

T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

NÖTROSOFİK-Z KÜMELERDE ENTROPİ VE İZDÜŞÜM ÖLÇÜSÜ TABANLI
TODIM KARAR VERME METODU

YÜKSEK LİSANS

Güler Tuğba GÜLTEKİN

HAZİRAN-2025
GÜMÜŞHANE



**T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

**NÖTROSOFİK-Z KÜMELERDE ENTROPİ VE İZDÜŞÜM ÖLÇÜSÜ TABANLI
TODIM KARAR VERME METODU**

**TODIM DECISION MAKING METHOD BASED ON ENTROPY AND
PROJECTION MEASURE IN NEUTROSOPHIC-Z SETS**

YÜKSEK LİSANS

Güler Tuğba GÜLTEKİN

**HAZİRAN-2025
GÜMÜŞHANE**



**T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

**NÖTROSOFİK-Z KÜMELERDE ENTROPİ İZDÜŞÜM ÖLÇÜSÜ TABANLI
TODIM KARAR VERME METODU**

**TODIM DECISION MAKING METHOD BASED ON ENTROPY AND
PROJECTION MEASURE IN NEUTROSOPHIC-Z SETS**

YÜKSEK LİSANS

Güler Tuğba GÜLTEKİN

Danışman: Prof. Dr. Rıdvan ŞAHİN

**HAZİRAN-2025
GÜMÜŞHANE**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlamış olduğum “**Nötrosofik-Z Kümelerde Entropi ve İzdüşüm Ölçüsü Tabanlı TODIM Karar Verme Metodu**” isimli bu tezimin, tamamen kendi çalışmam olduğunu, her alıntıya kaynak gösterdiğimi, alıntı yaptığım tüm çalışmaları kaynakçada belirttiğimi ve Gümüşhane Üniversitesi’nin lisanslı kullanıcısı olduğum intihal yazılım programı ile Lisansüstü Eğitim Enstitüsü’nün belirlediği kıstaslara uygun olarak raporladığımı taahhüt ederim. Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Gümüşhane Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü arşivinde saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

30/06/2025

Güler Tuğba GÜLTEKİN

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır. Bu tez çalışmasının hazırlanma süreci boyunca fikirlerini ve yönlendirmelerini esirgemeyen, her konuda bana rehberlik eden danışman hocam Prof. Dr. Rıdvan ŞAHİN'e teşekkürlerimi borç bilirim. Ayrıca yüksek lisans eğitimim süresince desteğini esirgemeyen Öğr. Gör. Elif BAŞKAN'a teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında maddi ve manevi yanımda olan sevgili aileme teşekkür eder, minnettarlığımı ifade etmek isterim.

Güler Tuğba GÜLTEKİN
GÜMÜŞHANE – 2025

ÖZET

Smarandache tarafından geliştirilen nôtrosofik kümeler, bir elemanın bir kümeye üyeliğini doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık olmak üzere üç bileşenle tanımlar. Bu üyelik fonksiyonları $[0,1]$ aralığında değerler alır ve toplamaları 1'i aşabilir. Nôtrosofik kümeler, klasik ve bulanık kümeleri genelleştirerek belirsizliğin ve çelişkinin daha esnek bir şekilde modellenmesine olanak tanır. Zadeh tarafından önerilen Z-sayıları hem veri bilgisini hem de bu bilginin güvenilirliğini daha iyi ifade etmektedir. Ancak, belirsizlik ve tutarsızlık içeren ortamlarda bilginin güvenilirlik konusunda sınırlamaları vardır. Du ve arkadaşları tarafından önerilen Nôtrosofik-Z kümesi (NZK), yalnızca doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık derecelerini değil, aynı zamanda her birinin güvenilirlik derecesini ayrı ayrı dikkate alarak bu sınırlamayı ortadan kaldırmaktadır. Bu sayede NZK'ler, karar verme süreçlerindeki belirsizlikleri daha iyi modelleyerek daha güvenilir sonuçlar elde edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu kümeler karar verme süreçlerinde önemli bir araç olmasına rağmen, mevcut literatürde NZK tabanlı bilgi ölçütleri sınırlıdır.

Bu tez çalışmasında, NZK üzerinde entropi tabanlı normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsü geliştirilmiştir. Daha sonra, önerilen bu izdüşüm ölçüsü kullanılarak, NZK'ler çerçevesinde çok kriterli karar verme metotlarından TODIM metodunun çerçevesi geliştirilmiştir. Girişim sermayedarlarının yatırım yapacakları girişimi belirlemeleri sürecinde önerilen metodun etkinliği gösterilmiştir. Ayrıca ilgili yöntemlerle karşılaştırılarak geliştirilen metodun işlevselliği ve avantajları tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Nôtrosofik-Z küme, İzdüşüm ölçüsü, Entropi, TODIM, Karar verme

SUMMARY

Neutrosophic sets, developed by Smarandache, define the membership of an element to a set with three components: truth, uncertainty and falsity. These membership functions take values in the range $[0,1]$ and their sum can exceed 1. Neutrosophic sets generalize classical and fuzzy sets, allowing for more flexible modeling of uncertainty and contradiction. The Z-numbers proposed by Zadeh better express both the knowledge of the data and the reliability of that knowledge. However, in environments with uncertainty and inconsistency, knowledge has limitations in terms of reliability. The Neutrosophic-Z set (NZS) proposed by Du et al. overcomes this limitation by considering not only the degrees of accuracy, uncertainty and inaccuracy, but also the degree of reliability of each of them separately. In this way, NZSs enable more reliable results by better modeling uncertainties in decision-making processes. Although these sets are an important tool in decision-making processes, NZS-based information measures are limited in the existing literature.

In this thesis, an entropy-based normalized projection measure on NZSs has been developed. Then, using this proposed projection measure, the framework of the TODIM method, one of the multi-criteria decision-making methods, has been developed within the framework of NZSs. The effectiveness of the proposed method has been demonstrated in the process of venture capitalists determining which venture to invest in. In addition, the functionality and advantages of the developed method have been discussed by comparing it with related methods.

Keywords: Neutrosophic-Z set, Projection measure, Entropy, TODIM, Decision making

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	III
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI.....	IV
TEŞEKKÜR.....	V
ÖZET.....	VI
SUMMARY	VII
İÇİNDEKİLER	VIII
TABLolar DİZİNİ	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	XI
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. GİRİŞ	1
1.2. TEMEL TANIMLAR VE TEOREMLER.....	4
1.3. NÖTROSOFİK-Z SAYI	10
1.4. TODİM METODU	14
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	22
2.1. NÖTROSOFİK KÜMELER	22
2.2. Z-SAYILAR.....	25
2.3. NÖTROSOFİK-Z KÜMELER	26
2.4. NÖTROSOFİK TODİM METODU	29
3. BULGULAR VE TARTIŞMA	32
3.1. ENTROPİ TABANLI İZDÜŞÜM ÖLÇÜSÜ	32
3.2. NÖTROSOFİK-Z TODİM METODU	38
3.3. SAYISAL ÖRNEK	42
3.4. KARŞILAŞTIRMA ANALİZLERİ.....	49
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	54
KAYNAKÇA	58
ÖZGEÇMİŞ	69

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Nötrosifik kümeler ve türevleri.....	24
Tablo 2. Dilsel güvenilirliğe karşılık gelen sayısal değerler.....	43
Tablo 3. Ortak uzman görüşleri doğrultusunda alternatif NZS değerlerinin dilsel güvenilirlik bilgileri.....	43
Tablo 4. Ortak uzman görüşü doğrultusunda oluşturulan karar matrisinin nötrosifik-Z değerleri.....	44
Tablo 5. Farklı TODIM yaklaşımlarına göre alternatif sıralamaları.....	50
Tablo 6. Farklı metotlar kullanılarak elde edilen alternatif sıralamaları.....	52



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. TODIM metodunun değer fonksiyonu (Gomes vd., 2009).....	15
Şekil 2. TODIM yöntemleri ile genel baskınlık skoru karşılaştırması	51
Şekil 3. Farklı yöntemlere göre alternatifler için radar grafiği	51
Şekil 4. Farklı TODIM tabanlı yöntemlerle elde edilen genel baskınlık skorlarının karşılaştırılması	53



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

BK	: Bulanık Küme
BNK	: Basitleştirilmiş Nötrosofik Küme
BNS	: Basitleştirilmiş Nötrosofik Sayı
ÇDNK	: Çok Değerli Nötrosofik Küme
ÇKKV	: Çok Kriterli Karar Verme
NAAO	: Nötrosofik Ağırlıklı Aritmetik Ortalama
NAGO	: Nötrosofik Ağırlıklı Geometrik Ortalama
NK	: Nötrosofik Küme
NS	: Nötrosofik Sayı
N-TODIM	: Nötrosofik TODIM
NZAAO	: Nötrosofik-Z Ağırlıklı Aritmetik Ortalama
NZAGO	: Nötrosofik-Z Ağırlıklı Geometrik Ortalama
NZK	: Nötrosofik-Z Küme
NZS	: Nötrosofik-Z Sayı
NZ-TODIM	: Nötrosofik-Z TODIM
SBK	: Sezgisel Bulanık Küme
TDNK	: Tek Değerli Nötrosofik Küme
TDNS	: Tek Değerli Nötrosofik Sayı

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Bulanık mantık ve çok kriterli karar verme (ÇKKV) alanındaki gelişmeler, belirsizlikle başa çıkma yeteneği açısından önemli ilerlemeler kaydetmiştir. Bu gelişim sürecinde, farklı metotlar birbirinin eksikliklerini gidererek daha kapsamlı ve etkili modelleme araçları haline gelmiştir.

Karar vericiler için belirsiz ve eksik bilgilerle sorunları modellemek zordur. Hem bu durumu aşmak hem de belirsizliklerin ve bulanık bilgileri içeren sistemlerin modellemesini sağlamak amacıyla bulanık küme (BK) tanımlanmıştır (Zadeh, 1965). Bu sayede klasik kümelerin keskin sınırları ile üyelik ilişkilerini tanımlamada yetersiz kalındığı durumlarda, bir elemanın bir kümeye tamamen üye olup olmadığının ötesinde, üyelik dereceleri kullanılarak belirsizlikler ifade edilebilmiştir. Zadeh'in BK kavramı, belirsizliklerle dolu sistemlerde karar verme süreçlerine önemli katkılar sunmuş ve mühendislik, ekonomi, tıp gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılmıştır. BK'ler, doğruluk derecesini bir üyelik fonksiyonu ile tanımlamakta ve bu sayede klasik kümelere kıyasla daha esnek bir yapı sunmaktadır. Ancak, BK'ler yalnızca bir elemanın bir kümeye ait olma derecesini ifade ettiği için, belirsiz bilgiyi tam olarak yansıtamazlar. Özellikle, bir elemanın kümeye ait olma ve olmama durumu arasındaki kararsızlık gibi daha karmaşık belirsizlik türlerini ele alamazlar. Bu nedenle, BK'ler bazı durumlarda eksik ya da çelişkili bilginin ifade edilmesinde yetersiz kalabilirler (Boltürk, 2019; Küçük, 2019).

Bulanık kümelerin bu sınırlamaları, 1986 yılında Atanassov tarafından geliştirilen sezgisel bulanık küme (SBK) ile aşılmaya çalışılmıştır (Atanassov, 1986; 1989). SBK'ler, yalnızca bir elemanın kümeye ait olma derecesini değil, aynı zamanda kümeye ait olmama ve kararsızlık derecelerini de dikkate alır. Bu model, karar vericilerin hem eksik hem de çelişkili bilgileri daha iyi ifade etmelerine olanak tanımış ve daha esnek bir belirsizlik modellemesi sağlamıştır (Boltürk, 2019; Küçük, 2019). SBK'ler, üyelik ve üyelik dışı bilgi içerir ve bu bilgilerin toplamı 1'e eşit veya küçüktür. SBK'ler, özellikle karar verme süreçlerinde, bir unsurun hem bir olaya ait olma hem de olmama derecelerini değerlendirebilme yeteneği sunarak, BK'lere göre daha güçlü bir belirsizlik yönetim aracı olmuştur. Bu model, çevre

bilimi karar problemleri (Fisher, 2003), tıbbi teşhis (Shinoj ve John, 2012) ve sinir ağları (Pap, 1997; Sotirov vd., 2009) gibi birçok uygulama alanında kullanılmıştır. Son yıllarda ise otomotiv sektöründe tedarikçi seçimi (Hakim Nik Badrul Alam vd., 2022), endüstriyel ürün tasarımında tercih derecesi ve aşinalık seviyesiyle birlikte karar verme (Qi vd., 2023) ve SHIPP risk değerlendirmesinde belirsizliğin azaltılması (Ahmadi-Moshiran, 2024) gibi uygulamalarda kullanılmıştır.

Sezgisel bulanık kümelerin dahi belirsizlikleri tam anlamıyla ele alamadığı bazı durumlar mevcuttur. Örneğin, bir uzmandan bir durumu değerlendirmesi istendiğinde, doğruluk üyelik derecesinin 0.5, belirsizlik üyelik derecesinin 0.3 ve yanlışlık üyelik derecesinin 0.7 olduğu durumlar gözlemlenebilir. Bu durum, bulanık ve sezgisel bulanık kümelerle açıklanamaz (Altun vd., 2020). Bu durumun giderilmesi için Smarandache nütrosifik küme (NK) kavramını tanımlamıştır (Smarandache, 1998). Smarandache tarafından geliştirilen NK'ler, belirsizlik yönetimi için daha kapsamlı bir model sunmuştur. NK'ler, üyelik derecesi (doğruluk-T), tereddüt (belirsizlik-I) ve üye olmama (yanlışlık-F) olmak üzere üç bağımsız bileşen içerir ve en objektif değerlendirmelerin yapılabileceği bir mantık türü sunar. Bu bileşenler, her biri bağımsız olarak tanımlanan birer üyelik fonksiyonudur ve bu sayede belirsizlik, çelişki ve eksik bilgi gibi faktörler daha açık bir şekilde ifade edilebilir. NK'lerde üyeliklerin toplamı 3'e eşit veya küçüktür. NK'lerin sağladığı bu esneklik hem felsefi hem de matematiksel olarak belirsizliğin daha geniş kapsamda ele alınmasına olanak tanımıştır.

Zadeh tarafından 2011 yılında Z-sayıları önerilmiştir (Zadeh, 2011). Z-sayılar, iki bileşenden $((D, G))$ oluşan bir yapıya sahiptir. Bu yapının birinci bileşeni D , değişkeninin alabileceği değerleri, ikinci bileşen G ise bu değerlerin güvenilirlik derecesini ifade eder. Z-sayılar, hem belirsizliğin hem de karar vericinin bilgiye olan güven derecesinin aynı anda değerlendirilmesine olanak tanır. Bu nedenle son yıllarda çok sayıda alanda Z-sayı tabanlı uygulamalara rastlanmaktadır. Özellikle karar verme ve risk analizi (Aliev vd., 2015), tedarikçi geliştirme (Aboutorab vd., 2018), proje seçimi (Akhavain vd., 2021) personel değerlendirme ve seçimi (Gottwald vd., 2024), enerji politikalarının geliştirilmesi (Nuriyev vd., 2025) gibi belirsizliğin yüksek olduğu alanlarda Z-sayılarının kullanımı önemli avantajlar sunmuştur. Ancak, Z-sayılar her ne kadar güvenilirlik bileşenini ekleyerek önemli bir gelişme sunsa da nütrosifik kümelerdeki geniş belirsizlik yapısıyla birlikte kullanıldığında daha kapsamlı bir modelleme aracı oluşturulabilir.

Du vd. (2021) Z-sayının ve n trosofik kümenin genelleştirilmesi olarak n trosofik-Z kümesi (NZK) ve n trosofik-Z sayı (NZS) kavramını önermiştir. Bu yeni yöntem, Z-sayılarının güvenilirlik bileşeni ile n trosofik kümelerin belirsizlik, doğruluk ve yanlışlık yapısını bir araya getirerek, daha esnek ve g    bir model sunar. Yani, NZK'ler,  yelikleri güvenilirlik dereceleri ile ele alınarak, karar verme süreçlerinde daha kapsamlı ve gerçekçi çözümler elde edilmesini sağlamaktadır. Ardından, NZK'ler ve NZS'ler için küme işlemleri, aritmetik işlemler, skor fonksiyonu vb. temel özelliklerin yanında NZS bilgilerini toplamak için N trosofik-Z ağırlıklı aritmetik ortalama (NZAAO) ve N trosofik-Z ağırlıklı geometrik ortalama (NZAGO) operatörleri önerilmiştir. Ayrıca tanımlanan bu operatörler kullanılarak NZS ortamında bir ÇKKV yaklaşımı geliştirilmiştir (Du vd., 2021).

Karar verme, karar vericinin çeşitli alternatifler arasından seçim yapma süreci olarak tanımlanmakta ve bu süreçte birçok kriterin değerlendirilmesi gerekmektedir. ÇKKV metotları, bu süreçte birden fazla kriterin aynı anda dikkate alınmasını sağlayarak, karar vericilere en uygun alternatifi belirlemede rehberlik etmektedir. ÇKKV metotlarının gelişimi, farklı problemlere yönelik çözüm arayışlarının bir sonucu olarak ilerlemiştir. Bu metotlardan bazıları SAW (Churchman ve Ackoff, 1954), AHP (Myers ve Alpert, 1968; Saaty, 1980), ELECTRE (Roy, 1968), TOPSIS (Hwang ve Yoon, 1981), PROMETHEE (Brans ve Vincke, 1985), TODIM (Gomes ve Lima, 1992), CRITIC (Diakoulaki vd., 1995), VIKOR (Opricovic, 1998; Opricovic ve Tzeng, 2004), MOORA (Brauers ve Zavadskas, 2006), MULTIMOORA (Brauers ve Zavadskas 2010), SWARA (Kersulienė vd., 2010) ve WASPAS (Zavadskas vd., 2012), CoCoSO (Yazdani vd., 2019), MACONT (Wen vd., 2020) MARCOS (Stevic vd., 2020)'dur.

Bu çalışmada geliştirilen entropi tabanlı normalleştirilmiş izdüşüm    s  kullanılarak NZS'ler çerçevesinde çok kriterli karar verme metotlarından TODIM metodunun  er evesi geliştirilmiştir. Bu kapsamda çalışmanın birinci bölümünde bulanık küme (BK), sezgisel bulanık küme (SBK), n trosofik küme (NK), Z-sayısı (ZS), n trosofik-Z kümesi (NZK), izdüşüm    s  ve TODIM metodu tanımları verilmiştir. İkinci b l m de BK, SBK, NK, NZK ve TODIM metoduyla ilgili yapılan çalışmalar sunulmuştur.    nc  b l m de n trosofik-Z sayı kümesi için entropi tabanlı yeni bir normalleştirilmiş izdüşüm    s  tanımlanarak genel özellikleri incelenmiş ve geliştirilen TODIM metodunun adımları verilmiştir. Elde edilen yeni tanımlarla birlikte geliştirilen TODIM metodu kullanılarak girişim

sermayedarlarının yatırım yapacağı girişimler değerlendirilmiştir. Daha sonra sayısal değerlendirme sonuçları ele alınarak karşılaştırma analizi yapılmıştır. Son olarak dördüncü bölümde ise yapılan bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar değerlendirilerek bazı öneriler verilmiştir.

1.2. Temel Tanımlar ve Teoremler

Tanım 1.2.1. (Zadeh, 1965) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X, 0 \leq T_A(x) \leq 1$ olmak üzere $T_A: X \rightarrow [0, 1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme (BK) denir ve bir BK

$$A = \{\langle x, T_A(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 1})$$

Eşitlik 1 ile tanımlanır.

Bu eşitlikte:

$T_A(x) : x \in X$ 'in A kümesine ait üyelik derecesidir.

$T_A(x) = 1$ ise, x elemanı A kümesine tamamen üyedir. $T_A(x) = 0$ durumu ise x elemanının A kümesine üye olmadığını gösterir. Üyelik derecesi 0 ile 1 arasında olan elemana BK'nin kısmi üyesi denir.

Tanım 1.2.2. (Zadeh, 2011) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. karar vericinin hem bilgiye dair belirsizliğini hem de bilgiye olan güven derecesini aynı anda modelleyen sayıya Z-Sayısı denir ve bir Z-sayısı

$$Z(x) = (D(x), G(x)) \quad (\text{Eşitlik 2})$$

Eşitlik 2 ile ifade edilir.

Burada:

$D(x) : D$ değişkeninin alabileceği değerleri,

$G(x) : D(x)$ 'in güvenilirlik derecesidir.

Tanım 1.2.3. (Atanassov, 1986) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. A kümesi, her $x \in X$ için $T_A: X \rightarrow [0, 1]$ biçiminde tanımlı bir üyelik fonksiyonu ve $F_A: X \rightarrow [0, 1]$ biçiminde tanımlı bir üye olamama (non-üyelik) fonksiyonu olmak üzere; $0 \leq T_A(x) + F_A(x) \leq 1$ koşulunu sağlayan A kümesine sezgisel bulanık küme (SBK) denir ve bir SBK

$$A = \{\langle x, T_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 3})$$

Eşitlik 3 ile tanımlanır.

Burada:

$T_A(x) : x \in X$ 'in A kümesine üyelik derecesi,

$F_A(x) : x \in X$ 'in A kümesine üye olmama derecesidir.

Üyelik ve üye olmama fonksiyonun toplamının 1'i geçmemesi, SBK'lerin temel kısıtlamasıdır. Bu iki fonksiyonun derecelerinin toplamı 1'den küçük olabilir. Bu durumda $I_A(x) = 1 - T_A(x) - F_A(x)$ değeri ortaya çıkar ve bu fonksiyon belirsizlik derecesini ifade eder. SBK'ler üyelik, üye olmama ve belirsizlik durumlarını aynı anda göz önünde bulundurduğu için BK'lere göre daha esnek ve kullanışlı olup belirsizliğin ele alınmasına da imkan tanır. SBK'ler; $I_A(x) = 0$ olduğunda, Zadeh'in BK'lere indirgenmiş olur. Bu sebeple BK'ler, SBK'lerin özel bir durumudur.

Tanım 1.2.4. (Smarandache, 1999) X boştan farklı bir küme olsun ve X 'teki herhangi bir öge x ile gösterilsin. X üzerindeki bir A nütrosifik küme, doğruluk üyelik fonksiyonu $T_A(x)$, belirsizlik üyelik fonksiyonu $I_A(x)$ ve yanlışlık üyelik fonksiyonu $F_A(x)$ ile karakterize edilir. $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ fonksiyonları reel standart veya standart olmayan altkümelerdir, yani $]0^-, 1^+[$ aralığına aittirler. Bu durumda X üzerindeki A nütrosifik küme (NK),

$$A = \{(x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)) : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 4})$$

Eşitlik 4 ile ifade edilir.

Burada:

$T_A(x) : x \in X$ 'in A kümesine ait doğruluk derecesi,

$I_A(x) : x \in X$ 'in A kümesine ait belirsizlik derecesi,

$F_A(x) : x \in X$ 'in A kümesine ait yanlışlık derecesidir.

$T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ toplamı $0^- \leq \sup T_A(x) + \sup I_A(x) + \sup F_A(x) \leq 3^+$ olacak şekilde bir sınırlandırmaya sahiptir. $]0^-, 1^+[$ standart olmayan birim aralık olarak adlandırılan bu analiz, 1960'larda Abraham Robinson tarafından geliştirilmiştir (Luxemburg, 1968). $\varepsilon > 0$ olmak üzere; $0 = 0 - \varepsilon$ ve $1 = 1 + \varepsilon$ olarak tanımlanır. Burada 0 ve 1 standart kısım, ε ise standart olmayan kısım. $]0^-, 1^+[$ standart olmayan birim aralığının sağ ve sol sınırları belirsiz ve kesin değildir. Bunun yanında X kümesi tek bir elemana sahip ise nütrosifik sayı (NS) olarak adlandırılır. Sadelik için bir NS, $A = (T_A, I_A, F_A)$ şeklinde gösterilir.

Nötrozofi; felsefeyi, mantığı, küme teorisini, olasılık ve istatistik bilgisini bütünleştiren bir felsefe dalıdır (Smarandache, 2013a). Nötrozofi, tarafsızlıkların kökenini, doğasını, kapsamını ve bunların farklı düşünce spektrumlarıyla etkileşimlerini inceler (Smarandache, 1999). NK, nötrozofinin bir alt dalıdır. NK’de, SBK’den farklı olarak üyelik fonksiyonu yerine doğruluk fonksiyonu $T_A(x)$, tereddüt fonksiyonu yerine belirsizlik fonksiyonu $I_A(x)$ ve üye olmama fonksiyonu yerine yanlışlık fonksiyonu $F_A(x)$ kullanılır. NK, belirsizliği doğruluk ve yanlışlık bilgilerinden bağımsız olarak tanımlamayı sağlar. Dolayısıyla NK’ler, BK ve SBK’lere göre daha fazla bilginin temsil edilmesini ve bu bilgiler sayesinde belirsizliğin daha iyi modellenmesini sağlamaktadır.

Tanım 1.2.5. (Wang, 2010) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. X üzerinde bir A nötrosofik kümesinin tümleyeni A^C ,

$$A^C = \{\langle F_A(x), 1 - I_A(x), T_A(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 5})$$

Eşitlik 5 ile tanımlanır.

Bu eşitlikte:

$F_A(x)$: Doğruluk fonksiyonunun tamamlayıcısı,

$1 - I_A(x)$: Belirsizlik fonksiyonunun tamamlayıcısı,

$T_A(x)$: Yanlışlık fonksiyonunun tamamlayıcısıdır.

Tanım 1.2.6. (Wang, 2010) X boştan farklı ve $A, B \subseteq X$ olmak üzere $x \in X$ olsun. Bir A nötrosofik kümesinin diğer B nötrosofik kümesi içinde yer alması durumu;

$$\begin{aligned} &\forall x \in A \text{ için} \\ &A \subseteq B \Leftrightarrow \begin{aligned} &T_A(x) \leq T_B(x); \\ &I_A(x) \geq I_B(x); \\ &F_A(x) \geq F_B(x). \end{aligned} \end{aligned} \quad (\text{Eşitlik 6})$$

Eşitlik 6 ile tanımlanır.

$A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ olması durumunda, $A = B$ olur. Yani A ve B nötrosofik kümelerin eşit olduğu söylenir.

Tanım 1.2.7 (Wang, 2010) X boştan farklı bir küme, A ve B, X üzerinde tanımlı nötrosofik kümeler olsun. Bu iki nötrosofik kümenin birleşimi, $C = A \cup B$ olarak yazılan nötrosofik C kümesi;

$A \cup B = C = \{ \langle T_C(x), I_C(x), F_C(x) \rangle : x \in X \}$ olmak üzere;

$$T_C(x) = \max(T_A(x), T_B(x));$$

$$I_C(x) = \max(I_A(x), I_B(x));$$

$$F_C(x) = \min(F_A(x), F_B(x)). \quad (\text{Eşitlik 7})$$

Eşitlik 7 ile tanımlıdır.

Burada:

$T_C(x)$: $x \in X$ 'in C kümesine ait doğruluk derecesi,

$I_C(x)$: $x \in X$ 'in C kümesine ait belirsizlik derecesi,

$F_C(x)$: $x \in X$ 'in C kümesine ait yanlışlık derecesidir.

Tanım 1.2.8. (Wang, 2010) X boştan farklı bir küme, A ve B, X üzerinde tanımlı nütrosifik kümeler olsun. Bu iki nütrosifik kümesinin kesişimi, $C = A \cap B$ olarak yazılan nütrosifik C kümesi;

$A \cap B = C = \{ \langle T_C(x), I_C(x), F_C(x) \rangle : x \in X \}$ olmak üzere,

$$T_C(x) = \min(T_A(x), T_B(x));$$

$$I_C(x) = \min(I_A(x), I_B(x));$$

$$F_C(x) = \max(F_A(x), F_B(x)), \quad (\text{Eşitlik 8})$$

Eşitlik 8 ile tanımlanır.

Burada:

$T_C(x)$: $x \in X$ 'in C kümesine ait doğruluk derecesi,

$I_C(x)$: $x \in X$ 'in C kümesine ait belirsizlik derecesi,

$F_C(x)$: $x \in X$ 'in C kümesine ait yanlışlık derecesidir.

Tanım 1.2.9. (Peng vd., 2016) $A = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$ ve $B = \langle T_B, I_B, F_B \rangle$ iki NS ve $\lambda > 0$ olsun. Operasyonel (işlemsel) ilişkiler aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$(1) A \oplus B = \langle T_A + T_B - T_A T_B, I_A I_B, F_A F_B \rangle,$$

$$(2) A \otimes B = \langle T_A T_B, I_A + I_B - I_A I_B, F_A + F_B - F_A F_B \rangle,$$

$$(3) \lambda A = \langle 1 - (1 - T_A)^\lambda, (I_A)^\lambda, (F_A)^\lambda \rangle,$$

$$(4) A^\lambda = \langle (T_A)^\lambda, 1 - (1 - I_A)^\lambda, 1 - (1 - F_A)^\lambda \rangle.$$

Teorem 1.2.1. (Peng vd., 2016) $A = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$, $B = \langle T_B, I_B, F_B \rangle$, $C = \langle T_C, I_C, F_C \rangle$ üç NS ve $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ olmak üzere aşağıdaki eşitlikler sağlanır.

- (1) $A \oplus B = B \oplus A$,
- (2) $A \otimes B = B \otimes A$,
- (3) $\lambda_1(A \oplus B) = \lambda_1(B \oplus A)$,
- (4) $(A \otimes B)^{\lambda_1} = A^{\lambda_1} \otimes B^{\lambda_1}$,
- (5) $\lambda_1 A \oplus \lambda_2 A = (\lambda_1 + \lambda_2)A$,
- (6) $A^{\lambda_1} \otimes A^{\lambda_2} = A^{(\lambda_1 + \lambda_2)}$,
- (7) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$,
- (8) $(A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C)$.

Tanım 1.2.10. (Peng vd., 2016) $A = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$ bir NS olmak üzere, skor fonksiyonu,

$$s(A) = \frac{T_A + 1 - I_A + 1 - F_A}{3} \quad (\text{Eşitlik 9})$$

Eşitlik 9 ile tanımlanır.

Tanım 1.2.11. (Peng vd., 2016) $A = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$ bir NS olmak üzere, tamlık fonksiyonu,

$$t(A) = T_A - F_A \quad (\text{Eşitlik 10})$$

Eşitlik 10 ile tanımlanır.

Tanım 1.2.12. (Peng vd., 2016) $A = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$ bir NS olmak üzere, kesinlik fonksiyonu,

$$k(A) = T_A \quad (\text{Eşitlik 11})$$

Eşitlik 11 ile tanımlanır.

Tanım 1.2.12. (Peng vd, 2016) A_j ($j = 1, 2, \dots, n$) nütrosofik sayıların bir sınıfı ve $w_j \in [0,1], \sum_{j=1}^n w_j = 1$ olsun. Nütrosofik ağırlıklı aritmetik ortalama (NAAO) operatörü

$$NAAO (A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{j=1}^n w_j A_j \quad (\text{Eşitlik 12})$$

Eşitlik 12 ile tanımlanır.

Burada:

w_j : $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörüdür. Ayrıca $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ dir.

Teorem 1.2.2. (Peng vd., 2016) X boştan farklı bir küme ve X üzerindeki NS'lerin bir kümesi $A_j = \{ \langle x, T_{A_j}(x), I_{A_j}(x), F_{A_j}(x) \rangle : x \in X \} (j = 1, 2, \dots, n)$ ve $w_j: A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörü olmak üzere, NAAO operatörü

$$NAAO (A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{j=1}^n w_j A_j$$

$$= \left(1 - \prod_{j=1}^n (1 - T_{A_j}(x))^{w_j}, \prod_{j=1}^n (I_{A_j}(x))^{w_j}, \prod_{j=1}^n (F_{A_j}(x))^{w_j} \right) \quad (\text{Eşitlik 13})$$

Eşitlik 13 ile tanımlanır.

Tanım 1.2.17. (Peng vd, 2016) $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ nütrosifik sayıların bir sınıfı ve $w_j \in [0,1], \sum_{j=1}^n w_j = 1$ olsun. Nütrosifik ağırlıklı geometrik ortalama (NAGO) operatörü,

$$NAGO (A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{j=1}^n A_j^{w_j} \quad (\text{Eşitlik 14})$$

olarak tanımlanır.

Burada:

w_j : $A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörüdür. Ayrıca $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ dir.

Teorem 1.2.3. (Peng vd., 2016) X boştan farklı bir küme ve X üzerindeki NK'lerin bir kümesi $A_j = \{ \langle x, T_{A_j}(x), I_{A_j}(x), F_{A_j}(x) \rangle : x \in X \} (j = 1, 2, \dots, n)$ ve $w_j: A_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörü olmak üzere, NAGO operatörü

$$\begin{aligned}
NAGO(A_1, A_2, \dots, A_n) &= \sum_{j=1}^n w_j A_j \\
&= \left(\prod_{j=1}^n (T_{A_j}(x))^{w_j}, 1 - \prod_{j=1}^n (1 - I_{A_j}(x))^{w_j}, 1 - \prod_{j=1}^n (1 - F_{A_j}(x))^{w_j} \right) \quad (\text{Eşitlik 15})
\end{aligned}$$

Eşitlik 15 şeklinde tanımlanır.

1.3. Nötrosifik-Z Sayı

Gerçek hayatta karar verme sorunları sıklıkla yaşanmaktadır. Kararlar bilgiye dayanır. Yararlı olabilmesi için bilginin güvenilir olması gerekir. Temel olarak, Z-sayısı kavramı bilginin güvenilirliği konusuyla ilgilidir. Z-sayıları, belirsizlik altındaki karar süreçlerini modellemede kullanılan ve ilk olarak Zadeh (2011) tarafından önerilen bir yaklaşımdır. Bu kavram, geleneksel bulanık kümelerin bir genişlemesi olarak kabul edilir. Z-sayısı, özellikle uzman görüşlerine dayalı karar verme süreçlerinde, sadece bilginin belirsizliğini değil, aynı zamanda bilginin güvenilirliğini de dikkate alan bir model sunmaktadır. Bir Z-sayısının $Z = (D, G)$ olmak üzere iki bileşeni vardır. Burada D üyelik derecesini temsil eden bileşen iken G bileşeni ise birinci bileşenin güvenilirliğini (kesinliğini) temsil eden ölçüdür. Z-sayılar kesin olmayan fonksiyonlar ve ilişkilerini karakterize etmede kullanılmaktadır. Z-sayısının en temel amacı hem üyelik dereceleri hem de güven düzeyi içeren değerlendirmeleri daha gerçekçi bir şekilde modellemektir. Böylece insan yargılarını ve algılarını daha iyi yansıtan karar destek sistemlerinin geliştirilmesine olanak sağlar.

Z-sayı yaklaşımı, bilgilerin modellenmesinde önemli bir gelişme sunmakla birlikte, bazı durumlarda yetersiz kalabilmektedir. Özellikle karar vericilerin değerlendirmelerinde belirsizlik ve kararsızlık gibi daha karmaşık unsurların da yer aldığı durumlar gözlemlenmektedir. Bu nedenle, Z-sayısı kavramının nötrosifik küme kuramı ile bütünleştirilerek genişletilmesi, daha esnek ve gerçekçi bir bilgi modellemesi yapılmasına olanak tanımaktadır. Bu kapsamda nötrosifik-Z sayı (küme) kavramı önerilmiştir (Du vd., 2021).

Tanım 1.3.1. (Du vd., 2021) X boştan farklı bir evren kümesi olsun. X evren kümesindeki bir A nötrosifik-Z kümesi (NZK),

$$A = \{ \langle a, T(D, G)(a), I(D, G)(a), F(D, G)(a) \rangle : a \in X \} \quad (\text{Eşitlik 16})$$

Eşitlik 16 ile tanımlanır.

Burada:

$T(D, G)(a) = (T_D(a), T_G(a))$: Sırasıyla A evren kümesindeki doğruluk derecesi ve doğruluk derecesinin güvenilirlik değeri,

$I(D, G)(a) = (I_D(a), I_G(a))$: Sırasıyla A evren kümesindeki belirsizlik derecesi ve belirsizlik derecesinin güvenilirlik değeri,

$F(D, G)(a) = (F_D(a), F_G(a))$: Sırasıyla A evren kümesindeki yanlışlık derecesi ve yanlışlık derecesinin güvenilirlik değeridir.

Ayrıca yukarıda verilen doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık fonksiyonları $[0,1]^2$ aralığında değer alır. Bu fonksiyonların üyelik dereceleri ve güvenilirlik değerleri için $0 \leq T_D(a) + I_D(a) + F_D(a) \leq 3$ ve $0 \leq T_G(a) + I_G(a) + F_G(a) \leq 3$ koşulları mevcuttur.

A kümesi tek bir elemana sahip ise nütrosifik-Z sayı (NZS) olarak adlandırılır. Sadelik için bir NZS, $A = \langle T(D, G), I(D, G), F(D, G) \rangle = \langle (T_D, T_G), (I_D, I_G), (F_D, F_G) \rangle$ şeklinde gösterilir.

Tanım 1.3.2. (Du vd., 2021)

$A_1 = \langle T_{a_1}(D, G), I_{a_1}(D, G), F_{a_1}(D, G) \rangle$
 $= \langle (T_D(a_1), T_G(a_1)), (I_D(a_1), I_G(a_1)), (F_D(a_1), F_G(a_1)) \rangle$ ve
 $A_2 = \langle T_{a_2}(D, G), I_{a_2}(D, G), F_{a_2}(D, G) \rangle$
 $= \langle (T_D(a_2), T_G(a_2)), (I_D(a_2), I_G(a_2)), (F_D(a_2), F_G(a_2)) \rangle$ iki NZS ve $\lambda > 0$ olmak üzere aşağıdaki bağlantılar sağlanır.

- (1) $A_1 \supseteq A_2 \Leftrightarrow T_D(a_1) \geq T_D(a_2), T_G(a_1) \geq T_G(a_2), I_D(a_1) \leq I_D(a_2), I_G(a_1) \leq I_G(a_2), F_D(a_1) \leq F_D(a_2), F_G(a_1) \leq F_G(a_2),$
- (2) $A_1 = A_2 \Leftrightarrow A_1 \supseteq A_2$ ve $A_1 \subseteq A_2,$
- (3) $A_1 \cup A_2 = \langle (T_D(a_1) \vee T_D(a_2), T_G(a_1) \vee T_G(a_2)), (I_D(a_1) \wedge I_D(a_2), I_G(a_1) \wedge I_G(a_2)), (F_D(a_1) \wedge F_D(a_2), F_G(a_1) \wedge F_G(a_2)) \rangle,$
- (4) $A_1 \cap A_2 = \langle (T_D(a_1) \wedge T_D(a_2), T_G(a_1) \wedge T_G(a_2)), (I_D(a_1) \vee I_D(a_2), I_G(a_1) \vee I_G(a_2)), (F_D(a_1) \vee F_D(a_2), F_G(a_1) \vee F_G(a_2)) \rangle,$
- (5) $(A_1)^c = \langle (F_D(a_1), F_G(a_1)), (1 - I_D(a_1), 1 - I_G(a_1)), (T_D(a_1), T_G(a_2)) \rangle,$

$$\begin{aligned}
(6) \quad A_1 \oplus A_2 &= \langle (T_D(a_1) + T_D(a_2) - T_D(a_1)T_D(a_2), T_G(a_1) + T_G(a_2) - T_G(a_1)T_G(a_2)), \\
&\quad (I_D(a_1)I_D(a_2), I_G(a_1)I_G(a_2)), (F_D(a_1)F_D(a_2), F_G(a_1)F_G(a_2))), \\
(7) \quad A_1 \otimes A_2 &= \langle (T_D(a_1)T_D(a_2), T_G(a_1)T_G(a_2)), (I_D(a_1) + I_D(a_2) - I_D(a_1)I_D(a_2), I_G(a_1) + I_G(a_2) - I_G(a_1)I_G(a_2)), F_D(a_1) + F_D(a_2) - F_D(a_1)F_D(a_2), F_G(a_1) + F_G(a_2) - F_G(a_1)F_G(a_2)), \\
(8) \quad \lambda A_1 &= \langle (1 - (1 - T_D(a_1))^\lambda, 1 - (1 - T_G(a_1))^\lambda), \\
&\quad ((I_D(a_1))^\lambda, (I_G(a_1))^\lambda), ((F_D(a_1))^\lambda, (F_G(a_1))^\lambda)), \\
(9) \quad (A_1)^\lambda &= \langle ((T_D(a_1))^\lambda, (T_G(a_1))^\lambda), (1 - (1 - I_D(a_1))^\lambda, 1 - (1 - I_G(a_1))^\lambda), (1 - (1 - F_D(a_1))^\lambda, 1 - (1 - F_G(a_1))^\lambda)).
\end{aligned}$$

Tanım 1.3.3. (Du vd., 2021) $A = \langle T_a(D, G), I_a(D, G), F_a(D, G) \rangle = \langle (T_D(a), T_G(a)), (I_D(a), I_G(a)), (F_D(a), F_G(a)) \rangle$ bir NZS olmak üzere skor fonksiyonu,

$$s(A) = \frac{2 + T_D(a)T_G(a) - I_D(a)I_G(a) - F_D(a)F_G(a)}{3} \quad (\text{Eşitlik 17})$$

Eşitlik 17 ile tanımlanır.

$s(A) \in [0,1]$ 'dir. Dolayısıyla, eğer $s(A_1) \geq s(A_2)$ ise $A_1 \geq A_2$ sıralaması mevcuttur.

Örnek 1.3.1. $A_1 = \langle (0.7, 0.8), (0.1, 0.7), (0.3, 0.8) \rangle$ ve $A_2 = \langle (0.6, 0.9), (0.3, 0.8), (0.2, 0.7) \rangle$ iki NZS olsun. Eşitlik 16'ya göre skor fonksiyon değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned}
s(A_1) &= \frac{2 + 0.7 \times 0.8 - 0.1 \times 0.7 - 0.3 \times 0.8}{3} = 0.75, \\
s(A_2) &= \frac{2 + 0.6 \times 0.9 - 0.3 \times 0.8 - 0.2 \times 0.7}{3} = 0.72.
\end{aligned}$$

Bir önceki tanımda belirtildiği üzere, $s(A_1) > s(A_2)$ olduğundan $A_1 > A_2$ 'dir.

Tanım 1.3.4. (Du vd, 2021) $A_i = \langle T_{a_i}(D, G), I_{a_i}(D, G), F_{a_i}(D, G) \rangle = \langle (T_D(a_i), T_G(a_i)), (I_D(a_i), I_G(a_i)), (F_D(a_i), F_G(a_i)) \rangle$ ($i = 1, 2, \dots, n$) bir NZS sınıfı olmak üzere, nötrosifik-Z ağırlıklı aritmetik ortalama (NZAAO) operatörü $\Omega^i \rightarrow \Omega$ şeklinde olur ve NZAAO

$$NZAAO(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{i=1}^n w_i A_i \quad (\text{Eşitlik 18})$$

Eşitlik 18 ile tanımlanır.

Burada:

w_i : A_i ($i = 1, 2, \dots, n$)'lerin ağırlığını temsil eder ve $0 < w_i < 1$ ile $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ koşullarını sağlar.

Teorem 1.3.1. (Du vd., 2021) $A_i = \langle T_{a_i}(D, G), I_{a_i}(D, G), F_{a_i}(D, G) \rangle = \langle (T_D(a_i), T_G(a_i)), (I_D(a_i), I_G(a_i)), (F_D(a_i), F_G(a_i)) \rangle$ ($i = 1, 2, \dots, n$) bir NZS sınıfı ve w_i : A_i ($i = 1, 2, \dots, n$)'lerin ağırlık vektörü olmak üzere, NZAAO operatörü

$$\begin{aligned} NZAAO(A_1, A_2, \dots, A_n) &= \sum_{i=1}^n w_i A_i \\ &= \left\langle \left(1 - \prod_{i=1}^n (1 - T_D(a_i))^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - T_G(a_i))^{w_i} \right), \right. \\ &\quad \left. \left(\prod_{i=1}^n (I_D(a_i))^{w_i}, \prod_{i=1}^n (I_G(a_i))^{w_i} \right), \left(\prod_{i=1}^n (F_D(a_i))^{w_i}, \prod_{i=1}^n (F_G(a_i))^{w_i} \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{Eşitlik 19})$$

Eşitlik 19 ile tanımlanır.

Tanım 1.3.5. (Du vd, 2021) $A_i = \langle T_{a_i}(D, G), I_{a_i}(D, G), F_{a_i}(D, G) \rangle = \langle (T_D(a_i), T_G(a_i)), (I_D(a_i), I_G(a_i)), (F_D(a_i), F_G(a_i)) \rangle$ ($i = 1, 2, \dots, n$) bir NZS sınıfı olmak üzere ve nötrosifik-Z ağırlıklı geometrik ortalama (NZAGO) operatörü $\Omega^i \rightarrow \Omega$ şeklinde olur ve NZAGO

$$NZAGO(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{i=1}^n A_i^{w_i} \quad (\text{Eşitlik 20})$$

Eşitlik 20 ile tanımlanır.

Burada:

w_i : $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlığını temsil eder ve $0 < w_i < 1$ ile $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ koşullarını sağlar.

Teorem 1.3.2. (Du vd., 2021) $A_i = \langle T_{a_i}(D, G), I_{a_i}(D, G), F_{a_i}(D, G) \rangle = \langle (T_D(a_i), T_G(a_i)), (I_D(a_i), I_G(a_i)), (F_D(a_i), F_G(a_i)) \rangle (i = 1, 2, \dots, n)$ bir NZS sınıfı ve w_i : $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörü olmak üzere, NZAGO operatörü

$$\begin{aligned} NZAGO(A_1, A_2, \dots, A_n) &= \sum_{i=1}^n A_i^{w_i} \\ &= \left(\prod_{i=1}^n (T_D(a_i))^{w_i}, \prod_{i=1}^n (T_G(a_i))^{w_i} \right), \\ &= \left\langle \left(1 - \prod_{i=1}^n (1 - I_D(a_i))^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - I_G(a_i))^{w_i} \right), \right. \\ &\quad \left. \left(1 - \prod_{i=1}^n (1 - F_D(a_i))^{w_i}, 1 - \prod_{i=1}^n (1 - F_G(a_i))^{w_i} \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{Eşitlik 21})$$

Eşitlik 21 ile tanımlanır.

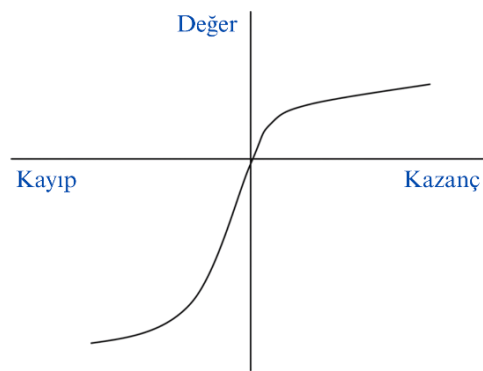
1.4. TODIM Metodu

Çok kriterli karar verme (ÇKKV) yöntemleri, karmaşık karar verme süreçlerinde birden fazla alternatifin ve kriterin dikkate alındığı sistematik yaklaşımlardır. Bu yöntemler, özellikle belirsizlik ve karmaşıklık içeren durumlarda karar vericilerin daha rasyonel ve etkili seçimler yapmalarına yardımcı olmak amacıyla geliştirilmiştir. ÇKKV, karar vericilerin farklı kriterler arasında denge kurmalarını sağlayarak, daha bilinçli ve mantıklı kararlar almalarına olanak tanımaktadır (Krohling vd., 2013).

ÇKKV yöntemleri, çeşitli alanlarda özellikle işletme, mühendislik, sağlık ve çevre yönetimi gibi disiplinlerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin varlığı, karar verme süreçlerinin karmaşıklığını azaltmak ve karar vericilerin daha iyi sonuçlar elde etmelerini sağlamak için gereklidir. Örneğin, sağlık sektöründe, hastane yer seçimi gibi kritik kararlar alınırken, ekonomik, çevresel ve sosyal faktörlerin bir arada değerlendirilmesi önemlidir (Yücenur ve Yazıcı, 2023). Bu bağlamda, ÇKKV yöntemleri, karar vericilerin farklı kriterleri sistematik bir şekilde analiz etmelerine yardımcı olmaktadır.

TODIM (Tomada de Deciso Iterativa Multicritrio) metodu, ÇKKV yöntemleri arasında önemli bir yere sahiptir. TODIM, karar vericilerin psikolojik davranışlarını dikkate alarak, risk altında karar verme süreçlerini daha iyi anlamalarına olanak tanımaktadır (Kahneman ve Tversky, 1979). Bu model, özellikle belirsizlik ve risk içeren durumlarda karar vericilerin tercihlerini daha iyi yansıtır (Ren vd., 2016). Klasik ÇKKV yöntemlerinin, karar vericilerin psikolojik durumlarını ve risk algılarını yeterince dikkate almaması, TODIM metodunun geliştirilmesinin temel nedenlerindendir (Llamazares, 2018).

TODIM metodu, karar vericilerin risk algılarını dikkate alan ve alternatiflerin karılatırılmasında esnek bir yaklaşım sunan bir ÇKKV tekniğidir. Bu metodun değer fonksiyonunun yapısı, beklenti teorisindeki kazanç ve kayıp fonksiyonlarıyla benzerlik göstermektedir (ekil 1). Değer fonksiyonu, referans kriterinin belirlenmesi veya riskten kaçınma gibi karar vericilerin davran özelliklerini yansıtırken, aynı zamanda alternatiflerin etkileşimlerini dikkate alarak birbirlerine göre baskınlık skorlarını ortaya koymaktadır. Genel baskınlık skoru ise tüm karar kriterleri çerçevesinde kazanç ve kayıpları entegre ederek alternatiflerin sıralanmasını sağlar. TODIM, karar vericilerin her bir alternatifin kazanç ve kayıplarını değerlendirerek, baskınlık skoru aracılığıyla hangi alternatifin daha üstün olduğunu belirlemelerine yardımcı olur (Alali ve Tolga, 2019). Ayrıca, belirsizlik ve karmaşıklık içeren durumlarda daha bilinçli kararlar alınabilmesi için farklı kriterlerin etkileşimlerini de göz önünde bulundurur (Gomes vd., 2013).



Şekil 1. TODIM metodunun değer fonksiyonu (Gomes vd., 2009).

TODIM yaklaşımı, beklenti teorisine (prospect theory) dayanmakta olup, her bir alternatifin diğerlerine karşı baskınlığını çok kriterli değerlerin oluşturduğu bir fonksiyonla değerlendirir (Gomes ve Lima, 1992). Klasik kümeler için geleneksel TODIM adımları aşağıda verilmiştir.

Adım 1: $i = 1, 2, \dots, k$ ve $j = 1, 2, \dots, l$ olmak üzere, k alternatif ve l kriter için $X = (x_{ij})_{k \times l}$ karar matrisi oluşturulur.

Adım 2: $X = (x_{ij})_{k \times l}$ karar matrisi normalize edilir. Normalizasyon işlemleri fayda ve zarar kriterleri için sırasıyla Eşitlik 22 ve Eşitlik 23 kullanılarak normalize edilir. Bu eşitlikler kullanılarak normalize edilmiş $Y = (Y_{ij})_{k \times l}$ karar matrisi elde edilir.

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \min(x_j)}{\max(x_j) - \min(x_j)} \quad (\text{Eşitlik 22})$$

$$\bar{y}_{ij} = \frac{\max(x_j) - x_{ij}}{\max(x_j) - \min(x_j)}, \quad (\text{Eşitlik 23})$$

Burada:

y_{ij} : Normalize edilmiş fayda kriteri değeri,

$\bar{y}_{ij}$: Normalize edilmiş zarar kriteri değeridir.

Adım 3: Her kriterin ağırlığının (m_j) hesaplanmasından sonra karar verici tarafından referans kriterine karar verilir. Referans kriteri, karar verici için en önemli olan kriterdir. j . kriterin, referans kriterine olan göreceli ağırlığı m_{jr}

$$m_{jr} = \frac{m_j}{m_r} \quad (\text{Eşitlik 24})$$

Eşitlik 24 ile hesaplanır.

Burada:

m_j : j . kriterin ağırlığı,

m_r : karar verici tarafından belirlenen referans ağırlığı,

m_{jr} : j . kriterinin referans kriterine olan göreceli ağırlığıdır.

Burada en yüksek ağırlığa sahip olan kriter, yani $m_r = \max\{m_j | j = 1, 2, \dots, l\}$, referans kriteri olarak belirlenir.

Adım 4: x_i alternatifinin x_t alternatifine göre kısmi baskınlık skoru, $\Phi_c(x_i, x_t)$

$$\Phi_j(x_i, x_t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{m_{jr}}{\sum_{j=1}^l m_{jr}}} \cdot d(x_{ij}, x_{tj}), & x_{ij} > x_{tj} \\ 0, & x_{ij} = x_{tj} \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^l m_{jr}}{m_{jr}}} \cdot d(x_{ij}, x_{tj}), & x_{ij} < x_{tj} \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 25})$$

Eşitlik 25 ile hesaplanır.

Burada:

x_{ij} : x_i alternatifinin j . kritere göre normalize edilmiş değeri,

x_{tj} : x_t alternatifinin j . kritere göre normalize edilmiş değeri,

$d(x_{ij}, x_{tj})$: İki değer arasındaki mesafedir.

$\Phi_j(x_i, x_t)$: j . kriter altında x_i alternatifinin x_t alternatifine kısmi baskınlık skorudur. Başka bir deyişle x_i alternatifinin x_t alternatifine baskınlık skoruna j . kriterin katkısı şeklinde ifade edilebilir.

$d(x_{ij}, x_{tj}) = \sqrt{(x_{ij} - x_{tj})^2} = |x_{ij} - x_{tj}|$ ise, 1 boyutta Öklid uzaklığını ifade eder.

Adım 5: x_i alternatifinin x_t alternatifine göre genel baskınlık skoru, $\varphi(x_i, x_t)$

$$\varphi(x_i, x_t) = \sum_{j=1}^l \Phi_j(x_i, x_t) \quad (\text{Eşitlik 26})$$

yukarıdaki Eşitlik 26 ile hesaplanır.

Burada:

$\varphi(x_i, x_t)$: x_i alternatifinin x_t alternatifine olan genel baskınlık skoru,

$\Phi_j(x_i, x_t)$: j . kriter altında x_i alternatifinin x_t alternatifine kısmi baskınlık skorudur.

Örneğin x_1 alternatifinin x_2 alternatifi üzerindeki genel baskınlık skoru hesaplanırken her bir kriterin kısmi baskınlık skoru hesaplanır ve toplanır:

$$\varphi(x_1, x_2) = \Phi_1(x_1, x_2) + \Phi_2(x_1, x_2) + \dots + \Phi_l(x_1, x_2)$$

$$\varphi(x_i, x_t) = \begin{bmatrix} 0 & \Phi_1(x_1, x_2) & \dots & \Phi_1(x_1, x_n) \\ \Phi_1(x_2, x_1) & 0 & \dots & \Phi_1(x_2, x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_1(x_n, x_1) & \Phi_1(x_n, x_2) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Bu matris, her bir satırın toplanarak baskınlık vektörünün elde edilmesini sağlar.

Adım 6: Son adımda ise alternatiflere ilişkin bir sıralama elde edilir. Bunun için bir önceki adımda hesaplanan baskınlık skorlarının normalize edilmesi ile x_i alternatifinin genel baskınlık skoru δ_i değeri,

$$\delta_i = \frac{\sum_{t=1}^k \varphi(x_i, x_t) - \min \sum_{t=1}^k \varphi(x_i, x_t)}{\max \sum_{t=1}^k \varphi(x_i, x_t) - \min \sum_{t=1}^k \varphi(x_i, x_t)} \quad (\text{Eşitlik 27})$$

Eşitlik 27 ile hesaplanır.

Alternatiflerin performans değerlendirmesi, her bir seçenek için hesaplanan genel baskınlık skorlarının karşılaştırılmasıyla gerçekleştirilir. Elde edilen bu skorlar yüksekten düşüğe doğru sıralandığında, alternatiflerin nihai derecelendirmesi ortaya çıkar. Bu sistemde, bir alternatifin genel baskınlık skorunun yüksek olması, o alternatifin diğerlerine göre daha avantajlı konumda olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, en yüksek skora sahip alternatif en tercih edilir seçenek olarak belirlenir.

Klasik TODIM yöntemi, karar verme sürecinde belirsizlikleri dikkate almadan net verilerle işlem yapmaktadır. Ancak gerçek yaşam problemlerinde karar vericilerin değerlendirmeleri çoğunlukla kesinlikten uzak, belirsizlik ve çelişki içeren yapılar barındırır. Bu tür durumlarda klasik yöntemler yetersiz kalabilmektedir. Bu nedenle, klasik TODIM yönteminin belirsizlik ortamına uyarlanması amacıyla, bulanık mantık yaklaşımları ve özellikle nütrosifik kümelerle geliştirilen versiyonlar ön plana çıkmaktadır. Aşağıda, nütrosifik kümeler kullanılarak geliştirilen TODIM yöntemi ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Alternatifler kümesi $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, kriterler kümesi ise $G = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ olsun. Kriter ağırlıkları $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ vektörü ile verilsin ve $w_c \in [0,1], \sum_{c=1}^n w_c = 1$ koşulu sağlansın. $R = (r_{ic})_{m \times n}$ karar matrisi için her bir eleman $r_{ic} = (T_{ic}, I_{ic}, F_{ic})$ bir nütrosifik sayı (NS) olarak tanımlanır. Bu değer, uzman tarafından alternatif A_i 'nin G_c kriteri altındaki değerlendirmesi olarak verilir.

Nütrosifik değerlere ait bileşenlerin özellikleri şunlardır;

- $T_{ic}, I_{ic}, F_{ic} \in [0, 1]$,
- $T_{ic} + I_{ic} + F_{ic} \leq 3$.

Nötrosofik bilgilerle ifade edilen ÇKKV problemlerini çözmek için geliştirilen TODIM metodunun adımları aşağıda verilmiştir (Xu vd., 2017).

Adım 1: $i = 1, 2, \dots, m$ ve $c = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere m alternatif ve n kriter için $R = (r_{ic})_{m \times n}$ karar matrisi oluşturulur.

Adım 2: $R = (r_{ic})_{m \times n}$ karar matrisi normalize edilir. Normalizasyon işlemleri için fayda ve zarar kriterleri kullanılarak sırasıyla Eşitlik 28 ve Eşitlik 29 ile normalize edilir.

Fayda kriteri için:

$$\begin{aligned} T_{ic} &\rightarrow T_{ic} \\ I_{ic} &\rightarrow I_{ic} \\ F_{ic} &\rightarrow F_{ic} \end{aligned} \quad (\text{Eşitlik 28})$$

Zarar kriterleri için:

$$\begin{aligned} T_{ic} &\rightarrow F_{ic} \\ I_{ic} &\rightarrow 1 - I_{ic} \\ F_{ic} &\rightarrow T_{ic} \end{aligned} \quad (\text{Eşitlik 29})$$

Burada:

T_{ic} : NS'nin doğruluk değeri,

I_{ic} : NS'nin belirsizlik değeri,

F_{ic} : NS'nin yanlışlık değeridir.

Adım 3: Her kriterin ağırlığının (w_c) hesaplanmasından sonra karar verici tarafından referans kriterine karar verilir. Referans kriteri, karar verici için en önemli olan kriterdir. c . kriterin referans kriterine olan göreceli ağırlığı w_{cr}

$$w_{cr} = \frac{w_c}{w_r} \quad (\text{Eşitlik 30})$$

Eşitlik 30 ile hesaplanır.

Burada:

w_c : c . kriterin ağırlığı,

w_r : $w_r = \max\{w_c | c = 1, 2, \dots, n\}$ şeklinde belirlenen referans ağırlığı,

w_{cr} : c kriterinin referans kriterine olan göreceli ağırlığıdır ve $0 \leq w_{cr} \leq 1$ 'dir.

Adım 4: c . kriterine göre A_i alternatifinin A_t alternatifi karşısındaki baskınlık skoru, $\Phi_c(A_i, A_t)$

$$\Phi_c(A_i, A_t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{w_{cr} d(r_{ic}, r_{tc})}{\sum_{c=1}^n w_{cr}}}, & r_{ic} > r_{tc} \\ 0, & r_{ic} = r_{tc} \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\sum_{c=1}^n w_{cr} d(r_{ic}, r_{tc})}{w_{cr}}}, & r_{ic} < r_{tc} \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 31})$$

Eşitlik 31 ile hesaplanır.

Burada:

r_{ic} : A_i alternatifinin c . kritere göre normalize edilmiş değeri,

r_{tc} : A_t alternatifinin c . kritere göre normalize edilmiş değeri,

θ : Kayıplar için zayıflatma parametresi,

$d(r_{ic}, r_{tc})$: İki NS arasındaki mesafedir.

İki NS arasındaki mesafe Eşitlik 32 kullanılarak hesaplanır (Ye, 2014c).

$$d(r_{ic}, r_{tc}) = \frac{1}{3} (|T_{ic} - T_{tc}| + |I_{ic} - I_{tc}| + |F_{ic} - F_{tc}|) \quad (\text{Eşitlik 32})$$

Adım 5: A_i alternatifinin A_t 'ye göre toplam baskınlık skoru Eşitlik 33 ile hesaplanır.

$$\varphi(A_i, A_t) = \sum_{c=1}^n \Phi_c(A_i, A_t) \quad (i, t = 1, 2, \dots, m) \quad (\text{Eşitlik 33})$$

Burada:

$\Phi_c(A_i, A_t)$: c . kriter altında A_i alternatifinin A_t alternatifine göre baskınlık skorudur.

Bu şekilde tüm alternatifler için $\varphi = [\varphi(A_i, A_t)]_{m \times m}$ baskınlık matrisi oluşturulur.

Adım 6: Son adımda ise alternatiflere ilişkin bir sıralama elde edilir. Bunun için bir önceki adımda hesaplanan baskınlık skorlarının normalize edilmesi ile a_i alternatifinin genel baskınlık skoru $\varphi(A_i)$ değeri,

$$\varphi(A_i) = \frac{\sum_{t=1}^m \varphi(A_i, A_t) - \min\{\sum_{t=1}^m \varphi(A_i, A_t)\}}{\max\{\sum_{t=1}^m \varphi(A_i, A_t)\} - \min\{\sum_{t=1}^m \varphi(A_i, A_t)\}} \quad (\text{Eşitlik 34})$$

Eşitlik 34 ile hesaplanır.

$\varphi(A_i)$ değerleri büyükten küçüğe sıralanır ve en yüksek $\varphi(A_i)$ değerine sahip alternatif en iyi seçenek iken en küçük $\varphi(A_i)$ değerine sahip alternatif ise en kötü seçenektir.



2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, tez çalışmasına katkısı olacak mevcut çalışmalar kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. İlk olarak, nütrosofik kümeler ve bu alandaki uygulamalara yönelik yapılan araştırmalar ele alınmıştır. Ardından, Z-sayıları kavramının teorik temelleri ve uygulamaları incelenmiş, bunu takiben bulanık Z-sayılar, sezgisel bulanık Z-sayılar ve nütrosofik Z-sayılar gibi genişletilmiş Z-sayı türlerine yer verilmiştir. Son olarak TODIM yöntemi ele alınmış ve bu yöntemin ÇKKV problemlerindeki çeşitli kullanım alanlarına dair çalışmalar sunulmuştur.

2.1. Nütrosofik Kümeler

Nütrosofik küme (NK) kavramı ilk olarak Florentin Smarandache tarafından 1999 yılında ortaya atılmış ve BK'ler ile SBK'leri genelleyecek şekilde tanımlanmıştır (Smarandache, 1999). NK'ler, üyelik derecelerine ek olarak belirsizlik kavramını sisteme dahil eder ve her bir öge doğruluk (T), belirsizlik (I) ve yanlışlık (F) dereceleri aralığında bağımsız olarak tanımlanır (Wu vd., 2025). Bu sayede klasik ve bulanık kümelerin kısıtlarını aşarak, gerçek hayatta karşılaşılan tutarsız ve belirsiz bilginin daha esnek bir şekilde modellenmesine olanak tanınmıştır. Smarandache'nin orijinal çalışmalarında öne sürdüğü $]^{-0,1^{+}[$ aralığındaki üyelik dereceleri, teorinin felsefi derinliğini yansıtmakla birlikte, uygulamalarda karşılaşılan hesaplama zorlukları araştırmacıları daha pratik modeller geliştirmeye yönlendirmiştir. Wang ve çalışma arkadaşları bu temel üzerine aralık değerli nütrosofik kümeler (ADNK) ve tek değerli nütrosofik küme (TDNK) kavramlarını geliştirmişlerdir (Wang vd. 2005a;2010). 2005 yılında tanımlanan ADNK kavramı, doğruluk-belirsizlik-yanlışlık değerleri $[0,1]$ aralığında bir alt aralık olarak ifade edilir (Wang vd. 2005a). TDNK kavramı ise NK'nin doğruluk-belirsizlik-yanlışlık değerleri $[0,1]$ aralığında tek bir gerçek sayı ile tanımlanır (Wang vd., 2010). Peng vd. (2015) tarafından yapılan bir çalışmada, çok değerli nütrosofik kümeleri (ÇDNK) önermiş ve grup karar verme problemlerinde nasıl kullanılabileceği ele alınmıştır. Deli vd. (2015) pozitif ve negatif üyelik derecelerini ayrı üçlüler halinde ele alan bipolar nütrosofik kümeleri tanımlamış ve bunların çok kriterli karar verme (ÇKKV) problemlerine uygulanabilirliğini göstermiştir. Diğer yandan, soft küme teorisi ile nütrosofik yaklaşımı birleştiren çalışmalar da yapılmıştır. Deli vd. (2018) tarafından

tanımlanan Aralık değerli ntrosofik soft kümeler ile belirsiz ve parametrik bilgilerin işlenmesinde esnek bir ereve sunulmuştur. Jansi ve Smarandache (2019) Pisagor ntrosofik kümeyi tanımlamışlardır. Bu küme, Pisagor bulanık küme kavramını ntrosofik küme ile birleştirerek her bir elemanın doğruluk (T), belirsizlik (I) ve yanlışlık (F) derecelerinin kareleri toplamının belirli bir sınırı amamasını şart koar. Bu koşul $0 \leq T^2 + I^2 \leq 1$ ve $0 \leq T^2 + I^2 + F^2 \leq 2$ şeklinde verilmiştir ve böylece öğelerin üyelik dereceleri üzerinde Pisagor tipi (dik ğgen ilişkisine benzer) bir kısıt getirilmiştir. Pisagor ntrosofik kümede doğruluk (T) ve yanlışlık (F) dereceleri birbirine bağımlı, belirsizlik derecesi (I) ise bağımsız kabul edilir. Bu zellik, klasik ntrosofik kümeye kıyasla belirsizliği daha ayrıntılı yönetme imkânı sağlamıştır. Sweety ve Jansi, 2021 yılında ntrosofik küme ve Fermatean bulanık küme kavramlarını harmanlayarak Fermatean ntrosofik kümeyi gelitirmilerdir (Sweety ve Jansi, 2021). Fermatean ntrosofik küme, belirsizliği ve karşıtlığı temsil etmek için üyelik derecelerinin üçüncü kuvvetlerine dayalı bir model sunmaktadır. Yani doğruluk (T), yanlışlık (F) ve belirsizlik (I) dereceleri için $0 \leq T^3 + I^3 \leq 1$ ve $0 \leq T^3 + I^3 + F^3 \leq 2$ koşulları vardır (Broumi vd., 2022a). Bu sayede Fermatean ntrosofik kümelerde, Pisagor ntrosofik kümeye göre üyelik derecelerine daha yüksek bir esneklik tanınmıştır. Du vd. (2021) ise ntrosofik-Z sayı kümesi kavramını önermiştir. Bu küme ile ntrosofik sayıların doğruluk (T), yanlışlık (F) ve belirsizlik (I) derecelerinin her biri için güvenilirlik derecesi ekleyerek daha hassas bir sıralama yapılmasını amaçlamışlardır. Molla ve Giri (2022) küresel ntrosofik küme kavramını gelitirmilerdir. Bu küme, Pisagor bulanık kümeleri ile tek değerli ntrosofik kümelerin bir entegrasyonu olarak tanımlanmıştır. Tek değerli ntrosofik kümelerde  üyelik derecesinin (doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık) toplamı 0 ile 3 arasında yer alırken, küresel ntrosofik kümelerde  üyelik derecesinin karelerinin toplamı 0 ile 3 arasında yer almaktadır. Chen vd. (2024a) yaptıkları çalışmada Z-aralık değerli dilsel ntrosofik küme kavramını önermişlerdir. Bu alıma aralık değerli dilsel ntrosofik sayılara ile Z-sayıların bir kombinasyonudur.

Bu alımalar, ntrosofik küme teorisinin farklı problem tiplerine uyarlanabilmesini sağlamıştır. Ntrosofik kümelerin çeşitli varyasyonları hızla gelişmekte olup geliştirilen kümelerin bir kısmı aşağıdaki tabloda verilmiştir (Tablo 1).

Tablo 1. Nötrosofik kümeler ve türevleri

Küme Adı	Öneren(ler)
Nötrosofik Küme	Smarandache, 1999
Aralık Değerli Nötrosofik Küme	Wang vd., 2005a
Çok Değerli Aralıklı Nötrosofik Küme	Wang vd., 2005b
Sezgisel Nötrosofik Küme	Bhowmik ve Pal, 2009
Tek Değerli Nötrosofik Küme	Wang vd., 2010
Nötrosofik Soft Küme	Maji, 2013
Genelleştirilmiş Nötrosofik Soft Küme	Broumi, 2013
Sezgisel Nötrosofik Soft Küme	Broumi ve Smarandache, 2013
Rafine Nötrosofik Küme	Smarandache, 2013b
Kaba Nötrosofik Küme	Broumi vd., 2014a
Tek Değerli Nötrosofik Yamuk Dilsel Küme	Broumi ve Smarandache, 2014
Aralıklı Nötrosofik Dilsel Küme	Ye, 2014b
Basitleştirilmiş Nötrosofik Küme	Ye, 2014a
Tek Değerli Çoklu Nötrosofik Küme	Ye ve Ye, 2014
Tek Değerli Nötrosofik Dilsel Küme	Ye, 2015a
Yamuk Nötrosofik Küme	Biswas vd., 2015
Çok Değerli Nötrosofik Küme	Wang ve Li, 2015
Bipolar Nötrosofik Küme	Deli vd., 2015
Nötrosofik Tereddütlü Bulanık Küme	Ye, 2015b
Nötrosofik Değerli Dilsel Soft Küme	Zhao ve Guan, 2015
Basitleştirilmiş Nötrosofik Dilsel Küme	Tian vd., 2016
Kübik Nötrosofik Küme	Ali vd., 2016 ve Jun vd., 2017
Nötrosofik Belirsiz Soft Uzman Kümesi	Al-Quran ve Hassan, 2016
Zaman Nötrosofik Soft Küme	Alkhazaleh, 2016
Aralık Nötrosofik Tereddütlü Bulanık Küme	Ye, 2016
Çoklu Bölümlü Kaba Nötrosofik Küme	Zhang vd., 2016a
Olasılıklı Nötrosofik Soft Küme	Karaaslan, 2017a
Üçgensel Nötrosofik Küme	Deli ve Şubaş, 2017
Aralık Değerli Nötrosofik Soft Küme	Deli, 2017
Kompleks Nötrosofik Küme	Ali ve Smarandache, 2017
Tek Değerli Ayırıştırılmış Soft Küme	Karaaslan, 2017b
Olasılıklı Çok Değerli Nötrosofik Küme	Wang ve Zhang, 2017
Olasılıklı Basitleştirilmiş Nötrosofik Küme	Şahin ve Liu, 2017
Dilsel Nötrosofik Küme	Li vd., 2017
Tek Değerli Nötrosofik Belirsiz Dilsel Küme	Liu ve Shi, 2017
Tek Değerli Kaba Nötrosofik Küme	Yang vd., 2017
n-Değerli Rafine Nötrosofik Soft Küme	Alkhazaleh, 2017
Olasılıklı Çok Değerli Nötrosofik Küme	Peng vd., 2018
Normal Nötrosofik Küme	Liu ve Teng, 2018
Basitleştirilmiş Belirsiz Dilsel Nötrosofik Küme	Tian vd., 2018
ivnpiv-Nötrosofik Soft Küme	Deli vd., 2018
Çift Değerli Nötrosofik Küme	Kandasamy, 2018

Tablo 1. (Devamı)

Küme Adı	Öneren(ler)
Bipolar Kompleks Nötrosofik Küme	Broumi vd., 2019
Pisagor Nötrosofik Küme	Jansi vd., 2019
Çarpımsal Nötrosofik Küme	Köseoğlu vd., 2020
Pisagor Nötrosofik Soft Küme	Ajay ve Chellamani, 2021
Nötrosofiz Z-Sayı Kümesi	Du vd., 2021
Fermatean Nötrosofik Küme	Sweety ve Jansi, 2021
Küresel Nötrosofik Küme	Molla ve Giri, 2022
n-Değerli Aralık Nötrosofik Küme	Broumi vd., 2022
q-Sıralı Nötrosofik Soft Küme	Shanmugam vd., 2022
Kübik Küresel Nötrosofik Küme	Gomathi vd., 2023
Aralık Değerli Fermatean Nötrosofik Küme	Broumi vd., 2023a
Kompleks Fermatean Nötrosofik Küme	Broumi vd., 2023b
Q-Kompleks Nötrosofik Küme	Al-Quran vd., 2023
Aralık Değerli Dilsel Nötrosofik Küme	Chen vd., 2024a
Kaba Fematean Nötrosofik Küme	Dhanalakshmi, 2024
q-Sıralı Basitleştirilmiş Nötrosofik Küme	Al-Quran vd., 2025

2.2. Z-Sayılar

Belirsizlik ve güvenilirlik kavramlarının karar verme süreçlerine dâhil edilmesi, son yıllarda bulanık mantık ve ÇKKV alanlarında önemli araştırma konularından biri olmuştur. Z-sayısı kavramı, bu ihtiyaca yönelik olarak 2011 yılında ortaya atılmış ve belirsiz bilgiyi iki bileşenli bir yapı ile ifade etmeyi sağlamıştır (Zadeh, 2011). Bu çalışmada, Z sayısı tanıtılmış ve iki Z-sayısı ile aritmetik işlemlerin nasıl yapılacağını önerilmiştir. Z-sayılarının yeni gösterimleri ve uygulamaları 2012 yılında sunulmuş, Z bilgilerinin Dempster-Shafer inanç fonksiyonları ile ilişkisi incelenmiş ve bu yaklaşımın karar verme süreçlerindeki faydası gösterilmiştir (Yager, 2012). Z-sayılarında beklenen değer, varyans ve yarı-varyans gibi matematiksel özelliklerinin hesaplanmasını sağlamak için Z-sayılarını bulanık sayılara dönüştüren önemli bir yöntem geliştirilmiştir (Kang vd., 2012). 2015 yılında, ayırık Z-sayıları üzerinde temel aritmetik işlemleri (toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kare alma, karekök alma ve sıralama) incelenerek bu alandaki pratik uygulamaların önünü açılmıştır (Aliev vd., 2015). Sürekli Z-sayıları için temel aritmetik işlemlerin formülleri ise 2017 yılında tanıtılmıştır (Aliev vd., 2017). Ardından, Z-sayı fonksiyonlarını (çarpma, üs alma, minimum ve maksimum) oluşturmak için genel bir yaklaşım geliştirilirken, diğer yandan toplamsal ve çarpımsal işlemler altındaki Z-sayılarının temel özellikleri araştırılmıştır (Aliev vd., 2018; Aliev ve Alizadeh, 2018). Z-diferansiyel denklemler kavramı tartışılarak bu alandaki çerçeve detaylandırılmış ve Z-sayılarının zamanla değişen belirsiz

sistemlerin analizinde kullanımı sağlanmıştır (Mazandarani ve Zhao, 2019). Kang'ın dönüşüm yöntemi, Z-sayılar üzerindeki gizli olasılık dağılımının etkisi dikkate alınarak geliştirilmiş ve bilgi kaybını azaltma çabalarına katkıda bulunulmuştur (Cheng vd., 2021). Dilsel Z-sayılarını işleyebilmek amacıyla dikdörtgen koordinat sistemine dayalı bir yaklaşım önerilmiş ve dilsel ifadelerle temsil edilen Z-sayılarının sistematik biçimde değerlendirilmesi sağlanmıştır (Jia ve Hu, 2022). Bu süreçte, Z-sayılarını normal bulanık sayılara dönüştürürken yaşanan bilgi kaybı sorunu da ele alınmış ve yeni yöntemlerle bu kaybın en aza indirilmesi hedeflenmiştir.

Z-sayıları, ÇKKV süreçlerinde belirsizliği modellemek ve karar verme kalitesini artırmak amacıyla çeşitli metotlarla entegre edilmiştir. Bu entegrasyonlar arasında Azadeh vd. (2013), Zeinalova (2018) tarafından Z-AHP yöntemi, Tavakkoli-Moghaddam vd. (2015) tarafından tesis yeri seçimi probleminde geliştirilen Z-PROMETHEE yöntemi, Aliev ve Memmedova (2015) tarafından Pilates egzersizlerinin psikolojik etkilerini modellemek için Z-sayılarının kullanımı; Fan vd. (2020) lojistik sağlayıcıların seçimi için Z-MABAC yöntemi, Cheng vd. (2022) Z-sayılarının geliştirilmiş mesafe ölçüsüne dayanan Z-TOPSIS yöntemi bu entegrasyondan bazılarıdır.

Sonuç olarak, Z sayıların literatürde önemi artmakta olup, özellikle belirsizlik, güvenilirlik ve öznel değerlendirmelerin kritik rol oynadığı karar verme problemlerinde oldukça etkili bir araç olarak değerlendirilmektedir.

2.3. Nötrosofik-Z Kümeler

Nötrosofik-Z kümeler (NZK), Zadeh'in tanımladığı Z-sayıların, Smarandache tarafından geliştirilen NK teorisiyle birleştirilmesiyle ortaya çıkan bir kavramdır. Bu yapı, belirsizlik, çelişki ve eksik bilginin aynı anda modellenmesine olanak tanır. NZK, belirsizliğin doğasını daha kapsamlı bir şekilde ele almak için geliştirilmiş matematiksel yapılardır. NZK, özellikle ÇKKV problemlerinde, belirsiz ve güvenilir olmayan verilerin değerlendirilmesinde etkili bir araç olarak kullanılmaktadır.

NZK, Du vd. (2021) tarafından geliştirilmiştir. Zadeh'in Z-sayısını nötrosofik sete genelleyen bu çalışmada, NZK; doğruluk, yanlışlık ve kararsızlık değerlerini bunların güvenilirlik dereceleriyle birlikte üçlü bulanık sayı çiftleri şeklinde ifade edilir. Bu çalışmada nötrosofik-Z sayılar (NZS) için temel işlemler ve karşılaştırma için bir skor fonksiyonu tanımlanmıştır. Ardından NZK'ler için ağırlıklı aritmetik

ortalama ve ağırlıklı geometrik ortalama operatörleri geliştirilerek NZK ortamdaki bilgilerin toplanması sağlanmıştır. Bu operatörlere ve skora fonksiyonuna dayalı olarak NZS ortamında bir ÇKKV yöntemi önerilmiştir. Çalışmanın yeniliği, belirsiz ve güvensiz ortamlarda karar verme güvenilirliğini artırmasıdır. Yöntemin uygulanabilirliği, iş ortağı seçimi problemine uyarlanarak gösterilmiştir. NZK tabanlı yaklaşımın etkin bir şekilde doğru seçimi sağladığı örneklerle doğrulanmıştır.

NZK'ler arasında benzerlik ölçümü ise ilk kez 2021 yılında yapılan çalışmada ele alınmıştır (Ye, 2021). Bu çalışmada, NZK'ler için genelleştirilmiş uzaklık kavramını tanımlanmış ve buna dayanarak kosinüs ve kotanjant benzerlik ölçüleri önerilmiştir. Doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık için her biri güvenilirlik değeriyle birlikte değerlendirilen bu benzerlik hesapları, NZK'lerin içerdiği belirsizliği daha güvenilir biçimde karşılaştırmayı sağlar. Devamında, önerilen benzerlik ölçütlerini kullanan bir ÇKKV geliştirilmiştir. Örnek bir senaryo üzerinde yöntem uygulanarak fizibilitesi ve mantıklılığı gösterilmiş, diğer nütrosifik karar verme yöntemleriyle karşılaştırıldığında NZK yaklaşımının hem bilgi ifadelerini zenginleştirdiği hem de kararların güvenilirliğini artırdığı ortaya konulmuştur.

NZK ortamında Aczel–Alsina tipinde esnek birleşim operatörleri geliştirilerek ÇKKV problemlerine uyarlanmıştır (Ye vd., 2022). İlk olarak NZK'ler için Aczel–Alsina t-norm ve t-conorm işlemleri tanımlanmış, böylece farklı parametre değerleriyle ayarlanabilen yeni mantıksal işlem tabanı elde edilmiştir. Bu işlemlere dayanarak Aczel–Alsina ağırlıklı aritmetik ortalama ve ağırlıklı geometrik ortalama operatörleri tanımlanmıştır. Sonrasında bu operatörlerle bir ÇKKV yöntemi oluşturulmuştur. Örnek bir karar problemi üzerinde, parametre değerlerinin sonuçlara etkisini göstermek amacıyla sayısal analiz yapılmıştır.

Dört parçalı nütrosifik küme yapısını Z-sayılarının güvenilirlik unsuru ile entegre edilerek dört bölümlü tek değerli nütrosifik Z-sayı kavramı tanıtılmıştır (Borah ve Dutta, 2023). Bu yeni çerçevede dört bölümlü tek değerli nütrosifik Z-sayılar için çeşitli birleştirme operatörleri ve bir skor yöntemi geliştirilmiştir. Önerilen yöntem, belirsizliğin daha ayrıntılı parçalandığı ortamda bile veriye ait güvenilirlik bilgisini koruyarak karar vermeyi sağlar. Ayrıca, COVID-19 ile ilgili farklı senaryolara uygulanarak örneklendirilmiştir. Bu uygulamalar ile yöntemin gerçek dünya belirsizliklerine uyum sağladığını ve özellikle pandemi gibi karmaşık durumlarda karar vermeye destek olabileceği ortaya konulmuştur.

Chen vd. (2024) tarafından yapılan çalışmada, NZS kümeleri için yeni bir logaritmik benzerlik ölçüsü tanıtılmıştır. Logaritmik benzerlik ölçüsü, NZS'lerin doğruluk, kararsızlık, yanlışlık bileşenleri ve bunların güvenilirliklerini karşılaştırmak için esnek bir formül sunar, özellikle logaritmik bir fonksiyon ile ölçüm yaparak sonuçları ayarlanabilir parametreler üzerinden değiştirebilme imkânı verir.

Belirsizliğin çok boyutlu ifadeleri için nütrosifik Z-kaba küme (Z-rough) yaklaşımı sunulmuştur (Kamran vd., 2025). Bu çalışmada, klasik ÇKKV ve bulanık yöntemlerin yetersiz kaldığı durumlar için kaba küme teorisi, nütrosifik küme teorisi ve Z-sayıları bir arada kullanarak yeni bir veri modeli tanıtılmıştır. Nütrosifik Z-rough sayı (NZRS) olarak adlandırılan bu model, verideki belirsizlik ve tutarsızlığı ifade etmek için Z-sayılarının güvenilirlik boyutunu kaba kümelerin yaklaşık bilgi yapısıyla bütünleştirir. Çalışmada, sinüs trigonometrik fonksiyonların periyodik ve simetrik özelliklerinden yararlanılarak NZRS'ler için yeni sinüs-trigonometrik birleşim operatörleri geliştirilmiştir. Önerilen yöntem, sürdürülebilir endüstri değerlendirmesi alanında bir ÇKKV problemine uygulanarak pratik değeri gösterilmiştir. Özellikle Endüstri 4.0 bağlamında ortaya çıkan yüksek belirsizlik seviyelerini yönetmek için geleneksel yöntemlerin yetersiz kaldığı, bu nedenle NZ-rough yaklaşımı gibi yeni yöntemlere ihtiyaç duyulduğu vurgulanmıştır. Yapılan duyarlılık analizleri, güvenilirlik değerlendirmeleri ve karşılaştırma testleri sonucunda önerilen yöntemin yenilikçi, güvenilir ve kurumsal sürdürülebilirliği ölçmede başarılı olduğu belirlenmiştir.

Karar problemlerinde özellik önceliklerini ve birleşim esnekliğini aynı anda ele alan gelişmiş NZS araçları Wu vd. (2025) tarafından önerilmiştir. Bu çalışmada, Schweizer-Sklar ailesine ait t-norm ve t-konorm işlemlerini NZN'lere uygulayarak parametrik birleştirme operatörleri tanımlanmıştır. Özellikle, karar kriterleri arasında öncelik sıralaması olduğunda kullanılmak üzere öncelikli ağırlıklı ortalama ve öncelikli ağırlıklı geometrik operatörler NZS ortamında geliştirilmiştir. Bu operatörler, karar vericinin kriterler arası önem farkını dikkate alarak bilgi birleşimini gerçekleştirir. Ayrıca, önceki çalışmalarda tanımlanan NZS skor fonksiyonunun karmaşık durumlarda yetersiz kaldığı tespit edilmiş ve bu eksikliği gidermek üzere daha güçlü bir yeni skor fonksiyonu önerilmiştir. Geliştirilen yaklaşım, internet veri merkezi yeri seçimi gibi çok boyutlu bir ÇKKV problemine uygulanmış; parametrik esnekliğin karar sonuçlarına etkisi duyarlılık analiziyle incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, önerilen yöntemin karar kriteri önceliklerini

gözetirken aynı zamanda yüksek esneklik sağladığını, böylece karmaşık ve değişken ortamlarda kararların doğruluk ve güvenilirliğini belirgin biçimde artırdığını göstermiştir.

2025 yılında yapılan bir diğer çalışmada ise beş bileşenli nôtrosifik kümelerin beş ögeli belirsizlik temsilini Z-sayıların güvenilirlik boyutuyla birleştirilerek kapsamlı bir çerçeve sunulmuştur (Sudharani vd., 2025). Oluşturulan yapıda, her bir doğruluk (Truth – T), yanlışlık (Falsity – F), kararsızlık (Contradiction – C), bilgisizlik (Ignorance – I) ve bilinmeyen (Unknown – U) bileşeni kendi güvenilirlik derecesiyle eşlenerek toplam beşli bir ifade biçimi oluşturulmuştur. Makalede oluşturulan yapı için yeni bir skor fonksiyonu ve ağırlıklı aritmetik, geometrik ve hibrit ortalama gibi çeşitli birleştirme operatörleri tanımlanmıştır. Bu operatörlerin lineer ortalama özelliklerini sağladığı ve klasik ortalama işlemlerinin genelleştirilmesiyle uyumlu olduğu belirtilmiştir. Önerilen yöntem, bir elektrikli araç seçimi ÇKKV problemine uygulanarak örneklendirilmiştir. Karar sürecinde her bir alternatifin beş boyutlu değerlendirme bilgileri bu yöntemle bir araya getirilmiştir.

Nôtrosifik-Z sayıları, belirsizlik modellemesi ve karar verme süreçlerinde giderek artan bir öneme sahip olan matematiksel yapılardır. İlk ortaya çıkışından bu yana geçen süreçte hem teorik temelleri güçlendirilmiş hem de çeşitli alanlardaki pratik uygulamaları genişletilmiştir. Z-sayılarının çeşitli disiplinlerdeki kullanımı, karmaşık belirsizlik durumlarının daha etkili bir şekilde modellenmesine ve daha doğru karar verme süreçlerinin geliştirilmesine olanak tanımaktadır. Nôtrosifik-Z sayılarının farklı alan ve sektörlerdeki uygulamaları da giderek yaygınlaşmaktadır.

2.4. Nôtrosifik TODIM Metodu

TODIM (Tomada de Decisão Interativa e Multicritério) metodu, ilk olarak Gomes ve Lima tarafından önerilen, beklenti teorisine dayanan çok kriterli karar verme metodudur (Gomes ve Lima, 1992). Bu metot, karar vericilerin risk karşısındaki tutumlarını modelleyerek, alternatifler arasında seçim yapmaya yardımcı olur. TODIM metodunun temel prensibi, kazanç ve kayıp durumlarında karar vericilerin farklı davranışlarını dikkate almasıdır. Kahneman ve Tversky'nin beklenti teorisine dayanarak geliştirdiği bu metot, insanların kayıplar karşısında daha duyarlı olduğunu ve riskten kaçınma eğiliminde olduğunu varsayar (Kahneman ve Tversky, 1979). TODIM metodunun başlangıç noktası, tüm kriterlerin bir referans kritere göre normalizasyonudur. Ardından, her bir

alternatifin diğer alternatiflere göre baskınlık derecesi hesaplanır ve alternatifler sıralanır.

Gomes ve Lima'nın ilk çalışmasından sonra, TODIM metodunun teorik gelişimi ve pratik uygulamaları üzerine birçok araştırma yapılmıştır. İnşaat sektöründe TODIM metodu kullanılarak konut projelerinin değerlendirilmesi üzerine bir çalışma yürütülmüştür (Gomes ve Rangel, 2009). Bu çalışma, metodun gerçek dünya problemlerindeki etkinliğini göstermiştir. TODIM metodu bulanık kümelerle genişletilerek, belirsizlik altında karar verme problemlerinin çözümü için yeni bir yaklaşım önerilmiştir (Krohling ve Souza, 2012). Bulanık TODIM olarak adlandırılan bu genişletme, belirsiz veya eksik bilgi içeren karar verme problemlerinin çözümünde önemli bir adım olmuştur. Sezgisel bulanık bilgi ile başa çıkmak ve alternatiflerin performansını etkileyen altta yatan rastgele vektörleri dikkate alabilmek için sezgisel bulanık TODIM yöntemini geliştirilmiştir (Lourenzutti ve Krohling, 2013). Bu genişletme, daha karmaşık belirsizlik biçimlerini ele alabilme kapasitesini artırmıştır. Qin ve ekibi Pisagor bulanık kümelerle TODIM metodunu birleştirerek daha karmaşık belirsizlik durumlarını ele alabilen bir model sunmuştur (Qin vd., 2017). Huang ve ekibi (2018) ise aralık değerli pisagor bulanık kümeler için TODIM metodunu geliştirmişlerdir.

Wang ve Li (2015), çok değerli nütrosifik kümelerle TODIM metodunu uygulayan ilk araştırmacılardandır. Bu çalışmada klasik TODIM, belirsizliği temsil eden nütrosifik sayılar ile genişletilmiş ve örnek bir problem üzerinde uygulanmıştır. Ardından Zhang vd. (2016b) nütrosifik sayı tabanlı genişletilmiş bir TODIM metodu sunarak, TODIM metodunu tek değerli nütrosifik sayılar ortamına uyarlamışlardır. Ji vd. (2018) tarafından önerilen izdüşüm tabanlı TODIM metodu ise çok değerli nütrosifik kümeler için bir mesafe ölçümü tanımlayarak TODIM metodu doğruluğunu artırmış; personel seçimi uygulamasında başarılı sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Trapezoidal nütrosifik sayılarla grup karar verme ortamında TODIM metodunu uygulanarak belirsiz yatırım kararlarının alınmasında bu yöntemin etkinliğini ortaya konulmuştur (Pramanik ve Mallick, 2019). Bu çalışmalar, TODIM metodunun nütrosifik ortama başarılı bir şekilde entegre edilebildiğini ve alternatif sıralamada karar verici psikolojisini yansıtabildiğini göstermektedir.

Du vd. tarafından 2021 yılında geliştirilen nütrosifik-Z sayı kavramı nütrosifik belirsizliğin Z-sayı yapısıyla bir araya getirilmesini içerir. Bu kavram, her bir bileşeni (değer ve güvenilirlik) nütrosifik sayılar olarak tanımlayarak

belirsizliğin ve kesin olmama durumunun birlikte modellenmesini sağlar. Bu çalışma kapsamında yapılan literatür araştırmasında n trosofik-Z sayı ortamında TODIM metodunun özgün bir uyarlamasına rastlanmamıştır. Mevcut  alışmalar daha çok yeni notasyonlar, benzerlik ve uzaklık ölçüleri veya farklı ÇKKV teknikleriyle entegrasyona odaklanmıştır. Ancak TODIM metodunun özgün kazanım-kayıp hesaplamalarını n trosofik-Z sayılarla birleştiren bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bunun yanında n trosofik-Z sayılar kapsamında geliştirilen bilgi ölçüleri incelendiğinde izdüşüm ölçüsünün kullanıldığı herhangi bir çalışmaya da rastlanmamıştır.



3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde NZK'ler üzerinde Shannon entropi tabanlı yeni izdüşüm ve normalleştirilmiş izdüşüm ölçüleri tanımlanmıştır. Daha sonra önerilen normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsü kullanılarak NZK'ler çerçevesinde çok kriterli karar verme yöntemlerinden TODIM metodunun genişletilmiş versiyonu inşa edilmiştir.

3.1. Entropi Tabanlı İzdüşüm Ölçüsü

NZK'leri temsil edilen karar matrisleri, yalnızca değerlerin değil aynı zamanda bu değerlere dair güven seviyelerinin de dikkate alındığı bir yapıyı ifade eder. Bu tür yapılarda, karar alternatiflerinin sahip olduğu bilgi miktarı yalnızca doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık dereceleriyle değil, aynı zamanda bu derecelerin ne kadar güvenilir olduğuyla da ilişkilidir.

Bu çalışmada, NZS'ler ile ifade edilen bilgi miktarını niceliksel olarak ölçmek amacıyla Shannon entropisi kullanılmıştır. Shannon entropisi, bir sistemdeki belirsizliğin seviyesini ölçmek için yaygın biçimde kullanılan bir bilgi teorisi aracıdır. Bir olasılık dağılımı üzerinden hesaplanan entropi, sistemin öngörülemezliğini yansıtır ve aşağıdaki formülle tanımlanır:

$$E(x_k) = - \sum_{k=1}^n p(x_k) \log_2 p(x_k). \quad (\text{Eşitlik 35})$$

Bilgi ölçülerini tanımlarken Shannon entropisinde logaritma tabanı olarak 2'nin seçilmesinin temel nedeni, bilgi biriminin bit (binary digit) olmasıdır. Bu durum bilginin ikili sistemde değerlendirilmesini ifade eder ve entropi değerinin maksimum olduğu durumun (yani en yüksek belirsizlik, $x_k = 0.5$) kolayca tanımlanmasına olanak tanır. Logaritma tabanı farklı seçilse bile entropi davranışı değişmez, ancak $\log_2$ tabanı ile yapılan hesaplamalar, bilgi teorisinde evrensel kabul görmektedir (Shannon, 1948).

Tanım 3.1.1. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme, A ve B kümesi X üzerinde tanımlı olmak üzere iki NZS kümesi olsun. A ve B nin iç çarpımı,

$$\begin{aligned}
AB = & T_{D(A)}(x_k)T_{D(B)}(x_k) \left(1 - E(T_{G(A)}(x_k))\right) \left(1 - E(T_{G(B)}(x_k))\right) + \\
& (1 - I_{D(A)}(x_k))(1 - I_{D(B)}(x_k)) \left(1 - E(I_{G(A)}(x_k))\right) \left(1 - E(I_{G(B)}(x_k))\right) + \\
& (1 - F_{D(A)}(x_k))(1 - F_{D(B)}(x_k)) \left(1 - E(F_{G(A)}(x_k))\right) \left(1 - E(F_{G(B)}(x_k))\right) \quad (\text{Eşitlik 36})
\end{aligned}$$

Eşitlik 36 ile tanımlanır.

Burada:

$T_{D(A)}(x_k)$: A kümesindeki x elemanının doğruluk derecesi,

$E(T_{G(A)}(x_k))$: A kümesindeki x_k elemanının doğruluk derecesinin güvenilirliğinin entropi değeri,

$T_{D(B)}(x_k)$: B kümesindeki x elemanının doğruluk derecesi,

$E(T_{G(B)}(x_k))$: B kümesindeki x_k elemanının doğruluk derecesinin güvenilirliğinin entropi değeri,

$I_{D(A)}(x_k)$: A kümesindeki x elemanının belirsizlik derecesi,

$E(I_{G(A)}(x_k))$: A kümesindeki x_k elemanının belirsizlik derecesinin güvenilirliğinin entropi değeri,

$I_{D(B)}(x_k)$: B kümesindeki x elemanının belirsizlik derecesi,

$E(I_{G(B)}(x_k))$: B kümesindeki x_k elemanının belirsizlik derecesinin güvenilirliğinin entropi değeri,

$F_{D(A)}(x_k)$: A kümesindeki x elemanının yanlışlık derecesi,

$E(F_{G(A)}(x_k))$: A kümesindeki x_k elemanının yanlışlık derecesinin güvenilirliğinin entropi değeri,

$F_{D(B)}(x_k)$: B kümesindeki x elemanının yanlışlık derecesi,

$E(F_{G(B)}(x_k))$: B kümesindeki x_k elemanının yanlışlık derecesinin güvenilirliğinin entropi değeridir.

Burada entropi değerleri hesaplanırken Eşitlik 40'tan yola çıkılarak doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık üyelerinin güvenilirlik dereceleri için entropi değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned}
E(T_{G(A)}(x_k)) = & -T_{G(A)}(x_k) \log_2 T_{G(A)}(x_k) - \\
& (1 - T_{G(A)}(x_k)) \log_2 (1 - T_{G(A)}(x_k)), \quad (\text{Eşitlik 37})
\end{aligned}$$

$$E(I_{G(A)}(x_k)) = -I_{G(A)}(x_k) \log_2 I_{G(A)}(x_k) - (1 - I_{G(A)}(x_k)) \log_2 (1 - I_{G(A)}(x_k)), \quad (\text{Eşitlik 38})$$

$$E(F_{G(A)}(x_k)) = -F_{G(A)}(x_k) \log_2 F_{G(A)}(x_k) - (1 - F_{G(A)}(x_k)) \log_2 (1 - F_{G(A)}(x_k)). \quad (\text{Eşitlik 39})$$

Benzer şekilde B 'nin güvenilir dereceleri için entropi değerleri de hesaplanabilir.

Bu eşitlikler (37, 38, 39), iki durumlu (doğruluk-doğruluk dışı, belirsizlik-belirsizlik dışı, yanlışlık-yanlışlık dışı) birer entropi ölçüleridir ve hem üyelik derecesi hem de tamamlayıcısı üzerinden bilgi miktarı hesaplanır.

Bu sayede klasik bilgi ölçülerinin ötesinde, NZS'nin üç güvenilirlik derecesi için ayrı ayrı bilgi-belirsizlik düzeyi hesaplanmakta ve karar modelinin davranışsal yönü güçlendirilmektedir. Bu yöntem, karar vericinin değerlendirmelerinin güvenilirliğini nicel olarak dikkate alan özgün ve daha esnek bir yaklaşım sunmaktadır.

Tanım 3.1.2. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme ve A kümesi X üzerinde tanımlı olmak üzere $A = \{\langle x_k, T(D, G)(x_k), I(D, G)(x_k), F(D, G)(x_k) \rangle : x_k \in X\} = \{\langle (T_{D(A)}(x_k), T_{G(A)}(x_k)), (I_{D(A)}(x_k), I_{G(A)}(x_k)), (F_{D(A)}(x_k), F_{G(A)}(x_k)) \rangle : x_k \in X\}$ NZK verilsin. Bu durumda A nın modülü

$$|A| = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\left(T_{D(A)}(x_k) \left(1 - E(T_{G(A)}(x_k)) \right) \right)^2 + \left((1 - I_{D(A)}(x_k)) \left(1 - E(I_{G(A)}(x_k)) \right) \right)^2 + \left((1 - F_{D(A)}(x_k)) \left(1 - E(F_{G(A)}(x_k)) \right) \right)^2 \right)} \quad (\text{Eşitlik 40})$$

Eşitlik 40 ile tanımlanır.

Tanım 3.1.3. A ve B iki NZK ve

$$|B| = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\left(T_{D(B)}(x_k) \left(1 - E \left(T_{G(B)}(x_k) \right) \right) \right)^2 + \left(\left(1 - I_{D(B)}(x_k) \right) \left(1 - E \left(I_{G(B)}(x_k) \right) \right) \right)^2 + \left(\left(1 - F_{D(B)}(x_k) \right) \left(1 - E \left(F_{G(B)}(x_k) \right) \right) \right)^2 \right)}$$

olsun. A nın B üzerindeki izdüşümü,

$$\text{İzd}_B(A) = \frac{AB}{|B|} \quad (\text{Eşitlik 41})$$

Eşitlik 41 ile tanımlanır.

Burada:

AB : X kümesi üzerinde tanımlı A ve B NZK'lerin iç çarpımı,

$|B|$: NZK B 'nin modülüdür.

Örnek 3.1.1. $A = \{(0.8, 0.6), (0.3, 0.5), (0.1, 0.7)\}$ ve $B = \{(0.5, 0.3), (0.6, 0.4), (0.7, 0.5)\}$ iki NZK olsun. A ve B arasındaki izdüşüm değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\text{İzd}_A(A) = 1.000, \text{İzd}_B(B) = 1.000, \text{İzd}_A(B) = 0.017, \text{İzd}_B(A) = 0.028.$$

Teorem 3.1.1. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme ve A, B ve C üç NZK olsun. Bu durumda izdüşüm operatörü aşağıdaki koşulları sağlar:

- (1) $0 \leq \text{İzd}_B(A) \leq |A| \leq \sqrt{3n}$,
- (2) $A \subseteq B$ ise $\text{İzd}_C(A) \leq \text{İzd}_C(B)$,
- (3) $A = B$ ise $\text{İzd}_B(A) = \text{İzd}_A(B)$.

İspat

$$(1) \quad 0 \leq \frac{AB}{|A||B|} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{AB}{|B|} \leq |A| \quad \text{ve} \quad \text{sırasıyla}$$

$((1,1), (0,1), (0,1)), ((0,1), (1,1), (1,1))$ en büyük ve en küçük NZS'ler olmak üzere;

$$|A| = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(T_{D(A)}(x_k) \left(1 - E \left(T_{G(A)}(x_k) \right) \right) \right)^2 + \left(\left(1 - I_{D(A)}(x_k) \right) \left(1 - E \left(I_{G(A)}(x_k) \right) \right) \right)^2 + \left(\left(1 - F_{D(A)}(x_k) \right) \left(1 - E \left(F_{G(A)}(x_k) \right) \right) \right)^2} \\ \leq \sqrt{\sum_{k=1}^n 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3n}$$

olup $0 \leq \text{İzd}_B(A) \leq |A| \leq \sqrt{3n}$ 'dir.

(2) A, B ve C üç NZK olmak üzere, $A \subset B$ ise her $x_k \in A$ ($k = 1, 2, \dots, n$) için

$$T_{D(A)}(x_k) \leq T_{D(B)}(x_k), T_{G(A)}(x_k) \leq T_{G(B)}(x_k); \\ I_{D(A)}(x_k) \geq I_{D(B)}(x_k), I_{G(A)}(x_k) \geq I_{G(B)}(x_k); \\ F_{D(A)}(x_k) \geq F_{D(B)}(x_k), F_{G(A)}(x_k) \geq F_{G(B)}(x_k) \text{ dir.}$$

Bu durumda, $|A| \leq |B|$ olacağından,

$$\text{İzd}_C A = \frac{AC}{|C|} = \frac{BC}{|C|} = \text{İzd}_C B$$

eşitsizliği elde edilir.

$$(3) \quad A = B \text{ ise, } \text{İzd}_B A = \frac{AB}{|B|} = \frac{AA}{|A|} = |A| = |B| = \text{İzd}_A B \text{ dir.}$$

Tanım 3.1.4. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme ve A ve B iki NZK olsun. A nın B üzerine normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsü,

$$N\text{İzd}_B(A) = \frac{\min\{AB, |A|^2, |B|^2\}}{\max\{AB, |A|^2, |B|^2\}} \quad (\text{Eşitlik 42})$$

Eşitlik 42 ile tanımlanır.

Ayrıca normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsü aşağıdaki koşulları sağlar:

- (1) $0 \leq N\dot{I}zd_B(A) \leq 1$,
- (2) $A \subseteq B \subseteq C$ ise $N\dot{I}zd_C(A) \leq N\dot{I}zd_C(B)$,
- (3) $A = B$ ise $N\dot{I}zd_B(A) = 1$.

Tanım 3.1.5. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme ve A kümesi X üzerinde tanımlı bir NZK olsun. A kümesinin pozitif ideal ve negatif ideal kümesi sırasıyla Eşitlik 43 ve Eşitlik 44 ile tanımlanır.

$$A^+ = \left\{ \begin{array}{l} x_k : (max T_{D(A)}(x_k), max T_{G(A)}(x_k)), \\ (min I_{D(A)}(x_k), min I_{G(A)}(x_k)), \\ (min F_{D(A)}(x_k), min F_{G(A)}(x_k)) \end{array} \right\} \quad x_k \in X, (k = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{Eşitlik 43})$$

$$A^- = \left\{ \begin{array}{l} x_k : (min T_{D(A)}(x_k), min T_{G(A)}(x_k)), \\ (max I_{D(A)}(x_k), max I_{G(A)}(x_k)), \\ (max F_{D(A)}(x_k), max F_{G(A)}(x_k)) \end{array} \right\} \quad x_k \in X, (k = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{Eşitlik 44})$$

Tanım 3.1.6. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sonlu bir küme ve A kümesi X üzerinde tanımlı bir NZK'nin geliştirilen normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsüne dayalı yakınlık katsayısı,

$$RC_A = \frac{N\dot{I}zd_{A^+}(A)}{N\dot{I}zd_{A^+}(A) + N\dot{I}zd_{A^-}(A)} \quad (\text{Eşitlik 45})$$

Eşitlik 45 ile tanımlanır.

Burada:

$\dot{I}zd_{A^+}(A)$: A nın A^+ (A kümesinin pozitif ideal kümesi) üzerine normalleştirilmiş izdüşümü,

$\dot{I}zd_{A^-}(A)$: A nın A^- (A kümesinin negatif ideal kümesi) üzerine normalleştirilmiş izdüşümüdür.

Tanım 3.1.7. A ve B iki NZK olmak üzere, normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı fark operatörü $Diff(A, B)$,

$$Diff(A, B) = RC_A - RC_B \quad (Eşitlik 46)$$

$$= \frac{N\dot{I}zd_{A^+}(A)}{N\dot{I}zd_{A^+}(A) + N\dot{I}zd_{A^-}(A)} - \frac{N\dot{I}zd_{B^+}(B)}{N\dot{I}zd_{B^+}(B) + N\dot{I}zd_{B^-}(B)}$$

Eşitlik 46 ile tanımlanır.

Burada:

RC_A : A kümesinin normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsüne dayalı yakınlık katsayısı,

RC_B : B kümesinin normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsüne dayalı yakınlık katsayısı,

$N\dot{I}zd_{B^+}(B)$: B nın B^+ (B kümesinin pozitif ideal kümesi) üzerine normalleştirilmiş izdüşümü,

$N\dot{I}zd_{B^-}(B)$: B nın B^- (B kümesinin negatif ideal kümesi) üzerine normalleştirilmiş izdüşümüdür.

Teorem 3.1.2. A ve B iki NZK olmak üzere, $Diff(A, B)$ operatörü aşağıdaki koşulları sağlar:

- (1) $-1 \leq Diff(A, B) \leq 1$,
- (2) $A = B$ ise $Diff(A, B) = 0$,
- (3) $A \subseteq B$ ise $Diff(A, B) \leq 0$,
- (4) $Diff(A, B) + Diff(B, A) = 0$.

3.2. Nötrosofik-Z TODIM Metodu

TODIM metodu, karar vericilerin psikolojik eğilimlerini dikkate alan davranışsal bir çok kriterli karar verme (ÇKKV) yaklaşımıdır. Bu yöntemin Nötrosofik-Z sayı kümeleriyle birlikte kullanılması, belirsizlik ve güvensizliğin yoğun olduğu karar ortamlarında önemli avantajlar sunar. Z sayılar, bir bilginin hem değerini hem de değere olan güven düzeyini temsil ederken, nötrosofik mantık doğruluk (T), belirsizlik (I) ve yanlışlık (F) derecelerini ifade ederek bilginin çelişkili ve belirsiz doğasını modellemeye imkân tanır. Bu iki yapının birleşimiyle elde edilen Nötrosofik-Z sayılar (ya da nötrosofik-Z kümeler) hem bilginin güvenilirliğini hem de belirsizlik içeriğini birlikte değerlendirmeye olanak sağlar.

TODIM metodu ile bu tür veriler işlenerek daha gerçekçi ve insan davranışına yakın kararlar üretebilir.

Beklenti teorisine dayanan TODIM metodu, karar vericilerin kazanç ve kayıp algılayış biçimini dikkate alır ve bu yönüyle kayıptan kaçınma gibi davranışsal eğilimleri modelleme yeteneğine sahiptir. Nötrosifik-Z sayılar da karar vericilerin değerlendirmelerindeki güven düzeyi ve belirsizliği içermesi açısından bu davranışsal modele doğal bir uyum gösterir. Bu sayede TODIM klasik metodların sayısal ve kesin veri beklentisinin ötesine geçerek; sayısal olmayan, eksik, çelişkili veya kısmen güvenilir bilgilerin yer aldığı karmaşık çok kriterli karar problemlerine esnek bir çözüm sunar. Ayrıca, Z sayıların içerdiği güven düzeyi sayesinde kriter ağırlıkları yalnızca sayısal değerlerle değil, aynı zamanda uzman inancı ve kanaati doğrultusunda da belirlenebilir. Bu da özellikle uzman görüşüne dayalı karar problemlerinde önemli bir avantaj sağlar.

TODIM yönteminin kazanç ve kayıp eğrilerine dayalı yapısı, sonuçların sezgisel ve görsel olarak yorumlanmasını kolaylaştırır. Nötrosifik-Z sayılar ile bu yapı daha da zenginleşir; çünkü karar verici yalnızca kesin verilere değil, aynı zamanda belirsizlik ve güvensizlik gibi karar sürecinde kritik öneme sahip etmenlere de dayalı bir değerlendirme yapabilir. Bu bütüncül yaklaşım, yöntemlerin uygulamalı geçerliliğini artırmakta ve karar verici ile yöntem arasında daha güçlü bir bağ kurulmasına olanak sağlamaktadır. Bu nedenle, TODIM yönteminin Nötrosifik-Z kümeler ile entegre edilmesi, özellikle belirsiz ortamlarda daha güçlü, esnek ve güvenilir karar destek sistemlerinin geliştirilmesine katkı sunar.

Önerilen nötrosifik-Z TODIM (NZ-TODIM) metodunun aşamaları aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

Adım 1: Karar matrislerinin oluşturulması

$A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ alternatiflerin, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ kriterlerin kümesi olmak üzere, m alternatif ve n kriter için $K = (k_{ic})_{m \times n}$ karar matrisi oluşturulur.

$$K = (k_{ic})_{m \times n} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mn} \end{bmatrix}, \quad (\text{Eşitlik 47})$$

$i = 1, 2, \dots, m$ ve $c = 1, 2, \dots, n$.

Adım 2: $w_r = \max(w_c) \ (c = 1, 2, \dots, n)$, olmak üzere, w_{cr} göreceli ağırlığı hesaplanır.

$$w_{cr} = \frac{w_c}{w_r} \quad (\text{Eşitlik 48})$$

Burada:

w_r : Referans kriterin ağırlığı,

w_c : c. kriterin ağırlığıdır.

Adım 3: Alternatifler arasından pozitif ideal (A^+) ve negatif ideal (A^-) kümesi sırasıyla yukarıda tanımlanan Eşitlik 43 ve Eşitlik 44 ile belirlenir.

Adım 4: c. kriter altında A_i alternatifinin $A_{i'}$ alternatifine göre kısmi baskınlık skoru $\Phi_c(A_i, A_{i'})$ değeri,

$$\Phi_c(A_i, A_{i'}) = \begin{cases} \sqrt{\frac{w_{cr}}{\sum_{c=1}^n w_{cr}}} \cdot \text{Diff}(A_i, A_{i'}), & \text{Diff}(A_i, A_{i'}) > 0 \\ 0, & \text{Diff}(A_i, A_{i'}) = 0 \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\sum_{c=1}^n w_{cr}}{w_{cr}}} \text{Diff}(A_i, A_{i'}), & \text{Diff}(A_i, A_{i'}) < 0 \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 49})$$

Eşitlik 49 ile hesaplanır.

Burada:

$\text{Diff}(A_i, A_{i'})$: A_i alternatifinin $A_{i'}$ alternatifine göre normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsü tabanlı fark operatörüdür.

Eşitlik 49 ile kısmi baskınlık skorlarının hesaplanmasının ardından elde edilen $\Phi_c = [\Phi_c(A_i, A_{i'})]_{m \times m}$ matrisi,

$$\Phi_c = [\Phi_c(A_i, A_{i'})]_{m \times m} = \begin{bmatrix} 0 & \Phi_c(A_1, A_2) & \dots & \Phi_c(A_1, A_m) \\ \Phi_c(A_2, A_1) & 0 & \dots & \Phi_c(A_2, A_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_c(A_m, A_1) & \Phi_c(A_m, A_2) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

ile ifade edilir.

Adım 5: A_i alternatifinin, $A_{i'}$ ($i, i' = 1, 2, \dots, m$) alternatifine göre baskınlık skoru, $\varphi(A_i, A_{i'})$,

$$\varphi(A_i, A_{i'}) = \sum_{c=1}^n \Phi_c(A_i, A_{i'}) \quad (\text{Eşitlik 50})$$

Eşitlik 50 ile hesaplanır.

Burada:

$\Phi_c(A_i, A_{i'})$: c . kriter altında A_i alternatifinin $A_{i'}$ alternatifine kısmi baskınlık skorudur.

Eşitlik 50 ile baskınlık skorlarının hesaplanmasının ardından elde edilen $\varphi = [\varphi(A_i, A_{i'})]_{m \times m}$ matrisi,

$$\varphi = [\varphi(A_i, A_{i'})]_{m \times m} = \begin{bmatrix} 0 & \varphi(A_1, A_2) & \dots & \varphi(A_1, A_m) \\ \varphi(A_2, A_1) & 0 & \dots & \varphi(A_2, A_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi(A_m, A_1) & \varphi(A_m, A_2) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

ile ifade edilir.

Adım 6: A_i alternatifinin genel baskınlık skoru $\delta(A_i)$,

$$\delta(A_i) = \frac{\sum_{i'=1}^m \varphi(A_i, A_{i'}) - \min \sum_{i'=1}^m \varphi(A_i, A_{i'})}{\max \sum_{i'=1}^m \varphi(a_i, a_{i'}) - \min \sum_{i'=1}^m \varphi(a_i, a_{i'})}, \quad (\text{Eşitlik 51})$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

Eşitlik 51 ile hesaplanır. Bu hesaplamada bir önceki adımda Eşitlik 50 ile hesaplanan baskınlık skorları normalize edilir.

Burada:

$\varphi(A_i, A_{i'})$: A_i alternatifinin $A_{i'}$ alternatifine göre baskınlık skorunu ifade eder.

$\delta(A_i)$ skorları büyükten küçüğe sıralandığında, alternatiflerin nihai sıralaması elde edilir. En yüksek skora sahip alternatif, en avantajlı ve tercih edilir seçenek olarak kabul edilir.

Not: $A = \{(T_{D(A)}, T_{G(A)}), (I_{D(A)}, I_{G(A)}), (F_{D(A)}, F_{G(A)})\}$ bir NZS olmak üzere

A kriteri fayda ise, normalleştirilmiş sayı değişmezken,

A kriteri zarar ise, normalleştirilmiş değer $A^C = \{((F_{D(A)}, F_{G(A)}), (1 - I_{D(A)}, I_{G(A)}), (T_{D(A)}, F_{G(A)}))\}$ şeklinde tanımlanır.

3.3. Sayısal Örnek

Bu bölümde önerilen NZ-TODIM yöntemi kapsamında, fark operatörü iki farklı yaklaşım çerçevesinde hesaplanmıştır. Bu doğrultuda aynı örnek, mesafe ölçüsü tabanlı NZ-TODIM ve tez kapsamında geliştirilen izdüşüm tabanlı NZ-TODIM ile çözülmüştür.

Örnek için Verilen Bilgiler

Girişim sermayesi (VC – Venture Capital), yenilikçi ve yüksek büyüme potansiyeline sahip girişimlere stratejik yatırımlar yapar. Bu yatırımlar hem yatırımcılar hem de girişimler açısından önemli finansal ve yapısal fırsatlar sunmaktadır (Gompers ve Lerner, 2001). Ancak girişim sermayedarları çok sayıda alternatif arasında seçim yapması gerektiğinde, değerlendirme süreci çoğu zaman çok ölçütlü, belirsizlik içeren ve karmaşık bir yapıya bürünmektedir (Kaplan ve Strömberg, 2004). Bu nedenle, kararların sistematik ve yapılandırılmış bir yaklaşımla desteklenmesi gerekmektedir. Girişim sermayedarları, çeşitli girişimlerin farklı niteliklerini analiz eder ve bu alternatifleri bilinen teorilere dayalı olarak önceliklendirirler.

Bu çalışmada, bir VC firmasının kârı maksimize etmek için yenilikçi bir girişime yatırım yapmak istediği varsayılmaktadır. Bu nedenle, aday olarak $A = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ şeklinde 5 girişim bulunmaktadır. Çeşitli alanlardaki yenilikçilik yetenekleri, pazar beklentileri ve geçmiş performansları gibi, birlikte yatırım çekiciliklerini belirleyen faktörler bu beş girişimin seçilme nedenleridir.

VC firması, girişimleri değerlendirme ve seçim sürecinde aşağıda belirtilen dört temel kritere göre karar vermektedir;

K_1 : Liderlik ekibinin yönetim kabiliyeti ve niteliği,

K_2 : Girişim sermayesi firmalarının tercih ettiği, gelecekte yüksek büyüme potansiyeline sahip endüstriler,

K_3 : İşletmenin sahip olduğu temel rekabet avantajları sayesinde aynı sektördeki rakiplerini geride bırakma yetisi,

K_4 : İşletme faaliyetleri süresince ortaya çıkan maliyetler.

Bu beş potansiyel girişim, uzmanlar tarafından belirlenen dört kritere göre nütrosifik-Z sayılar ile değerlendirilecektir. Bunun için uzmanların doğruluk(T),

belirsizlik(I) ve yanlışlık(F) fonksiyonlarına verdikleri değerlerin güvenilirlikleri dilsel ifadeler ile belirtilmiştir. Bu güvenilirlik ifadelerinin sayısal değerleri nütrosofik-Z sayılara dönüştürülürken Tablo 2 kullanılmıştır. Ayrıca kriterlerin ağırlıkları uzmanların ortak görüşleri doğrultusunda $w = (0.22, 0.30, 0.23, 0.25)$ olarak belirlenmiştir.

Tablo 2. Dilsel güvenilirliğe karşılık gelen sayısal değerler

Dilsel Güvenilirlik Değeri	Eşdeğer Sayısal Değeri
Hiç emin değil (HED)	0.0000
Çok emin değil (ÇED)	0.1000
Emin değil (ED)	0.3000
Belirsiz (B)	0.5000
Emin (E)	0.7000
Çok emin (ÇE)	0.9000
Tamamen emin (TE)	1.0000

Tablo 3. Ortak uzman görüşleri doğrultusunda alternatif NZS değerlerinin dilsel güvenilirlik bilgileri

	K_1	K_2	K_3	K_4
A_1	[ÇE, E, TE]	[B, HED, TE]	[ÇE, TE, ED]	[E, ED, E]
A_2	[HED, ÇED, TE]	[B, TE, ÇED]	[B, E, E]	[ÇE, B, ÇE]
A_3	[E, ÇED, E]	[ÇE, HED, B]	[TE, TE, ÇED]	[HED, ED, E]
A_4	[ÇED, B, B]	[B, TE, E]	[HED, TE, TE]	[HED, HED, B]
A_5	[HED, ÇED, ÇE]	[E, ÇED, ÇED]	[ED, E, ÇED]	[ÇE, B, ED]

Tablo 3’te, her bir alternatifin farklı kriterler altındaki dilsel güvenilirlik değerlendirmeleri uzman görüşlerine göre sunulmuştur. Uzmanlar, Tablo 2’de tanımlanan dilsel güvenilirlik ölçeğini kullanarak her bir kriter-alternatif ikilisi için üçlü güvenilirlik değeri belirtmiştir. Örneğin, A_2 alternatifinin K_2 kriteri altındaki güvenilirlik bilgisi [B, TE, ÇED] olarak verilmiştir; bu ifade, ilgili bilginin doğruluk değerinin güvenilirliği “Belirsiz (0.5000)”, belirsizlik değerinin güvenilirliği “Tamamen Emin (1.0000)” ve yanlışlık değerinin güvenilirliği ise “Çok Emin Değil (0.1000)” düzeylerinde olduğunu ifade etmektedir. Tablo 3’teki

bu değerler, NZS'nin üç bileşeni olan doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerlerine ait güven seviyelerini dilsel olarak belirlemekte ve daha sonra sayısal dönüşümlerle hesaplamaya dahil edilmektedir.

Normalleştirilmiş İzdüşüm Tabanlı NZ-TODIM Çözümü

Yukarıda verilen örnek için tez kapsamında geliştirilen entropi tabanlı izdüşüm ölçüsüne dayanan NZ-TODIM metodunun adımları sistematik olarak uygulanmıştır. Her bir adımda, nütrosifik-Z sayılarına özgü belirsizlik ve güvenilirlik düzeyleri dikkate alınarak karar matrisinden başlanmış, kısmî ve toplam baskınlık skorları hesaplanmış ve nihai olarak alternatiflerin genel baskınlık skorları elde edilmiştir. Bu süreç sonucunda, alternatifler sıralanarak karar vericiye destek sağlayacak biçimde değerlendirilmiştir.

• Adım 1. Karar matrisinin oluşturulması

Bu adımda, ortak uzman görüşü doğrultusunda alternatifler için her bir kriter altındaki nütrosifik-Z sayı değerleri ile karar matrisi oluşturulmuştur.

Tablo 4. Ortak uzman görüşü doğrultusunda oluşturulan karar matrisinin nütrosifik-Z değerleri

Alternatifler	Kriterler			
	K_1	K_2	K_3	K_4
A_1	$T_{D(A_1)}, T_{G(A_1)}$	(0.8000, 0.9000)	(0.3500, 0.5000)	(0.5500, 0.9000)
	$I_{D(A_1)}, I_{G(A_1)}$	(0.2000, 0.7000)	(0.6500, 0.0000)	(0.1000, 1.0000)
	$F_{D(A_1)}, F_{G(A_1)}$	(0.1500, 1.0000)	(0.6000, 1.0000)	(0.3000, 0.3000)
A_2	$T_{D(A_2)}, T_{G(A_2)}$	(0.9000, 0.0000)	(0.2500, 0.5000)	(0.5500, 0.5000)
	$I_{D(A_2)}, I_{G(A_2)}$	(0.2000, 0.1000)	(0.6500, 1.0000)	(0.2000, 0.7000)
	$F_{D(A_2)}, F_{G(A_2)}$	(0.2500, 1.0000)	(0.5000, 0.1000)	(0.3000, 0.7000)
A_3	$T_{D(A_3)}, T_{G(A_3)}$	(0.9000, 0.7000)	(0.4500, 0.9000)	(0.5500, 1.0000)
	$I_{D(A_3)}, I_{G(A_3)}$	(0.2000, 0.1000)	(0.5000, 0.0000)	(0.1000, 1.0000)
	$F_{D(A_3)}, F_{G(A_3)}$	(0.2500, 0.7000)	(0.7000, 0.5000)	(0.3000, 0.1000)
A_4	$T_{D(A_4)}, T_{G(A_4)}$	(0.8000, 0.1000)	(0.3500, 0.5000)	(0.5000, 0.0000)
	$I_{D(A_4)}, I_{G(A_4)}$	(0.2000, 0.5000)	(0.6000, 1.0000)	(0.1500, 1.0000)
	$F_{D(A_4)}, F_{G(A_4)}$	(0.1500, 0.5000)	(0.6000, 0.7000)	(0.2500, 1.0000)
A_5	$T_{D(A_5)}, T_{G(A_5)}$	(0.8000, 0.1000)	(0.3500, 0.7000)	(0.4500, 0.3000)
	$I_{D(A_5)}, I_{G(A_5)}$	(0.3000, 0.0000)	(0.7000, 0.1000)	(0.3000, 0.7000)
	$F_{D(A_5)}, F_{G(A_5)}$	(0.2000, 0.9000)	(0.5500, 0.1000)	(0.3000, 0.1000)

- **Adım 2.** Göreceli ağırlıkların hesaplanması

En büyük kriter ağırlığı $w_2 = \max\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ olduğundan K_2 referans kriter olarak belirlenir ve referans kriterin ağırlığı $w_r = 0.30$ olur. Buna göre, kriterlerin göreceli ağırlıkları Eşitlik 48 ile aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır:

$$w_{1r} = 0.7333, w_{2r} = 1, w_{3r} = 0.7667, w_{4r} = 0.8333.$$

- **Adım 3.** Pozitif ideal ve negatif ideal kümelerinin belirlenmesi

Eşitlik 43 ve Eşitlik 44 kullanılarak her bir kriter için pozitif ve negatif ideal çözümler hesaplanmıştır. Pozitif ideal çözüm kümesinde fayda kriterleri için doğruluk değerlerinin maksimumu, belirsizlik ve yanlışlık değerlerinin minimumu, zarar kriterleri için ise doğruluk değerlerinin minimumu, belirsizlik ve yanlışlık değerlerinin maksimumu seçilmiştir. Negatif ideal çözüm kümesi ise bunun tersidir. Aşağıdaki tabloda her kriter için A^+ ve A^- değerleri verilmiştir.

$$A^+ = \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} ((0.9000, 0.9000), (0.2000, 0.0000), (0.1500, 0.5000)) \\ ((0.4500, 0.9000), (0.5000, 0.0000), (0.5000, 0.1000)) \\ ((0.5500, 1.0000), (0.1000, 0.7000), (0.2500, 0.1000)) \\ ((0.3000, 0.9000), (0.5500, 0.0000), (0.3000, 0.3000)) \end{bmatrix}$$

$$A^- = \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} ((0.8000, 0.0000), (0.3000, 0.7000), (0.2500, 1.0000)) \\ ((0.2500, 0.5000), (0.7000, 1.0000), (0.7000, 1.0000)) \\ ((0.4500, 0.0000), (0.3000, 1.0000), (0.3000, 1.0000)) \\ ((0.1500, 0.0000), (0.7500, 0.5000), (0.6500, 0.9000)) \end{bmatrix}$$

- **Adım 4.** Kısmi baskınlık skorlarının hesaplanması

K_c kriterine göre üstünlük derecesi matrisi $\Phi_c(A_i, A_{i'})$ ($c = 1, 2, 3, 4$), $\theta = 1$ için Eşitlik 49 kullanılarak hesaplanmıştır ve sonuçlar aşağıda listelenmiştir.

$$\Phi_1 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ A_1 & 0.0000 & -0.4435 & -0.7789 & -0.6857 & -0.5725 \\ A_2 & 0.0976 & 0.0000 & -0.6403 & -0.5230 & -0.3620 \\ A_3 & 0.1714 & 0.1409 & 0.0000 & 0.0813 & 0.1162 \\ A_4 & 0.1509 & 0.1151 & -0.3694 & 0.0000 & 0.1354 \\ A_5 & 0.1259 & 0.0796 & -0.5282 & -0.3775 & 0.0000 \end{matrix}$$

$$\Phi_2 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.3066 & -0.7173 & -0.5486 & -0.0631 \\ 0.0920 & 0.0000 & -0.6485 & -0.4549 & 0.0900 \\ 0.2152 & 0.1945 & 0.0000 & 0.1386 & 0.2144 \\ 0.1646 & 0.1365 & -0.4622 & 0.0000 & 0.1635 \\ 0.0189 & -0.3000 & -0.7145 & -0.5449 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\Phi_3 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.2481 & 0.1827 & 0.2401 & 0.3141 \\ -1.0787 & 0.0000 & -0.7297 & -0.2711 & 0.1927 \\ -0.7945 & 0.1678 & 0.0000 & 0.1558 & 0.2025 \\ -1.0441 & 0.0624 & -0.6774 & 0.0000 & 0.2025 \\ -1.3659 & -0.8378 & -1.1110 & -0.8806 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\Phi_4 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.1466 & -0.4104 & -0.4833 & 0.0377 \\ 0.0367 & 0.0000 & -0.3833 & -0.4606 & 0.0526 \\ 0.1026 & 0.0958 & 0.0000 & -0.2554 & 0.1093 \\ 0.1208 & 0.1151 & 0.0638 & 0.0000 & 0.1266 \\ -0.1510 & -0.2105 & -0.4373 & -0.5064 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- **Adım 5.** Alternatiflerin toplam baskınlık skorlarının hesaplanması

Bu adımda, her bir alternatifin diğer alternatiflere karşı toplam baskınlık skoru hesaplanmıştır. Bunun için, Adım 4'te elde edilen her bir kritere ait kısmi baskınlık skorları $\Phi_c(A_i, A_{i'})$ ($i, i' = 1, 2, 3, 4, 5$) matrisi kullanılır. Her bir alternatifin toplam baskınlık skoru $\varphi(A_i, A_{i'}) = \sum_{c=1}^4 \Phi_c(A_i, A_{i'})$ ise Eşitlik 50'ye göre aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$\varphi = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.6486 & -1.7238 & -1.4775 & -0.2837 \\ -0.8525 & 0.0000 & -2.4018 & -1.7096 & -0.0267 \\ -0.3053 & 0.5991 & 0.0000 & 0.1204 & 0.6954 \\ -0.6078 & 0.4290 & -1.4452 & 0.0000 & 0.5756 \\ -1.3720 & -1.2687 & -2.7910 & -2.3093 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- **Adım 6.** Alternatiflerin genel baskınlık skorlarının hesaplanması

Bu adımda, her bir alternatifin genel baskınlık skoru olan $\delta(A_i)$ değeri hesaplanmıştır. Bunun için, 5. adımda elde edilen $\varphi(A_i, A_{i'})$ toplam baskınlık skorları matrisi kullanılır. $\delta(A_i)$ skoru, A_i alternatifinin tüm diğer alternatiflere göre göreceli üstünlük düzeyini ifade eder. Eşitlik 56 kullanılarak elde edilen $\delta(A_i)$ değerleri aşağıda verilmiştir:

$$\delta(A_1) = 0.4076, \quad \delta(A_2) = 0.3108, \quad \delta(A_3) = 1.0000, \quad \delta(A_4) = 0.7562, \\ \delta(A_5) = 0.0000.$$

Bu durumda normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı NZ-TODIM adımlarının sonucunda alternatiflerin en iyiden en kötüye doğru sıralanışı;

$$A_3 > A_4 > A_1 > A_2 > A_5$$

şeklinde olur. Yani en iyi alternatif A_3 'tür.

Mesafe Ölçüsü Tabanlı NZ-TODIM Çözümü

Aynı örnek mesafe ölçüsü tabanlı NZ-TODIM için uygulanmıştır. Bu yaklaşımda, karar matrisinde yer alan nütrososfik-Z sayılarının doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık bileşenleri ile bunlara ait güvenilirlik dereceleri dikkate alınarak, her alternatifin pozitif ve negatif ideal alternatiflere olan Hamming mesafesine dayalı uzaklıkları hesaplanmıştır. Bu uzaklıklardan yararlanılarak her bir kriter için kısmî baskınlık skorları elde edilmiş, ardından toplam baskınlık skorları matrisi oluşturulmuştur. Son aşamada, alternatiflerin genel baskınlık skorları normalize edilmiş ve elde edilen sonuçlara göre alternatifler sıralanmıştır. Adım 1, Adım 2 ve Adım 3, iki çözüm için de aynı olduğundan Adım 4 ile çözüme başlanmıştır.

- **Adım 4.** Kısmi baskınlık skorlarının hesaplanması

Burada bir önceki çözümden farklı olan $Diff(A_i, A_{i'})$ operatörü mesafe ölçüsü ile hesaplanmıştır. Kullanılan mesafe ölçüsü Eşitlik 57'de verilmiştir (Ye, 2021).

$$Diff(A_i, A_{i'}) = \frac{1}{6n} \left\{ \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{l} |T_{D(A_i)}(x_k) - T_{D(A_{i'})}(x_k)| \\ + |I_{D(A_i)}(x_k) - I_{D(A_{i'})}(x_k)| \\ + |F_{D(A_i)}(x_k) - F_{D(A_{i'})}(x_k)| \end{array} \right) + \sum_{i=1}^k \left(\begin{array}{l} |T_{G(A_i)}(x_k) - T_{G(A_{i'})}(x_k)| \\ + |I_{G(A_i)}(x_k) - I_{G(A_{i'})}(x_k)| \\ + |F_{G(A_i)}(x_k) - F_{G(A_{i'})}(x_k)| \end{array} \right) \right\}. \quad (\text{Eşitlik 57})$$

K_c kriterine göre üstünlük derecesi matrisi $\Phi_c(A_i, A_{i'})$ ($c = 1, 2, 3, 4$), $\theta = 1$ için Eşitlik 54 kullanılarak hesaplanmış ve sonuçlar aşağıda listelenmiştir.

$$\Phi_1 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & -2.1320 & -1.6029 & -1.5891 & -1.8597 \\ 0.4690 & 0.0000 & 0.3093 & 0.3127 & 0.2294 \\ 0.3526 & -1.4058 & 0.0000 & 0.0461 & -0.9430 \\ 0.3496 & -1.4213 & -0.2096 & 0.0000 & -0.9660 \\ 0.4091 & -1.0426 & 0.2075 & 0.2125 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\Phi_2 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.4337 & -1.1152 & 0.3088 & 0.1699 \\ -1.4455 & 0.0000 & -1.8257 & -1.0150 & -1.3299 \\ 0.3346 & 0.5477 & 0.0000 & 0.4553 & 0.3753 \\ -1.0292 & 0.3045 & -1.5176 & 0.0000 & -0.8593 \\ -0.5664 & 0.3990 & -1.2509 & 0.2578 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\Phi_3 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.3542 & 0.2077 & 0.3391 & 0.4796 \\ -1.5400 & 0.0000 & -1.2475 & -0.4446 & 0.3233 \\ -0.9029 & 0.2869 & 0.0000 & 0.2681 & 0.4323 \\ -1.4744 & 0.1022 & -1.1656 & 0.0000 & 0.3391 \\ -2.0851 & -1.4058 & -1.8795 & -1.4744 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\Phi_4 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & -1.3784 & -0.3976 & 0.0977 & 0.3623 \\ 0.3446 & 0.0000 & 0.3300 & 0.3582 & 0.5000 \\ 0.0994 & -1.3198 & 0.0000 & 0.1394 & 0.3757 \\ -0.3907 & -1.4327 & -0.5574 & 0.0000 & 0.3489 \\ -1.4491 & -2.0000 & -1.5027 & -1.3955 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- **Adım 5.** Alternatiflerin toplam baskınlık skorlarının hesaplanması

Bu adımda, her bir alternatifin diğer alternatiflere karşı toplam baskınlık skoru hesaplanmıştır. Bunun için, 4. adımda elde edilen her bir kritere ait kısmi baskınlık skorları $\Phi_c(A_i, A_{i'})$ matrisi kullanılır. Her bir alternatifin toplam baskınlık skoru, $\varphi(A_i, A_{i'}) = \sum_{i=1}^4 \Phi_c(A_i, A_{i'})$, denklemi kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$\varphi = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000 & -2.7226 & -2.9080 & -0.8436 & -0.8479 \\ -2.1719 & 0.0000 & -2.4340 & -0.7887 & -0.2772 \\ -0.1163 & -1.8910 & 0.0000 & 0.9088 & 0.2402 \\ -2.5447 & -2.4473 & -3.4502 & 0.0000 & -1.1374 \\ -3.6916 & -4.0494 & -4.4256 & -2.3996 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

- **Adım 6.** Alternatiflerin genel baskınlık skorlarının hesaplanması

Bu adımda, her bir alternatifin genel baskınlık skoru olan $\delta(A_i)$ değeri hesaplanmıştır. Bunun için, 5. adımda elde edilen $\varphi(A_i, A_{i'})$ toplam baskınlık skorları matrisi kullanılır. $\delta(A_i)$ skoru, A_i alternatifinin tüm diğer alternatiflere göre üstünlük düzeyini ifade eder. Eşitlik 56 kullanılarak elde edilen $\delta(A_i)$ değerleri aşağıda verilmiştir:

$$\delta(A_1) = 0.5285, \quad \delta(A_2) = 0.6488, \quad \delta(A_3) = 1.0000, \quad \delta(A_4) = 0.3638, \quad \delta(A_5) = 0.0000.$$

Bu durumda mesafe ölçüsü tabanlı NZ-TODIM adımlarının sonucunda alternatiflerin en iyiden en kötüye doğru sıralanışı;

$$A_3 > A_2 > A_1 > A_4 > A_5$$

şeklinde olur. Yani en iyi alternatif A_3 'tür.

3.4. Karşılaştırma Analizleri

NZ-TODIM Yaklaşımları ile Elde Edilen Alternatif Sıralamaları

Bu bölümde, nütrosifik-Z sayılar için geliştirilen normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı TODIM metodunun etkinliği karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir.

Tablo 5'te; geliştirilen NZ-TODIM metodu, normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı nütrosifik TODIM ve mesafe ölçüsü tabanlı NZ-TODIM metotları ile karşılaştırılmıştır. Ortak veri seti kullanılarak yapılan bu karşılaştırma sonucunda, sıralama çıktılarında önemli farklılıklar gözlemlenmiştir.

Tablo 5. Farklı TODIM yaklaşımlarına göre alternatif sıralamaları

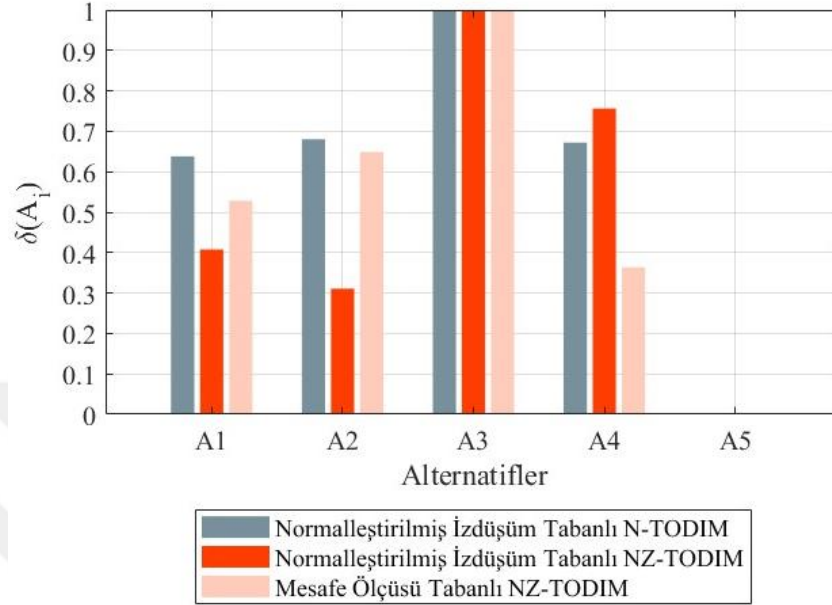
Metot	Alternatiflerin Sıralaması	En İyi Alternatif
Normalleştirilmiş İzdüşüm Tabanlı Nötrosifik TODIM ($T_G = I_G = F_G = 1$)	$A_3 > A_2 > A_4 > A_1 > A_5$	A_3
Mesafe Ölçüsü Tabanlı NZ-TODIM	$A_3 > A_2 > A_1 > A_4 > A_5$	A_3
Normalleştirilmiş İzdüşüm Tabanlı NZ-TODIM (Önerilen metot)	$A_3 > A_4 > A_1 > A_2 > A_5$	A_3

Tüm metotlar A_3 alternatifini en iyi seçenek olarak belirlemiştir. Bu durum, A_3 'ün yapısal olarak güçlü bir alternatif olduğunu ve bu üstünlüğünün yalnızca kullanılan yöntemle bağlı olmadığını göstermektedir. Bununla birlikte, diğer alternatiflerin sıralamalarında özellikle önerilen yöntem ile normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı nötrosifik yöntemler arasında belirgin farklar mevcuttur. Örneğin, normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı nötrosifik TODIM ve mesafe ölçüsü tabanlı NZ-TODIM yöntemlerinde, A_2 ikinci sırada yer alırken, önerilen yöntemde A_4 ikinci sıraya yükselmiştir. A_2 ise dördüncü sıraya gerilemiştir. Bu değişiklikler, önerilen yöntemin sadece nicel uzaklıkları değil, alternatiflerin yönsel benzerliklerini ve değerlendirme güvenilirliklerini entropiye dayalı izdüşüm ölçüsü ile dikkate almasının sonucudur. Yapılan karşılaştırmada normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı nötrosifik TODIM metodu uygulanırken önerilen metodun adımları kullanılmış ve NZ değerlerini nötrosifik değerlere indirgemek için güvenilirlik değerleri 1 olarak alınmıştır. Böylece güvenilirlik değerlerinin alternatif sıralamasındaki etkisi gözlemlenmiştir.

Önerilen metot olan normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı NZ-TODIM, doğruluk, yanlışlık ve kararsızlık bileşenlerinin güvenilirlik derecelerini entropi temelli bir bilgi ölçüsüyle birlikte değerlendirerek klasik yöntemlere kıyasla daha kapsamlı bir baskınlık analizi sunmaktadır. Bu sayede, yalnızca sayısal benzerlik değil, yönetime dayalı vektörel yapı da dikkate alınarak daha tutarlı sıralama yapılmaktadır. Örneğin, A_4 'ün ikinci sıraya yükselmesi ve A_2 'nin gerilemesi, yönsel yakınlıkların ve güvenilirliğin daha etkili hesaba katıldığını göstermektedir. Ayrıca, bu yöntem klasik mesafe ölçümünün sınırlamalarını aşarak karar verici davranışlarını güvenilirlik boyutuyla birlikte entegre etmektedir.

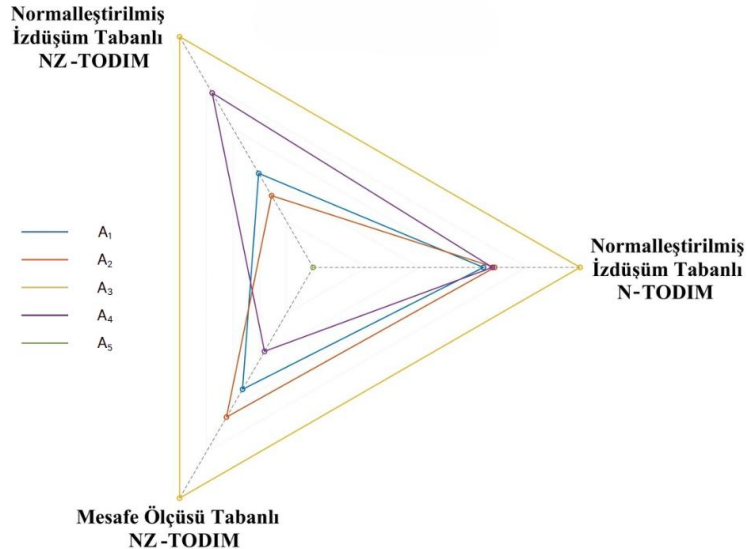
Bu kapsamda, önerilen yöntem sıralama duyarlılığı açısından daha tutarlı ve gerçekçi sonuçlar sunarak karar vericiye daha güvenilir bir yol haritası sağlamaktadır.

Şekil 2. TODIM yöntemleri ile genel baskınlık skoru karşılaştırması



Şekil 2'de yer alan grafik, alternatiflerin genel baskınlık skorlarını görsel olarak karşılaştırmakta ve özellikle A_1, A_2 ve A_4 gibi ara seviyedeki alternatifler açısından yöntemlerin birbirinden ayrıştığını göstermektedir. Geliştirilen yöntem, özellikle A_4 alternatifi için daha yüksek bir baskınlık değeri üretmiştir; bu durum, geliştirilen yöntemin belirsizlik ve güvenilirlik bileşenlerini daha hassas şekilde ele aldığını göstermektedir.

Şekil 3. Farklı yöntemlere göre alternatifler için radar grafiği



Radar grafik sayesinde her yöntemin ürettiği skorlara göre alternatiflerin dağılımı üçgen bir yapı içinde sunulmuştur. Geliştirilen yöntemin (Normalleştirilmiş İzdüşüm Tabanlı NZ-TODIM) oluşturduğu alanın daha geniş ve dengeli bir dağılım göstermesi, karar verme sürecinde daha istikrarlı ve ayırt edici bir performans sunduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, önerilen yöntem hem literatürdeki benzer yaklaşımlarla tutarlı sonuçlar üretmekte hem de farklılık gösterdiği noktalarda daha güçlü bir ayrıştırma kabiliyeti sunmaktadır.

Farklı Metotlar ile Elde Edilen Alternatif Sıralamaları

Tablo 6’da, önerilen NZ-TODIM metodu, Xu ve Zhao (2025) tarafından önerilen N-TODIM, Du vd. (2021) tarafından önerilen NZAAO (Aritmetik Ortalama Operatörü) ve NZAGO (Geometrik Ortalama Operatörü) yöntemleri ile karşılaştırılmıştır.

Tablo 6. Farklı metotlar kullanılarak elde edilen alternatif sıralamaları

Metot	Alternatiflerin Sıralaması	En İyi Alternatif
Nötrosofik TODIM (Xu ve Zhao, 2017)	$A_3 > A_4 > A_1 > A_2 > A_5$	A_3
NZAAO (Du, 2021)	$A_3 > A_1 > A_4 > A_5 > A_2$	A_3
NZAGO (Du, 2021)	$A_3 > A_5 > A_4 > A_2 > A_1$	A_3
Normalleştirilmiş İzdüşüm Tabanlı NZ-TODIM (Önerilen metot)	$A_3 > A_4 > A_1 > A_2 > A_5$	A_3

Karşılaştırma sonuçlarına göre, tüm metotların A_3 alternatifini birinci sıraya yerleştirmesi, bu alternatifin kriter bazlı toplam etkisinin diğerlerine kıyasla daha güçlü olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, diğer alternatiflerin sıralamalarında yöntemler arasında farklılıklar gözlemlenmiştir.

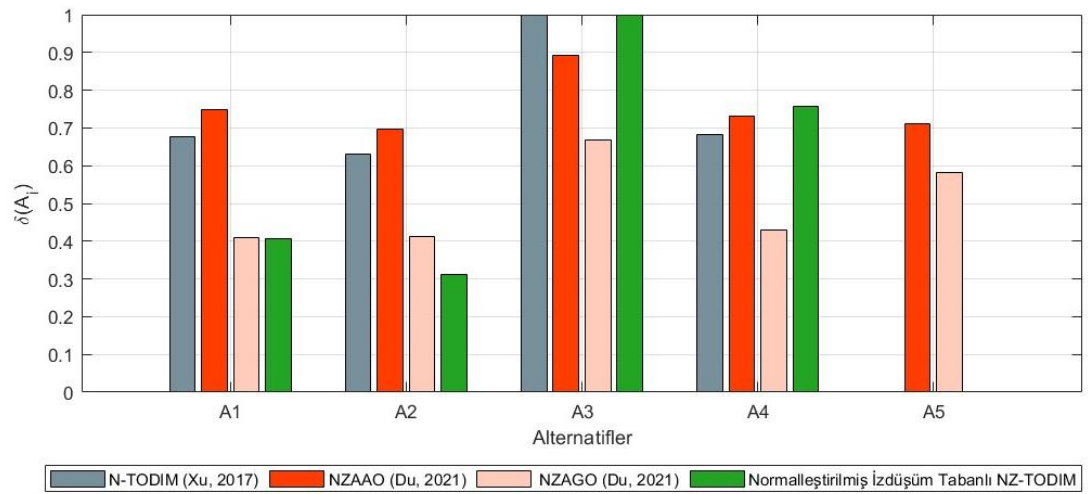
Bu sıralama farklarının temel nedeni, yöntemlerin bilgi işleme biçimlerinden kaynaklanmaktadır. NZAAO ve NZAGO, yalnızca ortalama alma temellidir. Xu ve Zhao (2025) tarafından önerilen nötrosofik TODIM yöntemi ise normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı nötrosofik TODIM metodunu doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık fonksiyonunu nötrosofik ortamda uygulamış ve alternatifler arası baskınlık ilişkisini mesafe ölçüsüne dayandırmıştır.

Önerilen yöntem, alternatifler arasındaki göreceli tercih ilişkilerini, entropiye dayalı normalize edilmiş izdüşüm ölçüsü üzerinden analiz ederek, klasik TODIM

yöntemindeki baskınlık yapısını daha güvenilir ve yönelim duyarlı tabanlı değerlendirmektedir. Başka bir deyişle, bu yenilikçi yaklaşım; sadece karar verici davranışlarını değil, aynı zamanda bilgi güvenilirliği ile yönelimsel yapıları da dikkate alarak çok boyutlu bir analiz sağlamaktadır.

Bu bağlamda, önerilen yöntem hem NZAAO hem de NZAGO yöntemlerinden ve ayrıca Xu ve Zhao'nun TODIM uygulamasından ayrılmakta ve karar verme sürecine daha kapsamlı bir katkı sunmaktadır.

Şekil 4. Farklı TODIM tabanlı yöntemlerle elde edilen genel baskınlık skorlarının karşılaştırılması



Şekil 4'te, önerilen yöntem ile literatürdeki yöntemlerin (Nötrosifik TODIM, NZAAO, NZAGO) alternatifler üzerindeki baskınlık düzeylerini görselleştirerek kıyaslanmaktadır. Özellikle A_3 alternatifinin tüm yöntemlerde yüksek baskınlık skoru elde etmesi, bu alternatifin genel üstünlüğünü ortaya koymaktadır. Önerilen yöntemin daha dengeli ve ayrışabilir sonuçlar üretmesi, bilgi güvenilirliği ve yönelim duyarlılığı içeren normalize edilmiş izdüşüm ölçüsünün karar kalitesine olumlu etkisini desteklemektedir.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, çok kriterli karar verme problemlerinde karar vericilerin belirsizlik altındaki değerlendirmelerini daha doğru temsil edebilmek amacıyla, entropiye dayalı normalize edilmiş izdüşüm ölçüsüne dayanan yeni bir NZ-TODIM yöntemi geliştirilmiştir. Önerilen yöntem, klasik TODIM metodunun davranışsal karar verme yapısını korumakta; ancak baskınlık ilişkilerinin hesaplanmasında, klasik mesafe ölçüleri yerine yönelim ve güvenilirlik duyarlı bir değerlendirme yaklaşımı sunmaktadır.

Çalışmada, önerilen yöntemin performansını ölçmek için, normalleştirilmiş izdüşüm tabanlı N- TODIM, mesafe tabanlı NZ-TODIM ve literatürde yer alan NZAAO, NZSAGO ve N-TODIM yöntemleriyle karşılaştırılmıştır. Gerçekleştirilen karşılaştırmalı analizlerde, önerilen yöntemin alternatifler arasındaki yönelime, güvenilirliğe ve bilgi dağılımına duyarlı bir tercih yapısı sunduğu gözlemlenmiştir. Tüm yöntemler A_3 alternatifini en iyi seçenek olarak belirlemiş olsa da özellikle ikinci ve üçüncü sıralardaki değişimler, önerilen yöntemin farklı öncelik yapıları ortaya koyabildiğini göstermektedir.

Önerilen yaklaşım, belirsizlik içeren karar problemlerinde hem nütrosifik değerlerin üç boyutlu bilgisini (doğruluk, kararsızlık, yanlışlık) kullanmakta hem de her bir değer için güvenilirlik derecesini dikkate alarak klasik yaklaşımların eksik bıraktığı bir boyutu karar sürecine dahil etmektedir. Bu sayede, karar vericilerin bilgi eksikliği veya belirsizlik yaşadığı durumlarda dahi, değerlendirmelerin güvenilirliği sayısal olarak modele yansıtılabilmektedir. Yapılan uygulamalar ve karşılaştırmalı analizler, yöntemin karar sonuçlarını daha güvenilir kıldığını ve bazı durumlarda klasik yöntemlerden farklı ve daha makul tercih sıralamaları ürettiğini göstermiştir. Özellikle, yalnızca nütrosifik değerlere dayalı karar verme yöntemleri bu çalışmanın önerdiği yaklaşımın özel bir durumu olarak kalmakta ve güvenilirlik boyutunu içermedikleri için belirli bilgi kayıplarına uğramaktadır. Geliştirilen NZ-TODIM metodu ise bu boşluğu doldurarak mevcut teorinin bir genellemesi konumundadır. Böylece mevcut yöntemlerin gideremediği eksiklikleri gidermekte ve karar analizinde daha yüksek bir doğruluk ve güven seviyesi sağlamaktadır. Bu yaklaşımın, özellikle belirsizliğin ve uzman görüşlerine dayalı güvensizliklerin yüksek olduğu karar problemlerinde literatüre önemli bir yenilik getirdiği açıktır.

Uygulama alanları bakımından geliştirilen yöntem oldukça geniş bir yelpazede kullanılabilir. Klasik TODIM daha önce tedarikçi seçimi, yatırım kararı, risk analizi gibi çeşitli alanlarda başarıyla uygulanmıştır. NZ-TODIM ise bu alanlara ek olarak, belirsizliğin ve uzman değerlendirmelerinin kritik rol oynadığı her türlü kararda uygulanma potansiyeline sahiptir. Özellikle tıp ve mühendislik gibi alanlarda karar vericilerin değerlendirmelerine yönelik güvenilirlik ölçümlerinin hayati önem taşıdığı durumlarda (örneğin, tıbbi teşhislerde çok kıstaslı kararlar, güvenlik risk analizleri, proje seçimleri) önerilen yaklaşım daha isabetli sonuçlar verebilir. Grup karar verme problemleri de yöntemin önemli bir uygulama alanıdır ve farklı uzmanların farklı güvenilirlik dereceleriyle ifade ettiği görüşleri bir arada değerlendirip tutarlı bir grup kararı elde etmek için NZ-TODIM'in yapısı çok daha uygundur.

Bütün durumlar analiz edildiğinde önerilen metodun üstünlükleri aşağıdaki şekilde listelenebilir:

1. NZ-TODIM, belirsizliği; doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık dereceleriyle (nötrosifik değerlerle) ifade edip bunlara ayrıca güvenilirlik boyutu eklemektedir. Bu sayede, mevcut bilgiye duyulan güven düzeyi karar modeline yansıtılmakta ve sonuçların inandırıcılığı artırılmaktadır. Nitekim NZ-TODIM metodu, yalnızca nötrosifik değerlere dayalı bir değerlendirmeye kıyasla daha zengin bir bilgi ifadesi sunar; tekil nötrosifik değerlere göre değerlendirme yapmanın eksik bıraktığı güven unsurunu sisteme dahil eder. Karşılaştırmalı tablolarda da güvenilirlik boyutunun kazandırdığı bu avantajın somut etkisi gözlemlenmiştir. Güvenilirlik bilgisi dahil edildiğinde en iyi alternatif olan A_3 'ün sırası korunmuş, ancak diğer alternatiflerin sıralamaları değişmiştir. Özellikle A_2 ve A_4 gibi alternatiflerin sıralamalardaki yerlerinin değişmesi, güvenilirlik boyutunun karar sürecine etkisini açıkça ortaya koymaktadır. Bu farklılık, geliştirilen yöntemin etkinliğini ve rasyonelliğini kanıtlar niteliktedir.
2. Kullanılan izdüşüm tabanlı hesaplama tekniği, yönteme ayrı bir avantaj kazandırmaktadır. Klasik mesafe tabanlı metotlar, alternatifleri ideale olan uzaklıklarına göre lineer bir şekilde sıralarken, izdüşüm tabanlı yaklaşım alternatifler arası benzerliği değerlendirirken hem uzaklığı hem de vektörel yönelim açısını

- dikkate almaktadır. Bu sayede iki alternatif arasındaki farklar daha hassas ve kapsamlı bir biçimde yansıtılabilmektedir.
3. Önerilen yöntemde, nütrosifik-Z sayılarına entegre edilen bilgi entropisi, karar verici tarafından sunulan değerlendirmenin ne derece güvenilir olduğunu sayısal olarak ölçebilmekte ve bu güvenilirlik derecesi, normalize edilmiş izdüşüm ölçüsüne entegre edilmektedir. Böylece yalnızca geometrik yönelim değil, aynı zamanda bilginin miktarı, belirsizliği ve güvenilirliği de dikkate alınarak daha sağlıklı baskınlık ilişkileri kurulmaktadır.
 4. Tez çalışmasındaki karşılaştırma sonuçları, NZ-TODIM metodlarının geliştirilen entropi tabanlı normalleştirilmiş izdüşüm ölçüsü sayesinde daha tutarlı, duyarlı ve davranışsal gerçekliği yüksek sıralama yapabildiğini göstermektedir. Dolayısıyla, NZ-TODIM yönteminin hesaplama aşamasında kullanılan entropi destekli izdüşüm modeli, daha sağlam ve güvenilir bir karar analizi yapmaya olanak tanımaktadır.
 5. Geliştirilen yaklaşımda en önemli üstünlük, TODIM'in psikoanalitik mantığını korumasıdır. TODIM, bilindiği üzere, ismini Portekizce "İnteraktif Çok Kriterli Karar Verme" ifadesinden alan ve temelde Kahneman ve Tversky'nin Beklenti Teorisi'ne dayanan bir yöntemdir. Bu teori, karar vericilerin kazanç ve kayıpları değerlendirmede gösterdikleri psikolojik tutum ve eğilimleri modele dahil etmektedir. TODIM yöntemi de bu çerçevede, karar vericinin risk altındaki davranışsal eğilimlerini (örneğin kayıptan kaçınma, kazançlara karşı azalan hassasiyet) yakalayan bir değer fonksiyonuna sahiptir. Önerilen NZ-TODIM yöntemi, belirsiz ve güvenilirlik içerikli verilerle çalışmasına rağmen TODIM'in bu temel mantığını aynen uygulamaktadır. Yani, alternatiflerin göreceli üstünlükleri hesaplanırken yalnızca sayısal büyüklükleri değil, aynı zamanda karar vericinin psikolojik tercihleri de hesaba katılmaktadır. Mesafe tabanlı klasik yöntemlerin aksine, NZ-TODIM, öznel risk tercihlerine duyarlıdır.

Sonuç olarak, NZ-TODIM metodunun bir yandan belirsizlik ve güven unsurlarını modele entegre ederken, diğer yandan TODIM'in davranış biliminden

gelen avantajını korumakta ve bu yönüyle klasik yöntemlere karşı önemli bir üstünlük sunmaktadır.

Gelecekte yapılabilecek çalışmalar açısından, bu tezde sunulan yöntemin geliştirilmesi ve uyarlanması için birkaç öneri aşağıda verilmiştir:

- Farklı ağırlıklandırma ve birleştirme operatörlerinin NZ ortamında uygulanması incelenebilir. Örneğin, Bonferroni veya Heronian ortalama gibi gelişmiş birleştirme operatörleri ile kriterlerin birleştirilmesi, yöntemin sonuçlarını iyileştirip iyileştirmeyeceği araştırılabilir. Benzer şekilde, NZ-TODIM’de baskınlık skoru hesaplanırken kullanılan skor veya karşılaştırma fonksiyonları (logaritmik vb.) geliştirilerek, karar verme sürecindeki hassasiyet artırılabilir.
- Geliştirilen yaklaşım, grup karar verme problemlerine uyarlanabilir. Birden çok karar vericinin görüş birliğine varmak istediği durumlarda, her bir karar vericinin değerlendirmesindeki güvenilirlik payının adil biçimde hesaba katıldığı genişletilmiş modeller üzerinde çalışılabilir.
- Önerilen metot, çeşitli disiplinlerde uygulamalı vaka çalışmaları ile test edilebilir. Örneğin, NZ-TODIM tıbbi teşhis karar destek sistemlerinde, desen tanıma problemlerinde veya optimizasyon tabanlı çok kriterli karar senaryolarında denenebilir ve elde edilen sonuçlar mevcut yaklaşımlarla karşılaştırılarak yöntemin pratik faydaları ortaya konulabilir.
- Önerilen metodun, uzman sistemler ve yapay zeka uygulamalarıyla entegrasyonu üzerine araştırmalar yapılarak, karar destek sistemlerinde kullanımı artırılabilir.

Bu öneriler ışığında, nötrosofik-Z sayı tabanlı TODIM yaklaşımının hem teorik olarak zenginleştirilmesi hem de farklı gerçek dünya problemlerine uyarlanması mümkün gözükmektedir. Sonuç olarak, geliştirilen yöntem, belirsiz ve güvenilirlik içerikli ÇKKV problemlerinde daha güvenilir, esnek ve karar verici odaklı bir çerçeve sunmaktadır.

KAYNAKÇA

- Aboutorab, H., Saberi, M., Asadabadi, M. R., Hussain, O., ve Chang, E. (2018). ZBWM: The Z-number extension of Best Worst Method and its application for supplier development. *Expert Systems with Applications*, 107, 115-125.
- Ahmadi-Moshiran, V., Mirzaei Aliabadi, M., Abbassi, R., Kalatpour, O., ve Omran A. (2024). An Integrated Z-Number and Intuitionistic Fuzzy Sets for Considering Uncertainty in the Risk Assessment Using the Shipp Methodology.
- Ajay, D., ve Chellamani, P. (2021). Pythagorean neutrosophic soft sets and their application to decision-making scenario. In *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems* (pp. 552-560). Cham: Springer International Publishing.
- Akhavain, A., RezaHoseini, A., Ramezani, A., ve BagherPour, M. (2021). Ranking sustainable projects through an innovative hybrid DEMATEL-VIKOR decision-making approach using Z-number. *Advances in Civil Engineering*, 2021(1), 6654042.
- Alali, F., ve Tolga, A. C. (2019). Portfolio allocation with the TODIM method. *Expert Systems with Applications*, 124, 341-348.
- Ali, M., Deli, I., ve Smarandache, F. (2016). The theory of neutrosophic cubic sets and their applications in pattern recognition. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, 30(4), 1957-1963.
- Ali, M., ve Smarandache, F. (2017). Complex neutrosophic set. *Neural computing and applications*, 28, 1817-1834.
- Aliev, R. A., Alizadeh, A. V., ve Huseynov, O. H. (2015). The arithmetic of discrete Z-numbers. *Information Sciences*, 290, 134-155.
- Aliev, R. A., Huseynov, O. H., ve Aliyev, R. R. (2017). A sum of a large number of Z-numbers. *Procedia computer science*, 120, 16-22.
- Aliev, R. A., Pedrycz, W., ve Huseynov, O. H. (2018). Functions defined on a set of Z-numbers. *Information Sciences*, 423, 353-375.
- Aliev, R. A., ve Alizadeh, A. V. (2018). Algebraic Properties of Z-Numbers Under Multiplicative Arithmetic Operations. In *International Conference on Theory and Applications of Fuzzy Systems and Soft Computing* (pp. 33-41). Cham: Springer International Publishing.
- Aliev, R., ve Memmedova, K. (2015). Application of Z-Number Based Modeling in Psychological Research. *Computational intelligence and neuroscience*, 2015(1), 760403.

- Alkhazaleh, S. (2016). Time-neutrosophic soft set and its applications. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(2), 1087-1098.
- Alkhazaleh, S. (2017). n-Valued refined neutrosophic soft set theory. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 32(6), 4311-4318.
- Al-Quran, A., Ahmad, A. G., Al-Sharqi, F., ve Lutfi, A. (2023). Q-Complex Neutrosophic Set. *International Journal of Neutrosophic Science (IJNS)*, 20(2).
- Al-Quran, A., Al-Sharqi, F., ve Djaouti, A. M. (2025). q-Rung simplified neutrosophic set: A generalization of intuitionistic, Pythagorean and Fermatean neutrosophic sets. *AIMS Math*, 10, 8615-8646.
- Al-Quran, A., ve Hassan, N. (2016). Neutrosophic vague soft expert set theory. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(6), 3691-3702.
- Altun, F., Şahin, R., ve Güler, C. (2020). Multi-criteria decision making approach based on PROMETHEE with probabilistic simplified neutrosophic sets. *Soft Computing*, 24(7), 4899-4915.
- Atanassov, K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *fuzzy sets and systems* 20 (1), 87-96.
- Atanassov, K. T. (1989). More on intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, 33(1), 37-45.
- Azadeh, A., Saberi, M., Atashbar, N. Z., Chang, E., ve Pazhoheshfar, P. (2013). Z-AHP: A Z-number extension of fuzzy analytical hierarchy process. In *2013 7th IEEE International Conference on Digital Ecosystems and Technologies (DEST)* (pp. 141-147). IEEE.
- Bhowmik, M., ve Pal, M. (2009). *Intuitionistic neutrosophic set*. Infinite Study.
- Biswas, P., Pramanik, S., ve Giri, B. C. (2015). Cosine similarity measure based multi-attribute decision-making with trapezoidal fuzzy neutrosophic numbers. *Neutrosophic sets and systems*, 8, 46-56.
- Boltürk, E. (2019). Decision making based on intuitionistic fuzzy sets and neutrosophic sets.
- Borah, G., ve Dutta, P. (2023). Aggregation operators of quadripartitioned single-valued neutrosophic Z-numbers with applications to diverse COVID-19 scenarios. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 119, 105748.
- Brans, J. P., ve Vincke, P. (1985). Note—A Preference Ranking Organisation Method: (The PROMETHEE Method for Multiple Criteria Decision-Making). *Management science*, 31(6), 647-656.

- Brauers, W. K. M., ve Zavadskas, E. K. (2010). Project management by MULTIMOORA as an instrument for transition economies. *Technological and economic development of economy*, 16(1), 5-24.
- Broumi S ve Smarandache F (2013) Intuitionistic neutrosophic soft set. *J Inf Comput Sci* 8:130–140
- Broumi S., (2013). Generalized neutrosophic soft set. *Int J Comput Sci Eng Inf* 3:17–30.
- Broumi, S., Bakali, A., Talea, M., Smarandache, F., Singh, P. K., Uluçay, V., ve Khan, M. (2019). Bipolar complex neutrosophic sets and its application in decision making problem. *Fuzzy Multi-criteria Decision-Making Using Neutrosophic Sets*, 677-710.
- Broumi, S., Deli, I., ve Smarandache, F. (2022). N-valued interval neutrosophic sets and their application in medical diagnosis. *Collected Papers. Volume XIV: Neutrosophics and other Topics*, 45-69.
- Broumi, S., Mohanaselvi, S., Witczak, T., Talea, M., Bakali, A., ve Smarandache, F. (2023b). Complex fermatean neutrosophic graph and application to decision making. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 6(1), 474-501.
- Broumi, S., Sundareswaran, R., Shanmugapriya, M., Bakali, A., ve Talea, M. (2022a). Theory and applications of fermatean neutrosophic graphs. *Neutrosophic sets and systems*, 50, 248-286.
- Broumi, S., Sundareswaran, R., Shanmugapriya, M., Singh, P. K., Voskoglou, M., ve Talea, M. (2023a). Faculty performance evaluation through multi-criteria decision analysis using interval-valued fermatean neutrosophic sets. *Mathematics*, 11(18), 3817.
- Chen, H., Shi, J., Lyu, Y., ve Jia, Q. (2024a). A decision-making model with cloud model, z-numbers, and interval-valued linguistic neutrosophic sets. *Entropy*, 26(11), 892.
- Chen, W. P., Fang, Y. M., ve Cui, W. H. (2024b). Logarithmic Similarity Measure of Neutrosophic Z-Number Sets for Undergraduate Teaching Quality Evaluation. *Neutrosophic Sets and Systems*, 66, 185-195.
- Cheng, R., Kang, B., ve Zhang, J. (2021). An improved method of converting Z-number into classical fuzzy number. In *2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC)* (pp. 3823-3828). IEEE.
- Cheng, R., Zhang, J., ve Kang, B. (2022). A novel Z-TOPSIS method based on improved distance measure of Z-numbers. *International Journal of Fuzzy Systems*, 24(6), 2813-2830.

- Churchman, C. W., ve Ackoff, R. L. (1954). An approximate measure of value. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(2), 172-187.
- Deli, I. (2017). Interval-valued neutrosophic soft sets and its decision making. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 8, 665-676.
- Deli, I., Ali, M., ve Smarandache, F. (2015). Bipolar neutrosophic sets and their application based on multi-criteria decision making problems. In *2015 International conference on advanced mechatronic systems (ICAMechS)* (pp. 249-254). Ieee.
- Deli, I., Eraslan, S., ve Çağman, N. (2018). ivnpiv-Neutrosophic soft sets and their decision making based on similarity measure. *Neural Computing and applications*, 29, 187-203.
- Deli, I., ve Şubaş, Y. (2017). Some weighted geometric operators with SVTrN-numbers and their application to multi-criteria decision making problems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 32(1), 291-301.
- Dhanalakshmi, P. (2024). Rough Fermatean Neutrosophic Sets and its Applications in Medical Diagnosis. *Neutrosophic Systems with Applications*, 18, 31-39.
- Diakoulaki, D., Mavrotas, G., ve Papayannakis, L. (1995). Determining objective weights in multiple criteria problems: The critic method. *Computers ve Operations Research*, 22(7), 763-770.
- Du, S., Ye, J., Yong, R., ve Zhang, F. (2021). Some aggregation operators of neutrosophic Z-numbers and their multicriteria decision making method. *Complex & Intelligent Systems*, 7(1), 429-438.
- Fan, J., Guan, R., ve Wu, M. (2020). Z-MABAC method for the selection of third-party logistics suppliers in fuzzy environment. *Ieee Access*, 8, 199111-199119.
- Fisher, B. (2003). Fuzzy environmental decision-making: applications to air pollution. *Atmospheric Environment*, 37(14), 1865-1877.
- Gomathi, S., Krishnaprakash, S., Karpagadevi, M., ve Broumi, S. (2023). Cubic Spherical Neutrosophic Sets. *International Journal of Neutrosophic Science*, 21(4), 172-72.
- Gomes, L. F. A. M., Machado, M. A. S., da Costa, F. F., ve Rangel, L. A. D. (2013). Criteria interactions in multiple criteria decision aiding: a Choquet formulation for the TODIM method. *Procedia Computer Science*, 17, 324-331.
- Gomes, L. F. A. M., ve Rangel, L. A. D. (2009). Determining the utility functions of criteria used in the evaluation of real estate. *International Journal of Production Economics*, 117(2), 420-426.

- Gomes, L.F.A.M. ve Lima, M.M.P.P., (1992). Todim: Basic and application to multicriteria ranking of projects with environmental impacts, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 16(4), 113–127.
- Gompers, P., & Lerner, J. (2001). The venture capital revolution. *Journal of economic perspectives*, 15(2), 145-168.
- Gottwald, D., Chocholáč, J., Kayacı Çodur, M., Čubranić-Dobrodolac, M., ve Yazir, K. (2024). Z-Numbers-Based MCDM approach for personnel selection at institutions of higher education for transportation. *Mathematics*, 12(4), 523.
- Hakim Nik Badrul Alam, N. M. F., Ku Khalif, K. M. N., Jaini, N. I., Abu Bakar, A. S., ve Abdullah, L. (2022). Intuitive multiple centroid defuzzification of intuitionistic Z-numbers. *Journal of fuzzy extension and applications*, 3(2), 126-139.
- Huang, Y., Li, T., Luo, C., Fujita, H., ve Horng, S. J. (2018). Dynamic fusion of multisource interval-valued data by fuzzy granulation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26(6), 3403-3417.
- Hwang, C. L., Yoon, K., Hwang, C. L., ve Yoon, K. (1981). Methods for multiple attribute decision making. *Multiple attribute decision making: methods and applications a state-of-the-art survey*, 58-191.
- Jansi, R., Mohana, K., ve Smarandache, F. (2019). *Correlation measure for Pythagorean neutrosophic sets with T and F as dependent neutrosophic components*. Infinite Study.
- Ji, P., Zhang, H. Y., ve Wang, J. Q. (2018). A projection-based TODIM method under multi-valued neutrosophic environments and its application in personnel selection. *Neural Computing and Applications*, 29, 221-234.
- Jia, Q., ve Hu, J. (2022). A novel method to research linguistic uncertain Z-numbers. *Information Sciences*, 586, 41-58.
- Jun, Y. B., Smarandache, F., ve Kim, C. S. (2017). Neutrosophic cubic sets. *New mathematics and natural computation*, 13(01), 41-54.
- Kahneman D. ve Tversky A., (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 363-391.
- Kamran, M., Salamat, N., Jana, C., ve Xin, Q. (2025). Decision-making technique with neutrosophic Z-rough set approach for sustainable industry evaluation using sine trigonometric operators. *Applied Soft Computing*, 169, 112539.
- Kandasamy, I. (2018). Double-valued neutrosophic sets, their minimum spanning trees, and clustering algorithm. *Journal of Intelligent systems*, 27(2), 163-182.

- Kang, B., Wei, D., Li, Y., ve Deng, Y. (2012). A method of converting Z-number to classical fuzzy number. *Journal of information & computational science*, 9(3), 703-709.
- Kaplan, S. N., & Strömberg, P. E. (2004). Characteristics, contracts, and actions: Evidence from venture capitalist analyses. *The journal of finance*, 59(5), 2177-2210.
- Karaaslan, F. (2017a). Possibility neutrosophic soft sets and PNS-decision making method. *Applied Soft Computing*, 54, 403-414.
- Karaaslan, F. (2017b). Correlation coefficients of single-valued neutrosophic refined soft sets and their applications in clustering analysis. *Neural Computing and Applications*, 28(9), 2781-2793.
- Kersulienė, V., Zavadskas, E. K., ve Turskis, Z. (2010). Selection of rational dispute resolution method by applying new step-wise weight assessment ratio analysis (SWARA). *Journal of business economics and management*, 11(2), 243-258.
- Köseoğlu, A., Şahin, R., ve Merdan, M. (2020). A simplified neutrosophic multiplicative set-based TODIM using water-filling algorithm for the determination of weights. *Expert Systems*, 37(4), e12515.
- Krohling, R. A., Pacheco, A. G., ve Siviero, A. L. (2013). IF-TODIM: An intuitionistic fuzzy TODIM to multi-criteria decision making. *Knowledge-Based Systems*, 53, 142-146.
- Krohling, R. A., ve de Souza, T. T. (2012). Combining prospect theory and fuzzy numbers to multi-criteria decision making. *Expert Systems with Applications*, 39(13), 11487-11493.
- Küçük, G. D. (2019). Distance-Based Similarity Measure Between Interval Neutrosophic Sets and Multi Criteria Decision Making Method. *Journal of the Institute of Science and Technology*, 9(2), 1057-1065.
- Li, Y. Y., Zhang, H., ve Wang, J. Q. (2017). Linguistic neutrosophic sets and their application in multicriteria decision-making problems. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 7(2).
- Liu, P., ve Shi, L. (2017). Some neutrosophic uncertain linguistic number Heronian mean operators and their application to multi-attribute group decision making. *Neural Computing and Applications*, 28, 1079-1093.
- Liu, P., ve Teng, F. (2018). Multiple attribute decision making method based on normal neutrosophic generalized weighted power averaging operator. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 9, 281-293.

- Llamazares, B. (2018). An analysis of the generalized TODIM method. *European Journal of Operational Research*, 269(3), 1041-1049.
- Lourenzutti, R., ve Krohling, R. A. (2013). A study of TODIM in a intuitionistic fuzzy and random environment. *Expert Systems with Applications*, 40(16), 6459-6468.
- Luxemburg, W. A. (1968). Non-standard analysis. In *Logic, Foundations of Mathematics, and Computability Theory: Part One of the Proceedings of the Fifth International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, London, Ontario, Canada-1975* (pp. 107-119). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Maji PK., (2013). Neutrosophic soft set. *Ann Fuzzy Math Inf* 5:157–168.
- Mazandarani, M., ve Zhao, Y. (2019). Z-differential equations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 28(3), 462-473.
- Molla, M. U., ve Giri, B. C. (2022). Multi-criteria decision making problem with spherical neutrosophic sets. *Opsearch*, 1-18.
- Myers, J. H., ve Alpert, M. I. (1968). Determinant buying attitudes: meaning and measurement. *Journal of Marketing*, 32, 13-20.
- Nuriyev, M., Nuriyev, A., ve Mammadov, J. (2025). Application of the Z-Information-Based Scenarios for Energy Transition Policy Development. *Energies*, 18(6), 1437.
- Opricovic, S. (1998) Multicriteria Optimization of Civil Engineering Systems, Belgrade, Faculty of Civil Engineering.
- Opricovic, S., ve Tzeng, G. H. (2004). Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European journal of operational research*, 156(2), 445-455.
- Pap, E. (1997). Pseudo-analysis as a mathematical base for soft computing. *Soft Computing*, 1(2), 61-68.
- Peng, H. G., Zhang, H. Y., ve Wang, J. Q. (2018). Probability multi-valued neutrosophic sets and its application in multi-criteria group decision-making problems. *Neural Computing and Applications*, 30, 563-583.
- Peng, J. J., Wang, J. Q., Wang, J., Zhang, H. Y., ve Chen, X. H. (2016). Simplified neutrosophic sets and their applications in multi-criteria group decision-making problems. *International journal of systems science*, 47(10), 2342-2358.
- Peng, J. J., Wang, J. Q., Wu, X. H., Wang, J., ve Chen, X. H. (2015). Multi-valued neutrosophic sets and power aggregation operators with their applications in multi-criteria group decision-making problems. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 8(2), 345-363.

- Pramanik, S., ve Mallick, R. (2019). TODIM strategy for multi-attribute group decision making in trapezoidal neutrosophic number environment. *Complex & Intelligent Systems*, 5(4), 379-389.
- Qi, J., Hu, J., ve Peng, Y. (2023). Conceptual design evaluation using interval intuitionistic fuzzy-Z-number for multiple uncertain information from decision-maker. *International Journal of Fuzzy Systems*, 25(8), 3119-3143.
- Qin, Y., Liu, Y., ve Hong, Z. (2017). Multicriteria decision making method based on generalized Pythagorean fuzzy ordered weighted distance measures. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33(6), 3665-3675.
- Ren, P., Xu, Z., ve Gou, X. (2016). Pythagorean fuzzy TODIM approach to multi-criteria decision making. *Applied soft computing*, 42, 246-259.
- Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples. *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle*, 2(8), 57-75.
- Saaty, T. L. (1980). The analytic hierarchy process (AHP). *The Journal of the Operational Research Society*, 41(11), 1073-1076.
- Shanmugam, G., Palanikumar, M., Arulmozhi, K., Iampan, A., ve Broumi, S. (2022). Agriculture production decision making using generalized q-Rung neutrosophic soft set method. *International Journal of Neutrosophic Science*, 19(1), 166-176.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*, 27(3), 379-423.
- Shinoj, T. K., ve John, S. J. (2012). Intuitionistic fuzzy multisets and its application in medical diagnosis. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 6(1), 1418-1421.
- Smarandache F (2013b) n-Valued refined neutrosophic logic and its applications to physics. *Prog Phys* 4:143– 146
- Smarandache, F. (1998). Neutrosophy: neutrosophic probability, set, and logic: analytic synthesis ve synthetic analysis.
- Smarandache, F. (1999). A unifying field in Logics: Neutrosophic Logic. In *Philosophy* (pp. 1-141). American Research Press.
- Smarandache, F. (2013a). *Introduction to neutrosophic measure, neutrosophic integral, and neutrosophic probability*. Infinite Study.
- Sotirov, S., Sotirova, E., ve Orozova, D. (2009). Neural network for defining intuitionistic fuzzy sets in e-learning. *Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets*, 15(2), 33-36.
- Stevic, Ž., Pamučar, D., Puška, A., ve Chatterjee, P. (2020). Sustainable supplier selection in healthcare industries using a new MCDM method: Measurement of alternatives

- and ranking according to COMpromise solution (MARCOS). *Computers & industrial engineering*, 140, 106231.
- Sudharani, R., Karuppiah, K., Prathab, H., Karthigeyan, M., ve Senthil, S. (2025). Pentapartitioned Single-Valued Neutrosophic Z-Numbers: Theory and Applications. *Neutrosophic Sets and Systems*, 83, 701-734.
- Sweety, C.A.C. ve Jansi, R. (2021). Fermatean Neutrosophic Sets, *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering*, Vol. 10, Issue 6, pp. 24-27.
- Şahin, R., ve Liu, P. (2017). Possibility-induced simplified neutrosophic aggregation operators and their application to multi-criteria group decision-making. *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, 29(4), 769-785.
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Sotoudeh-Anvari, A., ve Siadat, A. (2015). A multi-criteria group decision-making approach for facility location selection using PROMETHEE under a fuzzy environment. In *Outlooks and Insights on Group Decision and Negotiation: 15th International Conference, GDN 2015, Warsaw, Poland, June 22-26, 2015, Proceedings 15* (pp. 145-156). Springer International Publishing.
- Tian, Z. P., Wang, J., Zhang, H. Y., Chen, X. H., ve Wang, J. Q. (2016). Simplified neutrosophic linguistic normalized weighted Bonferroni mean operator and its application to multi-criteria decision-making problems. *Filomat*, 30(12), 3339-3360.
- Tian, Z. P., Wang, J., Zhang, H. Y., ve Wang, J. Q. (2018). Multi-criteria decision-making based on generalized prioritized aggregation operators under simplified neutrosophic uncertain linguistic environment. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 9, 523-539.
- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y. Q., ve Sunderraman, R. (2005a). Interval neutrosophic sets and logic: theory and applications in computing; 2005. *Theory and Applications in Computing. Hexis*.
- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y. Q., ve Sunderraman, R. (2005b). Interval neutrosophic sets and logic: theory and applications in computing; 2005. *Theory and Applications in Computing. Hexis*.
- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y., ve Sunderraman, R. (2010). *Single valued neutrosophic sets*. Infinite study.
- Wang, J. Q., ve Li, X. E. (2015). TODIM method with multi-valued neutrosophic sets. *Control Decis*, 30(6), 1139-1142.

- Wang, N. ve Zhang, H. (2017). Probability multivalued linguistic neutrosophic sets for multi-criteria group decision-making. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 7(3).
- Wen, Z., Liao, H., ve Zavadskas, E. K. (2020). MACONT: Mixed aggregation by comprehensive normalization technique for multi-criteria analysis. *Informatica*, 31(4), 857-880.
- Wu, M., Chen, D., ve Fan, J. (2025). Neutrosophic Z-number Schweizer–Sklar prioritized aggregation operators and new score function for multi-attribute decision making. *Artificial Intelligence Review*, 58(7), 192.
- Xu, D. S., Wei, C., ve Wei, G. W. (2017). TODIM method for single-valued neutrosophic multiple attribute decision making. *Information*, 8(4), 125.
- Xu, D., ve Zhao, Y. (2025). A new distance measure for single-valued neutrosophic set and an improved method based on TOPSIS and TODIM to multi-attribute decision-making. *International Journal of Knowledge-Based and Intelligent Engineering Systems*, 13272314241313146.
- Yager, R. R. (2012). On Z-valuations using Zadeh's Z-numbers. *International Journal of Intelligent Systems*, 27(3), 259-278.
- Yang, H. L., Zhang, C. L., Guo, Z. L., Liu, Y. L., ve Liao, X. (2017). A hybrid model of single valued neutrosophic sets and rough sets: single valued neutrosophic rough set model. *Soft Computing*, 21, 6253-6267.
- Yazdani, M., Zarate, P., Zavadskas, E.K. ve Turskis, Z. (2019b), “A Combined Compromise Solution (CoCoSo) method for multi-criteria decision-making problems”, *Management Decision*, Vol. 57 No. 9, pp. 2501-2519.
- Ye, J. (2014a). A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets. *Journal of intelligent ve fuzzy systems*, 26(5), 2459-2466.
- Ye, J. (2014b). Some aggregation operators of interval neutrosophic linguistic numbers for multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(5), 2231-2241.
- Ye, J. (2014c). Multiple attribute group decision-making method with completely unknown weights based on similarity measures under single valued neutrosophic environment. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(6), 2927-2935.
- Ye, J. (2015a). An extended TOPSIS method for multiple attribute group decision making based on single valued neutrosophic linguistic numbers. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 28(1), 247-255.

- Ye, J. (2015b). Multiple-attribute decision-making method under a single-valued neutrosophic hesitant fuzzy environment. *Journal of intelligent systems*, 24(1), 23-36.
- Ye, J. (2016). Correlation coefficients of interval neutrosophic hesitant fuzzy sets and its application in a multiple attribute decision making method. *Informatica*, 27(1), 179-202.
- Ye, J. (2021). Similarity measures based on the generalized distance of neutrosophic Z-number sets and their multi-attribute decision making method. *Soft Computing*, 25(22), 13975-13985.
- Ye, J., Du, S., ve Yong, R. (2022). Aczel–Alsina weighted aggregation operators of neutrosophic z-numbers and their multiple attribute decision-making method. *International Journal of Fuzzy Systems*, 24(5), 2397-2410.
- Ye, S., ve Ye, J. (2014). Dice similarity measure between single valued neutrosophic multisets and its application in medical diagnosis. *Neutrosophic sets and systems*, 6(1), 9.
- Yücenur, G. N., ve Yazici, M. H. (2023). Global Location Selection for an Oral Health Center with a Sequential Method by SWARAveTODIM. *Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 6(1), 476-492.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*.
- Zadeh, L. A. (2011). A note on Z-numbers. *Information sciences*, 181(14), 2923-2932.
- Zavadskas, E. K., Turskis, Z., Antucheviciene, J., ve Zakarevicius, A. (2012). Optimization of weighted aggregated sum product assessment. *Elektronika ir elektrotechnika*, 122(6), 3-6.
- Zeinalova, L. M. (2018). A Z-number valued analytical hierarchy process. *Chemical Technology, Control and Management*, 2018(3), 88-94.
- Zhang, C., Zhai, Y., Li, D., ve Mu, Y. (2016a). Steam turbine fault diagnosis based on single-valued neutrosophic multigranulation rough sets over two universes. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 31(6), 2829-2837.
- Zhang, M., Liu, P., ve Shi, L. (2016b). An extended multiple attribute group decision-making TODIM method based on the neutrosophic numbers. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(3), 1773-1781.
- Zhao AW. ve Guan HJ, G., (2015). Neutrosophic valued linguistic soft sets and multi-attribute decision-making application. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 12(12), 6162-6171.

ÖZGEÇMİŞ

Güler Tuğba GÜLTEKİN, ilköğrenimini Zeyyat Mandalinci İlköğretim Okulu'nda ve orta öğrenimini Bodrum Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2015 yılında Bodrum Anadolu Lisesi'nden mezun oldu. 2015 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nde başladığı lisans eğitimini, 2019 yılında tamamladı. 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılında Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda başlamış olduğu yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.

