

MODEL SEÇİMİ İÇİN DAYANIKLI LASSO VE UYGULAMALARI

Begüm YENİLMEZ

Yüksek Lisans Tezi

İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Teorisi Bilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Şükrü ACITAŞ

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Ağustos 2020

ÖZET

MODEL SEÇİMİ İÇİN DAYANIKLI LASSO VE UYGULAMALARI

Begüm YENİLMEZ

İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Teorisi Bilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ağustos 2020

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Şükrü ACITAŞ

Model parametrelerinin tahmini ve modelde yer alacak değişkenlerin seçimi regresyon analizinin önemli konularındandır. Son yıllarda, hem parametre tahmini hem de modeldeki değişkenlerin seçimini eşanlı olarak yapabilen daraltıcı (shrinkage) tahmin ediciler ön plana çıkmaktadır. Bu tahmin ediciler belli özelliklerine göre gruplandırılmıştır. Bu çalışmada daraltıcı tahmin edicilerden olan Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (En Küçük Mutlak Daralma-LASSO) tahmin edicisi ele alınmıştır. LASSO tahmin edicileri değişken seçiminde tutarlı olmadığından oracle özelliğine sahip değildir. Bu nedenle, literatürde uyarlanmış (adaptive) LASSO (ALASSO) tahmin edicisi önerilmiştir. Ancak bu tahmin ediciler aykırı değer(ler)e karşı duyarlıdır. Bu bağlamda dayanıklı ALASSO tahmin edicileri literatürde M-tahmin edicilerine dayalı olarak geliştirilmektedir. Bu çalışmada, literatürde var olan Huber ve Tukey'in ρ ve ψ fonksiyonlarına dayalı dayanıklı ALASSO tahmin edicilerine alternatif olarak Cauchy, Andrews, Fair, Welsch, Lojistik ve Talwar'ın ρ ve ψ fonksiyonları kullanılarak dayanıklı ALASSO tahmin edicileri ele alınmıştır. İlgili tüm tahmin edicilerin performansları simülasyon çalışması yardımıyla karşılaştırılmıştır. Tahmin edicilerin performanslarını karşılaştırmak için Hata Kareler Ortalaması (Mean Squared Error-MSE), Ön Kestirim Hata Kareler Ortalaması (Mean Squared Prediction Error-MSPE) kriterleri kullanılmıştır. Ayrıca, ele alınan dayanıklı ALASSO yöntemlerinin model seçim doğrulukları da ölçülmüştür. Simülasyon çalışmasına ek olarak, biri literatürdeki hazır veri, bir diğeri araştırmacı tarafından derlenen veri olmak üzere iki farklı reel veri için uygulama yapılmıştır.

Anahtar Sözcükler: LASSO, M-tahminci, Dayanıklı ALASSO, Simülasyon.

ABSTRACT

ROBUST LASSO FOR MODEL SELECTION AND APPLICATIONS

Begüm YENİLMEZ

Department of Statistics

Programme in Theory of Statistics

Eskişehir Technical University, Institute of Graduate Programs, August 2020

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Şükrü ACITAŞ

Estimation of model parameters and selection of variables in the model are important issues in regression analysis. In recent years, shrinkage estimators, which can simultaneously make parameter estimation and selection of variables in the model, come to the fore. These estimators are grouped according to their specific characteristics. In this study, Least Absolute Shrinkage and Selection Operator-LASSO estimator, which is one of the shrinkage estimators, is discussed. Since LASSO does not have oracle feature, the adaptive LASSO (ALASSO) estimator has been proposed in the literature. However, these estimators are sensitive to the outliers. In this context, robust ALASSO estimators are developed in the literature based on M-estimators. In this study, robust ALASSO estimators are considered using the ρ and ψ functions of Cauchy, Andrews, Fair, Welsch, Logistics and Talwar as an alternative to the robust ALASSO estimators based on the ρ and ψ functions of the Huber and Tukey existing in the literature. The performances of these estimators are compared via a simulation study. For comparing the performance of the estimators, Mean Squared Error (MSE) and Mean Squared Prediction Error (MSPE) criteria are used. Furthermore, model selection accuracies of the methods are measured. In addition to the simulation study, two different real data, one of is available in the literature and the other is compiled by the researcher, are applied.

Keywords: LASSO, M-estimator, Robust adaptive LASSO, Simulation.

TEŞEKKÜR

Bu tezin ortaya çıkmasına deneyimi ile katkı sağlayan Dr. Öğr. Üyesi Şükrü ACITAŞ'a,

Bu süreçte desteği ve yardımlarıyla her daim yanımda olan sevgili eşim Arş. Gör. İsmail YENİLMEZ'e teşekkür ederim

Begüm YENİLMEZ



ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Begüm YENİLMEZ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Model Seçim Kriterleri.....	2
1.1.1. Belirlilik katsayısı (R^2).....	3
1.1.2. Düzeltilmiş (Adjusted-Pseudo) R^2	3
1.1.3. Mallows'un C_p istatistiği	3
1.1.4. Akaike bilgi kriteri (Akaike Information Criteria -AIC).....	3
1.1.5. Bayesian bilgi kriteri (Bayesian Information Criteria-BIC).....	4
1.2. Daraltıcı (Shrinkage) Tahmin Edicileri	4
1.2.1. Bridge Tahmin Edicisi	5
2. LASSO TAHMİN EDİCİSİ.....	9
2.2. LASSO Tahmin Edicisinin Hesaplanması	10
2.2.1. APG algoritması	10
2.2. Ayar Parametresinin Seçimi	12
2.3. LASSO ve Ridge Tahmin Edicilerinin Karşılaştırılması	12
2.4. Uyarlanmış (Adaptive) LASSO ve Oracle Özelliği.....	14
2.4.1. LASSO'nun Değişken Seçiminde Tutarlı Olmama Durumu	15
2.4.2. Uyarlanmış (Adaptive) LASSO (ALASSO) Tahmin Edicisi	18

3. DAYANIKLI LASSO TAHMİN EDİCİSİ.....	20
3.1. M-tahmin edicileri.....	20
3.1.1. Monoton ψ fonksiyonları.....	22
3.1.2. Sıfıra azalan ψ fonksiyonları.....	24
3.2. Dayanıklı LASSO Tahmin Edicisi.....	28
3.2.1. Dayanıklı versiyon için APG algoritması.....	29
3.2.2. Dayanıklı ALASSO için λ'nın belirlenmesi	30
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	31
5. UYGULAMA	61
6. SONUÇ	67
KAYNAKÇA.....	69
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 4.1. Simülasyon senaryoları	32
Tablo 4.2. Senaryo-1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Normal Dağılım)	34
Tablo 4.3. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Laplace Dağılım)	35
Tablo 4.4. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Lojistik Dağılım)	36
Tablo 4.5. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Student-t(5) Dağılım)	37
Tablo 4.6. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Student-t(2) Dağılım)	38
Tablo 4.7. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Cauchy Dağılım)	39
Tablo 4.8. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Slash Dağılım)	40
Tablo 4.9. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Kir. Normal Dağılım(%10))	41
Tablo 4.10. Senaryo-2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, Kir. Normal Dağılım(%20))	42
Tablo 4.11. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 kir. açıklayıcı değ., Normal Dağılım)	43
Tablo 4.12. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Laplace Dağılım)	44
Tablo 4.13. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Lojistik Dağılım)	45
Tablo 4.14. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Student-t(5) Dağılımı)	46
Tablo 4.15. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Student-t(2) Dağılımı)	47
Tablo 4.16. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 kir. açıklayıcı değ., Cauchy Dağılımı)	48
Tablo 4.17. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Slash Dağılımı)	49
Tablo 4.18. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım(%10))	50
Tablo 4.19. Senaryo-3.1 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %10 kir. açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım(%20))	51

Tablo 4.20. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Normal Dağılım).....	52
Tablo 4.21. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Laplace Dağılım)	53
Tablo 4.22 Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Lojistik Dağılım)	54
Tablo 4.23. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Student-t(5) Dağılımı)	55
Tablo 4.24. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Student-t(2) Dağılımı)	56
Tablo 4.25. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200,%20 oranında kir. açıklayıcı değ., Cauchy Dağılımı)	57
Tablo 4.26. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 kir. açıklayıcı değ., Slash Dağılımı).....	58
Tablo 4.27. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 oranında kir. Açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım (%10))	59
Tablo 4.28. Senaryo-3.2 Sonuçları (p=10, n=50,100 ve 200, %20 kir. Açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım(%20)).....	60
Tablo 5.1. Akbilgiç (2011) araştırmasındaki uygulama verisi değişkenleri (Akbilgiç, 2011).....	61
Tablo 5.2. Akbilgiç (2011) araştırmasındaki veri için tahmin edicilerin parameter tahminleri, TMSPE ve MAPE sonuçları.....	62
Tablo 5.3. Araştırma Kapsamında Derlenen Uygulama Verisi Değişkenleri.....	64
Tablo 5.4. Araştırma Kapsamında Derlenen Uygulama Verisi için tahmin edicilerin parameter tahminleri, TMSPE ve MAPE sonuçları.....	65
Tablo 5.5. Araştırma Kapsamında Derlenen Uygulama Verisi için tahmin edicilerin parameter tahminleri, TMSPE ve MAPE sonuçları (%5 oranında açıklayıcıların kirletilmesi durumunda).....	66

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 3.1. <i>Huber'in ρ ve ψ fonksiyonu</i>	22
Şekil 3.2. <i>Fair'in ρ ve ψ fonksiyonu</i>	23
Şekil 3.3. <i>Lojistik ρ ve ψ fonksiyonu</i>	24
Şekil 3.4. <i>Tukey'in ρ ve ψ fonksiyonu</i>	25
Şekil 3.5. <i>Andrews'un ρ ve ψ fonksiyonu</i>	26
Şekil 3.6. <i>Talwar'in ρ ve ψ fonksiyonu</i>	26
Şekil 3.7. <i>Cauchy'nin ρ ve ψ fonksiyonu</i>	27
Şekil 3.8. <i>Welsch'in ρ ve ψ fonksiyonu</i>	28

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

LS	: En Küçük Kareler Tahmin Edicisi
BLUE	: En İyi Doğrusal Yansız Tahmin Ediciler
ML	: Maximum Likelihood Tahmin Edicisi
iid	: Bağımsız ve Aynı Dağılımlı
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri
BIC	: Bayesian Bilgi Kriteri
MSE	: Hata Kareler Ortalaması
LASSO	: En Küçük Mutlak Daralma Tahmin Edicisi
ALASSO	: Uyarlanmış En Küçük Mutlak Daralma Tahmin Edicisi
LARS	: En Küçük Açık ve Daraltıcı Algoritması
LAD	: En Az Mutlak Sapma Tahmin Edicisi
LAD-	
LASSO	: En Az Mutlak Sapma En Küçük Mutlak Daralma Tahmin Edicisi
APG	: Hızlandırılmış Proksimal Gradyan
PG	: Proksimal Gradyan
ISTA	: Iterative Soft Thresholding Algorithm
FISTA	: Fast Iterative Soft Thresholding Algorithm
CV	: Çapraz Doğrulama Yöntemi
SCAD	: Düzgün Şekilde Kesilmiş Mutlak Sapma Cezası
LMS	: En Küçük Medyan Kareler Tahmin Edicisi
LTS	: En Küçük Kırpılmış Kareler Tahmin Edicisi
MAD	: Medyan Mutlak Sapma Tahmin Edicisi
AL-H	: Huber ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-B	: Tukey ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-C	: Cauchy ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-A	: Andrews ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-F	: Fair ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-W	: Welsch ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-L	: Lojistik ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO
AL-T	: Talwar ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO

MSPE	: Ön Kestirim Hata Kareler Ortalaması
TMSPE	: Kırpılmış Tahmin Hata Kareler Ortalaması
MAPE	: Ön Kestirim Hata Mutlak Ortalaması
MSA	: Model Seçim Doğruluğu
NC	: Doğru Tahminlenen Parametre Sayısı
NIC	: Hatalı Tahminlenen Parametre Sayısı
CF	: Doğru Modelin Seçimi
İMKB100	: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Ulusal 100 Getiri Dolar bazında Endeksi
S&P500	: Standard & Poor's 500 Getiri Endeksi
DAX	: Almanya Borsası Getiri Endeksi
FTSE100	: Birleşik Krallık Getiri 100 Endeksi
NIK225	: Osaka 225 Getiri Endeksi
BVSP	: Sao Paulo Borsa Getiri Endeksi
EU	: European Index
EM	: MSCI Emerging Markets Index
BIST100	: Borsa İstanbul'da İşlem Gören Piyasa ve İşlem Hacmi Açısından En Yüksek 100 Hisse Endeksi
SS _{Res}	: Artık Kareler Toplamı

1. GİRİŞ

Doğrusal regresyon modeli; yanıt değişken, açıklayıcı değişken(ler) ve bilinmeyen regresyon parametrelerinden oluşan yapılardır. Açıklayıcı değişkenin tek olduğu doğrusal regresyon modeli, basit doğrusal regresyon olarak adlandırılırken birden fazla açıklayıcı değişken içeren doğrusal regresyon modeli çoklu doğrusal regresyon olarak adlandırılır. p tane açıklayıcı değişkene sahip doğrusal regresyon modeli

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.1)$$

şeklinde ile ifade edilir. Burada,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \text{ ve } \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

olup, $\mathbf{y}$, $n \times 1$ boyutlu yanıt vektörü, $\mathbf{X}$, $n \times (p + 1)$ boyutlu açıklayıcı değişkenlerin matrisi, $\boldsymbol{\beta}$, $(p + 1) \times 1$ boyutlu parametre vektörü ve $\boldsymbol{\varepsilon}$ da $n \times 1$ boyutlu rastgele hata vektörü olarak adlandırılır.

Regresyon analizi, bilinmeyen regresyon parametrelerini tahmin ederek, uygun modeli oluşturmak amacıyla yapılır. Literatürde, regresyon katsayılarının tahmini için çeşitli yöntemler mevcuttur. Bu yöntemlerden en sık kullanılanı, En Küçük Kareler (Least Square Method-LS) yöntemidir. LS tahmin edicileri, hata kareler toplamının parametrelere göre minimum yapılmasıyla elde edilir. LS tahmin edicisinin bulunabilmesi için hata terimlerinin 0 ortalamalı ve sabit bir σ^2 varyansa sahip olduğu varsayılır.

Eşitlik (1.1)'de verilen doğrusal regresyon modeli için hata kareler toplamı

$$S = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (1.2)$$

olarak ifade edilir. S 'nin $\boldsymbol{\beta}$ parametresine göre minimum yapılmasıyla ilgili LS tahmin edicisi,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (1.3)$$

şeklinde elde edilir. $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS}$ tahmin edicisinin varyansı,

$$\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS}) = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\sigma^2 \quad (1.4)$$

dir.

LS tahmin edicileri, Gauss-Markov Teoremi gereğince en iyi doğrusal yansız tahmin edicilerdir (Best Linear Unbiased Estimator – BLUE). Bunun anlamı, LS tahmin edicilerinin yansız tüm doğrusal tahmin ediciler sınıfı içerisinde en küçük varyansa sahip olmasıdır. Bu durum, β parametre vektörünün herhangi doğrusal ve yansız bir tahmin edicisi $\hat{\beta}$ olmak üzere

$$\hat{\beta} = Ay, \quad E(\hat{\beta}) = \beta \text{ ve } Var(\hat{\beta}_{LS}) \leq Var(\hat{\beta})$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada, A uygun boyutlu bilinen reel sayıların bir matrisidir.

Eşitlik (1.1) de verilen doğrusal regresyon modelinde β parametre vektörünü tahmin etmek için sıklıkla kullanılan bir diğer yöntem de En Çok Olabilirlik (Maximum Likelihood Estimator-ML) yöntemidir. ML tahmin edicisinin bulunabilmesi için model (1.1)'de hata terimlerinin normallik varsayımını dayanıklı olması gerekmektedir. Normallik varsayımı, $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ şeklinde ifade edilir. Burada, iid (independently and identically distributed) bağımsız ve aynı dağılımlı anlamında kullanılmıştır.

Normallik varsayımı altında β parametresi için en çok olabilirlik tahmin edicisi,

$$\hat{\beta}_{ML} = (X'X)^{-1}X'y \quad (1.5)$$

şeklinde hesaplanır. Normallik varsayımı altında LS ve ML tahmin edicileri eşittir, bir başka ifade ile

$$\hat{\beta}_{ML} = \hat{\beta}_{LS}$$

eşitliği sağlanır.

Burada belirtmek gerekir ki, X matrisinde çoklu doğrusal bağlantı (multicollinearity) problemi varsa LS tahmin edicisi yansız olmasına karşın büyük varyansa sahiptir, bkz. Montgomery ve ark. (2013). Bu gibi durumlarda farklı tahmin edicilerin kullanılması gerekmektedir.

1.1. Model Seçim Kriterleri

Doğrusal regresyon modelinde, başlangıçta modelin yapısının iyi bilindiği varsayılır. Ancak, bazı açıklayıcı değişkenlerin model üzerinde önemli bir etkisi olmayabilir. Bu durumda, uygun açıklayıcı değişkenlerin belirlenmesi gerekir. Bu işlem değişken seçimi olarak adlandırılır. Değişken seçimi problemi, alt küme modellerinin oluşturulması ve hangi alt kümenin diğerlerinden daha iyi sonuçlar verdiğinin

belirlenmesi ile ilgilidir (Montgomery ve ark., 2013). Model için uygun açıklayıcı değişkenlerin belirlenmesi, modelin tahmin performansını da etkiler (Zou, 2006).

Regresyon modelinde değişken seçimi için birçok yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan en yaygın olarak kullanılanları aşağıda kısaca özetlenmiştir.

1.1.1. Belirlilik katsayısı (R_p^2)

p değişkenli alt kümeler için $\binom{n}{p-1}$ sayıdaki alt küme modellerini karşılaştırmak ve modelin yeterliliğini belirlemek amacıyla kullanılan belirlilik katsayısı (R_p^2) Eşitlik (1.7)'de sunulmuştur:

$$R_p^2 = \frac{SS_{Reg}(p)}{SS_T} = 1 - \frac{SS_{Res}(p)}{SS_T}. \quad (1.6)$$

Burada, SS_{Reg} ve SS_{Res} regresyon ve artık kareler toplamıdır. R_p^2 değeri büyük olan model uygun model olarak belirlenir (Montgomery ve ark., 2013).

1.1.2. Düzeltilmiş (Adjusted-Pseudo) R_{Adj}^2

p değişkenli model için düzeltilmiş R_{Adj}^2 Eşitlik (1.8)'de sunulmuştur:

$$R_{Adj}^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \frac{SS_{Res}(p)}{SS_T} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R_p^2). \quad (1.7)$$

R_{Adj}^2 , modele eklenen yeni bağımsız değişkenleri bir bakıma R_p^2 ile cezalandırır. R_{Adj}^2 değeri büyük olan model uygun model olarak belirlenir (Montgomery ve ark., 2013).

1.1.3. Mallows'un C_p istatistiği

Bu kriter Eşitlik (1.9)'da sunulmuştur:

$$C_p = \frac{SS_{Res}(p)}{\hat{\sigma}^2} - n + 2p. \quad (1.8)$$

Burada, $\hat{\sigma}^2$, σ^2 'nin bir tahmin edicisidir. Bulunan alt küme modelleri arasından C_p değeri minimum olan model uygun model olarak kabul edilir. $\hat{\sigma}^2$, σ^2 'nin iyi bir tahmin edici olmalıdır. Bu durumu sağlayabilmek için tam modelin hata kareler ortalaması SS_{Res} kullanılabilir (Mallows, 1973).

1.1.4. Akaike bilgi kriteri (Akaike Information Criteria -AIC)

Akaike Bilgi Kriteri (AIC), Eşitlik (1.10)'da sunulmuştur:

$$AIC = -2\ln(L(\beta)) + 2p = n\ln\left(\frac{SS_{Res}(p)}{n}\right) + 2p. \quad (1.9)$$

AIC, modelin beklenen entropisini maksimize etme mantığına dayalıdır. Modele yeni eklenen bağımsız değişkenlerin SS_{Res} 'te oluşturduğu azalmanın tatmin edici olup olmadığı araştırılır (Akaike, 1973).

1.1.5. Bayesian bilgi kriteri (Bayesian Information Criteria-BIC)

Bayesian Bilgi Kriteri (BIC), Eşitlik (1.11)'de sunulmuştur:

$$BIC = -2\ln(L(\beta)) + p\ln(n). \quad (1.10)$$

BIC, örneklem boyutu arttıkça AIC'ye göre daha ciddi bir cezalandırma uygular (Weasserman, 2000; Raftery, 1995).

Model seçim kriterleri de LS yöntemi üzerine kurulu olduğundan, model seçiminde dayanıklı yöntemleri kullanmak iyi bir alternatif olabilir. Literatürde, yukarıda ele alınan model seçimi kriterlerinin dayanıklı versiyonları sıklıkla çalışılmıştır. Örneğin, dayanıklı çoklu belirlilik katsayısı Renaud, Pia ve Feser (2010) tarafında önerilmiştir. Mallows'un C_p istatistiğinin dayanıklı versiyonu Ronchetti ve Staudte (1994) tarafından ele alınmıştır. Robut AIC ve BIC ise sırasıyla Ronchetti (1985) ve Machado (1993) tarafından literatüre kazandırılmıştır.

1.2. Daraltıcı (Shrinkage) Tahmin Edicileri

Daraltıcı tahmin yöntemleri, genellikle açıklayıcı değişkenlerin ilişkili olması bir başka ifade ile çoklu doğrusal bağlantı problemi olması durumunda tercih edilen yöntemlerdendir. Bu tahmin ediciler yanlı olup, LS tahmin edicisine göre daha düşük varyansa sahiptir. Bir başka anlatımla, hata kareler ortalaması (mean squared error – MSE), LS tahmin edicisinden daha düşük olmaktadır. Bu kapsamdaki tahmin edicilere, Hoerl ve Kennard (1970) tarafından önerilen ridge tahmin edicileri ve LASSO tahmin edicileri (Tibshirani, 1996) örnek olarak verilebilir. Frank ve Friedman (1993) bu her iki tahmin ediciyi de içeren daha genel olan bridge tahmin edicisini tanımlamışlardır. Bu aşamada genel gösterime sahip olmasından dolayı bridge tahmin edicisi kısaca tanıtılacak ve sonrasında bridge'in özel hali olarak ele alınabilecek ridge ve LASSO yöntemlerinden bahsedilecektir.

1.2.1. Bridge Tahmin Edicisi

Regresyon katsayılarının tahmini için cezalı LS ve cezalı olabilirlik modelleri son yıllarda sıklıkla çalışılmaya başlanmıştır. Bridge tahmin edicileri de bu özelliğe sahip olup, $\mathbf{X}$ $n \times p$ boyutlu açıklayıcı değişkenlerin matrisi, $\mathbf{y}$ $n \times 1$ boyutlu yanıt vektörü olmak üzere $\gamma > 0$ sabiti için L_γ normuyla cezalandırılmış amaç fonksiyonu kullanılarak parametre tahmini yapılır (Frank ve Friedman, 1993).

Bridge tahmin edicisi, Eşitlik (1.2)'de verilen hata kareler toplamının

$$\sum_{j=1}^p |\beta_j|^\gamma \leq t, \quad \lambda > 0 \quad (1.11)$$

kısıtı altında β parametresine göre minimum yapılmasıyla bulunur. Bir başka ifade ile bridge tahmin edicisi,

$$\hat{\beta}_{Bridge} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|^\gamma \right\} \quad (1.12)$$

minimizasyon probleminin çözümü olarak elde edilir (Fu, 1998).

Bridge tahmin edicisinin dayanıklı versiyonu da Arslan (2016) tarafından önerilmiştir.

Eşitlik (1.13)'de $\gamma = 2$ alınması durumunda ridge tahmin edicisi elde edilir. Bir başka ifade ile ridge tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_{Ridge} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j|^2 \right\} \quad (1.13)$$

minimizasyon işlemi sonucunda elde edilen tahmin edicidir (Hoerl ve Kennard, 1970). Amaç fonksiyonu konveks yapıda ve tek çözüme sahiptir. Ridge tahmin edicileri analitik olarak da bulunabilmektedirler. Eşitlik (1.13) çözüldüğünde

$$\hat{\beta}_{Ridge} = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (1.14)$$

şeklinde bulunur. Burada, $\lambda > 0$ yan (bias) ya da ridge parametresi olarak adlandırılır, $\mathbf{I}$ da uygun boyutlu birim matristir. $\hat{\beta}_{Ridge}$ yanlı bir tahmin edicisidir. Ayrıca, $\hat{\beta}_{Ridge}$ tahmin edicisinin varyansı

$$Var(\hat{\beta}_{Ridge}) = (X'X + \lambda I)^{-1} X'X (X'X + \lambda I)^{-1} \sigma^2 \quad (1.15)$$

dir. Ridge tahmin edicisinin MSE'sinin LS tahmin edicisinin MSE'sinden daha küçük olduğu gösterilebilir, bkz. Montgomery ve ark. (2013).

Ridge tahmin edicilerinin dayanıklı versiyonları son yıllarda yoğun olarak çalışılan bir konudur, bkz. Arslan ve Billor (2000), Maronna (2011), Filzmoser ve Kurnaz (2018) ve Acıtaş ve Şenoğlu (2019).

Eşitlik (1.12)'de $\gamma = 1$ alınması durumunda LASSO tahmin edicisi elde edilir. Bir başka ifade ile LASSO tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_{Lasso} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ (y - X\beta)'(y - X\beta) + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right\} \quad (1.16)$$

minimizasyon işlemi sonucunda elde edilen tahmin edicidir.

LASSO tahmin edicisi, Tibshirani (1996) tarafından önerilmiş olup Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (En Küçük Mutlak Daralma) ifadesinin baş harflerinden oluşmaktadır.

LASSO yönteminde, bazı parametreler sıfır olarak tahmin edilir ve bunun bir sonucu olarak eş zamanlı olarak değişken seçimi de yapılmış olur. LASSO tahmin edicisi Bölüm 2'de detaylı olarak ele alınacaktır. Bir tahmin edici, model seçiminde tutarlı ve asimptotik olarak yansız ise Oracle özelliğine sahiptir. LASSO tahmin edicisi, Oracle özelliğine sahip olmadığı için uyarlanmış (adaptive) LASSO (ALASSO) tahmin edicisi önerilmiştir, bkz. Zou (2006). ALASSO tahmin edicisi hem parametre tahminini hem de model seçimini eşanlı olarak yapan bir yöntemdir.

Açıktır ki, burada kısaca değinilen model seçim kriterleri genel olarak LS yöntemine dayalıdır. Fakat veri grubunun aykırı değerlere sahip olması ya da hata terimlerinin normal dağılıma sahip olmaması durumunda LS yöntemi optimal değildir. Bu gibi durumlarda, LS yöntemine alternatif olarak dayanıklı (robust) yöntemler kullanılması önerilmektedir (Maronna ve ark., 2006). Dayanıklı tahmin yöntemleri içinde Huber (1964) tarafından önerilen M-tahmin edicisi sıklıkla kullanılmaktadır. M-tahmin edicisi, hata kareler toplamı yerine hataların bir fonksiyonunun parametre(ler)e göre

minimum yapılması mantığına dayanır. Bir başka ifade ile β parametresi için M-tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_M = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \rho(y - X\beta) \quad (1.17)$$

olarak ifade edilir. Burada, ρ fonksiyonunun uygun seçilmesiyle aykırı değerlerin etkisi azaltılır ve sonuçta elde edilen tahmin edici dayanıklı olur. Dayanıklı yöntemler kapsamında Huber'in, Tukey'in, Andrew'in, Fair'in, Welsch'in önerdiği ρ fonksiyonları vardır, bkz. Jureckova ve Picek (2006). Dayanıklı istatistiksel yöntemler hakkında detaylı bilgi için bkz. Maronna ve ark. (2006).

Dayanıklı LASSO yöntemlerinin geliştirilmesi de son yıllardaki popüler konular arasındadır. Örneğin, Owen (2007) M-tahmin edicilerine dayalı olarak dayanıklı LASSO üzerinde çalışmıştır. LASSO yönteminde amaç fonksiyonunda hata kareler ortalaması toplamı yerine en küçük mutlak sapma (least absolute deviation – LAD) kullanarak LAD-LASSO, Wang ve ark. (2007) tarafından önerilmiştir. LAD, dayanıklı regresyonda özellikle y-yönlü aykırı değerlerin etkisini azaltmak için kullanılan yöntemlerden biridir. Arslan (2012) ağırlıklandırılmış LAD-LASSO tahmin edicisini önermiştir. Li ve ark. (2011) de M-tahmin edicilerine dayalı olarak dayanıklı LASSO yöntemi önermişlerdir. Lambert-Lacroix ve Zwald (2011) dayanıklı LASSO yöntemini Huber'in ρ fonksiyonunu dayalı olarak önermişlerdir. Smucler ve Yohai (2015) MM tahmin edicilerine dayalı olarak dayanıklı LASSO yöntemi geliştirilmiştir. Benzer olarak, Chang ve ark. (2018) de dayanıklı LASSO yöntemini Tukey'in ρ fonksiyonuna dayalı olarak çalışmışlardır.

Bu tez çalışmasında, son yıllardaki yaygın kullanımı ve parametre tahmin yaparken eş zamanlı olarak da model seçimi yapma özelliği olan LASSO yönteminin bazı dayanıklı versiyonları ele alınmıştır. Tez çalışmasının amacı ise, Chang ve ark. (2018) tarafından önerilen yöntemin farklı ρ fonksiyonları kullanılarak elde edilen dayanıklı LASSO yöntemlerinin model seçimindeki performanslarının karşılaştırılmasıdır. M-tahmin edicileri, y-yönlü aykırı değerlere karşı dayanıklı iken x-yönlü aykırı değerlere dayanıklı değildir. $\psi = \rho'$ olmak üzere, sıfıra azalan (redescending) ψ fonksiyonları her iki yönlü aykırı değerlerin etkisini azaltma yeteneğine sahiptir (Rousseeuw ve Yohai, 1984; Yohai, 1987). Bu nedenle, tez çalışmasında ılımlı (soft) ve kesin (hard) sıfıra azalan ψ fonksiyonları tercih edilmiştir. Elde edilen bulgu ve yöntemlere dayalı olarak, ilk kez bu

tez çalışmasında kullanılacak olan, 2019 yılı BIST100 dahil olmak üzere 5 farklı borsa endekslerinden oluşan veri seti üzerinde uygulama yapılmıştır.

Tezin ilerleyen bölümleri şu şekilde organize edilmiştir. Bölüm 2’de LASSO ve ALASSO tahmin edicileri kısaca özetlenmiş ve oracle özelliği ifade edilmiştir. Bölüm 3’te dayanıklı ALASSO ele alınmış M-tahmincileri kullanılarak elde edilen ALASSO tahmin edicilerinden ve çözüm tekniklerinden bahsedilmiştir. Bölüm 4’te farklı senaryolar altında LASSO, ALASSO ve Huber, Tukey, Andrews, Fair, Cauchy, Welsch, Lojistik ve Talwar’a ait ρ ve ψ fonksiyonları ile elde edilen dayanıklı ALASSO tahminlerinin yer aldığı simülasyon sonuçları ve yorumları verilmiştir. Bölüm 5’te iki farklı uygulama yapılmıştır. Birinci uygulamada Akbilgiç (2011) verileri kullanılmış, ikinci uygulamada ise 2019 yılı BIST100 dahil olmak üzere 5 farklı borsa endeksinden oluşan veri seti üzerinde uygulama yapılmıştır. Bölüm 6’da elde edilen sonuçlar ifade edilmiştir.

2. LASSO TAHMİN EDİCİSİ

LS ve ridge tahmin edicilerinin tahmin gücünün yüksek olduğu bilinmektedir. Fakat tahmin sürecinde bazı problemler ortaya çıkmaktadır. Ridge tahmin edicisi, katsayıları daraltan bir tahmin edici olması yönüyle daha karardır. Fakat, regresyon katsayılarını sıfıra daraltmadığı için modelin yorumlanmasını zorlaştırır. Bu nedenle, tahmin doğruluğu elde etmek amacıyla bazı katsayı değerlerinin sıfıra daraltılması söz konusu olabilir. Bu işlem yapıldığında varyans değeri küçülecek, fakat diğer taraftan yan açısından bir sapma ortaya çıkacaktır. Ortaya çıkan bu sonuç, tahmin doğruluğu açısından daha güvenilir olduğundan yansızlık özelliği bu tahmin ediciler için göz ardı edilebilir (Küçük, 2019). Tibrişiani (1996) tarafından önerilen LASSO yöntemi, bazı katsayıları sıfıra daraltarak parametre tahmini yapma yanında model seçimini de eşanlı olarak yapar. Aşağıda, LASSO yöntemi genel hatları ile anlatılmıştır.

Eşitlik (1.1)'deki doğrusal regresyon modeli

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p x_{ij}\beta_j + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

$$= \beta_0 + \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada, $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})'$ dir.

LASSO tahmin edicisinde, ridge regresyonda da olduğu gibi açıklayıcı değişkenleri standartlaştırılır, yanıt değişkenleri ise merkezileştirilir. Bir başka ifade ile açıklayıcı değişkenler için

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_{ij}}{n} = 0 \quad \text{ve} \quad \sum_{i=1}^n \frac{x_{ij}^2}{n} = 1,$$

yanıt değişken için

$$\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n} = 0$$

olacak şekilde gerekli dönüşümler yapılmalıdır.

LASSO tahmin edicisi

$$S = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})^2 \quad (2.3)$$

hata kareler toplamının

$$\sum_{j=1}^p |\beta_j| \leq t \quad (2.4)$$

kısıtı altında $\boldsymbol{\beta}$ ya göre minimize edilmesiyle elde edilir. Lagrange çarpanları yöntemi kullanılarak, Eşitlik (2.3)-(2.4)'te verilen kısıtlı optimizasyon problemi

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LASSO} = \underset{\boldsymbol{\beta}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right\} \quad (2.5)$$

olarak kısıtsız optimizasyon problemi ile ifade edilmiş olur. Burada, λ ayar (tuning) parametresidir.

LASSO, LS tahmin edicisi olan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS}$ 'yi 0 değerine daraltabilir. Bu nedenle bazı j değerleri için $\hat{\beta}_{LASSO}^{(j)} = 0$ olabilir ($j = 1, 2, \dots, p$). Bu şekilde değişken seçimi yaptığı gibi iyi tahmin sonuçları elde ettiği de simülasyon çalışmalarında görülmüştür (Fu, 1998).

2.2. LASSO Tahmin Edicisinin Hesaplanması

Açıktır ki, Eşitlik (2.5)'te verilen minimizasyon problemi analitik olarak çözülemez. Bu durumda, çeşitli nümerik yöntemler/algoritmalar kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden en sık kullanılanı En küçük açı regresyon ve daraltıcı (Least Angle Regression and Shrinkage – LARS) algoritmasıdır (Efron ve ark., 2004). Bu tez çalışmasında ise Chang ve ark. (2018) çalışmasında kullanılan hızlandırılmış proksimal gradyan (Accelerated Proximal Gradient – APG) algoritmasından yararlanılmıştır. Bu bağlamda, aşağıda APG algoritması anlatılmıştır.

2.2.1. APG algoritması

LASSO tahmin edicisi, tanımından da görüldüğü gibi, ilgili parametreye göre bir minimizasyon problemi ile ifade edilmektedir. Bu kapsamda, APG algoritması kullanılabilir (Beck ve Teboulle, 2009). Bu başlık altında APG algoritması ve onun öncülü olan proksimal gradyan (Proximal Gradient-PG) yöntemi Chang ve ark. (2018) çalışması temel alınarak anlatılmıştır.

İlgili minimizasyon problemi $f: R^n \rightarrow R$ differansiyellenebilir konveks (dışbükey) fonksiyon ve $g: R^n \rightarrow (-\infty, \infty]$ düzgün-yarı sürekli dışbükey fonksiyon olmak üzere ilgili işlem:

$$\operatorname{argmin}_x \{F(x) = f(x) + g(x)\} \quad (2.6)$$

şeklindedir. Bu minimizasyon sürecinin LASSO için uyarlanmış hali,

$$f(\beta) = \|y - X\beta\|^2 \text{ ve } g(\beta) = \lambda \|\beta\|_1$$

olarak ifade edilir. Burada, $\|\cdot\|_1$ L_1 normudur. Gradient ve proksimal sırasıyla;

$$\nabla f(\beta) = X^T(X\beta - y) \quad (2.7)$$

$$\operatorname{prox}_{\text{tg}}(\beta) = \operatorname{argmin}_x \left\{ \|z\|_1 + \frac{1}{2\lambda t} \|z - \beta\|^2 \right\} = S_{\lambda t}(\beta) \quad (2.8)$$

şeklindedir.

Proksimaldeki $S_{\lambda t}(\beta)$ ayarlanabilir başlangıç fonksiyonudur (Soft Thresholding Function) ve Donoho ve Johnstone (1994) tarafından;

$$S_{\lambda t}(\beta) = \begin{cases} v - \lambda, & v > \lambda \\ 0, & |v| \leq \lambda \\ v + \lambda, & v < -\lambda \end{cases} \quad (2.9)$$

olarak ifade edilmiştir. Duabechies ve ark. (2004) tarafından PG yöntemi şu şekilde ifade edilir.

$$\beta_{k+1} = S_{\lambda t k}(\beta_k - t_k X^T(X\beta_k - y)) \quad (2.10)$$

Burada uygun seçilen adım boyutu $0 < t_k < 1/L$ şeklindedir. $L, \nabla f$ için Lipschitz sabitidir.

PG yöntemindeki yakınsama oranının arttırılması için Beck ve Teboulle, (2009) tarafından APG yöntemi önerilmiştir. APG yöntemi de PG yöntemi gibi hesaplama kolaylığına sahip olup global yakınsama oranı sunar. APG yöntemini LASSO çözümü için kullanmıştır. Bu bağlamda,

$$\tilde{\beta}_k = \beta_k + \frac{k-1}{k+2}(\beta_k - \beta_{k-1}) \quad (2.11)$$

$$\beta_{k+1} = S_{\lambda t k}(\tilde{\beta}_k - t_k X^T(X\tilde{\beta}_k - y)) \quad (2.12)$$

olarak alınmıştır. Burada, yine uygun seçilen adım boyutu $0 < t_k < 1/L$ şeklindedir. Ayrıca, PG ve APG yöntemleri sırasıyla Iterative Soft Thresholding Algorithm (ISTA) ve Fast ISTA (FISTA), olarak da bilinmektedir (Chang ve ark., 2018).

2.2. Ayar Parametresinin Seçimi

LASSO yöntemiyle regresyon parametrelerinin tahmin edilmesi için ayar (tunning) parametresinin optimal değerinin belirlenmesi gerekir. Bu amaçla sıklıkla genelleştirilmiş çapraz geçerlilik (cross-validation – CV) metodu kullanılmaktadır. λ değer dizisi oluşturulduktan sonra her bir x değeri için CV hata değeri hesaplanır. En küçük CV hatasını veren λ değeri optimal değer olarak alınır. λ dizisi,

$$\lambda_{max} = \max_j \frac{|\langle x_j, y \rangle|}{N} \quad (2.13)$$

ile başlar ve en küçük λ değeri için tüm $\hat{\beta}$ tahminleri sıfır olur (Friedman ve ark., 2010).

Khan, Van Aelst ve Zamar (2007)'de olduğu gibi iki değişkenli vinsorizasyon (bivariate winsorization) uygulanarak $|\langle x_j, y \rangle|$ ifadesi muadili ile değiştirilir. Ardından Friedman ve ark. (2010)'nin ifade ettiği yönteme benzer olarak λ dizisi için en büyük değer λ_{max} , en küçük değer $\lambda_{min} = \epsilon \lambda_{max}$ belirlenir. λ_{min} 'den λ_{max} 'a $\log$ ölçeğinde bir K dizisi oluşturulur. Burada genellikle, $\epsilon = 0.001$ ve $K = 100$ değerleri kullanılır.

Konveksiyonel CV değerlerini kullanmak yerine optimal λ değerini belirlemek için klasik BIC (Schwarz, 1978) de kullanılabilir. LASSO için uygun λ değeri, klasik BIC'nin λ 'ya göre minimize edilmesiyle aşağıdaki gibi belirlenir:

$$BIC(\lambda_k) = \log \left[\sum_{i=1}^n \{y_i - x_i' \hat{\beta}(\lambda_k)\}^2 \right] + \log(n) p_{\lambda_k} \quad (2.14)$$

Burada λ_k , λ dizisinin k –ıncı değerini; $\hat{\beta}(\lambda_k)$, LASSO tahminlerini; p_{λ_k} , sıfır olmayan $\hat{\beta}(\lambda_k)$ katsayılarının sayısını ifade eder (Chang ve ark., 2018).

2.3. LASSO ve Ridge Tahmin Edicilerinin Karşılaştırılması

Bölüm 1'de de belirtildiği gibi ridge ve LASSO tahmin edicileri, temel olarak hata kareler toplamının belli bir kısıt altında parametrelere göre minimum yapılması mantığına dayanmaktadır. Bu şekilde kısıtlı optimizasyon yaparak parametre tahminlerinin sıfıra daraltılması amaçlanmaktadır. Her iki yöntemde de tahminler yanlış olmakla birlikte varyansları LS tahmin edicisinin varyansından daha düşük elde edilmektedir.

Genel olarak incelendiğinde LASSO ve ridge tahmin edicilerinin yanlışlık, varyans ve MSE açısından birbirine üstün olduğu söylenemez. LASSO, az sayıda önemli

katsayılara sahip açıklayıcı değişkenlerin olduğu durumlarda daha iyi performans gösterir. Buna karşın, ridge tahminçileri çoğu kabaca birbirine yakın katsayılara sahip açıklayıcı değişkenlerin olduğu durumlarda daha iyi performans göstermektedir. Belirli bir veri setinde hangi modelin kullanılacağını belirlemek için CV metodu kullanılabilir (Gareth ve ark, 2013).

LASSO tahmincisinin ridge tahmincisine göre en üstün yanı bazı regresyon katsayılarını sıfır olarak tahmin ederek değişken seçimi yapmasıdır. İki açıklayıcı değişken, bir başka ifade ile $p = 2$, olması durumunda bu süreç Gareth ve ark. (2013) baz alınarak izleyen paragrafta açıklanmıştır. Ayrıca bkz. Hastie ve ark. (2009).

Daha önce de belirtildiği gibi LASSO ve ridge tahminçileri için parametreler sırasıyla

$$\hat{\beta}_{LASSO} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i' \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right\}$$

ve

$$\hat{\beta}_{Ridge} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i' \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \beta_j^2 \right\}$$

optimizasyon problemlerinin çözümüyle elde edilmektedir. Burada yer alan kısıtlar, LASSO ve ridge tahminçileri için ayrı ayrı incelenir. $p = 2$ olduğunda LASSO tahminleri L_1 kısıtından dolayı,

$$|\hat{\beta}_1| + |\hat{\beta}_2| \leq t \quad (2.15)$$

tarafından belirlenen dörtgen içerisinde bulunan tüm noktalardan oluşacaktır. Benzer şekilde Ridge tahminleri de L_2 kısıtından dolayı,

$$|\hat{\beta}_1|^2 + |\hat{\beta}_2|^2 \leq t \quad (2.16)$$

tarafından tanımlanan daire içerisinde yer alan noktalardır.

t 'nin yeterince büyük olması halinde, sınır bölgeleri $\hat{\beta} = \hat{\beta}_{LS}$ 'yi içerir ve her iki regresyon tahmini de LS tahminine eşit gelir. Böyle bir t değeri için $\lambda = 0$ olmalıdır. LS

tahminleri kısıt bölgesinin dışında yer aldığından böyle bir eşitlikten bahsetmek mümkün değildir.

$\hat{\beta}$ merkezli elipsler sürekli SS_{Res} bölgelerini temsil etmektedir. Elipsler $\hat{\beta}$ 'dan uzaklaştıkça SS_{Res} artmaktadır. LASSO ve Ridge yöntemiyle elde edilen tahminler, elipslerin kısıt bölgesine ilk temas ettiği noktadır. Ridge regresyon için kısıt bölgesi bir daire olduğu için ilk temas noktası hiçbir zaman eksenler üzerinde yer almaz. Bu nedenle, ridge regresyon tahminleri, sıfıra çok yakın bir değer olsa da kesinlikle sıfır değerini alamayacaktır. LASSO regresyon için kısıt bölgesi her iki eksen üzerinde köşelere sahip olduğundan, kısıt bölgesi ile elipsler eksenler üzerinde kesişebilir. Bu durumda regresyon parametrelerinin bazı tahminleri sıfır değerini alabilir. Böylelikle, LASSO regresyon modeli için parametre tahmini yanında eşanlı olarak değişken seçimi de yapmış olur. Detaylar için bkz. Hastie ve ark. (2009), Gareth ve ark. (2013).

Özet bir ifade vermek gerekirse, LASSO tahmincisinin en büyük avantajı, açıklayıcı değişkenlerin alt kümesi ile çalışılmasına olanak sağlamasıdır. Bu sayede daha basit ve yorumlanabilir modeller üretilmiş olur.

2.4. Uyarlanmış (Adaptive) LASSO ve Oracle Özelliği

Tanım: Eşitlik (1.1)'de verilen doğrusal model için açıklayıcı değişkenlerin merkezileştirildiğini varsayalım. $\hat{\beta}(\sigma)$; σ tarafından üretilen katsayı tahmincisi olmak üzere $\hat{\beta}(\sigma)$ aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa σ oracle özelliğine sahiptir (Fan ve Li, 2001; Fan ve Peng, 2004);

1. Doğru alt küme modelini tanımlar bir diğer deyişle değişken seçiminde tutarlıdır:

$$\{j: \hat{\beta}_j \neq 0\} = A$$

2. Asimptotik normallik (optimal tahmin oranına sahip olma) özelliğine sahiptir:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_A(\sigma) - \beta_A^*) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma^*)$$

Burada, $A = [j: \beta_p^* \neq 0]$ ve Σ^* gerçek alt modelin bilinen kovaryans matrisidir. Açıktır ki, $|A| = p_0 < p$ dir.

Model için önemli değişkenlerin belirlenmesinde genellikle en iyi alt küme seçim yöntemi kullanılır. Fakat bu yöntemin iki temel kısıtı vardır. p büyük olduğunda, alt küme seçimi yapmak hesaplama açısından uygun değildir. İkinci kısıt ise alt küme seçiminin fazlasıyla değişken olmasıdır (Breiman, 1995; Fan ve Li, 2001). Ayrıca bu yöntem, seçim aşamasında stokastik hataları ya da belirsizlikleri beraberinde getirmektedir (Fan ve Li, 2001; Shen ve Ye, 2002).

Fan ve Li (2001), LASSO tahmincisinde de uygulanan cezalandırma metodunu incelemiş ve çeşitli sonuçlara ulaşmıştır. Buna göre, L_1 cezası başlangıç noktasında tekil olduğundan değişken seçimini otomatik olarak yapmaktadır. Öte yandan LASSO daralması tahmin riski açısından yetersizdir. Çünkü, LASSO için oracle özelliği geçerli değildir. Bu sorunu ortadan kaldırmak amacıyla değişken seçimi için, Düzgün Şekilde Kesilmiş Mutlak Sapma (Smoothy Clipped Absolute Deviation- SCAD) cezasını önererek oracle özelliğini kanıtlamışlardır.

Ayrıca LASSO'nun, 'optimal tahmin-tutarlı değişken seçimi' çatışmasına sahip olduğu gösterilmiştir (Meinshausen & Bühlmann, 2004).

Tahmin için belirlenen optimal λ 'nın tutarsız değişken seçim sonuçları verdiği kanıtlanmıştır (Meinshausen ve Bühlmann, 2004).

LASSO tahmin edicisi yaygın olarak kullanıldığından oracle özelliğine sahip olup olmadığı araştırılması gereken bir konu olmuştur. LASSO tahmincisinin oracle özelliğine sahip olmadığı gösterilmiştir. Bu nedenle, farklı bir metod arayışına gidilmiş ve LAD-LASSO ortaya konulmuştur. LAD-LASSO tahmin edicisi oracle özelliğine sahip olmakla birlikte kalın kuyruklu hatalara ya da y yönlü aykırı değerlere dayanıklıdır (Wang ve ark., 2007). LAD-LASSO tahmin edicisi;

$$\hat{\beta}_{LAD-LASSO} = \sum_{i=1}^n |y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}| + n \sum_{j=1}^p \lambda_j |\beta_j| \quad (2.17)$$

ile belirlenir. Ayrıca, yapılan çalışmalar LAD-LASSO tahmin edicisinin, modeli tutarlı bir şekilde açıklama özelliğine sahip olduğunu göstermiştir (bkz. Shao, 1997; McQuarrie ve Tsai, 1998; Shi ve Tsai, 2002).

LAD-LASSO'nun yanı sıra uyarlanmış LASSO yönteminin de oracle özelliğine sahip olduğu kanıtlanmıştır. (Zou, 2006).

2.4.1. LASSO'nun Değişken Seçiminde Tutarlı Olmama Durumu

Bu bölümde LASSO tahmin edicisinin tutarlı olmama durumu Zou (2006)'nın çalışması baz alınarak anlatılmıştır.

Knight ve Fu (2000)'ya göre asimptotik analiz için iki koşul söz konusudur;

1. $y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}^* + \varepsilon_i$
 ε_i ; sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı dağılıma sahip, bağımsız ve rassaldır.
2. $\mathbf{C}$ pozitif tanımlı matris olmak üzere;

$$\frac{1}{n} \mathbf{X}' \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{C}$$

ve genelliği bozmadan $A = \{1, 2, \dots, p_0\}$ olarak kabul edilsin;

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

olmak üzere C_{11} , $p_0 \times p_0$ boyutlu bir matris olsun. Bu durumda LASSO tahminleri (2.5)'te belirtildiği gibi alınsın,

$$A_n = \{j: \hat{\beta}_{LASSO}^{(j)} \neq 0\}$$

şeklindedir. Bu durumda LASSO tahminleri sadece $P(A_n = A) = 1$ olduğunda tutarlıdır.

Lemma 1: Eğer, $\lambda_n/\sqrt{n} \xrightarrow{p} \lambda_0 \geq 0$ ise,

$$V_1(u) = (u - \beta^*)' C (u - \beta^*) + \lambda_0 \sum_{j=1}^p |u_j|$$

olmak üzere,

$$\hat{\beta}_{LASSO}^{(j)} \xrightarrow{p} \argmin V_1$$

olur.

Lemma 2: Eğer, $\lambda_n/\sqrt{n} \xrightarrow{p} \lambda_0 \geq 0$ ise,

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_{LASSO}^{(j)} - \beta^*) \xrightarrow{d} \min V_2$$

olur. Burada,

$$V_2(u) = -2u' \omega + u' C u + \lambda_0 \sum_{j=1}^p \left[u_j \operatorname{sgn}(\beta_j^*) I_{(\beta_j^* \neq 0)} \right] + |u_j| I_{(\beta_j^* \neq 0)}$$

ve $\omega, N(0, \sigma^2 \mathbf{C})$ dağılımına sahiptir (Knight ve Fu, 2000).

Lemma 1 sadece $\lambda_0 = 0$ durumunda tahmin tutarlılığından söz eder; ancak değişken seçiminin asimptotik davranışı göz önüne alındığında Lemma 2 gösterir ki, $\lambda_n = O(\sqrt{n})$, $\mathbf{A}_n$ pozitif olasılıkla A ya eşit olamaz.

Teorem 1: Eğer, $\lambda_n/\sqrt{n} \xrightarrow{p} \lambda_0 \geq 0$ ise,

$$\limsup_n P(A_n = A) \leq c < 1$$

dir. Burada, c değişkendir.

Teorem 1'e dayanarak, $\hat{\beta}_{LASSO}^{(j)}$ 'nin asimptotik davranışını incelemek için $\lambda_0 = \infty$ alınsın. Bu durumda, $\lambda_n/n \rightarrow 0$ ve $\lambda_n/\sqrt{n} \rightarrow \infty$ olur.

Lemma 3: Eğer, $\lambda_n/n \rightarrow 0$ ve $\lambda_n/\sqrt{n} \rightarrow \infty$ ise

$$n/\lambda_n \left(\hat{\beta}_{LASSO}^{(j)} - \beta^* \right) \xrightarrow{p} argmin(V_3)$$

olur. Burada,

$$V_3(u) = u'Cu + \sum_{j=1}^p \left[u_j sgn(\beta_j^*) I_{(\beta_j^* \neq 0)} \right] + |u_j| I_{(\beta_j^* = 0)}$$

dir.

Lemma 3'ün iki önemli sonucu vardır:

1. $\hat{\beta}_{LASSO}^{(j)}$ 'nin köke yakınsama oranı $\sqrt{n}$ 'den daha yavaştır.
2. Sınırlayıcı miktar rassal değildir.

Optimal tahmin oranının sadece $\lambda_n = O(\sqrt{n})$ olduğunda kullanılabildiğini ancak bunun da tutarsız değişken seçimine sebep olduğu unutulmamalıdır.

Tahmindeki yakınsama oranından fedakarlık edilirse değişken seçimindeki tutarlılığın sağlanıp sağlanamayacağı araştırılmalıdır (Zou, 2006).

Teorem 1: (Gerek koşul) $\lim_n P(A_n = A) = 1$, $s_j = -1$ veya 1 olan işaret vektörü olmak üzere $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{p_0})'$ olsun. Bu durumda,

$$|C_{21}C_{21}^{-1}\mathbf{s}| \leq 1$$

olur.

Eğer verilen eşitsizlik hatalı olursa LASSO tahmincisi değişken seçiminde tutarsız sonuçlar verecektir. $p_0 = 2m + 1 \geq 3$ ve $p = p_0 + 1$ olarak alınsın. $\mathbf{J}_1$ 1'lerden oluşan matris olmak üzere, $C_{11} = (1 - \rho_1)\mathbf{I} + \rho_1\mathbf{J}_1$, $C_{12} = \rho_2\mathbf{I}$ ve $C_{22} = 1$. Eğer $\frac{-1}{p_0-1} < \rho_1 <$

$\frac{-1}{p_0}$ ve $1+(p_0 - 1)\rho_1 < |\rho_2| < \sqrt{(1 + (p_0 - 1)\rho_1/p_0)}$ ise gerek koşul sağlanmaz. LASSO değişken seçimi tutarlı olmaz.

2.4.2. Uyarlanmış (Adaptive) LASSO (ALASSO) Tahmin Edicisi

LASSO'nun oracle özelliğine sahip olmadığı bir önceki başlık altında incelendi. Ayrıca, tüm katsayıların aynı L_1 cezası ile cezalandırması bir sorun teşkil edebilir. Çünkü tüm katsayıları eşit derecede cezalandırmaya zorlar. Bu durumda, değişkenleri farklı ağırlıklar ile cezalandırmak daha doğru sonuçlar elde edilmesini sağlayabilir (Zou, 2006). Bu şekilde tanımlanan LASSO tahmin edicisi uyarlanmış olarak adlandırılır ve ALASSO olarak gösterilir. Bu durumda, ALASSO tahmin edicisi,

$$\hat{\beta}_{ALASSO} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - x'_i \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p w_j |\beta_j| \right\} \quad (2.18)$$

Optimizasyon probleminin çözümü olarak elde edilir. Burada, w_j 'ler bilinen ağırlıklardır. Zou (2006), w_j ağırlıklarının

$$\hat{w}_j = \frac{1}{|\hat{\beta}_j|^\gamma}, \quad \gamma > 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.19)$$

şeklinde alınmasını önermiştir. Burada, $\hat{\beta}_j \beta_j^*$ için tutarlı bir tahmin edicidir. Bu kapsamda LS tahmin edicisinin kullanılması da önerilmiştir.

ALASSO, klasik LASSO'ya göre üstünlüğü, uygun λ_n 'nin seçimiyle oracle özelliğine sahip olmasıdır. Bu durum, aşağıda Teorem 2'de verilmiştir.

Teorem 2: (ALASSO'nun oracle özelliği) $\lambda_n/\sqrt{n} \rightarrow 0$ ve $\lambda_n n^{(\gamma-1)/2} \rightarrow \infty$ olmak üzere,

ALASSO tahmin edicisi aşağıdaki özellikleri sağlar;

- (1) Değişken seçiminde tutarlılık: $\lim_n P(A_n^* = A) = 1$
- (2) Asimptotik normallik: $\sqrt{n}(\hat{\beta}_{n_A}^* - \beta_A^*) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2 x C_{11}^{-1})$

Ayrıntı için bkz. Zou (2006).

Teorem 2, ALASSO'daki L_1 cezasının en az oracle cezası kadar iyi olduğunu ifade etmektedir. Bu durumda,

- i. $\hat{\beta}'$ 'nin $\hat{\beta}_n^*$ için tutarlı olmasına gerek yoktur. Tutarlı olmaması durumunda da oracle özelliği sağlanmaktadır.
- ii. Köşegen elemanları w_j 'lerden oluşan ağırlık matrisi önemlidir. n boyutu büyüdükçe; sıfır katsayılı açıklayıcıların ağırlıkları sonsuz değerine doğru büyüyecektir. Sıfırdan farklı katsayıya sahip açıklayıcıların ağırlıkları ise sonlu bir sabite yakınsayacaktır. Böylece asimptotik olarak büyük katsayı tahmini ve küçük eşik tahmini yapılabilir. Fan ve Li (2001)'nin ortaya koyduğu gibi oracle özelliği, süper verimlilik (süper-efficiency) kavramı ile ilişkilidir (Lehmann ve Casella, 1998).

Literatürde LASSO tahmincisinin farklı uygulamaları da söz konusudur. Bunlardan bazıları şu şekildedir. Huang (2003), LASSO tahmin edicinin ön tahmin hatasını vererek LASSO tahmin ediciyi genellemiştir. Yuan ve Lin (2005), grup LASSO'yu önermiştir. Tibshirani ve ark. (2005),

$$\sum_{j=1}^p |\beta_j| \leq s_1 \quad \text{ve} \quad \sum_{j=2}^r |\beta_j - \beta_{j-1}| \leq s_2$$

kısıtları altında,

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^p x_{ij} \beta_j \right)^2 \right\} \quad (2.20)$$

tahmin edicisini ortaya koyarak Fused LASSO adını vermiştir. Wang ve ark. (2007), düzeltilmiş LASSO'yu önermişler ve bunun için bir algoritma geliştirmişlerdir. Bach (2008), Bootstrap LASSO tahminlerini Bolasso adıyla vermiştir.

3. DAYANIKLI LASSO TAHMİN EDİCİSİ

İstatistiksel analizde, veri setinde aykırı değer olması sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Aykırı değerlere, açıklayıcı değişkenlerde ya da yanıt değişkeninde rastlanabilir. Bilindiği gibi LS tahmin edicileri aykırı değerlere karşı oldukça hassastır. LASSO tahmin edicileri de LS merkezli olduğundan aykırı değerlerden önemli ölçüde etkilenir. Bu problemi çözmek amacıyla çeşitli çözüm yolları ortaya konmuştur. Wang ve ark. (2007), en az mutlak sapma (Least Absolute Deviation- LAD) kaybını LASSO cezalandırması ile birleştirerek LAD-LASSO tahmin edicilerini ortaya koymuştur. LAD-LASSO tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_{LAD-LASSO} = \sum_{i=1}^n |y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}| + n \sum_{j=1}^p \lambda_j |\beta_j| \quad (3.1)$$

ile belirlenir. Ayrıca oracle özelliğine sahip olmakla birlikte kalın kuyruklu hatalara veya aykırı değerlere dayanıklıdır (Wang ve ark., 2007). Fakat LAD kaybı, küçük hataları güçlü bir şekilde cezalandırdığından hatalı sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Yani LAD-LASSO tahminleri, yanıtlarda herhangi bir aykırı değer olmadığında LS tahminlerinden daha düşük etkinliğe sahiptir (Owen, 2007; Lambert-Lacroix ve Zwald 2011).

Bazı araştırmacılar da LASSO'nun dayanıklı versiyonunda, M-tahmin edicilerini kullanarak aykırı değer problemine karşı alternatif bir çözüm yolu geliştirmeyi amaçlamışlardır (Owen, 2007; Li, Peng ve Zhu, 2011; Lambert-Lacroix ve Zwald, 2011).

Literatürde sıklıkla kullanılan dayanıklı regresyon tahmin edicileri L-, M-, GM- ve R-tahmin edicileri olarak gruplandırılabilir. Ayrıca, yüksek kırılma noktasına sahip olan en küçük medyan kareler (Least Median Squares-LMS) tahmin edicisi, en küçük kırılmış kareler (Least Trimmed Squares-LTS) tahmin edicisi, S-, MM-tahmin edicileri de bu grup içinde yer almaktadır.

3.1. M-tahmin edicileri

M-tahmin edicileri ilk kez 1964 yılında P.J. Huber tarafından önerilmiştir. M-tahmin yöntemi, ML yönteminin genelleştirilmesi felsefesine dayanır. Bilindiği gibi, ML tahmin edicisi olabilirlik fonksiyonun parametrelere göre maksimum yapılmasıyla elde edilir. M-tahmin edicisi ise belli özellikleri sağlayan ve genellikle ρ ile gösterilen bir amaç fonksiyonunu parametrelere göre minimum yapılması esasına dayanır. Eğer, $\rho = -\ln f$ olarak alınırsa M-tahmin edicisi ML tahmin edicisine indirgenmiş olur. Burada, f , hata dağılımının olasılık (yoğunluk) fonksiyonudur. Aşağıda, doğrusal regresyon modelinin Eşitlik (2.2)'de yer alan formu için M-tahmin edicilerinin bulunuşu ve özellikleri genel olarak özetlenmiştir. Detaylı bilgi için bkz. Maronna ve ark. (2006).

Model (2.2) verilsin. Bu durumda, β parametresi için M tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_M = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\hat{\sigma}} \right) \quad (3.2)$$

olarak ifade edilir. Eğer, ρ fonksiyonu türevlenebilir ve $\rho' = \psi$ ise β parametresi için M tahmin edicisi

$$\sum_{i=1}^n \psi \left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\hat{\sigma}} \right) x_i' = 0 \quad (3.3)$$

denkleminin çözümü olur. Burada, $\hat{\sigma}$ ölçek parametresinin dayanıklı bir tahminidir.

Açıktır ki, ρ ve (dolayısıyla ψ) fonksiyonunun uygun seçilmesiyle aykırı değerlerin etkisi azaltılır ve sonuçta elde edilen tahmin edici dayanıklı olur. Ayrıca, ρ amaç fonksiyonunun dayanıklılığı gereken özellikler de söz konusudur. Bunlar:

- i. $\rho \geq 0$
- ii. $\rho(0) = 0$
- iii. $\rho(\varepsilon) = \rho(-\varepsilon)$
- iv. $|\varepsilon_i| > |\varepsilon_j|$ için $\rho(\varepsilon_i) \geq \rho(\varepsilon_j)$.

şeklinde ifade edilebilir (Fox, 2002).

Regresyon M-tahmin edicisi y –yönlü aykırı değerlere karşı dayanıklı iken x -yönlü aykırı değerlere karşı dayanıklı değildir. Ancak, sıfıra azalan ψ fonksiyonlarının M-tahmin sürecinde kullanılması, hem y - hem de x - yönlü aykırı değerlere karşı M-tahmin edicilerini dayanıklı hale getirir. Bir başka ifade ile ψ fonksiyonun sıfıra azalan olması dayanıklı tahmin açısından önemli bir avantaj sağlar (Rousseeuw ve Yohai, 1984; Yohai 1987).

Literatürde farklı ρ ve ψ fonksiyonları oluşturulmuştur. Bu tez çalışmada, ψ fonksiyonunun monoton ve sıfıra azalan olduğu durumlar ele alınmıştır. Sıfıra azalan ψ fonksiyonları da kesin (hard) ve ılımlı (soft) olmak üzere ikiye sınıfta değerlendirilmektedir, bkz. Holland ve Welsch, 1977. Bu bilgiler ışığında, tez çalışmasında kullanılan ψ fonksiyonları ve ilgili ρ fonksiyonları aşağıda açıklanmıştır.

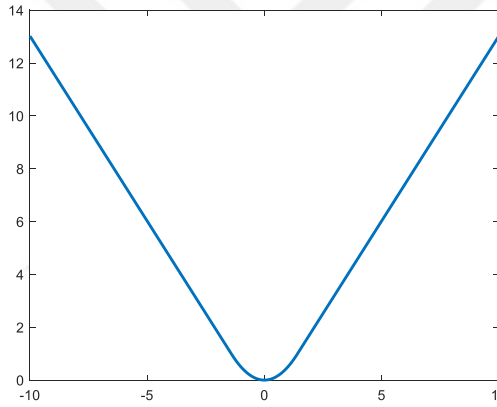
3.1.1. Monoton ψ fonksiyonları

Bu çalışmada, monoton ψ fonksiyonuna sahip Huber, Fair ve Logistic fonksiyonları kullanılmıştır.

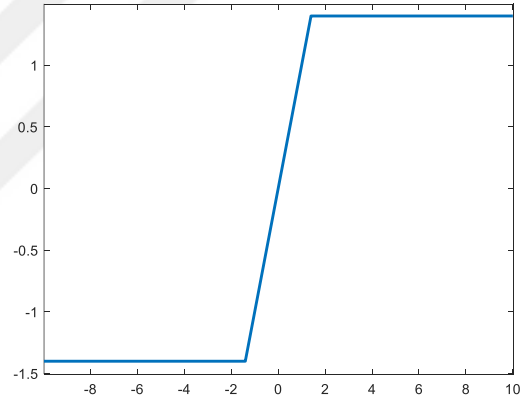
Huber (1964) tarafından önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.4) ve Eşitlik (3.5)'de verilmiştir. Bu fonksiyonları grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.1a) ve Şekil (3.1b)'de sunulmuştur.

$$\rho_H(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & |x| < c \\ c|x| - \frac{1}{2}c^2, & |x| \geq c \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\psi_H(x) = \begin{cases} -c, & x \leq -c \\ x, & |x| < c \\ c, & x \geq c \end{cases} \quad (3.5)$$



Şekil 3.1a. Huber'in ρ fonksiyonu



Şekil 3.1b. Huber'in ψ fonksiyonu

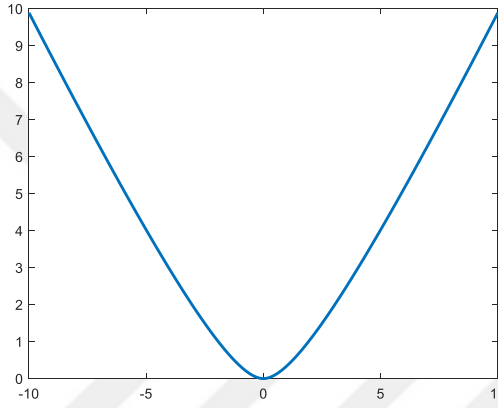
Şekil 3.1. Huber'in ρ ve ψ fonksiyonu

Eşitlik (3.4) ve Eşitlik (3.5)'de yer alan c sabiti dayanıklılık ayar parametresi olarak adlandırılır. Açıkça ki, c ikinci derece ifadeden doğrusal duruma nerede geçileceğinin belirleyen bir sabittir. Büyük c değerleri için, ρ fonksiyonu LS gibi davranış gösterirken; c 'nin küçük değerleri için LAD yöntemine benzer davranış gösterir. Bu durum bize aykırı değerlere karşı daha dayanıklı olduğunu gösterirken, normal dağılımlı hatalarda etkinliğin düştüğünü gösterir. c sabiti, dayanıklılık ve etkinlik arasındaki dengeyi kontrol eder. $c = 1.345$ alındığında standart normal dağılım için %95 asimptotik etkinlik elde edilir, bkz. Maronna ve ark. (2006).

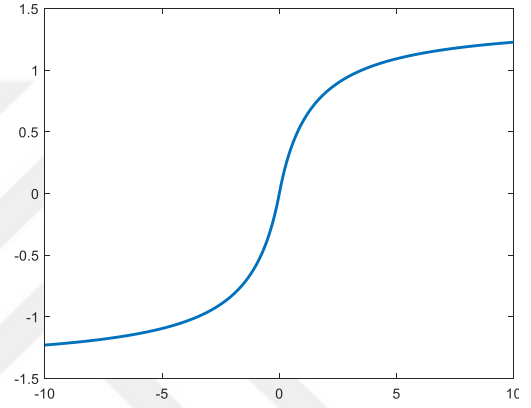
Fair (1974), tarafından önerilen önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.6) ve Eşitlik (3.7)'de verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.2a) ve Şekil (3.2b)'de sunulmuştur.

$$\rho_F(x) = c^2 \left[\frac{|x|}{c} - \log \left(1 + \frac{|x|}{c} \right) \right] \quad (3.6)$$

$$\psi_F(x) = \frac{x}{1 + \frac{|x|}{c}} \quad (3.7)$$



Şekil 3.2a. Fair'in ρ fonksiyonu



Şekil 3.2b. Fair'in ψ fonksiyonu

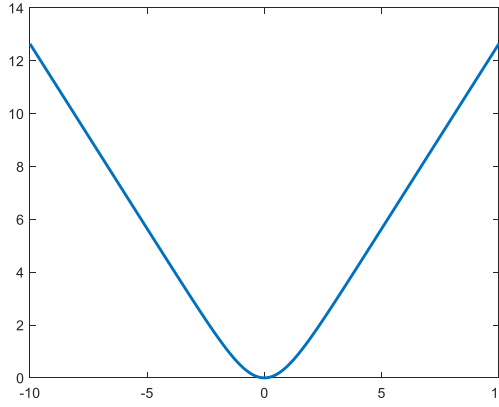
Şekil 3.2. Fair'in ρ ve ψ fonksiyonu

Eşitlik (3.6) ve Eşitlik (3.7)'de yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 1.4 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).

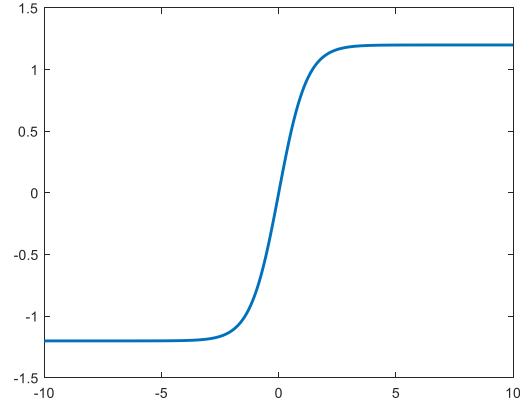
Lojistik ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.8) ve Eşitlik (3.9)'da verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.3a) ve Şekil (3.3b)'de sunulmuştur.

$$\rho_L(x) = c^2 \left[\log \left(\cosh \left(\frac{x}{c} \right) \right) \right] \quad (3.8)$$

$$\psi_L(x) = \frac{\tanh \left(\frac{x}{c} \right)}{\frac{x}{c}} \quad (3.9)$$



Şekil 3.3a. Logistik ρ fonksiyonu



Şekil 3.3b. Logisti ψ fonksiyonu

Şekil 3.3. Logistik ρ ve ψ fonksiyonu

Eşitlik (3.8) ve Eşitlik (3.9)'da yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 1.205 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).

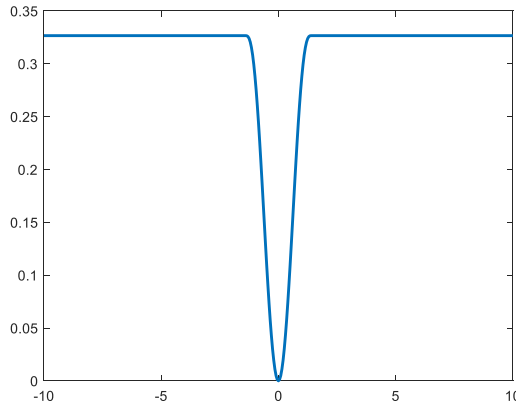
3.1.2. Sıfıra azalan ψ fonksiyonları

Bu çalışmada, sıfıra azalan ψ fonksiyonu kapsamında Tukey, Andrew, Talwar, Cauchy ve Welsch fonksiyonları ele alınmıştır. Sıfıra azalan fonksiyonlar da kesin ve ılımlı olarak iki kategoride incelenmektedir. ψ fonksiyonun kesin sıfıra azalan olması, $|r|$ nin yeterince büyük değerleri için $\psi(r) = 0$ olmasıdır. ψ fonksiyonun ılımlı sıfıra azalan olması ise $|r|$ nin yeterince büyük değerleri için $\psi(r) \rightarrow 0$ olmasıdır. Tukey, Andrews ve Talwar kesin sıfıra azalan ψ fonksiyonuna sahip iken Cauchy ve Welsch ılımlı sıfıra azalan ψ fonksiyonuna sahiptir, detaylı bilgi için bkz. Holland ve Welsch (1977).

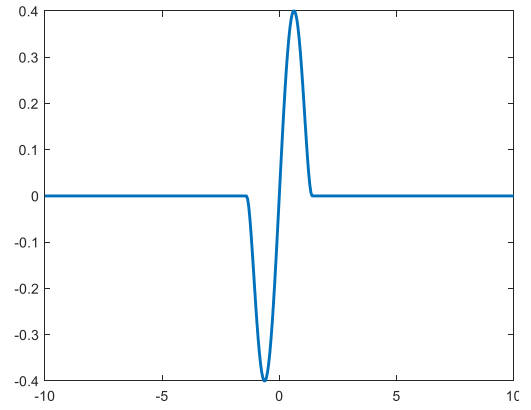
Beaton ve Tukey (1974) tarafından önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.10) ve Eşitlik (3.11)'de verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.4a) ve Şekil (3.4b)'te sunulmuştur.

$$\rho_B(x) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right)^3 \right), & |x| \leq c \\ \frac{c^2}{6}, & |x| > c \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\psi_B(x) = \begin{cases} x \left(1 - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right)^2, & |x| \leq c \\ 0, & |x| > c \end{cases} \quad (3.11)$$



Şekil 3.4a. Tukey'in ρ fonksiyonu



Şekil 3.4b. Tukey'in ψ fonksiyonu

Şekil 3.4. Tukey'in ρ ve ψ fonksiyonu

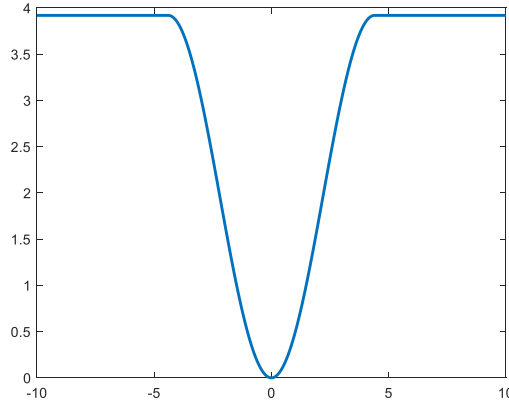
şitlik (3.10) ve Eşitlik (3.11)'de yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 4.68 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).

Andrews ve ark. (1972) tarafından önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.12) ve Eşitlik (3.13)'te verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.5a) ve Şekil (3.5b)'de sunulmuştur.

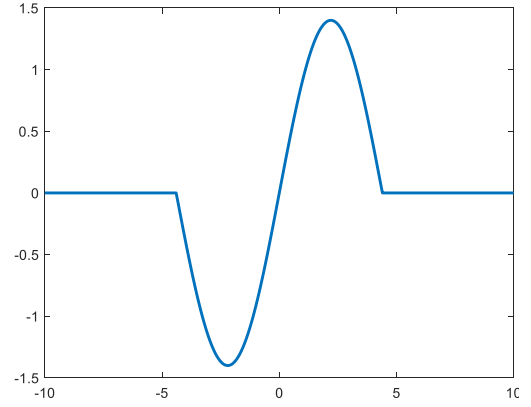
$$\rho_A(x) = \begin{cases} c^2(1 - \cos(\frac{x}{c})), & |x| \leq \pi c \\ 2c^2, & |x| > \pi c \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\psi_A(x) = \begin{cases} c \sin(\frac{x}{c}), & |x| \leq \pi c \\ 0, & |x| > \pi c \end{cases} \quad (3.13)$$

Eşitlik (3.12) ve Eşitlik (3.13)'de yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 1.339 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).



Şekil 3.5a. Andrews'un ρ fonksiyonu



Şekil 3.5b. Andrews'un ψ fonksiyonu

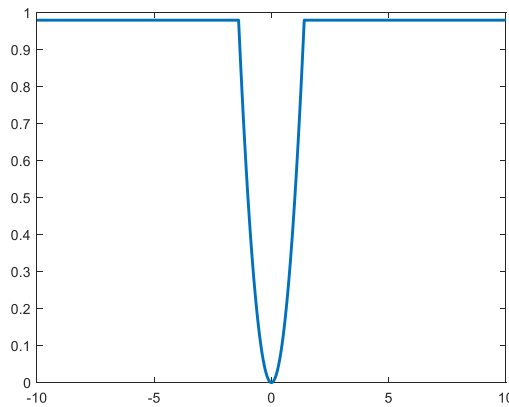
Şekil 3.5. Andrews'un ρ ve ψ fonksiyonu

Hinich ve Talwar (1975) tarafından önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.14) ve Eşitlik (3.15)'te verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.6a) ve Şekil (3.6b)'de sunulmuştur.

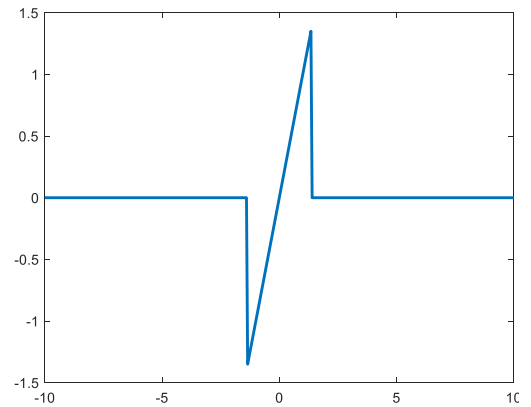
$$\rho_T(x) = \begin{cases} x^2/2, & |x| \leq c \\ c^2/2, & |x| > c \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\psi_T(x) = \begin{cases} x & |x| \leq c \\ 0, & |x| > c \end{cases} \quad (3.15)$$

Eşitlik (3.14) ve Eşitlik (3.15)'te yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 2.795 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).



Şekil 3.6a. Talwar'ın ρ fonksiyonu



Şekil 3.6b. Talwar'ın ψ fonksiyonu

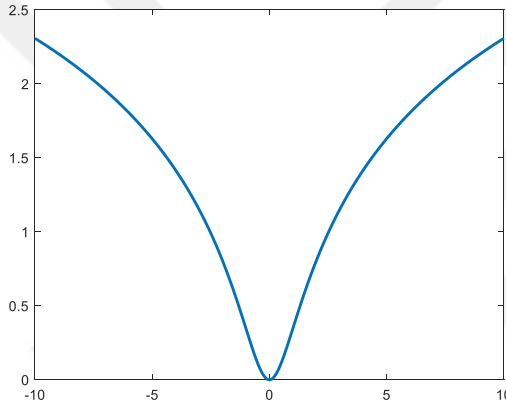
Şekil 3.6. Talwar'ın ρ ve ψ fonksiyonu

Cauchy dağılımı temel alınarak önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.16) ve Eşitlik (3.17)'de verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.7a) ve Şekil (3.7b)'de sunulmuştur.

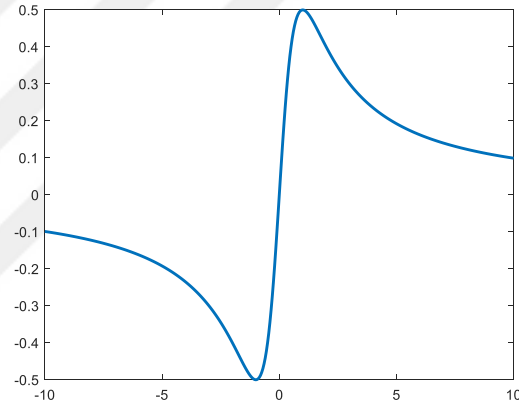
$$\rho_c(x) = \frac{c^2}{2} \log \left(1 + \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right) \quad (3.16)$$

$$\psi_c(x) = \frac{x}{1 + \left(\frac{x}{c} \right)^2} \quad (3.17)$$

Eşitlik (3.16) ve Eşitlik (3.17)'de yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 2.385 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).



Şekil 3.7a. Cauchy'nin ρ fonksiyonu



Şekil 3.7b. Cauchy'nin ψ fonksiyonu

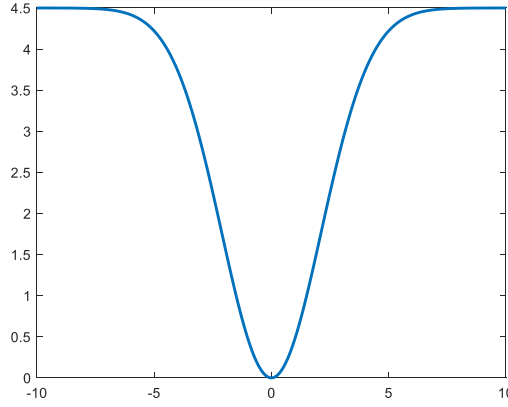
Şekil 3.7. Cauchy'nin ρ ve ψ fonksiyonu

Dennis ve Welsch (1976) tarafından önerilen ρ ve ψ fonksiyonları sırasıyla Eşitlik (3.18) ve Eşitlik (3.19)'da verilmiştir. Bu fonksiyonların grafikleri ise sırasıyla Şekil (3.8a) ve Şekil (3.8b)'de sunulmuştur.

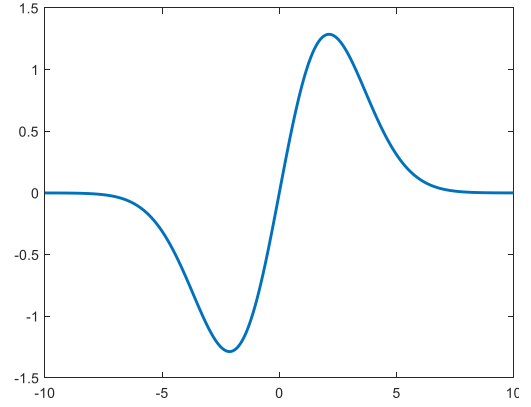
$$\rho_w(x) = \frac{c^2}{2} \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right) \right] \quad (3.18)$$

$$\psi_w(x) = x \exp \left(- \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right) \quad (3.19)$$

Eşitlik (3.18) ve Eşitlik (3.19)'de yer alan c dayanıklılık ayar parametresinin 2.985 olarak alınması önerilmektedir, bkz. Holland and Welsch (1977).



Şekil 3.8a. Welsch'in ρ fonksiyonu



Şekil 3.8b. Welsch'in ψ fonksiyonu

Şekil 3.8. Welsch'in ρ ve ψ fonksiyonu

3.2. Dayanıklı LASSO Tahmin Edicisi

Klasik LASSO tahmincisinde kullanılan karesel kayıp fonksiyonunun aykırı değerlere karşı duyarlı olduğu iyi bilinmektedir. Benzer durum ALASSO tahmin edicisi için de geçerlidir; çünkü ALASSO tahmin edicisinde klasik LASSO'dan farklı olarak parametreler belli bir ağırlıkla cezalandırılmaktadır. Dayanıklı LASSO tahmin edicisindeki temel amaç, aykırı değerlerden olabildiğince az etkilenen alternatif bir çözüm oluşturmaktır.

Bu tez çalışmasında oracle özelliğini dayanıklılarından dolayı ALASSO tahmincisinin dayanıklı versiyonları ele alınmıştır. Dayanıklı ALASSO, Eşitlik (2.18)'de verilen ALASSO tahmincisinin geliştirilmesiyle elde edilebilir. Şöyle ki, Eşitlik (2.18)'de yer alan karesel kayıp fonksiyonu yukarıda açıklanan ρ fonksiyonlarından biri ile değiştirilerek dayanıklı ALASSO tahmincisi tanımlanabilir, bkz. Chang ve ark. (2018). Bir başka ifade ile, dayanıklı ALASSO tahmin edicisi,

$$\operatorname{argmin} 2 \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}}{\hat{\sigma}} \right) + \lambda \sum_{j=1}^p \hat{\omega}_j |\boldsymbol{\beta}_j| \quad (3.20)$$

minimizasyon probleminin çözümü elde edilebilir. Burada, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^M$, j – inci parametresinin M-tahmin edicisi olmak $\hat{\omega}_j = 1/|\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^M|$ şeklinde alınan ağırlıklardır. Eğer, Eşitlik (3.20)'de ρ fonksiyonu karesel kayıp fonksiyonu ve $\sigma = 1$ alınırsa ALASSO tahmin edicisi elde edilir. Benzer şekilde, ρ LAD kayıp fonksiyonu ve $\sigma = 1$ olarak alınır ve $\hat{\omega}_j$ ağırlıkları LAD tahminleri ile oluşturulursa Wang ve ark. (2007) tarafından önerilmiş olan uyarlanmış LAD-LASSO tahmin edicisi elde edilmiş olur. Owen (2007), Lambert-Lacroix ve Zwald (2011)

Huber'ın ρ fonksiyonunu kullanarak dayanıklı LASSO ve ALASSO tahmin edicilerini tanımlamışlardır. Ayrıca, Alfons ve ark. (2013) ise aralıklı en küçük kırılmış kareler, (sparse least trimmed squares) yöntemini önermişlerdir.

Gerek LAD-LASSO tahmin edicisi gerekse de uyarlanmış versiyonu özellikle y-yönlü aykırı değerlere dayanıklı iken normallik varsayımı altında etkin değildirler. Dayanıklı ALASSO tahmincisi oracle özelliğine sahip (Lambert-Lacroix ve Zwald, 2011) olmasına rağmen açıklayıcı değişkenlerde aykırı değer olması durumunda etkinliğini yitirmektedir.

Bu nedenlerle, Chang ve ark. (2018) Tukey'in ρ fonksiyonunu kullanarak dayanıklı ALASSO tahmincisini tanımlamışlar ve oracle özelliğine sahip olduğunu göstermişlerdir. Benzer bir çalışma Smuscler ve Yohai (2015) tarafından da ele alınmıştır. Chang ve ark. (2018) dayanıklı ALASSO tahmin edicilerini MM-yöntemini ve APG algoritmasını kullanarak elde etmişlerdir. Chang ve ark. (2018)'in önerdiği dayanıklı ALASSO tahmin edicisinin hem ön kestirim hem de model seçimi açısından literatürde yer alan diğer LASSO yöntemlerinden daha iyi bir performansa sahip olduğu simülasyon çalışmasıyla gösterilmiştir.

Bu tez çalışmasında, Chang ve ark. (2018)'in önerdiği dayanıklı ALASSO yöntemi temel alınmıştır. Sıfıra azalan ψ fonksiyonlarının M-tahmin edicilerinin performansı üzerinde önemli bir etkisi olduğundan (Rousseeuw ve Yohai, 1984; Yohai, 1987) bir önceki bölümde açıklanan kesin ve sıfıra azalan fonksiyonları kullanılarak dayanıklı ALASSO tahmin edicileri APG algoritması yardımıyla elde edilmiştir. Bir başka ifade ile Eşitlik (3.20)'de yer alan ρ fonksiyonu için sırasıyla Eşitlik (3.12)-(3.18)'de verilen $\rho_A, \rho_T, \rho_C, \rho_W$ fonksiyonları olarak alınmıştır. Bunlara ek olarak, ρ fonksiyonu Eşitlik (3.4)-(3.8)'de verilen ρ_H, ρ_L ve ρ_F fonksiyonları olarak da alınmıştır.

Dayanıklı ALASSO tahmin edicilerinin bulunabilmesi için Bölüm 2.2.2.'de verilen APG algoritmasının modifiye edilmesi ve λ 'nın dayanıklı olarak belirlenmesi gerekmektedir. İzleyen bölümlerde, dayanıklı ALASSO'nun nasıl bulunacağı yine Chang ve ark. (2018) çalışması temelinde açıklanmıştır.

3.2.1. Dayanıklı versiyon için APG algoritması

Farklı ρ ve ψ fonksiyonları kullanılarak dayanıklı LASSO modelleri için APG algoritması düzenlenebilir. Örneğin Tukey-LASSO çözümleri için $f(\beta)$ ve gradient;

$$f(\beta) = \rho(y - \mathbf{X}\beta)$$

$$\nabla f(\beta) = -\frac{1}{\sigma} \mathbf{X}' \psi \left(\frac{y - \mathbf{X}\beta}{\sigma} \right)$$

olarak ifade edilir. APG adımları;

- $\tilde{\beta}_k = \beta_k + \frac{k-1}{k+2}(\beta_k - \beta_{k-1})$
- $\beta_{k+1} = S_{\lambda_{t_k}}(\widehat{\beta}_k + \frac{t_k}{\sigma} \mathbf{X}'\psi\left(\frac{y - \mathbf{X}\widehat{\beta}}{\sigma}\right))$

şeklinde dir. Burada σ , S-tahmincileri tarafından modelin fitlenmesi ile elde edilen sonuçların Median Absolute Deviation (MAD) tahminidir.

3.2.2. Dayanıklı ALASSO için λ 'nın belirlenmesi

LASSO'nun dayanıklı versiyonları için, aşağıda ifade edilen genelleştirilmiş dayanıklı BIC'yi minimum yapan λ değeri alınır.

$$RBIC(\lambda_k) = 2 \sum_{i=1}^n \rho_d\left(\frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \widehat{\beta}(\lambda_k))}{\hat{\sigma}}\right) + \log(n) p_{\lambda_k} \quad (3.21)$$

Burada, $L(\widehat{\beta}(\lambda_k), \hat{\sigma})$ kayıp fonksiyonun dayanıklı versiyonu ifade eder. Deyatlı bilgi için bkz. Chang ve ark. (2018).

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, literatürde var olan tahmin ediciler ve bu tez kapsamında ele alınan tahmin ediciler sonlu örneklem için simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır. Bu bağlamda lineer regresyon modeli üzerinde çalışılmıştır. Simulasyon yapısı, Chang ve ark. (2018) temel alınarak oluşturulmuştur.

Simulasyon çalışmasında Eşitlik (2.2)'de verilen doğrusal regresyon modeli kullanılmıştır. İlgili modelin tahmin aşamasında $p < n$ olmak üzere $p = 10$ olarak belirlenmiştir (Chang ve ark., 2018). Tasarım matrisinin ilk sütunu klasik olarak $\mathbf{1}_n$ vektöründen oluşurken diğer açıklayıcı değişkenler sıfır ortalamaya sahip çok boyutlu normal dağılımdan elde edilmiştir. Ancak varyans kovaryans matrisi

$$\text{cov}(x_{ij}, x_{il}) = \rho^{|j-l|}, \quad 1 \leq j, l \leq 10 \quad (4.2)$$

olarak alınmıştır. Burada $\rho = 0.5$ 'tir..

Başlangıçta belirlenerek sunulan *doğru* model ile tahmin edilen modelin belli kriterlere göre karşılaştırılması yapılmıştır. Böylece yürütülen simülasyon çalışması ile mevcut ve önerilen tahmin ediciler arasında detaylı bir karşılaştırma yapılması amaçlanmaktadır. Doğru model;

$$y_i = x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} + x_{i4} + x_{i5} + \varepsilon_i \quad (4.3)$$

şeklinde belirlenmiştir. Bir başka ifadeyle, Eşitlik (2.2)'de parametre vektörü $\beta = (0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)'$ olarak seçilmiştir. Eğitim verisi (Training Data) ve test verisi (Testing Data) için n birimlik örneklemeler kullanılmıştır.. Simülasyon çalışması için MatLab programı kullanılmıştır. Nümerik çözüm için önceki bölümlerde bahsedilen APG algoritmasından yararlanılmıştır. Süreçte optimum çözümlere konveks optimizasyon (CVX: MatLab Software for Disciplined Convex Programming, (Grant, Boyd, ve Ye 2008) yardımıyla ulaşılmıştır. Başlangıç değerler MM-tahmin edicilerinden elde edilmiştir. Maksimum iterasyon 1000, tolerans değeri $10e-6$ olarak belirlenmiştir. Detaylı bilgi için bkz, Chang ve ark. (2018).

LASSO (Tibshirani, 1996), uyarlanmış LASSO (ALASSO) (Zou, 2006), Huber ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-H) (Owen, 2007 ve Lambert-Lacroix ve Zwald, 2011), Tukey ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-B) (Chang ve ark. 2018), Cauchy ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-C) , Andrews ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-A), Fair ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-F), Welsch ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-

W), Lojistik ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-L), Talwar ρ fonksiyonuna dayalı ALASSO (AL-T) tahmin edicileri çeşitli senaryolar ile karşılaştırılmıştır. Böylece dayanıklı olma özellikleri açısından incelenebilmişlerdir. Sırasıyla senaryolar şu şekildedir;

- Senaryo-1: Modelde bağımlı ve bağımsız değişkenler aykırı değer içermez ve $\varepsilon_i \sim N(0,1)$.
- Senaryo-2: Modelde yalnızca yanıt değişkeni aykırı değer içerir. Bu durumu dayanıklılık amacıyla hata terimleri için Laplace dağılımı (La. D.), Lojistik dağılım (Lo. D.), Student-t(5) dağılımı (t5 D.), Student-t(2) dağılımı (t2 D.), Cauchy dağılımı (Ca. D.), Slash dağılımı (Sl. D.), Kirletilmiş (Contaminated) Normal dağılım (%10) (CN%10 D.), Kirletilmiş Normal dağılım (%20) (CN%20 D.) alınmıştır.
- Senaryo-3.1: Modelde hem yanıt hem de açıklayıcı değişkenler aykırı değer içerir. Bu amaçla, açıklayıcı değişkenlerin %10'u $N(10,1)$ dağılımıyla kirletilmiştir. Ayrıca, hata dağılımı için Senaryo-1 ve Senaryo-2'deki dağılımlar ele alınmıştır.
- Senaryo-3.2: Modelde yine hem yanıt hem de açıklayıcı değişkenler aykırı değer içerir. Bu defa, açıklayıcı değişkenlerin %20'si $N(10,1)$ dağılımıyla kirletilmiştir. Hata dağılımı için Senaryo-1 ve Senaryo-2'deki dağılımlar ele alınmıştır.

Her bir senaryo için örneklem hacmi 50, 100 ve 200 olarak alınmıştır. Dolayısıyla, toplamda 81 farklı durum simülasyon çalışmasında ele alınmıştır. Senaryo ayrıntıları Tablo 4.1'de sunulmuştur.

Tablo 4.1. Simülasyon senaryoları

Senaryolar	x	ε	y	n
Senaryo-1	Aykırı değer içermez	N.D.	Aykırı değer içermez	$n = 50,$ $n = 100,$ $n = 200$
Senaryo-2	Aykırı değer içermez	La. D., Lo. D., t5 D., t2 D., Ca D., Sl. D., CN%10 D., CN%20 D.	Aykırı değer içerir	$n = 50,$ $n = 100,$ $n = 200$
Senaryo-3.1	Aykırı değer içerir (%10)	N.D. La. D., Lo. D., t5 D., t2 D., Ca D., Sl. D., CN%10 D., CN%20 D.	Aykırı değer içerir	$n = 50,$ $n = 100,$ $n = 200$
Senaryo-3.2	Aykırı değer içerir (%20)	N.D. La. D., Lo. D., t5 D., t2 D., Ca D., Sl. D., CN%10 D., CN%20 D.	Aykırı değer içerir	$n = 50,$ $n = 100,$ $n = 200$

Tahmin edicilerin karşılaştırılması için optimal λ değerleri Bölüm 3’de anlatıldığı şekilde elde edilmiştir. Bu optimal değer kullanılarak model parametreleri tahmin edilmiştir. Tahmin edicilerin performansları; MSE, Ön Kestirim Hata Kareler Ortalaması (Mean Square Prediction Error-MSPE) kriterleri kullanılmıştır. MSE ve MSPE el edilişleri ise şu şekildedir;

$$MSE = (n_{Eğitim})^{-1} \sum_{i=1}^n \|\hat{\beta}_i - \beta_i\|^2$$

$$MSPE = (n_{Test})^{-1} \sum_{i=n_{Eğitim}+1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2$$

Bu kriterlerden MSE eğitim verisi ($n_{Eğitim}$), MSPE test verisi (n_{Test}) kullanılarak hesaplanmıştır. MSE ve MSPE için ortalama, medyan ve standart sapma sunulmuştur. Model Seçim Doğruluğu (Model Selection Accuracy-MSA) ise yöntemin doğru modelde 1 olarak kabul edilen katsayıların sıfırdan farklı tahmin edilmesi (Number of Correct-NC), 0 olarak kabul edilen katsayıların sıfırdan farklı tahmin edilmesi (Number of Incorrect-NIC) ve doğru modelin seçilmesi (Correctly Fitted-CF) için oransal değerler sunmaktadır.

Burada belirtmek gerekir ki, bu çalışma kapsamında sadece ALASSO’nun M-tahmin edicilerine dayalı dayanıklı versiyonları ele alınmıştır. Bunun bir sebebi, Chang ve ark (2018) önerdikleri dayanıklı ALASSO tahmin edicisinin (ALASSO-B) literatürde yer alan diğer dayanıklı ALASSO tahmin edicilerinden genel olarak daha iyi performansa sahip olduğunun göstermiş olmasıdır.

Senaryo-1 için elde edilen simülasyon sonuçları Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.2. *Senaryo-1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , Normal Dağılım)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S1 / 50 / Normal	LASSO	0,8526	0,8554	0,0593	1,3221	1,3015	0,1518	1,00	0,68	0,32
	ALASSO	0,8493	0,8520	0,0679	1,2863	1,2511	0,1486	0,99	0,30	0,70
	AL-H	0,8917	0,8916	0,0647	1,3613	1,3240	0,2014	0,99	0,75	0,25
	AL-B	0,9448	0,9469	0,0781	1,5680	1,4894	0,3815	0,95	0,76	0,22
	AL-C	0,8845	0,8850	0,0737	1,3672	1,3116	0,2188	0,96	0,42	0,56
	AL-A	0,9362	0,9330	0,0833	1,5443	1,4669	0,3669	0,88	0,51	0,43
	AL-F	0,8696	0,8668	0,0736	1,3273	1,2830	0,1782	0,97	0,31	0,67
	AL-W	0,9131	0,9130	0,0799	1,4557	1,3693	0,3008	0,92	0,44	0,51
	AL-L	0,8757	0,8750	0,0720	1,3409	1,2974	0,1860	0,97	0,40	0,58
	AL-T	0,9549	0,9604	0,0801	1,6212	1,5518	0,4000	0,90	0,63	0,33
S1 / 100 / Normal	LASSO	0,7985	0,7986	0,0523	0,9478	0,9345	0,0606	1,00	0,50	0,50
	ALASSO	0,7781	0,7777	0,0636	0,9122	0,9021	0,0518	1,00	0,16	0,84
	AL-H	0,8004	0,8056	0,0622	0,9320	0,9211	0,0583	1,00	0,35	0,65
	AL-B	0,7962	0,7970	0,0664	0,9278	0,9156	0,0614	1,00	0,23	0,77
	AL-C	0,7842	0,7882	0,0639	0,9188	0,9078	0,0545	1,00	0,05	0,95
	AL-A	0,7905	0,7939	0,0650	0,9246	0,9110	0,0587	1,00	0,07	0,93
	AL-F	0,7813	0,7846	0,0645	0,9173	0,9063	0,0555	1,00	0,02	0,98
	AL-W	0,7876	0,7918	0,0641	0,9217	0,9093	0,0563	1,00	0,07	0,93
	AL-L	0,7830	0,7855	0,0639	0,9179	0,9067	0,0540	1,00	0,05	0,95
	AL-T	0,8026	0,8056	0,0658	0,9353	0,9190	0,0663	1,00	0,14	0,86
S1 / 200 / Normal	LASSO	0,7386	0,7412	0,0498	1,0641	1,0597	0,0297	1,00	0,43	0,57
	ALASSO	0,7201	0,7243	0,0580	1,0669	1,0599	0,0318	1,00	0,08	0,92
	AL-H	0,7292	0,7287	0,0546	1,0670	1,0606	0,0332	1,00	0,14	0,86
	AL-B	0,7241	0,7249	0,0570	1,0680	1,0616	0,0320	1,00	0,07	0,93
	AL-C	0,7215	0,7226	0,0562	1,0658	1,0609	0,0304	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7224	0,7230	0,0567	1,0662	1,0607	0,0307	1,00	0,01	0,99
	AL-F	0,7211	0,7235	0,0559	1,0653	1,0606	0,0301	1,00	0,00	1,00
	AL-W	0,7220	0,7225	0,0565	1,0661	1,0609	0,0306	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,7213	0,7233	0,0561	1,0656	1,0604	0,0303	1,00	0,01	0,99
	AL-T	0,7255	0,7252	0,0574	1,0675	1,0607	0,0319	1,00	0,02	0,98

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için MSE, MSPE ve MSA kriterlerinin tümüne göre en uygun tahmin edici ALASSO tahmin edicisidir. $n=100$ için MSE ve MSPE kriterlerine göre en uygun tahmin edici ALASSO ve MSA kriterine göre en uygun tahmin edici AL-F tahmin edicisidir. $n=200$ için MSE kriterine göre ALASSO, MSPE ve MSA kriterlerine göre AL-F tahmin edicisi modeli doğru tahminlemiştir. Tüm kriterler göz önüne alındığında ALASSO ve AL-F tahmin edicileri optimal tahmin edici olarak yorumlanabilir. Senaryo-2 için sonuçları Tablo 4.3-10'da sunulmuştur.

Tablo 4.3. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50, 100$ ve 200 , Laplace Dağılımı)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	INSIG	CF
S2 / 50 / Laplace	LASSO	0,8325	0,8360	0,0639	0,9581	0,9381	0,1207	1,00	0,51	0,49
	ALASSO	0,8259	0,8296	0,0712	0,9494	0,9221	0,1222	1,00	0,24	0,76
	AL-H	0,8255	0,8256	0,0657	0,9381	0,9178	0,1124	1,00	0,65	0,35
	AL-B	0,8530	0,8526	0,0771	0,9989	0,9515	0,1801	1,00	0,60	0,40
	AL-C	0,8054	0,8027	0,0681	0,9120	0,8902	0,1018	1,00	0,26	0,74
	AL-A	0,8342	0,8313	0,0775	0,9663	0,9200	0,1774	1,00	0,31	0,69
	AL-F	0,7997	0,8009	0,0663	0,9054	0,8872	0,0919	1,00	0,19	0,81
	AL-W	0,8245	0,8205	0,0743	0,9433	0,9072	0,1437	1,00	0,29	0,71
	AL-L	0,8011	0,8010	0,0665	0,9067	0,8883	0,0933	1,00	0,22	0,78
	AL-T	0,8571	0,8564	0,0831	1,0200	0,9540	0,2347	0,99	0,42	0,57
S2 / 100 / Laplace	LASSO	0,7867	0,7901	0,0542	1,2294	1,2178	0,0742	1,00	0,53	0,47
	ALASSO	0,7713	0,7783	0,0641	1,1903	1,1808	0,0560	1,00	0,15	0,85
	AL-H	0,7558	0,7608	0,0624	1,1806	1,1718	0,0489	1,00	0,31	0,69
	AL-B	0,7512	0,7534	0,0644	1,1755	1,1651	0,0493	1,00	0,22	0,78
	AL-C	0,7368	0,7408	0,0640	1,1693	1,1611	0,0430	1,00	0,04	0,96
	AL-A	0,7444	0,7451	0,0640	1,1738	1,1647	0,0466	1,00	0,04	0,96
	AL-F	0,7363	0,7386	0,0642	1,1694	1,1614	0,0426	1,00	0,01	0,99
	AL-W	0,7403	0,7415	0,0638	1,1716	1,1628	0,0447	1,00	0,03	0,97
	AL-L	0,7365	0,7391	0,0643	1,1695	1,1610	0,0432	1,00	0,03	0,97
	AL-T	0,7660	0,7678	0,0646	1,1886	1,1765	0,0574	1,00	0,10	0,90
S2 / 200 / Laplace	LASSO	0,7344	0,7360	0,0459	1,0564	1,0522	0,0328	1,00	0,47	0,53
	ALASSO	0,7157	0,7167	0,0526	1,0408	1,0358	0,0283	1,00	0,09	0,91
	AL-H	0,6967	0,6984	0,0516	1,0345	1,0307	0,0245	1,00	0,18	0,82
	AL-B	0,6908	0,6907	0,0509	1,0324	1,0290	0,0234	1,00	0,09	0,91
	AL-C	0,6829	0,6819	0,0505	1,0296	1,0257	0,0211	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,6866	0,6860	0,0499	1,0307	1,0274	0,0221	1,00	0,00	1,00
	AL-F	0,6830	0,6843	0,0504	1,0295	1,0256	0,0205	1,00	0,00	1,00
	AL-W	0,6845	0,6829	0,0499	1,0300	1,0263	0,0215	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,6831	0,6835	0,0506	1,0297	1,0257	0,0211	1,00	0,01	0,99
	AL-T	0,7046	0,7066	0,0527	1,0367	1,0312	0,0261	1,00	0,02	0,98

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda $n=50$ için tüm kriterlere göre AL-F tahmin edicisi en uygun sonuçları vermektedir. $n=100$ ve $n=200$ için tüm kriterler altında en uygun sonuçlar, AL-F tahmin edicisi ile elde edilmektedir. Ayrıca AL-C ve AL-L tahmin edicileri de alternatif olarak kullanılabilir.

Tablo 4.4. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50, 100$ ve 200 , Lojistik Dağılım)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2 / 50 / Lojistik	LASSO	0,9569	0,9558	0,0656	1,9836	1,9153	0,3822	0,93	0,59	0,37
	ALASSO	0,9981	1,0019	0,0804	2,1093	2,0146	0,4666	0,63	0,42	0,34
	AL-H	1,0198	1,0241	0,0724	2,1770	2,0913	0,4540	0,76	0,83	0,10
	AL-B	1,0702	1,0741	0,0791	2,6913	2,5180	0,8878	0,52	0,79	0,09
	AL-C	1,0344	1,0424	0,0786	2,3218	2,2015	0,5897	0,44	0,56	0,17
	AL-A	1,0666	1,0693	0,0793	2,7283	2,5467	0,8758	0,35	0,53	0,14
	AL-F	1,0243	1,0381	0,0819	2,2714	2,1853	0,5768	0,44	0,44	0,20
	AL-W	1,0559	1,0572	0,0798	2,5770	2,4164	0,8091	0,39	0,52	0,16
	AL-L	1,0259	1,0353	0,0777	2,2588	2,1835	0,5485	0,50	0,54	0,20
	AL-T	1,0796	1,0791	0,0764	2,8203	2,6316	0,9101	0,39	0,67	0,11
S2 / 100 / Lojistik	LASSO	0,8962	0,8946	0,0595	1,2280	1,1890	0,2173	1,00	0,45	0,55
	ALASSO	0,9007	0,8989	0,0779	1,1814	1,1280	0,2393	0,94	0,26	0,69
	AL-H	0,9057	0,9081	0,0688	1,1853	1,1396	0,1978	0,97	0,48	0,50
	AL-B	0,9042	0,9082	0,0724	1,1847	1,1542	0,2188	0,96	0,32	0,65
	AL-C	0,9026	0,8996	0,0809	1,2171	1,1407	0,3053	0,89	0,11	0,78
	AL-A	0,9109	0,9080	0,0822	1,2517	1,1678	0,3412	0,87	0,12	0,75
	AL-F	0,9054	0,8983	0,0868	1,2561	1,1410	0,3774	0,84	0,06	0,78
	AL-W	0,9066	0,9034	0,0812	1,2333	1,1553	0,3223	0,88	0,11	0,77
	AL-L	0,9014	0,8968	0,0816	1,2171	1,1339	0,3183	0,89	0,11	0,78
	AL-T	0,9205	0,9192	0,0783	1,2619	1,1846	0,3135	0,89	0,20	0,70
S2 / 200 / Lojistik	LASSO	0,8302	0,8305	0,0500	1,3040	1,2869	0,1045	1,00	0,53	0,47
	ALASSO	0,8173	0,8219	0,0600	1,2409	1,2217	0,0865	1,00	0,15	0,85
	AL-H	0,8193	0,8189	0,0601	1,2481	1,2317	0,0853	1,00	0,25	0,75
	AL-B	0,8112	0,8107	0,0601	1,2329	1,2112	0,0811	1,00	0,13	0,87
	AL-C	0,8068	0,8084	0,0621	1,2287	1,2066	0,0848	1,00	0,02	0,98
	AL-A	0,8099	0,8093	0,0613	1,2327	1,2096	0,0868	1,00	0,03	0,97
	AL-F	0,8063	0,8063	0,0627	1,2293	1,2102	0,0921	1,00	0,01	0,99
	AL-W	0,8087	0,8078	0,0617	1,2311	1,2075	0,0862	1,00	0,02	0,98
	AL-L	0,8064	0,8074	0,0621	1,2284	1,2077	0,0847	1,00	0,02	0,98
	AL-T	0,8187	0,8207	0,0615	1,2443	1,2253	0,0887	1,00	0,05	0,94

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda $n=50$ için her üç kriter için en optimal sonuçlar LASSO tahmin edicileri ile elde edilmektedir. $n=100$ alındığında MSE kriterine göre LASSO, MSPE kriterine göre ALASSO ve MSA kriterine göre AL-F tahmin edicileri iyi sonuçlar vermektedir. Tüm kriterler ele alındığında AL-L tahmin edici optimal olarak değerlendirilebilir. $n=200$ için tüm kriterler altında AL-L tahmin edici optimal olarak değerlendirilebilir. Ayrıca AL-F, AL-L tahmin ediciye alternatif olarak değerlendirilebilir.

Tablo 4.5. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , $Student-t(5)$ Dağılımı)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2 / 50 / t(5)	LASSO	0,9257	0,9249	0,0706	1,6827	1,6326	0,3327	0,97	0,73	0,25
	ALASSO	0,9286	0,9260	0,0852	1,6864	1,6115	0,4109	0,90	0,41	0,53
	AL-H	0,9279	0,9282	0,0789	1,6255	1,5889	0,2099	0,97	0,77	0,23
	AL-B	0,9739	0,9749	0,0919	1,8215	1,7349	0,3726	0,89	0,77	0,21
	AL-C	0,9243	0,9210	0,0845	1,6441	1,5832	0,2417	0,89	0,50	0,43
	AL-A	0,9612	0,9618	0,0918	1,8213	1,7074	0,4330	0,81	0,53	0,40
	AL-F	0,9203	0,9169	0,0841	1,6340	1,5720	0,2473	0,88	0,41	0,51
	AL-W	0,9490	0,9440	0,0903	1,7494	1,6683	0,3305	0,83	0,52	0,41
	AL-L	0,9202	0,9138	0,0852	1,6305	1,5665	0,2420	0,90	0,48	0,46
	AL-T	0,9803	0,9857	0,0880	1,8741	1,7784	0,4180	0,81	0,62	0,30
S2 / 100 / t(5)	LASSO	0,8383	0,8392	0,0621	1,2798	1,2669	0,1418	1,00	0,54	0,46
	ALASSO	0,8278	0,8277	0,0715	1,2221	1,2057	0,1298	1,00	0,20	0,80
	AL-H	0,8194	0,8257	0,0667	1,2159	1,1983	0,1152	1,00	0,38	0,62
	AL-B	0,8165	0,8174	0,0680	1,2084	1,1930	0,1165	1,00	0,24	0,76
	AL-C	0,8056	0,8073	0,0685	1,2000	1,1880	0,1130	1,00	0,04	0,96
	AL-A	0,8110	0,8121	0,0692	1,2077	1,1964	0,1184	1,00	0,05	0,95
	AL-F	0,8056	0,8075	0,0676	1,2002	1,1916	0,1155	1,00	0,02	0,98
	AL-W	0,8085	0,8097	0,0688	1,2042	1,1929	0,1162	1,00	0,05	0,95
	AL-L	0,8056	0,8070	0,0677	1,1988	1,1884	0,1123	1,00	0,04	0,96
	AL-T	0,8250	0,8239	0,0665	1,2219	1,2030	0,1282	1,00	0,12	0,88
S2/ 200 / t(5)	LASSO	0,7683	0,7700	0,0503	1,1288	1,1219	0,0470	1,00	0,43	0,57
	ALASSO	0,7502	0,7540	0,0599	1,1146	1,1042	0,0405	1,00	0,08	0,92
	AL-H	0,7435	0,7499	0,0572	1,1091	1,1011	0,0341	1,00	0,18	0,82
	AL-B	0,7354	0,7395	0,0574	1,1055	1,0992	0,0321	1,00	0,09	0,91
	AL-C	0,7302	0,7328	0,0570	1,1025	1,0983	0,0301	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7325	0,7354	0,0570	1,1037	1,0971	0,0308	1,00	0,02	0,98
	AL-F	0,7305	0,7328	0,0566	1,1028	1,0971	0,0305	1,00	0,00	1,00
	AL-W	0,7310	0,7345	0,0569	1,1030	1,0972	0,0304	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,7305	0,7333	0,0569	1,1027	1,0980	0,0302	1,00	0,01	0,99
	AL-T	0,7430	0,7488	0,0579	1,1094	1,1037	0,0348	1,00	0,03	0,97

Elde edilen verilere göre $n=50$ için MSE kriterine göre AL-L, MSPE kriterine göre AL-H ve MSA kriterine göre ALASSO tahmin edicileri en uygun sonuçları vermektedir. MSE ve MSPE kriterlerindeki küçük farklılaşmalar nedeniyle ALASSO tahmin edicisi optimal olarak değerlendirilebilir. $n=100$ için tüm kriterler göz önüne alındığında AL-L tahmin edici optimal tahmin edici olarak değerlendirilebildiği gibi AL-F tahmin edici de alternatif olarak sunulabilir. $n=200$ için tüm kriterlere göre AL-C tahmin edici en iyi sonuçları vermektedir. Ayrıca diğer sonuçlar incelendiğinde AL-L ve AL-F tahmin edicileri alternatif olabilir.

Tablo 4.6. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50, 100$ ve 200 , $Student-t(2)$ Dağılımı)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2 / 50 / t(2)	LASSO	0,9990	0,9924	0,0981	2,3876	1,7480	5,8648	0,78	0,62	0,31
	ALASSO	1,0539	1,0638	0,1159	2,9374	2,0325	9,8000	0,40	0,43	0,23
	AL-H	0,9583	0,9584	0,0797	1,5894	1,5190	0,3308	0,93	0,70	0,26
	AL-B	0,9805	0,9805	0,0932	1,7590	1,5926	0,5618	0,80	0,67	0,26
	AL-C	0,9576	0,9521	0,0968	1,6207	1,4908	0,4237	0,75	0,38	0,45
	AL-A	0,9801	0,9813	0,1000	1,7742	1,6119	0,5852	0,65	0,37	0,42
	AL-F	0,9593	0,9551	0,0956	1,6166	1,5214	0,4006	0,73	0,30	0,49
	AL-W	0,9708	0,9705	0,0991	1,7080	1,5488	0,5043	0,69	0,38	0,43
	AL-L	0,9542	0,9504	0,0930	1,5868	1,4808	0,3681	0,78	0,41	0,45
	AL-T	0,9894	0,9918	0,0953	1,8047	1,6486	0,5823	0,70	0,52	0,33
S2/ 100 / t(2)	LASSO	0,9478	0,9379	0,0907	1,7619	1,4245	1,2706	0,89	0,54	0,42
	ALASSO	0,9682	0,9576	0,1109	1,8831	1,4130	2,0084	0,70	0,32	0,50
	AL-H	0,8485	0,8542	0,0695	1,1184	1,0916	0,1524	1,00	0,40	0,60
	AL-B	0,8337	0,8349	0,0699	1,0900	1,0609	0,1431	1,00	0,24	0,76
	AL-C	0,8316	0,8304	0,0709	1,0957	1,0678	0,1614	0,99	0,07	0,92
	AL-A	0,8314	0,8307	0,0719	1,0984	1,0654	0,1665	0,98	0,07	0,92
	AL-F	0,8414	0,8448	0,0732	1,1167	1,0781	0,1811	0,98	0,05	0,93
	AL-W	0,8303	0,8299	0,0714	1,0945	1,0628	0,1601	0,98	0,07	0,91
	AL-L	0,8358	0,8378	0,0715	1,1031	1,0737	0,1635	0,98	0,07	0,91
	AL-T	0,8457	0,8479	0,0733	1,1227	1,0850	0,1826	0,98	0,12	0,86
S2 / 200 / t(2)	LASSO	0,8979	0,8854	0,0974	1,5427	1,2930	1,4033	0,97	0,63	0,37
	ALASSO	0,9093	0,8963	0,1167	1,5735	1,2702	1,4039	0,85	0,26	0,68
	AL-H	0,7801	0,7844	0,0609	1,1282	1,1159	0,0561	1,00	0,23	0,77
	AL-B	0,7725	0,7736	0,0618	1,1191	1,1070	0,0533	1,00	0,10	0,90
	AL-C	0,7670	0,7682	0,0624	1,1156	1,1034	0,0524	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7703	0,7714	0,0617	1,1168	1,1056	0,0525	1,00	0,02	0,98
	AL-F	0,7729	0,7758	0,0626	1,1202	1,1078	0,0546	1,00	0,01	0,99
	AL-W	0,7682	0,7709	0,0622	1,1157	1,1036	0,0513	1,00	0,02	0,98
	AL-L	0,7695	0,7741	0,0624	1,1176	1,1066	0,0531	1,00	0,02	0,98
	AL-T	0,7866	0,7868	0,0630	1,1298	1,1135	0,0630	1,00	0,04	0,96

Elde edilen sonuçlara göre $n=50$ için MSE ve MSPE kriterlerine göre AL-L, MSA kriterine göre AL-F tahmin edicileri iyi sonuçlar vermektedir. Tüm kriterler göz önüne alındığında AL-L tahmin edicisinin optimal olduğu söylenebilir. $n=100$ için MSE ve MSPE kriterleri için AL-W ve MSA kriteri için AL-F tahmin edicileri iyi sonuçlar vermektedir. $n=200$ için MSE ve MSPE kriterleri için AL-C, MSA kriteri için AL-F ve AL-C tahmin edicileri en iyi sonuçları vermektedir. Bu durumda AL-C tahmin edici optimal olarak değerlendirilebilirken AL-W tahmin edici de alternatif olarak değerlendirilebilir.

Tablo 4.7. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50, 100$ ve 200 , Cauchy Dağılımı)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2/ 50/ Cauchy	LASSO	1,3497	1,1940	0,3872	957,3308	6,3678	7234,9854	0,19	0,81	0,05
	ALASSO	1,4230	1,2736	0,3819	974,6638	8,7405	7258,7452	0,14	0,84	0,01
	AL-H	1,0125	1,0146	0,0946	1,7876	1,6217	0,6660	0,75	0,69	0,21
	AL-B	0,9990	1,0020	0,0992	1,7203	1,5082	0,6653	0,70	0,61	0,28
	AL-C	0,9962	1,0028	0,1021	1,7602	1,5658	0,7091	0,56	0,31	0,41
	AL-A	1,0017	1,0144	0,1081	1,8608	1,5865	0,8750	0,54	0,33	0,37
	AL-F	1,0236	1,0420	0,0970	2,0245	1,8277	0,9785	0,46	0,31	0,32
	AL-W	0,9991	1,0118	0,1067	1,8046	1,5718	0,7649	0,55	0,34	0,38
	AL-L	1,0392	1,0249	0,2103	154,0953	1,6926	1922,7998	0,55	0,39	0,34
	AL-T	1,0117	1,0179	0,1009	1,8636	1,6500	0,7919	0,58	0,46	0,32
S2/ 100/ Cauchy	LASSO	1,4429	1,3188	0,4257	2310,8304	12,7776	22591,4899	0,44	0,96	0,03
	ALASSO	1,4866	1,3676	0,4097	2316,7039	16,4413	22596,5691	0,27	0,92	0,00
	AL-H	0,9135	0,9090	0,0810	1,6807	1,5974	0,3058	0,96	0,36	0,60
	AL-B	0,8942	0,8926	0,0787	1,6131	1,5496	0,2557	0,94	0,21	0,75
	AL-C	0,8999	0,8907	0,0897	1,6442	1,5644	0,3205	0,86	0,06	0,81
	AL-A	0,9038	0,8941	0,0916	1,6601	1,5606	0,3551	0,84	0,05	0,80
	AL-F	0,9295	0,9138	0,0998	1,7990	1,6348	0,4892	0,76	0,06	0,71
	AL-W	0,9013	0,8910	0,0909	1,6495	1,5544	0,3431	0,85	0,05	0,80
	AL-L	0,9773	0,9041	0,3056	592,6288	1,6076	4449,7540	0,85	0,13	0,72
	AL-T	0,9173	0,9101	0,0872	1,6931	1,5952	0,3407	0,86	0,10	0,78
S2/ 200/ Cauchy	LASSO	1,4341	1,3218	0,4030	3432,8821	11,4784	39382,9928	0,53	0,99	0,01
	ALASSO	1,4516	1,3385	0,3960	3434,8928	13,1610	39387,1991	0,32	0,97	0,01
	AL-H	0,8381	0,8379	0,0663	1,0483	1,0218	0,1046	1,00	0,24	0,76
	AL-B	0,8122	0,8131	0,0688	1,0146	0,9902	0,0867	1,00	0,09	0,91
	AL-C	0,8142	0,8125	0,0695	1,0184	0,9916	0,1018	0,99	0,02	0,96
	AL-A	0,8128	0,8117	0,0717	1,0177	0,9898	0,1010	0,99	0,02	0,97
	AL-F	0,8400	0,8326	0,0727	1,0612	1,0175	0,1650	0,97	0,01	0,95
	AL-W	0,8117	0,8104	0,0712	1,0159	0,9880	0,0995	0,99	0,02	0,97
	AL-L	0,9395	0,8323	0,3942	1053,0541	1,0159	7467,2860	0,98	0,12	0,86
	AL-T	0,8325	0,8328	0,0731	1,0416	1,0146	0,1144	0,99	0,03	0,96

$n=50$ için MSE ve MSPE kriterlerine göre AL-B, MSA kriterine göre ise AL-C tahmin edicileri iyi olarak değerlendirilebilir. $n=100$ için MSE ve MSPE kriterlerine göre AL-B, MSA kriterine göre AL-C tahmin edicileri iyi sonuçlar vermektedir. Tüm kriterler göz önüne alındığında, AL-C tahmin edicisinin AL-W tahmin edicisini takip ettiği gözlenmektedir. Bu nedenle optimal tahmin edici olarak AL-W tahmin edici değerlendirilebilir. $n=200$ için MSE kriterine göre AL-W, MSPE kriterine göre AL-B ve MSA kriterine göre AL-A ve AL-W tahmin edicileri iyi sonuçlar vermektedir. AL-W ve AL-A tahmin edicileri optimal olarak değerlendirilebilir.

Tablo 4.8. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50, 100$ ve 200 , Slash Dağılım)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2/ 50/ Slash	LASSO	1,4573	1,2939	0,4715	11000	9,9503	126507	0,16	0,89	0,01
	ALASSO	1,5330	1,3916	0,4591	11011	17,3975	126314	0,20	0,91	0,00
	AL-H	1,0972	1,1003	0,0788	2,5910	2,3510	1,1987	0,43	0,71	0,08
	AL-B	1,0900	1,0938	0,0824	2,5218	2,2919	1,2026	0,29	0,61	0,08
	AL-C	1,0880	1,0992	0,0759	2,5374	2,3032	1,0252	0,17	0,34	0,10
	AL-A	1,0967	1,1052	0,0732	2,7259	2,4345	1,2059	0,14	0,33	0,07
	AL-F	1,1048	1,1105	0,0665	2,9482	2,6517	1,3054	0,12	0,26	0,07
	AL-W	1,0929	1,1035	0,0741	2,6340	2,3866	1,1226	0,15	0,33	0,08
	AL-L	1,1230	1,1031	0,1941	121,0751	2,4560	953,4151	0,20	0,37	0,09
	AL-T	1,0969	1,1034	0,0757	2,6666	2,3872	1,1287	0,19	0,48	0,08
S2/ 100/ Slash	LASSO	1,4663	1,3473	0,3915	1215	14,9460	12485	0,37	0,98	0,01
	ALASSO	1,5095	1,4093	0,3761	1222	19,5820	12485	0,27	0,97	0,00
	AL-H	0,9905	0,9984	0,0846	1,6773	1,5330	0,6262	0,76	0,40	0,41
	AL-B	0,9759	0,9776	0,0936	1,6060	1,4525	0,6015	0,66	0,26	0,47
	AL-C	0,9938	1,0218	0,1011	1,8667	1,6706	0,8503	0,47	0,09	0,42
	AL-A	0,9934	1,0235	0,1030	1,8642	1,6956	0,8126	0,45	0,09	0,41
	AL-F	1,0232	1,0456	0,0954	2,2546	1,9917	1,1951	0,36	0,06	0,33
	AL-W	0,9919	1,0209	0,1029	1,8480	1,6517	0,8071	0,46	0,10	0,42
	AL-L	1,0299	1,0268	0,2008	92,3054	1,7703	779,9852	0,48	0,13	0,40
	AL-T	0,9987	1,0191	0,0925	1,8275	1,6606	0,7490	0,52	0,15	0,43
S2/ 200/ Slash	LASSO	1,5221	1,4107	0,4590	13579	21,2641	232805	0,57	1,00	0,00
	ALASSO	1,5361	1,4318	0,4528	13581	23,7520	232782	0,37	0,99	0,00
	AL-H	0,8985	0,9021	0,0764	1,3277	1,2787	0,2304	0,97	0,29	0,69
	AL-B	0,8767	0,8730	0,0759	1,2617	1,1996	0,2266	0,95	0,12	0,83
	AL-C	0,8876	0,8780	0,0889	1,3407	1,2194	0,3671	0,87	0,03	0,85
	AL-A	0,8847	0,8732	0,0877	1,3315	1,2055	0,3730	0,88	0,03	0,85
	AL-F	0,9147	0,9070	0,0985	1,4988	1,3068	0,5637	0,79	0,03	0,76
	AL-W	0,8836	0,8736	0,0866	1,3236	1,2117	0,3654	0,89	0,03	0,86
	AL-L	0,9815	0,9022	0,3289	480,9728	1,2783	2950	0,87	0,12	0,77
	AL-T	0,8967	0,8926	0,0841	1,3459	1,2460	0,3240	0,89	0,07	0,83

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda, $n=50$ için MSE ve MSA kriterlerine göre AL-C, MSPE kriterine göre ise AL-B tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. $n=100$ için tüm kriterler açısından AL-B tahmin edicisi optimal tahmin edici olarak, AL-H tahmin edicisi de alternatif olarak değerlendirilebilir. $n=200$ için MSE ve MSPE kriterlerine göre AL-B, MSA kriterine göre AL-W tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. Tüm kriterler göz önüne alındığında AL-B tahmin edicisi optimal tahmin edici olarak değerlendirilebilir. Ayrıca AL-C, AL-A ve AL-W tahmin edicileri AL-B tahmin edicisi için alternatif olarak sunulabilir.

Tablo 4.9. *Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , Kir. Normal Dağılım(%10))*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2/ 50 / %10	LASSO	1,1081	1,1231	0,0666	2,8378	2,6838	1,2498	0,27	0,71	0,02
	ALASSO	1,1304	1,1381	0,0689	3,0008	2,8103	1,3064	0,12	0,70	0,03
	AL-H	0,9319	0,9293	0,0739	0,9625	0,9094	0,2289	0,98	0,74	0,26
	AL-B	0,9208	0,9205	0,0786	0,9950	0,9217	0,2769	0,97	0,64	0,35
	AL-C	0,9017	0,9003	0,0746	0,9069	0,8596	0,1921	0,94	0,32	0,64
	AL-A	0,9236	0,9198	0,0841	1,0023	0,9011	0,3132	0,89	0,36	0,57
	AL-F	0,9361	0,9253	0,0882	1,0504	0,9189	0,4094	0,86	0,34	0,54
	AL-W	0,9119	0,9039	0,0777	0,9476	0,8772	0,2342	0,92	0,34	0,61
	AL-L	0,9184	0,9127	0,0795	0,9572	0,8864	0,2849	0,92	0,37	0,57
	AL-T	0,9357	0,9336	0,0837	1,0426	0,9574	0,3259	0,91	0,48	0,46
S2/ 100/ %10	LASSO	1,0391	1,0403	0,0620	2,6184	2,4655	0,8306	0,89	0,98	0,01
	ALASSO	1,0789	1,0893	0,0663	3,0510	2,8571	1,0159	0,42	0,95	0,01
	AL-H	0,8256	0,8277	0,0686	1,2141	1,1762	0,1357	1,00	0,38	0,62
	AL-B	0,7877	0,7913	0,0594	1,1488	1,1336	0,0716	1,00	0,13	0,87
	AL-C	0,7895	0,7907	0,0606	1,1480	1,1355	0,0673	1,00	0,02	0,98
	AL-A	0,7847	0,7876	0,0590	1,1419	1,1291	0,0617	1,00	0,01	0,99
	AL-F	0,8233	0,8281	0,0714	1,2021	1,1716	0,1316	1,00	0,07	0,93
	AL-W	0,7842	0,7869	0,0589	1,1416	1,1294	0,0616	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,8066	0,8103	0,0673	1,1752	1,1532	0,1000	1,00	0,07	0,93
	AL-T	0,7877	0,7893	0,0600	1,1443	1,1323	0,0634	1,00	0,04	0,96
S2/ 200/ %10	LASSO	1,0158	1,0178	0,0486	2,1295	2,0531	0,5214	0,99	1,00	0,00
	ALASSO	1,0384	1,0408	0,0540	2,3203	2,2094	0,6032	0,82	1,00	0,00
	AL-H	0,7651	0,7614	0,0593	1,0505	1,0349	0,0583	1,00	0,30	0,70
	AL-B	0,7262	0,7276	0,0532	1,0208	1,0159	0,0256	1,00	0,04	0,96
	AL-C	0,7316	0,7329	0,0528	1,0217	1,0176	0,0257	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7247	0,7262	0,0529	1,0197	1,0148	0,0251	1,00	0,00	1,00
	AL-F	0,7691	0,7683	0,0613	1,0512	1,0344	0,0669	1,00	0,10	0,90
	AL-W	0,7249	0,7261	0,0527	1,0197	1,0146	0,0251	1,00	0,00	1,00
	AL-L	0,7502	0,7494	0,0566	1,0341	1,0237	0,0420	1,00	0,06	0,94
	AL-T	0,7241	0,7251	0,0538	1,0199	1,0156	0,0255	1,00	0,01	0,99

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda, $n=50$ için tüm kriterlerde AL-C tahmin edicinin ön plana çıktığı gözlenmektedir. AL-W, AL-C tahmin edicisi için alternatif olarak değerlendirilebilir. $n=100$ için tüm kritere göre AL-W tahmin edicisinin ön plana çıktığı gözlenmektedir. $n=200$ için MSE kriterine göre sırasıyla AL-T, AL-A ve AL-W, MSPE ve MSA kriterlerine göre ise AL-A ve AL-W tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. Burada AL-A optimal tahmin edici olarak değerlendirilebilir. Bunun yanında, AL-T ve AL-W alternatif tahmin ediciler olarak değerlendirilebilir.

Tablo 4.10. Senaryo-2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , Kir. Normal Dağılım(%20))

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S2/ 50 / %20	LASSO	1,1758	1,1731	0,0538	5,5149	5,1168	2,1322	0,14	1,00	0,00
	ALASSO	1,2159	1,2157	0,0553	6,6368	6,2147	2,6343	0,03	0,99	0,00
	AL-H	1,0022	0,9871	0,1248	2,1851	1,4248	2,5658	0,93	0,80	0,19
	AL-B	0,9088	0,9040	0,0935	1,3303	1,1294	1,6140	0,93	0,43	0,54
	AL-C	0,9276	0,9150	0,1136	1,5254	1,1825	1,4577	0,81	0,24	0,62
	AL-A	0,9114	0,9008	0,0980	1,3106	1,1404	0,6553	0,85	0,22	0,66
	AL-F	1,0117	1,0184	0,1189	2,1745	1,6448	1,7286	0,69	0,47	0,36
	AL-W	0,9092	0,8982	0,1019	1,3640	1,1307	1,2273	0,86	0,21	0,68
	AL-L	0,9717	0,9596	0,1205	1,8535	1,3644	1,7859	0,77	0,40	0,45
	AL-T	0,9135	0,9057	0,0949	1,3166	1,1506	1,1941	0,91	0,30	0,64
S2/ 100/ %20	LASSO	1,1640	1,1648	0,0502	5,3128	5,0826	1,7381	0,68	1,00	0,00
	ALASSO	1,1986	1,1999	0,0488	6,3431	6,1632	2,0348	0,15	1,00	0,00
	AL-H	0,9198	0,9185	0,0874	1,4461	1,2801	0,5298	1,00	0,77	0,23
	AL-B	0,8034	0,8082	0,0638	1,1088	1,0843	0,0954	1,00	0,08	0,92
	AL-C	0,8261	0,8316	0,0710	1,1314	1,0904	0,1592	0,99	0,07	0,93
	AL-A	0,8025	0,8063	0,0650	1,1129	1,0869	0,1049	1,00	0,01	0,98
	AL-F	0,9265	0,9208	0,0961	1,5146	1,2828	0,6857	0,97	0,47	0,50
	AL-W	0,8034	0,8064	0,0654	1,1139	1,0867	0,1063	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,8813	0,8797	0,0881	1,2907	1,1565	0,4031	0,98	0,33	0,66
	AL-T	0,8031	0,8055	0,0651	1,1126	1,0886	0,1044	1,00	0,02	0,97
S2/ 200/ %20	LASSO	1,1528	1,1543	0,0375	5,7069	5,5549	1,3674	0,96	1,00	0,00
	ALASSO	1,1715	1,1731	0,0382	6,2873	6,1511	1,5125	0,65	1,00	0,00
	AL-H	0,8813	0,8838	0,0655	1,4174	1,3717	0,2713	1,00	0,89	0,11
	AL-B	0,7266	0,7299	0,0559	1,0318	1,0255	0,0377	1,00	0,01	0,99
	AL-C	0,7636	0,7647	0,0648	1,0808	1,0551	0,0963	1,00	0,10	0,90
	AL-A	0,7262	0,7297	0,0556	1,0320	1,0255	0,0375	1,00	0,00	1,00
	AL-F	0,8969	0,9067	0,0805	1,5185	1,4691	0,4206	1,00	0,69	0,31
	AL-W	0,7280	0,7316	0,0558	1,0332	1,0261	0,0384	1,00	0,00	1,00
	AL-L	0,8408	0,8473	0,0779	1,2768	1,1949	0,2672	1,00	0,50	0,50
	AL-T	0,7257	0,7302	0,0558	1,0313	1,0237	0,0371	1,00	0,00	1,00

$n=50$ için MSE kriteri için AL-B ve AL-W, MSPE kriteri için AL-A ve AL-T, MSA kriterleri için AL-W tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. Tüm kriterler göz önüne alındığında AL-A, optimal tahmin edici olarak alınabilir. $n=100$ için MSE kriterine göre AL-A, MSPE kriterine göre AL-B ve MSA kriterine göre AL-A ve AL-W tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. Tüm kriterler göz önüne alındığında AL-A optimal tahmin edici olarak değerlendirilebilir. $n=200$ için tüm kriterler açısından AL-T en optimal sonuçları vermektedir. Ayrıca AL-T ile elde edilen değerleri yakından takip etmesi sebebiyle AL-B, AL-A ve AL-W tahmin edicileri de alternatif olarak kullanılabilir.

Tablo 4.11. Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50, 100$ ve 200 , %10 kir. açıklayıcı değ., Normal Dağılım)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / Normal	LASSO	0,9842	0,9831	0,0304	2,1487	2,1277	0,2078	0,99	0,95	0,05
	ALASSO	0,9980	0,9994	0,0389	2,1218	2,0877	0,2431	0,74	0,36	0,43
	AL-H	0,9153	0,9189	0,0621	1,6219	1,6017	0,2536	0,98	0,76	0,23
	AL-B	0,9274	0,9305	0,0847	1,5366	1,4382	0,3993	0,91	0,74	0,24
	AL-C	0,8943	0,8921	0,0829	1,4784	1,4032	0,3002	0,91	0,41	0,53
	AL-A	0,9314	0,9343	0,0879	1,5609	1,4546	0,3820	0,85	0,43	0,48
	AL-F	0,9344	0,9357	0,0667	1,7353	1,6972	0,2957	0,92	0,33	0,61
	AL-W	0,9123	0,9108	0,0879	1,4981	1,4084	0,3507	0,89	0,41	0,53
	AL-L	0,9165	0,9167	0,0716	1,6333	1,5865	0,2934	0,93	0,41	0,55
	AL-T	0,9466	0,9458	0,0857	1,6201	1,5153	0,4549	0,85	0,55	0,37
S3.1/ 100/ Normal	LASSO	1,0180	1,0173	0,0137	2,8544	2,8443	0,2046	1,00	0,62	0,38
	ALASSO	1,0293	1,0290	0,0140	2,8867	2,8680	0,2041	1,00	0,39	0,61
	AL-H	0,9609	0,9616	0,0240	1,6794	1,6687	0,1646	1,00	0,47	0,53
	AL-B	0,8296	0,8085	0,1043	1,1951	1,1284	0,1767	0,98	0,20	0,79
	AL-C	0,9635	0,9764	0,0565	1,4834	1,4947	0,1553	0,97	0,08	0,89
	AL-A	0,8317	0,8070	0,1083	1,2023	1,1235	0,1937	0,93	0,04	0,89
	AL-F	0,9665	0,9661	0,0202	1,9355	1,9255	0,1923	0,99	0,07	0,92
	AL-W	0,8367	0,8089	0,1122	1,2110	1,1228	0,1960	0,94	0,04	0,90
	AL-L	0,9592	0,9595	0,0219	1,7326	1,7234	0,1715	0,99	0,10	0,89
	AL-T	0,8359	0,8156	0,1050	1,2036	1,1329	0,1931	0,95	0,10	0,86
S3.1/ 200/ Normal	LASSO	1,0129	1,0127	0,0095	2,3184	2,3194	0,1504	1,00	0,98	0,02
	ALASSO	1,0172	1,0171	0,0112	2,1936	2,1896	0,1220	1,00	0,56	0,44
	AL-H	0,9409	0,9443	0,0328	1,3602	1,3575	0,1063	1,00	0,27	0,73
	AL-B	0,7151	0,7188	0,0566	1,0080	1,0021	0,0273	1,00	0,07	0,93
	AL-C	0,9007	0,9311	0,0827	1,2495	1,2700	0,1603	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7129	0,7157	0,0571	1,0069	1,0009	0,0262	1,00	0,01	0,99
	AL-F	0,9754	0,9760	0,0183	1,5423	1,5412	0,0918	1,00	0,01	0,99
	AL-W	0,7161	0,7175	0,0609	1,0102	1,0015	0,0416	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,9547	0,9575	0,0271	1,4100	1,4075	0,0995	1,00	0,01	0,99
	AL-T	0,7165	0,7129	0,0577	1,0089	1,0021	0,0312	1,00	0,02	0,98

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, $n=50$ için üç kriter açısından optimal olarak değerlendirilebilen tahmin edici AL-C tahmin edicisi olup AL-W tahmin edicisinin de yakından takip ettiği gözlenmektedir. $n=100$ için, MSE ve MSPE kriterleri açısından AL-B, MSA kriteri açısından AL-F tahmin edicileri iyi sonuçlar vermektedir. Birbirlerini takip etmeleri sebebiyle AL-A, AL-W ve AL-T tahmin edicilerinin ön plana çıktığı gözlenmektedir. $n=200$ için, tüm kriterlere göre AL-A tahmin edicisi ön plana çıkmaktadır. Tüm kriterler göz önüne alındığında AL-W, AL-T ve AL-B tahmin edicilerinin AL-A tahmin edicisini takip ettiği görülmektedir.

Tablo 4.12. *Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Laplace Dağılım)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / Laplace	LASSO	1,0684	1,0682	0,0184	1,8842	1,8630	0,2031	0,91	0,99	0,01
	ALASSO	1,0875	1,0874	0,0171	1,9581	1,9232	0,2287	0,26	0,88	0,01
	AL-H	1,0686	1,0705	0,0267	1,6237	1,6067	0,2191	0,82	0,93	0,04
	AL-B	0,9085	0,8907	0,1167	1,0794	0,9076	0,4395	0,83	0,62	0,35
	AL-C	0,9598	1,0233	0,1185	1,2492	1,2927	0,3813	0,69	0,43	0,40
	AL-A	0,8986	0,8787	0,1168	1,0600	0,8943	0,3755	0,78	0,32	0,58
	AL-F	1,0627	1,0614	0,0245	1,7367	1,7172	0,2063	0,66	0,58	0,24
	AL-W	0,8913	0,8680	0,1171	1,0383	0,8803	0,3649	0,80	0,34	0,58
	AL-L	1,0588	1,0582	0,0267	1,6531	1,6173	0,2265	0,63	0,63	0,20
	AL-T	0,9163	0,9021	0,1113	1,0953	0,9403	0,3945	0,80	0,45	0,48
S3.1/ 100/ Laplace	LASSO	1,0403	1,0401	0,0196	1,5666	1,5584	0,1262	1,00	1,00	0,00
	ALASSO	1,0568	1,0573	0,0211	1,5933	1,5772	0,1529	0,95	0,87	0,11
	AL-H	0,8620	0,8623	0,0578	1,0234	1,0078	0,0748	1,00	0,42	0,58
	AL-B	0,7598	0,7594	0,0664	0,9785	0,9696	0,0496	1,00	0,19	0,81
	AL-C	0,7762	0,7771	0,0704	0,9739	0,9628	0,0509	1,00	0,05	0,95
	AL-A	0,7550	0,7555	0,0669	0,9715	0,9619	0,0448	1,00	0,05	0,95
	AL-F	0,9029	0,9061	0,0486	1,0482	1,0351	0,0770	1,00	0,06	0,94
	AL-W	0,7519	0,7551	0,0670	0,9702	0,9599	0,0437	1,00	0,05	0,95
	AL-L	0,8567	0,8594	0,0599	1,0051	0,9915	0,0652	1,00	0,07	0,93
	AL-T	0,7761	0,7767	0,0674	0,9846	0,9742	0,0568	1,00	0,09	0,91
S3.1/ 200/ Laplace	LASSO	0,9462	0,9463	0,0114	2,0258	2,0232	0,1240	1,00	0,97	0,03
	ALASSO	0,9464	0,9469	0,0144	1,9476	1,9474	0,1142	1,00	0,41	0,59
	AL-H	0,7555	0,7564	0,0416	1,1230	1,1170	0,0351	1,00	0,20	0,80
	AL-B	0,6986	0,7026	0,0520	1,0883	1,0849	0,0227	1,00	0,06	0,94
	AL-C	0,7219	0,7187	0,0580	1,0931	1,0878	0,0267	1,00	0,00	1,00
	AL-A	0,6975	0,6997	0,0520	1,0873	1,0844	0,0220	1,00	0,01	0,99
	AL-F	0,7822	0,7812	0,0351	1,1625	1,1539	0,0454	1,00	0,01	0,99
	AL-W	0,6957	0,6977	0,0521	1,0869	1,0839	0,0215	1,00	0,01	0,99
	AL-L	0,7538	0,7536	0,0423	1,1229	1,1168	0,0352	1,00	0,01	0,99
	AL-T	0,7127	0,7169	0,0569	1,0921	1,0870	0,0266	1,00	0,01	0,99

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda $n=50$ için AL-W tahmin edicisi optimal olarak değerlendirilebilir. Ayrıca AL-A tahmin edicisi, AL-W tahmin edicisini yakından takip etmektedir. $n=100$ için AL-W tahmin edicisi ön plana çıkmaktadır. Ayrıca AL-A tahmin edicisinin de yakından takip ettiği söylenebilir. $n=200$ için tüm kriterler göz önüne alındığında AL-W optimal tahmin edici olarak değerlendirilebilir ve AL-A ve AL-B tahmin edicileri alternatiflerdir.

Tablo 4.13. *Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Lojistik Dağılım)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / Lojistik	LASSO	1,0491	1,0502	0,0362	2,0644	1,9837	0,4200	0,54	0,72	0,10
	ALASSO	1,0722	1,0802	0,0394	2,1996	2,0915	0,4971	0,19	0,41	0,06
	AL-H	1,0583	1,0669	0,0626	2,0718	2,0243	0,4895	0,59	0,82	0,08
	AL-B	1,0627	1,0778	0,0847	2,2942	2,1982	0,8482	0,51	0,77	0,11
	AL-C	1,0525	1,0696	0,0740	2,1609	2,1009	0,6447	0,34	0,46	0,17
	AL-A	1,0631	1,0777	0,0846	2,4027	2,2101	1,0152	0,34	0,53	0,15
	AL-F	1,0640	1,0752	0,0530	2,2634	2,1200	0,6591	0,30	0,37	0,15
	AL-W	1,0544	1,0731	0,0846	2,2574	2,1476	0,8467	0,34	0,52	0,17
	AL-L	1,0585	1,0692	0,0596	2,1748	2,0703	0,5947	0,35	0,48	0,14
	AL-T	1,0724	1,0856	0,0819	2,4680	2,3113	0,9770	0,38	0,62	0,12
S3.1/ 100/ Lojistik	LASSO	1,0411	1,0417	0,0276	2,2076	2,1715	0,2901	0,93	0,85	0,15
	ALASSO	1,0842	1,0924	0,0304	2,3585	2,4369	0,3093	0,19	0,32	0,08
	AL-H	1,0145	1,0172	0,0542	1,8509	1,8088	0,3486	0,75	0,50	0,34
	AL-B	0,9648	0,9833	0,0926	1,6017	1,5082	0,4187	0,73	0,36	0,45
	AL-C	1,0101	1,0222	0,0732	1,8888	1,8642	0,4629	0,57	0,11	0,50
	AL-A	0,9747	1,0087	0,1017	1,7025	1,5816	0,5125	0,57	0,11	0,50
	AL-F	1,0311	1,0372	0,0501	2,0265	1,9952	0,4218	0,54	0,08	0,49
	AL-W	0,9931	1,0161	0,0926	1,7747	1,7124	0,5037	0,56	0,11	0,48
	AL-L	1,0187	1,0242	0,0584	1,9294	1,8636	0,4089	0,59	0,13	0,50
	AL-T	0,9761	0,9969	0,0923	1,6858	1,5818	0,4782	0,62	0,19	0,49
S3.1/ 200/ Lojistik	LASSO	0,9952	0,9957	0,0150	2,5710	2,5679	0,2719	1,00	0,67	0,33
	ALASSO	0,9924	0,9916	0,0190	2,4452	2,4235	0,2869	0,98	0,19	0,79
	AL-H	0,9731	0,9740	0,0367	1,7083	1,6849	0,2132	0,96	0,30	0,67
	AL-B	0,9376	0,9672	0,1071	1,4675	1,4057	0,3352	0,87	0,18	0,72
	AL-C	0,9977	0,9980	0,0516	1,7993	1,7405	0,3112	0,84	0,06	0,79
	AL-A	0,9395	0,9658	0,1120	1,5076	1,4070	0,3964	0,76	0,04	0,72
	AL-F	0,9804	0,9759	0,0362	1,8914	1,8181	0,3130	0,88	0,02	0,85
	AL-W	0,9967	1,0153	0,0851	1,7083	1,6916	0,4038	0,75	0,05	0,72
	AL-L	0,9803	0,9777	0,0401	1,8046	1,7469	0,2800	0,89	0,05	0,84
	AL-T	0,9271	0,9553	0,1083	1,4450	1,3609	0,3526	0,80	0,09	0,73

$n=50$ için, MSE ve MSPE kriterlerine göre LASSO, ve MSA kriterine göre AL-W tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. $n=100$ için, tüm kriterler altında AL-B tahmin edici optimal olarak değerlendirilebilir. $n=200$ için tüm kriterler açısından AL-T, AL-A ve AL-B tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır.

Tablo 4.14. Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Student- $t(5)$ Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1 / 50 / t(5)	LASSO	1,0859	1,0876	0,0203	2,6160	2,5649	0,4070	0,81	0,16	0,66
	ALASSO	1,1258	1,1278	0,0264	2,8773	2,8703	0,5639	0,22	0,08	0,17
	AL-H	1,0456	1,0486	0,0452	1,8414	1,8669	0,3726	0,81	0,66	0,24
	AL-B	0,9695	0,9757	0,1056	1,4846	1,2920	0,7101	0,83	0,67	0,28
	AL-C	0,9986	1,0314	0,1002	1,7107	1,6843	0,6356	0,63	0,28	0,43
	AL-A	0,9718	0,9920	0,1111	1,5780	1,3869	0,7074	0,68	0,35	0,44
	AL-F	1,0651	1,0659	0,0370	2,1141	2,0628	0,4558	0,60	0,17	0,48
	AL-W	0,9627	0,9756	0,1127	1,5204	1,3315	0,6830	0,70	0,31	0,46
	AL-L	1,0498	1,0512	0,0454	1,9647	1,9447	0,4197	0,65	0,27	0,46
	AL-T	0,9848	1,0083	0,1089	1,6089	1,4253	0,7120	0,70	0,46	0,35
S3.1/ 100/ t(5)	LASSO	1,0149	1,0150	0,0163	2,9806	2,9367	0,4133	0,99	0,81	0,19
	ALASSO	1,0080	1,0057	0,0236	2,8442	2,7654	0,4586	0,89	0,41	0,49
	AL-H	0,8904	0,8910	0,0513	1,2106	1,1884	0,1712	1,00	0,49	0,51
	AL-B	0,8347	0,8271	0,0830	1,0370	0,9963	0,1306	0,98	0,22	0,77
	AL-C	0,8810	0,8812	0,0780	1,1379	1,0873	0,1930	0,97	0,06	0,91
	AL-A	0,8350	0,8235	0,0883	1,0455	0,9925	0,1576	0,95	0,07	0,89
	AL-F	0,9069	0,9068	0,0450	1,4466	1,4007	0,2859	0,98	0,05	0,93
	AL-W	0,8405	0,8288	0,0916	1,0544	0,9999	0,1654	0,95	0,06	0,90
	AL-L	0,8867	0,8852	0,0550	1,2630	1,2240	0,2142	0,98	0,09	0,89
	AL-T	0,8411	0,8365	0,0846	1,0474	1,0048	0,1348	0,97	0,12	0,85
S3.1/ 200/ t(5)	LASSO	1,0628	1,0628	0,0148	2,3330	2,3226	0,1557	1,00	0,80	0,20
	ALASSO	1,0763	1,0747	0,0179	2,2400	2,2320	0,1577	0,96	0,26	0,70
	AL-H	0,9921	0,9952	0,0301	1,6088	1,6050	0,1169	1,00	0,16	0,84
	AL-B	0,7702	0,7647	0,0777	1,2976	1,2736	0,0960	1,00	0,06	0,94
	AL-C	0,9627	0,9735	0,0540	1,5283	1,5242	0,1492	1,00	0,01	0,98
	AL-A	0,7695	0,7638	0,0792	1,2997	1,2734	0,1071	1,00	0,01	0,99
	AL-F	1,0251	1,0264	0,0225	1,7500	1,7421	0,1186	0,99	0,00	0,99
	AL-W	0,7987	0,7841	0,0988	1,3344	1,2824	0,1380	1,00	0,01	0,99
	AL-L	1,0045	1,0060	0,0282	1,6486	1,6446	0,1188	1,00	0,01	0,99
	AL-T	0,7755	0,7702	0,0745	1,3001	1,2753	0,0970	1,00	0,02	0,98

$n=50$ için, MSE kriterine göre AL-W, MSPE kriterine göre AL-B ve MSA kriterine göre AL-F tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. Tüm tahmin ediciler açısından değerlendirildiğinde AL-W tahmin edici optimal olarak değerlendirilebilir. Bunun yanında AL-W tahmin ediciyi takip etmesi sebebiyle AL-C tahmin edici alternatif olarak kullanılabilir. $n=100$ için AL-A ve AL-T tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. $n=200$ için, AL-A tahmin edicisi optimal olmakla birlikte AL-B ve AL-T tahmin edicileri de ön plana çıkmaktadır..

Tablo 4.15. Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Student- $t(2)$ Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50/ t(2)	LASSO	1,0552	1,0526	0,0626	2,6966	2,2565	2,5763	0,58	0,72	0,16
	ALASSO	1,0919	1,0929	0,0747	3,0657	2,5111	3,4872	0,17	0,36	0,10
	AL-H	0,9847	0,9886	0,0717	1,6888	1,6185	0,4441	0,86	0,73	0,22
	AL-B	0,9607	0,9571	0,0911	1,5650	1,4123	0,5002	0,82	0,65	0,29
	AL-C	0,9658	0,9678	0,0890	1,6106	1,4777	0,5032	0,72	0,38	0,43
	AL-A	0,9645	0,9598	0,0933	1,5917	1,4219	0,5388	0,71	0,36	0,46
	AL-F	1,0123	1,0200	0,0686	1,8832	1,8107	0,5021	0,63	0,29	0,43
	AL-W	0,9575	0,9479	0,0978	1,5724	1,3950	0,5520	0,71	0,36	0,45
	AL-L	0,9933	0,9970	0,0738	1,7572	1,6788	0,4809	0,71	0,37	0,44
	AL-T	0,9766	0,9743	0,0919	1,6647	1,4752	0,6393	0,75	0,49	0,38
S3.1/ 100/ t(2)	LASSO	1,0701	1,0648	0,0493	2,8701	2,5166	2,9446	0,92	0,92	0,07
	ALASSO	1,1137	1,1125	0,0540	3,2911	2,8758	3,3772	0,31	0,60	0,09
	AL-H	0,9679	0,9669	0,0609	1,5112	1,4663	0,2586	0,92	0,50	0,45
	AL-B	0,8879	0,8697	0,1074	1,2856	1,1830	0,2438	0,90	0,23	0,69
	AL-C	0,9588	0,9757	0,0812	1,4596	1,4226	0,2951	0,85	0,13	0,73
	AL-A	0,8876	0,8665	0,1140	1,3078	1,1653	0,2967	0,82	0,07	0,76
	AL-F	0,9914	0,9897	0,0537	1,6731	1,6007	0,3301	0,85	0,14	0,73
	AL-W	0,9052	0,8956	0,1160	1,3421	1,2295	0,2977	0,83	0,07	0,76
	AL-L	0,9682	0,9677	0,0622	1,5368	1,4633	0,3002	0,88	0,17	0,73
	AL-T	0,8946	0,8803	0,1031	1,3047	1,1983	0,2671	0,86	0,12	0,75
S32.1/ 200/ t(2)	LASSO	1,0417	1,0383	0,0325	2,9839	2,9252	0,6158	0,98	1,00	0,00
	ALASSO	1,0521	1,0484	0,0379	3,0426	2,8802	0,7597	0,68	0,91	0,04
	AL-H	0,9345	0,9363	0,0461	1,4219	1,3945	0,1826	1,00	0,38	0,62
	AL-B	0,7879	0,7756	0,0808	1,1138	1,0835	0,1256	0,99	0,06	0,93
	AL-C	0,9123	0,9137	0,0731	1,3230	1,2718	0,2204	0,99	0,04	0,95
	AL-A	0,7853	0,7745	0,0801	1,1130	1,0830	0,1278	0,99	0,01	0,98
	AL-F	0,9593	0,9605	0,0367	1,5918	1,5623	0,2152	1,00	0,07	0,92
	AL-W	0,8137	0,7924	0,0977	1,1590	1,0973	0,1862	0,99	0,01	0,97
	AL-L	0,9386	0,9391	0,0456	1,4475	1,4180	0,1987	1,00	0,09	0,91
	AL-T	0,7974	0,7935	0,0785	1,1252	1,0941	0,1314	0,99	0,02	0,97

$n=50$ için MSE kriterine göre AL-W, MPSE kriterine göre AL-B tahmin edici üstündür. Tüm kriterler göz önüne alındığında, AL-W ile AL-B tahmin edicileri AL-A tahmin edicisini takip etmektedir. $n=100$ ve $n=200$ için MSE ve MPSE kriterlerine göre AL-B tahmin edici üstündür. $n=100$ ve $n=200$ için AL-A tahmin edicisi optimal tahmin edici olarak değerlendirilebilir. Genel olarak tüm kriter ve örneklem hacimleri dikkate alınırsa AL-B, AL-W ve AL-T tahmin edicilerinin de öne çıktığı ifade edilebilir.

Tablo 4.16. *Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 kir. açıklayıcı değ., Cauchy Dağılımı)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / Cauchy	LASSO	1,3484	1,2015	0,3750	3632	7,9297	51062	0,34	0,93	0,02
	ALASSO	1,3932	1,2597	0,3626	3642	9,3526	51099	0,12	0,79	0,00
	AL-H	1,1364	1,1354	0,0634	3,1400	2,8145	1,9230	0,39	0,75	0,06
	AL-B	1,0703	1,0862	0,0917	2,4731	2,2080	1,0955	0,35	0,61	0,12
	AL-C	1,1053	1,1124	0,0628	2,9168	2,6423	1,2526	0,22	0,39	0,12
	AL-A	1,0705	1,0886	0,0882	2,7198	2,3443	1,5041	0,23	0,28	0,16
	AL-F	1,1294	1,1271	0,0593	3,5761	3,2331	2,0239	0,21	0,41	0,10
	AL-W	1,0728	1,0894	0,0838	2,6834	2,3733	1,4586	0,23	0,30	0,15
	AL-L	1,1585	1,1259	0,2024	163,1702	2,9762	1170	0,25	0,46	0,11
	AL-T	1,0739	1,0899	0,0876	2,6574	2,3257	1,4572	0,28	0,43	0,16
S3.1/ 100/ Cauchy	LASSO	1,3483	1,2056	0,4190	7289	8,8598	77992	0,72	0,99	0,01
	ALASSO	1,3618	1,2190	0,4139	7292	10,2909	78007	0,36	0,94	0,02
	AL-H	1,0051	1,0041	0,0617	2,5322	2,4231	0,6319	0,84	0,64	0,28
	AL-B	0,9966	1,0222	0,1064	2,1490	2,0555	0,7193	0,62	0,31	0,42
	AL-C	1,0278	1,0356	0,0743	2,7344	2,5576	0,8849	0,56	0,18	0,46
	AL-A	1,0063	1,0334	0,1116	2,3363	2,1859	0,8801	0,47	0,13	0,42
	AL-F	1,0164	1,0142	0,0667	3,1716	2,9653	1,0461	0,57	0,18	0,45
	AL-W	1,0364	1,0564	0,0935	2,5500	2,4252	0,9168	0,47	0,12	0,42
	AL-L	1,0754	1,0141	0,2887	525,1872	2,6882	3206	0,64	0,28	0,43
	AL-T	0,9949	1,0227	0,1102	2,2378	2,0774	0,8480	0,54	0,19	0,44
S3.1/ 200/ Cauchy	LASSO	1,3659	1,2595	0,3830	9292	9,3130	136628	0,77	1,00	0,00
	ALASSO	1,3716	1,2643	0,3803	9292	9,6294	136628	0,44	0,96	0,03
	AL-H	0,9518	0,9539	0,0567	1,4938	1,4400	0,2701	0,95	0,32	0,63
	AL-B	0,9333	0,9646	0,1138	1,3469	1,2847	0,3014	0,82	0,15	0,70
	AL-C	0,9684	0,9698	0,0682	1,5181	1,4272	0,3641	0,83	0,07	0,77
	AL-A	0,9387	0,9666	0,1196	1,4077	1,3047	0,3849	0,69	0,04	0,66
	AL-F	0,9591	0,9584	0,0594	1,6644	1,5822	0,4047	0,85	0,06	0,80
	AL-W	0,9757	1,0010	0,1023	1,4936	1,4308	0,3965	0,69	0,04	0,66
	AL-L	1,0963	0,9631	0,4463	2919	1,5267	16502	0,88	0,17	0,71
	AL-T	0,9354	0,9573	0,1112	1,3857	1,2854	0,3581	0,71	0,07	0,67

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için AL-B tahmin edici üstündür ve AL-W, AL-A ile AL-T tahmin edicileri AL-B tahmin edicisini takip etmektedir. $n=100$ için, AL-T, AL-B ve AL-A tahmin edicileri ön plana çıkmaktadır. $n=200$ için MSE ve MPSE kriterlerine göre AL-B ve AL-T tahmin edicilerinin üstünlüğünden söz edilebilir. Genel olarak, tüm kriter ve örneklem hacimleri dikkate alınırse AL-B, AL-T ve AL-A tahmin edicilerinin öne çıktığı ifade edilebilir.

Tablo 4.17. Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Slash Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / Slash	LASSO	1,4227	1,2753	0,4029	2125	11,8162	22943	0,21	0,88	0,03
	ALASSO	1,4886	1,3537	0,3898	2140	16,3640	22943	0,17	0,91	0,00
	AL-H	1,1422	1,1415	0,0673	3,1741	2,8826	1,4413	0,28	0,71	0,03
	AL-B	1,1326	1,1345	0,0721	3,0653	2,7040	1,4974	0,14	0,60	0,04
	AL-C	1,1272	1,1318	0,0600	3,2931	2,9515	1,4177	0,06	0,33	0,03
	AL-A	1,1285	1,1334	0,0642	3,3998	2,9164	1,7825	0,06	0,30	0,03
	AL-F	1,1393	1,1442	0,0558	3,8476	3,4679	1,8009	0,06	0,34	0,03
	AL-W	1,1291	1,1331	0,0632	3,3532	2,9028	1,6769	0,06	0,28	0,04
	AL-L	1,1473	1,1363	0,1476	109,4134	3,2040	1550	0,10	0,37	0,04
	AL-T	1,1312	1,1391	0,0695	3,3294	2,9405	1,7329	0,08	0,40	0,04
S3.1/ 100/ Slash	LASSO	1,4657	1,3149	0,4349	13113	13,4469	221154	0,40	1,00	0,00
	ALASSO	1,4906	1,3494	0,4242	13104	14,6956	220917	0,29	0,91	0,00
	AL-H	1,0450	1,0548	0,0750	2,1163	2,0411	0,5186	0,52	0,44	0,24
	AL-B	1,0360	1,0513	0,0836	2,0058	1,9708	0,5212	0,39	0,27	0,26
	AL-C	1,0598	1,0780	0,0851	2,2704	2,1428	0,6674	0,24	0,09	0,20
	AL-A	1,0582	1,0787	0,0883	2,2448	2,1122	0,6854	0,22	0,07	0,19
	AL-F	1,0810	1,0931	0,0753	2,6296	2,3619	0,9540	0,18	0,07	0,16
	AL-W	1,0605	1,0793	0,0856	2,2457	2,1149	0,6884	0,23	0,07	0,20
	AL-L	1,1167	1,0826	0,2467	354,4381	2,2017	4026	0,29	0,15	0,19
	AL-T	1,0544	1,0673	0,0854	2,2030	2,1225	0,6564	0,25	0,16	0,19
S3.1/ 200/ Slash	LASSO	1,3706	1,2704	0,3222	551,1783	11,3264	3894	0,72	1,00	0,00
	ALASSO	1,3722	1,2764	0,3213	551,3586	11,5662	3894	0,38	0,98	0,00
	AL-H	1,0407	1,0434	0,0423	2,2675	2,2082	0,4901	0,70	0,47	0,33
	AL-B	1,0818	1,0828	0,0445	2,2536	2,2382	0,5140	0,37	0,22	0,25
	AL-C	1,0692	1,0739	0,0478	2,7607	2,6612	0,8475	0,33	0,09	0,29
	AL-A	1,0941	1,0996	0,0447	2,5745	2,4404	0,7544	0,15	0,05	0,13
	AL-F	1,0724	1,0788	0,0515	3,3059	3,1818	1,2366	0,24	0,07	0,21
	AL-W	1,0951	1,0989	0,0438	2,6946	2,5016	0,8244	0,20	0,06	0,17
	AL-L	1,1430	1,0688	0,3266	683,0635	2,7956	3686	0,41	0,18	0,28
	AL-T	1,0886	1,0946	0,0458	2,4337	2,3959	0,6324	0,20	0,10	0,17

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için tüm kriterlerine göre AL-B tahmin edici üstündür ve AL-T ile AL-W tahmin edicileri AL-B tahmin edicisini takip etmektedir. $n=100$ için tüm kriterler genel olarak dikkate alınınca AL-B dikkat çekmektedir. Bu tahmin ediciyi sırasıyla AL-H, AL-T, AL-A ve AL-W tahmin edicileri takip etmektedir. $n=200$ için tüm kriterler genel olarak dikkate alınınca AL-H öne çıkmaktadır. Genel olarak, tüm kriter ve örneklem hacimleri dikkate alınırsa AL-B tahmin edicisi öne çıkmaktadır.

Tablo 4.18. Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 oranında kir. açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım(%10))

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / %10	LASSO	1,1301	1,1315	0,0316	4,2565	4,1497	1,2918	0,12	0,86	0,01
	ALASSO	1,1583	1,1574	0,0374	4,3998	4,1868	1,4062	0,01	0,73	0,00
	AL-H	1,0810	1,0824	0,0422	2,4162	2,2817	0,6484	0,61	0,81	0,08
	AL-B	0,9926	1,0154	0,0978	1,7140	1,6331	0,5571	0,66	0,63	0,24
	AL-C	1,0565	1,0708	0,0670	2,1536	2,0779	0,5927	0,39	0,35	0,23
	AL-A	1,0031	1,0307	0,0985	1,7936	1,7583	0,5783	0,45	0,37	0,29
	AL-F	1,0883	1,0919	0,0386	2,5583	2,4140	0,6758	0,32	0,44	0,12
	AL-W	1,0014	1,0271	0,0989	1,7862	1,7334	0,5753	0,44	0,34	0,29
	AL-L	1,0802	1,0838	0,0411	2,4081	2,2832	0,6227	0,38	0,51	0,14
	AL-T	1,0025	1,0272	0,0954	1,7948	1,7364	0,5891	0,53	0,45	0,29
S3.1/ 100/ %10	LASSO	1,0569	1,0550	0,0324	3,7822	3,7005	0,9499	0,97	0,97	0,03
	ALASSO	1,0745	1,0745	0,0408	4,3207	4,0519	1,4379	0,37	0,68	0,12
	AL-H	0,9922	1,0027	0,0569	1,5942	1,5604	0,3230	0,89	0,47	0,47
	AL-B	0,8461	0,8073	0,1250	1,1853	1,0609	0,2564	0,83	0,12	0,72
	AL-C	0,9870	1,0106	0,0840	1,5189	1,5069	0,3370	0,78	0,06	0,74
	AL-A	0,8506	0,8102	0,1296	1,2070	1,0584	0,2935	0,76	0,03	0,74
	AL-F	1,0015	1,0068	0,0504	1,8128	1,7438	0,4392	0,80	0,14	0,68
	AL-W	0,8770	0,8414	0,1337	1,2612	1,1072	0,3180	0,75	0,02	0,74
	AL-L	0,9920	1,0011	0,0564	1,6296	1,5917	0,3570	0,82	0,13	0,70
	AL-T	0,8437	0,8082	0,1240	1,1826	1,0615	0,2692	0,80	0,04	0,76
S3.1/ 200/ %10	LASSO	1,0171	1,0182	0,0295	3,2227	3,1761	0,5414	1,00	1,00	0,00
	ALASSO	1,0191	1,0191	0,0345	3,2755	3,1904	0,6461	0,95	0,74	0,24
	AL-H	0,8712	0,8763	0,0574	1,4823	1,4646	0,1509	1,00	0,21	0,79
	AL-B	0,7172	0,7180	0,0648	1,1869	1,1746	0,0617	1,00	0,03	0,97
	AL-C	0,8561	0,8650	0,0879	1,4060	1,3773	0,1700	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7159	0,7179	0,0635	1,1858	1,1744	0,0576	1,00	0,00	1,00
	AL-F	0,9018	0,9118	0,0471	1,6584	1,6499	0,1927	1,00	0,02	0,98
	AL-W	0,7366	0,7240	0,0875	1,2141	1,1796	0,1123	1,00	0,00	1,00
	AL-L	0,8796	0,8895	0,0578	1,5201	1,5066	0,1639	1,00	0,02	0,98
	AL-T	0,7139	0,7150	0,0643	1,1846	1,1746	0,0500	1,00	0,01	0,99

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için MSE ve MPSE kriterlerine göre AL-W tahmin edici üstündür ve AL-T ile AL-B tahmin edicileri AL-W tahmin edicisini takip etmektedir. MSA kriterine göre AL-T ve AL-B diğer tahmin edicilere nispeten iyi değerlere sahip olsa da AL-W bu kritere göre de uygun tahmin ediciler sınıfındadır denebilir. $n=100$ ve $n=200$ için tüm kriterler dikkate alınınca AL-T, AL-B AL-A ve AL-W tahmin edicileri diğer tahmin edicilere göre üstündür. Genel olarak tüm kriter ve örneklem hacimleri dikkate alınır AL-T tahmin edicisinin öne çıktığı ifade edilebilir.

Tablo 4.19. Senaryo-3.1 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %10 kir. açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım(%20))

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.1/ 50 / %20	LASSO	1,1633	1,1624	0,0584	5,8211	5,3810	2,4472	0,21	0,97	0,00
	ALASSO	1,2100	1,2120	0,0546	7,3790	6,9422	2,9534	0,02	0,99	0,00
	AL-H	1,0356	1,0334	0,1018	2,5625	1,9245	2,0893	0,86	0,85	0,14
	AL-B	0,9377	0,9210	0,1158	1,6756	1,3509	1,7998	0,82	0,45	0,48
	AL-C	0,9666	0,9633	0,1123	1,8363	1,4472	1,5198	0,72	0,31	0,54
	AL-A	0,9413	0,9273	0,1195	1,6754	1,3551	1,2927	0,73	0,24	0,60
	AL-F	1,0432	1,0480	0,0967	2,6064	2,0328	1,7984	0,62	0,58	0,26
	AL-W	0,9399	0,9291	0,1174	1,6589	1,3391	1,3715	0,74	0,22	0,62
	AL-L	1,0145	1,0155	0,0991	2,2353	1,7441	1,8004	0,69	0,52	0,36
	AL-T	0,9451	0,9363	0,1150	1,6254	1,3595	1,0729	0,77	0,34	0,54
S3.1/ 100/ %20	LASSO	1,1900	1,1928	0,0434	5,5344	5,3656	1,4708	0,78	1,00	0,00
	ALASSO	1,2337	1,2366	0,0405	7,0663	6,8415	1,8748	0,07	1,00	0,00
	AL-H	1,0196	1,0232	0,0730	2,2059	2,0847	0,5499	0,98	0,76	0,23
	AL-B	0,8732	0,8487	0,1280	1,5754	1,4080	0,3356	0,88	0,09	0,80
	AL-C	0,9648	0,9821	0,0896	1,8799	1,8500	0,3918	0,86	0,11	0,76
	AL-A	0,8770	0,8391	0,1353	1,6069	1,3982	0,3831	0,76	0,02	0,75
	AL-F	1,0280	1,0319	0,0761	2,3829	2,2295	0,6820	0,85	0,48	0,41
	AL-W	0,9125	0,9616	0,1339	1,6956	1,6488	0,4192	0,76	0,02	0,75
	AL-L	0,9977	1,0016	0,0771	2,1058	2,0048	0,5219	0,88	0,38	0,54
	AL-T	0,8599	0,8204	0,1308	1,5524	1,3819	0,3411	0,81	0,03	0,80
S3.1/ 200/ %20	LASSO	1,1450	1,1446	0,0334	4,8561	4,7217	1,1548	1,00	1,00	0,00
	ALASSO	1,1595	1,1609	0,0348	5,4360	5,2865	1,3505	0,59	1,00	0,00
	AL-H	0,9351	0,9413	0,0730	1,3590	1,2980	0,2978	1,00	0,76	0,24
	AL-B	0,7520	0,7329	0,1012	1,0080	0,9655	0,1202	0,99	0,01	0,98
	AL-C	0,8940	0,9153	0,0977	1,1793	1,1551	0,1988	0,99	0,06	0,93
	AL-A	0,7482	0,7318	0,0987	1,0056	0,9645	0,1291	0,98	0,00	0,98
	AL-F	0,9471	0,9519	0,0712	1,4811	1,3806	0,3929	0,99	0,48	0,52
	AL-W	0,8122	0,7672	0,1352	1,0845	0,9810	0,1946	0,99	0,00	0,98
	AL-L	0,9165	0,9262	0,0777	1,2948	1,2406	0,2631	0,99	0,35	0,64
	AL-T	0,7373	0,7295	0,0831	0,9894	0,9629	0,1069	0,99	0,00	0,98

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için tüm kriterlere göre AL-A tahmin edici üstündür. AL-T, AL-W ve AL-B tahmin edicileri AL-A tahmin edicisini takip etmektedir. $n=100$ için, AL-T tahmin edicisi tüm kriterlerine göre üstünken bu tahmin ediciyi AL-A, AL-B ve AL-W tahmin edicileri sırasıyla takip etmektedir. $n=200$ için $n=100$ 'deki durum geçerlidir. Tüm kriterler ve tüm örneklem hacimleri dikkate alınınca AL-T tahmin edicisinin üstünlüğü ve onu takip eden AL-A, AL-W ve AL-B tahmin edicileri göze çarpmaktadır.

Tablo 4.20. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Normal Dağılım)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / Normal	LASSO	1,1075	1,1071	0,0151	1,7049	1,6705	0,2158	0,60	0,91	0,04
	ALASSO	1,1328	1,1331	0,0147	1,8406	1,8375	0,1868	0,06	0,59	0,01
	AL-H	1,1128	1,1161	0,0297	1,6256	1,6330	0,2497	0,65	0,89	0,05
	AL-B	0,9909	1,0139	0,0949	1,4057	1,3439	0,3591	0,74	0,73	0,21
	AL-C	1,0296	1,0466	0,0859	1,4047	1,3706	0,3038	0,53	0,50	0,25
	AL-A	0,9917	1,0172	0,0992	1,4219	1,3342	0,4009	0,60	0,51	0,33
	AL-F	1,1120	1,1119	0,0229	1,6858	1,6743	0,2193	0,46	0,55	0,18
	AL-W	0,9813	1,0151	0,1028	1,3609	1,2783	0,3541	0,61	0,48	0,35
	AL-L	1,1037	1,1052	0,0322	1,6164	1,6138	0,2564	0,46	0,63	0,15
	AL-T	1,0065	1,0250	0,0927	1,4731	1,4035	0,3969	0,60	0,59	0,26
S3.2/ 100/ Normal	LASSO	1,0725	1,0734	0,0145	2,3381	2,3197	0,1543	1,00	0,88	0,12
	ALASSO	1,0960	1,0957	0,0179	2,4401	2,4042	0,2215	0,75	0,51	0,33
	AL-H	0,9868	0,9890	0,0372	1,6128	1,5882	0,1779	0,99	0,40	0,59
	AL-B	0,7946	0,7878	0,0776	1,1653	1,1235	0,1423	0,99	0,19	0,80
	AL-C	0,9349	0,9696	0,0815	1,4548	1,5219	0,2289	0,97	0,04	0,93
	AL-A	0,7941	0,7850	0,0820	1,1662	1,1219	0,1562	0,97	0,04	0,94
	AL-F	1,0295	1,0294	0,0263	1,8460	1,8230	0,1786	0,97	0,05	0,92
	AL-W	0,8019	0,7859	0,0929	1,1879	1,1231	0,1889	0,97	0,03	0,94
	AL-L	0,9975	0,9987	0,0343	1,6644	1,6385	0,1803	0,98	0,08	0,90
	AL-T	0,8026	0,7945	0,0855	1,1781	1,1268	0,1654	0,97	0,08	0,90
S3.2/ 200/ Normal	LASSO	1,0738	1,0741	0,0059	3,1980	3,1779	0,2019	1,00	1,00	0,00
	ALASSO	1,0805	1,0779	0,0117	3,3590	3,2184	0,4299	0,85	0,89	0,00
	AL-H	1,0749	1,0745	0,0126	2,2409	2,2357	0,1709	0,99	0,61	0,38
	AL-B	0,7434	0,7280	0,0973	1,0462	1,0072	0,1288	0,99	0,05	0,95
	AL-C	1,0641	1,0634	0,0203	1,8877	1,8031	0,3082	0,94	0,06	0,89
	AL-A	0,7425	0,7285	0,0970	1,0458	1,0066	0,1336	0,97	0,00	0,97
	AL-F	1,0839	1,0824	0,0109	2,6030	2,5744	0,2264	0,92	0,10	0,83
	AL-W	0,8271	0,7720	0,1521	1,1918	1,0394	0,2716	0,96	0,01	0,95
	AL-L	1,0798	1,0790	0,0122	2,3943	2,3645	0,2168	0,94	0,16	0,78
	AL-T	0,7317	0,7283	0,0768	1,0236	1,0052	0,0852	0,99	0,01	0,98

$n=50$ için AL-W, AL-B ve AL-A tahmin edicilerinin ön plana çıktığı söylenebilir. $n=100$ için optimal tahmin edici AL-A tahmin edicisi olarak değerlendirilebilir. bunun yanında AL-W ve AL-T tahmin edicilerinin AL-A tahmin edicisini yakından takip ettiği söylenebilir. $n=200$ için tüm kriterlere göre AL-A tahmin edici öne çıkmaktadır. Tüm kriterler ve tüm örneklem hacimleri dikkate alınınca AL-A, AL-T, AL-W ve AL-B tahmin edicilerinin üstünlüğü göze çarpmaktadır.

Tablo 4.21. *Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Laplace Dağılım)*

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	TM
S3.2/ 50 / Laplace	LASSO	1,0756	1,0701	0,0325	1,7967	1,7819	0,2039	0,98	0,90	0,09
	ALASSO	1,0923	1,0904	0,0239	1,8772	1,8442	0,2545	0,74	0,69	0,10
	AL-H	1,1053	1,1041	0,0290	1,8212	1,8040	0,2190	0,99	0,96	0,03
	AL-B	0,9052	0,8797	0,1174	1,1624	1,0018	0,3813	0,92	0,58	0,39
	AL-C	0,9850	1,0221	0,1211	1,4523	1,4320	0,4455	0,86	0,41	0,50
	AL-A	0,8959	0,8762	0,1195	1,1431	0,9794	0,3658	0,85	0,30	0,62
	AL-F	1,0786	1,0757	0,0283	1,8439	1,8274	0,1980	0,89	0,52	0,39
	AL-W	0,8908	0,8674	0,1198	1,1239	0,9707	0,3501	0,86	0,30	0,62
	AL-L	1,0853	1,0817	0,0294	1,8403	1,8210	0,1997	0,90	0,67	0,26
	AL-T	0,9116	0,8922	0,1133	1,1766	1,0186	0,3935	0,90	0,44	0,52
S3.2/ 100/ Laplace	LASSO	1,0683	1,0688	0,0097	3,1753	3,1429	0,2803	0,99	1,00	0,00
	ALASSO	1,0683	1,0685	0,0123	3,3637	3,2910	0,4140	0,67	0,98	0,00
	AL-H	1,0377	1,0436	0,0296	2,1591	2,1920	0,3108	1,00	0,94	0,06
	AL-B	0,7665	0,7637	0,0836	1,0995	1,0684	0,1196	0,98	0,15	0,84
	AL-C	0,9377	0,9701	0,0869	1,4004	1,3899	0,2986	0,96	0,19	0,79
	AL-A	0,7673	0,7605	0,0881	1,1027	1,0668	0,1322	0,97	0,04	0,94
	AL-F	1,0224	1,0214	0,0193	2,2324	2,2199	0,2203	0,98	0,41	0,57
	AL-W	0,7703	0,7579	0,0953	1,1147	1,0666	0,1525	0,96	0,04	0,94
	AL-L	1,0101	1,0094	0,0295	1,9780	1,9480	0,2859	0,98	0,51	0,49
	AL-T	0,7811	0,7742	0,0843	1,1107	1,0753	0,1313	0,97	0,07	0,91
S3.2/ 200/ Laplace	LASSO	1,0427	1,0428	0,0062	3,9292	3,9302	0,2089	1,00	0,99	0,01
	ALASSO	1,0414	1,0413	0,0072	3,8469	3,8332	0,2067	1,00	0,60	0,40
	AL-H	0,9654	0,9660	0,0248	1,7314	1,7122	0,2054	1,00	0,30	0,70
	AL-B	0,7129	0,7166	0,0644	0,9571	0,9482	0,0459	1,00	0,04	0,96
	AL-C	0,9901	1,0077	0,0755	1,3930	1,4013	0,2300	1,00	0,01	0,99
	AL-A	0,7126	0,7165	0,0645	0,9569	0,9477	0,0465	1,00	0,00	1,00
	AL-F	1,0074	1,0071	0,0113	2,4310	2,4175	0,1835	1,00	0,04	0,96
	AL-W	0,7291	0,7172	0,0987	0,9847	0,9506	0,1233	1,00	0,00	1,00
	AL-L	0,9810	0,9817	0,0209	1,8994	1,8806	0,2175	1,00	0,04	0,96
	AL-T	0,7302	0,7301	0,0667	0,9639	0,9553	0,0549	0,99	0,01	0,99

Tüm örneklem hacimleri ve tüm kriterler kümülatif olarak ele alınırsa AL-B, AL-A, AL-W ve AL-T tahmin edicilerinin birbirlerine yakın ve diğer tahmin edicilere nispeten üstün sonuçlar verdiği gözlenmektedir.

Tablo 4.22 Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Lojistik Dağılım)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / Lojistik	LASSO	1,0631	1,0630	0,0313	2,2127	2,0694	0,6612	0,74	0,86	0,07
	ALASSO	1,1059	1,1065	0,0388	2,3401	2,2571	0,5820	0,19	0,31	0,09
	AL-H	1,0711	1,0765	0,0492	1,7401	1,6637	0,5066	0,48	0,79	0,07
	AL-B	1,0883	1,0919	0,0720	2,0390	1,8542	0,8402	0,34	0,76	0,05
	AL-C	1,0832	1,0893	0,0578	1,8841	1,7630	0,6403	0,21	0,44	0,07
	AL-A	1,0910	1,0966	0,0708	2,0957	1,9428	0,8383	0,17	0,41	0,06
	AL-F	1,0822	1,0852	0,0448	2,0719	1,9786	0,6369	0,23	0,38	0,11
	AL-W	1,0931	1,0976	0,0668	2,0247	1,8703	0,7483	0,17	0,39	0,06
	AL-L	1,0757	1,0802	0,0499	1,9097	1,7625	0,6109	0,26	0,47	0,10
	AL-T	1,0961	1,0983	0,0697	2,1772	1,9671	0,9605	0,21	0,59	0,06
S3.2/ 100/ Lojistik	LASSO	1,0746	1,0737	0,0173	3,7755	3,6861	0,5211	0,97	0,88	0,11
	ALASSO	1,0744	1,0696	0,0268	3,7279	3,5284	0,7911	0,65	0,42	0,30
	AL-H	1,0372	1,0406	0,0364	2,5130	2,4148	0,5937	0,64	0,49	0,29
	AL-B	1,0652	1,0750	0,0613	1,9809	1,8945	0,5420	0,28	0,28	0,19
	AL-C	1,0689	1,0716	0,0412	2,7757	2,6367	0,8835	0,26	0,09	0,22
	AL-A	1,0730	1,0839	0,0612	2,1413	2,0671	0,6468	0,18	0,07	0,17
	AL-F	1,0731	1,0728	0,0417	3,5826	3,3555	1,2592	0,25	0,03	0,23
	AL-W	1,0899	1,0930	0,0451	2,2956	2,2123	0,6405	0,17	0,07	0,16
	AL-L	1,0614	1,0610	0,0404	3,0851	2,9118	0,9422	0,32	0,11	0,27
	AL-T	1,0608	1,0757	0,0706	2,0331	1,9660	0,6257	0,21	0,15	0,18
S3.2/ 200/ Lojistik	LASSO	1,0306	1,0312	0,0144	3,4824	3,4680	0,3246	1,00	1,00	0,00
	ALASSO	1,0301	1,0295	0,0185	3,4445	3,4112	0,3760	0,95	0,74	0,23
	AL-H	0,9908	0,9865	0,0297	2,1497	2,1193	0,2705	0,89	0,40	0,52
	AL-B	1,0266	1,0310	0,0586	1,8573	1,7967	0,3715	0,54	0,18	0,42
	AL-C	1,0155	1,0124	0,0379	2,2091	2,1316	0,4048	0,59	0,11	0,52
	AL-A	1,0329	1,0367	0,0610	1,9339	1,8344	0,4097	0,35	0,06	0,31
	AL-F	1,0033	1,0013	0,0355	2,6040	2,5089	0,4614	0,63	0,09	0,57
	AL-W	1,0518	1,0510	0,0409	2,0624	1,9526	0,4360	0,36	0,07	0,32
	AL-L	1,0006	0,9995	0,0350	2,3570	2,2848	0,3910	0,67	0,13	0,57
	AL-T	1,0220	1,0310	0,0711	1,8753	1,8114	0,4136	0,40	0,10	0,35

Elde edilen sonuçlara göre, tüm kriterler ve tüm örneklem hacimleri dikkate alınınca AL-L ve AL-F tahmin edicilerinin üstünlüğü göze çarpmaktadır.

Tablo 4.23. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Student- $t(5)$ Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / t(5)	LASSO	1,0954	1,0954	0,0172	3,3776	3,2566	0,7308	0,53	0,61	0,12
	ALASSO	1,1216	1,1227	0,0218	3,6692	3,5740	0,8116	0,05	0,41	0,01
	AL-H	1,0412	1,0501	0,0553	1,7015	1,6474	0,4483	0,69	0,84	0,10
	AL-B	0,9874	1,0044	0,1062	1,5507	1,4323	0,5863	0,67	0,67	0,22
	AL-C	1,0184	1,0358	0,0935	1,6093	1,5089	0,5708	0,46	0,35	0,30
	AL-A	0,9921	1,0229	0,1050	1,5619	1,4502	0,5935	0,53	0,39	0,34
	AL-F	1,0663	1,0684	0,0413	2,1870	2,0246	0,7321	0,45	0,43	0,23
	AL-W	0,9883	1,0226	0,1099	1,5372	1,4530	0,5915	0,53	0,36	0,38
	AL-L	1,0498	1,0543	0,0565	1,9047	1,7558	0,6419	0,49	0,45	0,25
	AL-T	0,9901	1,0144	0,0995	1,5327	1,4333	0,4836	0,58	0,50	0,31
S3.2/ 100/ t(5)	LASSO	1,0581	1,0591	0,0136	3,9598	3,9679	0,4034	0,99	0,79	0,21
	ALASSO	1,0574	1,0513	0,0240	3,8665	3,7131	0,6521	0,71	0,21	0,51
	AL-H	0,9472	0,9498	0,0421	1,4802	1,4582	0,2530	0,99	0,39	0,60
	AL-B	0,8876	0,8747	0,1183	1,1365	1,0283	0,2601	0,91	0,20	0,73
	AL-C	0,9944	1,0075	0,0698	1,4768	1,4418	0,3431	0,86	0,06	0,80
	AL-A	0,8876	0,8703	0,1214	1,1503	1,0100	0,3074	0,85	0,06	0,80
	AL-F	0,9756	0,9727	0,0340	1,8859	1,8024	0,3989	0,91	0,08	0,84
	AL-W	0,9219	0,9671	0,1269	1,2516	1,1649	0,3569	0,80	0,05	0,76
	AL-L	0,9635	0,9639	0,0438	1,5930	1,5514	0,3344	0,93	0,09	0,84
	AL-T	0,8893	0,8717	0,1120	1,1370	1,0205	0,2759	0,85	0,11	0,77
S3.2/ 200/ t(5)	LASSO	1,0120	1,0122	0,0092	2,8620	2,8678	0,2400	1,00	0,99	0,01
	ALASSO	1,0077	1,0075	0,0101	2,7398	2,7292	0,2099	1,00	0,85	0,15
	AL-H	0,9797	0,9816	0,0238	1,5828	1,5861	0,1223	1,00	0,30	0,70
	AL-B	0,7462	0,7388	0,0724	1,0214	0,9959	0,1112	1,00	0,06	0,94
	AL-C	0,9934	1,0035	0,0456	1,5654	1,5837	0,1666	0,99	0,00	0,99
	AL-A	0,7450	0,7359	0,0725	1,0212	0,9958	0,1130	0,99	0,00	0,99
	AL-F	0,9847	0,9848	0,0157	1,7560	1,7550	0,1252	0,99	0,02	0,97
	AL-W	0,7779	0,7509	0,1030	1,0733	1,0050	0,1933	1,00	0,00	0,99
	AL-L	0,9851	0,9864	0,0207	1,6425	1,6385	0,1230	1,00	0,03	0,97
	AL-T	0,7516	0,7471	0,0689	1,0206	1,0002	0,0984	1,00	0,01	0,99

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için tüm kriterlere göre en uygun tahmin edici AL-W tahmin edicisidir ve AL-A ile AL-T tahmin edicisi tarafından takip edilmektedir. $n=100$ ve $n=200$ için tüm kriterlere göre AL-A, AL-B ve AL-T tahmin edicileri yine dikkat çeken tahmin edicilerdir.

Tablo 4.24. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Student- $t(2)$ Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / t(2)	LASSO	1,1449	1,1417	0,0434	6,3298	5,7341	5,4756	0,13	0,83	0,02
	ALASSO	1,1797	1,1744	0,0448	7,0189	6,3364	6,3285	0,01	0,24	0,00
	AL-H	1,1281	1,1308	0,0427	4,0579	3,9488	1,0425	0,34	0,72	0,04
	AL-B	1,0812	1,1039	0,0922	2,6420	2,4688	1,0379	0,34	0,70	0,08
	AL-C	1,1196	1,1260	0,0517	3,5333	3,3779	1,1038	0,12	0,40	0,06
	AL-A	1,0763	1,1022	0,0895	2,7476	2,5332	1,1219	0,23	0,42	0,13
	AL-F	1,1402	1,1472	0,0358	4,9486	4,8200	1,1724	0,17	0,30	0,11
	AL-W	1,0813	1,1084	0,0870	2,7592	2,6105	1,0461	0,21	0,41	0,14
	AL-L	1,1327	1,1385	0,0396	4,4490	4,3207	1,1206	0,16	0,36	0,10
	AL-T	1,0836	1,1053	0,0875	2,7618	2,4916	1,1220	0,22	0,55	0,09
S3.2/ 100/ t(2)	LASSO	1,0565	1,0485	0,0652	5,0519	2,9831	34,2541	0,82	0,71	0,25
	ALASSO	1,0870	1,0799	0,0672	5,1760	3,0162	34,4782	0,21	0,25	0,16
	AL-H	1,0291	1,0319	0,0464	1,6296	1,5830	0,2834	0,84	0,33	0,55
	AL-B	0,9387	0,9299	0,1273	1,3840	1,2912	0,3226	0,75	0,20	0,59
	AL-C	1,0354	1,0507	0,0679	1,5915	1,5381	0,3448	0,67	0,10	0,59
	AL-A	0,9434	0,9390	0,1305	1,4360	1,3387	0,3976	0,66	0,06	0,62
	AL-F	1,0305	1,0322	0,0401	1,9858	1,9161	0,4447	0,71	0,06	0,67
	AL-W	0,9775	1,0152	0,1274	1,5153	1,4287	0,4195	0,63	0,06	0,59
	AL-L	1,0295	1,0286	0,0874	92,6751	1,6707	2033,1868	0,75	0,08	0,68
	AL-T	0,9375	0,9181	0,1217	1,4071	1,2886	0,3635	0,71	0,10	0,63
S3.2/ 200/ t(2)	LASSO	1,0891	1,0855	0,0257	4,4123	4,2929	1,2008	0,98	0,99	0,01
	ALASSO	1,0967	1,0925	0,0262	4,7177	4,5044	1,3191	0,71	0,63	0,21
	AL-H	1,0801	1,0813	0,0156	3,2881	3,2800	0,3789	0,89	0,68	0,23
	AL-B	1,0561	1,0722	0,0768	2,0001	1,9873	0,4854	0,50	0,13	0,41
	AL-C	1,0960	1,0959	0,0200	3,3445	3,3496	0,5815	0,58	0,16	0,44
	AL-A	1,0569	1,0743	0,0798	2,0598	2,0219	0,5514	0,34	0,02	0,33
	AL-F	1,0853	1,0837	0,0205	3,9397	3,8577	0,6489	0,54	0,10	0,46
	AL-W	1,0985	1,1085	0,0400	2,3934	2,3305	0,5707	0,35	0,03	0,33
	AL-L	1,0848	1,0844	0,0187	3,6292	3,5851	0,5502	0,59	0,18	0,43
	AL-T	1,0194	1,0440	0,1071	1,8429	1,7651	0,5209	0,40	0,06	0,36

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için AL-W, AL-A, AL-B ve AL-T tahmin edicisi öne çıkmaktadır. $n=100$ için tüm kriterlere göre AL-T tahmin edici uygun tahmin edicidir ve AL-B ve AL-A tahmin edicileri AL-T tahmin edicisini takip etmektedir. $n=200$ için, $n=100$ ile aynı tahmin edicilerin öne çıktığı gözlenmektedir. Tüm kriterler ve tüm örneklem hacimleri dikkate alınınca AL-A, AL-T ve AL-B tahmin edicileri göze çarpan tahmin edicidir.

Tablo 4.25. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. açıklayıcı değ., Cauchy Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / Cauchy	LASSO	1,3508	1,2086	0,3246	1159	8,5742	18302	0,22	0,88	0,01
	ALASSO	1,3838	1,2471	0,3209	1166	10,1765	18290	0,12	0,82	0,00
	AL-H	1,1371	1,1321	0,0451	4,6706	4,4477	1,4550	0,25	0,73	0,02
	AL-B	1,1155	1,1220	0,0626	3,0302	2,7891	1,1659	0,16	0,62	0,03
	AL-C	1,1292	1,1294	0,0372	4,4807	4,1406	1,5801	0,05	0,26	0,02
	AL-A	1,1132	1,1229	0,0586	3,3549	3,0289	1,4086	0,07	0,30	0,04
	AL-F	1,1417	1,1402	0,0403	5,6184	5,2221	1,7396	0,05	0,23	0,03
	AL-W	1,1189	1,1258	0,0497	3,4058	3,1552	1,3110	0,08	0,30	0,04
	AL-L	1,1498	1,1324	0,1387	64,6351	4,8496	651,2186	0,07	0,32	0,01
	AL-T	1,1131	1,1225	0,0594	3,2149	2,9193	1,3081	0,08	0,44	0,04
S3.2/ 100/ Cauchy	LASSO	1,3362	1,2348	0,3266	2660	9,6067	33888	0,56	0,99	0,00
	ALASSO	1,3534	1,2466	0,3200	2657	10,3348	33802	0,18	0,89	0,01
	AL-H	1,1184	1,1226	0,0449	3,8353	3,8207	0,9455	0,42	0,40	0,22
	AL-B	1,0500	1,0755	0,0878	2,3927	2,3821	0,8193	0,31	0,23	0,23
	AL-C	1,1071	1,1149	0,0497	3,8423	3,7621	1,1997	0,25	0,10	0,21
	AL-A	1,0578	1,0863	0,0943	2,6171	2,6214	1,0200	0,19	0,06	0,18
	AL-F	1,1259	1,1323	0,0383	4,5051	4,4581	1,1466	0,16	0,08	0,13
	AL-W	1,0825	1,0952	0,0688	2,8938	2,6945	1,1205	0,17	0,07	0,16
	AL-L	1,1631	1,1274	0,2240	303,5430	4,1623	2201	0,27	0,14	0,18
	AL-T	1,0490	1,0768	0,0879	2,4626	2,4058	0,9198	0,23	0,13	0,19
S3.2/ 200/ Cauchy	LASSO	1,3144	1,1892	0,3903	4876	7,5403	46519	0,82	1,00	0,00
	ALASSO	1,3153	1,1877	0,3896	4876	7,7327	46520	0,42	0,95	0,02
	AL-H	1,0068	1,0077	0,0330	2,6976	2,6077	0,6014	0,90	0,38	0,54
	AL-B	1,0545	1,0706	0,0773	2,0511	2,0298	0,5807	0,46	0,12	0,38
	AL-C	1,0327	1,0338	0,0452	2,7511	2,6250	0,8300	0,61	0,08	0,55
	AL-A	1,0616	1,0779	0,0814	2,1996	2,1986	0,6948	0,25	0,03	0,25
	AL-F	1,0314	1,0293	0,0406	3,4895	3,2796	1,0890	0,62	0,08	0,56
	AL-W	1,0884	1,0931	0,0513	2,4114	2,3249	0,6832	0,28	0,02	0,27
	AL-L	1,1224	1,0235	0,3831	2014	2,9832	14648	0,74	0,18	0,59
	AL-T	1,0406	1,0575	0,0897	2,0452	1,9483	0,6658	0,32	0,04	0,30

$n=50$ ve $n=100$ için en uygun tahmin edici AL-B tahmin edicisidir, bu tahmin ediciyi AL-A, AL-W ve AL-T takip etmektedir. $n=200$ için MSE kriterine göre AL-H, MSPE kriterlerine göre en uygun tahmin edici AL-T tahmin edicisi olarak dikkat çekmektedir. Genel olarak düşük CF değerleri dikkate alınınca MSE ve MSPE değerlerinin öne çıkması nedeniyle AL-A, AL-B ve AL-T tahmin edicilerinin üstünlüğü göze çarpmaktadır.

Tablo 4.26. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 kir. açıklayıcı değ., Slash Dağılımı)

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / Slash	LASSO	1,4302	1,2583	0,4994	69496	10,4003	1277478	0,27	0,91	0,02
	ALASSO	1,4844	1,3467	0,4908	69847	15,4572	1275322	0,20	0,86	0,01
	AL-H	1,1138	1,1073	0,0810	3,5199	3,1620	1,5993	0,52	0,82	0,06
	AL-B	1,0936	1,0992	0,0831	3,1440	2,9132	1,4952	0,36	0,71	0,09
	AL-C	1,0906	1,0981	0,0747	3,5452	3,1895	1,6052	0,24	0,39	0,12
	AL-A	1,0992	1,1077	0,0763	3,6655	3,2466	1,7332	0,18	0,40	0,09
	AL-F	1,1183	1,1203	0,0757	4,2578	3,6595	2,0590	0,18	0,38	0,08
	AL-W	1,0914	1,0972	0,0760	3,5341	3,1749	1,6875	0,21	0,39	0,10
	AL-L	1,1374	1,1079	0,2131	188,0874	3,3576	1685	0,28	0,48	0,11
	AL-T	1,0994	1,1024	0,0760	3,5342	3,1459	1,6944	0,24	0,49	0,09
S3.2/ 100/ Slash	LASSO	1,3774	1,2693	0,3629	1612	10,7386	14055	0,56	0,99	0,01
	ALASSO	1,3866	1,2688	0,3592	1613	11,6501	14050	0,26	0,93	0,01
	AL-H	1,0946	1,0992	0,0465	2,8423	2,6737	0,9027	0,30	0,48	0,11
	AL-B	1,1232	1,1322	0,0438	2,7306	2,6400	0,8520	0,11	0,30	0,06
	AL-C	1,1204	1,1261	0,0391	3,6040	3,3167	1,5083	0,08	0,11	0,06
	AL-A	1,1283	1,1352	0,0402	3,0906	2,9181	1,0779	0,03	0,10	0,03
	AL-F	1,1202	1,1229	0,0437	4,9753	4,1001	2,6378	0,06	0,07	0,05
	AL-W	1,1344	1,1386	0,0351	3,2882	3,0575	1,1510	0,03	0,09	0,02
	AL-L	1,1516	1,1205	0,2168	192,5680	3,5226	1589	0,11	0,17	0,06
	AL-T	1,1254	1,1329	0,0431	2,9794	2,8134	1,0337	0,04	0,17	0,02
S3.2/ 200/ Slash	LASSO	1,3962	1,2972	0,3937	44863	13,6470	973761	0,82	1,00	0,00
	ALASSO	1,3972	1,2966	0,3931	44820	13,7751	972779	0,46	0,98	0,01
	AL-H	1,0845	1,0870	0,0368	3,2413	3,1425	0,6720	0,51	0,67	0,09
	AL-B	1,1405	1,1468	0,0354	3,2891	3,2769	0,7367	0,09	0,19	0,05
	AL-C	1,1215	1,1277	0,0409	4,0273	3,8277	1,1471	0,10	0,12	0,06
	AL-A	1,1471	1,1540	0,0342	3,6035	3,4002	0,9437	0,02	0,04	0,02
	AL-F	1,1071	1,1175	0,0395	4,8219	4,6391	1,5137	0,09	0,12	0,05
	AL-W	1,1518	1,1568	0,0310	3,8354	3,4604	1,0665	0,04	0,05	0,02
	AL-L	1,2174	1,1174	0,3926	1941	4,1065	12191	0,21	0,29	0,06
	AL-T	1,1421	1,1489	0,0351	3,4701	3,3735	0,8556	0,04	0,08	0,03

Elde edilen sonuçlara göre, $n=50$ için tüm kriterlerine göre AL-B, AL-A ve AL-T tahmin edicileri dikkat çekmektedir. $n=100$ için ise yine tüm kriterlere göre AL-H tahmin edicinin göze çarptığı söylenebilir. $n=200$ için analiz sonuçları $n=100$ için elde edilen sonuçlara paralellik göstermektedir. Ayrıca ifade edilmelidir ki tüm örneklem hacimlerinde Slash dağılımı varsayımı altında tüm tahmin ediciler için CF değerleri oldukça düşüktür. Tüm kriterler ve tüm örneklem hacimleri kümülatif olarak dikkate alınınca AL-H tahmin edici üstünlüğü dikkat çekmektedir.

Tablo 4.27. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 oranında kir. Açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım (%10))

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / %10	LASSO	1,1084	1,1066	0,0407	3,8068	3,5880	1,2313	0,53	0,95	0,03
	ALASSO	1,1507	1,1512	0,0423	4,8338	4,4789	1,8342	0,02	0,81	0,00
	AL-H	1,0921	1,1048	0,0537	1,7361	1,6674	0,4546	0,46	0,81	0,06
	AL-B	1,0419	1,0589	0,1003	1,6563	1,5432	0,5340	0,42	0,58	0,15
	AL-C	1,0789	1,0976	0,0777	1,6913	1,5910	0,4533	0,29	0,39	0,16
	AL-A	1,0435	1,0632	0,1015	1,6372	1,5305	0,4965	0,30	0,30	0,21
	AL-F	1,0883	1,0991	0,0467	1,9833	1,8274	0,6740	0,33	0,54	0,11
	AL-W	1,0514	1,0674	0,0983	1,6535	1,5668	0,4799	0,29	0,30	0,19
	AL-L	1,0876	1,1006	0,0528	1,7910	1,6742	0,5229	0,29	0,54	0,09
	AL-T	1,0452	1,0659	0,1017	1,6777	1,5545	0,5626	0,34	0,42	0,20
S3.2/ 100/ %10	LASSO	1,0427	1,0406	0,0330	4,0899	3,9271	0,9920	1,00	0,95	0,05
	ALASSO	1,0584	1,0561	0,0432	4,5587	4,3467	1,4766	0,67	0,59	0,30
	AL-H	0,9944	1,0059	0,0586	1,9514	1,9345	0,4447	0,97	0,33	0,64
	AL-B	0,8669	0,8320	0,1298	1,2580	1,0607	0,3944	0,91	0,11	0,81
	AL-C	1,0043	1,0233	0,0783	1,8539	1,8299	0,4870	0,88	0,02	0,87
	AL-A	0,8624	0,8216	0,1324	1,2696	1,0534	0,4369	0,84	0,02	0,82
	AL-F	1,0072	1,0125	0,0474	2,3008	2,2501	0,5352	0,91	0,05	0,86
	AL-W	0,9132	0,9599	0,1375	1,4294	1,2636	0,4976	0,81	0,02	0,80
	AL-L	1,0005	1,0129	0,0566	2,0560	2,0351	0,4912	0,92	0,05	0,87
	AL-T	0,8545	0,8216	0,1253	1,2360	1,0444	0,4104	0,85	0,02	0,83
S3.2/ 200/ %10	LASSO	1,0493	1,0484	0,0213	4,0606	4,0078	0,5803	1,00	1,00	0,00
	ALASSO	1,0558	1,0539	0,0260	4,3092	4,1679	0,7949	0,88	0,63	0,34
	AL-H	0,9947	1,0009	0,0333	2,1921	2,1770	0,3250	0,99	0,21	0,79
	AL-B	0,8004	0,7398	0,1513	1,2928	1,1192	0,3284	0,91	0,02	0,90
	AL-C	1,0298	1,0450	0,0483	1,9230	1,9184	0,2905	0,93	0,02	0,90
	AL-A	0,8011	0,7394	0,1518	1,3000	1,1195	0,3420	0,87	0,00	0,87
	AL-F	1,0050	1,0058	0,0261	2,6623	2,6458	0,4456	0,92	0,02	0,91
	AL-W	0,9074	0,9914	0,1649	1,5259	1,5518	0,4035	0,89	0,00	0,88
	AL-L	0,9979	1,0023	0,0301	2,3125	2,2946	0,3610	0,97	0,02	0,94
	AL-T	0,7679	0,7315	0,1275	1,2135	1,1118	0,2654	0,89	0,00	0,89

$n=50$ için tüm, kriterlere göre en uygun tahmin edici AL-A tahmin edicisidir. Ayrıca AL-T ve AL-B tahmin edicileri de AL-A'yı takip etmektedir. $n=100$ ve $n=200$ birimlik örneklem için de öne çıkan tahmin ediciler AL-A, AL-B ve AL-T tahmin edicileridir.

Tablo 4.28. Senaryo-3.2 Sonuçları ($p=10$, $n=50,100$ ve 200 , %20 kir. Açıklayıcı değ., Kir. Normal Dağılım(%20))

Senaryo/ n/ Dağ.	Estimator	MSE			MSPE			MSA		
		Mean	Median	SD	Mean	Median	SD	NC	NIC	CF
S3.2/ 50 / %20	LASSO	1,1338	1,1298	0,0535	4,9213	4,5355	1,9225	0,33	0,95	0,01
	ALASSO	1,1827	1,1829	0,0548	6,4574	5,8952	2,8149	0,05	0,93	0,00
	AL-H	1,1140	1,1170	0,0697	2,7385	2,4302	1,5531	0,46	0,87	0,05
	AL-B	1,0804	1,1026	0,1006	2,2877	1,9313	1,9419	0,25	0,57	0,09
	AL-C	1,0986	1,1080	0,0707	2,6873	2,3111	1,7770	0,18	0,55	0,08
	AL-A	1,0753	1,0980	0,0947	2,2825	1,9392	1,8187	0,16	0,30	0,11
	AL-F	1,1058	1,1137	0,0638	3,2286	2,7402	2,0801	0,23	0,62	0,07
	AL-W	1,0879	1,1066	0,0879	2,4925	2,0704	1,8502	0,12	0,34	0,09
	AL-L	1,1042	1,1075	0,0643	2,8775	2,4777	1,8336	0,21	0,65	0,07
	AL-T	1,0800	1,0995	0,0864	2,2528	1,9757	1,7145	0,17	0,40	0,09
S3.2/ 100/ %20	LASSO	1,1537	1,1530	0,0437	6,1091	5,9014	1,6019	0,81	1,00	0,00
	ALASSO	1,1893	1,1916	0,0449	7,7925	7,6753	2,1998	0,10	0,99	0,00
	AL-H	1,0360	1,0443	0,0783	2,3664	2,1900	0,9459	0,87	0,71	0,25
	AL-B	0,9356	0,9876	0,1565	1,4678	1,3260	0,6072	0,67	0,19	0,56
	AL-C	1,0301	1,0499	0,0876	2,1741	2,0363	0,9351	0,60	0,22	0,47
	AL-A	0,9342	0,9914	0,1610	1,5499	1,3678	0,6963	0,55	0,06	0,53
	AL-F	1,0368	1,0398	0,0677	2,8479	2,5262	1,2786	0,62	0,28	0,45
	AL-W	0,9890	1,0319	0,1399	1,7724	1,6447	0,7854	0,54	0,08	0,52
	AL-L	1,0256	1,0309	0,0748	2,4348	2,2069	1,0251	0,67	0,29	0,48
	AL-T	0,9117	0,9716	0,1616	1,4547	1,1743	0,6588	0,61	0,10	0,58
S3.2/ 200/ %20	LASSO	1,1531	1,1554	0,0307	5,8996	5,8042	1,2469	0,94	1,00	0,00
	ALASSO	1,1719	1,1753	0,0318	6,7470	6,6146	1,5219	0,33	1,00	0,00
	AL-H	0,9971	1,0049	0,0577	2,0714	1,9953	0,5421	0,99	0,68	0,31
	AL-B	0,7929	0,7382	0,1407	1,2589	1,1073	0,2947	0,97	0,02	0,95
	AL-C	0,9726	0,9882	0,0731	1,7868	1,7563	0,4294	0,95	0,05	0,91
	AL-A	0,7835	0,7341	0,1376	1,2504	1,1054	0,3044	0,94	0,00	0,94
	AL-F	1,0101	1,0157	0,0504	2,3217	2,2124	0,6409	0,95	0,40	0,56
	AL-W	0,8937	0,9599	0,1452	1,4646	1,4016	0,3890	0,93	0,00	0,93
	AL-L	0,9902	0,9988	0,0552	2,0281	1,9551	0,5160	0,94	0,23	0,72
	AL-T	0,7547	0,7254	0,1151	1,1883	1,0997	0,2453	0,95	0,01	0,94

$n=50$ için AL-T tahmin edicisi optimal tahmin edici olarak değerlendirilebilir. Bunun yanında AL-A ve AL-B tahmin edicileri alternatiftir. $n=100$ için AL-T tahmin edici uygun tahmin edicidir. $n=200$ için de uygun tahmin edici AL-T tahmin edicisidir.. Tüm kriterler ve tüm örneklem hacimleri dikkate alınınca AL-T tahmin edicisi öne çıkmaktadır.

5. UYGULAMA

Teorik altyapılarının 3. Bölüm’de, simülasyon çalışmasıyla karşılaştırılmalarının 4. Bölüm’de yapıldığı tahmin ediciler, reel verilerle bu bölümde incelenmiştir. Simülasyonda veri üretim şemalarının yerine doğrudan reel verilerin MatLab’a aktarılması ile uygulama gerçekleştirilmiştir. Burada belirtmelidir ki, tahmin ediciler elde edilirken maksimum iterasyon sayısı 10^6 , tolerasyon değeri ise 10^{-10} olarak alınmıştır.

Uygulama kapsamında Akbilgiç (2011)’in çalışmasındaki verilerden yararlanılmıştır. Bu veriler o dönemki adıyla İMKB100 Endeksi verileridir. Üç yıllık bir döneme ait 536 gözlemden oluşmaktadır. İlgili veriye dayalı ayrıntılı bilgilere Akbilgiç (2011)’den ulaşılabilir. Mevcut Veriler %80 eğitim - %20 test verisi biçiminde ayrılmıştır. Bu bağlamda *doğru* model eğitim verisi ile elde edilmiş, katsayılar bulunmuştur. Test verisine dayalı modelin ön kestirim (prediction) performansı ölçülmüştür. Böylece karşılaştırma imkanı sağlanmıştır. Akbilgiç (2011)’in verisi Tablo 5.1’de tanıtılmıştır. Bu veriye dayalı elde edilen bulgular ise Tablo 5.2’de sunulmuştur. Ayrıca kaba model Eşitlik (5.1)’de sunulmuştur.

Tablo 5.1. Akbilgiç (2011) araştırmasındaki uygulama verisi değişkenleri (Akbilgiç, 2011)

Kısaltma	Değişken Adı	Açıklama
İMKB100	İMKB	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Ulusal 100 Getiri Dolar bazında Endeksi
S&P500	SP	Standard & Poor’s 500 Getiri Endeksi
DAX	DAX	Almanya Borsası Getiri Endeksi
FTSE100	FTSE	Birleşik Krallık Getiri 100 Endeksi
NIK225	NIK	Osaka 225 Getiri Endeksi
BVSP	BVSP	Sao Paolo Borsa Getiri Endeksi
EU	EU	European Index: 16 Avrupa ülkesinin hisse senedi piyasasının performansını gösteren piyasa değeri ağırlıklı bir endekstir (Özdemir, Tolun ve Demirci, 2011)
EM	EM	MSCI Emerging Markets Index: 21 yükselen piyasa ekonomisinin hisse senedi piyasa performansını gösteren piyasa değeri ağırlıklı bir endekstir (Özdemir, Tolun ve Demirci, 2011).

$$\begin{aligned}
\text{IMKB} = & \beta_0 + \beta_1 \text{SP} + \beta_2 \text{DAX} + \beta_3 \text{FTSE} + \beta_4 \text{NIK} + \beta_5 \text{BVSP} + \beta_6 \text{EU} \\
& + \beta_7 \text{EM} + \beta_8 \text{IMKB1} + \beta_9 \text{SP1} + \beta_{10} \text{DAX1} + \beta_{11} \text{FTSE1} \\
& + \beta_{12} \text{NIK1} + \beta_{13} \text{BVSP1} + \beta_{14} \text{EU1} + \beta_{15} \text{EM1} + \beta_{16} \text{IMKB2} \\
& + \beta_{17} \text{SP2} + \beta_{18} \text{DAX2} + \beta_{19} \text{FTSE2} + \beta_{20} \text{NIK2} + \beta_{21} \text{BVSP2} \\
& + \beta_{22} \text{EU2} + \beta_{23} \text{EM2} + \varepsilon
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Tablo 5.2. Akbilgiç (2011) araştırmasındaki veri için tahmin edicilerin parameter tahminleri, TMSPE ve MAPE sonuçları

IMKB	LASSO	ALASSO	AL-H	AL-B	AL-C	AL-A	AL-F	AL-W	AL-L	AL-T
β_0	0,0017	0	0,0005	0,0005	0	0,0005	0	0,0005	0	0,0005
β_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_2	0,1302	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_3	0,0000	0	-0,0263	0	0	0	0	0	0	0
β_4	0,0544	0	0,0584	0,0533	0,0383	0,0537	0,0455	0,0562	0,0429	0,0694
β_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_6	0,0000	0,3352	0,5930	0,5195	0,5439	0,5194	0,5451	0,5227	0,5446	0,4972
β_7	0,0000	0	0,7091	0,7310	0,6860	0,7337	0,6923	0,7330	0,6913	0,6934
β_8	0,3431	0,2949	0,9380	0,9136	0,8455	0,9187	0,8572	0,9127	0,8534	0,9165
β_9	0	0	-0,0160	-0,0189	0	-0,0204	0	-0,0174	0	-0,0190
β_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{14}	0,0000	0	-0,4999	-0,4119	-0,4121	-0,4139	-0,4235	-0,4181	-0,4202	-0,3839
β_{15}	0	0	-0,6730	-0,6745	-0,4979	-0,6853	-0,5112	-0,6716	-0,5111	-0,6513
β_{16}	0	0	-0,2932	-0,2780	-0,2364	-0,2809	-0,2441	-0,2777	-0,2412	-0,2698
β_{17}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{18}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{19}	0	0	-0,0050	0	0	0	0	0	0	0
β_{20}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{21}	-0,0135	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{22}	0	0	0,1520	0,1063	0,0927	0,1081	0,1032	0,1103	0,0990	0,0887
β_{23}	0	0	0,2131	0,2103	0,1111	0,2164	0,1153	0,2056	0,1162	0,2019
TMSPE	1,57E-06	1,40E-06	5,69E-07	5,75E-07	5,85E-07	5,76E-07	5,79E-07	5,73E-07	5,81E-07	5,91E-07
MAPE	9,97E-03	9,73E-03	6,00E-03	6,04E-03	6,12E-03	6,05E-03	6,08E-03	6,03E-03	6,09E-03	6,16E-03

Tahminlemeden sonra elde edilen bulgular Tablo 5.2’de, model ise Eşitlik (5.2)’de sunulmuştur. Karşılaştırma için Kırpılmış Ön Kestirim Hata Kareler Ortalaması (Trimmed Mean Squared Prediction Error-TMSPE) ve Ön Kestirim Hata Mutlak Ortalaması (Mean Absolute Prediction Error-MAPE) değerleri sunulmuştur. TMSPE’nin kullanılma nedeni çok büyük tahmin hatalarının etkisini azaltmaktır. Dayanıklılık adına tahmin doğruluğunun daha uygun bir ölçüsü olarak (TMSPE) kullanılmıştır. Kareli artıkların en büyük % 10’u kırpılmıştır. Kullanılan bir diğer kriter olan MAPE ise şu şekilde hesaplanır;

$$MAPE = (n)^{-1} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|$$

Tablo 5.2’den elde edilen sonuçlar AL-H, AL-B, AL-C, AL-A, AL-F, AL-W, AL-L ve AL-T tahmin edicilerinin yakın TMSPE ve MAPE değerleri verdiğini göstermektedir. Katsayı tahminlerinin küçük oranda farklılaştığı gözlemlense de dayanıklı tahmin ediciler, genel olarak aynı açıklayıcı değişkenleri seçmişlerdir. Eşitlik (5.2) TMSPE değeri en düşük olan tahmin ediciler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Katsayı tahminlerindeki bazı küçük değişimler dikkate alındığı için β_i değerleri kapalı olarak $i = 0, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 14, 15, 16, 19, 22, 23$ için modele eklenmiştir.

$$\begin{aligned} \text{IMKB} = & \beta_0 + \beta_3\text{FTSE} + \beta_4\text{NIK} + \beta_6\text{EU} + \beta_7\text{EM} + \beta_8\text{IMKB1} + \beta_9\text{SP1} \\ & + \beta_{14}\text{EU1} + \beta_{15}\text{EM1} + \beta_{16}\text{IMKB2} + \beta_{19}\text{FTSE2} + \beta_{22}\text{EU2} \\ & + \beta_{23}\text{EM2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

İkinci bir uygulama verisi araştırmacı tarafından güncellik dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu veri seti 2019 yılına ait borsa endeks bilgilerini içermektedir. 249 gözlemden oluşan bu veri seti de ilk uygulamaya paralel olarak %80 eğitim - %20 test verisi olacak biçimde ayrılmıştır. Veri düzenleme aşamasında, borsa verilerinin önemi ve düzenlenme biçimi ayrıntılı bir şekilde ele alınan Akbilgiç (2011) takip edilmiştir. Verinin geçirildiği çeşitli aşamalar şu şekilde özetlenebilir;

- i. Geçmiş dönem verilerine erişim <https://www.investing.com/indices> ve verilerin derlenmesi
- ii. Kapanış değerlerinden günlük finansal getirilerinin hesaplanması
- iii. Verilerin birinci ve ikinci gecikmelerinin elde edilmesi
- iv. Bağımlı değişken verilerinin standartlaştırılması
- v. Açıklayıcı değişken verilerinin ölçeklendirilmesi
- vi. Verilerin simülasyon kodunda veri üretim şeması yerine alınması

Birinci aşama ile 249 veri 2019 yılı için elde edilmiştir. BIST100, S&P500, DAX, FTSE100 ve NIKKEI borsa endeksleri alınmıştır. Ülke borsalarının çalışma günleri milli ve dini bayramlar gibi çeşitli nedenlerden farklılaşabilmektedir. Bu aşamada bağımlı değişken BIST100 verisi olduğu için BIST100 borsasının açık olduğu işlem günleri dikkate alınmıştır. BIST100 borsasının açık diğer borsaların kapalı olduğu durumlar için kapalı endekslerin bir önceki kapanış değerleri dikkate alınmıştır. Bu süreç Akbilgiç (2011) çalışmasına paralel olarak yapılmıştır.

İkinci aşamada veri gruplarının standartlaştırılabilmesi ve karşılaştırılabilmesi için finansal getiriler $FG_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_t}$ formülü ile hesaplanmıştır. Formülden anlaşılacağı üzere bu aşamada bir veri satırı kaybedilmiştir.

Üçüncü aşamada veri gruplarının trendden arındırılabilmesi için birinci ve ikinci gecikmeler ele alınmıştır. Ayrıca borsa endekslerinin birbirinden ve önceki işlem günlerinden etkilendiği bilindiği için gecikmeler de modelde dikkate alınmıştır. Borsaların birbirlerini hızla etkilemesinden dolayı borsa gecikmeleri Akbilgiç (2011) çalışmasında olduğu gibi birinci ve ikinci gecikme ile sınırlı tutulmuştur. Bu aşamalarda da iki veri satırı kaybedilmiştir. Böylece 246 veri satırı ile çalışılmıştır.

İkinci uygulama verisi Tablo 5.3’de tanıtılmıştır. Bu veriye dayalı elde edilen bulgular ise Tablo 5.4’de sunulmuştur. Ayrıca kaba model Eşitlik (5.3)’de sunulmuştur.

Tablo 5.3. Araştırma Kapsamında Derlenen Uygulama Verisi Değişkenleri

Kısaltma	Değişken Adı	Açıklama
BIST100	BIST	Borsa İstanbul'da İşlem Gören Piyasa ve İşlem Hacmi Açısından En Yüksek 100 Hisse Endeksi
S&P500	SP	Standard & Poor's 500 Getiri Endeksi
DAX	DAX	Almanya Borsası Getiri Endeksi
FTSE100	FTSE	Birleşik Krallık Getiri 100 Endeksi
NIK225	NIK	Osaka 225 Getiri Endeksi

$$\begin{aligned}
BIST = & \beta_0 + \beta_1 SP + \beta_2 DAX + \beta_3 FTSE + \beta_4 NIK + \beta_5 BIST1 + \beta_6 SP1 \\
& + \beta_7 DAX1 + \beta_8 FTSE1 + \beta_9 NIK1 + \beta_{10} BIST2 + \beta_{11} SP2 \\
& + \beta_{12} DAX2 + \beta_{13} FTSE2 + \beta_{14} NIK2 + \varepsilon
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Tahminlemeden sonra elde edilen bulgular Tablo 5.4’de, model ise Eşitlik (5.4)’de sunulmuştur.

Tablo 5.4. Araştırma Kapsamında Derlenen Uygulama Verisi için tahmin edicilerin parametre tahminleri, TMSPE ve MAPE sonuçları

IMKB	LASSO	ALASSO	AL-H	AL-B	AL-C	AL-A	AL-F	AL-W	AL-L	AL-T
β_0	0,0006	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_2	0	0	0,1784	0,0680	0	0	0	0	0	0
β_3	0	0	0,2368	0,1611	0	0	0	0	0	0,1925
β_4	0	0	0,1630	0,1188	0	0	0	0	0	0,1283
β_5	0,3169	0,3159	0,9112	0,8431	0,7816	0,7487	0,8086	0,7600	0,8001	0,8191
β_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_7	0	0	-0,2429	-0,0443	0	0	0	0	0	0
β_8	0	0,0000	-0,0724	0	0	0	0	0	0	0
β_9	0	0	-0,0322	0	0	0	0	0	0	0
β_{10}	0	0	-0,3070	-0,2766	-0,2281	-0,2229	-0,2372	-0,2244	-0,2354	-0,2532
β_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{12}	0	0	0,1164	0	0	0	0	0	0	0
β_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TMSPE	3,40E-06	3,53E-06	2,02E-06	2,07E-06	2,34E-06	2,39E-06	2,31E-06	2,37E-06	2,32E-06	2,12E-06
MAPE	0,01074	0,01094	0,00872	0,00897	0,00948	0,00955	0,00945	0,00953	0,00946	0,00912

Tablo 5.4’den elde edilen sonuca göre tüm dayanıklı tahmin ediciler birbirlerine genel olarak yakın sonuçlar vermiştir. TMSPE ve MAPE kriterlerine göre en iyi tahmin edici AL-H tahmin edicisidir. Ayrıca, AL-C, AL-A, AL-F, AL-W ve AL-L tahmin edicilerinin yakın TMSPE ve MAPE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra, bu tahmin ediciler için katsayı tahminleri küçük oranlarda farklılaşsa da aynı açıklayıcı değişkenleri seçmeleri yine önemli bir sonuçtur. Eşitlik (5.4) önerilen tahmin edicilerin seçimleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Katsayı tahminlerindeki bazı küçük değişimler dikkate alındığı için β_i değerleri kapalı olarak $i = 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12$ için modele eklenmiştir.

$$\begin{aligned} \text{BIST} = & \beta_2 \text{DAX} + \beta_3 \text{FTSE} + \beta_4 \text{NIK} + \beta_5 \text{BIST1} + \beta_7 \text{DAX1} \\ & + \beta_8 \text{FTSE1} + \beta_9 \text{NIK1} + \beta_{10} \text{BIST2} + \beta_{12} \text{DAX2}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Uygulama çalışmasında x-yönlü aykırı değerlerin etkisini incelemek için nihai model olan Eşitlik (5.4)’teki BIST1 açıklayıcı değişkeni %5 oranında aykırı değerle kirletilmiştir. Elde edilen parametre tahminleri ve MPSE sonuçları Tablo 5.5’te, yeni model ise Eşitlik (5.5)’te sunulmuştur. Simülasyon çalışması sonuçlarında LASSO ve ALASSO x-yönlü aykırı değer olması durumunda iyi bir performans sergilemedikleri için Tablo 5.5’te bu tahmin edicilere ilişkin sonuçlara yer verilmemiştir.

Tablo 5.5. Araştırma Kapsamında Derlenen Uygulama Verisi için tahmin edicilerin parameter tahminleri, TMSPE ve MAPE sonuçları (%5 oranında açıklayıcıların kirletilmesi durumunda)

IMKB	AL-H	AL-B	AL-C	AL-A	AL-F	AL-W	AL-L	AL-T
β_0	0	0	0	0	0	0	0	0
β_1	0	0	0	0	0	0	0	0
β_2	-0,0511	0	0	0	0	0	0	0
β_3	0,4153	0,1350	0,2145	0,1354	0,2426	0,1352	0,2303	0,1592
β_4	0,2388	0	0	0	0	0	0	0
β_5	0,0199	0,8065	0,0184	0,8068	0,0205	0,8131	0,0195	0,8244
β_6	0	0	0	0	0	0	0	0
β_7	0	0	0	0	0	0	0	0
β_8	0	0	0	0	0	0	0	0
β_9	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{10}	0,1003	-0,2424	0,0917	-0,2425	0,1023	-0,2448	0,0972	-0,2513
β_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{12}	0,03823394	0	0	0	0	0	0	0
β_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0
β_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0
TMSPE	4,43E-06	2,11E-06	4,46E-06	2,11E-06	4,40E-06	2,10E-06	4,43E-06	2,09E-06
MAPE	0,0116	0,0094	0,0117	0,0094	0,0117	0,0094	0,0117	0,0094

Tablo 5.5’den elde edilen sonuçlar TMSPE kriterine göre AL-T tahmin edicisini işaret etmektedir. AL-B, AL-A ve AL-W tahmin edicileri AL-T’yi yakından takip etmektedir. Ayrıca, AL-B, AL-A, AL-W ve AL-T tahmin edicilerinin aynı açıklayıcı değişkenleri modele seçmesi önemli bir sonuçtur. Eşitlik (5.6), düşük TMSPE ve MAPE değerleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Katsayı tahminlerindeki bazı küçük değişimler dikkate alındığı için β_i değerleri kapalı olarak $i = 3, 5, 10$ için modele aşağıdaki gibi eklenmiştir.

$$BIST = \beta_3 FTSE + \beta_5 BIST1 + \beta_{10} BIST2 \quad (5.5)$$

6. SONUÇ

Regresyon analizinde temel araştırma konularından ikisi ilgili modeli belirleme ve belirlenen modelin parametrelerini tahmindir. Bu çalışmada, regresyon analizinde kullanılan temel tahmin yöntemlerinden olan LS ve MLE'den kısaca bahsedilmiş ve LS tahmin sonuçlarından beslenen model seçim kriterlerinden söz edilmiştir. Hem model seçimi hem de parametre tahmini yapan daraltıcı tahmin ediciler ile ulaşılmak istenen iki hedefe varılabileceği ifade edilmiştir. Bu bağlamda, daraltıcı modellerden LASSO özel olarak ele alınmıştır. İlerleyen dönemlerde oracle özelliğinin giderilmesi için ALASSO tahmin edici ortaya konmuştur. Ancak, LASSO ve ALASSO tahmin edicileri de aykırı değerlere karşı duyarlıdır. Bu noktada dayanıklı olma özelliği açısından M-tahmin edicileri kullanılarak bazı dayanıklı ALASSO tahmin edicileri incelenmiştir. Chang ve ark. (2018) çalışmasında Tukey'in ρ ve ψ fonksiyonlarından yararlanılmıştır. Bu çalışmada M-tahmin edicilerinden olan Cauchy, Andrews, Fair, Welsch, Logistic ve Talwar ele alınmıştır. Ele alınan bu M-tahmin edicilerinin ρ ve ψ fonksiyonları ile LASSO tahmin edicileri uyarlanmıştır. Bu bağlamda literatürde mevcut LASSO, A-LASSO, Huber'e dayalı ALASSO (AL-H), Tukey'e dayalı ALASSO (AL-B) tahmin edicileriyle, bu çalışmada tanıtılan Cauchy, Andrews, Fair, Welsch, Logistic ve Talwar'a dayalı ALASSO tahmin edicileri (sırasıyla AL-C, AL-A, AL-F, AL-W, AL-L, AL-T) ön kestirim gücü ve model seçiminin doğruluğu açısından karşılaştırılmıştır.

Simülasyon çalışması ile yapılan karşılaştırma için şu sonuçlara varılabilir. Senaryo-1 durumunda AL-F ve AL-F'yi takip eden LASSO ve ALASSO ön plana çıkmaktadır. LASSO ve ALASSO'nun kirlenmenin olmadığı ve normal dağılımlı hata terimlerinin varlığında iyi sonuçlar vermesi beklenen bir durumdur. AL-F'nin bu durumda iyi sonuçlar vermesi ve diğer M-Tahmin edicilerinin de karşılaştırılabilir yakın sonuçlar vermesi yalnız aykırı değer varlığı ve kalın kuyruk durumunda değil, genel olarak ilgili dayanıklı tahmin edicilerin kullanılabilir olduğunu gösterir. Dayanıklı tahmin edicilerin kirlenme ve kalın kuyruk durumunda geleneksel tahmin edicilerden iyi, normal dağılımlılık ve aykırı değer içermeme gibi belli koşulların sağlanması durumunda da geleneksel tahmin ediciler kadar iyi sonuçlar vermesi dayanıklı tahmin sürecinin temel özelliklerindendir. Bu bağlamda çalışma tutarlıdır.

Hata terimi dağılımının normal dağılımdan farklı dağılımlar alınması ile yanıt değişkenin kirlendiği, açıklayıcı değişkenlerin ise kirlenme prosedürüne alınmadığı Senaryo-2 durumunda AL-C, AL-A ve AL-W tahmin edicileri üstün sonuçlar vermiştir. Senaryo-3.1 ve Senaryo-3.2 durumunda ise Senaryo-2'de kullanılan sekiz farklı dağılım (Laplace, Lojistik, student- $t(5)$, student- $t(2)$, Cauchy, Slash, Kirlenmiş normal (%10), Kirlenmiş normal (%20)

dağılım) ve normal dağılım kullanılmıştır. Senaryo-3.1 ve Senaryo-3.2’de sırasıyla açıklayıcılar %10 ve %20 oranında kirletilmiştir. Senaryo-3.1 ve Senaryo-3.2’de AL-B, AL-A, AL-W ve AL-T tahmin edicilerinin diğer tahmin edicilere nispeten üstün sonuçlar verdiği ifade edilebilir. Ayrıca belirtilmelidir ki, sözü edilen bu üstünlük yine bir sıralama oluşturma amacı ile ifade edilmektedir. Aslında AL-B, AL-C, AL-A, AL-F, AL-W ve AL-T tahmin edicileri birbirlerine oldukça yakın sonuçlar vermektedir. Bu durum simülasyon sonucu elde edilen tabloların ayrıntılı bir biçimde ele alınması halinde fark edilmektedir. Şu halde önerilen tahmin edicilerinin farklı kirletme senaryolarına rağmen üstün sonuçlar vermesi ve bunu küçük-orta-büyük örneklem büyüklüğü kapsamında koruyabilmesi; çeşitli kısıtlara rağmen önerilen tahmin edicilerin üstün tahmin ediciler olarak ele alınabileceğini göstermektedir.

Simülasyon sonuçlarına ek olarak reel verilerle yürütülen uygulamalarda ise bu çalışma kapsamında önerilen tahmin edicilerin daha düşük MPSE değeri vermesi dikkat çekicidir. Ayrıca uygulamalarda önerilen tahmin edicilerin model seçimi konusunda da birbirlerine benzer seçimler yapması önemli bir sonuçtur. Bu bağlamda hem simülasyon hem de uygulama sonuçları kümülatif olarak ele alınırsa literatürdeki mevcut tahmin edicilere nispeten üstün tahmin edicilerin bu çalışma kapsamında tanıtıldığı ifade edilebilir. Ayrıca Chang ve ark (2018) tarafından önerilen AL-B tahmin edicisinin ele alınan durumların bir çoğunda verdiği üstün sonuçlar dikkat çekicidir. Bir diğer dikkat çekici nokta, çalışma kapsamında önerilen AL-L’nin LASSO, ALASSO ve AL-H tahmin edicilerine nispeten üstün olmasına rağmen M-tahmin edicilerine dayalı diğer dayanıklı ALASSO tahmin edicileri kadar iyi sonuçlar vermemesidir.

Bu çalışmada $p < n$ ele alınmıştır. Gelecek çalışmalarda da $n < p$ olması durumu incelenecektir.

KAYNAKÇA

- Acıtaş, Ş., & Şenoğlu, B. (2019). Ridge-Type MML Estimator in the Linear Regression Model. *Iranian Journal of Science and Technology*, 589-599.
- Akaike, H. (1973). Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. *Second International Symposium on Information Theory* (s. 267-281). Budapest: Academia Kiado.
- Akbilgiç, O. (2011). Hibrit Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları ile Değişken Seçimi ve Tahminleme: Menkul Kıymet Yatırım Kararlarına İlişkin Bir Uygulama. *Doktora Tezi*. İstanbul, Türkiye: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Alfons, A., Croux, C., & Gelper, S. (2013). Sparse Least Trimmed Squares Regression for Analyzing High-Dimensional Large Data Sets. *The Annals of Applied Statistics*, 226-248.
- Andrews, D. F., Bickel, P. J., Hampel, F. R., Huber, P. J., Rogers, W. H., & Tukey, J. W. (1972). *Robust Estimates of Location*. Princeton: Princeton University Press.
- Arslan, O. (2012). Weighted LAD LASSO Method for Robust Parameter Estimation and Variable Selection in Regression. *Computational Statistics & Data Analysis*, 1952-1965.
- Arslan, O. (2016). Penalized MM Regression Estimation with L Penalty a Robust Version of Bridge Regression. *Statistics Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 1236-1260.
- Arslan, O., & Billor, N. (2000). Robust Liu Estimator Based on an M-Estimator. *Journal of Applied Statistics*, 39-47.
- Bach, F. R. (2008). Bolasso: Model Consistent Lasso Estimation Through the Bootstrap. *ICML '08: Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning* (s. 33-40). Helsinki: ICML '08.
- Beaton, A. E., & Tukey, J. W. (1974). The Fitting of Power Series, Meaning Polynomials, Illustrated on Band-Spectroscopic Data. *Technometrics*, 147-185.

- Beck, A., & Teboulle, M. (2009). A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 183-202.
- Breiman, L. (1995). Better Subset Regression Using the Nonnegative Garotte. *Technometrics*, 373-384.
- Chang, L., Roberts, S., & Welsh, A. (2018). Robust Lasso Regression Using Tukey's Biweight Criterion. *Technometrics*, 36-47.
- Dennis, J. E., & Welsch, R. E. (1976). Techniques for Nonlinear Least Squares and Robust Regression. *Proc. Amer. Statist. Assoc. Statist. Comp. Section.*, 83-87.
- Donoho, D. L., & Johnstone, J. M. (1994). Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. *Biometrika*, 425-455.
- Duabeachies, I., Defrise, M., & De Mol, C. (2004). An Iterative Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems with a Sparsity Constraint. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1413-1457.
- Efron, B., Hastie, T., Johnstone, I., & Tibshirani, R. (2004). Least Angle Regression. *The Annals of Statistics*, 407-499.
- Fair, F. C. (1974). On the Robust Estimation of Econometric Models. *Annals of Economic and Social Measurement*, 667-677.
- Fan, J., & Li, R. (2001). Variable Selection via Nonconcave Panalized Likelihood and Its Oracle Properties. *Journal of American Statistical Association* , 1348-1360.
- Fan, J., & Peng, H. (2004). On Nonconcave Panalized Likelihood with Diverging Number of Parameters. *The Annals of Statistics*, 928-961.
- Fidanoğlu, I. (2009). İstatistiksel Daraltıcı (Shrinkage) Model Ve Uygulamaları. *Yüksek Lisans Tezi*. Adana: Fen Bilimleri Enstitüsü, Çukurova Üniversitesi.
- Fidanoğlu, I., & Akdeniz, F. (2010). İstatistiksel Daraltıcı (Shrinkage) Model ve Uygulamaları. *Ç. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü*, 22(1), 138-147.
- Filzmoser, P., & Kurnaz, F. S. (2018). A Robust Liu Regression Estimator. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 2022-2035.

- Fox, J. (2002). *Robust Regression Appendix to an R and S-PLUS Companion to Applied Regressions*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Frank, I. E., & Friedman, J. H. (1993). A Statistical View of Some Chemometrics Regression Tools. *Technometrics*(35), 109-148.
- Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2010). Regularization Paths for Generalized Linear Models via Coordinate Descent. *Journal of Statistical Software*, 1-22.
- Fu, W. J. (1998). Penalized Regressions: The Bridge Versus the LASSO. *J. Computational and Graphical Statistics*(7), 397-416.
- Gareth, J., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2013). *An Introduction to Statistical Learning*. New York: Springer Science+Business Media.
- Grant, M., Boyd, S., & Ye, Y. (2008). CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming.
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining*. New York: Springer.
- Hinich, M. J., & Talwar, P. P. (1975). A Simple Method for Robust Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 113-119.
- Hoerl, A. E., & Kennard, R. W. (1970). Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*(12), 55-67.
- Holland, P. W., & Welsch, R. E. (1977). Robust Regression Using Iteratively Reweighted Least-Squares. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 813-827.
- Huang, F. (2003). Prediction Error Property of the Lasso Estimator and Its Generalization. *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 217-228.
- Huber, P. J. (1964). Robust Estimation of a Location Parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*, 73-101.
- Jureckova, J., & Picek, J. (2006). *Robust Statistical Methods with R*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

- Khan, J., Van Aelst, S., & Zamar, R. H. (2007). Robust Linear Model Selection Based on Least Angle Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 1289-1299.
- Knight, K. (1998). Limiting Distributions for L1 Regression Estimators Under General Conditions. *The Annals of Statistics*, 755-770.
- Knight, K., & Fu, W. (2000). Asymptotics for Lasso-Type Estimators. *The Annals of Statistics*, 1356-1378.
- Küçük, A. (2019). Doğrusal Regresyonda Ridge, Liu ve Lasso Tahmin Edicileri Üzerine Bir Çalışma. *Yüksek Lisans Tezi*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Lambert-Lacroix, S., & Zwald, L. (2011). Robust Regression Through the Huber's Criterion and Adaptive Lasso Penalty. *Electronic Journal of Statistics*, 1015-1053.
- Lehmann, E., & Casella, G. (1998). *Theory of Point Estimation*. New York: Springer-Verlag.
- Lehmann, E., & Casella, G. (1998). *Theory of Point Estimation*. New York: Springer-Verlag.
- Li, G., Peng, H., & Zhu, L. (2011). Nonconcave Penalized M-Estimation with a Diverging Number of Parameters. *Statistica Sinica*, 21(391).
- Machado, J. A. (1993). Robust Model Selection and M-estimation. *Econ. Theory*(9), 478-493.
- Mallows, C. L. (1973). Some Comments on Cp. *Technometrics*, 661-675.
- Maronna, R. A. (2011). Robust Ridge Regression for High-Dimensional Data. *Technometrics*, 44-53.
- Maronna, R. A., Martin, D., & Yohai, V. J. (2006). *Robust Statistics Theory and Methods*. England: Wiley.
- McQuarrie, D. R., & Tsai, C. L. (1998). *Regression and Time Series Model Selection*. Singapore: World Scientific.

- Meinshausen, N., & Bühlmann, P. (2004). *Variable Selection and High-Dimensional Graphs with the Lasso*. Zürich: ETH Zürich.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2013). *Introduction to Linear Regression Analysis*. New York: Wiley.
- Orsoy, A. (1998). Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Regresyonda Bozulma Noktasına Sahip Tahmin Ediciler,. *Yayınlanmamış Bilim Uzmanlığı Tezi*, 102. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Owen, A. B. (2007). A Robust Hybrid of Lasso and Ridge Regression. *Contemporary Mathematics*, 59-72.
- Özdemir, A. K., Tolun, S., & Demirci, E. (2011). Endeks Getirisi Yönünün İkili Sınıflandırma Yöntemiyle Tahmin Edilmesi: İMKB-100 Endeksi Örneği. *Niğde Üniversitesi İİBF Dergisi*, 45-59.
- Raftery, A. E. (1995). Bayesian Model Selection in Social Research. *Sociological Methodology*, 111-196.
- Renaud, O., Pia, M., & Feser, V. (2010). A Robust Coefficient of Determination for Regression. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140, 1852-1862.
- Ronchetti, E. (1985). Robust Model Selection in Regression. *Stat. Prob. Lett.*(3), 21-23.
- Ronchetti, E., & Staudte, R. G. (1994). A Robust Version of Mallows's Cp. *Journal of the American Statistical Association*, 89(426), 550-559.
- Rousseeuw, P., & Yohai, V. (1984). *Robust Regression by Means of S-Estimators in Robust and Nonlinear Time Series Analysis*. New York: Springer.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 461-464.
- Shao, J. (1997). An Asymptotic Theory for Linear Model Selection,. *Statistica Sinica*, 221-264.
- Shen, X., & Ye, J. (2002). Adaptive Model Selection. *Journal of the American Statistical Association*, 201-221.

- Shi, P., & Tsai, C. L. (2002). Regression Model Selection: A Residual Likelihood Approach. *Journal of the Royal Statistical Society*, 237-252.
- Smucler, E., & Yohai, V. J. (2015). Highly Robust and Highly Finite Sample Efficient Estimators for the Linear Model. E. Smucler , & V. J. Yohai içinde, *Modern Nonparametric, Robust and Multivariate Methods* (s. 91-108). Cham: Springer.
- Tibshirani, R. (1996). Regression Shrinkage and Selection via the LASSO. *J. Roy. Statist. Soc.*(58), 267-288.
- Tibshirani, R., Saunders, M., Rosset, S., Zhu, J., & Knight, K. (2005). Sparsity and Smoothness via the Fused Lasso. *J. R. Statist. Soc. B*, 91-108.
- Wang, H., Li, G., & Jiang, G. (2007). Robust Regression Shrinkage and Consistent Variable Selection Through the LAD-Lasso. *American Statistical Association Journal of Business & Economic Statistics*, 347-355.
- Weasserman, L. (2000). Bayesian Model Selection and Model Averaging. *Journal of Mathematical Psychology*, 44, 92-107.
- Yohai, V. J. (1987). High Breakdown-Point and High Efficiency Robust Estimates for Regression. *The Annals of Statistics*, 642-656.
- Yuan, M., & Lin, Y. (2005). Model Selection and Estimation in Regression with Grouped Variables. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 49-67.
- Yürekli, A. (2019). Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu. *Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü*, 1-12.
- Zhang, L., & Li, K. (2015). Forward and Backward Least Angle Regression for Nonlinear. *Automatica*, 94-102.
- Zou, H. (2006). The Adaptive Lasso and Its Oracle Properties. *Journal of the American Statistical Association*, 101(476), 1418-1429.
- Acıtaş, Ş., & Şenoğlu, B. (2019). Ridge-Type MML Estimator in the Linear Regression Model. *Iranian Journal of Science and Technology*, 589-599.

- Akaike, H. (1973). Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. *Second International Symposium on Information Theory* (s. 267-281). Budapest: Academia Kiado.
- Akbilgiç, O. (2011). Hibrit Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları ile Değişken Seçimi ve Tahminleme: Menkul Kıymet Yatırım Kararlarına İlişkin Bir Uygulama. *Doktora Tezi*. İstanbul, Türkiye: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Alfons, A., Croux, C., & Gelper, S. (2013). Sparse Least Trimmed Squares Regression for Analyzing High-Dimensional Large Data Sets. *The Annals of Applied Statistics*, 226-248.
- Andrews, D. F., Bickel, P. J., Hampel, F. R., Huber, P. J., Rogers, W. H., & Tukey, J. W. (1972). *Robust Estimates of Location*. Princeton: Princeton University Press.
- Arslan, O. (2012). Weighted LAD LASSO Method for Robust Parameter Estimation and Variable Selection in Regression. *Computational Statistics & Data Analysis*, 1952-1965.
- Arslan, O. (2016). Penalized MM Regression Estimation with L Penalty a Robust Version of Bridge Regression. *Statistics Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 1236-1260.
- Arslan, O., & Billor, N. (2000). Robust Liu Estimator Based on an M-Estimator. *Journal of Applied Statistics*, 39-47.
- Bach, F. R. (2008). Bolasso: Model Consistent Lasso Estimation Through the Bootstrap. *ICML '08: Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning* (s. 33-40). Helsinki: ICML '08.
- Beaton, A. E., & Tukey, J. W. (1974). The Fitting of Power Series, Meaning Polynomials, Illustrated on Band-Spectroscopic Data. *Technometrics*, 147-185.
- Beck, A., & Teboulle, M. (2009). A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 183-202.
- Breiman, L. (1995). Better Subset Regression Using the Nonnegative Garotte. *Technometrics*, 373-384.

- Chang, L., Roberts, S., & Welsh, A. (2018). Robust Lasso Regression Using Tukey's Biweight Criterion. *Technometrics*, 36-47.
- Dennis, J. E., & Welsch, R. E. (1976). Techniques for Nonlinear Least Squares and Robust Regression. *Proc. Amer. Statist. Assoc. Statist. Comp. Section.*, 83-87.
- Donoho, D. L., & Johnstone, J. M. (1994). Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. *Biometrika*, 425-455.
- Duabechies, I., Defrise, M., & De Mol, C. (2004). An Iterative Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems with a Sparsity Constraint. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1413-1457.
- Efron, B., Hastie, T., Johnstone, I., & Tibshirani, R. (2004). Least Angle Regression. *The Annals of Statistics*, 407-499.
- Fair, F. C. (1974). On the Robust Estimation of Econometric Models. *Annals of Economic and Social Measurement*, 667-677.
- Fan, J., & Li, R. (2001). Variable Selection via Nonconcave Penalized Likelihood and Its Oracle Properties. *Journal of American Statistical Association* , 1348-1360.
- Fan, J., & Peng, H. (2004). On Nonconcave Penalized Likelihood with Diverging Number of Parameters. *The Annals of Statistics*, 928-961.
- Fidanoğlu, I. (2009). İstatistiksel Daraltıcı (Shrinkage) Model Ve Uygulamaları. *Yüksek Lisans Tezi*. Adana: Fen Bilimleri Enstitüsü, Çukurova Üniversitesi.
- Fidanoğlu, I., & Akdeniz, F. (2010). İstatistiksel Daraltıcı (Shrinkage) Model ve Uygulamaları. *Ç. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü*, 22(1), 138-147.
- Filzmoser, P., & Kurnaz, F. S. (2018). A Robust Liu Regression Estimator. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 2022-2035.
- Fox, J. (2002). *Robust Regression Appendix to an R and S-PLUS Companion to Applied Regressions*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Frank, I. E., & Friedman, J. H. (1993). A Statistical View of Some Chemometrics Regression Tools. *Technometrics*(35), 109-148.

- Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2010). Regularization Paths for Generalized Linear Models via Coordinate Descent. *Journal of Statistical Software*, 1-22.
- Fu, W. J. (1998). Penalized Regressions: The Bridge Versus the LASSO. *J. Computational and Graphical Statistics*(7), 397-416.
- Gareth, J., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2013). *An Introduction to Statistical Learning*. New York: Springer Science+Business Media.
- Grant, M., Boyd, S., & Ye, Y. (2008). CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming.
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining*. New York: Springer.
- Hinich, M. J., & Talwar, P. P. (1975). A Simple Method for Robust Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 113-119.
- Hoerl, A. E., & Kennard, R. W. (1970). Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*(12), 55-67.
- Holland, P. W., & Welsch, R. E. (1977). Robust Regression Using Iteratively Reweighted Least-Squares. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 813-827.
- Huang, F. (2003). Prediction Error Property of the Lasso Estimator and Its Generalization. *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 217-228.
- Huber, P. J. (1964). Robust Estimation of a Location Parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*, 73-101.
- Jureckova, J., & Picek, J. (2006). *Robust Statistical Methods with R*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Khan, J., Van Aelst, S., & Zamar, R. H. (2007). Robust Linear Model Selection Based on Least Angle Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 1289-1299.
- Knight, K. (1998). Limiting Distributions for L1 Regression Estimators Under General Conditions. *The Annals of Statistics*, 755-770.

- Knight, K., & Fu, W. (2000). Asymptotics for Lasso-Type Estimators. *The Annals of Statistics*, 1356-1378.
- Küçük, A. (2019). Doğrusal Regresyonda Ridge, Liu ve Lasso Tahmin Edicileri Üzerine Bir Çalışma. *Yüksek Lisans Tezi*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Lambert-Lacroix, S., & Zwald, L. (2011). Robust Regression Through the Huber's Criterion and Adaptive Lasso Penalty. *Electronic Journal of Statistics*, 1015–1053.
- Lehmann, E., & Casella, G. (1998). *Theory of Point Estimation*. New York: Springer-Verlag.
- Lehmann, E., & Casella, G. (1998). *Theory of Point Estimation*. New York: Springer-Verlag.
- Li, G., Peng, H., & Zhu, L. (2011). Nonconcave Penalized M-Estimation with a Diverging Number of Parameters. *Statistica Sinica*, 21(391).
- Machado, J. A. (1993). Robust Model Selection and M-estimation. *Econ. Theory*(9), 478-493.
- Mallows, C. L. (1973). Some Comments on Cp. *Technometrics*, 661-675.
- Maronna, R. A. (2011). Robust Ridge Regression for High-Dimensional Data. *Technometrics*, 44-53.
- Maronna, R. A., Martin, D., & Yohai, V. J. (2006). *Robust Statistics Theory and Methods*. England: Wiley.
- McQuarrie, D. R., & Tsai, C. L. (1998). *Regression and Time Series Model Selection*. Singapore: World Scientific.
- Meinshausen, N., & Bühlmann, P. (2004). *Variable Selection and High-Dimensional Graphs with the Lasso*. Zürich: ETH Zürich.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2013). *Introduction to Linear Regression Analysis*. New York: Wiley.

- Orsoy, A. (1998). Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Regresyonda Bozulma Noktasına Sahip Tahmin Ediciler,. *Yayınlanmamış Bilim Uzmanlığı Tezi*, 102. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Owen, A. B. (2007). A Robust Hybrid of Lasso and Ridge Regression. *Contemporary Mathematics*, 59-72.
- Özdemir, A. K., Tolun, S., & Demirci, E. (2011). Endeks Getirisi Yönünün İkili Sınıflandırma Yöntemiyle Tahmin Edilmesi: İMKB-100 Endeksi Örneği. *Niğde Üniversitesi İİBF Dergisi*, 45-59.
- Raftery, A. E. (1995). Bayesian Model Selection in Social Research. *Sociological Methodology*, 111-196.
- Renaud, O., Pia, M., & Feser, V. (2010). A Robust Coefficient of Determination for Regression. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140, 1852-1862.
- Ronchetti, E. (1985). Robust Model Selection in Regression. *Stat. Prob. Lett.*(3), 21-23.
- Ronchetti, E., & Staudte, R. G. (1994). A Robust Version of Mallows's Cp. *Journal of the American Statistical Association*, 89(426), 550-559.
- Rousseeuw, P., & Yohai, V. (1984). *Robust Regression by Means of S-Estimators in Robust and Nonlinear Time Series Analysis*. New York: Springer.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 461-464.
- Shao, J. (1997). An Asymptotic Theory for Linear Model Selection,. *Statistica Sinica*, 221-264.
- Shen, X., & Ye, J. (2002). Adaptive Model Selection. *Journal of the American Statistical Association*, 201-221.
- Shi, P., & Tsai, C. L. (2002). Regression Model Selection: A Residual Likelihood Approach. *Journal of the Royal Statistical Society*, 237-252.
- Smucler, E., & Yohai, V. J. (2015). Highly Robust and Highly Finite Sample Efficient Estimators for the Linear Model. E. Smucler , & V. J. Yohai içinde, *Modern Nonparametric, Robust and Multivariate Methods* (s. 91-108). Cham: Springer.

- Tibshirani, R. (1996). Regression Shrinkage and Selection via the LASSO. *J. Roy. Statist. Soc.*(58), 267-288.
- Tibshirani, R., Saunders, M., Rosset, S., Zhu, J., & Knight, K. (2005). Sparsity and Smoothness via the Fused Lasso. *J. R. Statist. Soc. B*, 91-108.
- Wang, H., Li, G., & Jiang, G. (2007). Robust Regression Shrinkage and Consistent Variable Selection Through the LAD-Lasso. *American Statistical Association Journal of Business & Economic Statistics*, 347-355.
- Weasserman, L. (2000). Bayesian Model Selection and Model Averaging. *Journal of Mathematical Psychology*, 44, 92-107.
- Yohai, V. J. (1987). High Breakdown-Point and High Efficiency Robust Estimates for Regression. *The Annals of Statistics*, 642-656.
- Yuan, M., & Lin, Y. (2005). Model Selection and Estimation in Regression with Grouped Variables. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 49-67.
- Yürekli, A. (2019). Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu. *Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü*, 1-12.
- Zhang, L., & Li, K. (2015). Forward and Backward Least Angle Regression for Nonlinear. *Automatica*, 94-102.
- Zou, H. (2006). The Adaptive Lasso and Its Oracle Properties. *Journal of the American Statistical Association*, 101(476), 1418-1429.

ÖZGEÇMİŞ

ORCID NO: 0000-0001-5451-7740

Ad-Soyad : Begüm Yenilmez
Yabancı Dil : İngilizce
e-posta : begumburuk@gmail.com

Eğitim;

2003-2007 : Yalova Anadolu Öğretmen Lisesi
2007-2012 : Marmara Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi,
Matematik Öğretmenliği, İstanbul
2007-2012 : Marmara Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi,
Matematik Öğretmenliği Tezsiz YL, İstanbul
2016- : Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Bilim Dalı,
İstatistik Teorisi Tezli YL Programına Giriş, Eskişehir

Mesleki Deneyim;

2013-2015 : Keşan Anadolu Lisesi, Matematik Öğretmeni
2015-2016 : Şehit Murat Tuzsuz Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi, Matematik
Öğretmeni
2016- : Beyhan Rıfat Çıkılıoğlu Anadolu Lisesi, Matematik Öğretmeni