

EYLÜL 2021

Yüksek Lisans Tezi - Matematik

AZİZE DAYAN

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m -METRİK VE
NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m -NORMLU UZAYLAR

MATEMATİK
YÜKSEK LİSANS TEZİ

AZİZE DAYAN
EYLÜL 2021

**NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m -METRİK VE
NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m -NORMLU UZAYLAR**

**Gaziantep Üniversitesi
Matematik
Yüksek Lisans Tezi**

**Danışman
Prof. Dr. Memet ŞAHİN**

**Azize DAYAN
Eylül 2021**



©2021[Azize DAYAN]

**NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m-METRİK VE
NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m-NORMLU UZAYLAR**

başlıklı bu çalışma, **Azize DAYAN** tarafından hazırlanmış ve yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından **Gaziantep Üniversitesi Matematik Bölümün' de** Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mehmet İshak YÜCE
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

.....

Prof. Dr. Adil KILIÇ
Matematik Bölüm Başkanı

.....

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Danışman, Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Mezuniyet Tarihi: 30 Eylül 2021

Jüri Üyeleri:

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Danışman, Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Prof. Dr. Necati OLGUN
Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Dr. Öğr. Üyesi Vakkas ULUÇAY
Matematik
Kilis 7 Aralık Üniversitesi

.....

İlgili tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilmek suretiyle tezde yer aldığını beyan ederim.

Azize DAYAN

ABSTRACT

NEUTROSOPHIC TRIPLET m -METRIC AND NEUTROSOPHIC TRIPLET m -NORMED SPACES

DAYAN, Azize

M.Sc. in Mathematics

Supervisor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

September 2021

44 pages

In this thesis, neutrosophic triplet m -metric spaces are studied. Some definitions and examples are given for the neutrosophic triplet m -metric space. Based on these definitions, new theorems were given and proved. It has also been shown that the neutrosophic m -metric space is different from the neutrosophic triplet metric space. Also, neutrosophic triplet m -normed spaces are obtained. Then, some definitions and examples are given for neutrosophic triplet m -normed space. Based on these definitions, new theorems are given and proved. In addition, it is shown that neutrosophic triplet m -normed spaces are different from the neutrosophic triplet normed spaces.

Key Words: Neutrosophic Triplet Sets, Neutrosophic Triplet Metric Spaces, m -Metric, Neutrosophic Triplet m -Metric Spaces, Neutrosophic Triplet, Partial Metric Spaces, Neutrosophic Triplet Normed Spaces, Neutrosophic Triplet m -Normed Spaces.

ÖZET

NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m -METRİK VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m -NORMLU UZAYLAR

DAYAN, Azize
Yüksek Lisans Tezi, Matematik
Danışman: Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Eylül 2021
44 sayfa

Bu tezde, nörtrosofik üçlü m -metrik uzaylar çalışıldı. Nörtrosofik üçlü m -metrik uzay için bazı tanımlar ve örnekler verildi. Bu tanımlara bağlı olarak yeni teoremler verildi ve ispatlandı. Ayrıca, nörtrosofik m -metrik uzayın, klasik m -metrik uzaydan ve nörtrosofik üçlü metrik uzaydan farklı olduğu gösterildi. Ayrıca, nörtrosofik üçlü m -normlu uzaylar çalışıldı. Nörtrosofik üçlü m -normlu uzay için bazı tanımlar ve örnekler verildi. Bu tanımlara bağlı olarak yeni teoremler verildi ve ispatlandı. Ayrıca, nörtrosofik üçlü m -normlu uzayın, nörtrosofik üçlü normlu uzaydan farklı olduğu gösterildi.

Anahtar Kelimeler: Nörtrosofik Üçlü Kümeler, Nörtrosofik Üçlü Metrik Uzaylar, m -Metrik, Nörtrosofik Üçlü m -Metrik Uzaylar, Nörtrosofik Üçlü Kısmi Metrik Uzaylar, Nörtrosofik Üçlü m -Normlu Uzaylar.



'Canum aileme'

TEŞEKKÜR

Bu çalışma süresince tüm bilgilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan, her türlü konuda desteğini benden esirgemeyen ve tezimde büyük emeği olan, Gaziantep Üniversitesi öğretim üyelerinden danışman hocam, sayın Prof. Dr. Memet ŞAHİN 'e sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Örneklerin toplanmasında, desteklerini benden esirgemeyen değerli hocam Dr. Abdullah KARGIN, değerli arkadaşlarım Merve Sena UZ ve Murat YÜCEL 'e çok teşekkür ederim.

Çalışma süresince beni hep destekleyen ve güvenen çok sevdiğim biricik annem ve tüm aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ABSTRACT	v
ÖZET.....	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
SEMBOLLER LİSTESİ	xi
BÖLÜM I:GİRİŞ.....	1
BÖLÜM II:GENEL BİLGİLER.....	5
2.1. Bulanık Kümeler	5
2.2. Sezgisel Bulanık Kümeler	6
2.3. Nötrosofik Kümeler.....	9
2.4. Nötrosofik Üçlü Kümeler.....	12
2.5. Metrik Uzaylar.....	14
2.6. Bazı Nötrosofik Üçlü Metrik Uzaylar	15
2.7. Nötrosofik Üçlü Normlu Uzaylar.....	18
BÖLÜM III: NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m- METRİK.....	23
3.1 Nötrosofik Üçlü m-Metrik Uzaylar.....	23
BÖLÜM IV: NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m-NORMLU UZAYLAR	31
4.1 Nötrosofik Üçlü m-Norm Uzaylar.....	31
BÖLÜM V: SONUÇ VE ÖNERİLER.....	40
KAYNAKLAR.....	42
ÖZGEÇMİŞ.....	44

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1	Bulanık küme ve klasik küme gösterimi.....	2
-----------	--	---



SEMBOLLER LİSTESİ

$\mu_K(x)$	x 'in K kümesine ait olma derecesi
$\theta_K(x)$	x 'in K kümesine ait olmama derecesi
$T_K(x)$	x 'in K kümesindeki doğruluk derecesi
$I_K(x)$	x 'in K kümesindeki kararsızlık derecesi
$F_K(x)$	x 'in K kümesindeki yanlışlık derecesi
etkisiz(x)	x 'in kümedeki etkisizi
ters(x)	x 'in kümedeki tersi
$\cap$	Bulanık kümelerde kesişim işlemi
$\cup$	Bulanık kümelerde birleşim işlemi
$+$	Bulanık kümelerde toplama işlemi
$\cdot$	Bulanık kümelerde çarpma işlemi
$=$	Bulanık kümelerde eşittir işlemi
$\subseteq$	Bulanık kümelerde alt küme
K^c	Bulanık kümelerde tümleyen
$\cap'$	Sezgisel bulanık kümelerde kesişim işlemi
$\cup'$	Sezgisel bulanık kümelerde birleşim işlemi
$+'$	Sezgisel bulanık kümelerde toplama işlemi
$\cdot'$	Sezgisel bulanık kümelerde çarpma işlemi

$='$	Sezgisel bulanık kümelerde eşittir işlemi
$\subseteq'$	Sezgisel bulanık kümelerde alt küme
$L^{c'}$	Sezgisel bulanık kümelerde tümleyen
$\hat{\cap}$	Nötrosofik kümelerde kesişim işlemi
$\hat{\cup}$	Nötrosofik kümelerde birleşim işlemi
$\hat{+}$	Nötrosofik kümelerde toplama işlemi
$\hat{\cdot}$	Nötrosofik kümelerde çarpma işlemi
$\hat{=}$	Nötrosofik kümelerde eşittir işlemi
$\hat{\subseteq}$	Nötrosofik kümelerde alt küme
$A^{\hat{c}}$	Nötrosofik kümelerde tümleyen
$\setminus$	Fark işlemi
$\times$	Kartezyen çarpım
$\leq$	Kısmi sıralama bağıntısı
$s(A)$	A kümesinin eleman sayısı
$P(T)$	T 'in bütün alt kümelerinin ailesi
$(W,*)$	Nötrosofik üçlü küme
d_W	Nötrosofik üçlü metrik
d_p	Nötrosofik üçlü kısmi metrik
$(F, \Delta, \blacksquare)$	Nötrosofik üçlü cisim
$(V, \Delta, \blacksquare)$	$(F, \Delta, \blacksquare)$ nötrosofik üçlü cisim üzerine bir nötrosofik üçlü vektör uzayı
$((W,*), d_N)$	Nötrosofik üçlü metrik uzay

(W, p)	Kısmi metrik uzayı
(W, m)	m-metrik uzayı
$((W, *), p)$	Nötrosofik üçlü kısmi metrik uzay
$((W, *), m)$	Nötrosofik üçlü m-metrik uzay
$((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \ \cdot\)$	Nötrosofik üçlü normlu uzay
$((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \ \cdot\ _m)$	Nötrosofik üçlü m-normlu uzay

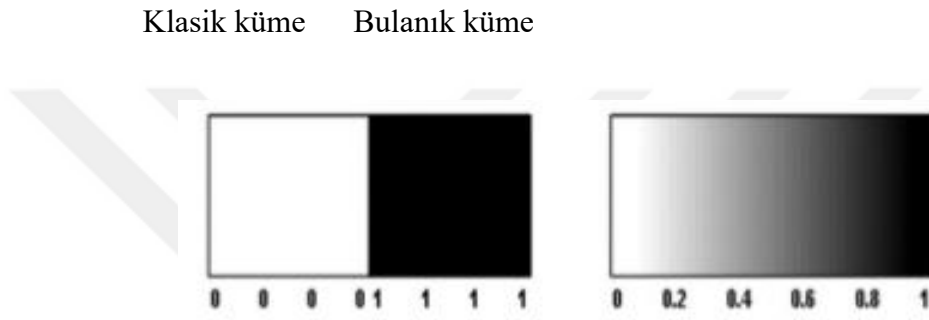


BÖLÜM I

GİRİŞ

Günlük yaşantımızda belirsizlik içeren problemler her zaman vardır. Çoğu zaman bu belirsizlikleri açıklamada klasik mantık yetersiz kalmaktadır. Çünkü her zaman bir duruma kesin doğru ya da kesin yanlış diyemeyiz. Mesela; kaç km hızla giden bir arabaya hızlı deriz (veya yavaş deriz), kaç yaşından sonraki insanlara yaşlı denir, bir bina neye göre yüksektir, bir insan kaç kilodan sonra şişmandır ya da zayıftır denir. Ayrıca her zaman hava durumuna kesin soğuk ya da kesin sıcak diyemeyiz. Kimine göre soğuk kimine göre daha serindir gibi sorular kişiden kişiye değişen sorulardır. Bunun üzerine günlük yaşantımızdaki belirsizlik içeren sorunlarla baş edebilmek için ortaya atılan çoğu teori zamanla yetersiz olduğundan yerine farklı teorilere bırakmıştır. Bu teorilerin bazıları; olasılık teorisi, bulanık kümeler teorisi, yaklaşımlı kümeler teorisi, esnek kümeler teorisidir. Bu teoriler arasında en güncel ve en geniş uygulama alanına sahip olan Zadeh [1] tarafından geliştirilen bulanık kümeler teorisidir. 1965 yılında Zadeh [1], bulanık kümeler teorisini tanıtarak günlük yaşantımızda karşılaştığımız problemleri modelleme işine yeni bir bakış açısını göstermiştir. 1961 yılında bu düşüncesinden dolayı yayınladığı bir makalesinde tanımlanamayan bulanık ya da belirsiz nicelikler için farklı bir matematiğe ihtiyaç olduğu tezini ortaya attı. Amerika da ve birçok ülkede Zadeh' in bu fikri bilim çevreleri tarafından yadırgandı. Hatta kendisi, maddi kaynakları boşa tüketmekle suçlandı. Ancak birçok araştırmacı 70'lerden sonra Zadeh' in bu fikri daha çok araştırılıp çalışmaya başladı. Özellikle Japon bilim insanlarının dikkatini çekerek daha çok bu konu üzerine düşünülmüştür. Günümüzde ise birçok teknolojik cihazın temelinde Zadeh' in kurduğu bu bulanık mantık yer almaktadır. Metrolar, yapay zekâ, son teknoloji çamaşır makineleri, kontrol sistemleri ve çeşitli alanlardaki algoritmalar hep Zadeh' in temellerini attığı bu fikir üzerine geliştirilmiştir. Zadeh eleştirileri göz önüne alarak birçok alanda kendini geliştirmiştir.

Öyle ki Zadeh; bulanık küme teorisinde, T evrensel küme olmak üzere T in her bir elemanı için $[0,1]$ aralığında tanımlı bir üyelik fonksiyonundan bahsetmiştir. Bu yönüyle daha ilk baştan klasik küme mantığını da kapsayan daha esnek, daha gerçekçi daha işlevsel bir durum ortaya koymuştur. Mesela bir elma kırmızı değilse bulanık mantığa göre kırmızı olmayan elmayı eğer tam olarak yeşilde değilse, belli bir yüzde ile kırmızı olarak kabul edebiliriz. Bu durumda tam kırmızı elmanın değeri 1 ise tam kırmızı olmayan (yeşil elmanın) değeri 0 olacaktır. Diğer bütün elmaları kızarıklık derecelerine göre, mesela %40, %60, %90, ... oranında kırmızıdır; gibi değerlerle nitelemek mümkün olacaktır.



Şekil 1.1 Bulanık küme ve klasik küme gösterimi

Ancak yine de bu teoride gerçek hayat problemlerini modellemede yetersiz kaldığı durumlar olmuştur. Bu durumu takip eden Atanassov [2] 1986 da bulanık küme teorisinin genişletilmiş hali olan sezgisel bulanık küme teorisini ortaya atmıştır.

Atanassov, bulanık küme yapısına üyelik olmama fonksiyonunu ekleyerek sezgisel bulanık küme teorisini tanıtmıştır. Yani sezgisel bulanık küme teorisinde T evrensel kümesinde her bir eleman için verilen üyelik olma fonksiyonuna ilave olarak yine her bir eleman için $[0,1]$ aralığında tanımlı üyelik olmama fonksiyonu verilmiştir. Buna göre üyelik olma ve üyelik olmama fonksiyonu değeri toplamı $[0,1]$ aralığında kalacaktır. Fakat böyle bir kısıtlamanın olması ve günlük hayat problemlerinin sahip olduğu belirsizlikler bu teorisinin de tam anlamıyla yeterli olmadığını ortaya koymuştur.

Nötrosofik [3] ilk olarak 1998 yılında Smarandache tarafından tanıtılmıştır. Nötrosofik kümeler, bulanık kümeler [1] ve sezgisel bulanık kümelerin [2] genelleştirilmiş halidir. Çünkü; nötrosofik de bulanık ve sezgisel bulanık kümelerden farklı olarak doğruluk değeri (T), yanlışlık değeri (F) ve belirsizlik değeri (I)

tamamen birbirinden bağımsızdır. Bundan dolayı belirsizliklerle başa çıkmada oldukça kullanışlı olan bu alanda birçok araştırmacı çalışmalarda bulunmuştur. Nötrosofik üçlü kümeler ve nötrosofik üçlü gruplar [4] da 2016 yılında Smarandache ve Ali tarafından ele alındı. Bir kümenin nötrosofik üçlü küme olabilmesi için bu kümedeki her bir “a” elemanının bir etkisiz elemanı ve bir ters elemanı olmalıdır. Buradaki etkisiz eleman klasik gruptaki gibi bütün elemanlar için sadece bir tane olmak zorunda değildir. Yani her bir elemanın kendine ait bir etkisiz elemanı olabilir. Ayrıca, bir nötrosofik üçlü a elemanı $\langle a, etkisiz(a), ters(a) \rangle$ şeklinde gösterilir. Bundan dolayı nötrosofik deki bu yeni yapı klasik küme ve klasik yapılardan farklıdır. Ayrıca, birçok araştırmacı nötrosofik üçlü yapılarla ilgili araştırma yapmıştır. Bunlardan bazıları; Şahin ve Kargın [5] nötrosofik üçlü metrik uzayı tanıtmıştır, Smarandache ve ark. [11] nötrosofik üçlü G-modülü tanıtmıştır, Şahin ve ark.[12] nötrosofik üçlü topolojiyi tanıtmıştır, Şahin ve Kargın [13] nötrosofik üçlü metrik topolojiyi tanıtmıştır, Şahin ve Kargın [14] nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzayı tanıtmıştır, Şahin ve Kargın [15] nötrosofik üçlü kısmi v-genelleştirilmiş metrik uzayı tanıtmıştır, Şahin ve Kargın [16] nötrosofik üçlü normlu halka uzayı tanıtmıştır, Şahin ve ark. [17] nötrosofik üçlü çift kutuplu metrik uzayı tanıtmıştır, Şahin ve ark. [18] nötrosofik üçlü kısmi çift kutuplu metrik uzayı tanıtmıştır, Şahin ve ark. [19] nötrosofik üçlü kısmi g-metrik uzayı tanıtmıştır, Şahin ve Kargın [20] nötrosofik üçlü b-metrik uzayı tanıtmıştır, Bal ve ark. [21] nötrosofik üçlü kosetler ve bölüm grupları tanıtmıştır, Çelik ve ark. [22] nötrosofik genelleştirilmiş üçlü gruplar için temel homomorfizma teoremlerini tanıtmıştır, Shalla ve Olgun [23] genelleştirilmiş nötrosofik üçlü grubunun direkt ve yarı direkt çarpımını tanıtmıştır. Şahin ve Kargın [24] nötrosofik üçlü kısmi iç çarpım uzayını tanıtmıştır. Şahin ve Kargın [25] küme değerli nötrosofik dörtlü sayılara dayalı nötrosofik üçlü uzayı tanıtmıştır.

1994 yılında Matthews [6] kısmi metriğini tanıtmıştır. 2014 yılında Asadi ve Ark [7] kısmi metriğin uzantısı olan m-metrik uzayını tanıtmıştır.

Bu yüksek lisans tezinin 2. bölümünde nötrosofik üçlü küme [4], nötrosofik üçlü metrik uzay [5] kısmi metrik uzay [6], m-metrik uzay [7], m-yakınsak [7] ve m-Cauchy dizisi [7], nötrosofik üçlü normlu uzay [5], nötrosofik üçlü normlu uzayda yakınsak dizi [5], Cauchy dizisi [5] ve nötrosofik üçlü Banach uzayı [5] tanımlarına yer verildi. 3. bölümde nötrosofik üçlü m-metrik uzayı incelendi. Nötrosofik üçlü m-

metriği; n trosofik   l  metrik uzaydan [5], m-metrik uzaydan [7] ve kısmi metrik uzaydan [6] farklı olduğu verildi. Ayrıca n trosofik   l  m-metrik ile ilgili yeni teoremler verildi. Bu tanıtılan yapının daha anlaşılır olması için örnekler verildi. 4. bölümde ise n trosofik   l  m-normlu uzay ele alındı. Ayrıca n trosofik   l  m-normlu uzayların, n trosofik   l  normlu uzaylardan farklı olduğu gösterildi. Son olarak 5. bölümde tezde elde edilen sonuçlara ve önerilere yer verildi.



BÖLÜM II

GENEL BİLGİLER

2.1. Bulanık Kümeler

Tanım 2.1.1:[1] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. $\forall x \in E$ için, $0 \leq \mu_K(x) \leq 1$ olmak üzere

$\mu_K: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme $K = \{ \langle x, \mu_K(x) \rangle : x \in E \}$ kümesi ile verilir.

Burada $\mu_K(x)$, $x \in E$ nin K kümesine ait olma derecesidir.

Tanım 2.1.2:[1] E evrensel kümesi üzerinde K_1 ve K_2 bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_{K_1} ve μ_{K_2} olsun.

$\forall x \in E$ için K_1 ile K_2 nin $K_1 \subseteq K_2$ ile gösterilen kapsama işlemi ve $K_1 = K_2$ ile gösterilen eşitliği

$$K_1 \subseteq K_2 \Leftrightarrow \mu_{K_1}(x) \leq \mu_{K_2}(x)$$

$$K_1 = K_2 \Leftrightarrow K_1 \subseteq K_2 \text{ ve } K_2 \subseteq K_1$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.3:[1] E evrensel kümesi üzerinde K_1 ve K_2 bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_{K_1} ve μ_{K_2} olsun.

$\forall x \in E$ için $\mu_{K_1 \cup K_2}(x) = \max \{ \mu_{K_1}(x), \mu_{K_2}(x) \}$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin

$K_1 \cup K_2$ ile gösterilen birleşimi

$$K_1 \cup K_2 = \{ \langle x, \mu_{K_1 \cup K_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.4:[1] E evrensel kümesi üzerinde K_1 ve K_2 bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_{K_1} ve μ_{K_2} olsun. $\forall x \in E$ için

$\mu_{K_1 \cap K_2}(x) = \min\{\mu_{K_1}(x), \mu_{K_2}(x)\}$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin $K_1 \cap K_2$ ile gösterilen kesişimi

$$K_1 \cap K_2 = \{ \langle x, \mu_{K_1 \cap K_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.5:[1] E evrensel kümesi üzerinde K bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonu μ_K olsun.

$\forall x \in E$ için $\mu_{K^c}(x) = 1 - \mu_K(x)$ olmak üzere K nin K^c ile gösterilen tümleyeni

$$K^c = \{ \langle x, \mu_{K^c}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.6:[1] E evrensel kümesi üzerinde K_1 ve K_2 bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_{K_1} ve μ_{K_2} olsun.

$\forall x \in E$ için $\mu_{K_1 + K_2}(x) = \mu_{K_1}(x) + \mu_{K_2}(x) - \mu_{K_1}(x) \cdot \mu_{K_2}(x)$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin $K_1 + K_2$ ile gösterilen toplama işlemi

$$K_1 + K_2 = \{ \langle x, \mu_{K_1 + K_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.1.7:[1] E evrensel kümesi üzerinde K_1 ve K_2 bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_{K_1} ve μ_{K_2} olsun.

$\forall x \in E$ için $\mu_{K_1 \cdot K_2}(x) = \mu_{K_1}(x) \cdot \mu_{K_2}(x)$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin $K_1 \cdot K_2$ ile gösterilen çarpma işlemi

$$K_1 \cdot K_2 = \{ \langle x, \mu_{K_1 \cdot K_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

2.2 Sezgisel Bulanık Kümeler

Tanım 2.2.1:[2] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. $\forall x \in E$ için

$0 \leq \mu_L(x) + \nu_L(x) \leq 1$ olmak üzere

$\mu_L: E \rightarrow [0,1]$ ve $\nu_L: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme

$$L = \{ \langle x, \mu_L(x), \nu_L(x) \rangle : x \in E \}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_L(x)$ ve $\nu_L(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin üyelik olma ve üyelik olmama derecesidir. Ayrıca $\pi_L: E \rightarrow [0,1]$ ile gösterilen belirsizlik derecesi

$\pi_L(x) = 1 - \mu_L(x) - \nu_L(x)$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.2:[2] $L_1 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x), v_{L_1}(x) \rangle : x \in E \}$ ve

$L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_2}(x), v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$ kümeleri E üzerinde sezgisel bulanık küme ve

$\lambda > 0$ olsun.

L_2 'nin L_1 'i kapsaması $L_1 \subseteq' L_2$ ile gösterilir ve $\forall x \in E$ için $L_1 \subseteq' L_2$ ise

$\mu_{L_1}(x) \leq \mu_{L_2}(x)$ ve $v_{L_1}(x) \geq v_{L_2}(x)$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.3:[2] $L_1 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x), v_{L_1}(x) \rangle : x \in E \}$ ve

$L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_2}(x), v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$ kümeleri E üzerinde sezgisel bulanık küme ve

$\lambda > 0$ olsun.

L_1 ile L_2 'nin $L_1 =' L_2$ ile gösterilen eşitliği

$\forall x \in E$ için $L_1 =' L_2$ ise $\mu_{L_1}(x) = \mu_{L_2}(x)$ ve $v_{L_1}(x) = v_{L_2}(x)$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.4:[2] $L = \{ \langle x, \mu_L(x), v_L(x) \rangle : x \in E \}$ kümesi E üzerinde sezgisel bulanık küme ve $\lambda > 0$ olsun.

L 'nin L^c ile gösterilen tümleyeni

$L^c = \{ \langle x, v_L(x), \mu_L(x) \rangle : x \in E \}$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.5:[2] $L_1 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x), v_{L_1}(x) \rangle : x \in E \}$ ve

$L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_2}(x), v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$ kümeleri E üzerinde sezgisel bulanık küme ve

$\lambda > 0$ olsun.

L_1 ile L_2 'nin kesişimi $L_1 \cap' L_2$ ile gösterilir ve $\mu_{L_1 \cap' L_2}(x) = \min\{\mu_{L_1}(x), \mu_{L_2}(x)\}$

$v_{L_1 \cap' L_2}(x) = \max\{v_{L_1}(x), v_{L_2}(x)\}$ olmak üzere

$L_1 \cap' L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_1 \cap' L_2}(x), v_{L_1 \cap' L_2}(x) \rangle : x \in E \}$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.6:[2] $L_1 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x), v_{L_1}(x) \rangle : x \in E \}$ ve

$L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_2}(x), v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$ kümeleri E üzerinde sezgisel bulanık küme ve

$\lambda > 0$ olsun.

L_1 ile L_2 'nin birleşimi $L_1 \cup' L_2$ ile gösterilir ve $\mu_{L_1 \cup' L_2}(x) = \max\{\mu_{L_1}(x), \mu_{L_2}(x)\}$

$v_{L_1 \cup' L_2}(x) = \min\{v_{L_1}(x), v_{L_2}(x)\}$ olmak üzere

$$L_1 \cup' L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_1 \cup' L_2}(x), v_{L_1 \cup' L_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.7:[2] $L_1 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x), v_{L_1}(x) \rangle : x \in E \}$ ve

$L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_2}(x), v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$ kümeleri E üzerinde sezgisel bulanık küme ve

$\lambda > 0$ olsun.

L_1 ile L_2 'nin toplaması $L_1 +' L_2$ ile gösterilir ve

$$L_1 +' L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x) + \mu_{L_2}(x) - \mu_{L_1}(x) \cdot \mu_{L_2}(x), v_{L_1}(x) \cdot v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.8:[2] $L_1 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x), v_{L_1}(x) \rangle : x \in E \}$ ve

$L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_2}(x), v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$ kümeleri E üzerinde sezgisel bulanık küme ve

$\lambda > 0$ olsun.

L_1 ile L_2 'nin çarpımı $L_1 \cdot' L_2$ ile gösterilir ve

$$L_1 \cdot' L_2 = \{ \langle x, \mu_{L_1}(x) \cdot \mu_{L_2}(x), v_{L_1}(x) + v_{L_2}(x) - v_{L_1}(x) \cdot v_{L_2}(x) \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.9:[2] $L = \{ \langle x, \mu_L(x), \nu_L(x) \rangle : x \in E \}$ kümesi E üzerinde sezgisel bulanık küme ve $\lambda > 0$ olsun.

L ile λ gibi skalerle çarpımı λL ile gösterilir ve

$$\lambda \cdot L = \{ \langle x, 1 - (1 - \mu_L(x))^\lambda, (\nu_L(x))^\lambda \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.2.10:[2] $L = \{ \langle x, \mu_L(x), \nu_L(x) \rangle : x \in E \}$ kümesi E üzerinde sezgisel bulanık küme ve $\lambda > 0$ olsun.

L 'nin λ kuvveti L^λ ile gösterilir ve

$$L^\lambda = \{ \langle x, (\mu_L(x))^\lambda, 1 - (1 - \nu_L(x))^\lambda \rangle : x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

2.3 Nötrosofik Kümeler

Tanım 2.3.1:[3] E evrensel bir küme olsun.

$\forall x \in E, -0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3^+$ olmak üzere,

$T_A: E \rightarrow]^{-0}, 1^+[$, $I_A: E \rightarrow]^{-0}, 1^+[$ ve $F_A: E \rightarrow]^{-0}, 1^+[$ fonksiyonları ile E üzerinde bir A nötrosofik küme

$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in E \}$$

ile tanımlanır. Burada $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir. Ayrıca $-0 = 0 + \varepsilon$ ve $1^+ = 1 + \varepsilon$ olarak alınmıştır. Burada

$T_A(x)$, $x \in E$ 'nin doğruluk

$I_A(x)$, $x \in E$ 'nin kararsızlık

$F_A(x)$, $x \in E$ 'nin yanlışlık derecesidir.

Tanım 2.3.2:[26] E evrensel bir küme ve $A_1 \subseteq E$, $A_2 \subseteq E$ olup A_1 ve A_2 tek değerli nötrosofik kümeler için

$$A_1 = \{ \langle x, T_{A_1}(x), I_{A_1}(x), F_{A_1}(x) \rangle : x \in E \} \text{ ve}$$

$$A_2 = \{ \langle x, T_{A_2}(x), I_{A_2}(x), F_{A_2}(x) \rangle : x \in E \} \text{ olsun.}$$

Her $x \in E$ için A_2 nin A_1 yi kapsaması $A_1 \hat{=} A_2$ ile gösterilir ve üyelik dereceleri

$$T_{A_1}(x) \leq T_{A_2}(x)$$

$$I_{A_1}(x) \leq I_{A_2}(x)$$

$$F_{A_1}(x) \geq F_{A_2}(x)$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.3:[26] E evrensel küme ve A tek değerli nütrosifik küme için

$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in E \} \text{ olsun.}$$

Her $x \in E$ için $T_{A^c}(x) = F_A(x)$, $I_{A^c}(x) = 1 - I_A(x)$ ve $F_{A^c}(x) = T_A(x)$ olmak

üzere A'nın A^c ile gösterilen tümleyeni

$$A^c = \{ \langle x, T_{A^c}(x), I_{A^c}(x), F_{A^c}(x) \rangle, x \in E \}$$

şeklinde tanımlanır.

A'nın A^c tümleyeni

$$T_{A^c}(x) = F_A(x) \quad I_{A^c}(x) = 1 - I_A(x) \quad F_{A^c}(x) = T_A(x)$$

Tanım 2.3.4:[26] E evrensel bir küme ve $A_1 \hat{=} E$, $A_2 \hat{=} E$ olup A_1 ve A_2 tek değerli nütrosifik kümeler için

$$A_1 = \{ \langle x, T_{A_1}(x), I_{A_1}(x), F_{A_1}(x) \rangle : x \in E \} \text{ ve}$$

$$A_2 = \{ \langle x, T_{A_2}(x), I_{A_2}(x), F_{A_2}(x) \rangle : x \in E \} \text{ olsun.}$$

A_1 ile A_2 nin eşitliği $A_1 \hat{=} A_2$ ile gösterilir ve

$$\forall x \in E \text{ için } A_1 \hat{=} A_2 \text{ ise, } A_1 \hat{=} A_2 \text{ ve } A_2 \hat{=} A_1$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.5:[26] E evrensel bir küme ve $A_1 \hat{=} E$, $A_2 \hat{=} E$ olup A_1 ve A_2 tek değerli nütrosifik kümeler için

$$A_1 = \{ \langle x, T_{A_1}(x), I_{A_1}(x), F_{A_1}(x) \rangle : x \in E \} \text{ ve}$$

$$A_2 = \{ \langle x, T_{A_2}(x), I_{A_2}(x), F_{A_2}(x) \rangle : x \in E \} \text{ olsun.}$$

Her $x \in E$ için $T_{A_1 \cup A_2}(x) = \max\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\}$,

$I_{A_1 \cup A_2}(x) = \min\{I_{A_1}(x), I_{A_2}(x)\}$, $F_{A_1 \cup A_2}(x) = \min\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\}$ olmak üzere

A_1 ile A_2 nin $A_1 \cup A_2$ ile gösterilen birleşimi

$$A_1 \cup A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \cup A_2}(x), I_{A_1 \cup A_2}(x), F_{A_1 \cup A_2}(x) \rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.6:[26] E evrensel bir küme ve $A_1 \subseteq E$, $A_2 \subseteq E$ olup A_1 ve A_2 tek değerli nütrosifik kümeler için

$A_1 = \{\langle x, T_{A_1}(x), I_{A_1}(x), F_{A_1}(x) \rangle : x \in E\}$ ve

$A_2 = \{\langle x, T_{A_2}(x), I_{A_2}(x), F_{A_2}(x) \rangle : x \in E\}$ olsun.

Her $x \in E$ için $T_{A_1 \cap A_2}(x) = \min\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\}$,

$I_{A_1 \cap A_2}(x) = \max\{I_{A_1}(x), I_{A_2}(x)\}$, $F_{A_1 \cap A_2}(x) = \max\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\}$ olmak üzere

A_1 ile A_2 nin $A_1 \cap A_2$ ile gösterilen kesişimi

$$A_1 \cap A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \cap A_2}(x), I_{A_1 \cap A_2}(x), F_{A_1 \cap A_2}(x) \rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.7:[26] E evrensel bir küme ve $A_1 \subseteq E$, $A_2 \subseteq E$ olup A_1 ve A_2 tek değerli nütrosifik kümeler için

$A_1 = \{\langle x, T_{A_1}(x), I_{A_1}(x), F_{A_1}(x) \rangle : x \in E\}$ ve

$A_2 = \{\langle x, T_{A_2}(x), I_{A_2}(x), F_{A_2}(x) \rangle : x \in E\}$ olsun.

Her $x \in E$ için $T_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = T_{A_1}(x) + T_{A_2}(x) - T_{A_1}(x) \cdot T_{A_2}(x)$,

$I_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = I_{A_1}(x) \cdot I_{A_2}(x)$, $F_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = F_{A_1}(x) \cdot F_{A_2}(x)$ olmak üzere A_1 ile A_2 'nin

$A_1 \hat{+} A_2$ ile

gösterilen toplama işlemi

$$A_1 \hat{+} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{+} A_2}(x), I_{A_1 \hat{+} A_2}(x), F_{A_1 \hat{+} A_2}(x) \rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.8:[26] E evrensel bir küme ve $A_1 \subseteq E$, $A_2 \subseteq E$ olup A_1 ve A_2 tek değerli nütrosifik kümeler için

$$A_1 = \{\langle x, T_{A_1}(x), I_{A_1}(x), F_{A_1}(x) \rangle : x \in E\} \text{ ve}$$

$$A_2 = \{\langle x, T_{A_2}(x), I_{A_2}(x), F_{A_2}(x) \rangle : x \in E\} \text{ olsun.}$$

$$\text{Her } x \in E \text{ için } T_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) = T_{A_1}(x) \cdot T_{A_2}(x),$$

$$I_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) = I_{A_1}(x) + I_{A_2}(x) - I_{A_1}(x) \cdot I_{A_2}(x),$$

$$F_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) = F_{A_1}(x) + F_{A_2}(x) - F_{A_1}(x) \cdot F_{A_2}(x) \text{ olmak üzere } A_1 \text{ ile } A_2 \text{ 'nin}$$

$A_1 \hat{\cdot} A_2$ ile gösterilen çarpma işlemi

$$A_1 \hat{\cdot} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) \rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.9:[26] E evrensel bir küme ve $A \subseteq E$ olup A tek değerli nütrosifik küme ve $A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in E\}$ olsun. A' nın λ gibi bir skalerle λA ile gösterilen çarpımı, $\lambda > 0$ için

$$\lambda A = \langle 1 - (1 - T_A)^\lambda, (I_A)^\lambda, (F_A)^\lambda \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.10:[26] E evrensel bir küme ve $A \subseteq E$ olup A tek değerli nütrosifik küme ve $A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in E\}$ olsun. A'nın λ kuvveti A^λ ile gösterilir ve

$\lambda > 0$ için

$$A^\lambda = \langle (T_A)^\lambda, 1 - (1 - I_A)^\lambda, 1 - (1 - F_A)^\lambda \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

2.4 Nütrosifik Üçlü Kümeler

Tanım 2.4.1:[4] W herhangi bir küme ve * bir ikili işlem olsun. Eğer W kümesi aşağıdaki şartları sağlıyorsa $(W, *)$ kümesine bir nütrosifik üçlü küme denir.

1) Her $t \in W$ için,

$t * \text{etkisiz}(t) = \text{etkisiz}(t) * t = t$ olacak şekilde bir etkisiz(t) elemanı vardır.

2) Her $t \in W$ için,

$t * \text{ters}(t) = \text{ters}(t) * t = \text{etkisiz}(t)$ olacak şekilde bir $\text{ters}(t)$ elemanı vardır.

Ayrıca bir $t \in W$ nütrosifik üçlüsü $(t, \text{etkisiz}(t), \text{ters}(t))$ şeklinde gösterilir.

Tanım 2.4.2:[4] $(W, *)$ bir nütrosifik üçlü küme olsun. $(W, *)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa $(W, *)$ 'ye nütrosifik üçlü grup denir.

1) Her $t, n \in W$ için $t * n \in W$, (kapalılık özelliği)

2) Her $t, n, m \in W$ için $(t * n) * m = t * (n * m)$, (birleşme özelliği)

Tanım 2.4.3:[4] $(F, \Delta, \blacksquare)$ kümesi $*$ ve $\#$ işlemlerine göre bir nütrosifik üçlü küme olsun. $(F, \Delta, \blacksquare)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa $(F, \Delta, \blacksquare)$ 'ye bir nütrosifik üçlü cisim denir.

1. (F, Δ) bir değişmeli nütrosifik üçlü gruptur.

2. $(F, \blacksquare)$ bir nütrosifik üçlü gruptur.

3. Her $t, n, m \in F$ için

$$t \blacksquare (n \Delta m) = (t \blacksquare n) \Delta (t \blacksquare m) \text{ ve } (n \Delta m) \blacksquare t = (n \blacksquare t) \Delta (m \blacksquare t).$$

Tanım 2.4.4:[4] $(F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ bir nütrosifik üçlü cisim ve $(V, \Delta_2, \blacksquare_2)$, Δ_2 ve $\blacksquare_2$ işlemlerine göre bir nütrosifik üçlü küme olsun. $(V, \Delta_2, \blacksquare_2)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa $(V, \Delta_2, \blacksquare_2)$ 'ye $(F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nütrosifik üçlü cisim üzerine bir nütrosifik üçlü vektör uzayı denir.

1) Her $u, v \in V$ ve her $k \in F$ için $u \Delta_2 v \in V$ ve $u \blacksquare_2 k \in V$;

2) Her $u, v, t \in V$ için $(u \Delta_2 v) \Delta_2 t = u \Delta_2 (v \Delta_2 t)$;

3) Her $u, v \in V$ için $u \Delta_2 v = v \Delta_2 u$;

4) Her $k \in F$ ve $u, v \in V$ için $(v \Delta_2 u) \blacksquare_2 k = (v \blacksquare_2 k) \Delta_2 (u \blacksquare_2 k)$;

5) Her $k, t \in F$ ve $u \in V$ için $(k \Delta_1 t) \blacksquare_2 u = (k \blacksquare_2 v) \Delta_1 (u \blacksquare_2 v)$;

6) Her $k, t \in F$ ve $u \in V$ için $(k \blacksquare_1 t) \blacksquare_2 u = k \blacksquare_2 (t \blacksquare_2 u)$;

7) Her bir $u \in V$ için $u \blacksquare_2 \text{etkisiz}(k) = \text{etkisiz}(k) \blacksquare_2 u = u$ olacak şekilde en az bir

$k \in F$ vardır.

Ayrıca 1), 2) ve 3) şartları (V, Δ_2) 'nin bir değişmeli üçlü grup olduğunu gösterir.

2.5 Metrik Uzaylar

Tanım 2.5.1:[6] W boş kümeden farklı bir küme olsun. Eğer $p: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ $t, n, z \in W$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa p fonksiyonuna bir kısmi metrik denir.

$$(p_1) \quad p(t, t) = p(n, n) = p(t, n) \iff t = n,$$

$$(p_2) \quad p(t, t) \leq p(t, n)$$

$$(p_3) \quad p(t, n) = p(n, t),$$

$$(p_4) \quad p(t, z) \leq p(t, n) + p(n, z) - p(n, n)$$

Ayrıca (W, p) ise kısmi metrik uzayıdır.

Tanım 2.5.2:[7]

W boş kümeden farklı bir küme olsun. Eğer $m: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

$$(i) \quad m_{tn} := \min\{m(t, t), m(n, n)\} = m(t, t) \vee m(n, n),$$

$$(ii) \quad M_{tn} := \max\{m(t, t), m(n, n)\} = m(t, t) \wedge m(n, n).$$

Tanım 2.5.3:[7] W boş kümeden farklı bir küme olsun.

Eğer $m: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ $t, y, z \in W$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa m fonksiyonuna bir m -metrik denir.

$$(m_1) \quad m(t, t) = m(n, n) = m(t, n) \iff t = n,$$

$$(m_2) \quad m_{tn} \leq m(t, n),$$

$$(m_3) \quad m(t, n) = m(n, t),$$

$$(m_4) \quad (m(t, z) - m_{tz}) \leq (m(t, n) - m_{tn}) + (m(n, z) - m_{nz}).$$

Ayrıca (W, m) ise m -metrik uzayıdır.

Tanım 2.5.4:[7] (W, m) bir m -metrik uzay ve $\{x_k\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $k > k_0$ olduğunda

$$m(x_k, t) - m_{x_k, t} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $t \in W$ mevcutsa $\{x_k\}$ m -yakınsaktır t ' e denir ve

$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = t$ ya da $x_k \rightarrow t$ ile gösterilir.

Tanım 2.5.5:[7] (W, m) bir m -metrik uzay ve $\{x_k\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $k, l > k_0$ olduğunda

$$m(x_k, x_l) - m_{x_k, x_l} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $k_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_k\}$ dizisine bir m -Cauchy dizisi denir.

2.6 Bazı Nötrosofik Üçlü Metrik Uzaylar

Tanım 2.6.1:[5] $(W, *)$ bir nötrosofik üçlü küme olsun. Eğer $d_W: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu ve $(W, *)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa d_W fonksiyonu bir nötrosofik üçlü metriktir.

a) Her $t, n \in W$ için $t * n \in W$;

b) $d_W(t, n) \geq 0$;

c) $t = n$ ise $d_W(t, n) = 0$;

d) $d_W(t, n) = d_W(n, t)$;

e) Eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$d_W(t, z) \leq d_W(t, z * \text{etkisiz}(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa,

$d_W(t, z * \text{etkisiz}(n)) \leq d_W(t, n) + d_W(n, z)$ 'dir.

Ayrıca $((W, *), d_W)$ bir nötrosofik üçlü metrik uzaydır.

Sonuç 2.6.2:[5] Tanım 2.6.1'deki a) ve e) şartlarından dolayı nötrosofik üçlü metrik uzaylar klasik metrik uzaylardan farklıdır. Çünkü, klasik metrikte herhangi bir $*$ işlemi yoktur. Ayrıca klasik metrikteki üçgen eşitsizliği ile Tanım 2.6.1'deki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Örnek 2.6.3:[5] $T = \{0, 2, 3\}$ bir küme ve $P(T)$ T kümesinin kuvvet kümesi ve $s(H)$, H kümesinin eleman sayısı olsun.

$H \cup H = H \cup H = H$ olduğundan $\text{etkisiz}(H) = H$ ve $\text{ters}(H) = H$ alabiliriz. Böylece $(P(T), \cup)$ bir nörtrosofik üçlü kümedir.

Şimdi $d_W: P(T) \times P(T) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonunu $d_W(H, K) = |s(H) - s(K)|$ olacak şekilde tanımlayalım. d_W fonksiyonunun bir nörtrosofik üçlü metrik olduğunu gösterelim:

a) Her $H, B \in P(T)$ için $H \cup B \in P(T)$ olduğu açıktır.

b) $s(H)$, H kümesinin eleman sayısı olduğundan $d_W(H, K) = |s(H) - s(K)| \geq 0$ olur.

c) $H = B$ ise $d_W(H, K) = |s(H) - s(K)| = |s(H) - s(H)| = 0$ olur.

d) $H, K, L \in P(T)$ için $L \subset K$ olsun. $d_W(H, K) \leq d_W(H, K \cup L)$ olduğu açıktır. Ayrıca

$d_W(H, K \cup L) = |s(H) - s(K \cup L)| \leq |s(H) - s(L)| + |s(L) - s(K)|$ olur. Böylece

$d_W(H, K \cup L) \leq d_W(H, L) + d_W(L, K)$ olur.

Ayrıca $((P(T), \cup), d_W)$ bir nörtrosofik üçlü metrik uzaydır.

Tanım 2.6.4:[5] $((W, *), d_W)$ bir nörtrosofik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_W(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $x \in W$ mevcutsa $\{x_n\}$ yakınsaktır x ' e denir ve

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ ya da $x_n \rightarrow x$ ile gösterilir.

Tanım 2.6.5:[5] $((W, *), d_W)$ bir nörtrosofik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_W(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Teorem 2.6.6:[5] $((W, *), d_W)$ bir n trosolik   l  metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Eğer $\{x_n\}$ bir yakınsak dizi ve $d_W(\{x_n\}, \{x_m\}) \leq d_W(\{x_n\}, \{x_m\} * etkisiz(x))$ şartı sağlanırsa $\{x_n\}$ bir Cauchy dizisidir.

İspat: $\{x_n\}$ dizisi yakınsak olduğundan her $n > n_0$ için $d_W(x, \{x_n\}) < \varepsilon/2$ ya da her

$n > n_0$ için $d_W(x, \{x_n\}) < \varepsilon/2$ alabiliriz. Her $n, m \geq n_0$ için

$d_W(\{x_n\}, \{x_m\}) \leq d_W(\{x_n\}, \{x_m\} * etkisiz(x))$ olduğundan ve Tanım 2.6.1'deki    en eşitsizliğinden

$$d_W(\{x_n\}, \{x_m\}) \leq d_W(\{x_n\}, \{x_m\} * etkisiz(x)) \leq d_W(x, \{x_n\}) + d_W(x, \{x_m\}) =$$

$\varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon$ olur. Böylece Tanım 2.6.1' den dolayı $\{x_n\}$ bir Cauchy dizisidir.

Tanım 2.6.7:[5] $((W, *), d_W)$ bir n trosolik   l  metrik uzay olsun. Eğer bu uzaydaki her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise $((W, *), d_W)$ uzayına tam uzay denir.

Tanım 2.6.8:[8] $(W, *)$ bir n trosolik   l  küme olsun. Eğer $p: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu ve $(W, *)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa p fonksiyona bir n trosolik   l  kısmi metriktir denir.

a) Her $t, n \in W$ için $t * n \in N$;

b) $p(t, t) = p(n, n) = p(t, n) = 0$ ise $t = n$;

c) $p(t, t) \leq p(t, n)$;

d) $p(t, n) = p(t, n)$;

e) Eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$p(t, z) \leq p(t, z * etkisiz(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa,

$$p(t, z * etkisiz(n)) \leq p(t, n) + p(n, z) - p(n, n)$$

Ayrıca $((W, *), p)$ bir n trosolik   l  kısmi metrik uzaydır.

2.7 Nötrosifik Üçlü Normlu Uzak

Tanım 2.7.1:[5] $(V, \Delta_2, \blacksquare_2), (F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nötrosifik üçlü cisim üzerinde bir nötrosifik üçlü vektör uzayı olsun. Eğer $\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa $\|\cdot\|$ fonksiyonu bir nötrosifik üçlü normdur.

Burada $f: F \times T \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ olacak şekilde

$f(\alpha, t) = f(\alpha, \text{ters}(t))$ ve $t = \text{etkisiz}(t)$ ise $f(\alpha, t) = 0$ şartlarını sağlayan fonksiyon olsun.

- a) $\|t\| \geq 0$
- b) Eğer $t = \text{etkisiz}(t)$ ise $\|t\| = 0$
- c) $\|\alpha \blacksquare_2 t\| = f(\alpha, t) \cdot \|t\|$
- d) $\|\text{ters}(t)\| = \|t\|$
- e) Eğer her bir $t, n \in V$ için $\|t \Delta_2 n\| \leq \|t \Delta_2 \text{etkisiz}(k)\|$ olacak şekilde en az bir $k \in V$ elemanı varsa,
 $\|t \Delta_2 n \Delta_2 \text{etkisiz}(k)\| \leq \|t\| + \|n\|$ dir.

Ayrıca, $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ uzayı bir nötrosifik üçlü normlu uzak olarak adlandırılır.

Sonuç 2.7.2: [5] Tanım 2.7.1’ deki c) ve e) şartlarından dolayı nötrosifik üçlü normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır. Çünkü, klasik normda herhangi bir Δ işlemi ve f fonksiyonu yoktur. Ayrıca klasik normdaki üçgen eşitsizliği ile Tanım 2.7.1’ deki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Örnek 2.7.3:[5] $T = \{e, s\}$ bir küme ve $P(T) = \{\emptyset, \{e\}, \{s\}, \{e, s\}\}$, T kümesinin kuvvet kümesi olsun. Bilinen kesişim işlemine göre $A, B \in P(T)$ olmak üzere

$$A * B = \begin{cases} B \setminus A, & s(A) < s(B) \wedge B \supset A \wedge A' = B \\ A \setminus B, & s(A) > s(B) \wedge A \supset B \wedge B' = A \\ (A \setminus B)', & s(A) > s(B) \wedge A \supset B \wedge B' \neq A \\ (B \setminus A)', & s(A) < s(B) \wedge B \supset A \wedge A' \neq B \\ X, & s(A) = s(B) \wedge A \neq B \\ \emptyset, & A = B \end{cases}$$

olacak şekilde $*$ işlemine göre $(P(T), *, \cap)$ bir nötrosifik üçlü vektör uzak ve aynı zamanda bir nötrosifik üçlü cisimdir.

Burada;

$$\text{etkisiz}(\emptyset) = \emptyset, \text{ters}(\emptyset) = \emptyset, \text{etkisiz}(\{e\}) = \{e, s\}, \text{ters}(\{e\}) = \{s\},$$

$$\text{etkisiz}(\{s\}) = \{e, s\}, \text{ters}(\{s\}) = \{e\}, \text{etkisiz}(\{e, s\}) = \emptyset, \text{ters}(\{e, s\}) = \{e, s\}' \text{ dir.}$$

Ayrıca; $s(A)$, A kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$f: P(T) \times P(T) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonunu

$$f(A, B) = \begin{cases} s(A \cap B)/s(B), & \text{eğer } B \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & \text{eğer } B = \emptyset \text{ ise} \end{cases} \quad \text{şeklinde tanımlayalım.}$$

Bunun yanı sıra $\|\cdot\|: P(T) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ olmak üzere $\|A\| = s(A)$ fonksiyonunun bir nörtrosofik üçlü norm olduğunu gösterelim.

a) $\|A\| = s(A) \geq 0$

b) $\emptyset = \text{etkisiz}(\emptyset)$ olduğundan $\|\emptyset\| = s(\emptyset) = 0$

c) Eğer $B \neq \emptyset$ ise $\|A \cap B\| = s(A \cap B) = s(B) \cdot s(A \cap B)/s(B) = f(A, B) \cdot \|B\|$ olur.

Eğer $B = \emptyset$ ise $\|A \cap B\| = 0$ ve $\|B\| = 0$ olduğundan $\|A \cap B\| = f(A, B) \cdot \|B\|$ olur.

d) $\text{ters}(\emptyset) = \emptyset$, $\text{ters}(\{e\}) = \{s\}$, $\text{ters}(\{s\}) = \{e\}$, $\text{ters}(\{e, s\}) = \{e, s\}$ olduğundan $\|\text{ters}(A)\| = \|A\|$ olur.

e) $\emptyset \in P(T)$ için $\|\emptyset * \emptyset\| \leq \|\emptyset * \emptyset * \text{etkisiz}(\{e, s\})\|$ olacak şekilde $\{e, s\} \in P(T)$ elemanı olduğundan, $\|\emptyset * \emptyset * \text{etkisiz}(\{a, b\})\| = \|\emptyset * \emptyset * \emptyset\| = \|\emptyset\| = 0 \leq \|\emptyset\| + \|\emptyset\| = 0$ olur.

$\{a\} \in P(T)$ için $\|\{e\} * \{s\}\| \leq \|\{e\} * \{s\} * \text{etkisiz}(\{s\})\|$ olacak şekilde $\{s\} \in P(T)$ elemanı olduğundan, $\|\{e\} * \{e\} * \text{etkisiz}(\{s\})\| = \|\{s\}\| = 1 \leq \|\{e\}\| + \|\{s\}\| = 2$ olur.

$\{b\} \in P(T)$ için $\|\{s\} * \{s\}\| \leq \|\{s\} * \{s\} * \text{etkisiz}(\{s\})\|$ olacak şekilde $\{s\} \in P(T)$ elemanı olduğundan, $\|\{s\} * \{s\} * \text{etkisiz}(\{s\})\| = \|\{e\}\| = 1 \leq \|\{s\}\| + \|\{s\}\| = 2$ olur.

$\{a, b\} \in P(T)$ için $\|\{e, s\} * \{e, s\}\| \leq \|\{e, s\} * \{e, s\} * \text{etkisiz}(\emptyset)\|$ olacak şekilde $\emptyset \in P(T)$ elemanı olduğundan, $\|\{e, s\} * \{e, s\} * \text{etkisiz}(\emptyset)\| = \|\emptyset\| = 0 \leq \|\{e, s\}\| + \|\{e, s\}\| = 4$ olur.

Benzer şekilde diğer $A, B \in P(T)$ elemanları için de bu şartın sağladığı gösterilebilir.

Şimdi hangi şartlar sağlandığında bir klasik normlu uzayların nörtrosofik üçlü normlu uzay şartlarını sağladığını gösteren teoremi verelim.

Teorem 2.7.4:[5] $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$, bir $\mathbb{R}$ cismi üzerinde bir klasik normlu uzay olsun.

Eğer Tanım 2.7.1' deki f fonksiyonunu $f: \mathbb{R} \times F \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $f(\alpha, t) = |\alpha|$ olarak

alırsak $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ uzayı Tanım 2.7.1' deki nörtrosofik üçlü normlu uzay şartlarını sağlar.

İspat: $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ bir klasik normlu uzay olduğundan, $t \in \mathbb{R}$ için

$$\text{etkisiz}(t) = 0 \text{ ve } \text{ters}(t) = -t \text{ olur.} \quad (1)$$

(1)' den dolayı, $f(\alpha, t) = |\alpha| = |- \alpha| = f(\text{ters}(\alpha), \text{ters}(t))$ şartını sağlar. (Buradaki $\text{ters}(t)$ elemanı $+$ işlemine göre elde edilmektedir.)

a) $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ bir klasik normlu uzay olduğundan $\|t\| \geq 0$ dır.

b) Eğer $t = \text{etkisiz}(t) = 0$ ise $\|t\| = \|0\| = 0$ olur.

c) $\|\alpha \cdot t\| = |\alpha| \|t\| = f(\alpha, t) \cdot \|t\|$ olur.

d) $\|\text{ters}(t)\| = \|-t\| = \|t\|$ olur.

e) bir $t, n \in \mathbb{R}$ için $\|t + n\| \leq \|t\| + \|n\|$ olacak şekilde $k = 0 \in \mathbb{R}$ elemanı vardır. Bundan dolayı ve $\|\cdot\|$ klasik norm olduğundan $\|t + n + \text{etkisiz}(k)\| \leq \|t\| + \|n\|$ olur.

Böylece $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$, nörtrosofik üçlü normlu uzay şartlarını sağladı.

Teorem 2.7.5:[5] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$, $(F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nörtrosofik üçlü cismi üzerinde bir nörtrosofik üçlü normlu uzay olsun.

$d_W: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $d_W(t, n) = \|t \Delta_2 \text{ters}(n)\|$ şeklinde tanımlanan fonksiyon nörtrosofik üçlü metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: $t, n, z \in V$ olsun. Nörtrosofik üçlü norm tanımından,

$$1) d_W(t, n) = \|t \Delta_2 \text{ters}(n)\| \geq 0;$$

2) $t = n$ olsun. Buna göre $d_W(t, n) = \|t \Delta_2 \text{ters}(n)\| = \|n \Delta_2 \text{ters}(n)\| = \|\text{etkisiz}(n)\| = 0$ olur.

3) $\|\text{ters}(t)\| = \|t\|$ olduğundan $d_W(t, n) = \|t \Delta_2 \text{ters}(n)\| = \|\text{ters}(t \Delta_2 \text{ters}(n))\|$ yazabiliriz. Nörtrosofik üçlü küme özelliğinden;

$$d_W(t, y) = \|\text{ters}(t \Delta_2 \text{ters}(y))\| = \|\text{ters}(t) \Delta_2 \text{ters}(\text{ters}(y))\| = \|\text{ters}(t) \Delta_2 y\| \text{ olur.} \quad (2)$$

V, Δ_2 işlemine göre değişmeli olduğundan (2)' de

$d_W(t, n) = \|ters(t)\Delta_2 n\| = \|n\Delta_2 ters(t)\| = d_W(n, t)$ olur.

4)Eğer her bir $t, z \in V$ için $d_W(t, z) = \|t\Delta_2 ters(z)\| \leq \|t\Delta_2 ters(z)\Delta_2 etkisiz(k)\|$ olacak şekilde en az bir $k \in V$ elemanının olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı ve $k\Delta_2 ters(k) = etkisiz(k)$ olduğundan

$d_W(t, z) = \|t\Delta_2 ters(z)\| \leq \|t\Delta_2 ters(z)\Delta_2 etkisiz(k)\| = \|t\Delta_2 ters(z)\Delta_2 k\Delta_2 ters(k)\|$ yazabiliriz. Ayrıca (V, Δ_2) işleme göre bir değişmeli grup olduğu için

$$\|t\Delta_2 ters(z)\Delta_2 k\Delta_2 ters(k)\| =$$

$$\|(t\Delta_2 ters(k))\Delta_2 (ters(z)\Delta_2 k)\| \leq$$

$\|t\Delta_2 ters(k)\| + \|k\Delta_2 ters(z)\|$ olduğunu elde ederiz. Böylece eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$d_W(t, z) \leq d_W(t, z * etkisiz(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa,

$d_W(t, z * etkisiz(y)) \leq d_W(t, n) + d_W(n, z)$ olur.

Tanım 2.7.6:[5] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|), (F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nötrosifik üçlü cismi üzerinde bir nötrosifik üçlü normlu uzay ve

$$d_W: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, d_W(t, n) = \|t * \Delta_2 ters(n)\|$$

şeklinde tanımlanan nötrosifik üçlü metriğe $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ nötrosifik üçlü normlu uzay tarafından indirgenmiş nötrosifik üçlü metrik denir.

Şimdi nötrosifik üçlü normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nötrosifik üçlü normlu uzayda yakınsak diziyi, Cauchy dizisini ve nötrosifik üçlü Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 2.7.7:[5] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|), (F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nötrosifik üçlü cismi üzerinde bir nötrosifik üçlü normlu uzay; $\{t_k\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_W, ((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ tarafından indirgenmiş nötrosifik üçlü metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $k > k_0$ olduğunda

$$d_W(t, \{t_k\}) = \|t\Delta_2 ters(\{t_k\})\| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $t \in N$ mevcutsa $\{t_k\}$ yakınsaktır t' e denir ve

$\lim_{k \rightarrow \infty} t_k = t$ ya da $t_k \rightarrow t$ ile gösterilir.

Tanım 2.7.8:[5] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|), (F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nörtrosofik üçlü cismi üzerinde bir nörtrosofik üçlü normlu uzay; $\{t_1\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_w, ((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ tarafından indirgenmiş nörtrosofik üçlü metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $k, l > k_0$ olduğunda

$$d_w(\{t_k\}, \{t_l\}) = \|t_k \Delta_2 \text{ters}(\{t_l\})\| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $k_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{t_1\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.7.9:[5] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|), (F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nörtrosofik üçlü cismi üzerinde bir nörtrosofik üçlü normlu uzay; $\{t_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_w, ((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ tarafından indirgenmiş nörtrosofik üçlü metrik uzay olsun. Eğer her $\{t_n\}$ Cauchy dizisi $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ tarafından indirgenmiş d_w nörtrosofik üçlü metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|)$ nörtrosofik üçlü normlu uzaya nörtrosofik üçlü Banach uzayı denir.

Teorem 2.7.10:[5] $(W, *)$ bir nörtrosofik üçlü grup olsun. $t \in W$ için eğer $t = \text{etkisiz}(t)$ ise $\text{etkisiz}(t) = \text{ters}(t) = t$ olacak şekilde en az bir $\text{ters}(t) \in W$ vardır.

Teorem 2.7.11:[5] $(W, *)$ bir nörtrosofik üçlü grup olsun. $t \in W$ için

- i) $\text{etkisiz}(\text{etkisiz}(t)) = \text{etkisiz}(t)$
- ii) $\text{ters}(\text{etkisiz}(t)) = \text{etkisiz}(t)$
- iii) $\text{ters}(\text{ters}(t)) = t$
- iv) $\text{etkisiz}(\text{ters}(t)) = \text{etkisiz}(t)$

şartları sağlanır.

BÖLÜM III

3.1. NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m-METRİKUZAYLAR

Tanım 3.1.1:[9] $(W, *)$ bir nötrosofik üçlü küme olsun. Eğer $m: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu ve $(W, *)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa m fonksiyonu bir nötrosofik üçlü m -metrik denir.

- a) Her $t, n \in W$ için $t * n \in W$;
- b) Eğer $m(t, t) = m(n, n) = m(t, n) = 0$ ise $t = n$;
- c) $m_{tn} \leq m(t, n)$
- d) $m(t, n) = m(n, t)$;
- e) Eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$m(t, z) \leq m(t, z * \text{etkisiz}(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa,

$(m(t, z * \text{etkisiz}(n))) - m_{tz} \leq (m(t, n) - m_{tn}) + (m(n, z) - m_{nz})$ dir.

Ayrıca $((W, *), m)$ bir nötrosofik üçlü m -metrik uzaydır.

Not 3.1.2:[9] Tanım 3.1.1’deki m_{tn} Tanım 2.5.2’deki m_{tn} fonksiyonuna eşittir.

Sonuç 3.1.3:[9] Tanım 3.1.1’deki nötrosofik üçlü m -metrik uzayı Tanım 2.5.3’deki m -metrik uzaydan farklıdır. Çünkü; Tanım 2.5.3’deki m -metrik uzayında herhangi bir $*$ işlemi yoktur. Ayrıca Tanım 2.5.3’deki m -metrik uzayında ki üçgen eşitsizliği ile Tanım 3.1.1’deki nötrosofik üçlü m -metrik uzayında ki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Sonuç 3.1.4:[9] Tanım 3.1.1’deki nötrosofik üçlü m -metrik uzayı Tanım 2.6.1’deki nötrosofik üçlü metrik uzaydan farklıdır. Çünkü; Tanım 2.6.1’deki nötrosofik üçlü metrik uzayındaki üçgen eşitsizliğinde $d_W(t, t) = 0$ dır.

Sonuç 3.1.5:[9] Tanım 3.1.1'deki nôtrosifik üçlü m-metrik uzayı Tanım 2.6.8'deki nôtrosifik üçlü kısmi metrik uzaydan farklıdır. Çünkü; Tanım 2.6.8'deki nôtrosifik üçlü metrik uzayında ki üçgen eşitsizliğinde m_{tn} yer almamaktadır.

Örnek 3.1.6:[9] $W=\{0, 2, 4\}$ bir küme olsun. $(W, \cdot), \mathbb{Z}_6$ da nôtrosifik üçlü küme olduğunu gösterelim.

$$0 \text{ için etkisiz}(0)=0 \quad \text{ve ters}(0)=0$$

$$2 \text{ için etkisiz}(2)=4 \quad \text{ve ters}(2)=2$$

$$4 \text{ için etkisiz}(4)=4 \quad \text{ve ters}(4)=4$$

Böylece $(W, \cdot), \mathbb{Z}_6$ da nôtrosifik üçlüler;

$(0, 0, 0), (2, 4, 2), (4, 4, 4)$ dır.

Şimdi $m:W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ için $m(t, n) = |3^t - 3^n|$ olsun. Öyle ki m nin nôtrosifik üçlü m-metrik olduğunu gösterelim.

a) Her $t, n \in W$ için $t \cdot n \in W$ olduğu açıktır.

$$0 \cdot 0 = 0 \in W \quad 2 \cdot 2 = 4 \in W$$

$$0 \cdot 2 = 0 \in W \quad 2 \cdot 4 = 8 = 2 \in W$$

$$0 \cdot 4 = 0 \in W \quad 4 \cdot 4 = 16 = 4 \in W$$

b) Eğer

$$m(t, t) = |3^t - 3^t| = 0$$

$$m(n, n) = |3^n - 3^n| = 0$$

$$m(t, n) = |3^t - 3^n| = 0 \quad \text{ise } t=n.$$

c) $m_{tn} := \min\{m(t, t), m(n, n)\} = 0$

$$m_{tn} := \min\{|3^t - 3^t|, |3^n - 3^n|\} = 0$$

$$m(t, n) = |3^t - 3^n| \geq 0 \text{ olup}$$

$$0 = m_{tn} \leq m(t, n) \text{ dir.}$$

d) $m(t, n) = m(n, t)$ olur. Çünkü;

$$m(t, n) = |3^t - 3^n| = |3^n - 3^t| = m(n, t);$$

e) • $m(0, 0) = 0 \leq m(0, 0*etkisiz(2)) = m(0, 0) = 0$ için

$$(m(0, 0* etkisiz(2))) - m_{0,0} = |3^0-3^0| - |3^0-3^0| = 0 \leq (m(0, 2) - m_{0,2})+(m(2, 0)-m_{2,0})=(|3^0-3^2| - m |3^0-3^0|) + (|3^2-3^0| - |3^0-3^0|) = 18.$$

• $m(0, 2) = 8 \leq m(0, 2*etkisiz(4)) = 8$ için

$$(m(0, 2* etkisiz(4))) - m_{0,2} = |3^0-3^2| - 0 = 9 \leq (m(0, 4) - m_{0,4})+(m(4, 2) - m_{4,2}) = (|3^0-3^4| - |3^0-3^0|) + (|3^4-3^2| - |3^2-3^2|) = 153.$$

• $m(0, 4) = 80 \leq m(0, 4*etkisiz(2)) = 80$ için

$$(m(0, 4 *etkisiz(2))) - m_{0,4} = |3^0-3^2| - 0 = 9 \leq (m(0, 2) - m_{0,2})+(m(2, 4) - m_{2,4}) = (|3^0-3^2| - |3^0-3^0|) + (|3^2-3^4| - |3^2-3^2|) = 81.$$

• $m(2, 0) = 8 \leq m(2, 0*etkisiz(4)) = 8$ için

$$(m(2, 0* etkisiz(4))) - m_{2,0} = |3^2-3^0| - 0 = 8 \leq (m(2, 4) - m_{2,4})+(m(0, 4) - m_{0,4}) = (|3^2-3^4| - |3^2-3^2|) + (|3^0-3^4| - |3^0-3^0|) = 153.$$

• $m(2, 4) = 72 \leq m(2, 4* etkisiz(2)) = 72$ için

$$(m(2, 4* etkisiz(2))) - m_{2,4} = |3^2-3^4| - 0 = 72 \leq (m(2, 2) - m_{2,2})+(m(2, 4) - m_{2,4}) = (|3^2-3^2| - |3^2-3^2|) + (|3^2-3^4| - |3^4-3^4|) = 72.$$

• $m(2, 2) = 0 \leq m(2, 2* etkisiz(4)) = 0$ için

$$(m(2, 2* etkisiz(4))) - m_{2,2} = |3^2-3^2| - 0 = 0 \leq (m(2, 4) - m_{2,4})+(m(4, 2) - m_{4,2}) = (|3^2-3^4| - |3^2-3^2|) + (|3^4-3^2| - |3^2-3^2|) = 72.$$

• $m(4, 0) = 80 \leq m(4, 0* etkisiz(2)) = 80$ için

$$(m(4, 0*etkisiz(2))) - m_{4,0} = |3^4-3^0| - 0 = 80 \leq (m(4, 2) - m_{4,2})+(m(4, 2) - m_{4,2}) = (|3^2-3^4| - |3^2-3^2|) + (|3^4-3^2| - |3^2-3^2|) = 144.$$

• $m(4, 2) = 72 \leq m(4, 2* etkisiz(0)) = 80$ için

$$(m(4, 2* etkisiz(0))) - m_{4,0} = |3^4-3^0| - 0 = 80 \leq (m(4, 2) - m_{4,2})+(m(4, 2) - m_{4,2}) = (|3^4-3^0| - |3^0-3^0|) + (|3^0-3^2| - |3^0-3^0|) = 88.$$

Böylece, m bir nötrosifik üçlü m -metrik uzaydır.

Örnek 3.1.7:[9] $T = \{0, 2, 3\}$ bir küme ve $P(T)$, T kümesinin kuvvet kümesi ve $s(H)$, H kümesinin eleman sayısı olsun. $(P(T) \setminus T, \cup)$ nötrosifik üçlü küme olduğunu gösterelim.

$H \cup H = H \cup H = H$ olduğu açıktır. Böylece her $H \in P(T) \setminus T$ için $\text{etkisiz}(H) = H$ ve $\text{ters}(H) = H$ olur.

Şimdi $m: P(T) \setminus T \times P(T) \setminus T \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonunu $m(H, V) = |s(H) - s(V)|$ olacak şekilde tanımlayalım. m fonksiyonu bir nötrosifik üçlü m -metrik değildir. Çünkü;

b) $s(H)$, H kümesinin eleman sayısı olduğundan

$m(H, H) = m(V, V) = m(H, V) = 0 \Leftrightarrow H = V$ şartını sağlamıyor çünkü $H = \{0, 2\}$ ve $V = \{0, 3\}$ olsun.

$$m(H, H) = |s(H) - s(H)| = |2 - 2| = 0$$

$$m(V, V) = |s(V) - s(V)| = |2 - 2| = 0$$

$$m(H, V) = |s(H) - s(V)| = |2 - 2| = 0$$

iken $H = \{0, 2\}$ ve $V = \{0, 3\}$ olduğundan $H \neq V$ dir.

b) şartını sağlamadığından m fonksiyonu bir nötrosifik üçlü m -metrik değildir.

Teorem 3.1.8:[9] $((W, *), p)$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay olsun. Aşağıdaki koşul sağlanırsa $((W, *), p)$ bir nötrosifik üçlü m -metrik uzaydır.

i) Her bir $t, z \in W$ için $p(t, z) \leq p(t, z * \text{etkisiz}(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ varsa, $p(t, t) \leq p(n, n)$ ve $p(z, z) \leq p(n, n)$ dir.

İspat: $(W, *)$ bir nötrosifik üçlü uzay ve $((W, *), p)$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay olduğunu varsayalım.

a) $((W, *), p)$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay olduğundan dolayı

her $t, n \in W$ için $t * n \in W$ olduğu açıktır.

b) Tanım 2.6.8'den eğer $p(t, t) = p(n, n) = p(t, n) = 0$ ise $t = n$.

c) Tanım 2.6.8'den $p(t, t) \leq p(t, n)$ ve $p(n, n) \leq p(t, n)$.

Böylece $m_{tn} = \{p(t, t), p(n, n)\} \leq p(t, n)$.

d) Tanım 2.6.8'den dolayı $p(t, n) = p(n, t)$;

e) Tanım 2.6.8'den eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$p(t, z) \leq p(t, z * etkisiz(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa

$$p(t, z * etkisiz(n)) \leq p(t, n) + p(n, z) - p(n, n) \quad (1)$$

$$(i) \text{ koşulundan yararlanarak } p(t, t) \leq p(z, z) \text{ ve } p(z, z) \leq p(n, n) \text{ dir.} \quad (2)$$

$p(t, t) \leq p(z, z) \leq p(n, n)$ olduğunu varsayalım. Böylece

$$m_{tz} = p(t, t), \quad m_{tn} = p(t, t) \text{ ve } m_{nz} = p(z, z) \text{ dir.}$$

Öyleyse (1)'den dolayı $p(t, z * etkisiz(n)) - m_{tz} \leq p(t, n) - m_{tn} + p(n, z) - m_{nz}$ yazılabilir.

$p(z, z) \leq p(t, t) \leq p(n, n)$ olduğunu varsayalım. Böylece

$$m_{tz} = p(z, z), \quad m_{tn} = p(t, t) \text{ ve } m_{nz} = p(z, z) \text{ dir.}$$

Öyleyse (1)'den dolayı $p(t, z * etkisiz(n)) - m_{tz} \leq p(t, n) - m_{tn} + p(n, z) - m_{nz}$ yazılabilir.

$p(z, z) \leq p(n, n) \leq p(t, t)$ olduğunu varsayalım. Böylece

$$m_{tz} = p(z, z), \quad m_{tn} = p(n, n) \text{ ve } m_{nz} = p(z, z) \text{ dir.}$$

Öyleyse (1)'den dolayı $p(t, z * etkisiz(n)) - m_{tz} \leq p(t, n) - m_{tn} + p(n, z) - m_{nz}$ yazılabilir.

$p(t, t) \leq p(n, n) \leq p(z, z)$ olduğunu varsayalım. Böylece

$$m_{tz} = p(t, t), \quad m_{tn} = p(t, t) \text{ ve } m_{nz} = p(y, y) \text{ dir.}$$

Öyleyse (1) den dolayı $p(t, z * etkisiz(n)) - m_{tz} \leq p(t, n) - m_{tn} + p(n, z) - m_{nz}$ yazılabilir.

O halde, Tanım 3.1.1'den $((W, *), p)$ bir nötrosifik üçlü m-metrik uzaydır.

Teorem 3.1.9:[9] $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü m-metrik uzay olsun. Aşağıdaki koşul sağlanırsa $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

ii) Her bir $t, z \in W$ için $m(t, z) \leq m(t, z * \text{etkisiz}(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ varsa, $m_{tn} = m(n, n)$ ve $m_{nz} \leq m_{tz}$ dir.

İspat: $(W, *)$ bir nötrosifik üçlü uzay ve $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü m -metrik uzay olduğunu varsayalım.

- a) $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü m -metrik uzay olduğundan dolayı her $t, n \in W$ için $t * n \in W$ olduğu açıktır.
- b) Tanım 3.1.1'den eğer $m(t, t) = m(n, n) = m(t, n) = 0$ ise $t = n$;
- c) Tanım 3.1.1'den $m_{tn} = \{m(t, t), m(n, n)\} \leq m(t, n)$. Böylece,
 $m(t, t) \leq m(t, n)$ ve $m(n, n) \leq m(t, n)$.
- d) Tanım 3.1.1'den dolayı $m(t, n) = m(n, t)$;
- e) Tanım 3.1.1'den eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$m(t, z) \leq m(t, z * \text{etkisiz}(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa,

$$(m(t, z * \text{etkisiz}(n))) - m_{tz} \leq (m(t, n) - m_{tn}) + (m(n, z) - m_{nz}) \quad (3)$$

$$(ii) \text{ koşulundan yararlanarak } m_{tn} \leq m(n, n) \text{ ve } m_{nz} \leq m_{tz} \quad (4)$$

(3) ve (4) den $m(t, z * \text{etkisiz}(n)) \leq (m(t, n) + m(n, z) - m(n, n))$ dir.

Öyleyse Tanım 2.6.8'den $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Teorem 3.1.10:[9] $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü m -metrik uzay olsun. Eğer her bir $t \in W$ için $m(t, t) = 0$ ise $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü metrik uzaydır.

İspat: $(W, *)$ bir nötrosifik üçlü uzay ve $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü m -metrik uzay olduğunu varsayalım.

- a) $((W, *), m)$ bir nötrosifik üçlü m -metrik uzay olduğundan dolayı her $t, n \in W$ için $t * n \in W$ olduğu açıktır.
- b) Her $t \in W$ için $m(t, t) = 0$ ise $t = n$ için $m(t, n) = 0$.
- c) Tanım 3.1.1'den $m_{tn} = \{m(t, t), m(n, n)\} \leq m(t, n)$. Böylece,
 $m_{tn} = 0 \leq m(t, n)$.
- d) Tanım 3.1.1'den dolayı $m(t, n) = m(n, t)$;
- e) Tanım 3.1.1'den eğer her bir $t, z \in W$ eleman çifti için

$m(t, z) \leq m(t, z * \text{etkisiz}(n))$ olacak şekilde en az bir $n \in W$ elemanı varsa,

$$(m(t, z * etkisiz(n))) - m_{tz} \leq (m(t, n) - m_{tn}) + (m(n, z) - m_{nz}) \quad (5)$$

Burada $m_{tz} = m_{tn} = m_{nz} = 0$. Burada (5) den dolayı

$m(t, z * etkisiz(n)) \leq m(t, n) + m(n, z)$ yazılabilir.

Tanım 3.1.11:[9] $((W, *), m)$ bir nütrosofik üçlü m-metrik uzay ve $\{x_k\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $k > k_0$ olduğunda

$$m(x_k, t) - m_{x_k, x} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $t \in W$ mevcutsa $\{x_k\}$ nütrosofik üçlü m- yakınsaktır t' e denir ve

$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = t$ ya da $x_k \rightarrow t$ ile gösterilir.

Tanım 3.1.12:[9] $((W, *), m)$ bir nütrosofik üçlü m-metrik uzay ve $\{x_k\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $k, l > n_0$ olduğunda

$$m(x_k, x_l) - m_{x_k, x_l} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_k\}$ dizisine bir nütrosofik üçlü m-Cauchy dizisi denir.

Tanım 3.1.13:[9] $((W, *), m)$ bir nütrosofik üçlü m-metrik uzay olsun. Eğer bu uzayda her $\{x_k\}$ nütrosofik üçlü m-Cauchy dizisi nütrosofik üçlü m-yakınsak ise $((W, *), m)$ uzayına nütrosofik üçlü m-tam uzay denir.

Teorem 3.1.14:[9] $((W, *), m)$ bir nütrosofik üçlü m-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Eğer $\{x_n\}$ bir nütrosofik üçlü m-yakınsak dizi ve

$m(x_n, x_m) \leq m(x_n, x_m * etkisiz(t))$ şartı sağlanırsa $\{x_n\}$ bir nütrosofik üçlü m-Cauchy dizisidir.

İspat: $\{x_n\}$ dizisi nütrosofik üçlü m- yakınsak olduğundan her $k > k_0$ için

$m(t, x_k) < \varepsilon/2$ alalım. Her $k, l \geq k_0$ için $m(x_k, x_l) - m_{x_k, x_l} \leq m(x_k, x_l * etkisiz(t))$ olduğundan ve Tanım 3.1.1'deki nütrosofik üçlü m-metrik uzayındaki üçgen eşitsizliğinden

$$m(x_k, x_l) - m_{x_k, x_l} \leq m(x_k, x_l * etkisiz(t))$$

$$m(x_k, x_l * etkisiz(t)) - m_{x_k, x_l} \leq m(t, x_k) + m(t, x_l)$$

$$m(x_k, x_l * etkisiz(t)) - m_{x_k, x_l} \leq \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon \text{ olur.}$$

Böylece $\{x_n\}$ bir nötrosifik üçlü m-Cauchy dizisidir.



BÖLÜM IV

4.1.NÖTROSOFİK ÜÇLÜ m-NORMLU UZAYLAR.

Tanım 4.1.1:[10] W bir nötrosofik üçlü küme ve $m: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ olsun.

$$(i)m_{tn} = \min\{\|etkisiz(t)\|_m, \|etkisiz(n)\|_m\}$$

$$(ii)M_{tn} = \max\{\|etkisiz(t)\|_m, \|etkisiz(n)\|_m\}$$

Tanım 4.1.2:[10] $(V, \Delta_2, \blacksquare_2)$, $(F, \Delta_1, \blacksquare_1)$ nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. Eğer $\|\cdot\|_m: V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\|\cdot\|_m$ fonksiyonu bir nötrosofik üçlü m-normdur.

$$a) 0 \leq \|etkisiz(t)\| \leq \|t\|_m$$

$$b) \|t \Delta_2 etkisiz(n)\| = \|etkisiz(t)\| = \|etkisiz(n)\| = 0 \Rightarrow t = n.$$

c) Burada $f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ olacak şekilde $f(\alpha, t) = f(\alpha, ters(t))$ fonksiyon olduğundan, $\|\alpha \blacksquare_2 t\| = f(\alpha, t) \cdot \|t\|$ dır.

$$d) \|ters(t)\| = \|t\|$$

e) Eğer her bir $t, z \in V$ için $\|t \Delta_2 n\| \leq \|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\|$ olacak şekilde en az bir $n \in V$ elemanı varsa,

$$\|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\| - m_{tz} \leq \|t\| + \|z\| - m_{tn} - m_{nz})' \text{ dir.}$$

Ayrıca, $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ uzayı bir nötrosofik üçlü m-normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 4.1.3:[10] Tanım 4.1.2'den a) $m_{tn} \leq \|t\|_m$ ve $m_{tn} \leq \|n\|_m$ elde ederiz.

Çünkü $0 \leq \|etkisiz(t)\| \leq \|t\|_m$ ve $0 \leq \|etkisiz(n)\| \leq \|n\|_m$

Sonuç 4.1.4:[10] Tanım 4.1.2'deki n trosofik   l  m-normlu uzayı Tanım 2.7.1'deki n trosofik   l  normlu uzayından farklıdır.     ; Tanım 2.7.1'deki n trosofik   l  normlu uzayındaki üçgen e sitsizli i ile Tanım 4.1.2'deki n trosofik   l  m-normlu uzayındaki üçgen e sitsizli i birbirinden farklıdır.

 rnek 4.1.5:[10] $P(T) = \{\emptyset, \{t\}, \{f\}, \{t, f\}\}$ bir küme ve $*$ ikili işlem olsun. Öyle ki

$$K * N = \begin{cases} N \setminus K, & s(K) < S(N) \\ K \setminus N, & s(K) > S(N) \\ M, & s(K) = S(N) \wedge K \neq N \\ K, & K = N \end{cases} \begin{matrix} ise \\ ise \\ ise \\ ise \end{matrix}$$

Buradan $(P(T) \setminus \emptyset, *)$ bir n trosofik  l  küme aşktır. Ayrıca,

$etkisiz(\{t\}) = \{t\}$, $ters(\{t\}) = \{t\}$; $etkisiz(\{f\}) = \{f\}$, $ters(\{f\}) = \{f\}$; $etkisiz(\{t, f\}) = \{t, f\}$, $ters(\{t, f\}) = \{t, f\}$ dır.

Sonra, Tanım 2.4.3'den $(P(T) \setminus \emptyset, *, \cup)$ bir n trosofik   l  cisimdir. Ayrıca, Tanım' 2.4.4 den $(P(T) \setminus \emptyset, *, \cup)$ bir n trosofik   l  vektör uzaydır.

Şimdi

$$\|K\|_m: P(T) \setminus \emptyset \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, \quad \|K\|_m = \begin{cases} 2^{s(K)}, & K \neq \{t, f\} \\ 2^{s(K)-1}, & K = \{t, f\} \end{cases} \text{nin}$$

$$f: P(T) \setminus \emptyset \times P(T) \setminus \emptyset \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, \quad f(A, B) = \begin{cases} \frac{2^{s(K \cup N)-1}}{2^{s(N)}}, & K \cup N = \{t, f\} \\ \frac{2^{s(K \cup N)}}{2^{s(N)}}, & K \cup N \neq \{t, f\} \end{cases} \text{olacak  ekilde bir}$$

n trosofik   l  m-norm oldu unu gösterelim.

Burada $s(K)$, K kümesinin eleman sayısıdır.

$ters(\{t\}) = \{t\}$, $ters(\{f\}) = \{f\}$, $ters(\{t, f\}) = \{t, f\}$ oldu undan dolayı $K, N \in (P(T) \setminus \emptyset, *, \cup)$ için $f(K, N) = f(K, ters(N))$ dir..

(a) $etkisiz(\{t\}) = \{t\}$, $etkisiz(\{f\}) = \{f\}$, $etkisiz(\{t, f\}) = \{t, f\}$ oldu undan

$K, N \in P(T) \setminus \emptyset$ için $0 \leq \|etkisiz(\{t\})\|_m \leq \|t\|_m$ oldu u a ktır.

(b) $\|K * etkisiz(N)\|_m = \|etkisiz(K)\|_m = \|etkisiz(N)\|_m = 0$ için $K, N \in P(T) \setminus \emptyset$ yoktur.

(c) $K \cup N = \{t, f\}$ oldu unu varsayalım. Böylece $K, N \in P(T) \setminus \emptyset$ için

$$\|K \cup N\|_m = 2^{s(K \cup N)-1} = \frac{2^{s(K \cup N)-1}}{2^{s(N)}} \cdot 2^{s(N)} = f(K, N) \cdot \|N\|_m \text{ olur.}$$

$K \cup N \neq \{t, f\}$ olduğunu varsayalım. Böylece $K, N \in P(T) \setminus \emptyset$ için

$$\|K \cup N\|_m = 2^{s(K \cup N)} = \frac{2^{s(K \cup N)}}{2^{s(N)}} \cdot 2^{s(N)} = f(K, N) \cdot \|N\|_m \text{ olur.}$$

(d) $\text{ters}(\{t\})=\{f\}$, $\text{ters}(\{f\})=\{t\}$, $\text{ters}(\{t\})=\{t\}$, $\text{ters}(\{t, f\})=\{t, f\}$ olduğundan dolayı $K, N \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\text{ters}(t)\|_m = \|t\|_m$ elde ederiz.

(e) $\{t\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t\} * \{t\}\|_m \leq \|(\{t\} * \{t\} * \text{etkisiz}(\{f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{t\} * \{t\} * \text{etkisiz}(\{f\})\|_m \leq \|\{t\}\|_m + \|\{t\}\|_m + m_{\{t\},\{t\}} - m_{\{t\},\{f\}} - m_{\{t\},\{f\}} \text{ dır.}$$

$\{f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{f\} * \{f\}\|_m \leq \|(\{f\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{f\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{t\})\|_m \leq \|\{f\}\|_m + \|\{f\}\|_m + m_{\{f\},\{f\}} - m_{\{t\},\{f\}} - m_{\{t\},\{f\}} \text{ dır.}$$

$\{t, f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t, f\} * \{t, f\}\|_m \leq \|(\{t, f\} * \{t, f\} * \text{etkisiz}(\{f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{t, f\} * \{t, f\} * \text{etkisiz}(\{f\})\|_m \leq \|\{t, f\}\|_m + \|\{t, f\}\|_m + m_{\{t, f\},\{t, f\}} - m_{\{t, f\},\{f\}} - m_{\{t, f\},\{f\}} \text{ dır.}$$

$\{t\}, \{f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t\} * \{f\}\|_m \leq \|(\{t\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{t, f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{t\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{t, f\})\|_m \leq \|\{t\}\|_m + \|\{f\}\|_m + m_{\{t\},\{f\}} - m_{\{t, f\},\{f\}} - m_{\{t, f\},\{t\}} \text{ dır.}$$

$\{t\}, \{f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t\} * \{f\}\|_m \leq \|(\{t\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{t, f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{f\} * \{t\} * \text{etkisiz}(\{t, f\})\|_m \leq \|\{f\}\|_m + \|\{t\}\|_m + m_{\{t\},\{f\}} - m_{\{t, f\},\{f\}} - m_{\{t, f\},\{t\}} \text{ dır.}$$

$\{f\}, \{t, f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{f\} * \{t, f\}\|_m \leq \|(\{f\} * \{t, f\} * \text{etkisiz}(\{t\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{f\} * \{t, f\} * \text{etkisiz}(\{t\})\|_m \leq \|\{f\}\|_m + \|\{t, f\}\|_m + m_{\{t\},\{t, f\}} - m_{\{t, f\},\{t\}} - m_{\{f\},\{t\}} \text{ dır.}$$

$\{t, f\}, \{f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t, f\} * \{f\}\|_m \leq \|(\{t, f\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{t\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{t, f\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{t\})\|_m \leq \|\{t, f\}\|_m + \|\{f\}\|_m + m_{\{t, f\},\{f\}} - m_{\{f\},\{t\}} - m_{\{t, f\},\{t\}} \text{ dır.}$$

$\{t\}, \{t, f\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t\} * \{t, f\}\|_m \leq \|(\{t\} * \{t, f\} * \text{etkisiz}(\{f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{t\} * \{t, f\} * \text{etkisiz}(\{f\})\|_m \leq \|\{t\}\|_m + \|\{t, f\}\|_m + m_{\{t\}, \{t, f\}} - m_{\{t, f\}, \{f\}} - m_{\{f\}, \{t\}} \text{ dir.}$$

$\{t, f\}, \{t\} \in P(T) \setminus \emptyset$ için $\|\{t, f\} * \{t\}\|_m \leq \|(\{t, f\} * \{t\} * \text{etkisiz}(\{f\}))\|_m$ elde ederiz.

Böylece

$$\|\{t, f\} * \{f\} * \text{etkisiz}(\{f\})\|_m \leq \|\{t, f\}\|_m + \|\{t\}\|_m + m_{\{t, f\}, \{t\}} - m_{\{t, f\}, \{f\}} - m_{\{t\}, \{f\}} \text{ dir.}$$

Dolayısıyla her bir $K, N \in P(T) \setminus \emptyset$ eleman çifti için en az bir $T \in P(T) \setminus \emptyset$ varsa

öyle ki $\|K * N\|_m \leq \|K * N * \text{etkisiz}(T)\|_m$ olduğundan

$$\|K * N * \text{etkisiz}(T)\|_m - m_{K, N} \leq \|K\|_m + \|N\|_m - m_{K, T} - m_{T, N} \text{ dir.}$$

Ayrıca, $\|K\|_m$ bir nütrosifik üçlü m-normlu uzaydır.

Teorem 4.1.6:[10] $(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$ bir nütrosifik üçlü m-normlu uzay olsun.

$m: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $m(t, f) = \|\Delta_2 \text{ters}(f)\|$ şeklinde tanımlanan fonksiyon nütrosifik üçlü m-metrik uzaydır.

İspat: $t, f, z \in V$ olsun. Tanım 4.1.2'den

- a) $(V, \Delta_2, \blacksquare_2)$ bir nütrosifik üçlü vektör uzayı olduğundan her $t, f \in V$ için $\Delta_2 f \in V$ elde ederiz.
- b) Eğer $m(t, f) = \|\Delta_2 \text{ters}(f)\| = \|\Delta_2 \text{ters}(t)\| = \|\text{etkisiz}(t)\| = \|\Delta_2 \text{ters}(f)\| = \|\text{etkisiz}(f)\| = 0 \Rightarrow t = f$ dir.
- c) $m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\|\text{etkisiz}(t)\|_m, \|\text{etkisiz}(f)\|_m\} \leq m(t, f) = \|\Delta_2 \text{ters}(f)\|_m$ olduğunu gösterelim.

$$\|\Delta_2 \text{ters}(f)\|_m \leq \|\Delta_2 \text{ters}(f) \Delta_2 \text{etkisiz}(z)\|_m \text{ olduğunu varsayalım.}$$

Tanım 4.1.2'den

$$m(t, f) = \|\Delta_2 \text{ters}(f)\|_m \leq \|t\|_m + \|\text{ters}(f)\|_m + m_{\text{ters}(f)} - m_{tz} - m_{\text{ters}(f)z} \text{ dir. Ayrıca, } \|\text{ters}(f)\|_m = \|f\|_m \text{ ve Teorem 2.7.4'den dolayı}$$

$$m(t, f) = \|\Delta_2 \text{ters}(f)\|_m \leq \|t\|_m + \|f\|_m + m_{tf} - m_{tz} - m_{fz} \quad (1)$$

elde ederiz.

İki durumda inceleyelim:

$$1) \|\text{etkisiz}(t)\|_m \leq \|\text{etkisiz}(f)\|_m \text{ olsun.}$$

$$\|\text{etkisiz}(t)\|_m \leq m(t, f) \leq \|t\|_m + \|f\|_m + m_{tf} - m_{tz} - m_{fz} \text{ olduğunu gösterelim.}$$

i) $\|etkisiz(t)\|_m \leq \|etkisiz(f)\|_m \leq \|etkisiz(z)\|_m$ olsun. Böylece (1)'den dolayı

$$\|etkisiz(t)\|_m \leq m(t, f) \leq \|t\|_m + \|f\|_m + \|etkisiz(t)\|_m - \|etkisiz(t)\|_m - \|etkisiz(f)\|_m \text{ dır.}$$

Buradan

$$m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\|etkisiz(t)\|_m, \|etkisiz(f)\|_m\} = \|etkisiz(t)\|_m \leq m(t, f) \text{ olur.}$$

ii) $\|etkisiz(t)\|_m \leq \|etkisiz(z)\|_m \leq \|etkisiz(f)\|_m$ olsun. Böylece (1)'den dolayı

$$\|etkisiz(t)\|_m \leq m(t, f) \leq \|t\|_m + \|f\|_m + \|etkisiz(t)\|_m - \|etkisiz(t)\|_m - \|etkisiz(z)\|_m \text{ dır.}$$

Buradan

$$m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\|etkisiz(t)\|_m, \|etkisiz(f)\|_m\} = \|etkisiz(t)\|_m \leq m(t, f) \text{ olur.}$$

iii) $\|etkisiz(z)\|_m \leq \|etkisiz(t)\|_m \leq \|etkisiz(f)\|_m$ olsun. Böylece (1)'den dolayı

$$\|etkisiz(t)\|_m \leq m(t, f) \leq \|t\|_m + \|f\|_m + \|etkisiz(z)\|_m - \|etkisiz(t)\|_m - \|etkisiz(z)\|_m \text{ dır.}$$

Buradan

$$m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\|etkisiz(t)\|_m, \|etkisiz(f)\|_m\} = \|etkisiz(t)\|_m \leq m(t, f) \text{ olur.}$$

2) $\|etkisiz(f)\|_m \leq \|etkisiz(t)\|_m$ olsun.

$\|etkisiz(f)\|_m \leq m(t, f) \leq \|t\|_m + \|f\|_m + m_{tf} - m_{tz} - m_{fz}$ olduğunu gösterelim.

i) $\|etkisiz(f)\|_m \leq \|etkisiz(t)\|_m \leq \|etkisiz(z)\|_m$ olsun.

Böylece; (1)'den dolayı

$$\|etkisiz(f)\|_m \leq m(t, f) \leq \|t\|_m + \|f\|_m + \|etkisiz(f)\|_m - \|etkisiz(f)\|_m - \|etkisiz(t)\|_m \text{ dır.}$$

Buradan

$$m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\|etkisiz(t)\|_m, \|etkisiz(f)\|_m\} = \|etkisiz(f)\|_m \leq m(t, f) \text{ olur.}$$

$$\text{ii)} \quad \| \text{etkisiz}(f) \|_m \leq \| \text{etkisiz}(z) \|_m \leq \| \text{etkisiz}(t) \|_m \text{ olsun.}$$

Böylece (1)'den dolayı

$$\| \text{etkisiz}(f) \|_m \leq m(t, f) \leq \| t \|_m + \| f \|_m + \| \text{etkisiz}(f) \|_m - \| \text{etkisiz}(f) \|_m - \| \text{etkisiz}(z) \|_m \text{ dır.}$$

Buradan

$$m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\| \text{etkisiz}(t) \|_m, \| \text{etkisiz}(f) \|_m\} = \| \text{etkisiz}(f) \|_m \leq m(t, f) \text{ olur.}$$

$$\text{iii)} \quad \| \text{etkisiz}(z) \|_m \leq \| \text{etkisiz}(f) \|_m \leq \| \text{etkisiz}(t) \|_m \text{ olsun.}$$

Böylece (1)'den dolayı

$$\| \text{etkisiz}(f) \|_m \leq m(t, f) \leq \| t \|_m + \| f \|_m + \| \text{etkisiz}(f) \|_m - \| \text{etkisiz}(z) \|_m - \| \text{etkisiz}(z) \|_m \text{ dır.}$$

Buradan

$$m_{tf} = \min\{m(t, t), m(f, f)\} = \min\{\| \text{etkisiz}(t) \|_m, \| \text{etkisiz}(f) \|_m\} = \| \text{etkisiz}(f) \|_m \leq m(t, f) \text{ olur.}$$

d) Herhangi $f \in V$ için $m(t, z) = \| t \Delta_2 \text{ters}(z) \| \leq \| t \Delta_2 \text{ters}(z) \Delta_2 \text{etkisiz}(f) \|$ varsayalım. Sonra $m(t, z) = \| t \Delta_2 \text{ters}(z) \| \leq \| t \Delta_2 \text{ters}(z) \Delta_2 \text{etkisiz}(f) \| = \| t \Delta_2 \text{ters}(z) \Delta_2 f \Delta_2 \text{ters}(f) \|$ olur.

Ayrıca V bir nütrosifik üçlü değişmeli grup olduğundan

$$\begin{aligned} \| t \Delta_2 \text{ters}(z) \Delta_2 f \Delta_2 \text{ters}(f) \| &= \| (t \Delta_2 \text{ters}(f)) \Delta_2 (\text{ters}(z) \Delta_2 f) \| \\ &\leq \| t \Delta_2 \text{ters}(f) \| + \| f \Delta_2 \text{ters}(z) \| + m_{tz} - m_{tf} - m_{fz} \end{aligned}$$

$$= m(t, f) + m(f, z) + m_{tz} - m_{tf} - m_{fz} \text{ elde ederiz.}$$

Böylece, eğer

$$m(t, z) \leq m(t, z \Delta_2 \text{etkisiz}(f)) \text{ ise}$$

$$(m(t, z \Delta_2 \text{etkisiz}(f))) - m_{tz} \leq (m(t, f) - m_{tf}) + (m(f, z) - m_{fz}) \text{ dir.}$$

Sonuç 4.1.7:[10] Her nütrosifik üçlü m -normlu uzay aynı zamanda bir nütrosifik üçlü m -metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 4.1.8:[10] $(V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ bir n trosofik   l  m-normlu uzay olsun.

$$m: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, m(t, y) = \|\Delta_2 \text{ters}(y)\|_m$$

 eklinde tanımlanan n trosofik   l  m-metrik, $(V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ n trosofik   l  m-normlu uzay tarafından indirgenmiş n trosofik   l  m-metrik denir.

Tanım 4.1.9:[10] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ bir n trosofik   l  m-normlu uzay olsun. $\{t_n\}$ bu uzayda bir dizi ve m, $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  m-metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$m(t, \{t_n\}) - m_{t, t_n} = \|\Delta_2 \text{ters}(\{t_n\})\|_m - m_{t, t_n} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $t \in V$ mevcutsa $\{t_n\}$ n trosofik   l  m-normlu yakınsaktır t'e denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = t \text{ ya da } t_n \rightarrow t \text{ ile gösterilir.}$$

Tanım 4.1.10:[10] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ bir n trosofik   l  m-normlu uzay olsun. $\{t_n\}$ bu uzayda bir dizi ve m, $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  m-metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$m(\{t_m\}, \{t_n\}) - m_{t_m, t_n} = \|\Delta_2 \text{ters}(\{t_n\})\|_m - m_{t_m, t_n} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{t_n\}$ dizisine bir n trosofik   l  m-normlu Cauchy dizisi denir.

Tanım 4.1.11:[10] $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ bir n trosofik   l  m-normlu uzay olsun. $\{t_n\}$ bu uzayda bir dizi ve m, $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  m-metrik uzay olsun. Eğer her $\{t_n\}$ n trosofik   l  m-normlu Cauchy dizisi $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  m-metrik uzaya göre n trosofik   l  m-normlu yakınsak ise $((V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m)$ n trosofik   l  m-normlu uzaya n trosofik   l  m-Banach uzayı denir.

Sonuc 4.1.12:[10] (Tanım 4.1.11) n trosofik   l  m-Banach uzayı Tanım 2.7.9'deki n trosofik   l  Banach uzayından farklıdır.

Teorem 4.1.13:[10] $(V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m$, n trosolik   l  normlu uzay ve her $t \in V$ için etkisiz(t)= t olsun. $n \in \mathbb{R}^+$ için;

$$\|t\|_m = \|t\| + n$$

bir n trosolik   l  m-normdur.

İspat:

a) etkisiz(t)= t olduğundan $0 \leq \|etkisiz(t)\| + n \leq \|t\| + n$ olduğu açıktır. Böylece $0 \leq \|etkisiz(t)\|_m \leq \|t\|_m$ dir.

b)  yle $t, n \in V$ yoktur ki

$$\|t \Delta_2 etkisiz(n)\|_m = \|t \Delta_2 etkisiz(n)\| + n = \|etkisiz(t)\|_m = \|etkisiz(t)\| + n = \|etkisiz(n)\|_m = \|etkisiz(n)\| + n = 0 \text{ dir.}$$

c) $(V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m$, n trosolik   l  normlu uzay olduğundan

$$\|k \blacksquare_2 \alpha\| = f(k, t) \cdot \|t\| \text{ tanımlayabiliriz.}$$

$$\text{Ayrıca, } \|k \blacksquare_2 t\|_m = f(k, t) \cdot \|t\|_m \text{ ve}$$

$$f_m(k, t) = (f(k, t) \cdot \|t\|) \setminus (\|t\| + n) \text{ olduğunu varsayalım.}$$

$$\text{Böylece } \|k \blacksquare_2 t\| + n = \|k \blacksquare_2 t\|_m = f(k, \alpha) \cdot \|t\| + n = f_m(k, t) \cdot \|t\|_m \text{ elde ederiz.}$$

d) $(V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m$, n trosolik   l  normlu uzay olduğunda $\|ters(t)\| = \|t\|$ elde ederiz.

$$\text{Böylece, } \|ters(t)\| + n = \|ters(t)\|_m = \|t\| + n = \|t\|_m \text{ olur.}$$

e) $n \in V$ olduğunu varsayalım. Öyle ki $\|t \Delta_2 z\| \leq \|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\|$ dir. (2)

$$\text{Ayrıca, } \|t \Delta_2 z\| + n \leq \|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\| + n \text{ elde ederiz.}$$

$(V, \Delta_2, \blacksquare_2), \|\cdot\|_m$, n trosolik   l  normlu uzay ve (2) den dolayı

$$\|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\| \leq \|t\| + \|z\| \text{ olur.} \quad (3)$$

(3) den dolayı $\|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\| + n \leq \|t\| + n + \|z\| + n$ elde ederiz. Böylece

$$\|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\|_m \leq \|t\|_m + \|z\|_m + n - n \text{ elde ederiz.} \quad (4)$$

Ayrıca, etkisiz(t)= t ve $\|etkisiz(t)\|_m = 0$ olduğundan

$$m_{tz} = m_{tn} = m_{nz} = n \text{ olur. Böylece, (4) den dolayı,}$$

$$\|t \Delta_2 z \Delta_2 etkisiz(n)\|_m - m_{tz} \leq \|t\|_m + \|z\|_m - m_{tn} - m_{nz}.$$

Sonuç 4.1.14:[10] Eğer $t = etkisiz(t)$ ise n trosolik   l  m-normlu uzaydan bir n trosolik   l  normlu uzay elde edilebilir.

Teorem 4.1.15: [10] $(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$, n trosolik   l  m-normlu uzay ve her $t \in V$ için etkisiz(t)= t olsun. $\|\cdot\|_m$, aşağıdaki şartları sağlarsa $\|\cdot\|_m$ bir n trosolik   l  normdur.

- i) etkisiz(t)= t ise $\|t\|_m=0$ dır.
- ii) etkisiz(t)= t ise $f(k,1)=0$ dır.

 spat:

$(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$, n trosolik   l  m-normlu uzay olduğundan $f(k,t)=f(k,ters(t))$ dir. Ayrıca, (ii)  artından $f(k,t)=f(k,ters(t))$ dır.

- a) $(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$, n trosolik   l  m-normlu uzay olduğundan $\|t\|_m \geq 0$ olduğu açıktır.
- b) (i)  artından açıktır.
- c) $(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$, n trosolik   l  m-normlu olduğundan uzay $\|k\Delta_2 t\|_m = f(k, t) \cdot \|t\|_m$ elde ederiz.
- d) $(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$, n trosolik   l  m-normlu uzay olduğundan $\|ters(t)\|_m = \|t\|_m$ elde ederiz.
- e) (i)  artından dolayı eğer etkisiz(t)= t ise $\|t\|_m=0$ dır.

Her $t \in V$ için etkisiz(t)= t olduğundan $\|etkisiz(t)\|_m = 0$ elde ederiz. Böylece her $t \in V$ için $m_{tn}=0$ elde edilir. (5)

Ayrıca, $(V, \Delta_2, \blacksquare_2, \|\cdot\|_m)$, n trosolik   l  m-normlu olduğundan

her $t, z \in V$ için en az bir $t \in V$ varsa öyle ki

$$\|t\Delta_2 z\|_m \leq \|t\Delta_2 z\Delta_2 etkisiz(n)\|_m \text{ ise}$$

$$\|t\Delta_2 z\Delta_2 etkisiz(n)\|_m - m_{tz} \leq \|t\|_m + \|z\|_m - m_{tn} - m_{nz} \text{ olur.}$$

Böylece (5)'den dolayı

$$\|t\Delta_2 z\Delta_2 etkisiz(n)\|_m \leq \|t\|_m + \|z\|_m \text{ olur.}$$

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

Beş bölümden meydana gelen bu yüksek lisans tezinde; birinci bölümde bulanık küme, sezgisel bulanık küme, nörtrosofik küme, nörtrosofik üçlü küme, nörtrosofik üçlü metrik uzay, kısmi metrik uzay, nörtrosofik üçlü kısmi metrik uzay, m-metrik uzay, nörtrosofik üçlü m-metrik uzay, nörtrosofik üçlü normlu uzay ve nörtrosofik üçlü m-normlu uzayın tarihçesinden bahsedilmiştir. İkinci bölümde ise bulanık küme [1], sezgisel bulanık küme [2], nörtrosofik küme [3] ve [26], nörtrosofik üçlü küme [4], Cauchy dizisi [5], yakınsak [5], tam uzay [5], kısmi metrik uzay [6], nörtrosofik üçlü kısmi metrik uzay [8], nörtrosofik üçlü metrik uzay [5], m-metrik uzay [7], m-yakınsak [7], m-Cauchy dizisi [7], nörtrosofik üçlü normlu uzay [5], nörtrosofik üçlü Banach uzay [5], nörtrosofik üçlü m-metrik [9] ve nörtrosofik üçlü m-normlu uzay [10] yapıları tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde ise nörtrosofik üçlü m-metrik uzay yapıları ile ilgili tanım, teorem ve örneklerle yer verilmiştir. Ayrıca nörtrosofik üçlü m-metrik uzayın, klasik metrik uzay ve nörtrosofik üçlü metrik uzaydan daha genel olduğu gösterilmiştir. Aynı zamanda nörtrosofik üçlü m-metrik uzayın, m-metrik uzaydan, nörtrosofik üçlü metrik uzaydan ve nörtrosofik üçlü kısmi metrik uzaydan farklı olduğu gösterilmiştir. Dördüncü bölümde ise nörtrosofik üçlü m-normlu uzay yapıları ile ilgili tanım, teorem ve örneklerle yer verilmiştir. Ayrıca nörtrosofik üçlü m-normlu uzayın, nörtrosofik üçlü normlu uzaydan daha genel olduğu gösterilmiştir. Aynı zamanda nörtrosofik üçlü m-normlu uzayın, nörtrosofik üçlü normlu uzaydan farklı olduğu ve nörtrosofik üçlü m-Banach uzayın nörtrosofik üçlü Banach uzaydan farklı olduğu gösterilmiştir. Böylece nörtrosofik üçlü metrik ve nörtrosofik üçlü normlu yapılara yeni bir yapı ekledik. Nörtrosofik üçlü m-metrik ve nörtrosofik üçlü m-normlu uzayın ortaya konmuş olan temel bilgiler bu tezde toplanarak bu alanda yapılacak çalışmalarda bilgiye ulaşmada kolaylık sunması amaçlanmıştır.

Araştırmacılar ntrosolik l m-metrik ve ntrosolik l m-normlu uzay yapılarını geliştirilerek ve farklı alanlara taşıyarak yeni çalışmalar elde edebilirler.



KAYNAKLAR

- [1] Zadeh, L. A., (1965). *Fuzzy sets*, Information and control, 338-353.
- [2] Atanassov, K. (1986). *Intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets System, **20**, 87–96.
- [3] Smarandache, F. (1998). *Neutrosophy: Neutrosophic probability, set and giclo, Rehoboth, Amer. Research Press*.
- [4] Smarandache, F., Ali, M. (2018). Neutrosophic triplet group. *Neural Computing and Applications*, **29(7)**, 595-601.
- [5] Şahin. M., Kargın, A., (2017). Neutrosophic triplet normed space, *Open Physics*, **15**, 697-704.
- [6] Matthews, (1994). SG: Partial metric topology. *Ann. N.Y. Acad. Sci.* **728**, 183-197.
- [7] Asadi, M., Karapınar, E., Salimi, P. (2014). New extension of p-metric spaces with some fixed-point results on M-metric spaces. *Journal of Inequalities and Applications*, **(1)**, 1-9.
- [8] Şahin, M., Kargın, A., Çoban, M. A. (2018). Fixed point theorem for neutrosophic triplet partial metric space. *Symmetry*, **10(7)**, 240.
- [9] Şahin, M., Kargın, A., Dayan, A., Kılıç, A., (2020). *Neutrosophic Triplet m-Metric Spaces*. Quadruple Neutrosophic Theory And Applications. **1**, (213-222).
- [10] Kargın, A., Dayan, A., Yıldız, İ., Kılıç, A. (2020). Neutrosophic Triplet m-Banach Spaces .*Neutrosophic Set and Systems*, **38(1)**,25.
- [11] Smarandache, F., Şahin, M., Kargın, A. (2018). Neutrosophic Triplet G-Module. *Mathematics*, **6(4)**, 53.
- [12] Şahin, M., Kargın, A., Smarandache, F. (2019). *Neutrosophic triplet topology*. Neutrosophic Triplet Structures, **1(4)**, 43-54.
- [13] Şahin, M., Kargın, A. (2019). *Neutrosophic triplet metric topology*. *Neutrosophic Set and Systems*, **27**, 154.
- [14] Şahin, M., Kargın, A. (2018). Neutrosophic Triplet v-Generalized Metric Space. *Axioms*, **7(3)**, 67.

- [15] Şahin, M., Kargın, A. (2019). Neutrosophic Triplet Partial v-Generalized Metric Space. *Axioms*, **7**, 67.
- [16] Şahin, M., Kargın, A. (2018). Neutrosophic triplet normed ring space. *Neutrosophic Set and Systems*, **21**, 20-27.
- [17] Şahin, M., Kargın, A., Uz, M. S., Kılıç, A. (2020). *Neutrosophic Triplet Bipolar Metric Spaces*. *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*, **1**, 150.
- [18] Şahin, M., Kargın, A., Uz, M. S. (2020). Neutrosophic Triplet Partial Bipolar Metric Spaces. *Neutrosophic Sets and Systems*, **33**, 297-312.
- [19] Şahin, M., Kargın, A., Yücel, M. (2020). Neutrosophic Triplet Partial g-Metric Spaces. *Neutrosophic Sets and Systems*, **33**, 116-133.
- [20] Şahin, M., Kargın, A. (2019). *Chapter seven Neutrosophic Triplet b-Metric Space*. *Neutrosophic Triplet Structures*, 79-89.
- [21] Bal, M., Shalla, M. M., Olgun, N. (2018). Neutrosophic triplet cosets and quotient groups. *Symmetry*, **10**(4), 126.
- [22] Çelik, M., Shalla, M. M., Olgun, N. (2018). Fundamental homomorphism theorems for neutrosophic extended triplet groups. *Symmetry*, **10**(8), 321.
- [23] Shalla, M. M., Olgun, N. (2019). Direct and Semi-Direct Product of Neutrosophic Extended Triplet Group, *Neutrosophic Sets and Systems*, **1**, 197-214.
- [24] Şahin, M., Kargın, A. (2019). *Neutrosophic triplet partial inner product space*. *Neutrosophic Triplet Structures*, 1-10.
- [25] Şahin, M., Kargın, A. (2020). *Neutrosophic triplet metric space based on set valued neutrosophic quadruple number*. *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*, 61-71.
- [26] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y. Q., Sunderraman, R. (2010). *Single valued neutrosophic sets*. *Multispace Multistructure* **4**, 410–413.

ÖZGEÇMİŞ(CV)

AD : AZİZE

SOYAD :DAYAN

YÜKSEK LİSANS : GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ

LİSANS : GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ

LİSE : ATATÜRK ANADOLU LİSESİ

YAYINLAR :

- 1) Şahin, M., Kargın, A., Dayan, A., Kılıç, A., (2020). *Neutrosophic Triplet m-Metric Spaces*. *Quadruple Neutrosophic Theory And Applications*. **1**, (213-222).
- 2) Kargın, A., Dayan, A., Yıldız, İ., Kılıç, A. (2020). *Neutrosophic Triplet m-Banach Spaces*. *Neutrosophic Set and Systems*, **38(1)**, 25.
- 3) Kargın, A., Dayan, A., Şahin, N. M., (2021). *Generalized Hamming Similarity Measure Based on Neutrosophic Quadruple Numbers and Its Applications to Law Sciences*. *Neutrosophic Sets and Systems*, **40(1)**, 4.