



**ÖĞRENCİLERİN DOĞRUSAL İLİŞKİLERİ
ANLAMA SÜREÇLERİNİN
ONTO-SEMİYOTİK YAKLAŞIM
ÇERÇEVESİNDE
İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Demet NEBİ

Eskişehir 2025

**ÖĞRENCİLERİN DOĞRUSAL İLİŞKİLERİ ANLAMA SÜREÇLERİNİN
ONTO-SEMİYOTİK YAKLAŞIM ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ**

Demet NEBİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Anadolu

Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Haziran 2025

Eskişehir

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Demet NEBİ'nin “Öğrencilerin Doğrusal İlişkileri Anlama Süreçlerinin Onto-nme Semiyotik Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi” başlıklı tezi 16/06/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek “Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim dalında Matematik Eğitimi Programında Yüksek Lisans Yeterlik tezi olarak kabul edilmiştir.

		<u>Ünvanı Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Danışman)	:	Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN	
Üye	:	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	:	Doç. Dr. Figen UYSAL	

Prof. Dr. Nafiz Öncü CAN

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

ÖĞRENCİLERİN DOĞRUSAL İLİŞKİLERİ ANLAMA SÜREÇLERİNİN ONTO-SEMİYOTİK YAKLAŞIM ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

Demet NEBİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ay Yıl

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Bu çalışma, 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki kavramını inşa etme süreçlerini analiz etmektedir. Çalışmada kullanılan uygulama problemleri, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde 8. sınıf düzeyinde planlanan öğrenme çıktıları ve pedagojik yaklaşımlarla uyumlu olacak şekilde, ön hazırlık niteliğinde tasarlanmıştır. Öğrencilerin bu kavramla ilk kez karşılaştıkları öğrenme ortamlarındaki problem çözme stratejileri, temsil tercihleri ve kavramsal anlamlandırmaları araştırmanın odağını oluşturmaktadır. Kuramsal çerçeve olarak Onto-Semiyotik Yaklaşım (OSA) benimsenmiş; epistemolojik engeller, semiyotik fonksiyonlar, ontolojik ikilikler ve bunların etkileşimiyle şekillenen anlamlandırma süreçleri çok boyutlu olarak analiz edilmiştir. Araştırma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması ile yürütülmüş; gözlem, yarı yapılandırılmış görüşmeler, öğrenci çalışma kâğıtları ve araştırmacı notlarıyla toplanan veriler, OSA'nın teorik ve metodolojik araçlarıyla çözümlenmiştir. Bulgular, doğrusal ilişki kavramının öğretiminde çoklu temsillere dayalı pedagojik yaklaşımlar ve kavramsal anlayışı destekleyen öğrenme ortamlarının kritik rolünü ortaya koymakta; öğretmenlere yeni öğretim programı (2024) kapsamında özgün uygulama önerileri sunmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Doğrusal ilişkiler, onto-semiyotik yaklaşım, cebirsel düşünme, kavramsal gelişim, semiyotik fonksiyonlar

ABSTRACT

AN ONTO-SEMIOTIC ANALYSIS OF STUDENTS' UNDERSTANDING OF LINEAR RELATIONSHIPS

Demet NEBİ

Department of Mathematics and
Science Education

The Graduate Education Institute

Master's Programme in Mathematics Education

Graduate School of Anadolu University, Month Year

Supervisor: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

This study analyzes how 8th-grade students construct the concept of linear relationships. The application problems used in the study were designed as preparatory tasks aligned with the learning outcomes and pedagogical approaches outlined in the Türkiye Century Education Model for 8th grade. The focus is on students' problem-solving strategies, choice of representations, and conceptual understanding as they encounter this concept for the first time. The theoretical framework is based on the Onto-Semiotic Approach (OSA); epistemological obstacles, semiotic functions, ontological dualities, and the meaning-making processes shaped by their interaction are examined in a multidimensional manner. The study was conducted using a qualitative method and a case study design. Data was collected through observations, semi-structured interviews, student worksheets, and researcher notes, and analyzed using the theoretical-methodological tools of OSA. The findings highlight the importance of representation-based pedagogical practices and concept-centered learning environments in teaching the concept of linear relationships. The study offers original practical suggestions to teachers within the scope of the new curriculum.

Keywords: Linear relationship, Onto-Semiotic Approach, Algebraic thinking, conceptual construction in mathematics, semiotic functions

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Demet NEBİ

STATEMENT OF COMPLIANCE WITH ETHICAL PRINCIPLES AND RULES

I hereby truthfully declare that this thesis/dissertation is an original work prepared by me; that I have behaved in accordance with the scientific ethical principles and rules throughout the stages of preparation, data collection, analysis and presentation of my work; that I have cited the sources of all the data and information that could be obtained within the scope of this study, and included these sources in the references section; and that this study has been scanned for plagiarism with “Scientific Plagiarism Detection Program” used by Anadolu University, and that “it does not have any plagiarism” whatsoever. I also declare that, if a case contrary to my declaration is detected in my work at any time, I hereby express my consent to all the ethical and legal consequences that are involved.

Demet NEBİ

TEŞEKKÜR

Öncelikle, tezimin planlanmasından tamamlanmasına kadar geçen her aşamada ihtiyaç duyduğum her konuda bilgi birikimi ve tecrübesiyle bana yol gösteren, akademik rehberliğinin yanı sıra anlayışı, sabrı ve hoşgörüsüyle her zaman yanımda olan, fikirlerime değer vererek beni yüreklendiren, yorulduğum anlarda ise içten desteğiyle yeniden motive olmamı sağlayan kıymetli danışmanım Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a en derin teşekkürlerimi sunarım. Danışmanım olduğu için kendimi son derece şanslı hissediyor, duyduğum saygı ve hayranlığı burada ifade etmekten onur duyuyorum.

Tez savunma jürisinde yer alarak kıymetli görüş ve önerileriyle çalışmama önemli katkılar sağlayan Prof. Dr. Dilek TANIŞLI ve Doç. Dr. Figen UYSAL'a çok teşekkür ederim.

Ders döneminde bilgi ve deneyimlerinden faydalandığım Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı hocalarına, akademik yolculuğumda bana kattıkları her şey için minnettarım.

Bu süreçte beni her zaman motive eden ve destekleyen değerli öğretmen arkadaşlarıma ve eskimeyen idarecime, araştırmamın temelini oluşturan sevgili öğrencilerime ayrıca teşekkür ederim.

Hayat yolculuğumda doğrudan ya da dolaylı katkılarıyla beni ben yapan, güçlenmeme, sabretmeme ve büyümeme vesile olan tüm aile bireylerime gönülden teşekkür ederim.

Ve en çok da hayatımın her alanında yanımda olan, duruşuyla bana ilham veren, en yakın yoldaşım eşim Murat NEBİ'ye... Varlığı, hayatımdaki her anı olduğu gibi bu süreci de daha anlamlı ve güçlü kıldı.

Son olarak, tüm zorluklara rağmen vazgeçmeyen, emek veren ve her koşulda kendisi olmaktan vazgeçmeyen kendime teşekkür ediyorum.

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI

Bu tezin hazırlanma sürecinde üretken yapay zekâ programlarından (ChatGPT, Gemini, Copilot) destek aldığımı beyan ederim. Söz konusu programları; çeviri ve bilimsel makale inceleme, dil ve anlatım iyileştirmeleri gibi alanlarda destekleyici amaçlarla kullandım.

Üretken yapay zekâ programlarından elde ettiğim bilgilerin doğruluğunu ve geçerliliğini araştırarak kontrol ettiğimi, bu araçlardan aldığım desteği akademik etik ilkeler çerçevesinde değerlendirerek kullandığımı beyan ederim.

Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Demet NEBİ

....../....../2025

DECLARATION OF GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE USAGE

I declare that I received support from generative artificial intelligence programs (ChatGPT, Gemini, Copilot) while preparing this thesis. I used these programmes for supportive purposes in areas such as translation, scientific article review and stylistic and linguistic improvements.

I declare that I have checked the accuracy and validity of the information obtained from productive artificial intelligence programs by researching, and that I have used the support I received from these tools by evaluating them within the framework of academic ethical principles.

I declare that I accept all moral and legal consequences that may arise if at any time a situation contrary to this statement I have made regarding my study is detected.

Demet NEBİ

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI	ii
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	iii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	v
STATEMENT OF COMPLIANCE WITH ETHICAL PRINCIPLES AND RULES	vi
TEŞEKKÜR	vii
ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI	viii
DECLARATION OF GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE USAGE	ix
İÇİNDEKİLER.....	x
TABLolar DİZİNİ.....	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	xvi
BİRİNCİ BÖLÜM	1
1 GİRİŞ	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Amacı ve Araştırma Soruları	3
1.3 Araştırmanın Önemi	4
1.4 Araştırmanın Sayıltıları ve Sınırlılıkları.....	4
1.5 Kuramsal Çerçeve	5
1.5.1 Onto semiyotik yaklaşım	6
1.5.2 Temel teorik araçlar	7
1.5.2.1 Matematiksel pratikler	8
1.5.2.2 Matematiksel nesneler ve süreçler	10
1.5.2.2.1 Nesneler arası ilişkiler:semiyotik fonksiyonlar	11
1.5.2.3 Pratiklerin ve nesnelerin bağlamsal nitelikleri	13
1.5.2.3.1 Kişisel ve kurumsal ikiliği	14

1.5.2.3.2 Görsel ve görsel olmayan ikiliği	14
1.5.2.3.3 Tekil ve sistemik ikiliği	15
1.5.2.3.4 Somut örnek ve genel yapı ikiliği	16
1.5.2.3.5 İfade ve içerik ikiliği.....	17
1.6 Literatür Taraması	18
1.6.1 Doğrusal ilişkiler ve önemi	18
<i>1.6.1.1 Türkiye’de 2005-2024 yılları arasında matematik dersi öğretim programlarında doğrusal ilişki</i>	<i>19</i>
1.6.2 Doğrusal ilişkiler üzerine yapılan çalışmalar	20
<i>1.6.2.1 Doğrusal ilişkinin kavramsal öğretimi üzerine yapılan çalışmalar .</i>	<i>20</i>
<i>1.6.2.2 Kavram yanılgıları üzerine yapılan çalışmalar</i>	<i>23</i>
<i>1.6.2.3 Teori temelli yaklaşımlar üzerine yapılan çalışmalar</i>	<i>25</i>
1.6.3 OSA ile ilgili çalışmalar	27
İKİNCİ BÖLÜM.....	30
2 YÖNTEM	30
2.1 Araştırma Deseni.....	30
2.2 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi.....	31
2.2.1 Veri toplama araçlarının geçerliği ve güvenirliği	32
2.2 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi.....	31
2.2 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi.....	31
2.3 A Priori Analiz.....	34
2.4 Pilot Çalışma	37
2.5 Esas Uygulama	38
2.5.1 Araştırmanın katılımcıları ve araştırmacının rolü	38
2.5.2 Veri toplama süreci	39
2.6 Veri Analizi	40
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM.....	44
3 BULGULAR.....	44
3.1 Birinci Uygulama Problemi(Bisiklet Kiralama): Bulguların Analizi.....	44
3.1.1 G1 grubu çözüm süreci.....	44
<i>3.1.1.1 Semiyotik fonksiyonların analizi</i>	<i>48</i>
3.1.2 G2 grubu çözüm süreci.....	50

3.1.2.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	53
3.1.3 G3 grubu çözüm süreci	55
3.1.3.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	57
3.2 İkinci Uygulama Problemi (Maddi Durum Problemi): Bulguların Analizi ..	59
3.2.1 G1 grubu çözüm süreci	59
3.2.1.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	61
3.2.2 G2 grubu çözüm süreci	64
3.2.2.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	67
3.2.3 G3 grubu çözüm süreci	69
3.2.3.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	71
3.3 Üçüncü Uygulama Problemi (Grafik Yorumlama): Bulguların Analizi	74
3.3.1 G1 grubu çözüm süreci	74
3.3.1.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	76
3.3.2 G2 grubu çözüm süreci	78
3.3.2.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	80
3.3.3 G3 grubu çözüm süreci	82
3.3.3.1 Semiyotik fonksiyonların analizi	85
4 TARTIŞMA,SONUÇ VE ÖNERİLER	87
4.1 Tartışma	87
4.1.1 Öğrencilerin doğrusal ilişkiyi yapılandırma süreçleri	87
4.1.2 Bilişsel engeller, problem çözme stratejileri ve kavramsal soyutlama ..	90
4.1.3 Planlanan ve gerçekleşen performans arasındaki farklar	92
4.2 Genel Sonuçlar	94
4.3 Öneriler	95
4.3.1 Doğrusal ilişkilerin öğretim süreçlerine yönelik öneriler	97
4.3.2 OSA çerçevesinin kullanımına yönelik öneriler	97
KAYNAKÇA	99
EKLER	
ÖZ GEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1 Öğretim programlarındaki doğrusal ilişkilere ait kazanım/öğrenme çıktısı sayıları.....	20
Tablo 2.1 Durum Çalışmasında Kullanılan Geçerlik Ve Güvenirlik Stratejileri.....	33
Tablo 2.2 Araştırma Sorularının Teorik Dayanağı ve Görev Sınıflandırması	35
Tablo 2.3 Didaktik Değişkenler	36
Tablo 2.4 Problem Çözme Stratejileri.....	36
Tablo 2.5 Uygulama Problemleri İçin Öğrencilere Verilecek Süre.....	38
Tablo 2.6 Görevleri Uygulama Takvimi.....	40
Tablo 2.7 Kodlama Sistemi Açıklama Tablosu.....	41
Tablo 2.8 Kodlama Kategorileri ve Açıklamaları.....	42
Tablo 3.1 Matematiksel Pratikler ve Kodlamalar- G1S1(Bisiklet kiralama).....	45
Tablo 3.2 Birincil Nesneler (PO) -G1S1	45
Tablo 3.3 Semiyotik Fonksiyonlar G1S1	49
Tablo 3.4 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S1 (Bisiklet kiralama).....	50
Tablo 3.5 Birincil Nesneler (PO) -G2S1	51
Tablo 3.6 Semiyotik Fonksiyonlar G2S1	54
Tablo 3.7 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S1-(Bisiklet kiralama)	55
Tablo 3.8 Birincil Nesneler (PO) -G3S1	56
Tablo 3.9 Semiyotik Fonksiyonlar G3S1	58
Tablo 3.10 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G1S2-(Maddi durum).....	60

Tablo 3.11 Birincil Nesneler (PO) -G1S2.....	60
Tablo 3.12 Semiyotik Fonksiyonlar G1S2.....	63
Tablo 3.13 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S2-(Maddi durum).....	64
Tablo 3.14 Birincil Nesneler (PO) -G2S2.....	65
Tablo 3.15 Semiyotik Fonksiyonlar G2S2.....	68
Tablo 3.16 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S2- (Maddi durum).....	69
Tablo 3.17 Birincil Nesneler (PO) -G3S2.....	70
Tablo 3.18 Semiyotik Fonksiyonlar G3S2.....	73
Tablo 3.19 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G1S3- (Grafik Yorumlama)....	74
Tablo 3.20 Birincil Nesneler (PO) -G1S3.....	75
Tablo 3.21 Semiyotik Fonksiyonlar G1S3.....	77
Tablo 3.22 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S3- (Grafik Yorumlama)...	78
Tablo 3.23 Birincil Nesneler (PO) -G2S3.....	79
Tablo 3.24 Semiyotik Fonksiyonlar G2S3.....	81
Tablo 3.25 Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S3- (Grafik Yorumlama)....	83
Tablo 3.26 Birincil Nesneler (PO) -G3S3.....	83
Tablo 3.27 Semiyotik Fonksiyonlar G3S3.....	86

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1	Pratiklerin, Nesnelerin ve Süreçlerin Onto-Semiyotik Yapılandırma.....	8
Şekil 2.1	Araştırma süreci akış şeması.....	30
Şekil 2.2	Veri Toplama Aracı, Uygulama Problemi 1	32
Şekil 2.3	Veri Analizinde İzlenen Aşamalar.....	41



SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

CCSSM	: Common Core State Standards for Mathematics
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi
OSA	: Onto-Semiyotik Yaklaşım (Onto-Semiotic Approach)
TYMM	: Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli



BİRİNCİ BÖLÜM

1 GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Matematik öğretiminde öğrencilerin yalnızca işlemsel beceriler değil, aynı zamanda kavramsal anlama ve matematiksel düşünme becerileri geliştirmesi gerektiği uzun süredir vurgulanmaktadır (Hiebert ve Grouws, 2007; Sfard, 1991). Bu bağlamda, özellikle fonksiyon kavramı ve doğrusal ilişkiler, matematiksel düşüncenin temel yapı taşları arasında yer almakta; bu kavramların öğrenimi çoklu temsiller aracılığıyla kavramsal ilişkilendirme ve yorumlama gerektirmektedir (Goldenberg, 1988; NCTM, 2000).

Doğrusal ilişkiler gerek gerçek yaşamla kolaylıkla ilişkilendirilebilmesi gerekse cebirsel düşünmenin temel yapı taşlarından biri olması nedeniyle matematik eğitiminde özel bir konuma sahiptir. Kaput (1999), cebiri yalnızca sembollerle işlem yapma olarak değil, genellemeleri düşünme ve bu genellemeleri temsil etme yollarını içeren bir zihinsel beceri olarak tanımlar. Bu bağlamda, doğrusal ilişkilerin öğrencilerde fonksiyonel düşünmenin gelişimi açısından merkezi bir rol oynadığı ifade edilmektedir. Ancak öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını anlamlandırma süreçlerinde ciddi güçlükler yaşadıkları literatürde sıkça dile getirilmektedir. Bu zorlukların büyük kısmı, çoklu temsiller arasında geçiş yapma becerilerinin sınırlı olmasından kaynaklanmakta; öğrenciler kavramı genellikle yüzeysel ve işlemsel düzeyde öğrenmektedir (Duval, 2006; Wilkie ve Ayalon, 2018). Arnold ve Son (2011), “ $y = mx + b$ ” formülünün yalnızca ezberlenerek kullanıldığında, öğrencilerin doğrusal ilişkileri kavramsal olarak anlamalarının önünde bir engel oluşturduğunu belirtmektedir. Hiebert ve Grouws (2007), sınıf içi matematik öğretiminde çoğu etkinliğin düşük bilişsel taleple yürütüldüğünü ve bu nedenle öğrencilerin matematiksel ilişkileri derinlemesine anlamalarının yeterince desteklenmediğini ifade etmektedir. Küchemann (1981) ise öğrencilerin değişkenlerin sembolik anlamlarını ayırt etmekte zorlandığını; harfleri “bilinmeyen” ve “değişken” anlamlarında karıştırabildiklerini ifade etmektedir.

Bu nedenle, öğrencilerin yalnızca cebirsel ifadeleri kullanmaları değil, aynı zamanda bu ifadeleri anlamlandırmaları, çoklu temsiller arası geçiş yapmaları ve kavramsal genellemeler oluşturmaları beklenmektedir (Kaput, 1999; Radford, 2000). Radford (2003), genellenmenin ani bir kavrayış değil; semiyotik ve sosyal olarak biçimlenen bir süreç olduğunu, öğrencilerin anlam oluşturma süreçlerinde sembollerin yanı sıra jestler, konuşma ve araçların da belirleyici olduğunu vurgular. Kieran (2004) ise cebirin yalnızca işlem değil, düşünme aracı olduğunu savunarak öğrencilerin sembolleri zihinsel nesneler olarak görmelerinin gerekliliğine dikkat çeker. Bu çerçevede grafik, denklem, tablo ve sözel açıklamalar gibi çoklu temsiller arasında esnek geçiş yapabilme yetisi, kavramsal anlayışın temel bir bileşenidir (Duval, 2006).

Kavramsal anlayışa dayalı öğretim modellerinin etkisi yalnızca evrensel düzeyde değil, ulusal düzeydeki yeni programlarda da karşılık bulmaktadır. Türkiye bağlamında, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM), öğrencilerin düşünme, ilişkilendirme ve problem çözme becerilerini geliştirmeyi hedefleyerek öğrenme çıktılarını yeniden yapılandırmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024). Bu model çerçevesinde, ortaokul matematik öğretim programında yer alan doğrusal ilişki kavramı, kavramsal derinlikte ve yapılandırılmış bir bağlam içerisinde ele alınmaktadır. Bu durum, öğrencilerin doğrusal ilişkileri nasıl anlamlandırdıklarının ve öğretmenlerin bu soyut kavramı nasıl yapılandırdıklarının incelenmesini gerekli kılmaktadır.

Bu bağlamda, öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını nasıl yapılandırdıkları, hangi temsilleri tercih ettikleri, ne tür epistemolojik zorluklarla karşılaştıkları ve hangi problem çözme stratejilerini kullandıkları gibi sorular, kuramsal olarak güçlü bir temele ihtiyaç duyar. Onto-Semiyotik Yaklaşım (OSA), bu gereksinimi karşılayan kapsamlı bir kuramsal ve metodolojik çerçeve sunar. OSA'ya göre, matematiksel anlam; nesneler, işlemler, temsiller ve dilsel yapılar arasındaki semiyotik ilişkiler ağı içinde oluşur (Godino vd., 2007; Font vd., 2013;). Bu bağlamda öğrencilerin düşünme süreçlerinde etkili olan matematiksel nesneler, temsil sistemleri ve epistemolojik engeller bütüncül biçimde analiz edilebilir (Breda vd., 2017).

OSA, yalnızca bireysel değil, aynı zamanda sosyo-kültürel ve epistemolojik süreçleri de dikkate alır (Godino vd., 2007). Matematiksel bilginin, öznenin dahil olduğu faaliyetle ve içinde bulunduğu kurumsal ve sosyal bağlamla güçlü bir şekilde ilişkili olduğunu savunur; bu nedenle bilginin sosyo-epistemik bir boyutu olduğunu varsayar (Drijvers vd., 2013). Bu yaklaşım,

özellikle matematiksel nesneler, temsiller ve anlam üretme süreçleri üzerinden öğrenci düşüncesinin derinlemesine anlaşılmasına olanak tanır (Breda vd., 2017).

1.2 Araştırmanın Amacı ve Araştırma Soruları

Bu çalışma, 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin, doğrusal ilişki kavramını nasıl inşa ettiklerini ve bu süreçte ortaya çıkan problem çözme stratejilerini analiz etmeyi amaçlamaktadır. OSA aracılığıyla öğrencilerin kavramsal anlamlandırma biçimleri, temsil tercihleri, çözüm stratejileri ve karşılaştıkları bilişsel zorluklar çok boyutlu olarak incelenecektir.

Araştırmanın odak noktası, 8. sınıflarda 3 eğitim yılı sonrasında uygulanacak olan TYMM’de ortaokul matematik dersi “Cebirsel Düşünme ve Değişimler” temasında yer alan Mat8.2.2. öğrenme çıktısı çerçevesinde öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını nasıl yapılandırdıklarını açıklığa kavuşturmadır. Bu bağlamda, öğrencilerin çözüm süreçlerine etki eden OSA bileşenleri ayrıntılı biçimde analiz edilecektir.

Araştırmanın yukarıda belirtilen amacı doğrultusunda, öğrencilerin doğrusal ilişkiler konusundaki öğrenme süreçlerini Onto-Semiyotik Yaklaşım çerçevesinde anlamlandırmaya yönelik olarak aşağıdaki araştırma sorusuna odaklanılmıştır:

- 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişkiler konusundaki öğrenme süreçlerinde kurdukları matematiksel anlamlar ve ilişkiler OSA çerçevesinde nasıl açıklanabilir?

Bu temel soruyu derinlemesine incelemek amacıyla aşağıdaki alt araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

- 1) Öğrencilerin, doğrusal ilişkilere yönelik ilk kez karşılaştıkları bir cebirsel uygulamada ortaya çıkardıkları birincil matematiksel nesneler nelerdir?
- 2) Öğrencilerin çözüm süreçlerinde hangi semiyotik fonksiyonlar ortaya çıkmaktadır?
- 3) Öğrenciler bu süreçte hangi ontolojik ikilikleri (görsel/görsel olmayan, somut örnek/genel yapı ve ifade/içerik) harekete geçirmektedir?
- 4) Bu ontolojik ikilikler, öğrencilerin gerçekleştirdiği hangi matematiksel süreçlerle (örneğin genelleme, soyutlama) ilişkilidir?

- 5) Öğrencilerin doğrusal ilişkiler konusundaki çözüm süreçlerinde, kavramı anlamlandırma bağlamında karşılaştıkları epistemolojik engeller (ön bilgi eksikliği, temsil karmaşası vb.) nelerdir?

1.3 Araştırmanın Önemi

Bu araştırma, ortaokul matematik dersi öğretim programının (2024) öngördüğü öğrenme çıktılarının sahadaki yansımalarını veri temelli bir biçimde değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Elde edilecek bulgular, öğretmenlerin öğrencilerin kavramsal gelişim süreçlerini daha derinlemesine anlamalarına katkı sağlayarak, öğretim sürecinde daha etkili ve bilinçli rehberlik yapmalarına olanak tanıyacaktır.

Bununla birlikte, Onto-Semiyotik Yaklaşım'ın sunduğu kuramsal çerçeve ve analitik araçlar aracılığıyla, öğrencilerin doğrusal ilişki kavramına yönelik anlamlandırma süreçlerinin ayrıntılı biçimde incelenmesi mümkün hale gelecektir. Bu sayede, öğrenme sürecinde karşılaşılan kavramsal güçlüklerin daha açık biçimde ortaya konması ve bu güçlüklerin aşılmasına yönelik veriye dayalı çözüm önerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

Araştırma, yalnızca kuramsal bir analiz sunmakla kalmayıp; öğretim tasarımı, öğretmen eğitimi ve öğretim programı değerlendirmesi gibi uygulamalı alanlara da dolaylı katkılar sunma potansiyeline sahiptir. Ayrıca, Onto-Semiyotik Yaklaşım'ın Türkiye matematik eğitimi literatürüne tanıtılması ve uygulanabilirliğinin ortaya konması, literatürde kuramsal çeşitliliği artırması bakımından da önem arz etmektedir.

Bu bağlamda çalışma, yeni nesil öğretim modelleri ile kuramsal yaklaşımları bütünleştirmesi ve öğretmenler ile eğitim politikası geliştiricilerine somut öneriler sunması açısından değerli bir katkı niteliği taşımaktadır.

1.4 Araştırmanın Sayıtları ve Sınırlılıkları

Bu araştırma, belirli varsayımlar altında yürütülmüş ve çeşitli sınırlılıklar çerçevesinde değerlendirilmiştir. Araştırmanın geçerliliği ve kapsamı aşağıdaki sayıtlı ve sınırlılıklar temelinde şekillenmiştir:

Sayıtlar

1. Öğrenciler, uygulama problemleri üzerinde yürüttükleri çözüm süreçlerinde ve yarı yapılandırılmış görüşmelerde kendi düşüncelerini içtenlikle ifade etmiş; görüşme soruları öğrenciler tarafından doğru ve eksiksiz şekilde anlaşılmıştır.
2. Uygulamalar, öğretmen tarafından belirlenen yönergelere ve öğretim amaçlarına uygun biçimde yürütülmüştür.
3. Öğrenciler, verilen problem durumlarına kendi bilgi ve becerilerine dayalı olarak çözüm üretmeye çalışmışlardır.
4. Veri toplama araçlarının kapsam ve içerik geçerliliği, uzman görüşleriyle sağlanmıştır.

Sınırlılıklar

1. Araştırma, 2024–2025 eğitim-öğretim yılında Bilecik ili Bozüyük ilçesinde bulunan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerinden seçilen altı kişilik bir grupla sınırlıdır.
2. Onto-Semiyotik Yaklaşım kapsamında dilsel nesneler yalnızca sözel ifadeleri değil, jestler ve mimikleri de kapsar. Ancak bu çalışmada veri toplama araçları, jest yoluyla temsil edilen ifadelerin sistematik biçimde kaydedilmesine imkân tanımadığı için öğrencilerin bedensel ifade biçimleri analiz dışı bırakılmıştır.

1.5 Kuramsal Çerçeve

Matematiksel bilgi, öğrenme ve öğretim süreçlerini çok katmanlı ve ilişkili bir yapı içerisinde açıklamayı hedefleyen Onto-Semiyotik Yaklaşım (OSA), bu araştırmanın kuramsal temelini oluşturmaktadır. Bu çerçevede, OSA'nın sunduğu kavramlar, açıklayıcı yapılar ve analitik araçlar kullanılarak; matematiksel nesnelerin, pratiklerin, süreçlerin ve anlam kurma biçimlerinin nasıl yapılandığı sistematik biçimde ele alınmaktadır. OSA, matematiksel bilgi üretiminin bireysel ve toplumsal boyutlarını bütüncül bir bakışla analiz etmeye olanak tanıyan bir teorik zemin sunmaktadır.

Kuramsal çerçevede yer alan her bir alt başlık, OSA'nın sunduğu açıklayıcı ikilikler (örneğin: kişisel–kurumsal, görsel–görsel olmayan, üniter–sistemik, somut örnek–genel yapı, ifade–içerik) aracılığıyla yapılandırılmıştır.

Bu kavramsal çerçeve, matematiksel etkinliklerin ve öğrenme süreçlerinin çok boyutlu doğasına ışık tutmakta ve araştırmanın çözümleme sürecine yön vermektedir. Bu bağlamda kuramsal çerçeve hem OSA'nın temel ilkelerini açıklamakta hem de bu ilkelerin araştırmada nasıl kullanılacağını temellendirerek, ilerleyen bölümlerde yapılacak çözümleme, yorumlama ve değerlendirmelere teorik bir zemin hazırlamaktadır.

1.5.1 Onto-semiyotik yaklaşım

OSA, 1994 yılından itibaren Godino ve meslektaşları tarafından geliştirilen, matematiğin öğretimi ve öğrenimindeki çeşitli yönlerin didaktik analizi için özel kavramsal araçlar sunan kapsamlı bir teorik ve metodolojik çerçevedir (Godino vd., 2007; Font vd., 2013). Teorinin temelinde, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesini etkileyen faktörleri incelemeyi ve matematik öğretimini iyileştirmeye yönelik programlar geliştirmeyi amaçlayan; araştırma, geliştirme ve uygulamayı içeren bütüncül bir matematik eğitimi anlayışı yatmaktadır. Bu anlayış, Steiner'in Matematik Eğitimi Teorisi (TME) ile şekillenmiştir (Godino vd., 2007).

Matematiksel bilgi ve matematik öğretimine yönelik olarak gerçekçilik-pragmatizm, bireycilik-kurumsal bilgi, yapılandırmacılık-davranışçılık gibi birbiriyle rekabet halindeki çeşitli paradigmlar arasındaki ikilemlerin aşılmasını sağlayacak birleşik bir yaklaşım geliştirme gerekliliğine inanan OSA geliştiricileri; geleneksel olarak matematik eğitimiyle doğrudan ilişkilendirilen psikoloji ve pedagoji gibi disiplinlere ek olarak, göstergebilim, antropoloji ve ekoloji gibi diğer disiplinlerin kavramsal ve metodolojik araçlarını da dikkate almaları gerektiğini savunmuşlardır (Godino, 2023).

Godino (2024)'ya göre, OSA'nın çıkış noktası; bilgi, kavramlar, şemalar ve anlamlar gibi farklı yapılarla tanımlanan bilişsel fenomenleri incelemek için temel kavramların netleştirilmesi ihtiyacıdır. Bu doğrultuda, “matematiksel bir nesnenin kurumsal ve kişisel anlamları” kavramlarına ve bunların anlama ile ilişkisine odaklanılmıştır (Godino ve Batanero, 1994). Kişisel ve kurumsal anlamlar arasındaki ayrımın netleştirilmesi, epistemolojik ve bilişsel yaklaşımların matematik eğitime entegrasyonu açısından önemli görülmektedir. Buna ek

olarak, matematiksel etkinlikler, bu etkinliklerin ürünleri ve matematiksel işaretlerin didaktik etkileşim içerisinde anlamlandırılmasını sağlayacak zengin bir ontolojik ve semiyotik çerçeve geliştirilmiştir. Ayrıca Godino (2024), antropolojik (Wittgenstein, 1953), pragmatist (Peirce, 1931–58) ve semiyotik (Hjelmslev, 1943) temellere dayalı bir matematiksel bilgi kuramı geliştirerek, matematik öğretimi ve öğrenimine dair çeşitli teoriler arasında bir ilişki kurulabildiğini belirtmektedir.

1.5.2 Temel Teorik Araçlar

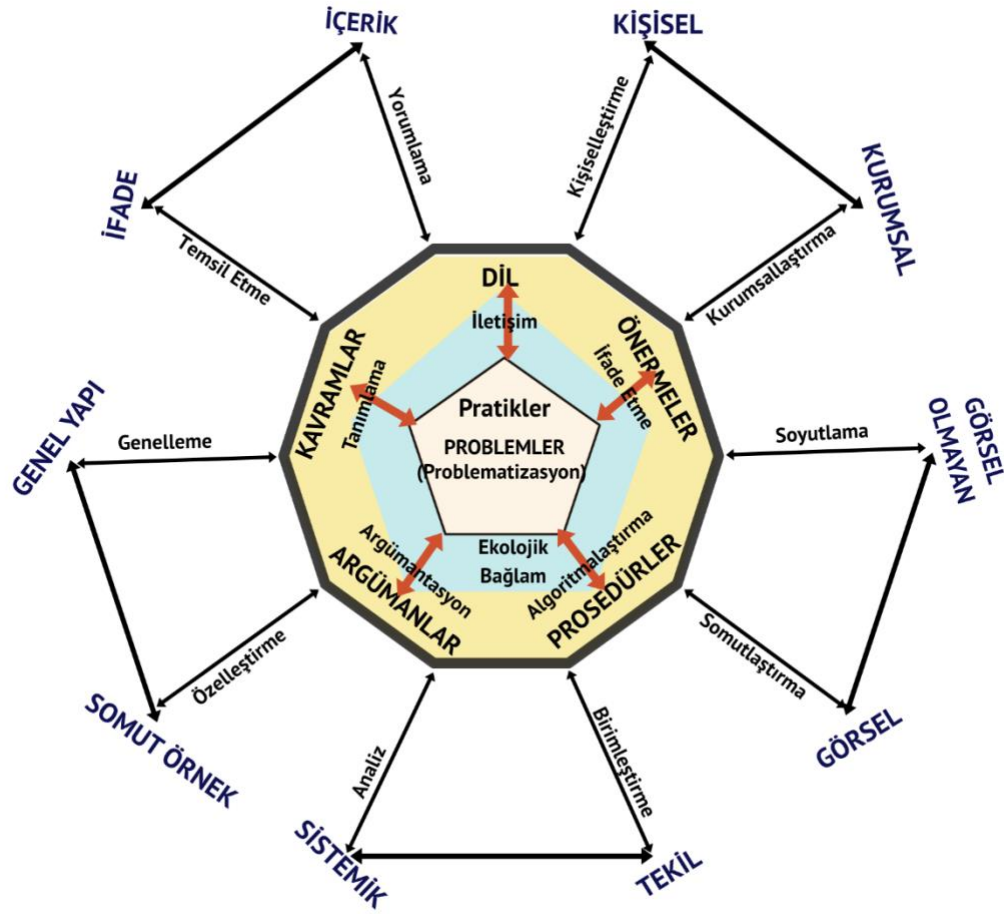
Godino, Batanero ve Font (2007)'ya göre matematik, sosyal olarak paylaşılan bir problem çözme etkinliği, sembolik bir dil ve mantıksal olarak organize edilmiş bir kavramsal sistem olmak üzere üçlü bir yapı kapsamında ele alınmıştır. Bu üçlü yapı temel alınarak, matematiksel nesnelerin ontolojisi yapılandırılmıştır. Oluşturulan bu ontolojide, matematiksel etkinlikler ile bu etkinliklerde ortaya çıkan nesneleri tanımlamak amacıyla detaylandırılan teorik yapılar şu şekilde sıralanmıştır (Godino, 2023):

- Matematiksel pratikler
- Matematiksel nesneler ve süreçler
- Pratiklerin ve nesnelerin bağlamsal nitelikleri (ikilikler)

Söz konusu teorik yapılar; pratikler, nesneler ve süreçler çerçevesinde onto-semiyotik bir konfigürasyonda ifade edilmektedir (Şekil 1.1). Bu konfigürasyonun merkezi kısmında, matematiksel pratiklerin yanı sıra OSA ontolojisinde birincil kabul edilen altı matematiksel nesne yer almaktadır. OSA, problem çözme etkinliklerini merkeze alarak, bu süreçlerde matematiksel nesnelerin yapılandırılmasını sağlayan sembolik ve pragmatik unsurlara vurgu yapar. Böylece, matematiğin kuramsal yönleri ile etkileşim süreçlerini ve öğrencilerin bireysel anlam yapılarını bütünleştirerek kapsamlı bir öğretim analizi modeli sunar (Font vd., 2013).

Şekil 1.1

Pratiklerin, Nesnelerin ve Süreçlerin Onto-Semiyotik Yapılandırması



Kaynak: Godino (2023)

1.5.2.1 Matematiksel pratikler

Godino ve Batanero (1994), matematiksel pratikleri bir problemi çözmek, çözümü başkalarına aktarmak, doğrulamak ve genellemek amacıyla bir birey tarafından gerçekleştirilen herhangi bir eylem olarak tanımlar. Bu pratikler, metinsel, sözlü, grafik ya da jest yoluyla temsil edilebilen hem somut hem soyut nesneleri kapsar. Bu bağlamda, matematiksel pratikler kurallara dayalı bir yapı olarak ele alınmakta ve OSA çerçevesinde matematiğin öğretimi ve öğrenimi açısından temel bir rol üstlenmektedir.

Font, Godino ve Gallardo (2013), matematiksel pratikleri; matematiksel metinlerin okunup üretildiği işlemsel (operative) pratikler ile bu metinler üzerinde düşünme ve tartışmayı içeren

söylemsel (discursive) pratiklerin birleşimi şeklinde kavramsallaştırır. Godino, Batanero ve Font (2007) ise matematiksel çalışmaların belirli problemleri çözmeye yönelik bireysel pratiklerden ziyade, belirli problem durumlarında bireyler tarafından yürütülen işlemsel ve söylemsel pratik sistemlerini temel aldığını ifade eder. Bu yaklaşım doğrultusunda, matematiksel anlamlar, kişisel pratikler (bireyin gerçekleştirdiği eylemler) ve kurumsal pratikler (bir topluluk veya kurum içerisinde paylaşılan eylemler) üzerinden tanımlanmaktadır.

Örneğin, “Aritmetik ortalama nedir?” ya da “Aritmetik ortalama ifadesi neyi temsil eder?” gibi sorulara OSA bağlamında verilen yanıtlar, kişisel anlam (bireyin bu problem durumunu çözmek için gerçekleştirdiği pratikler) ve kurumsal anlam (bu pratiklerin bir kurum içerisinde paylaşılan ve kabul gören hali) üzerinden şekillenir. Bu anlamlar, bireysel ya da toplumsal bağlamlara göre farklılık gösterebilir; bu durum OSA'nın sosyo-epistemik ve bilişsel görecelilik ilkesiyle uyumludur. Matematiksel anlamlar, matematiksel nesnelerin ve kavramların kişisel ve kurumsal düzeylerde nasıl anlaşıldığını ve kullanıldığını ortaya koyar.

Kurumsal anlamlar, öğretim bağlamında aşağıdaki dört başlık altında sınıflandırılabilir (Godino, Batanero ve Font, 2007):

- **Uygulanan:** Öğretmenin belirli bir öğretim deneyiminde etkin biçimde uyguladığı pratikler.
- **Değerlendirilen:** Öğretmenin öğrencilerin öğrenmesini değerlendirmek için kullandığı pratikler.
- **Planlanan:** Eğitim süreci öncesinde planlamaya dahil edilen pratikler.
- **Referans:** Öğretim sürecinin planlanmasında referans alınan, örneğin öğretim programı gibi kaynaklara dayanan pratikler.

Kişisel anlamlar ise bireyin gerçekleştirdiği veya gerçekleştirme potansiyeli taşıdığı pratikleri ifade eder ve üç gruba ayrılır (Godino, Batanero ve Font, 2007):

- **Evrensel:** Öğrencinin belirli bir matematiksel nesneye dair gerçekleştirebileceği tüm potansiyel pratikleri kapsar.
- **Beyan Edilen:** Öğrencinin bir değerlendirme süreci esnasında açıkça sergilediği pratiklerdir.

- **Elde Edilen:** Öğrencinin gerçekleştirdiği ve öğretmen tarafından kurumsal anlamla uyumlu olduğu değerlendirilen pratiklerdir.

Öğrencilerin anlam geliştirme süreci, topluluk içinde paylaşılan matematiksel pratiklere katılım yoluyla gerçekleşir. Bu pratikler; planlama, uygulama ve değerlendirme süreçleri içerisinde sürekli olarak gelişir ve dönüşür. OSA'ya göre öğretim, öğrencilerin kurumsal anlamların paylaşıldığı pratikler topluluğuna aktif katılımını içerirken, öğrenme bu anlamların birey tarafından içselleştirilmesi ve benimsenmesi süreci olarak tanımlanır (Godino, Batanero ve Font, 2007).

1.5.2.2 Matematiksel nesneler ve süreçler

Font, Godino ve Gallardo (2013), ontolojik önerilerinin matematiksel pratiklerden türediğini ve bu pratiklerin, bireylerin deneyim kazandığı ve matematiksel nesnelerin ortaya çıktığı temel bağlam haline geldiğini belirtirler. Bu yaklaşıma göre, bir matematiksel nesne, pratiklerden önce değil, bu pratiklerin sonucunda anlam ve statü kazanan bir varlık olarak kabul edilir. OSA kapsamında, bir matematiksel nesne; matematiksel pratiğe müdahale eden, onun işleyişini destekleyen ya da düzenleyen herhangi bir maddi ya da soyut varlık olarak tanımlanır.

Godino (2023), matematik yapılırken, iletişim kurulurken ya da öğrenme sürecinde kullanılabilecek, önerilebilecek ya da işaret edilebilecek her türlü unsuru **birincil nesne** olarak değerlendirir. Bu nesneler şu şekilde sınıflandırılır:

- **Problemeler:** Matematiksel etkinliğin başlangıç noktasıdır.
- **Dilsel Nesneler:** Konuşma yoluyla ifade edilen kelimeler, terimler, ifadeler, tablolar, grafikler, jestler, semboller vb. Dilsel nesneler, işlemsel pratikler için araç görevi görür.
- **Kavramlar:** Sayı, kesir, türev gibi matematiksel varlıkları açıklayan tanımlar ya da ifadelerle ortaya konur.
- **Prosedürler:** Problemleri çözmek için kullanılan algoritmalar, hesaplamalar, teknikler ve işlemler. Genellikle kurallar olarak görülmekle birlikte, zaman zaman tanım şeklinde de ifade edilebilir. Örneğin, bir doğru parçasının orta noktasından geçen dikmenin “orta dikme” olarak tanımlanması, bir inşa prosedürünü ifade eder.
- **Önermeler:** Belirli kavramsal nesneler hakkında yapılan mantıklı ve değerlendirilebilir ifadelerdir.

- **Argümanlar:** Önergeleri ve prosedürleri açıklamak ve doğrulamak amacıyla kullanılan ifadelerdir.

Bu birincil nesnelerin oluşumu; iletişim, problematizasyon, ifade etme, algoritmalaştırma, tanımlama ve argümantasyon gibi süreçler aracılığıyla gerçekleşir. Bu süreçler, matematiksel pratiklerin bir bileşeni olarak yorumlanır. Matematiksel süreçler, nesnelerin oluşumunda temel belirleyici rol oynar (Godino, 2024).

Matematiksel nesneler ve süreçler de tıpkı pratikler gibi kişisel ve kurumsal düzeylerde incelenir. Kurumsal nesneler, bir kurum ya da topluluk içinde paylaşılan pratik sistemlerinden doğar. Buna karşın, kişisel nesneler, bireyin sahip olduğu ya da oluşturduğu pratik sistemlerine karşılık gelir. Kişisel nesneler, bilişsel yapıları (örneğin kavramlar, şemalar, iç temsiller) içermekle birlikte, genellikle pragmatik ve söylemsel terimlerle yorumlanır.

Örneğin, bir öğrenci için “kesir” kavramı, onun kişisel deneyimlerine ve öğrenme sürecine bağlı olarak anlam kazanır; öğrenci kesirleri “bir pizzayı eşit parçalara bölmek” üzerinden yorumlayabilir. Bu, öğrencinin bireysel pratikleriyle şekillenen kişisel bir nesnedir. Buna karşılık, bir ders kitabında kesir, “bir bütünü eşit parçalara bölme” tanımı ve “pay-payda” gibi yapısal kurallarla açıklanır. Bu tür açıklamalar, toplumsal olarak kabul görmüş ve kurumsal düzeyde anlam kazanmış nesnelerdir (Godino, 2023).

Bu bağlamda, birincil nesneler; belirli pratik sistemlerine dahil olan ve bu sistemlerden türeyen nesne ağları oluşturarak konfigürasyonlar meydana getirir. Font, Godino ve Gallardo (2013), bu konfigürasyonları iki düzeyde inceler:

- **Sosyo-Epistemik Konfigürasyonlar:** Kurumsal düzeydeki nesne ağlarıdır.
- **Bilişsel Konfigürasyonlar:** Bireysel düzeydeki nesne ağlarını temsil eder.

1.5.2.2.1 Nesneler arası ilişkiler: semiyotik fonksiyonlar

Matematik eğitiminde bilişsel yaklaşımlar, anlamayı genellikle bireyin zihinsel süreçleri çerçevesinde ele alırken, OSA anlamı bir yetkinlik olarak değerlendirmektedir (Godino vd., 2007). Bu yaklaşıma göre, “bir matematiksel nesneyi bilmek ve anlamak nedir?” ya da “bir nesne, belirli bir zamanda ve belirli koşullar altında bir özne için ne ifade etmektedir?” soruları,

matematiksel etkinlik ile matematiksel nesnelerin inşa ve kullanım süreçlerinin karşılıklı ilişkisine dayalı olarak analiz edilmektedir.

OSA, matematiksel nesneleri yalıtılmış varlıklar olarak değil; ilişkisel bir sistem içerisinde ele almaktadır. Örneğin, “2” sembolü ile “2 sayısı” kavramı arasındaki ilişki gibi, doğal sayı kavramı da bu nesnenin ortaya çıktığı işlemsel ve söylemsel pratikler sistemiyle birlikte değerlendirilmektedir. Bu kapsamda OSA, söz konusu ilişkileri semiyotik fonksiyon (semiotic function) kavramı aracılığıyla açıklamaktadır (Godino, 2023).

Semiyotik fonksiyon, bir özne (birey ya da kurum) tarafından, belirli bir karşılıklılık ölçütü veya kuralına göre oluşturulan; bir öncül nesne (ifade/sign) ile bir sonuç nesne (içerik/meaning) arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır (Godino, 2024). Bu ilişki, Şekil 1’de yer alan ifade-içerik ikiliği aracılığıyla sunulmakta ve anlamın farklı kullanım biçimlerini açıklamaya olanak sağlamaktadır. Godino ve Batanero (2003), semiyotik fonksiyonu metaforik olarak kümeler arasındaki karşılıklılık ilişkisi biçiminde ele almaktadır.

Her bir semiyotik fonksiyon şu üç temel bileşenden oluşmaktadır:

- **İfade düzlemi:** Genellikle işaret (sign) olarak değerlendirilen birincil nesneyi temsil etmektedir.
- **İçerik düzlemi:** Göstergenin anlamını, yani ifade edilen ya da gönderme yapılan nesneyi belirtmektedir.
- **Yorumlayıcı ölçüt:** İfade ile içerik düzlemleri arasındaki ilişkiyi düzenleyen ve anlamın yönünü belirleyen kuralları tanımlamaktadır.

OSA, semiyoz (semiosis) sürecine katılan her türlü varlığın bir nesne olarak değerlendirilebileceğini ve bu varlığın ifade (gösteren), içerik (gösterilen) ya da yorumlayıcı (bağlantı kuran kural) rolünü üstlenebileceğini varsaymaktadır (Godino, 2023). İşlemsel ve söylemsel pratik sistemlerinin de bu semiyotik fonksiyonun bileşenleri olabileceği kabul edilmektedir.

Godino, Batanero ve Font (2007), ifade ve içerik arasındaki ilişkileri üç başlık altında sınıflandırmaktadır:

- **Temsilsel Bağıntılar:** Bir nesne, belirli bir amaçla başka bir nesnenin yerine kullanılmaktadır.
- **Araçsal Bağıntılar:** Bir nesne, başka bir nesneyi araç olarak kullanmaktadır.
- **Yapısal Bağıntılar:** İki ya da daha fazla nesne bir sistem oluşturarak yeni nesnelerin ortaya çıkmasına olanak sağlamaktadır.

Bu ilişki türleri, matematiksel nesneler arasındaki çok boyutlu bağları ve temsil sistemlerinin karmaşıklığını açıklamada önemli bir çerçeve sunmaktadır. OSA, matematiksel temsilin yalnızca dilsel semboller aracılığıyla gerçekleşmediğini, aynı zamanda problem durumları, prosedürler, kavramlar, önermeler ve argümanlar gibi farklı matematiksel nesnelerin de semiyotik fonksiyonun ifade ya da içerik düzlemini oluşturabileceğini belirtmektedir. Godino, Batanero ve Font (2007), bu ilişkilerin genişletilmiş bir ontolojik ve semiyotik bakış açısıyla incelenmesinin, matematiksel anlam oluşturma süreçlerine derinlik kazandırdığını ifade etmektedir.

1.5.2.3 Pratiklerin ve nesnelerin bağlamsal nitelikleri

Birincil nesnelerin analizinde, OSA kuramı aşağıdaki ikili boyutların dikkate alınması gerektiğini vurgulamaktadır (Godino vd., 2005; Montiel vd., 2012). Bu ikilikler, birincil nesnelerin yalnızca bağımsız varlıklar olarak değil, işlevlerine ve matematiksel etkinlik içerisindeki rollerine göre anlaşılması gerektiğine işaret etmektedir:

- **Kişisel / Kurumsal:** Nesnenin bireysel mi yoksa toplumsal düzlemde mi anlam kazandığını belirtmektedir.
- **Görsel / Görsel olmayan:** Nesnenin doğrudan gözlemlenebilir olup olmadığına göre ayırım yapılmaktadır.
- **Somut örnek / Genel yapı:** Nesnenin bilgi düzeyine bağlı olarak genel yapının somut bir örneği veya genel yapı açısından incelenmesini ifade etmektedir.
- **Üniter / Sistemik:** Nesnenin tek başına mı yoksa bir sistemin parçası olarak mı ele alındığını göstermektedir.
- **İfade/ İçerik:** Nesnenin semiyotik fonksiyonda hangi düzlemde yer aldığını tanımlamaktadır.

Bu ikili boyutlar, OSA'nın bağlamsal analiz yaklaşımının temelini oluşturmakta ve matematiksel anlamların çok katmanlı doğasını daha iyi anlamaya katkı sağlamaktadır.

1.5.2.3.1 Kişisel ve kurumsal ikiliği

OSA kapsamında, matematiksel bilginin epistemik ve bilişsel boyutlarının ifade edilmesi, matematiksel pratiklere kişisel ya da kurumsal bir ikilik atfedilerek gerçekleştirilmektedir (Godino, 2024). Bir pratik sistemi, bir kurumun bünyesinde ortak biçimde paylaşılıyorsa, bu sistemden türeyen nesneler kurumsal nesneler olarak adlandırılmaktadır. Öte yandan, bu tür pratik sistemleri bireysel düzeyde oluşuyorsa, ortaya çıkan nesneler kişisel nesneler olarak tanımlanmaktadır.

Matematiksel bilginin kişisel ve kurumsal oluşumu ile bunlar arasındaki karşılıklı bağlantıları görünür ve işlevsel hâle getirmek amacıyla, problem durumu başlangıç noktası olarak alınarak, OSA tarafından kişisel ve kurumsal nesne ve anlam kavramları teorik düzlemde geliştirilmiştir (Godino vd., 2022). Bu kavramsal yapı, matematiğin sosyal bir etkinlik, sembolik bir dil ve mantıksal olarak yapılandırılmış bir kavramsal sistem olma özelliklerini dikkate alarak anlamaya çok yönlü bir bakış sunmaktadır.

Kurumsal ve kişisel anlam yapıları, anlam sürecini öznenin kişisel anlamlarının kurumsal referans anlamlarıyla aşamalı olarak bütünleşmesi bağlamında yorumlamamıza olanak tanımaktadır (Godino ve Batanero, 1994). Matematiksel nesnelerin öğrenme süreçlerindeki anlamları, bireylerin ve kurumların bu nesnelerle nasıl etkileşim kurduklarına bağlı olarak şekillenmektedir.

Bu bağlamda, kişisel bilgi ile kurumsal bilgi arasında net bir ayrım yapılmaktadır. Kişisel bilgi, bireyin kendi deneyimlerinden kaynaklanarak gelişmekte; buna karşılık, kurumsal bilgi toplumsal düzeyde kabul edilen ve ortaklaşa paylaşılan matematiksel pratiklerden türetilmektedir (Font, Godino ve Gallardo, 2013).

1.5.2.3.2 Görsel ve görsel olmayan ikiliği

OSA'da, görsel bir nesne, başkalarına doğrudan gösterilebilen ve algılanabilen herhangi bir nesne olarak tanımlanmaktadır. Semboller, notasyonlar, jestler, grafik temsiller bu kapsama girmekte olup, gerçek (real) ya da somut (concrete) nesneler olarak kabul edilmektedir. Buna

karşılık, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar doğrudan algılanamayan, yani görsel olmayan nesnelerdir. Bu tür nesneler, varlıklarını özneler, onların zihinsel süreçlerine ve görsel nesnelerle kurdukları ilişkilere bağlı olarak sürdürebilmektedir (Godino, 2024). Bununla birlikte, görsel nesnelerin zihinsel olarak işlenmesi ve bireyler arası iletişim kurulabilmesi için görsel temsillerin kullanılması gerekmektedir. Görsel olmayan nesneler, matematiksel etkinlikleri yönlendirici ve düzenleyici bir rol üstlenirken; görsel temsiller, bu etkinliklerin yürütülmesini kolaylaştıran ve destekleyen araçlar olarak işlev görmektedir.

Görsel ve görsel olmayan nesneler arasındaki ayrım, büyük ölçüde bu nesnelerin yer aldığı dil oyunlarına bağlı olarak belirlenmektedir. Örneğin, cebirsel gösterimdeki çarpma işareti görsel olarak algılanabilen bir nesne olmasına rağmen, matematiksel söylem içindeki işlevi açısından görsel olmayan bir nesne olarak değerlendirilebilmektedir.

Godino (2024), bu ikiliğin matematiksel etkinlikte iki temel sürecin açıklanmasına olanak tanıdığını belirtmektedir:

- **Soyutlama:** Görsel olmayan nesnelerin, örneğin kavramların, oluşturulması sürecidir. Örneğin, “beş” sayısı; beş parmağa eşit büyüklükteki tüm kümelerin ortak özelliklerini taşıyan soyut bir sınıf olarak idealize edilebilmektedir.
- **Somutlaştırma:** Görsel olmayan nesnelerin, görsel nesneler aracılığıyla somut hale getirilmesi sürecidir. Örneğin, “beş” sayısı, beş parmağın gösterilmesiyle somutlaştırılmakta ve birey tarafından daha açık bir biçimde temsil edilebilmektedir.

Bu ayrım, matematiksel anlam oluşturma süreçlerinin bilişsel ve iletişimsel boyutlarını derinlemesine analiz etme açısından önemli bir kuramsal dayanak sunmaktadır.

1.5.2.3.3 Tekil ve sistemik ikiliği

OSA kapsamında, matematiksel nesneler bazı durumlarda önceden bilindiği varsayılan üniter (birimsel) varlıklar olarak tanımlanmakta; bazı durumlarda ise bileşenlerine ayrılması gereken sistemik nesneler olarak ele alınmaktadır (Godino vd., 2007). Aynı matematiksel nesne, bireyin bilgi düzeyine bağlı olarak bu iki farklı şekilde değerlendirilebilmektedir.

Örneğin, ilköğretim düzeyinin son yıllarında, öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemleri ile basamak kavramı (yüzler, onlar, birler) gibi temel yapıları zaten bildiği varsayılmakta ve bu

nedenle bu kavramlar bir bütün (üniter) olarak kullanılmaktadır. Bu aşamada, örneğin “146” sayısı, doğrudan bir sayı olarak işlem görmekte; bileşenlerine ayrıştırılarak analiz edilmemektedir.

Buna karşılık, daha erken yaş gruplarındaki öğrenciler için bu matematiksel nesneler henüz öğrenilme sürecindedir. Dolayısıyla bu tür nesneler detaylı bir biçimde incelenmekte ve bileşenlerine ayrılarak açıklanmaktadır. Örneğin, “146” sayısı; 100 (yüzler), 40 (onlar), 6 (birler) şeklinde parçalanarak her bir bileşen ayrı ayrı öğrenilmektedir.

OSA’ya göre hem onto-semiyotik konfigürasyonlar (sosyo-epistemik veya bilişsel düzeyde) hem de bu konfigürasyonları oluşturan birincil nesneler, içinde yer aldıkları dil oyunlarına bağlı olarak üniter ya da sistemik bakış açılarından değerlendirilebilmektedir.

Godino (2024), bu ikiliğin, matematiksel etkinlikte yer alan iki temel süreci açıklamaya olanak tanıdığını belirtmektedir:

- **Birimleşme:** Matematiksel nesnelerin, işlemsel ya da söylemsel verimlilik sağlamak amacıyla yeni bir birimsel varlık olarak oluşturulduğu süreci tanımlamaktadır. Bu süreçte, yapılandırılmış eylemler veya sistemik nesneler bir araya gelerek tek bir bütünsel nesne hâline gelmektedir. OSA çerçevesinde bu süreç, aynı zamanda nesneleştirme (objectification) olarak da adlandırılmaktadır.
- **Analiz:** Bir sistemik nesnenin bileşenlerine ayrılarak incelendiği süreci ifade etmektedir. Bu süreç, matematiksel nesnelerin daha derinlemesine anlaşılması açısından gerekli görülmektedir.

Bu ikilik, öğrenen bireyin bilgi seviyesine göre matematiksel nesneleri nasıl algıladığına dair önemli ipuçları sunmakta ve matematik öğretiminde kavramsal ilerlemenin yapılandırılmasında temel bir rol oynamaktadır.

1.5.2.3.4 Somut örnek ve genel yapı ikiliği

Matematiksel etkinliğin karakteristik özelliklerinden biri, problemlerin, çözüm prosedürlerinin, kavramların, önermelerin ve argümanların genelleştirilmesidir. Çözüm süreçleri zamanla daha genel yapılarda düzenlenmekte ve gerekçelendirilmektedir. Öğretim süreçlerinde çalışmalar

genellikle bu genel yapıların belirli modelleriyle başlamaktadır; ancak süreç ilerledikçe bu yapıların giderek daha genel biçimlere evrildiği görülmektedir.

OSA kapsamında, pratikler ve nesneler için geçerli olan bu yapı, özelleştirme ve genelleştirme arasındaki diyalektiği analiz etmek amacıyla kavramsallaştırılmaktadır. Duruma bağlı olarak, bir nesne yalnızca kendisini temsil ediyorsa bu nesne bir örnek (somut örnek); daha geniş bir sınıfı temsil ediyorsa bir tür (genel yapı) olarak değerlendirilmektedir (Godino, 2024).

Godino'nun Font ve Contreras (2008)'tan örneklendirdiği çalışmasında, bir fonksiyonun türevi kavramını açıklamak için gerçekleştirdikleri analiz örneği, bu ikiliğin açıklanmasında kullanılmaktadır. Bu çalışmada yer alan nesneler, süreçler ve semiyotik fonksiyonlar bağlamında şu şekilde ifade edilmektedir:

Somut örnek bir nesne, daha genel bir sınıfın (örneğin, $y=mx+n$ fonksiyon ailesi) özel bir durumu olarak işlev görmektedir. Örneğin, $y=2x+1$ fonksiyonu, bu daha genel yapının belirli bir örneğidir. Genel yapı bir nesne ise, bu fonksiyon ailesinin tüm üyelerini içeren genel bir tür olarak tanımlanmaktadır. Bu bağlamda, “somut örnek” ve “genel yapı” terimleri, kümeleri tanımlamada kullanılan iki farklı yaklaşımı temsil etmektedir:

Godino (2024), matematiksel etkinliğin analizinde, yalnızca nesnelerin kendilerinin değil, aynı zamanda bu nesnelerin dahil olduğu özelleştirme ve genelleştirme süreçlerinin de dikkate alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu iki süreç şu şekilde açıklanmaktadır:

- **Özelleştirme:** Genel bir örüntüyü izleyen bireysel örnekler üretmeyi veya sunmayı içermektedir. Öğrenci, genel bir kuraldan yola çıkarak özel durumları formüle etmektedir.
- **Genelleme:** Benzer durumlar arasında bir örüntü bulmayı, ortak özellikleri fark etmeyi ya da varsaymayı içermektedir. Öğrenci, özel durumların ortak yönlerini soyutlayarak daha genel bir yapıya ulaşmaktadır.

Bu ikilik, OSA'nın matematiksel anlam oluşturma sürecine dair çok katmanlı yapısını desteklemekte ve öğrenme etkinliklerinin planlanmasında önemli bir teorik araç sunmaktadır.

1.5.2.3.5 İfade ve içerik ikiliği

Godino, Batanero ve Font (2007)'ye göre, ifade-içerik ikiliği, semiyotik fonksiyonların (semiotic functions) temelini oluşturmaktadır. Matematiksel etkinlik, doğası gereği ilişkisel bir

yapı arz etmektedir; bu çerçevede tüm matematiksel nesneler, dilsel ve matematiksel etkinlikler aracılığıyla birbirleriyle bağlantılı olarak anlam kazanmaktadır. Semiyotik fonksiyonlar, bir öncül (ifade) ile bir sonuç (içerik) arasında bir ilişki kurmaktadır. Bu ilişki, bir özne (örneğin öğrenci) ya da bir kurum tarafından oluşturulmakta ve anlamlandırılmaktadır. İfade, bir matematiksel nesnenin ya da kavramın gösteren yönünü temsil etmektedir. Bu ifade bir sembol, notasyon ya da dilsel bir yapı olabilir. Öte yandan, içerik, ifadenin işaret ettiği anlam, kavram ya da matematiksel bağlamı temsil etmektedir.

Her tür matematiksel nesne, bir özne (birey veya kurum) tarafından oluşturulan semiyotik fonksiyonlar içerisinde, ya bir öncül (gösteren) ya da bir sonuç (gösterilen) rolünü üstlenebilmektedir. Örneğin, “3” ifadesi bir ifade olarak bir doğal sayıyı temsil ederken, aynı zamanda $2 + 1$ işleminin sonucu olarak bir içerik görevini de üstlenebilmektedir. Bu bağlamda ifade-içerik ikiliği, matematiksel etkinliğin temelinde yer alan ilişkisel yapıyı açıklayan önemli bir kavramsal çerçeve sunmaktadır. Matematiksel nesneler, dilsel ve sembolik ifadeler aracılığıyla anlam kazanmakta; bu anlam, öğrenme ve öğretme süreçlerinde sürekli olarak ifade ile içerik arasındaki ilişki üzerinden dinamik bir biçimde yapılandırılmaktadır. Söz konusu anlayış, matematiksel temsil ile anlam kurma süreçlerinin nasıl işlediğini kavramak açısından, özellikle öğretim tasarımlarında ve öğrenme analizlerinde etkili ve güçlü bir teorik temel sağlamaktadır.

1.6 Literatür Taraması

1.6.1 Doğrusal ilişkiler ve önemi

Doğrusal ilişkiler, matematik eğitiminin temel kavramları arasında yer almakta ve özellikle cebir öğreniminin temelini oluşturmaktadır. Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM, 2010) doğrusal ilişkileri ortaokul düzeyinden itibaren sistematik bir şekilde yapılandırmış, öğrencilerin fonksiyon kavramı üzerinden doğrusal ilişkileri tanımlamaları, temsil etmeleri ve gerçek yaşam problemleri ile ilişkilendirmeleri gerektiğini belirtmiştir. Bu standartlar, doğrusal ilişkilerin sadece formül ezberiyle değil, kavramsal anlamlandırma ve problem çözme temelli öğretilmesini hedeflemektedir. Bu kapsamda, öğrencilerin farklı temsiller yoluyla doğrusal ilişkileri yorumlamaları ve bağlamla ilişkilendirmeleri, kavramsal öğrenmeyi derinleştirmektedir (Wilkie ve Ayalon, 2018).

NCTM (2000)'de doğrusal ilişkilerin öğrencilerin değişkenler arasındaki sabit oranları anlama ve cebirsel genelleme yapma becerileri üzerinde doğrudan etkili olduğu ifade edilmektedir. Aynı zamanda, NCTM (2014)'de doğrusal ilişkilerin grafik, cebirsel ve sözel temsiller arasında geçiş yapabilme becerisinin geliştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Doğrusal ilişkiler konusu, matematiksel temsillerin çeşitliliğini bir arada sunması bakımından öğrencilerin çok yönlü düşünme becerilerini geliştirmelerine olanak sağlar. Ainsworth (2006), çoklu temsillerin öğrenme süreçlerinde farklı bilişsel işlevleri desteklediğini ve kavramsal anlamayı derinleştirdiğini vurgular. Benzer şekilde Duval (2006), temsiller arasında geçiş yapabilmenin, öğrencilerin kavramları farklı düşünme yollarıyla yorumlayabilme becerisini artırdığını savunur. Dreher, Kuntze ve Lerman (2015) ise çoklu temsillerin, özellikle doğrusal denklemler gibi konularda, öğrencilerin hem soyut hem de somut düşünme becerilerini etkin biçimde kullanmalarına olanak sağladığını belirtir. Bu nedenle, doğrusal ilişkiler konusunun temsillerle zenginleştirilmiş öğretimi, öğrencilerin çok yönlü düşünme kapasitelerini destekleyen etkili bir pedagojik yöntem olarak değerlendirilebilir.

1.6.1.1 Türkiye’de 2005-2024 yılları arasında matematik dersi öğretim programlarında doğrusal ilişki

Türkiye’de matematik öğretim programlarının güncellenmesiyle birlikte doğrusal ilişkilerin öğretiminde de önemli değişiklikler yaşanmıştır. 2005 öğretim programıyla yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı temel alınmış, doğrusal ilişkiler 7. Ve 8. Sınıf düzeylerinde cebir öğrenme alanı içerisinde, denklemler alt öğrenme alanında doğrusal denklemler olarak ele alınmıştır. 2009 öğretim programıyla doğrusal ilişkiler, oran-orantı ve doğru denklemleriyle ilişkilendirilerek işlenmiş; grafik ve cebirsel temsillerle açıklanmış, ancak henüz fonksiyon kavramı ile bütünleştirilmemiştir. 2013 yılında yapılan değişikliklerle doğrusal ilişkiler, 8. sınıf cebir öğrenme alanına taşınmış, böylece öğretime daha sistematik bir yaklaşım kazandırılmış ve grafik temsillerin kullanımı güçlendirilmiştir. 2017 öğretim programı ise bilimsel düşünme ve problem çözme becerilerine vurgu yaparak doğrusal ilişkilerin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesine daha fazla yer vermiştir. Son olarak, 2024 Türkiye Maarif Modeli, doğrusal ilişkileri temalar ve öğrenme çıktılarıyla ilişkilendirerek öğrencilerin bu konuyu yalnızca bilgi düzeyinde değil, aynı zamanda beceri temelli bir yaklaşımla öğrenmelerini hedeflemektedir. Bu

modelde, öğrencilerin gerçek yaşam bağlamlarında karşılaştıkları problemleri analiz etmeleri, değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlamaları, bu ilişkileri farklı temsillerle (sözel, cebirsel, grafik, tablo) ifade etmeleri ve bu temsiller arasında geçiş yapabilmeleri beklenmektedir. Ayrıca, doğrusal ilişkilere ait problem çözme, modelleme, yorumlama ve temsil etme gibi üst düzey bilişsel becerilerin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Öğrencilerin bu süreçte dijital araçlardan yararlanmaları, disiplinler arası bağlantılar kurmaları ve matematiksel düşünme becerilerini gerçek yaşamla ilişkilendirmeleri teşvik edilmektedir. Böylece, doğrusal ilişkilerin öğretimi, yalnızca kavramsal bilgi kazandırmakla kalmayıp, aynı zamanda öğrencilerin analitik düşünme, problem çözme ve karar verme gibi 21. yüzyıl becerilerini geliştirmeye yönelik bir öğrenme deneyimi sunmaktadır (TMM, 2024).

Tablo 1.1

Öğretim programlarındaki doğrusal ilişkilere ait kazanım/öğrenme çıktısı sayıları

	6. sınıf	7. sınıf	8. sınıf
2005	-	5	5
2009	-	5	5
2013	-	3	6
2017	-	-	6
2024 TYMM	-	-	4

1.6.2 Doğrusal ilişkiler üzerine yapılan çalışmalar

1.6.2.1 Doğrusal ilişkinin kavramsal öğretimi üzerine yapılan çalışmalar

Doğrusal ilişkilerin öğretimine yönelik çalışmalar, kavramsal anlamayı destekleyen farklı stratejilerin etkisini ortaya koymaktadır. Ellis (2024), ortaokul öğrencilerinin doğrusal ilişkileri anlamalarında genelleme ve argümantasyon süreçlerinin karşılıklı etkileşimini incelemiş ve bu süreçlerin matematiksel düşünme biçimlerini nasıl yapılandırıldığını ortaya koymuştur. Bu çalışmada tekrarlanan eylemlerle öğrencilerin daha karmaşık düşünme kalıpları geliştirdiği; tümdengelimsel muhakemenin ise kavramsal derinliği güçlendirdiği sonucuna ulaşmıştır.

Benzer şekilde Colton ve Smith (2014), doğrusal ilişkilerin öğretiminde öğrencilerin sezgisel ve biçimsel düşünce arasında geçiş yapmalarını kolaylaştıracak stratejilerin önemini vurgulamış; görselleştirme ve çoklu temsil kullanımının kavramsal anlamayı derinleştirdiğini savunmuştur. Bu yaklaşım, Manley'in (2024) çalışmasıyla da örtüşmektedir. Manley, öğrencilerin grafik, tablo ve denklem gibi farklı temsiller arasında geçiş yapabilmelerinin doğrusal ilişkileri anlamada kritik rol oynadığını ve eşitlik kavramının ilişkisel bir anlamda kavranmasının öğrenme sürecine olumlu katkı sağladığını vurgulamaktadır.

Tanışlı ve Kalkan (2018), sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal fonksiyonlar ve eğim kavramlarına ilişkin kavramsal anlayışlarını ve akıl yürütme becerilerini incelemiştir. Çalışma bulguları, öğrencilerin eğim kavramını çoğunlukla yüzeysel ve formül odaklı öğrendiklerini, çoklu temsiller (grafik, denklem, tablo) arasında geçişte zorlandıklarını ve kavramlar arası ilişkileri kurmakta yetersiz kaldıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca kavramsal anlayış ile akıl yürütme becerilerinin birbirini desteklediği vurgulanarak, öğretim süreçlerinin bu iki bileşeni bütüncül şekilde ele alması gerektiği önerilmektedir (Tanışlı ve Kalkan,2018).

Altun ve Durmaz (2013), yapılandırmacı öğrenme kuramı çerçevesinde geliştirdikleri öğretim modeliyle öğrencilerin doğrusal ilişkilere yönelik kavramsal anlayışlarını pekiştirmiştir. Gerçek yaşam bağlamında sunulan problemlerle desteklenen soyutlama süreçleri, öğrencilerin kavramsal bilgilerini derinleştirmiştir.

Teknolojinin öğretime entegrasyonu da doğrusal ilişkilerin kavranmasını kolaylaştıran önemli etkenlerden biridir. Deniz (2016), Geometri Sketchpad yazılımı kullanarak doğrusal denklemlerin öğretimini incelemiş ve çoklu temsiller ile teknolojinin kavramsal anlamaya katkısını vurgulamıştır. Bu çalışma, öğrencilerin temsil sistemleri arasında geçiş yapabilmesini destekleyen yaklaşımların önemini ortaya koymaktadır. Beatty ve Bruce (2012) tarafından yürütülen çalışmada öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin doğrusal ilişkileri keşfetme süreçlerini desteklemeye yönelik geliştirilen çevrim içi öğrenme nesnelerinin anlamayı nasıl etkilediği incelenmiştir. Araştırma bulguları, dijital araçların görsel ve etkileşimli özelliklerinin, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını geliştirmede önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Özellikle grafikler ve dinamik temsillerin, doğrusal ilişki kavramının somutlaştırılmasına katkı

sağladığı; bunun da öğrencilerin motivasyonlarını ve akademik başarılarını olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir.

Yıldırım ve Albayrak (2016), 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki konusunu tablo, grafik ve denklem gibi farklı temsil biçimleri üzerinden anlama düzeylerini incelemiştir. Araştırmada, öğrencilerin grafik temsilleri kullanarak doğrusal ilişkiyi belirlemede diğer temsillere göre daha başarılı olduğu; tablo oluşturma becerilerinin ise özellikle gerçek yaşam durumlarında ortaya çıktığı ortaya çıkmıştır. Denklem temsillerinde ise başarı düzeylerinin daha düşük olduğu görölmüştür. Araştırma, temsiller arası geçişlerde yaşanan güçlüklerin, kavramsal öğrenmeyi sınırladığını ortaya koymakta ve farklı temsil biçimlerinin etkili şekilde kullanımının öğretim sürecine entegre edilmesini önermektedir.

Gregg (2002), üniversite düzeyindeki öğrencilerle yürüttüğü çalışmada, doğrusal ilişkilerin öğretiminde somut materyallerin etkisini incelemiştir. Öğrenciler, küplerle oluşturulan desenleri devam ettirerek formüller geliştirmiş, bu desenleri Kartezyen düzleme aktarmış ve doğrusal denklemler ile grafikler arasındaki ilişkiyi görselleştirmiştir. Özellikle eğim kavramının somutlaştırılması, öğrencilerin denklem formuna geçişlerini kolaylaştırmıştır. Bu bulgular, somut ve görsel yaklaşımların kavramsal öğrenmeyi desteklemedeki etkisini ortaya koymaktadır.

Chiu, Kessel, Moschkovich ve Muñoz-Nuñez (2001), doğrusal ilişkilerin grafikleştirilmesi sürecinde öğrencilerin kavramsal gelişimini inceleyen bir vaka çalışması yürütmüştür. Öğrenci başlangıçta, $y=mx+n$ biçimindeki doğrusal denklemlerde sabit terimin grafiği yatay kaydırđığını düşünürken, süreç boyunca dikey kaydırma stratejisini de öğrenmiş ve iki stratejiyi birlikte kullanmaya başlamıştır. Öğrencinin önceki düşünme biçimini tamamen terk etmeden, üzerine yeni kavramsal anlayışlar inşa ettiği gözlemlenmiştir. Bu bulgular, kavramsal değişimin bir yeniden yapılandırma süreci olduğunu ve öğrencilerin kendi geliştirdikleri stratejilerin kavramsal derinliği artırmada önemli bir rol oynayabileceğini ortaya koymaktadır.

Joram, Hartman ve Trafton (2004) ise ölçüm, doğrusal ilişkiler ve veri analizi konularını bir arada ele alan bütüncül bir öğretim birimi geliştirerek, ilkokul öğrencilerinin erken cebirsel düşünme becerilerini desteklemeyi amaçlamıştır. İkinci ve dördüncü sınıf öğrencileriyle yürütölen çalışmada, yaş ve boy ilişkisi üzerinden veri toplanmış; bu veriler tablo ve grafiklerle

analiz edilerek öğrencilerin doğrusal ilişkiyi somut bir bağlamda kavramaları sağlanmıştır. Çalışma, bağlamsal ve çoklu temsile dayalı yaklaşımların erken yaşlarda bile etkili olabileceğini göstermektedir.

Wilkie ve Ayalon (2018), 7. sınıftan 12. sınıfa kadar olan öğrencilerin doğrusal ilişkiler konusundaki bilgi ve anlayışlarını farklı bağlamlar ve temsiller aracılığıyla incelemiştir. Çalışma, öğrencilerin doğrusal ilişkilere ait bilgilerini bağlama özgü biçimde kullandıklarını ve temsiller arası geçişte zorlandıklarını ortaya koymuştur. Özellikle değişim oranını yorumlama ve grafik-denklemler ilişkisini kurma konularında sıkıntılar gözlenmiştir. Araştırma, doğrusal ilişkilerin öğretiminde farklı temsiller arasında anlamlı ilişkiler kurmayı hedefleyen yaklaşımların gerekliliğini vurgulamaktadır.

1.6.2.2 Kavram yanlışları üzerine yapılan çalışmalar

Doğrusal ilişkiler konusundaki kavram yanlışlarını inceleyen çalışmalar, bu yanlışların çoğunlukla yüzeysel öğretim, temsil eksikliği ve bağlamdan yoksun içeriklerden kaynaklandığını ortaya koymaktadır.

Arnold ve Son (2011), Amerika Birleşik Devletleri'nde kullanılan beş farklı matematik ders kitabını incelemiş ve bu kitapların çoğunun doğrusal ilişkileri yüzeysel ele aldığını tespit etmiştir. Gerçek dünya bağlamlarına sınırlı yer verilmesi ve prosedürel çözüme odaklanılmasının, öğrencilerin kavramsal anlayış geliştirmesini engellediği ve kavram yanlışlarına zemin hazırladığını belirtmiştir. Bu nedenle, öğretim programı geliştiricilerin ve öğretmenlerin daha kavramsal ve bağlamsal içerikli materyaller kullanmaları önerilmektedir.

Ayber ve Tanışlı (2017), ortaokul matematik ders kitaplarını cebirsel düşünmeyi destekleyen genelleme etkinlikleri açısından incelemiş ve kitapların çoğunlukla işlem temelli genellemelere yer verdiğini, doğrusal ilişkiler ve değişkenler gibi temel kavramların genelleme yoluyla kavramsallaştırılmasında yetersiz kaldığı ifade edilmiştir. Özellikle temsiller arası geçişin (örneğin grafik, tablo, denklemler) yeterince desteklenmemesi ve genellemelerin hazır kurallarla şeklinde sunulması, öğrencilerin kavramsal anlamlandırma süreçlerini zayıflatmakta ve kavram yanlışlarına zemin hazırlamaktadır. Bu bulgular, kavram yanlışlarının yalnızca öğrencilerin

bireysel hatalarından değil, aynı zamanda öğretim materyallerinin yapısından da kaynaklanabileceğini göstermektedir.

Birgin (2012), sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal fonksiyonların eğimi konusundaki kavrayışlarını ve yaşadıkları kavram yanlışlarını incelemiştir. Öğrencilerin eğimi cebirsel temsille ifade etmede görece başarılı oldukları, ancak grafik temsil ve temsiller arası geçişte zorlandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, eğim ile x ve y eksenlerini kesme noktaları arasındaki ilişkiyi kavramakta güçlük çektikleri görülmüştür. Çalışma, geleneksel öğretim yöntemlerinin bu konudaki öğrenmeye olumsuz etkisini vurgulamakta ve kavramsal anlayışı geliştirmek için çoklu temsil kullanımını önermektedir. Benzer şekilde, Adu-Gyamfi, Bossé ve Stiff (2012), öğrencilerin doğrusal ilişkilerin tablo, grafik ve sembolik temsilleri arasında geçiş yaparken sıkça yorumlama, uygulama ve temsiller arası geçiş hataları yaptıklarını belirlemiştir. Bu bulgular, doğrusal ilişkilerin öğretiminde temsiller arası çeviri becerilerini geliştirmeye yönelik özel stratejilerin gerekliliğine dikkat çekmektedir.

Kavramsal yanlışlar yalnızca temsillerle sınırlı kalmamaktadır. Özsoy (2022), 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerle ilgili temel kavramlara yönelik metaforik algılarını incelemiş; bu algıların cinsiyet ve sosyoekonomik düzeye göre farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmıştır. Öğrenciler "denklem" için hayat, bulmaca ve terazi; "eğim" için rampa, yokuş ve kaydırak gibi metaforlar kullanarak kavramları somutlaştırmışlardır. Cinsiyete göre metafor üretiminde anlamlı farklar görülmüş, kız öğrenciler daha fazla metafor üretirken erkek öğrenciler daha çok görsel çizim yapmıştır. Ayrıca yüksek sosyoekonomik düzeye sahip öğrenciler daha çeşitli metaforlar geliştirmiştir. Öğretmen görüşleri, öğrenci metaforlarıyla büyük ölçüde örtüşmüş ve derslerde benzer kavramsal çağırışların kullanıldığı ifade edilmiştir. Çalışma, öğrencilerin zihinsel temsillerine ışık tutarak kavramsal öğrenme ve olası yanlışların anlaşılması açısından önemli veriler sunmaktadır.

Kavram yanlışlarını azaltmaya yönelik öğretim yaklaşımlarına da çeşitli çalışmalar ışık tutmaktadır. İşçi (2019), etkinlik temelli öğretim yöntemlerinin (çoklu temsiller, kavram karikatürleri, GeoGebra) kavram yanlışlarını azaltmadaki etkisini incelemiştir. Deney gruplarında anlamlı gelişmeler gözlemlenmiş; özellikle GeoGebra destekli öğretimin öğrenci başarısını en fazla artıran yöntem olduğu bulunmuştur. Kavram karikatürleri öğrencilerin

kavram yanlışlarını sorgulamalarını kolaylaştırmış, çoklu temsiller ise görsel destek sağlamıştır. Öğrenci görüşleri de bu yaklaşımların dersleri daha anlaşılır ve ilgi çekici hale getirdiğini göstermiştir.

Benzer şekilde, Cancan, Kalaç, Bilgin ve Yamaç (2019), 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik yürüttükleri çalışmada, %44,5 oranında kavram yanlışlığı saptamıştır. Özellikle sıralı ikililer, koordinat sistemi, grafik okuma, negatif sayı ilişkisi gibi alt başlıklarda yüksek oranda yanlış anlamalar görülmüştür. Araştırma, öğrenci merkezli ve etkinlik temelli öğretim yaklaşımlarının bu yanlışları azaltmada daha etkili olduğunu ortaya koymuş ve destekleyici etkinliklerin (grafik okuma, tamsayılar, denklemler) öğretim sürecine dahil edilmesini önermiştir.

Özellikle eşitlik kavramının yalnızca işlemsel bir sembol olarak algılanması, doğrusal ilişkiler konusunda karşılaşılan temel kavram yanlışlarından biridir (Manley, 2024). Bu durum, kavramsal öğretim stratejilerinin önemini bir kez daha vurgulamaktadır. Kavram yanlışlarını ortadan kaldırmak için yalnızca bilgiyi aktarmaya değil, öğrencilerin anlam kurmasına olanak tanıyan yapılandırmacı, bağlamsal ve çoklu temsile dayalı öğretim uygulamalarına ihtiyaç vardır.

1.6.2.3. Teori temelli yaklaşımlar üzerine yapılan çalışmalar

Doğrusal ilişkilerin öğretiminde teori temelli yaklaşımların, kavramsal anlamayı derinleştirmede ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede etkili olduğu görülmektedir. Bu bağlamda yapılan araştırmalar, özellikle modelleme, disiplinler arası entegrasyon, bilişsel süreç modelleri ve öğretim tasarımı gibi kuramsal yaklaşımların öğrenme sürecine katkı sağladığını ortaya koymaktadır.

Modelleme ve disiplinler arası yaklaşımlar, öğrencilerin soyut kavramları gerçek yaşam bağlamında anlamlandırmalarını kolaylaştırmaktadır. Sönmez ve Özgün-Koca (2020), matematik ve biyoloji disiplinlerini entegre ettikleri çalışmalarında, fotosentez süreci üzerinden doğrusal ilişkilerin grafik ve cebirsel temsillerle incelendiği bir etkinlik tasarlamış ve öğrencilerin bu temsiller arasında ilişki kurma becerilerinde gelişme sağlandığını göstermiştir. Benzer şekilde, Kroon (2016), “Spaghetti Bridges” etkinliğiyle öğrencilerin fiziksel modeller

aracılığıyla veri topladıkları, grafikler oluşturdukları ve doğrusal ilişkileri cebirsel temsillere dönüştürdükleri bir öğrenme süreci tasarlamış; bu sürecin çoklu temsil becerilerini ve kavramsal anlayışı geliştirdiğini belirtmiştir.

Keleş (2024), sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki öğrencilerin bilişsel matematiksel modelleme süreçlerini incelemiş ve özellikle doğrulama aşamasında zorluk yaşadıklarını, ancak modelleme etkinliklerinin genel anlamda öğrenmeyi derinleştirdiğini bulgulamıştır. Karabaş (2016), matematik öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçlerini ve bu süreçlerde gösterdikleri bilişsel modelleme yeterliklerini incelemiş ve modelleme süreçlerinde gösterilen yeterliklerin problem türlerine göre değişebildiği sonucuna ulaşmıştır. Uygun ortam ve planlı modelleme etkinlikleri sağlandığında öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin gelişebileceğini savunmuştur.

Bilişsel süreç modellerine dayalı araştırmalar, öğrencilerin soyut kavramları nasıl yapılandığını anlamak açısından önemli katkılar sunmaktadır. Memnun ve Altun (2012a), çalışmalarında öğrencilerin “doğrunun denklemi” kavramını nasıl soyutladıklarını RBC+C modeli çerçevesinde incelemiştir. Tanıma, inşa ve kontrol aşamalarının öğrencilerin kavramsal yapılandırma sürecinde nasıl işlediği analiz edilmiş ve öğretmenlerin bu geçişleri tanımasının önemi vurgulanmıştır. Aynı araştırmacılar, soyut düşünme düzeyi yüksek olan doğrusal denklemler konusunu ele aldıkları bir başka çalışmada, öğrencilerin tablo oluşturma, grafik çizme ve formül yazma süreçlerindeki zorluklarını gözlemlemiş; buna rağmen grafik ve denklem ilişkisini kavrayabildiklerini ortaya koymuştur (Memnun ve Altun, 2012b).

Bağrıyanık (2020), sekizinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada farklılaştırılmış öğretimin etkilerini incelemiş; deney grubundaki öğrencilerin akademik başarılarının, öz-düzenleme stratejilerinin ve motivasyonel inançlarının kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğunu belirlemiştir. Ancak üstbiliş farkındalığı açısından anlamlı fark gözlenmemiştir. Çalışma, farklılaştırılmış öğretimin öğrenme sürecine katkı sağlayabileceğini göstermektedir.

Öğretmen yeterliği ve öğretim programları üzerine yapılan çalışmalar da kavramsal öğretimin kalitesini belirleyen önemli unsurlar arasında yer almaktadır. Lewis ve Blunk (2012), öğretmenlerin matematik öğretim bilgisi düzeyleri ile materyal kullanma biçimlerinin doğrusal ilişkilerin öğretim sürecine etkisini incelemiştir. Aynı öğretim programı kullanan ancak farklı

öğretim bilgisi seviyelerine sahip iki öğretmenin ders uygulamaları karşılaştırıldığında, yüksek öğretim bilgisine sahip öğretmenin kavramsal açıklamalarının daha doğru ve derinlikli olduğu, öğrencileri derse aktif biçimde dâhil ettiği görülmüştür. Buna karşılık düşük öğretim bilgisine sahip öğretmenin sınırlı açıklamalarla yetindiği ve bazı matematiksel hatalar yaptığı tespit edilmiştir. Materyal kullanımının bu hataları kısmen telafi edebildiği, ancak kavramsal derinlik açısından yetersiz kaldığı belirtilmiştir.

1.6.3 OSA ile ilgili çalışmalar

OSA, matematiksel öğrenmeyi ve öğretimi, çok katmanlı anlamsal sistemler aracılığıyla analiz eden kuramsal bir çerçeve sunar. Bu yaklaşımda, matematiksel nesneler, pratikler, normlar ve gösterge sistemleri gibi öğeler bütüncül olarak ele alınmaktadır (Burgos ve Godino 2019).

Burgos ve Godino (2019), orantılı düşünme süreçlerini OSA çerçevesinde analiz etmiş ve öğrencilerin aritmetik açıklamalardan daha formel cebirsel düşünmeye geçiş yaptıklarını gözlemlemiştir. Bu bulgu, cebirsel düşünmenin erken yaşlarda yapılandırılabilmesine işaret etmektedir. Aké vd. (2013) ise geometrik örüntüler yoluyla öğrencilerin genelleme ve somutlaştırma süreçlerini inceledikleri çalışmada, OSA'nın cebirsel düşünmenin gelişiminde nasıl kullanılabileceğini göstermiştir. Yazarlar, matematiksel etkinliklerde cebirleşme seviyelerini tanımlamak amacıyla OSA'dan yararlanarak, ilkökul öğretmenlerinin sınıf içinde cebirsel düşünmeyi teşvik etmelerine olanak sağlayacak kuramsal bir model geliştirmişlerdir. Makalede, cebirsel nesne ve süreç türleri belirlenerek öğrencilerin matematiksel uygulamalarının cebirsel nitelik taşıyıp taşımadığı değerlendirilmektedir. Ayrıca, cebirsel düşünmenin farklı düzeylerini temsil eden prototipik öğrenci yanıtlarına yer verilmekte ve bu modelin, öğrencilerin matematiksel genelleme, temsiller aracılığıyla düşünme ve işlem becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayabileceği öne sürülmektedir.

Castro ve Godino (2009), öğretmen adaylarının cebirsel problemleri çözerken kullandıkları bilişsel yapıları incelemiş ve aritmetik ile cebirsel çözüm yaklaşımlarının farklı semiyotik kodlara dayandığını ortaya koymuştur. Bu bulgu, OSA'nın anlam çatışmalarını belirleme ve sınıflandırmada nasıl işlevsel olduğunu göstermektedir.

Burgos vd (2024) çalışmalarında cebirsel akıl yürütmenin gelişimini incelemek için OSA kullanmışlardır. Matematiksel bilgi ve öğretim süreçlerini analiz etmek ve farklı cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için OSA'nın teorik araçlarından faydalanmışlardır.

Juniati ve Sulaiman (2018) öğrencilerin iki bilinmeyenli doğrusal denklem sistemlerini çözerken kullandıkları semiyotik kodları OSA kapsamında değerlendirmiştir. Özellikle sembolik, grafik ve sözel temsiller arasında bütünlüklü geçiş sağlayamayan öğrencilerde, kavramsal öğrenme eksiklikleri belirlenmiştir. Araştırma, OSA'nın sunduğu teorik araçların, öğrencilerin öğrenme engellerini tanımlama ve öğretim stratejilerini yeniden yapılandırma açısından önemli fırsatlar sunduğunu ortaya koymaktadır.

Son yıllarda, doğrusal ilişkiler bağlamında OSA'yı kullanan araştırmalar da artmaktadır. Rodríguez-Nieto vd. (2023b), vektör ve doğrusal denklem problemlerinde öğrencilerin matematiksel anlam oluşturma süreçlerini OSA ile incelemiş; temsiller arası geçişlerin ve çözüm stratejilerinin semiyotik analizini yapmışlardır. Benzer şekilde, Erbilgin ve Gningue (2023), doğrusal ilişkilerde öğrencilerin farklı temsillerle (grafik, tablo, denklem) kurduğu ilişkileri OSA'nın epistemolojik araçlarıyla analiz etmiş ve temsiller arası anlam inşasının öğretim sürecinde nasıl desteklenebileceğini göstermiştir.

Rachma ve Rosjanuardi (2021), diziler ve seriler konusundaki öğrenme engellerini OSA çerçevesinde inceleyerek, öğrencilerin anlam kurma sürecinde karşılaştıkları bilişsel sınırlamalar detaylı biçimde analiz edilmiştir. Temsiller arası geçişin, kavramsal anlama katkı sunduğu ve öğrenme sürecinde semiyotik çatışmaların belirleyici rol oynadığı vurgulanmıştır. Semiyotik çatışmalar, temsil eksiklikleri ve kavramsal belirsizlikler doğrusal ilişkiler bağlamında da benzer şekilde gözlemlenebilir olduğundan, bu çalışma OSA'nın bilişsel engelleri tanımlama kapasitesini örneklemektedir.

OSA, matematiksel öğrenme süreçlerini anlamak için güçlü bir çerçeve sunarken, çeşitli teorik yaklaşımlarla birleştirilerek daha bütüncül analizlere de olanak sağlamaktadır. Drijvers, Godino, Font ve Trouche (2013) tarafından yürütülen çalışmada, öğrencilerin bilgisayar cebir sistemleriyle etkileşimleri hem Enstrümantal Oluşum Teorisi ile hem de OSA çerçevesinde yorumlanmış; bu ikili bakış açısının öğrenme süreçlerini çok boyutlu incelemeye katkı sunduğu ortaya konmuştur. Borji, Erfani ve Font (2020)'un gerçekleştirdiği çalışmada ise, APOS teorisi

ile OSA birlikte kullanılarak öğrencilerin kutupsal koordinatları anlamlandırma biçimleri analiz edilmiş, özellikle kavramsal yapıların oluşturulması sürecinde bu iki yaklaşımın birbirini tamamlayıcı nitelikte olduğu vurgulanmıştır. Rodríguez-Nieto vd. (2023b) ise genişletilmiş bağlantı kuramı ile OSA'yı birleştirerek, öğrencilerin bir fonksiyon ile türev fonksiyonu arasında kurdukları kavramsal ilişkileri çok düzeyli analiz etmiştir. Benzer biçimde, Vergel ve arkadaşları (2023), OSA ile Nesneleştirme Kuramı'nı karşılaştırarak cebir öğretimindeki farklı kuramsal bakış açılarını incelemiş, her iki teorinin de öğrencilerin cebirsel anlam yapılarını açıklamada nasıl farklı açılardan katkı sağladığını ortaya koymuştur. Bu çalışmalar, OSA'nın diğer teorilerle birlikte kullanıldığında matematiksel anlam oluşturma süreçlerinin daha derinlemesine ve kapsamlı biçimde analiz edilebileceğini göstermektedir.

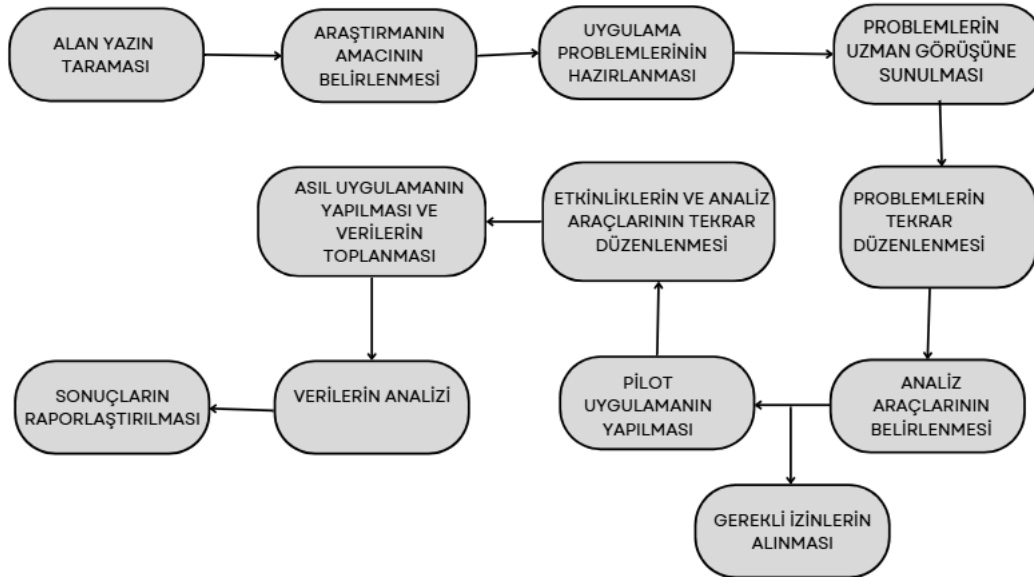
İKİNCİ BÖLÜM

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmada kullanılan model, araştırmanın nasıl ve nerede yapılacağı, katılımcılar, pilot çalışma süreci, araştırma sürecinde yer verilen veri toplama araçları, bu araçların oluşturulma süreçleri, uygulama süreçleri, veri toplama araçları ile toplanan verilerin nasıl analiz edildiği ve kullanılan kodlamaların kısaltmaları hakkında açıklamalara yer verilecektir. Araştırma süreci Şekil 2.1’de gösterilmiştir.

Şekil 2.1

Araştırma süreci akış şeması



2.1 Araştırma Deseni

Bir araştırmanın yöntemi ve deseni; araştırmanın amacına, çalışılan grubun ve ortamın özelliklerine göre şekillenir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırmada, amaca ve çalışılan grubun özelliklerine uygun olarak belirlenen nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, araştırmacının gerçek yaşam, güncel sınırlı bir sistem (bir durum) içerisindeki durumlar hakkında gözlemler, görüşmeler, görsel-işitsel materyaller,

belgeler ve raporlar gibi birden fazla bilgi kaynağı aracılığıyla detaylı ve derinlemesine bilgi topladığı, bir durum betimlemesi ortaya koyduğu nitel bir yaklaşımdır (Creswell, 2016).

Bu çalışmada, henüz doğrusal ilişkiler konusunu bilmeyen 8. Sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişkiler kavramını anlama ve inşa etme süreçlerinde etkinlikler yardımıyla ortaya koydukları bilişsel eylemleri incelemek amacıyla durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir. Durum çalışması, bir olguyu anlamak için potansiyel önemi olan çok sayıda değişken içeren karmaşık sosyal birimleri araştırma imkânı verir (Merriam,2013). Araştırmadaki veriler, iki kişiden oluşan bir grubun etkinliği çözme sürecini içeren tekli durum olarak analiz edilmiştir. Tekli durum çalışmasının kullanılmasının nedeni, grubun etkinliği çözerken oluşturduğu eylemleri mümkün olduğunca ayrıntılı incelemektir. Ayrıca, öğrencilerin bilgiyi oluşturma sürecini incelemek için onto-semiyotik yaklaşımın teorik ve metodolojik araçları kullanılmıştır.

2.2 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Veri toplama araçları olarak 3 açık uçlu uygulama probleminden oluşan 9 tane çalışma kâğıdı kullanılmıştır. Uygulama problemlerini oluşturulma aşamasında, literatürde doğrusal ilişkiler konusuna ilişkin yapılan araştırmalar incelenmiştir. Bu araştırmaların incelenmesiyle doğrusal ilişkiler konusuna ilişkin öğrencilerin kavram yanılgıları, bilgiye ulaşma, anlama veya yorumlama süreçlerinde karşılaştıkları sorunlar belirlenerek bilginin inşa edilme sürecinde yararlı olacağı öngörülen şekilde problemler oluşturulmuştur. Özellikle Analitik Geometri 'ye ilişkin kavramların öğrenilmesi esnasındaki bilgi oluşumunun (soyutlamanın) niteliğinin değerlendirilmesini amaçlayan bir doktora tezindeki veri toplama araçları (Memnun,2011) incelenerek, bu kapsamda sorular oluşturulmuş ve eğitim alanında uzman altı eğitimcinin görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşü doğrultusunda çalışma kağıtlarına son hali verilip uygulamaya hazır hale getirilmiştir (Şekil 2.2). Aynı zamanda uygulama sorularının güvenilirliğini artırmak için öğrenciler ile pilot çalışma yapılmıştır.

Şekil 2.2

Veri toplama aracı, uygulama problemi

Bisiklet Kiralama

Bir bisiklet kiralama şirketi, müşterilerine farklı kiralama seçenekleri sunmaktadır. Kullanım öncesi başlangıç için 30 TL, ardından kullanılan her saat için ise 20 TL ücret alınmaktadır. Bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığına bağlı olarak ödeyeceği ücreti hesaplamak istiyoruz.

1. Bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığını bilmiyoruz. Müşterinin kiraladığı saat ile bu saate bağlı olarak ödeyeceği ücreti gösteren bir tablo oluşturunuz.
2. Oluşturduğunuz tablodan da yararlanarak bisikletin kiralandığı saat ve ödenen ücret arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade ediniz.
3. Bisikletin kiralandığı saat ve ödenen ücret birimlerini bir değişken ile ifade ediniz.
4. Oluşturduğunuz tablodan yararlanarak bisikletin kiralandığı saat ile ödenen ücret arasındaki ilişkiyi gösteren denklemi oluşturunuz. Denkleminizdeki her bir değişkenin hangi birime karşılık geldiğini belirtiniz.
5. Müşterinin bisikleti saat cinsinden kiraladığı zaman ile ödediği ücret arasındaki ilişkiyi gösteren bir grafik çizin.
6. Oluşturduğunuz grafiğe göre bir müşterinin 5 saat bisiklet kiralaması için ne kadar ödeme yapması gerektiğini hesaplayınız. Yukarıda oluşturduğunuz denklemi kullanarak da aynı soruya çözüm bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
7. Bir müşterinin 310 TL parası var ise en fazla kaç saat bisiklet kiralayabilir? Hem oluşturduğunuz denklem yardımıyla hem de grafik yardımıyla bulunuz ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.
8. Tablodaki ve grafikteki çözüm biçimlerinin uygunluğunu değerlendiriniz. Hangisini kullanarak sonuca ulaşmak size göre daha kullanışlıdır? Nedenlerini belirtiniz.

Konunun derinlemesine incelenebilmesi amacıyla, uygulama sonrasında gerçekleştirilecek yarı yapılandırılmış görüşmelerde kullanılmak için Ek-3'te yer alan görüşme soruları kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede kullanılan görüşme soruları, öğrencilerin uygulama problemlerinde yer alan görevlere ilişkin çözümlerini detaylandırmalarına yönelik hazırlanmıştır. Öğrencilerin nasıl düşündüklerini, argümanlarının temellerini neye dayandırdıklarını, kavram yanılgılarını anlayabilmeye olanak sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Görüşme sırasında sorulan soruların öğrenci seviyesine uygunluğuna dikkat edilmiştir. Görüşmeler ses kaydına alınıp daha sonra dökümleri yapılarak analiz edilmiştir.

2.2.1 Veri toplama araçlarının geçerliği ve güvenirliği

Nitel araştırmaların, olay ve olguların kendi doğal ortamlarında gerçekleştiği varsayımından hareketle, nitel bir araştırmada herhangi bir örneklemden elde edilen verilerin ve sonuçların, farklı bir örneklemden birebir aynı şekilde gerçekleşemeyeceği ilkesi benimsenir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu bağlamda, nitel araştırmalarda genelleme yapmak mümkün değildir. Yin'in (2014'ten aktaran Saban ve Ersoy, 2017) belirttiği üzere, nitel araştırmalarda özellikle durum çalışmaları bağlamında araştırmanın değerini belirleyebilmek için dört temel ölçüt dikkate alınır: yapısal geçerlik, iç geçerlik, dış geçerlik ve güvenirlik. Lincoln ve Guba (1985'ten aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008), nitel araştırmalar için uygun ölçütler geliştirerek; iç

geçerlilik yerine inandırıcılık, dış geçerlilik yerine aktarılabilirlik, iç güvenilirlik yerine tutarlılık, tarafsızlık yerine ise teyit edilebilirlik kavramlarını önermiştir (Tablo 2.1).

Tablo 2.1

Durum çalışmasında kullanılan Geçerlik ve Güvenirlik Stratejileri

Ölçütler	Kullanılan stratejiler
İnandırıcılık (İç geçerlik)	Uzman görüşü, veri çeşitlemesi, yarı yapılandırılmış görüşmeler, pilot uygulama
Aktarılabilirlik (Dış geçerlik)	Katılımcı profilleri, bağlam açıklamaları, görev ve soruların çeşitliliği
Tutarlılık (İç güvenilirlik)	Kodlama süreci, tema oluşturma açıklamaları, araştırmacı notları
Teyit edilebilirlik (Tarafsızlık)	Görüşme kayıtları, ses dosyaları, analiz süreci dökümantasyonu

İnandırıcılık, araştırma sürecinin ve bulgularının güvenilirliğini artırmak için yürütülen süreçlerin şeffaf ve izlenebilir olmasını ifade eder (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada, oluşturulan açık uçlu sorular ve uygulama problemleri, alanında uzman 6 eğitimci tarafından incelenmiş ve içerik açısından değerlendirilmiştir. Ayrıca bu uzmanlardan 3'üyle birebir görüşmeler gerçekleştirilmiş ve elde edilen geri bildirimler doğrultusunda veri toplama araçlarında gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca bu araçlar, iki kişilik bir öğrenci grubuna uygulanarak pilot çalışmadan geçirilmiş ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının geçerliğini artırmak için uygulama problemlerinden sonra yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerle veri çeşitlemesine de başvurulmuş, böylece derinlemesine analiz yapabilmek mümkün olmuştur. Aktarılabilirlik ölçütü çerçevesinde, katılımcı profilleri ve araştırmanın yürütüldüğü bağlam ayrıntılı biçimde tanımlanmış; problem setleri farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilere uygulanabilecek şekilde çeşitlendirilmiştir. Tutarlılık açısından, elde edilen veriler araştırmacı ve danışman tarafından açık kodlama yöntemiyle analiz edilmiş; kod ve temaların oluşum süreci araştırmacı notlarıyla desteklenerek belgelenmiş ve analiz sürecinin mantığı açıklanmıştır. Son olarak, teyit edilebilirlik ölçütü kapsamında tüm görüşmeler sesli olarak kayıt altına alınmış, transkriptler oluşturulmuş ve analiz süreci boyunca sistemli bir denetleme izi tutulmuştur. Bu uygulamalar sayesinde, araştırma bulgularının başka araştırmacılar tarafından da gözlemlenebilir ve doğrulanabilir olması sağlanmıştır.

2.3 A Priori Analiz

A priori analiz, öğrenme görevleri uygulanmadan önce yapılan değerlendirme olarak, ders planlamasında hem öğretmen hem de araştırmacı için vazgeçilmez bir araçtır. Özellikle Didaktik Durumlar Teorisi'ne (Brousseau, 1997) dayalı olarak yapılandırıldığında, öğrenme ortamında karşılaşılabilecek senaryoların öngörülmesine katkı sağlar. Rumanová (2022), didaktik durumlar teorisi çerçevesinde ele aldığı A priori analizin, araştırmacıların ders planlamasında karşılaşılabilecekleri zorlukları tahmin etmede ve öğrencilerin öğrenme süreçlerini desteklemede etkili bir araç olduğunu belirtmiştir. Araştırmacıya göre, bu analiz sadece görevlerin teorik temellerini değil, aynı zamanda öğrencinin sahip olması gereken bilgi ve becerileri, öngörülen stratejileri ve muhtemel hataları da içermelidir.

Bu çalışmada kullanılan A priori analiz çerçevesi, Rumanová'nın (2022) yaklaşımından esinlenilerek geliştirilmiştir. Rumanová, analiz sürecini görevlerin matematiksel içeriği, didaktik hedefleri, öğrenci profilleri ve beklenen çözüm yolları üzerine inşa etmiştir. Bu doğrultuda, her görev için tematik sınıflandırmalar yapılmış; hedeflenen bilgi ve beceriler, çözüm yolları ve olası hata türleri analiz edilmiştir.

Ayrıca, Godino'nun (2011) geliştirdiği didaktik uygunluk göstergeleri de analiz sürecine temel oluşturmuştur. Godino, öğrenme süreçlerinin değerlendirilmesinde kavramsal, epistemolojik, bilişsel, didaktik ve ekolojik olmak üzere beş boyutun dikkate alınmasını önerir. Bu çerçevede görevler, yalnızca matematiksel bilgiyle değil, aynı zamanda öğrencinin sürece aktif katılımını sağlayacak pedagojik stratejilerle ilişkilendirilmiştir. Örneğin, değişken tanımlama, tablo ve grafik oluşturma, denklem kurma gibi beceriler hem bilişsel hem de epistemolojik boyutlar açısından değerlendirilmiştir.

Araştırma sürecinde oluşturulan tablolar (bkz. Tablo 2.2, Tablo 2.3 ve Tablo 2.4), bu çerçevenin uygulama öncesine dair kapsamlı veriler sunmaktadır. Her görev için öğrencinin sahip olması gereken ön bilgi ve beceriler ile beklenen doğru ve yanlış çözüm stratejileri sistematik şekilde belirlenmiştir. Bu yapı sayesinde görevler henüz uygulanmadan olası öğrenme zorlukları öngörülmüş ve öğretim sürecine yönelik rehberlik sağlanmıştır.

Tablo 2.2*Araştırma Sorularının Teorik Dayanağı ve Görev Sınıflandırması*

		S1	S2	S3
Görevin Sınıflandırıldığı Tematik Birim	Cebirsel düşünme, doğrusal ilişkileri farklı temsil etme.	+	+	+
Görev Hedefi	İlişkileri sözel olarak ifade etme.	+	+	+
	Değişken tanımlama	+	+	+
	Tablo düzenleme	+	+	+
	Grafik düzenleme	+	+	+
	Denklem kurma	+	+	+
	Düzenli artışları denklemlerle ifade edebilme.	+	+	+
	Temsiller arası geçiş yapabilme.	+	+	+
	Uygun temsili seçme	+	+	-
	Temsilleri karşılaştırma (ekonomiklik vs.)	+	+	-
	Doğrusal fonksiyonların kesişimini anlama.	-	-	-
	Veriyi grafik üzerinden anlamlandırarak gerçek yaşamla ilişkilendirme.	+	+	+
	Doğru denklem formülünü oluşturma	-	-	+
Çözüm zaman aralığı		15-20 dk	20-25 dk	15-20 dk

Tablo 2.2, araştırmada kullanılan görevlerin tematik sınıflandırmasını ve her bir görevin hedeflediği bilgi ve becerileri sistematik biçimde ortaya koymaktadır. Görevler, doğrusal ilişkilerin farklı temsillerle ifade edilmesi, temsiller arası geçiş yapılması ve uygun temsillerin seçilmesi gibi beceriler doğrultusunda yapılandırılmıştır. Ayrıca, görevlerin çözüm süresine

ilişkin öngörüler de sunularak öğretim sürecinin planlanmasına yönelik pratik bilgiler sağlanmıştır.

Tablo 2.3

Didaktik Değişkenler

Öğrencilerin Sahip Olmaları Gereken Bilgi Ve Becerileri	Temel aritmetik bilgisi	+	+	+
	Temel tablo oluşturma bilgisi *	+	+	+
	Grafik çizme bilgisi (rehberlik gerekebilir.)	+	+	+
	Değişken tanımlayabilme (rehberlik gerekebilir)	+	+	+
	Denklem kurabilme (rehberlik gerekebilir)	+	+	+
	2 grafik oluşturma (rehberlik gerekebilir)	-	+	-

Tablo 2.3 öğrencilerin görevleri başarıyla tamamlayabilmeleri için sahip olmaları gereken ön bilgi ve becerileri tanımlamaktadır. Temel aritmetik işlemlerden grafik çizimine kadar uzanan bu beceriler, öğrencilerin problem çözme sürecindeki bilişsel gereksinimlerini yansıtmaktadır. Ayrıca, bazı becerilerin rehberlik gerektirdiğinin belirtilmesi, öğretim sürecinde farklılaştırılmış destek ihtiyacına dikkat çekmektedir. Bu yönüyle tablo, görevlerin didaktik uygunluğunu değerlendirmede önemli bir araç işlevi görmektedir.

Tablo 2.4

Problem Çözme Stratejileri

Doğru Stratejiler	Verileri tabloda düzenleme	Tablo kullanarak ilişkiyi analiz etme
	Denklem kurma ve denklemini çözme	Denklem kullanarak istenen veriye ulaşma
	Sözel ifadeyle ilişki kurma	Grafik kullanarak istenen veriye ulaşma
	Grafik-Tablo-Denklem ilişkileri kurma	Grafik üzerinden yorum yapma
Yanlış Stratejiler	Verileri tabloda düzenleyememe	Başlangıç miktarlarını denkleme yanlış ekleme
	Tablo ile denklem ilişkisini kuramama	Grafikte doğrusal oranı yanlış gösterme
	Değişken tanımlayamama	Grafik eksenlerini yanlış isimlendirme
	Denklemini kuramama	Satış/maliyet, sabit ve saatlik ücret farklarını ayırt edememe
	Denklemini hatalı kurma	Problem durumunu gerçek yaşamdan kopuk ifade etme.

Tablo 2.4 öğrencilerin doğrusal ilişkilere dayalı görevlerde kullanabilecekleri doğru ve yanlış problem çözme stratejilerini karşılaştırmalı olarak sunmaktadır. Doğru stratejiler, temsiller arası ilişki kurma, grafik yorumlama ve denklem kurma gibi beceri temelli yaklaşımları içerirken; yanlış stratejiler, kavramsal eksiklikler ve temsillerin hatalı kullanımıyla ilişkilidir. Bu yapı, öğretim sürecinde karşılaşılabilecek olası öğrenme zorluklarını önceden belirlemeye ve öğretimsel müdahaleleri planlamaya olanak tanımaktadır.

2.4 Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışmasının amacı öğrencilerin problemleri anlamakta sıkıntı yaşayıp yaşamadığını belirlemek, uygulama problemlerine verilen sürenin yeterliliğini test etmek, uygulamada karşılaşılabilecek eksiklikleri fark edip önceden önlem almaktır.

Pilot çalışmanın katılımcılarını 2024-2025 eğitim öğretim yılı Bilecik ili Bozüyük ilçesinde araştırmacının aynı zamanda öğretmen olarak çalıştığı ortaokulun 8. Sınıfına devam eden 2 öğrenci oluşturmuştur. Pilot uygulamanın katılımcılarının belirlenmesi sürecinde araştırmacı öğretmenin dersine girdiği, okul sonrası zamanda çalışmaya katılabilecek, belirlenen öğrenci ölçütlerine uygun ve matematik ders başarısı orta ve üstü olan öğrencilerden gönüllü olan biri kız diğeri erkek 2 öğrenci ile çalışmanın yürütülmesine karar verilmiştir.

Uygulamada, öğrencilere 1 ve 2 numaralı uygulama problemleri sırasıyla verilmiş ve grup olarak çalışmayı gerçekleştirmeleri beklenmiştir. Pilot çalışma sonunda, uygulama problemleri için öngörülen sürenin yeterli olmadığı fark edilmiştir. Esas uygulama için öğrencilere verilecek süre yeniden düzenlenmiştir (Tablo 2.5). Öğrencilerin uygulama problemlerinde anlamakta zorluk çektikleri bir durum gözlenmemiştir. Pilot uygulama sürecinde, bir numaralı uygulama probleminin öğrenci düzeyine göre oldukça basit olduğu ve diğer problemlerle içerik açısından tekrar oluşturabileceği değerlendirilmiş; bu nedenle söz konusu problemin uygulanmamasına karar verilmiştir. Öğrencilerin doğru denklemi bilgi oluşturma süreci aşamalarını daha detaylı inceleyebilmek için esas uygulamada her öğrenci seviye grubu ile farklı zamanda çalışılmasına karar verilmiştir. Önceden hazırlanan görüşme sorularının yeterli olduğu kararlaştırılmıştır.

Pilot uygulama esnasında, öğrencilerin farklı kişilik özelliklerinin uygulama sürecini etkilediği ve özellikle baskın karakterli öğrencinin diğer öğrencinin kararlarını etkilediği bir tutum sergilediği gözlemlenmiştir. Bu durum üzerine, esas uygulama için seçilen öğrenciler tekrar

değerlendirilmiş ve ders öğretmenleriyle istişare sonucunda, karakter açısından birbirleriyle uyumlu öğrencilerin seçilmesine karar verilmiştir.

Tablo 2.5

Uygulama Problemleri için öğrencilere verilecek süre

	S1	S2	S3
Çözüm zaman aralığı	25-30 dk	25-30 dk	20-25 dk

2.5 Esas Uygulama

2.5.1 Araştırmanın katılımcıları ve araştırmacının rolü

Araştırmanın katılımcılarını 2024- 2025 eğitim öğretim yılı Bilecik ili Bozüyük ilçesinde araştırmacının aynı zamanda öğretmen olarak çalıştığı ortaokulun 8. sınıfına devam eden 6 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın yapılacağı katılımcı grubu belirlendikten sonra, bu grup içerisinde ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak belirli kriterlere uygun öğrenciler seçilmiştir. Ölçüt örnekleme, araştırmanın amacına uygun bilgi sağlayabilecek bireylerin sistematik olarak seçilmesini sağlayan bir amaçlı örnekleme türüdür (Patton, 2002). Baltacı (2018) çalışmasında, nitel araştırmalarda geçerliliğin sağlanmasında ölçüt örneklemenin önemli bir rol oynadığını ve özellikle eğitim bilimleri alanında sıkça tercih edildiğini vurgulamıştır. Bu örnekleme yöntemi, belirli bir durumu deneyimlemiş ya da araştırmanın odaklandığı konuya ilişkin özelliklere sahip bireylerin derinlemesine incelenmesini mümkün kılar (Coyne, 1997). Ayrıca, seçilen öğrenciler gönüllülük esasına göre belirlenmiş ve araştırmaya katılımları kendi istekleriyle gerçekleşmiştir.

Bu kapsamda, 8. sınıflardan yapılacak öğrenci seçiminde dikkat edilecek ölçütler şunlar olmuştur:

- Çok iyi (karne notu 90-100) iyi (karne notu 80-90) ve orta (70-80) matematik başarısına sahip 2’şer öğrenci seçimi
- Araştırmada belirlenen kazanımlara sahip olmamakla birlikte bunlara temel oluşturan ön bilgilere sahip olmaları

Bu ölçütler, hem öğrencilerin heterojen başarı düzeylerini temsil etmesine hem de araştırmanın odaklandığı kavramları anlamaya hazır bir bilişsel temele sahip olmalarına olanak tanımıştır.

Nitel araştırmalarda katılımcıların amaçlı olarak seçilmesi, verilerin zenginliği ve araştırmanın geçerliliği açısından önemlidir (Palinkas vd., 2015).

Seçilen 6 öğrenci, başarı düzeyleri dikkate alınarak üç gruba (G1, G2, G3) ayrılmıştır. Her grupta, başarı düzeyi birbirine yakın olan iki öğrenci yer almıştır. Grup 3 en yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerden, Grup 1 ise en düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerden oluşturulmuştur. Gruplar oluşturulurken yalnızca akademik başarı değil, aynı zamanda öğrencilerin kişilik özellikleri ve sosyal ilişkileri de göz önünde bulundurulmuştur. Özellikle öğrencilerin birbirlerini tanıyor olmalarına ve grup içi etkileşimi olumsuz etkileyebilecek karakter zıtlıklarının bulunmamasına dikkat edilmiştir. Uygulama sürecinde her grup, problem çözme görevlerini birlikte çalışarak tamamlamıştır. Veri analizinde öğrenciler grup düzeyinde kodlanmış ve G1, G2, G3 şeklinde tanımlanmıştır. Grup içindeki bireysel öğrencilere ayrı kodlar verilmemiştir; çünkü analiz süreci, grup etkileşimi ve ortak üretim süreçlerine odaklanmaktadır.

Araştırmacı, uygulama sürecinde hem kolaylaştırıcı hem de gözlemci bir rol üstlenmiştir. Öğrencilerin doğal öğrenme ortamlarında rahatça ifade verebilmeleri ve etkileşim kurabilmeleri için araştırmacı, yönlendirici müdahalelerden kaçınmış; yalnızca gerektiğinde açıklayıcı ya da destekleyici geri bildirimlerde bulunmuştur. Araştırma öncesinde gerçekleştirilen pilot uygulama da öğrencilerle iletişim biçimini ve ne düzeyde yönlendirme yapılması gerektiğini belirleme açısından yol gösterici olmuştur. Bu yaklaşım, öğrencilerin düşünce yapılarını serbestçe ortaya koymalarını ve özgün çözüm yolları geliştirmelerini desteklemeyi amaçlamaktadır. Yaklaşık 16 yıllık öğretmenlik geçmişine sahip olan araştırmacı, bu deneyimini araştırma sürecine yansıtmıştır. Ayrıca lisansüstü eğitim sürecinde nitel araştırma yöntemleri ve OSA üzerine kuramsal bilgi edinmiş; bu doğrultuda benzer bir çalışmayı seminer dersi kapsamında da yürüterek uygulama deneyimi kazanmıştır. Sahip olduğu bu mesleki bilgi birikimi ve araştırma deneyimi, sürecin planlı ve anlamlı şekilde yürütölmesini sağlamıştır.

2.5.2 Veri toplama süreci

Veriler öğrencilere problem çözümünün istendiği uygulama aşaması ve uygulama sonrası öğrencilerle yapılacak yarı yapılandırılmış görüşmelerde toplanmıştır. Esas uygulama Tablo 2.6’da yer alan tarihlerde, okul saatleri sonrasında, okul kütüphanesinde yapılmış, öğrenciler 2 kişilik gruplar halinde çalışmalarını gerçekleştirmişlerdir.

Tablo 2.6*Görevleri uygulama takvimi*

Uygulama Problemi	Kodu	Uygulama Tarihi
Bisiklet Kiralama	S1	06.01.2025
Maddi Durum Problemi	S2	08.01.2025
Grafik Yorumlama	S3	09.01.2025

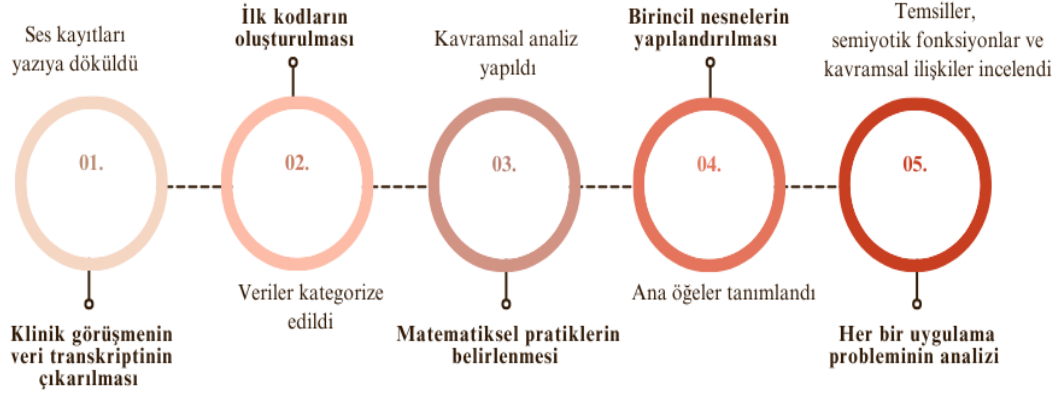
Uygulama problemleri çözüm süreci tamamlandıktan sonra gruplarla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler yine okul kütüphanesinde, sessiz ve dikkat dağıtıcı unsurlardan arındırılmış bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Her biri 2 öğrenciden oluşan toplam 3 grupta yapılan görüşmeler sırasında, öğrencilerin birbirleriyle fikir alışverişi içinde olmalarına izin verilmiştir. Bu sayede öğrencilerin çözüm stratejilerini tartışmaları ve gerekirse önceki hatalarını fark ederek düzeltmeleri teşvik edilmiştir. Görüşmeler ortalama 15–20 dakika sürmüştür; sürecin tamamı ses kaydı ile kayıt altına alınmış, böylece verilerin daha sonra ayrıntılı şekilde çözümlemesine olanak sağlanmıştır.

2.6 Veri Analizi

Bu çalışmada, öğrencilerin uygulama problemlerine verdikleri yanıtlar OSA çerçevesinde analiz edilmiştir. Verilerin çözümlemesinde matematiksel pratikler (MP), birincil nesneler (PO) ve semiyotik fonksiyonlar (SF) temel kategoriler olarak belirlenmiştir. Kodlama sürecinde, OSA'nın özgün terminolojisine bağlı kalınarak İngilizce terimler kullanılmış ve bu terimler sistematik bir yapı içerisinde numaralandırılmıştır. Veri analiz süreci beş aşamalı bir yapıda kurgulanmıştır (Şekil 2.3). İlk olarak, görüşme kayıtları yazıya aktarılmış ve konuşmaların analiz edilebilmesi için transkriptler oluşturulmuştur. Ardından, açık kodlama yöntemiyle verilerde öne çıkan temalar belirlenmiş ve ilk kodlamalar yapılmıştır. Üçüncü aşamada, öğrencilerin kullandığı stratejiler, problem çözme stratejileri ve matematiksel düşünme biçimleri incelenerek matematiksel pratikler belirlenmiştir. Dördüncü aşamada, öğrencilerin kullandıkları matematiksel kavramlar, semboller ve ifadeler sınıflandırılarak birincil nesneler yapılandırılmıştır. Son olarak, her bir uygulama problemi; matematiksel pratikler, birincil nesneler (PO), semiyotik fonksiyonlar (SF) ve ontolojik ikilikler açısından analiz edilmiştir.

Şekil 2.3

Veri Analizinde İzlenen Aşamalar



Bu çalışmada, verilerin analizinde kullanılan tüm kodlar sistematik bir yapı içerisinde gruplandırılmıştır. Her bir matematiksel pratik (Mp), önerme (Pr), prosedür (Pca), argüman (A), kavram (D), birincil nesne (PO) ve semiyotik fonksiyon (SF), ait olduğu grup (Gx) ve soru (Sx) numarasıyla birlikte numaralandırılmıştır. Örneğin, MpG1S1.01 kodu, Grup 1'in Soru 1'e verdiği yanıtta belirlenen ilk matematiksel pratiği; SFG2S1.01 ise Grup 2'nin Soru 1'de oluşturduğu ilk semiyotik fonksiyonu ifade etmektedir. Bu yapı sayesinde hem analizde hem raporlamada yüksek düzeyde tutarlılık ve geri izlenebilirlik sağlanmıştır. Öğrencilerin uygulama problemlerini çözerken sergilediği pratikler ve bunlarla ilişkilendirilen kodlar Tablo 2.7'de sunulmuştur.

Tablo 2.7

Kodlama Sistemi Açıklama Tablosu

Kod Formatı	Açılımı	Açıklama
MpG1S1.01	Matematiksel Pratik – Grup 1 – Soru 1 – Pratik 01	Öğrencilerin belirli bir görevde gerçekleştirdiği matematiksel işlem, ifade veya adım
PcaG2S3.04	Prosedür – Grup 2 – Soru 3 – Prosedür 04	Öğrencilerin gerçekleştirdiği belirli bir işlem veya çözüm stratejisi
PrG3S2.02	Önerme – Grup 3 – Soru 2 – Önerme 02	Öğrencinin kurduğu matematiksel önerme veya ifade

Tablo 2.7 (Devam)*Kodlama Sistemi Açıklama Tablosu*

AG1S1.03	Argüman – Grup 1 – Soru 1 – Argüman 03	Öğrencinin argümantasyon ya da akıl yürütme açıklamaları
POG1S1-L	Birincil Nesne – Grup 1 – Soru 1 – Dil (L)	Öğrencinin kullandığı matematiksel dil, sembol, tanım veya önerme biçimi
D-G3S3-D5	Kavram – Grup 3 – Soru 3 – kavram 5	Kavramsal bilgilerin ya da tanımların doğru ya da hatalı kullanımı
SFG2S1.01	Semiyotik Fonksiyon – Grup 2 – Soru 1 – SF 01	Öğrencinin bir matematiksel nesneyi başka bir gösterim biçimiyle ilişkilendirdiği anlam üretme süreci

Ayrıca, öğrencilerin çözümleri sırasında ortaya koyduğu davranışlar ve düşünme yolları Tablo 2.8’deki kodlarla kategorize edilmiştir:

Tablo2.8*Kodlama Kategorileri ve Açıklamaları*

Kodlar	Açıklama	Örneklendirme
DT	Değişken Tanımlama	Değişkenleri belirleyip harfle temsil ediyor
SİB	Sözel İlişkiyi Belirtme	Açıklamaları sözel olarak ilişki kurduklarını gösteriyor
DK	Denklem Kurma	Eşitlik sembolünü kullanarak ve değişkenleri doğru tanımlayarak denklemi doğru şekilde oluşturuyor
TAG	Temsiller Arası Geçiş	Sözel ifadeyi cebirsel forma veya tabloya dönüştürüyor
GK	Grafik Kullanımı	Çözüm sürecinde çizgi grafiği veya sütun grafiği kullanıyor
HFE	Hata Fark Etme ve Düzeltme	Yanlışını düzeltiyor
DKH	Denklem Kullanımı ve Hesaplamalar	Bir denklemi çözüp, işlemleri adım adım gösteriyor
TT	Temsil Tercihi	Çözümde hangi temsili kullandığını açıklıyor
GG	Gözden Geçirme	Çözümünü kontrol edip doğrulama yapıyor

Ayrıca, öğrencilerin semiyotik fonksiyonlar aracılığıyla gerçekleştirdikleri soyutlama süreçlerinde, soyutlama gerçekleşmeyen durumlar tablolarda gri renkle gösterilmiştir. Bu görsel kodlama, öğrencilerin temsil tercihlerindeki kavramsal eksikliklerin daha kolay fark edilmesini sağlamak amacıyla kullanılmıştır. Kodlama sürecinde bu ayrım, semiyotik fonksiyonların analizine dayalı olarak yapılmış ve OSA çerçevesinde yorumlanmıştır

Bu yapılandırılmış analiz sistemi, öğrencilerin doğrusal ilişkilere yönelik kavramsal anlayışlarını, temsil tercihlerini ve problem çözme stratejilerini bütüncül şekilde değerlendirmeye imkân tanımaktadır. Kodlar üzerinden yapılan değerlendirme hem bireysel öğrenme süreçlerini anlamak hem de kavram yanılgılarını belirlemek açısından önemli bir temel oluşturmuştur.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3 BULGULAR

3.1 Birinci Uygulama Problemi (Bisiklet Kiralama): Bulguların Analizi

3.1.1 G1 grubu çözüm süreci

G1 öğrencileri tablo oluşturma (TO), değişken tanımlama (DT), denklem kurma (DK) ve grafik kullanımı (GK) gibi temel matematiksel pratikleri yerine getirmiş, ancak çeşitli hatalar yapmışlardır. İlk uygulama probleminde öğrencilerin tutuk ve çekingen davrandıkları gözlemlenmiştir. Tabloyu oluştururken ödenen toplam ücreti yazmaları gerekirken, sabit saatlik ücret olan 20 TL'yi yazmışlardır (HFE, TO). Sayısal değerlerin birimlerine yer vermiş (PcaG1S1.02), ancak başlangıç saatine "0" koymak yerine "kullanım öncesi" gibi sözel ifadeler kullanarak hata yapmışlardır (PcaG1S1.03, HFE).

Öğrenciler, değişken tanımlamada (DT, BİT) bağımlı ve bağımsız değişkenleri doğru belirlemiş, ancak değişkenleri TL birimi yerine kullanarak denklemi yanlış oluşturmuşlardır (PcaG1S1.04). Araştırmacının rehberliğiyle hatalarını fark edip doğru denklemi oluşturmuşlardır (HFE, AG1S1.01, AG1S1.03). Denklem kullanarak işlem yapabilmişlerdir (DKH), ancak başlangıçta cebirsel temsili hatalı oluşturdukları için zaman kaybetmişlerdir.

Grafik oluştururken eksenleri isimlendirmişler (PcaG1S1.05), ancak tablo oluştururken yaptıkları hatanın aynısını grafik çiziminde de yaptıkları için grafik kullanarak soruyu çözmeleri zamanlarını almış, bu sebeple grafik çözümünü kullanışlı bulmamışlardır (PcaG1S1.07, PrG1S1.04, AG1S1.04). Sütun grafiğini tercih etmeleri, grafik türlerinin kullanım alanları konusunda eksiklikleri olduğunu göstermektedir (PcaG1S1.06, TT, DG1S1.05). En çok zorlandıkları noktanın değişken belirleme olduğunu ifade etmişlerdir. Denklemin doğruluğunu test etmek için bağımsız değişkene farklı değerler vererek işlem yapmışlar ve sonuçlarını kontrol etmişlerdir (AG1S1.05, KSK).

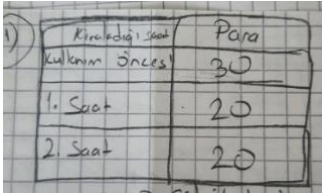
Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.1'de özetlenmiştir.

Tablo 3.1*Matematiksel Pratikler ve Kodlamalar- G1S1(Bisiklet kiralama)*

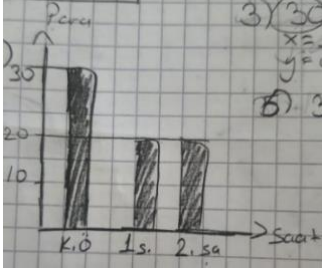
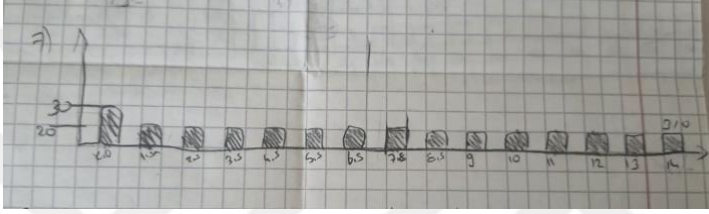
Mp	Açıklama	Kod
MpG1S1.01	G1 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG1S1.02	Kiralanen saatler ve ödenen ücret için tablo oluşturma	TO
MpG1S1.03	Tablodan yola çıkarak sözel ilişki kurma	SİE
MpG1S1.04	Değişkenleri belirleme (Saat: x, Ücret: y)	DT
MpG1S1.05	Denklem kurma ($30 + 20x = y$)	DK, TAG, HFE
MpG1S1.06	Grafik çizme ve analiz etme	GK
MpG1S1.07	5 saatlik ücret hesaplama ve denklemini kullanarak doğrulama DKH	
MpG1S1.08	310 TL ile maksimum kiralama süresini belirleme	DKH, TAG, KSK
MpG1S1.09	Grafik ve tabloyu kıyaslayarak yorum yapma	TT, HFE

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.2’de sunulmuştur.

Tablo 3.2*Birincil Nesneler (PO) -G1S1*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (görev)	Bu görev kapsamında bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığına bağlı olarak ödeyeceği ücreti hesaplamak için tablo oluşturma, değişkenleri temsil etme, denklem kurma ve çözme, grafik çizme ve temsiller arası geçiş yapma
L (Dil)	Sözel: Kiralama süresi, denklem, değişken, sabit terim, sütun grafiği, ilişki Sembolik: x, y, $30 + 20n = y$ 

Tablo 3.2 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G1S1*

L(Dil)	Grafik  
D (Kavramlar)	DG1S1.01: Tabloda birimlere yer vermişlerdir. DG1S1.02: Tabloyu doğru şekilde yerleştirememişlerdir (birikimli şekilde doldurulmamış). DG1S1.03: Değişken tanımına ait yanlış kavramsal bilgi gözlenmiştir. DG1S1.04: Denkleme ait kavramsal bilgileri doğrudur fakat denklemi doğru oluşturamamışlardır. DG1S1.05: Sütun grafiği kullanılması, grafik türlerinin kullanım alanları konusunda kavram eksikliği olduğunu gösteriyor. DG1S1.06: Her saat için sabit bir ücret eklenmesi sonucu oluşan ücreti tablo ve grafikte oluşturamamışlardır.
Pr (Önerme)	PrG1S1.01: Saat ve ücrete ayrılan bir tablo kurduk. Saate önce kullanım öncesi yazdık Ücrete de 30 TL yazdık. Ondan sonra bir saat 2 saat 3 saat her saate 20 TL olmak üzere düzenli bir tablo oluşturduk (Yanlış önerme) PrG1S1.02: Grafik çok uğraştırıyor o yüzden denklem daha kolay (Önerme: Denklem grafiğe göre daha kolay bir yöntemdir) PrG1S1.03: $30 + 20x = y$ denkleminde her saat başına verdiği için x saat ile 20 çarpacağız 30 da kullanım öncesi olduğu, üzerine ekleneceği için artı dedik. (Önerme: toplam ücret başlangıç ücretini her saat için belirli bir miktar eklenerek hesaplanır) PrG1S1.04: grafik çok uğraştırıyor o yüzden tablo daha kolay gibi (Önerme: Tablo ile çözüm, grafik ile çözüme göre daha kolaydır)

Tablo 3.2 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -GİSİ*

Pca (Prosedürler)	PcaGİSİ1.01: Öğrenciler tabloyu istenen şekilde yerleştirememişlerdir. Her saat ücretinin karşısına verilecek toplam ücret yerine sabit saat ücreti olan 20 yazmışlardır. PcaGİSİ1.02: Sayısal değerlerin birimlerine tabloda yer vermişlerdir. PcaGİSİ1.03: Tabloda başlangıç ücretine yer vermişlerdir fakat kullanım saatini gösteren sütunda başlangıç saatine 0 yazmak yerine sözel bir ifade olarak “kullanım öncesi” yazmışlardır. PcaGİSİ1.04: Değişkenleri doğru şekilde tanımlayamamışlardır. Belirledikleri değişkeni TL birimi yerine kullandıkları için denklemi de hatalı şekilde oluşturmuşlardır. Araştırmacının rehberliği ile hatalarını fark etmişlerdir. PcaGİSİ1.05: Doğru şekilde düzenledikleri denklemde değişkenlere belirli bir değer koyarak işlem yapabilmışlardır. PcaGİSİ1.06: Grafik oluştururken eksenleri isimlendirmişlerdir PcaGİSİ1.07: Grafik türü olarak sütun grafiğini seçmişlerdir. PcaGİSİ1.08: Grafikte de tabloda yaptıkları gibi her bir saate verilecek ücreti 20 TL olarak yazmışlardır.
Argüman	AGİSİ1.01: <i>Denklem olarak $30y + x \cdot 20y$ yazdık ama aslında y'yi TL birimi olarak düşünmüştük. O yüzden yanlış oldu.</i> (Akıl Yürütme: Öğrenciler, değişkenlerin doğru tanımlanması gerektiğini ve TL biriminin değişken yerine kullanılmaması gerektiğini fark etmiştir.) AGİSİ1.02: <i>Hatalı yaptığımız şey aslında düşündüğümüz şeydi ama yanlış yazmışız, sabit terimi yanlış koyduk.</i> (Akıl Yürütme: Matematiksel düşünce ile yazılı ifadeler arasında tutarlılık olması gerektiğini fark etmişlerdir.) AGİSİ1.03: <i>$30 + 20x = y$ oluyor.</i> (Akıl Yürütme: Denklemi kurarken sabit terimin (30 TL) ve değişkenin (x saat) yerine doğru konulması gerektiğini fark etmişlerdir. Matematiksel temsil gösterim sürecinde araştırmacı rehberliğiyle denklemin nasıl oluşturulması gerektiğini kavramışlardır.) AGİSİ1.04: <i>Sütun grafiğinde kullanım öncesini 30 TL olarak gösterdik ama sonraki saatleri hep 20 TL olarak sabit gösterdik.</i> (Yanlış akıl yürütme) AGİSİ1.05: <i>Çözümlerimizin doğru olup olmadığını nasıl kontrol ettik? Mesela burada $30 + 20x = y$ dedik. x'e 2 versek 20'yi 2 ile çarpacağız. $40. 30 + 40 = y. y = 70$ oldu.</i> (Akıl Yürütme: Denklemin doğruluğunu test etmek için bağımsız değişkene farklı sayısal değerler vererek doğrulama yapmışlardır.)

3.1.1.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G1 grubunun S1'e yönelik çözümleri incelendiğinde, öğrencilerin tablo, denklem ve grafik gibi matematiksel temsiller arasında geçiş yaparken altı farklı semiyotik fonksiyon (SF) oluşturdukları belirlenmiştir (Tablo 3.3). SFG1S1.01'de, öğrenciler sabit saatlik ücreti her satıra yazmış ve toplama işlemini sabit bir tekrar haline getirmiştir. Bu durum, somut temsillerden soyut kavramlara geçişte yaşanan kavramsal hataları ortaya koymaktadır ve görsel temsile dayalı somutlaştırma süreciyle ilişkilidir. SFG1S1.02'de ise öğrenciler TL ifadesini değişken olarak kullanmış, kavramsal karışıklık yaşayarak yanlış bir soyutlama gerçekleştirmiştir. SFG1S1.03'te, öğrenciler sözel bir ilişkiden denkleme ($y = 30 + 20x$) doğru şekilde geçiş yapmış, bu geçişte hem gösterim üretmiş hem de soyut matematiksel yapıyı kavramışlardır. Sözel ifadelerden doğru cebirsel temsilin kurulması (SFG1S1.03), temsilin doğruluğunun test edilmesi (SFG1S1.04) ve grafik temsilde yapılan yerleştirme hataları (SFG1S1.05), öğrencilerin anlam yapılandırma süreçlerini görünür kılmaktadır. Son olarak, SFG1S1.06'da öğrenciler grafik ve denklem temsilleri arasında stratejik bir tercih yaparak işlem kolaylığı temelinde çözüm yöntemini belirlemişlerdir.

Tablo 3.3*Semiyotik Fonksiyonlar G1S1*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam/Kriter	İkilikler	Süreç
SFG1S1.01	MpG1S1.02, PrG1S1.01 PcaG1S1.01 AG1S1.04	Tabloya her saate "20 TL" yazılması	Toplam ücret yerine sabit ücretin tekrar edilmesi	Her saat için aynı ücret → her satıra aynı değeri yazma yanılıgısı	Görsel	Somitlaştırma
SFG1S1.02	MpG1S1.04, DG1S1.04 PcaG1S1.04 AG1S1.01	"TL" ifadesini denklemdedeğişken olarak kullanmaları	Denklemin yanılış yazılması ($30y + x \cdot 20y$)	Y'nin TL'yi temsil ettiğı yanılıgısı Birim kavramını cebirsel değışkenle karıştırmak	Görsel olmayan	Soyutlama
SFG1S1.03	MpG1S1.05, PrG1S1.03 PcaG1S1.04 AG1S1.03	Sözel açıklama: "30 TL başlangıç, 20 TL her saat"	$30 + 20x = y$	Sözel temsilden cebirsel temsile geçiş	Görsel, Somut Örnek	Somitlaştırma, Özelleştirme
SFG1S1.04	MpG1S1.07 PcaG1S1.05 AG1S1.05	$x = 2$ vererek denkleme yerine koymak	$y = 70$ sonucuna ulaşmak	Temsilin doğruluğunu test etme	Somit örnek	Özelleştirme
SFG1S1.05	MpG1S1.06, PcaG1S1.08, AG1S1.04	Grafikte her saate "20 TL" yazılması	Grafikte sabit değıerlerin yanılış yerleştirilmesi	Görsel temsille matematiksel anlam uyusmazlığı	Görsel	Somitlaştırma
SFG1S1.06	MpG1S1.09, PrG1S1.02, PrG1S1.04	Temsil Tercih	Denklemden Grafik tercih edilmesi	Temsilin stratejik değıerlendirilmesi	İfade, içerik	Temsil etme

3.1.2 G2 grubu çözüm süreci

G2 öğrencileri, tablo oluşturma (TO), değişken tanımlama (DT), denklem kurma (DK) ve grafik kullanımı (GK) gibi temel matematiksel becerileri doğru şekilde kullanmışlardır. Bağımsız ve bağımlı değişkenleri açıkça tanımlamış (DG2S1.07), tabloyu doğru oluşturmuş ancak başlangıç değerine "0" koymamışlardır (PcaG2S1.01). Denklem kurma sürecinde sözel ifadeleri matematiksel temsile dönüştürerek kullanmışlar (PrG2S1.02), denklemini doğru kurmuşlar ve işlem yaparak doğrulamışlardır (DKH, PcaG2S1.04, AG2S1.05).

Grafik türü seçiminde başlangıçta kararsız kalmışlar, sütun grafiğinin uygun olmadığını fark ederek çizgi grafiğine geçmişlerdir (PrG2S1.03, AG2S1.01). Grafik oluştururken eksenleri isimlendirme sürecinde eksiklik yaşamışlar (DG2S1.06), ancak grafik başlangıç noktasını doğru belirleyerek (AG2S1.02, PrG2S1.04) mantıklı bir analiz yapmışlardır. Çizgi grafiğinde oluşturdukları doğruyu "ışın" olarak tanımlamışlar (D5), bu doğrunun başlangıç noktası ile ilgili tartışmışlardır (AG2S1.04).

Öğrencilerin, tablo, denklem ve grafik temsilleri arasındaki farkları yorumlama konusunda başarılı oldukları gözlenmiştir (TT, GG). Özellikle temsil tercihi konusunda yoğun tartışmalar yaparak karar alma sürecine aktif olarak katılmışlardır. Matematiksel düşünme süreçlerinde, grafik türü seçimi ve başlangıç noktasının konumu gibi konulara dair detaylı argümanlar üretmişlerdir (AG2S1.01, AG2S1.04).

Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.4'te özetlenmiştir.

Tablo 3.4

Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S1 (Bisiklet kiralama)

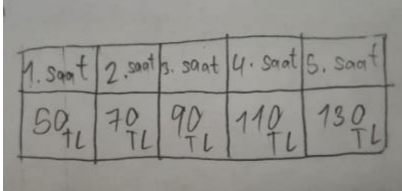
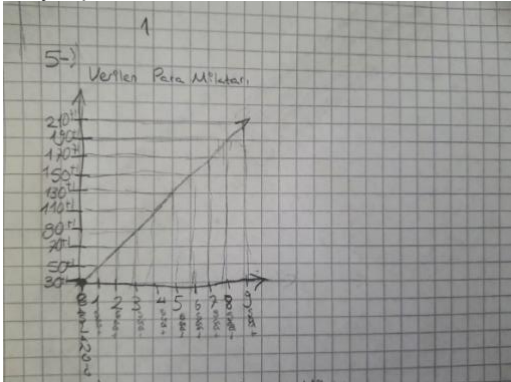
Mp	Açıklama	Kod
MpG2S1.01	G2 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG2S1.02	Kiralanan saatler ve ödenen ücret için tablo oluşturma TO	
MpG2S1.03	Tablodan yola çıkarak sözel ilişki kurma	SİE
MpG2S1.04	Değişkenleri belirleme (Saat: n, Ücret: m)	DT

Tablo 3.4 (Devam)*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S1 (Bisiklet kiralama)*

MpG2S1.05	Denklem kurma ($m = 30 + 20n$)	DK
MpG2S1.06	Grafik çizme ve analiz etme	GK, TAG, HFE
MpG2S1.07	5 saatlik ücret hesaplama ve denklemleri kullanarak doğrulama	DKH
MpG2S1.08	310 TL ile maksimum kiralama süresini belirleme	DKH, TAG
MpG2S1.09	Grafik ve tabloyu kıyaslayarak yorum yapma	TT, GG

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.5'te sunulmuştur.

Tablo 3.5*Birincil Nesneler (PO) -G2S1*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (görev)	Bu görev kapsamında bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığına bağlı olarak ödeyeceği ücreti hesaplamak için tablo oluşturma, değişkenleri temsil etme, denklem kurma ve çözme, grafik çizme ve temsiller arası geçiş yapma
L (Dil)	<i>Sözel:</i> Kiralama süresi, denklem, terim, değişken, daire grafiği, Sütun grafiği, çizgi grafiği, ışın, başlangıç noktası, bağımlı bağımsız değişken <i>Sembolik:</i> n, m, $m = 30 + 20n$  <i>Grafik şekil...</i> 

Tablo 3.5 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G2S1*

D (Kavramlar)	DG2S1.01: Birimlere de yer verilerek tablo doğru şekilde oluşturuldu DG2S1.02: Değişken kavramında bir eksiklik gözlenmedi DG2S1.03: Birinci dereceden denklem doğru şekilde oluşturuldu DG2S1.04: Grafik türü doğru olarak belirlendi. DG2S1.05: Çizgi grafiğinde çizilen doğru ışın olarak tanımlandı DG2S1.06: Grafiğin yatay ve dikey doğrularının ismi(eksen) hatırlanmadı DG2S1.07: Bağımlı ve bağımsız değişken tanımları yapıldı
Pr (Önerme)	PrG2S1.01: <i>Bir saat için para miktarı yani 20 TL ile bisikletin kullanılacağını saat yani benim değişken olarak atadığım n ile çarpıyorum, başlangıç için 30 TL ekliyorum.</i> (Önerme: Toplam ücret, başlangıç ücretine eklenen saatlik ücretin çarpımıyla hesaplanır.) PrG2S1.02: <i>Denklem oluştururken, sözel ilişkiyi kullandım.</i> (Önerme: Matematiksel temsil sürecinde sözel açıklamalar denklem kurmak için kullanılabilir.) PrG2S1.03: <i>Zaman ve para arasındaki ilişkiyi açıklamak için sütun grafiği uygun olmadı, bu yüzden çizgi grafiği tercih ettik.</i> (Önerme: Zaman ile sürekli artan bir değişken arasındaki ilişkiyi en iyi çizgi grafiği temsil eder.) PrG2S1.04: <i>Grafikte 30 TL başlangıç noktası olmalı</i> (Önerme: Grafik, başlangıç noktasında 30 TL'den başlamalıdır.)
Pca (Prosedür)	PcaG2S1.01: Öğrenciler tabloyu doğru şekilde yerleştirmişlerdir fakat başlangıç olarak 0'a tabloda yer vermemişlerdir. PcaG2S1.02: Birimlere tabloda yer verilmiştir. PcaG2S1.03: Değişken atama ve denklem kurma işlemlerini doğru şekilde yapmışlardır. PcaG2S1.04: Denklemde değişkenlere belirli bir değer koyarak işlem yapabilmişlerdir. PcaG2S1.05: Grafik oluştururken eksenleri isimlendirmişlerdir PcaG2S1.06: Grafik türü olarak çizgi grafiğini seçmişlerdir.
A (Argüman)	AG2S1.01: <i>Zaman ve para arasındaki ilişkiyi açıklamak için sütun grafiği uygun olmadı, çünkü fark çok büyüktü. Bunun yerine çizgi grafiği daha uygun oldu.</i> (Akıl Yürütme: Seçilen grafik türünün uygunluğunun gerekçesi hakkında mantıklı bir açıklama yapma) AG2S1.02: <i>Başlangıç ücreti 30 TL olduğu için grafik sıfırdan değil 30'dan başlamalıdır.</i> (Akıl Yürütme: Grafik başlangıç noktasının doğru şekilde konumlandırılması.) AG2S1.03: <i>Sütun grafiği çizdiğimizde zaman ve para arasındaki boşluk fazla olduğu için orantısız göründü, çizgi grafiği daha uygun olur diye düşündük.</i> (Akıl Yürütme: Verilerin daha doğru temsil edilmesi için grafik seçimi hakkında düşünme.) AG2S1.04: <i>Işının başı sıfırdan çıktığı için grafikte otuzdan başlaması hatalı olmuş.</i> Yanlış Akıl Yürütme AG2S1.05: <i>Denklemde değişken atarken, sözel ilişkiyi de kullanarak oluşturduğumuz denklemin doğru olduğuna karar verdik.</i> (Akıl Yürütme: Denklemin doğruluğunu sözel ifadelerle karşılaştırarak test etme)

3.1.2.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G2 grubunun S1'e verdiği çözümlerin analizinde, öğrencilerin matematiksel temsillerle kurdukları anlam ilişkileri doğrultusunda beş adet semiyotik fonksiyon (SF) belirlenmiştir (Tablo 3.6). Bu fonksiyonlar, öğrencilerin bir matematiksel nesneyi farklı temsillerle ifade etme ve bu temsiller üzerinden kavramsal çıkarım yapma becerilerini yansıtmaktadır. SFG2S1.01'de öğrenciler, “her saat 20 TL + 30 TL başlangıç” ifadesinden yola çıkarak genel bir ilişki kurmuş ve bu süreç, görsel/görsel olmayan ikiliği bağlamında somutlaştırma süreciyle ilişkilendirilmiştir. SFG2S1.02'de ise bu sözel temsil, cebirsel bir yapıya dönüştürülmüş; sözel ifadenin matematiksel temsile (denklem) dönüşmesi, Görsel olmayan / Görsel ikiliği içinde somutlaştırma sürecine karşılık gelmektedir. Ayrıca bu süreç somut örnek/genel yapı ikiliği üzerinden özelleştirme süreci ile de ilişkilendirilmiştir. Grafik tercihiyle ilgili olarak geliştirilen SFG2S1.03'te, çizgi grafiği kullanımının daha uygun olduğuna karar verilmiş, grafik bir ifade aracı olarak içeriğe uygunluğu yönüyle değerlendirilmiştir (ifade / içerik – Temsil etme). SFG2S1.04'te öğrenciler, grafik üzerindeki başlangıç noktasının anlamını yorumlayarak, görsel temsilden çıkarıma ulaşmıştır (Görsel / Görsel olmayan). Özellikle grafik başlangıç noktasının 30'dan başlaması gerektiği yönündeki yorumları, soyut kavramların grafikte ifade edilmesi sürecinde soyutlama ve somutlaştırma süreçlerini ortaya koymaktadır. Son olarak, SFG2S1.05'te öğrenci, cebirsel temsili sayısal örnekle test ederek anlamı pekiştirmiştir; bu süreç, somut örnek / genel yapı ikiliği içerisinde özelleştirme olarak sınıflanmıştır.

Tablo 3.6*Semiyotik Fonksiyonlar G2S1*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam/Kriter	İkilikler	Süreç
SFG2S1.01	MpG2S1.03, PrG2S1.01	Tablo verileri	İlişkinin sözel ifade edilmesi	Örneklerden genelleme: “her saat artış” → “sabit + değişken yapı”	Görsel,	Somutlaştırma,
SFG2S1.02	MpG2S1.05 PrG2S1.02	Sözel açıklama	$m = 30 + 20n$	Sözel → cebirsel temsil	Görsel, Somut örnek	Somutlaştırma,
SFG2S1.03	MpG2S1.06, PrG2S1.03, AG2S1.01 PcaG2S1.06	Sütun grafiğinin yetersiz bulunması Süreklilik ifadesi	Çizgi grafiği tercih edilmesi	Temsilin doğruluk hissi	İfade / içerik	Temsil etme
SFG2S1.04	AG2S1.02, PrG2S1.04	Grafiğin başlangıç noktasının sorgulanması	Başlangıcın 30 TL olması gerektiğinin fark edilmesi	Görsel gösterimden kavramsal anlam çıkarımı	Görsel / Görsel olmayan	Somutlaştırma, soyutlama
SFG2S1.05	MpG2S1.07, AG2S1.05	Denklemden $n = 5$ verilmesi	$m = 130$ sonucunun bulunması	Temsilin doğrulamayla sayısal test edilmesi	Somut örnek	Özelleştirme

3.1.3 G3 grubu çözüm süreci

G3 öğrencileri, tablo oluşturma (TO), değişken tanımlama (DT), denklem kurma (DK) ve grafik kullanımı (GK) gibi temel matematiksel pratikleri yerine getirmiştir. Ancak diğer gruplardan farklı olarak tablo çiziminde birimlere yer vermemişlerdir (DG3S1.01). Değişkenleri doğru şekilde tanımlamalarına rağmen (DT), denklemi oluştururken eşitliğe yer vermeden tamamladıklarını fark etmişlerdir (AG3S1.01, PrG3S1.02). Araştırmacının soruları ile hatalarını fark edip (HFE), sonrasında denklemi doğru oluşturmuşlardır (PcaG3S1.03).

Öğrenciler, grafik türü olarak sütun grafiğini seçmişler (PcaG3S1.06, TT, DG3S1.04), eksenleri isimlendirmemiş olmalarına rağmen ölçeklendirmeyi doğru yapmışlardır (PcaG3S1.05). Denklem kullanarak işlem yapabilmiş (DKH), ancak grafik oluşturma sürecinde zorlandıklarını belirtmişlerdir. Öğrenciler, denklemin sistematik hesaplama sağladığını ve hata payının daha az olduğunu düşünerek, grafik yerine denklemi daha kullanışlı bulmuşlardır (PrG3S1.04, AG3S1.02). Denklem kullanarak çözüm yaptıklarında, grafikten elde ettikleri sonucu doğrulamışlardır (PrG3S1.03, AG3S1.03).

Öğrenciler, denklemin sistematik hesaplama sağladığını anlamış, ancak denklemi tersten yazabileceklerini düşünerek yanlış bir önerme ortaya atmışlardır (PrG3S1.05- Yanlış önerme). Sonuç olarak, tablo ve grafik temsilleri arasında geçiş yapabilmişler (TAG), ancak denklemi kullanmanın daha avantajlı olduğunu vurgulamışlardır (TT, AG3S1.02).

Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.7’de özetlenmiştir.

Tablo 3.7

Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S1-(Bisiklet kiralama)

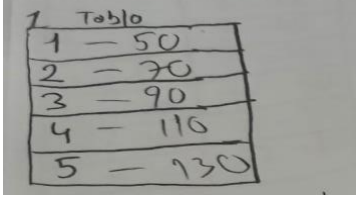
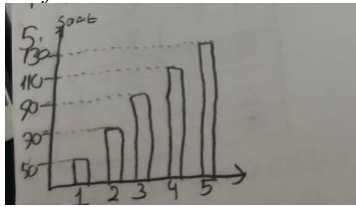
Mp	Açıklama	Kod
MpG3S1.01	G3 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG3S1.02	Kiralanan saatler ve ödenen ücret için tablo oluşturma TO	
MpG3S1.03	Tablodan yola çıkarak sözel ilişki kurma	SİE
MpG3S1.04	Değişkenleri belirleme (Saat: n, Ücret: x)	DT,

Tablo 3.7 (Devam)*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S1-(Bisiklet kiralama)*

MpG3S1.05	Denklem kurma ($x = 30 + 20n$)	DK, GG
MpG3S1.06	Grafik çizme ve analiz etme	GK
MpG3S1.07	5 saatlik ücret hesaplama ve denklemi kullanarak doğrulama	DKH, TAG
MpG3S1.08	310 TL ile maksimum kiralama süresini belirleme	DKH
MpG3S1.09	Grafik ve tabloyu kıyaslayarak yorum yapma	TT, GT

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.8’de sunulmuştur.

Tablo 3.8*Birincil Nesneler (PO) -G3S1*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (görev)	Bu görev kapsamında bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığına bağlı olarak ödeyeceği ücreti hesaplamak için tablo oluşturma, değişkenleri temsil etme, denklem kurma ve çözme, grafik çizme ve temsiller arası geçiş yapma
L (Dil)	<i>Sözel:</i> Kiralama süresi, denklem, değişken, sabit, sütun grafiği, ilişki <i>Sembolik:</i> n, m, $m = 30 + 20n$  <i>Grafik</i> 
D (Kavramlar)	DG3S1.01: Oluşturulan tabloda birimlere yer verilmedi. DG3S1.02: Değişken tanımına ait yanlış kavramsal bilgi gözlemlendi. DG3S1.03: Birinci dereceden denklem başlangıçta yanlış olarak tanımlandı, ardından düzeltme yapıldı.

Tablo 3.8 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G3S1*

D (Kavramlar)	DG3S1.04: Sütun grafiği kullanılması, grafik türlerinin kullanım alanları konusunda bilgi eksikliği olduğunu gösteriyor. DG3S1.05: Grafiğin eksenleri tanım olarak biliniyor
Pr (Önerme)	PrG3S1.01: Kiralandığı saat ile kiralama ücretini çarpıp başlangıç ücretini ekleyebiliriz diye ifade ettik. (Önerme: Toplam ücret, başlangıç ücretine eklenen saatlik ücretin çarpımıyla hesaplanır.) PrG3S1.02: Aslında sonucu yok yani bir şeye eşitlemedik. O zaman denklem olmuyor. (Önerme: Matematiksel bir ifadenin denklem olabilmesi için eşitliğin sağlanması gerekir.) PrG3S1.03: Denklem kullanarak çözüm bulmamızı istemiş. Altıncı saatte sütun grafiğine göre 5 saat kiralama ücreti 130 TL oluyordu, denklem kullanarak da $20n+30$ formülünde n yerine 5 koyarak sonucu doğruladık. (Önerme: Denklem kullanılarak elde edilen sonuç, grafikte doğrulanabilir) PrG3S1.04: Grafik ve tablo yöntemlerini karşılaştırdığımızda, denklemin daha kullanışlı olduğunu düşündük çünkü hata payı daha az (Önerme: Denklemler, sistematik hesaplama sağladığı için hataya daha az açıktır.) PrG3S1.05: Denklemi tersten yazarak sonucu bulabiliriz (Yanlış önerme)
Pca (Prosedürler)	PcaG3S1.01: Öğrenciler tabloyu doğru şekilde yerleştirmişlerdir fakat başlangıç olarak 0'a tabloda yer vermemişlerdir. PcaG3S1.02: Sayısal değerlerin birimlerine tabloda yer vermemişlerdir PcaG3S1.03: Denklemi hatalı şekilde oluşturmuşlar fakat araştırmacının yönlendirmesiyle hatalarını fark etmişlerdir. PcaG3S1.04: Denklemde değişkenlere belirli bir değer koyarak işlem yapabilmişlerdir. PcaG3S1.05: Grafik oluştururken eksenleri tam olarak isimlendirmemişlerdir PcaG3S1.06: Grafik türü olarak sütun grafiğini seçmişlerdir.
A (Argüman)	AG3S1.01: Denklem olarak $20n+30$ yazdık ama aslında sonucu yok yani bir şeye eşitlemedik. O zaman denklem olmuyor (Akıl Yürütme: Matematiksel bir ifadenin denklem olabilmesi için eşitliğin sağlanması gerektiğini fark etme.) AG3S1.02: Grafik ve tablo yöntemlerini karşılaştırdığımızda, denklemin daha kullanışlı olduğunu düşündük çünkü hata payı daha az (Akıl Yürütme: Denklemler, sistematik hesaplama sağladığı için hataya daha az açıktır.) AG3S1.03: Denklem kullanarak çözüm bulmamızı istemiş. Altıncı saatte sütun grafiğine göre 5 saat kiralama ücreti 130 TL oluyordu, denklem kullanarak da doğruladık (Akıl Yürütme: Denklem ve grafik yöntemlerinin aynı sonucu verdiğini görerek doğrulama yapma.)

3.1.3.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G3 grubunun S1'e verdiği yanıtlar üzerinden yapılandırılan beş adet semiyotik fonksiyon, öğrencilerin matematiksel temsillerle olan ilişkilerinde öne çıkan anlam üretimlerini göstermektedir (Tablo 3.9). SFG3S1.01'de öğrenciler, sözel ilişkiden hareketle cebirsel temsil oluşturarak, genel bir matematiksel yapı kurmuşlardır, bu geçiş Görsel olmayan / Görsel ikiliği bağlamında somutlaştırma süreciyle açıklanmıştır. SFG3S1.02'de ise öğrenciler, eşitlik

içermeyen bir yapının denklem sayılamayacağını fark etmiş, denklem kavramının öz yapısına dair soyut bir anlam yapılandırmıştır (Soyutlama). SFG3S1.03'te denklem kullanılarak elde edilen sonuçlar grafikte doğrulanmış ve bu doğrulama, somut örnek/genel yapı ilişkisi içinde özelleştirme süreciyle açıklanmıştır. Temsil tercihi konusunda yapılan değerlendirmeler (SFG3S1.04), öğrencilerin grafik yerine denklemi tercih etmeleriyle, ifadenin içeriğe uygunluğunu sorguladıklarını ve temsil etme sürecini devreye soktuklarını göstermektedir. Ancak SFG3S1.05'te denklem yönünün tersine çevrilebileceği yönünde yanlış bir önerme oluşturulmuş, bu durum denklem yapısının görsel/işlemsel doğasının uygun şekilde soyutlanamaması olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 3.9

Semiyotik Fonksiyonlar G3S1

SF no	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kriter	İkilikler	Süreç
SFG3S1.01	MpG3S1.03, PrG3S1.01	Tablo verileri	İlişkinin sözel ifade edilmesi	Örneklerden genelleme: “her saat artış” → “sabit + değişken yapı”	Görsel	Somutlaştırma
SFG3S1.02	PrG3S1.02, AG3S1.01, PcaG3S1.03	Denklemi eşitliksiz yazma → fark etme	“Denklem eşitlikle olur” farkındalığı	Denklem formunu kavrama	Görsel olmayan	Soyutlama
SFG3S1.03	PrG3S1.03, AG3S1.03, MpG3S1.07	Denklem: $m = 30 + 20n$	Denklemde $n = 5$ yerine konması	Temsilin sayısal doğrulamayla test edilmesi	Somut örnek	Özelleştirme
SFG3S1.04	PrG3S1.04, AG3S1.02, MpG3S1.09	Grafik – denklem karşılaştırması	Denklemin daha sistematik bulunduğu ifade edilmesi	Temsil tercihi	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG3S1.05	PrG3S1.05	Denklemin ters yönde kurulabileceğini düşünme (hatalı önerme)	Denklem yönünün işlemsel yapısını yanlış kavrama	Denklem yapısının eksik kavranması	Görsel olmayan	Soyutlama

3.2 İkinci Uygulama Problemi (Maddi Durum Problemi): Bulguların Analizi

3.2.1 G1 grubu çözüm süreci

G1 öğrencileri, bu kapsamında tablo oluşturma (TO), değişken tanımlama (DT, BİT), denklem kurma (DK), grafik çizme (GK) gibi matematiksel pratikleri başarıyla gerçekleştirmiştir. Tablodan yola çıkarak sözel ilişki kurmuş (SİE) ve denklemleri doğrulamak için farklı temsiller arasında geçiş yapmışlardır (TAG, ÇKS, DKH). Ancak grafik ölçeklendirme ve temsiller arası geçişte bazı kavramsal zorluklar yaşanmıştır (HFE). Ölçeklendirme hataları sebebiyle sayısal verilerin çizgi grafiğinde iki farklı doğru belirttiğini ve bu doğruların kesişiminin çözüm kümesine eşit olduğunu fark edememişlerdir. Öğrenciler, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin farkına varmış, ancak denklemleri eşitleyerek çözüm yapabileceklerini araştırmacının rehberliğiyle fark etmişlerdir (PcaG1S2.05). Beşinci haftada birikimlerinin eşit olacağını tablo ile bulmuşlar, ancak neden denklem kullanamadıklarını açıklamakta eksik kalmışlardır (PrG1S2.04). Araştırmacının rehberliği ile aynı sorunun çözümünde her iki denklemdeki zaman değişkenini eşitleyerek de çözüme ulaşmışlardır. Çizgi grafiği kullanımı konusunda zorlanmış (PrG1S2.02), önce her kişi için ayrı grafik çizmiş, ancak tek grafik kullanmanın daha uygun olduğunu fark etmişlerdir (PrG1S2.03). Bu süreçte hata fark etme (HFE) ve gözden geçirme (GG) mekanizmaları aktif olarak kullanılmıştır.

A(Araştırmacı): peki denklem ile denediniz mi sonucu bulmayı?

E: hayır.

A: denklem kullanmış olsanız 2 kişinin denklemleri üzerinden nasıl çözebilirsiniz?

Y: değer vererek çözebiliriz.

A: soruda sizden neyin eşit olmasını istiyor?

E: y 'nin eşit olmasını istiyor.

A: Aylin ve Ayfer için y nedir?

Y: Aylin için y; $50+25x$, Ayfer için $100+15x$. Bunların eşit olması lazım.

E: hmm, tamam, eşitleyeyim. (Eşitliği oluşturur ve denklemi çözer)

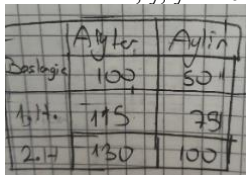
Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.10'de özetlenmiştir.

Tablo 3.10*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G1S2-(Maddi durum)*

Mp	Açıklama	Kod
MpG1S2.01	G1 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG1S2.02	Zaman ve birikim miktarı için tablo oluşturma	TO
MpG1S2.03	Tablodan yola çıkarak sözel ilişki kurma	SİE
MpG1S2.04	Değişkenleri belirleme (Hafta: x, Birikim: y)	DT, BİT
MpG1S2.05	Denklem kurma (Ayfer: $100 + 15x = y$, Aylin: $50 + 25x = y$)	DK
MpG1S2.06	Grafik çizme ve analiz etme	HFE, GK, ÖH
MpG1S2.07	4 haftalık birikimi hesaplama ve denklemi kullanarak doğrulama	TAG, ÇKS, DKH
MpG1S2.08	Birikimlerin eşit olduğu haftayı hesaplama	TT
MpG1S2.09	Grafik ve tabloyu kıyaslayarak yorum yapma	SİE
MpG1S2.10	Doğrusal fonksiyonların kesişimini ve çözüm kümesini anlayabilme	DKK

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.11’de sunulmuştur.

Tablo 3.11*Birincil Nesneler (PO) -G1S2*

PO(Birincil Nesne)	Açıklama
T (Görev)	Maddi durum problemi kapsamında, Ayfer ve Aylin’in haftalara göre birikimlerini temsil etme, değişken belirleme tablo oluşturma, denklem kurma, grafik çizme ve temsiller arası geçiş yapma.
L (Dil)	Sözel: Geçen zaman, birikim, denklem, değişken, bağımlı-bağımsız değişken, başlangıç miktarı, artış miktarı Sembolik: x, y, $y = 100 + 15x$, $y = 50 + 25x$ 

Tablo 3.11 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G1S2*

L(Dil)	Grafik
D (Kavramlar)	DG1S2.01: Öğrenciler tablo oluştururken kavram eksikliği gözlenmemiştir. DG1S2.02: Değişken belirlemede bir eksiklik görünmemiştir. DG1S2.03: Denklemi başarılı şekilde oluşturmuşlardır DG1S2.04: Grafik ölçeklendirmesinde kavram karmaşası gözlenmiştir.
Pr (Önerme)	PrG1S2.01: <i>Bağımlı y, bağımsız x.</i> (Önerme: y değişkeni x değişkenine bağlı değişmektedir.) PrG1S2.02: <i>Bu sefer çizgi grafiği kullandık ve bu aşamada zorlandık.</i> (Önerme: çizgi grafiği oluşturmak öğrenciler için zorlayıcı bir süreçtir) PrG1S2.03: <i>Önce 2 kişi için ayrı ayrı grafik oluşturduk. Sonra asıl grafiğimizi çizdik</i> (Yanlış önerme, gereksiz grafik çizimi yapılmış) PrG1S2.04: <i>Beşinci haftada eşit olacaklar, bunu tablo ile bulduk.</i> (Eksik önerme: Neden denklem kullanamadıklarını bu aşamada açıklayamıyorlar)
Pca (Prosedür)	PcaG1S2.01: Öğrenciler tabloyu doğru şekilde oluşturmuşlardır. PcaG1S2.02: Bağımlı ve bağımsız değişkenleri doğru belirlemişlerdir. PcaG1S2.03: Doğru denklemlerinin kesişim noktasını bulma sürecinde önce tabloyu kullanmışlar, sonradan denklemi eşitlemeyi keşfetmişlerdir. Grafikteki ölçeklendirmeyi doğru yapamadıkları için grafik üzerinde kesişimi gösterememişlerdir. PcaG1S2.04: Farklı temsiller (tablo, denklem, grafik) arasında geçiş yaparak doğrulama süreci yürütmüşlerdir. PcaG1S2.05: Görüşme sırasında araştırmacının rehberliği ile öğrenciler zaman değişkeninin iki kişi için aynı olduğu durumda denklemleri eşitleyerek çözüm yapabileceklerini fark etmişlerdir
A (Argümantasyon)	AG1S2.01: <i>Bağımlı y, bağımsız x.</i> (Akıl yürütme: Öğrenciler, toplam birikimin (y) haftalara bağlı olarak değiştiğini fark etmiştir.) AG1S2.02: <i>Önce tablo ile bulduk, sonra denklemi yazdık.</i> (Akıl Yürütme: Çözüm doğrulama ve kontrol stratejisi oluşturmuşlardır) AG1S2.03: <i>Teker teker denedik, hepsinde aynı çıkıyor.</i> (Akıl yürütme: Çözüm doğrulama ve kontrol stratejisi oluşturmuşlardır)

3.2.1.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G1 öğrencilerinin S2 için sundukları çözüm süreçlerinde altı temel semiyotik fonksiyon belirlenmiştir (Tablo 3.12). SFG1S2.01’de öğrenciler tablo verilerinden artış miktarını gözlemleyerek değişkenler arası ilişkiyi kavramış; bu durum Görsel/görsel olmayan ikiliği bağlamında somutlaştırma süreci olarak değerlendirilmiştir. SFG1S2.02’de ise öğrenciler, sözel ve tablo verilerinden yola çıkarak iki farklı bireye ait cebirsel temsiller geliştirmiş ve bu geçiş

somutlaştırma ve özelleştirme süreçlerinin bir örneğini sunmuştur. SFG1S2.03'te öğrenciler grafik temsilinde iki ayrı çizgi oluşturarak, doğruların kesişimini yorumlamakta zorlanmış; bu durum temsilin anlamı aktarma gücünü sorgulattığı için ifade/içerik ikiliğiyle temsil etme süreciyle açıklanmıştır. SFG1S2'de SFG1S2.05'te denklemler tablo verileriyle test edilmiş ve doğrulanmıştır; bu da yine ifade / içerik ikiliğiyle anlam kazanmıştır. Son olarak, SFG1S2.06'te öğrenciler rehberlik yardımıyla denklemleri eşitleyerek kesişim haftasını bulmuş; bu farkındalık, görsel /görsel olmayan geçişle soyutlama sürecine işaret etmektedir.



Tablo 3.12*Semiyotik Fonksiyonlar G1S2*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam (Kriter)	İkilikler	Süreç
SFG1S2.01	MpG1S2.03, DG1S2.02 AG1S2.01	Tablo verileri	Değişkenler arası ilişkiyi fark etme	Görsel örüntüyü cebirsel ilişkiye dönüştürme	Görsel	Somutlaştırma
SFG1S2.02	MpG1S2.05, DG1S2.03,	İki farklı kişiye ait doğrusal denklem kurma	$y = 100 + 15x$, $y = 50 + 25x$	Sözel ve tablo verisinden cebirsel temsil geliştirme	Görsel, somut örnek	Somutlaştırma, özelleştirme
SFG1S2.03	PrG1S2.02, PrG1S2.03, DG1S2.04 PcaG1S2.03	Çizgi grafiğinde her kişi için ayrı grafik çizme	Doğruların kesişimini görememe	Temsilde çokluk → anlam üretiminde dağınıklık	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG1S2.04	DG1S2.04	Grafikte sayıların düzensiz yerleştirilmesi	Doğrusal artışın görünmemesi	Ölçeklendirme eksikliği ile grafik temsilin bozulması	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG1S2.05	MpG1S2.07, AG1S2.02, AG1S2.03	Tablodaki sayısal değerleri denklemlerle test etme	Sonuçların uyuştuğunu fark etme	Farklı temsillerle doğrulama	İfade / İçerik	Temsil etme Yorumlama
SFG1S2.06	MpG1S2.08, PcaG1S2.05	Rehberlik ile iki denklemi eşitleme	Haftaların eşitliğini cebirsel yolla bulma	Zaman değişkeninin eşitliğine dayalı kavramsal karşılaştırma	Görsel olmayan / Görsel	Soyutlama

3.2.2 G2 grubu çözüm süreci

G2 öğrencileri, tablo oluşturma (TO), değişken tanımlama (DT), denklem kurma (DK) ve grafik kullanımı (GK) gibi temel matematiksel pratikleri doğru şekilde gerçekleştirmiştir. Bağımsız ve bağımlı değişkenleri belirlemiş (DG2S2.02, PrG2S2.01), denklemini doğru şekilde oluşturmuş (DG2S2.03), başlangıç değerlerinin grafik üzerindeki karşılıklarını fark etmişlerdir (DG2S2.04, PcaG2S2.03).

Öğrenciler, farklı değişken kullanmanın gerekliliğini tartışarak bilinçli bir karar almış (PrG2S2.02, AG2S2.01, DT, GG), bu süreçte değişken atamanın mantığını anlamışlardır. Tablo, grafik ve denklemin aynı sonuçları vermesi gerektiğini fark ederek çözüm doğrulama süreçlerini yürütmüşlerdir (PrG2S2.03, PcaG2S2.04, TAG). Problemin başlangıcında tablo ve grafik yöntemlerini kullanmayı tercih etmiş, ancak rakamlar büyüdüğünde denklemin daha pratik bir yöntem sunduğunu fark etmişlerdir (PrG2S2.04, AG2S2.03, TT).

Grafik ölçeklendirmesinde sorun yaşadıklarını fark edip uygun bir aralık belirleyerek grafiği düzenlemişler (DG2S2.05, AG2S2.02). Grafik doğrularının kesişim noktasının birikimlerin eşit olduğu zamanı gösterdiğini keşfetmiş (PcaG2S2.02, DKK), bu noktayı denklem ile doğrulayarak temsiller arası geçiş yapmışlardır (PcaG2S2.05). Aylin'in Ayfer'den daha fazla para biriktirmesinin sebebini artış miktarı üzerinden açıklayarak eğitim kavramını sezgisel olarak fark etmişlerdir (PrG2S2.05, AG2S2.04).

Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.13'te özetlenmiştir.

Tablo 3.13

Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S2-(Maddi durum)

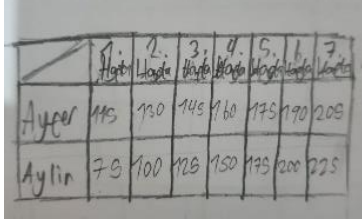
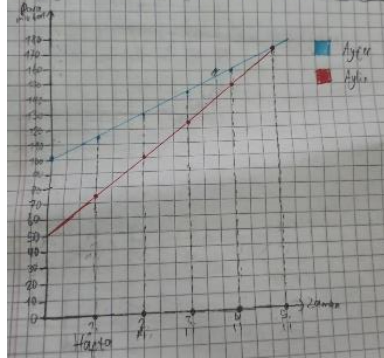
Mp	Açıklama	Kod
MpG2S2.01	G2 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG2S2.02	Zaman ve birikim miktarı için tablo oluşturma	TO
MpG2S2.03	Tablodan yola çıkarak sözel ilişki kurma	SiE, GG

Tablo 3.13 (Devam)*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S2-(Maddi durum)*

MpG2S2.04	Değişkenleri belirleme (Ayfer için: Hafta: n, toplam para: m; Aylin için: hafta:n, toplam para:k)	DT, BİT
MpG2S2.05	Denklem kurma (Ayfer: $15n+100=m$, Aylin: $25n+50=k$)	DK
MpG2S2.06	Grafik çizme ve analiz etme	GK, TAG, HFE
MpG2S2.07	4 haftalık birikimi hesaplama ve denklemi kullanarak doğrulama	TAG, ÇKS, DKH
MpG2S2.08	Birikimlerin eşit olduğu haftayı hesaplama	TT, TAG
MpG2S2.09	Grafik ve tabloyu kıyaslayarak yorum yapma	SİE
MpG2S2.10	Doğrusal fonksiyonların kesişimini ve çözüm kümesini anlayabilme	DKK, GK

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.14'te sunulmuştur.

Tablo 3.14*Birincil Nesneler (PO) -G2S2*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (Görev)	Maddi durum problemi kapsamında, Ayfer ve Aylin'in haftalara göre birikimlerini temsil etme, değişken belirleme tablo oluşturma, denklem kurma, grafik çizme ve temsiller arası geçiş yapma
L (Dil)	Sözel: Geçen zaman, birikim, denklem, değişken, bağımlı-bağımsız değişken, başlangıç miktarı, artış miktarı, orantı, ışın Sembolik: n, m, k ; $15n+100=m$, $25n+50=k$   Grafik

Tablo 3.14 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G2S2*

D (Kavramlar)	DG2S2.01: Öğrenciler tablo oluştururken kavram eksikliği gözlenmemiştir. DG2S2.02: Değişken belirlemede bir eksiklik görünmemiştir. DG2S2.03: Denklemi başarılı şekilde oluşturmuşlardır. DG2S2.04: Öğrenciler grafik başlangıç noktasının denklemdeki sabit terime karşılık geldiğini fark etmişlerdir. DG2S2.05: Grafik eksen ölçeklendirmesi başarılı şekilde yapılmıştır. DG2S2.06: 2 doğrunun kesişim noktasını bulabilmek için denklemi kullanmışlardır.
Pr (Önerme)	PrG2S2.01: <i>Bağımlı y, bağımsız x.</i> (Önerme: y değişkeni x değişkenine bağlı değişmektedir.) PrG2S2.02: <i>her ikisinin topladıkları para miktarı farklı diye 2 kişinin toplam para miktarına farklı harfler verdik.</i> (Önerme: Farklı değişkenler, farklı büyüklükleri ve süreçleri temsil etmek için kullanılmalıdır.) PrG2S2.03: <i>grafikte para miktarı biraz düzensiz kalıyordu o yüzden de grafiği tekrar düzenledik orantısızlık olmaması için</i> (Önerme: Grafikte ölçeklendirme yaparken verilerin düzenli görünmesi için uygun aralıklar seçilmelidir) PrG2S2.04: <i>"4. haftadaki para miktarlarını soruyordu tablo veya grafikten bakılınca bulunuyor denklem olarak bulmak istenirse n'ye 4 yazılınca yine aynı sonuç çıkıyor"</i> (Önerme: Tablo, grafik ve denklem birbirini doğrulayan temsillerdir ve aynı sonuca ulaşmak için kullanılabilir.) PrG2S2.05: <i>"ilk önce tablo veya grafikten bulmanın daha mantıklı olacağını düşünmüştük sonra rakamlar büyüyünce denklemin daha mantıklı olacağı belli oldu"</i>(Önerme: Problemin başlangıç aşamalarında tablo ve grafik kullanılabilir, ancak sayı büyüdükçe denklem daha pratik bir çözüm sunar) PrG2S2.06: <i>Aylin Ayfer'e göre daha kısa sürede daha fazla para biriktirmiştir çünkü daha fazla para biriktirerek ilerliyor</i> (Önerme: Bir değişkenin artış miktarı ne kadar büyükse, belirli bir sürede ulaşılan değer de o kadar büyük olur.)
Pca (Prosedür)	PcaG2S2.01: Öğrenciler tabloyu doğru şekilde oluşturmuşlardır. PcaG2S2.02: Grafik çiziminde doğruların kesiştiği noktanın paraların eşit olacağı zamanı gösterdiğini keşfetmişlerdir. PcaG2S2.03: Grafik üzerinde belirledikleri noktaları birleştirdiklerinde oluşan doğrunun y eksenini kestiği noktanın başlangıç paralarına denk geldiğini keşfetmişlerdir. PcaG2S2.04: Farklı temsiller (tablo, denklem, grafik) arasında geçiş yaparak doğrulama süreci yürütmüşlerdir. PcaG2S2.05: Birikimlerin kesişim noktasını önce tablo ve grafik ile bulmuş, sonra denklemi kullanarak doğrulamışlardır.
A (Argümantasyon)	AG2S2.01: <i>her ikisinin topladıkları para miktarı farklı diye 2 kişinin toplam para miktarına farklı harfler verdik</i> (Akıl Yürütme: Seçilen değişkenin neden farklı olduğuna dair mantıklı açıklama yapma) AG2S2.02: <i>grafikte para miktarı biraz düzensiz kalıyordu o yüzden de grafiği tekrar düzenledim orantısızlık olmaması için</i> (Akıl Yürütme: Grafikte orantısız bir dağılımın yorumlamayı zorlaştırabileceğini düşünerek uygun bir ölçeklendirme belirlemiştir) AG2S2.03: <i>"ilk önce tablo veya grafikten bulmanın daha mantıklı olacağını düşünmüştük sonra rakamlar büyüyünce denklemin daha mantıklı olacağı belli oldu"</i>(Akıl yürütme: problem çözme sürecinde belirli durumlarda farklı temsiller daha kullanışlı olabilir) AG2S2.04: <i>Aylin Ayfer'e göre daha kısa sürede daha fazla para biriktirmiştir çünkü daha fazla para biriktirerek ilerliyor</i> (Akıl yürütme: Eğim kavramını sezgisel olarak fark ediyorlar)

3.2.2.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G2 grubunun öğrencilerinin S2 için sundukları çözüm süreçlerinde yedi adet semiyotik fonksiyon tanımlanmıştır (Tablo 3.15). SFG2S2.01’de öğrenciler, değişkenler arası ilişkiyi fark ederek y ’nin x ’e bağlı olduğunu kavramış ve bu durum görsel olmayan/görsel ikiliği çerçevesinde somutlaştırma süreciyle açıklanmıştır. SFG2S2.02’de iki kişinin toplam parasını aynı değişkenle ifade etmenin anlam karmaşasına neden olacağını fark etmiş ve temsillerin içeriklerine göre değişken kullanma gereğini kavramışlardır (İfade/İçerik–Temsil etme). SFG2S2.03’te grafik üzerindeki sabit terimi y eksenindeki kesişim olarak yorumlamaları, sembolik ifadeyi grafikte eşleştirdiklerini gösterir. SFG2S2.04’te farklı temsiller (grafik, tablo) üzerinden yapılan işlem sonuçlarının aynı olduğunu fark ederek doğrulama yoluna gitmişlerdir (İfade/İçerik–Temsil etme/Yorumlama). SFG2S2.05’te temsil tercihi, problemin işlem gereksinimlerine göre değişmiş ve daha işlevsel olan gösterim seçilmiştir (İfade / İçerik – Temsil etme). SFG2S2.06’da grafikte bulunan kesişim noktası denklemle doğrulanmış ve bu kavramın cebirsel-görsel eşlemesi yapılmıştır (Görsel olmayan / Görsel – Soyutlama). SFG2S2.07’de ise öğrenciler artış miktarına dikkat ederek Aylin’in eğimini sezgisel olarak fark etmişlerdir (Görsel/Görsel olmayan–Soyutlama).

Tablo 3.15*Semiyotik Fonksiyonlar G2S2*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam (Kriter)	İkilik	Süreç
SFG2S2.01	PrG2S2.01, DG2S2.02	Tablo verileri	Değişkenler arası ilişkiyi fark etme	Görsel örüntüyü cebirsel ilişkiye dönüştürme	Görsel	Somutlaştırma
SFG2S2.02	PrG2S2.02, AG2S2.01	İki farklı kişinin toplam para miktarını aynı değişkenle gösterme kararsızlığı	Farklı harflerle ifade etme kararı	Her sürecin ayrı değişkenle temsil edilmesi gerektiğini fark etme	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG2S2.03	MpG2S2.06 DG2S2.04, PcaG2S2.03	Doğrunun y eksenini kestiği noktanın denklemdeki sabit terime denk geldiğini fark etme	Başlangıç miktarı grafik üzerinden doğru şekilde yorumlama	Sözelle sembol arasında bağ kurma	Görsel / Görsel olmayan	Soyutlama
SFG2S2.04	MpG2S2.07 PrG2S2.04, PcaG2S2.04	Tablodaki sayısal değerleri denklemlerle test etme	Sonuçların uyduğuna fark etme	Farklı temsillerle doğrulama	İfade / İçerik	Temsil etme Yorumlama
SFG2S2.05	AG2S2.03, PrG2S2.05	Başlangıçta tablo tercih edilmesi, sonra denklemle çözümün tercih edilmesi	Probleme göre temsil tercihinde değişiklik	Problem çözüm sürecinde temsilin işlevselliğine göre seçilmesi	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG2S2.06	PcaG2S2.02, PcaG2S2.05	Grafik üzerinden kesişimi bulup denklemle doğrulama	Çözüm kümesini temsil eden noktanın iki denklemde ortak olduğunu fark etme	Kesişim kavramının cebirsel ve görsel karşılığını eşleme	Görsel olmayan / Görsel	Soyutlama
SFG2S2.07	PrG2S2.06, AG2S2.04	Aylin'in daha fazla para biriktirdiğini gözlemleme	Eğim kavramını sezgisel fark etme	Artış oranının sonuç üzerindeki etkisini anlama	Görsel / Görsel olmayan	Soyutlama

3.2.3 G3 grubu çözüm süreci

G3 öğrencileri, maddi durum problemi kapsamında tablo oluşturma (TO), değişken belirleme (DT), denklem kurma (DK) ve grafik çizme (GK) gibi temel matematiksel pratikleri uygulamışlardır. Ancak tablo oluştururken bilgileri tek bir tabloda yazmamış, sunuş biçimi tablo formatına tam olarak uygun olmamıştır (DG3S2.01). Değişkenleri doğru şekilde tanımlamış (DG3S2.02) ve denklemleri başarılı bir şekilde kurmuşlardır (DG3S2.03). Grafikte sayısal verileri yerleştirirken sayıların küçükten büyüğe sıralanışına dikkat etmemiş, ancak araştırmacının rehberliğiyle bu hatalarını fark edip düzeltme girişiminde bulunmuşlardır (DG3S2.04, PcaG3S2.05, ÖH). Grafik çiziminde ölçeklendirmeyi doğru yapmamaları doğrusal bir yapı oluşturmamalarına sebep olmuştur (DG3S2.05, PrG3S2.02, ÖH). Öğrenciler, ölçeklendirmeyi düzenli yapmaları halinde daha doğru bir grafik çizebileceklerini fark etmişlerdir (PrG3S2.04, AG3S2.01) fakat zamana göre biriken paranın grafikte bir doğru belirttiğini fark edememişlerdir. 4 hafta sonra elde ettikleri birikimleri tablodan belirlemiş, denklem kullanarak da hesaplamışlardır (DKH, TAG). Tablo kullanarak beşinci haftada iki kişinin birikimlerinin eşit olacağını belirlemişler, oluşturdukları denklemde değişkene değer vererek de doğru sonucu bulmuşlardır. Doğru sonuca değişkene değer vererek ulaşmalarına rağmen denklem çözerek bulduklarını söylemişlerdir (AG3S2.03). Araştırmacının rehberliği ile oluşturdukları denklemleri eşitleyerek bulabileceklerini fark etmişlerdir (PcaG3S2.07). Sonuç olarak öğrenciler, grafik ölçeklendirmesi ve doğrusal ilişkilerin temsili konusunda eksiklikler yaşasalar da farklı temsiller arasında geçiş yaparak (TAG) problemin çözümünü doğru şekilde tamamlamışlardır.

Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.16’te özetlenmiştir.

Tablo 3.16

Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S2- (Maddi durum)

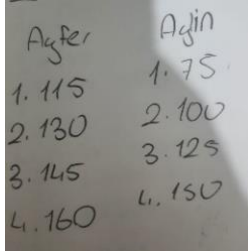
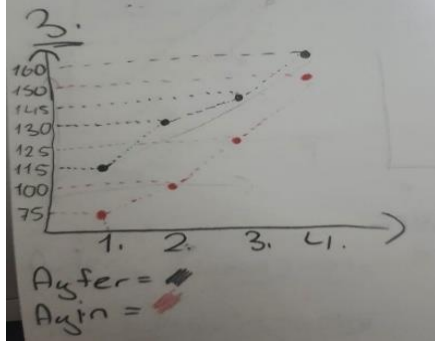
Mp (Matematiksel Pratik)	Açıklama	Kod
MpG3S2.01	G3 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG3S2.02	Zaman ve birikim miktarı için tablo oluşturma	TO

Tablo 3.16 (Devam)*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S2- (Maddi durum)*

MpG3S2.03	Değişkenleri belirleme (Ayfer için: Hafta: x, toplam para: y; Aylin için: hafta: x, toplam para: y)	DT, BİT
MpG3S2.04	Denklem kurma (Ayfer: $100+15x=y$ Aylin: $50+25x=y$)	DK, SİE
MpG3S2.05	Grafik çizme ve analiz etme	GK, GT, ÖH, TAG
MpG3S2.06	4 haftalık birikimi hesaplama ve denklemi kullanarak doğrulama	DKH, TAG, ÇKS,
MpG3S2.07	Birikimlerin eşit olduğu haftayı hesaplama	TT, TAG, HFE
MpG3S2.08	Grafik ve tabloyu kıyaslayarak yorum yapma	SİE
MpG3S2.09	Doğrusal fonksiyonların kesişimini ve çözüm kümesini anlayabilme	DKK

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.17’de sunulmuştur.

Tablo 3.17*Birincil Nesneler (PO) -G3S2*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (Görev)	Maddi durum problemi kapsamında, Ayfer ve Aylin’in haftalara göre birikimlerini temsil etme, değişken belirleme tablo oluşturma, denklem kurma, grafik çizme ve temsiller arası geçiş yapma.
L (Dil)	Sözel: Geçen zaman, birikim, denklem, değişken, başlangıç miktarı, artış miktarı, satır sütun, doğrusallık Sembolik: x, y; $100+15x=y$, $50+25x=y$   Grafik

Tablo 3.17 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G3S2*

D (Kavramlar)	DG3S2.01: Öğrenciler tablo oluştururken bilgileri tek bir tabloda yazmamıştır, ayrıca bilgilerin sunuş tarzı bir tablo formatına uygun değildir DG3S2.02: Değişken belirlemede bir eksiklik görünmemiştir. DG3S2.03: Denklemi başarılı şekilde oluşturmuşlardır. DG3S2.04: Grafik oluştururken ölçeklendirme hatası yapmışlar, ancak araştırmacının yönlendirmesiyle hatalarını fark ederek düzeltme girişiminde bulunmuşlardır. DG3S2.05: Grafik ölçeklendirmesinde kavram karmaşası gözlenmiştir.
Pr (Önerme)	PrG3S2.01: <i>Bağımlı y, bağımsız x.</i> (Önerme: y değişkeni x değişkenine bağlı değişmektedir.) PrG3S2.02: <i>Tabloda düzen var ama grafikte ikisinin de bilgileri olduğu için doğrusal bir artış görünmüyor.</i> (Yanlış Önerme) PrG3S2.03: <i>İkisinin bilgilerini ayrı grafiklerde gösterirsek, her biri doğrusal olurdu (yanlış önerme)</i> PrG3S2.04: <i>Eğer grafikte artışları düzenli olarak 3 3 ve 5 5 şeklinde ayarlasaydık doğrusal olurdu.</i> (Önerme: Grafik doğruluğu için düzenli ölçeklendirme önemlidir.) PrG3S2.05: <i>Aylin daha geriden geliyor Ayfer daha önden başlıyor. Başlangıç ücretleri farklı ama Aylin daha çok para biriktiriyor.</i> (Önerme: Bir değişkenin artış miktarı ne kadar büyükse, belirli bir sürede ulaşılan değer de o kadar büyük olur.)
Pca (Prosedür)	PcaG2S2.01: Öğrenciler tabloyu sayısal olarak doğru şekilde oluşturmuşlardır. PcaG2S2.02: Öğrenciler 2 kişi için de aynı değişkenleri kullanmışlardır PcaG2S2.03: Bağımlı ve bağımsız değişkenleri doğru şekilde belirlemişlerdir PcaG2S2.04: grafik olarak çizgi grafiğini tercih etmişlerdir PcaG2S2.05: Grafik çiziminde sayıları önce yanlış yerleştirmişler, sonra tekrar düzenlemişlerdir PcaG2S2.06: Grafiğe sadece tablodaki sayıları yazmayı düşündükleri için ölçeklendirmede hata yapmışlardır PcaG2S2.07: Birikimlerin kesişim noktasını önce tablo ile bulmuş, sonra araştırmacının rehberliğiyle denklemi kullanarak doğrulamışlardır.
A (Argüman)	AG3S2.01: <i>Grafikte ölçeklendirme yaparken düzenli olması için beşer beşer artırsaydık, Ayfer'in 3 3, Aylin'in 5 5 artardı ve doğrusal olabilirdi."</i> (Akıl Yürütme: Grafik doğruluğu için ölçeklendirme önemlidir.) AG3S2.02: <i>Tabloda her kişi için ayrı bir düzenli artış olmasına rağmen, grafikte iki kişinin verileri birleştirildiğinde doğrusal bir artış görünmüyor.</i> (Akıl Yürütme: Farklı büyüme oranlarına sahip iki veri seti aynı grafikte gösterildiğinde, doğrusal bir temsil elde etmek zorlaşabilir.) AG3S2.03: <i>Tabloyu kullanarak beşinci haftada eşit olduğunu fark ettik, sonra denklemi kullanarak doğruladık.</i> (Akıl Yürütme: Tablo görsel olarak çözüm sunarken, denklem bu çözümün doğruluğunu test etmek için kullanılabilir.)

3.2.3.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G3 grubunun S2'ye verdikleri çözüm süreçlerine dayanarak beş adet semiyotik fonksiyon tanımlanmıştır (Tablo 3.18). SFG3S2.01'de öğrenciler bağımlı ve bağımsız değişkenlerin ilişkisini doğru kurarak genel bir farkındalık geliştirmiştir (Görsel–Somutlaştırma). SFG3S2.02 ve SFG3S2.03'te ise grafik çiziminde yapılan ölçeklendirme hataları, grafik temsiliinin anlamını

bozmuş; ancak öğrenciler bu durumu fark ederek düzeltme yönünde çaba göstermiştir. Bu süreçlerde ifade / içerik ikiliği ile temsilin yapısı sorgulanmıştır. SFG3S2.04’te öğrenciler farklı temsiller (denklem ve tablo) ile aynı sonucu doğrulayıp anlam üretmiştir (İfade / İçerik- Temsil etme/Yorumlama). Son olarak, SFG3S2.05’te Aylin’in daha fazla birikim yapmasının artış oranına (eğime) bağlı olduğu sezgisel olarak kavranmıştır (Görsel/görsel olmayan–Soyutlama)



Tablo 3.18*Semiyotik Fonksiyonlar G3S2*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam (Kriter)	İkilik	Süreç
SFG3S2.01	PrG3S2.01, DG3S2.02, PcaG2S2.03	Tablo verileri	Değişkenler arası ilişkiyi fark etme	Görsel örüntüyü cebirsel ilişkiye dönüştürme	Görsel	Somutlaştırma
SFG3S2.02	PrG3S2.02, DG3S2.05, PcaG2S2.05	Grafikte sayıların düzensiz yerleştirilmesi	Doğrusal artışın görünmemesi	Ölçeklendirme eksikliği ile grafik temsilin bozulması	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG3S2.03	AG3S2.01, PrG3S2.04	Grafik doğru oluşturulmadığı için doğrusal ilişki gözlemlenememesi	Doğru ölçeklendirme yapılırsa doğrusal grafik oluşabileceği fikri	Grafığın yapısını düzeltme yönünde farkındalık	Görsel / Görsel olmayan	Soyutlama
SFG3S2.04	MpG3S2.06 AG3S2.03 PcaG2S2.07	Tablodaki sayısal değerleri denklemlerle test etme	Sonuçların uyduğuna fark etme	Farklı temsillerle doğrulama	İfade / İçerik	Temsil etme Yorumlama
SFG3S2.05	PrG3S2.05, AG3S2.02	Aylin'in artış miktarının daha fazla olduğunun fark edilmesi	Eğim kavramına sezgisel olarak yaklaşım	Artış oranının etkisini anlamlandırma	Görsel / Görsel olmayan	Soyutlama

3.3 Üçüncü Uygulama Problemi (Grafik Yorumlama): Bulguların Analizi

3.3.1 G1 grubu çözüm süreci

G1 öğrencileri grafik yorumlama probleminde sistematik bir ilerleme kaydetmiş ve farklı temsiller arasında ilişkiler kurarak çözüm süreçlerini geliştirmişlerdir. Öncelikle, problemi anlamış (SOA) ve gerçek yaşamla ilişkilendirme yaparak eksenleri belirlemişlerdir (SİE, GK, DT). Bu aşamadan sonra tablo oluşturup, tabloya uygun denklemi belirleyerek çözüm sürecini matematiksel bir yapıya oturtmuşlardır (TO, BİT, DK, TAG).

Öğrenciler, problem durumunu formüle dökerken her şeye bir değişken atamaları gerektiğini vurgulamış (DG1S3.02) ve oluşturdukları formülün genellenebilir olduğunu fark etmişlerdir (DG1S3.03, PrG1S3.02). Ancak, formül oluşturma sürecinde bazen doğrulama ihtiyacı duymuşlar ve rehberlik almaya ihtiyaç hissetmişlerdir (GG, DT).

G1 öğrencilerinin oluşturdukları formülü farklı problem durumlarına uyguladıkları ve genelleme yaptıkları görülmüştür (AG1S3.04). Azalan değişim içeren problem durumlarında çıkarma işlemini kullanmaları gerektiğini belirttikleri kaydedilmiştir (AG1S3.05, PrG1S3.03). Son olarak grafik yorumlama sürecinde hata fark etme ve doğrulama stratejileri kullandıkları, farklı problem türlerine yönelik kurallar ifade ettikleri ve matematiksel temsil gösterim süreçlerini kullandıkları dokümantasyonlara yansımıştır.

Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.19’da özetlenmiştir.

Tablo 3.19

Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G1S3- (Grafik Yorumlama)

Mp	Açıklama	Kod
MpG1S3.01	G1 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG1S3.02	Gerçek yaşam cümlesi oluşturma ve eksenleri adlandırma	SİE, GK, DT
MpG1S3.03	Gerçek cümlesine uygun tablo oluşturma	TO, TAG
MpG1S3.04	Tabloya uygun denklem kurma	BİT, DK, TAG

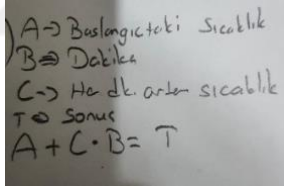
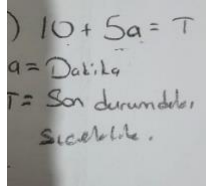
Tablo 3.19 (Devam)*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G1S3- (Grafik Yorumlama)*

MpG1S3.05 Problem durumu oluşturma ve çözüm yapma SİE, DKH, TT

MpG1S3.06 Formül oluşturma ve doğruluğunu test etme GG, DT, GG

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.20’de sunulmuştur.

Tablo 3.20*Birincil Nesneler (PO) -G1S3*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (görev)	Grafik yorumlama problem kapsamında, belirli bir durumu temsil eden bir senaryo oluşturma, değişkenleri belirleme, tablo oluşturma, tabloya uygun denklem kurma, grafiklerle karşılaştırarak temsiller arası geçiş yapma, doğrusal modeli($y=mx+n$) oluşturma ve yorumlama
L (Dil)	Sözel: sabit terim, değişken, formül, artan, azalan, denklem, genelleme, başlangıç miktarı, artış miktarı, satır, sütun Sembolik: a, b, c, t,   
D (Kavramlar)	DG1S3.01: tablo düzenlemesinde herhangi bir eksiklik görülmemiştir. DG1S3.02: Öğrenciler matematikte bir formül oluştururken her şeye bir değişken atamaları gerektiğini vurgulamışlardır. DG1S3.03: formülün aslında genellenebilen bir şey olduğu vurgusunu yapmışlardır.
Pr (Önerme)	PrG1S3.01: Bir maddenin sıcaklığı başlangıçta 10°C'dir ve her dakikada 5°C artmaktadır. (Önerme: Sıfırıncı dakikada sıcaklık başlangıç değerine sahiptir) PrG1S3.02: Formül aslında genellenebilen bir şeydir (Önerme: Bir matematiksel ifade farklı bağlamlara uygulanabilir) PrG1S3.03: Azalan bir durum olduğunda, formülde çıkarma işlemi kullanılır (Önerme: Bir matematiksel ifade farklı bağlamlara uygulanabilir)
Pc (Prosedürler)	PcaG1S3.01: Grafik üzerindeki eksenleri uygun şekilde belirlemişlerdir. PcaG1S3.02: Belirlenen gerçek yaşam cümlesini uygun şekilde sözel olarak ifade etmişlerdir (artan bir sıcaklık problemi). PcaG1S3.03: tabloyu uygun şekilde doldurmuşlardır. PcaG1S3.04: denklemi uygun şekilde oluşturmuşlardır ($10+5a=T$) PcaG1S3.05: denkleme uygun problemi doğru şekilde oluşturmuşlardır. PcaG1S3.06: oluşturulan problemin çözümü için denklemi tercih etmişlerdir. PcaG1S3.07: formül oluşturma aşamasını doğru şekilde tamamlamışlardır. PcaG1S3.08: oluşturdukları formülü başka sorulara da genelleyebilmişlerdir.

Tablo 3.20 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G1S3*

A (Argüman)	AG1S3.01: <i>Grafikte sıfır noktasına denk geldiği için başlangıç noktasıdır. (Akıl yürütme: Öğrenci, grafik üzerinde sıfır noktasında yer alan değerin sistemin başlangıcı olduğunu çıkarımsal olarak belirlemiştir.)</i> AG1S3.02: <i>Buradan da her dakikada 5 derece arttığı sonucunu çıkardık (Akıl yürütme: Öğrenci, ardışık sıcaklık değişimlerini inceleyerek her dakika için sabit bir artış olduğunu gözlemlemiş ve bu durumu genellemiştir.)</i> AG1S3.03: <i>Denklem kullandık çünkü daha kolaydı, tablo veya grafik çizmek uzun olacaktı. (Akıl yürütme: Öğrenciler, farklı çözüm yöntemlerini karşılaştırarak denklemin daha pratik olduğuna karar vermiştir.)</i> AG1S3.04: <i>Formülümüz genellenebilir çünkü sıcaklık ve dakika yerine farklı değişkenler koyabiliyoruz (Akıl yürütme: Formülün sadece sıcaklık artışı için değil, farklı büyüme süreçleri için de geçerli olduğu fikri)</i> AG1S3.05: <i>Eğer su azalıyorsa, formülde çıkarma işlemi kullanmalıyız. (Akıl yürütme: Formülde artan ve azalan değişkenlerin farklı şekilde ele alınması gerektiği fikri.)</i>
-------------	---

3.3.1.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G1 öğrencilerinin S3'e verdikleri yanıtlar incelendiğinde, toplam beş adet semiyotik fonksiyon tanımlanmıştır (Tablo 3.21). Bu semiyotik fonksiyonlarla öğrencilerin grafik temsilden başlayarak cebirsel temsile doğru anlamlı bir geçiş gerçekleştirdikleri görülmektedir. SFG1S3.01'de grafik üzerindeki sıfır noktasının sıcaklığın başlangıç değeri olduğunu doğru şekilde ifade eden öğrenciler, grafik verisini sözel olarak temsil ederek ifade/içerik ikiliği çerçevesinde bir temsil süreci gerçekleştirmiştir. Bu çıkarımdan hareketle SFG1S3.02'de sabit bir artışın fark edilmesiyle denklem oluşturulmuş, böylece görsel olmayan/görsel geçişiyle birlikte somutlaştırma süreci izlenmiştir. SFG1S3.03'te kendi oluşturdukları problem durumlarında denklemini grafik ve tabloya göre daha pratik bulmaları, temsiller arası tercih sürecini ve anlam aktarımını ifade etmektedir. Oluşturdukları cebirsel yapının farklı bağlamlara da uygulanabilir olduğunu fark etmeleri, somut örnek/genel yapı ikiliği ile açıklanan genelleme sürecini göstermektedir (SFG1S3.04). Son olarak, öğrenciler formülün sadece sıcaklık problemleriyle sınırlı kalmayıp, farklı bağlamlarda da kullanılabileceğini belirterek formül yapısının yapısal genelliğini ortaya koymuşlardır (SFG1S3.05)

Tablo 3.21*Semiyotik Fonksiyonlar G1S3*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam (Kriter)	İkilik	Süreç
SFG1S3.01	MpG1S3.02, PcaG1S3.01, AG1S3.01 PrG1S3.01	Grafik verileri	Grafik veriden başlangıç değerinin çıkarımı	Zaman-sıcaklık başlangıç noktasının grafik ifadesi	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG1S3.02	MpG1S3.04, PcaG1S3.04, AG1S3.02	Grafikten sabit artış fark edilmesi	$10 + 5a = T$ denklemi kurulması	Grafik gösterimin cebirsel temsile dönüştürülmesi	Görsel olmayan/ Görsel	Somutlaştırma
SFG1S3.03	MpG1S3.05, AG1S3.03, PcaG1S3.06	Kendisinin oluşturduğu problem durumunda çözüm yapma	Grafik veya tablo yerine denklem kullanmanın daha kısa sürede çözüm sağladığının fark edilmesi	Temsil tercihi	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG1S3.04	MpG1S3.06 DG1S3.02 PcaG1S3.07 PcaG1S3.08 AG1S3.04	Grafik verileri	Kurulan denklem yapısının farklı problem durumlarında da geçerli olabileceğinin fark etmeleri	Grafik $\rightarrow$ Denklem $\rightarrow$ Genellenebilir cebirsel temsil kurulumu	Somut örnek/Genel yapı	Genelleme
SFG1S3.05	PrG1S3.02, AG1S3.04, DG1S3.03, PcaG1S3.08	Formülün başka bağlamlara da uygulanabileceğinin fark edilmesi	Genellenebilir cebirsel yapının fark edilmesi	Formülün yapısal genelliğinin fark edilmesi	Somut örnek/Genel yapı	Genelleme

3.3.2 G2 grubu çözüm süreci

G2 öğrencileri, S3 görevinde matematiksel pratikleri sistematik bir şekilde takip etmişlerdir. Başlangıç aşamasında verilen grafiği analiz ederek gerçek yaşam ile ilişkilendirme yapmış ve eksenleri uygun şekilde adlandırmışlardır (SİE, GK, DT). Ardından, grafik üzerinde tanımladıkları gerçek yaşam problemine uygun bir tablo oluşturmuş ve tablodan hareketle doğru denklemi kurmuşlardır. Öğrenciler, denklemi oluştururken değişkenleri belirleyip, denklemi test etmiş ve doğruluğunu kontrol etmişlerdir. (TO, TAG, DK,)

Öğrenciler, formül oluştururken fen bilimlerinde kullanılan formül yapısına benzer bir yaklaşım geliştirmiş ve her değişkene bir harf atanması gerektiğini fark etmişlerdir. (DG2S3.02, PcaG2S3.07, AG2S3.03) Formülün sadece para biriktirme problemi için değil, farklı problemlere de uyarlanabileceğini anlamışlar ve bunu taksi ücreti hesaplama veya su dolan havuz gibi senaryolarla genelleştirmişlerdir. (DG2S3.03, PcaG2S3.08, AG2S3.04)

Öğrenciler doğrusal ilişkiyi farklı temsiller (grafik, tablo, denklem) arasında geçiş yaparak kavramış ve bu temsillerin avantajlarını karşılaştırmıştır. (PcaG2S3.06, TAG) Özellikle kısa vadeli hesaplamalar için tablo ve grafiğin, uzun vadeli hesaplamalar için denklemin daha pratik olduğunu belirtmişlerdir. (PrG2S3.04, AG2S3.02)

Sonuç olarak, öğrenciler grafik, tablo ve denklem arasındaki ilişkiyi anlamış, değişkenleri ve denklemi doğru şekilde yorumlamış ve matematiksel genellemeler yapabilmıştır.

Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.22’de özetlenmiştir.

Tablo 3.22

Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S3- (Grafik Yorumlama)

Mp	Açıklama	Kod
MpG2S3.01	G2 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG2S3.02	Gerçek yaşam cümlesi oluşturma ve eksenleri adlandırma	SİE, GK, DT
MpG2S3.03	Gerçek yaşam cümlesine uygun tablo oluşturma	TO, TAG
MpG2S3.04	Tabloya uygun denklem kurma	BİT, DK, TAG

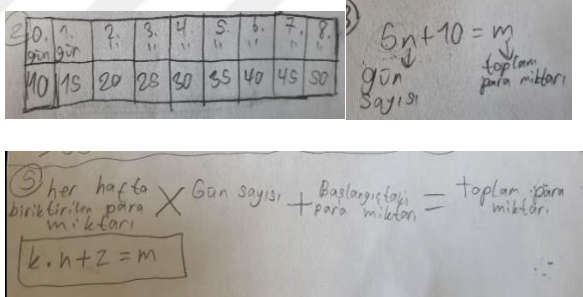
Tablo 3.22 (Devam)*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G2S3- (Grafik Yorumlama)*

MpG2S3.05 Problem durumu oluşturma ve çözüm yapma SİE, DKH, TT

MpG2S3.06 Formül oluşturma ve doğruluğunu test etme GG, DT, GG

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.23'te sunulmuştur.

Tablo 3.23*Birincil Nesneler (PO) -G2S3*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (görev)	Grafik yorumlama problem kapsamında, belirli bir durumu temsil eden bir senaryo oluşturma, değişkenleri belirleme, tablo oluşturma, tabloya uygun denklem kurma, grafikte karşılaştırarak temsiller arası geçiş yapma, doğrusal modeli($y=mx+n$) oluşturma ve yorumlama
L (Dil)	Sözel: sabit terim, değişken, formül, artan, azalan, denklem, genelleme, başlangıç miktarı, artış miktarı, satır, sütun Sembolik: n, m, k, z, 
D (Kavramlar)	DG2S3.01: Tablo düzenlemesinde herhangi bir eksiklik görülmemiştir. DG2S3.02: Formül oluştururken her değişkene bir harf atamaları gerektiğini fark etmişlerdir. DG2S3.03: Formülün sadece para biriktirme değil, farklı senaryolara da uyarlanabileceğini keşfetmişlerdir. DG2S3.04: Azalan bir durum olduğunda, formülde çıkarma işlemi kullanılması gerektiğini belirlemişlerdir.
Pr (Önerme)	PrG2S3.01: Başlangıçta 10 TL var ve her gün 5 TL biriktiriliyor. (Önerme: Grafik başlangıç noktasındaki değeri gösterir ve artışı belirli bir kural ile tanımlar.) PrG2S3.02: Formül aslında farklı durumlar için uygulanabilir. (Önerme: Matematiksel formüller, farklı bağlamlarda kullanılabilir.) PrG2S3.03: Eğer değişken azalıyor, formülde çıkarma işlemi kullanılmalıdır. (Önerme: Matematiksel denklemlerde artan ve azalan durumlar farklı işlem gerektirir.) PrG2S3.04: Günlük veya kısa vadeli sorular için tablo ve grafik pratik olabilir, ancak uzun vadeli bir şey sorulursa denklem daha kullanışlıdır. (Önerme: Problem çözme sürecinde kullanılan yöntem, bağlama göre değişebilir.)

Tablo 3.23 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G2S3*

Pca (Prosedürler)	PcaG2S3.01: Grafik üzerindeki eksenleri uygun şekilde belirlemişlerdir. PcaG2S3.02: Gerçek yaşamda karşılaşılabilecekleri bir senaryo oluşturmuşlardır (para biriktirme problemi). PcaG2S3.03: Tabloyu uygun şekilde doldurmuşlardır. PcaG2S3.04: Denklemini uygun şekilde oluşturmuşlardır ($5n+10=m$). PcaG2S3.05: Denkleme uygun problemi doğru şekilde oluşturmuşlardır. PcaG2S3.06: Oluşturulan problemin çözümü için denklem ve tabloyu tercih etmişlerdir. PcaG2S3.07: Formül oluştururken fen bilimleri dersindeki formül mantığına benzer bir yaklaşım kullanmışlardır. PcaG2S3.08: Aynı formülü taksi ücreti veya su dolan havuz gibi farklı durumlara da uyarlayabileceklerini fark etmişlerdir.
A (Argüman)	AG2S3.01: <i>Başlangıçta bir 10 sayısı var ve buna göre her zaman 5er 5er artıyor</i> (Akıl yürütme: başlangıç değeri sabittir ve değişim her adımda aynı miktarda gerçekleşir). AG2S3.02: <i>Buradaki n değişkeni sürekli değişebileceği için denklem ile bulmak daha kolay</i> (Akıl yürütme: belirli örnekler için tablo ya da grafik kullanılabilir, ancak genel bir çözüm için denklem daha etkilidir). AG2S3.03: <i>Fen bilgisinde formüllerde her değişkene harf atanıyordu, biz de öyle yaptık</i> (Akıl yürütme: Farklı disiplinlerdeki formül yapılarının benzer mantıklara dayanır). AG2S3.04: <i>Eğer su boşaltılıyorsa formülde + yerine - yazmak gerekir</i> (Akıl yürütme: Formülde artan ve azalan değişkenlerin farklı şekilde ele alınması gerektiği fikri).

3.3.2.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G2 öğrencilerinin S3'e verdikleri yanıtlar incelendiğinde, toplam beş adet semiyotik fonksiyon tanımlanmış, öğrencilerin grafikteki bilgileri doğru şekilde anlamlandırarak sistematik biçimde cebirsel temsillere dönüştürdükleri görülmüştür (Tablo 3.24). İlk olarak, SFG2S3.01'de grafik üzerindeki başlangıç noktasından hareketle birikim sürecine ilişkin başlangıç değerini ifade etmişlerdir. Bu durum, ifade/içerik ikiliği bağlamında grafik temsilin içerik anlamına dönüştüğü bir temsil etme sürecine işaret etmektedir. Ardından öğrenciler, grafik üzerinde gözlemledikleri sabit artış ilişkisini fark ederek $5n + 10 = m$ biçiminde doğru denklemi oluşturmuşlar ve böylece görsel olmayan/görsel geçişle somutlaştırma sürecini başarıyla yürütmüşlerdir (SFG2S3.02). SFG2S3.03'te öğrencilerin kendi oluşturdukları problem durumlarını çözme sürecinde, farklı temsiller (grafik ve tablo) yerine denklemi daha etkili bulmaları, ifade/içerik ikiliğine dayalı bir temsil tercihi olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte, oluşturdukları formülün yalnızca mevcut problem için değil, farklı bağlamlar için de geçerli olabileceğini fark etmeleri, somut örnek/genel yapı ikiliği kapsamında genelleme sürecine işaret etmektedir (SFG2S3.04). Özellikle formül yapısının taksi ücreti ya da su dolum problemlerine de uygulanabileceğini ifade etmeleri, formülün yapısal genelliğini kavradıklarını göstermektedir (SFG2S3.05).

Tablo 3.24*Semiyotik Fonksiyonlar G2S3*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam (Kriter)	İkilik	Süreç
SFG2S3.01	MpG2S3.02, PcaG2S3.01, AG2S3.01 PcaG2S3.03	Grafik verileri	Grafik verisinden başlangıç değerinin çıkarımı	Gün-biriken para başlangıç noktasının grafik ifadesi	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG2S3.02	MpG2S3.04, PcaG2S3.04, AG2S3.02	Grafikten sabit artış fark edilmesi	$5n + 10 = m$ denklemi kurulması	Grafik gösterimin cebirsel temsile dönüştürülmesi	Görsel olmayan/ Görsel	Somutlaştırma
SFG2S3.03	MpG2S3.05 PcaG2S3.05 PcaG2S3.06 AG2S3.02	Kendisinin oluşturduğu problem durumunda çözüm yapma	Grafik veya tablo yerine denklem kullanmanın daha kısa sürede çözüm sağladığının fark edilmesi	Temsil tercihi	İfade/İçerik	Temsil etme
SFG2S3.04	MpG2S3.06 DG2S3.02 PrG2S3.02 PcaG2S3.07 AG2S3.03	Grafik verileri	Kurulan denklem yapısının farklı problem durumlarında da geçerli olabileceğini fark etmeleri	Grafik → Denklem → Genellenebilir cebirsel temsil kurulumu	Somut örnek/Genel yapı	Genelleme
SFG2S3.05	DG2S3.03 DG2S3.04 PrG2S3.03 PcaG2S3.08 AG2S3.04	Formülün başka bağlamlara da uygulanabileceğinin fark edilmesi	Genellenebilir cebirsel yapının fark edilmesi	Formülün yapısal genelliğinin fark edilmesi	Somut örnek/Genel yapı	Genelleme

3.3.3 G3 grubu çözüm süreci

G3 öğrencileri, S3 görevinde çeşitli matematiksel pratikleri uygulayarak adım adım ilerlemişlerdir. İlk olarak, sorunun ilk bölümünü okuyup anlayarak analiz sürecini başlatmışlar ve eksenleri doğru bir şekilde adlandırarak gerçek yaşam ile ilişkilendirmişlerdir (SİE, GK, DT, PcaG2S3.01). Daha sonra, oluşturdukları gerçek yaşam cümlesine uygun bir tablo düzenlemiş ve bu tablodan yola çıkarak denklem yazmışlardır (TO, TAG, PcaG3S3.04). Problem durumunu oluştururken ve çözüm sürecinde tablo, denklem ve grafik arasındaki ilişkileri kıyaslayarak yorumlamışlardır (PrG3S3.02, PcaG3S3.06).

Öğrenciler, formül oluşturma sürecinde denklemlerle formüllerin farkını tartışmış ve bir formülde eşitlik bulunmaması gerektiğini düşünerek bilinçli bir şekilde eşitlik içermeyen bir yapı oluşturmuşlardır (DG3S3.02, PcaG3S3.08, AG3S3.04). Ancak bu noktada eşitlik içermeyen bir yapının matematiksel doğruluğu konusunda hatalı bir çıkarım yapmışlardır. Ayrıca, grafik üzerindeki doğrunun ışın olduğunu değerlendirmiş ve bu doğrunun herhangi bir noktasındaki değeri bulmak için oluşturdukları denklemi kullanabileceklerini fark etmişlerdir (DG3S3.04, PrG3S3.06, AG3S3.03). Araştırmacı gözlemlerine göre, bu çıkarımın diğer gruplar tarafından bir önceki soruda yapıldığı not edilmiştir.

Matematiksel temsiller arasındaki geçişi başarıyla gerçekleştiren öğrenciler, kısa vadeli hesaplamalar için tablo ve grafiğin, uzun vadeli hesaplamalar için ise denklemin daha pratik bulduklarını belirtmişlerdir (PrG3S3.04, AG3S3.02). Bu aşamada kullanmış oldukları tablo temsili tercihi için “*değişikli olsun diye tablo kullandık*” açıklamasıyla argüman oluşturamamışlardır. Sonuç olarak, öğrenciler grafik, tablo ve denklem arasındaki ilişkileri kurabilmiş, doğrusal artış kavramını tanımlamış ve oluşturdukları matematiksel temsillerin geçerliliğini test edebilmişlerdir (AG3S3.03, PcaG3S3.04). Ancak, doğru denklemi formülü oluşturma aşamasında başarı sağlayamamışlardır.

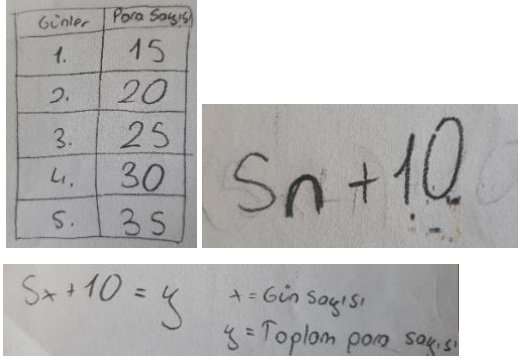
Bu çözüm süreci boyunca öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel pratikler, kavramsal açıklamaları ve kodlamaları Tablo 3.25’te özetlenmiştir.

Tablo 3.25*Matematiksel Pratikler (Mp) ve Kodlamalar G3S3- (Grafik Yorumlama)*

Mp	Açıklama	Kod
MpG3S3.01	G3 sorunun ilk bölümünü okur ve anlar	SOA
MpG3S3.02	Gerçek yaşam cümlesi oluşturma ve eksenleri adlandırma	SİE, GK, DT
MpG3S3.03	Gerçek yaşam cümlesine uygun tablo oluşturma	TO, TAG
MpG3S3.04	Tabloya uygun denklem kurma	BİT, DK, TAG
MpG3S3.05	Problem durumu oluşturma ve çözüm yapma	SİE, DKH, TT
MpG3S3.06	Formül oluşturma ve doğruluğunu test etme	GG, HFE

Öte yandan, öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya çıkardıkları birincil nesneler: kullandıkları dilsel ifadeler, kavramlar, önermeler, prosedürler ve argümanlar da OSA çerçevesinde Tablo 3.26’da sunulmuştur.

Tablo 3.26*Birincil Nesneler (PO) -G3S3*

PO (Birincil Nesne)	Açıklama
T (görev)	Grafik yorumlama problem kapsamında, belirli bir durumu temsil eden bir senaryo oluşturma, değişkenleri belirleme, tablo oluşturma, tabloya uygun denklem kurma, grafiklerle karşılaştırarak temsiller arası geçiş yapma, doğrusal modeli($y=mx+n$) oluşturma ve yorumlama
L (Dil)	Sözel: başlangıç değeri, değişken, bağımsız değişken, bağımlı değişken, doğrusal, formül, grafik, artış miktarı, gün, para, eksen, doğru, ışın, doğru parçası. Sembolik: $x, y, n, 5x+10=y$ 

Tablo 3.26 (Devam)*Birincil Nesneler (PO) -G3S3*

D (Kavramlar)	DG3S3.01: Tablo düzenlemesinde herhangi bir eksiklik görülmemiştir. DG3S3.02: Formül oluştururken bir eşitlik olmaması gerektiğini düşünmüşlerdir. DG3S3.03: Denklem ve formül arasındaki farkı tartışmışlardır DG3S3.04: Grafik üzerindeki doğrunun ışın olduğunu düşünmüşlerdir.
Pr (Önerme)	PrG3S3.01: <i>Başlangıçta 10 TL var ve her gün 5 TL biriktiriliyor.</i> (Önerme: Grafik başlangıç noktasındaki değeri gösterir ve artışı belirli bir kural ile tanımlar.) PrG3S3.02: <i>Diğerlerinin hepsini denklem ile çözmüştük</i> PrG3S3.03: <i>Denklem formülünden farklıdır çünkü denklemde eşitlik bulunur.</i> (Yanlış Önerme) PrG3S3.04: <i>20. gün biriken parayı bulsaydık denklemi kullanmak daha Pratik olurdu.</i> (Önerme: Uzun vadeli hesaplamalar için denklemler daha kullanışlıdır.) PrG3S3.05: <i>Formülü $5n+10$ şeklinde yaptık. Çünkü hangi sayıları verirsek verelim doğru cevabı veriyor.</i> PrG3S3.06: <i>10 gün sonra, doğruyu uzattığımızda 60 TL'ye denk gelecektir</i> (Önerme: oluşturulan denklemde değişken ne olursa olsun grafikteki karşılığını bulabiliriz)
Pca (Prosedürler)	PcaG3S3.01: Grafik üzerindeki eksenleri uygun şekilde belirlemişlerdir. PcaG3S3.02: Gerçek yaşamda karşılaşılabilecekleri bir senaryo oluşturmuşlardır (para biriktirme problemi). PcaG3S3.03: Tabloyu uygun şekilde doldurmuşlardır. PcaG3S3.04: Denklemi uygun şekilde oluşturmuşlardır ($5x+10=y$). PcaG3S3.05: Denkleme uygun problemi doğru şekilde oluşturmuşlardır. PcaG3S3.06: Oluşturulan problemin çözümü için tabloyu tercih etmişlerdir. PcaG3S3.07: Denklemdeki değişkenlerin doğrusal olarak arttığını belirtmişlerdir. PcaG3S3.08: Denklem ve formül farkını tartışarak eşitlik içermeyen bir formül oluşturmuşlardır (Hatalı) PcaG3S3.09: Oluşturdukları denklemin grafikteki doğrunun denklemi olduğunu fark etmişlerdir.
A (Argüman)	AG3S3.01: Başlangıçta 10 lirası olan Haydar kumbarasına her gün 5 TL atıyor (Akıl yürütme: başlangıç değeri sabittir ve değişim her adımda aynı miktarda gerçekleşir). AG3S3.02: <i>Denklemi kullanarak 20. günün değerini bulmak daha kolay olurdu.</i> (Akıl yürütme: Büyük değerler için genel denklem kullanımı daha pratiktir.) AG3S3.03: <i>Denklem aslında doğrunun denklemi olarak da kullanılabilir.</i> (Akıl yürütme: Grafik üzerindeki herhangi bir noktaya ulaşmak için denklem kullanılabilir.) AG3S3.04: <i>Eşitlik olmamasına dikkat ettik çünkü eşitlik olmaması lazım dedik</i> (Akıl Yürütme: bir formül eşitlik içerirse denklem olur, bu sebeple bizimki eşitlik içermemelidir-hatalı)

3.3.3.1 Semiyotik fonksiyonların analizi

G3 öğrencilerinin S3'e verdikleri yanıtlar incelendiğinde, toplam üç adet semiyotik fonksiyon tanımlanmıştır (Tablo 3.27). Öğrenciler, grafik bilgilerini anlamlandırma ve cebirsel temsillere dönüştürme konusunda belirli aşamaları başarıyla gerçekleştirmiştir. SFG3S3.01'de grafik verisinden başlangıç değerini çıkarsayarak "başlangıç noktasının" anlamını kavramışlar ve bu doğrultuda grafik gösterimini yorumlayabilmişlerdir. SFG3S3.02'de sabit artış ilişkisini fark ederek bu ilişkiyi cebirsel bir temsile dönüştürmeleri, grafik ve denklem temsilleri arasında anlamlı bir geçiş yaptıklarını göstermektedir. Öğrenciler, kısa vadeli hesaplamalar için grafik ve tabloyu kullanırken uzun vadeli hesaplamalarda denklemin daha kullanışlı olduğunu ifade etmiş, bu da temsil tercihine yönelik bilinçli bir seçim yaptıklarını ortaya koymuştur (SFG3S3.03).

Ancak, G1 ve G2 öğrencilerinin aksine G3 öğrencileri formül oluşturma sürecinde kavramsal bir hata yapmışlardır. Formül ile denklem arasındaki farkı yanlış yorumlayarak eşitlik içeren bir ifadenin "formül olamayacağı" yönünde bir çıkarımda bulunmuşlar ve bu sebeple yapı geçerliliği olan bir genellenebilir formül oluşturmamışlardır. Bu nedenle G1 ve G2'de ortaya çıkan formül oluşturma ve genellemeye dair semiyotik fonksiyonlar G3'te oluşmamıştır.

Tablo 3.27*Semiyotik Fonksiyonlar G3S3*

SF No	İlişkili Nesne ve pratik	Öncül	Sonuç	Kurulan Anlam (Kriter)	İkilikler	Süreç
SFG3S3.01	MpG3S3.02, PcaG3S3.01, AG3S3.01, PrG3S3.01	Grafik verileri	Grafik verisinden başlangıç değerinin çıkarımı	Zaman-para başlangıç noktasının grafik temsili	İfade / İçerik	Temsil etme
SFG3S3.02	MpG3S3.04, PcaG3S3.04, AG3S3.01	Grafikte sabit artış fark edilmesi	$5x + 10 = y$ denklemi kurulması	Grafik gösterimin cebirsel temsile dönüştürülmesi	Görsel olmayan / Görsel	Somutlaştırma
SFG3S3.03	MpG3S3.05, PcaG3S3.06, AG3S3.02, PrG3S3.04	Problem durumu çözümünde temsil tercihi	Denklem kullanmanın uzun vadede daha pratik olduğunun fark edilmesi	Temsil tercihi (Denklem $\rightarrow$ Tablodan avantajlı)	İfade / İçerik	Temsil etme

4 TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

4.1.Tartışma

4.1.1 Öğrencilerin doğrusal ilişkiyi yapılandırma süreçleri

Bu bölümde, öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını nasıl yapılandırıdıkları; kullandıkları temsiller ve bu temsiller arasındaki geçiş becerileri, OSA'nın sunduğu kuramsal araçlar çerçevesinde değerlendirilmiştir.

Elde edilen bulgular, öğrencilerin doğrusal ilişkiyi yapılandırma sürecinde farklı soyutlama düzeylerinde yer aldıklarını göstermektedir. G1 grubunun S1 görevine ilişkin çözüm süreçleri, öğrencilerin tablo, grafik ve denklem gibi temsiller arasında geçiş yaparken hem anlamlı yapılandırmalar gerçekleştirdiklerini hem de kavramsal hatalar yaptıklarını ortaya koymaktadır. Örneğin, sabit ücretin her tablo satırına yazılması ve “TL” ifadesinin değişken olarak kullanılması, somutlaştırma ve soyutlama süreçlerinde kavramsal sınırlılıklara işaret etmektedir. Bu durum, öğrencilerin değişken kavramını tam olarak içselleştiremediklerini ve cebirsel semboller kavramsal bir yapıdan çok, işlemsel araçlar olarak gördüklerini göstermektedir (Skemp, 1976; Radford, 2000). Nitekim Deniz (2024), değişkenin sıklıkla sabit bir sayı veya birimle karıştırıldığını ve bu karışıklığın kavramsal soyutlamada ciddi zorluklara neden olduğunu belirtmektedir. Altun (2006) ise, yapılan hataların öğretimsel müdahalelerle kavramsal öğrenmeye dönüştürülebileceğini ve bu hataların birer öğrenme fırsatı sunduğunu ifade etmektedir. Bu çerçevede, G1 öğrencilerinin rehberlik desteğiyle doğruya ulaşabilmiş olmaları, söz konusu görüşü destekler niteliktedir.

G1 grubunun S2 görevine ilişkin çözüm süreçleri, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi sezgisel olarak fark ettiklerini; ancak bu ilişkiyi grafik temsillerle bütünleştirirken zorlandıklarını göstermektedir. Godino ve Font (2008) çalışmalarında da olduğu gibi tablo verilerinden artış miktarını çıkarsamaları ve sözel açıklamalardan iki ayrı denklem oluşturmaları, somutlaştırma ve özelleştirme süreçlerinin işlediğine işaret etmektedir. Bununla birlikte, grafik üzerinde iki doğrunun kesişimini yorumlamakta güçlük yaşamaları, temsilin anlamsal yükünü yeterince kavrayamadıklarını ve ifade/içerik düzleminde dışsal desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Denklemlerin eşitlenerek kesişim haftasının bulunması, öğrencilerin soyutlama sürecine ancak rehberlik aracılığıyla ulaşabildiklerini ortaya koymaktadır. Denklemleri tablo üzerinden test

etmeleri, temsiller arasında doğrulama yapabildiklerini göstermekte; ancak bu doğrulamanın çoğunlukla işlemsel düzeyde kaldığı, kavramsal argümantasyonlarla desteklenmediği anlaşılmaktadır. Ellis'in (2007) belirttiği gibi, öğrencilerin genelleme etkinlikleri sabit ve bağımsız değil; önceki çözüm deneyimlerinden beslenerek gelişir ve zamanla daha kapsayıcı, ilişkili bir yapı kazanır. Bu bağlamda, G1 öğrencilerinin denklem kurma ve doğrulama süreçlerinde kaydettikleri ilerleme, argümantasyon içermese dahi, genellenmenin evrilen doğasına işaret etmektedir.

G2 grubunun S1 görevine yönelik çözüm süreçleri, öğrencilerin sözel temsilden cebirsel temsillere ve grafik yorumlamadan temsiller arası geçişlere kadar birçok aşamada anlamlı semiyotik dönüşümler gerçekleştirdiğini göstermektedir. Sabit ve değişken bileşenleri doğru ilişkilendirmeleri, çizgi grafiğini bilinçli biçimde tercih etmeleri ve başlangıç noktasını kavramsal düzeyde yorumlamaları, zamanın sürekliliğini ve doğrusal artışı sezgisel düzeyde kavradıklarını göstermektedir. Bu temsil tercihi, Font, Godino ve Contreras'ın (2008) çalışmasında da görüldüğü gibi, öğrencilerde somutlaştırma sürecinin işlediğini; ancak soyutlamaya ulaşamayanların anlam üretiminde sembollere bağlı kaldığını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, grafik eksenlerini adlandırmadaki eksiklikler ve başlangıç değerine "0" atamamaları, sürecin hâlen gelişmekte olduğunu göstermektedir.

Font, Godino ve Gallardo'nun (2013) çalışması, öğrencilerin görsel/görsel olmayan temsiller arasında geçiş yapabilme ve değişkenler arası ilişkiyi kavramsal düzeyde yapılandırabilme becerilerini vurgulamaktadır. Bu durum, G2 grubunun S2 görevine ilişkin çözüm süreçlerinde de gözlemlenmiş; öğrencilerin temsil sistemleri arasında anlamlı geçişler kurabildikleri ve Y değişkeninin X'e bağlı olduğunu fark ederek somutlaştırma gerçekleştirdikleri görülmüştür. Ayrıca sabit terimi grafik üzerinde doğru yorumlamaları, görsel olmayan/görsel ikiliği geçişinin bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Öğrencilerin denklem ile grafik arasında kurdukları eşleştirme ve farklı temsillerle aynı sonuca ulaşmaları, semiyotik farkındalık ve doğrulama becerilerini yansıtmaktadır. Bu durum, G2 grubunun çözüm süreçlerinde de açıkça gözlemlenmiştir. Temsil tercihlerinin problemi anlama sürecine bağlı olarak gelişmesi, anlam merkezli bir seçim yaptıklarını göstermektedir. Bu bulgu, Beatty ve Bruce'un (2012) grafik yorumlamanın kavramsal düzeyde desteklenmesi gerektiğine dair bulgularıyla örtüşmektedir. Genel olarak, öğrenciler teknik uygulamaların ötesine geçerek çok

katmanlı ve anlam temelli bir öğrenme süreci gerçekleştirmiştir. Altun ve Durmaz'ın (2013) çalışması da benzer biçimde, öğrencilerin bir problemde yapılandıkları doğrusal ilişki bilgisini bir sonraki problemde etkin biçimde kullandıklarını ve bu sürecin soyutlamayı desteklediğini göstermektedir.

G3 grubunun çözüm süreçleri, öğrencilerin matematiksel temsiller aracılığıyla anlam üretme çabalarında hem doğru yapılandırmalar hem de belirgin kavramsal eksiklikler barındırdığını göstermektedir. Öğrenciler, sözel temsilden cebirsel temsillere geçiş yapabilmış, grafik doğrulama yoluyla denklemlerinin geçerliliğini test etmiş ve temsil tercihlerini denklemin işlevselliğiyle gerekçelendirmişlerdir. Ancak, denklem yönünü tersine çevirme gibi hatalar gözlemlenmiştir. Ayrıca, sütun grafik kullanımına yönelmeleri doğrusal artışı yeterince yansıtamamış; bu temsil seçimi, doğrusal ilişkiyi kavramsal düzeyde yapılandırma sürecinde sınırlılıklara yol açmıştır.

Grafik temsillerle ilgili eksiklikler, eksen adlandırmaları, başlangıç noktası belirleme ve uygun ölçeklendirme gibi teknik detaylardaki hatalarla da kendini göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin grafik temsilleri daha çok yüzeysel biçimde, biçimsel doğruluk üzerinden değil, sezgisel tercihlerle kullandıklarını düşündürmektedir. G3 grubunun bu tercihlerinde, grafik okuma ve oluşturma becerisinin kavramsal düzeyde henüz yeterince gelişmediği anlaşılmaktadır. Bu bulgular, Cañadas, Moreno ve Torres'in (2024) öğrencilerin grafik tercihleri ile kavramsal yeterlikleri arasındaki ilişkiye yönelik çalışmalarıyla örtüşmektedir.

Benzer şekilde, Li ve Goos'un (2025) vurguladığı gibi, grafiklerin yalnızca teknik araçlar değil; aynı zamanda bilişsel ve sosyokültürel araçlar olarak öğrenme süreçlerine etki ettiği görülmektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin grafik temsilleri doğru seçmeleri kadar bu temsilleri kavramsal düzeyde anlamlandırabilmeleri de öğretimsel açıdan desteklenmesi gereken önemli bir alandır.

Manley (2024) tarafından vurgulandığı gibi, öğrencilerin denklem ve tablo temsilleriyle aynı sonuca ulaşmaları, temsil esnekliği kazandıklarını ve bu sayede kavramsal anlamayı destekleyen geçişler kurabildiklerini göstermektedir. Bu durum, G2 grubunun çözüm süreçlerinde de gözlemlenmiş; özellikle Aylin'in birikimindeki artış miktarını sezgisel olarak fark etmesi, Radford'un (2000) belirttiği gibi, soyutlamaya yönelik kavramsal yapılandırma sürecinin bir parçası olarak değerlendirilebilir. Ancak formül oluşturma sürecinde, eşitlik içeren ifadelerin “formül sayılamayacağı” yönündeki yanlış çıkarımları,

öğrencilerin formül ve denklem yapılarının işlevsel anlamlarına ilişkin farkındalıklarının henüz yeterince gelişmediğini göstermektedir. Radford'un (2000) vurguladığı gibi, cebirsel ifadelerin yalnızca işlemsel yönüyle değil, aynı zamanda taşıdığı genellik ve semiyotik yapılarla birlikte kavranması, genelleme becerilerinin gelişimi açısından belirleyici bir rol oynamaktadır.

Son olarak, G1 ve G2 gruplarının grafik yorumlama görevine ilişkin çözüm süreçleri, öğrencilerin grafik temsilleri anlamlandırarak cebirsel temsillere dönüştürme konusunda benzer stratejiler izlediklerini göstermektedir. Her iki grup da grafik üzerindeki başlangıç noktasını doğru yorumlamış ve bu süreci ifade/içerik ikiliği bağlamında, temsilin anlamını kavrayarak yürütmüştür.

Font ve arkadaşlarının (2008) çalışmasında da vurgulandığı gibi, öğrencilerin grafiklerdeki sabit artışı fark ederek denklem kurmaları, görsel olmayan/görsel geçiş üzerinden somutlaştırma sürecini başarıyla gerçekleştirdiklerine işaret etmektedir. Ayrıca, öğrencilerin denklem temsillerini daha işlevsel bulmaları, anlam odaklı temsil tercihleri geliştirdiklerini göstermektedir. Oluşturdukları formülleri farklı problem bağlamlarında da kullanabileceklerini fark etmeleri ise, somut örnek/genel yapı ikiliği kapsamında anlamlı bir genelleme becerisi geliştirdiklerini ortaya koymaktadır.

Bununla birlikte, temsillerin yüzeysel olarak doğru kullanımı, tüm semiyotik fonksiyonların kavrandığı anlamına gelmemektedir. Nitekim Campo-Meneses, Font, García-García ve Sánchez (2021), grafik temelli görevlerde öğrencilerin görünürde doğru adımları izleyebildiklerini; ancak bu adımları destekleyen derin semiyotik yapıları kurmakta zorlandıklarını belirtmektedir. Bu nedenle, temsiller arası geçişi başarıyor gibi görünen öğrencilerde dahi kavramsal temelin eksik olabileceği göz ardı edilmemelidir.

4.1.2 Bilişsel engeller, problem çözme stratejileri ve kavramsal soyutlama

Öğrencilerin doğrusal ilişkilere yönelik çözüm süreçleri, yalnızca doğru yapılandırmaları değil, aynı zamanda kavramsal eksiklikleri ve bilişsel engelleri de açığa çıkarmıştır. Özellikle G1 ve G3 gruplarında, denklem kurma aşamasında sembollerin yanlış anlamlandırıldığı veya işlemsel düzeyde ele alındığı durumlar tespit edilmiştir. Örneğin, G1 grubundaki öğrencilerin “TL” ifadesini değişken yerine kullanmaları ya da başlangıç saatine “kullanım öncesi” gibi bağlamsal ancak matematiksel olmayan ifadeler yazmaları, sembollerin kavramsal anlamlarının içselleştirilmediğini göstermektedir (bkz. 4.1; Radford, 2000; Skemp, 1976). Bu nedenle Rodríguez-Nieto, Font, Rodríguez-Vásquez

ve Pino-Fan (2023a), matematiksel öğrenmenin derin yapısını ortaya koymak amacıyla pratikler, süreçler, nesneler ve semiyotik fonksiyonlardan oluşan bir “buzdağı metaforu” sunmakta ve analiz sürecinde kullanmaktadır.

Benzer şekilde, G3 grubunda bazı öğrenciler formül ile denklem arasındaki farkı dile getirmiş olsalar da bu farkı eşitlik içermeyen yapılarla ifade etmeye çalışmaları, sezgisel düşünce ile matematiksel gösterim arasında bir kopukluk olduğunu ortaya koymaktadır.

G2 grubu ise değişken belirleme ve denklem kurma süreçlerinde daha az rehberliğe ihtiyaç duymuş; temsil sistemleri arasında tutarlı geçişler kurarak kendi doğrulama stratejilerini geliştirebilmiştir. Bununla birlikte, bu grupta da grafik eksenlerinin adlandırılması ya da başlangıç değerinin belirlenmesi gibi teknik konularda kararsızlıklar yaşanmıştır. Bu durum, kavramsal gelişimin tamamlanmış değil, süreç odaklı bir yapıda ilerlediğini göstermektedir.

Problem çözme stratejileri açısından tüm gruplar farklı temsiller (grafik, tablo, denklem) üzerinden çözüm üretmeye çalışmış; ancak bu geçişlerin niteliği gruplar arasında farklılık göstermiştir. G1 ve G3 gruplarında bazı temsil arası geçişler öğretmen yönlendirmesiyle gerçekleşirken, G2 grubu bu geçişleri büyük ölçüde bağımsız olarak gerçekleştirmiştir. Bu fark, epistemik eylemler (sorgulama, temsil oluşturma, geçiş yapma, doğrulama) açısından gruplar arasında stratejik bir ayrışma olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin temsil sistemleri arasında geçişlerde yaşadığı kavramsal zorluklar, bazı temsillerin içerdiği bilgi ile diğerleri arasında anlamlı bağ kuramamalarından kaynaklanmaktadır. Bu tür durumlar, bir temsil sisteminden diğerine geçerken içerik bütünlüğünün korunamamasına ve kavramların yalnızca işlemsel düzeyde ele alınmasına neden olmaktadır. Pino-Fan, Guzmán, Font ve Duval (2020), bu tür temsil geçişlerinin öğrencilerin anlam yapılandırma süreçlerini derinlemesine etkileyebileceğini ve kavramsal eksikliklerin çoğu zaman yüzeysel işlem stratejileriyle telafi edilmeye çalışıldığını ortaya koymaktadır.

Bu bulgular, Tanışlı ve Kalkan’ın (2018) sekizinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmayla örtüşmektedir. Araştırmada öğrencilerin doğrusal fonksiyonlar ve eğim kavramlarını yüzeysel düzeyde ele aldıkları, çoklu temsiller arasında geçişte zorlandıkları ve kavramlar arası ilişkileri kurmakta yetersiz kaldıkları rapor edilmiştir. Grafiklerin sezgisel tercihlere dayalı kullanımı ve cebirsel ifadelerin işlemsel araç olarak görülmesi, bu çalışmadaki bazı grupların çözüm süreçlerinde gözlemlenen bilişsel engellerle

benzerlik göstermektedir. Tanışlı ve Kalkan'ın da vurguladığı gibi, kavramsal anlayış ile akıl yürütme becerileri birbirini desteklemekte ve öğretim süreçlerinin anlam üretimini önceleyecek şekilde yapılandırılması gerekmektedir.

Kavramsal soyutlama süreci değerlendirildiğinde, G2 grubunun artış miktarını doğru tanımlayarak bu bilgiyi formül yapısına dönüştürebildiği ve hatta bu yapıyı yeni bağlamlara genelleyebildiği görülmüştür. G1 grubu ise benzer bir düzeye ancak öğretmen rehberliğiyle ulaşabilmiş; G3 grubu ise bu soyutlama sürecini tamamlayamamıştır. Bu durum, somutlaştırma, soyutlama ve genelleme süreçlerinin her grupta farklı düzeylerde işlediğini ortaya koymaktadır.

Font ve arkadaşlarının (2013) ile Radford'un (2000) çalışmalarında da belirtildiği gibi, genelleme yapabilen öğrenciler, yalnızca mevcut problemi değil, benzer yapıları da tanıyabilmekte ve sembolleri bu yapılarla ilişkilendirebilmektedir. Bu durum, soyutlamanın yalnızca teknik bir beceri değil, aynı zamanda kavramsal farkındalıkla doğrudan ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır.

4.1.3 Planlanan ve gerçekleşen performans arasındaki farklar

Araştırma öncesinde, öğrenciler akademik başarı düzeylerine göre gruplandırılmış ve doğrusal ilişkilere yönelik görevlerdeki performanslarının bu sıralamayı yansıtacağı varsayılmıştır. G3 grubunun yüksek not ortalamasına sahip öğrencilerden, G2 grubunun iyi ve G1 grubunun orta düzey başarı gösteren öğrencilerden oluşması, bu beklentiye destekler niteliktedir. Ancak çalışma bulguları, öğrencilerin görevlerde sergilediği kavramsal yapılandırmaların akademik başarı sıralamasıyla birebir örtüşmediğini ortaya koymuştur.

G2 grubu, özellikle çizgi grafiğini tercih etmeleri, eksenleri kavramsal düzeyde adlandırmaları, doğru ölçeklendirme yapmaları ve doğruların kesişim noktasını çözüm kümesi olarak yorumlamaları açısından güçlü bir performans sergilemiştir. Ayrıca temsil sistemleri arasında tutarlı geçişler kurmuş, formül oluşturma ve doğrulama gibi süreçleri büyük ölçüde bağımsız biçimde yürütmüştür. Bu durum, G2 öğrencilerinin semiyotik farkındalıklarının yüksek olduğunu ve kavramsal soyutlamayı anlam merkezli yapılandırabildiklerini göstermektedir.

G1 grubu ise, başlangıçta değişken tanımlama ve denklem kurma süreçlerinde hatalar yapmıştır ancak araştırmacı rehberliğinde bu hataları fark etmeleri ve sonraki görevlerde

kavramsal doğruluğa ulaşmaları, öğrenmenin süreç odaklı ve yönlendirilebilir bir yapıda gerçekleştiğini göstermektedir. Buna rağmen, grafik ölçeklendirmesinde yaşanan teknik yetersizlik, doğru kurulan denklemlerin grafik kesişimini fark etmelerini engellemiştir. Öte yandan, son görevde doğru formül yapısını kurabilmeleri, kavramsal gelişimin zaman içinde yapılandığını göstermektedir.

G3 grubunun ise yüksek akademik başarılarına karşın görevlerde beklenen kavramsal derinliği sergileyemediği gözlemlenmiştir. Formül oluşturma sürecindeki soyutlamanın tamamlanamamış olması, temsil yapılarıyla yüzeysel düzeyde etkileşim kurduklarını ortaya koymuştur. Grup içi tartışmalarda özgüvenli bir tavır sergilemiş olsalar da kavramsal sorgulama düzeylerinin düşük olduğu ve çözüm süreçlerini derinleştirme çabası göstermedikleri dikkat çekmiştir. Bu durum, bilişsel başarı ile kavramsal esneklik, eleştirel değerlendirme ve öğrenmeye açıklık gibi bileşenlerin her zaman paralel ilerlemediğini göstermektedir.

Elde edilen bu gözlemler, yalnızca öğrencilerin doğru ya da hatalı yapılandırmalarına odaklanmakla kalmamakta; aynı zamanda öğretimsel yönlendirmeye açıklık, temsil sistemleriyle kurdukları etkileşim ve öz-yeterlik algılarının öğrenme sürecine etkisini de göz önünde bulundurmayı gerektirmektedir. Özellikle öğretmen rehberliğinde yapılandırılan anlam süreçleri, kavramsal öğrenmenin desteklenmesinde belirleyici bir rol oynamaktadır.

Ayrıca öğrencilerin kısa vadeli hesaplamalarda tablo ve grafik gibi temsillere, uzun vadeli genellemelere ise denklem temsiline yönelmeleri; temsillerin işlevsel değeri konusunda farkındalık geliştirdiklerini göstermektedir. Font ile arkadaşlarının (2007) semiyotik fonksiyonların yalnızca ifade biçimi değil, aynı zamanda kavramsal dönüşüm aracı olduğu yönündeki görüşleriyle örtüşmektedir.

Sonuç olarak, bu bölümdeki bulgular; öğrencilerin doğru yapılandırmalarının ötesinde, temsil sistemleriyle kurdukları zayıf kavramsal bağlar üzerinden de öğrenme fırsatları geliştirebildiklerini göstermektedir. OSA, bu tür çok katmanlı çözüm süreçlerinin analizinde etkili bir kuramsal çerçeve sunmuş; öğrencilerin kavramsal öğrenmeye yönelik potansiyelini yalnızca başarı düzeylerine göre değil, geliştirdikleri stratejiler, tepkiler ve düşünme biçimleri üzerinden değerlendirme imkânı sağlamıştır.

4.2 Genel Sonuçlar

Bu alışma, TYMM’de yer alan bir öğrenme çıktısına odaklanılarak gerçekleştirilmiştir. Uygulama yapılan sınıflarda TYMM henüz yrrlğē girmemiştir; dolayısıyla öğrencilerin önceki öğrenme deneyimleri modelin kademeli yapısıyla örtüşmemektedir. Ancak seçilen konu ve öğrenme ıktısı, TYMM’de benimsenen beceri temelli yaklaşım ve kavramsal derinlik hedefleriyle örtüşmektedir. Çalışmada doğrusal ilişki kavramının öğrenciler tarafından nasıl yapılandırıldığını ve bu süreçte kullanılan problem çözme stratejilerini OSA çerçevesinde analiz edilmiştir. Öğrencilerin grafik, tablo ve denklem gibi çeşitli temsil sistemleri arasında gerçekleştirdikleri geçişler, bu geçişlerin kavramsal anlam üretimine etkisi ve soyutlama süreçleri incelenmiştir.

Çalışma bulguları, öğrencilerin görevlerde sergilediğē kavramsal yapılandırmaların akademik başarı sıralamasıyla birebir örtüşmediğini ortaya koymuştur. En güçlü performansı sergileyen G2 grubu, kavramsal soyutlama, grafik yorumlama ve temsil geçişleri açısından anlam odaklı stratejiler geliştirmiştir. G1 grubu süreç içinde rehberlikle gelişim gösterirken, G3 grubu beklenen kavramsal derinliğı sağlayamamıştır. Bu durum, öğrenmenin dinamik, bağlama duyarlı ve yönlendirilebilir bir süreç olduğunu göstermektedir.

OSA yaklaşımı, yalnızca doğru-yanlış temelli bir değerlendirme aracı değil, aynı zamanda öğrencilerin anlam üretme süreçlerini bütüncül biçimde analiz etmeye olanak tanıyan bir ereve sunmuştur. Temsil tercihlerinin problemi anlama biçimini doğrudan etkilediğē, temsiller arası geçişlerin ise kavramsal gelişimi belirlediğē gözlemlenmiştir. Bazı ğrenciler temsilleri yüzeysel düzeyde kullanırken, bazıları bu temsilleri kavramsal tartışmalarla derinleştirmiş, hata fark etme ve doğrulama stratejileri geliştirmiştir. Özellikle bazı öğrencilerin formül yapılarını farklı bağlamalarda kullanabilmeleri, doğrusal ilişkilere dair çok katmanlı bir anlam üretimi geliştirdiklerini göstermektedir. Ancak ğrencilerin cebirsel sembolleri işlemsel düzeyde kullanabilmeleri her zaman kavramsal bir anlayışa işaret etmemektedir. Altun (2006), bu nedenle sembollerin ardındaki kavramların öğretiminin özel bir dikkat gerektirdiğini vurgulamaktadır.

Bu alışma, doğrusal ilişki kavramının yapılandırılmasına yönelik ğrenci stratejilerini OSA çerçevesinde inceleyerek, Türkiye bağlamında hem OSA’nın kuramsal araçlarını hem de TYMM’nin beceri merkezli yaklaşımını bütünleştiren ilk uygulamalardan biri olma niteliğı taşımaktadır. OSA’nın daha çok ileri düzey matematiksel kavramların

analizinde kullanıldığı çalışmalara rastlansa da bu araştırma OSA'nın ortaokul düzeyindeki öğrenci düşünme süreçlerini analiz etmede de işlevsel bir çerçeve sunduğunu ortaya koymuştur. Bu durum, bu yaş grubundaki semiyotik farklılıkların sistematik biçimde görünür hâle getirilmesine katkı sağlamıştır.

Ayrıca, temsil sistemleri arasında geçiş becerilerinin kavramsal soyutlama ile nasıl ilişkilendiği yalnızca akademik başarı düzeyine değil; öğrencinin stratejik esnekliğine ve öğretimsel etkileşime açıklığına bağlı olarak değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu, öğretim tasarımlarında bilişsel çeşitliliği gözeten, farklı temsillere dayalı ve süreç odaklı öğretim yaklaşımlarının gerekliliğine işaret etmektedir.

TYMM'nin çoklu temsil, modelleme ve yapılandırmacı öğrenme ilkeleri ile OSA'nın semiyotik temelli çözümleme çerçevesi arasında güçlü bir kuramsal uyum bulunduğu görülmüştür. Bu uyum, öğrencilerin sezgisel stratejilerle geliştirdikleri düşünceleri formel yapılara dönüştürebilmeleri açısından önemli bir öğrenme çıktısı olarak değerlendirilmektedir. Erbilgin ve Gningue'nin (2023) çalışması da farklı temsillerin öğrencilerde farklı düşünme biçimlerini (yinelemeli, birlikte değişimsel, karşılık temelli) desteklediğini ve bu düşünme türlerinin zaman içinde birbirine dönüşebildiğini ortaya koyarak bu bulguları desteklemektedir.

4.3 Öneriler

4.3.1 Doğrusal ilişkilerin öğretim süreçlerine yönelik öneriler

Bulgular doğrultusunda, doğrusal ilişki kavramının öğretime yönelik aşağıdaki eğitimsel çıkarımlar geliştirilmiştir:

Temsil çeşitliliği bilinçli şekilde kullanılmalı ve ilişkilendirilmelidir. Öğrencilerin yalnızca grafik, tablo veya denklem gibi temsilleri kullanabilmesi yeterli değildir; bu temsiller arasında kavramsal düzeyde ilişkiler kurabilmeleri önemlidir. Temsil geçişlerinde zorlanan öğrenciler için örüntü tanıma, başlangıç değeri belirleme ve eksen adlandırma gibi konularda yapılandırılmış rehberlik sunulmalıdır. Bu öneri, Duval (1995) ile Pino-Fan, Guzman, Duval ve Font'un (2015) temsiller arası geçişin kavramsal öğrenmedeki merkezi rolünü vurguladığı çalışmalarla örtüşmektedir. Ayrıca, hangi temsilin hangi bağlamda daha açıklayıcı olduğu üzerine sınıf içi tartışmalara yer verilmelidir. Öğrencilere “Hangi temsili, neden ve ne zaman tercih etmeliyim?” sorusu yöneltilmelidir.

Sezgisel çözüm stratejileri didaktik değere dönüştürülmelidir. Özellikle G1 ve G3 gruplarında gözlemlenen sezgisel örüntü yakalama davranışları, öğretmen müdahaleleriyle daha üst düzey kavramsal yapılara dönüştürülebilir. Bu süreçte öğrencilerin yalnızca sonuca değil, sonuca nasıl ulaştıklarına dair düşünceleri ve çözüm yollarını açıklamaları teşvik edilmelidir. Ellis'in (2007) çalışması, argümantasyon yoluyla genellenmenin nasıl geliştiğini ve bu sürecin kavramsal öğrenmeye katkısını açık biçimde ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, öğretmen desteğiyle yapılandırılan sezgisel düşünceler anlamlı genellemelere dönüşebilir.

Kavramsal soyutlama, görsel-sözel-cebirsal temsillerin etkileşimiyle desteklenmelidir. Eşitlik işaretinin anlamı, değişkenin birden fazla değeri temsil edebilmesi gibi temel kavramlar, yalnızca işlemsel değil, anlam üretmeye yönelik faaliyetlerle yapılandırılmalıdır. Özellikle değişken kavramına dair yanlış anlamalar – örneğin, değişkenin sabit bir sayı ya da birimle karıştırılması– bağlamsal örnekler üzerinden sınıf içinde tartışılmalıdır. Öğrencilerin bu kavramlarla etkileşimini destekleyen çoklu temsil ortamları sunulmalıdır.

Grafik yorumlama becerisinin derinleştirilmesi çalışmalarına ağırlık verilmelidir. Öğrencilerin grafik oluştururken eksen adlandırma, ölçeklendirme ve başlangıç noktası belirleme gibi teknik ayrıntılarda zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, grafiklerin yalnızca teknik değil aynı zamanda kavramsal yönleriyle de ele alınması gerektiğini göstermektedir. Grafikler, yalnızca veri gösterimi değil; matematiksel modelleme araçları olarak da kullanılmalı ve bu doğrultuda uygulamalı etkinliklerle desteklenmelidir.

Modelleme temelli ve bağlamsal öğrenme ortamları teşvik edilmelidir. Doğrusal ilişki öğretiminde gerçek yaşam problemleriyle ilişkili modelleme çalışmaları, öğrencilerin sezgisel düşünme biçimlerini formel yapılarla ilişkilendirmelerini kolaylaştırmaktadır. Bu yaklaşım, TYMM'nin bağlam temelli ve disiplinlerarası öğrenme vizyonunu doğrudan desteklemektedir. Örneğin, Kroon'un (2016) fiziksel modelleme örnekleri (örneğin spagetti köprüsü gibi) öğrencilerin somut deneyimlerden yola çıkarak kavramsal yapılar oluşturmaya imkân tanımaktadır.

Bu çalışma, doğrusal ilişki kavramı ve TYMM kapsamındaki M.8.2.2 öğrenme çıktısıyla sınırlı kalmış; yalnızca üç uygulama problemi, sekizinci sınıf öğrencileri ve nitel veri toplama yöntemleriyle gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda, bulguların genellenebilirliği

sınırlı olmakla birlikte, öğrencilerin kavramsal yapılandırmalarını derinlemesine inceleme fırsatı sunmuştur.

Sonuç olarak, öğrencilerin yalnızca doğru çözümler üretmeleri değil, bu çözümleri yapılandırırken sözel, sembolik, grafik ve cebirsel temsilleri birbirine bağlayan semiyotik fonksiyonları etkin biçimde kullanmaları da önemlidir. Görünürdeki başarı çoğu zaman yüzeysel işlem odaklılıktan ibaret kalabilir.

Bununla birlikte, öğrencilerin öğrenme süreçlerini sadece bireysel bilişsel düzeyde değerlendirmek yeterli değildir. Bu süreçlerin, öğrencilerin yer aldığı öğrenme topluluğunun kültürel, normatif ve tarihsel özellikleriyle birlikte ele alınması gerekir. Bu bağlamda, öğrenme ortamlarının analizinde Cultural Historical Activity Theory'nin (CHAT) ileri düzey modellerinin OSA ile kullanılması, çok katmanlı öğrenme dinamiklerini anlamada bütüncül bir perspektif sağlayabilir (Godino, Batanero, Burgos ve Wilhelmi, 2024).

4.3.2 OSA çerçevesinin kullanımına yönelik öneriler

Bu araştırma doğrultusunda, OSA ve temsiller arası geçiş becerileri odağında gelecekte yürütülebilecek çalışmalara yönelik aşağıdaki öneriler sunulmaktadır:

- OSA yaklaşımının yalnızca doğrusal ilişki değil, oran-orantı, cebirsel örüntüler, değişim oranı ve ikinci dereceden denklem gibi farklı matematiksel kavramlarda da uygulanabilirliğini test eden karşılaştırmalı çalışmalar gerçekleştirilebilir.
- Öğrencilerin temsillerle kurdukları ilişkilerin uzun vadeli kavramsal gelişim üzerindeki etkilerini gözlemlemeye yönelik izleme çalışmaları yapılabilir.
- Sezgisel çözüm yollarının yapılandırmacı öğretimle nasıl bütünleştiğinin analiz edildiği, özellikle öğrencilerin kendi geliştirdikleri stratejilerin öğretmen müdahalesiyle nasıl derinleştiğini ortaya koyan vaka çalışmaları, öğretim stratejilerine önemli katkılar sağlayabilir.
- TYMM'ye uygun öğretim için öğretmen eğitimi programlarına semiyotik analiz becerileri ve OSA kuramsal çerçevesi dahil edilebilir.
- Öğretmenlerin OSA temelli öğrenci çözümlemeleri yapabilme becerilerini geliştirmeye yönelik hizmet içi eğitim programları tasarlanabilir.

- Öğrencilerin öğrenme stilleri ile semiyotik temsil tercihleri arasındaki ilişkinin incelenebileceği çalışmalar yapılabilir.
- Öğrencilerin “temsil tercihi” ile akademik öz-yeterlik inançları arasındaki ilişki incelenebilir.

Bu öneriler, OSA’nın kuramsal gücünü yalnızca doğrusal ilişki bağlamıyla sınırlı kalmadan farklı kavramlara ve öğrenme ortamlarına taşıma potansiyelini ortaya koymaktadır. Aynı zamanda, TYMM’nin yapılandırmacı, çoklu temsile dayalı ve anlam merkezli öğretim ilkeleriyle uyumlu bir yaklaşım geliştirilmesine katkı sunmayı amaçlamaktadır.



KAYNAKÇA

- Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J., and Stiff, L. V. (2012). Lost in translation: Examining translation errors associated with mathematical representations [Çeviride kaybolmak: Matematiksel temsillerle ilgili çeviri hatalarının incelenmesi]. *School Science and Mathematics*, 112(3), 159–170. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x>
- Ainsworth, S. (2006). *DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations* [DeFT: Çoklu temsillerle öğrenmeyi değerlendirmeye yönelik kavramsal bir çerçeve]. *Learning and Instruction*, 16(3), 183–198. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
- Aké, L. P., Godino, J. D., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2013). Proto-algebraic levels of mathematical thinking [Proto-cebirselle matematiksel düşünme düzeyleri]. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Cilt 2, ss. 1–8). Kiel, Almanya: PME.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223–238.
- Altun, M., ve Durmaz, B. (2013). Doğrusal ilişki bilgisini oluşturma süreci üzerine bir durum çalışması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26(2), 423–438.
- Arnold, L., & Son, J.-W. (2011). Opportunities to conceptualize linear relationships in US mathematics textbooks: Beyond $y = mx + b$ [ABD matematik ders kitaplarında doğrusal ilişkileri kavramsallaştırma fırsatları: $y = mx + b$ 'nin ardında]. In L. R. Wiest & T. Lamberg (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (ss. 381–389). University of Nevada.
- Ayber, G., ve Tanışlı, D. (2017). An analysis of middle school mathematics textbooks from the perspective of fostering algebraic thinking through generalization [Genelleme yoluyla cebirsel düşünmeyi geliştirme açısından ortaokul matematik ders kitaplarının analizi]. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 17(6), 2001–2030.

- Bağrıyanık, H. M. (2020). *Farklılaştırılmış öğretimin doğrusal denklemler konusunda etkisi* (640378) [Yüksek Lisans Tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi]. YÖK Tez.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(1), 231–274.
- Beatty, R., & Bruce, C. D. (2012). Supporting students with learning disabilities to explore linear relationships using online learning objects [Öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin çevrim içi öğrenme nesneleriyle doğrusal ilişkileri keşfetmelerine destek olmak]. *PNA*, 7(1), 21–39. <http://hdl.handle.net/10481/21535>
- Birgin, O. (2012). Investigation of eighth-grade students' understanding of the slope of the linear function [Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal fonksiyonun eğimi konusundaki kavrayışlarının incelenmesi]. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(42A), 139–162. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000100008>
- Borji, V., Erfani, H., ve Font, V. (2020). A combined application of APOS and OSA to explore students' understanding of polar coordinates [Öğrencilerin kutupsal koordinatları anlama düzeylerini incelemek için APOS ve OSA'nın birlikte uygulanması]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology (IJMEST)*, 51(3), 405–423. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1578904>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., ve Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers [Öğretmenlerin üst düzey didaktik-matematiksel bilgisi]. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1895–1915. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics* [Matematikte Didaktik Durumlar Teorisi]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Burgos, M., Tizón-Escamilla, N., ve Díaz Godino, J. (2024). Expanded model for elementary algebraic reasoning levels [İlköğretim düzeyinde cebirsel akıl yürütme düzeyleri için genişletilmiş model]. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), em2475. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14753>

- Burgos, M., ve Godino, J. D. (2019). Emergencia de razonamiento proto-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria [İlkokul öğrencilerinde orantı problemleri yoluyla proto-cebirsal akıl yürütmenin ortaya çıkışı]. *Educación Matemática*, 31(3), 117–150. <https://doi.org/10.24844/EM3103.05>
- Cañadas, M. C., Moreno, A., ve Torres, M. D. (2024). First encounter with constructing graphs in the functional thinking approach to school algebra in 3rd and 4th grades [3. ve 4. sınıflarda okul cebirine yönelik fonksiyonel düşünme yaklaşımında grafik çizimine ilk karşılaşma]. *ZDM – Mathematics Education*, 56(6), 1059–1078. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01627-2>
- Campo-Meneses, K. G., Font, V., García-García, J., ve Sánchez, A. (2021). Mathematical connections activated in high school students' practice solving tasks on the exponential and logarithmic functions [Lise öğrencilerinin üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ilgili görevleri çözerken etkinleştirdikleri matematiksel bağlantılar]. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(9), em1998. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11126>
- Cancan, M., Kalaç, S., Bilgin, E. A., ve Yamaç, K. (2019). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinde doğrusal denklemler konusundaki kavram yanlışları ve güçlüklerin gözlenme sıklığı (van ili örneği). *Turkish Studies-Educational Sciences*, 14(4), 1169–1188. <https://doi.org/10.29228/TurkishStudies.23295>
- Castro, W. F., ve Godino, J. D. (2009). Cognitive configurations of pre-service teachers [Öğretmen adaylarının bilişsel yapılandırmaları]. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Cilt 1, ss. 149–152). PME.
- Chiu, M. M., Kessel, C., Moschkovich, J., ve Muñoz-Núñez, A. (2001). Learning to graph linear functions: A case study of conceptual change [Doğrusal fonksiyonları grafikte göstermeyi öğrenme: Kavramsal değişime dair bir durum çalışması]. *Cognition and Instruction*, 19(2), 215–252. https://doi.org/10.1207/S1532690XC11902_03

- Colton, C., ve Smith, W. M. (2014). Successfully transitioning to linear equations [Doğrusal denklemlere başarılı geçiş]. *Mathematics Teacher*, 107(6), 452–457. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.107.6.0452>
- Coyne, I. T. (1997). Sampling in qualitative research [Nitel araştırmalarda örnekleme]. *Journal of Advanced Nursing*, 26(3), 623–630. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2648.1997.t01-25-00999.x>
- Creswell, J. W. (2016). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (M. Bütün ve S. B. Demir, Çev. Ed.; 3. baskı). Siyasal Kitabevi.
- Deniz, S. (2016). *Doğrusal denklemlerin 7. sınıflarda öğretiminde geometri sketchpad kullanımının çoklu temsil ve enstrümantal yaklaşım boyutundan incelenmesi* (425491) [Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Tez.
- Deniz, S. (2024). *Eşitlik ve değişken kavramlarına yönelik öğrencilerin bilişsel süreçlerinin matematiksel çalışma uzayı teorik çerçevesinde incelenmesi* (860065) [Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Tez.
- Dreher, A., Kuntze, S., ve Lerman, S. (2015). Why use multiple representations in the mathematics classroom? Views of English and German preservice teachers [Matematik sınıfında neden çoklu temsiller kullanılmalı? İngiliz ve Alman öğretmen adaylarının görüşleri]. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 363–382. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9633-6>
- Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V., ve Trouche, L. (2013). One episode, two lenses: Reflective analysis of student learning [Bir olay, iki mercek: Öğrenci öğreniminin yansıtılmalı analizi]. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 23–49. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9416-2>
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* [Göstergebilim ve insan düşüncesi: Göstergebilimsel kayıtlar ve zihinsel öğrenmeler]. Peter Lang.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics [Matematik öğreniminde anlama sorunlarının bilişsel

- analizi]. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Ellis, A. B. (2007). Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationships [Genelleme ve gerekçelendirme arasındaki bağlantılar: Öğrencilerin doğrusal ilişkilerle akıl yürütmeleri]. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 194–229.
- Erbilgin, E., ve Gningue, S. M. (2023). Using the onto-semiotic approach to analyze novice algebra learners' meaning-making processes with different representations [Yeni başlayan cebir öğrencilerinin farklı temsillerle anlam oluşturma süreçlerini analiz etmek için onto-semiyotik yaklaşımın kullanılması]. *Educational Studies in Mathematics*, 114(3), 337–357. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10247-8>
- Font, V., Godino, J. D., ve D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education [Matematik eğitiminde temsillere onto-semiyotik yaklaşım]. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 2–14. <http://www.jstor.org/stable/40248564>
- Font, V., Godino, J. D., ve Contreras, A. (2008). From representations to onto-semiotic configurations in analysing mathematics teaching and learning processes [Matematik öğretim ve öğrenme süreçlerini analiz etmede temsillerden onto-semiyotik yapılandırmalara]. İçinde L. Radford, G. Schubring ve F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture* (ss.157-173). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087905972_010
- Font, V., Godino, J. D., ve Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices [Matematiksel pratiklerden nesnelerin ortaya çıkışı]. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97–124. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0>
- Godino, J. D., ve Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos [Matematiksel nesnelerin kurumsal ve kişisel anlamı]. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325–355.
- Godino, J. D. ve Batanero, C. (2003). Semiotic functions in teaching and learning mathematics [Matematik öğretimi ve öğreniminde semiyotik fonksiyonlar].

- İçinde A. Anderson, S. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger ve V. V. Cifarelli (Ed.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing* (ss. 149–167). Legas.
- Godino, J. D., Batanero, C., ve Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students [Kombinatorial problemlerin ve üniversite öğrencilerinin çözüm süreçlerinin onto-semiyotik analizi]. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3–36. <https://www.jstor.org/stable/25047179>
- Godino, J. D., Batanero, C., ve Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education [Matematik eğitimi araştırmalarında onto-semiyotik yaklaşım]. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D. (2011, 26–30 Haziran). *Indicadores de idoneidad didáctica* [Didaktik yeterlik göstergeleri] [Sözlü bildiri]. XIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIAEM), Recife, Brezilya.
- Godino, J. D., Burgos, M., ve Gea, M. M. (2022). The onto-semiotic approach in mathematics education: Analysing objects and meanings in mathematical practice [Matematik eğitiminde onto-semiyotik yaklaşım: Matematiksel pratiklerde nesneleri ve anlamları analiz etmek]. İçinde Y. Chevallard, J. D. Godino, M. Bosch ve P. Artaud (Ed.), *Advances in the Anthropological Theory of the Didactic* (ss. 51–60). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76791-4_5
- Godino, J. D. (2023). Onto-semiotic approach to the philosophy of educational mathematics [Eğitim matematiği felsefesine onto-semiyotik yaklaşım]. *Revista Paradigma*, 44(Edição Temática: EOS. Questões e Métodos), 7–33. Retrieved from <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>
- Godino, J. D. (Juan D.). (2024). *Ontosemiotic approach in mathematics education: Foundations, tools, and applications* [Matematik eğitiminde onto-semiyotik yaklaşım: Temeller, araçlar ve uygulamalar]. Universidad de Granada. Retrieved from https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/93738/jdgodino%282024%29_ontosemiotic_approach.pdf

- Godino, J. D., Batanero, C., Burgos, M. ve Wilhelmi, M. R. (2024). Understanding the onto-semiotic approach in mathematics education through the lens of the cultural historical activity theory [Kültürel tarihsel etkinlik kuramı merceğinden matematik eğitiminde onto-semiyotik yaklaşımın anlaşılması]. *ZDM – Mathematics Education*, 56(3), 1331–1344. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01590-y>
- Goldenberg, E. P. (1988). Mathematics, metaphors, and human factors [Matematik, metaforlar ve insan faktörleri]. *Journal of Mathematical Behavior*, 7(2), 135–173.
- Gregg, D. U. (2002). Building students' sense of linear relationships by stacking cubes [Küp inşa ederek öğrencilerin doğrusal ilişki algısını geliştirme]. *The Mathematics Teacher*, 95(5), 330–333.
- Hiebert, J., ve Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- İşçi, P. (2019). *Etkinlik temelli öğretim yaklaşımlarının 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesi üzerine etkisinin incelenmesi* (584194) [Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Tez.
- Joram, E., Hartman, C. ve Trafton, P. R. (2004). “As people get older, they get taller”: An integrated unit on measurement, linear relationships, and data analysis [“İnsanlar yaşlandıkça uzar”: Ölçme, doğrusal ilişkiler ve veri analizi üzerine bütüncül bir ünite]. *Teaching Children Mathematics*, 10(7), 344–351. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/41198312>
- Juniati, D. ve Sulaiman, R. (2018). Onto-semiotic approach to analyze students' understanding of algebra [Öğrencilerin cebir anlayışını analiz etmek için onto-semiyotik yaklaşım]. *AIP Conference Proceedings*, 2014(1), 020077. <https://doi.org/10.1063/1.5054481>
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding [Anlamaya dayalı yeni bir cebirin öğretimi ve öğrenimi]. İçinde E. Fennema ve T. A. Romberg (Ed.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (ss. 133–155). Lawrence Erlbaum Associates.

- Karabaş, C. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının doğrusal ilişkileri modelleme süreçlerinin ve bilişsel yeterliklerinin incelenmesi* (449972) [Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Tez.
- Keleş, İ. Z. (2024). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki bilişsel matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi* (860876) [Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Tez.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? [İlköğretim düzeyinde cebirsel düşünme: Nedir?]. İçinde M. J. Høines ve A. B. Fuglestad (Ed.), *Proceedings of the 28th PME Conference* (Cilt 1, ss. 291–296). PME.
- Küchemann, D. (1981). Algebra [Cebir]. İçinde K. M. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics: 11–16* (ss. 102–119). John Murray.
- Kroon, C. D. (2016). Spaghetti bridges: Modeling linear relationships [Spagetti köprüleri: Doğrusal ilişkilerin modellenmesi]. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 21(9), 563–568. <https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.21.9.0563>
- Lewis, J. M. ve Blunk, M. L. (2012). Reading between the lines: Teaching linear algebra [Satır aralarını okumak: Lineer cebir öğretimi]. *Journal of Curriculum Studies*, 44(5), 515–536. <https://doi.org/10.1080/00220272.2012.716975>
- Li, K. W. ve Goos, M. (2025). Comparing regression task performance of students under three experimental conditions [Üç farklı deneysel koşul altında öğrencilerin regresyon görevi performanslarının karşılaştırılması]. *Mathematics Education Research Perspectives*, 28(1), 23–63. <https://doi.org/10.7468/jksmed.2025.28.1.23>
- Manley, M. M. (2024). *Conceptual understanding of linear relationships across various mathematics courses* [Farklı matematik öğretimlerinde doğrusal ilişkilerin kavramsal anlaşılması] [Doktora tezi]. University of Wisconsin-Milwaukee.
- Memnun, D. S. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin Analitik Geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerinin araştırılması*. [Yayımlanmamış Doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi.
- Memnun, D. S., ve Altun, M. (2012a). RBC+C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: Özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17–37.

- Memnun, D. S., ve Altun, M. (2012b). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 6(2), 170–198.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, Çev. ed.; 3. basımdan çeviri). Nobel Yayın Dağıtım. (Orijinal eser 2009 yılında yayımlanmıştır.)
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *İlköğretim Matematik Dersi (1-8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul Sınıfları için)*. Ankara: MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli – Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Montiel, M., Wilhelmi, M. R., Vidakovic, D. ve Elstak, I. (2012). Vectors, change of basis and matrix representation: Onto-semiotic approach in the analysis of creating meaning [Vektörler, taban değişimi ve matris gösterimi: Anlam oluşturma sürecinin onto-semiyotik yaklaşımla analizi]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(1), 11–32. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.582173>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics* [Okul matematiği için ilke ve standartlar]. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all* [Eyleme dönüşen ilkeler: Herkes için matematiksel başarıyı sağlamak]. NCTM.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for*

Mathematics [Matematik için ortak çekirdek devlet standartları]. <https://www.corestandards.org/Math/>

Özsoy, M. (2022). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerde temel kavramlara ilişkin metaforik algılarının incelenmesi* (764642) [Yüksek lisans tezi, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi]. YÖK Tez.

Palinkas, L. A., Horwitz, S. M., Green, C. A., Wisdom, J. P., Duan, N. ve Hoagwood, K. (2015). Purposeful sampling for qualitative data collection and analysis in mixed method implementation research [Nitel veri toplama ve analizinde amaçlı örnekleme: Karma yöntem uygulama araştırmalarında bir yaklaşım]. *Administration and Policy in Mental Health and Mental Health Services Research*, 42(5), 533–544. <https://doi.org/10.1007/s10488-013-0528-y>

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* [Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri] (3rd ed.). Sage Publications

Pino-Fan, L. R., Guzmán, I., Duval, R. ve Font, V. (2015). The theory of registers of semiotic representation and the onto-semiotic approach to mathematical cognition and instruction: Linking looks for the study of mathematical understanding [Gösterim kayıtları kuramı ve matematiksel biliş ile öğretime onto-semiyotik yaklaşım: Matematiksel anlamayı incelemek için bağlantılı bakış açısı]. *Research in Mathematics Education*, 19(2), 111–130.

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis [Öğrencilerin cebirsel düşüncelerinde işaretler ve anlamlar: Göstergebilimsel bir analiz]. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237–268. <https://doi.org/10.1023/A:1017530828058>

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs [Jestler, konuşma ve işaretlerin ortaya çıkışı]. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02

Rachma, A. A. ve Rosjanuardi, R. (2021). Students' obstacles in learning sequence and series using onto-semiotic approach [Onto-semiyotik yaklaşım kullanılarak diziler ve seriler konusunun öğreniminde öğrencilerin karşılaştığı engeller]. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 115–132.

- Rodríguez-Nieto, C. A., Font, V., Rodríguez-Vásquez, F. M. ve Pino-Fan, L. R. (2023a). Onto-semiotic analysis of one teacher's and university students' mathematical connections when problem-solving about launching a projectile [Bir öğretmen ve üniversite öğrencilerinin bir cisim atma problemi çözerken kurdukları matematiksel bağlantıların onto-semiyotik analizi]. *Journal on Mathematics Education*, 14(3), 563–584.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Rodríguez-Vásquez, F. M. ve Font Moll, V. (2023b). Combined use of the extended theory of connections and the onto-semiotic approach to analyze mathematical connections by relating the graphs of f and f' [ff ve $f'f'$ grafiklerini ilişkilendirerek matematiksel bağlantıları analiz etmek için genişletilmiş bağlantılar kuramı ile onto-semiyotik yaklaşımın birlikte kullanımı]. *Educational Studies in Mathematics*, 114(1), 63–88. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10246-9>
- Rumanová, L. (2022). Reflection of problem solving task and importance of a-priori analysis in preparing teacher for the teaching process [Problem çözme görevine yönelik yansıtma ve öğretim sürecine öğretmeni hazırlamada ön analizlerin önemi]. *TEM Journal*, 11(2), 837–841. <https://doi.org/10.18421/TEM112-42>
- Saban, A., ve Ersoy, A. F. (2017). *Eğitimde nitel araştırma desenleri*. Anı Yayıncılık.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin [Matematiksel kavramların ikili doğası üzerine: Süreçler ve nesneler üzerine aynı madalyonun iki yüzü olarak düşünceler]. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36. <https://doi.org/10.1007/BF00302715>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding [İlişkisel anlama ve araçsal anlama]. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26
- Sönmez, D. ve Özgün-Koca, S. A. (2020). An integrated biology & mathematics activity to investigate photosynthesis & linear relationships [Fotosentez ve doğrusal ilişkileri incelemek için bütünleştirilmiş bir biyoloji ve matematik etkinliği]. *The American Biology Teacher*, 82(7), 488–493. <https://doi.org/10.1525/abt.2020.82.7.488>

- Tanişlı, D., ve Kalkan, D. B. (2018). Linear functions and slope: How do students understand these concepts and how does reasoning support their understanding? [Doğrusal fonksiyonlar ve eğim: Öğrenciler bu kavramları nasıl anlıyor ve akıl yürütme bu anlayışı nasıl destekliyor?]. *Croatian Journal of Education*, 20(4), 1193–1260. <https://doi.org/10.15516/cje.v20i4.2746>
- Vergel, R., Godino, J. D., Font, V. ve Pantano, O. L. (2023). Comparing the views of the theory of objectification and the onto-semiotic approach on the school algebra nature and learning [Nesneleştirme kuramı ile onto-semiyotik yaklaşımın cebirin doğası ve öğrenimi üzerine görüşlerinin karşılaştırılması]. *Mathematics Education Research Journal*, 35(3), 475–496. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00400-y>
- Wilkie, K. J. ve Ayalon, M. (2018). Investigating Years 7 to 12 students' knowledge of linear relationships through different contexts and representations [7. sınıftan 12. sınıfa kadar öğrencilerin doğrusal ilişkilere dair bilgilerinin farklı bağlamlar ve temsiller aracılığıyla incelemesi]. *Mathematics Education Research Journal*, 30(2), 165–188. <https://doi.org/10.1007/s13394-018-0236-8>
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, Z., ve Albayrak, M. (2016). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerine göre doğrusal ilişki konusunu anlama düzeylerinin incelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2), 11–26.

EKLER

EK-1. Uygulama Problemleri

Uygulama Problemi 1: Bisiklet Kiralama

Bir bisiklet kiralama şirketi, müşterilerine farklı kiralama seçenekleri sunmaktadır. Kullanım öncesi başlangıç için 30 TL, ardından kullanılan her saat için ise 20 TL ücret alınmaktadır. Bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığına bağlı olarak ödeyeceği ücreti hesaplamak istiyoruz.

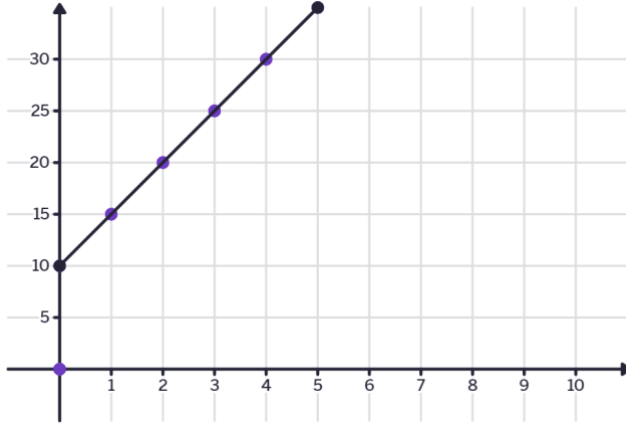
1. Bir müşterinin bisikleti kaç saat kiraladığını bilmiyoruz. Müşterinin kiraladığı saat ile bu saate bağlı olarak ödeyeceği ücreti gösteren bir tablo oluşturunuz.
2. Oluşturduğunuz tablodan da yararlanarak bisikletin kiralandığı saat ve ödenen ücret arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade ediniz.
3. Bisikletin kiralandığı saat ve ödenen ücret birimlerini bir değişken ile ifade ediniz.
4. Oluşturduğunuz tablodan yararlanarak bisikletin kiralandığı saat ile ödenen ücret arasındaki ilişkiyi gösteren denklemi oluşturunuz. Denkleminizdeki her bir değişkenin hangi birime karşılık geldiğini belirtiniz.
5. Müşterinin bisikleti saat cinsinden kiraladığı zaman ile ödediği ücret arasındaki ilişkiyi gösteren bir grafik çiziniz.
6. Oluşturduğunuz grafiğe göre bir müşterinin 5 saat bisiklet kiralaması için ne kadar ödeme yapması gerektiğini hesaplayınız. Yukarıda oluşturduğunuz denklemi kullanarak da aynı soruya çözüm bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
7. Bir müşterinin 310 TL parası var ise en fazla kaç saat bisiklet kiralayabilir? Hem oluşturduğunuz denklem yardımıyla hem de grafik yardımıyla bulunuz ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.
8. Tablodaki ve grafikteki çözüm biçimlerinin uygunluğunu değerlendiriniz. Hangisini kullanarak sonuca ulaşmak size göre daha kullanışlıdır? Nedenlerini belirtiniz.

Uygulama Problemi 2: Maddi Durum

Ayfer ve Aylin, her hafta düzenli olarak para biriktiriyorlar. Ayfer her hafta 15 lira biriktirirken, Aylin ise 25 lira biriktiriyor. Ayfer'in başlangıçta 100 lirası, Aylin'in ise 50 lirası olduğunu biliyoruz.

1. Ayfer ve Aylin'in geçen zamana göre birikimlerini temsil eden tabloyu oluşturunuz.
2. Oluşturduğunuz tablodan yararlanarak geçen zaman ve biriktirilen para miktarını temsil eden, iki kişi için iki ayrı denklem oluşturunuz. Denklemlerinizdeki her bir değişkenin hangi birime karşılık geldiğini belirtiniz.
3. Oluşturduğunuz tablodan yararlanarak geçen zaman ve biriktirilen para ilişkisini gösteren, iki kişinin bilgilerinin ayrı olarak belirtildiği bir grafik oluşturunuz.
4. 4 hafta sonra elde ettikleri birikimleri oluşturduğunuz tablo, grafik ve denklem üzerinden bulup sonuçları karşılaştırınız.
5. Aylin ve Ayfer'in birikimleri kaçınıcı haftada eşit olacaktır? Cevabınızı oluşturduğunuz tablo, grafik ve denklemden hangisi veya hangilerini kullanarak hesapladınız? Seçiminizin nedenlerini belirtiniz.
6. Aylin ve Ayfer'in birikimlerinin zamanla değişimini elde ettiğiniz grafik üzerinde gözlemlediğinizde bu kişilerin birikimleri hakkında ne gibi çıkarımlar yapabilirsiniz?

Uygulama Problemi 3: Grafik Yorumlama



1. Yukarıdaki grafiğe uygun olarak bir günlük hayat cümlesi oluşturunuz. Oluşturduğunuz cümleye göre grafiğin eksenlerini isimlendiriniz.
2. Oluşturduğunuz günlük hayat cümlesine uygun olarak bir tablo hazırlayınız.
3. Oluşturduğunuz tabloya uygun olarak genel bir denklem oluşturup denkleminizdeki her bir değişkenin hangi birime karşılık geldiğini belirtiniz.
4. Belirlediğiniz günlük hayat cümlesine uygun bir problem durumu oluşturarak probleminizin çözümünü tablo, grafik veya denklem yardımıyla yapınız.
5. Grafikteki durumu temsil eden oluşturduğunuz denklemden yararlanarak öyle bir formül yazınız ki, grafikteki doğru denklemi formülü olarak kabul edilebilsin.

EK-2. Onto-Semiyotik Terimler Sözlüğü



1. Merkezdeki Çekirdek Yapı

İngilizce Terim	Türkçe Karşılık	Açıklama
Ecological Context	Ekolojik Bağlam	Öğrenme ortamının sosyal ve kültürel bağlamı
Problems (Problematisation)	Problemler (Problematisasyon)	Öğrencinin karşılaştığı matematiksel durumların problem hâline getirilmesi süreci.
Practices	Pratikler	Matematiksel bilgi üretiminde kullanılan epistemik pratikler.

2. Birincil Nesneler (Primary Objects)

İngilizce Terim	Türkçe Karşılık	Açıklama
Languages	Diller	Matematiksel düşüncenin sembolik, sözel ve görsel ifade biçimleri.
Propositions	Önermeler	Doğruluk değeri taşıyan matematiksel ifadeler
Procedures	Prosedürler	Belirli bir sonuca ulaşmak için izlenen ardışık adımlar.
Arguments	Argümanlar	Matematiksel argümantasyon ve ispat süreçleri
Concepts	Kavramlar	Kavramsal bilgi; soyut matematiksel yapılar

3. Birincil Nesnelerle İlişkili Süreçler (Processes)

İngilizce Terim	Türkçe Karşılık	Açıklama
-----------------	-----------------	----------

Communication	İletişim	Matematiksel fikirlerin paylaşımı ve aktarımı
Enunciation	İfade Etme	Matematiksel düşüncenin açık biçimde dile getirilmesi
Algorithmization	Algoritmalaştırma	İşlemlerin sistematik ve düzenli hâle getirilmesi
Argumentation	Argümantasyon	Mantıklı akıl yürütme ve ispat süreçlerinin yapılandırılması.
Definition	Tanımlama	Kavramların sınırlarının belirlenmesi süreci.

4. Ontosemiyotik İkilikler (Dualiteler)

İngilizce Terim	Türkçe Karşılık	Açıklama
Ostensive	Görsel	Doğrudan gözlemlenebilir nesne ya da temsiller (grafik vb.)
Non-ostensive	Görsel olmayan	Soyut, doğrudan gözlenemeyen kavramsal nesneler
Institutional	Kurumsal	Toplumsal olarak kabul görmüş bilgi ve uygulamalar
Personal	Kişisel	Bireyin kendi öğrenme sürecinde yapılandığı bilgi
Content	İçerik	Matematiksel anlamın özü
Expression	İfade	Matematiksel anlamın dışı vurumu (söz, sembol vb.)
Intensive-type	Genel yapı	Genel yapı/kategori
Extensive-example	Somut örnek	Belirli durumu temsil eden örnek
Systemic	Sistemik	Diğer kavramlarla ilişkili yapılar
Unitary	Tekil	Bağımsız ve tek başına olan yapılar

5. İkiliklerle ilgili Süreçler (Processes)

İngilizce Terim	Türkçe Karşılık	Açıklama / Not
Idealization	Soyutlama	Soyutlama, varsayım üretme
Materialization	Somutlaştırma	Kavramların temsiller aracılığıyla görünür hâle getirilmesi
Institutionalization	Kurumsallaştırma	Bireysel bilginin kurumsal düzeyde kabul gören yapıya dönüşmesi

Personalization	Kişiselleştirme	Bireyin kendi öğrenme sürecine özgü bilgi yapılandırması
Interpretation	Yorumlama	Temsil edilenin anlamlandırılması süreci
Representation	Temsil Etme	Kavramların sembollerle ya da modellerle sunulması
Generalization	Genelleme	Özel durumlardan yola çıkarak genel yapıya ulaşma
Particularization	Özelleştirme	Genel bir yapının belirli bir örneğe uygulanması
Decomposition	Analiz	Kavramların yapısal olarak çözümlenmesi.
Unitarization	Birimleşme	Parçaların bütünsel bir yapıya dönüştürülmesi.

EK-3. Milli Eğitim Uygulama İzni



Meliha Ercan Ortaokulu Müdürlüğüne



Başvuru No: MEB.TT.2024.005215

Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu: 766775

T.C. Kimlik No:

Adı Soyadı: DEMET NEBİ

Araştırmanın Adı: Öğrencilerin Doğrusal İlişkiler Konusuna Yönelik Öğrenme Süreçlerinin Onto Semiyotik Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi

Araştırmanın Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Araştırmanın Örneklem / Çalışma Grubu: Öğrenci

Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatı: Meliha Ercan Ortaokulu

Uygulama Yapılacak Birim: Ortaokul

Uygulama Yapılacak İl: BİLECİK

Veri Toplama Aracının Başlığı: VERİ TOPLAMA ARACI: UYGULAMA PROBLEMLERİ, görüşme soruları

Araştırma Uygulama İzninin Kabul Tarihi: 27.11.2024

Araştırmanın Uygulama İzninin Bitiş Tarihi: 27.11.2025

Yukarıda kimliği yazılı araştırmacı "Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesine (2024/41)" göre belirtilen kapsamda araştırmasını yapmayı taahhüt etmiştir. Araştırmacının bilgi ve belgelerinin uygunluğu kontrol edilmiş olup araştırma uygulama izni BİLECİK İl Milli Eğitim Müdürlüğü tarafından onaylanmıştır.

NOT: Okul/kurum yöneticileri tarafından "Araştırma Uygulama İzni" belgesinin ve veri toplama araçlarının (araçlardaki maddelerinin) modülde yer alan belge ve araçlarla aynı olduğu kontrol edilmelidir. Aynı olmadığı durumda araştırma uygulama izni verilmeyecektir.

* Başvuru detayını görüntülemek ve belgeyi doğrulamak için 'https://arastirmaiznleri.meb.gov.tr/belge-dogrula' bağlantısını kullanınız.

EK-4. Araştırma İzni Başvuru Taahhütnamesi

**MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINA BAĞLI HER TÜRLÜ TEŞKİLATTA GERÇEKLEŞTİRİLECEK
ARAŞTIRMA UYGULAMALARINA İLİŞKİN ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ BAŞVURU
TAAHHÜTNAMESİ**

1. Araştırmam boyunca Anayasa/kanun/yönetmelikler ve yürürlükte olan diğerk mevzuata uygun davranacağımı,
2. Araştırmayı yürüteceğim Millî Eğitim Bakanlığı teşkilatının kurallarına uyacağımı,
3. Araştırmam boyunca hiç kimseyi araştırmama/çalışmama katılmaya zorlamayacağımı,
4. Araştırmayı bana tahsis edilen mekân/sınıf ve zamanda gerçekleştireceğimi,
5. Araştırmanın olası fiziksel/ruhsal etkileri konusunda katılımcıları bilgilendireceğimi,
6. Araştırmam sırasında topladığım kişisel bilgileri 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Hakkındaki Kanun kapsamında koruyacağımı,
7. Katılımcılara ait her türlü kişisel bilgiyi, katılımcıların (katılımcılar reşit değıl ise velilerin) yazılı izni veya mahkeme kararı olmadan hiçbir şahıs veya kurumla paylaşmayacağımı,
8. Katılımcıların (katılımcılar reşit değıl ise velilerin) kişisel verilerinin onların izni olmadan kamuoyuna duyurmayacağımı,
9. Araştırmam için gerektiğı kadar veri toplayacağımı,
10. Araştırmam sırasında öğrencilerin eğitim ve öğretiminin aksatılmamasına dikkat edeceğimi,
11. Araştırmam sırasında herhangi bir ticari faaliyette bulunmayacağımı,
12. Katılımcıları herhangi bir ürün/eser/tedaviye yönlendirmeyeceğimi,
13. Araştırma izin evraklarını okul yönetimine teslim edeceğimi,
14. Araştırma sırasında izni olan evrakları kullanacağımı,
15. Araştırma/Tıbbi araştırmalarda araştırmanın uygulama sırasında tıbbi etik kurul izni kurallarına uyacağımı,
16. Araştırma sırasında topladığım ses ve görüntü kayıtlarını güvenilir ortamlarda saklayacağımı ve araştırma sonrasında ifşa etmeyeceğimi,
17. Genelge hükümlerine aykırı davranmam ve herhangi bir yanlış ifade, beyan ve maddi gerçeğı gizleme gibi durumlarda hukuki sorumlulukları yükleneceğimi,
18. İzin alınmış araştırmalarda insanlarla ilgili yapılacak anket, görüşme, gözlem, alan araştırması, uygulama ve incelemelerde sağık, güvenlik, insan hakları, mevcut mevzuat hükümleri, hukukun genel ilkelerini ihlal etmeyeceğimi ve etik ilkelere uyacağımı,
19. Topladığım veriyi başka bir araştırmada ya da başka bir amaçla kullanmayacağımı,
20. Araştırmalarım sonucunda hazırladığım ürünleri (tez, makale, rapor, proje raporu vb.) araştırma uygulama izni bitiş tarihinden itibaren iki yıl içinde modüle yükleyeceğimi,

Kabul ve beyan ederim.

Araştırmanın Adı: Öğrencilerin Doğrusal İlişkiler Konusuna Yönelik Öğrenme Süreçlerinin Onto Semiyotik Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi

08/11/2024

İmza

Demet NEBİ

EK-5. Öğrenci Görüşme Katılım Formu

ÖĞRENCİ GÖRÜŞME KATILIM FORMU

Sayını Katılımcımız,

Araştırmamız T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Araştırmamıza katılmayı kabul ettiğiniz için size öncelikle teşekkür ederiz. Görüşme sırasında paylaştığınız tüm bilgiler yalnızca bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak ve üçüncü şahıslarla paylaşılmayacaktır. Ayrıca, araştırma raporları hazırlanırken kişisel kimliğinize dair hiçbir bilgi açıklanmayacak ve gizliliğiniz korunacaktır. Ayrıca, uygun görürseniz görüşmeyi sesli olarak kaydetmek istiyoruz. Bu sayede, kullanıp verdiğiniz yanıtların daha ayrıntılı ve doğru bir şekilde analiz edilmesini sağlayabiliriz.

Görüşmeye başlamadan önce, sürece ilişkin sorularınız ya da paylaşmak istediğiniz bir düşünce varsa, bunları yanıtlamak isteriz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz.

Bize zaman ayırdığınız ve katkılarınız için şimdiden teşekkür ederiz. Araştırma etkinliklerinin tamamlanması yaklaşık 3 ders saati, ardından yapacağımız görüşmeler ise yaklaşık 15-20 dakika sürecektir. Saygılarımızla

Teşekkür ederiz.

Araştırmacı Bilgileri

Adı Soyadı: Demet NEBİ

Kurum: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Öğrencisi

Görüşme Onayı

Aşağıda imzası bulunan, yukarıdaki açıklamaları okuyup kabul ettiğimi beyan ederim. Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabilceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

Adı Soyadı:

İmza:

Tarih:

EK-6. Öğrenci Görüşme Soruları

GÖRÜŞME SORULARI

- S.1. Çözümünü okuyup bana açıkla mısın? Bu çözümde hangi adımları izlediğini anlatabilir misin?
- S.2. Bu çözümü yaparken hangi temel bilgiyi kullandığını açıklayabilir misin?
- S.3. Bu çözümde hangi matematiksel kavramları ya da kuralları kullandığını belirtebilir misin?
- S.4. Çözümünü yaparken izlediğin yolu nasıl seçtin? Farklı bir yol denemeyi düşündün mü?
- S.5. Problemin hangi kısmında daha çok düşündüğünü ya da zorlandığını anlatabilir misin?
- S.6. Çözümü yaparken hangi bilgilere güveniyordun, hangi bilgiler konusunda daha fazla düşünmen gerekti?
- S.7. Çözümün doğru olup olmadığını nasıl doğruladın? Kontrol ederken hangi stratejileri kullandın?
- S.8. Yaptığın çözümde yola çıkarak bu tür problemlere yönelik genel bir çözüm stratejisi önerebilir misin?
- S.9. Aynı problemi başka bir yolla çözmeye çalışsan hangi adımları izlerdin?



EK-7. Ses- Görüntü Kaydı Veli Onam Formu

SES /GÖRÜNTÜ KAYDI VELİ ONAM FORMU

Sayın Veli;

Sizi araştırmamızla ilgili bilgilendirmek ve öğrencinizin bu araştırmaya katılımı için sizden izin almak için sizinle iletişime geçmiş bulunmaktayız.

Araştırma T.C. Millî Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Öğrencilerin doğrusal ilişkiler konusundaki problem çözme süreçlerini daha iyi anlamak amacıyla taşıyan çalışma kapsamında yapılacak etkinlik sürecinde kamera ile ses kayıt cihazıyla ses kaydı alınacak, ayrıca etkinlikler hakkında soru-cevap şeklinde görüşmeler gerçekleştirilecektir. Araştırma süresi yaklaşık olarak 3 ders saati olacaktır ve sonrasında öğrenci ile 15-20 dk'lık bir görüşme yapılacaktır.

Toplanan tüm veriler sadece eğitim ve araştırma amaçlı kullanılacak olup, başka bir amaçla kullanılmayacaktır. Araştırma raporlandırılırken öğrencimizin kimliği gizli tutulacak ve kişisel bilgilere yer verilmeyecektir. Araştırma, çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Bu araştırmaya katılım tamamen gönüllülük esasına dayanmaktadır ve öğrencimiz, araştırmanın herhangi bir aşamasında katılımdan çekilme hakkına sahiptir. Araştırmaya katılımı reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır.

Araştırma sürecinde herhangi bir sorunuz olursa, araştırmacılarla iletişime geçebilirsiniz. Aşağıdaki imza ile, yukarıdaki açıklamaları anladığınızı ve velisi olduğunuz öğrencimizin bu araştırmaya katılmasına izin verdiğinizi beyan etmekteyiz.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz.

Araştırmacının Adı Soyadı	Demet NEBİ
Araştırmacının İletişim Bilgileri	[Redacted]
Araştırmanın Adı	Öğrencilerin Doğrusal İlişkiler Konusuna Yönelik Öğrenme Süreçlerinin Onto Semiyotik Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi
Araştırmanın Amacı	Bu çalışmada, bir grup 8. sınıf öğrencisinin ilk defa karşılaşacakları doğrusal ilişki kavramını inşa sürecinde problem çözüm süreçlerinin Onto-Semiyotik yaklaşımın teorik ve metodolojik araçları kullanılarak analiz edilmesi amaçlanmaktadır.

Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*). /..... /.....

- ☐ Yalnızca ses kaydı alınmasına izin veriyorum.
- ☐ Görüntü kaydı alınmasına izin veriyorum.
- ☐ Ses ve görüntü kaydı alınmasına izin vermiyorum.

Velinin Adı-Soyadı:

İmza:

Uzman Görüşü Formu: Tez Çalışması Soruları

Form Amacı: Bu form, tez çalışmamı tamamlamak için hazırladığım 5 adet çalışma sorusunun içeriği ve niteliği hakkında uzman görüşlerini toplamak için tasarlanmıştır. Soruların içeriği, güçlük ve zorluk düzeyleri, anlaşılabilirlik düzeyleri, hedeflenen içeriği ortaya koyup koymadığı yönlerinden değerlendirmenizi rica ediyorum. Çalışma henüz doğrusal ilişkiler konusunu görmemiş 8. Sınıf öğrencilerine uygulanacaktır.

Çalışma soruları TYMM (Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli) ortaokul matematik dersi 8. Sınıf Cebirsel Düşünme ve Değişimler temasında yer alan aşağıdaki Mat8.2.2. öğrenme çıktıları ve süreç bileşenleri maddeleri doğrultusunda hazırlanmıştır. Lütfen her soruya ilişkin aşağıdaki kriterleri göz önünde bulundurarak yanıtlarınızı veriniz.

MAT.8.2.2. Gerçek yaşam durumlarındaki doğrusal ilişkileri doğrusal fonksiyonlarla temsil edebilme

- Doğrusal fonksiyonların cebirsel, tablo ve grafik temsillerini tanır.
- Gerçek yaşam durumlarındaki doğrusal ilişkileri incelemek için doğrusal fonksiyonların temsillerinden uygun olanını belirler.
- Belirlediği temsili gerçek yaşam durumunu modellemek veya problemi çözmek için gerektiğinde temsiller arası geçiş yaparak kullanır.
- Kullandığı temsilin problem durumuna uygunluğunu değerlendirir.
- Aynı durumda kullanılabilecek farklı temsilleri ekonomiklik ve kullanışlılık açısından karşılaştırır.
- Karşılaştırdığı temsillerin ekonomikliğine ve kullanışlılığına ilişkin karar verir.

Sorular:

- Sorunun Gücü ve Zorluğu:**

- Soru, hedeflenen öğrenci grubunun bilgi ve beceri seviyesine uygun mu?
- Soru, öğrencileri düşünmeye ve problem çözmeye teşvik ediyor mu?
- Soru, öğrencilerin belirli kavramları ve becerileri anlamalarını sağlayacak şekilde tasarlanmış mı?

- Anlaşılabilirlik:**

- Soru açık ve net bir şekilde ifade edilmiş mi?
- Soruların dilbilgisi ve imla kurallarına uygunluğu var mı?
- Soruda kullanılan dil ve terimler hedeflenen öğrenci grubu için uygun mu?

Genel Değerlendirme:

- Sorular birbirleri ile tutarlılık gösteriyor mu?
- Sorular özgün ve yaratıcı bir şekilde tasarlanmış mı?
- Soruların farklı zorluk seviyelerinde dağılımı dengeli mi?
- Kolay sorular, öğrencilerin konuya giriş yapmalarına yardımcı oluyor mu?
- Zor sorular, öğrencileri daha derin düşünmeye ve problem çözme becerilerini geliştirmeye teşvik ediyor mu?
- Soruların iyileştirilmesi için herhangi bir öneriniz var mı?
- Sorularla ilgili genel yorumlarınız nelerdir?
- Farklı soru türleri eklemek isterseniz, bunlar neler olabilir?

Teşekkürler!

EK-9. Etik Kurul Karar Yazısı Örneği

Evrak Kayıt Tarihi: 14.10.2024 Protokol No: 798730

Tarih: 31.10.2024



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Öğrencilerin Doğrusal İlişkiler Konusuna Yönelik Öğrenme Süreçlerinin Onto Semiyotik Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN
TEZ YAZARI:	Demet NEBİ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

ÖZ GEÇMİŞ

Adı Soyadı : Demet NEBİ

Yabancı Dil : İNGİLİZCE

Doğum Yeri / Yılı :

E-Posta

ORCID Numarası :

Eğitim Bilgileri

Yüksek Lisans : Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Eğitimi Bölümü (2022-2025)

Lisans : Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı (2005-2009)

Lise : Elazığ Ahmet Kabaklı Anadolu Öğretmen Lisesi (2001-2005)

Mesleki Deneyimi

Matematik Öğretmeni, Milli Eğitim Bakanlığı (MEB)

- Kandilli Ortaokulu, Bozüyük/BİLECİK (2009-2013)
- Çitosan Ortaokulu, Bozüyük/BİLECİK (2013-2019)
- Meliha Ercan Ortaokulu, Bozüyük/BİLECİK (2019----

Akıl ve Zekâ Oyunları Hizmet İçi Eğitim Eğitmeni, Bilecik ili, [2017---]

Komisyon Başkanı, Bozüyük Akıl ve Zekâ Oyunları Turnuvası, 2019-2020

Görev Aldığı Projeler

1. 4007-TÜBİTAK Bilim Şenlikleri Destekleme Programı, 121B150, Bozüyük Bilim Şenliği, Atölye Lideri, 01.07.2021- 01.07.2022.

2. 4006-Bilim Fuarları Destekleme Programı, M18B404, ÇİTOSAN ORTAOKULU BİLİM FUARI, Yürütücü, 01.01.2018- 01.08.2018.