtungen/arbeitsbereiche/grundschulpaed/3_mathematik/CIEAEM69_n/Discussion-Papers/Discussion_Paper_CIEAEM69.pdf (Erişim tarihi: 13.01.2023)

Toluk Uçar, Z. (2021). Matematiksel etkinlik kavramının teorik ve felsefi temelleri. Dede, Y., Doğan, M. F., Aslan Tutak, F. (Eds.). *Matematik eğitiminde etkinlikler ve uygulamaları* içinde (s.17-41). Ankara: PEGEM Akademi.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory and theory description in mathematics ınstruction- The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer.

Turner, R., and Adams, R.J. (2012). Some drivers of test item difficulty in mathematics: An analysis of the competency rubric. Paper presented at the *Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA)*, 13-17 April 2012,Vancouver. http://research.acer.edu.au/pisa/7/ (Erişim tarihi: 28.03.2023).

Turner, R., Blum, W., and Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp. 85-115). Springer, Cham.

Uzel, D., and Uyangor, S. M. (2006). Attitudes of 7th Class Students Toward Mathematics in Realistic Mathematics Education. In *International Mathematical Forum 1* (39), 1951-1959.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, S. and Tekin Dede, A. (2016). Mathematization competencies of pre-service elementary mathematics teachers in the mathematical modelling process. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 4*(4), 284-298.

Yoon, C., Dreyfus, T., & Thomas, M. O. (2010). How high is the tramping track? Mathematising and applying in a calculus model-eliciting activity. *Mathematics Education Research Journal, 22*(2), 141-157.

EKLER

Ek-1 ARAŞTIRMA GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Bu çalışma, *"Modelleme Etkinlikleri İle Desteklenmiş Öğrenme Ortamında Matematik Okuryazarlığı Çerçevesinde Matematikleştirme Yeterliğinin İncelenmesi"* başlıklı bir araştırma çalışması olup, 8. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliklerini desteklemeye yönelik öğretim etkinlikleri tasarlama ve bu etkinliklerin uygulanması sürecinde matematikleştirme yeterliğinin gelişimini veren bir yol haritası ortaya koyma amacını taşımaktadır. Çalışma, okulunuz matematik öğretmeni Ömer DENİZ tarafından yürütülecektir. Elde edilen sonuçlar ile cebir öğrenme alanında 8. Sınıf öğrencilerinin matematikleştirme yeterliği ve buna bağlı olarak matematik okuryazarlığının gelişmesine fırsat veren etkinlikler tasarlanacak ve gelişime fırsat veren olası bir yol haritası ortaya konacaktır. Bu çalışma ile 21. Yüzyılda beklenen matematik okuryazarlığı yüksek bireyler yetiştirebilme amacı doğrultusunda, onun özel bir yeterliği olan matematikleştirme becerilerinin gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, video ve ses kaydının yapılacağı görüşmeler yardımıyla veriler toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler hem dijital ortamda hem de dosyalama yolu ile korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabileceksiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünden ' e ya da okulunuz matematik öğretmeni Ömer DENİZ' e yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı
Adres
İş Tel

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.
(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:
İmza:
Tarih:

Ek-2 VELİ İZİN FORMU

…/…/2018
Sayın Veli,

İnegöl Fenerbahçeliler Derneği Hamamlı Ortaokul Matematik öğretmeniyim. Aynı zamanda Eskişehir Anadolu Üniversitesinde doktora yapmaktayım. Matematikleştirme becerilerini desteklemeye yönelik öğretim etkinlikleri geliştirilmesi ve etkinliklerin uygulanması sürecinde matematikleştirme becerisinin ve matematik okuryazarlığının incelenmesi konulu tez yazmayı planlıyorum.
Çalışmanın amacı, ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematikleştirme yeterliklerini desteklemeye yönelik öğretim etkinlikleri tasarlamak ve bu etkinliklerin uygulanması sürecinde matematikleştirme yeterliğinin gelişimini veren bir yol haritası ortaya koymaktır. 21. Yüzyıl bireylerinin matematik okuryazarlığı yüksek olması beklenmekte ve bu sebeple matematik okuryazarlığını geliştirmenin gelişmiş ülkelerde eğitimin en genel amaçlarından biri haline geldiği görülmektedir. Bu çalışmada öğrencilerin cebir öğrenme alanında matematik okuryazarlıklarının desteklenmesi amaçlanmakta ve bunun için onun önemli bir yeterliği olan matematikleştirme becerilerinin gelişmesine fırsat veren öğretim etkinlikleri tasarlanması planlanmaktadır. Öğrencilerin cebir öğrenme alanında matematikleştirme yeterliğini geliştirmelerine fırsat veren öğrenme ortamları ile matematik okuryazarlıklarının olumlu yönde gelişeceği düşünülmektedir. Matematikleştirme yeterliklerinin gelişim sürecinin izlenmesi ve sürecin farklı zamanlarında daha derinlemesine bilgi alınabilmesi amacıyla öğrencilerle birebir görüşmeler de yapılacaktır.
Geliştirilen etkinliklerin uygulandığı öğrenme ortamları elde edilen verilerin korunması amacıyla video ile kayıt altına alınacaktır. Çocuğunuz ile matematikleştirme ve PISA matematik okuryazarlığına yönelik geliştirilen açık uçlu testler uygulanacak ve en az üç kere görüşme yapılacaktır. Görüşmeler, elde edilen verilerin analiz edilebilmesi amacıyla video ve ses kayıt cihazı ile kaydedilecektir. Sorulan matematik soruları ve görüşme çocuğunuz için ruhsal ve fiziksel bir risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun hiçbir kimlik bilgisi alınmayacaktır. Ses kayıtları sadece tez danışmanı ve araştırmacı tarafından ulaşılabilecektir ve gizlilik esaslarına kesinlikle uyulacaktır. Katılım tamamen gönüllülük esaslarına bağlıdır ve arzu ettiğiniz takdirde, herhangi bir yaptırıma maruz kalmadan katılımdan vazgeçme hakkına sahipsiniz. Sizin onayınız yanı sıra çocuğunuzun kendi gönüllüğü de bir ön şarttır. Araştırmaya ya da çocuğunuzun katılımına yönelik daha fazla bilgi için matematik öğretmeni Ömer DENİZ' e başvurabilirsiniz.

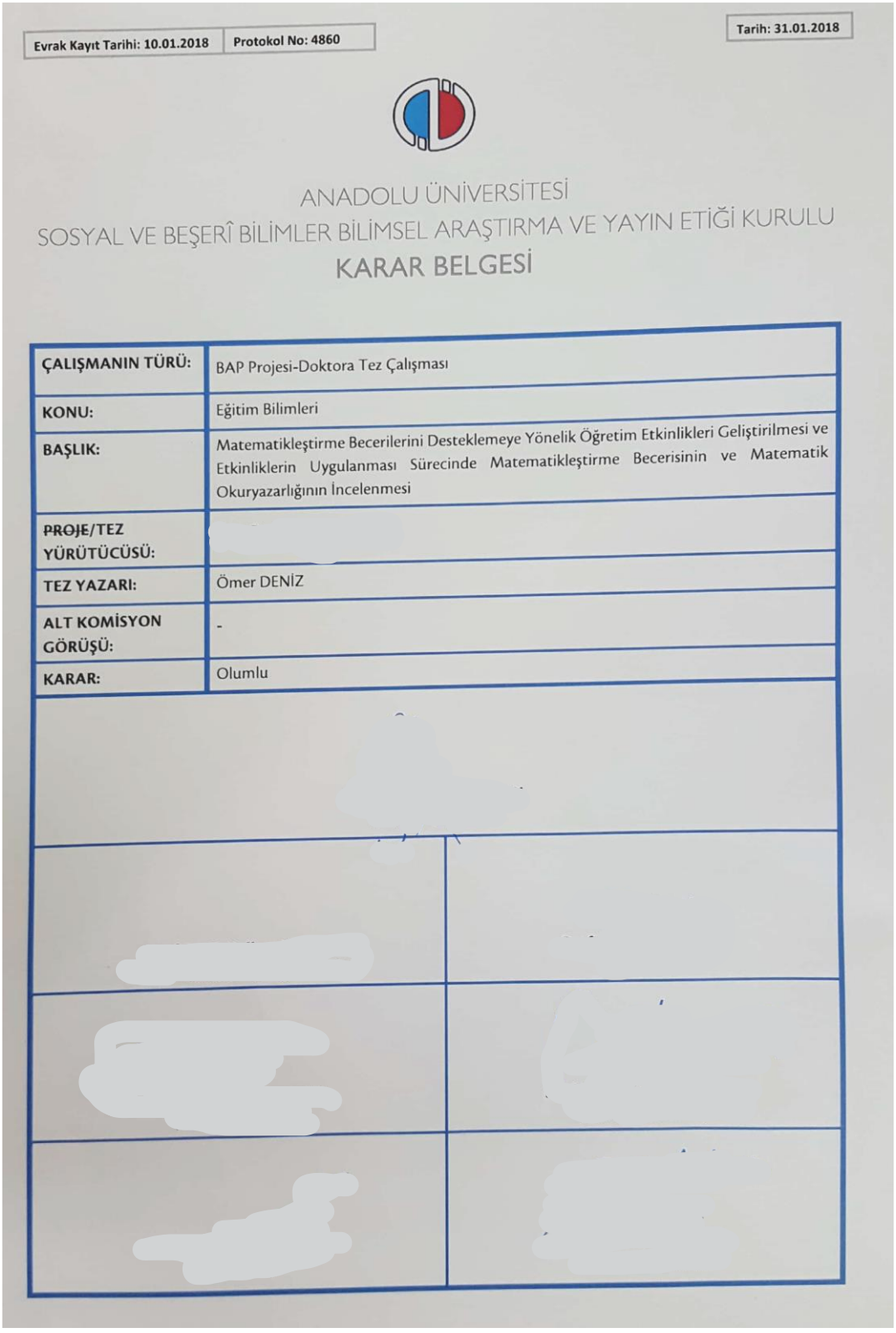
Teşekkürler,
Aynı zamanda matematik öğretmeni olan araştırmacının adresi ve telefon numarası
Ömer DENİZ (....)

Yukarıda açıklamasını okuduğum çalışmaya, oğlum/kızım _____'nin katılımına izin veriyorum. Ebeveynin:

Adı, soyadı: _____ İmzası: _____ Tarih: _____

Çocuğunuzun katılımı ya da haklarının korunmasına yönelik sorularınız varsa ya da çocuğunuz herhangi bir şekilde risk altında olabileceğine, strese maruz kalacağına inanıyorsanız Anadolu Üniversitesi Etik Kuruluna telefon numarasından ulaşabilirsiniz.

Ek-3ANADOLU ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU İZNİ



Evrak Kayıt Tarihi: 10.01.2018 | Protokol No: 4860

Tarih: 31.01.2018

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	BAP Projesi-Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Matematikleştirme Becerilerini Desteklemeye Yönelik Öğretim Etkinlikleri Geliştirilmesi ve Etkinliklerin Uygulanması Sürecinde Matematikleştirme Becerisinin ve Matematik Okuryazarlığının İncelenmesi
~~PROJE~~/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	
TEZ YAZARI:	Ömer DENİZ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

Ek-4 BURSA İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ'NDEN UYGULAMA İZNİ

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 86896125-605.01-E.7859754 18.04.2018
Konu : Ömer DENİZ'in Araştırma İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : Milli Eğitim Bakanlığı'nın Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu 22/08/2017 tarihli ve 2017/25 sayılı Genelgesi.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi doktora programı öğrencisi Ömer DENİZ'in "Matematikleştirme Becerilerini Desteklemeye Yönelik Öğretim Etkinlikleri Geliştirilmesi ve Etkinliklerin Uygulanması Sürecinde Matematikleştirme Becerisinin ve Matematik Okuryazarlığının İncelenmesi" konulu araştırma isteği Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü'nün 05/04/2018 tarihli ve 39062 sayılı yazısı ile bildirilmektedir.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi doktora programı öğrencisi Ömer DENİZ'in "Matematikleştirme Becerilerini Desteklemeye Yönelik Öğretim Etkinlikleri Geliştirilmesi ve Etkinliklerin Uygulanması Sürecinde Matematikleştirme Becerisinin ve Matematik Okuryazarlığının İncelenmesi" konulu araştırmasını Müdürlüğümüze bağlı **İnegöl Fenerbahçeliler Derneği Hamamlı Ortaokulu'nda eğitim gören 8. sınıf öğrencilerine** araştırma yapma isteği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmiştir. Araştırma ile ilgili çalışmanın **okul/kurumlardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek ve gönüllülük esası ile** okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması ayrıca **araştırma sonuçlarının Müdürlüğümüz ile paylaşılması** komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Ekrem KOZ
İl Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

OLUR
18.04.2018

Sabahattin DÜLGER
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK-5 AÇIK UÇLU MATEMATİKLEŞTİRME TESTİ (AUMT)

BİRİNCİ PARÇA

Hava sıcaklığı ile birlikte havadaki nem oranı ve hava akım hızının beraberce kişi üzerinde oluşturduğu sıcaklık etkisine efektif sıcaklık (hissedilen sıcaklık) denilmektedir. Yani bir ortamdaki sıcaklık, tek bir değişkenden ibaret değildir. Sıcaklığın termometre üzerinde derece olarak artması veya azalması yanında, nemin ve hava akım hızının durumu da sıcaklığın etkisini arttırır veya hafifletir. Bir başka deyişle iki farklı ortamda termometre farklı sıcaklıkları gösterse bile, o iki ortamda aynı sıcaklık hissedilebilir. Bununla birlikte iki farklı ortamda termometre aynı sıcaklığı göstermesine rağmen o ortamlarda bulunan insanlar farklı sıcaklıkta olduklarını hissedebilirler. Örnek vermek gerekirse, 27 ^{0}C ve 37 ^{0}C olan iki ortam düşünün. Termometrenin 37 ^{0}C' yi gösterdiği ortamda nem oranı %10 ve hava akım hızı 3 m/s olsun. Eğer termometrenin 27 ^{0}C' yi gösterdiği ortamda nem oranı %70 ve hava akım hızı 0,1 m/s olursa iki ortamda da hissedilen sıcaklık derecesi eşit olacaktır. Yani bu koşullardaki iki ortamda da kişi üzerindeki sıcaklık etkisi aynıdır. (Bu bilgiler http://www.isguvenligi.net/yararli-bilgiler/isyerinde-ortam-atmosferi-kosullari/'' den alınmıştır).

Yukarıda verilen metne göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız. Açıklamalarınız önemli olup, düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde paylamanız beklenmektedir. İstenirse ek kâğıt talep ederek cevaplarınızı daha da detaylandırabilirsiniz.

1. Yukarıda verilen metinde ne anlatılmak istenmektedir? Kendi cümlelerinizle durumu açıklayıp, bu metinden ne gibi çıkarımlarda (sonuçlar, yorumlar) bulabileceğinizi yazınız. Bu bilgilerin günlük yaşamınızda ne işe yarayabileceğini tahmin ediniz.

2. Bu metinde verilen bilgilere göre temel olarak sunulan, açıklanmaya çalışılan esas terim (başrol oynayan kavram) nedir? Onu etkileyen değişkenleri yazabilir misiniz?

3. Açıklanmak istenen esas terimi etkileyen değişkenlerden birisinin yok olduğunu varsayın. Diğerleri arasındaki ilişkiyi hem sayısal hem sözel olarak açıkça ortaya koymaya çalışın.

4. Ortaya koymaya çalıştığınız ilişkinin hangi değişkenler arasında olduğunu yazınız. Bu ilişkiyi birkaç durum için değil de olası tüm durumlar için sözel ya da cebirsel olarak ifade edebilir misiniz? (NOT: Tablo, grafik vb. kullanabilirsiniz.)

İKİNCİ PARÇA

Hava sıcaklığı ile birlikte havadaki nem oranı ve hava akım hızının beraberce kişi üzerinde oluşturduğu sıcaklık etkisine efektif sıcaklık (hissedilen sıcaklık) denilmektedir. Yani bir ortamdaki sıcaklık tek bir değişkenden ibaret değildir. Sıcaklığın termometre üzerinde derece olarak artması veya azalması yanında, nemin ve hava akım hızının durumu da sıcaklığın etkisini arttırır veya hafifletir. Bir başka deyişle iki farklı ortamda termometre farklı sıcaklıkları gösterse bile, o iki ortamda aynı sıcaklık hissedilebilir. Bununla birlikte iki farklı ortamda termometre aynı sıcaklığı göstermesine rağmen o ortamlarda bulunan insanlar farklı sıcaklıkta olduklarını hissedebilirler. Örnek vermek gerekirse, 27 ^{0}C ve 37 ^{0}C olan iki ortam düşünün. Termometrenin 37 ^{0}C' yi gösterdiği ortamda nem oranı %10 ve hava akım hızı 3 m/s olsun. Eğer termometrenin 27 ^{0}C' yi gösterdiği ortamda nem oranı %70 ve hava akım hızı 0,1 m/s olursa iki ortamda da hissedilen sıcaklık derecesi eşit olacaktır. Yani bu koşullardaki iki ortamda da kişi üzerindeki sıcaklık etkisi aynıdır. (Bu bilgiler http://www.isguvenligi.net/yararli-bilgiler/isyerinde-ortam-atmosferi-kosullari/'' den alınmıştır).

Yukarıda verilen metne göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız. Açıklamalarınız önemli olup düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde paylamanız beklenmektedir. İstenirse ek kâğıt talep ederek cevaplarınızı daha da detaylandırabilirsiniz.

5. Hava akımını dikkate almadığınız takdirde ortamdaki nem miktarı, hissedilen sıcaklık değerini nasıl etkilemektedir? Açıklayınız.

6. Hava akımını dikkate almadığınız takdirde, sıcaklık ile nem miktarı arasında ilişkinin doğrusal olduğu varsayılırsa, bu ilişkiyi hem sözel hem de cebirsel olarak ifade edebilir misiniz?

7. Hava akımını dikkate almadığınız takdirde, sıcaklığın 49 ^{0}C ve nem oranının %60 olduğu A sınıfı ile sıcaklığın 52 ^{0}C ve nem oranının %12 olduğu B sınıfını düşünün. Sizce hangi sınıftaki efektif sıcaklık yani hissedilen sıcaklık fazla olur? Cevabınızı gerekçelendirerek açıklayınız.

8. Hava akımını dikkate almadığınız takdirde, 30 ^{0}C sıcaklıkta bir sınıfın, hissedilen sıcaklığın 25 ^{0}C olduğu bir ortama dönüşebilmesi için ne yapılabilir? Gerekçeli olarak açıklamalarınız ve işlemlerinizi yazınız.

ÜÇÜNCÜ PARÇA

Hava sıcaklığı ile birlikte havadaki nem oranı ve hava akım hızının beraberce kişi üzerinde oluşturduğu sıcaklık etkisine efektif sıcaklık (hissedilen sıcaklık) denilmektedir. Yani bir ortamdaki sıcaklık tek bir değişkenden ibaret değildir. Sıcaklığın termometre üzerinde derece olarak artması veya azalması yanında, nemin ve hava akım hızının durumu da sıcaklığın etkisini arttırır veya hafifletir. Bir başka deyişle iki farklı ortamda termometre farklı sıcaklıkları gösterse bile, o iki ortamda aynı sıcaklık hissedilebilir. Bununla birlikte iki farklı ortamda termometre aynı sıcaklığı göstermesine rağmen o ortamlarda bulunan insanlar farklı sıcaklıkta olduklarını hissedebilirler. (Bu bilgiler http://www.isguvenligi.net/yararli-bilgiler/isyerinde-ortam-atmosferi-kosullari/'' den alınmıştır).

Yukarıda verilen metne göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız. Açıklamalarınız önemli olup düşüncelerinizi ayrıntılı bir şekilde paylamanız beklenmektedir. İstenirse ek kâğıt talep ederek cevaplarınızı daha da detaylandırabilirsiniz.

9. Efektif sıcaklık için, hava akımının etkisinin olmadığı ve %0 nem oranında gerçek sıcaklığın hissedilen sıcaklığa eş olduğunu varsayalım. Bu durumda %0 nem oranında 20 ^{0}C sıcaklığa sahip bir sınıfta efektif sıcaklık yine 20 ^{0}C olacaktır. Bu sınıfta efektif sıcaklık (y) ile nem oranı (x) arasında doğrusal olduğu varsayılan ilişki y=20 + 25x olarak ifade edilmektedir. Buna göre bu sınıftaki nem oranının efektif sıcaklığı nasıl etkilediğini ifade edip açıklayabilir misiniz? (NOT: Eğer işinize yarayacaksa örneğin nem oranı %5 olarak verildiğinde, bunu $\frac{5}{100}$ ya da 0,05 olarak veya %45 verildiğinde $\frac{45}{100}$ ya da 0,45 olarak yazabilirsiniz).

10. Efektif sıcaklık için, hava akımının etkisinin olmadığı ve %0 nem oranında gerçek sıcaklığın hissedilen sıcaklığa eş olduğunu varsayalım. Bu durumda %0 nem oranında 20 ^{0}C sıcaklığa sahip bir sınıfta efektif sıcaklık yine 20 ^{0}C olacaktır. Yine aynı varsayımlar kabul edildiğinde bu sınıfta hissedilen sıcaklığın 40 ^{0}C olması durumunda nem oranı % kaç olur? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

11. Bu sınıfta hissedilen sıcaklığın gerçek sıcaklıktan daha düşük olması mümkün müdür?

    a. Bu sınıf için hissedilen sıcaklığın gerçek sıcaklığın altında olup olamayacağına yönelik ulaştığınız sonuç, gerçek yaşamınızda benzer bir durum için de her zaman uygun mudur? Hem sözel hem de matematiksel olarak gerekçelendirerek sonucunuzu ve yorumunuzu yazar mısınız?

    b. Sizce neden böyle bir sonuç ortaya çıkmakta ve ne yapılmış olması buna neden olmaktadır?

Meteoroloji Genel Müdürlüğü internet sayfasından dış ortamlar için hissedilen sıcaklık hesaplaması için şu bilgiler verilmektedir.

Sitemizde verilen hissedilen sıcaklık değerleri aşağıdaki hususlar göz önünde bulundurularak kullanılmalıdır:

- Hissedilen sıcaklık, vücudun dış ortam sıcaklığı ile kendi sıcaklığı arasındaki farkı gidermek için girişeceği çabanın bir nevi ölçüsü olduğundan herkes tarafından farklı hissedileceği unutulmamalıdır.
- Yaygın olarak kullanılan "gölgede sıcaklık" tanımı, dış ortam şartlarından (direkt güneş ışığı, rüzgâr, yağış vb.) arındırılmış bir ortamda ölçülen sıcaklık değeridir. Meteorolojik amaçlı sıcaklık ölçümleri bu şekilde yapılmaktadır.
- Hissedilen sıcaklık değeri hesaplanırken hem nem değerinin hem de sıcaklık değerinin kullanılması gerekmektedir. Bu iki değerden birisi bulunmadığında hissedilen sıcaklık hesaplanamaz (Değer yok).
- Sıcaklığın 27 derecenin altında veya nemin %40'ın altında olduğu durumlarda hissedilen sıcaklık değeri hesaplanmaz (Değerler limit dışı).
- Beş günlük tahminlerde verilen sıcaklık değerleri gün içinde beklenen en yüksek ve en düşük sıcaklıklardır. Hissedilen sıcaklığın bu değerlere göre hesaplandığı ve gün içinde karşılaşılacak olası en yüksek değer olduğu unutulmamalıdır.

Bu bilgiler ışığında yukarıda bir sınıf için verilen, hissedilen sıcaklık ve nem oranı arasındaki ilişkiyi gösteren y= 20 +25x ifadesini gözden geçirelim.

12. y= 20 + 25x denklemi yukarıda verilen bilgiler ışığında Meteoroloji Genel Müdürlüğü (MGM) tarafından herhangi bir bölgedeki hissedilen sıcaklık değerini veren bir denklem olarak kullanılabilir mi? Eğer kullanılamıyorsa kullanılabilmesi için nasıl bir değişiklik (denklemde bir değişiklik ya da bazı kısıtlama sınırlandırmalar ek bilgi olarak ekleme vb.) yapılarak kullanışlı hale getirilebilir tartışınız.

Ek-6 MATEMATİK OKURYAZARLIĞI ÖLÇME TESTİ (MOÖ)

EN İYİ ARABA

Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

SORU 1: Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

$$\text{Toplam Puan} = (3 \times E) + Y + D + İ$$

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan : .....

DÖVİZ KURU

Singapur'dan Mei-Ling, değişim öğrencisi olarak 3 aylığına Güney Afrika'ya gitmeye hazırlanmaktadır. Bu sebeple bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika randına (ZAR) dönüştürme gereksinimi duymuştur.

SORU 1: Mei-Ling, bu sırada Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kurunun şu şekilde olduğunu öğrenmiştir:

1 SGD = 4.2 ZAR

Mei-Ling, bu döviz kurunda 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına dönüştürmüştür.

Mei-Ling Güney Afrika randı olarak ne kadar para almıştır?

Cevap:……

SORU 2:

3 ay sonra Singapur'a geri döndüğünde, Mei-Ling' in 3 900 ZAR parası kalmıştır. Bunun üzerine Mae Ling parasını tekrar Singapur dollarına (SGD) dönüştürmüştür. Bu dönüşüm sırasındaki döviz kuru ise şu şekildedir:

1 SGD = 4.0 ZAR

Mei-Ling, Singapur doları cinsinden ne kadar para almıştır?

Cevap:……..

BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ HALE

Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır.

Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Soru 1: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.

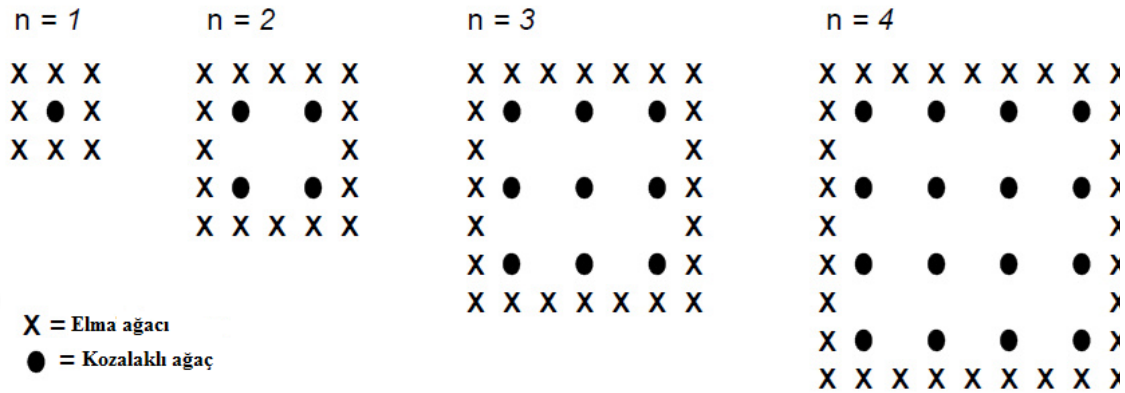
B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.

C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.

D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

ELMALAR

Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgara karşı korumak için, meyve bahçesinin çevresine kozalaklı ağaç dikiyor. Aşağıda elma ağaçlarının sıra sayısına (n) göre, hem elma ağaçlarının hem de kozalaklı ağaçların dikiliş modelinin bulunduğu durumu gösteren diyagramı görüyorsunuz.



Soru 1: ELMALAR

Aşağıdaki tablodaki boşlukları doldurunuz.

n	Elma ağaçları sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Soru 2: ELMALAR

Tanımlanan örüntü için elma ağaçları sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamada kullanabileceğiniz iki formül var. Bunlar:

"n" elma ağaçlarının sıra sayısı olmak üzere;
Elma ağaçlarının sayısı= n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı= 8n

Kozalaklı ağaç sayısı ve elma ağaçlarının sayısının birbirine eşit olduğu "n" değeri vardır. Bu "n" değerini bulun ve bunu hesaplamadaki yönteminizi gösterin.

Soru 3:

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatın.

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.

Soru 1:

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir.

Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: ..... cm

Soru 2:

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir.

Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir.

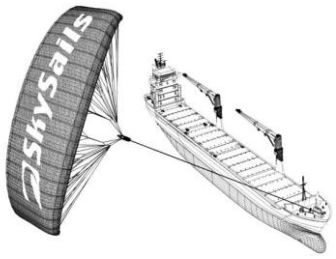
Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

PARAŞÜTLÜ GEMİLER

.

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır. Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.



© skysails'den alınmıştır.

Soru 1:

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/sa olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

Soru 2:

Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı *Büyük Dalga* gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: *Büyük Dalga*

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre

Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir. Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Yıl sayısı: .....

Ek-7 ÖN VE SON GÖRÜŞME SORULARI

ÖN VE SON GÖRÜŞME SORULARI

Uygulanacak olan PISA testinin ardından katılımcıya görüşme sırasında aşağıdaki olası sorular sorulacaktır:

1) Bu soruyu çözerken neden bu yolu kullandın? Nasıl ulaştın bu sonuca?
2) Mesela bu soruda örnekler üzerinden çözüme ulaşmışsın. Başka türlü de bu sonuçlara ulaşabilir miydin?
3) Bu soruda ne anlatılmak isteniyor? Açıklar mısın bana? Bazı çizimler yapmışsın.
4) Sence en kolay ve en zor soru hangileriydi? Neden öyle düşünüyorsun?
5) (Ortaya koyduğu işlemler anlaşılmadığında ya da yeterince işlem yapmadığı sorularda) Burada ne yapmak istedin? Nasıl sonuca ulaştın? Neden Sonuca ulaşamadın?

Ek-8 İLK ARA GÖRÜŞME SORULARI

ARI SÜTÜ BAĞLAMLI GERÇEK YAŞAM DURUMUNA İLİŞKİN ÇALIŞMA YAPRAĞI

Dünya' nın en pahalı sütlerinin başında arı sütü gelmektedir. Arı sütü, 5-15 günlük işçi arıların baş kısmında bulunan alt çene ve boğaz bezleri tarafından salgılanan, genç larva dönemindeki yavruların ve ana arının beslenmesinde kullanılan krem kıvamında, beyazımsı, keskin kokulu ve besleyici bir üründür. Larva dönemindeki arılar, diğer arılar tarafından 3 gün arı sütü ile beslenirken 3 günden sonra polen ve bal ile beslenmeye başlarlar. Ancak larva döneminde itibaren bazı arılar ömrü boyunca arı sütü ile beslenir ki bu süt sayesinde bu arılar kraliçe arı diğer bir deyişle ana arı olarak kovanın başında yer alır. Polen ve bal ile beslenen kovandaki bir işçi arı en fazla 6 hafta yaşayabilirken ömrü boyunca sadece arı sütü ile beslenen ana arının ömrü ise 5-7 yıl arasındadır. Ana arı, diğer arıların 2 katı büyüklüğünde olup her gün yaklaşık olarak kendi ağırlığının 2 katı kadar, sayıca 1500-3000 yumurta yumurtlar. Ana arının, bu denli uzun yaşamasında ve yeryüzünün en doğurgan canlısı olmasında bilim insanlarına göre en önemli etken ömrü boyunca arı sütü ile beslenmesidir. İnsanlar için de faydası gün geçtikçe daha iyi anlaşılan bu besinin kanser, diyabet, kalp sinir hastalıkları, tansiyon gibi birçok hastalığın üstesinden gelmede büyük katkı sağladığı belirlenmiştir. Üretimi oldukça zor olan arı sütünden yaklaşık olarak 40-50 kovandan doğal yollardan ancak 1 kg elde edilebilmektedir. Türkiye' de yılda sadece 50 kg üretilebilen doğal arı sütünün kilosu 10 bin lirayı bulmaktadır. Uzmanlara göre arı sütünün daha düşük fiyata alınabilmesi için ülkemizde üretim miktarının arttırılması gerekmektedir. Türkiye' de 6 milyon kovan bulunmakta ancak bunların küçük bir kısmı arı sütü üretimine yönelik bakılmaktadır. Doğal yollardan arı sütüne bir alternatif üzerinde duran uzmanlar aşılama yoluyla arı sütü üretimi sayesinde arı sütü fiyatının aşağı çekilebileceğini söylemektedir. Uzmanlar, aşılama yöntemi ile bir yılda kovan başına 250-300 g arı sütü elde edilebileceğini belirtmektedir. Tarım bakanlığı tarafından geliştirilebilecek olası bir projede ülke genelinde doğal olarak elde edilen arı sütünde bir gerileme olmaması sağlanacak ve bununla birlikte aşılama yoluyla arı sütü üretimi teşvik edilerek ülkedeki yıllık üretilen arı sütü miktarı arttırılmaya çalışılmaktır. Böyle bir projenin başarıya ulaşması sonucunda yıllık üretilen arı sütü miktarının ne olacağı merak konusudur. Haydi onlara yardımcı olalım. (Kaynak: https://www.sabah.com.tr/galeri/saglik/ari-sutunun-muhtesem-faydalari https://arastirma.tarim.gov.tr/etae/Belgeler/EgitimBrosur/120-ciftcibro.pdf www.hurriyet.com.tr/gundem/ari-sutunun-kilogrami-10-bin-lira-24774772)

1. Problemi ifade ediniz.

2. Amacınızın ne olacağını yazınız.

3. Amacınıza ulaşmanızda metinde verilen bilgilerin hangilerinin gerekli hangilerinin gereksiz olduğunu yazınız.
4. Problemin çözümüne etki eden değişkenler nelerdir? Bağımlı ve bağımsız olarak da ifade edebilir misiniz?

5. Değişkenler arasında herhangi bir ilişki söz konusu mudur? Açıklayınız.

6. Problemi çözebilir misiniz?

7. Çözüm önerisi niteliği taşıyan olası tüm durumları temsil eden genel bir ifade sunabilir misiniz? Bu genel ifadenin kullanma kılavuzunu yazabilir misiniz? (Örnekler de sunabilirsiniz).

8. Arı sütü üretiminin artışı ile birlikte arı sütü fiyatının nasıl değişeceğini ortaya koymak, arı sütünün fiyatının hedeflenen noktaya çekilmesinde önemli bir engelin aşılması anlamına gelecektir. Bu soruna çözüm getirecek bir ifade sunabilir misiniz?

ARI SÜTÜ BAĞLAMLI GÖRÜŞME SORULARI

1. Problem nedir burada? Neden bu şekilde ifade ettin problemi?
   - **a.** Problem nedir sana göre?
   - **b.** Problem bilimsel yöntemlerle çözüm aranan sorun dersek eğer şimdi senin problemin ne burada?

2. Amacı ifade etmişsin burada. Neden bu amacı seçtin kendine?
   - **a.** Amaç nedir sana göre?
   - **b.** Eğer amacı ulaşılmak istenen sonuç olarak tanılarsak senin amacın ne olacak bu metindeki?

3. Problemi çözebilmek için yeterli bilgi var mı elinde? Neden gerekli dedin bu bilgilere?
   a. Senin amacına hizmet edecek mi bu bilgiler?
   b. Neden gereksiz bu bilgiler?
4. Neden değişken olarak bunları aldın?
   a. Bunlar değişken mi?
   b. Problemin çözümüne etki eden değişkenler bunlar mı? Neden böyle düşünüyorsun?
5. Değişkenler arasında bir ilişki var mı peki?
6. Problemi çözebildin mi? Ne düşünüyorsun?
7. Peki burada genel bir ifadeden bahsediyor. Sen onun bana kullanım kılavuzunu yazmamışsın. Neden yazmadın?
   a. Buraya yazdığın genel ifade için örnekler sunarak açıklayabilir misin?
8. Peki bu senin yazdığın genel ifade üretilen arı sütüne yönelik. Bu ifadeyi aşılama yoluyla arı sütü üretecek kovan sayısı için yazabilir misin?
9. Son soruyu neden yapamadın? Zor mu geldi?
   a. Buradaki değişkenler nelerdir?
   b. Değişkenler arasında bir ilişki var mı peki?
   c. Nasıl bir ilişki var?
   d. Açıklıyorsun ama genel ifadeyi ya da ilişkiyi cebirsel olarak gösteremiyorsun anladığım kadarıyla. Nedeni ne olabilir sence?
   e. Ters orantı dedin. Ters orantıda nicelikler arasında sabit kalan bir ilişki vardı? Hatırlıyor musun?
   f. Burada sunduğun genel ifade nasıl kullanılıyor?
   g. Mesela fiyatı kg'ı 500TL olacak şekilde indirebilmek için kaç kovan lazım arı sütü üretiminde?
   h. Peki, bu formülü parayı ifade edecek şekilde düzenleyebilir misin?

Ek-9 İKİNCİ ARA GÖRÜŞME

RÜZGAR ENERJİSİ BAĞLAMLI GERÇEK YAŞAM DURUMUNA İLİŞKİN ÇALIŞMA YAPRAĞI

Enerji, ekonomik ve sosyal kalkınmanın sağlanmasında en önemli faktörlerden birisidir. Bu sebeple birçok ülke daha çok enerji üretmek için araştırma ve geliştirme çalışmaları yapmaktadır. Şu anda dünyada kullanılan başlıca enerji kaynaklarından olan petrol, doğalgaz, kömür ve hatta nükleer enerji gibi zamanla tükenen ve yenilenemez olan enerji kaynakları doğaya zarar vermektedir. Bu sebeple de gelişmiş ülkeler doğaya daha az veren ve yenilenebilir (tükenmeyen) olan rüzgar, güneş, hidroelektrik enerjisi gibi kaynaklara yönelmektedir. Doğaya daha az zarar veren yenilenebilir enerji kaynaklarının bir diğer avantajı ise rüzgar, güneş, su gibi bedava ham maddelerle çalışıyor olması ve bu sebeple sadece kurulumunda ve bakımında masraf çıkarmasıdır.

Rüzgar enerjisi kısaca, rüzgar ile elde ettiği kinetik enerjiyi mekanik enerjiye çevirerek elektrik enerjisi üreten sistemlere denir. Günümüzde rüzgâr kaynağı olabilmesi açısından avantajlı olan kıyı şeritleri, yüksek dağların açık alanları gibi coğrafi ve fiziki anlamda uygun yapıya sahip şehirler, elektrik enerjisini rüzgâr enerjisinden karşılama yoluna gitmektedirler. Rüzgâr kaynakları açısından uygun koşullara sahip olduğu düşünülen Zed şehrinde de elektrik üretmek için rüzgâr enerjisi istasyonlarının yapılması düşünülmektedir. Zed şehri Belediye Meclisi aşağıdaki model hakkında bilgi toplamıştır. Belediye meclisinin en çok merak ettiği soru ise kaç yıl sonra bu rüzgar türbininin masrafının karşılanıp artık kar edilmeye başlanacağıdır. Haydi onlara yardımcı olalım.

Model:	E-82
Kule yüksekliği:	138 metre
Dönen kanat sayısı:	3
Dönen kanat uzunluğu:	40 metre
Maksimum dönüş hızı:	Dakikada 20 dönüş
İnşaat masrafı:	3 200 000 zed
Ömrü:	20-25 yıl
Üretimden elde edilen gelir :	Üretilen her bir kwh için 0,10 zed
Bakım masrafı:	Üretilen her bir kwh için 0,01 zed
Üretim miktarı:	Her gün ortalama 12720 kwh elektrik üretmektedir.
Verimlilik:	Bir yılın %97'sinde çalışır durumdadır.

Not: Kilowatt saat (kwh) bir elektrik enerjisi ölçüsüdür.

Kaynak: http://www.enerjibes.com/enerji-kaynaklari/, http://www.artienerji.com.tr/docs/Ruzgar_Enerjisi_icin_SSS.pdf, http://www.hurriyet.com.tr/teknoloji/ruzgar-turbinlerinin-omru-borla-uzayacak-27663000, http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2015/02/pisa-ornek-sorular-matematik.pdf

1. Problemi ve amacınızı kısaca yazınız.
2. Problemin çözümü için gerekli ve gereksiz bilgileri yazınız.
3. Problemin çözümüne etki eden değişkenleri yazınız.
4. Bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki çözümü sunmaktadır? Sözel olarak da açıklayınız.
5. Problemi çözünüz.
6. Çözüm sürecinde dikkate aldığınız varsayımları yazar mısınız?
7. Problemin çözümünü sunan genel bir ifade yazabilir misiniz?
8. Bu genel ifadenizin kullanım kılavuzunu verebilir misiniz?
9. Genel ifadenizi kısıtlık ve sınırlıklar ile sunabilir misiniz? Bu kısıtlık ve sınırlıkların ne anlama geldiğini sözel olarak da açıklar mısınız?
10. Hamamlı köyünde herhangi bir sayıda yukarıda verilen modelden rüzgâr türbini kurulsa ve elektrik sadece rüzgâr enerjisinden karşılansa kaç lira kar edileceğini sunabilir misiniz?
11. Anadolu Üniversitesi Materyal Bilimi ve Mühendisliği Bölümü Öğretim Üyesi Prof. Dr. Nuran Ay Türkiye' de yüksek oranda bulunan bir yer altı kaynağı olan bor sayesinde rüzgar türbinlerinin ömrünün uzayabileceğini belirtmektedir. Prof. Dr Nuran Ay' a göre bor yardımıyla rüzgar türbini dişlileri arasındaki aşınma %60 azalacak ve belki de bu sayede ömrü

%60 uzayacaktır. Ayrıca bakım maliyetinin %1 oranında düşeceği de öngörülmektedir. Bu bilgiler ışığında sizin genel ifadeniz ve ulaştığınız sonuçlar nasıl değişecektir? Açıklayınız.

12. Bir çiftçisiniz ve bir meyve yetiştirmek istiyorsunuz. Yukarıda ulaştığınız genel ifadeye benzer bir ifade, sizin edeceğiniz kar ya da kaç yıl sonra kar edeceğiniz gibi sorunlarınıza çözüm olabilir mi? Matematiksel olarak açıklayınız.

RÜZGAR ENERJİSİ BAĞLAMLI GÖRÜŞME SORULARI

1. Ne isteniyor senden bu metinde? Ne amaçla yaptın bu işlemleri?
2. Amacına ulaşabildin mi peki?
3. Neler yaptın? Anlatabilir misin?
    a. Burada bir sonuç bulmuşsun ya o ne demek oluyor?
    b. Nasıl yaptın bu işlemleri?
    c. Neden bunları yapma gereği duydun?
4. Gerekli bilgiler olarak neleri yazdın peki? Yazdıklarını kullandın mı hepsini?
5. Değişkenler neler sence bu problem çözümünde?
6. Hiç varsayımda bulundun mu? Örnekler verebilir misin?
7. Peki genel bir ifade bulabildin mi?
    a. Bu genel ifade ne anlam iafde ediyor?
    b. Ne işe yarıyor?
    c. Sonuca ulaşabildin mi? Problemi çözebildin mi onunla?
    d. Nasıl kullanabilirsin onu buradaki problem çözümünde?
    e. Bu genel ifadeyi kullanırken dikkat etmem gereken kısıtlama ya da sınır var mı peki?
8. Bu cebirsel ifadendeki değişkenlerin ne anlama geldiğini açıklayabilir misin? (anlamazsa harflerin denilecek)
    a. Bu cebirsel ifade ne anlatıyor? Açıklar mısın?
9. Peki bu sorularda ne düşündün?
    a. Öncelikle sizin köyde bu rüzgar enerjisi kurulsa ne olur?
        i. Kaç sene sonra kara geçilir?
        ii. Ne kadar kazanılır?
        iii. Şimdi köydekileri ikna etmek lazım ama onlara bi formül verelim diyelim ki size kaç lira kar edeceğini bu formül gösterir. Sunabilir miyiz öyle bir formül?
        iv. Tamam formülü sunduk şimdi ama köylüler anlayacak mı birşey bundan? Açıklamasını yapalım bence. Ne nedir? Nasıl kullanılır? Onların analayacğı şekilde açıklayabilir misin?
10. Peki bu rüzgar enerjisi bor katkılı olursa ne olur?
    a. Değişir mi birşeyler? Neler değişir?
11. Peki sen bir çiftçi olsan ve metve yetiştirsen burada kullandığın formülü (ya da işlemleri) orada da kullanabilir misin?
    a. Nasıl kullanabilirsin?
    b. Neler değişir?
    c. Tamam biz ona göre kendimiz birşeyler verebilir miyiz?
    d. Kaç yıl sonra masrafını karşılarsın? Kaç lira kazanırsın?
12. Ben bu soruyu hazırlarken önüme şöyle bir formül çıktı: x=400000y-3200000 (bu sorunun soruluş sırası öğrencinin performansına göre değişebilir).
    a. Sence bu formül ne demek istiyor?
    b. Kullanılabilir mi bu formül? Nasıl?
    c. Bu formül ile seninki arasında benzerlik veya farklılıklar neler?
    d. Bu formül üzerinden düşünebilir misin peki şimd soruları?

Ek-10 ÖĞRETİM DENEYİNDE TASARLANAN MODELLEME ETKİNLİKLERİ

BİSİKLET ETKİNLİĞİ

Günlük yaşantımızda birçok zaman kullandığımız bisikletin hikâyesi 18. Yüzyılın sonlarına kadar gitmektedir. Tek bir mucit tarafından icat edilmemiş olan bisiklet için ilk adım 1791 yılında Sivrak Kontu' nun iki tekerlekli oyuncak yapma fikri ile atılmıştır. O zamanlar pedalı olmayan bu ilginç makine (celerifere), tıpkı taş devri çizgi filminde olduğu gibi kişinin ayaklarıyla yeri tepmesi sonuca yürüyebiliyordu. Ardından Badois' li Baron Drais bisiklete bir sele oturtarak bisikletin gelişimine katkıda bulunuyordu. Gerçek bisikletin doğuşu ise 1861 yılında Pierre ve Ernest Michaux adında baba-oğul iki Fransızın bu icadın ön tekerlek göbeğine pedal takmasıyla gerçekleşmiştir. Bu sayede insan enerjisinden düzgün bir şekilde yararlanma olanağı sağlanmıştır. 1888 yılına gelindiğinde ise o zamana kadar tahta tekerleklere sahip bisiklet, John Boyd Dunlop tarafından lastik tekerleklere kavuşmuş ve böylece günümüz bisikletlerine bir adım daha yaklaşmıştır. 1900 yılında arka göbeğe uygulanan bir düzen, rubleyi arka tekerleklerle birlikte sürekli dönüşten kurtarmış ve pedalların sadece gerektiğinde kullanılabilmesini sağlamıştır. Bununla birlikte bisiklet bugünkü görünümünü ve yapısını kazanmıştır. İnsanoğlunun hayatını kolaylaştırmada ve ona sağlıklı bir yaşam sunmada yüzyıllar boyunca rol alan bisiklet, günümüzde elektrik enerjisi ile çalışabilecek bir pozisyona gelmiştir. Elektrik enerjisiyle çalışan ve pedal yardımı ile de uzun yol kat edebilen bu bisiklet türleri elektrikli bisiklet olarak adlandırılmaktadır. Günümüzde birçok insan tarafından özellikle şehir içi ulaşımda kullanılmak üzere tercih edilen elektrikli bisikletler ilk çıktığında tam dolu bir akü ile 40-50 km yol gidebilirken son yıllarda bu kapasite 80-100 km' ye kadar çıkarılmıştır. Ancak yapılan testlerde ve günlük yaşam deneyimlerinde en fazla 70 km civarında gidilebildiği görülmektedir. Yaklaşık olarak 6-8 saatte şarj olan elektrikli bisikletler için akünün tam olarak dolması (şarj olması) için harcanan dolum zamanındaki elektrik ücreti 5 TL' yi geçmemektedir. Bir akü yaklaşık 350-400 defa doldurulabilmekte ve ardından bu akünün değiştirilmesi gerekmektedir. Elektrikli bisikletler, ortalama 25 km/sa hız ile ekonomik bir yolculuk sağlayabilmektedir. Fiyatları 3500 ile 15000 TL arasında değişmekte olan elektrikli bisiklet için kullanılabilecek kaliteli bir akünün fiyatı ise 500 TL civarındadır. Görünüş olarak birçok zaman motosikleti andıran bu icatlar için ayrı bir tartışma konusu ise benzinle çalışan motosikletlere göre daha ekonomik olup olmadığıdır. Haydi bu tartışmaya biz de katılalım ve bu iki tercih arasında tereddütte kalan kişilere yardım edelim.

Kaynak: http://makado.club/sport/bisiklet-sport/elektrikli-bisiklet-nedir/, https://carrarobisiklet.com/bisikletin-tarihsel-evrimi/, http://www.elektriklibisiklet.gen.tr/

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

- Benzinli motosikletin alış yada satış fiyatı
- Benzinin litre fiyatı
- Benzinli motosikletin ortalama yakıt tüketimi
- Akü fiyatı

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Arkadaşlar metinde ne anlatılmak isteniyor? Kendi aranızda konuşup, tartışın ve kendi cümleleriniz ve notlarınızla kendi çalışma kâğıtlarınıza yazınız.
2. Ne anlatıyor bize arkadaşlar bu gazete kupürü ya da bu metin ya da bu makale? Buradaki durum nedir?
3. Sorun ya da problem nedir bu durumda? Herkes grup içinde tartışıp kâğıda yazsın.
    a. Neden benzinli motosiklet için bir değer mi vermek zorunda?
    b. 2500 civarına sıfır motosiklet de bulabiliyorsun. Ama üst limit derseniz çok geniş aralıkta…bizim kaygımız ekonomi olduğuna göre sizce ne bizim için önemli?
4. Ancak şöyle bir durum var 1500 TL olan elektrikli bisiklet biraz dandik olabilir. Yani sizin paranızı çöpe atmanıza sebep olabilir sanki değil mi? Mesela bakın Elif'lerin aldığı elektrikli bisiklet 5000 TL orta ayar bir bisiklet sonuçta.
    a. Peki ne yapalım sizce o zaman? Kaç TL olsun motosiklet ile elektrikli bisiklet?
    b. Ama çevremize baktığımızda genelde insanlar bir miktar para biriktirirler ya da bir miktar parayı gözden çıkarırlar ve ona göre bir araç bakarlar. O halde mesela siz olsanız elektrikli bisiklet ve benzinli motosiklet alacak kişi, sizce motosiklet ve ya elektrikli bisikletin kaç TL olmasına bakardınız?
5. Gerçek yaşamda nasıl olur bu durum biz onu düşünelim (eğer 100 km gider bir elektrikli bisiklet derlerse)
    a. Yapılan testlerde 70 km gidermiş en fazla.
6. Nasıl hesaplarsınız yaktığı yakıtı?
7. Ortalama yakıt tüketimi= 3 L/100km. Ne anlıyorsunuz bu ifadeden?
    a. Benzin 5,70 TL.
8. Peki ama belki ilk 70 km için elektrikli daha karlıdır! Olamaz mı?
9. Peki elektrikli bisikletin çıkaracağı doğrudan bir masraf dikkatinizi çekiyor mu?
    a. Elektrikli bisiklette mecburen olacak ancak motosiklette mecburen olmayacak bir masraf yok mu?
10. Kaç km yol gitmiş olur böylece? (bir akü için hesap yaparlarsa 350 kere kullanımda değişen akü için)

11. Peki o zaman motosiklet mi ekonomik elektrikli bisiklet mi?

BURSA-İSTANBUL GÜZERGAHLARI ETKİNLİĞİ

Sevgi, Bursa' dan İstanbul' a bir arkadaşının düğününe gitmek istemektedir. Kendi arabasıyla yolculuk yapmaya karar veren Sevgi aynı zamanda en ekonomik yol güzergahını tercih etmek istemektedir. Aracının her 100 km yol gittiğinde ortalama 5 litre benzin tükettiğini hesaplayan bu kişi Bursa' dan İstanbul' a gitmek için alternatif yolları araştırmaktadır. İlk olarak Bursa' dan Yalova'ya, Yalova' dan Gebze' ye ve oradan İstanbul' a gitme güzergahında tüm yolu karadan gidebileceği sonucuna ulaşmıştır. İkinci alternatifinin ise Bursa' dan Yalova'ya kadar karadan seyahat edip, Yalova' dan Gebze' ye ücretli feribot ile deniz yolundan giderek daha kestirmeden geçebileceği ve ardından Gebze' den İstanbul' a yine karayolu ile ulaşabileceği bir güzergah kullanabileceği sonucuna ulaşmıştır. 2016 yılında hizmete giren Osmangazi Köprüsü ise yolu mesafe olarak daha da kısaltmaktadır. Daima karayolu olan bu güzergahın şu doğrultuda olduğu görülmektedir: Bursa' dan yola çıkıp Yalova' ya gelmeden önce Gemlik'ten ücretli otoban yoluna bağlanılacak. Ardından bu otobanın sonunda ücretli Osmangazi köprüsünden gidilerek deniz geçilecek ve bu köprünün sonunda doğrudan Gebze' ye çıkılacaktır. Son olarak Gebze'den İstanbul' a ulaşılacaktır. Haydi Sevgi' ye yardımcı olalım ve bu sorunun üstesinden gelmesine katkı sunalım.

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

- Bursa İstanbul arası kaç km?
- Bursa Yalova arası kaç km?
- Yalova' dan Gebze' ye kara yolu ile kaç km?
- Gebze İstanbul arası kaç km?
- Feribot kaç para hocam?
- Osmangazi köprüsünün ücreti ne kadar hocam?
- Benzin fiyatı ne kadar?
- Bursa Gemlik arası kaç km?
- Otoban ücret kaç lira?

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

- Peki şimdi size problemi çözün desem, yapacağınız işlemleri yaparken amacınız hedefiniz ne olacak? Yazabilir misiniz?
- Problemi çözebilir misiniz o zaman?
- (verilmemiş bilgiler var çıkışının ardından) Tamam siz not edin kâğıdınıza size gerekli olup metinde olmayan bilgileri, ben araştırma yaptım biraz. Size aktarayım. Eğer bende yoksa yazarız internete buluruz? Ya da kendimiz mantıklı varsayımlarda bulunuruz.
- Çizerek de gösterebilirsiniz tabi ki güzergahları. Anlatır mısınız bana bu çizimle ne göstermek istediniz? Neden bunları yaptınız? Bu çizimler sizin işinize yaradı mı çözerken?
- Hangi güzergah en ekonomik? Neden? (problemdeki esas amacın hangisinin ekonomik olduğunu zaten ilk sınıf tartışmalarında belirleyeceklerdir)

DALIŞ ETKİNLİĞİ

Günümüzde en çok yapılan sıradışı sporlardan birisi de denize dalıştır. Dalgıçların özel kıyafetler giyerek oksijen tüpüyle ya da tüpsüz olarak yaptığı bu sporda beklenmeyen durumlarla karşılaşılabilmektedir. Bu sebeple bazı konularda bilimsel olarak kanıtlanmış bilgilerin öğrenilmesi hayati önem taşımaktadır. Öncelikle insanoğlunun üzerinde, içinde bulunduğu havadan dolayı daima bir basınç söz konusudur. Basınç, en genel tanımıyla birim alana uygulanan kuvvet olup, atm (atmosfer), bar gibi birimlerle ifade edilir. İnsan, üzerindeki basıncı günlük yaşamında hissetmez. Çünkü günlük yaşamımızda üzerimizdeki basınç, her yere eşit miktarda uygulanmakta ve çok kısa zamanda değişiklik göstermemektedir. Ancak yükseğe çıkıldıkça ya da derine inildikçe insanoğlu üzerindeki basınç değişiklik gösterir. Yükseğe çıkıldıkça azalan basınç derine inildikçe artış göstermektedir. Her 10 m derinlikte kişi üzerindeki basınç 1 atm artmaktadır. Deniz seviyesindeki hava basıncı ise 1 atm kabul edilmektedir. Normal bir insanın solunum ve dolaşım sistemi 1 atm basınca göre ayarlıdır. Denizde derinlere inildikçe artan basınçla birlikte insan akciğerleri küçülmektedir. Çünkü Boyle yasasına göre basınç arttıkça akciğerler deyim yerindeyse sıkışır ve bu durumda içindeki hava dışarı fışkırır ki bu sebeple aynı bir balonun havasının dışarı salınınca küçülmesi gibi akciğerler de hacim olarak aynı oranda küçülür. Bununla birlikte kan basıncı yükselir. Eğer bir dalgıç derindeyken hızlı bir şekilde su yüzeyine çıkmaya çalışırsa bu durumda küçülmüş olan akciğerlerdeki ve damarlardaki gazlar çok hızlı bir şekilde genleşecektir. Damarlarda genleşen gazlardan özellikle azot hayati vücut hasarlarına sebep olur. Bu durum, halk arasında vurgun yeme olarak da adlandırılan birçok zaman ölümle sonuçlanan dekompresyon hastalığıdır.

Şahika Ercümen, Dünya Sualtı Federasyonu'nun (CMAS) ilk kez kabul ettiği 'değişken ağırlık paletli' dalında dünya rekoru denedi. Türkiye Sualtı Federasyonu üyesi, CMAS Serbest Dalış Teknik Kurul üyesi Levent Ucuzal ile İtalyan ve Güney Koreli hakemler denetiminde, saat 09.15'te rekor dalışına başlayan Ercümen'i, Kaş Kaymakamı Bilgihan Bayar da izledi. 2 dakika 44 saniye ile 110 metre dalışını başarılı şekilde gerçekleştiren Şahika Ercümen, 'değişken ağırlık paletli' dalında ilk dünya rekortmeni oldu. Rekor sonrası Şahika Ercümen arkadaşlarıyla birlikte 'Şehitlerimiz için tek nefes, tek yürek' pankartı açarak kutladı (Kaynak: http://www.fanatik.com.tr/2016/10/22/sahika-ercumen-110-metre-dalarak-dunya-rekoru-kirdi-1258499).

Siz, bu rekor dalışı sırasında Şahika Ercümen' in akciğerlerinin durumu hakkında ne düşünüyorsunuz? Tartışalım.

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

- Akciğer hacmi bilgisi talep edilirse: www.akciğer.gen.tr sitesinde şöyle yazıyor bir insanda tahminen akciğer hacmi toplamda 5-6 litre arasındadır. Kadınların akciğer hacimleri erkeklere göre %20-25 daha düşüktür.

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Problemi net bir şekilde dolandırmadan ifade eder misiniz?
2. Amacınızı net bir şekilde ifade edebilir misiniz?
3. Peki bana biraz da çizim yaparak durumu anlatıp, problemi ifade edin hadi.

4. Şahika Ercümen' in dalış sırasında akciğerlerinin ne kadar küçüldüğünü bulabilir miyiz sizce? (problemi ve amacı ifade ettikten sonra)

5. Bu amaca ulaşmanız için hangi bilgilerin gerekli hangilerin gereksiz olduğunu şöyle iki sütun halinde yazabilir misiniz?

6. "Şahika' nın akciğerleri ne kadar küçülmüş olacaktır?" sorusuna yanıt bulabilmemiz için gerekli bilgiler yeterli mi? Başka bir bilgiye ihtiyacınız yoksa haydi bulalım cevabı?

7. Peki basıncın 11 kat artması konusunda ne düşünüyorsunuz? (11 kat küçülür cevabından sonra)
8. Peki 11 atm artınca 11 katına mı çıkmış oluyor?
9. Arkadaşınız ne diyor. Deniz seviyesinde 1 atm basınç var diyor. Sizce önemli mi bu bilgi?

10. Bana deniz seviyesinden 110 m dalışa kadar olan basınç değişimini gösterebilir misiniz?
    a. Sizce en uygun nasıl gösterilir? (muhtemelen tablo ile)

Yükseklik veya derinlik (m)	Basınç (atm)
0	1
10	2
20	3
30	4
40	5
50	6
60	7
70	8
80	9
90	10
100	11
110	12

11. Haydi, Şahika Ercümen' in akciğeri ne kadar küçüldü bu rekor sırasında? Hesaplayın.

12. Akciğerleri kaçta kaç oranında küçülecektir?

13. Yalnız bakın siz şimdi 4,40 L küçülmüş diyerek sadece 4,80 L hacme sahip bir akciğere sahip kadının 110 m dalışı sırasındaki akciğer küçülmesini buldunuz. Peki, herhangi bir insan için konuşalım. Hani milimetreküpüne kadar aynı değildir herkesin hacmi. Biz genel olarak herhangi bir insanın dalış sırasında akciğer büyüklüğü hacim olarak nasıl değişir? Onu gösterelim.

14. Bana dalışın herhangi bir anındaki akciğer durumunu gösterebilir misiniz?

Basınç (atm)	Akciğer Hacmi (L)
1	x
2	x/2
3	x/3
4	x/4
5	x/5

15. Tabloda kaç m' ye daldığında bu durumun oluşacağı görünmüyor onu da gösterelim hadi.

Derinlik-yükseklik	Basınç (atm)	Akciğer Hacmi (L)
0	1	x
10	2	x/2
20	3	x/3
30	4	x/4

16. Peki tüp ile 332,25 m'ye bile dalan var. Rekor bu. Mısırlı dalgıç Ahmed Gabr 2014 yılında Basra körfezine dalarak kırıyor bu rekoru. Onun akciğeri için ne düşünüyorsunuz?

17. 33’ te 1’ ine mi düşer herkes böyle mi düşünüyor?

18. O zaman bana genel bir ifade bulabilir misiniz? Yani herhangi bir m’ ye dalışta akciğer hacmi nasıl değişir? Onu bana ifade edebilir misiniz?

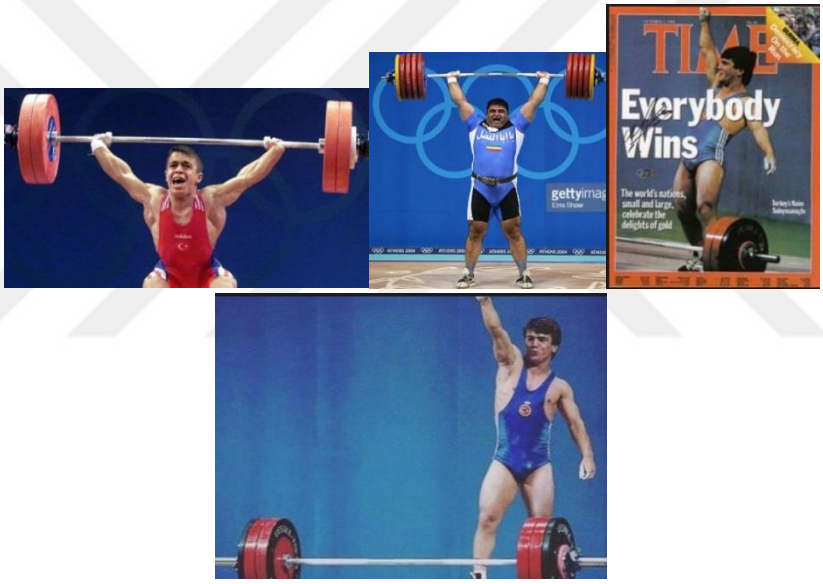
19. Peki herhangi bir derinliğe dalsa, metre cinsinden mesela, ama hep 10’ un katı da olmak zorunda değil. O anda ciğerinin hacmindeki değişim ne olur?

20. Peki bu kadar küçülebilir mi sizce insanın ciğeri? Ne düşünüyorsunuz?

Genişletme sorusu:

- 332, 5 m derinliğe tüplü dalış yaparak Dünya rekoru kıran Mısırlı dalgıç Ahmet Gabr’ ın akciğerlerinin rekor derinlikte büyüklük olarak ne durumda olabileceğini bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

HALTER ETKİNLİĞİ



Halter, esası ağırlık kaldırmaya dayanan bir spor dalıdır. Önceleri gülle şeklinde, şu anda ise demir disk şeklinde olan 2,5 kg ve katları ağırlıklar madeni bir çubuğun iki ucuna tutturulur. Amaç, sporcunun yerde bulunan bu ağırlığı tek veya iki kolla baştan yukarı kolları dik olacak şekilde kaldırmasıdır. Günümüzdeki modern anlamda halter kaldırışları artık sadece çift kolla yapılmaktadır. Halter müsabakaları, eni ve boyu 4 m, yüksekliği 10 cm olan tahtadan bir ring üzerinde yapılır. Halter hareketleri önceden baskılama (yerden kesme), koparma, omuzlama ve silkme iken günümüzde ise sadece koparma ve silkme hareketlerine dayalı müsabakalar yapılır. Koparmada yarışmacı barı iki eliyle kavramak ve makaslama ya da çömelme hareketiyle bir hamlede kaldırıp, hareketi tamamladığında kolları gergin bir durumda halteri başının üzerinde bırak işareti gelinceye değin tutmak zorundadır. Silkme de ise yarışmacının barı kesintisiz bir hareketle yerden omuzları düzeyine kaldırması daha sonra doğrularak barı başının üstünde kolları dik ve gergin durumda tutması ve bırak işaretini beklemesi gerekir. (Kaynak: https://www.nedir.com/halter)

Halterciler kısa kollu bir fanila, şort, atlet suspansuarı veya tek parçalı bir mayo giyerler. Ayakkabılarının ökçeleri ise 4 santimetreden yüksek olamaz. Eğer halterci kemer takarsa kemerin kalınlığı 10 santimetreyi geçemez. Halterciler müsabakalardan 1 saat 15 dakika önce tartılırlar. Tartı esnasında o kategori için tayin edilmiş bütün hakemlerin orada bulunması lazımdır. Halterde kategoriler yaşa göre değil sporcuların ağırlığa göre belirlenir. Sporcuların ağırlıklarının o kategori için belirlenen ağırlıkta olması gerekir. Yani

örneğin 60 kg kategorisinde yarışan tüm sporcular bu kilodan fazla olamaz. Ayrıca yarışma sırasında eşit kg ağırlık kaldırıldığında, yarışma öncesi tartıda daha hafif olan yarışmacı sıralamada öne geçer. (Kaynak: http://www.rehberogretmen.biz/halter-sporu.htm)

Halter sporu tarihi çok eskilere dayanmaktadır. 1890' lı yıllarda yapılan olimpiyatlarda halter sporunun olduğu görülmektedir. Halterde kırılan rekor kaldırışlar insanoğlunun hep ilgisini çekmiş ve bir insanın ne kadar çok ağırlık kaldırabileceği hep merak konusu olmuştur. 1988 yılında Seul Olimpiyatlarında 60 kg ağırlığında sporcular kategorisinde yarışan o sırada henüz 21 yaşında olan Naim Süleymanoğlu 190 kg kaldırarak dünyanın gelmiş geçmiş en iyi kaldırışını yapmış ve dünyanın en güçlü insanı olarak gösterilmiştir. Aynı yarışmada Naim Süleymanoğlu ile aynı kategoride yarışan onun en büyük rakibi 24 yaşındaki Stefan Topurov da 182,5 kg kaldırabilmiştir. Bir diğer Türk halter sporcusu olan Halil Mutlu ise 2001 yılında 28 yaşındayken 56 kg kategorisinde 168 kg kaldırarak dünya rekoru kırmıştır. Halil Mutlu ile aynı kategoride yarışan ancak Halil Mutlu' nun sporu bırakmasından sonraki yıllarda onun dünya rekorunu 23 yaşında kıran Kuzey Koreli halterci Om Yun Chol 2014 yılında 170 kg kaldırmıştır. 2016 Rio olimpiyatlarında Çinli halterci Qingquan Long bu rekoru tekrar ederek altın madalya almıştır. Bu kaldırışlar dünyanın gelmiş geçmiş en iyi halter kaldırışlarıdır. Diğer dünya rekorlarından birkaç tanesi aşağıda listelenmiştir.

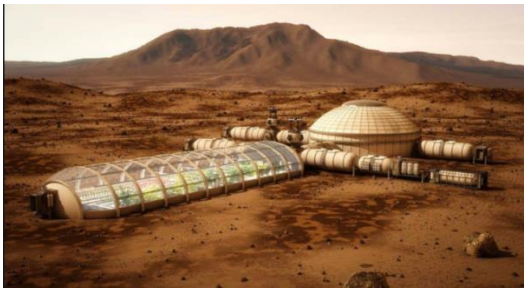
- 77 kg kategorisinde Nijat Rahimov 2016 yılında 214 kg ile rekor kırmıştır.
- 62 kg kategorisinde Oscar Figueroa 2012 yılında 177 kg ile rekor kırmıştır.
- 105+ kg kategorisinde Hossein Rezazadeh 2004 yılında 263,5 kg ile rekor kırmıştır.

Naim Süleymanoğlu' ndan daha ağır kaldıran birçok sporcu olmasına rağmen Naim Süleymanoğlu' nun 1988 Seul olimpiyatlarındaki 190 kg' lık kaldırışı dünya halter tarihinin en iyi kaldırışı kabul edilmektedir. Sizce neden böyle düşünülmekte ve kabul görmektedir? Matematiksel olarak nasıl açıklanabilir bu durum? Haydi düşünelim.

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Çözeceğiniz problem nedir bu etkinlikte?
2. Sonuçta ulaşmaya çalıştığınız amacınız ne peki?
3. Peki neden Naim'in kaldırışı en iyi o zaman bulabilir misiniz?
4. Peki bu problemin çözümündeki değişkenler neler?
5. O değişkenler size çözümü nasıl sağlıyor?
6. O zaman herhangi iki halter kaldırışından hangisinin daha iyi olduğuna nasıl karar verebiliriz?
7. Hangi formül daha kullanışlı o zaman sizce? (kendi ağırlığının kaç katını kaldırdığı sözel modeli için bazıları y/x şeklinde orana dayalı cebirsel modeli kurarken bazıları 3x+10=y şeklinde 60 kg'lık Naim'in 190 kg'lık kalıdırışına ilişkin dolaylı yoldan oran içeren cebirsel bir model ortaya koyabilirler)
8. Mesela 70 kg ağırlığındaki bir halterci 170 kg kaldırmış olsun, 60 kg ağırlığındaki başka bir halterci ise 150 kg kaldırmış olsun. Hangisi daha iyi kaldırmıştır? (y/x modelinin daha kullanışlı olduğunu fark ettirmek için sorulabilir)

MARS ETKİNLİĞİ



NASA, 2030 yılından itibaren daha önceden insanoğlunun hiç ayak basmadığı Mars'a ilk insanları indirmeyi planlamaktadır. Tesla Motors' un kurucusu Elon Musk bu yolculuğun 2030' dan önce gerçekleştirilebileceğini iddia etmektedir. Kızıl gezegen olarak adlandırılan Mars' a yapılacak bu yolculuğun ilginç yönlerinden birisi ise gidecek olanların deyim yerindeyse tek yön bilet alacaklarıdır. "Yüzyıl Yıldız Gemisi" isimli bu projede Mars' tan Dünya' ya geri dönüşün mümkün olmayacağı düşünülmekte ve bu sebeple orada kalanların Mars' ta yaşamlarını sürdürerek bir koloni oluşturması hedeflenmektedir. Dünya'dan Mars' a gitmek için tam 200.000 kişi başvuruda bulunmuş ve bu isimler arasından farklı meslek gruplarından olma, sağlıklı olma gibi bazı kriterler doğrultusunda Mars' a gitmeye hak kazananlar belirlenmiştir. İlk aşamada 2 kadın ve 2 erkek olmak üzere dört kişinin gitmesi ve ardından aşama aşama 50 ila 100 yıl içerisinde bu sayının 1 milyon insana ulaşması beklenmektedir. Belirlenen ilk 4 kişi, artık kendilerine astronotlar tarafından eğitim verilme sürecine başlanmasını beklemektedirler. Bununla birlikte NASA, oradaki koloninin yaşamını devam ettirebilmesi için özellikle ilk olarak gidecek bu 4 kişi için en temel, diğer bir deyişle hayati ihtiyaçları sağlama yönünde çalışmalar yürütmektedir. İnsanoğlunun Mars' ta yeni bir dünya kurma hayalini gerçekleştirecek bu projenin başarıya ulaşması için ilk olarak su, yiyecek ve hava gibi ihtiyaçların hayati önem taşıdığı sonucuna ulaşılmış ve gerekli önlemlerin alınması konusunda araştırmalar başlamıştır. Normal bir insanın su içmeden ortalama 3 gün, yemek yemeden ortalama 40 gün yaşayabileceği ancak havasız kalması durumunda en fazla 30 dakika yaşayabileceği uzmanlar tarafından belirtilmektedir. Bu sebeple öncelikle nefes alıp verme sorununa bir çözüm bulunması öngörülmektedir. Normal ve sağlıklı bir insanın bir saatte ortalama 720 defa soluk alıp ve verdiği bilinmektedir. Her soluk almada 500 ml havayı akciğerlerine doldurulur ve bu havanın 150 ml' si her soluk alıp verme işleminde akciğerlerde kalırken 350 ml'si dışarı atılır. Alınan 500 ml havada yaklaşık olarak 105 ml oksijen bulunmaktadır. Ama insan tarafından bu oksijenin sadece 25 ml' si kullanılıp geriye kalan 80 ml' si tekrar dışarı verilmektedir. Ayrıca soluk alıp verme işleminde 14 ml karbondioksit de dışarı verilmektedir. Mars' a ilk olarak giden insanların oksijensiz yaşayamayacağı açık olduğundan onlar için oksijen tüpü gibi bir takım araçlar ile belirli bir süre oksijen sağlanacaktır. Ancak önemli olan oksijen tüplerinin kullanıldığı süre zarfında, sürekli oksijen üretimine olanak sağlayacak sistemler kurmaktır. Gelişmiş sistemlerin kurulmasından önce ilk olarak akla gelen sistem, dünyada bize oksijen sağlayan ağaçları orada da yetiştirebilmektir. Ağaçların büyümesine imkân tanıyan koşulları sağlama konusunda ilerleme kat eden NASA mühendisleri, kaç adet ağacın götürülmesi gerektiği üzerine yoğun bir şekilde düşünmektedir. Haydi, biz de NASA' ya bu konuda matematiksel dayanaklar sunarak yardım edelim ki böylece bizim de çorbada bir tuzumuz bulunsun.

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler: ➢ Yetişkin bir kayın ağacı saatte 1,5 kilogram oksijen üretiyor. Bu sırada saatte 2,5 kilogram karbondioksiti tüketiyor. ➢ 1 L hava 1293 gramdır. Hava içindeki diğer gazları yok varsayarak oksijen için bu ilişkiyi kullanabilir. 1 L oksijen 1293 gramdır.
SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1) Şimdi su ve yiyecek işinden ziyade biz burada bizden istenen problem durumuna odaklanalım. Her şeye çözüm bulamayız değil mi? Bu durumda bizim çözeceğimiz problemi ifade edelim net bir şekilde ki böylece yolumuzu görelim.
2) Peki, siz dediniz ki problem durumunda kaç adet ağacın götürülmesi gerektiği problemi oluşturmaktadır. O halde şimdi bir takım işlemler yapacağız herhalde çünkü matematiksel dayanaklar isteniyor her zaman bizden. Amacınız ne olacak bu durumda?
    - Amacımız NASA' ya Mars' a gidecek ilk 4 insan için oksijen ihtiyacını karşılayabilecek ağaç adedini bulmak.
    - Sadece ağaç adedini bulmak derlerse;
        - Daha açık söyleyelim amacı. Ne yaparken tarla mı ekiyorlar? Manav mı bunlar? Ticaret mi yapacaklar?
        - Kim için ağaç dikecekler?
        - Kaç kişi olduklarının önemi var mı?
        - O halde amacı biraz daha netleştirelim.
3) Bir ağaç ne kadar oksijen üretir ki acaba? diyemezlerse (Kaç ağaç lazım oradakilerin oksijen ihtiyacını karşılamak için?).
4) Buna erişebiliriz internetten ve ya ilgili kaynaklardan. Örneğin benim bulduklarımdan bir tanesine göre yetişkin bir kayın ağacı saatte 1,5 kilogram oksijen üretiyor. Bu sırada saatte 2,5 kilogram karbondioksiti tüketiyor. Peki tamam diyelim ki hangi ağacın ne kadar karbondioksit tüketip, ne kadar oksijen ürettiğini biliyoruz. o zaman kaç ağaç ekilmeli bilebilir miyiz artık?
5) Tüketilecek oksijen miktarı ya da ağaçların üretmesi beklenen oksijen miktarı neye göre değişir?
6) O zaman nasıl oksijen üreteceğiz? 4 kişi var Mars' ta o kapalı mekanda. Siz bir ağacın ne kadar oksijen sağladığını da biliyorsunuz. Bunları temin edebiliriz. Öğrenebiliriz. Peki kaç ağaç ekilmesi gerektiğini ifade edebilmek için başka neyi bilmenize ihtiyaç var? Tartışın.
7) Şimdi 500 ml hava alırsa bunun 105 ml oksijen alması gerekir. Bir kayın ağacı 1,5 kg oksijen sağlar. Ama hocam birisi kg diğeri ml… 1L HAVA= 1293 g
8) Hava ile oksijen aynı mı? Siz doğrudan oksijen ile havayı aynı aldınız…
9) O zaman hava ile oksijenin aynı olduğunu varsayıyoruz. Bunu yazın. Ancak şunu da bilelim eğer havanın tamamı oksijen olsaydı herhangi bir kıvılcım halinde her yer yanardı ya da ciğerlerimiz içimize çektiğimiz oksijenden dolayı yanardı. Yani aslında bulunduğumuz havanın tamamı oksijen değil daha önceden de söylediğimiz gibi. Ama biz bu soruda bu şekilde olduğunu varsayarak ağırlığını hesaplayalım ki zaten gazların ağırlıkları arasındaki fark çok azdır o yüzden de bu varsayımımız mantıklı.
10) Ama bakın kayın ağacı 1 saatte 1, 5 kg oksijen üretiyor. Sizce süreler önemli değil mi?
11) İlk olarak kaç kişi gidecek? Amacınıza bakın ona göre kaç kayın ağacı hesaplayın hadi.
12) Peki güzel şimdi biz 4 kişi için gerekli oksijeni sağlayacak kayın ağacı adedinin 230 adet olduğunu bulduk. Peki ama bazı varsayımlarımız var bu önerimizi sunarken NASA' ya? Nedir bu varsayımlarımız? Grupça tartışın hadi.
    - Havanın oksijenle aynı ağırlıkta olduğunu varsaydık. Oksijeni L'den grama çevirirken varsayımda bulundunuz mu?
    - Götürülecek ağacın kayın ağacı olduğunu varsaydık. Ağacın türü ile ilgili ne düşünüyorsunuz? Kim dedi bize kayın ağacı götüreceğiz diye?
    - Ağacın oksijen vereceği ve hiç tüketmeyeceğini varsaydık. Ağaç hiç oksijen tüketmez mi?
    - Ağacın güneş göreceğini ve uygun yaşama koşullarının olacağını varsaydık. Ağaç ne zaman fotosentez yapar? Toprak gübre su bunlar için ne düşünüyoruz?
13) Şimdi biz bunu sadece 4 kişi için yaptık. Yine kayın ağacı götüreceğimizi varsayarsak insan sayısı artacak diyor yıllar içinde. O zaman kaç ağaç götüreceğiz ya ekeceğiz?
14) O zaman götürülmesi gereken kayın ağacı sayısını Mars' ta yaşayan insan sayısına göre ifade eder misiniz?
15) Peki, biz kayın ağacı dedik ama başka ağaçlar da olabilir dimi? Size göre gidecek insan sayısına göre herhangi bir ağaç türünden ne kadar götürmeliyiz?
16) Mesela çam ağacı yılda 30 ton oksijen üretirmiş. Kaç tane çam ağacı götürmeliler?

Genişletme sorusu:

- "Bir çam ağacı 1 yılda 30 ton oksijen üretmektedir" bilgisini kullanarak çözüme nasıl ulaşabileceğinizi açıklayıp, problemi bu bilgi yardımıyla çözebilir misiniz?

SATRANÇ ETKİNLİĞİ

Günümüzde gerek fiziksel (futbol, basketbol, güreş vb.) gerekse zihinsel (mangala, satranç, dama vb.) birçok spor dalında yarışmalar düzenlenmektedir. Genellikle yaş gruplarına göre kategorilendirme yapıldığı görülen bu yarışmalara herkese öğrencilik yıllarından itibaren katılma fırsatı sunulmaktadır. Daha çok zihinsel aktivite gerektiren bir spor dalı olan satranç yarışması için yaş kategorileri Türkiye Satranç Federasyonu (TSF) tarafından minikler (7 yaşa kadar), küçükler (8-12 yaş), yıldızlar (13-18 yaş) ve büyükler (18 üstü yaş) şeklinde belirlenmektedir. Ancak bu kategorilerde turnuvaya göre değişiklik kararları alınabileceği de bilinmektedir. Türkiye' nin her yerinde olduğu gibi bu yıl da Bursa ilinin İnegöl ilçesinde TSF tarafından düzenlenen satranç turnuvası gerçekleştirilecektir. 11 yaşında olan Erman da satranç turnuvasına katılacaktır. Kendi kategorisindeki 16 yarışmacı arasında yer alan Erman Bursa' da yapılacak olan il turnuvasına katılmaya hak kazanmayı amaçlamaktadır. Kazananın 2 puan, beraberlik durumunda iki tarafın da 1' er puan ve kaybeden oyuncunun ise 0 puan alacağı bu turnuvada 20 puan ve üzerinde alan yarışmacılar Bursa il turnuvasına katılmaya hak kazanacaklardır. Erman, turnuva öncesinde nasıl bir performans sergilerse Bursa il turnuvasına katılmaya hak kazanabileceğini hesaplamak istemektedir. Bunun için Erman' a yardımcı olmamız bizim öğrencilik görevimizdir☺ Haydi, işe koyulalım.

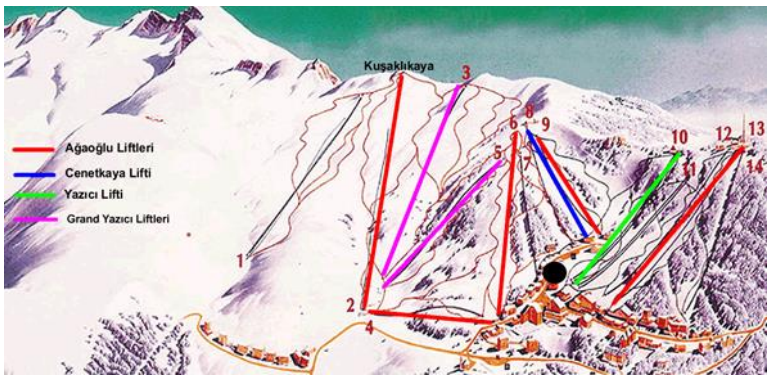
SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Birazdan çözüm bulacağınız problemi ve ulaşmayı hedeflediğiniz amacınızı net bir şekilde yazabilir misiniz?
2. Sizin de ortaya koyduğunuz gibi hangi durumlarda il turnuvasına gidebilir? Nasıl bir performans göstermesi yeterli olur?
3. Farklı durumları bana ifade ediyorsunuz. Peki, bizi bu problemin çözümüne götürecek olan değişkenler nelerdir?
4. Tamam o zaman birçok farklı durumu ifade ediyorsunuz bana. Tüm olası durumları ifade eder misiniz?
    a. İsterseniz öncelikle 20 puan aldığını varsayalım. Sonra 20 üstüne bakarız.
5. Pekala, o zaman 20 puan alacağını varsayarsak bunu nasıl gerçekleştirebileceğine yönelik olası durumları ifade edelim.

Kazandığı maç sayısı	Berabere kaldığı maç sayısı	Kaybettiği maç sayısı	Aldığı toplam puan
5	10	0	20
6	8	1	20
7	6	2	20
8	4	3	20
9	2	4	20
10	0	5	20

6. (Eğer tabloyu akıl edemezlerse ya da sistematik bir şekilde olası durumları listeleyemezlerse) Başka durum var mı yazmadığımız? Unutmayalım hiçbir şeyi? Nereden biliyorsunuz bu yazdıklarınızın dışında başka bir olası durumun olmadığını?
7. Peki bir uygulama tasarlasak Erman için…İl turnuvasına katılabilmesi için ortaya koyabileceği tüm performansları gösteren tek bir ifade girsek o uygulamaya…O da kazandığı, berabere kaldığı ve kaybettiği maçı yazınca yerine "enter" ya da "giriş" tuşuna bassa ve puanı çıksa ekranda. Hani siz notları giriyorsunuz da karne ortalamanızı öğreniyorsunuz ya mesela onun gibi. Nasıl bir ifade yazsak bu uygulamaya?
    a. Başarılı olacağı tüm durumları ortaya koyan bize sunan bir ifade yazsanız…O ifade işimize yaramaz mı acaba?
    b. Kaç maç kazanır, kaç maç kaybeder ve kaç maç berabere kalırsa 20 puan toplar? Bunu söyleyelim Erman' a. Ama tek tek yazarak değil ya da örnekler vererek değil. Nasıl yazabilirsiniz?
    c. şimdi siz şu kadar maç alırsa bu kadar puan, şu kadar maç berabere kalırsa şu kadar puan alır deyip şu kadar maç kaybederse 0 puan alır dediniz. Yani turnuvada 20 puan toplama durumunu ifade edin diyorum. Kaç maç kazanır, kaç maç kaybeder ve kaç maç berabere kalırsa 20 puan kazanır.
8. Bu yazdığınız ifade neyi ifade ediyor peki?
9. Peki x ve y için herhangi bir kısıtlamanız söz konusu mu ya da sınır var mı?
10. Matematiksel olarak x'in alabileceği değer aralığını yazar mısınız?
11. Peki y için alt ve üst sınır var mı?
    a. Y için farklı bir kısıtlama söz konusu mu peki? Y değişkeni neyi temsil ediyordu? (berabere kaldığı maç sayısını) yani y 0 ile 10 arasında tüm doğal sayı değerleri alabilir mi?
12. Peki 20 puan topladığı bu durumda z için ne düşünüyorsunuz? Onun kısıtlaması var mı?
    a. Erman' ın il turnuvasına katılabilmesi için en çok kaç maç kaybetme hakkı var?
13. Peki diyelim ki Erman tam 20 puan topladı. Size hangi bilgi verilirse siz Erman' ın kaç maç kazandığı, kaybettiği ve berabere kaldığını bulabilirsiniz?
    a. Kaybettiği maç sayısı verildiğinde de bulabilir misiniz kazandığı ve berabere kaldığı maç sayısını?
    b. Nasıl bulursunuz? Haydi, bana örneklerle kanıt gösterin. Kaybettiği maç sayısı belli olsun cebirsel ifadeniz yardımıyla sonuca gidin.
14. Peki en az 20 puan toplama durumunda il turnuvasına katılmaya hak kazanacaktır diyor. Biz 20 puana göre yaptık. En az 20 puan. O zaman ifademizde nasıl bir değişikliğe gitmeliyiz sizce?
    a. Peki bunu nasıl ifade edersiniz? En az 20 puan almasını sağlayan olası tüm durumları nasıl ifade edersiniz?
    b. Peki bu ifade için en az 20 olur dediniz. Üst sınır var mı? En çok kaç olur onu da eklemek durumundayız?
        i. En fazla 15 maçın hepsini kazanır hocam ve 30 puan alır. O zaman $30 \geq 2x+y \geq 20$ olur.
    c. Peki o zaman x ve y için ortaya koyduğunuz sınırlıklar veya kısıtlamalar vardı ya onlar da değişir mi?
        i. x en az 5 olurken en fazla 15 olur o zaman. $5 \leq x \leq 15$. Y ise en az 0 olurken en fazla 10 olur değişmez.
    d. y için değişen bir durum var?
    e. y için alt ve üst sınır değişmedi ancak y için bir şeyler değişti…Ne değişti?
        i. Mesela 11 maç kazansa 22 puan olur. y, 0 1 2 3 4 hepsi olabilir. Alacağı değerler değişir hocam.
    f. Nasıl yani? Daha açık söyler misiniz?
        i. y 20 puan toplama durumunda 0-2-4-6-8-10 olabiliyordu sadece çift tamsayılar şimdi ise tek tamsayılar da olabiliyor.
    g. Peki hep tam sayı mı olacak?
        i. Herhalde hocam yarım maç olmaz ki☺
    h. Peki son olarak z için ne düşünüyorsunuz?
        i. z aynı kalır. En çok 5 maç kaybedebilir.

ULUDAĞ' DA KAYAK ETKİNLİĞİ



Osmanlı İmparatorluğu zamanında Keşiş Dağı olarak anılan, 1925 yılında bugünkü adını alan Uludağ, Marmara Bölgesi'nin en yüksek noktası olarak kış ve kayak turizminin en önemli merkezi olma unvanını korumaktadır. 2016-2017 kış sezonunda 5 bini yabancı 70 bin 400 turistin konakladığı, yaklaşık 800 bin kişinin giriş yaptığı kayak merkezinde, otel ve misafirhanelere ait 300 metre ile 2750 metre arasındaki uzunluklara sahip 20 kayak pisti bulunmaktadır. Kış sporu tutkunları istedikleri kayak pistinin doruk (başlangıç) noktasına telesiyejler yardımı ile çıkmakta ve ardından kayışlarını gerçekleştirerek bu adrenalin dolu heyecanı yaşamaktadırlar. İnsanoğlu için bembeyaz karlar arasında deyim yerindeyse uçuyormuş gibi yüksekten aşağı iniyor olmak benzersiz bir heyecan anlamına gelmektedir. Ancak özel kayak kıyafetleri, bu sporun, sağlık açısından dikkat edilmesi gereken önemli bir parçasıdır. Spor mağazalarında kayak pantolonları 150-400 TL, eldivenler 40-150 TL, montlar 100-1500 TL, gözlükler 50-120 lira arasında bir fiyata satın alınabilmektedir. Amatör bir kayakçı olan Ömer de almış olduğu kayak kıyafetleri ile Uludağ' a hafta sonu için kaymaya gitmiştir. Ömer' in en sevdiği pistlerden biri olan 6 numaralı Goran Pisti, oteller bölgesinden yaklaşık olarak 500 m yüksekliktedir. Ömer 1300 m uzunluğundaki bu pistten 13 m/sn hızla kayarak oteller bölgesine kadar inmeyi hedeflemekte ve bu sırada yüksekten aşağı doğru uçuyormuşçasına çılgın bir şekilde bu adrenalini damarlarında hissetmek istemektedir. Kayış sürecinin her saniyesinde bulunduğu yüksekliğin nasıl değiştiği onun yaşayacağı heyecanın önemli bir göstergesi olacaktır. Acaba Ömer' e bu göstergeyi sunabilir miyiz?

Kaynak: https://www.ntv.com.tr/galeri/seyahat/kis-turizminin-vazgecilmezi-uludag,iH3Vlv-H7kWA2Fm8hJrxdQ/h7ujj1RNB0yTXGUlqsLbaQ, https://www.biletall.com/blog/kayak-nasil-yapilir-kayak-rehberi/, http://www.deretepe.net/faydali-bilgiler/turkiye-kayak-merkezleri-ve-pist-haritalari/

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Çözeceğiniz problem nedir bu etkinlikte?
2. Sonuçta ulaşmaya çalıştığınız amacınız ne peki?
3. Peki tamam o zaman amacınıza ulaşabilir misiniz? Haydi başlayalım.
4. Gerekli ve gereksiz bilgiler neler sizce onları yazar mısınız bana?
5. Çizim yardımıyla bu problemi anlatıp, problemin çözümünü sağlayacak değişkenleri ifade edebilir misiniz?
6. Peki bu problemin çözümündeki değişkenler neler?
7. O değişkenler size çözümü nasıl sağlıyor? Onların arasında nasıl bir ilişki var acaba?
8. Tamam sözel olarak ifade ettiniz ama biz her durumda geçerli olabilecek bir ifade yazalım mı?
9. Hiç varsayımda bulundunuz mu şimdiye kadar? Neler mesela?
10. Problem çözümü için sunduğunuz genel ifadenin ne anlama geldiği, nasıl kullanılabileceğini açıklar mısınız?
11. Neden farklı ifadeler buldunuz peki? Aynı amaca yönelik değil mi bunlar? Neden farklı?
12. Nasıl kullanacağız peki biz bu ifadeyi? Açıklar mısınız?
13. Sizce işe yarar mı bu genel ifade bu problemin çözümü için? Açıklar mısınız?
14. Peki kısıtlama ya da sınır var mı hiç?
    - İstediğim değeri verebilir miyim denklemde?
    - Neden peki veremem?
    - Nasıl bulabiliriz sınırları?
15. Peki bu genel ifade sadece bu problemde bu bağlamda mı işe yarar? Başka bağlamlarda da işe yarar mı acaba?

AVRUPA BİRLİĞİ VE TÜRKİYE ETKİNLİĞİ

Avrupa Birliği (AB), demokratik Avrupa ülkelerinden oluşan, vatandaşlarının hayatını iyileştirmek ve daha iyi bir dünya yaratmak için çalışan bir ailedir. 1951 yılında Belçika, Federal Almanya, Lüksemburg, Fransa, İtalya ve Hollanda'dan oluşan 6 üye ülke tarafından kurulan Avrupa Kömür ve Çelik Topluluğu ile AB' nin temelleri atılmıştır. AB ' nin günümüzdeki halini alması ve resmi olarak bu ad ile kuruluşu ise 1 Kasım 1993 tarihinde Maastricht Antlaşması ile olmuştur. Türkiye ise 1995 yılında AB ile gümrük birliği anlaşması imzalayarak AB' ye üyelik sürecinde önemli bir adım atmış ve ardından 1999 yılında aday ülke olarak resmen tanınmıştır. Bu tarihten itibaren Türkiye' nin AB' ye üyelik serüveni hala devam etmektedir. Türkiye günümüzde Avrupa Birliği' ne henüz tam üye olarak kabul edilmemiştir. Eğer tam üyelik gerçekleşirse Türkiye' nin AB parlamentosunda (meclisinde) en büyük güce sahip olabileceği düşünülmektedir. Avrupa Birliği' ne tam üye ülkelerin Avrupa Birliği parlamentosunda ülke nüfuslarına göre temsil edilme hakkına sahip olması Türkiye' nin parlamentoda en büyük güç olabileceği düşüncesine önemli bir dayanak oluşturmaktadır. Acaba bu dayanak ileri sürülen düşünceyi desteklemekte midir?

(Kaynak: https://www.ab.gov.tr/105.html, https://www.avrupa.info.tr/tr/ab-nedir-72, https://www.ab.gov.tr/111.html)

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

Tablo 1: AB üyesi bazı ülkelerin ve aday ülke Türkiye' nin, 2016 yılından sonraki yıllar için olası nüfus sayısı (Kaynak: http://nufus.mobi/dunya/nufus) (NOT: öğrencilere tablo aıklaması verilemeyecek onlardan yorumlaması beklenecek)

Ülkeler	Nüfus Sayısı
Almanya	y= 82 882 331 – 82 882x
İngiltere	y= 65 111 143 + 390 666x
Fransa	y= 64 668 129 + 258 672x
İtalya	y= 59 801 004 + 59801x
Türkiye	y= 79 814 871 + 1 037 593x

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Nüfus bilgilerine eriştim ben aslında ancak yeterli gelmeyeceğini düşündüm sonradan. Neden böyle düşünmüş olabilirim sizce?
    a. Zaman akıp gidiyor gençler. Nüfus yerinde durmuyor ki hiç…

Tablo 1. *AB üyesi bazı ülkelerin ve aday ülke Türkiye' nin, 2016 yılından sonraki yıllar için olası nüfus sayısı (Kaynak: http://nufus.mobi/dunya/nufus)*

Ülkeler	Nüfus Sayısı
Almanya	y= 82 882 331 – 82 882x
İngiltere	y= 65 111 143 + 390 666x
Fransa	y= 64 668 129 + 258 672x

İtalya	y= 59 801 004 + 59801x
Türkiye	y= 79 814 871 + 1 037 593x

2. Evet onlar 2016 yılındaki nüfusları o ülkelerin. Peki neden sadece bu ülkeleri yazmış olabilir bu tabloda? Neden Belçika, Hollanda, Yunanistan gibi ülkeler yok sizce?
3. Bu tabloda verilen ifadeleri tartışalım. Ne diyor bu tabloda sizce?
    a. X ne? O zaman y ne?
4. Peki o zaman bana bu tablodaki değerleri yorumlar mısınız? Mesela hemen Almanya ile başlayalım? y= 82 882 331 – 82 882x ne demek istiyor? Sözel olarak da açıklar mısınız?
    a. Yıllara göre nasıl değişecek nüfusu?
    b. Peki İtalya farklı mı?
5. Peki başa dönelim araştırdığımız konuya. Türkiye AB parlamentosunda en büyük güç olabilir mi?
    a. Ama İngiltere, Fransa, İtalya' nın da artıyor. Neden onlar değil de Türkiye birinci güç oluyor?
    b. Ama bu yeterli bir bilgi ve yeterli bir gerekçe değil. Nüfusu az ama…Mesela şu anda da bizim Almanya' dan nüfusumuz az ama ileride geçeceğiz diyebiliyoruz.
6. Peki en erken kaç yıl sonra Türkiye Almanya'dan daha büyük nüfusa sahip olacak?
7. Peki bizim burada bazı varsayımlarımız var değil mi? Yani öyle gideceğini düşünüyor ve ona göre yorumluyoruz. Nedir bunlar sizce? Neleri varsayıyoruz biz? Ya da neleri kabul ediyoruz diğer bir deyişle?
        i. Her sene bu şekilde artacağını ya da azalacağını.
        ii. Nüfusların doğru olduğunu mesela. (diyemezlerse bu nüfuslar doğru mu sizce? Kesin ve net mi?) Yani kayıtlı olmayanlar olabilir mesela.
    b. Bu varsayımlarımızı doğru kabul etmezsek eğer ne olur?
        i. Mesela her sene aynı miktarda artmaz bir ülkenin nüfusu. Biz hep aynı artıyor kabul ediyoruz.
    c. Peki aynı artmayacağını kabul edersek bu yaptıklarımızı yapamaz mıyız?
        i. Hayır hocam çünkü her sene 1 milyon artıyor diyoruz mesela o zaman belki 2 milyon artacak bilemeyiz ki…
8. Pekala Almanya' yı geçeceğimizi gösterdiniz nüfus sayısında ve dolayısıyla parlamenter sayısında. Diğer ülkeleri de geçeceğimizi kanıtlayabilir misiniz?
    a. Mantıklı geliyor kulağa. Siz yine de mantıksal olarak bu durumu anlamayan kişilere bunu matematiksel olarak ispat edin hadi.
9. Peki ama AB içinde yer alan ülkeler için tamam da peki ya başka aday ülkelerden bizimle en çok parlamenter gönderme konusunda yarışan başka ülke yok mu acaba? Tek aday ülke biz değilizdir.
    a. Ben baktım aday ülkeler Türkiye, Arnavutluk, Sırbistan, Makedonya ve Karadağ olarak görülüyor. Potansiyel aday ülkeler ise Bosna Hersek ve Kosova görünüyor.
    b. Bunlara yönelik bir denklem bulamadım. Ama nüfusları 10 milyonu geçmiyor. Bu bilgi yeterli mi bize?
    c. Evet ama daha sonrasında şu aklıma geldi. Bizim biliyorsunuz topraklarımızın büyük bir kısmı Asya' da küçük bir kısmı Avrupa' da. Bizim gibi olan Rusya var. Rusya' nın da AB' ye başvurma hakkı var bu taraftan bakıldığında. Rusya büyük ülke biliyorsunuz ki. Onun da aday olma riskini ele alarak Rusya ile Türkiye' yi karşılaştırsak bence faydalı olur bizim için.
10. Rusya' nın nüfusu 2016 itibariyle 143 439 832. Her yıl nüfusu yaklaşık olarak 143 439 azalıyormuş. Siz Rusya' nın yıllar geçtikçe nüfusunun ne olacağını veren ifadeyi ortaya koyabilir misiniz? Ben bu bilgileri elde ettim ama yukarıdaki gibi bir ifade bulamadım.
    a. Peki biz Rusya' yı geçebilir miyiz nüfus olarak?
    b. Neden geçebileceğimizi düşünüyorsunuz hiç daha işlem yapmadan? Bunu nasıl söyleyebiliyorsunuz?

c. Peki ne zaman Rusya' yı geçebiliriz? Kaç yıl sonra? Hangi yılda?
d. Deneyerek biraz uzun sürebilir sanki. Başka nasıl bir yol geliştirebiliriz?
e. Bu kadar uğraşmayalım artık. Kaç yıl sonra Rusya ile Türkiye Nüfusu eşit olur? sorusuna yanıt versek gerisi gelir herhalde.
    i. Kaç bilinmeyenli bu denklem?
        1. İki bilinmeyenli…aaa o zaman iki denklem var zaten. O zaman çözebiliriz bu denklem sistemini.
    ii. Kaç yıl sonra Türkiye nüfusu Rusya' yı geçer o zaman?

11. Matematikle arası iyi olmayan bir kişi sizin bu sonucunuza şüpheyle bakabilir. Hadi onu ikna edelim. 54 yıl sonra Türkiye nüfusunun Rusya nüfusunu geçeceğini gösterelim.
12. Yani kaç yılında öngörülerin, varsayımlarımızın yolunda gitmesi durumunda nüfus olarak Rusya' yı geçeceğiz?
    i. 2017+ 54= 2071 yılında.
13. Ama bu verilen nüfuslar 2016 yılının nüfusları. 2017 değil maalesef.
    i. O zaman 2070.

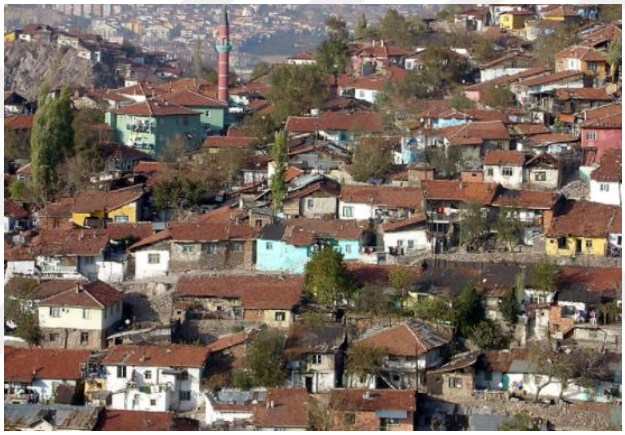
Genişletme Sorusu:

- Bizim biliyorsunuz topraklarımızın büyük bir kısmı Asya' da küçük bir kısmı Avrupa' da. Bizim gibi olan Rusya da var. Rusya' nın da AB' ye başvurma hakkı var bu taraftan bakıldığında. Rusya büyük ülke biliyorsunuz. Onun da aday olma riskini ele alarak Rusya ile Türkiye' yi karşılaştırsak bence faydalı olur bizim için...
- Rusya' nın nüfusu 2016 itibariyle 143 439 832. Her yıl nüfusu yaklaşık olarak 143 439 azalıyormuş. Siz Rusya' nın yıllar geçtikçe nüfusunun ne olacağını veren ifadeyi ortaya koyabilir misiniz? Ben bu bilgileri elde ettim ama yukarıdaki gibi bir ifade bulamadım.
- Rusya'yı geçebilir miyiz peki? Kaç yıl sonra geçebiliriz?

DÜZENLİ ŞEHİR ETKİNLİĞİ

Resim 1:İspanya' nın Barcelona şehrinden bir görüntü

(Kaynak: https://www.bestepebloggers.com/barselonada-birgun/)



Resim 2: Türkiye' deki bir büyükşehirden bir görüntü (Kaynak: http://c12.incisozluk.com.tr/res/incisozluk//11500/6/979216_o239b.jpg)

Yukarıda iki şehrin bir kısmının görüntüsünü sunan iki resim verilmiştir. Buna göre sizce hangi şehir daha düzenli görünmektedir? Nedenleriyle kısaca açıklayınız.

İnegöl, Bursa' nın bir ilçesi olmasına rağmen Türkiye' deki birçok ilden daha gelişmiş bir yapıya sahiptir. Yaklaşık 257931 nüfusa sahip olan bu ilçe şehircilik alanında hızla gelişmektedir. Artan nüfus ile birlikte gereksinim duyulan yeni binaların hızla inşa edildiği gözlenmektedir. İnegöl belediyesi çarpık kentleşmenin oluşmasının önüne geçmek ve daha düzenli, göze hoş gelen bir şehir kurmak üzere, yeni binaların ya da sitelerin inşa edilmesinde size verilen resimlerde görülen düzenli şehirciliğin egemen olduğu şehrin esas alınması yönünde bir karar almıştır. Artık İnegöl' de müteahhitler bir site kurmak istediğinde alınan bu karara uymak zorundadır. Zaten şu anda Türkiye' nin herhangi bir şehrinde bir bina inşa edilmek istendiğinde, o binanın inşa edileceği arazi için, arazinin belirli bir oranını kapsayan kısmında ortak yaşam alanı (yeşillik, park yeri, oyun alanı vb.) yapılması zorunlu olup, geri kalanına bina yapılabilmektedir. Ancak İnegöl' de alınan karar buna ek olarak, yeni yapılan sitelerin resimdeki düzenli şehre benzer şekilde inşa edilmesini de gerektirmektedir. Müteahhitler site kurmak amacıyla aldıkları bir arazinin ne kadarına bina inşa edebileceğini öğrenmek istediklerinde kendilerine belediye tarafından kendilerine $z=x^2-y^2$ olarak ifade edilen cevap verilmektedir. Sizce müteahhite verilen bu cevapla ne anlatılmak istenmektedir? Haydi ona yardımcı olalım.

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Hangi daha düzenli? Nereden anlıyorsunuz? Neden böyle düşünüyorsunuz?
2. Sizce bu şehirde bina yapmak isteyen bir müteahhite belediye tarafından verilen yanıt ne anlama gelmektedir? Çizim yaparak da açıklayabilir misiniz?
3. Verilen ifadedeki değişkenleri bağımlı ve bağımsız olarak ayırarak değişkenlerin neyi temsil ettiğini yazabilir misiniz?
4. İnegöl belediyesi tarafından verilen ifade ile hedeflenen şehrin oluşturulması mümkün müdür? Tartışınız.
5. Siz müteahhit olsanız ve İnegöl'de bir araziniz olsa, nasıl bir bina yapabilirsiniz? Sayısal olarak destekleyerek, çizim ile anlatabilir misiniz?
6. Sizce belediyenin öne sürdüğü ifade için kısıtlama ya da sınırlar var mı? Açıklayınız.
7. Eğer kurulmak istenen site için ortak yaşam alanı sitenin tam ortasına değil de yine arazi içinde başka bir kısma inşa edilebilseydi, öne sürülen ifade işlerliğini korur muydu? Çizim ile de açıklayabilirsiniz.
8. Eğer kurulacak olan site için resimde görüldüğü gibi karesel bölge şartı olmayıp, dikdörtgensel bölge olma şartı konsaydı belediye tarafından öne sürülen ifade değişiklik gösterir miydi? Eğer değişiklik gösteriyorsa kısıtlılık ve sınırlıklarını da yazınız. Çizim ile de açıklayabilirsiniz.
9. Resimde görülen düzenli şehir için (dolayısıyla İnegöl için) karesel bölge yerine dikdörtgensel bölge olma şartı konulduğunda ortaya çıkan ifadelere ulaşılma süreci hakkında ne düşünüyorsunuz?
10. Belediye tarafından alınan bir karar ile yeni yapılacak bir site için arazinin %25' ine ortak yaşam alanı yapılması şartı getirilmiştir. Buna göre belediyenin öne sürdüğü ifade nasıl bir değişiklik gösterecektir? Açıklayınız.
11. Değişen şartlarla birlikte öne sürülen ifade için kısıtlılık ve sınırlıkları belirleyerek kullanım kılavuzunu ortaya koyabilir misiniz?

Genişletme Soruları:

- Ortak yaşam alanının arsanın tam ortasında olma zorunluluğu kaldırılırsa, ya da zaten böyle bir zorunluluk yoksa ne gibi değişiklikler olur?
    - Genel ifade değişir mi mesela?
    - Bina yapılacak alan değişir mi?
    - Düzen değişir mi?
- Arsanın kare olma zorunluluğu kaldırılırak dikdörtgen olma zorunluluğu getirilirse ne gibi değişiklikler olur?
    - Genel ifade değişir mi mesela?
    - Bina yapılacak alan değişir mi?
    - Düzen değişir mi?
- Peki bir karar alınmıştır belediye mesclisi tarafından. Alınan karar yapılacak olan her bina için düzenlenmesi gereken yeşil alan tüm arazinin %25' i kadar olmak zorunda olduğudur. Buna göre, ilk olarak planladığınız şehirdeki gibi, kare şeklinde binalar ve ortasında yine kare şeklinde yeşil alan bırakılan bina yapısı tercih edildiğinde bu alınan karar sizin binaların alanı için ortaya koyduğunuz o ifadeyi nasıl değiştirir?

ARAZİME NE DİKSEM ETKİNLİĞİ

Bursa ilinin İnegöl ilçesinde 10 dönümlük karesel bir bölgeye sahip tarımsal arazi satın alan Ali, şu anda boş durmakta olan bu arsayı ona ek gelir sağlayacak şekilde değerlendirmek istemektedir. Ancak arsayı düzenli bir şekilde ziyaret etmekte sıkıntı yaşamakta ve bununla birlikte çok incelikleri olan, uzmanlık gerektiren bir işe kalkışmak istememektedir. Arkadaşlarından gelen kavak veya ceviz ağacı yetiştirmesi önerileri aklına yatmış ancak hangisinin daha karlı olacağı konusunda kararsız kalmıştır. Haydi, gelin biz Ali' ye seçimini yapması için matematiksel dayanaklar sunarak yardım edelim.

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

- Türkiye, farklı coğrafi bölgelere, bunlara paralel olarak da farklı iklim özelliklere sahip geniş bir ülkedir. Bu bakımdan, bölgelere göre dikilebilecek kavak türleri değişmektedir. Marmara, Ege, Akdeniz, Batı ve Orta Karadeniz bölgelerinde Melez Kavaklar, İç, Doğu ve Güneydoğu Anadolu Bölgelerinde yerli Karakavaklar tavsiye edilmektedir.

Ekilme sıklığı konusunda, yetişme muhiti şartları (özellikle toprak ve iklim), yetiştirme amacı, kullanılan kavak türü ile pazarlama şartları önemli rol oynar. Melez kavaklar daha geniş dallanma eğiliminde olduklarından, genellikle kültürü yapılmakta olan yerli Karakavaklardan daha seyrek dikilir. Ancak, amaç kaliteli (kalın çaplı ve budaksız) odun elde etmeye yönelik ise, dikim aralığı geniş, kitle üretimine (ince çaplı) yönelik ise dar tutulmalıdır.

Melez Kavak fidanları, genellikle, 4×4, 4×5, 5×5, 5×6, 6×6 m aralık-mesafe düzeninde (sıralar arası ve sıra üzerindeki mesafe) dikilmektedir.

Karakavaklar ise 2×1, 2×2, 2×3, 3×3, 3×4 m mesafe düzeninde dikilebilmektedir.

- Kavak ağaçları ekiminden ortalama 10 yıl sonra kesim çağına gelir. Bu yaştaki bir ağaçtan yaklaşık 0, 65 m3 kereste çıkar ve her bir m3 0,8 ton ağırlığına gelir. Kavak için ödenecek ücret ton başına olur ki 2017 yılı Bursa ilinde bu fiyat en az 200 liradır.
- Ceviz ağacı fidanları düz arazide 8x8, eğimli arazide ise 7x7 aralıklarla dikilmelidir. Daha sık aralıklarla da dikilebilir ancak 15 yıl sonra ağaçlar budanarak eski haline getirilmelidir.
- Benim baktığım araştırmalara göre bir ceviz ağacı 5 yaşından 10 yaşına kadar ortalama 10 ile 15 kg arasında kabuklu ceviz vermektedir. Ama 10 yaşından itibaren 40 kg vermeye başlayıp 15 yaşından sonra ise 70 kg' a çıkmaktadır.
- Cevizin kg fiyatı ka lira?

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1) Bence çok ağaç ekilmesi durumunu tercih edelim. Çünkü adam en az riskli diyor. Sanki çok ağaç daha risksiz geliyor bana. Siz ne düşünüyorsunuz?
2) Çok ağaç dikilecekse hangi aralıklarla kavak ekilmesi tercih edilmeli?
3) Tamam 4x4 sıklıkla ekildiğinde ne olur? Diktik diyelim ki buradan nereye varmak istiyorsunuz?
4) Kaç kavak ağacı ekilebilecek bulun o zaman hadi.

5) Acaba öyle mi çıkıyor gerçekten? (Muhtemelen bir kenar uzunluğunu iki ağaç arası aralığa bölecekler sadece ve ağaç sayısının aralık sayısının 1 fazlası olduğunu göremeyecekler) Bence bir tarlayı çizelim kabataslak ve ağaçları 4x4 aralıklarla yerleştirelim. Doğru olup olmadığına bakalım bu görüşün.
   a) Çizimlerin ardından bir kenarın 100 m olduğu ve her bir ağaç arasındaki mesafenin 4 m olmasından dolayı 100' ü 25' e bölerek sonuca ulaşacaklarını düşüneceklerdir. Halbuki buldukları aralık sayısı olup 1 fazlası ağaç sayısıdır!
      i. 25 ağaç mı? Emin misiniz? Daha küçük bir kenar uzunluğu verseniz örneğin 100 değil de 24 m olsa kaç ağaç olurdu bir kenarda?
   b) 24' ü 4 ' e böldük 6 değil mi hocam?
      i. Çizerek gösterir misiniz 6 ağacı?
   c) Çizdiklerinde tek tek saydıklarında 7 çıktığını göreceklerdir.
6) Kaç kavak ağacı ekecek o halde arazisine?
      i. 100/4=25+1 26 ağaç bir kenara diğer kenar da aynı. O zaman kare olduğu için 26.26=676 ağaç ekebilir.
7) O zaman kavak ağacı daha mı çok para getirir?
      i. Ama hocam kavak ağacı kaç paraya satılıyor ki onu bilmiyoruz.
8) **Öğrencilerden tarafından talep edilen bilgi:** Kavak ağaçları ekiminden ortalama 10 yıl sonra kesim çağına gelir. Bu yaştaki bir ağaçtan yaklaşık 0, 65 m^3 kereste çıkar ve her bir m^3 0,8 ton ağırlığına gelir. Kavak için ödenecek ücret ton başına olur ki 2017 yılı Bursa ilinde bu fiyat en az 200 liradır.
9) O zaman kavak ağacı kaç para getirecek?
      i. Bir kavak ağacı 0,65 . 0,8 = 0,52 ton eder. 200. 0,52= 104 lira eder kavak başına. 676 kavak var. 676.104= 70304 TL para eder.
10) O zaman kavak ağacı daha çok mu para getirir?
      i. Hocam daha cevizi hesaplamadık. Ceviz ile ilgili hangi aralıklarla ekileceği ve kaç paraya satılacağı bilgisini verebilir misiniz?

Öğrenciler tarafından talep edilen bilgi: Ceviz ağacı fidanları düz arazide 8x8, eğimli arazide ise 7x7 aralıklarla dikilmelidir. Daha sık aralıklarla da dikilebilir ancak 15 yıl sonra ağaçlar budanarak eski haline getirilmelidir. Kaynak: http://www.chandlercevizfidani.com.tr

11) Cevizin kabuklu olarak toptancıya kaç liradan satıldığını tahmin edebilirsiniz herhalde!
      i. 8x8 aralıklarla eksek kenarlar tam bölünmez. Yaklaşık alalım o zaman. 100/8=12+1=13 ağaç olur bir kenarda. O zaman 13.13=169 ağaç olur 10 dönüm arazide.
      ii. Ama hocam her bir ağaçtan kaç kilo ceviz elde edilir kendimiz mi verelim değeri?
12) Hayır ben ona yönelik araştırma da yaptım. Hani cevizin türüne göre değişir falan ama biz onları göz ardı edelim ve bu bilgileri verdiğim cevizi ektiğimiz varsayalım.

Öğrenciler tarafından talep edilen bilgi: Benim baktığım araştırmalara göre bir ceviz ağacı 5 yaşından 10 yaşına kadar ortalama 10 ile 15 kg arasında kabuklu ceviz vermektedir. Ama 10 yaşından itibaren 40

kg vermeye başlayıp 15 yaşından sonra ise 70 kg' a çıkmaktadır. Kaynak: http://cevizfidani.cevizfidanidikimi.com

i. O zaman hocam 10 yaşı esas alalım. 15 lira kabuklu ceviz satsa her bir ağaçtan 40 kg ceviz alsa 600TL bir ağaçtan kazanır. 169 ağaç için 169 . 600= 101400 lira para kazanır. O zaman ceviz daha karlı hocam.

13) Ama siz pazar fiyatı söylediniz. Kabuklu cevizi toptancıya bu fiyata satamazsınız.
    i. 8 lira olsun o zaman. Bir ağaç için 40.8=320 lira gelir. 169 ağaç var. 169.320 = 54080 lira kazanır. O zaman kavak daha karlı olur.
14) Pekala, o zaman her zaman kavak ağacı yetiştirmesi daha mı karlı olur?
    i. Kavak ağacı 10 yıl sonra kesildiğinde 70400 TL para getirir. Ceviz 10yıl sonra 54080 TL para kazandırır. Ancak ceviz her sene kazandıracaktır artık bu parayı kavak ise sadece 10. Yılında kazandırır.
15) Ama kavak da tekrar filiz verip büyümez mi?
    i. Büyür ama her 10 yılda bu parayı kazandırır. Ceviz ise her yıl kazandırır üstelik 15 yaşına gelince her bir ağaç 70 kg ceviz verecek o zaman iki katına çıkacak neredeyse kazandığı para. Kesinlikle ceviz daha karlı hocam.
16) Ne zamana kadar kavak daha karlı ne zaman ceviz karlı ortaya koyalım mı o zaman? Belki adam belli bir süre sonra satmak istiyor…
    i. Hocam şimdi 10 yıl ekecekse kavak karlı gibi ancak 11 yıl için bile ceviz daha karlı oluyor. Çünkü 10. Yılda kavaktan 70400 TL alıyor ve 20. Yıla kadar hiçbir şey almıyor. Cevizden ise 54080 lira 10. Yılda alıp 15. Yıla kadar her sene bu parayı alacak. 15. Seneden sonra ise çok daha fazla alacak. O sebeple sadece 10. Yıl için kavak karlı ama 11. Yıl ve üstü için daha karlı değil bizce.
17) Peki biz şimdi Ali için 10 dönümlük bir tarım arazisini esas alarak ona matematiksel dayanaklı bir öneri sunduk. Türkiye'de Ali gibi belki de binlerce insan var. Onların hepsinin farklı büyüklükte arazileri olmakla birlikte Ali gibi onlar da tarımla içli dışlı olmadıkları için daha az riskli ancak getirisi olan bir işe kalkışmak istiyorlar. Ceviz ağacı mı kavak ağacı mı ikileminde kalıyorlar. Onlara olası tüm durumları ifade edelim ki herkes kendi yolunu bu ifade yardımıyla belirleyebilsin. Yapabilir miyiz böyle bir şeyi?
    i. O zaman 10 dönüm arazi olmayacak mı hocam?
18) Arazi karesel olsun mu yine? Öyle kabul edelim mi? (önce onların demesi beklenmeli)
    i. Olsun hocam. O zaman bir kenarına x diyelim.
19) Peki deyin bakalım. Buradan ceviz ağacı mı karlı yoksa kavak ağacı mı? Olası tüm durumları sunalım onlara.
    i. O zaman kavak ağacı ekerse, eğer x m bir kenarı (x/4) +1 ağaç arazinin bir kenarına ekilmiş olacak. X^2 dönüm tarlaya ekilebilecek toplam ağaç adedi $((x/4)+1)^2$ kadar olacak.
20) Bu bulduğunuz ifade ne anlama geliyor? Açıklar mısınız?

21) Parasal olarak hangisi daha kazançlı olacak. Yani kavak ağacı dikerse 4x4 aralıklarla kaç lira kazanacak?
    i. Bir kavak ağacı 104 liradan gider demiştik. 104 $((x/4)+1)^2$ TL para kazanır.
22) Ceviz ağacı için ne düşünüyorsunuz?
    i. $((x/8)+1)^2$ tane ağaç var. Ama hocam şimdi cevizin getireceği parayı ifade ederken yıllara göre değişiyor ya nasıl yapalım?
23) Aralıklara göre yazalım kazandıracağı parayı. Kaç yıl aralığında ne kadar kazanabilir?
    i. 5-10 yıl aralığında 10 kg kabuklu ceviz verirse kilosu 8 liradan 80 TL bir ağaç yapar. O zaman $80.((x/8)+1)^2$ TL getirir.
    ii. 10-15 yıl aralığında 40 kg kabuklu ceviz verse bir ağaç kilosu 8 liradan 320 TL bir ağaçtan gelen para olur. O zaman toplamda $320.((x/8)+1)^2$ kazanç sağlar.
    iii. 15 yıl sonrasında ise 70 kg kabuklu ceviz veren bir ağaç için kilosu 8 liradan 560 TL kazanılır. Toplamda 560. $((x/8)+1)^2$ TL gelir elde edilir.
24) Peki şimdi benim ağabeyim mesela bir tarla aldı. Bu tarlaya ceviz ekerse ne kadar para kazanacağı sorusu üzerine ben de sizin bana verdiğiniz bu sonucu ona sunacağım. Onun cevabı da muhtemelen "burada ne diyor ben anlayamadım fazla! biraz açıklar mısın?" diyecektir. Siz açıklar mısınız? Aslında bir nevi kullanım kılavuzunu da verin diyorum bana ki ben de ona vereyim?
    i. Mesela tarlanızın bir kenarının uzunluğu 400 m olursa o tarladan kazanacağınız para 5-10 yıl arasında 80. ((400/8)+1)2 TL yani 208080 TL dır. 10-15 yıl arasında 832320 TL ve 15 yıl sonrasında ise 1 456 560 TL para kazanabilirsiniz.
25) Geçen gün birisi bana dedi ki "hocam ben cevizden armuttan kazandığım paranın kat kat fazlasını kazanıyorum. Geçen yıl sadece 35000 TL civarında para kazandım". Sizce bu adamın yaklaşık olarak kaç dönüm ceviz tarlası vardır?
    i. Kaç yıllık ağaçları acaba?

b) 15 yıldan fazla olmuştur onun ceviz ağaçlarının yaşı. "Cevizi dik sonra onu unut" diye bir atasözü var diyordu bana☺
    i. O zaman 560. $((x/8)+1)^2 = 35000$ denkleminden x=55 çıkıyor. $55.55=3025$ m^2 yani yaklaşık 3 dönüm.

Genişletme Soruları:

- 30 yaşında cevizlere sahip olan bir çiftçi cevizden yılda 35000 TL para kazandığına göre kaç dönüm tarlasının olduğunu bulabilir misiniz?
- Paulownia Çin'de yaşayan, çok hızlı büyüyen bir ağaç türüdür. Ekonomik getirisinin yüksek olduğu düşünülen Paulownia yetiştiriciliği son yıllarda ülkemizde de daha sık yapılmaya başlanmıştır. Bu ağacın genel özellikleri aşağıdaki maddeler halinde verilmiştir. Buna göre;
  a) Koşulları uygun bir arazide bu ağaçtan yetiştirildiğinde ne kadar gelir elde edileceğini ifade edebilir misiniz?
  b) Koşulları uygun bir arazide bu ağaçtan yetiştirildiğinde ne kadar gelir elde edileceğine yönelik genel bir ifade ortaya koyabilir misiniz?
  c) Paulownia yetiştiriciliğinden ilk kesim sonunda 35000 lira gelir elde eden bir çiftçinin yaklaşık kaç dönüm Paulownia tarlası vardır?

Paulownia' nın Özellikleri:

* Yerinde Fidan haline geldikten sonraki 1. yılında 4-6 metre arasında boy verir.
* 8 Yılda kesime gelir ve 1 metreküp kereste verir. 1 m^3' ünün fiyatı en az 800 TL' dır.
* Yaprakları % 11-15 protein içerdiğinden besicilikte hayvan yiyeceği olarak kullanılır.
* Çiçekleri bolca bal özü içerdiğinden arıcılıkta kullanılır.
*Kerestesi başta mobilya sanayi olmak üzere doğramacılık, kontra plak oymacılık, kaplamacılık ve müzik aletlerinin yapımında kullanılır.
* Dikili olduğu alanlarda rüzgarı kestiği ve tarla yüzeyindeki buharlaşmayı azalttığı için verimde %15-30 artış sağlanabilir (Kavak ağaçlarının arasında ara tarım yapılamaz. Paulownia da yapılır).
* Kerestesi bükülmeye, kırılmaya ve çatlamaya karşı dayanıklıdır.
* Isı ve elektrik iletkenliği son derece düşüktür.
* Killi toprakları sevmez. Kumlu geçirgen topraklar idealdir.
* Dikilecek alanda taban suyu 1,5 metrenin altında olmalıdır.Taban suyu daha yukarıda olursa kök yapısı zarar görür.
* Yurdumuzda 3 türü yaygın olup bunlardan Fortunei –15, Elengota –15 Tomentosa ise –25 dereceye dayanıklıdır.
* Güneşi ve suyu çok sever. Gölgelik yerlere dikilmemeli, başka ağaçlarla gölgelenmemelidir.
* 5X5 5X6 4X5 aralıklarında dikilebilir.
* İlk yıllarda azotlu gübrelerle gübrelemek verimi artırır. Gübre ihtiyacı yıllar geçtikçe azalır.
* Gerek hava kirliliğinin önlenmesi gerekse hızlı ağaçlandırılması gereken yerlerde ve peyzaç amaçlı olarak ta paulownia' dan yararlanılmaktadır.
* Yurt çapında hızla yasaklanan ve yasaklanması gündemde olan kavak ağaçlarına karşı çok iyi ve karlı alternatiftir.
* Bazı ülkeler stratejik olarak askeri alanlarda kamuflaj bitkisi olarak kullanmışlardır.
* Derin kök yapısı ile toprağı kısa sürede kavradığından erozyonu önleme de faydalanılır.
* Hazineden ağaçlandırmak amacı ile yer kiralandığında paulownia ağacı ile ağaçlandırma yapılabilir.
* Verim artışı sağlamak için rüzgar kesici ve aşırı güneş ışınlarını perdeleyici olarak kullanılabilir.
* Her 8-10 yılda bir gövdesi kesilerek tekrar fidan almadan çıkan sürgünlerle 7 defa ürün alınabilir.
* Ağacın beslenmesi toprağın 40 cm altından başladığı için hem ağaç araları traktörle sürülebilir hem de ara tarım uygulaması yapılabilir.

Kaynak: http://www.agaclar.net/forum/genis-yaprakli-agaclar/203.htm

İNEGÖL'ÜN HAVA KİRLİLİĞİ ETKİNLİĞİ

İnsanoğlunun ortalama 60 gün açlığa, 6 gün susuzluğa dayanabileceği belirtilirken havasızlığa ise sadece ortalama 6 dakika karşı koyabileceği bilinmektedir. Hava insanoğlunun yaşamını devam ettirebilmesinde en önemli etkenlerin belki de başında gelmektedir. Ancak gün geçtikçe şehirleşme oranın artması, sanayinin gelişmesi, inşaatların ve araba kullanımının yaygınlaşması gibi birçok sebepten dolayı insanoğlunun yaşamı için kritik öneme sahip olan hava kirlenmektedir. İnegöl' ün hava kirliliği hemen hemen İnegöl' de yaşayan herkes tarafından bilinen bir gerçek olup şikâyet konusudur. Bu sorunu çözmek için İnegöl Belediyesine bir tavsiyede bulunmak hepimizin görevidir. Sizce hava kirliliğini yenmenin en etkili yolu nedir?

...

(Öğrencilerden ağaç dikilmesi görüşü gelmesinin ardından) Şöyle ki ağaçlar havadaki karbondioksiti azaltıp oksijeni arttırmanın yanında havada bulunan ve aslında kirliliğe neden olan tozları emerek gövdelerinden dışarı süzerler. Hatta gövdelerinde belirgin bozulmalar görüldüğünde bu havanın çok kirli olduğunun bir göstergesi olarak kullanılmaktadır. Ben bu konuda sizin yerinize önceden hazırlıklı geldim. Bakın bir hektar kayın ağacı yılda ortalama 68 ton toz emiyormuş. Bir hektar çam ağacı ise yılda ortalama 36 ton toz emiyormuş. Kaç hektar hangi ağaçtan ekmeyi tavsiye etsek acaba belediyeye?

...

Belediyeye bu ağaçlardan ne kadar dikmelerini açıklayan biz genel bir ifade sunalım mı? Kullanımını da anlatalım o genel ifadenin, onlar bu genel ifade yardımıyla artık kendileri karar versinler.

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

- Bir insanın yıllık tüketmesi gereken hava 4500 m^3' tür. İnegöl' de hava kirliliği ölçümüne göre her bir m^3' te 0,0000040 ton toz vardır.

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Siz hep havayı kirleten etkenleri azaltmaya çalışıyorsunuz. Havayı temizleyen bir öneriniz var mı peki?
    i. Ağaç ekeriz.
    b. Ağaçların böyle bir işlevi mi var?
    c. Ağaçların tozu emme gibi bir işlevinin olduğunu biliyor muydunuz?

Öğrencilerin talep edeceği olası bilgi: Şöyle ki ağaçlar havadaki karbondioksiti azaltıp oksijeni arttırmanın yanında havada bulunan ve aslında kirliliğe neden olan tozları emerek gövdelerinden dışarı süzerler. Hatta gövdelerinde belirgin bozulmalar görüldüğünde bu havanın çok kirli olduğunun bir göstergesi olarak kullanılmaktadır. Ben bu konuda sizin yerinize önceden hazırlıklı geldim. Bakın bir hektar kayın ağacı yılda ortalama 68 ton toz emiyormuş. Bir hektar çam ağacı ise yılda ortalama 36 ton toz emiyormuş. Kaç hektar hangi ağaçtan ekmeyi tavsiye etsek acaba belediyeye?

    d. (Sadece kayın ağacı üzerinden akıl yürütürlerse) Yeterli mi? Çam da ekmeniz gerekli mi? Ya da ekilse olur mu? Ne kadar lazım?
2. (Sınıftan havadaki toz miktarı gerekli talebi gelecektir. Ancak gelmezse) Kaç hektar hangi ağaçtan ekerlerse havadaki tozu bitirebiliriz?

i. Toz miktarı ne kadar ki hocam?

Öğrencilerin talp edeceği olası bilgi: Bir insanın yıllık tüketmesi gereken hava 4500 m3' tür. İnegöl' de hava kirliliği ölçümüne göre her bir m3' te 0,0000040 ton toz vardır.

b. (0,018 ton üzerinden işlem yaparlarsa yani sadece bir insanın yıllık havasındaki toz miktarını bulurlarsa eğer) İnegöl' ün hava kirliliğine çözüm buluyoruz. Sizce bu değer İnegöl' ü temsil ediyor mu?
   i. İnegöl'de ne kadar hava var ki? Her bir metreküpteki toz miktarını hesaplamalıyız.

c. İnegöl' de istediğin kadar hava var herkese yetecek kadar..!
   i. Herkese yetecek kadar…kaç kişi yaşıyor İnegöl' de? İnegöl' ün nüfusu kaçtı? amaca yönelik gereksinimleri karşılama

d.

Öğrencilerin talep edeceği olası bilgi: 242 000 yazıyor tabelada.

   i. 242000 insan için bu değer 242000 . 0,018 = 4356 ton toz vardır.

3. (örnek ve yaklaşık sayısal değerler sunacaklardır muhtemelen) Bakın belediye bu tip şeylerde fazla para harcamak istemez. Çünkü bütçesinden başka işlere de para ayırması gerekir. O yüzden biz gerekli olanı bildirelim ki ne çok istemiş olalım ne de az…Bilimsel verilerle geldiğimiz için bizi kıramayacaklardır o zaman.
   i. Ama hocam tam çıkmıyor ki eğer kesin bir değer istiyorsanız.

b. Tamsayı değeri çıkmak zorunda değil ki.
   i. O zaman örneğin 60 hektar kayın dikilse 60 . 68 = 4080 ton toz emer yılda. Geriye kalan 4356-4080 = 276 ton toz için de 7-8 hektar arasında bir çam diksek yeter.

c. Kaç hektar çam gerekir tam olarak söyleyelim. Zaten önünüzde hesap makinesi var.
   i. 276 : 36 = 7, 66 hektar da çam ağacı ekelim.

d. (Eğer her gruptan farklı sayısal değerler gelirse) Hepsini sunabilir miyiz belediyeye?

e. Başka yok mu? Biz hepsini sunalım onlar kendilerine uygun olanı maliyeti en az olanı seçsinler. Şimdi bakarsınız kayın ağacı daha pahalıdır çam ağacına göre o zaman farklı bir alternatif düşünebilirler.
   i. Ama hocam sonsuz tane durum vardır ki? Nasıl yazalım hepsini..!

4. (Eğer cebir kullanmayı akıl edemezlerse) Olası tüm durumları yazmanızı ya da olası tüm durumları ifade etmenizi istiyorum sizden.

(Eğer hala cebir kullanmaları gerektiğini fark edemezlerse) Tablo, şekil, grafik gibi yardımcı matematiksel elemanlardan da yararlanabilirsiniz.

i. x hektar kayın ekilse, bir hektar kayın 68 ton toz emerse x hektar kayın 68x ton toz emer. Y hektar çam ise 36y ton toz emer. İkisi 68x + 36y ton toz emer. Biz 4356 ton toz emmesini istiyoruz. O halde 68x+ 36y= 4356 denklemi olası tüm durumları ifade eder hocam.

ii. Tablo yardımıyla cebirsel ifadeye ulaşılabilecek olası çözüm…

Kayın Ağacı Ekim Alanı (ha)	Tuttuğu toz miktarı (ton)	Çam Ağacı ekim Alanı (ha)	Tuttuğu toz miktarı (ton)	Emilen toz miktarı
60	6.68= 4080	7,6	7,66. 36=276	4356
50	50.68= 3400	26,5	26,5. 36=956	4356
40	40. 68= 2720	45,4	45,4. 36=1636	4356
x	x.68=68x	Y	y.36= 36y	68x+36y=

5. Belediyeye sunacağımız bu ifade sizce olası tüm durumları ifade ediyor mu?
   a. Nasıl açıklarsınız bu ifadenin kullanışlı olduğunu.
6. Bu ifadenin kullanım kılavuzunu verelim mi onlara?
   a. İstedikleri değerleri verebilirler mi x ve y için?
7. İnegöl' ün havasındaki yıllık toz miktarını temizlemesi için mesela 12, 6 hektar çam ekilirse kaç hektar kayın ekilmesi gerekir?
8. Sadece kayın ağacı dikilse kaç ağaç dikilmesi gerekir?
9. Sadece çam ağacı dikilse kaç ağaç dikilmesi gerekir?

Genişletme Sorusu:

- Kamal Meattle, Hindistan başkenti Yeni Delhi merkezli Paharpur İş Merkezi ve Yazılım Teknolojisi Incubator Park' ının Hintli bir çevre aktivisti ve CEO'sudur. Kamal Meattle kapalı alan içerisinde belirli bir oranda ve uygun sayılarda yetişen, kapalı havanın kalitesini ölçülebilir bir şekilde artırabilen 3 tip ortak ev bitkisinden bahsetmektedir. Amerikan uzay ve havacılık dairesi NASA'nın evdeki havayı temizleyen bitkiler üzerine yaptığı araştırmalar da aynı ev bitkilerinin etkililiğini ve önemini ortaya koymaktadır. Paharpur İş Merkezi ve Yazılım Teknolojisi Incubator Park'ında geleneksel bir hava temizleme sistemi yerine binlerce bu bitkilerden kullanılmakta ve olumlu sonuçları yayınlanmaktadır. Bu bitkilerden ikisi aşağıda gösterilmektedir.

	Areka Palmiyesi (Chrysalidocarpus lutescens) Gündüzleri tam anlamıyla bir oksijen üretim tesisi gibi çalışır! Kapalı bir alanda her bir kişi için yaklaşık olarak omuz hizasında yüksekliğe sahip 4 adet areka palmiyesi bulundurulması önerilmektedir.
	Paşa Kılıcı (Sansevieria trifasciata) Gece boyunca bile oksijen üreten bu bitki bu özelliğinden dolayı yatak odası bitkisi olarak da bilinir. Kapalı bir alanda her bir kişi için yaklaşık olarak bel hizasında yüksekliğe sahip 7 adet paşa kılıcı bulundurulması önerilmektedir.

Okullarda sınıf ortamlarının kapalı olması ve özellikle kış aylarında yeterince havalandırılamaması sonucu birçok zaman, öğrencilerin ve öğretmenlerin yeterli oksijeni alamadığı bir ortamda ders işlemek zorunda kaldığı bilinmektedir. Bu sebeple okul müdürlüğü her sınıfa bu bitkilerden sağlama yönünde bir çalışma başlatmıştır. Bunun için ayırabilecek bütçe sınırlı olup maliyet hesaplaması önemli görülmektedir. Buna göre aşağıdaki sorulara yanıt vererek okul müdürlüğümüze yardım edelim.

a) Maliyet planlaması için bilinmesi gerekli görülen tüm bilgileri aşağı yazınız.

b) Ortaya çıkabilecek olası tüm maliyet durumlarını ifade ediniz.

c) Herkesin kendi maliyetini karşılaması kararının alınması durumunda öğrenci başına düşecek olası para miktarını ifade ediniz.

d) İnternetten yapılan kampanyada 1 paşa kılıcı ile 1 areka palmiyesi 50 TL ise okul için çıkabilecek en yüksek ve en düşük maliyeti bulabilir misiniz? Bulduğunuz sonucu matematiksel olarak da yazabilir misiniz?

e) Bu projenin gerçekleşme olasılığını hem bütçe hem de fiziksel koşullar açısından değerlendirebilir misiniz?

KALORİ YAKMA ETKİNLİĞİ

26 yaşında olan Murat fazla kilolarından kurtulmak için spor yapmak istemekte ve bunun için kendisine en uygun sporun bisiklet sürmek olduğunu düşünmektedir. Murat, hem dışarıda sürebileceği gerçek bir bisiklete ve hem de ev içinde kullanabileceği bir kondisyon bisikletine sahiptir. Akşam saati işten eve gelip yemek yeme, dinlenme vb. etkinliklerin ardından akşam 20.00' den sonra spor yapma fırsatına sahip olan Murat akşam vakti dışarıda bisiklet sürmenin tehlikeli olduğu bir yerde yaşamaktadır. Hafta sonu ise istediği zaman gerçek bisiklet ya da kondisyon bisikleti sürebilme fırsatına sahiptir. Uzmanlar, sağlıklı bir şekilde zayıflamak için günlük alınması gereken kalorinin besin yardımıyla alınması ve ardından bunun yarısının spor gibi etkinlilerle yakılmasını önermektedir. Haftada 1kg verebilmek isteyen Murat' a nasıl yardımcı olabiliriz?

Metinde sunulmayıp da talep edilmesi beklenen veya varsayımda bulunulabilecek çözüm için gerekli olası bilgiler:

-

Yaş aralığı ve cinsiyet	Günlük alınması gereken kalori miktarı
2-3 yaş arası çocuklar	1000 kalori
4-8 çocuklar	1200-1400 kalori
9-13 yaş arası kızlar	1600 kalori
9-13 yaş arası erkekler	1800 kalori
14-18 yaş arası kızlar	1800 kalori
14-18 yaş arası erkekler	2200 kalori
19-30 yaş arası kadınlar	2000 kalori
19-30 yaş arası erkekler	2400 kalori
31-50 yaş arası kadınlar	1800 kalori
31-50 yaş arası erkekler	2200 kalori
51 yaş üstü kadınlar	1600 kalori
51 yaş üstü erkekler	2000 kalori

- Geçen gün bir gazete haberinde denk gelmiştim. "Amerikan Egzersiz Kurulu'nun yaptığı araştırmaya göre 1 kg yağ yakabilmek için ortalama 7 400 kalori yakmak gerekiyor" diye bir bilgi vardı. Sizin işinize yarar mı?
- Zayıflamak için en çok kullanılan spor yöntemlerinden biri de bisiklet sürmektir. Özellikle bacak kaslarını çalıştıran ve güçlendirerek forma sokan bisiklet sürmek, sağlıklı yaşamı

desteklemektedir. Bu spor hem açık havada hem de evde kondisyon bisikleti yardımıyla yapılabilmektedir. Açık havada bisiklet sürmenin kapalı alanda bisiklet sürmeye göre daha fazla kalori yaktırdığı bilinmektedir. Açık havada gerçek bir bisiklet ile saatte 19 km ile 22 km arası hız ile 1 saat bisiklet kullanmak kişiye yaklaşık 700 kalori yaktırmaktadır. 1 saat kondisyon bisikletini 30 km hızla sürmek ise yaklaşık olarak 400 kalori yaktırır. Ayrıca bölgesel zayıflama için kondisyon bisikleti son derece etkilidir. Kalın bacaklara karşı yapacağınız en etkili spor türlerinden biri bisiklet sürmektir. Uzmanlar günde 1 saat bisiklet sürerek ayda 4 kilo verilebileceğine dikkat çekmektedir. Ayrıca bisiklet sürerek metabolizma hızınızı önemli ölçüde artırabilirsiniz ki bu da, daha sağlıklı bir yaşam anlamına gelmektedir.

SORULACAK OLASI YÖNLENDİRME, SORGULAMA VE TETİKLEME SORULARI

1. Uzmanlar neyi önermektedir?
    i. Sağlıklı bir şekilde zayıflamak için günlük alınması gereken kalorinin besin yardımıyla alınması ve ardından bunun yarısının spor gibi etkinlilerle yakılmasını.
2. Sizin benden talep ettiğiniz bilgileri ben size sunabilirim.
    i. Alması gereken kalori miktarı ne hocam?

Öğrencilerin talep edeceği olası bilgi:

Yaş aralığı ve cinsiyet	Günlük alınması gereken kalori miktarı
2-3 yaş arası çocuklar	1000 kalori
4-8 çocuklar	1200-1400 kalori
9-13 yaş arası kızlar	1600 kalori
9-13 yaş arası erkekler	1800 kalori
14-18 yaş arası kızlar	1800 kalori
14-18 yaş arası erkekler	2200 kalori
19-30 yaş arası kadınlar	2000 kalori
19-30 yaş arası erkekler	2400 kalori
31-50 yaş arası kadınlar	1800 kalori
31-50 yaş arası erkekler	2200 kalori
51 yaş üstü kadınlar	1600 kalori
51 yaş üstü erkekler	2000 kalori

3. O zaman kaç kalori yakması gerektiğini biliyor musunuz artık? Herkes kâğıdına yazsın kaç kalori alıp kaç kalori yakması gerektiğini. (2400 kalori almalı 1200 kalori vermeli)
    i. Günlük alması gereken kalorinin yarısını yakması gerekiyormuş yani 1200 kalori yakmalı. İyi de bisiklet sürerek ne kadar kalori yaktığını bilmiyoruz ki?

Öğrencilerin talep edeceği olası bilgi:

Zayıflamak için en çok kullanılan spor yöntemlerinden biri de bisiklet sürmektir. Özellikle bacak kaslarını çalıştıran ve güçlendirerek forma sokan bisiklet sürmek, sağlıklı yaşamı desteklemektedir. Bu spor hem açık havada hem de evde kondisyon bisikleti yardımıyla yapılabilmektedir. Açık havada bisiklet sürmenin kapalı alanda bisiklet sürmeye göre daha fazla kalori yaktırdığı bilinmektedir. Açık havada gerçek bir bisiklet ile saatte 19 km ile 22 km arası hız ile 1 saat bisiklet kullanmak kişiye yaklaşık 700 kalori yaktırmaktadır. 1 saat kondisyon bisikletini 30 km hızla sürmek ise yaklaşık olarak 400 kalori yaktırır. Ayrıca bölgesel zayıflama için kondisyon bisikleti son derece etkilidir. Kalın bacaklara karşı yapacağınız en etkili spor türlerinden biri bisiklet

sürmektir. Uzmanlar günde 1 saat bisiklet sürerek ayda 4 kilo verilebileceğine dikkat çekmektedir. Ayrıca bisiklet sürerek metabolizma hızınızı önemli ölçüde artırabilirsiniz ki bu da, daha sağlıklı bir yaşam anlamına gelmektedir.

ii. Hocam yakması gereken kaloriyi biliyoruz…Bisikletle ile yakabileceği kaloriyi de öğrenmiş olduk ama 1 kg vermek için kaç kaloriyi yakması gerekir ki onu bilmiyoruz?

Öğrencilerin talep edeceği olası bilgi:

Geçen gün bir gazete haberinde denk gelmiştim. "Amerikan Egzersiz Kurulu'nun yaptığı araştırmaya göre 1 kg yağ yakabilmek için ortalama 7 400 kalori yakmak gerekiyor" diye bir bilgi vardı. Sizin işinize yarar mı?

b. Olası çözümler:

i. Örneğin; 10 saat dışarıda bisiklet sürse 7000 kalori yakar hocam. Bir de kondisyon bisikleti ile bir saat spor yapsa 400 de oradan gelir ve bir kilo vermiş olur.

ii. 15 saat kondisyon bisikleti sürerse 6000 kalori yakar. Geriye kalan 1400 kaloriyi de 2 saat bisiklet sürerek yakar. Toplamda 7400 kalori vermiş olur.

iii. 8 saat kondisyon bisikletine binerse 3200 kalori, 6 saat de dışarıda bisiklet sürse 4200 kalori de oradan yakar. Böylece toplamda 7400 kalori yakarak 1 kg vermiş olur.

4. Ama biz hep tam saatleri kullandık. Acaba hep tamsayı olarak mı hesaplamalıyız saatleri yani dakika olamaz mı? Ya da ondalık gösterimli sayılar olamaz mı?
5. (Akıllarına cebir gelecektir büyük olasılıkla ancak gelmezse) Olası tüm durumları bana ifade etmenizi istiyorum. Haydi bakalım. Kaç saat gerçek bisiklet ve kaç saat kondisyon bisikleti kullanarak bir haftada toplam 1 kg verir? Olabilecek tüm durumları nasıl ifade edebiliriz?
6. Gerçek bisiklet ile kaç saat kullanırsa ne kadar kalori yakmış olur?
7. Kondisyon bisikleti ile ne kadar kalori yakar peki?
8. Ama hem kondisyon hem de gerçek bisiklet kullanabilir değil mi? Bu ikisini de kullanarak kaç kalori yakacağını gösterebilir miyiz?
9. Sizce bu öne sürdüğünüz ifade olası durumları temsil ediyor mu? Yani olası durumlar için geçerli oluyor mu? Gösterebilir misiniz?
10. Öne sürdüğünüz genel ifade için kullanım kılavuzunu verebilir misiniz?
    a. Kullanım kılavuzunda şunlar olsun mu? (öğrencilerle tartışarak)
        1. Denklem
        2. Değişkenlerin ne ifade ettiği
        3. Sözel olarak kullanımı anlatma
        4. Sayısal örneklerle kullanımı açıklama
        5. Kısıtlık ve sınırlıklar

11. Sizce Murat için en uygun gerçek veya kondisyon bisikleti sürme saatleri nelerdir? Sizce bu kadar alternatif arasından hangisini tercih etmeli?
    i. **“**Mesela 10 saat gerçek bisiklet sürse 1 saat kondisyon bisikleti sürse olur bence” tarzında yine tamsayı değerlerini alan olası durumlar önerenler olabilir.
12. Her gün gerçek bisiklet sürebilir mi?
    i. Hayır. Çünkü hafta içi akşam dışarı çıkamıyor. Kondisyon bisikleti sürebilir ancak.
13. O zaman bu durumu göz önünde bulundurmalıyız. Öyle her saat kondisyon ya da gerçek bisiklet kullanamaz. O zaman ne yapalım? Mesela nasıl yapabilir 7400 kaloriyi vermek için?
    i. Hafta içi kondisyon bisikleti kullansın hafta sonu gerçek.
    b. İyi ama hafta sonu hem gerçek hem de kondisyon da kullanabilir değil mi?
    i. Evet hocam. Buldum. Hafta içinde kondiyon bisikleti ile her akşam 3’ er saat spor yapsa 15 saat kullanmış olur ve 6000 kalori yakmış olur. Hafta sonu da 2 saat gerçek bisiklet kullansa 1400 kalori de oradan verir. (buna benzer yorumlar yapılabilir ama muhtemelen tamsayılı örnekler verilecek).
14. Hafta içi kondisyon bisikletini kaç saat kullanabilir en fazla?
    i. Günde 3 saat kullanabilir hocam çünkü günde 1200 kalori yakabiliyor en fazla.
    b. Hafta içi o zaman kaç saat kullanabilir toplamda?
    i. Toplamda en fazla 15 saat kullanabilir.
    c. Peki ne kadar daha kullanması gerekir hafta sonu?
    i. Hafta içinde kondiyon bisikleti ile her akşam 3’ er saat spor yapsa 15 saat kullanmış olur ve 6000 kalori yakmış olur. Hafta sonu da 2 saat gerçek bisiklet kullansa 1400 kalori de oradan verir. (buna benzer yorumlar yapılabilir ama muhtemelen tamsayılı örnekler verilecek).
15. O zaman haftalık 1kg vermek için yakması gereken 7400 kaloriye dair ulaştığımız cebirsel ifadeyi günlük olarak yeniden mi düzenlesek? Yapabilir miyiz bunu? (1 günde vereceği kaloriye dair olası durumları gösteren bir ifade yazıp sonra onu bir hafta için genişletelim).
    i. Her gün 1200 kalori verse olur.
    b. Ama biz fazl kalori verdirmeyelim. Çünkü uzmanlar bunu tavsiye etmiyor. Haftada 1 kalori versin.
    i. O zaman 7400/7= 1057 falan günlük vermesi gereken kalori.
    c. Ama her gün aynı kaloriyi de vermek zorunda değil ki.
    i. O zaman nasıl yapacağız ki hocam?
    d. Bence hafta içi hafta sonu diye ayıralım. Çünkü hafta içinde eve geç geliyor ve sizin dediğiniz gibi akşam olduğu için evde kondisyon bisikleti kullanabiliyor sadece. Hafta sonu ise ikisini de kullanabiliyor. O zaman hafta içi ve hafta sonu yakacağı kaloriden yola çıksak nasıl olur?

i. O zaman hafta içi kondisyon bisikleti kullanır ve 400.3.5=6000 kalori yakar.

e. Ama bu üst sınır yani en fazla yakabileceği kalori miktarı. Hafta içi yakabileceği olası kalori miktarını sunan bir genel ifade yazsak ne kadar kalori yakacağını ortaya koyarız bence.
   i. Sadece kondisyon bisikleti kullanacağı için 400y kalori yakar. Y kullandığı saat hocam.

f. Peki sınırları var mı y' nin?
   i. Y en fazla 3 olur.

g. Y ne ki? Neden öyle bir sınır var?
   i. Bir günde kullanacağı kondisyon bisikleti süresi.

h. Ama o bir günlük. Biz 400y ifadesini hafta içi için koyduk. Hafta içi kullandığı saat sayısı y. En fazla kaç saat kullanabilir?
   i. 15 saat kullanabilir. O zaman $y \leq 15$

i. Peki alt sınır var mı?
   i. Sıfırdan büyük olacak hocam.

j. Ama tüm yakması gereken kaloriyi haftasonuna bırakabilir mi?
   i. Bırakamaz. Çünkü günde 1200 kaloriden iki günde en fazla 2400 kalori yakabilir.

k. Haftasonu en fazla kaç kalori yakabileceğinden yola çıkabilirsiniz bence!
   i. O zaman hafta sonu 2 günde en fazl 2400 kalori yakar. O zaman hafta içine 5000 kalori kalır. Hafta içi en az 5000 kalori yakması gerekir. O halde 400y=5000 olursa y 12,5 olur. $12{,}5 \leq y \leq 15$

l. Pekala haftasonu?
   i. X saat gerçek bisiklet kullansa 700x kalori yakar.

m. Peki x'in sınırı var mı?
   i. En fazla 2400 kalori yakar. O zaman 24/7 olur en fazla. $x \leq \frac{24}{7}$

n. Alt sınır var mı?
   i. Hafta içi en fazla 6000 kalori yakabilir. O zaman 1400 kalori kalır. 700x=1400 olacağı için x=2 olur. $2 \leq x \leq \frac{24}{7}$

o. Peki ama bu sadece gerçek bisiklet kullandığında. Biz ne dedik? Hafta sonu ikisini de kullanabilir dedik. O zaman nasıl ifade ederiz hafta sonu yakacağı kaloriyi?
   i. 700x+400y desek hocam?

p. Ama hafta içi kondisyon bisikleti kullanma saatine de y demiştiniz. Hafta sonu da aynı saat olmak zorunda mı?
   i. O zaman 700x+400z olsun.

q. Neyi ifade ettiniz siz şimdi?
   i. Hafta sonu kondisyon bisikleti ile veya gerçek bisiklet ile yakacağı kaloriyi.

r. Peki sınırı ya da kısıtlıklıkları var mı bu ifadenizin?
   i. Hocam x için bulduk zaten. Z yi de bulalım.

s. Ama dikkat edin x için sınırlarınız hafta sonu sadece gerçek bisiklet kullandığında geçerli. Yani z=0 kısıtlaması için ya da varsayımı için geçerli. O zaman şimdi haftasonu sadece kondisyon bisikleti kullanması durumunda z için sınırlıkları bulabilirsiniz değil mi?
    i. X=0 olur o zaman. $1400 \leq 400z \leq 2400$ olur. her iki tarafı 400' e bölersek $3,5 \leq z \leq 6$ olur.

t. Peki komple hafta sonu için yakabileceği kalori için kısıtlama ya da sınırlama var mı?
    i. 1400 ile 2400 arası işte.

u. Onu matematiksel olarak yazar mısınız?
    i. $1400 \leq 700x+400z \leq 2400$

16. Peki aşağıda verilen tabloyu doldurabilir miyiz o zaman?

	Hafta içi yakacağı kalori	Hafta sonu yakacağı kalori	Toplam yakması gereken kalori
Sınırlamalar-Kısıtlamalar			
Cebirsel İfade			
Değişkenlerin ne ifade ettiği			
Sözel Olarak denklemin kullanımının açıklanması			
Örnek kullanım			

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ömer DENİZ

Yabancı Dil : İngilizce

Doğum Yeri ve Yılı :

E-Posta :

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- 2004-2008, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı
- 2011-2014, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı
- 2014-2023, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Doktora Programı
- 2009-2013, Matematik Öğretmeni, Edirne Havsa Atatürk Ortaokulu
- 2013-2020, Matematik Öğretmeni, Bursa İnegöl Fenerbahçeliler Derneği Hamamlı Ortaokulu
- 2020-……., Matematik Öğretmeni, Bursa Nilüfer Tuna İmam Hatip Ortaokulu

Yayınları ve/veya Bilimsel/Sanatsal Faaliyetleri:

- Deniz, Ö., & Kabael, T. (2021). Investigation of Sixth-Grade Students' Cognitive Processes in a Learning Trajectory Designed for Basic Geometric Constructions. *Eğitim ve Bilim-Education and Science, 46*(206).
- Deniz, Ö. (2018). Temsil yeterliği, T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* içinde (sf.143-188). Ankara: Anı.
- Deniz, Ö. (2018). Matematikleştirme yeterliği, T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* içinde (sf.243-292). Ankara: Anı.
- Deniz, Ö., & Kabael, T. (2017). 8th grade students' processes of the construction of the concept of slope. *Education and Science, 42*(192), 139-172.
- Deniz, Ö., & Kabael, T. (2017). Students' mathematization process of the concept of slope within the realistic mathematics education. *Hacettepe University Journal of Education, 32*(1), 123-142.