



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİKTE YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN APARATLI
MATEMATİK PROBLEMLERİNE YAKLAŞIMLARI

FATMA ARIKAN

İzmir
2019

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİKTE YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN APARATLI
MATEMATİK PROBLEMLERİNE YAKLAŞIMLARI

FATMA ARIKAN

İzmir
2019

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Matematikte Yetenekli Öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

27.06.2019


Fatma ARIKAN

Tarih 29.07.2019

Tez Başlığı:

Matematikte Yetenekli Öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 219 sayfalık kısmına ilişkin, 29.07.2019 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 10'dur**.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz

Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☒

☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☐ Kaynakça hariç, ☐ Alıntılar dâhil, ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	☒ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☒ Kaynakça dâhil, ☒ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒ EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. ☒	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Fatma ARIKAN
Öğrenci No : 2017950073
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Programı : Matematik Öğretmenliği
Statüsü :Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐

ÖĞRENCİ

Fatma ARIKAN

İmza



29/07/2019

DANIŞMAN

Doç. Dr. Işıkhan Uğurel

İmza



29/07/2019

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu () işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

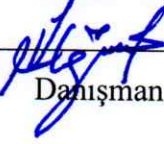
3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

Fatma ARIKAN Tarafından Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL yönetiminde hazırlanan “Matematikte Yetenekli Öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından “**Yüksek Lisans Tezi**” olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL


Danışman

Doç. Dr. Gülseren KARAGÖZ AKAR


Jüri Üyesi

Doç. Dr. Melike YİĞİT KOYUNKAYA


Jüri Üyesi



Prof. Dr. Süha YILMAZ
Enstitü Müdürü V.

TEŞEKKÜR

Hayatım boyunca bana her koşulda bana destek olan annem Akile ARIKAN, babam Ramazan ARIKAN ve ablam Rabia SEVİKER'e,

Çabalarımı ve çalışmalarımı her koşulda destekleyen arkadaşlarım Şeyda BAHAROĞLU, Ayşegül GENÇ ve Duygu TÜRKAN'a,

Bu çalışmada, fikir aşamasından, çalışma tamamlanana kadarki tüm süreçlerde beni yönlendiren, destekleyen ve cesaretlendiren danışmanım Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL'e,

Son olarak, çalışmaya gönüllü olarak katılıp vakit ayıran ve çaba gösteren İzmir ilindeki Bilim ve Sanat Merkezleri öğrencilerine ve öğretmenlerine teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	xi
ABSTRACT	xiii
 BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Amaç ve Önem	3
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri	7
1.4. Varsayımlar ve Sınırlılıklar	7
1.5. Tanımlar	8
 BÖLÜM II	10
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	10
2.1. Eğitim Araçları	10
2.2. Manipulatifler (Öğrenme Nesneleri).....	11
2.3. Aparat ve Aparatlı Matematik Problemi	13
2.4. Aparat – Manipulatif İlişkisi.....	14
2.5. Üstün Yeteneklilik.....	16
2.6. Matematikte Üstün Yeteneklilik	18
2.6.1. Matematikte Üstün Yetenekli Bireyin Özellikleri	21
2.6.2. Matematikte Üstün Yetenekli Öğrencilerin Belirlenmesi	24
2.7. Problem Çözme ve Problem Kurma	27
2.7.1. Kurulan aparatlı problemleri değerlendirme rubriğinin geliştirilmesi.....	31
İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	34
 BÖLÜM III.....	39
YÖNTEM	39
3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni.....	39
3.2. Çalışma Grubu.....	41
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları	42
3.4. Verilerin Analizi	43
3.4.1. Birinci alt probleme ait verilerin analizi	44
3.4.2. İkinci alt probleme ait verilerin analizi	46
3.4.3. Üçüncü alt probleme ait verilerin analizi	48

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği	49
3.6. Araştırmacının Rolü	50
3.7. Aparatlı Matematik Problemi Örneği	50
BÖLÜM IV	51
BULGULAR.....	51
4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular	52
Problem 1.1	53
Problem 1.2	60
Problem 1.3	69
Problem 1.4	75
Problem 2.1	80
Problem 2.2	86
Problem 3.1	91
Problem 3.2	98
Problem 4.1	104
Problem 4.2	109
Birinci alt probleme yönelik bulgular özet	116
4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular	122
1. Genelleme	122
2. Örüntü ve ilişki arama	126
3. Ekonomiklik	128
4. Matematiksel hafıza	129
5. Esnek düşünme.....	133
6. Tersinir düşünme.....	136
7. İçgörü	137
İkinci alt probleme yönelik bulgular özet	143
4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular	144
BÖLÜM V	152
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	152
5.1. Tartışma.....	152
5.2. Sonuç ve Öneriler	157
KAYNAKÇA	159

EKLER	165
EK 1. Yarı Yapılandırılmış Mülakat Formu	165
EK 2. Birinci Alt Problem Verileri - Çözüm Süreleri	171
EK 3. Birinci Alt Problem Verileri – Sonuçlara Ulaşma	172
EK 4. Birinci Alt Problem Verileri – Alternatif Sonuçlara Ulaşma	173
EK 5. Birinci Alt Problem Verileri – Benzer Problemle Karşılaşmış Olma Durumu	174
EK 6. Birinci Alt Problem Verileri – Görüşler	175
EK 7. Problem 2.2 Öğrenci Çözümleri	176
EK 8. Öğrencilerin Kurduğu Aparatlı Problemler	178
EK 9. Kare Seti Problemleri –Transkripsiyon	180
EK 10. Özel Dörtgen Seti Problemleri –Transkripsiyon.....	182
EK 11. Aparatlı Matematik Problemi Değerlendirme Rubriği.....	184
EK 12. Problem - 1.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	185
EK 13. Problem - 1.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	186
EK 14. Problem - 1.3 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	187
EK 15. Problem - 1.4 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	188
EK 16. Problem - 2.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	189
EK 17. Problem - 2.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	190
EK 18. Problem - 3.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	191
EK 19. Problem - 3.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	192
EK 20. Problem - 4.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler	193
EK 21. Problem - 4.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitleri	194
EK 22. Katılımcı Onam Formu	195
EK 23. Veli İzin Formu	197
EK 24. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi.....	199

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1.....	42
Tablo 2.....	42
Tablo 3.....	42
Tablo 4.....	53
Tablo 5.....	60
Tablo 6.....	69
Tablo 7.....	75
Tablo 8.....	80
Tablo 9.....	86
Tablo 10.....	91
Tablo 11.....	98
Tablo 12.....	104
Tablo 13.....	109
Tablo 14.....	116
Tablo 15.....	116
Tablo 16.....	116
Tablo 17.....	117
Tablo 18.....	118
Tablo 19.....	118
Tablo 20.....	119
Tablo 21.....	119
Tablo 22.....	120
Tablo 23.....	120
Tablo 24.....	122
Tablo 25.....	126
Tablo 26.....	127
Tablo 27.....	129
Tablo 28.....	132
Tablo 29.....	135
Tablo 30.....	136
Tablo 31.....	142
Tablo 32.....	148
Tablo 33.....	148

Tablo 34.....	171
Tablo 35.....	172
Tablo 36.....	173
Tablo 37.....	174
Tablo 38.....	175



ŞEKİLLER LİSTESİ

Resim 1. Problem-2.1 Grup-5	45
Resim 2. Problem-2.1 Grup-5	46
Resim 3. Problem-1.1 Grup-3	54
Resim 4. Problem-1.1 Grup-3	55
Resim 5. Problem-1.1 Grup-3	55
Resim 6. Problem-1.1 Grup-3	55
Resim 7. Problem-1.1 Grup-3	56
Resim 8. Problem-1.1 Grup-2	56
Resim 9. Problem-1.1 Grup-6	57
Resim 10. Problem-1.1 Grup-6	57
Resim 11. Problem-1.1 Grup-6	58
Resim 12. Problem-1.1 Grup-6	58
Resim 13. Problem 1.1 Grup-5.....	59
Resim 14. Problem-1.2 Grup-1	61
Resim 15. Problem-1.2 Grup-1	61
Resim 16. Problem-1.2 Grup-1	61
Resim 17. Problem-1.2 Grup-1	61
Resim 18. Problem-1.2 Grup-1	62
Resim 19. Problem-1.2 Grup-1	62
Resim 20. Problem-1.2 Grup-1	62
Resim 21. Problem-1.2 Grup-1	62
Resim 22. Problem-1.2 Grup-1	63
Resim 23. Problem-1.2 Grup-1	63
Resim 24. Problem-1.2 Grup-1	63
Resim 25. Problem-1.2 Grup-5	64
Resim 26. Problem-1.2 Grup-5	64
Resim 27. Problem-1.2 Grup-5	64
Resim 28. Problem-1.2 Grup-5	65
Resim 29. Problem-1.2 Grup-5	65
Resim 30. Problem-1.2 Grup-5	65
Resim 31. Problem-1.2 Grup-5	65
Resim 32. Problem-1.2 Grup-5	66
Resim 33. Problem-1.2 Grup-5	66

Resim 34. Problem-1.2 Grup-5	66
Resim 35. Problem-1.2 Grup-5	66
Resim 36. Problem-1.2 Grup-5	67
Resim 37. Problem 1.2 Grup-3.....	67
Resim 38. Problem-1.3 Grup-4	70
Resim 39. Problem-1.3 Grup-4	71
Resim 40. Problem-1.3 Grup-4	71
Resim 41. Problem-1.3 Grup-4	71
Resim 42. Problem-1.3 Grup-6	72
Resim 43. Problem-1.3 Grup-6	72
Resim 44. Problem-1.3 Grup-6	72
Resim 45. Problem-1.3 Grup-6	73
Resim 46. Problem-1.3 Grup-6	73
Resim 47. Problem-1.4 Grup-4	76
Resim 48. Problem-1.4 Grup-1	77
Resim 49. Problem 1.4 Çözümler	78
Resim 50. Problem-2.1 Grup-3	82
Resim 51. Problem-2.1 Grup-5	82
Resim 52. Problem-2.1 Grup-5	83
Resim 53. Problem-2.1 Grup-6	83
Resim 54. Problem-2.1 Grup-6	84
Resim 55. Problem 3.1 Grup-3.....	92
Resim 56. Problem 3.1 Grup-3.....	92
Resim 57. Problem 3.1 Grup-3.....	92
Resim 58. Problem 3.1 Grup-5.....	93
Resim 59. Problem 3.1 Grup-5.....	94
Resim 60. Problem 3.1 Grup-5.....	94
Resim 61. Problem 3.1 Grup-4 Desenler.....	95
Resim 62. Problem 3.1 Grup-4 En kısa çevre	96
Resim 63. Problem 3.1 Grup-4 En uzun çevre örnekleri	96
Resim 64. Problem 3.2 Grup-1.....	100
Resim 65. Problem 3.2 Grup-1.....	100
Resim 66. Problem 3.2 Grup-1.....	100
Resim 67. Problem 3.2 Grup-1.....	100

Resim 68. Problem 3.2 Grup-1.....	101
Resim 69. Problem 3.2 Grup-1.....	101
Resim 70. Problem 4.1 Grup-1.....	105
Resim 71. Problem 4.1 Grup-1.....	105
Resim 72. Problem 4.1 Grup-1.....	105
Resim 73. Problem 4.1 Grup-4.....	106
Resim 74. Problem 4.1 Grup-4.....	106
Resim 75. Problem 4.1 Grup-6.....	107
Resim 76. Problem 4.1 Grup-6.....	107
Resim 77. Problem 4.1 Grup-6.....	107
Resim 78. Problem 4.2 Grup-4.....	110
Resim 79. Problem 4.2 Grup-4.....	111
Resim 80. Grup-5 Problem 4.2 Çözüm yöntemi	112
Resim 81. Grup-5 Problem 4.2 Çözüm yöntemi	112
Resim 82. Problem 4.2 Grup-6.....	113
Resim 83. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme.....	124
Resim 84. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme.....	124
Resim 85. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme.....	124
Resim 86. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme.....	125
Resim 87. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme.....	125
Resim 88. Problem 4.1 Grup-1 Genelleme.....	126
Resim 89. Problem 1.2 Grup-4 Örüntü ve İlişki Arama	127
Resim 90. Problem 3.2 Grup-1 Matematiksel Hafıza.....	132
Resim 91. Problem 3.2 Grup-1 Matematiksel Hafıza.....	132
Resim 92. Grup-2 Etkinlik 1.4 Matematiksel Düşünme.....	133
Resim 93. Grup-5 Etkinlik 4.2 Matematiksel Düşünme.....	135
Resim 94.. Grup-5 Etkinlik 4.2 Matematiksel Düşünme.....	135
Resim 95. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü	137
Resim 96. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü	137
Resim 97. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü	138
Resim 98. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü	138
Resim 99. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü	138
Resim 100. Problem 1.4 Grup-2 İçgörü	139
Resim 101. Problem 2.1 Grup-4 İçgörü	139

Resim 102. Problem 2.1 Grup-4 İçgörü	140
Resim 103. Problem 4.1 Grup-1 İçgörü	141
Resim 104. Problem 4.1 Grup-1 İçgörü	141
Resim 105. Problem 4.1 Grup-6 İçgörü	141
Resim 106. Problem 4.1 Grup-6 İçgörü	142
Resim 107. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	144
Resim 108. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	145
Resim 109. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	145
Resim 110. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	145
Resim 111. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	146
Resim 112. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	146
Resim 113. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	146
Resim 114. Grup-3 Kare seti - Problem kurma	180
Resim 115. Grup-5 Kare seti - Problem kurma	180
Resim 116. Grup-1 Özel dörtgen seti - Problem kurma	182
Resim 117. Grup-5 Özel dörtgen seti - Problem kurma	183

ÖZET

Matematikte Yetenekli Öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları

Fatma ARIKAN

Yüksek Lisans, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Doç. Dr. Işıksan UĞUREL

Bu araştırmada matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları irdelenmiştir. Aparatlı matematik problemleri yeni bir kavram olup araştırmamız bu konuda gerçekleştirilecek öncü çalışmalardan biridir.

Araştırmanın amacı matematikte yetenekli olan ortaokul ve lise öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine destek olacağına inanılan ve daha önce karşılaşmamış oldukları “aparatlı matematik problemlerini” tanıma, çözme ve kurma yaklaşımlarının belirlenmesidir.

Araştırmamız aparatlı problemlere yönelik ilk tez çalışması olması sebebiyle araştırma sürecinde üretilecek ve çözülecek problemlerin zengin çeşitlilikte ve farklı niteliklerde olması için çalışma grubunun matematikte yetenekli öğrencilerden oluşmasına karar verilmiştir. Bu nedenle araştırmamızda katılımcı grubun Bilim ve Sanat Merkezlerinde (BİLSEM) öğrenim görmekte olan ortaokul ve lise öğrencilerden seçilmesine karar verilmiştir.

Araştırmanın İzmir ilinde bulunan dört Bilim ve Sanat Merkezinde gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunda genel zihinsel yetenek grubunda bulunan ve matematik dersi alan altı 7. sınıf öğrencisi, beş 8. sınıf öğrencisi, yedi 9. sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 18 öğrenci yer almıştır. Öğrenciler BİLSEM’de görevli olan matematik öğretmenlerinin görüşleri alınarak gönüllülük esasına göre seçilmiştir.

Araştırmamız nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Durum çalışması, araştırmacının sınırlı bir sistemi (bir durum) veya çoklu

sınırlı sistemleri (durumları) detaylı ve birden fazla bilgi kaynağını (örneğin, gözlemler, röportajlar, görsel-işitsel materyaller, belgeler ve raporlar) içeren bir şekilde derinlemesine ve etraflıca araştırdığı, durum temelli temaları ve durumu açıkladığı nitel bir yaklaşımdır (Cresswell, 2007, s.73). Bu çalışmada matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları; aparatlı matematik problemlerini çözüm yöntemleri, çözüm süreçlerinde kullandıkları matematiksel düşünme özellikleri (genelleme, örüntü ve ilişki arama, ekonomiklik vb.), kurdukları aparatlı matematik problemlerinin nitelikleri (aparatlı matematik problemi olma koşullarına uygunluk) ve özellikleri (orjinallik, çözüme hâkim olma) detaylı bir şekilde araştırılmıştır.

Veri toplama aşamasında “yarı yapılandırılmış mülakat” yöntemi kullanılmıştır. Çalışma grubunda yer alan öğrencilere 4 aparat ve bu aparatlara dayalı geliştirilen 10 adet problemi çözmeleri ve 4 aparattan araştırmacı tarafından belirlenen ikisi ile ilgili problem kurmaları istenmiştir. Mülakatlar sırasında araştırmacı, problem çözme ve problem kurma süreçleri için ayrı olarak hazırladığı araştırmacı sorularını öğrencilere yönelmiştir. Ayrıca, öğrencilerden çözümler sırasında sesli düşünceleri istenmiştir. Uygulamaların tümü kamera kaydına alınmıştır.

Veriler nitel durum içerik (transkripsiyonlar, dokümanlar) analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Öğrencilerin problemleri çoğunlukla planlı uygulamalar ve stratejik denemelerle çözdükleri, doğru sonuçlara ve alternatif sonuçlara büyük ölçüde ulaşabildikleri daha önce aparatlı probleme benzer problemlerle karşılaşmamış oldukları belirlenmiştir. Bunlara ek olarak öğrencilerin problem çözümleri esnasında matematikte üstün yetenekli öğrencilerin karakteristik düşünme özelliklerinden (genelleme, örüntü ve ilişki arama, ekonomiklik, matematiksel hafıza vb.) belirli özellikleri, belirli problemlerde yoğunlukla gösterdikleri gözlenmiştir. Son olarak öğrencilerin nitelikli aparatlı matematik problemleri kurabildikleri ancak bunlardan orijinal olanların ve çözüme hâkim olarak kurduklarının sınırlı oranda olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Aparat, aparatlı matematik problemi, manipulatifler, matematikte yetenekli öğrenci, BİLSEM, matematik eğitimi.

ABSTRACT

Mathematically Talented Students' Approaches to Mathematics Problems with Apparatus

Fatma ARIKAN

M.Sc. Mathematics Education

Assoc. Prof. Dr. Işıkhan UĞUREL

In this research, mathematically talented students' approaches to mathematics problems with apparatus are examined. Besides “math problems with apparatus” being a new concept, this research will be one of the former studies about this topic.

The purpose of the study is to identify mathematically talented middle school and high school students' understanding, solving and posing approaches about math problems with apparatus which they have not encountered with before.

Since our research is the first thesis study related to math problems with apparatus, for the problems which the students will solve and pose to be diverse and to have different qualities in the process of research, it is planned that participants to consist of mathematically talented students. Hence, it is decided that participants will be chosen from middle school and high school students who take education in Science and Arts Centers.

The study is applied in the four Science and Arts center in İzmir. Study group consisted of six seventh grade students, five eight grade students and seven ninth grade students, totally eighteen students who are in the general mental talented group and take math classes. Students are chosen according to their voluntariness and views of math teachers who work and give lectures in Science and Arts centers.

The reseach is designed as qualitative case study. Case study research is a qualitative approach in which the investigator explores a bounded system (a case) or multiple bounded systems (cases) over time, through detailed, in-depth data collection involving multiple

sources of information (e.g., observations, interviews, audiovisual material, and documents and reports), and reports a case description and case-based themes (Cresswell, 2007, s.73). In this study, mathematically talented students' approaches to math problems with apparatus; Their solving styles of mathematics problems with apparatus, the characteristics of mathematical thinking they show (generalising, looking for patterns and relations, economicity etc.) during the solving processes and the qualities and the features (originality, having awareness of solution) of mathematics problems with apparatus which they posed are examined in detail.

Data collection is carried through "semi-structured interviews". Participants were asked to solve ten math problems which are developed based on four different apparatus and to pose two math problems based on two apparatus which were assigned by the researcher from the four apparatus students used in solving processes. During the interviews, the researcher directed the researcher questions she prepared separately for solving and posing processes to the participants. In addition, participants were asked to think aloud during the solving processes. During semi-structured interviews video records were taken.

Data analysis is conducted through case study content (transcriptions, documents) analysis. It is seen that students solved the problems mostly with planned applications and strategical trials, they reached correct results and alternative results highly and they had not encountered with similar problems to math problems with apparatus before. In addition, the students showed particular characteristics of mathematically gifted students' mathematical thinking (generalizing, looking for patterns and relations, economicity, mathematical memory etc...) in particular problems. Lastly, it is seen that students can pose qualified math problems with apparatus but the rate of original ones and the ones they had awareness of solutions were limited.

Keywords: Apparatus, Mathematics problems with apparatus, manipulatives, mathematically talented students, Science and Arts Center, math education.

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematikte materyal kullanımı çok eski tarihlere dayanmaktadır. Antik çağlardan beri, birçok farklı uygarlıktan insanlar, günlük matematik problemlerini çözmelerine yardımcı olmak için fiziksel nesneler kullanmışlardır. Güneybatı Asya'nın (Orta Doğu) eski medeniyetleri sayım tahtaları kullanıyordu. Bunlar ince bir kum tabakası ile kaplı ahşap veya kil tepsilerdi. Kullanıcı bir hesap yapmak veya ödemeyi almak için kuma semboller çizirdi. Eski Romalılar, dünyanın ilk abaküsünü oluşturmak için sayma tahtalarını geliştirdiler Amerika'da da benzer araçlar geliştirildi. Mayaların ve Azteklerin her ikisinde de sicim üzerine dizilmiş mısır tanecikleri ya da ahşap bir çerçeveye gerilmiş teller içeren sayma cihazları vardı. İnkalar düğümlü ipleri sayım aracı olarak kullanırlardı (Research on the Benefits of Manipulatives, 2019). Tarihteki örneklerinden de görüldüğü gibi materyal kullanımı matematik ve matematik eğitimi (matematiksel becerilerin kazanılması, matematiksel kavramların ve ilişkilerinin anlaşılması ve matematiksel problem çözümü) için vazgeçilmezdir.

Günümüzde de, matematik eğitiminde eğitim materyallerinin kullanılması geniş kabul gören ve önerilen durumlardan biridir. Bu materyaller için kullanılan en yaygın ifadelerden biri, üzerinde birçok çalışma da bulunan “manipulatiflerdir”. Manipulatifler (öğrenme nesneleri) bir matematik kavramını göstermek, matematiksel bir prosedürün uygulamasını desteklemek veya matematiksel bir konuda problem çözerken derinlemesine bir anlayış geliştirmek için kullanılan, soyut kavramları, fikirleri ve sembolleri öğrenciler için daha anlamlı ve anlaşılabilir kılan somut nesne, araç, model veya mekanizmalar (Karakırık 2016; Laski, Jordan, Daoust & Murray, 2015; Kelly, 2006; Moyer, 2001) olarak tanımlanmıştır. Manipulatifler, öğrencilerin hissedebileceği, dokunabileceği, kullanabileceği/ yönetebileceği, hareket ettirebileceği uygulamalı deneyimler yoluyla öğrenciler tarafından manipüle edilen nesnelerdir (Reys 1971; Moyer, 2001). Manipulatifler başlangıçta anaokulu ve ilkokul eğitimi için tasarlandı da Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), her sınıf seviyesinde matematiksel kavramların öğretilmesinde manipulatiflerin kullanılmasını önermektedir. Manipulatifler NCTM'nin belirlediği matematik öğretimindeki beş temel süreç becerisi (problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim kurma, bağlantı kurma ve

temsil) ile ilgili kazanımları içeren çok çeşitli konuların öğretilmesinde kullanılabileceği (Boggan, Harper & Whitmire, 2010) belirtilmektedir.

Bu çalışmada kullanılan ve Uğurel (2019) tarafından tanımlanmış olan aparat ise genel anlamda manipulatifler altında değerlendirilebilir. Ancak aparatların kendine has özellikleri, öğretim sürecindeki özelleşmiş işlevleri ve pek çok manipulatiften ayrılan temel rolleri bulunmaktadır. Aparatlar, ağırlıklı olarak ya da tamamen problem çözme ve kurma amacı taşıyan, birden fazla kazanım, konu ya da beceri alanı için sıra dışı akıl yürütmeler gerektiren içerikler geliştirilmesine imkân tanıyan, çevirme, tutma, ölçme, döndürme, taşıma, dizme ve benzeri fiziksel eylemlerin kolaylıkla gerçekleştirilebildiği somut nesnelerdir (Uğurel, 2019). Aparatlı matematik problemi ise bir aparat üzerinde kurulan ve çözümünün verilen aparat kullanılarak yapılabileceği problemlerdir (Uğurel, 2019).

Aparatlar somut olmaları, çevirme tutma, döndürme, dizme gibi manipule edilebilirlik özelliklerine sahip olmaları nedeniyle belli oranda manipulatiflere benzetilebilir. Ancak aparatların manipulatiflerden ayrılan kendine has özellikleri vardır. Manipulatifler, öğrenmeyi destekleyici her türlü etkinlik içerisinde çok çeşitli rollerde görev alabilmektedirler. Aparatlarda ise belirli bir aparatın temel (özelleşmiş) işlevi bir problemin çözülmesi ve kurulmasıdır. Manipulatifler belirli bir veya bir kaç konu, kavram ya da amaca yönelik kullanılmaktadır. Örneğin, onluk taban blokları basamak değerini kavratmak için kullanılmaktadır (Lillard, 2005'den aktaran Laski ve diğerleri, 2015). Aparatlı problemler ise konu ya da kazanım temelli olmayıp amacı matematiksel düşünme becerisinin geliştirilmesidir. Bu özellik aparatlı problemlerin farklı sınıf düzeylerinde rahatlıkla kullanılabilmesini ve bir aparat ile çok farklı problemlerin kurulabilmesini sağlamaktadır. Örneğin bir grup birim küpten oluşan küp takımını bir aparat olarak kabul edersek bu aparat ile alan, hacim, cisimlerin görünüşleri, yüzde, permütasyon, kombinasyon, izometrik görünüşler ve mantık problemleri için problem kullanımları mümkündür (Uğurel, 2019).

Aparatlarda, manipulatiflerden farklı olan bir diğer özellik, mutlaka somut nesneler olması gerekliliğidir. Manipulatifler dijital/ sanal yapıda da olabilirken aparatlar karton, tahta, metal, plastik vb materyallerden yapılmış somut araçlardır. Manipulatifler öğretimde ya da problem çözme sürecinde ikincil görev alabilen (örnekleme, somutlaştırma, bir bilgiyi hatırlatma vb), araçlar iken aparatlar problemin çözülebilmesi için mutlaka kullanılması gereken birincil görevdeki bir düşünme nesnesidir (Uğurel, 2019). Aparatların kullanımı ile

problem çözüme sürecinde el, göz ve onun aracılığı ile düşünsel etkileşim ve aparata dayalı varyasyonlu düşüncelerin yapılması esastır.

Aparatlı problemleri çözüme ve kurma süreçlerinin matematikte materyal kullanımına yeni bir yaklaşım getireceği, aynı zamanda aparatlı matematik problemlerinin kullanımının öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunacağı düşünülmektedir (Uğurel, 2019).

Sayıcı ve kullanım alanları bakımından çok çeşitlilik içeren manipulatiflere hâkim olmak, onları temin etmek (satın almak), depolamak ve verimli şekilde kullanmak önemli bir çabayı gerektirmektedir. Ayrıca manipulatiflerin ağırlıklı olarak okul öncesi ve ilköğretimin birinci kademesinde kullanıldığı gözlenmektedir. Ortaokul ve lise düzeyinde ise zaman zaman sanal manipulatiflerden yararlanıldığı bilinmektedir. Bu durumda da sanal manipulatiflere dair yeni bir bilgi alanına ve teknolojik altyapıya gereksinim oluşmaktadır. Aparatlar ise basit yapıda, küçük boyutlarda (ellerimizle kolayca manipule edebileceğimiz ve taşıyabileceğimiz boyutlardadırlar), somut ve maliyetlerinin çok daha ucuz olup, amacı özelleşmiş olarak doğrudan problem çözüme ve kurma şeklinde tanımlanmıştır. Bu durum aparatları kavramayı, temin etmeyi, kullanmayı ve yaygınlaştırmayı kolay hale getirmekte ayrıca kullanım alanını netleştirmekte ve sınıf düzeylerini de genişletmektedir (Uğurel, 2019).

Bu çalışmada yukarıda belirtildiği üzere öğrenme nesnelerinden altında yeni bir kavram olarak tanımlanan aparat ve aparatlı problemlere yönelik ortaokul ve lise öğrencilerinin yaklaşımları belirlenmeye çalışılmıştır.

1.2. Amaç ve Önem

Araştırmanın amacı matematikte yetenekli olan ortaokul ve lise öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine destek olacağına inanılan ve daha önce karşılaşmamış oldukları aparatlı matematik problemlerini tanıması, çözmesi, kurması ve bu problemlere yönelik görüşlerinin belirlenmesidir. Aparatlı problemler ile yapılacak olan çalışmalar matematikte yetenekli olan öğrencilere yönelik zenginleştirme çalışmaları kapsamında değerlendirilmiştir. Bu çalışma aparatlı matematik problemlerini konu edinen ilk tez çalışması olma özelliğini taşımaktadır.

Manipulatiflerin kullanımı en az iki yüz yıl önceye dayanmaktadır. Montessori, Piaget, Dienes ve Bruner manipulatif kullanımının daha yakın tarihlerdeki öncülerini arasındadır ve bu yenilikçi araştırmacılar otantik öğrenme deneyimlerinin ve somut araçların anlayışın geliştirilmesinde önemli bir aşama olarak kullanılmasının önemini vurgulamışlardır (Moore, 2014).

Matematikte manipulatif kullanımı ile ilgili birçok araştırma mevcuttur. Sowell'in (1989) matematikte konu öğretiminde manipulatif kullanımına dair 60 araştırmayı incelediği meta-analiz çalışması bunlardan biridir. Sowell (1989) bu altmış çalışmadan 17'sinin anaokulu 2. sınıf, 17'sinin 3-4. sınıf, 9'unun 5-6. sınıf 11'inin 7-9. sınıf ve 6'sının lise ve sonrası seviyelerdeki öğrencilere uygulandığını belirtmiştir. Çalışmalar ilkökul seviyelerinde yoğunlaşırken sınıf düzeyi ilerledikçe sayılarında azalma olduğu görülmektedir. Çalışma sonucunda Sowell (1989) başarı, kalıcılık ve aktarım üzerinde somut öğretim materyalleri kullanımının soyut öğretim materyalleri kullanmaktan daha olumlu etkileri olduğuna ancak bu etkilerin materyaller uzun süreli kullanıldığında daha belirgin olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bir diğer çalışmada Clements (1999), erken çocukluk döneminde manipulatif kullanımının öğrencilerin akılda tutma ve problem çözme test skorlarını yükselttiğini belirtmiştir. Diğer taraftan Carbonneau, Marley ve Selig (2013) örneklemen anaokulundan üniversite seviyesine kadar öğrencilerden oluştuğu, manipulatiflerle verilen öğretimin soyut sembollerle verilen öğretimle karşılaştırıldığı 55 çalışmayı meta analiz yöntemiyle incelemişlerdir. Soyut matematik sembollerine karşı manipulatif kullanmanın lehine akılda tutma/ kalıcılık üzerinde nitelikli fark elde etmekle birlikte problem çözme, aktarma ve destekleme üzerinde küçük etkiye sahip olduğu sonucuna varmışlardır. Bunlara ek olarak manipülatifler, gelişimsel olarak geride olanlardan yetenekli olanlara kadar, tüm seviyelerdeki öğrencilerin performanslarını artırmanın bir yolu olarak önerilmiştir (Peterson, Mercer & O'Shea, 1988'den aktaran Uttal, Scudder ve Deloache, 1997). Çalışmaların geneline bakıldığında manipülatiflerin matematik öğrenmeyi destekleyici pek çok alanda araştırma konusu yapıldığı gözlenmektedir. Ancak çalışmaların konu öğretme üzerinde yoğunlaştığı, problem çözme ve kurma süreçlerinde manipülatiflerin kullanıldığı çalışmaların az sayıda olduğu görülmektedir. Problem çözme ve kurma üzerine yapılan çalışmalardan biri Kelly (2006) tarafından ilkökul öğrencilerinin problem çözerken manipulatifleri nasıl kullandıklarını belirlemek üzere yapılmıştır. Kelly (2006) çalışmasında manipulatiflerin problem çözme sürecinde nasıl etkili kullanılabileceğine yönelik öneriler sunmuş ancak uygulama

yapmamıştır. Performansa dayalı manipülatif kullanımının sınırlı sayıda olduğunu belirtmiş ve çocukların manipülatiflerle problem çözme yetenekleri üzerine uzunlamasına bir çalışma yapılmasını önermiştir. Bir diğer çalışmada Rosli, Goldsby ve Capraro (2015) problem çözme ve kurmada manipülatiflerin kullanımına dair öneriler ve senaryolar sunmuş ancak uygulamaya yer vermemişlerdir. Görüldüğü üzere manipülatifler üzerine yapılan çalışmalar içerisinde problem kurma ve çözme üzerine olanlar az sayıda olup, bu çalışmalarda manipülatiflerin problem çözme ve kurmada doğrudan (temel işlev) görev alır şekilde olanlarının ise son derece az olduğu görülmektedir. Bizim çalışmamızın literatürde var olan eksikliklerin giderilmesine katkı sağlaması ve özgün bir yaklaşım ile konuya olan ilginin yeni bir kavram üzerinden (aparatlı matematik problemi) artırılmasına katkı sağlaması beklenmektedir.

Aparatlı matematik problemlerinin uygulanması sürecinde çalışma grubu olarak matematikte yetenekli olan öğrenciler seçilmiştir. Matematikte yeteneklilik kavramı genel anlamda üstün zekâ/ yetenek ve matematikte üstün yetenek kavramları içerisinde değerlendirilmektedir.

Üstün zekânın tanımı konusunda evrensel bir uzlaşıya varılmamıştır. Ancak, günümüzde 1977’de Renzulli’nin yapmış olduğu üstün zekâ tanımı büyük bir kabul görmektedir.

Renzulli (1977) üstün zekânın insan yapısının üç temel ögesi arasındaki etkileşimden ortaya çıktığını ileri sürmektedir:

- Genel anlalsal gelişimde ortalamanın üstünde olmak,
- Üstün yaratıcılık düzeyi göstermek yani sorunların çözümüne ıraksak düşünme boyutu ile yaklaşmak,
- Yüksek görev anlayışı diyebileceğimiz kendini ele aldığı konuyu tamamlamaya adanmış, yani güdülenme ve güdülemede üst düzeyde olma (Nacar, 2017, s.50)

Matematikte üstün yeteneklilikle ilgili en kapsamlı çalışmaları yapan araştırmacılardan biri Rus psikolog Krutetskii’dir.

Krutetskii matematikte üstün yetenekliliği “**matematiksel düşünüş**” (Mathematical cast of mind), dünyayı matematiksel olarak yorumlama eğilimi olarak tanımlamaktadır. Bu eğilim çevredeki olguların matematiksel yönüne dikkat etmek için sürekli bir dürtü halinde,

- Olguları matematikselleştirme,
- Mekânsal ve niceliksel ilişkileri, bağları ve işlevsel bağlantılılıkları fark etme, kısacası dünyayı matematiksel gözlerle görme çabası olarak da ifade edilebilir (Krutetskii, 1976: 302).

Diğer araştırmacılar matematikte üstün yetenekliliği, üstün yetenekli bireylerin yetenekleri ya da özellikleri üzerinden tanımlamışlardır.

Örneğin Wagner ve Zimmermann (1986) matematiksel üstün yetenekliliği bireyin *ölçülebilir bazı yetenekler kümesi* olarak tanımlamaktadır ve bu yetenekleri şu şekilde sıralamışlardır:

- Materyalleri organize etme,
- Matematiksel örüntü ve kuralların farkında olma,
- Problemin sunumunu değiştirmek,
- Yeni haliyle matematiksel ilişkileri görme,
- Çok karmaşık yapıları kavrama ve bu yapılarla çalışma,
- Süreci tersine döndürme ve
- İlişkili problemler bulma ve kurma (s. 246).

Üst düzey karmaşıklık, derinlemesine bir içerik ve problem çözme üzerine odaklanmak matematikte üstün yetenekliler için kullanılması gereken programların anahtar bileşenlerindendir. Ayrıca, keşifle birleştirilmiş geniş ve derin bir içerik, problem çözme ve meta-bilişsel stratejiler matematik alanında üstün yetenekli olan öğrencilerin matematik eğitim yaşantılarını zenginleştirecektir (Johnson 1994'ten aktaran Battal-Karaduman, 2010). Bunlara ek olarak, Özyaprak (2016), matematikte çeşitlilik (müfredat kapsamındaki problemlerin açık uçluluklarının ve gerektirdikleri düşünme stillerinin çeşitli olması), matematikte yaratıcı düşünme (kavrayış, hayal gücü, iç görü, genelleme, ilişki kurma, seçici olma, uygun olanı bulma, yoğunlukla baş etme gibi üst düzey düşünsel süreçlerin kullanılması) stratejilerine matematikte üstün yetenekliler için farklılaştırılmış/zenginleştirilmiş bir eğitim programında kullanılabilecek matematik dersi stratejileri arasında yer vermiştir. Aparatlar, ağırlıklı olarak ya da tamamen problem çözme ve kurma amacı taşıdığından, birden fazla kazanım, konu ya da beceri alanı için sıra dışı akıl yürütmeler gerektiren karmaşık içerikler geliştirilmesine imkân tanıdığından Uğurel (2019), aparatlı matematik problemlerinin matematikte üstün yeteneklilere zenginleştirilmiş içerikler sunmada kullanışlı olacağı düşünülmüştür.

2003 yılından sonra ülkemizde üstün yetenekliler/ zekâlılar ile ilgili yapılan akademik çalışmalarda ciddi oranda bir artış olduğu tespit edilmiştir (Güçin ve Oruç, 2015). Ancak bu çalışmalar içerisinde matematikte üstün yeteneklilikle ilgili çalışmaların yetersiz olduğu görülmektedir. Benzer bir durum genel literatür açısından da ifade edilmektedir. Leikin (2011), sınırlı sayıda makalenin matematikte üstün yetenekliliği konu aldığını belirtmiş ve Leikin (2009) var olan bu çalışmalarından matematiğe özgü üstün yeteneklilikten ziyade genel üstün yetenekliliğe odaklandığını ifade etmiştir (Leikin'den aktaran Yazgan Sağ, 2015).

Çalışmamızda matematikte yetenekli olan öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları çok yönlü şekilde belirlenerek hem yeni olan araştırma konusuna yönelik önemli bilgilere ulaşılması hem de matematikte yetenekli öğrencilerin eğitim-öğretim süreçlerine katkı sağlanması beklenmektedir. Ayrıca çalışmamız ile aparatlara ve aparatlı matematik problemlerine yönelik ulusal ve uluslararası düzeyde araştırmacıların dikkati çekilerek bu kavramların tanınmasını sağlamak ve bunlar üzerine daha fazla çalışma yapılmasını özendirmek hedeflenmektedir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

Matematikte yetenekli öğrencilerin “aparatlı matematik problemlerine” yaklaşımları nasıldır?

Çalışmada yanıtı aranacak alt problemler aşağıdaki gibidir.

Matematikte yetenekli öğrencilerin,

- Aparatlı matematik problemlerine yönelik çözüm yöntemleri nasıldır?
- Aparatlı matematik problemlerini çözerken kullandıkları matematiksel düşünme özellikleri nelerdir?
- Kurdukları aparatlı matematik problemlerin nitelikleri ve özellikleri nasıldır?

1.4. Varsayımlar ve Sınırlılıklar

Öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları aparatlı matematik problemleri üzerinde kavrayış, çözüm üretme ve etkileşim içinde olmalarının daha işlevsel olacağını düşüncesi ile problemler üçer öğrenciden oluşan gruplara uygulanmıştır ve öğrenciler grup çalışmasına yatkın oldukları varsayılmıştır.

Öğrencilerden çözüm yanında aparatlı matematik problemleri kurmaları da istenmiştir. Ancak kendilerine problem kurmayla ilgili ayrı bir eğitim verilmemiştir. Öğrenciler süreç içerisinde problem kurma öncesinde pek çok aparatlı problemi çözmeye çalıştıkları için çok çeşitli aparatlı problem türünü görmüş oldular. Ayrıca 2013 ve 2018 Ortaokul Matematik Öğretim Programlarında problem kurma uygulamalarına yer verildiğinden öğrencilerin okullarında aldıkları eğitim sürecinde de zaman zaman problem kurma çalışmalarına ve kavramına aşina oldukları düşünülmektedir. Eğitim verilmemesinin bir diğer sebebi ise problem kurma literatüründe yer alan ve “serbest problem kurma” (Stoyanova ve Ellerton, 1996) şeklinde ifade edilen ve doğrudan katılımcılara belirli bir konu, durum vb ile ilgili problem kurmalarını isteyen bir uygulamanın bulunmasıdır. Öğrenciye verilen suni ya da doğal bir durumdan bir problem üretmesini istenmesi durumu (Stoyanova ve Ellerton, 1996). “Zor bir problem üret.” “matematik yarışına uygun bir problem oluştur” gibi uygulamalar buna örnektir (Stoyanova, 2003). Problem kurma üzerine yapılan çalışmalarda da öğrencilere bir eğitim verilmeden doğrudan problem kurma çalışmaları yaptırıldığı görülmektedir (Van Harpen & Sriraman, 2013; Silver & Cai, 2005). Bizim çalışmamızda katılımcı öğrencilerin çok sayıda aparatlı matematik problemi çözmüş olmaları nedeniyle problem kurma çalışmalarında bulunabilecekleri varsayılmıştır.

1.5. Tanımlar

Aparatlar: Ağırlıklı olarak ya da tamamen problem çözme ve kurma amacı taşıyan, birden fazla kazanım, konu ya da beceri alanı için sıra dışı akıl yürütmeler gerektiren içerikler geliştirilmesine imkân tanıyan, çevirme, tutma, ölçme, döndürme, taşıma, dizme ve benzeri fiziksel eylemlerin kolaylıkla gerçekleştirilebildiği somut nesnelerdir (Uğurel, 2019).

Aparatlı matematik problemi: Bir aparat üzerinde kurulan ve çözümünün verilen aparat kullanılarak yapılabileceği problemlerdir (Uğurel, 2019).

Manipulatifler: Bir matematik kavramını göstermek, matematiksel bir prosedürün uygulamasını desteklemek veya matematiksel bir konuda problem çözerken derinlemesine bir anlayış geliştirmek için kullanılan, soyut kavramları, fikirleri ve sembolleri öğrenciler için daha anlamlı ve anlaşılabilir kılan somut nesne, araç, model veya mekanizmalar (Karakırık, 2016; Laski, Jordan, Daoust & Murray, 2015; Kelly, 2006; Moyer, 2001) olarak tanımlanmıştır. Manipulatifler, öğrencilerin hissedebileceği, dokunabileceği, kullanabileceği/

yönetebileceği, hareket ettirebileceği uygulamalı deneyimler yoluyla öğrenciler tarafından manipüle edilen nesnelerdir (Reys, 1971; Moyer, 2001).

Problem: Çözmeye çalışan birey için zor bir görevdir, ancak buradaki zorluk hesaplamalı olmaktan ziyade entelektüel bir çıkmazdır (Schoenfeld, 1985, s.74).

Matematikte üstün yeteneklilik: “Matematiksel düşünüş” (Mathematical Cast of Mind), dünyayı matematiksel olarak yorumlama eğilimidir. Bu eğilim çevredeki olguların matematiksel yönüne dikkat etmek için sürekli bir dürtü halinde,

- Olguları matematikselleştirme,
- Mekânsal ve niceliksel ilişkileri,
- Bağları ve işlevsel bağımlılıkları fark etme eğilimidir.

Kısacası, dünyayı matematiksel gözlerle görme çabası olarak da ifade edilebilir (Krutetskii, 1976, s. 302).

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde genel olarak eğitimde ve akademik dizininde eğitim araçları için kullanılan terimler ve kullanımları irdelenecek, sonrasında eğitim alanında akademik dizinde yoğun olarak kullanılan manipulatiflerin tanımına ve kullanımına dair bilgi verilecektir. Devamında, Uğurel (2019) tarafından tanımlanan aparat ve aparatlı matematik problemlerine dair bilgi verilip, ardından, aparat manipulatif ilişkisine yer verilerek neden aparatlara ve aparatlı matematik problemlerine ihtiyaç duyulduğu açıklanacaktır.

Sonrasında, matematikte yetenekli öğrencilere ulaşmak için seçilen Bilim ve Sanat Merkezlerinde üstün yetenekli olarak tanılanmış öğrenciler eğitim aldığından kısaca üstün yeteneklilik açıklanacaktır. Arkasından, matematikte üstün yetenekliliğin tanımından, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerinden, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin belirlenmesinden ve bu çalışmadaki katılımcılar için neden “matematikte yetenekli” öğrenci ifadesi kullanıldığından bahsedilecektir.

Son olarak problem çözme ve kurma literatürüne ve aparatlı matematik problemi kurma değerlendirme rubriğinin nasıl geliştirildiğine yer verilecektir.

2.1. Eğitim Araçları

Çalışmamızda matematikte üstün yetenekli öğrencilerin aparatlı problemleri çözme süreçlerini incelenmektedir. Kullandığımız somut nesneleri neden aparat olarak nitelendirdiğimizi belirtmeden önce öğretim materyalleri için literatürde var olan bazı kavramlara (araç, estrüman, ekipman ve manipulatif) yönelik bilgi vermek yararlı olacaktır.

Aracın (tool) sözlük anlamı “özellikle elle tutulabilen ve belirli bir işlevi yerine getirmek için kullanılan cihaz veya uygulama” dır (Oxford Dictionaries, 2019). Eğitim dizininde sıkça karşılaştığımız öğrenme araçları (learning tools), öğretme araçları (teaching tools), öğretimsel araçlar (instructional tools) ifadelerindeki araç ise somut araçları (örneğin, tablet, akıllı tahta) olduğu gibi, yazılım ve programları (örn. mobil veya dijital oyunlar), yöntemleri (örn. grup çalışması), teknikleri (örn. yansıtıcı düşünme) ve yaklaşımları (örn. öğrenci merkezli) ifade etmek için de kullanılmaktadır. Matematiksel bir kavram için araç ise (tool for a mathematical concept), kavramı temsil eden ve bu kavram için ilişkinin

uygulanabileceği herhangi bir nesneyi, resmi veya çizimi ifade eder (Walle, Karp & Bay-Williams, 2013).

Dilimize araç diye de çevrilmiş olan bir diğer terim **alet/ enstrümandır** (*instrument*). İngilizce sözlükte “Instrument”ın dört anlamına yer verilmiştir. 1. Belirli bir çalışmayı yerine getirmek için kullanılan araç veya alet (örn. cerrahi aletler, yazı aletleri). 2. Bir aracın, özellikle bir motorlu taşıtın veya uçağın seviyesini, konumunu, hızını vb. ölçmek için kullanılan bir ölçüm cihazı. 3. Müzik aleti ve 4. Resmi ya da yasal belge (Oxford Dictionaries, 2019). “Instrument” eğitimde sözlük anlamıyla çok yakın biçimlerde kullanılmaktadır. Örneğin pergel, cetvel, gönye, iletki gibi aletler matematik enstrümanları (*mathematical instruments*) olarak ifade edilirken, sınavlar, testler, gözlem kontrol listeleri değerlendirme enstrümanları (*assessment instruments*) olarak ifade edilmektedir. Ayrıca kronometre, ampermetre gibi ölçüm araçları da enstrüman (*instrument*) olarak ifade edilmektedir. Bunların yanında enstrüman (*instrument*) müzik aleti olarak hem İngilizcede hem de dilimizde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Çok yaygın kullanılmamakla beraber eğitim araç gereçlerini ifade ederken kullanılan bir diğer terim ise **ekipman/ set/ takım /donanımdır** (*equipment*). Ekipmanın (*equipment*) sözlük anlamı bir amacı gerçekleştirmek için gerekli olan parçalar takımıdır (Oxford Dictionaries, 2019). Örneğin kayak botları, kayak kıyafetleri, kayak gözlükleri, kask, eldiven ve kayak batonları kayak ekipmanını oluşturur. Bunun gibi eğitimde de ekipman malzeme takımı için kullanılmaktadır. Örneğin cetvel, pergel, gönye ve iletkiden oluşan set bir çeşit geometri ölçme ekipmanıdır.

2.2. Manipulatifler (Öğrenme Nesneleri)

Manipulatifler akademik literatüründe yoğun olarak kullanılmaktadır. Manipulatifler bir matematik kavramını göstermek, matematiksel bir prosedürün uygulamasını desteklemek veya matematiksel bir konuda problem çözerken derinlemesine bir anlayış geliştirmek için kullanılan, soyut kavramları, fikirleri ve sembolleri öğrenciler için daha anlamlı ve anlaşılabilir kılan somut nesne, araç, model veya mekanizmalar (Karakırık, 2016; Laski, Jordan, Daoust & Murray, 2015; Kelly, 2006; Moyer, 2001) olarak tanımlanmıştır. Manipulatifler, öğrencilerin hissedebileceği, dokunabileceği, kullanabileceği/ yönetebileceği, hareket ettirebileceği uygulamalı deneyimler yoluyla öğrenciler tarafından manipüle edilen nesnelerdir (Reys, 1971; Moyer, 2001). Bu fiziksel nesneler özellikle matematik için

üretilmiş olabilecekleri gibi (örneğin bağlantılı küpler) farklı amaçlar için de üretilmiş olabilirler (örneğin düğmeler) (Walle, Karp & Bay-Williams, 2013).

İlk gerçek manipülatiflerin (birkaç farklı duyuya hitap eden ve özellikle matematiksel kavramları öğretmek için tasarlanmış manevra kabiliyetli nesneler) kullanımı 1800’li yıllara dayanmaktadır. “1837’de dünyanın ilk anaokulu programına başlayan Alman eğitimci Friedrich Froebel, anaokulu öğrencilerinin kalıpları/ örüntüleri tanımlarına ve doğada bulunan geometrik formları anlamalarına yardımcı olmak için farklı nesneler geliştirmiştir” (Research on the Benefits of Manipulatives, 2019, s.2). 1900’lerin başlarında, İtalyan doğumlu eğitimci Maria Montessori, manipülatiflerin eğitimde önemli olduğu fikrini daha da ileri götürerek okul öncesi ve ilkokul öğrencilerinin matematik ve diğer konulardaki temel fikirleri keşfetmelerine ve öğrenmelerine yardımcı olacak birçok materyal tasarlamıştır (Research on the Benefits of Manipulatives, 2019, s.2). Basamak değerini kavratmak için onluk bloklar (Lillard’den aktaran Laski ve diğerleri, 2015, s.2) bunlardan biridir.

Manipulatiflere yönelik yapılan tanımlarda ve sıralanan özelliklerde somutluğunun, elle tutulabilirliğin vurgulandığını görmekteyiz ancak teknolojinin gelişmesiyle ve eğitsel yazılımların kullanılmaya başlanmasıyla sanal manipülatif kavramı ortaya çıkmıştır. Moyer ve arkadaşları (2002) sanal manipülatifleri, “matematiksel bilgiyi oluşturmak için fırsatlar sunan dinamik bir nesnenin etkileşimli, web tabanlı bir görsel temsili olarak tanımlamışlardır” (s.373). İnternette veya birçok kişi tarafından somut manipülatiflerin bilgisayardaki görsel temsilleri (sabit resimler) de sanal manipülatif olarak isimlendirilse de öğrenciler bu resimlerle somut manipülatifleri kullanırken yaptığı kaydırma, çevirme, döndürme gibi eylemleri gerçekleştiremez, bu yüzden statik resimler sanal manipülatif olarak değerlendirilmemelidir (Moyer ve diğerleri, 2002). “Sanal manipülatifler tek temsilli, çok temsilli, öğretici (tutuoial), oyun ve simülasyon gibi özel ortamlarda sunulmaktadırlar” (Moyer-Packenham, 2016, s.3).

Manipulatifler başlangıçta anaokulu ve ilkokul eğitimi için tasarlansa da zamanla her sınıf seviyesinde matematiksel kavramların öğretilmesinde kullanılmasını önerilmeye başlamıştır (NCTM, 2000). “Manipulatifler NCTM’nin belirlediği beş süreç becerisi (problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim kurma, bağlantı kurma ve temsil) ile ilgili kazanımları içeren çok çeşitli konuların öğretilmesinde kullanılabilir (Boggan ve diğerleri, 2010, s.3).

2.3. Aparat ve Aparatlı Matematik Problemi

Aparatlar, ağırlıklı olarak ya da tamamen problem çözme ve kurma amacı taşıyan, birden fazla kazanım, konu ya da beceri alanı için sıra dışı akıl yürütmeler gerektiren içerikler geliştirilmesine imkân tanıyan, çevirme, tutma, ölçme, döndürme, taşıma, dizme ve benzeri fiziksel eylemlerin kolaylıkla gerçekleştirilebildiği somut nesnelerdir (Uğurel, 2019). Aparatlı matematik problemi ise bir aparat üzerinde kurulan ve çözümünün verilen aparat kullanılarak yapılabileceği problemlerdir (Uğurel, 2019).

Uğurel (2019), ‘öğretim materyali’ ya da ‘öğrenme aracı’ şeklinde isimlendirilen çoğu aracın;

- Daha çok bilindik, ticari olarak üretilen, satılan,
- Bir ya da bir kaç temel işlevi akla getirerek o işlevleri içeren dar bir kullanım alanına sahip,
- Matematik öğretimde kullanılabilecek araçların sadece adı doğrudan öğretim aracı olan şeylerle sınırlı olması gerekmediği,
- Klasik bir öğrenme aracının belirli bir konu ya da kazanımı ya da onu çevreleyen (aynı konudaki diğer bir iki kazanımı hedef alacak şekilde) sınırlı ve doğrusal bir kullanım çerçevesi içeriyor olması,
- Öğretim materyallerin pek çok çeşide, kullanım alanına ve sınıflamaya sahip olması sebebiyle bu tür araçların öğretimin hangi aşamasında, ne sıklıkta, hangi aracın hangi amaçlar için kullanılabileceğine dair bir genel görüşe ve kullanım yeterliliğine sahip olmanın güç olduğunu belirterek öğrenme aracı için farklı bir isim kullanmaya karar vermiştir. Sözlük anlamından yola çıkarak kullandığı araçları aparat olarak isimlendirmiştir.

Aparat “*herhangi bir aracın çeşitli amaçlarla kullanılmasını sağlayan parçaları* (Türk Dil Kurumu)” anlamına gelmektedir (Uğurel, 2019).

Uğurel’in (2019) tanımıyla “aparat” olarak isimlendirilen araçlar manipülatiflerin dört temel kriter altında “**yapı, amaç, içerik ve kullanım alanı**” olarak sınırlandırılması ve işlevinin netleştirilmesi ile ortaya konmaktadır. Bu kriterler kısaca şu şekilde ifade edilmektedir.

- ✓ Somut ya da somut formu (karton, ahşap, plastik, metal, vb) kolayca üretilen ve de küçük (ellerimizi kullanarak rahatlıkla kullanabileceğimiz) boyutlarda olan (*yapı*),
- ✓ Ağırlıklı olarak ya da tamamen problem kurma ve çözme amacı taşıyan (*amaç*),
- ✓ Birden fazla kazanım, konu ya da beceri alanı için varyasyonlu, sıramalı ve sıra dışı akıl yürütmeler gerektiren içerikler (yani problemler) geliştirilmesine imkân tanıyan (*içerik*),
- ✓ Çok kısa bir zamanda kendisine hâkim olunarak (keşfedilerek/ kavranarak) problem kurma ve çözme sürecinde çevirme, tutma, ölçme, döndürme, taşıma, dizme ve benzeri fiziksel birkaç eylemi (manipülasyonu) gerektiren nesnelerdir (*kullanım*) (Uğurel, 2019).

Bu 4 özelliğin hepsini aynı anda içeren,

- Ticari olarak satılan (öğretim materyali olan ya da olmayan) bir araç,
- Günlük yaşamda ya da bir başka bilim dalından alınıp kullanılan bir nesne,
- Bir oyunda yer alan oyuncak ya da o oyunun düzeneği,
- Sanal olarak var olan yani kitaplarda ya da dijital ortamlarda (web sayfaları gibi) bulunan bir ya da bir kaç objenin somut ve küçük boyutlarda üretilmiş model(ler)i,
- Daha önce var olmayıp bizim bizzat (problem kurmaya ve çözmeye dönük) ürettiğimiz yeni nesneler/ objeler birer “aparat” olarak nitelendirilir (Uğurel, 2019).

Daha önce benzerleri kullanılmamış olan aparatlı problemleri çözme ve kurma süreçlerinin matematikte materyal kullanımına yeni bir yaklaşım getireceği, aynı zamanda aparatlı matematik problemlerinin kullanımının öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunacağı düşünülmektedir (Uğurel, 2019).

2.4 Aparat – Manipulatif İlişkisi

Uğurel’in (2019) tanımıyla “aparat” olarak isimlendirilen araçlar manipülatiflerin 4 temel kriter altında “*yapı*, *amaç*, *içerik* ve *kullanım*” olarak sınırlandırılması ve işlevinin netleştirilmesi ile ortaya konmuştur.

- Aparatlar, çevirme tutma, döndürme, dizme gibi manipüle edilebilirlik özelliklerine sahiptir ve bu yönleri ile manipülatiflere benzemektedirler. Ancak aparatları manipülatiflerden farklı kılan özellik, mutlaka somut nesneler olması gerekliliğidir.

Manipulatifler dijital/ sanal yapıda da olabilirken aparatlar karton, tahta, metal, plastik vb materyallerden yapılmış somut araçlardır (Uğurel, 2019). (**Yapı**)

- Bir manipulatif belirli bir konu ya da kazanımı kavratma amacı taşıırken (Kelly, 2006; Walle, Karp & Bay-Williams, 2013), aparatlar konu ya da kazanım temelli değildir ve amacı problem çözme ve kurma süreçleriyle matematiksel düşünme becerilerini geliştirmektir (Uğurel, 2019). (**Amaç**)
- Belirli bir manipulatif bir ya da birkaç konu ya da kavramın öğretimi için kullanılırken: örneğin, onluk taban blokları basamak değerini kavratmak için kullanılmaktadır (Lillard, 2005'den aktaran Laski ve diğerleri, 2015), bir aparat birçok konu ya da kavram üzerine problem kurma ve problem çözme amacıyla kullanılabilir. Örneğin birim küpler ile alan, hacim, cisimlerin görünüşleri, yüzde, permütasyon, kombinasyon, izometrik görünüşler ve mantık problemleri çözmek ve kurmak için kullanılabilir (Uğurel, 2019). (**İçerik**)
- Manipulatifler, öğrenmeyi destekleyici her türlü etkinlik içerisinde çok çeşitli rollerde görev alabilmektedirler. Aparatlarda ise belirli bir aparatın temel (özelleşmiş) işlevi bir problemin çözülmesi ve kurulmasıdır. Başka bir deyişle, manipulatifler öğretimde ya da problem çözme sürecinde ikincil görev alabilen (örnekleme, somutlaştırma, bir bilgiyi hatırlatma vb.), araçlar iken aparatlar problemin çözülebilmesi için mutlaka kullanılması gereken birincil görevdeki bir düşünme nesnesidir (Uğurel, 2019). (**Kullanım**)

Görüldüğü üzere aparatlar, yalnızca somut yapılarda olmaları, temel olarak problem çözme ve kurma amacı taşımaları, birden fazla konu, kavram ve düşünceye yönelik problem içerikleri için kullanılmaları, problem çözme ve kurmada temel olarak görev almaları yönleriyle manipulatiflerden ayrılmaktadırlar.

Matematikte manipulatif kullanımı ile ilgili birçok araştırma mevcuttur. Sowell'in (1989) altmış çalışmayı incelediği meta-analiz çalışmasına göre, araştırmalar ilkökul seviyelerinde yoğunlaşırken sınıf düzeyi ilerledikçe sayılarında azalma olduğu görülmüştür. Materyal kullanımına yeni bir yaklaşım getiren aparatlı matematik problemlerinin ortaokul ve lise düzeyinde somut materyal kullanımını daha etkili olması için kullanışlı olacağı düşünülmektedir.

İki tanesi meta-analiz çalışması olmak üzere, araştırmaların sonuçlarına göre somut öğretim materyalleri kullanımının, soyut materyal kullanımına göre başarı (Sowell, 1989; Clements, 1999) ve kalıcılık (Sowell, 1989; Clements, 1999; Carbonneau, Marley & Selig, 2013) üzerinde nitelikli olumlu etkiye sahip olduğu, ancak problem çözme, aktarma ve destekleme üzerinde küçük etkiye sahip (Carbonneau, Marley & Selig, 2013) olduğu belirlenmiştir. Manipulatiflerin problem çözme sürecindeki rolünü değiştiren aparatlı matematik problemlerinin (Uğurel, 2019), problem çözmede materyal kullanmayı daha etkili hale getireceği düşünülmektedir.

Çalışmaların geneline bakıldığında manipülatiflerin matematik öğrenmeyi destekleyici pek çok alanda araştırma konusu yapıldığı gözlenmektedir. Ancak çalışmaların konu öğretme üzerinde yoğunlaştığı, problem çözme ve kurma süreçlerinde manipülatiflerin kullanıldığı çalışmaların az sayıda olduğu görülmektedir. Problem çözme ve kurma üzerine yapılan çalışmalardan biri Kelly (2006) tarafından ilkokul öğrencilerinin problem çözerken manipulatifleri nasıl kullandıklarını üzerine yapılmıştır. Kelly (2006) çalışmasında manipulatiflerin problem çözme sürecinde nasıl etkili kullanılabileceğine yönelik öneriler sunmuş ancak uygulama yapmamıştır. Performansa dayalı manipulatif kullanımının sınırlı sayıda olduğunu belirtmiş ve çocukların manipulatiflerle problem çözme yetenekleri üzerine uzunlamasına bir çalışma yapılmasını önermiştir. Bir diğer çalışmada Rosli, Goldsby ve Capraro (2015) problem çözme ve kurmada manipulatiflerin kullanımına dair öneriler ve senaryolar sunmuş ancak uygulamaya yer vermemişlerdir. Görüldüğü üzere manipülatifler üzerine yapılan çalışmalar içerisinde problem kurma ve çözme üzerine olanlar az sayıda olup, bu çalışmalarda manipulatiflerin problem çözme ve kurmada doğrudan (temel işlev) görev alır şekilde olanlarının ise son derece az olduğu görülmektedir. Bizim çalışmamızın literatürde var olan eksikliklerin giderilmesine katkı sağlaması ve özgün bir yaklaşım ile konuya olan ilginin yeni bir kavram üzerinden (aparatlı matematik problemi) arttırılmasına katkı sağlaması beklenmektedir.

2.5. Üstün Yeteneklilik

20. yy'nin başlarında “üstün zekâ” kavramı “deha” kavramı ile aynı anlamda kullanılmaktaydı. Zekâ konusunda çalışma yapan öncü psikologlardan Terman 140 ve üstü IQ' ya sahip çocukları deha sınıfına koymaktaydı. Lewis M. Terman'a göre üstün zekâ, standart zekâ testlerinde %1'lik üst dilim ile tanımlanabilirdi. Ancak daha sonraları üstün zekâ kavramında daha geniş pencereden bakılmaya başlandı ve üstün zekâlılığın rakamlarla

belirlenmesinin çok zor olduğu görüşü ortaya çıktı. Bu yaklaşımda üstün zekâ, herhangi bir performans alanında gösterilen yüksek potansiyel ya da üst düzey kapasite olarak nitelendirilmektedir. Marland raporuna göre (1972) “genel zihinsel, özel akademik, yaratıcı üretken, liderlik, sanat veya psikomotor alanlardan en az birinde olağanüstü yeteneğe sahip olan veya bu alanlardan en az birinde olağanüstü başarı gösteren çocuklar” üstün zekâlı olarak tanımlanmışlardır. 21.yy yaklaşıldıkça tanımlarda üstün zekâ kavramı yerine üstün yetenek kavramı kullanılmaya başlanmıştır. Örneğin A.B.D Milli Eğitim Bakanlığı’nın kabul ettiği tanımda, “akranlarına göre olağanüstü düzeyde başarı veya başarı potansiyeli gösteren çocuk” üstün yetenekli olarak kabul edilmiştir (Sak, 2017, s.5-6).

Üstün zekânın tanımı konusunda evrensel bir uzlaşıya varılmamıştır. Ancak, günümüzde 1977’de Renzulli’nin yapmış olduğu üstün zekâ tanımı büyük bir kabul görmektedir.

Renzulli (1977) üstün zekânın insan yapısının üç temel ögesi arasındaki etkileşimden ortaya çıktığını ileri sürmektedir:

- Genel anlalsal gelişimde ortalamanın üstünde olmak,
- Üstün yaratıcılık düzeyi göstermek yani sorunların çözümüne ıraksak düşünme boyutu ile yaklaşmak,
- Yüksek görev anlayışı diyebileceğimiz kendini ele aldığı konuyu tamamlamaya adanma, yani güdülenme ve güdülemede üst düzeyde olma (Nacar, 2017, s.50).

Üstün yetenekliler eğitiminde yaygın olarak kullanılan stratejiler kısaca şöyledir.

- **Gruplama:** Öğrencilerin yetenek düzeylerine göre farklı okullarda, farklı sınıflarda veya aynı sınıflarda farklı biçimlerde eğitim öğretim problemlerine katılmaları (Sak, 2017),
- **Hızlandırma;** Üstün yetenekli bireylerin eğitim programında normalden daha hızlı ilerlemesi ya da normalden daha küçük yaşta bir eğitim programına katılması olarak tanımlanmaktadır (Southern, Jones & Stanley, 1993; Sak, 2010’dan aktaran Tortop, 2012). Okula erken başlama, sınıf yükseltme, üniversiteye erken başlama, Uluslararası Bakalorya programı, üstten ders alma, sınavla ders geçme gibi uygulamaları vardır (Sak, 2017).
- **Zenginleştirme:** Eğitim olanaklarını ve müfredatı çeşitlendirerek eğitimi genel müfredatın içeriğinin ötesine taşımak amacıyla kullanılan farklılaştırma

stratejisidir. Farklılaştırma ders içeriklerini, öğretim yöntemlerini veya müfredatın diğer boyutlarını kapsayabilir (Sak, 2017).

- **Mentörlük:** Deneyimli ve bilgili bir kişinin daha az deneyimli ve daha az bilgili olan bir kişinin amaçlarını gerçekleştirebilmesi için birebir ilişki içinde ona yardım etmesi olarak tanımlanabilir (Coff & Torrance, 1999'dan aktaran Sak, 2017).

Bu çalışmada kullanılan ve daha önce benzeri kullanılmamış olan aparatlı matematik problemlerinin üstün yetenekli öğrenciler için matematik eğitiminde zenginleştirilmiş/farklılaştırılmış içerikler sunmada önemli bir kaynak teşkil edeceği düşünülmüştür.

2.6. Matematikte Üstün Yeteneklilik

Matematikte Üstün Yeteneklilik 1900'lü yıllardan beri üzerinde birçok psikolojik, biyolojik ve eğitsel araştırmaların yapıldığı önemli bir kavramdır. Ancak matematikte üstün yetenekliliğin üzerinde görüş birliğine varılmış sabit bir tanımı ya da açıklaması bulunmamaktadır.

Matematikte Üstün Yeteneklilik ile ilgili en kapsamlı çalışmaları yapan araştırmacılardan biri yaklaşık yirmi yıl kadar okul çocuklarının matematiksel yetenekleri üzerinde çalışan Rus psikolog Krutetskii'dir. Krutetskii matematikte üstün yetenekliliği tanımlamadan önce matematiksel yeteneğin ne olduğunu tanımlaya çalışmıştır (Krutetskii, 1976). Matematiksel yetenekler üzerinde yapılmış aralarında Poincare, Binet, Hadamard gibi önemli üstün yetenek ve matematiksel yetenek araştırmacılarının bulunduğu 500'den fazla araştırmacının çalışmaları titizlikle inceleyen Krutetskii (1976) matematiksel yeteneklerin birbirinden farklı tanımlanmış bundan da önemlisi birbirinden farklı şekilde belirlenmiş olduğunu görmüştür.

Örneğin Betz (1923, s. 74) matematiksel yetenekleri, matematiksel ilişkilerde içsel bağlantılar hakkında net bir farkındalığa sahip olma ve matematiksel kavramlarla tam olarak düşünebilme yeteneği olarak tanımlarken, Lietzmann (1941, s. 4-9), matematiksel bir dilden sembollerin kullanımıyla belirli bir durumda akıl yürütme yeteneği olarak tanımlamıştır. Wenzl (1934) matematiksel yeteneği materyalde anlamlı bağlantılar kurma yeteneği olarak tanımlarken, Finli psikolog Meinander, matematiksel yetenekleri zekâyı, hafızayı, ilgiyi ve istemli faktörleri içeren karmaşık bir yetenek olarak ifade etmiştir (1958, s.11). Bunun yanında, Rogers (1918) matematiksel yeteneği, yeniden üretici (hafıza fonksiyonu ile ilgili)

ve üretici (düşüncenin işlevi ile ilişkili) olarak iki yönlü ele alırken, Révész (1952) matematiksel yeteneği, uygulamalı (ön deneme olmaksızın, hızlı bir şekilde matematiksel ilişki kurma ve uygun bilgiyi uygun örneklerde uygulama becerisi) ve üretken (mevcut bilgilerden hemen elde edilmeyen ilişkileri ortaya çıkarma yeteneği) olmak üzere iki formda incelemiştir. Bunlara ek olarak, Blackwell (1940) matematiksel yeteneklerin niceliksel ilişkiler alanında (sayısal düşünce) ve tündengelimli akıl yürütme için seçici düşünme yeteneği olarak ve sayılar, semboller ve geometrik formlar alanında belirli durumlara genel ilkeleri uygulama yeteneği olarak yorumlanabileceğini belirterek matematiksel yeteneklere bir başka bakış açısıyla yaklaşmıştır (Krutetskii, 1976, s.21).

Krutetskii (1976) çalışmasında matematiksel yeteneğin tanımı gibi matematiksel yeteneklerin neler olduğu üzerine de geniş bir içeriğe yer vermiştir.

Bazı araştırmacıları matematiksel yetenekleri içerikten yola çıkarak *aritmetik yetenekler*, *cebirsal yetenekler* ve *geometrik yetenekler* olmak üzere üç kısımda düşünmüşlerdir. Bu araştırmacıardan biri olan Thorndike (Psychology of Algebra) cebirsal yetenekleri şu şekilde sıralamıştır:

- Formülleri anlama ve oluşturma becerisi,
- Bir formülde nicel korelasyonları ifade etme becerisi,
- Formülleri dönüştürme yeteneği,
- Verilen ifadeleri oluşturma becerisi sayısal ilişkiler,
- Denklemleri çözme becerisi,
- Cebirsal hesaplamalar yapabilme becerisi,
- Bir miktarın bir diğerine bağımlılığını grafiksel olarak ifade etme yeteneği, vb.

Bazı araştırmacılar matematiksel yetenekleri düşünme biçimine göre bileşenlerine ayırmıştır. Örneğin Haecker ve Ziehen (1931) matematiksel düşüncenin çekirdeğini *uzamsal*, *mantıksal*, *sayısal* ve *sembolik* olmak üzere 4 bileşenin oluşturduğunu belirtmişler ve bu yetenekleri de alt başlıklarla özelleştirmişlerdir (Krutetskii, 1976, s.38).

Yeteneklerin birbiri ile ilişkisi üzerine yapılmış korelasyonel çalışmaları da inceleyen Krutetskii (1976), tüm bu incelemelerinden ve kendi yaptığı bilimsel araştırmalardan yola çıkarak tek tek yetenekler üzerinden gidilerek matematikte üstün yetenekliliğin belirlenmesinin uygun olmadığı sonucuna varmıştır.

Krutetskii matematikte üstün yetenekliliği “**Matematiksel düşünüş**” (Mathematical Cast of Mind), dünyayı matematiksel olarak yorumlama eğilimi olarak tanımlamaktadır. Bu eğilim çevredeki olguların matematiksel yönüne dikkat etmek için sürekli bir dürtü halinde,

- Olguları matematikselleştirme,
- Mekânsal ve niceliksel ilişkileri,
- Bağları ve işlevsel bağımlılıkları fark etme, kısacası dünyayı matematiksel gözlerle görme çabası olarak da ifade edilebilir (Krutetskii, 1976, s. 302).

Krutetskii “matematiksel düşünüşün” özellikle matematikte üstün yetenekli olan öğrencilerde açıkça görülebileceğini, bu tür eğilimlerin doğumda mevcut olabileceğini, genellikle 7 veya 8 yaşlarına kadar temel formlarda ortaya çıktığını ve daha sonra çok geniş bir karakter kazandığını öne sürmektedir (Krutetskii, 1976).

Krutetskii, çevreye matematiksel bir yorumlama yapma eğiliminin, yapılan gözlemlere göre, matematiksel olarak üstün zekâlı çocukların, derslerde ve evde, yürürken, kitap okurken ya da film izlerken, kendileri için sık sık soru oluşturmaya (problem posing) devam etmeleri durumuyla ifade edilebileceğini belirtmiştir. Belirli bir dev binanın hacmini “tahmin etmek”, bir stadyum alanını hesaplamak (ve kaç kişi orada oturulabilir), Moskova Nehri boyunca ilerleyen bir savaş gemisinin hızını bulmak, öğrencinin seyahat ettiği bir otobüsün hızını hesaplamak, vb (Krutetskii, 1976, s. 303).

Krutetskii (1976) bu eğilimi öğrencilerin ilgilerinde nasıl ortaya çıkacağını şu şekilde örneklendirmiştir:

Matematikte üstün yetenekli bir çocuk astronomiye ilgi duyarsa, ilgi genellikle astronomik tablolar oluşturmaya, ayın evrelerini hesaplamayı veya gezegenlere ve yıldızlara uzaklık tablolarını oluşturmaya ve benzerlerini içerir. Eğer bu tür bir öğrenci coğrafyaya ilgi duyarsa, ilgi yine temelde, nüfus yoğunluğu tabloları, çeşitli kartografik yansımalar ve farklı grafik ve şemaların (dağların rakımları, nehirlerin uzunlukları ve benzerleri) hesaplanması ve bileşimini içerir. Eğer kimyaya ilgi duyarsa, formül ve denklemlerin kimyasıdır; son derece karmaşık reaksiyon formülleri hazırlar veya Mendelev'in tablosunu çizer. Bulduğumuz gibi, tarih ya da dil için ilgiler bile ayırt edicidir. Tarihe olan hayranlık, Doğu çivi yazısının prensiplerini matematiksel olarak yorumlama, eski bir Hint Kızılderili kabilesinin dilini çözme gibi matematiksel yöntemlere aşina olma girişimleriyle olarak ifade edilebilir (Krutetskii 1976, s. 303).

Diğer araştırmacılar ise matematikte üstün yetenekliliği *özellikler* üzerinden tanımlamışlardır. Bu tanımlara “Matematikte Üstün Yetenekli Bireyin Özellikleri” bölümünde yer verilmiştir.

2.6.1. Matematikte Üstün Yetenekli Bireyin Özellikleri

Matematikte üstün yeteneği, matematikte üstün yetenekli bireylerin özellikleri üzerinden tanımlayan araştırmacılardan biri Greenes’dir (1981). Greenes (1981) tarafından belirlenen yetenekli matematik öğrencisini karakterize eden özellikler şunlardır:

- Problemlerin kendiliğinden formüle edilmesi,
- Verilerin kullanımında esneklik,
- Fikirlerin akıcılığı,
- Yorumlama özgünlüğü,
- Fikir aktarma yeteneği,
- Veri organizasyonu yeteneği ve
- Genelleme yeteneği.

Sonrasında, Wagner ve Zimmermann (1986) matematiksel üstün yetenekliliği bireyin *ölçülebilir bazı yetenekler kümesi* olarak tanımlamaktadır ve bu yetenekleri şu şekilde sıralamışlardır:

- Materyalleri organize etme,
- Matematiksel örüntü ve kuralların farkında olma,
- Problemin sunumunu değiştirme,
- Yeni haliyle matematiksel ilişkileri görme,
- Çok karmaşık yapıları kavrama ve bu yapılarla çalışma,
- Süreci tersine döndürme ve
- İlişkili problemler bulma ve kurma (s.246).

Käpnick (1998) matematikte üstün yetenekli bireyin özelliklerini,

- Matematiksel gerçekleri hatırlama,
- Matematiksel gerçekleri yapılandırma,
- Matematiksel duyarlılık ve matematiksel fantezi,

- Matematiksel yapıları aktarma,
- Modeller arası aktarım,
- Düşünce yönünü tersine çevirme olarak belirlemiştir (Kapnick, 1998'den aktaran Assmuss, 2018, s.58).

House (1987) Matematikte Üstün Yetenekli öğrencilerin özelliklerin üç kategoride incelemiştir.

- Öğrenme kapasitesi
 - Belirli içeriği, sınıf arkadaşlarından daha hızlı ve daha erken yaşta ustalıkla öğrenir.
 - İlginç bulduğu bir problem üzerinde uzun süre yoğunlaşır (odaklanır).
 - Daha bağımsız, kendi kendine yönetilen faaliyetler yapabilir.
- Muhakeme türü ve niteliği
 - Olağanüstü akıl yürütme yeteneği ve hafızası vardır.
 - Genellikle problem çözmedeki adımları atlar ve problemleri beklenmedik şekillerde çözebilir.
 - Örüntüler ve ilişkiler aramaktan hoşlanır ve başarılıdır, bunları açıklamaya çalışır.
 - Yeni bir problem ile daha önce çözülmüş problemler arasındaki ilişkileri görme olasılığı daha yüksektir; orijinal problemler kurmaktan hoşlanır.
 - Problemleri soyut olarak çözmekte daha istekli ve yeteneklidir. Genellikle somut yardımcı aygıtları kullanmamayı tercih eder.
- Matematiksel yönelim
 - Çeşitli Problemler sunulduğunda, matematik yapmayı seçme eğilimindedir.
 - Matematiksel bulmaca, yapboz ve oyunların zorluğundan hoşlanır. Uyarlayan (Diezmann, 2002).

Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerini dönemlere göre araştıran araştırmacılar da vardır. Örneğin, Straker (1983) matematikte üstün yetenekli okul öncesi çocuklarının genellikle şu özellikleri gösterdiğini gözlemlemiştir:

Öykülerde ve tekerlemelerde kullanımı dahil olmak üzere sayıların beğenilmesi; mantıksal bağlaçları kullanarak tartışabilme, sorgulama ve akıl yürütme becerisi: eğer, öyleyse, ya, ya, ya da... ; örüntü oluşturma, denge ya da simetriyi ortaya çıkarmak; oyuncakların konumlandırılmasında hassaslık, örneğin. sıralı sıralar halinde düzenlenmiş arabalar, büyüklük sırasına göre düzenlenmiş bebekler; sıralama ve sınıflandırma için

sofistike kriterlerin kullanılması; yapboz ve diğer yapısal oyuncaklarla oynamaktan zevk alma (Straker 1983, s. 17).

Krutetskii, (1976) de öğretmen gözlemleri ve yaptığı deneylerden yola çıkarak matematiksel olarak üstün yetenekli çocukların oldukça erken yaşlarda, aşağıdaki gibi zihinsel aktivite özellikleri geliştirdiklerini göstermiştir:

- Matematiksel materyali genelleştirebilme yeteneği (genel olarak dışsal olarak farklı veya yalıtılmış olanı keşfetme yeteneği),
- Zihinsel süreçlerin esnekliği (bir hareketten diğerine, bir düşünce hattından diğerine hızla geçiş yeteneği),
- Problemleri çözmek için en kolay, en net ve en ekonomik yolları bulma çabası,
- Genelleştirilmiş ilişkileri, muhakeme şemalarını ve farklı tür problemlerini çözme yöntemlerini hatırlama becerisi,
- Muhakeme sürecinin, bireysel bağlantılarının kısaltılması ve son olarak,
- Çevrenin belirli bir “matematiksel” algısının temel formlarının oluşumu; Birçok olgu ve fenomenin, matematiksel ilişkiler prizmasıyla kırılması gibi (Krutetskii, 1976, s.222-223).

Araştırmacıların belirledikleri matematikte üstün yetenekli bireylerin özelliklerinden ortak olanları şu şekilde sıralanabilir.

- Materyalleri (verileri) organize etme: Problemlerin biçimsel yapısını kavramak için verileri organize etme (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981; Wagner & Zimmermann, 1986),
- Örüntü ve ilişki arama (Krutetskii, 1976; Straker, 1983; Wagner & Zimmermann, 1986; House, 1987’den aktaran Diezmann, 2002),
- Genelleme (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981),
- Esneklik: bir hareketten diğerine, bir düşünce hattından diğerine hızla geçiş yeteneği (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981),
- Tersinir düşünme: Süreci tersine döndürme, düşünce yönünü tersine çevirme (Krutetskii, 1976; Wagner & Zimmermann, 1986; Kapnick, 1998’den aktaran Assmuss, 2018)

- Ekonomiklik: Problemleri çözmek için, en kolay, en net ve en ekonomik yolları bulma çabası, kısaltılmış yapılarda düşünme (Krutetskii, 1976; House, 1987'den aktaran Diezzman, 2002)
- Matematiksel hafıza: Genelleştirilmiş ilişkileri, muhakeme şemalarını ve farklı tür problemleri çözme yöntemlerini hatırlama, matematiksel gerçekleri hatırlama becerisi (Krutetskii, 1976; House, 1987'den aktaran Diezzman, 2002; Kapnick, 1998'den aktaran Assmuss, 2018).

2.6.2. Matematikte Üstün Yetenekli Öğrencilerin Belirlenmesi

Matematikte üstün yetenekli öğrencilere ulaşmak ve onlara uygun eğitim verebilmek için farklı ülkelerden farklı araştırmacılar kendi eğitim modellerini geliştirmişlerdir.

Akademik literatürde kabul gören ve örnek alınan, akademik temelli hazırlanmış model örnekleri ve öğrenci seçim kriterleri aşağıdaki gibidir.

- **Study of Mathematically Precocious Youth – SMPY:** Öğrenci seçimi Skolastik Yetenek Testindeki Matematik bölümü başarısı (SAT-M) kullanılarak yapılmaktadır (Stanley, 1988). SMPY ve sınava giren binlerce genç tarafından edinilen deneyimler, SAT-M'nin temel olarak hesaplama yeteneğinden veya sistematik olarak öğretilen kavram ve algoritmaları öğrenme yeteneğinden ziyade matematiksel muhakeme kabiliyetinin mükemmelliğini ölçtüğünü göstermiştir (Angoff, 1971; Benbow & Stanley, 1983a; Minor ve Benbow, 1985 'den aktaran Stanley, 1988).
- **Hamburger Modeli:** Öğrenci seçimi için kullanılan birinci sınav SAT-M ve ikinci sınav Matematiksel Zindelik için Hamburger Testi'dir (HTMB). HTMB iki saat içinde yapılması gereken 7 açık uçlu problemten oluşur. Kieswetter'in (1985) altı bileşeninin (materyallerin organizasyonu, kuralların tanınması, problemin temsiline değiştirilmesi ve bu yeni alandaki kurallar, çok karmaşık yapıları kavramak, tersine çevirme süreçleri ve ilgili problemleri bulmak) uygulamalarının yanı sıra doğru cevaplar da değerlendirilir (<http://www.williamsterngesellschaft.de>'den aktaran Mattson, 2013).
- **Matematik Alanında umut veren öğrenci modeli:** Öğrenciler, problem çözme süreçleri esansında Krutetskii'nin (1976) matematikte üstün yeteneklilik

modeline dayanarak geliştirilen rubrik aracılığıyla, mantık, kısaltılmış yapılarda düşünme, genelleme, esneklik, tersinir düşünme ve çözümün estetikliği kriterleri bakımından dörtlü skalada; yetersiz, ortalama, yetenekli/umut vaat eden ve çok yetenekli/ üstün yetenekli olarak değerlendirilir (Vilkomir & O'Donoghue, 2009).

- **Bir problem çözme eylemi modeli olarak matematiksel üstünlük:** Modelde ele alınan problem çözme eylemleri, problem çözme stratejilerini kullanarak belirli bir modda problem çözme, problemi farklı şekillerde çözme ve ilgili problemleri kurmadır. Bu süreçlerdeki üstün yeteneklilik bileşenleri (yaratıcılık, verimlilik ve görevi yerine getirme) değerlendirilir (Leikin, Koichu & Berman, 2009).

Günümüzde aktif olarak matemtikte üstün yetenekli geniş kitlelere eğitim veren üniversiteler bünyesinde kurulmuş eğitim modelleri örnekleri ve öğrenci seçim kriterleri aşağıdaki gibidir.

- **Buffalo Üniversitesi Giftedmath Programı:** Kendi geliştirdikleri matematik yetenek sınavından 60'ın üzerinde alan öğrenciler programa katılma hakkı kazanır (<http://giftedmath.buffalo.edu/>, 2019).
- **CHAMP: Cooperative Highly Accelerated Mathematics Program (İşbirlikli, yüksek derecede hızlandırılmış matematik programı):** SAT tümünde 1010, Matematikte 530 minimum puanlarına sahip olan öğrenciler seçilmektedir (<https://gifted.msu.edu/programs/academic-year-programs/champ> , 2019).

Matematikte üstün yetenekliler eğitimi için geliştirilen modeller ve örnek programlar incelendiğinde öğrenci seçiminin matematik yetenek testlerine göre, problem çözme süreçlerinin değerlendirilmesiyle ya da her ikisi kullanılarak gerçekleştirildiğini görmekteyiz.

Çalışmamızda katılımcılar, matematiksel yetenekleri yüksek öğrencilere ulaşmak için Bilim ve Sanat Merkezlerinden seçilmiştir. Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) Türkiye'de 1995 yılında Milli Eğitim Bakanlığı'nın üstün yetenekli öğrencilerin eğitimiyle ilgili başlattığı çalışmayla açılmıştır. BİLSEM'ler ülkemizde üstün zekâlı ve yetenekli çocukların örgün eğitim kurumlarındaki programlara destek olacak şekilde planlanmış ve

öğrencilerin ilgi ve yeteneklerine yönelik daha çok proje tabanlı eğitim gördüğü kurumlardır (MEB, 2013).

Bilim Sanat Merkezlerine öğrenci seçimi üç aşamada gerçekleşmektedir. İlk aşamada, sınıf öğretmenleri sınıflarında akranlarına göre farklı özellikler gösterdiğini gözlemlediği öğrencileri, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan gözlem formlarını doldurarak aday gösterir. İkinci aşamada, ön değerlendirme sonucunda grup taramasına girmesi uygun görülen öğrenciler, BİLSEM Yürütme Kurulu'nun belirlediği tarihlerde, belirlenen ölçme araçları ile grup taramasına alınır. Üçüncü aşamada grup taramasında yeterli performans gösteren öğrenciler standart ölçme araçları ile bireysel incelemeye alınır. Bireysel inceleme sonucuna göre özel yetenekli olduğu belirlenen öğrenciler örgün eğitimlerine paralel olarak BİLSEM'lerde destek eğitim faaliyetlerine devam ederler (MEB, 2013).

BİLSEM' kaydolan ve genel zihinsel yetenek grubunda bulunan öğrenciler Uyum, Destek eğitimi, Bireysel yetenekleri fark ettirme (BYF), Özel yetenekleri geliştirme (ÖYG), Proje üretimi ve yönetimi eğitim programlarına hiyerarşik olarak devam ederler. Bireysel yetenekleri fark ettirme grubundan sonraki aşamada öğrenciler ilgileri ve BİLSEM'de görev yapan ilgili alan öğretmenlerinin görüşleri alınarak yetenekli ve ilgili olduğu alanlarda eğitim almaya sırasıyla ÖYG ve Proje üretimi ve yönetimi programlarında devam ederler (BİLSEM Yönergesi, 2016).

Çalışmanın katılımcıları BİLSEM matematik proje üretimi ve yönetimi grubunda, matematik özel yetenekleri geliştirme grubunda bulunan ve bireysel yetenekleri geliştirme grubunda bulunup sonraki programda BİLSEM matematik öğretmenlerinin matematikte özel yetenekleri geliştirme grubuna seçmeyi planladığı öğrenciler arasından seçilmiştir.

Matematikte üstün yetenekli örnek programlar ve modeller incelendiğinde öğrenci seçimlerinin nitelikli bir matematik yetenek testiyle, araştırmacılar tarafından problem çözme süreçleri değerlendirilerek ya da her ikisiyle yapıldığı görülmektedir. Bilim ve Sanat Merkezlerine başvuran öğrenciler önce matematiğin de yer aldığı genel yetenek testiyle tarandıktan sonra üst grup bireysel değerlendirmeyle Bilim ve Sanat Merkezlerine kabul edilmektedir. Başlangıçta kapsamlı bir matematik yetenek testi yerine içinde matematik bulunan bir testle seçilmektedirler. Ancak, üstün yetenekli olarak tanılandıktan sonra BİLSEM 'lerde eğitim almaya hak kazanmaktadırlar.

Çalışmamıza katılan öğrenciler, matematikte özel yetenekleri geliştirme grubuna uzun süreli öğretmen (matematik öğretmenleri) gözlemleri sonucunda seçildiklerinden dolayı, matematikte üstün yetenekli olma koşuluna uydukları düşünülmüş seçilmişlerdir. Katılımcı öğrenciler BİLSEM'e kabul edilme süreçlerine bakıldığında üstün yetenekli olup, ilgi ve yetenekleri matematik alanında olduğundan dolayı matematikte ÖYG grubuna yönlendirilmişlerdir. Ancak matematikte muhakeme yeteneklerini ölçen kapsamlı bir yetenek testi ile belirlenmediklerinden dolayı çalışmamıza katılan öğrencilere matematikte üstün yetenekli yerine matematikte yetenekli öğrenciler olarak ifade edilmiştir.

2.7. Problem Çözme ve Problem Kurma

Schoenfeld (1985), problem için *Oxford English Dictionary*'den, “Şüpheli veya zor bir soru; Bir soruşturma, tartışma veya düşünce meselesi; Zihne alıştırmayı yaptıran bir soru”, tanımlarını tercih ettiğini söylemiştir. Buna ek olarak, problem olmanın matematiksel görevin doğasında olan bir özellik olmadığını, daha ziyade, görevi problem yapanın kişi ile görev arasındaki belirli bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Bu durumda *problem*'in kelime olarak, çözmeye çalışan birey için zor bir görev anlamına geldiğini, ancak buradaki zorluğun hesaplamalı olmaktan ziyade entelektüel bir çıkmaz olması gerektiğini açıklamıştır (s. 74). Benzer şekilde Sriraman (2003), problem çözmenin, kişinin doğrudan tatmin olmadığını, tereddüt yaşadığı ancak tam bir kafa karışıklığı yaşamadığı, doğasını önceki öğrenmeleriyle, organizasyonla ya da orijinal bir şekilde anladığı kavramsal bir görev içeren bir durum olduğunu ifade etmiştir.

Problem çözme NCTM'nin belirlediği beş süreç becerisinden (problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim kurma, bağlantı kurma ve temsil) biridir ve matematik eğitiminin vazgeçilmez bir parçasıdır (NCTM, 2000).

Matematik eğitiminde, problem çözme ile ilgili çalışmalara bakıldığında bunların büyük bir yoğunluğunun problem çözme süreçleri üzerine olduğu görülmektedir. Bunlardan en çok kabul görenlerden biri Polya (1957)'ye aittir. Polya (1957), Problem çözme sürecini;

- Problemi anlama: Sorunun sözlü ifadesini anlama, verileri ve koşulları inceleme, bilinmeyenleri belirleme, bir figür çizme veya problem için uygun bir gösterim oluşturma, daha iyi anlaşılması için problemi bölümlere ayırma,

- Bir plan tasarlama: Veri ile problem arasında bir bağlantı bulmaya çalışma, eski yöntemlerin, kullanılıp kullanılamayacağını düşünme, bilinmeyeni elde etmek için hangi hesaplamaların yapılacağı, yapıların oluşturulacağını düşünerek bir plan geliştirme
- Planı uygulama: Planın ayrıntılarını inceleme, her adımı dikkatlice kontrol etme, planı adım, adım uygulama.
- Çözümü kontrol etme: Çözümü ve elde etme yolunu inceleme olarak dört başlıkta incelemiştir.

Ayrıca problem çözerken kullanılabilecek, diagram oluşturma, geriye doğru çalışma, tahmin ve kontrol, benzeri problem kurma ve daha basit problem kurma gibi stratejiler önermiştir.

Problem çözme süreci ile ilgili bir başka çalışmada, Garofalo ve Lester (1985), bilişsel/ meta-bilişsel model önermişlerdir. Model dört aşamadan oluşmaktadır.

- Oryantasyon (hazırlık), sorunu değerlendirmek ve anlamak için stratejik davranışı ifade eder. Anlama stratejileri, bilginin analizi, ilk ve sonraki temsili ve zorluk seviyesinin ve başarı şansının değerlendirilmesini içerir.
- Organizasyon, hedeflerin belirlenmesi ve planlama, bütüncül planlama ve kısmi planlama anlamına gelir.
- Yürütme, planlara uygun davranışın düzenlenmesi anlamına gelir. Kısmi eylemlerin performansını, ilerlemenin ve kısmi planların tutarlılığının izlenmesini ve dönüşüm kararlarını (hız, doğruluk veya zarafet derecesi) içerir.
- Doğrulama, yürütülen planların kararlarının ve sonuçlarının değerlendirilmesini ifade eder. Ayrıca, hazırlık, organizasyon ve uygulamada gerçekleştirilen eylemlerin değerlendirilmesini de içerir.

Meta-biliş veya kendi bilişsel süreçlerinin bilgisi, problem çözme sürecine rehberlik eder ve bu hedef odaklı davranışın verimliliğini artırır. Meta-biliş, problemi çözenin, çözülmesi gereken bir problem olduğunu fark etmesine, problemin tam olarak ne olduğunu anlamasına ve bir çözüme nasıl ulaşacağına karar vermesine yardımcı olur (Davidson, Deuser & Sternberg, 1994, s. 207).

Polya'nın modelinde meta-bilişsel farkındalık, yalnızca bu modelin çözümü kontrol etme aşamasında ortaya çıkarken, Garofalo ve Lester'in modeli, her aşamada öğrencilerin stratejiler hakkında meta-bilişsel bilgileri kullanacağını ve bu süreçleri meta-bilişsel olarak izleyeceğini varsaymaktadır (Pativisan, 2006).

Matematikte üstün yeteneklilerle ilgili sınırlı sayıda problem çözme çalışması bulunmaktadır. Bu çalışmalarına bakıldığında, çalışmaların yoğunluklar problem çözme süreçleri ve metabiliş üzerine odaklandığı (Dover, 1983; Wilson, 1984; Sung, 1994), bir kısmında, öğrencilerin problem çözme davranışlarının incelendiği (Taylor, 2008; Tjoe, 2011), çalışmaların yoğunlukla matematikte üstün yetenekliler ve normal öğrencileri karşılaştırma amacı güttüğü (Krutetskii, 1976; Dover, 1983; Sung, 1994) görülmüştür. Çalışmaların ayrıntılarına "ilgili araştırmalar" bölümünde yer verilecektir.

Problem kurma, matematik disiplini ve matematiksel düşüncenin doğasında merkezi öneme sahiptir (Silver, Mamona-Downs, Leung & Kenny, 1996). "Problem kurma" terimi, hem yeni soruların üretilmesine hem de verilen soruların yeniden yapılandırılmasına ifade etmek için kullanılır (Silver, 1994). Bir problem kurma etkinliği verilen koşullara dayanarak, en azından kuranlar için yeni olan matematiksel bir problemin formülasyonunu gerektiren bir durumdur (Kontorovich, Koichu, Leikin & Berman, 2012).

NCTM (1989), matematik derslerinde problem kurma etkinliklerine vurgu yapılması için çağrıda bulunmuştur. Ayrıca, öğrencilerin matematik yapmanın özü olan, bir problem olan kendi sorularını tanıma ve formüle etme konusunda da deneyime sahip olmaları gerektiğini savunmaktadır (Aktaran Silver ve diğerleri, 1996).

Problem kurmak, öğrencilerin standart bir konuyu daha net bir ışıktta görmelerine ve daha derinlemesine bir anlayış kazanmalarına yardımcı olabilir. Standart müfredatın bir parçası ya da başka bir şekilde, herhangi bir konudan türetilmiş yeni fikirlerin yaratılmasını teşvik edebilir (Brown & Walter, 2005). Problem kurma, problem çözme eyleminde iki farklı şekilde derinlemesine gömülüdür. Birincisi, yeni bir problemi, çözüm sürecinde yeni problemler ortaya koyarak yeniden yapılandırmadan çözmek mümkün değildir. İkincisi, bir problemi çözdükten sonra, tamamen yeni bir problem setini oluşturmaya ve analiz etmeye çalışmadığımız sürece, yaptıklarımızın önemini tam olarak anlamamız söz konusudur (Brown ve Walter, 2005).

Silver ve diğerleri (1996), problem kurmanın bir türünü problem formülasyonu veya reformulasyonu; problemi çözenin belirli bir problemi çözüme kavuşturmak için bir şekilde yeniden başlatarak veya yeniden problem oluşturarak karmaşık bir problemi çözme süreci olarak açıklamışlardır.

Steyanova (2000), problem kurmayı diğer araştırmacılardan farklı olarak üç kategoride incelemiştir. Serbest, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma.

- Problem kurma, öğrencilerden belirli, karmaşık veya doğal bir durumdan bir problem kurmaları istendiğinde serbest olarak adlandırılır.
- Problem kurma, öğrencilere açık bir durum verildiğinde ve bu durumun yapısını keşfetmeye ve önceki matematiksel deneyimlerinden elde ettikleri bilgileri, becerileri, kavramları ve ilişkileri uygulayarak onu tamamlamaya davet edildiklerinde yarı yapılandırılmış olarak adlandırılır.
- Problem kurma problemler belirli bir probleme dayandığında yapılandırılmış olarak ifade edilir.

Bu çalışmada öğrencilerden aparatlarla serbest problem (Steyanova, 2000) kurmaları istenmiştir.

Matematikte problem kurma ve üstün yetenekliler ile ilgili sınırlı sayıda akademik çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalara bakıldığında uygulama yapılan araştırmaların çoğunlukla nicel olduğu ve matematikte problem kurma ve yaratıcılık ilişkilerine yoğunlaştığı görülmektedir. Bu çalışmalardan birinde, Yuan ve Sriraman (2011), öğrencilerin problem kurma ve yaratıcılık yetenekleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Yaratıcılık bileşenleri olarak belirtilen akıcılık, esneklik ve orijinallik kriterlerine yönelik değerlendirmeler yapmışlardır. Başka bir nicel çalışmada Van Harper ve Sriraman (2013), öğrencilerin problem kurma yeteneklerinden yola çıkarak yaratıcılıklarını keşfetmeyi amaçlayarak, öğrencilerin kurdukları problemleri akıcılık (çokluk) , esneklik (çeşitlilik) ve orijinallik (farklılık) kriterlerine göre değerlendirmişlerdir. Diğer bir çalışmada Kontorovich, Koichu, Leikin ve Berman (2012), öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını ölçmek için kurdukları problemler aracılığıyla akıcılık, esneklik ve orijinallik değerlendirerek yaratıcılık yeteneklerini değerlendirmeye çalışmışlardır.

Üstün yeteneklilik ve problem kurma ile ilgili diğer çalışmalara baktığımızda, çalışmaların yoğunlukla uygulamalar yapılmayan, öneriler ve senaryolar sunulan çalışmalar olduğunu görmekteyiz. Bu çalışmalardan birinde, Silver ve Cai (2005) ilkokulun başlangıç seviyesindeki öğrenciler tarafından kurulan problemleri çokluk, orijinallik ve karmaşıklık yönünden incelemeyi önermişlerdir. Çokluktan kasıtları öğrencilerin ürettikleri problem sayısıdır. Problem kurma ile ilgili öneriler sunulan ve uygulama yapılmayan başka bir çalışmada (Rosli, Goldsby & Capraro, 2013) kurulan problemlerle konu öğrenimini ölçme amacı güdülebileceğini söyleyerek, Kulm (1994) tarafından geliştirilen problem kurma rubriğine yer vermişlerdir. Öğrenmeyi değerlendirme amacı güden rubrikte, kavramları doğru kullanma, kurduğu problemi çözebilme, arkadaşının kurduğu problemi çözebilme gibi yeni kriterlerle birlikte, yaratıcılık adı altında orijinallik kriterlerinin de değerlendirildiği görülmüştür.

2.7.1. Kurulan aparatlı problemleri değerlendirme rubriğinin geliştirilmesi

Araştırmacı bu çalışmada matematikte yetenekli öğrencilerin kendi kendilerine sürekli problemler kurma eğiliminde olduğu (Krutetskii, 1976), orijinal problemler kurmaktan hoşlandığı (House, 1987'den aktaran Diezman, 2002) bilgilerinden yola çıkarak öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları aparatlarla problem kurma yaklaşımlarını da incelemeye karar vermiştir.

Araştırmacı aparatlı problem kurma değerlendirme rubriğini (Ek-11) matematikte üstün yeteneklilik ve problem kurma üzerine var olan akademik literatüre dayanarak geliştirmiştir.

Aparatlı matematik problemini değerlendirmeye almadan önce kurulan problemin, problem olma şartlarını sağlayıp sağlamadığına bakılmıştır. Problemden çözülebilmesi için verilen şartlar yeterli değilse (Van Harpen & Sriraman, 2013) problem değerlendirmeye alınmayacaktır.

İkincil olarak öğrencilere kurdurulan aparatlı matematik problemleri Uğurel (2019) tarafından verilen aparatlı matematik problemi kriterlerine göre üçlü skalada (0, 1, 2) değerlendirilmeye karar verilmiştir. Bir aparatlı problemin tam olarak aparatlı problem niteliği taşıması (2 puan) için problemin aparatlar olmadan çözülememesi gerekmektedir. Aparat, problemin çözümünü kolaylaştırıyorsa (1 puan) aparatlı problem olarak

değerlendirilebilir ancak nitelikli değildir. Problem aparat kullanılmadan kolaylıkla çözülebiliyorsa (0 puan) aparatlı problem olarak değerlendirilemez.

Problem kurma ve yaratıcılık ile ilgili çalışmalarda, akıcılık esneklik ve orijinallik kriterleri karşımıza çıkmaktadır (Yuan & Sriraman, 2011; Van Harpen & Sriraman, 2013; Kontorovich ve diğerleri, 2012). Bizim çalışmamız yaratıcı düşünmeyi değerlendirme amacı gütmemektedir. Ancak esnek düşünme matematikte üstün yetenekli öğrencilerin karakteristik özellikleri arasındadır (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981). Öğrencilerden iki ayardan yalnızca birer problem kurmaları beklendiği için, ayrıca iki ayarda ilgili toplamda 36 problem kurulması beklendiğinden, esnekliğin (çeşitliliğin) değerlendirilmesi mümkün olmayacaktır. Ancak, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin orijinal problemler kurmayı sevdikleri (House, 1987'den aktaran Diezzman, 2002) belirtilmiştir. Nicel problem kurma çalışmalarında bir grupta yüzde ondan fazla kurulan problemler orijinal değil olarak değerlendirilmektedir (Van Harpen & Sriraman, 2013). Ancak nitel durum çalışmamızda 18 öğrenciye toplamda 36 problem kurdurulmak hedeflenmiştir. Araştırmacı orijinalliği Kulm (1994) tarafından geliştirilen problem kurma rubriğine dayanarak öğrencilerin kurduğu aparatlı matematik problemlerinin, karşılaştıkları aparatlı matematik problemlerine benzerliğinden yola çıkarak değerlendirmeye karar vermiştir. Aparatlarla kurdukları problem, aynı ayarda karşılaştıkları problemlere, verilen istenilen ve matematiksel içerik bakımından tamamen benziyorsa orijinal değil (0 puan), bir yönüyle benziyorsa kısmi olarak orijinal (1 puan), tamamen farklıysa orijinal (2 puan) olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca aparatlarla kurdukları problem farklı bir ayarda kurdukları probleme tamamen benziyorsa kısmi orijinal (1 puan) olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca, kurulan problemle altı gruptan ikiden fazla grupta karşılaşıldıysa problem orijinal değil olarak (0 puan) olarak değerlendirilmiştir.

Son olarak, matematikte üstün yeteneklilik ve problem kurma çalışmalarında karşımıza çıkan bir başka özellik olan problemin karmaşıklığı (Silver & Cai, 2005) değerlendirilmek istenmiştir. Ancak aparatlı problem kurma uzmanı Dr. Işıkhan Uğurel “Aparatlarla kurulan bir problemin kuran için nispeten kolayken, çözen için karmaşık bir süreç olabileceğini” söylemiştir. (Dr. Uğurel ile kişisel görüşme, 12 Nisan 2019). Bu sebeple öğrencilerin çözdüğü problemin karmaşıklığını düşünerek kurup kurmadığını anlamak için öğrencilerin çözüme hâkim olup olmadığını değerlendirilmeye karar verilmiştir. Öğrenci çözümü gerçekleştiriyorsa kurduğu problemin karmaşıklığına hâkimdir (2 puan). Çözüm

hakkında fikri varsa ancak çözümünü gerçekleştiremiyorsa karmaşıklığa bir derece hâkimdir (1 puan), çözüm hakkında fikri yoksa karmaşıklığa hâkim değildir (0 puan).



İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde matematikte üstün yeteneklilerle ilgili yapılan problem çözme ve kurma çalışmaları ve sonuçları incelenmiştir. Matematikte üstün yetenekli öğrenciler ve problem çözme ile ilgili sınırlı sayıda araştırma mevcuttur.

Bu çalışmaların bir kısmı matematikte üstün yetenekli öğrencilerle ortalama öğrencilerin karşılaştırıldığı ve problem çözme süreci ile ilgili araştırmalardır. Bunlardan ilki, Sang (1994) tarafından gerçekleştirilen tez çalışmasıdır. Sang (1994), çalışmasında matematikte üstün yetenekli öğrencilerin ve ortalama öğrencilerinin problem çözme süreçlerini incelemiştir. Çalışmadaki katılımcılar 3 matematikte üstün yetenekli, 2 ortalama dördüncü sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmacı uygulamalarda, basit, doğrudan problemler, mantıksal çıkarım problemleri ve karmaşık, doğrudan olmayan problemler olarak üç kategoride incelediği 9 problem kullanmış ve mülakatlarla, öğrencilerden sesli düşüncelerini isteyerek veri toplamıştır. Sang (1994) problem çözme süreçlerinin yoğunlukla problemin doğasına bağlı olduğu sonucuna varmıştır. Problemler basit ve doğrudan olduğunda tüm öğrenciler problemi kolaylıkla ve hızlı şekilde anlamaktadırlar, problemi çözebileceklerini düşündüklerinden problemdeki ifadelerle dikkat etmemektedirler. Plan yapmadan otomatik olarak uygulama yapmaktadırlar. Emin olduklarından çözümlerini kontrol etmemektedirler. Problem karmaşık ve doğrudan olmadığında üstün yeteneklilerle normal öğrenciler arasında farklılıklar ortaya çıkmaktadır. Problemi anlamada öğrenciler, bir uygulama yapabileceklerini fark ediyorsa uygulama yapmaktadırlar, ancak yaptıkları uygulama problemle alakalı mı değil mi kontrol etmemektedirler. Bu aşamada üstün yetenekli öğrenciler daha derin düşünmektedirler. Plan geliştirme aşamasından üstün yetenekliler daha önce çözdükleri problemleri ve kuralları hatırlayarak, ilgili problemler oluşturup plan geliştirmektedirler. Bu durum normal öğrencilerde gözlenmemiştir. Öğrenciler çözümlerinin doğru olduğunu varsaydıklarından kontrol etmemektedirler. Kontrol etmek için teşvik edildiklerinde matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özel olarak belirlediği değerlerle deneme yaparak kontroller yaptıkları görülmüştür.

Başka bir tez çalışmasında, Dover (1983), üstün yetenekli ve normal öğrencilerin problem çözme ve üst-bilişsel becerilerini karşılaştırmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 25'i üstün yetenekli olmak üzere, 50 beşinci ve altıncı sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Problem çözme etkinliği olarak "The Einstellung Test" kullanmıştır. Üst bilişsel düşünmeyi değerlendirmek için yapılandırılmış mülakat kullanmıştır. Çalışmaların bulguları şu şekildedir. Üstün yetenekli çocuklar, problem çözme etkinliğinde normal öğrencilere göre

daha fazla esneklik özelliği göstermişlerdir, problemleri daha doğru çözmüşlerdir, problem çözmede daha hızlılardır. Bunun yanında, üstün yetenekli öğrencilerin çözüm süreçlerindeki farkındalıkları daha yüksektir ve daha etkili bilişsel-izleme becerisine sahiptirler.

Çalışmaların bir kısmında matematikte üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme yaklaşımları incelenmiştir. Bu çalışmalardan biri, Willson (1984), tarafından matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bir problem çözme yaklaşımı olan kontrol-değerlendirme süreçlerinin incelendiği tez çalışmasıdır. Çalışmanın amacını, matematikte üstün yetenekli çocukların bilişsel problem çözme davranışlarını gözlemlemek ve kaydetmek için yöntemler geliştirmek olarak belirlemiştir. Çalışmanın katılımcılarını problem çözme yetenekleri test ile değerlendirilen 54 dördüncü ve beşinci sınıf öğrencisinden en yüksek başarı gösteren 10 dördüncü ve beşinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Aritmetik fonksiyonlar, örüntüler, matematiksel gruplar ve gizli geometrik hedefler içeren dört kategoride problemler kullanılmıştır. Her problem, bir giriş argümanları alanı, bir çıkış değerleri aralığı ve giriş argümanları ile çıkış değerlerini ilişkilendiren bir kuralı veya işlevi içermektedir. Problemlerde öğrencilere girdiler ve çıktılar sunulmuş, ancak kural ya da ilişki keşfetmeleri için bırakılmıştır. Araştırmacı kontrol değerlendirme sürecinin amaçlı, parçalı (kısmi) ve kararlılık içerdiğine dair varsayımda bulunduklarını belirtmiştir. Çalışmanın bulguları, kontrol değerlendirme sürecinin amaçlı ve kararlılıkla gerçekleştirildiğini desteklemiştir ancak kısımlık içerdiğini çürütmüştür. Ayrıca Wilson (1984), öğrencilerin sonuçlara büyük ölçüde ulaştığını bunun da varsayımların değerlendirmesinde destekleyicilik oluşturduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarıyla ilgili başka bir araştırmada, Taylor (2008), durum çalışması tasarımıyla gerçekleştirdiği tez çalışmasında, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin 4 açık uçlu yüksek bilişsel düşünme gerektiren problem çözümünde düşünme yollarını incelemiştir. Katılımcılar geometri üstün yetenek sınıfında bulunan 15 öğrenciden oluşmaktadır. Taylor (2008), öğrencilerin problem çözmede matematiksel yaratıcılık, üretkenlik, esneklik ve özgünlük sergilediklerine ulaşmıştır. Ayrıca belirli problemlerde özel genellemeler yaptıkları sonucuna ulaşmıştır.

Problem çözme yaklaşımlarıyla ilgili başka bir tez çalışmasında, Tjoe (2011) matematikte üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme davranışlarını analiz etmiştir. Çalışma Polya'nın (1945) problem çözme aşamalarında belirttiği çözümü kontrol aşamasında geri dönüp aynı problem için alternatif çözümler oluşturma üzerine odaklanmıştır. Çalışmanın örneklemini özel bir liseden 54 öğrenci oluşturmuştur.

Öğrencilere önceki matematiksel deneyimlerini belirlemek için bir ön anket uygulanmıştır. Öğrencilerden 9 tanesine üç tane rutin olmayan problem içeren test uygulanmıştır. Öğrencilerin çözümlerinin estetiği üç matematik araştırmacısı tarafından değerlendirilmiştir. Çalışma kapsamında öğrencilerin üç rutin olmayan problemin çözümünde geçmiş matematiksel deneyimleri ile kullandıkları yaklaşımların sayısı ve kullandıkları matematik konuları arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin yaklaşım estetiği, uzman matematikçilerin bakış açısından incelenmiştir. Bu çalışma öğrencilerin genel olarak geriye dönüp bakma uygulamalarına aşina olmadıklarını göstermiştir. Nitekim öğrenciler genellikle probleme doğru bir cevap aldıkları müddetçe yalnızca uygulanabilir, mekanik bir yaklaşım sunmayı seçmişlerdir. Bu çalışmanın bulguları, öğrencilerin geçmiş matematiksel deneyimlerinin bir dereceye kadar, standart olmayan matematik problemlerini çözmede kullandıkları yaklaşımlardaki çeşitlilikle ilişkili olduğunu ortaya çıkarmıştır. Ek olarak, bulgular öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının uzmanlar tarafından estetik görülmediği, çoğunlukla lise matematik öğretmenleri tarafından öğretilen standart yaklaşımlarla ilişkili görüldüğü belirlenmiştir.

Pativisan (2006), Tayland'lı üstün yetenekli öğrencilerin matematik problemi çözme yaklaşımlarını incelemiştir. Çalışmaya Tayland Matematik Olimpiyat Proje grubunda bulunan 24 öğrenci arasından seçilen 8. ve 10. sınıf seviyeleri aralığında 5 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere sırasıyla sayılar teorisi, kombinasyonlu düşünme ve geometri ile ilgili üç rutin olmayan problem bireysel olarak çözdürülmüş ve öğrencilerden çözümler sırasında sesli düşünceleri istenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin problem çözümlerinde yüksek başarı gösterdiği, problem çözme süreçlerinin mantıksal analiz ve sistemli stratejiler içerdiği, öğrencilerin problem çözümlerinde alternatif çözümler aradığı ve önceki bilgilerini kullandığı belirlenmiştir.

Krutetskii (1976) matematiksel yeteneklerle ilgili birçok çalışmayı incelediği ve kendi çalışmaları ve sonuçlarını paylaştığı kitabında, yaptıkları deneyler sonucunda matematikte yetenekli öğrenciler ile yetenekli olmayan öğrencilerin yaptığı denemeler arasında belirgin nitel farklılıklar gözlemlediklerini belirtmiştir. Bu farklılıkları şu şekilde açıklamıştır:

- Matematiksel olarak yeteneksiz öğrenciler tarafından yapılan denemeler, her zaman kör, motivasyonsuz manipülasyonlar, bir çözüm bulmak için kaotik ve sistematik olmayan girişimler, daha doğrusu, tahmin etme girişimleri, rastgele bir çözüme

rastlama girişimleridir. Bununla birlikte yetenekli öğrencilerin, belirli bir program veya plana bağlı organize bir arama sistemi ile denemeler yaptıkları belirlenmiştir.

- Yetenekli öğrencilerin denemeleri her zaman amaçlı, yaptıkları varsayımları doğrulamaya yönelik sistematik girişimlerdir.
- Deneme yaparken, yetenekli öğrenciler genellikle neden deneme yaptıklarını, ne umduklarını, bir sonraki aşamada neye ulaşacaklarını bilirler (s.292).

Üstün yetenekliler ve problem çözmede materyal kullanımına dair yalnızca bir araştırmaya rastlanmıştır. Sara (1990), tez çalışmasında, cinsiyet, sınıf düzeyi ve manipülatiflerin daha önce kullanılımasının, hem şekilsel- sembolik hem de somut materyaller seçenekleri sunulduğuna, problem çözmek için kullanılan materyallerin seçimi üzerindeki etkileri incelenmiştir. Çalışmanın örneklemini dört ve altıncı sınıf aralığında üstün yetenekli eğitim programında yer alan Stanford Binet zeka testiyle (Third Edition Terman, 1973 veya Fourth Edition Thorndike, 1986) tanılanmış 24 kişilik kontrol ve deney grubu oluşturmaktadır. Gruplardan bir tanesi üstün yetenekliler eğitim programı kapsamında daha önce problem çözümünde manipülatif kullanmış öğrencilerden (Deney grubu), diğeri (kontrol grubu) manipülatif kullanmamış öğrencilerden oluşmaktadır. Kullanılan testte, bir tane somut materyallerle daha iyi çözülebilen problem, iki tane şekilsel/ sembolik materyal ya da somut materyal kullanılarak eşit derecede çözülebilen problem ve bir tane şekilsel/ sembolik materyallerle daha iyi çözülebilen problem yer almaktadır. Problem çözümünde öğrencilere isterlerse somut materyal kullanabilecekleri isterlerse şekilsel/ sembolik materyal kullanabilecekleri söylenmiştir. Çalışma sonucunda, cinsiyet, sınıf düzeyi ve daha önce somut manipülatif kullanımı, faktörlerinin problem çözme için malzeme seçimini önemli ölçüde etkilemediği görülmüştür. Diğer bir deyişle, öğrenciler problem çözmede etkili bir yöntem olduğunda somut manipülatifler kullanmayı seçmişlerdir ve öğrenciler problem çözme için etkili bir yöntem olmadıklarında somut manipülatif kullanmayı bırakmışlardır.

Üstün yetenekliler ve problem kurma üzerine sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bunlar da genellikle problem kurma ve yaratıcılık ilişkisi üzerine çalışmalardır.

Bunlardan ilki Yuan ve Sriraman (2011), tarafından Çin ve Amerika'dan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Çalışmalarında öğrencilerin yaratıcılık ve problem kurma yetenekleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Öğrencilere Torrance Yaratıcı Düşünme Testi (Torrance, 1966), matematik problemi kurma testi ve matematik içerik testi olmak üzere üç test uygulanmıştır. İlk iki testin verileri yaratıcılık ve problem kurma arasındaki korelasyonların belirlenmesinde üçüncü test öğrencilerin matematiksel bilgisine ulaşmakta

kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları, Çin’de Jiaozhou Bölgesi’nde lise giriş sınavında yüksek yetenek gösterip bilim sınıflarında yer alan, matematikte üst düzey yetenek gösterdiği düşünülen 68 12. sınıf öğrencisi ve Illionis Eyalet Üniversitesi’ne bağlı lisede eğitim gören ve kalkulus dersleri alan 77 Amerikalı öğrencidir. Çin’li öğrencilerin ABD grubunun neredeyse iki katı kadar veya daha fazla problem kurmuşlardır. İki gruptaki öğrencilerin akıcılık ve esneklik ortancalarının aynı olduğu görülmüştür. Bu, Çin’li öğrencilerin kendi grubundaki akranlarıyla benzer problemler kurduğunu göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin matematiksel bilgilerinin problem kurma yeteneklerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Çinli öğrencilerin yaratıcılık ve problem kurmaları arasında nitelikli korelasyon olduğu belirlenirken diğer öğrencilerde bu görülmemiştir. Bu da yaratıcılık ve problem kurma arasında tutarlı bir korelasyon olmadığı, ya da karmaşık bir korelasyon olduğu anlamına gelmektedir.

Başka bir çalışmada Van Harpen ve Sriraman (2013), geometri senaryolarındaki problem kurma yeteneklerini analiz ederek lise öğrencilerinin matematikte yaratıcılıklarını keşfetmeyi amaçlamışlardır. Çalışmada, matematik bilgi testlerine ve matematiksel problem kurma testlerine katılan 55 Jiaozhou, 44 Şangay’dan ve 30 Amerika’dan öğrencilerin testleri incelenmiştir. Problem kurma testinde öğrencilerden serbest, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmış problemler kurmaları beklenmiştir. Sonuçlara göre öğrenciler karmaşık problemler kuramamışlardır. Akıcılık analizi, akıcılık skorlarının beklenenin altında olduğunu göstermiştir. Esneklik analizi göstermiştir ki, öğrenciler çeşitli problemler kurmalarına rağmen, problemler alan ve uzunluk konularında yoğunlaşmıştır. Jazhou’dan olan öğrenciler hem matematiksel içerik testinde hem de matematiksel problem kurma testinde diğer gruplardan çok daha fazla başarı göstermişlerdir. Bu durum ikisi arasında ilişki olabileceği anlamına gelmektedir. Çalışmada orijinal bulunan problem örneklerine ve orijinal problem kuran öğrencilerin kurdukları problemlerin neden orijinal olduklarını açıkladıkları mülakat verilerine yer verilmiştir. Ancak orijinallik ile ilgili bulgu ya da karşılaştırma sunulmamıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Araştırmamızda nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları, problemleri çözüm yöntemleri, problem çözümlerinde kullandıkları matematiksel düşünme özellikleri ve kurdukları aparatlı matematik problemlerinin nitelikleri ve özellikleri bakımından irdelenerek ortaya konmaya çalışılmıştır. Veri toplama aşamasında “yarı yapılandırılmış mülakat (semi constructed interview)” yöntemi kullanılmıştır. Çalışma grubunda yer alan öğrencilere 4 aparat ve bu aparatlara dayalı geliştirilen 10 adet aparatlı problem sunulmuş ve bunları çözmeleri istenmiştir. Ayrıca çözüm yaptıkları 2 aparatı (kare seti ve özel dörtgenler) kullanarak her öğrenciden birer tane aparatlı problem kurmaları istenmiştir. Uygulamaların tümü kamera ile kayıt altına alınmış veri analizi öncesi araştırmacı tarafından transkripsiyonları yapılmıştır. Veriler içerik (transkripsiyonlar, dökümanlar) analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni

Araştırmamız nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Durum çalışması, araştırmacının sınırlı bir sistemi (bir durum) (Merriam & Tisdell, 2016, s.37; Cresswell, 2007, s.73) veya çoklu sınırlı sistemleri (durumları) detaylı ve birden fazla bilgi kaynağını (örneğin, gözlemler, röportajlar, görsel-işitsel materyaller, belgeler ve raporlar) içeren bir şekilde derinlemesine ve etraflıca araştırdığı, durum temelli temaları ve durumu açıkladığı nitel bir yaklaşımdır (Cresswell, 2007, s.73). Bu çalışmada özel bir grup olan “matematikte yetenekli öğrencilerin” ilk defa uygulanacak olan “aparatlı matematik problemlerine” yaklaşımlarıdır.

Çalışma grubu matematikte üst düzey yeteneğe sahip “matematikte yetenekli” öğrencilerdir. Matematiksel yetenekleri yüksek öğrencilerle ilgili “matematikte üstün yetenekli öğrenciler” (Krutetskii, 1976; Straker, 1983; Greenes, 1981; Wagner & Zimmermann, 1986) , “üstün yetenekli olup, yetenek alanları matematik olan öğrenciler“ (House, 1987), “matematikte erken gelişmiş öğrenciler” (Stanley, 1988), “matematik alanında umut veren öğrenciler” (Vilkomir & O'Donoghue, 2009) isimleri altında birçok çalışma yapılmıştır. Matematikte üstün yeteneklilikle, üstün yetenekli olup yeteneği matematik alanında olanları birleştirmeyi amaçlayan çalışmalar da (Leikin, Koichu & Berman, 2009) mevcuttur. Bu çalışmalarda tanımlanan öğrenciler yüksek problem çözme

yeteneğine (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981; Wagner & Zimmermann, 1986; House, 1987; Leikin, Koichu & Berman, 2009; Vilkomir & O'Donoghue, 2009) ve materyalleri (verileri) organize etme (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981; Wagner & Zimmermann, 1986), örüntü ve ilişki arama (Krutetskii, 1976; Straker, 1983; Wagner & Zimmermann, 1986, House, 1987), genelleme (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981), esneklik (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981), tersinir düşünme (Krutetskii, 1976; Wagner & Zimmermann, 1986; Kapnick, 1998), ekonomiklik (Krutetskii, 1976), matematiksel hafıza (Krutetskii, 1976; House, 1987; Kapnick, 1998) olmak üzere belirli karakteristik düşünme özelliklerine sahip öğrenciler olarak karakterize edilmişlerdir. Farklı isimlerle tanımlanmış olsalar da matematikte üstün yetenekli öğrenciler yüksek problem çözme yeteneğine ve belirli karakteristik düşünme özelliklerine (genelleme, esnek düşünme vb.) sahip öğrencilerdir. Bu öğrencilerin potansiyellerini ortaya çıkarıcı eğitim modelleri üzerinde de çalışılmaktadır (Stanley, 1988; Leikin, Koichu & Berman, 2009; Vilkomir & O'Donoghue, 2009; Mattson, 2013). Sonuç olarak matematikte yetenekli öğrenciler araştırmalara konu olan özel yeteneklere sahip (yüksek problem çözme ve düşünme özellikleri) ve kendileri için geliştirilmiş potansiyellerini ortaya çıkarıcı eğitim alması gereken (Stanley, 1988; Leikin, Koichu & Berman, 2009; Sriraman, 2009; Vilkomir & O'Donoghue, 2009; Mattson, 2013) özel bir gruptur.

Çalışmada kullanılan aparatlı matematik problemleri Uğurel (2019) tarafından geliştirilmiş olup, bir aparat üzerinde kurulan ve çözümünün verilen aparat kullanılarak yapılabileceği problemlerdir (Uğurel, 2019). Aparat ise, manipülatiflerin 4 temel ölçüt altında “*yapı, amaç, içerik ve kullanım alanı*” olarak sınırlandırılması ve işlevinin netleştirilmesi ile ortaya konmuştur. Aparatlar somut, problem çözme ve kurma süreçleriyle matematiksel düşünme becerilerini geliştirme amacı taşıyan, (bir aparat) birden fazla konu, kazanıma yönelik kullanılabilen, problemin çözülebilmesi için mutlaka kullanılması gereken birincil görevdeki (manipüle edilebilen) düşünme nesneleridir (Uğurel, 2019).

Bu çalışmada matematikte yetenekli öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları, aparatlı matematik problemlerini çözüm yöntemleri, çözüm sürecinde kullandıkları matematiksel düşünme özellikleri belirlenerek, kurdukları aparatlı matematiklerin nitelikleri ve özellikleri değerlendirilerek, durum çalışmasıyla araştırılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışmamızda katılımcılar, matematiksel yetenekleri yüksek öğrencilere ulaşmak için İzmir Bilim ve Sanat merkezlerinde destek eğitimi alan, genel zihinsel yetenek gurubunda bulunan ve matematik dersi alan öğrenciler arasından seçilmiştir.

Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) Türkiye’de 1995 yılında Milli Eğitim Bakanlığı’nın üstün yetenekli öğrencilerin eğitimiyle ilgili başlattığı çalışmayla açılmıştır. BİLSEM’ler ülkemizde üstün zekâlı ve yetenekli çocukların örgün eğitim kurumlarındaki programlara destek olacak şekilde planlanmış ve öğrencilerin ilgi ve yeteneklerine yönelik daha çok proje tabanlı eğitim gördüğü kurumlardır (MEB, 2013).

BİLSEM’ kaydolan ve genel zihinsel yetenek grubunda bulunan öğrenciler Uyum, Destek eğitimi, Bireysel yetenekleri fark ettirme (BYF), Özel yetenekleri geliştirme (ÖYG), Proje üretimi ve yönetimi eğitim programlarına hiyerarşik olarak devam ederler. Bireysel yetenekleri fark ettirme grubundan sonraki aşamada öğrenciler ilgileri ve BİLSEM’de görev yapan ilgili alan öğretmenlerinin görüşleri alınarak yetenekli ve ilgili olduğu alanlarda eğitim almaya sırasıyla ÖYG ve Proje üretimi ve yönetimi programlarında devam ederler (BİLSEM Yönergesi, 2016).

Çalışmada amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmış (Patton, 2002) ve matematiksel yetenekleri yüksek öğrencilere ulaşabilmek için İzmir ilinde bulunan Bilim ve Sanat Merkezlerinden öğrenci seçimine karar verilmiştir. Yoğunluk örneklem metodu kullanılarak (Patton, 2002) matematikte yetenekleri yüksek öğrencilere ulaşmak hedeflenmiştir. Öğrenciler BİLSEM matematik öğretmenlerinin görüşleri alınarak öğrencilerin gönüllülük esasına dayalı olarak belirlenmiştir. Uygulamalardan önceki süreçte araştırmacı Bilim ve Sanat Merkezlerindeki ilgili sınıf düzeyleri (7. 8. ve 9. sınıf) matematik öğretmenleri ile görüşüp çalışmayı anlatmış ve matematik alanında yetenekleri yüksek öğrencilere ulaşmak istediklerini belirtmiştir. Bu doğrultuda öğretmenler katılımcıları matematik proje yönetimi ve üretimi grubundan, matematik ÖYG grubundan ve matematik BYF grubunda eğitim gören ve bir sonraki aşamada ÖYG’ye seçmeyi planladıkları öğrenciler arasından belirlemişlerdir.

Yarı yapılandırılmış mülakat olarak tasarlanmış problem çözme ve kurma uygulamaları içeren görüşmeler 3’er öğrencinin bulunduğu 6 grup ile gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar her grupta ortalama 90 dakikalık tek oturumda 5’er dakikalık iki ya da üç kısa aranın olacağı şekilde yapılmıştır. Çalışma zamanları öğrencilerin BİLSEM’deki ders

programlarına göre belirlenmiştir. Uygulamaların tamamı Mayıs ayının ilk iki haftasında araştırmacının kendisi tarafından gerçekleştirilmiştir.

Tablo 1.
Öğrencilerin gruplara ve sınıflara göre dağılımı

Gruplar	7. Sınıf	8. Sınıf	9. Sınıf	Toplam
1. Grup	3	-	-	3
2. Grup	-	3	-	3
3. Grup	1	2	-	3
4. Grup	-	-	3	3
5. Grup	1	-	2	3
6. Grup	1	-	2	3
Toplam	6	5	7	18

Tablo 2.
Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin dağılımı

Öğr. Bilgileri	Kız	Erkek	Devlet Okulu	Özel Okul
7. Sınıf	0	6	1	5
8. Sınıf	1	4	1	4

Tablo 3.
Lise düzeyindeki öğrencilerin dağılımı

Öğr. Bilgileri	Kız	Erkek	Anadolu L.	Fen L.	Özel L.
9. Sınıf	3	4	4	2	1

Çalışmaya toplam 14 erkek, 4 kız öğrenci katılmıştır. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinden 9 tanesi özel okulda, 2 tanesi ise devlet okulunda öğrenim görmektedir. Dokuzuncu sınıf öğrencilerinden 4 tanesi Anadolu Lisesinde, 2 tanesi Fen Lisesinde ve 1 tanesi de Özel Lisede eğitim görmektedir.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Yarı yapılandırılmış görüşmeler: Yarı yapılandırılmış görüşmeler, görüşme yapan kişinin, soru sorarak başka bir kişiden bilgi almaya çalıştığı sözlü bir iletişimdir. Her ne kadar görüşmeci önceden belirlenmiş soruların bir listesini hazırlasa da, yarı yapılandırılmış

görüşmeler katılımcılara önemli olduğunu düşündükleri konuları keşfetme şansı sunan bir konuşma şeklinde ortaya çıkar (Longhurst, 2010).

Çalışmada kullanılan yarı yapılandırılmış görüşmeler araştırmacı tarafından matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı problemleri çözme ve kurma yaklaşımlarını belirlemek amacıyla danışman öğretim üyesinin yönlendirmeleri ile geliştirilmiştir. Araştırmacı uygulama öncesinde 4 aparat üzerine kurulmuş 10 adet problem çözme, 2 adet problem kurma ve araştırmacının uygulamalar esnasında öğrencilere yönelteceği soruları içeren yarı yapılandırılmış mülakat protokolü (Ek-1) hazırlamıştır. Problemlerden, 2 tanesi düşük karmaşıklığa, 4 tanesi orta karmaşıklığa ve 4 tanesi yüksek karmaşıklığa sahiptir. Öğrencilerden her bir problemde düşüncelerini ortaya çıkarmak için sesli düşünceleri (Patton, 2002, s.385) ve grup arkadaşlarıyla düşüncelerini yüksek sesle paylaşmaları istenmiştir. Aynı zamanda araştırmacının protokolde yer alan görüşleri açığa çıkarıcı ve düşünce belirleme sorularıyla öğrencilerin problem çözme ve kurma yaklaşımları ile ilgili veri toplanmaya çalışmıştır.

Video kaydı transkripsiyonları: Öğrencilerin aparatlı problemleri çözme ve kurma süreçleri sesli ve görüntülü olarak kamera kaydına alınmıştır. Araştırmacı, öğrencilerin oluşturdukları şekil ve yapıların da resim olarak da kayıtları alınmıştır. Kayıt alınırken öğrencilerin aparatlı problemlerle uğraşma alanına odaklanılmış ve öğrencilerin kimlik belirleyici (yüzleri gibi) görüntülerine yer verilmemiştir. Kamera kayıtları hem öğrencilerden, öğretmenlerden ve okul yöneticilerinden hem de il milli eğitim müdürlüğünden gerekli izinler alınarak gerçekleştirilmiştir. Alınan kayıtlar araştırmacı tarafından yazılı hale (Patton, 2002) getirilmiştir. Araştırmacı gruplardaki öğrencileri uygulama esnasındaki oturma sıralarına göre soldan sağa doğru Ö1, Ö2, Ö3 olarak kodlanmıştır. Transkripsiyonlarda öğrencilerin her birinin bire bir ifadelerine yer vermekle birlikte, aparatlarla yaptıkları uygulamaları yatık yazı formunda tasvir etmiştir. Ayrıca araştırmacı uygulamalar, oluşturulan yapılar ve şekiller ile ilgili aldığı resimlerle birlikte, transkripsiyonlar sırasında gerekli gördüğü yerlerde video ekran görüntüsünü yakalayarak, bu resimlere transkripsiyonların içerisinde yer vermiştir. Böylece transkripsiyonlar süreçlerin net olarak aktarılmasını sağlamıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Analiz öncesinde ilk olarak toplanan video kayıtları yazılı hale getirmiştir (Patton, 2002). Kayıtların yazıya aktarımı (transkripsiyonu) araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı transkripsiyonların içerisinde öğrencilerin birebir ifadelerinin yanı sıra öğrencilerin aparatlarla problem çözme ve kurma sürecinde

oluşturduğu şekiller, yapılar ve desenlerle ilgili resimlere de yer vermiştir. Veriler içerik (transkripsiyonlar, dökümanlar (öğrencilerin yarı yapılandırılmış mülakat kâğıtlarına yazdıkları, araştırmacı alan notları) analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

3.4.1. Birinci alt probleme ait verilerin analizi

Bu bölümde öncelikle, matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yönelik çözüm yöntemleri ile ilgili kategoriler belirlenmeye çalışılmıştır.

Araştırmacı ilk grupta uygulama yaparken, ilk olarak öğrencilerin, çözüm sürecinde; düşünme esnasında, arkadaşlarına fikirlerini anlatırken, arkadaşların fikirlerine dönüt verirken ve çözümlerini kontrol ederken, aparatları sürekli olarak kullandıklarını, şekiller, yapılar oluşturduklarını ve revizeler yaptıklarını fark etmiştir.

Birinci grupta uygulamayı gerçekleştirip video kayıtlarını transkripsiyon haline getirdikten sonra kategoriler (Merriam & Tisdell, 2016) için çalışmaya başlamıştır. Problem çözümünde aparatların yoğun olarak kullanıldığını ilk uygulama sırasında fark eden araştırmacı, ne amaçla kullandıklarını incelemeye başlayarak kategorileri belirlemeye çalışmıştır. Araştırmacı başlangıçta iki yönelim fark etmiştir. Öğrenciler problem çözümünde planlı ve kararlı şekilde aparatları kullanmaktadırlar ya da aparatları kullanarak deneme yanılma yapmaktadırlar. Araştırmacı diğer gruplarla uygulamalar yapıp transkripsiyonlara dönüştürürken denemelerin kendi içinde farklılaştığını belirlemiştir. Sonuç olarak aparatlı problemlerin çözümünde üç yönelim belirlenmiştir.

- Öğrenciler düşünüp kararlı bir şekilde aparatlar üzerinde manipulasyonlar yapmaktadırlar.
- Öğrenciler çözüm için gerekli bir hedefi/ bir fikri/ bir düşünceyi/ bir koşulu sağlamak için aparatlarla deneme yanılma yapmaktadırlar.
- Öğrenciler problemde verilen temel koşullara uygun ancak çözüme yönelik plan, düşünce, fikir içermeyen deneme yanılmalar yapıp ortaya çıkan sonuçları kontrol ederek ya da karşılaştırarak çözüme varmaya çalışmaktadırlar.

Araştırmacı birinci yönelimde öğrenciler aparatları planı gerçekleştirmeye yönelik kullandığından Polya (1957) tarafından belirlenen problem çözme aşamalarını dikkate alarak, öğrencilerin planlı manipulasyonlarını, “**Planlı uygulamalar**” olarak ifade etmiştir.

İkinci yönelim çözüme yönelik bir hedef, bir fikir, bir düşünce içermektedir. “Strategos” “(Strateji) genel bir eylem ve düşünme” anlamına gelen yunanca bir kelimedir

(Patton, 2002, s.37). “Stratejik” uzun vadeli veya genel amaç ve menfaatlerin tanımlanması ve bu amaçlara ulaşmanın yolları ile ilgili (Oxford Dictionaries, 2019) anlamına gelmektedir. Yönelim, hedefe yönelik deneme yanılmalar içerdiğinden araştırmacı tarafından bu adım “**Stratejik deneme**” olarak ifade edilmiştir.

Üçüncü yönelim çözüme yönelik, öğrenciler tarafından geliştirilen düşünce ya da fikir içermediğinden yapılan deneme yanılmalar araştırmacı tarafından “**Denemeler**” olarak ifade edilmiştir.

Araştırmacı birinci problemten verilerin analizini yaparak tüm grupların çözümlerini incelediğinde yeni bir yönelim fark etmiştir. Öğrenciler problemin bir kısmını çözmek için planlar geliştirip uygulamaktadırlar. Garofalo ve Lester (1985) tarafından ve ayrıca problem çözme literatüründe problemin bir bölümüne yönelik plan yapma “kısmi plan” olarak ifade edildiğinden öğrencilerin problemin bir kısmını çözmeye yönelik yaptığı planlı uygulamaları “**Kısmi planlı uygulamalar**” olarak ifade etmiştir.

Araştırmacı her problemin analizine başlamadan önce o problemde 4 yöntemin nasıl gerçekleştiğine dair tüm grupların çözümlerini gözden geçirerek probleme yönelik yöntem kriterlerini oluşturmuştur. Araştırmacı birinci problemten başlayıp dört yöneme göre altı grubun çözümlerini analiz ettikten sonra sırasıyla diğer problemlerde analizlere aynı şekilde devam ederek 10 problemin analizini tamamlamıştır. Problem analizleri tamamlandıktan sonra kullanılan yöntem ve problemlerin ilişkisini gösteren yöntem tablolarını oluşturmuştur. Bir problemde birden fazla yöneme başvurulduğundan gruplara göre hangi problemlerde hangi yöntemlerin kullanıldığını inceleyip genel bulgulara ulaşılmıştır.

Örnek analiz:

Problem 2.1 Birinci grup: Stratejik denemeler

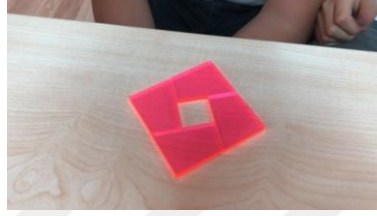
Öğrenciler dört özel dörtgenle, kare, yamuk ve paralelkenar oluşturduktan sonra araştırmacı içi boş şekillerin de çözüm olabileceği ipucunu verdi.

Ö2: Bu ikisi olacak kesin. (Yaptığı denemeler sonucunda iki parçayı bir kenarı doğrusal iki köşesi dik olacak bir şekilde birleştirdi.)



Resim 1. Problem-2.1 Grup-5

Ö3: Bunu koyarız, aynısını şöyle.
 Ö2: Abi tamam, diğer türlü diğer türlü. (Ö2 ekleme yaptı.)
 Ö1: Düz olması gerekiyor.
 Ö2: Dur bunun aynısını yapalım bi (Bir kenarı doğrusal iki köşesi dik şekilde birleştirdiği ikilinin aynısını yapmaya başladı).
 Ö3: Aynen aynısını yapalım.
 (Ö2 aynısını yaptı çevirdi ekledi olmadı.)
 Ö3: Tam tersi.
 Ö2: Bir daha döndürdü ekledi içi boş kare oluştu.
 Ö1: Hah!



Resim 2. Problem-2.1 Grup-5

Ö2: Çok güzel duruyor bir de.

A: Ö2 yaptığı denemeler sonucunda ilk iki parçayı bir kenarı doğrusal iki köşesi dik olacak bir şekilde birleştirdi. Ortasında boşluk olan şekli oluşturmak istediği için yamukta paralelkenarda ve karede olduğu gibi ilk iki parçayı dik yamuk şeklinde birleştirmede. Aradığı şeklin çözümüne yönelik fikirler içeren denemeler yaptığı için Ö2 stratejik denemeler yapmış olarak nitelendirildi.

3.4.2. İkinci alt probleme ait verilerin analizi

Bu analizde grupların aparatlı matematik problemlerini çözümleri esnasında gösterdiği matematiksel düşünceler belirlenmeye çalışılmıştır.

Kategoriler matematikte üstün yetenekliler ile ilgili araştırmacılar tarafından ortak olarak belirlenen karakteristik özellikler temel alınarak oluşturulmuştur.

- Materyalleri (verileri) organize etme: Problemlerin biçimsel yapısını kavramak için verileri organize etme (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981; Wagner & Zimmermann, 1986),
- Örüntü ve ilişki arama (Krutetskii, 1976; Straker, 1983; Wagner & Zimmermann, 1986; House, 1987'den aktaran Diezmann, 2002),
- Genelleme (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981),
- Esneklik: Bir hareketten diğerine, bir düşünce hattından diğerine hızla geçiş yeteneği (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981),

- Tersinir düşünme: Süreci tersine döndürme, düşünce yönünü tersine çevirme (Krutetskii, 1976; Wagner & Zimmermann, 1986; Kapnick, 1998'den aktaran Assmuss, 2018),
- Ekonomiklik: Problemleri çözmek için, en kolay, en net ve en ekonomik yolları bulma çabası, kısaltılmış yapılarda düşünme (Krutetskii, 1976; House, 1987'den aktaran Diezmann, 2002),
- Matematiksel hafıza: Genelleştirilmiş ilişkileri, muhakeme şemalarını ve farklı tür problemleri çözme yöntemlerini hatırlama, matematiksel gerçekleri hatırlama becerisi (Krutetskii, 1976; House, 1987'den aktaran Diezmann, 2002; Kapnick, 1998).

Araştırmacı uygulamalar esnasında grupların problem 1.1 ve problem 3.1'de genellemeler yaptıklarını fark etmiştir. Problem 2.1'de grupların yoğun olarak ekonomiklik kullandığını belirlemiştir. Ayrıca problem 1.3 de belirli gruplardan belirli öğrencilerin iç görüyle problemleri çözdüklerini fark etmiş ve alan notlarına kaydetmiştir. İç görü, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin karakteristik özellikleri arasında belirtilmemiştir, ancak matematikte üstün yeteneklilik ile ilişkisi olduğu belirtilen (Krutetskii, 1976; Sriraman & Lee, 2011) matematikte yaratıcılık özellikleri arasında (Ervynck, 1991; Sriraman, 2009) yer almaktadır. Bu sebeple araştırmacı kategorileri içine iç görüyü de eklemiştir. Analizler özellik bazında yapılmıştır. Araştırmacı birinci özellikten başlamış, sırasıyla her problemi altı grup için analiz etmiştir. Analizi yaparken özellik ve özelliklerle ilgili kriterleri göz önüne almış buna dayanarak problem çözümlerini incelemiştir. On problemin birinci özellik bakımından analizi tamamlandıktan sonra sırasıyla diğer özellikler için aynı incelemeler yapılmıştır.

Örnek analiz:

Problem 2.2 Üçüncü grup: Ekonomiklik

(Ö1 tek parçanın tüm kenarlarını ölçtü)

Ö2: Az önce oluşturduğumuz tüm dörtgenlerin çevrelerini hesaplayacağız.

Ö2: Tekrar oluşturalım.

Ö3: Evet harika!

Ö2: Yamuk nasıldı?

(Ö1 tek seferde oluşturdu.)

Ö1: Her kenardan iki tane var.

Ö2: Şunlardan dört tane bunlardan da dört tane var.

Ö1: Hayır en uzundan iki tane var, şu ikisi farklı. Her kenardan iki tane var.

Ö2: *(Yeniden bir özel dörtgenin tüm kenarlarını ölçerek topladı)*. On beş buçuk.

Ö2: On beş buçuğu ikiyle çarpacaksın 31 cm.

(Ö2 kâğıda bulduklarını yazdı.)

Ö3: Ç. yaz sadece.

A: öğrenciler dört özel dörtgenle oluşturulmuş yamuğun çevresinde bir özel dörtgenin her kenarından iki tane olduğunu anlayarak kısaltılmış yapılarda düşünmüş, özel dörtgenin çevresini ikiyle çarparak pratik şekilde hesaplayıp ekonomiklik özelliği göstermişlerdir.

3.4.3. Üçüncü alt probleme ait verilerin analizi

Öğrencilerin kurduğu aparatlı problemler uygulamalar sırasında kendileri tarafından yazılmış (Ek-8), analiz öncesinde araştırmacı tarafından transkripsiyon edilmiştir (Ek-9, Ek-10). Öğrencilerin kurduğu aparatlı problemler araştırmacının geliştirdiği rubrik ile (Ek-11) üçlü skalada değerlendirilmiştir.

Örnek analiz:

Özel Dörtgen Seti Problemi

G2Ö2(7) Problem 6: Bir özel dörtgenin alanını hesaplayınız (Ek-10).

Öğrenci açıklamaları:

Ö2: Şunun alanını hesaplasınlar (*Bir özel dörtgen*).

Problemi kâğıda yazdı (Ek-8)

Ö2: Şey yapabilirler. (*Yamuk oluşturdu dört özel dörtgenle*.)

Ö2: Bunun alanı 56,25'miydi? Bu şekillerden birini oluşturup (*kare, paralelkenar, yamuk*) dörde bölebilirler.

- *Problemde verilen şartlar problemin çözülmesi için yeterli olduğundan problem değerlendirmeye alınmıştır.*
- *Problem direkt aparata dayalıdır. Çözümde ya bir özel dörtgende iki dik açı olduğunun belirlenmesi, kenar ölçümlerinin yapılarak iki dik üçgenin alanının toplanması ya da dört özel dörtgenle büyük dörtgenlerden birinin oluşturulup alanının hesaplanıp dörde bölünmesi gerekmektedir. Bu yüzden problem aparatlı problem olma şartını tam olarak sağlamaktadır.*
- *Problemde verilen, istenen ve matematiksel içerik; önce bütünü elde edip, bütünün alanından parçaya gitmek aynı aparatın problemlerinden farklı olduğundan problem orijinal (2 puan) olarak değerlendirilmiştir.*
- *Öğrenci çözümü de açıklamıştır, bu yüzden çözüme hâkimdir (2 puan).*

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Araştırmada uygulanan 10 adet aparatlı matematik problemi Uğurel'in (2019) yazdığı “*Aparatlı Matematik Problemleri-1. Matematiksel Düşünme Becerisinin Gelişimini Destekleme*” başlıklı kitaptan kendisinin izni ve onayı ile alınmıştır. Bu problemlerden 8 tanesi “BİLSEM Öğrencilerinin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları” başlıklı (Uğurel & Arıkan, 2019) çalışmada kullanılan 13 problem arasından anlaşılabilirlikleri, çözüm süreleri, karmaşıklık dereceleri, tutarlılıkları göz önünde bulundurularak seçilmiştir. İlgili çalışma özellikle tez çalışması öncesinde gerçekleştirilerek bir anlamda tez çalışması için pilot uygulama yapılmasını sağlamıştır. İki problem ise yine aynı kitaptan (Uğurel, 2019) alınmış ve daha önce herhangi bir çalışmada uygulanmamıştır. Uğurel'in kitabında yer alan tüm problemler kendisi tarafından yazılmış ve tüm problemlerin çözümleri kendisi ile birlikte 2 doktora öğrencisi ve 1 yüksek lisans öğrencisi (araştırmacı) tarafından yapılmıştır. Böylece problemler üzerinde birden fazla kişinin görüşü, incelemeleri ve düzeltmeleri gerçekleştirilmiştir. Seçilen problemlerin birden fazla kişi tarafından incelenmiş olması ve ayrıca 8'inin aynı amaç ve problemi içeren bir başka çalışmada (Uğurel & Arıkan, 2019) uygulanmış olması bu tez çalışmasında kullanılması için de uygun nitelikte olduğunu göstermiştir. Çalışma grubunda, önceki çalışmaya (Uğurel & Arıkan, 2019) katılan öğrencilerden hiç biri yer almamıştır.

Araştırmada geçerlik ve güvenirlik düzeyinin yüksek olmasını sağlamak için nitel araştırmalarda önerilen çoklu (kaynak, kişi ve zaman yönetimi açısından) veri toplanması, sürecin yeterli zaman diliminde (hem her bir aparat bazında hem de tüm uygulamanın genelinde) gerçekleştirilmesi için planlama yapılması, derinlemesine analiz için birden fazla veri grubunun (transkripsiyonlar, alan notları, öğrencilerin problem kağıtlarına yazdıkları) ve verilerin analizinde birden fazla kodlayıcının görev alması, araştırmacının doğrudan kendisinin veri toplama sürecini yönetmesi ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin öğrencilerinin kendi eğitim-öğretim ortamlarında gerçekleştirilmesi sağlanmıştır (Merriam & Tisdell, 2016).

Çalışmanın çerçevesi (dayanağı) dikkatlice oluşturulmuş, çalışma için en etkili veri toplama araçları (yarı yapılandırılmış mülakatlar, (aparatlı problemleri çözme ve kurmayı içeren) video transkripsiyonları) seçilmiş, bulgular katılımcı grupları, aparatlar ve problem kümeleri dikkate alınarak etkileşimli şekilde sunulacak iç geçerlik sağlanmıştır (Merriam & Tisdell, 2016).

Verilerin kodlanması sürecinde araştırmacı dışında danışman öğretim üyesi ve bir başka lisansüstü öğrencisi ile birlikte çalışılmış ve geliştirilen kategoriler-temalar için kodlayıcılar arası uyumun yüksek olmasına özen gösterilmiştir. Analiz aşamasında uygulanan her aparatlı problem için rastgele seçilen 2 grubun çözümleri araştırmacı dışında diğer lisansüstü öğrencisi tarafından da analiz edilerek çoklu analizci üçgenlemesi sağlanmış ve bu iki kişi arasındaki uyuma bakılmıştır (Patton, 2002). 10 problem için yapılan puanlamalar sonucunda ortaya çıkan uyum oranı %93 olarak bulunmuştur. Öğrenciler tarafından kurulan aparatlı matematik problemlerini değerlendirmede kullanılan basit dereceli puanlama anahtarı (rubrik) da araştırmacı tarafından geliştirilmiş olup, araştırmacı haricinde danışman öğretim üyesi ve bir alan uzmanının görüşüne sunulurken uzman denetimli gözden geçirme (Patton, 2002) sağlanmıştır.

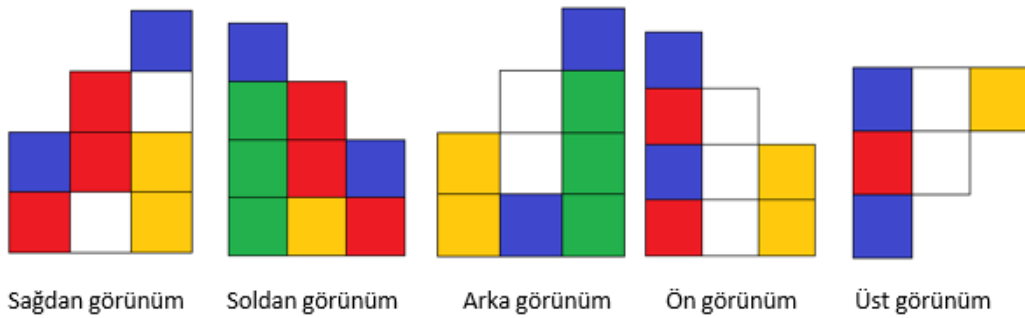
3.6. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı uygulamaların tümünü bizzat kendisi gerçekleştirmiştir. Uygulamalar öncesinde öğrenciler ve öğretmenleriyle tanışıp çalışmayı anlatmış, katılımcı onam ve veli izin formlarını onaylatmıştır. Tüm uygulamalar esnasında kamera kayıtlarını almıştır. Kaydı tutulan yarı yapılandırılmış mülakatlar sırasında öğrencilerin problemleri çözerken ki düşüncelerini açığa çıkarmak için ekte verilen (Ek-1) araştırmacı sorularını her bir problemde her bir gruba tek tek yönelmiştir. Araştırmacı yarı yapılandırılmış mülakatlar esnasında grubun koşullarını ve önemli gördüğü noktaları not alarak alan notları tutmuştur.

3.7. Aparatlı Matematik Problemi Örneği

Araştırmada kullanılan aparatlı matematik problemlerinin anlaşılması için burada 1 tanesine yer verilmiştir.

Problem 1.4 (Küp seti)



Yukarıda beş farklı yüzünün görünümü verilen dizilimi elinizdeki 15 adet küpü kullanarak oluşturunuz.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde, matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı problemlerine yaklaşımlarını belirlemek için, üç alt problemle ait bulgular sırasıyla verilecektir.

Alt problemler: BİLSEM öğrencilerinin,

1. Aparatlı matematik problemlerine yönelik çözüm yöntemleri nasıldır?
2. Aparatlı matematik problemlerini çözerken kullandıkları matematiksel düşünme özellikleri nelerdir?
3. Kurdukları aparatlı matematik problemlerin nitelikleri ve özellikleri nasıldır?

Birinci alt probleme ait bulgular, öncelikle öğrenciler tarafından çözülen 10 problem bazında, ortaya çıkan çözüm yöntemi kategorileri (kısmi planlı uygulamalar, planlı uygulamalar, stratejik denemeler, denemeler) ile birlikte, bulguları destekleyeceği düşünülen problemde istenilen sonuçlara ulaşma, daha önce benzeri problemle karşılaşmış olma durumları ve öğrencilerin problem hakkındaki görüşlerine yer verilerek sunulacak, sonrasında temalar bazında (kısmi planlı uygulamalar, planlı uygulamalar, stratejik denemeler, denemeler) bulgular sunulacaktır.

İkinci alt problem ile ilgili bulgularda, grupların çözümlerinde kullandığı belirlenen matematiksel düşünme özelliklerine (genelleme, ekonomiklik, matematiksel hafıza vb.) dair bulgulara yer verilecektir.

Üçüncü alt probleme dair bulgularda, öncelikle öğrencilerin kurduğu aparatlı problemlere yer verilecek, sonrasında araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik ile problemlerin aparatlı problem olma nitelikleri değerlendirilerek ve orjinallik, çözüme hâkim olma özellikleri irdelenerek ortaya çıkan bulgulara yer verilecektir.

Bulgular söylemler, görseller ve tablolar halinde sunulmuştur.

4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin problem çözümlerine yönelik yöntemleri ile ilgili bulgular video transkripsiyonlarına, öğrencilerin problem kâğıtlarına yazdıkları cevaplarına ve araştırmacı alan notlarına dayanarak ortaya konmuştur. Öncelikle problem bazında bulgulara yer verilip, sonrasında bulgular temalar halinde sunulmuştur.

Araştırmacı yarı yapılandırılmış mülakatlar ve toplanan verilere dayanarak birinci alt problemler dair bulgulara ulaşmada destekleyici gördüğü aşağıdaki veri temalarına yer vermiştir.

- **Sonuçlara ulaşma:** Bu bölümde öğrencilerin problemlerde istenilen yapı, şekil, çizim, düşünce ve sayısal değerlere ulaşma durumlarına yer verilmiştir.
- **Benzeri problemle karşılaşmış olma durumu:** Bu bölümde öğrencilerin “Daha önce benzeri problem çözmüş müydünüz?” sorusuna verdikleri yanıtlara yer verilmiştir.
- **Problem Hakkındaki Görüşler:** Bu bölümde, öğrencilere yöneltilen bu problem hakkındaki görüşleriniz nelerdir ve bu problemi çözerken nasıl hissettiniz sorularının cevapları, öğrenciler çoğunlukla tek kelimelik kısa cevaplar verdiği için, öğrencilerden bir kısmı görüş belirtmediğinden ya da arkadaşlarının görüşlerini onaylamayı tercih ettiğinden, birleştirilerek sunulmuştur. Tek kelimelik cevaplara problem veri tablolarında yer verilmiş, ayrıntılı cevapları problem hakkındaki görüşler bölümünde verilmiştir.
- **Çözüm Süreleri:** Bu bölümde öğrencilerin problemleri çözme sürelerine yer verilmiştir. Süreler on beş saniye aralıklara göre buçuğa ya da tama yuvarlanarak sunulmuştur.

Problem 1.1

Tablo 4.
Problem 1.1

P-1.1	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Çözüm Yöntemi	Denemeler	Kısmi planlı uygulamalar	Kısmi planlı uyg. Denemeler	Kısmi planlı uyg. Denemeler	Kısmi planlı uyg. Denemeler	Kısmi planlı uyg.
Sonuca Ulaşma (21, görüntü çizimi)	26 Doğru çizim	21 Bir izdüşümde hatalı çizim	21 Doğru çizim	21 Doğru çizim	21 Doğru çizim	21 Bir izdüşümde hatalı çizim
Benzer problem	Hayır	Hayır	Hayır	Ö2: Çözdüm	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Orta seviyede Sıkılmadık	Kolay değil Sıkılmadık	Uğraştırıcı Sıkılmadık	Hoş Eğlenceli	Mantıklı İyi	Eğlenceli Farklı
Süre	10 dk.	9 dk.	14 dk.	16 dk.	8.5 dk.	12 dk.

Bu problemde (Ek-1) öğrencilerden üç boyuttan izdüşümler toplamı minimum olma koşuluyla, 15 küp ile tabanında 8 küp olan üç katlı bir yapı oluşturmaları istenmiştir. Ayrıca öğrencilerden, oluşturdukları yapıdaki üç yönden iz düşümleri problem kâğıdında verilen taslağa çizmeleri istenmiştir. Problemin karmaşıklık derecesi yüksektir.

Çözümde beklenen plan öğrencilerin önce tabanın tüm varyasyonlarını düşünüp en küçük iz düşümler toplamına sahip olan dörde ikilik ya da üçe üçlük (bir küp boşlukla) tabanı seçmeleri, ikinci kata altı küpü hizalı ve bir arada dizmeleri (üçe üçlük tabanın üstünde üçerli yan yana, ikiye dörtlük tabanda ikiyeşerli yan yana) ve son kata bir küp koyarak iz düşümler toplamı yirmi bir birimkare olan bir yapıya ulaşmalarıydı.

1. Çözüm Yöntemleri

Bu problemin çözümünde denemeler ve kısmi planlı uygulamalar olmak üzere iki yöneme başvurulduğu görülmüştür.

- **Denemeler**

Üçüncü, dördüncü ve beşinci grup çözümün başında sekiz küple oluşabilecek farklı tabanlara yönelik (üçüncü ve dördüncü grup tüm taban ihtimallerini düşündüler. Beşinci gruptakiler, üçe üçlük taban ihtimalini düşünmediler. Ancak diğer gruplardan farklı bir taban

üzerine şekli inşa ettiler. Bu taban minimum şartına uygun değildi.) üç katlı rastgele, karışık sırayla yapılar oluşturup üç yönden izdüşümler toplamını hesaplayıp, sonuçları karşılaştırarak çözüme gitmeye çalışmışlardır. Minimum iz düşümlere yönelik plan yapmadan yalnızca yönergedeki şartları sağlayan (tabanda sekiz küp, üç katlı, on beş küple) yapıları oluşturdukları için deneme yöntemi kullanmışlardır. Çok fazla seçenek olduğu için çözüme bu şekilde gidememişlerdir. Ancak denemeler sonucunda dörde ikilik ya da, üçe üçlük (bir boşlukla) bir taban seçmeleri gerektiğini sekize birlik tabandaki yapıların çok fazla iz düşüme sahip olduğunu anlamışlardır. Birinci grup tabanı sekize bir birimlik dizdiğinden (diğer ihtimalleri düşünmediklerinden), ikinci ve üçüncü kattaki küpleri nasıl yerleştirirlerse yerleştirsınler iz düşümler toplamının aynı olacağını yaptıkları denemeler sonucunda anlamışlardır.

Örnek durum: Üçüncü grup

(Soru üzerinde yönleri tayin ettiler.)

Ö2: Yukarıdan baktığında, burası sağ ya da solu olabilir. Burası solu ya da arkası. Bunları kullanarak mı yapacağız?

Ö2: Tabanda sekiz tane.

Ö3: Üç katlı.

Ö2: Tabanda sekiz tane olacaksa buradaki izdüşümün sekiz olması gerekiyor zaten (Soru üzerine yazdı.)

(Ö2 tabanı dörde iki dizdi.)

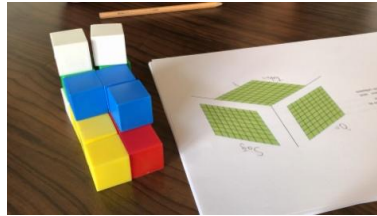
Ö2: Deneyelim mi?

Ö3: Nasıl olabilir?

Ö2: Üç katlı oluca.

Ö1: Evet

(Ö1 ve Ö2 dizilimi yaptılar. (Resim 3))



Resim 3. Problem-1.1 Grup-3

Ö2: Şöyle koyarsak, buradan yedi.

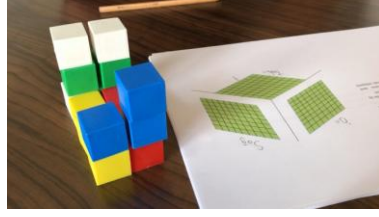
Ö1: Hayır, sekiz.

Ö2: Burası yedi.

Ö1: Orası da sekiz.

Ö2: Yirmi dört oldu. (A: Yirmi iki idi, yanlış hesapladı.)

(Ö1 ve Ö2 şekli revize etti (Resim 4). Ö2 saydı.)



Resim 4. Problem-1.1 Grup-3

Ö2: Bir şey değişmedi bence tabanı değiştirebiliriz.

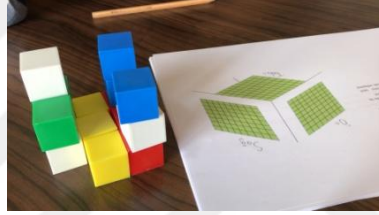
(Ö2 tabanı üçe üç dizdi köşede bir boşluk bıraktı. İkinci katta köşelere ikişer küp koydu. Bir sütun dört katlı oldu. Ö3 fazladan olan katı çıkardı.)

Ö3: Olmaz.

Ö1: Üç katlı olması lazım.

Ö2: Tamam, tamam.

Ö2: İki, dört. Rastgele bir yere koyarsak (yeşil küpü koydu). (Resim 5)



Resim 5. Problem-1.1 Grup-3

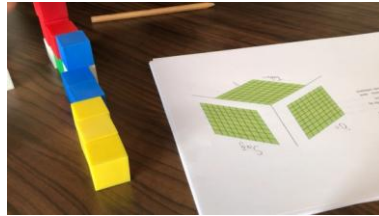
Ö2: Daha az oldu sanki.

Ö2: Yirmi üç oldu (A: Yanlış hesapladı.)

Ö2: Tabanın hepsini yan yana dizsek daha az olabilir mi acaba?

Ö2: Bu sefer yandan bakınca çok olur.

Ö2 tabanı bire sekiz dizdi. (Resim 6)



Resim 6. Problem-1.1 Grup-3

Ö3: Çok oldu.

Ö2: Bu taraftan üçü sağlayabiliriz ama yandan bakınca çok olur.

Ö3: Yandan bakınca çok olur evet.

Ö3: Az önceki gibi yapalım. (Tabanı üçe üçlük dizdi köşeyi bir boş bırakarak.

Ö1 üst katları dizmeye başladı.)

Ö2: Şunların yerini değiştirsek bir yerden bakınca azalır aslında.

Ö1: Evet olabilir. (Resim 7)



Resim 7. Problem-1.1 Grup-3

Ö2: (Saydı.) Yirmi üç, yine aynı oldu.

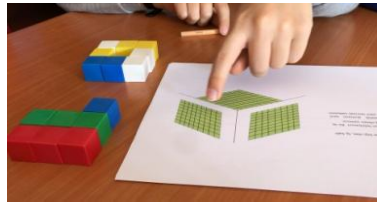
A: Görüldüğü üzere grup çözümünün başında problemdeki şartları sağlayan ancak problemin çözümüne yönelik herhangi bir düşünce (küpleri birbirine yakın tutma, küpleri birbirinin arkasına gizleme, taban haricindeki iki boyuttan iz düşümler toplamında minimumlara nasıl ulaşılacağı) içermeyen deneme yanılmalar yaparak sonuçları karşılaştırarak çözüme ulaşmaya çalıştıklarından **denemeler** yapmışlardır.

- **Kısmi planlı uygulamalar**

İkinci ve altıncı grup tabanı üçe üç (ortada bir küplük boşluk) dizmeye karar vererek tabana yönelik plan yapmış ve uygulamışlar, dolayısıyla kısmi planlı uygulamayla tabanı oluşturmuşlardır.

Örnek durum: İkinci grup

(Ö2 önce sekiz küpü tabana sekize bir şeklinde dizdi. Sonra Ö2 sekiz kareyi tabana ortada bir birim boşluk kalacak kare şeklinde dizdi.)



Resim 8. Problem-1.1 Grup-2

Ö2: Yani... Böyle olunca (kare şeklinde dizdiği tabandan bahsediyor) tabanda sekiz birim karelik bir alan oluyor. Bu tarafta üç, bu tarafta üç birimlik alan oluyor. Üç, üç, sekiz, on dört birim karelik bir alan oluyor. Daha bunları da (kalan küplerden bahsediyor) dizeceğim tabi de. Diğer türlü yaptığımda (bire sekizlik dizilimden bahsediyor) burada sekiz burada sekiz burada bir oluyor, fazla oluyor.

A: Tabana karar verdi ve sekiz kareyi tabana ortada bir birim boşluk kalacak kare şeklinde dizmeye karar vererek öğrencinin tabana sekiz küpün nasıl dizilmesi gerektiği ile ilgili plan yaptığını ve uyguladığını dolayısıyla **kısmi planlı uygulama** yaptığını görmekteyiz.

Birinci grup haricindeki tüm gruplar, ikinci katta küpleri birbirine en yakın düzenli ve bitişik şekilde koyarak en az izdüşüme ulaşacaklarını düşünerek ikinci kata yönelik kısmi planla küpleri yerleştirmişlerdir. Birinci grup haricindeki tüm gruplar üçüncü kata bir küp konulduğunda yapının iz düşümler toplamının en az olacağına karar vererek üçüncü kata yönelik kısmi plan yapmışlardır.

Örnek durum: Altıncı grup

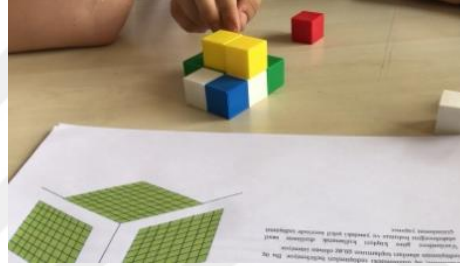
(Karar verip tabanı üçe üç köşede bir boşlukla dizdikten sonra,)

Ö2: İkisini de en az yapmak için eşit tutmalıyız çünkü biri azalınca diğeri artıyor.

Ö2: Üste geçelim bence o zaman.

Ö1: Tamam ortaya bir tane koyacağız kesin (Ortaya sarı küpü koydu).

Ö2: Evet, olmak zorunda sanki (İkinci sarı küpü koydu). (Resim 9)



Resim 9. Problem-1.1 Grup-6

Ö1: İki ya da üç katmanlı yapacağız. Üç katmanlı daha iyi olur bence.

Ö2: Üç katlı demiş.

Ö1: Evet üç katlı.

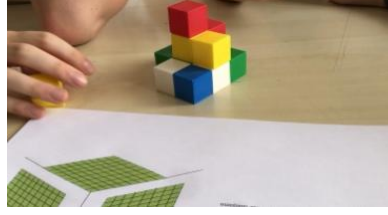
Ö1: Şimdi bunu böyle koysam, diğer türlü.

Ö2: En üstte bir tane olacak çünkü buradan baktığımızda her türlü kesişen kenarlardan. Alta koyup bunu gizlemek daha iyi şuraya koyacağız bir tane. (Üçüncü katın ortasına kırmızıyı koydu.) (Resim 10)



Resim 10. Problem-1.1 Grup-6

(Ö2 diğer kırmızı küpü de ikinci kata koydu.)



Resim 11. Problem-1.1 Grup-6

Ö1: Oraya koyarsak üç tane kaldı.
 Ö2: On beş küp var, tabanda sekiz tane var, kesişen kenarlardan, örnek veriyorum, şuradan baktığın zaman en az küpü göreceğiz.
 Ö1: Yani küpleri gizleyecek şekilde koyalım.
 Ö2: Üst kata bir küp koyalım.
 Ö1: Şuraya koyalım bir tane işte biri gizlenmiş olacak. Bence bunu buraya koymalıyız, iki küpü tamamen gizledik. (Resim 12)



Resim 12. Problem-1.1 Grup-6

Ö2: Düşünelim tamam, tabanda sekiz tane, üç katlı tamam.
 Ö1: Sadece iki yönden bakacağımız için şöyle koysak daha iyi.
 Ö2: Hangi iki yönden? Tamam.
 Ö2: Buradan yedi.
 Ö1: Üstten zaten sekiz.
 Ö2: Buradan altı, toplam yirmi bir.

*A: Görüldüğü üzere öğrenciler üçüncü kata bir küp koymaya karar vererek ve uygulayarak, ikinci kata küpleri birbirini gizleyecek şekilde koymaya karar vererek ve uygulayarak ikinci kata ve üçüncü kata yönelik **kısmi planlı uygulamalarla** çözüme ulaşmışlardır.*

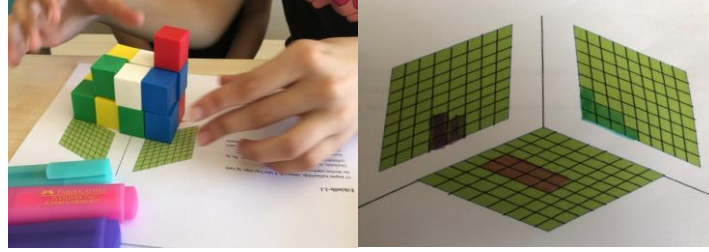
2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Öğrencilerden üç yönden iz düşümler toplamı 21 birim kare olan bir yapı oluşturmaları ve bu yapının üç boyuttan görünümünü problem kâğıdına çizmeleri beklenmiştir.

- **Birinci grup:** 26 birim karelik yapı – Doğru çizimler.
- **İkinci grup:** 21 birim karelik yapı – Bir görünümde hatalı çizim.
- **Üçüncü grup:** 21 birim karelik yapı – Doğru çizimler.
- **Dördüncü grup:** 21 birim karelik yapı – Doğru çizimler.

- **Beşinci grup:** 21 birim karelik yapı – Doğru çizimler.
- **Altıncı grup:** 21 birim karelik yapı – Bir görünümde hatalı çizim.

Örnek yapı ve çizimi:



Resim 13. Problem 1.1 Grup-5

3. Benzer bir problemle karşılaşmış olma durumu

- **Dördüncü grup:**

Ö2: Çözdüm. Küplerin dışı boyanacaktır en az boya harcanması için tarzı sorulara benziyor.

Dördüncü gruptaki diğer öğrenciler ve diğer gruplardaki tüm öğrenciler benzeri problemle karşılaşmadıklarını belirttiler.

4. Problem Hakkındaki Görüşler

- **Beşinci grup:**

Ö3: Mantıklı bir çalışma aslında yani, zaten bu tarz üç boyutlu düşünme bilme şeyleri önemli çünkü bunu yazılı olarak bile sorabiliyorlar. Şu an elimizde olması (*aparatlari kastediyor*) daha farklı bakış açısı kazandırıyor sonuçta.

Ö2: İyiydi.

Ö3: Düşünmek iyi geldi.

Farklı öğrenci grupları seviye olarak problemi kolay, orta seviye, kolay değil ve uğraştırıcı bulduklarını belirttiler. Öğrencilerin problemin karmaşıklık derecesi ile ilgili yorumlarının tutarlı olmadığı görülmektedir. Sıkılmadıklarını, eğlendiklerini, mantıklı bir çalışma olduğunu, iyi bir çalışma olduğunu düşünmemin iyi geldiğini belirttiler. Öğrencilerin problem hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu görülmektedir.

5. Çözüm Süreleri

Problem için harcanan sürenin 8,5 dakika ile 16 dakika arasında değiştiğini görmekteyiz. Süreler öğrencilerin yöntemlerine göre değişiklikler göstermiştir. Tabanın

alacağı şekil için tüm ihtimalleri deneyerek çözüme giden üçüncü grup ve dördüncü grubun çözümleri diğer gruplara göre daha uzun sürmüştür.

Problem 1.2

Tablo 5.
Problem 1.2

P-1.2	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Çözüm Yöntemleri	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Planlı uyg.
Sonuç (8 yapı / 10 örnek yapı)	8 yapı 10 örnek yapı	8 yapı 10 örnek yapı	8 yapı 10 örnek yapı	8 yapı 10 örnek yapı	7 yapı 10 örnek yapı	8 yapı 10 örnek yapı
Benzer problem	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Beğendik Güzel	Kolay Güzel	Kolay Beğendik	Kolay Eğlenceli	Daha eğlenceliydi	Güzel İyi Beğendik
Süre	6 dk.	5 dk.	4 dk.	6.5 dk.	5.5 dk.	7 dk.

Bu problemde (Ek-1) öğrencilerden her küp bir başka küpe en az bir yüzeyinden değmek üzere dört küple kaç farklı şekil oluşturulabileceği sorulmuştur. Renkler önemsizdir. Şekillerin döndürülmüş hali yeni bir şekil sayılmayacaktır. Aynı şartlarda beş küple 10 örnek oluşturmaları istenmiştir. Problemin karmaşıklık derecesi ortadır.

1. Çözüm Yöntemleri

Bu problemde öğrencilerin stratejik denemeler ve planlı uygulamalarla çözüme gittikleri görülmüştür.

- Stratejik denemeler**

Birinci grup, üçüncü grup, dördüncü grup ve beşinci grup dört küple oluşturdukları şekillerin bir kısmını, birinci grup beş küple oluşturdukları şekillerin bir kısmını stratejik denemelerle oluşturmuştur.

Örnek durum: Birinci grup

(Öncelikle öğrenciler problemin permütasyon kullanılarak çözülüp çözülemeyeceği üzerinde düşündüler, renkler önemsiz olduğu için çözülemeyeceğine karar verdiler. Öğrenciler aşağıda verilen ilk dört şekli planlı uygulamalarla oluşturdular.) (Resim 14)



Resim 14. Problem-1.2 Grup-1

(Ö2 aşağıdaki şekli oluşturdu.)

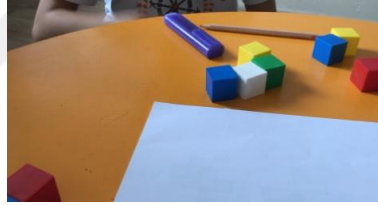


Resim 15. Problem-1.2 Grup-1

Ö3: Döndürülmüş hali.

Ö2: Ben böyle yapmıştım (ikinci şekli gösterdi).

Ö2: Ha tamam o zaman, buraya. (Resim 16)



Resim 16. Problem-1.2 Grup-1

Ö3: O da olmaz, döndürülmüş hali.

Ö2: Bu olur.

Ö1: Hayır. Ha! Onun.

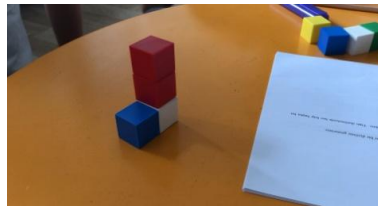
Ö2: Aynı değil.

Ö3: Bak böyle döndürürsün, şöyle döndürürsün.

Ö1: Şöyle olur.

Ö2: O zaman böyle. (Üçüncü şekli yeniden oluşturdu). Benim kafam karıştı siz bulun.

(Ö1 aşağıdaki şekli oluşturdu.)



Resim 17. Problem-1.2 Grup-1

Ö2: Farklı değil.

Ö1: Şunu yaptık mı? Üst üste dizdi dört küpü.

Ö2: Yaptık. O zaman dört mü oluyor?

Ö1: Evet dört.

(Ö3 bir şekil daha gösterdi, bir küp havada kaldı. Sonra masa üstünde gösterdi.)



Resim 18. Problem-1.2 Grup-1

Ö2: E! dört tamam, dört faktöriyel bölü üç faktöriyel dört.

Ö1: O da var beş oldu (Ö3'ün oluşturduğu son şekilden bahsetti).

Ö3: Beş tane, $n+1$ mi?

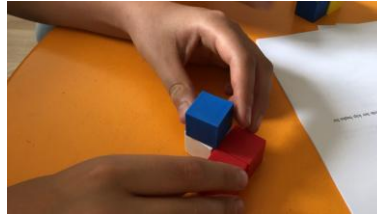
Ö1: Bunu yaptık mı? (Resim 19)



Resim 19. Problem-1.2 Grup-1

Ö2: Hayır. Daha çok var.

Ö1: Şunu yaptık mı? (Resim 20)



Resim 20. Problem-1.2 Grup-1

Ö3: Yapmadık.

Ö2: Onu ben yaptım. Böyle. Hayır, böyle.

Ö2: Bu olur mu? (Resim 21)



Resim 21. Problem-1.2 Grup-1

Ö2: Aynı değil bak aynı mı?

Ö1: Evet aynı.

Ö2: Aynı mı, değil, nasıl döndüreceksin?

Ö3: Döndürülmüş hali evet.

(Ö1 ve Ö2, şekillerden birini döndürdü.)

Ö3: Değilmiş evet.

Ö1: Değilmiş.

Ö2: Aynı değil bak.

Ö3: Başka... Başka yok.

(Ö1, Ö2 ve Ö3 ayrı, ayrı uğraştı.)

Ö3: Sekiz mi?

Ö2: Dokuz bence. Biz böyle çekmiştik ama böyle çekmemiştik. Hayır farklı. (Resim 22)



Resim 22. Problem-1.2 Grup-1

Ö1: Değil.

Ö2: Bunu ispatlayabilirim. (L'yi iki farklı yönden oluşturdu.)



Resim 23. Problem-1.2 Grup-1

(Ö1 öndeki şekli döndürdü diğeriyle aynı yaptı.)



Resim 24. Problem-1.2 Grup-1

Ö2: Çok güzel ispatladım.

A: Öğrenciler küplerdeki yer değişimini sıralı varyasyonlarla yapmalarına rağmen, şekillerin döndürülmüş hallerini daha önceden oluşturup oluşturamadıklarından emin olamadıklarından, oluşturdukları şekillerin daha önceki oluşturdukları

*şekillerle aynı olup olmadıklarını denemelerle kontrol ettiklerinde **stratejik denemelerle** sonuca gitmişlerdir.*

- **Planlı uygulamalar**

İkinci grup ve altıncı grup dört küple oluşturdukları şekilleri, birinci grup haricinde tüm gruplar beş küple oluşturduğu şekilleri, birinci grup beş küple oluşturduğu şekillerin bir kısmını planlı uygulamalarla oluşturmuşlardır.

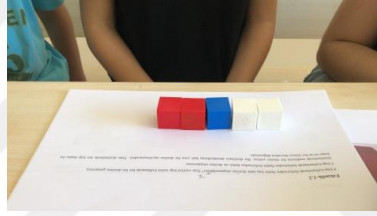
Örnek durum: Beşinci grup

(Öğrenciler şekilleri birlikte ortada beş küp üzerinde oluşturdular.)

Ö3: On tane örnek.

Ö2: Yan yana.

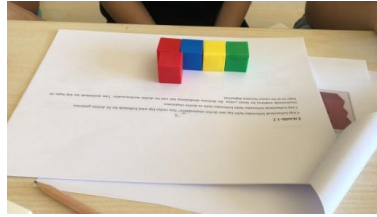
Ö3: Yan yana koyalım evet. (Resim 25)



Resim 25. Problem-1.2 Grup-5

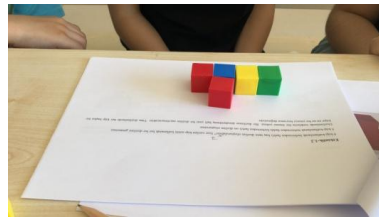
(Araştırmacı beyaz küp yerine başka bir renkte bir küp kullanmalarını rica etti.)

Ö1: Kaydıralım. (Resim 26)



Resim 26. Problem-1.2 Grup-5

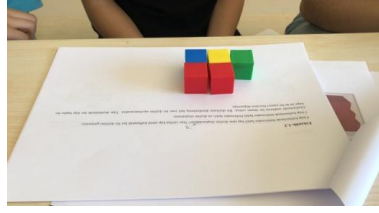
(Ö3 üçüncü şekli oluşturdu.) (Resim 27)



Resim 27. Problem-1.2 Grup-5

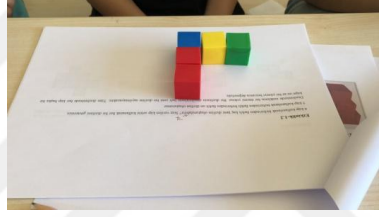
(Ö3 küpü bir kırmızı küpü bir adım daha kaydırıp sarının önüne.)

Ö1: Olmuyor.
 Ö2: Olmuyor evet.
 Ö3: Şey oluyor, anladım evet.
 (Ö1 dördüncü şekli oluşturdu.) (Resim 28)



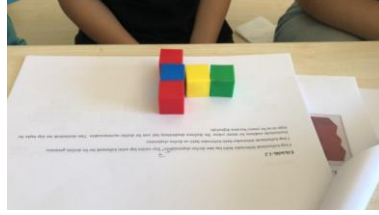
Resim 28. Problem-1.2 Grup-5

Ö2: Şunu şöyle yapsak. (Beşinci şekli oluşturdu.) (Resim 29)



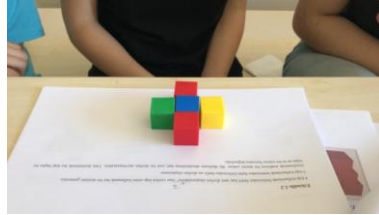
Resim 29. Problem-1.2 Grup-5

(Ö3 altıncı şekli oluşturdu.) (Resim 30)



Resim 30. Problem-1.2 Grup-5

Ö2: Şöyle yapmış mıydık? (Yedinci şekli oluşturdu.) (Resim 31)



Resim 31. Problem-1.2 Grup-5

(Ö1 sekizinci şekli oluşturdu.) (Resim 32)



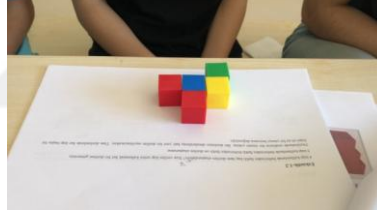
Resim 32. Problem-1.2 Grup-5

Ö3: Şöyle bir şey yaptık mı? (*Dokuzuncu şekli oluşturdu.*) (Resim 33)



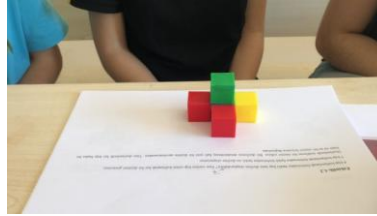
Resim 33. Problem-1.2 Grup-5

(*Ö1 onuncu şekli oluşturdu.*) (Resim 34)



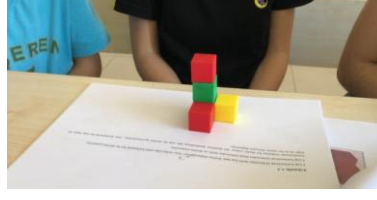
Resim 34. Problem-1.2 Grup-5

Ö2: Şöyle. (Resim 35)



Resim 35. Problem-1.2 Grup-5

Ö3: Daha var ama üstüne hiç koymadık.
(*Ö1 on ikinci şekli oluşturdu.*) (Resim 36)



Resim 36. Problem-1.2 Grup-5

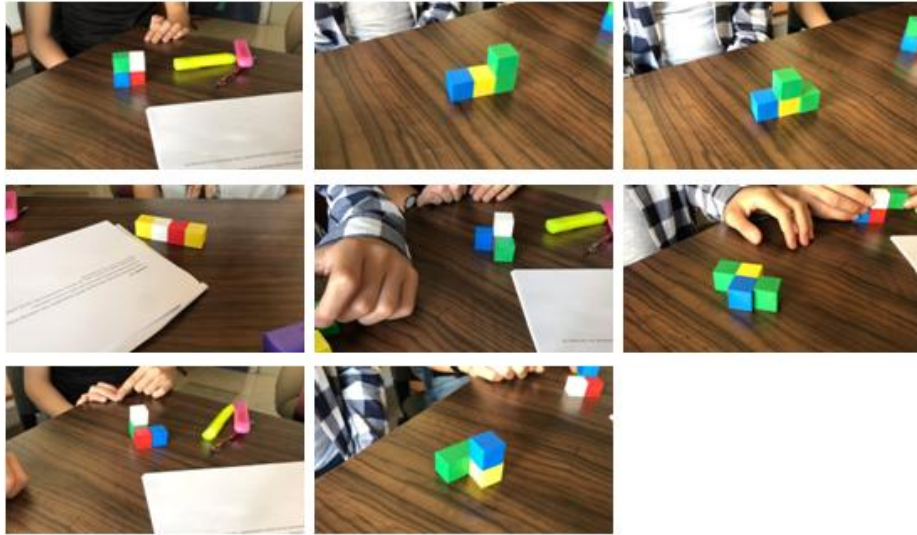
*A: Öğrenciler beş küple oluşturdukları şekillerde her seferinde bir küpün yerini değiştirerek (Yedinci şekilden sekizinci şekle geçerken daha önce oluşturdukları (dördüncü) şeklin aynısı olmaması için iki küpün yerini değiştirmişlerdir) ve daha önceki oluşturdukları şekillerin aynısını (döndürülmüş halini) oluşturmamaya çalışarak planlı bir şekilde diğer şekle ulaşmışlardır. Hamlelerli çözüme yönelik düşünce içeren bir şekilde ve kararlı bir şekilde yaptıklarından **planlı uygulamalar** yapmışlardır. Ö2 ve Ö3'ün birer defa kullandığı "Şöyle bir şey yapmış mıydık?" şekillerin döndürülmüş hallerini daha önceden oluşturup oluşturmadıklarına dair sesli düşünme içermektedir, onay alma amacı gütmemektedir.*

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Dört küple sekiz şekil oluşturulabilmektedir. Beş küple on örnek şekil istenmiştir.

- **Birinci grup:** Dört küple sekiz şekle, beş küple on örneğe ulaşılar.
- **İkinci grup:** Dört küple sekiz şekle, beş küple on örneğe ulaştı.
- **Üçüncü grup:** Dört küple sekiz şekle, beş küple on örneğe ulaşılar.
- **Dördüncü grup:** Dört küple sekiz şekle, beş küple on bir örneğe ulaşılar.
- **Beşinci grup:** Dört küple yedi şekle, beş küple on iki örneğe ulaşılar.
- **Altıncı grup:** Dört küple sekiz şekle, beş küple on örneğe ulaşılar.

Örnek, üçüncü grup dört küple oluşturulan şekiller:



Resim 37. Problem 1.2 Grup-3

3. Benzeri Problemlerle Karşılaşmış Olma Durumu

- **Birinci grup:**

- Ö1: Evet ama döndürülmemiş hali olmadan.
- Ö2: Döndürülmemiş haliyle çözdük.
- Ö3: Ben çözmedim.
- Ö2: Bildiğiniz kâğıt kalemle.
- Ö1: Faktöriyel yazdık geçtik.

Görüldüğü üzere Ö1 ve Ö2 problemi, problem çözüm süreçlerinden de anlaşıldığı üzere permütasyon problemlerine benzetmişlerdir. Ö3 ve diğer gruplardaki öğrenciler benzeri bir problem çözmediklerini belirtmişlerdir.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**

- Ö3: Bence bu en kolaydı.
- Ö2: Bu bir gıdım daha zordu bence.
- Ö3: Bence daha kolaydı.
- Ö2: Öncekine göre daha...
- Ö2: Bence dördün tamamını bulamadık. Dörtlüde var bence.
- Ö1: Bence de dörtlü de olabilir.
- Ö3: Beğendim ben.
- Ö2: Güzel sorular!
- Ö1: Bence de güzeldi.

- **İkinci grup:**

- Ö3: Yani güzeldi, farklı düşünebilmeyi ölçen bir soru olduğunu düşünerekten güzeldi.
- Ö3: Daha kolaydı.
- Ö2: Evet.

- **Üçüncü grup:**

- Ö2: Biraz daha kolaydı.
- Ö3: Beğendik.

- **Dördüncü grup:**

- Ö3: İlk çok düz baktık sonra açılınca daha eğlenceli oldu.
- Ö1: Çok eğlenceliydi.
- Ö2: Diğerlerine göre daha kolaydı.
- Ö2: Eğlendik.
- Ö3: Biraz daha ısınmış gibi olduk sanki.

- **Beşinci grup:**

- Ö3: Bu daha eğlenceliydi.
- Ö2: Daha eğlenceliydi evet.

- **Altıncı grup:**

- Ö2: Güzeldi, beş küple daha rahat oldu.

Ö1: Üç küple mesela hepsini bulurduk mantıkla.
 Ö2: Beş küple şekiller daha hoştu. Dörtte şekiller daha sıradandı bence.
 Ö2: Beğendim.
 Ö3: Güzeldi.
 Ö1: Bence de iyiydi.

Öğrencilerin problem hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu görülmektedir. Çoğunlukla ilk problemden daha kolay olduğu düşünülmüştür.

5. Çözüm Süreleri

Bu problemdeki çözüm süreleri 4 dakika ile 7 dakika arasında değişmektedir. Öğrenciler problemi bir önceki problemden daha kolay bulduklarını belirtmişlerdir. Bu çözüm sürelerine de yansımıştır.

Problem 1.3

Tablo 6.
Problem 1.3

P-1.3	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Çözüm Yöntemleri	Denemeler Planlı uyg.	Planlı uyg.	Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Planlı uyg.
Sonuç	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği
Benzer problem	Hayır	Hayır	Hayır	Evet	Hayır	Hayır
Görüşler	Güzel Orta zorlukta Eğlendim	Güzel Orta zorlukta Eğlendim	Eğlenceli Kolay	Beğendik	Beğendik Güzeldi Zordu	Kolay Güzel Eğlenceli
Süre	7 dk.	4 dk.	4 dk.	7 dk.	4 dk.	3 dk.

Bu problemde (Ek-1) öğrencilerden, problemde üstten görünümü verilen tek katlı şekilleri küplerle oluşturmaları, her bir şekle bir küp ekleyerek şekli kendi içinde (bir doğru parçası modeli yardımıyla) simetrik hale getirmeleriydi. Problemin karmaşıklık seviyesi ortadır.

1. Çözüm Yöntemleri

Bu problemde üç yönteme başvurulduğu görülmüştür. Denemeler, stratejik denemeler ve planlı uygulamalar.

Birinci grup çözümün başında denemelere başvurmuştur ancak denemelerle sonuca ulaşamamış, planlı uygulamalarla simetrilere ulaşmışlardır. Dördüncü grup ve beşinci grup birer şeklin simetrilerine stratejik denemelerle ulaşmışlar diğer şekillerin simetrilerine planlı uygulamalarla ulaşmışlardır. Diğer tüm gruplar tüm şekillerin simetrilerine planlı uygulamalarla ulaşmışlardır.

- **Denemeler**

Birinci grup çözümün başında denemelere başvurmuştur ancak denemelerle sonuca ulaşamamışlardır.

Birinci grup

Ö3: Böyle olmaz, böyle... *(Ekleyeceği küpü şeklin etrafına yerleştirerek denemeye başladı, doğru eklemeyi yaptı ancak simetri doğrusu üzerinden düşünmediği için durumu göremedi.)*

Ö3: Olmaz.

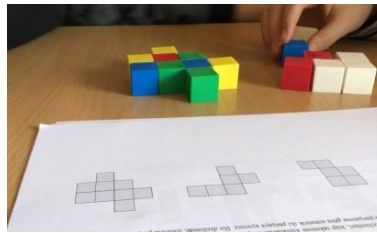
A: Görüldüğü üzere Ö3 bir küpü şekle farklı yerlerden ekleyerek simetriyi oluşturmaya çalışarak **denemeler** yapmıştır.

- **Stratejik denemeler**

Dördüncü grup bir şeklin simetrisine ve beşinci grup iki şeklin simetrilerine stratejik denemelerle ulaşmışlardır.

Örnek durum: Dördüncü grup

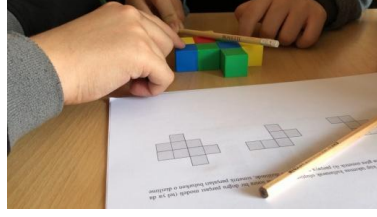
(Dördüncü şekilden çözüme başladılar.) (Resim 38)



Resim 38. Problem-1.3 Grup-4

Ö1: Bunu bir yerden ikiye böleceğiz.

Ö2: Şunu şöyle koysak *(kalemi şeklin üzerine koydu)*. Bunlar eşit... Bir, iki, üç, eşit. Buraya bi tane koyarız olur. (Resim 39)



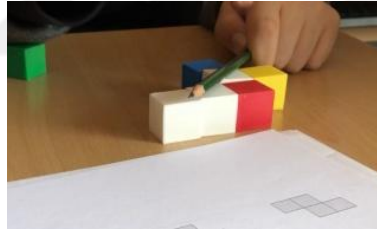
Resim 39. Problem-1.3 Grup-4

Ö1: Hangi yönden... Evet, şuraya geliyor, bir tane küp koymak zorundayız ya. (Kırmızı küpü ekledi.) (Resim 40)



Resim 40. Problem-1.3 Grup-4

(Üçüncü şekle geçtiler. Ö2 kalemi koydu.)
Ö2: Şöyle olsa... İki artı bir... (Resim 41)



Resim 41. Problem-1.3 Grup-4

Ö2: Yok, başka bi yerden olması lazım.

*A: Öğrenciler dördüncü şekilde kalemi bir doğrultuda simetri doğrusu olarak kullanarak ve iki tarafında kalan karşılıklı küpleri sayarak simetriyi bulmaya çalışmışlardır ve oluşturmuşlardır. Üçüncü şekilde de aynı yöntemle çözüme ulaşmaya çalışmışlar ancak ulaşamamışlardır. Öğrenciler kalemin doğrultusunu denemelerle belirlediğinden ancak karşılıklı küpleri sayarak simetriye yönelik çözüm fikri kullandıklarından dolayı **stratejik deneme** yapmışlardır.*

- **Planlı uygulamalar**

Dördüncü ve beşinci grup üçer şeklin simetrilerini, diğer tüm gruplar tüm şekillerin simetrilerini planlı uygulamalarla oluşturmuşlardır.

Örnek: Altıncı grup

Ö2: Bunları ayrı, ayrı mı yapacağız?

Ö1: Evet simetri bulacağız.

Ö2: Ben şeyi anlamadım. Bir dizilimde.... (sorudaki cümleyi okudu)

Ö1: Bir tane ekleyip simetri bulacağız. Şu mesela. (Birinci şekle küp ekleyerek simetrik hale getirdi.) (Resim 42)



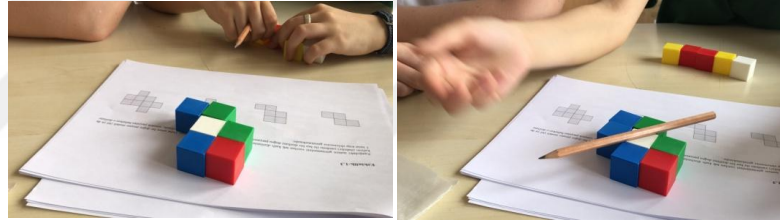
Resim 42. Problem-1.3 Grup-6

Ö2: Ha öyle tamam, tamam.

Ö2: Bu normal hali bir saniye bir küp versene bana. Bundan bir tane mi bulacaktık?

Ö1: Yalnız ikincisini herkes ayrı yapamaz, çünkü yedi tane lazım küp.

Ö1: Ben bunu da buldum. (İkinci şekle küp ekleyerek simetriğini gösterdi.) (Resim 43)



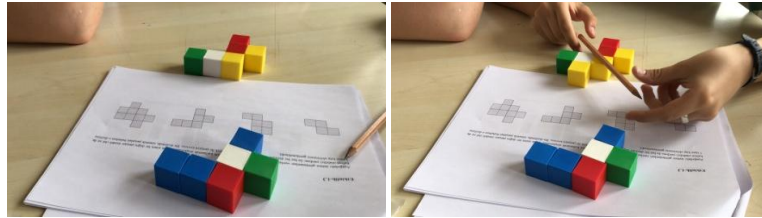
Resim 43. Problem-1.3 Grup-6

Ö2: Şimdi şunu yapalım.

(Ö2 ve Ö3 üçüncü şekli dizdi ayrı, ayrı.)

Ö1: Buldum hocam ama.

Ö2: Bu kolaymış ya. (Ö2 eklemeyi yaptı ve simetriyi gösterdi.) (Resim 44)



Resim 44. Problem-1.3 Grup-6

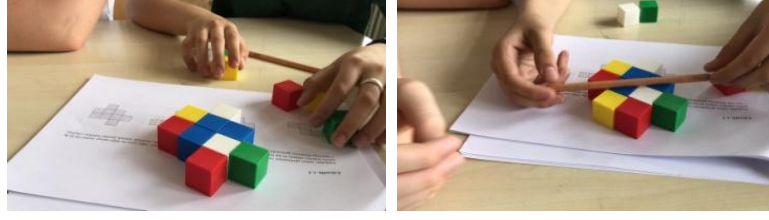
Ö2: Sonuncuyu yapalım.

(Ö1 son şekle başladı, Ö2 ve Ö3 yardım ettiler.)

Ö2: Bu normal hali.

Ö1: Bir şuraya koyarız, bir de şuraya. (Ö1 iki çözümü de gördü.)

Ö2: Aynen dedi ve küpü yerleştirdi. (Resim 45)



Resim 45. Problem-1.3 Grup-6

(Ö1 simetri doğruyunun yönünü gösterdi. Ö1 küpün başka nereye gelebileceğini gösterdi. Ö2 yerleştirdi ve simetri doğruyunu gösterdi.) (Resim 46)



Resim 46. Problem-1.3 Grup-6

A: Ö1 şekillerin simetrilerini gördü ve **planlı uygulamalarla** oluşturdu. Ö2, Ö1 ilk iki şeklin simetriğini bulduktan sonra nasıl çözülebileceğini anladı ve üçüncü şeklin simetriğini planlı uygulamayla buldu.

İkinci, üçüncü ve altıncı gruplarda belirli öğrencilerin yoğunlukla simetriyi gördüğü ve tek hamlede sonuca gittikleri görülmüştür. Diğer gruplarda öğrenciler stratejik denemelerle bir ya da ikişer şeklin simetrilerini oluşturup nasıl çözülebileceğini anladıktan sonra planlı uygulamalarla diğer şekillerin simetrilerine ulaşmışlardır.

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Grupların dört şekil için de simetrileri oluşturduğu, ikinci grup iki şekil için alternatif çözümlere ulaştığı, diğer grupların birer şekil için alternatif çözümlere ulaştığı görülmüştür.

- **Birinci grup:** Dört şekil için de simetrileri buldular. Birinci şekil için alternatif çözüm de buldular.
- **İkinci grup:** Dört şekil için de simetrileri buldular. Birinci ve dördüncü şekil için alternatif çözüm de buldular.
- **Üçüncü grup:** Dört şekil için de simetrileri buldular. Birinci şekil için alternatif çözüm de buldular.
- **Dördüncü grup:** Dört şekil için de simetrileri buldular. Dördüncü şekil için alternatif çözüm de buldular.

- **Beşinci grup:** Dört şekil için de simetrisi buldular. Birinci şekil için alternatif çözüm de buldular.
- **Altıncı grup:** Dört şekil için de simetrisi buldular. Dördüncü şekil için alternatif çözüm de buldular.

3. Benzeri Problemlerle karşılaşmış olma durumu

Dördüncü gruptan Ö2 ve Ö3 gazete gipürlerinde karşılaştıkları bir problemde benzer şekiller olduğunu söylediler ancak benzer problem çözmediklerini belirttiler. Diğer tüm öğrenciler benzeri bir problem çözmediklerini belirttiler.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**

Ö3: Sonradan anladım.

Ö1: Güzel, bence.

Ö2: Zekice

Ö2: Ben söylemesem anlamayacaktın.

Ö3: Orta zorlukta.

Ö2: Soruyu anlamadığım için başta sıkıldım, sonra güzeldi.

Ö1: Eğlendim.

Ö3: Ben de bulunca eğlendim.

- **Altıncı grup:**

Ö1: Eğlenceliydi hocam bir de kolaydı.

Ö2: Biraz basitti bu. Güzel, bir şekle yeni bir şeyler ekleyerek yapmamız, ona göre ortadan ikiye bölmemiz yani. İlk defa grup etkinliğinde sıkılmadım. Normalde sevmiyorum grup etkinliklerini.

Ö3: Güzel.

Öğrencilerin problemin zorluk derecesi ile ilgili görüşleri kolay, orta zorlukta ve zor olarak değişiklik göstermiştir. Ancak öğrenciler, güzel, eğlenceli ve beğendik yorumları yaptığından problem hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu görülmektedir.

5. Çözüm Süreleri

Öğrencilerin problemin çözümü için üç dakika ile yedi dakika arasında süre harcadığı görülmüştür. İkinci gruptan Ö3, üçüncü gruptan Ö2 ve Ö3, altıncı gruptan Ö1 simetrisi direk gördükleri için çözümleri kısa sürmüştür.

Problem 1.4

Tablo 7.
Problem 1.4

P-1.4.	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Yöntem	Stratejik den. Planlı uyg.	Stratejik den. Planlı uyg.	Stratejik den. Planlı uyg.	Denemeler Planlı uyg.	Stratejik den.	Kısmi planlı uyg. Planlı uyg.
Sonuç	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı
Alternatif çözüm	Buldular	Ö1: Olabilir	Yok	Yok	Yok	Olabilir
Benzer problem	Ö1: Evet	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Eğlenceli Sıkıcı	Zor Güzel Beğendik	Sıradan Kolay	Zorlandık Eğlenceliydi	Sıkılmadık İyiydi	Zor Güzel
Süre	5.5 dk.	8.5 dk.	4 dk.	12 dk.	1.5 dk.	8 dk.

Bu problemde öğrencilerden beş yönden görünümü verilen yapıyı ellerindeki on beş küple oluşturmaları istenmiştir. Problemde beklenen çözüm verilen beş görünümünden kesişen görünümlerdeki ortak küplerden yola çıkarak yerleştirmeleri yapmalarıydı. En belirgin olan sol görünüm ve arka görünümde ortak olan dört katlı sütundu. Diğer kesişen ikili görünümelerde ortak olmayan küpler mevcut olduğundan diğer görünümde de hesaba katılarak ilerlenmesi gerekiyordu. Problemin karmaşıklık seviyesi ortadır.

1. Çözüm Yöntemleri

- **Denemeler**

Yalnızca, dördüncü grup deneme yöntemi kullanmıştır. Deneme yöntemine çözüme başladıklarında başvurmuşlardır.

Dördüncü grup

Ö1: Arkayı direk yapayım ben size. *(Küpleri dizmeye başladı)*

Ö2: Arkayı ben yapıyorum. Yarısını yaptım.

Ö1: Ben de diğer yarısını yapmıştım.

Ö2: Şu iki beyazı ver.

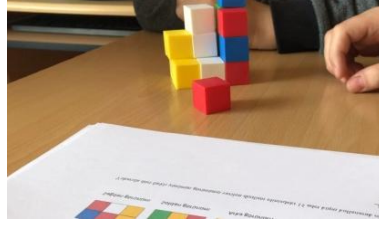
Ö1: Ben de önü yapayım.

Ö2: Bir tane sarı lazım bana.

Ö1: Bana da üç tane beyaz lazım.

Ö2: O zaman seninkiyle benimki birleşecek.

Ö1: O zaman şunu şöyle bunu da böyle (arka ve önü birleştirmeye başladı). Bu olmadı. (Resim 47)



Resim 47. Problem-1.4 Grup-4

Ö2: Hayır oldu oldu. Şu şuraya... Yok, burada bi sorun var.

Ö3: On beş küpün on beşini de kullanmamız lazım.

*A: Dördüncü grup plan yapmadan rastgele arka görünüm ve ön görünüm gibi kesişmeyen iki görünümünden dizilime başladığından **deneme** yöntemiyle çözüme başlamışlardır kafaları karışmıştır, baştan başlamaya karar vermişlerdir.*

• Stratejik denemeler

Bu bölümde öğrenciler kesişen herhangi iki görünüme göre dizilimlerle yapıyı oluşturmaya başlayarak sonrasında diğer görünümlere göre revizeler yaparak çözüme gitmeye çalışmışlardır.

Örnek durum: Birinci grup

Ö1: Şu an nerden bakıyorsun.

Ö3: Önden

(Ö1 şekli döndürdü.)

Ö2: Bak bu sağdan görünüşü, burası soldan görünüşü.

Ö1: Tamam sağdan yap şöyle.

Ö2: Arkadan görünüşü (Küp koymaya başladı).

Ö3: Yanlış yaptın. Yok. Tamam. Doğru.

Ö1: Evet doğru, hayır değil, yeşil gelecek buraya.

Ö2: Hayır doğru gidiyorum şu anda. Üstten görünümü... Aa! üstten görünümü olmuyor.

Ö2: Oluyor.

Ö1: Arkadan görünüm şuraya yeşil gelecek işte.

Ö2: Arkadan görünüm işte bak buradan böyle bakıyorum.

Ö1: Şurada üç tane yeşil var.

(Ö2 sütunların yerini değiştirdi.)

Ö2: Aa! bak yaptım şu an.

Ö1: Şimdi oldu.

Ö2: Yalnız şeyi mi yanlış yaptım? Dur.

Ö3: Doğru, bekle bi, önü yanlış yaptın, burası arka olmuyor o zaman.

Ö1: Beyaz versene.

Ö3: Ön görünümü yanlış yaptın.

Ö2: Ön görünüm.

Ö3: Bekle baştan yapalım bi...

*A: Öğrenciler kesişen iki görünüm olan, sağ ve arka görünümünden yapıyı dizmeye başladılar. Diğer görünümlere göre revizeler yapmaya çalıştılar ancak kafaları karıştı. Bu çözümde öğrenciler kesişen her hangi iki görünümünden yapıyı oluşturmaya başladıklarından **stratejik denemelerle** çözümü oluşturmaya çalışmışlardır.*

- **Kısmi planlı uygulamalar**

Altıncı gruptan Ö3 önce yapının şeklinin nasıl çıkacağını düşünmüş ve aşağıdaki çözümü yapmıştır.

Altıncı grup

(Ö3 düşünerek hızlıca bir dizilim oluşturdu.)

Ö3: Şöyle, bu. Şekil bu.

Ö2: Böyle bir parça yok.

Ö3: Rengine göre yapmadım ama şekil böyle çıkacak.

Ö2: Bozmamız gerekecek.

*A: Ö3 renkleri hesaba katmadan önce nasıl bir yapı oluşacağını düşünerek, kararlı hamlelerle dizilimi oluşturmuştur. Yapının nasıl olacağına yönelik bu uygulamayı yapması, problemin bir kısmına yönelik çözüm olduğundan, **kısmi planlı uygulama** yapmıştır.*

- **Planlı uygulamalar**

Bu yöntemde öğrenciler, sol arka sütunun tamamen aynı olduğunu fark edip, sol arka sütunu dizerek yapıyı oluşturmaya başlamışlardır. Tüm gruplar aynı yöntemle, sol arka sütundan dizilime başlayarak çözüme ulaşmışlardır.

Örnek durum: Birinci grup

(Ö3 arka ve soldaki ortak sütunu gördü.)

Ö3: Dur bekle bi ben bulmuştum. Solu yapalım bi solu. Soldan böyle. Başka ne var?

(Ö2 ve Ö3 arka ve solu dizmeye başladılar.)

Ö2: Sonra böyle olacak

Ö1: Ön böyleyse sağdan böyle görünemezki.

(Ö2 ve Ö3 problemdeki görünümlere bakarak kalan küpleri de ekledi.)

Ö2: Bitti hocam. (Resim 48)



Resim 48. Problem-1.4 Grup-1

Ö3: Evet çıktı.

(Ö2 ön görünümü soruda gösterdi.)

Ö1: Evet sol neresi oluyor?

Ö2: Sağ burası, sağdan bakınca da aynı şekil çıkıyor.

Ö3: Haaa.

Ö2: Arkadan görünüm de aynı şekilde çıkıyor.

Ö3: Evet.

Ö2: Arkası burası oluyor, arkadan görünüm de aynı çıktı.

Ö3: Çıktı.

Ö2: Sağ burası, sol burası, ön burası.

Ö1: Haa ben çünkü küp çıkacak diye bekliyorum.

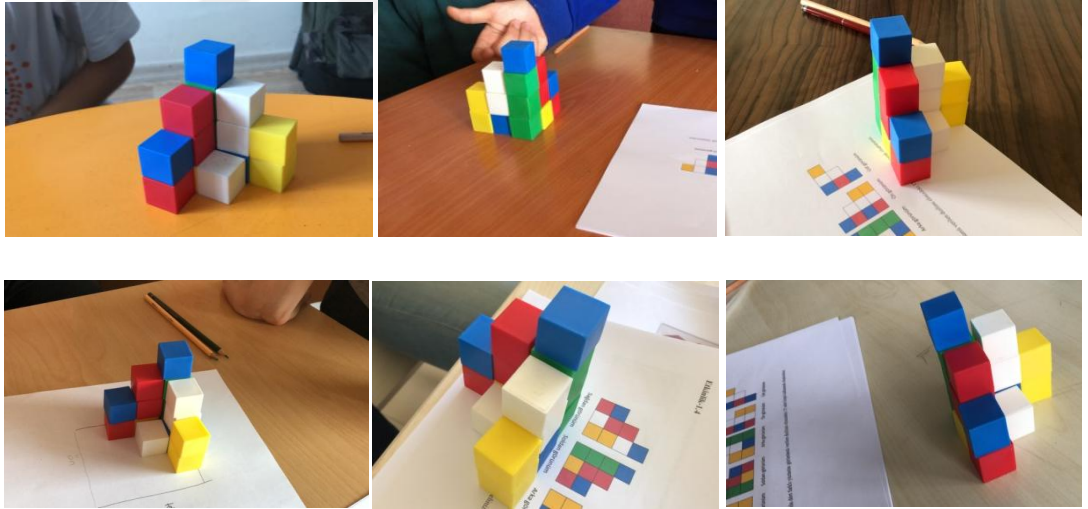
A: Sol arka sütundaki tamamı ortak dört küple dizilime başlamışlardır. Problemdeki diğer görünümlere de bakarak küpleri kararlı bir şekilde yerleştirerek planlı uygulamalarla sonuca ulaşmışlardır.

Bu problemde tüm gruplar oluşturdukları yapıyı problem kâğıdındaki görünümlere göre kontrol etmişlerdir.

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Tüm gruplar istenilen yapıya ulaştılar. Yapılar grupların sırasına göre verilmiştir.

(Resim 49)



Resim 49. Problem 1.4 Çözümler

3. Benzeri Problemlerle Karşılaşmış Olma Durumu

- Birinci Grup:**

Ö2: Hayır.

Ö3: Hayır.

Ö1: Ben çözmüştüm. Bizim son konu böyle bişeydi de biz işlemedik onu.

Ö2: Biz de işlemedik, işledik işlemedik gibi olduk, sekizlere geçtik sonra.

Ö3: Biz de işlemedik.

Ö1: Aynen, biz de sekizlere geçtik.

Ö3: Biz zaten müfredat işlemiyoruz.

Birinci gruptan Ö1 çözdüğünü son konularının bu probleme benzerdiğini söyledi. Diğer öğrencilerin tümü benzer bir problem çözmediklerini belirttiler.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**

Ö3: Kolaydı bence, eğlenceliydi

Ö2: Kolaydı, eğlenceliydi çünkü aktiviteydi.

Ö1: Sıkıcıydı bence.

Ö1: Yeterli küp yok bence.

Ö2: Var.

Ö1: Soru için yeterliydi de.

- **İkinci grup:**

Ö2: En zoru buydu.

Ö1: Ben beğendim.

Ö3: Beğendim.

Ö2: Güzelmiş.

- **Üçüncü grup:**

Ö1: Güzeldi.

Ö3: Sıradandı kolaydı.

- **Dördüncü grup:**

Ö3: Grup çalışmaları pek hoşuma gitmiyor, ben bireysel çalışmayı tercih ediyorum.

Ö2: Soruyu ilk oduğumda ben daha düzgün bir şekil çıkacağını tahmin ederek çözmeye başladım. Direkt onu çağırırdı. O yüzden zorlandık.

Ö3: Eğlenceliydi.

- **Beşinci grup:**

Ö2: Hızlı geçti.

Ö3: Evet

Ö2: Sıkılmadık

Ö1: Evet

Ö2: İyiydi.

- **Altıncı grup:**

Ö1: Zordu biraz.

Ö2: Evet zordu ama güzeldi.

Ö3: Çok güzeldi.

Problemin zorluk seviyesi ile ilgili görüşlerin tutarlı olmadığını görmekteyiz. Problemin çözümünde zorlanan gruplar dâhil öğrenci görüşlerinin olumlu olduğu görülmektedir.

5. Çözüm Süreleri

Dördüncü grup kuracakları yapı için boş bir kâğıda yönleri (sağ, sol, ön, arka şeklinde) yazmışlar üstüne yapıyı inşa etmeye karar vermişlerdir ancak sağ ve sola göre önle arkayı karşılıklı yanlış yerlere yazmışlardır. Bu yüzden diğer gruplarla benzer çözümler yapsalar da uzun süre çözüme ulaşamamışlardır. En son yönleri yanlış tayin ettiklerini fark ettikten sonra çözümü oluşturmuşlardır. En hızlı çözüme giden grup beşinci grup, sol ve arka görünümünden dizilime başlayarak çözümü bir buçuk dakikada yapmışlardır. Diğer gruplarının çözüm sürelerinin birbirilerine yakın olduğunu görmekteyiz.

Problem 2.1

Tablo 8.
Problem 2.1

P-2.1	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Çözüm yöntemi	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Denemeler Stratejik denemeler Planlı uygulama	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Denemeler Stratejik denemeler Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Stratejik denemeler Planlı uyg.
Sonuç (beş farklı dörtgen)	Dört farklı dörtgen	Üç farklı dörtgen	Dört farklı dörtgen	Beş farklı dörtgen	Dört farklı dörtgen	Beş farklı dörtgen
Benzer problem	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Zor Sıkıcı Eğlenceli	Güzel	Uğraştırıcı Güzel	Beğendik	Zor Eğlenceli	Değişik Zor Güzel Düşündürücü
Süre	12 dk.	16 dk.	11.5 dk.	16 dk.	10 dk.	9 dk.

Bu problemde (Ek-1) öğrencilerden verilen özel dörtgen setindeki dört özel dörtgeni birleştirerek büyük dörtgenler elde etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bir özel dörtgende iki dik açı olduğunu, bir özel dörtgenin iki kenar uzunluğunun aynı olduğunu keşfederek bu özellikleri kullanarak büyük dörtgenlere ulaşması beklenmiştir. Problemin karmaşıklık seviyesi yüksektir.

1. Çözüm Yöntemleri

Çözüm sürecinde ikinci ve dördüncü grubunun denemelere başvurduğu, tüm gruplardaki öğrencilerin, stratejik denemelerle ve planlı uygulamalarla çözüme ulaştığı görülmüştür.

- **Denemeler**

İkinci grup ve dördüncü grup çözümün başında dört tane özel dörtgeni deneme yanılma yöntemiyle birleştirip problemde istenilenden farklı çokgenlere ulaşmışlardır.

Örnek durum: Dördüncü grup

Ö1: Ne kadar yamrı yumru bir şey.
 Ö3: Bunlardan düzgün dörtgen çıkaracağız değil mi?
 Ö2: Versene bir (*Dörtgenleri aldı Ö3'ten*).
 (*Soruyu okudular.*)
 Ö3: Tüm büyük dörtgenleri bulunuz. Üst üste konamaz.
 Ö2: İki tanesiyle kaç-gen oluşuyor?
 (*Ö1 ve Ö2 yan yana dizdiler dört taneyi.*)
 Ö3: Dörtgen değil.
 (*Ö1 şekli değiştirdi.*)
 Ö2: Çokgen mi diyor dörtgen mi diyor?
 Ö3: Dörtgen.
 (*Bir şekil oluşturdular.*)
 Ö1, Ö2: Bayağı-gen.
 Ö2: Böyle kaç-gen? (*Beşgen oluşturdular.*)
 Ö1: Dördünü de kullanmamız gerekiyor mu?
 (*Ö3 ve Ö2 denemeye devam etti.*)
 Ö3: Şöyle bir şey yapsak...
 (*Ö1 de eklemeyi yaptı.*)
 Ö1: Tam tersini koy.
 Ö3: Sekizgen oldu.
 (*Ö2 sekizgenin iki parçasını çıkardı.*)
 Ö2: Böyle kaç gen? Beşgen.
 (*Ö3 denemeye devam etti, yeni bir şekil oluşturdular.*)
 Ö1: Sekizgen oldu.

*A: Görüldüğü üzere dördüncü grup çözümün başında dörtgenleri çözüme yönelik bir fikir ve düşünce içermeyen deneme yanılma yoluyla birleştirerek **denemelerle** çözüme gitmeye çalışmışlardır.*

- **Stratejik denemeler**

Birinci grup paralelkenara, ikinci grup kareye, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı gruplar yamuğa stratejik denemelerle ulaşılar.

Örnek durum: Üçüncü grup

(Soruyu okudular.)

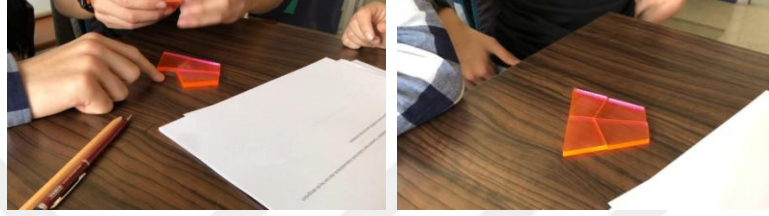
Ö1 ve Ö2 hemen ikiye şekli alıp uğraşmaya başladı.

Ö1: Dörtgen.

Ö2: Dörtgen.

Ö2: Şuralarını düz yapmak için. (İki parçayı denemeler yaparak dik yamuk şeklinde birleştirdi.)

(Ö1, üçüncü ve dördüncü şekli ekleyip yamuk oluşturdu.) (Resim 50)



Resim 50. Problem-2.1 Grup-3

A: Öğrenciler öncelikle iki parçayla tüm kenarları doğrusal yapmak hedefiyle birleştirmeler yaptıkları için yamuğa **stratejik denemeler** sonucunda ulaşmışlardır.

Birinci, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı grup içi boş kareye stratejik denemelerle ulaşmışlardır.

Örnek durum: Birinci grup

(Öğrenciler dört özel dörtgenle, kare, yamuk ve paralelkenar oluşturduktan sonra araştırmacı içi boş şekillerde olabileceğini söyledi.)

Ö2: Bu ikisi olacak kesin. (Yaptığı denemeler sonucunda iki parçayı bir kenarı doğrusal iki köşesi dik olacak bir şekilde birleştirdi.) (Resim 51)



Resim 51. Problem-2.1 Grup-5

Ö3: Bunu koyarız, aynısını şöyle.

Ö2: Abi tamam, diğer türlü diğer türlü. (Ö2 ekleme yaptı.)

Ö1: Düz olması gerekiyor.

Ö2: Dur bunun aynısını yapalım bi (Bir kenarı doğrusal iki köşesi dik şekilde birleştirdiği ikilinin aynısını yapmaya başladı).

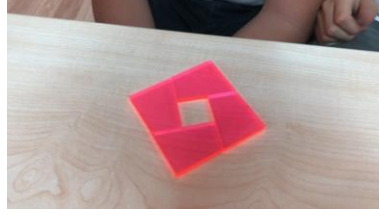
Ö3: Aynen aynısını yapalım.

(Ö2 aynısını yaptı çevirdi ekledi olmadı.)

Ö3: Tam ters.

Ö2: Bir daha döndürdü ekledi içi boş kare oluştu. (Resim 52)

Ö1: Hah.



Resim 52. Problem-2.1 Grup-5

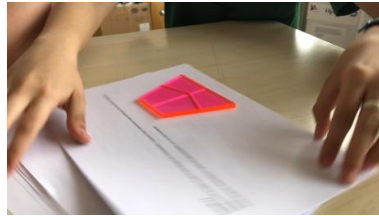
Ö2: Çok güzel duruyor bir de.

A: Ö2 yaptığı denemeler sonucunda ilk iki parçayı bir kenarı doğrusal iki köşesi dik olacak bir şekilde birleştirdi. Ortasında boşluk olan şekli oluşturmak istediği için yamukta paralelkenarda ve karede olduğu gibi ilk iki parçayı dik yamuk şeklinde birleştirmede. Aradığı şeklin çözümüne yönelik fikirler içeren denemeler yaptığı için Ö2, **stratejik denemeler** yapmıştır.

- **Planlı uygulamalar**

Birinci grup paralelkenardan kareyi ve paralelkenardan yamuğu, ikinci grup kareden yamuğu, yamuktan paralelkenarı, üçüncü grup yamuktan kareyi, kareden paralelkenarı, dördüncü grup yamuktan kareyi, kareden paralelkenarı, beşinci grup yamuktan kareyi, yamuktan paralelkenarı ve altıncı grup yamuktan paralelkenarı, paralelkenardan kareyi planlı uygulamalarla oluşturmuşlardır. Ayrıca dördüncü grup ve altıncı grup içi boş dikdörtgeni planlı uygulamalarla oluşturmuşlardır.

Örnek durum: Altıncı grup



Resim 53. Problem-2.1 Grup-6

Ö2: Yamuk.

Ö1: Tamam. Bence... Hepsi çıkıyor şimdi.

Ö1: Hocam (Şekli ikiye ayırıp diğer yönden birleştirip paralelkenar oluşturdu.).
(Resim 54)



Resim 54. Problem-2.1 Grup-6

Ö3: Paralelkenar.

*A: Görüldüğü üzere Ö1 yamuktan yeni bir dörtgen oluşturacağına karar vererek yamuğu ikiye bölüp yarımaları farklı kenardan birleştirerek paralelkenara ulaşmıştır. Öğrenci düşünüp karar verip aparatları kullanıp sonuca ulaştığından **planlı uygulama** yapmıştır.*

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Öğrencilerin yamuk, kare, paralelkenar, içi boşluklu dikdörtgen ve içi boşluklu kare oluşturmaları beklenmiştir. Grupların oluşturduğu şekiller oluşturma sıralarına göre verilmiştir.

- **Birinci grup:** Paralelkenar, kare, yamuk ve içi boş kare oluşturdular.
- **İkinci grup:** Kare, yamuk, paralelkenar oluşturdular.
- **Üçüncü grup:** Yamuk, kare, paralelkenar ve içi boş kare oluşturdular.
- **Dördüncü grup:** İçi boş dikdörtgen, yamuk, kare, paralelkenar, içi boş kare oluşturdular.
- **Beşinci grup:** Yamuk, kare, paralelkenar, içi boş kare
- **Altıncı grup:** Yamuk, kare, paralelkenar, içi boş dikdörtgen, içi boş kare

3. Benzeri Problemlerle Karşılaşmış Olma Durumu

- **Birinci grup:**

Ö3: Tangram vardı.

Ö1: Ben de tangram çözmüştüm

Ö2: Bir kere yapmıştım, şekiller aynı değildi ama.

- **Dördüncü grup:**

Ö1: Hayır,

Ö3: Hayır.

Ö2: Şeye benzetmişim ben, tangrama benziyor. Tangram ama üç boyutlu bir şey.

Birinci gruptan Ö1 ve Ö3 ve dördüncü gruptan Ö2 problemi tangrama benzetmişlerdir. Ancak birinci gruptan Ö2 benzer problem çözdüğünü belirtmiştir. Diğer öğrenciler benzer problem çözmediklerini söylemişlerdir.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**

Ö3: Bu zordu biraz.
 Ö1: Zordu.
 Ö1: Sıkıldım.
 Ö3: Eğlenceliydi de zorlandım.
 Ö2: Çözümü bulana kadar sıkıcıydı sonra eğlenceli geliyor.

- **İkinci grup:**

Ö2: Bence bi şekil daha çıkıyodur.
 Ö1: Güzeldi.
 Ö3: Güzeldi.

- **Üçüncü grup:**

Ö2: Uğraştırıcı ve güzeldi.
 Ö3: Bencede.
 Ö1: Evet.

- **Dördüncü grup:**

Ö3: Güzeldi.
 Ö2: Evet.

- **Beşinci grup:**

Ö3: Bu daha zordu.
 Ö2: Zordu.
 Ö1: Eğlenceliydi.
 Ö3: Sıkıcı değildi.

- **Altıncı grup:**

Ö1: Değişikti
 Ö2: Güzeldi, zordu yine ama baya bi düşündürücü
 Ö2: Adrenalin.
 Ö3: Zordu bence.

Öğrenciler genel olarak problemi zor, uğraştırıcı, farklı, düşündürücü, güzel ve eğlenceli bulmuşlardır. Öğrencilerin problem hakkında olumlu görüşlere sahip oldukları görülmektedir.

5. Çözüm Süreleri

Öğrenciler dörtgenlere ulaşabilmek için dokuz dakika ile on altı dakika arasında süre harcamışlardır. Tüm grupların çözüm için uzun süre uğraştığı görülmektedir.

Problem 2.2

Tablo 9.
Problem 2.2

P-2.2	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Yöntem	Stratejik denemeler Planlı uyg.	Planlı uyg.	Stratejik denem. Planlı uyg.	Denem. Stratejik denem. Planlı uyg.	Stratejik den. Planlı uyg.	Planlı uyg.
Sonuç (ölçüm, çevre alan hesaplama ve karşılaş.)	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaş.	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaş.	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaş.	Bir kısım hatalı ölçüm. Doğru karşılaş.	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaş.	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaş.
Benzer problem	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Sıkıcı Güzel	Zor değil	Eğlenceli	Süper Güzel	Eğlenceli	Zor Uzun Güzel
Süre	7 dk.	5 dk.	10 dk.	20 dk.	8 dk.	16 dk.

Bu problemde (Ek-1) öğrencilerden bir önceki problemde oluşturdukları dörtgenlerin, çevre ve alanlarını hesaplayıp karşılaştırmaları istenmiştir. Dörtgenlerde kenar ölçümleri yapmaları için problem kâğıdında verilen cetveli kullanmaları istenmiştir. Problemin karmaşıklık seviyesi ortadır.

1. Çözüm Yöntemleri

- Denemeler

Bu problemde dördüncü grup içi boş dikdörtgeni nasıl oluşturduklarını hatırlayamayarak denemelere başvurmuştur.

Dördüncü grup

(Ö1 içi boş dikdörtgeni oluşturmak için uğraşmaya başladı.)

Ö1: Bu değildi ya, nasıl yapmıştık biz onu.
 Ö1: Ha zıtlardan yaptık.
 Ö2: *(İki dörtgeni birleştirdi.)* Bu bir de bunun tersi.
 Ö1: Şöyle mi geliyordu?
 Ö2: Şöyle miydi?
 Ö1: Bir dakika şuydu.
 Ö2: Çizseydik keşke.
 Ö1: Keşke.
 Ö2: Bu bir de bunun tersiydi, bunun yüzeyinin tam olması gerek, bi bekle.
 Ö2: Kendi yaptığımızı hatırlayamıyoruz.
(Oluşturamadılar. Yamuğu, paralelkenarı, kareyi oluşturup hesaplamaları yaptıktan sonra içi boş dikdörtgene geri döndüler.)
 Ö1: Ben yine kareyi buldum. Bir dakika hatırlamaya çalışıyorum.
 Ö3: Herkes bi sakın olabilir mi, Şu şöyle... Bu böyle... *(İç i boş kareyi oluşturdu.)*
(Ö2 parçaları çevirdi ve iç i boş dikdörtgeni buldu.)

- **Stratejik denemeler**

Birinci, üçüncü ve beşinci grup iç i boş kareyi oluşturmaya çalışırken, birinci ve dördüncü grup paralelkenarı oluşturmaya çalışırken stratejik denemelere başvurmuşlardır.

Örnek durum: Üçüncü grup

Ö3: İç i boş karede değişiklik olacak sadece *(alanı kastetti).*
(Araştırmacı dışarıda oluşan şeklin alanını istendiğini söyledi.)
 Ö2: Nasıldı? Şöyle miydi? Şöyleydi galiba.
(Ö2 iki parçayı bir kenarı doğrusal iki köşesi dik bir biçimde birleştirmek için denemeler yaptı.)
 Ö2: Bu şekli oluştur *(Ö1'den, aynısından oluşturmamasını istedi).*
(Ö1, tamamlamaya çalıştı.)
 Ö2: Böyle... Şöyle. Hayır, hayır. Şöyle. *(Şekli oluşturdular.)*

A: Ö2 iki parçayı bir kenarları doğrusal birleşecek, iki köşesi dik aç i olacak şekilde birleştirmeye çalışarak, hedefe yönelik denemeler yaptığından **stratejik deneme** yapmıştır.

- **Planlı uygulamalar**

Bu problemde planlı uygulamalar iki şekilde karşımıza çıkmaktadır. Birincisi öğrenciler bir önceki problemde buldukları dörtgenleri hatırlayarak kararlı bir şekilde oluşturduklarında, ikinci olarak, öğrenciler şekilleri oluşturduktan sonra problemdeki cetvelle ölçüm yapıp hesaplamalar yaparken planlı uygulamalar yapmışlardır.

Birinci grup kareyi ve yamuğu, ikinci grup kare, paralelkenar ve yamuğu, üçüncü grup kare, paralelkenar ve yamuğu, dördüncü grup kareyi ve yamuğu, beşinci grup kare, paralelkenar ve yamuğu, altıncı grup tüm şekilleri planlı uygulamalarla oluşturmuşlardır.

Örnek durum: İkinci grup

(Ö2 kareyi oluşturdu. Ö2 karenin bir yarısını cetvelin üstüne aldı.)

Ö2: Beş, iki buçuk, yedi buçuk çevresi 30.

(Ö2 soru kâğıdına çevreyi yazdı. Alanı da hesaplayıp yazdı.

Ö2 kareyi ikiye ayırıp bir yarıyı şeklin etrafında döndürerek paralelkenar oluşturdu. Paralelkenarın uzun kenarını 8 cm olarak ölçtü.)

Ö2: 8, diğer kenarları zaten yedi buçuk, yedi buçuktu, 31 oldu.

(Ö2 soru kâğıdı üzerine yazdı.)

Ö2: Paralelkenar çevre 30 cm, alanı yine aynı olacak aynı parçalar olduğu için.

Ö2: yamuk vardı.

(Ö2 yamuğu paralelkenarı ayırıp farklı taraftan birleştirerek oluşturdu.)

Ö2: Üst kenarı 5 cm (parçaları birlikte ölçtü) alt kenarı 10 cm oldu (parçaları tek, tek ölçtü) yan tarafları da 8 cm oldu (tek tek ölçtü) 31 oldu yine (kâğıdın üzerine yazdı). Alan yine aynı.

Ö2: En küçük ve en büyük çevreye sahip olan diyor, en küçük çevre kareye, diğer ikisi en büyük, alan hepsi aynı.

*Problemi baştan sona Ö2 çözdü. Şekilleri tek defada deneme yanılma yapmadan oluşturdu, kenarlarını ölçtü hesaplamaları yaptı ve çözümleri yazdı. Problemin baştan sona **planlı uygulamalarla** çözüldüğünü görmekteyiz.*

Bu problemde birinci, üçüncü ve beşinci gruptaki öğrenciler bir özel dörtgenin tüm kenarlarını problem kâğıdındaki cetvelle hesapladılar. Daha sonra özel dörtgenlerden bir tanesini alıp kâğıt üzerine çizip unutmamak için kenar uzunluklarını etrafına yazdılar. Oluşturdukları şekiller üzerinde çevreleri zihinlerinden hesapladılar. İkinci gruptaki öğrenciler önce oluşturdukları dörtgenleri bütün olarak cetvelin üzerine taşıyarak ölçümlemlerini yaptılar ancak ölçüm yaptıkça bir özel dörtgenin kenarlarını öğrendiler ve şekilleri oluşturduktan sonra çevrelerini kolaylıkla hesapladılar. Dördüncü ve altıncı gruptaki öğrenciler oluşturdukları dörtgenlerin tamamını cetvel üzerine taşıyarak, şekilleri kaydırarak çevre ve alan hesabı yapmaya çalıştılar, o yüzden çözümleri çok uzun sürdü. Grupların Problem 2.1'deki oluşturdukları şekiller birbirinden farklı olduğundan en az ve en fazla çevre alan sorularının cevapları farklılık gösterdi.

Öğrencilerin hesaplamalar konusunda baştan sona planlı ve bir şekilde çözüme gittikleri görüldü.

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Karenin çevresi 30 cm, paralelkenar ve yamuğun çevresi 31 cm, alanları 56,25 santimetrekaredir. İçi boş dikdörtgenin çevresi 31 cm, alanı 58,5 santimetre karedir. İçi boş karenin çevresi 32 cm alanı 64 santimetrekaredir.

- **Birinci grup:** İçi boş karenin çevresini yanlış hesapladılar. Diğer şekillerin çevresini doğru hesapladılar. Şekillerin alanlarını hesaplama yapmadan doğru şekilde karşılaştırdılar (Ek-7).
- **İkinci grup:** Karenin alanını hesapladıktan sonra yamuk ve paralelkenarınki aynı olacağından direkt karenin alanını yazdılar, çevreleri doğru hesapladılar, karşılaştırmaları doğru yaptılar (Ek-7).
- **Üçüncü grup:** Oluşturdukları şekillere göre doğru hesaplamalar yaptılar ve soruları doğru cevapladılar. Yamuğun alanını hesapladıktan sonrak kare ve paralelkenarınki aynı olacağından direkt yamuğun alanını yazdılar. Doğru karşılaştırmalar yaptılar (Ek-7).
- **Dördüncü grup:** Karenin ve içi boş karenin kenarlarını yanlış hesapladıklarından çevre ve alanlarını yanlış hesapladılar. Ancak maksimum minimum çevre alan sorularını doğru cevapladılar (Ek-7).
- **Beşinci grup:** Oluşturdukları şekillere göre doğru hesaplamalar yaptılar ve soruları doğru cevapladılar. Karenin alanını hesapladıktan sonra yamuk ve paralelkenarınki aynı olacağından direkt karenin alanını yazdılar (Ek-7).
- **Altıncı grup:** Hesaplamalarda başta hatalar yaptılar ancak sonrasında düzelttiler ve soruları doğru cevapladılar (Ek-7).

3. Benzeri problemle karşılaşmış olma durumu

Tüm gruplardaki öğrenciler benzer bir problem çözmediklerini belirttiler.

- **Dördüncü grup:**

Ö1: Türkiye’de soran olduğunu düşünmüyorum.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**
Ö3: Bu kolaydı.
Ö1: Evet kolaydı.
Ö2: Diğer soruya göre daha kolaydı.
Ö3: Ben beğendim.
Ö1: Sıkıcıydı.
Ö2: Güzeldi, ben hep beğeniyorum.
- **İkinci grup:**
Ö1: Pek bir şey düşünmedik.
Ö2: Pek zor değildi.

- **Üçüncü grup:**

Ö2: Eğlenceliydi bence alanlarını bulmak.
Ö2: Eğlendik.

- **Dördüncü grup:**

Ö1: Süperdi, beynimi sömürse de güzeldi.
Ö3: Cetvel...
Ö1: Keşke cetvel verseydiniz.

- **Beşinci grup:**

Ö2: Bunda biraz daha hesaplama vardı, daha hoşuma gitti.
Ö3: Biraz önce yaptığımız şeylerin üzerinden yaptığımız için bi önceki kadar zorlanmadık.
Ö3: Eğlenceliydi.

- **Altıncı grup:**

Ö2: Zordu.
Ö1: Uzundu
Ö2: Ama güzeldi. Ben alan hesaplamaya çalıştım.

Öğrencilerin problemin zorluk seviyesi ile ilgili görüşlerinin birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Birinci gruptan Ö1 problemin sıkıcı olduğunu söylemiştir. Diğer öğrencilerin görüşlerinin olumlu yönde olduğu görülmektedir.

5. Çözüm Süreleri

Problem için harcanan sürenin 5 dakika ile 20 dakika arasında değiştiğini görmekteyiz. Dördüncü grup önceki problemde daha fazla şekil oluşturduğundan, oluşturdukları şekilleri hatırlamaları ve çevre alan hesaplamaları daha uzun sürmüştür.

Problem 3.1

Tablo 10.
Problem 3.1

P-3.1	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Çözüm Yöntemleri	Planlı uyg.	Planlı uyg.	Planlı uyg. Stratejik denem.	Planlı uyg. Stratejik denem.	Planlı uyg. Stratejik denem.	Planlı uyg.
Sonuç (6 desen ve çevreleri, çevre aralığı)	6 desen ve çevreleri, doğru çevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğru çevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğru çevre aralığı	6 desen, doğru çevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğru çevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğru çevre aralığı
Benzeri problem	Ö1: Çözdüm	Ö1: Kitaplarda benzerleri var	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Eğlenceli	Güzel Eğlenceli	Güzel	Kolay	Kolay Güzel Diğerleri kadar iyi değil	İyi Normal Biraz Sıkıcı
Süre	2.5 dk	5 dk.	5.5 dk.	6.5 dk.	5 dk.	3.5 dk.

Bu problemde öğrencilerden dokuz kare ile altı desen oluşturup çevrelerini hesaplamaları, dokuz kareyle çevresi en az ve çevresi en fazla deseni oluşturmaları ve çevre aralığını bulmalarıydı. Problemin karmaşıklık derecesi düşüktür.

1. Çözüm Yöntemleri

Öğrenciler bu problemlerde stratejik denemeler ve planlı uygulamalarla sonuca gitmişlerdir. Karmaşıklık derecesi düşük bir problem olduğundan çözüme planlı uygulamalarla başlamışlar ancak en uzun çevreli şekille, en kısa çevreli şekilden emin olamamışlar, kontrol amacıyla stratejik denemelere başvurmuşlardır.

- **Stratejik denemeler**

Üç farklı durumda stratejik denemelere başvurulmuştur. Üçüncü grup desenleri oluştururken hep 20 br uzunluğunda çevreye sahip desenler elde ettiklerinden, çevresi 20 br'den farklı desenler elde etmek için stratejik denemelere başvurmuşlardır. Dördüncü grup

en kısa çevreye sahip desenden emin olamamışlar ve stratejik denemelere başvurmuşlardır. Dördüncü ve beşinci grup en uzun çevreli şekle ulaşmak için stratejik denemeye başvurmuşlardır.

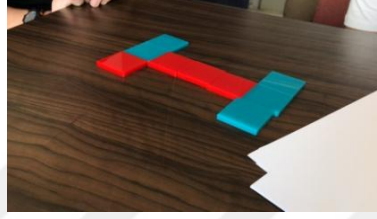
Örnek durum: Üçüncü grup

(Öğrenciler çevresi 20 birim olmayan desenler oluşturabilmek için denemeler yaptı.)

Ö1: Bir de şey yapalım.

Ö2: Başka ne yapalım?

Ö2: Bunu yapalım. (Resim 55)



Resim 55. Problem 3.1 Grup-3

(Ö2 on altı saydı.)

Ö1: Şuraları saydın mı?

Ö2: *(Baştan saydı.)* Bu da yirmi.

(Ö1 başka desen oluşturdu.) (Resim 56)



Resim 56. Problem 3.1 Grup-3

Ö1: Bu da yirmi çıkıyor mu baksana?

Ö2: Yirmi, bir kare yirmi çıkmıyor.

Ö3: Neden?

Ö1: Hep bir kenar birbirine değiyor. O yüzden.

(Ö1 ve Ö2 çevresi yirmi olmayan bi şekil oluşturmaya çalıştı.)

Ö2: Şöyle.



Resim 57. Problem 3.1 Grup-3

Ö2: On dört.

Örnek durum: Dördüncü grup

Ö3: şimdi en küçüğü bulalım.

(Ö2 kareyi oluşturdu.)

Ö1: Bu değil bence.

Ö3: Bu bence.

Ö1: Cetvelle mi ölçsek?

Ö3: Her biri birer birim kare zaten.

Ö1: Hadi ya.

Ö1: Şimdi bu on iki. On ikiyi turalım. On ikiden küçük yapabilirsek.

Ö2: Daha deneyelim bence.

Ö3: Deneyebilir miyiz? Deneyelim.

Ö3: Daha küçük olmaz bence çünkü burada bir tane karenin tüm çevresini yok ediyoruz aslında. Bir köşe boyunca da değmesi lazım.

(Şekli dört, dört, birlik üç satır haline getirdiler deneme yaparken üçü bir arada.)

Ö3: Burada arttırdık, çünkü bir tane daha fazla kayıp oldu.

Ö1: Tamam bence de on iki.

Ö2: Şöyle basit bir şey daha deneyelim (dört, beş, iki satır oluşturdu ve saymaya başladı. On ikiye kadar saydı, fazla olduğunu anladı hep artıya dönecek dedi).

Örnek durum: Beşinci grup

Ö3: Böyle düz yapalım işte, en yüksek de bu çıkacak, yok çıkmaz, girintili çıkıntılı olunca daha fazla olur.

Ö2: Dokuz, on sekiz yirmi.

Ö1: En fazla yirmi çıkar çünkü en az bu değişiyor (karelerin birbirine değdiği kenarları gösterdi).

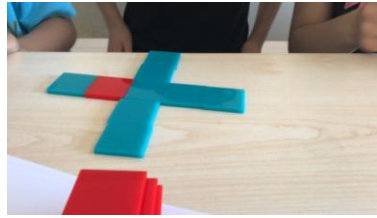
Ö3: Girintili çıkıntılı olunca daha fazla çıkmaz mı?

Ö2: İlk önce teker, teker.

Ö1: Şöyle daha fazla çıkar.

Ö1: Yeni şekil oluşturmaya başladı.

Ö3: Şöyle. (Resim 58)



Resim 58. Problem 3.1 Grup-5

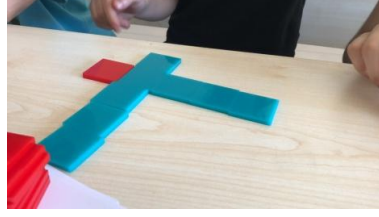
Ö1: Bunun çevresi gitti şimdi (ortadaki kareyi gösterdi).

Ö3: Şuradan başladım deyip kalem koydu, bir iki...

Ö1: Yirmi olmuyo mu, beş beş beş?

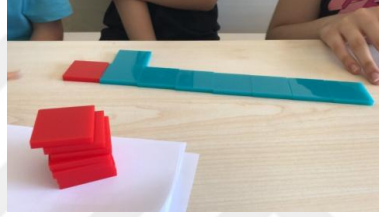
Ö3: Olur heralde evet.

Ö1: Şey yapsak bunları böyle yapsak bunların üç kenarı oluyor. (Resim 59)



Resim 59. Problem 3.1 Grup-5

- Ö3: Tamam. Üç, altı, yedi.
 Ö1: Son şekilde bunları da oraya koyalım.
 Ö3: Bir dakika. Yedi yedi on dört yaptı. Üç daha on yedi, üç daha yirmi yaptı yine.
 Ö1: Hepsini oraya koyalım bence.
 Ö3: Şuraya mı dedin?
 Ö1: Birini buraya koysak daha mantıklı oluyor. Aynı oluyor (*geri koydu*).



Resim 60. Problem 3.1 Grup-5

- Ö1: Hiç bişey farketmiyor.
 Ö1: Yirmi çıkacak sanki.
 Ö3: Yirmi altı hesapladı. Hayır ya fazladan saydım.
 (Ö2 yirmi saydı.)

• Planlı uygulamalar

Üçüncü grup haricindeki tüm gruplar altı deseni planlı uygulamalarla oluşturdular ve hesaplama yaptılar. Dördüncü grup haricindeki tüm gruplar en kısa çevreye sahip şekil olan kareyi planlı uygulamalarla oluşturdular.

Örnek durum: İkinci grup

(Soruyu okudular. Öğrenciler aynı kareler üzerinde desenleri birlikte oluşturdular. Kareden başladılar, her seferinde bir karenin yerini değiştirerek diğer desenleri oluşturdular.)

Ö2: Şöyle yapabiliriz bir tanesini (*kareyle başladı*).

Ö2: Bunun çevresini yazalım mı şimdi? (*12 yazdı.*)

Ö2: Sonra böyle bir şey olabilir. (*14 br yazdı.*)

(Ö3 üçüncü şekli oluşturdu.)

Ö2: On altı oldu.

(Ö1 dördüncü şekli oluşturdu.)

Ö2: On dört.

Ö2: Böyle bi şey olabilir.

Ö2: On sekiz. Böyle olabilir. Yirmi. Dokuz tane kareyle oluşturulabilecek...

(Ö2 farklı bir desen oluşturdu en uzun çevre için).

Ö3: Dümdüz yapsak daha mantıklı.

Ö1: Dümdüz de yirmi oluyor.

Ö2: Dümdüzde yirmi oluyor yine.

(Ö2 bir şekil daha oluşturdu).

Ö1: Bir kenarı değeceği için yirmiden fazla olamaz sanki.

Ö2: En fazla yirmi oluyor.

Ö1: Evet.

Ö3: Evet.

Ö2: En az sanırım ilk baştaki şekil on iki.

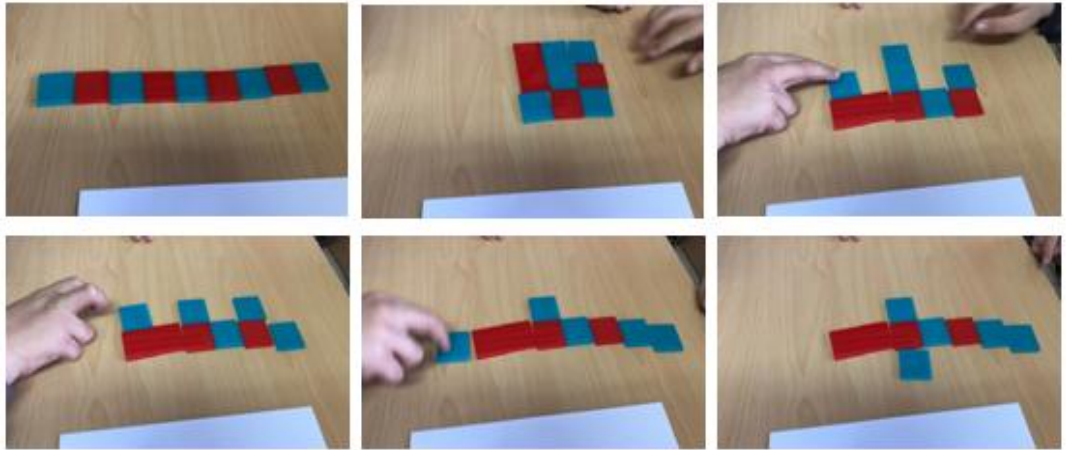
Ö1: On iki en az.

A: Öğrencilerin desenleri sıralı bir şekilde oluşturdukları en kısa çevreye sahip olan şekli hemen oluşturdukları en uzun çevre için genelleme yaparak birden fazla sonuç buldukları, problemin başından sonuna **planlı uygulamalar** yaptıkları görülmektedir.

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Dördüncü grup haricindeki tüm gruplar altı deseni oluşturup, çevrelerini hesaplayıp oluşan şekillerin çevre aralığını 12 ile 20 arasında buldular. Dördüncü grup da doğru sonuca ulaştı. Ancak çözüm esnasında oluşturdukları desenlerin çevrelerini hesaplamadılar. Tüm gruplar en az çevreye sahip olan şeklin 12 birimlik çevre ile kare olduğunu söylediler, en uzun çevreye sahip (20 br) desenlere birden fazla örnek verdiler.

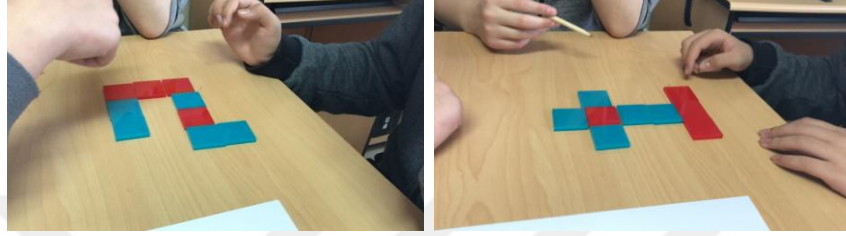
Örnek desenler: Dördüncü grup



Resim 61. Problem 3.1 Grup-4 Desenler



Resim 62. Problem 3.1 Grup-4 En kısa çevre



Resim 63. Problem 3.1 Grup-4 En uzun çevre örnekleri

3. Benzeri problemle karşılaşmış olma durumu

- **Birinci grup:**

Ö2: Hayır.

Ö3: Hayır.

Ö1: Çözdüm ben, hiç mi çevre alan hesaplamadınız?

Ö2: Buna benzer diyor, sen hiç böyle şekil oluşturup baktın mı?

Ö1: Bize yaptırıyorlar.

- **İkinci grup:**

Ö1: LGS'ye hazırlanırken test kitaplarında benzeri sorular vardı.

- **Altıncı grup:**

Ö3: Benzer biraz

Ö2: Şekil olarak yapmamıştık.

Birinci gruptan Ö1 materyalle benzerlerini çözdüklerini söyledi, ikinci gruptan Ö1 ve altıncı gruptan Ö2 ve Ö3 materyalsiz benzerleriyle karşılaştıklarını belirttiler. Diğer öğrenciler benzer problem çözmediklerini belirttiler.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**

Ö2: Kolaydı.

Ö3: Evet, bu kolaydı.

Ö3: Eğlenceli.

Ö1: Bence eğlenceliydi.

Ö2: Eğlenceli ve kolaydı.

- **İkinci grup:**

Ö2: Güzelmiş bu.

Ö1: Eğlenceliydi bence çözmek.

Ö2: Yani eğlenceliydi.

- **Üçüncü grup:**

Ö3: Hep yirmi, güzeldi.

Ö2: Yirmi bulmak sinir bozucuydu.

Ö3: Güzel.

Ö2: Güzel.

- **Dördüncü grup:**

Ö1: Kolaydı.

Ö2: Evet.

- **Beşinci grup:**

Ö3: Yapabileceğimiz çok fazla şey olduğu için desen sorulması kolaydı.

Ö2: Güzeldi.

Ö1: Diğerleri kadar iyi değildi.

Ö2, Ö3: Basitti.

- **Altıncı grup:**

Ö1: İyiydi.

Ö2: Normal, ben biraz sıkıldım.

Ö1: Ben de biraz sıkıldım.

Öğrenciler seviye olarak problemi kolay bulduklarını söylemişlerdir. Birinci ve ikinci gruptaki öğrenciler eğlendiklerini altıncı gruptaki öğrenciler sıkıldıklarını belirtmişlerdir.

5. Çözüm Süreleri

Karmaşıklık derecesi düşük olan bu problemde öğrencilerin iki buçuk dakika ile altı buçuk dakika arasında süre harcadığını görmekteyiz. Öğrenciler sonuçlar çok kısa sürede ulaşmalarına rağmen, en uzun çevreden ve en kısa çevreden emin olamadıklarında yaptıkları stratejik denemelerle çözüm süresini uzatmışlardır.

Problem 3.2

Tablo 11.
Problem 3.2

P-3.2	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Yöntem	Stratejik denem. Planlı uyg.	Planlı uyg.	Stratejik denem. Planlı uyg.	Stratejik denem. Planlı uyg.	Stratejik denem. Planlı uyg.	Stratejik denem. Planlı uyg.
Sonuç (8 hamlede istenilen desen)	8 hamlede istenilen desen	8 hamlede istenilen desen	14 hamlede istenilen desen	8 hamlede istenilen desen	12 hamlede istenilen desen	İstenilen desene ulaşılmadı
Benzer problem	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Oyun gibi Eğlendik	İlginç İyi Güzel Zor değil Beğendik	Güzel Çok zor değil	Güzel	Sıkılmadı m Eğlenceli	Zor Sıkıcı Eğlendim Sıkıcı
Süre	7 dk.	4 dk.	3.5 dk.	8 dk.	11 dk.	10 dk.

Bu problemde öğrencilerden, problemde verilen birinci desenden ikinci deseni problemde tanımlanan hamlelerle en az kaç hamlede oluşturabileceklerini bulmaları istenmiştir. Problemin karmaşıklık derecesi yüksektir.

1. Çözüm Yöntemleri

Bu problemde tüm gruplardaki öğrenciler ne düşündüklerini ifade etmekte genel olarak zorlanmışlar, odaklanıp, sessizce düşünerek hamleler yapmışlardır. Bu da çözüm sürecinde hangi yöntemlerin kullanıldığının anlaşılmasını zorlaştırmıştır.

İkinci grup haricindeki tüm gruplar çözümün başında stratejik denemelere başvurmuşlardır. İkinci grup tüm çözümü planlı uygulamalarla gerçekleştirmiştir. Diğer gruplar çözümün başında stratejik denemeler yapıp istenilen desenin döndürülmüşünü, simetriğini oluşturup ya da istenilen desene ulaşıp desenin dışında kalan bir kareyi desene yerleştiremeyerek stratejik denemeler yapmışlardır. Yaptıkları stratejik denemelerden çıkarımında bulunarak, belirli bir hamleden sonraki hamleleri farklı yapmaya karar vererek planlı uygulamalarla sonuca gitmeye çalışmışlardır.

- **Stratejik denemeler**

Örnek durum: Birinci grup

Ö3: Şimdi bunun buraya ulaşması için naperiz?

Ö2: Çıkmıyor ki.

(Ö1 *şeklin sağındaki kırmızıyı en alta atlattı.*)

Ö3: Tamam bu böyle dursun bir.

(Ö2 *sağ üstteki yeşili kırmızının boşalan yerine atlattı. Sol üstteki yeşil sağ üst köşeye atlattı, soldaki kırmızıyı sol üste atlattı. Sağdaki yeşili kırmızının boşalan yerine atlattı.*)

Ö1: Ne yaptın şimdi?

(Ö2 *sağ altta kalan kırmızıyı şekilde kalan boşluğa atlattı ve altı dedi.*)

Ö3: Altı.

Ö1, Ö2, Ö3: Evet!

(*Şeklin döndürülmüşünü buldular.*)

Ö2: Diğer taraftan yapsaydım olurdu.

Ö1: Sırayla deneyelim.

Ö2: İlk ben deneyeyim mi?

Ö3: Tamam.

Ö1: Sonra ben.

(Ö2 *soruda verilen ilk şekli oluşturdu. Soldaki kırmızıyı en alta attı, sol üstteki yeşili kırmızının boşalan yerine attı, yanlış yaptım deyip başa döndü.*)

Ö2: Biz az önce ne yapmıştık?

(Ö2 *altı hamlede istenilen şeklin simetrik ve döndürülmüşünü oluşturdu.*)

Ö3: Hayır.

A: Öğrenciler düşünerek ve kırmızı kareleri istenilen desene yönelik hamlelerle taşıdığından ancak kararlı hamleler yapmadıklarından ve nasıl oluşturacaklarına tam karar veremediklerinden dolayı **stratejik denemeler yöntemi** kullandıkları görülmektedir.

- **Planlı uygulamalar**

Örnek durum: Birinci grup

(Ö1 *baştan başladı.*)

Ö2: Buldum ben.

Ö1: Şunu mu şuraya alsam?

Ö3: Yap hadi.

Ö2: İki basamaklı rakam.

Ö3: İki basamaklı rakam yok.

Ö2: Olsun öyle diyorum ben.

Ö1: (*Başladı.*) Yok, buraya atmayacağım bunu.

Ö2: Buraya getirebilirsin. (Ö2 *iki hamle yaptı.*)

Ö1: Şunu şuraya getirseydin keşke.

Ö1: Aa! Dur çözdüm.

(Ö1 *hamle yaparken, Ö2 de hamle yapınca kareler kaydı.*)

Ö2: Tüh! Yapıyordum, yapmıştım, ben anladım olayı.

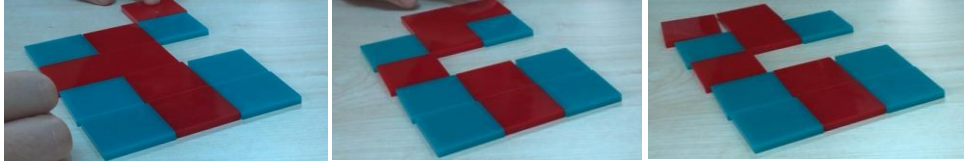
(Ö1 *baştan yapmaya başladı.*)

Ö2: Ben unuttum.

Ö3: Ben hatırladım tamam. *(Hamlelere başladı, üç hamle yaptı.)*

Ö2: Hayır bunu oynatmıyacaktın.

(Ö3 altıncı hamleye geldi. Ö2 müdahale etti şekil karıştı. Ö3 yeniden ilk üç hamleyi yaptı.) (Resim 64)



Resim 64. Problem 3.2 Grup-1

Ö3: Sonra ne yapmıştım? Dört. (Resim 65)



Resim 65. Problem 3.2 Grup-1

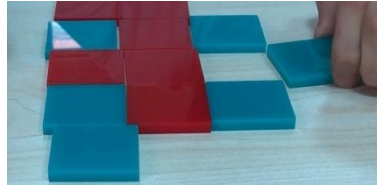
(Ö3, beşinci hamlede üst soldaki kırmızıyı sağa attı.)

Ö2: Öyle yapmıyacaktın, bunu buraya getirmen lazım bak, neyse tamam, aslında dinleseydin olacaktı.

Ö3: Tamam.

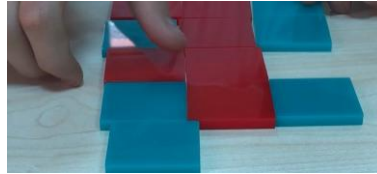
(Ö3, Ö2'ye çözmesi için sıra verdi. Ö2, dördüncü hamleden başladı.)

Ö2: Beş. (Resim 66)



Resim 66. Problem 3.2 Grup-1

Ö2: Altı. (Resim 67)



Resim 67. Problem 3.2 Grup-1

Ö2: Yedi. (Resim 68)



Resim 68. Problem 3.2 Grup-1

Ö2: Sekiz (*İstenilen deseni oluşturdu*). (Resim 69)



Resim 69. Problem 3.2 Grup-1

(Ö2 *baştan başladı*.)

Ö2: Bir, iki (Ö3'ünkinden farklı hamleler yaptı).

Ö3: Tersini bulursun bu sefer.

Ö2: Üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz.

(*Yeniden sekiz hamlede isenilen desene ulaştı*.)

A: *Stratejik denemeler bölümünde görüleceği üzere, birinci gruptaki öğrenciler çözümün başlarında, kafalarının karışmaması için sırayla çözüm yapmaya karar vermişlerdi. Ö2 ilk sırayı alıp stratejik denemeler yapmıştı. Ö2, Ö1 ve Ö3'ün sıralarında, çözüme karar verdiği için onların çözümlerine, sabırsızlıkla müdahalelerde bulundu ve desenler karıştı. Ö3 ilk dört hamleyi kararlı bir şekilde oluşturduktan sonra, Ö2 beşinci hamlesine müdahale etti. Ö3, Ö2'nin çözüme devam etmesine izin verdi ve Ö2 planlı bir şekilde çözüme gitti. Ayrıca Ö2 baştan başlayarak yine sekiz hamlede çözümünü planlı bir şekilde oluşturdu. Ö2 çözümünü anladığını belirterek ve kararlı şekilde hamleleri yapıp sonuca gittiğinden **planlı uygulamalarla** çözüme ulaşmıştır.*

Örnek durum: ikinci grup

(Çözüme başladılar. Ö2 ilk iki kırmızıyı sırasıyla şeklin aşağısına atlattı.)

Ö3: Şunu şuraya atlatsak. (En üst kırmızıyı iki aşağıya getirdi. Ö3 soldaki kırmızıyı sağa atlattı. Ö3 sol üstteki yeşili önce kırmızının boşalan yerine sonra sol alta atlattı. Ö3 sağdaki kırmızıyı tekrar sola atlattı ve son kalan yeşil son kalan boşluğa atlattı ve sekiz hamlede istenilen şekle ulaştı. Ö2 yeniden şeklin ilk halini dizdi. Ö2 deneme yapmaya başladı.)

Ö2: Bir dakika. (Hamle yaptı geri aldı.)

Ö1: Mantıklıydı bence.

(Ö2 baştan başladı. Sağdaki kırmızıyı en alta atlattı. Soldaki kırmızıyı onun yerine atlattı. Sol üstteki yeşili sırasıyla iki defa aşağıdaki boşluklara atlattı. Ö3 ile aynı hamlelerle çözüme ulaştı. Sekiz hamle olacağına karar verdi. Soru kâğıdına sekiz yazdı.)

*A: Görüldüğü üzere Ö3, Ö2'nin yaptığı iki başlangıç hamlesinden devam ederek, karmaşık olan bu problemde tek defada çözüme gitmiştir. Öğrenci tüm hamleleri bekleyerek, elinde hamle yapacağı kareler bir süre tutarak (dolayısıyla içinden düşünerek) hamleleri yapmıştır. Bu kadar karmaşık bir problemde deneme yanılma yapmadan çözüme gitmesi **planlı uygulamalarla** sonuca vardığının göstergesidir. Ö2 de arkasından çözümü anlamış planlı uygulamalarla tek defada çözümü oluşturmuştur.*

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

- **Birinci grup:** 8 hamlede istenilen şekle ulaşılar.
- **İkinci grup:** 8 hamlede istenilen şekle ulaşılar.
- **Üçüncü grup:** 14 hamlede istenilen şekle ulaşılar.
- **Dördüncü grup:** 8 hamlede istenilen şekle ulaşılar.
- **Beşinci grup:** 12 hamlede istenilen şekle ulaşılar.
- **Altıncı grup:** 12 hamlede istenilen şeklin dönmüş haline ulaşabildiler ancak istenilen desene ulaşamadılar.

3. Benzeri Problemlerle Karşılaşmış Olma Durumu

Öğrenciler daha önce benzeri problem çözmediklerini belirttiler.

- **Beşinci grup:**
Ö2: Keşke çözseymişiz.
- **Altıncı grup:**
Ö2: Çözseydik çözmüş olurduk bence.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**
Ö3: Bu da kolaydı.
Ö2: Kolay.
Ö3: Eğlendim.
Ö1: Eğlendim ben.
Ö2: Oyun gibi o yüzden güzel.
- **İkinci grup:**
Ö2: Yani ilginçmiş.
Ö1: Hepsi iyi bence.
Ö3: Güzeldi.
Ö2: Zor değildi.
Ö1: Beğendim.
Ö3: Beğendim.

- **Üçüncü grup:**
Ö1: Güzeldi.
Ö3: Çok zor değildi.
- **Dördüncü grup:**
Ö2: Güzeldi.
Ö3: Değişik hissettim, güzeldi yani.
- **Beşinci grup:**
Ö2: Zorlandık.
Ö3: Güzeldi bence.
Ö3: Korktum çözemeyeceğiz endişesi vardı.
Ö2: Sıkılmadım
Ö3: Eğlenceliydi.
- **Altıncı grup:**
Ö1: Zordu.
Ö3: Zordu.
Ö1: Bence sıkıcıydı.
Ö2: Ben eğlendim.
Ö3: Bence de sıkıcıydı.

Altıncı grup problemde çözüme gidememişlerdir. Bu yüzden iki öğrenci sıkıldığını belirtmiştir. Altıncı gruptan Ö2 eve gittiğinde renkli kareler kesip soruların çözümünü bulacağını belirtmiştir. Diğer öğrencilerin görüşlerinin olumlu olduğu görülmektedir.

5. Çözüm Süreleri

Öğrencilerin çözüm sürelerinin 3,5 dakika ile 11 dakika arasında değiştiği görülmektedir. Problemi 3,5 dakikada çözen üçüncü grup doğru minimum hamle sayısına ulaşamamıştır. Diğer gruplar çözüm için ortalama yedi dakika harcamışlardır.

Problem 4.1

Tablo 12.
Problem 4.1

P-4.1	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Yöntem	Planlı uyg.	Planlı uyg.	Planlı uyg.	Planlı uyg.	Planlı uyg.	Planlı uyg.
Sonuç (Şartlara uygun şekil ve alanı)	İki şekil ve doğru alanlar	Bir şekil ve doğru alan	Bir şekil ve doğru alan	Bir şekil ve doğru alan	Bir şekil ve doğru alan	İki şekil ve doğru alanlar
Benzer problem	Hayır	Ö1: Evet	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Görüşler	Kolay Güzel	Kolay Sıradan	Eğlenceli Kolay Güzel	Kolay	Rahat Sıradan değil	Kolay Orta Yorucu Eğlenceli
Süre	4.5 dk.	2 dk.	3.5 dk.	5 dk.	3 dk.	4.5 dk.

Bu problemde öğrencilerden üçgenlerle içi boş kare ve dışı kare şeklinde bir desen oluşturmaları istenmiştir. Problemde verilen örnek desenin alanı dört birim kare olarak verilmiş öğrencilerden kendi oluşturdıkları desenin alanını hesaplamaları istenmiştir. Problemin karmaşıklık seviyesi düşüktür.

1. Çözüm Yöntemleri

Bu problemde tüm gruplar tarafından yalnızca planlı uygulamalar yöntemi kullanılmıştır. İlk beş grup planlı uygulamalarla problemde istenilen şekli, verilen şeklin büyütülmüş benzerini oluşturarak elde ettiler. Altıncı grup diğer gruplardan farklı ancak problemde istenilene uygun iki farklı şekil elde etti. Birinci grup ilk beş grupta ortak elde ettikleri şekil haricinde bir şekle daha ulaştı.

- **Planlı uygulamalar**

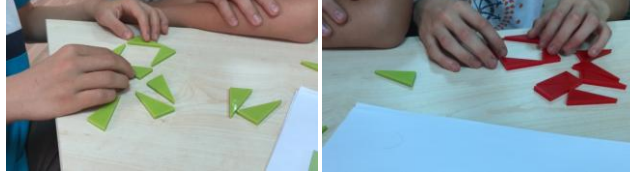
Örnek durum: Birinci grup

Ö3: Dört.

Ö2: Bence de dört.

Ö3: Yapayım, sen kırmızılardan yap.

Ö1: Farklı, yani.



Resim 70. Problem 4.1 Grup-1

(Ö3 ve Ö2 sorudaki şekli oluşturdular.) (Resim 70)

Ö1: Ama farklı diyor.

Ö3: Aynısı mı bu, ha tersten oluşturdum.

Ö1: Ben yaptım (içi kare oldu dışı olmadı).

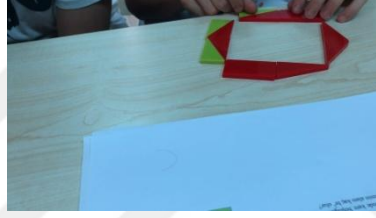
Ö3: Dışı da kare olacak.

Ö2: Dışı da mı kare olacak? Tamam, oldu ben anladım. (İçi kare dışı olmayan yapmıştı.) Ama çok büyük olacak.

Ö1: Tamam anladım.

Ö1: Olmuyor.

Ö3: Olmuyor boş kalıyor oralar. (Resim 71)



Resim 71. Problem 4.1 Grup-1

Ö2: Olacak ben yapacağım, görünce anlayacaksınız.

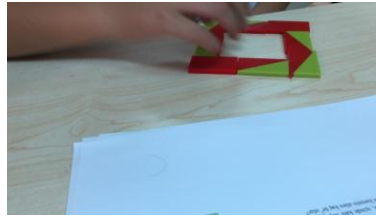
Ö3: Olmayacak.

Ö2: İddiasına var mısın?

Ö1: Oldu. (Resim 72)

Ö3: Oldu.

Ö2: Ne dedim.



Resim 72. Problem 4.1 Grup-1

A: Öğrenciler problemin başında, problemde istenileni tam anlamayarak yanlış şekiller oluşturdular ancak sonrasında Ö2 problemde istenilene uygun bir şekil oluşturdu. Ö2 şekli, kendinden emin ve kararlı hamlelerle oluşturduğu için **planlı uygulamalar yöntemiyle** sonuca gitmiştir.

Örnek durum: Dördüncü grup

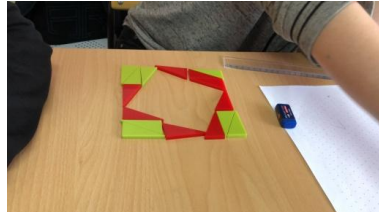
(Ö1 resmin aynısını oluşturdu.)

Ö3: Böyle oldu sanki. Bir büyük modeli. (Dört üçgenle üçgenin büyüğünü oluşturdu.) (Resim 73)



Resim 73. Problem 4.1 Grup-4

Ö3: Şimdi hadi bir büyük modelleyle oluşturalım.
 Ö1: Ben üreteyim ondan.
 Ö2: Biz de yapalım.
 Ö3: Herkes birer tane yapsın büyük olandan. Ben bir tane daha yapayım.
 Ö1: Al, ben yaptım bile.
 Ö2: Tamam ben de yaptım.
 Ö1: Bunu böyle düşünsek, bir dakika.
 Ö3: Dur bir saniye.
 Ö1: Şunu şuradan çevirsen.
 Ö1: Benimkisi olmadı ne oldu.
 Ö2: Benimki olmadı.
 Ö3: Şöyle alt taban oldu.
 Ö1: Bu da yan taban.
 Ö2: (Büyük üçgen oluşturdu.) Al.
 Ö3: Yamuldu biraz.
 Ö1: Al bir tane daha var ben de.
 Ö3: Cetveli verir misin? Kenarları düzelteceğim.
 Ö1: Bir dakika bunu tam olarak nasıl getireceğiz? Üçgeni ters olduğu için yerleştiremedim, yok, yaptım.
 Ö3 Ö1'e: Dur, ne yaptın?
 Ö2: Yanlış oldu.
 Ö3: Düzeltti.
 Ö1: Haaa.



Resim 74. Problem 4.1 Grup-4

Ö3: Bir birimkarelik dört üçgenden, bir birimlik dört üçgen diyor, biz dört birimlik dört üçgen kullandık, onaltı birim kare mi olacak?

A: Öğrenciler planlı şekilde önce dört üçgenle aynı üçgenin büyük modelini oluşturdular, sonra aynılarından oluşturarak birleştirdiler, alanı üçgenleri sayarak hesapladılar. Öğrenciler soruda verilen üçgenin büyük modelini oluşturup

birleştirek çözümünü oluşturmaya karar verip uygulamalar yaptığından çözümünü planlı uygulamalarla gerçekleştirmişlerdir.

Örnek: Altıncı grup

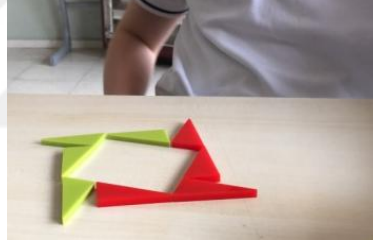
Ö3: Daha farklı bir şey.

Ö1: Daha küçük yaptım hocam. (Ö1 hızlıca tek defada aşağıdaki şekli oluşturdu.)



Resim 75. Problem 4.1 Grup-6

Ö1: Hocam bir tane daha yaptım (içi boş kare dışı kare olmayan bir şekil oluşturdu).



Resim 76. Problem 4.1 Grup-6

Ö2: Kare şeklinde boş bir kısım olsun diyor. (Soruyu tekrar okudu.) Dış kare değil.

Ö1: Ben bunu da yapmıştım zaten (İlk şekli yeniden yaptı). (Resim 75)

(Ö1: İlk yaptığı şeklin kenarına dört üçgen yerleştirerek şartlar uygun yeni bir şekil daha oluşturdu.) (Resim 76)



Resim 77. Problem 4.1 Grup-6

Ö1: sekiz birim kare.

A: Ö1 şekilleri oluştururken düşünüp tek seferde deneme yapmadan oluşturmuştur. Düşünüp kararlı bir şekilde şekilleri oluşturduğundan planlı uygulamalarla sonuca gitmiştir.

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Bu problemde öğrencilerden üçgenleri kullanarak, dışı kare içi boş kare olan bir şekil oluşturmalı ve alanını verilen bilgilere göre bulmalarıdır.

- **Birinci grup:** İstenilen şekle ve alternatif şekle ulaşip alanlarını hesapladılar.
- **İkinci grup:** İstenilen şekle ulaşip alanını hesapladılar.
- **Üçüncü grup:** İstenilen şekle ulaşip alanını hesapladılar.
- **Dördüncü grup:** İstenilen şekle ulaşip alanını hesapladılar.
- **Beşinci grup:** İstenilen şekle ulaşip alanını hesapladılar.
- **Altıncı grup:** Beklenilenden farklı ama şartları sağlayan iki yapı oluşturup alanlarını hesapladılar.

3. Benzeri Problemlerle Karşılaşmış Olma Durumu

- **İkinci grup:**
Ö1: Çözmüştüm.

Diğer tüm öğrenciler daha önce benzer bir problemle karşılaşmadıklarını söylediler.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Dördüncü grup:**
Ö3: Kolaydı.
Ö2: Kolaydı.
Ö3: Zorluk derecesi yükseltilebilir.
- **Beşinci grup:**
Ö3: Daha rahattı
Ö2: Sadece genişletmeyi düşünmek gerekiyordu.
Ö3: Sıradan değil aslında ama diğerleri çıtayı yükseltti galiba.

Tüm gruptaki öğrenciler problemin kolay olduğunu belirtmişlerdir. İkinci grup problemi sıradan bulmuştur. Beşinci gruptaki Ö3 aslında problemin sıradan olmadığını diğer problemlerin çıtayı yükselttiğini belirtmiştir. Öğrencilerin problem hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu görülmektedir (bkz. Tablo 12).

5. Çözüm Süreleri

Grupların çözüme iki buçuk dakika ile beş dakika arasında ulaştığı görülmektedir. Karmaşıklık derecesi düşük olan bu problemi tüm gruplar kolay bulmuşlardır ve diğer problemlere göre daha kısa süre ortalamasıyla çözmüşlerdir.

Problem 4.2

Tablo 13.
Problem 4.2

P-4.2	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Yöntem	Stratejik denem.	Stratejik denem.	Stratejik denem.	Stratejik denem.	Stratejik denem. Planlı uyg.	Stratejik denem.
Sonuç (görseldeki iki şekil 9 ve 10 üçgen parçasıyla)	Birinci şekle yakın bir şekil (17 üçgenle)	İki şekle yakın şekiller (17 ve 20 üçgenle)	İki şekle yakın şekiller (17 ve 15 üçgenle)	İki şekle yakın şekiller (17 ve 19 üçgenle)	Istenilen iki şekil (9 ve 10 üçgenle)	İkinci şekle yakın bir şekil (11 üçgenle)
Benzer problem	Ö1, Ö2 Tangrama benzetile r ama bundan çözmedik dediler.	Hayır	Hayır	Ö3 tangrama benzetti. Ö2 kataminoy a benzetti.	Ö2 şekillerin içini doldurma sorularına benzetti.	Hayır
Görüşler	Sıkıcı Zor	Biraz sıkıcı	Uğraştırıcı Zorlayıcı	Değişik Güzel Eğlenceli	Güzel ortalama	Zor Güzel
Süre	10 dk	18 dk	20.5 dk	9 dk	11 dk	10.5 dk

Bu problemde öğrencilerden üçgenlerden problemde verilen iki ayrı şekli oluşturmaları istenmiş, kaç üçgen kullandıklarını belirtmeleri istenmiş ve şekillerin çevrelerini uzatmak için ne gibi değişiklikler yapılabileceği sorulmuştur. Problemin karmaşıklık seviyesi yüksektir.

1. Çözüm Yöntemleri

Tüm gruplar çözüme şekillerin çevresindeki girinti çıkıntılara dayanarak üçgenleri yerleştirmeye başlayıp şekillerin içerisini, üçgenleri dikdörtgensel yapılar olarak birleştirerek doldurup tam şekillere ulaşmaya çalışarak stratejik denemeler yapmıştır.

Beşinci gruptaki Ö2 ve Ö3 çözümün başında diğer gruplarla aynı yöntemi kullanmıştır. Ancak Ö1 problem kâğıdındaki şekilleri çokgensel yapılara bölmüştür. Grup oranlı da düşünerek üçgenleri Ö1'in çizimine uygun şekilde üçgenleri yerleştirerek iki şekli doğru olarak oluşturmuştur. Diğer gruplardan şekilleri istenilene tam uygun olarak oluşturan yoktur.

- **Stratejik denemeler**

Örnek durum: Dördüncü grup

(İlk şekli oluşturmaya başladılar.)

Ö2: Önce kütleler halinde birleştirelim, şöyle dikdörtgen oluşturup onun üstünden gidelim bence.

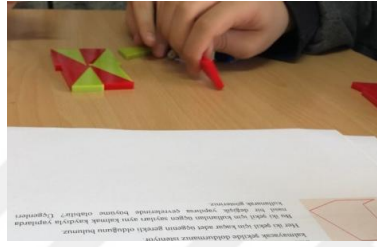
Ö3: Olabilir. Dikdörtgen o zaman sekizli...

Ö2: Büyük bir dikdörtgen yapalım.

Ö3: Şöyle bir dikdörtgen yeterli olmaz mı?

Ö2: İçini doldurmak ama...

Ö3: Dört tane dikdörtgenden oluşan bir dikdörtgen. Şöyle bir şey. (Resim 78)



Resim 78. Problem 4.2 Grup-4

Ö2: Şimdi şu kenarını yapayım ben.

Ö3: Tamam sen onu yap ben de altı yapayım, şu çıkıntıyı yapayım.

Ö1: Ben şunu anlamadım şurayı. Şurayı tam olarak nasıl?

Ö2: Bu kısım tamam.

Ö1: Şurayı (ilk şeklin sağ altını gösterdi).

Ö3: Sanki burası biraz daha uzun yani.

Ö1: Tamam, tamam.

Ö2: Yapalım, ekleme olursa bunu da kaydırırız o tarafa. Şurayı yaptık, şu kısmı yaptık.

Ö1: Şurayı buldum şu köşeyi. (Şekle ekleme yaptı.)

Ö3: Hayır yukarıyı bozdun. (Eklediklerini kaldırdı.)

Ö2: Biz şurayı yaptık, şu kısmı yaptık biz.

Ö1: Hangi kısmı, burayı mı, burayı mı?

Ö2: Burayı (sorudaki şekilde tarayarak gösterdi).

Ö1: Ha burayı.

Ö3: Şimdi bir dörtlü daha mı?

Ö2: Şimdi şöyle evin çatısı gibi bir şey.

Ö3: Şurada bir sıkıntı oldu sanki.

Ö2: Ben bu şekli yapmıştım.

Ö1: Şu şekil şuradan uyuşmaz ki. Bana bir tane daha kare ver.

Ö3: Ama dur, önce bir tarafı halletsek olmaz mı, böyle mi oldu?

Ö1: Dur fazla yaptık.

Ö3: Az yapsan olmaz ki.

Ö1: Dur bir şey geldi aklıma, şunu şöyle...

Ö3: Olabilir.

Ö1: Şöyle bi tane daha.

Ö3: Şuraya da bi tane daha koyunca oluyor şekil.

Ö2: Dur dur şöyle.



Resim 79. Problem 4.2 Grup-4

(Birinci şekli onyediyedi parça ile oluşturdular.) (Resim 79)

A: Öğrenciler şeklin içini dikdörtgensel yapılardan oluşturarak ve dışındaki üçgenleri problem kâğıdındaki resimdeki çıkıntılara göre ve oranları ayarlamaya çalışarak denemeler yapmışlardır. Oranları ve şeklin çevresindeki girintileri dikkate alarak hedefe yönelik denemeler yaptığından yaptıkları denemeler **stratejik denemelerdir**.

Örnek durum: Beşinci grup

Ö2: Köşe şöyle değil mi?

Ö3: Böyle zaten, bunun üstünden devam edeceğiz.

Ö2: Şöyle mi?

Ö3: Evet, şu da şöyle devam edelim madem. (Şeklin dışındaki üçgenleri dizmeye çalıştılar.)

Ö1: Şöyle olabilir mi şurası? (İçeriye üçgen koydu dikdörtgenlik bir yapı elde etti.)

Ö3: Evet, evet olacak zaten, önce dışını oluşturalım da içini doldururuz sonra. (Ö2 yerleştirdi). Evet, şöyle koy.

Ö2: Dışa doğru yok içe doğru olması lazım böyleyken şöyle dönmesi lazım.

Ö3: Şu şuradan gelecek böyle devam ediyor.

Ö2: Şurayı düz yaptık mı, yok.

Ö3: Düz oldu işte.

Ö2: Şurası şöyle ilerledi sonra direkt saptı.

Ö1: Kalem alabilir miyim?

Ö2: Gitti, gitti, gitti biraz daha saptı öyle değil.

(Ö3 bu sırada sapan yeri düzeltmeye başladı.)

Ö2: Hıh oldu.

Ö3: Buradan dolduracağız, daha uzun olacak.

Ö2: Daha uzun.

Ö3: Buradan yetişmiyecek.

Ö2: Böyle yapmıyacağız mı zaten?

Ö3: Tamam işte.

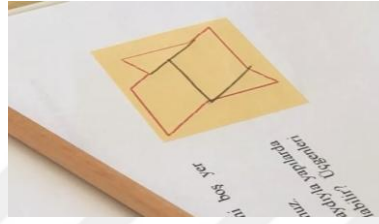
A: Öğrenciler çözümün başında diğer gruplardaki gibi şeklin içini dikdörtgensel yapılardan oluşturarak ve dışındaki üçgenleri problem kâğıdındaki resimdeki çıkıntılara göre ve oranları ayarlamaya çalışarak denemeler yapmışlardır. Oranları ve şeklin çevresindeki girintileri dikkate alarak hedefe yönelik denemeler yaptığından yaptıkları denemeler **stratejik denemelerdir**.

- **Planlı uygulamalar**

Bu problemde planlı uygulamalar kullanan tek grup beşinci gruptur. Grup çözüme stratejik denemelerle başlamış (stratejik denemeler örnek bölümünde verilmiştir) ancak çözüme planlı uygulamalarla gitmiştir.

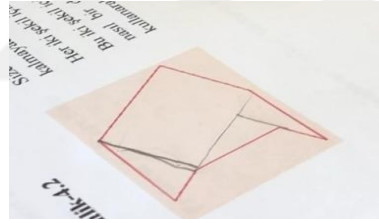
Beşinci grup

(Ö1 sorudaki şekilleri çokgenlere böldü. Önce ikinci şekli böldü.)



Resim 80. Grup-5 Problem 4.2 Çözüm yöntemi

(Ö1 daha sonra birinci şekli çokgenlere böldü.)



Resim 81. Grup-5 Problem 4.2 Çözüm yöntemi

Ö1: Böyle yapalım mı?

Ö3: Tamam kare yapcaz şunu ya da dikdörtgen artık neyse.

Ö3: Tamam bir dakika, böyle değil böyle mi?

Ö2: Evet.

Ö3: Sonra burası böyle.

Ö1: Buraya da kare.

(Üçü birlikte eklemeleri yaptılar.)

Ö1: (Dikdörtgensel yapıyı oluşturdu.) Şöyle yapalım mı?

Ö3: Tamam sığmıyacak gibi.

Ö2: Sığmıyacak baya boşluklu gibi.

Ö3: Taşacak biraz uzatıcaz.

Ö1: Şurası kalıyor.

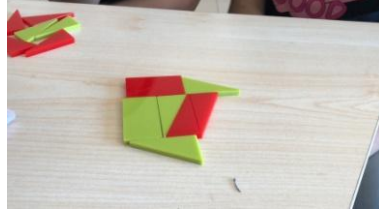
Ö3: İşte bunu biraz daha uzatsak?

Ö1: Şunu da şöyle yaparız.

Ö3: O da olur, oldu heralde, olmadı.

Ö1: Oldu bence.

Ö3: Evet oldu tamam, oldu heralde, aynı renk mi koysaydık acaba?



Resim 82. Problem 4.2 Grup-6

Ö1: Kaç tane üçgen kullandınız diyor?

Ö3: Bir iki... Dokuz.

(Grup ikinci şekli de Ö1'in çizimine uygun olarak oluşturdu.)

A: Ölçüm yaparak hem üçgenlerin nasıl yerleştirilmesi gerektiğini hem de oranların nasıl olması gerektiğini ortaya çıkarmıştır. Grup yerleştirmeleri Ö1'in planına uygun şekilde yaparak planlı uygulamalarla istenilen şekle tam olarak ulaşmıştır.

2. Sonuç / Ulaşılan Şekiller

Dokuz üçgenden oluşan birinci şekil ve on üçgenden oluşan ikinci şeklin aynılarını oluşturmaları beklenmiştir.

- **Birinci grup:** Birinci şekle yakın bir şekil (17 üçgenle) oluşturdular. İkinci şekli oluşturmadılar.
- **İkinci grup:** İki şekle yakın şekiller (17 ve 20 üçgenle) oluşturdular.
- **Üçüncü grup:** İki şekle yakın şekiller (17 ve 15 üçgenle) oluşturdular.
- **Dördüncü grup:** İki şekle yakın şekiller oluşturdular.
- **Beşinci grup:** İstenilen iki şekli (9 ve 10 üçgenle) tam olarak oluşturdular.
- **Altıncı grup:** İkinci şekle yakın bir şekil (11 üçgenle) oluşturdular.

3. Benzeri Problemlerle Karşılaşmış Olma Durumu

- **Birinci grup:**
Ö1: Tangrama benziyor.
Ö2: Tangram yaptım ama ben bunu yapmadım hiç.
- **Dördüncü grup:**
Ö3: Tangramla şekil oluşturmaya benziyor.
Ö2: Mesela böyle şekiller verip, içinde şekillerin ayrıntısını göstermeyen şeyler oluyor, pazıl gibi şeyler oluyor, onlara benziyor.

- **Beşinci grup:**

Ö2: Bazen sorularda çıkıyordu şekillerin içini doldurma ama onun haricinde böyle genişletmeli soru görmedim.

Görüldüğü gibi, görüşleri yukarıda verilen öğrenciler problemi tangrama ve benzeri yapbozlara benzetmişlerdir. Ancak benzer problem çözmediklerini belirtmişlerdir. Diğer tüm öğrenciler benzer bir problemle karşılaşmadıklarını söylemişlerdir.

4. Problem Hakkında Görüşler

- **Birinci grup:**

Ö1: Gereksizdi bence, sıkıldım.

Ö2: En sıkıcısı buydu, bu üçgenler birbirinin aynısı değil, aynısı ama şöyle bir sıkıntısı var ama c, b'ye eşit değil, olmalıydı. *(İkizkenar üçgen olması gerektiğini kast etti.)*

Ö3: Sıkıcıydı, zordu.

- **İkinci grup:**

Ö2: Biraz sıkıldım da çok değildi yani.

Ö1: Bunu yapabiliydik içi dolu bence.

- **Üçüncü grup:**

Ö2: Uğraştırıcı ve zorlayıcı.

- **Dördüncü grup:**

Ö1: Değişikti.

Ö3: Güzel, daha eğlenceliydi.

- **Beşinci grup:**

Ö3: Güzel.

Ö2: Ortalamaydı.

Ö3: Şekilleri oluşturmak güzeldi, büyüme kısmı çok şey değildi aslında, hani daha farklı kriterleri olsaydı daha mantıklı şeyler çıkabilirdi çünkü bu olmamalı bence (son yaptıkları şekilden bahsetti), şu şekilde bir şey yapmamalıyız normalde.

A: Öğrenci çevrenin nasıl artırılabilceği ile ilgili sorunun kriterlerinin verilmesi gerektiğini söylemek istedi.

- **Altıncı grup:**

Ö1: Zordu.

Ö2: Zor ve güzeldi.

Birinci grup ve ikinci grup çözüme tam gidemediklerinden sıkılmışlardır. Dördüncü ve altıncı grup çözümü tam oluşturamamalarına rağmen problemi beğenmişlerdir.

5. Çözüm Süreleri

Problemde tam sonuca ulaşan beşinci grup çözüm için 11 dakika harcamıştır. Diğer grupların çözümlerinin 9 dakika ile 20.5 dakika arasında değişmektedir. Öğrenciler şekilleri birçok kez baştan başlayıp oluşturmuşlardır. Bu da çözüm sürelerine yansımıştır.



Birinci alt probleme yönelik bulgular özet

Öğrenciler çözüme denemeler, stratejik denemeler, kısmi planlı uygulamalar ve planlı uygulamalarla ulaşmışlardır.

Tablo 14.

Planlı Uygulamalar

Planlı Uygulamalar	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Grup-2		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Grup-3		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Grup-4		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Grup-5		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Grup-6		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

Tablo 15.

Kısmi Planlı Uygulamalar

Kısmi Planlı Uygulamalar	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1										
Grup-2	✓									
Grup-3	✓									
Grup-4	✓									
Grup-5	✓									
Grup-6	✓			✓						

Tablo 16.

Stratejik Denemeler

Stratejik denemeler	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1		✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓
Grup-2				✓	✓					✓
Grup-3		✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓
Grup-4		✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓
Grup-5		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
Grup-6					✓			✓		✓

Tablo 17.
Denemeler

Denemeler	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1	✓		✓							
Grup-2					✓					
Grup-3	✓									
Grup-4	✓			✓	✓	✓				
Grup-5	✓					✓				
Grup-6										

Genel bulgu tablolarına bakıldığında çözüme ulaşmada en yoğun olarak aparatlar üzerinde planlı uygulamalar, sonrasında stratejik (belirli bir düşünceye/fikre yönelik) denemeler kullanılmıştır. Kısmi planlı uygulamalar ve denemeler (plansız, rastgele uygulamalar) sınırlı sayıda kullanılmıştır.

Kısmi planlı uygulamaların tüm gruplar tarafından problem 1.1’de kullanıldığı onun haricinde yalnızca altıncı grup tarafından problem 1.4’te kullanıldığını görmekteyiz. Öğrencilerin problem 1.1’de kısmi plan kullanması problemin yapısından kaynaklanmıştır (tabana, ikinci ve üçüncü kata ayrı planlar yapmaları gerektiği için). Öğrencilerin genel olarak problemin bir bölümüne yönelik plan yapmadıklarını görülmektedir.

Öğrenciler problem 4.2 haricindeki tüm problemlerde, problem 1.1’de kısmi planlı uygulamalar, diğer problemlerde planlı uygulamalar olmak üzere, planlı ve kararlı uygulamalarla çözüme gitmişlerdir ve büyük ölçüde tüm gruplar doğru sonuçlara ulaşmışlardır (Ek-3). Ancak problem 4.2’de yalnızca beşinci grup plan geliştirip uygulamıştır. Onun haricinde tüm gruplar istenilen şekillere, şekilde verilen girinti çıkıntılara dikkat ederek, uzunlukları dikkate almaya çalışarak, stratejik denemelerle sonuca gitmeye çalışmışlar, istenilen şekle yakın şekiller oluşturmuşlar ancak oranlara tam karar vermek için plan geliştirmediklerinden şekilleri tam oluşturamamışlardır.

Gruplar bir problemde birden fazla yöntemi birlikte kullandığından gruplara göre kullanılan çözüm yöntemlerine bakmak yararlı olacaktır.

Tablo 18.
Grup-1 Çözüm Yöntemleri

Grup-1	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Planlı uygulamalar		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Kısmi planlı uygulamalar										
Stratejik denemeler		✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓
Denemeler	✓		✓							

Birinci grubun problemlerin çözümünden planlı uygulamalar ve stratejik denemelere yoğunlukla birlikte başvurduğu yalnızca yüksek karmaşıklıkta 1.1 problemde ve orta karmaşıklıkta problem 1.3’de denemelere başvurdukları görülmektedir. Karmaşıklık derecesi yüksek problem 4.2’de plan geliştiremediklerinden doğru sonuca ulaşamadıkları görülmüştür (Ek-3).

Tablo 19.
Grup-2 Çözüm Yöntemleri

Grup-2	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Planlı uygulamalar		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Kısmi planlı uygulamalar	✓									
Stratejik denemeler				✓	✓					✓
Denemeler					✓					

İkinci grubun çözümlerde yoğun olarak planlı uygulamalar tercih ettiğini stratejik denemeler ve denemelere sınırlı sayıda başvurduğunu görülmektedir. İkinci grubun yalnızca karmaşıklık derecesi yüksek problem 2.1’de denemelere başvurduğu görülmüştür. İkinci grup problem 2.1’de denemelere, stratejik denemelere ve planlı uygulamalara başvurmalarına rağmen ulaşılması beklenen beş dörtgenden yalnızca üç dörtgene ulaşabilmişlerdir. Bunlardan ikisine, stratejik denemelerle ulaştıkları birinci dörtgen üzerinden planlı uygulamalar yaparak ulaşmışlardır. Öğrencilerin özel dörtgenin kenar ve açısı özelliklerini inceleyip plan ya da strateji geliştirmediklerinden içi boş dikdörtgen ve içi boş kareye ulaşamamışlardır. Ayrıca öğrenciler problem 4.2’de plan geliştirememişler ve tam sonuca ulaşamamışlardır (Ek-3).

Tablo 20.
Grup-3 Çözüm Yöntemleri

Grup-3	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Planlı uygulamalar		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Kısmi planlı uygulamalar	✓									
Stratejik denemeler		✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓
Denemeler	✓									

Üçüncü grup tüm çözümlere planlı uygulamalar ve stratejik denemeleri birlikte kullanarak ulaşmaya çalışmıştır. Karmaşıklık derecesi yüksek olan birinci problemde çözümün başında farklı tabanlara yönelik yapılar oluşturup denemeler yapmışlardır. Karmaşıklık derecesi düşük olan problem 4.1'i ve karmaşıklık derecesi orta olan problem 1.4'ü yalnızca planlı uygulamalar yöntemiyle çözmüşlerdir. Karmaşıklık derecesi yüksek olan problem 4.2'de plan geliştirememişler, stratejik denemeler kullanmışlar ve tam sonuca ulaşamamışlardır (Ek-3).

Tablo 21.
Grup-4 Çözüm Yöntemleri

Grup-4	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Planlı uygulamalar		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Kısmi planlı uygulamalar	✓									
Stratejik denemeler		✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓
Denemeler	✓			✓	✓	✓				

Dördüncü grup yoğun olarak stratejik denemelerle planlı uygulamaları birlikte kullanmışlar ve diğer gruplara göre daha yoğun olarak denemelere başvurmuşlardır. Yalnızca karmaşıklık derecesi düşük olan dördüncü problemi sadece planlı uygulamalar yöntemiyle çözmüşlerdir. Planlı uygulama gerçekleştiremedikleri problem 4.2'de tam sonuca gidememişlerdir (Ek-3).

Tablo 22.
Grup-5 Çözüm Yöntemleri

Grup-5	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Planlı uygulamalar		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Kısmi planlı uygulamalar	✓									
Stratejik denemeler		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
Denemeler	✓					✓				

Beşinci grup problem çözümlerinde stratejik denemelerle planlı uygulamaları bir arada kullanmışlardır. Karmaşık derecesi yüksek olan problem 1.1 ve karmaşıklık derecesi orta olan problem 2.2’de denemelere başvurmuşlardır. Karmaşıklık derecesi düşük olan problem 4.1’i yalnızca planlı uygulamalarla çözmüşlerdir. Problem 4.2’de doğru sonuca tam olarak ulaşan tek grup beşinci gruptur (Ek-3).

Tablo 23.
Grup-6 Çözüm Yöntemleri

Grup-6	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Planlı uygulamalar		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Kısmi planlı uygulamalar	✓			✓						
Stratejik denemeler					✓			✓		✓
Denemeler										

Altıncı grup problemleri yoğunlukla planlı uygulamayla çözmüşler yalnızca karmaşıklık derecesi yüksek üç problemde stratejik denemeler kullanmışlar, denemeler kullanmamışlardır. Ancak planlı uygulama gerçekleştiremedikleri problem 4.2’de doğru sonuca ulaşmamışlardır.

İkinci grup ve altıncı grup problemleri yoğun olarak planlı uygulamalarla çözme eğilimi gösterirken diğer gruplar yoğunlukla problem çözümlerinde planlı uygulamalarla birlikte stratejik denemeler kullanmayı tercih etmişlerdir.

Öğrenciler karmaşıklık derecesi yüksek problemlerde denemeler kullanma eğilimi gösterirken, karmaşıklık derecesi düşük problemlerde planlı uygulamalarla çözüme gitmişler bu problemlerde stratejik denemeleri çözümlerinden emin olmak için ya da keşif amacıyla kullanmışlardır.

Öğrencilerin 10 problemdeki sonuca ulaşma durumları araştırmacı tarafından yüzde olarak değerlendirildiğinde birinci grubun (7. sınıflar) %83, ikinci grubun (8. sınıflar) %90, üçüncü grubun (7, 8, 8 sınıflar) %89, dördüncü grubun (9. sınıflar) %91, beşinci grubun (7, 9, 9 sınıflar) %92 ve altıncı grubun (9, 9, 7 sınıflar) %82 oranında sonuçlara ulaştığı görülmektedir. Öğrenciler büyük ölçüde doğru sonuçlara ulaşmışlardır. Ayrıca öğrenciler birden fazla sonuç içeren problemlerde büyük ölçüde alternatif sonuçlara ulaşabilmişlerdir (Ek-4). Problem bazlı çözüm süreleri 1,5 dakika ile 20,5 dakika arasında değişmektedir. Öğrencilerin belirli problemler çözmek için uzun süreler harcadığı görülmektedir.

Problem 1.2'yi öğrenciler permütasyon problemlerine benzettiklerini söylemişlerdir. Ancak döndürülmüş hallerinin yeni şekil sayılacağını söylemişlerdir. Faktöriyelle hesapladıklarını söylemişlerdir. Problem 2.1'i ve problem 4.2'yi birinci ve dördüncü gruptaki öğrenciler tangrama benzetmişlerdir. Ancak bu problemlerden ilkindeki özel dörtgenler belirli açı ve kenar özelliklerine sahiptir ve bu özellikler kullanılarak çözümlere ulaşılması beklenmektedir. Ayrıca 4.2'de (üçgenlerle şekil oluşturma sorusu), üçgenlerin kenar özelliklerini kullanmayı, oranlı düşünmeyi ve yapılarla çalışmayı gerektirmektedir. Bu yüzden tangramdan ayrılan sorulardır. Problem 3.1'i birinci, ikinci ve altıncı gruptaki öğrenciler birim karelerin birleşmesiyle oluşan maksimum, minimum çevre sorularına benzetmişlerdir. Kavramsal olarak benzerlerini çözmüş olsalar da materyalle çözmedikleri görülmektedir. Öğrencilerin aparatlı problem formatında benzer problemle karşılaşmadıkları görülmektedir.

Öğrencilerin soruların zorluk dereceleri ile ilgili görüşlerinin problem 1.2, problem 2.1, problem 3.1 ve problem 4.1 için tutarlı olduğunu diğer problemler için tutarsız olduğunu görmekteyiz. Birinci gruptan bir öğrenci dört etkinliği, diğer öğrenciler sadece bir etkinliği sıkıcı bulmuşlardır. İkinci gruptan bir öğrenci sadece son etkinliği sıkıcı bulmuştur. Üçüncü, dördüncü ve beşinci gruptaki öğrenciler tüm problemleri, iyi güzel ya da eğlenceli bulmuşlardır. Altıncı gruptan bir öğrenci bir etkinliği sıkıcı, iki öğrenci başka bir etkinliği sıkıcı bulmuşlardır. On problem ve 18 öğrenci göz önüne alındığında öğrencilerin problemler hakkındaki görüşlerinin büyük ölçüde olumlu olduğu görülmektedir.

4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Tablo 24.
Matematiksel Düşünme Özellikleri

Matematiksel Düşünme	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Problem-1.1	Genelleme	Genelleme	Genelleme	-----	-----	Genelleme
Problem-1.2	Örüntüler ve ilişkiler arama	Örüntüler ve ilişkiler arama	Örüntüler ve ilişkiler arama	Örüntüler ve ilişkiler arama	Örüntüler ve ilişkiler arama	-----
Problem-1.3	İçgörü	İçgörü	İçgörü	İçgörü	-----	İçgörü
Problem-1.4	-----	İçgörü Esnek düşünme	-----	-----	-----	-----
Problem-2.1	İç görü	İç görü	İç görü	İç görü	İç görü	İç görü
Problem-2.2	Ekonomiklik Matematiks el hafıza	Ekonomiklik Matematiks el hafıza	Ekonomiklik Matematiks el hafıza	Ekonomiklik Matematiks el hafıza	Ekonomiklik Matematiks el hafıza	Ekonomiklik Matematiks el hafıza
Problem-3.1	Genelleme	Genelleme	Genelleme	Genelleme	Genelleme	-----
Problem-3.2	Matematiksel el hafıza Esnek düşünme	İçgörü	Matematiksel el hafıza Esnek düşünme	Matematiksel el hafıza Esnek düşünme Tersinir düşünme	Esnek düşünme	Esnek düşünme
Problem-4.1	İçgörü Tersinir düşünme Genelleme	-----	Tersinir düşünme	Tersinir düşünme	-----	İçgörü Tersinir düşünme
Problem-4.2	-----	-----	-----	-----	Esnek düşünme	-----

Öğrencilerin matematikte üstün yeteneklilerin karakteristik özellikleri arasında gösterilen, genelleme, örüntü ve ilişki arama, ekonomiklik, esnek düşünme, matematiksel hafıza ve tersinir düşünme özelliklerini ve matematikte yaratıcı düşünme özellikleri arasında verilen iç görü özelliklerini gösterdiği belirlenmiştir.

1. Genelleme

Genelleme birinin belirli durumlardan türetme yaptığı ya da uyandığı (induce) süreçtir (Sriraman, 2003). Sriraman (2003) genellemenin;

- Özellikleri soyutlamayı (Davis & Hersh, 1981),

- Ortak özellikleri belirlemeyi (Dreyfus, 1991),
- Geçerlilik alanlarını genişletmeyi (Davydov, 1990; Dienes, 1961; Polya, 1954) içerdiğini aktarmıştır.

Grupların, problem 1.1’de, problem 3.1’de ve problem 4.1’de genellemelere ulaştığı görülmüştür.

• Problem 1.1

Birinci grup, çözümde farklı bir yapı oluşturdukları için diğer gruplardan farklı bir genellemeye ulaşmışlardır. İkinci, üçüncü ve altıncı grup birbirileriyle aynı genellemeye ulaşmışlardır.

Birinci grup

Ö1: O zaman böyle yapalım. İlk sütunu üç katlı bıraktı, diğerlerini iki, iki, bir, bir...
 Ö2: O zaman ne olur biliyor musun hiçbir şey değişmez.
 Ö3: Hiçbir şey değişmez.
 Ö2: Bir şey değişmez, ha burada, ha burada.
 Ö1: Buradan bakınca...
 Ö2: Burası beş, burası da beş, on beş oluyor, buraya tekrar koyuyoruz yine on beş oluyor yani eşit farkı yok. (A: Taban sekize bir iken, bir sütun üç katlı diğerleri iki katlı iken ikinci ve üçüncü kattaki küplerin yeri değiştirilse de iz düşümler toplamının değişmeyeceğini gösterdi.)
 Ö1: Tamam.

A: Üç boyuttan iz düşümler toplamının belirlediği şartlarda geçerlilik alanının genişleterek **genellemeye** ulaşmıştır

İkinci grup

Ö2: Üçüncü kattaki kırmızı küpün yeri değişse de iz düşümler toplamı değişmez.
 A: Kendi oluşturdukları yapıdan yola çıkarak, taban üçe üç (ortada bir boşluk), ikinci katta altı küp üzerli ve üçüncü katta bir küp olduğunda, üst kattaki bir küpün yerinin değişmesinin üç boyuttan iz düşümler toplamının değişmeyeceğini kastetti.

A: Üç boyuttan iz düşümler toplamının belirlediği şartlarda geçerlilik alanının genişleterek genellemeye ulaşmıştır. Üçüncü ve altıncı grup da aynı **genellemeye** ulaşmışlardır.

• Problem 3.1

Üçüncü grup ilk altı deseni oluştururken, birinci, ikinci, dördüncü ve beşinci grup en uzun çevreli deseni ararken aynı genellemeye ulaşmışlardır.

Üçüncü grup:

(Dokuz kareyle altı deseni oluşturmaya başladılar. Ö1 ve Ö2 kare oluşturdular.)

Ö2: Neyi soruyor?

Ö3: Bir birimmiş bir kenarı.

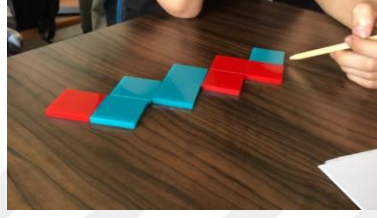
(Ö1 ve Ö2 ikinci şekli oluşturdular.)

Ö2: Şöyle olur. (Kareleri yan yana dizdi.)

Ö1: Yirmi.

Ö3: Dokuz, on sekiz, yirmi.

(Ö1 ve Ö2 üçüncü deseni oluşturdular.) (Resim 83)



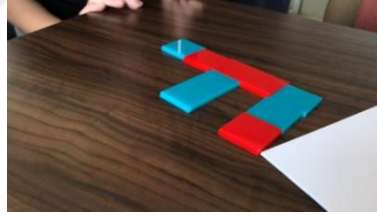
Resim 83. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme

Ö2: (Çevreyi saydı.) Yirmi mi?

(Ö1 yeniden saydı.)

Ö1: Şuradan başladık, yirmi.

(Ö2 dördüncü deseni oluşturdu.) (Resim 84)



Resim 84. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme

Ö1: Çevresini hesaplayalım.

Ö2: (Hesapladı.) Bu da mı yirmi?

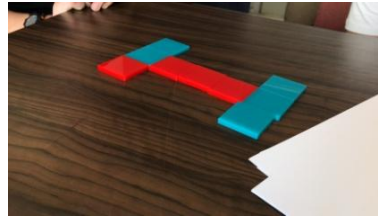
(Ö1 beşinci deseni oluşturdu. Ö2 saydı.)

Ö2: Bu da yirmi.

(Öğrenciler çevresi 20 birim olmayan desenler oluşturabilmek için denemeler yaptı.)

Ö1: Bir de şey yapalım.

Ö2: Başka ne yapalım? Bunu yapalım. (Resim 85)



Resim 85. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme

(Ö2 on altı saydı.)

Ö1: Şuraları saydın mı?

Ö2: (Baştan saydı). Bu da yirmi.

(Ö1 başka desen oluşturdu.) (Resim 86)



Resim 86. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme

Ö1: Bu da yirmi çıkıyor mu baksana?

Ö2: Yirmi, bir tek kare yirmi çıkmıyor.

Ö3: Neden?

Ö1: Hep bir kenar birbirine değiyor. O yüzden.

(Ö1 ve Ö2 çevresi yirmi olmayan bir şekil oluşturmaya çalıştı.)

Ö2: Şöyle. (Resim 87)



Resim 87. Problem 3.1 Grup-3 Genelleme

Ö2: On dört.

*A: Öğrenciler desenleri oluştururken her kare desenin kendinden önceki haline birer kenarından değdiğinde çevrenin hep yirmi çıktığını fark ettiler bu yüzden son oluşturdukları desende dört karelik sütundaki son üç kareyi desenin kendileri eklenmeden önceki haline ikişer kenarından birleştirilerek farklı çevreye sahip bir desen oluşturabildiler. Öğrenciler oluşturdukları çevresi 20 br olan beş desendeki ortak özelliği belirleyerek **genellemeye** ulaştılar.*

• Problem 4.1

Birinci grup, problemde verilen desene aynı üçgenlerin büyültülmüş benzerlerini kullanarak ulaşabileceklerini belirterek genelleme yapmışlardır.

Birinci grup:

Ö2: Daha fazla üçgen kullanarak yaparım. Gene bunun aynısını yapıp şuraları yükseltirim. Buraya bir tane kare koyarım, buraya devam ettiririm (üçgen setindeki bir üçgenin daha büyük olan benzerlerini oluşturabileceğinden bahsetti).
(Ö1 ve Ö2 de aynı üçgenin büyüüğünü yaptılar.)

Ö1: Bakın böyle üçgenlerle yaparız.
 Ö3: Şunlarla da olmaz mı şöyle üçgenlerle.
 Ö2: Benimkinde oluyor. (Resim 88)



Resim 88. Problem 4.1 Grup-1 Genelleme

Ö2: Bunu istediğim kadar büyütebilirim bu arada.

*A: Daha büyük, benzer üçgenler oluşturarak da problemde istenilen şeklin benzerlerini oluşturabileceğini kast etmiştir. Şekillerin, ortak özelliklerini fark ederek ve daha fazla benzer şekil oluşturabileceğini söylerek, geçerlilik alanlarını genişleterek **genellemeye** ulaşmıştır.*

Tablo 25.
 Matematiksel Düşünme - Genelleme

Genelleme	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1	✓						✓		✓	
Grup-2	✓						✓			
Grup-3	✓						✓			
Grup-4							✓			
Grup-5							✓			
Grup-6	✓									

Tablo 25’de görüldüğü üzere her grup en az bir genellemeye ulaşmıştır. Genellemelerin problem 1.1 de ve problem 1.3 de yoğunlaştığını görmekteyiz. Problem 4.1’de yalnızca birinci grup genellemeye ulaşmıştır.

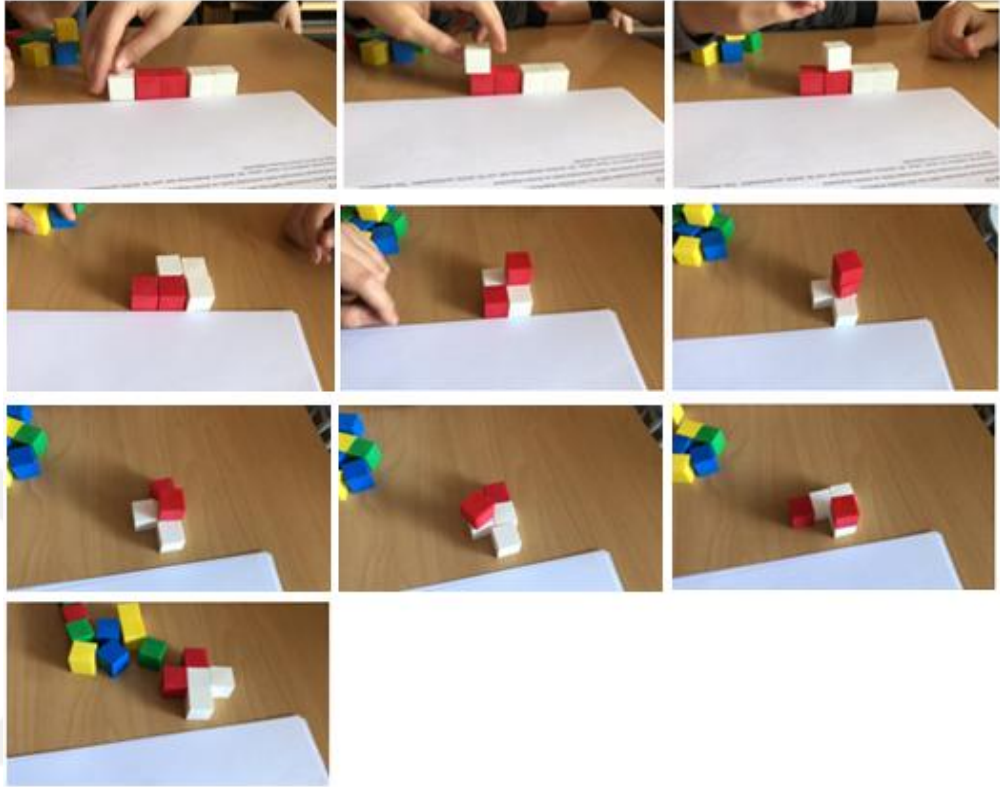
2. Örüntü ve ilişki arama

Yalnızca Problem 1.2’de örüntü ve ilişki arama özelliğine rastlanmıştır.

• Problem 1.2

Şekillerin oluşturulmasından net bir örüntü ya da kural yoktur ancak ilk beş grup, beş küple şekiller oluştururken yoğunlukla, her seferinde bir küpün yerini değiştirerek ve belirli bir sıra takip etmeye çalışarak, örüntü ve ilişki arama eğilimi göstermişlerdir.

Dördüncü grup:



Resim 89.Problem 1.2 Grup-4 Örüntü ve İlişki Arama

A: Beş küple oluşturdukları on örnekte 8. şekilden 9. şekle geçerken iki küpün kaydırarak tek hamlede yerini değiştirdiler. Diğer tüm şekilleri oluştururken her seferinde birer küpün yerini değiştirdiler. Bu durum örüntüsel şekilde yeni şekillere ulaşmaya çalıştıklarının göstergesidir.

Tablo 26.

Matematiksel Düşünme - Örüntü ve İlişki Arama

Örüntü ve ilişki arama	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1		✓								
Grup-2		✓								
Grup-3		✓								
Grup-4		✓								
Grup-5		✓								
Grup-6		✓								

Görüldüğü üzere gruplar yalnızca problem 1.2’de şekilleri belirli bir kurala göre dizme eğilimi göstererek, örüntü arama eğilimi göstermişlerdir.

3. Ekonomiklik

Problem 2.2’de tüm gruplar çözüme gitmede ekonomiklik kullanmışlardır. Ekonomiklik iki şekilde karşımıza çıkmıştır. Birincisi şekillerin çevrelerini hesaplarken, ikincisi dörtgenlerin çevre ve alanlarını karşılaştırırken. İki durmudan birer örnek aşağıda paylaşılmıştır.

- **Problem 2.2**

Örnek durum: Üçüncü grup

(Ö1 tek parçanın tüm kenarlarını ölçtü.)

Ö2: Az önce oluşturduğumuz tüm dörtgenlerin çevrelerini hesaplayacağız.

Ö2: Tekrar oluşturalım.

Ö3: Evet harika!

Ö2: Yamuk nasıldı?

(Ö1 oluşturdu. Ö1 tek seferde oluşturdu.)

Ö1: Her kenardan iki tane var.

Ö2: Şunlardan dört tane bunlardan da dört tane var.

Ö1: Hayır en uzundan iki tane var, şu ikisi farklı. Her kenardan iki tane var.

Ö2: (Yeniden bir özel dörtgenin tüm kenarlarını ölçerek topladı). On beş buçuk.

Ö2: On beş buçuğu ikiyle çarpacaksın 31 cm.

(Ö2 kâğıda bulduklarını yazdı.)

Ö3: Ç. yaz sadece.

*A: öğrenciler dört özel dörtgenle oluşturulmuş yamuğun çevresinde özel dörtgenin her kenarından iki tane olduğunu anlayarak kısaltılmış yapılarda düşünerek, özel dörtgenin çevresini ikiyle çarparak pratik şekilde hesaplayıp **ekonomiklik** özelliği göstermişlerdir.*

Örnek durum: Altıncı grup

Not: Problemde araştırmacı tarafından içi boş şekillerin alanları belirlenirken boşluğun dâhil olduğu bilgisi verilmiştir.

Ö2: İçi boşluklu olan büyük içi dolu olan küçük olacak.

Ö2: Alan için.

(Hesaplamalara başladılar. Kareyi oluşturup çevresini 31cm alanını 56,25 santimetrekare hesapladılar. Paralelkenarı oluşturdular. Ö2 paralelkenarın yüksekliğini ölçmeye çalıştı alan hesaplayabilmek için.)

Ö1: Aynı bu da ya.

(Çözüme devam ettiler. Yamuğu oluşturdular.)

Ö3: Alan yine aynı, elli altı yirmi beş.

(İçi boş kareyi oluşturdular.)

Ö1: Bunun çevresi büyük çıkacak çünkü boşluk bayağı büyük.

*A: Görüldüğü üzere öğrenciler içi dolu şekillerin alanları aynı olduğundan bir tanesini hesaplayarak diğer şekillerin de alanlarına ulaşmışlardır. İçi boş karenin çevresinin daha büyük olduğunu anlamışlardır. Alan ve çevre kıyaslaması yaparken şekillerin özelliklerini dikkate alarak pratik çözümler yaptıklarından **ekonomiklik** özelliği göstermişlerdir.*

Tablo 27.

Matematiksel Düşünme - Ekonomiklik

Ekonomiklik	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1						✓				
Grup-2						✓				
Grup-3						✓				
Grup-4						✓				
Grup-5						✓				
Grup-6						✓				

Ölçme ve hesaplama gerektiren problem 2.2’de öğrenciler hesaplamaları ve karşılaştırmaları pratikleştirerek ekonomiklik örneği göstermişlerdir.

4. Matematiksel hafıza

Matematiksel hafıza: Genelleştirilmiş ilişkileri, muhakeme şemalarını ve farklı tür problemleri çözme yöntemlerini hatırlama, matematiksel gerçekleri hatırlama becerisidir (Krutetskii, 1976; House, 1987’den aktaran Diezzman, 2002; Kapnick, 1998’den aktaran Assmuss, 2018).

- **Problem 2.2**

Bu problemde tüm gruplar, bir önceki problemdeki dörtgenlerin aynısını oluştururken, daha önceki problemleri çözme şekillerini hatırladıklarından matematiksel hafıza özelliği göstermişlerdir.

Birinci gruptaki öğrenciler paralelkenarı, yamuğu ve kareyi önceki soruda nasıl oluşturduklarını düşünerek oluşturdular. Ancak içi boş kareyi nasıl oluşturduklarını hatırlayamadılar, ilk iki parçayı nasıl birleştirdiklerini hatırlamaya çalışarak stratejik denemelerle baştan oluşturdular.

İkinci grup öğrencilerden Ö2 kareyi bir önceki sorudan hatırlayarak planlı bir şekilde oluşturdu. Ö2 kareyi ikiye ayırıp bir yarıyı şeklin etrafında döndürerek paralelkenar oluşturdu. Ö2 yamuğu paralelkenarı ayırıp farklı taraftan birleştirerek oluşturdu. Ö2 bir önceki soruda şekilleri birbirinden yola çıkarak nasıl oluşturduğunu hatırlayarak kolaylıkla oluşturdu.

Üçüncü grup yamuğu bir önceki etkinlikten hatırlayarak tek seferde oluşturdular. Yamuktan kareyi, kareden paralelkenarı bir önceki etkinlikteki uygulamaları yaparak kolaylıkla oluşturdular. İçi boş kareyi nasıl oluşturdıklarını hatırlamakta biraz zorlandılar ancak iki parçasını nasıl birleştirdiklerini hatırladılar. Diğer iki parçasını da aynı şekilde oluşturup, döndürüp, çevirip birleştirdiler.

Dördüncü grup bir önceki problemde en son içi boş kareyi oluşturmuşlardı. Hiç bozmadan çevresini hesapladılar. Bir önceki problemde hatırlayarak yamuğu kolaylıkla oluşturdular. Yamuktan kareyi kolaylıkla oluşturdular. Yamuktan paralelkenarı önceki sorudaki gibi oluşturdular, ancak hatırlamakta zorlandılar. İçi boş dikdörtgeni oluşturmada da zorlandılar.

Beşinci grupta Ö1 kare, yamuk ve paralelkenarı önceki soruda oluşturdıkları için düşünerek kolaylıkla oluşturdu. Ancak içi boş kareyi hatırlamakta zorlandılar. İlk iki parçasını nasıl birleştirdiklerini hatırlayarak yeniden oluşturdular.

Altıncı gruptaki öğrenciler önceki soruda oluşturdıkları şekillerden yola çıkarak kareyi ve paralelkenarı kolaylıkla oluşturdular. Yamuğu, içi boş dikdörtgeni ve içi boş kareyi bir önceki soruda nasıl oluşturdıklarını düşünerek oluşturdular.

Örnek durum: İkinci grup

(Soruyu okudular.)

(Ö2 kareyi oluşturdu. Ö2 karenin bir yarısını cetvelin üstüne aldı.)

Ö2: Beş, iki buçuk, yedi buçuk çevresi 30.

(Ö2 soru kâğıdına çevreyi yazdı. Alanı da hesaplayıp yazdı. Ö2 kareyi ikiye ayırıp bir yarıyı şeklin etrafında döndürerek paralelkenar oluşturdu. Paralelkenarın uzun kenarını 8cm olarak ölçtü.)

Ö2: 8, diğer kenarları zaten yedi buçuk, yedi buçuktu, 31 oldu.

(Ö2 soru kâğıdı üzerine yazdı.)

Ö2: Paralelkenar çevre 30 cm, alanı yine aynı olacak aynı parçalar olduğu için.

Ö2: Yamuk vardı.

(Ö2 yamuğu oluşturdu.)

Ö2: Üst kenarı 5cm (parçaları birlikte ölçtü) alt kenarı 10 cm oldu (parçaları tek, tek ölçtü) yan tarafları da 8cm oldu (tek tek ölçtü) 31 oldu yine (kâğıdın üzerine yazdı). Alan yine aynı.

Ö2: En küçük ve en büyük çevreye sahip olan diyor, en küçük çevre kareye, diğer ikisi en büyük, alan hepsi aynı.

A: Ö2 şekilleri bir önceki sorudan hatırlayarak kolaylıkla oluşturduğu için **matematiksel hafıza** özelliği göstermiştir.

- **Problem 3.1**

Örnek durum: Birinci grup

İlk beş deseni düz olandan başlayıp her seferinde bir karenin yerini değiştirerek hızlıca oluşturdular. Altıncı deseni kare şeklinde oluşturdular. Çevrelerini hesaplamadıklarını fark ettiler.

Ö2: Bu desenlerin her birinin çevrelerini hesaplayın.

Ö3: Kolay.

Ö2: Biz yaptıklarımızı hatırlıyor muyuz?

Ö1: Ben hatırlıyorum.

Ö2: Ben de hatırlıyorum.

(Ö3 karenin çevresini on iki olarak yazdı.)

(Ö2 düz olan deseni oluşturdu.)

Ö2: Bir, iki...

Ö3: Dokuz dokuz onsekiz, yirmi.

Ö2: Yirmi.

(Ö2 ikinci deseni oluşturdu.)

Ö2: Bu da yirmi.

Ö3: Bekle.

Ö2: Hiçbir şey değişmiyor bak.

(Ö3 saymaya başladı.)

Ö3: Ha değişmiyor, kalan hepsi yirmi.

(Ö1 bir birim kareyi oynattı, yirmi, yirmi diye gösterdi.)

A: Öğrencilerin oluşturdıkları altı deseni hatırlayıp yeniden oluşturmaları matematiksel hafıza göstergesidir.

- **Problem 3.2**

Birinci, üçüncü ve dördüncü gruptaki öğrenciler baştan itibaren yaptıkları hamleleri hatırlayarak ileri matematiksel hafıza özelliği göstermişlerdir.

Örnek durum: İkinci grup

(Ö1 baştan başladı.)

Ö2: Buldum ben.

Ö1: Şunu mu şuraya alsam?

Ö3: Yap hadi.

Ö2: İki basamaklı rakam.

Ö3: İki basamaklı rakam yok.

Ö2: Olsun öyle diyorum ben.

Ö1: *(Başladı.)* Yok, buraya atmayacağım bunu.

Ö2: Buraya getirebilirsin.

(Ö2 iki hamle yaptı.)

Ö1: Şunu şuraya getirseydin keşke.

Ö1: Aa! Dur çözdüm.

(Ö1 hamle yaparken Ö2 de hamle yapınca kareler kaydı.)

Ö2: Tüh! Yapıyordum, yapmıştım, ben anladım olayı.

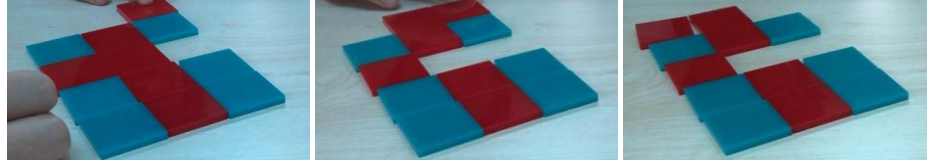
(Ö1 baştan yapmaya başladı.)

Ö2: Ben unuttum.

Ö3: Ben hatırladım tamam. (Hamlelere başladı, üç hamle yaptı.)

Ö2: Hayır bunu oynatmıyacaktın.

(Ö3 altıncı hamleye geldi. Ö2 müdahale etti şekil karıştı. Ö3 yeniden ilk üç hamleyi yaptı.) (Resim 90)



Resim 90. Problem 3.2 Grup-1 Matematiksel Hafıza

Ö3: Sonra ne yapmıştım. Dört. (Resim 91)



Resim 91. Problem 3.2 Grup-1 Matematiksel Hafıza

A: Ö3'ün önceden yaptıkları hamleleri hatırlaması **matematiksel hafıza** göstergesidir.

• Problem 4.1

Örnek durum: Dördüncü grup

Ö2: İki katına çıkardığımız için alan dört katına çıkıyor.

A: Ö2'nin resimdeki şekilde alan dört birim kareyken kendi oluşturdukları şekilde neden on altı olduğuna getirdiği açıklama, çevre alan oran ilişkisi ile ilgili kuralı kullandığının göstergesidir. Matematiksel gerçekleri hatırlamak, matematiksel hafıza göstergesidir.

Tablo 28.

Matematiksel Düşünme - Matematiksel Hafıza

Matematiksel Hafıza	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1						✓	✓	✓		
Grup-2						✓				
Grup-3						✓		✓		
Grup-4						✓		✓	✓	
Grup-5						✓				
Grup-6						✓				

5. Esnek düşünme

Esneklik: bir hareketten diğerine, bir düşünce hattından diğerine hızla geçiş yeteneğidir (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981).

• Problem 1.4

İkinci grup

Ö1 ve Ö2 ön ve sol görünümüne, sol arka ortak sütuna ve ön görünümüne göre yapıyı oluşturdular, ancak görünümeleri etkinlik kâğıdında kontrol ettiklerinde doğru yapıya ulaşamadıklarını anladılar. Bunun üzerine, Ö3 düşündü ve aşağıdaki hamleyi yaptı.

Ö3: Bunu itsek. Şeklin önündeki ikinci ve üçüncü sütunları arka hizalanacak şekilde arkaya itti.



Resim 92. Grup-2 Etkinlik 1.4 Matematiksel Düşünme

Ö1: Üst oldu şimdi.

Ö1: Sağ da oldu.

Ö1: Olmuş bence.

A: Tüm gruplar, rastgele belirledikleri yönlerden çözüme başladılar, doğru yapıya ulaşamadıklarında her seferine yapıyı bozup baştan başladılar. Sonrasında, sol arka ortak sütunu görerek sol görünümü ve arka görünümü önce oluşturup sonuca vardılar.

İkinci gruptaki Ö3 ise yapıyı bozup baştan başlamak yerine, bir hamleyle sıkıntıları düzeltebileceğini düşünüp, grup arkadaşları görünümeleri teker teker oluşturup sonuca gitmeye çalışırken, diğer gruplarda ve grup arkadaşlarında gördüğümüz tek tip çözümün dışına çıkarak **esnek düşünmeyle** sonuca ulaşmıştır.

• Problem 3.2

Birinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci grup, yaptıkları stratejik denemelerdeki hamlelerinde belirli bir hamleden sonra farklı hamleler yapmaya karar vererek esnek düşünme örneği göstermişlerdir.

Üçüncü grup

(Ö2 sol alttaki yeşili üçüncü satıra atlattı.)

Ö2: Hepsini bir yukarı atlatsak aynı mı olur?

Ö2: Alt satırda kalan kareleri en üste atlattı.

(Ö2 altı hamlede ters T oluşturdu.)

Ö1: Aynı şekil olacak.

Ö2: Bunları böyle alacağız.

(Ö2 istenilen deseni oluşturdu ama bir yeşil şeklin dışında kaldı.)

Ö2: şöyle bi şey yapsak mesela. (On iki hamlede istenilen şeklin simetriğini oluşturdu.)

(Ö1 ve Ö2 şekli baştan dizdi.)

Ö1: Hepsini birlikte atıyoruz bence.

(Ö1 Ö2 altı hamlede ters T ye ulaştılar.)

Ö1: Demin öyle yapınca ters çıktı bu sefer böyle yapalım.

(Ö1 ve Ö2 on dört hamlede istenilen şekle ulaştılar.)

Ö2: Her halde on dördttür.

Ö1: On dört diyelim.

A: Ö1'in önceki çözümlerine dayanarak nerede farklı hamle yapmalarına karar vermesi düşünme yönünü değiştirdiğinden **esnek düşünme** göstergesidir.

• Problem 4.2

Tüm gruplar etkinlikteki şekillerin çevrelerine bakarak üçgenleri stratejik denemelerle kenarlara yerleştirip içerisini dikdörtgensel yapılarla doldurup çözüme gitmeye çalıştılar. Ancak hep aynı yöntemle stratejik denemeler yaparak istenilen şekillere yakın şekilleri oluşturdular ancak istenilen şekillere tam olarak ulaşamadılar. Beşinci gruptan Ö1, Ö2 ve Ö3 de diğer gruplardaki yöntemle çözüme gitmeye çalıştılar. Ancak, Ö1 biraz uğraştıktan sonra farklı bir yöntem önerdi.

Beşinci grup

Ö2: Köşe şöyle değil mi?

Ö3: Böyle zaten, bunun üstünden devam edeceğiz.

Ö2: Şöyle mi?

Ö3: Evet, şu da şöyle devam edelim madem. (Şeklin dışındaki üçgenleri dizmeye çalıştılar.)

Ö1: Şöyle olabilir mi şurası (içeriye üçgen koydu dikdörtgenlik bir yapı elde etti.)

Ö3: Evet, evet olacak zaten, önce dışını oluşturalım da içini doldururuz sonra. (Ö2 yerleştirdi). Evet, şöyle koy.

Ö2: Dışa doğru yok içe doğru olması lazım böyleyken şöyle dönmesi lazım.

Ö3: Şu şuradan gelecek böyle devam ediyor.

Ö2: Şurayı düz yaptık mı yok.

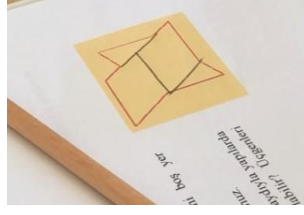
Ö3: Düz oldu işte.

Ö2: Şurası şöyle ilerledi sonra direkt saptı.

Ö1: Kalem alabilir miyim?

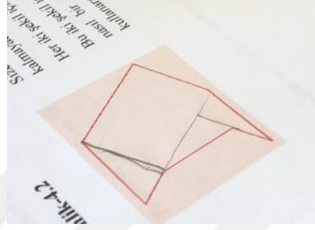
Ö2: Gitti, gitti, gitti biraz daha saptı öyle değil.

(Ö1 sorudaki ikinci şekli yapılarla böldü.) (Resim 93)



Resim 93. Grup-5 Etkinlik 4.2 Matematiksel Düşünme

Ö1 sorudaki birinci şekli de yapıları böldü. (Resim 94)



Resim 94.. Grup-5 Etkinlik 4.2 Matematiksel Düşünme

Ö1: Böyle yapalım mı?

Ö3: Tamam kare yapacağız şunu ya da dikdörtgen artık neyse.

Ö3: Tamam bir dakika, böyle değil böyle mi?

Ö2: Evet.

Ö3: Sonra burası böyle.

Ö1: Buraya da kare.

(Üçü birlikte eklemeleri yaptılar, şekli oluşturup kontrol ettiler.)

A: Ö1, grup arkadaşlarıyla diğer gruplardaki öğrencilerle aynı yöntemle çözüme başlamışken başka bir şekilde çözüme gidilmesi gerektiğini düşünerek esnek düşünme göstermiştir.

Tablo 29.

Matematiksel Düşünme - Esnek Düşünme

Esnek düşünme	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1								✓		
Grup-2				✓						
Grup-3								✓		
Grup-4								✓		✓
Grup-5								✓		
Grup-6										

Öğrenciler çözüme ulaşmak için birden fazla yönteme başvursa da (denemeler, stratejik denemeler, planlı uygulamalar vb.) öğrencilerin çözüm için geliştirdikleri fikirlerin çözüme gitmedeki en net yollar eğiliminde olduğu ancak çözüme ulaşamadıklarında dahi

çeşitlilik göstermediği gözlemlenmiştir. Tablo 29’da görüldüğü üzere gruplardan dört tanesi problem 3.2’de en az hamleye ulaşmak için belirli bir sıradaki hamleden sonra farklı hamleler düşünerek esnek düşünmüşler onun dışında problem çözümlerinde grup içinde ve gruplar arasında ortak fikirler ve düşüncelerle sonuca gittikleri görülmüştür.

6. Tersinir düşünme

- **Problem 4.1**

Birinci, üçüncü ve altıncı gruptan birer öğrenci, problemde üçgenlerin alanları birer birim kare verildiğinden ve aparat tanıtılırken verilen bilgiye göre üçgenlerin dik kenarlarından biri diğerinin iki katı olduğundan, üçgenin kısa kenarının bir birim, uzun kenarının bir birim olduğunu bulmuşlardır. Alandan geri gelerek kenarlara ulaşmışlardır.

Örnek durum: Üçüncü grup

Ö2: Bir saniye, bir birim karelik dört üçgen.

Ö2: O zaman burası bir, burası iki (*dik üçgenin kenarları*).

Ö3: Evet.

(Ö2 üçgenlerin alanı bir birimkare verildiği için ve dik üçgenin oranlarının ikiye bir olduğu aparat tanıtılırken verildiği için üçgenin kenar uzunluklarının bir birime iki birim olduğunu anlamıştır. Alan bilgisinden şeklin özelliklerini düşünerek kenar bilgisine ulaşarak tersinir düşünme özelliği göstermişlerdir.)

Arkadaşları, üçgenler zaten birer birim kare olduğundan alan hesaplayacakları için kenar hesaplamaya gerek olmadığını söylediğinden öğrenciler kenar bilgisiyle çözüme gitmemişlerdir. Ancak alan kenar oranı kurarak ulaştıkları kenar bilgisiyle de çözüme gidebilirlerdi.

Tablo 30.
Matematiksel Düşünme - Tersinir Düşünme

[illegible]

Tersinir düşünme ile yalnızca problem 4.1 de üç grupta karşılaşılmıştır. Öğrenciler arkadaşları çözümü tersinir düşünme gerektirmedikinden hızlıca sonuca ulaştıkları için, tersinir düşünme ile ilgili elde ettikleri bilgileri çözümde kullanmamışlardır.

7. İçgörü

İçgörü, otomatikleştirilmiş bir tepki sisteminden daha fazlası, bir yetenek veya yetenek sisteminden daha fazlasıdır; bir teori, bir inanç, bir otonom beklentiler sistemidir. Tecrübe içgörüyü şekillendirmede temel bir role sahiptir, çünkü belirli durumlarda istikrarlı beklentileri şekillendirir (Fischbein, 2002, s. 88). İçgörü, öz kanıt, içsel kesinlik, zora başvurma, azim, teori (mini teori) durumu, genellik (bütünü görme), dolaylılık karakteristik özelliklerine sahiptir (Fischbein, 2002, s. 43).

• Problem 1.3

İkinci gruptaki Ö2 ve Ö3, üçüncü gruptaki Ö1 ve Ö2 ve altıncı gruptaki Ö1 simetrisi uygulamalara başlamadan hızlı bir şekilde görerek iç görü örneği göstermiştir.

Örnek durum: Altıncı grup

Ö1: Bir tane ekleyip simetri bulacağız. Şu mesela. *Birinci şekle küp ekleyerek simetrik hale getirdi.* (Resim 95)



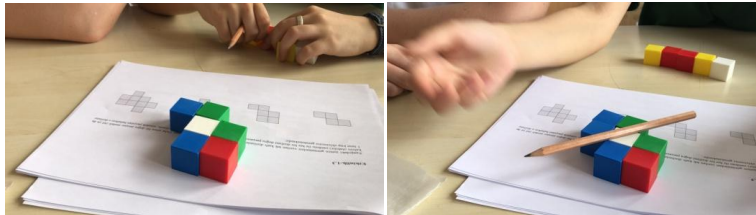
Resim 95. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü

Ö2: Ha öyle tamam, tamam.

Ö2: Bu normal hali bir saniye bir küp versene bana. Bundan bir tane mi bulacaktık?

Ö1: Yalnız ikincisini herkes ayrı yapamaz, çünkü yedi tane lazım küp.

Ö1: Ben bunu da buldum. *(İkinci şekle küp ekleyerek simetriğini gösterdi.)*



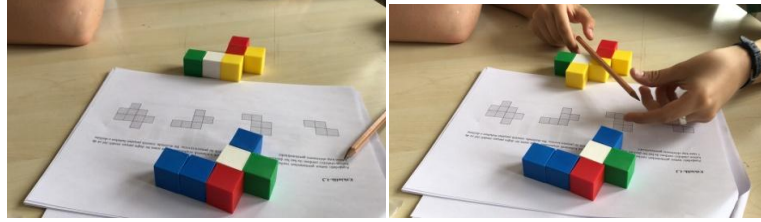
Resim 96. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü

Ö2: Şimdi şunu yapalım.

(Ö2 ve Ö3 üçüncü şekli dizdi ayrı ayrı.)

Ö1: Buldum hocam ama.

Ö2: Bu kolaymış ya. Ö2 eklemeyi yaptı ve simetriyi gösterdi. (Resim 97)



Resim 97. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü

Ö2: Sonuncuyu yapalım.

Ö1: Son şekle başladı, ö2 ve ö3 yardım ettiler.

Ö2: Bu normal hali.

Ö1: Bir şuraya koyarız bir de şuraya. Ö1 iki çözümü de gördü. (Resim 98)



Resim 98. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü

(Ö2 aynen dedi ve küpü yerleştirdi.)

Ö1: Simetri doğrusunun yönünü gösterdi.

Ö1: Küpün başka nereye gelebileceğini gösterdi. (Resim 99)



Resim 99. Problem 1.3 Grup-6 İçgörü

A: Ö1 şekilleri oluşturur oluşturmaz, simetri için küpün nerelere geleceğini anlamış dördüncü şekilde alternatif çözümü de hemen görmüş arkadaşlarının çözüme gitmelerine fırsat vermemiştir. Ö2'nin oluşturduğu üçüncü şeklin simetrisini de o oluşturmadan önce bulduğunu belirtmiştir. Ö2 içsel kesinlikle, öz kanıtla otonom bir şekilde simetrileri oluşturduğundan **içgörü** özelliği göstermiştir.

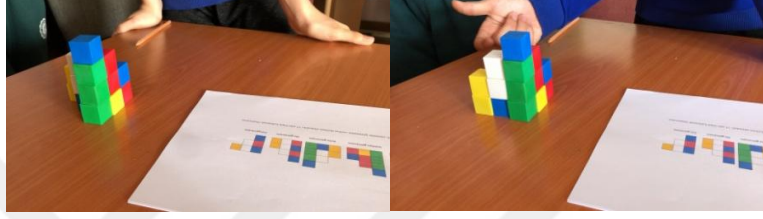
- **Problem 1.4**

Bu problemde yalnızca ikinci grupta iç görü örneğine rastlanmıştır.

İkinci grup

Ö1 ve Ö2 ön ve sol görünümüne göre ve sol arka ortak sütuna göre yapıyı oluşturdular, ancak görünümeleri etkinlik kâğıdında kontrol ettiklerinde doğru yapıya ulaşamadıklarını anladılar. Bunun üzerine, Ö3 aşağıdaki hamleyi yaptı.

Ö3: Bunu itsek. (Şeklin önündeki ikinci ve üçüncü sütunları arka hizalanacak şekilde arkaya itti.) (Resim 100)



Resim 100. Problem 1.4 Grup-2 İçgörü

Ö1: Üst oldu şimdi.

Ö1: Sağ da oldu.

Ö1: Olmuş bence.

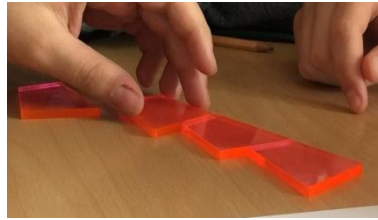
A: Ö3 bu karmaşık yapıda çözüme baştan başlamak yerine zora başvurmuş, karmaşanın içinden bütünü görerek iç görü örneği göstermiştir.

- **Problem 2.1**

Birinci grup paralelkenarı oluştururken, ikinci grup yamuktan paralelkenar, üçüncü grup kareden paralelkenar, dördüncü grup içi boş dikdörtgen, beşinci grup yamuk ve altıncı grup yamuk oluştururken iç görü özelliği göstermiştir.

Örnek durum: Dördüncü grup

(Ö1 dörtgenleri yan yana bir kenar doğrusal olacak şekilde dizdi.) (Resim 101)



Resim 101. Problem 2.1 Grup-4 İçgörü

Ö3: Çok doğru bir şeye parmak bastığımı düşünüyorum şu anda.

Ö3: On kere elimde çevirdikten sonra... (Diyerek üçüncü parçayı çevirip kenar dik olacak şekilde ekledi. Ö1 son parçayı ekledi.) (Resim 102)



Resim 102. Problem 2.1 Grup-4 İçgörü

Ö2: Ortada boşluk mu var.
(Ortası boş dikdörtgen oluştu.)

A: Ö3, Ö1'in rastgele oluşturduğu şekilden bir dörtgen oluşabileceğini hissetti, İçsel olarak kesin şekli oluşturacağını düşündüğünden üçüncü parçayı azimle denemeler yaparak yerleştirdi ve içi boş dikdörtgene **içgörüyle** ulaştı. İçi boş bir şekle ipucu olmadan ulaşan tek grup dördüncü gruptur.

- **Problem 3.1**

İkinci grup

(Ö2 verilen şekli oluşturdu birim karelerle. Ö2 ilk iki kırmızıyı sırasıyla şeklin aşağısına atlattı.)

Ö3: Şunu şuraya atlatsak. (En üstteki kırmızıyı iki aşağıya getirdi.)

(Ö3 Soldaki kırmızıyı sağa atlattı. Ö3 Sol üstteki yeşili önce kırmızının boşalan yerine sonra sol alta atlattı.)

(Ö3 Sağdaki kırmızıyı tekrar sola atlattı ve son kalan yeşil son kalan boşluğa atlattı ve sekiz hamlede istenilen şekle ulaştı.)

A: Ö3 tek defada çözüme ulaştı. Ö3'ün karmaşıklık düzeyi yüksek ve diğer gruplar tarafından başlangıçta birçok kez stratejik denemeler kullanılarak çözülmeye çalışılan bu problemde, deneme yanılma yapmadan tek defada çözümünü oluşturması **içgörü** göstergesidir.

- **Problem 4.1**

Birinci grup

Ö1: Ben yaptım. (İçi kare oldu dışı olmadı.)

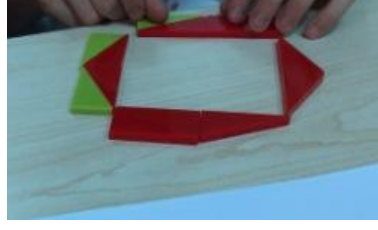
Ö3: Dış da kare olacak.

Ö2: Dış da mı kare olacak. Tamam, oldu ben anladım. Ama çok büyük olacak.

Ö1: Tamam anladım.

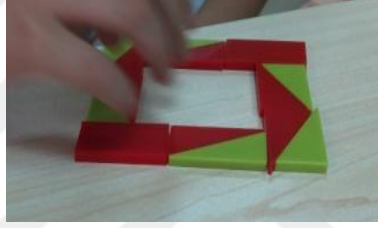
Ö1: Olmuyor.

Ö3: Olmuyor, boş kalıyor oralar. (Resim 103)



Resim 103. Problem 4.1 Grup-1 İçgörü

Ö2: Olacak ben yapacağım, görünce anlıyacaksınız.
 Ö3: Olmayacak
 Ö2: İddaaasına var mısın?
 Ö1: Oldu. (Resim 104)
 Ö3: Oldu.
 Ö2: Ne dedim?

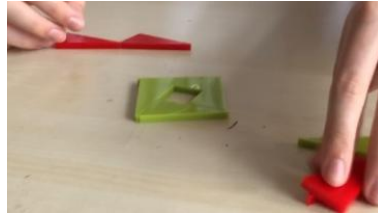


Resim 104. Problem 4.1 Grup-1 İçgörü

A: Ö2 etkinlik kâğıdındaki örneğe benzemeyen ama koşulları sağlayan bir şekle oluşturacağından emin olarak ulaştı. Özkanıt ve içsel kesinlikle şekle ulaşarak içgörü özelliği göstermiştir.

Altıncı grup

Ö1: Daha küçük yaptım hocam. (Resim 105)



Resim 105. Problem 4.1 Grup-6 İçgörü

(Ö1 ilk yaptığı şeklin kenarına dört üçgen yerleştirerek şartlar uygun yeni bir şekil daha oluşturdu.) (Resim 106)
 Ö1: Sekiz birim kare.



Resim 106. Problem 4.1 Grup-6 İçgörü

(Öl deneme yanılma yapmadan problemdeki şartları sağlayan ancak verilen örneğe benzemeyen üç şekli içsel kesinlikle oluşturarak **iç görü** özelliği göstermiştir.)

Tablo 31.
Matematiksel Düşünme - İçgörü

İçgörü	Küp takımı Problemleri				Özel Dörtgen Seti		Kare Seti Problemleri		Üçgen Seti Problemleri	
	1.1.	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2
Grup-1					✓				✓	
Grup-2			✓	✓	✓					
Grup-3			✓		✓					
Grup-4					✓					
Grup-5					✓					
Grup-6			✓		✓					

Öğrencilerde matematikte yaratıcı düşünme özelliklerinden olan içgörüyü simetri bulma etkinliği olan problem 1.3'de belirli öğrencilerde ve özel dörtgenlerle dörtgen oluşturma sorusu olan problem 2.1 de tüm gruplarda karşılaşılmıştır.

İkinci alt probleme yönelik bulgular özet

Öğrencilerin matematikte yetenekli öğrencilerle ilgili araştırmacılar tarafından ortak olarak verilen yedi karakteristik özellikten altı tanesini belirli problemlerde gösterdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca yaratıcılık özellikleri arasında verilen içgörüyle problem 1.3 ve problem 2.1’de yoğun olarak karşılaşılmıştır.

Matematikte üstün yeteneklilik ve matematikte yaratıcılık özellikleri arasında verilen esnek düşünmeyle de diğer özelliklerde olduğu gibi belirli bir problemde, problem 3.2’de yoğun olarak karşılaşılmıştır. Öğrenciler çözüme ulaşmak için birden fazla yönteme başvurursa da (denemeler, stratejik denemeler, planlı uygulamalar vb.) öğrencilerin çözüm için geliştirdikleri fikirlerin çözüme gitmedeki en net yollar eğiliminde olduğu ancak çözüme ulaşamadıklarında dahi (Problem 4.2) çeşitlilik göstermediği gözlemlenmiştir. Gruplardan dört tanesi problem 3.2’de en az hamleye ulaşmak için belirli bir sıradaki hamleden sonra farklı hamleler düşünerek esnek düşünmüşler onun dışında problem çözümlerinde grup içinde ve gruplar arasında ortak fikirler ve düşüncelerle sonuca gittikleri esnek düşünme sergilemedikleri görülmüştür.

Belirli Problemlerde belirli matematikte üstün yetenekli karakteristik düşünme özelliklerinin ve yaratıcı düşünme özelliklerinden içgörünün, gruplarda yoğun olarak gözlemlenmesi, aparatlı matematik problemlerinin öğrencilere potansiyellerini ortaya çıkarıcı öğrenme içeriği sunduğunun göstergesidir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular

Çalışmada öğrencilerden kare seti ve özel dörtgen seti için ayrı, aparatların bir kısmını ya da tamamı kullanılarak çözülebilen (aparatlı matematik problemi) birer problem kurmalarını istenmiştir. Öğrencilere isterlerse bireysel, isterlerse takım arkadaşlarıyla ortak problem kurabileceklerini söylenmiştir. Süre sınırlaması getirilmemiştir. Kurulan kare seti problemleri (Ek-9) ve özel dörtgen seti problemleri (Ek-10) araştırmacının geliştirdiği rubrik (Ek-11) ile değerlendirilmiştir.

Problem kurma süreçlerinde video kaydı alınmıştır. Araştırmacı öğrencileri problem kurma sürecinde izlemiş, problemlerini dinlemiş, kurdukları problemleri kendi ifadeleriyle yarı yapılandırılmış mülakat protokol kâğıdına yazdırmıştır. Araştırmacı öğrencilerin kurduğu problemleri kurulumlar sırasında oluşturdukları şekil ve desenlerin resimlerine de yer vererek transkripsiyon haline getirmiştir. Öğrencilerin kurduğu problemin çözümüyle ilgili fikir sahibi olup olmadığı, çözümü oluşturup oluşturmadığı öğrenci video transkripsiyon metinlerinde analiz edilmiştir.

Öğrenciler kare setinden sekiz, özel dörtgen setinden on üç olmak üzere toplam 21 problem kurmuştur. Çalışmaya katılan her öğrenci en az bir problem kurmuştur. Öğrenciler genel olarak problemleri tek başına kurmayı tercih etmişlerdir. 18 problem öğrenciler tarafından bireysel olarak, iki problem ikişer öğrenci tarafından ortak olarak ve bir problem üç öğrenci tarafından ortak olarak kurulmuştur.

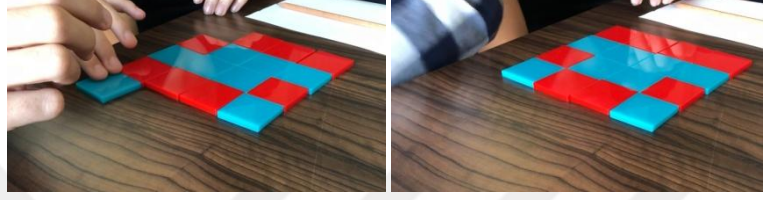
Kare Seti Problemi Analiz Örneği

G3Ö1(7)-G3Ö2(7) Problem 4: Şekil (Resim 107) karışık olarak verildiğinde, kenarlardaki kareleri satır ya da sütun boyunca atlatıp diğer şekilleri (hizalayacak şekilde) kaydırduğımızda en az kaç hamlede aynı renk olan karelerin yan yana olmadığı şekle varılabilir?



Resim 107. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Öğrenciler bu problemde şekil üzerinde gösterdiklerini araştırmacıya ifade etmelerine rağmen (üç atlatıp, bir geri kaydırmak olarak) problemi kendileri yazıya döktüğünde tam ifade edememişlerdir. Söylemek istedikleri kenardaki kareleri satırın ya da sütunun diğer ucuna atlattıktan sonra ilgili satır ve sütunu dışarıdaki büyük kareyle hizalayacak şekilde bir kare kadar geri kaydırmaktır. Üç atlatıp bir kaydırmayı bir hamle saymaktadırlar. Gösterdikleri bir hamle örneği aşağıdaki gibidir.



Resim 108. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Öğrencilerin Çözümü:

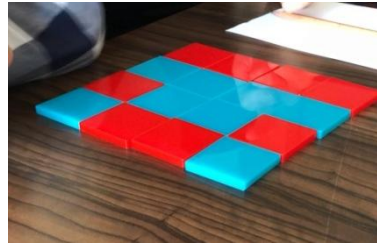
Ö2: Biz bir yapmayı deneyelim kendimiz (Resim 60'dan başladılar).
(Dört hamle yaptılar.)

Ö2: Şurası oldu (şeklin sağ üstünü kastetti). (Resim 109)



Resim 109. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Ö1: Bir dakika, şunların hepsini şöyle bir şekle soksak. (Alt satırı kırmızı yeşil, kırmızı yeşil hale getirdi). (Resim 110)



Resim 110. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Ö2: Şunu şöyle... Acaba olabilecek mi?

(Ö1 ve Ö2 hamlelere devam etti.)

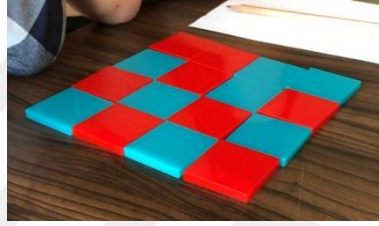
Ö2: Şunu buradan...

Ö1: Bir saniye. *(Bir hamle daha yaptı.)* (Resim 111)



Resim 111. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Ö2: Aa! Çok yakınız.
(Hamlelere devam ettiler.) (Resim 112)



Resim 112. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Ö1: Şu iki tanesini bozsak, biraz daha ortaya mı alsak?
(Üç hamle daha yaptılar.) (Resim 113)



Resim 113. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

Ö2: Evet!

(Öğrenciler problemin çözümünü oluşturduktan sonra problemi yazmışlardır. Öğrenciler hamleleri saymadan istedikleri şekle ulaştılar. Bir daha oluşturmanın ve minimumu bulmanın zor olduğunu belirtmişlerdir.)

Analiz

- Problemden verilenler problemin çözülmesi için yeterli olduğundan, problem değerlendirmeye alınmıştır.

- Bu problemin aparatlar olmadan çözülmesi, hamleleri akılda tutmak ve zihinde minimum hamleye yönelik dönüşümler yapmak mümkün değildir. Nitekim öğrenciler istenilen deseni aparatlarla oluşturabilmişler, minimum hamleyi bulmanın zor olacağını söylemişlerdir. Bu yüzden problem aparatlı problem olma şartına sağlamaktadır (2 puan).
- Problemde verilen bir desen, istenen bir desen, matematiksel içerik kareleri atlatarak hamle yapma ve minimum hamleyi bulma olduğundan kurdukları problem problem 3.2'ye tamamen bezemektedir. Aynı aparatın problemine tamamen benzediğinden problem orijinal değildir (0 puan).
- Öğrenciler istenilen desene ulaşmışlar ancak minimum hamle için uğraşmak gerektiğini belirtmişlerdir. Bu yüzden çözüme hâkimiyetleri (1 puan) olarak değerlendirilmiştir.

Özel Dörtgen Seti Problemi Analiz Örneği

G2Ö2(7) Problem 6: Bir özel dörtgenin alanını hesaplayınız.

Ö2: Şunun alanını hesaplasınlar (*Bir özel dörtgen*).

(*Problemi kâğıda yazdı.*)

Ö2: Şey yapabilirler. (*Yamuk oluşturdu dört özel dörtgenle.*)

Ö2: Bunun alanı 56,25 miydi? Bu şekillerden birini oluşturup (*kare, paralelkenar, yamuk*) dörde bölebilirler.

Analiz

- Problemde verilen şartlar problemin çözülmesi için yeterli olduğundan problem değerlendirmeye alınmıştır.
- Problem direkt aparata dayalıdır. Çözümde ya bir özel dörtgende iki dik açı olduğunun belirlenmesi, kenar ölçümlerinin yapılarak iki dik üçgenin alanının toplanması ya da büyük dörtgenlerden birinin oluşturulup alanının hesaplanıp dörde bölünmesi gerekmektedir. Bu yüzden problem aparatlı problem olma şartını tam olarak sağlamaktadır.
- Problemde verilen, istenen ve matematiksel içerik; önce bütünü elde edip, bütünün alanından parçaya gitmek aynı aparatın problemlerinden farklı olduğundan problem orijinal (2 puan) olarak değerlendirilmiştir.
- Öğrenci çözümü de açıklamıştır, bu yüzden çözüme hâkimdir (2 puan).

Tablo 32.
Kare Seti Problemleri - Bulgular

Kare Seti Problemleri	Problem	Aparatlı matematik problemi	Orjinallik	Çözümüne ulaşma	Toplam
Problem 1	Evet	1	1	1	3
Problem 2	Evet	0	1	1	2
Problem 3	Evet	2	2	1	5
Problem 4	Evet	2	0	1	3
Problem 5	Evet	1	1	1	3
Problem 6	Evet	2	1	0	3
Problem 7	Evet	2	2	1	5
Problem 8	Evet	1	0	1	2

Tablo 33.
Özel Dörtgen Seti Problemleri - Bulgular

Özel Dörtgen Seti Prob.	Problem	Aparatlı matematik problemi	Orjinallik	Çözümüne ulaşma	Toplam
Problem 1	Evet	2	0	2	4
Problem 2	Evet	1	1	2	4
Problem 3	Evet	2	0	1	3
Problem 4	Evet	2	2	0	4
Problem 5	Evet	2	0	2	4
Problem 6	Evet	2	2	2	6
Problem 7	Hayır	—	—	—	—
Problem 8	Hayır	—	—	—	—
Problem 9	Evet	2	1	1	4
Problem 10	Evet	2	2	0	4
Problem 11	Evet	2	1	1	4
Problem 12	Evet	2	0	2	4
Problem 13	Evet	2	2	1	5

Öğrencilerin kurduğu problemlerden iki tanesi yeterli koşullara sahip olmadığı için problem olarak değerlendirilememiştir.

Öğrencilerin kurduğu ve değerlendirilmeye alınan on dokuz problemten 14 tanesi aparatlı problem (2 puan alarak) olma şartını tam olarak sağlamıştır. Buna dayanarak, öğrenciler tarafından aparatlı problemin ne anlama geldiğinin anlaşıldığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin kurduğu ve değerlendirilmeye alınan on dokuz problemten altı tanesi orijinal olarak (2 puan) değerlendirmiştir.

Öğrenciler kurdukları ve problem olma koşullarını sağlayan on dokuz problemten beş tanesinin çözümüne tam olarak hâkimdir. On bir tanesinin çözümü hakkında fikirleri vardır. Ancak üç tanesinin çözümleri hakkında fikirleri yoktur. Bu da kuranların aparatlarla kurduğu problemlerin karmaşıklığına hâkim olmadan kurabildikleri görüşünü desteklemektedir.

Öğrencilerin kurdukları aparatlı olma şartını tam olarak sağlayan on dört problemten altı tanesi orijinaldir.

Öğrencilerin kurdukları aparatlı olma şartını tam olarak sağlayan on dört problemten dört tanesinin çözümüne hâkimdir, yedi tanesinin çözümleri hakkında fikirleri vardır ancak çözümü tam olarak oluşturamamışlardır. Üç tanesinin çözümleri hakkında fikirleri yoktur.

Öğrencilerin aparatlı matematik problemi kurabildikleri ancak bunlardan orijinal olanların ve çözümüne hâkim olarak kurduklarının sınırlı sayıda olduğu görülmektedir.

Grup Çalışmalarının Genel Değerlendirmesi

Gruplardaki öğrenciler oturma yerlerine göre soldan sağa Ö1, Ö2 ve Ö3 olarak kodlanmıştır.

Birinci grupta Ö2 daha fazla fikirlerini ifade etmesine rağmen üç öğrenci de çözümlere aktif olarak katılmış, fikirler üretmiş, öğrenciler birbirlerinin fikirlerini değerlendirmişlerdir.

İkinci grupta Ö2 çözümlerin planlanmasında ve uygulanmasında baskın olarak yer almıştır. Ö1 ve Ö3 çok az sayıda görüş belirtmiş ve hamle yapmışlardır. Arkadaşlarına zaman, zaman çözüm hakkındaki fikirlerini fısıltıyla ifade etmişler, araştırmacı tarafından görüşlerini daha yüksek sesle ifade etmeleri talep edilmesine rağmen zorlukla anlaşılabilen ses tonuyla konuşmuşlardır. Ancak çözümün her aşamasını takip etmişlerdir. Ayrıca problem 1,4’de Ö3 çözüme ulaştıran hamleyi yapmıştır ve problem 3,2’de hızlı ve doğru olarak arkadaşlarına fırsat vermeden çözümü oluşturmuştur.

Üçüncü grupta Ö2 fikir ve uygulamada grup arkadaşlarına göre daha aktiftir. Ancak Ö1’in soruların çözümüne varan hamle ve planlarda önemli katkılarda bulunmuştur. Ö3 fikir ve hamleleriyle çözümlere sınırlı katkıda bulunmasına rağmen arkadaşlarının fikirlerini ve uygulamalarını takip etmiş ve dönütler vermiştir.

Dördüncü grupta öğrencilerin üçü de aktif olarak çözüm sürecine katılmışlar, görüşlerini belirtmişler, aparatlarla uğraşmışlar ve birbirlerinin görüşlerini değerlendirmişlerdir. Ayrıca birbirlerinin aklına gelen tüm fikirleri saygıyla karşılayıp, çözümler sırasında akıllarına gelen tüm fikirlerle yönelik uygulamalar yapmışlardır. Bu durum çözüm sürelerinin diğer gruplara kıyasla uzun sürmesine neden olmuştur.

Beşinci grupta öğrencilerin üçü de aktif olarak çözüm sürecine katılmışlar, görüş belirtmişler ve aparatları kullanmışlardır.

Altıncı grupta Ö2 en çok fikir belirten ve aparatlarla uğraşan öğrencidir. Ancak soruların çözümlerine giden görüş ve hamlelerde Ö1’in önemli payı vardır. Ö3 süreçte tüm soruların çözümünü aktif olarak izlemiştir, belirli problemlerde çözüme katkıda bulunmuştur ancak grup arkadaşlarına kıyasla çok daha az görüş belirtmiş ve aparatlarla uğraşmıştır.

Çalışmada grup çalışması kullanılması daha fazla öğrenciyle çalışma fırsatı sağlamıştır. Bunun yanında, öğrenciler, problemler boyunca soruyu anlama, çözüm yolları

arama, stratejiler kurma, kısmi planlar yapma süreçlerinde fikir alışverişinde bulundukları ve birbirlerinin fikirlerini ve hamlelerini değerlendirip birbirlerine dönütler verdiği için, öğrenci düşüncelerinin açığa çıkarılmasında büyük katkı sağlamıştır. Ancak, zaman, zaman, belirli problemlerde belirli öğrenciler çözümde baskın rol aldığından öğrencilerin problemlere bireysel yaklaşımları gözlenememiştir. Bu sebeple aparatlı problemlere öğrencilerin bireysel yaklaşımları üzerine çalışmalar yapılması yararlı olacaktır.



BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma

Bu çalışmada öğrencilerin aparatlı matematik problemlerini çözüm yöntemleri, aparatlı matematik problemlerini çözerken kullandıkları matematiksel düşünme özellikleri ve kurdukları aparatlı matematik problemlerinin nitelikleri ve özellikleri araştırılarak matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğrencilerin aparatlı problemleri çözerken dört yönteme başvurdukları belirlenmiştir. Planlı uygulamalar, kısmi planlı uygulamalar, stratejik denemeler ve denemeler. Bu yöntemlerden en yoğun olarak planlı uygulamaları, sonrasında stratejik denemeleri kullanmışlardır. Denemelere sınırlı sıklıkta başvurulurken kısmi planlı uygulamalara tüm gruplarda ilk problemde ve altıncı grupta problem 1.4'de karşılaşılmıştır. Problem 1.1'de öğrencilerin problemin içeriğinden dolayı kısmi planlı uygulamalara başvurduğu anlaşılmıştır. Bu nedenle öğrencilerin problemin bir bölümüne yönelik plan yapıp uygulamayı yoğunlukla tercih etmediği söylenebilir. Öğrenciler karmaşıklık derecesi yüksek problemlerde denemeler kullanma eğilimi gösterirken, karmaşıklık derecesi düşük problemlerde (Problem 3.1 ve Problem 4.1) planlı uygulamalarla çözüme gitmişler bu problemlerde (Problem 3.1) stratejik denemeleri çözümlerinden emin olmak için ya da keşif amacıyla kullanmışlardır. İkinci grup ve altıncı grup çözümlerde yoğunlukla planlı uygulamalar kullanıp sınırlı sayıda stratejik denemelere ve denemelere başvururken diğer gruplar problem çözümlerinde stratejik denemeler ve planlı uygulamalara birlikte başvurmuşlar, ancak ikinci ve altıncı gruplarda olduğu gibi sınırlı sayıda denemelere başvurmuşlardır.

Öğrencilerin stratejik denemeler ve denemeler kullanmaları aparatlı matematik problemlerinin öğrencilerin kolayca plan geliştirdikleri şimdiye kadar karşılaştıkları rutin problemlerden farklı olduğunun göstergesidir.

Krutetskii (1976) matematiksel yeteneklerle ilgili birçok çalışmayı incelediği ve kendi çalışmaları ve sonuçlarını paylaştığı kitabında, matematikte yetenekli öğrenciler ile yetenekli olmayan öğrencilerin yaptığı denemeler arasındaki farkları belirlemeye yönelik çalışmasında, matematiksel olarak yeteneksiz öğrenciler tarafından yapılan denemeleri, her zaman kör, motivasyonsuz manipülasyonlar, bir çözüm bulmak için kaotik ve sistematik

olmayan girişimler, rastgele bir çözüme rastlama girişimleri olarak ifade etmiştir. Matematikte yetenekli öğrencilerin ise belirli bir program veya plana bağlı organize bir arama sistemi ile denemeler yaptıklarını belirlemiştir. Yetenekli öğrencilerin denemelerini, her zaman amaçlı, yaptıkları varsayımları doğrulamaya yönelik sistematik girişimler olarak ifade etmiştir. Ayrıca yetenekli öğrencilerin deneme yaparken, genellikle neden deneme yaptıklarını, ne umduklarını ve bir sonraki aşamada neye ulaşacaklarını bildiklerini belirtmiştir. Çalışmamızda öğrencilerin başvurduğu stratejik denemeler amaçlı ve sistematiktir, çözüm ile ilgili belirli fikir ve düşünceleri gerçekleştirmek için yapılmışlardır. Belirli problemlerde (Örneğin 3.1) varsayımlarını doğrulamaya yönelik kullanılmıştır. Stratejik denemelerin, Krutetskii (1976), tarafından ifade edilen matematikte yetenekli öğrencilerin denemeleri ile ilgili tüm özellikleri taşımaktadır. Ayrıca çalışmamızda öğrencilerin başvurduğu denemeler (Örneğin Problem 1.1) sonuçlara ulaşarak, sonuçları karşılaştırıp, çözüme gitmeyi hedeflediği için amaçlıdır, öğrenciler neyi aradığını bilmektedirler. Hatta denemelerle problemde çözüm için gerekli bazı koşulları (Örneğin problem 1.1’de tabanın dörde iki ya da bir boşlukla üçe üç olması gerektiği) fark etmişlerdir. Öğrenciler ne aradıklarını ve nerede olduklarını bildiklerinden çalışmamızda öğrencilerin sınırlı oranda başvurduğu denemeler de matematikte yetenekli öğrencilerin yaptığı deneme özelliklerini taşımaktadır.

Willson (1984), tarafından matematikte üstün yetenekli öğrencilerin bir problem çözme yaklaşımı olan kontrol-değerlendirme süreçlerinin incelendiği tez çalışmasında, 10 dördüncü ve beşinci sınıf öğrencisine, aritmetik fonksiyonlar, örüntüler, matematiksel gruplar ve gizli geometrik hedefler içeren 4 kategoride problemler uygulamıştır. Her problem, bir giriş argümanları alanı, bir çıkış değerleri aralığı ve giriş argümanları ile çıkış değerlerini ilişkilendiren bir kuralı veya işlevi içermektedir. Problemlerde öğrencilere girdiler ve çıktılar sunulmuş, ancak kural ya da ilişki keşfetmeleri için bırakılmıştır. Araştırmacı kontrol değerlendirme süreciyle problem çözmenin amaçlı, parçalı (kısmi) ve kararlılık içerdiğine dair varsayımda bulunmuştur. Çalışmanın bulguları, kontrol değerlendirme sürecinin amaçlı ve kararlılıkla gerçekleştirildiğini desteklemiştir ancak kısmilik içerdiğini çürütmüştür. Girdilerle çıktılar arasındaki ilişkileri aradıkları problemlerde öğrencilerin parçalı, problemlerin bir bölümüne yönelik çalışmadıkları görülmüştür. Bu sonuç bizim çalışmamızda da öğrencilerin problemin yapısından kaynaklanmadığı müddetçe kısmi planlı uygulamalar tercih etmediği bulgusuyla örtüşmektedir.

Öğrenciler tarafından kullanılan matematiksel düşünme özellikleri incelendiğinde öğrencilerin, matematikte üstün yetenekli bireylerin yedi karakteristik düşünme özelliğinden altı tanesini ve matematikte yaratıcılık özellikleri arasında verilen içgörüyü belirli problemlerde yoğun olarak gösterdiği belirlenmiştir. Problem 1.1 ve problem 3.1’de genelleme, problem 1.2’de örüntü ve ilişki arama, problem 2.2’de ekonomiklik ve matematiksel hafıza, problem 3.2’de esnek düşünme, problem 4.1’de tersinir düşünme ve problem 1.3’de içgörü gruplarda yoğun olarak gözlenmiştir. Öncelikle bu durum, aparatlı matematik problemleri ile öğrencilerin potansiyellerinin ortaya çıkarılabileceğinin göstergesidir.

Taylor (2008), gerçekleştirdiği tez çalışmasında, matematikte üstün yetenekli öğrencilerin 4 açık uçlu yüksek bilişsel düşünme gerektiren problem çözümünde düşünme yollarını incelemiştir. Katılımcılar geometri üstün yetenek sınıfında bulunan 15 öğrenciden oluşmaktadır. Taylor (2008) öğrencilerin problem çözmede matematiksel yaratıcılık, üretkenlik, esneklik ve özgünlük sergilediklerine ulaşmıştır. Ayrıca belirli problemlerde özel genellemeler yaptıkları sonucuna ulaşmıştır. Belirli problemlerde genelleme kullanmaları ve yaratıcılık özellikleri (esneklik) göstermeleri çalışmamızın bulgularıyla örtüşmektedir. Ayrıca, aparatlı problemlerin yüksek bilişsel düşünme gerektiren içerikler sunan problemlerle paralel işlediğinin göstergesidir.

Dover (1983), üstün yetenekli ve normal öğrencilerin problem çözme ve üst-bilişsel becerilerini karşılaştırdığı çalışmasında, üstün yetenekli çocukların, problem çözme etkinliğinde normal öğrencilere göre daha fazla esneklik özelliği gösterdiğini, problemleri daha doğru çözdüklerini ve problem çözmede daha hızlı olduklarını belirlemiştir. Çalışmamızda öğrenciler yalnızca problem 3.2’de yoğun olarak esneklik özelliği göstermişler onun haricinde yalnızca problem 1.4’de ikinci grup ve problem 4.2’de beşinci grup esnek düşünme özelliği göstermiştir. Hatta problem 4.2’de diğer gruplar en başından beri aynı çözüm yollarıyla çözüme gitmeye çalıştıklarından tam çözümü oluşturamamışlar ve birinci grup, ikinci grup ve üçüncü gruptaki öğrenciler sıkıldıklarını belirtmişlerdir. Üstün yetenekli öğrenciler Dover’in (1983) belirlediği gibi ortalama akranlarına göre daha esnek düşünebilirler ancak bu çalışmada öğrenciler çözüme ulaşmak için birden fazla yöntemle başvursa da (denemeler, stratejik denemeler, planlı uygulamalar vb.) öğrencilerin çözüm için geliştirdikleri fikirlerin çözüme gitmedeki en net yollar eğiliminde olduğu, çözüme ulaşamadıklarında dahi çeşitlilik göstermediği gözlenmiştir. Gruplardan dört tanesi problem 3.2’de en az hamleye ulaşmak için belirli bir sıradaki hamleden sonra farklı hamleler düşünerek esnek düşünme sergilemişler onun dışında problem çözümlerinde grup

içinde ve gruplar arasında ortak fikirler ve düşüncelerle sonuca gittikleri görülmüştür, çeşitlilik gözlemlenmemiştir.

Tjoe (2011) matematikte üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme davranışlarını analiz etmiştir. Çalışma Polya'nın (1945) problem çözme aşamalarında belirttiği çözümü kontrol aşamasında geri dönüp aynı problem için alternatif çözümler oluşturma üzerine odaklanmıştır. Dokuz lise öğrencisine, 3 tane rutin olmayan problem içeren test uygulanmıştır. Çalışmanın sonuçları, öğrenciler genellikle probleme doğru bir cevap aldıkları müddetçe yalnızca uygulanabilir, mekanik bir çözüm bulduklarını, öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının uzmanlar tarafından estetik görülmediğini, çoğunlukla lise matematik öğretmenleri tarafından öğretilen standart yaklaşımlarla ilişkili görüldüğü belirlenmiştir. Tjoe'nin (2011) bulguları çalışmamızdaki gibi öğrencilerin çözümlerinde yeterince esnek düşünemediğini göstermektedir.

Çalışmamızda, öğrencilerin aparatlı matematik problemi kurabildikleri ancak bunlardan orijinal olanların ve çözümüne hâkim olarak kurduklarının sınırlı sayıda olduğu görülmüştür. Orijinal olanların sınırlı sayıda olması, Van Harpen ve Sriraman'nın (2013) Çin'de ve Amerika'da üstün yetenekli lise öğrencileri ile yaptığı problem kurma çalışmasında, öğrenciler tarafından kurulmuş orijinal problemlerin sınırlı sayıda olmasıyla örtüşmektedir. Öğrencilerin kurduğu değerlendirmeye alından 19 problemde 14 tanesinin tam olarak aparatlı matematik problemi olma niteliğine uygun olması, öğrenciler tarafından aparatlı matematik probleminin anlaşıldığının göstergesidir.

Öğrencilerin problem çözme sürelerinin 20,5 dakikaya kadar çıktığı görülmektedir. Üç öğrencinin problem çözümüne sonuca ulaşmak amacıyla bu kadar uzun süre odaklanabilmesi, Renzulli'nin üstün zekânın yapısının üç temel öğesinden biri olarak tanımladığı, yüksek görev anlayışı diyebileceğimiz kendini ele aldığı konuyu tamamlamaya adanma, yani güdülenme ve güdülemede üst düzeyde olmak (Nacar, 2017), ifadesiyle örtüşmektedir. Aynı zamanda House'un (1987), matematikte üstün yetenekli öğrencilerin özelliklerinden öğrenme kapasitesi altında belirlediği "ilginç bulunduğu bir problem üzerine uzun süre odaklanır" özelliğiyle de örtüşmektedir (Diezmann, 2002).

Öğrenciler birim küplere ve birim karelere aşinadır. Üçgen setindeki bir üçgen parçasının özellikleri, yarı yapılandırılmış mülakat formunda belirtilmiştir. Ancak öğrenciler özel dörtgen setindeki dörtgenlerle daha önce tanışmamışlardır. İkinci gruptaki Ö1 özel dörtgen setinden bir parçayı incelemiş yamuğa benzediğini söylemiştir. Aynı gruptaki Ö3

yamuğun özelliklerini sağlamadığını söylemiştir. Dördüncü gruptaki Ö1 özel dörtgeni incelemiş “ne kadar da yamlu yumlu bir şey” demiştir. Altıncı gruptaki Ö1 çözüm sürecinde bir özel dörtgende iki tane dik açı olduğunu fark etmiştir. Bunların dışında öğrencilerin özel dörtgenlerin yapısı ve özelliklerini incelemedikleri görülmüştür. Bu da öğrencilerin problemi anlama kısımlarında materyalleri organize etme sürecine yeterince yer vermediklerinin göstergesidir.

Öğrenciler büyük ölçüde doğru sonuçlara ulaşmışlardır (Ek-3). Öğrenciler alternatif sonuçlara büyük ölçüde ulaşabilmektedir (Ek-4). Öğrencilerin aparatlı problem formatında benzer problemlerle daha önce karşılaşmadıkları görülmüştür (Ek-5). Ayrıca öğrenciler problemlerle ilgili büyük ölçüde olumlu görüşler belirtmişlerdir (Ek-6). Bu durum aparatlı matematik problemlerinin matematikte yetenekli öğrencilere zenginleştirilmiş içerikler sunmada etkili bir alternatif yaklaşım olacağının işaretidir.

Öğrencilerin aparatlı matematik problemlerini büyük ölçüde beğendiği, daha önce herhangi bir yönü ile benzer bir problemle karşılaşmadıklarını daha çok beğendikleri, çözümü kolayca buldukları problemleri sıradan buldukları görülmüştür. Ancak öğrencilerin çözüm için plan geliştiremedikleri ve çözüme ulaşamayacaklarını düşündükleri problemlerde (Grup-1 Problem 4.2) sıkıldıkları görülmüştür.

House (1987) yetenekli öğrencilerin, matematik problemlerini soyut düşünerek çözmeye daha istekli ve yetenekli olduklarını, somut yardım kullanmamayı tercih ettiklerini belirtmiştir (Diezsmann, 2002). Matematikte üstün yetenekliler ve manipulatiflerle problem çözümüne dair rastladığımız tek araştırmada Sara (1990), cinsiyet, sınıf düzeyi ve daha önce somut manipulatif kullanımı faktörlerinin problem çözmede materyal kullanımını etkilemediğini belirlemiştir. Öğrencilerin problem çözmede etkili bir yöntem olduğunda somut manipulatifler kullanmayı seçtiklerini ve problem çözme için etkili bir yöntem olmadığında somut manipulatif kullanmayı bıraktıklarını belirlemiştir. Bu çalışmadaki bulgular, öğrencilerin gerek duyduklarında problemlerde materyal kullanmada ne kadar istekli ve başarılı olduklarını göstermiştir. Yetenekli öğrenciler de materyalleri gerektiği yerde istekli bir şekilde etkin olarak kullanabilir.

Öğrencilerin çözüm süreçleri incelendiğinde öğrencilerin kısa, çoğunlukla bir ya da iki kelimelik cümleler kurduğu, görüşlerini belirtirken dahi yoğunlukla kısa cevaplar verdiği, ikinci gruptaki öğrencilerin hem araştırmacının sorduğu cevaplara sınırlı cevaplar verdiği,

hem de kendi aralarında sınırlı iletişim kurduğu görülmüştür. Bu sebeple öğrencilerin çözüm süreçlerinin anlaşılmasında grup çalışması kullanılması etkili olmuştur.

5.2. Sonuç ve Öneriler

Aparatlı matematik problemleri ile ilgili ilk tez çalışması olan bu çalışmada, öğrencilerin aparatlı problemleri çözüm yöntemleri, gösterdikleri matematiksel düşünme özellikleri irdelenmiş ve kurdukları aparatlı matematik problemleri değerlendirilmiştir. Öğrencilerin aparatlı problem çözümlerinde birden fazla yönteme başvurduğu (planlı uygulamalar, stratejik denemeler, kısmi planlı uygulamalar, denemeler), matematikte üstün yetenekli karakteristik özelliklerinden belirli özellikleri ve matematikte yaratıcılık özelliklerinden içgörüyü belirli problemlerde yoğun olarak gösterdikleri, nitelikli aparatlı problemleri kurabildikleri gözlemlenmiştir. Çalışmamızda öğrenciler tüm problem çözme ve kurma sürecinde yoğun motivasyonla uğraşmışlardır, problemleri farklı bulduklarını ve büyük bir kısmını beğendiklerini belirtmişlerdir ve aparatlı matematik problemlerini kurma sürecinde, uzun problem çözme uygulamalarının arkasından yapılmasına rağmen yoğun bir motivasyonla uğraşmışlardır. Öğrencilere yoğun düşünme ortamı sunan ve keşifler yapmasına fırsat veren, ilgi ve motivasyonla karşıladıkları aparatlı matematik problemleri hakkında daha fazla çalışma yapılmasını önermekteyiz.

Bu çalışmada öğrencilerin çözüm sürecine müdahale edilmemiştir. Araştırmacı yalnızca problemin başında öğrencilerden problemi sessizce okumalarını istemiştir. Öğrenciler genellikle hızlı bir şekilde çözüme başlamışlar, kısa sürede belirledikleri anlık plan, fikir düşüncelere yönelik uygulama ve denemelerle çözüme gitmeye çalışmışlar, problemin başında ya da çözüm sürecinde çözüme ulaşamadıklarında, problemdeki verileri inceleyip kapsamlı planlar tasarlamamışlardır. Örneğin problem 2.1’de hiçbir öğrenci bir özel dörtgenin özelliklerini incelememiş ve fark etmemiş, bütüne ulaşmaya yönelik hamleler yapmışlardır. Aparatlı problemlerin, araştırmacı, öğretmen, mentor, vb. yönlendirmeleriyle kullanılmasının öğrencilerde sistematik problem çözme yeteneğinin geliştirilmesine katkı yapacağı, belli bir potansiyele sahip öğrencilere ise bu özelliklerini daha etkili şekilde kullanabilme becerisi kazandırılabilceği düşünülmektedir. Aparatlı matematik problemlerinin bu doğrultuda kullanımına yönelik çalışmalar yapılması önerilmektedir.

Aparatlarla problem kurmak öğrencilerin daha önce karşılaşmadığı bir durumdur. Ancak problem çözme çalışmalarının hemen arkasından yapılmasına rağmen öğrenciler aparatlı problem kurmayı ilgiyle ve motivasyonla karşılamışlardır. Öğrencilere problemleri kurduktan sonra, kurdukları aparatlı problemlerinin nasıl çözülebileceği sorulmuştur.

Öğrenciler için kurduğu problemleri ya da kurmaya karar verirken problemleri çözmeye çalışmak, aparatlarla problem kurma süreci problemlerin karmaşıklığı açısından normal problem kurmadan farklı işlediğinden öğrencilere daha önce karşılaşmadıkları ayrı bir yoğun düşünme ortamı sunmuştur. Bu çalışmada sınırlı oranda yer verdiğimiz öğrencilerin aparatlı matematik problemlerini kurma yaklaşımlarının belirlenmesi ile ilgili çalışmaların matematikte üstün yetenekliler eğitimine katkıda bulunacağını düşünmekteyiz.

Çalışmada grup çalışması kullanılması daha fazla öğrenciyle çalışma fırsatı sağlamıştır. Bunun yanında, öğrenciler, problem boyunca soruyu anlama, çözüm yolları arama, stratejiler kurma, kısmi planlar ve planlar yapma ve uygulama süreçlerinde fikir alışverişinde bulundukları ve birbirlerinin fikirlerini ve hamlelerini değerlendirip birbirlerine dönütler verdiği için, öğrenci düşüncelerinin açığa çıkarılmasında büyük katkı sağlamıştır. Ancak bireysel olarak da öğrencilerin aparatlı problemlere yaklaşımının inceleneneceği çalışmaların aparatlı problemlerin nasıl etkili uygulanabileceğinin anlaşılmasına katkı sağlayacağını düşünmekteyiz.

Öncelikle üstün yetenekli ve matematikte üstün yetenekli öğrencilere karmaşık ve farklı yapısıyla zenginleştirilmiş içerikler sunan aparatlı matematik problemleri ve üstün yetenekli grup (üstün yetenekli ve matematikte üstün yetenekli) ile ilgili, aparatlı matematik problemlerinin nasıl etkili kullanılacağını belirlenmesini ele alan çok yönlü çalışmalar yapılmasını önermekteyiz.

Materyal kullanımına farklı bir yaklaşım getiren ve öğrencilere yoğun düşünme durumları sunan aparatlı matematik problemleri ile ilgili farklı sınıf seviyelerinde, farklı yetenek seviyelerinde (üstün, ortalama, geride) çalışmalar yapılmasını da önermekteyiz. Bu sayede, aparatlı matematik problemlerinin en etkili kullanım şekillerinin belirlenmesi sağlanarak, çalışmalar sonucunda matematik müfredatlarındaki problem çözme ve problem kurma uygulamalarının zenginleştirileceği ve bu yolla matematik eğitime önemli katkıda bulunulacağını düşünmekteyiz.

KAYNAKÇA

Assmus D. (2018) Characteristics of Mathematical Giftedness in Early Primary School Age. In: Singer F. (eds) Mathematical Creativity and Mathematical Giftedness. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-319-73156-8_6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73156-8_6)

Boggan, M., Harper, S. and Whitmire, (2010). A Using manipulatives to teach elementary mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies*, 1, 1-6.

Carbonneau K. J., Marley S. C., Selig J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105 (2), 380-400. American Psychological Association. DOI: 10.1037/a0031084

Clements, D. H. (1999). Concrete manipulatives concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1, 45. <http://dx.doi.org/10.2304/ciec.2000.1.1.7>

Cresswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & reseach design: Choosing among five approaches (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Diezzman, C. M. (2002). Capitalising on the zeitgeist for mathematically gifted students. *Australasian Journal for Gifted Education*, 11(2), 5-10.

Dover, A. C. (1983). *Metacognition and problem solving in gifted children* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). *McGill Üniversitesi, Montreal*

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (s. 42-53). Dordrecht: Kluwer Academic.

Fischbein, E. (2002). *Intuition in science and mathematics*. New York: Kluwer Academic Publishers.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 163-176.

<http://giftedmath.buffalo.edu/>

<https://gifted.msu.edu/programs/academic-year-programs/champ>

Güçin, G., Oruç, Ş., (2015). Türkiye’de üstün yetenekliler ve üstün zekâlılar alanında yapılmış akademik çalışmaların çeşitli değişkenler açısından değerlendirilmesi. *Adıyaman*

Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 5 (2), 113-135. DOI: <http://dx.doi.org/10.17984/adyuebd.05095>

Karakırık, E. (2016). Developing virtual mathematics manipulatives: The SAMAP project. P. S. Moyer-Packenham (Ed.), *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives* (s. 147-170), Springer.

Kelly, C. A. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: A performance based analysis. *The Mathematics Enthusiast*, 3 (2), 184-193.

Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2012). An exploratory framework for handling the complexity of mathematical problem posing in small groups. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31 (1), 149-161.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University of Chicago Press.

Kulm, G. (1994). *Mathematics assessment: What works in the classroom*. San Francisco, CA: Jossey Bass Inc.

Laski V. E., Jordan, J. R., Daoust, C., Murray, A. K. (2015). What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and montessori education. *SAGE Open*, 1-8. DOI: 10.1177/2158244015589588

Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem-solving acts. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (s.115-127). Rotterdam: Sense Publishers.

Longhurst, R. (2010). Semi-structured interviews and focus groups. N. Clifford, S. French & G. Valentine (Eds.), *Key methods in geography*. London, United Kingdom: SAGE Publications.

Maher C.A. & Sigley, R. (2014). Task-based interviews in mathematics education. S. Lerman (Ed.), *encyclopedia of mathematics education*. Springer, Dordrecht.

MEB (2013). *2013 – 2017 Üstün yetenekli bireyler strateji ve uygulama planı*. Ankara: Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü.

T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). Ortaokul matematik dersi (5.,6.,7.,8. Sınıflar) öğretim programı. Ankara.

T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, (2016). BİLSEM Yönergesi
https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2016.../07031350_bilsem_yonergesi.pdf

T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, (2018). İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı. Ankara.

Mattson, L. (2013). *Tracking mathematical giftedness in an egalitarian context* (Yayımlanmamış doktora tezi). Chalmers University of Technology and University of Gothenburg, Göteborg.

Merriam, S. B. ve Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). San Francisco, CA: John Wiley & Sons.

Moore, S. D. (2013). Why Teach Mathematics with Manipulatives?
<https://www.hand2mind.com/resources/why-teach-math-with-manipulatives>

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.

Nacar S. (2017, Ekim). 2005-2014 Yılları arasında üstün yeteneklilerin matematik eğitimi üzerine yapılan çalışmalar. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 4 (8), 50-65. doi: 10.29129.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

<https://en.oxforddictionaries.com/>

Pativisian, S. (2006). *Mathematical problem solving processes of Thai gifted students* (Doktora tezi). Erişim adresi <https://www.researchgate.net/publication/36171268>

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Garden City, NY: Doubleday & Company, Inc.

Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *The Phi Delta Kappan*, 60(3), 180-184.

Reys, R.E. (1971). Considerations for teachers using manipulative materials. *The Arithmetic Teacher*, 18 (8), 551-558.

Research on the Benefits of Manipulatives,
https://www.hand2mind.com/pdf/learning_place/research_math_manips.pdf.

Rosli, R., Goldsby, D., & Capraro, M. M. (2013). Assessing students' mathematical problem-solving and problem-posing skills. *Asian Social Science*, 9 (16), 54-60.

Rosli, R., Goldsby, D., & Capraro, M. M. (2015). Using manipulatives in solving and posing mathematical problems. *Creative Education*, 6, 1718-1725.
<http://dx.doi.org/10.4236/ce.2015.616173>

Sak, U. (2017). *Üstün zekâlılar özellikleri tanılanmaları eğitimleri*. Ankara: Vize

Sang, L. N. (1994). *The problem solving process of mathematically gifted students: Three cases in Hong Kong*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hong Kong Üniversitesi, Hong Kong.

Sara, M. A. (1990). *The effect of manipulative mathematics materials on gifted elementary students' piagetian level of reasoning*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Wayne State University, Detroit.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14, 19-28.

Silver, E. A., Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical: problem posing. *National Council of Teachers of Mathematics*. 129-135.

Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 293-309. <http://dx.doi.org/10.2307/749366>

Sowell, E. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 498-505.

Sriraman, B. (2003). Mathematical giftedness, problem solving, and the ability to formulate generalizations: The problem-solving experiences of four gifted students. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 14 (3), 151-165.

Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 41(1,2), 13–27.

Sriraman, B., Lee, K. H. (2011). *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Stanley, J. C. (1988). Some characteristics of SMPY's "700-800" on SAT-M before age 13 group" youths who reason extremely well mathematically. *Gifted Child Quarterly*, 32 (1), 205-209.

Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *Technology in mathematics education*, 518-525.

Stoyanova, E. (2000). Empowering students' problem solving via problem posing: The art of framing good questions. *Australian Mathematics Teacher*. 56(1), 33-37.

Taylor, C. H. (2008). *Promoting mathematical understanding through open-ended tasks: Experiences of an eighth-grade gifted geometry class* (Yayımlanmamış doktora tezi). Georgia State Üniversitesi, Atlanta.

Tjoe, H. H. (2011). *Which approaches do students prefer? Analyzing the mathematical problem solving behavior of mathematically gifted students* (Yayımlanmamış doktora tezi). Columbia Üniversitesi.

Tortop, H. S. (2012). Olağanüstü üstün yetenekli öğrencilerin eğitim sürecinde radikal hızlandırma ve Türkiye'nin durumu. *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi*, 2 (2), 106-113.

Uğurel, I. (2019). *Aparatlı Matematik Problemleri-I, Matematiksel Düşünme Becerisinin Gelişimini Destekleme, (basım aşamasında)*.

Uğurel, I., Arkan, F. (2019, Mayıs). BİLSEM öğrencilerinin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları. 1. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumunda sunulan bildiri, İzmir.

Uttal, D. H., Scudder, K. V. ve Deloache J.S. (1997). Manipulatives as symbols: a new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18, 37-54. Ablex Publishing Corporation.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Van Harpen, X. Y., Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educ Stud Math*, 82, 201-221. DOI 10.1007/s10649-012-9419-5.

Vilkomir, T., O'Donoghue, J. (2009). using components of mathematical ability for initial development and identification of mathematically promising students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40 (2), 183-199.

Wagner, H., Zimmerman, B. (1986). Identification and fostering of mathematically gifted Students. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 243-259.

Willson, D. W. (1984). *Control-appraising: the problem solving behavior of mathematically gifted children* (Yayınlanmamış doktora tezi). Wayne State University, Detroit

Yan, C. & Huang, L. (2008). Mobile technologies adoption: An exploratory case study. *Tsinghua Science & Technology*, 13 (3), 300-305.

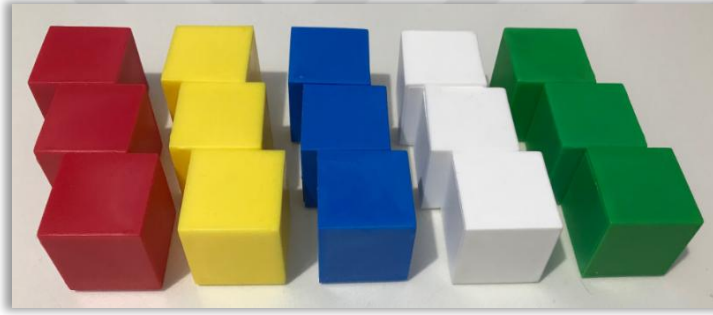
Yazgan Sağ, G. (2018). Matematikte üstün yetenekliliğe teorik bir bakış. *Milli Eğitim*, 48 (221), 159-174.

EKLER

EK 1. Yarı Yapılandırılmış Mülakat Formu

Mülakatlar 4 aparat, 10 problem çözme uygulaması ve 2 problem kurma uygulamasından oluşmaktadır. Aparatların ve onlara dayalı problemlerin tümü (danışman öğretim üyesi olan) yazarın izni ve onayı ile Uğurel'in (2019) kitabından alınmıştır. Kullanılan aparatlar aynı kitap için üretimi yaptırılan ve kitap ile birlikte verilen aparatlardır. Söz konusu aparatlar plastik ve pleksi malzemelerden üretilmiştir ve her bir aparattan uygulamalarda rahatça kullanılabilmesi için 3 set temin edilmiştir.

APARAT-1: Küp Takımı (3 adet kırmızı, 3 adet sarı, 3 adet mavi, 3 adet beyaz ve 3 adet yeşil olmak üzere 15 adet aynı büyüklükte küp)



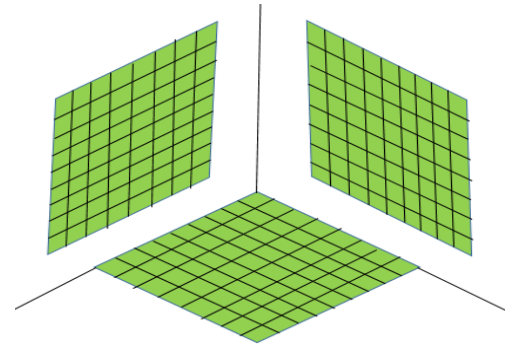
Problem-1.1

15 küpün kullanıldığı, tabanında 8 tane küp olan, üç katlı bir dizilim yapılıyor.

Dizilimin, üç düzlemdeki izdüşümleri belirleniyor. Bu üç izdüşümün alanları toplamının en az olması isteniyor.

Verilenlere göre küpleri kullanarak dizilimin nasıl olabileceğini bulunuz ve yandaki şekil üzerinde izdüşümü çizimlerini yapınız.

Not: Buldukları yapının problem kağıdındaki şekil üzerinde iz düşümü çizimleri yapılırken her öğrenciden bir iz düşümü çizmesi istenmiştir.



Problem -1.2

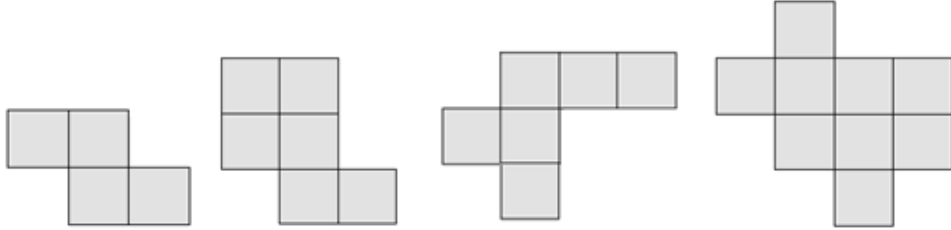
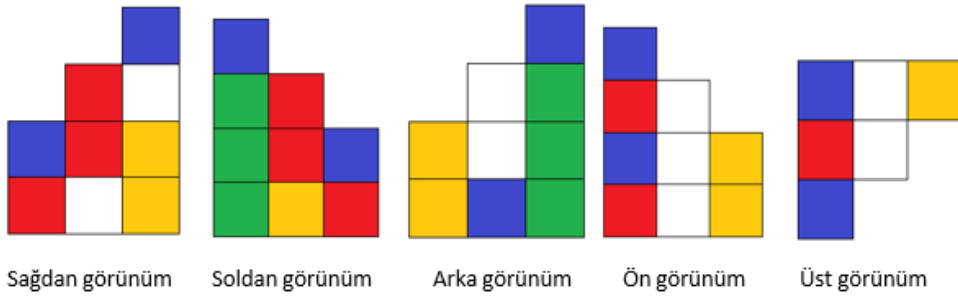
4 küp kullanılarak birbirinden farklı kaç tane dizilim oluşturulabilir? Size verilen küp setini kullanarak her bir dizilimi gösteriniz.

5 küp kullanılarak birbirinden farklı birbirinden farklı on dizilim oluşturunuz.

Dizilimlerde renklerin bir önemi yoktur. Bir dizilimin döndürülmüş hali yeni bir dizilim sayılmayacaktır. Tüm dizilimlerde her küp başka bir küpe en az bir yüzeyi boyunca değmelidir.

Problem -1.3

Aşağıdaki üstten görünümü verilen tek katlı dizilimleri, küp takımını kullanarak oluşturunuz. Daha sonra bir doğru parçası modeli (tel ya da kalem olabilir) yardımı ile her bir dizilimi doğru parçasına göre simetrik iki parçaya ayırınız. Bir dizilimde, simetrik parçaları bulurken o dizilime 1 tane küp eklemeniz gerekmektedir.

**Problem -1.4**

Yukarıda beş farklı yüzünün görünümü verilen dizilimi elinizdeki 15 adet küpü kullanarak oluşturunuz.

APARAT-2: Özel dörtgen seti (Dört adet birbirine eş olan özel dörtgen)



Problem -2.1

Elinizde 4 özdeş parçadan oluşan bir özel dörtgen seti bulunmaktadır. 4 parçanın hepsi kullanılarak oluşturulabilecek olan tüm büyük dörtgenleri bulunuz.

Büyük dörtgenler oluşturulurken 4 parça yan yana konulabilir ama üst üste konulamaz.

Problem -2.2

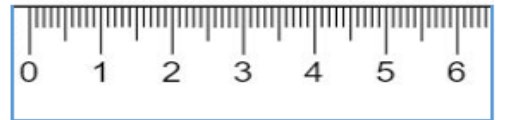
Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin çevresini bulunuz.

Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin alanını bulunuz.

Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük çevreye sahip olanı hangisidir?

Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük alana sahip olanı hangisidir?

NOT: Çevre hesaplamalarında küçük dörtgenin kenar uzunluklarını belirlemek için yanda verilen cetveldten yararlanabilirsiniz.



Aparat-3: Kare Seti (Elimizdeki şekil setinde 8'i yeşil, 8'i kırmızı toplam 16 adet aynı büyüklükte kare vardır.)

Problem - 3.1

Dokuz adet kare ile bir desen oluşturmanız isteniyor. Desen oluşturmak için karelerden her birinin, en az bir kenar boyunca diğer karelere değmesi gerekiyor. Desenlerde renklerin bir önemi yoktur.

Bu kurala uygun olan 6 tane desen oluşturunuz.

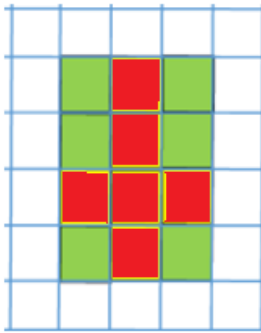
Bu desenlerin her birinin çevrelerini hesaplayınız. Karenin bir kenarını 1 br alabilirsiniz.

Yapılabilecek desenler içerisinde en küçük çevre uzunluğuna sahip olanın şekli nasıl olur?

Yapılabilecek desenler içerisinde en büyük çevre uzunluğuna sahip olanın şekli nasıl olur?

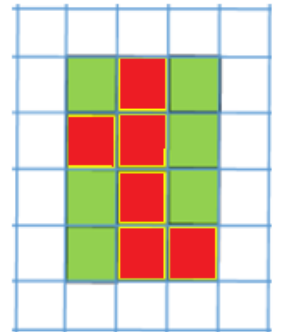
Dokuz tane kare ile oluşturulabilecek tüm desenlerin çevre uzunluğu hangi sayı aralığında (iki sayı arasında) bulunur?

Problem -3.2



Solda verilen desenden sağda verilen desene ulaşmanız isteniyor. Bu işlemin en az kaç hamlede yapılabileceğini bulunuz.

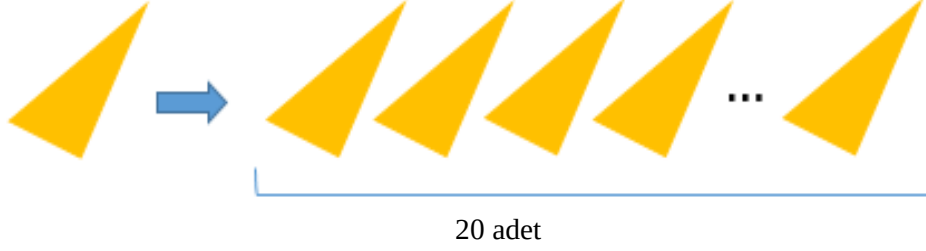
Bu problemde kareleri hareket ettirirken yapılabilecek tek hamle bir kareyi diğer bir karenin üzerinden atlatmaktır.



Atlama işlemi sola, sağa, yukarı ve aşağı yönde yapılabilir, çapraz doğrultuda atlama yapılamaz.

Atlama işleminde rengin bir önemi yoktur, farklı renkte kareler birbiri üzerinden atlayabilir.

APARAT-4: Üçgen seti (20 adet birbirine eş olan dik üçgenden oluşmaktadır. Dik üçgenin uzun kenarı kısa kenarının iki katıdır.)

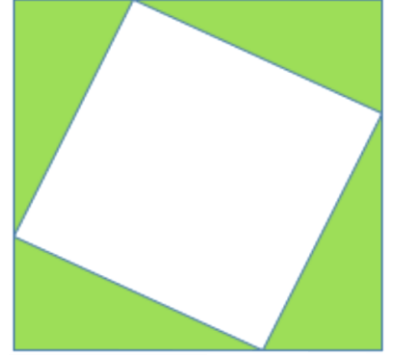


Problem - 4.1

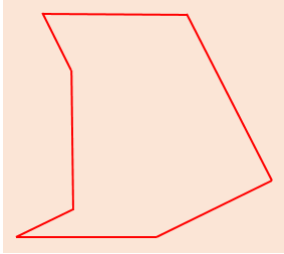
Üçgen setindeki 4 parçayı kullanarak bir kare oluşturmak isteniyor. Ancak bu karenin içinde kare şeklinde bir boş kısım olması gerekiyor. Böyle bir modelin nasıl olabileceği yandaki şekilde size gösterilmiştir.

Bu şeklin alanı 1'er birimkarelik 4 üçgenden oluştuğu için $4 br^2$ dir.

Sizden istediğiniz kadar üçgen parça kullanarak, içinde kare boşluğun olduğu başka bir kare oluşturmanız isteniyor. Oluşturacağınız bu yeni karenin alanı kaç br^2 olur?

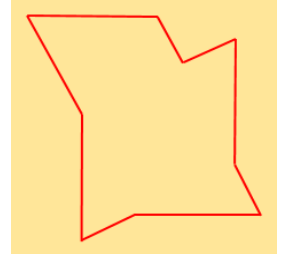


Problem - 4.2



Size verilen üçgenleri kullanarak yandaki şekillerin içini boş yer kalmayacak şekilde doldurmanız isteniyor.

Her iki şekil için kaç adet üçgenin gerekli olduğunu bulunuz.



Bu iki şekil için kullanılan üçgen sayıları aynı kalmak kaydıyla yapılarda nasıl bir değişik yapılırsa çevrelerinde büyüme olabilir? Üçgenleri kullanarak gösteriniz.

PROBLEM KURMA

Verilen dört aparattan iki tanesi ile aparatların tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen birer problem kurunuz.

- Problem 1: (Kare Seti)
- Problem 2: (Özel dörtgen seti)

ARAŞTIRMACI TARAFINDAN PROBLEM ÇÖZME UYGULAMALARI ESNASINDA SORULAN SORULAR

- Önce problemi okuyun.
- Problemi çözmeye başlayabilirsiniz. Problemi çözerken düşüncelerinizi yüksek sesle ifade edin ve fikir alışverişinde bulunun.
- Çözümünüzü açıkla mısınız?
- Alternatif çözümler olabilir mi?
- Daha önce benzer bir problem çözmüş müydünüz?
- Bu problem hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?
- Bu problemi çözerken nasıl hissettiniz? (Beğendiniz mi?/ Zorlandınız mı? vb.)

APARATLI PROBLEM KURMA ETKİNLİKLERİ ESNASINDA SORULAN SORULAR

- Yönergeyi okuyunuz.
- Kurduğunuz problemin aparatlı matematik problemi (Araştırmacı tarafından açıklandı.) olma özelliği taşıması isteniyor.
- İstedığınız aparattan başlayabilirsiniz.

Öğrenci / Öğrenciler Bir Problem Düşündüklerini İfade Ettikten Sonra

- Probleminizi açıklarmısınız?
- Bu problemi kendi ifadelerinizle problem kâğıdına yazar mısınız?
- Yazdığınız problemi okur musunuz?
- Sizce bu problem nasıl çözülebilir?

EK 2. Birinci Alt Problem Verileri - Çözüm Süreleri

Tablo 34.
Problem çözüm süreleri

Süre	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Problem-1.1	10 dk.	9 dk.	14 dk.	16 dk.	8.5 dk.	12 dk.
Problem-1.2	6 dk.	5 dk.	4 dk.	6.5 dk.	5.5 dk.	7 dk.
Problem-1.3	7 dk.	4 dk.	4 dk.	7 dk.	4 dk.	3 dk.
Problem-1.4	5.5 dk.	8.5 dk.	4 dk.	12 dk.	1.5 dk.	8 dk.
Problem-2.1	12 dk.	16 dk.	11.5 dk.	16 dk.	10 dk.	9 dk.
Problem-2.2	7 dk.	5 dk.	10 dk.	20 dk.	8 dk.	16 dk.
Problem-3.1	2.5 dk.	5 dk.	5.5 dk.	6.5 dk.	5 dk.	3.5 dk.
Problem-3.2	7 dk.	4 dk.	3.5 dk.	8 dk.	11 dk.	10 dk.
Problem-4.1	4.5 dk.	2 dk.	3.5 dk.	5 dk.	3 dk.	4.5 dk.
Problem-4.2	10 dk.	18 dk.	20.5 dk.	9 dk.	11 dk.	10.5 dk.
Toplam :	71.5 dk.	76.5 dk.	80.5 dk.	106 dk.	67.5 dk.	83.5 dk.

EK 3. Birinci Alt Problem Verileri – Sonuçlara Ulaşma

Tablo 35. *Sonuçlara Ulaşma*

Sonuçlar	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Problem-1.1 (21, iz düşümlerin çizimleri)	26 Doğru çizim	21 Doğru çizim	21 Doğru çizim	21 Doğru çizim	21 Doğru çizim	21 Bir izdüşümde hatalı çizim
Problem-1.2 (8 yapı / 10 örnek yapı)	8 yapı/ 10örnek yapı	8 yapı/ 10örnek yapı	8 yapı/ 10örnek yapı	8 yapı/ 10örnek yapı	7 yapı/ 10 örnek yapı	8 yapı/ 10örnek yapı
Problem-1.3 (Dört şeklin simetriği)	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği	Dört şeklin simetriği
Problem-1.4 (Görünümleri verilen yapı)	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı	Doğru yapı
Problem-2.1 (Beş farklı dörtgen)	Dört farklı dörtgen	Üç farklı dörtgen	Dört farklı dörtgen	Beş farklı dörtgen	Dört farklı dörtgen	Beş farklı dörtgen
Problem-2.2 (Problem 2,1’de buldukları dörtgenlerin çevre alan karşılaştırmaları)	Bir şekilde hatalı ölçüm, Doğru, hesaplama ve karşılaştırmalar.	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaştırmalar.	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaştırmalar	İki şekilde hatalı ölçüm, doğru karşılaştırmalar	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaştırmalar	Doğru ölçüm, hesaplama ve karşılaştırmalar
Problem-3.1 (6 desen ve çevreleri, çevre aralığı)	6 desen ve çevreleri, doğruçevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğruçevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğruçevre aralığı	6 desen, doğru çevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğruçevre aralığı	6 desen ve çevreleri, doğruçevre aralığı
Problem-3.2 (8 hamlede istenilen desen)	8 hamlede istenilen desen	8 hamlede istenilen desen	14 hamlede istenilen desen	8 hamlede istenilen desen	12 hamlede istenilen desen	İstenilen desene ulaşamadılar
Problem-4.1 (bir şekil ve alanı)	İki şekil ve doğru alanlar	Bir şekil ve doğru alan	Bir şekil ve doğru alan	Bir şekil ve doğru alan	Bir şekil ve doğru alan	İki şekil ve doğru alanlar
Problem-4.2 (iki şekil 9 ve 10 üçgenle, çevre genişletme stratejisi)	Birinci şekle yakın bir şekil (17 üçgenle) Doğru strateji	İki şekle yakın şekiller (17 ve 20 üçgenle) Doğru strateji	İki şekle yakın şekiller (17 ve 15 üçgenle) Doğru strateji	İki şekle yakın şekiller (17 ve 19 üçgenle) Doğru strateji	İstenilen iki şekil (9 ve 10 üçgenle) Doğru strateji	İkinci şekle yakın bir şekil (11 üçgenle) Doğru strateji

EK 4. Birinci Alt Problem Verileri – Alternatif Sonuçlara Ulaşma

Tablo 36.

Alternatif Sonuçlara Ulaşma

Alternatif Çözüm	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Problem- 1.1 (var)	✓	✓	✓	✓		✓
Problem- 1.3 (1.şekil için)	✓	✓	✓		✓	
Problem- 1.3 (4.şekil için)	✓		✓		✓	
Problem- 3.1 (var)	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Problem- 4.1 (var)	✓					✓

EK 5. Birinci Alt Problem Verileri – Benzer Problemle Karşılaşmış Olma Durumu

Tablo 37.

Benzer Problemle Karşılaşmış Olma Durumu

Benzer Problem	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Problem-1.1	Hayır	Hayır	Hayır	Ö2: Çözdüm	Hayır	Hayır
Problem-1.2	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Problem-1.3	Hayır	Hayır	Hayır	Evet	Hayır	Hayır
Problem-1.4	Ö1: Evet	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Problem-2.1	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Problem-2.2	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Problem-3.1	Ö1: Çözdüm.	Ö1:Test kitaplarınd a benzerleri var.	Hayır	Hayır	Hayır	Ö3: Biraz
Problem-3.2	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Problem-4.1	Hayır	Ö1: Çözmüştü m.	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır
Problem-4.2	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır	Hayır

EK 6. Birinci Alt Problem Verileri – Görüşler

Tablo 38.

Problemler Hakkındaki Görüşler

Görüşler	Grup-1	Grup-2	Grup-3	Grup-4	Grup-5	Grup-6
Problem-1.1	Kolay/Orta seviyede /sıkılmadık	Kolay değil /Sıkılmadık	Uğraştırıcı /Sıkılmadık	Hoş/ Eğlenceli	Mantıklı	Eğlenceli/ Farklı
Problem-1.2	Kolay /Beğendik /Güzel	Kolay/Güzel	Kolay/ Beğendik	Kolay/ Eğlenceli	Daha eğlenceliydi	Güzel /İyi/Beğendik
Problem-1.3	Güzel/Orta zorlukta/ Eğlendim	Güzel/Orta zorlukta/ Eğlendim	Eğlenceli /Kolay	Beğendik	Beğendik /Güzeldi/ Zordu	Kolay /güzel /Eğlenceli
Problem-1.4	Kolay/ Eğlenceli/ Sıkıcı	Zor/güzel/ beğendik	Sıradan /Kolay	Zorlandık /Eğlenceliydi	Sıkılmadık /İyi	Zor/ Güzel
Problem-2.1	Zor/Sıkıcı/Eğlenceli	Güzel	Uğraştırıcı/ güzel	Beğendik	Zor/ Eğlenceli	Değişik / Zor /Güzel /Düşündürücü
Problem-2.2	Kolay/Sıkıcı/ Güzel	Zor değil	Eğlenceli	Süper/ Güzel	Eğlenceli	Zor /Uzun/ Güzel
Problem-3.1	Kolay/Eğlenceli	Güzel/Eğlenceli	Güzel	Kolay	Kolay/güzel /diğerleri kadar iyi değil	İyi/Normal /Sıkıcı
Problem-3.2	Kolay /Oyun gibi /Eğlendik	İlginç/İyi/ Güzel /Zor değil /Beğendik	Güzel /Çok zor değil	Güzel	Sıkılmadım /Eğlenceliydi	Zor /Eğlendim /Sıkıcı
Problem-4.1	Kolay /Güzel	Kolay /sıradan	Eğlenceli /Kolay / Güzel	Kolay	Rahat/ Sıradan değil	Kolay /Orta /Yorucu /Eğlenceli
Problem-4.2	Sıkıcı/ Zor	Biraz sıkıcı	Uğraştırıcı /zorlayıcı	Değişik/ Güzel /Eğlenceli	Güzel Ortalama	Zor /güzel

Grup-4

Etkinlik-2.2

Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin çevresini bulunuz.
Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin alanını bulunuz.
Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük çevreye sahip olanı hangisidir?
Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük alana sahip olanı hangisidir?

En Büyük Alan = içi boş kare
En Küçük " = içi dolu " , Paralel Kenar, Yanuk
En Büyük Çevre = içi boş " ,
En Küçük " = içi dolu "

NOT: Çevre hesaplamalarında küçük dörtgenin kenar uzunluklarını belirlemek için yanda verilen cetvelden yararlanabilirsiniz.

Alan	Çevre
İç boş kare = $(8,5\text{cm})^2$	34 cm
Yanuk =	31 cm
İç dolu = $(6,5\text{cm})^2$	26 cm
İç boş dikdörtgen = $9 \times 6,5\text{cm}$	31 cm
Paralel Kenar = $(6,5\text{cm})^2$	31 cm

Grup-5

Etkinlik-2.2

Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin çevresini bulunuz.
Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin alanını bulunuz.
Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük çevreye sahip olanı hangisidir?
Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük alana sahip olanı hangisidir?

Paralel Kenar $C = 30$
Kare $A = 2,5 \cdot 2,5 = 6,25$

NOT: Çevre hesaplamalarında küçük dörtgenin kenar uzunluklarını belirlemek için yanda verilen cetvelden yararlanabilirsiniz.

Paralelkenar $C = 2(2,5 + 8) = 2 \cdot 10,5 = 21$
 $A = 56,25$

Yanuk $C = 10 + 5 + 16 = 31$
 $A = 56,25$

Basitlik kare $C = 32$
 $A = 64$

Grup-6

Etkinlik-2.2

Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin çevresini bulunuz.
Dörtgen bulmaca ile oluşturulabilen büyük dörtgenlerin her birinin alanını bulunuz.
Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük çevreye sahip olanı hangisidir?
Oluşturulan büyük dörtgenlerin en küçük ve en büyük alana sahip olanı hangisidir?

NOT: Çevre hesaplamalarında küçük dörtgenin kenar uzunluklarını belirlemek için yanda verilen cetvelden yararlanabilirsiniz.

İç dolu kare $C = 30\text{cm}$ $A = 56,25\text{cm}^2$
İç dolu paralelkenar $C = 31\text{cm}$ $A = 56,25\text{cm}^2$
İç boş dikdörtgen $C = 31\text{cm}$ $A = 58,9\text{cm}^2$
İç dolu yanuk $C = 31\text{cm}$ $A = 56,25\text{cm}^2$
İç boş kare $C = 32\text{cm}$ $A = 64\text{cm}^2$

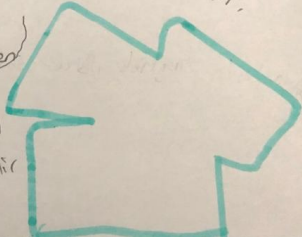
EK 8. Öğrencilerin Kurduğu Aparatlı Problemler

Grup-1

PROBLEM KURMA
Verilen dört aparatın iki tanesini seçerek, seçtiğiniz aparatın tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen bir problem kurunuz.

Problem 1: (Kare Seti) 10 tane kare kullanarak (Renkleri önemli değil)
8 kenarlı kaç farklı şekil elde edilebilir?
16 kare kullanarak kaç dörtgen elde edilebilir?

Problem 2: (Özel dörtgen seti)
Özdeş dört tane dört kenarlı cisimden
kaç tane beşgen çıkartılabilir?
(1)
Bu şekil
elde
edilebilir
mi?



Grup-2

PROBLEM KURMA
Verilen dört aparatın iki tanesini seçerek, seçtiğiniz aparatın tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen bir problem kurunuz.

Problem 1: (Kare Seti)
Tüm kareler kullanarak renkleri de önemli olarak üzere en fazla kaç simetri doğrusu olan bir şekil oluşturulabilir?

Problem 2: (Özel dörtgen seti)
4 adet özel dörtgen kullanarak kenarın sayısını diğer kenara değmesi şartı ile en fazla kaçgen oluşturulabilir?
4 adet özel dörtgenin yerinde birleşik olarak şekle birleştirilerek kaçgen elde en fazla kaç olur?

Grup-3

PROBLEM KURMA
Verilen dört aparatın iki tanesini seçerek, seçtiğiniz aparatın tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen bir problem kurunuz.

Problem 1: (Kare Seti)
Şekil (6x6) karışık olarak verilmiş durumda kenarlar kareleri satır ya da sütun boyunca atlatıp diğer şekilleri kaydırarak en az kaç karede aynı renk olan karelerin yan yana olması sağlanabilir?

Problem 2: (Özel dörtgen seti)
Özel dörtgenlerle oluşturulabilecek bir şeklin kenar sayısı en fazla kaç olur?
Bir özel dörtgenin alanı?

Grup-4

PROBLEM KURMA
Verilen dört ayardan iki tanesini seçerek, seçtiğiniz ayarın tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen bir problem kurunuz.

Problem 1: (Kare Seti)

Bu kare prizmanın kare yüzünün üst üste gelerek bir kare kütleye 10 kaddı.

Bu kare prizmanın bir kenarının bir kenarının uzunluğu en az 10 kaddı.

Problem 2: (Özel dörtgen seti)

Para ile oluşturduğumuz iki boy setlerinin içindeki şekiller ve dışındaki şekiller benzer olma nedeni nedir? Açıklayınız.

İçerideki şekilleri dışarıda kullandığımız para sayısının ilişkisi var mıdır? Varsa, nedenini açıklayınız.

Kullandığımız şeklin kenar sayısı ile oluşan en çok kenarlı şekil ile arasındaki bağlantı nedir?

Grup-5

PROBLEM KURMA
Verilen dört ayardan iki tanesini seçerek, seçtiğiniz ayarın tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen bir problem kurunuz.

Problem 1: (Kare Seti): Oyuna şekildeki başlandığında (kurallar sonu içinde verilir) oyun için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir.

A) İlk başlayan kazanır.
B) Oyunu başlatan kazanır.
C) Oyunun stratejisi yoktur.
D) Kazanmak imkansızdır.

Problem 2: (Özel dörtgen seti): Özel dörtgenlerle oluşturulan herhangi bir şekli çevreleyecek en küçük dikdörtgene tamamlamak için gereken büyüklüğü, oluşturulan 10 şekil için bulunuz.

- 4 özel dörtgeni kullanarak içinde bir dörtgen oluşturduğumuzda şeklin çevresi en fazla veya en az kaç cm olabilir?

Örnek:

Grup-6

PROBLEM KURMA
Verilen dört ayardan iki tanesini seçerek, seçtiğiniz ayarın tamamı ya da bir kısmı kullanılarak çözülebilen bir problem kurunuz.

Problem 1: (Kare Seti)

Kare setini kullanarak, her karenin bir başka kareye en az bir yerden değmesi koşuluyla boşluklardan en fazla kaç tane elde edilir?

6 kare en az bir kenarından birbirine değmek koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanabilir?

Problem 2: (Özel dörtgen seti)

Dört özel dörtgen kullanarak en fazla kaç köşeli bir şekil oluşturulabilir? (bir kenar değmek şartıyla)

Özel dörtgenler kullanarak, her kenar kendisiyle eş uzunlukta bir kenara değecek şekilde en az kaç kenarlı bir şekil elde edilebilir? (Tüm kenarlar bir yere değmek zorunda değil)

EK 9. Kare Seti Problemleri –Transkripsiyon

Kare Seti Problemleri

Problemlerle birlikte problemi kuran öğrenci/ öğrencilerin grup numarası, öğrenci kodu ve (heterojen gruplar bulunduğu için) sınıf seviyesini içeren bilgi belirtilmiştir. Örneğin beşinci gruptaki 7. sınıf öğrencisi olan Ö1, G5Ö1(7) şeklinde gösterilmiştir.

G1Ö3(7) Problem 1: 10 tane kare kullanılarak (renkleri önemli değil) sekiz kenarlı kaç farklı şekil elde edilebilir?

G1Ö1(7) Problem 2: 16 kare kullanılarak kaç dörtgen elde edilebilir?

G2Ö2(7) Problem 3: Tüm kareler kullanılarak renkler de önemli olmak üzere en fazla kaç simetri doğrusu olan bir şekil oluşturulabilir?

G3Ö1(7)-G3Ö2(7) Problem 4: Şekil (4x4) karışık olarak verildiğinde (Resim 114), kenarlardaki kareleri satır ya da sütun boyunca atlatıp diğer şekilleri kaydırduğımızda en az kaç hamlede aynı renk olan karelerin yan yana olmadığı şekle varılabilir?

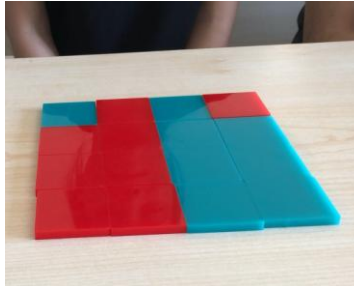


Resim 114. Grup-3 Kare seti - Problem kurma

G4Ö2(9) Problem 5: Bu kare prizmalar, kare yüzleri üst üste gelecek bir şekilde 10 katlı bir geometrik yapı oluşturun. Bu yapının yüzey alanı minimum olsun.

G5Ö2(9) - G5Ö3(9) – G5Ö1(7) Problem 6: Oyuna şekildeki gibi (Resim 115) başlandığında (kurallar soru içinde verilir) oyun için hangisi söylenebilir? (Ek-3)

- A) İlk başlayan kazanır
- B) Sonra başlayan kazanır
- C) Oyunun stratejisi yoktur
- D) Kazanmak imkânsızdır



Resim 115. Grup-5 Kare seti - Problem kurma

Kuralları sözlü olarak ifade ettiler. İki kişi oynanır. Oyuncular kendi rengindeki kareyle birlikte bulunduğu sütunu veya satırı birer birim kaydırabilir. Kendi rengini dörde iki şekilde bir araya toplayan kazanır.

G6Ö2(9) Problem 7: Kare seti kullanılarak, her karenin bir başka kareye en az bir yerden değmesi koşuluyla boşluklardan en fazla kaç üçgen elde edilebilir?

G6Ö3(7) Problem 8: Altı kare en az bir kenarından birbirine değmek koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanabilir?



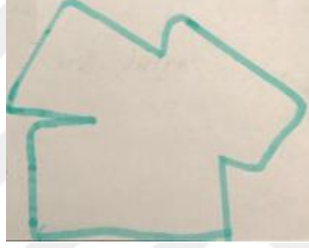
EK 10. Özel Dörtgen Seti Problemleri –Transkripsiyon

Özel Dörtgen Seti Problemleri

Problemlerle birlikte problemi kuran öğrenci/ öğrencilerin grup numarası, öğrenci kodu ve (heterojen gruplar bulunduğu için) sınıf seviyesini içeren bilgi belirtilmiştir. Örneğin beşinci gruptaki 7. sınıf öğrencisi olan Ö1, G5Ö1(7) şeklinde gösterilmiştir

G1Ö2(7) Problem 1: Özdeş dört tane dört kenarlı cisimden (*özel dörtgenlerden*) kaç tane beşgen çıkartılabilir?

G1Ö3(7) Problem 2: (Dörtgen setiyle) bu şekil (Resim 116) elde edilebilir mi?



Resim 116. Grup-1 Özel dörtgen seti - Problem kurma

G2Ö3(7) Problem 3: 4 adet özel dörtgen kullanılarak kenarın hepsinin diğer kenara değmesi şartı ile en fazla kaçgen oluşturulabilir?

G2Ö1(7) Problem 4: 4 adet özel dörtgeni içeride boşluk kalacak şekilde birleştiriniz. İçeride oluşan şeklin alanı en fazla kaç olur?

G2Ö2(7) Problem 5: Özel dörtgenlerle oluşturulabilecek bir şeklin kenar sayısı en fazla kaç olur?

G2Ö2(7) Problem 6: Bir özel dörtgenin alanını hesaplayınız?

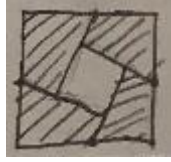
G4Ö2(9) Problem 7: 4 parça ile oluşturduğumuz içi boş şekillerin içindeki çokgen ve dışındaki çokgen benzer olma nedeni nedir? Açıklayınız.

G4Ö2(9) Problem 8: İçeride oluşan çokgenle dışarıda kullandığımız parça sayısının ilişkisi var mıdır? Varsa nedenini açıklayınız.

G4Ö2(9) Problem 9: Kullandığımız şeklin kenar sayısı ile oluşan en çok kenarlı şekil ile arasındaki bağıntı nedir?

G5Ö2(9) – G5Ö3(9) Problem 10: Özel dörtgenlerle oluşturulan herhangi bir şekli çevreleyen en küçük dikdörtgene tamamlamak için gereken birim kareyi, oluşturulan on şekil için bulunuz.

G5Ö1(7) Problem 11: 4 Özel dörtgeni kullanarak içeride bir dörtgen oluşturduğumuzda şeklin çevresi en fazla veya en az kaç cm olabilir?



Resim 117. Grup-5 Özel dörtgen seti - Problem kurma

G61Ö1(9) Problem 12: Dört özel dörtgen kullanılarak en fazla kaç köşeli bir şekil oluşturulabilir? (Bir kenarı değmek şartıyla)?

G6Ö2(9) Problem 13: Özel dörtgenler kullanılarak, her kenar kendisiyle eş uzunlukta bir kenara değecek şekilde en az kaç kenarlı bir şekil elde edilebilir? (Tüm kenarlar bir yere değmek zorunda değil)

EK 11. Aparatlı Matematik Problemi Değerlendirme Rubriği

Problem	Aparatlı matematik problemi	Orjinallik	Çözümüne ulaşma
Koşullar tam olarak verildiyse problem değerlendirmeye alınacaktır.	Problem aparata gerek olmadan kolaylıkla çözülyorsa 0 puan	Problem altı gruptan üç ve daha fazlası tarafından kurulduysa 0 puan	Oluşturduğu problemin çözümü hakkında fikri yoksa 0 puan
Koşullar eksik verildiyse problem değerlendirmeye alınmayacaktır.	Aparat problemin çözümünü kolaylaştırıyorsa 1 puan	Problem aynı aparat problemlerinde çözdükleriyle tamamen benzerse 0 puan	Oluşturduğu problemin çözümü hakkında fikri varsa ama tam çözüme ulaşmadıysa 1 puan.
	Problem aparatsız çözülemiyorsa 2 puan	Problem aynı aparat problemlerinde çözdükleriyle bir yönüyle benzerse 1puan	Oluşturduğu problemin çözümünü de gerçekleştirdiyse 2 puan
		Problem farklı aparat problemlerinde çözdükleriyle tamamen benzerse, 1 puan	
		Problem aparat problemlerinde çözdüklerinden tamamen farklı ise 2 puan	

EK 12. Problem - 1.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-1

Etkinlik 1.1 (10 dakika)

Soruyu okudular.

Ö1: İz düşünüm ne demek?

Araştırmacı açıkladı.

Ö1: Tamam anladım.

Ö1: Tabanında sekiz tane olacaktı. Burada sekiz tane yok (Sordaki taban bölgesindeki kareleri işaret etti.)

Ö2: Tam sekiz tane var.

Ö1 ve Ö2 sekiz tane küpü yan yana dizdi.

Ö2: Üç kat dediği için (En baştaki küpün üzerine iki tane küp koydu)



Ö1: Buradan üç oluyor.

Ö2: Buradan on oluyor.

Ö1: Bak şuradan, şuradan bir de şuradan bakacağız.

Ö2: Bence buralara koysak daha iyi olur.

Ö1: Ters yaptık o zaman biz bunu şöyle koyalım. (Şekli kâğıttaki tabana göre döndürdü.)

Grup-2

Etkinlik 1.1 (9 dakika)

Soruyu okudular.

Öğrenciler içlerinden düşündükleri için araştırmacı tarafından düşüncelerini yüksek sesle ifade etmeleri yeniden talep edildi.

Ö2 önce küpleri sekize bir şekilde dizdi.

Ö3: İz düşünüm ne demek?

Araştırmacı açıkladı.

Ö2 sekiz kareyi tabana ortada bir birim boşluk kalacak kare şeklinde dizdi.



Araştırmacı neden bu şekilde dizdiğini sordu.

Ö2: Yani... Böyle olunca (kare şeklinde dizdiği tabandan bahsediyor) tabanda sekiz birim karelik bir alan oluyor. Bu tarafta üç, bu tarafta üç birimlik alan oluyor. Üç, üç, sekiz, on dört birim karelik bir alan oluyor. Daha bunları da (kalan küplerden bahsediyor) dizeceğim tabi de. Diğer türlü yaptığımda (bire sekizlik dizimden bahsediyor) burada sekiz burada sekiz burada bir oluyor, fazla oluyor.

Ö2 dizmeye devam etti.



EK 13. Problem - 1.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-3

Etkinlik 1.2 (dört dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: Dört küp. Şu olacak şöyle.



Ö2: Şunla şu aynı mı sayılıyor, şu ikisi aynı mı sayılıyor? (Kareyi yatayda oluşturdu.)

Ö2: Döndürülmüş oluyor.

Ö3: Birbirine değmesi lazım.

Ö1: Şöyle.



Ö3: Aynıısının, L'nin döndürülmüşünü oluşturmuş aynı anda.

Ö1: Döndürülmüş hali.

Ö2: Döndürülmüş oluyor.

Grup-4

Etkinlik 1.2 (Süre: 6 buçuk dakika)

Soruyu okudular.

Ö3: Anladığımı söyleyeyim mi?

Ö3: Önce böyle bir dizilim var. (Dört tane yi yan yana dizdi.)

Ö3: Sonra böyle.



Ö3: Sonra böyle.



Ö1: Böyle ben giderim

Ö3: Şimdi bu da bir dizilim sayılıyor mu yoksa çünkü yön değişmiş oluyor ya.

Ö1: (okudu) "Dizilimin döndürülmüş hali yeni bir dizilim sayılmayacaktır."

Ö3: Döndürülmüş hali sayılıyor aslında benimki o zaman böyle olabilir.



EK 14. Problem - 1.3 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-5

Etkinlik 1.3 (dört dakika)

Soruyu okudular.

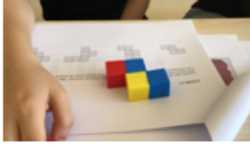
Ö3: Bir dizilimi simetrik... Burada ne dediğini anlamadım ben.

Ö3: Mesela şöyle.

Ö2: He.

Ö3: Şuraya koysak. Şu, şu oldu. Şunu şuraya ekleysek (kalemle de gösterdi, simetrik olmadı).

Ö1 eklemeyi yaptı.



Ö3: (kalemle simetri doğrularını gösterdi.) Şöyle.



Ö3: Şöyleydi.

Ö1: Aynı şekil oluşacak ama. (Eklemeyi diğer yönden yaptı.)

Ö3: Evet oradan da yapabiliydik.

Grup-6

Etkinlik 1.3 (3 dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: Bunları ayrı, ayrı mı yapacağız?

Ö1: Evet simetri bulacağız.

Ö2: Ben şeyi anlamadım. Bir dizilimde... (sorudaki cümleyi okudu)

Ö1: Bir tane ekleyip simetri bulacağız. Şu mesela.



Ö2: Ha öyle tamam, tamam.

Ö2: Bu normal hali bir saniye bir küp versene bana. Bundan bir tane mi bulacaktık?

Ö1: Yalnız ikincisini herkes ayrı yapamaz, çünkü yedi tane lazım küp.

Ö2: Herhalde ortadan yapmamız lazım, küpün ortasından kesemiyoruz di mi simetriğine bakarken?

Ö1 ben bunu da buldum.



EK 15. Problem - 1.4 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-1

Etkinlik 1.4 (Beş buçuk dakika)

Ö3: Verin bir ben deneyeyim. Sağdan görünüm.

Ö1: Oluşturup ne yapacağız.

Ö1: Basitmiş o zaman.

Ö3: Evet bu kolaymış.

Üçü birlikte aşağıdaki şekli oluşturular.



Ö1: Şu an nerden bakıyorsun.

Ö3: Önden

Ö1 şekli döndürdü.

Ö2: Bak bu sağdan görünüşü, burası soldan görünüşü.

Ö1: Tamam sağdan yap şöyle.

Ö2: Arkadan görünüşü (küçük kaymaya başladı).

Ö3: Yanlış yaptın. Yok, tamam doğru.

Ö1: Evet doğru, hayır değil, yeşil gelecek buraya.

Ö2: Hayır doğru gidiyorum şu anda. Üstten görünümü... A! üstten görünümü olmuyor.

Ö2: Oluyor.

Ö1: Arkadan görünüm şuraya yeşil gelecek işte.

Ö2: Arkadan görünüm işte bak buradan böyle bakıyorum.

Grup-2

Etkinlik 1.4 (sekiz buçuk dakika)

Soruyu okudular. Küpleri ortada topladılar. Ö2 üç tane yeşil küpü üst üste dizdi. Ö1 bir mavi ve bir kırmızıyı üst üste dizdi.

Ö2: Köşeden yukarı doğru çıkanları yapmaya çalışıyorum.

Ö2: Hem solda hem arkada var bu şekilde.

Ö1 ön görünümüne göre küpleri dizdi.

Ö1: Şuraya bir şey gelmemesi lazım çünkü arkada da var o görünüyor (üst üste iki sarı küpü gösterdi).

Ö1: Şuraya mavi gelse... (beyazların önüne mavi küpü yerleştirdi).

Ö1: Böyle bir şey mi olacak. (yeşillerle maviyi dizdi ve biraz ileriye taşıdı)



Ö2: Yeşillerin üstünde mavi olacak bir tane.

Ö1: Şuradan görünüyor (kırmızının üstündeki maviyi gösterdi) üstteki mavi görünüyor.

Ö2: Yani buradan da... Hem buradan, hem buradan görünmesi lazım. (şeklin solunu ve arkasını gösterdi).

Ö2: Bir de üstte de mavi var. (Yerdeki maviyi yeşillerin üzerine koydu.)

Ö2: Şimdi bu önse soldan böyle gözüküyor pek.

Ö3: Evet.

EK 16. Problem - 2.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-3

Etkinlik 2.1 (11 buçuk dakika)

Soruyu okudular.

Ö1 ve Ö2 hemen ikiye şekli alıp uğraşmaya başladı.

Ö1: Dörtgen.

Ö2: Dörtgen.

Ö2: Şuralarını düz yapmak için.

Ö1 üçüncü ve dördüncü şekli ekleyip yamuk oluşturdu.



Ö1 başladı.

Ö2: Öyle yapalım işte orayı tamamlayamaz mıyız?

Ö2 devam etti.

Ö1 yeniden aldı.

Ö2 ikili denemelere devam etti

Ö1 de iki şekli birleştirmeye çalıştı

Ö2 şekilleri soru kâğıdının üzerine koyup düşünmeye başladı.

Ö1 ve Ö2 yeniden yamuk oluşturdu.

Ö1: Kare yapabilir miyiz?

Ö2: Kare, yamuk, dikdörtgen paralelkenar.

Grup-4

Etkinlik 2.1 (Süre: 16 dakika)

Ö1: Ne kadar yamalı yumlu bir şey.

Ö3: Bunlardan düzgün dörtgen çıkaracağız değil mi?

Ö2: Versene bir (dörtgenleri aldı 63 ten).

Soruyu okudular.

Ö3: Tüm büyük dörtgenleri bulunuz. Üst üste konamaz.

Ö2: İki tanesiyle kaç gen oluşuyor?

Ö1 ve Ö2 yan yana dizdiler dört taneyi.

Ö3: Dörtgen değil.

Ö1 şekli değiştirdi.

Ö2: Çok gen mi diyor dörtgen mi diyor?

Ö3: Dörtgen.

Ö1, Ö2: Baya gen.

Ö2: Böyle kaç gen? (bir parçayı aldı iki parçayı çıkardı, kalan iki parçayla beşgen oluşturdu)

Ö1: Dördünü de kullanmamız gerekiyor mu?

Ö3 ve Ö2 denemeye devam etti.

Ö3: Şöyle bir şey yapsak...

Ö1 de eklemeyi yaptı.

Ö1: Tam tersini koy.

Ö3: Sekizgen oldu.

EK 17. Problem - 2.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-5

Etkinlik 2.2 (8 dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: Az önce oluşturduğumuz şekilleri tekrar oluşturmak lazım.

Ö1: Evet.

Ö1 oluşturmaya başladı.

Ö3: Aynısını yapıp birleştirmiştik.

Ö1 kareyi oluşturdu. Cetvelin üzerine koydu.

Ö2: Cetvel buna biraz küçük geldi ama.

Ö3: Dur, şey ölçeceksin o zaman bu iki nokta dört, iki buçuk, beş bu da, yedi buçuk. Yedi buçuk çarpı dörtten yirmi sekiz iki daha çevre otuz cm.

Ö1: Alanını da.

Ö2: Bunları not alalım mı?

Ö1 kağıda yazdı.

Ö3: Çarpalım. (Fısıltıyla işlemi yaptı)

Ö1: Paralelkenarı oluşturdu.

Ö3: 56,25

Ö2 kontrol etti, doğru dedi.

Ö3: Bu ne?

Ö1: Paralelkenar.

Ö3: Teşekkürler

Grup-6

Etkinlik 2.2 (16 dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: İçi boşluklu olan büyük içi dolu olan küçük olacak.

Ö1: Ben ilk önce içi dolu kare yapıyorum.

Ö2: Alan için. Çevre değişmeyecek.

Ö3: Alan.

Ö3: Alan hep aynı kalacak. Hepsinde aynı olmuyor mu?

Ö1 kareyi oluşturdu cetvelin üzerine koydu.

Ö1: 7,5 civarı bir şey olacak.

Ö2: Tam belirlememiz gerekiyor mu? Yoksa biraz.

Ö1: Hocam otuz gibi, yedi buçuk desek otuz hocam.

Ö2 kağıdın üzerine yazdı.

Ö3: Otuz, yedi buçuk yedi buçuk.

Ö2: Çevreye, bu alandı (sildi). Çevre... 30 cm alan... (yazarak çarpmaya başladı).

Ö1: Başka şekilleri yapayım ben.

Ö2: Alan.

Ö1: Paralelkenar vardı, içi boşluklu bir şey onu da yapalım.

Ö2: Hepsini yapmayacak mıyız?

Ö1: Hepsini yapacak mıyız?

EK 18. Problem - 3.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-1

Etkinlik 3.1 (iki buçuk dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: Gene faktöriyele dönelim hadi.

Ö1: Hayır olmuyor, renklerin bir önemi yok çünkü.

Ö2: Hayır oluyor, özdeş oluyor.

Ö3: Altı tane desen oluşturun işte.

Ö1: Yok faktöriyelle olmuyor, dokuz taneyle.

Ö2: Birinci desen



Ö2 ikinci deseni uçtaki kırmızıyla yeşilin yerlerini değiştirerek gösterdi.

Ö1: Hayır renklerin önemi yok.

Ö3: Alan hesaplama istiyor.

Ö1 ikinci deseni gösterdi.



Grup-2

Etkinlik 3.1 (5 dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: Şöyle yapabiliriz birtanesini.



Ö2: Bunun çevresini yazalım mı şimdiki? (12 yazdı.)

Ö2: Sonra böyle bir şey olabilir. (14br yazdı.)



Ö3 üçüncü şekli oluşturdu.



Ö2: On altı oldu.

EK 19. Problem - 3.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-3

Etkinlik 3.2 (3.5 dakika)

Ö1 ve Ö2 ilk şekli oluşturdular. Ö1 soruyu mırıldayarak okudu.

Ö1: Solda verilen desenden sağda verilen desenden...şğıda verilen desene...

Ö2: Üstünden atlatmak derken... Şöyle mi (ikisinin yerini değıştirdi)?

Ö3: Nasıl olacak?

Ö3: Şunu şuraya mı (doğru hamle)?

Ö2: Nasıl yapsak?

Ö1: Şunu atlatsak. (Sol üçüncü sıradaki yeşili en üste aldı, en alttaki kırmızıyı en üste atlattı)

Ö2: Hayır.

Ö3: Hayır bir tane atlatabiliyorsun.

Ö2 sol alttaki yeşili üçüncü satıra atlattı.

Ö2: Hepsini bir yukan atlatsak aynı mı olur?

Ö2: Alt satırda kalan kareleri en üste atlattı.

Ö3: Atlatamıyorsun onları bir tane atlatabilirsin. Şunu mesela şuraya atlatabilirsin.

Ö1: O zaman hepsini teker, teker atlatabiliriz.

Ö2 atlatmaya devam etti.

Ö2 altı hamlede aşağıdaki şekle ulaştı.

Ö1: Aynı şekil olacak.



Grup-4

Etkinlik 3.2 (8 dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: En az kaç hamlede?

Ö1: Tek hamle bir kareyi diğğlerinin üzerinden atlatmak... Damaya çevirdiler işi.

Ö2: Üzerinden atlayabiliyor değıl mi üzerine geçemiyor?

Ö1: Bir şey diyeceğim. Bunu olup buraya atlatabilir miyim (başka bir karenin üzerine atlattı dolu olan yerdeki)?

Araştırmacı soruyu okumaya yönlendirdi.

Ö2: Üç kare birden atlattı. Şu bir hamlemi?

Ö1: Peki şöyle mi? (İki kare bir boşluk bir kare koydu) Bu buraya atlayabilir mi (doğru hamle yaptı)?

Ö2: O bir hamle

Ö3: Damadaki gibi tık, tık, tık şunları götürebiliyor muyuz (üzerinden atlodığı kareleri gösterdi)?

Ö2: Peki her... Tamam, o da o zaman...

Ö3: Bir saniye, bir saniye sakın. (şeklin ilk halini oluşturdu). Mümkün olduğunca arayı boşaltmalı.

Ö2: Atlama olmadan da hamle yapabiliyoruz değıl mi?

Araştırmacı soruyu okumaya yönlendirdi.

Ö2: Renklerle alakası var mı?

Ö2: Atlamayla ilgili düşündüm.

Ö3: İçinizde dama geçmiş olan var mı?

Ö1: Benim sadece iki saat.

Ö1: Aslında atlatma yerine kaydırma yapamaz mıyız ya.

EK 20. Problem - 4.1 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitler

Grup-5

Etkinlik 4.1 (3 dakika)

Soruyu okudular.

Ö3: Şimdi şundan bir oluştursak bence.

Hepsi eline üçgenlerden aldılar. Üçü birlikte resimdeki şekli oluşturdu.

Ö3: Şimdi dört birim kare, her biri bir birim kare değil mi? O zaman mesela bunu üç taneyle birlikte yapabilecek miyiz?

Ö1: Üçgenleri büyük üçgen yapalım, şunun gibi. Yüksek üçgen

Ö2: Ama bu üçgen olmuyor... Hah tamam.

Ö3: Tamam

Her biri Ö1'in gösterdiği üçgenlerden oluşturdular.

Ö2: Önce üçgenleri oluşturalım.

Ö3: Evet.

Oluşturdıkları üçgenleri birleştirdiler. Ö3 ters oluşturdu Ö1 simetriğini çevirdi. Büyük şekli oluşturdular.

Ö3: Sığması lazım bunun.

Ö1: Oldu.

Bir üçgen yanlış konmuş

Ö3: Olmamış ki bu (düzeltti).

Ö2: Her biri dört, on altı.

Ö1: On altı.

Grup-6

Etkinlik 4.1 (4.5 dakika)

Soruyu okudular. Ö1, Ö2, Ö3 ayrı, ayrı önlerinde üçgenlerle istenilen şekli oluşturmaya çalıştılar.

Ö3: Daha farklı bir şey.

Ö1: Daha küçük yaptım hocam.



Ö2: Şartları sağlasın diyor, bunun aynısı olmasın diyor (sorudaki şekli gösterdi).

Ö3: Soruda dört birim kare diyor, bu dört birim kare mi? Büyük kare mi küçük kare mi?

Ö1 ve Ö2 ayrı, ayrı şekiller oluşturmaya devam etti.

Ö3: O zaman şu kenar iki, şu kenar bir birim mi oluyor.

Ö1: Hocam bir tane daha yaptım.



Ö2: Kare şeklinde boş bir kısım olsun diyor.

Ö2: (soruyu tekrar okudu). Dışı kare değil.

EK 21. Problem - 4.2 Video Transkripsiyonlarından Örnek Kesitleri

Grup-1

Etkinlik 4.2 (10 dakika)

Soruyu okudular.

Ö3: Yapalım. (üçgeni ikinci şeklin üstüne koydu), Şurası şöyle bir üçgen olacak orası kesin. Şurası da şöyle bir üçgen olacak.

Ö2 birinci şekilden başladı

Ö1: Biri yaptım, şöyle başlanacak ona göre yapılır yani.

Ö3: Şu şuraya şöyle gelecek.

Üçü birlikte birinci şekli düşünmeye başladılar üçgenler yetmezse diye.

Ö3: En alta şunu şöyle koyarız.

Ö1: En alt sol köşe şöyle olacak.

Ö3: En üstünü yapıyorum şu anda ben (Ö3 paralelkenarlar kullandı).

Ö2: Ah yapamadım.

Ö3: Üst oldu.

Ö2: Bence en alttan başlayalım, en alt daha kolay.

Ö1: En altı yaptım işte ben.

Ö2: Böyle olacak değil mi?

Ö1: Evet

Ö2: Ama böyle olmayabilir.

Ö1: Evet öyle oldu, şöyle olacak.

Ö3: Şöyle şurası köşesi (şekli ters yönde yapmış)

Ö2: Bence aynı olmamış, bak şurada bir şeylik var.

Grup-2

Etkinlik 4.2 (18 dakika)

Soruyu okudular.

Ö2: Bu şey değil, değil mi gerçek boyut değil.

Ö2: Ben sağdakini yapmaya çalışıyorum şu an.

Ö1: Soldakini.

Üç öğrenci de kendi önünde dizilim yapmaya başladılar. Parçalar ayn, aynı yetmedi.

Ö1: Şuralar kaç birim ne kadar küçültülmüş?

Soldaki şekli oluşturmaya başladılar üçü birlikte.

Ö3: Bu kadar uzun olmasına gerek var mı? (Şeklin sol tarafında oluşturdukları yapıyı kastetti.)

Ö2: Bu kadar büyük olmayacak sanki.

Ö2 ve Ö3 baştan oluşturmaya başladılar.

Ö1: Fazla küçük olmadı mı?

Ö2 kendi önünde iki üçgenle şekiller oluşturmaya başladı. Ö2 ve Ö3 yeniden oluşturmaya başladılar. Ö1 son birkaç taşı koydu.



Ö2: Kaçar tane üçgen gerekli diyor. 17 tane.

Ö2: Yapılarda nasıl bir değişiklik yapılırsa çevreleri büyüyebilir diyor.

Ö2: Mümkün olduğunca uçlara doğru. Kısa kenarından mümkün olduğunca.

EK 22. Katılımcı Onam Formu

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURULU

KATILIMCI ONAM FORMU

Bu formun amacı katılmanız rica edilen araştırma ile ilgili olarak sizi bilgilendirmek ve katılımınız için sizin izniniz alınmasıdır.

“Matematikte Yetenekli öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları” başlıklı yüksek lisans tez araştırması “Fatma ARIKAN” tarafından **gönüllü katılımcılarla** yürütülmektedir. Araştırma sırasında sizden alınacak bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçlı kullanılacaktır. Araştırma sürecinde konu ile ilgili her türlü soru ve görüşleriniz için aşağıda iletişim bilgisi bulunan araştırmacıyla görüşebilirsiniz. Bu araştırmaya **katılmama** hakkınız bulunmaktadır. Aynı zamanda çalışmaya katıldıktan sonra süreç içinde de çalışmadan **çıkabilirsiniz**.

Bu formu onaylamanız, araştırmaya katılım için onam verdiğiniz anlamına gelecektir.

Araştırmayla İlgili Bilgiler

Araştırmanın Amacı: Matematikte Yetenekli Öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımlarını belirlemektir.

Araştırmanın Nedeni: Aparatlı matematik problemleri ulusal ve uluslararası literatürde olmayan bizler tarafından tanımlanmış ve ilk kez uygulanacak olan, matematiksel düşünme becerisinin geliştirilmesine katkı sağlaması beklenen, yenilikçi içeriklere sahip problemlerdir. Aparatlı problemlerin yetenekli öğrencilerin matematik eğitimine çok yönlü katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Süresi: 90 dakikadır. Uygulama BİLSEM binalarında öğrencilerin uygun olduğu gün ve saatlerde gerçekleştirilecektir.

Araştırmanın Yürütüleceği Yer: Sıdika Akdemir Bilim ve Sanat Merkezi, Konak Şehit Ömer Halisdemir Bilim ve Sanat Merkezi, Bornova Şehit Fatih Satır Bilim ve Sanat Merkezi ve Çiğli-Karşıyaka Aydoğan Yağcı Bilim ve Sanat Merkezi’dir.

Çalışmaya Katılım Onayı:

Katılmam beklenen çalışmanın amacını, nedenini, katılmam gereken süreyi ve yeri ile ilgili bilgileri okudum ve gönüllü olarak çalışma süresince üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma ile ilgili ayrıntılı açıklamalar sözlü olarak araştırmacı tarafından yapıldı. Bu çalışma ile ilgili faydalar ve riskler ile ilgili bilgilendirildim.

Bu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının (Islak imzası ile)

Adı-Soyadı:

İmzası:

Araştırmacının

Adı-Soyadı: Fatma Arıkan

e-posta: fatmarikan35@gmail.com

İmzası:

X X X X

EK 23. Veli İzin Formu**VELİ İZİN FORMU**

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “*Matematikte Yetenekli öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları*” adıyla, Nisan 2019-Mayıs 2019 tarihleri arasında doksan dakika sürmesi planlanan Problem temelli görüşme şeklinde, öğrenim gördükleri BİLSEM binasında yapılacaktır.

Araştırmanın Hedefi: Matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı (materyal kullanılarak çözülebilen) matematik problemlerini çözme ve kurma yaklaşımlarının belirlenmesidir.

Araştırma Uygulaması: Problem temelli görüşme/ Grup çalışması

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve Bilim ve Sanat Merkezleri yönetimleri ve onların bağlı olduğu milli eğitim müdürlüğü izni ile gerçekleşmektedir. Araştırmaya katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalıdır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen kendisinin ve sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında çocuğunuzun ayrılmasını sağlayabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, ilgili kurum ve öğretmenleriyle olan ilişkilerini hiçbir şekilde etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Problem temelli görüşme esnasında öğrencilerin (üçer kişilik gruplar halinde) aparatlarla çözüm yaptıkları anlarda, çözümleri sağlıklı şekilde toplayabilmek ve doğru analizler yapabilmek için çalışılan masa/ sıra alanının video kaydı alınacak olup kayıtlarda öğrencilerin kimlik belirleyici (yüz) görüntülerine yer verilmeyecektir. Kayıtlar yalnızca araştırma amaçlı kullanılacak olup veri analizi sürecinde incelenecektir. Kayıtlar başka hiçbir şekilde paylaşılmayacaktır. Araştırma metinlerinde çocuğunuzun adı, soyadı ve yüzünün görünümü ile diğer kişisel bilgileri kullanılmayacaktır. Aparatlı problemler öğrencilere rahatsızlık verecek ya da negatif etki edecek hiçbir soru, metin, aparat içermemektedir. Ancak, katılım sırasında çocuğunuz soruların içeriğinden (yoğunluk, zorluk, uğraştırıcılık, vb.) kaynaklanan nedenlerle cevaplama yapmak istemez ise çalışmayı yarıda bırakabilir ya da araştırmadan

ayrılabilir. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Problem temelli görüşmeye katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz.

Saygılarımızla,

Araştırmacı : Fatma Arıkan

İletişim bilgileri:

Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....

.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).

...../...../.....

Öğrenci Ad-Soyad :

Veli Adı-Soyadı :

Veli İmza:

Veli Telefon Numarası :

Veli E-mail Adresi :

EK 24. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Fatma ARIKAN		
E-postası/Web Sayfası	fatmarikan35@gmail.com		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce (İleri), İspanyolca (Orta), Almanca (Başlangıç)		
Uzmanlık Alanı	Matematik Eğitimi		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	Boğaziçi Üniversitesi	Matematik Öğretmenliği	2006-2011
Tez Başlığı	Matematikte Yetenekli Öğrencilerin Aparatlı Matematik Problemlerine Yaklaşımları		
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Işıkhan Uğurel		
Akademik Eserler			
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.)			
Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
Uğurel, I., Arıkan, F. (2019, Mayıs). BİLSEM öğrencilerinin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları. 1. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumunda sunulan bildiri, İzmir.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

