

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

NANO TOPOLOJİ VASITASIYLA KARAR VERME: BİR MATEMATİK EĞİTİMİ
ÇALIŞMASI

Yunus Emre AKÜREK

ŞUBAT 2021

MATEMATİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

NANO TOPOLOJİ VASITASIYLA KARAR VERME: BİR MATEMATİK EĞİTİMİ
ÇALIŞMASI

Hazırlayan
Yunus Emre AKÜREK

Danışman
Doç. Dr. Selçuk TOPAL
Dr. Öğr. Üyesi Volkan DURAN

Jüri Üyeleri
Doç. Dr. Selçuk TOPAL
Doç. Dr. Derya ARSLAN
Dr. Öğr. Üyesi Alper ÜLKER

ŞUBAT 2021

ONAY

Yunus Emre AKÜREK tarafından hazırlanan “**Nano Topoloji Vasıtasıyla Karar Verme: Bir Matematik Eğitimi Çalışması**” adlı tez çalışması .../.../... tarihinde yapılan sınavla aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Doç. Dr. Selçuk TOPAL
(Başkan)

Doç. Dr. Selçuk TOPAL
(Danışman)

Doç. Dr. Derya ARSLAN
(Üye)

Dr. Öğr. Üyesi Alper ÜLKER
(Üye)

Bu tezin kabulü, Lisansüstü Yönetim Kurulu’nun .../.../...gün ve .../... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. Zeki ARGUNHAN
Enstitü Müdürü

BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI
ETİK BEYANI

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre hazırlamış olduğum "**Nano Topoloji Vasıtasıyla Karar Verme: Bir Matematik Eğitimi Çalışması**" adlı tezimin özgün bir çalışma olduğunu, tez kapsamında sunulan tüm verileri bilimsel etik ilkelerine uygun elde ettiğimi, kullandığım verilerde değişiklik yapmadığımı, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı tezde faydalandığım tüm eserlere atıf yaptığımı ve kaynaklar kısmında bu eserleri gösterdiğimi beyan ederim. 19/02/2021

Yunus Emre AKÜREK

ÖZET

NANO TOPOLOJİ VASITASIYLA KARAR VERME: BİR MATEMATİK EĞİTİMİ ÇALIŞMASI

Yunus Emre AKÜREK

Yüksek Lisans Tezi

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Selçuk TOPAL

İkinci Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Volkan DURAN

Şubat 2021, 59 sayfa

Geçmişten günümüze, klasik küme kavramıyla ilgili birçok tanımlar önerilse de bu tanımların yetersizliği, bilgi ve veri işlemenin kaçınılmaz olduğu çağda gün yüzüne çıkmaktadır ve üstelik bu tanımlar çerçevesinde klasik küme teorisi gerçek hayat problemleri için işlevini gerçek manada yerine getiremediği ortaya çıkmaktadır. Küme kavramını daha derin bir anlama ve yoruma taşıyan Zadeh, bulanık küme kavramını ortaya atmıştır. Bir bulanık küme, klasik küme tanımında kullanılan kesin üyeliğin yerine kısmi üyeliği de yorumlama becerine sahiptir. Pawlak tarafından tanımlanan kaba küme teorisi ise bulanık kümelerde olduğu gibi belirsizlik durumlarını da hesaba katan bir yapıdadır. Bulanık ve kaba kümeler gibi yapılar, eksik ve belirsiz bilgileri, bilgi sistemleri ve karar tabloları vasıtasıyla düzenleyerek veriyi işlemeyi uygun hale getirmektedirler. Nano topoloji ise topolojinin araçlarını etkin kullanarak kaba küme teorisini topolojinin etkin kullanıma olanak sağlayan bir kavramdır.

Bu bilgiler ışığında, bu tezde, ortaokul düzeyinde eğitim alan dört farklı sınıfa ait 5. Sınıf öğrencilerinin bir dönem boyunca matematik başarısının sınıf öğretmenleri tarafından değerlendirilmesi istenmiş, daha sonra da değerlendirmeleri yapılan sınavların sonuçları ve diğer değerlendirmelerle karşılaştırılması amaçlanmıştır. Böylece nano-topoloji yönteminin eğitimde bir değerlendirme aracı olup olmayacağı tartışılmıştır. Bunun için nano-topoloji yöntemiyle değerlendirilen öğrencilerin başarı nitelemesinin onların sınav başarılarını yordayıp yordamadığı istatistiksel olarak ele alınıp nano-topoloji yönteminin etkililiği incelenmiştir.

Bu teze eğitim çalışmaları yönüyle bakıldığında, mevcut günümüz değerlendirmelerine bazı eleştiriler getirir ve öneriler sunar. Öyle ki, değerlendirme sürecinin belirli ölçütlere göre karar vermeler içeren algoritmik bir doğası olduğu belirtilmelidir. Günümüz eğitim sisteminde genel olarak ölçme ve değerlendirmenin eş düzeyde ele alınması daha bütüncül ve gerçekçi değerlendirmelere ulaşma açısından ciddi sorunlar ortaya koymaktadır. Genel olarak literatürde birden fazla ölçme aracının işe koşularak daha bütüncül değerlendirmeler yapılması tavsiye edilse de bu değerlendirmelerin hangi algoritmaya ve hangi mantığa göre yapılacağı konusunda çok fazla bilimsel bir araştırma olmadığı görülmektedir. Bu nedenle bu çalışma eğitimde değerlendirme sürecine matematiksel bir model sunarak literatüre katkı sağladığı belirtilebilir.

Anahtar kelimeler: Kaba Küme, Nano-Topoloji, Karar Verme, Alternatif Değerlendirme, Değerlendirme Algoritması

ABSTRACT

DECISION MAKING THROUGH NANO TOPOLOGY: A MATHEMATICS EDUCATION STUDY

Yunus Emre AKÜREK

Master Thesis

Bitlis Eren University Graduate Education Institute

Department of Mathematics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Selçuk TOPAL

Co-Supervisor: Assis. Prof. Dr. Volkan DURAN

February 2021, 59 pages

Although many definitions related to the concept of the classical set have been proposed from the past to the present, the inadequacy of these definitions emerges in the present epoch where information and data processing are inevitable, and moreover, within the framework of these definitions, it is revealed that classical set theory cannot fulfill its function in real-life problems. Carrying the concept of the set to a deeper understanding and interpretation, Zadeh introduced the fuzzy set concept. A fuzzy set has the ability to interpret partial membership instead of the definite membership used in the classical definition of the set. The rough set theory introduced by Pawlak, on the other hand, has a structure that takes into account uncertain situations as well as fuzzy sets. Structures such as fuzzy and rough sets organize incomplete and uncertain information through information systems and decision tables, making the data suitable for processing. Nano topology is a method that enables the effective use of the rough set theory by using the tools of topology.

In the light of the information above, in this thesis, classroom teachers were asked to evaluate the mathematics achievement of 5th-grade students from four different classes at the secondary school level for one semester, and then it was aimed to compare the results of the exams and other evaluations. Thus, it is discussed whether the nano-topology method will be an evaluation tool in education. For this purpose, the effectiveness of the nano-topology method was examined by analyzing whether the qualification of success of the students evaluated with the nano-topology method predicted their exam success or not.

When this thesis is viewed from the aspect of educational studies, it brings some criticisms to the evaluation and assesment methodology in education. It should be noted that the evaluation process has an algorithmic nature that involves making decisions based on certain criteria. In today's education system, treating measurement and evaluation at the same level in general poses serious problems in terms of reaching more wholistic and realistic evaluations. Although it is generally recommended to make more holistic evaluations by employing more than one measurement tool in the literature, it is seen that there is not much scientific research on which algorithm and according to which logic these evaluations will be made. For this reason, it can be stated that this thesis contributes to the literature by presenting a mathematical model to the evaluation process in education.

Keywords: Rough Set, Nano Topology, Decision Making, Alternative Evaluation, Algorithm Evaluation

TEŞEKKÜR

Tüm lisansüstü eğitim sürecim boyunca ve tez çalışmanın her aşamasında, desteğini esirgemeyen tez danışman hocam Sayın Doç. Dr. Selçuk TOPAL' a, Sayın Dr. Öğr. Üyesi Volkan DURAN'a ve öğrenci özellikleri belirleme noktasından yardımcı olan Sayın İlk. Mat. Öğr. Songül GÜLTEKİN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca eğitim hayatımın her noktasında destekleriyle yanımda olan aileme ve eşime en içten teşekkürlerimi sunarım.



ÖNSÖZ

Verilerin toplanması, incelenmesi ve değerlendirilerek analizinin yapılmasına duyulan gereksinimin önemi her geçen gün daha da artmaktadır. Eksik ve belirsiz bilgi problemi uzun zamandan beri felsefeciler, mantıkçılar ve matematikçiler tarafından ele alınmıştır. Pawlak tarafından ortaya konan kaba küme teorisi bu probleme başka bir yaklaşım sunmaktadır. Kaba küme yaklaşımı eksik ya da belirsiz bilgiyle ilgilenir ve temel bir bilim dalı olan matematiği merkezine alarak etkin bir şekilde kullanır. Belirsizliğin yapılandırılmasında yaklaşım operatörleri önemli rol üstlenirler. Tam bu noktadan başlayarak, yaklaşım operatörleri ve matematiğin önemli bir dalı olan topoloji ile arasında bağlantı kurulmaktadır.

Bu çalışmada hem denklik bağıntısından indirgenen kaba kümelerin hem de herhangi bir bağıntıdan indirgenen genelleştirilmiş kaba kümelerin nano-topolojik özellikleri bir araya getirilecektir.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. MATERYAL VE YÖNTEM	3
2.1. Klasik Küme Teorisi.....	3
2.2. Bulanık (Fuzzy) Küme Teorisi	4
2.2.1. Bulanık Kümelerle Analiz Yöntemi	6
2.3. Kaba Küme Teorisi.....	6
2.4. Kaba Kümeler Teorisinin Temel Kavramları.....	9
2.4.1. Bilgi Sistemi	9
2.4.2. Karar Tabloları.....	10
2.4.3. Ayırt Edilemezlik.....	11
2.4.4. Yaklaşım Kümeleri	12
2.4.5. Kaba Üyelik Fonksiyonu	16
2.4.6. Kural İndirgeme	17
2.4.7. Özniteliklerin Bağımlılığı.....	17
2.4.8. Denklik Bağıntısı.....	18
2.5. Kaba Kümeler Teorisinin Yöntemi	20

2.6. Topoloji ve Kaba Kümeler	21
2.7. Nano Topoloji	23
2.7.1. Nano Topolojik Kurallar.....	24
2.8. Kaba Kümeler ile Karar Verme Problemleri	29
2.9. Kaba Kümelerle Yapılan İlgili Çalışmalar	31
3. BULGULAR VE TARTIŞMA	35
3.1. Veri Hazırlama	36
3.2. Veri Analizi	40
4. SONUÇ	45
5. KAYNAKLAR.....	49
6. EKLER	56
ÖZGEÇMİŞ	59

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Üçgensel bulanık sayı.....	5
2.2. Bulanık işlem süreci aşamaları	6
2.3. Kaba kümelerde alt ve üst yaklaşım yöntemi.....	15
2.4. Kaba küme üyelik fonksiyonunun temsili.....	17
4.1. Ölçme ve değerlendirmenin boyutları	47



ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Örnek bilgi sistemi	9
2.2. Örnek bilgi sisteminin sayısallaştırılması.....	10
2.3. Karar tablosu	11
2.4. Özdeş nesnelere göre arındırılmış karar tablosu.....	12
2.5. Örnek bilgi sistemi özellik tablosu	26
3.1. Bilgi sistemi	37
3.2. Karar tablosu 1	38
3.3. Karar tablosu 2	39
3.4. Karar tablosu 3	39
3.5. Karar tablosu 4	40
6.1. Dönem sonu yapılan sınavın analizi.....	58

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$\mathcal{A}$	Küme ailesi
A	Özellikler kümesi
$[a_{ij}]_{n \times n}$	$n \times n$ türünde matris
$\underline{\text{apr}}(X)$	X kümesinin Pawlak alt yaklaşımı
$\overline{\text{apr}}(X)$	X kümesinin Pawlak üst yaklaşımı
$\alpha(X)$	X kümesinin tamlık ölçüsü
$\text{bnd}(X)$	X kümesinin sınırı
$\mathcal{B}$	τ topolojisinin tabanı
$\text{BND}(X)$	X kümesinin sınır bölgesi
$X \cup Y$	X ve Y kümelerinin birleşimi
$X \cap Y$	X ve Y kümelerinin arakesiti
$\text{cl}(X)$	X kümesinin kapanışı
$\text{CORE}(P)$	P kümesinin çekirdeği
Δ_U	U kümesi üzerinde özdeşlik ya da birim bağıntısı
$\in$	Elemanıdır
$\notin$	Elemanı değildir
$e(R)$	R bağıntısının denklik kapanışı
f_a	Bilgi fonksiyonu
$\text{IND}(B)$	B -ayırıt edilemezlik bağıntısı
$\text{int}(X)$	X kümesinin içi
$\mu_X(x)$	Kaba üyelik fonksiyonu
$\text{NEG}(X)$	X kümesinin negatif bölgesi
$\mathcal{N}(x)$	x elemanının komşuluk ailesi
$P(U)$	U kümesinin kuvvet kümesi
$\text{POS}(x)$	X kümesinin pozitif bölgesi
$\pi(x)$	X kümesinin belirsizliğinin ölçüsü
$\underline{R}(X)$	X kümesinin herhangi bir bağıntıya göre alt yaklaşımı
$\overline{R}(X)$	X kümesinin herhangi bir bağıntıya göre üst yaklaşımı
$R_S(x)$	x elemanının R bağıntısına göre ardıl komşuluğu
$\text{Red}(P)$	P kümesinin indirgemesi
$S = (U, V)$	Bilgi sistemi

$S = (U, V \cup \{d\})$	Karar sistemi
$\tau(R)$	R bağıntısından elde edilen topoloji
$t(R)$	R bağıntısının geçişli kapanışı
(U, τ)	Topolojik uzay
(U, τ_{dis})	Ayrık topoloji
(U, τ_{ind})	Ayrık olmayan topoloji
$U \setminus X$	U evrensel kümesine göre X kümesinin tümleyeni
U/R	Bölüm kümesi
$[X]$	x elemanının denklik sınıfı
$ X $	X kümesinin eleman sayısı
$X \times Y$	X ve Y kümelerinin kartezyen çapımı
$X \subseteq Y$	X, Y kümesinin alt kümesidir.
$X \setminus Y$	X kümesinin Y kümesinden farkı
$\emptyset$	Boş küme
$\Rightarrow$	Gerektirir
$\Leftarrow$	Yeter
$\Leftrightarrow$	Gerek ve yeter koşul
: veya ö.k.	öyle ki
$:=$	Tanım olarak eşittir

1. GİRİŞ

Bilim dünyası, kesin ve net yapılara yönelik olarak tasarlanan yaklaşımlarının çoğunun gerçek yaşam problemini çözemediğinin anlaşılması üzerine belirsiz, eksik ve ayırt edilemez yapılar üzerinde çalışmaya başlamıştır. Son on yılda, mühendislik, tıp, bilgisayar, uzay araştırmaları ve hatta sosyal bilimlerde muazzam uygulamalar bulan belirsiz ya da bulanık olarak tanımlanan ifadeler giderek yaygınlaşmaktadır. Bu anlamda, topoloji, genelleştirilmiş bulanıklık ya da karar vermeyle ilgili araştırmalar yapmak ve alana katkı sunmak önemlidir [3].

Bilginin ve verilerin matematiksel olarak modellenmesi günümüzün en önemli problemleri arasında yer almaktadır. Özellikle, verilen bilgi ve veriden anlamlı sonuçlar ve bilgiler çıkarmak, bunları yorumlamak ve yorumlayacak otomatik sistemler ortaya çıkarmak günümüz bilim anlayışının kaçınılmaz ayaklarından birisidir. Gerçek yaşam problemlerinde her veri veya bilgi kesin bir yargıya veya yapıya sahip değildir. Bu tipte kesin olamayan verilere yaklaşım türlerinden birisi Zadeh [93] tarafından geliştirilen bulanık kümeler teorisidir. Benzer biçimde Pawlak [56] tarafından tanıtılan kaba küme teorisi de kesin sınırlamaları kabul etmez. Bulanık ve kaba kümeler gibi yapılar, eksik, yetersiz ve belirsiz bilgileri düzenleyerek veri analizi için uygun hale getirmektedirler.

Kaba küme teorisi, belirsizlikler ve tam olmayan bilgilerin üstesinden gelen matematiksel bir araçtır. Bu tezin amacı, genel olarak yaklaşım uzayları olarak da adlandırılan kaba kümelerin pek çok uygulama alanına ek olarak bu kümelerden elde edilen nano-topolojilerin bir karar verme sürecine nasıl yardımcı olacağı, çok daha karmaşık ve bir arada değerlendirilmesi gereken sistemlerden nasıl bir karar verme süreci elde edileceğine dair bir araştırmanın ortaya konmasıdır. Nano-topolojiler özellikle medikal alanda pek çok uygulama bulmuştur [79, 80, 82].

Bugüne kadar ortaya çıkan farklı pedagojik yaklaşımlar tek bir eğitim türünün olmadığını ve her eğitim anlayışının temelde bir sistem ve metodoloji içerdiğini göstermiştir. Bu nedenle bir pedagojik anlayışın geçerli ve güvenilir olup olmadığını anlayabilmek için geçerli ve güvenilir bir değerlendirme anlayışına ihtiyaç vardır. Barootchi ve Keshavarz [8], geleneksel olmayan değerlendirme olarak da bilinen alternatif değerlendirmenin, standartlaştırılmış geleneksel testler haricinde değerlendirme türleri için genel bir terim olarak kullanıldığını öne sürmüşlerdir. Literatürde çeşitli şekillerde “alternatif değerlendirme”, “formal olmayan değerlendirme”, “otantik değerlendirme”, “performans değerlendirme”, “tanımlayıcı değerlendirme” ve “doğrudan değerlendirme” olarak adlandırılmıştır [31,32]. Bu bağlamda her geçen gün eğitimde yeni ölçme ve değerlendirme yaklaşımları ortaya çıktığı göz önüne alındığında, alternatif ölçme-değerlendirme; çoktan seçmeli, zamanlamalı, birkaç sınıf değerlendirmeleri ve çoğu standart

testleri niteleyen bir deneme yaklaşımından farklı olan değerlendirmeleri içermektedir ki bu tür değerlendirmeler öğrenciyi daha bütüncül değerlendirmeyi hedefleyerek onların bilişsel, devinimsel, duyuşsal, etik ve diğer alanlardaki gelişimlerini göz önüne alır [97]. Alternatif değerlendirme, geleneksel değerlendirmelerin, öğrenci başarısını gerçek dünyadan yalıtılmış bir şekilde ele alması, ölçme araçlarının öğrencinin ne yapabileceğini gösterme konusunda yetersiz kalması, değerlendirme sonuçlarının, öğretmenler tarafından öğrenme güçlüklerini belirleme ve öğrencilere dönüt sağlama amacına dönük etkin bir şekilde kullanılamaması ve ağırlıklı olarak not verme amacına yönelik olarak kullanılması gibi nedenlerle ortaya çıkmış bir değerlendirme türüdür [35]. Bu bağlamda alternatif değerlendirme öğrencilerin istenilen bir öğrenme alanında bir görev verip, o görevdeki etkililiğini geçerliliği ve güvenilirliği sağlanmış ölçme araçları (rubrikler) kullanarak yapılan performans değerlendirmesi ve yapılan öğrenmelerin gerçek hayat durumları ile ilişkilendirilmesi becerilerin değerlendirilmesini kapsaya otantik değerlendirmeler içermektedir [1]. Alderson ve Banerjee [2], alternatif değerlendirmenin, geleneksel testlerden daha az resmi olan, bir anda bir noktada alınmak yerine belirli bir süre boyunca toplanan ve genellikle işlev açısından özetleyici olmaktan ziyade biçimlendirici olan prosedürleri içerdiğini, sonuçlar açısından genellikle düşük riskli ve yararlı geri dönüş etkilerine sahip olduğu iddia etmişlerdir

Bu tezde eğitim alanında ortaya koyulabilecek çıktılar üzerinde çalışılarak aslında alternatif bir değerlendirme ve değerlendirmede karar verme yöntemi kullanılacaktır. Böylece daha bütüncül ve biçimlendirici bir anlayışla ayrıca matematiksel bir temele dayanması açısından da daha tutarlı bir değerlendirme anlayışının sunulması hedeflenmektedir. Bu amaçla öncelikle Ortaokul Matematik 5. Sınıf düzeyi eğitim gören farklı dört sınıf öğrencilerinin müfredatta bulunan ve işlenen konulara göre dört farklı öğretmen tarafından değerlendirilmesi istenecek, daha sonra da bu değerlendirmelerinin yapılan sınav sonucu ve diğer değerlendirmelerle karşılaştırılması amaçlanmaktadır [16,26,48].

Böylece nano-topoloji yönteminin eğitimde bir değerlendirme aracı olup olmayacağı tartışılmıştır. Bunun için araştırma kapsamında nano-topoloji yöntemiyle değerlendirilen öğrencilerin başarı nitelemesinin onların sınav başarılarını yordayıp yordamadığı istatistiksel olarak incelenerek nano-topoloji yönteminin etki düzeyi incelenmiştir.

Bu tezin önemi, araştırma konusunun özgünlüğü ile birlikte, ortaya koyulacak çalışmaların pek çok yapay zekâ ve karar verme sistemlerinde ve eğitim bilimleri ve öğrenme çıktıları gibi alanlarda etki ve yer bulması beklenmektedir. Sadece matematik anlamında bir ürün ortaya koymayıp, aynı zamanda karar vermeler için algoritmalar ve akıllı sistemler inşa etmek hedeflenmiştir.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde kaba kümelerin keşfine alt yapı hazırlayan temel teori, kavram ve tartışma yaratan kilit noktalara değinilerek, klasik küme teorisine alternatif olarak geliştirilen teorilerden kaba küme teorisine ve nano topolojiye doğru gelişen bir anlatım izlenmiştir. Son bölümde ise eğitim konusunda kaba kümeler ve nano topoloji ile yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Klasik Küme Teorisi

Küme kavramı, modern matematiğin de temellerini oluşturan en önemli çalışma alanlarından biridir. Günümüzde kullanılan anlamıyla klasik küme kavramı George Cantor [13] tarafından tanımlanmıştır. Cantor, kümeyi bir kurala göre toplanan nesnelerin bileşimi olarak ifade eder. Bu tanıma göre matematikteki fonksiyonlar, sayılar gibi kavramlar da bir çeşit kümeye aittir. Klasik küme teorisinin en önemli özelliği küme elamanlarının kümeye dahil edilip edilmeyeceğinin kesin olmasıdır. Bir eleman bir kümenin ya elemanıdır ya da elemanı değildir. Örneğin “çift tamsayılar” Klasik Küme Teorisine göre bir kümedir ve elemanları belirlidir.

Russell [71], Cantor’un klasik küme teorisinde çelişkilerin olduğunu belirtmiş ve bunları ortaya koymuştur. Bunun üzerine sonraki yıllarda klasik küme teorisine ilişkin bazı düzeltmeler önerilmiştir. Aksiyomatik (Belitsel) Küme Teorisi (1904), “Tipler Teorisi” (1910) ve “Sınıf Teorisi” (1920) bunlardan en önemlileridir. “Aksiyomatik Küme Teorileri” olarak tanımlanan bu önermeler Klasik Küme Teorisi’ni reddetmeyip yalnızca bazı aksiyomatik düzeltmelerle yeni yaklaşımlar geliştirmeye çalışmışlardır. Bazı matematikçiler ise aksiyomatik düzeltmeler yerine Klasik Küme Teorisi’nin dışında çelişkiler barındırmayan bağımsız ve yeni küme teorileri geliştirmeyi amaçladılar. “Mereology” (1915), “Alternatif Küme Teorisi” (1970) ve “Penumbral Küme Teorisi” (1999) bunlardan bazılarıdır. Ancak bu teorilerin hiçbiri matematikçiler tarafından Klasik Küme Teorisinin yerine “yeni teori” olarak kabul görmemiştir. Son yıllarda ise özellikle felsefeciler ve bilgisayar bilimciler Mereology için özel bir ilgi alanı olmuştur [56].

Klasik küme teorisinin üzerine kurulduğu bir elemanın bir kümeye üyeliğinin kesinliği pratikte çok tartışmalı bir durumdur. Gerçek yaşamda nesnelerin bir kümeye aitliği bu kadar net olmamakta ve Klasik Küme Teorisinin iki değerli sınıflama mantığı ile çözümlenememektedir. Bu temel sorun farklı yaklaşımların geliştirilmesi gerektiğini ortaya çıkarmış ve çeşitli yöntemlerin ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır.

2.2. Bulanık (Fuzzy) Küme Teorisi

Gelişen teknoloji ve bilim çalışmaları, özellikle fizik alanında ortaya atılan Kuantum Teorisi dış dünyayı değerlendirirken belirsizliklerin ve kesikli yapıların göz önüne alınması gerektiğini ve ne kadar önemli olduğunu göstermiştir. Parçacık fiziği araştırmalarında Heisenberg “Belirsizlik İlkesi”, dalga-parçacık ikilemi, paralel evrenler gibi yeni kavramlar yeni bir çağın başlamasına öncülük etmiştir. Dilin ve düşüncenin de bulanık yani belirsizlikler içerdiği fikri, bir bilim olarak mantığın da bulanık olduğu önerisinin geliştirilmesine yol açmıştır. Belirsizlik, eksik ve yetersiz verilerin olduğu durumlar oldukça fazladır [33].

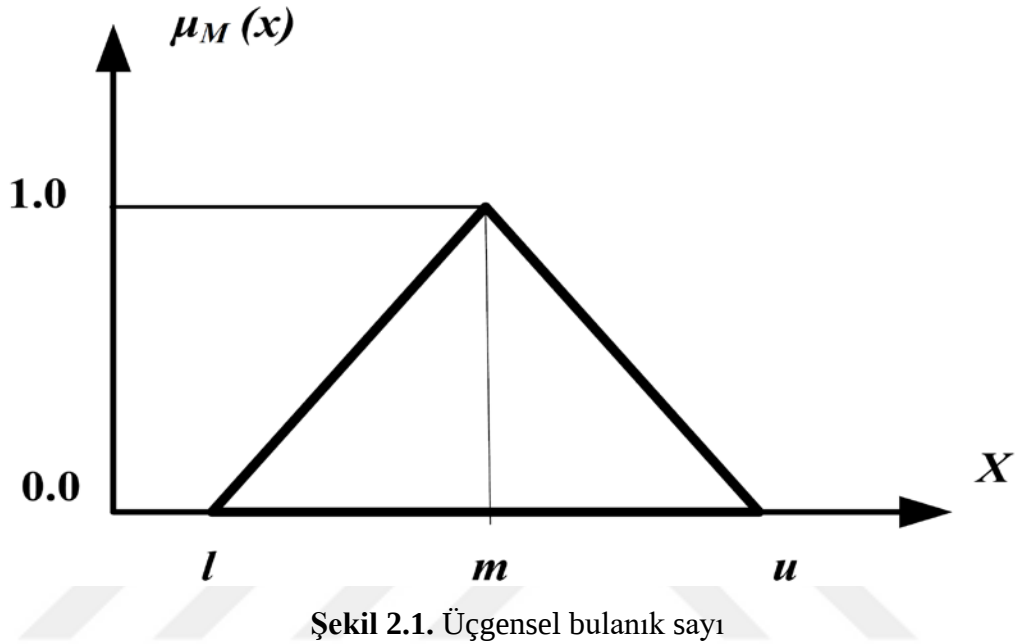
Belirsizlik, eksik ve yetersiz veri içeren durumlarda kesin sayılarla yapılan araştırmalar, değerlendirmeler ve modeller yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle de yeni yöntemlere olan ihtiyaç açığa çıkmıştır. Zadeh [93], tarafından ilk defa ortaya atılan “bulanık mantık” (fuzzy logic) kavramı belirsiz durumları ifade etmek için son yıllarda kullanılan oldukça yüksek başarıya sahip bir yaklaşımdır.

Bulanık yaklaşım, birçok günlük problemde ve karar verme problemlerinde sözel yargılar sayısal değerlere dönüştürülebilmekte ve veri kümesinin içinde yer alan birçok alternatiften en iyi olanı seçmek için bir yol sunmaktadır. Böylece veri kümesine ait belirsizlikleri analiz ederek olası en iyi sonucun belirlenmesini sağlamaktadır. Yapılan çalışmalar ve teoriler araştırmalarda derinleşme ve ayrıntılar arttıkça bulanıklaşmanın da arttığını göstermektedir. Bunun sebeplerinden biri de karmaşık problemlerde eksik ve yetersiz verilerin varlığının uzmanların kavrayışına bağlı görüş ve değerlerine başvurularak araştırmalarda sözel ifadelerle yer verilmesidir. Sözel yargıların analizine olanak sağlaması bulanık mantık kavramının en önemli katkılarından biri olarak sayılabilir [36]. Özellikle sosyal bilimlerde sözel yargıların çok olduğu alanlarda, uzman görüşlerinin analizlerinde, çok karmaşık sistemlerin analizinde etkili olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle bulanık mantık, durumların analiz edilerek daha kesin kararlar verilmesinde önemli bir mekanizma olarak çokça başvuru ve yaygınlaşan bir yöntem haline gelmiştir.

Fiziksel sistemlerin doğrusal ve zamanla değişmediği varsayımı bazı faktörlerin net olarak ölçülemeyeceği durumlarda evet – hayır (1 – 0) gibi kesin değerlerin verilmesi klasik mantık ifadeleri modelin güvenilirliğini azaltmaktadır. Bulanık mantık ise 0 – 1 arasındaki ara değerleri de alabilmektedir. Klasik mantık kümelerinde bir elemanın bir kümeye ait olması ya da ait olmaması durumlarının aksine bulanık mantık kümelerinde günlük yaşamdakine benzer olarak iki kümenin birleşimi ya da kesişimi içinde olabilme durumları da ifade edilebilmektedir.

Bir elemanın bir bulanık mantık kümesine aitlik derecesi bulanık sayılarla belirlenir. Bulanık sayılar her zaman küçükten büyüğe doğru yazılarak ifade edilir. Literatürde tanımlanan

bulanık sayılar, üçgensel, çan, yamuk gibi şekillerle ifade edilen algoritmalarla belirlenir. Bulanık küme üyelik fonksiyonları ($\mu_M(x)$) ile tanımlanmaktadır. Bulanık bir olay üçgensel olarak (l, m, u) bulanık sayısı ile ifade edilir. Burada yer alan değerler sırasıyla en düşük olasılık, net değer ve en yüksek olasılık olarak tanımlanmaktadır. Şekil 2.1, üçgensel bir bulanık sayıyı temsil edilmektedir.



Şekil 2.1. Üçgensel bulanık sayı

Zadeh, bulanık mantığın genel özelliklerini şöyle sıralar [10]:

- 1) Mantıksal her sistem bulanık mantık ile ifade edilebilir.
- 2) Kesin değerli düşünme değil yaklaşık değerlere dayanan düşünme kullanılır.
- 3) Her şey $[0,1]$ aralığında belirli bir derece ile ifade edilebilir.
- 4) Bulanık çıkarım sözel ifadelerle tanımlanan kurallar kullanılarak yapılır.
- 5) Bilgi büyük, küçük, çok az gibi sözel ifadelerle yapılır.
- 6) Matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için uygundur.

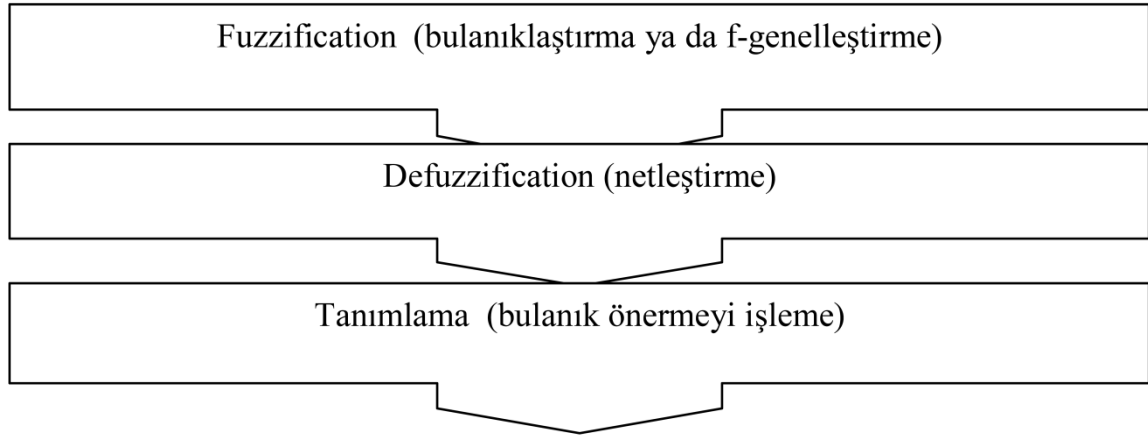
Kurduğu sistem ile Zadeh, iki değerli mantığın kısıtlı hareket ve düşünce alanından kurtulmayı hedeflemiştir. Bu bakış açısıyla bir önermenin iki değerli klasik mantıkta olmayan bir biçimde kesin doğru ile kesin yanlış arasında kesirli değerlerle ifade edilebilen sonsuz doğruluk değerinden herhangi birini alabileceği bir sistem kurmuştur. Böylece iki değerli mantıkta olmayan bir biçimde bir önerme aynı zamanda hem doğru hem yanlış olabilir. Bu sonuç bulanıklığın çok değerli olmasından kaynaklanır [10].

Klasik küme teorisinde bir eleman bir A kümesinin elemanı değil ise onun değili olan kümeye aittir. Bulanık kümede ise bir eleman dereceli olarak bir kümeye ait olabilir. Yani bir

eleman bir özelliği bakımından bir kümeye belirli bir yüzde oranında aitken başka bir özelliği bağlamında başka bir yüzde oranıyla ait olabilir. Klasik kümelerde “bir eleman hem A kümesine hem de A’nın değil kümesine aynı anda ait olamaz” kuralı çelişmezlik ilkesi olarak tanımlanır. Bu bağlamda çelişmezlik ilkesi bulanık kümelerde geçerli değildir. Çünkü bir eleman aynı zamanda hem A kümesine hem de A’nın değil kümesine ait olabilmektedir [33].

2.2.1. Bulanık Kümelerle Analiz Yöntemi

Öztemel [53], bulanık analiz sürecinde izlenen yolu sırasıyla bulanıklaştırma, netleştirme ve bulanık önermeyi işleme aşamaları olarak ifade etmiştir. Şekil 2.2, Öztemel [53] tarafından tanımlanan aşamalar sunulmaktadır.



Şekil 2.2. Bulanık işlem süreci aşamaları [53]

Öztemel [53] sıralamasına göre ilk aşamada bulanık küme kurulur ve tanımlanır. İkinci aşamada bulanık sayılar tam sayılı değerlere dönüştürülür. Üçüncü ve son aşamada ise bulanık önerme analiz edilerek ortaya tek bir yargının çıkması sağlanır ve netleştirilir.

2.3. Kaba Küme Teorisi

Literatürde yer alan birçok öğrenme yaklaşımı, bir sisteme ilişkin tüm bilgiyi içeren veri kümelerini inceleyerek sistemin özelliklerini karakterize eder. Ancak gerçek yaşam problemlerinde sisteme özgü veri kümesinin tamamına her zaman ulaşmak mümkün olmayabilir ya da veriler tam olmayabilir. Kaba Küme Teorisi kusurlu ve eksik bilginin modellenmesi için bulanık mantık yaklaşımından türetilen kesin olmayan yapıların analizinde kullanılmak üzere Pawlak [56] tarafından geliştirilmiş bir yaklaşımdır. Eksik, yetersiz ve belirsiz verilerin varlığında

verileri düzenleyerek analiz için uygun hale getirmek için kullanılan sistemlerin muhakemesinde ve bilgi çıkarımında oldukça güçlü bir matematiksel araçtır.

Kaba Kümeler Teorisi bazı temel problemlerin çözümünde kullanılan oldukça önemli bir yöntemdir. Verilerin kümedeki öneminin tahmin edilmesi, verilerin bağımlılıklarının keşfedilmesi, veriler arasındaki benzerlik ve farklılıkların belirlenerek kümedeki örüntülerin keşfedilmesi indirgenmesi, neden – sonuç ilişkilerinin belirlenmesi, verilerin indirgenmesi bu temel problemlerden sayılmaktadır [59].

Kaba küme teorisiyle pek çok ilginç uygulama bulunmuştur. Kaba kümeler işlemlerinde istatistik yöntemler uygulanmaz. Bu nedenle kaba kümelerin kullanım alanı veri madenciliğinden tıpa, yapay zekâdan biyoinformatiğe kadar oldukça geniş bir alana yayılmasına olanak sağlamıştır.

Kaba küme teorisi kendine geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Verilen tanımlardan sonra birçok gerçek yaşam problemine uygulanmaya uygundur. Kaba küme teorisi pek çok farklı alanda uygulanmıştır. Yaklaşık muhakeme [89], matematiksel mantık analizi ve indirgeme [37,68,94], tahmin modellerin oluşturulması [40] ve karar destek sistemi geliştirilmesinde [14,64,73], eksik bilgi ile sonuca varma ve kaba küme temelli bilgi işlem mantığı geliştirme [51], kaba kümeler ile bilgi tabanlı indirgeme [27], genişletilmiş kaba kümeler ile veri madenciliği [44], telekomünikasyonda hata onarımı [24], kaba kümeler ile kural keşfi [95] kaba kümenin uygulandığı ve başarılı sonuçlar elde edildiği bazı örnekler olarak sayılabilir.

Birçok çalışma, kaba küme teorisi kullanımının net bir karar alma projeleri oluşturduğunu ve optimizasyon yaparken araştırmanın etkinliğini artırdığını göstermiştir [94].

Kaba kümeler teorisi hiçbir ek bilgi istemeden etkili sonuçlar verebilmektedir. Bu nedenle uygulanması kolaydır ve çok tercih edilir. Pawlak [58] kaba kümeler teorisinin avantajlarını aşağıdaki şekilde sıralamaktadır:

- Veri içinde gizli bulunan desenleri bulmak için etkili algoritmalar sağlar.
- En küçük veri setleri ile çalışır.
- Veri seti içindeki verinin önem derecesini değerlendirir.
- Karar kurallarını verilerden üretir.
- Analizler sonucunda elde edilenlerin basit yorumunu sunar.
- Kolay anlaşılırdır.

Bal [7], kaba kümeler teorisinin veri analizindeki avantajlarını aşağıdaki gibi sıralamıştır:

- Analiz için gerekli en küçük veri setini bulur.

- Anlamsız verilerin değerlendirilmesini sağlar.
- Sonuç verilerinden karar kurallarının çıkarılmasını sağlar.
- Sonuçların net yorumunun yapılmasını sağlar.
- Ortak süreçlerin uygulanmasına olanak sağlar.
- Doğrusal olmayan modelleri değerlendirilebilmeyi sağlar.
- Sürekli olmayan fonksiyonel ilişkilerin analizini sağlar.
- Çok boyutlu modellerin değerlendirilebilmesini sağlar.
- Veri içindeki gizli modellerin bulunmasını kolaylaştırır.
- Eksik veri varlığında analize olanak sağlar.
- Kesin olmayan verileri karakterize edebilir.
- Kesin olmayan belirsiz veri varlığında analizlere olanak sağlar.
- Kolay anlaşılır mantık örüntü sağlar.
- Modeller özlü ve güçlüdür.

2.4. Kaba Kümeler Teorisinin Temel Kavramları

Kaba küme teorisi belirsiz verilerin analiz edilmesi sorununda öznitelik azaltma üzerine yoğunlaşmış ve çözüm için belirsizlik ölçüleri geliştirmiştir. Aynı zamanda kural indirgeme ve sınıflamada başarılı bir uygulama alanını oluşturmaktadır. Kaba kümeler teorisinin temel kavramları topolojinin temel kavramlarıyla büyük oranda benzeştiğinden topoloji ile kaba kümeler arasında ilişki kurulmuştur [87].

2.4.1 Bilgi Sistemi

Bilgi sistemleri genel olarak nesneler ve bu nesnelere ait özelliklerin eşleştirildiği bir tabloyu ifade eder. Bu eşleştirme nesneler kümesi ile özellikler kümesi arasındaki ilişkiyi sıradan olmayan ve bazı özelliklere sahip olan bir bağıntıyla gerçekleştirir. Pawlak'ın geliştirdiği kaba küme yaklaşımlarının kökü bilgi sistemlerine dayanır. Kaba kümeler analizinde elde edilen veriler bir özellik-değer tablosunda gösterilir. Bu tabloda her satır bir nesneyi, her sütun nesnelere ait bir özelliği temsil eder. Nesnelere ait özellik – değer tablosu bilgi sistemidir.

Tablo 2.1’de Komorowski vd. [39] tarafından hazırlanan örnek bilgi sistemi sunulmaktadır. Tablo 2.1 üzerinden temel kavramlar incelenerek konunun daha iyi anlaşılabilmesi amaçlanmıştır.

Tablo 2.1. Örnek bilgi sistemi

Kişi	Diploma	Deneyim	Fransızca	Referans
x_1	MBA	Orta	Var	Mükemmel
x_2	MBA	Düşük	Var	Tarafsız
x_3	MCE	Düşük	Var	İyi
x_4	MSC	Yüksek	Var	Tarafsız
x_5	MSC	Orta	Var	Tarafsız
x_6	MSC	Yüksek	Var	Tarafsız
x_7	MBA	Orta	Var	Mükemmel
x_8	MCE	Düşük	Var	İyi

S ile tanımlanan bir bilgi sistemi,

$$S = (U, A)$$

denklemleri ile ifade edilir. Burada A özelliklerin, U ise nesnelerin boş olmayan sonlu bir kümesini temsil eder.

$a \in A$ olmak üzere, $f_a: U \rightarrow V_a$ fonksiyonu ile tanımlanır. Burada V_a , a niteliğinin değerler kümesidir. Her nitelik bir bilgi fonksiyonu tanımlar.

Tablo 2.1'deki örnek bir bilgi sistemi, Tablo 2.2'deki gibi sayısallaştırılarak analizlere hazırlanır. Tablo 2.2, Tablo 2.1'de verilen bilgi sisteminin sayısallaştırılmış halini temsil etmektedir. [39]

$$U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\} = \{Diploma, Deneyim, Fansızca, Referans\}$$

Tablo 2.2. Örnek bilgi sisteminin sayısallaştırılması

U/A	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	1	2	1	3
x_2	1	1	1	1
x_3	2	1	1	2
x_4	3	3	1	1
x_5	3	2	1	1
x_6	3	3	1	1
x_7	1	2	1	3
x_8	2	1	1	2

Özelliklere ait değerler kümesi;

$$a_1 = \{1,2,3\}; 1 = MBA, \quad 2 = MCE, \quad 3 = MSC$$

$$a_2 = \{1,2,3\}; 1 = Düşük, \quad 2 = Orta, \quad 3 = Yüksek$$

$$a_3 = \{1,2\}; 1 = Var, 2 = Yok$$

$$a_4 = \{1,2,3\}; 1 = Tarafsız, \quad 2 = İyi, \quad 3 = Mükemmel$$

Kaba küme yaklaşımında kullanılan bağıntı türü denklik bağıntısıdır. Bilgi sistemini oluşturan nesnelerin özelliklerine ait sayı değerleri bu yolla oluşturulmuş olur.

2.4.2. Karar Tabloları

Karar tabloları, bilgi sistemlerine karar bilgisinin eklenerek genişletilmesiyle elde edilir. Böylece bilgi sisteminde yer alan nesne özelliklerinin yanında nesnelere ait kararlar da listelenir.

Tablo 2.3, Tablo 2.1’de sunulan bilgi sistemine d, karar bilgisi eklenerek genişletilmiş halini temsil etmektedir.

D, karar niteliği 0 = Red, 1 = Kabul olmak üzere sayısal biçimde kodlanmıştır.

Tablo 2.3. Karar tablosu

U/A	a_1	a_2	a_3	a_4	d
x_1	1	2	1	3	1
x_2	1	1	1	1	0
x_3	2	1	1	2	0
x_4	3	3	1	1	1
x_5	3	2	1	1	0
x_6	3	3	1	1	1
x_7	1	2	1	3	1
x_8	2	1	1	2	0

Tablo 2.3’de gösterilen karar tablosu dört şart niteliğini $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ve bir karar niteliğini $\{d\}$ içerir. Sınıflamalar için kullanışlı olan karar tablolarında sınıflamalar karar nitelikleri üzerinden yapılabilir. Karar niteliğine göre iki sınıfa ait nesneler aşağıdaki gibi tanımlanır.

Nitelik kümesi A, karar niteliği kümesi d, reddedilenler kümesi Sınıf 0, kabul edilenler kümesi Sınıf 1 olmak üzere;

$$U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

$$d = \{0,1\}; 0 = Red, \quad 1 = Kabul$$

$$Sınıf\ 0 = \{x_2, x_3, x_5, x_8\}$$

$$Sınıf\ 1 = \{x_1, x_4, x_6, x_7\}$$

Karar niteliği $\{d\}$, iki sınıf için 8 nesnenin aitliğini tanımlar.

2.4.3. Ayırt Edilemezlik

Evrensel bir kümeye ait tüm bilgiyi içinde barındıran bir karar tablosu aynı nesnelere ait bilgiyi tekrarlamış olabilir ya da birbirinden ayırt edilemeyen aynı nitelikleri taşıyan nesneleri barındırabilir. Böyle bir tablo gereksiz yere büyük olarak nitelendirilir ve sadeleştirilmesi gerekir.

$S = (U, A)$ bilgi sisteminde, $B \subseteq A$ olmak üzere, B niteliklerinin her bir alt kümesi için ayırt edilemezlik bağıntısı U evreninin bir denklik bağıntısı olarak ifade edilir. U evrensel kümesinde bulunan (x,y) ikili sıralı nesne çiftleri $IND_S(B)$ biçiminde tanımlanır. Burada x_i ve x_j iki nesnedir ve A daki B nitelikler kümesi tarafından ayırt edilemezdir. $IND_S(B)$ denklik bağıntısı ayırt edilemezlik bağıntısıdır.

$$IND_S(B) = \{(x, y) \in U^2 | \forall a \in B a(x) = a(y)\}$$

$IND(B)$ denklik kümesi, nesnelerin en küçük ayırt edilemez grubunu oluşturur. Bu nedenle B kümesindeki birincil küme olarak tanımlanır. Kaba küme ile sınıflandırmanın ilk adımı birincil kümedir.

Örnek olarak Tablo 2.3'te birbiri ile aynı özelliklere sahip olan bazı nesneler vardır. Tablo 2.3'teki karar tablosunda x_1 ile x_7 , x_3 ile x_8 ve x_4 ile x_6 nitelikleri bakımından karşılaştırıldıklarında verilen bilgilerle birbirinden ayırt edilemezler. Bu nedenle sadeleştirilerek kullanılan dört niteliğe bağlı olarak yeniden Tablo 2.4'teki gibi gruplandırılabilir.

Tablo 2.4. Özdeş nesnelere göre arındırılmış karar tablosu

U / A	a_1	a_2	a_3	a_4	d
x_1, x_7	1	2	1	3	1
x_2	1	1	1	1	0
x_3, x_8	2	1	1	2	0
x_4, x_6	3	3	1	1	1
x_5	3	2	1	1	0

Tablo 2.4'te verilen $\{x_1, x_7\}$, $\{x_3, x_8\}$ ve $\{x_4, x_6\}$ özdeş nesneler olarak tanımlanmaktadır.

2.4.4. Yaklaşım Kümeleri

Kaba kümeler teorisinde bir evrensel kümeye ait herhangi bir alt küme verildiğinde alt yaklaşım ve üst yaklaşım operatörleri ile alt kümenin karakterize edilmesi amaçlanır. Bir bilgi sisteminde alt ve üst yaklaşım operatörleri kullanılarak bilinmeyen ve gizli kalmış bilgiler ortaya çıkarılmaya çalışılır. Kısacası bilinen verilerden yola çıkarak bilinmeyen veriler belirlenir [58,69].

Temel olarak yöntemde izlenen yol benzerdir. Kaba kümeler teorisinin temel yöntemi alt ve üst yaklaşım olarak tanımlanan iki kavrama dayanır. Başlangıçta kümeye kesin ait olan elemanlar ile kümeye ait olma olasılığı olan elemanlar olarak ayrılır. Kaba kümeler yaklaşımında aynı özellikleri gösteren nesneler aynı kümede bir blok oluştururlar ve ayırt edilemezler. Bu kesin bloklar evrensel kümenin ilk bilgi granülleridir. Bilginin temel eleman setleri olarak tanımlanırlar. Kaba kümelerdeki sınır bölgenin belirlenmesi için kullanılan alt ve üst yaklaşımlar, topolojideki iç (interior) ve kapanış (closure) işlemleri ile benzeşmektedir. Örneğin nesnelerin bir evreni olan X kümesi ve bu kümeye ait elemanlar ile ilgili bilgi eksikliğini temsil eden bir R denklik bağıntısı var olsun. X in bir B alt kümesi, R bağıntısına göre karakterize edilmek isteniyor.

Bir S bilgi sisteminde, yine U , boş olmayan sınırlı nesnelerin kümesi ve A , boş olmayan sınırlı özellik kümesi olmak üzere, B , koşul özelliklerini içeren boş olmayan sınırlı özellik kümesi olsun.

$$S = (U, A)$$

$$B = \{b | b \in A\}$$

$$IND_S(B) = \{(x, x') \in U^2 | \forall a \in B, a(x) = a(x')\}$$

Burada IND_S , S bilgi kümesi üzerindeki ayırt edilemeyenlerin bir kümesidir.

X , tanımlanmak istenen bir kümedir ($X \subset U$) ve B ise $B \subseteq A$ olmak üzere;

X in alt yaklaşımı $\underline{BX}$ olarak gösterilir. $\underline{BX}$, X te bulunan tüm birincil kümelerin birleşimidir. Açık ifadeyle; A nın R bağıntısına göre alt yaklaşımı, B 'nin kesin elemanı olan denklik sınıflarının birleşimini ifade eder.

$$\underline{BX} = \{x | [x]_B \subseteq X\}$$

X in üst yaklaşımı, $\overline{BX}$ olarak gösterilir. $\overline{BX}$, X ile kesişimi boş küme olmayan birincil kümelerin birleşimini ifade eder. Açık ifadeyle; A nın R bağıntısına göre üst yaklaşımı, B 'nin hem kesin hem de kısmi elemanı olan denklik sınıflarının birleşimini ifade eder.

$$\overline{BX} = \{x | [x]_B \cap X \neq \emptyset\}$$

X kümesinin alt yaklaşımında her x nesnesinin ($\forall x \in \underline{BX}$) X kümesine ait olduğu kesindir. X in üst yaklaşımında, her x nesnesinin ($\forall x \in \overline{BX}$) X kümesine ait olabileceği söylenir. Başka bir

deyişle, alt yaklaşım ile kaba kümeye ait kesin kurallar, üst yaklaşım ile kaba kümeye ait olası kurallar elde edilir.

Sınır bölgesinin belirlenmesi için;

$$BR_B(X) = \overline{BX} - \underline{BX}$$

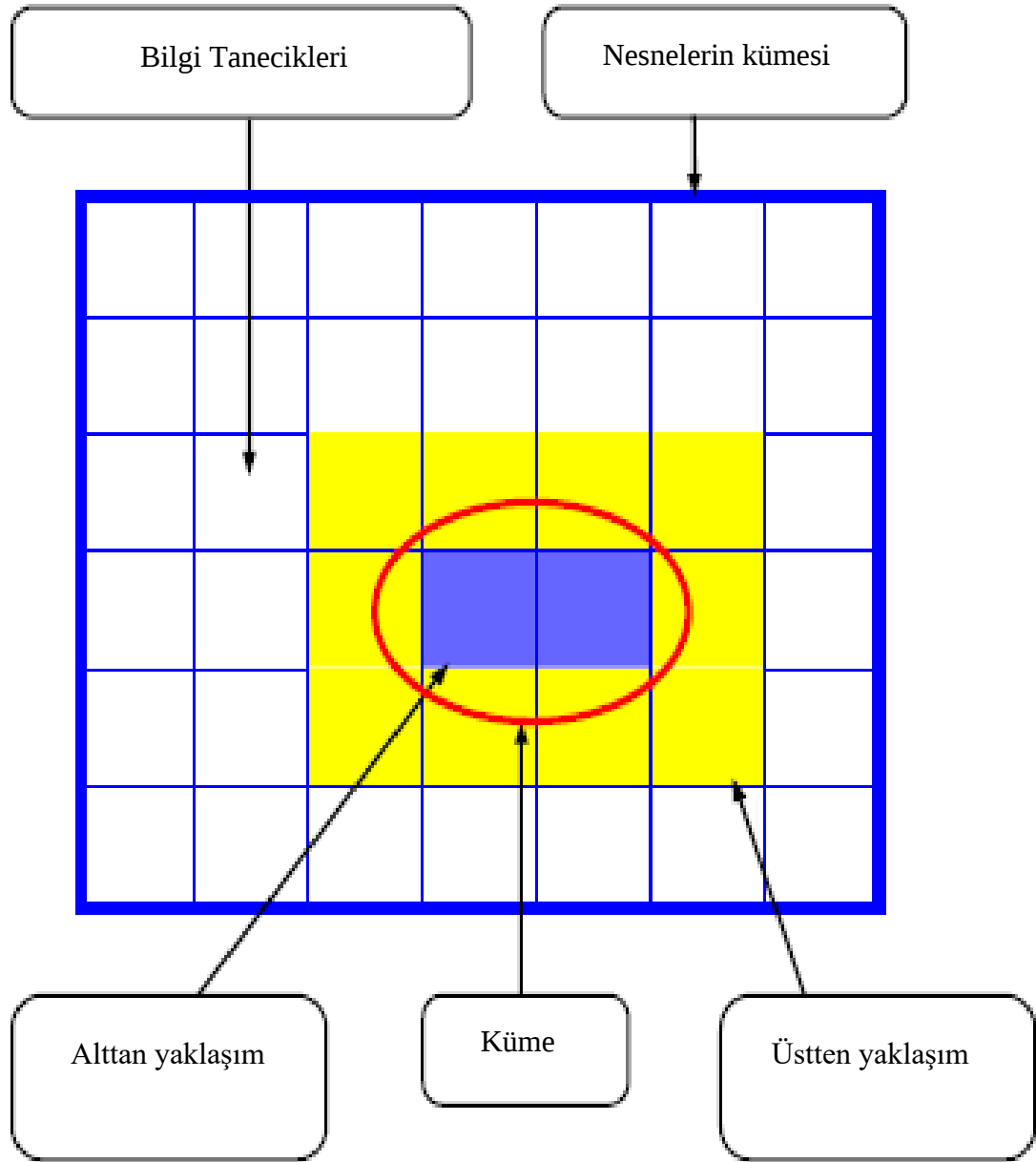
bağıntısı kullanılır. Burada $BR_B(X)$, X kümesinin B alt kümesi ile tanımlanan sınır kümesini ifade etmektedir. B kümesinin R ye göre sınır bölgesi, B nin kısmi olarak elemanı olan denklik sınıflarının bir birleşimini ifade eder. Dikkat edildiğinde görülebileceği gibi, sınır bölgeler alt ve üst yaklaşımlarla belirlenen kümelerin farkından elde edilmektedir.

Ayrıca X in bir altkümesi olan A kümesi için pozitif ve negatif yaklaşımlar aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$POS_R(A) = \underline{R}(A)$$

$$NEG_R(A) = U - \overline{R}(A)$$

Kaba kümeler teorisinde kümenin sınır bölgeleri kullanılarak belirsizlikler ifade edilir. Eğer bir kümede alt ve üst yaklaşım sonucunda sınır bölgesi boş çıkarsa küme kesindir denir. Ancak eğer kümenin sınır bölgesinde elemanlar yer alıyorsa küme kaba küme olarak tanımlanır. Eğer küme kaba küme olarak tanımlandıysa ve sınır bölgeleri boş değilse kümeyle ilgili tam ve yeterli bilgi yoktur. Hem kaba kümeler teorisi hem de bulanık kümeler teorisi benzer bir biçimde klasik küme teorisinin içine gömülüdür. Bulanık kümeler teorisinde üyeler, kısmi üyelikle belirlenirken kaba kümeler sınır bölgelerindeki belirsizliğin tanımlanmasına odaklanır. Böylece alt ve üst yaklaşımlar ile sınır bölgeleri karakterize edilir [21]. Şekil 2.3, kaba küme yaklaşımına göre alt ve üst yaklaşımları gösteren bir küme temsidir.



Şekil 2.3. Kaba kümelerde alt ve üst yaklaşım yöntemi

Yaklaşım kümelerinin uygulamasında geçerli olan kurallar 4 kategoride tanımlanmıştır [25]:

$\underline{BX} \neq \emptyset$ ve $\overline{BX} \neq U$ durumunda X kabaca B olarak tanımlanabilir.

$\underline{BX} = \emptyset$ ve $\overline{BX} \neq U$ durumunda X içten B olarak tanımlanamaz.

$\underline{BX} \neq \emptyset$ ve $\overline{BX} = U$ durumunda X dıştan B olarak tanımlanamaz.

$\underline{BX} = \emptyset$ ve $\overline{BX} = U$ durumunda X kesinlikle B olarak tanımlanamaz.

2.4.5. Kaba Üyelik Fonksiyonu

Klasik kümelerde bir eleman bir kümeye ya aittir ya da değildir. Kaba kümelerde ise bir eleman bir kümeye belirli bir derecede ait olabilir. Bir elemanın bir kümeye üyelik derecesi kaba üyelik fonksiyonu ile belirlenir. A kümesine ait x denklik sınıfı $[x]_B$ fonksiyonu ile tanımlanır. $[x]_B$ fonksiyonu ile A kümesi arasındaki örtüşme derecesi üyelik derecesini verir. Kaba üyelik fonksiyonu tekrar eden elemanları belirlemeye yardımcı olur [5,25].

$$\mu_A^B: U \rightarrow [0,1]$$
$$\mu_A^B(x) = \frac{|[x]_B \cap A|}{|[x]_B|}$$

Kaba kümelik üyelik fonksiyonu ayrıt edilemezlik bağıntısı ile birlikte incelenir.

U, IND(B) denklik sınıfında kullanılmak üzere ve

$P(x \in A | u)$ frekans tabanlı tahmini,

$\pi \in (0.5, 1]$ rastgele hassaslık seviyesine genelleştirilerek,

alt ve üst yaklaşımlar için;

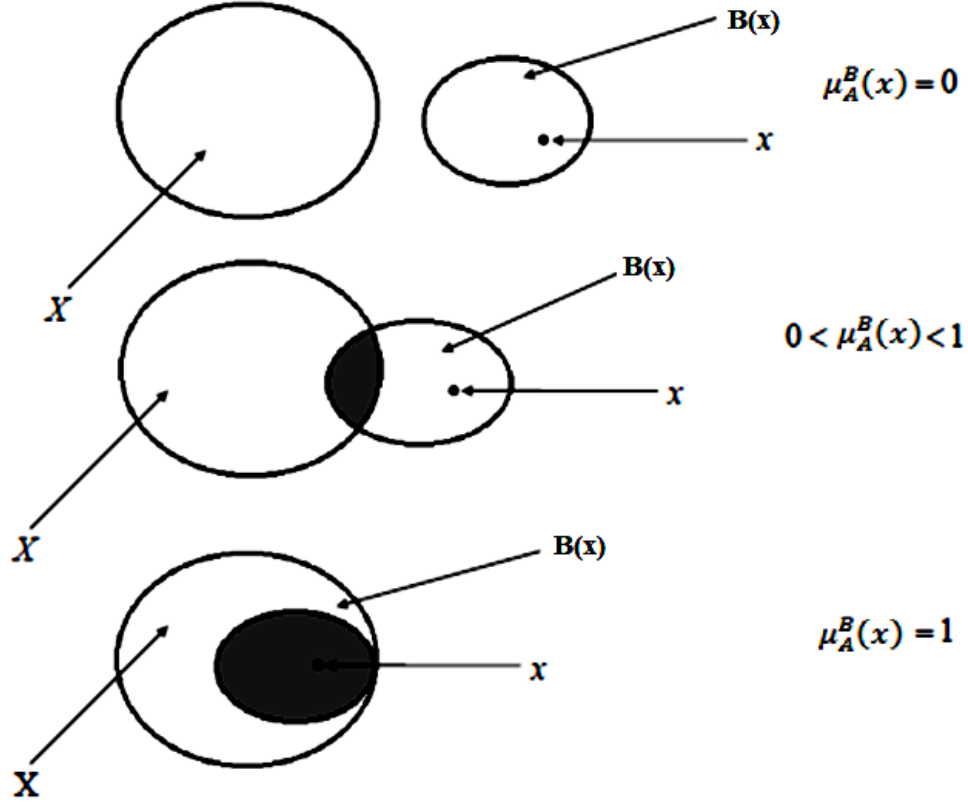
$$\underline{B}_\pi A = \{x | \mu_A^B(x) \geq \pi\}$$
$$\overline{B}_\pi A = \{x | \mu_A^B(x) > 1 - \pi\}$$

biçiminde gösterilir.

Üyelik fonksiyonu, 0-1 aralığında değerler alabilir ve yaklaşım kümeleri ve sınır bölgeleri tanımlamak için kullanılır.

$$B(x) = \{x \in U, \mu_A^B(x) = 1\}$$
$$\overline{B}(x) = \{x \in U, \mu_A^B(x) \geq 0\}$$
$$\overline{BN}(x) = \{x \in U, \mu_A^B(x) < 0\}$$

Belirsizlik söz konusu olduğunda parametrelere dayanan yaklaşımlar kullanılırken, Bir kaba küme üyeliğine belirsiz veri olduğunda ihtiyaç duyulur. Kaba küme teorisinde muğlaklık kümeleri, belirsizlik ise küme elemanlarıyla ilgili kavramlar olarak ortaya çıkmaktadır [57]. Şekil 2.4. kaba küme üyelik fonksiyonun kümelerle temsil etmektedir.



Şekil 2.4. Kaba küme üyelik fonksiyonunun temsili

2.4.6. Kural İndirgeme

Bir kaba kümeye belirlenen nesnelere ait nitelikler çok fazla olduğunda özellikleri daha rahat kontrol edebilmek için kural indirgeme işlemi uygulanır. Böylece daha kolay bir biçimde kurallar elde edilebilir. Örneğin bir özelliğe ait sayı değerine karşılık gelen karar değeri her zaman aynı ise burada bir kural indirgeme işlemi uygulanabilir. Aynı karar tablosunda birden çok kural indirgeme işlemi gerçekleştirilebilir. Gerçek yaşamda elde edilen verilerde çeşitlilik çok olduğu için analizin kısa sürede tamamlanabilmesi amacıyla kural indirgemelerin yapılması işlemleri hızlandırır [4].

2.4.7. Özniteliklerin Bağımlılığı

Öznitelikler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi bilgi keşfi ve veri madenciliği için önemlidir. D öznitelik kümesi olarak kabul edilirse, C özniteliklerinin tüm değerlerine bağlı olarak C'deki tüm değerlerin $C \Rightarrow D$, biçiminde ele alınması durumudur. Öznitelik bağımlılığı D ve C, A'nın alt kümesi olarak tanımlandığında;

D, C kümesine bağlı olarak k derecesinde

$$C \Rightarrow_k D, \text{ eğer } k = \gamma(C, D) = \frac{|POS_C(D)|}{|U|} (0 \leq k \leq 1),$$

D bölgesindeki C-pozitif değeri olarak adlandırılmaktadır. Ayrıntılı olarak bakıldığında;

$$|POS_C(D)| = \sum_{X \in U/D} \underline{C}(X) k = \gamma(C, D) = \sum_{X \in U/D} \frac{|\underline{C}(X)|}{|U|}$$

k=1 ise D tamamen C ye bağlıdır.

K<1 ise D parçalı olarak (k derecesinde) C ye bağlıdır.

Kaba küme çalışmalarında aynı zamanda sezgisel kaba küme tabanlı öznitelik seçimi, kaba küme temelli ikili sayı tabanlı kural çıkarsama, genelleştirilmiş dağıtım tablosu (Generalized Distribution Table) ile kural bulma yaklaşımları literatürde yeni yer alan çalışma alanları olarak ifade edilebilmektedir [5].

Bir kaba kümede belirlenmiş olan özellikler kümesinin diğer özniteliklerle bağımlılık ilişkisi, her özniteliğin karar tablosundan sırayla silindiğinde meydana gelen temel küme sayısındaki değişiklikler değerlendirilerek belirlenir. Gereksiz olduğu belirlenen (α) öznitelikleri “D-Superflunus” olarak tanımlanır [25].

$$Ind(\alpha) = Ind(\alpha - \alpha_j) \Rightarrow_a a^j \text{ gereksizdir.}$$

$$Ind(\alpha) \neq Ind(a - a_j) \Rightarrow_a a^j \text{ önemlidir ve ihmal edilemez.}$$

2.4.8. Denklik Bağıntısı

U kümesi üzerinde verilen bir R bağıntısı, yansıma, simetri ve geçişme özelliklerini sağlıyorsa denklik bağıntısı olarak tanımlanır. U kümesi üzerindeki R denklik bağıntısı, U kümesinin bir x elemanı için, R denklik bağıntısına göre, x elemanının ilişkili olduğu tüm elemanların oluşturduğu kümeye x in denklik sınıfı olarak tanımlanır.

$x, y \in U$ için $(x, y) \in R$, R bağıntısı ile x elemanının y elemanı ile ilişkili olduğunu ifade eder ve xRy biçiminde gösterilir.

$$[x] = \{y \in U: xRy\}$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Eğer bir U kümesi üzerinde R denklik bağıntısının denklik sınıflarından oluşan kümeler ailesi varsa bunlar bölüm kümesi olarak tanımlanır ve;

$$U/R = \{[x]: x \in U\}$$

bağıntısı ile ifade edilir.

$[x]$ denklik sınıfı, aynı zamanda iki önemli rol üstlenir. Hem U kümesinin bir alt kümesidir hem de U/R kümesinin bir elemanıdır.

Denklik bağıntısıyla ilgili sunulan üç önermeyi Özer vd. [52] aşağıdaki gibi derlemiştir.

R 'nin bölüm kümesi olan U/R , U kümesinin bir ayrışımını ifade eder.

Bir denklik bağıntısının farklı denklik sınıfları ikişerli biçimde ayrıktır.

U kümesi üzerinde $\mathcal{A}$, bir küme ailesi olmak üzere;

$$\mathcal{A} = \{X_i\}_{i \in S}$$

U kümesinin bir ayrışımı olarak kabul edilirse, X_i kümelerinden her biri bir denklik sınıfını oluşturacak şekilde U üzerinde bir denklik bağıntısı bulunur.

Pawlak [56], X nesnelerinin bir kümesinde R denklik bağıntısının varlığında, R denklik bağıntısının özelliklerini aşağıdaki gibi belirtmiştir:

$A, B \subseteq X$ olmak üzere;

$$\underline{R}(A) \subseteq X \subseteq \overline{R}(A)$$

$$\underline{R}(\emptyset) = \overline{R}(\emptyset) = \emptyset$$

$$\overline{R}(A \cup B) = \overline{R}(A) \cup \overline{R}(B)$$

$$\underline{R}(A \cap B) = \underline{R}(A) \cap \underline{R}(B)$$

$$\underline{R}(A) \cup \underline{R}(B) \subseteq \underline{R}(A \cup B)$$

$$\overline{R}(A \cap B) \subseteq \overline{R}(A) \cap \overline{R}(B)$$

$$A \subseteq B \Rightarrow \underline{R}(A) \subseteq \underline{R}(B), \overline{R}(A) \subseteq \overline{R}(B)$$

$$\underline{R}(X/A) = X/\overline{R}(A)$$

$$\overline{R}(X/A) = X/\underline{R}(A)$$

$$\underline{R}(\underline{R}(A)) = \overline{R}(\underline{R}(A)) = \underline{R}(A)$$

$$\overline{R}(\overline{R}(A)) = \underline{R}(\overline{R}(A)) = \overline{R}(A)$$

R bağıntısının tersi R^{-1} olarak gösterilmek üzere;

$$\{(x, y): (y, x) \in R\}$$

bağıntısıyla gösterilir.

U kümesine ait birim (özdeşlik) bağıntısı

$$\{(x, x): x \in U\}$$

bağıntısıyla gösterilir.

Bu bağlamda kaba kümelerin genel özelliklerini yansıtan bazı özel bağıntılar aşağıdaki gibidir [9]:

- Her $x \in U$ için xRx ise R bağıntısı yansımalıdır.
- Her $x, y \in U$ için $xRy \Rightarrow yRx$ ise R bağıntısı simetriktir.
- Her $x, y, z \in U$ için $(xRy \text{ ve } yRz) \Rightarrow xRz$ ise R bağıntısı geçişlidir.
- Her $x \in U$ için xRy olacak şekilde bir $y \in U$ varsa R bağıntısı serialdir.
- Her $x \in U$ için yRx olacak şekilde bir $y \in U$ varsa R bağıntısı ters serialdir.

2.5. Kaba Kümeler Teorisinin Yöntemi

Kaba kümeler yöntem olarak istatistiği kullanmaz. Kaba kümeler teorisinin yöntemleri yapısal yöntemler ve cebirsel yöntemler olmak üzere iki grup altında incelenmektedir. Yapısal yöntemler evrensel bir kümedeki bağıntıları, örtüleri, örgüleri, ayrışimleri, komşuluk sistemlerini kapsar. Cebirsel yöntemler ise alt ve üst yaklaşım operatörlerini kapsar [44].

Kaba kümelerin genelleştirilmesi eleman tabanlı, tanecik tabanlı ve alt-sistem tabanlı olmak üzere üç başlık altında toplanmaktadır. Bu genelleştirmelerde Pawlak'ın geliştirdiği kaba kümelerdeki bazı kavramların yerine başka kavramların kullanılması önerilmektedir. Örneğin eleman tabanlı genelleştirmede denklik bağıntısı yerine herhangi bir bağıntı kullanımı, tanecik tabanlı genelleştirmede ayrışım yerine örtü kullanımı, alt-sistem tabanlı genelleştirmede alt sistem kullanılarak Boole Cebirine geçiş sağlanır [9].

2.6. Topoloji ve Kaba Kümeler

Topoloji literatürde farklı biçimlerde tanımlanmaktadır. Porter [61], topolojiyi geometrinin uzantısı olarak tanımlar. Topoloji, matematiğin tüm kümelerle genelleştirilmesini sağlar. Bir çalışma alanı olarak topoloji, belirli özelliklere sahip kümeler ailesi için kullanılır. Bu bağlamda birçok alt alanı içerir. Topolojideki en temel bölümler şunlardır [22]:

- 1) Kuramsal Topoloji
- 2) Cebirsel Topoloji
- 3) Geometrik Topoloji

Topolojiyle ilgili yapılan ilk çalışmalardan biri Euler'in 1736 yılında yayımladığı "Königsberg'deki Yedi Köprü" başlıklı çalışmasıdır. Euler'in bu makalesinde konum geometrisi ile ilgili çözümler geliştirdiği ve uzaklığın olmadığı farklı bir geometriyle uğraştığını göstermektedir. Problemin çözümünde yedi köprü'nün tek bir yolculukta geçilemeyeceğini ispatlamış ve aynı zamanda o günün şartlarındaki notasyon ile gösterilemeyeceği sorununu belirlemiştir [61]. Günümüzde topoloji matematikte önemli görülen ve yoğun araştırmaların yapıldığı bir çalışma alanıdır. Son yıllarda topolojinin hızlı gelişimi dijital tıptan yapay zekâya, dil araştırmalarından veri madenciliğine kadar birçok farklı alanda uygulanmaya başlamıştır. Özellikle günlük yaşam problemlerinin çözümünde kullanılmaktadır [49].

Kaba kümeler teorisinin temel kavramları topolojinin temel kavramlarıyla büyük oranda benzeştiğinden topoloji ile kaba kümeler arasında ilişki kurulmuştur [87]. Boş olmayan bir kümenin herhangi bir ayrışımı, bu küme üzerindeki bir topolojinin tabanını oluşturur ve bu ayrışmadan yola çıkarak denklik bağıntısına geçilebilir. Denklik bağıntısı, özel bir bağıntı türüdür. Kaba kümelerin temelini oluşturan denklik bağıntısı, çalışmalarda sınırlayıcı bir özellik gösterir. Örneğin evrensel kümesi üç şehir olan bir küme, tek hat üzerinde birbirine komşuluk bağıntıları tanımlansın. Bu durumda hattın ortasında bulunan şehir ile diğer şehirler arasında geçişme özelliği olacak fakat hattın iki ucunda bulunan şehirler arasında geçişme özelliği olmadığından denklik bağıntısı kullanılamayacaktır. Bu özelliğin kısıtlamasını kaldırabilmek amacıyla kaba kümeler teorisinde günlük yaşama uygulama sırasında denklik bağıntısı yerine daha kullanışlı fonksiyonları içeren bağıntılar önerilmektedir. Böylece kaba kümeler teorisi genelleştirilmiştir [9].

Kaba kümeler teorisinde bir evrenin alt kümeleri, evren üzerinde tanımlı denklik bağıntıları ile meydana gelen "bölüntüler" yoluyla karakterize edilir. Denklik bağıntısı yoluyla ortaya çıkan bölüntüler ile X , Evren, R denklik bağıntısı olmak üzere; $K = (X, R)$ topolojik uzayı karakterize edilir. Kaba kümelerde ise yaklaşım uzayı olarak tanımlanır. Kaçık (clopen) topolojik uzayı ya da dijital geometrideki karşılığı ile yarı-ayrık (quasi-discrete) topoloji olarak adlandırılan bu uzayda

açık kümeler aynı zamanda kapalı kümelerdir. Lin (1992) tarafından, Pawlak uzayı olarak tanımlanan bu uzayda kaçık topolojik uzay geçişli yaklaşımların bir türünü ifade eder. Ancak gerçek dünyada yaklaşımlar genellikle geçişli olmadığından bu bir sınırlama getirir [21].

Topolojinin matematiksel tanımı aşağıdaki gibi yapılmıştır [12].

U boş olmayan bir küme ve $\tau \subseteq P(U)$ ailesi olmak üzere;

T₁. $\emptyset, U \in \tau$,

T₂. $\forall G_1, G_2 \Rightarrow G_1 \cap G_2 \in \tau$,

T₃. $\forall \{G_i\}_{i \in I} \subseteq \tau \Rightarrow \bigcup_{i \in I} G_i \in \tau$.

T₁, T₂ ve T₃ aksiyom koşullarını sağlayan her $\tau \subseteq P(U)$ ailesi U kümesi üzerinde bir topoloji olarak tanımlanır. Üzerinde bir topoloji tanımlanmış olan her U kümesine bir topolojik uzay denir ve (U, τ) ile gösterilir. U kümesinin elemanları bu topolojik uzayın noktaları ve τ ailesinin elemanları ise bu topolojik uzayın açık kümeleridir. Eğer $\tau = P(U)$ olarak alınırsa (U, τ) ikilisine ayrık topoloji denir ve (U, τ_{dis}) ya da kısaca τ_{dis} ile gösterilir. .

$X \subseteq U$ olmak üzere X kümesinin tümleyeni $U \setminus X$ açık ise X kümesine bu uzayda kapalı küme denir. Açık küme ile kapalı küme arasındaki ilişki " $X \subseteq U$ altkümesinin açık olması için gerekli ve yeterli koşul $U \setminus X$ kümesinin kapalı olmasıdır." Önermesiyle verilir. Bunun doğal sonucu olarak, topolojinin tanımı kapalı kümelerle dayalı olarak şöyle verilir:

$(T1)^c \emptyset, U \in \tau^c$,

$(T2)^c \forall F_1, F_2 \Rightarrow F_1 \cup F_2 \in \tau^c$,

$(T3)^c \forall \{F_i\}_{i \in I} \subseteq \tau^c \Rightarrow \bigcap_{i \in I} F_i \in \tau^c$.

U bir küme olsun ve $\tau^c \subseteq P(U)$ yukarıda verilen $(T1)^c, (T2)^c, (T3)^c$ koşullarını sağlayan bir küme ailesi ise U kümesi üzerinde öyle bir topoloji vardır ki, bu τ ailesi o topolojinin kapalı kümeler ailesidir.

(U, τ) bir topolojik uzay ve $X \subseteq U$ olsun. X kümesinin kapsadığı bütün açık kümelerin birleşimine X kümesinin içi denir ve $int(X)$ ile gösterilir. X kümesini kapsayan bütün kapalı kümelerin ara kesitine ise X kümesinin kapanışı adı verilir ve $cl(X)$ gösterimi ile gösterilir. Herhangi bir X altkümesinin içi ve kapanışı arasında $int(X) \subseteq X \subseteq U$ herhangi bir küme olmak üzere, $int: P(U) \rightarrow P(U)$ iç operatörü $INT, INT2, INT3, INT4$ özelliklerini sağlıyorsa $\tau = \{X \subseteq U: int(X) = X\}$ şeklinde tanımlanan altküme ailesi U kümesi üzerinde bir topolojidir.

Benzer biçimde, $cl: P(U) \rightarrow P(U)$ kapanış operatörü $CL1, CL2, CL3, CL4$ özelliklerini sağlıyorsa $\tau^c = \{X \subseteq U: cl(X) = X\}$ şeklinde tanımlanan altküme ailesi U kümesi üzerinde bir topolojidir ve τ^c ailesi bu topolojinin kapalı kümelerinden oluşur.

(U, τ) bir topolojik uzay olmak üzere $x \in U$ ve $G \subseteq U$ olsun. Eğer $x \in G \subseteq U$ olacak şekilde bir $G \in \tau$ varsa, G altkümesine x noktasının bir komşuluğu denir. $X \subseteq U$ olmak üzere $x \in U$ noktasının her komşuluğunun hem X hem de $U \setminus X$ ile arakesiti boş değilse, bu x noktasına X kümesinin bir sınır noktası adı verilir. X kümesinin bütün sınır noktalarının kümesine X in sınırı denir ve $bnd(X)$ ile gösterilir.

U kümesi üzerinde τ_1 ve τ_2 topolojileri verilsin. τ_1 topolojisine göre açık olan her küme τ_2 topolojisine göre de açık küme oluyorsa, τ_1 topolojisi τ_2 topolojisinden daha kabadır ya da τ_2 topolojisi τ_1 topolojisinden daha incedir denir ve durumu ifade etmek için $\tau_1 \subseteq \tau_2$ gösterimi kullanılır [9].

2.7. Nano Topoloji

1970 yılında Levine [43], topolojik uzaylarda kapalı kümelerin geliştirilmesi olarak kapalı kümeler kavramını tanıttı. Daha sonra Palaniappan [54], topolojik bir alanda düzenli geliştirilmiş kapalı küme kavramını inceledi. Maki vd. [47], geliştirilmiş ön kapalı kümeler ve ön geliştirilmiş kapalı kümeler kavramlarını benzer bir şekilde ortaya koymuşlardır. 1977’de Gnanambal [28], topolojik uzaylarda geliştirilmiş ön düzenli kapalı kümeler kavramını tanıtmışlardır. 2011 yılında, Sharmistha Bhattacharya [72] topolojik alanda geliştirilmiş düzenli kapalı kümelerin gösterimini tanıttı. Nano topolojisinin gösterimi, üzerinde bir denklik bağıntısı kullanan bir evrenin bir alt kümesinin yaklaşık değerleri ve sınır bölgesi olarak tanımlanan Thivagar [82], tarafından tanıtıldı ve ayrıca nano kapalı kümeleri, nano iç ve nanokapanışı tanımladı. Parvathy ve Praveena [55], nano öncesi düzenli $T_1 / 2$ uzaylarını, her nano geliştirilmiş ön düzenli kapalı setinin nano ön kapalı olduğu uzaylar olarak tanımladılar. Ayrıca nanonun genel düzen öncesi süreklilik gösterimini tanıtarak özelliklerini incelemiştir.

Genel topolojinin alanı matematik ve fen diğer alanlarıyla birçok farklı etkileşimi olan oldukça geniştir. Topoloji temelli yöntemler, her türlü alan verisinin analizinde ve görselleştirilmesinde giderek önem kazanmaktadır. Nano topoloji ise içinde en fazla beş eleman barındıran topolojiyi temsil eder [82].

Nano topoloji nano yaklaşımların bir koleksiyonu, boş olmayan bir sonlu evren ve denklik sınıflarının yapı bloklarını oluşturan boşluklar olarak tanımlanabilir [83]. Bir nano topolojik alan, kaba kümeler açısından yeni bir modern topoloji türü haline geldi.

Thivagar ve Richard [81], bir evrenin alt küme X i ile ilgili olarak, alt yaklaştırma, üst yaklaştırma ve sınır bölgesi olarak tanımlanan bir nano topolojik uzay getirmiştir. Klasik nano topolojik uzay bir kümedeki bir denklik bağıntısına dayanır, ancak bazı durumlarda denklik

bağıntıları tanecikli yapı (granül) ile baş etmek için uygun değildir, bunun yerine klasik nano topoloji, nano topolojik alanı kapsayan genel ikili ilişkiye uzanır [66].

Bhuvaneswari ve Gnanapriya [11] nano topolojik uzaylarda nano g-kapalı kümeleri tanıtmış ve araştırmıştır. Son zamanlarda, Rajasekaran vd. [67], nano πg kapalı kümeleri çalışmasını başlattı ve nano topolojik uzaylarda πgp -kapalı kümeler adı verilen yeni kümeler sınıfları tanıttı ve özellikleri ve nano pgp -kapalı kümelerin özellikleri incelendi. Nano topolojik uzaylarda πgs -kapalı kümeler adı verilen yeni bir küme sınıfı tanıtmış ve özellikleri nanogs-kapalı kümelerin ima ettiği nano-kapalı kümeler üzerinde çalışılmış ve incelenmiştir [65].

Topolojinin temel kavramlarından biri olan bağımlılık, Thivagar ve Antoinette [78] tarafından geliştirilerek nano hiper bağımlılık tanımlanmıştır. Nano yarı açık kümeler, nano ön açık kümeler ve nano α açık kümeler açısından özelliklerini türettiler. Nano topolojik uzaylarda nano zayıf sürekli fonksiyonlar, nano biraz neredeyse sürekli fonksiyon olarak adlandırılan yeni bir fonksiyon sınıfı oluşturarak aralarındaki ilişkiyi kurdular.

2.7.1. Nano Topolojik Kurallar

Thivagar ve Richard [82] nano-topolojinin temel kurallarını ve önermelerini açıklayarak bir örnek üzerinde araştırmalarını açıklamışlardır.

Tanım 2.7.1.1. [63] Dört değerli bir S bilgi sistemi $S = (U, A, V, f)$ olsun. Burada U boş olmayan bir sonlu nesneler kümesi, A sonlu bir nitelikler kümesi, V_a , a niteliğinin baskın olduğu yerde, $V = \cup V_a$, $f: U \times A \rightarrow \mathcal{P}(V)$, $x \in U$ ve $a \in A$, $f(x, a) \subseteq V_a$, f bir fonksiyondur. Ayrıca $f(x, a) \geq 1$ olduğunu varsayımı ile A özniteliği iki alt kümeye bölünür: bir C kümesi koşulu özniteliği ve bir karar özniteliği, burada $C \cap \{d\} = \emptyset$.

Tanım 2.7.1.2. [63] Bir koşul özelliği etki alanı azalan veya artan bir tercihe göre sıralanırsa, bu özellik bir kriterdir. Belirli bir değerli bilgi sisteminde her koşul özelliğinin bir ölçüt olması durumunda, bu değerin belirlenmiş bir düzenli bilgi sistemi olduğu söylenir.

Tanım 2.7.1.3. [63] Bir koşul özniteliği altında U daki bazı nesnelerin değerleri, dahil etme artan veya azalan bir tercihe göre sipariş edilebilirse, nitelik bir dahil etme ölçütüdür.

Tanım 2.7.1.4. [63] Kapsayıcılığı artıran ve tercih edilen küme değerli bir bilgi sistemi varsayalım.

$$R_A^{\geq} = \{(y, x) \in U \times U : f(y, a) \subseteq f(x, a), \forall a \in A\}.$$

Bağıntısında $R_A^{\geq}$, U üzerinde baskın ilişki olarak adlandırılır. $(y, x) \in R_A^{\geq}$ olduğunda, bu, $y \geq_A x$ anlamına gelir. Burada y , A kümesini en az x kadar iyi temsil eder.

Özellik 2.7.1.5. $R_A^{\geq}$ baskınlık bağıntısı içeren kümenin özellikleri;

- i) Yansıyandır,
- ii) Ters Simetriktr,
- iii) Geçişlidir.

Tanım 2.7.1.6. [63] $x \in U$ için, x in baskın sınıfı $[x]_A^{\geq}$ ile gösterilir ve

$\{y \in U : (y, x) \in R_A^{\geq}\} = \{y \in U : f(y, a) \subseteq f(x, a), \forall a \in A\}$ olarak tanımlanır. $U_A^{\geq}$, baskın sınıfın ailesini gösterir ve $U_A^{\geq} = \{[x]_A^{\geq} : x \in U\}$ 'dur.

Dikkat 2.7.1.7. $U_A^{\geq}$, U nun bir parçası değildir fakat U yu kapsıyormuş gibi gösterilir;

$$U = \bigcup [x]_A^{\geq}$$

Tanım 2.7.1.8. [63] Verilen bir sıralı S bilgi sistemi $S = (U, A, V, f)$ ve U 'nun bir X alt kümesi olsun, X in üst yaklaşımı, $\{x \in U : [x]_A^{\geq} \cap X \neq \emptyset\}$ olarak tanımlanır ve $U_A^{\geq}(X)$ ile gösterilir. Alt yaklaşımı ise, $\{x \in U : [x]_A^{\geq} \subseteq X\}$ ile tanımlanır ve $L_A^{\geq}(X)$ ile gösterilir.

X in sınır bölgeleri $B_A^{\geq}(X) = U_A^{\geq}(X) - L_A^{\geq}(X)$ ile gösterilir.

Tanım 2.7.1.9. [63] Verilen bir sıralı S bilgi sistemi, A nın bir B alt kümesi, eğer herhangi bir $M \subseteq B$ için $R_A^{\geq} = R_B^{\geq}$ ve $R_M^{\geq} \neq R_A^{\geq}$ ise S in kriterlerinin indirgenebileceğini söyler. Bir kriter indirgemesi, B kümesinin $R_A^{\geq} = R_B^{\geq}$ gibi minimal bir birleşimidir.

Tanım 2.7.1.10. [63] $CORE(A)$, $\{a \in A / R_A^{\geq} \neq R_{A-\{a\}}^{\geq}\}$ ile verilir.

Örnek 2.7.1.11. Thivagar ve Richard [82], konunun daha açıklayıcı olması için aşağıdaki gibi bir örnekleme yapmıştır.

$$U = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$$

U , bir okulda ki 5 öğrencili bir evreni temsil etmektedir;

$A = \{p, q, r\}$ özellik kümesi, dil, spor ve bir aktiviteyi temsil etmektedir.

$$V_p = \{\text{İngilizce}, \text{Hintçe}, \text{Fransızca}\}$$

$$V_q = \{\text{Tenis}, \text{Basketbol}, \text{Voleybol}\}$$

$$V_r = \{\text{Yüzme}, \text{Şarkı söyleme}, \text{Okuma}\}$$

Tablo 2.5, bir sıralı bilgi sistemi kümesini temsil etmektedir.

Tablo 2.5. Örnek bilgi sistemi özellik tablosu

U/A	p	q	r
A_1	$\{\dot{I}\}$	$\{V\}$	$\{Y\}$
A_2	$\{\dot{I}, F\}$	$\{V\}$	$\{S, Y\}$
A_3	$\{H\}$	$\{B, V\}$	$\{O\}$
A_4	$\{H, F\}$	$\{V, T\}$	$\{O, Y, S\}$
A_5	$\{F\}$	$\{T\}$	$\{O, Y\}$

Tablo 2.5'e göre,

$$[A_1]_A^{\geq} = \{A_1, A_2\}$$

$$[A_2]_A^{\geq} = \{A_2\}$$

$$[A_3]_A^{\geq} = \{A_3\}$$

$$[A_4]_A^{\geq} = \{A_4\}$$

$$[A_5]_A^{\geq} = \{A_4, A_5\}$$

$$U_A^{\geq} = \{[A_1]_A^{\geq}, [A_2]_A^{\geq}, [A_3]_A^{\geq}, [A_4]_A^{\geq}, [A_5]_A^{\geq}\}$$

Aynı zamanda

$$\bigcup_{i=1}^5 [A_i]_A^{\geq} = U$$

olduğu söylenebilir.

Tanım 2.7.1.12. [56] U , evren olarak adlandırılan boş olmayan sonlu bir nesne kümesidir ve R , U üzerinde ayırt edilemezlik ilişkisi olarak adlandırılan bir denklik bağıntısı olsun. Aynı denklik sınıfına ait unsurların birbirleriyle ayırt edilemeyeceği söylenir. (U, R) çiftinin yaklaşım uzayı olduğu söylenir. $X \subseteq U$ olsun.

(i) X in R ye göre alt yaklaşımı, kesin olarak R ye göre X olarak sınıflandırılabilen tüm nesnelerin kümesidir ve $L_R(X)$ olarak gösterilir.

Bu,

$$L_R(X) = \bigcup_{x \in U} \{R(x) : R(x) \subseteq X\}$$

olur. Burada $R(x)$, x tarafından belirlenen denklik bağıntısı ifade eder.

(ii) R ye göre X in üst yaklaşımı, büyük olasılıkla R ye göre X olarak sınıflandırılabilen tüm nesnelerin kümesidir ve $U_R(X)$ ile gösterilir. Yani,

$$U_R(X) = \bigcup_{x \in U} \{R(x) : R(x) \cap X \neq \emptyset\}$$

olur.

(iii) X in R ye göre sınır bölgesi, R ye göre ne X olarak ne de X olmayan olarak sınıflandırılmayan tüm nesnelerin kümesidir ve $B_R(X)$ ile gösterilir. Yani,

$$B_R(X) = U_R(X) - L_R(X)$$

olur.

Önerme 2.7.1.13. [42] Eğer (U, R) bir yaklaşım uzayı ve $X, Y \subseteq U$ ise,

1. $L_R(X) \subseteq X \subseteq U_R(X)$.
2. $L_R(\emptyset) = U_R(\emptyset) = \emptyset$ ve $L_R(U) = U_R(U) = U$.
3. $U_R(X \cup Y) = U_R(X) \cup U_R(Y)$
4. $U_R(X \cap Y) \subseteq U_R(X) \cap U_R(Y)$

5. $L_R(X) \cup L_R(Y) \subseteq L_R(X \cup Y)$
6. $L_R(X \cap Y) = L_R(X) \cap L_R(Y)$
7. $L_R(X) \subseteq L_R(Y)$ ve $X \subseteq Y$ iken $U_R(X) \subseteq U_R(Y)$
8. $U_R(X^c) = [L_R(X)]^c$ ve $L_R(X^c) = [U_R(X)]^c$
9. $U_R U_R(X) = L_R U_R(X) = U_R(X)$
10. $L_R L_R(X) = U_R L_R(X) = L_R(X)$

Tanım 2.7.1.14. [82] U evren olsun, R, U üzerinde bir denklik bağıntısı olsun ve

$$\tau_R(X) = \{U, \emptyset, L_R(X), U_R(X), B_R(X)\}$$

Burada, $X \subseteq U$ dur. O halde $\tau_R(X)$, aşağıdaki aksiyomları sağlar:

1. U ve $\emptyset \in \tau_R(X)$.
2. Herhangi bir $\tau_R(X)$ alt kümesinin elemanlarının birleşimi $\tau_R(X)$ in içindedir.
3. Herhangi bir sonlu $\tau_R(X)$ alt kümesinin elemanlarının kesişimi $\tau_R(X)$ içindedir.

Bu, $\tau_R(X)$ nin X e göre nano-topoloji olarak adlandırılan bir U üzerinde topoloji oluşturur. ($U, \tau_R(X)$) ya, nano-topolojik uzay denir. $\tau_R(X)$ in elemanları nano-açık kümeler olarak adlandırılır.

Lemma 2.7.1.15. [82] Eğer $\tau_R(X)$, X e göre U üzerindeki nano topolojiyse, $B = \{U, L_R(X), B_R(X)\}$ kümesi $\tau_R(X)$ için temeldir.

Tanım 2.7.1.16. [82] $\tau_C^\geq(X) = \{U, \emptyset, U_A^\geq(X), L_A^\geq(X), B_A^\geq(X)\}$, X e göre U üzerinde bir topolojidir (baskınlık ilişkisine karşılık gelen nano topoloji $R_A^\geq(X)$), 13. Önerideki $U_A^\geq(X)$ ve $L_A^\geq(X)$ doğru olduğu için Tanım 2.7.1.14 teki gibidir.

Tanım 2.7.1.17. [82] Bir nano topolojik uzayın tabanı açısından, değer kümesinin sıralı bir bilgi sisteminin kriter indirgemesi, A 'nın minimum öznelilik alt kümesi B olacak şekilde

$\beta_B = \beta_A$ gibidir ve $RED(A)$ bir kriter indirgemesini göstermek üzere, $a \in A/\beta_B \neq \beta_{A-\{a\}}$ veya $CORE(A) = \cap RED(A)$ olur.

Aşağıdaki algoritma, $CORE(A)$ 'nın belirlenmesini sağlar.

Algoritma 2.7.1.18. [82]

1. **Adım:** A'nın iki sınıfa ayrıldığı bir bilgi sistemi (U, A) verildiğinde, C koşul özniteliği ve D, karar özniteliği, C'ye karşılık gelen U üzerindeki baskınlık ilişkisi $R_C^\geq$ olmak üzere, U 'nun X alt kümesi, verileri şu şekilde temsil eder: sütunları özniteliklerle, satırları nesnelere göre etiketlenmiş bir bilgi tablosu ve tablonun girdileri öznitelik değerleridir.
2. **Adım:** R'ye göre alt yaklaşım $L_A^\geq(X)$ ve üst yaklaşım $U_A^\geq(X)$ ve $R_C^\geq$ 'ye göre X 'in $B_A^\geq(X)$ sınır bölgesi bulunur.
3. **Adım:** $\tau_C^\geq(X)$ nano topolojisi ve temeli olan $\beta_C^\geq(X)$ oluşturulur.
4. **Adım:** C'den bir x niteliği çıkarılır ve C - $\{x\}$ üzerindeki baskınlık ilişkisine göre X 'in alt ve üst yaklaşımları ve sınır bölgesi bulunur.
5. **Adım:** Nano topoloji $\tau_{C-\{x\}}^\geq(X)$ ve karşılık gelen temel $\beta_{C-\{x\}}^\geq(X)$ oluşturulur.
6. **Adım:** C'deki tüm özellikler için 4. ve 5. adımlar tekrarlanır.
7. **Adım:** C'deki özellikler $\beta_C^\geq(X) \neq \beta_{C-\{x\}}^\geq(X)$ kriter indirgemesini oluşturur.
8. **Adım:** Birden fazla kriter indirgeme varsa, bunların kesişimi CORE (A) yı verir.

Genel Topoloji çok genişdir ve Matematik ve Fen'in diğer alanlarıyla birçok farklı etkileşimi vardır. Topoloji temelli yöntemler, her türlü saha verisinin analizinde ve görselleştirilmesinde giderek önem kazanmaktadır. Burada kullandığımız topolojiye boyutu nedeniyle adı verilen nano-topoloji denir, çünkü içinde en fazla beş eleman olabilir.

2.8. Kaba Kümeler ile Karar Verme Problemleri

Son yıllarda artmaya devam eden gerçek yaşam problemleri üzerine matematiksel yönelimler önemli bir etki yaratmaya başladı. Birçok karar verme problemi için bilgi sistemleri belirsiz, eksik, belirsiz ve ayırt edilemez yapılardan ve bileşenlerden oluşur. Klasik küme teorisi ve yorumlama yöntemleri bu tür problemleri temsil edemez, çözemez ya da yanlış sonuçlara ulaşarak yanlış kararlar verilmesine neden olur [3].

Kaba kümeler teorisinin temel amaçlarından biri bir sistem kapsamında değerlendirilen kavrama yönelik analizlerde ve indirgeme sürecinde sisteme ait karar kurallarını elde etmektir. Birçok çalışma, kaba küme teorisi kullanımının net bir karar alma projeleri oluşturduğunu ve optimizasyon yaparken araştırmanın etkinliğini artırdığını göstermiştir. Bu bağlamda kaba kümeler teorisi karar verme problemlerinde oldukça önemlidir [94].

Karar verme problemleri dikkatle incelendiğinde benzer özelliklere sahip nesne kümelerinin karar sürecini benzer yönde şekillendirirken farklı özelliklerdeki nesnelerin çözümü değişime uğrattıkları görülmektedir. Bu temel çıkarımdan faydalanan karar verme

problemlerinde kaba kümeler teorisine başvurmak oldukça etkili sonuçlar elde edilmesine olanak sağlamıştır.

Karar verme sürecinde kaba kümelerde benzerlik ilişki derecesi dikkate alınarak veriler üç temel aşamada işlenmekte ve karar vermede yardımcı olabilecek şekilde sıralanmaktadır. Bu temel aşamalar şu şekildedir [5]:

1. Evrensel kümede karar nesnesi belirlenerek problem yapısı kaba küme tabanlı olarak yapılandırılır ve kriterler belirlenir.
2. Karar nesnesine ait alt ve üst yaklaşımlar çözüm uzayına ait kaba küme tabanında hassasiyet parametresiyle hesaplanır.
3. Problem kapsamında belirlenen tüm alternatifler için sıralama sonucunun elde edilmesi ve en iyi karar için doğru seçimin yapılması.

Çok kriterli karar vermede kaba kümeler yaklaşımı ile belirsiz, eksik ve yetersiz verilerin değerlendirilmesini diğer yöntemlere göre oldukça kolaylaştırmaktadır. Belirsiz verileri içeren durumlarda kaba kümeler yaklaşımı ile yaklaşık değerlerin belirlenmesi ve sisteme uygun davranış gösterebilen değer atama yapılır ve veriler değerlendirilir.

Pawlak ve Skowron [60] kaba kümeler ve matematiksel özelliklerini detaylı olarak ele alarak değerlendirdiği kaba küme teorisi, problemi bir bütün olarak ele almakta ve problemin çözümünde ise ayırt edilemezlik ve denklik bağıntısı dikkate almaktadır. Bununla birlikte, kaba küme teorisi belirsizlik altında karar verme problemlerini ele almak için kullanıldığında çok kriterli problemlerin çözümünde de kullanılabilir. Qiana vd. [62] birden fazla alternatif durumunun değerlendirilmesinde grup yaklaşımı ile birlikte denklik bağıntısı kullanarak problemin değerlendirme sürecini gerçekleştirmiştir. Birçok uygulamada, özellikle yönetim, karar verme, seçilen değerlendirme özelliklerinin sadece farklı kombinasyonları ile değil, aynı zamanda, problem uzayının nesnelerini veya alternatiflerini tanımlayan özellik değerleri için farklı kategoriler de ele alınabilir.

Wu ve Leung [90], ise yeni bir modelin tanımlanarak problemin genelleştirilmesini önerecek belirsizlik ile ilgili teorik yaklaşım ile genelleme modelini tanımlanmış ve daha sonra belirsizlik altında karakterize edilmiş yaklaşımın geliştirilmesini önermiştir.

Günümüzde, klasik Pawlak kaba küme ve genişlemeleri, belirsizlik altındaki çeşitli karar verme problemleriyle başa çıkmak için önemli, verimli bir teori ve araç haline gelmiştir. Pawlak'ın kaba küme teorisinin temel yaklaşımları ile karakterize edilen nitelikler ve mevcut bilgiler ile örtüşebileceği düşünülmektedir. Ayırt edilemezlik bağıntısından kaynaklanan denklik sınıfları, temel yaklaşımın bir bölümünü oluşturur ve bilginin temel detaylarını gösterir [76]. Kaba küme teorisinde alt ve üst yaklaşım kavramları kullanılarak, bilgi sistemlerinde gizlenen kısımları

çözümlelenerek karar kurallarının elde edilmesi sürecinde gerekli olan analiz işlemi gerçekleştirilebilmektedir. Denklik ya da ayırt edilemezlik bağıntısı, karar bilgi sistemlerinde yanlış ve belirsiz olan hedefe yaklaşmak için güçlü bir araçtır. Aynı zamanda, ayırt edilemezlik bağıntısı da birçok uygulama için kısıtlayıcıdır ve bu tarz olumsuz durumları ortadan kaldırmak için, kaba küme modellerinin çeşitli durumsal yapıları ele alınıp araştırılmıştır. Genel olarak denklik bağıntısı ile kısıtlama durumu ele alınarak incelenmiştir [75, 88]. Liu vd. [45], bulanık yumuşak küme teorisi ile birlikte kaba küme teorisini ele alarak, bulanık mantık yaklaşımı ile birlikte bütünlük bir yapıda ele almışlardır. Sun vd. [76] ise karar vermede çoklu bulanık kaba küme teorisini incelemiştir. Zhou [96], çok sınıflı karar terimli kaba küme yaklaşımını önermişlerdir. Luo vd. [46], hiyerarşik çok kriterli sınıflandırma için artırimsal kaba küme yaklaşımını önermişlerdir. Lang vd. [41] karar verme teorisinde üç boyutlu yaklaşım ile kaba küme teorisi ile birlikte çatışan durumların analizlerini gerçekleştirmiştir.

2.8. Kaba Kümelerle Yapılan İlgili Çalışmalar

Kaba kümeler ve nano topoloji eğitim alanında da kendine uygulama olanağı bulmuştur. Bunlardan bazıları aşağıda sunulmaktadır.

Chen ve Weng [15], bulanık bağımlılık ilişkisi kurallarını quiz verilerinden elde etmeyi amaçlamıştır. Bağımlılık ilişkisi kurallarının madenciliği veriler içindeki ilişkilendirmeleri bulabilen en popüler veri analiz yöntemlerinden biridir. Birçok alanda uygulanmasına rağmen eğitim alanında sınav kağıtlarına uygulayan ilk çalışmalardandır. Araştırmada, ilk olarak bir sınav kâğıdı ya da ankette görülebilecek çeşitli veri türleri tanımlanmaktadır. Ardından, anket veri madenciliği problemi tanımlanarak anket verilerinden çıkarılabilecek kural modelleri tanımlanmaktadır. Araştırmada tüm farklı veri türlerinin etkili bir şekilde ele alınabilmesi için bulanık tekniklere dayalı birleşik bir yaklaşım geliştirilmiştir. Ayrıca anket veri kümesindeki bulanık ilişkilendirme kurallarını keşfetmek için bir algoritma geliştirilmiştir. Önerilen algoritmanın performansı değerlendirilerek sonuçlar, yöntemimizin önceki madencilik algoritmaları tarafından asla bulunamayacak ilginç ilişkilendirme kuralları bulabildiğini gösterilmiştir.

Modern eğitim yeni bir web tabanlı eğitim biçimine dönüşmektedir. Uzaktan eğitim siteleri için kişiselleştirilmiş öğretim standardını geliştirmek, modern uzaktan eğitimin geliştirilmesinde önemli ve zor bir araştırmadır. Qu ve Wang [64], tarafından kaba kümeye dayalı olarak gerçekleştirilen araştırma, web sitesi üzerinden kişiselleştirilmiş uzaktan eğitim öğretim stratejilerinin nitelik önemini analizine ve indirgemesine temel sağlamıştır. Araştırmada uzaktan

öğrenme için gerekli kaba kümeleme modeli, öğrenme özellikleri indirgemesi ve kümeleme algoritması sunulmaktadır.

Yan vd. [91], yaptıkları çalışmada, üniversitelerdeki sınıfların büyüklüğü nedeniyle sınıf yönetiminin zorlaştığını ve ders sürecinde makul bir şekilde analiz edilmediğini vurgulamıştır. Bu bağlamda öğrencilerin seviyesini kaba küme teorisi kullanılarak analiz etmeyi denemiş ve kaba kümeye dayalı bir veri madenciliği algoritması önermiştir. Araştırma sonucunda geliştirilen algoritmanın verileri etkili bir şekilde analiz ederek öğrencilerin notlarını tahmin edebildiğini göstermektedir. Kaba kümeler yaklaşımı ile geliştirdikleri algoritmanın öğrencilerin bilgi yönetimine her açıdan uygulanabilirliğini belirtmişlerdir. Veri madenciliği analiz algoritması öğrencilerin bilgi yönetimi, yükseköğretim değerlendirmesi, öğrencinin not analizi ve sınav sistemine de uygulanabilmektedir. Öğretmenlere ise öğretim yönetiminde etkinlik seviyesini geliştirmek için rehberlik sağlayabildiğini belirtmiştir.

Sheu vd. [73], tarafından yapılan çalışmada Tayvan'da dördüncü sınıf öğrencilerine bir matematik sınavında öğretmenleri tarafından hazırlanan soruları kaba küme teorisine dayanarak cevaplamaları istenmiş ve konuyla ilgili kavram yanlışları incelenmiştir. Yapılan çalışmada, öğrencilerin kaba küme teorisine dayanan yanlış algısını analiz etmiş ve iki farklı sınıftaki öğrencileri karşılaştırmak için çalışma yöntemi yorumlayıcı yapısal model ile birleştirmiştir. Araştırmanın sonucunda, sınıftaki öğrencilerin ortak yanlış algısını elde etmek için üç yöntem önerilmiştir. Bu yöntemler “Koşullu öznitelikleri silme”, “Görünür matrisi hesaplamak için Boole mantığını kullanma” ve “Koşullu özniteliklerin önemini hesaplama” konularındadır. Sonuçlar, A Sınıfındaki öğrencilerin ortak yanlış anlamalara sahip olduğunu, ancak B Sınıfındaki öğrencilerin ortak yanlış anlamalarının olmadığını gösterdi. Buna ek olarak, bu iki sınıf için telafi dersleri için karar alındığına dikkat çekilmektedir. Ayrıca araştırma sonunda geliştirilen yöntemin öğretmenler için etkili bir değerlendirme aracı olarak kullanılabileceği vurgulanmıştır.

Romero vd. [70] yaptıkları araştırmada quiz gibi kısa sınavları ve kurslar uygulayan oluşumları geliştirmek için kaba küme madenciliğinin uygulanmasını önermektedir. Çalışmalarında sınav verilerinin nasıl önceden işleneceğini ve bilgi keşif sürecinde kullanılmak üzere çeşitli bilgi tabloları ve veri matrislerinin nasıl oluşturulacağını göstermektedir. Daha sonra, dilbilgisi güdümlü genetik programlama kullanan algoritma açıklanmakta ve hem klasik hem de yakın zamandaki yumuşak hesaplama ilişkilendirme kuralı madencilik algoritmaları ile karşılaştırılmaktadır. Ardından, en ilginç ve faydalı kuralları seçmek için farklı nesnel ve öznel kural değerlendirme önermeleri kullanılmıştır. Araştırma, Moodle'ın CLIPS programlama dili kursu yapay zekâ uygulamasına kayıtlı üniversite öğrencilerinin gerçek verileri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu kuralların bazı örnekleri, sınavların ve kursların nasıl geliştirileceğine

karar veren eğitimcilerle verdikleri geri bildirimlerle birlikte gösterilmektedir. Son olarak, kurallar tarafından sağlanan bilgilerden başlayarak, CLIPS sınavı ve kursu güncellenmiştir. Bu yenilikler, bir kontrol grubu ve iki farklı deney grubu kullanılarak değişikliklerin uygulanmasından önce ve sonra öğrencilerin elde ettikleri performans karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin performansını tahmin etmek, eğitim verisi madenciliğinin en önemli ve yararlı uygulamalarından biridir ve amacı, öğrenci dersi davranışları ve etkinliklerinden puan almak veya not almaktır [70].

Udristoiu vd. [86], araştırmalarında e-öğrenme sistemlerinde verilerin elde edilmesi, işlenmesi ve modellenmesi, sınırlarının çözümlenmesi için yöntemler geliştirmek amacıyla kaba küme tekniğini kullanmıştır. Kaba kümeler teorisini kullanarak öğrencilerin e-öğrenme süreci sonundaki sınav sonuçlarını tahmin etmeyi amaçlamıştır. Kaba küme teorisi eğitimde nadiren kullanılsa da Udristoiu vd. [86] yaptıkları çalışma ile eğitim sürecinde faydalı olabilecek kuralları keşfetmek için kaba kümelerin uygun olan özelliklerini kullanmıştır. Öğrencilerin daha etkin öğrenimini sağlamak amacıyla “Moodle” üzerinden ders sürecinde gerçekleştirilen etkileşim sonucunda kaba kümeler teorisine dayanan yöntemlerin bir ders etkinliği sırasında öğrencinin sonuçlarını tahmin etmede oldukça yararlı olduğunu göstermektedir.

Doğan [22], yaptığı çalışma kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmenliği 2. Sınıfa devam eden 15 öğretmen adayına bir hafta boyunca temel topoloji dersleri vermiş ve betimsel analiz yoluyla genel kavram yanılgılarını, öğrencilerin konuyla ilgili “iç, dış, açık ve kapalı kümeler, sınır, kapanış, yığılma noktaları, komşuluk ve komşuluk ailesi” gibi temel kavramlarda yaşadıkları zorlukları epistemolojik, pedagojik ve psikolojik bağlamda belirlemeyi amaçlamıştır. Toplamda 14 saatlik eğitim sonrasında veriler analiz edilmiş, genellikle karşılaşılan zorlukların, dersin soyutluğundan, matematik dilinde kullanılan sembolizmden ve öğrencilerin ispat becerilerindeki eksiklikten kaynaklandığı sonucuna varılmıştır. Kolay anlaşılabilirlik sebeplerinin ise öğretmenin modele ilişkin örnek çözmesiyle sağlandığı ortaya konulmuştur.

Delice ve Karaaslan [23], topolojinin ilköğretim, ortaokul ve lise düzeylerinde ele alınış biçimini incelemiştir. Doküman analizi yöntemi ile lisans öncesindeki eğitim kurumlarında hangi topolojik kavramlara ne düzeyde değinildiğine yönelik bir liste çıkarmıştır.

Karaaslan [34], topolojinin geometri öğretim programlarının bir parçası olarak eğitim sistemine dahil edilmesini incelemiştir. Araştırmanın amacı topolojinin temel düzeyde eğitime entegrasyonunun sağlanarak zenginleştirilmesine katkı sağlamaktır. Bu amaçla 5 ilköğretim, 7 ortaöğretim matematik öğretmen adayları ile açık uçlu anket yöntemi ile derinlemesine bir araştırma gerçekleştirmiştir.

Narlı [49], 17 ilköğretim matematik bölümü öğrencisinin bir dönem boyunca topoloji derslerini izleyerek ön test ve son test yöntemini kullanarak öğrencilerin konuyla ilgili kavram yanılgılarını incelemiştir.

Topolojiyle ilgili olarak yurtiçinde yapılan çalışmaların genel olarak bağlamı topolojinin öğretilmesine ve öğrencilerin kavram yanılgıları üzerinde yoğunlaşmaktadır. Yurtiçinde topolojiyle ilgili olarak yapılan araştırmalar genel olarak topolojinin öğretilmesine ve öğrenmede karşılaşılan güçlüklerle ilgilidir. Ancak bu çalışmalarda kaba kümeleri yöntem olarak kullanarak eğitim alanına katkı sunan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda çok yeni bir alan olarak kaba kümeler henüz yeterli ilgiye ve literatüre sahip değildir.



3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Eğitimde birçok ölçme yöntemleri bulunmaktadır. Bu yöntemler sayesinde başarı üzerine yorumlar yapılabilmekte ve gerçek sonuçlar elde edilmektedir. Bizde eğitimde başarı ölçmede kullanabileceğimiz ve başarı için yorum yapabileceğimiz bir alternatif değerlendirme yöntemi üzerine yoğunlaştık.

Genel olarak topoloji birçok farklı alana hitap etmekte ve birçok farklı durumla etkileşim halindedir. Aynı zamanda matematik ve bilim arasında bir köprü görevi gören topolojik tabanlı yöntemlerin analizinin önemi giderek artmaktadır. Kaba küme teorisi ise eksik, yetersiz ve belirsiz verilerin varlığında verileri düzenleyerek analiz için uygun hale getirmektir. Kullanılan sistemlerin muhakemesinde ve bilgi çıkarımında oldukça güçlü bir matematiksel araçtır. Kaba küme teorisi ile topolojinin sentezi yöntemimizin temeli olacaktır.

Bu tezde ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersinin öğrenimini ve bu dersteki başarıyı etkileyecek öznitelikler performansları açısından incelendi. Oosterhof (1999)'a göre; öğrencinin sahip olduğu kapasite gözle görülemediği için öğretmen öğrencinin yaptığı veya ondan yerine getirmesini istediği birtakım görevlerden veya davranışlardan, diğer bir deyişle öğrenciden gelen işaretlerden onun kapasitesini anlamaya çalışır. Bu işaretlere performans denir [50]. Bu bağlamda performans değerlendirilmesinde uyulması gereken şu temel ilkeler göz önüne alınır [18],

1. Değerlendirme uzun süreli olmalıdır.
2. Değerlendirme birçok beceriyi kapsamalıdır.
3. Hem bireysel hem grup değerlendirmeleri yapılmalıdır.
4. Değerlendirme hem ürüne hem sürece odaklanmalıdır.
5. Değerlendirmede birçok veri toplama tekniği kullanılmalıdır.

Bu bağlamda öğrenci performansları veya da değerlendirilecek özellikleri açısından alternatif değerlendirme yöntemlerinin şu şekilde olduğu belirtilebilir [19,20,84].

- Gözlemler
- Portföyler
- Öz değerlendirme
- Akran değerlendirme
- Projeler
- Hikâyeyi yeniden anlatma
- Dramatizasyon
- Oyunlar

- Günlükler / Dergiler
- Gösteriler
- Sergiler
- Konferanslar
- Alouds gibi düşünün
- Tartışmalar

Bu noktada bu çalışmada temel olarak öğretmen gözlemleri temel alınarak değerlendirme yapılmıştır. Buna göre büyük öneme sahip bu öznelilikler bilgi sistemleri yardımıyla ortaya konulmuş. Bilgi sisteminde ortaya çıkan öznelilikleri kullanarak karar tabloları oluşturulmuştur. Karar tablolarında elde ettiğimiz verilerin topoloji ile senteziyle bir sonuca ulaşmaya çalışılmıştır. Bu tezde kullandığımız topoloji ise nano-topoloji diye adlandırılır. Elde ettiğimiz nano topolojiye de algoritma uygulayıp özellik indirgemisi yapılarak başarıya etki edecek özneliliklerin çekirdeği bulundu. Bununla birlikte başarını temelinde yatan ana özneliliklerle başarının belirlenebileceği ortaya konulmuş oldu.

3.1. Veri Hazırlama

Bu çalışma, uygun örnekleme yoluyla seçildikleri için, okul ve araştırmadaki katılımcıların seçimi ile sınırlı kabul edilebilir. Uygun örnekleme, araştırmacılar tarafından bilimsel araştırma verilerini uygun şekilde erişilebilir bir yanıtlayıcı havuzundan topladıkları bir yöntem olarak tanımlanır. İnanılmaz derecede hızlı, karmaşık olmayan ve ekonomik olduğu için en yaygın kullanılan örnekleme tekniğidir. Çoğu durumda, üyeler, örneklemin bir parçası olmaya hazırdır. Uygun örneklemede, araştırmacılar katılımcıları ulaşması kolay, araştırma için uygun ve gönüllü bireylerden seçmektedir [29]. Bu nedenle araştırmacı açısından zaman ve ekonomik kolaylık nedeniyle verilerin elde edilmesi için Bitlis ilinde bulunan Şehit Mahir AYABAK Ortaokulunun 4 farklı sınıfındaki toplamda 80 tane 5. Sınıf öğrencisi örneklem olarak belirlenmiştir. Bir dönem sonunda her sınıftan çok iyi, iyi, orta, geçer ve kaldı sınıflandırması ile 5'er öğrenci seçilmiştir. Sonuç olarak 20 öğrencilik bir alt örneklem oluşturulmuştur.

Her derste olduğu gibi matematik dersinin de öğrenilmesi ve istenilen başarı düzeyinin yakalanması için birçok özneliliğin önceden veya sonradan kazanılması gerekmektedir. Yani matematik başarının ortaya çıkması için belli semptomların görülmesi gerekir. Bu aşamada literatür taraması ve uzman görüşü temelinde matematik başarısı için belirlenen öznelilikler tablosu (Tablo 3.1) oluşturulmuştur. Bu özelliklerin yanında başarı ölçümünün sağlıklı olabilmesi için belli bir zaman diliminde öğrencilerin durumunun incelenmesi gerekir. Bu inceleme süresi

ortaokul seviyesinde bizce bir dönem olarak kabul edilmiştir. Ayrıca bir dönem boyunca öğrencilere yapılmış sınavlar ile dönem sonunda yaptığımız sınavın ortalaması da öğrenci başarısı için bir öznitelik olarak kabul edilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin değerlendirmesi aşamasında dört farklı öğretmenle yarı yapılandırılmış görüşme yapılarak bir dönem boyunca öğrenci gözlemleri sonucunda dersin matematik başarısı için belirlenen öznitelikler açısından genel izlenimleri ve değerlendirmeleri birinci kaynak olarak ele alınmış, ikinci olarak öğrencilerin dönem ortalamaları göz önüne alınmış ve son olarak da uzman görüşü alınarak kazanımlara dayalı olarak bir sınav yapılarak bu sınavın sonucu göz önüne alınmıştır.

Matematik başarısı için belirlediğimiz özellikler, bu özelliklere ne kadar sahip olduklarını yeterli, orta ve yetersiz derecelendirmesi ile öğrencilerin sınavlardan aldıkları notların ortalaması aşağıda belirtilen Tablo 3.1'deki gibidir.

Tablo 3.1. Bilgi sistemi

U / A	HAZIR BULUNUŞLUK	DERS İÇİ PERFORMANS	SORUMLULUK	VELİ BİLİNCİ	DAVRANIŞ	İLGİ	DÖNEM SONU BAŞARI PUANI	SINAV PUANI
S₁	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	92,5	86
S₂	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	74	63
S₃	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	99	100
S₄	ORTA	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	69	46
S₅	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	89,5	85
S₆	ORTA	ORTA	YETERLİ	ORTA	YETERSİZ	ORTA	77,5	58
S₇	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	77,5	55
S₈	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	ORTA	YETERSİZ	YETERSİZ	39,5	38
S₉	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	44,5	38
S₁₀	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	100	100
S₁₁	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	90	76
S₁₂	YETERSİZ	YETERSİZ	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	66	60
S₁₃	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	75,5	65
S₁₄	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	7,5	21
S₁₅	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	77,5	55
S₁₆	YETERSİZ	ORTA	YETERSİZ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	53	45
S₁₇	YETERLİ	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	ORTA	YETERLİ	83,5	90
S₁₈	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	65	65
S₁₉	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	93	95
S₂₀	ORTA	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	ORTA	63,5	70

Tablo.3.1’de belirtilen öğrencilere ait bu öznelilikler ve bu özneliliklere sahip olma dereceleri dersin öğretmenleri tarafından bir dönemlik süre zarfındaki incelemeler sonucu ortaya konmuştur. Mesela sorumluluk bilinci öğrencinin ders esnasında ve ders dışında sahip olduğu sorumlulukların genel izlenimi sonucu derecelendirilmiştir. Dönem sonu başarı puanına öğrenciye verilecek ders içi performans değerlendirme notları objektiflik açısından dahil edilmemiştir.

Bir insanın sağlık durumu için elde edilen veriler ve bu alandaki uzman kişiler tarafından hastalık durumu ortaya konduğu gibi bir öğrenimde öğrencisinin başarısı hakkında öğrenci özneliliklerine göre karar verebilir çünkü öğretmen bu alanda pedagojik eğitim alarak uzmanlığını kanıtlamış kimsedir. Öğrencilerin sahip olduğu öznelilikler ve sınavlardan aldığı notlar neticesinden dersin öğretmenleri tarafından başarı ve başarısızlık durumları oluşturulmuştur.

Bilgi sistemine bakılarak oluşturulan karar tablosu Tablo 3.2’deki gibidir.

Tablo 3.2. Karar tablosu 1

U / A	HAZIR BULUNUŞLUK	DERS İÇİ PERFORMANS	SORUMLULUK	VELİ BİLİNCİ	DAVRANIŞ	İLGİ	DÖNEM SONU BAŞARI PUANI	SINAV PUANI	SONUÇ
S₁	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	92,5	86	BAŞARILI
S₂	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	74	63	BAŞARISIZ
S₃	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	99	100	BAŞARILI
S₄	ORTA	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	69	46	BAŞARISIZ
S₅	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	89,5	85	BAŞARILI
S₆	ORTA	ORTA	YETERLİ	ORTA	YETERSİZ	ORTA	77,5	58	BAŞARILI
S₇	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	77,5	55	BAŞARISIZ
S₈	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	ORTA	YETERSİZ	YETERSİZ	39,5	38	BAŞARISIZ
S₉	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	44,5	38	BAŞARISIZ
S₁₀	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	100	100	BAŞARILI
S₁₁	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	90	76	BAŞARILI
S₁₂	YETERSİZ	YETERSİZ	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	66	60	BAŞARISIZ
S₁₃	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	75,5	65	BAŞARILI
S₁₄	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	77,5	55	BAŞARILI
S₁₅	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	7,5	21	BAŞARISIZ
S₁₆	YETERSİZ	ORTA	YETERSİZ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	53	45	BAŞARISIZ
S₁₇	YETERLİ	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	ORTA	YETERLİ	83,5	90	BAŞARILI
S₁₈	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	65	65	BAŞARISIZ
S₁₉	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	93	95	BAŞARILI
S₂₀	ORTA	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	ORTA	63,5	70	BAŞARISIZ

Karar tablolarında öğrencinin başarısını etkileyecek tüm öznelilikler incelenerek başarı ve başarısızlık durumları uzman kişiler yani dersin öğretmenleri tarafından belirlenmiştir. Örneğin;

S_{16} için hazırbulunuşluk düzeyi yetersiz, ders içi performans orta, sorumluluk düzeyi yetersiz, veli bilinci orta, davranış yeterli, derse olan ilgi yeterli ve notların ortalaması düşük olduğundan öğrenci başarısız sayılmıştır.

Karar tablolarında rastgele sıraya konulmuş öğrencileri aşağıda belirten Tablo 3.3, Tablo 3.4'deki gibi sıra numarasına göre tek ve çift olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Burada ki amaç rastgele alt örneklem belirlemektir. Rastgele örneklem seçimi yöntemimizin kapsam geçerliliğini artırması ve yöntemin uygulanabilir olması içindir.

Tablo 3.3. Karar tablosu 2

U / A	HAZIR BULUNUŞLUK	DERS İÇİ PERFORMANS	SORUMLULUK	VELİ BİLİNCİ	DAVRANIŞ	İLGİ	DÖNEM SONU BAŞARI PUANI	SINAV PUANI	SONUÇ
S_1	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	92,5	86	BAŞARILI
S_3	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	99	100	BAŞARILI
S_5	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	89,5	85	BAŞARILI
S_7	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	77,5	55	BAŞARISIZ
S_9	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	44,5	38	BAŞARISIZ
S_{11}	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	90	76	BAŞARILI
S_{13}	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	75,5	65	BAŞARILI
S_{15}	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	7,5	21	BAŞARISIZ
S_{17}	YETERLİ	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	ORTA	YETERLİ	83,5	90	BAŞARILI
S_{19}	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	93	95	BAŞARILI

Tablo 3.4. Karar tablosu 3

U / A	HAZIR BULUNUŞLUK	DERS İÇİ PERFORMANS	SORUMLULUK	VELİ BİLİNCİ	DAVRANIŞ	İLGİ	DÖNEM SONU BAŞARI PUANI	SINAV PUANI	SONUÇ
S_2	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	74	63	BAŞARISIZ
S_4	ORTA	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	YETERLİ	YETERLİ	69	46	BAŞARISIZ
S_6	ORTA	ORTA	YETERLİ	ORTA	YETERSİZ	ORTA	77,5	58	BAŞARILI
S_8	YETERSİZ	YETERSİZ	YETERSİZ	ORTA	YETERSİZ	YETERSİZ	39,5	38	BAŞARISIZ
S_{10}	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	100	100	BAŞARILI
S_{12}	YETERSİZ	YETERSİZ	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	66	60	BAŞARISIZ
S_{14}	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	77,5	55	BAŞARILI
S_{16}	YETERSİZ	ORTA	YETERSİZ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	53	45	BAŞARISIZ
S_{18}	YETERLİ	YETERLİ	YETERLİ	ORTA	YETERLİ	YETERLİ	65	65	BAŞARISIZ
S_{20}	ORTA	ORTA	YETERLİ	YETERSİZ	ORTA	ORTA	63,5	70	BAŞARISIZ

Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'ten rasgele seçilen 8 öğrenci ya ait karar tablosunun sembolleştirilmiş hali Tablo 3.5'teki gibidir. Tablo 3.5 kaba küme ve topolojinin ilişkilendirildiği tablodur.

3.2. Veri Analizi

Tablo 3.5'te bir karar tablosu olup bu tabloya bakılar nano-topoloji oluşturulacaktır. Oluşturulan nano topolojiye $CORE(A)$ yı bulmak için algoritma uygulanarak kriter indirgemesi yapıp özniteliklerin çekirdeği bulunacaktır.

Tablo 3.5. Karar tablosu 4

U / A	a_1	a_2	a_3	SONUÇ
s_1	V	H, İ	S	BAŞARISIZ
s_2	V	H, D	S, N	BAŞARILI
s_3	V	H, D	P,	BAŞARISIZ
s_4	V	H, İ	P, S, N	BAŞARILI
s_5	V	H, D, İ	P, S,	BAŞARISIZ
s_6		D, İ	P, S,	BAŞARISIZ
s_7	V	H	P, N	BAŞARILI
s_8		H, D	P, N	BAŞARILI

$$U = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8\}$$

U , bir okulda ki 8 öğrencili bir evreni temsil etmektedir;

$A = \{a_1, a_2, a_3\}$ özellik kümesi, sırasıyla öğrenci kaynaklı olmayan öznitelikleri, öğrencinin önceden ve eğitim sürecinde sahip olduğu öznitelikleri ve öğrencinin performansını gösteren öznitelikleri temsil etmektedir.

$$a_1 = \{\text{Veli Bilinci}(V)\}$$

$$a_2 = \{\text{Hazırbulunuşluk}(H), \text{Davranış}(D), \text{İlgi}(\dot{I})\}$$

$$a_3 = \{\text{Ders İçi Performans}(P), \text{Sorumluluk}(S), \text{Not}(N)\} \text{ gibi sembolleştirilmiştir.}$$

$S_i \in U$ için, S_i nin baskın sınıfı $[S_i]_A^\geq$ ile gösterilir. Tablo 3.5'e göre,

$$[S_1]_A^{\geq} = \{S_1, S_4, S_5\}$$

$$[S_2]_A^{\geq} = \{S_2\}$$

$$[S_3]_A^{\geq} = \{S_3, S_5, S_7\}$$

$$[S_4]_A^{\geq} = \{S_4\}$$

$$[S_5]_A^{\geq} = \{S_5\}$$

$$[S_6]_A^{\geq} = \{S_5, S_6\}$$

$$[S_7]_A^{\geq} = \{S_4, S_7\}$$

$$[S_8]_A^{\geq} = \{S_8\} \text{ gibidir.}$$

$U_C^{\geq}$, baskın sınıfın ailesini gösterir ve $U_C^{\geq} = \{[S_i]_A^{\geq} : S_i \in U\}$ 'dur.

Buna göre;

$$U_C^{\geq} = \{[S_1]_A^{\geq}, [S_2]_A^{\geq}, [S_3]_A^{\geq}, [S_4]_A^{\geq}, [S_5]_A^{\geq}, [S_6]_A^{\geq}, [S_7]_A^{\geq}, [S_8]_A^{\geq}\}$$

Aynı zamanda

$$\bigcup_{i=1}^8 [S_i]_A^{\geq} = U$$

olduğu söylenebilir. Buna göre;

$U_C^{\geq} = \{\{S_1, S_4, S_5\}, \{S_2\}, \{S_3, S_5, S_7\}, \{S_4\}, \{S_5\}, \{S_5, S_6\}, \{S_4, S_7\}, \{S_8\}\}$ elde edilir.

$X = \{S_2, S_4, S_7, S_8\}$ başarılı öğrenciler gösteren bir alt kümesi olsun.

Alt yaklaşımı ise,

$$\{x \in U : [x]_A^{\geq} \subseteq X\}$$

ile tanımlanır ve $L_C(X) = \{S_2, S_4, S_7, S_8\}$ 'dir

Üst yaklaşımı ise,

$$\{x \in U : [x]_A^{\geq} \cap X \neq \emptyset\}$$

ile tanımlanır ve $U_C(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8\}$ 'dir

X in sınır bölgeleri,

$$\mathbf{BND}_C(X) = \mathbf{U}_R(X) - \mathbf{L}_R(X)$$

ile gösterilir ve $\mathbf{BND}_C(X) = \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5\}$ elde edilir.

X e göre U üzerindeki nano topoloji,

$$\tau_C^\geq(X) = \{U, \emptyset, \mathbf{L}_C(X), \mathbf{U}_C(X), \mathbf{BND}_C(X)\}$$

ile tanılanır ve $\tau_C^\geq(X) = \{U, \emptyset, \{\mathbf{S}_2, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_5, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5\}\}$ nano topolojisi elde edilir.

$\tau_R(X)$ nin bazı;

$$\mathcal{B}_C^\geq(X) = \{U, \mathbf{L}_R(X), \mathbf{BND}_R(X)\}$$

ile elde edilir ve $\mathcal{B}_C^\geq(X) = \{U, \{\mathbf{S}_2, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5\}\}$ olur.

Elde edilen nano topolojik uzayın temeli açısından, değer kümesinin sıralı bir bilgi sisteminin kriter indirgemesi $\text{CORE}(A)$ belirlenmesi ile sağlanır.

Aşağıdaki algoritma, $\text{CORE}(A)$ nın belirlenmesini sağlar.

Algoritma 3.2.1:

Adım 1:

- $B_1 = C - \{a_1\}$

$$U_{B_1}^\geq(X) = \{\{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_5\}, \{\mathbf{S}_2\}, \{\mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_4\}, \{\mathbf{S}_5\}, \{\mathbf{S}_5, \mathbf{S}_6\}, \{\mathbf{S}_4, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_8\}\}$$

karşılık gelen nano topoloji için;

$$\mathbf{L}_{B_1}^\geq(X) = \{\mathbf{S}_2, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}$$

$$\mathbf{U}_{B_1}^\geq(X) = \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_5, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}$$

$\mathbf{BND}_{B_1}^\geq(X) = \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5\}$ elde edildiğine göre

$$\tau_{B_1}^\geq(X) = \{U, \emptyset, \{\mathbf{S}_2, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_5, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5\}\}$$
 elde edilir.

$$\tau_C^\geq(X) = \tau_{B_1}^\geq(X)$$

$$\mathcal{B}_{B_1}^\geq(X) = \{U, \{\mathbf{S}_2, \mathbf{S}_4, \mathbf{S}_7, \mathbf{S}_8\}, \{\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_3, \mathbf{S}_5\}\}$$

Bu nedenle $\mathcal{B}_C(X) = \mathcal{B}_{B_1}^\geq(X)$ olur.

- $B_2 = C - \{a_2\}$

$$U_{B_2}^{\geq}(X) = \{\{S_1, S_2, S_4, S_5\}, \{S_2, S_4\}, \{S_3, S_4, S_5, S_7\}, \{S_4\}, \{S_4, S_5\}, \{S_4, S_5, S_6\}, \{S_4, S_7, S_8\}\}$$

karşılık gelen nano topoloji için;

$$L_{B_2}^{\geq}(X) = \{S_2, S_4, S_7, S_8\}$$

$$U_{B_2}^{\geq}(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

$$BND_{B_2}^{\geq}(X) = \{S_1, S_3, S_5, S_6\}$$

$$\tau_{B_2}^{\geq}(X) = \{U, \emptyset, \{S_2, S_4, S_7, S_8\}, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}, \{S_1, S_3, S_5, S_6\}\} \text{ elde edilir.}$$

$$\tau_C^{\geq}(X) \neq \tau_{B_2}^{\geq}(X)$$

$$B_{B_2}^{\geq}(X) = \{U, \{S_2, S_4, S_7, S_8\}, \{S_1, S_3, S_5, S_6\}\}$$

Bu nedenle $B_C(X) \neq B_{B_2}^{\geq}(X)$.

- $B_3 = C - \{a_3\}$

$$U_{B_3}^{\geq}(X) = \{\{S_1, S_4, S_5\}, \{S_2, S_3, S_5\}, \{S_5\}, \{S_5, S_6\}, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7\}, \{S_2, S_3, S_5, S_8\}\}$$

karşılık gelen nano topoloji için;

$$L_{B_3}^{\geq}(X) = \emptyset$$

$$U_{B_3}^{\geq}(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8\}$$

$$BND_{B_3}^{\geq}(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8\}$$

$$\tau_{B_3}^{\geq}(X) = \{U, \emptyset, \{S_2, S_4, S_7, S_8\}, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8\}\} \text{ elde edilir.}$$

$$\tau_C^{\geq}(X) \neq \tau_{B_3}^{\geq}(X)$$

$$B_{B_3}^{\geq}(X) = \{U, \{S_2, S_4, S_7, S_8\}, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8\}\}$$

Bu nedenle $B_C(X) \neq B_{B_3}^{\geq}(X)$.

Adım 2:

$B_1 = \{a_2, a_3\}$ ve $B_C(X) = B_{B_1}^{\geq}(X)$ biliniyor.

- $B_{1-\{a_2\}} = \{a_3\}$ için;

$$U_{B_{1-\{a_2\}}}^{\geq}(X) = \left\{ \begin{array}{l} \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}, \{S_2, S_4\}, \{S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}, \\ \{S_4\}, \{S_4, S_5, S_6\}, \{S_4, S_7, S_8\}, \{S_8\} \end{array} \right\}$$

karşılık gelen nano topoloji için;

$$L_{B_{1-\{a_2\}}}^{\geq}(X) = \{S_4, S_7, S_8\}$$

$$U_{B_{1-\{a_2\}}}^{\geq}(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

$$\mathbf{BND}_{B_1-\{a_2\}}^{\geq}(X)=\{S_1, S_2, S_3, S_5, S_6\}$$

$$\tau_{B_1-\{a_2\}}^{\geq}(X) = \{U, \emptyset, \{S_4, S_7, S_8\}, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}, \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_6\}\} \text{ elde edilir.}$$

$$\tau_C^{\geq}(X) \neq \tau_{B_1-\{a_2\}}^{\geq}(X)$$

$$\mathcal{B}_{B_1-\{a_2\}}^{\geq}(X) = \{U, \{S_4, S_7, S_8\}, \{S_1, S_2, S_3, S_5, S_6\}\}$$

$$\text{Bu nedenle } \mathcal{B}_C(X) \neq \mathcal{B}_{B_1-\{a_2\}}^{\geq}(X).$$

$$B_1 = \{a_2, a_3\} \text{ ve } \mathcal{B}_C(X) = \mathcal{B}_{B_1}^{\geq}(X) \text{ biliniyor.}$$

- $B_{1-\{a_3\}} = \{a_2\}$ için;

$$U_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X) = \{\{S_1, S_4, S_5\}, \{S_2, S_3, S_5, S_8\}, \{S_5\}, \{S_5, S_6\}, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8\}\}$$

karşılık gelen nano topoloji için;

$$L_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X) = \emptyset$$

$$U_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

$$\mathbf{BND}_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X) = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$$

$$\tau_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X) = \{U, \emptyset, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}\} \text{ elde edilir.}$$

$$\tau_C^{\geq}(X) \neq \tau_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X)$$

$$\mathcal{B}_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X) = \{U, \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}\}$$

$$\text{Bu nedenle } \mathcal{B}_C(X) \neq \mathcal{B}_{B_1-\{a_3\}}^{\geq}(X).$$

Adım 1 ve Adım 2'den, $\text{CORE}(A) = \{a_2, a_3\}$ ortaya çıkar. Birinci adımda yapılan yöntemle B_1 den başka kural indirgemesi yapılamaz ve başarı durumu için başka öznelilik azaltılamaz.

4. SONUÇ

Teknolojinin, bunun altında yatan bilginin doruklara ulaştığı ve bu sürecin halen devam ettiği modern çağdayız. Verilerin çokluğu ile bu verileri düzenleyip analiz ettikten sonra çıkarımlarda bulunmak için her alanda veri işleme yöntemleri geliştirilmeye çalışılmaktadır. Birçok bulanık belirsiz verilerin de artık bu sisteme dahil edildiğini görülmektedir. Tezimizde bahsettiğimiz gibi kaba kümeler vasıtasıyla hemen hemen her alanda çalışma yapılmış ve olumlu sonuçlar alınmıştır.

Yaptığımız çalışmaya kaba kümeler bir ön hazırlık olmuştur. Çünkü 5 sınıf öğrencilerine ait verilen düzenlenmesi çıkarımlarda bulunması ve kararlar oluşturulmasında kaba küme teorisinin temel kavramları kullanılmıştır. Bu sayede öğrencilerin başarısını sadece bir sınav sonucuyla değerlendirilmesinin önüne geçilmiştir. Kısıtlı bir sürede yapılmış ve belli kazanımlarla hazırlanmış bir sınav bir dersteki başarıyı ölçmede yetersiz kalacağı aşîkârdır.

Kaba küme teorisi sayesinde dersin başarısına etki edecek öznitelikler belirlenmiştir. Öznitelikler, özniteliklerin ortaya çıkmasında ki etkenlere göre gruplandırılmıştır. Öğrencilerin bu özelliklere sahip olup olmadıklarını görmek için öğrenciler bir ders dönemi boyunca izlenmiştir. Bu özniteliklerin öğrencide bulunma dereceleri tespit edilmiştir. Bu özniteliklere dönem sonu ders başarı notu ile yaptığımız sınav sonucu da eklenerek Tablo 3.1 ve Tablo 3.2 oluşturulmuştur.

Ortaya çıkan bilgi sistemleri ve karar tabloları kaba küme teorisi ile topoloji sentezinin temelini oluşturmuştur. Yani nano topolojinin oluşturulması için tüm şartların sağlanmasına yardımcı olmuştur.

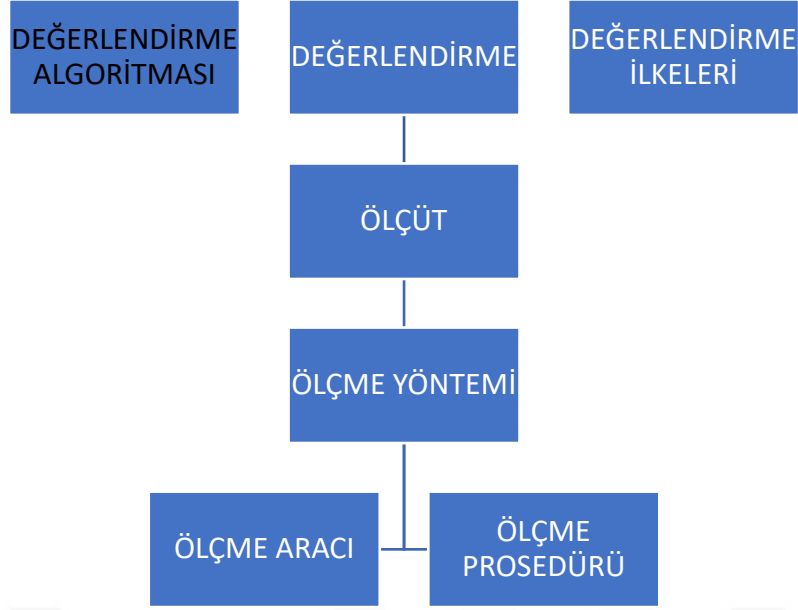
Eğitim literatüründe pek çok kaba küme teorisi vasıtasıyla veri işleme ve bu veriler üzerinden karar verme çalışmaları yapılmıştır. Tezimizde bu çalışmalara alternatif olacak kaba küme teorisi ve ile topolojinin sentezinden doğan nano topoloji vasıtasıyla bir eğitim çalışması orta koyulmuştur.

Çalışmamız eğitimde alternatif ölçme ve değerlendirme yöntemleri açısından önem taşımaktadır. Genel olarak literatürde alternatif ölçme araçlarına odaklanılarak değerlendirme kavramına yer verilmektedir fakat alternatif değerlendirme yöntemleriyle ilgili çalışmalar yeterli değildir. Alternatif değerlendirme süreci analiz, sentez ve karar verme gibi değerlendiricinin karar verme süreçlerini içeren sadece alternatif ölçme araçları sonuçlarına indirgenemeyecek bir süreçtir. Günlük yaşamımızda pek çok işimizde kolaylık sağlayan ölçme herhangi bir nesneye ait özelliğın niteliklerini sayı veya sıfatlarla ifade etmektir [85]. Bu bağlamda bu nitelikleri sağlayan araçlara ölçme araçları denilmektedir. Herhangi bir nesneye ait nicel ve nitel olarak yapılan gözlem sonuçlarının bir kıstasa bağlı olarak ifade edilmesi değerlendirmedir [92]. Bununla beraber, burada

kastedilen kıstas kavramının dar bir anlamı olduğu değerlendirme sürecinin belirli ölçütlere göre karar vermeler içeren algoritmik bir doğası olduğu belirtilmelidir. Günümüz eğitim sisteminde genel olarak ölçme ve değerlendirmenin eşitlenerek ele alınması daha bütüncül ve gerçekçi değerlendirmelere ulaşma açısından ciddi sorunlar ortaya koymaktadır. Örneğin, Tanılayıcı Dallanmış Ağaç belirli bir konudaki kavramlarla ilgili önermelerin ağaç diyagramına yerleştirilerek öğrencilerin bu önermelere doğru veya yanlış şeklinde cevap vererek bir sonuca ulaşmalarını sağlayan bu sayede öğrencilerin zihin yapılarındaki bilgi örüntüleri ile kavram yanılgılarını tespit etmeyi amaçlayan bir ölçme aracıdır [6,38]. Ölçme aracı olduğu için temel düzeyde değerlendirme içermekte fakat alternatif değerlendirme anlayışının ortaya koyduğu o bütüncül özellikleri göstermemektedir. Değerlendirme sürecinde birden fazla ölçüm kaynağının analiz edilmesi ve bunların bir kurala algoritmaya göre sentezlenmesi gerekmektedir. Performans testleri veya otantik değerlendirmeler olarak da adlandırılan alternatif değerlendirmeler, öğrencilerin yaptıkları veya bilmediklerinin aksine, öğrencilerin neler yapıp yapamayacaklarını belirlemek için kullanılır. Başka bir deyişle, alternatif bir değerlendirme, uygulanan yeterliliği bilgiyi ölçmekten daha fazla ölçer. Alternatif değerlendirmelerin tipik örnekleri arasında portföyler, proje çalışmaları ve bir tür değerlendirme listesi gerektiren diğer faaliyetler yer alır. Performans değerlendirmesinin özü, öğrencilere aşağıdakilerden birini veya birkaçını yapma fırsatı verilmesidir:

- Yeteneklerini gösterme
- Anlamli bir görev gerçekleştirme
- İlgili ve savunulabilir kriterler açısından kalifiye bir kişiden geri bildirim alma

Kısacası, alternatif değerlendirmeleri kullanmanın amacı, öğrencilerin öğrenme çıktılarıyla doğrudan ilişkili karmaşık görevleri yerine getirmedeki yeterliliklerini değerlendirmektir. Genel olarak literatürde birden fazla ölçme aracının işe koşularak daha bütüncül değerlendirmeler yapılması tavsiye edilse de bu değerlendirmelerin hangi algoritmaya ve hangi mantığa göre yapılacağı konusunda çok fazla bilimsel bir araştırma olmadığı görölmektedir. Bu nedenle bu çalışma eğitimde değerlendirme sürecine matematiksel bir model sunarak literatüre katkı sağladığı belirtilebilir. Daha açık bir şekilde ifade edilmesi gerekirse aşağıdaki şekil 4.1’de göröldüğü gibi bu çalışma ölçme ve değerlendirme sürecinde alternatif ölçme ve değerlendirme ilkelerini temel olarak bir değerlendirme algoritması geliştirmeye odaklanmıştır diyebiliriz.



Şekil 4.1. Ölçme ve değerlendirmenin boyutları

Sonuç olarak matematik dersinde başarı ile sınav sonucu arasında bir bağ kurabilmek için bu dersin öğrenimini etkileyen özniteliklerin varlığı göz ardı edilemez. Kaba küme teorisi sayesinde elde edilen bilgi sistemleri ve karar tabloların bu özniteliklerin etkisinin görülmesinde önemli rol oynamıştır. Nano topoloji ise bu sistemlerde ki verilen analizini ve yorumlanmasını sağlamıştır. Bilgi sistemlerinde nitelik indirgemesini yapılarak elde edilen nano topolojinin tabanını 5. sınıf öğrencilerin matematik başarılarının yorumlanması durumunda kullanılmıştır.

Buradan anlaşılacağı üzere 5. Sınıf matematik başarısının tespiti için hazırbulunuşluk, davranış, ilgi, ders içi performans, sorumluluk ve sınav notu vazgeçilmez özelliklerdir. Yani öğrencinin önceden aldığı eğitim derse olan bakış açısı ve ders anındaki durumu matematik başarısını birebir etkilemektedir. Veli bilinci yeterli düzeyde olmayan öğrencilerin başarı gösterebileceği kanısı ortaya çıkmıştır. Algoritma kullanılarak indirgenen özelliklerin öğrenci başarısı için büyük önem arz ettiği, sınav notu ve matematik başarısı arasında doğrusal bir ilişki olduğu görülmüştür. Sadece sınavın başarısı ölçütü olmadığı tespit edilmiştir. Nano topolojinin 5. Sınıf öğrencilerinin matematik başarısını ortaya koymada alternatif bir değerlendirme yöntemi olarak kullanılabileceği ortaya çıkarılmıştır.

Alternatif bir ölçme ve değerlendirme, öğrenci merkezli bir yaklaşımdır ve öğrencilerin bireysel özelliklerini dikkate alarak bilgi ve becerilerin gerçek hayata uygulanma düzeyine odaklanır. Geleneksel ölçme ve değerlendirme sadece bilişsel alandaki davranışları ele alırken, alternatif yaklaşım duygusal ve psikomotor davranışlardaki gelişmeleri gözlemler. Portfolyo, proje, performans ödevleri, kavram haritaları, yapılandırılmış ızgaralar, tanımlayıcı dallı ağaçlar, sözcük ilişkilendirme, öz değerlendirme ve akran değerlendirme alternatif ölçme ve değerlendirme

araçları olarak kabul edilmektedir [17]. Bundan dolayıdır ki, Hancock [30], öğretmenlerin öğrencilerin yeterliliklerini yargılamak için daha geniş bir kanıta sahip oldukları, dil programlarının bireysel farklılıklara daha duyarlı hale geldiği ve öğrencilerin yaşam boyu becerilerle donatıldıkları gerekçesiyle özerkliği teşvik eden alternatif değerlendirme kullanımını desteklemiştir. Bununla beraber bu yaklaşımında negatif yönleri olabilir. Bu bağlamda kullandığımız değerlendirme algoritmasının avantajları ve dezavantajları şu şekilde verilebilir:

Avantajlar:

- 1- Geleneksel testlerle ve değerlendirmelerle doğrudan değerlendirilemeyen değerli becerileri değerlendirmek için bir yol sağlarlar.
- 2- Öğrenci performansı ve başarısı için geleneksel testlerden daha gerçekçi bir yaklaşım sağlarlar.
- 3- Öğrenci performansına ve öğrenciler tarafından gerçekleştirilen işin kalitesine odaklanırlar.
- 4- Yerleşik öğrenme çıktılarıyla kolayca uyumlu hale getirilebilirler.

Dezavantajlar:

- 1- Süreç, zaman, çaba, ekipman, malzeme, tesisler veya fonlar açısından maliyetli olabilir.
- 2- Derecelendirme süreci bazen geleneksel sınavlardan daha öznel olabilir.

5. KAYNAKLAR

- [1] Adanalı K, 2008. Sosyal bilgiler eğitiminde alternatif değerlendirme: 5. sınıf sosyal bilgiler eğitiminin alternatif değerlendirme etkinlikleri açısından değerlendirilmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- [2] Alderson J, Banerjee J, 2001. Language Testing and assessment (Part 1) Language Teaching 34 (4): 213-236.
- [3] Al Shumrani MA, Topal S, Smarandache F, Ozel C, 2019. Covering-Based Rough Fuzzy, Intuitionistic Fuzzy and Neutrosophic Nano Topology and Applications, IEEE, 7: 172839-172846.
- [4] Aybar F, 2011. Kaba Kümeler Teorisi Üzerine Algoritmalar, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [5] Ayma SB, 2019. Kaba Küme Tabanlı Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi ve Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- [6] Bahar M, Nartgün Z, Durmuş S, Bıçak B, 2008. Geleneksel-alternatif ölçme ve değerlendirme öğretmen el kitabı. Ankara: Pegem Akademi.
- [7] Bal M, 2013. Rough Sets Theory as Symbolic Data Mining Method: An Application on Complete Decision Table, Information Science Letters, 2(1): 35-47.
- [8] Barootchi N, Keshavarz MH, 2002. Assessment of achievement through portfolios and teacher-made tests. Educational Research, 44: 279-288.
- [9] Bayhan S, Şen M, 2018. Pawlak Yaklaşım Uzaylarının Topolojik Yapısı ve Genelleştirilmiş Kaba Kümeler, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 9(Ek Sayı 1): 305-315.
- [10] Baykal N, Beyan T, 2004. Bulanık Mantık İlke ve Temelleri, Birinci Baskı, Bıçaklar Kitabevi, Ankara.
- [11] Bhuvaneswari K, Gnanapriya KM, 2014. On Nano Generalised Pre Closed Sets and Nano Pre Generalised Closed Sets in Nano Topological Spaces, International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology, 3/10 (2014): 16825-16829.
- [12] Bülbül A, 2014. Genel Topoloji, Hacettepe Üniversitesi Yayınları, Ankara.
- [13] Cantor G, 1883. Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre, Leipzig, 1883
- [14] Chao D, Sulin P, 2011. The BSC Alarm Management System Based on Rough Set Theory in Mobile Communication. In: 7th International Conference on Computational Intelligence and Security, Hainan.

- [15] Chen Y, Weng C, 2009. Mining fuzzy association rules from questionnaire data. Knowledge-Based Systems Journal, 22: 46–56.
- [16] Creswell JW, 2012. Educational Research, USA: Pearson Education
- [17] Çalışkan H. ve Kaşıkçı Y, 2010. The application of traditional and alternative assessment and evaluation tools by teachers in social studies. Procedia Social and Behavioural Sciences. 2. 4152-4156. 10.1016/j.sbspro.2010.03.656.
- [18] Çepni S, Bayrakçeken S, Yılmaz A, Yücel C, Semerci Ç, Köse E ve diğerleri, 2007, Performansların Değerlendirilmesi, Ölçme ve Değerlendirme, Edit. S. Çepni ve E. Karip (Ankara: PegemA Yayınları), s: 1-15.
- [19] Çepni S, Bayrakçeken S, Yılmaz A, Yücel C, Semerci Ç, Köse E. ve diğerleri, 2007, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme, Ölçme ve Değerlendirme, Edit. Ç. Semerci ve E. Karip (Ankara: PegemA Yayınları), s: 193-239.
- [20] Çepni S, Bayrakçeken S, Yılmaz A, Yücel C, Semerci Ç, Köse E. ve diğerleri, 2007, Sınıf İçi Değerlendirme ve Not Verme, Ölçme ve Değerlendirme, Edit. C. Yücel ve E. Karip (Ankara: PegemA Yayınları), s: 273-311
- [21] Çoban S, 2019. Yakın Kümelerin Topolojisi Üzerine, Yüksek Lisans Tezi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- [22] Doğan S, 2019. Topolojik Kavramlara İlişkin Karşılaşılan Öğrenci Zorlukları, Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- [23] Delice A, Karaaslan K, 2016. Topolojinin İlkokul, Ortaokul ve Lise Matematik Dersi Öğretim Programlarında Ele Alınmasının Tartışılması. Eğitim Bilimleri Dergisi. 43: 43-66
- [24] Emam OE, Farhan MS, Abohany AA, 2017. Analysis of faults fixing system using rough sets: A case study in large-scale telecommunication company (telecom egypt), 2017 13th International Computer Engineering Conference (ICENCO), Cairo, s: 399-404,
- [25] Erden C, 2014. Kaba Kümeler Teorisi ve Trafik Kazaları Üzerine Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [26] Fraenkel JR, Wallen N.E, Hyun HH, 2012. How to Design and Evaluate Research in Education, USA: The McGraw-Hill Companies
- [27] Germano LT, Alexandre P, 1996. Knowledge-base reduction based on rough set techniques, The Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering.
- [28] Gnanambal Y, 1997. On generalized pre regular closed sets in topological spaces, Indian J. Pure. Appl. Math., 28(3): 351-360.
- [29] Gravetter JF, Forzano LB, 2012. Research methods for the behavioral sciences (4. Baskı). USA: Linda Schreiber-Ganster.

- [30] Hancock CR, 1994. *Alternative Assessment and Second Language Study: What and Why?* ERIC Digest. <http://www.eric.ed.gov> (Erişim Tarihi: 22.11.2020)
- [31] Hamayan EV, 1995. Approaches to alternative assessment. *Annual Review of Applied Linguistics*, 15: 212-226.
- [32] Herman JL, Aschbacher PR, Winters L, 1992. A practical guide to alternative assessment. Alexandria VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- [33] Işıklı ř, 2008. Bulanık Mantık ve Bulanık Teknolojileri, Araştırma Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakóltesi Felsefe Bölümü Dergisi, 19(0): 105-126.
- [34] Karaaslan KG, 2013. Ortaöğretim geometri ders programına yeni konu önerisi: Topoloji. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [35] Karaca E, (2008). Ölçme ve Değerlendirmede Temel Kavramlar. Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme (1. Baskı) içinde (1-36). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- [36] Karataş İ, (2018). Bulanık mantık ile klasik ve sembolik mantık ilişkisi (karşılaştırılması). *European Journal of Educational and Social Sciences*, 3 (2): 144-163.
- [37] Ke G, Mingwu L, Yong F, Xia Z, 2011. A Hybrid Model of Rough Sets and Shannon Entropy for Building a Foreign Trade Forecasting System. In: 4th International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization, Yunnan.
- [38] Kepek T, 2019. Alternatif değerlendirme yöntemlerinin öğrenci başarısına etkisinin ve bu yöntemlerle ilgili öğretmen ve öğrenci görüşlerinin incelenmesi, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi / Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya
- [39] Komorowski J, Polkowski L, Skowron A, 1998. Rough sets: A tutorial. In: *Rough-Fuzzy Hybridization: A new method for decision making*. Springer-Verlag.
- [40] Lai CJ, Wen KL, 2005. Application of Rough Set Approach to Credit Screening Evaluation. *Journal of Quantitative Management* 12(1): 69-78.
- [41] Lang G, Miao D, Cai M, 2017. Three-way decision approaches to conflict analysis using decisison-theoretic rough set theory, *Information Sciences*, s: 406-407, 185-207.
- [42] Lashin EF, Medhat T, 2005. Topological reduction of information systems, *Chaos, Solitons and Fractals*, 25: 277-286
- [43] Levine N, 1970, Generalized closed sets in Topology, *Rend. Circ. Math. Palermo*, 19: 89-96.
- [44] Lingras PJ, Yao YY, 1998. Data mining using extensions of the rough set model, *Journal of American Society for Information Science*, 49(5): 415-422.
- [45] Liu Y, Qin K, Martinez L, 2018, Improving decision making approaches based on fuzzy soft sets and rough soft sets, *Applied Soft Computing*, 65: 320-332.

- [46] Luoa C, Li T, Chen H, Fujita H, Yi Z, 2018. Incremental rough set approach for hierarchical multi criteria classification, *Information Sciences*, 429: 77-87.
- [47] Maki H, Umehara J, Noiri T, 1996. Every Topological space is pre- $T_1/2$, *Mem. Fac. Sci. Kochi Univ. Ser.A. math.*, 17: 33-42.
- [48] Mertens DM, 2010. *Research and Evaluation in Education and Psychology*, California: SAGE Publications
- [49] Narlı S, 2010. Do students really understand topology in the lesson? A case study. *International Journal of Human and Social Sciences*, 5(9), 543-546
- [50] Ogan-Bekiroğlu, F, 2004, Ne Kadar Başarılı? Klasik ve Alternatif Ölçme ve Değerlendirme Yöntemleri ve Fizikte Uygulamalar, Ankara: Nobel Yayınları.
- [51] Orłowska E, 1994. Reasoning with incomplete information: rough set based information logics, *Incompleteness and Uncertainty in Information Systems*, New York, Springer-Verlag, s: 16-33.
- [52] Özer O, Çoker D, Taş K. 1999. *Soyut Matematik* (4. Baskı). Bilim Yayıncılık.
- [53] Öztemel E, 2003. *Yapay Sinir Ağları*, Papatya Yay. I. Baskı, 2003 İstanbul
- [54] Palaniappan N, Chandrasekhara KR, 1993. Regular generalized closed sets, *Kyungpook math.J.*, 33: 211-219.
- [55] Parvathy CR, Praveena S, 2017. On Nano Generalized Pre Regular Closed Sets in Nano Topological Spaces, *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, 13(2): 56-60.
- [56] Pawlak Z, 1982. Rough set, *International Journal of Computer and Information Sciences*, Plenum Publishing Corporation, 11(5): 341-356.
- [57] Pawlak Z, (1995). Vagueness and Uncertainty: A Rough Set Perspective. *Computational Intelligence*, 11: 227-232.
- [58] Pawlak Z, 2002. Rough Sets and Intelligent Data Analysis, *Information Sciences*, 147(1): 1-12.
- [59] Pawlak Z, Slowinski R, 1994. Rough set approach to multi-attribute decision analysis. *European Journal Of Operational Research*, 72: 443-459.
- [60] Pawlak Z, Skowron A, 1994. Rough Set Rudiments. *The International Workshop on Rough Sets and Soft Computing*, 72.
- [61] Porter ND, 2009. An introductory study of topology. Southern University and Agricultural and Mechanical College.
- [62] Qiana Y, Liang J, Yao Y, Dang C, 2010. A multigranulation rough set, *Information Sciences*, 180: 949-970.

- [63] Qiana Y, Dangb C, Liang J, Tang D, 2009. Set-valued ordered information systems Information Sciences 179: 2809-2832.
- [64] Qu Z, Wang X, 2009. Application of Clustering Algorithm and Rough Set in Distance Education. In: 1st International Workshop on Education Technology and Computer Science, Wuhan, s: 489–493.
- [65] Rajasekaran I, Nethaji O, 2017. On nano π gs-closed sets. Journal of New Theory, 19: 56-62.
- [66] Rajasekaran I, Nethaji O, 2017. On some new subsets of nano topological spaces, Journal of New Theory, 16: 52-58.
- [67] Rajasekaran I, Raja TSS, Nethaji O, 2017. On nano $\frac{1}{4}$ gp-closed sets, Journal of New Theory, 19: 20-26.
- [68] Ren, Y, Xing T, Quan Q, Chen X, 2011. Attributes Knowledge Reduction and Evaluation Decision of Logistics Centre Location Based on Rough Sets. In: 4th International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, Shenzhen, s: 67–70
- [69] Riki M, Rezaei H, 2014. Veri analizinde kaba kümeler teorisine ve uygulamasına giriş. Joul. Matematik. Bilgisayar Bilimi, s:25-32
- [70] Romero C, Zafra A, Luna JM, Ventur S, 2013. Association rule mining using genetic programming to provide feedback to instructors from multiple-choice quiz data. Expert Systems 30(2): 162–172.
- [71] Russell B, 1903. The Principles of Mathematics, London, George Allen & Unwin Ltd., 1st Ed. 1903 (2nd Edition in 1937).
- [72] Sharmistha Bhattacharya, 2011. On generalized regular closed sets, Int. J. Contemp. Math. Sci., 6: 145-152.
- [73] Sheu TW, Chen TL, Tsai CP, Tzeng JW, Deng CP, Nagai M, 2013. Analysis of Students' Misconception Based on Rough Set Theory. Journal of Intelligent Learning Systems and Applications 5(2): 67–83.
- [74] Skowron A, Komorowski J, Pawlak Z, Polkowski L, 2002, January. Rough sets perspective on data and knowledge. In Handbook of data mining and knowledge discovery (s: 134-149). Oxford University Press, Inc.
- [75] Slowinski R, Vanderpooten D, 1990. A generalized definition of rough approximations based on similarity, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 12(2): 331-336.
- [76] Sun B, Ma W, Zhao H, 2016, Rough set-based conflict analysis model and method over two universes, Information Sciences, V.372, 1 Dec. 2016, s: 111-125.

- [77] Şen M, 2019. Kaba Kümeler ve Topolojik Uzaylar, Yüksek Lisans Tezi, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Burdur.
- [78] Thivagar ML, Antoinette IG, 2019. Note on nano hyper connected spaces, South East Asian J. of Mathematics and Mathematical Sciences, 15(1): 25-36
- [79] Thivagar ML, Priyalatha SPR, 2017. Medical diagnosis in a indiscernibility matrix based on nano topology. Cogent Mathematics and Statistics, 4(1): 1330180.
- [80] Thivagar ML, Richard C, Paul NR, 2012. Mathematical innovations of a modern topology in medical events. International journal of information science, 2(4): 33-36.
- [81] Thivagar ML, Richard C, 2013. On Nano forms of weakly open sets, International Journal of Mathematics and Statistics Invention, 1/1 (2013): 31-37.
- [82] Thivagar ML, Richard C, 2014. Nutrition Modeling Through Nano Topology, Int. Journal of Engineering Research and Applications, 4(1): 327-334.
- [83] Thivagar ML, Sutha Devi V, 2016. On Multi-granular nano topology, South East Asian Bulletin of Mathematics, Springer Verlag. 40: 875-885.
- [84] Tsagari D, 2004. Is there Life beyond language testing? An introduction to alternative language assessment. Center for Research in Language Education, CRILE Working Papers No. 58.
- [85] Turgut MF, Baykul Y, 2015. Eğitimde ölçme ve değerlendirme, 7. Baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, Ankara
- [86] Udristoiu A, Udristoiu S, Popescu E, 2014. Predicting Students Results Using Rough Sets Theory. Springer International Publishing Switzerland, s: 336-343
- [87] Vlach M, 2008. Algebraic and topological aspects of rough set theory. Fourth International Workshop on Computational Intelligence & Applications, IEEE SMC Hiroshima Chapter, Hiroshima University, Japan, December, s: 10-11.
- [88] Wang C, Shao M, He Q, Qian Y, Qi Y, 2016. Feature subset selection based on fuzzy neighborhood rough sets, Knowledge Based Systems, 111(1): 173-179.
- [89] Wang H, Zhou M, William Z. (2012). A New Approach to Establish Variable Consistency Dominance—Based Rough Sets Based on Dominance Matrices. In: International Conference on Intelligent System Design and Engineering Application, Sanya, Hainan, s: 48– 51
- [90] Wu W, Leung Y, 2011. Theory and applications of granular labelled partitions in multi-scale decision tables, Information Sciences, 181, 3878- 3897.
- [91] Yan Z, Shen Q, Shao B, 2010. The Analysis of Student's Grade Based on Rough Sets. IEEE, s: 345-349.

- [92] Yaşar M, 2011. Ölçme ve değerlendirme ile ilgili temel kavramlar, 9-41, Tekindal, S. (Editör), Ölçme ve değerlendirme, Pegem Akademi Yayıncılık, Ankara.
- [93] Zadeh LA, 1965. Fuzzysets. Information and Control, Elsevier, 8(3): 338-353.
- [94] Zaras K, Marin JC, Boudreau-Trude B, 2012. Dominance-Based Rough Set Approach in Selection of Portfolio of Sustainable Development Projects. American Journal of Operations Research 2(4): 502–508
- [95] Zhong N, Dong JZ, Ohsuga TYL, 1998. An incremental probabilistic rough set approach to rule discovery, The IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vol.2.
- [96] Zhou B, 2014. Multi-class decision-theoretic rough sets, International Journal of Approximate Reasoning, 55(1)-2: 211-224.
- [97] Zmbicki D, 2007, Examining the effects of alternative assessment on student motivation and self- efficacy, Doktora Tezi, Walden University

6. EKLER

EK 1. Dönem Sonu Yapılan Sınavın Konu- Kazanımları ve Değerlendirilmesi

Dönem sonun da yapılan sınav 5. Sınıf matematik dersinin ilk 5 konusundan oluşturulmuştur. Konu içindeki kazanımlara ait soru sayısına göre puanlar eşit dağıtılmıştır. Konular ve konulara ait kazanımlar aşağıda belirtilmiştir.

1. Doğal Sayılar;

- (K_{1.1}): En çok dokuz basamaklı doğal sayıları okur ve yazar.
- (K_{1.2}): En çok dokuz basamaklı doğal sayıların bölüklerini, basamaklarını ve rakamların basamak değerlerini belirtir.

- (K_{1.3}): Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur.

2. Doğal Sayılarla İşlemler I;

- (K_{2.1}): En çok beş basamaklı doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yapar.
- (K_{2.2}): En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.
- (K_{2.3}): En çok dört basamaklı bir doğal sayıyı, en çok iki basamaklı bir doğal sayıya böler.

3. Doğal Sayılarla İşlemler II;

- (K_{3.1}): Bir doğal sayının karesini ve küpünü üslü ifade olarak gösterir ve değerini hesaplar.
- (K_{3.2}): En çok iki işlem türü içeren parantezli ifadelerin sonucunu bulur.
- (K_{3.3}): Dört işlem içeren problemleri çözer.

4. Kesirler;

- (K_{4.1}): Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür.
- (K_{4.2}): Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.
- (K_{4.3}): Payları veya paydaları eşit kesirleri sıralar.

5. Kesirlerle İşlemler;

- (K_{5.1}): Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar.
- (K_{5.2}): Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.
- (K_{5.3}): Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar.

Sınavın değerlendirme sonuçları Tablo 6.1'deki gibidir. Tablo 6.1 de öğrenciler s_1 , s_2 vb. sekilde sembolleştirilmiştir. Öğrencilerin doğru yaptığı sorular artı (+), yanlış yaptığı sorular eksi (-) sembolleri ile belirtilmiştir. Tabloda konu ve kazanımların altına soru sıra numaraları eklenmiştir. Kazanımlar yukarına belirtildiği üzere ($K_{1.1}$), ($K_{2.2}$) vb. gibi sembolleştirilmiştir. Sınav 100 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Konu içindeki kazanımlara ait soru sayısına göre puanlar eşit dağıtılmıştır. Yani her konuya ait sorular için verilen 20 puan kazanımlara eşit dağıtılmıştır.



Tablo 6.6: Dönem Sonu Yapılan Sınavın Analizi

	Doğal Sayıla					Doğal Sayılarla İşlemler I				Doğal Sayılarla İşlemler II				Kesirler					Kesirlerle İşlemler		
	(K _{1.1})	(K _{1.1})	(K _{1.2})	(K _{1.3})	(K _{1.3})	(K _{2.1})	(K _{2.1})	(K _{2.2})	(K _{2.3})	(K _{3.1})	(K _{3.2})	(K _{3.2})	(K _{3.3})	(K _{4.1})	K _{4.1}	(K _{4.2})	(K _{4.2})	(K _{4.3})	(K _{5.1})	(K _{5.2})	PUAN
NO	17	10	13	11	2	7	20	1	15	16	6	3	14	19	12	4	8	18	5	9	
S₁	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	86
S₂	+	+	+	+	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	+	-	-	+	+	-	63
S₃	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	100
S₄	+	+	+	-	-	+	-	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	+	-	46
S₅	+	+	+	+	+	+	-	+	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	85
S₆	+	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	+	+	-	58
S₇	+	-	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	+	+	+	-	-	+	+	-	55
S₈	+	+	-	-	-	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	+	+	-	38
S₉	+	+	-	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	-	-	-	-	+	-	38
S₁₀	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	100
S₁₁	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	-	76
S₁₂	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	+	+	-	-	-	+	+	-	60
S₁₃	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	65
S₁₄	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	21
S₁₅	-	+	+	-	-	+	+	-	+	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	-	55
S₁₆	+	+	+	-	+	+	-	-	-	-	-	+	+	-	-	-	+	-	+	-	45
S₁₇	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	90
S₁₈	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	-	+	+	+	-	-	-	-	+	-	65
S₁₉	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	86
S₂₀	+	+	+	+	+	-	-	+	+	-	+	+	+	-	-	+	-	+	+	+	63

ÖZGEÇMİŞ

■■■■ yılında ■■■■ doğdum. İlköğretimi Selçuklu İlköğretim Okulu'nda, ortaokulu Selçuklu Ortaokulu'nda ve liseyi Nurullah EREN Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2012 yılında kazandığım Erciyes Üniversitesi Ziya EREN Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Bölümü'nden 2016 yılında mezun oldum. 2016'da Bitlis İl Milli Eğitim Müdürlüğünde öğretmen olarak göreve başladı. 2018'de Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda yüksek lisansa başladım. Ocak 2020'de yüksek lisansını tamamladı. Yabancı dili İngilizcedir.

Yunus Emre AKÜREK