

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

FİZİK ANABİLİM DALI

**NÜKLEER ORTALAMA ALANDA BİR PARÇACIK
SEVİYELERİNİN HESAPLANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fizikçi Suat YAMAK

**ŞUBAT 2010
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

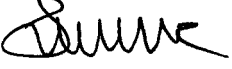
FİZİK ANABİLİM DALI

**NÜKLEER ORTALAMA ALANDA BİR PARÇACIK
SEVİYELERİNİN HESAPLANMASI**

Fizikçi Suat YAMAK

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Yüksek Lisans (Fizik)”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28/12/2009
Tezin Savunma Tarihi : 22/01/2010**

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ 
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Belgin KÜÇÜKÖMEROĞLU 
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Salih ÇEPNİ 

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2010

ÖNSÖZ

“Nükleer Ortalama Alanda Bir Parçacık Seviyelerinin Hesaplanması” adlı çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü Öğretim Üyesi Doç. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ danışmanlığında hazırlanarak, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’ne Yüksek Lisans Tezi olarak sunulmuştur.

Tezimin her aşamasında maddi ve manevi desteğini esirgemeyen ve de önerileriyle yol gösteren tez danışmanım Doç. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ’a saygı ve şükranlarımı sunarım.

Çalışmalarım süresince bana katlanan eşim ve çocuklarıma teşekkür ederim.

Suat YAMAK
Trabzon 2010

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	VIII
SEMBOLLER DİZİNİ.....	X
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Nükleer Ortalama Alan.....	1
1.1.1. Ortalama Alan Yaklaşımı.....	2
1.1.2. Olgusal Potansiyeller.....	6
1.1.3. Spin-Yörünge Etkileşmesi.....	7
1.2. Woods-Saxon Dalga Fonksiyonları.....	8
1.2.1. Harmonik Salıncı Dalga Fonksiyonları.....	12
1.2.2. Woods-Saxon Hamiltonyenini Köşegenleştirilmesi.....	15
1.3. Çok-Nükleon Konfigürasyonları.....	21
2. TRIAXIAL PROGRAMIN AMACI.....	29
2.1. Schrödinger Denklemi.....	29
2.2. Hamiltonyen.....	29
2.3. Coulomb Potansiyeli.....	30
2.4. Ortalama Alanın ve Farklı Nükleer Yüzeylerin Deformasyonu ile İlgili Ayrıntıları.....	31
2.4.1. Sanki-Yarıçap ve Nükleer Yüzeyleri.....	31
2.4.2. Deformasyon Parametreleri.....	33
2.5. Küresel Durum: Ortalama Alan Parametreleri.....	33
2.5.1. Küresel Simetri Durumu.....	33
2.5.2. Ortalama Alan Parametreleri.....	34
2.6. Çözüm İlkesi.....	35
2.6.1. Yöntem.....	35
2.6.2. Harmonik Osilatör Bazları.....	35

2.6.3.	Hamiltonyen Matris Temsili.....	36
2.6.3.1.	V Ortalama Alan Matris Elemanları ve $e.\phi^C$ Coulomb Enerjisi.....	36
2.6.3.2.	V^{so} Spin-Yörünge Enerji İşlemcisinin Matris Elemanları.....	37
2.6.3.3.	T Kinetik Enerji İşlemcisinin Matris Elemanları.....	39
2.7.	Nükleer Yüzeyin Simetrik Özellikleri.....	39
2.7.1.	Parite.....	40
2.7.2.	İmza.....	40
2.7.3.	Bu Simetrinin Sonuçları.....	40
2.8.	Sayısal Tercihler ve Reçeteler.....	41
2.8.1.	Dört Evre.....	41
2.8.2.	Baz Kesilmesinin Özellikleri.....	42
2.8.3.	Baz Frekanslarının Optimizasyonu.....	42
2.8.4.	Bazdaki β Parametrelerinin Sayısal Değerleri.....	44
2.9.	Köşegenleştirme.....	45
2.9.1.	Alt Programların Seti (Çağırılma Sırasına Göre).....	46
2.9.2.	Fonksiyonlar Seti.....	47
2.10.	Triaxial Programının Giriş-Çıkış Verileri.....	47
2.10.1.	Giriş Verileri.....	48
2.10.1.1.	Birinci Giriş Dosyası: input.dat.....	48
2.10.1.2.	İkinci Giriş Dosyası: parameters.dat.....	49
2.10.2.	Çıkış Verileri.....	49
2.11.	Myers Parametreleri.....	50
3.	YAPILAN ÇALIŞMALAR VE SONUÇLAR.....	53
3.1.	Sonuçlar ve Öneriler.....	70
4.	KAYNAKLAR.....	71
ÖZGEÇMİŞ		

ÖZET

Bu çalışmanın ilk kısmında nükleer ortalama alan hem olgusal hem de öz-uyumlu tanımlanması çerçevesinde tartışıldı. Bir-parçacık durumları ve antisimetrik çok parçacık durumları incelendi. Bunun sonucu olarak nükleon-nükleon etkileşmesinin ana kısmı ortalama alanın bir-parçacık enerjileri de çalışıldı. Woods-Saxon potansiyeliyle Coulomb potansiyeli ve spin-yörünge etkileşmesini içeren Schrödinger denkleminin sayısal sonuçları tartışıldı.

Çalışmanın ikinci kısmında, Woods-Saxon türü ortalama nükleer potansiyel için durağan durumların Schrödinger denklemini çözen “triaxial” bilgisayar programıyla $^{202-208}\text{Pb}$ çekirdeklerinin bir-parçacık enerji seviyeleri hesaplandı. Nükleer deformasyon Bohr parametreleriyle belirlendi. Hesaplamalar iki aşamada gerçekleştirildi. Birinci aşamada, Kartezyen salıncı bazında Hamiltonyen matrisi hesaplandı. İkinci adımda ise bu matris EİSPACK kitaplığının altprogramlarıyla köşegenleştirildi.

Anahtar Kelimeler: Nükleer Ortalama Alan, Woods-Saxon Potansiyeli, Bohr Parametresi, Bir-Parçacık Durumları

SUMMARY

Calculation of Single-Particle Levels in Nuclear Mean Field

In the first part of this work, the nuclear mean field is discussed both phenomenologically and as an expression of self-consistency. The single-particle basis and an antisymmetric many-particle states are investigated. It turns out that a major part of the nucleon-nucleon interactions can be included in the single-particle energies of the mean field. A numerical solution of the Schrödinger equation with the Woods-Saxon potential together with the Coulomb potential and spin-orbit coupling are also discussed. The solution is constructed in a basis of harmonic oscillator wave functions.

In the second part of the work, the single-particle $^{202-208}Pb$ nuclei are calculated by using the computer program “triaxial” which solves the Schrödinger equation of the stationary states for an average nuclear potential of Woods-Saxon type. The deformation is specified by the usual Bohr parameters. The calculations are carried out in two stages. In first, one calculates the representative matrix of the Hamiltonian in the Cartesian oscillator basis. In the second stage one diagonalizes this matrix with the help of subroutines of the EISPACK library.

Key Words: Nuclear Mean Field, Woods-Saxon Potential, Bohr Parameters, Single-Particle States

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

- Şekil 1. Merkezi ortalama alan potansiyeli ve onun bir-parçacık özenerjilerinin şematik gösterimi..... 6
- Şekil 2. İki olgusal ortalama alan potansiyelleri. Woods-Saxon potansiyeli v_{WS} ve yaklaşık özdeş harmonik salıncı potansiyeli v_{HS} 8
- Şekil 3. Proton ve nötronlar için ortalama alan potansiyellerinin şematik görünümü. Sihirli sayılar ve durum kabukları yaklaşık enerjilerde gösteriliyor..... 9
- Şekil 4. Tablo 1-4 ün bazı Woods-Saxon dalga fonksiyonları (düz çizgi). Kesikli çizgi ilgili harmonik osilatör bileşenini verir. Üstteki iki grafik ^{16}O daki nötron $1s_{1/2}$ ve proton $0d_{5/2}$ durumları, alttaki iki grafik ise ^{40}Ca daki proton $1s_{1/2}$ ve nötron $1p_{1/2}$ durumlarını gösteriyor. Üst sol ve alt sağdaki grafiklerdeki kesikli çizgi-nokta-çizgi sadece $v \leq 2$ yi içeren bir açılımın sonucudur..... 19
- Şekil 5. ^{136}Xe çekirdeğinin nötron bir parçacık spektrumu harmonik osilatör spektrumdan, denklem (1.24) spin-yörünge etkileşimi ve terimsiz Woods-Saxon spektrumuna göre değişimi. Woods-Saxon parametreleri denklem (1.21-1.23)'den ve ilave spin-yörünge parametresi denklem (28)'den alındı. Özdeş osilatör potansiyeli (şekil 2) $\hbar\omega = 6.53 MeV$ ve $V_1 = 48.6 MeV$ parametrelerine sahiptir. Her bir osilatör ana kabuğunun P paritesi gösterildi..... 20

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 1. ^{16}O da nötron bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_v^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı.....	16
Tablo 2. ^{16}O da proton bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_v^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı.....	16
Tablo 3. ^{40}Ca da nötron bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_v^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı.....	17
Tablo 4. ^{40}Ca da proton bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_v^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı.....	17
Tablo 5. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{202}Pb çekirdeği).....	54
Tablo 6. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{202}Pb çekirdeği).....	55
Tablo 7. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{202}Pb çekirdeği).....	56
Tablo 8. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{202}Pb çekirdeği).....	57
Tablo 9. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{204}Pb çekirdeği).....	58
Tablo 10. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{204}Pb çekirdeği).....	59

Tablo 11. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{204}Pb çekirdeği).....	60
Tablo 12. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{204}Pb çekirdeği).....	61
Tablo 13. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{206}Pb çekirdeği).....	62
Tablo 14. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{206}Pb çekirdeği).....	63
Tablo 15. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{206}Pb çekirdeği).....	64
Tablo 16. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{206}Pb çekirdeği).....	65
Tablo 17. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{208}Pb çekirdeği).....	66
Tablo 18. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{208}Pb çekirdeği).....	67
Tablo 19. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{208}Pb çekirdeği).....	68
Tablo 20. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV) (^{208}Pb çekirdeği).....	69
Tablo 21. $^{202-208}\text{Pb}$ çekirdeklerinin nötron Fermi seviyeleri.....	69
Tablo 22. $^{202-208}\text{Pb}$ çekirdeklerinin proton Fermi seviyeleri.....	70

SEMBOLLER DİZİNİ

v_{WS}	: Woods-Saxon potansiyeli
v_{HS}	: Harmonik salımcı potansiyeli
v_{LS}	: Spin-yörünge potansiyeli
v_C	: Coulombic potansiyel
H	: Hamiltonyen işlemcisi
T	: Kinetik enerji
$R_{yük}$	: Yük yoğunluğu yarıçapı
$\hbar$	: Planck sabiti
κ	: Spin-yörünge çiftleşme katsayısı
V^{SO}	: Spin-yörünge enerjisi
V	: Potansiyel enerjisi
$H_{ort\ alan}$	: Ortalama alan Hamiltonyeni
V_H	: Hartree ortalama alanı
V_{HF}	: Hartree-Fock ortalama alanı

1. GENEL BİLGİLER

1.1 Nükleer Ortalama Alan

Nötron sayısı N ve proton sayısı Z olan A kütle numaralı bir çekirdek kuvvetlice etkileşen A -tane nükleondan oluşur. Kuvvetli nükleer etkileşmeye ilaveten protonlar ayrıca Coulomb kuvvetini de hissederler. Bu anlamda nükleonlar herhangi bir içsel yapıya sahip olmayan nokta parçacıklar olarak incelenecektir. Bu düşünce, düşük enerjilerde nükleer yapı olmadığında mükemmel bir yaklaşımdır. Aynı çizgiler boyunca nükleer kuvvetler, altında yatan temel mekanizmaya yani mezonik ya da kuark serbestlik derecelerine dikkat etmeden tanımlanır. İki nükleon etkileşmesini 2-cisim etkileşme matris elemanlarıyla, onları elde etmede kullanılan yöntemlerin ayrıntılı hesabı dikkate alınmadan tanımlanır.

$A > 10$ olan A -nükleonlu bir çekirdek için Schrödinger denklemi tam olarak çözülemez. Bu durumda bu kuvvetli etkileşen parçacıkların çok-cisim problemini çözmek için uygun yaklaşıklık yöntemlerine başvurulmaktadır. Çok uygun bir yaklaşım kuvvetli etkileşen parçacıkları zayıf etkileşen “sanki parçacıklar” sistemine dönüştürmektedir. Sanki parçacıklar A -tane etkileşmeyen sanki parçacıkların bir seti olarak incelenebilir. Geri kalan etkileşmeler “artık etkileşimler” olarak adlandırılır ve pertürbasyon teorisinde incelenebilir. Parçacıklardan sanki parçacıklara dönüşüm kolay değildir ve incelenen nükleer sisteme bağlıdır.

Şimdi ortalama alan veya Hartree-Fock sanki parçacıklarını inceleyelim. H , T kinetik enerjisinden ve V potansiyel enerjisinden oluşan nükleer çok-cisim Hamiltoniyenidir, yani;

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A t(r_i) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^A v(r_i, r_j) = \sum_{i=1}^A \frac{-\hbar^2}{2m_N} \nabla_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^A v(r_i, r_j) \quad (1.1)$$

Burada m_N bir nükleonun kütlesidir (protonun kütlesi nötronun kütlesine yaklaşık olarak eşit olduğundan burada $m_N c^2 \approx 940 \text{ MeV}$ alacağız). r_i , i . nükleonun koordinatlarını gösteriyor. Toplam bir parçacık potansiyel enerjisi eklenebilir ve çıkarılabilir.

$$H = \left[T + \sum_{i=1}^A v(r_i) \right] + \left[V - \sum_{i=1}^A v(r_i) \right] \equiv H_{ort. alan} + V_{artık} \quad (1.2)$$

Burada,

$$H_{ort. alan} = T + \sum_{i=1}^A v(r_i) \equiv T + V_{ort. alan} = \sum_{i=1}^A |t(r_i) + v(r_i)| \equiv \sum_{i=1}^A h(r_i) \quad (1.3)$$

nükleer ortalama alan Hamiltoniyenidir ve

$$V_{artık} = V - \sum_{i=1}^A v(r_i) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^A v(r_i, r_j) - \sum_{i=1}^A v(r_i) \quad (1.4)$$

artık etkileşmedir. Artık etkileşmenin orijinal V etkileşmesinden büyüklük olarak çok küçük olduğu varsayılır.

1.1.1. Ortalama Alan Yaklaşımı

Ortalama alan yaklaşımında her bir nükleon, geri kalan $A-1$ nükleon tarafından meydana getirilen bir dış alanda hareket ediyormuş gibi gözlemlenebilir. Bu V_{ort} dış potansiyel, nükleon ve onun $A-1$ tane komşusu arasındaki etkileşmelerin, uygun bir şekilde tanımlanmış kısa bir ΔT zaman aralığı boyunca, zaman ortalaması olarak düşünülebilir.

$$V_{ort} = \sum_{i=1}^A v(r_i), \quad v(r_i) = \frac{1}{\Delta T} \int_T^{T+\Delta T} dt \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^A v(r_i(t), r_j(t)) \quad (1.5)$$

Bu zaman ortalaması düşüncesi sadece bir yol gösterici anlamında olup ve pratikte bir karşılığının olmadığı anlaşılmalıdır.

Ortalama alan yaklaşımında kuvvetli etkileşmeler çok-fermion sistemi $v(r)$ dış potansiyel alanındaki A tane etkileşmeyen fermiyonlar (sanki parçacıklar) sistemi haline gelir. Böyle bir dış potansiyel için durağan bir-parçacık durumlarını bulmak kolaydır. Bu temel kuantum mekaniğinde bilinen potansiyel kuyusu problemidir. Buralarda bir-parçacık durumları, aşağıda göstereceğimiz gibi, A -parçacıklı dalga fonksiyonu oluşturularak kolayca elde edilir.

$H_{ortal\,alan}$ ortalama alan Hamiltonyenine karşılık gelen A-nükleonlu Schrödinger denklemi

$$H_{ortal\,alan} \Psi_0(r_1, r_2, \dots, r_A) = E \Psi_0(r_1, r_2, \dots, r_A) \quad (1.6)$$

ile incelenebilir.

Dalga denklemi için

$$\Psi_0(r_1, r_2, \dots, r_A) = \phi_{\alpha_1}(r_1) \phi_{\alpha_2}(r_2) \dots \phi_{\alpha_A}(r_A) \quad (1.7)$$

kullanılır.

Denklem (1.6) Schrödinger denklemine bir dalga fonksiyonu yerleştirdiğimizde, A tane özdeş bir nükleonlu Schrödinger denklemleri

$$h(r) \phi_{\alpha}(r) = \varepsilon_{\alpha} \phi_{\alpha}(r), \quad h(r) = t(r) + v(r) = \frac{-\hbar^2}{2m_N} \nabla^2 + v(r) \quad (1.8)$$

ε_{α_i} ayrışma sabitleriyle

$$E = \sum_{i=1}^A \varepsilon_{\alpha_i} \quad (1.9)$$

koşulunu sağlayacak biçiminde verir.

Çok-nükleon Schrödinger denklemin çözümü, bir dış potansiyel kuyusu için bir-nükleon Schrödinger denkleminin çözülerek elde edilen bir parçacık dalga fonksiyonlarının bir çarpımıdır. Bu yolla ortalama alan kavramı karmaşık çok-nükleon problemini bir basit bir-nükleon problemine dönüştürür.

Problem, ortalama alanın nasıl belirleneceğini özellikle sanki parçacıklar arasındaki artık etkileşmeyi minimize eden bir optimal ortalama alanı bırakmaktadır. Bu problemi çözmek için bir sanki parçacık durumlarının bir optimal $\{\phi_{\alpha}(r)\}$ setini arayalım. Bu Rayleigh-Ritz varyasyon problemi idi. Burada bir-parçacık yörüngelerinin değişimleri $\phi_{\alpha}(r) \rightarrow \phi_{\alpha}(r) + \delta\phi_{\alpha}(r)$ çekirdeğin taban durum enerjilerini minimize ederek belirlenir;

$$E_{gs} = \langle \Psi_0 | H | \Psi_0 \rangle, \quad H = T + V_{ortal\,alan} + V_{artık} \quad (1.10)$$

varyasyonu hesabının başlangıç noktası olarak ya çarpım Hartree metodunu oluşturan

$$\Psi_0(r_1, r_2, \dots, r_A) = \prod_{i=1}^A \phi_{a_i}(r_i) \quad (1.11)$$

veya antisimetrik çarpım ansatz, Hartree metodu kullanmak uygundur.

$$\Psi_0(r_1, r_2, \dots, r_A) = A \left[\prod_{i=1}^A \phi_{a_i}(r_i) \right] \quad (1.12)$$

kullanmak yaygındır.

Bu antisimetrikleştirilmiş ansatz dalga fonksiyonu verilen bir-parçacık durumlarının Slater determinantı olarak adlandırılır. Burada A antisimetrikleştirme işlemcisi olup, çarpım dalga fonksiyonunda bir-parçacık yörüngelerinin işaretiyle ilgili permutasyonlarını gerçekleştirir. A aynı zamanda normalizasyon faktörünü de özetlemektedir. Örneğin 3-parçacık için 1-parçacık durumlarını 1,2,3 ile etiklediğimizde normalize antisimetrik durum veya Slater determinantı

$$\Psi_0(r_1, r_2, r_3) = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{vmatrix} \phi_1(r_1) & \phi_1(r_2) & \phi_1(r_3) \\ \phi_2(r_1) & \phi_2(r_2) & \phi_2(r_3) \\ \phi_3(r_1) & \phi_3(r_2) & \phi_3(r_3) \end{vmatrix} \quad (1.13)$$

olur.

Denklem (1.13) enerjisi, Ψ_0 'ın normalizasyonu $\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle = 1$ sağlandığı koşul altında değişir. Bu bizi kısıtlamalı varyasyon problemine götürür.

$$\delta \left(\frac{\langle \Psi_0 | H | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle} \right) = 0 \quad (1.14)$$

Yani koşullu varyasyon problemi Lagrange belirsiz çarpanlar yöntemi kullanılır. Koşulsuz kısıtlamasız hale dönüştürülebilir. Varyasyon gerçekleştirildikten sonra, belirsiz çarpanların yok olduğu fakat bir-parçacık enerjilerinin ε_a olduğu kolayca görülür. Sonuçta aşağıdaki Hartree (Fock) denklemi ortaya çıkar.

$$\frac{-\hbar^2}{2m_N} \nabla^2 \phi_\alpha(r) + V_{H(F)}(\{\phi_i(r)\}) \phi_\alpha(r) = \varepsilon_\alpha \phi_\alpha(r),$$

$$i = 1, 2, \dots, A \quad \alpha = 1, 2, \dots, \infty \quad (1.15)$$

Bu denklem Schrödinger denklemine benzemekle beraber bilinmeyen dalga fonksiyonlarının bir fonksiyonla yerdeğiştiren $V(r)$ basit potansiyel terimini içermektedir

$$V(r) \rightarrow V_{H(F)}(\{\phi_i(r)\}) \quad (1.16)$$

Burada V_H Hartree ortalama alanı, V_{HF} ise Hartree-Fock ortalama alanı göstermektedir. Bu iki alternatif paralel olarak yürütülür.

Denklem (1.15) lineer değildir ve böylece Schrödinger denkleminden daha zor çözülür. Çözüm sadece iterasyon ile yapılabilir. Yani tahmini bir bir-parçacık dalga fonksiyonu $\{\phi_i^{(0)}(r)\}_{i=1}^A$ setinden başlarız ve bunları ilk potansiyel terimi $V_{H(F)}^{(0)}$ ni hesaplamak için kullanırız. Aşağıdaki adımlarda olduğu gibi yeni dalga fonksiyonlarını $\{\phi_\alpha^{(1)}(r)\}_{\alpha=1}^\infty$ ve özdeğerlerini $\varepsilon_\alpha^{(1)}$ nin tam seti için denklemi çözeriz. Özfonksiyonları bu yeni setiyle $V_{H(F)}^{(1)}$ gibi sanki potansiyeli üretip özfonksiyonların ve özenerjilerin bir sonraki seti için denklem (1.15)'i çözeriz.

Şematik olarak bu süreç

$$\phi_i^{(0)} \rightarrow V_{H(F)}^{(0)} \rightarrow \phi_\alpha^{(1)}, \varepsilon_\alpha^{(1)} \xrightarrow{\phi_i^{(1)}} V_{H(F)}^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow \phi_\alpha^{(n)}, \varepsilon_\alpha^{(n)} \quad (1.17)$$

ile verilir.

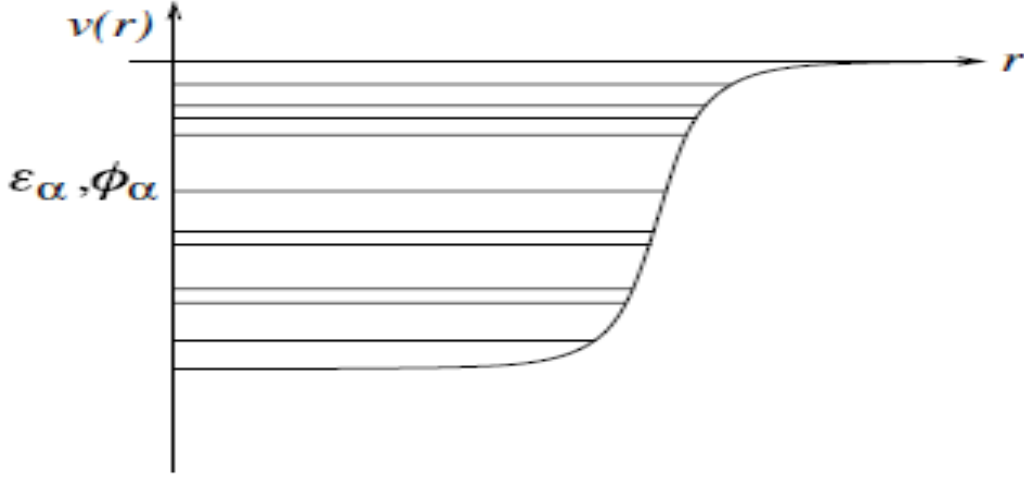
Bu süreç “öz-uyum” elde edilene kadar tekrarlanır. Bunun anlamı dalga fonksiyonları (veya enerjileri) iki ardışık iterasyonla, yani

$$\|\phi_\alpha^{(n-1)} - \phi_\alpha^{(n)}\| < \text{preset limit} \quad (1.18)$$

bir preset limitten farklı olmayacaktır. Burada $\|\dots\|$ dalga fonksiyonun norm formunu ifade etmektedir.

İterasyon konverjans olduğunda ve bu iterasyonun öz-uyumu sağlandığından bir öz-uyumlu ortalama alan $V_{H(F)}^{(1)}$ ve ilgili özfonksiyonlar ve özenerjilerinin ε_α ise tümü aynı

anda birlikte üretilir. Genelleştirilmiş enerjiler seti şematik olarak üretilmiş öz-uyumlu ortalama alan potansiyel kuyusunda şekil 1’deki gibi gösterilebilir.



Şekil 1. Merkezi ortalama alan potansiyeli ve onun bir-parçacık özenerjilerinin şematik gösterimi

Örneğimizde, genelleştirilmiş ortamla potansiyeli merkezidir yani sadece r 'nin bir fonksiyonudur. Merkezi alan potansiyelleri küresel çekirdekleri tanımlar ve merkezden sapmalar potansiyelde polar ve küresel koordinatların θ, φ açılarına bağlılığını gösterir. Böylece potansiyeller deforme çekirdekleri tanımlamakta kullanılır.

1.1.2. Olgusal Potansiyeller

Çoğu kez, öz uyumluluğa sebep olan adımlara geçmeksizin ortalama alan potansiyelin özel bir türü seçilir. Böylesi olgusal potansiyellerin kullanımı teorik değişikliğimizin aleyhine de olsa pratik bir kestirme yoldur. Genelde kullanılan en basit potansiyel üç boyutlu harmonik salıncı potansiyelidir.

$$v_{HS}(r) = -V_1 + kr^2 = -V_1 + \frac{1}{2}m_N\omega^2r^2 \quad (1.19)$$

Burada V_1 ve k en iyi sonuca denk getirilen parametreleridir. Uygun bir daha gerçekçi seçim Woods-Saxon potansiyelidir.

$$v_{ws}(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{(r-R)/a}} \quad (1.20)$$

Bu potansiyelin parametreleri

$$R = r_0 A^{1/2} = 1,27 A^{1/2} \text{ fm} \quad (1.21)$$

$$a = 0,67 \text{ fm} \quad (1.22)$$

$$V_0 = (51 \pm 33 \frac{N-Z}{A}) \text{ MeV} \quad (1.23)$$

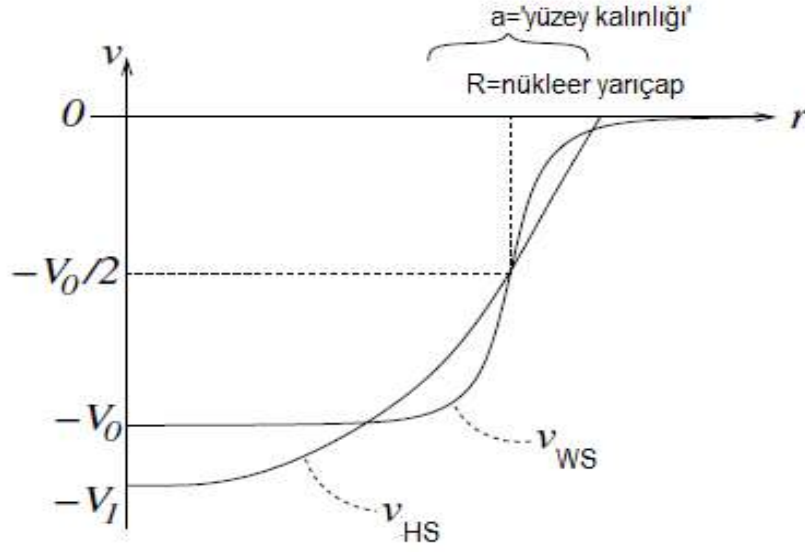
olup (+) işareti proton için, (-) işareti ise nötron içindir. Nükleonlar için bir fark olmadığından ortalama uygun bir değer olarak $V_0 = 57 \text{ MeV}$ alınabilir.

Osilatörün enerji aralığı $\hbar\omega$ ve derinliği V_1 'i nihai potansiyel V_{HS} 'nin V_{ws} Woods-Saxon potansiyeline kabaca eşit olmasını sağlayacak şekilde seçmek mümkündür (Şekil 2). Böyle bir osilatör potansiyelini bulmak için, $\hbar\omega$ 'yı Woods-Saxon ana aralığına benzetmek için seçeriz. Ardından da V_1 'i Os durumu her iki potansiyelde aynı enerjide olacak şekilde sabitleriz.

Özdeş harmonik osilatör potansiyeli, kuyunun altına yakın civarlarda Woods-Saxon potansiyelinin dalga fonksiyonlarını oldukça güzel bir şekilde elde eder fakat sıfır enerjiye yaklaştığında fark büyür. Sıfır enerji civarında Woods-Saxon dalga fonksiyonları R nükleer yarıçapının çok ötesinde uzun bir kuyruğa sahiptir, hâlbuki harmonik salıncının fonksiyonları potansiyel duvarının ötesinde keskin bir şekilde azalır.

1.1.3. Spin-Yörünge Etkileşmesi

Merkezi potansiyel tek başına, ortalama alanda bir parçacık enerjilerinin deneysel olarak gözlenen niteliksel davranışı üretmez. Gözlenen enerjiler gruplara, kabuklara ve benzer şekilde atomik duruma it olabilir. Bu durumların grupları ve onlar arasındaki enerji boşlukları şekil 3 de gösterildi. Enerji boşluklarının olduğu yerlerdeki nükleon sayıları sihirli sayılar olarak adlandırılır. Bunların deneysel olarak bilinen değerleri 2,8,20,28,60,82 ve 126 dır.



Şekil 2. İki olgusal ortalama alan potansiyelleri. Woods-Saxon potansiyeli v_{WS} ve yaklaşık özdeş harmonik salıncı potansiyeli v_{HS}

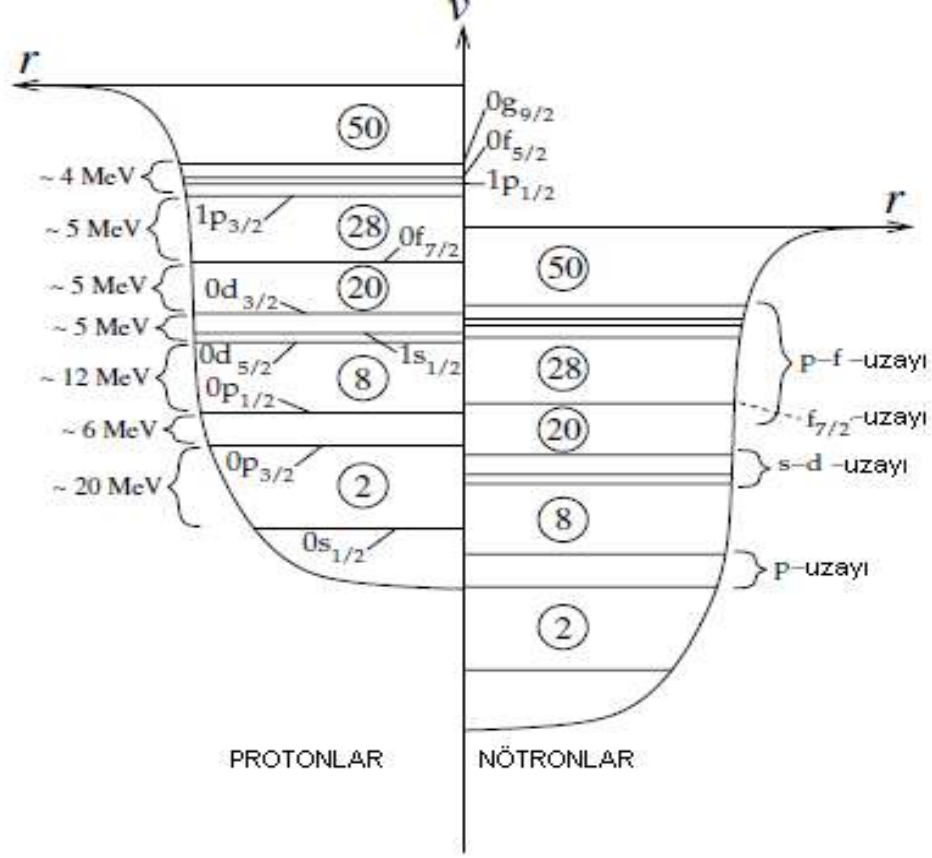
Bu sayıları teorik olarak üretmek için spin-yörünge etkileşmesinden çıkan bir terimi ortalama alan potansiyeline eklemek gerekir. Spin-yörünge etkileşmesi (çiftleşimi veya kuvveti) aynı l yörünge açısal momentum kuantum sayısı durumları, toplam bir-parçacığın açısal momentumu $j = 1 + \frac{1}{2}$ ve $j = 1 - \frac{1}{2}$ olarak ikiye ayırır.

Nükleer spin-yörünge etkileşmesi atomlardaki spin-yörünge etkileşmesiyle aynı orijine sahip değildir. Atomik spin-yörünge kuvveti iyi bilinen elektromanyetik orijinli olup MeV mertebesinde atomik ince yapısının belli bir kısmını oluşturur. Halbuki enerji farkları eV düzeyindedir. Atomik kabuklar spin-yörünge etkileşmesinden önemli şekilde etkilenmezler. Çekirdekte spin-yörünge etkileşimi MeV mertebesinde ve bu ise bir-parçacık enerji farkları düzeyindedir. Bir diğer fark ise, çekirdekteki yarıлма mertebesi atomdakinin tersidir. Gerçekte, nükleer spin-yörünge kuvveti iyice anlaşılmıştır ve olgusal tanımlar buna dayanır.

1.2. Woods-Saxon Dalga Fonksiyonları

Şimdi, denklem (1.20) Woods-Saxon potansiyeliyle Coulomb potansiyeli ve spin-yörünge çiftleşimiyle birlikte Schrödinger denkleminin bir sayısal çözümünü vereceğiz.

Çözüm harmonik salıncı dalga fonksiyonları bazında oluşturuldu. Bu fonksiyonların analitik özelliklerini dikkate diğer ayrıntılarıyla belirleyeceğiz.



Şekil 3. Proton ve nötronlar için ortalama alan potansiyellerinin şematik görünümü. Sihirli sayılar ve durum kabukları yaklaşık enerjilerde gösteriliyor

Schrödinger denklemini

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{-\hbar^2}{2m_N} \nabla^2 + v(r) + v_{LS}(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\
 &= \frac{-\hbar^2}{2m_N} \left(\nabla_r^2 - \frac{\mathbf{L}^2}{r^2} \right) + v_{WS}(r) + v_C(r) + v_{LS}(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Hamiltonyeniyle çözeriz. Burada radyal türev bilinen

$$\nabla_r^2 \equiv \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) \tag{1.25}$$

biçimindedir.

$V_{ws}(r)$ Woods-Saxon terimi denklem (1.20)'de verildi ve denklem (1.21)-(1.23) parametrelerini kullanırız. Potansiyelin Coulombik kısmı

$$v_C(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \begin{cases} \frac{3 - (r/R)^2}{2R}, & r \leq R \\ \frac{1}{R}, & r > R \end{cases} \quad (1.26)$$

olup R yarıçaplı düzgün yüklü bir kürenin statik Coulomb potansiyelidir. $v_C(r)$ terimi sadece protonlara uygulanır ve nötronlar için sıfırdır.

Spin-yörünge terimi için

$$v_{LS}(r) = v_{LS}^{(0)} \left(\frac{r_0}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{r} \left[\frac{d}{dr} \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}} \right] \quad (1.27)$$

yi kullanıyoruz. Bu denklemin sağ taraftaki ikinci parantez türev işleminin dalga fonksiyonuna uygulanmayacağını gösteriyor. r bağımlılığı olgusaldır. Türev işlemi nükleer yüzey bölgesinde spin-yörünge etki tepesi yapar. Bununla beraber radyal bağımlılık çoğu kez ihmal edilir. Çünkü $v_{LS}(r)$ bir sabitle yer değiştirir. Denklem (1.21)-(1.23), Woods-Saxon parametrelerini kullanırız ve büyüklüğünü

$$v_{LS}^0(r) = 0,44V_0 \quad (1.28)$$

olarak alırız.

Şimdi L^2 ve $L.S$ terimlerini içeren denklem (1.24) Hamiltoniyeniyle üretilen dalga fonksiyonlarının açısıl momentuma bağımlılığını sınavalım. Bu işlemcilerin açısıl momentum öz durumları $j_1 = 1$, $j_2 = 1/2$ ile çiftlenmiş $\hbar \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle$ durumlarıdır. İlgili özdeğerler

$$L^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle = l(l+1)\hbar^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle \quad (1.29)$$

$$S^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle = \frac{3}{4}\hbar^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle \quad (1.30)$$

$$\mathbf{J}^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle = j(j+1)\hbar^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle \quad (1.31)$$

$$\mathbf{J}_z \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle = m\hbar \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle \quad (1.32)$$

dir. $\mathbf{J}^2 = (\mathbf{L} + \mathbf{S})^2 = \mathbf{L}^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S}^2$ yazdığımızda ve önceki denklemleri kullandığımızda

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle = \frac{1}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] \hbar^2 \left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle \quad (1.33)$$

olduğunu görürüz.

Denklem (1.29) ve (1.33) iddiamızı ispatlar ve ilgili $\mathbf{L}^2$ ve $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ işlemcilerimizin özdeğerlerini verir. Bu bizi, $\left| nl \frac{1}{2} jm \right\rangle$ formundaki (burada n etkileşmeyi tamamlıyor) denklem (1.24) Hamiltonyeninin özfonksiyonlarını araştırmaya götürür. Bu ansatz (tahminle hesap yapmak) için Schrödinger denklemi

$$\begin{aligned} \hbar \left| nl \frac{1}{2} jm \right\rangle &= \left\{ \frac{-\hbar^2}{2m_N} \left[\nabla_r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + v_{ws}(R) + v_C(r) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] \hbar^2 v_{LS}(r) \right\} \left| nl \frac{1}{2} jm \right\rangle \\ &\equiv \hbar_{lj}(r) \left| nl \frac{1}{2} jm \right\rangle \\ &\equiv \varepsilon_{nlj}(r) \left| nl \frac{1}{2} jm \right\rangle \end{aligned} \quad (1.34)$$

dir ve burada $\hbar_{lj}(r)$ notasyonu açısıl momentum kuantum sayıları l ve j 'nin radyal Hamiltonyenin parametreleri olduğunu göstermektedir. Sezgisel olarak açıktır ki enerji izdüşümü kuantum sayısı m 'ye bağlı değildir çünkü tüm yönelimler küresel simetrik Hamiltonyen için özdeştir. Bu Wigner-Eckart teoremi yardımıyla da ispatlanabilir. Denklem (1.34) gerçekte bizim Woods-Saxon Hamiltonyeni için radyal Schrödinger

denklemdir ve burada tam dalga fonksiyonu $\left|nl\frac{1}{2}jm\right\rangle = f_{nlj}(r)\left|l\frac{1}{2}jm\right\rangle$ yi radyal fonksiyonu $f_{nlj}(r)$ ile yer değiştirebiliriz;

$$h_{ij}(r)f_{nlj}(r) = \varepsilon_{nlj}f_{nlj}(r) \quad (1.35)$$

Bu diferansiyel denklem ε_{nlj} özdeğerleri ve f_{nlj} özfonksiyonları için çözülür. Özdeğerler n 'ye göre ortogonaldır. l ve j 'ye göre ortogonallık $\left|l\frac{1}{2}jm\right\rangle$ açısal momentum durumları tarafından yürütülür. Fazları reel ve normalize olacak şekilde seçeriz. Bu durumda

$$\int_0^\infty r^2 dr f_{nlj}(r)f_{n'l'j}(r) = \delta_{nn'} \quad (1.36)$$

ye sahip oluruz.

1.2.1. Harmonik Salıncı Dalga Fonksiyonları

Denklem (1.35) diferansiyeli doğrudan sayısal yöntemlerle çözülebilir. Bununla birlikte harmonik salıncı dalga fonksiyonları $g_{nl}(r)$ nin bir lineer kombinasyonu olarak dalga fonksiyonlarını araştırarak denklemi çözebiliriz;

$$f_{nlj}(r) = \sum_v A_v^{(nlj)} g_{vl}(r), \quad \sum_v \left[A_v^{(nlj)}\right]^2 = 1 \quad (1.37)$$

Burada normalizasyon koşulunu da ilave ettik. Çözüm harmonik salıncı bazında Hamiltonyen matrisini oluşturarak ve onu köşegenleştirerek bulunur. Açısal momentum kısmı Woods-Saxon ve osilatör dalga fonksiyonları için aynıdır. Böylece köşegenleştirme hesabında onu ihmal edebiliriz. Böylece

$$\int_0^\infty r^2 dr g_{v'l}(r)h_{lj}(r)g_{vl}(r) \equiv \langle v'|h_{lj}(r)|v\rangle \quad (1.38)$$

matris elemanlarıyla ilgileniriz. Bu çözüm metodu Woods-Saxon ve harmonik osilatör dalga fonksiyonları arasında bu süreçten değişen $A_v^{(nlj)}$ açılım katsayıları yoluyla doğrudan bir karşılaştırma sağlar.

Şimdi $g_{nl}(r)$ osilatör fonksiyonlarını gözden geçirelim. Denklem (1.19) potansiyeli için onlar radyal Schrödinger denkleminin

$$\frac{-\hbar^2}{2m_N} \left[\nabla_r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] g_{nl}(r) - V_1 + \frac{1}{2} m_N \omega^2 r^2 g_{nl}(r) = \varepsilon_{nl} g_{nl}(r) \quad (1.39)$$

çözümleridir. Burada

$$2n + l = N = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (1.40)$$

$$\varepsilon_{nl} = -V_1 + (N + \frac{3}{2})\hbar\omega = -V_1 + (2n + l + \frac{3}{2})\hbar\omega \quad (1.41)$$

radyal kuantum sayıları ve enerji özdeğerleridir. Burada kullandığımız ana kuantum sayısı $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ dalga fonksiyonlarının düğüm noktalarını yani dalga fonksiyonunun sıfır olduğu yerlerin sayısıdır. Yaygın olan bu kullanımın yerine bazıları $\tilde{n} = n + 1 = 1, 2, 3, \dots$ değerlerini kullanırlar. Burada yine orijindeki dalga fonksiyonunun sıfır bir düğüm olarak hesaba katılır.

Fonksiyon açıkça

$$g_{nl}(r) = \sqrt{\frac{2n!}{b^3 \Gamma(n + l + \frac{3}{2})}} \left(\frac{r}{b} \right)^l e^{-r^2/2b^2} L_n^{(l+\frac{3}{2})} (r^2/b^2) \quad (1.42)$$

olarak yazılabilir. Burada $L_n^{(l+\frac{1}{2})}$ asosiy Laguerre polinomlarıdır. b parametresi osilatör uzunluğu olarak adlandırılır. Bu osilatör potansiyelinin genişliğini karakterize eder ve

$$b \equiv \sqrt{\frac{\hbar}{m_N \omega}} = \frac{\hbar c}{\sqrt{(m_N c^2)(\hbar \omega)}} \approx \frac{197.33}{\sqrt{940 \times \hbar \omega [MeV]}} fm \quad (1.43)$$

ile verilir.

$\hbar\omega$ 'nın değeri

$$\hbar\omega = 41A^{-1/3} MeV \quad , \quad b = 1.005A^{1/6} fm \quad (1.44)$$

formüllerinin sonucu olarak basit bir argümanda elde edilebilir. $\hbar\omega$ için başka bir değer gözlenen yük yarıçapıyla iyi bir uyum sağlayan Blomqvist-Molinari formülünden elde edilen

$$\hbar\omega = (45A^{-1/3} - 25A^{-2/3}) MeV \quad (1.45)$$

dir. İşlemlerimizde $\hbar\omega$ 'nın bu daha iyi değerini b'yi hesaplamak için kullanacağız.

Osilatör fonksiyonlarının ortonormalliği

$$\int_0^\infty r^2 dr g_{nl}(r) g_{n'l}(r) = \delta_{nn'} \quad (1.46)$$

ile verilir. Bu çalışmada fazlar

$$g_{nl}(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (-1)^n \times \text{pozitif fonksiyon} \quad (1.47)$$

$$g_{nl}(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} r' > 0 \quad (1.48)$$

koşullarını sağlayacak şekilde seçildi. Bazı kaynaklar uzak mesafelerde pozitif fonksiyonlar ve orijin yakınlığında $(-1)^n$ ile işaret değiştiren fonksiyonlara yol açan

$G_{nl}(r) = (-1)^n g_{nl}(r)$ ifadesini kullanırlar.

İlk üç asosiye Laguerre polinomları

$$L_0^{(l+\frac{1}{2})}(x) = 1 \quad (1.49)$$

$$L_1^{(l+\frac{1}{2})}(x) = l - x + \frac{3}{2} \quad (1.50)$$

$$L_2^{(l+\frac{1}{2})}(x) = \frac{1}{2} \left[\left(l + \frac{3}{2} \right) \left(l + \frac{5}{2} \right) - 2 \left(l + \frac{5}{2} \right) x + x^2 \right] \quad (1.51)$$

dır ve diğer polinomlar

$$L_n^{(l+\frac{1}{2})}(x) = L_n^{(l+\frac{3}{2})}(x) - L_{n-1}^{(l+\frac{3}{2})}(x) \quad (1.52)$$

indirgeme bağıntısı kullanılarak türetilir.

$g_{nl}(r)$ nın sayısal değerleri

$$g_{nl}(r) = \sqrt{\frac{2^{l+2-n}(2n+2l+1)!!}{b^3 \sqrt{\pi} n! [(2l+1)!!]^2}} \left(\frac{r}{b}\right)^l e^{-r^2/2b^2} v_{nl}(r^2/b^2) \quad (1.53)$$

bağıntısındaki $v_{nl}(r)$ fonksiyonları

$$v_{n,l-1}(x) = v_{n-1,l-1}(x) - 2x v_{n-1,l}(x) / (2l+1), \quad (1.54)$$

$$v_{n,l}(x) = [(2l+1)v_{n,l-1}(x) + 2n v_{n-1,l}(x)] / (2n+2l+1) \quad (1.55)$$

indirgeme bağıntıları yardımıyla hesaplanarak elde edilebilir.

Denklem (1.43) ve (1.53)-(1.55) kullanılarak radyal dalga fonksiyonları $g_{nl}(r)$ üretilir.

1.2.2. Woods-Saxon Hamiltonyeninin Köşegenleştirilmesi

Denklem (1.38) matris elemanları sayısal integrasyonla hesaplanır. Woods-Saxon radyal Hamiltoniyeni $h_j(r)$ deki ∇_r^2 terimiyle ilk sayısal diferansiyel alma işleminden kaçınmak için, denklem (1.39) harmonik osilatör denkleminde $\nabla_r^2 g_{ln}(r)$ yi alırız. Bu bize

$$\begin{aligned} \langle v' | h_j(r) | v \rangle &= \int_0^\infty r^2 dr g_{vl}(r) g_{v'l}(r) \left[\frac{\hbar^2}{2m_N} \left(\frac{4n+2l+3}{b^2} - \frac{r^2}{b^4} \right) \right. \\ &\quad \left. + v_{WS}(r) + v_C(r) + \frac{1}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] \hbar^2 v_{LS}(r) \right] \end{aligned} \quad (1.56)$$

sonucunu verir. Burada spin-yörünge teriminin açık açıl momentum bağımlılığı denklem (1.34)'den alındı.

Prensip olarak Woods-Saxon Hamiltonyeninin matrisinin boyutu sonsuzdur. Pratikte boyutlar ν üzerinden toplamın yakınsamasıyla belirlenir. Tablo 1-4 $^{16}_8\text{O}_8$ ve $^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$ çekirdeklerindeki nötron ve protonlar için $A_\nu^{(nlj)}$ genliklerinin sayısal örneklerini vermektedir. Kullanılan parametreler denklem (1.21)-(1.23) ve (1.28)'de verildi.

Tablo 1. ^{16}O da nötron bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_\nu^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı

nlj	$\varepsilon_{nlj}(\text{MeV})$	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 2$	$\nu = 3$	$\nu = 4$	$\nu = 5$
$0s_{1/2}$	-31.091	0.999	0.011	0.004	-0.015	-0.003	-0.002
$0p_{3/2}$	-18.612	0.999	0.004	0.035	-0.024	-0.001	-0.006
$0p_{1/2}$	-13.466	0.997	-0.010	0.065	-0.026	0.006	-0.009
$0d_{5/2}$	-6.359	0.992	-0.057	0.098	-0.054	0.020	-0.021
$1s_{1/2}$	-3.970	-0.007	0.943	-0.214	0.196	-0.126	0.074
$0d_{3/2}$	1.098	0.902	-0.242	0.250	-0.169	0.129	-0.102

Tablo 2. ^{16}O da proton bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_\nu^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı

nlj	$\varepsilon_{nlj}(\text{MeV})$	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 2$	$\nu = 3$	$\nu = 4$	$\nu = 5$
$0s_{1/2}$	-26.445	0.999	-0.011	0.005	-0.016	-0.002	-0.002
$0p_{3/2}$	-14.451	0.998	-0.026	0.039	-0.029	0.002	-0.007
$0p_{1/2}$	-9.328	0.995	-0.045	0.074	-0.035	0.011	-0.012
$0d_{5/2}$	-2.731	0.985	-0.100	0.114	-0.071	0.033	-0.029
$1s_{1/2}$	-0.709	0.015	0.905	-0.275	0.235	-0.167	0.108
$0d_{3/2}$	4.088	0.807	-0.306	0.309	-0.244	0.203	-0.168

Tablo 3. ^{40}Ca da nötron bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_v^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı

nlj	$\varepsilon_{nlj}(\text{MeV})$	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 2$	$\nu = 3$	$\nu = 4$	$\nu = 5$
$0s_{1/2}$	-38.842	0.998	-0.051	-0.035	-0.014	0.001	0.002
$0p_{3/2}$	-29.541	0.999	-0.003	-0.027	-0.025	-0.004	0.001
$0p_{1/2}$	-26.942	0.999	0.039	-0.009	-0.024	-0.006	-0.001
$0d_{5/2}$	-19.614	0.999	0.035	-0.003	-0.032	-0.007	-0.002
$1s_{1/2}$	-15.684	0.051	0.997	0.005	0.022	-0.044	-0.004
$0d_{3/2}$	-14.310	0.996	0.070	0.038	-0.027	-0.005	-0.007
$0f_{7/2}$	-9.323	0.997	0.045	0.039	-0.042	-0.004	-0.010
$1p_{3/2}$	-5.673	0.003	0.985	-0.088	0.109	-0.091	0.027
$1p_{1/2}$	-3.320	-0.035	0.966	-0.131	0.167	-0.116	0.054
$0f_{5/2}$	-1.346	0.988	-0.009	0.132	-0.064	0.031	-0.033
$0g_{9/2}$	0.985	0.988	-0.010	0.120	-0.081	0.031	-0.039

Tablo 4. ^{40}Ca da proton bir-parçacık durumları için Woods-Saxon enerjileri ε_{nlj} ve osilatör genlikleri $A_v^{(nlj)}$ denklem (1.35-1.37)'de tanımlandı

nlj	$\varepsilon_{nlj}(\text{MeV})$	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 2$	$\nu = 3$	$\nu = 4$	$\nu = 5$
$0s_{1/2}$	-29.982	0.995	-0.087	-0.034	-0.014	0.002	0.003
$0p_{3/2}$	-21.255	0.998	-0.044	-0.026	-0.026	-0.001	0.001
$0p_{1/2}$	-18.573	0.999	-0.002	-0.009	-0.026	-0.004	-0.001
$0d_{5/2}$	-11.871	0.999	-0.013	0.000	-0.037	-0.003	-0.003
$1s_{1/2}$	-7.900	0.085	0.992	-0.068	0.034	-0.0057	0.006
$0d_{3/2}$	-6.489	0.998	0.015	0.044	-0.037	0.000	-0.010
$0f_{7/2}$	-2.143	0.997	-0.016	0.050	-0.056	0.006	-0.015
$1p_{3/2}$	1.092	0.041	0.946	-0.205	0.166	-0.148	0.076
$0f_{5/2}$	5.542	0.945	-0.128	0.202	-0.146	0.105	-0.095

Tablolar her an için ana osilatör bileşeninin v 'nün olduğunu gösteriyor. Alçak düzey Woods-Saxon durumlarının dalga fonksiyonlarına karşılık gelen osilatör durumlarına hemen hemen tam olarak uymaktadır. Artan enerjiyle, birden fazla dalga fonksiyonun yakınındaki uygun düşenden artan bir sapmayı belirten, açılımındaki ihmal edilmeyen bir genlik kazanır.

Bazı yüksek düzey durumların pozitif enerjiye sahip olduğunu belirtelim. Bu durumlar kesikli durumlardır. Bu durumlar serbest durumların sürekliliğine sahip değildir. Bunlar radyal Schrödinger denkleminin $l(l+1)/r^2$ teriminden kaynaklanır. $l > 0$ için bu terim pozitif enerjiler için merkezkaç engeli olarak etkir. Bu ise yarı kararlılığa engel içinde yerleşik hızının ömürlü bir-parçacık durumlarına neden olur.

Örneklerimizdeki engel yüksekliklerine baktığımızda bu durumların yarı kararlı oldukları kolayca anlaşılabilir. Merkezkaç engelinin yüksekliği

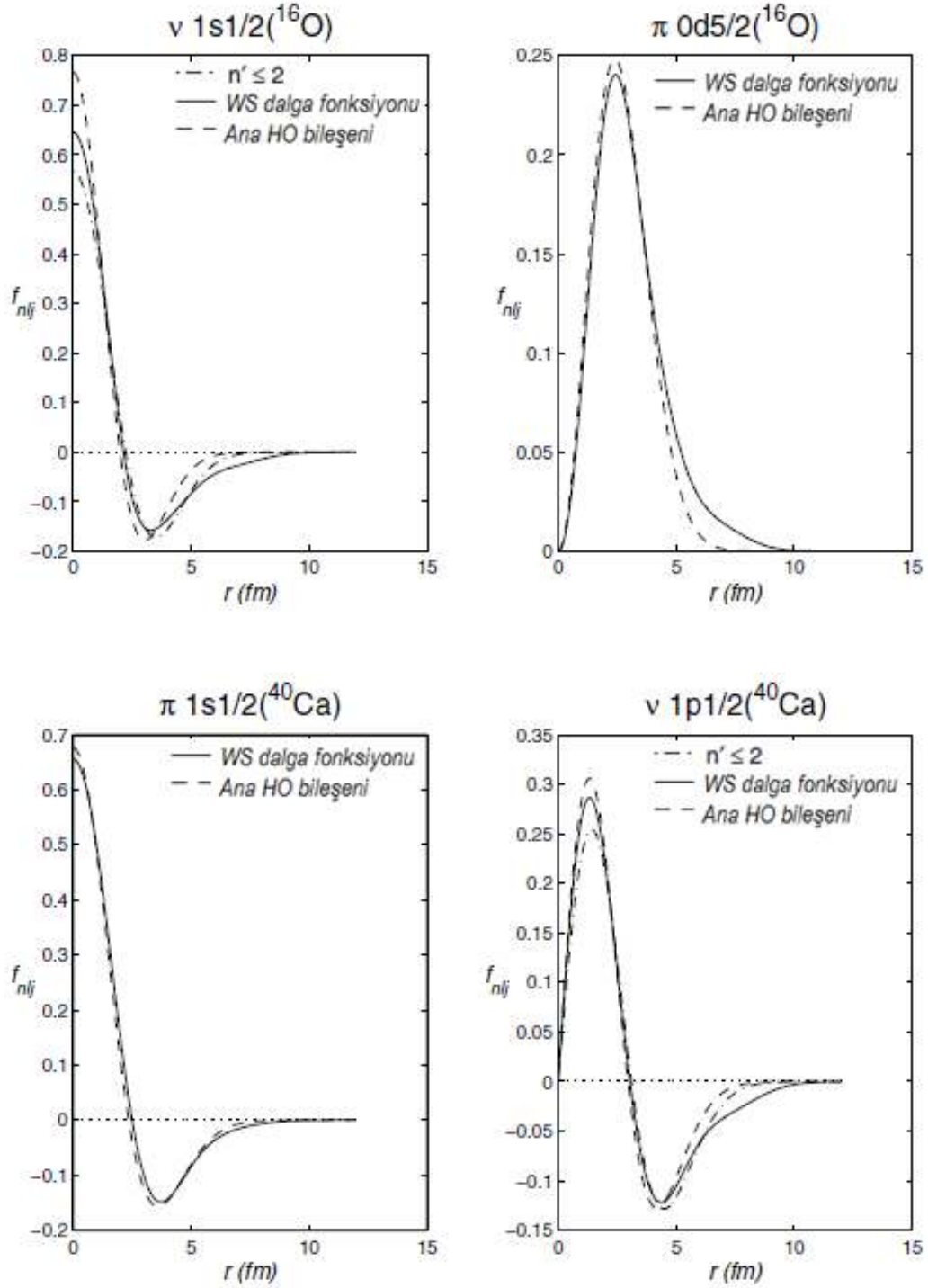
$$v_{cf}(R) = \frac{\hbar^2}{2m_N} \frac{l(l+1)}{R^2} \approx 13.2 A^{-2/3} l(l+1) \text{ MeV} \quad (1.57)$$

dır. $O_{d_{3/2}}$ pozitron durumu için 4.088 MeV'de ^{16}O için (Tablo 1) $v_{cf}(R) = 12.5 \text{ MeV}$ dir. Ayrıca protonlar için Coulomb engeli

$$v_c(R) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} \approx 1.15 ZA^{-1/3} \text{ MeV} \quad (1.58)$$

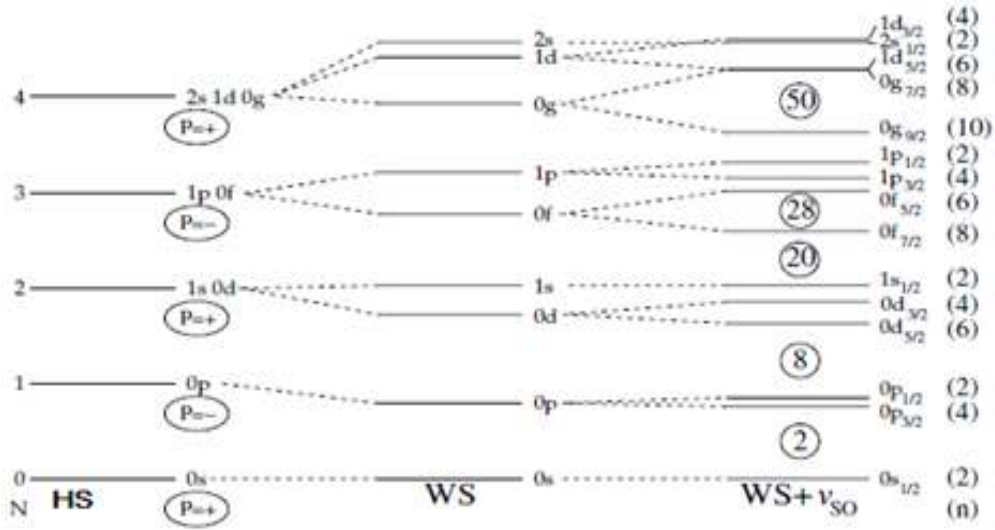
kullanılır. ^{16}O için $v_c(R) = 3.65 \text{ MeV}$ değerini verir. Bu birleşik engel yüksekliği bir-parçacık enerjisinden dört defa büyüktür.

Şekil 4, Tablo 1-4'de verilen sonuçlara göre çözülen Woods-Saxon dalga fonksiyonlarından bazılarını gösteriyor. Bu örnekler tipik bir Woods-Saxon dalga fonksiyonunun kendi ana osilatör bileşenine benzediğini gösteriyor. Üç bileşenli ($v = 0, 1, 2$) bu örnekler iyi bir yakınsama gösteriyor. Genelde tam yakınsama Denklem (1.37) açılımında $v = 8$ 'e kadar osilatör fonksiyonları alındığında elde edilir. Gerçekte çoğu kez nükleer yapı hesaplamalarında iyi bir yaklaşım Wood-Saxon dalga fonksiyonları yerine saf harmonik osilatör dalga fonksiyonları kullanılarak elde edilir. Bununla beraber osilatör fonksiyonları bağlı nötron için uygun değildir, s durumları sıfır enerjiye yaklaşırken $l > 0$ lı durumlar için enerji pozitifdir.



Şekil 4. Tablo 1-4 ün bazı Woods-Saxon dalga fonksiyonları (düz çizgi). Kesikli çizgi ilgili harmonik osilatör bileşenini verir. Üstteki iki grafik ${}^{16}\text{O}$ daki nötron $1s_{1/2}$ ve proton $0d_{5/2}$ durumları, alttaki iki grafik ise ${}^{40}\text{Ca}$ daki proton $1s_{1/2}$ ve nötron $1p_{1/2}$ durumlarını gösteriyor. Üst sol ve alt sağdaki grafiklerdeki kesikli çizgi-nokta-çizgi sadece $\nu \leq 2$ yi içeren bir açılımın sonucudur

Her ne kadar ortalama alanda bir-parçacık durumları için kesin sayısal çözümler elde etmiş olsak da, spektrumun Hamiltonyenin gelişimiyle değişimini niteliksel olarak incelemek yapıcı olacaktır. Şekil 5, basit harmonik osilatör spektrumundan bir spin-yörünge etkileşmeli Woods-Saxon spektrumu bu değişimi gösteriyor. Denklem (1.40) ve (1.41)'den görüldüğü gibi osilatör potansiyelinde $2n+1=N$ için nlj bir-parçacık yörüngeleri N ana osilatör kabuğunda dejeneredir. Bu ana kabuk içindeki tüm dalga fonksiyonları, dalga fonksiyonunun açılal kısmının $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ küresel harmoniligi tarafından verilen aynı pariteye $P = (-1)^l = \pm$ ye sahiptir.



Şekil 5. ^{136}Xe çekirdeğinin nötron bir parçacık spektrumu harmonik osilatör spektrumdan, denklem (1.24) spin-yörünge etkileşimi ve terimsiz Woods-Saxon spektrumuna göre değişimi. Woods-Saxon parametreleri denklem (1.21-1.23)'den ve ilave spin-yörünge parametresi denklem (28)'den alındı. Özdeş osilatör potansiyeli (şekil 2) $\hbar\omega = 6.53 \text{ MeV}$ ve $V_1 = 48.6 \text{ MeV}$ parametrelerine sahiptir. Her bir osilatör ana kabuğunun P paritesi gösterildi

Protonlar ve nötronların sayısı eklendikçe, Pauli ilkesine göre harmonik osilatör potansiyelindeki kabuklar dolar. Böylece 2, 8, 20, 40, 70, 112,... sihirli sayılar elde edilir. Woods-Saxon potansiyeli aynı N içindeki farklı l değerlerini ayırır. Fakat sihirli sayılar değiştirmeden bırakır. Sonuçta spin-yörünge etkileşmesinin dahil edilmesi deneysel olarak gözlenen sihirli sayıları üretir.

Denklem (1.33)'ü kullanarak spin-yörünge paydaşları $j_+ = l + \frac{1}{2}$ ve $j_- = l - \frac{1}{2}$ arasında Δ_{nl}^{LS} enerji ayrışmasının açık bir görüntüsü elde edebiliriz.

$$\Delta_{nl}^{LS} = \varepsilon_{nlj_-} - \varepsilon_{nlj_+} \approx -(l + \frac{1}{2})\hbar^2 C_{nl} \quad (1.59)$$

$$C_{nl} = \frac{C_{nlj_+} + C_{nlj_-}}{2}, \quad C_{nlj} = \int_0^\infty r^2 dr f_{nlj}^2(r) v_{LS}(r) \quad (1.60)$$

Denklem (27)'de verilen $v_{LS}(r)$ fonksiyonu, türev nedeniyle negatiftir ve böylece C_{nl} negatiftir ve şekil 5'de gösterildiği gibi Δ_{nl}^{LS} pozitiftir. Eğer v_{LS} bir negatif sabitle yer değiştirirse, Denklem (1.27) ile verilen bir olasılık, C_{nlj} Denklem (1.36) normalizasyonu nedeniyle sadece bir sabit olur. Böylece bu ayrışma denklem (1.59) ile verilen gibi olur, yani $l + \frac{1}{2}$ ile ortak olur. Şekil 5'deki spin-yörünge ayrılması, her ne kadar denklem (1.27) $v_{LS}(r)$ 'yi içeren tam Woods-Saxon hesaplamalarına dayansa da, l ile lineer olarak görülebilir şekilde artar.

1.3. Çok-Nükleon Konfigürasyonları

Spin-yörünge potansiyeli $v_{LS}(r) \vec{L} \cdot \vec{S}$ ile bir $v(r)$ merkezi ortalama alanda hareket eden bir nükleonu dikkate alalım. Merkezi ortalama alan Hartree-Fock hesaplamalarından gelebilir veya Woods-Saxon türü olgusal bir potansiyel olabilir. Bir kısaltma olmak üzere hem uzaysal koordinat r ve spin $-1/2$ spinoruyla temsil edilen spin serbestlik derecesini x ile gösterelim ve bu sembol “koordinat temsili” olarak adlandırılır. Nükleon Schrödinger denklemiyle tanımlanır:

$$\hbar(x)\phi_\alpha(x) = \varepsilon_\alpha \phi_\alpha(x), \quad h(x) = t(r) + v(r) + v_{LS}(r)\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad (1.61)$$

Burada α durumu tanımlayan gerekli kuantum sayılarının bir tam setini ifade ediyor.

Denklem (1.61)'in $\phi_\alpha(x)$ bir-parçacık durumlarını ve ε_α bir-parçacık enerjilerini verecek şekilde çözüldüğünü varsayalım. Hamiltonyendeki spin-yörünge teriminin

varlığından dolayı yörünge açısal momentumu ve spin ayrı ayrı incelenemez. Denklem (1.33)'de görülebileceği gibi çiftlenmiş açısal momentum durumları $\left| l \frac{1}{2} jm \right\rangle$ $\mathbf{L.S}$ nin öz durumlarıdır. Yani spin-yörünge terimi çiftlenmiş bazda köşegendir. Böylece $\phi_\alpha(x)$ öz durumları gerekli çiftlenmiş baz durumlarıdır.

Bir-parçacık durumları ve bir-parçacık enerjileri nükleer tabaka modelinin temelidir. Baranger'in [1] kullanımını biz de kullanacağız.

$$|\phi_\alpha\rangle \equiv |\alpha\rangle \equiv |\alpha m_\alpha\rangle, \quad \alpha = n_\alpha l_\alpha j_\alpha \quad (1.62)$$

Burada l_α ve j_α , x yörüngesinin yörünge ve toplam açısal momentum kuantum sayıları olarak bilinen anlamlarına sahiptir. n_α ise enerji ile ilgili kuantum sayısı olup, çoğu kez ana kuantum sayısı olarak adlandırılır. m_α niceliği j_α nin z-izdüşümüdür. $|\alpha\rangle$ durum vektörünün koordinat temsili $\langle x|\alpha\rangle = \phi_\alpha(x)$ dalga fonksiyonudur. Ayrıntılı olarak bir-parçacık

$$\langle x|\alpha\rangle = \phi_\alpha(x) = \eta_\alpha g_{n_\alpha l_\alpha}(r) \left[Y_{l_\alpha}(\Omega) \chi_{\frac{1}{2}} \right]_{j_\alpha m_\alpha}, \quad \Omega = (\theta, \varphi) \quad (1.63)$$

dalga fonksiyonuna sahiptir. Harmonik osilatör fonksiyonu $g_{n_\alpha l_\alpha}(r)$ olarak radyal fonksiyonunu seçtik. Bu mikroskopik nükleer yapı hesaplarındaki bilinen bir seçimdir. Yörünge açısal momentum ve spin dalga fonksiyon çiftlenimi tensor çarpımları biçiminde tanımlanır.

$$\left[Y_{l_\alpha}(\Omega) \chi_{\frac{1}{2}} \right]_{j_\alpha m_\alpha} = \sum_{mm'} (l_\alpha m \frac{1}{2} m' | j_\alpha m_\alpha) Y_{l_\alpha}(\Omega) \chi_{\frac{1}{2} m'} \quad (1.64)$$

Burada $Y_{l_\alpha m}(\Omega)$ yörünge açısal momentumun özfonksiyonu (küresel harmonik) ve $\chi_{\frac{1}{2} m}$ ise spini $-\frac{1}{2}$ olan özspinordur. Spinorlar matris gösteriminde

$$\chi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \equiv \chi_+ \equiv \chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.65)$$

$$\chi_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \equiv \chi_- \equiv \chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.66)$$

dir. Denklem (1.63)'daki n_{α} faz faktörü kabul edilen faz anlaşmasına (standardına) bağlıdır.

Genelde yaygın olarak kullanılan iki faz standart vardır.

$$\eta_{\alpha} = \begin{cases} 1 & \text{Condon-Shortley Faz} \\ i^{l_{\alpha}} & \text{Biedenharn-Rose Faz} \end{cases} \quad (1.67)$$

CS faz standartı [2] nükleer tabaka modelinde yaygın olarak kullanılırken, BR [3] standart ise BCS sanki-parçacıkları ile ilgilenirken kullanılır. BR faz standarında BCS işgal genlikleri $u_{\alpha}(BR)$ tümüyle pozitifdir. Halbuki CS faz standartında işaret $u_{\alpha}(CS) = (-1)^{l_{\alpha}} u_{\alpha}(BR)$ ile verilir. Burada Condon-Shortly faz standartını kullanıyoruz. Fakat bu iki standart arasında kolayca birbirine çevirmek mümkündür.

Bir-parçacık dalga fonksiyonları $\phi_{\alpha}(x)$ ortonormal ve tam settir.

$$\langle \alpha | \beta \rangle = \int \phi_{\alpha}^{\dagger}(x) \phi_{\beta}(x) d^3r = \delta_{\alpha\beta} \quad (\text{ortonormalite}) \quad (1.68)$$

$$\sum_{\alpha} \phi_{\alpha}(x) \phi_{\alpha}^{\dagger}(x') = \delta(r - r') \quad (\text{tamlık}) \quad (1.69)$$

Burada bra kısmı kompleks eşlenik yerine Hermityen eşleniği içerir. Bu spinor $\chi_{\frac{1}{2}^m}$ nin varlığından kaynaklanır. Orthonormallik ve tamlık bağıntıları spin $-\frac{1}{2}$ özspinorları için

$$\chi_{\frac{1}{2}^m}^{\dagger} \chi_{\frac{1}{2}^{m'}} = \delta_{mm'}, \quad (1.70)$$

$$\sum_m \chi_{\frac{1}{2}^m} \chi_{\frac{3}{2}^m}^{\dagger} = I_2 \quad (1.71)$$

dir. Burada 1_2 2x2 birim matrisidir. Denklem (1.68)'deki delta sembolü denklem (1.62)'deki tüm kuantum sayılarını içerir. Yani

$$\delta_{\alpha\beta} = \delta_{n_a n_b} \delta_{l_a l_b} \delta_{j_a j_b} \delta_{m_a m_b} \quad (1.72)$$

dir.

A-nükleonun dalga fonksiyonu, özdeş fermiyonların kuantum istatistiğine göre, herhangi iki proton veya herhangi iki nötronun değiş-tokuşuna göre antisimetrik olmalıdır. A-nükleonun bir proton faktörü ve bir nötron faktörünün çarpımı olarak yazılır;

$$\psi_A(x_1, x_2, \dots, x_A) = \psi_Z(x_1, x_2, \dots, x_Z) \psi_N(y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (1.73)$$

Protonlara uygulandığında, antisimetri koşulu herhangi (i, j) değişimi için,

$$\begin{aligned} P_{ij} \psi_Z(x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_Z) &= \psi_Z(x_1, \dots, x_j, \dots, x_i, \dots, x_Z) \\ &= -\psi_Z(x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_Z) \end{aligned} \quad (1.74)$$

dir. Antisimetri ψ_N içinde gereklidir. Antisimetrik dalga fonksiyonu Slater determinantı şeklinde yazılabileceğini biliyoruz. Böylece Z-protonun dalga fonksiyonu

$$\begin{aligned} \psi_Z &= \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z}(x_1, x_2, \dots, x_Z) = A \left[\prod_{i=1}^Z \phi_{\pi_i}(x_i) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{Z!}} \begin{vmatrix} \phi_{\pi_1}(x_1) & \phi_{\pi_1}(x_2) & \dots & \phi_{\pi_1}(x_Z) \\ \phi_{\pi_2}(x_1) & \phi_{\pi_2}(x_2) & \dots & \phi_{\pi_2}(x_Z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{\pi_Z}(x_1) & \phi_{\pi_Z}(x_2) & \dots & \phi_{\pi_Z}(x_Z) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1.75)$$

olur. Burada π_1 etiketi bir proton yörüngesinin tüm kuantum sayılarını içerir. Antisimetrikleştirme işlemcisi

$$A = \frac{1}{\sqrt{Z!}} \sum_{P \in S_Z} \text{sign}(P) \prod_{ij} P_{ij} \quad (1.76)$$

olarak tanımlanabilir. Burada P_{ij} (i, j) çiftini $sign(P) = -1$ tek-sayıli çiftlerin değış-tokuşunu ve S_Z ise, tüm olası Z-parçacık permütasyonlarını içeren Z-parçacığı permütasyon grubudur.

Benzer proton ve nötron kısımlarını birleştirerek toplam A-nükleon sistemin dalga fonksiyonunu yazarız:

$$\begin{aligned} \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z \nu_1 \nu_2 \dots \nu_N}(x_1, x_2, \dots, x_Z, y_1, y_2, \dots, y_N) \\ = \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z}(x_1, x_2, \dots, x_Z) \psi_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_N}(y_1, y_2, \dots, y_N) \end{aligned} \quad (1.77)$$

Burada ν_i etiketleri nötron bir-parçacık yörüngelerinin kuantum sayılarını içerir.

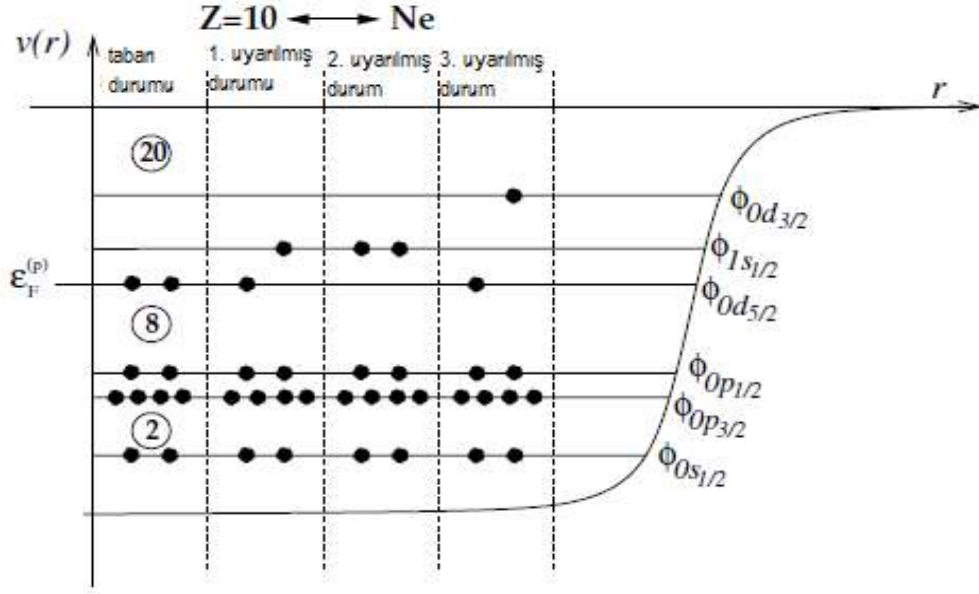
Antisimetrik Z-proton (N-nötron) dalga fonksiyonlarının tüm özellikleri determinant Denklem (1.75)'in özelliklerinden belirlenir. Verilen (i, j) çifti için $\pi_i = \pi_j$ alınması determinantın i, j . nötronların eşit olması anlamına gelir. Böylece determinant sıfır olur ve Z-proton dalga fonksiyonu sıfır olur. Bu Pauli dışarlama prensibinden başka bir şey değildir. İki özdeş nükleon aynı kuantum durumu ϕ_π yi işgal edemez.

Şimdi de kuantum sayıları ($\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_Z$) setiyle verilen olası ortalama alan proton konfigürasyonlarını tartışalım. Hamiltonyenin küresel simetrik olması nedeniyle, tüm $2j_p + 1$ proton bir-parçacık durumları $|p, m_\pi\rangle$, $m_\pi = -j_p, -j_p + 1, \dots, j_p - 1$ dejeneredir yani aynı enerjiye sahiptirler. Örnek olmak üzere Z=10 olan Ne çekirdeğini ele alalım. Proton taban durum konfigürasyonu

$$\begin{aligned} \psi_0^{(Z=10)}(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \\ = A[\phi_{0s_{1/2}}(x_1)\phi_{0s_{1/2}}(x_2)\phi_{0p_{1/2}}(x_3)\dots\phi_{0d_{1/2}}(x_{10})] \end{aligned} \quad (1.78)$$

olarak yazılır.

Bu durum prensip olarak $0s_{1/2}$ yörüngesinde 2 proton, $0p_{3/2}$ yörüngesinde 4 proton ve $0p_{1/2}$ yörüngesinde 2 proton ve sonunda $0d_{5/2}$ yörüngesinde 6 protondan oluşur. Notasyonu basitleştirmek için proton etiketi π , sadece proton yörüngeleri hesaba katıldığı için kullanıldı. Z=10 için proton konfigürasyonu şekil 6'da verildi.



Şekil 6. Neon çekirdeğinin 10 proton için taban durum ve uyarılmış durum konfigürasyonları. $\epsilon_F^{(p)}$ sembolü, taban durum konfigürasyonundaki en son yerleşik bir-parçacık seviyesindeki protonun Fermi seviyesinin konumunu gösteriyor

Protonlar ortalama alanda bağımsız olarak hareket ettiklerinde taban durum enerjisine katkıları

$$E_0^{(Z=10)} = 2\epsilon_{0s_{1/2}} + 4\epsilon_{0p_{1/2}} + 2\epsilon_{0s_{1/2}} + 2\epsilon_{0s_{1/2}} \quad (1.79)$$

ile verilir.

Taban durumuna göre ilk uyarılmış proton durumunu incelersek, ilgili dalga fonksiyonu

$$\begin{aligned} \psi_1^{(Z=10)}(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \\ = A \left[\phi_{0s_{1/2}}(x_1) \phi_{0s_{1/2}}(x_2) \dots \phi_{0d_{1/2}}(x_9) \phi_{1s_{1/2}}(x_{10}) \right] \end{aligned} \quad (1.80)$$

ve ilgili enerji ise

$$E_1^{(Z=10)} = 2\epsilon_{0s_{1/2}} + 4\epsilon_{0p_{3/2}} + 2\epsilon_{0p_{1/2}} + 2\epsilon_{0d_{5/2}} + \epsilon_{1s_{1/2}} \quad (1.81)$$

ile verilir.

Bu ve diğer uyarılmış durum konfigürasyonları şekil 6'da verildi. Şimdiye kadar neon çekirdeğinin sadece protonlarına baktık. Neon çekirdeğinde 10 tane de nötron vardır. Öyleyse nötron konfigürasyonu da hesaba katılmalıdır.

Neon çekirdeğindeki proton konfigürasyonu örneğinde taban durumunda ilk uyarım konfigürasyonunun uyarım enerjisi

$$E_1^{(Z=10)} - E_0^{(Z=10)} = \varepsilon_{1s_{1/2}} - \varepsilon_{0d_{5/2}} \quad (1.82)$$

dır. Bu bir protonun $d_{5/2}$ yörüngesinden $s_{1/2}$ yörüngesine sıçramasına karşılık gelir. İkinci ve üçüncü uyarılmış durumlar bir veya iki protonun taban durum konfigürasyonunda benzer şekilde sıçraması ile yorumlanabilir.

Her Z-proton (N-nötron) Slater determinantı bir Z-proton (N-nötron) konfigürasyonuna karşılık gelir.

Taban durum konfigürasyonunda işgal edilen en yüksek bir parçacık durumunun enerjisi Fermi enerjisi olarak bilinir. Bir çekirdekte hem proton hem de nötron Fermi enerjisi vardır. Fermi seviyesi veya Fermi yüzeyi Fermi enerjisinde yerleşmiştir.

Şimdi denklem (1.68) ve (1.69) ortonormallik ve tamlık bağıntılarını çok-nükleon konfigürasyonlarına genelleştirelim. Z-proton Slater determinatları dalga fonksiyonlarının bir ortonormal ve tam setini oluşturur. Ortonormallik için

$$\begin{aligned} \int d^3r_1 d^3r_2 \dots d^3r_Z \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z}^\dagger(x_1, x_2, \dots, x_Z) \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z}(x_1, x_2, \dots, x_Z) \\ = \delta_{\pi_1 \pi'_1} \delta_{\pi_2 \pi'_2} \dots \delta_{\pi_Z \pi'_Z} \quad (ortonormalite) \end{aligned} \quad (1.83)$$

ve tamlık bağıntısı için

$$\begin{aligned} \sum_{\pi_1 \dots \pi_Z} \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z}(x_1, x_2, \dots, x_Z) \psi_{\pi_1 \pi_2 \dots \pi_Z}^\dagger(x'_1, x'_2, \dots, x'_Z) \\ = \delta(r_1 - r'_1) \delta(r_2 - r'_2) \dots \delta(r_Z - r'_Z) \end{aligned} \quad (1.84)$$

bağıntılarını yazarız. Burada toplam tüm olası Z-proton konfigürasyonları üzerinden alınmaktadır. Benzer tanımlar nötronlar içinde geçerlidir.

Denklem (63)'de belirtildiği gibi, bir proton durum vektörü $|\pi\rangle$ ve onun koordinat temsili arasındaki bağıntı, dalga fonksiyonu $\phi_\pi(x)$, $\phi_\pi(x) = \langle x | \pi \rangle$ dir. Burada $|x\rangle$, belirli

bir spine sahip, x 'in sonsuz küçük yakınlığında bir parçacığı tanımlayan durum vektörüdür. Bu notasyonu Z-protonlarına genelleştirerek

$$\psi_{\pi_1\pi_2...\pi_Z}(x_1, x_2, ..., x_Z) = \langle x_1, x_2, ..., x_Z | \pi_1\pi_2...\pi_Z \rangle \quad (1.85)$$

olur. Burada $|\pi_1\pi_2...\pi_Z\rangle$, işgal edilmiş $|\pi_1\rangle, ..., |\pi_Z\rangle$ bir parçacık durumlarındaki antisimetrik durum vektörüdür. İlgili tanım nötronlara da uygulanır [4].

2. TRIAXIAL PROGRAMININ AMACI

2.1. Schrödinger Denklemleri

Triaxial program 1-cisim deforme potansiyeli için Schrödinger denklemini çözer.

$$H|\phi_i\rangle = E_i|\phi_i\rangle \quad (2.1)$$

burada H , sistemin (nötronun ya da protonun) Hamiltonyenini, E_i özenerjisini, ϕ_i ise özdeğerlerini temsil ediyor.

2.2. Hamiltonyen

Nükleonun Hamiltonyeni

$$H = T + V + V^{so} + e\phi^C \quad (2.2)$$

olarak tanımlanır. T , V ve V^{so} nicelikleri sırasıyla kinetik, potansiyel ve spin-yörünge enerjileridir. Proton için Coulomb potansiyeli ϕ^C ile gösterilirken ve e ise protonun yüküdür. Açıkça

$$T = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \vec{\nabla}^2 \quad (2.3)$$

dır. m nükleonun kütlesidir. Nükleer kuvvetlerin kısa menzil özelliğinden dolayı, ortalama nükleer potansiyel nükleer yoğunluk dağılımıyla ortaktır. Küresel simetri durumu için

$$V(r) \left(\frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \right) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (2.4)$$

ve deforme durum için ise yukarıdaki tanımı [2,9] olarak genelleştirilir:

$$V(\vec{r}) = \frac{V_0}{1 + \exp(R_V L_V / a_V)} \quad (2.5)$$

Burada a_V ortalama alan parametreleri, L_V sanki-yarıçaptır.

$$V^{so}(\vec{r}) = \frac{1}{\hbar} (\vec{\nabla} S(\vec{r}) \wedge \vec{p}) \vec{\sigma} \quad (2.6)$$

bağıntısında $\vec{p} = (\hbar/i)\vec{\nabla}$ =nötron ya da proton momentumu, $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ = Pauli spin matrisidir. Aynı sebeplerden dolayı V için, V^{so} işlemcisinin tanımındaki ortalama alana benzer bir tanım ile verilir.

$$S(\vec{r}) = \frac{\kappa}{1 + \exp(R_{S0} L_{S0} / a_{S0})} \quad (2.7)$$

bağıntısında κ = spin-yörünge çiftleşme katsayısını (S_0 niceliği κ tarafından soğurulur), $R_{S0}, a_{S0} = S(\vec{r})$ 'nin ortalama alan parametreleri, L_{S0} spin-yörünge ortalama alanın sanki-yarıçapıdır.

2.3. Coulomb Potansiyeli

Protonlar için Coulomb potansiyeli sıvı damlası modelinin potansiyellerinden biriyle belirlenir.

$$\phi^C(Z, P, \phi) = \frac{\rho_{yük}}{4} \int_{Z_1}^{Z_2} dz \int_0^{2\pi} d\phi \left[\frac{-(z-Z) \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} + 2\rho_s^2 - 2\rho_s P \cos(\phi - \phi) - 2P \frac{\partial \rho_s}{\partial \phi} \sin(\phi - \phi)}{\sqrt{(z-Z)^2 + \rho_s^2 + P^2 - 2\rho_s P \cos(\phi - \phi)}} \right] \quad (2.8)$$

Burada (Z, P, ϕ) = Coulomb potansiyelinin hesaplandığı yerdeki noktanın silindirik koordinatlarını (burada Z proton sayısı ile karıştırılmamalıdır), $\rho_{yük} = (\bar{Z} - 1)e / (4/3)\pi R_{yük}^3$ = sıvı damlasının yük yoğunluğunu, $(\bar{Z} - 1)$ = sıvı damlasındaki protonların sayısını, $R_{yük}$ = yük yoğunluğunun yarıçapıdır. İntegrasyon bölgesi $\pi_{yük} = 0$ (bakınız Denklem 2.15) yüzeyi tarafından sınırlı hacimle belirlenir. Protonların nükleer

yüzeyi denklem (2.16)'daki $\rho_s = \rho_{\text{yüzey}}$ ile verilir. Gerçekte, bilgisayar programı ϕ^c Coulomb potansiyeli yerine, Coulomb alanındaki protonun Coulomb enerjisi olan $e\phi^c$ 'nin niceliğini doğrudan hesaplar.

2.4. Ortalama Alanın ve Farklı Nükleer Yüzeylerin Deformasyonu İlgili Ayrıntıları

2.4.1. Sanki-Yarıçap ve Nükleer Yüzeyleri

Merkezi ortalama potansiyelde nükleer yüzeyin bozulması hakkındaki bilgi

$$L_v(\vec{r}) = \frac{\Pi_v(\vec{r})}{R_v \|\vec{\nabla} \Pi_v(\vec{r})\|} \quad (2.9)$$

olarak tanımlanan boyutsuz sanki-yarıçap $L_v(\vec{r})$ niceliği ile verilir. $\Pi_v(\vec{r})$ niceliği iyi bilinen küresel durumu elde etmek için tanımlanır.

$$\Pi_v(\vec{r}) = \sqrt{\pi_v(\vec{r}) - \pi_{v_{\min}}} - \sqrt{-\pi_{v_{\min}}} \quad (2.10)$$

Burada, $\pi_{v_{\min}}$, $\pi_v(\vec{r})$ nin mutlak minimumudur. Bu sonucunda gerçek olmayan nükleer yüzeyi, hiper-yüzeyi tanımlar. Çünkü genellikle sanki-yarıçapın tanımındaki $\pi_v(\vec{r}) \neq 0$ dır. Gerçek nükleer yüzey $\pi_v(\vec{r}) = 0$ koyarak elde edilebilir.

Bu çalışmada, kendimizi etkin nükleer yüzey için sadece basit elipsoidal (triaksiyel) yüzeye sınırladık:

$$\pi_v(\vec{r}) = \frac{x^2}{A_v^2} + \frac{y^2}{B_v^2} + \frac{z^2}{C_v^2} - 1 = 0 \quad (2.11)$$

A_v , B_v ve C_v elipsoidin yarı eksenleridir.

Gerçekten, 3 belirleyici etkileşmeyi yani merkezi, spin-yörünge ve Coulomb etkileşmesini dikkate almalıyız. Böylece, üç ilgili yüzeyi tanımlamalıyız (Denklem 2.11, 2.14, 2.15). Bu durumda Denklem (2.11) merkezi etkileşme $V(\vec{r})$ ile bağlantılı nükleer yüzeyi tanımlar.

Tamamen benzerlik kurarak spin-yörünge etkileşmesi için benzer nicelikleri tanımlarız.

$$L_{so}(\vec{r}) = \frac{\Pi_{so}(\vec{r})}{R_{so} \|\vec{\nabla} \Pi_{so}(\vec{r})\|} \quad (2.12)$$

$$\Pi_{so}(\vec{r}) = \sqrt{\pi_{so}(\vec{r}) - \pi_{so_{\min}}} - \sqrt{-\pi_{so_{\min}}} \quad (2.13)$$

Burada, $\pi_{so_{\min}}$, $\pi_{so}(\vec{r})$ 'nin mutlak minimumudur ve

$$\pi_{so}(\vec{r}) = \frac{x^2}{A_{so}^2} + \frac{y^2}{B_{so}^2} + \frac{z^2}{C_{so}^2} - 1 = 0 \quad (2.14)$$

olarak etkin "spin-yörünge yüzeyi" yazılır. Coulomb potansiyeli için etkin nükleer yüzey de aynı yolla tanımlanır.

$$\pi_{yük}(\vec{r}) = \frac{x^2}{A_{yük}^2} + \frac{y^2}{B_{yük}^2} + \frac{z^2}{C_{yük}^2} - 1 = 0 \quad (2.15)$$

Denklem (2.8) tanımının ardından Coulomb potansiyeli silindirik koordinatlarda tanımlanmalıdır. Böylece etkin "Coulomb nükleer yüzeyi" Denklem (2.15) denklemi

$$\rho_{yüzey}^2 = \frac{1 - (z/C_{yük})^2}{\left\{ (\cos \varphi / A_{yük})^2 + (\sin \varphi / B_{yük})^2 \right\}} \quad (2.16)$$

olarak yeniden yazılır. Burada $x = \rho_{yüzey} \cos \varphi$, $y = \rho_{yüzey} \sin \varphi$ ve $z = z$ şeklindedir.

Üç yoğunluk (nötron, proton ve spin-yörünge) biri diğerinden küçük farklara sahiptir. Bu durumda, bu üç yüzey benzer şekilde olmakla beraber biraz birbirinden farklıdır. Ama yine de problemi basitleştirmek için proton dağılımının Coulomb potansiyelinin hesabında düzgün olduğu varsayılır.

2.4.2. Deformasyon Parametreleri

Üç benzer yüzeye sahip olduğundan aynı şeyleri, üç defa tekrarlamaktan kaçınmak için, yüzey indislerini belirtmekten kaçınacağız. Örneğin, üç-hacim korunumu koşulu sadece bir denklemle

$$\frac{4}{3}\pi ABC = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (2.17)$$

basitçe yer değiştirir. Gerçekte bu koşul nedeniyle sadece iki parametre gereklidir. Alışıldığı gibi, elipsoid parametreleri yerine Bohr parametrelerini (β, γ) tercih edilir.

$$A = \frac{R}{\chi} \left[1 + \beta \left(\frac{5}{4\pi} \right)^{1/2} \cos \left(\gamma - \frac{2}{3} \pi \right) \right] \quad (2.18a)$$

$$B = \frac{R}{\chi} \left[1 + \beta \left(\frac{5}{4\pi} \right)^{1/2} \cos \left(\gamma - \frac{4}{3} \pi \right) \right] \quad (2.18b)$$

$$C = \frac{R}{\chi} \left[1 + \beta \left(\frac{5}{4\pi} \right)^{1/2} \cos(\gamma) \right] \quad (2.18c)$$

Burada R yarıçap ve χ Denklem(2.17)deki hacim korunum şartıdır.

2.5. Küresel Durum. Ortalama Alan Parametreleri

2.5.1. Küresel Simetri Durumu

$A=B=C$ olduğunda veya Bohr parametresi $\beta=0$ olduğunda nükleer yüzey küresel olur ve R_V , R_{SO} ya da $R_{yük}$ basitçe nükleer yarıçapı temsil eder. Bu durumda (2.5) ve (2.7) iki ortalama potansiyel için bildiğimiz Fermi fonksiyonunu elde ederiz.

$$V(\vec{r}) = \frac{V_0}{1 + \exp[(r - R_V/a_V)]} \quad , \quad S(\vec{r}) = \frac{\kappa}{1 + \exp[(r - R_{SO}/a_{SO})]} \quad (2.19)$$

Yani bunlar Woods-Saxon türü potansiyellerdir.

Coulomb potansiyeli (2.8) iyi bilinen forma indirgenir

$$\phi^C(r) = \begin{cases} [(Z-1)e/2R_{yük}][3 - (r/R_{yük})^2] & \text{Eğer } \leq R_{yük} \\ (Z-1)e/r & \text{Eğer } \geq R_{yük} \end{cases} \quad (2.20)$$

Spin-yörünge etkileşimi (2.6) küresel bir durumda

$$V^{so} = -\left(\frac{\partial S(r)}{\partial r} \frac{\vec{r}}{r} \wedge \vec{p}\right) \vec{\sigma} = -\frac{1}{r} \frac{\partial S(r)}{\partial r} (\vec{r} \wedge \vec{p}) \vec{\sigma} \quad (2.21)$$

olarak tanımlanabilir.

Sonuçta, V^{so} işlemcisi bilinen biçimde;

$$V^{so}(\vec{r}) = -\frac{1}{r} \frac{\partial S(r)}{\partial r} \vec{l} \cdot \vec{\sigma} \quad (2.22)$$

olur.

(2.19)-(2.22) bağıntıları (küresel durum) bilgisayar programında açıkça kullanılmadı. Bununla beraber enerji seviyelerinin iyi bilinen küresel dejenereliği bilgisayar programını kontrol etmek için kullanıldı. Ayrıca (2.20) bağıntısı Coulomb potansiyeli için bir ilk kontrol adımı olarak iş görmektedir.

2.5.2. Ortalama Alan Parametreleri

Belli bir parametre seti veya Myers parametreleri [5] arasından birisini seçmek için bilgisayar programına iki-seçenek eklendi. Böylece ayrı bir dosyada kendi parametrelerini tanımlamak veya Myers katsayılarını kullanmak mümkündür. Myers katsayıları durumunda, hesaplamalar uygun bir alt programla yapılır. Gerçekte parametre setinin sadece bir kısmı yani V_0, R_v, R_{s0} ve R_{ch} Myers'in damla modelinden çıkarılır ve geri kalanlar yani κ, a_v, a_{s0} [6] den çıkarılır.

2.6. Çözüm İlkesi

2.6.1. Yöntem

Bu yöntemin ilkesi harmonik osilatörün kesilmiş bazındaki açılımlarıyla Schrödinger denkleminin özfonksiyonlarını araştırmaktan oluşur. Diğer bir deyişle böylesi problemi çözmede kullanılan yöntem esasen bu bazdaki Hamiltonyenin matrisini yazmaya eşittir. Pratikte bu yöntem iki belirgin amacıyla karakterize edilir. İlk önce, bu baz yardımıyla Hamiltonyenin temsil matrisini oluşturmaktır. Ardından özdeğerler ve özvektörleri elde etmek için bu matris köşegenleştirilir.

Bu çalışmada kartezyen koordinatlar daha uygundur.

2.6.2. Harmonik Osilatör Bazları

Harmonik osilatörün baz fonksiyonları;

$$|n_x n_y n_z \Sigma\rangle \equiv i^{n_y} \phi_{n_x}(x) \phi_{n_y}(y) \phi_{n_z}(z) \cdot \vec{\sigma}_\Sigma \quad (2.23)$$

olarak tanımlanır. Burada, i^{n_y} faz çarpanı olup matris elemanlarının reel olması istenen simetriyle uyumlu olmasını sağlar. Açıkça

$$\phi_{n_x}(x) = \sqrt{\beta_x} \exp\left[-(\beta_x x)^2/2\right] h_{n_x}(\beta_x x) \quad \text{Burada } \beta_x = \sqrt{\frac{m\omega_x}{\hbar}} \quad (2.24)$$

yazılır. Benzer ifadeleri y ve z-eksenleri içinde yazılır. Özünlülük spin durumları,

$$\vec{\sigma}_{+1/2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{\sigma}_{-1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

dir. $\hbar_{n_x}$ (veya $\hbar_{n_y}$, $\hbar_{n_z}$) nicelikleri normalize Hermite polinomlarını temsil etmektedir.

$$\hbar_{n_x}(x) = H_{n_x} / \sqrt{(2^{n_x} n_x! \pi^{1/2})} \quad (2.26)$$

$H_n(x)$ bilinen Hermite polinomlarıdır.

n_x, n_y ve n_z kuantum sayıları tamsayıdır ve Hermite polinomlarının mertebesini verir. $\Sigma = \pm \frac{1}{2}$ z-ekseni üzerinde öznlü spinin izdüşümünü temsil ediyor.

Nihayet m ve $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ osilatörün kütlesini yani nükleonun kütlesini ve frekanslarını temsil ediyor. Uygunluk sağlamak için $\hbar\omega_x, \hbar\omega_y$ ve $\hbar\omega_z$ (veya β_x, β_y ve β_z) nicelikleri bazen deformasyon parametreleri olarak adlandırılır.

Eğer üç frekans eşitse, osilatör izotropiktir ve sadece bir frekansla ($\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega_0$) ile karakterize edilebilir.

Öte yandan, osilatörün nükleer yüzeyinin eş-potansiyel olduğunu varsayalım. Bu, aşağıdaki koşulu içerir.

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3 \quad \text{veya} \quad (\hbar\omega_x).(\hbar\omega_y).(\hbar\omega_z) = (\hbar\omega_0)^3 \quad (2.27)$$

2.6.3. Hamiltonyenin Matris Temsili

Bu bazda yardımcı olması için, H Hamiltonyeninin matris elemanları

$$\langle n'_x n'_y n'_z \Sigma' | H | n_x n_y n_z \Sigma \rangle = \langle n'_x n'_y n'_z | T + V + V^{SO} + e.\phi^C | n_x n_y n_z \Sigma \rangle \quad (2.28)$$

olarak yazılabilir.

2.6.3.1. V Ortalama Alan Matris Elemanları ve $e.\phi^C$ Coulomb Enerjisi

V spine bağlı olmadığından, V için aşağıdaki uygun notasyonu kullandık:

$$\langle n'_x n'_y n'_z \Sigma' | V | n_x n_y n_z \Sigma \rangle = (n'_x n'_y n'_z \Sigma' | V | n_x n_y n_z) \times \delta_{\Sigma' \Sigma} \quad (2.29)$$

Burada, denklem (2.24)'de tanımlanan $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ ile

$$\begin{aligned}
n'_x n'_y n'_z \Sigma' |V| n_x n_y n_z &= i^{(n_y - n'_y)} \iiint \phi_{n'_x}(x) \phi_{n'_y}(y) \phi_{n'_z}(z) V(x, y, z) \phi_{n_x}(x) \phi_{n_y}(y) \phi_{n_z}(z) dx dy dz \\
&= i^{(n_y - n'_y)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x^2 + y^2 + z^2)} h_{n'_x}(x) h_{n'_y}(y) h_{n'_z}(z) \\
&\quad \times V\left(\frac{x}{\beta_x}, \frac{y}{\beta_y}, \frac{z}{\beta_z}\right) h_{n_x}(x) h_{n_y}(y) h_{n_z}(z) dx dy dz
\end{aligned} \tag{2.30}$$

dir.

V'nin paritesinden dolayı (2.30) integrali, eğer aşağıdaki üç koşuldan biri sağlanmazsa sıfırdır.

$$\begin{aligned}
(-1)^{n_x} &= (-1)^{n'_x} \\
(-1)^{n_y} &= (-1)^{n'_y} \\
(-1)^{n_z} &= (-1)^{n'_z}
\end{aligned}$$

Böylece onları hesaplamak gerekmez. İlgili indisler aynı pariteye sahip olduklarından (2.30) bağıntısının kompleks çarpanı $i^{(n_y - n'_y)} = (-1)^{(n_y - n'_y)/2}$ olarak yazılır.

Her ne kadar, $(n'_x n'_y n'_z |V| n_x n_y n_z)$ elemanları spinden bağımsız olsalar da, bilgisayar hafızasında $\langle n'_x n'_y n'_z \Sigma' |V| n_x n_y n_z \Sigma \rangle$ olarak saklanmaktadır.

Coulomb enerjisinin matris elemanları $V(\vec{r})$ 'nin hesaplanmasına benzer yolla aynı skaler değişimiyle $(V(\vec{r})$ yerine $e\phi^C(\vec{r})$ koyarak) hesaplanacaktır.

Gauss integrasyonunda, Hermite polinomlarını, $V(\vec{r})$, merkezi ortalama potansiyeli, $S(\vec{r})$ spin-yörünge ortalama potansiyelini ve $\phi^C(\vec{r})$ Coulomb potansiyelini sadece düğüm noktalarını hesaplamalıyız. Böylece bu nicelikleri özel dizilerde herhangi bir hesaplamadan önce saklamak daha uygundur

2.6.3.2. V^{SO} Spin-Yörünge Enerji İşlemcisinin Matris Elemanları

$S(\vec{r})$ türevinin varlığından dolayı, V^{SO} 'nun matris elemanlarını $\langle n'_x n'_y n'_z \Sigma' |V^{SO}| n_x n_y n_z \Sigma \rangle$ doğrudan hesaplamak uygun değildir. Bu türevler kısmi integrasyonla baz fonksiyonlarına aktarılabilir. Böylece baz fonksiyonlarının türevleri

indirgeme bağıntıları yoluyla baz fonksiyonlarından tanımlanabilir. Sonuçta V^{so} 'nin matris elemanları $(n'_x n'_y n'_z | S | n_x n_y n_z)$ elamanlarının uygun kombinasyonlarıyla elde edilebilir.

$$\langle n'_x n'_y n'_z | V^{so} | n_x n_y n_z \rangle = \frac{m\omega_0}{2\hbar} [2B_z(\Sigma' | \sigma_z | \Sigma) + B_+(\Sigma' | \sigma_- | \Sigma) + B_-(\Sigma' | \sigma_+ | \Sigma)] \quad (2.31)$$

Burada;

$$\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm \sigma_y \quad (2.32)$$

$$B_{\pm} = B_x \mp B_y \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \beta_x = & \sqrt{\frac{\omega_y \omega_z}{\omega_0^2}} [-\sqrt{n'_y(n_z+1)}(n'_x n'_y - 1, n'_z | S | n_x n_y n_z + 1) - \sqrt{n'_y(n'_z+1)}(n'_x n'_y n'_z + 1 | S | n_x n_y - 1, n_z) \\ & + \sqrt{n'_z(n'_y+1)}(n'_x n'_y + 1, n'_z | S | n_x n_y n_z - 1) + \sqrt{n'_z(n'_y+1)}(n'_x n'_y n'_z - 1 | S | n_x n_y + 1, n_z)] \quad (2.34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_y = & \sqrt{\frac{\omega_z \omega_x}{\omega_0^2}} [-\sqrt{n'_z(n_x+1)}(n'_x n'_y n'_z - 1 | S | n_x + 1, n_y n_z) + \sqrt{n'_z(n'_x+1)}(n'_x + 1, n'_y n'_z | S | n_x n_y n_z - 1) \\ & - \sqrt{n'_x(n'_z+1)}(n'_x n'_y n'_z + 1 | S | n_x - 1, n_y n_z) + \sqrt{n'_x(n'_z+1)}(n'_x - 1, n'_y n'_z | S | n_x n_y n_z + 1)] \quad (2.35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_z = & \sqrt{\frac{\omega_x \omega_y}{\omega_0^2}} [-\sqrt{n'_x(n_y+1)}(n'_x - 1, n'_y n'_z | S | n_x n_y + 1, n_z) - \sqrt{n'_x(n'_y+1)}(n'_x n'_y + 1 n'_z | S | n_x - 1, n_y n_z) \\ & - \sqrt{n'_y(n'_x+1)}(n'_x + 1, n'_y n'_z + 1 | S | n_x n_y - 1, n_x) + \sqrt{n'_y(n'_x+1)}(n'_x n'_y - 1, n'_x | S | n_x + 1, n_y n_x)] \quad (2.36) \end{aligned}$$

Burada, $S(\vec{r})$ denklem (2.7) ile verildi.

B_y deki işaret değişimleri baz fonksiyonlarının faz faktörünü içerir.

$S(\vec{r})$ 'nin matris elemanlarının hesaplanması denklem (2.30) daki $V(\vec{r})$ 'ninkine benzer şekilde yürütülür.

2.6.3.3. T Kinetik Enerji İşlemcisinin Matris Elemanları

T işlemcisinin matris elemanlarını

$$\begin{aligned} \langle n'_x n'_y n'_z \Sigma' | T | n_x n_y n_z \Sigma \rangle &= \frac{1}{4} \delta_{\Sigma \Sigma'} \delta_{(n_y - n'_y)} [\hbar \omega_z \delta_{n_x n'_x} \delta_{n_y n'_y} \delta_{n_z n'_z} (2n_z + 1) \\ &\quad - \hbar \omega_z \delta_{n_x n'_x} \delta_{n_y n'_y} \delta_{n_z n'_z + 2} \sqrt{n'_z (n_z + 1)} - \hbar \omega_z \delta_{n_x n'_x} \delta_{n_y n'_y} \delta_{n_z n'_z - 2} \sqrt{n_z (n'_z + 1)} \\ &\quad + \text{çevrimsel permütasyonlar} \end{aligned} \quad (2.37)$$

ile doğrudan hesaplanabilir.

2.7. Nükleer Yüzeyin Simetrik Özellikleri

Üç yüzey

$$\pi = \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{C^2} - 1 = 0 \quad (2.38)$$

olarak yazılabilir.

Bu ise aşağıdaki özellikleri verir:

$$\pi(x, y, z) = \pi(-x, y, z) = \pi(x, -y, z) = \pi(x, y, -z) \quad (2.39)$$

Böylece iki ortalama alan (merkezi ve spin-yörünge alanı) için Coulomb potansiyeli için

$$V(-x, -y, -z) = V(x, y, z) \quad (2.40)$$

$$S(-x, -y, -z) = S(x, y, z) \quad (2.41)$$

$$\phi^C(-x, -y, -z) = \phi^C(x, y, z) \quad (2.42)$$

elde edilir.

2.7.1. Parite

Denklem (2.40), (2.41) ve (2.42) nedeniyle parite iyi kuantum sayısıdır ve başlangıç matrisi

$$p_a = (-1)^{n_x+n_y+n_z} = \pm 1 \quad (2.43)$$

sayısına göre iki alt-matrise bozunur. Açıktır ki, eğer $n_x + n_y + n_z$ çift veya tek ise parite pozitif veya negatiftir.

2.7.2. İmza

Kramer dejenereliği de

$$q_\kappa = (-1)^{n_x+n_y} \Sigma = \pm 1/2 \quad (2.44)$$

ile verilen q_κ imza kuantum sayısına göre özdeğerlerin iki kez dejenere olması gerçeğiyle tanımlandı.

Sonuç olarak, seküler matris iki alt matrise ayrılır ve sadece biri dikkate alınmalıdır. Bu iki matris aynı özdeğer setine sahiptir. Fakat özfonksiyonları biri diğerine göre zaman tersinirdir.

2.7.3. Bu Simetrinin Sonuçları

Bilgisayar programı sadece bir parçacık türünün hesaplarını yapar. Böylece hem nötron hem de protonları hesaba katmak için, program iki kez çalıştırılmalıdır.

Hamiltonyen sadece aynı pariteli durumları ilişkilendirdiğinden, bilgisayar programı iki parite türünü $p_a = \pm 1$ ayıracak şekilde oluşturuldu ve onları ayrı ayrı hesaplayabilir. Sonuçta Hamiltonyenin temsil matrisi her bir blok için belirli bir pariteye sahip olarak iki bloğa ayrılır. Köşegenleştirme bu durumda her bir blokta yürütülür.

Ayrıca, Kramer dejenereliği bir diğerine göre zaman tersinirliği olan durumlar için aynı özdeğerleri içerir. Belli bir paritedeki her bir blok için özenerjiler $q_k = \pm 1/2$

imzasıyla tanımlanan iki sete ayrılabilir. Bilgisayar programı sadece $q_k = +1/2$ için hesapları yapar. İkinci blok açıkça $q_k = -1/2$ olacaktır ve aynı enerjileri fakat zaman tersinir özfonksiyonları içerir. Bu özvektörler $T = -i\sigma_y\kappa_0$ gibi zaman tersinir işlemcisinin uygulanmasıyla elde edilebilir. Burada σ_y Pauli matrisi ve κ_0 ise kompleks eşlenik işlemcisidir.

Böylece gerçekte dördü hesaplanan 8 blok elde edilir.

- (1) $[n][p_a = +1][q_\kappa = +1/2];$
- (2) $[n][p_a = -1][q_\kappa = +1/2];$
- (3) $[p][p_a = +1][q_\kappa = +1/2];$
- (4) $[p][p_a = -1][q_\kappa = +1/2];$
- (5) $[n][p_a = +1][q_\kappa = -1/2];$
- (6) $[n][p_a = -1][q_\kappa = -1/2];$
- (7) $[p][p_a = +1][q_\kappa = -1/2];$
- (8) $[p][p_a = -1][q_\kappa = -1/2];$

Baz durumlarının pratikteki sayısının bilgisayar programı tarafından gerçek sayısının yarısı olarak hesaba katılacağını belirtmek önemlidir.

2.8. Sayısal Tercihler ve Reçeteler

2.8.1. Dört Evre

$V(\vec{r})$, $e\phi^C(\vec{r})$ ve $V^{SO}(\vec{r})$ matris elemanları Gauss-Hermite yöntemiyle $30 \times 30 \times 30$ göz noktası ile hesaplanır. $\phi^C(\vec{r})$ Coulomb potansiyeli de Gauss-Legendre yöntemiyle 48×48 göz noktasıyla hesaplanır.

Bu tercihlerin baz boyutuna ($N_{mak} \leq 26$) ve deformasyon aralığına ($0 \leq \beta \leq 0.6$) göre yeterli olduğu görülür. Doğrudan bir kontrol kuadratör noktalarının ortam sayısı ile sonuçların kararlılığının karşılaştırılması yapıldı. (20 noktasıyla bile sonuçlar aynı kalıyorsa çok doğru olur).

2.8.2. Baz Kesilmesinin Özellikleri

Pratikte Hamiltonyen matrisi sonludur. Bu durumda kesin, duyarlı sonuçlar için yeterli sayıda baz durumlarını seçmeliyiz. Genelde aşağıdaki iki kriterden birini seçeriz. İlki küresellik kriteri

$$n_x + n_y + n_z \leq N_{mak} \quad (2.45)$$

eşitsizliğini sağlayan tüm baz durumlarının seçimidir. Bu kriterde baz durumlarının toplam sayısı $(N_{mak} + 1) \times (N_{mak} + 2) \times (N_{mak} + 3)/6$ ile verilir.

İkinci kriterde (deformasyon kriteri), üç baz frekansına göre, bazın deformasyonuna göre durumlar seçilir:

$$\left(n_x + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z \leq E_{kesme} = \left(N_{mak} + \frac{3}{4}\right)\hbar\omega_0 \quad (2.46)$$

Gerçekte bu üç frekansın (2.27) koşuluyla bağlantılıdır. Böylece, N_{mak} 'nin seçimi baz boyutunu belirler.

2.8.3. Baz Frekanslarının Optimizasyonu

Hamiltonyen işlemcisi osilatör frekanslarına bağlı olmadığından özfonksiyonları ve özdeğerleri bu parametreye bağlı değildir. Pratikte, Hamiltonyenin temsil matrisi belli sayıda osilatör özfonksiyonlarıyla oluşturulur. Bu da bu parametrelere göre benzer bir bağıllığı ifade etmektedir.

Diğer bir görüş açısında, bu yöntemi varyasyonel parametrelerin baz frekansları olduğunu varsayan metodunu dikkate alabiliriz. Böylece bu frekanslar için en iyi set (enerji terimlerinde) özenerjileri veya toplamalarını minimize eden düzenli bir metot olmalıdır. Pratik sebeplerden için, varyasyon üç-boyutlu olduğundan bu metot kolay değildir. Bununla beraber çoğu kez bu parametreler için uygun değerler bulmak baz yönergeleri kullanmakta çok etkilidir. Bu çalışmada referans [6] ve [7] yaklaşımlarını kullandık. Bu metotta ilkin p ve q niceliklerini tanımlarız:

$$q^2 = \frac{\langle z^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} = \frac{\int d\tau \cdot \rho(\vec{r}) z^2}{\int d\tau \cdot \rho(\vec{r}) x^2}, \quad p^2 = \frac{\langle z^2 \rangle}{\langle y^2 \rangle} = \frac{\int d\tau \cdot \rho(\vec{r}) z^2}{\int d\tau \cdot \rho(\vec{r}) y^2} \quad (2.47)$$

Burada $\rho(\vec{r})$ nükleer yoğunluktur. ρ 'nin bu tanımını referans [5]'den farklı olduğunu belirtelim.

Harmonik osilatör için denklem (2.47)

$$q_{HO} = \frac{\omega_x}{\omega_z}, \quad p_{HO} = \frac{\omega_y}{\omega_z} \quad (2.48)$$

gibi çok basit bağıntılara indirgenir. Ardından da bu iki bağıntıyı (2.27) bağıntısına eklemeliyiz. Şimdi $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ parametre setini özdeş $(q_{HO}, p_{HO}, \omega_0)$ setiyle yerdeğiştirmek mümkündür. Aynı yolla, Woods-Saxon potansiyeli için nükleer yoğunluk sıvı damlasınıkiyle (yani sabit yoğunluk) benzeştirilebilir. Böylece

$$q_{WS} = \frac{c}{a}, \quad p_{WS} = \frac{c}{b} \quad (2.49)$$

elde edilir. Nihayet,

$$q_{HO} = q_{WS}, \quad p_{HO} = p_{WS} \quad (2.50)$$

şartıyla nükleer şekil için osilatör bazını uygularız. ω_0 değeri için Nilson modelini alabiliriz.

$$\hbar\omega_0 \approx 41.A^{-1/3} \quad (2.51)$$

Birçok test (2.50) ve (2.51) bağıntılarının “doğru” minimizasyon üreten değerlere çok yakın değerleri otomatik olarak verdiğini gösteriyor. Ayrıca genel bir kural olarak büyük baz boyutları bu parametrelere göre özdeğerlerin daima zayıf bir büyüklüğünü içerir. Bu limite gidersek eğer baz sonsuz ise bu sonuçların baz parametrelerinden bağımsız olduğunu söyleyebiliriz. Tersine çok küçük baz için bağımlılık kuvvetli ve sonuçlar ise çok hatalıdır.

Bir karekuyu veya (yaklaşık olarak) bir Woods-Saxon potansiyeli için basit analitik faktörler $\hbar\omega_0$ parametresi için daha “arıtılmış” bir değere götürür.

$$\hbar\omega_0 \approx \frac{5}{3} \left(\frac{2}{\pi^2} \right)^{1/3} |V_0| 41.A^{-1/3} \approx 0.979 |V_0|.A^{-1/3} \quad (2.52)$$

Burada V_0 potansiyelin derinliğidir. Denklem (2.52) $\langle r^2 \rangle_{HO} = \langle r^2 \rangle_{KareKuyu}$ koşuluyla elde edilir.

Ortalamalar yarı-klasik Thomas-Fermi yoğunluğuyla yapılır.

$$\rho_{TF}(r) = \frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} (\lambda - V(r))^{3/2}$$

λ Fermi seviyesi A parçacık sayısının korunumu koşuluyla belirlenir.

(2.52) bağıntısı, Denklem (2.51) “standart denkleminde” çoğu kez kullanılan [6,8,9] ampirik skaler faktörlerini açıklar.

2.8.4. Bazdaki β Parametrelerinin Sayısal Değerleri

$$\beta_0 = \sqrt{m\omega_0/\hbar}, \quad \beta_x = \sqrt{m\omega_x/\hbar}, \quad \beta_y = \sqrt{m\omega_y/\hbar} \quad \text{ve} \quad \beta_z = \sqrt{m\omega_z/\hbar}$$

$$\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = \sqrt{\frac{mc^2}{\hbar^2 c^2}} \hbar\omega$$

ye benzer şekilde sayısal olarak hesaplanır. Değerler $m_p c^2 = 938.2592 \text{ MeV}$, $m_n c^2 = 939.553 \text{ MeV}$, $\hbar c = 197.32879 \text{ MeV fm}$ dir. Bu

$$\frac{m_p c^2}{(\hbar c)^2} = t_p = 0.0240958315 \text{ MeV}^{-1} \text{ fm}^{-2} \quad (2.53)$$

$$\frac{m_n c^2}{(\hbar c)^2} = t_n = 0.0241290571 \text{ MeV}^{-1} \text{ fm}^{-2} \quad (2.54)$$

değerlerini içerir.

Böylece

$$\beta_0 = \sqrt{t\hbar\omega_0}, \beta_x = \sqrt{t\hbar\omega_x}, \beta_y = \sqrt{t\hbar\omega_y}, \beta_z = \sqrt{t\hbar\omega_z} \quad (2.55)$$

$t = t_p$ veya $t = t_n$ olarak tanımlanır. t_p ve t_n sayıları altprogramın “Basisparam” de görülür.

2.9. Köşegenleştirme

Hamiltonyen temel matrisinin köşegenleştirilmesi Fortran programlarının Eispack kütüphanesinde [10] çıkartılan bir alt program setiyle yürütülür. Böylece bu kütüphanenin 4 alt programı bir araya getirildi.

Alt programı Tred1 Givens-Householder’s yöntemini kullanmak herhangi tam simetrik matrisi tridiagonal simetrik matrise dönüştürür.

Tridiagonal simetrik matris altprogram tq11 q1 metodunun, bir tridiagonal matrisin sadece özdeğerlerini hesaplamak için kullanılır.

Tridiagonal simetrik matris, altprogram tsturm verilen bir aralıkta bulunan özdeğerleri hesaplar. Bu altprogram ayrıca bulunan özdeğerlerle ilgili özvektörleri de hesaplar. Bu adapte edilen metot “ikiye bölme” ve “ters iterasyon” metodudur.

Son olarak altprogram trbak1 başlangıç bazına (tred1) göre tsturm tarafından bulunan özvektörleri yeniden hesaplanır. Aranılan özvektörler böylece elde edilir.

Bu altprogramlar, altprogram diagoplus (pozitif parite için) ve köşegenleştirmenin belirlenen seçeneklerinde diagominus (negatif parite için) tarafından çağrılır. Bu seçenekler aşağıda verilmiştir.

a. Programın Alt Programları ve Fonksiyonları

Program bir ana program, 29 altprogram ve 6 fonksiyondan oluşur. Her bir program için ayrılan rol aşağıdaki programın içeriğinde tanımlanmıştır.

Gerçekte tüm fonksiyonlar, bir süper altprogram olan altprogram setsub tarafından yürütülür.

2.9.1. Alt Programların Seti (Çağırılma Sırasına Göre)

- (1) Altprogram read1: input.dat dosyasından temel giriş parametrelerini okur.
- (2) Altprogram write1: Bazı testleri gerçekleştirir ve bunları convers.res ve eigval.res dosyalarına yazar.
- (3) Altprogram setsub : Ardışık hesaplamalar yapar.
- (4) Altprogram write2 : Eigval.res dosyasına yazar.
- (5) Altprogram write3: Convers.res dosyasına yazar.
- (6) Altprogram woodsparm: Myers parametrelerini hesaplar.
- (7) Altprogram surfparam: Yüzey parametrelerini hesaplar.
- (8) Altprogram basisparam: Osilatörün baz parametrelerini hesaplar.
- (9) Altprogram pottablo: İntegralin düğüm noktalarında potansiyeli depolar.
- (10) Altprogram coefftablo: İntegral sabitinin üretilmesini depolar.
- (11) Altprogram hermitablo: Düğüm noktalarında Hermite polinomlarını depolar.
- (12) Altprogram coultablo: Düğüm noktalarında Coulomb potansiyelini depolar.
- (13) Altprogram statesplus: Pozitif pariteye karşılık gelen osilatör baz durumlarını ve sayıları sayar.
- (14) Altprogram statesminus: Negatif pariteye uygun karşılık gelen sayıları ve osilatör baz durumlarını sayar.
- (15) Altprogram idm: Kullanılan baz durumlarının toplam sayılarını hesaplar.
- (16) Altprogram matpotplus: Pozitif parite için merkezi ortalama potansiyelin temsil matrisini hesaplar.
- (17) Altprogram matpotminus: Negatif parite için merkezi ortalama potansiyelin temsil matrisini hesaplar.
- (18) Altprogram matcinplus: Pozitif parite için kinetik enerjiyi temsil eden matrisi hesaplar.
- (19) Altprogram matcinminus: Negatif parite için kinetik enerjiyi temsil eden matrisi hesaplar.
- (20) Altprogram matpotsoplus: Pozitif parite için ortalama spin-yörünge enerjisini temsil eden matrisi hesaplar.
- (21) Altprogram matpotsominus: Negatif parite için ortalama spin-yörünge enerjisini temsil eden matrisi hesaplar.

- (22) Altprogram diagoplus: Pozitif parite için Hamiltonyen temsil matrisini köşegenleştirir.
- (23) Altprogram diagominus: Negatif parite için Hamiltonyen temsil matrisini köşegenleştirir.
- (24) Altprogram tred1: Eispack alt programı (bakınız kesim 8)
- (25) Altprogram tq11: Eispack alt programı (bakınız kesim 8)
- (26) Altprogram tturn: Eispack alt programı (bakınız kesim 8)
- (27) Altprogram trbak1: Eispack alt programı (bakınız kesim 8)
- (28) Altprogram eigenvalues: Her iki parite için özdeğerleri bir araya getirir.
- (29) Altprogram vektor: Özfonksiyonları bir dosyaya yazar.

Bir çok alt programların isimleri “plus” veya “minus” ile bitmektedir ki bunun anlamı alt program belli bir parite için özel olarak hesaplamalar yapmaktadır. “plus” terimi pozitif parite ve “minus” terimi ise negatif parite için kullanılır.

2.9.2. Fonksiyonlar Seti

- (1) Hermite fonksiyonu: Hermite polinomlarını hesaplar.
- (2) Delta fonksiyonu: Kronecker delta sembolü.
- (3) Potenv fonksiyonu: Herhangi bir noktadaki merkezi ortalama potansiyel değerini hesaplar.
- (4) Potenso fonksiyonu: Herhangi bir noktadaki ortalama spin-yörünge potansiyel değerini hesaplar.
- (5) Ephi fonksiyonu: Herhangi bir noktadaki protonun Coulomb enerjisini hesaplar.
- (6) Epsilon fonksiyonu: Eispack altprogramlarının yuvarlatma hatalarını tahmin etmekte kullanılır.

2.10. Triaxial Programının Giriş-Çıkış Verileri

Uzun teorik tanımlamada verildiği gibi herhangi bir değiştirme yapılan programın kullanışı çok basittir.

2.10.1. Giriş Verileri

Tüm veri girişi iki dosyadan namelist türü olarak okunur. İkinci dosyada, Myers parametreleri yerine potansiyel için eğer sadece kişisel parametreler kullanılıyorsa gerekir. Bu son durumda, kişisel parametreler için ikinci ayrı bir dosyada kendi parametreleri tam olarak belirlenir.

2.10.1.1. Birinci Giriş Dosyası: input.dat

input.dat dosyası tüm ana giriş verilerini bir araya getirir. Bunun önemi aşağıda verilmiştir.

- $n_{\max 1}$ ve $n_{\max 2}$ $N_{\max}$ nın döngü sınırlarıdır (Denklem 2.45 ya da Denklem 2.46). Bu sonuncusu hesaplamalarda kullanılan kabuk sayısıdır. Eğer $n_{\max 1} = n_{\max 2} (= n_{\max})$ ise hesaplamalar bir kez yapılır. $n_{\max}$ değişimi eğer sadece baz durumlarının sayısının bir fonksiyonu olarak yakınsaklık istenirse araştırılır.
- pi, pi sayısıdır (3.1415927410125d.0).
- kkind= 1 ise, nötron durumu için hesaplamalar yapılır.
kkind= 2 ise, proton durumu için hesaplamalar yapılır.
kkind parametresinin herhangi bir değeri, programın hata açıklamasını içermektedir.
- Iz= proton sayısı
- In= nötron sayısı
- Betta ve gamma, bilinen Bohr deformasyon parametreleridir.
- ibase=0 ise, küresel kriterlere göre seçilen baz durumlarıdır.
- ibase=1 ise, deformasyon kriterine (2.46) göre seçilen taban durumlarıdır. Bu parametre için diğer değer yoktur.
- ili2=1 ise, program özvektörsüz olarak bütün özdeğerleri verir.
- ili2=2 ise, program özvektörlere karşılık gelen belirli bir aralıktaki [elow, ehig] özdeğerleri verir.
- Elow=seçilen aralığın en küçük sınırı.
- Ehigh=seçilen aralığın en büyük sınırı.
- icalc=0 ise, Woods-Saxon potansiyeli parametreleri ikinci giriş dosyası parameters.dat'ın isimli listesinden (namelist) okunur.

- icalc=1 ise, Myers parametreleri alt program woodsparam tarafından hesaplanır.
- iscal=1 ise, $\hbar\omega_0$ baz parametreleri $\hbar\omega_0 = 0.979|V_0|A^{-1/3}$ bağıntısından hesaplanır.
- iscal=2 ise, $\hbar\omega_0$ baz parametreleri $\hbar\omega_0 = \text{faktör}A^{-1/3}$ (bakınız Denklem 2.51) bağıntısından hesaplanır.

2.10.1.2. İkinci Giriş Dosyası: parameters.dat

Bu program, Myser parametrelerinin yerine ilk veri giriş dosyasında kendi parametrelerini kullanmaya olanak verir.

Veri dosyaları parameters.dat şeklindedir.

- v0neut= nötronlar için potansiyelinin merkezi kısmının derinliği
- avneut= nötronlar için potansiyelinin merkezi kısmının yaygınlığı
- rvneut= nötronlar için potansiyelinin merkezi kısmının yarıçapı
- capasonue= nötronlar için spin-yörünge çiftleniminin şiddeti
- assoneu= nötronlar için potansiyelin spin-yörünge kısmının yarıçap yaygınlığı
- rssoneu= nötronlar için potansiyelin spin-yörünge kısmının yarıçapı
- v0pro= protonlar için potansiyelin merkezi kısmının derinliği
- avpro= protonlar için potansiyelin merkezi kısmının yaygınlığı
- rvpro= protonlar için potansiyelin merkezi kısmının yarıçapı
- capasopro= protonlar için spin-yörünge çiftleniminin şiddeti
- assopro= protonlar için potansiyelin spin-yörünge kısmının yaygınlığı
- rssopro= protonlar için potansiyelin spin-yörünge kısmının yarıçapı
- rchpro= Coulomb potansiyelinin yarıçapı

2.10.2. Çıkış Verileri

Ana programdaki evalplus, evalminus, evecplus, evecminus ve energies adlı beş diziden genel sonuçlar çıkartılabilir.

Aynı yolla, evalplus ve evalminus dizileri kolonlardaki, özdeğerlerdekiyle aynı mertebede özvektör bileşenlerini içerir. Pozitif parite için (sırasıyla negatif parite için)

altprogram diagaplus (sırasıyla diagominus alt programdaki evalminus) altprogramdaki evalplus parametresi özdeğerlerin sayısını verir.

Bazen, ortak bir dizide tüm özdeğerleri bir arada toplamak daha uygundur. Bu işlem energies adlı bir ortak dizide yürütülür. Bu dizide özdeğerler artan mertebeye sınıflandırılır.

Verilen bir özdeğere karşılık gelen özvektörleri bulmak için yardımcı bilgi içeren bir vektör oluşturuldu ve num(k) olarak adlandırıldı. num(k)'nın işaret ve mutlak değeri sırasıyla blok (yani evecplus ya da evecminus) ve her bloktaki kolonun yerini gösterir.

Ayrıca, çıkış verileri üç dosyada doğrudan incelenebilir.

- (a) Özdeğerler “eigvals.res” dosyada yazılır. Bu dosyada özellikle, özdeğerlerin pozitif pariteye mi yoksa negatif pariteye mi karşılık gelen sete sahip olduğu belirtilir.
- (b) Özfonksiyonlar “vekt.res” dosyasında kaydedilir. Her özdeğer için bazın farklı durumlarına (nx,ny,nz,sigma) göre bir bileşen seti vardır.
- (c) Yakınsaklık üzerine kısa bir bilgi “conver.res” dosyasında yapılır.

2.11. Myers Parametreleri

Yayılm parametreleri a_v , a_{so} ve spin-yörünge çiftlenimi κ referans [5] de verildi.

$$a_v = 0.66 \text{ fm} \quad (2.56)$$

$$a_{so} = 0.55 \text{ fm} \quad (2.57)$$

$$\kappa = 12 \text{ MeV fm}^2 \quad (2.58)$$

Merkezi potansiyel ve spin-yörünge potansiyel parametreleri Myers damla modelinden [5,11] çıkarıldı. Bu teori Thomas-Fermi yaklaşımını kullanır. Bu teori sonlu çekirdeğin ortalama özelliklerini yani yoğunluk yarıçapı, deri kalınlığı gibi özellikleri nötron proton sayıları cinsinden tanımlanır. Bu modelde iki yardımcı nicelik de tanımlanır:

$$\hat{\delta} = \frac{\frac{N-Z}{A} + 0.0112 \frac{Z^2}{A^{5/3}}}{1 + \frac{3.15}{A^{1/3}}} \quad (2.59)$$

$$\hat{\varepsilon} = -\frac{0.147}{A^{1/3}} + 0.330\hat{\delta}^2 + \frac{0.00248Z^2}{A^{4/3}} \quad (2.60)$$

Bu niceliklerin fiziksel özellikleri referans [5]'de açıklanmıştır. Bu niceliklerin yardımıyla ortalama potansiyelin girme derinliği

$$V_0(\text{proton}) = -52.5 - 48.7\hat{\delta}, \quad (2.61)$$

$$V_0(\text{nötron}) = -52.5 + 48.7\hat{\delta}, \quad (2.62)$$

olarak yazılır.

Merkezi potansiyelin yarıçapı (proton ve nötronlar için farklıdır) $R_0(\text{proton})$ veya $R_0(\text{nötron})$ nükleer yoğunluk yarıçapı ve a_v yoğunluk dağılımı olarak

$$R_v(\text{proton}) = R_0(\text{proton}) \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{a_v}{R_0(\text{proton})} \right)^2 \right\} \quad (2.63)$$

$$R_v(\text{nötron}) = R_0(\text{nötron}) \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{a_v}{R_0(\text{nötron})} \right)^2 \right\} \quad (2.64)$$

tanımlanır.

$$R_0(\text{proton}) = R_0 + 0.82 - \frac{0.56}{R_0} + 0.22\hat{\delta}, \quad (2.65)$$

$$R_0(\text{nötron}) = R_0 + 0.82 - \frac{0.56}{R_0} - 0.22\hat{\delta}, \quad (2.66)$$

$$R_0 = r_0 A^{1/3} (1 - \hat{\varepsilon}) \quad (2.67)$$

$$r_0 = 1.16 \text{ fm} \quad (2.68)$$

olarak tanımlanır.

Spin-yörünge ortalama alan yarıçapı

$$R_{so} = R_0 \left(1 - \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{a_{so}}{R_0} \right)^2 \right) \quad (2.69)$$

ve son olarak yük yoğunluğunun yarıçapı;

$$R_{yük} = R_0 - \frac{1}{3} r_0 A^{1/3} \left(\frac{N-Z}{N+Z} - \hat{\delta} \right) \quad (2.70)$$

ile verilir.

3. YAPILAN ÇALIŞMALAR VE SONUÇLAR

Bu çalışmada triaxial bilgisayar programı [12] kullanıldı. Program $^{202-208}_{82}\text{Pb}$ çekirdeklerine uygulandı. Çalışmada program, deforme olmayan ($\beta = 0.0, \gamma = 0.0$) ve deforme ($\beta = 0.3, \gamma = 0.0$) olan çekirdeklere uygulandı. Hesaplamalar hem proton hem de nötron için ayrı ayrı yapıldı. Baz parametresi de $N_{\max} = 10$ olarak alındı. Öte yandan $\hbar\omega_0$ değeri ise küresel durum için $\hbar\omega_0 = \text{factor} \times A^{-1/3}$ ile belirlendi. Teorik bağıntı “factor” teriminin 41 olmasını [12] ifade ederken [6] bu değerin 45-48 MeV arasında olmasını öngörüyor. Biz bu çalışmada 47 değerini kullandık. Bu değerin “en iyi” değer olduğunu [7] görüyoruz.

Hesaplamalarda $N_{\max} = 10$ ve $\hbar\omega_0 = 47 \times A^{-1/3}$ değerlerini kullandık. Elde edilen sonuçların RMF sonuçlarıyla [13] uyumlu olduğu görüldü. Tablo 5-20 $^{202-208}_{82}\text{Pb}$ çekirdeklerinin bir-parçacık enerji seviyelerini nötron ve protonlar için hem (+) hem de (-) pariteli olarak deforme ve deforme olmayan durumda göstermektedir. Tüm bu durumlar için enerji seviyelerinin pratikte spektrumun alt ve üst kısımlarını da gösterdiğini belirtmeliyiz. Spektrumun aşağı seviyeleri sistematik olarak yaklaşmaktadır. Spektrumun ilerisine gidildikçe yakınsama genelde yavaşlamaktadır.

Hızlı bir yakınsama baz parametrelerine göre zayıf bir bağımlılık içerir. Spektrumun en yüksek seviyeleri baz parametrelerine daha duyarlıdır.

Hesaplamalardaki herhangi bir parametrenin (örneğin potansiyelin) yeniden düzenlenmesi düşük seviyelere nazaran yüksek seviyelerin daha duyarlı bir değişimine neden olur. Örneğin ortalama potansiyelin yarıçapı (nötronlar için küresel durum) 7.36 fm den 7.40 fm ye değişir ve (diğer tüm parametreler sabit), ilk seviye ve Fermi seviyesinin sırasıyla 0.05 MeV ve 0.28 MeV değişimine uğrar. Genel kural, “en düşük seviye en kararlı seviyedir”.

Alçak seviyelerin hızlı yakınsaması ilgili dalga fonksiyonlarının osilatör frekansına çok benzemesi gerçeğinden kaynaklanmaktadır. Bu yüksek seviyelerde dalga fonksiyonlarının kuvvetli titreşmesi ve potansiyelin kenar etkilerinin yok olması anlamına gelmez.

Tablo 5. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0,0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{202}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6335	-29.5173
2	-25.4531	-29.5172
3	-25.4528	-28.8788
4	-25.4528	-20.5714
5	-24.0257	-20.5713
6	-24.0256	-20.5710
7	-21.8774	-20.5709
8	-15.0222	-18.1084
9	-15.0222	-18.1082
10	-15.0219	-18.1081
11	-15.0216	-15.7243
12	-15.0212	-15.7242
13	-11.3340	-14.8801
14	-11.3340	-8.8744
15	-11.3337	-8.8742
16	-11.3336	-8.8741
17	-9.1320	-8.8738
18	-9.1315	-8.8733
19	-9.1315	-8.8731
20	-7.6541	-3.7789
21	-7.6539	-3.7788
22	-6.8041	-3.7786
23	-1.9437	-3.7783
24	-1.9435	-3.7782
25	-1.9434	-2.1540
26	-1.9430	-2.1540
27	-1.9430	-2.1537
28	-1.9423	-2.1537
29	-1.9423	-0.0678

Tablo 6. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{202}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6574	-30.6444
2	-27.1432	-28.7682
3	-25.8046	-28.2084
4	-24.8760	-22.8559
5	-23.8913	-21.7998
6	-22.4004	-20.2838
7	-20.7628	-20.1606
8	-17.8732	-18.1818
9	-17.0293	-18.0624
10	-15.6048	-16.5817
11	-14.6951	-15.4706
12	-13.8194	-13.5353
13	-12.7149	-12.8165
14	-11.7758	-12.2982
15	-11.4662	
16	-10.2850	-10.3447
17	-8.7594	-8.6745
18	-7.8666	-8.2948
19	-7.5841	-6.7088
20	-6.1141	-6.5581
21	-5.9905	-5.6190
22	-5.5535	4.5564
23	-4.5048	-4.2932
24	-4.3562	-3.2346
25	-4.0032	-2.1886
26	-2.7970	-1.7697
27	-1.4029	-0.7000
28	-0.9322	-0.9322

Tablo 7. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{202}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.6779	-39.5481
2	-35.5474	-38.0778
3	-34.2901	-37.6188
4	-33.5169	-30.8497
5	-32.7079	-29.8134
6	-31.3670	-28.5183
7	-30.5197	-28.3659
8	-25.5732	-26.6862
9	-24.7313	-26.4362
10	-23.4363	-25.7173
11	-22.6847	-24.1160
12	-21.8639	-23.1766
13	-20.7316	-22.4243
14	-20.2539	-19.8183
15	-20.0944	-19.1067
16	-18.4691	-17.9468
17	-17.9108	-16.4481
18	-16.9802	-16.1783
19	-16.0161	-14.7191
20	-15.5397	-14.3652
21	-13.9885	-14.2126
22	-13.8747	-12.8458
23	-13.5335	-12.1956
24	-12.9742	-12.0953
25	-11.8685	-11.0338
26	-10.4638	-9.8959
27	-9.3015	-9.8436
28	-8.8267	-8.2416
29	-7.6705	-8.2293
30	-7.5089	-7.6525
31	-7.0012	-7.3234
32	-5.8674	-6.7481
33	-5.4822	-6.2953
34	-5.1006	-5.6956
35	-4.7942	-5.5603
36	-3.8537	-5.3280
37	-3.1783	-5.1450
38	-2.3934	-4.0492
39	-2.2061	-2.5217
40	-1.8236	-2.3005
41	-0.7387	-0.9560
42	-0.2316	-0.8498

Tablo 8. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{202}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.8017	-38.7975
2	-34.1135	-38.7975
3	-34.1134	-38.2910
4	-34.1134	-28.8139
5	-32.8719	-28.8139
6	-32.8719	-28.8139
7	-31.7698	-28.8138
8	-22.9895	-26.5502
9	-22.9895	-26.5502
10	-22.9893	-26.5502
11	-22.9893	-25.3174
12	-22.9891	-25.3174
13	-19.4696	-24.4432
14	-19.4695	-16.6638
15	-19.4695	-16.6638
16	-19.4694	-16.6638
17	-18.5096	-16.6636
18	-18.5095	-16.6633
19	-18.5095	-16.6633
20	-16.9558	-11.7090
21	-16.9558	-11.7090
22	-16.6533	-11.7090
23	-9.7127	-11.7089
24	-9.7125	-11.7089
25	-9.7125	-11.3874
26	-9.7124	-11.3873
27	-9.7123	-11.3873
28	-9.7122	-11.3873
29	-9.7122	-9.2229
30	-4.0297	-9.2226
31	-4.0293	-9.2226
32	-4.0293	-9.0986
33	-4.0290	-9.0986
34	-4.0290	-8.3628
35	-3.5196	-8.3628
36	-3.5195	-2.3697
37	-3.5195	-2.3697
38	-3.5194	-2.3696
39	-3.5193	-2.3696
40	-3.5193	-2.3695
41	-1.8770	-2.3692
42	-1.8770	-2.3692

Tablo 9. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{204}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.6779	-39.5480
2	-35.5474	-39.5480
3	-34.2899	-37.6188
4	-33.5168	-30.8494
5	-32.7075	-29.8132
6	-31.3669	-28.5182
7	-30.5194	-28.3657
8	-25.5727	-26.6862
9	-24.7308	-26.4361
10	-23.4362	-25.7169
11	-22.6841	-24.1160
12	-21.8637	-23.1765
13	-20.7314	-22.4242
14	-20.2536	-19.8186
15	-20.0939	-19.1063
16	-18.4685	-17.9459
17	-17.9103	-16.4463
18	-16.9795	-16.1780
19	-16.0153	-14.7166
20	-15.5388	-14.3644
21	-13.9875	-14.2118
22	-13.8737	-12.8432
23	-13.5308	-12.1945
24	-12.9725	-12.0935
25	-11.8662	-11.0323
26	-10.4613	-9.8937
27	-9.3009	-9.8428
28	-8.8247	-8.2403
29	-7.6676	-8.2284
30	-7.5068	-7.6500
31	-7.0000	-7.3227
32	-5.8657	-6.7445
33	-5.4809	-6.2921
34	-5.0999	-5.6944
35	-4.7932	-5.5600
36	-3.8514	-5.3252
37	-3.1775	-5.1448
38	-2.3927	-4.0474
39	-2.2056	-2.5212
40	-1.8217	-2.2970
41	-0.7385	-0.9550
42	-0.2329	-0.8481

Tablo 10. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{204}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.8017	-38.7975
2	-34.1135	-38.7975
3	-34.1135	-38.2910
4	-34.1135	-28.8133
5	-32.8719	-28.8133
6	-32.8719	-28.8133
7	-31.7700	-28.8132
8	-22.9897	-26.5502
9	-22.9897	-26.5502
10	-22.9896	-26.5501
11	-22.9896	-25.3169
12	-22.9894	-25.3169
13	-19.4697	-24.4429
14	-19.4696	-16.6623
15	-19.4696	-16.6623
16	-19.4695	-16.6623
17	-18.5099	-16.6621
18	-18.5097	-16.6618
19	-18.5097	-16.6618
20	-18.5097	-11.7079
21	-16.9561	-11.7079
22	-16.6536	-11.7079
23	-9.7096	-11.7078
24	-9.7095	-11.7078
25	-9.7095	-11.3855
26	-9.7094	-11.3854
27	-9.7093	-11.3854
28	-9.7092	-11.3854
29	-9.7092	-9.2212
30	-4.0265	-9.2210
31	-4.0261	-9.2210
32	-4.0261	-9.0968
33	-4.0257	-9.0968
34	-4.0257	-8.3612
35	-3.5184	-2.3706
36	-3.5183	-2.3706
37	-3.5183	-2.3705
38	-3.5182	-2.3704
39	-3.5182	-2.3704
40	-3.5182	-2.3703
41	-1.8760	-2.3700
42	-1.8760	-2.3700

Tablo 11. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{204}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6574	-30.6443
2	-27.1430	-28.7682
3	-25.8042	-28.2084
4	-24.8757	-22.8556
5	-23.8906	-21.7994
6	-22.4000	-20.2835
7	-20.7622	-20.1600
8	-17.8720	-18.1815
9	-17.0280	-18.0619
10	-15.6043	-16.5809
11	-14.6939	-15.4703
12	-13.8193	-13.5347
13	-12.7144	-12.8160
14	-11.7752	-12.2990
15	-11.4652	-11.5913
16	-10.2841	-10.3437
17	-8.7588	-8.6725
18	-7.8657	-8.2945
19	-7.5829	-6.7056
20	-6.1114	-6.5569
21	-5.9897	-5.6182
22	-5.5522	-4.5528
23	-4.5035	-4.5035
24	-4.3538	-3.2323
25	-4.0021	-2.1866
26	-2.7941	-1.7684
27	-1.4035	-0.6970

Tablo 12. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{204}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6335	-29.5172
2	-28.8789	-29.5172
3	-25.4530	-28.8789
4	-25.4530	-20.5703
5	-24.0259	-20.5702
6	-24.0258	-20.5699
7	-21.8777	-20.5698
8	-15.0223	-18.1081
9	-15.0222	-18.1079
10	-15.0219	-18.1078
11	-15.0216	-15.7230
12	-15.0213	-15.7228
13	-11.3340	-14.8792
14	-11.3339	-8.8725
15	-11.3337	-8.8724
16	-11.3336	-8.8723
17	-9.1317	-8.8720
18	-9.1313	-8.8714
19	-9.1312	-8.8712
20	-7.6539	-3.7771
21	-7.6538	-3.7770
22	-6.8037	-3.7768
23	-1.9392	-3.7765
24	-1.9390	-3.7764
25	-1.9390	-2.1519
26	-1.9386	-2.1518
27	-1.9386	-2.1515
28	-1.9379	-2.1515
29	-1.9379	-0.0654

Tablo 13. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{206}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.6779	-39.5480
2	-35.5474	-38.0779
3	-34.2897	-37.6189
4	-33.5167	-30.8491
5	-32.7072	-29.8130
6	-31.3667	-28.5181
7	-30.5191	-28.3654
8	-25.5722	-26.6862
9	-24.7302	-26.4359
10	-23.4360	-25.7166
11	-22.6835	-24.1159
12	-21.8635	-23.1764
13	-20.7312	-22.4241
14	-20.2533	-19.8189
15	-20.0933	-19.1058
16	-18.4678	-17.9450
17	-17.9097	-16.4446
18	-16.9787	-16.1777
19	-16.0144	-14.7140
20	-15.5379	-14.3636
21	-13.9865	-14.2110
22	-13.8727	-12.8406
23	-13.5281	-12.1933
24	-12.9708	-12.0917
25	-11.8640	-11.0308
26	-10.4589	-9.8915
27	-9.3002	-9.8420
28	-8.8228	-8.2389
29	-7.6646	-8.2274
30	-7.5048	-7.6475
31	-6.9990	-7.3221
32	-5.8639	-6.7412
33	-5.4796	-6.2889
34	-5.0994	-5.6932
35	-4.7921	-5.5596
36	-3.8492	-5.3225
37	-3.1766	-5.1444
38	-2.3919	-4.0457
39	-2.2051	-2.5208
40	-1.8197	-2.2935
41	-0.7383	-0.9539
42	-0.2342	-0.8464

Tablo 14. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{206}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.8017	-38.7975
2	-34.1136	-38.7975
3	-34.1136	-38.2911
4	-34.1136	-28.8128
5	-32.8720	-28.8128
6	-32.8720	-28.8128
7	-31.7701	-28.8127
8	-22.9899	-26.5502
9	-22.9899	-26.5502
10	-22.9898	-26.5501
11	-22.9898	-25.3163
12	-22.9896	-25.3163
13	-19.4698	-24.4427
14	-19.4697	-16.6608
15	-19.4697	-16.6608
16	-19.4697	-16.6608
17	-18.5101	-16.6606
18	-18.5099	-16.6603
19	-18.5099	-16.6603
20	-16.9564	-16.6539
21	-16.9564	-11.7068
22	-16.6539	-11.7068
23	-9.7067	-11.7067
24	-9.7065	-11.7067
25	-9.7065	-11.3835
26	-9.7064	-11.3835
27	-9.7063	-11.3835
28	-9.7062	-11.3834
29	-9.7062	-9.2196
30	-4.0232	-9.2193
31	-4.0228	-9.2193
32	-4.0228	-9.0949
33	-4.0225	-9.0949
34	-4.0225	-8.3595
35	-3.5172	-2.3715
36	-3.5171	-2.3715
37	-3.5171	-2.3714
38	-3.5170	-2.3714
39	-3.5170	-2.3714
40	-3.5170	-2.3713
41	-1.8749	-2.3709
42	-1.8749	-2.3709

Tablo 15. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{206}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6573	-30.6442
2	-27.1429	-28.7682
3	-25.8038	-28.2085
4	-24.8755	-22.8553
5	-23.8900	-21.7990
6	-22.3997	-20.2833
7	-20.7616	-20.1594
8	-17.8709	-18.1813
9	-17.0268	-18.0615
10	-15.6037	-16.5801
11	-14.6926	-15.4701
12	-13.8191	-13.5341
13	-12.7139	-12.8155
14	-11.7745	-12.2997
15	-11.4642	-11.5904
16	-10.2832	-10.3426
17	-8.7582	-8.6703
18	-7.8648	-8.2942
19	-7.5817	-6.7023
20	-6.1088	-6.5557
21	-5.9888	-5.6174
22	-5.5509	-4.5492
23	-4.5022	-4.5022
24	-4.3514	-3.2300
25	-4.0010	-2.1845
26	-2.7913	-1.7670
27	-1.4039	-0.6939

Tablo 16. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{206}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6336	-29.5172
2	-25.4534	-29.5171
3	-25.4531	-28.8789
4	-25.4531	-20.5692
5	-24.0261	-20.5692
6	-24.0260	-20.5688
7	-21.8779	-20.5687
8	-15.0224	-18.1079
9	-15.0224	-18.1076
10	-15.0221	-18.1076
11	-15.0217	-15.7217
12	-15.0213	-15.7215
13	-11.3340	-14.8783
14	-11.3339	-8.8705
15	-11.3336	-8.8704
16	-11.3336	-8.8703
17	-9.1315	-8.8700
18	-9.1310	-8.8694
19	-9.1310	-8.8691
20	-7.6538	-3.7753
21	-7.6536	-3.7752
22	-6.8034	-3.7750
23	-1.9349	-3.7747
24	-1.9347	-3.7746
25	-1.9346	-2.1497
26	-1.9342	-2.1495
27	-1.9342	-2.14929
28	-1.9335	-2.1492
29	-1.9334	-0.0628

Tablo 17. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{206}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.6779	-39.5480
2	-35.5474	-38.0779
3	-34.2895	-37.6189
4	-33.5166	-30.8488
5	-32.7069	-29.8128
6	-31.3666	-28.5180
7	-30.5188	-28.3652
8	-25.5717	-26.6862
9	-24.7297	-26.4357
10	-23.4358	-25.7163
11	-22.6830	-24.1158
12	-21.8632	-23.1763
13	-20.7310	-22.4241
14	-20.2530	-19.8191
15	-20.0926	-19.1054
16	-18.4671	-17.9440
17	-17.9090	-16.4428
18	-16.9779	-16.1773
19	-16.0136	-14.7115
20	-15.5369	-14.3628
21	-13.9854	-14.2101
22	-13.8716	-12.8380
23	-13.5254	-12.1922
24	-12.9690	-12.0899
25	-11.8617	-11.0293
26	-10.4565	-9.8893
27	-9.2994	-9.8411
28	-8.8210	-8.2375
29	-7.6617	-8.2264
30	-7.5028	-7.6450
31	-6.9981	-7.3214
32	-5.8620	-6.7380
33	-5.4783	-6.2858
34	-5.0990	-5.6920
35	-4.7910	-5.5592
36	-3.8470	-5.3198
37	-3.1758	-5.1441
38	-2.3912	-4.0441
39	-2.2046	-2.5206
40	-1.8179	-2.2901
41	-0.7380	-0.9528
42	-0.2354	-0.8446

Tablo 18. Woods-Saxon/nötron ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{206}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-42.8017	-38.7975
2	-34.1137	-38.7975
3	-34.1137	-38.2911
4	-34.1137	-28.8122
5	-32.8721	-28.8122
6	-32.8721	-28.8122
7	-31.7702	-28.8121
8	-22.9902	-26.5502
9	-22.9902	-26.5502
10	-22.9901	-26.5501
11	-22.9901	-25.3157
12	-22.9898	-25.3157
13	-19.4699	-24.4424
14	-19.4699	-16.6592
15	-19.4699	-16.6592
16	-19.4698	-16.6592
17	-18.5104	-16.6590
18	-18.5102	-16.6587
19	-18.5102	-16.6587
20	-16.9568	-11.7057
21	-16.9568	-11.7056
22	-16.6543	-11.7056
23	-9.7038	-11.7056
24	-9.7036	-11.7056
25	-9.7036	-11.3815
26	-9.7035	-11.3814
27	-9.7035	-11.3814
28	-9.7032	-11.3813
29	-9.7032	-9.2179
30	-4.0199	-9.2176
31	-4.0196	-9.2176
32	-4.0196	-9.0930
33	-4.0193	-9.0930
34	-4.0193	-8.3578
35	-3.5160	-2.3726
36	-3.5159	-2.3726
37	-3.5159	-2.3724
38	-3.5158	-2.3724
39	-3.5158	-2.3724
40	-3.5158	-2.3724
41	-1.8737	-2.3720
42	-1.8737	-2.3720

Tablo 19. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.3^\circ$; $\gamma=0.0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{208}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6573	-30.6440
2	-27.1428	-28.7683
3	-25.8035	-28.2085
4	-24.8753	-22.8549
5	-23.8894	-21.7987
6	-22.3994	-20.2830
7	-20.7609	-20.1588
8	-17.8698	-18.1810
9	-17.0255	-18.0610
10	-15.6032	-16.5793
11	-14.6914	-15.4698
12	-13.8189	-13.5336
13	-12.7134	-12.8150
14	-11.7738	-12.3004
15	-11.4632	-11.5895
16	-10.2823	-10.3415
17	-8.7576	-8.6682
18	-7.8638	-8.2939
19	-7.5804	-6.6990
20	-6.1061	-6.5545
21	-5.9878	-5.6166
22	-5.5494	-4.5456
23	-4.5008	-4.2884
24	-4.3490	-3.2277
25	-3.9998	-2.1824
26	-2.7885	-1.7655
27	-1.4041	-0.6908

Tablo 20. Woods-Saxon/proton ($\beta=0.0^\circ$; $\gamma=0,0^\circ$) seviyelerinin enerjileri (MeV)
(^{208}Pb çekirdeği)

N	Pozitif Pariteli	Negatif Pariteli
1	-32.6336	-29.5172
2	-25.4536	-29.5171
3	-25.4533	-28.8790
4	-25.4533	-20.5681
5	-24.0262	-20.5681
6	-24.0261	-20.5677
7	-21.8782	-20.5676
8	-15.0225	-18.1076
9	-15.0225	-18.1074
10	-15.0222	-18.1073
11	-15.0219	-15.7204
12	-15.0215	-15.7202
13	-11.3340	-14.8775
14	-11.3340	-8.8685
15	-11.3337	-8.8684
16	-11.3336	-8.8683
17	-9.1314	-8.8680
18	-9.1309	-8.8673
19	-9.1308	-8.8670
20	-7.6537	-3.7734
21	-7.6536	-3.7733
22	-6.8032	-3.7731
23	-1.9306	-3.7728
24	-1.9304	-3.7727
25	-1.9303	-2.1473
26	-1.9300	-2.1471
27	-1.9299	-2.1468
28	-1.9292	-2.1467
29	-1.9290	-0.0602

Tablo 21. $^{202-208}\text{Pb}$ çekirdeklerinin nötron Fermi seviyeleri

A	Deforme durum (MeV)	Deforme-olmayan durum (MeV)
202	-7.591	-9.220
204	-7.323	-9.097
206	-6.990	-9.095
208	-6.742	-8.350

Tablo 22. $^{202-208}\text{Pb}$ çekirdeklerinin proton Fermi seviyeleri

A	Deforme durum (MeV)	Deforme-olmayan durum (MeV)
202	-6.441	-6.804
204	-5.993	-6.804
206	-5.989	-6.803
208	-5.988	-6.803

Spin-yörünge etkileşmesinin formülü (Denklem 2.34-2.36) alt uzayların matris elemanları birbirine bağladığını gösteriyor. Bu ise daima alt uzayda yapılan küçük bir düzeltmenin sonucu etkilemediğini işaret etmektedir.

3.1 Sonuçlar ve Öneriler

Bu çalışmada ortalama alanlar, potansiyel çeşitlerini inceledik ve bir-parçacık enerji seviyelerini hesaplayan triaxial bilgisayar programıyla $^{202-208}_{82}\text{Pb}$ çekirdeklerinin bir-parçacık enerji seviyelerini Woods-Saxon türü potansiyel kullanarak belirledik. Sonuçları deforme ve deforme olmayan durumlar ve nötron ve protonlar için ayrı ayrı, pozitif ve negatif pariteler için elde ettik.

Program hızlı bir şekilde ve duyarlı sonuçlar elde etmekte olup, elde edilen sonuçlar literatürle uyumludur.

Sonuçların daha da duyarlı olması için $N_{\max}$ değerinin artırılması düşünülebilir. Program daha farklı çekirdeklerin farklı $N_{\max}$ ve β , γ değerlerinde tekrarlanabilir.

4. KAYNAKLAR

1. Baranger, M., Extension of the Shell Model for Heavy Spherical Nuclei Phys. Rev., 120, 3 (1960) 957-968.
2. Condon, E. ve U., Shortley, G.H., The Theory of Atomic Spectra Cambridge University Pres, Cambridge, 1935.
3. Biedenharn, L.C. ve Rose, M.E., Theory of Angular Correlation of Nuclear Radiations Rev. Mod. Phys., 25, 3 (1953) 729-777.
4. Suhonen, J., From Nucleos to Nucleus, Springer, Berlin, 2006.
5. Myers, W.D., Droplet Model Nuclear Density Distributions and Single Particle Potential Wells, Nucl. Phys. A, 145, 2 (1970) 387-400.
6. Pauli, H.C., on the Shell Model and its Application to the Deformation Energy of Heavy Nuclei, Physics Report (Phys. Lett. C), 7, 2 (1973) 35-100.
7. Damgaard, J., Pauli, H.C., Poshkevich, V.V. ve Strutinsky, V.M., A method for solving the independent-particle Schrödinger equation with a deformed average field, Nucl. Phys. A, 135, 2 (1969) 432-444.
8. Götz, U., Pauli, H.C. ve Adler, K., Single-Particle States in a Non-Axially Symmetric Average Field, Nucl. Phys. A, 175,3 (1971) 481-494.
9. Dobaczewski, J. ve Dudek, J., Solution of the Skryme-Hartree-Fock Equation in the Cartesian Deformed Harmonic Oscillator Basis I. The Method, Comput. Phys. Commun., 102, 1-3 (1997) 166-182.
10. <http://www.netlib.org/eispack/>, 15/12/2009.
11. Bolsterli, M., Fiset, E.O., Nix, J.R., ve Norton, J.L., New Calculation of Fission Barriers for Heavy and Superheavy Nuclei, Phys. Rev. C, 5, 3 (1972) 1050-1077.
12. Mohammed-Azizi, B. Ve Medjadi D.E., Single Particle Calculations for a Woods–Saxon Potential with Triaxial Deformations, and Large Cartesian Oscillator Basis, Computer Physics Communications, 176, 9-10 (2004) 241-282.
13. <http://kft.umcs.lunlin.pl/~baran/rmf.html>, 15/12/2009.

ÖZGEÇMİŞ

1968 yılında Trabzon'un Vakfıkebir ilçesinde doğdu. İlkokul, ortaokul ve lise öğrenimini Vakfıkebir'de tamamladı. 1991 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünde mezun oldu.

1992 yılında Milli Eğitim Bakanlığı'nda Fizik öğretmeni olarak göreve başladı. Sırasıyla Düzköy Lisesi (Düzköy Çok Programlı Lisesi) ve Akçaabat İmam-Hatip Lisesinde Fizik öğretmeni olarak görev yaptı. 2002 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans (Fizik Öğretmenliği) programından mezun oldu.

Halen Akçaabat Anadolu Lisesi'nde Fizik öğretmeni olarak görev yapmakta olan YAMAK, orta derecede İngilizce bilmekte olup, evli ve iki kız çocuğu babasıdır.