

**T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



**MEKANİK SİSTEMLERİN DOĞAL FREKANSLARININ
FREKANS TEPKİ FONKSİYONLARI KULLANILARAK
İSTENİLEN DEĞERLERE KAYDIRILMASI**

Gökhan KURNAZ

Yüksek Lisans Tezi

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Makine Teorisi ve Dinamiği Bilim Dalı

OCAK 2020

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**MEKANİK SİSTEMLERİN DOĞAL FREKANSLARININ FREKANS
TEPKİ FONKSİYONLARI KULLANILARAK İSTENİLEN
DEĞERLERE KAYDIRILMASI**

Tez Yazarı
Gökhan KURNAZ

Danışman
Prof. Dr. Orhan ÇAKAR

OCAK 2020
ELAZIĞ

T. C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Başlığı: Mekanik Sistemlerin Doğal Frekanslarının Frekans Tepki Fonksiyonları
Kullanılarak İstenilen Değerlere Kaydırılması

Yazarı: Gökhan KURNAZ

İlk Teslim Tarihi: 24.12.2019

Savunma Tarihi: 16.1.2020

TEZ ONAYI

Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına göre hazırlanan bu tez aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından değerlendirilmiş ve akademik dinleyicilere açık yapılan savunma sonucunda OYBİRLİĞİ ile kabul edilmiştir.

İmza

Danışman: Prof. Dr. Orhan ÇAKAR 
Fırat Üniversitesi, Fen Fakültesi

Başkan: Prof. Dr. Orhan ÇAKAR 
Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi

Üye: Prof. Dr. Servet SOYGÜDER 
Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Mesut HÜSEYİNOĞLU 
Dicle Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunun/...../20..... tarihli toplantısında tescillenmiştir.

İmza
Prof. Dr. Soner ÖZGEN
Enstitü Müdürü

BEYAN

Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım “Mekanik Sistemlerin Doğal Frekanslarının Frekans Tepki Fonksiyonları Kullanılarak İstenilen Değerlere Kaydırılması” Başlıklı Yüksek Lisans Tezimin içindeki bütün bilgilerin doğru olduğunu, bilgilerin üretilmesi ve sunulmasında bilimsel etik kurallarına uygun davrandığımı, kullandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi, maddi ve manevi desteği olan tüm kurum/kuruluş ve kişileri belirttiğimi, burada sunduğum veri ve bilgileri unvan almak amacıyla daha önce hiçbir şekilde kullanmadığımı beyan ederim.

16/1/2020

Gökhan KURNAZ



ÖNSÖZ

Ayrık bir sistemin doğal frekanslarının arzulanan değerlere kaydırılması problemi yapısal değişiklik alanında önemli bir çalışma konusudur. Burada amaç, genellikle rezonanstan kaçınmak ya da sayısal modelleri deneysel modellere uydurmaktır. Esas problem, yapı üzerinde bilinen doğal frekansların, istenilen dinamik özellikleri elde etmek için istenilen yeni değerlere kaydırılması amacıyla yapılması gereken fiziksel değişiklikleri tespit etmektir. Bu tez çalışmasında, kütle ve yay olarak dikkate alınan bu fiziksel değişikliklerin bulunması için sistemin Frekans Tepki Fonksiyonlarını (FTF'lerini) kullanan bir yöntem geliştirilmiştir. Yöntem matematikten bilinen Sherman-Morrison eşitliğini kullanmaktadır. Tez çalışmasında sunulan yöntemin geçerliliği, sayısal uygulamalar ile gösterilmiştir. Akabinde, sistem üzerinde sönümün etkisi de bu yöntemle araştırılmıştır. Sistem üzerindeki fiziksel değişiklik sayısı ile değişen frekans sayısının aynı olmadığı durumlar da ayrıca değerlendirilmiştir. Bu tez çalışmasının, yapısal değişiklik alanında faydalı olmasını temenni ederim.

Çalışmalarım sırasında bilgi ve birikimlerini esirgmeden paylaşan, desteğini her zaman yanımda hissettiğim tez danışmanım F.Ü. Mühendislik Fakültesi öğretim üyesi Prof. Dr. Orhan ÇAKAR hocama teşekkürü borç bilirim. Yine, bilgi ve birikimleri ile her zaman yanımda olduklarını hissettiğim, F.Ü. Mühendislik Fakültesi öğretim elemanı Arş. Gör. Osman YİĞİD'e, F.Ü Mühendislik Fakültesi öğretim elemanı Arş. Gör. Murat ŞEN'e, D.Ü. Mühendislik Fakültesi öğretim üyesi Dr. Öğr. Üyesi Mesut HÜSEYİNOĞLU'na çok teşekkür ederim. Ayrıca tez çalışmamın üretim kısmında yoğun desteğini gördüğüm DÜNDAR Asansör Ar-Ge Mühendisi Enes DÜNDAR'a, Mekosan Boru Makine Mühendisi Yusuf ÇELİK'e ve Simfer Kayseri Fabrikası Yapısal Dizayn Mühendisi Cihat AKBULUT'a ayrı ayrı teşekkürlerimi sunarım. Bilhassa tez çalışması sürecinin başından sonuna kadar desteğini esirgemeyen, zor zamanlarımda itici bir güç olarak her zaman yanımda hissettiğim eşim Ceren İlhan KURNAZ ve aileme de teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışması, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 217M987 protokol numaralı proje ile desteklenmiştir. Projeye verdiği destekten dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Gökhan KURNAZ

ELAZIĞ, 2020

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖNSÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
TABLolar LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	2
3. TEMEL TİTREŞİM TEORİSİ	5
3.1. Titreşim	5
3.2. Frekans	6
3.3. Rezonans	7
3.4. Titreşim Analizi.....	7
3.4.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistemler	8
3.4.2. Çok Serbestlik Dereceli Sistemler.....	13
4. MODAL ANALİZ	15
5. TİTREŞİM ÖLÇÜMÜ VE FREKANS TEPKİ FONKSİYONLARI.....	19
6. YAPISAL DEĞİŞİKLİK.....	25
6.1. Sherman-Morrison (SM) Formülü.....	27
6.2. Yapısal Değişiklikte Sherman-Morrison Formülünün Kullanılması	28
6.2.1. Kütle Değişikliği	31
6.2.2. Yay Değişikliği	32
6.2.3. Sönüm Değişikliği.....	35
7. DÜZ YAPISAL DEĞİŞİKLİK İÇİN SAYISAL UYGULAMALAR.....	37
7.1. Sayısal Uygulama 1: 5 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği	38
7.2. Sayısal Uygulama 2: 5 SD'li Sistemde Yay Değişikliği.....	40
8. MATERYAL METOT	44
9. TERS YAPISAL DEĞİŞİKLİK İÇİN SAYISAL UYGULAMALAR.....	46
9.1. Sayısal Uygulama 1: Kütle Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması	47
9.1.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması.....	48
9.1.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması	49
9.2. Sayısal Uygulama 2: Yere Bağlı Yay Değişikliği ile Doğal Frekansın Kaydırılması	51
9.2.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması.....	51
9.2.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması	52
9.3. Sayısal Uygulama 3: Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması.....	55
9.3.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması.....	56
9.3.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması	57

9.4. Sayısal Uygulama 4: 5 SD'li Bir Sistemin Doğal Frekanslarının Kütle ve Yay Değişiklikleri Yapılarak Kaydırılması	59
9.5. Sayısal Uygulama 5: Değişiklik Tipi, Değişiklik Sayısı ve Hedeflenen Frekans Sayılarının Farklı Olma Durumu	62
10. DENEYSEL UYGULAMA	65
10.1. 2 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği ile Doğal Frekansların İstenilen Değerlere Kaydırılması	68
10.1.1. Deneyisel Uygulama 1: 2 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	69
10.1.2. Deneyisel Uygulama 2: 2 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği ile İki Doğal Frekansın Kaydırılması	71
10.2. 2 SD'li Sistemde Yay Değişikliği ile Doğal Frekansların İstenilen Değerlere Kaydırılması	72
10.2.1. Deneyisel Uygulama 3: 2 SD'li Sistemde Yay Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	72
10.2.2. Deneyisel Uygulama 4: 2 SD'li Sistemde Yay Değişikliği ile İki Doğal Frekansın Kaydırılması	73
10.3. 5 SD'li Sistemde Bir Kütle Değişikliği ile Beş Doğal Frekansın İstenilen Değerlere Kaydırılması	75
10.4. 5 SD'li Sistemde İki Kütle Değişikliği ile Beş Doğal Frekansın İstenilen Değerlere Kaydırılması	79
10.5. 5 SD'li Sistemde Bir Kütle ve Bir Yay Değişikliği ile Beş Doğal Frekansın İstenilen Değerlere Kaydırılması	80
10.6. Duyarlılık Çalışması	82
11. SONUÇ VE DEĞERLENDİRMELER	84
ÖNERİLER	85
KAYNAKLAR	86
ÖZGEÇMİŞ	A

ÖZET

Mekanik Sistemlerin Doğal Frekanslarının Frekans Tepki Fonksiyonları Kullanılarak İstenilen Değerlere Kaydırılması

Gökhan KURNAZ

Yüksek Lisans Tezi

FIRAT ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak 2020, Sayfa: xiii + 88

Mühendislik yapılarında karşılaşılan önemli problemlerden biri rezonanstır. Bu durumdan kaçınmanın bir yolu sistemin doğal frekanslarını tehlikeli frekans bölgesi dışına kaydırmaktır. Bu bakımdan bir sistemin doğal frekanslarının arzulan değerlere kaydırılması problemi önemli bir çalışma konusudur. Bir sistemin doğal frekanslarının başka değerlere kaydırılması bu sistemin kütle ve katılık gibi fiziksel özelliklerinde değişiklik yapılarak başarılabilir. Buradaki problem, doğal frekansları istenilen değerlere kaydırmak için yapılması gerekli olan değişikliklerin bulunmasıdır. Bu amaçla sistemin modal özelliklerini veya Frekans Tepki Fonksiyonlarını (FTF) kullanan çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bununla beraber araştırmacılar daha etkili ve pratikte uygulanabilir yöntemler geliştirmek için çalışmaktadırlar.

Bu tezin amacı da, bu bağlamda, bir sistemin belli sayıdaki doğal frekanslarını istenilen değerlere kaydırmak için sistem üzerinde yapılması gereken kütle ve yay değişikliklerinin hesabı için etkili bir yöntem geliştirmektir. Bu amaç doğrultusunda, esas sistemin FTF'lerini kullanarak ve matris teorisinden bilinen Sherman-Morrison (SM) formülünden faydalanarak bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem, literatürde sadece kütle veya sadece yay ekleyerek sistemin doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması amacıyla kullanılmıştır. Ancak bazı durumlarda çözüm bulunamadığı gibi elde edilen değişimleri pratikte uygulamak mümkün olamamaktadır. Bu çalışmada farklı olarak kütle ve yay değişikliklerinin birlikte yapıldığı durumlar da göz önüne alınmıştır. Böylece, örneğin kütle değişikliğinin pratik olarak uygulanamadığı durumlarda yay değişiklikleri ile problem çözülebilmektedir. Diğer taraftan önceki çalışmalarda, kaydırılacak frekans sayısı ile değişiklik sayıları eşit seçilmiştir. Böylece bilinmeyen sayısı kadar denklem elde edilmektedir. Bu çalışmada değişiklik sayıları ve kaydırılacak frekans sayıları farklı seçilerek az belirli veya aşırı belirli doğrusal olmayan denklem takımları elde edilmiştir. Bu denklemlerin sayısal olarak çözülmesiyle gerekli değişiklikler elde edilmektedir.

Geliştirilen yöntemin geçerliliği 5 Serbestlik Dereceli (SD) ayrık bir sistem üzerinde yapılan sayısal benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Aynı sistemin deneysel bir modeli yapılarak bu sistem için de uygulamalar yapılmıştır. Kütle değişikliği, yay değişikliği, kütle ve yay değişikliğinin bir arada olduğu durumlar ele alınmıştır ve oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Yöntemin gerçek uygulamalarda da kullanılabileceği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Doğal Frekans, Yapısal Değişiklik, Frekans Tepki Fonksiyonu, Sherman-Morrison.

ABSTRACT

Shifting Natural Frequencies of Mechanical Systems to Desired Values Using Frequency Response Functions

Gökhan KURNAZ

Master's Thesis

FIRAT UNIVERSITY
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

January 2020, Pages: xiii + 88

One of the important problems encountered in engineering structures is resonance. One way to avoid this situation is to shift the natural frequencies of the system out of the dangerous frequency zone. In this regard, the problem of shifting the natural frequencies of a system to the desired values is an important study subject. Shifting the natural frequencies of a system to other values can be achieved by changing the physical properties of this system, such as mass and stiffness. The problem is to determine changes that need to be made to shift the natural frequencies to the desired values. For this purpose, various methods have been developed using modal properties of the system or Frequency Response Functions (FRF). However, researchers are working to develop more effective and practically feasible methods.

In this context, the purpose of this thesis is to develop an effective method for calculating the mass and spring changes that must be made on the system in order to shift a certain number of natural frequencies of a system to the desired values. For this purpose, a method has been developed by using the FRF's of the main system and by using the Sherman-Morrison (SM) formula known from the matrix theory. This method has been used in the literature to shift the natural frequencies of the system to desired values by adding only mass or only spring. However, in some cases, it is not possible to apply the changes obtained in practice, as there is no solution. In this study, different situations where mass and spring changes are made together are also considered. Thus, for example, in cases where mass change cannot be practiced, the problem can be solved by spring changes. On the other hand, in previous studies, the number of frequencies to be shifted and the number of changes were selected equally. Thus, as many equations are derived as unknown parameters. In this study, the number of changes and the number of frequencies to be shifted were chosen differently, so under-determined or over-determined non-linear equation sets were obtained. By solving these equations numerically, necessary changes are identified.

The validity of the developed method has been demonstrated by numerical simulation studies on a five degrees of freedom (DOF) discrete system. An experimental model of the same system was made and applications were carried out for this system. Mass change, spring change, mass and spring change are considered together and very successful results are obtained. It has been shown that the method can also be used in real applications.

Keywords: Natural Frequency, Structural Modification, Frequency Response Function Sherman-Morrison.

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 3.1. Basit harmonik hareket	5
Şekil 3.2. Periyodik hareket	6
Şekil 3.3. Periyodik olmayan hareket	6
Şekil 3.4. Sönümsüz serbest titreşim sistemi modeli	8
Şekil 3.5. Sönümlü serbest titreşim sistemi modeli	9
Şekil 3.6. Sönümsüz zorlanmış titreşim sistemi modeli.....	11
Şekil 3.7. Rezonans durumu	13
Şekil 3.8. İki serbestlik dereceli sönümsüz sistem modeli	13
Şekil 5.1. Titreşim ölçümünde tahrik şekilleri	19
Şekil 5.2. Piezoelektrik ivme ölçerin şematik yapısı	20
Şekil 5.3. Deneysel modal analiz	21
Şekil 5.4. Lineer bir yapının uygulanan kuvvete karşı gösterdiği tepki	22
Şekil 5.5. Kuvvet ve tepki konumlarına göre FTF'ler	23
Şekil 6.1. Bir yapı üzerinde kütle, yay ve sönüm değişikliği yapılması	26
Şekil 6.2. Yapısal değişimde aktif, pasif ve değişim koordinatları	29
Şekil 6.3. Bir yapı üzerinde kütle değişikliği	31
Şekil 6.4. Bir yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinat ile yer arasında yay değişikliği	32
Şekil 6.5. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği	33
Şekil 6.6. Yapı üzerinde genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında sönüm değişikliği	35
Şekil 6.7. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişikliği	36
Şekil 7.1. 5 SD'li kütle yay sistemi.....	37
Şekil 7.2. 5 SD'li kütle-yay sisteminde kütle değişikliği	39
Şekil 7.3. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemin hedeflenen α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması.....	39
Şekil 7.4. Orijinal, kütle eklenmiş sistemin hedeflenen ve SM yöntemi ile hesaplanan α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	40
Şekil 7.5. 5 SD'li kütle-yay sisteminde yay değişikliği	40
Şekil 7.6. Orijinal ve hedeflenen sistemlerin hedeflenen α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	41
Şekil 7.7. Orijinal, hedeflenen ve SM yöntemi ile hesaplanan sistemlerin α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	41
Şekil 7.8. Orijinal ve hedeflenen sistemlerin α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	42
Şekil 7.9. Orijinal, hedeflenen ve SM yöntemi ile hesaplanan sistemlerin α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	43

Şekil 9.1.	5 SD'li kütle yay sistemi.....	46
Şekil 9.2.	Kütle değişiklikleri yapılmış 5 SD'li kütle yay sistemi	47
Şekil 9.3.	Orijinal sistemin bazı FTF'leri.....	48
Şekil 9.4.	Orijinal ve m_2 kütle değişikliği yapılmış sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	49
Şekil 9.5.	Orijinal ve m_1^* ile m_3^* kütle değişikliklerinin yapılmış olduğu sistemlerin 1-4 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	50
Şekil 9.6.	Yere bağlı yay değişikliklerinin yapıldığı sıralı 5 SD'li kütle-yay sistem	51
Şekil 9.7.	Orijinal sistem ile k_3^* yay değişikliğinin yapıldığı sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	52
Şekil 9.8.	Orijinal sistem ile k_3^* ve k_5^* yay değişikliklerinin yapıldığı sistemin 1-4 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'lerinin karşılaştırılması.....	54
Şekil 9.9.	Orijinal sistem ile k_1^* , k_5^* ve k_7^* yay değişikliklerinin yapıldığı sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	55
Şekil 9.10.	Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 5 SD'li kütle-yay sistemi .	56
Şekil 9.11.	Orijinal sistem ile k_{12}^* yay değişikliği yapılan sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	57
Şekil 9.12.	Orijinal sistem ile k_{12}^* ve k_{23}^* yay değişiklikleri yapılan sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	58
Şekil 9.13.	Orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değişiklikleri yapılan sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	59
Şekil 9.14.	Hedef sistemin ve değiştirilmiş sistemin FTF'sinin karşılaştırılması	61
Şekil 10.1.	Deney düzeneği	65
Şekil 10.2.	Oluksuz, tek oluklu ve iki oluklu giriş yaylar	66
Şekil 10.3.	Deney düzeneği ve ölçüm sistemi.....	67
Şekil 10.4.	2 SD'li deney düzeneği.....	68
Şekil 10.5.	Orijinal sistemin 20-35 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'leri	69
Şekil 10.6.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin FTF'lerinin karşılaştırılması	70
Şekil 10.7.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	72
Şekil 10.8.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	73
Şekil 10.9.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	75
Şekil 10.10.	Orijinal sistemin bazı FTF'leri.....	77
Şekil 10.11.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	78
Şekil 10.12.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	80
Şekil 10.13.	Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin 20-40 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'lerinin karşılaştırılması	82
Şekil 10.14.	3. Koordinattaki doğal frekans değerinin kütle değişikliğine bağlı değişim grafiği	83

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 5.1.	Dinamik analizde kullanılan FTF'ler	24
Tablo 7.1.	5 SD'li sisteme ait öz değerler ve öz vektörler	38
Tablo 9.1.	Orijinal sistem ile m_2^* kütle değişikliği yapılmış sistemin doğal frekansları	48
Tablo 9.2.	Orijinal sistem ile m_1^* ve m_3^* kütle değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları	50
Tablo 9.3.	Orijinal sistemin ve k_3^* yay değişikliği yapılmış sistemin doğal frekansları	52
Tablo 9.4.	Orijinal sistemin ve k_3^* ile k_5^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları	53
Tablo 9.5.	Orijinal sistemin ve k_1^* , k_5^* ve k_7^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları	54
Tablo 9.6.	Orijinal sistem ile k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin doğal frekansları	56
Tablo 9.7.	Orijinal sistem ile k_{12}^* ve k_{23}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları	57
Tablo 9.8.	Orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları	59
Tablo 9.9.	Orijinal sistemin, hedef sistemin ve değiştirilmiş sistemin doğal frekansları	60
Tablo 9.10.	Çeşitli değişiklik koordinatları için bulunan kütle ve yay değişiklikleri kullanılarak hesaplanan doğal frekans değerleri	62
Tablo 9.11.	Sayısal uygulama sonuçları	64
Tablo 10.1.	Ölçüm parametreleri	67
Tablo 10.2.	2 SD'li sisteme ait öz değerler, sönüm oranları ve öz vektörler	68
Tablo 10.3.	2 SD'li sistemin kütle ve yay parametreleri	69
Tablo 10.4.	Hedeflenen frekans değerleri	69
Tablo 10.5.	Hedef sistem ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişikliği miktarları	70
Tablo 10.6.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması	70
Tablo 10.7.	Hedeflenen ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişikliği miktarları	71
Tablo 10.8.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması	71
Tablo 10.9.	2 SD'li sistemin doğal frekans değerleri	72
Tablo 10.10.	Hedeflenen ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı yay değişikliği miktarları	73
Tablo 10.11.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması	73
Tablo 10.12.	Hedeflenen ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı yay değişikliği miktarları	74
Tablo 10.13.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması	74
Tablo 10.14.	5 SD'li sisteme ait öz değerler, sönüm oranları ve öz vektörler	75
Tablo 10.15.	5 SD'li sistemin kütle ve yay parametreleri	76

Tablo 10.16.	5 SD'li sistemin doğal frekans değerleri	76
Tablo 10.17.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişikliği miktarları	77
Tablo 10.18.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması.....	78
Tablo 10.19.	Hedeflenen frekans değerleri.....	79
Tablo 10.20.	Hedeflenen Sistem ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişikliği miktarları	79
Tablo 10.21.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması.....	79
Tablo 10.22.	Hedeflenen frekans değerleri.....	81
Tablo 10.23.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin karşılaştırmalı kütle ve yay değişiklikleri miktarları	81
Tablo 10.24.	Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması.....	81

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

ϕ_{pr}	: r mod vektörünün p elemanı
$[\Phi]$	: Modal matris
$[\Delta Z]$	: Değişim dinamik direngenlik matrisi
$[\emptyset]$	: Özvektör matrisi
$[D]$	: Sönüm matrisi
$[K]$	: Katılık matrisi
$[M]$	: Kütle matrisi
$[Z]$	: Dinamik direngenlik matrisi
$[\psi]$	: Normalize özvektör matrisi
c	: Viskoz sönüm katsayısı
f	: Frekans
F	: Zamandan bağımsız kuvvet
F_0	: Harmonik kuvvet
$H_{(\omega)}$	: Frekans tepki fonksiyonu
j	: $\sqrt{-1}$
k	: Yay katsayısı
k	: Yay sabiti
m	: Kütle
m	: Kütle (kg)
r	: Mod sayısı
t	: Zaman (saniye)
v_0	: Başlangıç hızı
X	: Zamandan bağımsız cevap
X	: Titreşim genliği
$x(t)$	: Zamana bağımlı cevap fonksiyonu
x, y, z	: Kartezyen koordinatlar
x_0	: Başlangıç deplasmanı
α_{pq}	: Reseptans tipindeki frekans tepki fonksiyonu
ζ	: Sönüm oranı
λ	: Öz değer
ρ	: Yoğunluk
T	: Periyot
ν	: Poisson oranı
φ	: Faz açısı
ψ	: Faz açısı
ω_A	: Tahrik frekansı
ω_n	: Doğal frekans
ω_r	: r modunun doğal frekansı

Kısaltmalar

FTF	: Frekans Tepki Fonksiyonu
SM	: Sherman-Morrison
ADTF	: Ani Darbe Tepki Fonksiyonu

1. GİRİŞ

Titreşim, bir yapının sabit bir referans eksene veya nominal bir pozisyona göre tekrarlanan salınım hareketi olarak ifade edilebilir. Bu salınım, bir sarkacın hareketi şeklinde periyodik olabileceği gibi pürüzlü bir yüzeyde hareket eden bir tekerleğin hareketi şeklinde rastgele de olabilir. Mühendislik yapılarının çoğunda, dinamik yüklere maruz kalmalarından dolayı titreşim hareketleri görülmektedir. Bu titreşimler, yapıda gürültü, malzeme kalitesinde kötüleşmeler, yorulmalar gibi olumsuz sonuçlar doğurabilir. Hatta uzun süreli titreşimler sonucunda hasarlara ve kırılmalara dahi neden olabilirler. Bu tür sorunların ortaya çıkmaması adına, mühendislik yapılarının tasarımında makine elemanlarının dinamik yükler altında göstereceği davranışlar, sistemin güvenli çalışması, performansı veya kullanım ömrü gibi parametreler üzerinde önem arz etmektedir. Bundan dolayı yapıların doğal frekanslarının ve titreşim biçimlerinin elde edilmesi önemlidir. Titreşimin olumsuz etkilerini ortadan kaldırmak veya azaltmak için titreşime sebep olan unsurlar ortadan kaldırılmaya çalışılır. Bir başka seçenek ise titreşim yalıtımı yapmaktır. Bunun için titreşim kaynağı ile yapı arasında sönümleyici malzemeler kullanılır.

Mühendislik alanında titreşim sorunlarını gidermek için sıkça kullanılan yöntemlerden biri de sistemin yapısal değişikliğe uğratılmasıdır. Genellikle, tasarım sırasında titreşim ve gürültü problemlerinin dikkate alınmamasından dolayı, ya da kullanım şartlarının değişmesinden dolayı sistem üzerinde oluşan istenmeyen etkileri önlemek amacıyla ihtiyaç duyulan bir yöntemdir. Yapısal değişiklik, sistem üzerinde kütle, katılık veya sönüm parametrelerinin değiştirilmesi işlemi olarak tanımlanabilir. Yapı üzerindeki bu fiziksel parametreler o yapının doğal frekansları ve titreşim biçimleri gibi dinamik özelliklerini belirlemektedir. Yapısal değişiklik iki farklı şekilde yapılabilir: Bunlardan biri, sistem üzerinde fiziksel değişiklikler yaparak bu değişikliklerin sistemin dinamik özelliklerinin nasıl değiştireceğini belirlemeye dayalı düz yapısal değişikliktir. Bir diğeri ise imalatı yapılmış bir ürünün istediğimiz dinamik özellikleri sağlaması adına yapılması gereken fiziksel değişiklikleri belirlemeye yarayan ters yapısal değişikliktir.

Bu tez çalışmasında ters yapısal değişiklik problemi dikkate alınmıştır. Bir sistemin birden fazla doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması amacıyla gerekli fiziksel değişikliklerin bulunması amaçlanmıştır. Bunun için matris teorisinden bilinen Sherman-Morrison (SM) formülünden faydalanılarak bir yöntem geliştirilmiştir. Yöntem, orijinal sistemin frekans tepki fonksiyonlarını (FTF) kullanmaktadır. Aşağıdaki bölümde problem literatür ışığında incelenmiş ve bugüne kadar bu konuda yapılanlar özetlenmeye çalışılmıştır. Üçüncü bölümde temel titreşim ve dördüncü bölümde modal analiz yöntemi bilgileri verilmiştir. Beşinci bölümde titreşim ölçümü hakkında bilgiler verilmiştir. Diğer bölümlerde ise yapısal değişiklik hakkında bilgiler verilerek, sayısal ve deneysel uygulamalarla bu bilgiler desteklenmiştir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Yapısal değişiklik çoğu zaman rezonans olayından kaçınmak için yapılmaktadır. Bunun yanında rezonans durumları göz önüne alınarak tasarımı ve imalatı yapılmış bir sistemde iyileştirme veya geliştirme gibi çeşitli nedenlerle yapısal değişiklik yapılması ihtiyacı oluşabilir. Bu değişimlerin sonucunda sistemin doğal frekanslarından bazıları istenilmeyen değerlere kayabilir. Diğer taraftan sayısal bir modelin deneysel bir modele uydurulması için sayısal modelin fiziksel parametreleri üzerinde değişiklik yapılması da istenebilir. Bu uydurma işleminde temelde sistemin doğal frekansları referans olarak alınır. Bu gibi durumlarda mevcut sistemin bazı doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması arzulanır. Bunu gerçekleştirmek için sistem üzerinde yapılması gereken kütle ve katılık gibi fiziksel değişikliklerin hesaplanması gerekir.

Tsuei ve Yee [1] dinamik bir sistemin doğal frekanslarını istenilen değerlere kaydırmak için gerekli yapısal değişikliklerin bulunması için bir yöntem sunmuştur. Yöntem Frekans Tepki Fonksiyonları'nın (FTF) kullanımına dayalıdır ve iteratiftir. Bucher ve Braun [2] deneysel ölçümler ile elde edilen öz çözümlerin sadece kısmi olarak elde edildiğini göz önüne alarak gerekli kütle ve yay değişikliklerinin sadece modal test sonuçları kullanılarak nasıl hesaplanabileceğini göstermiştir. Ram [3] bir sistemin frekans spektrumunda rezonans frekanslarından arındırılmış bir aralık oluşturulması üzerine çalışmıştır. Bunun için sistem üzerinde uygun yerlere yerleştirilmiş iki osilatörden faydalanılmıştır. McMillan ve Keane [4] bir plak üzerine kütle ekleyerek doğal frekanslarını belirli bir frekans bandından kaydırmak için bir çalışma yapmıştır. Sivan ve Ram [5] modal analiz verilerini kullanarak istenilen doğal frekansları sağlamak için gerekli kütle ve yayların hesabı için bir yöntem geliştirmiştir. Bilindiğı üzere modal analiz belirli frekans aralığında yapıldığından diğer frekansların etkisi görülememektedir. Bu problem bir optimizasyon ile aşmaya çalışılmıştır. Yapısal değişikliğin uygulandığı bir diğer alan da modal güncellemedir. Chang ve Park [6] modal güncelleme amacıyla FTF'lerin duyarlılığına dayalı bir yöntem geliştirmiştir. Önerilen yöntem, bir yay ile ucundan mesnetlenmiş bir plağın yay katsayısı değerinin tahmini için uygulanmıştır. Li ve He [7] sönümsüz bir sistemin dinamik karakteristiklerini değiştirmek amacıyla gerekli kütle ve yay değişikliklerini belirlemek için FTF'lerin kullanımına dayalı bir yöntem sunmuştur. Bu yaklaşımda yapısal değişiklik problemi doğrusal denklem takımı ile ifade edilmiştir. Park ve Park [8] yapısal parametrelerin belirlenmesi için yine FTF'leri kullanarak alt sistemlerin birleştirilmesine dayalı bazı yöntemler önermişlerdir. Doğal frekansların kaydırılması probleminin bir türü de bir sisteme yeni dinamik özellikler atama veya kazandırmadır. Mottershead ve arkadaşları [9]–[12] dinamik sistemlere “pole” ve “sıfır” lar atamak için bir dizi çalışma yapmışlardır. Burada “pole” doğal frekansı ve “sıfır” ters rezonans olarak bilinen frekansları ifade etmektedir.

Farahani ve Bahai [13] bir yapının doğal frekanslarını istenilen değere ayarlamak üzere bir strateji geliştirmiştir. Yöntem doğal frekansların sistemin malzeme veya geometrik özelliklerine göre duyarlılığını dikkate almaktadır. Lawther [14] sistemin katılığını değiştirerek verilen aralıkta rezonans frekanslarını süpürmek için kapsamlı bir çalışma yapmıştır. Ouyang ve arkadaşları [15]–[18] istenilen doğal frekanslarla birlikte mod biçimlerinin de sağlanması için birkaç çalışma sunmuştur. Sunulan yöntemler sistemin modal özelliklerinin, fiziksel özelliklerinin veya doğrudan tepki fonksiyonlarının kullanılmasına dayanmaktadır ve her birinin kendine göre üstün ve zayıf tarafları bulunmaktadır. Bu bakımdan etkili ve pratikte kullanılabilir çözüm yöntemlerinin bulunması için çalışmalar devam etmektedir.

Çakar [19] kütle ekleyerek bir sistemin doğal frekanslarından birini veya birden fazlasını istenilen değerlere kaydırmak için bir yöntem geliştirmiştir. Tek frekans durumunda gerekli kütlelerin hesabı için tek bir denklem elde etmiştir. Birden fazla frekans durumunda ise gerekli kütleler, ardışık olarak uygulanan yapısal değişiklikler sonucunda elde edilen lineer olmayan denklemlerin sayısal olarak çözümünden elde edilmektedir.

Bir sisteme fiziksel değişiklikler kütle, yay ve sönüm olarak uygulanabilmektedir. Bazı durumlarda bir kütle bir yay ile birlikte kullanılmaktadır. Bu durum, göz önüne alınan sisteme ilave serbestlik derecesi getirmektedir, ki bu ilave rezonans frekansı manasına geleceğinden arzulanan bir durum değildir. Diğer taraftan sunulan yöntemler modal parametrelerin, fiziksel özelliklerin veya sistem cevaplarının kullanılmasına dayalıdır. Çoğu zaman gerçek yapıların modal parameterleri ve fiziksel özellikleri bilinmemektedir. Oysa cevap özellikleri doğrudan gerçek yapı üzerinden deneysel olarak ölçülebildiğinden en kullanışlı yöntem olduğu söylenebilir. FTF'leri kullanan yöntemlerden bazıları matris tekilliği problemi ile karşı karşıya gelmektedir ki bu istenmeyen bir durumdur. FTF'leri kullanan yapısal değişiklik yöntemlerinden bazıları matematikten bilinen ve matris terslerinin hesabında kullanılan Sherman-Morrison (SM) formülüne dayalı olarak geliştirilmiştir [20]. Bu tekniğin önemli bir özelliği matris tersine gerek duymaması ve dolayısıyla tekillik probleminin olmamasıdır. Bunun yanında sadece değişiklik koordinatları ile ilgili FTF'lere ihtiyaç duyması az verilerle çalışmak açısından önemli bir diğer özelliğidir. Çakar [21], kütle değişikliğinden sonra sistemin istenilen bir doğal frekansının değişmemesi için SM formülüne dayalı bir yöntem sunmuştur. Bu çalışmada tek bir frekans dikkate alınmış ve seçilen bir koordinatta yapı ile yer arasına eklenen ilave bir yay ile başarılı sonuç elde edilmiştir. Sonrasında Hüseyinoğlu ve Çakar [22] yöntemi yere bağlı yay yerine iki koordinat arasına yerleştirilen yay için incelemiştir. Burada yine tek bir frekans dikkate alınmıştır. Hüseyinoğlu ve Çakar [23] birden fazla sayıdaki frekansın tekrar eski değerlerine getirilmesini iki koordinat arasına yerleştirilen yaylar ile sağlamıştır. Sonrasında Çakar [19] ters yapısal değişikliğin bir başka konusu olan bir sistemin belirli sayıdaki doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması problemini incelemiştir. Çalışmada, bir sistemin çok sayıdaki doğal

frekansını sadece kütte değışiklikleri ile istenilen değerlere kaydırılması için bir yöntem sunmuş ve başarılı sonuçlar elde etmiştir. Çakar [24], bu çalışmasını biraz daha genelleştirerek ve kapsamlı bir inceleme yaparak sayısal uygulamanın yanında serbest-serbest bir çubuk üzerinde deneysel uygulama yaparak yöntemin pratikte de kullanılabileceğini göstermiştir. Ancak bu çalışmada sadece kütte değışikliğı dikkate alınmıştır. Oysa kütte değışikliğinin uygun olmadığı durumlar yay değışiklikleri ile aşılabılır. Bunun yanında değışiklik sayısı ile kaydırılacak frekans sayısı eşit seçilmiştir. Bu durumda bilinmeyen sayısı ile eşit sayıda denklem elde edilmekte olup bazı durumlarda çözüm bulunamamıştır. Bu durum değışiklik sayısının fazla tutulması ile aşılabılır. İşte bu tez çalışmasında, bu çalışmadaki eksiklikler giderilmeye çalışılarak yöntemin etkinliğı artırılmaya çalışılmıştır.



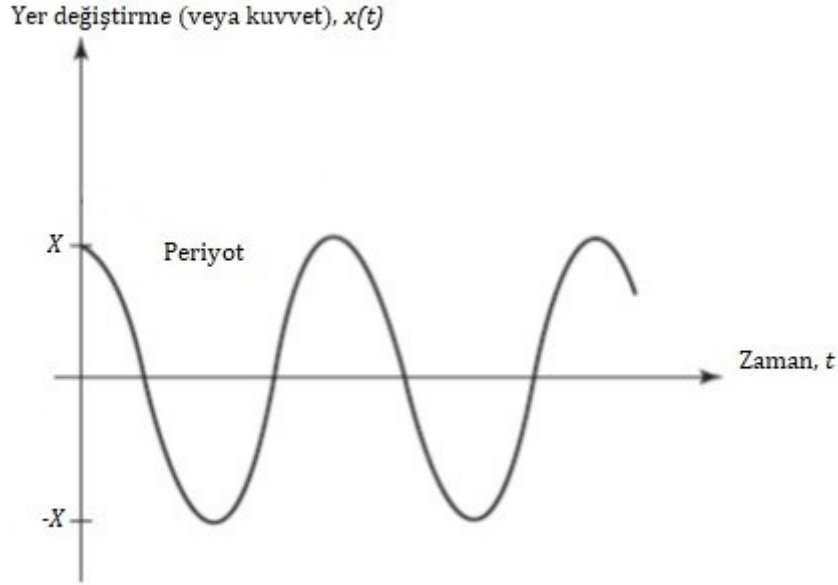
3. TEMEL TİTREŞİM TEORİSİ

Titreşim, cisimlerin sabit bir referans eksene göre tekrarlanan salınım hareketi olarak ifade edilir. Bu salınım, bir sarkacın hareketi şeklinde periyodik olabileceği gibi pürüzlü bir yüzeyde hareket eden bir tekerleğin hareketi şeklinde rastgele de olabilir.

3.1. Titreşim

Mühendislik tasarımlarının yapısını etkileyen titreşim, bazı özel durumlar hariç genel olarak istenmeyen bir durumdur. Örnek olarak motorların ya da herhangi bir mekanik sistemin çalışma esnasındaki hareketi istenmeyen titreşimler üretir. Sistemdeki titreşimler dönen parçaların dengesizliğinden, düzensiz sürtünmeden, dişli ve çarkların hareketinden ortaya çıkabilir. Bu titreşimler, dinamik sistemde gürültüye, aşınmaya, yorulmaya, performans ve enerji kaybına neden olur. Genellikle tasarımcılar sistemdeki titreşimleri en aza indirmeye çalışırlar. Hatta titreşim karakteristikleri mühendislik tasarımları için belirleyici rol üstlenebilir.

Titreşim teorisi cisimlerin ve bu cisimler üzerindeki kuvvetlerin salınımlı hareketleri ile ilgilenir. Titreşimin en basit hali olan basit bir harmonik hareket Şekil 3.1.'de gösterilmiştir.

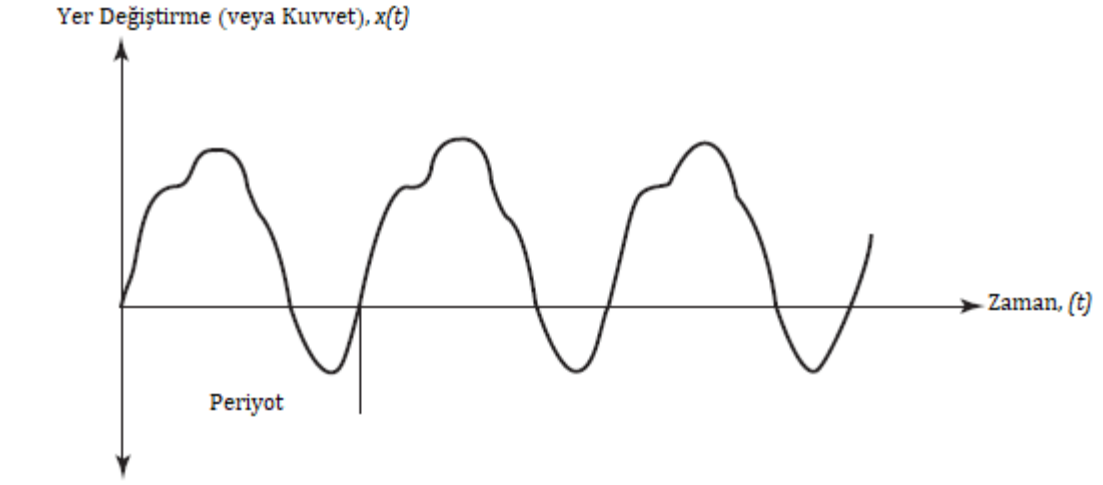


Şekil 3.1. Basit harmonik hareket

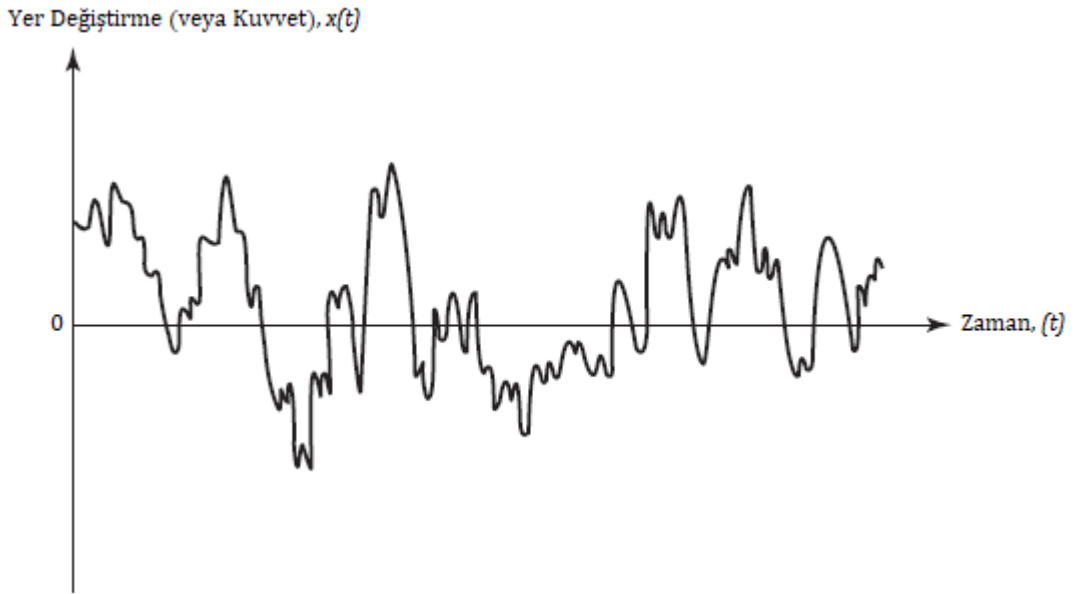
Bu harmonik hareket için yer değiştirme $x(t) = X \cos(\omega t)$ şeklinde yazılabilir.

Bu eşitlikte X hareketin genliğini, ω frekansını ve t de zamanı ifade etmektedir.

Bazı titreşim hareketleri periyodik olabileceği gibi (Şekil 3.2.), bazıları da gelişigüzel olabilir. (Şekil 3.3.)



Şekil 3.2. Periyodik hareket



Şekil 3.3. Periyodik olmayan hareket

3.2. Frekans

Frekans, periyodik bir dalga hareketinin belirli bir aralıkta kaç kez tekrarlandığını ölçen bir büyüklük olarak ifade edilebilir. Bu büyüklük Hertz (Hz) ile ölçülür ve s^{-1} olarak ifade edilir. Pratikte her elemanın fiziksel özelliklerine bağlı olarak belirli titreşim frekans değerleri mevcuttur. Bunlara tabii (Doğal) frekans değerleri denir.

3.3. Rezonans

Genellikle mekanik, akustik ya da elektriksel titreşim yapan sistemlerin, kendi doğal frekanslarına yakın frekans değerlerinde titreşim yapmaları durumuna rezonans denmektedir. Periyodik bir etkinin altında olan sistemlerde titreşim frekansının değeri, sistemin doğal frekansı ile eşit olduğunda, sistem rezonansa girer ve yüksek genliklerde titreşim hareketi yapar. Bu genellikle istenmeyen bir durumdur.

Rüzgar etkisine maruz kalan bir köprü, deprem sırasındaki bir bina ya da alternatif gerilim etkisi altındaki elektriksel bir sistem uygun şartlar altında rezonansa girebilir.

3.4. Titreşim Analizi

Temel anlamda titreşim analizi, sisteme uygulanan tahrik kuvvetine ($\{f(t)\}$) karşılık yapının verdiği cevabı ($\{x\}$) zamanın (t) bir fonksiyonu olarak tanımlamak şeklinde ifade edilebilir. Titreşim, malzemelerin fiziksel özelliklerinin bir etkileşimi olarak oluşmaktadır. Yapısal dinamikte, sistemin giriş ve çıkışı arasındaki matematiksel ilişkiyi bu fiziksel özellikler formüle eder [25]. Bu şekilde tanımlanan model ilişkileri kuvvet dengesine dayalı Newton'un ikinci kanunu veya korunumlu sistemlerde enerji içeriğinin sabit olması temeline dayanmaktadır. Enerji temeline dayalı olan Lagrange yöntemi çok serbestlik dereceli sistemlerin hareket denklemlerinin elde edilmesinde oldukça kullanışlıdır. Matematiksel model yani hareket denklemleri, mekanik bir sistemin titreşim analizi için gerekli olan en temel elemandır. Yapının dinamik davranışları hakkında fikir edinmemize olanak sağlar [25].

Sistemin modeli oluşturulurken Serbestlik Derecesi (SD) sayısı (N) dikkate alınır. Hareket denklemlerinin sayısı bu sayı kadar olur. Ancak pratikte karşılaşılan yapılar sürekli yapıdadır ($N \rightarrow \infty$) ve karmaşık bir geometriye sahiptirler. Sürekli sistemlerin gerçek bir analizi çalışılan uzayın ve zamanın fonksiyonu olan kısmi diferansiyel denklemler ile mümkün olmaktadır. Aynı zamanda çok karmaşık geometrilere sahip yapıların kapalı çözümlerinin elde edilmesi de oldukça zahmetlidir. Kapalı çözümlerin olmadığı durumlarda Sonlu Elemanlar (SE) yöntemi gibi yaklaşım metotları kullanılmaktadır. Bu yöntemlerde gerçek çözüm için analitik olarak bir yaklaşım oluşturulur ve yapının kütle ve katılık özelliklerine karşılık gelen sonlu sayıdaki ayrıklaştırılmış koordinatlar kümesi elde edilir. Basit varsayımlar ile birlikte ayrık sistemin modellenmesi mekanik titreşim analizinin başarısını belirlemektedir [25].

Titreşim teorisinin iyi bilinen örnekleri Thomson [26] ve Bishop ve Johnson [27] tarafından sunulmuştur.

Titreşim hareketi, bazı özelliklerine göre değişik şekillerde sınıflandırılabilir. Serbestlik derecesine (SD) göre, tek veya çok serbestlik dereceli olarak ikiye ayrılırlar. Bunun yanı sıra,

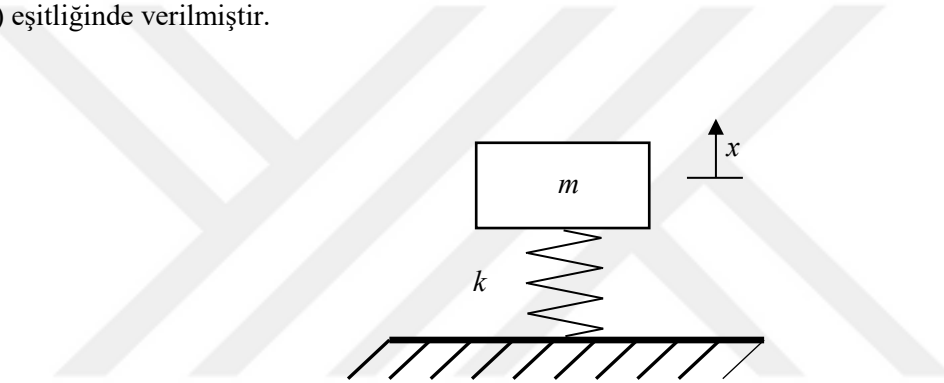
dışarıdan verilecek tepki kuvvetine göre, serbest ya da zorlanmış titreşimler olarak da ayrılırlar. Ayrıca sönüm durumuna göre sönümlü ve sönümsüz titreşimler olarak da sınıflandırılabilirler.

3.4.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistemler

Bir sistemin referans sistemine göre konumunun tamamen belirlenebilmesi için gerekli olan birbirinden bağımsız en az parametre sayısına sistemin serbestlik derecesi denir. Tek serbestlik dereceli sistemler en basit sistemler olmakla birlikte, basit matematiksel model yapısıyla birçok mühendislik sisteminin çözümüne fayda sağlarlar.

Sönümsüz Serbest Titreşimler

Newton'un 2. Hareket Kanunu'na göre Şekil 3.4.'e karşılık gelen matematiksel model (3.1) eşitliğinde verilmiştir.



Şekil 3.4. Sönümsüz serbest titreşim sistemi modeli

$$m\ddot{x} = -kx \rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \quad (3.1)$$

Burada m kütle, k yay sabitini ve x titreşim genliğini ifade etmektedir. Eşitlikte her bir terim kütleyle bölüldüğünde;

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \omega_n^2 x = 0, \quad (3.2)$$

$$x(t) = Ce^{\lambda t} \quad (3.3)$$

çözüm önerisi yapılırsa;

$$\lambda^2 + \omega_n^2 = 0 \quad (3.4)$$

karakteristik denklemi elde edilir.

$$\lambda^2 + \omega_n^2 = 0 \rightarrow \lambda = \sqrt{-\omega_n^2} = \pm \omega_n \sqrt{-1} \quad (3.5)$$

$$\lambda_1 = i\omega_n \quad \text{ve} \quad \lambda_2 = -i\omega_n \quad (3.6)$$

kökleri bulunur. Bu halde çözüm;

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t}$$

veya,

$$x(t) = X \sin(\omega_n t + \varphi)$$

veya,

$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t \quad (3.7)$$

olarak elde edilir.

$$x(0) = x_0 \quad \text{ve} \quad \dot{x}(0) = v_0$$

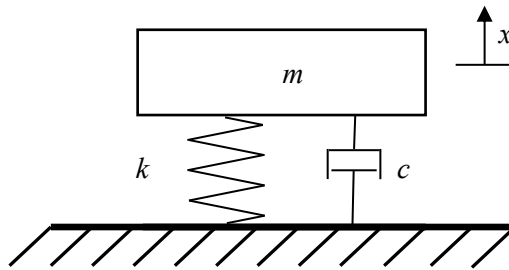
Başlangıç şartları kullanılarak;

$$\text{Genlik: } X = \frac{1}{\omega_n} \sqrt{\omega_n^2 x_0^2 + v_0^2} \quad \text{ve} \quad \text{Faz Açısı: } \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_n x_0}{v_0} \right) \quad (3.8)$$

elde edilir.

Sönümlü Serbest Titreşimler

Şekil 3.5.'de verilen sisteme karşılık gelen matematiksel model (3.9) eşitliğinde verilmiştir.



Şekil 3.5. Sönümlü serbest titreşim sistemi modeli

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3.9)$$

Burada c viskoz sönüm katsayısını ifade etmektedir. Eşitlikte her bir terim kütleyle bölündüğünde;

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (3.10)$$

ve

$$x(t) = Ce^{\lambda t} \quad (3.11)$$

çözüm kabulünü hareket denkleminde kullanırsak;

$$\lambda^2 + \frac{c}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad (3.12)$$

karakteristik denklemi elde edilir.

$$\lambda_1 = -\frac{c}{2m} \pm \frac{1}{2m}\sqrt{c^2 - 4km} \quad (3.13)$$

kökleri bulunur.

$$(c^2 - 4km) > 0 \rightarrow \text{İki farklı reel kök}$$

$$(c^2 - 4km) < 0 \rightarrow \text{Kompleks kök}$$

$$(c^2 - 4km) = 0 \rightarrow \text{Çakışık reel kök} \quad (3.14)$$

Kritik sönüm C_{kr} ;

$$c^2 - 4km = 0 \rightarrow c = 2\sqrt{km} = c_{kr} = 2m\omega_n \quad (3.15)$$

Boyutsuz sönüm oranı;

$$\zeta = \frac{c}{c_{kr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (3.16)$$

ifadesiyle verilir. Ve bu ζ ile hareket denklemini yazacak olursak;

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = 0 \quad (3.17)$$

karakteristik denklemi elde edilir. Kökleri ise;

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (3.18)$$

Kök içerisindeki $\zeta^2 - 1$ ifadesi λ köklerinin karakterini belirler:

$$\zeta > 1; \quad \zeta = 1; \quad \zeta < 1 \quad (3.19)$$

$$0 < \zeta < 1 \text{ için } \lambda_{12} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad j = \sqrt{-1} \quad (3.20)$$

biçiminde yazılabilir. Bu halde kompleks eşlenikli iki kök vardır. Buna zayıf veya kritik altı sönüm denir. Bu durumda çözüm;

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (C_1 e^{j\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2}} + C_2 e^{-j\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2}})$$

$$x(t) = X e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad (3.21)$$

Burada

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.22)$$

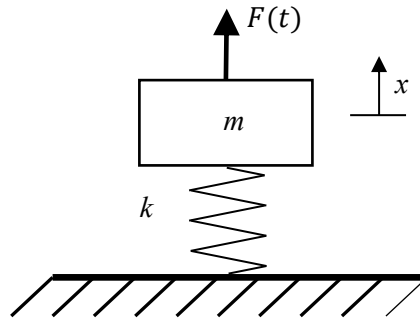
sönümlü sistemin doğal frekansını ifade eder. Başlangıç şartları kullanılarak genlik ve faz açısı aşağıdaki gibi elde edilir.;

$$X = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \zeta\omega_n x_0)^2 + (x_0 \omega_d)^2} \quad \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{x_0 \omega_d}{v_0 + \zeta\omega_n x_0} \right) \quad (3.23)$$

elde edilir. Bu durumda genliği üstel olarak azalan, yani zamanla azalıp yok olan bir titreşim hareketi söz konusudur. Sönümlü serbest titreşim frekansı ω_d , aynı sistemin doğal frekansı ω_n 'den her zaman biraz daha küçüktür.

Sönümsüz Zorlanmış Titreşimler

Şekil 3.6.'da gösterilen sönümsüz zorlanmış titreşim sistemi için hareket denklemi (3.24) eşitliğinde verilmiştir.



Şekil 3.6. Sönümsüz zorlanmış titreşim sistemi modeli

$$m\ddot{x} = -kx + F(t) \quad \rightarrow \quad m\ddot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t) \quad (3.24)$$

Burada F zamandan bağımsız kuvveti ifade eder. Eşitlikte her bir terim kütleyle bölündüğünde;

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = f_0 \cos(\omega t) \quad (3.25)$$

elde edilir

Genel çözüm homojen ve özel çözümlerin toplamından oluşur.

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (3.26)$$

olmak üzere

$$x_h(t) = X \sin(\omega_n t + \emptyset) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t$$

$$x_p(t) = A_0 \cos \omega t + B_0 \sin \omega t \quad (3.27)$$

denklemleri elde edilir

Buradan $\omega_n \neq \omega$ durumu için

$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (3.28)$$

genel çözümü elde edilir.

Başlangıç şartları kullanılarak A ve B katsayıları hesaplanır;

$$v(0) = A \omega_n = v_0 \rightarrow A = \frac{v_0}{\omega_n} \text{ ve } x(0) = B + \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} = x_0 \rightarrow B = x_0 - \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (3.29)$$

Katsayılar yerine yazılarak:

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + \left(x_0 - \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \cos \omega_n t + \frac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \cos \omega t \quad (3.30)$$

elde edilir.

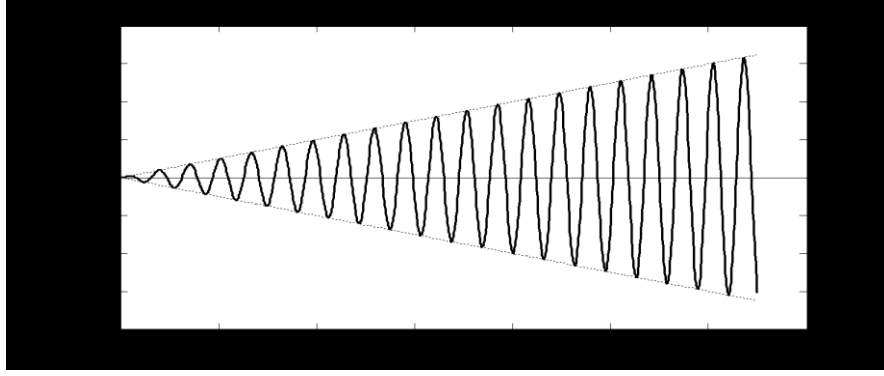
$\omega_n = \omega$ durumu için;

$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{f_0}{2\omega} t \sin \omega t \quad (3.31)$$

ve gerekli başlangıç şartları uygulanarak;

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega t + x_0 \cos \omega t + \frac{f_0}{2\omega} t \sin \omega t \quad (3.32)$$

denklemini elde edilir. Denkleminde genliğin zamanla giderek arttığı gözlemlenmektedir. Bu duruma Rezonans denir (Şekil 3.7.).



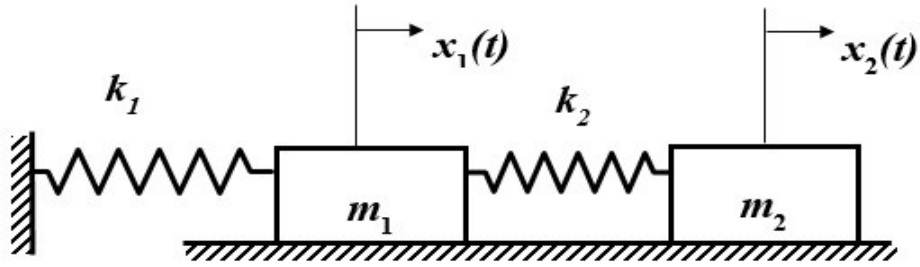
Şekil 3.7. Rezonans durumu

3.4.2. Çok Serbestlik Dereceli Sistemler

Bir sistemin referans sistemine göre konumunun tamamen belirlenebilmesi için gerekli olan birbirinden bağımsız parametre sayısının birden fazla olduğu durumlarda sistem çok serbestlik dereceli sistem olarak anılır.

Sönümsüz Serbest Titreşimler

Şekil 3.8.'deki iki serbestlik dereceli sönümsüz sistemin hareket denklemleri (3.3)'de verilmiştir.



Şekil 3.8. İki serbestlik dereceli sönümsüz sistem modeli

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \quad (3.33)$$

biçiminde elde edilir. Matris formda;

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (3.34)$$

yazılabilir.

Burada M ve K sırasıyla köşegen ve simetrik matrisleridir.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Başlangıç şartları;

$$x(0) = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix}, \quad \dot{x}(0) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{20} \end{bmatrix}$$

$$x(t) = ue^{j\omega t} \quad (3.36)$$

çözüm kabulü olarak alınırsa;

$$(-\omega^2 M + K)ue^{j\omega t} = 0$$

$$\det(-\omega^2 M + K) = 0 \quad (3.37)$$

elde edilir.

$$\det \begin{bmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$x(t) = Au_1 e^{-j\omega_1 t} + Bu_1 e^{j\omega_1 t} + Cu_2 e^{-j\omega_2 t} + Du_2 e^{j\omega_2 t} \quad (3.38)$$

$A_1, A_2, \vartheta_1, \vartheta_2$ integrasyon sabitleri olmak üzere;

$$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \vartheta_1)u_1 + A_2 \sin(\omega_2 t + \vartheta_2)u_2 \quad (3.39)$$

elde edilir.

N serbestlik dereceli sönümlü bir sistemin zorlanmış titreşimine ait hareket denklemi de benzer biçimde matris formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.40)$$

Bu eşitlikte $[M]$ kütle matrisini, $[C]$ sönüm matrisini, $[K]$ katılık matrisini, $\{f(t)\}$ zorlayıcı kuvveti ve $\{x(t)\}$ ise sistem cevabını ifade etmektedir. Kütle $[M]$, sönüm $[C]$ ve katılık $[K]$ matrisleri sistemin "*uzaysal modeli*" dir. Eşitlik (3.40) sabit katsayılı ve homojen olmayan N tane lineer adi diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Çoğunlukla birbirine bağlı olan bu denklemlerin çözümünde modal analiz yöntemi oldukça elverişlidir. Bir sonraki bölümde modal analiz yöntemi bilgileri verilmiştir.

4. MODAL ANALİZ

Çok serbestlik dereceli bir sistemin zorlanmış titreşim cevabını, dinamik katılık matrisi Z 'nin tersinin (4.1) her ω frekans noktası için hesaplanması sayesinde bulmak mümkün olmaktadır. Bu ise oldukça zaman alan, zahmetli bir işlemdir. Modal analiz yöntemi, dinamik analiz işlemlerinde bu olumsuzlukları önemli ölçüde azaltmaktadır. Modal analiz titreşim hareketi yapan çok serbestlik dereceli bir sistemin dinamik davranışını gösteren matematik modeli oluşturmak için ihtiyaç duyulan modal parametrelerin belirlenmesi işlemi olarak ifade edilebilir. Sönümsüz bir sistemin modal parametreleri öz değerler (doğal frekansların karesi) ve öz vektörlerden (mod şekilleri) oluşmaktadır. Sistem üzerinde zorlayıcı kuvvetin olmadığı durumlarda ($\{f(t)\} = \{0\}$) yapı doğal titreşim yapmaktadır ve böyle bir yapının öz değerleri ve öz vektörleri yapının doğal veya normal modları olarak adlandırılmaktadır [28].

$$[H] = [Z]^{-1} = [-\omega^2[M] + [K]]^{-1} \quad (4.1)$$

Sönümsüz yapıların zorlanmış titreşimine ait hareket denklemi eşitlik (3.28)'de verilmiştir. Bu eşitlik ile verilen hareket denkleminin çözümü için $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ harmonik çözüm önerisi dikkate alınacak olursa;

$$(-\omega^2[M] + [K])\{X\}e^{i\omega t} = \{f(t)\}e^{i\omega t} \quad (4.2)$$

ifadesi elde edilir. Sistemin normal modlarının dikkate alınmasıyla, zorlayıcı kuvvet $\{f(t)\} = \{0\}$ olacağından çözüm aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{X\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (4.3)$$

Bu denklemde N serbestlik dereceli bir sistem için N mod sayısı mevcuttur. Mod şekilleri ve doğal frekanslar sırası ile $\{\psi\}_r$ ve ω_r ile gösterilecek olursa;

$$(-\omega_r^2[M] + [K])\{\psi\}_r = \{0\} \quad r = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4.4)$$

denklemi elde edilir. Ayrıca r . modun öz değeri, $\lambda_r = \omega_r^2$ ile gösterilmektedir. Modal analizde N tane modun toplamı şeklinde oluşturulan model "Modal Model" olarak ifade edilmektedir [28]. Bu durum göz önüne alındığında öz değerler ve öz vektörler aşağıdaki gibi $N \times N$ boyutunda matrisler olarak ifade edilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{N \times N} [\Psi]_{N \times N} \quad (4.5)$$

Bu ifadede (4.5) verilen öz değerler ve öz vektörlerin çözümünün yapılabilmesi için bazı sayısal yöntemler mevcuttur. Serbestlik derecesi küçük olan ($N < 1000$) sistemler için, tüm sistem matrisleri belirlenir ve modların hepsi dikkate alınarak çözüm yapılır. Ancak pratik uygulamalarda, serbestlik derecesi sayısı çok fazladır ($N \gg 1000$). Bu gibi durumlarda ise sadece N modun m kısmını içeren kısmi çözümler yapılır [29].

Modal model iyi bilinen ortagonallik özelliğine sahiptir. Öz değer ve öz vektör çözümlerinin hesaplanmasının oldukça zor olmasına karşın, modal modelin bu özelliği sistemin analizini yapmayı büyük ölçüde basitleştirmektedir. Mod şekillerinin bu ortagonallik özelliği aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[\Psi]^T[M][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad [\Psi]^T[K][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Öz vektör matrisi, sistemin kütle ($[M]$) ve katılık ($[K]$) matrislerini modal kütle (m_r) ve modal katılık (k_r) şeklinde diyagonal matrisler haline getirmektedir. Bu iki modal matris kullanılarak aşağıdaki gibi öz değerler elde edilebilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Her öz vektör kendi doğal frekansına karşılık gelen bağıl yer değiştirmelerden oluşmaktadır.

$$\{\phi\}_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\}_r$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{1/2} [\Psi] \quad (4.8)$$

Kütle ile normalize edilmiş öz vektörler kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilebilmektedir.

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = [I] \quad [\Phi]^T[K][\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Fiziksel koordinatlardan ($x\{t\}$), modal alandaki yeni koordinatlara ($q\{t\}$) geçiş yapılması durumunda (3.33) denklemi ile verilen hareket denklemi aşağıdaki gibi olacaktır [25]. Modal alandaki bu yeni koordinatlar birbirinden tamamen bağımsızdır.

$$\{\ddot{q}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad (4.10)$$

Fiziksel koordinatlar ve modal koordinatlar arasında ise $\{x(t)\} = [\Phi]^T \{q(t)\}$ ilişkisi mevcuttur [25].

Bazı modlar diğerlerinden daha güçlüdür. Bir ölçümdeki modların yapısı, tahrik kuvvetlerinin uygulandığı konum ve dağılımına bağlı olarak belirlenmektedir. Bu bağlamda bir yapının herhangi bir noktasından tahrik edilmesi durumunda tüm modların görülmesi mümkün olmayacaktır. Bu sorunu çözmek için fiziksel kuvvet vektörü modal koordinatlara dağıtılarak aşağıdaki gibi modal kuvvet vektörü elde edilebilir [25].

$$\{f_q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad (4.11)$$

Görüldüğü üzere modal koordinatlar birbirinden tamamen bağımsızdır. Her koordinat tek serbestlik dereceli bir sistem gibi düşünülebilir. Buna karşılık, modal kuvvet vektörü ($\{f_q(t)\}$), bazı serbestlik derecelerinde küçük değerlere sahip oluyorsa, bu koordinatlara karşılık gelen modlar diğerlerinden daha az tahrik edilmiş demektir. Doğal olarak, modal kuvvetin sıfır veya sıfıra çok yakın olduğunda ise ilgili modlar hiçbir şekilde tahrik edilmemiş olacaktır. Eğer analitik model tahminleri ölçüm sonuçlarına yeteri kadar yakın olursa, modal kuvvet vektörü ($\{f_q(t)\}$), ilgili modları tahrik eden kuvvet vektörlerini tanımlamak için kullanılabilir [28].

Lineer bir yapının harmonik bir kuvvet vasıtasıyla tahrik edilmesi halinde (3.24) eşitliği ile verilen hareket denkleminin dinamik esneklik tipindeki FTF matrisi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$[-\omega^2[M] + [K]]^{-1} = [\alpha(\omega)] \quad (4.12)$$

Burada, $[\alpha(\omega)]$ matrisinin elemanları, $\alpha_{ij}(\omega_k) = X_i(\omega_k)/F_j(\omega_k)$ eşitliği ile j . koordinattan uygulanan tahrik kuvvetine karşılık i . koordinatın yapacağı yer değiştirme miktarının oranı şeklinde verilmektedir. $[\alpha(\omega)]$ matrisi $[K]$ ve $[M]$ matrisleri gibi simetriktir ve bu simetri karşılıklılık ilkesine göre $\alpha_{ij}(\omega_k) = \alpha_{ji}(\omega_k)$ şeklinde verilmektedir. Frekans noktalarının (ω_k) sayısına göre dinamik esneklik tipindeki FTF'ler Denklem (4.12)'in doğrudan çözümünden elde edilebilir. Ancak her frekans noktası için tüm sistemin matris tersine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu da oldukça zahmetli ve zaman alıcı bir işlemdir. Modal özelliklerin kullanılması bu gibi durumlarda oldukça avantajlı olmaktadır. Mod şekilleri ve öz değerler kullanılarak, bazı cebirsel işlemlerden sonra (4.12) denklemi aşağıdaki gibi elde edilebilir [28].

$$[\alpha(\omega)] = [\Phi] \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & (\omega_r^2 - \omega_k^2) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} [\Phi]^T \quad (4.13)$$

Denklem (4.13)'de diyagonal bir matrisin tersi alındığı için cevap matrisinin hesaplanma süresi oldukça kısalmaktadır. Buradan hareketle dinamik esneklik tipindeki FTF'ler aşağıdaki gibi modların toplamı şeklinde hesaplanabilir [25].

$$\alpha_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{pr}\phi_{qr}}{\omega_r^2 - \omega_k^2} \quad (4.14)$$

Burada N mod sayısını, ϕ_{pr} ve ϕ_{qr} sırasıyla r modunun cevap ve tahrik koordinatlarındaki öz vektörlerini göstermektedir. Sistemde sönüm olması durumunda bu denklem aşağıdaki gibi yazılır:

$$\alpha_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{pr}\phi_{qr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r k_r} \quad (4.15)$$

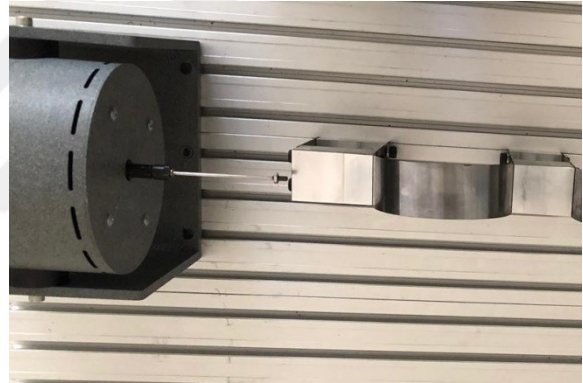
Burada η_r r . modun modal sönüm oranını göstermektedir.

5. TİTREŞİM ÖLÇÜMÜ VE FREKANS TEPKİ FONKSİYONLARI

Bir mühendislik yapısının üretim sürecinde, tasarım sırasında oluşturulan matematiksel modellerde yapılan yaklaşımlara ek olarak, deneysel yollarla bu sonuçların doğrulanması da önemli bir rol almaktadır. Deneysel yollarla bir yapının titreşim ölçümleri iki şekilde yapılmaktadır. Bunlardan biri bir yapının çalışma ortamında sadece titreşim cevabının ölçülmesidir. İkincisi ise laboratuvar ortamında yapıya uygulanan bir zorlayıcı kuvvete karşılık yapının verdiği cevabın birlikte ölçülmesidir [28]. Bu ölçümlerden yapının FTF'leri elde edilir. Daha sonra bu FTF'lerin çeşitli yöntemler ile analiz edilmesiyle bu test ve analiz deneysel modal analiz olarak isimlendirilmektedir. Bu konuda Ewins [28]'in kitabı oldukça faydalı bilgiler içermektedir. Test yapısını tahrik etmek için genel olarak iki yöntem vardır. Bunlardan biri, yapının modal darbe çekici ile tahrik edilmesidir. Diğerisi ise yapı üzerine bağlanan bir sarsıcı yardımıyla tahrik edilmesi şeklindedir (Şekil 5.1.).



a) Modal darbe çekici ile tahrik



b) Sarsıcı ile tahrik

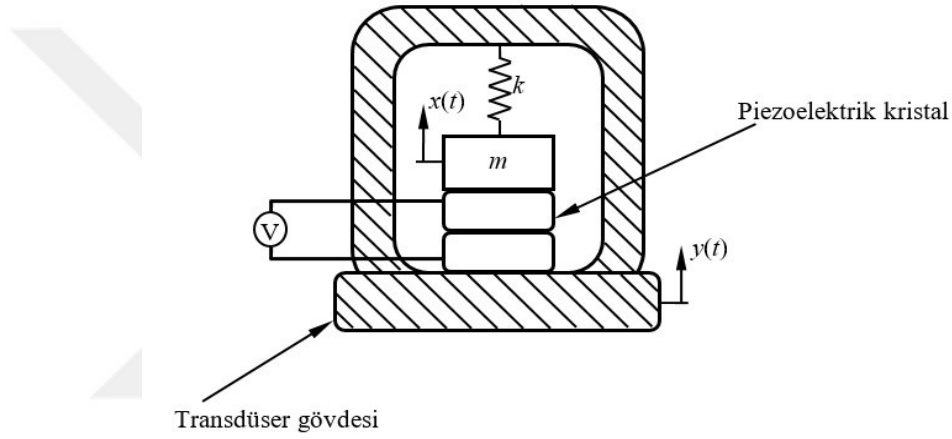
Şekil 5.1. Titreşim ölçümünde tahrik şekilleri

Deneysel modal analiz yaparken, dışarıdan sisteme verilecek tahrik şekli ve bu tahrik kuvvetinin uygulanacağı noktalarının seçimi FTF'lerin doğru ve hassas olarak elde edilmesi açısından önemli bir kriterdir. Aynı noktaya tekrarlı vuruşlar yapılacağı durumlarda sarsıcı tercih edilebilir. Modal çekiçle yapılan deneylerde tecrübenin yanı sıra el becerisinin de önemi büyüktür. Sarsıcılar, kontrollü bir analiz yapımında bu gibi sebeplerden dolayı etkin olarak kullanılmaktadır. Fakat sarsıcı kullanımına uygun olmayan küçük veya hafif yapıların tahrik edilmesinde sistemin sınır koşullarının etkilenebileceği dikkate alınarak darbe çekici tercih edilmektedir.

Analizi yapılacak sisteme uygulanan tahrik kuvvetine karşılık, yapı üzerinde çoğunlukla ivmeölçerler ile cevapları alınır. İvmeölçerler, genellikle ufak yapıdadırlar. Ayrıca geniş frekans

ve dinamik aralığa sahip olmaları sebebiyle en genel amaçlı transdüserlerdir. Hız transdüseri, genellikle orta frekans bölgesini içeren izleme sistemlerinde kullanılmaktadır. Deplasman transdüserleri ise eksen kaçıklığı gibi ölçümlerde kullanılırlar. Özellikle düşük frekanslı deplasman ölçümünün gerektiği durumlarda, genellikle tek eksende çalışan, fakat duruma göre iki veya üç ekseninde de ölçüm yapabilen tipleri mevcuttur.

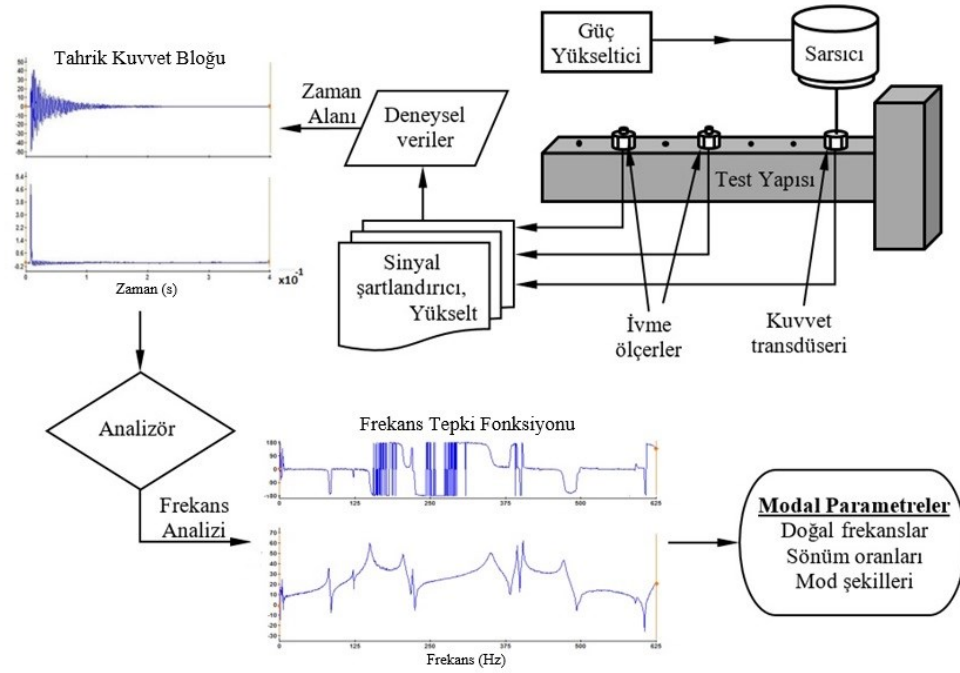
Titreşim ölçümlerinde genellikle tahrik kuvvetlerini ve cevapları ölçmek için piezoelektrik transdüserleri kullanılmaktadır. Bunlar içerdikleri mikroskobik kristal yapılar sayesinde hareket esnasında belli kuvvetle gerilerek kristal yapının voltaj üretilmesini sağlar. Bu voltajlar hareketin ivmesiyle orantılıdır. Şekil 5.2.'de piezoelektrik bir ivmeölçerin şematik yapısı gösterilmiştir.



Şekil 5.2. Piezoelektrik ivme ölçerin şematik yapısı

Titreşim ölçümü yapabilmek için bu transdüserlerin yanına bir de titreşim ölçüm cihazına ihtiyaç duyulur. Bu cihazın beraberinde transdüserlerin kalibrasyonu için bir kalibratör kullanılması da gerekli olmaktadır. Titreşim ölçüm cihazları anlık değer ölçebilen cihazlar ya da ortalama değer hesaplayabilen cihazlar olarak iki gruba ayrılmaktadır. Bir dinamik analizin kapsamlı şekilde yapılabilmesi için frekans analizi yapabilen analizörler kullanılmaktadır. Frekans analizinde kullanılan yöntem sabit bant genişliği (Fast Fourier Transform) veya sabit oranlı bant genişliği (Constant Percentage Bandwidth) olarak tercih edilebilmektedir.

Deneyisel modal analiz için yapı üzerinde tayin edilmiş belirli noktalardan tahrik kuvveti uygulanır ve yapının bu tahrik kuvvetine verdiği cevap ölçülür. Bu noktalar arasındaki transfer fonksiyonları yani FTF'ler titreşim analizörü kullanılarak elde edilir (Şekil 5.3.) [30].



Şekil 5.3. Deneysel modal analiz [31]

Hesaplanan veya yapı üzerinde ölçülen tepki fonksiyonları aşağıda verilen formlardan biri ile ifade edilebilmektedir [31].

Frekans tepki fonksiyonu (Frequency Response Function)

Ani darbe tepki fonksiyonu (Impulse Response Function)

Geçirgenlik (Transmissibility)

Tepki spektrumu (Response Spectrum)

Bunlar bir yapının titreşim karakteristiklerinin belirlenmesinde sıklıkla kullanılmaktadır. Buradaki tepki terimi cevap anlamı taşımakla birlikte, yapıya uygulanan etkiye karşılık yapının, yer değiştirme, hız veya ivme büyüklükleri ile ölçülen tepkisi (cevabı) olarak ifade edilmektedir.

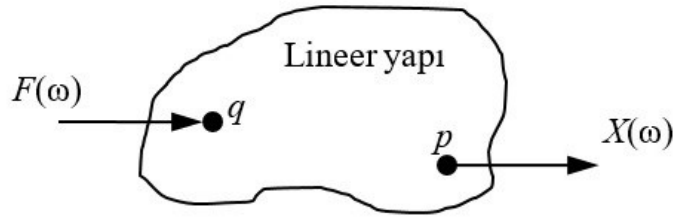
Frekans Tepki Fonksiyonu (FTF), çok geniş bir uygulama alanı olan, titreşim testlerinden elde edilen önemli bir fonksiyondur. Bu fonksiyon, uygulanan bir kuvvete karşı lineer bir yapının cevabını ifade eder. Yani yapıya uygulanan tepki kuvveti ile yapının bu tepki kuvvetine karşı gösterdiği tepki arasındaki lineer ilişkiyi verir.

Ani Darbe Tepki Fonksiyonu (ADTF), yapıya birim genliğe sahip ani bir darbe uygulandıktan sonra yapının zaman geçmişi olarak tanımlanır. Burada ani darbeden kasıt, ilgilenilen aralıkta yapının herhangi bir titreşim periyodundan daha kısa bir zaman süresince uygulanan kuvvettir. ADTF'nin Fourier dönüşümü FTF'yi vermektedir. ADTF'yi yorumlamak kısmen zordur. Bundan dolayı çoğu zaman FTF'nin kullanımı tercih edilmektedir [31].

Geçirgenlik, iki noktanın tepkilerinin birbirine oranından hesaplanmaktadır [31].

Tepki spektrumu, hareketli bir yapıdan elde edilir. Geçici davranışların Fourier dönüşümü, periyodik bir tepkinin Fourier serisi ve öznel spektrum yoğunluk fonksiyonu tepki spektrumlarına örnek olarak gösterilebilir [31].

FTF hakkında biraz daha geniş bilgi vermek faydalı olacaktır. Bu amaçla, Şekil 5.4.'de verilen sistemin giriş ve çıkışı arasındaki ilişkiyi gösteren lineer yapı dikkate alınmaktadır.



Şekil 5.4. Lineer bir yapının uygulanan kuvvete karşı gösterdiği tepki

Bu lineer yapı üzerindeki q konumundan genliği F ve frekansı ω olan sinüsoidal bir kuvvet uygulandığında, yapı bu kuvvete karşı bir tepki gösterecek ve kararlı duruma geçtikten sonra aynı frekansta titreşim hareketi yapacaktır. Yapı üzerindeki herhangi bir p noktasının bu frekanstaki yer değiştirmesi de X ise, bu frekans için FTF'nin genliği,

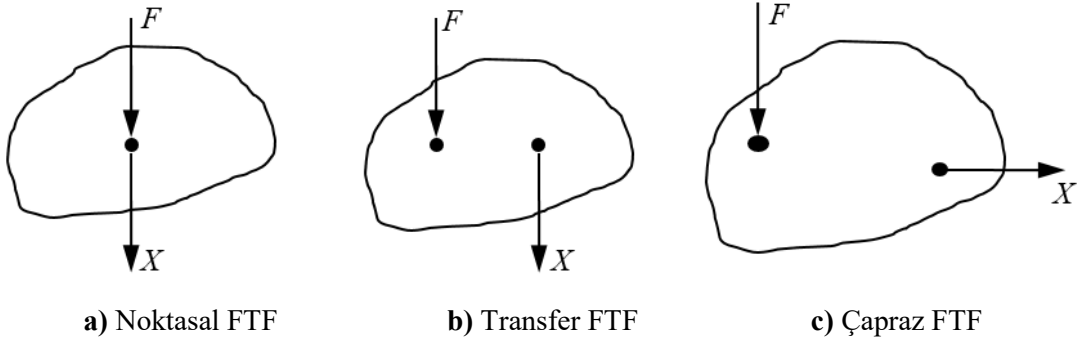
$$|H_{pq}(\omega)| = \frac{|X_p|}{|F_q|} \quad (5.1)$$

ile ifade edilir. FTF'nin fazı ise yer değiştirme ve kuvvet arasındaki açı ile ifade edilmektedir.

$$\angle H_{pq}(\omega) = \angle \alpha_{pq}(\omega) = \angle X_p - \angle F_q = \theta_\alpha \quad (5.2)$$

FTF, adından da anlaşılacağı üzere frekansın bir fonksiyondur. Bu nedenle uygulanan kuvvetin frekansı değiştikçe FTF'nin genliği ve fazı da değişir. Bir FTF, yapıya farklı frekanslarda sinüsoidal kuvvetler uygulanıp her frekansta kuvvet ve tepkilerin genlik ve fazları ölçülerek elde edilebilir. Ancak bu durum uzun ve zahmetli bir iştir. Bu nedenle pratikte daha hızlı ve kolay yöntemler kullanılmaktadır [31].

Yapı üzerindeki kuvvet ve tepki konumları ölçülen FTF'nin türünü belirlemektedir. Bazı özel durumlar da mevcuttur. Yapı üzerindeki aynı konum ve doğrultudan ölçülen kuvvet ve tepkiden hesaplanan FTF "*noktasal FTF*" (point FRF) olarak adlandırılmaktadır (Şekil 5.5.-a). Kuvvet ve tepkinin konumlarının farklı, doğrultularının ise aynı olduğu duruma "*transfer FTF*" denir (Şekil 5.5.-b). FTF, farklı konum ve doğrultuda ölçülen kuvvet ve tepkiden hesaplanmış ise "*çapraz FTF*" (cross FRF) olarak adlandırılmaktadır (Şekil 5.5.-c).



Şekil 5.5. Kuvvet ve tepki konumlarına göre FTF'ler

FTF hesaplamalarında tepki olarak yer değiştirme dikkate alındığı gibi hız ve ivme büyüklükleri de kullanılabilir. Bu durumda FTF'lere verilen isimler aşağıda verilmiştir.

$$H = \alpha = \frac{\text{Yer Değiştirme}}{\text{Kuvvet}} \quad : \text{Dinamik Esneklik veya Reseptans (Receptance)}$$

$$Y = \frac{\text{Hız}}{\text{Kuvvet}} \quad : \text{Hız Tipinde FTF (Mobility)}$$

$$A = \frac{\text{İvme}}{\text{Kuvvet}} \quad : \text{İvme Tipinde FTF (Accelerance, Inertance)}$$

Hız ve ivme tipindeki FTF'lerin dinamik esneklik ile arasındaki ilişkiler aşağıdaki ifadelerle verilmektedir.

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega \alpha(\omega) \quad (5.3)$$

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 \frac{X}{F} = -\omega^2 \alpha(\omega) \quad (5.4)$$

Yukarıda ifade edilen FTF'lerin tersi alınarak dinamik analizde kullanılan başka fonksiyonların tanımlanması mümkündür [28].

$$\left(\frac{\text{Kuvvet}}{\text{Yer Değiştirme}} \right) \quad : \text{Dinamik Direngenlik (Dynamic Stiffness)}$$

$$\left(\frac{\text{Kuvvet}}{\text{Hız}} \right) \quad : \text{Mekanik Empedans (Mechanical Impedance)}$$

$$\left(\frac{\text{Kuvvet}}{\text{İvme}} \right) \quad : \text{Belli Kütle (Apparent Mass)}$$

Ancak bu fonksiyonlar önemli karışıklıklara yol açabilmektedir. Bundan dolayı bazı özel durumlar haricinde kullanılmamaktadır [28]. Dinamik analizde kullanılan tüm FTF parametreleri ve sıklıkla ifade edilen isimleri Tablo 5.1.'de detaylı olarak verilmiştir.

Tablo 5.1. Dinamik analizde kullanılan FTF'ler

Cevap Parametresi: R	Standart FTF: R/F	Ters FTF: F/R
Yer Değiştirme	Reseptans Dinamik Uygunluk Dinamik Esneklik	Dinamik Direngenlik Admitans
Hız	Hız Tipindeki FTF	Mekanik Empedans
İvme	İvme Tipindeki FTF İnertans	Belli Kütlev

6. YAPISAL DEĞİŞİKLİK

Titreşim problemlerinin çözümünde kullanılan yöntemlerden biri de yapısal değişikliktir. Genellikle tasarım aşamasında dikkate alınmayan gürültü ve titreşim problemlerinin dikkate alınmamasından dolayı ya da mevcut bir sistem üzerinde değişikliklere ihtiyaç duyulması durumunda, ürün üzerinde ek geliştirmelere dayanır. Yapının istenilen dinamik özellikleri sağlaması amaçlanmaktadır. Genellikle yapının kütle, katılık veya sönüm gibi fiziksel özelliklerinin değişikliğiyle olmaktadır. Bu fiziksel özellikler, yapının doğal frekansları ve titreşim biçimleri gibi dinamik özelliklerini belirlemektedir. Yapısal değişiklik temel manada mevcut bir yapıya kütle, yay veya sönüm gibi elemanların eklenmesi veya çıkarılması işlemi olarak tanımlanabilir. Genellikle iki farklı şekilde yapılmaktadır. Bunlardan birincisi mevcut bir yapı üzerinde yapılan fiziksel değişikliklerin yapının dinamik özelliklerini nasıl etkileyeceğini belirlemek için kullanılan düz yapısal değişikliktir. Diğer ise imalatı yapılmış bir üründe istenilen dinamik özellikleri sağlayabilmesi adına yapılması gerekli olan değişikliklerin belirlenmesi için kullanılan ters yapısal değişikliktir [1]. Ters ve düz yapısal değişiklikler için deneysel modal analizden [9]–[12] elde edilen modal özellikler kullanılabilmektedir. Doğrudan FTF kullanılarak da yapısal değişiklik yapılabilir [3], [5]. Ölçülen FTF'ler yapısal değişikliğin yanı sıra genel titreşim ve gürültü problemlerinin çözümü, sistem tanımlama ve dış kuvvetlerin belirlenmesi gibi birçok amaçla da kullanılmaktadırlar.

Çok serbestlik dereceli mekanik bir sistemin hareket denklemi matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (6.1)$$

N serbestlik dereceli sistemde $[M]$, $[C]$ ve $[K]$ sırasıyla $N \times N$ boyutunda kütle, sönüm ve katılık matrisleridir. $\{x(t)\}$ ve $\{f(t)\}$ sırasıyla t zamanıyla değişen N elemanlı genelleştirilmiş koordinatlar vektörü ve genelleştirilmiş kuvvetler vektörüdür. Sistemin

$$\{f(t)\} = \{F\}e^{j\omega t} \quad (6.2)$$

şeklinde ω frekansındaki harmonik kuvvetlerle tahrik edildiği kabul edilirse,

$$\{x(t)\} = \{X\}e^{j\omega t} \quad (6.3)$$

biçiminde çözümlerin bulunduğu düşünülebilir. Eşitlik (6.2) ve (6.3)'teki $\{F\}$ ve $\{X\}$ zamandan bağımsız kompleks genlik vektörleridir. Bu durumda hareket denklemleri,

$$([K] - \omega^2[M] + j\omega[C])\{X\}e^{j\omega t} = \{F\}e^{j\omega t} \quad (6.4)$$

şeklinde olur. Buna göre lineer bir sistemin giriş ve çıkışı arasındaki ilişki,

$$[Z]\{X\} = \{F\} \quad (6.5)$$

eşitliği ile ifade edilebilir. Burada, dinamik direngenlik veya empedans matrisi olarak adlandırılan Z matrisi aşağıdaki eşitlik yardımı ile verilmektedir.

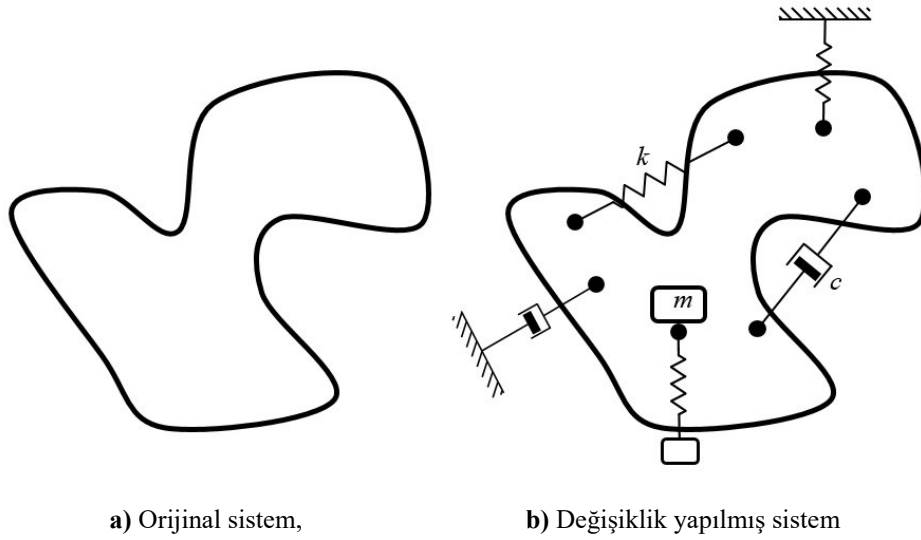
$$[Z] = [K] - \omega^2[M] + j\omega[C] \quad (6.6)$$

Dinamik direngenliği $[Z]$ ile ifade edilen lineer mekanik bir sisteme Şekil 6.1.'deki gibi dinamik direngenliği $[\Delta Z]$ olan ikinci bir mekanik sistem eklendiğinde oluşan değiştirilmiş yeni sistemin dinamik direngenliği $[Z^*]$;

$$[Z^*] = [Z] + [\Delta Z] \quad (6.7)$$

olarak yazılabilir. Burada $[\Delta Z]$, yapılan kütle, katılık ve sönüm değişikliklerini içeren toplam değişim matrisidir ve aşağıdaki eşitlik ile verilmektedir.

$$[\Delta Z] = [\Delta K] - \omega^2[\Delta M] + j\omega[\Delta C] \quad (6.8)$$



Şekil 6.1. Bir yapı üzerinde kütle, yay ve sönüm değişikliği yapılması

Şekil 6.1.'den de görüleceği üzere kütle değişikliği, yapı üzerindeki herhangi bir koordinata kütle eklenmesi veya çıkarılması şeklinde yapılabilmektedir. Kütle, yapı üzerindeki her hangi bir koordinata doğrudan eklenebildiği gibi, bir yay vasıtası ile de eklenebilir (Şekil 6.1.-b). Bu ikinci durumda yapıya ek serbestlik derecesi getirilmiş olur. Yay ve sönüm değişikliklerinde ise, yapı üzerindeki genelleştirilmiş bir koordinat ile sabit eksen takımı arasına eklenerek yapılabildiği gibi

yapı üzerindeki genelleştirilmiş iki koordinat arasına eklenerek de yapılabilir (Şekil 6.1.-b).

Bu çalışmada geliştirilen yöntem matematikten bilinen Sherman-Morrison (SM) formülüne dayanmaktadır. Bundan dolayı, öncelikle SM formülüne dayalı yapısal değişiklik yönteminden bahsedilecektir.

6.1. Sherman-Morrison (SM) Formülü

SM formülü, bir matriste değişiklik yapıldığında oluşan yeni matrisin tersini orijinal matrisin tersi ve değişim verilerini kullanarak doğrudan hesaplamaya yarayan bir formüldür. Formüle göre tekil olmayan bir kare $[A]$ matrisi göz önüne alınırsa, bu matriste $[\Delta] = \{u\}\{v\}^T$ gibi iki vektörün çarpımı olarak ifade edilen bir değişiklik yapılması sonucu elde edilen değiştirilmiş yeni $[A^*]$ matrisi,

$$[A^*] = [A] + \{u\}\{v\}^T \quad (6.9)$$

şeklinde yazılabilir. Eğer kare $[A]$ matrisinin tersi $[A]^{-1}$ önceden hesaplanmış veya mevcut ise değişiklikten sonra oluşturulan yeni matrisin tersi $[A^*]^{-1}$,

$$[A^*]^{-1} = [A]^{-1} - \frac{([A]^{-1}\{u\})(\{v\}^T[A]^{-1})}{1 + \{v\}^T[A]^{-1}\{u\}} \quad (6.10)$$

biçiminde her hangi bir ters alma işlemine gerek kalmadan SM eşitliği ile hesaplanabilir [20]. Eğer $[\Delta]$ matrisi iki vektörün çarpımı şeklinde ifade edilemiyorsa aşağıdaki gibi p tane değişim matrisinin toplamı şeklinde yazılabilir.

$$[\Delta] = [\Delta_1] + [\Delta_2] + [\Delta_3] + \dots + [\Delta_p] \quad (6.11)$$

Burada $[\Delta_i] = \{u_i\}\{v_i\}^T$ 'dir. Bu durumda her bir değişiklik için gerekli hesaplamalar arka arkaya yapılarak orijinal matris elde edilebilir.

SM formülü istatistik, elektriksel ağ sistemleri, asimptotik analiz, optimizasyon, kısmi diferansiyel denklemler gibi birçok alanda kullanılmıştır [32]. Yapısal dinamikte SM formülü Petrov vd. [33] tarafından türbin kanatlarının ayarsızlığının incelenmesinde kullanılmıştır. Bunun yanı sıra Sanlitürk vd. [34] türbin kanatlarında kullanılan sürtünmeli bir damperin modellenmesinde ve lineer olmayan sistemlerin cevaplarının bulunmasında [35] bu formülasyondan faydalanmışlardır.

6.2. Yapısal Değişiklikte Sherman-Morrison Formülünün Kullanılması

Bu çalışmada yapısal değişiklik için önerilen yöntem SM eşitliğine dayanmaktadır. Bu eşitlik ile değişiklik yapılmış bir matrisin tersini hesaplamak için değişiklikten önceki matrisin tersi ve değişim vektörleri kullanılmaktadır. SM eşitliği yardımıyla yeni matrisin tersi, herhangi bir matris tersi işlemine gerek kalmaksızın hesaplanabilmektedir. Değişiklik yapılmış sistemin dinamik direngenliği,

$$[Z^*] = [Z] + [\Delta Z] \quad (6.12)$$

eşitliği ile verilmişti. Bu durumda yapısal değişiklik ve SM formülü arasında bir ilişki kurabilmek için toplam değişim matrisinin, $[\Delta Z] = \{u\}\{v\}^T$ biçiminde ifade edilmesi gereklidir. Yapısal dinamikte dinamik direngenlik (empedans) Z ve dinamik esneklik (reseptans) α arasında bilinen $[Z]^{-1} = [\alpha]$ bağıntısı kullanılarak değiştirilmiş sistemin FTF'leri (6.10) eşitliği ile verilen SM formülü yardımı ile aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$[\alpha^*] = [Z^*]^{-1} = [\alpha] - \frac{([\alpha]\{u\})(\{v\}^T[\alpha])}{1 + \{v\}^T[\alpha]\{u\}} \quad (6.13)$$

Eşitlik yardımıyla değiştirilmiş sistemin dinamik esneklikleri, orijinal sistemin dinamik esneklikleri ile beraber yapılan değişiklikler kullanılarak hesaplanabilmektedir.

Denklem (6.13)'den de anlaşılacağı gibi dinamik esneklik matrisi $[\alpha]$, incelenen sistemin bütün FTF'lerinden oluşmaktadır. Teorik uygulamalarda bu matrisin tümünü oluşturmak mümkün olmakla beraber deneysel uygulamalarda tüm FTF'leri ölçmek pratik bir yaklaşım değildir. Bundan dolayı deneysel uygulamalarda genellikle FTF matrisinin sadece bir sütununun veya bir satırının elemanları oluşturulur. FTF matrisinin bir satırı veya bir sütununu kullanarak yapılacak bir modal analizden sonra incelenen sistemin tüm FTF'lerini elde etmek mümkün olmaktadır. Ancak ölçülmüş verilerdeki mevcut uyumsuzluklar ve sistematik hatalar böyle bir hesaptan sonra elde edilecek FTF'lerin doğruluğuna olan güveni azaltır. Ayrıca bu şekilde oluşturulan FTF'ler içine artık etkilerini dahil etmek zordur. Bununla birlikte (6.13) eşitliği sadece değişimden etkilenen FTF'ler için de yazılabilir [31]. Buna göre FTF matrisinde düzenlemeden etkilenecek aktif ve pasif koordinatlar sırasıyla a ve p indisleri ile gösterilecek olursa değişim matrisi,

$$[\Delta Z] = \begin{Bmatrix} u_a \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_a \\ 0 \end{Bmatrix}^T \quad (6.14)$$

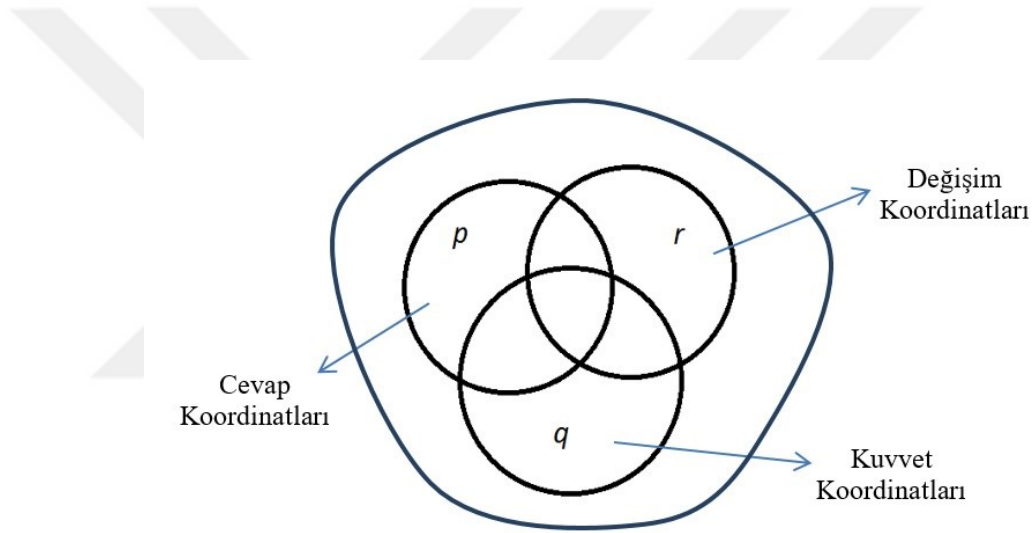
şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadenin (6.13) eşitliğinde yerine yazılması ile,

$$\begin{bmatrix} [\alpha_{aa}^*] & [\alpha_{ap}^*] \\ [\alpha_{pa}^*] & [\alpha_{pp}^*] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\alpha_{aa}] & [\alpha_{ap}] \\ [\alpha_{pa}] & [\alpha_{pp}] \end{bmatrix} - \frac{\left(\begin{bmatrix} [\alpha_{aa}] & [\alpha_{ap}] \\ [\alpha_{pa}] & [\alpha_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \left(\begin{Bmatrix} v_a \\ 0 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [\alpha_{aa}] & [\alpha_{ap}] \\ [\alpha_{pa}] & [\alpha_{pp}] \end{bmatrix} \right)}{1 + \begin{Bmatrix} v_a \\ 0 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [\alpha_{aa}] & [\alpha_{ap}] \\ [\alpha_{pa}] & [\alpha_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ 0 \end{Bmatrix}} \quad (6.15)$$

eşitliği alt matrislere ayrılarak aktif ve pasif koordinatlar için yazılabilir. Bu durumda yeni sistemin FTF matrisi aktif koordinatlar için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$[\alpha_{aa}^*] = [\alpha_{aa}] - \frac{([\alpha_{aa}]\{u_a\})(\{v_a^T\}[\alpha_{aa}])}{1 + \{v_a^T\}[\alpha_{aa}]\{u_a\}} \quad (6.16)$$

Aktif koordinatları daha açık bir şekilde anlamak için yapısal değişiklikte aktif koordinatlar; herhangi bir FTF için cevap koordinatı p , tahrik koordinatı q ve değişiklik koordinatı da r olarak ifade edilsin (Şekil 6.2.).



Şekil 6.2. Yapısal değişiklikte aktif, pasif ve değişiklik koordinatları

Denklemlerin daha anlaşılır olması bakımından aktif koordinatlara uygun olarak herhangi bir FTF'yi $\alpha_{pq}^{(r)}$ biçiminde yazmak daha uygun olacaktır. Bu durumda (6.16) eşitliği aşağıdaki gibi açık olarak yazılabilir [31].

$$\begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pr}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qr}^* \\ Sim. & & \alpha_{rr}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^{(r)} & \alpha_{pq}^{(r)} & \alpha_{pr}^{(r)} \\ & \alpha_{qq}^{(r)} & \alpha_{qr}^{(r)} \\ Sim. & & \alpha_{rr}^{(r)} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots - \frac{\left(\begin{bmatrix} \alpha_{pp}^{(r)} & \alpha_{pq}^{(r)} & \alpha_{pr}^{(r)} \\ & \alpha_{qq}^{(r)} & \alpha_{qr}^{(r)} \\ Sim. & & \alpha_{rr}^{(r)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_r \end{Bmatrix} \right) \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_r \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^{(r)} & & Sim. \\ \alpha_{qp}^{(r)} & \alpha_{qq}^{(r)} & \\ \alpha_{rp}^{(r)} & \alpha_{rq}^{(r)} & \alpha_{rr}^{(r)} \end{bmatrix} \right)}{1 + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_r \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^{(r)} & & Sim. \\ \alpha_{qp}^{(r)} & \alpha_{qq}^{(r)} & \\ \alpha_{rp}^{(r)} & \alpha_{rq}^{(r)} & \alpha_{rr}^{(r)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_r \end{Bmatrix}} \quad (6.17)$$

Burada “*”simgeli ifadeler yapısal değişikliktan sonra oluşan yeni sistemin FTF’lerini ifade etmektedir. Birden fazla “*”simgesinin olması durumunda simge sayısı yapısal değişiklik sayısına eşit olmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pr}^* \\ \text{Sim.} & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qr}^* \\ & & \alpha_{rr}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^{(r)} & \alpha_{pq}^{(r)} & \alpha_{pr}^{(r)} \\ & \alpha_{qq}^{(r)} & \alpha_{qr}^{(r)} \\ \text{Sim.} & & \alpha_{rr}^{(r)} \end{bmatrix} - \frac{u_r v_r \begin{Bmatrix} \alpha_{pr}^{(r)} \\ \alpha_{qr}^{(r)} \\ \alpha_{rr}^{(r)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{rp}^{(r)} \\ \alpha_{rq}^{(r)} \\ \alpha_{rr}^{(r)} \end{Bmatrix}^T}{1 + u_r v_r \alpha_{rr}^{(r)}} \quad (6.18)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten α_{pq}^* ,

şeklinde elde edilir [31]. Bu denklem yardımı ile FTF ölçümü esnasında aktif koordinatlarla ilgili olarak orijinal yapının FTF'leri ve yapılacak değişiklikler kullanılarak yeni yapının FTF'leri hesaplanmaktadır. Burada şunu göz ardı etmemek gerekir; FTF frekansa bağlı bir fonksiyon olduğundan (6.19) eşitliği her frekans değeri için uygulanmalıdır.

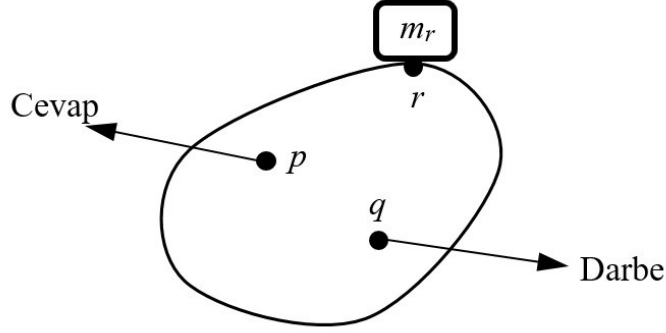
$$\alpha_{qq}^* = \frac{\alpha_{qq}^{(r)} + u_r v_r (\alpha_{rr}^{(r)} \alpha_{qq}^{(r)} - \alpha_{qr}^{(r)} \alpha_{rq}^{(r)})}{1 + u_r v_r \alpha_{rr}^{(r)}} \quad (6.20)$$

$\alpha_{qr}^{(r)} = \alpha_{rq}^{(r)}$ eşitliği göz önüne alınıp (6.20) denklemini düzenlenecek olursa,

eşitliği elde edilir.

6.2.1. Kütle Değişikliği

Kütle değişikliği için bir sistem üzerinde p , cevap, q , darbe ve r , değişiklik koordinatlarını göstermek üzere sistemin r koordinatına bir m_r kütlesi eklendiği varsayılmaktadır (Şekil 6.3).



Şekil 6.3. Bir yapı üzerinde kütle değişikliği

Yapı üzerine kütle eklenmesi ile oluşacak değişim matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir [36]. Bu matriste katılık ve sönüm değişiklikleri sıfır olarak alınmıştır.

$$[\Delta Z] = -\omega^2 [\Delta M] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & -\omega^2 m_r & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} r. \text{ sütun} \\ \downarrow \\ r. \text{ satır} \end{matrix} \quad (6.22)$$

Bu matris iki vektörün çarpımı şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$[\Delta Z] = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ u_r \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ v_r \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^T = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -\omega^2 m_r \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^T \quad (6.23)$$

Bu durumda; $u_r = 1$ ve $v_r = -\omega^2 m_r$ yazılabilir. Bu değerler (6.19) eşitliğinde yerine yazılarak,

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}^{(r)} - \omega^2 m_r (\alpha_{rr}^{(r)} \alpha_{pq}^{(r)} - \alpha_{pr}^{(r)} \alpha_{rp}^{(r)})}{1 - \omega^2 m_r \alpha_{rr}^{(r)}} \quad (6.24)$$

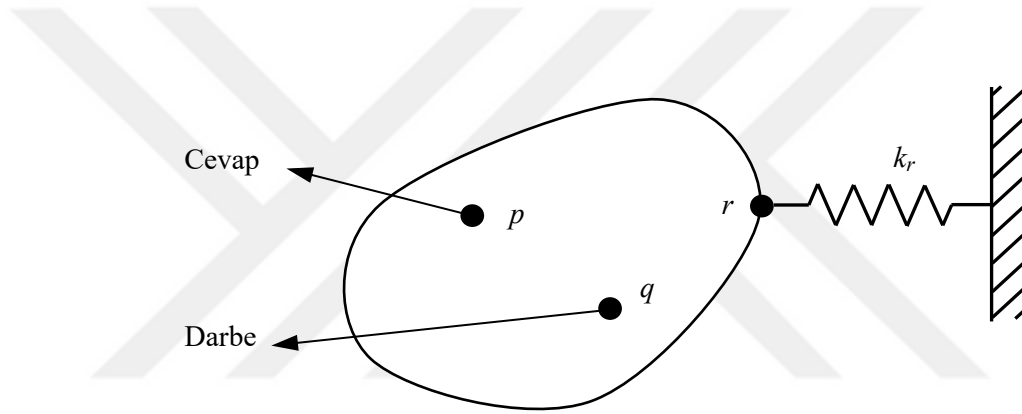
eşitliği ile verilen yapı üzerine bir m_r kütlesi eklendikten sonra oluşan yeni sistemin p ve q genelleştirilmiş koordinatları arasındaki transfer FTF'si elde edilir [31].

6.2.2. Yay Değişikliği

Yapı üzerinde yay değişikliği iki şekilde yapılabilir. Bunlardan birincisi yapı üzerindeki genişleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında yapılan yay değişikliğidir. Diğeri ise yapı üzerindeki genişleştirilmiş iki koordinat arasında yapılan değişikliktir. Her iki durumda (6.8) eşitliği ile verilen $[\Delta Z]$ değişim matrisi birbirinden farklı olacağı için her bir durum için ayrı ayrı elde edilmesi gerekir.

Genleştirilmiş Koordinat ile Yer Arasında Yay Değişikliği

Şekil 6.4.'de bir ucu sabit diğeri hareketli bir yayın sistemin r koordinatına eklenmesi durumunda oluşan yeni sistem gösterilmektedir.



Şekil 6.4. Bir yapı üzerinde genişleştirilmiş koordinat ile yer arasında yay değişikliği

Bu sistem için $[\Delta Z]$ değişim matrisi sadece ilgili konumdaki katılıktan oluşmaktadır. Kütle değişikliğinde olduğu gibi katılık değişikliğinde de u_r ve v_r aşağıdaki gibi bulunur [37]:

$$u_r = 1 \quad v_r = k_r \quad (6.25)$$

Değişimden sonraki sistemin FTF ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir [37].

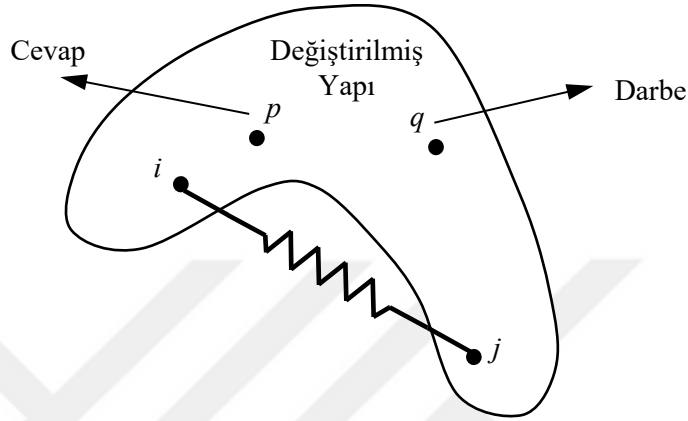
$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}^{(r)} + k_r(\alpha_{rr}^{(r)}\alpha_{pq}^{(r)} - \alpha_{pr}^{(r)}\alpha_{rq}^{(r)})}{1 + k_r\alpha_{rr}^{(r)}} \quad (6.26)$$

Genleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişikliği

Şekil 6.5.'de yapı üzerinde genişleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği gösterilmektedir. Yapının i ve j koordinatları arasına k yayı eklenmesi ile oluşan yeni sistemin cevap (p) ve darbe (q) koordinatları arasındaki transfer FTF'si hesaplanacaktır.

Sistem dikkate alındığında $[\Delta Z]$, değişim matrisinin sadece i ve j koordinatları k yay değerinden oluşacaktır. Bu durumda $[\Delta Z]$, değişim matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir [38].

$$[\Delta Z] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (6.27)$$



şekil 6.5. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği

Sistem üzerinde yapılacak böyle bir değişim için toplam değişim matrisi, $[\Delta Z]$, aşağıdaki gibi iki vektörün çarpımı şeklinde yazılabilir.

$$[\Delta Z] = \{u\}\{v\}^T = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \{k \quad -k\} \quad (6.28)$$

Eşitlik (6.28) ile verilen toplam değişim matrisi $[\Delta Z]$ 'de sıfır olmayan elemanlar verilmiştir. Vektör boyutları sistemdeki serbestlik derecesi sayısını sağlayacak şekilde olmalıdır. Bu durumda diğer vektör elemanları '0' olarak alınır.

Değişiklik koordinatları i ve j ile cevap (p) ve darbe (q) koordinatları dikkate alınarak (6.28) eşitliği, (6.29) eşitliğindeki gibi açık bir şekilde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pi}^* & \alpha_{pj}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qi}^* & \alpha_{qj}^* \\ & & \alpha_{ii}^* & \alpha_{ij}^* \\ Sim. & & & \alpha_{jj}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ Sim. & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} - \dots \frac{\left(\begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ Sim. & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ -k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ Sim. & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \right)}{1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ -k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ Sim. & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}} \quad (6.29)$$

Matris çarpım işlemleri yapıldıktan sonra,

$$\begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pi}^* & \alpha_{pj}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qi}^* & \alpha_{qj}^* \\ & & \alpha_{ii}^* & \alpha_{ij}^* \\ Sim. & & & \alpha_{jj}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ Sim. & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} - \frac{k \begin{bmatrix} \alpha_{pi} - \alpha_{pj} \\ \alpha_{qi} - \alpha_{qj} \\ \alpha_{ii} - \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} - \alpha_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{ip} - \alpha_{jp} \\ \alpha_{iq} - \alpha_{jq} \\ \alpha_{ii} - \alpha_{ji} \\ \alpha_{ij} - \alpha_{jj} \end{bmatrix}^T}{1 + k(\alpha_{ii} - \alpha_{ij} - \alpha_{ji} + \alpha_{jj})} \quad (6.30)$$

eşitliği elde edilmektedir [30]. Denklem (6.30), $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ eşitliğinin dikkate alınması ile istenilen FTF için yazılabilir. Örnek olarak sistemin cevap (p) ve darbe (q) koordinatına ait transfer FTF'si aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\alpha_{pq}^* = \alpha_{pq} - \frac{k(\alpha_{pi} - \alpha_{pj})(\alpha_{iq} - \alpha_{jq})}{1 + k(\alpha_{ii} - 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})} \quad (6.31)$$

Benzer şekilde cevap (p) koordinatına ait noktasal FTF (6.32) eşitliğindeki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{pp}^* = \alpha_{pp} - \frac{k(\alpha_{pi} - \alpha_{pj})^2}{1 + k(\alpha_{ii} - \alpha_{ij} + \alpha_{jj})} \quad (6.32)$$

Denklem (6.31) ve (6.32)'a bakıldığında değişiklik yapılan yeni sistemin FTF'lerini hesaplamak için orijinal sistemin cevap, darbe ve değişiklik koordinatlarına ait noktasal FTF'leri ve transfer FTF'lerinin bilinmesinin yeterli olduğu görülmektedir [30].

Eğer yay değişikliği yerel bir eksen takımı üzerinde yapılırsa (Küresel koordinat sistemine göre e, f ve g kosinüs doğrultuları) değişim vektörleri, coğrafik koordinat sistemine göre yeniden oluşturulur. Bu durumda değişim matrisi aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$[\Delta Z] = \{u\}\{v\}^T = \begin{Bmatrix} e \\ f \\ g \\ -e \\ -f \\ -g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} e.k \\ f.k \\ g.k \\ -e.k \\ -f.k \\ -g.k \end{Bmatrix}^T \quad (6.33)$$

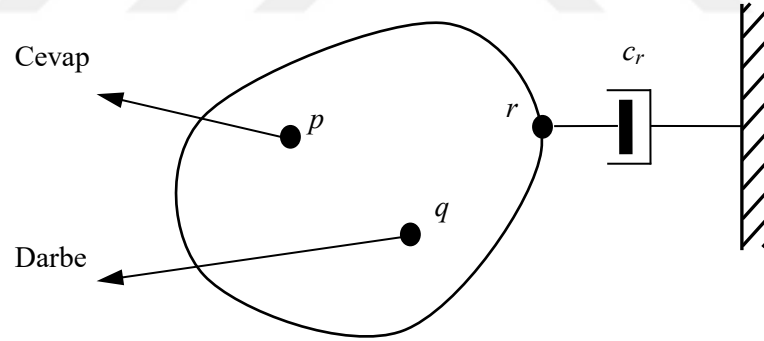
Denklem (6.33) ile verilen toplam değişim matrisinin değişim formülünde yerine yazılması ile yerel bir eksen takımı üzerinde yapılan yay değişikliği ile oluşan yeni FTF'ler elde edilebilir.

6.2.3. Sönüm Değişikliği

Yapı üzerinde sönüm değişikliği de, yay değişikliğinde olduğu gibi yapı üzerindeki genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında veya yapı üzerindeki genelleştirilmiş iki koordinat arasında yapılabilmektedir.

Genelleştirilmiş Koordinat ile Yer Arasında Sönüm Değişikliği

Şekil 6.6.'de bir ucu sabit diğer ucu hareketli bir sönüm elemanın sistemin r koordinatına eklenmesi durumunda oluşan yeni sistem gösterilmektedir.



Şekil 6.6. Yapı üzerinde genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında sönüm değişikliği

Sönüm değişikliği için değişim vektörleri,

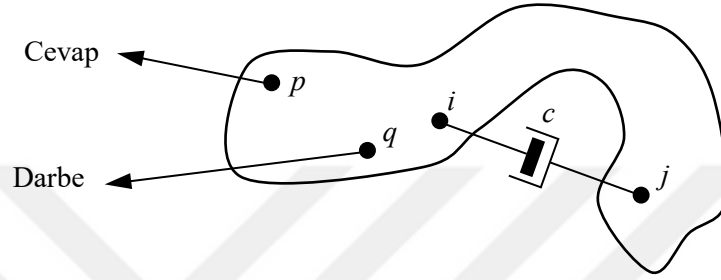
$$u_r = 1 \quad v_r = j\omega c_r \quad (6.34)$$

şeklinde yazılabilir [39]. Bu vektörlerinin (6.19) eşitliğinde yerine yazılması ile sönüm eklenmiş sistemin cevap ve tahrik koordinatları arasındaki transfer FTF'si aşağıdaki gibi elde edilebilir [10].

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}^{(r)} + j\omega c_r (\alpha_{rr}^{(r)} \alpha_{pq}^{(r)} - \alpha_{pr}^{(r)} \alpha_{rq}^{(r)})}{1 + j\omega c_r \alpha_{rr}^{(r)}} \quad (6.35)$$

Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Sönüm Değişikliği

Şekil 6.7.'de yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinatlar arasında sönüm değişikliği gösterilmektedir. Yapının i ve j koordinatları arasına c sönüm elemanı eklenmesi ile oluşan yeni sistemin cevap (p) ve darbe (q) koordinatları arasındaki transfer FTF'si hesaplanacaktır.



Şekil 6.7. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişikliği

Yay değişikliğine benzer olarak genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişikliği için de toplam değişim matrisi aşağıdaki gibi iki vektörün çarpımı şeklinde yazılabilir [46].

$$[\Delta Z] = \{u\}\{v\}^T = j\omega \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \{c \quad -c\} = j\omega \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Burada $j = \sqrt{-1}$ olarak sanal birimi, ω ilgilenilen frekans noktasını ve c ise sönüm katsayısını göstermektedir. Denklem (6.36)'dan görüleceği üzere eğer sistemde sönüm mevcut ise FTF'lerde reel kısmın yanında sanal kısım da olacaktır.

Değişim vektörleri $\{u\}$ ve $\{v\}^T$ (6.26) eşitliğinde yerine yazılarak matris işlemleri yapıldıktan sonra sönüm eklenmiş yapının cevap (p) ve darbe (q) koordinatları arasındaki FTF'si,

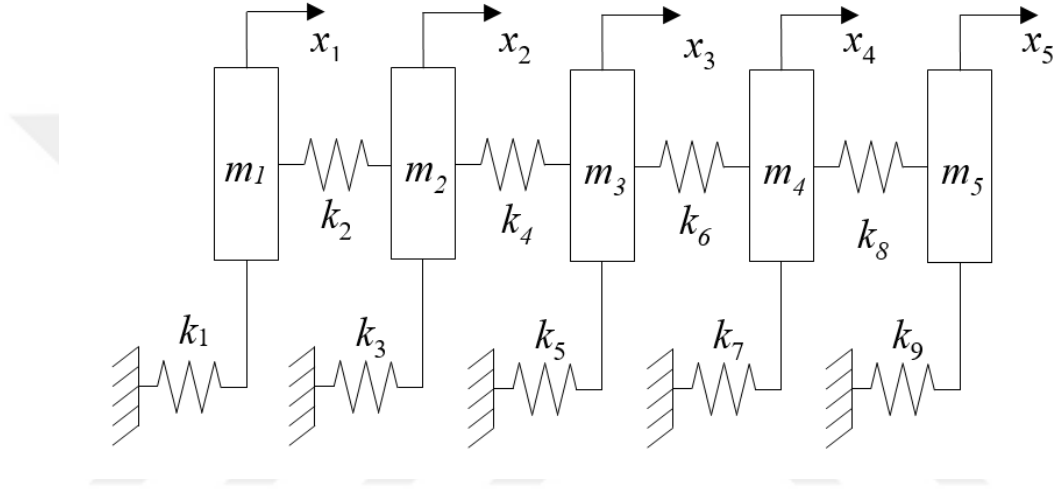
$$\alpha_{pq}^* = \alpha_{pq} - \frac{j\omega c(\alpha_{pi} - \alpha_{pj})(\alpha_{iq} - \alpha_{jq})}{1 + j\omega c(\alpha_{ii} - 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})} \quad (6.37)$$

şeklinde elde edilmektedir.

Şimdiye kadar yapılan tüm yapısal değişikliklerin sisteme kütle, yay veya sönüm eklenerek yapıldığı unutulmamalıdır. Buna karşın söz konusu yapısal değişikliklerin sistemden çıkarılarak yapılması durumunda ise değişikliklerin negatif olarak uygulanması gereklidir.

7. DÜZ YAPISAL DEĞİŞİKLİK İÇİN SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde konunun daha iyi anlaşılabilmesi için düz yapısal değişiklik ile ilgili çeşitli uygulamalar verilmiştir. Bunun için referans [15] 'de önerilen ve Şekil 7.1'de gösterilen 5 SD'li kütle-yay sistemi göz önüne alınmıştır. Sistemin fiziksel parametreleri aşağıda verildiği gibidir.



Şekil 7.1. 5 SD'li kütle yay sistemi [15]

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 1 \text{ kg}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = k_8 = k_9 = 100 \text{ N/m} \quad (7.1)$$

Bu sistemin kütle ve katılık matrisleri ise sırasıyla aşağıda 7.2 ve 7.3 eşitlikleri ile verilmiştir. İki eşitlik de incelendiğinde kütle ve katılık matrislerinin sırası ile köşegen ve simetrik matrisler olduğu görülmektedir.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & -k_4 & k_4 + k_5 + k_6 & -k_6 & 0 \\ 0 & 0 & -k_6 & k_6 + k_7 + k_8 & -k_8 \\ 0 & 0 & 0 & -k_8 & k_8 + k_9 \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Matlab kullanılarak öz değer problemi çözülmüş ve sistemin öz değer ve öz vektörleri hesaplanmıştır ve Tablo 7.1.'de verilmiştir.

Tablo 7.1. 5 SD'li sisteme ait öz değerler ve öz vektörler

Mod	1	2	3	4	5
f_i [Hz]	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
u_i (1)	0,447214	-0,601501	0,511667	-0,371748	0,195440
u_i (2)	0,447214	-0,371748	-0,195440	0,601501	-0,511667
u_i (3)	0,447214	0,000000	-0,632456	0,000000	0,632456
u_i (4)	0,447214	0,371748	-0,195440	-0,601501	-0,511667
u_i (5)	0,447214	0,601501	0,511667	0,371748	0,195440

Bu öz değer ve öz vektörler kullanılarak sistemin istenen koordinatlarına ait transfer ve noktasal FTF'leri;

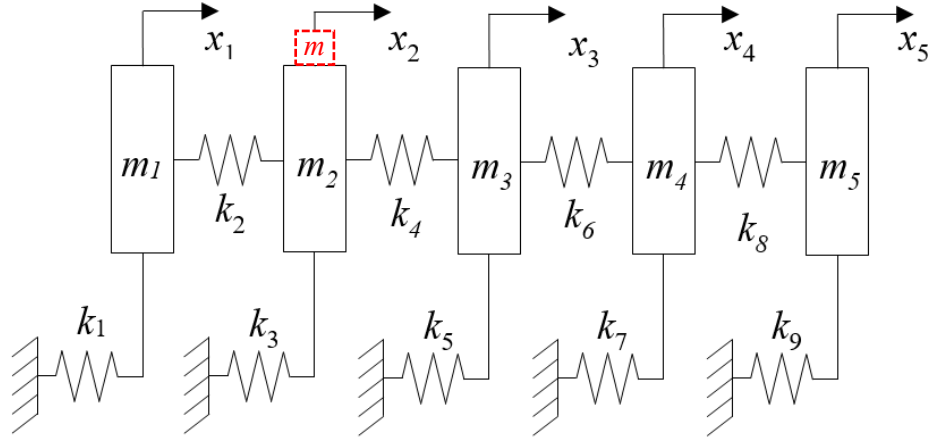
$$\alpha_{pq} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{pr}\phi_{qr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + j\zeta_r k_r} \quad (7.4)$$

denklemleri yardımıyla modların toplamı şeklinde 0.01 Hz frekans adımları ile 0-4 Hz frekans aralığında elde edilmiştir. Orijinal sistemin fiziksel parametreleri kullanılarak elde edilen FTF'ler 'orijinal' olarak adlandırılmıştır. Sistemde sönüm dikkate alınmamıştır. Daha sonra sistemin fiziksel parametrelerinde bazı değişiklikler yapılarak oluşan yeni sistemlerin FTF'leri öz değer problemi çözülerek denklem (7.4) yardımıyla tekrar hesaplanmıştır. Bu şekilde elde edilen FTF'ler 'hedeflenen' olarak adlandırılmıştır. Aynı yapısal değişikliğin SM formülüne dayalı yöntem ile hesaplanması sonucunda elde edilen FTF'lerin bu hedeflenen FTF'ler ile uyuşması beklenmektedir. Bu şekilde elde edilen FTF'ler 'SM yöntemi' olarak adlandırılmıştır. Aşağıda yapılan çeşitli uygulamalar verilmiştir.

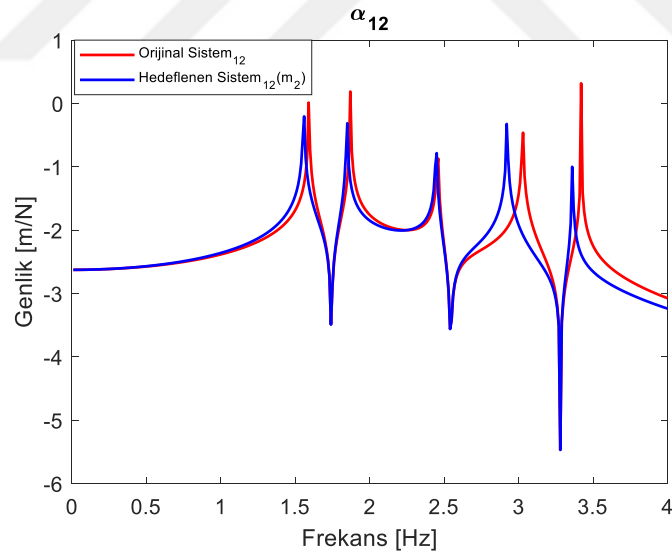
7.1. Sayısal Uygulama 1: 5 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği

Bu uygulamada, Şekil 7.2.'de görülen 5 SD'li sistemin 2 koordinatına $m = 0.2 \text{ kg}$ 'lık bir kütle eklenmiştir. Sistemin (7.4) eşitliği ile hesaplanmış orijinal ve hedeflenen (kütle eklenmiş) FTF'leri Şekil 7.3.'de karşılaştırılmıştır. Grafikte, sistemin 2 koordinatına eklenen 0.2 kg 'lık

kütlenin beklendiği gibi sistemin doğal frekans değerlerini bir miktar düşürdüğü ve değişim miktarlarının da her bir modda farklı olduğu görülmektedir.

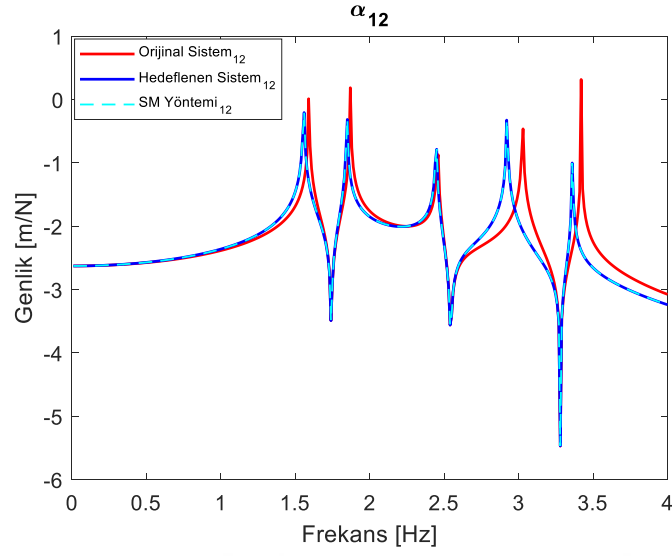


Şekil 7.2. 5 SD'li kütle-yay sisteminde kütle değişikliği



Şekil 7.3. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemin hedeflenen α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

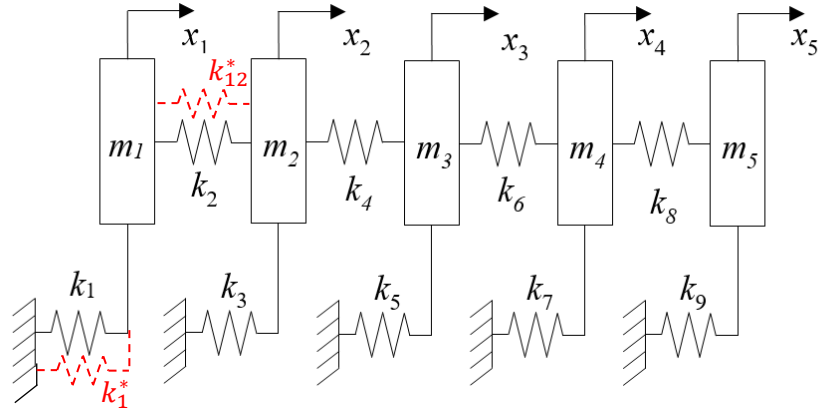
Sistemin ilgili koordinatlarına ait orijinal FTF'lerinin ve kütle değişikliği miktarının (6.24) eşitliğinde yerine yazılması ile kütle değişikliği yapılmış sistemin transfer FTF'si hesaplanabilmektedir. Bu şekilde hesaplanmış FTF ile sistemin orijinal ve hedeflenen FTF'leri Şekil 7.4.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi hedeflenen sistemin ve SM yöntemi ile hesaplanan sistemin α_{12} transfer FTF'lerinin birebir örtüştüğü görülmektedir.



Şekil 7.4. Orijinal, kütle eklenmiş sistemin hedeflenen ve SM yöntemi ile hesaplanan α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

7.2. Sayısal Uygulama 2: 5 SD'li Sistemde Yay Değişikliği

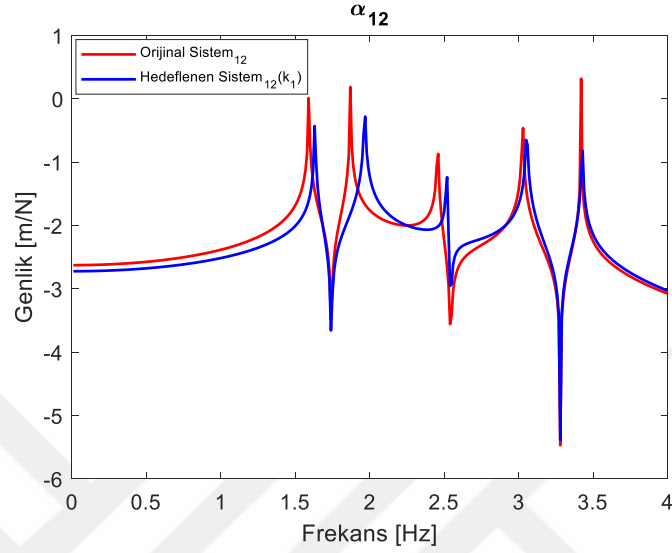
Yapı üzerinde yay değişikliği, geliştirilmiş bir koordinat ile sabit eksen arasında veya geliştirilmiş iki koordinat arasında yapılabilir (Şekil 7.5.).



Şekil 7.5. 5 SD'li kütle-yay sisteminde yay değişikliği

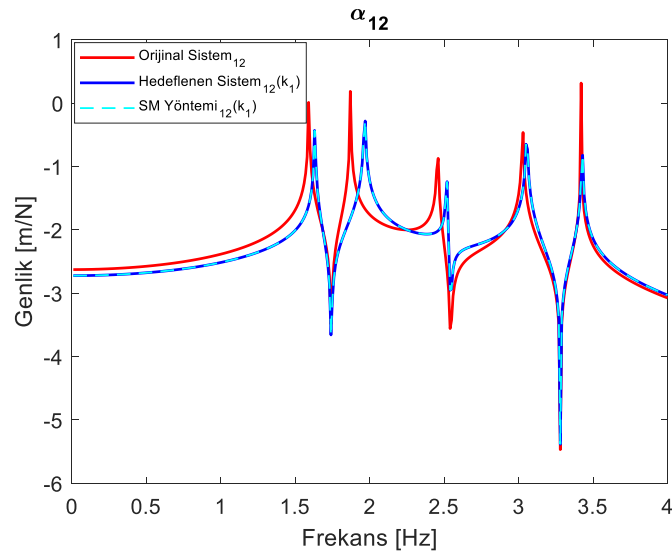
Şekilde görüldüğü gibi orijinal sistemin sadece 1 geliştirilmiş koordinatı ile sabit koordinat arasına $k_1^* = 40 \text{ N/m}$ 'lik bir yay eklenecektir. Bu durumda değişiklik yapılmış sistem için $k_1 = 140 \text{ N/m}$ alınarak yapılan teorik modal analiz ile elde edilen hedeflenen α_{12} FTF'si ile orijinal sistemin α_{12} FTF'si Şekil 7.6.'da karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Sistemde bir katılık artışı olduğu için doğal frekans değerlerinde artış görülmektedir. Ancak bu katılık artışı sistemin

5. doğal frekansını çok fazla etkilememektedir. Bu durum, bu değişiklik koordinatının 5. mod için düğüm noktasına veya yakınına karşılık geldiğini göstermektedir. Bilindiği gibi bir modun düğüm noktasında yapılacak bir değişiklik o modu etkilemeyecektir.



Şekil 7.6. Orijinal ve hedeflenen sistemlerin hedeflenen α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Değiştirilmiş sistemin FTF'leri (6.26) eşitliği ile de elde edilmiştir. Sistemin orijinal, hedeflenen ve SM yöntemi ile elde edilmiş α_{12} transfer FTF'leri Şekil 7.7.'de verilmiştir. Görüldüğü gibi (6.26) eşitliği yardımı ile hesaplanan FTF hedeflenen FTF ile birebir örtüşmektedir.

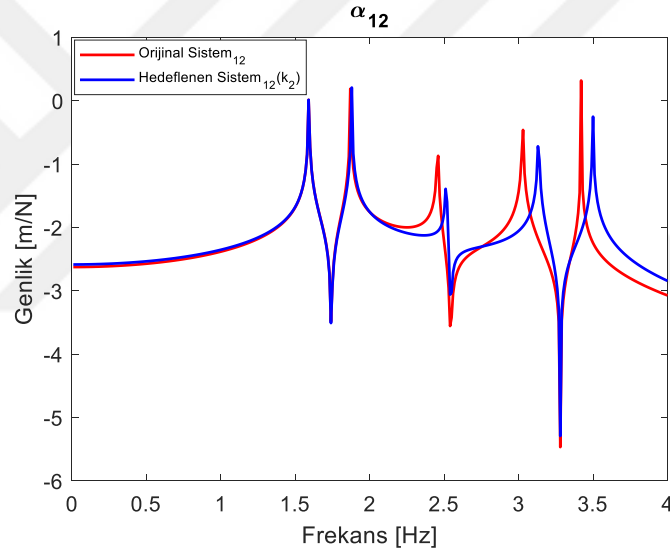


Şekil 7.7. Orijinal, hedeflenen ve SM yöntemi ile hesaplanan sistemlerin α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

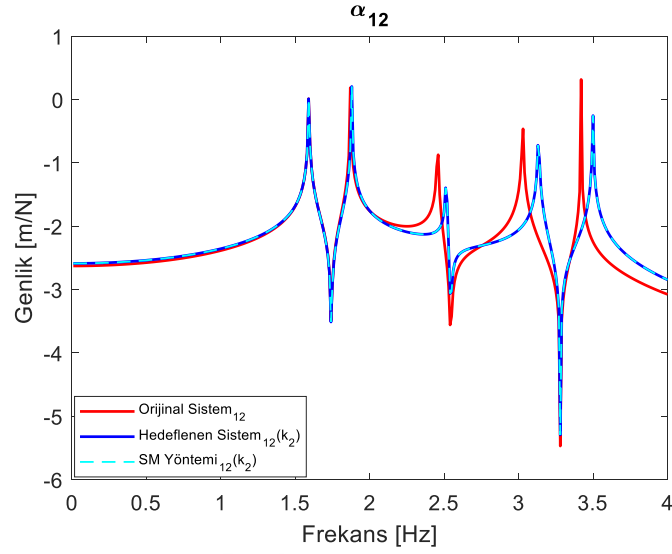
Yapı üzerinde bir diğer yay değışikliği türü genelleştirilmiş iki koordinat arasında yapılanıdır. Bunun için sistemin 1 ve 2 koordinatları arasına $k_{12}^* = 30 \text{ N/m}$ yay eklenmiştir.

Öncelikle $k_2 = 130 \text{ N/m}$ alınarak yapılan teorik modal analiz sonucunda hedeflenen FTF'leri elde edilmiştir. Orijinal ve hedeflenen α_{12} transfer FTF'leri Şekil 7.8.'de görölmektedir. Görüldüğü gibi sistemin 1 ve 2 koordinatları arasına $k_{12}^* = 30 \text{ N/m}$ yayın eklenmesi ile oluşan katılık artışından dolayı sistemin bazı doğal frekanslarında bir artış olmuştur. 1. doğal frekansta herhangi bir değışiklik meydana gelmemiştir. 2. doğal frekans değeriinde ise çok az bir değışiklik gerçekteleşmiştir.

Değıştirilmiş sistemin FTF'leri (6.31) eşitliğı ile de elde edilmiştir. Sistemin orijinal, hedeflenen ve SM yöntemi ile elde edilmiş α_{12} transfer FTF'si Şekil 7.9.'da verilmiştir. Görüldüğü gibi hesaplanan FTF hedeflenen FTF ile birebir örtüşmektedir.



Şekil 7.8. Orijinal ve hedeflenen sistemlerin α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması



Şekil 7.9. Orjinal, hedeflenen ve SM yöntemi ile hesaplanan sistemlerin α_{12} transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Kütle değişikliğinde olduğu gibi yay değişikliği de sistemden yay çıkarılarak yapılabilmektedir. Bu durumda yay değişiklikleri için elde edilen eşitliklere değişim miktarları negatif olarak uygulanmalıdır.

Yapılan bu uygulamalar, SM formülü kullanılarak oluşturulan teorik ifadelerin doğruluğunu göstermiştir.

Üretimi gerçekleştirilen bir sistem üzerinde çeşitli nedenlerle değişiklik yapılması ihtiyacı ortaya çıkabilmektedir. Bunun sonucu olarak üretim aşamasında gerçekleştirilen analizlerin değişiklik yapılmış sistem üzerinde yeniden yapılması gerekmektedir. Bu durum oldukça zahmetli ve zaman alan süreçlere neden olmaktadır. Yapı üzerinde çeşitli yapısal değişikliklerin yapılması durumunda oluşan yeni sistemin dinamik özelliklerinin belirlenmesinde SM formülü oldukça faydalı olmaktadır. Bu formül sayesinde değiştirilmiş sistemin FTF'leri, değişikliklerden önceki orijinal sistemin FTF'leri ile değişimler kullanılarak hesaplanabilmektedir. Yapılan sayısal uygulamalarda yöntemin oldukça başarılı olduğu görülmüştür. Gerçekleştirilen sayısal uygulamalar sadece bir adet yapısal değişiklikle sınırlandırılmıştır. Aynı anda birden fazla koordinatta yapısal değişiklik yapmak gerektiğinde her bir değişim ardışık olarak sırasıyla uygulanabilmektedir.

8. MATERYAL METOT

Doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılması problemi, yapısal değişiklikte bir diğer uygulama alanıdır. Üretimi yapılmış bir yapının çalışma şartlarının değişmesinden kaynaklanan ve içerisinde istenmeyen harmonikler barındıran durumlar ortaya çıkabilmektedir. Bu durum yapıda rezonans durumunun ortaya çıkmasına sebep olabilmektedir. Bu durumdan kurtulmak için yapı üzerinde belirli koordinatlarda çeşitli yapısal değişiklikler yapılarak, yapının doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması mümkün olabilmektedir. Buradaki esas problem istenilen değerleri sağlamak için gereken fiziksel değişikliklerin hesaplanmasıdır. Bu çalışmada Sherman-Morrison formülüne dayalı olarak (6.13) denklemi ile verilen formülünden yararlanılacaktır. Burada yapısal değişiklik formülü verilerek, ters yapısal değişiklik için gerekli kütle ve yay değişikliklerinin nasıl hesaplandığı açıklanmıştır.

Sistem üzerinde yapılacak değişiklikleri δd ile ifade eder ve sadelik olması için matris ve vektörleri kalın harflerle gösterecek olursak (6.13) denklemi;

$$\boldsymbol{\alpha}^* = \boldsymbol{\alpha} - \frac{(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{u})(\mathbf{v}^T\boldsymbol{\alpha})}{1+\delta d(\mathbf{v}^T\boldsymbol{\alpha}\mathbf{u})} \quad (8.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{v}$, değişim koordinatına karşılık gelen elemanı 1 ve diğer elemanları sıfır olan kolon matrisler olmaktadır.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \{0 \cdots 1 \cdots 0\}^T \\ \mathbf{v} &= \{0 \cdots 1 \cdots\}^T \end{aligned} \quad (8.2)$$

Bu durumda kütle değişikliği için $\delta d = -\omega^2 \delta m$, yere bağlı yay değişikliği için $\delta d = \delta k$ ve yere bağlı sönüm değişikliği için ise $\delta d = j\omega \delta c$ olacaktır.

İki koordinat arasında yay veya sönüm değişikliği durumunda ise $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{v}$ vektörleri;

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \{\cdots 1 \cdots 1 \cdots\}^T \\ \mathbf{v} &= \{\cdots 1 \cdots -1 \cdots\}^T \end{aligned} \quad (8.3)$$

biçiminde yazılır.

Daha önce de ifade edildiği gibi (8.1) denklemini sadece aktif koordinatlar olarak isimlendirilen tahrik uygulama, cevap ve değişiklik yapılan koordinatlara ilişkin olarak yazmak mümkündür. Buna göre birden fazla yapısal değişiklik yapılması durumunda (8.1) denklemi aşağıdaki gibi ardışık olarak uygulanabilmektedir:

$$\boldsymbol{\alpha}_a^i = \boldsymbol{\alpha}_a^{i-1} - \frac{\delta d_i(\boldsymbol{\alpha}_a^{i-1}\mathbf{u}_i)(\mathbf{v}_i^T\boldsymbol{\alpha}_a^{i-1})}{1+\delta d_i(\mathbf{v}_i^T\boldsymbol{\alpha}_a^{i-1}\mathbf{u}_i)} \quad (8.4)$$

Yani bu denklem, bir sistemde ardışık olarak yapılacak değişikliklerden sonra son sistemin FTF'lerinin elde edilmesinde ve dolayısıyla değiştirilmiş sistemin dinamik özelliklerinin belirlenmesinde kullanılabilir. Bu çalışmada ise bu denklem ters yapısal değişiklik amacıyla kullanılmıştır. Yani incelenen sistemin istenilen dinamik özellikleri sağlaması için gerekli fiziksel değişikliklerin bulunması problemine uygulanmıştır.

Yöntemi açıklamak üzere, bir sistemin $\omega_{s1}, \omega_{s2}, \dots, \omega_{sm}$ gibi m tane doğal frekansa sahip olması istensin. Bunun toplam n tane ardışık değişiklikte sağlanabildiğini göz önünde bulunduralım. Bu değişimlerden sonra elde edilecek değiştirilmiş sistemin bu değerlerde doğal frekanslara sahip olması (8.4) denklemindeki paydanın bu frekanslardaki değerlerinin sönümsüz sistemler için sıfır olması ile açıklanır. Buna dayanarak her bir frekans değeri için (8.4) denkleminin paydası sıfıra eşitlendiğinde aşağıdaki gibi m tane doğrusal olmayan denklem takımı elde edilecektir:

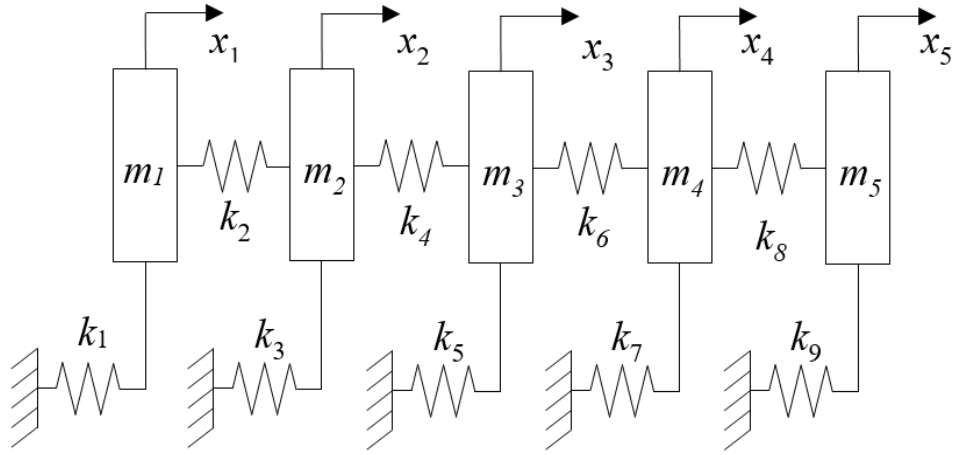
$$F_k = 1 + \delta d_n (\mathbf{v}_n^T \boldsymbol{\alpha}_a^{n-1}(\omega_{sk}) \mathbf{u}_n) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (8.5)$$

Burada $\boldsymbol{\alpha}_a^{n-1}(\omega_{sk})$, $m - 1$ inci adımdaki değişiklik sonucu elde edilen aktif koordinatlara ait FTF'lerin ω_{sk} daki değerlerinden oluşan simetrik matristir ve (8.5) denklemini yardımıyla bir önceki değişiklikler kullanılarak hesaplanabilir.

Ancak burada değişimlerin bilinmediği göz önüne alındığında, her adımda hesaplanması gereken FTF'ler bu bilinmeyenleri ihtiva edecektir ve (8.5) denklemleri n tane bilinmeyen $(\delta d_1, \delta d_2, \dots, \delta d_n)$ iç içe bulunduğu denklemlerden oluşacaktır. $\mathbf{u}_n$ ve $\mathbf{v}_n$ vektörlerinin de her adımda göz önüne alınacak kütle ve yay değişikliklerine uygun olarak yazılması gerekir. Bu denklemlerin sayısal olarak çözülmesiyle gerekli değişiklikler bulunabilmektedir. Ancak burada her durum için çözüm bulunamayabileceği gibi bazı çözümlerin de pratik olarak uygulanamayabileceğini belirtmek gerekir.

9. TERS YAPISAL DEĞİŞİKLİK İÇİN SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde (8.5) denklemi ile verilen yöntemin geçerliliğini göstermek amacıyla önceki uygulamalarda kullanılan ve tekrar Şekil 9.1.'de verilen 5 SD'li kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır [15]. Tüm kütleler 1 kg ve tüm yaylar 100 N/m olarak belirlenmiştir.



Şekil 9.1. 5 SD'li kütle yay sistemi [15]

Yapılan uygulamalarda bu fiziksel parametreler dikkate alınarak hesaplanan tüm FTF'ler '*orijinal*' olarak adlandırılmıştır. Bu FTF'lerden faydalanılarak değişiklik yapılmış sistem için SM formülü ile hesaplanan FTF'ler ise yapılan değişikliğin türüne göre '*kütle değişikliği yapılmış*' veya '*yay değişikliği yapılmış*' olarak adlandırılmıştır.

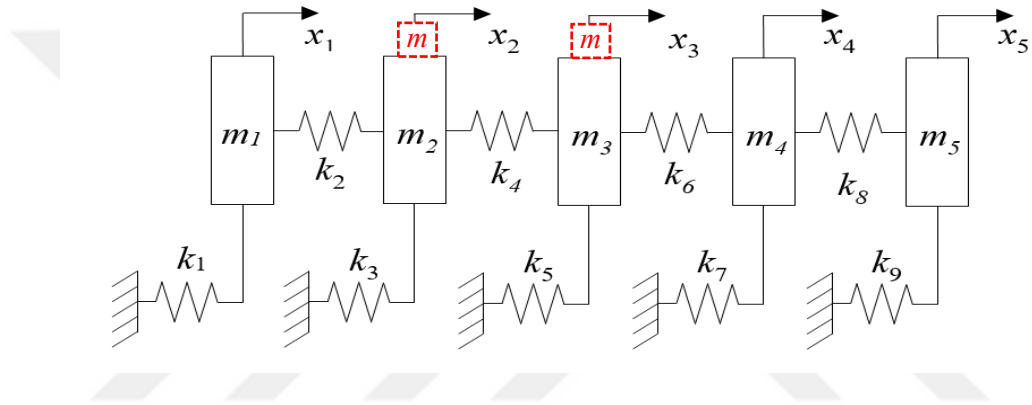
Burada sunulan yöntem ile gerekli değişikliklerin hesabı için Denklem (8.5) ile verilen doğrusal olmayan denklem takımının çözülmesi gerekmektedir. Denklem takımının sayısı kaydırılmak istenen frekans sayısı ile eşit olmaktadır. Bu durumda değişiklik sayısının frekans sayısından farklı olması durumunda aşırı belirli veya az belirli denklem takımı elde edilecektir. Bu denklemlerin çözümü için Matlab'de bir program hazırlanmıştır. Lineer olmayan denklemlerin çözümü için Matlab'de "fsolve" ve "lsqnonlin" fonksiyonlarının her ikisi de kullanılmış ve farklı durumlar için karşılaştırmalar yapılarak en iyi sonuç veren algoritma tespit edilmeye çalışılmıştır. "fsolve" fonksiyonu için "Levenberg-Marquardt" algoritması ve "lsqnonlin" için "Trust-Region-Reflective" algoritması kullanılmıştır. "fsolve" den farklı olarak "lsqnonlin" aranan parametreler için alt ve üst sınırların belirlenmesine de imkan tanımaktadır. Bunun yanında "lsqnonlin" fonksiyonu "MultiStart" fonksiyonu ile kullanılarak global çözüme ulaşmak mümkün olabilmektedir. Yapılan uygulamalarda "lsqnonlin" fonksiyonu "MultiStart"

fonksiyonu ile birlikte kullanıldığında başlangıç şartları sıfır verildiğinde dahi çoğunlukla global çözüme ulaşıldığı görülmüş ve bu algoritma sonuçları dikkate alınmıştır. Yöntemin uygulandığı bazı uygulamalar bu bölümde verilmiştir.

9.1. Sayısal Uygulama 1: Kütle Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması

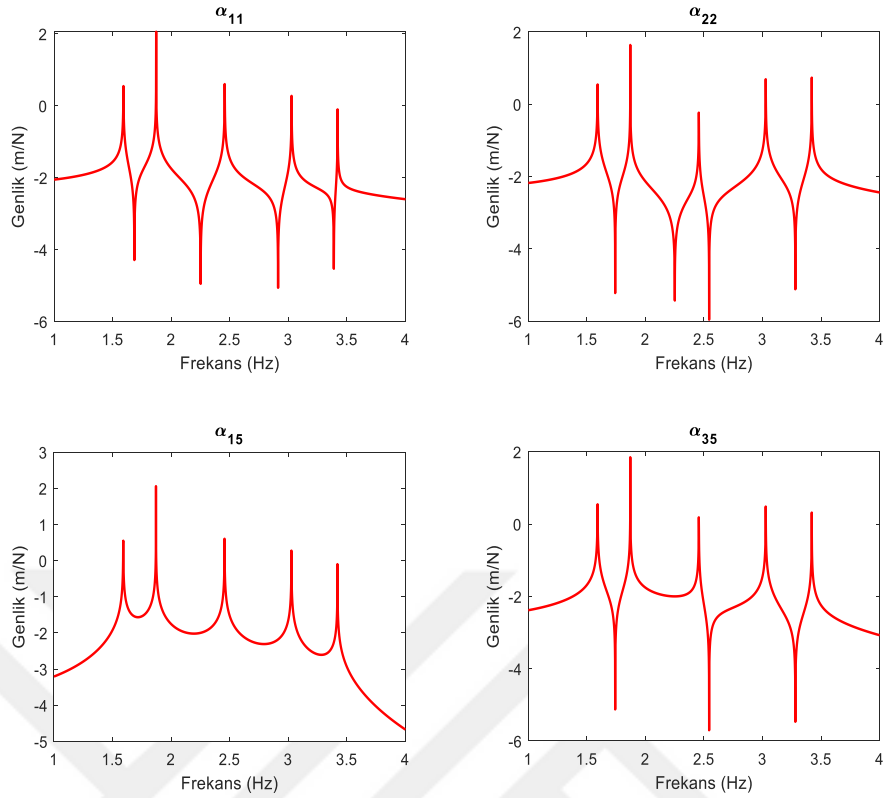
Yapı üzerinde farklı koordinatlarda kütle değişiklikleri yaparak orijinal doğal frekansları istenilen değerlere kaydırabilmek için yöntemin doğruluğu ve etkinliği incelenecektir. Bunun için sisteminin belirli koordinatlarında kütle değişiklikleri yapılmıştır (Şekil 9.2.).

Sisteme ait doğal frekanslar ve mod biçimleri daha önce Tablo 7.1.'de verilmiştir.



Şekil 9.2. Kütle değişiklikleri yapılmış 5 SD'li kütle yay sistemi

Orijinal sistemin hesaplanan FTF'lerden dördü Şekil 9.3.'de verilmiştir.



Şekil 9.3. Orijinal sistemin bazı FTF'leri

9.1.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

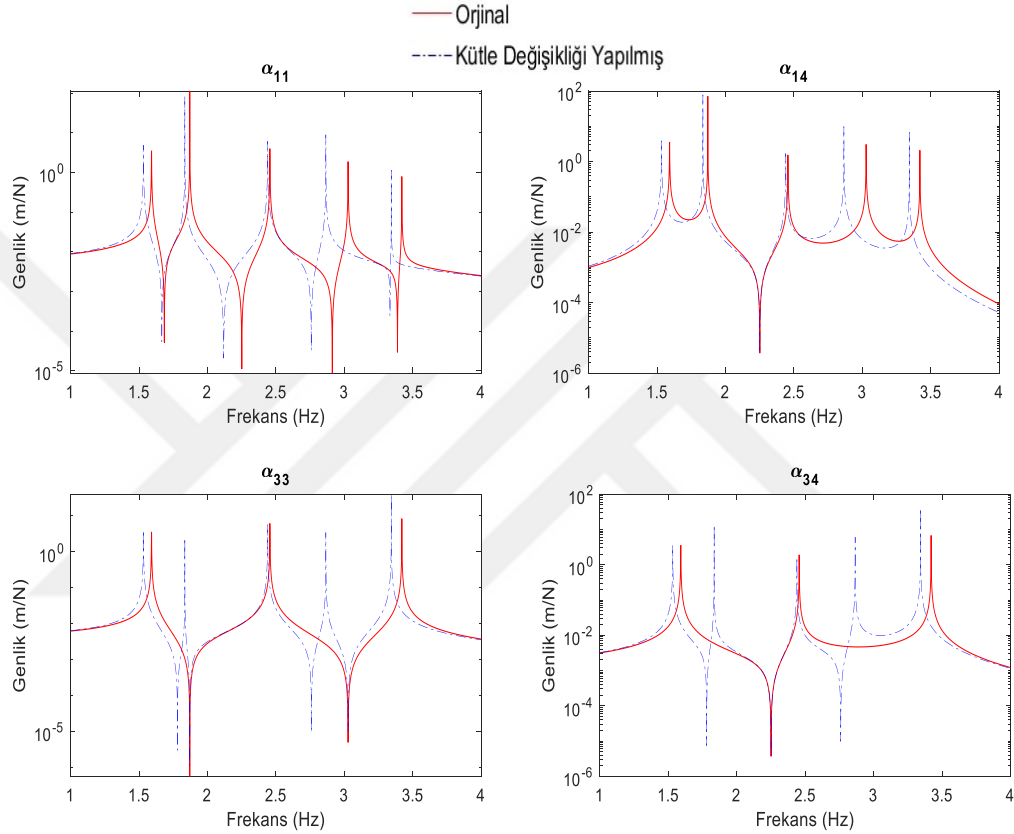
Tek doğal frekansın kaydırılması durumunda yöntem kütle değişikliği için $m = \frac{1}{\omega^2 \alpha_{pp}}$ biçiminde kesin bir çözüm vermektedir [19]. Sistemin sadece 2. koordinatında m_2^* kütle değişikliği yapılarak 2. doğal frekansın 1,8710 Hz'den 1,835 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Yöntemin uygulanması ile $m_2^* = 0,383 \text{ kg}$ olarak hesaplanmıştır. Bu kütle değişikliğinin orijinal sistem üzerinde yapılması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.1.'de karşılaştırılmıştır.

Tablo 9.1. Orijinal sistem ile m_2^* kütle değişikliği yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^*	1,5330	1,8350	2,4400	2,8650	3,3430

Tablodan görüldüğü gibi orijinal sistemin 1,871 Hz olan 2. doğal frekansı yapılan m_2^* kütle değişikliği ile 1,835 Hz frekansına kaydırılmıştır. Yapılan bu değişiklik ile beklendiği gibi diğer doğal frekanslarda da belirli oranlarda değişiklikler olmuştur.

Kütle değişikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek için Şekil 9.4.'de orijinal ve kütle değişikliği yapılmış sisteme ait bazı transfer ve noktasal FTF'leri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Şekil 9.4.'de verilen tüm FTF'ler incelendiğinde yapılan kütle değişikliği ile sistemin 2. doğal frekansının 1,835 Hz'e kaydırıldığı açıkça görülmektedir. Kütle değişikliği sisteme kütle eklemek suretiyle yapıldığı için tüm doğal frekanslarda azalma yönünde değişiklikler meydana gelmiştir.



Şekil 9.4. Orijinal ve m_2 kütle değişikliği yapılmış sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

9.1.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Uygulamanın bu kısmında Şekil 9.2.'de verilen sistemin iki veya daha fazla doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır. Bunun için ilk olarak orijinal sistemin 1. ve 3. koordinatlarında sırası ile m_1^* ve m_3^* kütle değişiklikleri yapılarak 2. doğal frekansı 1,8710 Hz'den 1,8400 Hz'e ve 3. doğal frekansı 2,4563 Hz'den 2,4000 Hz'e kaydırılmaya çalışılacaktır. Söz konusu durumlar dikkate alınarak, verilen kütle değişikliklerinin ve ilgili koordinatlara ait FTF kaydırılmak istenen frekanslara karşılık gelen genlik değerlerinin (8.5) eşitliğinde yerine yazılması ile (9.1)'de verilen doğrusal olmayan iki denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözülmesi ile $m_1^* = 0,096 \text{ kg}$ ve $m_3^* = 0,059 \text{ kg}$ olarak hesaplanmıştır. Bu

kütle değişikliklerinin orijinal sistem üzerinde yapılması ile elde edilen doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.2.'de verilmiştir.

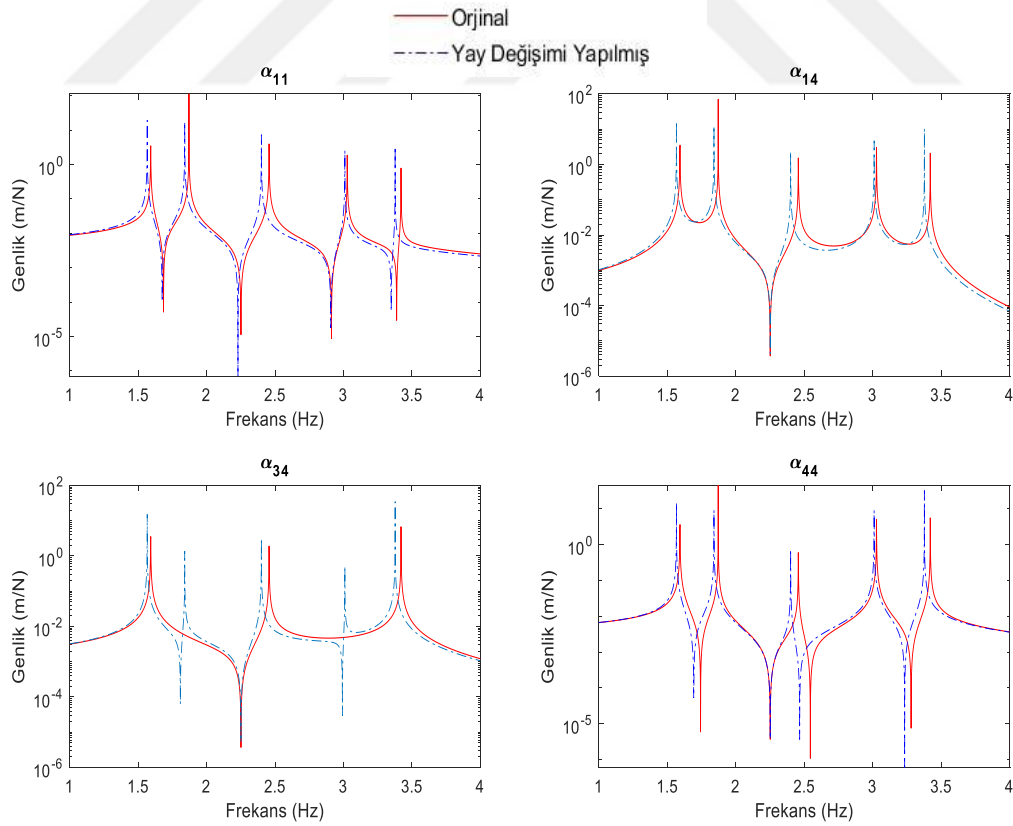
$$F_1 = 1 - m_1^* \{1 \quad 0\} \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\omega_{s1}) & \alpha_{13}(\omega_{s1}) \\ \alpha_{31}(\omega_{s1}) & \alpha_{33}(\omega_{s1}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0$$

$$F_2 = 1 - m_3^* \{0 \quad 1\} \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\omega_{s2}) & \alpha_{13}(\omega_{s2}) \\ \alpha_{31}(\omega_{s2}) & \alpha_{33}(\omega_{s2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = 0 \quad (9.1)$$

Tablo 9.2. Orijinal sistem ile m_1^* ve m_3^* kütle değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^*	1,5660	1,8400	2,4000	3,0100	3,3770

Görüldüğü gibi orijinal sistem üzerinde yapılan kütle değişiklikleri ile 2. ve 3. doğal frekansları istenilen değerlere tam olarak kaydırılmıştır. Yapılan kütle değişikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla Şekil 9.5.'de orijinal ve kütle değişiklikleri yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve noktasal FTF'ler karşılaştırılmıştır.



Şekil 9.5. Orijinal ve m_1^* ile m_3^* kütle değişikliklerinin yapılmış olduğu sistemlerin 1-4 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

9.2. Sayısal Uygulama 2: Yere Bağlı Yay Değişikliği ile Doğal Frekansın Kaydırılması

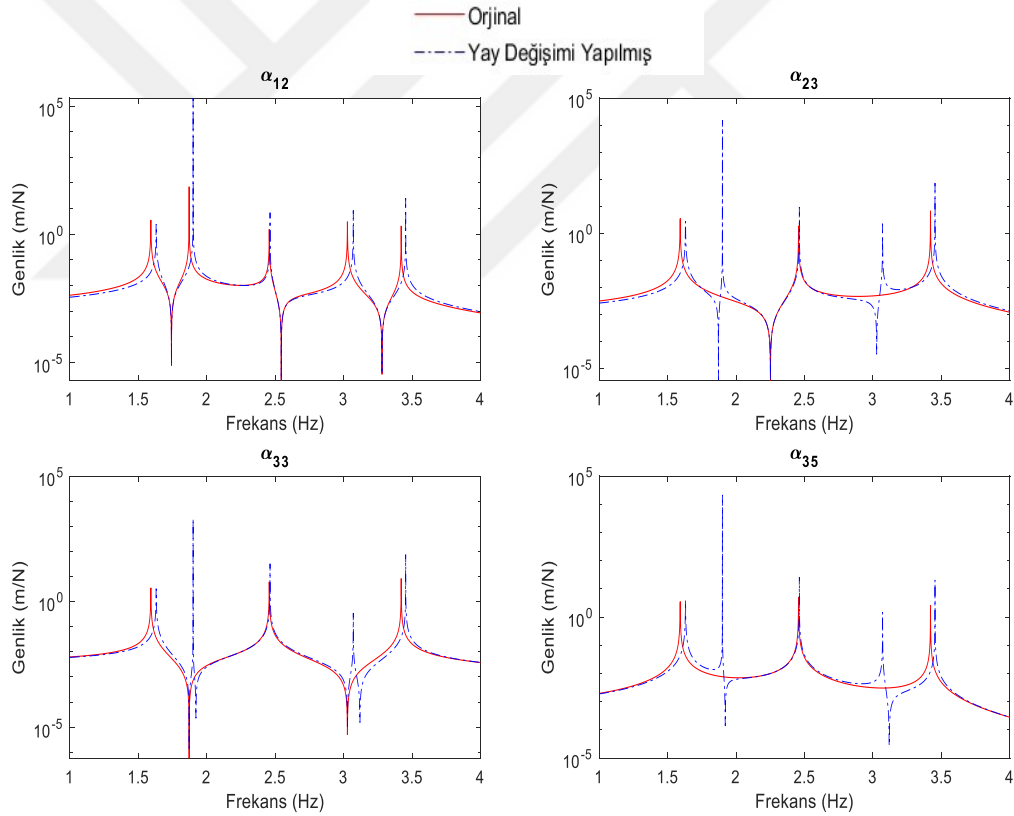
9.2.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

51

Tablo 9.3. Orijinal sistemin ve k_3^* yay değışikliğı yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^*	1,6300	1,9000	2,4620	3,0700	3,4530

Orijinal ve k_3^* yay değışikliğı yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve noktasal FTF'leri Şekil 9.7.'de karşılaştırılmıştır. FTF'ler incelendiğinde yapılan k_3^* yay değışikliğı ile orijinal sistemin 2. moduna ait doğal frekansı 1,9000 Hz'e tam olarak kaydırıldığı açıkça görülmektedir. Yay değışikliğı sonucunda oluşan yeni sistemin katılığı arttığından dolayı doğal frekanslarda belirli oranlarda artışlar gözlenmiştir. Ancak 3. modun doğal frekansındaki artış miktarı ihmal edilebilecek kadar düşük seviyededir. Bu durum, k_3^* yay değışikliğı konumunun orijinal sistemin 3. modunun düğüm noktasına yakın olmasından kaynaklanmaktadır.

**Şekil 9.7.** Orijinal sistem ile k_3^* yay değışikliğinin yapıldığı sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

9.2.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

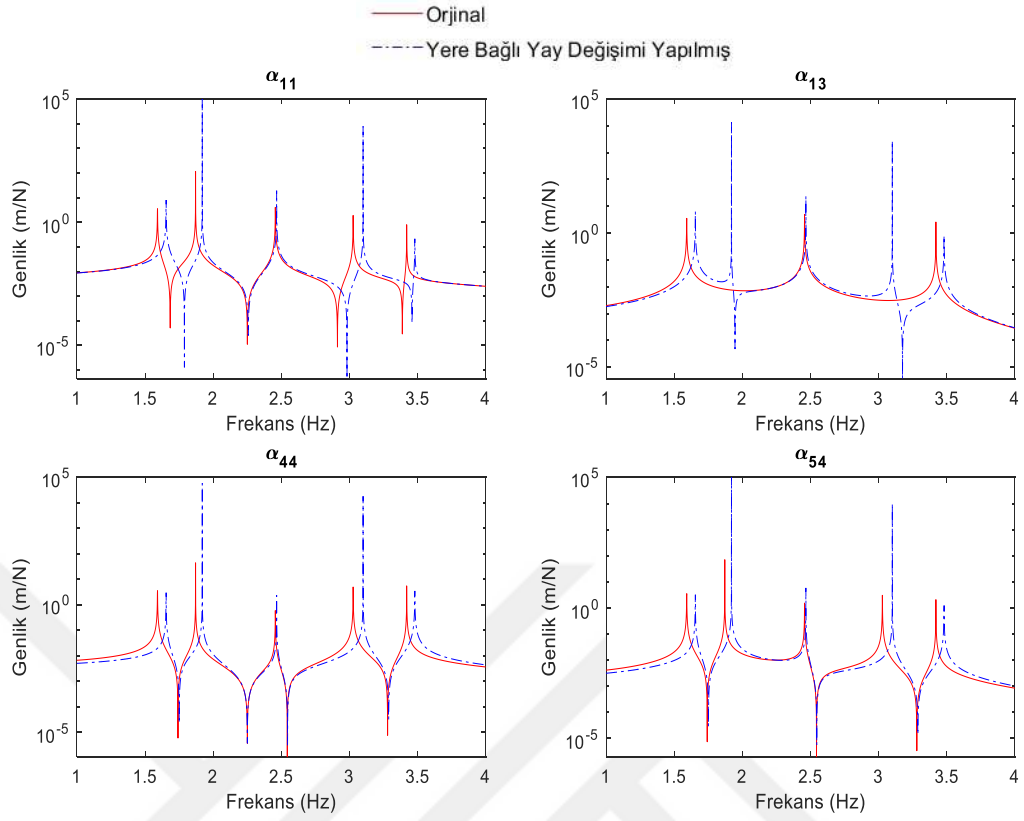
Şekil 9.6.'da verilen sistemin 2 koordinatında yapılan k_3^* yay değışikliğıne ek olarak 3 ve 4 koordinatlarında sırası ile k_5^* ve k_7^* değışiklikleri yaparak daha fazla doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılması istenmektedir. Bunun için ilk olarak sistemin sadece 2 ve 3

koordinatlarında k_3^* ve k_5^* yay değışiklikleri yaparak orijinal sistemin 2 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1,9200 ve 3,1000 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Yöntemin çözölmesiyle bilinmeyen yay katsayıları $k_3^* = 45,46$ N/m ve $k_5^* = 114,86$ N/m olarak hesaplanmıştır. Bu yay değışikliklerinin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ile orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.4.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Orijinal sistem üzerinde yapılan k_3^* ve k_5^* yay değışiklikleri ile 2. ve 4. modun doğal frekanslarının istenilen değerlere tam olarak kaydırıldığı görölmektedir.

Tablo 9.4. Orijinal sistemin ve k_3^* ile k_5^* yay değışiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^{**}	1,7512	1,92	2,6843	3,1	3,6636

Orijinal ve k_3^* ve k_5^* yay değışikliğı yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve noktasal FTF'leri Şekil 9.8.'de karşılaştırılmıştır. FTF'ler incelendiğinde yapılan k_3^* ve k_5^* yay değışikliğı ile orijinal sistemin 2. ve 4. moduna ait doğal frekansların 1,92 ve 3,1 Hz'e tam olarak kaydırıldığı açıkça görölmektedir. Yay değışiklikleri sonucunda oluşan yeni sistemin katılığı arttığından dolayı doğal frekanslarda belirli oranlarda artışlar gözlenmiştir. Ancak yapılan bu değışiklikler sonucunda yine 3. modun doğal frekansındaki artış miktarı ihmal edilebilecek kadar düşük seviyede kalmıştır. Bu durumda orijinal sistem üzerinde yapılan k_3^* ve k_5^* yay değışikliklerinin orijinal sistemin 3. modunu etkilemediğı söylenebilir.



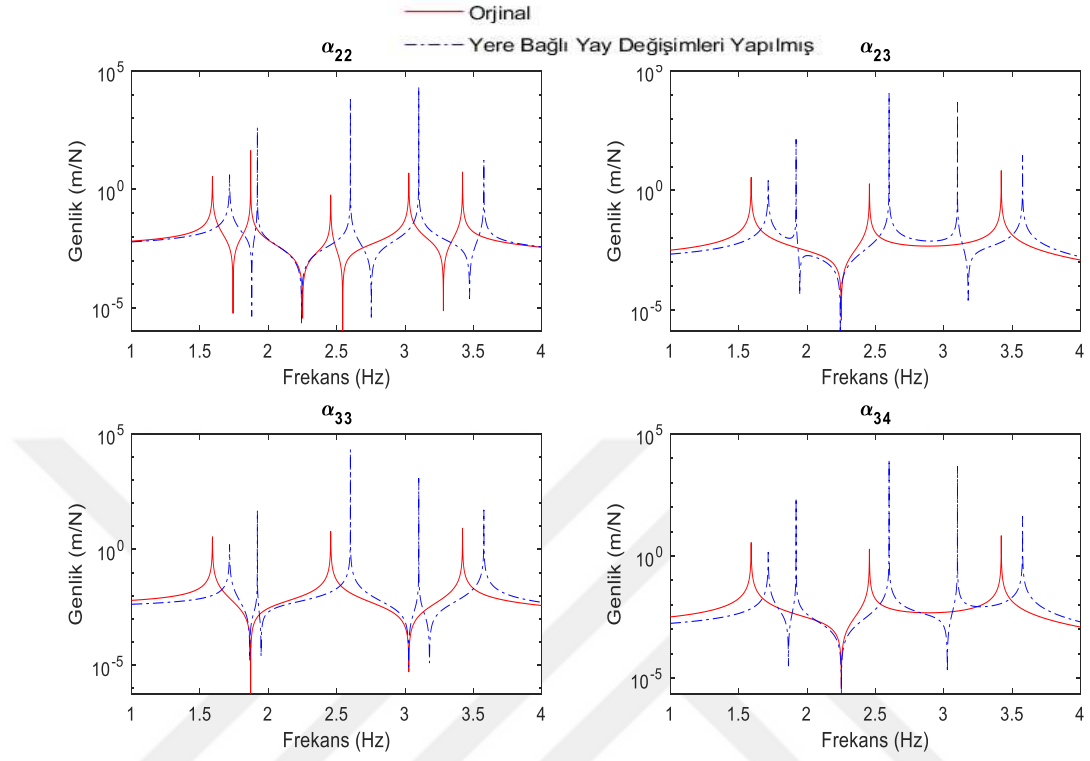
Şekil 9.8. Orijinal sistem ile k_3^* ve k_5^* yay değişikliklerinin yapıldığı sistemin 1-4 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

Yere bağlı yay değişiklikleri ile orijinal sistemin üç doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılabilmesi için orijinal sistem üzerinde k_1^* , k_5^* ve k_7^* yay değişiklikleri yapılmıştır. Bu yay değişiklikleri ile orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1,9200, 2,6000 ve 3,1000 Hz frekanslarına kaydırılması amaçlanmıştır. Yöntemin çözülmesiyle bilinmeyen yay katsayıları $k_1^* = -1,36 \text{ N/m}$, $k_5^* = 65,78 \text{ N/m}$ ve $k_7^* = 48,52 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır. Görüldüğü üzere k_1^* değişikliği negatif olmaktadır. Bu değişikliklerin mevcut koordinatlara uygulanması ile oluşan yeni sistemin ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.5.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Orijinal sistem üzerinde yapılan k_1^* , k_5^* ve k_7^* yay değişiklikleri ile orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait olan doğal frekansların istenilen değerlere tam olarak kaydırıldığı açıkça görülmektedir.

Tablo 9.5. Orijinal sistemin ve k_1^* , k_5^* ve k_7^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^{***}	1,7160	1,9200	2,6000	3,1000	3,5760

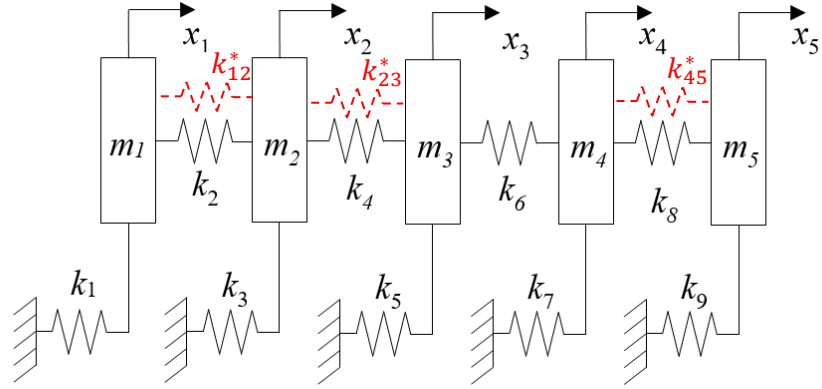
Yay değışikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla orijinal ve değışiklik yapılmış sisteme ait bazı transfer ve noktasal FTF'ler Şekil 9.9.'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 9.9. Orijinal sistem ile k_1^* , k_5^* ve k_7^* yay değışikliklerinin yapıldığı sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

9.3. Sayısal Uygulama 3: Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değışikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması

Bu bölümde Şekil 9.10.'da verilen 5 serbestlik dereceli sistemin genelleştirilmiş koordinatları arasında yay değışiklikleri yapılarak orijinal sistemin belirli modlarına ait doğal frekanslarının istenilen değere kaydırılması amaçlanmıştır. Orijinal sistem üzerinde k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değışiklikleri yapılarak orijinal sistemin Tablo 9.1.'de verilen doğal frekanslarından biri veya birkaçı kaydırılmıştır.



Şekil 9.10. Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliği yapılmış 5 SD'li kütle-yay sistemi

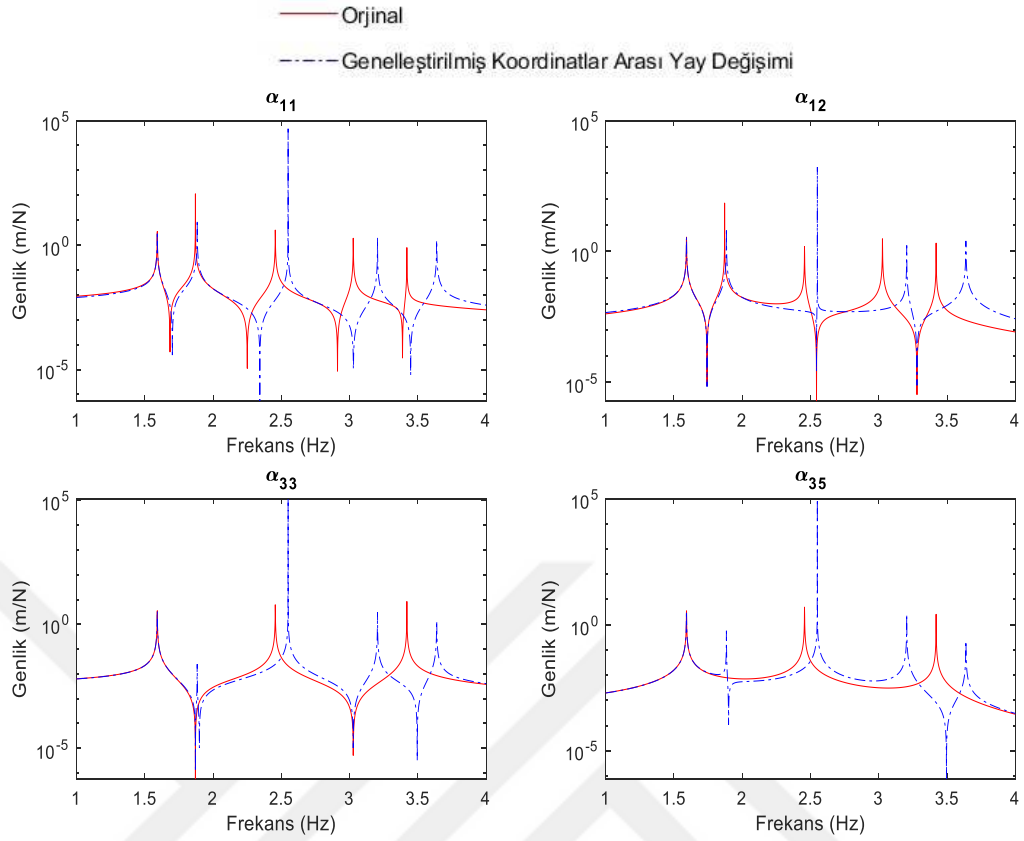
9.3.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Uygulamanın bu kısmında Şekil 9.10.'da verilen sistemin sadece 1 ve 2 koordinatları arasında k_{12}^* yay değişikliği yapılarak orijinal sistemin 3. doğal frekansının 2,4563 Hz'den 2,5500 Hz'e kaydırılması istenmektedir. Tek doğal frekansın kaydırılması durumunda yöntem genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği için $k_{pq}^* = \frac{1}{2\alpha_{pq} - \alpha_{pp} - \alpha_{qq}}$ biçiminde kesin bir çözüm vermektedir [21]. Yöntemin uygulanması ile $k_{12}^* = 62,48 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır. Bu yay değişikliğinin orijinal sistem üzerinde yapılması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.6.'da karşılaştırılmıştır. Sistemin 2. moduna ait doğal frekansının istenilen değere tam olarak kaydırıldığı görülmektedir. Yapılan yay değişikliğinden 1. modun doğal frekansı dışındaki tüm doğal frekanslar etkilenmiştir.

Tablo 9.6. Orijinal sistem ile k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^*	1,5920	1,8840	2,5500	3,2050	3,6380

Yay değişikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal ve değişiklik yapılmış sistemlerin dinamik esneklik (receptance) tipindeki FTF'lerinden bazıları Şekil 9.11.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. FTF'ler incelendiğinde yay değişikliği yapılmış sistemin 3 moduna ait doğal frekansın istenilen değere tam olarak kaydırıldığı görülmektedir. Orijinal ve değişiklik yapılmış sistemlere ait FTF'lerin 1 moduna karşılık gelen doğal frekansı aynı kalmıştır. Bunun yanı sıra 2 moduna karşılık gelen doğal frekans değerleri ise birbirlerine oldukça yakındır.



Şekil 9.11. Orijinal sistem ile k_{12}^* yay değişikliği yapılan sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

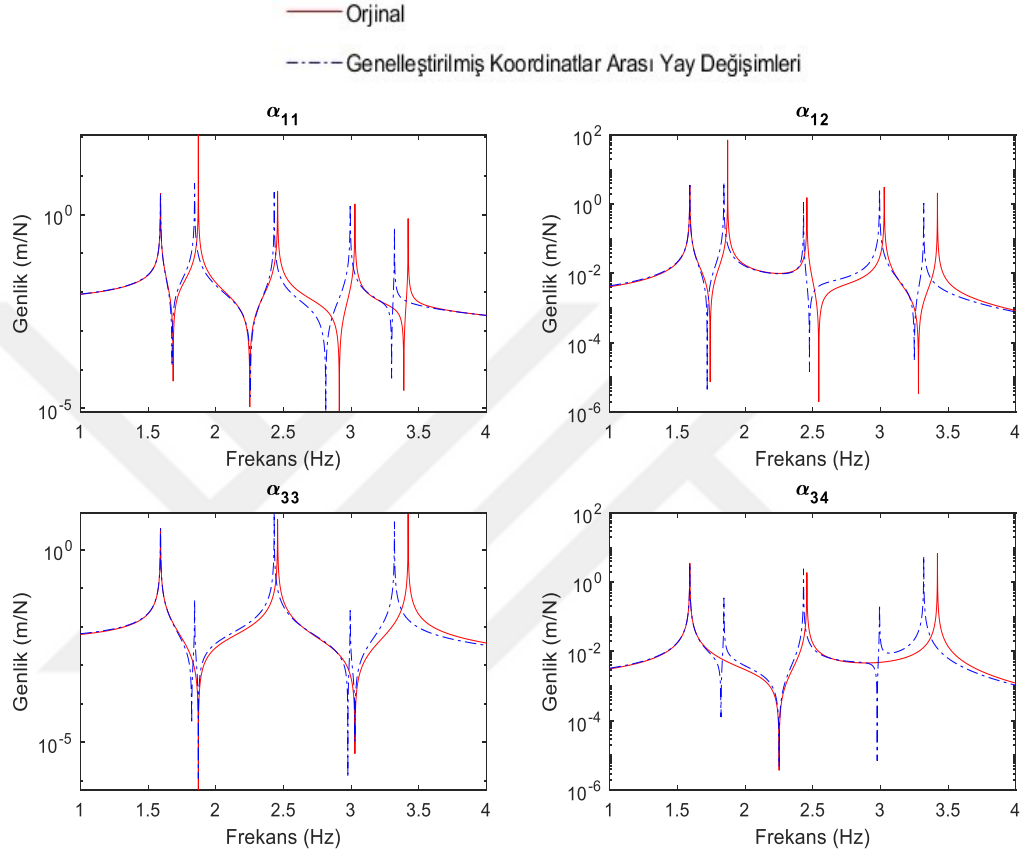
9.3.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Şekil 9.10.'da verilen sistemin 1 ve 2 koordinatları arasında yapılan k_{12}^* yay değişikliğine ek olarak 2 ve 3 koordinatları arasında k_{23}^* yay değişikliği de yapılarak orijinal sistemin iki doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması istenmektedir. Bunun için orijinal sistemin 2 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1,8450 ve 2,9900 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Yöntemin çözülmesiyle $k_{12}^* = 1,46$ N/m ve $k_{23}^* = -23,12$ N/m şeklinde hesaplanmıştır. Bu yay değişikliklerinin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ile orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.7.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* ve k_{23}^* yay değişiklikleri ile 2 ve 4 moduna karşılık gelen doğal frekans değerlerinin, sırasıyla 1,8450 ve 2,9900 Hz değerlerine kaydırıldığı görülmektedir.

Tablo 9.7. Orijinal sistem ile k_{12}^* ve k_{23}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^{**}	1,5915	1,845	2,4315	2,99	3,3225

Yay değışikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal ve değışiklik yapılmış sisteme ait transfer ve noktasal FTF'lerinden bazıları Şekil 9.12.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Bu FTF'ler incelendiğinde k_{12}^* ve k_{23}^* yay değışiklikleri yapılmış sistemin 2 ve 4 modlarına ait doğal frekansların istenilen değere tam olarak kaydırıldığı görülmektedir.



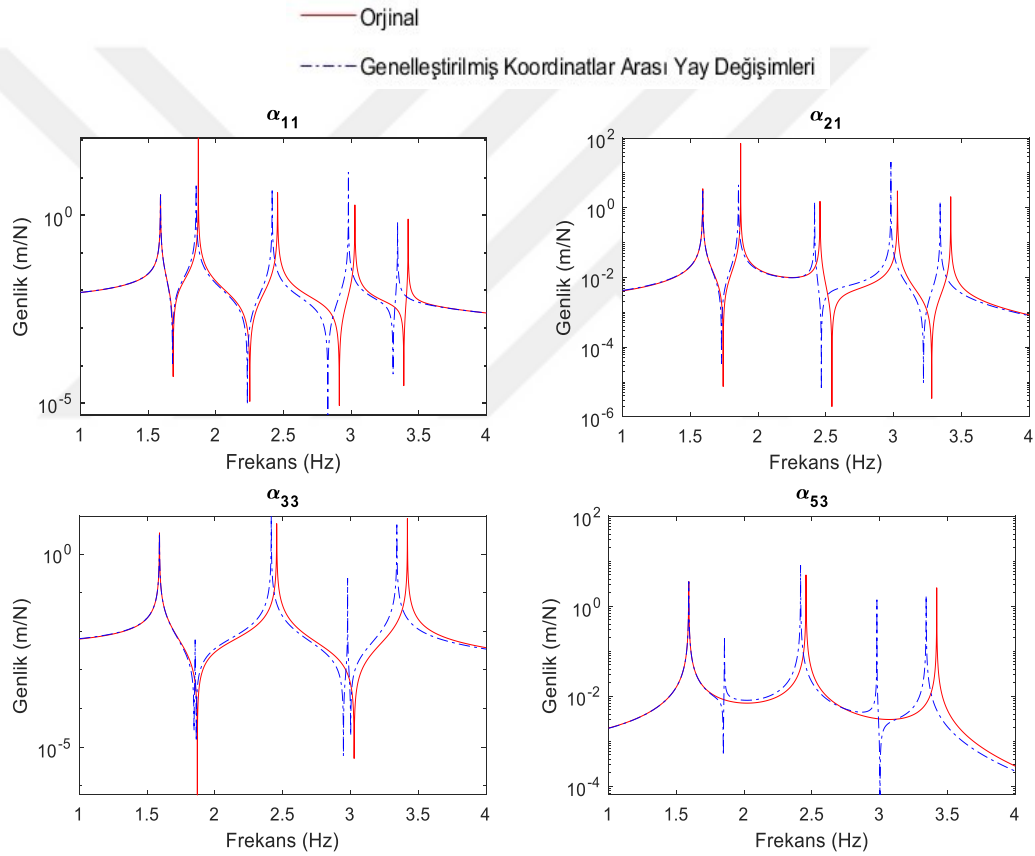
Şekil 9.12. Orijinal sistem ile k_{12}^* ve k_{23}^* yay değışiklikleri yapılan sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

Bir başka uygulama olarak sistem üzerinde k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değışiklikleri yapılmıştır. Bu değışiklikler sonucunda orijinal sistemin 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1,8550, 2,4150 ve 3,3420 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Yöntemin çözülmesiyle $k_{12}^* = -1,58 \text{ N/m}$, $k_{23}^* = -12,15 \text{ N/m}$ ve $k_{45}^* = -8,65 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır. Bu değışikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sisteme ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 9.8.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değışiklikleri ile orijinal sistemin 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal frekansların istenilen değere yaklaşık olarak kaydırıldığı görülmektedir. Yapılan yay değışikliklerinden 1. modun doğal frekansı neredeyse etkilenmemiştir.

Tablo 9.8. Orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değışiklikleri yapılmış sistemin doğal frekansları

Mod		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1,5915	1,8710	2,4563	3,0273	3,4202
	ω_r^{***}	1,5915	1,8549	2,4148	2,9696	3,3425

Yay değışikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal ve değışiklik yapılmış sisteme ait transfer ve noktasal FTF'lerinden bazıları Şekil 9.13.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. FTF'ler incelendiğinde hedeflenen frekanslara yaklaşık olarak ulaşıldığı görülmüştür.



Şekil 9.13. Orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{23}^* ve k_{45}^* yay değışiklikleri yapılan sistemin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

9.4. Sayısal Uygulama 4: 5 SD'li Bir Sistemin Doğal Frekanslarının Kütle ve Yay Değışiklikleri Yapılarak Kaydırılması

Bu çalışmada, özel olarak sistemin sadece iki doğal frekansı bir kütle ve bir yay değışikliği ile istenilen değerlere kaydırılmaya çalışılacaktır. Ters yapısal değışikliğin doğası gereği bazı durumlarda çözüm bulunamayabilir. Böyle bir durumla karşılaşmadan yöntemin geçerliliğini

göstermek üzere aşağıda açıklandığı gibi bir sayısal uygulama kurgulanmıştır: Öncelikle seçilen iki koordinatta bilinen kütle ve yay eklenerek sistem değişikliğe uğratılacaktır. Hedef frekanslar, bu sistemin doğal frekans değerleri arasından seçilecektir. Önerilen yöntem ile istenilen bu frekansları elde etmek için gerekli kütle ve yay değişiklikleri hesaplanacaktır. Bunların başlangıçta yapılan değişikliklerle aynı olması yöntemin doğruluğunu gösterecektir. Seçilen çeşitli frekanslar için de uygulama yapıldıktan sonra aynı frekans değerleri için farklı değişiklik koordinatları seçilerek çözüm olup olmadığı incelenecektir.

Tablo 9.9. Orijinal sistemin, hedef sistemin ve değiştirilmiş sistemin doğal frekansları

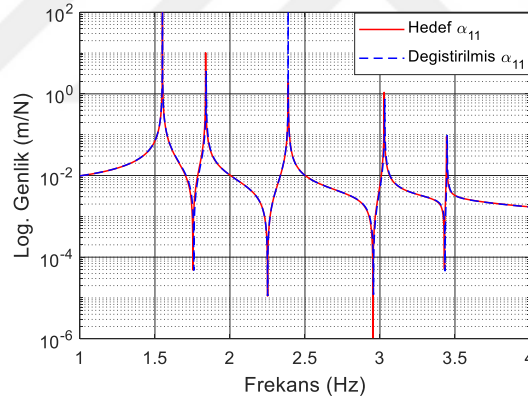
Mod	1	2	3	4	5
Orijinal	1.5915	1.8710	2.4563	3.0273	3.4202
Hedef	1.5500	1.8379	2.3886	3.0282	3.4444
Hesap	1.5500 %0	1.8420	2.3880 %0.025	3.0320	3.4480

Bu amaçla, sistemin 1. koordinatına 0.3 kg kütle, 4. koordinat ile yer arasına ise 30 N/m yay eklenmiştir. Oluşan yeni sisteme ait doğal frekans değerleri hesaplanmış ve Tablo 9.9.'da hedef frekanslar olarak verilmiştir. Hedeflenen frekanslar bunlar arasından seçilecektir.

İlk uygulama olarak 1.550 ve 2.3886 Hz olan 1. ve 3. mod frekansları hedef olarak seçilmiştir. Yani sistemin bu iki frekansta doğal frekansa sahip olması istenmektedir. Bu istek, hedef frekansları oluşturmada olduğu gibi 1. koordinatta kütle ve 4. koordinat ile yer arasında bir yay değişikliği ile sağlanmaya çalışılacaktır. Eklenmesi gereken bu yay ve kütle değerleri sunulan yöntem ile hesaplanmış ve kütle değeri 0.305 kg ve yay değeri 32.92 N/m olarak bulunmuştur ki bu değerler kurgu için kullanılan değerler (0.3 kg ve 30 N/m) ile hemen hemen örtüşmektedir. Bulunan bu değişiklikler orijinal sisteme uygulanmış ve elde edilen doğal frekanslar ve hedef sisteme göre bağıl hata değerleri Tablo 9.9.'un en alt satırında verilmiştir. Burada birinci doğal frekansın hedef frekans ile (1.550) tam olarak örtüştüğü, üçüncü doğal frekansın ise %0.025 gibi önemsiz bir hatayla elde edildiği görülmektedir ki bu da sunulan yöntemin başarısını ortaya koymaktadır. Birinci ve üçüncü doğal frekanslar dışındakiler dikkate alınmadığından bunlara ait hata değerleri tabloda verilmemiştir. Ancak değişiklik değerleri gerçek değerlerine çok yakın hesaplandığından diğer doğal frekanslar da hemen hemen örtüşmektedir. Tüm frekansların dikkate alındığı durumlar burada inceleme dışında tutulmuştur. Ayrıca Şekil 9.14.'te hedef sistemin ve bulunan kütle ve yay değeri ile değişikliğe uğratılan sistemin bir FTF'si de karşılaştırılmıştır. Her iki FTF birbiri ile uyum içerisindedir.

İkinci bir uygulama olarak, hedeflenen frekans değerleri ilk uygulamadan farklı olarak 1.550 ve 1.8379 Hz olan 1. ve 2. mod frekansları seçilmiş ve bu frekans değerleri için farklı değişiklik koordinatları dikkate alınarak çözüm aranmıştır. Elde edilen değerler ve bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin doğal frekans değerleri Tablo 9.10.'da verilmiştir. Tabloda hedef frekansların elde edilebildiği durumlar kalın rakamlar kullanılarak yazılmıştır.

Hedef sistem oluşturulurken kullanılan koordinatlar (1 koordinatında kütle ve 4 koordinatında yay) için kütle ve yay değerleri sırasıyla 0.30 kg ve 30.08 N/m olarak bulunmuş olup bunlar hedef sistemi oluşturmak için kullanılan değerler ile aynı sayılabilir. Nitekim bunlarla değiştirilmiş sistemin birinci ve ikinci doğal frekans değerleri hedef sisteminki ile tam olarak örtüşmektedir. Diğer taraftan beklendiği gibi seçilen bazı koordinatlar (mesela 3 ve 3 koordinatları) için çözüm bulunamamış iken bazı koordinatlar (mesela 2 ve 4) için ise istenilen yaklaşıktaki çözüm elde edilememiştir. Burada mantıksız veya pratikte uygulanması mümkün olmayan çözümler dışında çözümlerin aranması için sayısal çözümde kütle için ± 0.5 kg ve yay için ± 80 N/m sınırlama koyulmuştur.



Şekil 9.14. Hedef sistemin ve değiştirilmiş sistemin FTF'sinin karşılaştırılması

Tablo 9.10.Çeşitli değişiklik koordinatları için bulunan kütle ve yay değişiklikleri kullanılarak hesaplanan doğal frekans değerleri [39]

Hedef frekanslar	Değişiklik koord.	Hesaplanan Değişiklikler	Değiştirilmiş sistemin doğal frekansları				
1.550 1.838	1	-0.1635	1.5500	1.8380	2.4610	3.0430	3.4270
	1	-35.6682	1.5500	1.8380	2.4320	2.9880	3.4020
	1	0.0661	1.5500	1.8380	2.3960	3.0090	3.3930
	2	-16.5241	1.5500	1.8380	2.3890	3.0280	3.4450
	3	0.1024	1.5500	1.8380	2.4150	2.9990	3.4110
	4	-14.6663	1.5500	1.8380	2.4370	2.9320	3.3670
	1	0.3002	1.5500	1.8380	2.4380	2.8450	3.3360
	2	0.0661	1.5500	1.8380	2.4550	2.8790	3.3590
	3	-16.5241	1.5500	1.8380	2.4380	2.8510	3.3470
	4	0.1024	1.5500	1.8380	2.4400	2.8560	3.3410
	5	0.2550	1.5500	1.8380	2.3880	3.0200	3.3550
	1	13.5983	1.5500	1.8380	2.6000	2.9690	3.8140
	2	0.1694	1.5500	1.8380	---	---	---
	3	-6.7168	1.5500	1.8380	2.6000	2.9690	3.8140
	4	0.4377	1.5500	1.8380	2.3880	3.0200	3.3550
	5	18.9586	1.5500	1.8380	2.4380	2.8510	3.3470
	1	0.2988	1.5500	1.8380	2.4400	2.8560	3.3410
	2	8.0868	1.5500	1.8380	2.4380	2.8510	3.3470
	3	0.3766	1.5500	1.8380	2.4550	2.8790	3.3590
	4	5.6697	1.5500	1.8380	2.4380	2.8450	3.3360
	5	1.7637	1.5500	1.8380	2.4370	2.9320	3.3670
	1	0.3535	1.5500	1.8380	2.4150	2.9990	3.4110
	2	1.7637	1.5500	1.8380	2.3890	3.0280	3.4450
	3	0.3766	1.5500	1.8380	2.3960	3.0090	3.3930
	4	5.6697	1.5500	1.8380	2.4320	2.9880	3.4020
	5	-6.7168	1.5500	1.8380	2.4610	3.0430	3.4270
	1	0.2550	1.5500	1.8380	2.4150	2.9990	3.4110
	2	0.3002	1.5500	1.8380	2.3890	3.0280	3.4450
	3	0.1024	1.5500	1.8380	2.3960	3.0090	3.3930
	4	-14.6663	1.5500	1.8380	2.4320	2.9880	3.4020
	5	0.0661	1.5500	1.8380	2.4320	2.9880	3.4020
	1	-0.1635	1.5500	1.8380	2.4610	3.0430	3.4270
	2	-35.6682	1.5500	1.8380	2.4320	2.9880	3.4020

9.5. Sayısal Uygulama 5: Değişiklik Tipi, Değişiklik Sayısı ve Hedeflenen Frekans Sayılarının Farklı Olma Durumu

Uygulamada kütle, yere bağlı yay ve iki koordinat arasında yay değişiklikleri dikkate alınmıştır. Bunun yanında kaydırılmak istenen doğal frekans sayısı ile değişiklik sayısı farklı

alınarak uygulamalar yapılmıştır. Bu durum yöntemin en genel uygulamasına karşılık gelmektedir. Sistem daha önce verilen 5 SD'li kütle-yay sistemidir. Geliştirilen yöntemin geçerliliğini göstermek için aşağıda açıklandığı gibi bir sayısal uygulama kurgulanmıştır:

Seçilen koordinatlarda sisteme bilinen kütle, yere bağlı yay ve iki koordinat arasında yay eklenerek sistem değişikliğe uğratılmıştır. Değiştirilmiş sistemin doğal frekansları hesaplanmış ve hedef frekanslar, bu sistemin tüm doğal frekans değerleri olarak seçilmiştir. Önerilen yöntem ile istenilen bu frekansları elde etmek için gerekli kütle ve yay değişiklikleri hesaplanmıştır. Değişiklik tipleri ve koordinatları hedef sistemi elde etmek için kullanılanlar ile aynı seçilmiştir. Dolayısıyla sunulan yöntem ile hesaplanan değişiklik değerlerinin kurgu için kullanılan değerler ile aynı olması yöntemin başarısını gösterecektir. 10 farklı durum için sayısal çözümler yapılmış ve bunlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 9.11'de , “tipi ve koordinat” kolonunda m kütle değişikliği, k ise yay değişikliği yapıldığını, indisler değişiklik koordinatlarını; miktar kolonu ise değişikliğin değerini göstermektedir. Örneğin Durum 9'da (m_1) 1 koordinatında 0.3 kg kütle, (k_{45}) 4-5 koordinatları arasında 40 N/m yay ve (k_{23}) 2-3 koordinatları arasında 60 N/m yay değişikliği yapıldığını göstermektedir. Bu değişikliklerin yapılması ile elde edilen sistemin doğal frekansları hedef frekanslar kolonunda verilmiştir. Sistemin bu hedef frekanslara sahip olması için gerekli değişiklikler sunulan yöntem ile hesaplanmış ve elde edilen değerler “hesaplanan değişiklikler” kolonunda verilmiştir. Kurgu için kullanılan değerler arasındaki bağıl hata hesaplanmış ve yine Tablo 9.11.'de verilmiştir. Tabloda en büyük bağıl hatanın %1.8 olduğu görülmektedir ki bu da yöntemin başarısını ortaya koymaktadır.

Tablo 9.11.Sayısal uygulama sonuçları

Değişiklik Tipi		Hedef Frekanslar	Hesaplanan Değişiklikler	Bağıl Hata (%)
Tipi ve Koordinatı	Miktar			
Durum 1				
m_1	0,2	14,809	0,199	0,5
m_4	0,5	17,404	0,502	0,4
		23,899		
		27,701		
		33,083		
Durum 2				
m_1	-0,2	15,088	-0,201	0,5
m_4	0,5	19,096	0,500	0
		24,848		
		28,667		
		33,686		
Durum 3				
k_{30}	40	16,819	39,780	0,55
k_{40}	30	19,011	30,059	0,197
		25,454		
		30,721		
		35,132		
Durum 4				
m_1	0,3	15,500	0,298	0,667
k_{40}	30	18,379	29,505	1,65
		23,886		
		30,282		
		34,444		
Durum 5				
m_2	0,2	14,322	0,200	0
k_{50}	-50	17,246	-49,930	0,14
		23,950		
		28,981		
		33,520		
Durum 6				
k_{30}	40	16,140	39,957	0,1075
k_{40}	30	18,031	30,149	0,497
m_5	0,3	24,909	0,300	0
		30,358		
		35,009		
Durum 7				
k_{30}	40	17,138	40,719	17,975
k_{40}	30	19,019	30,109	0,363
m_3	-0,3	26,926	-0,296	1,33
		30,759		
		38,895		
Durum 8				
k_{10}	10	15,729	10,133	1,33
m_2	0,2	19,568	0,201	0,5
m_3	0,3	23,679	0,300	0
k_{40}	30	29,435	30,189	0,63
k_{50}	20	32,947	19,929	0,355
Durum 9				
m_1	0,3	15,308	0,299	0,33
k_{45}	40	18,343	39,745	0,6375
k_{23}	60	24,612	60,097	0,1617
		32,905		
		37,728		
Durum 10				
k_{45}	50	15,976	50,000	0
k_{30}	30	18,597	30,327	1,09
k_{20}	0,2	25,680	0,200	0
		30,800		
		35,866		

10. DENEYSEL UYGULAMA

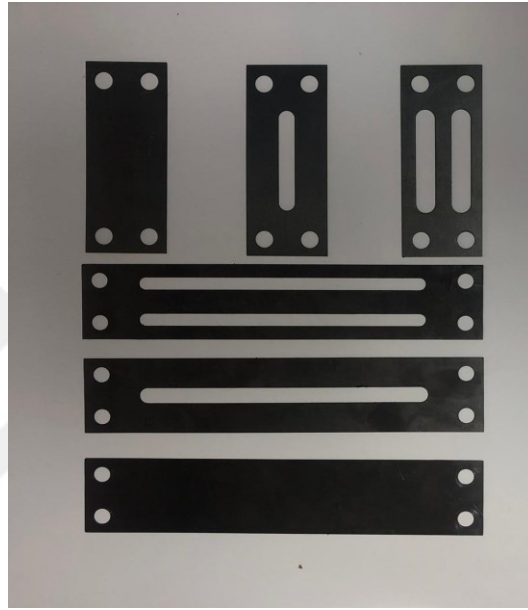
Bu bölümde geliştirilen yöntemi değerlendirmek için Şekil 7.1.'deki 5 SD'li sisteme benzer olan Şekil 10.1.'de gösterilen 5 SD'li deney düzeneği kurulmuştur. Deney düzeneği tasarlanırken, serbestlik derecesini kolayca değiştirebilmek ya da istediğimiz yerden ankastre mesnet oluşturabilmek için, düzenek alüminyum profiller üzerine bağlanabilecek şekilde tasarlanmıştır. Sistem 5 kütle ve bağlantıları oluşturan yayçeliği ya da sac levhalardan yapılmış yaylardan oluşmaktadır. Birbiri ile özdeş iki düz kiriş yay, kütleleri çerçeveye bağlar. Bu titreşim sırasında kütlelerin yere paralel kalmalarını da sağlar. Dört adet kavisli kiriş yayı ise her kütleli bitişindeki diğer kütleyle bağlar. Yöntemin doğruluğunu göstermek için deney düzeneği üzerinde kütle değişikliği, yay değişikliği ve bu iki değişikliğin bir arada uygulandığı senaryolar değerlendirilmiştir.



Şekil 10.1. Deney düzeneği

Kütleler ve yaylar seçilirken kütlelerin boyutları dikkate alınmıştır. Her bir kütle 50 mm*50 mm yanal yüzleri üzerine sırasıyla 30, 40, 50, 60 ve 75 mm uzunluklarda üretilmiştir. Kütlelerin her birinin iki tarafında 4'er adet vida bağlantı deliği açılmıştır. Düz kirişler, kütlelerin yanal yüzlerine uygun olacak şekilde 50 mm kısa kenar ve 125 mm uzun kenar uzunluklarına sahiptir. Kavisli kirişler ise yine kütlelerin yanal yüzlerine uygun olacak şekilde kısa kenar 50

mm ve uzun kenar ise 250 mm olarak seçilmiştir. Kütle miktarları hassas terazide ölçülmüştür. Yaylar oluksuz, tek oluklu ve iki oluklu olarak farklı şekillerde üretilerek farklı yay katsayısı değerlerine ulaşılması hedeflenmiştir (Şekil 10.2.). Yay katsayıları deneysel yolla belirlenmiştir. Bunun için ağırlığı bilinen bir kütle kullanarak tek serbestlik dereceli bir kütle yay sistemi kurulmuştur. Sistemin doğal frekansı ölçülerek, $\omega^2 = k/m$ çözümü ile yayların yay katsayıları belirlenmiştir. Sayısal olarak da sonuçlar elde edilmiş ve bulunan yay katsayılarının doğruya yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.



Şekil 10.2. Oluksuz, tek oluklu ve iki oluklu giriş yaylar

Kullanılan ölçüm düzeneği Şekil 10.3.'te verilmiştir. FTF ölçümleri için Oros marka Or-36 FTF analizörü kullanılmıştır. Sistem Kistler marka 9742A200 model modal çekiç ile 5 kütleden sırayla tahrik edilmiştir. Her kütle üzerine bir Dytran marka 3097A2 model ivmeölçer yerleştirilmiştir. Böylece her çekiç vuruşunda 5 koordinattan aynı anda cevaplar alınabilmektedir. Deneyler önce 2 SD'li model üzerinde yapılmış, daha sonra 5 SD li sisteme geçilmiştir. FTF ölçümleri için kullanılan ölçüm parametreleri Tablo 10.1.'de verilmiştir.

Ölçümlerden önce 10 kg rijid kütle ile kalibrasyon yapılmıştır. Bunun yanında karşılıklılık (reciprocity) kontrolleri ve tekrarlanabilirlik ölçümleri de yapılarak ölçümlerin güvenilirliği sağlanmıştır.



Şekil 10.3. Deney düzeneği ve ölçüm sistemi

Tablo 10.1. Ölçüm parametreleri

	2 SD'li Sistem	5 SD'li Sistem
Frekans Bant Genişliği (Hz)	0-50	0-50
Çizgi (Line) Sayısı	401	801
Frekans Çözünürlüğü (mHz)	125	62,5
Vuruş (Ortalama) Sayısı	3	3
Kuvvet İçin Pencereleme Fonksiyonu	Yok	Yok
Cevap İçin Pencereleme Fonksiyonu	Üstel	Yok

Aşağıda çeşitli deneysel uygulamalarla geliştirilen yöntemin etkinliği incelenecektir. Ters yapısal değişikliğin doğası gereği bazı durumlarda çözüm bulunamaya bilmektedir. Bundan dolayı yöntemin etkinliğini göstermek üzere aşağıda açıklandığı gibi deneysel senaryolar hazırlanmıştır. Öncelikle belirlenen koordinatlarda bilinen yay ve kütle değişiklikleri yapılacaktır. Bundan sonra oluşan bu yeni sisteme *Hedeflenen Sistem* diyeceğiz. Hedef frekanslar bu hedeflenen sistemin doğal frekansları arasından seçilecektir. Geliştirilen yöntem ile istenilen bu frekans değerlerini elde etmek için gerekli kütle ve yay değişiklikleri hesaplanacaktır. Hesaplanan bu değişiklikler orijinal sisteme uygulanarak FTF'leri ölçülecek ve doğal frekansları belirlenecektir. Bu sisteme ise *Hesaplanan Sistem* diyeceğiz. Her iki sistem için de hem değişiklik miktarları hem frekans değerleri karşılaştırmalı olarak incelenecektir.

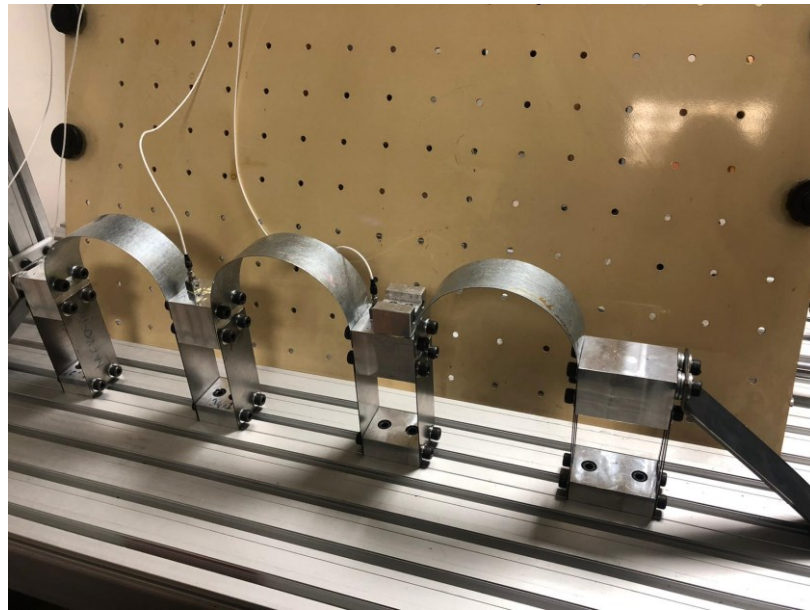
Sistemler 2 SD'li ve 5 SD'li olarak tasarlanmıştır. 2 SD'li sistem için kütle ve yay değişiklikleri ayrı ayrı incelenecek, her iki durum içinde bir ve iki doğal frekans değerinin kaydırılmasına çalışılacaktır. Sistemin FTF'leri ölçülmüş ve mod biçimleri ile modal sönümleri deneysel modal analiz yaparak elde edilmiştir.

10.1. 2 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği ile Doğal Frekansların İstenilen Değerlere Kaydırılması

Şekil 10.4.'de verilen 2 SD'li sisteme ait doğal frekanslar, sönüm oranları ve mod biçimleri Tablo 10.2.'de verilmiştir. Deneysel yapının kütle ve yay parametre büyüklükleri Tablo 10.3.'de verilmiştir. Yapı *Orijinal Sistem* olarak isimlendirilmiştir. Bu uygulamada sistemin birinci koordinatında kütle değişikliği ile bir doğal frekansının istenilen değere kaydırılması istenmiştir. Sistemin 1. koordinatında bulunan m_1 kütle sine $\delta m_1 = 49,8\text{ g}$ bilinen bir kütle eklenerek FTF'ler ölçülmüş ve doğal frekansları belirlenmiştir. Bunlar hedef frekanslar olarak yine Tablo 10.4.'de verilmiştir.

Tablo 10.2.2 SD'li sisteme ait öz değ erler, sönüm oranları ve öz vektörler

Mod	1	2
$f_i\text{ [Hz]}$	27,750	29,625
ζ_i	0,004	0,004
$u_i\text{ (1)}$	-1,4212	-0,1125
$u_i\text{ (2)}$	-0,1197	1,5115



Şekil 10.4. 2 SD'li deney düzeneği

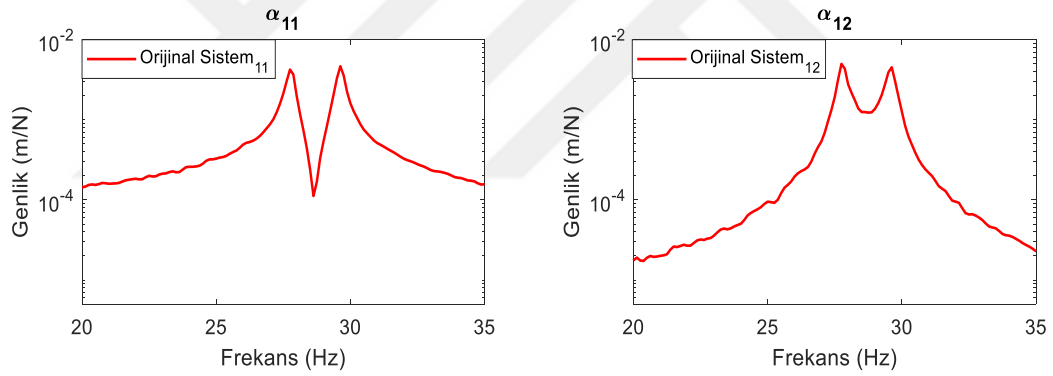
Tablo 10.3.2 SD'li sistemin kütle ve yay parametreleri

Parametre	Değer
m_1 [kg]	0,492
m_2 [kg]	0,435
k_{10} [N/m]	10455
k_{12} [N/m]	300
k_{20} [N/m]	12750

Tablo 10.4. Hedeflenen frekans değerleri

Mod	1	2
Hedef Frekanslar (Hz)	27	29,125

Sistemin 20-35 Hz aralığında ölçülen FTF'lerinden ikisi Şekil 10.5.'de verilmiştir.

**Şekil 10.5.** Orijinal sistemin 20-35 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'leri

10.1.1. Deneysel Uygulama 1: 2 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Hedeflenen sistemin 1. doğal frekans değeri olan 27 Hz hedef frekans değeri olarak seçilmiştir. Yöntem bu hedef frekans değeri gözetilerek uygulanmış ve orijinal sistemin 1. doğal frekans değerini hedef frekans değerine kaydırmak için gerekli kütle $\delta m_1^* = 39,5 \text{ gr}$ olarak hesaplanmıştır. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin kütle değişikliği Tablo 10.5.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.5.Hedef sistem ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değışiklik miktarları

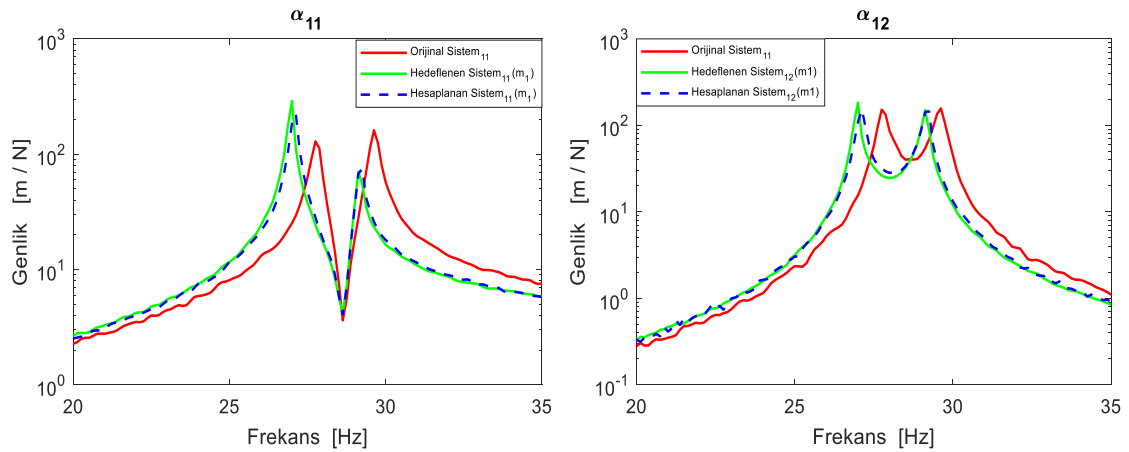
Hedeflenen Sistem Kütle Değişikliği (δm_1) [g]	49,8
Hesaplanan Sistem Kütle Değişikliği (δm_1^*) [g]	39,5
% Fark	%20,68

Hesaplanan sistemin doğal frekans değeri elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak Tablo 10.6.' de verilmiştir. Orijinal sistemin 1. doğal frekans değeri 27 Hz'e kaydırılması istenmiştir. Hesaplanan kütle değışikliğı gerçek sisteme uygulandığında hedeflenen frekans değeri %0.46 gibi az bir farkla yaklaşmıştır.

Tablo 10.6.Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod		1	2
Doğal Frekans (Hz)	Hedeflenen Sistem (ω_r^*)	27	29,125
	Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	27,125	29,125
ω_r^* ve ω_r^{**} arasındaki fark	% Fark	%0.46	-

Kütle değışikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.6.'da orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait noktasal (α_{11}) ve transfer (α_{12}) FTF'leri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

**Şekil 10.6.** Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin FTF'lerinin karşılaştırılması

Hesaplanan kütle ile hedef kütle değeri arasında %26.68'lik önemsiz sayılmayacak bir fark olmasına rağmen hedeflenen frekans %0,46 doğrulukla elde edilmiştir. Bunun nedenini açıklamak için bölümün sonunda 5 SD'li bir sistem üzerinde duyarlılık çalışmaları yapılmıştır.

10.1.2. Deneysel Uygulama 2: 2 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği ile İki Doğal Frekansın Kaydırılması

Hedef sistemin 27 Hz ve 29,125 Hz olan 1. ve 2. doğal frekansları, hedef frekans değerleri olarak seçilmiştir. Yöntem ile gerekli kütle $\delta m_1^* = 36,4 \text{ g}$ olarak hesaplanmıştır. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin kütle değişikliği Tablo 10.7.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.7. Hedeflenen ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişiklik miktarları

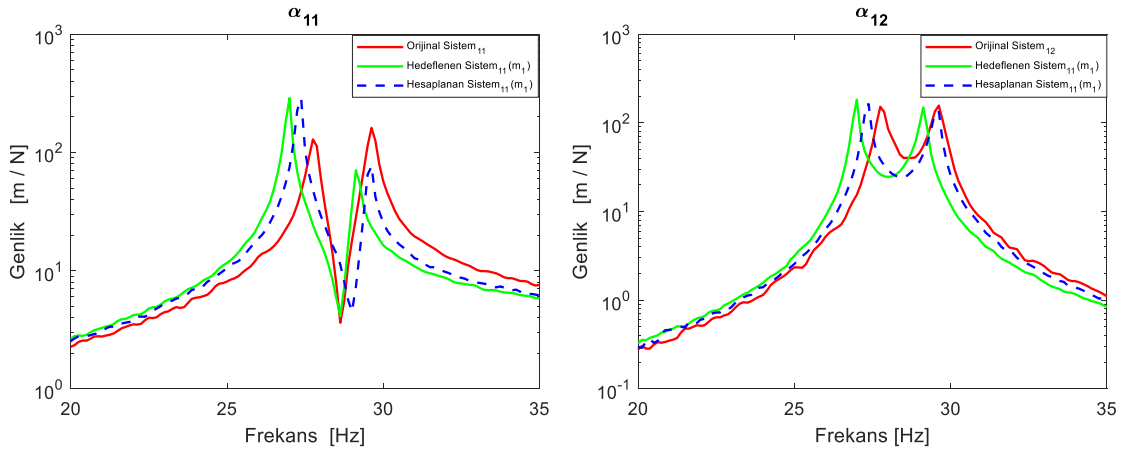
Hedeflenen Sistem Kütle Değişikliği (δm_1) [g]	49,8
Hesaplanan Sistem Kütle Değişikliği (δm_1^*) [g]	36,4
% Fark	%26,91

Hesaplanan sistemin doğal frekans değerleri elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak Tablo 10.8.'de verilmiştir. Hesaplanan kütle değişikliği gerçek sisteme uygulandığında hedeflenen 1. doğal frekans değerine %1,39, 2. doğal frekans değerine ise %1,29 farkla yaklaşılmıştır.

Tablo 10.8. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod		1	2
Doğal Frekans (Hz)	Hedef Sistem (ω_r^*)	27	29,125
	Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	27,375	29,5
ω_r^* ve ω_r^{**} arasındaki % fark		%1,39	%1,29

Kütle değişikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.7.'da orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait noktasal (α_{11}) ve transfer (α_{12}) FTF'ler karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



Şekil 10.7. Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

10.2. 2 SD'li Sistemde Yay Değişikliği ile Doğal Frekansların İstenilen Değerlere Kaydırılması

İkinci uygulama olarak deneysel yapıda yay değişiklikleri ile frekans kaydırılması amaçlanmıştır. Sistemin 1. koordinatında bulunan k_{10} yayı çıkarılarak yerine $k_{10}^* = 8285 \text{ N/m}$ yayı takılmıştır. Bu $\delta k_{10} = -2170 \text{ N/m}$ değişikliğine karşılık gelmektedir. Yay değişikliği yapılan sistemin FTF'leri ölçülmüş ve doğal frekansları belirlenmiştir. Bunlar Hedef Frekanslar olarak Tablo 10.9.'da verilmiştir.

Tablo 10.9.2 SD'li sistemin doğal frekans değerleri

Mod	1	2
Doğal Frekans (Hz)	27,750	29,625
Hedef Frekanslar (Hz)	26	29

10.2.1. Deneysel Uygulama 3: 2 SD'li Sistemde Yay Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Hedeflenen sistemin 1. doğal frekans değeri olan 26 Hz hedef frekans değeri olarak seçilmiştir. Yöntem ile gerekli yay değişiklik miktarı $\delta k_{10}^* = -2040 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin yay değişikliği Tablo 10.10.'da karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.10. Hedeflenen ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı yay değışiklik miktarları

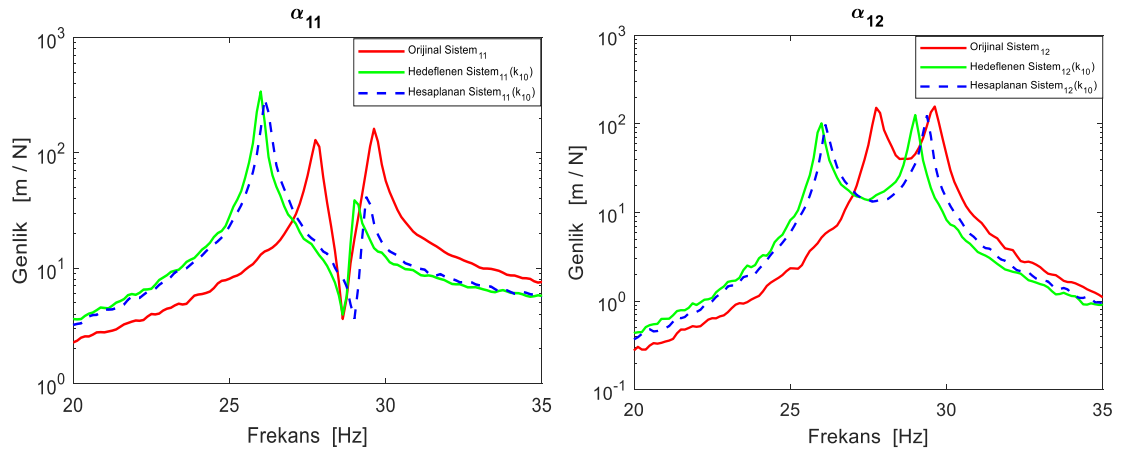
Hedeflenen Sistem Yay Değişikliği (δk_{10}) [N/m]	-2170
Hesaplanan Sistem Yay Değişikliği (δk_{10}^*) [N/m]	-2040
% Fark	%5,99

Hesaplanan sistemin doğal frekans değeri elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak Tablo 10.11.' de verilmiştir. Hesaplanan yay değışikliği gerçek sisteme uygulandığında hedeflenen değere %0.48 gibi az bir farkla yaklaşılmıştır.

Tablo 10.11. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod		1	2
Doğal Frekans (Hz)	Hedef Sistem (ω_r^*)	26	29
	Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	26,125	29,375
ω_r^* ve ω_r^{**} arasındaki fark	% Fark	%0.48	

Yay değışikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.8.'de orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait transfer ve noktasal FTF'ler karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

**Şekil 10.8.** Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

10.2.2. Deneysel Uygulama 4: 2 SD'li Sistemde Yay Değişikliği ile İki Doğal Frekansın Kaydırılması

Hedeflenen sistemin 1. doğal frekans değeri olan 26 Hz ve 2. doğal frekans değeri olan 29 Hz, hedef frekans değeri olarak seçilmiştir. Yöntem ile gerekli yay değışiklik miktarı $\delta k_1^* =$

–1881 N/m olarak hesaplanmıştır. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin yay değişiklikleri Tablo 10.12.’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.12. Hedeflenen ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı yay değişiklik miktarları

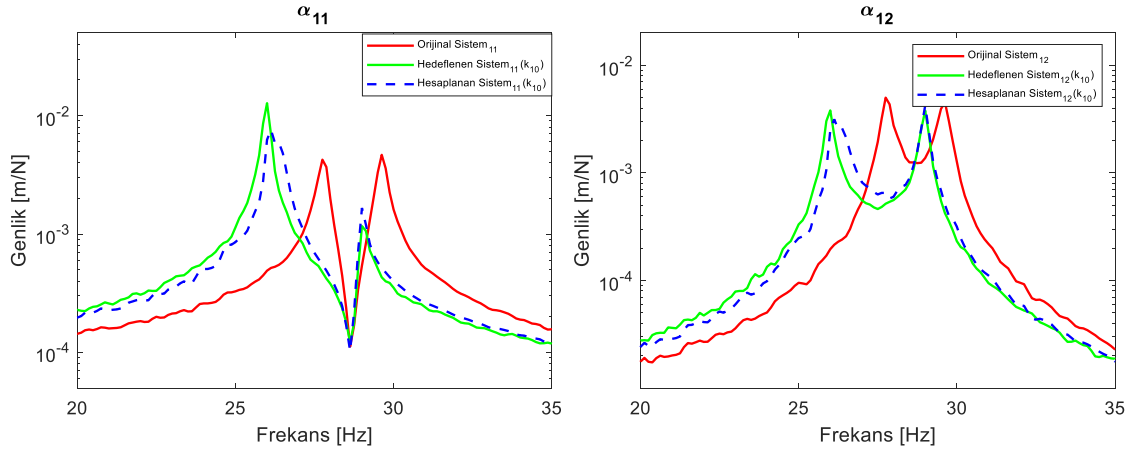
Hedeflenen Sistem Yay Değişikliği (δk_{10}) [N/m]	-2170
Hesaplanan Sistem Yay Değişikliği (δk_{10}^*) [N/m]	-1881
% Fark	%13,32

Mevcut yaylar içinde hesaplanan sistem üzerindeki yay değerine ulaşamadığımız için, orijinal sistemin FTF’leri ve 6.26 denklemini kullanarak düz yapısal değişiklik yapılmıştır. Hesaplanan sistemin doğal frekans değerleri hedef frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak Tablo 10.13.’de verilmiştir. Hesaplanan yay değişikliği uygulandığında hedeflenen 1. doğal frekans değerine %0,48, 2. doğal frekans değerine ise %2,16 farkla yaklaşılmıştır. Farkın bu kadar yüksek görülmesinin sebebi, gerçekler sistemler üzerinde bulunan sönümün sayısal sisteme dahil edilmemesidir.

Tablo 10.13. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod		1	2
Doğal Frekans (Hz)	Hedef Sistem (ω_r^*)	26	29
	Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	26,125	29,625
ω_r^* ve ω_r^{**} arasındaki fark	% Fark	%0,48	%2,16

Yay değişikliğinin FTF’ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.9.’da orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait transfer ve noktasal FTF’ler karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



Şekil 10.9. Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

10.3. 5 SD'li Sistemde Bir Kütle Değişikliği ile Beş Doğal Frekansın İstenilen Değerlere Kaydırılması

Şekil 10.1.'de verilen 5 SD'li sisteme ait doğal frekanslar, sönüm oranları ve mod biçimleri Tablo 10.14.'de verilmiştir. Deneysel yapının kütle ve yay parametre büyüklükleri Tablo 10.15.'de verilmiştir. Bu uygulamada sistemin birinci koordinatında kütle değişikliği ile bir doğal frekansının istenilen değere kaydırılması istenmiştir. Sistemin 3. koordinatında bulunan m_1 kütlesine $\delta m_1 = 36,4 \text{ g}$ bilinen bir kütle eklenerek FTF'ler ölçülmüş ve doğal frekansları belirlenmiştir. Bunlar hedef frekanslar olarak yine Tablo 10.16.'da verilmiştir.

Tablo 10.14. 5 SD'li sisteme ait öz değerler, sönüm oranları ve öz vektörler

Mod	1	2	3	4	5
$f_i \text{ [Hz]}$	26,685	28,0625	29,6875	31,1875	34
ζ_i	0,0061	0,004	0,0041	0,0038	0,0037
$u_i \text{ (1)}$	1,254023	0,703675	0,413799	0,117936	0,03276
$u_i \text{ (2)}$	-0,48488	0,548323	1,035348	0,297138	0,11063
$u_i \text{ (3)}$	0,422383	-1,18892	0,622554	0,681632	0,224122
$u_i \text{ (4)}$	0,091375	-0,33408	0,780762	-1,24614	-0,70123
$u_i \text{ (5)}$	-0,00098	-0,02756	0,13443	-0,71231	1,798282

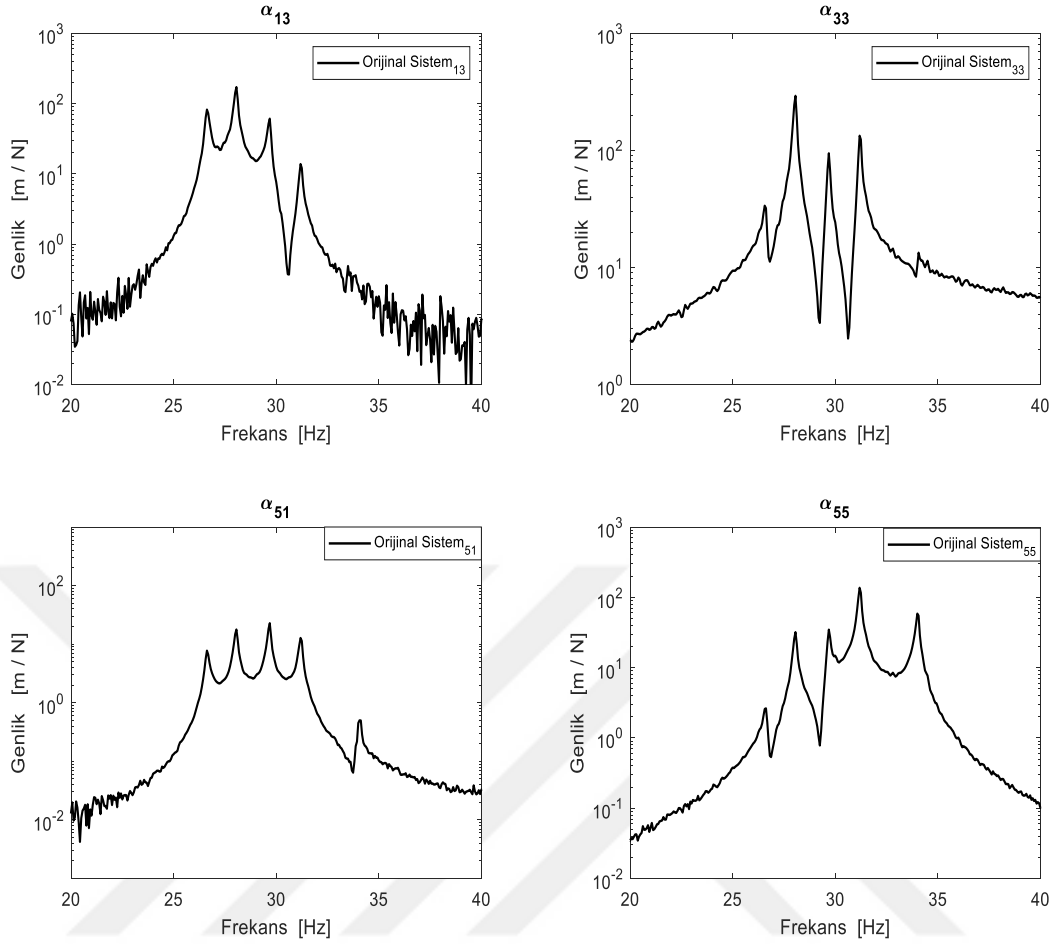
Tablo 10.15. 5 SD'li sistemin kütle ve yay parametreleri

Parametre	Değer
m_1 [kg]	0.517
m_2 [kg]	0.449
m_3 [kg]	0.391
m_4 [kg]	0.330
m_5 [kg]	0.276
k_{10} [N/m]	13665
k_{12} [N/m]	300
k_{20} [N/m]	10455
k_{23} [N/m]	300
k_{30} [N/m]	12750
k_{34} [N/m]	300
k_{40} [N/m]	13010
k_{45} [N/m]	300
k_{50} [N/m]	12140

Tablo 10.16. 5 SD'li sistemin doğal frekans değerleri

Mod	1	2	3	4	5
Hedeflenen Frekanslar (Hz)	26,5	27,4378	29,5625	31	33,875

Orijinal sisteme ait FTF'lerden dördü Şekil 10.10.'da doğal frekansların yoğunlaştığı 20-40 Hz frekans aralığında verilmiştir.



Şekil 10.10. Orijinal sistemin bazı FTF'leri

Hedeflenen sistemin bütün doğal frekans değerleri sırasıyla hedeflenen frekans değerleri olarak seçilmiştir. Yöntem ile gerekli kütle $\delta m_3^* = 22,2 \text{ g}$ olarak hesaplanmıştır. Hedeflenen sistem ve hesaplanan kütle değişikliği Tablo 10.17.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.17. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişiklik miktarları

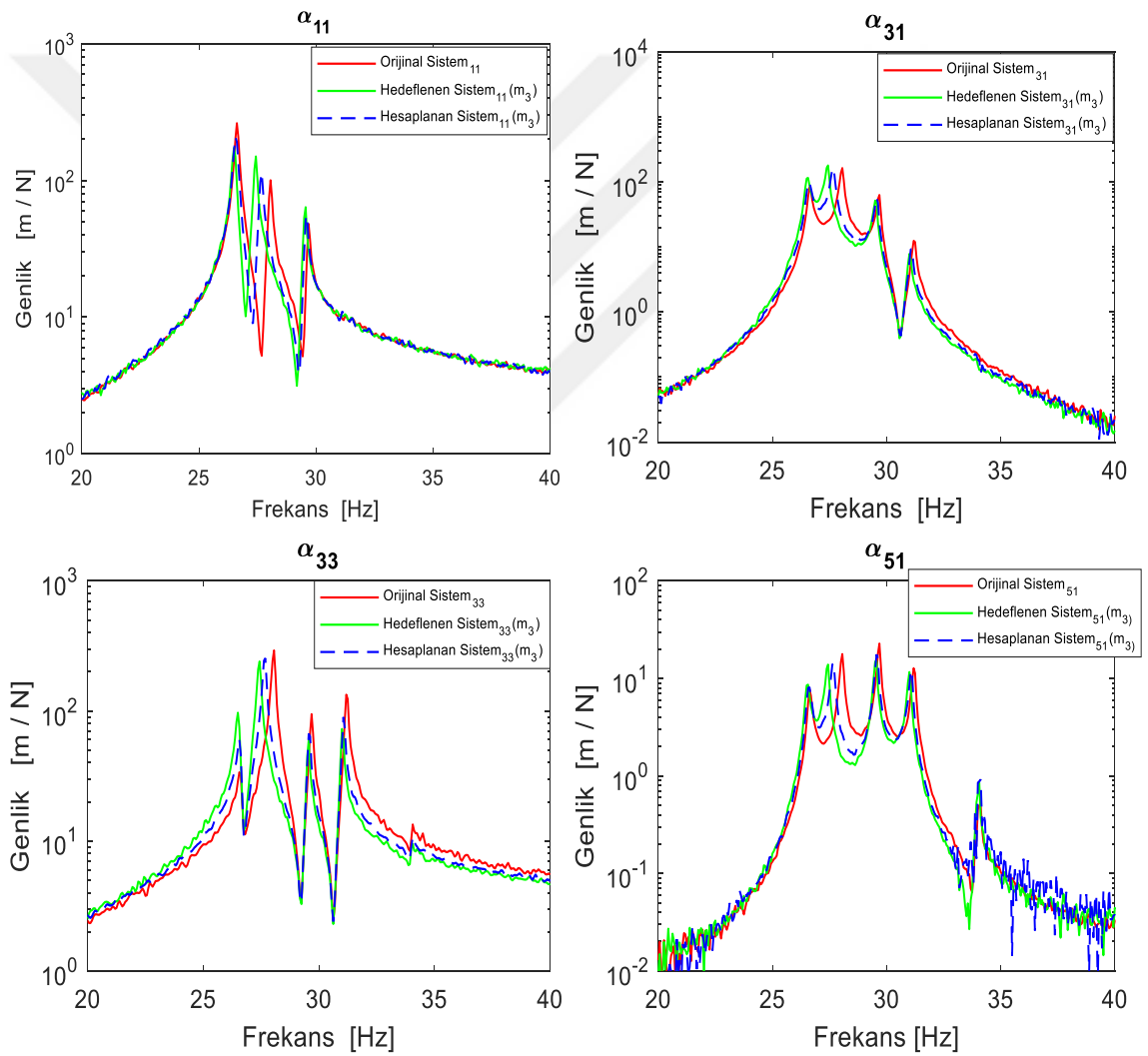
Hedeflenen Sistem Kütle Değişikliği (δm_1) [g]	36,4
Hesaplanan Kütle Değişikliği (δm_1^*) [g]	22,2
% Fark	%40,01

Hesaplanan sistemin doğal frekans değerleri elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak Tablo 10.18.'de verilmiştir. Hesaplanan kütle değişikliği gerçek sisteme uygulandığında hedeflenen frekans değerlerine %0,33'den küçük farklarla yaklaşmıştır.

Tablo 10.18. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod	1	2	3	4	5
Hedeflenen Sistem (ω_r^*)	26,5	27,4378	29,5625	31	33,875
Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	26,587	27,65	29,57	31,046	33,962
% Fark	%0,33	%0,78	%0,03	%0,15	%0,26

Kütle değişikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.11.'de orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait bazı noktasal (α_{11}, α_{33}) ve bazı transfer (α_{31}, α_{51}) FTF'leri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



Şekil 10.11. Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

10.4. 5 SD'li Sistemde İki Kütle Değişikliği ile Beş Doğal Frekansın İstenilen Değerlere Kaydırılması

Bu uygulamada bir öncekinden farklı olarak iki farklı koordinatta kütle değişikliği gerçekleştirilerek sistemin tüm doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır. Şekil 10.1.'de verilen 5 SD'li deneysel yapının 1. ve 3. koordinatında kütle değişikliği yapılması amaçlanmıştır. Sistemin 1. koordinatına $\delta m_1 = 88,3 \text{ g}$ 3. koordinatına ise $\delta m_3 = 36,4 \text{ g}$ bilinen kütleler eklenerek FTF'ler ölçülmüş ve doğal frekansları belirlenmiştir. Bunlar Hedeflenen Frekanslar olarak Tablo 10.19.'da verilmiştir.

Tablo 10.19. Hedeflenen frekans değerleri

Mod	1	2	3	4	5
Hedeflenen Frekanslar (Hz)	25,045	27,132	29,368	31	33,986

Hedeflenen sistemin bütün doğal frekans değerleri sırasıyla hedeflenen frekans değerleri olarak seçilmiştir. Yöntem ile gerekli kütle $\delta m_1^* = 27,3 \text{ g}$ ve $\delta m_3^* = 73,5 \text{ g}$ olarak hesaplanmıştır. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin kütle değişiklikleri Tablo 10.20.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.20. Hedeflenen Sistem ve hesaplanan sistemin 1. koordinatta karşılaştırmalı kütle değişiklik miktarları

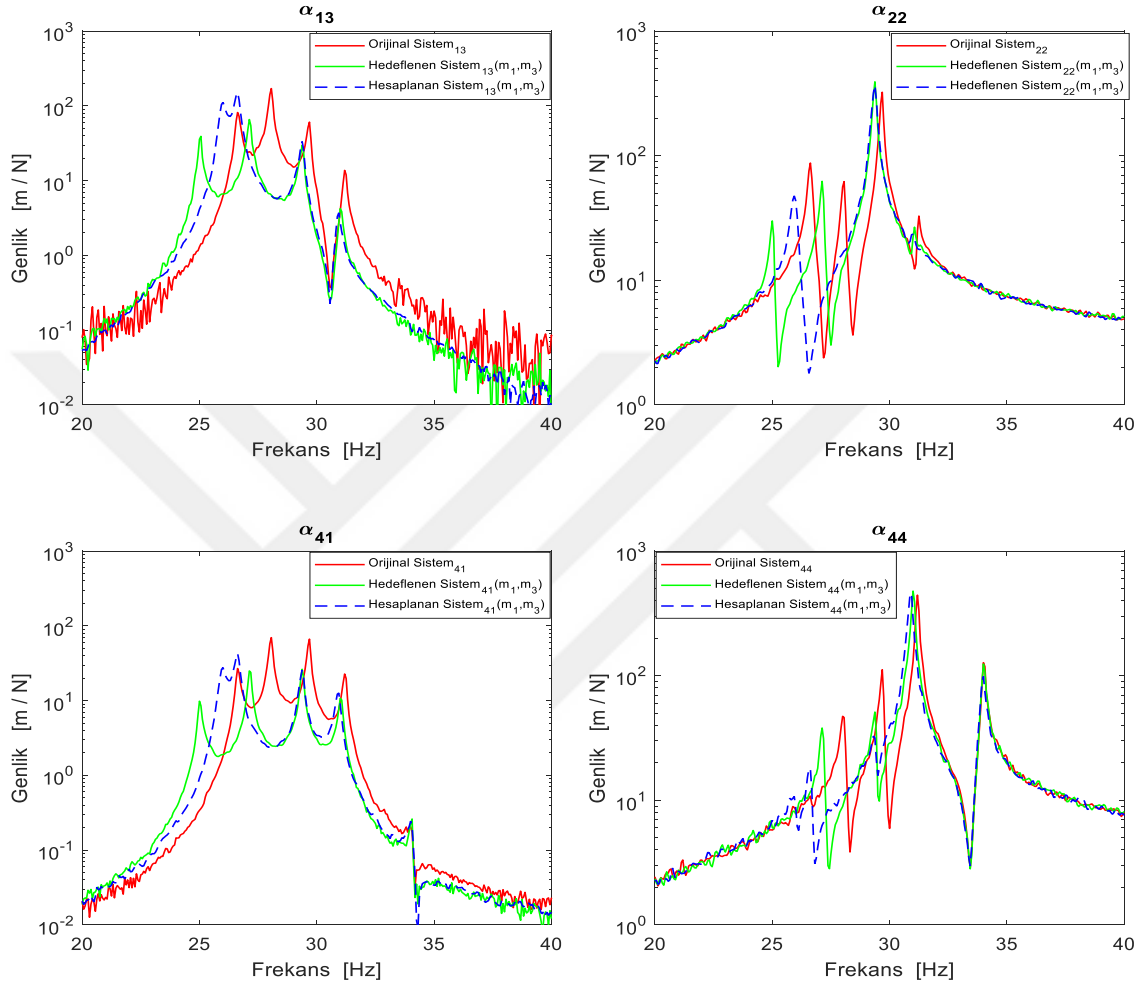
Mod	1	3
Hedeflenen Sistem Kütle Değişikliği ($\delta m_1, \delta m_3$) [g]	88,3	36,4
Hesaplanan Kütle Değişikliği ($\delta m_1^*, \delta m_3^*$) [g]	73,5	27,3
% Fark	%16,76	%25

Hesaplanan sistemin doğal frekans değerleri elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak Tablo 10.21.'de verilmiştir. Hesaplanan kütle değişiklikleri gerçek sisteme uygulandığında hedeflenen frekans değerlerine %3,67'den küçük farklarla yaklaşılmıştır.

Tablo 10.21. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod	1	2	3	4	5
Hedeflenen Sistem (ω_r^*)	25,045	27,132	29,368	31	33,986
Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	25,963	26,629	29,365	30,899	33,972
% Fark	%3,67	%1,85	%0,01	%0,33	%0,04

Kütle değışikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.12.'de orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait bazı noktasal (α_{22}, α_{44}) ve bazı transfer (α_{13}, α_{41}) FTF'leri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



Şekil 10.12. Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

10.5. 5 SD'li Sistemde Bir Kütle ve Bir Yay Değişikliği ile Beş Doğal Frekansın İstenilen Değerlere Kaydırılması

Bu uygulamada bir öncekinden farklı olarak bir koordinatta kütle değışikliği ve bir koordinatta yay değışikliği gerçekleştirilerek sistemin tüm doğal frekanslarının istenilen değere kaydırılması amaçlanmıştır. Şekil 10.1.'de verilen 5 SD'li deneysel yapının 1. koordinatında yay değışikliği ve 3. koordinatında kütle değışikliği yapılarak doğal frekansların kaydırılması istenmiştir. Sistemin 1. koordinatında $\delta k_{10} = -2400 \text{ N/m}$ bilinen yay değışikliği 3. koordinatına ise $\delta m_3 = 23,8 \text{ g}$ bilinen kütle değışikliği yapılarak FTF'ler ölçülmüş ve doğal frekansları belirlenmiştir. Bunlar Hedeflenen Frekanslar olarak Tablo 10.22.'de verilmiştir.

Tablo 10.22. Hedeflenen frekans değerleri

Mod	1	2	3	4	5
Hedeflenen Frekanslar (Hz)	24,5	27,4375	29,4375	31,0625	34,0625

Hedeflenen sistemin bütün doğal frekans değerleri sırasıyla hedeflenen frekans değerleri olarak seçilmiştir. Yöntem ile gerekli yay değişiklik miktarı $\delta k_{10}^* = -2368 \text{ N/m}$ ve kütle değişiklik miktarı $\delta m_3^* = 14,5 \text{ g}$ olarak hesaplanmıştır. Yay değerindeki değişiklik miktarı %1,33 gibi göz ardı edilebilecek kadar küçük olduğundan dolayı hedeflenen sistemde aynı yayı kullanarak, sistemin sadece m_3 kütleindeki değişiklik gerçekleştirilerek hesaplanan sistem oluşturulmuştur. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin kütle ve yay değişiklikleri Tablo 10.23.'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 10.23. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin karşılaştırmalı kütle ve yay değişiklikleri miktarları

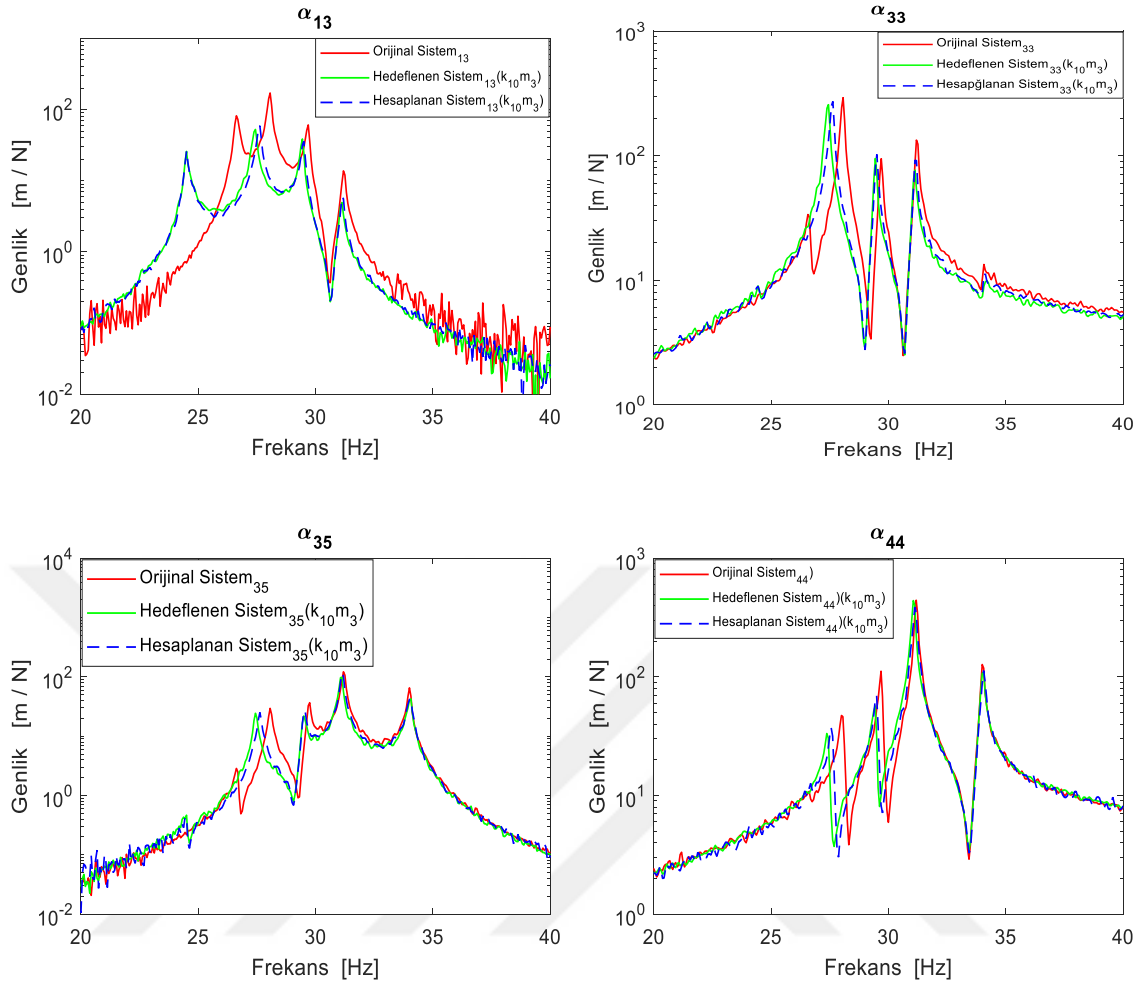
Mod	1	3
Hedeflenen Sistem Kütle Değişikliği ($\delta k_{10}, \delta m_3$) [N/m][g]	-2400	23,8
Hesaplanan Kütle Değişikliği ($\delta k_{10}^*, \delta m_3^*$) [N/m][g]	-2400	14,5
% Fark	%0	%39,5

Hesaplanan sistemin doğal frekans değerleri elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak Tablo 10.24.'de verilmiştir. Hesaplanan kütle ve yay değişiklikleri gerçek sisteme uygulandığında hedeflenen frekans değerlerine %0,68'den küçük farklarla yaklaşılmıştır.

Tablo 10.24. Hedeflenen sistem ve hesaplanan sistemin doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod	1	2	3	4	5
Hedeflenen Sistem (ω_r^*)	24,5	27,4375	29,4375	31,0625	34,0625
Hesaplanan Sistem (ω_r^{**})	24,5	27,625	29,5	31,125	34,125
% Fark	%0	%0,68	%0,21	%0,2	%0,18

Kütle ve yay değişikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkisini görmek için Şekil 10.13.'de orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlere ait bazı noktasal (α_{33}, α_{44}) ve bazı transfer (α_{13}, α_{35}) FTF'leri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

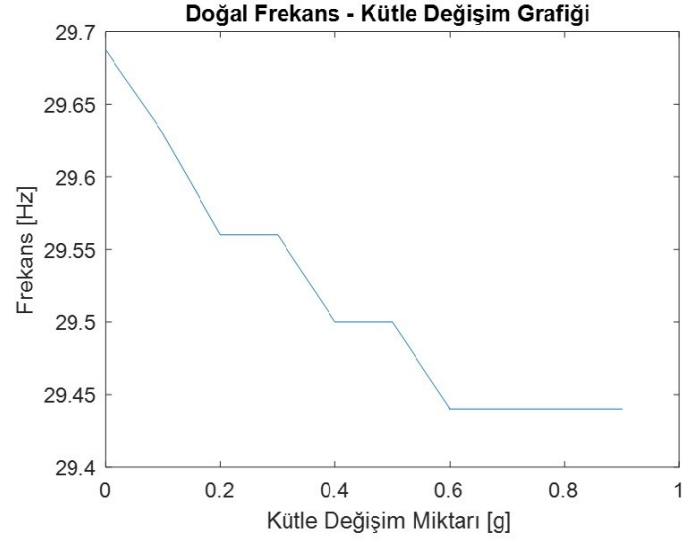


Şekil 10.13. Orijinal, hedeflenen ve hesaplanan sistemlerin 20-40 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'lerinin karşılaştırılması

10.6. Duyarlılık Çalışması

Deneylerde hedeflenen sistem ile hesaplanan sistemlerdeki değişiklik miktarları arasında bazen büyük farklar olduğu görülebiliyor. Örneğin Tablo 10.17'de hedeflenen sistem için kütle değişikliği ile hesaplanan sistemin kütle değişikliği arasında yaklaşık %40 gibi bir fark olduğu görülmektedir. Bunun nedenini açıklayabilmek için sistem üzerinde düz yapısal değişiklik işlemi uygulanmıştır. Uygulama yapılırken bu %40'lık farkın görüldüğü sistem ve koordinat tercih edilmiştir. Sistemin 3. koordinatında bulunan kütleye 10 g aralıklarla 10 g'dan 100 g'a kadar kütle eklenmiş ve oluşan her sistem için 3. doğal frekans değeri hesaplanmıştır. Şekil 10.14'deki grafikte gösterildiği gibi kütle değişiklik miktarı arttıkça, doğal frekans değerindeki değişim oranının azaldığı görülmektedir. Şöyle ki, belirli bir kütle değişiklik miktarının üzerine çıkıldıktan sonra, doğal frekans değerindeki değişim miktarının etkisi artık önemsiz olmaktadır. Bu da sistemin doğal frekanslarının kaydırılması sırasında, değişim miktarlarının belirli bir

duyarlılığa sahip olduğunu gösterir. 5. koordinatta yapılan kütle değişiklikleri 20 g'ın üzerine çıktıktan sonra kayda değer bir değişime sebep olmayacaktır.



Şekil 10.14.3. Koordinattaki doğal frekans değerinin kütle değişikliğine bağlı değişim grafiği

11. SONUÇ VE DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada, bir sistemin belirli sayıdaki doğal frekanslarının kütle ve yay değişiklikleri ile istenilen değerlere kaydırılması ile ilgilenilmiştir. Kütle ve yay değişikliği miktarlarının belirlenmesi için Sherman-Morrison formülüne dayalı olarak sistemin FTF'lerini kullanan bir yöntem sunulmuştur. Yöntem değişiklik koordinatları ile ilgili az sayıdaki FTF'leri kullandığından sistemin modal özelliklerine veya kütle ve katılık matrislerine ihtiyaç duymamaktadır. Bu da yöntemin önemli bir üstünlüğüdür ve gerçek sistemlere kolaylıkla uygulanabilir.

Yöntemin geçerliliği 2 serbestlik dereceli ve 5 serbestlik dereceli kütle-yay sistemleri için yapılan çeşitli sayısal ve deneysel uygulamalarla gösterilmiştir. İstenilen sayıda doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılması için gerekli kütle ve yayların hesabında yöntemin oldukça etkili olduğu gösterilmiştir. Ters yapısal değişiklik problemlerinin doğası gereği bazen çözüm bulunamaya bilmektedir. Bazen de pratik olarak uygulanması mümkün olmayan sonuçlar elde edilebildiği görülmektedir. Bundan dolayı, çalışmalar yapılırken, kurgu ya da senaryolardan faydalanılarak hedef frekans değerleri belirlenmiş ve çalışmalar bu doğrultuda yürütülmüştür.

Sayısal uygulamalarda en fazla iki frekansın bir kütle ve bir yay ile kaydırılması durumu göz önüne alınmış olmakla birlikte, deneysel uygulamalarda sistemin tüm frekans değerlerinin kaydırıldığı durumlar üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Sunulan yöntemin çok sayıda frekansın kaydırılmasında da etkili olduğu gösterilmiştir. Uygulamalar 2 serbestlik dereceli ve 5 serbestlik dereceli sistemler üzerinde yapılmakla birlikte yöntem bununla sınırlandırılmaz, geneldir. Mevcut çalışmalardan farklı olarak değişiklik sayısı ile kaydırılacak frekans sayısının eşit olmadığı durumlar da ele alınmıştır. Bu durumda bilinmeyen sayısı ile denklem sayısının farklı olduğu aşırı belirli veya az belirli denklem takımları elde edilmektedir.

Bu çalışmadaki sayısal uygulamalarda sönüm dikkate alınmamakla birlikte deneysel uygulamalarda ölçülen FTF'ler sönüm de içermektedir. Deneysel uygulamalarda hata oranı sayısal uygulamalara göre bir miktar fazladır. Bunun nedeninin FTF'lerdeki gürültüler, deney sistemindeki bağlantılardan kaynaklı düzensizlikler ve var olan sönümden dolayı olduğu söylenebilir.

ÖNERİLER

Ters yapısal değişiklik problemlerinin doğası gereği bazen çözüm bulunamaya bilmektedir. Bazen de pratik olarak uygulanması mümkün olmayan sonuçlar elde edilebilmektedir. Bu çalışmanın devamı olarak problemlerin çözümüne yönelik optimizasyon çalışmaları yapılabilir. Yöntemin doğruluğu ayırık dinamik sistemler üzerinde sayısal ve deneysel uygulamalarla gösterilmiştir. Sürekli sistemler üzerinde de doğrulama çalışmaları yapılabilir.

Ayrıca yöntem mekanik sistemlerde mesnetlerin rijitlikleri ve sönüm özelliklerini belirlemek için geliştirilebilir. Benzer şekilde cıvata, somun gibi bağlantı elemanlarının özelliklerinin belirlenmesi amacıyla da geliştirilebilir.



KAYNAKLAR

- [1] Y. G. Tsuei and E. K. L. Yee, "A method for modifying dynamic properties of undamped mechanical systems," *J. Dyn. Syst. Meas. Control. Trans. ASME*, 1989.
- [2] I. Bucher and S. Braun, "The structural modification inverse problem: An exact solution," *Mech. Syst. Signal Process.*, 1993.
- [3] Y. M. Ram, "Enlarging a spectral gap by structural modification," *J. Sound Vib.*, 1994.
- [4] A. J. McMillan and A. J. Keane, "Shifting resonances from a frequency band by applying concentrated masses to a thin rectangular plate," *J. Sound Vib.*, 1996.
- [5] D. D. Sivan and Y. M. Ram, "Mass and stiffness modifications to achieve desired natural frequencies," *Commun. Numer. Methods Eng.*, 1996.
- [6] K. J. Chang and Y. P. Park, "Substructural dynamic modification using component receptance sensitivity," *Mech. Syst. Signal Process.*, 1998.
- [7] T. Li and J. He, "Local structural modification using mass and stiffness changes," *Eng. Struct.*, 1999.
- [8] Y. H. Park and Y. S. Park, "Structural modification based on measured frequency response functions: an exact eigenproperties reallocation," *J. Sound Vib.*, 2000.
- [9] J. E. Mottershead and G. Lallement, "Vibration nodes, and the cancellation of poles and zeros by unit-rank modifications to structures," *J. Sound Vib.*, 1999.
- [10] J. E. Mottershead, C. Mares, and M. I. Friswell, "Inverse method for the assignment of vibration nodes," *Mech. Syst. Signal Process.*, 2001.
- [11] A. Kyprianou, J. E. Mottershead, and H. Ouyang, "Assignment of natural frequencies by an added mass and one or more springs," *Mech. Syst. Signal Process.*, 2004.
- [12] J. E. Mottershead and Y. M. Ram, "Inverse eigenvalue problems in vibration absorption: Passive modification and active control," *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006.
- [13] K. Farahani and H. Bahai, "An inverse strategy for relocation of eigenfrequencies in structural design. Part I: first order approximate solutions," *J. Sound Vib.*, vol. 274, pp. 481–505, 2004.
- [14] R. Lawther, "Assessing how changes to a structure can create gaps in the natural frequency spectrum," *Int. J. Solids Struct.*, 2007.
- [15] H. Ouyang, D. Richiedei, A. Trevisani, and G. Zanardo, "Discrete mass and stiffness modifications for the inverse eigenstructure assignment in vibrating systems: Theory and experimental validation," *Int. J. Mech. Sci.*, 2012.
- [16] H. Ouyang, D. Richiedei, A. Trevisani, and G. Zanardo, "Eigenstructure assignment in undamped vibrating systems: A convex-constrained modification method based on

- receptances,” *Mech. Syst. Signal Process.*, 2012.
- [17] H. Ouyang and J. Zhang, “Passive modifications for partial assignment of natural frequencies of mass-spring systems,” *Mech. Syst. Signal Process.*, 2015.
- [18] Z. Liu, W. Li, H. Ouyang, and D. Wang, “Eigenstructure assignment in vibrating systems based on receptances,” *Arch. Appl. Mech.*, 2015.
- [19] O. Çakar, “Bir Sistemin Doğal Frekanslarının Kütle Eklenecek Kaydırılması Üzerine Bir Çalışma,” in *18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, UMTS2017, KTÜ*, 2017.
- [20] J. Sherman and W. J. Morrison, “Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix,” *Ann. Math. Stat.*, 1950.
- [21] O. Çakar, “Mass and stiffness modifications without changing any specified natural frequency of a structure,” *JVC/Journal Vib. Control*, 2011.
- [22] Çakar O. and Hüseyinoğlu M., “Bir Kütle-Yay Sisteminde Belirli Bir Doğal Frekansı Değiştirmeksizin Ters Yapısal Değişiklik Yapılması,” in *Uluslararası Katılımlı 17. Makina Teorisi Sempozyumu, UMTS2015, İYTE*, 2015, pp. 892–898.
- [23] M. Huseyinoglu and O. Çakar, “Determination of stiffness modifications to keep certain natural frequencies of a system unchanged after mass modifications,” *Arch. Appl. Mech.*, 2017.
- [24] O. Çakar, “A method for shifting natural frequencies of a dynamic system to desired values with concentrated mass modifications,” *J. Vibroengineering*, 2018.
- [25] H. Grafe, “Model Updating of Large Structural Dynamics Models Using Measured Response Functions,” 1998.
- [26] W. T. Thomson, *Theory of Vibration with Applications*. 1993.
- [27] D. C. Bishop, R.E.D. and Johnson, “The Mechanics of Vibration,” Cambridge University Press, 1960.
- [28] D. J. Ewins, “Modal Testing: Theory and Practice (Mechanical engineering research studies),” *Research Studies Press Ltd*. 1984.
- [29] Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 2003.
- [30] M. Huseyinoglu, “Yapısal Dinamik Analiz İçin Sonlu Elemanlar Modellerinin Frekans Tepki Fonksiyonları Kullanılarak Doğrulanması Ve Güncellenmesi,” Fırat Üniversitesi, 2017.
- [31] O. Çakar, “Titreşim Testlerinden Elde Edilen Verilerin Kalitesinin İyileştirilmesi,” İ.T.Ü., 2003.
- [32] W. W. Hager, “Updating the inverse of a matrix,” *SIAM Rev.*, 1989.
- [33] E. P. Petrov, K. Y. Sanlitürk, D. J. Ewins, and R. Elliott, *Quantitative Prediction of the Effects of Mistuning Arrangement on Resonant Response of a Practical Turbine Bladed Disc*. 2000.

- [34] K. Y. Sanliturk, D. J. Ewins, R. Elliott, and J. S. Green, "Friction damper optimization: Simulation of rainbow tests," *J. Eng. Gas Turbines Power*, 2001.
- [35] K. Y. Sanliturk, D. J. Ewins, and A. B. Stanbridge, "Underplatform dampers for turbine blades: Theoretical modeling, analysis, and comparison with experimental data," *J. Eng. Gas Turbines Power*, 2001.
- [36] D. C. Kammer, "Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures," *J. Guid. Control. Dyn.*, 1991.
- [37] J. E. Mottershead, "Structural modification for the assignment of zeros using measured receptances," *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 2001.
- [38] S. K.Y., "An Efficient Method for Linear and Nonlinear Structural Modifications," in *Proceedings of ESDA 2002: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ESDA 2002/APM-028*, 2002.
- [39] O. Çakar, G. Kurnaz "Bir Sistemin Doğal Frekanslarının İstenilen Değerlere Kaydırılması" in *19. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, UMTS2019, İTÜ*, 2019.

ÖZGEÇMİŞ

Gökhan KURNAZ

KİŞİSEL BİLGİLER

Doğum Yeri : Malatya
Doğum Yılı : 24.03.1981
Uyruğu : Türkiye Cumhuriyeti
Adres : Özalper Mahallesi Turgut Özal Caddesi Mahir Sokak Besta Konakları E/13 Yeşilyurt/MALATYA
E-posta : gkurnaz@firat.edu.tr
Yabancı Diller : İngilizce (Düzey: C)

EĞİTİM BİLGİLERİ

Lisans : İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 2014
Lise : Hacı Ahmet Akıncı Lisesi, Malatya, 1998

ARAŞTIRMA DENEYİMİ

- ✓ Oros, Nvigate
- ✓ C++, MATLAB
- ✓ Solidworks, Autocad

İŞ DENEYİMİ

1. YIL 2015 2015 :Milidya Yapı Denetim

AKADEMİK FAALİYETLER

Bildiriler:

1. Design of Analysis of Cervical Disc Prosthesis in Different Geometries: A Finite Element Study, International Conference on Advances and Inovations in Enginnering, Fırat Üniversitesi, ELAZIĞ, 2017
2. Bir Sistemin Doğal Frekanslarının İstenilen DeğerlereKaydırılması. 19. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu-UMTS2019, İskenderun Teknik Üniversitesi, İSKENDERUN, 2019

Projeler:

1. Ayrık Dinamik Sistemlerin Doğal Frekanslarının Kütle ve Yay Değişiklikleri İle İstenilen Değerlere Kaydırılması İçin Yeni Bir Yöntem Geliştirilmesi, Tübitak 3001, Yürütücü: Prof. Dr. Orhan ÇAKAR, Araştırmacı: Dr. Öğr. Üyesi Mesut HÜSEYİNOĞLU, Bursiyer: Arş. Gör. Gökhan KURNAZ, 15/07/2018 (Devam Ediyor)
2. İki Kişilik Elektrikli Araç Geliştirilmesi-MF.17.18, Yükseköğretim Kurumları tarafından destekli bilimsel araştırma projesi, Yürütücü: Prof. Dr. Orhan ÇAKAR, Araştırmacı: Prof. Dr. Hasan KÜRÜM, Araştırmacı: Arş. Gör. Nory HAYATULLAH, Araştırmacı: Arş. Gör. Sertaç Emre KARA, Araştırmacı: Arş. Gör. Gökhan KURNAZ, 15/05/2018 - 15/11/2019 (ULUSAL)