



**ÖĞRENCİLERİN DÖNEL SİMETRİ KAVRAMINA İLİŞKİN
GELİŞİMLERİNİN VE SOYUTLAMA DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Gülşade SAVAŞ

Eskişehir 2022

**ÖĞRENCİLERİN DÖNEL SİMETRİ KAVRAMINA İLİŞKİN
GELİŞİMLERİNİN VE SOYUTLAMA DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ**

Gülşade SAVAŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

**Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Temmuz 2022**

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI



ÖZET

ÖĞRENCİLERİN DÖNEL SİMETRİ KAVRAMINA İLİŞKİN GELİŞİMLERİNİN VE SOYUTLAMA DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Gülşade SAVAŞ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Temmuz 2022

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın amacı; İlköğretim Matematik Öğretmenliği birinci sınıf lisans öğrencilerinin verilen bir geometrik şekildeki dönel simetriye ilişkin bilgi ve anlamalarının incelenerek ortaya çıkarılmasıdır. Nitel araştırma yaklaşımlarından birebir öğretim deneyi çerçevesinde tasarlanan bu araştırma; 2020-2021 eğitim öğretim yılı güz döneminde üç öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmanın verileri; tüm öğrenciler ile birebir olarak haftada bir kez ve ortalama birer buçuk saat süren dört klinik görüşmenin video ile kayıt altına alınmasıyla ve araştırmacı günlüğüyle toplanmıştır. Araştırma verilerinin analiz edilmesinde ve yorumlanmasında sürekli analiz ve geriye dönük analizden yararlanılmıştır. Araştırma bulgularından hareketle; dönel simetri kavramına ilişkin soyutlama türü ve düzeylerinin her biri için parametreler belirlenmiştir. Yine araştırma bulgularından hareketle; öğretim deneyi öncesinde dönel simetri kavramına ilişkin Piaget'nin soyutlama düzeyleri içerisinde deneysel soyutlama düzeyinde bulunan bir öğrencinin öğretim deneyi sonrasında 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine, deneysel soyutlama düzeyinde bulunan diğer öğrencinin 2. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ve hiçbir düzeyde bulunmayan öğrencinin ise 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği tespit edilmiştir. Dönel simetri öğretiminde günlük hayat örneğinden yararlanılmasının ve dönel simetrik çizimler yaptırılmasının öğrencilerin dönel simetri kavramına ilişkin bilgi ve anlamalarını geliştirerek yansıtıcı soyutlama yapabilmelerinde son derece önemli olduğu saptanmıştır.

Anahtar Sözcükler: Dönel simetri, Yansıtıcı soyutlama, Piaget'nin soyutlama yapısı, Günlük hayat örneği, Öğretim deneyi.

ABSTRACT

EXAMINATION OF STUDENTS' DEVELOPMENTS REGARDING THE CONCEPT OF ROTATIONAL SYMMETRY AND ABSTRACT LEVELS

Gülşade SAVAS

Department of Mathematics Educations

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, July 2022

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The purpose of this research; it is to reveal the knowledge and understanding of the first year undergraduate students of Primary School Mathematics Teacher Education about rotational symmetry in a given geometric figure by examining them. This research, which was designed within the framework of one-to-one teaching experiment, one of the qualitative research approaches; it was conducted with three students in the fall semester of the 2020-2021 academic year. The data of the research; it was collected by video recording and researcher diary of four clinical interviews with all students one-on-one once a week. Continuous analysis and retrospective analysis were used in the analysis and interpretation of the research data. Based on the research findings; parameters have been determined for each of the abstraction types and levels related to the concept of rotational symmetry. Based on the research findings; it has been determined progresses regarding the concept of rotational symmetry. A student at the experimental abstraction level of Piaget's abstraction level reached the 3rd level reflective abstraction level after the teaching experiment the other student at the experimental abstraction level reached the 2nd level reflective abstraction level. And the student who did not have any level reached the 1st level reflective abstraction level. It has been determined that making use of daily life examples and making rotationally symmetrical drawings in rotational symmetry teaching are extremely important for students to develop their knowledge and understanding of the concept of rotational symmetry and make reflective abstraction.

Keywords: Rotational symmetry, Reflective abstraction, Piaget's structure of abstraction, Daily life example, Teaching experiment.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlakive hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Gülşade SAVAŞ

ÖNSÖZ

Lisans mezuniyetimden sonra akademik bilgi ve becerilerimi geliştirebilmek amacıyla hemen atıldığım bu serüvenin sonuna gelebilmek, benim için çok büyük mutluluk ve gurur kaynağıdır. Bu serüvenin içinde kaybolmaktan beni koruyarak bana her zaman yol gösteren, destek sağlayan ve yanımda olan tüm kişi ve kurumlara teşekkürü bir borç bilirim.

Öncelikle her ne kadar lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca gerek akademik gerek manevi anlamda engin bilgilerinden yararlanma fırsatı bulmuş olsam da kendisinden öğreneceklerimin bir ömür bitmeyeceği, üzerimde çok büyük emeği olan ve kendime rol model edindiğim sevgili danışmanım Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye; bilgi ve tecrübelerini paylaşarak tez sürecimin en başından itibaren yol göstererek destek olduğu, cesaretlendirdiği, umut verdiği ve yaşattığı tüm güzel duygular için saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunma jürimde olmayı kabul edip tezime ilişkin çok kıymetli dönütler vererek tezimin gelişmesine çok önemli katkılarda bulunan; değerli hocam Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a ayrıca lisans hayatımdan bu yana hem matematik eğitimine hem de hayata dair bilgi ve tecrübelerinden faydalanma imkânı sağladığı için ve değerli hocam Doç. Dr. Şahin DANIŞMAN'a ayrıca tez sürecim boyunca tanıdığım tüm kolaylıklar ve sağladığı tüm destekler için, yanında yetişmekten gurur duyduğumu belirterek sonsuz teşekkür ederim.

Birçok yoğunluğu olmasına rağmen kıymetli vaktinden ayırıp tezimin son okumasını gerçekleştirerek çok kıymetli fikirler veren ve beni her zaman tüm pozitifliği ve güler yüzü ile karşılayan değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Emine Nur ÜNVEREN BİLGİÇ'e çok teşekkür ederim.

Lisans öğrenimim içerisinde kendisinden aldığım bir ders sayesinde tanıma fırsatı bulduğum; beni öylesine etkileyerek akademisyenliği düşünmemi sağlayan, bana bu yolda geleceğim için yol gösteren ve kendime idol olarak gördüğüm kıymetli hocalarım Prof. Dr. Dilek TANIŞLI ve Prof. Dr. Yavuz AKBULUT'a teşekkürlerimi arz ederim.

Bu zamana kadar geleceğimle ilgili aldığım tüm kararlarda beni destekleyerek arkamda olan, maddi ve manevi her türlü imkânı sunarak bugünlere gelmemi sağlayan ve emeklerini bir ömür ödeyemeyeceğim minnet duyduğum biricik annem Nevin UMUTLU'ya ve biricik babam Ali Osman UMUTLU'ya; birlikte geçirebileceğimiz

tüm vakitlerden feragat etmesinin yanı sıra her koşulda seve seve yanımda olan canım eşim Dr. Oğuz SAVAŞ'a tüm kalbimle teşekkür ederim. Sizler olmasaydınız, asla başaramazdım.

Son olarak, yurt içi yüksek lisans bursiyeri olduğum TÜBİTAK BİDEB'e yüksek lisans öğrenimim boyunca sağladığı maddi destek için teşekkür ederim.

Gülşade SAVAŞ
Eskişehir, 2022



İTHAF

*Sevgili Anne ve Babama,
Canım Eşim Oğuz'a.*

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	v
ÖNSÖZ	vi
İTHAF	viii
İÇİNDEKİLER	ix
TABLolar DİZİNİ	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
GÖRSELLER DİZİNİ	xv
KISALTMALAR DİZİNİ	xx
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	3
1.2. Geometrik Kavramın Matematiksel Analizi	6
1.3. Araştırmanın Amacı	20
1.4. Araştırmanın Önemi.....	20
1.5. Kuramsal Çerçeve.....	22
1.5.1. Kavram.....	22
1.5.2. Kavram oluşumu	24
1.5.3. Matematiksel kavramların oluşumu.....	28
1.5.4. Piaget'nin soyutlama yapısı	30
1.5.4.1. Deneyisel soyutlama.....	33
1.5.4.2. Yansıtıcı soyutlama.....	33
1.5.4.2.1. 1. düzey yansıtıcı soyutlama	34
1.5.4.2.2. 2. düzey yansıtıcı soyutlama	35
1.5.4.2.3. 3. düzey yansıtıcı soyutlama	36
1.6. İlgili Araştırmalar	36
1.6.1. Yansıtıcı soyutlama ile ilgili araştırmalar	36

1.6.2. Noktaya göre simetri/merkezi simetri ile ilgili araştırmalar	41
2. YÖNTEM	46
2.1. Araştırmanın Deseni	46
2.2. Araştırmanın Katılımcıları	50
2.3. Pilot Uygulama	51
2.4. Veri Toplama Araçları	52
2.4.1. Ön klinik görüşme formu	53
2.4.2. Klinik görüşme formu-1.....	54
2.4.3. Klinik görüşme formu-2.....	54
2.4.4. Klinik görüşme formu-3.....	55
2.4.5. Araştırmacı günlüğü	55
2.5. Araştırma Verilerinin Toplanması.....	55
2.6. Araştırma Ortamı	56
2.7. Araştırma Verilerinin Analizi.....	57
2.8. Araştırmanın Geçerliğı ve Güvenirliğı.....	59
3. BULGULAR	61
3.1. Katılımcıların Ön Klinik Görüşmelerinden Elde Edilen Bulgular	61
3.1.1. Birinci bölüm: Simetrik olma durumunu inceleme ve simetrinin özelliklerini açıklama	62
3.1.1.1. Ahu'nun simetri incelemesine ilişkin bulgular	65
3.1.1.2. İnan'ın simetri incelemesine ilişkin bulgular	77
3.1.1.3. Yaz'ın simetri incelemesine ilişkin bulgular	91
3.1.2. İkinci bölüm: Doğruya göre simetri alma bilgileri ve deneyimleri.....	100
3.1.2.1. Ahu'nun simetri almasına ilişkin bulgular.....	102
3.1.2.2. İnan'ın simetri almasına ilişkin bulgular	105
3.1.2.3. Yaz'ın simetri almasına ilişkin bulgular.....	107
3.2. Katılımcıların Öğretim Deneyinden Elde Edilen Bulgular	109
3.2.1. Birinci bölüm: Dönel simetrik olma durumunu inceleme ve dönel simetrinin özelliklerini açıklama	109
3.2.1.1. Ahu'nun dönel simetri incelemesine ilişkin bulgular	112
3.2.1.2. İnan'ın dönel simetri incelemesine ilişkin bulgular.....	127
3.2.1.3. Yaz'ın dönel simetri incelemesine ilişkin bulgular	143

3.2.2. İkinci bölüm: Dönel simetrik şekil oluşturma bilgi ve deneyimleri.....	154
3.2.2.1. Ahu'nun dönel simetrik şekil oluşturmaya ilişkin bulgular	157
3.2.2.2. İnan'ın dönel simetrik şekil oluşturmaya ilişkin bulgular	163
3.2.2.3. Yaz'ın dönel simetrik şekil oluşturmaya ilişkin bulgular	167
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	174
4.1. Sonuç	174
4.1.1. Araştırmaya ilişkin sonuçlar	174
4.1.2. Katılımcılara ilişkin sonuçlar	176
4.1.2.1. Ahu ile ilgili sonuçlar	177
4.1.2.2. İnan ile ilgili sonuçlar	180
4.1.2.3. Yaz ile ilgili sonuçlar.....	183
4.2. Tartışma	185
4.3. Öneriler	190
4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler.....	190
4.3.2. İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler.....	191
KAYNAKÇA.....	193
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. Araştırma verilerinin toplanması	56
--	----



ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1. Dönme merkezi nesnenin içinde	8
Şekil 1.2. Dönme merkezi nesnenin üzerinde	8
Şekil 1.3. Dönme merkezi nesnenin dışında.....	8
Şekil 1.4. Gemi dümeni	9
Şekil 1.5. Snoldelev Stone'un bardağı.....	10
Şekil 1.6. Dönel simetrik şekil örneği	10
Şekil 1.7. 2-katlı dönel simetrik şekil örneği.....	11
Şekil 1.8. 3-katlı dönel simetrik şekil örneği.....	11
Şekil 1.9. Dönel simetrik olmayan çokgenler.....	12
Şekil 1.10. 2-katlı dönel simetrik çokgenler.....	12
Şekil 1.11. 2-katlı dönel simetrik çokgen dikdörtgen.....	13
Şekil 1.12. 2-katlı dönel simetrik çokgen paralelkenar	13
Şekil 1.13. 2-katlı dönel simetrik çokgen eşkenar dörtgen.....	14
Şekil 1.14. 2-katlı dönel simetrik Yin Yang şekli	14
Şekil 1.15. Orijine göre yansıma	15
Şekil 1.16. 3-katlı dönel simetrik çokgen eşkenar üçgen	16
Şekil 1.17. 3-katlı dönel simetrik Triskelion figürü.....	16
Şekil 1.18. 4-katlı dönel simetrik çokgen kare	17
Şekil 1.19. 4-katlı dönel simetrik Svastika sembolü	17
Şekil 1.20. 5-katlı dönel simetrik çokgen düzgün beşgen	18
Şekil 1.21. 6-katlı dönel simetrik çokgen düzgün altıgen	19
Şekil 1.22. Matematik eğitiminin bileşenleri (Akgün vd., 2014).....	24
Şekil 1.23. Kibrit çöpü örüntüsü.....	29
Şekil 1.24. Piaget'in soyutlama yapısı.....	31

Sayfa

Şekil 2.1. Veri toplama araçlarının içeriği,.....	53
Şekil 2.2. Araştırma verilerinin analizi.....	58
Şekil 2.3. Araştırmanın geçerliğinin ve güvenilirliğinin sağlanması.....	60
Şekil 3.1. Araştırma bulgularının şeması.....	61
Şekil 3.3. Ön klinik görüşme bulgularının şeması.....	62
Şekil 3.4. Birinci bölümün temalaştırılması şeması	64
Şekil 3.5. İkinci bölümün temalaştırılması şeması	101
Şekil 3.8. Öğretim deneyi bulgularının şeması.....	109
Şekil 3.9. Birinci bölümün temalaştırılması şeması	111
Şekil 3.10. İkinci bölümün temalaştırılması şeması	156
Şekil 4.1. Araştırmaya ilişkin sonuçlar.....	176
Şekil 4.2. Katılımcılara ilişkin sonuçlar	177

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 1.1. 5–katlı dönel simetrik figüre sahip Hong Kong bayrağı	18
Görsel 1.2. 6–katlı dönel simetrik kar tanesi.....	19
Görsel 3.1. Ahu’nun dönel simetrik motifi fark etmesi	65
Görsel 3.2. Ahu’nun dikey eksenler çizmesi	66
Görsel 3.3. Ahu’nun simetrik olan ve olmayan örnekler çizmesi.....	67
Görsel 3.4. Ahu’nun simetrinin özelliklerini açıklaması	68
Görsel 3.5. Ahu’nun motifteki dikey doğruya göre simetriyi belirtmesi.....	68
Görsel 3.6. Ahu’nun motifteki yatay doğruya göre simetriyi belirtmesi	69
Görsel 3.7. Ahu’nun süslemenin bütünündeki yatay doğruya göre simetriyi belirtmesi.....	70
Görsel 3.8. Ahu’nun yıldız motifindeki simetriyi belirtmesi.....	70
Görsel 3.9. Ahu’nun motifler arasındaki simetriyi belirtmesi	71
Görsel 3.10. Ahu’nun dikdörtgenlerden oluşan çizimi	72
Görsel 3.11. Ahu’nun simetrikliği doğrular yerleştirerek kontrol etmesi.....	73
Görsel 3.12. Ahu’nun bacaklar arasındaki ilişkiyi incelemesi.....	74
Görsel 3.13. Ahu’nun simetrikliği göstermesi	76
Görsel 3.14. Ahu’nun tekrarlayan motifi fark etmesi	76
Görsel 3.15. İnan’ın tekrarlayan motifi fark etmesi.....	78
Görsel 3.16. İnan’ın simetrik motifleri göstermesi	78
Görsel 3.17. İnan’ın düz yansıma ifadesini açıklaması.....	79
Görsel 3.18. İnan’ın düz yansımanın özelliklerini açıklaması	80
Görsel 3.19. İnan’ın süslemedeki doğruya göre simetriyi belirlemesi.....	80
Görsel 3.20. İnan’ın ters yansımayı belirlemesi.....	81
Görsel 3.21. İnan’ın ters yansıma ifadesini açıklaması.....	81

Görsel 3.22. İnan'ın ters yansıma ifadesini detaylandırması	82
Görsel 3.23. Araştırmacının yeni bir merkez nokta belirlemesi	83
Görsel 3.24. İnan'ın merkez nokta üzerine çalışması	83
Görsel 3.25. İnan'ın ters yansıma ifadesinin Geogebra üzerinde incelenmesi	84
Görsel 3.26. İnan'ın süslemede tekrar eden motifi göstermesi	85
Görsel 3.27. İnan'ın süslemede ters simetriyi göstermesi	86
Görsel 3.28. Araştırmacının farklı iki parça göstermesi	87
Görsel 3.29. Araştırmacının farklı dört parça göstermesi	88
Görsel 3.30. İnan'ın görseldeki düz yansımayı göstermesi	89
Görsel 3.31. İnan'ın görseldeki tekrarlamayı göstermesi	90
Görsel 3.32. İnan'ın simetrikliği göstermesi	91
Görsel 3.33. Yaz'ın simetrik motifleri göstermesi	92
Görsel 3.34. Yaz'ın simetrik şekil oluşturup açıklaması	93
Görsel 3.35. Yaz'ın doğruya göre simetrikliği kontrol etmesi	94
Görsel 3.36. Yaz'ın simetrik motifleri göstermesi	95
Görsel 3.37. Yaz'ın simetriklik ilişkisini açıklaması	96
Görsel 3.38. Yaz'ın simetri çizimini yapması	97
Görsel 3.39. Yaz'ın doğruya göre simetrik şekli göstermesi	97
Görsel 3.40. Yaz'ın simetrikliği kontrol etmesi	98
Görsel 3.41. Yaz'ın dönme hareketini göstermesi	99
Görsel 3.42. Yaz'ın doğruya göre simetri hareketlerini göstermesi	100
Görsel 3.43. Ahu'nun bazı referans noktalar belirleyip simetriğini alması	102
Görsel 3.44. Ahu'nun hatalı çizimini fark etmesi	103
Görsel 3.45. Ahu'nun dik olmayan uzaklık belirtmesi	103
Görsel 3.46. Ahu'nun simetri alma çizimini tamamlaması	104

Görsel 3.47. Ahu'nun simetrikliği katlayarak göstermesi	105
Görsel 3.48. İnan'ın şeklin bütün olarak simetriğini alması	105
Görsel 3.49. İnan'ın simetrikliği kontrol etmesi	106
Görsel 3.50. İnan'ın simetrikliği kontrol etmesi	107
Görsel 3.51. Yaz'ın eğik doğruya göre simetri alması.....	108
Görsel 3.52. Yaz'ın düzlemdeki noktaları referans alarak simetri alması	108
Görsel 3.53. Ahu'nun dönel simetriyi informal olarak tanımlaması	112
Görsel 3.54. Ahu'nun dönel simetriyi açıklaması.....	113
Görsel 3.55. Ahu'nun dönel simetriyi açıklaması.....	114
Görsel 3.56. Ahu'nun dönel simetriyi tanımlaması	115
Görsel 3.57. Ahu'nun düzgün beşgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi ..	116
Görsel 3.58. Ahu'nun düzgün beşgendeki dönme açısını hesaplaması	117
Görsel 3.59. Ahu'nun dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	118
Görsel 3.60. Ahu'nun ikizkenar üçgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.	119
Görsel 3.61. Ahu'nun ikinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	120
Görsel 3.62. Ahu'nun üçüncü günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	121
Görsel 3.63. Ahu'nun yedinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	122
Görsel 3.64. Ahu'nun 2-katlı dönel simetrik şekil ile dönel simetri ilişkisini incelemesi.....	125
Görsel 3.65. Ahu'nun fonksiyon ile dönel simetri ilişkisini incelemesi	126
Görsel 3.66. İnan'ın dönel simetriyi informal olarak tanımlaması	127
Görsel 3.67. İnan'ın dönel simetrik günlük hayat örneği çizmesi	128
Görsel 3.68. İnan'ın düzgün beşgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	130
Görsel 3.69. İnan'ın dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	131

Görsel 3.70. İnan'ın düzgün altıgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	131
Görsel 3.71. İnan'ın eşkenar üçgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	132
Görsel 3.72. İnan'ın ikizkenar yamuğun dönel simetrik olma durumunu incelemesi .	132
Görsel 3.73. İnan'ın birinci ve ikinci günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	133
Görsel 3.74. İnan'ın üçüncü ve dördüncü günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	134
Görsel 3.75. İnan'ın beşinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	134
Görsel 3.76. İnan'ın yedinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	135
Görsel 3.77. İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak çeşitkenar üçgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	138
Görsel 3.78. İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak düzgün beşgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	138
Görsel 3.79. İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	139
Görsel 3.80. İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak dik yamuğun dönel simetrik olma durumunu incelemesi	139
Görsel 3.81. İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak düzgün altıgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	140
Görsel 3.82. İnan'ın fonksiyon dönel simetri ilişkisini incelemesi.....	142
Görsel 3.83. İnan'ın fonksiyon dönel simetri ilişkisini incelemesi.....	143
Görsel 3.84. Yaz'ın birinci ve ikinci günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	144
Görsel 3.85. Yaz'ın beşinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi.....	145
Görsel 3.86. Yaz'ın üçüncü ve dördüncü günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu yeniden incelemesi	147
Görsel 3.87. Yaz'ın yedinci ve sekizinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu yeniden incelemesi	148

Görsel 3.88. Yaz'ın dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi	149
Görsel 3.89. Yaz'ın karenin dönel simetrik olma durumunu yeniden incelemesi	150
Görsel 3.90. Yaz'ın eşkenar üçgenin kendisi ile çakışmasını incelemesi.....	152
Görsel 3.91. Yaz'ın düzgün beşgenin kendisi ile çakışmasını incelemesi.....	152
Görsel 3.92. Yaz'ın fonksiyon ile dönel simetri ilişkisini incelemesi	154
Görsel 3.93. Ahu'nun verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi	158
Görsel 3.94. Ahu'nun verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi	159
Görsel 3.95. Ahu'nun dönel simetrik şeklin eş parçasını belirlemesi.....	160
Görsel 3.96. Ahu'nun dönel simetrik şekil tasarlaması	161
Görsel 3.97. Ahu'nun doğadan 3-katlı dönel simetrik çiçek örneği	162
Görsel 3.98. Ahu'nun yakın çevresinden 5-katlı dönel simetrik araba tekerleği örneği	162
Görsel 3.99. Ahu'nun süslemelerden 10-katlı dönel simetrik çelik kapı örneği.....	163
Görsel 3.100. İnan'nun verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi.....	164
Görsel 3.101. İnan'ın verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi.....	165
Görsel 3.102. İnan'ın dönel simetrik şekil tasarlaması	166
Görsel 3.103. İnan'ın doğadan 5-katlı dönel simetrik çiçek örneği.....	167
Görsel 3.104. İnan'ın yakın çevresinden 8-katlı motif içeren dönel simetrik dantel örneği.....	167
Görsel 3.105. Yaz'un verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi	168
Görsel 3.106. Yaz'ın verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi	170
Görsel 3.107. Yaz'un dönel simetrik şekil tasarlaması.....	171
Görsel 3.108. Yaz'ın doğadan 5-katlı dönel simetrik çiçek örneği.....	172
Görsel 3.109. Yaz'ın yakın çevresinden farklı dönel simetrik motifler içeren abajur örneği.....	172
Görsel 3.110. Yaz'ın yakın çevresinden farklı dönel simetrik motifler içeren süsleme örneği.....	173

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council Teacher of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

YÖK: Yükseköğretim Kurulu



1. GİRİŞ

Clements ve Battista'nın (1986, s. 29) “uzamsal bir ortamdaki nesnelerin, hareketlerin ve ilişkilerin incelenmesi” olarak tanımladığı geometri, matematiğin en temel dallarından biridir. Clark ve Otis (1925, 1927) geometrinin öğrencilere öncelikle; akıl yürütme ve analiz etme, keşfetme ve keşfedilenleri mantıklı bir şekilde kanıtlama gücü veren yöntem ve düşünce alışkanlıkları konusunda eğitmek amacıyla öğretildiğini belirtmiştir. French (2017, s. 2) öğretim programlarında geometrinin bulunma sebeplerini üç başlık altında ele alıp bu başlıkları *uzamsal farkındalığı arttırmak, akıl yürütme becerilerini geliştirmek, harekete geçirmek, zorlamak ve bilgilendirmek* şeklinde belirtmiş; uzamsal farkındalığı geometrik nesneleri algılama yetisi ile ilgili olan önemli bir düşünce olarak açıklamış, geometrinin bir bağlam sunması ile akıl yürütme becerilerini ilişkilendirmiş ve geometrinin entelektüel çekiciliği sayesinde özünde ilginç bir konu olması sebebi ile harekete geçirip zorladığı ve bilgilendirdiğini ifade etmiştir. Nitekim geometrik problem ve durumlar; öğrencilere kazandırılması hedeflenen akıl yürütme ve ispat yapma, ilişkilendirme, eleştirel düşünme, tahminde bulunma, temsille gösterme ve matematiksel iletişim kurabilme gibi becerileri destekler nitelik sergilemektedir. Bu becerilerin yanı sıra öğrencilere geometri ile özdeşleşmiş olan uzamsal his kavramını kazandırarak öğrencilerin geometrik düşünme ve akıl yürütme, görselleştirme ve şekillerin perspektifini belirleyebilme gibi becerilerinin de gelişmesine olanak sağlamaktadır. Bu anlamda geometrinin, matematiğin farklı dallarını birbirine bağlayan bir rolünün olduğundan da bahsedilebilir.

Geometri, sadece matematik dersine ilişkin bir öğrenme alanı olmaktan çok daha öte hayatımızın ayrılmaz bir parçasıdır. Çevremizde gördüğümüz doğal olan ya da olmayan her türlü yapı ve oluşumda geometrik izler görülmektedir. İnsanlar günlük yaşamda geometrik nesneleri sürekli olarak kullanmaktadır. Temelini geometrik düşüncelerin oluşturduğu çizim yapma, modelleme, fotoğrafçılık gibi alanlarda uzamsal becerilerden yararlanılmaktadır. Doğada, sanatta ve mimaride örneklerine sıkça rastlamak mümkündür. Bir göl kenarında bulunan ağaçların gölgelerinin göl yüzeyindeki yansımaları, bir kelebeğin kanatlarındaki eşlik, ünlü ressamların kullandıkları nesneler, mimarların inşa edilmek üzere planını çizdiği köprüler ve binalar, süsleme yapılması amacı ile kullanılan desenler ve çok daha fazlası hayatımızın içinde büyük bir yer edinen geometri örnekleridir. Bununla birlikte geometri, bilim ve matematiği ilişkilendiren bir çekirdek görevi de görmektedir (Clements and Sarama,

2011, s. 134). Fizik, kimya, biyoloji, tıp ve astronomi gibi bilim dallarında geometriden ve özelliklerinden sıkça faydalanılmaktadır.

Geometride anahtar kavramlardan biri olan simetri konusu, günlük hayatta karşımıza sıklıkla çıkmaktadır ve bu sebeple simetri denildiğinde insan zihninde farklı alanlardan imgeler oluşması beklenen bir durumdur. Simetrik nesneler bir çiçek, bir kişi, bir kristal ya da desenli bir örtü olabileceği gibi bir molekül olarak da çeşitli formlarda karşımıza çıkabilmektedir. Knuchel'a (2004) göre bireyler, çevrelerindeki eşya ve olayları organize etmek ve dış dünya hakkında nitel algılar geliştirmek için simetri düşüncesine ihtiyaç duyarlar. Bu anlamda simetri, insanların gerçek dünyayı anlamlandırmalarında yadsınamaz bir role sahiptir. Weyl'e (1952) göre simetri, bir bütünün içindeki parçalarının arasında bulunan orantı ve dengeyi ifade etmektedir. Çevremizde güzelliği ile dikkat çeken yapıların neredeyse tamamında bir simetrinin hâkim olduğu söylenebilir. Simetrinin düzenin temsili olduğunu iddia eden ünlü fizikçi Lightman (2013) simetriden "Simetri ekonomidir, basitliktir ve zarafettir." olarak bahsetmektedir. Bornstein ve Stiles (1984, s. 637) ise yetişkinlerin, herhangi bir düzenleme yaparken ya da bir obje seçerken simetriyi asimetriye tercih etme eğiliminde olduklarını ve simetrik objeleri ayırt etme ve hatırlamada daha iyi olduklarını belirtmektedir. Bunun sebebi olarak simetri kavramının uyumu ve dengeyi çağrıştırmakta olması gösterilebilir. Günlük hayatımızın bu kadar içinde olması ile birlikte simetrinin, Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) tarafından matematiksel durumları açıklayarak ortaya koymak için bir araç olduğu belirtilmektedir. Matematikçiler simetriyi bir dönüşüm (Bassarear, 1995) olarak yapılandırmaktadırlar. Leikin, Berman ve Zaslavsky (1997, s. 193) simetriyi "uygulandığında şeklin özelliklerini değiştirmeyen bir dönüşüm" olarak tanımlamıştır. Bu tanıma göre, bir geometrik dönüşüme tabi tutulduğunda özellikleri değişmeyen bir nesneden söz edilebiliyorsa bu dönüşüm, simetridir.

Dreyfus ve Eisenberg (1990);

- girdi olarak geometrik bir nesne veya matematiksel bir cisim,
- dönüştürme eylemi olarak yansıtma, öteleme, döndürme vb. bir hareket,
- çıktı olarak ise başlangıçtaki nesne veya cismin simetriği

bileşenlerini göz önünde bulundurarak; simetrinin birebir ve örten bir tür fonksiyon olduğunu belirtmektedir.

1.1. Problem Durumu

Altun'a (2016, s. 345) göre okullarda takip edilen matematik öğretim programlarında geometrinin oldukça geniş bir yer tutmasının haklı birçok sebebi bulunmaktadır. Bu sebeplerden bazılarını insanların yaşadıkları çevresini oluşturan çoğu varlığın geometrik cisimlerden oluşması; insanların günlük işlerini yaparken bu cisimlerden faydalanması; insanların yine günlük hayatta karşılaştığı araçla manevra yapma, gidilecek bir mesafeyi kabataslak hesaplama, duvar kâğıdı ile kaplama yapma gibi basit problemlerin çözümünde geometrik becerilerden faydalanması olarak sıralamak mümkündür (Altun, 2016, s. 345).

Geometri öğretimi, matematik eğitiminin temel yapıtaşlarından birini oluşturmaktadır. Çocuklarda geometri öğrenimi Bozkurt ve Koç'a (2016, s. 278) göre, çocukların çok erken yaşlardan itibaren içinde yaşadıkları fiziksel dünyayı görmeleri, keşfetmeleri ve tanımaları ile eş zamanlı olarak başlamaktadır. Çocuklar geometrik şekil ve cisimlerle karşılaştıkça bu konuda tecrübelenecek, bu durum da onların geometrik düşünme becerilerinin gelişmeye başlamasını sağlayacaktır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2016, s. 400). Geometri öğretiminde uygun yöntem ve stratejilerin kullanılmaması, derslerin gerekli somut materyallerle desteklenmemesi, bilgisayar teknolojilerinden yeterince yararlanılamaması gibi olumsuzlukların öğrencilerin öğrenmelerini daha da güçleştirdiği düşünülebilir. Köse'ye (2008, s. 8) göre çocukların ilkokul yıllarında geometri öğrenimlerinin bu gibi sebeplerle ihmal edilmesi ve temellerinin eksik ya da yanlış atılması, öğrencilerin ilerleyen yıllardaki geometri anlamalarını ve başarılarını olumsuz yönde etkileyebilmektedir.

Geometri ile yaşadığımız çevrenin bu kadar iç içe olmasına karşın, geometri bir ders olarak ele alındığında öğrencilerin çoğu zaman korktukları ve olumsuz duygular besledikleri bir ders olmuştur ve geometri konularının soyut kavramlar içeriyor olması bu duruma sebebiyet vermektedir (Işık ve Konyalıoğlu, 2005; Arı, 2010; Küçüköğlu ve İncikabı, 2020). Öğrencilerin geometrik kavramları daha kolay ve etkili bir şekilde anlamlandırmalarını sağlamak için öncelikle soyut kavramları somut hale getirmek gerekmektedir, çünkü; öğrenciler tarafından soyut kavramların anlaşılması, somut kavramlara göre her zaman çok daha karmaşık ve zor olmuştur. Soyut kavramların sadece sözel veya teorik olarak ifade edilmesi; matematik eğitimcileri tarafından her ne kadar karşı çıkılsa da öğrencileri ezber yapma yolunu tercih etme mecburiyetinde bırakabilir. Bu durum da öğrencilerin anlamlı ve kalıcı öğrenmelerinin önüne geçebilir.

Bu anlamda soyut kavramların öğretiminde günlük hayat örneklerinden yararlanmanın önemli olduğu söylenebilir. Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından hem 2005 yılında yürürlüğe koyulan ve yapılandırmacı yaklaşımın yansımalarının ilk defa görüldüğü matematik dersi öğretim programında hem de programın güncellenmesi ile 2018 yılında yürürlüğe koyulan yeni matematik dersi öğretim programında yer alan ders içerikleri ve etkinliklerde günlük hayat örneklerine yer ayrıldığı görülmektedir. Öyle ki Brenner’a (2002, s. 88) göre öğretim uygulamaları esnasında öğrencilerin kavramları anlamlandırabilmeleri için günlük yaşam örneklerine ihtiyacı olmakta ve bu doğrultuda öğrencilerin üzerinde incelemeler yapabileceği günlük hayat örnekleri ile karşılaştırılması ise akıl yürütme becerilerini güçlendirmektedir. van Hiele-Geldof (1984) geometrik kavramların öğretiminde günlük hayat örneklerinin sunulmasının öğrencilerin kavramlar arasında gerekli ilişkilendirmeleri yaparak kavramsal anlamaya sahip olmaları noktasında önem taşıdığını belirtmektedir. İlgili literatür incelendiğinde; günlük hayat örneklerinden yola çıkarak tasarlanan öğretim ortamlarında öğrencilerin motivasyonlarının olumlu olarak etkilenmesi sonucunda daha aktif oldukları (Albayrak, Yazıcı ve Şimşek, 2017, s. 149) ve kavramlar arası ilişki kurmada başarı göstererek kalıcı öğrenme sağladıkları (Doruk ve Çiltaş, 2020, s. 34) yönünde bulguların ortaya koyulduğu görülmektedir. Bununla birlikte simetri konusu özelinde, günlük hayatta örneklerine sıkça rastlanabilen simetrik nesnelerin matematik derslerinde kullanımının öğrenciler için dikkat ve ilgi çekici olduğu (Bintaş, Altun ve Arslan, 2001; Kaplan ve Öztürk, 2014) bilinmektedir.

MEB İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde simetri öğretimine birinci sınıfta uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanı kapsamında ‘Eş nesnelere örnek verir.’ kazanımıyla eşliğe vurgu yapılarak başlandığı görülmektedir. İkinci sınıfta ise uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanı kapsamında ‘Çevresindeki simetrik şekilleri fark eder.’ kazanımıyla, simetrinin matematiksel tanımına girilmeden katlama yoluyla iki eş parçaya ayrılan çokgen ve şekiller olduğu gibi ayrılamayan çokgen ve şekillerin de olduğunun fark ettirilmesiyle devam edilmektedir. Üçüncü sınıfa gelindiğinde ise yine uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanında bulunan ‘Şekillerin birden fazla simetri doğrusu olduğunu şekli katlayarak belirler.’ kazanımıyla kare, dikdörtgen ve dairenin simetri doğruları incelenmekte, ayrıca dikdörtgenin köşegeninin simetri doğrusu olmadığı fark ettirilmektedir. ‘Bir parçası verilen simetrik şekli dikey ya da yatay simetri doğrusuna göre tamamlar.’ kazanımı ile

de şeklin eş parçalarının incelenmesi, simetri ile eşlik arasında ilişkiler kurulması ve eş parçaların özelliklerinin keşfettirilmesi ile şekli eş parçaya göre tamamlayarak doğruya göre simetri alması sağlanmaktadır. Dördüncü sınıfa gelindiğinde ise yine uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanı kapsamında ‘Ayna simetrisini, geometrik şekiller ve modeller üzerinde açıklayarak simetri doğrularını çizer.’ kazanımı ile simetrik nesneler üzerinde gözlemler ve incelemeler yaptırılarak doğruya göre simetri kavramına geçilmektedir. ‘Verilen şeklin doğruya göre simetriğini çizer.’ kazanımı ile de simetri eksenine dikkat ederek şekillerin simetriğinin çizdirilmesi üzerinde durulmaktadır. Ortaokulda ise simetri öğretiminin sadece sekizinci sınıfta ve artık dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanı kapsamında verildiği görülmektedir. ‘Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur.’ kazanımı ile koordinat düzleminde yansıma doğrusunu simetri eksenini kabul eden çalışmalar yaptırılarak koordinatlardaki değişimlerin gözlemlenmesi sağlanmaktadır. Şekil ile görüntüsünde birbiri ile eşlenen noktaların simetri eksenine uzaklıklarının eşit olduğu fark ettirilmektedir. Ayrıca bir kenarı simetri doğrusunun üzerinde bulunan şekillerle de çalışmalar yaptırılmaktadır. ‘Çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur.’ kazanımı ile en çok iki ardışık öteleme veya yansıma yer verip çini, seramik, dokuma vb. örnekler de dikkate alınarak desen, motif vb. görsellerde öteleme veya yansıma dönüşümlerini belirlemeye yönelik çalışmalar yaptırılmaktadır. Anadolu liselerinde uygulanan MEB Ortaöğretim Matematik Dersi Programı (2018) incelendiğinde ise simetri ile ilgili kazanımlara dönüşümler alt öğrenme alanı ve Analitik Düzlemde Temel Dönüşümler konu başlığı altında sadece 12. sınıfta yer verildiği görülmektedir. ‘Analitik düzlemde koordinatları verilen bir noktanın öteleme, dönme ve simetri dönüşümleri altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulur.’ kazanımı altında bulunan ‘Öteleme, simetri ve dönme kavramları hatırlatılır.’ bölümü ile uzunca bir ara verilen simetri öğrenimi ile ilgili öğrencilere ön bilgilerinin hatırlatılması hedeflenmiş olup, ‘Noktanın; noktaya, eksenlere, $y=x$ doğrusuna, bir doğruya göre simetrisi ve doğrunun noktaya göre simetrisi vurgulanır. Doğrunun doğruya göre simetrisine yer verilmez.’ bölümü ile de mevcut bilgilerinin üzerine yenilerinin eklenmesinin ve dönüşümlerle ilgili problemlerin çözülmesinin hedeflendiği görülmektedir. Her iki öğretim programı da incelendiğinde doğruya göre simetriye yönelik kazanımlara öğrencilerin konuyu tam anlamıyla özümsemelerine yeterli olacak kadar yer verilmesine karşın dönme simetriye yönelik herhangi bir

kazanıma ilköğretim ve ortaokul programında hiç rastlanmadığı, ortaöğretim programında ise buna yönelik sadece bir kazanımın bulunduğu, o kazanımın da sadece dönel simetrisinin özel bir durumu olan noktaya göre simetri/merkezi simetriyi içerdiği belirlenmiştir. Buna yönelik olarak ise dönel simetriden sadece 12. sınıfta yüzeysel bahsedilmesinin dikkat çekici olduğu söylenebilir. Bu durumun da öğrencilerde dönel simetriye ilişkin bilgi eksikliğine sebebiyet verebileceği ön görülmektedir. Bir diğer deyişle bu durumun; yansıma simetrisi denildiği zaman öğrencilerin noktaya göre simetriyi göz ardı ederek aklına sadece doğruya göre simetrisinin gelmesine, dönel simetri ile dönme simetrisi ilişkilendirmesinde zorluk yaşamasına, dönel simetri ile ilgili temel kavramlarda eksik kalmış olmasına, geometrik şekillerdeki dönel simetriyi fark etmede zorluklar yaşamasına sebep olabileceği düşünülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin günlük hayatta sıklıkla karşılaşılabilen dönel simetrik nesneleri fark edememelerinin, dönel simetri kavramına ilişkin günlük hayat ile geometri dersi arasında gerekli ilişkilendirmeleri yapmasının da önüne geçebileceği düşünülmektedir. Bu sebepten yola çıkılarak bu araştırmada dönel simetriye odaklanılmasına karar verilmiştir. Geometriye ilişkin en popüler araştırma konularından biri olan simetri konusunun dönel simetri özelinde ele alınarak; öğrencilerin dönel simetri kavramına ilişkin soyutlama düzeyleri ile öğretim deneyi etkinlikleri sonundaki soyutlama düzeylerinin, gelişimlerinin ortaya çıkarılmasına odaklanılacaktır.

1.2. Geometrik Kavramın Matematiksel Analizi

İlgili literatür incelendiğinde simetri türlerine ilişkin çeşitli sınıflandırmaların bulunduğu görülmektedir. Simetri türlerine ilişkin her ne kadar sınıflandırma farklılıkları bulunsun da belirtilen simetri türlerinin birbirinden ayrılmasını ve birbiri ile ilişkili olmasını sağlayan parametrelerinin aynı olduğu bilinmektedir. Desmond (1997, s. 207) ve Moyer (2002, s. 142) gibi kimi matematikçiler simetri türlerini *öteleme simetrisi*, *yansıma simetrisi* ve *dönme simetrisi* olarak üç başlık altında ele alarak dönel simetriyi dönme simetrisinin özel bir durumu olarak belirtmektedir. Leikin, Berman ve Zaslavsky (1997, s. 193) ise simetri türlerini geometrik simetri altında *yansıma simetrisi*, *merkezi simetri (noktaya göre simetri)*, *dönme simetrisi* ve *öteleme simetrisi* olarak sıralayarak dönel simetrisinin özel bir durumu olan merkezi simetriyi bir simetri türü olarak belirtmektedir. Lee ve Liu (2012) yansıma simetrisi, dönme simetrisi, ötelemeli yansıma simetrisi ve öteleme simetrisi şeklinde sıralayarak dönel simetrisinin

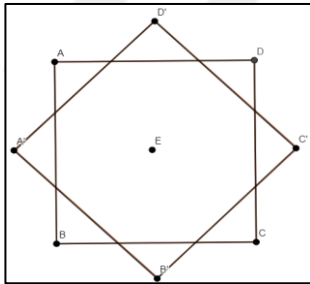
dönme simetrisinin altında yer aldığını belirtmektedir. Bununla birlikte Altun (2016, s. 386) düzlemde; *doğruya göre simetri* ve *dönel simetri* olmak üzere iki tür simetri olduğunu belirtmektedir. Natsoulas (2000, s. 365) ise dönel simetrik bir nesne örneği üzerinden yaptığı açıklama ile nesnenin belirli derecelerde döndürüldüğünde görüntüsünün değişmeden aynı kalacağını belirterek, dönel simetriyi dönme simetrisi ile ilişkilendirmektedir. Bu araştırmada da dönel simetri, dönme simetrisinin özel bir durumu olarak ele alınmıştır.

Köse (2012, s. 274) doğruya göre simetrinin diğer tüm simetri türleri içerisinde ayrı bir öneme ve özel bir yere sahip olduğunu belirtmektedir. Granier (1988'den aktaran Köse, 2012, s. 274) doğruya göre simetriyi; uzunlukların, açılarının (paralellik, diklik ve doğrusalılık), izdüşüm ilişkilerinin ve alanların korunduğu, buna karşın açılarının yönünün korunmadığı bir uygulama olarak tanımlamıştır. Bu tanımdan tüm geometrik ilişkilerin korunduğu anlaşılmaktadır. Buna göre kenar uzunluklarının, açılarının ve açı ölçülerinin, simetri doğrusuna olan uzaklıkların, çevre ve alan ölçülerinin her biri korunurken, değişen tek özellik açılarının yönü yani şeklin yönüdür.

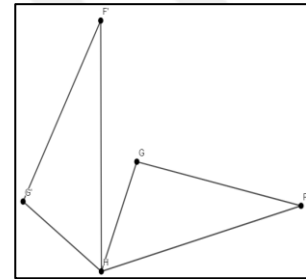
Doğruya göre simetri yansıma dönüşümü ile ilişkili iken dönel simetri dönme simetrisi ile ilişkilidir. Natsoulas (2000, s. 364) dönel simetriden bahsederken karşımıza iki önemli ve temel unsur çıktığını, bu unsurların da dönel simetri uygulanacak olan nesnenin döndürüleceği sabit bir nokta ile bu döndürme işleminin kaç derecelik bir işlem olacağının belirlenmesi olduğunu ifade etmektedir. “Dönel simetri bir nesnenin sabit bir nokta etrafında belirli bir açı kadar döndürülmesi; dönme miktarı da bir nesneye atırılan bir tam turun belirli bir kısmı ya da saat yönünün tersine doğru yapılan dönmenin derecesidir (Natsoulas, 2000, s. 364)”. Watt (2009, s. 424-425) ise herhangi bir nesnenin belirlenen sabit bir nokta etrafında bir tam tur döndürüldüğünde o nesnenin aynı konuma sahip olan birden fazla kopyasının ortaya çıkması durumunu dönel simetri olarak belirtmektedir. Dönel simetride; döndürülecek nesnenin döndürülmemiş pozisyonundaki noktaları ile bu nesnenin döndürülmesi ile oluşan görüntüsündeki noktaların birebir eşlenmesi söz konusudur. Chan ve Leung (2013, s. 39) dönel simetrik şekli; bir tam turluk dönme esnasında kendisiyle en az iki kez örtüşen şekiller olarak belirtmektedir. Altun’a (2016, s. 389) göre ise “Bir nokta etrafında, bir a açısı kadar döndürüldüğünde kendini örten şekillere dönel simetrik şekiller denir.” Etrafında döndürme işlemi yapılan nokta simetri merkezi ve a açısı da dönme açısıdır. Bir diğer deyişle, belirlenen sabit bir nokta etrafında nesneye uygulanacak dönme miktarına bağlı

olarak toplamda bir tam turluk dönme işleminde nesnenin kendisi ile aynı görüntüyü vermesi, mevcut bir dönel simetrinin olduğunun ve o nesnenin de dönel simetrik bir nesne olduğunun göstergesidir.

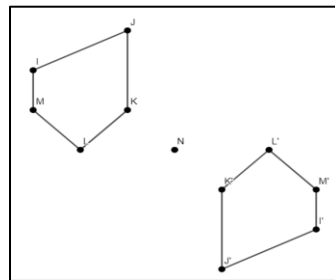
Yapılan tüm bu tanımlardan ve açıklamalardan yola çıkılarak dönel simetrinin parametrelerinin; dönme merkezini belirtecek sabit bir nokta, dönme miktarını belirtecek bir dönme açısı ve şeklin kendisi ile örtüşmesi olduğu söylenebilir. Dönme simetrisinin parametrelerinin dönme merkezini belirtecek sabit bir nokta, dönme miktarını belirtecek bir dönme açısı ve dönme yönünü belirtecek saat yönü veya tersinin olduğu (Zembat, 2015, s. 646) göz önünde bulundurulduğunda, dönme simetrisi ile dönel simetrinin parametreleri arasında benzerlik bulunduğu ortaya çıkmaktadır. Nitekim dönel simetrinin, dönme simetrisinin özel bir durumu olarak ele alınması ile bu durum beklendiği gibi görülmektedir. Moyer'a (2001, s. 142) göre bir nesne, Şekil 1.1'deki gibi nesnenin içinde bulunan bir nokta etrafında dönme simetrisine tabi tutulabileceği gibi, dönme merkezi Şekil 1.2'deki gibi nesnenin üzerinde ya da Şekil 1.3'teki gibi nesnenin dışında da belirlenerek dönme simetrisine tabi tutulabilmektedir.



Şekil 1.1. Dönme merkezi nesnenin içinde



Şekil 1.2. Dönme merkezi nesnenin üzerinde



Şekil 1.3. Dönme merkezi nesnenin dışında

Dönel simetride ise dönme merkezi olarak belirlenecek olan sabit nokta, ilgili nesne için özel bir nokta olan nesnenin merkezi noktasıdır. Bir görsel üzerinden örnek sunmak gerekirse, Şekil 1.4'te verilen gemi dümeni görseli incelendiğinde yapılan

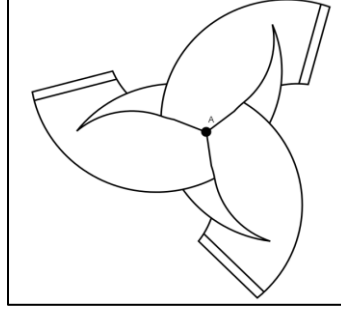
tanımlar doğrultusunda, dönme merkezi olarak şeklin merkezi noktası alındığında bu gemi dümeninin dönel simetrik bir şekil örneği olduğu görülmektedir. Gemi dümenini oluşturan eş parçalardan biri olan dümenin kollarından herhangi bir tanesi göz önünde bulundurulduğunda, saat yönü veya tersi fark etmeksizin belirli bir açıda döndürülerek 360°'lik dönmeyi yani bir tam turu tamamladığında kendisi ile defalarca örtüştüğü görülmektedir.



Şekil 1.4. Gemi dümeni

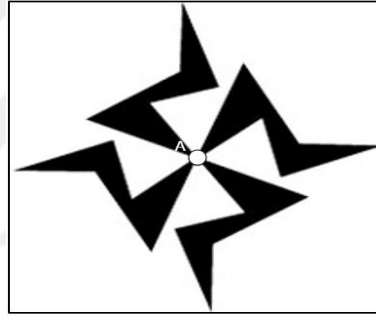
Dönel simetride saat yönü veya saat yönünün tersi gibi bir dönme yönünün belirlenmesine gerek olmadığı, çünkü temel olan durumun bir tam turun tamamlanması olduğu ifade edilebilir. Bu sebeple dönme yönünün saat yönünde veya saat yönünün tersi yönünde olması, herhangi bir durumu etkilemeyecektir. Tüm bunların sonucunda ise; dönel simetride nesnenin merkez noktası etrafında dönme işlemi uygulanırken esas nesne ile nesnenin oluşan görüntülerinin çakışması gerekmesine karşın dönme simetrisinde her zaman için böyle bir gereklilik söz konusu olmayacaktır. Dönme simetrisinde döndürme işlemi esnasında esas nesne ile nesnenin oluşan görüntülerinin çakışması olası durumu/durumları meydana geldiğinde aslında dönel simetri ortaya çıkmış olacaktır. Dönme simetrisi ile özel bir durumu olarak ortaya çıkan dönel simetri arasındaki ilişki bu şekilde açıklanmaktadır.

Dönel simetrik nesnelerin bir tekrarlama hareketi üzerine meydana gelmesi sayesinde, herhangi bir dönel simetrik nesne oluşturulurken nesnenin tekrar eden biriminin belirlenmesi temel teşkil edecektir. Şekil 1.5'te verilen Snoldelev Stone'un bardağını, şeklin sürekli tekrar eden birimini belirleyip A noktası etrafında belirli bir açı ile döndürerek elde ettiği ve bu bardağın dönel simetriye sahip bir şekil örneği oluşturduğu söylenebilir.



Şekil 1.5. Snoldelev Stone'un bardağı

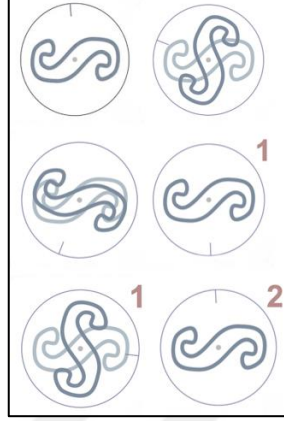
Şekil 1.6'da verilen şekil incelendiğinde de şeklin dörtte birini oluşturan belirli parçasının A noktası etrafında belirli bir açı ile döndürülerek elde edildiği, dolayısıyla bu şeklin de dönel simetriye sahip olan bir şekil olduğu söylenebilir.



Şekil 1.6. Dönel simetrik şekil örneği

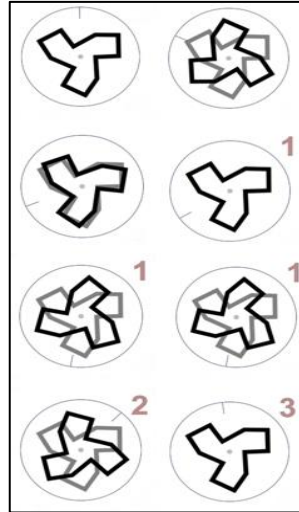
Britton ve Seymour (1989) bir şeklin sabit bir dönme merkezi etrafında n defa döndürüldükten sonra kendisi ile çakışma durumu ortaya çıkıyorsa bu şeklin n -katlı dönel simetriye sahip olduğunu belirtmiştir. Dönel simetriye sahip olan şekillerin belirlenen sabit bir nokta etrafında bir tam tur attıklarında kendilerini kaç kez örttükleri, o şekillerin kaç katlı/kaçıncı dereceden dönel simetriye sahip oldukları hakkında bilgi vermektedir. n katlı/ n . dereceden dönel simetriye sahip olan şekiller belirlenen sabit bir nokta etrafında, $360^\circ/n$ derecelik döndürülme altında kendilerini örteceklerdir. Aşağıda 2-katlı ve 3-katlı dönel simetrik şekillerin 360° döndürülmesi esnasında ortaya çıkan görüntüler bulunmaktadır. Şekil 1.7'de bulunan şeklin merkezi noktası etrafında bir tam tur atıp başlangıç konumuna geri geldiğinde yani 360° 'lik bir dönüş yaptığında ortaya çıkan görüntüler sırası ile takip edilip incelendiğinde kendisini iki kez örttüğü

görülmektedir. Bu durumda bu şeklin bir 2-katlı dönel simetrik şekil olduğu söylenebilir.



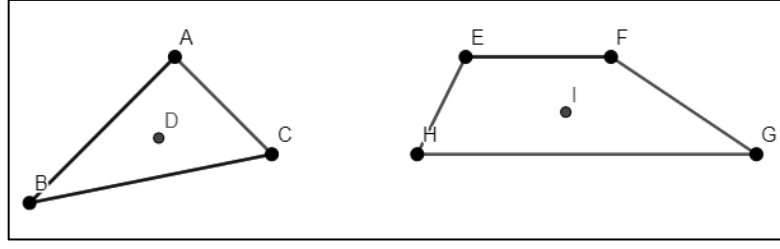
Şekil 1.7. 2-katlı dönel simetrik şekil örneği

Şekil 1.8’de bulunan şeklin ise merkezi noktası etrafında bir tam tur atıp başlangıç konumuna geri geldiğinde yani 360° ’lik bir dönüş yaptığında ortaya çıkan görüntüler sırası ile takip edilip incelendiğinde kendisini üç kez örttüğü görülmektedir. Bu durumda da bu şeklin bir 3-katlı dönel simetrik şekil olduğu söylenebilir.



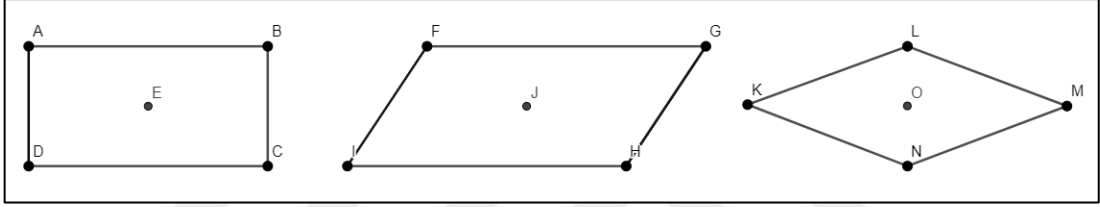
Şekil 1.8. 3-katlı dönel simetrik şekil örneği

$n = 1$ için 360° ’lik dönme açısı olduğundan bu tür şekillerin 1-katlı dönel simetriye sahip olmaları aslında dönel simetri özelliği taşımadıklarının göstergesi olmaktadır. Örnek olarak Şekil 1.9’da bulunan çeşitkenar üçgen ve yamuk gösterilebilir.



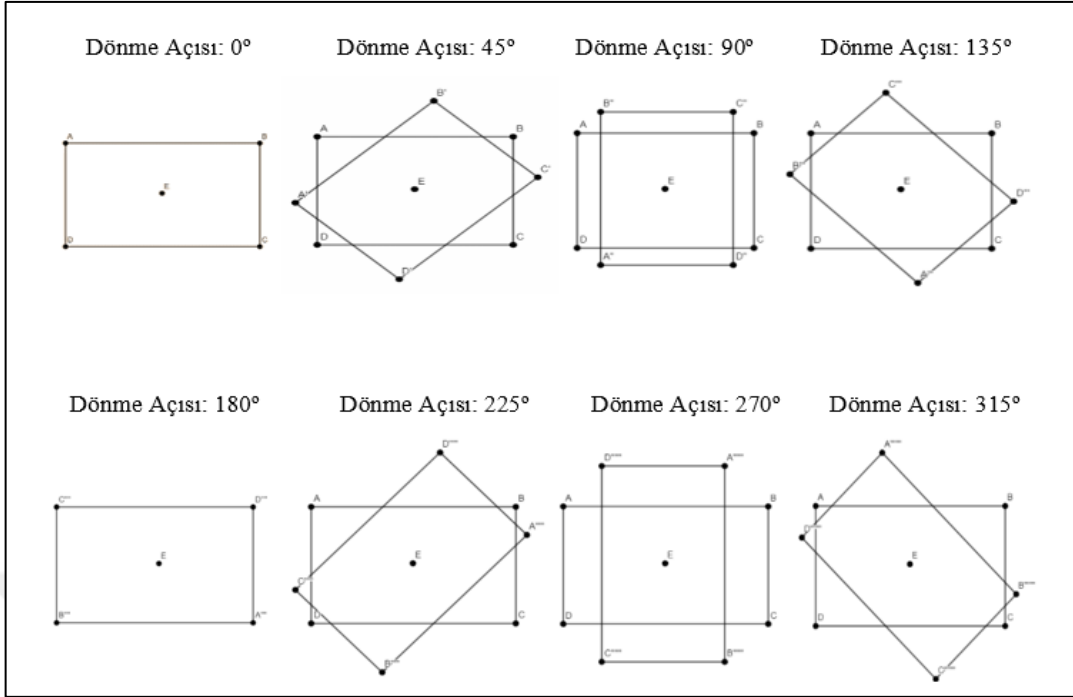
Şekil 1.9. Dönel simetrik olmayan çokgenler

Şekil 1.10’da gösterilen dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen, $n = 2$ için 180° ’lik dönme açısına sahiptir. Bu sebeple bu çokgenler 2–katlı dönel simetrik çokgenler olarak nitelenebilmektedir. Bu çokgenler merkezi noktaları etrafında bir tam tur döndüğünde kendilerini iki kez örteceklerdir.

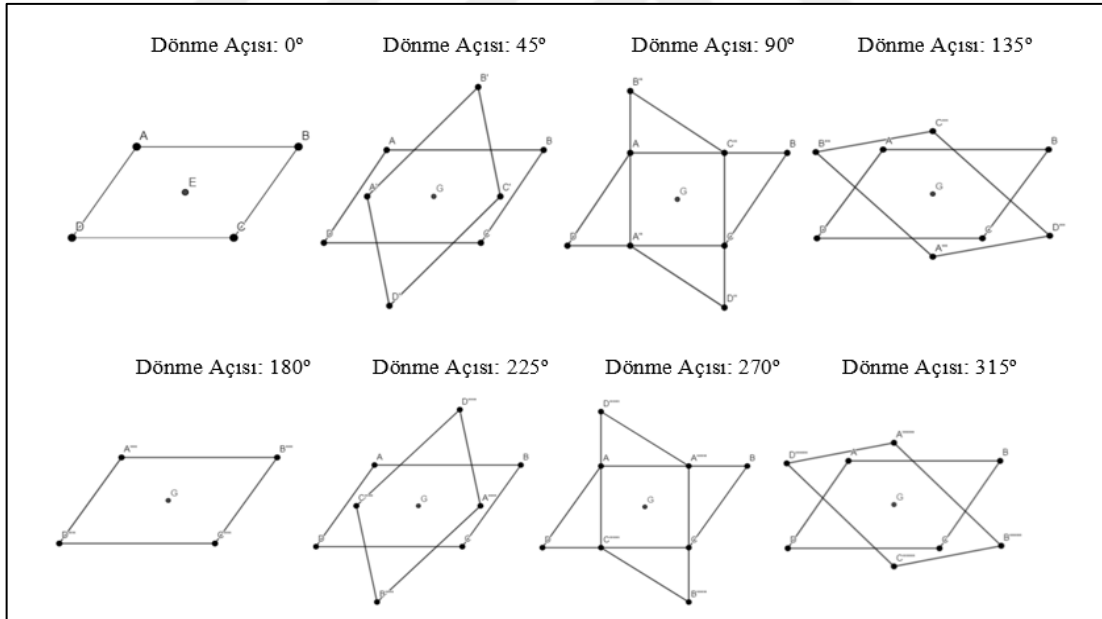


Şekil 1.10. 2-katlı dönel simetrik çokgenler

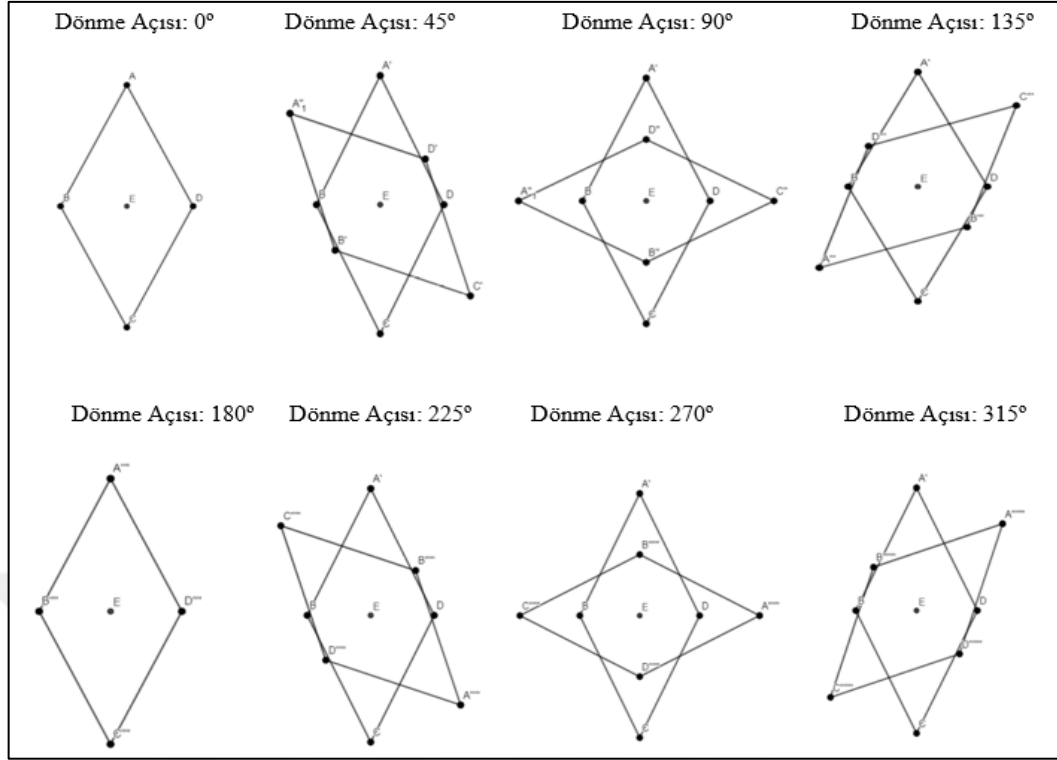
Şekil 1.11’de ABCD dikdörtgeninin, Şekil 1.12’de ABCD paralelkenarının ve Şekil 1.13’te ABCD eşkenar dörtgeninin merkezi noktaları etrafında belirli açılarla dönmesi incelendiğinde dikdörtgenin, paralelkenarın ve eşkenar dörtgenin 2–katlı dönel simetrik şekil oldukları görülmektedir.



Şekil 1.11. 2-katlı dönel simetrik çokgen dikdörtgen

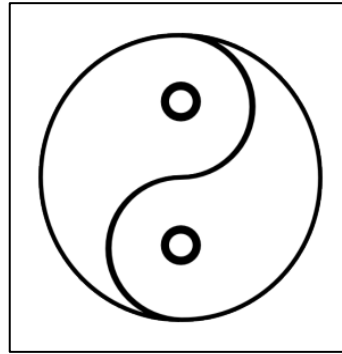


Şekil 1.12. 2-katlı dönel simetrik çokgen paralelkenar



Şekil 1.13. 2-katlı dönel simetrik çokgen eşkenar dörtgen

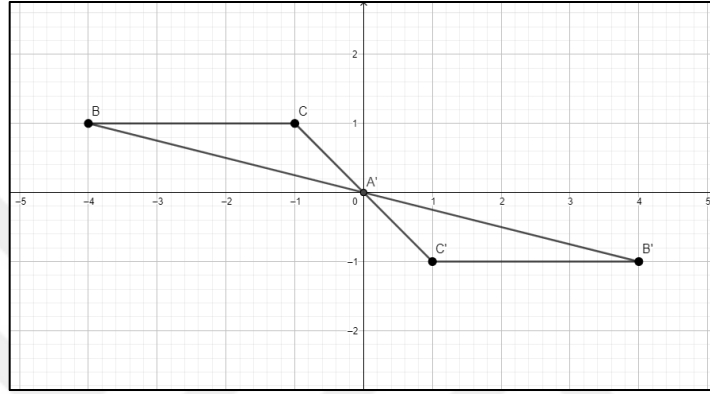
2–katlı dönel simetriye sahip şekillerden biri de Şekil 1.14’deki Yin Yang şeklinin renklendirilmemiş halidir. Şeklin yarısını oluşturan birimin şeklin merkezi noktası etrafında 180° ’lik dönme açısı ile döndürülmesi ile şeklin tamamı elde edilmektedir.



Şekil 1.14. 2-katlı dönel simetrik Yin Yang şekli

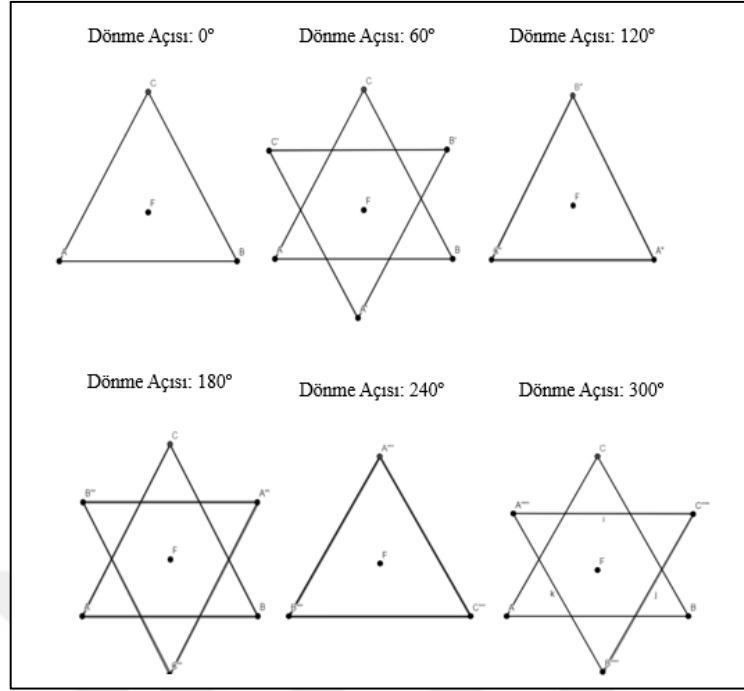
Dönme açısının 180° olması ile dönel simetrinin özel bir durumu olan noktaya göre simetri/merkezi simetri ortaya çıkmaktadır (Altun, 2016, s. 389). Dönel simetrinin içinde noktaya göre simetrinin büyük bir önemi bulunmaktadır. Dönme noktası olarak koordinat düzleminde orijin belirlenirse, şeklin orijine göre yansıması sonucunda elde

edilen görüntü ile o şeklin orijin etrafında 180° 'lik dönme açısı ile döndürülmesi sonucunda elde edilen görüntüsü eş olacaktır. Buradan yola çıkılarak, orijine göre simetri ile orijin etrafında 180° 'lik dönme açısı ile yapılan dönme simetrisinin eş simetriler olduğu görülmektedir. Bu durum, Şekil 1.15'te verilen çeşitkenar üçgen üzerinde incelenebilmektedir. Verilen ABC üçgeni ile orijine göre simetriğinden oluşan şeklin aynı zamanda 2-katlı dönel simetrik şekil olduğu görülmektedir.



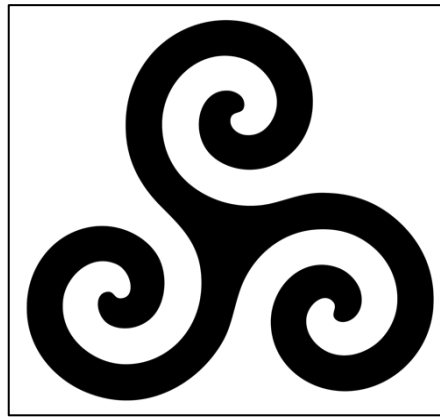
Şekil 1.15. Orijine göre yansıma

Eşkenar üçgen, $n = 3$ için 120° 'lik dönme açısına sahip olan bir 3–katlı dönel simetrik çokgendir. Eşkenar üçgen, merkezi noktasına göre bir tam tur döndürüldüğünde kendisi ile üç kez çakışacaktır. Şekil 1.16'da bulunan bir ABC eşkenar üçgeninin merkezi noktası etrafında saat yönünün tersinde belirli açılarla dönmesi incelendiğinde, eşkenar üçgenin bir 3–katlı dönel simetrik şekil olduğu görülmektedir.



Şekil 1.16. 3-katlı dönel simetrik çokgen eşkenar üçgen

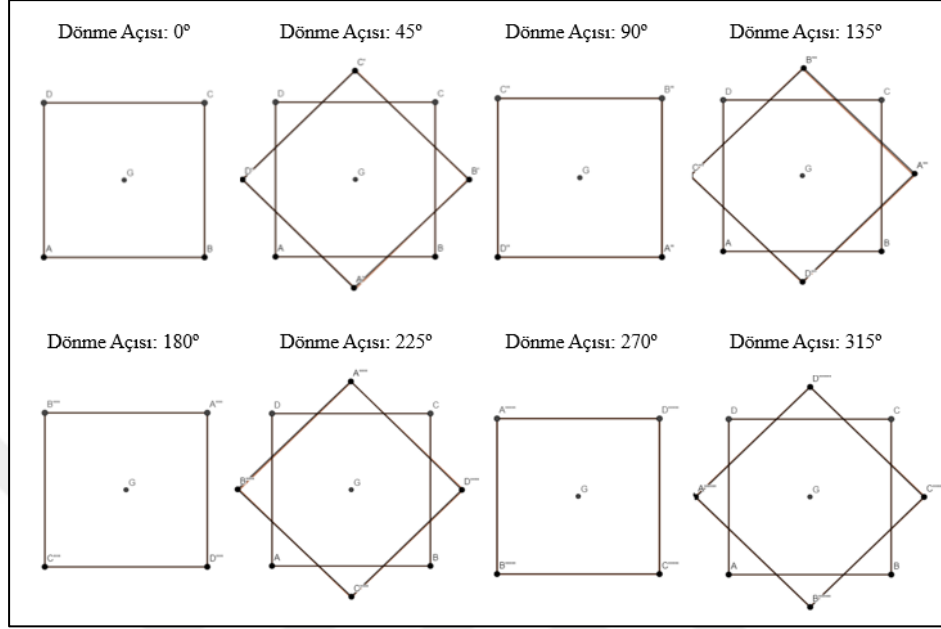
Eski kültürlerin çoğunda ve günümüzde birçok alanda kullanılan ve rekabet, ilerleme, devrim ve başarı gibi anlamlar taşıyan Triskelion (Üç Sarmal) figürü (<http-1>) de 3–katlı dönel simetrik bir şekildir (Şekil 1.17). Şeklin üçte birini oluşturan parçasının merkezi noktası etrafında 120° döndürülmesi ile figürün tamamı oluşmaktadır.



Şekil 1.17. 3–katlı dönel simetrik Triskelion figürü

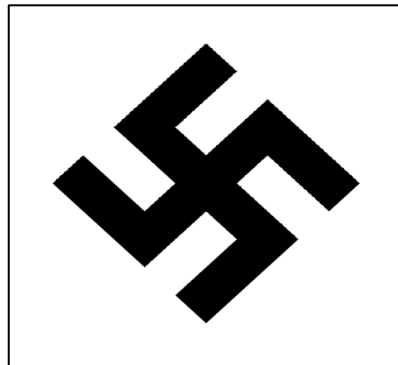
Kare, $n = 4$ için 90° 'lik dönme açısına sahip olan bir 4–katlı dönel simetrik çokgendir. Kare, merkez noktası etrafında 90° 'ar derecelik döndürmelerin her birinde kendisi ile çakışacaktır. Şekil 1.18'de bir ABCD karesinin merkezi noktası etrafında

saat yönünün tersinde belirli açılarla dönmesi incelendiğinde, karenin bir 4–katlı dönel simetrik şekil olduğu görülmektedir.



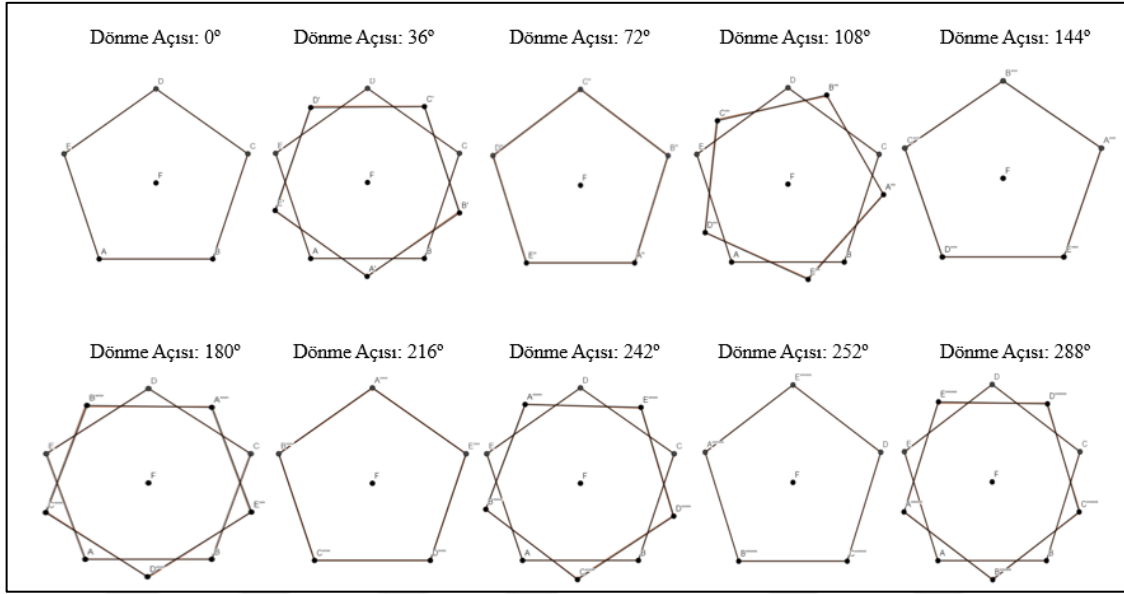
Şekil 1.18. 4-katlı dönel simetrik çokgen kare

Şekil 1.19’da gösterilen, kökeni çok eskilere dayanan, Hinduizm, Budizm gibi dinlerce kutsal görülen, mutluluk getiren anlamına sahip olan, ateş, hava, su ve toprak olmak üzere dört kozmik gücü simgeleyen Svastika sembolü (<http-2>) bir 4–katlı dönel simetrik şekildir. Şeklin çeyreğini oluşturan birimin merkez noktasının etrafında 90° döndürülmesi ile sembolün tamamı elde edilmektedir.



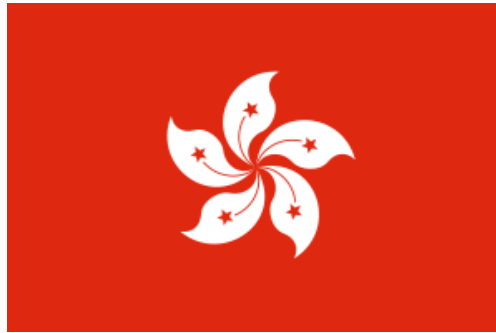
Şekil 1.19. 4-katlı dönel simetrik Svastika sembolü

Düzgün beşgen, $n = 5$ için 72° 'lik dönme açısına sahip olan bir 5–katlı dönel simetrik çokgendir. Düzgün beşgen merkezi noktası etrafında bir tam tur döndüğünde kendisini beş kez örtecektir. Şekil 1.20’de gösterilen ABCDE düzgün beşgeninin merkezi noktası etrafında saat yönünün tersinde belirli açılarla dönmesi incelendiğinde, düzgün beşgenin bir 5-katlı dönel simetrik şekil olduğu görülmektedir.



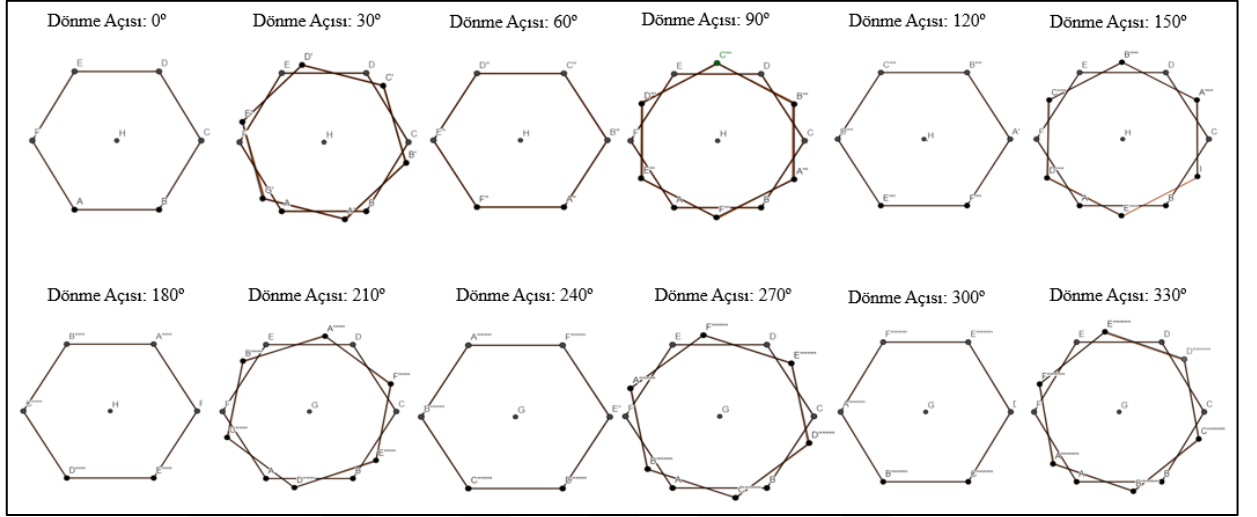
Şekil 1.20. 5-katlı dönel simetrik çokgen düzgün beşgen

Görsel 1.1’de gösterilen Hong Kong bayrağı incelendiğinde, ortasında bulunan figürün 5-katlı dönel simetriye sahip olduğu görülmektedir. Çiçeği anımsatan figürün her yaprağı bir birim niteliğindedir. Bu birim merkez noktası etrafında bir tam tur atacak kadar döndürüldüğünde şeklin tamamı oluşmaktadır.



Görsel 1.1. 5–katlı dönel simetrik figüre sahip Hong Kong bayrağı

$n = 6$ için 60° 'lik dönme açısına sahip olan düzgün altıgen bir 6–katlı dönel simetrik çokgendir. Düzgün altıgen merkezi noktası etrafında bir tam tur oluşturacak kadar döndürüldüğünde kendisini altı kez örtmektedir. Şekil 1.21'deki ABCDE düzgün altıgeninin merkezi noktası etrafında saat yönünün tersinde belirli açılarla dönmesi incelendiğinde, düzgün altıgenin bir 6–katlı dönel simetrik şekil olduğu görülmektedir.



Şekil 1.21. 6-katlı dönel simetrik çokgen düzgün altıgen

Görsel 1.2. incelendiğinde gösterilen kar tanesi oluşturan birimin, kar tanesinin altında birine denk geldiği ve bu birimin merkezi noktası etrafında 60° 'ar derecelik açılarla altı kez döndürülmesi ile kar tanesinin tamamının elde edileceği görülmektedir. Bu yüzden kar tanesi de 6-katlı dönel simetriklik özelliğine sahiptir.



Görsel 1.2. 6-katlı dönel simetrik kar tanesi

1.3. Araştırmanın Amacı

Dönel simetri konusu; öğretimine henüz ilkökul birinci sınıfta başlanan ve geometri öğrenme-öğretme sürecinde büyük ve kritik bir yere sahip olan simetri konusunun önemli bir parçasıdır. Bu bağlamda öğrencilerin dönel simetri konusuna ilişkin kavramsal anlamaya sahip olmalarının kritik olduğu düşünülmektedir. Buradan yola çıkılarak bu araştırmanın genel amacı; İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı birinci sınıf öğrencilerinin verilen bir geometrik şekildeki dönel simetriye ilişkin bilgi ve anlamalarının incelenerek ortaya çıkarılması olarak belirlenmiştir. Bu genel amaç doğrultusunda şu sorulara yanıt aranmıştır:

- 1) Öğrenciler dönel simetriyi nasıl belirliyorlar ve tanımlıyorlar?
- 2) Öğrenciler verilen çokgen ve günlük hayat örneklerinden hangilerinin dönel simetriye sahip olduğunu nasıl belirliyorlar?
- 3) Dönel simetrinin tanımı verildiğinde öğrenciler bu tanım üzerinden dönel simetriye ait hangi özellikleri nasıl ifade edebiliyorlar?
- 4) Öğrenciler tanıma uygun verilen günlük hayat örneklerini ve çokgenleri nasıl inceliyorlar?
- 5) Öğrenciler dönel simetrik şekillere ilişkin çizimleri nasıl gerçekleştiriyorlar?
- 6) Öğrencilerin dönel simetri kavramına ilişkin soyutlama düzeyleri nasıl değişiyor?

1.4. Araştırmanın Önemi

Geometri öğretiminde önemli ve kritik bir yere sahip olan simetri konusu; öğrencilerin estetik duyularını beslerken aynı zamanda şekil kavramına ilişkin kavramsal anlamalarını da desteklemektedir (Olkun ve Toluk Uçar, 2006). Simetri konusu ve bu konuya ait olan kavramlar; sadece geometri öğretimi ile ilgili olmayan, aynı zamanda matematik öğretimindeki birçok konunun temelini oluşturan ve bu konuların kazanımını destekleyen bir niteliğe sahiptir. Hem ilkökul, ortaokul ve lise düzeyindeki matematikte hem de ileri düzey matematikte bulunan birçok konuya temel teşkil etmektedir. Kaplan ve Öztürk (2014, s. 1503) simetri konusunun denklemler, kesirler, alan, problem çözme gibi birçok konunun öğrenimi için ön şart olduğunu belirtmektedir. Dreyfus ve Eisenberg (2000) cebir, geometri, trigonometri ve analizin ilköğretim, ortaöğretim ve üniversite matematiğinin dört ana alanı olduğunu ve öğrencilerin bu dört ana alanın her birinde çalışırken aslında simetriye dair genellemeler üzerinden yola çıktıklarını belirtmektedir. Öyle ki MEB Ortaöğretim Matematik Dersi

Öğretim Programı (2018) geometri öğrenme alanı dışındaki diğer öğrenme alanlarında simetriye ilişkin bulunan kazanımlar üzerinde; birebir ve örten olarak verilen bir fonksiyonun grafiği ile bu fonksiyonun tersinin grafiğinin $y=x$ doğrusuna göre simetrik olduğunun gösterilmesi, ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğinde simetri ekseninin buldurulması, tek ve çift fonksiyonların grafiğinin simetri özellikleri üzerinde durulması, üstel fonksiyonlar ile logaritma fonksiyonlarının grafiklerinin $y=x$ doğrusunun grafiğine göre simetrik olduğunun belirtilmesi gibi yansımalarının olduğu görülmektedir. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı (YÖK) tarafından öğretmen yetiştirme lisans programlarının yenilenmesiyle 2018 yılından itibaren okutulmaya başlanan İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı ders içerikleri simetri kavramına ilişkin olarak incelendiğinde; Cebir dersinde düzgün n-genin simetri grubu içeriğinin yer aldığı tespit edilmektedir. Farklı okul düzeylerinin farklı öğrenme alanları ve içeriklerinde farklı kapsamlarda temel teşkil etmesi sebebi ile öğrencilerin simetri kavramını soyutlayarak nasıl yapılandırdıklarının ortaya çıkarılmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Bu anlamda simetri konusunda yapılan ve yapılması planlanan araştırmaların büyük önem taşıdığı söylenebilir.

Ulusal ve uluslararası alanda ilgili literatür taraması kapsamında simetri konusunda yapılan araştırmalar incelendiğinde araştırmaların büyük çoğunluğunda yansıma simetrisi ile ilgili çalışıldığı, bu araştırmalarda da özellikle doğruya göre yansımaya odaklanıldığı; bunun yanı sıra yapılan araştırmaların büyük bir çoğunluğunun tasarlanan öğretim etkinlikleri aracılığıyla öğretim sürecini çeşitlendirip güçlendirerek öğrencilerin akademik başarısını arttırmaya yönelik dinamik geometri yazılımlarından yararlanılarak yapılan deneysel araştırmalar olduğu; bunlara ek olarak araştırmalardaki katılımcıların neredeyse tamamının özellikle ilkokul ve ortaokul düzeyindeki öğrencilerden seçildiği, ortaöğretim ve üniversite düzeyindeki öğrencilerle yapılan araştırmaların sayıca çok az olduğu saptanmıştır (Gallou Dumiel, 1989; Hoyles and Healy, 1997; Leikin, Berman and Zaslavsky, 2000; Bintaş, Altun ve Arslan, 2001; Güven, 2002; Xistouri, 2007; Zembat, 2007; Köse, 2008; Gürbüz, 2008; Marchis, 2009; Şataf, 2010; Akkaya, Tatar ve Kağızmanlı, 2011; Akay, 2011; Aliustaoğlu, 2015; Aktaş, 2015; Atasay ve Erdoğan, 2017; Silva and Ribeiro, 2017; Durmuş, 2017; Keskin, 2018; Sabuncu, 2019; Duman, 2019; Özkartal ve Öçal, 2021).

Simetri özelinde günlük hayatta örneklerine sıkça rastlanan ve simetrinin içinde önemli bir yere sahip olan dönel simetri kavramına ilişkin ise ilgili ulusal ve uluslararası

literatür tarandığında doğrudan dönel simetri kavramının odağa alındığı hiçbir araştırmanın bulunmadığı ve bu durumdan kaynaklı olarak alanda bir açık olduğu saptanmıştır. Bu açığı kapatmaya yönelik olarak; birinci sınıf lisans öğrencilerinin dönel simetri kavramına dair bilgi ve anlamalarının ne düzeyde olduğunu, yürütülen öğretim deneyi etkinlikleri sonunda dönel simetri kavramını soyutlama süreçlerinin nasıl ilerlediğinin ve düzeylerinin nasıl değiştiğinin derinlemesine analiz edilmesinin gerekli olduğu düşünülmektedir. Günlük hayat ile bu kadar iç içe geçmiş bir kavram olan dönel simetrinin öğretim deneyine dair günlük hayat örneklerinden yararlanılarak tasarlanan etkinliklerin nasıl işlediğinin ortaya koyulması ile bu araştırmanın özgün olacağı düşünülmektedir. Araştırmacı tarafından yapılan gözlemler aracılığıyla tutulan araştırmacı günlüğü ile ön klinik görüşmede ve öğretim deneyi etkinliklerinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerin her birinin video ile kayıt altına alınması ile elde edilen verilerin süreci daha net ve bütüncül bir bakış açısıyla gözden geçirme noktasında işlevsel olacağı ön görülmektedir. Bu anlamda yapılan bu güncel araştırmanın ilgili literatürdeki ihtiyacı gidermesine ve yapılan araştırmaların çeşitliliğin artmasına ilişkin olumlu yönde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde kavram, kavram oluşumu, matematiksel kavramların oluşumu ve Piaget'nin soyutlama yapısı ile ilgili bilgilerin bulunduğu başlıklara yer verilmiştir.

1.5.1. Kavram

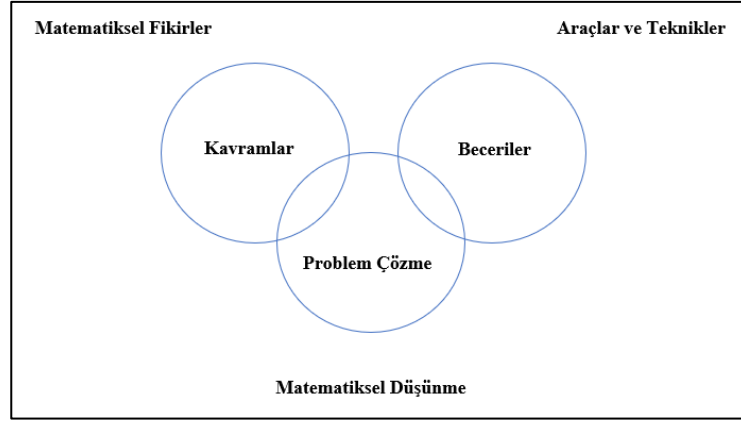
Kavramlar; insanların çevresindeki kişilerle iletişime geçebilmek, istek ve ihtiyaçlarını dile getirebilmek, meydana gelen olaylara anlam yükleyebilmek ve en başta düşünebilmek için gerek duyduğu en temel zihinsel yapılarıdır. Bunun sebebi, insanların kavramlar aracılığı ve desteği ile gerekli çıkarımlar yaparak durumlar arasında ilişki kurup anlamlandırma sürecine giriyor olmasıdır. Kavram bir kelime olarak ele alındığında kavramın, farklı kurum ve kişiler tarafından farklı yön ve özellikleri odağa alınarak yapılmış tanımlara sahip olduğu görülmektedir. Örneğin Türk Dil Kurumu [TDK] (<http-3>) kavramın tanımını “Bir nesnenin ya da düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı, nosyon” şeklinde belirtmiştir. Bu tanımda kavramın zihinsel ve soyut olma özelliğinin vurgulandığı görülmektedir. Ülgen (2004, s.107) kavramın tanımını “Kavram insan zihninde anamlanan, farklı obje ve olguların

değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bir bilgi formu, yapısıdır; bir sözcükle ifade edilir.” şeklinde yapmıştır. Bu tanımda ise kavramın birtakım nesneye özgü özelliklerin sembolü olarak o nesneyi diğer nesnelerden ayırt etmemizi sağlayan yanının belirtildiği görülmektedir. Bir örnek ile açıklamak gerekirse; kalem denildiğinde, yapıldığı materyal, rengi, kullanım alanı gibi özellikleri ne olursa olsun herkesin aklında canlanan durum kalemin yazı yazmaya yarayan bir araç olması yönünde iken; defter denildiğinde, aynı şekilde yapıldığı materyal, rengi, kullanım alanı gibi özellikleri ne olursa olsun herkesin aklında canlanan durum defterin yazı yazılırken kullanılan bir araç olması yönündedir ve ikisi birbirinden temel işlevleri yönü ile ayırt edilir. Bir diğer deyişle farklı özellikler taşımalarına rağmen temelde ortak işleve sahip olan kalem ve defter, kendi içlerinde birer kavramdır ve bu iki nesneyi ayırt etmemize yarayan şey de birer kavram olmalarıdır. Ubuz (1999, s. 96) ise kavramı “Kavram, nesnelerin ya da olayların ortak özelliklerini kapsayan ve ortak ad altında toplayan soyut ve genel fikirdir.” olarak tanımlamıştır. Bu tanımın yukarıda verilen iki tanımda kavrama ait belirtilen özelliklerin birleşimi olarak ifade edildiği göze çarpmaktadır.

Ülgen (2004) yaptığı araştırmalar sonucunda kavramların,

- ✓ Objelerin gözlenebilen özelliklerinden oluştuğunu,
- ✓ Ancak gerçek obje ve olayların algılanan özellikleri kadar tanımlanabileceğini,
- ✓ Kendi içinde belirli ölçütlere uygun olacak şekilde gruplandırılabilmesini,
- ✓ Kendilerine özgü özelliklerinin de aslında kendi içinde birer kavram belirtebileceğini ve
- ✓ Aynı zamanda bu özelliklerin bazen birden fazla kavramın elemanı olabileceğini ortaya koymuştur.

Argün vd. (2014, s. ii) kavramlar, beceriler, problem çözme, matematiksel fikirler, araçlar ve teknikler ile matematiksel düşünmenin; matematik eğitiminin bileşenleri olduğunu belirtmiştir (Şekil 1.22). Kavramların başlı başına matematik eğitiminin birer bileşeni olarak ifade edilmeleri aynı zamanda matematik eğitimindeki önemini de göstermektedir. Buna ek olarak T.C. MEB Matematik Dersi Öğretim Programı Özel Amaçları (2018) listesinde sıralanan “Öğrenci, matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabilecektir.” ve “Öğrenci, kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.” maddeleri de matematiksel kavramların matematik eğitimindeki yerini ve önemini yeniden gösterir niteliktedir.



Şekil 1.22. Matematik eğitiminin bileşenleri (Akgün vd., 2014)

Öğrencilerin temel bir matematiksel kavramın özünde ne anlama geldiğini, hangi kavramın öğretiminde temel teşkil ettiği ya da hangi kavramdan sonra öğretilen bir kavram olduğunu, yani başka hangi diğer kavramlar ile nasıl bir ilişki içinde olduğunu ve diğer disiplinlerde nasıl bir anlama ve yere sahip olduğunu anlamlandırabilmesi için geliştirilecek alternatif yolların, matematik eğitimde kilit role sahip olduğu söylenebilir. Çünkü geliştirilen alternatif yollar da öğrencilerin herhangi bir matematiksel kavrama ait anlamalarının geliştirilebilmesini sağlayacaktır. Tüm bunların gerçekleşebilmesi için de öncelikle öğrencilerin o matematiksel kavramı nasıl özümseyip anlamlandırıdığının bilinmesi gereklidir. Öğrencilerin herhangi bir matematiksel kavramı elde etmek için hangi zihinsel süreçlerden geçtiği, neler ile nasıl etkileşim ve ilişkilendirmelerde bulunduğu, kavramlar arası hiyerarşiyi oluştururken neye ve nasıl karar verdiği bilinirse öğretim planlamaları tüm bunlar göz önünde bulundurularak yapılabilecektir. Aynı zamanda öğrencilerin kavram edinimi sürecinde yaşadığı zorluklar bu sayede tespit edilip bu zorlukların giderilmesine yönelik planlamalar gerçekleştirilebilecektir.

1.5.2. Kavram oluşumu

Skemp (1986, s. 9) günlük hayatımızda yaşadığımız olay ve durumları aslında geçmiş deneyimlerimize dayandırdığımızı belirtmiştir. Örneğin; keçe, pamuk ve pelüş gibi farklı malzemelerden yapılmış farklı oyuncak toplara sahip olan bir bebek olduğu düşünölsün. Bebek bu topların atılarak, zıplatılarak ya da yuvarlatılarak oyun oynamaya yarayan eşyalar olduğunu bilecektir. Bu bebek ortalama aynı ebatlara sahip bir portakal gördüğünde muhtemelen onu da atıp zıplatarak onunla oynama girişiminde bulunacaktır. Bir başka örnek vermek gerekirse, annesinin evde bulunan çiçeklere düzenli olarak beyaz renkli bir bitki besini sıvısı döktüğünü gören bir bebek olduğu

varsayalım. Annesinin kendisine içmesi için biberonun içinde getirdiği sütü bebeğin gidip çiçeklere dökme ihtimali oldukça yüksek olacaktır. Her iki örnekte verilen durumda da aslında bebeklerin davranışları aynı şeyleri ifade etmektedir. Bunlar Skemp'e (1986, s. 10) göre bebeklerin önceden edinmiş oldukları deneyimlerinin bir tür sınıflandırılması ve mevcut deneyimlerinin yapmış oldukları sınıflandırma işlemi sonucunda ortaya çıkan sınıflardan herhangi birine uydurulmasıdır. Mitchelmore ve White (2000, s. 211) çocukların günlük kavramları edinebilmek için bebeklik dönemlerinden itibaren sınıflandırma yapmayı öğrenip günlük nesneleri bir öznitelik kümesine göre sınıflandırdığını ve bu sınıfların da çeşitli düzeylere sahip olacak şekilde oluşturulabileceğini belirtmiştir. Örneklendirmek gerekirse, çokgen kavramına ilişkin oluşturulacak üst sınıfa ait üçgen, kare vb. elemanları varken, alt sınıflarından biri olan üçgen sınıfına ait üçgen masa, üçgen tabak, üçgen zil vb. elemanları ve alt sınıflarından diğeri olan kare sınıfına ait kare sehpa, kare kitap, kare tablo vb. elemanları olabilir. Burada soyutlanacak kavram çokgen kavramıdır. Aynı zamanda üçgen, kare vb. elemanlardan oluşan çokgen kavramına ait üst sınıf, yapılan soyutlamanın sonucunda dikdörtgen, daire vb. yeni elemanlar da eklenerek zenginleştirilebilir. Mitchelmore ve White (2000, s. 212), bahsedilen bu yeni elemanlar eklenerek zenginleştirme işlemini genelleme olarak ifade etmiştir.

Aslında bu gibi durumların sadece bebekler ve çocuklar için geçerli olmadığını, her bireyin bu şekilde davranma eğilimi gösterdiğini söylemek mümkündür. Daha önce annesinin beyaz renkli çamaşırları yıkarken çamaşır suyu kullandığını ve çamaşır makinesindeki programı 60 °C'ye ayarladığını gören bir genç kız, annesinin daha önce yıkadığını gördüğü beyaz renkli çamaşırlarla aynı kumaş türüne sahip siyah renkli çamaşırları ilk defa kendi başına yıkadığında annesinden gördüğü hareketleri tekrarlayıp çamaşır suyu kullanma ve çamaşır makinesindeki programı 60 °C'ye ayarlama girişiminde bulunur. Skemp (1986, s. 10) bireylerin daha önceden bilinen ve tanınan bir nesne ile farklı bir zaman, mekân ya da durumda karşılaştığında farklı iki nesne gibi algılanan bu iki nesneye ait belirli değişmez özellikleri soyutladığını belirtmiştir. Yukarıda verilen üç örnek üzerinden bu durum incelenmek istenirse; farklı materyallerden yapılmış toplara sahip olan bebeğin bir portakal ile karşılaştığında portakalı da bir top olarak düşünmesi, bu nesnelerin (top ve portakal) şekillerine yönelik bir soyutlama yapmasının sonucunda gerçekleşmiştir. Diğer örnekte, bebeğin beyaz birer sıvı olan bitki besini ile süt nesnelerinin renklerine yönelik bir soyutlama yapması

durumu görülmüştür. Verilen en son örnekteki genç kızın aynı kumaş türüne sahip siyah renkli çamaşırları da beyaz renkli çamaşırlarla aynı şartlarda yıkayabileceğini düşünmesi de bu genç kızın çamaşırların kumaşına yönelik bir soyutlama yapması sonucunda meydana gelmiştir.

Yukarıda sıkça bahsi geçen soyutlama kavramının tanımı, teorik temeli ve özellikleri ile ilgili yapılmış birçok araştırma mevcuttur. TDK ([http-4](http://4)) tarafından yapılan tanıma bakıldığında soyutlamanın “Bir nesnenin özelliklerinden veya özellikleri arasındaki ilişkilerden herhangi birini tek başına ele alan zihinsel işlem, gerçeklikte ayıramaz olanı düşüncede ayırma, tecrit, abstraksiyon.” olarak ifade edildiği görülmektedir. Montangero ve Maurice-Naville (1997’den aktaran Simon, 2020, s. 162), bilgi edinmede soyutlama sürecinin öneminin Aristoteles döneminden beri vurgulandığını ve bu kavramın bilim dalı olarak kuruluşundan bu yana psikolojide de kullanıldığını belirtmiştir. Soyutlama özelinde matematiksel soyutlama ise matematiksel bir kavramın belirli işlemler ve yöntemler aracılığıyla aslen fiziksel olarak bağlı olduğu nesnelerden sıyrılmasını sağlayacak ilişkilendirmeleri kurarak tek başına bir nesne olarak ele alabilmesi olarak ifade edilebilir. Bir diğer deyişle matematiksel kavramların bağlı olduğu gerçek dünyadan soyut dünyaya geçiş yapılması matematiksel soyutlamanın özünü oluşturmaktadır. Kelikli (2017, s. 39) soyutlamanın matematiksel nesnelerin maddesinin akılsal maddeler olmasından kaynaklı olarak bir matematikçinin yaptığı araştırmaların matematiksel nesnelerin bütün fiziksel özelliklerinden sıyrılıp soyutlanarak ele alınması olarak matematik felsefesinde yansıma bulduğunu belirtmektedir.

Damerow (1996, s. 371), soyutlama kavramını tanımlarken temsil kavramı ile ilişkilendirerek; herhangi bir nesnenin temsilini, bir başka nesne tarafından temsil edilen bir şey olarak algılayan zihnin sembolik işlevine dayalı olduğunu ve soyutlamanın da bu temsillerin kullanıldığı yapıcı bir süreç olduğunu ifade etmiştir. Damerow’a (1996, s. 77) göre somut deneyimlerin soyut kavramlar altında ele alınması ile biliş süreci başlatılmış olacaktır. Soyutlamaya ait bir başka tanım da Davydov (1972, s. 13) tarafından; “Soyutlama, bazı nesneler ya da durumlar için ortak olan bir niteliğin diğer niteliklerden ayrılma sürecidir.” olarak yapılmıştır. Skemp (1986, s. 11), kavram oluşumunun altında yatan temel fikirlerin yukarıda da değinilen sınıflandırma, benzerlik ve soyutlama olduğunu belirterek, soyutlama kavramını ve bu fikirler arasındaki ilişkiyi şu şekilde ifade etmiştir:

“Soyutlama, deneyimlerimiz arasındaki benzerliklerin farkına vardığımız bir faaliyettir. Sınıflandırma, deneyimlerimizi bu benzerlikler temelinde bir araya getirmek demektir. Soyutlama, soyutlamanın sonucu olan bir tür kalıcı zihinsel değişimdir ve yeni deneyimleri, halihazırda oluşturulmuş bir sınıfın benzerliklerine sahip olarak tanımamızı sağlar. Soyutlamanın sonucunda ortaya çıkan nihai ürün de kavramdır.”

Piaget soyutlama kavramına farklı bir perspektif ile yaklaşmış ve yeni bir yapı oluşturarak klasik soyutlama görüşünden ayrılmıştır. Bu araştırmanın teorik çatısını Piaget’nin soyutlama yapısının oluşturuyor olması sebebi ile bu yapı daha detaylı anlatılmak üzere ilerleyen bölümlerde ayrı bir başlık altında ele alınmıştır.

Mitchelmore (2002, s.159), Paul White ile yaptıkları literatür incelemesi sonucunda genelleme teriminin birçok anlama sahip olacak şekilde kullanıldığını belirtip bu kullanımları üç gruba ayırmıştır:

- 1- Soyutlama ya da kavram kelimelerinin eş anlamlısı olarak,
- 2- Mevcut bir kavramın genişlemesi olarak ve
 - a. Ampirik genişleme olarak
 - b. Matematiksel genişleme olarak
 - c. Matematiksel icat olarak
- 3- Mevcut bir kavramla ilgili bir teorem olarak.

Mitchelmore ve White (2000, s. 212), literatürde genelleme terimi ile soyutlama terimlerinin sıkça karıştırılarak birbirlerinin yerine kullanıldığını ve özünde iki terimin çok farklı olduğunu belirtmiştir. Soyutlamanın tanımında da görüldüğü üzere yapılan soyutlama işlemi sonucunda bir ürün olarak zihinsel bir nesne olan bir kavram ortaya koyulurken yapılan genelleme işleme sonucunda, halihazırda mevcut durumda bulunan bir kavrama yönelik örnekler çoğaltılıp kavramın anlamına yönelik örnekler genişletilmiş olur. Genellemenin mevcut bir kavramın genişlemesi olarak kullanımında ise karşımıza üç durumun çıktığı görülmektedir. Ampirik genişleme; deneyimlere dayalı olarak gerçekleştirilen ve mevcut bir kavram ile daha önce karşılaşılmayan farklı bir ortam, zaman ya da bağlamda karşılaşılması durumunda ortaya çıkar ve bu duruma örnek olarak da daha önce kırmızı renkli tüylere sahip olan bir kuş ile hiç karşılaşmamış bir çocuğun bir hayvanat bahçesi ziyareti sırasında kırmızı renkli tüylere sahip olan bir kuşu görmesi ile o kuşu da bir kuş olarak kabul edip tanınması durumu verilebilir (Mitchelmore, 2002, s. 160). Matematiksel genişleme; bir matematiksel nesne sınıfı farklı bir benzerliğe dayalı olarak daha büyük bir matematiksel nesne sınıfına yerleştirildiğinde ortaya çıkar ve bu duruma örnek olarak da öncesinde hep tamsayılar

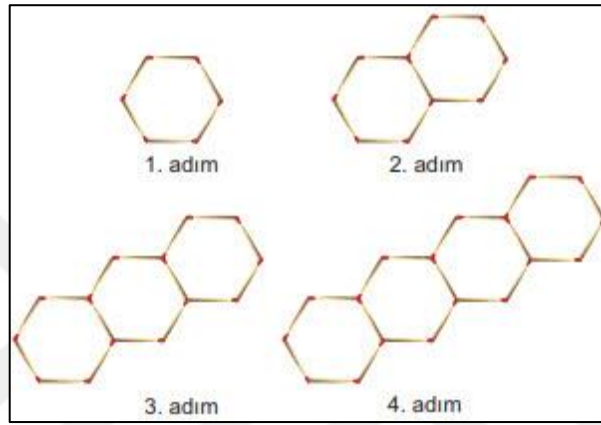
ile çalışmış bir çocuğun artık rasyonel sayılarla da karşılaşmaya başlaması ile sayıları ifade etmek için tamsayılar kümesinin yeterli olmadığını fark edip yeni bir sayı kümesine ihtiyaç duyarak bu iki sayı kümesinin elemanları arasında ilişkilendirme yapmaya başlaması örnek gösterilebilir (Mitchelmore, 2002, s. 160). Matematiksel icat ise; bir matematikçinin daha genel bir kavram oluşturma amacı ile bilinen bir kavramın tanımlayıcı özelliklerinden bir ya da birden daha fazlasını kasıtlı olarak değiştirmesi ile ortaya çıkar ve bu duruma verilebilecek en güzel örneklerden biri de Öklid'in paralellik aksiyomunun değiştirilerek Öklid-dışı geometrilerin icat edilmesidir (Mitchelmore, 2002, s. 160).

1.5.3. Matematiksel kavramların oluşumu

Matematiksel kavramlar soyut yapısı itibariyle ortamlardan direkt olarak oluşturulamaz. Buna karşın günlük kavramların da oluşturulmasında etkili olan sınıflandırma, benzerlik kurma, temsil etme, soyutlama ve genelleme gibi işlemler temel matematiksel kavramların oluşturulmasında da bulunur. Fakat en etkili ve önemli olan işlem, soyutlamadır. Altun (2016, s.13) matematiğin bir soyutlama bilimi olduğunu ve matematiksel kavramların soyutlama sonucunda elde edildiğini belirtmiştir. Örneğin negatif tamsayıların öğretilmesinde bir binanın zemin katından daha aşağıdaki katlar, sıfır °C'den daha düşük sıcaklıklar, deniz seviyesinden daha aşağıda bulunan yerler gibi verilen örneklerde öğrenciler negatifliği farklı şekillerde fark eder. Fakat tüm farklılıklara rağmen değişmeyen bir özellik olarak öğrencilerin zihinlerinde negatif tamsayı kalır ve ardından soyutlama yapılması ile matematiksel kavram oluşumu gerçekleşir. Mitchelmore ve White (2000, s. 212), temel matematiksel kavramların oluşumunu günlük kavramların oluşumundan ayıran bir diğer farklılığın da sınıflandırılan nesneler arasında kurulması gerekli olan ilişkiler olduğunu belirtmiştir. Buna paralel olarak Argün vd. (2014, s. ii) temel matematiksel kavramın öğrenilmesinin;

- ✓ Öncelikle sezgisel olarak öğrenilmesi,
 - ✓ Ardından matematiksel olarak öğrenilmesi ve
 - ✓ Kavramın sezgisel hali ile matematiksel hali arasında bir ilişki kurulması
- aşamalarının her birinin gerçekleşmiş olmasına bağlı olduğunu belirtmiştir. Örneklendirmek gerekirse, bir öğrenciye Şekil 1.23'te gösterilen kibrit çöpü örüntüsünün verilir ondan kibrit çöpü sayısına dair genel terimi bulması istendiğinde,

öğrencinin öncelikle bu örüntüyü inceleyerek kibrit çöpü sayısında sezgisel olarak nasıl bir artış olacağını anlaması, ardından incelemelerini gerekli işlemler ile gerçekleştirerek matematiksel olarak anlaması ve son olarak bu iki anlaması arasında bir ilişki kurması gereklidir. ‘Adım sayısının artması ile kibrit çöpü sayısı nasıl değişiyor?’, ‘Değişmeyen özellikler neler?’, ‘Değişen özellikler neler?’ ve ‘Değişen özellikler nasıl değişiyor?’ gibi sorular sorması öğrenciye ilişki kurmasında yardımcı olacak sorulardır. Kurulacak olan bu ilişki de ancak soyutlama yapılması sonucunda ortaya çıkabilecektir.



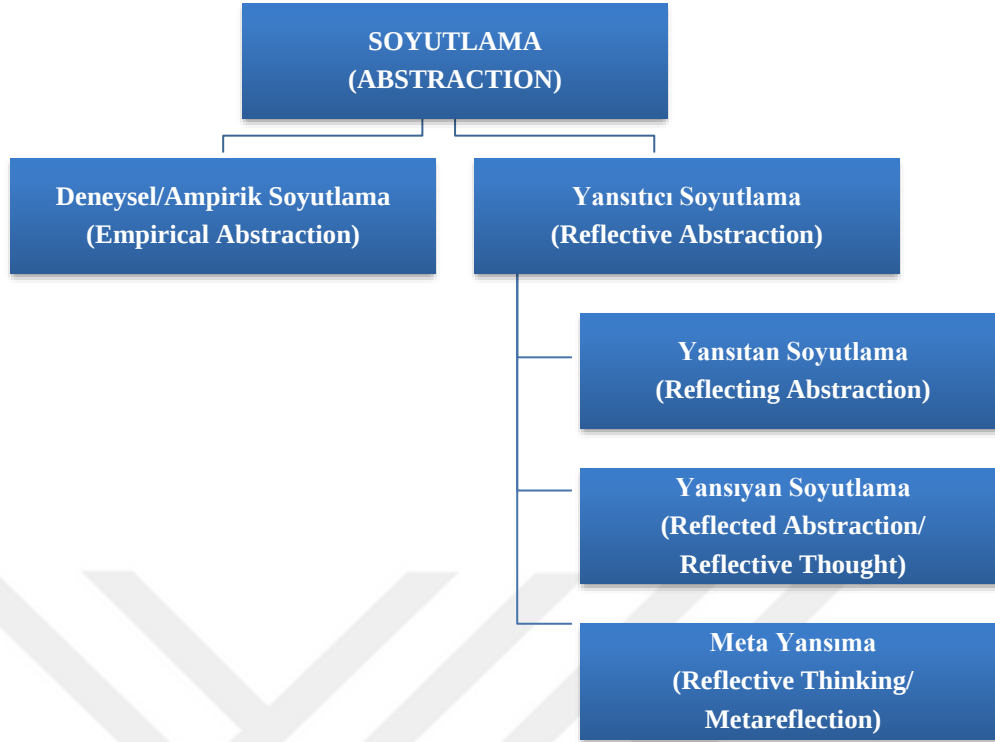
Şekil 1.23. Kibrit çöpü örüntüsü

Skemp (1986, s. 18) de öğrencilerin matematiksel kavramları günlük ortamlardan direkt olarak öğrenemeyeceğini, matematik öğretmenlerinin anlatımı ile sadece dolaylı olarak öğrenebileceğini ve ancak kendi yansıtıcı zekâları ile bağlantılı olarak tam öğrenebileceğini belirtmiştir. Bunun için de öğrencilerin öğrenmek üzere oldukları kavramla bolca deneyim elde etmesi gerekmektedir. Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin anlatılan kavram üzerinde incelemeler yapması, gerekli ilişkilendirmeler kurması, genellemeler yapması ve en önemlisi soyutlama yapabilmesi için gerekli ortam ve düzenekleri sağlaması oldukça önemlidir. Çakıroğlu’na (2013, s. 1) göre matematiksel düşüncelerin yapıtaşlarını oluşturan temellerden biri de tanımlardır ve matematiksel kavramların oluşturulmasında, diğer matematiksel kavramlar ile benzer ve farklı yönlerinin ayırt edilmesinde kritik role sahiptir. Mitchelmore ve White (2000, s. 213), sözel tanımların yeni matematiksel kavramların öğretiminde etkisiz olduğunu ifade etmiştir. Fakat bir matematiksel kavramın kazandırılmasına yönelik işlenen ders sırasında, kavramın matematiksel tanımının verilme yeri ve zamanı çok önemlidir. İlgili kavrama ilişkin öğrencilerin düşünmesine hiç fırsat verilmeden en başta tanım verilip

ardından da örnek çözülmeye geçildiği takdirde, öğrencilerin soyutlama yapma becerileri köreltmüş olacaktır.

1.5.4. Piaget'nin soyutlama yapısı

Piaget soyutlama kavramına farklı bir perspektif ile yaklaşarak klasik soyutlama görüşünden ayrılmış ve tamamen farklı bir soyutlama yapısı oluşturmuştur. Piaget soyutlamayı esasen deneysel/ampirik soyutlama (empirical abstraction) ve yansıtıcı soyutlama (reflective abstraction) olmak üzere ikiye ayırmış (von Glasersfeld, 1991, s. 8), ardından daha sonraki araştırmalarını detaylandırarak yansıtıcı soyutlamayı da kendi içerisinde yansıtan soyutlama (reflecting abstraction), yansıyan soyutlama (reflected abstraction/reflective thought) ve yansıtıcı düşünme/meta yansıma (reflective thinking/metareflection) olmak üzere üçe ayırmıştır (Piaget, 2001, s. 1). Piaget'nin soyutlama araştırmasını kendi anadili olan Fransızca ile yapması sebebi ile soyutlamaya dair tanımladığı kavramlar da bu dile aittir ve bu kavramların hem İngilizce'de hem de Türkçe'de birebir karşılığı bulunmamaktadır. Çevirinin herhangi bir anlam karmaşasına sebep olmaması için Piaget'nin yaptığı sınıflandırma Şekil 1.24'te net bir şekilde gösterilmektedir. Bu çalışmada da anlatılmak istenen yansıtıcı soyutlama düzeyinin kolayca ifade edilmesi için Zembat'ın (2016, s. 452) araştırmasında olduğu gibi, yansıtıcı soyutlama düzeylerinden ilki olan reflecting abstraction yerine 1. düzey yansıtıcı soyutlama, ikincisi olan reflected abstraction yerine 2. düzey yansıtıcı soyutlama ve üçüncüsü olan reflective thinking yerine de 3. düzey yansıtıcı soyutlama ifadeleri kullanılmıştır.



Şekil 1.24. Piaget'in soyutlama yapısı

Piaget bu iki soyutlama türünü, soyutlamada kullanılan bilginin türüne göre ayırt etmiştir. Kamii (2000, s. 4) Piaget'nin bilgiyi kaynak ve yapılandırılma şekillerine göre üçe ayırdığını belirtmiştir. Bu bilgi türleri; fiziksel bilgi, sosyal bilgi ve mantıksal-matematiksel bilgidir. Fiziksel bilgi; dış dünyada bulunan nesnelere ait olan bilgidir ve nesnelerin özellikleri ile niteliklerini keşfederek edinilir. Örneğin pamuğun yumuşak olması, ateşin sıcak olması, toprağın kahverengi olması; dış dünyada bulunan pamuk, ateş ve toprak nesnelerinin sırasıyla yumuşak, sıcak ve kahverengi olma özelliklerinin gözlemlenmesi ile ortaya çıkmıştır. Zembat (2013, s. 448) fiziksel bilgiyi, nesnelerin dış özelliklerine ait bilgiler olmasının yanı sıra deney bilgisi de olarak ifade etmiştir. Örneğin karşıda bulunan duvara sertçe fırlatılan bir topun bu duvara çarpıp geri döneceğini bilmek, bu topun materyali yani topun yapısı ile ilgili fiziksel bilgiyi bilmenin sonucunda gerçekleşir. Sosyal bilgi; insanların belirli ilişkiler ve bağlantılar ile oluşturduğu, iş birliği ile aktarılacak yığılmalı olarak biriken ve olduğu şekli ile sorgulanmadan kabul edilen bilgidir. Bir masaya masa deniyor olması, birisine karşı hatalı bir davranışta bulunulduğu zaman ondan özür dilenmesi, farklı dillerin var olması, işyerinde daha üst kademede çalışan kişilere karşı kullanılan hitap şekilleri gibi sorgulanmadan kabul edilip öğrenilen ve aynı şekilde yeni nesillere öğretilen bilgiler

sosyal bilgilere örnektir. Ve en son üçüncü bilgi türü olan mantıksal-matematiksel bilgi ise bireyin zihinsel ilişkiler kurması sonucunda oluşan bilgidir. Birey yeni bilgiler oluşturmak için var olan bilgi parçalarını birleştirerek gerekli ilişkiler kurar. Bu ilişkiler dış dünyada değil, tamamen o bireyin kendi zihnindedir; dışarıdan görülemez, duyulamaz ya da hissedilemez niteliktedir. Örneğin dışarıdan bakıldığında farklı yer kapladığı görülen bir pamuk parçası ile bir demir parçasının ağırlıkları ile ilgili bir bilgiye konum ve pozisyonlarından yola çıkarak ulaşamaz. Yani bu iki nesnenin farklı hacimlere sahip olması farklı ağırlıklara sahip olacağını garantilemez, kesin bir bilgiye ulaşmak için bir ölçüm yapılması ve yapılan ölçüm sonucunda elde edilen miktarların karşılaştırılması gereklidir. Bir başka örnek vermek gerekirse, şehirlerarası yolculuk yapacak bir kişinin saatteki ortalama hızını aşağı yukarı olarak belirlemesi ve gideceği mesafe ile ilişkilendirerek yolculuk yapacağı toplam süreye ilişkin gerçekçi bir tahmine ulaşması, gerekli ilişkilendirmelerin yapılması sonucunda ulaşılmış mantıksal-matematiksel bir bilgidir. Ya da öğretmenin dörtgenler ile ilgili dağıttığı çalışma kağıdında bulunan ve dikdörtgenlerin işaretlenmesinin istediği bir soruda öğrencinin, dörtgenlerin kapsayıcı tanımlarını dikkate alarak işaretlemeler yapması bir mantıksal-matematiksel bilgi örneğidir. Bu üç bilgi türünün birbirinden ayrılmasındaki en temel etken, şüphesiz bilginin kaynağıdır. Fiziksel ve sosyal bilginin kaynağı dışsal iken mantıksal-matematiksel bilginin kaynağı içseldir. Piaget, fiziksel bilgilerin kullanıldığı soyutlama türünü deneysel soyutlama ve mantıksal-matematiksel bilgilerin kullanıldığı soyutlama türünü de yansıtıcı soyutlama olarak ayırt etmiştir (Zembar, 2013, s. 449). Burada sadece fiziksel ve mantıksal-matematiksel bilgi türünden bahsedilmesi, soyutlama sürecinde sosyal bilginin hiç kullanılmadığı anlamına gelmemelidir. Zembar'ın (2013, s. 449) da belirttiği gibi Piaget, iki tür soyutlamaya ayrı ayrı kaynaklık eden bilgilerin sadece bu bilgiler olduğunu ifade etmiştir; yani soyutlama sürecinde sosyal bilgilerden de yararlanılmasına karşın, hiçbir soyutlama türünün kaynağı sosyal bilgi değildir. Örnek sunmak gerekirse; yukarıda dörtgenlerin kapsayıcı tanımları ile ilgili verilen örnekte öğrencinin, dikdörtgen olması için gerek ve yeter koşulları sağlaması halinde o çokgeni sorgulamadan sözel olarak 'dikdörtgen' olarak ifade etmesi sosyal bilginin kullanımının göstergesidir.

1.5.4.1. Deneysel soyutlama

Simon vd. (2004, s. 312) Piaget'nin deneysel soyutlamasının, nesnelerin özelliklerinin genelleştirilmesi anlamına geldiğini belirtmiştir. Deneysel soyutlamada bilgi, nesnelerin gözlemlenebilir özelliklerine dayalı olarak üretilir. Birey soyutlama yapmak üzere çalıştığı bir grup nesneyi gözlemler ve onlara ait bir ortak özellikler belirleyip bir nevi özetleme işlemi yapar. von Glasersfeld (1991, s. 10) deneysel soyutlamayı “Bir deneyimin belirli duyuşsal özelliklerini izole etmek ve bunları tekrarlanabilir kombinasyonlar olarak sürdürmek” olarak tanımlamıştır. Örneğin geometrik nesnelerle yeni karşılaşan bir bebeğin küp şeklinde olan ve her yüzünde farklı çokgenlerin geçebileceği boşluklar bulunan bul-tak oyuncağında, çember olan parçayı geçirebilmek için birkaç denemeden sonra köşesiz olan boşlukları tercih etmesi, fiziksel bilgilerin kullanıldığı deneysel soyutlamaya bir örnektir. Benzer şekilde koordinat düzleminde verilen bir nesne ile bu nesneye uygulanan bir dönüşüm sonucunda oluşan görüntüsünün bulunduğu bir soru ile karşılaşan bir öğrencinin, burada oluşan görüntünün yansıma simetrisi sonucunda oluştuğunu fark etmesinden sonra, öteleme simetrisi ile de oluşup oluşmayacağını inceleme gereği duymadan bu iki simetri türü arasında bir ilişkilendirme yapmaması da deneysel soyutlamanın bir örneğidir.

Piaget (2001, s. 14) deneysel soyutlamanın asla gerçek anlamda yeni bir matematiksel kavramın kazanılmasını sağlamadığını belirtmiştir. Deneysel soyutlamanın matematiksel kavramların gelişmesindeki rolü, sadece bir aracı olarak dolaylı yoldan bir ilişki oluşturmaktır. Bu da matematiksel kavramların gelişimdeki rolünün zayıf olduğunu göstermektedir. Sadece deneysel soyutlama ile edinilmiş bir kavram, aslında ifade ettiği tam anlamı ile edinilmemiş demektir. Bir diğer deyişle deneysel soyutlama ile edinilen bir matematiksel kavram aslında bireyin zihninde birçok temel eksikliklere hatta belki yanlışlıklara sahiptir. Matematiksel kavramlara ait olan dışsal özellikler; bu kavramların sınıflandırılması, gruplandırılması, temsil edilmesi gibi işlemlerin yapılmasını sağlar. Hem temel matematiksel kavramların hem de ileri matematiksel kavramların tam anlamı ile edinilmesinde, deneysel soyutlamadan daha çok, üreticisi içsel kaynaklar olan yansıtıcı soyutlama önemli ve büyük bir role sahiptir.

1.5.4.2. Yansıtıcı soyutlama

Piaget bir bireyin bir kavramı kazanabilmesinin yolunun her zaman o kavramın bireyin kendi zihninde inşa edilmesinden geçtiğini savunmuştur. Konu matematiksel

kavramların kazanılmasına geldiğinde ise, bir bireyin matematiksel kavramları her düzeyde inşa edebileceğini, burada söz ettiği inşa etmenin aslında yansıtıcı soyutlama yapmak demek olduğunu belirtmiştir (Cetin and Dubinsky, 2017, s. 71). Piaget (1980, s. 89) yansıtıcı soyutlamayı deneysel soyutlamanın tam karşısı olarak; “eylemlerin koordinasyonu” şeklinde tanımlamıştır. Yani yansıtıcı soyutlamada deneysel soyutlamada olduğu gibi nesnelerle ilgili gözlem yapan kişi ve gözlem yapılan nesne ve özelliklerine değil, yapılan eylemler ve bu eylemler arasındaki ilişkilere odaklanmak söz konusudur.

Piaget soyutlamaya dair yaptığı ilk araştırmalarda yansıtıcı soyutlamanın düzeyleri gibi bir ayrıma gitmeyerek yansıtıcı soyutlamayı bütüncül bir bakış açısı ile ele almış, fakat sonraki araştırmalarında yansıtıcı soyutlamanın da kendi içerisinde hiyerarşik düzeylere ayrılması gerektiğini belirterek bu düzeyleri ayrı ayrı tanımlayarak açıklamıştır (Piaget, 2001, s. 8). Piaget’in yansıtıcı soyutlama çatısı altında yapılan çoğu araştırmada yansıtıcı soyutlama düzeylerinin ayrılmadan tek olarak ele alındığı görülmektedir. Fakat bu araştırmada derinlemesine ve daha detaylı incelenebilmesi amacı ile yansıtıcı soyutlama Piaget’nin güncellediği son hali ile ele alınmıştır.

1.5.4.2.1. 1. düzey yansıtıcı soyutlama

Piaget (2001, s. 4) 1. düzey yansıtıcı soyutlamanın iki bileşeni olduğunu söylemiş ve bu bileşenleri;

- i. Yansıtıcı soyutlama yapmak üzere gerçekleştirilecek eylemleri daha düşük düşünce düzeyine sahip olacak şekilde belirlemek ve
- ii. Bu eylemleri daha yüksek düşünce düzeyinde bütünleştirerek yeniden inşa etmek olarak sıralamıştır. 1. düzey yansıtıcı soyutlama yapısını daha iyi anlamlandırmak için Binfet’in (2004, s. 184), Piaget’nin kullandığını belirttiği örneği inceleyelim:

“Bahçesinde yerde oturmuş çakıl taşlarını saymak üzere olan 4-5 yaşlarında bir çocuk vardı. Bu çakıl taşlarını saymak için öncelikle onları sıraya dizdi ve bir, iki, üç diyerek ona kadar saydı. Sonra onları saymayı bitirdi ve diğer yönden saymaya başladı. Ve sonunda bir kez daha on tane olduğunu buldu. Bunun harika olduğunu düşündü... Böylece onları bir daire içine alıp bir de bu şekilde yeniden saydı ve bir kez daha on tane buldu.”

Bu örnekte karşılaşılan durum; bahsedilen çocuğun sayı kavramını edinme sürecine tanıklık etme durumudur. Gelman ve Gallistel (1986, s. 243) çocuklarda sayma becerisinin gelişiminin belirli ilkeler doğrultusunda gerçekleşeceğini belirtmiş ve bu ilkeleri sırası ile; düzenli sayma ya da değişmez sıra ilkesi, birebir eşleme ilkesi,

kardinal değer ilkesi, soyutlama ilkesi ve sıra-bağımsızlık ilkesi olarak sıralamıştır. Çocuk çakıl taşlarını öncelikle baştan başlayarak sırası ile birebir eşleyerek saymış, ardından tersten başlayarak yine aynı sayı sözcüklerini kullanarak ve birebir eşleyerek saymış, sonrasında saymaya başladığı tarafı önemsemeksizin toplam çakıl taşı sayısının her seferinde aynı çıktığını görmüş ve en son olarak çakıl taşlarını bir çemberin içine alarak çakıl taşlarının sayısının sıralanışından bağımsız olduğunu görmüştür. Başka bir deyişle çocuk çakıl taşlarını farklı baştan başlayarak sayma, tersten başlayarak sayma, karıştırarak yeniden sayma gibi düşük düşünce düzeyinde eylemler gerçekleştirmiş ve bu eylemleri tekrarlayarak daha yüksek düşünce düzeyinde yeniden inşa etmiş, yani yansıtıcı soyutlama yapmıştır. Ve böylelikle çocuk bundan sonra sadece çakıl taşlarını değil, her türlü nesneyi sayarken aynı durumların geçerli olduğunu bilecektir. Bir diğer deyişle, fiziksel ortama ve nesnelere bağlı kalmadan işlemler yapabilecektir.

1.5.4.2.2. 2. düzey yansıtıcı soyutlama

Piaget (2001, 5), 1. düzey yansıtıcı soyutlamanın sonucunda ulaşılan fikrin ya da ulaşılan bilginin, tekrar bir yansıtıcı soyutlama sürecine girmesi durumu söz konusu olduğunda burada karşımıza çıkan yansıtıcı soyutlama düzeyinin 2. düzey yansıtıcı soyutlama olduğunu belirtmiştir. Buradaki durum bir diğer deyişle, bir yansıtıcı soyutlama sürecinin ürününün yeni bir yansıtıcı soyutlama sürecinin girdisi olması durumudur. Birey 1. düzey yansıtıcı soyutlamadan farklı olarak burada, bir inşa süreci olarak düşünceyi ve geriye dönük bir temalaştırma süreci olarak da düşünmeyi ayırt edebilmelidir (von Glasersfeld, 1991, s. 12). Yansıtıcı soyutlama düzeylerinin arasında hiyerarşik bir ilişki vardır ve bu sebeple bir bireyin 2. düzey yansıtıcı soyutlama yapabilmesi için önkoşul niteliğinde olan 1. düzey yansıtıcı soyutlamayı yapabilir düzeyde olması gerekmektedir. Bu da bireyin neyin soyutlanmış olduğuna dair yüksek bir farkındalık içerisinde olmasını gerektirmektedir.

Campbell'ın (2001, s. 5) verdiği örnek üzerinden durumu açıklamak gerekirse, bir çocuğun çarpma işlemini tekrarlı toplama işlemi olarak anlamlandırabilmesi 1. düzey yansıtıcı soyutlama sonucunda olurken, çarpma işlemini anlamlandırdıktan sonra yeni ilişkiler gözetmesi ve sonuçlara ulaşması 2. düzey yansıtıcı soyutlama sonucunda oluşacaktır. Örneğin bir öğrencinin $2 \times 4 = 4 + 4 = 8$ olduğunu fark edip anlamlandırdıktan sonra çarpma işleminin sol tarafına bir tane 2×4 'ün eklenmesi ile oluşan $(2 \times 4) + (2 \times 4) =$ işleminin sonucunun nasıl bulunabileceği ile ilgili fikir yürüterek tahminlerde

bulunması ve doğru cevaba ulaşması, 2. düzey yansıtıcı soyutlama yapması sonucunda olabilecektir.

1.5.4.2.3. 3. düzey yansıtıcı soyutlama

Yansıtıcı soyutlama düzeyleri arasında bulunan hiyerarşik ilişki göz önünde bulundurulduğunda 3. düzey yansıtıcı soyutlamanın en yüksek düzeye sahip olduğu görülmektedir. 1. ve 2. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyleri arasında birinin ürününün diğerinde girdi olarak kullanılması durumu söz konusu iken, burada daha farklı bir durum söz konusudur. Soyutlanacak bilgi ile ilgili çıkarılabilecek en kapsayıcı ve genel bilgiye ulaşılması ve ilgili bilginin elde edilmesi, 3. düzey yansıtıcı soyutlama sonucunda gerçekleşmektedir. Öyle ki Piaget (2001, s. 6), bilişsel gelişim basamaklarında bulunan soyut işlemler döneminde yapılan soyutlamanın 3. düzey yansıtıcı soyutlama olduğunu belirtmiştir.

3. düzey yansıtıcı soyutlamayı yukarıda verilen çarpma işlemi örneği üzerinden açıklayalım. Öğrencinin çarpma işleminin sol tarafına bir tane (2×4) 'ün eklenmesi ile oluşan $(2 \times 4) + (2 \times 4) =$ işleminin sonucunu bulmak için fikir yürütmesinden daha ziyade buradaki ana fikri anlamak için ilişkilendirme yaparak, eklenen terim $[(2 \times 4)]$ sayısı bir değil kaç olursa olsun, sonucu bulmak için yapacağı işlemin 'terim ile terim sayısını çarpma' olduğu sonucuna ulaşması ve bunun her çarpma işlemi için geçerli olduğu sonucuna ulaşabilmesi, sadece 3. düzey yansıtıcı soyutlama sonucunda gerçekleşecektir.

1.6. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde yansıtıcı soyutlama ile ilgili araştırmalar ile hem ulusal hem de uluslararası alanda ilgili literatür tarandığında doğrudan dönel simetri ile ilgili bir araştırmaya rastlanamaması sebebi ile dönme açısının 180° olması durumunda ortaya çıkan ve dönel simetrinin özel bir durumu olan noktaya göre simetri/merkezi simetri ile ilgili araştırmalara ayrı ayrı başlıklar altında yer verilmiştir.

1.6.1. Yansıtıcı soyutlama ile ilgili araştırmalar

Goodson-Espy (1998) tarafından yapılan The Roles of Reification and Reflective Abstraction in the Development of Abstract Thought: Transitions from Arithmetic to Algebra başlıklı araştırmada öğrencilerin problem çözme yoluyla doğrusal eşitsizlik kavramını anlamalarına ilişkin bir açıklama ortaya koymak amaçlanmıştır. 13 üniversite

öğrencisi ile gerçekleştirilen bu araştırmada öğrencilerden doğrusal eşitsizlik ile ilgili gerçek yaşam bağlamı olarak verilen dokuz problemi çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin yanıtları Cifarelli'nin (1988) yansıtıcı soyutlama düzeylerine göre kategorize edilmiştir. Araştırma bulgularında hareketle aritmetikten cebire geçişte daha yüksek yansıtıcı soyutlama düzeyine sahip olan öğrencilerin çok daha az zorlandığı ve daha düşük yansıtıcı soyutlama düzeyine sahip olan öğrencilerin ise oldukça zorluklar yaşadığı ya da bunu hiç başaramadığı ortaya koyulmuştur. Daha yüksek yansıtıcı soyutlama düzeylerinde bulunan öğrencilerin kavramlar arası ilişkileri kurmada ve bu ilişkileri somut bir şekilde ifade etmede daha başarılı oldukları belirtilmiştir.

Yılmaz (2011) tarafından yürütülen Matematiksel Soyutlama ve Genelleme Süreçlerinde Görselleştirme ve Rolü başlıklı doktora tezi araştırmasında, bir devlet üniversitesinin Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel durumlardaki matematiksel soyutlama süreçlerinde hangi görselleştirmelere yer verdiğinin, bu görselleştirmeleri nasıl ortaya koyduğunu, öğrencilerin ne tür görsel imaja sahip olduğunun, görsel imajlarında nasıl değişiklikler olduğunun ve tüm bu süreçlerdeki görselleştirmelerin yerinin ve etkisinin incelenerek ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. 2008-2009 eğitim öğretim yılı güz döneminde dördüncü sınıf öğrencisi olarak öğrenim gören 24 kişi ile pilot uygulamanın gerçekleştirilmesinin ardından esas uygulama bu kişiler arasından seçilen beş öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak tasarlanan bu araştırmada veriler ders içi gözlemler ve yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilere öncelikle matematiksel soyutlama ve genelleme yapabilecekleri matematiksel durumlar oluşturulmuş, ardından görselleştirme amacı ile bir geometri yazılımı kullanılmıştır. Birinci görüşmede görsel imajların incelenmesi amacı ile dört aşama içinde dokuz durum, ikinci görüşmede genelleme süreçlerinin incelenmesi amacı ile üç aşama içinde dört durum, üçüncü görüşmede soyutlama süreçlerine ilişkin ve dördüncü görüşmede ise genelleme süreçlerine ilişkin kullanılan görselleştirmelerin etkisi ile görsel imajlardaki değişimin ortaya çıkarılması amacı ile her bir öğrenci ile toplam dörder görüşme gerçekleştirilmiştir. Piaget'nin empirik soyutlama, sözde empirik soyutlama ve yansıtıcı soyutlama olarak ortaya koyduğu klasik soyutlama yapısı çerçevesinde içerik analizi ile elde edilen bulgular sonucunda; öğrencilerin soyutlama ve genelleme yaparken görselleştirmelere sık sık ve farklı şekillerde başvurduğu, farklı görsel imajlara sahip olduğu, görselleştirmelerin

soyutlama sürecinde önemi bir role sahip olarak öğrencilerin görsel imajlarını istenilen yönde güçlendirdiğini ortaya koyulmuştur. Son olarak görselleştirmenin önemini farklı konu, tema ve bağlamda da ortaya çıkartacak araştırmaların yapılmasına dair önerilere yer verilmiştir.

Simon (2014) tarafından varsayımsal öğrenme yörüngesi çerçevesinde yürütülen *An Emerging Theory for Design of Mathematical Task Sequences: Promoting Reflective Abstraction of Mathematical Concepts* başlıklı araştırmada, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerini kesir kavramına ilişkin yansıtıcı soyutlama yapmaya teşvik edecek görev dizileri içeren öğretim deneyi tasarlanmıştır. Öğrencilerin kesir kavramına ilişkin kavramsal öğrenmelerini Piaget'nin (2001) ortaya koyduğu soyutlama yapısı içerisinde destekleyen görev dizileri oluşturulmuştur. Tasarlanan görev dizilerinin öğrencilerin hedef kavramlara ilişkin yansıtıcı soyutlama yapmalarında önemli bir etkiye sahip olduğu sonucu ortaya koyulmuştur.

Özaltun-Çelik (2018) tarafından yapılan *İkinci Dereceden Fonksiyonlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yollarının ve Öğretim Dizisinin Tasarlanması* başlıklı tasarım tabanlı doktora tezi araştırmasında, öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonları kavramsal öğrenmelerini yansıtıcı soyutlama yaparak desteklemelerini amaçlayan dört adet günlük yaşam bağlamında sunulan mantıksal-matematiksel etkinliğin yer aldığı öğretim dizisi oluşturmuştur. Araştırmacı verileri birinci döngüsünde 10 onuncu sınıf öğrencisi ve ikinci döngüsünde ise iki onuncu sınıf öğrencisi bulunacak şekilde iki ayrı döngü üzerinden klinik mülakat ve video kayıtları ile toplanmıştır. Tasarlanan etkinliklerde öğrencilerden; derinlik ile basınç olarak verilen iki değişken arasındaki ilişkiyi bulup formüle etmeleri, alan hesaplamasından yola çıkarak kenar uzunluklarını gösteren ifadeyi yazmaları, grafik görüntüsü verilen ikinci dereceden fonksiyonun cebirsel ifadesini yazmaları ve ikinci dereceden fonksiyonların cebirsel ifadesindeki katsayıların ne anlama geldiğini açıklamaları ve bunu grafikteki görüntüleri ile ilişkilendirmeleri istenmiştir. Elde edilen verilerin analizinde karşılaştırmalı ve geriye dönük analizlerden yararlanılmıştır. Araştırma bulgularından hareketle öğrencilerin gerekli ilişkilendirmeleri kurarak yansıtıcı soyutlama sonucunda kavramsal öğrenme sağlamalarında öğretim dizisi etkinliklerinin yaparak yaşayarak öğrenme ve günlük hayat bağlamı sunma açısından önemli katkılarda bulunduğu kaydedilmiştir.

Camci (2018) tarafından yürütülen *Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tahmini Öğrenme Yol Haritası Çerçevesinde Tasarlanan Bir Öğretim Deneyindeki Matematiksel*

Soyutlama Süreçleri başlıklı doktora tezi araştırmasında, altıncı sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme alanında bulunan dikdörtgen prizmaların hacmini ölçme konusuna ilişkin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde sınıf tabanlı olarak tasarlanan öğretim deneyi ile matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenerek bu sürecin sonunda soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Nitel araştırma yaklaşımlarından öğretim deneyi ile desenlenen bu çalışmada veriler klinik görüşmeler, video kayıtları, çalışma kağıtları ve yarı yapılandırılmış öğrenci günlükleri ile toplanmıştır. 2015-2016 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde MEB'e bağlı bir devlet okulunda altıncı sınıf öğrencisi olarak öğrenim görmekte olan 12 öğrenci ile küçük grup tartışmaları ve sınıf tartışmaları olacak şekilde iki aşamada dokuz hafta süren öğretim deneyi etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. 12 kişi arasından üç odak öğrencinin soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarma amacı ile Piaget'in klasik soyutlama yapısı kullanılmıştır. Araştırma bulgularından hareketle; öğretim deneyi sonunda tüm odak öğrencilerin dikdörtgenler prizmasının hacmini ölçme konusuna ilişkin derin düzeyde soyutlama yaptığı ve bu derin soyutlamalarında bireysel eylemlerinin yanında sosyal ve sosyomatematiksel normların da önemli bir role sahip olduğu ortaya koyulmuştur. Son olarak ise araştırmanın sonuçlarına ilişkin ve gelecek araştırmalara ilişkin önerilere yer verilmiştir.

Toygan, Gök ve Cancan (2019) tarafından yapılan Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Denk Kesir Kavramına İlişkin Soyutlama Düzeyleri başlıklı çalışmada, 37 altıncı sınıf öğrencisinin denk kesir kavramını soyutlama düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Veri toplama aracı olarak Simon (2003) tarafından geliştirilip Zembat (2016) tarafından Türkçe'ye çevrilen ve üzerinde değişiklikler yapılarak uyarlanan örnek bir denk kesirler ders örneği kullanılmıştır. Bu veri toplama aracı, denk kesir elde etmeye yönelik oluşturulmuş sorulardan oluşturulmuştur. Verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmış ve elde edilen bulgulardan yola çıkılarak öğrencilerin denk kesirler ile ilgili bilgi ve anlamaları Piaget'nin yansıtıcı soyutlama düzeylerine göre sınıflandırılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin %46'sının deneysel soyutlama, %14'ünün 1. derece yansıtıcı soyutlama, %16'sının 2. derece yansıtıcı soyutlama düzeylerinde bulunduğu ve %24'ünün hiçbir soyutlama düzeyinde bulunmadığı tespit edilmiştir.

Simon (2020) tarafından yapılan Elaborating Reflective abstraction for instructional design in mathematics: Postulating a Second Type of Reflective Abstraction başlıklı çalışmada matematiksel kavramların öğretim tasarımı için uygun yollar tasarlanarak bu tasarıma dayalı tasarım ilkeleri geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Yansıtıcı soyutlamayı *Concepts and reflective abstraction type 1: coordination of actions (CoA)* ve *Reflective abstraction type 2: abstraction of commonality (AoC)* olmak üzere iki başlık altında ele alınarak bu başlıklara ilişkin farklı birer matematiksel kavramlar ele alınmıştır. CoA'nın matematiksel nesnelerin yapısını ve aralarındaki ilişkileri açıklamak için yararlı görülmesi sebebi ile CoA altında tam sayılı kesirlerin bileşik kesre çevrilmesinin ve AoC'nin aritmetik işlemlerin yapısını açıklamada yararlı görülmesi sebebi ile AoC altında doğal sayılarla bölme işleminin ele alındığı görev dizileri oluşturularak iki öğrenci araştırmaya dahil edilmiştir. Araştırma bulgularından hareketle oluşturulan görev dizilerinin öğrencilerin yansıtıcı soyutlama becerilerini desteklediği ortaya koyulmuştur.

Wafiqoh ve Kusumah (2019) tarafından yürütülen *Reflective Abstraction in Mathematics Learning* başlıklı araştırmada Cifarelli'nin (1988) sunduğu yansıtıcı soyutlama düzeylerine göre öğrencilerin matematik problemi çözme üzerinde nasıl çalıştığının ortaya koyulması amaçlanmıştır. Araştırmanın katılımcılarını 31 adet altıncı sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak farklı zorluk düzeylerine sahip olan üç matematik probleminden oluşan bir test geliştirilmiştir. En zor soru olarak hazırlanan birinci soruda öğrencilerin 1. (introduction) ve 2. (representation) derece yansıtıcı soyutlama düzeylerinde; orta zorlukta soru olarak hazırlanan ikinci soruda öğrencilerin 1, 3 (structural abstraction) ve 4. (structural awareness) derece yansıtıcı soyutlama düzeylerinde ve en kolay soru olarak hazırlanan üçüncü soruda öğrencilerin 1, 2, 3 ve 4. derece yansıtıcı soyutlama düzeylerinde olduğu kaydedilmiştir. Araştırma bulgularından hareketle öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerinde yansıtıcı soyutlama yapmaya özellikle problem çözme süreçlerine ihtiyaç duydukları ve öğrencilerin yansıtıcı soyutlama düzeylerinin üzerinde çalıştıkları problemin zorluk derecesine göre değişiklik gösterebileceği belirtilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin 1. derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde kalmalarının en büyük sebebi daha önceden bildikleri kavramlar arasında yeteri kadar güçlü bir ilişkilendirme kuramamaları, 2. derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde kalmalarının en büyük sebebini gerekli kavramsal ilişkilendirmelerini gerçekleştirmiş olmalarına karşın uygun bir problem çözme yöntemi bulamamaları olarak ortaya koyulmuştur. 3. ve 4. derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde bulunan öğrencilerin ise problemlerin hepsini çözebildikleri, farklı düzeylerde bulunmalarına sebep olan durumun ise problemin çözülmesi için tüm yolların görülüp kullanılabilmesi olduğu belirtilmiştir.

1.6.2. Noktaya göre simetri/merkezi simetri ile ilgili araştırmalar

Gallou Dumiel (1989) tarafından yapılan Reflection, Point Symmetry and Logo başlıklı araştırmada 11-15 yaş grubu aralığında bulunan öğrencilerin doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri ile açı ve yön özellikleri açısından ilişkilendirme yapma becerilerinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Deneysel araştırma olarak yürütölen bu araştırmada, ders esnasında Logo programından yararlanmak üzere iki sınıf ve Logo programının kullanılmadığı geleneksel ortamdan yararlanmak üzere iki sınıf oluşturulmuştur. Öğretim etkinlikleri süreci sona erdikten sonra bu iki grup arasında karşılaştırma yapılmıştır. Doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri öğretiminde Logo programı kullanılmasının öğrencilerin akademik başarılarını arttırdığı, bu anlamda Logo programının işlevsel bir materyal olarak kullanılabileceği ortaya koyulmuştur.

Taylor, Pountney and Malabar (2007) tarafından yürütölen Animation as an Aid for the Teaching of Mathematical Concepts başlıklı araştırmada; geliştirilen animasyonların öğrencilerin dönel simetri ve matrisler konularının öğretimini desteklemek için potansiyel olarak kullanılıp kullanılamayacağının belirlenmesi amaçlanmıştır. Lisans düzeyindeki 32 bilgisayar öğrencisi ile gerçekeştirilen bu araştırmada 16 öğrenci deney grubu 16 öğrenci ise kontrol grubu için rastgele seçilerek belirlenmiştir. Dönel simetri ve matrisler konularına ilişkin öğretim sürecin deney grubunda geliştirilen ilgili animasyonlar ile desteklenirken kontrol grubunda sadece statik temsillerden yararlanılmıştır. Animasyonlarda kare ve eşkenar üçgenin dönel simetrik olma durumuna ilişkin hazırlanan animasyonda çokgenlerin merkez noktaları etrafında bir dönme gerçekeştirirken oluşan görüntülerin incelenebileceği bölümlere yer verilmiştir. Sonuç olarak ise; görsel-uzamsal becerilerin kullanımını gerektiren dönel simetri ve matrisler konularına ilişkin animasyonlu öğrenme materyallerinin statik temsillerden daha faydalı olabileceği ortaya koyulmuştur.

Marchis (2009) tarafından yürütölen Symmetry and Interculturality başlıklı araştırma öğrencilerin; simetrik şekilleri tanımlamasını (doğruya göre simetrik, noktaya göre simetrik) sağlamak, simetrik bir şeklin simetri eksenini sayısını bulmasını sağlamak, simetrik desenler oluşturmasını sağlamak ve kültürler arası yetkinlikler geliştirmesini sağlamak amaçlarıyla gerçekeştirilmiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemleri benimsemiş ve katılımcılar 11 ve 12 yaş grubundaki öğrencilerden seçilmiştir. Bu araştırma kapsamında gerçekeştirilen ders esnasında ilk etkinlik için öncelikle araştırmacı tarafından öğrencilere İspanya, Seville'daki Kraliyet Sarayı ve Tunus,

Manastır'daki Anıt Mezar hakkında bir sunum gerçekleştirilip ardından farklı kültürlere ait mozaik desenlerin olduğu fotoğraflar ve simetri hakkında bir el notu (bir çizgiye simetrik şekiller, bir simetrik şekiller, nokta, simetri eksen, vb.) dağıtılıp konuyu hatırlamaları için kısa bir tekrar yapılmıştır. İki ya da üçer kişilik oluşturduğu gruplardan bu mozaik desenlerinin bulunduğu fotoğrafların incelenmesi, gördükleri geometrik şekilleri ve simetri türlerini grup içerisinde açıklamaları istenmiştir. İkinci etkinlik olarak yine her gruba daha önce kâğıttan yapılmış kar tanesi örnekleri, üzerindeki simetri türlerinin incelenerek grup içinde tartışılması için öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilerden bu kar tanelerinin simetri eksenlerini ve simetri noktasını bulmalarını istenmiştir. Dersin sonunda ise her gruptan inceledikleri şekillerden elde ettikleri bilgilerin paylaşılması istenerek sınıfta bir tartışma ortamı oluşması sağlanmıştır. En son olarak da öğrencilerin keşifleri doğrultusunda, bir şeklin doğruya ya da noktaya göre simetrik olabilmesi için hangi koşulları sağlaması gerektiği ve bu simetrilerin özellikleri, araştırmacı tarafından özetlenerek ders bitirilmiştir. Etkinlikler esnasında öğrencilerden elde edilen veriler sonucunda; farklı kültürlerden olan mozaik desenlerin incelenmesi yolu ile öğrencilerin, doğruya göre ve noktaya göre olan simetrileri keşfetmede başarılı oldukları ve simetri konusunun öğrencilerin zihinlerindeki kültürler arası etkileşimleri canlandırması açısından birçok fırsat sunmuş olduğu kaydedilmiştir.

Köse (2012) tarafından yapılan İlköğretim Öğrencilerinin Doğruya Göre Simetri Bilgileri başlıklı araştırmada ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin doğruya göre simetri alma ile ilgili bilgilerini ortaya çıkarılması amaçlamıştır. Nitel araştırma yöntemlerinin benimsediği bu araştırmada katılımcılar sekizinci sınıf öğrencilerden oluşan toplam 147 öğrenci olarak belirlenmiştir. Bu araştırmada öğrencilerden şekillerin dikey, yatay ve eğik konumlarda verilen simetri doğrularına göre simetrilerin alınmasının istendiği sorular yer almıştır. Araştırma sonunda elde edilen veriler analiz edildiğinde öğrencilerin, şeklin simetri doğrusu ile kesişmediği durumlarda verilen dikey ve yatay doğruya göre simetriğinin belirlenmesinde başarılı oldukları, ancak diğer tüm durumlarda çeşitli kavramsal hatalar yaptıkları görülmüştür. Verilen bir şeklin eğik konumda olan simetri doğrusuna göre simetriğinin alınmasının istendiği bir soruda öğrencilerin verdikleri bazı yanlış yanıtlar olduğu görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı yanlışlıklar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun doğruya göre simetri almak yerine noktaya göre simetri aldığı ortaya çıkmıştır ve öğrencilerin bu noktanın

simetri doğrusu üzerinde olmasına dikkat ettikleri de saptanmıştır. Buradan da öğrencilerde doğruya göre simetri ile noktaya göre simetri kavramlarının tam yerleşmediği tespit edilmiştir.

Aktaş (2015) tarafından yürütülen 7. Sınıf Matematik Dersinde Bilgisayar Animasyonları ve Aktiviteleri ile Simetri Öğretiminin Akademik Başarıya Etkisi başlıklı çalışmada yedinci sınıf matematik dersinde bilgisayar animasyonları ve aktiviteleri ile simetri öğretiminin akademik başarıya etkisinin olup olmadığının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Nicel araştırma yöntemlerinin benimsendiği araştırmanın deseni olarak tek grup ön-test, son-test yarı deneysel desen benimsenmiş olup katılımcılarını 23 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmacı katılımcılarından bir adet deney ve bir adet de kontrol grubu oluşturmuştur. Öteleme simetrisi, yansıma simetrisi, dönme simetrisi (dönme simetrisi altında dönel simetri dahil) ve ötelemeli yansıma simetrisi kavramları; kontrol grubu öğrencilerinin dersleri geleneksel yöntemle, deney grubu öğrencilerinin dersleri ise kendisinin hazırlanan bilgisayar animasyonları ve aktiviteleri doğrultusunda işlenmiştir. Kontrol grubundaki ders etkinlikleri tamamlandıktan sonra araştırmacı tarafından öğrencilerin bilgileri daha iyi özümseyip analiz edebilmeleri için dağıtılan milimetrik kağıtlar üzerinde öğrencilerden farklı simetri türlerini kullanarak birer süsleme yapmaları ve bu süslemenin hangi bölümünde hangi simetri türünü kullandıklarını belirtmeleri istenmiştir. Öğretim sonrası her iki gruba da araştırmacının kendisinin hazırladığı 11 soruluk başarı testi uygulanmıştır ve bilgisayar animasyonları ve aktivitelerinin uygulandığı deney grubunun akademik başarısının, geleneksel yaklaşımın uygulandığı kontrol grubunun akademik başarılarından anlamlı bir farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Araştırmanın sonucunda matematik derslerinde simetri konusunun öğretimi için bilgisayar animasyonları ve aktivitelerinin kullanılmasının öğrencilerin akademik başarılarını arttırdığı fakat bilgisayar animasyonları ve aktivitelerinin kullanıldığı deney grubundaki kız öğrenciler ile erkek öğrencilerin akademik başarılarının anlamlı bir farklılık göstermediği bulgular arasına kaydedilmiştir.

Durmuş (2017) tarafından hazırlanan Simetri Konusunda Hazırlanan Animasyonların Değerlendirilmesi başlıklı yüksek lisans tezi araştırmasının amacı 8. sınıf simetri konusunda kullanılmak üzere animasyon geliştirmek ve geliştirilen animasyonların öğretmen ve öğrenciler tarafından değerlendirilmesi olarak belirlenmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırmasının benimsendiği bu

araştırmacının katılımcılarını 9 matematik öğretmeni ve 22 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmacı tarafından öğrencilere simetriyi ve dikey simetri eksenine göre yansıma simetrisi, öteleme simetrisi, ötelemeli yansıma simetrisi ve dönme simetrisini anlatmak üzere animasyonlar geliştirilmiştir. Noktaya göre simetriye yönelik olarak geliştirilen animasyon ile öğrencilerin bir şeklin noktaya göre simetriği yani orijin etrafında 180° dönmesi ile orijine göre yansıma simetrisinin aslında aynı durum olduğunu fark etmesi amaçlanmıştır. Bir başka yüksek lisans tezi için geliştirilen ve dönüşüm geometrisi kazanımlarına yönelik 27 adet çoktan seçmeli sorudan oluşan matematik başarı testi, araştırmacı tarafından öğrencilere öğretim öncesinde ön-test öğretim sonrasında son-test olarak uygulanmıştır. Yapılan istatistiksel analizler sonucunda öğrencilerin başarı puanları arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık olduğu, yani bilgisayar animasyonları ve aktivitelerinin simetri öğretimi açısından kullanılmaya elverişli olduğu görülmüştür. Kız ve erkek öğrencilerin başarıları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını tespit etmek amacıyla yapılan istatistiksel analizler sonucunda ise, bir fark olmadığı bulunmuştur. Öğretmenlerle bilgisayar animasyonları ve aktivitelerine ilişkin yapılan görüşmeler sonucunda öğretmenlerin, bu bilgisayar animasyonları ve aktivitelerinin olumlu özelliklerine yönelik bu uygulamaları etkili ve kullanışlı bulduğunu, bu uygulamaların öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini çekerek derse daha fazla odaklanmalarını ve soyut kavramların somutlaştırılmasını sağladığını, öğrencilerin konuyu anlamasında kolaylaştırıcı bir materyal olduğunu ve bu uygulamaları derslerinde kullanmak isteyeceklerini belirttikleri görülmüştür. Söyledikleri birkaç olumsuz ya da eksik özelliğin ise ses efekti içermemesi, animasyon esnasında düzeltme yapılamaması ve öğrenciyi tembelleştirdiği şeklinde olduğu görülmüştür.

Sparavigna and Baldi (2017) tarafından yapılan Symmetry and the Golden Ratio in the Analysis of a Regular Pentagon başlıklı araştırmada, matematiğin sunduğu zenginliği öğrencilerin takdir edebilmeleri adına geometrik bir problemi çözmek için farklı yöntemler kullanılmasının bir araç olabileceğinin gösterilmesi amaçlanmıştır. Öncelikle düzgün beşgenin ayrı ayrı Pisagor ve Piloncu felsefelerde sembolik bir anlama sahip olduğu ve Batı mimarisinde çok önemli bir role sahip olduğu vurgulanmış, ardından düzgün beşgenin köşegenleri ile kenarları arasındaki oranın altın orana eşit olmasından kaynaklanan ilişkiler incelenmiştir. Düzgün beşgenin köşelerinin karmaşık düzlemdeki konumunu bulmak üzere -katlı dönel simetriden yararlanılmıştır.

Sonrasında aynı problemin kartezyen koordinatlara dayalı olarak çözülmesi için analitik bir yöntem önerilerek tartışılmıştır. Sonuç olarak ise bu araştırmanın; genel matematik eğitimi için ilginç olabilecek bir konuya uygulanan karmaşık sayılar, simetriler ve analitik yöntemlerin kullanımının bir karşılaştırmasını göstermesi ve kavramlar arasında kurulan gerekli ilişkilendirmeleri de ortaya çıkarması açısından önemli olduğu ortaya koyulmuştur.



2. YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın deseni, araştırmanın katılımcıları, araştırma verilerinin toplanması ve toplanan araştırma verilerinin analizi ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.1. Araştırmanın Deseni

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı birinci sınıf lisans öğrencilerinin verilen bir geometrik şekildeki dönel simetriye ilişkin bilgi ve anlamalarının incelenerek ortaya çıkarılmasının amaçlandığı bu çalışmada, nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2008, s. 39) nitel araştırmayı “Nitel araştırma, yapılandırılmamış gözlem, yapılandırılmamış görüşme ve doküman inceleme gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, olgu ve olayların kendi doğal ortamları içinde gerçekçi ve bütüncül bir şekilde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır.” olarak tanımlamaktadır. Yıldırım (1999, s. 10) ise nitel araştırmayı “Teori oluşturmayı temel alan bir anlayışla sosyal olguları bağlı bulundukları çevre içerisinde araştırmayı ve anlamayı ön plana alan bir yaklaşım” ve teori oluşturmayı ise “Toplanan bilgilerden yola çıkarak daha önceden bilinmeyen birtakım sonuçları birbiri ile ilişkisi içinde açıklayan bir modelleme çalışması” olarak ifade etmektedir. Creswell (2007) nitel araştırmalarda araştırmacıların gerçekliği kendilerinin oluşturduğunu ve araştırdıkları olayları kendi doğal ortamları içerisinde anlamlandırdıklarını belirtmiştir. Bogdan ve Biklen (1998, s. 4-7) nitel araştırmanın özelliklerini aşağıdaki gibi sıralamıştır:

1. Doğrudan veri kaynağı olarak gerçek ortamlara sahiptir.
2. Elde edilen veriler betimleyici verilerdir.
3. Veriler tümevarımsal olarak analiz edilme eğilimindedir.
4. Sadece sonuç ya da ürünlerden ziyade süreçle ilgilenir.
5. Katılımcıların perspektifleriyle ilgilenir.

Nitel araştırma yöntemleri desenlerinden biri de öğretim deneyidir. Öğretim deneyi; öğrencilerin mevcut matematiksel imgelem, akıl yürütme ve anlamalarının (Steffe and Thompson, 2000, s. 272) derinlemesine incelenerek ortaya çıkarılması ve geliştirilmesinin hedeflendiği matematik eğitimi araştırmalarında sıkça kullanılan nitel araştırma desendir. Bu araştırma da öğretim deneyi ile desenlenmiştir. Öğretim deneyleri; öğrencilerin matematiksel anlama ve öğretim bağlamındaki gelişmelerini açıklamak için kullanılabilecek, araştırma uygulaması ile öğretim uygulaması arasında

var olan büyük uçurumu ortadan kaldıracabilecek, matematiğe özgü bir modele ihtiyaç duyulması sonucunda ortaya çıkmış ve hızla benimsenmiştir (Steffe and Thompson, 2000, s. 270). Öğretim deneyini “Araştırmacıların etkinliklerinin organizasyonunda kullandıkları kavramsal bir araç” şeklinde ifade eden Steffe ve Thompson (2000, s. 273) aynı zamanda öğretim deneyinin net ve standartlaşmış bir tanımının olmadığını, öğretim deneyinden yararlanan her araştırmacının kendi perspektifine ve belirli yönelimlerine dayanarak öğretim deneyine yeni ve farklı özellikler katabileceğini ve nihayetinde öğretim deneyinin sürekli olarak gelişmeye devam eden bir yapıda olduğunu belirtmiştir. Öğretim deneyi bu sebeple öğrencilerin matematiksel faaliyetlerinin araştırılması ve açıklanması amaçlarıyla tasarlanmış yaşayan bir desen olarak görülebilir (Czarnocha and Maj, 2008, s. 48). Öğretim deneyleri genel hatlarıyla klinik görüşmeler ve birkaç saat, birkaç hafta gibi kısa süreli olabileceği gibi bir dönem ya da bir eğitim öğretim yılı kadar uzun bir süreyi kapsayan (Kelly and Lesh, 2000, s.192) bir dizi öğretim bölümü unsurlarını içermektedir (Cobb and Steffe, 1983, s. 83). Burada bahsedilen klinik görüşmeler Piaget’nin öncüsü olduğu klinik görüşmelerden esinlenilerek ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin matematik dersindeki öğrenmelerini değerlendirmeye yönelik yeni teknikler bulma amacı ile yapılan araştırmalar sonucunda bulunan ve temeli Piaget’nin klinik görüşme teknikleri ile Vygotsky’nin öğretim deneyine dayanan bir veri toplama tekniği olan klinik görüşme tekniğine dair önemli noktaları Hunting (1997, s. 146) “Bu tekniğin merkezinde, araştırmacılar sorular sorup problemler ortaya koyarken ve çocuklar da matematiksel konular hakkında konuşup eylemlerini açıklarken dilin rolünün tanınması ve anlamın netleştirilmesinin önemi vardır.” şeklinde belirtmiştir. Fakat kendine özgü olarak belirlediği amaçlar sayesinde öğrencilerin matematiksel kavramlarını anlamada bir araç görevi üstlenen öğretim deneyi, bir klinik görüşmeden çok daha büyük ve derin bir anlam ifade etmektedir (Steffe and Thompson, 2000, s. 273). İkisi arasındaki fark daha net bir şekilde ortaya koyulmak istenirse, klinik görüşmede esas olan öğrencilerin mevcut matematiksel bilgilerinin ortaya çıkarılması iken öğretim deneyinde bunun yanı sıra bir dizi öğretim etkinlikleri aracılığı ile öğrencilerin matematiksel bilgilerindeki ilerleme ve iyileştirme kaydedilip bunların da ortaya koyulması bir başka esastır. Öğretim deneyinin içerdiği bir diğer unsur olarak bahsedilen öğretim bölümünün içeriği ise; öğretimi gerçekleştirecek bir kişi, öğretimin gerçekleştirileceği bir ya da daha fazla öğrenci, öğretimin kayıt altına alınması ve öğretim ortamını objektif bir şekilde gözlemleyen bir

gözlemcinin bulunmasıdır (Steffe and Thompson, 2000, s. 273). Öğretimi gerçekleştirme işi araştırmacıya aittir ve araştırmacının rolü de bu durumda öğretmen-araştırmacı olmaktır ki bu da Steffe'e (1991, s. 177) göre öğretim deneyi deseninin ayırt edici özelliklerinden biridir. Öğretim deneyini gerçekleştiren kişinin bir öğretmen olarak görevi, önceden belirlediği öğretim dizilerinden oluşan öğretim etkinliklerini gerçekleştirmek iken araştırmacı olarak görevi ise hem klinik görüşmeler hem de öğretim etkinlikleri aracılığı ile toplanan verileri derinlemesine analiz ederek öncelikle öğrencilerin mevcut matematiksel kavram anlamalarını ve ardından bu anlamalardaki gelişme ve iyileşmeleri ortaya koymaktır. Öğretim deneylerinde, daha kuvvetli ilişkiler kurarak etkileşimleri arttırmak ve öğrencilerin anlamalarını daha iyi ortaya koyabilmek amacı ile az sayıda öğrenci ile çalışılmaktadır (Cobb and Steffe, 1983, s. 86). Öğretmen-araştırmacı öğrencilerle genellikle birebir olarak ya da küçük gruplar şeklinde etkileşime girmektedir ve öğretmen-araştırmacının birebir olarak etkileşime girdiği öğretim deneyleri özel olarak *birebir öğretim deneyi* şeklinde adlandırılmaktadır (Cobb, 2000, s. 311). Bu araştırmada da öğretim ve klinik görüşmeler öğrenciler ile birebir olarak gerçekleştirilmiş, yani birebir öğretim deneyi benimsenmiştir. Öğretimin video ya da ses ile kayıt altına alınması, verilerin analizinde kullanılacak en verimli kaynaklardan biridir. Video ya da ses kayıtları sayesinde öğrencilerin hem mevcut matematiksel bilgi ve anlamaları hem de öğretim deneyi sonrasındaki gelişimleri analiz edilerek ortaya koyulabilir. Bu kayıtlar aynı zamanda öğretmen-araştırmacılara da öğrencilerle çalışırken onlarla kurdukları iletişim ve etkileşimi (Wood, Cobb and Yackel, 1990, s. 500) izleyerek fark etmeleri için birer somut örnek niteliğindedir. Steffe ve Thompson (2000, s. 292) video ya da ses kayıtlarının analiz edilmesinin; öğrencilerin öğrendiği yeni bilgilerin çoğunu kendiliğinden ve öğretmen-araştırmacıların farkındalıklarının dışında öğrendiğini görmeleri için öğretmen-araştırmacılara uygun bir ortam sunduğunu belirtmiştir. Gözlemci ise; video ve ses kayıtları analiz edilirken objektif bir bakış açısı öğretim ortamının incelemesi, yansız, daha net ve daha doğru değerlendirmelerde bulunulması amaçları ile öğretim deneyine dahil olmaktadır. Bu araştırmada öğretmen-araştırmacının akademik ve tez danışmanı gözlemci olarak bulunmuştur.

Öğretim deneyine temel esasları itibarıyla, (1) öğrenciler için öğrenme hedeflerinden ve öğretim etkinliklerinden oluşan öğretim sürecinin tasarlanması ve planlanması, (2) tasarlanan öğretim sürecinin sınıf içinde uygulanması ve (3) toplanan

tüm veri setlerinin analiz edilmesi olmak üzere üç aşamadan oluşan bir döngüsel tasarım olarak bakılabilir (Cobb, 2000, s. 316-325). Birinci aşama olan öğretim sürecinin tasarlanması aşamasında öğretmen-araştırmacı, öğrenciler için öncelikle öğrenme hedefleri belirleyip bu hedefleri net bir şekilde ortaya koyarak işe başlamaktadır. Sonrasında bu hedeflerin kazanılmasına yönelik öğretim etkinlikleri tasarlamakta ya da var olan öğretim etkinliklerini uyarlamaktadır. Ardından bu öğretim etkinliklerinin nerede, ne zaman, kimlerle ve nasıl gerçekleşeceği ile ilgili bir süreç planlaması yapmaktadır. İkinci aşama olan tasarlanan öğretim sürecinin sınıf içinde uygulanması aşamasında ise öğretmen-araştırmacı, planına uyarak ilerlemektedir. Genellikle bir en başta bir de en sonda yapılan klinik görüşmeler ve bu iki klinik görüşme arasında gerçekleştirilen bir dizi öğretim etkinlikleri, uygulama aşamasını oluşturan bileşenlerdir. Böylelikle bu bileşenlerin hepsi aracılığı ile öğrencilerden veriler toplanmış olacaktır. Üçüncü ve en son aşama olan toplanan tüm veri setlerinin analiz edilmesi aşamasında ise öğretmen-araştırmacı, hem klinik görüşmelerde öğrencilerin verdiği yanıtlar ile hem de öğretim etkinlikleri süresince öğrencileri gözlemleyerek çıkardığı günlük notlar ile elde etmiş olduğu tüm verileri analiz etmektedir. Cobb (2000, s. 308), elde edilen verilerin analizinde sürekli analiz (ongoing analysis) ve geriye dönük analiz (retrospective analysis) olmak üzere iki çeşit analizin kullanıldığını belirtmiştir. Sürekli analizde kullanılacak olan verileri, ikinci aşamada yer alan öğretim etkinliklerinin uygulanması esnasında elde edilen veriler oluşturmaktadır. Bu veriler, hem öğretmen-araştırmacının sınıf içerisinde gerçekleşen olay, etkinlik ve faaliyetler boyunca öğrenciler üzerinde yaptığı gözlemler yolu ile hem de öğrencilerin sorulan sorulara verdiği yanıtlar yolu ile elde edilmektedir. Öğretmen-araştırmacı her öğretim etkinliğinin sonunda problemlere verdikleri yanıtlar, kullandıkları çözüm yolları ve yaptıkları açıklamalara bağlı olarak öğrencilerin performansını özetlemektedir (Toluk, 1999, s. 74). Öğrencilerin bireysel etkinliklerinin sürekli analizi, öğretmen-araştırmacıya öğrencilerin alternatif öğrenme yollarını ortaya çıkarabilmesinde çok büyük katkı sağlamaktadır. Aynı zamanda öğrencilerin öğrenmelerini iyileştirip geliştirmek amacı ile tasarlanacak yeni etkinliklerin şekillenmesinde temel bir yönlendirici role sahiptir (Tanışlı ve Köse, 2013, s. 263). Geriye dönük analizde kullanılacak olan verileri ise, öğretim deneyi boyunca gerçekleştirilen her etkinlik ve klinik görüşmeler aracılığıyla elde edilen veriler oluşturmaktadır. Cobb (2000, s. 325-326), geriye dönük analizin temel amaçlarından birinin “Sınıflarda gerçekleştirilecek

etkinliklerin daha geniş bir teorik bağlama yerleştirilmesi yolu ile daha kapsamlı fenomenlerin paradigmatik vakaları olarak çerçevelemek” olduğunu belirtmiştir. Bu da aslında gerçekleştirilen araştırmanın ana hedeflerinden birine geriye dönük analiz ile ulaşıldığını göstermektedir. Geriye dönük analizde, öğretim deneyi boyunca elde edilmiş tüm veri setleri dikkatlice analiz edilmelidir. Çünkü öğretmen-araştırmacının öğrenciyi gözlemlerken dikkatinden kaçan herhangi bir durum varsa bu ses ya da video kayıtlarında ortaya çıkabilir. Örneğin bir öğrencinin çözdüğü bir problem sırasında gerekli etkileşimlere girmiş olmasına karşın bunu fark edemeyen öğretmen-araştırmacı, öğrencinin performansını özetlerken buna göre bir çıkarımda bulunarak günlük notlarını alacaktır. Fakat ses ya da video kaydını derinlemesine analiz ederken bu durumun farkına varacak ve çıkarımlarında düzeltmeler yaparak daha sağlıklı ve doğru sonuçlara ulaşacaktır. Steffe ve Thompson (2000, s. 292), geriye dönük analizin öğretim etkinliklerinden bile daha fazla emek gerektirdiğini ve bu sebeple öğretmen-araştırmacıların öğretim deneyi sürecini planlarken özellikle geriye dönük analiz için ayırdıkları zamana dikkat etmelerinin çok önemli olduğunu belirtmiştir.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırmanın katılımcılarını, Düzce Üniversitesi 2020-2021 Eğitim Öğretim Yılı Güz Dönemi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı’nda bulunan beş birinci sınıf lisans öğrencisi oluşturmuştur. İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretim programları (MEB, 2018) incelendiğinde dönel simetriye ilişkin 12. sınıfta geometri öğrenme alanında “Analitik düzlemde koordinatları verilen bir noktanın öteleme, dönme ve simetri dönüşümleri altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulur.” kazanımı altında “Noktanın; noktaya, eksenlere, $y=x$ doğrusuna, bir doğruya göre simetrileri ve doğrunun noktaya göre simetrileri vurgulanır. Doğrunun doğruya göre simetrilerine yer verilmez.” olarak yer alan bölümde noktaya göre simetriler alma yoluyla dönel simetriden bahsediliyor olması sebebi ile, bu araştırmanın birinci sınıf lisans öğrencileri ile yürütülmesinin anlamlı olacağı düşünülmüştür. Araştırmaya katılmada gönüllülük gösteren öğrenciler arasından iki öğrenci pilot uygulama, üç öğrenci de esas uygulama için seçilmiştir. Pilot uygulamanın katılımcılarını 19 yaşındaki bir kız ve 20 yaşındaki bir erkek öğrenci oluştururken; esas uygulamanın katılımcılarını 19 yaşındaki iki kız öğrenci ile 21 yaşındaki bir erkek öğrenci oluşturmuştur.

Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi dikkate alınmıştır. Katılımcılar seçilirken lisans düzeyinde geometri ile ilgili hiçbir ders almamış olması ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu durumun sebebi öğrencilerin lisans düzeyine kadar aldıkları eğitimle dönel simetriye dair ne kadar bilgi birikimi ve anlamaya sahip olduğunun ortaya çıkarılması olmuştur. Ayrıca katılımcıların gönüllü olarak araştırmaya katılmaları diğer bir ölçüttür.

Esas uygulamadaki katılımcıların kod isimleri Ahu, İnan ve Yaz olarak belirlenmiştir. Tema, alt tema ve kodlarda hangi katılımcının nereye ait yanıtlar verdiğini göstermek üzere katılımcıların baş harfi kullanılmıştır. Ön Klinik Görüşme Formu'nda bulunan sorular ile diğer tüm klinik görüşmelerdeki öğretim etkinliklerinde bulunan süslemeler ve günlük hayat örneklerine ilişkin soruların numarası ise katılımcıların baş harflerine alt indis olarak eklenmiştir. Örnek göstermek gerekirse; A₁ ifadesi Aysel isimli katılımcının birinci soruya verdiği yanıtı, İ₃ ifadesi İnan isimli katılımcının üçüncü soruya verdiği yanıtı ve Y₁₁ ifadesi de Yaz isimli katılımcının 11. soruya verdiği yanıtı temsil etmektedir.

2.3. Pilot Uygulama

Bu araştırmada esas uygulama öncesinde pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamada; katılımcıların ön bilgilerinin ortaya çıkarılmak istendiği ön klinik görüşme ile dönel simetriye ilişkin olan öğretim deneyi etkinliklerinin gerçekleştirileceği üç klinik görüşme sırasında gerek öğretime gerek sınıf ortamına bağlı oluşabilecek muhtemel sorunların tespit edilmesi ile güçlü ve zayıf yanların belirlenerek gerekli düzeltme ve düzenlemelerin yapılması amaçlanmıştır. İlk veriler 2021 yılının şubat ve mart aylarında pilot uygulama aşamasında toplanmıştır. 2020-2021 Eğitim Öğretim Yılı Güz Dönemi Düzce Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği birinci sınıf lisans öğrencileri arasından 19 yaşındaki bir kız öğrenci ve 20 yaşındaki bir erkek öğrenci bu araştırmada pilot uygulamanın katılımcılarını oluşturmuştur.

Katılımcılara birinci hafta, katılımcıların ön bilgilerinin ölçülmek istendiği ön bilgi testi niteliğinde sorulardan oluşan Ön Klinik Görüşme Formu uygulanmıştır. İkinci hafta Klinik Görüşme Formu-1'deki öğretim etkinliklerine ilişkin soruların yöneltildiği klinik görüşme, üçüncü hafta Klinik Görüşme Formu-2'deki öğretim etkinliklerine ilişkin soruların yöneltildiği klinik görüşme ve en son seans olan dördüncü haftada ise Klinik Görüşme Formu-3'teki öğretim etkinliklerine ilişkin soruların yöneltildiği klinik

görüşme gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama ile elde edilen verilerin analizinde öğretmen-araştırmacının tez danışmanı gözlemci olarak bulunmuştur. Analiz sonuçlarından yola çıkılarak klinik görüşme sorularında gerekli olduğu görülen düzeltmeler ve eklemeler yapılmıştır. Bu değişiklikler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

Ön Klinik Görüşme Formu'nda ve Klinik Görüşme-3'te katılımcılardan verilen şekillerin doğruya göre simetrisi altında oluşan görüntülerinin belirlenmesinin istendiği sorularda katılımcıların çizecekleri şekli oluşturan doğru parçalarını daha düzgün çizebilmesi amacıyla verilen cetvelleri bu amaçla değil, görüntüleri belirlerken uzantı alma amacıyla kullandıkları görülmüştür. Bu girişimlerinin doğruya göre simetri alma bilgilerinin ortaya çıkmasını engellemiş olacağı düşüncesi ile esas uygulamada katılımcılara cetveller verilmemiştir.

Klinik Görüşme-3'te katılımcılara çizim yaparak tamamlamaları için sadece doğru parçalarından oluşan dönel simetrik şekil bir şekil olarak verilmişti. Katılımcıların pilot uygulama esnasında verdiği bazı yanıtlar doğru parçasından oluşan şekiller ile eğrilerden oluşan şekillerdeki dönel simetriyi belirlerken farklı düşüncelere sahip olabileceğinin tespit edilmesi üzerine doğru parçasından oluşan şekilden sonra tamamlamaları için bir tane de eğrilerden oluşan dönel simetrik şekil öğretim etkinliği ilave edilmiştir.

2.4. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak araştırma sorularına yanıt bulmak üzere, klinik görüşme, öğretim etkinlikleri ve araştırmacı günlüğü kullanılmıştır. Şekil 2.1'de veri toplama araçlarının içeriği ile ilgili bilgilere değinilmiş, hemen ardından bu veri toplama araçlarında bulunan öğretim etkinlikleri ile ilgili detaylı bilgiler sunulmuştur. Veri toplama araçlarında bulunan öğretim etkinlikleri bir uzman matematik eğitimcisi ile birlikte geliştirilmiş olup sonrasında bir başka uzman matematik eğitimcisinden görüş alınmıştır. Uzman matematik eğitimcisinin verdiği dönütler doğrultusunda veri toplama araçlarında bulunan tüm öğretim etkinliklerinde gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Ayrıca, pilot uygulama gerçekleştirildikten sonra Ön Klinik Görüşme ve Klinik Görüşme-3'te tespit edilen sorunların ortadan kaldırılması amacıyla gerekli düzeltme ve düzenlemelerin yapılmasıyla, veri toplama araçlarına son şekli verilmiştir.



Şekil 2.1. Veri toplama araçlarının içeriği,

2.4.1. Ön klinik görüşme formu

Öncelikle katılımcıların simetriye dair bilgilerinin ölçülmek istendiği ön bilgi testi niteliğinde sorular hazırlanmış ve bu sorular Ön Klinik Görüşme Formu (EK-1) olarak adlandırılmıştır. Bu formun amacı, katılımcıların doğruya göre simetri ve dönel simetri ile ilgili mevcut bilgilerini ve Piaget'nin soyutlama yapısı çerçevesinde hangi soyutlama düzeyinde olduklarını tespit etmektir. Ön Klinik Görüşme Formu, kendi içerisinde alt sorular da içeren toplam 11 adet sorudan oluşmaktadır. İlk üç soru; doğruya göre simetri ile ilgili verilen günlük hayat örneklerinin incelemesinin ve özelliklerinin sıralamasının istendiği sorulardır. Takip eden üç soru; noktalı kâğıt üzerinde verilen şekillerin doğruya göre simetrisinin alınmasının istendiği sorulardır. Sonraki iki soru ise; dönel simetri ile ilgili verilen günlük hayat örneklerinin incelenmesinin ve özelliklerinin sıralanmasının istendiği sorulardır. Sıradaki iki soru; noktalı kâğıt üzerinde verilen

dönel simetrik şekillerin incelenmesinin ve özelliklerinin sıralanmasının istendiği sorulardır. Son soru ise; hem doğruya göre simetri hem de dönel simetri barındıran günlük hayat örneğinin incelenmesinin ve özelliklerinin sıralanmasının istendiği sorudur.

2.4.2. Klinik görüşme formu-1

Klinik Görüşme Formu-1; katılımcıların dönel simetri denildiğinde zihinlerinde neler canlandığına, dönel simetrik şekillere günlük hayattan neleri hangi dayanaklar ile örnek gösterebileceklerine, dönel simetrinin tanımını yapmalarına ve dönel simetrik çokgen olarak neleri söyleyeceklerine dair uygun öğretim etkinliklerinden ve buna ilişkin sorulardan oluşmaktadır. Bu etkinliklerin amacı, katılımcıların dönel simetri denildiğinde akıllarına gelen ilk bilgileri ve durumlar sayesinde dönel simetriye dair temellerini ortaya çıkarmaktır.

2.4.3. Klinik görüşme formu-2

Klinik Görüşme Formu-2; katılımcıların kendilerine verilen günlük hayat örneklerini inceleyerek bu örneklerinden hangilerinin dönel simetrik olduğuna, kendilerine verilen dönel simetri tanımından yola çıkarak dönel simetrinin temel esasları olarak neleri belirteceklerine, verilen günlük hayat örneklerinden verilen tanımdan yola çıkarak hangilerinin dönel simetrik olduğuna, verilen çokgenlerden verilen tanımdan yola çıkarak hangilerinin dönel simetrik olduğuna, verilen bu örneklerden dönel simetrik olanların verilen tanımdan yola çıkarak hangi çokgen ile ilişkilendirilebileceğine, n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisini fark edip edemeyeceklerine yönelik uygun öğretim etkinliklerinden ve buna ilişkin sorulardan oluşmaktadır. Bu etkinliklerin amacı, katılımcılardaki mevcut dönel simetri bilgi ve anlamalarını geliştirmek ve bu gelişimi ortaya çıkarmaktır. İncelemeleri için katılımcılara verilen günlük hayat örnekleri Ernst Haeckel'in 2004 yılında yayımlanan Haeckel's Art Forms from Nature başlıklı kitabında doğadan sunduğu örnekler arasından seçilmiştir.

2.4.4. Klinik görüşme formu-3

Klinik Görüşme Formu-3; katılımcılardan noktalı kağıt üzerinde biri doğru parçalarından ve diğeri eğrilerden oluşan iki ayrı dönel simetrik şeklin parçalarının verilip bu dönel simetrik şekillerin çizim yapılarak tamamlanmasının ve bunu nasıl gerçekleştirdikleri ile ilgili bilgi vermelerinin, 2-katlı dönel simetri ile doğruya göre simetri arasındaki ilişkiyi fark edebilmelerinin, kendilerine verilen noktalı kâğıt üzerinde bir dönel simetrik şekil tasarımlarının, çizdikleri dönel simetrik şeklin özellikleri ile ilgili bilgi vermelerinin, bu şekli çizerken neleri göz önünde bulundurdıklarının ve çizdikleri şeklin dönel simetrik olduğunu nasıl göstereceklerini belirtmelerinin, dönel simetri ile fonksiyon arasındaki ilişkiyi fark edebilmelerinin, bir aylık süre içerisinde dönel simetrik günlük hayat örneği fotoğraflamalarının istendiği uygun öğretim etkinliklerinden ve buna ilişkin sorulardan oluşmaktadır. Bu etkinliklerin amacı, katılımcıların çizim yaptırma yolu ile öğretim deneyi sonunda dönel simetri kavramına ilişkin edindikleri bilgi ve anlamaları Piaget'nin soyutlama yapısı çerçevesinde hangi soyutlama düzeyine ilerleyebildiklerinin ortaya çıkarılmasıdır.

2.4.5. Araştırmacı günlüğü

Araştırmacı günlüğü; araştırma verilerinin toplanmasından toplanan verilerin analiz edilmesine kadar araştırma süreci boyunca gerçekleşen tüm faaliyetlerin, durumların, olayların ve düşüncelerin araştırmacı tarafından yazılması ile oluşmaktadır. Bu araştırma sürecinde de öğretmen-araştırmacı tarafından gözlemlerden yola çıkılarak günlükler tutulmuştur. Bu günlükler; Ön Klinik Görüşme Formu, Klinik Görüşme Formu-1, Klinik Görüşme Formu-2 ve Klinik Görüşme Formu-3'teki öğretim etkinliklerini katılımcıların gerçekleştirmeye başlaması ile birlikte ve katılımcılarla yapılan klinik görüşmelerin hemen arkasından öğretmen-araştırmacı tarafından gözlemlerinden yola çıkılarak tutulmuştur.

2.5. Araştırma Verilerinin Toplanması

Araştırma verilerini toplama süreci, her bir katılımcı ile ayrı ayrı gerçekleştirilecek ve her hafta birer seans olacak şekilde toplamda dört haftadan oluşan bir süreç olarak tasarlanmıştır. Ön Klinik Görüşme Formu'nun uygulandığı klinik görüşmenin dışında kalan tüm klinik görüşmeler, aynı zamanda birebir öğretim deneyine uygun olarak tasarlanan görüşme sorularının yöneltildiği görüşmeler olarak

gerçekleştirilmiştir. Video ve ses kayıtları araştırmacılara, elde ettikleri verileri yeniden inceleme ve eğer görüşmeler esnasında gözlem yaparken dikkatlerinden kaçan herhangi bir durum olursa onu fark etme imkânı sağlamaktadır. Bu sebeple gerçekleştirilen tüm klinik görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Katılımcılara birinci hafta, katılımcıların ön bilgilerinin ölçülmek istendiği ön bilgi testi niteliğinde sorulardan oluşan Ön Klinik Görüşme Formu uygulanmıştır. İkinci hafta Klinik Görüşme Formu-1'deki öğretim etkinliklerine ilişkin soruların yöneltildiği klinik görüşme, üçüncü hafta Klinik Görüşme Formu-2'deki öğretim etkinliklerine ilişkin soruların yöneltildiği klinik görüşme ve en son seans olan dördüncü haftada ise Klinik Görüşme Formu-3'teki öğretim etkinliklerine ilişkin soruların yöneltildiği klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Esas uygulamanın verileri 2021 yılının nisan ve mayıs aylarında toplanmıştır. Araştırma boyunca Ahu ile toplam 225 dakikalık, İnan ile 211 dakikalık ve Yaz ile 197 dakikalık görüşme gerçekleştirilmiştir. Her bir katılımcı ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerin takvimi ve süresi Tablo 2.1'de gösterilmiştir.

Tablo 2.1. *Araştırma verilerinin toplanması*

	Ön Klinik Görüşme	Klinik Görüşme-1	Klinik Görüşme-2	Klinik Görüşme-3
Ahu	22 Nisan 2021, 82 dakika	29 Nisan 2021, 62 dakika	6 Mayıs 2021, 48 dakika	13 Mayıs 2021, 33 dakika
İnan	22 Nisan 2021, 96 dakika	29 Nisan 2021, 25 dakika	6 Mayıs 2021, 57 dakika	13 Mayıs 2021, 33 dakika
Yaz	22 Nisan 2021, 56 dakika	29 Nisan 2021, 6 dakika	6 Mayıs 2021, 95 dakika	13 Mayıs 2021, 40 dakika

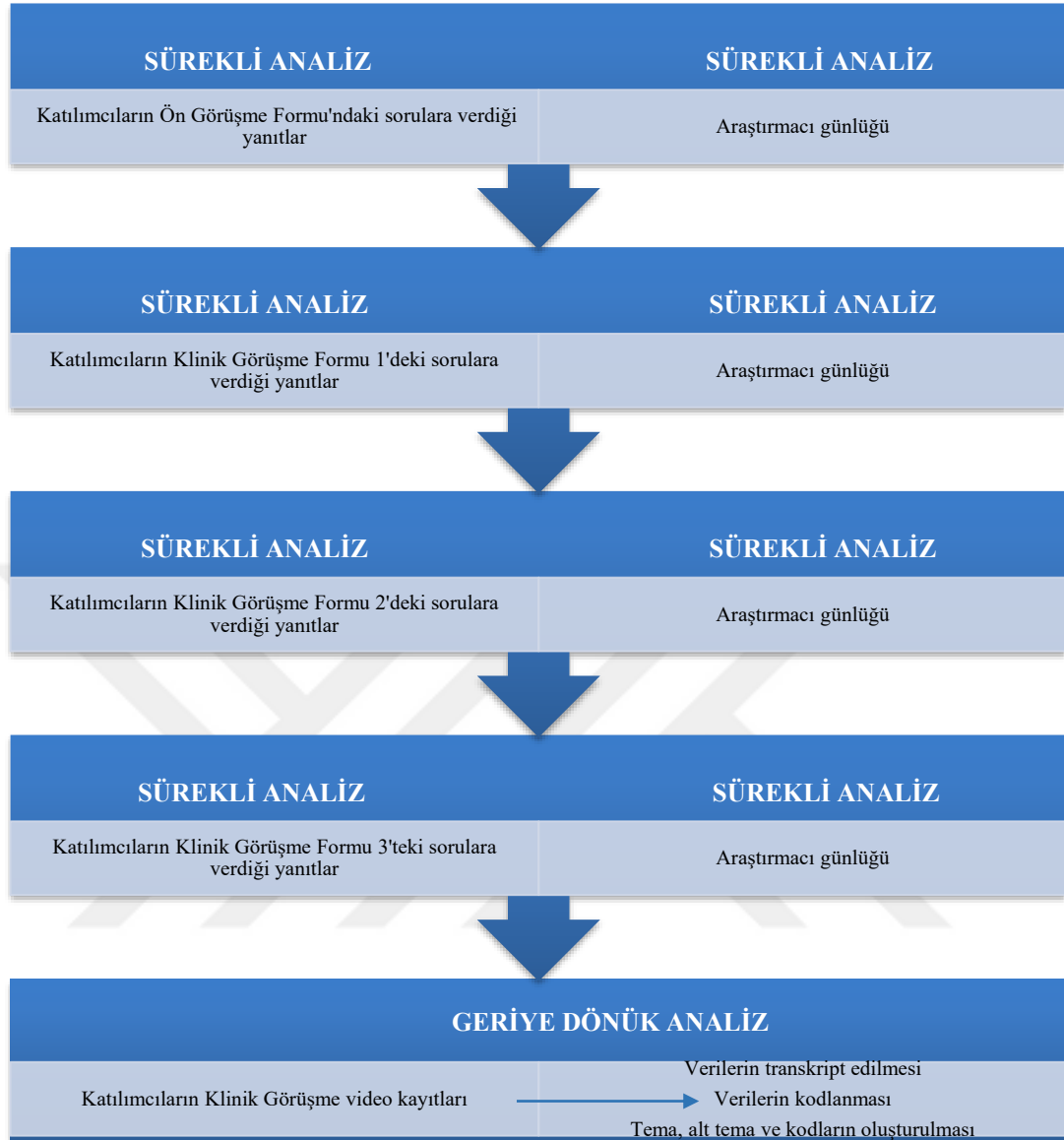
2.6. Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması 2020-2021 Eğitim Öğretim Yılı Güz Döneminde Düzce Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde bulunan bir sınıfta gerçekleştirilmiştir. Bu üniversitenin seçilmesinde araştırmacının kendisinin çalıştığı kurum olması etkili olmuştur. Öğretmen-araştırmacı tarafından sağlık önlemleri doğrultusunda; maske, dezenfektan ve sosyal mesafe kurallarına dikkat edilen bir sınıf ortamı oluşturulmuştur. Klinik görüşmelerin hepsi daha sonra gözlemci ile birlikte analiz edilmek üzere video ile kayıt altına alınmıştır. Öğretmen-araştırmacı konum olarak katılımcıların tam karşısında bulunmuştur. Kamera ise öğretmen-araştırmacının ve katılımcıların yüzünün gözükmeyeceği fakat katılımcıların verilen öğretim etkinlikleri üzerinde

gerçekleştirdikleri incelemelerin ve yaptıkları çizimlerin net olarak gözükeceği bir konumda, bir tripod yardımıyla yukarıdan çekim yapacak şekilde sabitlenmiştir. Görüşmeler birebir olarak gerçekleştirilmiştir.

2.7. Araştırma Verilerinin Analizi

Katılımcıların Ön Klinik Görüşme Formu, Klinik Görüşme Formu-1, Klinik Görüşme Formu-2 ve Klinik Görüşme Formu-3'te bulunan sorulara verdikleri yanıtların açıklanmasının istenmesi ile elde edilen veriler, geriye dönük analiz ile analiz edilmiştir. Her bir katılımcı ile birebir olarak gerçekleştirilen ve video ile kayıt altına alınan dörder klinik görüşmenin öncelikle dökümü yapılmıştır. Verilerin dökümü yapılırken; videolarda görülen ve duyulan hiçbir monolog ve diyalog üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmadan, olduğu gibi Word ortamına aktararak ilerlenmiştir. Ayrıca katılımcıların gerçekleştirdikleri incelemelerin ve yaptıkları çizimlerin anlık olarak ekran görüntüleri alınarak görsellere de monolog/diyalog-görsel sırası değiştirilmeden yer verilmiştir. Araştırma sorularına yanıt bulmak amacıyla video kayıtları ve klinik görüşme ile toplanan verilerin analizinde sürekli analiz ve geriye dönük analiz kullanılmıştır. Ön Klinik Görüşme Formu, Klinik Görüşme Formu-1, Klinik Görüşme Formu-2 ve Klinik Görüşme Formu-3'te bulunan sorulara katılımcıların verdikleri yanıtlar ile yine bu aşamada öğretmen-araştırmacının kendi gözlemlerine dayanarak tuttuğu günlükler aracılığıyla toplanan verilerin analizinde sürekli analiz kullanılmıştır. Araştırma boyunca toplanan tüm verilerden hangi verilerin hangi analiz türü ile analiz edildiği 2.2'de özetlenerek gösterilmiştir.



Şekil 2.2. Araştırma verilerinin analizi

Katılımcılar ile yapılan dört klinik görüşmenin her birinden sonra uzman matematik eğitimcisi ile birlikte katılımcıların formlardaki sorulara verdiği yanıtlar ile o görüşmeye dair tutulan araştırmacı günlüğündeki notlar gün sonunda sürekli analize göre analiz edilmiştir. Klinik görüşmelerin hepsi tamamlandıktan sonra öncelikle verilerin dökümü yapılarak veriler transkript edilmiştir. Olası bir yanlışlığın önüne geçmek amacı ile bu işlem yeniden tekrarlanmıştır. Ardından ön görüşmenin yapıldığı klinik görüşmelerin video kayıtları uzman matematik eğitimcisi ile birlikte incelenerek tekrarlı olarak izlenmiş ve geriye dönük analiz ile ön görüşme bulgularına ait tema, alt tema ve kodlar belirlenmiştir. Sonrasında ise tasarlanan birebir öğretim deneyinin

gerçekleştirildiği video kayıtları uzman matematik eğitimcisi ile birlikte incelenerek tekrarlı olarak izlenmiş ve geriye dönük analiz ile birebir öğretim deneyi bulgularına ait tema, alt tema ve kodlar belirlenmiştir. En son aşamada ise uzman matematik eğitimcisi ile birlikte; sürekli analiz ve geriye dönük analiz yolu ile gerçekleştirilen analizler sonucunda katılımcıların ortaya çıkan davranışları, Piaget'nin soyutlama yapısı çerçevesinde uygun olduğu düşünülen yansıtıcı soyutlama düzeyine yerleştirilerek davranış-yansıtıcı soyutlama düzeyi ataması yapılmıştır. Bu atamalar sonucunda her bir katılımcının dönel simetri kavramına ilişkin bilgi ve anlamalarına dair yansıtıcı soyutlama düzeyleri, öğretim deneyi öncesinde ve sonrasında karşılaştırılarak ayrı ayrı tespit edilmiştir.

2.8. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Kullanılan araştırma yönteminden bağımsız bir şekilde araştırma sonuçlarının bilimsel olarak kabul edilebilmesi için geçerlik ve güvenirlilik kavramları önemli bir ölçüt olarak karşımıza çıkmaktadır. Fakat nicel araştırmalarda kullanılan geçerlik ve güvenirlilik kavramlarının nitel araştırmalarda aynı anlamı taşımaması sebebi ile Guba ve Lincoln (1982, s. 246) nitel araştırmalar için geçerlik ve güvenirlilik kavramlarının; inanılabilirlik (iç geçerlilik), aktarılabilirlik (dış geçerlilik), güvenilirlik ve onaylanabilirlik (nesnellik) olarak toplamda dört bileşen altında ele alınabileceğini belirtmiştir. Guba ve Lincoln (1982, 246-248)'e göre inanılabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için uzun süreli etkileşim, sürekli gözlem, akran bilgilendirmesi, çeşitleme (triangulation), referans yeterlilik malzemeleri ve katılımcı kontrolleri; aktarılabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için amaçlı örnekleme ve detaylı betimleme; güvenilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için örtüşme yöntemlerinin kullanımı, kademeli çoğaltma ve güvenirlilik denetimi; onaylanabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için ise çeşitleme, araştırmacı önyargılarını azaltma ve doğrulanabilirlik denetimi unsurlarının bulunması gerekmektedir.

Bu doğrultuda bu araştırmanın inanılabilirliğinin sağlanabilmesi için katılımcılarla klinik görüşmeler aracılığıyla uzun süreli etkileşimler kurulmuş, klinik görüşmeler esnasında katılımcıların her biri ile ilgili araştırmacı günlüğü notları tutularak sürekli gözlem sağlanmış, yorumların doğruluğunu kontrol etmek amacı ile bir alan uzmanına danışılıp öğretmen-araştırmacının ötesinde bir yorum içeren akran bilgilendirmesi yapılmış, sadece tek bir veri kaynağı kullanılmayıp çeşitleme yapılarak klinik görüşmelerin her biri video kaydı altına alınmıştır. Araştırmanın aktarılabilirliğinin

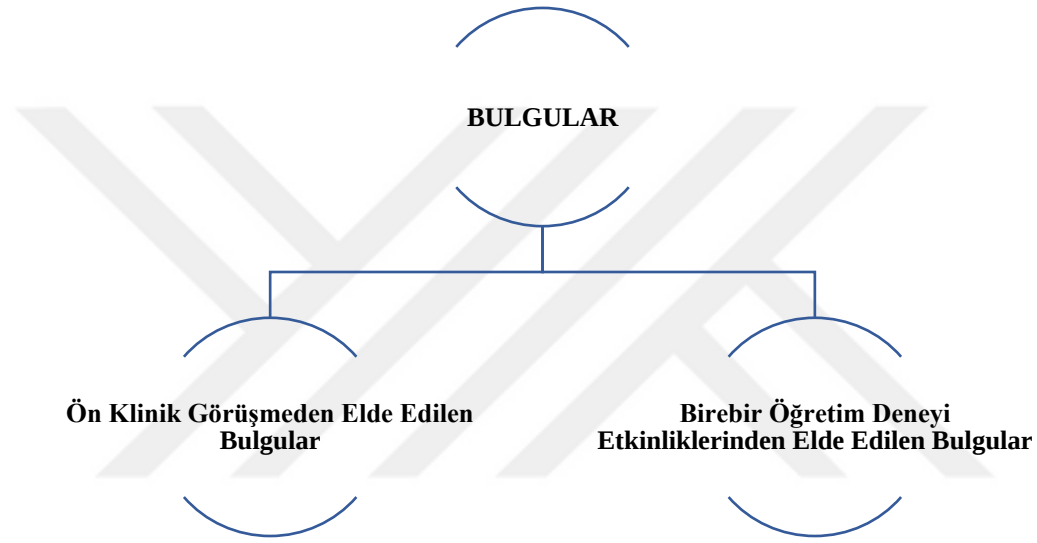
sağlanabilmesi için araştırmanın amacına uygun olan sınıf düzeyi belirlendikten sonra gönüllü katılım esas alınarak amaçlı örnekleme yapılmış, klinik görüşmelerdeki video kayıtlarından ve öğretmen-araştırmacının günlük notlarından yola çıkılarak katılımcılar ve ortam detaylı bir şekilde betimlenmiştir. Güvenilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için ise kullanılacak olan araştırma yöntemi detaylı olarak açıklanmış, elde edilen veriler öğretmen-araştırmacının yanı sıra bir başka alan uzmanı tarafından da analiz edilmiştir. Ve son olarak onaylanabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi adına yukarıda belirtildiği gibi çeşitleme yapılmış, öğretmen-araştırmacının ve alan uzmanı olan diğer araştırmacının rolleri net bir şekilde ortaya koyularak araştırmacı önyargıları azaltılmış, araştırma bulgularının nasıl elde edildiği detaylı bir şekilde açıklanarak araştırma bulguları bölümünde katılımcı kâğıtlarına ve sözel ifadelerine yer verilerek doğrulanabilirlik denetimi yapılmasına imkân tanınmıştır. Araştırmanın geçerliği ve güvenilirliğine ilişkin gerçekleştirilen çalışmalar Şekil 2.3'teki gibi özetlenmiştir.



Şekil 2.3. Araştırmanın geçerliğinin ve güvenilirliğinin sağlanması

3. BULGULAR

Bu bölümde; yapılan klinik görüşmelerde katılımcıların kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar ve açıklamaları, katılımcı kağıtlarından örnekler ve araştırmacı günlüğünden elde edilen bulguların analizi sunulmuştur. Bulgular, ön görüşmeden elde edilen bulgular ve birebir öğretim deneyi etkinliklerinden elde edilen bulgular olmak üzere Şekil 3.1’de sunulduğu üzere gibi iki ayrı başlık altında işlenmiştir.



Şekil 3.1. Araştırma bulgularının şeması

3.1. Katılımcıların Ön Klinik Görüşmelerinden Elde Edilen Bulgular

Katılımcılara ön görüşmelerde, katılımcıların simetriye dair bilgilerini ortaya çıkaracak nitelikte, iki bölümden oluşan ve kendi içerisinde de alt sorular içeren toplam 11 adet soru yöneltilmiştir. Şekil 3.2’de görüldüğü üzere birinci bölüme ait sorular, katılımcıların verilen süslemelerin ve günlük hayat örneklerinin simetrik olma durumunu incelemesine; ikinci bölüme ait sorular ise, katılımcıların verilen şekillerin doğruya göre simetrilerini almalarına yönelik olan sorulardır. Ön görüşme sorularından elde edilen bulgular kendi içerisinde bu bölümlere göre açıklanmıştır.



Şekil 3.2. Ön klinik görüşme bulgularının şeması

3.1.1. Birinci bölüm: Simetrik olma durumunu inceleme ve simetrinin özelliklerini açıklama

Birinci bölüm; katılımcıların verilen süslemeleri ve günlük hayat örneklerini inceleyerek bu süslemelerin ve günlük hayat örneklerinin simetrik olup olmadığını, eğer simetrik ise bunun sebebinin ne olduğunu ve doğruya göre simetri, öteleme simetrisi, dönme simetrisi, dönel simetri vb. hangi simetri türü/türlerinin nerede/nerelerde bulunduğunu, eğer simetrik değil ise bunun sebebinin ne olduğunu, belirttikleri simetri türü/türlerinin özelliklerini açıkladığı bulgular ile ilgilidir.

Şekil 3.3'te görüldüğü gibi birinci bölümde ilk tema olarak süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunu inceleme yer almaktadır. Bu tema altında; katılımcılardan birinin incelenmek üzere verilen görselde bulunan motifleri sadece kendi içerisinde ele almayıp bütüne odaklanarak görselin tamamında inceleme yaptığı, ikisinin ise bu motifleri sadece kendi içerisinde ele almayıp parçaya odaklanarak görselin belirli kısımları üzerinden inceleme yaptığı saptanmıştır. Hem bütüne odaklanma hem de parçaya odaklanma alt temalarında ortak olarak katılımcıların süslemede/günlük hayat örneğinde tekrar eden motifi fark edebildiği, motiflerdeki doğruya göre simetriyi fark edebildiği ve motiflerdeki dönel simetriyi fark edebildiği belirlenmiştir. Bunların yanı sıra bütüne odaklanma alt teması altında katılımcıların motiflerdeki dönel simetriyi fark etmeyerek simetrik olmadığını sonucuna ulaştığı görülürken; parçaya odaklanma alt teması altında ise katılımcıların motiflerdeki doğruya göre simetriyi fark ettiği ancak bütündeki dönel simetriyi fark etmediği, katılımcılardan birinin bir süslemedeki simetrikliği doğruya göre simetri ve öteleme hareketleri ile açıklarken birinin öteleme ve dönme hareketleri ile ve diğerinin ise

dönme ve yansıma hareketleri ile açıkladığı, katılımcıların tamamının bir diğer süslemedeki simetriyi ise ardışık iki dik kesişen doğruya göre açıkladığı belirlenmiştir.

Bir diğer tema olarak yer alan simetrinin özelliklerini açıklama teması altında ise katılımcıların hiçbirinin simetrinin özelliklerini doğrudan verilen görsel üzerinden gösteremediği ve simetrinin özelliklerini göstermek üzere farklı bir örnek çizme girişiminde bulunduğu tespit edilmiştir. Simetrinin özelliklerini açıklamak üzere katılımcılardan birinin tek bir doğruya göre simetrik şekiller oluşturduğu, birinin dik kesişen doğrulara göre simetrik şekil oluşturduğu ve bir diğerinin ise simetrik olan ve olmayan örnekler oluşturduğu görülmüştür.

Simetriye dair informal dil kullanma teması altında ise katılımcıların tamamının doğruya göre simetriye dair informal bir dil kullanırken, ikisinin dönel simetriye dair informal bir dil kullandığı belirlenmiştir.

TEMALAR	ALT TEMALAR	KODLAR
Süslemenin/Günlük Hayat Örneğinin Simetrik Olma Durumunu İnceleme	Bütüne Odaklanma	Süslemede/Günlük Hayat Örneğinde Tekrar Eden Motifi Fark Etme $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dot{I}_7, \dot{I}_8, A_9, \dot{I}_9, Y_9, A_{11}, \dot{I}_{11}$
		Motiflerdeki Doğruya Göre Simetriyi Fark Etme $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dot{I}_7, \dot{I}_8, \dot{I}_{10}, A_{11}, \dot{I}_{11}, Y_{11}$
		Motiflerdeki Dönel Simetriyi Fark Etme $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_7, \dot{I}_8, \dot{I}_{10}, A_{11}, \dot{I}_{11}$
		Motiflerdeki Dönel Simetriyi Fark Etmeme ve Simetrik Olmadığı Sonucuna Ulaşma $A_9, \dot{I}_9, Y_9$
	Parçaya Odaklanma	Süslemede/Günlük Hayat Örneğinde Tekrar Eden Motifi Fark Etme Y_7
		Motiflerdeki Doğruya Göre Simetriyi Fark Etme $A_1, \dot{I}_1, Y_1, A_2, \dot{I}_2, Y_2, A_3, \dot{I}_3, Y_3, A_7, \dot{I}_7, Y_7, A_8, Y_8$
		Motiflerdeki Dönel Simetriyi Fark Etme $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dot{I}_7, \dot{I}_8, \dot{I}_{10}, A_{11}, \dot{I}_{11}, Y_{11}$
		Motiflerdeki Doğruya Göre Simetriyi Fark Etme Ancak Bütündeki Dönel Simetriyi Fark Etmeme $A_7, \dot{I}_7, Y_7, A_8, Y_8, A_{10}, Y_{10}$
		Süslemedeki Simetrikliği Doğruya Göre Simetri ve Öteleme Hareketleri ile Açıklama A_7
		Süslemedeki Simetrikliği Öteleme ve Dönme Hareketleri ile Açıklama $\dot{I}_7$
		Süslemedeki Simetrikliği Dönme ve Yansıma Hareketleri ile Açıklama Y_7
		Süslemedeki Simetriyi Ardışık İki Dik Kesişen Doğruya Göre Açıklama A_7, Y_7, Y_{10}
Simetrinin Özelliklerini Açıklama	Simetrinin Özelliklerini Süsleme/Günlük Hayat Örneği Üzerinden Gösterememe ve Farklı Bir Örnek Üzerinden Açıklama	Tek Bir Doğruya Göre Simetrik Şekiller Oluşturma ve Açıklama $\dot{I}_1, \dot{I}_2$
		Dik Kesişen Doğrulara Göre Simetrik Şekil Oluşturma ve Açıklama Y_1, A_7
		Simetrik Olan ve Olmayan Örnekler Üzerinden Açıklama A_1
Simetriye Dair İnfomal Dil Kullanma	Doğruya Göre Simetriye Dair Kullanılan İnfomal Dil	Tüm katılımcılarda ve tüm sorularda
	Dönel Simetriye Dair Kullanılan İnfomal Dil	$A_1, \dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_7, A_8, \dot{I}_8, A_9, \dot{I}_9, Y_9, A_{10}, \dot{I}_{10}$

Şekil 3.3. Birinci bölümün temalaştırılması şeması

Katılımcıların ön görüşmelerinden elde edilen bulgular kapsamında; simetriyi inceleme ve simetrinin özelliklerini açıklama bölümüne dair her bir katılımcının klinik görüşmelerde kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar ve katılımcılara ilişkin araştırma notları, katılımcı bazında ayrı başlıklar altında aşağıda sunulmuştur.

3.1.1.1. *Ahu'nun simetri incelemesine ilişkin bulgular*

Katılımcılardan Ahu simetriyi belirlemelerini amaçlayan ve eski zamanlardan kalma tarihi bir esere ait bir süsleme görseli içeren birinci soruyu (S₁) incelemeye başlamıştır. Görsel içerisindeki motifleri kendi içerisinde bir diğer deyişle parçaya odaklanarak inceleyen Ahu dikkatini çeken ilk durumu Görsel 3.1'deki gibi göstererek “Sonsuzluk işaretini anımsatan şeyler var. Sanki tam tersini almışsınız gibi. Tamamıyla şu şekilde devam etmemiş, aynısı olarak karşısına gelmemiş. Sanki bu figürün tersi alınmış ve buraya yapıştırılmış gibi. Bir düzen bir simetri var ama tersi şeklinde.” sözleri ile ifade etmiştir. Bu durum Ahu'nun motiflerdeki dönel simetriyi sezgisel olarak fark ettiğine ancak fark ettiği durumun dönel simetri olduğunu bilmediği için bunu dönel simetri olarak adlandıramadığına dikkat çekmektedir. Ayrıca kullandığı tam tersinin alınması, aynısının tam karşısına gelmemesi, yapıştırılması gibi tabirler de Ahu'nun dönel simetriye dair informal bir dil kullandığını gösterir niteliktedir.



Görsel 3.1. *Ahu'nun dönel simetrik motifi fark etmesi*

S₁'de verilen süslemeyi incelemeye devam eden Ahu bu süslemede dikkatini çeken simetri türleri sorulduğunda “Şu meşaleye benzeyen şekil direkt sanki böyle

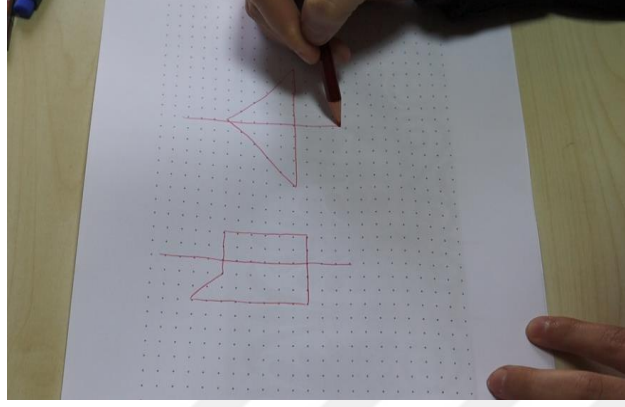
aynısını buraya yapıştırırmışsın gibi. Ya da şu tavus kuşuna benzeyen şekli de yine birebir aynısını karşısına yapıştırırmışsın gibi yani.” diyerek bahsettiği iki motifi de parçalarına odaklanarak Görsel 3.2’deki gibi dikey olarak ortadan ikiye bölen birer eksen çizmiştir. Ahu’nun verilen süslemede belirli bir motife odaklandığı, bu motifin içinde doğruya göre simetri incelemesi yaptığı ve süslemedeki bütünü göz ardı ettiği söylenebilir.



Görsel 3.2. Ahu’nun dikey eksenler çizmesi

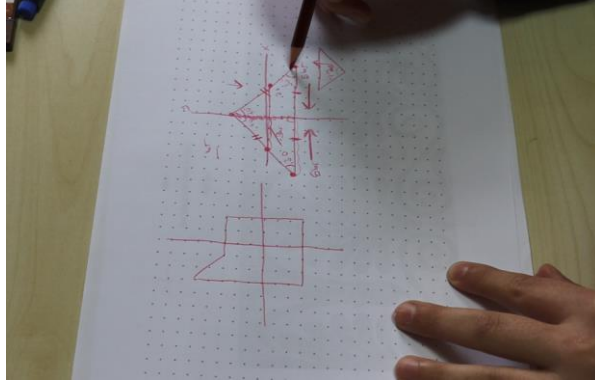
Bu soruya eksenler belirleyerek yanıt veren Ahu’nun çizdiği eksenlerden sonra sadece “Buralarda simetri var.” ifadesini kullanması ve bunu doğruya göre simetri olarak ifade etmemesi göze çarpmıştır. Belirttiği simetrinin olduğuna nasıl karar verdiği sorulduğunda “Mesela diyelim buraya bir ayna koyarsak bu şeklin aynısını yansıtır. Sanki bunu ortadan ikiye bölmüşsün ve bir yarısı şurada, diğeri burada gibi. Bunlar meşale ve tavus kuşu için de geçerli.” şeklindeki açıklamasından doğru ile ayrılan parçaların eşliğine odaklandığı söylenebilir. Bu yanıtında ayrıca simetri biçimini belirtmeyerek genel olarak ifade ettiği görülmüştür. Süslemede simetrik olarak belirttiği motifler üzerinden simetrinin özelliklerini açıklaması istendiğinde *şelale* ve *tavus kuşu* olarak ifade ettiği motiflere odaklandığı ve bu motifler üzerinde açıklayamayacağını, ayrı bir çizim yapmak istediğini belirttiği saptanmıştır. Bu durumun üzerine Ahu’ya noktalı kâğıt verilmiştir. “Bir şekil çizeyim direkt. Hatta iki tane çizeyim. Ve dikeyden böleyim her ikisini de.” diyerek Görsel 3.3’te bulunan çizimi gerçekleştirmiştir. Ahu dikey simetri doğrusuna göre prototip bir çizime dayalı açıklama yapmış ve bu

açıklamada da eş parçalara odaklanmıştır. Ayrıca Ahu'nun simetri özelliklerini açıklarken simetrik olmayan örnekler verdiği de görülmüştür.



Görsel 3.3. Ahu'nun simetrik olan ve olmayan örnekler çizmesi

“Bunun aynısı burada yok, zaten buradaki üçgen kısmı yok. Bu yüzden çok simetri özelliği taşımaz. Ya da mesela yatay da çizdiğimde bir simetri özelliği taşımıyor.” ve “İkincisinde mesela bunu sanki bu şekilde alıp şöyle çevirmiş ve koymuş gibi. Yani imm, aynı özellikleri taşıyor. Aynı çizgiler aynı boyut. Bire bir aynısı veya ters çevrilmiş hali şeklinde olduğu için ikincisini simetrik olarak düşünebiliriz.” yanıtı ile simetrik olan ve simetrik olmayan birer örnek çizerek bu örnekler üzerinden simetriyi belirleyerek açıklama yapmıştır. Bire bir aynısı ifadesini biraz açması istendiğinde Ahu açılar ve kenar uzunlukları ile ilgili açıklamalar yapmıştır. Simetrik olarak ele aldığı üçgende açı ölçüleri ve kenar uzunlukları belirleyerek bu açılara karşılık gelen açıların ölçüleri ile bu kenarlara karşılık gelen kenarların uzunluklarını nasıl belirlediğini açıklayarak karşılıklı olarak eş olması gereken özellikler olarak ifade etmiş, açılarının baktıkları yönün değişebileceğini de ilave ederek belirtmiştir. Şekli oluşturan noktaların simetri eksenine olan uzaklıkları ile ilgili neler düşündüğünün sorulması üzerine “Şekli oluşturan hem köşe noktalarının hem de nasıl söylesem rastgele alınan bir noktanın bu eksene olan uzaklığı eşittir.” diyerek şekil üzerinde Görsel 3.4’te görülen gerekli çizimleri yaparak göstermiştir. Bunun yanı sıra dikkatini çeken durumlar ile ilgili açıklama yaparken aynısının karşısında olmaması, çevirip koyulması, aynı çizgiler ve aynı boyut gibi ifadeler kullanması Ahu’nun doğruya göre simetriye dair informal bir dil kullandığını göstermiştir.

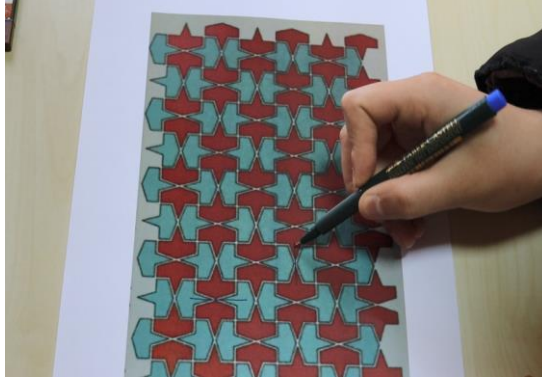


Görsel 3.4. *Ahu'nun simetrisinin özelliklerini açıklaması*

Ahu'dan ikinci soru (S_2) kapsamında bir geometrik süslemede herhangi bir simetri türünün olup olmadığını incelemesini istenmiştir. Ahu yaptığı incelemeler sonucunda bütünden ziyade parçalara odaklanarak “Yatay olarak ve dikey olarak farklı türlerde simetri türleri var yani karşımıza çıkıyor. Şuradan dikey bir çizgi çizdiğimizde burada simetrik olduğunu görüyoruz.” diyerek Görsel 3.5'teki gibi dikey olarak alınan bir doğruya göre simetri ve “Ve mesela diyelim şuradan yatay olarak bir çizgi çektiğimizde simetrik olduğunu görüyoruz.” diyerek Görsel 3.6'daki gibi yatay olarak alınan bir doğruya göre simetri olduğunu belirtmiştir.

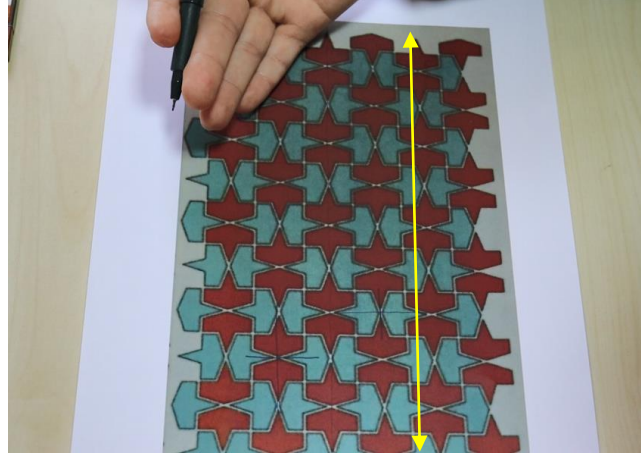


Görsel 3.5. *Ahu'nun motifteki dikey doğruya göre simetriyi belirtmesi*



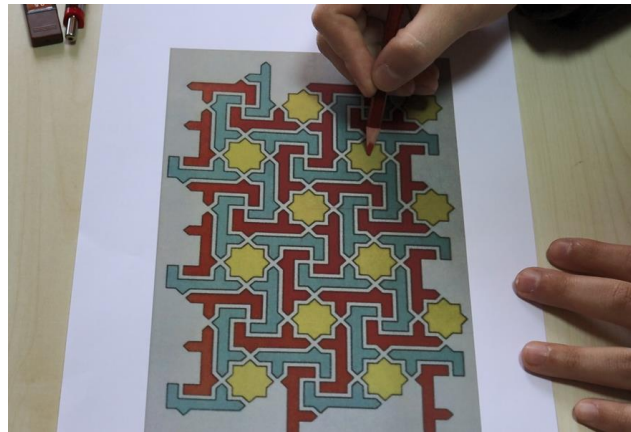
Görsel 3.6. *Ahu'nun motifteki yatay doğruya göre simetriyi belirtmesi*

Ahu'nun dikkatini çeken ilk simetri türü doğruya göre simetri, daha özelinde ise dikey ve yatay konumlu doğrulara göre simetriler olmuştur. İnceleme yaparken süslemeyi oluşturan motifler arasındaki simetrikliği belirlemek üzere süslemenin üzerine dikey ve yatay konumlu doğrular yerleştirirken eğik konumlu hiçbir doğruyu yerleştirmeye çalışmadığı dikkat çekmiştir. Ayrıca Ahu'nun motifler arasında ve süslemenin tamamında bulunan öteleme simetrisi, dönme simetrisi, dönel simetri gibi diğer simetri türlerine hiç değinmediği ve doğrular yerleştirmenin dışında bu simetri türleri üzerine hiçbir inceleme yapmadığı tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra inceleme yaparken sadece motiflere odaklandığı, süslemenin bütününde herhangi bir simetri aramadığı görülmüştür. Süslemenin sadece motifleri üzerinde inceleme yapmaya devam etmesi üzerine süslemeyi bütün olarak ele alması amaçlanarak “Süslemeyi oluşturan motifleri yani küçük parçaları incelediğin zaman bunların dikkatini çektiği söyledin. Bütün parçalar olarak incelesen dikkatini çeken yeni durumlar olur mu?” sorusu yöneltilmiş, Ahu süslemeyi bütün olarak incelemeye başlamıştır. “Bütün olarak baktığımızda da bir simetri var. Mesela şuradan bir çizgi çektiğimizi düşünelim. Yani tamamen sanki şeklin şu kısmı üzerine katlanmış gibi.” deyip çizdiği yatay bir doğru ile ortadan ikiye bölerek süslemenin tamamının da doğruya göre simetrik olduğunu Görsel 3.7’deki gibi belirtmiştir.



Görsel 3.7. *Ahu'nun süslemenin bütünündeki yatay doğruya göre simetriyi belirtmesi*

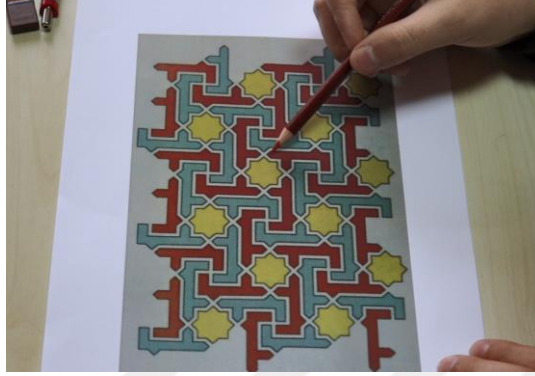
Doğruya göre simetrik motifler içerse de daha çok dönel simetrik motifleri ile öne çıkan İslami bir geometrik süslemenin bulunduğu yedinci sorudaki (S7) süslemede dikkatini çeken simetri türlerinin neler olduğunu açıklaması istendiğinde Ahu parçaya odaklanarak yıldız benzeyen sarı renkli motifi Görsel 3.8'deki gibi gösterip “Bu küçük sarı yıldızlarda da hem yatay olarak hem de dikey olarak doğruya göre simetriler var.” diyerek bu motifte dikkatini çeken simetri türünün doğruya göre simetri olduğunu belirtmiştir. Yine Ahu'nun dönme simetrisi, dönel simetri gibi simetri türlerine atıfta bulunmadığı görülmüştür.



Görsel 3.8. *Ahu'nun yıldız motifindeki simetriyi belirtmesi*

Ahu ardışık iki kırmızı motifi Görsel 3.9'daki gibi odağına alarak “Şeklin iki kez simetrisi alınmış gibi. Bir karşısına yansıma simetrisi alınmış. Şu eksen (dikey bir

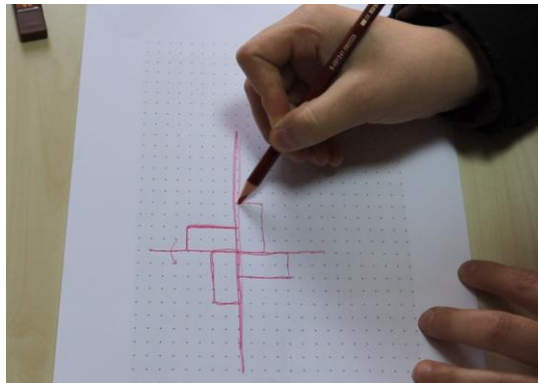
eksen belirterek) yansıma simetrisi alınmış. Ve sonrasında tekrar (yatay bir eksen belirterek) yansıma simetrisi alınmış. Biraz kaydırılmış şekliyle ama simetrik olduğu belli. Yani işte y ekseninde üç birim azaltılmış gibi.” yanıtını vermiştir.



Görsel 3.9. *Ahu'nun motifler arasındaki simetriyi belirtmesi*

Ahu bu soruda ardışık iki kırmızı renkli motife odaklanmıştır. Ele aldığı ilk kırmızı motifin önce dikey bir eksene göre simetrisinin alındığını belirtmiştir. Elde edilen görüntünün ise yatay bir eksene göre simetrisinin alındığını ifade etmiştir. En son olarak bu görüntünün dikey olarak ötelenmesi ile, ele aldığı ikinci kırmızı motifin elde edildiğini söylemiştir. Bu ardışık iki kırmızı motif arasındaki ilişkiyi bu yönde ifade etmiştir. Daha önce verilen günlük hayat örneklerinin ya da süslemelerin simetrik olma durumunu incelerken doğruya göre simetri bulmaya eğilimi olduğu görülen Ahu'nun bu süslemede tek bir doğruya göre simetri belirleyememesi üzerine farklı bir yol izleyerek ardışık doğrulara göre simetrilere atıfta bulunduğu ancak bu durumu öteleme hareketleri ile inceleyerek ifade ettiği görülmüştür. Burada ardışık iki kırmızı motife yani sadece parçaya odaklanarak ilişkiyi belirleyebilen Ahu'nun, sadece parçaya odaklanmış olmasına karşın ardışık dört kırmızı motife bir bütün olarak bakıp aralarındaki dönel simetri ilişkisinin sezgisel olarak dikkatini çekip çekmeyeceği merak konusu olmuştur. Bunun üzerine odağa aldığı kırmızı renkli iki motifin çevrelediği yıldız benzeyen sarı renkli motif diğer bir yandan çevreleyen diğer kırmızı renkli iki motif ile birlikte toplam dört kırmızı motif gösterilerek bu motifler arasında simetrik olma durumu bakımından nasıl bir ilişki gördüğü sorulmuştur. Ahu “Şekillerin hepsi aynı. Şu şekil, bu şeklin yansıma simetriği alınmış ve biraz kaydırılmış şekliyle burada. Sanki bu şekli sanki böyle 90° ile yatırsak bu şeklin aynısı olacaktır.” yanıtını verdikten sonra

kullandığı 90°'lik yatırma ifadesini açıklaması istendiğinde ise kırmızı motiflerden birini göstererek “Bunu 90° ötelediğimde, ötelemek değil işte yatırılıyor. Ve adını şu anda tam şey yapamıyorum ama. Yani yatay olarak döndürdüğümüzde bu şekli elde ediyoruz.” yanıtını vermiştir. Motifler arasındaki ilişkiyi; kesişen iki doğruya göre simetri alınıp ardından öteleme uygulanması şeklinde olan bir önceki açıklamasından sıyrılıp bir açı ile ilişkilendirerek dönme hareketleri ile ifade ettiği, bir diğer deyişle dönme simetrisine atıfta bulunduğu görülmüştür. Bahsettiği bu ilişkiyi hangi motifler arasında gösterebileceği sorulduğunda ise Ahu “Mesela 90° ilerlettiğimizde, dik olarak. Bir rüzgârgülü nasıl hareket eder. Yani ilk başta şu ve şu dikkatimi çekti ama şeklin tamamına baktığımda hepsinde.” deyip bütüncül bir bakış açısı ile dört kırmızı motif arasında da aynı ilişkinin bulunduğunu fark etmiş ve bu motifler arasındaki bu ilişkiden yola çıkarak bir rüzgârgülü betimlemesi yapmıştır. Burada bulunan dönel simetriyi yine dönel simetri olarak adlandıramasa da sezgisel olarak fark edip belirttiği söylenebilir. Ardından rüzgârgülü betimlemesini detaylandırmak isteyerek “Rüzgârgülünü anımsadım sebebini adlandıramıyorum. Mesela bir dikdörtgen alıyorduk. O diyelim birinci bölgede olsun. İkinci bölgeye dönüştürdüğümüzde dik olan bir cisim yatay haline geliyordu.” demesinin ardından açıklamaya çalıştığı durumu daha iyi anlatmasına yardımcı olacağı belirtilerek çizim yapmasının teklif edilmesi üzerine Ahu Görsel 3.10'daki çizimi yapmıştır.

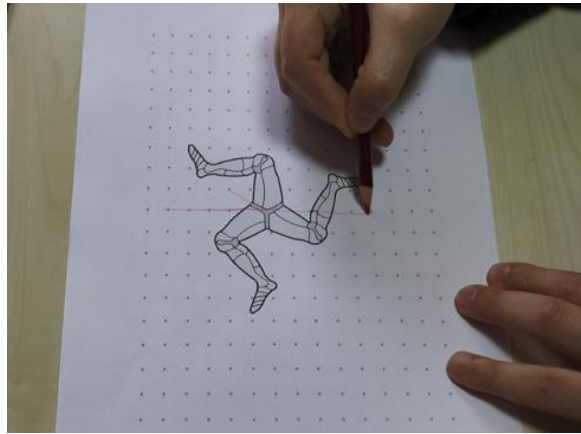


Görsel 3.10. Ahu'nun dikdörtgenlerden oluşan çizimi

Ahu bu çizimi gerçekleştirmek üzere öncelikle bir dik koordinat düzlemi belirleyip bu koordinat düzleminin birinci bölgesinde kısa kenarı iki birim uzun kenarı üç birim olan bir dikdörtgen çizmiştir. Ardından “Bu dikdörtgeni yatıralım.” ifadesini

kullanıp kenar uzunluklarından yola çıkarak bu dikdörtgeni ikinci bölgede çizmiştir. Aynı işlemleri üçüncü ve dördüncü bölgede de gerçekleştirerek çizimini tamamlamıştır. Kullanmış olduğu yatırmak ifadesinin aslında döndürme işlemine işaret ettiği söylenebilir. Ahu'nun bir dikdörtgen ile başlayarak ortaya aslında dönel simetrik bir motif çıkarmasının dönel simetriye dair bir farkındalığının olduğunu göstermektedir. Fakat bunu dönel simetri olarak bilmediği için dönel simetri olarak ifade edemediği dikkat çekmiştir.

Ahu'nun, süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunun incelemesinin istendiği toplam sekiz sorudan dokuzuncu soru (S₉) ve on birinci soru (S₁₁) olmak üzere sadece iki soruda bütüne odaklandığı, diğer sorularda ise parçaya odaklanarak inceleme yaptığı görülmüştür. Parçaya odaklanarak inceleme yapması ise S₉ ve S₁₁ haricindeki diğer tüm süsleme/günlük hayat örneklerinde tekrar eden motifi fark edememesine sebep olmuştur. Bir diğer soru olan dönel simetrik bir motif bulunan S₉'daki motifin simetrik olup olmadığını incelemesinin istendiği soruda Ahu'nun motif üzerine bir doğru yerleştirmeye çalıştığı görülmüştür. Motifin üzerinde simetrikliği kontrol etmek için “Şuradan bir doğru çizsem, örneğin bir bacağı alacak şekilde diyelim.” diyerek Görsel 3.11’de görülen birbirinden farklı birçok doğru ile yaptığı denemeler dikkat çekmiştir.



Görsel 3.11. Ahu'nun simetrikliği doğrular yerleştirerek kontrol etmesi

Birbirinden farklı birçok doğru yerleştirmeye çalışması üzerine araştırmacı ile aralarında şu konuşma geçmiştir:

Ahu: Çizdiğimde tam bir simetrik olduğunu kanıtlayamıyorum. Hani demiştik ya diyelim yansıma simetrisi olarak, işte şu şeklin aynısı buraya çizilir, burada o yok.

Araştırmacı: Yani bu motifin çizmeye çalıştığın hiçbir doğruya göre simetrik olmadığını mı düşünüyorsun?

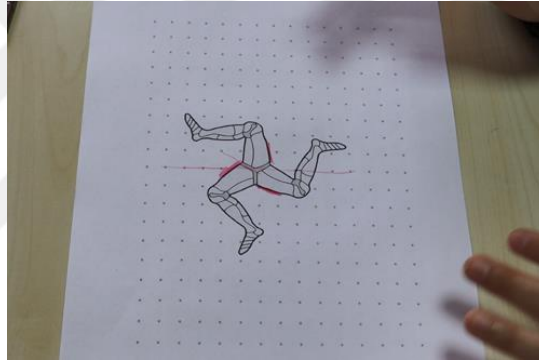
Ahu: Evet. Ama hani şu şeklin buraya gelmesi olsun, aynı şekilde bu şeklin de gelmesi olsun, aynı şekilde bunun da. Sanki bir şey var gibi.

Araştırmacı: Şekil olarak ifade ettiğin motifteki bacaklar mı?

Ahu: Evet. Sanki aralarında bir şey ilişki var gibi.

Araştırmacı: Yani bu bacaklar arasında bir ilişki olabileceğini düşünüyorsun. Nasıl bir ilişki olabilir bu?

Ahu: Evet. Olabileceğini düşünüyorum. Şu an bu şekilde rüzgârgülü edası olduğunu düşünüyorum. Bacaklar arasında mesela 120° , diyelim (kırmızı kalem ile boyayarak, Görsel 3.12'deki gibi) şu üst kısmını ele alalım, şurada da şurası üst kısmı, şurada da şurası üst kısmı.



Görsel 3.12. Ahu'nun bacaklar arasındaki ilişkiyi incelemesi

Ahu: Hani 120° , işte belirli bir açı ile birlikte işte burada sanki burası tam bir tam açı ve 120° , 120° şeklinde oynatılmış gibi. Tamamen aynısı zaten. Ama sadece işte biraz bu şekli tamamen alıp işte şurasından alıp 120° tuttuğumuzda şuraya gelecekmiş gibi. Ya da işte herhangi farklı bir noktayı aldığında 120° aldığında aynı noktalara geleceğinden eminim.

Araştırmacı: Bu şekilde, motifi oluşturan tüm noktalar üzerinde o halde senin söylediğin 120° 'lik bu işlemi uygulayarak bunu elde edeceğini mi düşünüyorsun?

Ahu: Evet. Yani öyle düşünüyorum.

Araştırmacı: 120° olarak ifade ettiğin bir açı var. Bu açıyı nasıl belirledin?

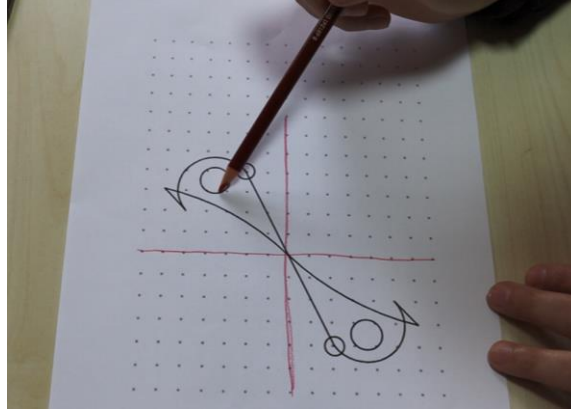
Ahu: Hani bunu tam bir açı yani bunu tam bir şeymiş gibi düşündüm. Ve üç parçaya böldüğü için 120° 'ymiş gibi düşündüm.

Araştırmacı: Peki. Sonuç olarak yaptığın incelemeler sonucunda dikkatini çeken bu durumu da göz önünde bulundurduğunda bu motif ile ilgili ne söyleyebilirsin? Simetrik midir? Yoksa değil midir?

Ahu: Simetrik olması için bütün şekillerde hep bir çizgi çiziyorum. Imm işte hep genelde yansıması aynısı oluyor. Burada hani biraz daha farklı. Bu durum yok. Kendi açımdan kanıtlayabileceğim bir simetri yok. O yüzden cevabım simetrik değildir.

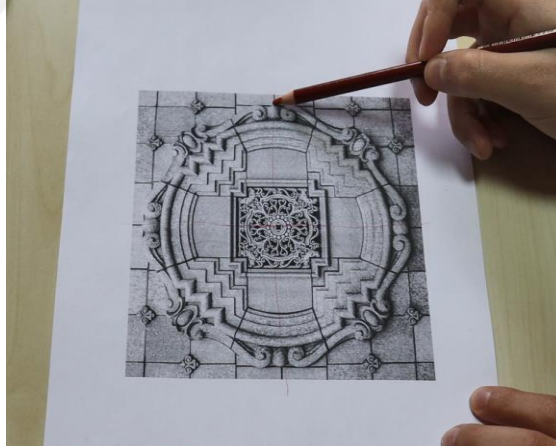
Araştırmacı ile Ahu arasında geçen bu konuşma incelendiğinde Ahu'nun simetrikliği sadece doğruya göre simetri ile eşleştirdiği, bir diğer deyişle verilen herhangi bir şeklin simetrik olabilmesi için o şeklin en az bir doğruya göre simetrik olması gerektiği, bunun dışında incelenmesi gereken başka bir durumun olmadığı yönünde yanlış bir genellemeye sahip olduğu tespit edilmiştir. Ahu'nun motif üzerine farklı konumlarda ve pozisyonlarda bulunan birbirinden farklı doğrular yerleştirerek simetrikliği kontrol etmeye çalışmasının bunun göstergesi olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra bu motifte bulunan ve aynı zamanda bu motifi oluşturan üç eş parça şeklindeki bacaklar arasında bulunan tekrarlama ve dönme ilişkisi Ahu'nun dikkatini çekmiştir. Ahu bacakların birleşim noktası ve aynı zamanda motifin merkezi noktası etrafında bir dönme ilişkisi olduğunu verilen kâğıdı çevirerek incelemiştir. Bu bacaklar arasında dönerek birbirini tekrar etme ilişkisi bulunduğunu ve bu dönme açısının da 120° olduğunu belirten Ahu'nun, açıklamalarının hiçbirinde dönel simetri ifadesini kullanmaması üzerine bu durumun sadece sezgisel olarak dikkatini çektiği söylenebilir. Buna ek olarak 120° şeklinde oynatılmış gibi ve 120° tuttuğumuzda şeklinde kullandığı ifadelerin de Ahu'nun dönel simetriye dair bir informal dil kullandığını göstermektedir.

Verilen şeklin doğrudan simetrik olup olmadığının sorulduğu soru olan onuncu soruda (S₁₀) Ahu parçaya odaklanmıştır. Öncelikle şekli bir koordinat düzlemine yerleştirip Görsel 3.13'te sağ üst köşedeki parçayı göstererek “Önce x eksenine göre simetri aldık. Sonra da y eksenine göre aldığımızda aynı şekli elde edebileceğimi hissediyorum. Simetrik olduğunu düşünebiliyorum.” demiştir. Söylediklerinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla incelemeye devam eden Ahu şeklin x ya da y gibi sadece tek bir eksene göre baktığında simetrik olmadığını ve önce x eksenine sonra y eksenine göre simetri aldığında bu şekli oluşturan iki parçanın çakışacağını belirtmiştir. Öyle ki aslında Ahu'nun yaptığı işlem orijine göre simetri almak ya da orijine göre 180° döndürme iken bu durumu bu şekilde ifade etmediği görülmüştür. Aynı zamanda Ahu'nun verilen şeklin simetrik olup olmadığını kontrol ederken şekli oluşturan parçalar arasında bir doğruya göre simetrik olma durumlarını inceleme eğiliminde olduğu dikkat çekmiştir.



Görsel 3.13. *Ahu'nun simetrikliği göstermesi*

Ahu gerek doğruya göre simetriye sahip gerekse dönel simetriye sahip motifleri ile öne çıkan S_{11} 'de bütüne odaklanarak verilen günlük hayat örneğini Görsel 3.14'te çizdiği eksenler aracılığı ile dört eş parçaya bölmeye çalışarak bu parçalar arasında bulunan tekrarlama ilişkisinin dikkatini çektiğini “Şurada, burada, burada ve burada hani şu şekillerde tekrarlama olduğunu düşünüyorum.” diyerek ifade etmiştir.



Görsel 3.14. *Ahu'nun tekrarlayan motifi fark etmesi*

Aynı zamanda S_{11} 'de verilen günlük hayat örneğinde hangi simetri türü ya da türlerinin bulunduğunu söylemesi istendiğinde Ahu yaptığı incelemeler sonucunda bu günlük hayat örneğini çizdiği eksenler yardımı ile dört eş parçaya ayırıp bu eş parçalar arasında bulunan tekrarlama ilişkisinden yola çıkarak “Hem bu küçük olanda diyelim hem de bu çizgiyi tamamen devam ettirdiğimde de bu şekilde çektiğimde de diyelim, tam çekemedim ama. Dikey olarak ve yatay olarak çizgilere böldüğümde bir yansıma simetrisinin olduğunu düşünüyorum.” diyerek günlük hayat örneğinde bulunan doğruya

göre simetriyi fark ettiğini belirtmiştir. Fakat her ne kadar çizgi olarak ifade etse de yaptığı açıklamalarda doğruya göre simetri terimini hiç kullanmaması ve sürekli olarak sadece yansıma simetrisi ifadesini kullanmasının dikkat çekmesi üzerine araştırmacının “Baktığında bunlar dikkatini çekiyor. Buradaki simetrileri gösterirken zaten yine eksenler çizdiğini görüyorum.” cümlesine Ahu “ İlla bu şekilde olmasına gerek yok. Şu şekil şuradan da çizsem (günlük hayat örneği resminin köşesinden başlayan eğik konumlu bir doğru parçası göstererek) eminim bu şeklin aynısını verecektir. Hemen hemen evet doğrulara göre simetri alıyorum.” şeklinde karşılık vermiştir. Günlük hayat örneği üzerinde yaptığı detaylı incelemeler ile farklı konumlarda bulunan doğrulara göre simetrik olacağını fark etmesi üzerine Ahu, doğruya göre simetri olarak ifade etmeye başlamıştır. Bu konuşmadan yola çıkılarak Ahu’nun motiflerdeki doğruya göre simetrisinin farkında olduğu fakat bunu en genel hali ile yansıma simetrisi olarak dile getirdiği tespit edilmiştir.

3.1.1.2. İnan’ın simetri incelemesine ilişkin bulgular

İnan’ın süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunun incelemesinin istendiği sekiz sorunun tamamına bütüncül bir bakış açısı yaklaşarak verilen süsleme/günlük hayat örneklerinde bütüne odaklandığı gözlemlenmiştir. Bütüne odaklanması sayesinde aynı zamanda parçalardaki özellikler ile parçalar arasındaki çoğu ilişkileri de belirleyebilmiştir. Örneğin bir süsleme görseli içeren birinci soruyu (S₁) incelediğinde İnan’ın dikkatini çeken durumlardan bir tanesi süslemede tekrar eden motif olmuştur. “Öncelikle ana materyal burası olarak görüyorum ben. Burayı sürekli olarak tekrarladığını görüyorum.” diyerek süsleme üzerinde tekrar ederek görselin tamamını oluşturan motifi Görsel 3.15’teki gibi işaretlemiştir.



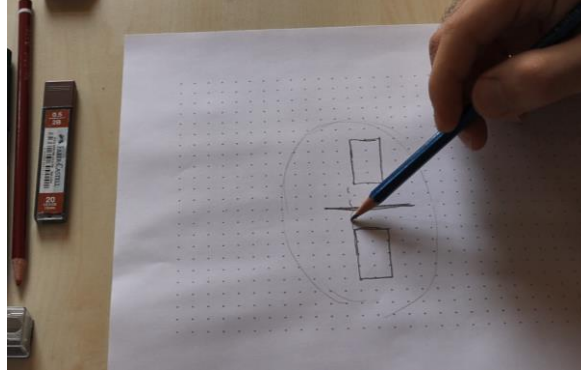
Görsel 3.15. *İnan'ın tekrarlayan motifi fark etmesi*

Her ne kadar tekrarlayan motifi fark etse de İnan'ın bu durumu sadece *tekrarlama* olarak belirttiği, öteleme ya da öteleme simetrisi ifadelerini hiç kullanmadığı görülmüştür. Bu süslemede hangi simetri türlerinin dikkatini çektiği sorulduğunda İnan parçalara odaklanarak Görsel 3.16'daki gibi işaret edip “Meşale ve yaprağa benzeyen şu motiflerde yansıma var, düz yansıma diyebilirim.” diyerek dikkat çarpıcı bir yanıt vermiştir.



Görsel 3.16. *İnan'ın simetrik motifleri göstermesi*

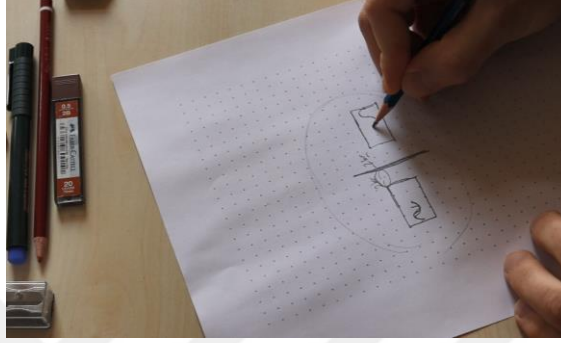
Düz yansıma ifadesi ile ne anlatmak istediğini detaylandırması istendiğinde İnan'ın çizim yaparak anlatmanın daha kolay olacağını belirtmesi üzerine kendisine noktalı kâğıt ve kalem verilerek bu imkân sağlanmıştır. İnan çizimini Görsel 3.17'deki gibi gerçekleştirdikten sonra “Bu çizgiyi ayna olarak alırsak, mesela burada bir dikdörtgen olduğunu varsayalım. Aynı şekilde iki birim sağına tekrar aynı düzlükte dikdörtgen çizerseniz onun düz yansımasıdır.” diyerek açıklamıştır.



Görsel 3.17. *İnan'ın düz yansıma ifadesini açıklaması*

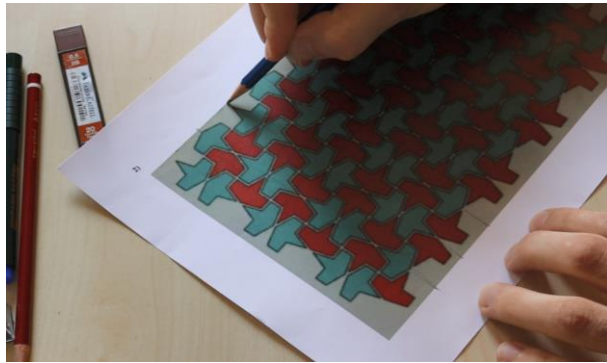
İnan bu çizimi yaparken öncelikle ayna betimlemesini kullanarak aslında bir simetri eksenini çizip bu simetri ekseninin sol tarafında bir dikdörtgen çizmiştir. Çizdiği dikdörtgenin simetri eksenine olan uzaklığına dikkat ederek simetri ekseninin diğer tarafında eş şekiller olmasına dikkat ederek görüntüyü belirlemiştir. Ardından süslemeye geri dönerek meşale ve yaprak motifi olarak ifade ettiği motifler üzerine de birer ayna yerleştirerek düz yansımayı göstermiştir. Tüm bunlar göz önünde bulundurulduğunda İnan'ın düz yansıma olarak belirttiği durumun aslında doğruya göre simetri olduğu söylenebilir. Düz yansıma olarak ifade ettiği durumu biraz daha açıklaması için yöneltilen “Peki düz yansımanın temel niteliklerini söyleyebilir misin? Yani herhangi bir şeklin düz yansıma sahip olması için hangi temel özellikleri barındırması gerekir?” sorusuna İnan'ın yanıtı “Öncelikle aynayla cisim arasındaki mesafe ve yansıma ile ayna arasındaki mesafe eşittir. Aynı buradaki gibi, iki birim varsa burada da iki birimdir. Her köşesi her kenarı uzaklık olarak aynıdır.” olmuştur. İnan'ın öncelikle doğruya göre simetride simetri ekseninin özelliğinden esas şekil ile görüntüsünün simetri eksenine olan uzaklıklarının eşit olacağını vurguladığı görülmüştür. Ancak burada doğrunun dikey konumlu olmasından dolayı birim uzunluğa mı yoksa uzaklığa mı odaklandığı net değildir. “Şu şekilde bir motif çizdiğimizi varsayıyorum. Burada ters oluyor. Eğer geometrik cisim düz ise düz yansıma görüyoruz.” diyerek Görsel 3.18'deki çizimi gerçekleştiren İnan'a “Düz yansıma olarak ifade ettiğin durumda şeklin hangi özellikleri korunur? Hangileri değişiklik gösterebilir?” olarak yöneltilen soruyu “Yanlış söyledim. Motif şekil olarak değişmez, konumu değişebilir motifi. Açılarının ölçüleri de değişmez karşılıklı olarak.. Kenarların uzunlukları da değişmez.” açıklaması ile yanıtlayan İnan'ın aslında doğruya göre

simetrinin izometrik özelliklerini sıraladığı görülmüştür. İnan'ın yaptığı açıklamalarda kullandığı *düz yansıma* ifadesi doğruya göre simetriye dair kullandığı dilin informal bir dil olduğunun göstergesi olduğu söylenebilir. İnan en son olarak yeniden bir inceleme yapmış ve bu süslemede *düz yansımadan* farklı olarak dikkatini çeken herhangi bir durumun olmadığını belirtmiştir.



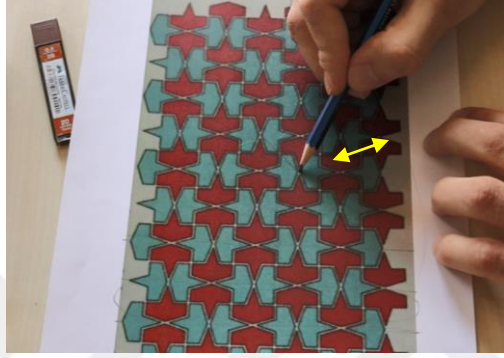
Görsel 3.18. İnan'ın *düz yansıma*nın özelliklerini açıklaması

İnan'dan bir geometrik süsleme içeren ikinci soruda (S_2) verilen süslemede herhangi bir simetri türünün olup olmadığını incelemesi istenmiştir. İnan'ın yaptığı incelemeler sonucunda dikkatini ilk olarak çeken durum yine *düz yansıma* olarak ifade ettiği doğruya göre simetri olmuştur. İncelerken bütüne odaklandığı için hem küçük motifler arasındaki hem de küçük motiflerden oluşan her bir sütun arasındaki doğruya göre simetri ilişkisini kendi deyimi ile Görsel 3.19'daki gibi birer *ayna* yerleştirerek göstermiştir.



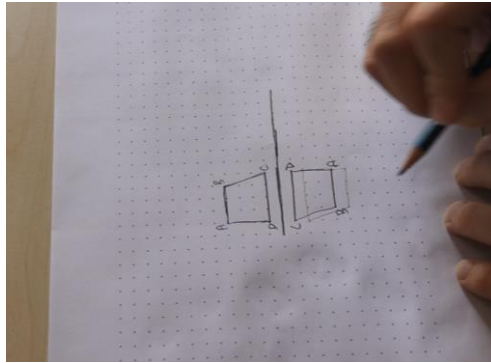
Görsel 3.19. İnan'ın süslemedeki doğruya göre simetriyi belirlemesi

“Düz yansıma ek olarak bir de ters yansıma olduğunu düşünüyorum.” diyerek eklemesinin ardından İnan’dan süsleme üzerine nerede olduğunu göstermesi ve ters yansıma deyimiyle tam olarak neyi kastettiğini açıklaması istenmiştir. İnan kırmızı renkli motifler arasından ne dikey konumlu simetri eksenine göre ne de yatay konumlu simetri eksenine göre simetrik olmayan; ortak bir keşişim noktası barındıran sarı renkli ok ile gösterilen iki kırmızı renkli motifi Görsel 3.20’deki gibi belirtmiştir.



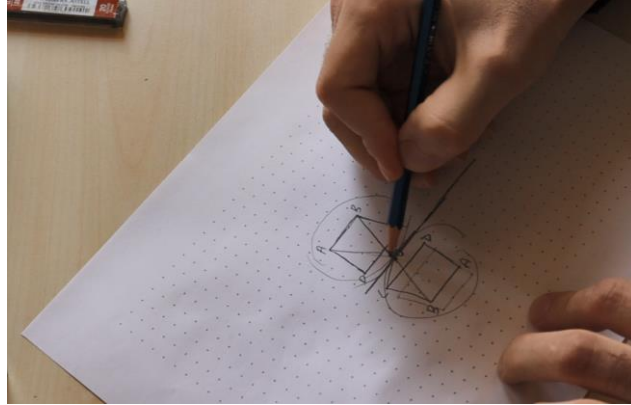
Görsel 3.20. İnan'ın ters yansımayı belirlemesi

Ters yansıma ifadesi ile ne anlatmak istediğini detaylandırması istendiğinde İnan'ın çizim yaparak anlatmanın daha kolay olacağını belirtmesi üzerine kendisine yeniden noktalı kâğıt ve kalem verilmiştir. İnan çizimini Görsel 3.21’deki gibi yanlış bir çizim gerçekleştirdikten sonra “Bir yamuk çizersek. Ters yansımda görüntü aynı oluyor, konum olarak değişiyor. Kâğıdı ters çevirerek baktığımızda da aynı şekli görüyoruz.” diyerek açıklamıştır.



Görsel 3.21. İnan'ın ters yansıma ifadesini açıklaması

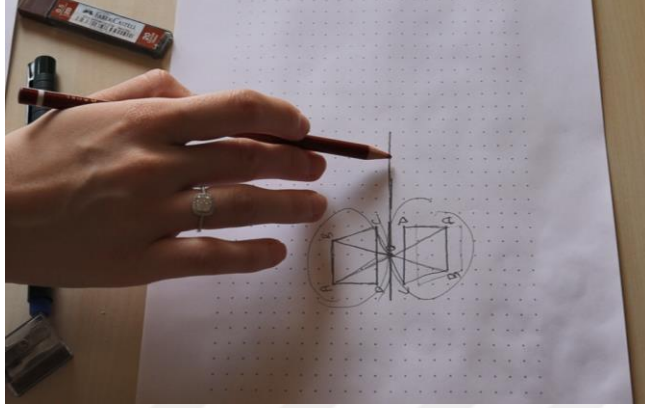
İnan bu çizimi yaparken öncelikle yine *ayna* betimlemesini kullanarak aslında bir simetri eksenini çizip bu simetri ekseninin üst tarafında bir yamuk çizmiştir. Çizdiği yamuğun simetri eksenine olan uzaklığına dikkat ederek simetri ekseninin diğer tarafına bu yamuğun görüntüsü olan yamuğu çizmek üzere noktalı kâğıdı ters çevirerek yamuğun aynısını çizmiştir. Ardından *süslemeye* geri dönerek belirttiği iki kırmızı motif üzerinde de bu durumu göstermeye çalışmıştır. Ters yansıma olarak ifade ettiği durumu biraz daha açıklaması için yöneltilen “Peki bahsettiğin ters yansımayı nasıl belirliyorsun? Örneğin köşe noktaları neye göre harflendirdin?” sorusuna İnan’ın yanıtı “Bu yamuğun konumu şu an nasılsa yani ben buradan baktığımda nasıl görüyorsam, bu kâğıdı çevirip baktığımda da yamuğu bu tarafta da aynı şekilde görebilmeliyim konum olarak.” şeklinde olmuştur. Ardından “Aynaya olan uzaklıklar ile ilgili ne söyleyebilirsin peki?” sorusu yöneltilildiğinde İnan Görsel 3.22’deki gibi göstererek “Eğer aynada bir yeri merkez alırsak, O noktası olsun. Buraya olan uzaklığıyla buraya olan uzaklığı eşittir. Aynı şekilde diğer hepsinde de öyle.” açıklamasını yapmıştır. İnan burada öncelikle simetri eksenini üzerinde rastgele bir nokta belirlemiş, ardından yamuğun köşe noktalarının her birinin uzaklıklarının görüntülerinin simetri eksenine olan uzaklıklarına eşit olduğunu iddia etmiştir.



Görsel 3.22. İnan’ın ters yansıma ifadesini detaylandırması

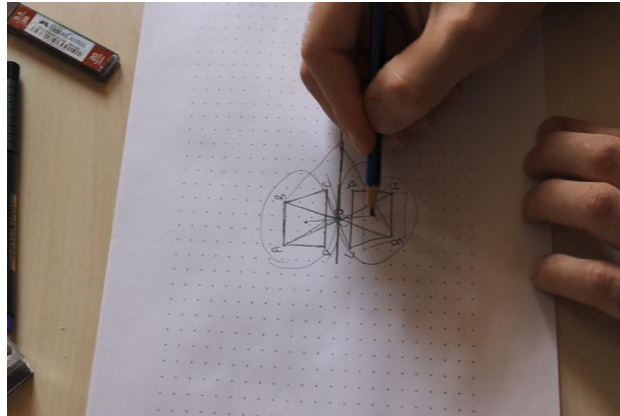
Ardından “Peki bu merkez noktayı neye göre belirliyoruz? Örneğin sen şu an neden burada aldın bu merkez noktayı? Ya da şurada alabilir miydik? Neye göre nasıl oluyor?” olarak Görsel 3.23’teki gibi gösterilip sorulunca İnan’ın “Burası fark etmez.

Burası da alsak yine mesafe olarak aynı çıkar.” yanıtını vermesi ile İnan’dan bu durumu çizerek göstermesi istenmiştir.



Görsel 3.23. Araştırmacının yeni bir merkez nokta belirlemesi

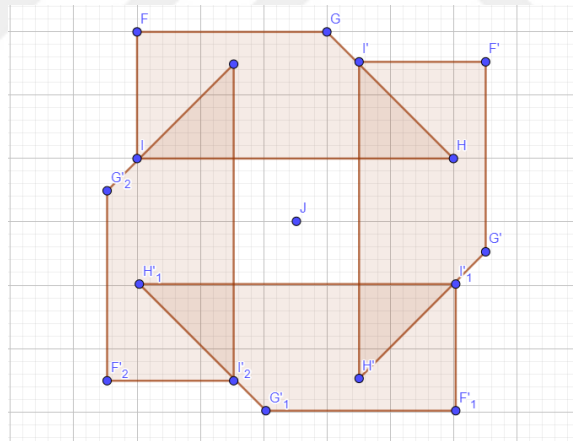
İnan birkaç deneme yaptıktan sonra eşit uzaklıklar olmayacağını fark edip Görsel 3.24’teki gibi gösterip “Aynısı çıkmıyormuş, bazı yerler kısayken bazıları uzun kalıyor. Cismin merkezine göre konum almamız gerekiyor sanırım. Eğer bu yamuğun ağırlık merkezi burasıysa, buradaki yansımasındaki ağırlık merkezi burası. Aynayla uzaklıkları eşit.” yanıtını vermiştir.



Görsel 3.24. İnan’ın merkez nokta üzerine çalışması

Yaptığı tüm denemeler ve açıklamaları incelendiğinde İnan’ın her iki yamuğun da merkezi noktasını belirleyerek bu noktalardan geçen doğru ile simetri ekseninin kesiştiği noktayı merkez nokta olarak belirleyip adlandırdığı ve bu merkez noktaya göre

yamuğun köşe noktalarının her birinin uzaklıklarının görüntülerinin merkez noktaya olan uzaklıklarına eşit olacağını iddia ettiği tespit edilmiştir. İnan'ın ters yansıma olarak ifade ettiği durumun daha iyi anlamlandırılabilmesi amacı ile “Ters yansıma olarak ifade ettiğin durumda şeklin hangi özellikleri korunur? Hangileri değişiklik gösterebilir?” olarak yöneltilen soruyu İnan “Açıların ölçüleri değişmez ama yerleri değişebilir yine. Kenarların uzunlukları da değişmez karşılıklı olarak.” şeklinde yanıtlamıştır. Bunun üzerine düz yansıma ve ters yansıma olarak adlandırdığı durumlar arasındaki ortak olan ve farklılık gösteren özellikler sorulduğunda “Ortak olan özellikler; kenar uzunları cismin şekli hacmi değişmez. Açılarını sayısal değişmez yön değişebilir. Aynaya olan uzaklıkları da eşit.” şeklinde ortak olan ve “Ters yansımada kâğıdı çevirip baktığımda şeklin konumunun hiç değişmediğini görüyorum ama düz yansımada böyle değil değişiyor.” şeklinde farklılık gösteren özelliği sıralamıştır. Tüm bunlardan yola çıkılarak İnan'ın *ters yansıma* olarak ifade ettiği durumun araştırmacı tarafından Geogebra üzerinde incelenmesi ile Görsel 3.25'te bulunan durumun ortaya çıkabileceği düşünülmüştür.

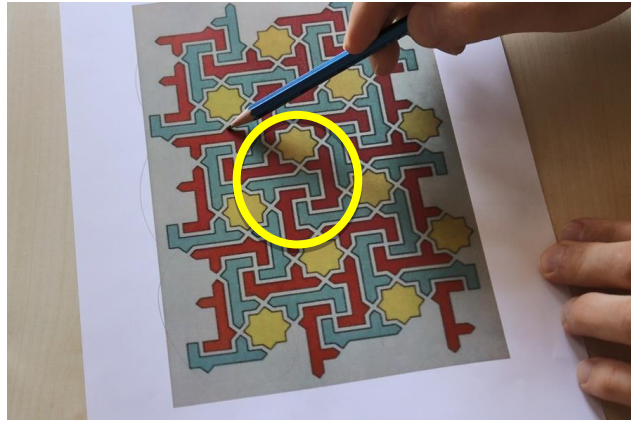


Görsel 3.25. İnan'ın ters yansıma ifadesinin Geogebra üzerinde incelenmesi

FGHI yamuğunun J noktası etrafında saat yönünde toplamda bir tam tur yani 360°'lik dönmeyi tamamlayacak şekilde 90°'ar derece döndürülmesi ile ortaya çıkan bu motif incelendiğinde aslında İnan'ın tarif ettiği duruma benzer bir durumun ortaya çıktığı düşünülebilir. Bir başka deyişle İnan'ın ters simetri olarak ifade ettiği durumun aslında dönele simetrik bir motifin parçalarına ilişkin bir farkındalığa yönelik olduğu, fakat bunun dönele simetri ile ilişkili bir durum olduğunu ve dönele simetriyi bilmediği

için bu şekilde isimlendirip açıklayamadığı söylenebilir. Buna ek olarak İnan'ın yaptığı açıklamalarda kullandığı ters yansıma ifadesi doğruya göre simetriye dair kullandığı dilin informal bir dil olduğunun göstergesi olduğu söylenebilir.

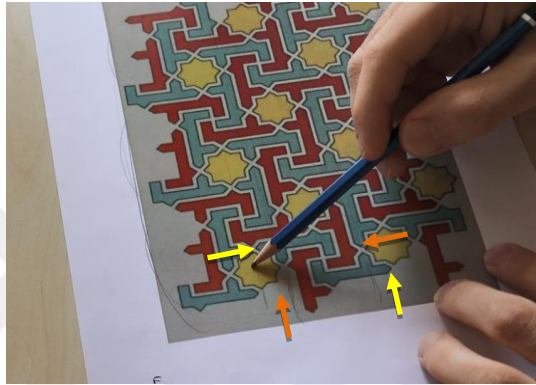
Daha çok dönel simetrik motiflerinin dikkat çekmesi ile beraber doğruya göre simetrik motifler de içeren İslami bir eserdeki bir geometrik süslemenin bulunduğu yedinci soruda (S₇) İnan bütüne odaklanmıştır. Süslemede dikkatini çeken herhangi bir simetri türünün olup olmadığını incelemesi istendiğinde dikkatini çeken durumu “İmm, nasıl gösterebilirim? Burada bu şeklin buralarda devam ettiğini görüyorum.” olarak ifade etmiştir. Süsleme üzerinde kalemle işaretleme yaparak tekrar eden motifi Görsel 3.26'daki gibi belirtmiştir. Tıpkı diğer günlük hayat örnekleri ve süslemelerde de olduğu gibi İnan'ın dikkatini çeken ilk simetri türü öteleme simetrisi olmuştur. Fakat İnan bu durumu sadece tekrarlama olarak ifade etmiş, diğerlerinde de olduğu gibi bu süslemede de öteleme ya da öteleme simetrisi olarak ifade etmemiştir. Bunun üzerine yöneltilen “Peki bahsettiğin bu tekrarlamanın geometride özel bir adı var mı?” sorusuna İnan “Bunlar tekrar etmiş. Aynı şekli devam ettirmiş diyeyim. Adını söyleyemiyorum şu an. Burada bir tekrarlama var. İsmi aklıma gelmiyor maalesef.” yanıtını vererek öteleme simetrisini terimini hatırlayamadığını belirtmiştir.



Görsel 3.26. İnan'ın süslemede tekrar eden motifi göstermesi

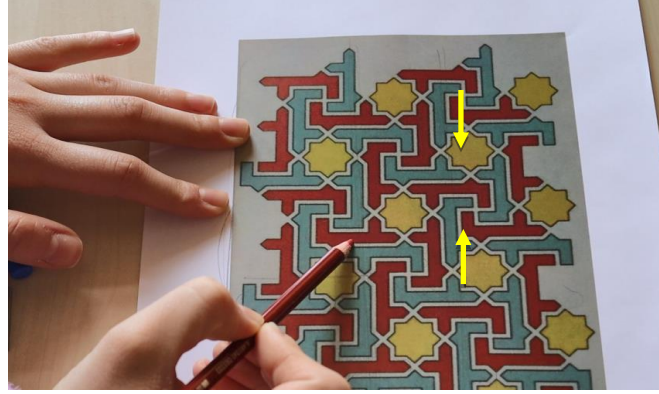
İncelemelerine devam eden İnan dikkatini çeken bir diğer durumun ters simetri olduğunu “Buralara eğer doğru koyarsak veya ayna koyarsak bu şeklin ters yansıması buradadır.” diyerek sarı ve turuncu renkli oklarla gösterilen motifler üzerinden Görsel 3.27'deki gibi belirtmiştir. İnan'ın gösterdiği kısım süslemenin sol üst tarafında bulunan yıldız benzeyen sarı renkli motifin etrafında bulunan kırmızı ve yeşil renkli motifler

üzerine olmuştur. Tıpkı diğer görseli inceleyip ters simetriyi anlatmak üzere bir yamuk çizerek ardından onun görüntüsünü çizdiği gibi, bu süslemede de kırmızı ve yeşil motifleri çizimindeki yamuklar gibi tespit edip göstermiştir. Süslemenin bu kısmında gösterdiği bu parçada ters simetri olduğuna nasıl karar verdiği sorulduğunda ise süslemenin bulunduğu kâğıdı çevirip döndürerek söylediğinin doğruluğu kontrol edip “Bu açıdan baktığımda; bu kırmızı motifin ters yansımasının burada, yeşil motifin ters yansımasının burada olduğunu görüyorum.” şeklinde bir açıklama yapmıştır.



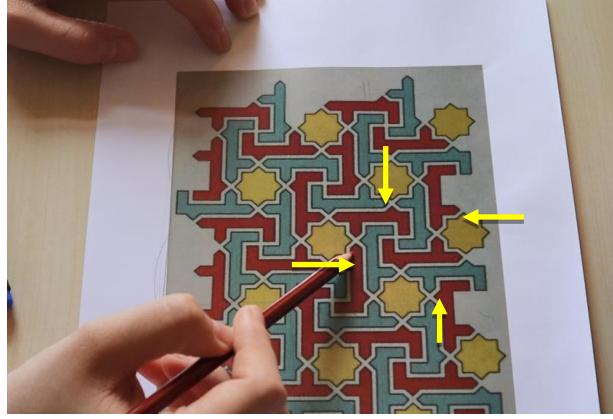
Görsel 3.27. İnan'ın süslemede ters simetriyi göstermesi

Aslında burada İnan'ın gösterdiği parçalar ve bu parçalar ile ilgili yaptığı açıklamalar incelendiğinde yine İnan'ın dönel simetrik bir motifin eş parçalarından bazıları arasındaki durumu fark edip bunu ters simetri olarak dile getirdiği söylenebilir. Özellikle yıldıza benzeyen sarı renkli motifin merkez noktasını işaretleyip kırmızı ve yeşil motifler arasındaki ilişkiyi buradan yola çıkarak açıklaması İnan'ın dönel simetriye dair sezgisel olarak farkındalığının olduğu fakat bunu dönel simetri olarak bilmediği için bu şekilde adlandıramadığını gösterdiği söylenebilir. İnan'ın ters simetri olduğunu belirttiği motiflerin hepsine bakıldığında bu motiflerin dönel simetrik bir motifin ardışık olmayan parçaları olduğunun fark edilmesi üzerine Görsel 3.28'deki yıldıza benzeyen sarı renkli motif etrafında bulunan ve sarı oklar ile belirtilen ardışık olan iki kırmızı parça arasında herhangi bir simetri ilişkisi bulunup bulunmadığı incelemesi istenmiştir.



Görsel 3.28. Araştırmacının farklı iki parça göstermesi

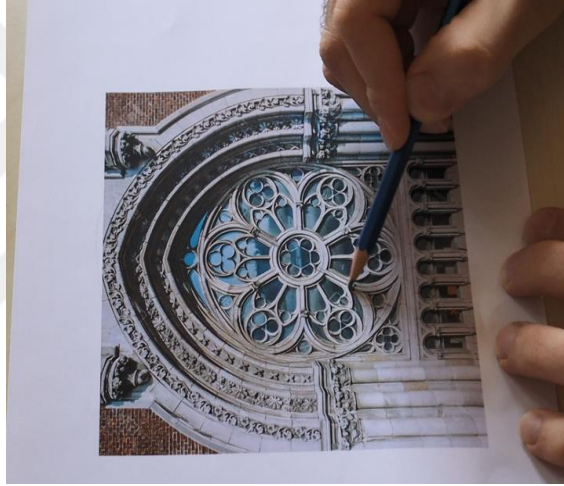
İnan'a yaptığı incelemeler sonucunda "Öteleme yani konum değiştirme diyebilirim. Şöyle söyleyeyim yani. Buraya kadar gelmiş bu. Daha sonra bu şekilde dönmüş ve böyle gelmiş diyebilirim." şeklindeki açıklamasından sonra burada dikkatini çeken simetri türlerinin neler olduğu yeniden sorulduğunda "Imm, buraya kadar öteleme olmuş. Burada 90° yani dönüm olmuş." olarak yanıt vermiştir. İnan aslında yine dönel simetrik bir motifin eş parçaları arasındaki ilişkiyi fark etmiş olup bu durumun dönel simetri ile ilişkili olduğunu bilmemesi sebebi ile iki hareket ile birlikte açıklama gereği duymuştur. Bir diğer deyişle İnan'ın bu iki parça arasındaki simetrik olma durumunu ilişkisini öteleme ve dönme hareketleri ile açıkladığı söylenebilir. İnan'ın incelediği diğer günlük hayat örnekleri ve süslemelerde tekrar eden motifleri fark edip bu durumu sadece tekrarlama olarak ifade etmesine karşın burada öteleme ifadesini ilk kez kullanmasının yanı sıra İnan'ın ötelemeyi konum değiştirme ile eşleştirmiş olduğu söylenebilir. 90°lik dönme ifadesini kullanması ise İnan'ın dönme simetrisinin farkında olması yönünde dikkat çekici bir nokta olmuştur. Ardından İnan'a az önce gösterilen Görsel 3.29'daki sarı oklarla gösterilen yıldıza benzeyen sarı renkli motifin etrafındaki dört kırmızı motif arasında dikkatini çeken herhangi bir durum olup olmadığı sorulmuştur.



Görsel 3.29. *Araştırmacının farklı dört parça göstermesi*

İnan süslemenin verildiği kâğıdı döndürüp çevirerek yaptığı incelemeler sonucunda dikkatini çeken durumu “Dördünü düşündüğümde; yine simetri demek; bu kırmızının ters simetrisi burada, bu kırmızının ters simetrisi burada konumlanmış.” şeklinde karşılıklı konumlarda bulunan kırmızı motifleri gösterip yine ters simetriden söz etmiş, daha sonra “Hepsinde ötelenmiş dönmüş ilerlemiş, ötelenmiş dönmüş ilerlemiş. Yani bu şekilde bir motif oluşturulmuş.” şeklinde ilave ederek bir motif oluşumunun dikkat çektiğini belirtmiştir. İnan’ın bu motifin oluşumunu sadece dönme hareketi ile değil, önce öteleme ardından dönme hareketleri ile açıklamasının; sabit bir nokta etrafında belirli bir yönde ve belirli bir açı ile yapılan dönme hareketleri sonucunda ortaya çıkan dönel simetrik motifin ve aslında temel olarak dönel simetrisinin farkında olmadığına işaret ettiği söylenebilir. Bunun yanı sıra İnan’ın 90° dönüm olmuş ve ötelenmiş dönmüş ilerlemiş gibi ifadeler kullanması dönel simetriye dair informal bir dil kullandığının göstergesi olduğu söylenebilir. Yıldız benzeyen sarı renkli motif üzerinde de dikkatini çeken bir durum olduğunu “Bu sarıda da dörde ikiye veya yarıya böldüğümüzde diyelim, düz yansımalarını görebiliyorum. Aynı zamanda şekil aynı olduğu için ters yansıması da olabilir.” şeklinde ifade etmiştir. Yaptığı açıklamalar ve gösterimlerden yola çıkarak bu motifin doğruya göre simetrik olduğunu fark etmesinin yanı sıra İnan bu motifin birden fazla doğruya göre de simetrik olduğunu fark etmiştir. Simetrik olduğu tüm doğruları çizerek gösterip belirtmesine karşın İnan’ın bu yıldız motifinin aynı zamanda dönel simetrik olduğunu fark etmemiş olması dönel simetriye dair bir bilgisinin ve farkındalığının olmadığına diğer bir göstergesi olduğu söylenebilir.

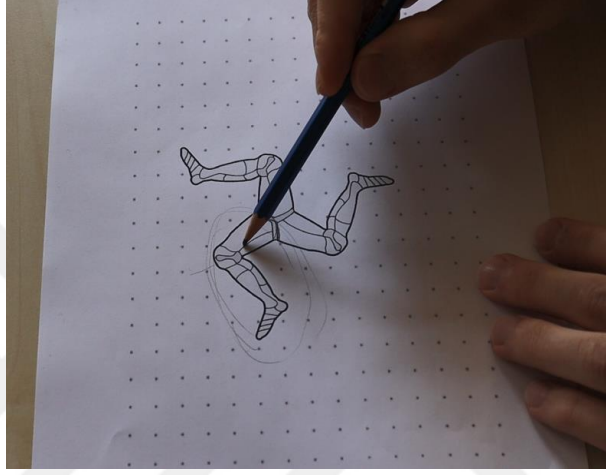
Hem doğruya göre simetrik hem de dönel simetrik motifleri ile öne çıkan günlük hayat örneğinin bulunduğu sekizinci sorudaki (S₈) görseli dikkatini çeken simetri türlerine dair incelemesi istendiğinde  nan bütüne odaklanarak “Bunu cam üzerinden değil dış  er eve üzerinden ele alırsak, buraya bir doğru veya koyarsam, düz yansımısını burada görebiliyorum.” olarak yaptığı açıklama ile dikkatini çeken ilk durumun yine doğruya göre göre simetri olduğunu Görsel 3.30’daki gibi belirtmiştir.  nan’ın gösterdiği simetri  rneği bir çiçeği andıran ve altı eş parçadan oluşan pencere  er evesi üzerinde olmuştur. Bu pencere  er evesi üzerinde inceleme yapmaya devam ettikçe bu altı eş parça arasında kendi tabiri ile toplam üç adet düz yansıma olduğunu gösterip ifade etmiştir.



Görsel 3.30.  nan ’ın görseldeki düz yansımayı göstermesi

 ncelemeye devam eden  nan bir çiçeği andıran ve altı eş parçadan oluşan pencere  er evesi üzerinde tekrar eden motifi fark ettiğini “Bunun dışında, imm, bu şeklin belirli bir çember etrafında tekrarladığını görüyorum. Bu şekil burada da aynı, burada da aynı, burada da aynı... Bu şekilde toplam altı aynı motifle tekrarlamış bu çember üzerinde.” açıklaması ile göstermiştir.  nan’ın bahsettiği tekrarlama hareketini açıklarken bu çerçevenin ortasında bulunan çember etrafında gerçekleştiğini ifade etmesinin dikkat çekici bir nokta olması ile birlikte motifteki dönme hareketinin farkında olup olmadığının ortaya çıkarılması amacıyla yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar ile yine dönel simetrinin farkında olmadığı ortaya çıkmıştır.

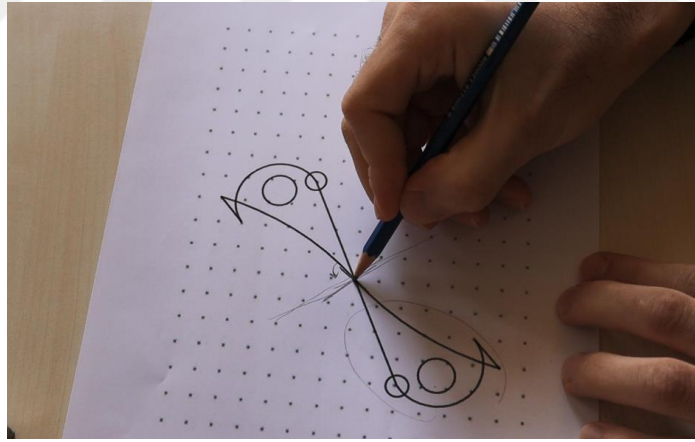
Dönel simetrik bir motifin bulunduğu dokuzuncu sorudaki (S9) motifi simetrik olup olmadığı ile ilgili incelemesi istendiğinde İnan bütüne odaklanarak, öncelikle kâğıdı sürekli olarak çevirip iki bacak arasında doğruya göre simetri ilişkisi olup olmadığını kontrol edip Görsel 3.31 üzerinde “Bence değildir hocam. Bir insan bacağı olarak ele alırsak,. Bu kenar üzerinde tekrarlamış diyebilirim. Üç kez tekrarlamış.” yanıtını vermiştir.



Görsel 3.31. İnan'ın görseldeki tekrarlamayı göstermesi

Verilen bir şeklin simetrik olup olmadığını incelerken nasıl bir yol izlediğinin ve bu motifin simetrik olmadığına nasıl karar verdiğinin sorulması üzerine İnan “Simetriyi ben yansıma olarak ele aldığım için. Düz veya ters, hiçbir şekilde olmadığını görüyorum. O yüzden simetrik değildir.” olarak yanıt vermiştir. Bu yanıt incelendiğinde İnan'ın simetrik olma durumunu yanlış bir genelleme ile noktaya ve doğruya göre simetri ile ilişkilendirdiği; eğer verilen şekil doğruya göre simetrik değil ise o şeklin simetrik bir şekil olmadığı sonucuna ulaşacağını göstermiştir. Motifi incelediğinde özelliklerine ilişkin dikkatini çeken herhangi bir durum olup olmadığı sorulduğunda İnan bu üç bacak arasında bulunduğunu iddia ettiği tekrarlama ilişkisinin dönme hareketleri ile meydana geldiğini ve sanki bu bacakların *adımlayarak ilerlediğini* ifade etmiştir. Dönel simetrik olan bu motifin eş parçaları arasındaki dönme ilişkisi İnan'ın dikkatini çekerken İnan'ın bu motifi dönel simetrik bir motif olarak dile getirmediği görülmüştür.

Simetrik olan bir başka motifin simetrik olma durumunu incelemesi amacıyla kendisine verilen onuncu soruda (S₁₀) İnan bütüne odaklanarak doğruya göre simetrik olup olmamasından yola çıkarak kontrol etme amacıyla motifin eş parçaları arasına bir simetri eksenini yerleştirme girişiminde bulunmuştur. “Bence simetriktir. Eğer buraya bir doğru veya ayna koyarsak buranın ters yansımasının burada olduğunu görüyorum.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Ardından kâğıdı döndürerek eş parçalar arasındaki simetriklik ilişkisine farklı açılardan bakmıştır. Buna nasıl karar verdiğini daha detaylı açıklaması istendiğinde İnan’ın “Eğer yansıma olarak görmezsek; 180° saat yönünün tersine döndüğünde bu konuma geldiğini görüyorum, merkez de burayı alırsak.” açıklaması ile bu motiftaki kendi tabiri ile ters yansımayı Görsel 3.32’deki gibi açıklarken dönme merkezi ve açısı parametrelerini kullanarak dönme hareketinden yola çıktığı görülmüştür. İnan’ın sabit bir nokta, bir yön ve belirli bir açı belirterek açıklaması dönme simetrisinin ve dönel simetrinin farkında olduğunun göstergesi olduğu söylenebilir.



Görsel 3.32. İnan’ın simetrikliği göstermesi

3.1.1.3. Yaz’ın simetri incelemesine ilişkin bulgular

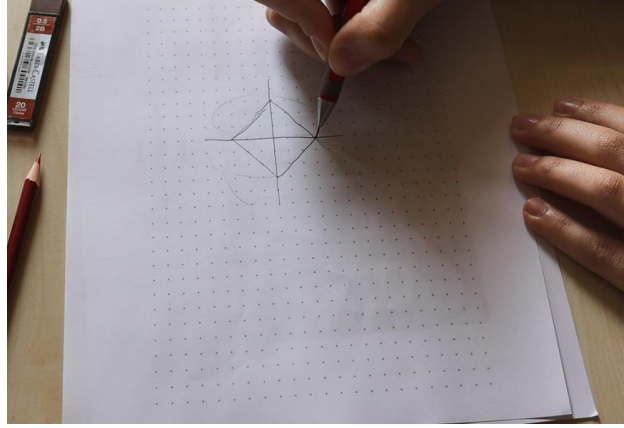
Yaz’ın süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunun incelemesinin istendiği sekiz sorudan sadece dokuzuncu soruyu (S₉) ve on birinci soruyu (S₁₁) incelerken bütüncül bir bakış açısına sahip olarak bütüne odaklandığı; bu sorular haricindeki diğer tüm sorulardaki incelemelerinde ise parçaya odaklandığı tespit edilmiştir. Eski zamanlardan kalma tarihi bir esere ait bir süsleme görseli içeren birinci soruyu (S₁) incelediğinde Yaz dikkatini çeken ilk durumu “Şu çiçekler ve aslında her

şekil burada simetrik. Mesela şu ortadan ikiye ayrılmış. Bu çiçek böyle yansımış.” diyerek belirttiği motifler üzerine simetri eksenini görevinde birer doğru yerleştirerek Görsel 3.33’teki şekilde belirtmiştir. Yaz’ın açıklarken bir doğru çizip onun üzerinden göstermesi ve *yansımış* kelimesini kullanması dikkat çeken bir durum olmuştur.



Görsel 3.33. Yaz’ın simetrik motifleri göstermesi

Yaz’a “Burada bir simetri olduğuna nasıl karar verdin?” şeklinde yöneltilen soru üzerine Yaz çiçeğe benzettiği motifin eş parçalarından yola çıkarak gösterip “Burası burayla aynı şekilde. Aynı noktalara eşlik eden bir doğru üzerinde iki nokta olduğunu görüyorum. Şekil böyle yaslanmış böyle katlanmış gibi.” yanıtını vermiştir. Katlanmış gibi ifadesini kullanırken aynı zamanda Yaz eli ile motifin yarısını gösterip katlayarak diğer yarısı üzerine kapatmıştır. Yanıtı incelendiğinde Yaz’ın doğruya göre simetriyi belirlerken bir simetri eksenini belirleyerek bu eksene olan eşit uzaklıklardan yola çıktığı görülmüştür. Ayrıca Yaz’ın simetri ifadesini doğruya göre simetri ile eş anlamlı olarak kullandığı dikkat çekmiştir. İncelemelerini tamamladığını ve dikkatini çeken herhangi başka bir durum olmadığını söyleyen Yaz’ın günlük hayat örneğinde tekrar eden motifini belirleyemediği ve öteleme simetrisi ile dönel simetriyi fark edemediği tespit edilmiştir. Ardından “Bu simetrinin olduğunu söyleyebilmek için herhangi bir yapıda olması gereken temel özellikler nelerdir? Herhangi bir şekil hangi özelliklere sahip olmalı ki bahsettiğin simetrinin olduğunu söyleyebilesin?” sorusuna Yaz çizim yaparak yanıt vermeyi tercih etmiş, kendisine noktalı kâğıt verilmesinin üzerine öncelikle dik kesişen doğrular çizmiş ve doğrular arasına yerleştirdiği Görsel 3.34’te görülen doğru parçaları üzerinden açıklama yapmaya başlamıştır.

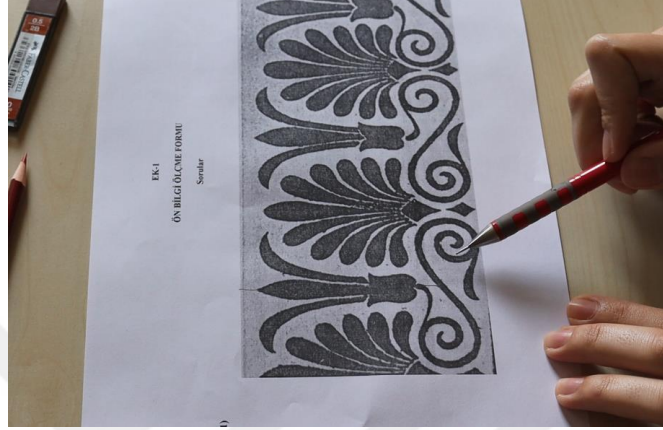


Görsel 3.34. *Yaz'ın simetrik şekil oluşturup açıklaması*

Çizdiği şeklin hem x eksenine hem de y eksenine göre simetrik olduğunu “Şu şekil baktığımızda hem böyle katlanmış hem de böyle katlanmış. Yani her tarafı aslında simetrik. Her tarafı birbirine eşit olmuş oluyor.” diyerek gösterip açıklamıştır. Ardından “Baktığımızda iki taraf da birbirine eşitse şekiller aynı gözüküyorsa simetridir diyebiliriz bence.” diyerek ilk defa eş şekillere vurgu yapmıştır. Simetrik şekillerin kenar uzunlukları ve açıları ile ilgili nasıl bir durum söz konusu olduğu sorulduğunda ise “Aslında kenar uzunluklarının da aynı olması lazım. Açısal olarak da baktığımızda da aynı olması lazım.” şeklinde yanıt vererek kenar uzunluklarının ve açılarının karşılıklı olarak korunacağını çizimi üzerinde de göstererek belirtmiştir. Simetriye dair başka bir şeyden bahsedemeyeceğini söylemesinin ardından Yaz’dan esas şekil ve görüntüsünün simetri eksenine olan uzaklıkları ile ilgili inceleme yapması istenmiştir. Bunun sonucunda Yaz’ın “Burası bir birim olarak konuşursak burası da bir birim burası da aynı şekilde. Baktığımızda hepsinin eşit olması lazım. Hani zaten bir ayna gibi düşünebiliriz gayet. Nasıl uzaklıktaysa burası da işte olması lazım.” yanıtını vererek eşit uzaklık olması gerektiğini ifade ettiği görülmüştür. Bunun yanında ortadan ikiye ayrılmış, yaslanmış ve katlanmış gibi şeklinde ifadeler kullanması Yaz’ın doğruya göre simetriye dair informal bir dil kullandığını gösterdiği söylenebilir.

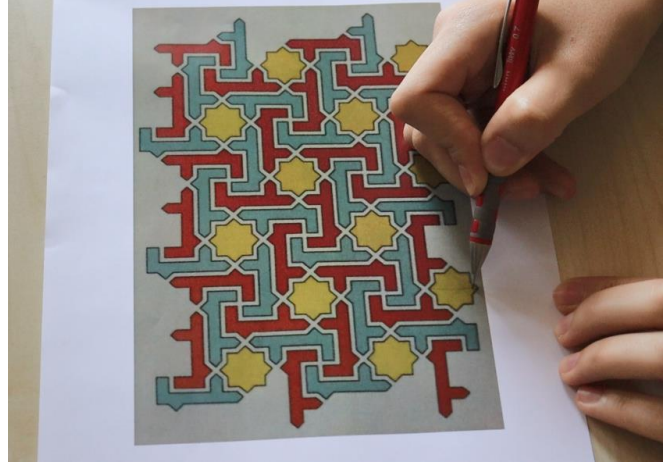
İnceleme yapmaya devam eden Yaz’ın dikkatini çeken diğer bir durum görselin altında bulunan dönel simetrik motifler olmuştur. Bu dönel simetrik motifler üzerine farklı konumlarda bulunan farklı doğrular yerleştirip bu doğrulara göre simetrik olup olmadığını Görsel 3.35’teki gibi kontrol etmeye çalışmıştır. Yerleştirdiği hiçbir doğruya

göre bir simetri tespit edemeyip ardından “Bunlar tam olarak şey değil ama, yansımamış yani.” diyerek bu motiflerin doğruya göre simetrik olmadığını belirtmiştir. Yaz’ın simetrikliği kontrol ederken sadece doğruya göre simetrik olma durumunu incelemesi, bunun dışında başka herhangi bir durumu kontrol etmemesi göze çarpmıştır.



Görsel 3.35. Yaz’ın doğruya göre simetrikliği kontrol etmesi

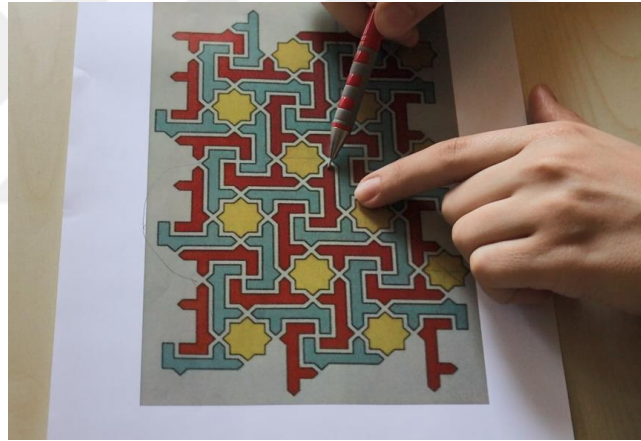
Bir diğer tarihi bir esere ait bir süsleme görseli içeren ve doğruya göre simetrik motifler barındırmakla birlikte dönel simetrik motifleri ile de oldukça göze çarpan yedinci sorudaki (S₇) dikkatini çeken herhangi bir simetri olup olmadığının incelemesinin istenmesi üzerine Yaz’ın parçaya odaklandığı görülmüştür. İlk olarak yine doğruya göre simetrik olan bir motifin dikkatini çektiğini “Dik olarak baktığımızda y eksenini için, x eksenini için ya da orijinden geçen bir doğru için de. Hepsini simetrisi olduğunu söyleyebiliriz. Yani karşılıklı olarak uzaklıkları eşit olmuş oluyor.” şeklinde yıldızla benzeyen sarı renkli motifi Görsel 3.36’daki gibi göstererek belirtmiştir. Burada Yaz’ın sadece tek bir doğruya göre değil farklı doğrulara göre olan simetrilere de dikkat ettiği belirlenmiştir.



Görsel 3.36. Yaz'ın simetrik motifleri göstermesi

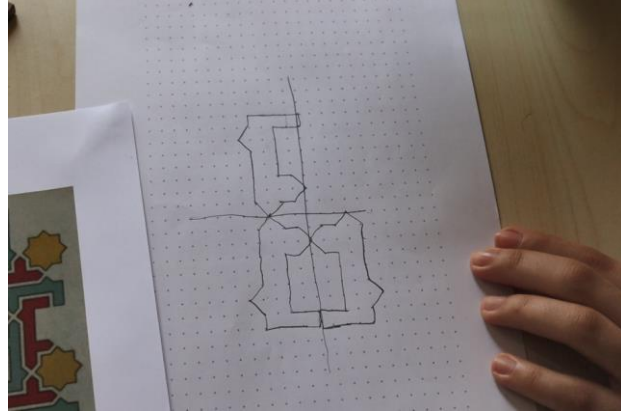
Gösterdiği yıldıza benzeyen sarı renkli motifin etrafında ardışık olarak bulunan bir kırmızı bir de mavi motifi göstererek “Şu şekiller kendi içinde simetrik değiller. Çünkü yatay ya da dikey bir doğru çeksek, hani baktığımızda eş olan iki şekil yok. Doğrunun ikiye böldüğü eş iki şekil yok.” açıklamasını yapan Yaz'ın simetrikliği kontrol ederken doğruya göre kontrol etme eğilimi olduğunun görüldüğü söylenebilir. Ardından “Şu sarı yıldız desenin etrafında şu mavi, şu mavi, şuradaki kırmızı şu kırmızı. Ama simetrik olarak direkt diyemem. Hani şuradan bir çizgi çekip burası buraya eşittir diyemem.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Yıldıza benzeyen sarı renkli motif etrafında tekrar ederek dönel simetrik bir motif oluşturan dört eş parçanın arasında bir ilişki olduğunu Yaz'ın fark ettiği fakat bunun dönel simetri olduğunu bilmemesi sebebi ile bu şekilde ifade edemediği ve simetrikliği direkt olarak doğruya göre simetri ile eşleştirmesi sebebi ile de buradaki simetrikliği görmediği tespit edilmiştir. Yaz'ın simetrik değiller şeklinde belirttiği ardışık olarak bulunan bir kırmızı ve bir mavi motif gösterilerek “Bu kırmızı ve mavi motifi değil de karşılıklı konumlarda bulunan iki kırmızı motifi düşünecek olursan, sence simetrikler midir?” olarak yöneltilen soruya Yaz'ın yanıtı “İlk önce 90 mı 180 mi oluyor? Bir simetrisi alınmış bunun. Bir de çevrilmiş ve şu şekil edilmiş. Hatta biraz ötelenmiş bile olabilir. Yani ilk önce x sonra y'ye göre alınmış. Sonra ötelenip aşağı alınmış diyebilirim.” olmuştur. Yaz'ın yine simetrikliği kontrol ederken bir eksen üzerinden bunu yapmaya başladığı, hatta 90° ve 180° olarak bile ifade ederken çizdiği eksene göre gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca Yaz'ın aslında farklı eksenlere göre art arda simetri almaya çalışması ve bunun sonucunda bu iki kırmızı motifin çakışmayacağını görmesi ile birlikte ilk defa ötelemeden bahsettiği görülmüştür. Bu iki

parçayı dönel simetrik bir motifin parçaları olarak görmediğinin düşünülmesi üzerine kırmızı renkli diğer iki parça ile birlikte bu kırmızı renkli iki parçadan oluşan dört parçalık motifin bu parçaları arasında dikkatini çeken herhangi bir durumun olup olmadığını incelemesi istenen Yaz yine öncelikli olarak Görsel 3.37'deki gibi bir eksen yerleştirmeye çalışmayı denemiş ve parçaların kendi içinde simetrik olmadığını ama parçalar arasında bir simetriklik ilişkisi olduğunu “Aslında hepsi birbirinin simetriği. Ama benim söylemek istediğim kendi içinde simetrik değiller. Şöyle bir çizgi çektiğimde birbirine eş olarak şekil yok. şeklinde ifade etmiştir. Bu parçalar arasında bulunan simetriklik ilişkisine nasıl karar verdiği sorulduğunda “Katlanılmış mesela. Aslında o simetri olmuş olmuyor. Ona ne denir? Öteleme değil. Onun adını şu an tam olarak ifade edemiyorum.” olarak yanıtlamış, nasıl bir katlama olduğu detaylandırması istendiğinde ise çizim yaparak anlatmak üzere bir adet kâğıt talep etmiştir.



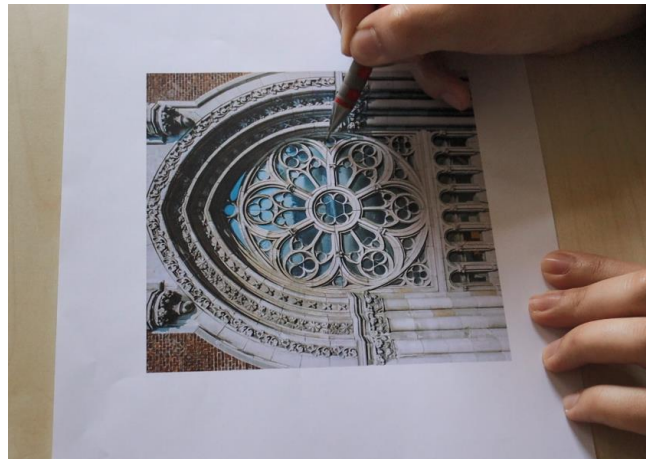
Görsel 3.37. Yaz'ın simetriklik ilişkisini açıklaması

Yaz noktalı kâğıt üzerine öncelikle bir y eksenini çizmiş, “Mesela şu şekli şuradaki kırmızı şekli şuradaki yatık olanı şöyle şuraya çizdim aynı şekilde.” diyerek y ekseninin sağ tarafına kırmızı parçalardan birini çizerek devam etmiştir. Ardından çizdiği bu kırmızı parçanın çizdiği y eksenine göre simetrisini alarak çizmiştir. Daha sonra ise bir x eksenini belirleyip bu görüntünün x eksenine göre simetrisini alarak Görsel 3.38'deki çizip “Oradaki şekil böyle elde edilmiş.” açıklamasını yapmıştır. Tüm açıklamaları ve çizimleri incelendiğinde Yaz'ın sadece doğruya göre simetriyi fark ettiği ve dönel simetriye veya dönme simetrisine dair hiçbir farkındalığının olmadığı görülmüştür.



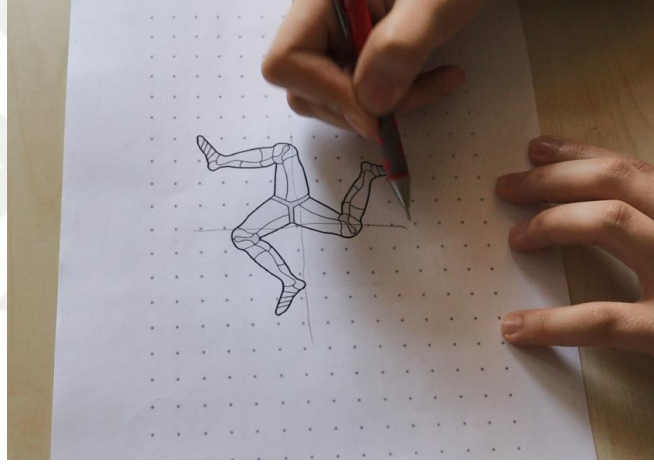
Görsel 3.38. Yaz 'ın simetri çizimini yapması

Doğruya göre simetrik motifleri olduğu kadar bir o kadar da dönel simetrik motifleri ile öne çıkan günlük hayat örneğinin bulunduğu sekizinci sorudaki (S_8) simetri türlerini incelemesi istendiğinde Yaz parçaya odaklanmıştır. İlk olarak büyük bir çiçek şeklinde bulunan penceredeki doğruya göre simetrisi fark edip Görsel 3.39'daki gibi göstererek “Burada dikey bir simetri var. Yani katladığımızda aynı şekil oluştuğu için yani eş noktalara karşılık geldikleri için. Aynı şekilde yatay olarak da. Hatta orijinden geçen bir doğruda da.” olarak ifade etmiştir. İncelemeye devam eden Yaz görsel üzerinde farklı yerlerde bulunan doğruya göre simetrik olan diğer motifleri göstermiş fakat öteleme simetrisi, dönel simetri veya dönme simetrisine dair hiçbir detayı fark edip dile getirememiştir. Yaz motiflerdeki doğruya göre simetriyi fark etmekle birlikte bütündeki dönel simetriyi fark edememiştir.



Görsel 3.39. Yaz'ın doğruya göre simetrik şekli göstermesi

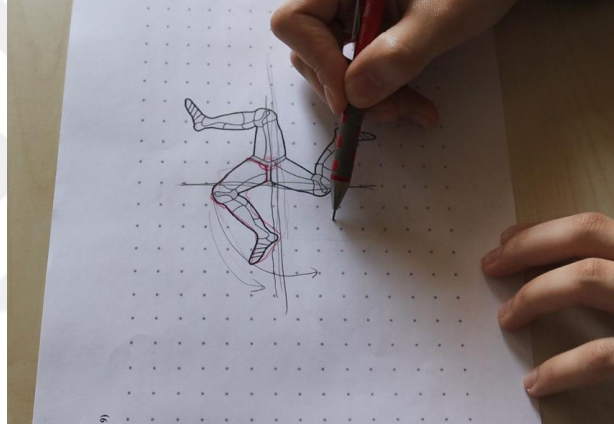
Yaz'ın süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunun incelemesinin istendiği toplam sekiz sorudan sadece S₉ ve S₁₁ olmak üzere sadece iki soruda bütüne odaklandığı, diğer altı soruda ise parçaya odaklanarak inceleme yaptığı gözlemlenmiştir. Bu sorulardan biri olan ve dönel simetrik bir motif bulunan S₉'daki motifin simetrik olup olmadığını incelemesi istendiğinde Yaz, motifin eş parçaları olan bacakların arasına bir doğru yerleştirmeye çalışarak Görsel 3.40'taki gibi kontrol etmeye başlayıp “Hep gösterdiğim gibi yatay olarak direkt şeklin ortasından çizdiğimde değil. Çünkü burada şu tarafta bir şekil yok. Bence simetrik değil.” açıklamasında bulunmuştur. Yaz'ın bu yanıtından da yola çıkılarak simetrikliği sadece doğruya göre simetri ile ilişkilendirdiği söylenebilir.



Görsel 3.40. Yaz'ın simetrikliği kontrol etmesi

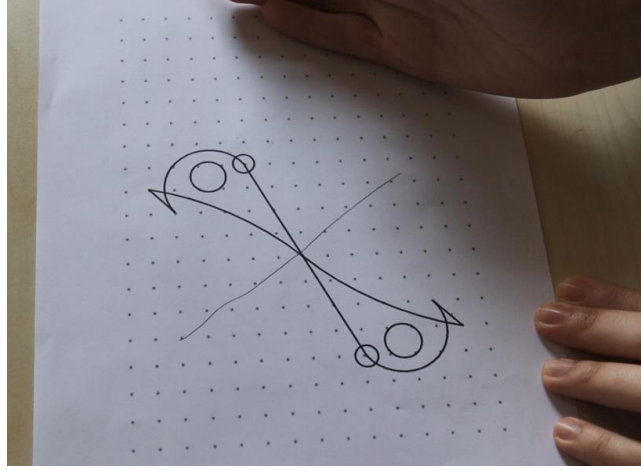
İncelemeye devam eden Yaz “Ama hepsi aynı şekil hani aynı şeklin birleştirmiş hali. Şu bacak şekli hepsinden hani aynı şekilde var.” diyerek günlük hayat örneğinde tekrar eden motifi fark edebilmiştir. Fakat bu tekrar eden motifi dönel simetri ile ilişkilendirip ilişkilendiremeyeceği ya da en azından dönme hareketine dair herhangi bir farkındalığının olup olmayacağını görmek amacıyla biraz daha inceleme yapması istenmesinin ardından Yaz “Simetrik gibi ama değil de gibi. Mesela şuna şöyle bir çizgi çekecek olursam belki bu katlanılıp bir kere daha katlanılıp ötelenip oluşturulabilir. Ama genel olarak doğru çizdiğimde simetriktir diyemem.” açıklamasında bulunmuştur. Yaz'ın burada da diğer sorulardaki günlük hayat örneklerini incelerken yaptığı gibi önce bir bacağın belirlediği x eksenine göre ardından bu bacağın görüntüsünün y eksenine göre simetrisini aldığı ve tam çakışma meydana gelmediği için öteleme yolu ile

çakıştırmayı denediği; sonuç olarak da motifteki dönel simetriyi fark etmeyip bu motifin simetrik olmadığı yönünde bir karar verdiği görülmüştür. Günlük hayat örneğinin özellikleri ile ilgili neler söyleyebileceği sorulduğunda öncelikle Görsel 3.41’de görüldüğü gibi orijini motifin merkezi noktasında olmayan bir koordinat düzlemi çizerek eş parçalar olan bacaklar arasındaki ilişkiyi ilk defa dönme hareketleri ile “Hayal ettiğim için gösteremem ama şöyle döndürülmüş diyebilirim. Sola saat yönünün tersine.. Düz bir bacak haline getirilip şuraya konulmuş, yani ötelenmiş.” olarak dile getirmiştir. Yaz’ın motifteki dönme hareketinin dikkatini çekmesi ile beraber bu motifin aslen sadece dönme hareketi ile oluştuğunu fark edemeyip öteleme hareketlerinden de söz ettiği görülmüştür.



Görsel 3.41. Yaz’ın dönme hareketini göstermesi

Dönel simetrik olarak verilen şeklin doğrudan simetrik olup olmadığının sorulduğu soru olan onuncu soruyu (S₁₀) incelemesi istendiğinde Yaz yine parçaya odaklanıp motifin eş parçalarını belirleyerek arasına bir doğru yerleştirme girişiminde bulunmuştur. “Şeklin ortasından dikey bir doğru çeksem, simetrik değil. Çünkü şuradaki üçgen gibi parça bu tarafta yok, bu tarafta var. Yatay çektiğimde direkt eş olmuyorlar.” olarak ifade etmiştir. Ardından Görsel 3.42’de görülen ve diğer günlük hayat örneklerinde ve süslemelerde olduğu gibi burada da ardışık iki dik kesişen doğruya göre simetri alarak bu şekli elde edebileceğini “Şu şekilde katlanılıp, o zaman üçgen şu tarafa gelecek. Sonra tekrar şu şekilde katlayarak bunu oluşturabilirim.” şeklinde anlatmıştır. Dolayısıyla Yaz’ın bu soruda da dönel simetri ile herhangi bir farkındalığının olmadığı gözlemlenmiştir.



Görsel 3.42. *Yaz'ın doğruya göre simetri hareketlerini göstermesi*

3.1.2. İkinci bölüm: Doğruya göre simetri alma bilgileri ve deneyimleri

İkinci bölüm; katılımcıların verilen şekillerin doğruya göre simetrisini nasıl aldığını, verilen şeklin doğruya göre simetrisini alırken nasıl ilerlediğini, elde ettiği görüntünün doğru olup olmadığını nasıl kontrol ettiğini ve bu kontrolü nasıl yaptığını açıkladığı bulgular ile ilgilidir.

Şekil 3.4'te görüldüğü gibi ikinci bölümde ilk tema olarak yatay doğruya göre simetri alma yer almaktadır. Bu tema altında katılımcılardan ikisinin şeklin simetriğini köşe noktalarını referans alarak belirlerken, birinin düzlemdeki noktaları referans alarak belirlediği saptanmıştır. Bununla birlikte bir diğer tema olan eğik doğruya göre simetri alma temasında katılımcıların tamamının şeklin simetriğini köşe noktalarını referans alarak belirlediği tespit edilmiştir. Şekil ile kesişen eğik doğruya göre simetri alma olarak bulunan temada ise katılımcıların tamamının şeklin simetriğini düzlemdeki noktaları referans alarak belirlediği görülmüştür. Alınan simetrinin doğruluğunu kontrol etme teması altında ise katılımcılardan birinin düzlemi çevirerek kontrol ederken diğerinin düzlemi katlayarak kontrol ettiği belirlenmiştir.

TEMALAR

Yatay Doğruya Göre Simetri Alma

Eğik Doğruya Göre Simetri Alma

Şekil ile Kesişen Eğik Doğruya Göre Simetri Alma

Alınan Simetrinin Doğruluğunu Kontrol Etme

ALT TEMALAR

Köşe Noktalarını Referans Alarak Şeklin Simetriğini Alma

A_4, Y_4

Düzlemdeki Noktaları Referans Alarak Şeklin Simetriğini Alma

$\dot{I}_4$

Köşe Noktalarını Referans Alarak Şeklin Simetriğini Alma

$A_5, \dot{I}_5, Y_5$

Düzlemdeki Noktaları Referans Alarak Şeklin Simetriğini Alma

$A_6, \dot{I}_6, Y_6$

Düzlemi Çevirerek Simetrikliği Kontrol Etme

$\dot{I}_2, \dot{I}_5, \dot{I}_6, \dot{I}_{10}, \dot{I}_{11}$

Düzlemi Katlayarak Simetrikliği Kontrol Etme

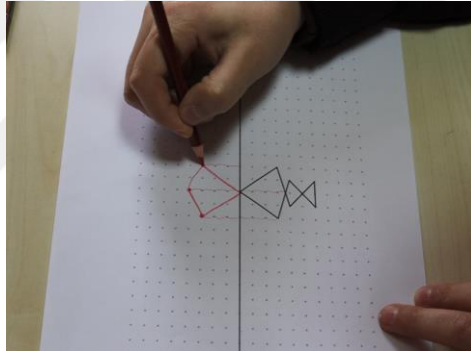
A_6

Şekil 3.4. İkinci bölümün temalaştırılması şeması

Katılımcıların ön görüşmelerinden elde edilen bulgular kapsamında doğruya göre simetri alma bilgileri ve deneyimleri bölümüne dair her bir katılımcının klinik görüşmelerde kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar ve katılımcılara ilişkin araştırma notları, katılımcı bazında ayrı başlıklar altında aşağıda sunulmuştur.

3.1.2.1. *Ahu'nun simetri almasına ilişkin bulgular*

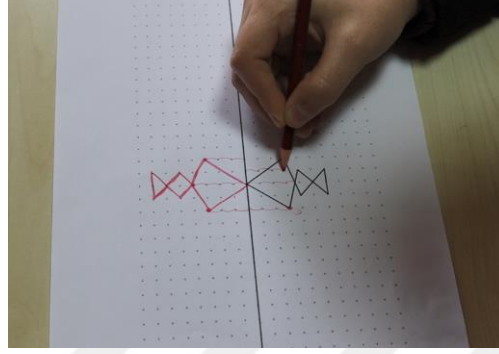
Yatay konumlu bir doğru ile bir noktada kesişen şeklin verilen doğruya göre simetrisini alıp oluşan görüntüyü çizmesinin istendiği dördüncü soruda (S4) Ahu öncelikle şeklin verilen doğruya en yakın olan üç köşe noktasını referans alarak bu noktaların görüntülerini verilen doğruya olan dik uzaklıkları dikkate alarak belirleyip ardından bu noktaları Görsel 3.43'teki gibi birleştirmiştir.



Görsel 3.43. *Ahu'nun bazı referans noktalar belirleyip simetriğini alması*

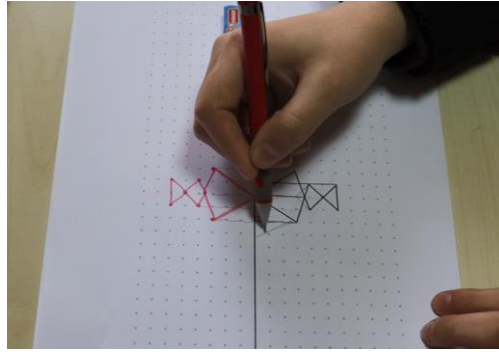
Ardından şeklin kalan parçaları için köşe noktalarını referans alıp dik uzaklıklarını alarak ilerlemek yerine, belirlediği görüntünün devamında şeklin kalan parçasından yola çıkarak görüntüyü tamamlamıştır. Simetri alma işlemini nasıl gerçekleştirdiğini açıklaması istendiğinde “Noktaların doğruya uzaklıkları eşitti simetrisini alırken. Bu yüzden ilk olarak noktaları belirledim, uzaklıkları eşit olacak şekilde. Sonra diğer noktalara geçtim. Sonrasında da şekli oluşturdum.” olarak ifade etmiştir. İlk önce bazı noktaların görüntülerini belirleyip ardından şeklin kalanını doğrudan çizerek tamamlamasının sebebi sorulduğunda ise Görsel 3.44'te görüldüğü gibi kontrol ederek hatalı çizim yaptığını fark edip “Evet biraz göz kararı çizdim ama doğruymuş gibi hissediyorum. Mesela diyelim hani doğru mu çizmişim? Bir, iki, üç, dört. Hata yapmışım.” olarak ifade etmiştir. Sonrasında bu çizimi yeniden yapmak istediğini

belirtmesi üzerine Ahu'ya yeni bir kâğıt üzerinde bu soru tekrardan verilmiştir. Bu çizimini gerçekleştirirken diğer çiziminde izlediği yolun aksine şeklin tüm köşe noktalarını referans alıp dik uzaklıklarından yola çıkarak görüntülerini belirleyip ardından bu noktaları birleştirerek şeklin çizimini tamamlamıştır.



Görsel 3.44. Ahu'nun hatalı çizimini fark etmesi

“Köşe noktalarının e doğrusuna olan uzaklıklarını aldığını söyledin. Bu uzaklıkları nasıl belirliyorsun? Belirlerken neye dikkat ediyorsun?” olarak yöneltilen soruya yanıtının “Diyelim işte şu noktanın buraya dik olan uzaklığını tercih ediyoruz. Yani hani şu şekilde de çizebilirdim. Ama dik olan uzaklığını tercih ediyoruz.” şeklinde Görsel 3.45'teki gibi olması ile birlikte Ahu'nun doğruya eş uzaklık bilgisine sahip olduğu görülmüştür.

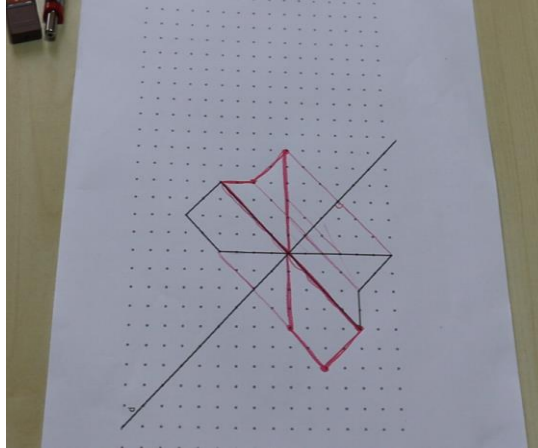


Görsel 3.45. Ahu'nun dik olmayan uzaklık belirtmesi

Aldığı simetrinin doğruluğunu nasıl kontrol edeceğini görmek amacıyla “Senin çizdiğin bu şeklin benim sana verdiğim şeklin görüntüsü olduğunu bana nasıl

gösterebilirsin?” şeklinde yöneltilen soruya Ahu “Yansıma derken aynayı düşündüm. Bire bir bunun aynısını şu şekilde yansıtacağı için bir ayna yansıma doğrusu görevi görüyormuş gibi düşündüm bu e doğrusunu.” olarak yanıt vermiştir. Burada Ahu’nun bir aynadan yola çıkarak kontrol ettiği ve bunun yanı sıra ilk kez yansıma doğrusu ifadesini kullandığı görülmüştür.

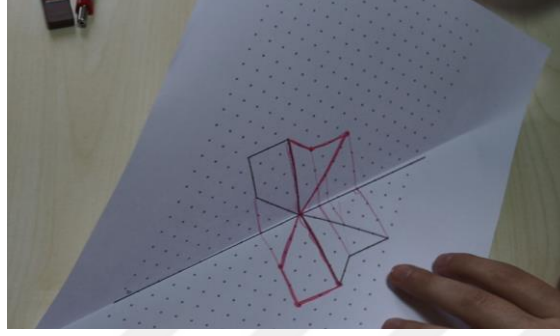
Eğik konumlu bir doğru ile bir noktada kesişen ve bu doğrunun her iki tarafında da parçası bulunan şeklin verilen doğruya göre simetrisini alıp oluşan görüntüyü çizmesinin istendiği soru olan altıncı soruda (S_6) Ahu’nun öncelikle şeklin belirli köşe noktalarını referans olarak alıp verilen doğruya olan dik uzaklıklarından yola çıkarak bu noktaların görüntülerini belirlediği, ardından şekli oluşturan bazı doğru parçaların olduğu gibi simetrisini alarak ilerlediği gözlemlenmiştir. Ardından noktaları birleştirerek Görsel 3.46’daki bütün görüntüyü elde etmiştir. Ahu’nun doğru yaptığından emin olmak için sürekli olarak uzaklıkları kontrol etmesi dikkat çekmiştir. Bu kez hiç hata yapmadığı, uzaklıkları belirlerken de hiç sorun yaşamadığı görülmüştür. Simetri alma işlemini nasıl gerçekleştirdiğini açıklaması istendiğinde “Noktaların dik uzaklığını almaya dikkat ettim. Ve şeklin ana hatlarını belirledim. Yani şeklin uzunluğu değişmeyeceği için tek tek noktaları belirlemek yerine direkt çizdim.” yanıtını vermiştir.



Görsel 3.46. Ahu’nun simetri alma çizimini tamamlaması

Ahu aldığı simetrinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla bu kez farklı bir yol izleyip düzlemi katlayarak göstermeyi tercih etmiştir. Görsel 3.47’deki gibi bir katlama işlemi yaparak “Bunu bu şekilde katladığımda bu şeklin tamamen üstüne geleceği şekilde olduğunu gördüm. Doğru üzerinden tamamen katladığımda şekillerin ikisi de üst

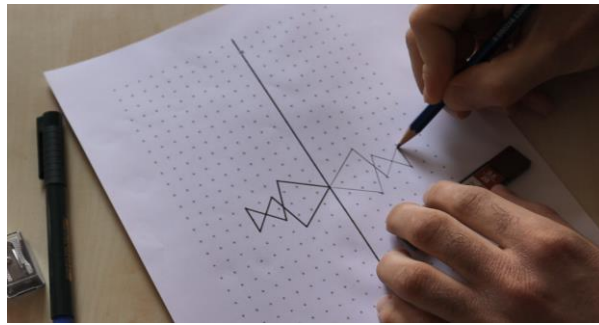
üste gelip aynı şekli oluşturacaktır.” şeklinde neden bu yolu tercih ettiğini ve nasıl gerçekleştirdiğini açıklamıştır. Ayrıca bu sorudan önceki diğer sorularda neden katlayarak göstermenin aklına gelmediğini anlamadığını ve katlayarak göstermenin oldukça kolay olduğunu eklemiştir.



Görsel 3.47. *Ahu'nun simetrikliği katlayarak göstermesi*

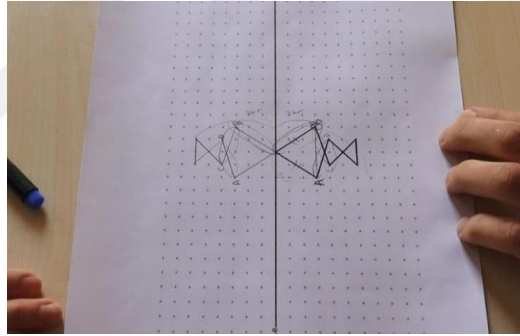
3.1.2.2. İnan'ın simetri almasına ilişkin bulgular

Yatay konumlu bir doğru ile bir noktada kesişen şeklin verilen doğruya göre simetrisini alıp oluşan görüntüyü çizmesinin istendiği dördüncü soruda (S₄) İnan öncelikle hemen masada bulunan uç kutusuna uzanmış ve “Bunu cetvel olarak kullanabilirim.” deyip uç kutusundan yararlanarak çizimini yapmaya başlamıştır. İnan çiziminin tamamını belirli noktaları referans alıp görüntülerini belirlemek yerine uç kutusundan yararlanarak düzlemdeki noktaları referans alarak şeklin simetriğini almaya çalışmıştır. Bir diğer deyişle İnan şekli oluşturan doğru parçalarının simetriğini Görsel 3.48'deki gibi bir bütün olarak almıştır.



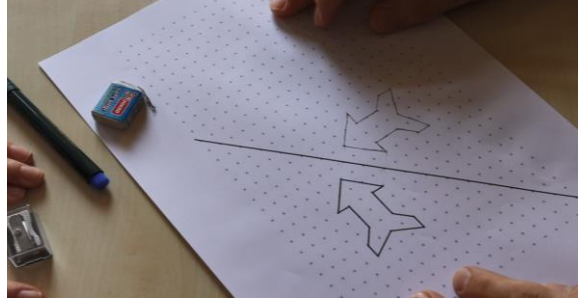
Görsel 3.48. *İnan'ın şeklin bütün olarak simetriğini alması*

Çizimini tamamladıktan sonra yatay konumlu doğruyu kendi önüne doğru çevirerek çiziminin doğru olup olmadığını kontrol etmek amacıyla şekli oluşturan köşe noktalarının tamamının ve diğer noktaların bazılarının doğruya olan uzaklığını belirleyerek yazıp kontrol etmiştir. Bu görüntüyü nasıl belirlediği ve belirlerken nelere dikkat ettiği sorulduğunda “Öncelikle her köşeye bir konum aldım diyebilirim. Bu konumdan yola çıkarak burada nasıl gördüysem aynısını buraya naklettim uzunluklarına dikkat ederek.” olarak yanıt vermiştir. Aldığı simetrinin doğruluğunu kontrol etmesi istendiğinde ise verilen şeklin bazı köşelerine A, B ve C noktası olarak harf vererek görüntülerini de aynı şekilde Görsel 3.49’daki gibi belirtip “Düz yansıma köşelerin konumları değişir ama bakış açıları değişmez demiştim. Aynı şekilde burada da A burada da B ve C köşeleri olur. Aynaya olan dik uzaklıkları eşit olur.” açıklamasını yapmıştır. Bu uzaklıkları nasıl belirlediği sorulduğunda ise doğru bir şekilde belirleyip göstermiştir.



Görsel 3.49. İnan'ın simetrikliği kontrol etmesi

Eğik konumlu bir doğru ile hiçbir noktada kesişmeyen şeklin verilen doğruya göre simetrisini alıp oluşan görüntüyü çizmesinin istendiği soru olan beşinci soruda (S₅) İnan'ın bir önceki soruda olduğu gibi uç kutusunu kullanma girişiminde bulunduğu, ardından uç kutusunu nasıl koyacağını belirleyememesi üzerine bıraktığı görülmüştür. İnan bu kez ilk olarak şeklin doğruya en yakın olan kenarının köşe noktalarını referans alarak bu noktaların görüntülerini belirleyip ardından birleştirerek bu kenarın görüntüsünü çimiştir. Ardından izlediği bu yoldan vazgeçip şeklin kalan kısmını yine bir önceki soruda olduğu gibi kenarların bir bütün olarak simetrisini alarak ilerleyip çizimini tamamlamıştır. En son olarak da eğik konumlu doğruyu kendi önüne doğru çevirerek çiziminin doğru olup olmadığını Görsel 3.50'deki gibi kontrol etmiştir.



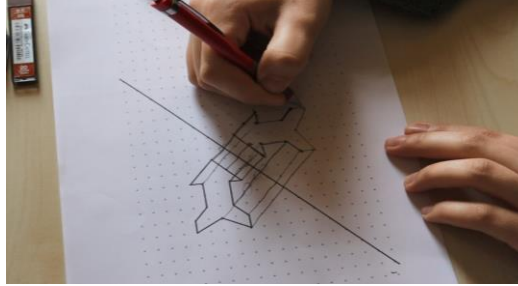
Görsel 3.50. *İnan'ın simetrikliği kontrol etmesi*

Çizimini gerçekleştirirken neler dikkat ettiği sorulduğunda İnan'ın “Öncelikle cismin aynaya olan uzaklığını yine aynı şekilde yansımada da aynı olacağı için uzaklıklara; sonra kenar uzunluklarına, açı ölçülerine dikkat ettim.” olarak yanıtlamasının ardından bu kez farklı bir yol izlemesinin sebebinin ne olduğu sorulduğunda “Önce uç noktasının aynaya yani doğruya olan uzaklığın yansımada doğruya olan uzaklığının eşit olması gerekiyor diyerek dik uzaklıklarını aldım. Sonra bu cismi aynen buraya naklettim. Zihnimde canlandırarak tamamladım.” olarak yanıt vermiştir. İnan'ın aldığı simetrinin doğruluğunu nasıl kontrol edebileceği sorulduğunda ise “Doğruya olan dik uzaklığını köşelerinden aldığım da buranın da eşit olduğunu görüyorum. Aynı şekilde kenarlarının uzaklıkları da köşeleri de açıları da. Dikkat ederek o şekilde çizdim.” olarak verdiği yanıtında ise aslında simetrik bir yapıda olması gereken temel özellikleri sıraladığı söylenebilir.

3.1.2.3. Yaz'ın simetri almasına ilişkin bulgular

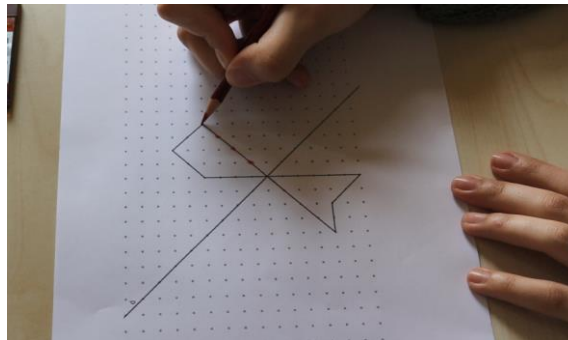
Şeklin verilen eğik doğruya göre simetrisinin belirlemesinin istendiği soru olan beşinci soruda (S_5) Yaz şeklin köşe noktalarını referans alarak bu noktaların görüntülerini belirleyip en son olarak bu noktaları Görsel 3.51'deki gibi birleştirerek çizimini tamamlamıştır. Çizim yaparken nelere dikkat ettiği sorulduğunda “Doğruya olan dik uzaklığının eşit olması gerekiyor. Kenar uzunlukları eşit olmalı. Onun dışında ekstra bir şey söylemem.” olarak, simetrikliği nasıl kontrol edebileceği sorulduğunda ise “Açıları söyleyebilirim, kenar uzunluklarını. Şekil baktığımızda aynı. Bir de doğruya göre nasıl yansıttığımı işte dik olan uzaklıkları aldığımı söyleyebilirim.” olarak yanıt vermiştir. Yaz'ın bu çizimi yaparken özellikle şeklin sonuna doğru oldukça zorlandığı, sürekli olarak simetri eksenini kendi önüne çevirerek simetri alma girişiminde

bulunduğu ve buna rağmen birđok noktanın görüntüsünü hatalı belirleyerek sildiği ve düzelttiği dikkat çekmiştir.



Görsel 3.51. *Yaz'ın eğik doğruya göre simetri alması*

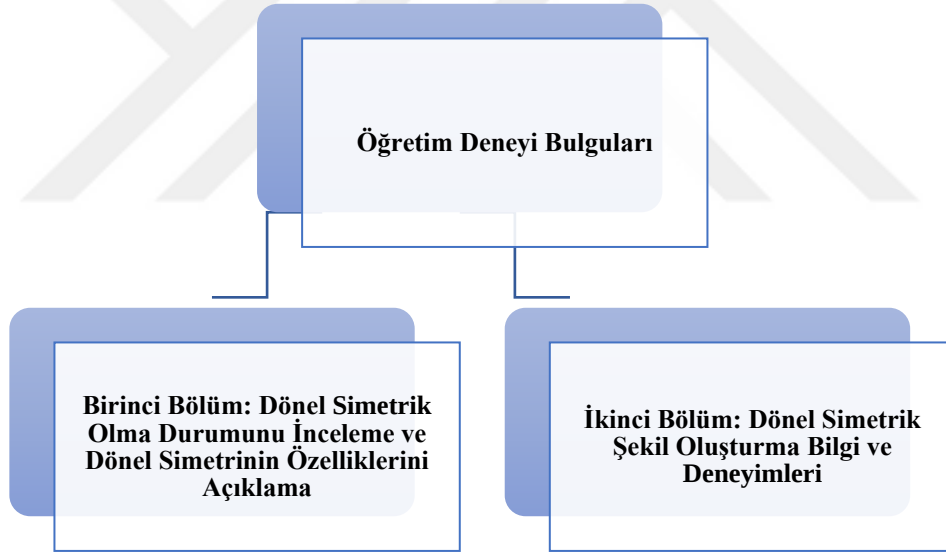
Eğik konumlu bir doğru ile bir noktada kesişen ve bu doğrunun her iki tarafında da parçası bulunan şeklin verilen doğruya göre simetrisinin belirlenmesinin istendiği soru olan altıncı soruda (S_6) Yaz Görsel 3.52'deki gibi "Dik olan uzaklıkları düşünmemiz gerekiyor. şunu kırmızıyla yapayım, bunu siyahla." deyip bu kez düzlemdeki noktaları referans alarak şeklin simetriğini belirleyerek ilerlemiştir. şekil ile görüntüsünü karışmadan gösterebilmesi için farklı iki renkte kalem kullanmayı tercih etmiştir. Dik uzaklıkları belirlerken Yaz'ın yine zorlandığı ve simetri eksenini kendi önüne çevirerek simetri almaya devam ettiği görülmüştür. st üste iki çiziminde de zorlandığı görülen Yaz'a neden zorlandığı sorulduğunda sebebini "Simetri eksenlerinin eğik olması beni zorladı." olarak belirtmiştir. izimini nasıl gerçekleştirdiği ve doğruluğunu nasıl kontrol ettiği sorulduğunda ise yine bir önceki çiziminde olduğu gibi çok fazla detay vermeden "Bir nceki ile aynı." şeklinde yanıtlamıştır.



Görsel 3.52. *Yaz'ın düzlemdeki noktaları referans alarak simetri alması*

3.2. Katılımcıların Öğretim Deneyinden Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar için dönel simetri odağa alınarak tasarlanan öğretim deneyinde katılımcılara, iki bölümden oluşan ve kendi içerisinde alt sorular da içeren toplam 13 adet soru yöneltilmiştir. Katılımcıların verdiği yanıtlar ve açıklamalardan yola çıkılarak temalaştırmalar gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.5'te görüldüğü üzere birinci bölüme ait sorular, katılımcıların verilen günlük hayat örneklerinin ve çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu incelemesine ve dönel simetrinin özelliklerini keşfetmelerine yönelik olan; ikinci bölüme ait sorular ise, katılımcıların verilen dönel simetrik olmayan şekilleri dönel simetrik hale getirmelerine ve yeni bir dönel simetrik motif oluşturmalarına yönelik olan sorulardır. Öğretim deneyi sorularından elde edilen bulgular da kendi içerisinde bu bölümlere göre açıklanmıştır.



Şekil 3.5. Öğretim deneyi bulgularının şeması

3.2.1. Birinci bölüm: Dönel simetrik olma durumunu inceleme ve dönel simetrinin özelliklerini açıklama

Birinci bölüm; katılımcıların dönel simetriye dair informal tanım yaparak günlük hayattan örnekler verdiği, kendilerine dönel simetri tanımı verilmeden önce verilen günlük hayat örneklerini ve çokgenleri inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını açıkladığı, kendilerine dönel simetri tanımı verildikten sonra verilen günlük hayat

örneklerini ve çokgenleri yeniden inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını belirttiği, dönel simetrinin özelliklerini keşfederek sıraladıkları bulgular ile ilgilidir.

Şekil 3.6’da görüldüğü gibi birinci bölümde ilk tema olarak dönel simetriyi tanımlama yer almaktadır. Bu tema altında katılımcılardan ikisi dönel simetriye ilişkin hem informal hem de formal olarak ayrı ayrı yanlış bir şekilde tanım belirtebilirken diğer katılımcı ne informal ne de formal olarak doğru ya da yanlış herhangi bir tanım belirtememiştir. Katılımcılardan biri informal olarak yanlış bir tanım belirtirken tek bir doğru çizip şekiller oluşturmayı, diğeri ise tek bir şekil oluşturmayı tercih etmiştir. Dönel simetriye ilişkin formal tanım belirtirken ise katılımcılardan biri dik kesişen doğrular çizip şekil oluştururken diğeri sözel ifadeler kullanmıştır.

Bir diğer tema olarak bulunan dönel simetri tanımının veriliş verilmemesine göre dönel simetrik olma durumunu inceleme teması, çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu inceleme ve günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu inceleme olarak iki alt tema olarak ele alınmıştır. Dönel simetri tanımı verilmeden önce çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu bir katılımcı inceleyemezken; katılımcılardan biri eş parçalara odaklanarak, diğeri ise düzgün çokgen olmasına odaklanarak incelemiştir. Dönel simetri tanımı verildikten sonra ise çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu katılımcıların tamamı dönme açısı belirlemeye odaklanarak incelerken bir katılımcı ayrıca eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine odaklanarak da incelemiştir. Dönel simetri tanımı verilmeden önce günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu bir katılımcı dönme açısı belirlemeye odaklanarak, bir katılımcı çokgenler ile ilişkilendirerek düzgün çokgen olmasına odaklanarak, bir diğer katılımcı ise tekrar eden motive odaklanarak incelemiştir. Dönel simetri tanımı verildikten sonra ise günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu katılımcılardan ikisi dönme açısı belirlemeye odaklanarak incelerken diğer katılımcı eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine odaklanarak incelemiştir.

En son tema olan dönel simetrinin özelliklerini açıklama teması altında ise sözel ifadeler kullanarak katılımcılardan sadece biri dönel simetrinin temel esaslarını belirleyebilmiş, n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisini belirleyebilmiş, doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri ilişkisini fark edebilmiş, fonksiyon ile dönel simetri ilişkisini fark edebilmiştir. Bir diğer katılımcı ise sadece n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisini fark edebilmiştir.

TEMALAR

ALT TEMALAR

KODLAR

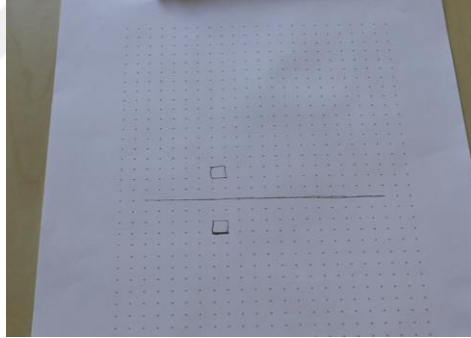
Dönel Simetriyi Tanımlama	İnformel Tanım Yapma	Tek Bir Doğru Çizip Şekiller Oluşturarak Tanımlama	A ₁
		Tek Bir Şekil Oluşturarak Tanımlama	İ ₁
		Tanımlayamama	Y ₁
	Formal Tanım Yapma	Dik Kesişen Doğrular Çizip Şekil Oluşturarak Tanımlama	A ₃
		Sözel İfadeler Kullanarak Tanımlama	İ ₃
		Tanımlayamama	Y ₃
Dönel Simetri Tanımının Verilip Verilmemesine Göre Dönel Simetrik Olma Durumunu İnceleme	Çokgenlerin Dönel Simetrik Olma Durumunu İnceleme	Tanım Verilmeden Önce Eş Parçalara Odaklanma	A ₄
		Tanım Verilmeden Önce Düzgün Çokgen Olmasına Odaklanma	İ ₄
		Tanım Verilmeden Önce İnceleyememe	Y ₄
		Tanım Verildikten Sonra Dönme Açısı Belirlemeye Odaklanma	A ₇ , İ ₇ , Y ₇
		Tanım Verildikten Sonra Eş Parçalar Arasındaki Dönme İlişkisine Odaklanma	Y ₇
	Günlük Hayat Örneklerinin Dönel Simetrik Olma Durumunu İnceleme	Tanım Verilmeden Önce Dönme Açısı Belirlemeye Odaklanma	A ₅
		Tanım Verilmeden Önce Çokgenler ile İlişkilendirerek Düzgün Çokgen Olmasına Odaklanma	İ ₅
		Tanım Verilmeden Önce Tekrar Eden Motife Odaklanma	Y ₅
		Tanım Verildikten Sonra Dönme Açısı Belirlemeye Odaklanma	A ₇ , İ ₇
		Tanım Verildikten Sonra Eş Parçalar Arasındaki Dönme İlişkisine Odaklanma	Y ₇
Dönel Simetrinin Özelliklerini Açıklama	Sözel İfadeler Kullanarak Açıklama	Dönel Simetrinin Temel Esaslarını Belirleyebilme	A ₆
		n-Katlı Dönel Simetrik Şekil İlişkisini Fark Edebilme	A ₈ , İ ₈
		Doğruya Göre Simetri ile 2-Katlı Dönel Simetri İlişkisini Fark Edebilme	A ₁₀
		Fonksiyon ile Dönel Simetri İlişkisini Fark Edebilme	A ₁₂

Şekil 3.6. Birinci bölümün temalaştırılması şeması

Katılımcıların öğretim deneyinden elde edilen bulgular kapsamında dönel simetrikliği inceleme ve dönel simetrinin özelliklerini açıklama bölümüne dair her bir katılımcının klinik görüşmelerde kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar ve katılımcılara ilişkin araştırma notları, katılımcı bazında ayrı başlıklar altında aşağıda sunulmuştur.

3.2.1.1. *Ahu'nun dönel simetri incelemesine ilişkin bulgular*

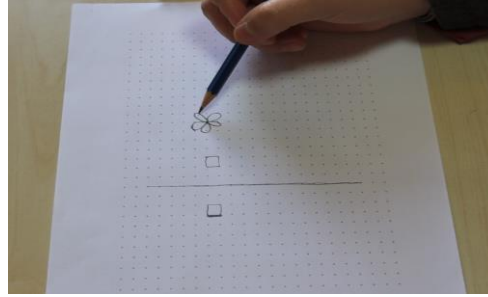
Öğretim deneyinin birinci sorusunda (S_1) dönel simetri denildiğinde zihninde neler canlandığını “Dönen simetri. Diyelim bir eksen alalım. Hocam çizebilirim isterseniz yani aklımdakileri şu anda.” olarak yanıtlayan Ahu'nun dönen kelimesi ile ifade etmesi göze çarpmıştır. Çizim yapması için kendisine noktalı kâğıt verilmesinin üzerine Ahu tek bir doğru çizip bu doğrunun sağ tarafına bir adet kare çizmiş, bu karenin çizdiği doğruya göre yansımısını Görsel 3.53'teki gibi belirlemiştir.



Görsel 3.53. *Ahu'nun dönel simetriyi informal olarak tanımlaması*

Ardından “Belki saçma bir düşünce olabilir. Buradaki kare sanki bu çubuğun etrafında dönüyormuş gibi düşündüm bir an. Şu anda tam böyle aklıma bir fikir gelmedi bu konuda hakkında.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu açıklamasından dönel simetriye dair net bir bilgisinin olmadığı görüldüğü söylenebilir. Belirttiği dönme hareketini detaylandırması istendiğinde “ 360° ya da 180° , 90° açılarıyla gibi düşündüm. Bu karenin bu doğruya göre 90° 'lik simetrisi sanki. Bir dönme gerçekleşiyormuş gibi. Ya da 60 herhangi bir alfa açısına göre simetriği gibi düşündüm şu anda.” şeklinde açıları da vurgulayan bir açıklama yapmıştır. İlk önce sadece belirli açıları üzerinden konuşurken sonrasında bu durumu alfa açısı olarak genellemesinin üzerine bu alfa açısı

ile ilgili düşündüklerini detaylandırması istendiğinde Ahu'nun "Bir önceki görüşmemizde bir şekilde üç tane bacak vardı. En başta 90, 180, 270, 360 gibi düşünüyordum. Ama hani o bacaklarla birlikte herhangi bir alfa açısı da olabileceğini düşündüm." ve "Ya da bir önceki görüşmemizde çiçeğin yapraklarını incelemiştik. Aslında orada da belki daha küçük bir açıyla dönme simetrisi gösterebileceğini düşünüyorum." olarak yaptığı açıklamalar oldukça çarpıcı olmuştur. Bunun sebebi olarak önceden incelemiş olduğu dönel simetrik bir motif olan bacaklardan oluşan ve bir binanın penceresinde dönel simetrik motif olarak bir çiçek barındıran görsellerin Ahu'nun zihninde dönel simetri denildiğinde canlanmış olması ve Ahu'nun bunu dönme simetrisi ve açıları ile ilişkilendirerek ifade etmesi gösterilebilir. Noktalı kâğıt üzerine Görsel 3.54'te görüldüğü gibi bir çiçek motifi çizerek "Şu yaprakların hepsinin eşit olduğunu kabul edelim. Belirli bir alfa açısı ile şuraya simetriği alınmış gibi." deyip ardından "Aslında tam ifade edemememin nedeni hep 90, 180 gibi bir şey arayışımı. Ama şu an o bacaklarla birlikte düşündüğümde netleşiyor, hani işte alfa kadar bir açıda olabilir. 1° bile, 2° bile." yanıtını vererek ön görüşmede incelediği görseller üzerinden dönel simetriye dair çıkarımda bulunmaya devam etmiştir. Aynı zamanda açıları ile ilgili sınırlama yapmamaya karar vermesi kayda değer olarak görülmüştür.

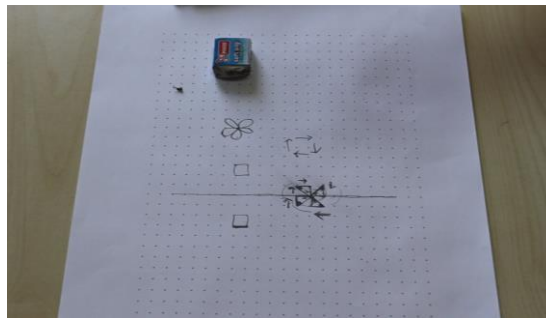


Görsel 3.54. Ahu'nun dönel simetriyi açıklaması

İkinci soru kapsamında (S_2) dönel simetrik şekil olarak günlük hayattan hangi örnekleri verebileceği sorulduğunda Ahu "Az önce çiçeği örnek verdim. Arı kovanı. Bir çiçeğin altın oranı var. Değirmenler, rüzgârgülleri. Onlar tamamen bir dönme simetriği gösteriyormuş gibi. Dönme dolap." şeklinde sıralayarak çiçek, arı kovanı, değirmen, rüzgârgülü ve dönme dolap örneklerini vermiştir. Verdiği örnekler arasında en göze çarpan örneğin altın oran ile ilişkilendirerek verdiği arı kovanı örneği olmasının yanı sıra yine dönen simetri ifadesini kullanarak ifade etmesi olduğu söylenebilir. Bir şeklin

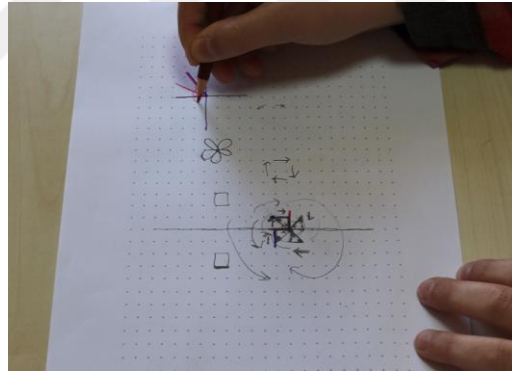
dönel simetrik olup olmadığına hangi özelliklerine bakarak nasıl karar verdiği sorulduğunda Ahu “Aynı şekilde olması, aynı uzunluklara sahip olması, imm o şeklin dönen simetrik yani dönme simetrisine örnek oluşturması açısından benim baktığım temel özellikler.” deyip ardından “Mesela bir değirmene baktığınızda aynı uzunluklara sahiptir işte tahtaların uzunlukları, Aynı şekilde bir rüzgârgülü aldığımda da eşit şekillere ve aynı uzunluklara sahiptir.” şeklindeki açıklamasıyla aslında incelediği şeklin eş parçalarına odaklandığını belirtmiştir. Yine dönen simetrik ifadesini kullanmasının yanı sıra bu kez bir de bu ifadesini dönme simetrisi olarak düzeltmeye çalıştığı tespit edilmiştir. Dönme yönünden ve dönme merkezinden hiç bahsetmemiş olmasının da sadece eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine odaklandığını gösterir nitelikte olduğu söylenebilir. Açılar ile ilgili neler söyleyebileceği sorulduğunda Ahu yine noktalı kâğıt üzerinde çizim yapmayı tercih edip az önce çizdiği doğru üzerinde öncelikle rüzgârgülünün sağ üst parçasını oluşturan eş üçgenden başlayıp ardından saat yönünün tersi yönünde ilerleyerek sırasıyla diğer eş üçgenler ile devam ederek çizimini tamamlamıştır.

Ardından “Bu rüzgârgülümüz olsun. Koyu olarak çizdiğim açıları baz alalım. Burada buraya doğru bakıyor. Burada buraya. Yani sanki açılar da kendileri arasında aslında bir dönme gibi. Birbiri ardında kovalıyormuş gibi, bir tam tur atacakmış gibi, yönleri.” şeklinde bir açıklama yaparak aslında sabit olarak belirlediği bir açının dönme hareketleri sonucunda ölçülerinin değişmeyip sadece baktığı yönlerin değiştiğini ilk defa bir tam turdan bahsederek belirtmiştir. Ayrıca açılarının baktığı yönleri Görsel 3.55’teki gibi birbirini takip eden oklar ile de göstermiştir.



Görsel 3.55. Ahu’nun dönel simetriyi açıklaması

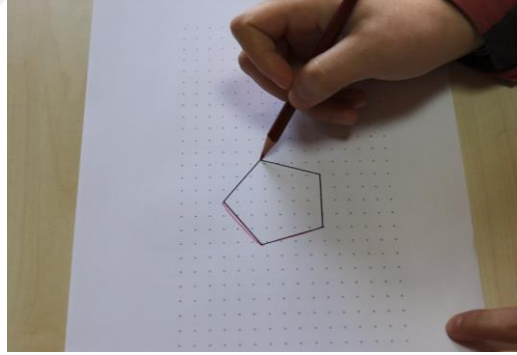
Bu rüzgârgülünü nasıl ve nelere dikkat ederek çizdiği sorulduğunda Ahu “Bir üçgen ile başladım. O üçgenin hareket ederek şöyle şuraya doğru devrildiğini ya da işte döndüğünü düşündüm. 90° ile buraya, 90° ile buraya.” açıklamasını yaptıktan sonra yönü nasıl belirlediği sorulduğunda da yönün bir öneminin olmadığını “Şeklin aynı şekilde olması, korunurluğu önemli olan. Burada bu yönü seçtim. Ama bir önemi yok yönün yani değişmez. Yine dönme simetrisi gösterirdi.” olarak belirtmiştir. Dönel simetri ile ilgili bir tanım yapmasının istendiği üçüncü soru (S₃) için Ahu bir örnek üzerinden açıklamayı tercih etmiş ve Görsel 3.56’da görüldüğü gibi dik kesişen doğrular çizip bir saatin akrep ve yelkovanından yola çıkarak “Mesela bir saat. Bu çubuğu dönen simetriye göre işte şu kadar derecelik bir açıyla alayım bu şekilde olsun. Küçük küçük ilerleye ilerleye bir dönme simetrisi oluşturabiliyor.” şeklinde örnek verdikten sonra “Yani herhangi bir uzunluk, şekil, cisim ele aldığımız cismi, alfa derecesi kadar hareket ettirebildiğimiz cisimler dönme simetrisi özelliği gösterir gibi düşündüm.” olarak tanımlamıştır.



Görsel 3.56. Ahu’nun dönel simetriyi tanımlaması

Çizimlerine ve açıklamalarına bakıldığında Ahu’nun görüşmenin başında dönel simetriye dair herhangi bir bilgisinin bulunmadığı, dönel simetriyi doğruya göre simetri ve dönme simetrisi üzerinden sadece tahminlerinden yola çıkarak açıklamaya çalıştığı belirlenmiştir. Bunun yanı sıra dönel simetri ile doğruya göre simetriyi birbirinden ayıran temel esasların çoğundan hiç bahsetmediği göze çarpmıştır. Sonrasında dönel simetri ile ilgili sorular yöneltildikçe ön görüşmedeki görseller ile ilişkilendirerek tahminler yapmaya ve tamamladığı çizimler üzerinden çıkarımda bulunmaya başlayarak dönel simetri ile ilgili açıklamalarda bulunduğu tespit edilmiştir.

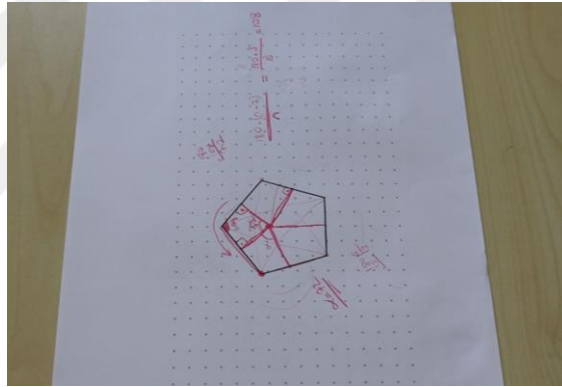
Dönel simetrisinin tanımı henüz verilmeden önce verilen çokgenlerin dönel simetrikliği ile ilgili inceleme yapılması istenen dördüncü soruda (S4) Ahu'nun çokgenleri parçalayarak elde ettiği eş parçalara odaklandığı gözlemlenmiştir. Ahu kendisine verilen tüm çokgenleri inceleyip hepsi ile ilgili bir fikir belirterek düzgün beşgen, dikdörtgen, kare, paralelkenar, düzgün altıgen, eşkenar üçgen, eşkenar dörtgenin dönel simetrik olduğunu düşündüğünü; çeşitkenar üçgen, dik yamuk, altıgen, ikizkenar üçgen, beşgen ve ikizkenar yamuğun dönel simetrik olmadığını düşündüğünü ifade etmiştir. Örnek vermek gerekirse; incelemesi için düzgün beşgen verildiğinde Ahu “Bu düzgün beşgen dönel simetrik olabilir. Hani kenar uzunlukları dedim, eşit açılar olması dedim.” diyerek incelemeye başlamıştır. Düzgün beşgenin köşe noktalarını Görsel 3.57’deki gibi tek tek gösterip deneyerek “Burada belirleyebileceğim bir merkez yok gibi. Burayı merkez olarak belirlesem o zaman şekil daha farklı olurdu. Ya da işte burayı olarak belirlesem biraz daha farklı olurdu.” şeklindeki açıklaması ile belirlenecek olan dönme merkezinin rastgele bir nokta olamayacağını fark etmeye başladığı görülmüştür.



Görsel 3.57. Ahu'nun düzgün beşgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Dönme merkezinin neresi olacağını belirlemeye çalışan Ahu düzgün beşgenin merkezi noktasını gösterip bu noktadan düzgün beşgenin iki kenarına olan dik uzaklıkları belirterek “Merkez belirlesem göz kararı. Sonrasında bu şekilden yine aynı eşit açılarla böyle sürekli bir dönme özelliği gösterebilirim. Mesela ne kadar alfa kadarsa açısı, burada da alfa kadar ilerlemiş olacak. Dönen simetrik olduğunu düşünüyorum.” demiştir. Öncelikle bir dönme merkezi belirleyip ardından bu dönme merkezine uygun olacak şekilde bir açı belirlemek üzere düzgün beşgenin eş parçalarına

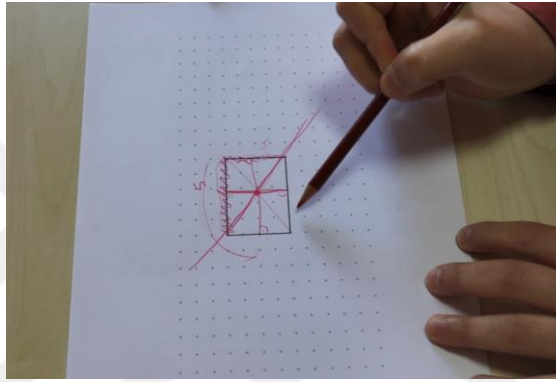
odaklanarak dönel simetrik olduğunu belirtmiştir. Buradan dönel simetride dönme merkezi kavramını soyutlamaya başladığı söylenebilir. Bununla birlikte Ahu'nun hâlâ dönen simetri olarak ifade ediyor olması gözden kaçmamıştır. Bahsettiği alfa asının hesaplanıp hesaplanamayacağının sorulması  zerine Ahu ‘‘Hesaplanabilir, hesaplanabilir tabi ki de.’’ diyerek işe koyulmuştur. Az önce dönme merkezinden düzgün beşgenin iki kenarına olan dik uzaklıkları belirlediği gibi diğer üç kenarına olan uzaklıkları belirlemiştir. Düzgün beşgenin bir i asının ölçüsünü hatırlayamadığını belirttikten sonra formül üzerinden 108° olarak hesaplamıştır. Ardından orada oluşan ve üç i asının ölçüleri belli olan dörtgenin i aları ölçüleri toplamının 360° olmasından yola çıkarak alfa olarak belirttiği dönme asını 72° olarak hesaplayıp Görsel 3.58'deki gibi belirtmiştir. Fakat Ahu'nun sadece 72° olarak bahsedip 72° 'nin katları ile ilgili hiçbir düşüncesini ifade etmediği g r lm ştir.



Görsel 3.58. Ahu'nun düzgün beşgendeki dönme asını hesaplaması

 ncelemesi için dikdörtgen verildiğinde Ahu ‘‘Yine işte kendi açımdan bir merkez belirliyorum.’’ diyerek köşegenlerin kesim noktalarını dönme merkezi olarak belirleyip işaretlemiştir. Ardından bu merkez noktasının dikdörtgenin bir uzun ve bir kısa kenarına olan dik uzaklığını çizmiştir.  ncesinde incelediği birkaç çokgenin kenarlarının ve açılarının eş olması gerektiğini, böylece dönel simetrik olabileceklerini belirten Ahu'nun, bu dikdörtgen üzerinde inceleme yaptıkça ‘‘Dönen simetrik olabilir gibi düşünüyorum. Ama kenar uzunlukları eşit olması gerekiyordu falan dedim. Ama bu kenar uzunluğunu ele aldığımda bu 180° dönerek de şu parçayı oluşturmuş. Ve bu da aynı şekilde.’’ şeklindeki açıklaması ile hatasının farkına vardığı g r lm ştir. Ardından ‘‘Ya da neden bir parçasına odaklanıyorum ki? şuradan bir eksen izsem. Ne kadar aı

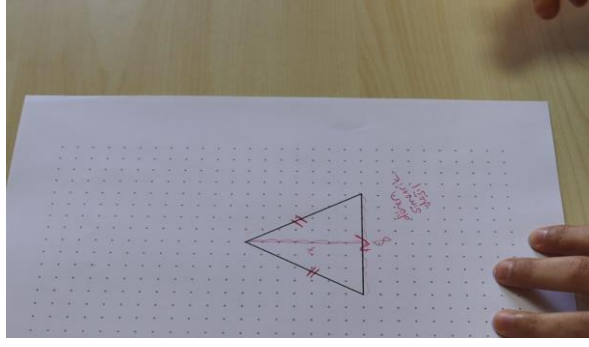
oluyor? Şu anda tam hesaplayamıyorum. Aynı şekilde döndürerek bu şekli elde edebiliriz. Yani o yüzden bu dönen simetriktir.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Ahu’nun burada düzgün çokgen olmasından çok daha öteye geçerek çokgeni Görsel 3.59’daki gibi köşegeni üzerinden geçen bir eksen yardımı ile eş parçalara ayırıp bu eş parçalar arasında belirli bir dönme açısına sahip bir dönme ilişkisi tespit etmeye çalıştığı ve sonuç olarak dikdörtgenin dönel simetrik olduğuna karar verdiği görülmüştür. Buradan Ahu’nun bir çokgenin dönel simetrik olması için düzgün çokgen olması gerekmediği bilgisini soyutlamaya başladığı söylenebilir.



Görsel 3.59. Ahu’nun dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Dönme açısı ile ilgili net bir şey söyleyip söyleyemeyeceğinin sorulması üzerine Ahu “Düşünüyüm, bulabilirim herhalde.” deyip dik uzaklıklardan yola çıkarak bazı hesaplamalar yaptıktan sonra 180° olarak bulduğunu söylemiştir. Nasıl hesapladığı sorulduğunda “Dik uzaklığını aldım. Bunun da aynı şekilde. 90° oluyor. 180° ’lik bir imm dönme gerçekleştiriyor. Gerçekleştiğinde dönen simetrik oluşuyor.” olarak açıklama yapmıştır. Diğer çokgenlerde olduğu gibi dikdörtgende de sadece tek bir dönme açısı belirtmiştir.

İkizkenar üçgen incelemesi için verildiğinde Ahu “Bu ve bu kenar uzunluğu eşit ama bu farklı. Dönen simetrik olmadığını düşünüyorum çünkü bir eşkenar üçgen oluştursaydık, dönen simetrikti ama burada farklı bir uzunluk.” şeklinde açıklama yaparak ikizkenar üçgenin dönel simetrik olmadığını ve bunun yanı sıra eğer eşkenar üçgen verilseydi bunun dönel simetrik olacağını düşündüğünü Görsel 3.60’taki gibi belirtmiştir.

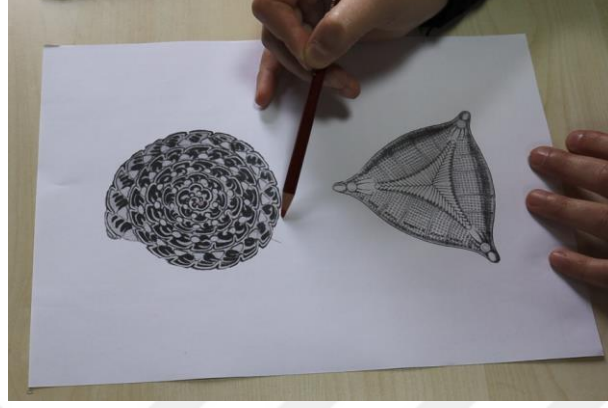


Görsel 3.60. *Ahu'nun ikizkenar üçgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

Verilen çokgenlerin dönel simetrik olup olmadığını incelemeyi tamamlayan Ahu'ya, çokgenleri incelemeye başlamadan önce ve çokgenleri inceledikten sonra fikirlerinin değişip değişmediği sorulduğunda “Aynı kenar uzunlukta olması gerektiğini düşünmüştüm en başta. Ama dikdörtgen ve paralelkenarda sadece bir kenar uzunluğuna bağlı kalamayız.” olarak değiştiğini belirtmiştir. Ahu'nun açıklamasına bakıldığında dönel simetrik olan ve olmayan çokgenleri inceledikçe fikirlerinin değiştiği ve dönel simetriye dair daha fazla fikir belirtmeye başladığı; bir diğer deyişle soyutlama yapmaya başladığı tespit edilmiştir. Fakat bununla birlikte yine de dönel simetrinin temel esaslarına dair hâlâ bilgi eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir.

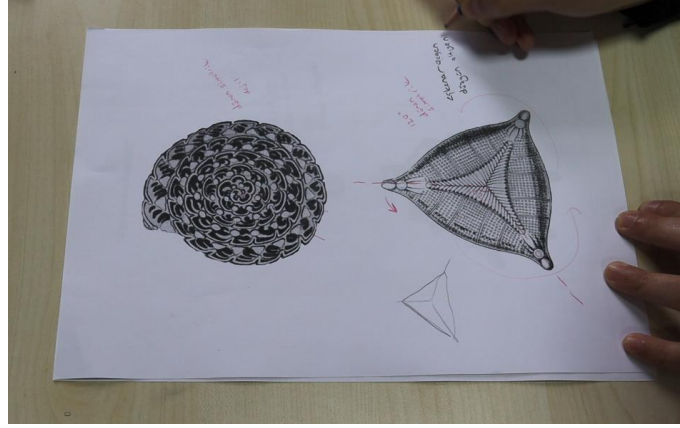
Öğretim deneyinin ikinci klinik görüşmesinde bulunan çokgenlerin ardından günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olup olmadığının incelenmesi istenen beşinci soruda (S₅) Ahu'nun bu günlük hayat örneklerini incelerken bir dönme açısı belirlemeye odaklanarak inceleme yaptığı görülmüştür. Örnek sunmak gerekirse; Görsel 3.61'deki ikinci günlük hayat örneğini incelemeye “Dönen simetrik olduğunu hissettiriyor. Çünkü böyle bir kendi etrafında bir dönme bir girdap gibi düşünüyorum.” diyerek başlayan Ahu, şeklin verildiği kâğıdı döndürerek biraz daha detaylı inceledikten sonra “Şeklin tamamını alıp 360° döndürdüğümüzde yine aynı şekli elde ederiz. Yani o zaman bütün şekiller dönen simetrik olurdu. O yüzden bunun çok dönen simetrik olmadığını düşünüyorum.” diyerek dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. Ahu'nun açıklaması incelendiğinde 360°'den daha küçük bir dönme açısı belirleyemediği ve bunun yanı sıra farkında olmadan 1-katlı dönel simetrik şekil olarak da ifade edilen dönel simetrik olmayan şekil eşleştirmesini de yaptığı tespit edilmiştir. Bir önceki görüşmede dönel simetrik olma durumunu incelediği çokgenler ile buradaki günlük hayat örneği arasında dönel simetriklik açısından herhangi bir ilişki kurup

kuramayacağı sorulduğunda Ahu “Dönen simetrik değil. Çokgenlerde de beşgen vardı düzgün olmayan, sonra yine altıgen vardı. Ya da üçgen vardı aynı şekilde.” şeklinde yanıtlayarak dönel simetrik olmadığını düşündüğü çokgenleri sıralamıştır.



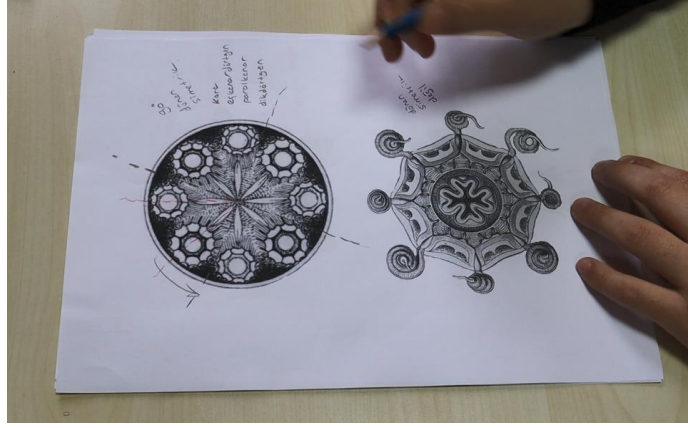
Görsel 3.61. Ahu'nun ikinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Üçüncü günlük hayat örneğini inceleyip şekli oluşturan üç eş parçadan birini işaret ederek “Şu parçayı ele alalım. Bunun tam böldüğü için 120° ’lik bir dönme gösterdiğini düşünüyorum. Dönen simetrik olduğunu düşünüyorum.” açıklamasını yapmasının ardından bahsettiği dönme hareketinin nasıl olduğunu göstermesi istenince Ahu Görsel 3.62’deki gibi birbirini takip eden üç kırmızı ok çizip “Şu parçayı döndürdüğümüzde bu parçayı elde edeceğiz. Bu parçayı 120° döndürdüğümüzde bu parçayı elde edeceğiz.” olarak ifade etmiştir. Günlük hayat örneğini oluşturan eş parçalardan bir tanesini seçip dönme açısını 120° olarak belirtmesi ve bu eş parçalar arasındaki dönme hareketini çizdiği ok işareti ile belirtmesinin, Ahu’nun inceleme yaptıkça dönel simetriye dair soyutlama yapması sonucunda fikirlerinin ve bilgilerinin geliştiğini gösterir nitelikte olduğu söylenebilir. Bir önceki görüşmede dönel simetrik olma durumunu incelediği çokgenler ile buradaki günlük hayat örneği arasında dönel simetriklik açısından herhangi bir ilişki kurup kuramayacağı sorulduğunda “Şekil olarak eşkenar üçgen diyebilirim 120° ’lik bir dönme yaptığı için. 60° ’lik dönme yapan herhangi bir şekil de olabilir, katlardan. Düzgün altıgen.” diyerek 120° ’lik dönme açısının etkisinde kalarak sadece eşkenar üçgen ile eşleştirmekle kalmayıp katlar ile ilişkilendirerek düzgün altıgeni de belirtmesi dikkat çekmiştir.



Görsel 3.62. *Ahu'nun üçüncü günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

Görsel 3.63'te sunulan yedinci günlük hayat örneğini incelemeye başlayan Ahu'nun "Önce çiçekler biraz farklı yani biri açık diğeri koyu bir renk olduğu için biraz düşündüm. İşte ne kadar derecelikle ilerletirsem bu parçayla bütünleşmeyecekti." diyerek bir dönme açısı belirleyebilecek şekilde örneği eş parçalara ayırmaya çalıştığı saptanmıştır. Ardından günlük hayat örneğinin dönel simetrik olduğunu "İki çiçeğin de tamamını bölecek şekilde yaptığımda 360'ı dörde böldüğü için 90°'lik bir açıyla şu şekilleri döndürdüğümde dönen simetrik olacağını düşündüm" biçiminde belirtmiştir. Her ne kadar en küçük dönme açısını belirleyemese de günlük hayat örneklerini incelemesi ile dönel simetrideki dönme açılarına ilişkin gerçekleştirmeye başladığı soyutlama sonucunda farklı açılar üzerinden düşünme fikrinin geliştiği bir kez daha net bir şekilde görülmüştür. Yine bir önceki görüşmede dönel simetrik olma durumunu incelediği çokgenler ile buradaki günlük hayat örneği arasında dönel simetriklik açısından herhangi bir ilişki kurup kuramayacağı sorulduğunda Ahu'nun "Kare ve eşkenar dörtgen. 90° dönen simetrikse, dört çiçeği birden baz alıyorum. 180° döndürdüğümde de yine bir dönen simetri oluşturuyor. O yüzden paralelkenar, dikdörtgen." olarak yaptığı açıklamasından kare ile eşkenar dörtgen arasında ve paralelkenar ile dikdörtgen arasında dönel simetriklik bakımından bir ilişki olduğunu düşündüğü görülmektedir.



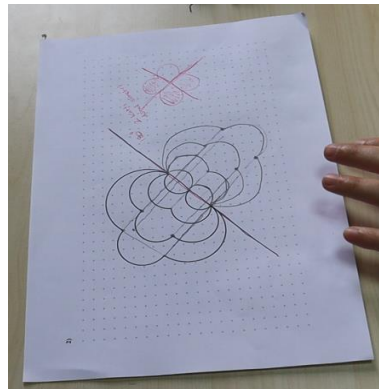
Görsel 3.63. *Ahu'nun yedinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

Dönel simetrinin tanımının verildiği altıncı soruda (S_6) Ahu'dan bu tanımlı inceleyerek dönel simetrinin temel esaslarını belirlemesi istenmiştir. Tanımı birkaç kez okuyup inceledikten sonra, zihnindeki dönel simetri tanımı ile burada verilen tanım ile ilgili neler söyleyebileceği sorulduğunda “İlk açıları hep sabit diye düşünmüştüm 90° , 180° . Sonra günlük hayat örneklerini gördükçe herhangi bir derece olabileceğini gördüm. Düşüncelerim buradaki tanımla netleşti örtüştü.” olarak yanıt vermiştir. Ahu'nun bu açıklamasından kendisi ile ilgili günlük hayat örnekleri üzerinde incelemeler yaptıkça dönel simetriye dair fikirlerinin netleştiğini düşündüğü ve verilen tanıma yaklaştığını ifade ettiği görülmüştür. Bunun yanı sıra dönel simetri tanımı verilmeden önce sürekli olarak dönen simetri olarak ifade ederken dönel simetrinin tanımının yazılı olduğu kâğıtta dönel simetri ifadesini gördükten sonra bu şekilde ifade etmeye başladığı tespit edilmiştir. Dönel simetrinin temel esaslarını nasıl sıralayabileceği sorulduğunda ise “Herhangi bir cismin bir kısmını o şekle göre belirli açılarla döndürdüğümüzde yine aynı şekli elde edebildiğimiz ve tamamında o şekli elde edebileceğimiz şekilde tanımlayabilirim.” deyip ardından “Temel esasları bir parçayı alıyoruz. Ve 360° tam bir tur atacak şekilde döndürdüğümüzde yine o şekiller o parçalar üst üste gelecek şekilde.” olarak yanıtlamıştır. Ahu'nun incelediği örneklerin yanında verilen tanımdan da yola çıkarak dönel simetriye dair fikirlerinin netleştiği ancak henüz yeterli düzeyde soyutlama yapamaması sebebi ile dönme merkezini belirleme, dönme derecelerini belirleme, n-katlı dönel simetrik şekil olarak ifade edebilme gibi eksiklikleri olduğunun görüldüğü söylenebilir. Az önce incelediği günlük hayat örneklerini tekrar bu kez verilen dönel simetri tanımından yola çıkarak incelemesi istendiğinde Ahu “Tekrar bakabilirim aslında ama düşüncelerimin biraz

değişmeyeceğini düşünüyorum. Sebebi de aslında böyle ufak değişiklikler diyelim.” diyerek yeniden incelemeye başlamıştır. İncelemelerini yaparken Ahu’nun bir önceki incelemesinde yaptığı gibi yine günlük hayat örneğinde bir dönme açısı belirlemeye odaklandığı ve bir önceki incelemesinde verdiği yanıtlar ile birebir aynı yanıtları verdiği görülmüştür. Ardından yine tanımdan yola çıkarak bu kez de çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu incelemesi istendiğinde Ahu “Değişmeyeceğini düşünüyorum. Çünkü günlük hayat örneklerini incelemeden önce düşüncem 90° , 180° , net bir şeydi. Bir çiçek ya da o bacaklar. Ama alfa kadar da olabilir gibi düşünüyorum.” şeklinde bir yanıt vermesiyle Ahu’nun düşüncelerindeki dönme açıları ile ilgili olan değişimi yeniden belirtmek istediği görülmüştür. Sırasıyla çeşitkenar üçgen, düzgün beşgen, dikdörtgen, dik yamuk, kare, altıgen, paralelkenar, ikizkenar üçgen, düzgün altıgen, eşkenar üçgen, beşgen, ikizkenar yamuk ve eşkenar dörtgen olarak verilen çokgenleri dönel simetri tanımından yola çıkarak yeniden incelemeye başlayan Ahu’nun, bir önceki incelemesi ile paralel olarak dönel simetrik dediği çokgenlere yine dönel simetrik, dönel simetrik değil dediği çokgenlere yine dönel simetrik değil dediği belirlenmiştir. Ancak inceleme sürecinde ilk defa kare ile birlikte dikkatini çeken bir durum meydana gelmiştir. Ahu ilk incelemesinde dönme açısını sadece 90° olarak belirtmişken bu kez “ 90° söylemiştim. 180° de olabilir. 270° olabilir mi? Biraz fazla oluyormuş gibi. Üstüne geleceği için gerek yok gibi. 180° de tamamlayacak zaten şekli. O yüzden 90° ve 180° .” diyerek ilk defa sağlayan en küçük dönme açısının tam katları ile ilgili düşünmeye başlamıştır. Her ne kadar 270° ’yi kabul etmese de bu durumun dikkatini çekmesinin önemli olduğu; bir diğer deyişle üzerinde soyutlama yapıyor olduğunu gösterdiği söylenebilir. İncelemeye devam eden Ahu düzgün altıgene geldiğinde bu duruma dair benzer bir farkındalık yaşayarak öncelikle kareye geri dönerek “ 360° ’ye kadar bütün açıların olacağını düşünüyorum. Üst üste geleceği için 270° de olabilir. Ama 360° olduğunda o zaman bütün cisimler dönel simetriktir deriz.” diyerek kare ile ilgili düşüncesindeki değişikliğini açıklamıştır. Ahu’nun burada 360° ’yi kabul etmeyip almaması ise dikkat çekicidir. Hemen ardından düzgün altıgene geri dönerek “ 360° yapana kadar 60° , 120° , 180° olur. 180° ve fazlasını düşündüğümde biraz aklım karışıyordu. 240° döndürdüğümde yine aynı şekli elde edeceğim. 360° ’ye kadar.” diyerek düzgün altıgen ile ilgili düşüncesini açıklamıştır. İnceleme ve açıklamalarına hiç ara vermeden “O zaman daha küçükler olabilir mi, büyükler oluyorsa? Mesela 30° şöyle bir şey olması gerekiyormuş gibi. O yüzden yok. 60° ve katları olabilir.” olarak eklemesi Ahu’nun

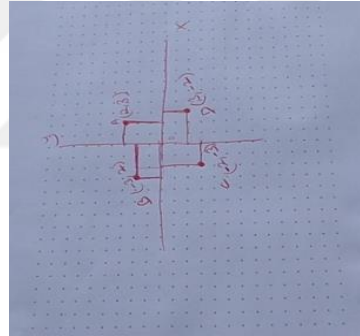
soyutlama yapması sonucunda adım adım nasıl keşfettiğini gösterir niteliktedir. Ahu dönel simetrik şekillerde esas olan durumlardan bir tanesi olarak da en küçük dönme açısı belirlendikten sonra bu a ının tam katlarının da geçerli olacağını ke fetmi tir. Bu keşfinden sonra diğer çokgenlere geri dönüp bu durum üzerinde inceleme yapmak istediğini belirten Ahu devamında diğer çokgenleri de inceleyerek eşkenar dörtgen haricindeki tüm çokgenler için tüm dönme açılarını doğru olarak yine 360° 'yi kabul etmediğini de ifade ederek belirlemiştir. E kenar dörtgen için fikrini “Bunu 90° olarak d   nm   t m. 90° , 180° , 270° olabilir. Yani hani  unu alsam 180° d nd rd   mde yine aynı şeklin elde edebiliyorum.” şeklinde hatalı olarak belirtmiştir. 360° 'yi kabul etmediğini defalarca belirtmesinin dikkat çekmesi  zerine Ahu'ya “ rne in düzgün altıgen üzerinden konuşacak olursak, bir tam tur attırıldığında yani 360° 'lik dönme gerçekleştirildiğinde kendisi ile görüntüsü kaç kez  akı ır?” şeklinde yöneltilen soruya Ahu “ 60° aldığım için altı kez  akı acakmı  gibi düşünüyorum. En küçük açı kadar  akı acakmı  gibi düşünüyorum. 360° 'ı altıya böldüm altı kenarı olduğu için. 60° . Altı derken  akı ma sayısını da söylüyorum.” olarak yanıt vermiştir. Ardından bu altı kez  akı mayı dönme açıları ile ili kilendirmesi istenince “ imdi şöyle ki; 60° , 120° , 180° , 240° ve 300° . Evet. Bir tane daha fazlası olduğunda 360 oluyor.” olarak yanıt vermiştir. Kendisi ile görüntüsünün  akı ma sayısını altı olarak ifade etmesine karşın 360° 'yi kabul etmeyerek be  tane a ı sıralamasının sebebinin ne olduğu bir tam tur vurgusu yapılarak sorulduğunda ise Ahu “  nk  o zaman bütün şekiller dönel simetrik olurmu  gibi hissediyorum. Tüm  ekiller için demem gerekir. Yani 360° 'ye kadar bütün açılar olabilir ama 360° olamaz.” olarak yanıtlamı tır. E kenar   gen için sorulduğunda üç kez  akı tığını ifade ederek 120° ve 240° 'yi belirtmiş, düzgün be gen için sorulduğunda yine aynı şekilde 72° , 144° , 216° ve 288° 'yi belirtmiştir. Açıklamalarından yola çıkılarak Ahu'nun bir tam turun içerisine 360° 'yi dahil etmeme sebebinin; sadece 360° 'de dönel simetrikliği sağlayan 1-katlı dönel simetrik şekillerin -bir diğer deyişle dönel simetrik olmayan şekillerin- bulunması olduğu söylenebilir. Sekizinci soruda (S_8) bulunan esas şekiller ve görüntülerinin  akı ma sayısı arasında bir ilişki kurularak çokgenlerin özel bir isimlendirmeye sahip olması hakkında ne d   nd    sorulduğunda Ahu “Yani olabilir gibi de. Çünkü şey yani. Üç kez,   gen. Zaten üç kenarı var. Başka bir ilişki de olabilir yani.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Ardından araştırmacı tarafından n-katlı dönel simetrik  ekil bilgisi verilip açıklanmıştır. Bunun  zerine Ahu ise bunu mantıklı bulduğunu belirtmiştir.

Eğrilerden oluşan fakat dönel simetrik olmayan şeklin dönel simetrik  ekil haline getirilmesi istenen onuncu soruda (S₁₀) Ahu'nun doğruya göre simetriden yararlanarak bu işlemi gerçekleştirdiği ve 2-katlı dönel simetrik  ekli Görsel 3.64'te görüldüğü gibi elde edebildiği g r lm   t r. Çizim yaparken hangi yolu neden tercih ettiği ikinci bölümde detaylı olarak açıklanmıştır. Doğruya göre simetri kullanarak 2-katlı dönel simetrik bir  ekil elde etmiş olmasından yola çıkararak doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri arasında bir ilişki kurup kuramayacağını görebilmek adına Ahu'ya " nce bir simetri eksenini belirlediğini çizdiğini gördüm. Yani doğruya göre simetriden yararlanarak çizimini ger ekle tirdin. Aynı zamanda bu şeklin 2-katlı bir dönel simetrik  ekil olduğunu da söyledin. Bu ikisi arasında bir ilişki var mıdır sence?" sorusu y neltirmi tir. Ahu ise çizimini nasıl gerçekleştirdiğini açıklarken şeklin yan tarafında  izmi  olduğu 4-katlı dönel simetrik şekli önce dikey sonra da yatay olarak iki e  parçaya bölerek sırası ile iki şekli de 2-katlı dönel simetrik  ekil olarak ele alıp "Bu bunun yansıma simetrisi oluyor.  ekillerin hep yansıma simetrisini alıyormu uz gibi dönel simetride. Hani şeklin tamamı dönel simetri. Ama şeklin parçaları arasında da hep bir yansıma simetrisi varmış gibi." olarak yanıtlamı tır. Ardından "Tüm dönel simetrik şekillerin tüm parçaları arasında mı vardır? Yoksa özelleştirilebilir mi?" olarak yöneltilen soruyu ise yan tarafta çizdiği 4-katlı dönel simetrik şekli bir bütün olarak ele alıp " ekli oluşturan tüm parçalarda mı? Yok. Hani mesela şöyle ikisini birden aldığımda yine bunun yansıma simetrisi. Ama    n  aldığımda olmuyor. Yani 2-katlı dönel simetrik  ekil olduğunda sadece." olarak yanıtlamı tır. Ahu'nun yapığı bu çizimlerden ve açıklamasından doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri arasındaki ilişkiyi yaptığı soyutlama sonucunda fark edebildiği tespit edilmiştir.



Görsel 3.64. Ahu'nun 2-katlı dönel simetrik  ekil ile dönel simetri ilişkisini incelemesi

Dönel simetri ve fonksiyon arasında herhangi bir ilişkilendirme yapıp yapamayacağı ile ilgili olarak Ahu'ya “Sence dönel simetri bir fonksiyon mudur? Eğer fonksiyonsa neden fonksiyondur? Eğer fonksiyon değilse neden fonksiyon değildir? Açıklayabilir misin?” şeklindeki on ikinci soru (S_{12}) yöneltilmiştir. Bir süre düşündükten sonra Ahu “Bir nokta alıp dönel simetri uyguladığımda yerleri değişiyor 90° ’lik yaptığımda. 180° ’lik yaptığımda da eksilisi oluyor. Hani noktalarla koordinat sistemindeki x ve y ile ilişkili olduğunu düşünerek fonksiyon olabileceğini düşünüyorum.” şeklinde yanıt vermiştir. İfade ettiği durumu çizerek göstermesi istenince bir koordinat düzlemi belirleyip birinci bölgesinde bir dikdörtgen çizerek bu dikdörtgenin bir köşe noktasını belirleyip koordinatlarını yazdığı, ardından bu nokta ve koordinatlarından yola çıkarak sırası ile ikinci, üçüncü ve dördüncü bölgelerde de eş dikdörtgenler çizerek Görsel 3.65’te bulunduğu gibi 4-katlı dönel simetrik bir şekil oluşturduğu görülmüştür.



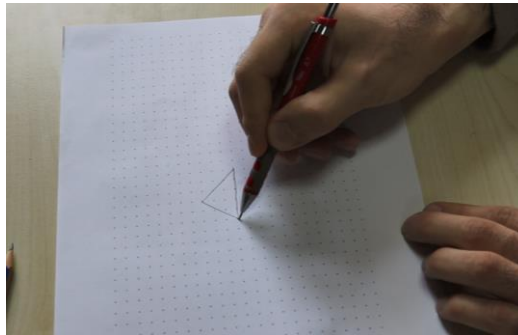
Görsel 3.65. Ahu’nun fonksiyon ile dönel simetri ilişkisini incelemesi

Ardından belirlediği ilk noktadan ve koordinatlarını bir fonksiyon gösterimi olarak ele alıp “ $f(2)=3$ gibi şeklinde gösterebiliyoruz. 90° ’lik bir dönme ile tamamen dönel simetri oluşturduğumuzda şeklin yine A noktası burada B. Aslında hepsi A noktası ama anlaşılır olsun diye böyle yaptım. Yerleri değişti iki ve üç arasında devamlı gidip gelecek.” deyip “Burada da $f(-3)=2$ oldu. Burada da işte $f(-2)=-3$ oldu. Burada $f(3)=-2$ oldu.” olarak açıklamıştır. Ahu’nun en başta belirlediği köşe noktasını koordinatlarını da belirterek A noktası olarak işaretleyip ardından 4-katlı dönel simetrik şeklin tüm eş parçaları üzerinde bu A noktasını koordinatlarını da belirterek sırası ile B, C ve D noktaları olarak işaretleyerek; bu dört noktanın koordinatlarını fonksiyon gösterimi ile belirttiği görülmüştür. “Peki sonuç olarak dönel simetri bir fonksiyon

mudur? Değil midir? Ne söyleyebilirsin?” sorusuna “İlişkilidir. Bir fonksiyon da olabilir gibi düşünüyorum. 180° döndürdüğümde eksi x, eksi y, x, y, eksi x, eksi y, alır. İşte 270° döndürdüğümde x y, y, eksi x gibi alır.” şeklinde yanıt vermiştir. Bu doğrultuda Ahu’nun soyutlama yapması sonucunda dönme hareketini fark edip birebir ve örten bir fonksiyon olan dönme dönüşümü ile ilişkilendirerek fonksiyon ile dönel simetri arasındaki ilişkiyi fark etmiş olduğu söylenebilir.

3.2.1.2. İnan’ın dönel simetri incelemesine ilişkin bulgular

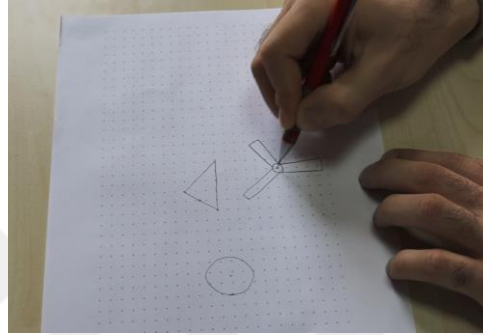
İnan’ın öğretim deneyinin birinci sorusundaki (S_1) dönel simetri denildiğinde zihninde neler canlandığına “Simetrik bir cisim geliyor hocam aklıma.” olarak yanıt vermesinin üzerine ne demek istediğini çizmesi için kendisine bir noktalı kâğıt verilmiştir. Noktalı kâğıt üzerinde Görsel 3.66’da görüldüğü gibi bir üçgen çizip tüm köşe noktalarını tek tek göstererek “İmm, mesela herhangi bir üçgenin belirli bir nokta üzerinde dönmesine dönel simetri diyebiliriz diye düşünüyorum. Mesela şu nokta. Yani herhangi bir nokta.” şeklinde ifade etmiştir. İnan’ın burada dönel simetriyi informal olarak tek bir şekil oluşturarak tanımladığı görülmüştür. Çizdiği çokgenin simetrik olmamasına karşın bu çokgenin köşe noktalarından herhangi biri etrafında dönmesi ile oluşan şeklin simetrik bir şekil oluşturacağını düşündüğünü söylenebilir.



Görsel 3.66. İnan’ın dönel simetriyi informal olarak tanımlaması

Dönel simetrik şekillere günlük hayattan örnekler vermesinin istendiği ikinci soruya (S_2) İnan “İmm; helikopter pervanesi olabilir. Onun gibi pervaneler. Bir tekerlek diyebiliriz. Daha sonra herhangi bir topun belirli bir yerde dönmesi de dönel simetriye örnektir diyebilirim.” olarak yanıt vermiştir. Bu günlük hayat örneklerinin dönel

simetrik olduğuna nasıl karar verdiği sorulduğunda Görsel 3.67'deki gibi bir adet tekerlek ve bir adet pervane örneği çizip, tekerlek örneği için “Nasıl söyleyeyim? Belirli bir kalıpta yapılmış bir cisim olduğu için hep bu nokta üzerinde dönüyor. Dönel simetriye örnektir diyorum.” ve pervane örneği için “Bunun da bu nokta üzerinde dönmesi diyebilirim yani. Belirli bir merkez üzerinde dönmesi diyebilirim.” açıklamasını yapmıştır. İnan'ın örnek verirken belirli bir nokta etrafında yapılan dönme hareketine odaklanarak örnek verdiği söylenebilir.

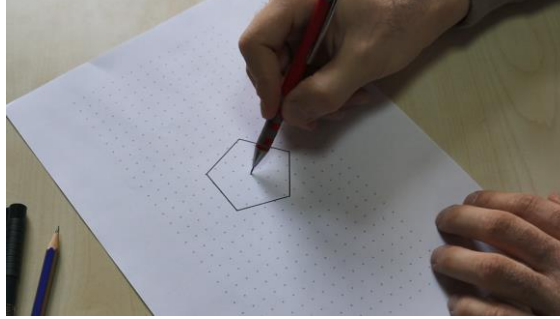


Görsel 3.67. İnan'ın dönel simetrik günlük hayat örneği çizmesi

Bir diğer soru olan üçüncü soruda (S_3) dönel simetrinin tanımını yapması istenen İnan sadece sözel ifadeler kullanarak “İmm; ilk başta dediğim gibi. Belirli bir simetrik cismin üzerinde veya etrafında aldığımız noktayla cisim arasındaki mesafeyi koruyarak, o nokta etrafında dönmesine dönel simetri diyebiliriz.” şeklinde tanım yapmıştır. İnan'ın yaptığı dönel simetri tanımı incelendiğinde öncelikle ilgili şeklin simetrik olması gerektiğine ve bu şeklin belirli bir nokta etrafında uzaklık koruyarak dönme hareketi yapması gerektiğine odaklandığı görülmüştür. Bu durumun da İnan'ın dönel simetrinin temel esaslarından bazılarını dile getirdiğini gösterir nitelikte olduğu söylenebilir. Dönme hareketi ile ilgili daha fazla açıklama yapması amacı ile “Peki burada bahsettiğin dönme açısı ile ilgili neler söyleyebilirsin?” olarak yöneltilen soruyu “Eğer hedef belirlersek şu açıda döndüreceğiz diye, diyelim 60° . 60° 'de saat yönünde veya saat yönünün tersinde döndürebiliriz.” olarak yanıtlamıştır. Dönme yönünün bir öneminin olmadığını ifade etmesinin yanı sıra sadece 60° üzerinden belirtmesi dikkat çekici olmuştur. Ardından dönel simetrinin tanımı henüz verilmeden önce verilen çokgenlerin dönel simetrikliği ile ilgili inceleme yapılması istenen dördüncü soruda (S_4) İnan'ın çokgenlerin düzgün çokgen olup olmamasına odaklanarak inceleme yaptığı

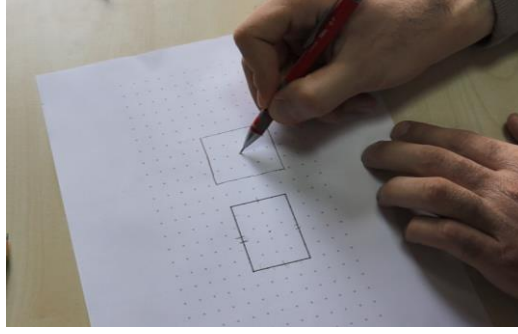
gözlemlenmiştir. İnan kendisine verilen tüm çokgenleri inceleyip hepsi ile ilgili bir fikir belirterek düzgün beşgen, kare, düzgün altıgen ve eşkenar üçgenin dönel simetrik olduğunu düşündüğünü; çeşitkenar üçgen, dikdörtgen, dik yamuk, altıgen, paralelkenar, ikizkenar üçgen, beşgen ve ikizkenar yamuk ve eşkenar dörtgenin ise dönel simetrik olmadığını düşündüğünü ifade etmiştir. Örnek sunmak gerekirse; çeşitkenar üçgeni inceledikten sonra dönel simetrik olmadığını düşündüğünü “Eşkenar üçgen olsaydı belirli bir merkez üzerinde her ne kadar döndürsek döndürelim açılarının değişmeyeceğini görürdük. Ama çeşitkenar üçgende açıların konumları ve şeyleri değişir. Dönel simetriye uygun olmadığını düşünüyorum.” şeklinde ifade etmiştir. Açıklamasındaki “her ne kadar döndürsek döndürelim” ifadesi bir tam turluk dönme hareketini göz önünde bulundurmadığına işaret ederken “*açıların konumlarının değişmesi*” ifadesinin dönel simetriye aykırı bir durum olarak düşündüğünü göstermektedir. Bununla birlikte incelenecek çokgenler arasında bulunan eşkenar üçgenden bu sırada bahsetmesi göze çarpmıştır. İncelemesi için düzgün beşgen verildiğinde İnan düzgün beşgenin merkezi noktasını Görsel 3.68’deki gibi gösterip “Düzgün olduğu için bir merkezinin olduğunu varsayarsak hem ağırlık merkezi hem kütle merkezi noktası üzerinde saat yönünde veya tersinde çevirdiğimizde şeklinin değişmediğini görüyoruz. Dönel simetriye uygun bir şekil olduğunu düşünüyorum.” açıklamasını yaparak düzgün beşgenin dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir. Burada düzgün beşgenin düzgün çokgen olmasından yola çıkarak dönme hareketinin sonucunda oryantasyonun bozulmayacağını ifade ettiği görülmüştür. Bahsettiği dönmenin kaç/kaçar derecelik bir dönme olduğu ve bu açının hesaplanıp hesaplanamayacağı sorusuna “Bu belirli bir nokta üzerinden ele aldığımızda düzgün beşgeni, saat yönünde veya tersinde çevireceğimiz için 60° de olsa sadece köşeleri ve kenarları konum olarak değişir.” olarak yanıt vermesinin üzerine 60° dışında herhangi başka bir açıdan bahsedilip bahsedilemeyeceği sorusuna “Açı fark etmiyor. 60° de döndürsek 90° de veya 360° de döndürsek düzgün beşgenin düzgün olduğu için, kenarlarının uzunluğu ve açılarının ölçüsü değişmez diyorum. Onun yüzünden dönel simetrik bir şekildir diyorum.” olarak yanıt vermiştir. İnan dönme merkezini elindeki kalem ile şeklin merkezi noktası olarak gösterirken bunu sadece belirli bir nokta olarak ifade etmiş, şeklin merkezi noktası olması gerektiğini söylememiştir. Aynı zamanda İnan’ın daha öncesinde dönel simetrik şekillerin bir tam tur döndürülmesi esnasında kendisi ile çakışma özelliğinden hiç bahsetmemiş olması ile burada açılar ile ilgili

yaptığı açıklamadan yola çıkılarak dönme açısı ile ilgili bir bilgiye sahip olmadığının görüldüğü söylenebilir.



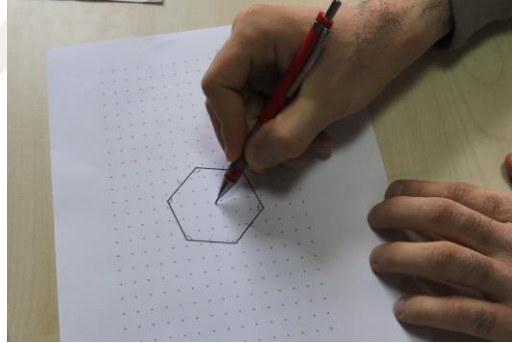
Görsel 3.68. *İnan'ın düzgün beşgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

İnceleme sırası dikdörtgene geldiğinde dikdörtgenin dönel simetrik olmadığını düşündüğünü “İki kısa iki uzun kenarı var. Her kenarı eşit olsaydı bunun merkezini şu şekilde ele alırsak kenar uzunlukları ve açıları değişmez. Ama bakış yönleri değişeceğinden dönel simetrik değildir.” olarak ifade etmiştir. “Bakış yönleri” ifadesi ile tam olarak ne anlatmak istediği sorulduğunda verilen dikdörtgenin yanına bu dikdörtgenden yararlanıp Görsel 3.69’da görüldüğü gibi yeni bir dikdörtgen çizerek “Burası beş birim burası dört birim ise bunu saat yönünde 90° döndürdüğümüzde diyelim. Bunu saat yönünde buraya döndürülmüşünü buraya çizeceğim. Merkez burası olur. İşte bakış yönleri değişir diye düşünüyorum.” şeklindeki açıklaması ile dikdörtgenin oryantasyonunun bozulmasından kaynaklı olarak dönel simetrik olmadığını belirttiği anlaşılmıştır. İnan’ın yine bu işlemi yaparken de sadece tek bir açıdan yola çıkarak bu sonuca ulaştığı söylenebilir. Bir önceki örnek olan düzgün beşgende dönme açısını bozmayacak şekilde belirttiği 60° ile kendi ifadesi ile yine bakış yönleri değişecekken düzgün çokgen olduğu için düzgün beşgeni dönel simetrik olarak kabul etmesi göze çarpmıştır. Tüm bunların ise İnan’ın henüz dönel simetriye ilişkin yeterli düzeyde soyutlama yapamamasından kaynaklandığı ifade edilebilir.



Görsel 3.69. *İnan'ın dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

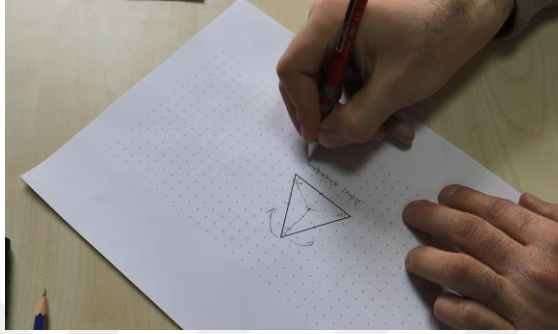
İncelemesi için düzgün altıgen verildiğinde açılarının ve kenarların eşliğini Görsel 3.70'teki gibi gösterip “Karede ve düzgün beşgende olduğu gibi; tüm kenarları ve açıları birbirine eşittir. Dönel simetrik olması için bana göre, eşkenar ve bütün açılarının kenarlarının birbirine eşit olması gerekir. Dönel simetriktir diyorum.” açıklaması ile birlikte düzgün çokgenin dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.



Görsel 3.70. *İnan'ın düzgün altıgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

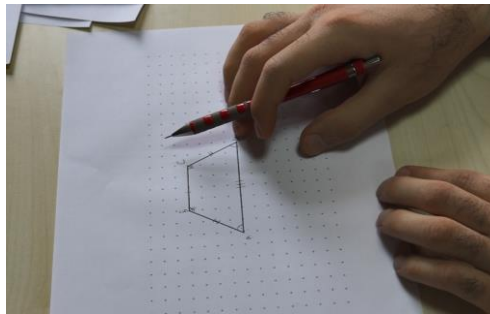
Kendisine verilen eşkenar üçgen üzerinde gerekli gördüğü incelemelerini gerçekleştirip merkezi noktasını belirleyerek “Bütün kenarları birbirine eşit ve bütün açıları 120° 'dir. Ağırlık merkezini burası ele aldığımızda, nereye döndürürsek döndürelim köşelerine olan uzaklıkları değişmez. Doğal olarak dönel simetriktir diyorum.” açıklamasını yapmasının ardından nasıl bir dönme gerçekleştiğini göstermesi istenince İnan “Saat yönünde veya tersinde, herhangi bir açıyla, yani 360 da olabilir. Bu nokta üzerinde döndürdüğümüzde kenarlarının ve açıların ölçülerinin değişmediğini, köşelerin kütle merkezine olan uzaklığının her zaman eşit olduğunu görüyoruz.” açıklaması ile birlikte Görsel 3.71'deki gibi göstermiştir. Dönme açısı belirtmesi

istendiğinde ise yine 60° olabileceğini söylemiştir. Dönme hareketini eşkenar üçgenin merkezi noktası etrafında gerçekleştirdiğinde değişmeyeceğini söylerken aslında yine oryantasyondan bahsettiği fakat bunu hatalı ifade ettiği görülmüştür. Bunun yanı sıra verdiği 60° örneğinin ise uygun olmayan bir örnek olduğu, dönme merkezinden açığı doğru belirleyemediği söylenebilir.



Görsel 3.71. İnan'ın eşkenar üçgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

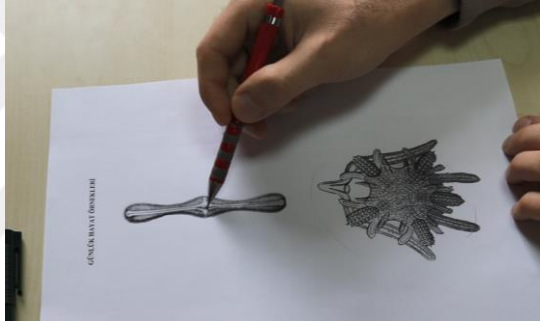
Ardından ikizkenar yamuğu inceledikten sonra köşe noktalarını Görsel 3.72'deki gibi harflendirerek “Sadece bu kenarların birbirine eşit olduğunu görüyoruz. Daha sonra bu açılar eşit. Ama bütün açılar eşit değil ve bütün kenarları birbirine eşit değildir. Dönel simetrik cisim değildir.” şeklinde açıklama yapması ile yine düzgün bir çokgen olmamasından yola çıkarak ikizkenar yamuğun dönel simetrik olmadığını belirttiği görülmüştür.



Görsel 3.72. İnan'ın ikizkenar yamuğun dönel simetrik olma durumunu incelemesi

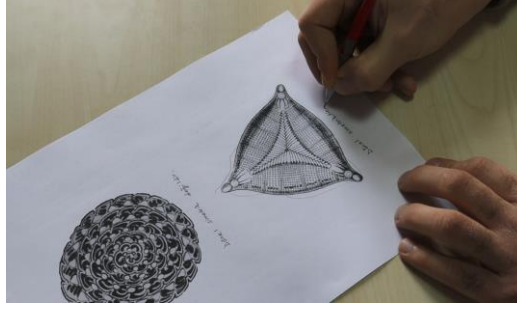
Öğretim deneyinin ikinci klinik görüşmesinin ilk sorusu olan çokgenlerin ardından günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olup olmadığının incelenmesi istenen

beşinci soruda (S₅) İnan'ın en başında günlük hayat örneklerini çokgenler ile ilişkilendirerek düzgün çokgen olmasına odaklanarak inceleme yaptığı gözlemlenmiştir. Örnek sunmak gerekirse İnan; birinci ve ikinci günlük hayat örneğini inceledikten sonra eş özelliklere sahip olması gerektiğini vurgulayarak “İmm, önceki günkü çalışmamızda da açılarının, kenarlarının hepsinin eşit olması gerektiğini düşünüyordum, bakış olarak. Bunun için bunların, özellikle bunun (ikinci günlük hayat örneğini göstererek) dönel simetrik olmadığını düşünüyorum.” şeklinde dönel simetrik olmadığı düşündüğünü belirtmiştir. Görsel 3.73'teki birinci günlük hayat örneği ile ilgili olarak “Bunu da dikdörtgene benzeterek dönel simetrik olmadığını düşünüyorum. Yani şekli oluşturan tüm kenar uzunlukları eşit değil, şeklin tüm açıları eş değil diye.” açıklamasını ilave etmiştir.



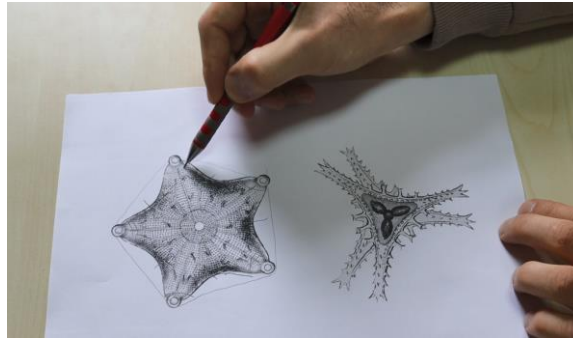
Görsel 3.73. İnan'ın birinci ve ikinci günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Sarmal bir yapıya sahip olan üçüncü günlük hayat örneğini incelerken görselin bulunduğu kâğıdı döndürerek “Bu görüntüde sarmal bir yapı var. Ama düzgün olmadığını hafif bir yamuk olduğunu düşünüyorum. Yani tam çember olmadığını, biraz daha ovalleştiğini düşünüyorum buraya doğru. Dönel simetrik olmadığını düşünüyorum.” açıklaması ile birlikte yine dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. Görsel 3.74'teki dördüncü günlük hayat örneğinde ise eşkenar üçgen ile bir ilişkilendirme yapıp şekli oluşturan eş parçaları göstererek “Bunu bir eşkenar üçgen olarak düşünüyorum. İmm, buraların, buraların, buraların eşit olduğunu, merkezi burası olarak ele aldığımızda nereye döndürürsek döndürelim bakış açısının değişmeyeceğini düşünüyorum. Dönel simetrik bir cisim olduğunu düşünüyorum.” olarak yaptığı açıklamasıyla dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.



Görsel 3.74. *İnan'ın üçüncü ve dördüncü günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

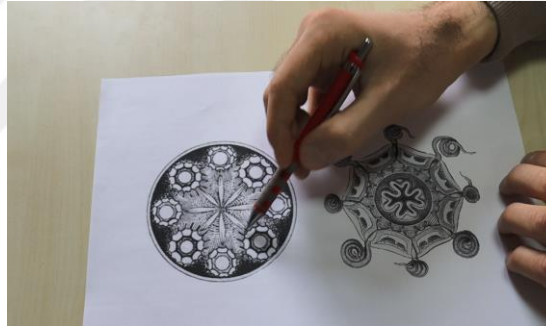
Beşinci günlük hayat örneğinde ise “Eğer kenar çizmek istersek diye düşünüyorum. Bu şekli düzgün beşgene benzetiyorum. Düzgün beşgenin bir önceki çalışmamızda dönel simetrik olduğunu söylemiştim. Bunun da dönel simetrik olduğunu düşünüyorum.” açıklaması ile dönel simetrik olduğu düşündüğünü ifade etmesinin ardından neden düzgün beşgen ile ilişkilendirdiği sorusuna doğru parçalarından kenarlar çizip oluşan açılar Görsel 3.75’teki gibi işaretleyerek “İmm, eğer buraları bir kenar olarak ve şuraları da bir açı olarak ele alırsak. Bu kenarların ve açılar birbirine eşit olduğunu görüyoruz, düzgün beşgene benzettim. Bundan dolayı dönel simetriktir.” şeklinde yanıt vermiştir. Yaptığı açıklamalardan yola çıkarak yine bir düzgün çokgen ile ilişkilendirerek incelemeye odaklandığı görülmüştür.



Görsel 3.75. *İnan'ın beşinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

Görsel 3.76’daki yedinci günlük hayat örneğini inceledikten sonra yine bakış olarak ifade ettiği şeklin kendisi ile çakışmaması durumunu öne sürerek “Bunu merkez aldığımızda bunun ve bunun iki farklı motif olduğunu düşünüyorum. Çevirdiğimizde bakış açımızda farklı şekilde gördüğümüzden dolayı dönel simetrik değildir.” deyip

ardından eklediği “İmm, bunlar eğer aynı olsaydı dönel simetriktir derdim. Aslında düzgün çokgen olarak düşünebilirim sonuçta çember. Ama düzgün çokgen olmamasına rağmen dönel simetrik de olabiliyormuş demek ki.” açıklaması ile dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmesinin yanında dönel simetrik olması için sağlaması gereken şartı da belirttiği görülmüştür. Burada ilk defa İnan’ın incelediği günlük hayat örneğinde düzgün çokgen olmasına odaklanmayı bırakarak sadece görsele odaklanması dikkat çekici olmuştur. Dönel simetrik olmadığını düşünmesinin sebebi olarak ise dönme açılarına dikkat etmeyerek inceleme yapması gösterilebilir. Günlük hayat örneklerini incelemeyi tamamlayan İnan’ın dönel simetriye ilişkin düşük düzeyde de olsa soyutlama yapmaya başlaması ile ilk ve son örneği incelerken fikirlerinde ve yöntemlerinde değişiklikler olmaya başladığı, bir diğer deyişle farklılaşan günlük hayat örneklerine göre dönel simetriye dair dikkatini çeken durumların olduğu tespit edilmiştir.



Görsel 3.76. İnan’ın yedinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

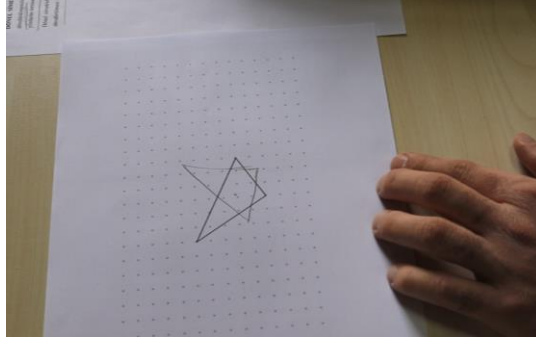
Dönel simetrinin tanımının verildiği altıncı soruda (S_6) İnan’dan bu tanımı okuyup inceleyerek dönel simetrinin temel esaslarını belirlemesi istenmiştir. İnan tanımı birkaç kez okuyup bazı yerleri işaretledikten sonra, dönel simetrinin temel esaslarının neler olduğu sorulduğunda “Cismin sabit bir nokta etrafında döndürülmesi gerektiğini söylüyor. Bu önemli bir noktası. Belirli bir açı kadar döndürülmesi demiş. Yani 360° de dönerek aynı konuma gelebilir. Döndürüldüğünde şeklin noktalarının konumunun değişmemesi gerektiğini söylüyor.” olarak yanıtlamıştır. İnan’ın bu açıklamasından yola çıkılarak bir dönme merkezi olması gerektiğini ve dönme yönünün herhangi bir öneminin olmadığını tespit edebildiği; fakat dönme açısı ile ilgili net bir çıkarıma sahip olamadığı ve şeklin görüntüsünün kendisi ile çakışması gerektiğini tespit edemediği

söylenebilir. Ardından kendisine bu dönel simetri tanımı verilmeden önce yaptığı çokgen ve günlük hayat örneği incelemelerinden yola çıkarak zihninde beliren dönel simetri ile bu tanım verildikten sonra dönel simetriye dair fikir farklılıklarının oluşup oluşmadığı sorusuna “Benim düşüncem ve buradaki tanımla ortak noktanın, cismin düzgün çokgen olması gerektiğini anladım. Ben nereye dönerse dönsün değişmez diye düşünüyordum. Ama burada tanımda noktaların aynı yere geri gelmesi gerektiğini söylüyor.” olarak yanıt vermiştir. Aslında tanımda düzgün çokgen olma gibi bir esastan bahsedilmemesine karşın İnan’ın kendi fikri ile paralel olarak bunu öne sürmesinin tanımını henüz anlamlandıramadığını gösterdiği söylenebilir.

İnan’dan incelediği günlük hayat örneklerini bu kez verilen dönel simetri tanımından yola çıkarak tekrar incelemesi istendiğinde ilk incelemesinden farklı olarak örneklerde sabit bir nokta etrafında belirli bir dönme açısı bulmaya odaklandığı saptanmıştır. Dönme açısını belirlerken ise günlük hayat örneklerinde ilişkilendirdiği çokgenin iç açılarından yararlandığı gözlemlenmiştir. Birinci günlük hayat örneğinde ilk defa doğru dönme açıları belirterek “Burada ilk incelediğimde bu cismi dikdörtgene benzetmişim. Ama şu an 180° ve 360° haricinde, yani 180° ’nin katları haricinde döndürdüğümüzde aynı görüntüyü vermediğinden bunun dönel simetrik olmadığını düşünüyorum.” açıklamasını yapmıştır. İnan bu günlük hayat örneğinin hangi açılarda dönel simetrikliği sağladığını bulmasına rağmen sadece belirli iki açıda sağlıyor olmasını sebep göstererek günlük hayat örneğinin dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. İkinci günlük hayat örneğinde “Sadece 360° döndüğünde aynı görüntüyü verdiğinden dönel simetrik olmadığını düşünüyorum. Çünkü burada farklı bir motif var. Burada farklı bir motif var. Şuralarda farklı bir motif var. Onun yüzünden dönel simetrik değildir diye düşünüyorum.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. İnan’ın açıklaması incelendiğinde 360° ’den daha küçük bir dönme açısı belirleyemediği ve bunun yanı sıra farkında olmadan 1-katlı dönel simetrik şekil olarak da ifade edilen dönel simetrik olmayan şekil eşleştirmesini de yaptığı görülmüştür. Üçüncü günlük hayat örneğinde ise dönel simetrik olmadığını düşündüğünü “Belirli bir kısma kadar çember olduğunu fakat şu kısımda çemberi bozduğunu görebiliyorum. Bu motif 360° haricinde döndürdüğümüzde görüntü olarak aynı görüntüyü vermeyeceğinden dönel simetrik değildir diye düşünüyorum.” olarak ifade etmiştir. Beşinci günlük hayat örneğinde ise yine doğru dönme açıları belirterek “Bir önceki incelediğimde düzgün beşgene benzetmişim. Açortaylarından merkezde 72 olduğunu düşünüyorum. Daha

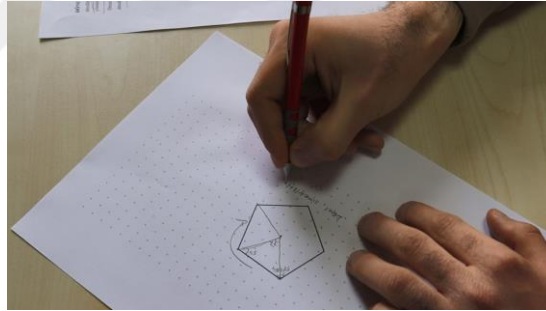
sonra bunu 72° ve katlarında döndürdüğümüzde görüntüsü aynı olacağından bunun dönel simetrik olduğunu düşünüyorum diyebilirim.” açıklamasını yapmıştır. Burada sadece 72° ’den değil aynı zamanda katlarından da bahsetmiş olmasının günlük hayat örneklerini inceledikçe soyutlama yapması sonucunda farkındalığının daha da arttığına işaret eder nitelikte olduğu söylenebilir. Yedinci günlük hayat örneğinde ise “Dışarıdan baktığımızda bir çember olarak görüyoruz. Fakat içeride iki farklı motif. Bunu sekiz parçaya bölersem eğer, 45° ve onun katlarında döndürdüğümde bu konuma geliyor ve görüntüsü değişiyor. Dönel simetrik değil.” şeklinde bir açıklama yaparak dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. İnan günlük hayat örneğinin içerisinde bulunan iki tür motifi baz alıp sekiz parçaya ayırmaya çalışmış ve buradan yola çıkarak dönme açısını 45° olarak belirlemiştir. Ancak ardından 45° ’lik bir dönme gerçekleştiğinde şeklin kendisi ile çakışmadığını ileri sürerek dönel simetrik olmadığını belirtmiştir. Bunun üzerine “Öyle bir açıda döndürdüm ki dönel simetrik oldu diyebileceğin bir açısı var mı?” olarak yöneltilen soruya İnan “ 90° ve katları diyebilirim. Çünkü 90° döndürdüğümde görüntüsünün aynı olduğunu göreceğiz. Ama her açıda sağlamadığından dönel simetrik değildir diye düşünüyorum.” olarak yanıt vermiştir. Dönel simetrikliği sağlayan belirli açılar bulmasına karşın kendi ifadesi ile her açıda sağlamaması sebebi ile dönel simetrik olmadığını düşünmesinin büyük bir çelişki barındırdığı tespit edilmiştir. Bunun sebebi olarak daha önce inceleyip dönel simetrik olduğunu söylediği günlük hayat örneklerinde böyle bir durumdan hiç söz etmemesi gösterilebilir.

Ardından yine tanımdan yola çıkarak bu kez de sırasıyla çeşitkenar üçgen, düzgün beşgen, dikdörtgen, dik yamuk, kare, altıgen, paralelkenar, ikizkenar üçgen, düzgün altıgen, eşkenar üçgen, beşgen, ikizkenar yamuk ve eşkenar dörtgen olarak verilen çokgenleri dönel simetri çokgenlerin dönel incelemesi istenmiştir. İnan’ın günlük hayat örneklerinde olduğu gibi çokgenlerde de sabit bir nokta etrafında belirli bir dönme açısı bulmaya odaklanarak inceleme yaptığı tespit edilmiştir. Örneğin; Görsel 3.77’de görüldüğü gibi çeşitkenar üçgen için bir çizim gerçekleştirerek “Bu çeşitkenar üçgeni diyelim 90° döndürdüğümüzde şu şekilde olduğunu ve birebir eşlenmediğini görüyorum. Tekrardan dönel simetrik olmadığını düşünüyorum.” açıklamasını yaparak yine dönel simetrik olmadığını bu kez çakışmama durumu üzerinden farklı bir açıklama ile belirtmiştir.



Görsel 3.77. *İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak çeşitkenar üçgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

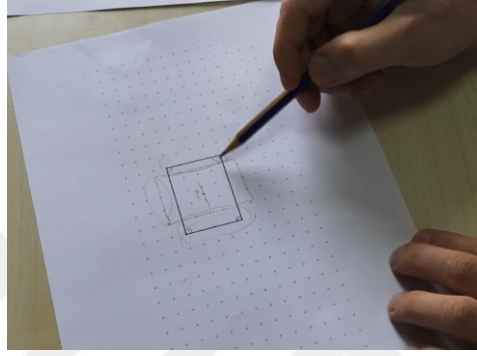
Düzgün beşgeni inceledikten sonra çizimler yapıp Görsel 3.78'deki gibi göstererek “Bir iç açısı 108° ’dir. Üçgen çizersek ağırlık merkezinden 108° ’i ikiye böler 54° 54° olarak. Bu nokta üzerinde 72° ve katlarında döndürdüğümüzde noktaların birebir eşlenmesinde yine konumlarının değişmediğinden dönel simetrikdir.” şeklinde bir açıklama yaparak dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.



Görsel 3.78. *İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak düzgün beşgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi*

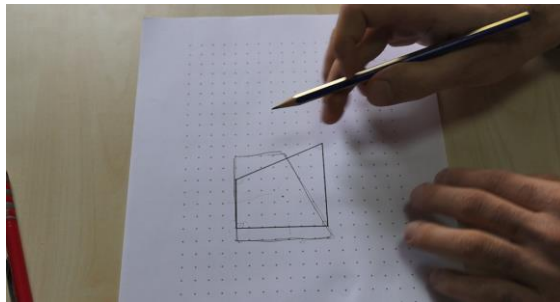
Sıra dikdörtgene geldiğinde yine çizim yaparak Görsel 3.79'daki gibi gösterip “Dikdörtgen olduğu için bütün açıları da 90° olduğundan bunu 90° döndürdüğümüzde şu şekilde bir konum olacak. Görüntüsüyle birebir eşleşmediğinden ve bakış açısı değiştiğinden dolayı dönel simetrik olmadığını düşünüyorum.” olarak ifade etmiştir. Bunun üzerine “Bu dönme açısını neye göre 90° olarak belirledin? Yani 90° ’nin dışında başka bir açıda da kontrol edebilir miyiz? Bu konu ile ilgili ne düşünüyorsun?” olarak yöneltilen soruyu “Eğer bunu 180° döndürseydik şeklin değişmediğini görecektik konum olarak. Ama 90° döndürdüğümüzde bu düzgün çokgen olmadığı için görüntüsü

de farklı olur. İç açılarının hepsi 90° olduğu için 90° olarak ele almak istedim.” olarak yanıtlamıştır. İnan 90° ’de dönel simetrik olmadığını ve 180° ’de ise dönel simetrik olduğunu ifade ettikten sonra sonuç olarak dikdörtgen ile ilgili ne söyleyebileceği sorulduğunda ise “Dönel simetrik değildir diye düşünüyorum. Açıları 90° olduğu için 90° ’yi kabul etmek istiyorum.” açıklamasını yapmıştır. Bu durumun da İnan’ın dönel simetriye dair tam soyutlama yapamaması sebebi ile anlamlandırma sağlayamadığına işaret eder nitelikte olduğu söylenebilir.



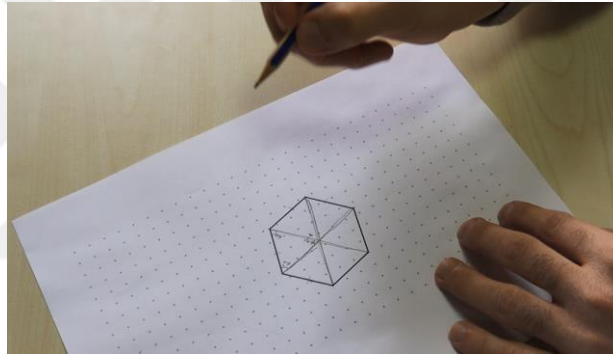
Görsel 3.79. İnan’ın dönel simetri tanımından yola çıkarak dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Dik yamuğu inceleyen İnan ilk incelemesi ile aynı yanıtı farklı bir açıklama ile “Kenarlarının hepsinin farklı uzunluğu. Açılarının ikisinin 90° , bunların da toplamının 180° . Ağırlık merkezini bura olarak ele alıp 90° ’de döndürürsem eğer böyle bir şekil oluşur. Görüntüsü birebir eşleşmez. Dönel simetrik değildir.” olarak Görsel 3.80’deki gibi ifade etmiştir.



Görsel 3.80. İnan’ın dönel simetri tanımından yola çıkarak dik yamuğun dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Sıra düzgün altıgene geldiğinde incelemelerini yaptıktan sonra Görsel 3.81'deki gibi eş üçgenlere bölerek “Üç tane köşegen çizebiliyoruz. Altı tane eşkenar üçgen olduğunu görüyoruz. İkiye böldüğü için buraların 60° olduğunu görüyoruz. Yani 60° döndürürsek yine bu görüntüyü aldığını göreceğiz. Dönel simetrik cisim olduğunu düşünüyorum.” diyerek dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir. Tüm açılarda dönel simetrikliği sağlamama ile ilgili olan çelişkisini yeniden ortaya çıkarmak amacıyla “Örneğin; 90° olarak neden düşünmedin dönme açısı olarak? 60° 'den başladın direkt. 90° 'de durum nasıl olur?” olarak yöneltilen soruya “ 90° olarak ele alırsak bakış açımızdan görüntüsü farklı olur. 120° de olabilir. Yani 60 ve 60° 'ın katlarında olabilir diye düşünüyorum. Düzgün beşgende belirttiğim gibi. Ve karede de belirttiğim gibi.” olarak yanıt vermiştir.



Görsel 3.81. İnan'ın dönel simetri tanımından yola çıkarak düzgün altıgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

İnan dönel simetri tanımından yararlanarak çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu incelerken genel olarak sabit bir nokta etrafında belirli bir dönme açısı bulmaya çalışmış ve çokgenin iç açılarından yola çıkarak hareket etmiştir. Ancak bazı çokgenlerde -dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen- dönel simetrikliği sağlayan açılar belirlemesine karşın 90° 'de sağlamamalarını sebep göstererek dönel simetrik olmadıklarını düşündüğünü belirtmiştir. Neden 90° 'de sağlamaları gerektiğini düşündüğü sorulduğunda ise hiçbir seferinde İnan'dan mantıklı bir yanıt alınamamıştır. Tüm açıklamalarından ve çizimlerinden yola çıkılarak günlük hayat örneklerinde her açıda sağlaması gerektiğini ve çokgenlerde ise 90° 'de sağlaması gerektiğini belirtmesinin İnan'da dönel simetriye dair soyutlama işleminin oldukça sınırlı kaldığını gösterdiği söylenebilir. Bu durumun ise simetri öğretiminde hep aynı şekillerin benzer

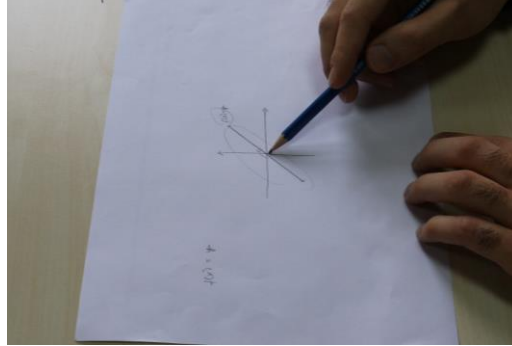
pozisyonlarında örnek olarak kullanılması sonucunda oluşan prototip etkisinden kaynaklandığı düşünülebilir.

Tanımdan yola çıkarak incelenecek çokgenler tamamlandıktan sonra sekizinci soruda (S_8) bulunan esas şekiller ve görüntülerinin çakışma sayısı arasında bir ilişki kurularak çokgenlerin özel bir isimlendirmeye sahip olması hakkında ne düşündüğü sorulduğunda İnan olabileceğini düşündüğünü belirtmiştir. Kareye merkezi etrafında bir tam tur attırıldığında kendisi ile kaç kez çakışacağı sorusuna dört, düzgün altıgene altı ve eşkenar üçgene üç olarak yanıt vererek bunu “Üç kez çakışma gerçekleşmiş ve üçgen adını almış. Burada altı kez çakışma gerçekleşmiş ve düzgün altıgen adını almış. Bu da kare ve aslında bir düzgün dörtgen, ama özel ismi kare.” olarak düzgün çokgenler ile ilişkilendirip yorumlayarak n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisini soyutlama yapmasının sonucunda fark edebilmiştir. Ardından n-katlı dönel simetrik şekil bilgisi verilmiştir.

Eğrilerden oluşan fakat dönel simetrik olmayan şeklin dönel simetrik şekil haline getirilmesi istenen onuncu soruda (S_{10}) İnan’ın da Ahu ile benzer olarak doğruya göre simetriden yararlanarak bu işlemi gerçekleştirdiği ve 2-katlı dönel simetrik şekli elde edebildiği görülmüştür. Çizim aşamaları, tercih ettiği yollar ve açıklamaları ikinci bölümde detaylı olarak açıklanmıştır. Çizimini tamamladıktan sonra bu 2-katlı dönel simetrik şekli doğruya göre simetriden yararlanarak elde etmesinden kaynaklı olarak 2-katlı dönel simetri ile doğruya göre simetri arasında bir ilişki kurup kuramayacağını görebilmek adına İnan’a “2-katlı dönel simetrik şekil hale getirirken bir eksen belirleyip ona göre dik uzaklıkları alarak çizimini yaptığını gördüm. Burada dikkatini çeken bir durum var mı?” sorusu yöneltilmiştir. İnan “İmm, 2-katlı dönel simetrikte karşılıklı bölümler birbirine simetrikler diyebiliriz. Bunun dışında diyebileceğim bir şey yok.” olarak yanıt vermiştir. Buradan da İnan’ın yeterli düzeyde soyutlama yapamayıp gerekli ilişkilendirmeyi kuramadığı tespit edilmiştir.

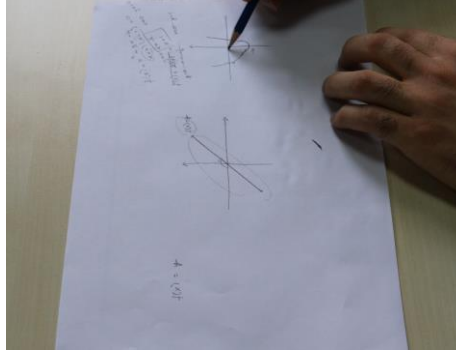
Öğretim deneyinin birinci bölümündeki son soru olan on ikinci soru (S_{12}) doğrultusunda İnan’a dönel simetri ve fonksiyon arasında herhangi bir ilişkilendirme yapıp yapamayacağı ile ilgili olarak “Sence dönel simetri bir fonksiyon mudur? Eğer fonksiyonsa neden fonksiyondur? Eğer fonksiyon değilse neden fonksiyon değildir? Açıklayabilir misin?” sorusu yöneltilmiştir. İnan çizim yapmak için bir kâğıt isteyince kendisine noktalı kâğıt verilmiştir. İnan Görsel 3.82’de görülen $y=x$ doğrusunu çizerek “ $f(x)=y$ doğrusunu böyle çizelim. Merkez alırsak bu noktanın 180° döndüğünde aynı görüntüyü verdiğini görüyorum. Bu fonksiyonun grafiğinin dönel simetriye uygun

olduğunu düşünüyorum. Fonksiyonla dönel simetriyi bu şekilde bağlayabilirim.” şeklinde bir açıklama yapmıştır.



Görsel 3.82. İnan'ın fonksiyon dönel simetri ilişkisini incelemesi

Bunun üzerine bunu tüm fonksiyonlar için genelleyip genelletemeyeceği sorulduğunda $f(x) = x^2 + 3x - 4$ fonksiyonunu örnek verip köklerini belirledikten sonra grafik görüntüsünü Görsel 3.83'teki gibi çizdikten sonra “ 360° haricinde bir derecede döndüğünde aynı görüntüyü vermediğini görüyorum. Yani fonksiyonda simetrik bir grafik oluşursa dönel simetriye uygun olur diye düşünüyorum. Ama onun haricinde olmazsa dönel simetriye uygun olmayacağını düşünüyorum.” açıklamıştır. Çizimleri ve açıklamalarına bakıldığında İnan'ın $y=x$ fonksiyonunun grafiğini orijin etrafında 180° döndürerek kendisi ile çakıştığını ve dönel simetri ile ilişkisi olduğunu ifade ettiği, bir başka deyişle örnek verdiği fonksiyonun grafik görüntüsünden açıklamaya çalıştığı görülmüştür. $f(x) = x^2 + 3x - 4$ fonksiyonunda ise yine orijin etrafında sadece 360° döndürerek kendisi ile çakıştığını ve bu sebepten dolayı dönel simetri ile ilişkisinin olmadığını ifade ettiği, yani yine örnek verdiği fonksiyonun grafik görüntüsünden açıklamaya yaptığı görülmüştür. Tüm bunlardan yola çıkarak da İnan'ın dönel simetri ile fonksiyon ilişkisini fark edebilmede yeterli soyutlama gerçekleştiremediği görülmüştür.



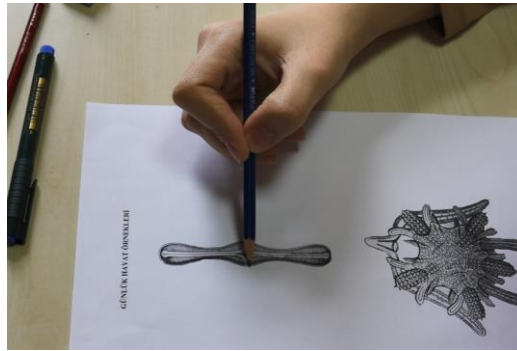
Görsel 3.83. İnan'ın fonksiyon dönel simetri ilişkisini incelemesi

3.2.1.3. Yaz'ın dönel simetri incelemesine ilişkin bulgular

Yaz öğretim deneyinin birinci sorusunda (S_1) dönel simetri denildiğinde zihninde neler canlandığı sorusunu kısa ve net bir şekilde “Aslında hiçbir şey.” olarak yanıtlamıştır. Biraz daha düşünmesi ile birlikte aklına bir şeyler gelebileceği hatırlatılarak yeniden düşünmesi için süre verilmiştir. Yaz hemen ardından “Düşündüğümde gerçekten hiçbir şey gelmiyor. Dönel diye bir şey duymadım öyle bir kavram. Aslında simetrinin tanımından bile tam emin olmadığım için sadece dönmek ile ilgili hani böyle. Ne bileyim gerçekten fikrim yok aslında.” deyip ardından eklediği “Ama ne bileyim belki bir şeklin dönüşü öyle dönmesi gibi olabilir ne bileyim dönel başka türlü benim aklıma bir şey getirmiyor.” şeklindeki açıklaması ile dönel simetriyi daha önce hiç duymadığını belirtmekten öte simetrinin tanımından bile emin olmadığını dile getirmiştir. Bunun üzerine günlük hayattan dönel simetri ile ilgili örnek bulmaya çalışmasının zihninde bir şeyler canlandırabilmesine yardımcı olabileceği düşüncesi ile ikinci soru (S_2) doğrultusunda günlük hayatta dönel simetriye uygun olabileceğini düşündüğü örnekler bulması istenmiştir. Yaz bir süre düşündükten sonra yine aklına hiçbir şeyin gelmediğini “Dönel simetri. Imm. Galiba hiçbir şey ona da. Çünkü kendimden emin değilim örnek vermek biraz zor olur.” şeklinde ifade etmiştir. Ardından önceki açıklamasında *bir şeklin dönüşü* olarak ifade ettiği durumu çizerek açıklamasının ona yardımcı olabileceği düşüncesi ile çizim yapması teklif edilince “Çizerek göstermek. Aslında ondan bile emin değilim. Hiçbir şeyden emin değilim.” diyerek reddetmiştir. Bunun üzerine Yaz’a dönel simetrinin tanımının yapılmasının istendiği üçüncü soru (S_3) yöneltilmemiş, bir başka deyişle yaz dönel simetriyi tanımlayamamıştır. Bunun yerine son olarak dördüncü soruda (S_4) bulunan dönel simetrik olan ve olmayan çokgenlerin görsellerini görüp incelerse aklında bazı fikirlerin

oluşabileceği düşüncesi ile “Dönel simetrik çokgenler deyince aklına bir şey gelebilir mi? Dönel simetrik olan çokgenler, dönel simetrik olmayan çokgenler. Ben sana çokgenleri versem. Ve incelemeni istesem, belki bir şeyler oluşur aklında..” diyerek incelemesi istenmiştir. Yaz zihninde yine hiçbir şey canlanmadığını net bir şekilde “Beynim durdu. Dönmesi ile ilgili dedim ama her noktayı her tarafa döndürebilirmişim gibi oluyor. Aslında açıklayamam da çünkü açıklayabileceğim de bir bilgiye sahip değilim. Dönel simetri hiç duymadım neden duymadığımı da bilmiyorum.” olarak ifade etmiştir. Buradan da Yaz’ın dönel simetri tanımını verilmeden önce çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu inceleyemediği görülmüştür. Dönel simetriyi daha önce hiç duymadığını söylemesi ile birlikte yöneltilen tüm soruların her birinde net bir şekilde yanıtlamayı reddetmesi dikkat çekici olmuştur. Tüm bunlardan yola çıkılarak Yaz’ın dönel simetri ile ilgili hiçbir bilgiye sahip olmadığı söylenebilir.

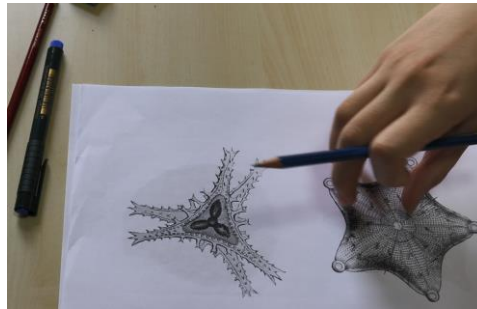
Öğretim deneyinin ikinci klinik görüşmesinin Görsel 3.84’te görülen ilk sorusu olan beşinci sorudaki (S₅) çokgenlerin dönel simetrik olup olmadığını incelemesi istenince Yaz birinci ve ikinci günlük hayat örnekleri için “Baktığımda simetriye dair şeyler görüyorum ama dönel simetri. Ya bu şekilde görünce ne bileyim mesela. Bu dikey olarak simetrik yatay da aynı şekilde. Mesela bu şekil de ortadan bakıldığında öyle.” diyerek doğruya göre simetrik olduklarını belirtmiştir.



Görsel 3.84. Yaz’ın birinci ve ikinci günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Diğer günlük hayat örneklerini inceledikçe zihninde dönel simetri ile ilgili bir şeylerin canlanabileceği düşünülerek devam edilmiştir. Sarmal bir yapıya sahip olan üçüncü günlük hayat örneğinde bu şeklin oluşumu ile ilgili kalem ile üzerinde dolanıp çemberler çizerek “Bu sanki bir şeklin sürekli bu şekilde. Imm direkt bu şeklin dediğim gibi böyle parça parça birleştirilerek. Yani dönüyormuş gibi ama bunun dönel simetri

olduğunu zannetmiyorum.” açıklamasını yapmıştır. Yaz’ın bu örnekte dönel simetri ile ilgili ilk defa bir tahminde bulunduğu görülmüştür. Yıldıza benzer beşinci günlük hayat örneğinde ise dikkatini çeken durumu “Sadece doğruya göre simetri.” olarak ifade ettikten sonra incelemeye devam edip “Başka imm, bu kol gibi parçalar da kendi içinde şöyle sürekli tekrarlanan şeyler.” olarak ilave etmiştir. Tekrarlanan parçaların dikkatini çekmesi Yaz’ın dönel simetriye ilişkin sezgisel farkındalığını arttırdığını düşündürmüştür. Hangi parçaların nasıl tekrarladığını açıklaması istendiğinde Yaz eş parçalarını göstererek “Şu parçayı komple aldığımızda tekrarlanmış diyebilirim. Zaten komple parça olarak aldığımız zaman hepsi aynı tekrar etmiş oluyor. Şöyle, şöyle, şöyle böldüğümde hepsi birer parça. Hepsi aynısı. Sadece böyle böyle koyulmuş.” olarak ifade etmiştir. Yaz’ın bu açıklamayı yaparken aynı zamanda Görsel 3. 85’teki gibi eliyle dönme hareketi yaparak dönel simetriyi görsel olarak bu örnek üzerinden tarif etmiş olduğu gözlemlenmiştir. Dikkatini çeken tekrarlama ile ilgili detay vermesi istenince “Baktığımda direkt bir sistem üzerinde bu buraya taşınmış ötelenmiş derdim ama direkt öyle diyemeyiz gibi geliyor. Yansımış desem tam olarak onu diyemem. Sadece şekil tekrar etmiş.” açıklamasını yapmıştır. Yaz’ın tekrarlamayı dönel simetri olarak adlandıramadığı için öteleme veya yansıma ile olarak açıklamaya çalıştığı fakat doğrudan bu şekilde ifade edilemeyeceğinin de farkında olduğu tespit edilmiştir.

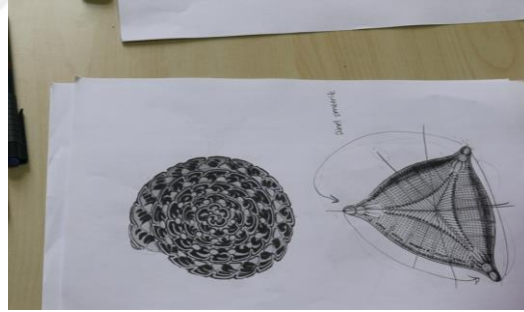


Görsel 3.85. Yaz’ın beşinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Beşinci günlük hayat örneğini inceledikten sonra zihninde dönel simetri ile ilgili herhangi bir durumun canlanıp canlanmadığı sorulduğunda “Aynı parçalara sahip bir şekil mi desem? Tam doğru olmaz belki ama dönel simetri dediğimde sanki bir parçanın tekrar edip koyulması gibi geliyor artık.” demiştir. Yaz’ın bu yanıtından ve incelemelerinden hareketle günlük hayat örneklerini inceledikçe dönel simetri ve temel

esaslarına dair soyutlama yapmaya başlayarak keşiflerde bulunduğunun görüldüğü söylenebilir. Bir diğer örnek olan yedinci günlük hayat örneğini inceledikten sonra şeklin tekrarlayan parçalarını göstererek “Direkt dikey ya da yatay olarak simetrisinin dışında şey var ımm. Yine parçaları söyleyebilirim. Hani dönel simetri şuradaki parçanın sanki hep aynısının yansıtılmış olarak oluşturduğu bir şekil gibi geliyor.” olarak ifade etmiştir. Burada Yaz’ın dönel simetrik şekillerin komşu parçaları arasında bulunan doğruya göre simetri özelliğini fark ettiği gözlemlenmiştir. En sonuncu yani sekizinci günlük hayat örneği için ise yine öncelikle tekrarlayan parçalar bulmaya odaklanarak “Tam olarak birbirinin eşi değil çünkü dıştaki şeyler farklı. Ama şu ortadaki parça için öyle söyleyebilirim. Hani yine parçalara bölebilirim, mesela bunu da dört parçaya bölebilirim.” dedikten sonra böleceği parça sayısını neye göre belirlediği sorulduğunda “Aslında baktığımda iki parçaya da bölebilirim. Hani hep aynısı olan şekillere bakıyorum, hep aynısı olan parçalara bakıyorum.” şeklinde yanıt vermiştir. Buradan Yaz’ın dönel simetrideki tekrarlayan parça özelliğini keşfederek kavradığı söylenebilir. Tüm günlük hayat örneklerini incelemeyi tamamlayan Yaz’ın zihninde dönel simetrik olma durumunu nasıl inceleyeceğine dair bazı durumların netleşmesinden yola çıkılarak tüm günlük hayat örneklerini yeniden inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını belirtmesi istenmiştir. Yaz’ın günlük hayat örneklerinde ilk incelemesinden farklı olarak dikkatini çeken bir durumun olmadığı ve dönel simetrik veya dönel simetrik değil gibi net yanıtlar veremediği görülmüştür. Ardından altıncı soruda (S_6) bulunan soru doğrultusunda Yaz’a dönel simetrisinin tanımı verilmiş ve bu tanımı iyice okuyup incelemesi istenmiştir. Yaz tanımı okuduktan sonra ilk tepkisini “Burada dediğim gibi bu tekrar etme dediğim aslında doğru olmuş oluyor.” deyip kendi fikri ile benzerlik kurarak gösterdikten sonra Yaz’a tanımdan yola çıkarak dönel simetrisinin temel esasları olarak neleri söyleyebileceği sorulmuştur. “Az önceki o tekrar etmeler bir noktanın bir şeklin bir açısı kadar döndürülmüş hali. Bir tek bunu söyleyebiliyorum. Temel esasları aklımda şu olmaz şu olur diyebileceğim başka bir şey de yok.” olarak yanıt veren Yaz’ın tekrar eden parçalar ve bu parçalar arasındaki dönme ilişkisinin dikkatini çektiği ve dönel simetrisinin temel esasları olarak belirttiği, bunun dışındaki hiçbir temel esastan bahsedemediği görülmüştür. Hemen ardından ön bilgilerinin ortaya çıkarılması için yapılan klinik görüşmede bulunan ve bacaklardan oluşan dönel simetrik şekli hatırlayarak “Mesela bundan önceki görüşmelerimizde o bacak gibi şekilde o zaman dönel simetri olmuş oluyor.” diyerek örnek göstermiştir.

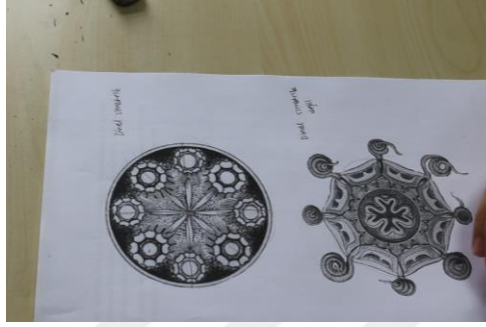
Günlük hayat örneklerini bu kez de verilen dönel simetri tanımından yola çıkarak incelemesi istenen Yaz ikinci günlük hayat örneği için “Kendi içinde tekrar ettiği için acaba dönel simetri diyebiliyor muyum? Aslında bütün olarak düşündüğüm zaman olmuyor. Çünkü şuradaki parça bu tarafta ya da bu taraflarda yok, döndürülmemiş. Dönel simetrik değildir diyebilirim.” diyerek neden dönel simetrik olmadığını düşündüğünü açıklamıştır. Yaz’ın burada eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine odaklanarak inceleme yaptığı görülmüştür. Ardından üçüncü günlük hayat örneği için “Şekle bütün olarak baktığımız için şuradaki parça burada kaldığı için dış parça olmuş olmasaydı, bu karıştırıyor. O yüzden dönel simetrik değildir diyorum.” olarak açıklama yapmıştır. Dördüncü günlük hayat örneğini inceledikten sonra ise eş üç parçaya bölüp “Parçalara böldüğümde tekrar etme durumu söz konusu. Bir açıya göre döndürülmüş diyebilirim. Bu parçaların hepsi döndürülmüş. Ne kadar açı falan olduğunu bilmiyorum ama dönel simetrik diyebilirim.” diyerek eş parçalar arasındaki dönme ilişkisini saat yönünün tersinde olacak şekilde Görsel 3.86’daki gibi oklar çizerek göstermiş ve dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.



Görsel 3.86. Yaz’ın üçüncü ve dördüncü günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu yeniden incelemesi

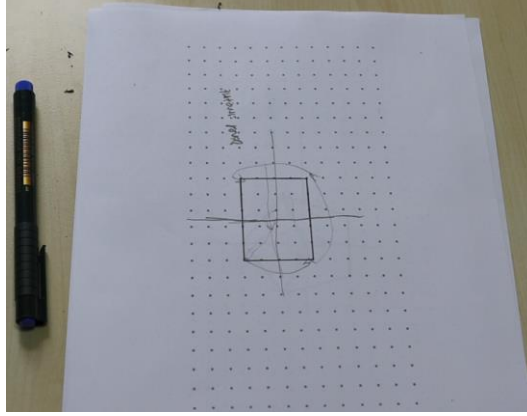
Yedinci günlük hayat örneğine geldiğinde dört eş parçaya bölerek “Dört parçaya ayırdığımda hepsi aynısı, döndürülmüş. Simetrik derim çünkü dikey yatay ya da orijinden geçen bir doğru için. Ama artık dönel simetrik de derim. Çünkü eş parçaların arasında bir döndürme var.” diyerek dönel simetrik olduğunu belirtmiştir. En sonuncu örnek olan ve Görsel 3.87’de bulunan sekizinci günlük hayat örneğinde ise “İkiye de dörde de böldüğümde hep eş parçalı olduğu için ve dönme olduğu için direkt dönel simetriktir derdim. Ama dıştaki şeylerin hepsi birbirinden farklı gibi. Hiçbirinin eşi yok. Dönel simetrik demezdim.” diyerek dönel simetrik olmadığını belirtmesinin yanı sıra

dönel simetrikliği bozan durumu da ifade ettiği görülmüştür. Yaz'ın incelemelerinin hepsinde günlük hayat örneğini eş parçalara ayırıp bu eş parçalar arasında bir dönme ilişkisi yakalamaya yönelik yaptığı gözlemlenmiştir. Buradan dönel simetriye dair düşük düzeyde de olsa soyutlama yapmaya devam ettiği söylenebilir.



Görsel 3.87. Yaz'ın yedinci ve sekizinci günlük hayat örneğinin dönel simetrik olma durumunu yeniden incelemesi

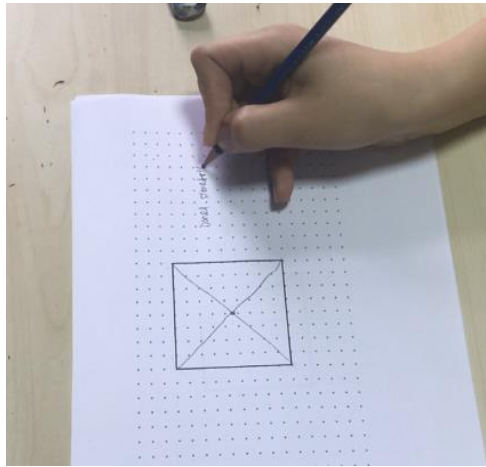
Dönel simetri tanımı verilmeden önce verilen çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu inceleyemeyen ve hiçbir fikir belirtmeyen Yaz'dan yedinci soru (S7) doğrultusunda verilen dönel simetri tanımından yola çıkarak verilen çokgenlerin dönel simetrik olup olmadığını incelemesi istenmiştir. Çeşitkenar üçgenin merkez noktasını belirleyip eş parçalara ayırmaya çalışarak “Bence çeşitkenar olması da biraz bunu getiriyor gibi düşündüm şu an ama. Hepsi birbirinden farklı olduğu için kenarları, eş parçalara bölemezdim. Dönel simetrik değil.” diyerek dönel simetrik olmadığını düşündüğünü doğru bir açıklama ile belirtmiştir. Dikdörtgene geldiğinde karşılıklı kenarların orta noktalarından geçen doğru parçaları ile eş parçalara Görsel 3.88'deki gibi ayırarak “Aslında bu dört parçaya ayrılabilir. Bu buraya gelmiş mesela. Şuradaki şuraya gelmiş. Döndürülmüş, bu da buraya. Buna dönel simetriktir derdim evet.” diyerek dönel simetrik olduğunu yanlış bir yol ve açıklama ile belirtmiştir. Burada Yaz'ın eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine dikkat etmeden sadece eş parçalara bölmeye odaklanarak hareket ettiği söylenebilir.



Görsel 3.88. Yaz'ın dikdörtgenin dönel simetrik olma durumunu incelemesi

Ardından kare için de yine aynı eş parçaya ayırma işlemlerini dikdörtgendeki gibi yaparak “Her kenarı birbirine eşit olduğu için nereden bölersem böleyim, hepsi eş. Kareyi dört parçaya bölelim hep eş parçalar. Hepsi de birbirinin döndürülmüş hali olacak, dönel simetrik.” diyerek dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir. Dikdörtgende olduğu gibi karede de sadece eş parçalara bölmeye odaklanarak eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine hiç dikkat etmediği görülmüştür. Sıra ikizkenar üçgene geldiğinde tepe noktasından karşısındaki kenara bir doğru parçası çizip iki eş parçaya ayırarak “Buna az önceki gibi yine eş parçalar diyebilirim. Bu buraya. Bu direkt yansıtılmış da aslında, direkt. Ama döndürülmüş de denir. Sonuçta eş parçalar.” açıklamasını yapmıştır. Diğer çokgenlerde olduğu gibi dönme ilişkisini göz ardı ederek sadece eş parçalara odaklanması üzerine “Bu eş parçalar arasındaki dönme ilişkisi ile ilgili ne düşünüyorsun?” olarak yöneltilen soruyu “Bu iki parça dönerek birbirini oluşturuyor. Aslında şekillere direkt dönel simetrik demek de kafamı karıştırıyor. Tam olarak tanımını da eş mi bilemedim, düşündüğüm fikir.” olarak yanıtlamıştır. Günlük hayat örneklerini incelerken eş parçalara ayırma ve bu eş parçalar arasında çakışma gerçekleşecek şekilde dönme ilişkisi bulmaya odaklanırken çokgenlerde bunlara dikkat etmemesinin kendisinin de kafasını karıştırdığı söylenebilir. Ardından sıra düzgün altıgene geldiğinde eş üçgenlere ayırarak “Aslında düzgün altıgenin kendisi hep üçgenlerin hep böyle birleşimi. Eş parçalar olmuş oluyor. Karede de öyle düşünebiliriz. Ben hep çizgi çizerek düşündüm ama böyle yapmak daha mantıklı.” diyerek düzgün altıgenden sonra tüm çokgenleri yeniden inceleme isteğinde bulunmuştur. İlk olarak çeşitkenar üçgeni inceledikten sonra dönel simetrik olmadığını düşündüğünü “Çeşitkenar olduğu için hani eş parçalara ayıramam gibi geliyor. O yüzden buna ben

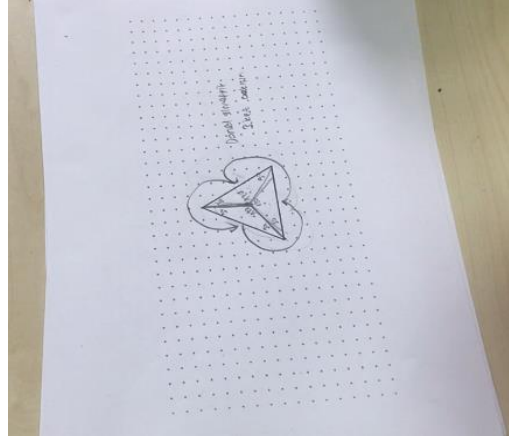
dönel simetrik değildir derdim. Hani direkt derdim ayıramazdım zaten.” şeklinde ifade etmiştir. Ardından düzgün beşgende eş parçalara ayırma işlemini “Kendimce düzgün altıgenin tam ortasını belirleyip hep üçgenlere ayrıldığını söylemiştim. Altıgene yaptığımı düşünürsem hep üçgenlere ayırırdım herhalde. Düzgün beşgen evet. Bunlar zaten hep eş.” diyerek yapmış ve ardından dönme ilişkisini günlük hayat örneklerini hatırlattığını belirterek “Diğer o detaylı şekillerde günlük hayat örneklerinde olduğu gibi. Hep aynı şekil döndürülmüş öyle söyleyebilirim. Bir dönme ilişkisi var evet. Dönel simetrik.” olarak ifade etmiştir. Dikdörtgene geldiğinde ise köşegenini çizip iki eş parçaya ayırarak “Direkt şöyle ikiye bölerek de aslında iki eş üçgen sonuçta. Döndürülmüş olarak bu buraya aynısı döndürülmüş ve buraya oturtulmuş diyebilirim. Buna da yine o zaman dönel olmuş oluyor.” diyerek dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir. Bir önceki incelemesinde sadece eş parçalara ayırmaya odaklanıp dört eş parçaya ayırarak dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtirken bu incelemesinde aynı zamanda dönme ilişkisini de göz önünde bulundurarak hareket etmesinin soyutlama yapmaya devam ediyor olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Kareye geldiğinde ise Görsel 3.89’daki gibi köşegenlerini çizip dört eş parçaya ayırarak “Kare bölünür evet. Bunu da yine köşegen gibi düşündüğümde, yani köşegen zaten. Bunların hepsi eş. O yüzden bu üçgen hep döndürülmüş ve ilk önce buraya, buraya, buraya. O yüzden döneldir.” açıklaması ile dönel simetrik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.



Görsel 3.89. Yaz’ın karenin dönel simetrik olma durumunu yeniden incelemesi

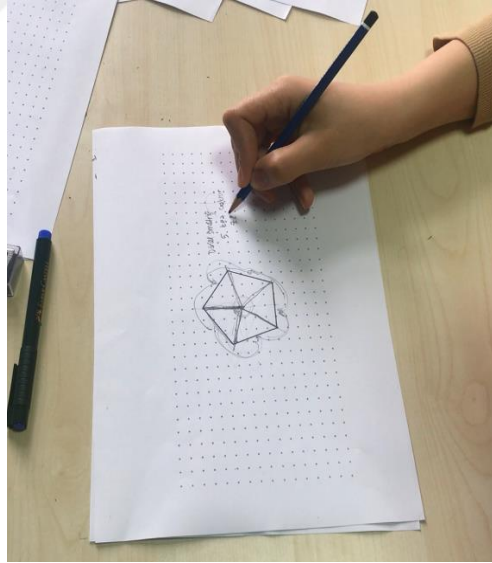
Paralelkenara geldiğinde ise köşegenini çizip iki eş parçaya ayırarak “Bunu da en basiti yine iki üçgene ayrılabilir. Yine dediğim gibi bu döndürölüp buraya geçmiş olabilir. O yüzden döneldir bu da.” olarak açıklamıştır. Eşkenar üçgende ise önce eş iki üçgene bölme girişiminde bulunup bunun sağlamayacağını gördüğünü belirterek üçgenin merkez noktası kesişim noktası olacak şekilde üç eş üçgene ayırıp “Bu kenarlar eş. Açılar da aynı şekilde eş olacağı için. Bu üçgenler hepsi birbirinin döndürölmüş olduğu için döndürölmüş parçası olduğu için birleşmiş olduğu için bu da dönöl simetrik.” olarak yaptığı açıklaması ile dönöl simetrik olduğunu göstermiştir. İkizkenar yamuğu inceledikten sonra köşegenlerini çizerek deneme yaptıktan sonra “En azından şunlar eşit zaten ikizkenar olduğu için. Ama buna eşit değıl. O yüzden bu da olmaz. Dönöl simetrik değıldir, öyle diyeyim. Çünkü eş parçaya ayıramadım.” diyerek ikizkenar yamuğun dönöl simetrik olmadığını tespit edebilmiştir.

Yaz’ın çokgenlerin dönöl simetrik olma durumunu incelerken açılarla ilgili hiçbir noktanın dikkatini çekmediğı ve hiçbir durumu açılardan yararlanarak açıklamadığı tespit edilmiştir. Bunun üzerine açılar ile ilişkilendirme yapıp yapamayacağını görmek amacıyla “Örneğın eşkenar üçgeni ele alırsak, dönöl simetrik olduğunu söylemişsin. Dönme açıları ile ilgili konuşacak olursak, öncelikle toplam kaç derecelik döndürme gerçekleştirdin?” sorusuna “360°, bir tam tur” yanıtını vermesinin ardından “Her bir parçanın dönme açısı ile ilgili ne söyleyebilirsin?” sorusuna “Şuralar 60, 30 30 oluyor. Bunlar da mesela 120° olmuş oluyor. Baktığımda buralar hep 120’şer derece olduğu için 120°.” olarak yanıt vermiştir. Ardından çokgenlerin kendisi ile çakışma sayısını gözlemleyebilip gözlemleyemediğini ortaya çıkarmak amacıyla “Bir tam tur attırdığında kendisi ile toplam kaç kez çakışma gerçekleştiriyor sence?” olarak sorulan soruya Yaz “Üç parçaya ayırdım kendisi ile üç kez çakışmış olacak. Aslında bence zaten kaç parçaya ayırdığımız da önemli. Ben bunları hani eğer iki parçaya ayırmış olsaydım iki kez çakışmış olacaktı.” olarak yanıt vermiştir. Yaz’ın burada eş parça ile çakışma sayısı arasında bir genellemeye ulaştığı söylenebilir. Aynı zamanda eş parçalar arasındaki dönme ve çakışma ilişkisini göstermek amacı ile Görsel 3.90’daki gibi oklar çizdiği görölmüştür.



Görsel 3.90. Yaz'ın eşkenar üçgenin kendisi ile çakışmasını incelemesi

Düzgün beşgeni incelerken ise doğrudan kendisi ile beş kez çakıştığını söyleyip yine Görsel 3.91'deki gibi oklar çizerek “Bu beş parça, beş kez çakışmış. Açısını düşünecek olursam. Burası 360 zaten. Beş eş parçaya ayırdığım için her birine 72 düşer diye düşündüm.” olarak dönme açısını açıklamıştır.



Görsel 3.91. Yaz'ın düzgün beşgenin kendisi ile çakışmasını incelemesi

Yaz'ın çokgenlerin dönme açılarını ve çakışma sayılarını incelerken dönme açılarının tamamını belirleyemediği, bir diğer deyişle sadece dönele simetrikliği sağlayan en küçük açıyı belirleyebildiği gözlemlenmiştir. Bu durumun da Yaz'ın dönme açısı ile

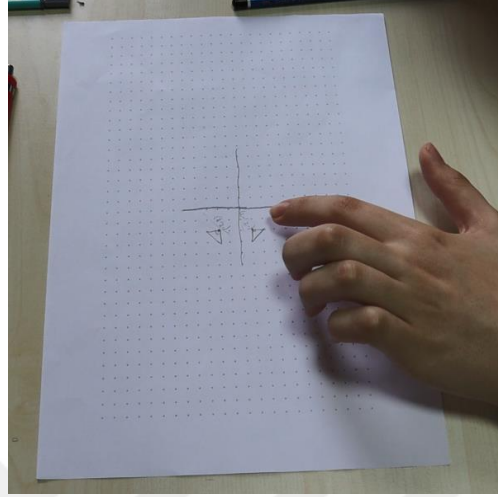
yeterli düzeyde soyutlama yapamamasından kaynaklı olarak ilişkilendirmeyi yapamaması sonucunda meydana geldiği söylenebilir.

Tanımdan yola çıkarak tüm çokgenlerin yeniden incelenmesi tamamlandıktan sonra sekizinci soruda (S_8) bulunan esas şekiller ve görüntülerinin çakışma sayısı arasında bir ilişki kurularak çokgenlerin özel bir isimlendirmeye sahip olması hakkında ne düşündüğü sorulduğunda Yaz bu durumu mantıklı bulduğunu ve özel bir isimlendirmeye gidilmiş olabileceğini düşündüğünü belirtmiştir. Ardından n-katlı dönel simetrik şekil bilgisi verilecek açıklanmıştır.

Eğrilerden oluşan fakat dönel simetrik olmayan şeklin dönel simetrik şekil haline getirilmesi istenen onuncu soruda (S_{10}) Yaz'ın da Ahu ve İnan ile benzer olarak doğruya göre simetriden yararlanarak bu işlemi gerçekleştirdiği ve 2-katlı dönel simetrik şekli elde edebildiği görülmüştür. Çizim aşamaları, tercih ettiği yollar ve açıklamaları ikinci bölümde detaylı olarak açıklanmıştır. Ardından 2-katlı dönel simetrik şekli doğruya göre simetriden yararlanarak elde etmesinden kaynaklı olarak 2- katlı dönel simetri ile doğruya göre simetri arasında bir ilişki kurup kuramayacağını görebilmek adına Yaz'a "Çizimini yaparken doğruya göre simetriden yararlandığını gördüm. Baktığımızda o halde burada hem doğruya göre simetri var hem de 2-katlı bir dönel simetrik şekil var. Bu ikisi arasında bir ilişki veya bağlantı kurabilir misin?" sorusu yöneltilmiştir. Yaz'ın ise "Mesela ortadan bir çizgi çektim gibi düşünebilirim. Söyleyebileceğim bu sadece, dikkatimi çeken herhangi bir durum yok." diyerek yeterli düzeyde soyutlama yapamaması sonucunda bu ilişkiyi keşfedemediği görülmüştür.

On ikinci soru (S_{12}) doğrultusunda dönel simetri ve fonksiyon arasında herhangi bir ilişkilendirme yapıp yapamayacağı ile ilgili olarak yöneltilen soruya Yaz çizim yaparak yanıt vermek istemiştir. Görsel 3.92'de görüldüğü gibi bir koordinat düzlemi üzerinde farklı bölgelerde bulunan iki üçgen çizerek "Şurada herhangi bir üçgen olsun. Bu mesela x eksenine göre yansıtılırsa şöyle bir şekil oluşacak. Mesela burada (-2,2) oluyor bu nokta. Burada da (-2,2) olmuş olacak. Demek istediğim mesela burada sadece y'si değişmiş olacak. Dikkatimi çeken bu." dedikten sonra "Her şekle nasıl bir fonksiyon uydurulabilir ki? Ondan emin olamadım. Hani o yüzden tamamına bence fonksiyon denilemez. Çünkü çok daha farklı şekiller oluyor." açıklamasında bulunmuştur. Aslında Ahu ile benzer bir yol izleyerek bir üçgen çizip üzerinde bir nokta belirledikten sonra bu üçgenin x eksenine göre yansımısını çizip belirlediği noktanın görüntüsünü belirlediği ve bu iki noktanın koordinatları arasında ilişkilendirmedi

bulunmaya çalıştığı fakat Ahu'dan farklı olarak bu durumu soyutlayamayarak genelleyemediği görülmüştür. Bu durumda Yaz'ın fonksiyon ile dönel simetri arasındaki ilişkiyi keşfedemediği söylenebilir.



Görsel 3.92. Yaz'ın fonksiyon ile dönel simetri ilişkisini incelemesi

3.2.2. İkinci bölüm: Dönel simetrik şekil oluşturma bilgi ve deneyimleri

İkinci bölüm; katılımcılara noktalı kâğıt üzerinde verilen dönel simetrik olmayan şekilleri çizim yaparak dönel simetrik şekil haline getirdiği, noktalı kâğıt üzerinde en baştan kendilerine ait olan dönel simetrik bir şekil tasarladıkları, çevrelerinde dikkatlerini çeken dönel simetrik günlük hayat örneklerini fotoğraflayıp ilettikleri bulgular ile ilgilidir.

Şekil 3.7'te görüldüğü gibi ikinci bölümde ilk tema olarak dönel simetrik şekil oluşturma yer almaktadır. Bu tema altında doğru parçalarından oluşan şekli dönel simetrik şekil haline getirirken katılımcılardan ikisinin doğruya göre simetriden yararlanırken diğer katılımcının ise dönme simetrisinden yararlandığı saptanmıştır. Bununla birlikte eğrilerden oluşan şekli dönel simetrik şekil haline getirirken tüm katılımcıların doğruya göre simetriden yararlandığı belirlenmiştir. Bu tema altında son olarak dönel simetrik bir şekil tasarlarken ise katılımcılardan ikisinin eş parçalardan yola çıkarak dönel simetrik şekil tasarlarken diğer katılımcının bütünden yola çıkarak dönel simetrik şekil tasarladığı görülmüştür.

Bir diğ er tema olan d  nel simetrik g  nl  k hayat   rneğ i fotoğraflama temasında katılımcılarda ikisinin hem doğaya hem yakın çevreye hem de s  slemelere odaklanırken diğ er katılımcının doğaya ve yakın çevreye odaklandığ ı tespit edilmiştir.



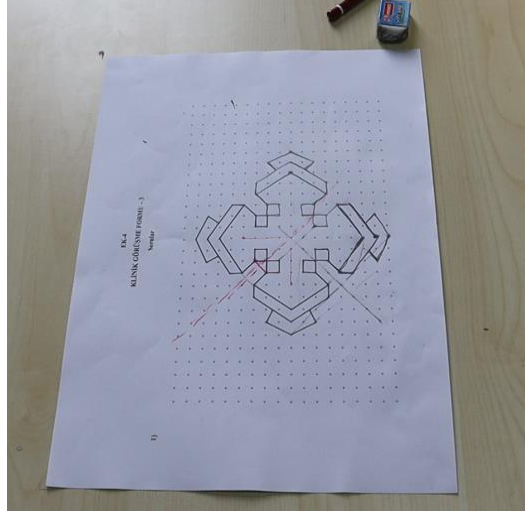
TEMALAR	ALT TEMALAR	KODLAR
Dönel Simetrik Şekil Oluşturma	Doğru Parçalarından Oluşan Şekli Dönel Simetrik Şekil Haline Getirme	Doğruya Göre Simetriden Yararlanma A_9, Y_9 Dönme Simetrisinden Yararlanma $\dot{I}_9$
	Eğrilerden Oluşan Şekli Doğruya Göre Simetriden Yararlanarak Dönel Simetrik Şekil Haline Getirme	$A_{10}, \dot{I}_{10}, Y_{10}$
	Dönel Simetrik Şekil Tasarlama	Eş Parçalardan Yola Çıkararak Dönel Simetrik Şekil Tasarlama A_{11}, Y_{11} Bütünden Yola Çıkararak Dönel Simetrik Şekil Tasarlama $\dot{I}_{11}$
	Dönel Simetrik Günlük Hayat Örneği Fotoğraflama	
	Doğaya Odaklanma	$A_{13}, \dot{I}_{13}, Y_{13}$
	Yakın Çevreye Odaklanma	$A_{13}, \dot{I}_{13}, Y_{13}$
	Süslemelere Odaklanma	A_{13}, Y_{13}

Şekil 3.7. İkinci bölümün temalaştırılması şeması

Katılımcıların öğretim deneyinden elde edilen bulgular kapsamında dönel simetrik şekil oluşturma bilgi ve deneyimleri bölümüne dair her bir katılımcının klinik görüşmelerde kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar ve katılımcılara ilişkin araştırma notları, katılımcı bazında ayrı başlıklar altında aşağıda sunulmuştur:

3.2.2.1. *Ahu'nun dönel simetrik şekil oluşturmaya ilişkin bulgular*

Doğru parçalarından oluşan ve mevcut hâli ile dönel simetrik olmayan ancak tamamlandığında 4-katlı dönel simetrik bir şekil elde edilebilecek olan görselin bulunduğu dokuzuncu soruda (S9) Ahu'dan öncelikle verilen görseli inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını ve bu şeklin özelliklerini açıklaması istenmiştir. Ahu farklı açılardan görseli inceledikten sonra “Acaba yansıma simetrisi olabilir mi diye düşünüyorum. Çünkü bir tam tur attırmak gibi düşünüyorduk hep dönel simetride. Bu sanki yansıma simetrisi gibi. Yani şu an dönel simetrik değil.” şeklinde yaptığı açıklaması ile dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. Ahu'nun bir verilen eş parçalar arasındaki doğruya göre simetri dikkatini çekerken aynı zamanda bunu dönel simetriden ayıran noktayı da belirleyebildiği söylenebilir. Ardından çizim yaparak bu şekli dönel simetrik bir şekil hâline getirip getiremeyeceğinin sorulacağı anda Ahu önce davranıp “Eğer ben bunu böyle tamamlarsam dönel simetrik olabilir. Eğer tamamlansaydı hani şurada da bu şeklin aynısı, burada da olsaydı, dönel simetrikti.” diyerek çizim yapmaya başlamıştır. Ahu'nun öncelikle verilen iki eş parçadan yola çıkarak bu iki eş parçayı aynı tarafta bırakacak şekilde bir simetri eksenini çizdiği görülmüştür. Ardından bu eksen ile kesişen parçanın eğik konumlu doğruya göre simetriğini belirlemiştir. Ahu'nun doğruya göre simetri alırken verilen şeklin bazı köşe noktalarının dik uzaklıklarından yola çıkarak görüntülerini çizip bu noktaları referans alarak şeklin görüntüsünü oluşturduğu görülmüştür. Eksik olan en son parçayı ise hayali olarak belirlediği simetri ekseninden yararlanarak tam karşısında bulunan parçanın düşey konumlu doğruya göre simetrisini alarak tamamlamıştır. Yine dik uzaklıklara dikkat ederek bazı noktaların görüntülerini belirleyip sonrasında bu noktaları referans alarak parçayı Görsel 3.93'teki gibi tamamladığı gözlemlenmiştir.

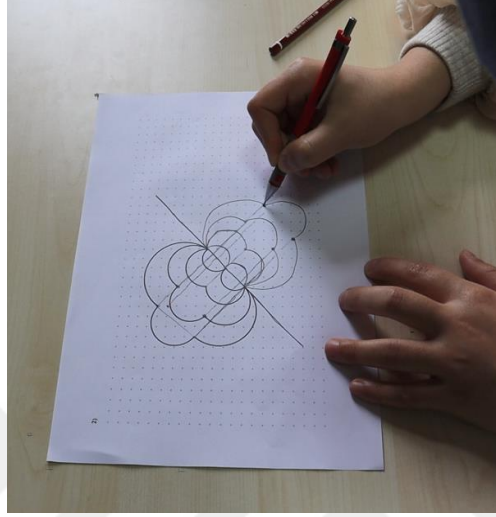


Görsel 3.93. *Ahu'nun verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi*

Bu çizimi gerçekleştirirken nelere dikkat ettiği ve nasıl ilerlediği sorusuna Ahu “İlk başta buna göre yansıma simetrisi aldım. Ve imm şeklin tamamını çizdim. Sonrasında da yine yansıma simetrisi alarak şeklin tamamını çizdim.” olarak yanıt vermiştir. Elde ettiği bu dönel simetrik şeklin özellikleri ile neler söyleyebileceği sorulduğunda Ahu öncelikle dönme açısından yola çıkarak “Sadece bu şekli alırsam 90°'lik bir dönme yapıyor. Katları oluyordu 180° vs. O zaman bu da hani 4-katlı dönel simetrik olabilir. 270° de olabilir. 360°'ye kadar 90°'in katları olabilir.” diyerek direkt olarak kaç katlı olduğunu belirtmesi ile birlikte 360°'yi hâlâ kabul etmediği de görülmüştür.

Eğrilerden oluşan ve mevcut hâli ile dönel simetrik olamayan fakat tamamlandığında 2-katlı dönel simetrik bir şekil elde edilebilecek olan görselin bulunduğu S₁₀'da Ahu'dan öncelikle verilen görseli inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını ve bu şeklin özelliklerini açıklaması istenmiştir. İncelemelerini tamamladıktan sonra Ahu'nun “Dönel simetrik değil yine. Sanki tamamlanmamış gibi. Böyle bir paralel çekip 180° döndürdüğümüzde o şekilde dönel simetrik olabilir. Böyle tam bir şekil değil gibi. Birleşmesi gerekiyor gibi bir yerlerde.” açıklamasını yapması ile birlikte Ahu'dan bu şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi istenmiştir. Ahu ilk olarak şekil ile kesişen bir simetri eksenini çizerek başlamıştır. Ardından içten dışa doğru en kısa eğrilerden başlayarak görüntülerini belirlemiştir. Görüntülerini belirlerken en içte bulunan en kısa eğrinin görüntüsünü doğrudan bütün olarak belirlediği, fakat sonraki diğer tüm eğrilerin görüntülerini eğriler üzerinde bulunan birkaç noktayı seçip

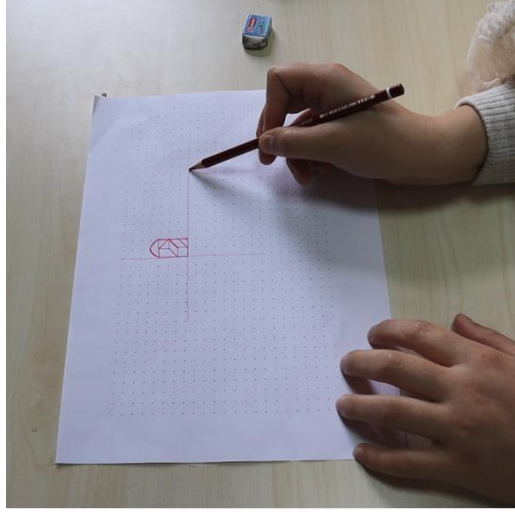
bu noktaların dik uzaklıklarından yola çıkarak görüntülerini belirlemesinin ardından Görsel 3.94'teki gibi birleştirerek belirlediği tespit edilmiştir. Çizimini tamamladıktan sonra en son olarak eğriler üzerinden rastgele noktalar seçip bu noktaların dik uzaklıklarını belirleyerek karşılık bulup bulmadığını kontrol ettiği görülmüştür.



Görsel 3.94. *Ahu'nun verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi*

Çizimini nasıl gerçekleştirdiğini açıklaması istenince Ahu “2-katlı gibi yaptım. Çünkü 4-katlı olmazdı. Bu şeklin aynısını böyle getirsem olmazdı, ortada bir boşluk oluşacakmış gibi. İlk olarak bir doğru çizdim. Sonrasında belirli noktalarla şeklin aynısını çizmeye çalıştım.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Açıklamasında hem dönme hareketinden de simetriden bahsetmesinin ikisi arasında bir ilişki kurduğu anlamına geldiği söylenebilir. Çizimini tamamladığı bu dönel simetrik şekil ile ilgili bilgi vermesi istenince diğer örnekte olduğu gibi burada da dönme açısından yola çıkarak 2-katlı dönel simetrik şekil olduğunu ve açı olarak da 180° 'yi belirtmiştir.

On birinci soruda (S_{11}) dönel simetriye ilişkin elde ettikleri bilgileri özümsemesi açısından kendisine verilen noktalı kâğıt üzerinde dönel simetrik bir şekil tasarlaması istenince Ahu böyle bir çizim yapacağı için heyecanlandığını ve hayal gücünü kullanmak istediğini belirtmiştir. İlk olarak bir eğriden ve doğru parçalarından oluşan bir şekil çizerek şeklin eş parçasını belirlediği; ardından bu şeklin bir köşe noktasını dik kesişen iki doğrunun kesişim noktasına Görsel 3.95'teki gibi yerleştirdiği görülmüştür.



Görsel 3.95. *Ahu'nun dönel simetrik şeklin eş parçasını belirlemesi*

Sonrasında Ahu Görsel 3.96'da sunulduğu gibi bu şeklin saat yönünün tersinde 90° , 180° ve 270° döndürülmesi ile oluşan üç görüntüsünü de sırası ile belirleyerek çizimini tamamladığı görülmüştür. Tasarladığı dönel simetrik şekli nelere dikkat ederek elde ettiğini açıklaması istenince ilk olarak eş parçaların içerisindeki detayları göstererek “Aslında içindeki şeylere gerek yokmuş gibi de düşündüm. Kendime zorlaştırdım sadece. Sadece dışındakini çizmek benim için daha kolay olurdu.” şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. İlk şekli belirledikten sonra diğer şekilleri nasıl çizdiği sorulduğunda “İlk öncelikle bir şekil oluşturup dik olan bir şekli yataya düşürdüm. Sonrasında o yatay olan şekli tekrar dikeye dönüştürerek. 90° 'lik bir dönme bu genel olarak. Şeklin aynısını çizmeye çalıştım.” diyerek dönme hareketi ile ilişkilendirerek ifade etmiştir. Dönme merkezini söylememesi üzerine nerede olduğu sorulduğunda iki doğrunun kesişim noktasını olduğu ifade etmiştir. Tasarladığı bu dönel simetrik şeklin özellikleri ile ilgili bilgi vermesi istenince “ 90° . 180° de olabilir. 270° de yine. 4-katlı yani. Zaten şey hep çizerken ımm rüzgârgülünden ilham alarak bu şekli çizdim.” diyerek 4-katlı dönel simetrik bir şekil olduğunu vurgulamasının yanı sıra nereden esinlendiğini de belirtmesi dikkat çekici olmuştur.



Görsel 3.96. *Ahu'nun dönel simetrik şekil tasarlaması*

Öğretim deneylerinin son sorusu olan on üçüncü soruda (S₁₃) Ahu'dan günlük hayatında çevresinde incelemeler yaparak dönel simetrik bir şekil olarak dikkatini çeken nesneleri fotoğraflayıp bir aylık süre içerisinde göndermesi istenmiştir. Ahu'nun gönderdiği 23 adet fotoğrafın incelenmesi sonucunda dönel simetrik günlük hayat örneği ararken hem doğaya hem yakın çevresine hem de süslemelere odaklandığı belirlenmiştir. Doğaya ait farklı tür ve renklerde olan çiçekler; yakın çevresine ait araba tekerleği, dantel, halı ve paspas, vantilatör ve süslemelere ait ise; banyo fayansı, duvar motifi, demir kapı, pencere korkuluğu gibi çok farklı çeşitte nesneler fotoğraflayıp göndermiştir. Bu fotoğraflarda 2-katlı, 3-katlı, 4-katlı, 5-katlı, 6-katlı, 8-katlı ve 10-katlı dönel simetriye sahip nesnelere yer vermiştir. Dönel simetrik nesne ararken sadece belirli bir alana odaklanmayıp farklı alanlardan da nesneler fotoğraflamasının Ahu'nun farkındalığının oldukça yüksek olduğuna işaret ettiği söylenebilir. Aşağıda Ahu'nun gönderdiği bazı dönel simetrik günlük hayat örneği fotoğrafları sıralanmıştır. Görsel 3.97'de 3-katlı dönel simetrik bir çiçek, Görsel 3.98'de 5-katlı dönel simetrik bir araba tekerliği ve Görsel 3.99'da 10-katlı dönel simetrik bir çelik kapı süslemesi görülmektedir.



Görsel 3.97. *Ahu'nun doğadan 3-katlı dönel simetrik çiçek örneği*



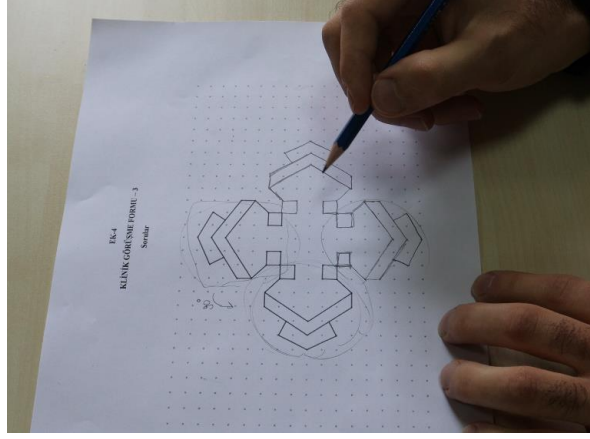
Görsel 3.98. *Ahu'nun yakın çevresinden 5-katlı dönel simetrik araba tekerleği örneği*



Görsel 3.99. *Ahu'nun süslemelerden 10-katlı dönel simetrik çelik kapı örneği*

3.2.2.2. İnan'ın dönel simetrik şekil oluşturmaya ilişkin bulgular

Doğru parçalarından oluşan ve mevcut hâli ile dönel simetrik olmayan fakat tamamlandığında 4-katlı dönel simetrik bir şekil elde edilebilecek olan görselin bulunduğu dokuzuncu soruda (S₉) İnan'dan öncelikle verilen görseli inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını ve bu şeklin özelliklerini açıklaması istenmiştir. İnan görseli inceleyip üzerine bir adet dönme yönü belirten ok çizip 90° yazarak “Bu nokta üzerinde saat yönünün tersinde 90° döndüğünde bu görüntüyü elde ettiğini görüyorum. Dönel simetriye uygun olmadığını düşünüyorum. Bunda sadece dönme olduğunu söyleyebilirim, 90°, belirli bir nokta üzerinde.” diyerek dönel simetrik olmadığını fakat bir dönme hareketi gerçekleştiğini belirtmiştir. Bunun üzerine bu şeklin çizim yapılarak dönel simetrik hale getirilip getirilemeyeceği sorulduğunda İnan “Getirilebilir. Imm; bunu, burada ve burada tekrarladı olarak varsayarsak. Çizdiğimde.” diyerek tamamlamaya başlamıştır. İnan öncelikle şeklin en üstteki parçası olan eş parçasını saat yönünün tersinde 90° döndürerek şeklin üçüncü eş parçasını elde etmiştir. Ardından üçüncü eş parçasını da saat yönünün tersinde 90° döndürerek şeklin dördüncü eş parçasını elde ederek çizimini Görsel 3.100'deki gibi tamamlamıştır.

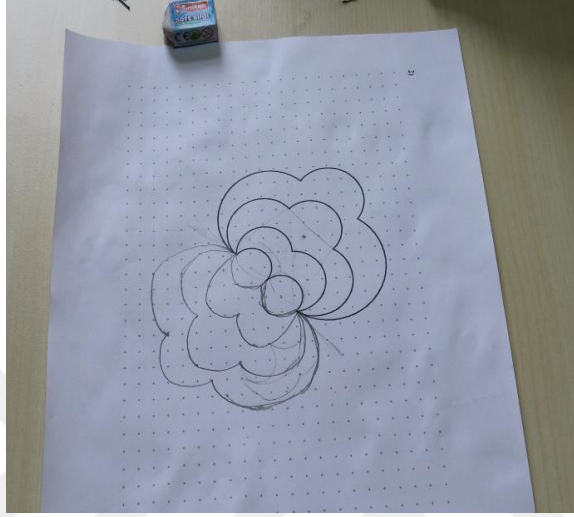


Görsel 3.100. İnan'ın verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi

Çizimini gerçekleştirirken nelere dikkat ettiği ve nasıl ilerlediğini açıklaması istenen İnan “Burada 90° döndüğünde, bu şekli elde ettim. Daha sonra bu şekil üzerinden 90° döndürdüm. Yine şu nokta üzerinde. Saat yönünün tersinde. Ve bu şekli elde ettim. Tekrarlamayı sağladım.” olarak açıklamıştır. Elde ettiği bu dönel simetrik şekil ile ilgili bilgi vermesi istenince İnan öncelikle dönel simetrik olduğu “Bunun merkezini burası olarak ele alırsak 90° saat yönünde veya tersten de döndüğünde aynı görüntü. Dönel simetriye uygun olduğunu düşünüyorum.” diyerek ifade edip ardından “ 360° ’de dört kere sağlıyor. Onun yüzünden 4-katlı dönel simetrik şekil.” diyerek özelliğini dile getirmiştir. İnan’ın bu soruda çizimini başarıyla gerçekleştirdiği ve açıklamalarının doğru olduğu görülmüştür.

Eğrilerden oluşan ve mevcut hâli ile dönel simetrik olamayan fakat tamamlandığında 2-katlı dönel simetrik bir şekil elde edilebilecek olan görselin bulunduğu S_{10} ’da İnan’dan öncelikle verilen görseli inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını ve bu şeklin özelliklerini açıklaması istenmiştir. İncelemelerini tamamladıktan sonra İnan dikkatini çeken durumları “Öncelikle bu şekilde yarım çemberler var. Küçükten büyüğe, büyüyerek tekrarlanan motif bir şekil oluşturduğunu görüyorum.” şeklinde ifade edip ardından dönel simetrik olmadığını düşündüğünü “Ondan sonra, dönel simetride 360° haricinde belirli bir derecede döndüğünde aynı görüntüyü vermesi gerekiyordu merkez üzerinde. Bunun aynı görüntüyü vermediğini görüyorum. Dönel simetriye uygun değildir diyebilirim.” olarak açıklamıştır. Ardından kendisinden 2-katlı dönel simetrik şekil haline getirmesi istenmiştir. İnan’ın bu kez bir önceki örnekte izlediği yoldan farklı olarak doğruya göre simetriyi tercih ettiği görülmüştür. İnan ilk olarak şekil ile kesişen bir eksen yerleştirmiştir. Ardından eğriler

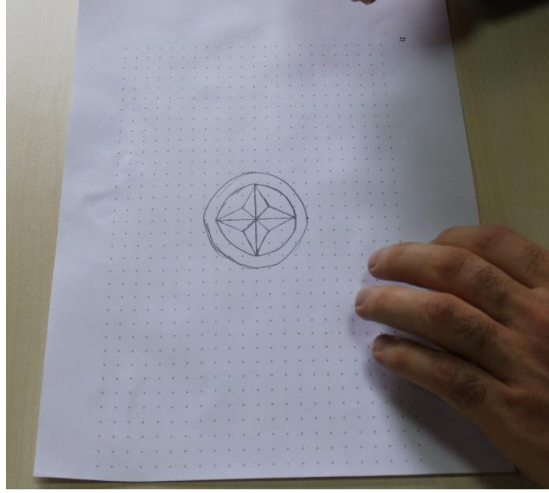
üzerinde belirlediği referans noktalarının bu eksene göre dik uzaklıklarını alarak görüntülerini işaretlemiş, daha sonra bu görüntü noktaları birleştirerek Görsel 3.101'deki gibi tamamlamıştır. Eğrilerden oluştuğu için çizirken oldukça zorlanması dikkat çekmiştir.



Görsel 3.101. *İnan'ın verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi*

İnan çizimini nasıl yaptığını “Öncelikle en küçük enli çemberlerden başladım. Bir doğru çizdim. Bunların belirli noktalarının doğru parçasında yansması olarak burada ele aldım. Bu şekilde küçük parçalardan büyük parçalara doğru ilerledim. 2-katlı dönel simetrik.” olarak açıklamıştır.

On birinci soruda (S_{11}) dönel simetriye ilişkin elde ettikleri bilgileri özümsemesi açısından kendisine verilen noktalı kâğıt üzerinde dönel simetrik bir şekil tasarlaması istenince İnan öncelikle düşünmek için bir süre istemiştir. Ardından çizimine ilk olarak bir çember çizerek başlayıp içine daha küçük yarıçaplı bir çember daha çizmiştir. Köşe noktaları içteki çember ile kesişen yıldıza benzer bir motifi de çizdikten sonra bu yıldızın köşe noktalarını karşılıklı olarak birleştiren doğru parçaları ilave ederek Görsel 3.102'deki gibi çizimini tamamladığı görülmüştür. İnan'ın bu aşamada bütünden yola çıkarak dönel simetrik bir şekil tasarladığı tespit edilmiştir.



Görsel 3.102. *İnan'ın dönel simetrik şekil tasarlaması*

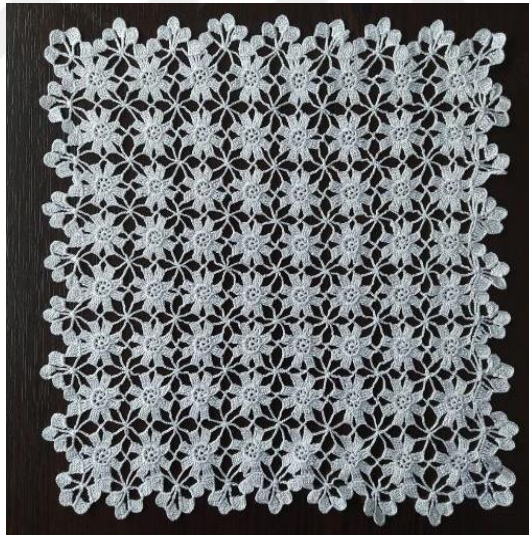
Tasarladığı şekil ile ilgili bilgi vermesi istenen İnan bu şeklin özelliklerini “90° döndürme var burada diyebilirim. Şu motifi 90°’de tekrarladı. Bu şekilde. 4-katlı dönel simetrik bir şekil.” olarak sıralamıştır. Çizimini yaparken nasıl ilerleyip nelere dikkat ettiğini ise “Öncelikle bir noktayı merkez aldım. Böyle bir çember çizdim bir araba tekerleği olarak ele aldım ve bu çemberde yarıçapın eşit olmasına dikkat ettim. Küçük çemberi çizdim bunu da jant olarak ele aldım. Bunda da yarıçapa dikkat ettim.” deyip ardından “Sonra ilk yıldız şeklinde bir şekil çizdim. Yıldızın şu içindeki içeri gömük köşelerinden karşılıklı olarak birleştirerek şu motifi tekrarladığımı gördüm. Belirli bir motif oluşturdu. Birbirini tekrarlayan bir motif.” olarak ifade etmiştir. İnan’ın bir araba tekerleği ve jantından yola çıkarak şekil tasarlamasının günlük hayat örneklerini düşündüğünü gösterdiği söylenebilir.

Öğretim deneylerinin son sorusu olan on üçüncü soruda (S₁₃) İnan’dan günlük hayatında çevresinde incelemeler yaparak dönel simetrik bir şekil olarak dikkatini çeken nesneleri fotoğraflayıp bir aylık süre içerisinde göndermesi istenmiştir. İnan’ın gönderdiği 11 adet fotoğraf incelendikten sonra dönel simetrik günlük hayat örneği ararken hem doğaya hem de yakın çevresine odaklandığı, Ahu’dan farklı olarak süslemelere odaklanmadığı belirlenmiştir. Doğaya ait farklı tür ve renklerde olan çiçekler; yakın çevresine ait araba tekerleği, dantel, limon sıkacağı, lamba ve tuzluk gibi farklı çeşitlerde nesnelerin fotoğrafını çekip göndermiştir. Bu fotoğraflarda 2-katlı, 5-katlı, 8-katlı ve 10-katlı nesnelerin bulunduğu görülmüştür. Aşağıda İnan’ın gönderdiği bazı dönel simetrik günlük hayat örneği fotoğrafları sıralanmıştır. Görsel 3.103’te 5-

katlı dönel simetrik bir çiçek ve Görsel 3.104'te 8-katlı dönel simetrik çiçek şeklinde motiflerden oluşan bir dantel görülmektedir.



Görsel 3.103. *İnan*'ın doğadan 5-katlı dönel simetrik çiçek örneği

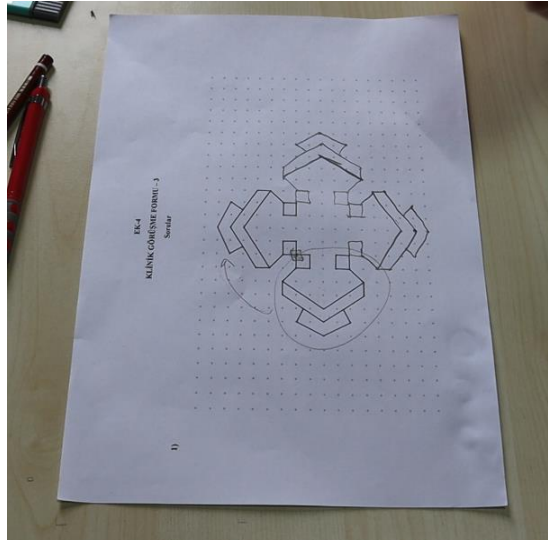


Görsel 3.104. *İnan*'ın yakın çevresinden 8-katlı motifi içeren dönel simetrik dantel örneği

3.2.2.3. Yaz'ın dönel simetrik şekil oluşturmaya ilişkin bulgular

Doğru parçalarından oluşan ve mevcut hâli ile dönel simetrik olmayan fakat tamamlandığında 4-katlı dönel simetrik bir şekil elde edilebilecek olan görselin bulunduğu dokuzuncu soruda (S₉) Yaz'dan öncelikle verilen görseli inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını ve bu şeklin özelliklerini açıklaması istenmiştir. Yaz eş

parçalar arasındaki incelemesini gerçekleştirdikten sonra “Bence eş parçalar. Döndürülmüş böyle. Dönel simetrik mi? Eş parçalar olmasına bakıyordum. Ve dönmüş mü? Hani ne tarafa döndürülmüş? O şekilde bakıyordum. Dönel simetrik olmadığını görüyorum burada.” açıklaması ile dönel simetrik olmadığını düşündüğünü belirtmiştir. Dönel simetrikliği nasıl incelediğini kendine hatırlatarak ilerlemesi dikkat çekici olmuştur. “Ama mesela dönel simetrik diye bir şeyi bilmiyor olsaydım, hani görüşmelerden önce, yansıtılmış ve ötelenmiş derdim.” demesi ile birlikte Yaz’ın bir öz değerlendirme yaptığının görüldüğü söylenebilir. Ardından 4-katlı dönel simetrik şekil hâle getirmesi istenince “Düşünüyorum. Kareden falan aklıma getirmeye çalışıyorum. 4-katlıydı çünkü. Herhalde şekli şurada ve de şurada da çizerdim gibi geliyor.” diyerek kendisine bir yol belirlemiştir. Öncelikle şeklin sağ tarafında bulunacak olan eş parçasını sol tarafta bulunan eş parçanın tam bir ayna görüntüsü olacağını belirterek çizmeye başlamıştır. Bu parçayı çizirken simetri ekseninin nerede olduğunu çizmeden sadece eliyle göstererek noktalar arasındaki dik uzaklıkları bu eksene göre belirleyerek ilerlemiştir. Referans noktalarını belirledikten sonra doğru parçaları ile birleştirerek bu parçayı çizmiştir. Ardından son parçayı da karşısında bulunan parçanın benzer şekilde doğruya göre simetrisini alarak çizip Görsel 3.105’teki gibi tamamlamıştır.

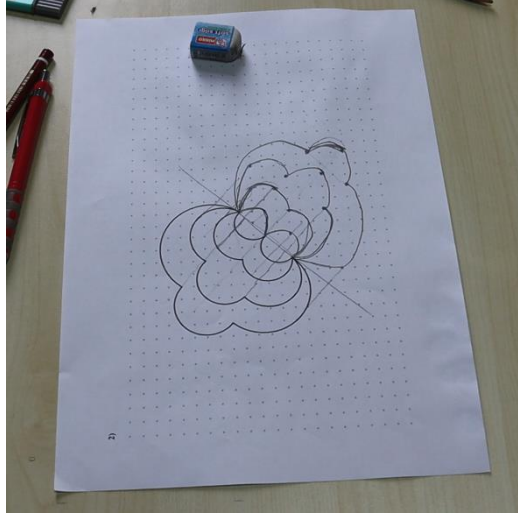


Görsel 3.105. Yaz'un verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi

Çizimini nasıl yaptığı ve yaparken nelere dikkatini açıklaması istenince Yaz “Döndürülme olarak düşündüğümde ayna görüntüsü var, tam olarak karşısına simetrisi alınmış yani yansıtılmış gibi öyle söyleyeyim, yansıtılmış gibi düşündüm. Burada da aynı şekilde bununla yansıtılmış olarak çizdim.” şeklinde doğruya göre simetriden

yararlandığını ifade etmiştir. 4-katlı dönel simetrik şekil olduğunu nasıl gösterebileceği sorulduğunda “Döndürdüğümde kendisini de saydığımda kendisiyle dört kere çakışıyor. Bu yüzden 4-katlı olmuş oluyor.” olarak belirtmiş, dönme açısı ile ilgili ne söyleyebileceği sorulduğunda ise “Tam orta noktası etrafında 360 olmuş oluyor bir tam tur attırdığım için evet. 4-katlı olduğu için de düşünecek olursak 90 olmuş oluyor.” yanıtını vermiştir. Yaz’ın diğer tüm günlük hayat örneklerinde ve çokgenlerde olduğu gibi burada da sadece dönel simetrikliği sağlayan en küçük açıyı belirttiği, bu açının tam katlarını hiç göz önünde bulundurmadığı görülmüştür.

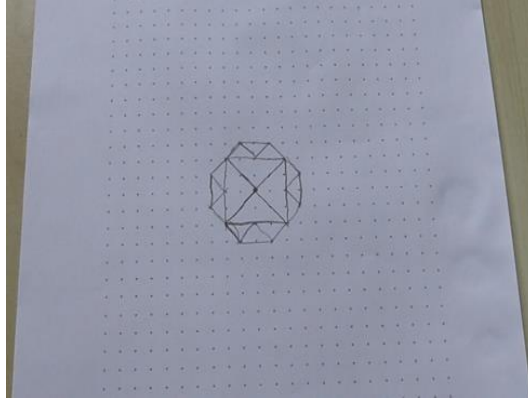
Eğrilerden oluşan ve mevcut hâli ile dönel simetrik olamayan fakat tamamlandığında 2-katlı dönel simetrik bir şekil elde edilebilecek olan görselin bulunduğu S_{10} ’da Yaz’dan öncelikle verilen görseli inceleyerek dönel simetrik olup olmadığını ve bu şeklin özelliklerini açıklaması istenmiştir. İncelemelerini oldukça kısa bir süre içerisinde tamamlayan Yaz “Bulut gibi üç yumrulu ama şuraya indikçe iki yumrulu oluyor. Ve bu daire ile bu yarım daire aynı büyüklükte olmadığı için eş parçalar değilmiş gibi. Dönel simetrik diyemezdim diye düşünüyorum.” diyerek dönel simetrik olmadığını belirtmesinin üzerine Yaz’dan 2-katlı dönel simetrik şekil haline getirmesi istenmiştir. Bunun üzerine Yaz “İki kat kendisi ile iki kez çakışması gerekiyor demek. Yani ben bunu şöyle bir kere daha döndürürsem kendisine bir daha geldiğinde iki kez çakışmış olacakmış gibi geliyor.” diyerek izleyeceği yolu tarif etmiştir. Bir önceki çiziminde olduğu gibi simetri eksenini çizmeden sadece göstererek bu eksene göre simetri almaya çalışan Yaz’ın oldukça zorlandığı, defalarca silip yeniden çizdiği görülmüştür. Ardından şekil ile kesişecek şekilde bir simetri ekseni çizerek devam eden Yaz yine zorlanmakla beraber ilerleyebilip çizimini Görsel 3.106’daki gibi tamamlamayı başaramıştır. Referans olarak belirlediği bazı noktaların görüntülerini dik uzaklıklarından yararlanarak belirledikten sonra bu noktaları eğrilerle birleştirmiştir. Yaz’ın bu kadar zorlanmasının sebebinin şeklin doğru parçaları yerine eğrilerden oluşması olduğu söylenebilir.



Görsel 3.106. Yaz'ın verilen şekli dönel simetrik şekil hâline getirmesi

Çiziminde nasıl gerçekleştirdiğini açıklaması istenince Yaz “Daire olduğu için ve asla becerim olmadığı için çok zorlandım öncelikle. Mesela az önceki 90° ’ydi ve 4-katlıydı. Bu 180° olacak 2-katlı olacak. Yani buradan 180° katladığımı varsayacaktım. Bir çizgi çekerek yapmayı düşündüm.” açıklamasında bulunmuştur. Yaz’ın bu açıklamasından bir yandan nasıl yapacağını düşünürken bir yandan da kontrolünü yaptığı belirlenmiştir. Bunun yanı sıra yine dönel simetrikliği sağlayan en küçük açığı belirtip tam katlarını hiç düşünmediği tespit edilmiştir.

On birinci soruda (S_{11}) dönel simetriye ilişkin elde ettikleri bilgileri özümsemesi açısından kendisine verilen noktalı kâğıt üzerinde dönel simetrik bir şekil tasarlaması istenince Yaz “Şu an hiç aklıma gelmedi. Şu an en rahat üçgen geliyor. Bir üçgen çizsem daha rahat olacakmış gibi.” diyerek öncelikle bir tane üçgen çizmiştir. Ve uzunca bir süre düşündükten sonra ilk çizdiği üçgen ile eş olan üçgenler çizerek “Ya şu an çizdiğim şekil 4-katlı olmuş olacak. Hepsi 90° döndürülmüş olacak.” diyerek devam edip bir kare oluşturmuştur. Ardından karenin kenarlarını daha küçük üçgenler çizerek çevreleyip “Yani böyle şu an. En basit aklıma gelen.” diyerek çizimini Görsel 3.107’deki gibi tamamladığını belirtmiştir. Yaz’ın bu şekli tasarlarken eş parçalardan yola çıkarak tasarladığı tespit edilmiştir.



Görsel 3.107. Yaz'un dönel simetrik şekil tasarlaması

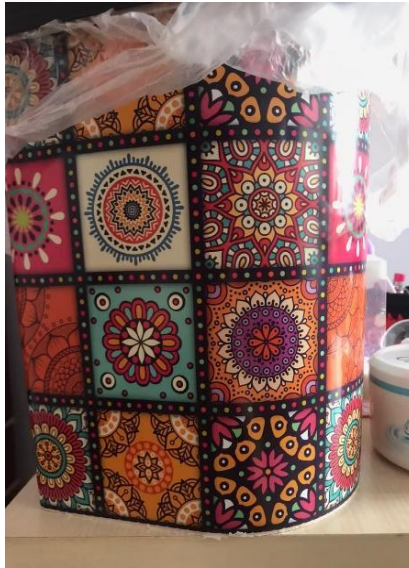
Bu şekli tasarlariken hangi yolu izlediğini ve tasarladığı şeklin dönme açısının derecesi ile kaç katlı olduğunu açıklaması istenince Yaz “Zaten en küçük şekil elmas gibi. Bu şekil ilk önce bir, sonra iki, üç, dört. Böyle 4-katlı oluyor. Zaten en başından çizerken söylemişim 90° diye. Burada da göstereyim.” deyip eş parçalar arasındaki dönme ilişkisini gösterecek şekilde oklar çizerek derecesini ve katını belirtmiştir. Çizerken nelere dikkat ettiği açıklaması istenince ise “Kaç katlı yapsam diye düşündüm. Ona göre şekli belirleyecektim. Dört üçgenden en rahat çizebileceğimi düşündüm. Üçgeni çizdikten sonra etrafını üstüne eklediğim her şeyi birbirinin üzerine ekleyecektim ve oluşacaktı zaten.” açıklamasında bulunmuştur. Yaz'ın bu şekli tasarlariken günlük hayat örneklerinden de yararlanabilecekken çokgenlerden yararlanmayı tercih etmesinin dikkat çekici olduğu söylenebilir.

Öğretim deneylerinin son sorusu olan on üçüncü soruda (S₁₃) Yaz'dan günlük hayatında çevresinde incelemeler yaparak dönel simetrik bir şekil olarak dikkatini çeken nesneleri fotoğraflayıp bir aylık süre içerisinde göndermesi istenmiştir. Yaz'ın gönderdiği 11 adet fotoğrafın incelenmesi sonucunda dönel simetrik günlük hayat örneği ararken hem doğaya hem yakın çevresine hem de süslemelere odaklandığı belirlenmiştir. Doğaya ait farklı tür ve renklerde olan çiçekler; yakın çevresine ait dantel, halı ve paspas, avize, abajur, nevresim takımı ve süslemelere ait ise ahşap kutu gibi çok farklı çeşitte nesneler fotoğraflayıp göndermiştir. Bu fotoğraflarda 2-katlı, 3-katlı, 4-katlı, 5-katlı, 6-katlı, 8-katlı, 10-katlı ve 12-katlı nesnelere yer vermiştir. Dönel simetrik nesne ararken sadece belirli bir alana odaklanmayıp farklı alanlardan da nesneler fotoğraflamasının Yaz'ın farkındalığının oldukça yüksek olduğuna işaret ettiği söylenebilir. Aşağıda Yaz'ın gönderdiği bazı dönel simetrik günlük hayat örneği

fotoğrafları sıralanmıştır. Görsel 3.108’de 5-katlı dönel simetrik bir çiçek, Görsel 3.109’da birden farklı dönel simetrik motif bulunduran abajur ve Görsel 3.110’da birden farklı dönel simetrik motif bulunduran süslemenin olduğu bir ahşap kutu görülmektedir.



Görsel 3.108. *Yaz ’ın doğadan 5-katlı dönel simetrik çiçek örneği*



Görsel 3.109. *Yaz ’ın yakın çevresinden farklı dönel simetrik motifler içeren abajur örneği*



Görsel 3.110. Yaz 'ın yakın çevresinden farklı dönel simetrik motifler içeren süsleme örneği

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde; araştırma süreci boyunca katılımcılardan klinik görüşmeler ve birebir öğretim deneyi aracılığıyla elde edilen veriler ile araştırmacı günlüğünden elde edilen verilerin analizleri ile ortaya çıkan sonuçlar detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Ardından bu sonuçların alan yazındaki diğer araştırma sonuçları ile tartışması gerçekleştirilip bu araştırmanın sonuçlarına yönelik önerilere ve bundan sonra yapılacak olan araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuç

Bu bölümde araştırma süreci boyunca katılımcılardan klinik görüşmeler ve birebir öğretim deneyi aracılığıyla elde edilen veriler ile araştırmacı günlüğünden elde edilen verilerin analizleri ile ortaya çıkan sonuçlar sunulmuştur. Öncelikle araştırmaya ilişkin sonuçlara, sonra ise katılımcılara ilişkin sonuçlara yer verilmiştir.

4.1.1. Araştırmaya ilişkin sonuçlar

Her bir katılımcı ile yapılan dört klinik görüşme ve araştırma süreci boyunca tutulan araştırmacı günlüğünden elde edilen verilerin sürekli analiz ve geriye dönük analiz yolu ile gerçekleştirilen analizleri sonucunda; katılımcıların dönel simetri kavramını soyutlama düzeylerine ilişkin ortaya çıkan davranışlarının Piaget'nin soyutlama düzeylerine göre ataması gerçekleştirilmiştir. Ataması yapılan davranışların her biri, katılımcıların dönel simetri kavramına ilişkin hangi soyutlama düzeyinde olduklarını Şekil 4.1'de görüldüğü gibi ortaya koyan parametreler olarak belirlenmiştir.

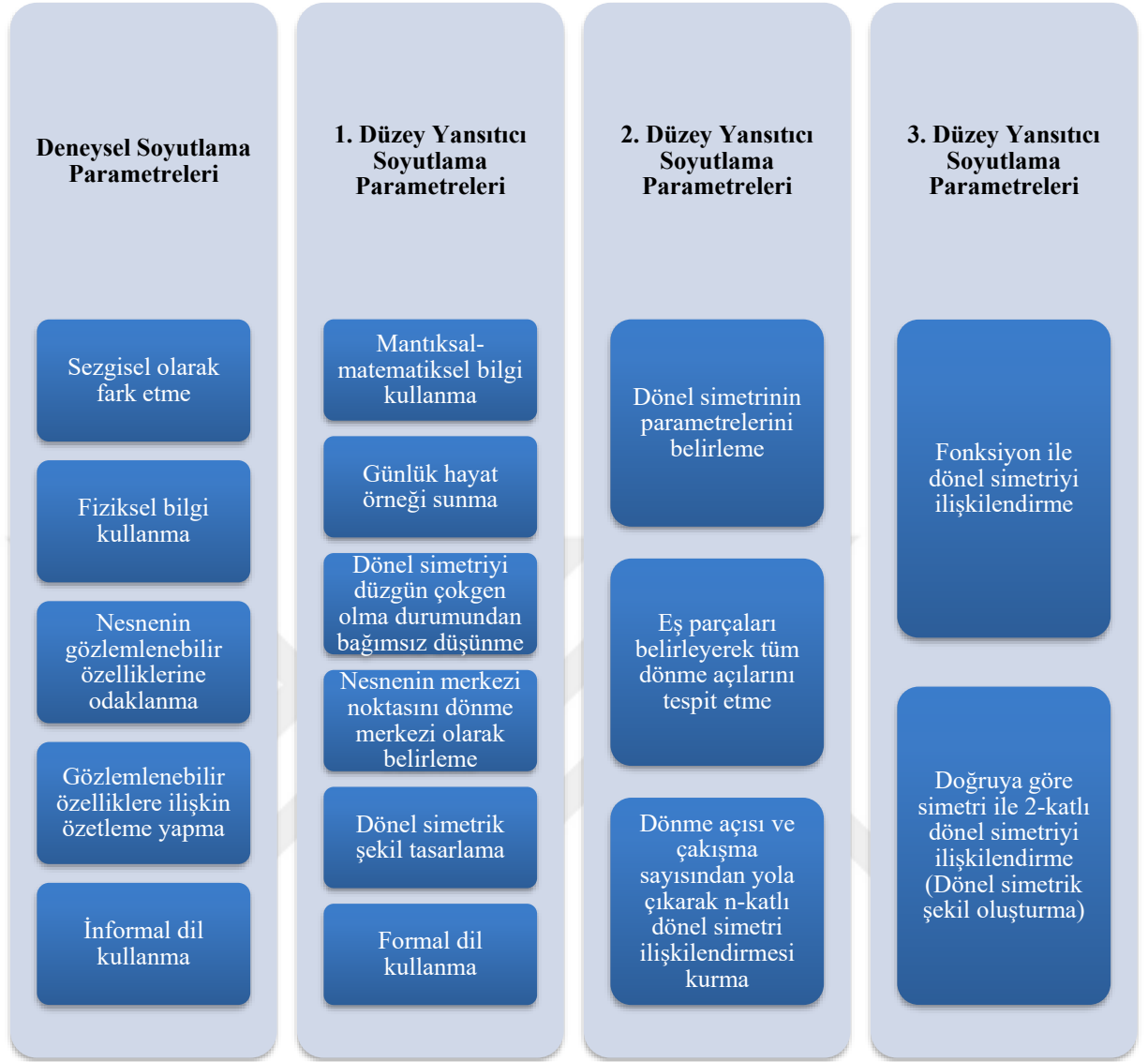
Katılımcıların inceledikleri süsleme/günlük hayat örneğinde bulunan dönel simetrik motifleri sezgisel olarak fark etmeleri, fiziksel bilgi kullanmalarına bağlı olarak inceledikleri örneğin sadece gözlemlenebilir özelliklerinden yararlanarak bu özelliklere ilişkin özetleme işlemi yapmaları, dönel simetriye ilişkin informal dil kullanmaları; *deneysel soyutlama düzeyi* için belirlenmiş parametrelerdir. Bu parametrelerin, dönel simetri kavramının tam anlamı ile kazanılması açısından yeterli olmaması ile birlikte kavramın kazanımına ilişkin dolaylı yoldan ilişkilendirme sağlayarak bir aracı olma rolüne sahip olduğu söylenebilir.

Katılımcıların inceledikleri süsleme/günlük hayat örneğinde fiziksel bilgi kullanmalarının yanı sıra mantıksal-matematiksel bilgi de kullanarak ilişkilendirmelerde

bulunmaları, dönel simetriye ilişkin günlük hayattan örnekler sunmaları, bir çokgenin dönel simetrik olması için düzgün çokgen olması gerektiğini düşünmekten vazgeçmeleri, dönel simetride dönme merkezi olarak nesnenin merkez noktasını belirlemeleri, dönel simetrik bir şekil tasarlamaları, dönel simetriye ilişkin kullandıkları informal dili formal dile taşımaları; 1. *düzey yansıtıcı soyutlama düzeyi* için belirlenmiş parametrelerdir. Bu parametrelerin, dönel simetri kavramının kazanılması noktasında mevcut ortam ve nesnenin özelliklerinden bağımsız olarak eylemler gerçekleştirilmesi ve bu eylemler arasında ilişkilendirmeler yapılması niteliğine sahip olduğu söylenebilir.

Piaget'nin yansıtıcı soyutlama düzeyleri arasında bulunan hiyerarşik ilişki (Piaget, 2001, s. 8) doğrultusunda 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyindeki parametreler göz önünde bulundurulduğunda; katılımcıların inceledikleri günlük hayat örnekleri üzerinden yaptıkları çıkarımlar ve kendilerine verilen dönel simetri tanımından yola çıkarak dönel simetrinin parametrelerini belirlemeleri, dönel simetrik nesnelerin eş parçalarını belirleyerek dönel simetrik olma durumunu sağlayan tüm dönme açılarını tespit etmeleri, dönme açısı ve buna bağlı olarak nesnenin görüntüsü ile çakışma sayısından yola çıkarak n-katlı dönel simetri ilişkisini kurmaları; 2. *düzey yansıtıcı soyutlama düzeyi* için belirlenmiş parametrelerdir. Bu parametrelerin, 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyi için gerekli olan parametrelerin yeniden bir yansıtıcı soyutlama düzeyine girmesi sonucunda elde edilmiş nitelikte olması ile birlikte dönel simetri kavramına ilişkin düşünceyi ve düşünmeyi ayırt edebilir olmanın göstergesi rolünü üstlendiği söylenebilir.

Yine düzeyler arası hiyerarşik ilişki doğrultusunda 2. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyindeki parametreler göz önünde bulundurulduğunda; katılımcıların gerekli incelemeler ve araştırmalar yaparak fonksiyon ile dönel simetri arasında ilişkilendirme yapmaları, çizim yapıp dönel simetrik şekil oluşturarak bu çizim üzerinde gerçekleştirdikleri incelemeler ile doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri arasında ilişkilendirme yapmaları; 3. *düzey yansıtıcı soyutlama düzeyi* için belirlenmiş parametrelerdir. Bu parametrelerin, dönel simetri kavramının tam anlamı ile kazanılmasına ilişkin en kapsayıcı ve en genel ilişkilendirmelerin yapılması yolu ile en yüksek düzeyin parametreleri olduğu söylenebilir.



Şekil 4.1. Araştırmaya ilişkin sonuçlar

4.1.2. Katılımcılara ilişkin sonuçlar

Katılımcılara ilişkin sonuçlar her bir katılımcı için ayrı başlıklar altında sunulmuştur. Katılımcılar ile öğretim deneyi boyunca gerçekleştirilen klinik görüşmeler, bu klinik görüşmelerin video kayıtları ve araştırmacı günlükleri sonucunda elde edilen bulgular sonucunda dönel simetri kavramına ilişkin olarak Şekil 4.2’de görüldüğü gibi katılımcılardan;

- Ahu’nun; deneyisel soyutlama düzeyinde iken 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği,
- İnan’ın; deneyisel soyutlama düzeyinde iken 2. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği,

→ Yaz'ın; deneysel ya da yansıtıcı hiçbir soyutlama düzeyinde değil iken 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği tespit edilmiştir. Aşağıda her bir katılımcıya ilişkin sonuçlar detaylı bir şekilde açıklanmıştır.



Şekil 4.2. Katılımcılara ilişkin sonuçlar

4.1.2.1. Ahu ile ilgili sonuçlar

Ahu ile gerçekleştirilen ilk klinik görüşme olan ön görüşmede Ahu;

- Süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunu bütüne odaklanarak incelemek yerine parçaya odaklanarak incelemiştir. Simetrik olma durumunu incelerken öncelikle doğruya göre simetri daha özelinde ise dikey konumlu doğruya göre simetri arama eğiliminde olmakla birlikte motiflerdeki doğruya göre simetriyi fark edip gösterebilmiştir. Süslemede/günlük hayat örneğinde tekrar eden motifi rahatlıkla fark edip gösterebilmiştir. Doğruya göre simetrik olan şekillerin eş şekiller olduğunu ifade edebilip doğruya göre simetrinin temel esaslarını sıralayabilmiştir. Bazı motiflerdeki dönel simetriyi sezgisel olarak fark edip gösterebilmiş fakat bu geometrik kavramı dönel simetri olarak bilmediği için dönel simetrik olarak ifade edememiştir. Simetriyi sadece doğruya göre simetri olarak düşünmesinden kaynaklı olarak; doğruya göre simetrik olmayan fakat dönel simetrik olarak verilen bazı motifleri inceledikten sonra motiflerdeki dönel simetriyi fark edememesi sonucunda motifin bütününün simetrik olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Verilen şeklin doğruya göre simetrik motifler içerdiğini fark edebilmesine karşın bütündeki dönel simetriyi fark edememiştir. Süslemedeki simetrikliği gösterirken bazı örneklerde doğruya göre simetri ve öteleme

hareketleri ile birlikte düşünerek, bazı örneklerde ise ardışık iki dik kesişen doğruya göre düşünerek açıklayabilmiştir. Doğruya göre simetriye ve dönel simetriye dair informal bir dil kullanmıştır.

- Simetrinin özelliklerini açıklarken bu özellikleri süsleme/günlük hayat örneği üzerinden gösterememiştir. Bu özellikleri gösterebilmek için bazı örneklerde dik kesişen doğruya göre simetrik şekil oluşturarak, bazı örneklerde ise simetrik olan ve olmayan şekiller çizerek açıklayabilmiştir. Doğruya göre simetrinin temel esaslarını sıralayabilmiştir.
- Yatay ve eğik doğruya göre simetri alırken görüntüyü şeklin köşe noktalarını referans alarak ve şekil ile kesişen eğik doğruya göre simetri alırken düzlemdeki noktaları referans alarak ilerlemiştir. Aldığı simetrinin doğruluğunu düzlemi katlayarak kontrol edebilmiştir.

Tüm bu davranışlar sonucunda Ahu'nun doğruya göre simetriye ilişkin ön bilgilerinin ortaya çıkarılması amacı ile tasarlanan içeriklerdeki sorulara verdiği yanıtlar ile yeterli düzeyde kavramsal bilgiye sahip olduğu görülmüştür. Araştırmanın esas konusu olan dönel simetriye ilişkin ise; incelemesi için dönel simetrik olarak verilen ya da dönel simetrik motif içeren şekillerde dikkatini çeken durumu sadece sezgisel olarak fark etmesinden kaynaklı olarak dönel simetriye dair kullandığı informal dil ile ifade etmiştir. Bir başka deyişle; incelediği şeklin gözlemlenebilir özelliklerinden elde ettiği deneyim ile bir nevi özetleme yapmıştır ve bu özetleme dönel simetri kavramını yeni bir geometrik kavram olarak kazanmasında yeterli değildir (Piaget, 2001, s. 14). Bu bulgular ışığında ise Ahu'nun dönel simetriye dair; fiziksel bilgilerin kullanıldığı (Zembat, 2013, s. 449) soyutlama türü olan deneysel soyutlama düzeyinde olduğu ortaya çıkmıştır. Ahu'nun dönel simetri kavramına ilişkin deneysel soyutlama düzeyinde olması ise bu kavramın temel esaslarına ve özüne dair eksiklikler barındırdığına işaret etmiştir.

Öğretim deneyi etkinliklerinin gerçekleştirildiği ikinci, üçüncü ve dördüncü klinik görüşmelerin sonunda Ahu;

- Dönel simetriye dair kullandığı informal dili formal dile taşıyabilmiştir. Örnek sunmak gerekirse öncesinde dönen simetri olarak ifade ederken sonrasında artık doğru bir şekilde dönel simetri olarak ifade etmiştir.
- Öğretim deneyi etkinliklerinin en başında dönel simetriyi dönme simetrisi olarak hatırlayıp dönel simetrinin hem informal hem de formal tanımını yapabilmiştir.

İnformal tanımını tek bir doğru çizip şekiller oluşturarak yaparken formal tanımını ise dik kesişen doğrular çizip şekil oluşturarak yapmıştır.

- Ön görüşmede incelediği günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olduğunu bilmemesine karşın, dönel simetri denildiğinde bu örnekler üzerinden çağrışım yaparak günlük hayat örneği verebilmiştir.
- Dönel simetri tanımı verilmeden önce çokgenlerin dönel simetrikliğini düzgün çokgen olmalarından yola çıkıp eş parçalarına odaklanarak incelerken; günlük hayat örneklerini dönme açısını belirlemeye odaklanarak incelemiş ve sonrasında dönel simetri tanımı verildikten sonra da günlük hayat örneklerini ve çokgenleri dönme açısı belirlemeye odaklanarak inceleyemeye devam etmiştir. Dönel simetrik olma durumunu incelerken günlük hayat örneklerini incelemesinin önemli bir rol oynadığı ortaya çıkmıştır.
- Dönel simetri tanımından hareketle dönel simetrinin temel esaslarını açıklayabilmiştir. İncelediği görsel üzerinden n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisinin yanı sıra dönme açısının sadece 360° olması durumunda 1-katlı dönel simetrik yani dönel simetrik olmayan şekil durumunu da fark edebilmiştir. Ayrıca incelediği tüm dönel simetrik çokgenlerin dönel simetrik olma durumunu sağlayan açıları belirleyebilmiştir. Çizimini tamamlayarak incelediği şekil üzerinden doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri ilişkisini keşfedebilmiştir. Fonksiyon ile dönel simetri arasındaki ilişkiyi ise yine çizim yapıp çıkarımlarda bulunarak yakalayabilmiştir.
- Doğru parçalarından oluşan şekil ile eğrilerden oluşan şekli dönel simetrik şekil haline getirirken doğruya göre simetriden yararlanabilmiştir. Dönel simetrik şekil tasarlarırken ise önce dönel simetrik şeklin birimini oluşturup eş parçalardan yola çıkarak 4-katlı dönel simetrik şekil çizerek tasarımını tamamlamıştır.
- Dönel simetrik günlük hayat örneği fotoğraflarken hem doğaya hem yakın çevreye hem de süslemelere odaklanarak farklı bağlamlardan fotoğraflar sunmuştur.

Tüm bu davranışlar sonucunda Ahu'nun dönel simetriyi sezgisel olarak fark edebilme, dönel simetrik şekilleri doğruya göre simetri ile ortak özellikler altında açıklayabilme, günlük hayattan dönel simetrik şekillere örnek sunabilme, bir çokgenin dönel simetrik olabilmesi için sadece düzgün çokgen olması gerektiği fikrinden sıyrılıp merkez noktadan yararlanarak eşlik ile ilişkilendirerek dönel simetrik olan ve olmayan

çokgenleri tüm dönme açıları ile birlikte belirleyebilme, merkez noktayı dönme merkezi olarak belirleyebilme, bir tam turluk dönme esnasında meydana gelen çakışma sayısı ile n-katlı dönel simetrik çokgen ilişkisini keşfedebilme, dönel simetri ile doğruya göre simetri ve dönme simetrisi arasındaki ilişkiden yararlanabilme, dönel simetrik şekil tasarlayabilme, doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri arasındaki ilişkiyi fark edebilme, fonksiyon ile dönel simetri arasındaki ilişkilendirmeyi kurabilme davranışlarını gösterdiği tespit edilmiştir. Bu davranışlardan hareketle Ahu, dönel simetriye ilişkin temel esasları kavrayabilmiş, dönel simetrinin parametrelerini belirleyebilmiş ve dönel simetri ile ilgili tüm ilişkilendirmeleri gerçekleştirebilmiştir. Bir diğer deyişle; mantıksal-matematiksel bilgilerini kullanarak (Zembat, 2013, s. 449) yansıtıcı soyutlama yolu ile dönel simetri kavramının oluşumu için gerekli olan soyutlanacak bilgi ile çıkarılabilecek en kapsayıcı ve en genel bilgi sonucunda bu kavramı elde edebilmiştir (Piaget, 2001, s.6). Buradan yola çıkılarak öğretim deneyi sürecinin sonunda Ahu'nun dönel simetriye dair 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği tespit edilmiştir.

4.1.2.2. İnan ile ilgili sonuçlar

İnan ile gerçekleştirilen ilk klinik görüşme olan ön görüşmede İnan;

- Süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunu incelerken bütüne odaklanarak hareket etmiştir. Simetrik olma durumunu incelerken öncelikle doğruya göre simetri arama eğiliminde olmakla birlikte motiflerdeki doğruya göre simetri ile öteleme simetrisini fark edip gösterebilmiştir. Süslemede/günlük hayat örneğinde tekrar eden motifi rahatlıkla fark edip gösterebilmiştir. Doğruya göre simetrik olan şekillerin eş şekiller olduğunu ifade edebilip doğruya göre simetrinin temel esaslarını sıralayabilmiştir. Bazı motiflerdeki dönel simetriyi sezgisel olarak fark edip gösterebilmiş fakat bu geometrik kavramı dönel simetri olarak bilmediği için dönel simetrik olarak ifade edememiştir. Simetriyi sadece doğruya göre simetri olarak düşünmesinden kaynaklı olarak; doğruya göre simetrik olmayan fakat dönel simetrik olarak verilen bazı motifleri inceledikten sonra motiflerdeki dönel simetriyi fark edememesi sonucunda motifin bütününün simetrik olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Doğruya göre simetrik motifler içerdiğini fark edebilmesine karşın bütündeki dönel simetriyi fark edememiştir. Süslemedeki simetrikliği gösterirken bazı örneklerde öteleme ve dönme hareketleri ile birlikte

düşünerek, bazı örneklerde ise dik kesişen doğrulara göre açıklayabilmiştir. Doğruya göre simetriye ve dönel simetriye dair informal bir dil kullanmıştır.

- Simetrinin özelliklerini açıklarken bu özellikleri süsleme/günlük hayat örneği üzerinden gösteremeyip tek bir doğruya göre simetrik şekiller oluşturarak açıklayabilmiştir.
- Yatay doğruya göre ve şekil ile kesişen eğik doğruya göre simetri alırken görüntüyü düzlemdeki noktaları referans alarak; eğik doğruya göre simetri alırken ise görüntüyü şeklin köşe noktalarını referans alarak belirleyebilmiştir. Aldığı simetrinin doğruluğunu düzlemi çevirerek kontrol edebilmiştir.

Tüm bu davranışlar sonucunda İnan'ın doğruya göre simetriye ilişkin ön bilgilerinin ortaya çıkarılması amacı ile tasarlanan içeriklerdeki sorulara verdiği yanıtlar ile eksiklerinin ve kavram yanılgılarının olduğu görülmüştür. Araştırmanın esas konusu olan dönel simetriye ilişkin ise; incelemesi için dönel simetrik olarak verilen ya da dönel simetrik motif içeren şekillerde dikkatini çeken durumu tıpkı Ahu gibi sadece sezgisel olarak fark etmesinden kaynaklı olarak dönel simetriye dair kullandığı informal dil ile ifade etmiştir. İnan da incelediği şeklin gözlemlenebilir özelliklerine bağlı kalarak dönel simetri kavramına ilişkin bilginin özüne inememiştir. Bu doğrultuda ise İnan'ın dönel simetriye dair tıpkı Ahu gibi; fiziksel bilgilerin kullanıldığı (Zembat, 2013, s. 449) soyutlama türü olan deneysel soyutlama düzeyinde olduğu ortaya çıkmıştır.

Öğretim deneyi etkinliklerinin gerçekleştirildiği ikinci, üçüncü ve dördüncü klinik görüşmelerin sonunda İnan;

- Dönel simetriye dair kullandığı informal dili formal dile taşıyabilmiştir.
- Öğretim deneyi etkinliklerinin en başında dönel simetrinin hem informal hem de formal tanımını yapabilmiştir. Informal tanımını tek bir şekil oluşturup bu şekil üzerinden, formal tanımını ise sözel ifadeler kullanarak yapmıştır. Dönel simetriye günlük hayattan örnekler verebilmiştir.
- Dönel simetri tanımı verilmeden önce çokgenlerin dönel simetrikliğini düzgün çokgen olmalarına odaklanarak ve günlük hayat örneklerini ise çokgenler ile ilişkilendirerek düzgün çokgen olmalarına odaklanarak incelerken; günlük hayat örneklerini incelemeyi tamamladıktan sonra inceleme yöntemini değiştirmiştir. Sonrasında dönel simetri tanımı verildikten sonra günlük hayat örneklerini de çokgenleri de dönme açısı belirlemeye odaklanarak incelemiştir. Günlük hayat

örneklerini incelemesinin dönel simetrik olma durumunu incelerken doğru yolu bulmasında önemli olduğu ortaya çıkmıştır.

- Dönel simetri tanımından yola çıkarak dönel simetrinin temel esaslarını belirlemede eksiklikler göstermiştir. Çizimini tamamlayarak dönel simetrik hale getirdiği şekil üzerinden yaptığı incelemeler sonucunda doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri ilişkisini fark edemediği gibi fonksiyon ile dönel simetri ilişkisini de fark edememiştir. Sadece prototip etkisinde kalma gibi bazı durumlar içerse de n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisi ile birlikte dönme açısının sadece 360° olması durumunda 1-katlı dönel simetrik yani dönel simetrik olmayan şekil durumunu keşfedebilmiştir.
- Doğru parçalarından oluşan şekli dönel simetrik şekil haline getirirken dönme simetrisinden ve eğrilerden oluşan şekli dönel simetrik şekil haline getirirken doğruya göre simetriden yararlanmıştır. Dönel simetrik şekil tasarlarırken ise şeklin bütününden yola çıkmayı tercih edip 4-katlı dönel simetrik şekil çizerek tasarımını tamamlamıştır.
- Dönel simetrik günlük hayat örneği fotoğraflarken doğaya ve yakın çevresine odaklanarak fotoğraflamalar gerçekleştirmiştir.

Tüm bu davranışlar sonucunda İnan'ın dönel simetriyi sezgisel olarak fark edebilme, dönel simetrik şekilleri doğruya göre simetri ile ortak özellikler altında açıklayabilme, günlük hayattan dönel simetrik şekillere örnek sunabilme, bir çokgenin dönel simetrik olabilmesi için sadece düzgün çokgen olması gerektiği fikrinden sıyrılıp merkez noktadan yararlanarak eşlik ile ilişkilendirerek dönel simetrik olan ve olmayan çokgenleri tüm dönme açıları ile birlikte belirleyebilme, merkez noktayı dönme merkezi olarak belirleyebilme, bir tam turluk dönme esnasında meydana gelen çakışma sayısı ile n-katlı dönel simetrik çokgen ilişkisini keşfedebilme, dönel simetri ile doğruya göre simetri ve dönme simetrisi arasındaki ilişkiden yararlanabilme, dönel simetrik şekil tasarlayabilme davranışlarını gösterdiği tespit edilirken; doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri arasındaki ilişkiyi fark edebilme ve fonksiyon ile dönel simetri arasındaki ilişkilendirmeyi kurabilme davranışlarını göstermediği tespit edilmiştir. Bu davranışlardan hareketle İnan mantıksal-matematiksel bilgi türünü kullanarak (Zembat, 2013, s. 449) dönel simetriye ilişkin temel esasları kavrayabilmiş, dönel simetrinin parametrelerini belirleyebilmiş fakat dönel simetri ile ilgili tüm ilişkilendirmeleri gerçekleştirememiştir. Bir diğer deyişle; bir inşa süreci olarak geriye dönük bir

temalaştırma süreci olarak düşünmeyi ayırt edebilmesine karşın (von Gladersfeld, 1991, s. 12); dönel simetri kavramının oluşumu için gerekli olan soyutlanacak bilgi ile çıkarılabilecek en kapsayıcı ve genel bilgiyi elde edememesi sonucunda İnan'ın dönel simetriye dair 2. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği tespit edilmiştir.

4.1.2.3. Yaz ile ilgili sonuçlar

Yaz ile gerçekleştirilen ilk klinik görüşme olan ön görüşmede Yaz;

- Süslemenin/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunu bütüne odaklanarak incelemek yerine parçaya odaklanarak incelemiştir. Simetrik olma durumunu incelerken öncelikle doğruya göre simetri arama eğiliminde olmakla birlikte motiflerdeki doğruya göre simetriyi fark edip gösterebilmiştir. Süslemede/günlük hayat örneğinde tekrar eden motifi fark edip gösterebilmiştir. Doğruya göre simetrik olan şekillerin eş şekiller olduğunu ifade edebilip doğruya göre simetrinin temel esaslarını sıralayabilmiştir. Dönel simetrik motif içeren veya doğrudan dönel simetrik olarak verilen şekillerin hiçbirinde dönel simetriyi sezgisel olarak dahi fark edememiştir. Simetrikliği sadece doğruya göre simetri olarak düşünmüştür. Süslemedeki simetrikliği gösterirken bazı örneklerde dönme ve yansıma hareketleri ile birlikte düşünerek, bazı örneklerde ise ardışık iki dik kesişen doğrulara göre düşünerek açıklayabilmiştir. Doğruya göre simetriye dair informal bir dil kullanmıştır.
- Simetrinin özelliklerini açıklarken bu özellikleri süsleme/günlük hayat örneği üzerinden gösterememiştir. Bu özellikleri gösterebilmek için dik kesişen doğrulara göre simetrik şekil oluşturarak bu şekil üzerinden açıklamıştır.
- Yatay doğruya ve eğik doğruya göre simetri alırken şeklin köşe noktalarını referans alarak görüntüyü belirleyebilmiştir. Şekil ile kesişen eğik doğruya göre simetri alırken ise düzlemdeki noktaları referans alarak görüntüyü belirleyebilmiştir. Aldığı simetrinin doğruluğunu kontrol etmek için ise herhangi bir yol izleyememiştir.

Tüm bu davranışlar sonucunda Yaz'ın doğruya göre simetriye ilişkin ön bilgilerinin ortaya çıkarılması amacı ile tasarlanan içeriklerdeki sorulara verdiği yanıtlar ile eksiklerinin ve kavram yanılgılarının olduğu görülmüştür. Araştırmanın esas konusu olan dönel simetriye ilişkin ise; incelemesi için dönel simetrik olarak verilen ya da dönel simetrik motif içeren şekillerde dikkatini sezgisel olarak dahi çeken hiçbir durum

olmamıştır. Bu durumda Yaz'ın, bilginin nesnelerin gözlemlenebilir özelliklerine dayanılarak üretilmesi işlemlerinin bulunduğu deneysel soyutlama düzeyinin gerektirdiği hiçbir davranışı da sergilememesi ile birlikte fiziksel veya mantıksal-matematiksel hiçbir bilgiyi kullanması üzerine (Zembat, 2013, s. 449) soyutlamanın yansıtıcı veya deneysel hiçbir düzeyinde bulunmadığı ortaya çıkmıştır.

Öğretim deneyi etkinliklerinin gerçekleştirildiği ikinci, üçüncü ve dördüncü klinik görüşmelerin sonunda Yaz;

- Dönel simetriye dair kullandığı informal dili tamamen formal dile taşıyamamakla birlikte informal dilden uzaklaşmıştır.
- Öğretim deneyi etkinliklerinin en başında dönel simetriyi informal olarak da formal olarak olarak tanımlayamaz ve bunun yanı sıra dönel simetri denildiğinde zihninde hiçbir şeyin canlanmadığını belirterek günlük hayattan dönel simetrik şekil örneği veremez iken sonunda bu durum ortadan kalkmıştır.
- Öğretim deneyi etkinliklerinin başında dönel simetri tanımı verilmeden önce çokgenlerin dönel simetrikliğini hiçbir fikir yürüterek inceleyemez iken; ardından günlük hayat örneklerinin verilmesiyle birlikte fikir yürütmeye başlayıp tekrar eden motive odaklanarak inceleme yolunda ilerlemiştir. Dönel simetri tanımı verildikten sonra günlük hayat örneklerini eş parçalar arasındaki dönme ilişkisine odaklanarak incelerken, çokgenleri ise dönme açısı belirlemeye odaklanarak incelemiştir.
- Dönel simetri tanımından hareketle dönel simetrinin temel esaslarını belirleyip açıklayamamıştır. İncelediği görsel üzerinden n-katlı dönel simetrik şekil ilişkisini, doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetri arasındaki ilişkiyi ve fonksiyon ile dönel simetri arasındaki ilişkiyi fark edememiştir.
- Doğru parçalarından oluşan şekil ile eğrilerden oluşan şekli dönel simetrik şekil haline getirirken doğruya göre simetriden yararlanabilmiştir. Dönel simetrik şekil tasarlarken ise önce dönel simetrik şeklin birimini oluşturup eş parçalardan yola çıkarak 4-katlı dönel simetrik şekil çizerek tasarımını tamamlamıştır.
- Dönel simetrik günlük hayat örneği fotoğraflarken hem doğaya hem yakın çevreye hem de süslemelere odaklanarak farklı bağlamlardan fotoğraflar sunmuştur.

Tüm bu davranışlar sonucunda Yaz'ın mantıksal-matematiksel bilgi türünü kullanarak (Zembat, 2013, s. 449) dönel simetriyi sezgisel olarak fark edebilme, dönel

simetrik şekilleri doğruya göre simetri ile ortak özellikler altında açıklayabilme, günlük hayattan döl simetrik şekillere örnek sunabilme, bir çokgenin döl simetrik olabilmesi için sadece düzgün çokgen olması gerektiği fikrinden sıyrılıp merkez noktadan yararlanarak eşlik ile ilişkilendirerek döl simetrik olan ve olmayan çokgenleri tüm dönme açıları ile olmasa da belirleyebilme, merkez noktayı dönme merkezi olarak belirleyebilme, döl simetri ile doğruya göre simetri ve dönme simetrisi arasındaki ilişkiden yararlanabilme, döl simetrik şekil tasarlayabilme davranışlarını gösterdiği tespit edilirken; bir tam turluk dönme esnasında meydana gelen çakışma sayısı ile n-katlı döl simetrik çokgen ilişkisini keşfedebilme, doğruya göre simetri ile 2-katlı döl simetri arasındaki ilişkiyi fark edebilme ve fonksiyon ile döl simetri arasındaki ilişkilendirmeyi kurabilme davranışlarını göstermediği tespit edilmiştir. Bu davranışlardan hareketle Yaz, döl simetriye ilişkin temel esasları tam olarak kavrayamamış, döl simetrinin parametrelerini tam olarak belirleyememiş ve döl simetri ile ilgili ilişkilendirmeleri gerçekleştirememiştir. Bir diğer deyişle; bir inşa süreci olarak geriye dönük bir temalaştırma süreci olarak düşünmeyi ayırt edebilmesine karşın (von Gladersfeld, 1991, s. 12); döl simetri kavramının oluşumu için gerekli olan soyutlanacak bilgi ile çıkarılabilecek en kapsayıcı ve genel bilgiyi elde edememesi sonucunda Yaz'ın döl simetriye dair 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği tespit edilmiştir.

4.2. Tartışma

İlköğretim Matematik Öğretmenliği birinci sınıf lisans öğrencilerinin döl simetri kavramına ilişkin bilgi ve anlamalarının gelişimi incelenerek, öğretim deneyi etkinlikleri öncesindeki ve sonrasındaki soyutlama düzeylerinin ortaya çıkarılmasının amaçlandığı bu araştırma ile kayda değer sonuçlara ulaşılmıştır. Bu araştırmanın önemli bulgularından ilki, tüm katılımcıların verilen bir süsleme/günlük hayat örneğinin simetrik olma durumunu incelerken öncelikle doğruya göre simetriyi arama eğiliminde bulunmalarıdır. Katılımcıların özellikle dönme simetrisi veya döl simetri içeren şekillerde dikkatlerini çeken simetriyi, ardışık iki dik kesişen doğrular üzerinden açıklamaya yöneldiği saptanmıştır. İlgili simetri türü sadece dönme hareketi ile açıklanabilecekken katılımcılar dönme hareketini tamamen göz ardı ederek, art arda iki kez doğruya göre simetri alındığını belirtmiştir. Katılımcıların doğruya göre simetri özelinde ise öncelikle dikey konumlu doğruya göre, sonrasında yatay konumlu doğruya

göre ve en son olarak eğik konumlu doğruya göre simetri aradıkları tespit edilmiştir. Bu durumun; Bornstein ve Stiles-Davis'in (1984) küçük çocuklarla yürüttükleri araştırmada çocukların simetriyi ayırt ederken önce dikey doğruya göre simetrik olan şekilleri, ardından yatay doğruya göre simetrik olan şekilleri ve en son olarak eğik doğruya göre simetrik olan şekilleri algıladıklarını ortaya koydukları bulgu ile benzerlik gösterdiği söylenebilir. Katılımcılardan verilen süsleme/günlük hayat örneğinin simetrik olup olmadığını inceleyerek dikkatlerini çeken simetri türü/türlerini ifade etmesi istendiğinde katılımcılar, şeklin bütününün doğruya göre simetrik olduğu veya doğruya göre simetrik motifler içeren şekillerde dikkatlerini çeken durumun öncelikle doğruya göre simetri olduğunu açıklarken; benzer şekilde, doğruya göre simetrik motif içermesi ile birlikte daha çok dönel simetrik motifleri ile öne çıkan şekillerde dahi öncelikli olarak doğruya göre simetri aramaya odaklanmışlardır. Öyle ki öteleme simetrisi, dönme simetrisi veya dönel simetri içeren bazı şekillerin doğruya göre simetrik motif içermemesinden kaynaklı olarak tüm katılımcılar inceledikleri şekillerin simetrik olmadığını ifade etmiştir. Bu durum katılımcıların simetriyi direkt olarak doğruya göre simetri ile eşleştirdiğini; bir başka deyişle bir şeklin simetrik olabilmesi için doğruya göre simetri içermesinin gerekli ve yeterli olduğunu düşündüklerini ortaya koymuştur. Verilen şekillerin yatay konumlu, eğik konumlu ve şekil ile kesişen eğik konumlu doğrulara göre ayrı ayrı simetrilerinin alınması istendiğinde katılımcıların simetri alırken verilen şeklin köşe noktalarını veya düzlemdeki noktaları referans alarak simetri aldıkları görülmüştür. Katılımcıların yatay konumlu doğruya göre simetri alırken diğer durumlara göre çok daha az zorlandığı, özellikle şekil ile kesişen eğik konumlu doğruya göre simetri alırken oldukça zorlanmaları dikkat çekici olmuştur. Bu bulgunun Köse (2012) tarafından sekizinci sınıf öğrencilerinin doğruya göre simetri alma bilgilerinin ortaya çıkarılması amacıyla yürütülen araştırmada öğrencilerin en az şeklin simetri doğrusu ile kesişmediği durumlarda verilen dikey ve yatay konumlu doğrulara göre simetri alırken zorlandıklarının belirtilmesi ile benzer olduğu görülmektedir. Aynı zamanda Köse'nin (2012) öğrencilerde doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri kavramlarının tam yerleşmediği yönünde ortaya koyduğu sonuçlar ile Durmuş (2017) tarafından öğrencilerin simetri konusunda eksik olduğu düşünülen kavramlar arasında noktaya göre simetrinin de bulunması sebebi ile bu kavrama yönelik olarak hazırladığı animasyonun yer alması; yürütülen bu araştırmada katılımcılardan sadece birinin doğruya göre simetri ile 2-katlı dönel simetrik şekil yani noktaya göre simetri arasındaki

ilişkiyi yakalayabilmesi yönünde ortaya koyulan bulguyu destekler nitelikte olduğu görülmektedir.

Araştırmanın önemli bulgularından bir diğeri ise öğretim deneyi öncesinde gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerde katılımcıların hiçbirinin dönel simetriye dair formal bilgiye sahip olmaması ve inceledikleri süsleme/günlük hayat örneklerinde dönel simetriyi sadece sezgisel olarak fark edebilmeleridir. Bir sonraki klinik görüşmede katılımcılara dönel simetri denildiğinde zihinlerinde neler canlandığı sorulduğunda; iki katılımcının yanlış da olsa informal olarak tanım yaparak günlük hayattan örnekler sunabilirken, bir katılımcının daha öncesinde dönel simetriye dair hiçbir şey duymadığını söyleyerek hiçbir fikir belirtememesi son derece çarpıcı olmuştur. Katılımcılardan ikisinin dönel simetri kavramına dair deneysel soyutlama düzeyinde bulunurken; hiçbir fikir belirtemeyen katılımcının ise ne yansıtıcı soyutlama düzeylerinin herhangi birinde ne de deneysel soyutlama düzeyinde bulunmadığı tespit edilmiştir. Katılımcıların hiçbirinin yansıtıcı soyutlama düzeylerinin herhangi birinde bulunamamasında dönel simetriye ilişkin olarak sadece MEB Ortaöğretim Matematik Dersi Programı'nda (2018) 12. sınıf konuları arasında ve sadece dönel simetrinin özel bir durumu olan noktaya göre simetriye ilişkin olarak ayrılan bir bölümün bulunmasının etkili olduğu düşünülebilir. Katılımcılardan bu araştırma sürecine dair en son olarak çevrelerinde dönel simetrik olarak dikkatlerini çeken nesneleri fotoğraflayıp göndermeleri istenmesi üzerine, öğretim deneyinin en başında dönel simetriye günlük hayattan hiçbir örnek veremeyen katılımcının hem doğaya hem yakın çevresine hem de süslemelere odaklanarak çok çeşitli temalar altında dönel simetrik nesneler içeren fotoğraflar gönderebilmesi günlük hayattaki dönel simetri farkındalığını da artırması yönünde önemli bir bulgu olarak yerini almıştır.

Katılımcılardan hangi çokgenlerin dönel simetrik olduğunu ve olmadığını düşündüklerini belirtmelerinin istenmesinin ardından inceleyerek yeniden karar vermeleri için çokgenler verildiğinde katılımcılardan ikisi fikir yürüterek inceleme yapabilmiş, biri yapamamıştır. İnceleme yapabilen katılımcılardan biri verilen çokgenleri merkez noktalarını referans alarak eş parçalara ayırıp bu eş parçalar üzerinden inceleme yapmış ve tüm çokgenlerin dönel simetrik olma durumları ile ilgili doğru yanıtı verebilmiş; fakat dönme açılarını dikkate almadan ilerlediği için eksiklikler göstermiştir. Günlük hayat örneklerinin dönel simetrik olma durumunu incelemeye geçince ise dönme açıların da dikkate alması gerektiğini fark edip açılar üzerinden

inceleme yapmaya devam ederek sonrasında çokgenlerdeki eksikliklerini de gidermiştir. İnceleme yapabilen diğer katılımcı ise düzgün çokgenlerin dönel simetrik çokgen ve düzgün çokgen olmayanların dönel simetrik olmayan çokgen olacağı düşüncesiyle ilk incelemesini yaparak çokgenlere dair yanlış yanıtlar vermiştir. Günlük hayat örneklerini incelemeye başlayınca ise bu fikrinden vazgeçip düzgün çokgen olmayan bir şeklin de dönel simetrik olabileceği kanısına varmıştır. Verilen çokgenler üzerinde dönel simetrik olma durumuna dair hiçbir inceleme yapamayan katılımcı ise günlük hayat örnekleri üzerinden inceleme yapmaya başlayınca dönel simetrik olma durumuna dair ilk defa fikir yürütmeye başlayabilmiştir. Bu anlamda günlük hayat örneklerinin katılımcıya motivasyon sağladığı tespit edilmiştir (Albayrak, Yazıcı ve Şimşek, 2017, s. 149). Bu bulgular ışığında dönel simetrik olma durumunu incelerken günlük hayat örneklerinden yararlanılmasının; katılımcıların kavramlar arasında ilişkilendirme yapabilme becerilerini güçlendirerek (Doruk ve Çiltaş, 2020, s. 34) dönel simetri kavramını soyutlama mekanizmalarını destekler nitelikte olması, bu araştırmanın önemli bir diğer bulgusunu oluşturmuştur. Nitekim bu bulguyu Marchis'in (2009) öğrencilerin doğruya göre ve noktaya göre simetrik olan şekilleri tanıyarak simetri eksenlerini bulmalarını ve en son olarak simetrik desenler oluşturmalarını sağlamak amacıyla farklı kültürlere ait olan mozaik desenlerin bulunduğu fotoğraflar ile kağıttan yapılmış kar tanesi örneklerini inceletmesi ile öğrencilerin simetrisini keşfetmesinde inceledikleri bu günlük hayat örneklerinin çok büyük katkı sağlaması yönünde ortaya koyduğu sonucun destekler nitelikte olduğu görülmektedir. Günlük hayat örneklerinin yanı sıra öğretim deneyinde bulunan diğer tüm içeriklerin katılımcıların dönel simetri kavramına ilişkin bireysel bilgi ve anlamalarını kavramlar arasındaki ilişkileri keşfederek süreç içerisinde ilerletmeleri açısından etkili olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgunun Özeltun-Çelik'in (2018) öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonlara ilişkin kavramsal öğrenmelerini destekleyerek yansıtıcı soyutlama yapmalarını sağlayacak şekilde tasarladığı öğretim dizisi etkinlikleri aracılığıyla öğrencilerin yaparak yaşayarak ve keşfederek öğrenme imkânı bulması açısından önemli olarak ortaya koyduğu bulguyu destekler niteliktedir. Benzer şekilde Camci (2018) öğrencilerin Piaget'nin klasik soyutlama yapısını kullanarak mekanizmalarını ortaya çıkarma amacı ile dikdörtgen prizmaların hacmini ölçmeye yönelik olarak tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde sınıf tabanlı olarak tasarladığı öğretim deneyi içeriklerinin, tüm odak öğrencilerinin soyutlama sürecini ve gelişimini desteklediği yönündeki bulguları ile benzerlik göstermektedir.

Katılımcılardan ikisi dönel simetri kavramına ilişkin öğretim deneyi öncesinde deneysel soyutlama düzeyinde olup 2. ve 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlerken; yansıtıcı veya deneysel hiçbir soyutlama düzeyinde bulunmayan diğer katılımcı ancak 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerleyebilmiştir. Tüm katılımcılar arasında kavramlar arasında ilişki kurmada, kavrama ilişkin temel esasları keşfetmede ve soyutlamada en çok zorlanan katılımcı da yine aynı kişi olmuştur. Buradan yola çıkılarak katılımcıların hepsinin dönel simetri kavramına ilişkin bulundukları soyutlama düzeyinde öğretim deneyi öncesine göre ilerlemeler meydana gelmesi ile birlikte; gösterilen ilerlemelerin öğretim deneyi öncesinde bulundukları düzey ile ilişkili olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin problem çözme yoluyla doğrusal eşitsizlik kavramına ilişkin anlamalarını Cifarelli'nin (1988) yansıtıcı soyutlama düzeylerine göre ortaya koymayı amaçlayan Goodson-Espy'nin (1998) kavramlar arası ilişki kurarken daha yüksek yansıtıcı soyutlama düzeyinde bulunan öğrencilerin daha az zorlandıkları ve daha düşük yansıtıcı soyutlama düzeyinde bulunan öğrencilerin ise daha fazla zorlandıkları veya başarılı olamadıkları yönünde ortaya koyduğu bulgu ile örtüştüğü görülmektedir. Katılımcılardan ikisinin en yüksek yansıtıcı soyutlama düzeyine çıkamayıp 1. ve 2. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerleyebilmiş olmalarının sebebi olarak önceden bildikleri doğruya göre simetri ve dönme simetrisi kavramları ile dönel simetri arasında yeteri kadar güçlü bir ilişkilendirme kuramamaları olduğu saptanmıştır. 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine çıkabilen katılımcının dönel simetri ile fonksiyon arasındaki ilişkiyi, bir koordinat düzleminde orijini dönme merkezi olarak belirleyip dikdörtgenlerden oluşan 4-katlı dönel simetrik bir şekil çizerek bu şeklin köşe noktalarının koordinatlarını dönme dönüşümü altında bir fonksiyon olarak ele alıp göstermiştir. Başka bir ifade ile kavramlar arası ilişkilendirmeleri gerçekleştirmede başarılı olabilmektedir. Yine Cifarelli'nin (1988) sunduğu yansıtıcı soyutlama düzeyleri çerçevesinde Wafiqoh ve Kusumah (2019) tarafından yürütülen araştırmada öğrencilerin matematik problemi çözmeye ilişkin en üst düzey yansıtıcı soyutlamaya çıkamamalarının sebebi olarak benzer şekilde önceden bilinen ve yeni karşılaşılan kavramlar arasında gerekli ilişkilendirmelerin kurulamamasının gösterilmesi, bu bulgu açısından paralellik göstermektedir.

Öğretim deneyinin en sonuncu klinik görüşmesinde dönel simetriye ilişkin soyutlama yolu ile elde ettikleri bilgileri daha iyi özümsemelerini sağlamak amacıyla birer dönel simetrik şekil tasarımları istenen katılımcıların; şekli oluşturan eş

parçalardan veya şeklin bütününden yola çıkarak tasarım yaptıkları saptanmıştır. 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerleyen katılımcının tasarımında sadece doğru parçalarının bulunduğu, 2. ve 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeylerine ilerleyen katılımcıların tasarımlarında ise doğru parçalarına ek olarak eğrilerin de bulunduğu görülmüştür. Katılımcıların izledikleri yollar ve tasarımlarında kullandıkları geometrik nesneler her ne kadar farklılık gösterse de her birinin 4-katlı dönel simetrik şekil tasarlamış olması, araştırmanın dikkat çekici bulguları arasında yer almıştır. Her ne kadar katılımcıların tümü 4-katlı dönel simetrik şekil tasarlamış olsa da katılımcıların öğretim deneyi sonunda ulaştıkları soyutlama düzeyi ile tasarladıkları şeklin doğru orantılı olarak karmaşıklaştığı tespit edilmiştir. Bir diğer deyişle, en basit tasarımın 1. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ulaşan katılımcıya ve en karmaşık tasarım ise 3. düzey yansıtıcı soyutlama düzeyine ulaşan katılımcıya ait olduğu belirlenmiştir. Katılımcıların 4-katlı dönel simetrik şekiller tercih etmelerinin sebebi olarak ise 90° ve tam katlarından oluşan dönme açılarının bulunduğu bir şeklin çizilmesinin görece daha kolay ve prototipe uygun olması gösterilebilir. Katılımcıların dönel simetrik olarak tasarladıkları şekillerin, bilgilerini anlamlandırmaları noktasında işlevsel olduğu düşünülmektedir. Bu anlamda Aktaş (2015) tarafından bilgisayar animasyonları ve aktiviteleri ile öğrencilerin simetri öğrenimini desteklemek amacıyla yürütülen araştırmada, öğretim etkinlikleri tamamlandıktan sonra öğrencilerden farklı simetri türlerini kullanarak birer süsleme yapmaları istenmesi üzerine öğrencilerin çizdikleri süslemelerin kavramsal anlamalarını desteklediği yönünde ortaya koyduğu bulgular ile örtüştüğü tespit edilmiştir.

4.3. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonuçlarından hareketle elde edilen önerilere yer verilmiştir. Öncelikle araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler, ardından ileride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler

- Öğrencilerin dönel simetriye ilişkin bilgi ve anlamalarını güçlendirmek adına tasarlanan öğretim etkinliklerinde günlük hayat örneklerinden daha fazla yararlanılması önerilmektedir. Bu anlamda matematik öğretmenlerine günlük

hayat örneklerinden yararlanılmasının önemine ve öğretim etkinliklerinde kullanımına dair hizmet içi eğitimler düzenlenebilir.

- Öğrencilere dönel simetrik bir şekil tasarlayarak çizim yaptırılmasının öğrencilerin dönel simetri kavramına dair edindikleri bilgiyi daha iyi özümsemelerini desteklemesinden yola çıkılarak tasarlanan öğretim etkinliklerinde çizim yaptırılmasından daha fazla yararlanılması önerilmektedir.
- Öğrencilerin kavramsal anlamalarını güçlendirmek adına Piaget'nin yansıtıcı soyutlama düzeylerini destekleyecek ve öğretim etkinliklerinde kullanılabilecek düzeyde ilişkilendirme yapmayı gerektiren öğretim etkinlikleri tasarlanabilir.
- Program güncellemesi çalışmaları yürütülürken ilköğretim ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarının her ikisinde de dönel simetriye ilişkin kapsamlı bir bölüm ayrılmasının göz önünde bulundurulması önerilmektedir. Bu yürütülen çalışmalarda aynı zamanda diğer matematiksel ve geometrik kavramların öğretimine ilişkin daha fazla sayıda günlük hayat örnekleri programlara birer araç olarak entegre edilebilir.
- Klinik görüşmeler altında öğretim deneyi etkinlikleri ile yürütülen bu araştırmaya daha fazla sayıda öğrenci ile nicel boyut kazandırılarak öğrencilerin farklı değişkenlere göre dönel simetri kavramına ilişkin akademik başarıları araştırılabilir.

4.3.2. İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler

- Öğrencilerin bilgi ve anlamalarını güçlendirmek adına dönel simetri dışında farklı bir matematiksel veya geometrik kavrama ilişkin tasarlanan öğretim etkinliklerinde günlük hayat örneklerinin etkisinin araştırılması önerilmektedir.
- Dönel simetrik nesnelerin merkezi noktaları etrafında bir tam tur atarken meydana gelen geometrik hareketin dijital ortama aktarılıp senkron olarak gözlemlenebileceği araç çubukları içeren dinamik geometri yazılımları veya bu hareketin gözlemlenebileceği üç boyutlu materyaller geliştirilebilir.
- Dönel simetri dışında herhangi bir başka kavrama ilişkin öğrencilerin soyutlama mekanizmaları Piaget'nin soyutlama yapısı çerçevesinde incelenerek ortaya koyulabilir.

- İlköğretim Matematik Öğretmenliği birinci sınıf lisans öğrencileri ile yürütülen bu araştırma farklı düzeylerde bulunan öğrenciler ile de yürütülüp elde edilen sonuçlar arasında karşılaştırmalar yapılabilir. Benzer şekilde ilköğretim ve/veya lise matematik öğretmenlerinin dönel simetri kavramına ilişkin bilgi ve anlamaları ayrı bir araştırma altında incelenebilir.
- Öğrencilerin soyutlama mekanizmalarına günlük hayat örnekleri dışında etki eden faktör, uygulama ve araçlar ve tüm bunların etkisini ortaya koyacak araştırmaların yürütülmesi önerilmektedir.
- Doğruya göre simetri, öteleme simetrisi, dönme simetrisi, dönel simetri vb. olacak şekilde birden fazla simetri türünü içeren ve öğrencilerin bu simetri türleri arasında ilişkilendirmeler kurmasını sağlayacak öğretim deneyleri planlanabilir.

KAYNAKÇA

- Akay, G. (2011). *Akran öğretimi yönteminin sekizinci sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematik başarılarına ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Akkaya, A., Tatar, E. and Kağızmanlı, T. B. (2011) Using dynamic geometry software in teaching of the symmetry in analytic geometry: *The case of Geogebra. Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15 (2011) 2540–2544.
- Aktaş, M. (2015). 7. sınıf matematik dersinde bilgisayar animasyonları ve aktiviteleri ile simetri öğretiminin akademik başarıya etkisi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35 (1), 49-62.
- Albayrak, M., Yazıcı, N. and Şimşek, M. (2017). Relating the learned knowledge and acquired skills to real life: Function sample. *Higher Education Studies*, 7 (3), 148-160.
- Aliustaoğlu, F. (2015). *4MAT öğretim yönteminin dönüşüm geometrisi konusunda akademik başarıya ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu: Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Altun, M. (2016). *Matematik öğretimi* (12. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Arı, E. (2010). *İlköğretim 6-7 ve 8. sınıflarda matematik dersinin istatistik ve olasılık konusunun öğreniminde yaşanan problemler ve çözüm önerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Afyon: Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Atasay, M. ve Erdoğan, A. (2017). Matematik ile sanatın ilişkilendirilmesi: Mandala desenlerinin simetri öğretiminde kullanımı. *Journal of Instructional Technologies & Teacher Education*, 6 (2), 58-77.
- Bağ, H. ve Çalık, M. (2017). İlköğretim düzeyinde yapılan argümantasyon çalışmalarına yönelik tematik içerik analizi. *Eğitim ve Bilim*, 42 (190), 281-303.

- Bassarear, T. (1995). *Mathematics for elementary school teachers*. Houghton Mifflin Compony, Boston New York.
- Binfet, T. (2004). It's all in their heads: Reflective abstraction as an alternative to the moral discussion group. *Merrill-Palmer Quarterly*, 50 (2), 181-200.
- Bintaş, J., Altun, M. ve Arslan, K. (2001). Gerçekçi matematik eğitimi ile simetri öğretimi. Matematikçiler Derneği Matematik Sempozyumu. Milli Kütüphane, Ankara.
- Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (1998). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods* (3rd Edition). Boston: Allyn and Bacon.
- Bornstein, M. H. and Stiles, J. (1984). Discrimination and memory for symmetry in young children. *Developmental Psychology*, 20 (4), 637-649.
- Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2016). Zihnin geometrik alışkanlıkları. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 277-290). Ankara: Pegem Akademi.
- Brenner, M. E. (2002). Chapter 5: Everyday problem solving and curriculum implementation: An invitation to try pizza. *Journal of Research in Mathematics Education. Monograph*, 11, 63-92.
- Britton, J. and Seymour, D. (1989). *Introduction to tessellations*. Dale Seymour Publications, Canada.
- Camci, F. (2018). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Cetin, I. and Dubinsky, E. (2017). Reflective abstraction in computational thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 47, 70–80.
- Chan, Y. C. and Leung, A. (2013). Rotational symmetry: Semiotic potential of a transparency toolkit. *Proceedings of the international Conference for ICMI Study 22*, Oxford, UK, July 22-26, 2013. Task Design in Mathematics Education (pp. 37-46).

- Cifarelli, V. V. (1988). *The role of abstraction as a learning process in mathematical problem solving*. Unpublished Doctoral Dissertation, Purdue University, Indiana.
- Clark, J. R., and Otis, A. S. (1925). *Plane geometry. (Experimental ed.)*. New York: The Lincoln School of Teachers College.
- Clark, J. R., and Otis, A. S. (1927). *Modern plane geometry*. Yonkers-on-the Hudson, NY: World Book.
- Clements, D. H. and Battista, M. T. (1986). Geometry and geometric measurement. *Arithmetic Teacher*, 33, 29-32.
- Clements, D. H. and Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 133-148.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiment in collaboration with teachers. In A. E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307-333). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Cobb, P. and Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (2), 83-94.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Czarnocha, B. and Maj, B. (2008). Teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research: Teaching experiment - a tool for teacher-researchers* (pp. 47-58). Poland: Drukarnia Kserkop.
- Çakıroğlu, E. (2013). Matematik kavramlarının tanımlanması. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingöllü, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s. 1-13). Ankara: Pegem Akademi.
- Damerow, P. (1996). *Abstraction and representation: Essays on the cultural evolution of thinking*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Davydov, V. V. (1972). The problem of generalization in traditional psychology and didactics. In J. Kilpatrick (Ed.) and J. Teller (Trans.), *Soviet studies in*

mathematics education volume 2. Types of generalisation in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula (pp. 5-17). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Doruk, M. and Çiltaş, A. (2020). Pre-service mathematics teachers' concept definitions and examples regarding sets. *International Journal of Psychology and Educational Studies*, 7 (2), 21-36.

Dreyfus, T. and Eisenberg, T. (1990). Symmetry in mathematics learning. *International Reviews on Mathematical Education*, 2, 53-59.

Dreyfus, T. and Eisenberg, T. (2000). On symmetry in school mathematics. *Visual Mathematics*, 2 (1). <http://vismath.tripod.com/drei/> (Erişim tarihi: 08.10.2020)

Duman, S. (2019). *Doğruya göre simetri konusunda öğrenci hatalarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Bursa: Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Durmuş, S. (2017). *Simetri konusunda hazırlanan animasyonların değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Rize: Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

French, D. (2017). *Geometri öğretimi ve öğrenimi* (Çev: B. Gökkurt Özdemir ve T. Uygun). Ankara: Anı Yayıncılık.

Gallou Dumiel, E. (1989). Reflection, point symmetry and logo. In C. A. Maher, In G. A. Goldin & R. B. Davis (Ed.) *Proceedings of the Eleventh Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (ss. 149-157). New Brunswick: Rutgers University.

Gelman, R. and Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.

Goodson-Espy, T. (1998). The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 219-245.

- Granier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orhogonale en sixième*. Unpublished Doctoral Dissertation. France: Université Joseph Fourier-Grenoble 1.
- Guba, E. G. and Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *Educational Communication and Technology*, 30 (4), 233–252.
- Gürbüz, K. (2008). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Abant: İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Haeckel, E. (2004). *Haeckel's art forms from nature*. Dover Publications Inc., Courier Corporation. Hiele, ERIC Document Reproduction Service, no. ED 287 697.
- Hoyles, C. and Healy, L. (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2, 27–59.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (2), 145-165.
- Işık, A. ve Konyalıoğlu, A. C. (2005). Matematik eğitiminde görselleştirme yaklaşımı. *Atatürk*
- Kamii, C. (2000). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory* (2nd Edition). New York: Teachers College Press.
- Kaplan, A. ve Öztürk, M. (2014). 2-8. sınıf öğrencilerinin simetri kavramını anlamaya yönelik düşünme yaklaşımlarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 13 (4), 1502-1515.
- Kelikli, M. (2017). Aristoteles'in matematik felsefesi ve matematik soyutlama. *Beytulhikme An International Journal of Philosophy*, 7 (2), 33-49.

- Kelly, A. E. and Lesh, R. A. (2000). Teaching experiments. In A. E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 192- 195). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Keskin, P. (2018). *Grafik hesap makinesi programı destekli problem çözme öğretiminin matematik başarısına ve tutumuna etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 1(1), 3-8.
- Köse, N. Y. (2008). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı Cabri Geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: Bir eylem araştırması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Köse, N. Y. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2012 (42), 274-286.
- Küçüköğlü U. ve İncikabı, L. (2020). Ortaokul öğrencilerinin matematik tarihi bağlamında hazırladıkları dijital öyküler üzerine bir araştırma. *Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4 (2), 140-162.
- Lee, S. and Liu, Y. (2011). Curved glide-reflection symmetry detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 34 (2), 266-278.
- Leikin, R., Berman, A. and Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: The case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal*, 12 (1), 18-36.
- Leikin, R., Berman, A., and Zaslavsky, O. (1997). Defining and understanding symmetry. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceeding of PME 21 Vol. 3* (pp. 192-199).
- Lightman, A. (2013). Symmetrical universe. *Orion*, 33 (2). <https://orionmagazine.org/issue/march-april-2013/> (Erişim tarihi: 03.10.2020)
- Marchis, I. (2009). Symmetry and interculturality. *Acta Didactia Napocensia*, 2 (1), 57-62.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi (1–8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.

- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Mitchelmore, M. C. (2002). The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge. *Mathematics Education for a Knowledge-Based Era, Proceedings of the 2nd East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the 9th Southeast Asian Conference on Mathematics Education*, Singapore, May 27-31, 2002. pp. 157-167. ISBN: 9810463022. D. Edge and B. H. Yeap (Eds.).
- Mitchelmore, M. C. and White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 209-238.
- Moyer, P. S. (2001). Patterns and symmetry: Reflections of culture. *Teaching Children Mathematics*, 8 (3), 140-144.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. NCTM.
- Natsoulas, A. (2000). Group symmetries connect art and history with mathematics. *The Mathematics Teacher*, 93 (5), 364-370.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*.
- Özaltun-Çelik, A. (2018). *İkinci dereceden fonksiyonlara ilişkin varsayımsal öğrenme yollarının ve öğretim dizisinin tasarlanması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Özkartal, Ç. ve Öçal, Ç. (2021). Zenginleştirilmiş öğrenme etkinliklerinin simetri konusundaki başarıya ve algıya etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16 (31), 80-102.
- Piaget, J. (1980). *Adaptation and intelligence: Organic selection and phenocopy*. Chicago: University of Chicago Press.
- Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction* (R. L. Campell, Ed.) (1st ed.). England: Psychology Press.

- Sabuncu, F. H. (2019). *Bilgisayar destekli matematik öğretiminin ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına, bilgisayara ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi ve öğrenci görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Silva, D. M. D. and Ribeiro, C. M. R. (2017). Analogue three-dimensional memory game for teaching reflection, symmetry and chirality to high school students. *Journal of Chemical Education*, 94, 1277-1275.
- Simon, M. A. (2014). An emerging theory for design of mathematical task sequences: Promoting reflective abstraction of mathematical concepts. In C. Nicol, S. Oesterle, P. Liljedahl & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, (Vol. 5, pp. 193–200). Vancouver, Canada: PME.
- Simon, M. A. (2020). Elaborating reflective abstraction for instructional design in mathematics: Postulating a second type of reflective abstraction. *Mathematical Thinking and Learning*, 22 (2), 162-171.
- Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K. and Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35 (5), 305-329.
- Skemp, R. R. (1986). *The psychology of learning mathematics* (2nd Edition) London: Penguin Books.
- Sparavigna, A. C. and Baldi, M. M. (2017) Symmetry and the golden ratio in the analysis of a regular pentagon. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, (48) 2, 306-316.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Implication and illustrations. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 177-194). Dordrecht, Hollanda: Kluwer.
- Steffe, L. P. and Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Şataf, H. A. (2010). *Bilgisayar destekli matematik öğretiminin ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin “dönüşüm geometrisi” ve “üçgenler” alt öğrenme alanındaki*

- başarısı ve tutuma etkisi (Isparta örneği)*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Sakarya: Sakarya Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tanişlı, D. ve Köse, N. Y. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: Bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 12 (44), 255-283.
- Taylor, M., Pountney, D. and Malabar, I. (2007) Animation as an aid for the teaching of mathematical concepts. *Journal of Further and Higher Education*, (31) 3, 249-261.
- Toluk, Z. (1999). *Children's conceptualizations of the quotient subconstruct of rational numbers*. Unpublished Doctoral Dissertation. Phoenix: Arizona State University.
- Toygan, T., Gök, M. ve Cancan, M. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerinin denk kesir kavramına ilişkin soyutlama düzeyleri. *ISPEC 3. Uluslararası Sosyal ve Beşeri Bilimler Kongresi*, Van, Türkiye, 20-22 Aralık. ss. 767-775.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16 (17), 95-104.
- Ülgen, G. (2004). *Kavram geliştirme kuramlar ve uygulamalar* (4. Baskı). Ankara: Nobel Yayınevi.
- Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (11), 462-471.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev: S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayın.
- Van Hiele-Geldof, D. (1984). The didactics of geometry in the lowest class of secondary school. In English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele, edited by David F., Dorothy G., and Rosamond T. Brooklyn College, Eric Digest. ED 287 697.
- von Glasersfeld, E. (1991). Abstraction, re-presentation, and reflection: An interpretation of experience and of Piaget's approach. L. P. Steffe (Ed.), In

- Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 45-67). New York: Springer.
- Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23 (112), 7-17.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı. (2018). *İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı*. Ankara.
- Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27 (1), 195-213.
- Zembat, İ. Ö. (2013). Geometrik dönüşümlerden dönme ve özellikleri. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmentar, E. Bingöllü, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (s. 645-658). Ankara: Pegem Akademi.
- Zembat, İ. Ö. (2016). Piaget'ye göre soyutlama ve çeşitleri. E. Bingölbalı, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitimde teoriler* içinde (s. 447-458). Ankara: Pegem Akademi.
- Xistouri, X. (2007). Students' ability in solving line symmetry tasks. *Working group 3: Building structures in mathematical knowledge*, 526-533.
- Wafiqoh, R. and Kusumah, Y. S. (2019). Reflective abstraction in mathematics learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 1280, 1-6.
- Watt, D. L. (2009). Mapping the classroom using a CAD Program: Geometry as applied mathematics. In R. Lehrer and D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 419-438). New York: Routledge Taylor & Francis Group.
- Weyl, H. (1952). *Symmetry*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Wood, T., Cobb, P. and Yackel, E. (1990). The contextual nature of teaching: Mathematics and reading instruction in one second-grade classroom. *The Elementary School Journal*, 90 (5), 496-513.

http-1: <https://www.bilgiustam.com/kelt-sembolleri-ve-ilgi-cekici-anlamlari/> (Erişim tarihi: 07.10.2020)

http-2: <https://onedio.com/haber/nazilerin-kirlettigi-bir-mutluluk-sembolu-svastika--417203/> (Erişim tarihi: 07.10.2020)

http-3: <https://sozluk.gov.tr/> (Erişim tarihi: 03.01.2021)

http-4: <https://sozluk.gov.tr/> (Erişim tarihi: 13.02.2021)



EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları

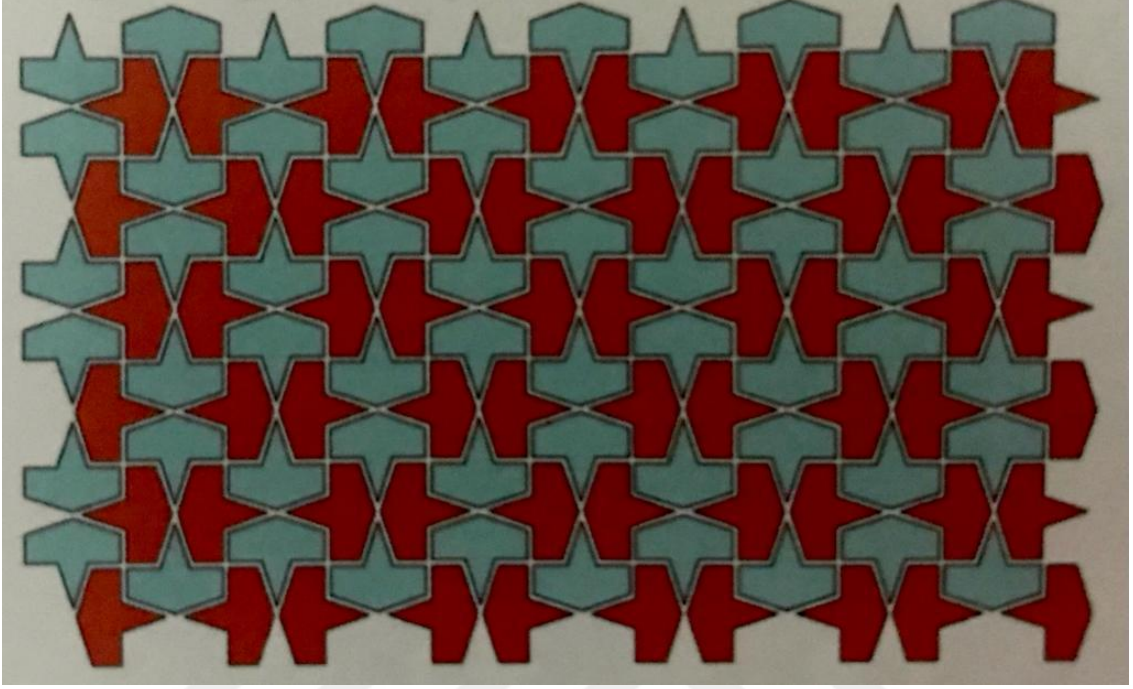
1)



- a) Bu görsel eski zamanlardan kalma esere ait olan bir süsleme. Görseli inceleyiniz. Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- b) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıklar mısınız?
- c) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- d) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için verilen yapıda olması gereken temel özellikleri nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

2)



- a) Bu görsel eski zamanlardan kalma İslami bir eserdeki bir geometrik süsleme. Görseli inceleyiniz. Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- b) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıklar mısınız?
- c) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- d) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için verilen yapıda olması gereken temel özellikleri nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

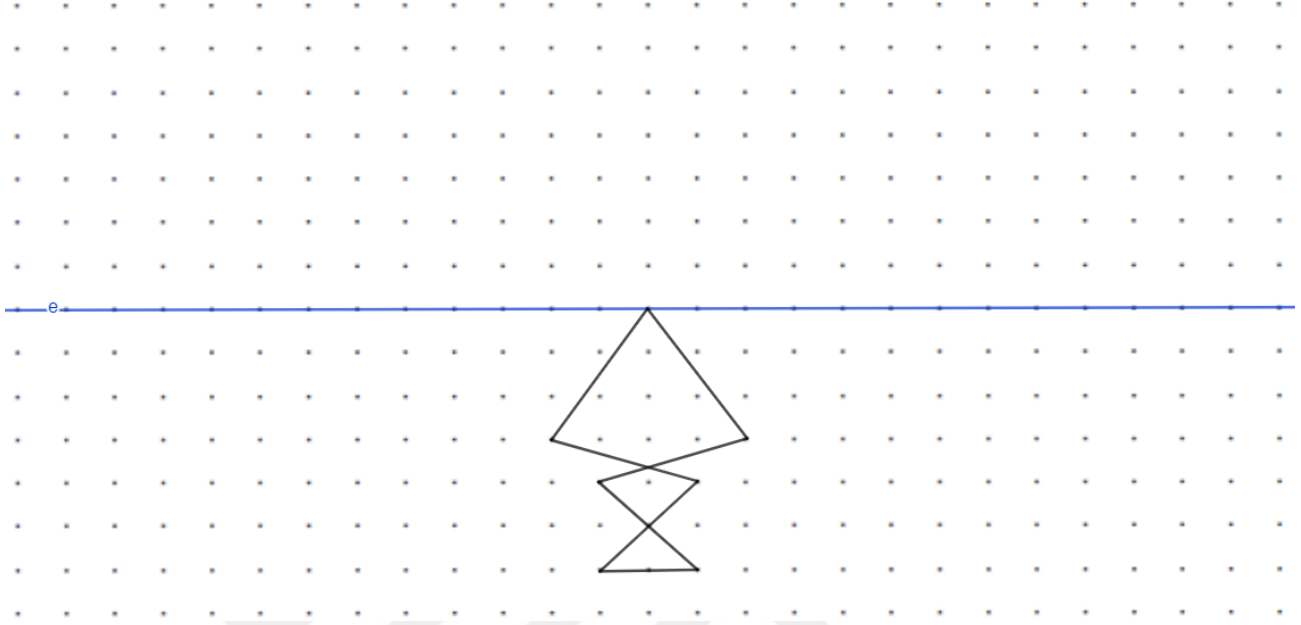
3)



- a) Bu görsel Fransa'daki Eiffel Kule 'sine ait. Görseli inceleyiniz. Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- b) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıkla mısınız?
- c) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- d) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için sahip olunması gereken temel noktalar nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

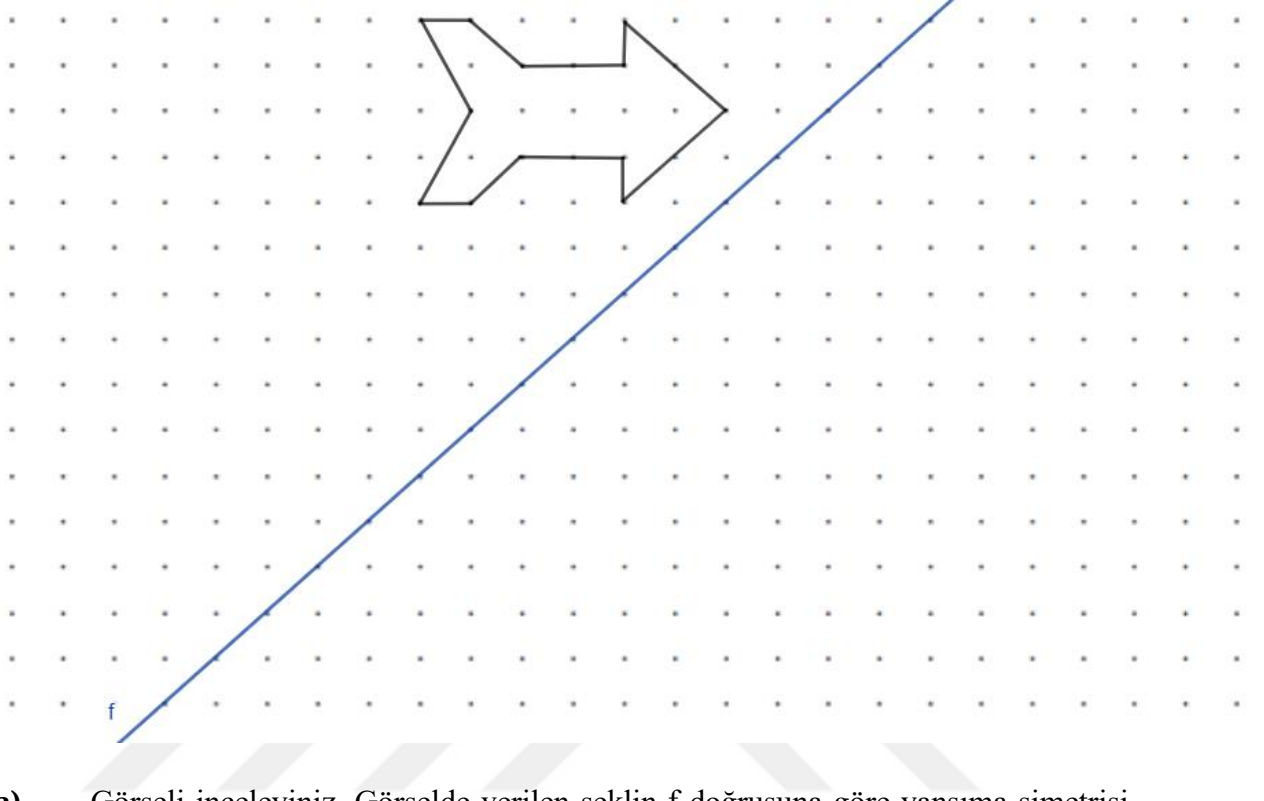
4)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şeklin e doğrusuna göre yansıma simetrisi altında oluşan görüntüsünü çiziniz.
- b) Görüntüyü neye/nelere göre belirlediniz? Bu çizimi yaparken nelere dikkat ettiniz? Açıklayınız.
- c) Çizdiğiniz görselin verilen şeklin yansıma görüntüsü olduğunu nasıl gösterirsiniz?
- d) Doğruya göre simetrinin temel özellikleri nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

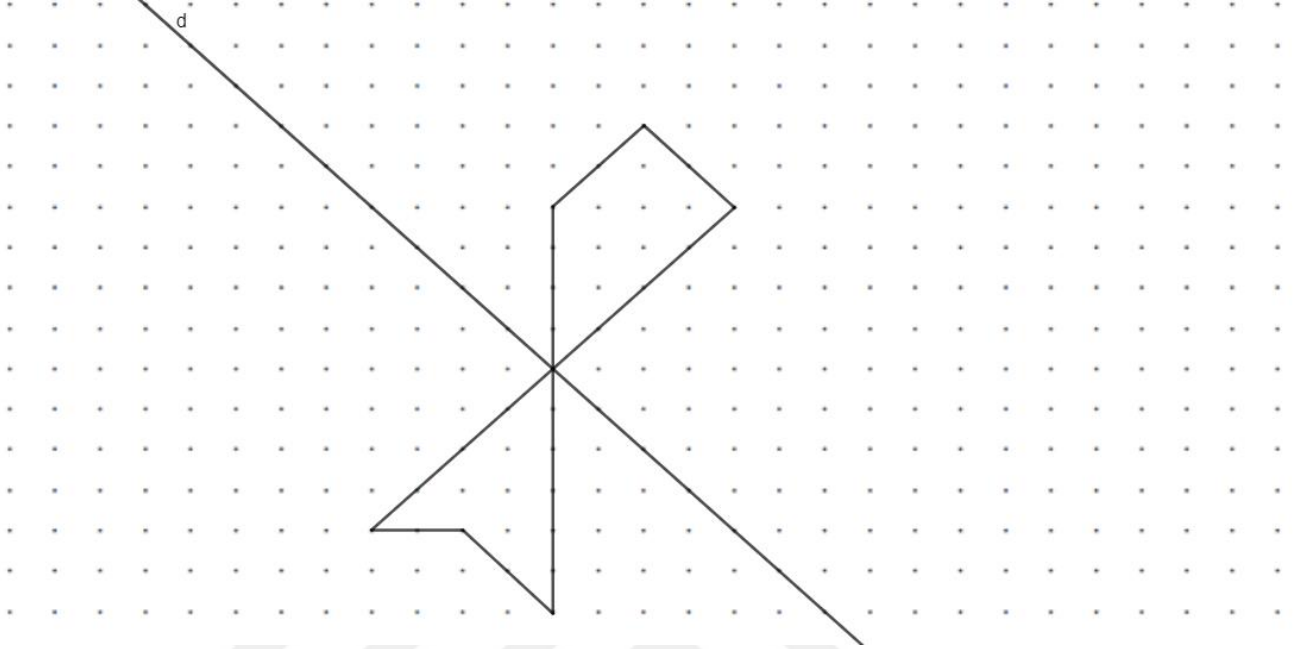
5)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şeklin f doğrusuna göre yansıma simetrisi altında oluşan görüntüsünü çiziniz.
- b) Görüntüyü neye/nelere göre belirlediniz? Bu çizimi yaparken nelere dikkat ettiniz? Açıklayınız.
- c) Çizdiğiniz görselin verilen şeklin yansıma görüntüsü olduğunu nasıl gösterirsiniz?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

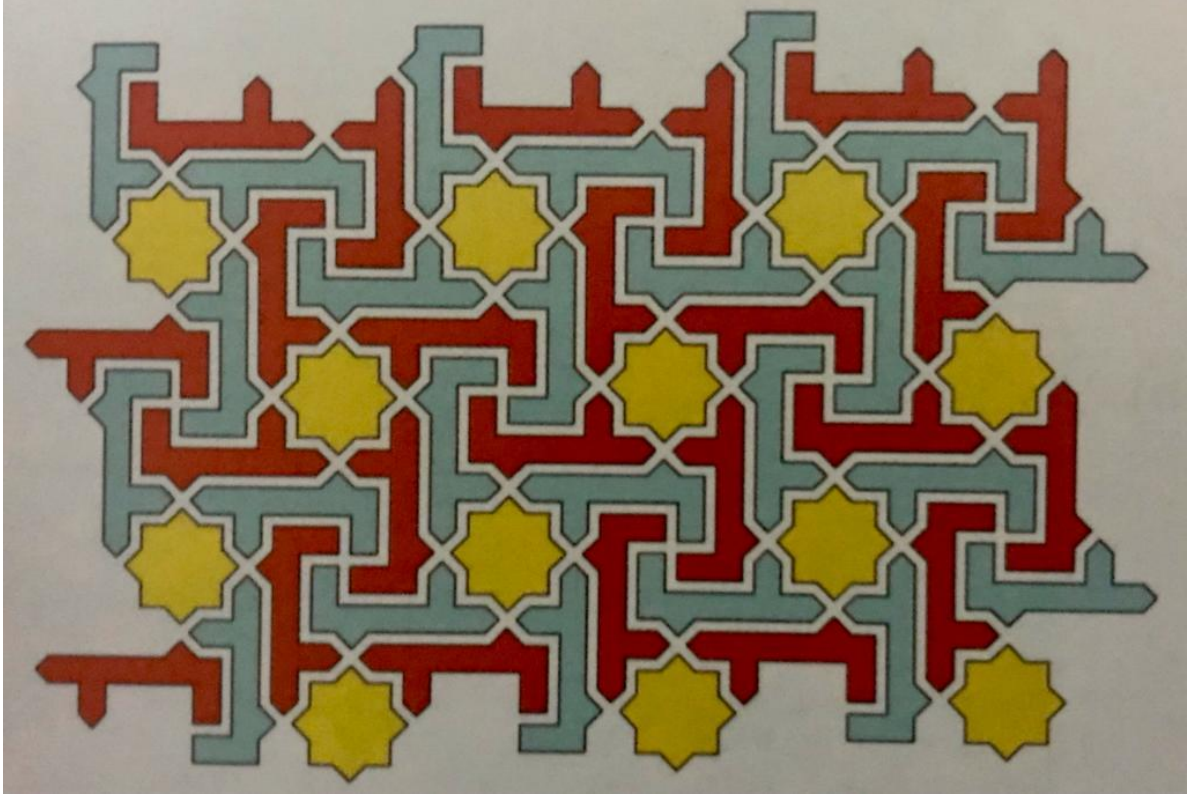
6)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şeklin d doğrusuna göre yansıma simetrisi altında oluşan görüntüsünü çiziniz.
- b) Görüntüyü neye/nelere göre belirlediniz? Bu çizimi yaparken nelere dikkat ettiniz? Açıklayınız.
- c) Çizdiğiniz görselin verilen şeklin yansıma görüntüsü olduğunu nasıl gösterirsiniz?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

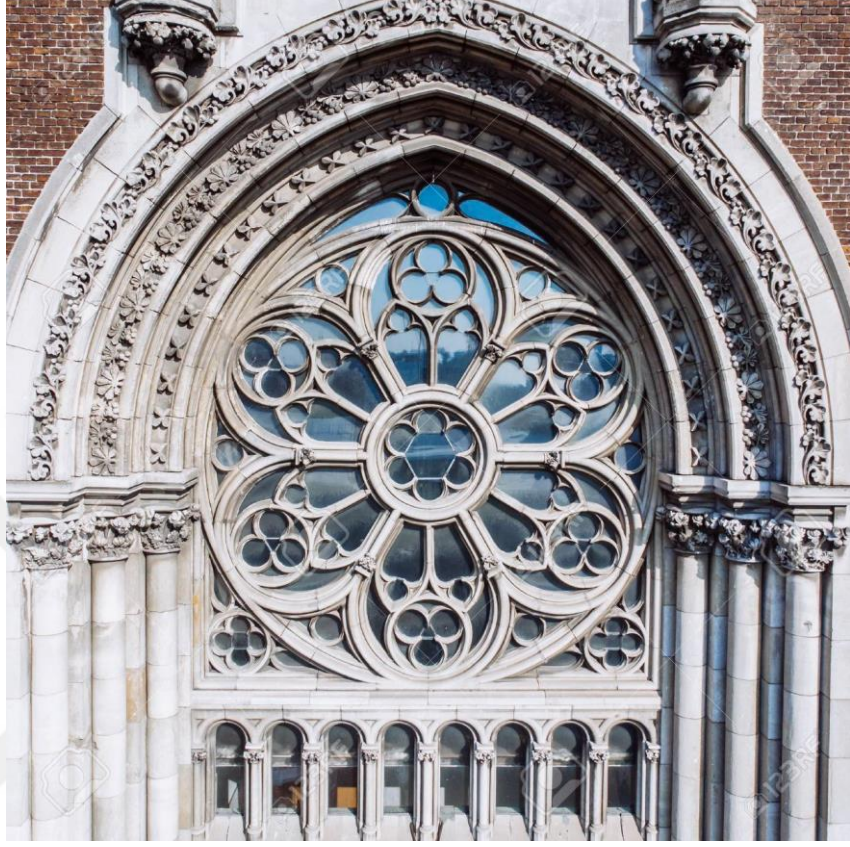
7)



- a) Bu görsel eski zamanlardan kalma İslami bir eserdeki bir geometrik süsleme. Görseli inceleyiniz. Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- b) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıklar mısınız?
- c) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- d) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için sahip olunması gereken temel noktalar nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

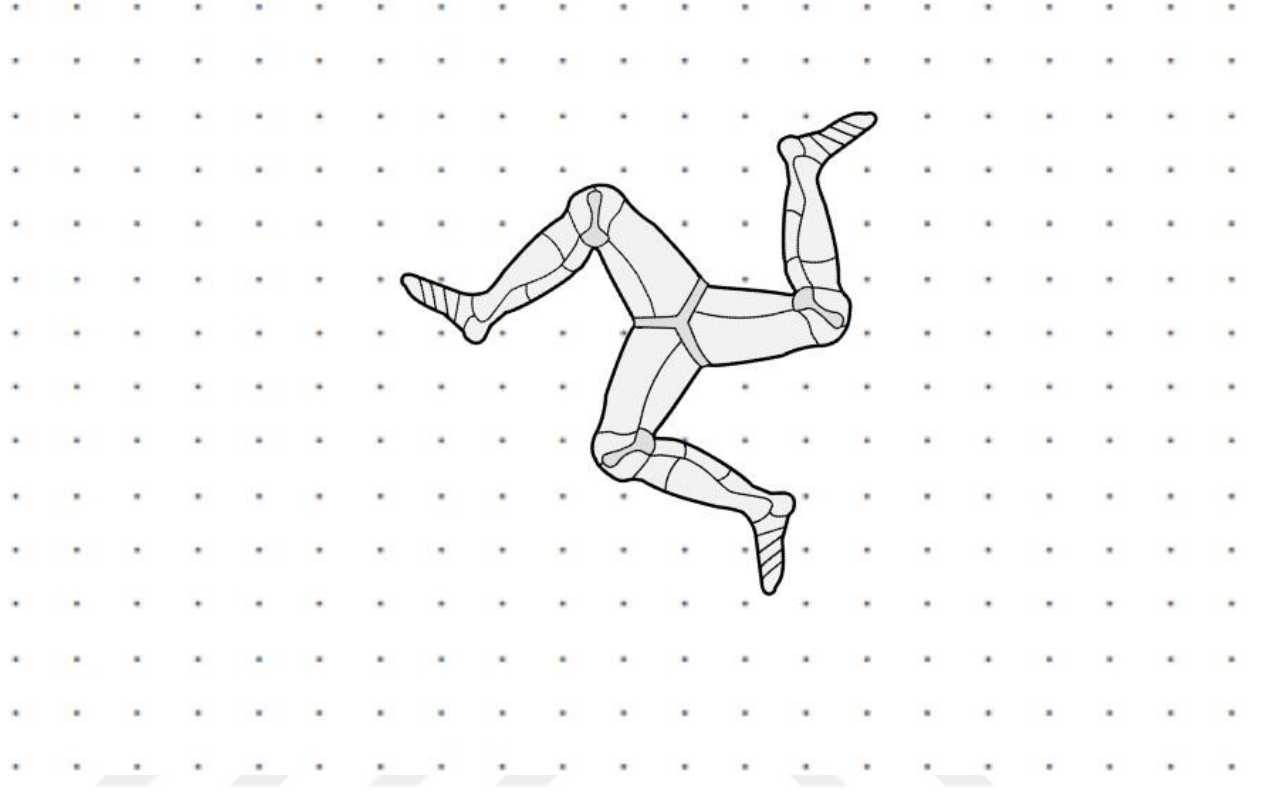
8)



- a) Bu görsel bir binanın penceresine ait. Süsleme yapmak için üzerine farklı çizimler yapıldığını ve boyandığını görüyorsunuz. Görseli inceleyiniz. Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- b) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıklar mısınız?
- c) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- d) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için sahip olunması gereken temel noktalar nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

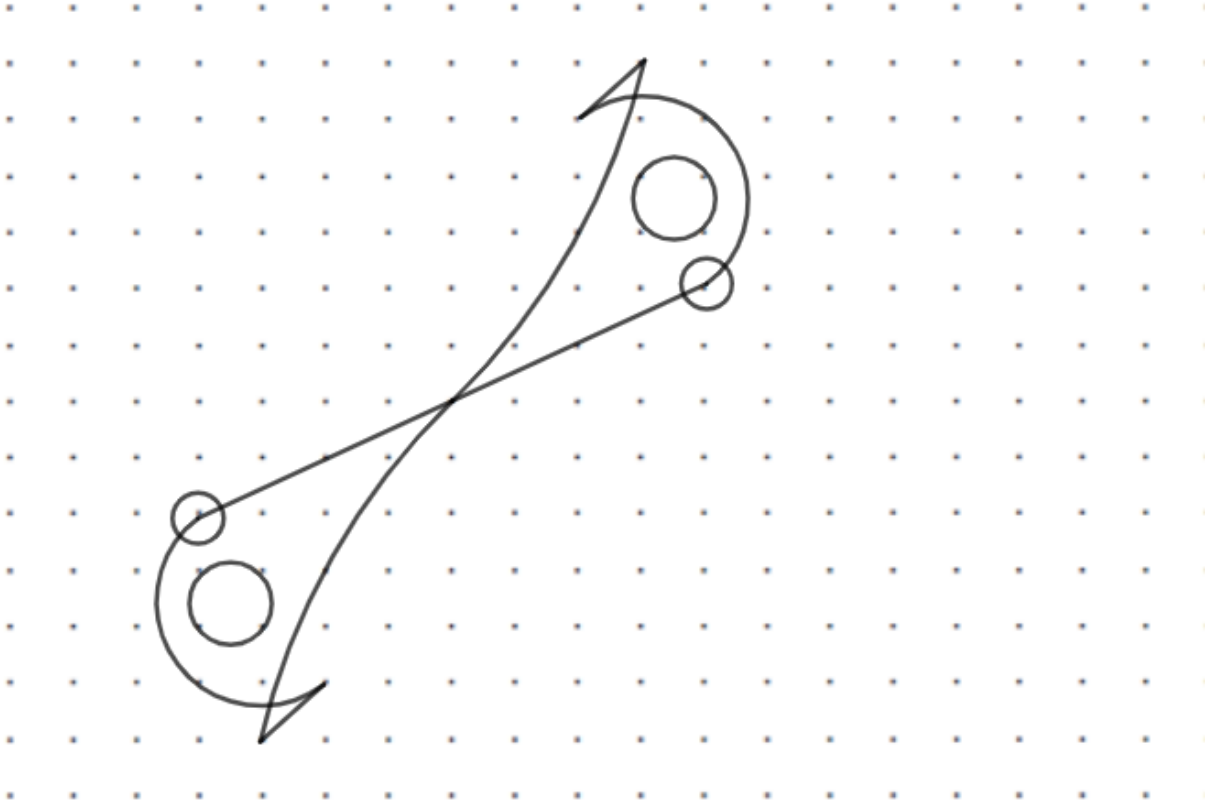
9)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şekil simetrik midir? Şeklin özellikleri nelerdir?
- b) Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- c) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıklar mısınız?
- d) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- e) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için sahip olunması gereken temel noktalar nelerdir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

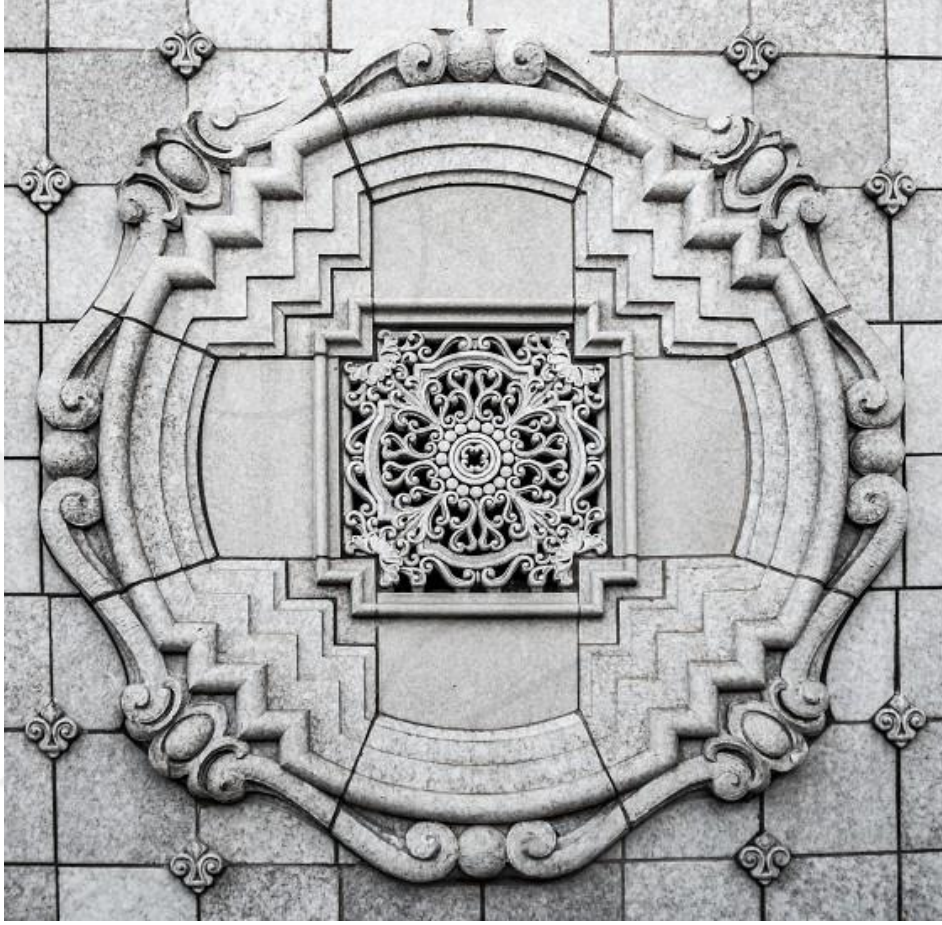
10)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şekil simetrik midir? Şeklin özellikleri nelerdir?
- b) Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- c) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıkla mısınız?
- d) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

11)



- a) Bu görsel bir binanın duvarına ait. Süsleme yapmak için üzerine farklı desenlerden oluştuğunu görüyorsunuz. Görseli inceleyiniz. Bu görselde hangi simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilirsiniz?
- b) simetri türünün/türlerinin olduğuna nasıl karar verdiniz, açıklar mısınız?
- c) Görselin nerelerinde bu simetri türünün/türlerinin olduğunu gösterebilir misiniz?
- d) simetri türünün/türlerinin olduğunu söyleyebilmek için sahip olunması gereken temel noktalar nelerdir?

EK-2. Klinik Görüşme-1 Soruları

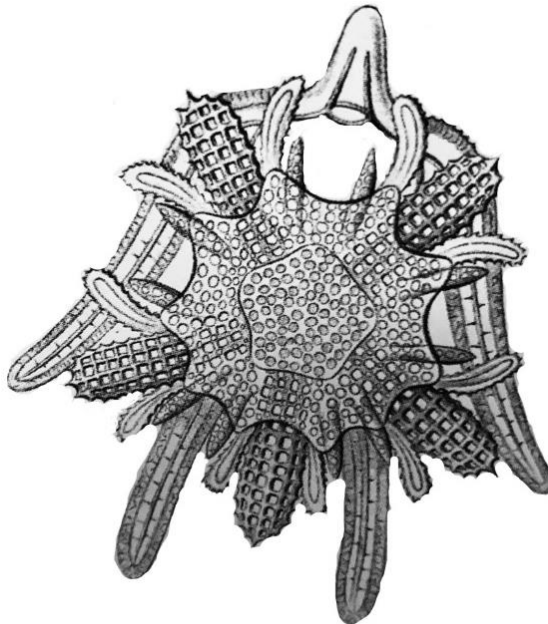
- 1) Dönel simetri denildiğinde aklınıza neler gelmektedir? Açıklayınız.
- 2) Dönel simetrik şekillere günlük hayattan örnekler verebilir misiniz? Bir şeklin dönel simetrik olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Açıklayınız.
- 3) Dönel simetrinin tanımını nasıl yaparsınız? Açıklayınız.
- 4) Dönel simetrik çokgenler nelerdir? Bir çokgenin dönel simetrik olup olmadığına nasıl karar verirsiniz? Açıklayınız.



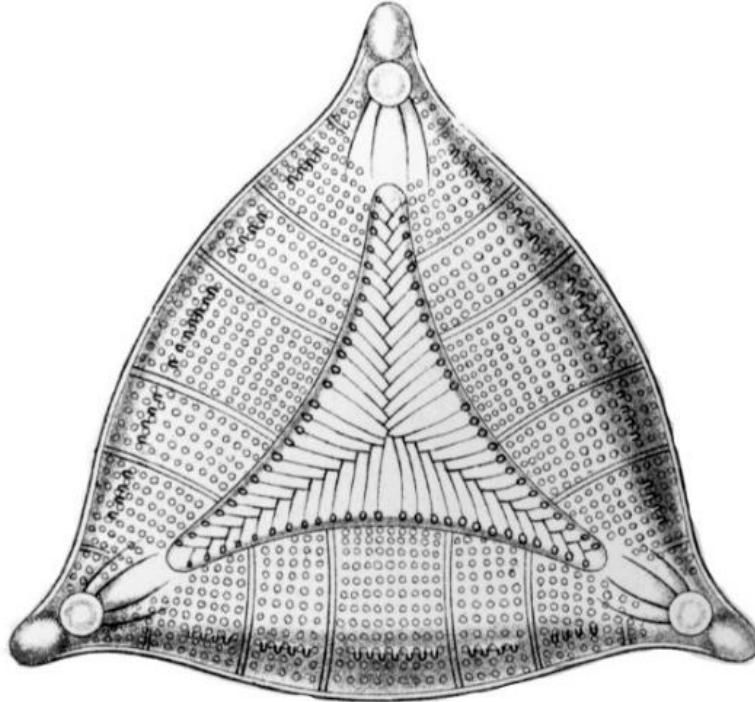
EK-3. Klinik Görüşme-2 Soruları

- 1) Verilen günlük hayat örneklerinden hangileri dönel simetriye sahiptir? Hangi şekli hangi dönel simetrik çokgen ile ilişkilendirebilirsiniz? Açıklayınız.
- 2) Verilen dönel simetri tanımını incelediğinizde dönel simetrinin temel esaslarının neler olduğunu söyleyebilirsiniz? Açıklayınız.
- 3) Dönel simetri tanımından yola çıkarak verilen şekillerden hangilerinin dönel simetriye sahip olduğunu söyleyebilirsiniz? Hangi şekli hangi dönel simetrik çokgen ile ilişkilendirebilirsiniz? Açıklayınız.
- 4) Dönme derecesine bağlı olarak şekillerin kendisi ile çakışması sayısı değişiyor. Dönel simetrik şekiller bu özelliklerine ilişkin özel birer adlandırmalara sahip olmalı mıdır? Açıklayınız.

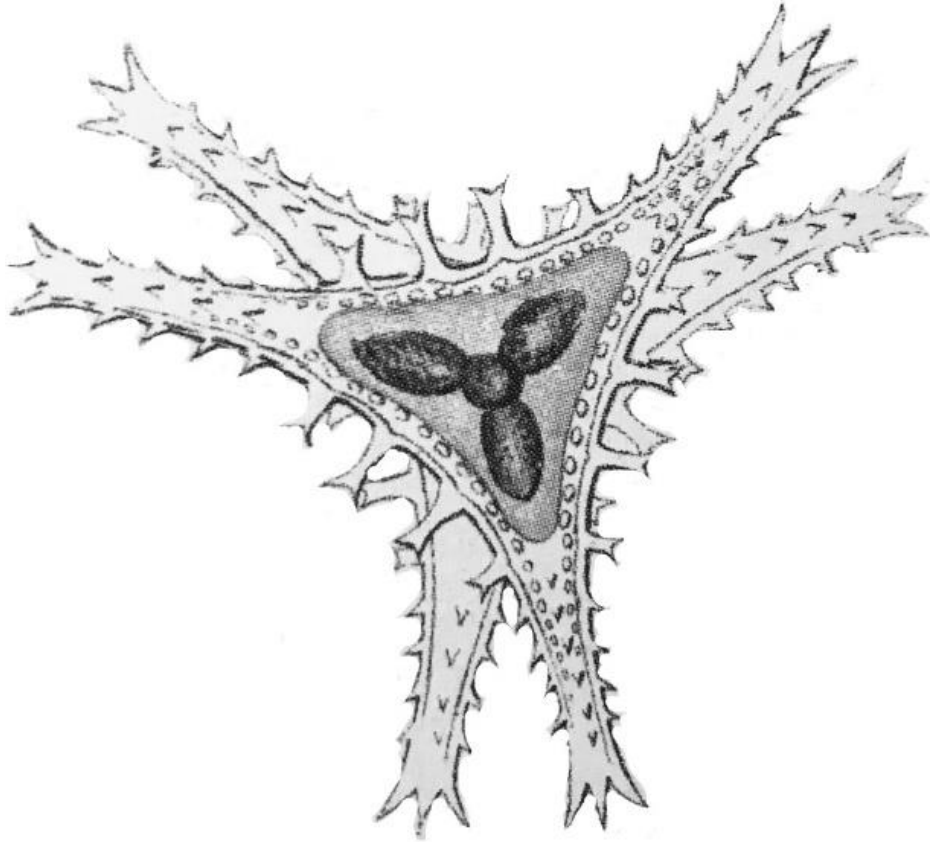
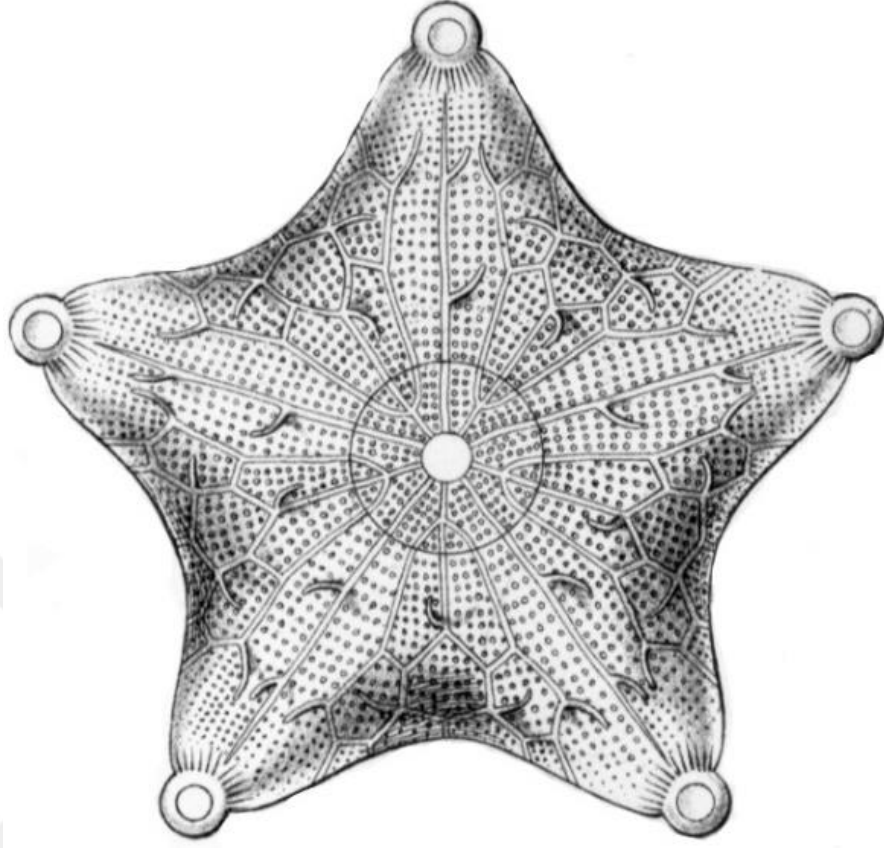
GÜNLÜK HAYAT ÖRNEKLERİ



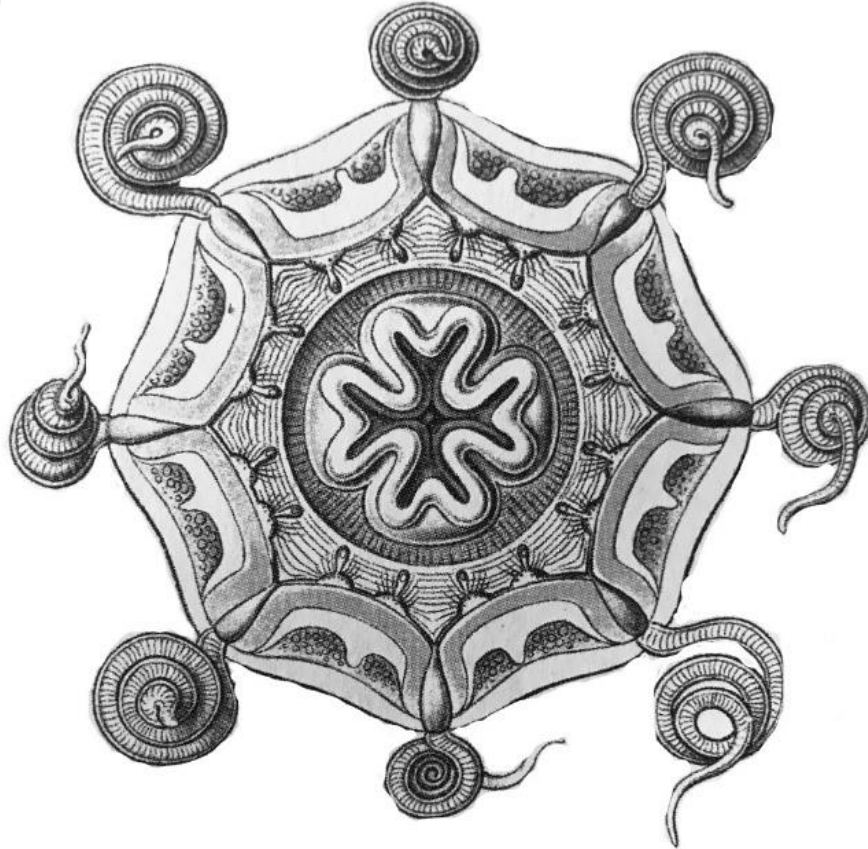
EK-3. Klinik Görüşme-2 Soruları (Devamı)



EK-3. Klinik Görüşme-2 Soruları (Devamı)



EK-3. Klinik Görüşme-2 Soruları (Devamı)



EK-3. Klinik Görüşme-2 Soruları (Devamı)

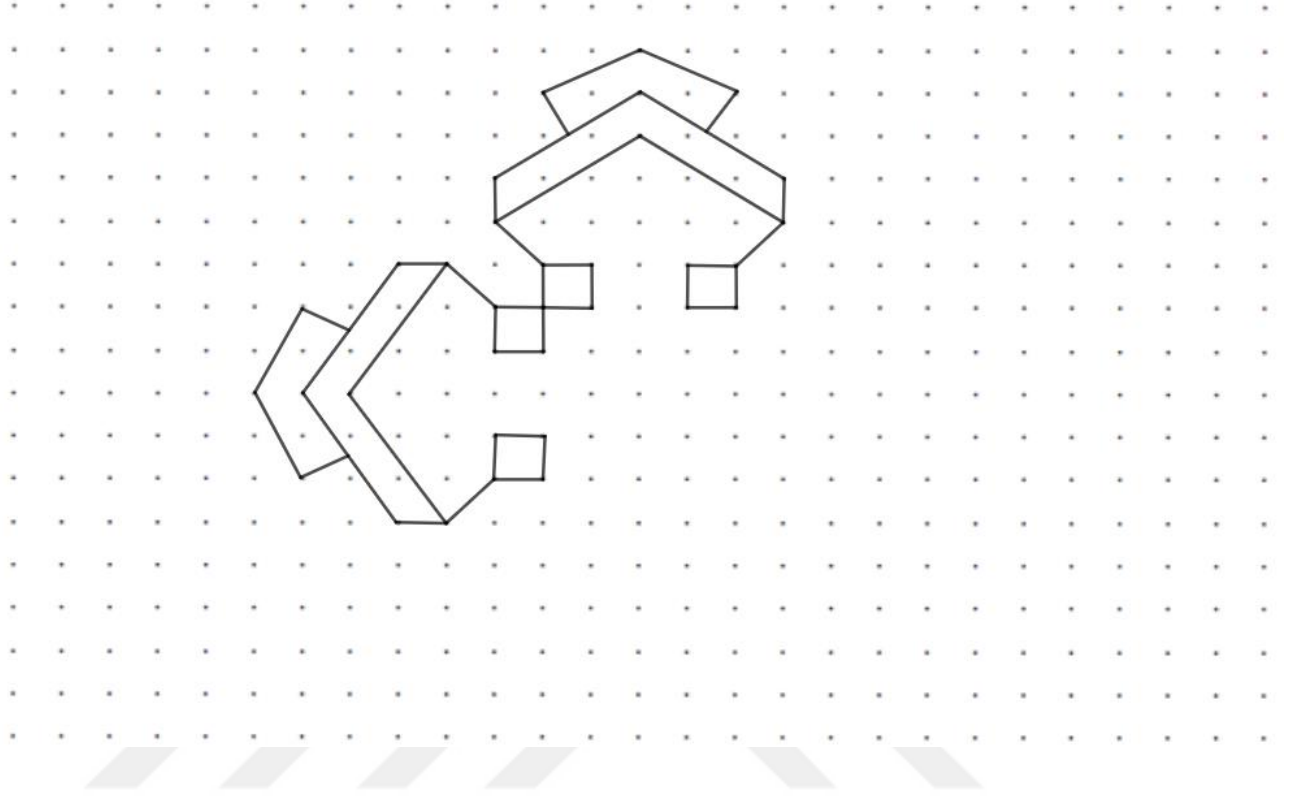
DÖNEL SİMETRİ: Dönel simetri; bir cismin sabit bir nokta etrafında belirli bir açı kadar döndürülmesidir. Dönme miktarı da bir cisme atılan bir tam turun belirli bir kısmı ya da saat yönünün tersine doğru yapılan dönmenin derecesidir.

Dönel simetride; döndürülecek şeklin döndürülmemiş pozisyonundaki noktaları ile bu şeklin döndürülmesi ile oluşan görüntüsündeki noktaların birebir eşlenmesi söz konusudur.



EK-4. Klinik Görüşme-3 Soruları

1)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şekil dönel simetrik midir? Şeklin özellikleri nelerdir?
- b) Bu şekil nasıl dönel simetri bir şekil haline getirilebilir? Çizerek gösteriniz ve nasıl yaptığınızı açıklayınız.
- c) Oluşan dönel simetrik şeklin özellikleri nelerdir?

EK-4. Klinik Görüşme-3 Soruları (Devamı)

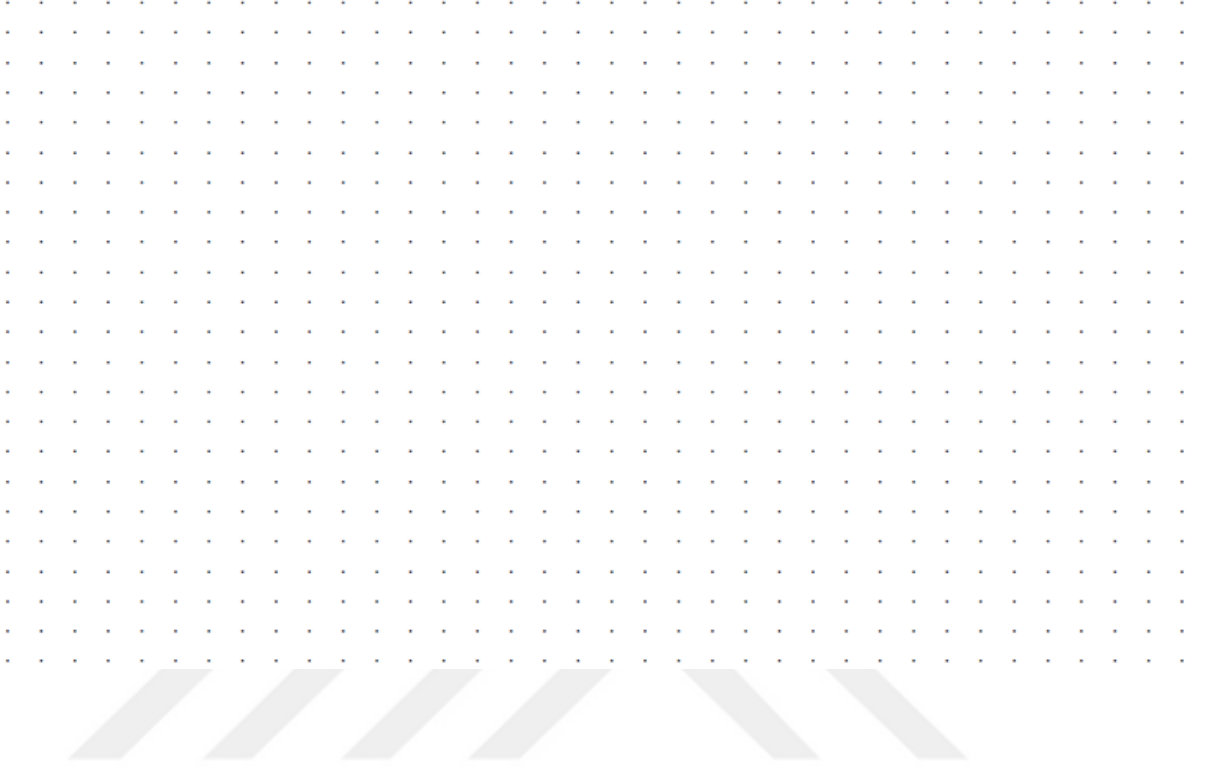
2)



- a) Görseli inceleyiniz. Görselde verilen şekil dönel simetrik midir? Şeklin özellikleri nelerdir?
- b) Bu şekil nasıl 2-katlı dönel simetri bir şekil haline getirilebilir? Çizerek gösteriniz ve nasıl yaptığınızı açıklayınız.
- c) Oluşan dönel simetrik şeklin özellikleri nelerdir?
- d) Dikkatinizi çeken herhangi bir durum var mı? (Dönme açısı 180 derece iken merkezi simetri olması durumu)

EK-4. Klinik Görüşme-3 Soruları (Devamı)

3) Noktalı kâğıt üzerinde bir dönel simetrik desen oluşturunuz.



- a) Oluşturduğunuz bu dönel simetrik desenin özellikleri ile ilgili bilgi veriniz.
- b) Dönel simetrik deseninizi oluştururken neleri göz önünde bulundurdunuz?
- c) Oluşturduğunuz desenin dönel simetrik olduğunu nasıl gösterirsiniz?

EK-4. Klinik Görüşme-3 Soruları (Devamı)

- 4) Sizce dönel simetri bir fonksiyon mudur? Eğer fonksiyonsa neden fonksiyondur? Eğer fonksiyon değilse neden fonksiyon değildir? Açıklayınız.
- 5) Günlük hayatınızda çevrenizde incelemeler yaparak dönel simetrik bir şekil olarak dikkatinizi çeken nesneleri fotoğraflayıp iletiniz. Bunun için size verilen süre bir aydır.

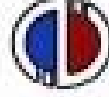


EK-5. Etik Kurul Onay Belgesi

Formül Kayıt Tarihi: 05.10.2019

Protokol No: 40000

Tarih: 09.11.2020



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması		
KONU:	Eğitim Bilimleri		
BAŞLIK:	Öğrencilerin Geometrik Bir Kavramla İlgilin Bilgilerinin ve Anlamalarının İncelenmesi: Dönel Simetri Örneği		
PROJE/TEZ YÖNÜTLÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Nispet KÖSE		
TEZ YAZARI:	Gülşade UMUTLU		
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-		
KARAR:	Olumlu		

EK-6. Okul İzni

T.C.

DÜZCE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM FAKÜLTESİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI BAŞKANLIĞI

Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı tarafından; Gülşade UMUTLU'nun Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı'nda yürütmekte olduğu “Öğrencilerin Geometrik Bir Kavrama İlişkin Bilgilerinin ve Anlamalarının İncelenmesi: Dönel Simetri Örneği” başlıklı tez çalışması kapsamında kurumumuzda veri toplaması uygun görülmüştür.

11.01.2021

Anabilim Dalı Başkanı
Doç. Dr. Şahin DANIŞMAN

ARAŞTIRMA GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Bu çalışma, “Öğrencilerin Dönel Simetri Kavramına İlişkin Gelişimlerinin ve Soyutlama Düzeylerinin İncelenmesi” başlıklı yüksek lisans tez çalışmasıdır. Bu çalışma ile İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı lisans öğrencilerinin verilen bir geometrik şekildeki dönel simetriye ilişkin bilgi ve anlamalarının incelenerek ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Çalışma, Gülşade SAVAŞ tarafından yürütülmektedir.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Araştırma verileri sizden; çalışmanın amacı doğrultusunda video ve ses kayıtları, klinik görüşme ile toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler elektronik ortamda korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi ABD’ye () yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı: Gülşade SAVAş

Adres:

Cep Telefonu:

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Gülşade SAVAŞ
Yabancı Dil : İngilizce
Doğum Yeri ve Yılı :
E-Posta :

Eğitim Geçmişi:

- 2019-2022, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı.
- 2015-2019, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı.

Mesleki Geçmişi:

- 2020-..., Araştırma Görevlisi, Düzce Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı.

Yayınları ve/veya Bilimsel/Sanatsal Faaliyetleri:

- Savaş, G., ve Özdemir Erdoğan, E. (2021). Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi. 5. *Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu*, Antalya: Bursa Uludağ Üniversitesi, s. 240.
- Ünveren Bilgiç, E. N., ve Savaş, G. (2021). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının etkinlik tasarlama süreçlerinin etkinlik tasarım ilkeleri bağlamında değerlendirilmesi. *Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu*, Antalya: Bursa Uludağ Üniversitesi, s. 477.

Ödülleri:

- 2019, Birincilik, Anadolu Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Program Birinciliği Ödülü, Eskişehir.
- 2019-2022, TÜBİTAK BİDEB Yurt İçi Yüksek Lisans Bursiyerliği, Ankara.

Mesleki Birlik/Dernek/Kuruluş Üyelikleri:

- 2021-..., Matematik Eğitimi Derneği, Trabzon.

