

T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANA BİLİM DALI

NÖTROSOİK KÜMELERDE DENG ENTROPİ

DOKTORA

Ümit DEMİR

ŞUBAT-2025
GÜMÜŞHANE



**T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK ANA BİLİM DALI

NÖTROSOFİK KÜMELERDE DENG ENTROPİ

DENG ENTROPY IN NEUTROSOPHIC SETS

DOKTORA

Ümit DEMİR

**ŞUBAT-2025
GÜMÜŞHANE**



**T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK ANA BİLİM DALI

NÖTROSOFİK KÜMELERDE DENG ENTROPİ

DENG ENTROPY IN NEUTROSOPHIC SETS

DOKTORA

Ümit DEMİR

Danışman: Prof.Dr.Mehmet MERDAN

**ŞUBAT-2025
GÜMÜŞHANE**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Doktora Tezi olarak hazırlamış olduğum “**Nötrosofik Kümelerde Deng Entropi**” isimli bu tezimin, tamamen kendi çalışmam olduğunu, her alıntıya kaynak gösterdiğimi, alıntı yaptığım tüm çalışmaları kaynakçada belirttiğimi ve Gümüşhane Üniversitesi’nin lisanslı kullanıcısı olduğu intihal yazılım programı ile Lisansüstü Eğitim Enstitüsü’nün belirlediği kıstaslara uygun olarak raporladığımı taahhüt ederim. Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Gümüşhane Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü arşivinde saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

21/02/2025

.....
Ümit DEMİR

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak hazırlanmıştır. Bu tez çalışmasında değerli emeklerinden ötürü danışman hocam Prof. Dr. Mehmet MERDAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimim boyunca değerli görüş ve tavsiyelerini esirgemeyen Prof. Dr. Rıdvan ŞAHİN, Prof. Dr. Selçuk ALEMDAĞ, Dr. Öğr. Üyesi Ali KÖSEOĞLU ve Dr. Öğr. Üyesi Halil ANAÇ'a, sabırlarından ötürü aileme ve arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Ümit DEMİR
GÜMÜŞHANE, 2025

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, Nötrosifik Kümeler (NK) aracılığıyla gerçek dünya bilgilerinde mevcut olan belirsizlik, muğlaklık, eksiklik ve tutarsızlığı ele almayı amaçlayan ek olasılıksal ölçütler sunmak için yeni Nötrosifik Kanıt Kümeleri (NKK) tanımlamaktır.

Dempster-Shafer Kanıt Teorisi (D-S Kanıt Teorisi) belirsiz bilgileri ele almak için oldukça pratik bir kavramdır. Bu teorinin temeli, yalnızca odak elemanlara (OE) atfedilen destek derecesini hesaba katan Temel Olasılık Atama'sında (TOA) yatmaktadır. NKK'nin temel elemanı, üç bileşenden oluşan Nötrosifik Temel Olasılık Atama'sından (NTOA) oluşur. OE'nin doğruluk derecesi ilk TOA ile belirsizlik derecesi ikinci TOA ile ve yanlışlık derecesi ise son TOA ile karakterize edilir. NKK'de, OE'nin her destek derecesi herhangi bir sınırlama olmaksızın ayrı ayrı gösterilir. Bu nedenle NKK kapsayıcılık bakımından daha geniştir. NTOA yöntemi doğruluk desteği, belirsizlik desteği ve yanlış destek derecelerinin yanı sıra bu destek derecelerini de sınırlayıcı bir çerçevede tek ve çoklu alt kümelere atar.

Bu çalışma, Nötrosifik Deng Entropisi (NDE), Nötrosifik Kosinüs Benzerlik Ölçümü (NKBÖ) ve Nötrosifik Jousselmane Mesafesi (NJM) gibi NKK'leri için bazı bilgi ölçümleri geliştirmeyi amaçlamaktadır. Devamında, bir yandan güvenilir kanıtların etkisini artırmak ve diğer yandan güvenilmez kanıtların etkisini azaltmak için çelişkili kanıtları birleştirmek üzere D-S Kanıt Teorisi'ne dayalı iyileştirilmiş bir yöntem oluşturulmasıdır. Son olarak, bu yenilikçi fikirlerin önemini vurgulamak ve üstünlüğünü göstermek üzere hedef tanımlama için sensör veri entegrasyonunu içeren bir örnek durum incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: D-S kanıt teorisi, Nötrosifik kanıt kümeleri, Nötrosifik inanç (Deng) entropisi, Nötrosifik Jousselmane mesafesi, Nötrosifik kosinüs benzerlik ölçümü

SUMMARY

The aim of this study is to define new Neutrosophic Evidence Sets (NECs) to provide additional probabilistic metrics that aim to address the uncertainty, ambiguity, incompleteness and inconsistency present in real-world information through neutrosophic sets (NES).

Dempster-Shafer evidence theory is a very practical concept for addressing uncertain information. The basis of this theory lies in the Basic Probability Assignment (BPA), which adds a support system structure attributed only to the focal elements (FE). The basic element of NES consists of the Neutrosophic Basic Probability Assignment (NBPA), which consists of three members. The accuracy degree of FE can be done with the first BPA, the performance degree with the second BPA, and the performance degree with the last BPA. In NECs, each support degree of FE is shown separately without any limitation. Therefore, NECs is broader in scope. The NBPA method assigns the correctness support, combination support and false support degrees as well as these support degrees to a constraining collaboration of single and multiple subsets.

This work carries out some information metric improvements for NECs, such as Neutrosophic Deng Entropy (NDE), Neutrosophic Cosine Similarity Measure (NCSM) and Neutrosophic Jousselme Distance (NJD). In continuation, an improved method based on Dempster-Shafer evidence theory (D-S evidence theory) is provided to combine the replicated evidences to increase the duplication of reliable evidences on one hand and minimize the length of unreliable evidences on the other hand. Finally, a case study is provided to demonstrate the features and superiority of this standard part, which includes sensor data integration for target identification.

Keywords: Dempster-Shafer evidence theory, Neutrosophic evidence sets, Neutrosophic belief (Deng) entropy, Neutrosophic Jousselme distance, Neutrosophic cosine similarity measure

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	III
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI.....	IV
TEŞEKKÜR.....	V
ÖZET.....	VI
SUMMARY	VII
İÇİNDEKİLER	VIII
TABLolar DİZİNİ	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	XI
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Temel Kavramlar	6
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	17
2.1. Bulanık, Sezgisel Bulanık ve Nötrosofik Kümelerde Entropi	17
2.2. Jousselme Mesafe Ölçüsü	22
2.3. Kosinüs Benzerlik Ölçüsü.....	23
3. BULGULAR VE TARTIŞMA	25
3.1. Nötrosofik Kanıt Kümeleri	25
3.2. Nötrosofik Kanıt Kümeleri için Jousselme Mesafe Ölçüsü.....	28
3.3. TOA'ları Değiştirilmiş Kosinüs Benzerlik Ölçüsü.....	29
3.4 . Nötrosofik inanç (Deng) Entropi	30
3.5. Karar Modeli	33
3.6. Sayısal Örnek	35
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	41
5. KAYNAKLAR	43
ÖZGEÇMİŞ	51

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Kanıt teorisindeki bazı entropiler ve özellikleri	14
Tablo 2. Gözlemlerin NTOA matrisi	36
Tablo 3. NTOA'ların benzerlik matrisi	36
Tablo 4. NTOA'ların ilgili derece ölçümleri	36
Tablo 5. NTOA'larının Nötrosifik İnançları (Deng)	37
Tablo 6. NTOA'ların ilgili derece ölçümleri	37
Tablo 7. NTOA'ların ilgili derece ölçümleri	37
Tablo 8. Nötrosifik WAE(mi) ve birleştirme sonucu oluşturulan Fmi 'si.....	37
Tablo 9. Nötrosifik WAE(m)'lerin birleştirme sonuçları	38
Tablo 10. Son birleştirme sonucu F(mi)	39

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. 2003-2023 yılları arasında D-S kanıt teorisi yayınları ve atıfları (WoS).....	2
Şekil 2. Birleştirme sonucu	38
Şekil 3. Son birleştirme karşılaştırması.....	40



SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ

AEÇ	: Ayırt Etme Çerçevesi
ÇKKV	: Çok Kriterli Karar Verme
BNK	: Basitleştirilmiş Nötrosofik Küme
BNAO	: Basitleştirilmiş Nötrosofik Ağırlıklı Ortalama
CD	: NTOA Güvenilirlik Derecesi
D-S Kanıt Teorisi	: Dempster-Shafer Kanıt Teorisi
F(m)	: NTOA Nihai Birleştirme
GI	: NTOA Genel Bilgi Hacmi
GKK	: Geleneksel Kanıt Kümeleri
GCD	: NTOA Evrensel Güvenilirlik Derecesi
MCD	: NTOA Değiştirilmiş Güvenilirlik Derecesi
NCBÖ	: Nötrosofik Kosinüs Benzerlik Ölçümü
NDE	: Nötrosofik Deng Entropi
NJM	: Nötrosofik Jousselme Mesafesi
K	: Çatışma Katsayısı
NK	: Nötrosofik Küme
NKK	: Nötrosofik Kanıt Kümesi
NTOA	: Nötrosofik Temel Olasılık Ataması
OE	: Odak Elemanı
SN	: NTOA yeni benzerlik ölçüsü
SD	: NTOA Destek Derecesi
SBK	: Sezgisel Bulanık Kümeler
SBKK	: Sezgisel Bulanık Kanıt Kümeleri
TDNK	: Tek Değerli Nötrosofik Küme
TOA	: Temel Olasılık Ataması
WAE	: Ağırlıklı Ortalama Kanıtları
$ A $	: A kümesinin Kardinalitesi
$ A _n$	: A kümesinin Nötrosofik Kardinalitesi
$\mu(A)$	: Bulanık Kümelerde ve Sezgisel Bulanık Kümelerde Üyelik Fonksiyonu
$\nu(A)$	: Sezgisel Bulanık Kümelerde Non-üyelik Fonksiyonu

$\pi(A)$	: Sezgisel Bulanık Kümelerde Tereddüt Fonksiyonu
T_A	: Nötrosofik Kümelerde Üyelik Fonksiyonu
F_A	: Nötrosofik Kümelerde Non-üyelik Fonksiyonu
I_A	: Nötrosofik Kümelerde Tereddüt Fonksiyonu
$m(A)$	: Kütle fonksiyonu
$Q(A)$	: Ortak Özellik fonksiyonu
$P(m_i)$	: Pozitif Etki fonksiyonu
$N(m_i)$	: Negatif Etki fonksiyonu
$Bel(A)$	: İnanç fonksiyonu
$Pl(A)$	: İmandırıcılık fonksiyonu
$S(A, B)$	: Kosinüs Benzerliği
$d(A, B)$	: Öklid Mesafesi
$c(A, B)$	: Vektörel Kosinüs Benzerliği
$d(\mu_1, \mu_2)$	: Jousselme Mesafesi
$d_N(\mu_1, \mu_2)$	: Nötrosofik Kanıt Kümelerinde Jousselme Mesafesi
A_J	: Basitleştirilmiş Nötrosofik Ağırlıklı Ortalama Operatörü
$C_H(m)$	: Höhle Entropisi
$H_S(m)$	: Smets Entropisi
$E_Y(m)$	: Yagerin Uyumsuzluk Ölçüsü
$E_D(m)$	: Deng Entropisi
$E_N(m)$	: Nötrosofik Kümelerde Entropi
$E_W(m)$	: Wei'nin Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$E_L(m)$	: Lei'nin Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$E_G(m)$	: Gao'nun Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$E_{ID}(m)$	: İyileştirilmiş Deng Entropi
$E_{NDE}(m)$	: Nötrosofik Deng Entropi
$E_{SK}(m)$	: Szmidt ve Kacprzyk'in Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$E_{YL}(m)$	: Yuan ve Luo'nun Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$E_{ZL}(m)$	: Zeng ve Li'nin Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$E_{ZJ}(m)$	: Zhang ve Jiang'in Sezgisel Bulanık Kümeler Entropisi
$I_{DP}(m)$	: Dubois ve Prade'in Ağırlıklı Hartley Entropisi
$H_I(m)$	: Lamata Ve Moral'in Entropisi
$D_{KR}(m)$	: Klir ve Ramer'in Entropisi
$D_{KP}(m)$	: Klir ve Parviz'in Entropisi

$H_P(m)$	: Pal vd. Entropisi
$D_{GP}(m)$	: George ve Pal'in Entropisi
$U_f(m)$	: Bulanık İnanç Entropisi
$H_{MDE}(p)$	: Maksimum Deng Entropisi
$H_n(p)$	: Shannon Entropisi
$H_J(m)$	: Jousselme vd. Entropisi
$H_{JS}(m)$	: Jiroušek ve Shenoy Entropisi
$H_{LT}(m)$	: Bulanık Entropi
$H_{PQ}(m)$	: Pan vd. Entropisi
$U_{exp}(m)$	: Wen vd. üstel Entropisi
$S_{U_{SW}}(m)$	: Song ve Wang Entropisi
$S_{n \times n}$	: Benzerlik Matrisi
$TU^I(m)$	: Yang ve Han Entropisi
$TU_E^I(m)$	: Deng vd. Entropisi
w_j	: Ağırlık Vektörü
Ω	: Güç Kümesi
$m^+(A)$	: Doğruluk Destek Derecesi
$m^0(A)$	: Belirsizlik Destek Derecesi
$m^-(A)$	: Yanlışlık Destek Derecesi
m^*	: Dönüştürülmüş Temel Olasılık Ataması
δ	: NTOA toplam belirsizliği

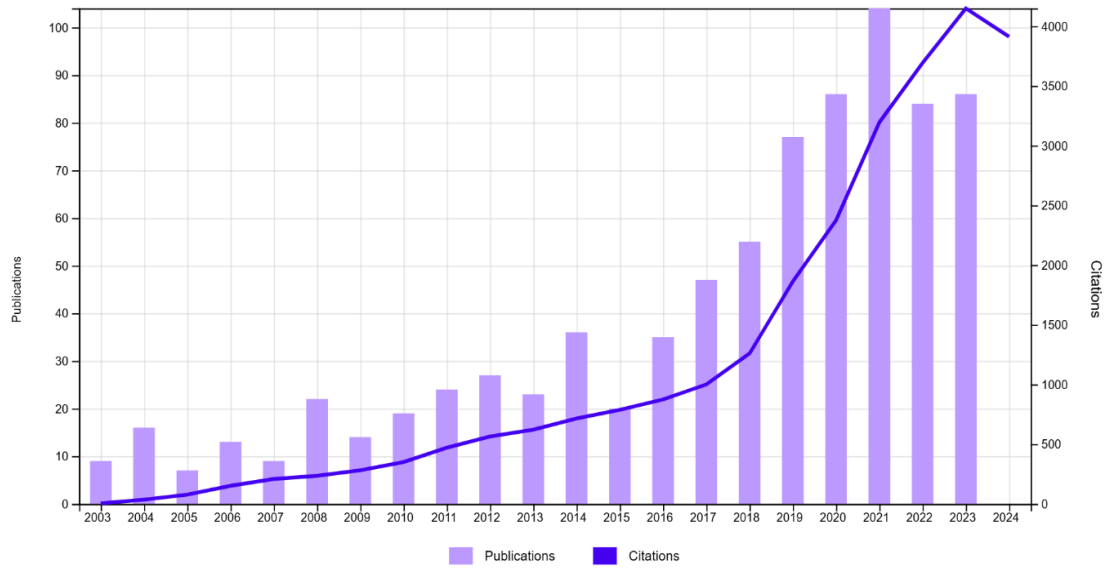
1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Belirsizlik, mevcut bilginin yetersizliğinden, elde edilen bilginin güvenilirliğinden, ifade edilirken ki dilsel hatalarından ve de uzman hatalarından kaynaklanmaktadır. Belirsizlik içeren sistemlerde bir yargıya varabilmek için çeşitli yöntemler mevcuttur. Bu yöntemlerden olasılık teorisi, belirsizliği var olan yaklaşımlara eşit değerler vererek üstesinden gelmeye çalışırken eşdeğer olarak kabul ettiği olası sonuçlar belirsiz durumlarda kullanılamamaktadır. Olasılık teorisine dayanan Bayes teorisi ise belirsizlik altındaki olayların önceden bilinen bir bilgi setine dayanarak güncellenmesini sağlar fakat kesin olasılık hükümlerinin dışında sonuç veremez. Matematiksel Kanıt Teorisi olarakta bilinen D-S Kanıt Teorisinde ise temel olasılık atamasını (TOA) kullanarak ve belirsizlik muhakemesini uygulayarak belirsiz bilgileri daha iyi temsil edebilir. D-S kanıt teorisi, kanıtlardaki belirsizliği açıklamak için bir yöntem olarak önerilmiştir (Shafer, 1976). Bayes teorisi, kanıta dayalı inancın bir sonuca veya alternatifine atanmasını gerektirir, ancak D-S kanıt teorisi, inancın bir sonuca, alternatifine veya her ikisine birden atanmasına izin verir (Boston, 2000). Olasılık tahminlerini D-S kanıt teorisi kullanarak birleştirmenin Bayes yaklaşımına kıyasla iki avantajı vardır, birincisi önceki olasılıkları tahmin etmek için bilgilerin veya tarihsel verilerin mevcut olmadığı herhangi bir duruma uygulanabilmesi, ikincisi ise olasılık değeri için yalnızca bir nokta tahmini yerine bir aralık sağlanıp belirsizlik seviyesinin temsil edilebilmesidir (Daniel, 2021). D-S kanıt teorisi sadece belirsizliği modellemek için matematiksel bir çerçeve sağlamakla kalmaz, aynı zamanda farklı kaynaklardan elde edilen bilgileri birleştirmek için bir birleştirme yöntemi sunar. Belirsizliği modelleme ve ele almadaki etkinliği nedeniyle, D-S kanıt teorisi, belirsizlik modellemesi için yeni bakış açıları sağlayan birçok teoriye de genelleştirilmiştir.

Karar alma sürecinde nihai bir yargı, farklı ölçümlere ve kriterlere dayanmaktadır. Buna karşılık, karar vericiler belirsiz, kesin olmayan ve eksik bilgilerle karar verirken mantıksal çıkarımlar yapmada zorluklarla karşılaşmışlardır. D-S kanıt teorisi, eksik bilgi ve belirsizlik içeren senaryolarda kesin sonuçlara ulaşmak için geliştirilmiştir. Klasik olasılık teorilerinden farklı olarak, D-S kanıt teorisi belirli bir olayın meydana gelme olasılığını bir sayı olarak ölçmez; bunun yerine, olayın hem meydana gelmesi hem de meydana gelmemesiyle ilgili belirli verileri dikkate alır. D-S kanıt teorisi, önceden bilgi

sahibi olmadan bile belirsizliği etkili bir şekilde modellediği için bilgi birleştirme için farklı alanlarda yaygın olarak kullanılmıştır. Bunlardan bazıları, bağımsız kanıt parçalarını ağırlıklar ve güvenilirlikler ile birlikte birleştirmek için Yang vd. (2013) tarafından, alternatiflerin sıralanmasında Utkin (2009) tarafından, kanıta dayalı yeni bir akıl yürütme kuralı için Fu vd. (2015) tarafından ve tedarikçi seçim problemlerinin çözümünde Deng ve Chan (2011) tarafından kullanılmıştır. Çok sayıda faydasına rağmen, D-S kanıt teorisi, son derece çelişkili kanıt parçalarını entegre ederken beklenmedik sonuçlar üretebilir. Bu sorunu ele almak için çeşitli yaklaşımlar Yager (1987), Dubois ve Prade (1988) ve Smets (1983) öncülüğünde tanıtılmıştır. Çelişkili yönetim süreç sorunları, çeşitli kanıt kaynaklarının bağımsızlığı, TOA üretme yaklaşımları ve ayırt etme çerçevesindeki eksiklik (AEÇ) gibi çözülmemiş yönlerini ele almak için D-S kanıt teorisinin daha fazla araştırılmaya ihtiyacı vardır. Şekil 1 , 2003'ten itibaren DS teorisi ve buna karşılık gelen atıf sayıları üzerine yapılan araştırmalara genel bir bakış sunmaktadır. Özellikle, 2018'den sonra atıflarda belirgin bir artış olması, bu konunun son yıllarda artan alaka düzeyini ve önemini vurgulamaktadır.



Şekil 1. 2003-2023 yılları arasında D-S kanıt teorisi yayınları ve atıfları (WoS)

Ancak, D-S Kanıt Teorisinde çok sayıda çözülmemiş sorun vardır. Bu çözülmemiş endişeleri ele almak için bir strateji, işleme devam etmeden önce belirsiz verilerdeki belirsizlik düzeyini tanımak ve yönetmektir. Başlangıçta, kanıtın belirsizliğini, tutarsızlığını ve eksikliğini göz önünde bulundurmak önemlidir, çünkü bunlar eksik ve sezgiye aykırı sonuçlara yol açabilir. Dahası, orijinal DS teorisinin pratik uygulamalarında, kesin inanç dereceleri ve inanç yapıları gerektirmek yerine, bazı veya

tüm olasılık kütlelerinin belirsiz veya kesin olmaması mümkündür. Ayrıca, dildeki belirsizlik, bilgi eksikliği, eksiklik veya muğlaklık belirsizliğe veya kesin olmayanlığa yol açabilir. Klasik kanıt teorisi, mevcut destek düzeyine göre odak elemanlarının TOA'sına kısıtlamalar koyar. Elbette, bu değerlendirmeler değerin doğru bir tahminini elde etmek için kullanılabilir, ancak sonunda belirli önemli ayrıntıların kaybolmasına neden olur.

Bulanık kümeler ise nispeten daha yeni ve yapısı gereği gündelik hayat problemlerinin ifade edilmesi bakımından daha esnek bir yapı sunan yaklaşımdır. Kanıtları birleştirmek için alternatif bir yaklaşım, bulanık küme teorisi tarafından sağlanır (Zadeh, 1983). D-S kanıt teorisinde “belief” yani inanç olarak görülen belirsizlik, bulanık kümelerde küme üyeliğinin bir derecesidir. D-S teorisi ve bulanık küme teorisi temel olarak farklı belirsizlik türleri ile uğraşır (Klir ve Folger, 1988). D-S kanıt teorisi önermeler arasındaki belirsizlikleri ele almak için kanıtların birleşimini kullanırken, bulanık kümeler kesin olmayan kümelerden yararlanır. Ayrıca belirsizlik altındaki verilerin analizi ve sonuçlarının ortaya çıkarılmasında bulanık kümeler ile D-S kanıt teorisinin birlikte kullanımı da söz konusudur. Bu noktada nütrosofik küme (NK); klasik küme, bulanık küme, aralık bulanık küme, sezgisel bulanık küme, aralık sezgisel bulanık küme, diyalektik küme, paradoksal küme ve totolojik kümenin bir uzantısı olan güçlü bir çerçevedir (Smarandache, 1998). Belirtilen kümelerden farklı olarak, NK'nin her bir ögesi üç derecede; doğruluk üyeliği, belirsizlik üyeliği ve yanlışlık üyeliği ile karakterize edilir ve bu üyelikler açıkça birbirlerinden bağımsız olarak tanımlanır. NK'lerin teknik uygulamalarını sağlamak için, doğruluk üyeliği, belirsizlik üyeliği ve yanlışlık üyeliğinin alanı ve aralığı standart gerçek birim aralığıyla sınırlandırılabilir $[0, 1]$. Wang vd. (2010), bir NK türü olarak tek değerli nütrosofik kümeyi (TDNK) önermiştir. TDNK'ler, tanımlanamayan veya yönetilemeyen belirsiz ve karmaşık bilgileri tanımlama ve tutma yeteneğine sahiptir. Son zamanlarda, NK'ler ve TDNK'ler çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları, Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) problemlerini çözmek için Şahin ve Liu (2016) tarafından, korelasyon katsayılarının parametrik genellemelerinde Köseoğlu (2024) tarafından, NK'lerin genelleştirilmesinde Garg (2024) tarafından ve nesne algılama ve görüntülemelerde Song vd. (2023) tarafından kullanılmıştır.

Sezgisel bulanık inanç yapılarında D-S kanıt teorisini ifade etmek için çok sayıda çalışma yapılmıştır. Bunlardan bazıları kanıt kaynaklarının birleştirilmesinde Wu vd. (2018) tarafından, sensör güvenliği çalışmalarında Song vd. (2018) tarafından, sezgisel kanıt kümelerinin tanımlanmasında Li ve Deng (2019) tarafından ve olasılık ölçümlerinin birleştirilmesinde Xue ve Deng (2021) tarafından kullanılmıştır. Shore ve Johnson (1980)

maksimum entropi ve minimum çapraz entropi prensiplerini aksiyomatik olarak türeterek bilgi teorisine derin katkılarda bulunmuştur. Yager (1986, 1999, 2014, 2018) ise D–S Kanıt teorisi inanç yapıları ve bulanık ölçülerle ilgili çalışmalarını derinleştirerek, entropi ve belirsizliğin modellenmesinde önemli adımlar atmıştır. Pal ve Pal (1989), nesne-arka plan ayrımı için yeni entropi tanımları geliştirirken, Wang vd. (2005) aralık değerli nütrosifik kümeler ve mantık üzerine teorik bir temel sunmuştur. Aydoğdu (2015), aralık değerli nütrosifik kümelerin entropi ve benzerlik ölçütleri üzerine katkıda bulunmuş, Khalaj vd. (2020) ise D-S kanıt teorisine dayalı çapraz entropi tanımını karar verme süreçlerinde uygulamıştır. Kutlu ve Kahraman (2019), küresel bulanık kümelerle çok kriterli karar verme yöntemlerine katkıda bulunurken, Peng vd. (2016) basitleştirilmiş nütrosifik kümelerin çok kriterli grup karar verme problemlerindeki rolünü araştırmıştır. Gao ve ark. (2022), kütle fonksiyonu çapraz entropisi ve benzerlik ölçütleri üzerine çalışmalar yapmış, Leonita ve Hepzibah (2021), nütrosifik kanıt teorisi için olasılık tahmini temelli bir çerçeve sunmuştur. Verma ve Sharma (2011, 2013, 2014, 2015), sezgisel bulanık ve aralık değerli sezgisel bulanık kümeler için entropi tanımları geliştirerek bu yapıların bilgi ölçümündeki rolünü derinleştirmiştir. Zhang vd. (2014), aralık değerli sezgisel bulanık kümeler için mesafeler ve entropi ölçüleri geliştirerek benzerlik ve kapsama ölçütlerini incelemiştir. Ye (2010, 2017, 2021), nütrosifik ve sezgisel bulanık kümeler için entropi ölçüleri ve karar verme yöntemleri sunarken, Wei vd. (2012) trigonometrik fonksiyona dayalı sezgisel bulanık entropi önerisinde bulunmuştur. Torra (2010) tarafından tanımlanan tereddütlü bulanık kümeler ve Valchos ile Sergiadis'in (2007) sezgisel bulanık bilgiler üzerine yaptığı çalışmalar, bulanıklığın farklı boyutlarını ele almıştır.

Tüm bu çalışmalar ve benzeri birçok araştırma çalışmalarında, TOA'ları sezgisel bulanık bilgilere genişletmek için odak elemanlarının TOA sınıfına destek dışı derece atanır ve sezgisel TOA'ların tanımlanması sağlanır. Yapılan çalışmalar göz önüne alındığında, TOA için destek düzeylerinin artırılması gerektiği açıktır ve farklı kanıt parçaları arasındaki çatışma düzeyine karar vermek önemli bir konudur. Bu çalışma yalnızca nütrosifik kümelerde Deng entropiyi tanımlayabilmek için gerekli çalışma alanını ve yeterlilikleri geliştirmek için değil aynı zamanda inanç fonksiyonuna farklı bir bakış açısı geliştirmeyi de amaçlamaktadır. Klasik temel olasılık ataması yalnızca kanıtın destek düzeylerini hesaba katar. Bu sorunu ele almak için, NK'nin belirsizlikle başa çıkma yeteneğini hesaba katan bir nütrosifik kanıt kümesi (NKK) önerilmiştir. NKK çerçevesi, odak elemanlarının doğruluk-destek, belirsizlik-destek ve yanlışlık-destek derecelendirmelerini hesaba katar. Bir NTOA, ilki TOA'nın doğruluk desteği

derecelerini, ikincisi TOA'nın belirsizlik desteği derecelerini ve üçüncüsü TOA'nın yanlışlık desteği derecelerini temsil ettiği sıralı TOA'ların üçlüsü olarak görülebilir. NTOA'nın temel odağının ayırım çerçevesinin çeşitli yönleri göz önüne alındığında, önerilen NKK karar alma sürecindeki belirsizliği yakalamak için çok yönlü bir araç olduğunu kanıtlamaktadır. Bu nedenle, D-S kanıt teorisinin ve NK'nin özelliklerini birleştirerek daha fazla miktarda bilgi işlenebilir. Daha önce belirtilen tekniklerin çoğu, kanıt gövdelerini güncellemek için kullanılan ağırlık vektörünü hesaplamada anahtar faktör olarak Jousselmane mesafesine güvenir. Ancak, bu çalışmada kanıt ağırlığı, nütrosifik kanıt evrenine genişletilmiş Jousselmane mesafesi ve genişletilmiş inanç (Deng) entropisine dayalı geliştirilmiş bir kosinüs benzerliği ölçüsü kullanılarak hesaplanacaktır.

Bu tez dört ana başlıktan oluşmaktadır. İlk bölümde, tezin konusuyla alakalı olan ve alt yapısını oluşturan birçok temel kavrama yer verilmiştir. İkinci bölümde Bulanık, Sezgisel Bulanık ve Nütrosifik Kümelerde Entropi ile Jousselmane Mesafe Ölçüsü ve Kosinüs Benzerlik Ölçüsü kavramları verilmiştir. Üçüncü bölümde klasik nütrosifik kümeler, nütrosifik kanıt kümelerine genişletilmiştir. Sadece odak elemanlarının destek derecesiyle belirlenen klasik temel olasılık ataması, odak elemanlarının üç temel destek derecesine sahip olduğu nütrosifik bir temel olasılık atama fonksiyonuna genişletilerek ek bilgilerin işlenmesine olanak tanınmıştır. Nütrosifik inanç (Deng) entropisi, yeni önerilen NTOA'ların belirsizliğini ölçmek için nütrosifik kanıt kümelerine Deng Entropisi uygulanarak tanımlanmıştır. Ayrıca, iki NTOA'nın benzerliğini ölçmek için açı, mesafe ve vektör normu olmak üzere üç adet kanıt bilgisi dikkate alınarak rafine bir kosinüs benzerlik metriği oluşturulmuştur. Tanıtılan bu benzerlik ve entropi bilgi ölçümleri kullanılarak bir karar modeli oluşturulmuş. Bu model ile kanıtları belirli bir benzerlik ölçümü kullanılarak hesaplanan güvenilirlik derecelerine göre güvenli ve güvensiz olarak kategorize edilmiştir. Ayrıca, çeşitli kanıt türlerinin bilgi içeriğini değerlendirmek için olumlu bir etki fonksiyonu ve olumsuz bir etki fonksiyonu oluşturulup daha sonra, güvenilir kanıtların etkisini artırmak ve güvenilmez kanıtların etkisini azaltmak için Nütrosifik inanç (Deng) entropi fonksiyonu kullanılmıştır. Böylece, ilk adımda hesaplanan ağırlık değeri elde edilen bilginin hacmine göre ayarlanmış ve kanıtın son ağırlığı elde edilmiştir. Sonrasında, bu ağırlık kanıt parçalarının ağırlıklandırılması sürecinde kullanılmış ve önerilen yaklaşımın hem pratik hem de etkili olduğunu göstermek için sayısal bir örnek gösterimi yapılmıştır. Tezin dördüncü bölümünde gerçekleştirilen çalışma ve örnek üzerinden elde edilen bulgular analiz edilerek kapsamlı bir değerlendirme sunulmuştur. Bu çalışma sonucunda ortaya çıkan

bilgiler ışığında, literatürde nasıl kullanılabileceği ve hangi alanlarda fayda sağlayabileceği konusunda öneriler ele alınmıştır.

1.2. Temel Kavramlar

Bu bölümde çalışmanın ilerleyen bölümlerinde ele alınan konunun daha iyi anlaşılabilmesi adına D-S kanıt teorisi açıklanmış ve devamında bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler ve nötrosofik kümeler ile başta Deng entropi olmak üzere diğer birçok entropi çeşitleri ele alınmıştır.

Dempster (1967) yılında, istatistik ve belirsizlik yönetimiyle ilgili bir çerçeve olarak, olasılık ölçülerini birleştirmenin bir yöntemini tanıttığı kuralı, Shafer (1976) tarafından genelleştirilip detaylandırılarak bugünkü adıyla D-S Kanıt Teorisi olarak bilinen çerçeveyi oluşturdu.

Tanım 1.2.1. (Shafer, 1976) Sonlu bir X kümesi için; $m(\emptyset) = 0$ ve $\sum_{A \subseteq X} m(A) = 1$ koşullarını sağlayan $m: 2^X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu, m kütle fonksiyonunu tanımlar. TOA değeri $m(A)$, bir bireyin A kümesine yönelik kanaatinin nicel bir ölçüsü olarak ifade edilebilir. X kümesinin herhangi bir alt kümesi A için $m(A) > 0$ olması durumunda, bu alt küme TOA fonksiyonunun bir odak elemanı olarak tanımlanır.

A kümesi için tüm alt kümelerine karşılık gelen temel inancın toplamı, inanç fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B), \forall A \subseteq X \quad (1)$$

ile gösterilir.

X kümesinin bir alt kümesi olarak A , inandırıcılık fonksiyonu $Pl(A)$ için A 'nın yanlış olmayan güvenini temsil eder.

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) = 1 - Bel(\bar{A}), \forall A \subseteq X \quad (2)$$

ile gösterilir.

m 'in, TOA karşılık gelen ortak özellik fonksiyonu

$$Q(A) = \sum_{B \subseteq X, B \supseteq A} m(B), \forall A \subseteq X \quad (3)$$

ile gösterilir.

m_1 ve m_2 , X üzerinde sırasıyla $A_1, \dots, A_i$ ve $B_1, \dots, B_j$ odak öğelerine sahip iki inanç yapısı olduğunu varsayalım. Ortogonal toplam olarak ifade edilen birleştirme, $m = m_1 \oplus m_2$ kombinasyon kuralı ile yeni oluşan inanç yapısını,

$$m = m_1 \oplus m_2 = \begin{cases} m(A) = \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1 - K}, A \neq \emptyset \\ m(\emptyset) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

ve çatışma değeri olarak K ,

$$K = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j) \quad (5)$$

ile gösterilir. Burada n kanıt parçası $n - 1$ kez birleştirilir.

Tanım 1.2.1. (Zadeh, 1965) $X \neq \emptyset$ ve $x \in X$ olmak üzere. X evrensel kümesi üzerinde tanımlı bir bulanık A kümesi, $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ şeklinde bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilir ve

$$A = \{\langle x, \mu_A(x) \rangle | x \in X\} \quad (6)$$

ile gösterilir. Burada $\mu_A(x)$ değeri x 'in A kümesine olan üyelik derecesini gösterir. Bulanık küme kavramı, bir elemanın bir kümeye tam veya kesin bir üyeliğinin yanı sıra, kısmi üyelik derecesiyle dahil olmasına olanak tanır. Bir elemanın üyelik derecesi $\mu_A(x) = 1$ olması, o elemanın tamamen kümeye ait olduğunu ifade ederken, $\mu_A(x) = 0$ olması kümeye ait olmadığını ifade eder. Bulanık küme kavramının bu iki değere kısıtlanmış hali klasik kümedir. Herhangi bir x elemanın üyelik derecesi olan $\mu_A(x)$, 0 ile 1 arasında değer alıyorsa bu eleman bulanık kümenin kısmi üyesi olur.

Örnek 1.2.1. $X = \{a, b, c, d\}$ kümesi bir cep telefonunun seçimi için düşünülen markaları gösterebilir. Cep telefonu almak için seçim yapmak isteyen bir kişi, bu markalardaki tercihlerini ifade eden bir A bulanık kümesini

$$A = \{\langle b, 0.5 \rangle, \langle c, 0.7 \rangle, \langle d, 0.3 \rangle\}$$

şeklinde oluşturabilir. Bu kişi fiyat, ekran çözünürlüğü, marka bilinirliği vb. seçim kriterlerini kendine özgü bir şekilde referans alıp bu tercih değerlerini oluşturabilir. Tercihini A bulanık kümesindeki gibi kullandığında b markası için kararsız kaldığını, c markasını diğer markalara göre daha çok beğendiği ve d markasını pek beğenmediği söylenebilir. Bu kişi a markasını almayı hiç düşünmediğinden A bulanık tercih kümesinde bu markaya yer vermemiştir.

Tanım 1.2.2. (Atanassov, 1986) $X \neq \emptyset$ ve $x \in X$ olmak üzere. X kümesi üzerinde bir sezgisel bulanık A kümesi, $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonu ve $\nu_A: X \rightarrow [0,1]$ üye olmama(non-üyelik) fonksiyonu ifade edecek şekilde $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ şartını sağladığında

$$A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) | x \in X\} \quad (7)$$

ile gösterilir. Atanassov (1986), Zadeh (1965)'in bulanık küme kavramından yola çıkarak, bir eleman bir kümeye kısmi olarak ait olabiliyorken aynı elemanın o kümeye ait olmama derecesinin de olması gerektiğini düşünerek sezgisel bulanık küme kavramını kurmuştur. Sezgisel bulanık küme, geleneksel bulanık küme vasıtasıyla belirsiz bir kavramın tanımlanması için mevcut bilginin yetersiz olduğu durumlarda, bir bulanık kümeyi tanımlamak için alternatif bir yaklaşımdır (Kumar ve Yadav, 2012, s.289).

Sezgisel bulanık küme kavramı, bir elemanın bir kümeye üye olma ve üye olmama(non-üyelik) derecesi ile klasik bulanık küme kavramından ayrışır. Üyelik derecesi ile non-üyelik derecesinin toplamının birden küçük olması durumda $\pi_A = 1 - (\mu_A + \nu_A)$ değeri tereddütlik derecesini oluşturur. π_A değerinin küçük olması x elemanı hakkındaki bilginin daha kesin, büyük olması ise daha belirsiz olduğu anlamına gelir. Eğer $\pi_A = 0$ olursa sezgisel bulanık küme, klasik bulanık kümeye indirgenmiş olur.

Örnek 1.2.2. $X = \{a, b, c, d\}$ kümesi bir cep telefonunun seçimi için düşünülen markaları gösterebilir. Bu seçimi yapmak isteyen kişi, ifade edilen markalar için tercihlerini bir A sezgisel bulanık kümesiyle

$$A = \{(a, 0.1, 0.7), (b, 0.5, 0.5), (c, 0.7, 0.2), (d, 0.3, 0.2)\}$$

şeklinde oluşturabilir. Bu kişi kendi seçim kriterleri ile oluşturduğu bu A sezgisel bulanık kümesi için b markasını almakla almamak arasında kararsızdır. c markasını almayı ciddi şekilde düşünürken, a markasını almayı neredeyse hiç düşünmemektedir. Burada en yüksek tereddütlik değerine sahip olan marka ise 0,5 ile d 'dir.

Tanım 1.2.3. (Smarandache, 1998) $X \neq \emptyset$ bir noktalar (nesneler) uzayı olmak üzere ve x , X kümesi içinde kendi tipine özgü (nokta, nesne, vb.) bir eleman olsun. X üzerinde bir A nütrosolik kümesi; $T_A: X \rightarrow]0^-, 1^+[$ üyelik fonksiyonu, $F_A: X \rightarrow]0^-, 1^+[$ non-üyelik fonksiyonu ve $I_A: X \rightarrow]0^-, 1^+[$ tereddüt fonksiyonu olmak üzere $0^- \leq \sup T_A(x) + \sup I_A(x) + \sup F_A(x) \leq 3^+$ şartını sağlayan

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle | x \in X\} \quad (8)$$

ile tanımlanır.

Nütrosolik kümeler $I_A(x) = \emptyset$ ve $T_A(x) + F_A(x) \leq 1$ olması durumunda sezgisel bulanık kümelerle indirgenir. Tereddüt değerin, üyelik ve non-üyelik değerlerinden bağımsız olması, yani bu değerin sezgisel bulanık kümelerde olduğu gibi kısıtlanmaması en büyük farkıdır.

İfade edilirken kullanılan aralıkların uygulama alanlarındaki güçlüklerinden dolayı, Wang vd. (2010) tarafından nütrosolik kümelerin özel bir durumu olan tek değerli nütrosolik kümeler tanımlanmıştır.

Tanım 1.2.4. (Wang vd., 2010) $X \neq \emptyset$ bir küme ve $x \in X$ olmak üzere bir A tek değerli nütrosolik küme (TDNK), T_A üyelik fonksiyonu, F_A non-üyelik fonksiyonu ve I_A tereddüt fonksiyonu ile ifade edilir. Ve burada $\forall x \in X$ için $T_A(x), I_A(x), F_A(x) \in [0,1]$ dir. X sürekli ise

$$A = \int_X \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle | x \in X \quad (9)$$

ayrık ise

$$A = \sum_{i=1}^n \langle x_i, T_A(x_i), I_A(x_i), F_A(x_i) \rangle | x_i \in X \quad (10)$$

şeklinde tanımlanır.

Daha sonrasında Ye (2014), nütrosolik kümenin özel bir durumu olan TDKN'nin yerine, nütrosolik kümenin bir alt sınıfı olan ve $[0,1]$ gerçel birim aralığında tanımlı basitleştirilmiş nütrosolik kümeleri önermiştir.

Tanım 1.2.5. (Ye, 2014) $X \neq \emptyset$ bir küme ve $x \in X$ olmak üzere, X üzerinde bir A nütrosolik kümesi, T_A üyelik fonksiyonu, F_A non-üyelik fonksiyonu ve I_A tereddüt

fonksiyonu ile karakterize edilir. Eğer $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ reel standart $[0,1]$ aralığında tekil alt aralıklar/alt kümeler ise yani $T_A: X \rightarrow [0,1]$, $I_A: X \rightarrow [0,1]$ ve $F_A: X \rightarrow [0,1]$ ise, basitleştirilmiş nôtrosifik küme (BNK)

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle | x \in X\} \quad (11)$$

ile gösterilir. Böylece BNK'deki her bir eleman $[0,1]$ reel standart aralığında üç reel sayıyla ifade edilmiş olur.

Örnek 1.2.5. $X = \{a, b, c, d\}$ kümesi bir cep telefonunun seçimi için düşünülen markaları gösterebilir. Cep telefonu almak isteyen bir kişi, bu markalar için tercihlerini ifade eden bir A basitleştirilmiş nôtrosifik kümesini

$$A = \{\langle a, 0.4, 0.8, 0.5 \rangle, \langle b, 0.7, 0.1, 0.1 \rangle, \langle c, 0.2, 0.2, 0.7 \rangle, \langle d, 0.2, 0.8, 0.7 \rangle\}$$

şeklinde oluşturabilir. Bu kişi kendi seçim kriterleri ile oluşturduğu bu A basitleştirilmiş nôtrosifik kümesi için a markasını hem alma hem de almama noktasında kararsızdır ve tereddüt düzeyi yüksektir. b markası için almaya yakinken, almama isteği azdır ve neredeyse tereddüt etmemektedir. c için alma isteği az iken almama isteği yüksek ve bu kararındaki tereddüt azdır. Fakat d için c 'de olduğu gibi almama isteğinin alma isteğinden fazla olduğu görülse de tereddüt lük değeri bu kararında çokta emin olmadığını ifade eder. Görüldüğü üzere nôtrosifik kümeler karar vericiye daha özgün bir seçim yaklaşımı sunmaktadır.

Kanıt teorisi önerildiğinden beri, araştırmacılar TOA'nın belirsizliğini ölçmek için aşağıdaki gibi özetlenen çeşitli entropi fonksiyonları önerdiler.

Tanım 1.2.6. (Höhle, 1982) Kanıt teorisinde TOA'nın tanımlanan ilk entropisidir. $m(A)$, sonlu bir X algı çerçevesinde bir TOA ve $Bel(A)$, X 'de bir inanç fonksiyonu olmak üzere

$$C_H(m) = - \sum_{A \in X} m(A) \log_2 Bel(A) \quad (12)$$

ile Höhle entropisi gösterilir.

Tanım 1.2.7. (Smets, 1983) $m(A)$, sonlu bir X algı çerçevesinde bir TOA ve $Q(A)$, X 'de bir ortak özellik fonksiyonu olmak üzere

$$H_S(m) = - \sum_{A \in X} m(A) \log_2 Q(A) \quad (13)$$

ile Smets'in entropisi gösterilir.

Tanım 1.2.8. (Yager, 1983) $m(A)$, sonlu bir X algı çerçevesinde bir TOA ve $Pl(A)$, X 'de bir inandırıcılık fonksiyonu olmak üzere

$$E_Y(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 Pl(A) \quad (14)$$

ile Yager'in uyumsuzluk ölçüsü gösterilir.

Tanım 1.2.9. (Dubois ve Prade, 1988) $m(A)$, sonlu bir X algı çerçevesinde bir TOA ve $|A|$, A 'nın kardinalitesi olmak üzere

$$I_{DP}(m) = \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 |A| \quad (15)$$

ile Ağırlıklı Hartley entropisi gösterilir.

Tanım 1.2.10. (Lamata ve Moral, 1988) Sonlu bir X algı çerçevesindeki TOA'nın uyumsuzluk ölçüsü, Yager'in uyumsuzluk ölçüsü ve ağırlıklı Hartley entropisinin toplamından

$$H_l(m) = E_Y(m) + I_{DP}(m) \quad (16)$$

şeklinde Lamata ve Moral'in entropisi oluşturulur.

Tanım 1.2.11. (Klir ve Ramer, 1990) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A ve B olaylarının, $m(A)$ ve $m(B)$ TOA'nın uyumsuzluk önerisi

$$D_{KR}(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 \sum_{B \subseteq X} m(B) \frac{|A \cap B|}{|B|} \quad (17)$$

ile gösterilir.

Tanım 1.2.12. (Klir ve Parviz, 1992) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A ve B olaylarının, $m(A)$ ve $m(B)$ TOA'nın çekişme önerisi

$$D_{KP}(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 \sum_{B \subseteq X} m(B) \frac{|A \cap B|}{|A|} \quad (18)$$

ile gösterilir.

Tanım 1.2.13. (Pal vd, 1992) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının, $m(A)$ TOA'nın kardinalite temelli entropi ölçüsü

$$H_P(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 \frac{m(A)}{|A|}$$

ile gösterilir. $|A|$ ile A kümesinin kardinalitesi ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.14. (George ve Pal, 1996) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A ve B olaylarının, $m(A)$ ve $m(B)$ TOA'nın çatışma ölçüsü

$$D_{GP}(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 \sum_{B \subseteq X} m(B) \left[1 - \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \right] \quad (19)$$

ile gösterilir.

Tanım 1.2.15. (Jousselle vd, 2006) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının, $m(A)$ TOA için

$$H_J(m) = - \sum_{A \subseteq X} BetP_m(A) \log_2 BetP_m(A) \quad (20)$$

ile gösterilir. Burada $BetP_m(A)$ ile pignistik olasılık dönüşümü ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.16. (Jiroušek ve Shenoy, 2018) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının inandırıcılık dönüşümü fikrinden oluşturulan TOA'nın entropi ölçüsü

$$H_{JS}(m) = - \sum_{A \in X} Pl_P_m(A) \log_2 Pl_P_m(A) + \sum_{B \subseteq 2^X} m(B) \log_2 |A| \quad (21)$$

$$Pl_P_m(A) = K^{-1} x Pl(A), A \in X \text{ ve } K = \sum_{x \in X} Pl(x)$$

ile gösterilir. Burada Pl ile olasılık fonksiyonu, $P_m(A)$ ile olasılıksal kütle fonksiyonu, K ile seçilen ölçü birimine ait bir sabit ve $|A|$ ile A kümesinin kardinalitesi ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.17. (Pan vd, 2019) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının inandırıcılık dönüşümü ve ağırlıklı Hartley entropisi ile oluşturulan entropi, $m(A)$ TOA için

$$H_{PQ}(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 P_m(A) + \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 |A| \quad (23)$$

$$P_m(A) = \sum_{x \in A} P_t(x) \text{ ve } P_t(x) = \frac{Pl(x)}{\sum_{x \in X} Pl(x)}$$

ile gösterilir. Burada Pl ile olasılık fonksiyonu, $P_m(A)$ ve $P_t(A)$ ile olasılıksal kütle fonksiyonları ve $|A|$ ile A kümesinin kardinalitesi ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.18. (Wen vd, 2020) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının $m(A)$ TOA için oluşturulan mevcut belirsizlik ölçülerinden farklı üstel formdaki entropi ölçüsü

$$U_{exp}(m) = \frac{e^{-\sum_{A \in X, |A|=1} m(A)e^{m(A)} - \sum_{A \in X, |A| \neq 1} \frac{m(A)}{|A||x||C|} e^{\frac{m(A)}{|A||x||C|}}}}{e^{-\frac{1}{|x|^2} e^{\frac{1}{|x|^2}}}} \quad (24)$$

$$C = \bigcup_{i=1}^q \{A_i | m(A_i) > 0\}, (i = 1, 2, \dots, n)$$

ile gösterilir. Burada $|A|$ ve $|C|$ ile kardinaliteler, C ile belirli sınırlandırılmalar ile oluşturulan toplam kütle ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.19. (Wang ve Song, 2018) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının aralıklı olasılıklara dayalı belirsizlik ölçüsü

$$SU_{SW}(m) = \sum_{A \in X} \left[-\frac{Bel(A) + Pl(A)}{2} \log_2 \frac{Bel(A) + Pl(A)}{2} + \frac{Pl(A) - Bel(A)}{2} \right] \quad (25)$$

ile gösterilir. Burada $Bel(A)$ ile A olayının inancı, $Pl(A)$ A olayının inandırıcılığı ifade edilmiştir. (1.24)

Tanım 1.2.20. (Yang ve Han, 2016) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının Yang ve Han'ın mesafeye dayalı toplam belirsizlik ölçüsü $a_1, a_2 \in Bel(A)$ ve $b_1, b_2 \in Pl(A)$ olmak üzere

$$TU^I(m) = 1 - \frac{1}{|X|} \sqrt{3} \sum_{A \in X} d^I([Bel(A), Pl(A), [0,1]])$$

$$d^I([a_1, b_1], [a_2, b_2]) = \sqrt{\left[\frac{a_1 + b_1}{2} - \frac{a_2 + b_2}{2} \right]^2 + \frac{1}{3} \left[\frac{b_1 - a_1}{2} - \frac{b_2 - a_2}{2} \right]^2} \quad (26)$$

ile gösterilir. Burada $Bel(A)$ ile A olayının inancı, $Pl(A)$ A olayının inandırıcılığı ve d^I ile kesin mesafe ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.21. (Deng, 2018) Sonlu bir X algı çerçevesindeki A olayının monotonlukta daha iyi bir performans elde etmek için Yang ve Han'ın (2016) çalışmasına dayanarak geliştirilmiş bir inanç aralığı tabanlı toplam belirsizlik ölçüsü

$$TU_E^I(m) = \sum_{A \in X} [1 - d_E^I([Bel(A), Pl(A), [0,1]])]$$

$$d_E^I([a_1, b_1], [a_2, b_2]) = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} \quad (27)$$

ile gösterilir. Burada $a_1, a_2 \in Bel(A)$ iken $b_1, b_2 \in Pl(A)$ ve $Bel(A)$ ile A olayının inancı, $Pl(A)$ A olayının inandırıcılığı ve d_E^I ile kesin mesafe ifade edilmiştir.

Klir ve Wierman (1999), genelleştirilmiş bilgi teorisi perspektifinden kanıt teorisindeki belirsizlik ölçümlerinin beş özelliğini tanımladılar. Bunlar olasılık tutarlılığı, küme tutarlılığı, maksimum entropi, alt toplamsallık ve toplamsallıktır. Yukarıdaki entropilerin bu beş özelliğe göre analiz sonuçları Deng (2020) Tablo 1'deki gibi göstermiştir.

Tablo 1. Kanıt teorisindeki bazı entropiler ve özellikleri

Entropiler	Olasılık Tutarlılığı	Küme Tutarlılığı	Maksimum Entropi	Toplamsallık	Alt Toplamsallık
Höhle	Evet	Hayır	Hayır	Evet	Hayır
Smets	Hayır	Hayır	Hayır	Evet	Hayır
Yager	Evet	Hayır	Hayır	Evet	Hayır
Dubois ve Prade	Hayır	Evet	Evet	Evet	Evet
Lamata ve Moral	Evet	Evet	Hayır	Evet	Hayır
Klir ve Ramer	Evet	Evet	Hayır	Evet	Hayır
Klir ve Parviz	Evet	Evet	Hayır	Evet	Hayır
Pal vd.	Evet	Evet	Hayır	Evet	Hayır
George ve Pal	Evet	Evet	Hayır	Evet	Hayır
Jousselme vd.	Evet	Evet	Hayır	Evet	Hayır
Jirousek ve Shenoy	Evet	Evet	Evet	Evet	Hayır
Pan vd.	Evet	Evet	Evet	Evet	Hayır

Tanım 1.2.22. (Shannon, 1948) Her bir i değeri için $p_i \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ olan bir olasılık dağılımı $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ise bu dağılıma ilişkin Shannon entropisi

$$H_n(p) = -\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad (28)$$

ile gösterilir.

Bu yöntem bir dizi veri içindeki karakterlerin minimum kaç bit ile kodlanması gerektiğini ölçer. Bir dizi veri içindeki harflerin yüzdelik dağılımlarının istenen logaritma tabanındaki tersi değer ile çarpılması ile bulunur.

$$H(x) = \sum_{i=1}^n p(x_i) I(x_i) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b \frac{1}{p(x_i)} = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b p(x_i) \quad (29)$$

Tanım 1.2.23. (Deng, 2016) $m(A)$, X algı çerçevesinde tanımlı bir TOA ve $|A|$, A kümesinin kardinalitesi olmak üzere Deng entropi

$$E_D = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 \frac{m(A)}{2^{|A|}-1} \quad (30)$$

ile gösterilir. Basit bir dönüşüm ile Deng entropi

$$E_D = \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 (2^{|A|} - 1) - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 (m(A)) \quad (31)$$

ile gösterilebilir. Burada $|A|$ ile A olayının kardinalitesi ifade edilmiştir.

Tanım 1.2.24. (Kang ve Deng, 2019) X algı çerçevesinde A olayının belirli bir odak ögesi $m(A)$, A için TOA olması durumunda maksimum Deng entropi değerine

$$m(A) = \frac{2^{|A|}-1}{\sum_{A \in 2^X} (2^{|A|}-1)} \quad (32)$$

ile ulaşılır. Bu durumda belirli odak elemanları altında Deng entropinin maksimum değeri

$$H_{MDE}(m) = \log \sum_{A \in 2^X} (2^{|A|} - 1) \quad (33)$$

ile gösterilir.

Deng entropi, form olarak Shannon Entropisine benzerdir. Temel fark ise her bir A için kanaatin $2^{|A|} - 1$ 'e bölünmesidir. Burada $2^{|A|} - 1$ ile A içindeki durumların potansiyel sayısı ifade edilmektedir. Eğer kanaat sadece tek elemana atanmış ($|A| = 1$) ise o zaman Deng Entropi Shannon Entropisine indirgenir. Başka bir ifadeyle Deng entropi, belirsizliğin ölçümünde TOA'daki odak elemanlarının kardinalitesini dikkate alır. Bilgi teorisinin entropik ölçülerinden içerik bakımından farklı olarak Deng Entropi, temel olasılık değerlendirmesinin belirsizliğini ölçmeye odaklıdır.

Deng (2020) yaptığı çalışmada Deng entropinin değişik durumlarda yukarıda bahsi geçen diğer entropi türlerine karşı olan üstünlüklerini ifade etmiştir. Deng entropisine dayalı yeni bir inanç entropisi Wang vd. (2019) tarafından geliştirilmiş, Kang ve Deng (2019) Lagrange çarpan yöntemine dayalı Deng Entropinin maksimizasyonu tartışmıştır. Temel olasılık ataması ve ayırt etme çerçevesine dayanan D-S kanıt teorisinde yeni bir inanç entropisi Li ve Pan (2020) tarafından sunulmuştur. Ayırıştırılabilir Deng entropi Xue ve Deng (2022) tarafından, Deng entropinin uygulama alanların genişletilmesi adına geliştirilmiştir. Abellan (2017) ve Moral vd. (2020) tarafından Deng Entropinin bazı özellikleri incelenip tartışılmıştır.

Farklı uygulama alanlarında kendine yer bulan Deng entropi, çoklu sensör bilgi füzyonu uygulamalarında, arıza teşhisinde, arıza modu ve etki analizi, desen tanıma, karar verme, risk değerlendirmesi, çok kriterli karar verme, acil durum yönetimi, organizasyon yönetimi, iletişim uygulamaları, dil modellemeleri ve tıbbi teşhis alanlarında uygulanmaya devam etmektedir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, bir sonraki bölümde yapılacak çalışmanın motivasyon kaynağı olan, alanda yer almasından itibaren büyük bir ilgi ve alaka gören, bulanık inanç entropisi, sezgisel bulanık kümelerde entropi, sezgisel bulanık kümelerde Deng entropi ve nütrosifik kümelerde entropi kavramları ile ayrıca TOA'ları arasındaki ilişkiyi görmemizi sağlayan Jousselme mesafe ölçüsü ve cosinüs benzerlik ölçüsüne yer verilmiştir.

2.1. Bulanık, Sezgisel Bulanık ve Nütrosifik Kümelerde Entropi

Tanım 2.1.1. (De Luca ve Termini, 1972) A ve B bulanık kümeleri ve sırasıyla μ_A ve μ_B üyelik fonksiyonları için, $E: A \rightarrow [0,1]$ ifadesinde E aşağıdaki şartları sağladığında A üzerinde bir entropi ölçüsü olarak adlandırılır:

- (1) $E(A) = 0$ ise $A \in 2^X$
- (2) $E(A) = 1$ ise $\forall x \in X$ için $\mu_A(x) = 0,5$
- (3) $E(A) \leq E(B)$ ise A kümesi B kümesinden daha az bulanık. Yani $\forall x \in X$ için; (34)
 $\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \leq 0,5$ veya $\mu_A(x) \geq \mu_B(x) \geq 0,5$
- (4) $E(A) = E(A^c)$

yukarıdaki aksiyomlar dikkate alınarak;

$$H_{LT} = -\frac{1}{n} \sum_i (\mu_i \log(\mu_i) + (1 - \mu_i) \log(1 - \mu_i)) \quad (35)$$

bulanık entropi formülünü önermiştir.

İnanç entropisindeki üyelik fonksiyon aralığının D-S Kanıt Teorisindeki inanç ve inandırıcılık fonksiyonlarından yararlanılarak bulanık inanç entropisi Liu ve Cai (2021) tarafından oluşturulmuştur.

Tanım 2.1.2 (Liu ve Cai, 2021) $Bel(\theta_i)$ ve $Pl(\theta_i)$ sırasıyla θ ayırım çerçevesinde tanımlanmış inanç ve inandırıcılık fonksiyonları olmak üzere, bulanık inanç entropisi:

$$U_f(m) = \sum_{\theta_i \in 2^\theta} \left[-\frac{Bel(\theta_i) + Pl(\theta_i)}{2} \log_2 \frac{Bel(\theta_i) + Pl(\theta_i)}{2(2^{|\theta_i|} - 1)} + \frac{Pl(\theta_i) - Bel(\theta_i)}{2} \right] \quad (36)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Sezgisel bulanık kümelerin belirsizlik derecesi, yalnızca bilinen bilgilerin bulanıklığını değil, aynı zamanda bilinmeyen bilgilerin sezgisini de içerir. Bilinen bilgilerin belirsizliği, üyelik derecesi ve üye olmama derecesinin mutlak sapması ile belirlenirken bilinmeyen bilgilerin sezgisi, tereddüt derecesi ile belirlenir (Jiang ve Wang, 2018).

Burillo ve Bustince (1996) tarafından ilk kez tanımlanan sezgisel bulanık entropi ile sezgisel bulanık kümelerin belirsizlik derecesi tanımlandı. Sezgisel bulanık kümelerin sezgisini tanımlayan fakat belirsizliğini göz ardı eden bu çalışmayı, Szmidt ve Kacprzyk (2001), sezgi ve bulanıklığı bir arada yansıtabilen sezgisel bulanık entropinin aksiyomatik tanımını önererek ve sezgisel bulanık kümelerin geometrik anlamını kullanarak bir entropi formülü oluşturdular. Devamında birçok bilim insanı yeni sezgisel bulanık entropi formülleri oluşturarak alana katkı sağlamıştır.

Tanım 2.1.3 (Szmidt ve Kacprzyk, 2001) A sezgisel bulanık kümesi için, $E: A \rightarrow [0,1]$ ifadesinde E aşağıdaki şartları sağladığında A üzerinde bir entropi ölçüsü olarak adlandırılır:

- (1) $E(A) = 0$ ise A bulanık değil
- (2) $E(A) = 1$ ise $\forall x \in X$ için $\mu_A(x) = V_A(x)$
- (3) $E(A) \leq E(B)$ ise A kümesi B kümesinden daha az bulanık. $\mu_B(x) \leq V_B(x)$

için;

$\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ ve $V_A(x) \geq V_B(x)$ veya $E(A) \geq E(B)$ ise B kümesi A kümesinden daha az bulanık. $\mu_B(x) \geq V_B(x)$ için; $\mu_A(x) \geq \mu_B(x)$ ve $V_A(x) \leq V_B(x)$.

$$(4) E(A) = E(A^c) \quad (37)$$

De Luca ve Termini (1972) nin sezgisel bulanık kümelere uyarlanmış dört şartını dikkate alarak Szmidt ve Kacprzyk (2001) sezgisel bulanık kümelerin geometrik anlamını kullanarak entropi ölçümü için aşağıdaki formülü oluşturmuştur;

$$E_{SK} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\maxCount(A_i \cap A_i^c)}{\maxCount(A_i \cup A_i^c)} \quad (38)$$

Burada $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, $A_i = \{x_i, \mu_A(x_i), V_A(x_i)\}$

$$A_i \cap A_i^c = \langle \min\{\mu_A(x_i), \mu_{A^c}(x_i)\}, \max\{V_A(x_i), V_{A^c}(x_i)\} \rangle \quad (39)$$

$$A_i \cup A_i^c = \langle \max\{\mu_A(x_i), \mu_{A^c}(x_i)\}, \min\{V_A(x_i), V_{A^c}(x_i)\} \rangle$$

$\maxCount(A_i) = \mu_A(x_i) + V_A(x_i)$ ilede maksimum potansiyel ifade edilir.

Sezgisel bulanık kümelerde entropi formülleri, sonrasında Zeng ve Li (2006) ve Zhang ve Jiang (2008) tarafından sırasıyla,

$$E_{ZL} = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - V_A(x_i)| \quad (40)$$

$$E_{ZJ} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i) \log_2 \frac{\mu_A(x_i)}{\frac{1}{2}[\mu_A(x_i) + V_A(x_i)]} + (1 - \mu_A(x_i)) \log_2 \frac{1 - \mu_A(x_i)}{1 - \frac{1}{2}[\mu_A(x_i) + V_A(x_i)]}) \quad (41)$$

şeklinde tanımlandı. Sonrasında Wei vd. (2011) trigonometrik fonksiyonlara dayalı, Gao vd. (2014), Lei (2015) ve Yuan ve Luo (2019) sezgisel bulanık entropi ölçüm formüllerini sırasıyla,

$$E_W = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\cos \frac{\mu_A(x_i) - V_A(x_i)}{2(1 + \mu_A(x_i))} \pi \right) \quad (42)$$

$$E_G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - |\mu_A(x_i) - V_A(x_i)|^2 \pi^2(x_i)}{2} \quad (43)$$

$$E_L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - \max\{\mu_A(x_i), V_A(x_i)\}}{1 - \min\{\mu_A(x_i), V_A(x_i)\}} \quad (44)$$

$$E_{YL} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cot \left(\frac{1}{4} \pi + \frac{1}{4} \pi |\mu_A(x_i)^2 - V_A(x_i)^2| \right) \quad (45)$$

şeklinde tanımladılar.

Temel olasılık atamasının toplam belirsizliğini ölçmek için önemli bir yöntem olan inanç (Deng) entropisi, sezgisel bulanık kümelerin (SBK) bulanıklığını ölçmek için de uygulanabilir (Zhou vd, 2022). SBK, belirsiz ortamların somutlaştırılmasında ve çok kriterli karar verme problemlerinde kullanımı oldukça yüksektir. Ancak, SBK’lerde yer alan belirsizliği göz önünde bulundurarak bunların makul bir şekilde nasıl bir araya getirileceği hala açık bir konudur (Liu ve Xiao, 2019). SBK’lerde bulunan belirsizliğin, inanç entropisine ve D-S Kanıt Teorisine dönüşümüne dayalı olan bir yöntem Liu ve Xiao (2019) tarafından modellenmiştir. Bu modellemede, kanıt teorisi çerçevesinde SBK’lerde yer alan belirsiz bilgiler etkili bir şekilde somutlaştırdığı Dymova ve Sevastjanov (2010) çalışmasından yararlanılmıştır.

Tanım 2.1.4. (Dymova ve Sevastjanov, 2010) A sezgisel bulanık kümesi için,

$A = \{\langle x, \mu_A(x), V_A(x) \rangle, |x \in X|\}$ ifadesinde matematiksel modelleme yapılarak $m(\{Yes\}) = \mu_A(x), m(\{No\}) = V_A(x), m(\{Yes, No\}) = \pi_A(x)$ oluşturulan düzen $A = \{\langle x, Bl_A(x) \rangle, |x \in X|\}$ şeklinde ifade edilebilir. Burada:

$$\begin{aligned} Bl_A(x) &= [Bel_A(x), Pl_A(x)] \\ Bel_A &= m(\{Yes\}) = \mu_A(x) \\ Pl_A &= m(\{Yes\}) + m(\{Yes, No\}) = \mu_A(x) + \pi_A(x) = 1 - V_A(x) \end{aligned} \tag{46}$$

şeklinde tanımlıdır.

Bu tanıma göre dönüştürme işleminden sonra herhangi bir SBK için inanç fonksiyonu ($Bel_A(x)$) ve inandırıcılık fonksiyonu ($Pl_A(x)$) elde edilir. Yukarıda bahsedilen dönüşüm denkleminde dayanarak SBK’ler, kanıt teorisindeki kütle fonksiyonu olarak bilinen temel olasılık atamalarına (TOA) dönüştürülerek Liu ve Xiao (2019) tarafından;

$$\begin{aligned} E_d(A_i(x)) &= -m_{A_i(x)}(\{Y\}) \log_2 \frac{m_{A_i(x)}(\{Y\})}{2^{|\{Y\}|-1}} - m_{A_i(x)}(\{N\}) \log_2 \frac{m_{A_i(x)}(\{N\})}{2^{|\{N\}|-1}} - \\ &m_{A_i(x)}(\{Y, N\}) \log_2 \frac{m_{A_i(x)}(\{Y, N\})}{2^{|\{Y, N\}|-1}} \end{aligned}$$

Daha sade bir halde ise:

(47)

$$E_d(A_i(x)) = -m_{A_i(x)}(\{Y\}) \log_2 m_{A_i(x)}(\{Y\}) \\ - m_{A_i(x)}(\{N\}) \log_2 m_{A_i(x)}(N) - m_{A_i(x)}(\{Y, N\}) \log_2 \frac{m_{A_i(x)}(\{Y, N\})}{3}$$

şeklinde tanımlanır.

Fraktal tabanlı inanç entropisi kullanılarak ve D-S Kanıt Teorisi ile modellenerek, sezgisel bulanık kümelerin farklı bir inanç entropisi Zhou vd. (2022) tarafından aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur.

Tanım 2.1.5. (Zhou vd, 2022) $\pi_A = 1 - \mu_A - V_A$ tereddüttük değerine sahip $A_{IF} = \langle \mu_A, V_A \rangle$ sezgisel bulanık kümesi için sezgisel bulanık inanç entropisi:

$$H_{IFB}(A_{IF}) = -(\mu_A + \frac{\pi_A}{3}) \log(\mu_A + \frac{\pi_A}{3}) - (V_A + \frac{\pi_A}{3}) \log(V_A + \frac{\pi_A}{3}) - (\frac{\pi_A}{3}) \log(\frac{\pi_A}{3}) \quad (48)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Nötrosofik küme kavramı, belirsizlik faktörlerinden kaynaklanan belirsizlikleri incelemek için genel bir çerçevedir. Felsefî bakış açısından bir nötrosofik küme; klasik küme, bulanık küme, aralık değerli bulanık küme, sezgisel bulanık küme vb. genelleştirilebilir. Tek değerli bir nötrosofik küme (TDNK), bilimsel ve mühendislik uygulamalarında kullanılabilen bir nötrosofik küme örneğidir. Bu nedenle, TDNK ve özelliklerinin incelenmesi, belirsizliğin temellerini anlamanın yanı sıra uygulamaların gerçekleştirilebilmesi anlamında da büyük bir öneme sahiptir (Majumder ve Samanta, 2014).

TDNK'ler arasında yeni bir tür dahil etme ilişkisine göre tek değerli nötrosofik değerler (TDND) için entropinin aksiyomatik tanımları Majumder ve Samanta (2014) tarafından önerilmiştir. Ayrıca TDNK'de yer alan belirsizliği ölçmek için bir entropi formülü sunulmuştur.

Tanım 2.1.6 (Majumder ve Samanta, 2014) $N(X)$ nötrosofik kümesi için, $E_N: N(X) \rightarrow [0,1]$ ifadesinde E_N aşağıdaki şartları sağladığında A üzerinde bir entropi ölçüsü olarak adlandırılır:

- (1) $E_N(A) = 0$ ise A bulanık olmayan bir küme
- (2) $E_N(A) = 1$ ise $\forall x \in X$ için $(t_A(x), i_A(x), f_A(x)) = (0.5, 0.5, 0.5)$
- (3) $E(A) \geq E(B)$ ise A kümesi B kümesinden daha belirsiz. Yani $\forall x \in X$ ler için;
 $t_A(x) + f_A(x) \leq t_B(x) + f_B(x)$ ve $|i_A(x) - i_{A^c}(x)| \leq |i_B(x) - i_{B^c}(x)|$
- (4) $E_N(A) = E_N(A^c)$ (48)

Bir TDNK'de belirsizliğin varlığı iki faktörden kaynaklanmaktadır, birincisi kısmi aidiyet ve kısmi aidiyetsizlik, ikincisi belirsizlik faktörüdür. Bu iki faktörü göz önünde bulundurarak tek değerli bir nôtrosifik kümenin entropi ölçümü için Majumder ve Samanta (2014) aşağıdaki formülü oluşturmuştur;

$$E_N(A) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{x_i \in X} (t_A(x_i) + f_A(x_i)) \cdot |i_A(x_i) - i_{A^c}(x_i)| \quad (49)$$

Nôtrosifik kümelerde entropi ölçümü için bazı toplama operatörlerinden yararlanılan Qin ve Wang (2020);

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e(A(x_i)) \quad (50)$$

şeklinde tanımladı.

2.2. Jousseme Mesafe Ölçüsü

Jousseme ve arkadaşları tarafından 2001 yılında geliştirilen Jousseme mesafesi, kavramlar arasındaki benzerlik veya ayrışmayı ölçmek üzere tasarlanmış bir metottur. Bu yöntem, özellikle bilgi grafikleri ve kavram haritaları gibi yapıların analizinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Mesafe ölçümü, kavramlar arasındaki ilişkilerin yanı sıra niteliklerin benzerlik düzeylerini nicel olarak değerlendirmektedir. Kanıt parçaları arasındaki benzerliği belirlemek amacıyla kullanılan bu yöntem, mesafenin büyüklüğü arttıkça benzerlik derecesinin azaldığını ifade etmektedir. Kavramsal ilişkilerin ve niteliklerin sistematik bir şekilde temsil edildiği bilgi grafikleri, kavram haritaları veya benzeri yapısal veri modellerinin analitik olarak incelenmesi için Jousseme mesafesi önemli bir araçtır (Liu vd. 2024).

Tanım 2.2.1 (Jousseme vd., 2001) μ_1 ve μ_2 , Ω üzerinde iki TOA olsun. Jousseme mesafesi, $d(\mu_1, \mu_2)$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$d(\mu_1, \mu_2) = \sqrt{0.5 * (\|\mu_1\|^2 + \|\mu_2\|^2 - 2\langle \mu_1, \mu_2 \rangle)} \quad (51)$$

Burada

$\|\mu_1\|^2 = \langle \mu_1, \mu_1 \rangle$, $\|\mu_2\|^2 = \langle \mu_2, \mu_2 \rangle$ ve $\langle \mu_1, \mu_2 \rangle$ aşağıdaki şekilde tanımlanan iki vektörün skaler çarpımıdır:

$$\langle \mu_1, \mu_2 \rangle = \sum_{i=1}^{p(\Omega)} \sum_{j=1}^{p(\Omega)} \mu_1(A_i) \mu_2(B_j) \frac{|A_i \cap B_j|}{|A_i \cup B_j|} \quad (52)$$

A_i ve B_j , Ω 'nin odak elemanlarıdır. $|A_i \cap B_j|$, A_i ve B_j 'nin kesişimindeki eleman sayısıdır. $|A_i \cup B_j|$, A_i ve B_j 'nin birleşimindeki eleman sayısıdır.

2.3. Kosinüs Benzerlik Ölçüsü

Jiang (2016) tarafından önerilen değiştirilmiş kosinüs benzerliği ölçüsü, aç, mesafe ve vektör normu olmak üzere üç temel faktörü hesaba kattığı için vektörler arasındaki benzerliği değerlendirmek için etkili bir yöntemdir. Temel olasılık atamalarına (TOA) uygulandığında, bu ölçüm kanıt parçalarının çelişkili olup olmadığını değerlendirebilir. Yüksek bir benzerlik değeri, belirli bir kanıt parçasının diğerine kıyasla daha fazla desteğe sahip olduğunu gösterirken, düşük bir benzerlik değeri, kanıtın diğer parçaya kıyasla daha az desteğe sahip olduğunu gösterir.

Tanım 2.3.1. (Jiang vd.,2016) $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ ve $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$ R^n 'nin iki vektörü olduğunu varsayalım. A ve B vektörlerinin değiştirilmiş kosinüs benzerliği şu şekilde tanımlanır:

$$s(A, B) = \begin{cases} 0.5 * \left\{ \alpha^{-d(A,B)} + \min\left(\frac{|A|}{|B|}, \frac{|B|}{|A|}\right) \right\} * c(A, B) & , \quad A \neq 0, B \neq 0 \\ 0 & , \quad A = 0 \text{ or } B = 0 \end{cases} \quad (52)$$

Burada $\alpha \geq 1$ için $d(A, B)$ öklid mesafesidir ve $\alpha^{-d(A,B)}$, A ve B arasındaki mesafeye dayalı benzerlik ölçüsüdür. , α ne kadar büyükse, vektör benzerliği üzerindeki mesafe etkisi o kadar az olacaktır.

$c(A, B)$ ise vektörlerin kosinüs benzerliğidir ve şu şekilde tanımlanır:

$$c(A, B) = \cos(\theta) = \frac{A \cdot B}{|A| \cdot |B|} = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i * B_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i)^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^n (B_i)^2}}, 0 \leq \cos(\theta) \leq 1 \quad (53)$$

Tanım 2.3.2. (Ye, 2015) A ve B , X içindeki herhangi iki nütrosifik küme (NK) olsun . O zaman A ve B arasındaki kosinüs benzerlik ölçüsü aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$c(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \cos \left[\frac{\pi (|T_A(x_j) - T_B(x_j)| \vee |I_A(x_j) - I_B(x_j)| \vee |F_A(x_j) - F_B(x_j)|)}{2} \right], \quad (54)$$

Burada “ $\vee$ ” sembolü maksimum işlemi göstermektedir.

Ayrıca $a = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$ ' nin nütrosifik bir element ve $\lambda \in (0,1]$ olduğunu varsayalım, o zaman denklemimiz:

$$\lambda a = \lambda \langle T_A, I_A, F_A \rangle = \langle 1 - (1 - T_A)^\lambda, (I_A)^\lambda, (F_A)^\lambda \rangle. \quad (55)$$

olur.

Nütrosifik toplama operatörü, bilgi füzyonunda önemli bir araç olarak ilgi görmüştür. Şahin ve Yiğider (2014), aşağıda açıklandığı gibi tek değerli nütrosifik ağırlıklı ortalama (TDNAO) operatörünü tanıttı.

$A_j = \langle T_j, I_j, F_j \rangle (j = 1, 2, \dots, n)$,basitleştirilmiş nütrosifik ağırlıklı ortalama operatörü (BNAO)'nin bir koleksiyonu olduğunu varsayalım,

$$BNAO(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{j=1}^n \omega_j A_j = \left(1 - \prod_{j=1}^n (1 - T_j)^{\omega_j}, \prod_{j=1}^n I_j^{\omega_j}, \prod_{j=1}^n F_j^{\omega_j} \right) \quad (56)$$

olur.

Burada ω_j , her bir $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ nin ağırlık vektörü, $\omega_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$.

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Son zamanlarda yapılan çalışmalar ile Bulanık Kümeler (BK) ve D-S Kanıt Teorisi arasında güçlü bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur (Li ve Deng, 2019). Bu bölümün temel amacı, bu fikri nütrosifik evrene genişletmektir. D- S Kanıt Teorisi çerçevesinde nütrosifik kümelerin alternatif yorumlarını oluşturarak diğer çalışmalara kıyasla nütrosifik kümelerin gücünü göz önüne sermek ve sonuçların karar verme süreçlerinde daha etkili olacağını göstermektir.

3.1. Nütrosifik Kanıt Kümeleri

Nütrosifik Kanıt Kümesinin (NKK) temel bileşeni nütrosifik temel olasılık atamasıdır (NTOA). Klasik kanıt teorisindeki Temel Olasılık Atamasına (TOA) benzer şekilde NTOA, ayırt etme çerçevesi olarak adlandırılan, karşılıklı olarak ayırt edici öğelerin sonlu bir kümesi üzerinde tanımlanır.

Yapılan çalışma için gerekli olan kardinalite ifadesi aşağıdaki şekilde ifade edilip sınırlandırılmıştır.

Tanım 3.1.1. A, X de bir nütrosifik küme (NK) olsun. O zaman A 'nın nütrosifik kardinalitesi, $|A|_n$ ile gösterilirse

$$|A|_n = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left(T_A(x_j) + \frac{(T_A(x_j) + 1 - I_A(x_j) + 1 - F_A(x_j))}{3} \right) \quad (57)$$

şeklinde tanımlanır.

Önerme 1. A, X de bir NK ve $|A|$, A nin kardinalitesi olmak üzere

1. Tüm $x_j \in X$ için, eğer $\langle F_A(x_j), T_A(x_j), I_A(x_j) \rangle = \langle 1, 0, 0 \rangle$, yani en büyük nütrosifik küme ise, o zaman A 'nin kardinalitesi $|A| = n$ olur.
2. Tüm $x_j \in X$ için, eğer $\langle F_A(x_j), T_A(x_j), I_A(x_j) \rangle = \langle 0, 1, 1 \rangle$, yani en küçük nütrosifik küme ise, o zaman A 'nin kardinalitesi $|A| = 0$ olur.
3. A 'nin kardinalitesi $|A|_n$, $0 \leq |A|_n \leq n$ olur. (58)

Tanım 3.1.2. $\Omega = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ bir ayırt etme çerçevesinde bir güç kümesi olarak,

$p(\Omega) = \{\{s_1\}, \dots, \{s_n\}, \{s_1, s_2\}, \dots, \{s_1, s_2, \dots, s_i\}, \dots, \Omega\}$ olduğunu varsayalım. $A \in \Omega$ olmak üzere $m^+(A): p(\Omega) \rightarrow [0,1]$, $m^0(A): p(\Omega) \rightarrow [0,1]$ ve $m^-(A): p(\Omega) \rightarrow [0,1]$ ifadeleri sırasıyla doğruluk-destek derecesi ve belirsizlik-destek derecesi ve yanlışlık-destek derecesi olsun. $p(\Omega)$ üzerinde nütrosifik bir temel olasılık ataması şu şekilde tanımlanır:

$$m(A) = \langle m^+(A), m^0(A), m^-(A) \rangle \quad (59)$$

Oluşturulan bu atama aşağıdaki koşulları sağlar;

1. $m^+(\emptyset) = 0$, $m^0(\emptyset) = 0$ ve $m^-(\emptyset) = 0$;
2. $\sum_{A \in p(\Omega)} m^+(A) = 1$
3. $\forall A \neq \Omega, m^+(A) + m^0(A) + m^-(A) \leq 3$

(60)

Tanım 3.1.3 Ω üzerindeki bir m NTOA için, Ω 'nin her bir A altkümesine m 'nin odak elemanı denir. $m^+(A) > 0$, $m^0(A) > 0$ ve $m^-(A) > 0$.

Tanım 3.1.4. Ω üzerindeki bir m NTOA için $A \in p(\Omega)$ ve $m(A) = \langle m^+(A), m^0(A), m^-(A) \rangle$ olsun. Nütrosifik inanç ve makul olma fonksiyonlarının Ada sırasıyla şu şekilde tanımlanan iki bileşeni vardır:

$$Bl(A) = \langle bl^+(A), bl^0(A), bl^-(A) \rangle$$

$$Pl(A) = \langle pl^+(A), pl^0(A), pl^-(A) \rangle$$

(61)

Burada

$$\begin{aligned} bl^+(A) &= \sum_{B \subseteq A} m^+(B), & bl^0(A) &= \frac{1}{2^{|A|}} \sum_{B \subseteq A} m^0(B), & bl^-(A) &= \frac{1}{2^{|A|}} \sum_{B \subseteq A} m^-(B) \\ pl^+(A) &= \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m^+(B), \\ pl^0(A) &= \frac{1}{|B|} \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m^0(B), & pl^-(A) &= \frac{1}{|B|} \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m^-(B) \end{aligned} \quad (62)$$

Bir NTOA'nın ikinci ve üçüncü bileşenleri boş olarak alındığında, NTOA'nın geleneksel bir TOA'ya dönüştüğü açıktır. Ancak, geleneksel bir TOA, NTOA'ya

dönüştürülemez, çünkü NTOA doğası gereği TOA'dan daha fazla bilgi içerir. Ayrıca, $\frac{1}{2^{|A|}}$ ve $\frac{1}{|B|}$ katsayıları, bu fonksiyonların ikinci ve üçüncü bileşenlerinin belirtilen aralıkta kalmasını sağlar. Başka bir deyişle, $bl^0(A)$ ve $bl^-(A)$ için değerleri, $B \subseteq A$ koşuluyla TOA elemanı B'nin toplamıdır. Bu da A'nın maksimum sayıda altkümesinin toplamı olabileceği anlamına gelir. Bu nedenle, $\frac{1}{2^{|A|}}$ katsayısıyla normalleştirilebilir. Aynı fikir $pl^0(A)$ ve $pl^-(A)$ için de geçerlidir. Aksi takdirde, bu toplamlar tanımlanmış sınırlarını aşarak sınırsız değerlerle sonuçlanırdı.

Tanım 3.1.5. m , Ω üzerinde bir NTOA olsun. $A \in p(\Omega)$ olmak üzere $m(A) = \langle m^+(A), m^0(A), m^-(A) \rangle$ için m indirgenmiş TOA dan yararlanılarak m^* 'a dönüştürülmüş yeni TOA şu şekilde hesaplanabilir:

$$m^*(A) = \frac{m^+(A) + (1 - m^0(A))(1 - m^-(A))}{2} \quad (63)$$

Ancak, gerçek karar alma problemlerinde yalnızca bir NTOA kullanmak yeterli değildir. Birden fazla NTOA'nı kullanmak için, aşağıda tanımlanan bir NTOA kombinasyonuna (birleştirme) ihtiyaç vardır.

Tanım 3.1.6. m_1 ve m_2 'nin Ω üzerinde iki NTOA olduğunu varsayalım, birleşim sonucu olarak gösterilecek $m_1 \otimes m_2$ aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$m_1 \otimes m_2(A) = \langle m^+(A), m^0(A), m^-(A) \rangle \quad (64)$$

Burada

$$\begin{cases} m^+(\emptyset) = 0 \\ m^+(A) = \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1^+(B).m_2^+(C)}{1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1^+(B).m_2^+(C)} \\ m^0(\emptyset) = 0 \\ m^0(A) = \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1^0(B).m_2^0(C)}{|B \cap C|(1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1^0(B).m_2^0(C))} \\ m^-(\emptyset) = 0 \\ m^-(A) = \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1^-(B).m_2^-(C)}{|B \cap C|(1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1^-(B).m_2^-(C))} \end{cases} \quad (65)$$

ve

$$\begin{cases} 0 & , A = \emptyset \\ \frac{\sum_{B \cap C = A, \forall B, C \in \Omega} m_1(B).m_2(C)}{1-K} & , A \neq \emptyset \end{cases} \quad (66)$$

Burada K , m_1 ve m_2 arasındaki çatışma derecesidir ve çatışma katsayısı olarak adlandırılır.

Şu şekilde tanımlanır:

$$K = \frac{1}{|B|} \frac{1}{|C|} \sum_{B \cap C = \emptyset, \forall B, C \in \Omega} m_1(B).m_2(C). \quad (67)$$

Burada $K = [0,1]$ ve $K = 0$ ise m_1 ve m_2 arasında bir çelişki olmadığını gösterir. Tersine, eğer $K = 1$ ise m_1 ile m_2 arasında tam bir çatışma olduğunu ifade eder.

3.2. Nötrosofik Kanıt Kümeleri için Jousselme Mesafe Ölçüsü

Karar Verme problemlerinde iki NTOA'nın mesafesini ölçmek bir zorunluluktur. Bu nedenle, Jousselme mesafe ölçüsünü nötrosofik kanıt kümelerine genişletiyoruz.

Tanım 3.2.1. m_1 ve m_2 , Ω üzerinde iki NTOA olsun. Nötrosofik Kanıt Kümelerinde (NKK)'lerde Jousselme mesafe ölçüsü, $d_N(m_1, m_2)$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$d_N(m_1, m_2) = \sqrt{0.5 * (\|m_1\|^2 + \|m_2\|^2 - 2\langle m_1, m_2 \rangle)}, \quad (68)$$

Burada

$\|m_1\|^2 = \langle m_1, m_1 \rangle$, $\|m_2\|^2 = \langle m_2, m_2 \rangle$; $\langle m_1, m_2 \rangle$ aşağıdaki şekilde tanımlanan iki vektörün skaler çarpımıdır:

$$\langle m_1, m_2 \rangle = \sum_{i=1}^{p(\Omega)} \sum_{j=1}^{p(\Omega)} \frac{1}{3} \{m_1^+(A_i)m_2^+(B_j) + m_1^0(A_i)m_2^0(B_j) + m_1^-(A_i)m_2^-(B_j)\} \frac{|A_i \cap B_j|_n}{|A_i \cup B_j|_n} \quad (70)$$

Burada

$|A_i \cap B_j|_n$ ve $|A_i \cup B_j|_n$ sırasıyla A_i ve B_j NK'lerinin kesişim ve birleşimlerinin nötrosofik kardinaliteleridir.

$d_N(m_1, m_2)$ 'nin bir mesafe ölçüsünün temel özelliklerini sağlar.

3.3. TOA'ları Değiştirilmiş Kosinüs Benzerlik Ölçüsü

E_1 ve E_2 nin $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ayırt etme çerçevesinde iki kanıt kaynağı olduğunu ve m_1 ve m_2 nin aynı kanıt kaynağında iki NTOA olduğunu varsayalım:

$$Bl_1(A_j) = \langle bl_1^+(A_j), bl_1^0(A_j), bl_1^-(A_j) \rangle$$

$$Pl_1(A_j) = \langle pl_1^+(A_j), pl_1^0(A_j), pl_1^-(A_j) \rangle$$

$$Bl_2(A_j) = \langle bl_2^+(A_j), bl_2^0(A_j), bl_2^-(A_j) \rangle$$

$$Pl_2(A_j) = \langle pl_2^+(A_j), pl_2^0(A_j), pl_2^-(A_j) \rangle$$

Burada

$A_j, j = 1, 2, \dots, n$ tekil alt kümelerdir. NTOA 'ları tekil alt kümeler üzerinde iki vektör olarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} Bl_i &= (Bl_i(A_1), Bl_i(A_2), \dots, Bl_i(A_n)), & i = 1, 2 \\ Pl_i &= (Pl_i(A_1), Pl_i(A_2), \dots, Pl_i(A_n)), & i = 1, 2 \end{aligned} \quad (72)$$

Şimdi, değiştirilmiş kosinüs benzerliğini ekleyerek NTOA'ların yeni benzerlik ölçüsünü tanımlayabiliriz.

Tanım 3.3.1. $S(Bl_1, Bl_2)$ ve $S(Pl_1, Pl_2)$, NTOA'ların değiştirilmiş kosinüs benzerlikleri olsun. NTOA'ların yeni benzerlik ölçüsü şu şekilde tanımlanır.

$$SN = \delta * S(Bl_1, Bl_2) + (1 - \delta) * S(Pl_1, Pl_2), \quad (73)$$

Burada

$$\delta = \left(\frac{1}{6n} \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n (|bl_i^+(A_j) - pl_i^+(A_j)|^2 + |bl_i^0(A_j) - pl_i^0(A_j)|^2 + |bl_i^-(A_j) - pl_i^-(A_j)|^2) \right) \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$s(Bl_1, Bl_2) = \begin{cases} 0.5 * \left\{ \alpha^{-d(Bl_1, Bl_2)} + \min \left(\frac{|Bl_1|_n}{|Bl_2|_n}, \frac{|Bl_2|_n}{|Bl_1|_n} \right) \right\} * c(Bl_1, Bl_2), & Bl_1 \neq 0, Bl_2 \neq 0 \\ 0, & Bl_1 = 0 \text{ veya } Bl_2 = 0 \end{cases}$$

$$s(Pl_1, Pl_2) = \begin{cases} 0.5 * \left\{ \alpha^{-d(Pl_1, Pl_2)} + \min \left(\frac{|Pl_1|_n}{|Pl_2|_n}, \frac{|Pl_2|_n}{|Pl_1|_n} \right) \right\} * c(Pl_1, Pl_2), & Pl_1 \neq 0, Pl_2 \neq 0 \\ 0, & Pl_1 = 0 \text{ veya } Pl_2 = 0 \end{cases} \quad (74)$$

Burada

δ , NTOA'larının toplam belirsizliğini ifade eder ve $0 \leq \delta \leq 1$ aralığındadır. d nötrosofik Jousselman uzaklığını, $c(Bl_1, Bl_2)$ ve $c(Pl_1, Pl_2)$ ise (Bl_1, Bl_2) ve (Pl_1, Pl_2) vektörlerinin kosinüs benzerlik ölçülerini ifade eder. $\alpha > 1$ ve α değeri ne kadar büyük ise vektör benzerliği üzerindeki mesafeye etkisi o kadar az olacaktır.

Eğer $Bl_i(A_j) = \langle 1, 0, 0 \rangle$ ve $Pl_i(A_j) = \langle 0, 1, 1 \rangle$ yani Bl maksimum ve Pl minimum olduğunda $\delta = 1$ ile maksimum değerine, $Bl_i(A_j) = Pl_i(A_j)$, ise o zaman $\delta = 0$ ile minimum değerine sahip olur.

NTOA'larının yeni benzerliği SN aşağıdaki özellikleri karşılamaktadır:

1. $m_1 = m_2 \Rightarrow SN(m_1, m_2) = 1$;
2. $SN(m_1, m_2) = SN(m_2, m_1)$;
3. $0 \leq SN(m_2, m_1) \leq 1$
4. $SN(m_1, m_2) = 0$, ise m_1 ve m_2 uyumlu bir öğeye sahip değildir (75)

3.4 . Nötrosofik inanç (Deng) Entropi

Entropi, Shannon (1948) tarafından bilgi teorisinde tanıtılan ve bir sistemdeki belirsizlik veya rastgeleliği ifade eden bir ölçüdür. Bir olasılık dağılımında bulunan bilgi miktarını niceliksel olarak belirtir; burada daha yüksek entropi daha fazla belirsizlik veya öngörülemezlik anlamına gelir. Matematiksel olarak, şu şekilde tanımlanır:

$$S = - \sum_{i=1}^l p_i \log_2 \frac{1}{p_i} \quad (76)$$

Burada l olayların sayısını, p_i sistemdeki i olayının gerçekleşme olasılığını temsil eder.

Clausius'un 1865'te termodinamik için ilk önerisinden bu yana sistem belirsizliğini ölçmek için bir çok entropi biçimleri tanıtıldı. Bunlardan Shannon entropisi ve varyasyonları, sıklıkla bir sistem veya sürecin bilgi içeriğini değerlendirmek ve bir mesajda iletilen bilginin beklenen değerini belirlemek için kullanılırken yakın zamanda

tanıtılan Deng entropisi TOA'ların belirsizliğini ölçmek için tanıtıldı. Deng entropisi esasen Shannon entropisinin bir uzantısıdır çünkü Deng entropisi, TOA tarafından bir olasılık ölçüsü oluşturulduğunda Shannon entropisine dönüşür.

Deng entropisi, TOA'nın belirsizlik seviyesini doğru bir şekilde değerlendirebilir. Bununla birlikte, kesin, yeterli ve kapsamlı verilerden yoksun bir alanda çalışırken temel olasılıkları atamada belirsizlik seviyesinin nasıl ölçüleceği sorusu hala vardır. Bu tezin birincil odak noktalarından biri, Nötrosifik Deng entropisi olarak bilinen yeni bir entropinin oluşturulmasıdır. Nötrosifik Deng entropisi, hem Shannon entropisinin hem de Deng entropisinin genişletilmiş bir biçimidir. TOA bir olasılık dağılımına dönüştüğünde, Nötrosifik Deng entropisi Shannon entropisine dönüşür.

Deng (2016) tarafından tanıtılan Deng Entropi, m 'in ayırt etme çerçevesinin boyutunu hesaba katmadan, ve $|A|$ temelinde belirli bir kanıt kümesindeki öngörülemezlik düzeyini niceliksel olarak belirlemesinden ötürü farklı referans çerçeveleri içinde benzer temel olasılık değerlendirmeleri olduğunda belirsiz bir derecedeki değişimleri değerlendirmek için yetersiz olduğu görülmüş Zhou vd. (2017) tarafından kütle fonksiyonlarını ve ayırt etme çerçevesinin boyutunu hesaba katarak kanıt kümesinin belirsizliğini değerlendirmek için D-S Kanıt Teorisini kullanarak, Deng entropisinin kısıtlamalarını aşmak için Deng entropisinden türetilen yeni bir inanç entropisi modeli tanıtılmışlardır.

Tanım 3.4.1. (Zhou vd. 2017) m , TOA için iyileştirilmiş Deng entropisi şu şekilde tanımlanır:

$$E_{ID}(m) = - \sum_{A \subseteq X} m(A) \log_2 \left(\frac{m(A)}{2^{|A|} - 1} e^{\frac{|A|-1}{|X|}} \right) \quad (77)$$

Burada $|A|$ ile A odak elemanının kardinalitesi ve $|X|$ ile X ayırt etme çerçevesindeki öğelerin sayısı ifade edilir. Deng entropisine kıyasla daha fazla belirsiz bilgi içerir.

Şimdi, TOA'larının nötrosifik bilgileri kullanarak üç bileşene sahip olduğu yeni Nötrosifik Deng entropisini tanımlayacağız.

Tanım 3.4.2. m , bir NTOA üzerinde ayırt etme çerçevesi olsun. m için Nötrosifik Deng Entropisi (NDE) şu şekilde tanımlanır:

$$E_{NDE}(m) = - \frac{1}{6} \sum_{A \subseteq X} \left(m^+(A) \log_2 \left(\frac{m^+(A)}{2^{|A|} - 1} e^{\frac{|A|_n - 1}{|X|_n}} \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{6} \sum_{A \subseteq X} m^0(A) \log_2 \left(\frac{m^0(A)}{2^{|A|} - 1} e^{\frac{|A|_n - 1}{|X|_n}} \right) \\
& -\frac{1}{6} \sum_{A \subseteq X} m^-(A) \log_2 \left(\frac{m^-(A)}{2^{|A|} - 1} e^{\frac{|A|_n - 1}{|X|_n}} \right)
\end{aligned} \tag{78}$$

Burada

$|A|_n$, A 'nin n trosodik kardinalitesidir. NDE'nin değer aralığı $(0, \infty)$.

Gerçek dünyadaki verilerin öngörülemez ve değişken yapısı, toplanan kanıtların kategorize edilmesini gerektirir. Bu bağlamda, kanıtlar güvenilir ve güvenilmez olmak üzere iki ana gruba ayrılabilir. Güvenilirliği belirlemek ve kanıtların ağırlıklarını ayarlamak, güvenilir kanıtların etkisini artırırken güvenilmez olanların nihai birleştirme sonuçları üzerindeki olumsuz etkilerini en aza indirmek açısından kritik öneme sahiptir. Bu süreçte, değiştirilmiş kosinüs benzerliği  l s  yöntemi, kanıtların güvenilirliğini değerlendirmek için etkili bir araç olarak kullanılmaktadır.

Bir hedef, diğer alternatif kanıtlarla yüksek bir benzerlik değeri gösterdiğinde, bu durum hedefin bu kanıtlarla desteklendiğini ve güvenilir kabul edilebileceğini ifade eder. Aksine, düşük bir benzerlik değeri, kanıtın desteğinin sınırlı olduğunu ve güvenilir olmadığını gösterir. Bu nedenle, güvenilir kanıtlara öncelik vererek etkilerini artırmak, güvenilmez kanıtların etkisini ise sınırlamak karar süreçlerinin doğruluğunu artırır.

Bu yaklaşım, farklı türdeki kanıtların çeşitli değerlendirme  l tlerine göre incelenmesi ve ağırlıklarının belirlenmesi yoluyla en uygun karar sonuçlarına ulaşmayı hedeflemektedir.

Tanım 3.4.3. m_i ($i = 1, 2, \dots, n$), NTOA'da güvenilir bir ayırt etme  er evesi olsun. Ve $E_{NDE}(m_i)$ ile N trosodik Deng Entropisi (NDE) ifade edildiğinde. Pozitif etki fonksiyonu $P(m_i)$ şu şekilde hesaplanır:

$$P(m_i) = e^{[E_{NDE}(m_i)]} \tag{79}$$

Tanım 3.4.4. m_i ($i = 1, 2, \dots, n$), NTOA'da güvenilir olmayan bir ayırt etme  er evesi olsun. Ve $E_{NDE}(m_i)$ ile N trosodik Deng Entropisi (NDE) ifade edildiğinde. Negatif etki fonksiyonu $N(m_i)$ şu şekilde hesaplanır:

$$N(m_i) = e^{[-(E_{NDE}^{max}(m_i) - E_{NDE}(m_i))]} \tag{80}$$

Her iki fonksiyon da güvenilir kanıtlar için daha düşük bir entropi değeri alır. Bu durum, söz konusu kanıtın diğer kaynaklar tarafından daha az desteklendiğini gösterir. Böylece, bu tür güvenilirliği düşük kanıtlara daha az ağırlık atanmasına olanak tanır.

3.5. Karar Modeli

Qian ve arkadaşları (2017) tarafından önerilen çoklu sensör tabanlı hedef tanıma sisteminin karar verme modelini yapılan tanımları kullanarak NKK'leri üzerinde bir karar modeli oluşturmak için kullanıyoruz. $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ üzerinde n bağımsız NTOA olduğunu varsayalım. $SN(m_i, m_j)$ 'nin $i, j = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere iki NTOA m_i ve m_j arasındaki benzerlik değeri olsun. O zaman hedeflenen karar modeli adım adım aşağıdaki şekilde oluşturulur.

Adım 1. (Kanıt parçalarının evrensel güvenilirlik ağırlığının elde edilmesi)

Denklem (73) kullanılarak $(n * n)$, S_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) benzerlik matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & SN(m_1, m_2) & \dots & SN(m_1, m_n) \\ SN(m_2, m_1) & 1 & \dots & SN(m_2, m_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ SN(m_n, m_1) & SN(m_n, m_2) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (81)$$

Benzerlik matrisinin elemanlarını kullanarak NTOA'nın $SD(m_i)$ destek derecelerini hesaplayabiliriz

$$SD(m_i) = \sum_{j=1, i \neq j}^n SN(m_i, m_j) \quad (82)$$

NTOA'ların m_i güvenilirlik dereceleri $CD(m_i)$ hesaplayabiliriz

$$CD(m_i) = \frac{SD(m_i)}{\sum_{j=1}^n SD(m_j)} \quad (83)$$

NTOA'nın m_i evresel güvenilirlik derecesi $GCD(m_i)$ aşağıdaki şekilde hesaplayabiliriz;

$$GCD(m) = \frac{\sum_{i=1}^n CD(m_i)}{n} \quad (84)$$

Adım 2. (Kanıtların sınıflandırılması)

Tüm olası kanıtları, $GCD(m_i)$ ve $CD(m_i)$ kullanarak aşağıdaki gibi güvenilir kanıtlar ve güvenilmez kanıtlar olarak iki sınıfa ayırabiliriz:

$$m_i = \begin{cases} \text{güvenilir kanıt,} & CD(m_i) \geq GCD(m) \\ \text{güvenilmez kanıt,} & CD(m_i) < GCD(m) \end{cases} \quad (85)$$

Adım 3. (Kanıtların belirsizliğinin ölçülmesi)

NTOA'nın m_i ($i = 1, 2, \dots, n$) nütrosifik Deng entropisi $E_{NDE}(m_i)$ Denklem (78)'e göre hesaplanabilir.

Adım 4. (Güvenilir kanıtlar ve güvenilmez kanıtlar için genel bilgi hacminin hesaplanması) m_i nin $E_{NDE}(m_i)$ ile pozitif etki fonksiyonu $P(m_i)$ ve negatif etki fonksiyonu $N(m_i)$ temel alınarak, kanıt parçalarının genel bilgi hacmini $GI(m_i)$ aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz:

$$GI(m_i) = \begin{cases} P(m_i) = e^{[E_{NDE}(m_i)]}, & m_i \text{ güvenilir kanıtı için} \\ N(m_i) = e^{[-E_{NDE}^{max}(m_i) - E_{NDE}(m_i)]}, & m_i \text{ güvenilmez kanıtı için} \end{cases} \quad (86)$$

Adım 5. (Kanıtların güvenilirlik derecelerinin (CD) değiştirilmesi)

NTOA'larının m_i değiştirilmiş güvenilirlik derecesi $MCD(m_i)$ şöyle tanımlanabilir

$$MCD(m_i) = \frac{CD(m_i) \times GI(m_i)}{\sum_{i=1}^n CD(m_i) \times GI(m_i)}, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (87)$$

ve kanıt parçalarını düzenlemek için son ağırlık olarak alınabilir.

Adım 6. (Kanıt parçalarının ağırlıklı ortalamasının alınması)

$MCD(m_i)$ kullanılarak ağırlıklı ortalama kanıtları olan $WAE(m)$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$WAE(m) = \sum_{i=1}^n (MCD(m_i) \times m_i), \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (88)$$

Adım 7. (m in ağırlıklı ortalama kanıtları WAE 'lerinin birleştirilmesi)

n adet kanıt parçası olduğundan, $WAE(m)$, $n - 1$ kez için denklem (64)'de önerilen kural kullanılarak nihai birleştirme işlemi gerçekleştirilerek $F(m)$ aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$F(m) = \left(\left((WAE(m) \oplus WAE(m))_1 \oplus \dots \oplus \right)_h \oplus WAE(m) \right)_{(n-1)} \quad (89)$$

Geliştirilen yöntemin algoritması aşağıdaki şekilde verilebilir

Nötrosofik Kanıt Kümelerinde Bilgi Birleştirme Algoritması

Veri Girişleri: $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nötrosofik temel olasılık atamaları kümeleri ve $\{m_1, m_2, \dots, m_m\}$ kanıt kümeleri

Adımlar:

1) For $i = 1: n$

For $j = 1: m$

$Bl_i(A)$ ve $Pl_i(A)$ vektörlerinin belirlenmesi ($i = 1, 2, \dots, n$)

$Bl_i(A)$ ve $Pl_i(A)$ arasındaki kosinüs benzerliklerinin hesaplanması

$Bl_i(A)$ ve $Pl_i(A)$ arasındaki Jousselme mesafesinin hesaplanması

$Bl_i(A)$ ve $Pl_i(A)$ arasındaki toplam belirsizliğin hesaplanması

$SN(i, j)$ benzerlik matrisinin belirlenmesi

End

End

2) $SD(m_i)$ destek derecesinin ve $CD(m_i)$ güvenilirlik derecesinin hesaplanması

3) $GCD(m_i)$ genel güvenilirlik derecesinin belirlenmesi

4) Muhtemel kanıtların sınıflandırılması

5) Nötrosofik Deng Entropinin verilen kardinalite yardımıyla hesaplanması

6) $GI(m_i)$ genel bilgi hacminin, pozitif etki fonksiyonu olan $P(m_i)$ ve negatif bilgi hacmi olan $N(m_i)$ yardımıyla belirlenmesi

7) $MCD(m_i)$ değiştirilmiş güvenilirlik derecesinin hesaplanması

8) $WAE(m)$ ağırlıklı ortama kanıtlarının hesaplanması

Veri Çıktısı: m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 nihai birleştirme sonucu

3.6. Sayısal Örnek

Nötrosofik çerçevede geliştirilen yöntemin uygulanabilirliğini ve etkinliğini göstermek için Qian ve arkadaşları (2017)'deki çalışmasındaki TOA'larını doğruluk dereceleri olarak alıp, Tablo 2'de verilen NTOA'larını elde etmek için belirsizlik ve yanlışlık derecelerini TOA 'larına rasgele ekliyoruz. Bu sistem, beş farklı sensör türünden $(m_1, m_2, m_3, m_4, m_5)$ elde edilen verilerin gözlemlerini içerir. Burada x_1, x_2 ve $x_3, X = \{x_1, x_2, x_3\}$ 'deki TOA olarak atanacak üç nesnedir. Devamında önerilen yöntemden elde

edilen sonuçlar ile Shafer (1976), Murphy (2000), Deng vd (2004), Qian vd (2017) ve Xiao ve Qin (2018) yöntemleri karşılaştırılmıştır.

Tablo 2. Gözlemlerin NTOA matrisi

Kanıt Parçaları	NTOA'lar			
	$\{x_1\}$	$\{x_2\}$	$\{x_3\}$	$\{x_1, x_2, x_3\}$
$m_1(.)$	(0.30,0.70,0.40)	(0.20,1.00,0.30)	(0.10,0.70,0.70)	(0.40,0.40,0.20)
$m_2(.)$	(0.00,0.10,0.50)	(0.90,0.20,0.80)	(0.10,0.40,0.90)	(0.00,0.80,0.60)
$m_3(.)$	(0.60,0.20,1.00)	(0.10,0.30,1.00)	(0.10,0.30,0.40)	(0.20,0.10,0.70)
$m_4(.)$	(0.70,0.20,0.10)	(0.10,0.80,0.40)	(0.10,0.70,0.40)	(0.10,0.70,0.10)
$m_5(.)$	(0.70,1.00,0.90)	(0.10,0.80,0.90)	(0.10,0.40,0.70)	(0.10,0.60,0.60)

Adım 1. NTOA'ların benzerlik matrisi S_{ij} Denklem (73) kullanılarak elde edilmiş ve Tablo 3'de verilmiştir. Burada $\alpha = 1.5$ olarak alınmıştır.

Tablo 3. NTOA'ların benzerlik matrisi

	$m_1(.)$	$m_2(.)$	$m_3(.)$	$m_4(.)$	$m_5(.)$
$m_1(.)$	1.000	0.7245	0.6770	0.8287	0.6950
$m_2(.)$	0.7245	1.000	0.7712	0.6757	0.8622
$m_3(.)$	0.6770	0.7712	1.0000	0.5951	0.6349
$m_4(.)$	0.8287	0.6757	0.5951	1.0000	0.6388
$m_5(.)$	0.6950	0.8622	0.6349	0.6388	1.0000

Denklemlere (82,83,84) göre, m_i kanıtının destek derecesi $SD(m_i)$, güvenilirlik derecesi $CD(m_i)$ ve genel güvenilirlik derecesi $GCD(m)$ Tablo 4'te görüldüğü gibi elde edilir.

Tablo 4. NTOA'ların ilgili derece ölçümleri

Öğeler	Kanıt Parçaları				
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$SD(m_i)$	2.9252	3.0336	2.6781	2.7383	2.8309
$CD(m_i)$	0.2059	0.2135	0.1885	0.1928	0.1993
$GCD(m)$	0.2000				

Adım 2. Denklem (85) kullanılarak, tüm olası kanıtlar güvenilir ve güvenilirmez kanıtlar olarak sınıflandırılır. Yukarıdaki Tablo 4'te m_1 ve m_2 'nin güvenilir kanıtlar olduğunu m_3, m_4 ve m_5 'in güvenilir olmayan kanıtlar olduğu görülür.

Adım 3. Denklem (78)'e dayanarak, NTOA'nın m_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) 'nin bilgi hacmi (nötrosifik Deng entropisi) hesaplanmış ve Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. NTOA'larının Nötrosifik İnançları (Deng)

	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$E_{NDE}(m_i)$	1.3650	1.0245	1.4026	1.1348	2.4906

Adım 4. Denklem (86) uygulanarak, m_i 'nin sırasıyla pozitif etki fonksiyonu $P(m_i)$ ve negatif etki fonksiyonu $N(m_i)$ kullanılarak kanıtlara ilişkin genel bilgi hacmi ölçülür ve Tablo 6'da verilir.

Tablo 6. NTOA'ların ilgili derece ölçümleri

Öğeler	Kanıt Parçaları				
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$GI(m_i)$	3.9156	2.7857	0.3369	0.2577	1

Adım 5. Denklem (87) temelinde NTOA olan m_i 'nin $MCD(m_i)$ 'si üretilir ve Tablo 7'de verilir.

Tablo 7. NTOA'ların ilgili derece ölçümleri

Öğeler	Kanıt Parçaları				
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$MCD(m_i)$	0.4705	0.3471	0.0371	0.0290	0.1163

Adım 6. Ağırlıklandırılmış ortalama kanıt $WAE(m_i)$, Tablo 7'de gösterildiği gibi Denklem (88) kullanılarak hesaplanır.

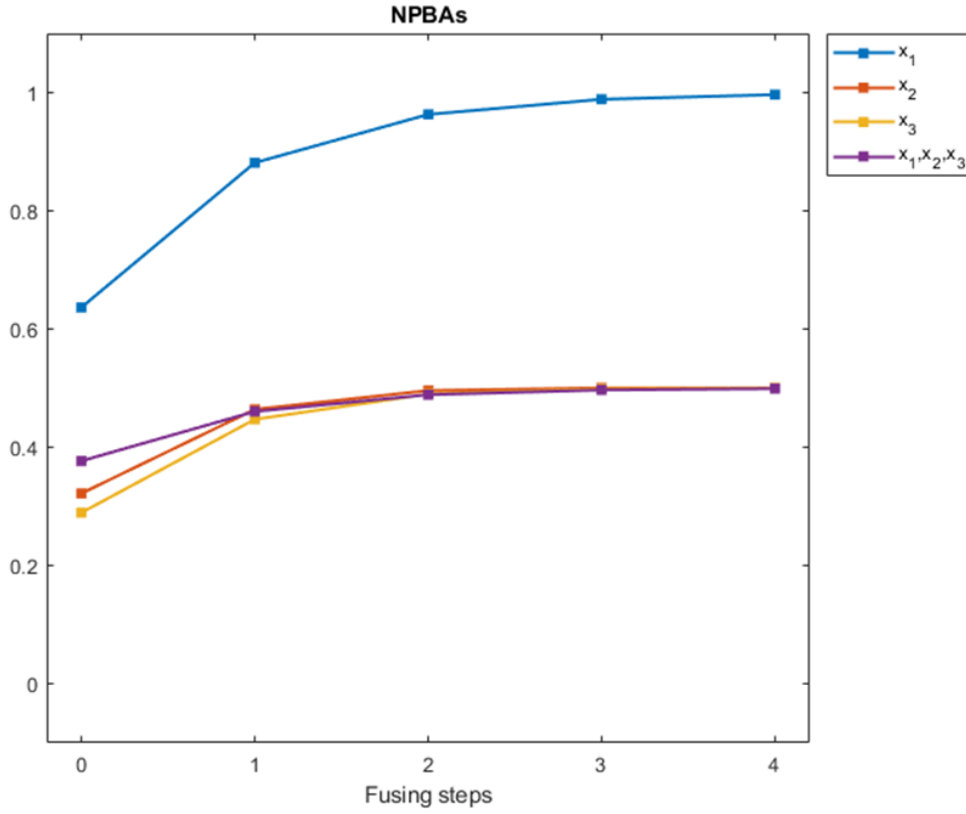
Tablo 8. Nötrosifik $WAE(m_i)$ ve birleştirme sonucu oluşturulan $F(m_i)$ 'si

Öğeler	NTOA'ları			
	$\{x_1\}$	$\{x_2\}$	$\{x_3\}$	$\{x_1, x_2, x_3\}$
$WAE(m_i)$	(0.6064, 0.2192, 0.2297)	(0.1024, 0.1149, 0.2459)	(0.0877, 0.3356, 0.3582)	(0.2034, 0.3302, 0.1663)
İndirgenmiş TOA (m^*)	0.6039	0.3850	0.2570	0.3809

Adım 7. 5 gözlem olduğundan, $WAE(m_i)$ önerilen birleştirme kuralıyla 4 kez birleştirilme sonucu Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. Nötrosifik WAE(m)'lerin birleştirme sonuçları

Öğeler	NTOA'lar			
	$\{x_1\}$	$\{x_2\}$	$\{x_3\}$	$\{x_1, x_2, x_3\}$
$F(m_i)$	(0.6064,0.2192,0.0297)	(0.1024,0.1149,0.2459)	(0.0877,0.3359,0.3582)	(0.2034,0.3302,0.1663)
İndirgenmiş TOA (m*)	0.6039	0.3850	0.2570	0.3809
$F(m_i)$	(0.8178,0.0674,0.0466)	(0.0694,0.0311,0.0513)	(0.0577,0.1168,0.0892)	(0.0551,0.1143,0.0299)
İndirgenmiş TOA (m*)	0.8535	0.4943	0.4311	0.4572
$F(m_i)$	(0.9209,0.0210,0.0086)	(0.0356,0.0091,0.0097)	(0.0286,0.0393,0.0195)	(0.0148,0.0383,0.0051)
İndirgenmiş TOA (m*)	0.9458	0.5084	0.4853	0.4858
$F(m_i)$	(0.9679,0.0067,0.0015)	(0.0159,0.0028,0.0017)	(0.0124,0.0131,0.0040)	(0.0039,0.0127,0.0008)
İndirgenmiş TOA (m*)	0.9798	0.5057	0.4977	0.4952
$F(m_i)$	(0.9875,0.0022,0.0003)	(0.0066,0.0009,0.0003)	(0.0049,0.0043,0.0008)	(0.0010,0.0042,0.0001)
İndirgenmiş TOA (m*)	0.9925	0.5027	0.4999	0.4983



Şekil 2. Birleştirme sonucu

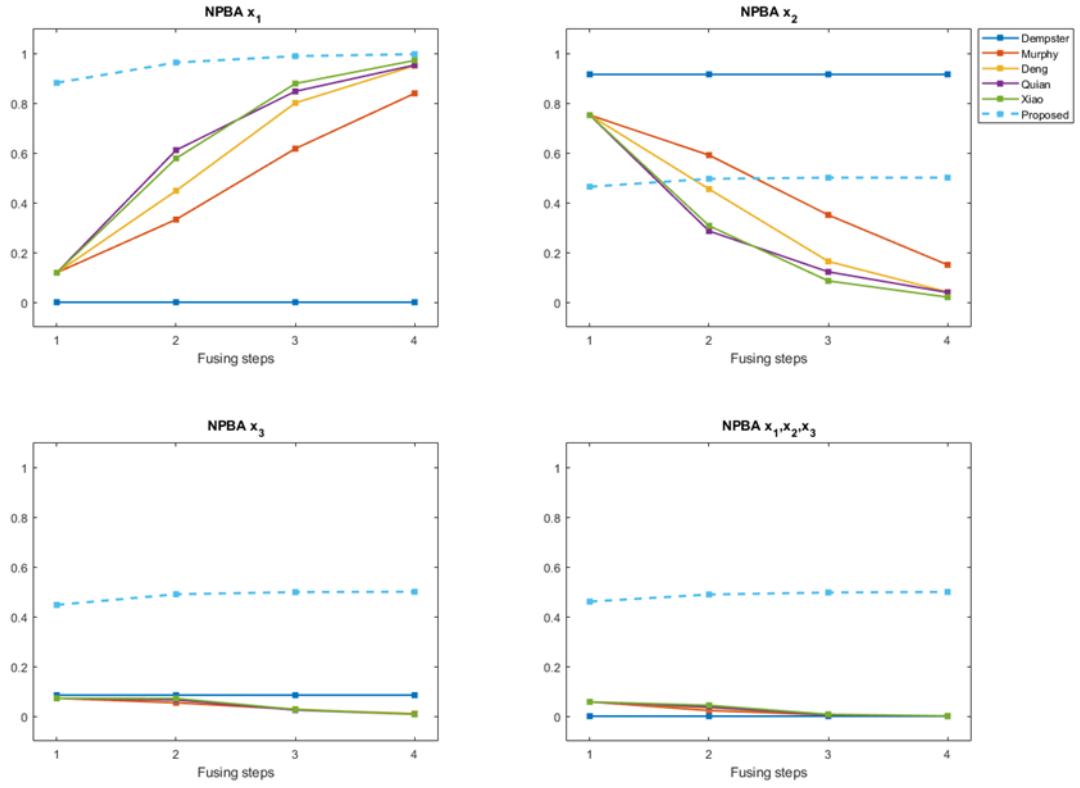
Tablo 9’da verilen sonuçlardan ve Şekil 2’deki grafiksel gösterimden , önerilen yöntemin yüksek bir yakınsama oranına sahip olduğu sonucuna varabiliriz. Şekil 2, x_1 NTOA’nın diğerlerinden en başından itibaren farklı olduğunu açıkça göstermektedir. Birleştirme adımı 0 daki değerler başlangıç değerleridir. x_1 'in başlangıç noktası 0.6039'dir ve bu daha hızlı bir yakınsamaya yol açar. Ayrıca, diğerleri ideal olarak 0'a yakınsamaları gerekirken 0.5 'e yakınsadıklarından, her adımda NTOA'larının nütrosifik değerlerini de veriyoruz. Bu davranışın nedeni m^* (63) da verilen nütrosifik indirgenmiş fonksiyonda yatmaktadır. Ancak, Tablo 9'da verildiği gibi $F(m_i)$ değerleri nütrosifik sayılardır ve doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerleri istenen sonuç olan 0’a yakınsar. Bu nedenle, $\{x_2\}$, $\{x_3\}$ ve $\{x_1, x_2, x_3\}$ indirgenmiş değerlerinin 0.5 etrafında yaklaşımları bir çelişki veya yanlışlık oluşturmaz. Ayrıca, üç NTOA ’larının hepsi onları x_1 'den ayıran aynı noktaya yakınsar. Dahası, x_1 ’in ikinci ve üçüncü bileşenleri adımlar ilerledikçe küçülmektedir, bu da x_1 ’in çatışma belirsizliğinde bir azalma olarak yorumlanabilir.

$F(m_i)$ kanıtın her birleştirme sonucu, farklı yaklaşımlarla elde edilen birleştirme sonuçlarının karşılaştırmasıyla Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. Son birleştirme sonucu $F(m_i)$

Kanıtlar	Yöntemler	NTOA'lar				Hedef
		$\{x_1\}$	$\{x_2\}$	$\{x_3\}$	$\{x_1, x_2, x_3\}$	
m_1, m_2	D-S Kanıt T.	0.0000	0.9153	0.0847	0.0000	x_2
	Murphy	0.1187	0.7518	0.0719	0.0576	x_2
	Deng vd.	0.1187	0.7518	0.0719	0.0576	x_2
	Qian vd.	0.1187	0.7518	0.0719	0.0576	x_2
	Xiao ve Qin	0.1187	0.7518	0.0719	0.0576	x_2
	Önerilen yöntem	0.8535	0.4993	0.4311	0.4572	x_1
m_1, m_2, m_3	D-S Kanıt T.	0.0000	0.9153	0.0847	0.0000	x_2
	Murphy	0.3324	0.5909	0.0540	0.0227	x_2
	Deng vd.	0.4477	0.4546	0.0644	0.0333	—
	Qian vd.	0.6110	0.2861	0.0659	0.0370	x_1
	Xiao ve Qin	0.5779	0.3070	0.0714	0.0438	x_1
	Önerilen yöntem	0.9458	0.5084	0.4853	0.4858	x_1
m_1, m_2, m_3, m_4	D-S Kanıt T.	0.0000	0.9153	0.0847	0.0000	x_2
	Murphy	0.6170	0.3505	0.0272	0.0053	x_1
	Deng vd.	0.8007	0.1640	0.0283	0.0070	x_1
	Qian vd.	0.8472	0.1221	0.0249	0.0058	x_1
	Xiao ve Qin	0.8785	0.857	0.0271	0.0076	x_1
	Önerilen yöntem	0.9798	0.5057	0.4977	0.4952	x_1
m_1, m_2, m_3, m_4, m_5	D-S Kanıt T.	0.0000	0.9153	0.0847	0.0000	x_2
	Murphy	0.8389	0.1502	0.0099	0.0010	x_1
	Deng vd.	0.9499	0.0411	0.0080	0.0010	x_1

Qian vd.	0.9525	0.0393	0.0074	0.0008	x_1
Xiao ve Qin	0.9713	0.0204	0.0073	0.0010	x_1
Önerilen yöntem	0.9925	0.5027	0.4999	0.4983	x_1



Şekil 3. Son birleştirme karşılaştırması

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışma, klasik Temel Olasılık Atamaları (TOA) çerçevesini genişleterek, odak elemanlarının destek derecesini hedef alan geleneksel yaklaşımdan, nütrosifik temel olasılık atamasına (NTOA) geçiş yapmaktadır. Önerilen NTOA, her bir odak elemanına üç bileşen üzerinden yaklaşır: destek düzeyi, desteklenmeme düzeyi ve belirsiz destek düzeyi. Bu yenilikçi yapı, yalnızca destek ve desteklenmeme arasındaki ilişkileri incelemekle kalmayıp, aynı zamanda belirsizliğin etkisini de karar verme süreçlerine entegre etmeyi mümkün kılmaktadır. Ayrıca, kanıtlar arasındaki benzerliği ölçmek için Jousselme mesafesine dayalı bir benzerlik ölçüsü geliştirilmiştir. Bu ölçü, çelişkili kanıtlar arasında daha kesin bir değerlendirme yapılmasına olanak tanımaktadır ve bu, özellikle karmaşık veri kümelerinde oldukça değerlidir.

Önerilen yöntemin performansı, mevcut yöntemlerle karşılaştırmalı olarak Tablo 10 ve Şekil 3’de ayrıntılı olarak değerlendirilmiştir. İki kanıt birleştirildiğinde, önerilen yöntem x_1 ’i hedef olarak belirlerken diğer yöntemler hedefin x_2 olduğunu göstermektedir. Üç kanıt birleştirildiğinde ise önerilen yöntem %94,58 destek oranı ile hedefin x_1 olduğu kanısını devam ettirirken buna karşılık, diğer yöntemler arasında Qian yöntemi %61,10, Xiao and Qin yöntemi %57,79 destek oranı ile daha düşük sonuçlar üretmiştir. Beş kanıt birleştirildiğinde ise mevcut yöntemlerin x_1 için sağladığı destek oranları şu şekildedir: Murphy yöntemi %83,89, Deng yöntemi %94,99, Qian yöntemi %95,25 ve Xiao and Qin yöntemi %97,13. Önerilen yöntem ise bu aşamada %99,25 destek oranı sağlayarak tüm yöntemlerin üzerinde bir performans sergilemiştir. Bu sonuçlar, önerilen yöntemin yalnızca daha yüksek doğruluk sağlamakla kalmayıp, çelişkili kanıtlarla başa çıkmada da üstünlük sunduğunu göstermektedir.

Bu üstün performansın temel nedenleri arasında, odak elemanlarına üç düzeyli destekle temel olasılıkların atanması, pozitif ve negatif etki fonksiyonlarıyla kanıt türlerinin sınıflandırılması ve güvenilir kanıtların etkisinin artırılarak güvenilmez kanıtların etkisinin azaltılması yer almaktadır. Deng entropisi, nütrosifik bağlamda genişletilmiş ve kanıtların ağırlık üzerindeki etkisini değerlendirmek için Nütrosifik İnanç (Deng) Entropisi tanıtılmıştır. Bu yenilikçi yaklaşım, çelişkili kanıtların entegrasyonu sırasında daha tutarlı ve güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır.

Önerilen yöntemin esnekliği, farklı türdeki veri kümelerinde kullanılabilirliğini artırmakta ve geniş bir uygulama potansiyeli sunmaktadır. Gelecek çalışmalar, bu çerçevenin dinamik veri akışlarını ve gerçek zamanlı karar verme süreçlerini

destekleyecek şekilde genişletilmesine odaklanabilir. Özellikle karmaşık sensör ağıları, otonom sistemler ve akıllı izleme sistemleri gibi uygulamalarda bu yöntemin kullanımı büyük bir potansiyel taşımaktadır. Bunun yanı sıra, nötrosofik yöntemlerin makine öğrenimi algoritmalarıyla entegrasyonu, veri odaklı karar destek sistemlerini geliştirmek için umut vadeden bir alan olarak değerlendirilmektedir.

Sonuç olarak, NTOA'nın yenilikçi yapısı, yalnızca mevcut yöntemlerle karşılaştırıldığında etkili olmakla kalmayıp, aynı zamanda çelişkili kanıtlarla başa çıkmada sağladığı üstünlükle, modern karar verme sistemleri için güçlü bir araç haline gelmektedir. Geliştirilen bu yöntem, özellikle belirsizliklerin ve çelişkilerin sıkça karşılaşıldığı alanlarda yüksek doğruluk ve esneklik sunarak, gelecekteki çalışmalar için sağlam bir temel oluşturması beklenmektedir.



KAYNAKLAR

- Abellán, J. (2017). Analyzing properties of Deng entropy in the theory of evidence. *Chaos, Solitons and Fractals*, 95, 195-199.
- Atanassov, K.T., (1986). Intuitionistic fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87–96.
- Aydoğdu, A.(2015). On entropy and similarity measure of interval valued neutrosophic sets. *Neutrosophic Sets Systems*, 9, 47–49.
- Boston, J. R. (2000). A signal detection system based on Dempster-Shafer theory and comparison to fuzzy detection. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 30(1), 45-51.
- Bustince, H. ve Burillo, P.(1996). Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets. *Fuzzy Sets Systems*, 78, 305–316.
- Daniel, F. (2021). Bayesian and Dempster-Shafer models for combining multiple sources of evidence in a fraud detection system. arXiv preprint arXiv:2104.07440.
- De Luca, A.S. ve Termini, S. A (1972). Definition of nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory. *Inf. Control*, 20, 301–312.
- Dempster, A. P. (1967). Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 38(2), 325-339.
- Deng, Y., and Chan, F. T. (2011). A new fuzzy dempster MCDM method and its application in supplier selection. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 9854-9861.
- Deng, Y. (2016). Deng entropy. *Chaos, Solitons and Fractals*, 91, 549-553.
- Deng, Y. (2020). Uncertainty measure in evidence theory. *Science China Information Sciences*, 63, 1-19.
- Deng Y, Shi WK, Zhu ZZ, Liu Q (2004) Combining belief functions based on distance of evidence. *Decis Support Syst* 38(3), 489–493.
- Deng, X. (2018). Analyzing the monotonicity of belief interval based uncertainty measures in belief function theory. *International Journal of Intelligent Systems*, 33(9), 1869-1879.
- Deng, X., Xiao, F., and Deng, Y. (2017). An improved distance-based total uncertainty measure in belief function theory. *Applied Intelligence*, 46, 898-915.

- Dubois, D., and Prade, H. (1988). Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Computational intelligence*, 4(3), 244-264.
- Dymova, L., and Sevastjanov, P. (2010). An interpretation of intuitionistic fuzzy sets in terms of evidence theory: decision making aspect. *Knowledge-Based Systems*, 23(8), 772-782.
- Fu, C., Yang, J. B., and Yang, S. L. (2015). A group evidential reasoning approach based on expert reliability. *European Journal of Operational Research*, 246(3), 886-893.
- Gao, X., Pan, L., and Deng, Y. (2022). Cross entropy of mass function and its application in similarity measure. *Applied Intelligence*, 1-14.
- Gao, M. M., Sun, T., Xu, R. P., Song, L., and Zhang, H. Q. (2014). An Improved Axiomatic Definition and Structural Formula of Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Entropy. *Applied Mechanics and Materials*, 644, 1556-1559.
- Garg, H. (2024). A new exponential-logarithm-based single-valued neutrosophic set and their applications. *Expert systems with applications*, 238, 121854.
- George, T., and Pal, N. R. (1996). Quantification of conflict in Dempster-Shafer framework: a new approach. *International Journal Of General System*, 24(4), 407-423.
- Höhle, U. (1982). Remark on entropies with respect to plausibility measures. *Cybernetics and Systems Research*, 735-738.
- Jiang, D., and Wang, Y. (2018). A new entropy and its properties based on the improved axiomatic definition of intuitionistic fuzzy entropy. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018(1), 7606801.
- Jiang, W., Wei, B., Qin, X., Zhan, J., and Tang, Y. (2016). Sensor data fusion based on a new conflict measure. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016(1), 5769061.
- Jiroušek, R., and Shenoy, P. P. (2018). A new definition of entropy of belief functions in the Dempster–Shafer theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, 92, 49-65.
- Jousselme, A. L., Liu, C., Grenier, D., and Bossé, É. (2006). Measuring ambiguity in the evidence theory. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 36(5), 890-903.
- Jousselme, A. L., Grenier, D., and Bossé, É. (2001). A new distance between two bodies of evidence. *Information fusion*, 2(2), 91-101.
- Kang, B., and Deng, Y. (2019). The maximum Deng entropy. *IEEE Access*, 7, 120758-120765.

- Khalaj, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Khalaj, F., and Siadat, A. (2020). New definition of the cross entropy based on the Dempster-Shafer theory and its application in a decision-making process. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 49(4), 909-923.
- Klir, G. J., and Folger, T. (1988). A.: "Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Klir, G. J., and Parviz, B. (1992, January). A note on the measure of discord. In *Uncertainty in Artificial Intelligence* (pp. 138-141). Morgan Kaufmann.
- Klir, G. J., and Ramer, A. (1990). Uncertainty in the Dempster-Shafer theory: a critical re-examination. *International Journal of General System*, 18(2), 155-166.
- Klir, G., and Wierman, M. (1999). *Uncertainty-based information: elements of generalized information theory* (Vol. 15). Springer Science and Business Media.
- Köseoğlu, A. (2024). Generalized correlation coefficients of intuitionistic multiplicative sets and their applications to pattern recognition and clustering analysis. *Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence*, 1-32.
- Kumar, M., and Yadav, S. P. (2012). A novel approach for analyzing fuzzy system reliability using different types of intuitionistic fuzzy failure rates of components. *ISA transactions*, 51(2), 288-297.
- Kutlu Gündoğdu, F. ve Kahraman, C. (2019). Spherical fuzzy sets and spherical fuzzy TOPSIS method *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems* 36 (1), 337-352.
- Lamata, M. T., and Moral, S. (1988). Measures of entropy in the theory of evidence. *International Journal Of General System*, 14(4), 297-305.
- Lei, Y. (2015). Technique for image de-noising based on non-subsampled shearlet transform and improved intuitionistic fuzzy entropy. *Optik*, 126(4), 446-453.
- Leonita, D. ve Hepzibah, R. I. , (2021). A framework of neutrosophic evidence theory based on probability estimation. *Malaya Journal of Matematik*, Vol. 5, No. 1, 181-184.
- Li, Y., and Deng, Y. (2019). Intuitionistic evidence sets. *IEEE Access*, 7, 106417-106426.
- Li, J., and Pan, Q. (2020). A new belief entropy in Dempster–Shafer theory based on basic probability assignment and the frame of discernment. *Entropy*, 22(6), 691.
- Liu, S., and Cai, R. (2021). Uncertainty of Interval Type-2 Fuzzy Sets Based on Fuzzy Belief Entropy. *Entropy*, 23(10), 1265.
- Liu, H., Wang, Z., and Jia, H. (2024). A novel distance measure for probabilistic linguistic term sets with application to emergency decision-making. *Granular Computing*, 9(4), 72.

- Liu, Z., and Xiao, F. (2019). An evidential aggregation method of intuitionistic fuzzy sets based on belief entropy. *IEEE Access*, 7, 68905-68916.
- Majumder, P. ve Samanta, S.K.(2014). On similarity and entropy of neutrosophic sets. *J. Intell. Fuzzy Systems*, 26, 1245–1252.
- Moral-García, S., and Abellán, J. (2020). Critique of modified Deng entropies under the evidence theory. *Chaos, Solitons and Fractals*, 140, 110112.
- Murphy, C.K. Combining Belief Functions When Evidence Conflicts. *Decis Support Syst* 2000, 29, 1–9, doi:10.1016/S0167-9236(99)00084-6.
- Pal, N. R., Bezdek, J. C., and Hemasinha, R. (1992). Uncertainty measures for evidential reasoning I: A review. *International Journal of Approximate Reasoning*, 7(3-4), 165-183.
- Pal, N.R., and Pal, S.K.(1989). *Object background segmentation using new definitions of entropy*. IEEE Proceedings, 366, 284-295.
- Pan, Q., Zhou, D., Tang, Y., Li, X., and Qian, J. (2019). A novel belief entropy for measuring uncertainty in dempster-shafer evidence theory framework based on plausibility transformation and weighted hartley entropy. *Entropy*, 21(2), 163.
- Peng, J.J., Wang, J.Q., Wang, J., Zhang, H.Y. ve Chen, X.H.(2016). Simplified neutrosophic sets and their applications in multi-criteria group decision-making problems. *Int. J. Syst. Sciences*, 47, 2342–2358.
- Qian, J., Guo, X., and Deng, Y. (2017). A novel method for combining conflicting evidences based on information entropy. *Applied Intelligence*, 46(4), 876-888.
- Qin, K., and Wang, L. (2020). New similarity and entropy measures of single-valued neutrosophic sets with applications in multi-attribute decision making. *Soft Computing*, 24, 16165-16176.
- Shafer, G. (1976). A mathematical theory of evidence (Vol. 42). Princeton university press.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*, 27(3), 379-423.
- Smets, P. (1983). Information content of an evidence. *International Journal of Man-Machine Studies*, 19(1), 33-43.
- Song, S., Li, Y., Jia, Z., and Shi, F. (2023). Salient Object Detection Based on Optimization of Feature Computation by Neutrosophic Set Theory. *Sensors*, 23(20), 8348.
- Song, Y. ve Wang, X. (2015). Probability estimation in the framework of intuitionistic fuzzy evidence theory. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.

- Song, Y., Wang, X., Zhu, J., and Lei, L. (2018). Sensor dynamic reliability evaluation based on evidence theory and intuitionistic fuzzy sets. *Applied Intelligence*, 48(11), 3950-3962.
- Szmidt, E. ve Kacprzyk, J. (2001). Entropy on intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets Systems*, 118, 467–477.
- Smarandache, F.(1998). *Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set, and Logic*; American Research Press: Rehoboth, DE, USA.
- Shore, J., ve Johnson, R. (1980). Axiomatic derivation of the principle of maximum entropy and the principle of minimum cross-entropy. *IEEE Transactions on information theory*, 26(1), 26-37.
- Şahin, R., ve Liu, P. (2016). Maximizing deviation method for neutrosophic multiple attribute decision making with incomplete weight information. *Neural Computing and Applications*, 27, 2017-2029.
- Şahin, R., and Yiğider, M. (2014). A Multi-criteria neutrosophic group decision making metod based TOPSIS for supplier selection. *arXiv preprint arXiv:1412.5077*.
- Torra, V. (2010) Hesitant Fuzzy Sets. *International Journal of Intelligent Systems*, 25, 529-539.
- Utkin, L. V. (2009). A new ranking procedure by incomplete pairwise comparisons using preference subsets. *Intelligent Data Analysis*, 13(2), 229-241.
- Verma, R. Ve Sharma, B.D.(2011). On generalized exponential fuzzy entropy. *International Journal of Mathematics and Computer. Science*, 5, 1895–1898.
- Verma, R. ve Sharma, B.D.(2013). Exponential entropy on intuitionistic fuzzy sets. *Kybernetika*, 49, 114–127.
- Verma, R. ve Sharma, B.D.(2014). On intuitionistic fuzzy entropy of order-alpha. *Adv. Fuzzy Systems*, 14, 1–8.
- Verma, R. ve Sharma, B.D.(2015). R-norm entropy on intuitionistic fuzzy sets. *J. Intell. Fuzzy Systems*, 28, 327–335.
- Valchos, I.K. ve Sergiadis, G.D.(2007). Intuitionistic fuzzy information—A pattern recognition. *Pattern Recognition Letters*, 28, 197–206.
- Wang, D., Gao, J., and Wei, D. (2019). A new belief entropy based on Deng entropy. *Entropy*, 21(10), 987.
- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y.Q.ve Sunderraman, R.(2005). *Interval Neutrosophic Sets and Logic: Theory and Applications in Computing*. Hexis: Phoenix, AZ, USA.

- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y.Q. ve Sunderraman, R.(2010). Single valued neutrosophic sets. *Multispace Multistruct*, 4, 410–413.
- Wang, X., and Song, Y. (2018). Uncertainty measure in evidence theory with its applications. *Applied Intelligence*, 48(7), 1672-1688.
- Wei, C.P., Wang, P. ve Zhang, Y.Z.(2011). Entropy, similarity measure of interval valued intuitionistic sets and their applications. *Information Sciences*, 181, 4273–4286.
- Wei, C. P., Gao, Z. H., and Guo, T. T. (2012). An intuitionistic fuzzy entropy measure based on trigonometric function. *Control and Decision*, 27(4), 571-574.
- Wen, K., Song, Y., Wu, C., and Li, T. (2020). A novel measure of uncertainty in the Dempster-Shafer theory. *IEEE Access*, 8, 51550-51559.
- Wu, W., Song, Y., and Zhao, W. (2018). Evaluating evidence reliability on the basis of intuitionistic fuzzy sets. *Information*, 9(12), 298.
- Xiao, F.; Qin, B. A Weighted Combination Method for Conflicting Evidence in Multi-Sensor Data Fusion. *Sensors* 2018, Vol. 18, Page 1487 **2018**, 18, 1487, doi:10.3390/S18051487.
- Xue, Y., and Deng, Y. (2021). On the conjunction of possibility measures under intuitionistic evidence sets. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 12, 7827-7836.
- Xue, Y., and Deng, Y. (2022). A decomposable Deng entropy. *Chaos, Solitons and Fractals*, 156, 111835.
- Yager, R.R.(1983). Entropy and specificity in a mathematical theory of evidence. *International journal of general systems (Print)*, 9(4), 249-260.
- Yager, R.R. (1986). A characterization of the extension principle. *Fuzzy Sets and Systems*, 18, 205-217
- Yager, R. R. (1987). On the Dempster-Shafer framework and new combination rules. *Information sciences*, 41(2), 93-137..
- Yager, R. R. (1999). A class of fuzzy measures generated from a Dempster–Shafer belief structure. *International journal of intelligent systems*, 14(12), 1239-1247.
- Yager, R. R. (2014). An intuitionistic view of the Dempster–Shafer belief structure. *Soft Computing*, 18(11), 2091-2099.
- Yager, R. R. (2018). Interval valued entropies for Dempster–Shafer structures. *Knowledge-Based Systems*, 161, 390-397.
- Yang, Y., and Han, D. (2016). A new distance-based total uncertainty measure in the theory of belief functions. *Knowledge-Based Systems*, 94, 114-123.

- Yang, J. B., and Xu, D. L. (2013). Evidential reasoning rule for evidence combination. *Artificial Intelligence*, 205, 1-29.
- Ye, J.(2010). Two effective measures of intuitionistic fuzzy entropy. *Computing*, 87, 55–62.
- Ye, J. (2015). Improved cosine similarity measures of simplified neutrosophic sets for medical diagnoses. *Artificial intelligence in medicine*, 63(3), 171-179.
- Ye, J. A. (2014). Multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets. *J. Intell. Fuzzy Systems*, 26, 2459–2466
- Ye, J.(2010). Multicriteria fuzzy decision-making method using entropy weights-based correlation coefficients of interval-valued intuitionistic fuzzy sets. *Appl. Math. Model*, 34, 3864–3870.
- Ye, J. ve Du, S.G.(2017). Some distances, similarity and entropy measures for interval-valued neutrosophic sets and their relationship. *Int. J. Mach. Learn. Cybern*, 1–9.
- Ye, J.(2021). Entropy measures of simplified neutrosophic sets and their decisionmaking approach with positive and negative arguments, *Journal of Management Analytics*, 8(2), 252–266
- Yuan, J., and Luo, X. (2019). Approach for multi-attribute decision making based on novel intuitionistic fuzzy entropy and evidential reasoning. *Computers and Industrial Engineering*, 135, 643-654.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*.
- Zadeh, L.A. (1968). Probability measure of fuzzy events. *Journal of Mathematical Analysis. Applications*, 23, 421–427.
- Zadeh, L. A. (1983). The role of fuzzy logic in the management of uncertainty in expert systems. *Fuzzy sets and systems*, 11(1-3), 199-227.
- Zeng, W., and Li, H. (2006). Relationship between similarity measure and entropy of interval valued fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*, 157(11), 1477-1484.
- Zhang, Q.S., Xing, H.Y., Liu, F.C., Ye, J. ve Tang, P.(2014) Some new entropy measures for interval-valued intuitionistic fuzzy sets based on distances and their relationships with similarity and inclusion measures *Information Sciences*, 283, 55–69.
- Zhang, Q.S. ve Jiang, S.Y.(2008). A note on information entropy measure for vague sets. *Information Sciences*, 178, 4184–4191.
- Zhou, Q., Qiang, C., and Deng, Y. (2022, May). Fuzzy fractal: An information entropy view. In *International Conference on Computers Communications and Control* (pp. 250-259). Cham: Springer International Publishing.

Zhou, D., Tang, Y., and Jiang, W. (2017). An improved belief entropy and its application in decision-making. *Complexity*, 2017(1), 4359195.



ÖZGEÇMİŞ

İlk ve orta öğrenimini Erzurum ve Erzincan'ın farklı köy ve ilçelerinde lise öğrenimini Erzurum Atatürk Endüstri Meslek ve Teknik Lisesi'nde tamamladı. 1997-2002 yılları arasında Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nde lisans eğitimi yaptı.

2004 yılında Van Yüzüncü Yıl Üniversitesinde Tezsiz Yüksek Lisansını, 2019 yılında Bayburt- Atatürk Üniversitesi Ortak Programından Yüksek Lisansını tamamladı. Uzun yıllar Erzurum'da çeşitli dershanelerde Matematik Öğretmeni olarak görev yaptıktan sonra 2018 yılında başladığı Bayburt Üniversitesi Sosyal Bilimler Meslek Yüksek Okulundaki Öğretim Görevlisi görevine halen devam etmektedir. Ümit DEMİR evli ve iki çocuk sahibidir.

Yayınlar:

- Akkan, Y., Akkan, P., Öztürk, M., ve Demir, Ü. (2018). Görsel teoremler üzerine matematik öğretmenleriyle nitel bir çalışma. *Journal of Instructional Technologies and Teacher Education*, 7(2), 56-74.
- Aslan, S., Demir, Ü., Karaduman, E., and Akdemir, A.O. (2025)(Basımda). Some Novel Fractional Milne-Type Inequalities for Twice Differentiable S-Convex Functions in the Second Sense. *FILOMAT*, 39(10).
- Öztürk, M., Demir, Ü., and Akkan, Y. (2021). Investigation of proportional reasoning problem solving processes of seventh grade students: a mixed method research. *International Journal on Social and Education Sciences*, 3(1), 48-67.