



T.C.

GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**OKUL ÖNCESİ VE K-12 DÜZEYİNDE SAYILAR KONUSUNDA
YAPILMIŞ LİSANSÜSTÜ ÇALIŞMALARIN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Münise BAŞELMAS

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

TOKAT – 2022

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU danışmanlığında hazırlamış olduğum “Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Çalışmaların İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

.../.../...

Münise BAŞELMAS

İmza

JÜRİ KABUL VE ONAY

Münise BAŞELMAS tarafından hazırlanan “Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Çalışmaların İncelenmesi” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 16/09/2022 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen Jüri tarafından Oy Birliği ile Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı Soyadı)

İmzası

Üye (Başkan) :Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

Üye :Dr. Öğr. Üyesi Handan DEMİRCİOĞLU

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Nurullah YAZICI

ONAY

...../...../.....

Prof. Dr. Mehmet GÜNEŞ
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖNSÖZ / TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim sürecinde desteğini esirgemeyen, aradığımız her an sorularıma yanıt veren, karşılaştığım sorunlarda yardımını esirgemeyen danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Adem Eroğlu'na; yapıcı önerileriyle yol gösteren Dr. Öğr. Üyesi Nurullah Yazıcı'ya şükranlarımı sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana güler yüzüyle ve kimi zaman da sabrıyla yardımcı olan sevgili eşim Serdar Başelmas'a, sevgisiyle hep yanımda hissettiren sevgili kızım Defne Başelmas'a, ömrüm boyunca desteklerini ve sevgilerini üzerimden eksik etmeyen sevgili annem Münire Noyan ve babam Sabri Noyan'a sonsuz teşekkür ederim.

ÖZET

OKUL ÖNCESİ VE K-12 DÜZEYİNDE SAYILAR KONUSUNDA YAPILMIŞ LİSANSÜSTÜ ÇALIŞMALARIN İNCELENMESİ

Başelmas, Münise

Yüksek Lisans, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Adem Eroğlu

Temmuz 2022, xiii + 104 sayfa

Bu araştırmanın amacı, matematik eğitiminde sayılar konusunda okul öncesi, ilkokul ve ortaokul düzeyine yönelik yapılan lisansüstü tez çalışmalarını içerikleri, eğilimleri ve ulaşılan sonuçları bağlamında bütüncül olarak incelemektir. Araştırma kapsamında, 1987-2021 yılları arasında Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Ulusal Tez Merkezi veri tabanında yer alan ve “sayılar” anahtar kelimesini içeren 119 lisansüstü çalışma incelenmiştir. Araştırma verilerinin analizinde meta-sentezin doğasına uygun bir şekilde içerik analizi tekniği, verilerin sunumunda ise betimsel istatistiklerden yararlanılmıştır. Araştırma bulgularına göre, yapılan lisansüstü tez çalışmalarındaki sayı kümeleri eğilimlerinin ağırlıklı olarak rasyonel sayılar üzerinde yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Yine araştırma bulgularında rasyonel sayıları tamsayıların izlediği ve kompleks sayıların ise en az çalışıldığı gözlenmiştir. Çalışmalarda en fazla ortaokul seviyesinde eğilim olduğu gözlenmektedir. Bunu sırasıyla ilkokul, lise, üniversite, ilköğretim ve ortaöğretim düzeyleri karma olarak izlemektedir. Araştırma bulguları, okul öncesi eğitim döneminde sayılar konusunda sadece bir tez çalışmanın mevcut olduğunu göstermektedir. Okul öncesi ve K-12 seviyesinde yapılan lisansüstü çalışmalarda sırasıyla nicel, nitel ve karma yöntem eğilimleri mevcuttur. Sayılar alanında ele alınan tezlerde en fazla yeni yaklaşım ve tekniklerin geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olduğu ve öğrenci becerilerinin yetersizliği ve geliştirilmesi gerektiği sonuçlarına ulaşılmıştır. Araştırma sonuçlarından hareketle, sayılar konusundaki çalışmalarda birçok matematiksel soyut kavramın temelini atıldığı okul öncesi düzeyinde yapılan araştırmaların sayısının artırılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Sayılar, K-12, Okul Öncesi, Meta-sentez, Lisansüstü Tez

ABSTRACT**A REVIEW OF GRADUATE STUDIES ON NUMBERS AT PRESCHOOL AND K-12 LEVEL**

Başelmas, Münise

Master's Thesis, Branch of Mathematics Education

Advisor: Asst. Prof. Adem Eroğlu

July 2022, xiii + 104 pages

The aim of this research is to examine the postgraduate thesis studies on numbers in mathematics education for pre-school, primary and secondary school levels in the context of their contents, tendencies and results. Within the scope of the research, 119 postgraduate studies including the keyword "numbers" in the database of the National Thesis Center of the Council of Higher Education between 1987-2021 were examined. In the analysis of the research data, content analysis technique was used in accordance with the nature of meta-synthesis, and descriptive statistics were used in the presentation of the data. According to the research findings, it has been determined that the number set tendencies in the postgraduate thesis studies mainly focus on rational numbers. The second most frequently used set of numbers in studies is integers, and the least studied area is complex numbers. It is observed in the studies that there is a tendency at the secondary school level the most. This is followed by mixed primary, high school, university, primary and secondary education levels. Findings show that there is only one thesis study on numbers in the preschool education period. There are quantitative, qualitative and mixed method tendencies in preschool and K-12 level graduate studies, respectively. In the theses dealt with in the field of numbers, it has been concluded that new approaches and techniques are more successful than traditional methods and that students' skills are insufficient and need to be developed. Based on the results of the research, it is recommended to increase the number of studies conducted at the preschool level, in which the foundations of many mathematical abstract concepts are laid in studies on numbers.

Keywords: Numbers, K-12, Preschool, Meta-Synthesis, Graduate Thesis

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK SÖZLEŞME.....	i
JÜRI KABUL VE ONAY	ii
ÖNSÖZ/TEŞEKKÜR	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ	x
KISALTMALAR LİSTESİ	xi
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
Araştırmanın Amacı	3
Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi	4
Araştırmanın Varsayımları ve Sınırlılıkları	6
Tanımlar	6
BÖLÜM II	8
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	8
Sayıların Tarihi Gelişimi	8
Doğal Sayıların Tarihi Gelişimi	9
Tamsayıların Tarihi Gelişimi	12
Rasyonel Sayıların Tarihi Gelişimi	14
Gerçek Sayıların Tarihi Gelişimi	16
Kompleks (Karmaşık) Sayıların Tarihi Gelişimi	17
Sayıların Sınıflandırılması – Sayı Kümeleri.....	18
Doğal Sayılar	19
Tamsayılar	19
Negatif Tamsayılar	21
Pozitif Tamsayılar	22
Sıfır	23
Rasyonel Sayılar	24
İrrasyonel Sayılar	26
Gerçek (Reel) Sayılar	28

Kompleks (Karmaşık) Sayılar	29
Matematik Öğretim Programına Göre Sayıların Yeri	30
Okul Öncesi Eğitimde Sayıların Öğretimi	30
İlkokulda Sayıların Öğretimi	35
Ortaokulda Sayıların Öğretimi	36
Lisede Sayıların Öğretimi	37
İlgili Araştırmalar	39
BÖLÜM III.....	45
YÖNTEM	45
Araştırma Modeli	45
Veri Toplama Aracı	46
Verilerin Toplanması	46
Verilerin Analizi	48
Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği	49
BÖLÜM IV.....	50
BULGULAR VE YORUM	50
Lisansüstü Tezlerin Demografik Özelliklerine Ait Bulgular	50
Lisansüstü Tezlerin Yıllara ve Türlerine Göre Dağılımına Ait Bulgular	50
Lisansüstü Tezlerin Üniversitelere Göre Dağılımına Ait Bulgular	53
Lisansüstü Tezlerin Sayılar Konusunda Çalıştıkları Sayı Kümelerine Göre Dağılımına Ait Bulgular	54
Lisansüstü Tezlerin Metodolojik Özelliklerine Ait Bulgular	56
Lisansüstü Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımına Ait Bulgular	56
Lisansüstü Tezlerin Örneklem Türüne Göre Dağılımına Ait Bulgular	58
Lisansüstü Tezlerin Yöntemlerinde Kullandıkları Veri Analiz Türlerine Göre Dağılımına Ait Bulgular	59
Lisansüstü Tezlerin Araştırma Desenine Göre Dağılımına Ait Bulgular	61
Lisansüstü Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımına Ait Bulgular	63
Lisansüstü Tezlerin Amaçlarına Ait Bulgular	64
Lisansüstü Tezlerin Sonuç ve Önerilerine Ait Bulgular	68
BÖLÜM V	74
TARTIŞMA VE SONUÇ	74
Öneriler	80
KAYNAKÇA.....	81

EKLER.....	92
Ek 1. Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezleri Sınıflandırma Formu.....	92
Ek 2. Araştırma Kapsamında Yer Alan Tezlerin Künyesi.....	94
Ek 3. Yazarın Özgeçmişi	104



TABLO LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Lisansüstü Çalışmaların Yıllara Göre Dağılımı	50
Tablo 2. Lisansüstü Çalışmaların Türlerine Göre Dağılımı.	52
Tablo 3. Lisansüstü Çalışmaların Üniversitelere Göre Dağılımı	53
Tablo 4. Lisansüstü Tezlerin Çalışılan Sayı Kümelerine Göre Dağılımı	55
Tablo 5. İncelenen Çalışmaların Örneklem Büyüklüğü Dağılımı	57
Tablo 6. İncelenen Çalışmaların Örneklem Türüne Göre Dağılımı	59
Tablo 7. İncelenen Çalışmaların Veri Analiz Yöntemlerine Göre Dağılımı ...	61
Tablo 8. İncelenen Çalışmaların Araştırma Desenine Göre Dağılımı.	62
Tablo 9. İncelenen Çalışmaların Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımı	63
Tablo 10. İncelenen Çalışmaların Amaçlarına Göre Dağılımı	64
Tablo 11. İncelenen Çalışmaların Sonuçlarına Göre Dağılımı	68

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Babil Matematik Tableti.....	9
Şekil 2. Ishango Kemiği	11
Şekil 3. Eski Mısırlılarda Sayı Sembolleri	12
Şekil 4. Sayıların Sınıflandırılması	18
Şekil 5. Sayıların Sınıflandırma Şablonu	18
Şekil 6. Lisansüstü Çalışmaların Yıllara Göre Dağılım Grafiği.....	51
Şekil 7. Lisansüstü Çalışmaların Türlerine Göre Dağılım Grafiği.. ...	52
Şekil 8. Lisansüstü Çalışmaların Çalışılan Sayı Kümelerine Göre Dağılım Grafiği. ...	55
Şekil 9. Lisansüstü Çalışmaların Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımı	57
Şekil 10. Lisansüstü Çalışmaların Örneklem Türüne Göre Dağılımı	59
Şekil 11. Lisansüstü Çalışmaların Araştırma Yaklaşımlarına Göre Dağılımı	63

KISALTMALAR

CCC: Kapat-Kopyala-Karşılaştır (Close-Copy-Compare)

GME: Gerçekçi Matematik Eğitimi

İMDÖP: İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı

KAB: Konu Alan Bilgisi

MEAs: Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi (Model Eliciting Activities)

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

M.Ö.: Milattan Önce

MÖP: Matematik Öğretim Programı

M.S.: Milattan Sonra

OMDÖP: Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı

PAB: Pedagojik Alan Bilgisi

SİMDÖP: Singapur Matematik Dersi Öğretim Programı

SPSS: Sosyal Bilimler İçin İstatistik Paketi (Statistical Package for the Social Sciences)

TIMSS: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study)

TTKB: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı

FeTeMM: Fen Bilimleri, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik / STEM Alanları
(Science, Technology, Engineer, Mathematics)

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik, problem çözmenin veya öğretmenin birebir taklidinin ötesine geçen, belirli bir düzen ve mantıksal sıranın olduğu, prosedürel ve kavramsal bilgiye dayalı bir bilim olarak tanımlanabilir (Baki, 2008; Kandal, 2021; Şener ve Bulut, 2015; van De Walle, Karp & Bay Williams, 2012). Matematik yapmak, karşılaşılan problemi çözmeye yönelik bir yöntem geliştirmek, geliştirilen yöntemi uygulamak ve yöntemi doğrulamak anlamına gelmektedir (van De Walle, Karp & Bay-Williams, 2012). Değişen ve gelişen dünyada bireyler matematiği anlayarak ve uygulayarak geleceklerini şekillendirmek için önemli fırsatları yakalayabilirler. Bu bağlamda eğitim sistemi, bireylerin her alanda ihtiyaç duydukları bilgi ve becerilere ilişkin yeterliklere sahip olmalarını beklemektedir. Matematik öğretim programında yer alan bu yeterliklerden biri olan matematiksel yeterlik, günlük yaşamdaki problemlerin çözümünde sağlam bir aritmetik temel üzerinde çalışmanın ve bilmenin önemini vurgulayarak, matematiksel düşünme becerilerini farklı aşamalarda uygulama ve geri kazanma süreci olarak açıklanmaktadır (Kandal, 2021). Öğrencilere bu yeterliklerle başarılı bir matematik eğitimi verebilmek için, okul öncesi eğitimden ortaöğretime kadar olan süreçte matematikte soyut veya üst düzey kavramların öğretiminden ziyade öğrenmenin temeli olan sayıların ön planda tutulması gerekmektedir (Christou ve Vosniadou, 2012; Vlassis, 2004). Bu bakımdan, sayılar ve sayı algısı matematik eğitiminin temel konusudur (Baki, 2008; Güler, 2017).

Matematik, matematiksel düşünceyi somut yada soyut ifadeleri görselleştiren sembolleri olan bir alfabeye sahiptir. Matematik denince akla ilk gelen rakamlar ve sayılardır (Bayazıt, 2010). Sayıların geçmişten günümüze tarihine bakıldığında, yazının icadına kadar gidilmektedir. Ancak sayılar icat edilmeden çok daha önceleri de sayma işlemine gereksinim duyulmuş olup, Milattan önce 3500’lü yıllara dayanan bir geçmişe sahip olduğu söylenebilir. Matematiği bilmek için bireylerin sayı ve işlemlere dair bilgi ve beceriye sahip olmaları gerekmektedir (Gülbağcı Dede, 2015). Sayılar gelişimleriyle birlikte farklı alanlarda sınıflandırmaya tabi tutulmuştur. Hope (1989), sayıların farklı kullanım alanları ile ilgili matematiksel muhakeme yapabilmenin, sayılar arasındaki ilişkileri fark edebilmenin en etkili hesap yolu olduğunu ifade etmiştir.

Matematiğin öğrenilmesi okul öncesi eğitimden de önce başlamaktadır. Çocuklar matematik öğrenmeye okuldan önce kendi yaşantılarında karşılaştıkları keşiflerle başlar (Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004). Ancak matematiksel bu yaşantılar yaş ilerledikçe daha soyut ve akademik konular olarak algılanmaya başlar. Bu nedenle erken yaş döneminde, okul öncesi ve ilkokul döneminde edinilen matematik becerileri ileriki yaşamlarında matematik kullanımını ve matematiği sevmeyi etkileyecek önemli bir durumdur. Sayı kavramı okul öncesi çocuklar için nesnelerin birebir kendisini ifade etmektedir. Bu kavramlar ilkokulda daha da yerleşik bir hal almaktadır. Ancak ortaokula gelmiş bir öğrenci matematiğin artık soyut kavramlarıyla tanışmakta ve sayı kavramını iyice genişletmektedir. Yeni sayı kümeleri ile kavramlar oluşturmakta ve anlamlandırmaktadır. Somut ve soyut kavramlarla ilişki kurarak edinilmiş bilgiler daha üst yaş gruplarına çıkıldıkça daha geniş ve yeni sayı kümeleriyle ilerlemektedir. Bu sistematik bir düzendir. Yani en baştan sistematik olarak belli yapı ve kavramları üst üste koymak gerekmektedir. Sayılar okul öncesi eğitimle başlayıp ortaöğretimin sonuna kadar yeni sayı kümeleri öğrenerek ilerleyen ve matematiğin temelini oluşturan bir kavramdır. Dolayısıyla bu kavramın nasıl öğretilmesi yada kavranması gerektiği, hayatımızın içinde yer alan sayıların aslında ne kadar önemli olduğu, sadece matematiksel olarak değil de anlamsal olarak da çok önemli olduğunun farkına varılması gerekir. Bu nedenle bu konu üzerine yapılan çalışmaların mahiyetine bakılma ihtiyacı duyulmaktadır (Kandır ve Yazıcı, 2011).

Sayılar öğrenme alanıyla ilgili araştırmalar ağırlıklı olarak yeni yaklaşım ve tekniklerin başarısı (İpek, 2003; Sakallı, 2011; Tınas, 2021), öğrenci ve öğretmenlerin kavram hataları ve yanlışları (Bulut, 2021; Doğan, 2002), öğrenci becerileri (Hasar, 2019; Usta, 2018), alana dair inanış ve uygulamalar (Bulut, 2021), sayılar arasındaki ilişkiler (Göktürk, 2013; Tekin, 2019; Yurtçu, 2013), geçerli ve güvenilir ölçekler (Fidan, 2013; Özal, 2011), öğretmenlerin sayılar konusunda pedagojik alan bilgileri (Ak Beyatlı, 2019; Orman, 2020), matematik eğitim programları ve ders kitapları (Arık, 2007; Keser, 2021) üzerine yoğunlaşmıştır.

Alana dair yapılan araştırmalarda okul öncesi düzeyinde sayılar alanında yeterli çalışma bulunmadığı görülmektedir. Ayşe Kılıçkaya'nın (2017), "Küçük Çocuklar İçin Büyük Matematik" eğitim programının okul öncesi dönem çocuklarının Sayıları Anlama Becerilerine Etkisini inceleyen çalışması dışında okul öncesi düzeyde bir

çalışma yapılmamıştır. En fazla araştırmanın ise ilköğretim düzeyinde; ilkokulda 18, ortaokulda 77 ve ilkokul ortaokul karma düzeyde ise beş çalışma ile toplamda 100 çalışmanın bu düzeyde yoğunlaştığı görülmektedir.

Yapılan bu araştırma, çalışma gruplarında yoğunlaşılacak ve üzerinde yapılan çalışma sayısının yetersizliği gibi faktörleri sunması açısından alana katkı sağlayacak bir çalışmadır. Çalışma mevcut durumu ortaya koyması açısından önemli noktalara ulaşmıştır. Sayılar konusunda lisansüstü çalışmaları bütüncül olarak görmeyi sağlayacak başka bir çalışmanın olmaması da alana katkı sağlaması açısından önemlidir.

Araştırmanın Amacı

Sayı kavramı üzerine yapılan lisansüstü tez çalışmalarının genel bir resmini çizmenin bu alanda yapılabilecek sonraki çalışmalara yön vereceği düşünülmektedir. Bununla birlikte, sayılar konusunda yapılan çalışmalara ilişkin hangi verilerin ortaya koyulduğu, eğilimlerin ve eksikliklerin neler olduğunun tespit edilmesinin alana katkı sağlayacağı söylenebilir. Bu bağlamda yapılan bu çalışma, matematik eğitiminde sayı kavramına yönelik yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesiyle elde edilen verilerin ortaya konulmasını ve buna yönelik çıkarımlarda bulunulmasını konu edinmektedir. Dolayısıyla yapılan bu çalışmada meta-sentez yöntemi kullanılarak sayılarla ilgili tez çalışmalarının detaylı bir analizi yapılarak, eksiklerin ve ihtiyaçların ortaya konulması, sayılar konusundaki çalışmalara yönelik durum tespiti yapılması, araştırmaların demografik ve metodolojik özelliklerinin saptanması, okul öncesi ve K-12 seviyesinde etkisinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu çalışmada; konuyla ilgili ilk çalışmanın yapıldığı 1987 yılından 2022 yılına kadar Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi (YÖKTEZ)’nde yayınlanan ve izinli olan “sayılar” konusunda yapılmış lisansüstü çalışmaların kapsamı ve içeriği nasıldır? sorusuna cevap aranmaktadır. Bu kapsamda, araştırmaya ilişkin alt problemler ise şunlardır:

1. İncelenen tezlerin çalışıldığı yıllara göre yoğunluk hangi yıllarda daha çok olmuştur?
2. İncelenen tezler yüksek lisans/doktora düzeylerinden hangisinde yoğunlaşmıştır?
3. Çalışmaların yapıldığı üniversitelere göre dağılımı nasıldır?

4. Lisansüstü tezlerin sayılar konusunda çalıştıkları sayı kümelerine göre dağılımı nasıldır?
5. Lisansüstü tezlerin yöntemlerinde kullandıkları yaklaşıma ve araştırma desenine göre dağılımı nasıl olmuştur?
6. Çalışılan tezlerde örneklem/ katılımcı büyüklüğü nasıldır?
7. Lisansüstü tezlerin örneklem türüne göre dağılımı nasıldır?
8. Lisansüstü tezlerin veri toplama araçlarına göre dağılımı ne şekildedir?
9. Lisansüstü tezlerin veri analiz yöntemlerine göre dağılımı nasıldır?
10. Çalışılan tezlerin amaçlarına göre dağılımı nasıldır?
11. Çalışılan tezlerin sonuç ve önerilerine göre dağılımı nasıldır?

Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Günümüzde eğitim sisteminin devamlı yenilenmesi ve gelişimiyle birlikte, matematik eğitiminde sayılar konusu giderek daha fazla önem kazanmaktadır. Bu sebeple matematik eğitiminin daha verimli ve etkili olabilmesinde sayılar konusundaki araştırmaların eğilim ve içeriğinin tespit edilmesi önem arz etmektedir. Konuya ilişkin yapılan çalışmaların amaç, yöntem, eğilim, çeşitlilik ve yararlılığı açısından değerlendirilmesi öğretmenlerin, öğrencilerin, araştırmacıların eksiklik ve yanlışlarını daha iyi tespit edebilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Lisansüstü çalışmalar incelendiğinde, sayılar konusunda bütüncül bir meta-sentez çalışmasının akademik literatüründe çalışılmadığı ve literatürde bu alanda boşluk olduğu anlaşılmaktadır. Çalışmanın, bu yönüyle alan yazına katkı sağlayacağı ve literatürdeki boşluğu dolduracağı düşünülmektedir. Ayrıca matematik eğitimi alan yazınında örnek teşkil etmesi, dönütleri ve elde edilen bulguları açısından önem arz etmektedir.

Sayılar konusunda yapılan çalışmaların amaçlarının neler olduğu, sonucunda nelere ulaşıldığı, hangi örneklem üzerinde yoğunlaştığı, hangi sayı kümelerinde daha çok çalışıldığı gibi konularda yol gösterici bir çalışma olması bu çalışmanın önemini ortaya koymaktadır. Bu çalışmanın sonucunda sayılar konusunda çalışılan araştırmalarda eksik kalan yerlerin tespit edilmesi daha sonra yapılacak çalışmalar için bir referans olacaktır. Bu çalışmada; 1987-2021 yılları arasında YÖKTEZ’de yayınlanmış ve izinli lisansüstü tezleri yayınlanma yılı, yöntemi, çalışma konuları, örneklem büyüklükleri, analiz yöntemleri, örneklem büyüklükleri, ölçme araçları,

çalışılan üniversiteleri, amaçları ve sonuçları bağlamında detaylı olarak incelendiği için konunun alan yazındaki yerini, dağılımını ve eğilimini göstermesi açısından önem arz etmektedir. Araştırma, sayılar konusunda en eski yayımlanmış 1987 yılına ait ilk tezden başlamak üzere 2022 yılına kadar yapılmış 1987-2021 aralığında toplamda 119 lisansüstü tez çalışmasını içermektedir. Ayrıca bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacıların da konuyu bütün olarak görmelerini ve çalışılacak alanların tespit edilmesinde yol gösterici olacağı düşünülmektedir. Üzerinde az çalışılmış, çalışmaların yetersiz kaldığı ya da üzerinde hiç çalışılmamış alanların tespitini kolaylaştırıp aynı konuda yığılmalı çalışmalarında önüne geçebileceği düşünülmüştür.

Araştırma, tarama sonucunda incelemeye 1987-2021 yılları arası dahil edilen YÖKTEZ veri tabanında ulaşılan erişime açık halde bulunan 119 yüksek lisans ve doktora tezinden oluşmuştur. Araştırmada bu konuda yapılmış en yakın çalışma ile arasındaki fark, çalışmanın en eski yayımlanmış 1987 yılına ait ilk tezden başlamak üzere 2021 yılına kadar yapılmış toplamda 119 lisansüstü tez çalışmasını içeriyor olmasıdır. Kapsam olarak okul öncesi ve K-12 düzeyi hedef alınmış bu çerçevede yapılmış tüm çalışmalar belirli kriterler dahilinde oluşturulmuştur. Ayrıca örneklem grubu olarak sadece okul öncesi ve K-12 öğrenci kitlesi sınırlaması yapılmamış ve konu sınırlamasını içine alan tüm örneklem grubu dahil edilmiştir. İncelenen lisansüstü tezlerin tespit edilmesinde anahtar kelimeler dahilinde “sayılar”, “sıfır”, konu sınırlaması olarak da eğitim ve öğretim ile matematik ele alınarak tarama yapılmıştır. Ayrıca çalışmaların okul öncesi ve K-12 düzeyinde sayılar konusunu içermesi kriterine göre lisansüstü tezlerde eleme yapılmıştır.

Lisansüstü tezler, ülkelerin akademik anlamda gelişmişlik düzeylerinin belirlenmesinde önemlidir. Öyle ki, çalışılan yüksek lisans ve doktora tezleri akademisyenlerin ve araştırmacıların gelecekteki çalışma alanlarını belirlemede etkilidir. Günümüzde matematik eğitiminin temelini oluşturan sayılar konusu, okul öncesinden başlayarak eğitimde önemli bir yer edinmektedir. Bu araştırma, matematik eğitiminde sayıların kullanımının mevcut durumunu ve bu alandaki araştırmalarda günümüz yenilik ve gelişmelerinin matematik eğitimi sürecine ne derece bütünleştirildiğinin saptanması açısından büyük önem arz etmektedir. Bu araştırma sonucunda; matematik eğitiminde sayılar çalışmalarının hangi amaçlarla yürütüldüğü, hangi yaklaşımların kullanıldığı, hangi yöntemlerin, veri toplama araçlarının ve

örneklemin ele alındığı, nasıl sonuçlar çıkarıldığı ve ne tür çalışmalara gereksinim olduğu detaylı bir şekilde incelenerek sayılar konusunda bütüncül bir anlayışla sonuçlara ve önerilere ulaşılmaktadır.

Araştırmanın Varsayımları ve Sınırlılıkları

Yürütülen bu çalışmada, araştırmacı tarafından geliştirilen tez değerlendirme formunun yeterli olduğu varsayılmıştır. Dokümanlar YÖKTEZ’den yayınlandığı biçimde indirilmiştir. Bu çalışma meta-sentez çalışmasına dahil edilen araştırmaların bilimsel araştırma kurallarına uygun olduğu ve yöntem açısından güvenilir olduğu varsayımından yola çıkarak hazırlanmıştır. Bu araştırma, tarama sonucunda incelemeye 1987-2021 yılları arası dahil edilen YÖKTEZ veri tabanında ulaşılan erişime açık halde bulunan 119 yüksek lisans ve doktora tezinden oluşmuştur. Araştırma çalışmanın en eski yayımlanmış 1987 yılına ait ilk tezden başlamak üzere 2022 yılına kadar yapılmış toplamda 119 lisansüstü tez çalışmasını içermektedir. Kapsam olarak okul öncesi ve K-12 düzeyi hedef alınmış bu çerçevede yapılmış tüm çalışmalar belirli kriterler dahilinde oluşturulmuştur. Ayrıca örneklem grubu olarak sadece okul öncesi ve K-12 öğrenci kitlesi sınırlaması yapılmamış ve konu sınırlamasını içine alan tüm örneklem grubu dahil edilmiştir.

Tanımlar

Sayı: Bir çokluğu belirtmek için rakamların tek başına veya bir araya getirilmesiyle oluşan ifadeye denir (Eroğlu, 2010).

Doğal sayılar: $N = \{0,1,2,3,...,n,n+1, ... \}$ şeklinde tanımlanan kümeye tam sayılar kümesi denir (Pişkin, 2021).

Tamsayılar: $Z = \{...-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ... \}$ şeklinde sıralanan sayıların kümesine denir (Akman, 2019; MEB, 2017).

Rasyonel sayılar: $a, b \in Z$ ve $b \neq 0$ olmak üzere her bir a/b değeri bir rasyonel sayıdır (Pişkin, 2021).

Gerçek/Gerçel/Reel sayılar: $R = Q \cup I$ şeklinde tanımlanan sayı kümesine denir (Karaçay, Çoker, Özer, Bilge, Akıncı, Azcan, 1998; MEB, 2017).

Kompleks (Karmaşık) sayılar: Gerçel sayılar kümesinin genişlemesi ile elde edilmiş, tüm sayı kümelerinin başlangıcını oluşturan, hem gerçek hem de sanal sayılardan oluşan sınıftır (Karaçay ve diğerleri, 1998; MEB, 2017).



BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

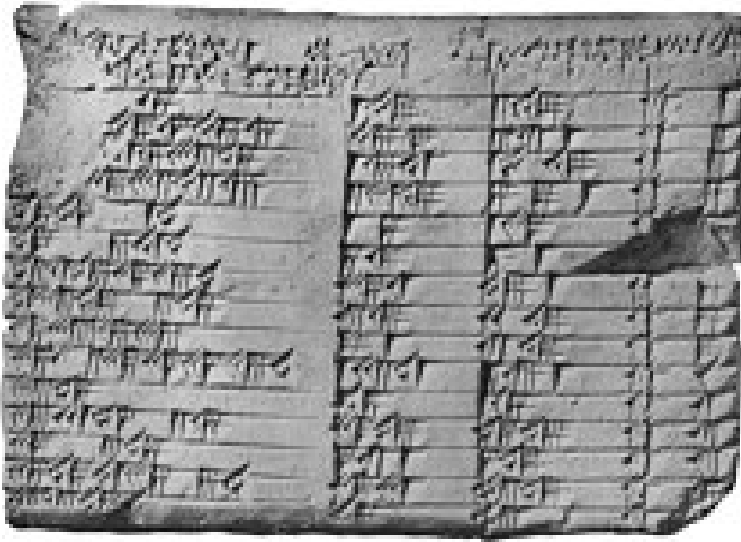
Sayıların Tarihi Gelişimi

Sayıların tarihi, ilk insanların evrimleştiği zamanda başlamıştır. Yani insanlar yavaş yavaş yerleşik hale gelmiş ve çiftçilik ve hayvancılık yapmaya başlamıştır. Bozkırlarda hayvanların sayısı artmaya başladıkça da insanlar sayıları kullanmak zorunda kalmıştır (Çalışkan Dedeoğlu, 2017). Sayıların tarihi, harflerin tarihine çok benzemektedir. Harfler mağara duvarlarından alındığı gibi, mağara duvarlarındaki hiyeroglif ve resimlerden alınan rakamlar da bulunmaktadır (Tuncay, 2012). Dünyadaki ilk rakamların Sümerler tarafından M.Ö. 3200 yıllarında kullanılmaya başladığı bilinmektedir. Yunan matematiği (Pisagor, Öklid, Arşimet, Apollonius) ve Hint matematiği (Brahmagupta, Aryabhata) sayıların ortaya çıkmasında büyük öneme sahiptir. Çin matematiği, basamak değeri sistemi ve negatif sayıların kullanımına katkı sağlamıştır. Sayıların oluşumu ve sınıflandırılması konusunda asıl gelişmeler ise ilk sistematik cebir çalışması yapan Hârizmî ile birlikte İslam matematiğinde ortaya çıkmıştır (Boyer, 1991; Burton, 1997).

Rakamlarda olduğu gibi harfler de harflerin içinden geçen kesiklerden yazılmak üzere şekillere dönüştürülmüştür. Romen rakamlarında I, II, III sayıları; bir, iki, üç parmak ile göstermiş, 5 ve 10 için ise V ve X şekilleri kullanılmıştır. V, açık eli ve iki eli gösteren ayrı başparmakları olan bir sayıdır. Sayıların tarihi, çok eski zamanlarda yaklaşık milattan önce 30000 yıl öncesine sayıların icadına kadar gitmektedir. O zamanlar insanlar taşlara attıkları çizgilerle saymışlardır. İlk yazının M.Ö. 5000 yıllarında bulunduğu kabul edilmektedir. Yani insanlar yazmayı bilmezken taşların üzerine attıkları çizgilerle sayıları keşfetmeye başlamışlardır (Boyer, 1991; Çalışkan Dedeoğlu, 2017).

Doğal Sayıların Tarihi Gelişimi

Sayıların tarihini araştıran arkeologlar, sayıların ve yazının icadının Sümerlere kadar dayandığını bulmuştur (Erol, 2022). Tabletlerdeki yazılar Sümerlerin sayıları M.Ö.5000'de bulunduğunu göstermektedir. Yine aynı uygarlık o zamanlar sayıları ilk kullanan uygarlıktır. Bu sayıların günümüze gelmesinde, ilk başta bir sayı tek bir satır olarak temsil edilmiştir. Bugün kullanılan gibi değil ama daha düzdür. Dört numara, haç şeklinde dört çizgiden oluşmaktadır. Bu sayılar hızlı yazıldığı için orijinal şekillerinden uzaklaşarak bugün kullanılan sayılara benzemişlerdir. Aşağıda yer alan Şekil 1'de Babil matematik tableti gösterilmektedir.



Şekil 1. MÖ 1800 tarihli Babil matematik tableti

(Boyer, 1991)

Sıfırın tarihine bakıldığında, sıfırın icadı, telefonun veya buharlı geminin icadı kadar büyük bir başarı olarak görülmüştür. Sıfırın keşfiyle birlikte matematikte çığır açılmıştır. Matematikle birlikte bilim de aynı hızla gelişmiştir. Sıfır sayısını ilk kullanan uygarlık Mısırlılar olmuştur. O zamanlar Mısırlılar çiftçilik yapıyor ve hayvan yetiştiriyorlardı. Elbette bu çalışmada fen ve matematiği kullanmışlardır. Zaman geçtikçe tarım ve hayvancılıkta ciddi bir gelişme gösterdiler. Eski Mısır piramitlerin inşasında da matematik ve geometriden faydalanmıştır (Howard, 1990).

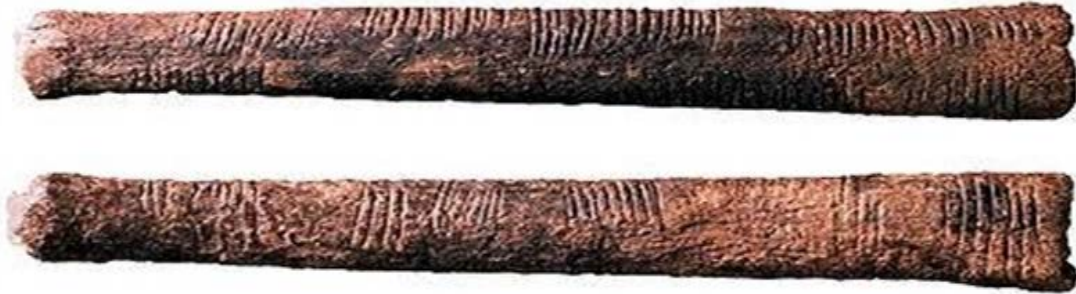
Mısırlılardan sonra Babilliler M.Ö. 700-500 yıllarında geometriyi kullanmaya başladılar. Babilliler “0” sayısını tanımlamak için iki paralel çizgi çizdiler. Sayıların icadı, diğer uygarlıklardan ayrı olarak dünyanın başka yerlerinde gerçekleşti. Diğer medeniyetlerden bağımsız olarak gelişen Mayalar, astronomi alanında oldukça gelişmişlerdi. Matematikte de ileri olan Mayalar sıfır sayısını, M.Ö. 450 yıl sonra kullanmaya başlamıştır (Burton, 1997; Çalışkan Dedeoğlu, 2017; Howard, 1990). M.S. 2. yüzyılda antik Yunanistan'da astronomi çalışmalarında kullanıldılar. M.S. 632'de Brahmagupta ilk kez matematiksel olarak sıfırı kullandı. Brahmagupta, sıfır sayısıyla ilgili çalışmalarından dolayı büyük bir matematikçi olarak adlandırılmaktadır (Boyer, 1991; Tuncay, 2012).

M.S. 830'da Harezmi, aritmetik işlemlerde “0” sayısını kullanarak bu işlemlerin nasıl yapıldığını adım adım gösteren makaleler yazmıştır. Bu sebeple cebirin babası kabul edilmektedir. M.Ö. 1200 yıllarında yaşayan İtalyan matematikçi Fibonacci, bir tüccarın oğluydu. Fibonacci, Cezayir'de Arap matematiği ile tanıştı. Seyahat ettiği birçok bölgede öğrendiği matematiksel bilgileri Abaküs kitabında toplayarak Avrupa'ya getirmiştir. Bu sayede Araplardan sıfır rakamı benimsenerek oradan Avrupa'ya ve tüm dünyaya yayılmıştır.

Sayıların tarihi kısaca 5000 yıl öncesine kadar gitmektedir. Dünyada birçok uygarlığın farklı dönemlerde farklı sayı sistemleri kullandığını görülmektedir. Ama temelde tüm uygarlıklar aynı şeyleri farklı şekillerde yapmıştır. Sonuçta matematik evrensel bir dil olup sayıların ve rakamların kökeni insanlık tarihi kadar eskidir. Sayılar toplumdan topluma değişim ve gelişim içinde devam etmiştir. Geçmişe bakıldığında, eski çağlarda insanların sayıları ve rakamları kullanmak zorunda kaldıkları görülmektedir. Örneğin eski çağlarda insanlar yaşadıkları mağaraların duvarlarına çizikler çizer, bir ağaç dalına çentikler yaparak avladıkları hayvan veya sürülerindeki koyun sayısını belirtirlerdi. Bazen ipe düğüm atmışlar ya da çakıl taşları kullanmışlar. Eski insanların kullandığı bu işaretlerin sayılar ve rakamlar için ilk yazılı ifadeler olduğu söylenebilir (Çelik ve Çiltaş, 2015). Geçmişten günümüze, sayıların insanlar için büyük önem taşıdığı açıktır. Ancak matematik denilince akla ilk gelen şeylerden biri sayılardır. Antik mağara adamlarının saymayı ne zaman öğrendiği bilinmemektedir. Bugün ilkel kabilelerin sayım yönteminin eski mağara adamlarınıninkine benzer olduğuna inanılmaktadır. Eski mağara adamları geçen zamanı, mevsimlerin ve ayların döngüsünü

bir çentikle saymıştır. Kaç tane hayvan olduğunu öğrenmek, avladıkları hayvan sayısının azalıp azalmadığını görmek için yaşadıkları mağara duvarlarına çizgi çizmiş veya bir ağacın dallarına çentikler yapmışlardır. Bazı zamanlar iplere düğümler atmayı veya çakıl taşları kullanarak da saymayı denemişlerdir (Muşlu ve Çiltaş, 2016). Modern ilkel halklarımızda, Afrika, Avustralya ve Kuzey Amerika'nın Eskimolarında, eski mağara adamlarının kullandığına benzer bir sayma sistemi hala kullanılmaktadır.

Mağara duvarına çizilen çizgiler, ağaç dallarındaki çentikler, iplerdeki düğümler, çakıllar birer birer sayılarak sayıları ilk kez yazılı olarak ifade etmeye başlamışlardır. En eski korunmuş matematiksel nesne, İsa'dan önceki zamana kadar uzanmaktadır. Svaziland'daki Lebombo Dağı'ndaki sınır mağarasında bulunan bir Lebombo kemiğinin M.Ö. 35.000 yılına kadar uzandığına inanılmaktadır. 1960 yılında bulunan Ishango kemiği asal sayılar ile ilgili en eski bulguların M.Ö. 20,000 yılına ait olduğunu göstermektedir. Ishango kemiği üzerinde üç sıra halinde çentikler oyulmuş görülmektedir (Çalışkan Dedeoğlu, 2017). Aşağıda Şekil 2'de Ishango Kemiği görseline yer verilmiştir.

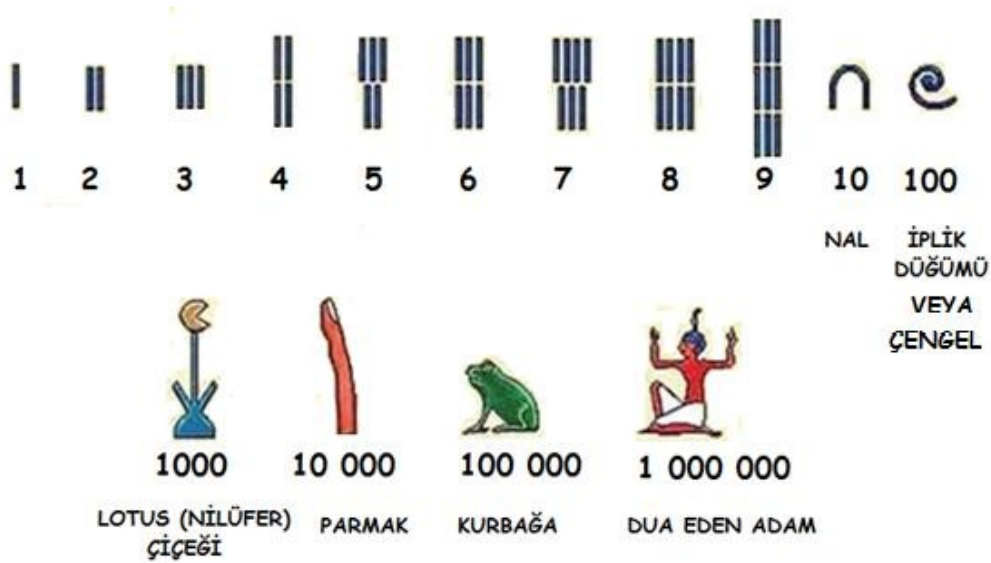


Şekil 2. Ishango Kemiği

(Frank, 2014)

Bu kemik 29 ayrı çentiği olan bir maymunun kaval kemiğidir (Karaarslan, 2015). Ishango kemikleri, öncekiler gibi, maymun kemiklerinin çentiklenmesiyle yapılan matematiksel bir araçtır. İsa'dan önceki tahmini yaşının 20 bin veya biraz daha büyük olduğu düşünülmektedir. Şu anda ise Brüksel'deki Belçika Doğa Bilimleri Enstitüsü'nün ondokuzuncu katında sergilenerek özel istekler üzerine izlenebilmektedir (Vural, 2019). Eski Mısır'ın sayı sistemi bilinen en eskilerden biridir. Eski Mısırlılar sayıları ifade etmek için "hiyeroglif (resimsel)" kullanmıştır. Bu sayı sistemi, ilk çağın

mağara adamları tarafından kullanılan sayma sisteminden biraz daha gelişmiştir. Eski Mısır aritmetiği ile ilgili bilgiler papirüs parşömenlerinden gelmektedir.



Şekil 3. Eski Mısırlılarda Sayı Sembolleri

(İlhan, 2020)

Papirüs, Mısır'da yetişen bir bitkidir ve bu bitkiden yapılan maddenin adıdır. Bugün bilinen papirüs; 1700-1600 arası Hyksos döneminden (1788-1580 B.C.) Rhind ve Moskova matematiksel papirüsleri ile 1900-1800 yılları arasında Kahun ve Berlin'in matematiksel papirüslerine kadar uzanmaktadır. Bilim tarihinde Mısır matematiğine yönelik bilgilere, parşömen tomarlarına, killere ve tahtadan yapılmış tabletlere dayanarak ulaşılmaktadır.

Tamsayıların Tarihi Gelişimi

İnsanları ayakta tutan iskelet gibi, matematiği de ayakta tutan sayı sistemleridir. Bu sayı sistemlerinin en önemlilerinden biri tam sayılardır. Tam sayılar kümesini üçe bölmek gerekir, bunlar pozitif tam sayılar, sıfır ve negatif tam sayılardır. Çünkü her birinin farklı bir geçmişi bulunmaktadır. Pozitif tamsayıların oluşumu tam olarak bilinmemektedir. 70.000 yıl kadar erken bir tarihte pozitif tam sayıların sayma sayılar olarak kullanılmakta olduğunu gösteren bazı belgelere ulaşılmıştır. İlk kullanım şeklinin sayma amaçlı olduğu varsayılmaktadır. Güney Afrika'da bulunan ve 28 günlük ay takvimine göre yılın altı ayını sayan bazı taşlarda çentiklere ulaşılmıştır. Bu çentiklerin

sayma amaçlı kullanımını matematiksel olarak anlatmak kolay değildir. Bu sebeple her sayı için sayıları anlatacak bir işaret olduğu bulunmuş ve bu durum matematiğin başlangıç zamanı kabul edilmiştir.

Matematik tarihinde ilk yazılı kayıtlar M.Ö. 2000 civarında Babil'de bulunmuştur. 60'a dayanan bu sayı sisteminin negatif sayılar içermese de kavram olarak sifra ulaşmak mümkündür. Negatif sayılar kayıtlarda ilk görüldüğünde, M.Ö. 100-50 periyodu ve Çin'dir. Hindistan'da 628'de yayınlanan Brahmagupta'nın, "Brahmasphuta Siddhanta" adındaki eseri borç anlamında negatif sayıları bahseder. Ortadoğudaki muhasebe kayıtları borç veya zararın yerine negatif sayıları kullanmakta olup bu döneme rastlamaktadır. Avrupa'da, negatif sayılar ilk olarak Fibonacci'nin Liber Abaci'sinde görülür. 1202 yılında yayınlanan bu eser, Arap matematiğinin Avrupa'ya getirilmesine öncülük etmektedir. Negatif tamsayılar tam olarak 18. yüzyıl Avrupa matematiği içerisinde kullanılmaya başlamıştır (Abalı, 2006).

Osmanlıca'da sayılara yönelik çalışmalar görmek mümkündür. Ali Kuşçu, "Risale-i Hisap ve Risale-i Muhammediye" adlı eserinde rakamlardan söz etmiştir. El Harizmi, "El Cebr ve'l Mukabele" de rakamlardan bahsetmiştir. Ayrıca Bahaueddin El Amili'nin "Huelasat El Hisap" adlı, Katib Alaueddin-i Yusuf'un "Muersid-uel Muhasibin" adlı, Muhyiddin Muhammed B. Hacı Atmaca Al-Katib'in "Macma'al Kavaid" adlı eserinde de tam sayılar verilmektedir. Böyle geniş bir tarihsel geçmişi olan tam sayıların gündelik hayatta kullanılmasının başlıca nedeni, doğal sayıların günlük hayattaki bazı problem çözümlerinde yetersiz kalışıdır. Bu nedenle, doğal sayılar kümesini genişletmek gerekmiştir. Böylece tam sayılar kümesi ortaya çıkmıştır (Baykul, 2002). Tam sayıların öğretimiyle ilgili araştırmalar yaygın olmasa da tamsayılar, sayı duygusu kazanıldıktan sonra öğrenmede önemli bir adımı temsil eder. Yeni ve soyut bir konu olduğu için öğrenciler öğrenmekte zorlanırlar. Tam sayıları ve tam sayılarla yapılan işlemlerin anlamını anlamak, öğrencilere gelecekteki matematiksel işlemlerde yardımcı olacaktır (Abalı, 2006).

Pozitif tam sayıların doğuşu, eski zamanlarda başlamıştır. Negatif tamsayılar ise M.Ö. 100 ile 50 yılları arasında Çin'de kullanılmaya başlamıştır. Kavram olarak olumsuzluk olgusu var ama hesaplamalara dahil edilmemiştir. Ancak, eski Çinliler arasında, çubuklar pozitif sayılarla kırmızıya, negatif sayılarla ise beyaza boyanarak

çıkarmalar yapılmıştır. Negatif sayıların Çin dışında en eski kullanımı, Diophantus aritmetiğindeki $4x + 20 = 4$ denkleminin çözümünde $x = -4$ 'tür. Bundan sonra, negatif sayılar ve eksi işareti, Hindistan'da, Türkler, Persler ve nihayet Avrupa'da modern anlamlarıyla hüküm sürmüştür (İşgüden, 2008).

Rasyonel Sayıların Tarihi Gelişimi

Rasyonel sayıların ilk uygulamaları eski Mısır'da görülmektedir. Eski Mısır'da, yanlış test yöntemi kullanılarak rasyonel denklemlerin ve doğrusal olmayan denklem sistemlerinin çözümleri bulunmuştur. Eski Mısır'da cebirsel temsiller düz yazı biçiminde yapılmıştır. Eski Mısır'da insanların matematik söz konusu olduğunda orantılı düşündükleri ortaya çıkmaktadır. Aslında, eski Mısır'daki Firavunların saltanatı sırasında, orantılı düşünme matematiğin merkeziydi. Çünkü vergiler, ürün miktarına göre alınıyordu ve binalar yapılırken belli oranlara göre yapılıyordu. Eski bir Mısır papirüsünden bir problemde; "450 dönüm arpanız olduğunu ve 10 dönümden 1 dönümünü vergi olarak ödemeniz gerektiğine göre, bu mahsulün kaç dönümünü vergilendirirsiniz?" şeklinde rasyonel orantıların kullanıldığı görülmektedir (Lumpkin, 1997). Görüldüğü gibi, eski Mısır'da lineer olmayan denklemleri çözmek için deneme yöntemi kullanılmıştır. Örneğin, Berlin Papirüsü'nde, "İki karenin alanlarının toplamı 100'dür. Karelerden biri diğer karenin kenar uzunluğunun üç katı ve diğer karenin kenar uzunluğunun dört katı ise, karelerin kenar uzunluklarını bulabilir misiniz?" şeklinde Mısır'da rasyonel soruların bir çözümü ve modern bir anlatımı vardır (Bunt, Jones & Bedient, 1998).

Eski Mısır'da insanların lineer olmayan denklemleri çözerken orantısal akıl yürütme ve hata yapmaya çalışmanın yanı sıra karekök yöntemini kullandıkları görülmektedir (Lumpkin, 1997). Eski Mısırlılar gibi Babilliler de çözümlerini düz yazıyla yazmıştır. Ancak çözümlerinin orantı yöntemine ek olarak geometrik bir düşünce biçimine dayandığına inanılmaktadır. Babillilerin x^2 'yi ifade etmek için x birim uzunluğa sahip bir karenin alanını, $\frac{2x}{3}$ 'ü ifade etmek için kenar uzunlukları $\frac{1}{3}$ ve x birim olan iki adet dikdörtgenin alanını kullandıkları ve kareye tamamlama yoluyla rasyonel ifadelerden oluşan ikinci dereceden denklemleri çözdükleri bilinmektedir. Euclid'in Elementler'deki teoremlerinden, Antik Yunan'da Euclid ve Apollonius döneminde

cebirin, Babil tablolarında olduğu gibi geometrik bir akılla yürütüldüğü açıktır. Euclid'in aksine, Diophantus cebiri geometriden ayırmaya ve analitik hale getirmeye çalışmıştır. İki veya üç çok değişkenli denklemden oluşan sınırsız sayıda rasyonel çözüm içeren denklemlerin çözümlerini ele almıştır. Bu denklemler Diophant denklemleri olarak bilinir. Diophantus çözümlerinde yalnızca pozitif sayıları kök olarak kabul ederek kök olarak sıfırı görmemiştir. Diophantus, $x^2 + y^2 = a^2$ tipindeki sınırsız rasyonel çözümleri olan denklemlerle uğraşmasına rağmen, çözüm olarak sadece $\frac{16}{5}$ ve $\frac{12}{5}$ rasyonel sayılarını kabul etmiştir. Sıfır için sembol kullanmadığından, kök olarak sıfırı göz ardı etmiştir (Derbshire, 2006).

Negatif sayıların ve irrasyonel sayıların varlığını ilk ortaya çıkaran Hintli matematikçilerdir. Bhaskara, negatif sayıları çözüm kümesine dahil etmemiştir. Ancak denklemlerin elde edilmesi onların irrasyonel sayılarla işlem yaptıklarının bir göstergesidir (Cajori, 2007). Rasyonel sayıların tarihsel gelişimi, İslam dünyasında cebir alanındaki en önemli matematik bilgini olan Harizmi (780-847) dönemine rastlar. Batı'da ve dolayısıyla çağdaş matematikte kullanılan sayılar, sekizinci yüzyılda Harezmi tarafından kullanılanların bir tür uyarlamasıdır. Harizmi bugün bildiğimiz şekliyle cebire yöneldi, çünkü İslam'a göre miras hukukunu uygulayan kadıların sayı ve denklemleri çözmesi gerekiyordu. Harizmi, irrasyonel sayılarla ilgili problemleri çözme de, kitabının başında radikal sayılarla uğraşmak hakkında bilgiler vermiştir. Bu kapsamda n. $\sqrt{q}$ sayısını n'yi kök içine alarak $\sqrt{n^2 \cdot q}$ şeklinde yazmıştır. İslam dünyasında Harizmi'den sonraki matematik bilgini Al-Karaji, benzer şekilde 25 ile $\sqrt{25}$ 'in çarpımını, 25'i kök içine alarak $\sqrt{15625}$ olarak yapmıştır. Harizmi, çözümlerinde pozitif ve irrasyonel sayıları kök olarak kabul etmiştir (Baki ve Bütüner, 2011).

Ortaçağdaki cebir anlayışı, Abu-Kamil'de olduğu gibi $\sqrt{8x}$ yerine $\sqrt{8x^2}$ 'nin tercih edilmesinin nedeninin bilinmeyen (şey) sayısının irrasyonel olarak ifade edilememesinden kaynaklandığı varsayılmaktadır. Nitekim kaç tane şey (dirham) tipindeki bir soruya $\sqrt{8}$ tane cevabını vermek o dönemin cebir anlayışı için zor olmuş olabilir (Oaks, 2009). Harizmi sonrasında Abu-Kamil, İslam dünyasında cebir üzerine "Kitab fi al-jabr wa'l muqabala" adlı bir kitap yazarak cebirsel problemlerde irrasyonel

sayılarla uğraşmıştır. Ayrıca çözümlerde değişkenler arasında dönüşümler uygulamıştır. Rasyonel sayıları ve ikinci dereceden denklemleri çözmek, 15. yüzyıldan 16. yüzyılın başına kadar çoğu matematikçiyi meşgul etmiştir (Baki ve Bütüner, 2011). Bu tarihten sonra günümüze kadar rasyonel sayıların gelişimi sürmüştür ve son şeklini almıştır.

Rasyonel sayılar kavramının Türkiye’deki öğretim programlarındaki kullanımı ilk kez 7. sınıf rasyonel sayılar konu başlığının altında bulunmaktadır. Ortaokul 7. sınıfta matematik ders kitaplarında rasyonel sayılar kavramı “*a herhangi bir tam sayı, b, 0’den farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılar rasyonel sayı olarak adlandırılır*” tanımıyla verilir (MEB, 2017). 9. sınıfların ders kitaplarında ise; “*a, b $\in \mathbb{Z}$, b $\neq 0$ ve a ile b aralarında asal olacak şekilde $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayı denilmektedir*” tanımı yapılmaktadır (Aktaş, 2019; MEB, 2017).

Gerçek Sayıların Tarihi Gelişimi

Rasyonel ve irrasyonel sayıların tamamına gerçek (reel) sayılar denilmektedir. İnsanoğlu sayıları buluşunun ardından rasyonel sayılardan gerçek sayılara geçişi sancılı olmuştur. Milattan çok önceki dönemlerde bir dik üçgende, dik kenarların karelerinin toplamının, hipotenüsün karesine eşit olduğu biliniyordu. Ancak, dik kenarları 1 birim olan dik üçgenin hipotenüsünün uzunluğunu; yani, $\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ ifadesini kimse bulamamaktaydı. Benzer olarak, antik çağda, dikkatle yapılan pratik ölçümlerle, bir çemberin yarıçapı ile çevresinin uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren Çevre = $2\pi r$ bağıntısına çok yakın formüller verilmiştir. Arna hiçkimse π sayısının gerçek değerini hesaplayamamıştır. Bu olgular matematiksel anlamda açıklandığında,

$$x^2 = 2, \quad x^2 = 7, \quad x^3 = 5 \quad x^4 = 27$$

gibi bir çok denklemin, rasyonel sayılar kümesi içerisinde çözümleri olmadığı anlaşılmıştır (Karaçay ve diğerleri 1998). Bu problemin çözümü yakın bir tarihte ancak yapılmıştır. Ünlü Alman matematikçi Richard Dedekind (1831-1916), rasyonel sayıları içeren daha büyük sayı kümelerinden olan gerçek sayılar kümesini kurmayı başarmıştır. Böylece bu tarihten itibaren rasyonel sayılar kümesi içerisinde çözülmeyen problemler gerçek sayılar kümesi içinde çözülebilmektedir.

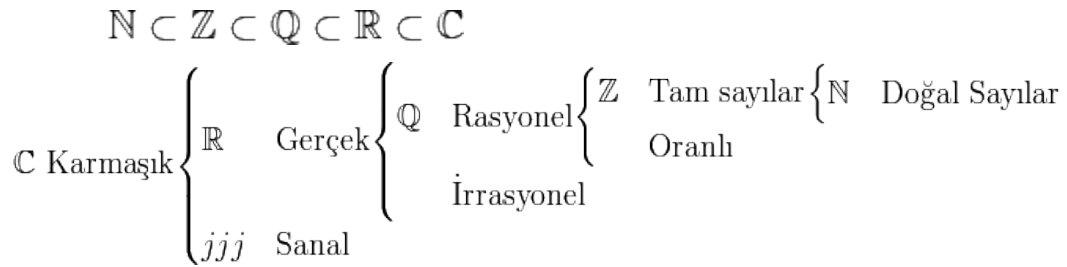
Kompleks (Karmaşık) Sayıların Tarihi Gelişimi

Karmaşık (kompleks) sayılar, gerçel sayılar kümesinin genişlemesi ile elde edilmiş daha büyük bir kümeden oluşur. Genişlemenin sebebi; $x^2 = +1$ denklemi çözümü $+1$, -1 sayıları olup R 'nin içinde bulunmaktadır. Ama $x^2 = -1$ denklemi çözümü R 'nin içinde değildir. Özellikle elektromanyetik teori kapsamında tüm ikinci derecedeki denklemlerin çözüm kümelerine gereksinim doğmaktadır. Bu sebeple R gerçel sayılar kümesi, tüm ikinci derecedeki denklem köklerini içermek üzere gerekli büyüklüğe ulaştırmak ihtiyacı bulunmaktadır. $x^2 = -1$ denkleminin çözüm yöntemi olarak ise, $+i$ ve $-i$ sayıları tanımlanmaktadır (Karaçay ve diğerleri 1998).

Rafael Bombelli (1526-1572), negatif sayıların karekökleri ile uğraşmış, kompleks sayıları özel sembollerle göstermiştir. Bombelli, $x^3+bx^2=d$ tipindeki denklemlerde $(\frac{c}{3})^3 > (\frac{d}{2})^2$ olduğunda, elde edilen sayıları kendine özgü şekilde adlandırmıştır. $2+3i$ sayısını $2pdim3$, $2-3i$ sayısını ise $2mdi m3$ şeklinde yazmıştır. Bombelli, çözümlerinde ulaştığı sayıları sistematik olarak betimleyemediği için bu sayılara delil getirememiştir. Ancak, bu sayılarla dört işlemi içeren problemleri kendine özgü bir şekilde çözmüştür. Karmaşık sayılar Gauss ile sistematik bir yapı kazanmıştır. Gauss, karmaşık sayıların özelliklerini mevcut haliyle tanımlamış, işlemler yapmış ve karmaşık sayıları koordinat ekseninde göstermiştir. 1831 yılında, kompleks sayıları sıralı ikililer olarak göstererek, $(a,b) \cdot (c,d) = (ac-bd, ad+bc)$ eşitliğini ortaya koymuştur. Gauss, x eksenini gerçel eksen, y eksenini de sanal eksen olarak ifade ederek karmaşık sayıları tanımlamış ve karmaşık sayıları $a+bi$ olarak göstermiştir. Matematikte, hem gerçel hem de sanal kısımları rasyonel sayılar olan karmaşık bir sayıya "Gauss rasyoneli" (Gauss rational) $Q(i)$ denir. Bir karmaşık sayının hem gerçel hem de sanal kısımları tamsayı olduğunda, bu karmaşık sayı Gauss tamsayıları" (Gaussian integers) dır (Cajori, 2007; Varadarajan, 1998). Euler (1707-1783) ve Gauss (1777-1855)) karmaşık sayıları düzlemde noktalar olarak göstermiş ve analiz çalışmaları matematikteki karmaşık sayıların bugünkü haline gelmesine yardımcı olmuştur (Baki ve Bütüner, 2011).

Sayıların Sınıflandırılması ve Sayı Kümeleri

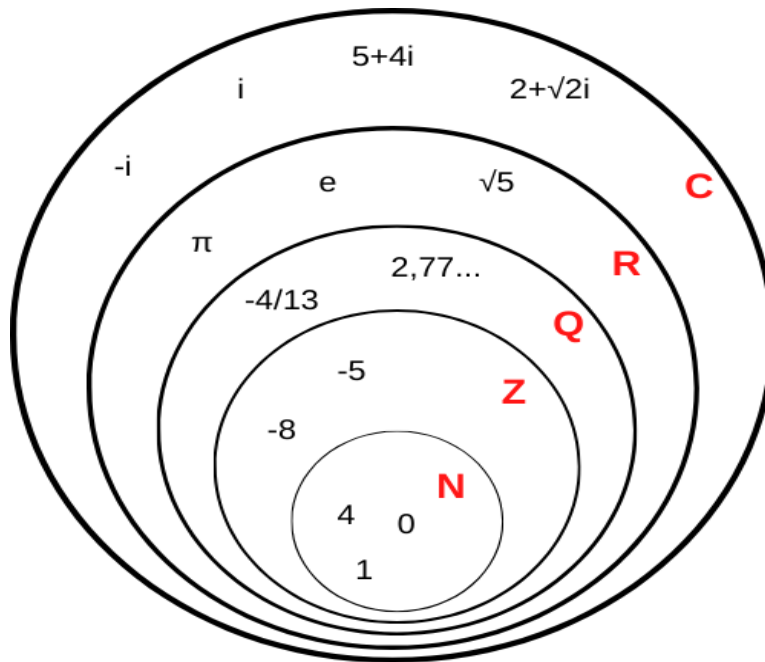
Matematiksel notasyonda bütün semboller büyük harfle ve kalın olarak yazılır. Bir tablo olarak sayılar için aşağıdaki Şekil 4'te görüldüğü şekilde bir sınıflandırma yapılabilir (Cajori, 1928; Uzel, 2015).



Şekil 4. Sayıların Sınıflandırılması

(Uzel, 2015)

Karmaşık (kompleks) sayılar tüm sayı kümelerinin başlangıcını oluşturmaktadır. Aşağıda yer alan Şekil 5'de de görüldüğü üzere, kompleks sayılar sayıların kümesinin merkezidir.



Şekil 5. Sayıları Sınıflandırma Şablonu

(wikipedia, 2022)

Kompleks sayılar, hem gerçek hem de sanal sayılardan oluşan sınıftır. Bu açıdan kompleks sayılar bütün sayı sınıflarını kapsar. Genellikle a ve b birer gerçek sayı olmak üzere $a+bi$ şeklinde ifade edilir. Örneğin $7+5i$ kompleks bir sayıdır.

Doğal Sayılar

Doğal sayılar; 0'dan başlayarak 0'ı ve bu kümedeki her bir elemanın ardışığını içeren sayılardır. Matematikte doğal sayılar kümesi N ile gösterilir. Doğal sayılar ismi bu sayıların doğada görüp tanınan sayılar olduğu fikrinden ileri gelmektedir. Doğal sayılar kümesi "0" ve pozitif tüm sayıların olduğu, $N = \{0,1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$ şeklinde sınıflandırılan kümedir (MEB, 2017).

Tamsayılar

Tam sayılar eksi sonsuzdan artı sonsuza kadar giderler. Yani "0"ın iki yanından sonsuza kadar uzanırlar. Tam sayılar kümesi (Z) ile gösterilir ve $Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ şeklinde sınıflandırılır (MEB, 2017). Matematik eğitiminde tam sayıların yeri çok önemlidir. Tamsayılar, matematikteki diğer öğrenme alanlarının temel konularından biridir.

Matematikte bir kavram, önkoşulları olan diğer kavramlar tanıtılmadan tam olarak öğretilemez. Bu bağlamda, tam sayıların öğrenilmesi diğer matematik konularının öğrenilmesine katkı sağlamaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) 2017-2018 eğitim öğretim yılında uygulanan ortaöğretim matematik müfredatına bakıldığında, tam sayılar konusunun sadece altıncı ve yedinci sınıflarda müfredatta yer aldığı görülmektedir (MEB, 2018). Türkiye'de 1992 yılında ortaokul 7. sınıf matematik öğretim programında tam sayıların içeriği şu şekildedir:

- Tamsayılar ve özellikleri
- Tamsayılar kümesinde toplama işlemleri
- Tamsayılar kümesinde çarpma işlemleri
- Tamsayıların kuvvetleri
- Tamsayılar kümesinde çıkarma işlemleri
- Tamsayılar kümesinde bölme işlemleri

- Aynı yıl ortaokulda tamsayıları birbirine bölmedir (MEB,1992).

1992 yılı ortaokul 7. sınıf matematik ders kitaplarında, tam sayılar konusuna ilişkin öğretim kapsamında herhangi bir modellemenin elemanı ve etkinliği görülmemektedir (MEB, 1995). 2005 yılı ilköğretim programları incelenirse, öğrenciler tam sayı kavramıyla ilk olarak 6. sınıfta karşılaşmış, ancak tam sayı kavramıyla ilgili kazanımların 6-8-7. sınıflarda azalmakta olduğu görülmektedir. Öğrenciler ilköğretim okullarında;

- Tam sayıları açıklar.
- Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar.
- Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri yapar.
- Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
- Doğal sayıların faktöriyelerini bulur.
- Tam sayıları içeren problemler kurar ve çözer.
- Tam sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımlarını üstel büyüklük olarak ifade eder.
- Bir tamsayının negatif gücünü belirler ve rasyonel sayı olarak ifade eder.

İlköğretimde matematik için 2005 müfredatı incelenirse, her sınıf düzeyinde sayıların öğrenilmesine büyük miktarda yer ayrıldığı görülür. Sayı kavramı, cebirin öğrenim alanının temellerini oluşturur. Bu sebeple sayı kavramının tanıtılması önem taşımaktadır. Ancak öğrencilerin 6-8. sınıflarda ilk defa karşılaşılan tam sayı kavramının içerisinde bulunan negatif sayı kavramını öğrenmede çeşitli zorluklar yaşadığı bilinmektedir (Temel ve Eroğlu, 2014). Benzer bir biçimde tam sayılar ile uğraşmak da öğrencilerin zorlandıkları diğer alanlardır (MEB, 2005). 2006 yılındaki müfredat değişikliği öncesi tam sayılar ve tam sayılar ile işlemler konusu ilk kez 7. sınıf müfredatında öğrencilere tanıtılmıştır.

2006 yılından itibaren yapılandırmacı yaklaşımın uygulandığı öğretim programının içeriğine göre, tam sayılar kavramı ikiye ayrılmış, 6. sınıfta tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemi, tam sayılarda çarpma ve bölme işlemi yapılmıştır (Akyüz, 2019). Öğrenciler 7. sınıfa girerken en azından tam sayı kavramını anlamlı bir şekilde yapılandırılabilmesini sağlamaları gerekmektedir. Bu amaca ulaşmak için yeni

programda yer alan konuların olabildiğince eylem odaklı hale getirilmesine çalışılmış ve bu doğrultuda yeni matematik ders kitabı oluşturulmuştur. MEB tarafından onaylı matematik ders kitabında somutluğa daha çok vurgu yapılmış ve bu duruma ulaşmak için sıklıkla resimlerden yararlanılmaya çalışılmıştır. İlköğretim öğrencileri tam sayı kavramıyla ilk kez altıncı sınıfta karşılaşmaktadır. Yedinci sınıfta öğrenciler bu kavrama yönelik bilgilerini artırarak işlem kurmaya başlamaktadır. Yedinci sınıf öğrencilerinin tamsayılar kavramına ilişkin bilgilerini altıncı sınıf öğrencilerine göre daha iyi açıklama ve farklı şekillerde ifade etme konusunda yeterlikleri vardır. Bu sebeple ilköğretim yedinci sınıfın, tam sayı kavramı kazandırılmasında önemli bir rolü bulunduğu düşünülmektedir (Güzeltepe, 2011).

Tam sayıları ve sayı kelimelerini öğrendikten sonra sayılar, öğrenmede önemli bir adımı temsil eder. Öğrenciler tarafından ilk kez altıncı sınıfta karşılaşmakta ve araştırma sonuçları öğrencilerin bu konunun öğrenilmesinde zorlandıklarını göstermektedir. Bunun nedenlerinden biri, tam sayıları öğretmeden önce, pozitif sayılar kadar negatif sayılara da ihtiyaç olunmasıdır (Altun, 2006). Tam sayıların alt alanları hakkında ilk kazanımı kavramakta zorlanan öğrenciler için bu durum, yedinci sınıf sürecinde de devam etmektedir ve bu konuda oluşabilecek yanlış anlamalar kolay kolay giderilemez. Tam sayıları anlama ve tam sayılarla işlemleri anlamlandırma sonraki matematiksel işlemlerde öğrencilere yol gösterimi açısından önem verilmesi gereken konulardır. Bu konu öğretilirken soyut kavramların somutlaştırılması ve kavramları anlamlı bir şekilde yapılandırma da önemlidir (Temel ve Eroğlu, 2014).

Negatif tamsayılar

Sıfırın solundaki ve sıfırdan küçük olan tam sayılar negatif tam sayılar olarak tanımlanır (Dokumacı, 2021). Diğer bir anlatımla $Z^- = \{..., -3, -2, -1\}$ kümesine negatif tam sayılar kümesi denir. Negatif tamsayılar konusu, öğrencilerin özellikle ilköğretim ikinci kademedeki öğrenmeye başladıkları, gerçek hayata uyum sağlamak ve öğrenmekte zorlandıkları konuların başında gelmektedir (Temel ve Eroğlu, 2014). Negatif sayılar matematikte sıfırdan küçük olan gerçek sayılardır. Negatif sayılar zıtları temsil eder. Pozitif sağa hareket etmeyi temsil ediyorsa, negatif sola hareketi temsil eder. Pozitif deniz seviyesinin üzerini temsil ediyorsa, negatif deniz seviyesinin altını temsil eder. Negatif sayılar genellikle bir kaybın veya eksikliğin boyutunu temsil etmek

için kullanılır. Ödünç alınan para negatif bir varlık olarak kabul edilebilir. Negatif sayılar, sıcaklık için Celsius ve Fahrenheit ölçekleri gibi sıfırın altına düşen ölçekteki değerleri tanımlamak için de kullanılır (Martinez, 2018).

Negatif sayılar; eksi işaretinden sonra sayının yazılması şeklinde kullanılır. Örneğin, -17, on yedi mertebesinde negatif bir miktarı temsil eder. Bu ifade, "eksi on yedi" veya "negatif on yedi" olarak telaffuz edilir. Çıkarma ve negatif sayı arasındaki farkı belirtmek için, eksi işareti bazen eksi işaretinden biraz daha yükseğe kaldırılır. Tersine, sıfırdan büyük bir sayının pozitif olduğu söylenir; sıfır genellikle (ancak her zaman değil) ne olumlu ne de olumsuz olarak kabul edilir. Bir sayının pozitifliği, bir önceki artı işaretiyle vurgulanabilir (örn. +17). Genellikle bir sayının pozitifliği veya negatifliği o sayının işareti olarak adlandırılır (Memiş, 2016).

Pozitif Tamsayılar

1674 yılında Leibniz'in pozitif bir tam sayının pozitif tam sayıların toplamı olarak kaç farklı şekilde yazılabileceği sorusu büyük ilgi uyandırmış ve pozitif bir tamsayının parçalanması konusunu araştırmaya açmıştır. Pozitif bir tam sayının parçalanması, bu sayının pozitif tam sayıların toplamı olarak ifade edilmesi anlamına gelir. Bu parçaların sayısı $p(n)$ ile gösterilir. Leibniz, bu parçalanma sayılarının, yani $p(n)$, her zaman asal sayılar olduğunu iddia etmiş, ancak $p(7) = 15$ 'in tersi örneğiyle, bunun doğru olmadığı çabucak anlaşılmıştır. Parçalanma teorisinin istatistik ve diğer alanlarda çeşitli uygulamalarının olması onu önemli bir teori haline getirmiştir. Bu alandaki en önemli kavramlardan biri olan beşgen sayı teoremi ilk olarak Euler'in 1740 yılında Daniel I. Bernoulli ile yazışmasında bulunur (Euler, 1988; Juskeviç ve diğerleri, 1975). Daniel I. Bernoulli'ye yazdığı mektupta Euler, bir tamsayının parçalanmasını bulma probleminden bahsetmiştir. Söz konusu sorunla Daniel Bernoulli ilgilenirken Euler'e bir mektup göndermiş ve

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \left(1 - \frac{1}{n^4}\right) \dots \dots \dots$$

ifadesinin

$$1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^5} + \frac{1}{n^7} - \frac{1}{n^{12}} - \frac{1}{n^{15}} + \dots \dots \dots$$

seriye dönüşüm probleminden bahsetmiştir. Euler, 15 Eylül 1740 tarihli mektubunda sonsuz bir diziden bahsetmiştir. Euler 1751 yılında yayınladığı "Observationes analyticae variae de combinationibus" adlı çalışmasında beşgen sayı teoreminden ilk kez bahsetmiştir. Sonsuz çarpımın $\sum_{m=1}^n (1 - x^m)$ bir diziye yol açtığı ortaya çıkmıştır. Niklaus I Bernoulli, Euler'e 24 Ekim 1742'de dördüncü mektupla cevap vermiştir. Opera omnia'daki Bernoulli yazışmasına göre, Bernoulli, ayrıştırma işlevi için üreteç fonksiyonundan bahsetmiş, ardından beşgen sayı $m=1$ 'den bahsetmiştir. Teoremini tartışmaya devam ederken, 10 Kasım 1742'de Niklaus I. Bernoulli'ye yazdığı beşinci mektubunda beşgen sayılar teorisine değinmiştir (Fellmann ve Mikhajlov, 1998).

Euler beşgen sayı teoremi için daha fazla ilerleme kaydetmiş ve 74. mektubunu 15 Ekim 1743'te Christian Goldbach'a yazmıştır. Goldbach, Euler'in problemine Aralık 1743 tarihli 75. mektupta ve Euler-Goldbach yazışmalarında pentagon sayı teoreminin ispatına nasıl başlayacağını bilmediğini söyleyerek cevap vermiştir (Juskeviç ve Winter, 1965). Euler tarafından 9 Haziran 1750'de Goldbach'a gönderilen 144. mektubunda Euler nihayet beşgen sayılar teorisinin kanıtını verdiğini ilan etmiştir. Daha sonra 1751'de Commentarii academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae yayınlandı. Bu çalışmada, Euler'in ayrıştırma fonksiyonu için üreteç fonksiyonu kullanılmaktadır (Al, 2018).

Sıfır

Negatif olmadan pozitif anlamsızdır. Ayrılmaz olmaları şart değildir. Hegel uzun zaman önce "saf varlık"ın (çelişkisiz) saf hiçlik, yani boş bir soyutlama ile aynı olduğunu açıklamıştır. Gerçek dünyadaki her şey olumlu ve olumsuz, varlık ve varlık olmayı içermektedir. Çünkü her şey sürekli hareket ve değişim içindedir (Woods ve Grant, 2001). Matematiksel olarak sıfır hiçbir şeye eşittir. Engels'a (2002) göre belirli bir miktarın olumsuzlanması, içerikten yoksun değildir. Tersine, sıfırın çok özel bir özelliği vardır. Olumlu ve kritik olan her şey arasındaki ilişkiler bağlamında, yine de olumsuz olabilen tek gerçek seçim olarak, sonlu, çok kesin bir sayıya uygundur, ancak aynı zamanda kendi içinde de dahil olduğu diğer tüm şeylerden daha önemlidir.

Aslında sıfır, içerik açısından diğer tüm sayılardan daha zengindir. Başka sayılara, sayı sisteminde bir kat verilmektedir. Ancak sıfırda bu bulunmamaktadır. Dolayısıyla bu kullanımı kendi içinde bulması ve bu şekilde tek başına kullanılabilmesi sıfırın doğasında vardır (Engels, 2002). Sıfır, çarptığı diğer sayıları yok eder. Bölen veya sayı olarak bir başkasıyla işleme girerse sonsuzluk (tanımsız) olur, ikinci durumda onu sonsuz küçük bir duruma sokar. Diğer sayılarla sonsuz ilişkisi olan tek sayıdır. $0/0$ - ∞ ile $+\infty$ arasındaki herhangi bir sayıyı temsil edebilir ve her durumda gerçek bir miktarı temsil eder. Cebirdeki negatif nicelikler, yalnızca pozitif niceliklerle ilişkili olarak anlamlıdır. Aksi halde gerçeklikleri yoktur. Diferansiyel hesapta varlık ve yokluk arasındaki ilişki özellikle açık hale gelir. Mantık Bilimi'nde Hegel, sonsuz küçükten yararlanan bir biçimi ve "sıfıra eşit olmayan ama ihmal edilebilecek kadar önemsiz bir biçimi" ayrıntılı olarak açıklar. Sıfır, aritmetikte 0 rakamının durumudur. Bugün ulaşım sayısı sıfırı, yani bir yolun yokluğunu ifade etmektedir. Eklendiği sayıyı değiştirmez, çarpma ile bitmez, yutar ve bölmede bir sayıya bölündüğünde 0 biter ama bir sayıyı böldüğünde tanımlamaz. 0 sayısı pozitif ve negatif olmayan bir sayıdır. "0", Romen rakamlarıyla temsil edilemeyen tek sayıdır. Başlangıcı veya ölçeği temsil eder (Kaplan, 2000).

Bugün matematikte temel sistem olan "ondalık sistem"in bir avantajı da sıfır sayısı için ayrı bir işaretin (sembolün) bulunmasıdır. Sıfır işareti gerektiğinde rakam (basamak) olarak yazılmaktadır. Bu biçim M.S. 632 yılında tanıtıldı ve bu tarihten sonra sayı doğrusunda sıfırın konumu giderek güçlenmiştir. Ancak kaynaklar sıfır kavramının (fikrinin) ilk ne zaman ortaya çıktığı (kullanıldığı), hangi uygarlık döneminde ve kimler tarafından kullanıldığı konusunda fikir birliği içinde değildir. Ancak zamanımıza ulaşan belgeler eski Kızılderi'lerden, M.S. 632 yılından itibaren sıfır için özel bir işaretin kullanıldığını göstermektedir. Romalılar ve Çinlilerin aksine, eski Hintli bilginler aritmetik işlemleri herhangi bir özel harf veya işaret kullanmadan, sadece 1'den 9'a kadar olan sayıları kullanarak yazmıştır. İlk sayılar sağdan sola (artan) çarpılarak oluşturulmuştur (Köktürk, 2005).

Rasyonel Sayılar

Matematik eğitimcileri, rasyonel sayıların ana kaynağının bölme ortamı olduğu konusunda hemfikirdirler. İleri matematikte rasyonel sayılar $ax=b$ denklemlerinin

cevabı olarak tanımlanır (Toluk Uçar, 2016). İlkokulun ikinci sınıfından başlayarak öğrencilere kesirler, ilkokulun üçüncü sınıfından başlayarak öğrencilere ondalık kesirler öğretilir. 6. sınıfta, kesirler ve kesirlerin ondalık gösterimi olmak üzere iki birim vardır. 7. ve 8. sınıflarda ondalık sayılar, rasyonel sayılar ünitesinin bir parçası olarak işlenmektedir (Altıparmak ve Palabıyık, 2017). Rasyonel sayıların analizinde, a/b olarak verilen bir rasyonel sayı problem ortamına bağlı olarak farklı anlamlar içerebilmektedir (Ohlsson, 1988). Bu analizler sonucunda a/b sembolü birden fazla anlam ifade etmektedir. Bu farklı anlamlar şu şekilde sıralanmaktadır:

- Parça-bütün anlamı: a/b kesri, parça-bütün ilişkisini ifade eder.
- Bölme anlamı: a/b kesri bir bölme işleminin sonucunu gösterir.
- Oran Anlamı: a/b kesri, bir a miktarı ile bir b miktarı arasındaki karşılaştırmayı ifade eder.
- Ölçü Anlamı: Ölçü olarak rasyonel sayıların bir ölçü işlemi sonucu gösterdiği bilinmektedir.
- Operatör (Dizgi) Anlamı: Rasyonel sayılar içerisinde çarpma kuralı belirlemeye yarar.

Rasyonel sayılardaki anlam çeşitlilikleri bu kavramları öğrenmeyi zorlaştırmaktadır. Zira rasyonel sayılar ve bunlara ilişkin kavramları iyi anlayabilmek için bu anlamların her birinin ayrı şekilde kavranması ve ardından birleştirilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili yaşadıkları güçlüklerin bir nedeni de sınıfta parça-bütün anlamının gereğinden fazla vurgulanması ve diğer anlamların dikkate alınmamasıdır. Pek çok çocuğun kalan bölme ile ilgili sorunlarının temel nedeni kesirlerin iyi anlaşılmamasıdır. Birçok ortaöğretim matematik programında rasyonel sayıların sembolü çok soyut bir kavram olarak öğretilir. Aslında rasyonel sayıların sembolü, özellikle ondalık gösterimi ciddi problemler doğurmaktadır. Öğretmenler bu sorunları görmezden gelerek çocukların bağlamsal sistemi anlamlandırmalarını zorlaştırmaktadır (Toluk, 2002).

İrrasyonel Sayılar

Rasyonel sayılar kümesinin genellikle sayı ekseninde yer alsa dahi sayı eksenini dolduramadığı görülmektedir. Bunun nedeni, sayı ekseninde görüntüler olmasına rağmen rasyonel olmayan sayıların da olmasıdır. Örnek olarak, karesi 2 olan doğal a sayısı ele alınırsa eğer, a'nın karesi 2 olursa, $a = \sqrt{2}$ olmaktadır. Sonuç 1 ile 1.5 arasında değişir. Bu, 1.4142136... biçiminde sürekli ondalık basamaklı bir sayı şeklindedir. Sayı doğrusundaki konum, birbirine dik iki kenar uzunlukları 1 birim olan bir dik üçgene ait hipotenüs uzunluğunun ölçülmesiyle doğru bir şekilde belirlenebilir ve sayı doğrusunda bu uzunluğu bulmak mümkün değildir. Görüldüğü gibi sayı doğrusunda rakamları olmasına rağmen rasyonel olmayan sayılar da vardır. Bu sayılar irrasyonel sayılar olarak tanımlanmaktadır.

İrrasyonel sayılar, a ve b tamsayı olacak şekilde yazılamayan rasyonel olmayan sayılara denir (MEB, 2017). İrrasyonel sayıların, rasyonel sayılar kümesinde yer almayan gerçek sayılar olduğu görülmektedir. Kesir olarak belirtilmeyen bu sayılar örnek olarak π , e ve $\sqrt{2}$ şeklinde gösterilmektedir. Bunlar Q veya I olarak ifade edilir. Bu sayıların sonsuz devamlılığı olan π örneği gibi ondalık sayılar veya orantılı eşdeğeri olmayan köklerden oluştuğu görülmektedir. Normal süreçte rasyonel sayılar şeklinde belirtilen sayılar; $\{ a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \text{ olmak üzere } a/b \}$ değeri bir rasyonel sayıdır (Pişkin, 2021). İrrasyonel sayılarda $\frac{a}{b}$ gösterimi yoktur. İrrasyonel sayılar, diğer bir deyişle, ondalık açılımı olmayan sayılardır. Örneğin, 1,0333... 0333 rasyonel bir sayıdır. 0.56423689... gibi sayılar ise döngüsel ondalık açılımları bulunmayan sayılardandır. Pisagor Teoremi (Phytagoras) ile irrasyonel sayıları bulan ilk kişinin Pisagor olduğu bilinmektedir. Pisagor teoreminde, rasyonel sayılar ile ölçülemeyen nicelikler de olduğu anlaşılmaktadır. Bir dik üçgen sağ kenarlarının uzunluğu her zaman eşitse ve rasyonel sayılarla açıklanabiliyorsa, hipotenüs daima irrasyonel olmaktadır. Dik kenar x olduğunda, hipotenüs ise $x\sqrt{2}$ 'dir. Karenin köşegen uzunluklarını belirlemek amacıyla benzer biçimde bir irrasyonel sayı kullanmak gerekir. İki ikizkenar dik üçgen ile oluşan bir karenin köşegeni kenarların birisinin $\sqrt{2}$ katıdır. Pisagorcular, "Sayılar evreni oluşturur" demiştir, bu yüzden her şeyin sayılarla açıklanması gerektiğini düşünmüşlerdir (Adıgüzel, 2013). Eşzamanlı niceliklerin icadı, basit olsa da, bu düşünceye son veren darbe olmuştur. İki uzunluğun eşit olması için, her iki uzunluğun

da bir tamsayının katı olan bir birime ihtiyacı vardır. İki uzunluğun daha sonra ortak bir bölüneni bulunmaktadır. Bahse konu birim, uzunluk amacıyla ortak bir ölçüyü oluşturmaktadır. Böylece, irrasyonel sayılar keşfi, eş ölçekli uzunluklar da keşfidir.

Sayılar, beşgen, dörtgen vb. boşluktan oluşan "ayrık kısmi desenler" olarak da tanımlanmaktadır. Bu anlama şekli sadece pozitif tam sayıları anlamak için uygundur. Ancak irrasyonel oyunun problemi olacak nokta sayısı (sürekli küme) ve satır numarası (sürekli küme) kavramlarının modası geçmiştir. Sonuç olarak, sürekli miktarlar, ölçülebilir miktarlar (rasyonel) ve ölçülemeyen miktarlar (irrasyonel) olarak ifade edilir (Fazlıoğlu, 1996). İrrasyonel sayıların öğretilmesinde "tekrarlanmayan ondalık sayılar inkar edilemez irrasyonel sayılardandır" ifadesi yer alır. Ayrıca kitapta "Tüm sürekli kesirlerin değeri bir sayıdır, tüm süresiz kesirlerin değeri ise bir irrasyonel sayı şeklindedir", "İrrasyonel sayıların ondalık basamaklı, kesirle açıklanamayan ve sonlandırılmayan sayılar oldukları" ifadelerine rastlanılır. Matematikteki temel sadeliğin ifadesindeki amaç, bir başka irrasyonel sayıyı ortaya çıkarmaktır. Örneğin; Bir trigonometrik fonksiyon olan $\sin x$ ' in değerlerini bulmaya çalışırsak $x = 60$ olduğunda $\frac{\sqrt{3}}{2}$ irrasyonel sayısını elde ederiz. Dedekind'in "Süreklilik ve İrrasyonel Sayılar" adlı eseri, sayılar teorisi ile ilgilidir (Dedekind, 1901).

Kesit kavramını tanımlarken; rasyonel sayıların iki kümeye ayrımı söz konusudur. Bu kapsamda birinci küme içerisindeki tüm sayıların ikinci küme içerisindeki sayılardan küçük olduğu görülmektedir. Bu şekilde kesir rasyonel sayılardan birini karşılamıyorsa, irrasyonel bir sayıyı tanımlamaktadır. Dedekind, rasyonel sayı sisteminde tüm irrasyonel sayıları iki sınıfa veya kümeye bölerek bir kesri tanımlamaktadır. L ile gösterilmiş birinci sınıf (sağ sınıf) içerisinde, L en büyük sayı ve R en küçük sayı sahip olacak şekilde tanımlanamaz. L en büyük sayıya sahip olabilir ve R en küçük sayıya sahip olamayabilir. Kesiti ise rasyonel bir sayı tanımlar. Farklı şekilde L en büyük sayıya sahip olamayabilir ve R en küçük sayıya sahip olabilir. Bu durumda, bölüm rasyonel bir sayı olduğunu tanımlar. Bu bakımdan, L en büyük sayıya sahip olamayabilir ve R en küçük sayıya sahip olabilir (Adıgüzel, 2013; Ercire, 2014). Bu durumda, bölüm irrasyonel bir sayı olduğunu tanımlar. L'nin tüm negatif rasyonel sayılar ile karesi 2'den küçük tüm pozitif rasyonel sayılar içerdiğini varsayılarak işlem yapılabilir. Eğer herhangi bir L sınıfı sayısı a ise, o zaman L sınıfı içerisinde daha büyük

bir sayı vardır; R sınıfında herhangi bir sayı $11/b$ ise, o zaman her zaman R sınıfındakinden daha küçük bir sayı vardır. Bu tür bir bölüm, bir irrasyonel sayı veya bir rasyonel sayıyı tanımlamaktadır. Öncelikle reel sayılarla ilgili derslerde önemle anlatılan irrasyonel sayıların, gerçekte birçok yerde karşılaştığı görülmektedir. Bir daire alanı, çevresi veya karekökünde irrasyonel sayılar ile karşılaşılmaktadır (Adıgüzel, 2013).

Gerçek (Reel) Sayılar

Rasyonel ve irrasyonel sayı kümesini içine alan sayı sınıfına gerçek/gerçel/reel sayılar denir. Tam sayılar, kesirli sayılar, köklü sayılar, pozitif ve negatif sayılar ve sıfır, gerçek sayılar sınıfına girer. Gerçek sayılar R ile simgelenir. Dedekind (1901) gerçek sayı sisteminin mantıksal boşluklar içerdiğini belirtmektedir. Dedekind, oransal sayılar varsa, gerçek sayılarında olması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Gerçek sayılarla ilgili olarak, Zaskis ve Sirotic (2010), irrasyonel sayıların şeffaflık açısından temsillerini incelemiştir. Zaskis ve Sirotic'e (2010) göre rasyonel sayıların açık gösterimi, tanımı gereği a/b gösterimidir ve bu gösterim sorgusuz sualsiz kabul edilir. İrrasyonel sayılar, rasyonel sayılarla tanımlandıkları için iki tamsayının bölümü olarak gösterilemeyen sayılar olarak tanıtılır. İrrasyonel sayıların temsili, rasyonel sayıların temsiline bağlı olarak belirlenir. Bu durumda irrasyonel sayıların anlaşılmasının rasyonel sayıların anlaşılmasına dayandığı söylenebilir. Zaskis ve Sirotic'e (2010) göre, irrasyonel sayıların alternatif temsilleri, sonsuza giden ondalık sayılardır. Kara ve Delice (2012) irrasyonel sayılar için sonsuz ilerlemeli ondalık sayı gösteriminin rasyonel olmayan sayı gösterimine göre daha anlaşılır olduğunu öne sürmüştür.

Sinclair ve diğerleri (2006), kesir gösterimlerinin $2/3=0.6667$ olduğunu, kesirlerin bir sayı olduğunu ve gerçekliğin ondalık gösterimlerine eşit olmasını engelleyebileceğini öne sürmüştür. Vamvakoussi ve Vosniadou (2010) çalışmasının içeriğinde, vaka temsillerinin çeşitliliği ve iki kapsayıcı bir bütünün genel iddiasına ilişkin bilgiler yer almaktadır. Vamvakoussi ve Vosadou'ya (2010) göre, farklı benzerliklerin aynı sayıya işaret ettiğini kabul etmemek bir zorluğa sebep olmaktadır. İlkokul adaylarını temel sayılar ile değerlendirdiğimizde okullarda bu sayının öğrenilmesine ihtiyaç vardır. Ayrıca öğretmen adaylarının rol üretme veya irrasyonel sayıları belirlemedeki başarıları da olumlu yönde değildir. Mevcut araştırmalar ağırlıklı

olarak lise öğretmen adaylarına yönelik nitel araştırmalardır (Toluk Uçar, 2016; Zaskis & Sirotic, 2010).

Kompleks (Karmaşık) Sayılar

Sayı toplamı, matematikte olduğu kadar kısa sürede (hidrodinamik, ekonomik mekanik, haritacılık, elektrik vb.) kolayca anlaşılan bir uygulamadır. Sayı kümelerinin kullanımlarından biri, mevcut kümenin özelliklerinde yeterli ayrıntıda, onu denklemlerinde çözmek için gerekli ayrıntıda ve yeni bir kümenin ayrıntılarında yatmaktadır (Sakallı, 2011). Tam sayılarda örneğin, $5x = 15$ denklemi çözülür, fakat $5x = 13$ denklemi çözülmez. Bu durum rasyonel sayıların (Q) tanımlanmasını gerektirir. Q'da örneklenen, a sıfırdan farklı olmak üzere, $ax + b = c$ formuna uygun lineer denklemlerin her biri çözülür. İrrasyonel sayılar $x^2 = a^2 + b^2$ eşitliğine uygun rasyonel sayıların bulunamamasının (denklemin Q'da çözülememesinin) bir sonucu olarak tanıtılır. Rasyonel sayılara, İrrasyonel sayıların katılmasıyla reel sayılar kümesi kurulur. $x^2 - 1 = 0$ denkleminin reel sayılar kümesinde çözümü olmasına rağmen, $x^2 + 1 = 0$ ve $x^2 + 2x + 2 = 0$ denklemlerinin çözümü yoktur. $x^2 + 1 = 0$ denkleminin çözümü olmak üzere, $\sqrt{-1}$ biçimindeki sayılara sanal sayı demek ve i ile göstermek suretiyle sanal sayılar kümesi, sanal sayıların reel sayılara eklenmesiyle de karmaşık (C) sayılar kümesi kurulur. Bir karmaşık sayı $i = \sqrt{-1}$ (sanal birim); a ve b reel sayılar olmak üzere, $a + ib$ şeklinde gösterilir (Sakallı, 2011; Altun, 2015).

Karmaşık sayılar konusu, MEB ortaöğretim matematik dersi 11. sınıf müfredatına göre öğrencilere dokuz hafta, karmaşık sayılar olarak beş hafta ve karmaşık sayıların kutupsal formları olarak dört hafta olarak işlenmektedir. Karmaşık sayılar konuları aşağıdaki gibi iki ana bölüme ayrılmaktadır (MEB, 2005). Bunlar;

A. Karmaşık sayılar;

- 1) Gerçek genişleme gereksinimi, i (sanal birim) sayıları
- 2) Karmaşık sayı ve sıralama
- 3) Karmaşık düzlem
- 4) Karmaşık eşlenikler ve donanım

- 5) Karmaşık sayılar üzerinde ikinci dereceden bir deney
- 6) Karmaşık sayılarla işlem
- 7) Birbirinden iki karmaşık uzaklık.

B. Karmaşık sayıların kutupsal biçimi;

- 1) Kompleksin kutupsal temsili
- 2) Verilen polar kadran sayısındaki işlemler
- 3) Karmaşık sayının orijininin belirlenmesi
- 4) Karmaşık sayıda kuvvet almak
- 5) Karmaşık sayıların n.dereceden kökleri

Matematik Öğretim Programına Göre Sayıların Yeri

Bu bölümde matematik öğretim programı içerisinde sayı konusunun yeri hakkında bilgiler verilecektir. Bu kapsamda okul öncesi, ilkököl, ortaokul ve ortaöğretim eğitiminde sayı konusuna değinilecektir.

Okul Öncesi Eğitimde Sayıların Öğretimi

Bir okul öncesi çocuk 10'a, 50'ye veya 100'e kadar saymayı doğru şekilde söyleyebilir. Ancak bu sayma matematikte ezber yapılmalıdır, ancak bu durum sayıyı ve işlemleri kazanmadıkları anlamına gelmez. Çünkü ezberden okuma, kişinin bir ritmi öğrenmesive aynı sayıyı tekrar ederek saymasıdır (Kennedy ve Tipps, 1997). Okul öncesi eğitimde çok fazla sınıflandırma, aynı zamanda atama gerekir. Öğretmen çocuğa bu amaç için kullanılan nesne gruplarının sayısal benzerliğini gösterir, hangi nesnenin daha az, daha fazla ve aynı sayıda olduğunu saydırır. Bu bakımdan, okul öncesi eğitimde çocuğun matematiğe ulaşımını ve sayımını modernleştirmek gerekir (Hohmann ve Weikart, 2000).

Sayı kavramının kazanılması, yaşa bağlı olarak 5 ile 8 yaş arasında gerçekleşen bir şeydir (Bisanz ve diğerleri, 1995). Sayı kavramının öğretimine beş ve beşten küçük sayı gruplarıyla ve önce somut nesneler, ardından resimler ile başlamalıdır. Sayıları beşe tamamladıktan sonra, öğretmen masanın üzerine değışen sayıda nesne

yerleştirebilir ve çocuklardan her grubu saymalarını ve kaç tane olduğunu söylemelerini isteyebilir. Bu arada sınıfta karatahta varsa öğretmen nesneleri tahtaya çizip aralarından kaç tane olduğunu yazabilir. Ayrıca bir kağıda (veya tahtaya) birden beşe kadar olan sayıları yazarak, çocuktan o sayı kadar nesne çizmesini ve sayıyı sayarak söylemesini isteyebilir. Sınıfta karatahta yoksa kağıt üzerinde de çalışabilirler. Daha sonraki konsolidasyon için çocuklar, beşe kadar sayılarla ilgili oyunlar oynayarak sayı bilgilerini pekiştirebilir (Nair ve Pool, 1991). Kısacası, öğretmenin sayıları öğretirken öncelikle bir nesne kümesini o nesne kümesine ait sayılarla eşleştirmesi gerekir. Bu, birden ona kadar olan tüm rakamlar için yapılması gerekir. Çocuklara sayıları öğretirken önce sözlü ifadeleri kullanmalı, sonra bunları yazılı sembollerle birleştirmek gerekir (Reys ve diğerleri, 1989). Sıfır ve on özel sayılar olduğu için bu sayılar diğerlerinden sonra öğretilmesi gerekir. Sıfır, bir kümede nesne olmadığında kullanılan özel bir sayıdır. Çocuklar ilk başta sıfır sayısını anlayamaz. Bu nedenle sıfır sayısı öğretilmeden önce 1'den 10'a kadar olan sayılar öğretilmesi gerekir. Çocuğa sıfır sayısının ne sıklıkla öğretilceği sorusu sorulmalıdır. Sette nesne yoksa çocuk sıfır demeye teşvik edilmesi gerekir (Busbridge ve Womack, 1991). Sayıların öğretimi ile ilgili okuma ve yazma etkinlikleri ancak çok pratik yaparak kazanılabilir. Çocuklarla yapılan bu tür etkinlikler genellikle sayıları yazmayı ve adlarını telaffuz etmeyi içerir. Bunun için çocuğa bir sayı gösterip ona adını vermesini ve benzer bir sayı bulmasını istemek eğitim açısından önemlidir (Burton, 1985).

Sayıları gördüğünde tanımak ve kavramış olmak ile yazmak farklı becerilerdir. Sayı yazamama, matematik yapamama ile karıştırılmaması gerekir. Bir sayıyı iyi yazmak, o sayıyı bir problemi çözmek için kullanmakla aynı şey değildir (Burton, 1985). Sayıları doğru yazmak, birinci sınıfa kadar öğrenilemeyecek bir beceridir. Çocukların yazma becerilerini geliştirmek için okul öncesi yıllarda birçok sayı yazma çalışması yapılabilir. Öğretmen, sayı yazma çalışmaları için kağıt ve kalemle sayı yazma dışında, kum veya toz boya üzerine parmaklarla sayı yazma alıştırmalarına da yer verebilir. Okul öncesi yıllarda sayıların düzgün yazılması birkaç yıl içinde yavaş yavaş gelişir (Kennedy ve Tipps, 1997).

Öğretmen çocuklarla sayıları yazarken aynı zamanda çocukları yazdıklarını okumaya teşvik etmelidir. Bunun için çeşitli oyunlar oynayabilirler (Smith, 2000). Sayı yazma işlemi 1'den 5'e kadar olan sayılarla başlamalıdır. Öğretmen, çocuk 5'e kadar

olan sayıları öğrenene kadar her gün sadece bir veya iki sayı öğretmesi gerekmektedir. Bunun nedeni, yanlış alışkanlıkları düzeltmek, doğru olanları öğretmekten daha zor olmasıdır. Bunun için öğretmenin çocuklara sayıları doğru yerden yazmaları için rehberlik etmesi ve hangi yöne çizim yapacaklarını göstermesi, sayıların yazılma yönünün yukarıdan aşağıya doğru olduğuna dikkat edilmesi gerekir (Nair ve Pool, 1991). Çocuklarda 7-8 yaşına kadar sağ-sol kavramı oluşmadığı için çocuklar sayıları tersten yazabilmektedir. Bu özellikle solak çocuklarda görülür. Bazı çocuklar tüm sayıları tersten yazarken bazıları sadece 6, 9, 2, 3, 5 sayılarıyla hata yapar. Bazı çocukların belirli sayılarla sorunları bulunabilir (Burton, 1985; Kennedy ve Tipps, 1997).

Sayıları doğru yazma ile ilgili sorunlar ikinci sınıfa kadar devam edebilir. Her sayının kendi sembolü olduğu için çocukların her bir sembolü ezberlemeleri ve yazarken doğru hatırlamaları gerekir (Burton, 1985). Sorun 3. sınıfa kadar devam ederse, motor koordinasyon eksikliği, görsel problemler, uzamsal organizasyonda bozulma ve öğrenme güçlüğü olduğu varsayılabilir (Kennedy & Tipps, 1997). Çocukların sayıları doğru yazabilmeleri için çocuğun her sayının ayırt edici özelliğini bilmesi gerekir. Örneğin 6, bir daire ve soldan aşağıya doğru eğimli bir eğriden oluşurken, bu eğrinin yönü onu 9'dan ayırır. Ayrıca 1, 4, 7 sayıları sadece düz çizgileri içerir. Ancak çocuklar bazı sayıların yazılımlarını karıştırabilir. Özellikle 2 ve 5 veya 6 ve 9 sayıları arasındaki farkları çocukların söylemesi çok zordur, çünkü bu sayılar rakamların bölümlerinin yönleri dışında benzerdir. Bazen çocuklar bir sayı ve bir harfi karıştırabilir. Örneğin, 5 ve S veya 3 ve E en çok karıştırılan kelimelerdir (Brody, 1989). Öğretmenin sayıları yazarken dikkat etmesi gereken, önce kağıt kalemle sayı yazmaya başlamamasıdır. Bu amaçla yapılabilecek bazı etkinlik örnekleri şunlardır;

- Zımpara kağıdından şekiller yapmak ve kesmek,
- Kumaştan figürler kesip kartona yapıştırmak,
- Çimlenme deneylerinin şekiller şeklinde hazırlanması,
- Kuru baklagillerle numara yapıp yapıştırma,
- Tebeşir, sulu boya veya parmak boyaları ile resim yapma,
- Havada el ve burun ile figürler çizme,
- Çamur ve kilden figürler yapmasını istemektir (Wilkinson, 1984).

Öğretmen sayıların doğru yazılışını masanın üzerine koyabilir veya bu sayıların olduğu kartları sınıfa asabilir. Çocuklara sayı yazmayı öğretirken, yazarken onları denetlemek gerekir. Bunun nedeni, hataları daha sonra düzeltmenin daha zor olmasıdır. Solak çocuklar için öğretmen mümkünse sol eliyle model yapmalıdır. Bu, çocukların öğretmeni ve modeli takip etmesini kolaylaştırır (Brody, 1989). Öğretmen tahtaya asmak veya tahtaya yazı yazmak dışında her çocuğun önüne modellik yapmak için sayı modelleri koymalıdır. Bu, çocuğun yatay ve dikey görünümü kopyalamasına yardımcı olacaktır. Dört sayısının yazılı biçimleri farklı yerlerde farklı kullanıldığı için bu çocuklara şaşırtıcı gelebilir (Wilkinson, 1984). Bu nedenle öğretmen, çocuğun her iki programın da aynı sayıyı içerdiğini anlamasına yardımcı olmalıdır. Öğretmen çocukla sayı yazma alıştırmaları yaparken çocuğun 0'dan 9'a kadar olan tüm sayıları yazdığından emin olmalıdır.

Sayı kavramının gelişimi ve sayma becerilerinin kazanılması tamamen birbirine bağlıdır. Sayma, sayı adlarının sırasını bilmeyi gerektirir ve sayma, el-göz koordinasyonu ve sözel beceriler gerektiren bilişsel bir etkinliktir (Wilkinson, 1984). Okul öncesi ortamlara giren çocuklar evden farklı deneyimler getirdikleri için sayma becerilerinde de farklılıklar vardır. Örneğin bir sınıfta 100'e kadar sayabilen çocuklar olduğu gibi 5'e veya 20'ye kadar sayabilen çocuklar da vardır. Çocuklar önce tek sayılarla (1, 2, 3 vb.) ritmik olarak saymayı öğrenir, daha sonra nesneleri sayarak sayma becerilerini geliştirir. Sayarken, çocuk başlangıçta sayıların bir diziyi takip ettiğini fark edemeyebilir, ancak zamanla bunu öğrenir (Baroody, 1989). Sayma yeteneği olmayan çocuklar matematik okuryazarlığından yoksundur. Sayma yeteneği, tüm çocukların yaklaşık yedi yaşından önce edinmesi gereken bir beceridir. Saymanın amacı, bir dizi nesnenin sayısını gösteren bir sayı adı bulmaktır. Saymanın bir kısmı sıralamadır. Bu nedenle sıralama kavramı, numaralandırılmış kümenin taban numarasını bulmak için kullanıldığından, sıralama her iki kavramın gelişiminde önemli bir rol oynar. Çocuk, diğer nesneyi 'iki' seçip adlandırarak ilk 'a' nesnesini seçer. Bu işlem tüm nesneler isimlendirilinceye kadar devam eder ve bu sırada kullanılan son sayı küme sayısını gösterir (Ortan ve Frobisher, 2004).

Saymada, küçük çocukların kısmi bilgiye sahip olduğu birkaç yıllık bir dönem vardır. Bazen doğru, bazen de yanlış sayabilirler (Wilkinson, 1984). Ancak bu süreden sonra çocuklar her nesneyi bir sayı ile adlandırarak başarılı bir şekilde sayabilirler.

Bazen çocuklar bir nesneyi iki sayıyla adlandırır veya sayma hızlarına bağlı olarak nesneyi atlar, sırayı kaybeder, bir nesneyi iki kez sayar veya sayıyı atlar. Bu nedenle bazı çocukların sayarken nesnelere dokunması gerekir. Ancak nesneler yatay sıralar halinde dizilirse ve çocukların hareket ettirebileceği somut nesneler (fasulye, boncuk, düğme gibi) kullanılırsa başarı şansı daha da artar. Öğretmen nesnelerle çalışırken çocuğa sadece bir nesneye dokunarak sayı söylemesi için rehberlik etmeli ve genellikle yüksek sesle sayma çalışmalar yapması gerekir (Busbridge ve Womack, 1991; Ortan ve Frobisher, 1996).

Sayma aynı zamanda toplamının temelidir ve birçok çocuk bunu öğretilmeden kendi başlarına keşfedebilir. Örneğin, $2+3=...$ işleminin sonucunu belirlemek için çocuk önce bir, iki, sonra bir, iki, üç ve son olarak son sayıyı bir, iki, üç, dört, beş diyerek toplam sayı olarak ifade eder. Çocuk bunun için genellikle parmaklarını kullanır. Bununla birlikte, özellikle büyük sayılar söz konusu olduğunda, sayma her zaman etkili bir toplama yöntemi değildir (Burton, 1985). Okul öncesi eğitimde sayı kavramı üzerine aşağıdaki çalışmalar gerçekleştirilebilir;

- 1'den 10'a kadar karışık sayılarla model olarak çizilen sayının karşılıklarını bulma
- 1'den 10'a kadar olan karışık sayılar arasından o sayıyı bulma
- 1'den 10'a kadar karışık sayılar arasından gösterilen sayıyı okuma
- Çocuğa sözlü rehberlik altında 1'den 10'a kadar saymasınısorma
- Verilen sayılar arasında sayma (5-9 gibi)
- Gösterilen sayıdan geriye doğru sayma
- Farklı sayıda nesneyi eşleştirme
- Yazılan iki sayıdan (örneğin 5 ve 9) hangisinin daha az veya daha fazla olduğunu belirleme
- Bir sayı dizisini sıralama, yüksek sesle okuma ve istediğiniz sayıyı göstermelerini isteme
- Verilen iki öge grubunu sayma ve verilen sayıyla eşleşip eşleşmediklerini belirleme
- Verilen iki öge grubunu sayma ve hangisinin daha az veya daha fazla olduğunu belirleme

- Verilen sayıyı bir grup nesneyle karşılaştırma ve hangisinin daha fazla olduğunu söyleme
- Nesne ve sayı gruplarını vererek eşleşme isteme
- Nesneleri sayarak üç nesne grubundan en küçüğünü veya en büyüğünü adlandırma
- Verilen iki nesne grubundan büyük olanı bulma ve sonra daha küçük sayıda nesneyi büyük gruptan çıkarma ve kalan nesne sayısını adlandırma
- 1'den 10'a kadar ritmik olarak sayarken hangi sayının atlandığını söyleme
- Nesneleri sıralı olarak resimlerle kullanarak nesneyi söz konusu sırayla gösterme
- Sıralı sayı kartlarını kullanarak atlanan sayıyı bulma
- Sıralı sayıları ve nesneleri sayma (birinci, ikinci, üçüncü gibi)
- Çocuklardan verilen kümeden eşit, daha az veya daha fazla sayı içeren kümeler yapmalarını isteme
- Nesneleri sıralarken birinci, ikinci, üçüncü gibi sıra sayıları kullanmadır (Aktaş Arnas, 2002).

İlkokulda Sayıların Öğretimi

Sayılar öğrenme alanı, ilk ve orta matematik müfredatının merkezinde yer alır. 2005'ten 2018'e revize edilen müfredatla birlikte yıllar içinde öğrenme ve alt öğrenme alanlarında, kazanımların içeriğinde ve müfredattaki kazanım sayısında değişiklikler yapılmıştır (İlhan ve Aslaner, 2019). Matematik Öğretim Programı'na (MÖP) (2018) göre, ilkokul matematik müfredatı dört öğrenme alanından oluşmaktadır. Bunlar; sayılar ve işlemler, geometri, ölçme ve veri işleme alanları iken, ortaöğretim matematik müfredatı; beş öğrenme alanından oluşur. Bunlar; sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılıktır. İlkokul müfredatında tüm öğrenme alanları tüm sınıflarda yer alırken, ortaokul müfredatında cebir öğrenme alanı 6. sınıftan başlayarak tüm sınıflarda ve olasılık öğrenme alanı ise 8. sınıfta yer almaktadır. Öğrenme alanları içindeki bazı alt öğrenme alanları da farklı sınıf seviyelerine aktarılmaktadır.

Sayılar ve işlemler öğrenme alanında, öğrencilerin genellikle ilkokulda sayı kavramını ve sayılar arasındaki ilişkiyi öğrenmeleri ve ortaokulda çeşitli alt alanlara ve performansa temel oluşturan temel aritmetik becerilerini geliştirmeleri beklenir.

Geometri öğrenme alanında öğrencilerin sonlu ve somut nesne ve kavramları kullanarak soyut kavramlar oluşturmaları beklenir. Ölçmeyi öğrenme alanında, ölçülecek özelliğin belirlenmesi, karşılaştırma ve sınıflandırmaların yapılması, önce standart dışı, ardından standartlaştırılmış birimlerle ölçüm yapılması ve son olarak da bu bilgilerin uygulanması ve yorumlanmasına odaklanılır. Geometri ve ölçme, ikincil düzeyde çeşitli geometrik kavram ve şekillerin özelliklerini açıklamayı, göstermeyi ve çizmeyi içerir. Ayrıca bu öğrenme alanı, geometrik nesnelerin çevre, alan ve hacim hesaplamalarını ve dönüşümlerini kapsar. Veri işleme öğrenme alanı, 1. sınıftan başlayan Sayılar ve İşlemler öğrenme alanını desteklemek için tabloları, nesneleri ve grafikleri çeşitli şekillerde okumak ve verileri düzenlemek ve yorumlamakla ilgilidir (MEB, 2018). Cebir öğrenme alanı ortaöğretim düzeyindedir ve öğrencilerin sayı örüntülerini bulmaları, eşitlik kavramını, cebirsel ifadeleri ve özdeşlik kavramını anlamaları ve bir bilinmeyenli birinci mertebeden denklemleri çözmeleri beklenir. Olasılık öğrenme alanı sadece 8. sınıf düzeyindedir ve öğrencilerden bir olayın ve farklı olasılıklara sahip olayların olası durumlarını belirlemeleri, eşit olasılıklı olayları araştırmaları ve basit olayların olasılıklarını hesaplamaları beklenir (Kandal, 2021) .

Ortaokulda Sayıların Öğretimi

MÖP doğal sayıların öğrenilmesi bağlamında sayılar ve işlemler alanında; 1. sınıftan 4. sınıfa kadar sayıların öğretimi ile başlamaktadır (MEB, 2018). Ayrıca öğrencilerin çeşitli modeller kullanarak toplama ve çıkarma işlemlerini tanımaları, sınıf düzeyi yükseldikçe çarpma ve bölme işlemlerini içeren işlemler arasındaki ilişkiyi anlamaları ve çeşitli stratejiler kullanarak zihinsel işlemleri yapabilmeleri beklenmektedir. Kesirleri öğrenmenin bir parçası olarak, önce yarım, çeyrek ve tam kesirler konusunda farkındalık yaratılarak parçalar ve bütünler arasındaki ilişki vurgulanarak kesir kavramları tanıtılır. Sınıf seviyesi ilerledikçe birim, basit, bileşik ve tam kesir kavramları ile basit toplama ve çıkarma işlemleri ve bunları içeren problem çözme öğretilir.

Ortaöğretim matematik müfredatına bakıldığında, 5. sınıf öğrencilerinin doğal sayıları okuyup yazabilmeleri, doğal sayılarla dört işlem yapabilmeleri ve dört işlem içeren doğal sayılarla ilgili problemleri çözeabilmeleri beklenmektedir. Bununla birlikte, kesirler alt alanında, öğrencilerin öncelikle tam sayıları ve bileşik kesirleri

anlayabilmeleri ve bunlar arasında dönüşüm yapabilmeleri beklenir. Payları veya paydaları veya birbirinin katları olan kesirleri listeleyin, bu kesirleri toplayın ve çıkarın; ondalık gösterim, ondalık gösterimde toplama ve çıkarma; yüzdeler; amaç, kesir, yüzde ve ondalık gösterimler arasında dönüştürme yapabilmek ve bunları anlayabilmektir. 6. sınıfta nicelik, tam sayıların anlamı ve sırası, doğal sayılarda işlemlerin önceliği, doğal sayıların çarpanları ve katları ile ilgili kavramlar işlenir. Kesirli ve kesirli işlemler alt bölümündeki 5. sınıfın devamı olan kesirlerde sıralama, toplama ve çıkarma işlemlerinin yanı sıra çarpma ve bölme işlemleri ve ondalık gösterim analizi ile öğrencilerin oran kavramını kavramaları beklenmektedir. 7. sınıf sayı ve işlem öğrenme alanında öğrencilerden öncelikle tam sayılarla dört işlem, rasyonel sayıları tanıma, sıralama ve rasyonel sayılarla dört işlem, oran kavramı, yüzdeler ve bu becerileri gerektiren problemleri çözmeleri istenmektedir. Son olarak 8. sınıfta öğrencilerden beklenen hedefler arasında çarpanlar ve katlarla ilgili problemleri çözme, üstel ve köklü ifadeler, gerçek sayıları tanıma ve rasyonel ve irrasyonel sayılar arasındaki ilişkiyi anlama yer alır (Kandal, 2021).

Lisede Sayıların Öğretimi

2005 yılından bu yana ortaöğretim matematik müfredatları, ilerlemecilik felsefesine uygun olarak öğrenciyi merkeze alan, matematikte herkesin başarılı olabileceğini varsayan, kavram ve terimler arasında ilişki geliştirmeyi amaçlayan programlar olarak tasarlanmıştır. Geliştirilen ortaöğretim matematik müfredatı, işlem ve formül uygulama çalışmaları yerine matematiksel modelleme, akıl yürütme, problem çözme, ilişkilendirme ve keşfetme becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Programlar, materyal ve teknoloji kullanarak öğretimi daha somut hale getiren etkinlikleri içerir (Merter ve Şan, 2012). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre oluşturulan matematik öğretim programları, öğrencilerin bilişsel düzeyde hem duyuşsal hem de psikomotor becerilerinin gelişimini vurgulamanın yanı sıra, yetkinlik ve beceri alanları oluşturarak bilgi ve becerileri bütünleştiren bireyler yetiştirmeyi amaçlamıştır. Araştırmalar, matematiğin anlamını bilmeden ezberci öğrenmenin öğrencilerin matematiksel anlam oluşturmaya imkan vermediğini ve matematiksel kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilemeyeceğini göstermiştir (MEB, 2011).

1924 yılından bu yana Türkiye'de ortaokul müfredatı 18 kez değiştirilmiştir (Zeybek, 2012). 2013 yılında TTKB'nin 01.02.2013 tarih ve 9 sayılı kararı ile ortaöğretim matematik müfredatı güncellenmiştir. 2005 yılında yeni müfredatta yapılan değişikliklere paralel olarak yapılandırmacı öğrenme anlayışı rehberliğinde kavramlara önem verilmiştir. kavramsal bilgi edinme ve içeriğe sarmal bir yaklaşım uygulanmıştır (Yazıcılar ve Bumen, 2017). 2013 OMDÖP'de görülen 2005 ve 2011 uygulanan programlardan en belirgin değişiklik, matematik ve geometri derslerinin altı saatlik tek bir matematik kursunda birleştirilmesidir. 2005 ve 2011 programları mantık, cebir, lineer cebir, matematik ilkeleri, trigonometri ve olasılık programlarından oluşurken, 2013 programı sayılar ve cebir, veri, sayma ve olasılık ve geometri bölümlerinden oluşmaktadır. Bu gelişmeler bağlamında 2013 programının içerik ve kazanımlar açısından 2011 programına göre daha sade olduğu söylenebilse de, geometrinin içeriğinin değişmediği ve geometrinin matematiğin içeriğine doğru bir şekilde yerleştirildiğine dikkat çekilmiştir.

2013 programında 2005 ve 2011 programlarından farklı olarak öğretmenlere fayda sağlayacak etkinliklere ve ölçme değerlendirme uygulamalarına yer verilmediği görülmektedir. Mantık konusunun 9. sınıftan 11. sınıfa aktarılması konunun öğrenilmesi açısından olumlu olmuştur. Karmaşık sayıların bağıntı, matris ve determinant, kutupsal gösterimi programda tamamen atlanmıştır. Bu program ile 9. ve 10. sınıflarda matematik öğretimi tüm ortaöğretim kurumlarında standart bir ders haline gelmiştir. 11. ve 12. sınıflarda matematik dersleri, öğrencilerin tercihlerine göre ilköğretim matematik ve lise matematik olmak üzere iki farklı seçmeli ders olarak sunulmaktadır.

Dört yıldır yürürlükte olan 2013 yılı OMDÖP, 02.05.2017 tarihinde TTKB'nin 38 ve 40 sayılı kararları ile yeniden güncellenmiş ve ortaöğretim düzeyi için iki farklı matematik müfredatı oluşturulmuştur. Programların 2017-2018 eğitim öğretim yılında 9. sınıflarda, 2018-2019 eğitim öğretim yılından itibaren ise 10, 11 ve 12. sınıflarda kademeli geçiş yapılmadan uygulanmasına karar verilmiştir. Yenilenen program, hedefler, felsefi bakış açısı, öğrenme ve değerlendirme yaklaşımları, vizyon ve bakış açıları açısından 2013 programı ile benzerlik göstermektedir. Program 2013 programı gibi eylem odaklı değil, konu ve içerik odaklı bir programdır.

2017 programı, içerik olarak 2013 programından farklıdır, kazanım sayısında önemli bir düşüş, programların yoğunluğunu azaltır. Programlardaki en büyük değişiklik kazanım sayılarının azalmasında ve konuların sınıf seviyelerine göre yeniden dağılımında görülmüştür (Ünal, 2018). Özellikle öğretmenlerin en çok şikayet ettiği 10. sınıf konularında içerik yoğunluğu azaltılmıştır. Vektörler, konikler, modüler aritmetik, ispat yöntemleri, Öklid algoritması, polinom fonksiyonları dışındaki fonksiyonların türevleri ve integralleri ve limitteki belirsizlik programdan çıkarılmıştır.

Mantık ve bölünebilirlik 9. sınıf; basit olayların olasılığı ve fonksiyon konuları 10. sınıf; fonksiyonlarda uygulamalar, doğru, daire ve dairenin analitik analizi, ikinci dereceden fonksiyonlar, katılar (silindir, koni, küre), koşullu olasılık 11. sınıf; 12. sınıfta diziler, üstel ve logaritmik fonksiyonlar, trigonometri (toplam-fark formülleri, trigonometrik denklemler) ve dönüşümler öğretilmiştir. İki farklı şekilde hazırlanan programların farklı yönleri içeriklerindeki farklılıklardır. Lise fen programında, bazı öğrenme alanlarında daha fazla ayrıntı içeren kazanımlara yer verilmektedir. Örneğin: eşdeğer nicelik kavramı, bağıntı ve tersi, gerçek aralıkların kartezyen çarpımı, açılarının iç ve dış açıortaylarının uzunlukları, iki değişkenli polinomlar, karmaşık sayılarla dört işlem, çokgenlerin köşegenleriyle ilgili problemler, x^2 ve x^3 gibi reel sayılarla tanımlanan fonksiyonların grafiklerinin çizilmesi, lise fen bilimleri müfredatına dahil edilmiştir (Gök, 2018).

İlgili Araştırmalar

Sayılar alanıyla ilgili araştırmalar ağırlıklı olarak yeni yaklaşım ve tekniklerin başarısı, öğrenci ve öğretmenlerin kavram hataları ve yanılgıları, öğrenci becerileri, alana dair inanış ve uygulamalar, sayılar arasındaki ilişkiler, geçerli ve güvenilir ölçekler, öğretmenlerin sayılar konusunda pedagojik alan bilgileri, matematik eğitim programları ve ders kitapları üzerine yoğunlaşmıştır.

Yeni yaklaşım ve tekniklerin başarısına dair öğrencilerle yapılan çalışmalardan;

Köroğlu ve Yeşildere (2004) çalışmalarında deney grubuyla kuram temelli öğretimin, kontrol grubuyla yapılandırılmış anlatım yönteminin öğrencilerin tam sayıların öğretimindeki başarılarına etkisini incelemişlerdir. Öğrencilerle bir buçuk

aylık bir eğitimden sonra, geliştirilen “Tamsayılar Bilgi Ölçeği” kullanılarak kontrol ve deney gruplarının tam sayılar ünitesindeki performansları karşılaştırılmıştır. İstatistiksel analizler sonucunda çoklu zeka kuramına dayalı matematik öğretiminin öğrencilerin performansına etkisi olduğu ve kontrol ve deney gruplarının performansları arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Körükçü (2008) tezinde görsel materyallerle matematik öğretimini incelemiş, görsel materyallerin öğrencilerin sayıları öğrenmede başarısına olumlu katkısı olduğunu ispattır. İlköğretim 6. sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmada geleneksel öğrenme yöntemine göre matematiksel performans ve hatırlamada olumlu farklılıklara sebep olmuştur. Görsel materyallerin kullanımı matematiği öğrenme tutumlarında artış, matematik kaygısında azalma ve öğrencilerin matematiğe olan ilgilerinde artış ile sonuçlanmıştır.

Dereli'nin (2008) tez çalışmasında, karikatürlerle tam sayıların öğretiminin öğrencilerin matematik başarısı, öğrenilen bilgilerin kalıcılığı, öğrencilerin matematik başarısı üzerindeki etkileri gösterilmeye çalışılmıştır. tutumları ve matematik kaygısı arasındaki ilişkiler bulunmaya çalışılmıştır. Araştırmanın örneklemini, 2007-2008 öğretim yılında Bolu il merkezinde bir ilköğretim okulunun iki 7. sınıfında öğrenim gören 61 öğrenci oluşturmaktadır. Seçilen gruplara ön başarı testi, ön tutum ve kaygı öncesi ölçekleri öğretilecek konu öncesinde, uygulama sonrası başarı sonrası test, tutum sonrası ve kaygı sonrası ölçekleri uygulandı, ve öğrenmenin kalıcılığını belirlemek için yaklaşık 10 hafta sonra hatırlama testi uygulanmıştır. Ayrıca öğrencilerin tamsayılar hakkındaki alternatif düşüncelerini belirlemek ve karikatürün onlar üzerindeki etkisini ortaya çıkarmak için öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Deney grubunda tam sayılar konusu karikatürlerle işlenirken, kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemleri kullanılmıştır. Çalışma sonunda, karikatürlerle öğretimin matematik kaygısını azaltırken matematik başarısı, matematiksel tutum ve öğrenmenin kalıcılığı üzerinde anlamlı olumlu etkisi olduğu bulunmuştur.

Sakallı (2011) tarafından yapılan tez çalışmasında, 11. sınıflarda karmaşık sayılar konusunun öğretiminde yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E modelinin etkisi araştırılmıştır. 5E modeli ile karmaşık sayılar alanında yapılan uygulamaların öğrencilerin akademik başarı ve tutumlarını olumlu yönde etkilediği görülmektedir.

Yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E öğrenme döngüsü modeline yönelik etkinliklerle karmaşık sayılar konusunu öğrenen öğrencilerin geleneksel yöntemlerle öğrenen öğrencilere göre daha başarılı oldukları ve matematiksel tutumlarında olumlu bir değişiklik olmadığı gösterilmiştir.

Bahadır ve Özdemir (2013) çalışmalarında, geleneksel yöntemlerle verilen öğretimin 6. sınıf öğrencileri üzerindeki etkilerine yönelik yapılan araştırmada, "tamsayılar ve tamsayılarla işlemler" konuları deney grubunda görsel araçlar, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemleri kullanılarak işlenmiştir. Ortaokul 6. sınıflarda bahsedilen bu konuların görsel materyallerle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarılarına, tutumlarına ve kaygılarına geleneksel öğrenme yöntemlerine göre etkisi araştırılmıştır. Araştırmanın evrenini, 2007-2008 öğretim yılında İstanbul'da öğrenim gören 60 tane 6. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın sonunda, "Tamsayılar ve Tamsayılarla İşlemler" konuları görsel materyaller kullanılarak 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel performanslarında ve hatırlamalarında geleneksel öğrenme yöntemine göre olumlu farklılıklar yarattığı tespit edilmiştir. Görsel materyal kullanımı matematiksel tutumlarda artış ve matematik kaygısında azalma ile sonuçlansa da bu durum istatistiksel olarak bir farklılık yaratmamıştır. Matematikğin algılanan kullanışlılığı açısından iki grup arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Deney grubunun öğretim öncesi ve sonrası sonuçları karşılaştırıldığında, deney grubundaki öğrencilerin matematik öğretimine olan ilgilerinin önemli ölçüde arttığı tespit edilmiştir. Muhakeme yeteneği ile işlem bilgisi arasında ise bir ilişki bulunamamıştır.

Kılıçkaya (2017) çalışmasında, anaokullarına devam eden ve normal gelişim gösteren 61-72 aylık 77 çocuk ile yaptığı çalışmasında, "Küçük Çocuklar için Büyük Matematik" etkinlik planları uygulamasını ve Okul öncesi Matematik Beceri Ölçeği (ANOMAT) kullanarak okul öncesi eğitimde sayılar konusunu çalışmıştır. Çalışma yeni yaklaşımların okul öncesi öğrencilerde matematik ve sayılar öğrenme başarı oranını artırdığını göstermektedir.

Sayıların sınıflandırılmasına dair yapılan çalışmalardan öğrencilerle yapılan çalışmalar arasında;

Doğan (2002) tez çalışmasında, ilköğretim birinci kademe öğrencileriyle doğal sayılar konusunda çalışmıştır. Doğal sayılarda dört işlemde hata türlerini tespit etmek amacıyla hazırlanmış çalışmada, en çok yapılan hata türleri ve hataların nasıl ortadan kaldırılabileceğine dair öneriler geliştirilmiştir.

Pala (2016) tez çalışmasında, 50 ortaokul matematik öğretmeniyle sayılar konusu ve rasyonel sayılarla yapılan dört işlemleri öğretirken en çok kullanılan kurallar üzerine çalışmıştır. Bu araştırma ile ortaokul matematik öğretmenlerinin rasyonel sayı kavramını oluşturma, rasyonel sayıları sıralama, rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade edebilme, rasyonel sayılarla toplama, çıkarma ve bölme işlemlerini kavratmada öğretmenlerin çoğunlukla kurallar yardımıyla öğretim yöntemini tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları kurallar yerine, öğretimde yeni yaklaşımlar olarak da isimlendirilebilecek öğretim şekilleri önerilmiştir.

Öğretmenlerle yapılan çalışmalarda ise Bulut (2021) tez çalışmasında ortaokul matematik öğretmenleriyle rasyonel sayılar konusunda, Alana dair yapılan çalışmalar ilköğretim ve ortaöğretim ağırlıklı olmakla birlikte, okul öncesi döneme ait sayılar konusunda yapılmış neredeyse hiç çalışma bulunmamaktadır.

Öğretmen bilgilerine ve kavram yanlışlarına dair yapılan çalışmalardan;

Öğrenci yanlışlarını inceleyen Doğan'ın (2002) tez çalışmasında, doğal sayılarla ilgili dört işlemlerde ilköğretim birinci kademe öğrencilerinin yaptıkları hata türlerini tespit etmek amaçlanmaktadır. Yapılan çalışmalar öğrencilerdeki bilgi ve beceri eksikliklerinin yanı sıra kavram yanlışlarının varlığını da göstermektedir. Bununla birlikte öğretmenlerin de kavram hatalarının ve PAB eksikliklerinin olduğunu ortaya koymaktadır.

Cankoy (2005) öğretmen adaylarının negatif ve pozitif işaretli sayıların çarpımını öğretmek için önerdikleri yöntemlerde ne tür analogiler olduğunu araştırmıştır. Analiz sonucunda öğretmen adaylarının en çok zorlandıkları modelin " $(-2) \times (-3) = +6$ ", en az zorlandıkları modelin ise " $(+2) \times (+3) = +6$ " olduğu görülmüştür.

Kubar (2012) tarafından hazırlanan tez çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının tamsayıların tanımına ilişkin konu ve pedagojik alan bilgileri incelenmiştir. Öğretmen adaylarının tam sayıların tanımına ilişkin bilgileri, ilköğretim öğrencilerinin tam sayıların tanımına ilişkin olası kavram yanlışları ve hatalarına ilişkin öğretmen adaylarının yorumları ve öğretmen adaylarının tam sayıların tanımına ilişkin bilgileri incelenerek yapılmıştır. Adayların ilköğretim öğrencilerinin tam sayıların tanımları ile ilgili olası kavram yanlışları ve hatalarının sebepleri hakkındaki bilgilere ulaşmak için çalışmada iki araç kullanılmıştır. Biri iki açık uçlu soru, diğeri ise görüşme sorularıdır. Çalışmanın başında uygulama kursuna katılan 38 öğretmen adayına bu iki açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırmanın sonuçları; öğretmen adaylarının bütünlük kavramını üç şekilde tanımladıklarını göstermektedir. Bunlar "temel kavramlar", "gösterim" ve "diğer tanımlar"dır. Araştırmanın sonuçları, öğretmen adaylarının bazı tanımlarının yetersizlik ve hata içerdiğini göstermektedir. Öğretmenlerin önerdikleri kavram yanlışları ve hatalar üç kategoride sınıflandırılabilir. Bunlar; sayı kümeleri, öğrencilerin genel yetersizlikleri ve öğretim yöntemleri hakkında olumsuz bilgi aktarımıdır.

Yürekli (2020) çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin tam sayılar alanında kavram yanlışlarının giderilmesinde kavram karikatürleri ile yapılan uygulamaların başarılı sonuçlar verdiğini belirtmektedir. Bu bağlamda, yapılan araştırmalarda daha çok sayılarla ilgili yeni yöntem ve yaklaşımların etkilerini, yaşanan kavram yanlışları ve hataların düzeyini belirlemeye yönelik araştırmalarda bulunulmuştur.

Bulut (2021) tez çalışmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerini (PAB), matematikle ilgili inanışlarını ve pedagojik alan bilgileri ile inanışları arasındaki olabilecek etkileşimi araştırmıştır. Çalışmaya göre, öğretmen inanışlarıyla PAB arasında doğrudan veya dolaylı bir etkileşim görülmektedir. Matematiksel müfredat bilgisi hariç tüm PAB bilgisini oluşturan boyutlarla inanışların etkileşimi bulunmaktadır.

Matematik eğitim programlarına dair yapılan çalışmalarda, tam sayılarla ilgili literatür gözden geçirildiğinde, tamsayılar üzerine yapılan araştırmaların çoğunun tüm işlemlerin öğretimi ile ilgili olduğu bulunmuştur (Roby, 1981; Ashlock, 1990; Bennett ve Musser, 1976; Peterson, 1972; Sherzer, 1973; Köroğlu ve Yeşildere, 2004; Zengin,

2014). Ancak matematik eğitiminde en önemli konulardan biri olan tam sayılar konusunun tarihsel gelişimi ve farklı yıllarda matematik eğitimi programlarında nasıl işlendiği konusunda çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle tam sayılar konusunun tarihsel gelişimini ve matematik öğretim programlarında nasıl sunulduğunu inceleyen çalışmalara ihtiyaç vardır (Zengin, 2014).

Ercan'ın (2010) "İlkokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayı Kavramına İlişkin Bilgilerinin Değerlendirilmesi" adlı çalışmasının genel amacı, ilkokul yedinci sınıf öğrencilerinin matematikte tamsayı kavramına ilişkin bilgilerinin hangi özellikleri taşıdığını değerlendirmektir. Araştırma nitel ve nicel yöntemlerin birlikte kullanıldığı bir tarama modelidir. Araştırma 2008-2009 eğitim öğretim yılında Adana ili Çukurova ilçesinde MEB'e bağlı resmi ilköğretim okullarının 7. sınıf öğrencileri arasından rastgele seçilen 628 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak "Tamsayı Kavramı Örnek Testi" kullanılmıştır. "Tamsayı Kavramı Örnek Testi"nde tamsayı kavramına örnek olan 26 sayı, tamsayı kavramına örnek olmayan 25 sayı bulunmaktadır. Araştırmada öğrencilerin tamsayı kavramına ilişkin verdikleri yanıtlardaki hatalar ve kavram yanılgıları hakkında bazı önerilerde bulunulmuştur. Araştırmadan elde edilen sonuçlarda; tam sayı kavramına örnek olan sayıları doğru tanıma oranı %65, yanlış tanıma oranı ise %35 olarak bulunmuştur. Tamsayı kavramına örnek olmayan sayıları doğru tanıma oranı %63, yanlış tanıma oranı ise %37 bulunmuştur. Tamsayı kavramına örnek olan sayılara verilen yanıtların %35'i doğru, %24'ü yanlış, %14'ü ise gerekçe belirtmemiştir. Tam sayı kavramına örnek olmayan sayılar için cevapların %32'sinde doğru neden, %53'ünde yanlış neden, %15'inde ise sebep belirtilmemiştir. Bazı öğrenciler için sayının önündeki işaretin verilen sayıyı tam sayı olarak kabul etmede önemli bir etken olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin ondalık kesir olarak yazılan sayıları sayının okunmasından dolayı tam sayı olarak kabul ettikleri, bazı öğrencilerin ise verilen sayıların ondalık kesir şeklinde yazıldığı için tam sayı olmadığını söylediği görülmüştür.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Araştırma Modeli

Bu araştırma, veri toplama ve elde edilen verilerin çözümlenmesi süreçlerini ele alış biçimi açısından nitel araştırma modellerinden meta-sentez yöntemi kullanılarak yürütülmüştür. Meta-sentez; nitel çalışmaların bulgularının bir arada karşılaştırılması ve yorumlanmasını içeren bir araştırma yöntemidir (Noblit ve Hare, 1988; Çalık ve Sözbilir, 2014). Meta-sentez araştırma tekniği ile nitel ve nicel veriler teker teker okunarak, kodlara ve kategorilere ayrılarak analiz edilmiştir. Bu amaçla, okul öncesi ve K-12 düzeyinde sayılar konusuna ilişkin tezler nitel araştırma yöntemlerinden biri olan meta sentez tekniği ile incelenerek belirlenen ölçütler çerçevesinde elde edilen veriler ortak temalarda toplanmıştır. Meta-sentez çalışmaları benzer konulardaki çalışmaların bulgularını birleştirilip özgün bulgulara ulaşmak için kullanılan, sentezin sentezi olarak tanımlanan bir istatistik yöntemidir (Crombieve ve Davies, 2009; Aspors ve Fransson, 2015). Bu kapsamda meta-sentez, belli bir konuda yapılmış farklı çalışmaların, benzerlik ve farklılıklarını bütüncül şekilde ortaya koyabilen bir analiz çalışmasıdır (Çalık ve Sözbilir, 2014; Kaya, 2021). Bu çalışmada matematik eğitimi alanında okul öncesi ve K-12 düzeyinde sayılar konusunda yapılan nitel ve karma çalışmaların analiz sonuçları incelenmiş ve benzerlik ve farklılıklar bakımından nasıl bir eğilim izlenildiğine dair meta-sentez çalışmasından faydalanılmıştır.

Meta-sentez çalışmalarının yapılabilmesinde bazı adımların izlenmesi gerekir (Aspors ve Fransson, 2015). Bunlar sırayla; araştırma sorularının belirlenmesi, literatürün taranması, aramada kullanılacak anahtar kelimelerin, tarama yapılacak veri tabanlarının ve zaman diliminin belirlenmesi, araştırma seçimi, süreci ve ölçütleri, başlık ve özetlerin okunması ve daha sonra aday çalışmaların tamamının okunması, çalışmaların, araştırmacıların araştırma tanımına uygun olması ve araştırmaların nitel olması, dahil edilen makalelerin künyelerinin tablo şeklinde verilmesi, içerik çözümleme yöntemi ile kodların, kategorilerin ve ana temaların oluşturulması, incelenen çalışmalardan elde edilen temaların sentezlenerek tümevarımsal çıkarımlarda bulunulması ve veri çözümleme sürecinin ve bulguların açıklanmasıdır.

Araştırmada, matematik eğitiminde okul öncesi ve K-12 düzeyinde sayılar konusunda yapılan verilere ulaşmak amacıyla 1987-2021 yılları arasında Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Ulusal Tez Merkezi veri tabanında yer alan sayılar konusuna ilişkin hazırlanmış tezler incelenmiştir.

Veri Toplama Aracı

Araştırma verileri araştırmacı tarafından oluşturulan lisansüstü tezleri sınıflandırma formu aracılığı ile toplanmıştır. Araştırma verileri YÖK Veritabanında 1987-2021 yılları arasında yayınlanmış tam metin lisansüstü tezlerin taranması şeklinde elde edilmiştir. Alan yazında bulunan tüm lisansüstü tezlerin bu bölümde incelemesi yapılmıştır. Hazırlanan bu dokümanlar, “Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezleri Sınıflandırma Formu” ile çeşitli kategorilere göre incelenmiştir. Sözbilir ve Kutu (2008) tarafından oluşturulan makaleleri sınıflandırma formu, bu araştırmanın alt problemleri doğrultusunda araştırmacı tarafından yeniden geliştirilerek “Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezleri Sınıflandırma Formu” oluşturulmuştur. Alanında uzman iki farklı uzmanın da incelemesiyle bazı düzenlemeler yapılarak Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezleri Sınıflandırma Formu’na son hali verilmiştir (EK-1). Bu form; yıl, tez türü, üniversite, enstitü, sayıların alt öğrenme alanı, örneklem büyüklüğü, örneklem türü, araştırma yöntemi, deseni, veri toplama aracı, veri analiz yöntemi, ölçtüğü özellik, amaç ve sonuç olmak üzere kategorilere ayrılmıştır. Dahil edilme ve hariç tutulma kriterleri dahilinde 1987-2021 yılları içerisinde yayınlanan tezlerden sayılar konusunda gerçekleştirilmiş çalışmalar ayrıştırılmıştır.

Verilerin Toplanması

Verilerin toplanması süreci YÖK veritabanından tarama modeli esas alınarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın kapsamına araştırmaya dahil olan tezleri belirlerken aşağıdaki basamaklar izlenmiştir. YÖKTEZ anasayfasında; tarama terimi bölümüne, “sayılar” ve izinli tezler yazılmıştır. Yıl sınırlaması yapılmaksızın geçmişten araştırmanın yapıldığı 15 Haziran 2022 tarihine kadar olan zaman dilimini içine alacak

şekilde tarama yaptırılmıştır. Tarama sonucunda 642 teze ulaşılmıştır. Konu filtrelemesi olarak “eğitim-öğretim” yazılmış ve toplamda 124 teze ulaşılmıştır. Konu filtrelemesine “matematik” yazıldığında ise toplama 250 teze ulaşılmıştır. Her iki konu filtrelemesiyle ulaşılan tezlerin tamamı teker teker incelenmiş ortak olarak bulunan (eğitim-öğretim=matematik şeklinde) tezlerin birer tanesi alınmıştır. Ayrıca okul öncesi ve K-12 düzeyinde sayılar konusunu içermeyen tezler elenerek hariç tutulmuş geriye kalan 117 tez çalışması araştırmaya dahil edilmiştir. Daha sonrasında YÖKTEZ ana arama sayfasında aranacak kelimelere “sıfır” ve izinli olan tezler yazılarak tarama yaptırılmıştır. Bu tarama ile 249 tez listelenmiştir. Konu filtrelemesinde “matematik” yazılarak ulaşılan tez çalışmalarının sayısı 46’ya düşürülmüştür. Ancak bu kısımdaki çalışmaların salt matematik konusunu içeren çalışmalar olduğu görülmüştür. Daha sonra “eğitim-öğretim” yazılmış ve iki çalışmaya ulaşılmıştır. Okul öncesi ve K-12 düzeyinde sayılar konusunu içermeyen 44 tez çalışma dışında tutularak iki tez çalışması araştırmaya dahil edilmiştir. Tüm bu tarama işlemleri sonucunda araştırma kapsamında 119 tane lisansüstü çalışmanın meta-sentez çalışmasına dahil edilmesine karar verilmiştir. Çalışma kapsamına dahil edilme ve hariç tutulma kriterleri dahilinde tam metnine ulaşılan İngilizce ve Türkçe yayınlanmış lisansüstü çalışmaların tümü girmektedir. Araştırmaya dahil edilen tezler Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezleri Sınıflandırma Formu üzerinde işaretlenerek ayrıntılı analizi yapılmıştır. Tezlerin geçmişten itibaren çalışma yıllarına bakıldığında en eski çalışmanın 1987 tarihinde yapıldığı görülmüştür. Bu nedenle çalışma sınırlılığı 1987-2021 yılları arasında sınırlandırılmıştır.

Tarama süreci 15 Mart 2022-15 Haziran 2022 tarihleri arasında gerçekleştirilmiştir. Tarama işlemi tez isimlerinin alfabetik sırasına göre sıralanması esasına dayalı olarak gerçekleştirilmiştir. Anahtar kelimelere uyum sağlayan tezlerin başlıkları ve özetleri okunmuştur. Öncelikle YÖK Ulusal Tez Merkezi’nden ulaşılan tezlerin analizinin güvenilir ve geçerli olabilmesi için, her bir tez araştırmacının alfabetik isim sırasına konulmuş ve T1, T2, T3,..... şeklinde kodlanmış ve bilgisayar ortamında ayrı bir dosya içine kaydedilmiştir. Daha sonra tezlerin sayılar üzerine ne tür çalışmalar yaptığı detaylı bir şekilde incelenerek araştırma künyesi oluşturulmuştur. Benzer temalar ile bu temalara ait alt temaların belirlenmesi ve incelenmesinde elde edilen verilerin dönüşümü yapılmaktadır. Bu aşamada, araştırmaya dâhil edilen çalışmaların kod ve temaları detaylı bir şekilde incelenerek not

edilmektedir. 1987-2021 yılları arasında matematik eğitimi alanındaki sayılar konulu tezler araştırmaya dahil edilirken, diğerleri hariç tutulmuştur. Dâhil edilme ve hariç tutma kriterlerine göre belirlenen çalışmalar sonucu 10 tanesi doktora, 109 tanesi yüksek lisans olmak üzere toplam 119 çalışma meta senteze dahil edilmiştir.

Verilerin Analizi

Araştırmada elde edilen veriler dosyalararak veri dokümanları oluşturulmuştur. Elde edilen bu nitel verilerin analizinde içerik analizi, tablo ve grafiklerin temsili için betimsel analiz kullanılmıştır. Yapılan çözümlemeler sonrasında, her bir araştırma problemi için tekrar eden kavramlar işaretlenerek çeşitli kodlar oluşturulmuştur. Daha sonra, uzman görüşünden yararlanılarak elde edilen kodların birbirleriyle ilişkileri keşfedilmiş, dönüşümü ve düzenlemesi yapılmış, elde edilen verilerin benzer ve farklı yönleri belirlenerek tema ve alt temalar oluşturulmuştur. Tez çalışmalarında benzer kavramların aynı kavramı temsil ettiği durumlarda aynı tema altında kodlanmıştır. Verilerin içeriği objektif ve sistematik şekilde incelenmiş, verilere kodlar ve temalar organize edilerek bulgular yorumlanmıştır. Verilerin analizinde tezlere kodlar organize edilerek ortak noktalardan alt temalar belirlenmiş, değerlendirilen verilerden sonuçlara ulaşılmıştır.

Bu doğrultuda yapılan meta-sentez çalışmasında, taramalar sonucunda elde edilen dokümanların belirlenen başlıklar altındaki içeriklerinin değerlendirilmesi sağlanmıştır. Araştırma soruları kapsamında özellikle çalışmaların özet, yöntem, bulgular, sonuçlar kısmı ve çalışmalarda uygulanan problem kurma etkinlikleri detaylıca incelenmiştir. Yapılan tüm işlemler sonucunda elde edilen veriler tablo ve grafiklerle görselleştirilmiş, sayılar çalışmaları hakkında genel bilgi elde edilmesi, benzerliklerin ve farklılıkların ortaya konulması amaçlanmıştır. Daha sonra temalar çerçevesinde elde edilen bulgular sentezlenerek çıkarımlar yapılmıştır. Verilerin tablo ya da grafik şeklinde düzenlenerek sunulması, yürütülen çalışma hakkında genel fikir sahibi olunması imkânı sağlamaktadır. Bu tablolar aynı zamanda analiz sürecinde oluşabilecek uyumsuz bir durumu belirleyip, ortaya çıkarmaya yardımcı olacaktır. Bu süreç sonunda dâhil edilen çalışmaların künyesi Ek 2’de yer almaktadır.

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Çalışmalar kodlanırken ortaya çıkabilecek hataları engelleyebilmek için belirlenen süre zarfında eldeki veriler detaylıca incelenmiş ve bilgisayarda kayıt altına alınarak muhafaza edilmiştir. Kodlamaların güvenirliliği için çalışmaların analizi yapılarak bir alan uzmanı ile incelenmiş ve fikir birliğine varılmıştır. Elde edilen araştırma bulgularının orijinal hali korunarak elde edilen nitel bulgular, belirli tema ve alt temalar şeklinde tablolastırılmıştır. Alan yazındaki çalışmaların sonuçları ile araştırmadan elde edilen bulgular birbiriyle örtüşmektedir. Bu çalışmada, alan yazında yer alan sayılar konusundaki çalışmalar bütüncül bir şekilde sunulmuştur. Çalışmanın amacı, yöntemi ve veri toplama süreci, açık ve net olarak ifade edilerek denetlenebilirliği sağlanmıştır. Araştırma sürecini olumsuz etkileyebilecek ve araştırma amacından saptırabilecek hataların önüne geçebilmek amacıyla analize dâhil edilen çalışmaların tarafsız olarak belirlenen kriterlere sadık kalarak seçilmesine dikkat edilmiştir. Araştırma sürecinde, bulguların kaydı ve analizi açık ve net bir şekilde ifade edilmiş ve son olarak bilimsel yayın etik ilkelere bağlı kalınmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUM

Lisansüstü Tezlerin Demografik Özelliklerine Ait Bulgular

Bu bölümde araştırma problemleri bağlamında lisansüstü tezlerin demografik özelliklerine ilişkin bulgular ele alınmaktadır.

Lisansüstü Tezlerin Yıllara ve Türlerine Göre Dağılımına Ait Bulgular

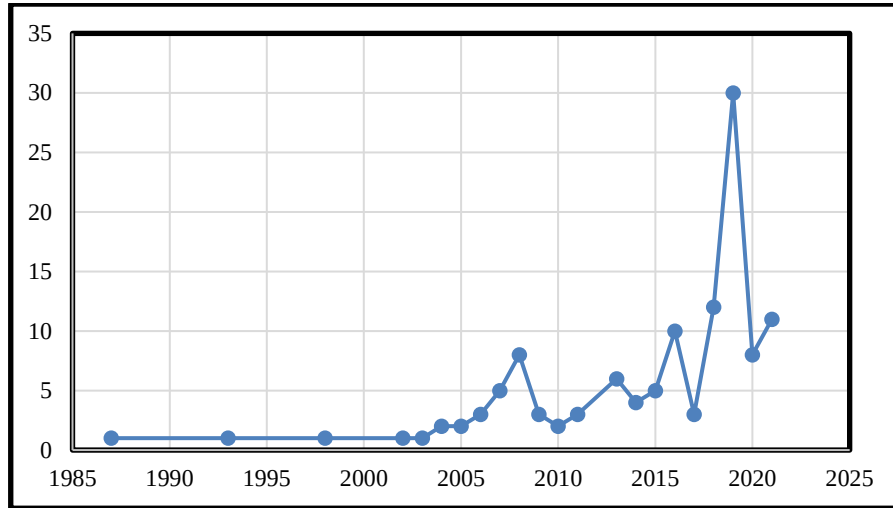
Lisansüstü çalışmaların yıllara göre dağılımına aşağıda Tablo 1’de yer verilmiştir.

Tablo 1. Lisansüstü Çalışmaların Yıllara Göre Dağılımı

Yıllar	Çalışmalar	f
1987	T78	1
1993	T79	1
1998	T82	1
2002	T3	1
2003	T5	1
2004	T50, T114	2
2005	T21, T101	2
2006	T60, T83, T92	3
2007	T45, T85, T89, T115, T119	5
2008	T28, T29, T35, T62, T86, T104, T107, T113	8
2009	T15, T48, T88	3
2010	T31, T52	2
2011	T4, T56, T76	3
2013	T34, T38, T53, T63, T77, T91	6
2014	T80, T95, T98, T110	4
2015	T13, T19, T39, T43, T87	5
2016	T1, T30, T47, T49, T66, T67, T68, T70, T74, T84	10
2017	T2, T10, T41	3
2018	T9, T17, T57, T58, T93, T99, T100, T102, T103,	12

	T104, T105, T116	
	T11, T14, T16, T18, T22, T23, T25, T26, T32, T36, T42, T44, T46, T51, T61, T64, T69, T71, T72, T73, T81, T96, T99, T102, T108, T109, T111, T112, T117, T118	30
2019		
2020	T6, T12, T27, T37, T40, T54, T75, T106	8
2021	T7, T8, T20, T24, T33, T55, T59, T65, T90, T94, T97	11
	Toplam	119

Tablo 1’ de sayılar ile ilgili hazırlanan lisansüstü tezlerin 1987 yılından günümüze kadarki çalışma sıklığına göre en fazla 30 çalışma ile 2019 yılında yapıldığı görülmektedir. Bu sıralamayı 12 çalışma ile 2018 yılı; 11, 10 ve 8 çalışma ile sırayla yapıldığı 2021, 2016, 2008 ve 2020 yılları izlemektedir. 2004 yılına kadar her yıl sadece birer çalışma yapılmıştır. Görüldüğü üzere sayılar alanında yayımlanan çalışmalar 2002 yılına kadar düzenli değildir. Ele alınan tez sayısında durağanlık, 2006 yılına kadar devam etmiş, bu yıldan itibaren tez sayıları günümüze kadar inişli çıkışlı bir seyir izlediği görülmektedir. Aşağıda yer alan Şekil 6’da 1987 yılında sayılar ile ilgili ilk çalışmanın yapıldığı ve sayılara yönelik çalışmaların genel olarak artış eğiliminde olduğu görülmektedir.



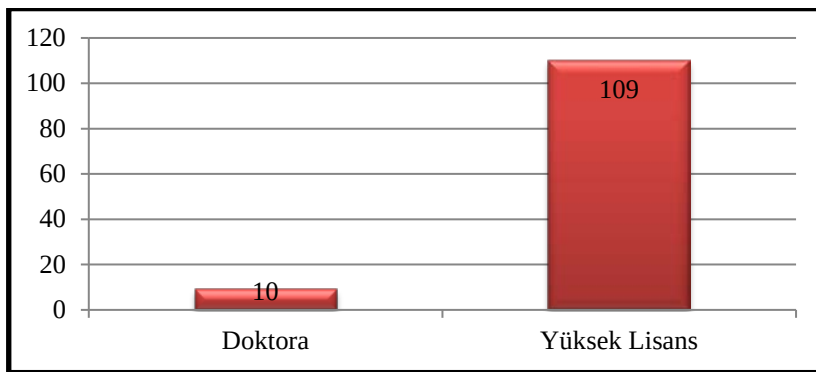
Şekil 6. Lisansüstü Çalışmaların Yıllara Göre Dağılım Grafiği

2019’da sayılara yönelik çalışmaların sayısında önemli bir artış olmakla birlikte, 2020 yılında bu sayıda ani bir azalış olduğu dikkat çekmektedir. Aşağıda Tablo 2’de yapılan çalışmaların türlerine yer verilmiştir.

Tablo 2. Lisansüstü Çalışmaların Türlerine Göre Dağılımı

Türler	Çalışmalar	f
Doktora	T5, T8, T44, T57, T69, T74, T79, T80, T82, T95	10
Yüksek Lisans	T1, T2, T3, T4, T6, T7, T9, T10, T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18, T19, T20, T21, T22, T23, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30, T31, T32, T33, T34, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T42, T43, T45, T46, T47, T48, T49, T50, T51, T52, T53, T54, T55, T56, T58, T59, T60, T61, T62, T63, T64, T65, T66, T67, T68, T70, T71, T72, T73, T75, T76, T77, T78, T81, T83, T84, T85, T86, T87, T88, T89, T90, T91, T92, T93, T94, T96, T97, T98, T99, T100, T101, T102, T103, T104, T105, T106, T107, T108, T109, T110, T111, T112, T113, T114, T115, T116, T117, T118, T119	109
Toplam		119

Yapılan lisansüstü tezler türlerine göre incelendiğinde; çalışmaların içerisinde 109 tane yüksek lisans çalışması, 10 tane doktora çalışması yer almaktadır. Yapılan doktora çalışmaları tez künyelerinden incelendiğinde (Ek 2), doktora yapılan yıllar 1993 (f=1), 1998 (f=1), 2003 (f=1), 2014 (f=2), 2016 (f=1), 2018 (f=1), 2019 (f=2) ve 2021 (f=1) olduğu görülmektedir. Görüldüğü üzere, 2014 ve 2019 yılları doktora çalışmaları sayıları artmıştır.



Şekil 7. Lisansüstü Çalışmaların Türlerine Göre Dağılım Grafiği

İncelenen tezlerin Şekil 7’de görüldüğü gibi büyük çoğunluğu yüksek lisans üzerine çalışılmıştır. Bu kapsamda sayılar konusundaki doktora çalışmalarının da 2022 yılına kadar değişken bir seyir izleyerek artış göstermekte olduğu anlaşılmaktadır.

Lisansüstü Tezlerin Üniversitelere Göre Dağılımına Ait Bulgular

İncelenen lisansüstü çalışmalar Tablo 3'te görüldüğü üzere, toplam 44 tane üniversite içerisinde çalışılmıştır. Bu üniversiteler içerisinde ağırlıklı olarak 14 tez çalışması ile Gazi Üniversitesi, 12 tez çalışması ile Atatürk Üniversitesi'nde çalışma yapıldığı gözlenmektedir. Bunu Necmettin Erbakan Üniversitesi sekiz tez ile, Fırat Üniversitesi altı, Erciyes Üniversitesi beş tez çalışması ile takip etmektedir. Diğer üniversitelerdeki sayılar ise değişken bir ilerleme göstermektedir.

Tablo 3. Lisansüstü Çalışmaların Üniversitelere Göre Dağılımı

Üniversiteler	Çalışmalar	f
1. Atatürk Üniversitesi	T1, T5, T47, T54, T57, T63, T66, T73, T83, T95, T98, T104	12
2. Marmara Üniversitesi	T2, T35, T62, T70	4
3. Gazi Üniversitesi	T3, T7, T29, T31, T45, T52, T65, T69, T76, T84, T86, T88, T105, T109	14
4. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi	T4, T93	2
5. Dicle Üniversitesi	T6	1
6. ODTÜ	T8, T16, T43, T82	4
7. Pamukkale Üniversitesi	T12, T75, T113	3
8. Fırat Üniversitesi	T38, T39, T81, T102, T110, T112	6
9. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi	T9, T61, T64, T97	4
10. İnönü Üniversitesi	T10	1
11. Batman Üniversitesi	T11	1
12. Kırıkkale Üniversitesi	T12	1
13. Başkent Üniversitesi	T13	1
14. Balıkesir Üniversitesi	T14	1
15. Selçuk Üniversitesi	T15, T21, T48, T89	4
16. Çukurova Üniversitesi	T17	1
17. Ondokuz Mayıs Üniv.	T18, T42	2
18. Abant Üniversitesi	T19, T92, T101	3
19. Kocaeli Üniversitesi	T20	1
20. Necmettin Erbakan Üniversitesi	T23, T49, T71, T74, T77, T100, T117, T118	8

21. Zonguldak Üniversitesi	T24	1
22. Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi	T25	1
23. Trabzon Üniversitesi	T26	1
24. Mersin Üniversitesi	T27	1
25. Eskişehir Osmangazi Üniv.	T28, T85, T116, T119	4
26. Ege Üniversitesi	T30, T107	2
27. Uşak Üniversitesi	T32, T87, T99	3
28. Eskişehir Anadolu Üniversitesi	T33, T78, T79	3
29. Ankara Üniversitesi	T34, T56, T103	3
30. Erciyes Üniversitesi	T36, T40, T58, T59, T96	5
31. Van Yüzüncüyıl Üniversitesi	T37, T91	2
32. Amasya Üniversitesi	T41	1
33. Hacettepe Üniversitesi	T44, T115	2
34. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi	T46, T53	2
35. Dokuz Eylül Üniversitesi	T50, T60, T114	3
36. Siirt Üniversitesi	T51	1
37. Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi	T55	1
38. Boğaziçi Üniversitesi	T22, T67, T68	2
39. Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	T72	1
40. Dumlupınar Üniversitesi	T80	1
41. Giresun Üniversitesi	T90, T106	2
42. Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi	T94	1
43. Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi	T108, T118	2
44. Bursa Uludağ Üniversitesi	T111	1

Lisansüstü Tezlerin Sayılar Konusunda Çalıştıkları Sayı Kümelerine Göre Dağılımına Ait Bulgular

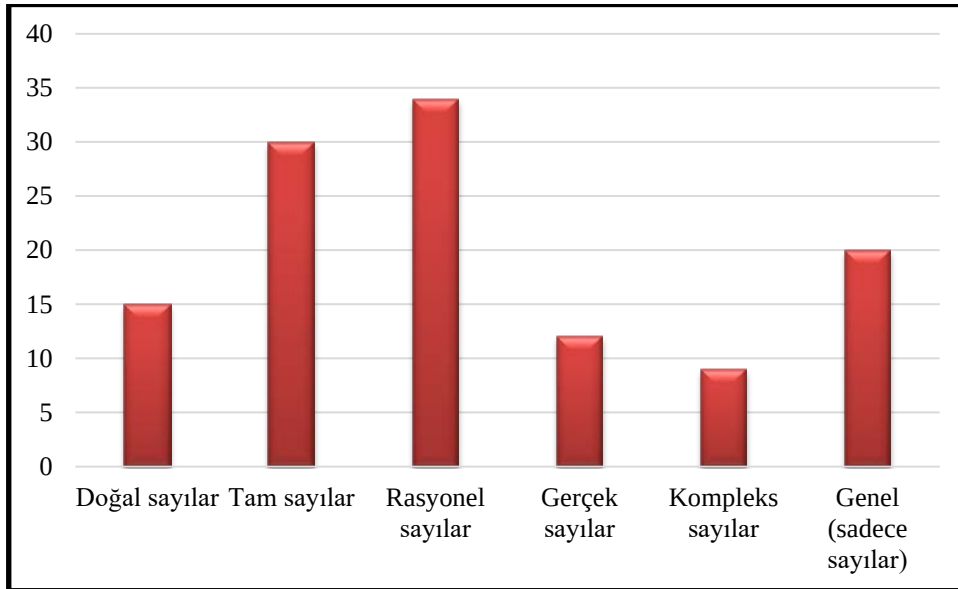
İncelen çalışmaların çalıştıkları sayı kümelerine göre dağılıma ilişkin bulgular Tablo 4’te sunulmaktadır. Bu kapsamda sayılar konusunda incelenen tezlerde çalışılan sayı kümeleri ağırlıklı olarak 40 tez ile rasyonel sayılar üzerine yoğunlaşmaktadır. Bu

çalışmaları sırasıyla tam sayılar ($f=29$) ve sadece sayılar konusu ($f=24$) başlığıyla almaktadır.

Tablo 4. Lisansüstü Tezlerin Çalışılan Sayı Kümelerine Göre Dağılımı

Sayı Kümeleri	Çalışmalar	f
Doğal sayılar	T3, T9, T13, T26, T27, T33, T52, T53, T66, T75, T78, T79, T81, T92, T105	15
Tam sayılar	T6, T12, T14, T16, T20, T21, T28, T35, T43, T48, T54, T56, T61, T62, T64, T65, T69, T70, T71, T72, T73, T84, T93, T97, T99, T106, T108, T109, T110, T117	30
Rasyonel sayılar	T1, T7, T8, T11, T15, T18, T23, T24, T30, T32, T36, T37, T38, T41, T42, T47, T50, T51, T59, T80, T82, T85, T87, T88, T89, T90, T98, T101, T102, T104, T107, T111, T118, T119	34
Gerçek sayılar	T17, T31, T39, T40, T68, T77, T83, T91, T95, T112, T114, T116	12
Kompleks sayılar	T2, T4, T5, T22, T44, T60, T67, T100, T115	9
Genel (sadece sayılar)	T10, T19, T25, T29, T34, T45, T46, T49, T55, T57, T58, T73, T63, T74, T76, T86, T94, T96, T103, T113	20
		Toplam 119

Aşağıda Şekil 8’de yer alan sayı kümeleri incelendiğinde, en fazla rasyonel sayıların çalışıldığı, en az ise kompleks sayıların çalışıldığı görülmektedir.



Şekil 8. Lisansüstü Çalışmaların Çalışılan Sayı Kümelerine Göre Dağılım Grafiği

Şekil 8’de sayılar alanında yapılan ve yayınlanan tezlerin sayı kümeleri dağılımı verilmiştir. Tezler ayrıntılı incelendiğinde sayı kümeleri açısından ilkök, ortaokul ve lise düzeyinde farklılıklar göstermektedir. Genel olarak sayılar konusunda çalışılan tezlerin en fazla 2019 (f=3) yılında, sonra sırasıyla 2018 (f=3), 2021 (f=2) ve 2016 (f=2) yıllarında çalışıldığı görülmektedir. Bununla birlikte, genel anlamda sayılar konusu üzerinde yapılan çalışmalarda ağırlıklı olarak ilkök (f=7), ortaokul (f=7), lise (f=2), okul öncesi (f=1), ortaöğretim ve ilköğretim (f=1) alanında çalışmalar yapılmıştır. Bunun dışında eğitimde matematik tarihi etkinliklerinin ve drama yönteminin entegrasyonu, eğitim müfredatının başka ülkelerin müfredatıyla karşılaştırması, özel öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler, öğrencilerin sayıları kavrama hataları ve yanlışları, sayılar konusunda yapılan makale çalışmalarının analizi üzerinde çalışmalar da yapılmıştır. Bu bakımdan genel olarak sayılar konusunda yapılan farklı alanlarda çok sayıda çalışma bulunmaktadır.

Lisansüstü Tezlerin Metodolojik Özelliklerine Ait Bulgular

Bu bölümde araştırma problemleri bağlamında lisansüstü tezlerin metodolojik özelliklerine ilişkin bulgular ele alınmaktadır. Bu kapsamda sırasıyla çalışmalardaki örneklem büyüklükleri, türleri, yaklaşımları, araştırma deseni, veri toplama araçları incelenmektedir.

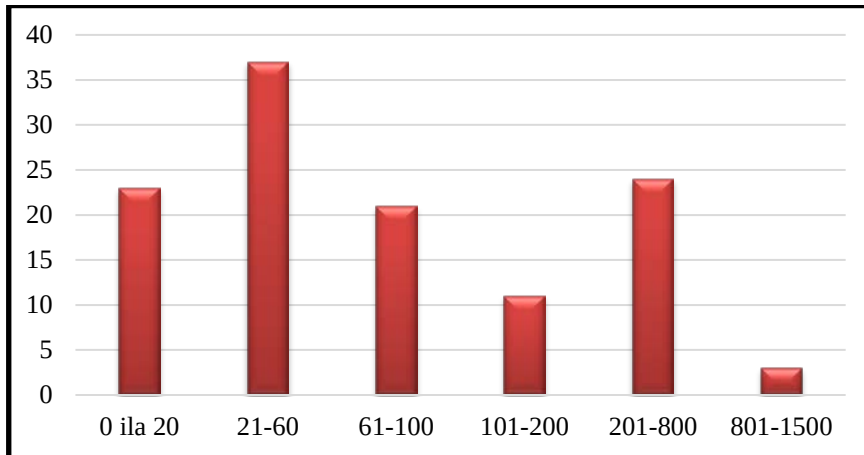
Lisansüstü Tezlerin Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılımına Ait Bulgular

Tablo 5’de sunulduğu üzere çalışmaların yaklaşık %32’sinin (f=37) 21-60 kişi/sayı, aralığında örneklem belirlediği, yaklaşık %20’sinin (f=24) 201-800 kişi/sayı, yaklaşık %18’inin (f=21) 61-100 kişi/sayı örneklem ile çalıştığı tespit edilmiştir. Yine benzer şekilde yaklaşık %19’unun (f=23) 1-20 kişi/sayı örneklem ile çalıştığı, yaklaşık %9’unun (f=11) 101-200 kişi/sayı örneklem ile, yaklaşık %2’sinin (f=3) 801-1500 kişi/sayı örneklem ile çalıştığı belirlenmiştir. Bu bakımdan en fazla örneklem büyüklüğü 21-60 kişi/sayı arasında iken, en az örneklem büyüklüğü 801-1500 kişi/sayı aralığında çalışılmıştır. 81-1500 örneklem büyüklüğüne sahip tezlerin sayısının yok denecek kadar az olmasına ilişkin alana dair geniş kapsamlı nicel çalışmaların az olduğu da söylenebilir.

Tablo 5. İncelenen Çalışmaların Örneklem Büyüklüğü Dağılımı

Örneklem Büyüklüğü (kişi/sayı)	Çalışmalar	f
1-20	T8, T9, T13, T17, T19, T29, T44, T45, T55, T58, T63, T64, T67, T68, T71, T73, T75, T76, T79, T86, T103, T116, T117	23
21-60	T1,T2, T6, T7, T16, T18, T20, T22, T25, T26, T27, T31, T33, T37, T39, T40, T41, T42, T46, T54, T57, T61, T65, T66, T69, T81, T84, T90, T93, T95, T97, T101, T102, T106, T110, T111, T118	37
61-100	T3, T4, T5, T10, T12, T23, T24, T35, T36, T47, T51, T62, T70, T78, T88, T96, T98, T99, T104, T107, T109	21
101-200	T11, T14, T15, T48, T52, T82, T83, T85, T92, T105, T112	11
201-800	T21, T28, T30, T32, T38, T43, T49, T50, T53, T56, T59, T60, T72, T74, T77, T80, T87, T91, T94, T100, T108, T113, T114, T115	24
801-1500	T34, T89, T119	3

Yapılan lisansüstü çalışmalar, örneklem büyüklüğüne göre bir grafikte (Şekil 9) incelendiğinde aşağıda görüldüğü gibi verilere ulaşılmaktadır. Bu kapsamda en yüksek örneklem oranı, 21-60 kişi arasında değişirken, en az örneklem ise 801-1500 kişi aralığındadır.



Şekil 9. Lisansüstü Çalışmaların Örneklem Büyüklüğüne Göre Dağılım Grafiği

Lisansüstü Tezlerin Örneklem Türüne Göre Dağılımına Ait Bulgular

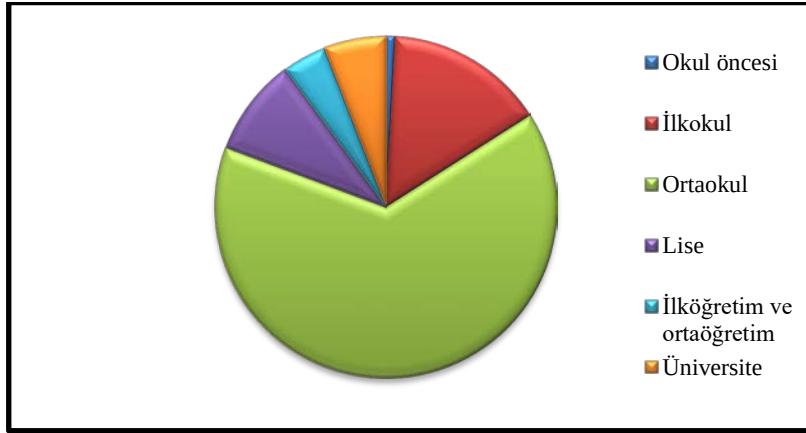
İncelenen lisansüstü çalışmaların örneklem türleri, okul düzeylerine göre farklılıklar göstermektedir. Çalışmalarda en fazla ortaokul (f=77) seviyesinde örneklem grubu kullanılmıştır. Bunu sırasıyla ilkokul (f=18) ve lise (f=11) seviyesi takip etmektedir. Ardından üniversite düzeyinde (f=7) örneklem çalışması bulunmaktayken, ilköğretim ve ortaöğretim düzeyleri (f=5) karışık olarak çalışılmıştır. Bununla birlikte okul öncesi eğitime yönelik bir örneklem çalışması mevcuttur. Aşağıda yer alan Tablo 6'da tezlerin örneklem türüne göre dağılımları verilmektedir.

Tablo 6. İncelenen Çalışmaların Örneklem Türüne Göre Dağılımı

Örneklem Türü (öğrenci ve/veya öğretmen)	Çalışmalar	f
Okul öncesi	T10	1
İlkokul	T3, T9, T13, T19, T25, T26, T30, T34, T45, T49, T55, T74, T79, T81, T92, T101, T105, T117	18
Ortaokul	T1, T6, T7, T8, T11, T12, T14, T15, T16, T18, T20, T21, T23, T24, T27, T28, T31, T32, T33, T35, T36, T37, T38, T39, T40, T41, T42, T43, T46, T47, T48, T50, T51, T52, T54, T56, T57, T58, T59, T61, T62, T64, T65, T66, T67, T69, T70, T71, T73, T75, T77, T78, T80, T84, T85, T86, T87, T88, T89, T90, T93, T96, T97, T98, T99, T102, T103, T104, T106, T107, T108, T109, T110, T111, T112, T114, T116, T118, T119	77
Lise	T2, T4, T29, T44, T53, T60, T76, T83, T91, T95, T100	11
İlköğretim ve ortaöğretim	T17, T63, T68, T72, T94	5
Üniversite	T5, T22, T77, T82, T100, T113, T115	7

Tablo 6'da görüldüğü üzere incelenen çalışmalarda, örneklem türünün dağılımını grafik olarak göstermek gerekirse, çalışmaların %66'sı ortaokul, %15'i ilkokul, %9'u lise, %4'ü ilköğretim ve ortaöğretim karışık şekilde, %6'sı üniversite ve yaklaşık %1'i okul öncesi örneklem grubundan oluşmaktadır. Bu bakımdan, okul öncesi eğitiminde sayılar konusu üzerine çok az sayıda çalışma yapıldığı görülmektedir.

Aşağıda yer alan Şekil 10'da tezlerin örneklem türüne göre dağılımları grafik üzerinde belirtilmektedir.



Şekil 10. Lisansüstü Çalışmaların Örneklem Türüne Göre Dağılımı

Lisansüstü Tezlerin Yöntemlerinde Kullandıkları Veri Analiz Türlerine Göre Dağılımına Ait Bulgular

İlk kez 1987 yılında nicel yaklaşımla hazırlanan sayılar konulu tez çalışmalarının sayısında 2004 yılından sonra artış olduğu görülmektedir. Nicel yaklaşımla ele alınan tez çalışmalarının en fazla değere ulaştığı yılın 2019 (f=12) yılı olduğu tespit edilmiştir. Nicel yaklaşımla tasarlanan tezler genel olarak deneysel ve betimsel analiz, etkinlik ve ölçek geliştirme çalışmalarını kapsamaktadır. Çalışmalarda nicel analiz veri toplama araçlarından başarı, teşhis ve tanı testleri, anket, eğitim programları, tarama ve ölçekler kullanılmıştır. Nicel yaklaşım sergileyen tez çalışmalarında analiz yöntemi olarak SPSS, t-testi, Anova vd. istatistiki veri analiz araçları kullanılmıştır. Nicel yaklaşımla ele alınan toplam tez çalışmalarının sayısının 54 olduğu ve tüm çalışmaların yaklaşık %45'ini oluşturduğu görülmektedir. Bu kapsamda nicel çalışmaların %21'i sadece 2019 yılında yapılmıştır.

İlk kez 1993 yılında nitel yaklaşımla hazırlanan sayılar konulu tez çalışmalarının sayısında 2004 yılından sonra artış olduğu görülmektedir. Nitel yaklaşımla tasarlanan tez çalışmalarının sayısı ise 43'tür. Bu çalışmaların tüm tezler içerisindeki oranı ise %36 kadardır. Bu tezler ise yine ağırlıklı olarak en fazla değere ulaştığı 2019 (f=4) yılında çalışılmıştır. Bu sayı ile birlikte toplam nitel araştırmaların %9'u sadece 2019 yılında çalışılmıştır. Nitel yaklaşımlarda ağırlıklı şekilde veri toplama aracı olarak yüzyüze mülakat, görüşme, tarama, gözlem, deney, başarı, teşhis, tanı testleri ve ölçekler

kullanılmıştır. Nitel yaklaşımlarda durum çalışması, eylem araştırması, fenomografik ve olgubilim deseni yöntemleri ele alınmıştır.

İlk kez 1998 yılında karma (nicel+nitel) yaklaşımla hazırlanan sayılar konulu tez çalışmalarının sayısında 2004 yılından sonra artış olduğu görülmektedir. Karma yaklaşımla tasarlanan tez çalışmalarının sayısı 22'dir. Bu çalışmaların tüm tezler içerisindeki oranı ise %18 dir. Bu tezlerin en fazla frekansa ulaştığı yıl 2021 yılıdır. 2021 yılında toplam beş tane çalışmada karma tez yöntemi kullanılmıştır. Bu oran karma yöntemleri kullanan araştırmaların %44'ünün sadece 2021 yılında çalışıldığını göstermektedir. Karma yaklaşımlarda veri toplama aracı olarak yüzyüze mülakat, görüşme, tarama, gözlem, deney, başarı, teşhis, tanı testleri, anket, eğitim programları ve ölçekler kullanılmıştır. Araştırma deseni olarak durum (örnek olay) çalışması, deneysel ve boyamsal analiz, eylem araştırması, fenomografik ve olgubilim deseni yöntemleri ele alınmıştır. Araştırma verilerinin analizinde ise içerik analizi, betimsel analiz, SPSS, t-testi, wilcoxon işaretli sıralar testi, Anova vd. istatistiki veri analiz araçları kullanılmıştır.

Aşağıda yer alan Tablo 7'de sunulduğu üzere tez çalışmalarında en çok kullanılan nicel veri analiz teknikleri SPSS programı, bağımsız ve bağımlı örneklem t-testi, tek yönlü varyans analizi (ANOVA) (f=54) teknikleridir. Nitel verilerin analizinde ise en çok döküman (içerik) analizi yöntemi, betimsel analiz yöntemi, kategorisel analiz tekniği, gözlem ve durum çalışması (f=30) kullanılmıştır. Nitel analiz yöntemlerini sırasıyla durum (örnek olay) çalışması, gözlem (f=9) ve olgubilim (fenomonoloji) (f=4) veri analiz yöntemleri almaktadır. Bunların yanı sıra karma araştırma desenine sahip çalışmalarda ise her iki desenin veri analiz yöntemleri toplu halde kullanılmış ve (f=22) ele alınmıştır.

Tablo 7. İncelenen Çalışmaların Veri Analiz Yöntemlerine Göre Dağılımı

Veri Analiz Yöntemleri	Çalışmalar	f
Durum (Örnek olay) çalışması, gözlem	T1, T8, T19, T22, T26, T67, T79, T83, T86	9
NİTEL	Görüşme, doküman (içerik) analizi, betimsel analiz, kategorisel analiz tekniği	30
	Olgubilim (fenomonoloji)	4
NİCEL	SPSS programı, bağımsız ve bağımlı örneklem t-testi, tek yönlü varyans analizi (ANOVA)	54
KARMA	Deneyssel (örnek olay) ve boylamsal analiz, iç içe gömülü desen, SPSS, wilcoxon işaretli sıralar testi ve içerik analizi, betimsel analiz, tarama modeli, görüşme tekniği, bağımsız ve bağımlı örneklem t-testi, tek yönlü varyans analizi (ANOVA)	22

Lisansüstü Tezlerin Araştırma Desenine Göre Dağılımına Ait Bulgular

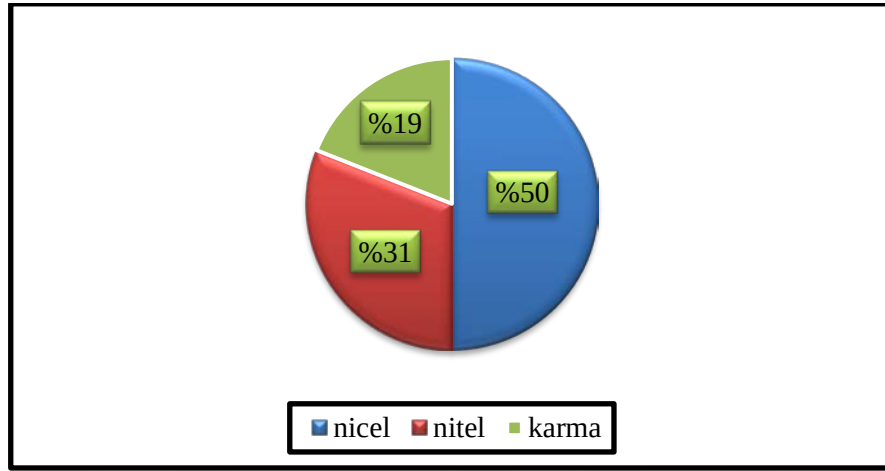
İncelenen lisansüstü çalışmaların araştırma deseninde ağırlıklı olarak nicel analiz yöntemlerinin (f=60) kullanıldığı, bunu sırasıyla nitel analiz (f=37) ve ardından karma analiz (f=22) yönteminin takip ettiği görülmektedir. Aşağıda yer alan Tablo 8’de tezlerin araştırma desenlerine göre dağılımları belirtilmektedir.

Tablo 8. İncelenen Çalışmaların Araştırma Desenine Göre Dağılımı

Araştırma yöntemi	Araştırma deseni	Çalışmalar	f
Nicel	Eylem araştırması	T38, T61, T106	3
	Yarı deneysel	T10, T18, T23, T24, T25, T27, T31, T35, T36, T37, T39, T46, T62, T65, T66, T69, T80, T81, T82, T93, T101, T102, T104, T107, T109	25
	Zayıf deneysel		
	Gerçek deneysel	T4, T5, T7, T11, T51	5
	Faktöriyel desen		
	Korelasyonel		
	Tarama	T3, T15, T21, T28, T32, T34, T48, T50, T53, T56, T60, T63, T77, T85, T87, T88, T89, T91, T92, T98, T100, T110, T112, T113, T114, T115, T119	27
Nitel	Olgu bilim/ Fenomenografik	T20, T29, T71, T96, T103	5
	Doküman analizi	T9, T13, T45, T55, T94	5
	Tarihsel analiz		
	Karşılaştırma		
	Durum çalışması/örnek olay	T1, T2, T8, T12, T16, T22, T26, T33, T40, T44, T58, T64, T72, T73, T75, T76, T78, T83, T84, T86, T95, T99, T116, T117	24
	Tek denekli	T19, T67, T79	3
Karma	Açıklayıcı (nicel-nitel)	TT14, T17, T30, T41, T42, T43, T47, T49, T54, T68, T70, T97, T108, T111, T118	15
	Keşfedici (nitel-nicel)	T74, T105	2
	İç içe gömülü desen	T6, T52, T57, T59, T90	5
	Üçgenleme		
	Diğer		

Buna göre çalışmaları bir grafik (Şekil 11) halinde göstermek gerekirse; nicel çalışmalar yaklaşık %50, nitel çalışmalar %31 ve karma çalışmalar ise tüm tez çalışmaları içerisinde %19 luk bir orana sahiptir. Çalışmaların nicel boyutundaki araştırma desenleri en çok tarama (f=27) ve yarı deneysel (f=25) çalışmalar üzerinde yoğunlaşmaktadır. Nitel boyutunda durum çalışması / örnek olay (f=24) deseninde ve

karma yöntemde ise açıklayıcı ($f=15$) desen üzerinde yoğun olarak çalışmalar yapılmıştır.



Şekil 11. Lisansüstü Çalışmaların Araştırma Yaklaşımlarına Göre Dağılımı

Lisansüstü Tezlerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımına Ait Bulgular

Aşağıda yer alan Tablo 9’da sunulduğu üzere sayılar konusunda yapılan tez çalışmalarında en fazla kullanılan veri toplama aracının 65 frekansla ağırlıklı nicel araştırma yöntemlerinin veri toplama araçları olduğu görülmektedir. Bu kapsamda, başarı, teşhis ve tanı testleri, anket, eğitim programları, tarama ve ölçekler veri toplama araçları içerisinde %55 orana sahiptir. Bununla birlikte nitel veri toplama araçlarının 54 frekansla %45 oranında kullanıldığı görülmektedir. Bu araçlar yüzyüze derinlemesine mülakat, görüşme, tarama, gözlem, deney, başarı, teşhis, tanı testleri ve ölçekler olarak tanımlanmaktadır.

Tablo 9. İncelenen Çalışmaların Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımı

Veri Toplama Araçları	Çalışmalar	f
Görüşme, tarama, gözlem, deney, test ve ölçekler	T2, T3, T8, T12, T14, T16, T17, T19, T20, T22, T26, T29, T32, T33, T40, T41, T42, T43, T44, T47, T49, T52, T54, T57, T58, T59, T63, T64, T67, T68, T71, T72, T73, T75, T76, T77, T79, T82, T83, T84, T86, T90, T95, T96, T97, T99, T106, T108, T110, T111, T112, T116, T117, T118	54
Başarı, teşhis, tanı	T1, T4, T5, T6, T7, T9, T10, T11, T13, T15, T18, T21,	65

vb.. testleri, anket, eğitim programı, tarama ve ölçekler	T23, T24, T25, T27, T28, T30, T31, T34, T35, T36, T37, T38, T39, T45, T46, T48, T50, T51, T53, T55, T56, T60, T61, T62, T65, T66, T69, T70, T74, T78, T80, T81, T85, T87, T88, T89, T91, T92, T93, T94, T98, T100, T101, T102, T103, T104, T105, T107, T109, T113, T114, T115, T119
---	--

Lisansüstü Tezlerin Amaçlarına Ait Bulgular

Bu bölümde araştırma problemleri bağlamında lisansüstü tezlerin amaçlarına ilişkin bulgular ele alınmaktadır. Tablo 10’da sunulduğu üzere sayılar konusunda çalışılan tezlerin sayı kümeleri okul öncesi, ilköğretim, ortaöğretim ve üniversite düzeyinde farklılaşmaktadır. Yapılan çalışmaların amaçlarına genel olarak bakıldığında, ana temanın genel olarak sayıların kavranması, yeni teknik ve yaklaşımların uygulanması, öğrenci ve öğretmenlerin sayılar konusundaki yanılgılarının ve sorunların giderilmesi, sayılar konusunda yapılan çalışmaların analizi üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Bu kapsamda, yapılan çalışmalar bu ana temalar doğrultusunda alt temalar ve kodlarla kategorize edilmektedir. Aşağıdaki tabloda çalışmaların alt temaları ve tezlerin betimlemeleri gösterilmektedir.

Tablo 10. İncelenen Çalışmaların Amaçlarına Göre Dağılımı

	Araştırma Amaçları	Çalışmalar	f
Genel Olarak Sayıların Kavranması	Sayılar konusu, tarihsel gelişimi, en çok kullanılan kuralların belirlenmesi, matematiksel temsillerin kullanma durumları, sayıların kavranması, sayıların kavramsal manasının anlaşılması, kavram imajının belirlenmesi ve sınıflandırılması, sayılar arasında ilişkilendirme, geçmiş ve günümüz matematik eğitim programı karşılaştırması	T1, T2, T13, T20, T58, T61, T96, T100, T105, T110	10
Yeni Teknik ve Yaklaşımların Uygulanması	Geleneksel öğretim yöntemleri ile yeni teknik ve yaklaşımları (görselleştirme yaklaşımı, kavram haritaları, etkinlik temelli öğretim materyalleri, modelleme etkinlikleri, 5E modeli, küçük çocuklar için	T4, T5, T7, T10, T11, T15, T16, T18, T19, T23, T24, T25, T27, T29, T31, T35, T36, T37, T39, T41,	47

	büyük matematik eğitim programı, eşzamanlı ipucuyla öğretim CCC (kapat-kopyala-karşılaştır) öğretim yöntemi, matematik tarihi kullanımı, bilgisayar destekli modeller, aktif öğretim yöntemi, portfolyo, FeTeMM, ters-yüz sınıf modeli, oyunlar, drama vb..) karşılaştırmak, etkilerini belirlemek	T42, T46, T47, T48, T51, T52, T54, T57, T62, T65, T66, T69, T73, T74, T79, T80, T81, T85, T86, T93, T101, T102, T106, T109, T111, T117, T118	
Öğrenci ve Öğretmenlerin Sayılar Konusundaki Yanılgılarının ve Sorunların Giderilmesi	Öğrencilerin problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi, hataların tespit edilmesi, kavram yanılgılarının giderilmesi, farklı düzeylere sahip öğrencilerin, eğitim süreçlerinin incelenmesi, sayılar arasında ilişkilendirme, başarılı güvenilir testler oluşturulması, sayıların günlük hayata transferi	T3, T6, T12, T14, T17, T21, T26, T28, T30, T32, T33, T34, T38, T43, T44, T49, T50, T53, T56, T59, T60, T70, T72, T75, T76, T77, T78, T83, T84, T87, T88, T89, T90, T91, T92, T97, T98, T99, T104, T105, T107, T108, T112, T114, T115, T116, T119	47
	Öğretmenin sayılar konusundaki pedagojik alan (PAB) ve konu alan bilgilerini (KAB), nicel muhakemelerini incelemek, matematikle ilgili inanışlarını ve arasındaki etkileşimi araştırmak, sayılar arasındaki ilişkileri kurmak, sayıların kullanımında benzetim ve analogileri tespit etmek, öğretmenin kavram yanılgı ve hatalarını belirlemek, öğretmen adaylarının sayılar konusunda hazır bulunuşluğunu tespit etmek	T8, T22, T40, T64, T67, T68, T71, T82, T95, T113	10
Sayılar Konusunda Yapılan Çalışmaların Analizi	Ders kitaplarındaki işlemlerin bağlamı ve bilişsel gereksinim özelliklerinin analizi, içeriğin geliştirilmesi, farklı müfredatlarla karşılaştırma, kitaplardaki soruların Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International	T9, T45, T55, T63, T103	5

Mathematics and Science Study) (TIMSS)		
bilişsel düzeylerine göre karşılaştırılması		
Sayılar ve işlemler alanında yapılan çalışmaların eğilimlerini ve sonuçlarını incelemek	T94	1

Yapılan lisansüstü tez çalışmalarının amaçları arasında yer alan yeni teknik ve yaklaşımların uygulanması ana teması altında;

- Geleneksel öğretim yöntemleri ile yeni teknik ve yaklaşımlarının (görselleştirme yaklaşımı, kavram haritaları, etkinlik temelli öğretim materyalleri, modelleme etkinlikleri, 5E modeli, küçük çocuklar için büyük matematik eğitim programı, eşzamanlı ipucuyla öğretim CCC (kapat-kopyala-karşılaştır) öğretim yöntemi, matematik tarihi kullanımı, bilgisayar destekli modeller, aktif öğretim yöntemi, portfolyo, FeTeMM, ters-yüz sınıf modeli, oyunlar, drama vb..) uygulanması,
- Bu uygulamaların geleneksel yöntemlerle karşılaştırılması,
- Uygulamaların öğrencilerin, öğretmenlerin başarı ve motivasyonu ile dersin işleyişine etkilerini belirlemektir.

Bu temanın araştırmalarda 47 tez ile ağırlıklı olarak çalışıldığı görülmektedir. Bu kapsamda incelenen tezlerin %40'ının bu amaç ve alt temaları doğrultusunda hazırlandığı görülmektedir.

Lisansüstü çalışmaların diğer amaçlarından biri olan öğrenci ve öğretmenlerin sayılar konusundaki yanlışlarının ve sorunların giderilmesi ana teması altında; öğrencilere ve öğretmenlere ilişkin olarak iki ayrı tema kategorize edilmektedir. Bu kapsamda öğrencilerin sayılar konusundaki yanlışlarının ve sorunların giderilmesi amacına ilişkin olarak; öğrencilerin problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi, hataların tespit edilmesi, kavram yanlışlarının giderilmesi, farklı düzeylere sahip öğrencilerin, eğitim süreçlerinin incelenmesi, sayılar arasında ilişkilendirme, başarılı güvenilir testler oluşturulması, sayıların günlük hayata transferi amaçları yer almaktadır. Bu alt temanın araştırmalarda 47 tez ile çalışıldığı görülmektedir. Bu kapsamda incelenen tezlerin %40'ının bu alt tema doğrultusunda hazırlandığı görülmektedir. Öğretmenlerin sayılar konusundaki yanlışlarının ve sorunların giderilmesi amacına

ilişkin olarak ise; öğretmenin sayılar konusundaki pedagojik alan (PAB) ve konu alan bilgilerini (KAB), nicel muhakemelerini incelemek, matematikle ilgili inanışlarını ve arasındaki etkileşimi araştırmak, sayılar arasındaki ilişkileri kurmak, sayıların kullanımında benzetim ve analogileri tespit etmek, öğretmenin kavram yanlış ve hatalarını belirlemek, öğretmen adaylarının sayılar konusunda hazır bulunuşluğunu tespit etmek amacı bulunmaktadır. Bu alt temanın ise araştırmalarda 10 çalışma ile çalışıldığı görülmektedir. Bu kapsamda incelenen tezlerin %8'inin bu alt tema doğrultusunda hazırlandığı görülmektedir. Her iki alt tema toplam 57 (%48) çalışma ve yüzde ile öğrenci ve öğretmenlerin sayılar konusundaki yanlışlarının ve sorunların giderilmesi ana amacını tez çalışmalarında sayılar alanında en çok yoğunlaşılan konu haline getirmektedir. Bu kapsamda çalışılan tezlerin neredeyse yarısı öğrenci ve öğretmenlerin sayılar konusundaki yanlışlarının ve sorunların giderilmesi ana temasını ve amacını taşımaktadır.

Yapılan çalışmalarda genel olarak sayıların kavranması amacı ana temasının 10 çalışma ile tez çalışmaları içerisinde %8 orana sahip olduğu görülmektedir. Bu kapsamda, sayılar konusu, tarihsel gelişimi, en çok kullanılan kuralların belirlenmesi, matematiksel temsillerin kullanma durumları, sayıların kavranması, sayıların kavramsal manasının anlaşılması, kavram imajının belirlenmesi ve sınıflandırılması, sayılar arasında ilişkilendirme, geçmiş ve günümüz matematik eğitim programlarının karşılaştırması alt temalarını içermektedir.

Yapılan çalışmalardaki bir diğer ana amaç ise, sayılar konusunda yapılan çalışmaların analizidir. Bu kapsamda beş tez çalışması ile ders kitaplarındaki işlemlerin bağlamı ve bilişsel gereksinim özelliklerinin analizi, içeriğin geliştirilmesi, farklı müfredatlarla karşılaştırma, kitaplardaki soruların TIMSS bilişsel düzeylerine göre karşılaştırılması alt teması yaklaşık %4 oranan sahipken, bir çalışma ile sayılar ve işlemler alanında yapılan çalışmaların eğilimlerini ve sonuçlarını incelemek alt teması % 0.8 orana sahip gözükmemektedir. Bu bağlamda, yaklaşık % 5 oran ile sayılar konusunda yapılan çalışmaların analizi ana teması yapılan çalışmaların amacını oluşturmaktadır.

Lisansüstü Tezlerin Sonuç ve Önerilerine Ait Bulgular

Bu bölümde araştırma problemleri bağlamında lisansüstü tezlerin sonuçlarına ilişkin bulgular ele alınmaktadır. Sayılar alanında yapılan araştırmaların sonuçları kod ve kategoriler bazında aşağıdaki Tablo 11’de sunulmaktadır. Ayrıca bulgulara araştırmacıların amaçlarını mümkün olduğunca yansıtabilmek amacıyla kullandıkları terimler olduğu gibi sunulmaya çalışılmıştır.

Tablo 11. İncelenen Çalışmaların Sonuçlarına Göre Dağılımı

Araştırma Sonuçları	Çalışmalar	f
Yeni Yaklaşım ve Tekniklerin Geleneksel Yöntemlere Göre Daha Başarılı Olması	Gerçekçi temsillerin, sembolik ve dilbilimsel temsillerin ve kural odaklı öğretimin yapıldığı anlaşılmış, kuralların tercih edilmesi yerine yeni yaklaşımlar önerilmiş, sayıların geçmiş ile şimdiki gösterimleri karşılaştırılmıştır	T1, T13, T20, T61 4
	Kavram imgeleri, haritaları ve karikatürleri, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E modeli, görselleştirme yaklaşımı, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), etkinlik temelli öğretim yöntemi, modelleme, matematik tarihi temelli model (MEAs) etkinliği, sayıların ingilizce yazımında CCC öğretim ve eşzamanlı ipucu öğretim yöntemi, oyun, bilgisayar destekli model, FeTeMM alanları, ters-yüz sınıf modeli, portfolyo, drama, oyun vb. kullanılarak başarı ve motivasyon artmış, kavram yanlışlarının giderilmesinde bilgisayar destekli eğitim, farklı algısal öğrenme stiline sahip olan öğrencilerde etkili olmuştur	T2, T4, T5, T6, T7,T10,T11,T12T16, T18, T19, T23, T24, T25, T27, T29, T31, T35, T36, T37, T39, T41, T42, T46, T47, T48, T51, T52, T54, T57, T62, T65, T66, T69, T70, T73, T74, T79, T80, T81, T85, T86, T93, T101, T102,T106,T109, T111, T117, T118 50
Öğrenci Becerilerinin Yetersizliği ve Geliştirilmesi Gerekliği	Öğrencilerin üst düzey bilişsel düşünme, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim gibi matematiksel süreç becerilerinin gelişiminin düşük olduğu, öğrenmede zorluk yaşadığı, ders kitaplarının geliştirilmesi, pekiştirme ve sınıf içi etkinliklerinin yapılması gerektiği önerilmiş, kavram imajları	T9, T14, T15, T26,T33, T44, T58,T59, T76, T78, T90, T100, T104, T105, T108, T116 16

	snıflandırılmış, aynı sınıfta yer alan öğrencilerin aynı tip kavram yanlışısına sahip olduğu görülmüştür. Alt bilgilerin kavranabilmesi için anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi gerekir.		
	Sayıların kavranmasıyla ilgili yanlışlar ve hata türleri tespit edilerek gidermeye yönelik öneriler geliştirilmiştir. Öğretmenlerin de öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışısına benzer yanlışlara sahip olduğu görülmüştür	T3,T17,T21,T28, T30,T32,T43,T49 T50,T53,T60,T72 T75,T77,T83,T84 T87,T88,T89,T91 T98,T99,T107, T112,T114, T115, T119	27
İnanış ve Uygulama Arasında Etkileşim Bulunması	Katılımcıların çoğunlukla düz anlatım yoluyla öğretim yapma eğiliminde oldukları, inanışlar ile PAB arasında direk veya dolaylı bir etkileşim olduğu görülmüştür	T8	1
Sayılar Arasında İlişkilerin Kurulması, Sayıların Günlük Hayata Transferi, Kavramsal Manasının Anlaşılması	Matematik eğitiminde sayıların formları ve çarpımları arasında ilişki bulunmuş, mantıkal nicel anlamlandırma, yapısal sınıflandırma yapılmış, sayıların günlük hayata transfer düzeyi belirlenmiş, kavramsal mananın semantik açıdan matematik öğretiminde etkili olduğu belirtilmiştir	T22,T38, T63, T67, T96, T97	6
Geçerli ve Güvenilir Başarılı Testler Oluşturulması	Yeterli düzeyde geçerli ve güvenilir başarı testler elde edilmiştir	T34, T56	2
Öğretmenlerin Sayılar Konusunda Pedagojik Alan (PAB) ve Konu Alan (KAB) Bilgilerinin ve Nicel Muhakemelerinin Önemli Olduğu, Sayıların Kullanımında Benzetim ve Analojilerin Varlığı, Kavram Hatalarının	Öğretmenlerin alan bilgilerinin yeterli olmadığı, yüksek lisans mezunu ve mesleki deneyimi fazla olan öğretmenlerin diğer öğretmenlere göre sayılar konusunda pedagojik alan bilgilerinin daha iyi düzeyde olduğu, lisansüstü programlara başvurmalarının önem taşıdığı anlaşılmıştır. Öğretmenler, öğretmen adaylarına göre daha fazla özgün analogi üretebilmişlerdir. Sınıf öğretmeni adaylarının ilköğretim matematik dersi sayılar öğrenme alanı içeriğine yaklaşık yüzde 60 oranda hazır bulunduğu görülmektedir	T40,T64, T68, T71,T82, T95, T113	7

ve Yanılgılarının Bulunması, Adayların Yeni Konulara Hazır Bulunuşluk Düzeylerinin Tespiti			
Matematik Eğitim Programının, Farklı Öğrenme Alanlarıyla Örtüşmesi, Ders Kitapları İçeriğinin Geliştirilmesi ve Yapılandırıcı Sistem Kullanılması Gerekliği	Matematik Dersi Öğretim Programı (İMDÖP) kazanımlarının, kazanımlarının Singapur Matematik Dersi Öğretim Programı (SİMDÖP) kazanımları ile örtüşmesi belirlenmiş, yeniden adlandırma ve standart/orantılı olmayan temsil boyutlarının ders kitaplarında yer verilmesi gerektiği, Türk öğrencilerin TIMSS matematik alanında daha başarılı olabilmeleri için ders kitaplarındaki soru sayısının artırılması ve öğrencilerin bilişsel istem düzeyi daha yüksek sorularla karşılaşmasına olanak sağlanması önerilmiştir.	T45, T55, T103, T110	4
Öğrenci Başarılarının ve Yeteneklerinin Karşılaştırması	Satranç bilen ve bilmeyen öğrenciler arasında sayılarda dört işlem ve problem çözme başarılarının farklılık gösterdiği anlaşılmıştır	T92	1
Sayılar ve İşlemler Alanında Yapılan Çalışmaların Eğilimlerine ve Sonuçlarına İlişkin Verilere Ulaşılması	Kesirlere yönelik problem kurmada kavramsal boyutta güçlükler yaşandığı, kesirler ve doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve problem çözme beceri düzeylerinin düşük olduğu, çalışmaların odağının kesirlere yönelik düzey/durum belirleme, kavram yanılgısı/hata/zorluk/güçlükler veya problem kurma becerisi, zihinsel hesaplama/aritmetik işlem becerisi şeklindeki beceri çalışmaları olduğu görülmüştür	T94	1

Tablo 11 incelendiğinde, sayılar alanında düzeyi belirlemeye yönelik ele alınan tezlerin yeni yaklaşım ve tekniklerin geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olması (f=54), öğrenci becerilerinin yetersizliği ve geliştirilmesi gerektiği (f=43), inanış ve uygulama arasında etkileşim bulunması (f=1), sayılar arasında ilişkilerin kurulması, sayıların günlük hayata transferi, kavramsal manasının anlaşılması (f=6), geçerli ve

güvenilir başarılı testler oluşturulması ($f=2$), öğretmenlerin sayılar konusunda pedagojik alan (PAB) ve konu alan (KAB) bilgilerinin ve nicel muhakemelerinin önemli olduğu, sayıların kullanımında benzetim ve analogilerin varlığı, kavram hatalarının ve yanlışlarının bulunması, adayların yeni konulara hazır bulunuşluk düzeylerinin tespiti ($f=7$), matematik eğitim programının, farklı öğrenme alanlarıyla örtüşmesi, ders kitapları içeriğinin geliştirilmesi ve yapılandırıcı sistem kullanılması gerektiği ($f=4$), öğrenci başarılarının ve yeteneklerinin karşılaştırması ($f=1$) ve sayılar ve işlemler alanında yapılan çalışmaların eğilimlerine ve sonuçlarına ilişkin verilere ulaşılması ($f=1$) olmak üzere dokuz kategori ve her kategori altında farklı kodlardan oluştuğu görülmektedir.

Araştırmalardan elde edilen sonuçlar içerisinde, yeni yaklaşım ve tekniklerin geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olduğu ana sonuç teması altında toplanan alt temalar içerisinde; dört tez ile gerçekçi temsillerin, sembolik ve dilbilimsel temsillerin ve kural odaklı öğretimin yapıldığının anlaşıldığı, kuralların tercih edilmesi yerine yeni yaklaşımların önerildiği, sayıların geçmiş ile şimdiki gösterimlerinin karşılaştırıldığı belirtilmiştir. Diğer bir alt tema ise 50 çalışma ile kavram imgeleri, haritaları ve karikatürleri, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E modeli, görselleştirme yaklaşımı, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), etkinlik temelli öğretim yöntemi, modelleme, matematik tarihi temelli model (MEAs) etkinliği, sayıların İngilizce yazımında CCC öğretim ve eşzamanlı ipucu öğretim yöntemi, oyun, bilgisayar destekli model, FeTeMM alanları, ters-yüz sınıf modeli, portfolyo, drama, oyun vb. kullanılarak başarı ve motivasyonun arttığı, kavram yanlışlarının giderilmesinde bilgisayar destekli eğitimin, farklı algısal öğrenme stiline sahip olan öğrencilerde etkili olduğu sonuçlarına ulaşıldığı belirtilmektedir. Bu bağlamda, 54 çalışma ile yeni yaklaşım ve tekniklerin geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olduğu ana kategorisi, çalışmaların %45'inin sonucunu oluşturmaktadır.

Yapılan araştırma sonuçları içerisinde öğrenci becerilerinin yetersizliği ve geliştirilmesi gerektiği ana sonuç teması altında yer alan; 16 çalışma ile öğrencilerin üst düzey bilişsel düşünme, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim gibi matematiksel süreç becerilerinin gelişiminin düşük olduğu, öğrenmede zorluk yaşadığı, ders kitaplarının geliştirilmesi, pekiştirme ve sınıf içi etkinliklerinin yapılması gerektiği önerilerinin olduğu, kavram imajlarının sınıflandırıldığı, aynı sınıfta yer alan

öğrencilerin aynı tip kavram yanlışlığına sahip olduğunun görüldüğü belirtilmektedir. Bunun yanında, alt bilgilerin kavranabilmesi için anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi gerekir. Diğer bir alt tema ise; 27 çalışma ile sayıların kavranmasıyla ilgili yanlışlar ve hata türleri tespit edilerek gidermeye yönelik önerilerin geliştirildiğini, öğretmenlerin de öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlığına benzer yanlışlıklara sahip olduğunun görüldüğünü belirtmektedir. Bu bağlamda 43 çalışma ile öğrenci becerilerinin yetersizliği ve geliştirilmesi gerektiği ana sonuç teması tüm çalışmaların yaklaşık % 36'sının sonucunu ortaya koymaktadır.

Diğer ana sonuç teması olan inanış ve uygulama arasında etkileşim bulunması; bir çalışma ile katılımcıların çoğunlukla düz anlatım yoluyla öğretim yapma eğiliminde olduklarını, inanışlar ile PAB arasında direk veya dolaylı bir etkileşim olduğunu belirtmektedir. Bir başka ana sonuç teması ise sayılar arasında ilişkilerin kurulması, sayıların günlük hayata transferi, kavramsal manasının anlaşılmasıdır. Bu kapsamda, altı çalışma ile matematik eğitiminde sayıların formları ve çarpımları arasındaki ilişki bulunmuş, mantıksal nicel anlamlandırma ve yapısal sınıflandırma yapıldığı, sayıların günlük hayata transfer düzeyinin belirlendiği, kavramsal mananın semantik açıdan matematik öğretiminde etkili olduğu belirtilmiştir. Yine başka bir ana sonuç teması olan geçerli ve güvenilir başarı testler oluşturulması; iki çalışma ile yeterli düzeyde geçerli ve güvenilir başarı testler elde edildiğini belirtmektedir.

Öğretmenlerin sayılar konusunda (PAB) ve (KAB) bilgilerinin ve nicel muhakemelerinin önemli olduğu, sayıların kullanımında benzetim ve analogilerin varlığı, kavram hatalarının ve yanlışlarının bulunması, adayların yeni konulara hazır bulunuşluk düzeylerinin tespitine ilişkin sonuç ana teması yedi çalışma ile öğretmenlerin alan bilgilerinin yeterli olmadığını, yüksek lisans mezunu ve mesleki deneyimi fazla olan öğretmenlerin diğer öğretmenlere göre sayılar konusunda pedagojik alan bilgilerinin daha iyi düzeyde olduğunu, lisansüstü programlara başvuruların önem taşıdığını belirtmektedir. Ayrıca, öğretmenler, öğretmen adaylarına göre daha fazla özgün analogi üretebildiği, sınıf öğretmeni adaylarının ilköğretim matematik dersi sayılar öğrenme alanı içeriğine yaklaşık %60 oranda hazır bulunduğunun görüldüğü belirtilmektedir.

Matematik eğitim programının, farklı öğrenme alanlarıyla örtüşmesi, ders kitapları içeriğinin geliştirilmesi ve yapılandırıcı sistem kullanılması gerektiği ana sonuç teması kapsamında; dört çalışma ile İMDÖP kazanımlarının, SİMDÖP kazanımları ile örtüşmesinin belirlendiği, yeniden adlandırma ve standart/orantılı olmayan temsil boyutlarının ders kitaplarında yer verilmesi gerektiği, Türk öğrencilerin TIMSS matematik alanında daha başarılı olabilmeleri için ders kitaplarındaki soru sayısının artırılması ve öğrencilerin bilişsel istem düzeyi daha yüksek sorularla karşılaşmasına olanak sağlanması önerilmiştir. Öğrenci başarılarının ve yeteneklerinin karşılaştırması ana sonuç teması altında; bir çalışma ile satranç bilen ve bilmeyen öğrenciler arasında sayılarda dört işlem ve problem çözme başarılarının farklılık gösterdiğinin anlaşıldığı belirtilmektedir. Sayılar ve işlemler alanında yapılan çalışmaların eğilimlerine ve sonuçlarına ilişkin verilere ulaşılmasıyla ilgili sonuçlar ana temasında ise; bir çalışma ile kesirlere yönelik problem kurmada kavramsal boyutta güçlükler yaşandığı, kesirler ve doğal sayılarla işlemlere yönelik problem kurma ve problem çözme beceri düzeylerinin düşük olduğu, çalışmaların odağının kesirlere yönelik düzey/durum belirleme, kavram yanılgısı/hata/zorluk/güçlükler veya problem kurma becerisi, zihinsel hesaplama/aritmetik işlem becerisi şeklindeki beceri çalışmaları olduğu görülmüştür.

BÖLÜM V

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu bölümde araştırmanın alt problemleri doğrultusunda ulaşılan sonuçlar ilgili literatürle tartışılarak ele alınmaktadır.

Sayılar Alanında Gerçekleştirilmiş Lisansüstü Çalışmaların Yıllara ve Türlerine Göre Dağılımlarına İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

1987 yılından günümüze kadar olan sayılarla ilgili çalışmaların sıklığına karşılık, en fazla aralığa 2019 yılında 30 çalışma ile ulaşıldığı görülmektedir. Ardından 2018 yılı 12 çalışma ile ilk sırada yer almaktadır. 2021, 2016, 2008 ve 2020 yıllarında sırasıyla 11, 10, 8 ve 8 çalışmanın yapıldığı görülmektedir. 2002 yılına kadar yürütülen çalışmalar düzenli bir model izlememektedir. Çalışma sayısının 2006 yılından itibaren değişen oranlarda arttığı görülmektedir. Çalışmaların sayısı 2019 yılında sayıların üzerinde önemli ölçüde artmış olsa da 2020 yılında bu sayının aniden azaldığı dikkat çekmektedir. Çalışmalar türlerine göre incelendiğinde çalışmaların 109'u yüksek lisans ve 10'u doktora çalışmasıdır. Doktora çalışmaları 1993 (f=1), 1998 (f=1), 2003 (f=1), 2014 (f=2), 2016 (f=1), 2018 (f=1), 2019 (f=2) ve 2021 (f=1) yıllarında yapılmıştır. Görüldüğü gibi doktora çalışmalarının sayısı 2014 ve 2019 yıllarında artmıştır. Kandal (2021), Türkiye'de sayılar ve işlemler alanında yayınlanan makaleleri incelediği çalışmasında, sayılar alanında en çok yayının 2019 ve daha sonar 2017 yıllarında gerçekleştiğini tespit etmiştir. Bu alandaki yayınların sayısının ise yıllar içinde arttığına da dikkat çekmiştir. Bu bağlamda, bu çalışma 2019 yılı ve yayın sayısındaki artış ile ilgili diğer çalışmalarla benzer sonuçlara ulaşmaktadır.

Sayılar Alanında Gerçekleştirilmiş Lisansüstü Çalışmaların Sayı Kümelerine, Örneklem Türlerine ve Örneklem Büyüklüklerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

İncelenen çalışmaların sayı kümelerine göre dağılımına bakıldığında, çalışılan sayı kümeleri çoğunlukla (f=40) rasyonel sayılar üzerinde yoğunlaşmaktadır. Bu çalışmalar tam sayılarla (f=29) veya genel olarak sayılarla (f=24) ilgilenmektedir. Sayılar alanında üretilen ve yayınlanan eserlerin alt alanları ilkökul, ortaokul ve lise

düzeyinde farklılıklar göstermektedir. Genel olarak sayılar konusunda yapılan çalışmaların çoğunun 2019 (f=3), ardından 2018 (f=3), 2021 (f=2) ve 2016 (f=2) yıllarında yapıldığı görülmektedir. Ancak genel olarak sayılar konusunda yapılan çalışmalar ağırlıklı olarak ilkokul (f=7), ortaokul (f=7), lise (f=2), okul öncesi (f=1), ortaokul ve ilkokulda (f=1) yapılmıştır. Bunların dışında matematiksel etkinliklerin tarihçesi ve drama yönteminin öğretime entegre edilmesi, müfredatın diğer ülkelerin müfredatları ile karşılaştırılması, özel öğrenme güçlüğü çeken öğrenciler, öğrencilerin sayıları anlamadaki hata ve kavram yanılgıları ve makale analizi konularında da çalışmalar yapılmıştır. Bu bağlamda genel olarak sayılarla ilgili farklı alanlarda birçok çalışma bulunmaktadır.

İncelenen lisansüstü çalışmaların örneklemi okul düzeyine göre farklılık göstermektedir. Araştırmalarda en çok ortaokul düzeyindeki örneklem grubu (77) kullanılmıştır. Bunu ilkokul (18) ve lise (11) izlemiştir. Daha sonra üniversite (f=7) ve ilköğretim ve ortaöğretim düzeyleri (5) karma bir şekilde çalışılmıştır. Okul öncesi eğitim için ise 1 örnek çalışma bulunmaktadır. İncelenen çalışmalarda örneklem türünün dağılımı yüzdesel incelendiğinde çalışmaların %66'sı ortaokul, %15'i ilkokul, %9'u lise, %6'sı üniversiteler, %4'ü karma ilköğretim ve ortaöğretim ve %1'i okul öncesi olarak çalışılmıştır. Bu bağlamda okul öncesi eğitimde sayılar konusunda çok az çalışmanın yapıldığı görülmektedir.

Kılıçkaya (2017), anasınıflarına devam eden ve normal gelişim gösteren 61-72 aylık 77 çocukla yaptığı çalışmada, Okul Öncesi Matematik Becerisini kullanarak “Küçük Çocuklar İçin Büyük Matematik” etkinlik planlarının uygulanmasını ve okul öncesi eğitimde ANOMAT ölçeğiyle sayılar konusunu araştırmıştır. Pala (2016), 50 ortaokul matematik öğretmeni ile sayılar; Ericek (2020), 40 ortaokul öğrencisi ile rasyonel sayılar tezi; Bulut (2021), ortaokul matematik öğretmenleri ile rasyonel sayılar ve Doğan (2002) ilkokula giden öğrencilerle doğal sayılar çalışmıştır. Yapılan tüm bu çalışmalar bu çalışmaya paraleldir ve araştırmayı doğrulamaktadır.

Sayılar Alanında Gerçekleştirilmiş Lisansüstü Çalışmaların Yöntemlerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Nicel yaklaşımla ilk kez 1987 yılında üretilen sayılar üzerine yapılan tezlerin 2004 yılından sonra görece hızlı bir şekilde arttığı görülmektedir. Nicel yaklaşımla yapılan tez çalışmalarının en yüksek frekansa ulaştığı yılın 2019 olduğu tespit edilmiştir ($f=12$). Nicel bir yaklaşımın kullanıldığı tez çalışmaları genellikle deneysel ve betimsel analizlerin yanı sıra etkinlik geliştirme ve ölçek çalışmalarını içermektedir. Nicel bir yaklaşım kullanan toplam araştırma sayısının 54 olduğu ve tüm çalışmaların yaklaşık %45'ini temsil ettiği görülmektedir. Bu kapsamda nicel çalışmaların %21'i sadece 2019 yılında gerçekleştirilmiştir. İlk olarak 1993 yılında nitel yaklaşımla yapılan sayılarla ilgili tez çalışmalarının 2004 yılından sonra görece arttığı görülmektedir. Nitel yaklaşımla yapılan tez çalışmalarının sayısı 43'dür ve bu çalışmalar tüm araştırmaların yaklaşık %36'sını oluşturmaktadır. Öte yandan, bu tezler ağırlıklı olarak en yüksek frekansa ulaştığı 2019 ($f=4$) yılında çalışılmıştır. Bu sayı ile toplam nitel araştırmaların %9'u sadece 2019 yılında incelenmiştir. Nitel yaklaşımlardan vaka çalışmaları, eylem araştırması, fenomenografik ve fenomenolojik tasarım yöntemleri tartışılmaktadır. Sayılarla ilgili ilk kez 1998 yılında karma (nicel + nitel) yaklaşımla üretilen tez çalışmalarının sayısının 2004 yılından sonra görece olarak arttığı görülmektedir. Karma yaklaşımla üretilen tez çalışmalarının sayısı 22'dir ve bu çalışmalar tüm tezlerin %18'ini oluşturmaktadır. Bu tezlerin en yüksek frekansa ulaştığı yıl 2021'dir. 2021 yılında ise toplam beş çalışmada karma tez yöntemi kullanılmıştır. Bu oran, karma yöntemlerin kullanıldığı çalışmaların %44'ünün sadece 2021 yılında yapıldığını göstermektedir. Araştırma verilerinin analizinde içerik analizi, betimsel analiz, iç içe tasarım, Wilcoxon işaretli sıra testi, SPSS, t-testi, Anova ve diğer istatistiksel veri analiz araçları kullanılmıştır.

İncelenen çalışmalarda ağırlıklı olarak nicel analizlerin ($f=60$) kullanıldığı, ardından nitel analizlerin ($f=37$) veya karma analizlerin ($f=22$) kullanıldığı görülmektedir. Bu kapsamda tüm final bildirileri arasında nicel çalışmaların yaklaşık %50, nitel çalışmaların %31 ve karma çalışmaların %19 gibi bir payı bulunmaktadır. Sayılarla ilgili yapılan tez çalışmalarında en sık kullanılan veri toplama araçlarının 66 frekansla daha çok nicel araştırma yöntemlerinden veri toplama araçları olduğu görülmektedir. Ancak 54 sıklık ile olguların %45'inde nitel veri toplama araçlarının

kullanıldığı görülmektedir. Nitel verilerin analizinde doküman inceleme yöntemi (içerik), betimsel analiz yöntemi, kategorik analiz tekniği, gözlem ve durum çalışması en fazla 37 çalışmada kullanılmıştır. Ayrıca karma araştırma desenli çalışmalarda her iki desene ait veri analiz yöntemleri birlikte kullanılmış ve 22 çalışma ile işlenmiştir.

Araştırmaların örneklem büyüklüklerine bakıldığında yaklaşık %32 (f=37) örnekleme 21-60 kişi/sayı, yaklaşık %20 (f=24) 201-800 kişi/sayı, yaklaşık %18 (f=21) kadarı 61-100 kişi/sayı örneği ile çalıştığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde, yaklaşık %19'u (f=23) 1-20 kişi/sayı örneklemeyle, yaklaşık %9'u (f=11) 101-200 kişi/sayı örneğiyle ve yaklaşık %2'si (f=3) olduğu tespit edilmiştir. Burada maksimum örneklem büyüklüğü 21-60 kişi/sayı, minimum örneklem büyüklüğü ise 801-1500 kişi/sayı arasındadır.

Sayılar alanında yapılan lisansüstü çalışmaların yöntemleri incelendiğinde bu çalışmaya benzer sonuçlar ortaya çıktığı görülmektedir. Bu kapsamda yapılan çalışmalardan, Pala (2016) yaptığı tez çalışmasında tanısal testi 50 ortaokul matematik öğretmenine uygulayarak elde ettiği verileri kategorik analiz tekniğini kullanarak analiz etmiştir. Ericek (2020), araştırma modeli olarak yarı deneysel ve boylamsal bir araştırma gerçekleştirmiş ve bu yöntem içinde karma yöntemler ve gömülü tasarım kullanmıştır. Araştırmaya 40 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Gerçekçi Matematik Öğretimi yaklaşımının uygulanmasına altı hafta boyunca devam edilmiş, Denge Testi ve Problem Çözme Becerisi Testi kullanılmıştır. Ölçeklerden matematiksel problem çözmeye yönelik tutum ölçeği ve dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin GME yaklaşımına ilişkin görüşlerini belirlemek için bir görüş anketi kullanılmıştır. Araştırmada nicel verilerin analizinde t testi, Wilcoxon işaretli sıra testi, karma ölçümler için iki faktörlü ANOVA testi ve nitel veriler için içerik analizi kullanılmıştır. Bu bağlamda araştırmalardan elde edilen sonuçlar bu çalışmayı desteklemektedir.

Sayılar Alanında Gerçekleştirilmiş Lisansüstü Çalışmaların Amaçlarına İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Lisansüstü çalışmaların amaçlarından biri olan yeni teknik ve yaklaşımların uygulanması ana teması 47 tez çalışmasıyla ile diğer çalışmalara göre daha fazla işlenmiştir. Bu kapsamda yapılan çalışmalar sayıların öğrenilmesinde yeni teknik ve yöntemlerin uygulanması amacının geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olduğunu göstermektedir. Bu amaçla hazırlanan çalışmaların %40'ının bu amaç ve alt temalarla uyumlu olduğu görülmektedir. Diğer amaçlardan biri olan sayılarla ilgili öğrenci ve öğretmenlerin kavram yanlışları ve sorunlarının giderilmesi ana teması altında öğrenci ve öğretmenlerle ilgili iki ayrı tema kategorize edilmiştir. Yapılan araştırmalarda öğrencilere yönelik alt temanın 47 çalışma ile işlendiği ve incelenen çalışmaların %40'ının bu alt temaya uygun olarak yapıldığı görülmektedir. Öğretmenlerin sayılarla ilgili kavram yanlışlarını ve problemlerini giderme amacına yönelik olarak, araştırmalarda bu alt temanın 10 çalışmayla incelendiği ve incelenen çalışmaların %8'inin bu alt temaya uygun olarak oluşturulduğu görülmektedir. Toplam 57 çalışma ve %48 yüzde ile her iki alt tema da öğrenci ve öğretmenlerin sayılarla ilgili kavram yanlışlarını ve sorunlarını gidermeye yönelik olup, araştırmalarda sayılar alanında en yoğun tema haline gelmiştir. Bu kapsamda incelenen tezlerin neredeyse yarısı öğrenci ve öğretmenlerin sayılarla ilgili kavram yanlışlarını ve sorunlarını giderme ana tema ve hedefine sahiptir.

Yapılan çalışmalarda sayıları anlama hedefinin ana temasının 10 çalışma ile tezlerde %8'lik bir paya sahip olduğu görülmektedir. Çalışmaların bir diğer temel amacı da sayılarla ilgili çalışmaları incelemektir. Bu bağlamda sayılarla ilgili çalışmaların incelenmesi ana konusu %5 civarında bir oranla yapılan çalışmaların amacını oluşturur. Bulut (2021), ortaöğretim matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar (PAB) hakkındaki bilgilerini, matematik hakkındaki inançlarını ve aralarındaki olası etkileşimleri araştırmıştır. Benzer şekilde Doğan'ın (2002) tezi de ilkökul öğrencilerinin doğal sayılarla dört işlemde yaptıkları hata türlerini incelemektedir. Bu bağlamda yapılan çalışmalar, amaçları itibarıyla elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir.

Sayılar Alanında Gerçekleştirilmiş Lisansüstü Çalışmaların Sonuç ve Önerilerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Sayılar alanındaki sonuç eğilimlerini belirlemek için tezlerin sonuç ve önerileri dikkate alındığında; yeni yaklaşım ve tekniklerin geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olduğu ($f=54$), öğrencilerin becerilerinin yetersiz olduğu ve geliştirilmesi gerektiği ($f=43$), inanç ve uygulama arasında etkileşim olduğu ($f=1$), sayılar arasında ilişki kurulması sayıları günlük yaşama aktarma, kavramsal anlamı anlama ($f=6$), geçerli ve güvenilir başarılı testler oluşturma ($f=2$), sayıları kullanırken benzetim ve benzetmeler yapma gerekliliği, öğretmenlerin PAB ve KAB bilgisi önemi ve sayılar, kavram hakkında nicel muhakeme, hata ve kavram yanlışlarını bulma, adayların yeni konulara hazır bulunuşluk düzeylerini belirleme ($f=7$), matematik öğretim programının farklı öğrenme alanlarıyla örtüşmesinin gerekliliği, ders kitaplarının içeriğinin geliştirilmesi ve yapıcı bir sistem kullanılması gerektiği ($f=4$), öğrenci performans ve becerilerinin karşılaştırılması ($f=4$), sayılar ve işlemlerle ilgili eğilimler ve çalışmaların sonuçları hakkında verilere ulaşma ($f=1$) şeklinde her kategori altında farklı kodlar olmak üzere 9 kategoriden oluştuğu görülmektedir (bkz. Tablo 12).

Çalışmalardan elde edilen sonuç ve öneriler arasında yeni yaklaşım ve tekniklerin geleneksel yöntemlere göre daha başarılı olduğu ana kategori, 54 sıklık ile çalışmaların %45'inin sonucunu temsil etmektedir. Sakallı (2011) yaptığı tez çalışmasında 5E modeli ile karmaşık sayılardaki uygulamaların öğrencilerin akademik başarılarını ve kalıcılıklarını olumlu yönde etkilediğini belirtmektedir. Yeni yaklaşım ve tekniklerden olan 5E modeli ile elde edilen başarılı sonuçlar, geleneksel yöntemlerle kıyaslama açısından bu çalışmanın sonuçlarına benzerdir. Yine aynı şekilde Yürekli (2020) yaptığı çalışmada kavram karikatürleri ile yapılan uygulamaların ortaokul öğrencilerinin tamsayılar alanındaki kavram yanlışlarını gidermede başarılı sonuçlar verdiğini belirtmektedir. Bu bağlamda, çalışmaların sonuçları yeni yaklaşım ve tekniklerin daha başarılı olduğunu tespit etmesi açısından elde edilen sonuçlarla uyumludur.

Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda; alana katkı sağlaması açısından sayılar konusundaki çalışmalarda birçok soyut konunun temelini atıldığı okul öncesi düzeyinde yapılan araştırmaların sayısı artırılabilir. Okul öncesinden başlayarak matematik eğitiminde sayıların önemine, kavranmasına, kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çalışmalara yer verilebilir. Yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi sonucunda matematik tarihi ile ilgili az sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Bu nedenle matematik tarihini konu alan farklı çalışmalara yer verilebilir. İncelenen tezlerde daha çok sayılarla ilgili yeni yöntem ve yaklaşımların etkilerini, yaşanan kavram yanlışları ve hataların düzeyini belirlemeye yönelik alanlarda yoğunlaşıldığı görülmekte olup, bu noktalardan hareketle yapılacak yeni çalışmalarda buna yönelik deneysel, olgubilim, ilişkisel vb. çalışmalara yer verilebilir. Sayılar alanı kapsamında gerçekleştirilen bu çalışmaya paralel olarak matematikte farklı düzeylerde ve farklı öğrenme alanlarında çalışmalara yer verilebilir. Matematik tarihini içine alan çalışmalara yer verilmesi matematiğin sevdirmesi açısından değerlendirilebilir. Ortaöğretim ve ilköğretim karma düzeyindeki sınıflarda yapılan çalışmaların sayısı göz önünde bulundurulacak olursa bu düzeydeki çalışmaların yetersiz olduğu görülmektedir. Bu düzeydeki çalışmalara da ağırlık verilebilir.

KAYNAKÇA

- Abalı, M. (2006). Merak ettikleriniz köşesi, tam sayılar sorusu. *TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanılgıları*. Yüksek lisans tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Ak Beyatlı, M. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik konu alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.
- Akman, B. (2019). *Erken çocuklukta matematik eğitimi* (8. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Aktaş Arnas, Y. (2002). Velilerin okul öncesi eğitime ve okul öncesi eğitim kurumlarına yönelik tutumları. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10 (10), 24-36.
- Aktaş, D. G. (2019). *Öğretmen ve öğrencilerin kesir ve rasyonel sayı kavram tanımları*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Akyüz, M. (2019). *Tam sayıların çoklu temsillerle öğretiminin 7. sınıf öğrenci başarısına etkisi ve öğrenci görüşleri*. Yüksek lisans tezi. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.
- Al, B. (2018). *Pozitif tamsayılarda mac mahon parçalanma analizi*. Yüksek lisans tezi. Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Antalya.
- Altıparmak, K. ve Palabıyık, E. (2017). 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık gösterim konusundaki kavram yanılgılarının ve hatalarının tespiti ve analizi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5 (2), 447-470.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19 (2), 223-238.
- Altun, M. (2015). *Ortaokullarda Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Akademi.
- Arık, G. (2007). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı 3-5. sınıf sayılar öğrenme alanı kazanımlarının NCTM standartları ve Singapur kazanımlarına göre değerlendirilmesi*. Yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ashlock, R. B. (1990). Parents can help children learn mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 38 (3), 42-46.

- Aspfors, J. & Fransson G. (2015). Research on mentor education for mentors of newly qualified teachers: A qualitative meta-synthesis. *Teaching and Teacher Education*, 48, 75-86.
- Bahadır, E. ve Özdemir, A. Ş. (2013). Tam sayılar konusunun canlandırma tekniği ile öğretiminin öğrenci başarısına ve hatırlama düzeyine etkisi. *International Journal of Social Science Research*, 2 (1), 114-136.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (Genişletilmiş 4. Basım). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A. ve Bütünler, S. Ö. (2011). Cebirin tarihsel gelişimi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(3), 198-231.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar için*. Ankara: Pegem A.
- Bayazıt, İ. (2010). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. M. F. Özmentar, E. Bingölbalı ve H. Akkoç (Ed), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* içinde (s. 91-120). Pegem Akademi: Ankara.
- Bennett, A. B. & Musser, G. L. (1976). A concrete approach to integer addition and subtraction. *The Arithmetic Teacher*, 23 (5), 332-336.
- Berber, M. ve Memnun, D. S. (2018). Ortaokul öğrencilerinin tam sayılar hakkında sahip oldukları metaforlar. *Uluslararası Bilimsel Araştırmalar Dergisi (IBAD)*, 234-251.
- Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, XXII (2), 529-550.
- Bisanz, J., Morrison, F. J. & Dunn, M. (1995). Effects of age and schooling on the acquisition of elementary quantitative skills. *Developmental Psychology*, 31 (2), 221.
- Boyer, C. B. (1991). *A history of mathematics* (2. basım). New York: Wiley.
- Brody, A. L. (1989). *Controlled/ modified atmosphere/vacuum packaging of foods*. CT, USA: Food and Nutrition Press.
- Bulut, A. (2021). *The interaction between middle school mathematics teachers' beliefs and pedagogical content knowledge regarding rational numbers*. Master's thesis. ODTÜ Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

- Bunt, H. N. L., Jones, P. S. & Bedient, J. D. (1988). *The historical roots of elementary mathematics*. New York: Dover Publications.
- Burton, G. M. (1985). *Good beginning teaching early childhood mathematics*. Menlo Park, CA: Addison Wesley.
- Burton, D. M. (1997). *The history of mathematics: An introduction*. McGraw Hill.
- Busbridge, J. & Womack, D. (1991). *Effective maths teaching. A guide to teaching basic mathematical concepts*. England: Stanley Thornes Ltd.
- Cajori, F. (1928). History of Mathematical Notations, c.2, Chicago.
- Cajori, F. (2007). *A history of elementary mathematics*. New York: Cosimo Classics.
- Cankoy, O. (2005). Negatif ve pozitif işaretli sayıların çarpımının öğretimine öğretmen adaylarının önerdiği yöntemlerdeki benzetimler. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (29), 63-68.
- Christou, K. P. & Vosniadou, S. (2012). What kinds of numbers do students assign to literal symbols? Aspects of the transition from arithmetic to algebra. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(1), 1-27.
- Crombie, I. K. & Davies, H. T. (2009). *What is meta-analysis. What is ...?* Second edition. Hayward Publication.
- Çalışkan Dedeoğlu, N. (2017). Sayıların kısa tarihçesi ve sayı sistemleri. <https://docplayer.biz.tr/41361030-Sayilarin-kisa-tarihcesi-ve-sayi-sistemleri-nuray-caliskan-dedeoglu-ilkogretim-matematik-egitimi.html> adresinden alınmıştır.
- Çelik, B. ve Çiltaş, A. (2015). Beşinci sınıf kesirler konusunun öğretim sürecinin matematiksel modeller açısından incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10 (1), 180-204.
- Dedekind, R. (1901). *Essays on the theory of numbers* (Trans. W. W. Beman). Chicago: The Open Court.
- Derbyshire, J. (2006). *Unknown quantity: A real and imaginary of algebra*. Washington DC: Joseph Henry Press.
- Dereli, M. (2008). *Tam sayılar konusunun karikatürle öğretiminin öğrencilerin matematik başarısına etkisi*. Yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Dirlikli, M., Sakallı, A. F. ve Akgün, L. (2015). Matematik öğretmenlerinin sınıf yönetiminde karşılaştıkları sorunlar. *Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, (5), 36-57.

- Doğan, A. (2002). *Doğal sayılarla ilgili dört işlemde ilköğretim I. kademe öğrencilerinin yaptıkları hata türleri*. Yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Dokumacı, H. (2021). Tam Sayılar Nelerdir? Kaçtan Başlar? <https://hikmetdokumaci.com/tamsayilar/>, Erişim: 30.07.2022.
- Engels, F. (2002). *Doğanın diyalektiği* (Çev. Arif Gelen). Ankara, Sol Yayınları, 7. baskı.
- Ercan, B. (2010). *İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayı kavramı ile ilgili bilgilerinin değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Ercire, Y. E. (2014). *İrrasyonel sayı kavramına ilişkin yaşanan güçlüklerin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Erdoğan, Ş. Y. (2019). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerini tam sayılarla dört işlem becerilerinin yapılandırma süreçlerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Ericek, A. (2020). *Gerçekçi matematik eğitimi (GME) etkinlikleri ile tasarlanan öğretim sürecinde ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarda problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi*. Yüksek lisans tezi. Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Eroğlu, E. (2010). *Matematik I*. İstanbul Üniversitesi Açık ve Uzaktan Eğitim Fakültesi İktisat Lisans Programı Ders Notları.
- Erol, H. (2022). Eski Mezopotamya’da matematik, genel bir değerlendirme. Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi, 62(1), 187-208.
- Euler, L. (1751). *Observationes analyticae variae de combinationibus. Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 13, 64-93.
- Euler, L. (1988). *Introduction to analysis of the infinite*. Springer-Verlag.
- Fazlıoğlu, İ. (1996). *Euclides geometrisi ve kelam*. Türkiye I. İslâm Düşüncesi Sempozyumu’nda sunuldu, İstanbul.
- Fellmann, E. A. & Mikhajlov, G. K. (1998). *Leonhardi euleri opera omnia, series quarta A: commercium epistolicum*. Volumen secundum: commercium cum Johanne (I) Bernoulli et Nicolao (I) Bernoulli. Birkäuser, Basel.

- Fidan, E. (2013). *İlkokul öğrencileri için matematik dersi sayılar öğrenme alanında başarı testi geliştirilmesi*. Yüksek lisans tezi. Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Frank, J. Swetz. (2014). Mathematical treasure: Ishango bone - mathematical association of America. <https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-ishango-bone> adresinden alınmıştır.
- Gök, M. (2018). *Matematik öğretim programında (2013) fonksiyon konusuyla ilgili ekolojik sorunlar ve öğretmenlerin praxeolojileri*. Yüksek lisans tezi. Anadolu Üniversitesi.
- Göktürk, F. (2013). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu günlük hayat problemlerinin çözümüne olan transfer düzeylerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Greenes C., Ginsburg H.P. & Balfanz R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 159–166.
- Gülbağcı Dede, H. (2015). *İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının sayı hissinin incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Güler, G. (2017). Matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara yönelik kavram bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 8(2), 186-215.
- Güneş, F. (2015). Başlık ve zihni yönlendirme. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 4 (2), 290-305.
- Güzeltepe, M. (2011). *Gauss ve kuaterniyon tam sayılarından kuantum kod elde etme*. Doktora Tezi. Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- Hasar, B. (2019). *Farklı matematiksel motivasyon düzeylerine sahip 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılar alt öğrenme alanındaki bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Hohmann, M. & Weikart, P. D. (2000). *The education of early children*. Istanbul: Hisar Foundation Publication.
- Hope, J. (1989). Promoting number sense in school. *The Arithmetic Teacher*, 36(6), 12-16.
- Howard, E. (1990). *An introduction to the history of mathematics*. New York: Saunders.
- İfrah, G. (2000). *Rakamların evrensel tarihi* (Çev. K. Dinçer). Ankara: TÜBİTAK.

- İlhan, A. ve Aslaner, R. (2019). 2005'ten 2018'e ortaokul matematik dersi öğretim programlarının değerlendirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 46(46), 394-415.
- İlhan, B. (2020). Mitoloji ve sembolizm, antik Mısır hiyeroglifleri ve sayıları. <http://www.mitolojivesembolizm.com/hrglph.htm> adresinden alınmıştır.
- İpek, A. S. (2003). *Kompleks sayılarla ilgili kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi*, Doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- İşgüden, E. (2008). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler. Yüksek lisans tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Juskevic, A. P. & Winter, E. (1965). *Leonhard euler und christian goldbach: Briefwechsel 1729–1764*. Akademie-Verlag, Berlin. Abhandlungen der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Jahrgang. 1.
- Juskevic, A. P., Smirnov, V. I. & Habicht, W. (1975). *Leonhardi euleri opera omnia. series quarta A: commercium epistolicum*. Volumen primum: Descriptio commercii epistolici. Birkhäuser, Basel.
- Kandal, R. (2021). *Türkiye’de yayımlanan sayılar ve işlemler öğrenme alanı temalı makalelere yönelik bir içerik analizi*. Yüksek lisans tezi. Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.
- Kandır, A. ve Yazıcı, E. (2011). Development of literacy skills in early childhood. Kandır, A., Uyanık, Ö. ve Yazıcı, E. (Ed.). *Preparation to Literacy With Funny Activities* (pp-1-31). Ankara: Efil Yayınevi.
- Kaplan, R. (2000). *The nothing that is: A natural history of zero*. Oxford: Oxford University Press.
- Kara, F. ve Delice, A. (2012). *Kavram tanımı mı? Yoksa kavram imgeleri mi? İrrasyonel sayıların temsilleri*. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi’nde sunuldu, Niğde.
- Karaaslan, B. (2015). *Doğal sayıların tarihsel gelişimi ve ilköğretim matematik programındaki doğal sayıların öğretimi ile karşılaştırılması*. Yüksek lisans tezi. Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karaçay, T., Çoker, D., Özer, Bilge, Akıncı, Azcan. (1998). *Logic (mantık)*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları, 942.

- Kennedy, L. M., Tipps, S. & Johnson, A. (1997). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont, California: Wadsworth.
- Keser, H. (2021). *İlkokul matematik ders kitaplarında yer alan doğal sayılarda basamak değeri kavramının farklı boyutlarda incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Nevşehir.
- Kılıçkaya, A. (2017). *Küçük çocuklar için büyük matematik" eğitim programının okul öncesi dönem çocuklarının sayıları anlama becerilerine etkisi*. Yüksek lisans tezi. İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.
- Köktürk, E. (2005). 0 sıfır rakamının sancılı doğumu. *Jeodezi ve Jeoinformasyon Dergisi*, (92), 55-60.
- Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersi tamsayılar ünitesinde çoklu zeka teorisi tabanlı öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24 (2), 25-41.
- Körükçü, E. (2008). *Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğreniminin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına etkisi*. Yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Kubar, A. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının tamsayı tanımı hakkındaki ve ilköğretim öğrencilerinin tamsayı tarifleri hakkındaki olası kavram yanlışlığı ve hatalarına ilişkin bilgisi*. Yüksek Lisans Tezi. ODTÜ, Ankara.
- Kurukurgu. (2022). *Sayıların tarihi gelişimi*. <http://kurukurgu.com/dunya-tarihi/> adresinden alınmıştır.
- Lumpkin, B.(1997). *Algebra activites from many cultures*. Portland: Walch Publishing.
- Martinez, A. A. (2018). *Negative math*. Princeton University Press.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (1995). *İlköğretim programı*. Ankara.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2005). *İlköğretim okulları 6,7,8. sınıflar türkçe dersi öğretim programı*. İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB. (2011). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar öğretim programı*. Ankara.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2017). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. sınıflar)*. Ankara: Temel Eğitim Genel Müdürlüğü.

- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. sınıflar)*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Memiş, Y. (2016). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerine yönelik negatif tamsayılara ilişkin tutum ölçeğinin geliştirilmesi ve lojistik regresyonla analizi*. Yüksek lisans tezi. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Merter, F. ve Şan, A. (2012). Lise matematik dersi öğretim programı hakkındaki öğretmen görüşleri. *International Jurnal of Social Sciences*, 5(7), 483-507.
- Muşlu, M. ve Çıltaş, A. (2016). Doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11 (2).
- Nair, A. & Pool, P. (1991). *Mathematics methods: A resource book for primary school teachers*. London: Macmillan Education Ltd.
- Noblit, G. W. & Hare, R. D. (1988). *Meta-ethnography: Synthesizing qualitative studies*. SAGE Publications.
- Oaks, J. A. (2009). Polynomials and equations in Arabic algebra. *Archive For History of Exact Sciences*, 63(2), 169-203.
- Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. J. Hiebert, ve M. J. Behr (Eds.), In *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 53-92). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: Analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, 2015, 72.
- Orman, F. (2020). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- Orton, A. & Frobisher, L. (2004). *Insights into teaching mathematics*. A & C Black.
- Özal, İ. Ü. (2011). *İlköğretim 6. sınıf matematik dersi sayılar öğrenme alanı için bilişsel hazırbulunuşluk testinin geliştirilmesi*. Yüksek lisans tezi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Pala, A. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar ve bu sayılarla yapılan dört işlemin öğretiminde en çok kullandıkları kuralların belirlenmesi*. Yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- Peterson, J. C. (1972). Fourteen different strategies for multiplication of integers or why $(-1).(-1) = +1$. *The Arithmetic Teacher*, 19 (5), 396-403.
- Pişkin, E. (2021). *Soyut matematik* (Ed.). Ankara: Pegem Akademi.
- Reys, R. E., et. al. (1998). *Helping children learn mathematic* (5th ed). Needham Hwight: Allyn & Bacon.
- Roby, C. E. (1981). *Models for the system of integers and the learning of integer concepts at the elementary school level*. Doctoral dissertation. Peabody College for Teachers of Vanderbilt University.
- Sakallı, A. F. (2011). *Karmaşık sayılar konusunun öğretiminde yapılandırmacı 5e modelinin öğrencilerin akademik başarılarına ve tutumlarına etkisi*. Yüksek lisans tezi. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kahramanmaraş.
- Sezgin-Memnun, D. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik problemine ilişkin sahip oldukları metaforlar ve bu metaforların sınıf düzeylerine göre değişimi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 9 (1), 351-374.
- Sherzer, L. (1973). McKay's theorem. *Mathematics Teacher*, 66, 229-230.
- Sinclair, N., Liljedahl, P. & Zazkis, R. (2006). A coloured window on pre-service teachers' conceptions of rational numbers. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(2), 177-203.
- Smith, M. S. (2000). Reflections on practice: Redefining success in mathematics teaching and learning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5 (6), 378-386.
- Şener, Z. T. ve Bulut, N. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde problem çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3), 637-661.
- Tekin, D. (2019). *A Model For Developing The Multiplication Of Complex Numbers*. Yüksek lisans tezi. Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Temel, H. ve Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 1263-1278.
- Tınas, A. (2021). *7. sınıf rasyonel sayılar konusunun etkinlik temelli öğretim materyalleri ile işlenmesinin öğrencilerin akademik başarıları ve matematik*

- dersine karşı tutumlarına etkisi*. Yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 19 (2), 81-101.
- Toluk Uçar, Z. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24 (3), 1149-1164.
- Tuncay, N. (2012). *İnsanlar ve sayılar*. Tezsiz yüksek lisans dönem projesi. Mersin Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- Usta, A. (2018). *İlkokul matematik ders kitaplarındaki doğal sayılarla çarpma ve bölme işlemleriyle ilgili problemlerin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.
- Uzel, C. (2015). Sayılar. <https://cansuuzel.blogspot.com/2015/12/sayilar.html>, Erişim Tarihi: 30.07.2022.
- Ünal, D. (2018). *Ortaöğretim matematik öğretim programına yönelik öğretmen görüşlerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Bahçeşehir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Vamvakoussi, X. & Vosniadou, S. (2010). How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students' understanding of rational numbers and their notation. *Cognition and Instruction*, 28 (2), 181-209.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Varadarajan, S. V. (2003). *Algebra in ancient and modern times*. American Mathematical Society: USA.
- Vlassis, J., (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in “negativity”, *Learning and Instruction*, 14(5), 469-484.
- Vural, E. (2019). *İlkokul 4. sınıf düzeyinde doğal sayılarla ilgili rutin ve rutin olmayan problemlerin öğrenim ve öğretim durumları*. Yüksek lisans tezi. Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
- Wilkinson, J. D. (1984). SoundOFF: The computer - A tool for instruction?. *The Mathematics Teacher*, 77 (6), 404-490.
- Woods, A. & Grant, T. (2018). *Aklın isyanı: Marksist felsefe ve modern bilim*. Yordam Kitap.

- Yazıcılar, Ü. ve Bumen, N. T. (2017). 2005, 2011 ve 2013 yıllarında uygulamaya koyulan lise matematik dersi öğretim programları üzerine bir analiz. *Pegem Atıf İndeksi*, 139-166.
- Yurtçu, M. (2013). *İlkokul-ortaokul matematik ders ve çalışma kitaplarının sayılar öğrenme alanındaki problemlerin incelenmesi ve problemlere yönelik öğretmen görüşleri*. Yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Yürekli, A. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki işlemlere ait kavram yanlışlarının belirlenmesi ve kavram karikatürleri ile desteklenmesi*. Yüksek lisans tezi. Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Zazkis, R. & Sirotic, N. (2004). Making sense of irrational numbers: Focusing on representation. in *Proceedings of 28th International Conference for Psychology of Mathematics Education Book* (pp. 497–505). Bergen, Norway.
- Zazkis, R. & Sirotic, N. (2010). Representing and defining irrational numbers: Exposing the missing link. *Research in Collagiate Mathematics Education*, 7, 1-27.
- Zembat, İ. Ö. (2010). Kavram yanlışsı nedir?. M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara; PegemA Yayıncılık.
- Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, H. ve Delice, A. (Ed.). (2013). *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*. Ankara: Pegem Akademi.
- Zengin, Ş. (2014). *Tam sayıların tarihçesi ve tam sayılar konusunun öğretimine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yüksek lisans tezi. Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Zeybek, S. (2012). *Matematik programlarının gelişimi (1924-2011)*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Wikipedia. (2022).
https://tr.wikipedia.org/wiki/Dosya:Özel_Sayı_Kümeleri.png#filehistory,
 Erişim: 10.06.2022.

EKLER

Ek 1. Okul Öncesi ve K-12 Düzeyinde Sayılar Konusunda Yapılmış Lisansüstü Tezleri Sınıflandırma Formu

TEZ FORMU	
Tez Künyesi: T... Tez Adı: Üniversite ve Enstitü: Yazar: Yıl: Tür:	
Örneklem Büyüklüğü	Örneklem Türü
☐ 1-20 ☐ 21-60 ☐ 61-100 ☐ 101-200 ☐ 201-800 ☐ 801-1500	☐ Okul Öncesi ☐ İlkokul ☐ Ortaokul ☐ Lise ☐ İlköğretim ve Ortaöğretim Karma ☐ Üniversite ☐ Diğer(Açıklayın)
Araştırma Yöntemi	Araştırma Deseni
☐ Nicel	☐ Eylem araştırması ☐ Yarı deneysel ☐ Zayıf deneysel ☐ Gerçek deneysel ☐ Faktöriyel desen ☐ Korelasyonel / İlişkisel ☐ Tarama
☐ Nitel	☐ Olgubilim / Fenomenografik ☐ Doküman analizi ☐ Tarihsel analiz ☐ Karşılaştırma ☐ Durum çalışması (örnek olay) ☐ Tek denekli
☐ Karma	☐ Açıklayıcı (nitel / nicel) ☐ Keşfedici (nitel / nicel) ☐ İç içe gömülü desen ☐ Üçgenleme ☐ Diğer
Veri Toplama Araçları	Veri Analiz Yöntemi
☐ Ölçek ☐ Görüşme ☐ Anket ☐ Doküman inceleme ☐ Etkinlik geliştirme, eğitim programı vb. ☐ Gözlem ☐ Diğer.....	☐ İçerik Analizi ☐ Grafikle Gösterme ☐ Manova ☐ Faktör Analizi ☐ Kategorisel Analiz ☐ Ortalama / Standart Sapma ☐ Bağımlı veya bağımsız T- testi ☐ Ancova ☐ Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ☐ Diğer
Sayılar Alt Öğrenme Alanı	Tezin Amacı
	☐ Belirli bir yöntemin ve yaklaşımın

☐ Doğal Sayılar ☐ Tam Sayılar ☐ Rasyonel Sayılar ☐ Gerçek (Reel) Sayılar ☐ Kompleks Sayılar ☐ Genel	etkinliğini ortaya koymak ☐ Kavram yanlışlarını ve hataları belirlemek ☐ Bilgi ve beceri oluşturma süreçlerinin incelenmesi ☐ Alana ilişkin bilgiler verilmesi (tarihi, ilişkileri, sınıflandırma...vb.) ☐ Ölçek geliştirmek ☐ Alanda yapılan çalışmaları analiz etmek
Tezin Ölçtüğü Özellik	
☐ Başarı düzeyi ☐ Yetenek ve beceri düzeyi ☐ Yöntem ve yaklaşımların tespiti ☐ Kavram yanlışlarının ve hataların tespiti ☐ Araştırma eğilimleri ☐ Alandaki etkileşim ve ilişkiler ☐ Gelişme düzeyi ☐ Diğer	
Tezin Sonucunda Ulaşılanlar ve Diğer Bilgiler	
Sonuç: Diğer:.....	

Ek 2. Araştırma Kapsamında Yer Alan Tezlerin Künyesi

KOD	ÇALIŞMA	YAYIN YILI	YÜKSEK LİSANS	DOKTORA
T1	Abuzer, Pala. <i>Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Rasyonel Sayılar ve Bu Sayılarla Yapılan Dört İşlemin Öğretiminde En Çok Kullandıkları Kuralların Belirlenmesi</i> . Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.	2016	√	
T2	Adem Kırmızıgül. <i>Lise Öğrencilerinin Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavramsal ve İşlemsel Bilgilerinin Antropolojik Didaktik Teorisi Bağlamında İncelenmesi</i> . Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı	2017	√	
T3	Adem, Doğan. <i>Doğal Sayılarla İlgili Dört İşlemden İlköğretim 1. Kademe Öğrencilerinin Yaptıkları Hata Türleri</i> , Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Bölümü Matematik Öğretimi Anabilim Dalı.	2002	√	
T4	Ali Fatih, Sakallı. <i>Karmaşık Sayılar Konusunun Öğretiminde Yapılandırmacı 5E Modelinin Öğrencilerin Akademik Başarılarına ve Tutumlarına Etkisi</i> . Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi	2011	√	
T5	Ali Sabri, İpek. <i>Kompleks Sayılarla İlgili Kavramların Anlaşılmasında Görselleştirme Yaklaşımının Etkinliğinin İncelenmesi</i> , Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı.	2003		√
T6	Ali, Ericek. <i>Gerçekçi Matematik Eğitimi (Gme) Etkinlikleri İle Tasarlanan Öğretim Sürecinde Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarda Problem Çözme Becerilerinin Değerlendirilmesi</i> . Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2020	√	
T7	Arzu, Tınas. <i>7. Sınıf Rasyonel Sayılar Konusunun Etkinlik Temelli Öğretim Materyalleri İle İşlenmesinin Öğrencilerin Akademik Başarıları ve Matematik Dersine Karşı Tutumlarına Etkisi</i> . Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	2021	√	
T8	Aykut, Bulut. <i>The Interaction Between Middle School Mathematics Teachers' Beliefs And Pedagogical Content Knowledge Regarding Rational Numbers</i> ODTÜ Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2021		√
T9	Aysel Usta. <i>İlkokul Matematik Ders Kitaplarındaki Doğal Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleriyle İlgili Problemlerin İncelenmesi</i> . Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Temel Eğitim Ana Bilim Dalı	2018	√	
T10	Ayşe Kılıçkaya. <i>"Küçük Çocuklar İçin Büyük Matematik" Eğitim Programının Okul Öncesi Dönem Çocuklarının Sayıları Anlama Becerilerine Etkisi</i> . İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı	2017	√	
T11	Ayşe Mine, İlhan. <i>Üslü Sayılar İle İlgili Etkinliklerin Matematik Kazanımlarını Elde Etmeye Etkisi</i> . Batman Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü Matematik	2019	√	

	Anabilim Dalı		
T12	Ayşenur, Yürekli. <i>Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusundaki İşlemlere Ait Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Kavram Karikatürleri İle Giderilmesi</i> , Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı	2020	√
T13	Berivan, Karaaslan. <i>Doğal Sayıların Tarihsel Gelişimi ve İlköğretim Matematik Programındaki Doğal Sayıların Öğretimi İle Karşılaştırılması</i> . Başkent Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü	2015	√
T14	Berk, Hasar. <i>Farklı Matematiksel Motivasyon Düzeylerine Sahip 6. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Altı Öğrenme Alanındaki Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi</i> . Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√
T15	Betül, Yeniterzi. <i>7. Sınıfta Uygulanan Rasyonel Sayılarla İlgili Etkinliklerin Matematik Kazanımlarını Elde Etmeye Etkisi</i> . Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2009	√
T16	Büşra, Ay. <i>An Investigation On Seventh Grade Students' Understanding Of Negative Integers Via Mathematics History-Based Model-Eliciting Activities</i> . ODTÜ Fen Bilimleri Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı	2019	√
T17	Canselin Baltalı. <i>Sayılar ve İşlemlerle İlgili Öğrenci Hatalarının İncelenmesi</i> . Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı	2018	√
T18	Cansu Özkan. <i>7. Sınıf "Rasyonel Sayılar" Konusunun 5E Öğrenme Modeli İle Öğretiminin Öğrenci Başarısına ve Eleştirel Düşünme Becerisine Etkisi</i> . Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Eğitimi Anabilim Dalı	2019	√
T19	Cansu, Kançeşme. <i>Özel Öğrenme Güçlüğü Olan Öğrencilere Sayıların İngilizce Yazımının Öğretiminde Eşzamanlı İpucu İle Kapat-Kopyala-Karşılaştır Öğretim Yöntemlerinin Etkililiklerinin Karşılaştırılması</i> . Abant Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Özel Eğitim Anabilim Dalı	2015	√
T20	Çağlar, Çankaya. <i>Tam Sayılar Konusunun Öğretiminde Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Temsil Kullanımları</i> . Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı	2021	√
T21	Çiğdem, Melemezoglu. <i>Yönlü Sayıların Öğretiminde Öğrencilerin Yaptığı Hatalar ve Yanılgılar Üzerine Bir Araştırma</i> , Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı.	2005	√
T22	Deniz, Tekin. <i>A Model For Developing The Multiplication Of Complex Numbers</i> . Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Orta Öğretim Fen ve Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı	2019	√
T23	Derya, Güleç. <i>Üslü Sayılarda İşlemler Konusunun Kavram Haritası ve Zihin Haritaları İle Öğretimi</i> , Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√
T24	Duygu, Duran Uzun. <i>Rasyonel Sayılar Konusunun Öğretiminde Kavramsal Değişim Metni Kullanılmasının Öğrencilerin Başarı ve Tutumlarına Etkisinin İncelenmesi</i> . Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen	2021	√

	Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı		
T25	Ebru, Tokay. <i>Sayılar ve İşlemler İle Bazı Geometrik Kavramların Öğretiminde Matematik Tarihi Kullanımının, İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Akademik Başarısına Etkisi.</i> Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı	2019	√
T26	Ebru, Vural. <i>İlkokul 4.Sınıf Düzeyinde Doğal Sayılarla İlgili Rutin ve Rutin Olmayan Problemlerin Öğrenim ve Öğretim Durumları.</i> Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı.	2019	√
T27	Elif Berre, Özer Kottaş. <i>6. Sınıf Öğrencilerine Doğal Sayılarla İşlemler Öğrenme Alanının İlgili Tabanlı Örneklerle Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarılarına Etkisi.</i> Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2020	√
T28	Elif, İşgüden. <i>7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusunda Karşılaştıkları Güçlükler.</i> Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2008	√
T29	Emine Tözluyurt. <i>Sayılar Öğrenme Alanı İle İlgili Matematik Tarihinden Seçilen Etkinliklerle Yapılan Dersler Hakkında Lise Son Sınıf Öğrencilerinin Görüşleri.</i> Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi	2008	√
T30	Ersin, Palabıyık. <i>İlköğretim 4. ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayılar Konusunda Hata ve Kavram Yanılgılarının Tespiti ve Analizi.</i> Ege Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2016	√
T31	Ertan, Özkök. <i>Gagne'nin Öğretim Modeliyle Hazırlanan Öğretim Yazılımının İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Kareköklü Sayılar Konusundaki Akademik Başarısına ve Öğrenci Tutumlarına Etkisi.</i> Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı	2010	√
T32	Esra Uçar. <i>Ortaokul 8.Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının İncelenmesi.</i> Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√
T33	Esra, Atbiner. <i>Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Dört İşlem Kullanmaya Uygun Problem Kurma Becerilerinin İncelenmesi.</i> Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2021	√
T34	Esra, Fidan. <i>İlkokul Öğrencileri İçin Matematik Dersi Sayılar Öğrenme Alanında Başarı Testi Geliştirilmesi.</i> Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2013	√
T35	Ezgi, Körükcü. <i>Tam Sayılar Konusunun Görsel Materyal İle Öğreniminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarılarına Etkisi.</i> Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı	2008	√
T36	Fatma, Duran. <i>6. Sınıf Matematik Dersi Ondalık Sayılar Konusunun Aktif Öğrenme Teknikleri İle Öğretiminin Öğrenci Başarısına ve Kalıcılığa Etkisi.</i> Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√

T37	Fatma, Balcı. <i>Fetemm (Steam) Temelli Öğretim Tekniklerinin Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusunda Kavramsal Değişimlerine ve Başarılarına Etkisi</i> . Van Yüzüncüyıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2020	√
T38	Ferhan, Göktürk. <i>Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusunu Günlük Hayat Problemlerinin Çözümüne Olan Transfer Düzeylerinin İncelenmesi</i> . Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2013	√
T39	Ferhat, Özdemir. <i>Ortaokul 8. Sınıf Kareköklü Sayılar Konusunun Öğretiminde Kavram Haritası Kullanımının Öğrencinin Akademik Başarısına ve Tutumuna Etkisi</i> . Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2015	√
T40	Feyzullah, Orman. <i>Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusuna Yönelik Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi</i> . Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı	2020	√
T41	Fikretcan Güç. <i>Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayılarda İşlemler Konusunda Ters-Yüz Sınıf Uygulamasının Etkileri</i> . Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2017	√
T42	Fuat, Gümrükçü. <i>Etkinlik Temelli Öğrenme Yaklaşımının 7. Sınıf Rasyonel Sayılar Konusunda Öğrencilerin Başarısına ve Kalıcılığına Etkisi</i> . Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2019	√
T43	Gizem Sevim, Atayev. <i>Sixth Grade Students' Achievement Levels, Errors And Reasons Of The Errors Regarding Comprehension And Ordering Of Integers</i> . ODTÜ, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Anabilim Dalı	2015	√
T44	Gökhan, Karaaslan. <i>Özel Yetenekli Öğrencilerin Karmaşık Sayılar Konulu Etkinlikler İle Üstbilişsel Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi</i> . Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı	2019	√
T45	Gözdegül, Arık. <i>İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı 3-5. Sınıf Sayılar Öğrenme Alanı Kazanımlarının NCTM Standartları ve Singapur Kazanımlarına göre Değerlendirilmesi</i> . Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Bölümü Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı	2007	√
T46	Gül Bahadır, Varol. <i>Sayılar ve İşlemler Öğrenme Alanında Matematik Tarihi Entegre Edilmiş Matematik Öğretiminin Başarıya Etkisi</i> . Aydın Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı	2019	√
T47	Gül, Doruk. <i>Küme Destekli Bireyselleştirme Tekniğinin Yedinci Sınıf Öğrencilerin Rasyonel Sayılar Konusundaki Başarılarına ve Matematiğe Yönelik Kaygı, Tutum ve Özyeterlik Algılarına Etkisi</i> . Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2016	√
T48	Gülşah, Ertuğrul. <i>Yeni İlköğretim Matematik Dersi 6. Sınıf Öğretim Programında Yer Alan Tam Sayılarla İlgili Öğrenci Başarısına Etkisi</i> . Selçuk Üniversitesi	2009	√

Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı				
T49	Hakan, Çite. <i>İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Sayılar Öğrenme Alanına İlişkin Kavram Yanılgılarının Tespiti ve Bu Yanılgıların Giderilmesine Yönelik Çözüm Önerileri</i> . Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.	2016	√	
T50	Hasan, Altun. <i>Kesirler ve Rasyonel Sayıların Öğretilmesinde Karşılaşılan Güçlüklerin Giderilme Yöntemleri</i> , Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi, İlköğretim Anabilim Dalı.	2004	√	
T51	Haşim Işık. <i>Etkinlik Temelli Öğretimin Ortaokul 7. Sınıflarda Rasyonel Sayılarla İşlemler Konusunda Öğrenme Ürünlerine Etkisi</i> . Siirt Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı	2019	√	
T52	Hatice Kübra, Güler. <i>Karikatür Kullanılarak Yapılan Öğretimin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Doğal Sayılar Alt Öğrenme Alanındaki Akademik Başarılarına ve Matematik Dersine Karşı Tutumlarına Etkisi</i> . Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı	2010	√	
T53	Hayri, Özdeş. <i>9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları</i> . Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı	2013	√	
T54	Hilal, Aydın. <i>Ters-Yüz Edilmiş Sınıf Modelinin Tam Sayılarda İşlemler Konusunun Öğreniminde Akademik Başarıya Etkisi</i> . Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	2020	√	
T55	Hilal, Keser. <i>İlkokul Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Doğal Sayılarda Basamak Değeri Kavramının Farklı Boyutlarda İncelenmesi</i> . Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı	2021	√	
T56	İlkay Üçgöl, Özal. <i>İlköğretim 6. Sınıf Matematik Dersi Sayılar Öğrenme Alanı İçin Bilişsel Hazırbulunuşluk Testinin Geliştirilmesi</i> . Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı	2011	√	
T57	Kani, Başbüyük. <i>Cebir ve Sayılar Öğretiminde Matematik Tarihi Kullanımının Başarı ve Tutuma Etkisi ve Sınıf İçi Yansımalar</i> . Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	2018		√
T58	Kiraz, Koç Şanlı. <i>Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Tam Sayıların Öğretim Sürecinde Model Kullanma Becerileri ve Model Kullanımına Yönelik Görüşleri</i> . Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2018	√	
T59	Kübra, Gürtaş. <i>Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki Matematiksel Düşünme ve Problem Çözme Beceri Düzeylerinin İncelenmesi</i> . Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı	2021	√	
T60	Mehmet Fatih, Özdemir, <i>Ortaöğretimde Kompleks Sayılarla İlgili Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri</i> , Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Matematik Yönetmeliği Anabilim Dalı.	2006	√	
T61	Mehmet, Akyüz. <i>Tam Sayıların Çoklu Temsillerle</i>	2019	√	

	Öğretiminin 7. Sınıf Öğrenci Başarısına Etkisi ve Öğrenci Görüşleri. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Temel Eğitim Ana Bilim Dalı			
T62	Mehtap, Dereli. <i>Tam Sayılar Konusunun Karikatürle Öğretiminin Öğrencilerin Matematik Başarılarına Etkisi</i> . Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2008	√	
T63	Meltem, Yurtçu. <i>İlkokul-Ortaokul Matematik Ders ve Çalışma Kitaplarının Sayılar Öğrenme Alanındaki Problemlerin İncelenmesi ve Problemlere Yönelik Öğretmen Görüşleri</i> . Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2013	√	
T64	Merve, Ak Beyatlı. <i>Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemlerine Yönelik Konu Alan Bilgilerinin İncelenmesi</i> . Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Temel Eğitim Ana Bilim Dalı	2019	√	
T65	Merve, Denli. <i>Oyunlarla Matematik Öğretiminin Tam Sayılar Konusunda Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarısına Etkisi</i> . Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2021	√	
T66	Merve, Muşlu. <i>Doğal Sayılarda İşlemler Konusunun Öğretiminde Matematiksel Modelleme Yönteminin Öğrenci Başarısına Etkisi</i> . Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.	2016	√	
T67	Merve, Saraç. <i>A Prospective Secondary Mathematics Teacher's Development of the Meaning of the Cartesian Form of Complex Numbers</i> . Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.	2016	√	
T68	Mervenur, Belin. <i>Prospective Mathematics Teachers' Quantitative Reasoning on the Development of Decimal Representation Of Real Numbers and Its Effect on Their Comprehension of A Related Proof</i> . Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2016	√	
T69	Metehan, Mercan. <i>6. Sınıf Matematik Dersine Ait "Tam Sayılar ve Cebirsel İfadeler" Konularının Scratch Destekli Öğretiminin Akademik Başarı, Motivasyon ve Bilgilerin Kalıcılığına Etkisi</i> . Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2019		√
T70	Muhammet, Şahal. <i>Problem Kurma Yaklaşımı İle İşlenen Tam Sayılar Konusunun Öğrencilerin Akademik Başarısına ve Matematik Tutumlarına Etkisi</i> . Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2016	√	
T71	Naci, Küçükgencay. <i>Tam Sayılar ve Tam Sayılarda İşlemler Konularında Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Kullandıkları Benzetimler</i> . Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı.	2019	√	
T72	Naim, Erdoğan. <i>Sıfır Kavramıyla İlgili Öğrenci Anlayışlarının ve Matematik Öğretmenlerinin Bu Anlayışlarla İlgili Bilgilerinin İncelenmesi</i> . Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Abd	2019	√	

T73	Nazmiye, Akyazı. <i>Drama Yöntemi İle Tam Sayılarla Toplama İşleminin Öğretimi: Altıncı Sınıf Öğrencilerinden Yansımalar</i> . Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√
T74	Necip, Işık. <i>Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin İlkokul 4. Sınıfta Sayılar Öğrenme Alanına İlişkin Zorluk Algısı ve Başarıya Etkisi</i> . Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2016	√
T75	Nesrin, Oral. <i>5. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarla Bölme İşleminde Yaşadığı Zorluklar ve Bu Zorlukların Nedenleri</i> . Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2020	√
T76	Nur Şebnem, Bakır. <i>10. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Sayılar Altı Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri ve Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi</i> . Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Eğitimi ABD	2011	√
T77	Nur, Adıgüzel. <i>İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 8. Sınıf Öğrencilerinin İrrasyonel Sayılar İle İlgili Bilgileri ve Bu Konudaki Kavram Yanılgıları</i> . Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı	2013	√
T78	Oğuz, Gürsel, <i>Eskişehir İlkokulları Altı Özel Son Sınıf Öğrencileri Ritmik Sayma, Doğal Sayılar, Toplama ve Çıkarma İşlemlerindeki Amaçları Gerçekleştirme Düzeyleri</i> , Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü	1987	√
T79	Oğuz, Gürsel, <i>Zihinsel Engelli Çocukların Doğal Sayıları Gerçek Nesneleri Kullanarak Eşleme, Resimleri İşaret Ederek Gösterme, Rakamlar Gösterildiğinde Söyleme Becerilerinin Gerçekleştirilmesinde Biresyelleştirilmiş Öğretim Materyalinin Basamaklandırılmış Yöntemle Sunulmasının Etkinliği</i> , Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.	1993	√
T80	Osman Cevat Yavuz. <i>Web Tabanlı Akran ve Öz Değerlendirme Sistemi İle Zenginleştirilmiş Akran Öğretiminin 7. Sınıf Rasyonel Sayılar Konusunda Öğrencilerin Başarı ve Tutumlarının Üzerine Etkisi</i> . Dumlupınar Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2014	√
T81	Osman Hayri, Topuz. <i>İlkokul 1. Sınıf Matematik Dersi Doğal Sayılar Konusunda Montessori Eğitimine Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Akademik Başarılarına Etkisinin İncelenmesi</i> . Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı	2019	√
T82	Osman, Canköy, <i>Determining and Overcoming Preservice Elementary Teachers' Misconceptions in Interpreting and Applying Decimals</i> , Middle East Technical University The Department of Educational Sciences.	1998	√
T83	Özgün Mihrap, Cengiz, <i>Reel Sayıların Öğretiminde Bir Kısım Ortaöğretim Öğrencilerinin Yanılgıları ve Yanlışları Üzerine Bir Çalışma</i> , Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı.	2006	√
T84	Özgür, Altoğ. <i>Ankara İli Yenimahalle İlçesi İlköğretim</i>	2016	√

	8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Öğreniminde Bazı Matematik Konularında Sıfır İle İlgili Hata ve Kavram Yanılgıları. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı		
T85	Öznur, Esen. İlköğretim Matematik Öğretimine Yönelik Tasarlanan Web Destekli bir Öğretim Materyali Hakkındaki Öğretmen Görüşleri, Rasyonel Sayılar Örneği, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.	2007	√
T86	Pınar, Özbaykuş. İlköğretim 6. Sınıf Matematik Dersinde “Sayılardan Olasılığa Yansımalar” Ünitesindeki Portfolyo Çalışmaları Hakkında Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı	2008	√
T87	Rabia, Kaya. Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Sayıların Ondalık Gösterimi Konusundaki Kavram Yanılgılarının İncelenmesi. Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2015	√
T88	Ramazan Alkan. İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusu İle İlgili Hata ve Kavram Yanılgılarının Analizi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı	2009	√
T89	Ramazan, Özçifçi. Rasyonel Sayıların Öğretimindeki Hatalar ve Alınması Gereken Tedbirler, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı.	2007	√
T90	Raziye, Yıldız Üstündağ. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusunda İllüstrasyonlara Yönelik Problem Kurma Etkinlikleri İle Problem Kurma Ve Çözme Becerileri Gelişiminin İncelenmesi. Giresun Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi ABD	2021	√
T91	Recep, Yücesan. Öğrenci Merkezli Eğitimde Üslü ve Köklü Sayılardaki Kavram Yanılgıları, Öğrenme Güçlükleri ve Çözüm Önerileri. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı	2013	√
T92	Reşat, Sadık. İlköğretim 4 ve 5. Sınıf Satranç Bilen Öğrenciler ile Satranç Bilmeyen Öğrencilerin Doğal Sayılara İlişkin Dört İşlem ve Problem Çözme Başarılarının Karşılaştırılması, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Programları ve Öğretimi Anabilim Dalı.	2006	√
T93	Rümeysa, Çetin. Ortaokul Altıncı Sınıf Tam Sayılar Konusunda Uygulanan Gerçekçi Matematik Eğitiminin Öğrencilerin Motivasyonlarına Etkisi. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı	2018	√
T94	Rüveyda, Kandal. Türkiye’de Yayımlanan Sayılar ve İşlemler Öğrenme Alanı Temalı Makalelere Yönelik Bir İçerik Analizi. Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2021	√
T95	Samad, Shabanifar. Matematik Öğretmenlerinin Köklü Sayılar Konusundaki Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları Bağlamında İncelenmesi. Atatürk	2014	√

	Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Anabilim Dalı		
T96	Saniye, Önder. <i>Ortaokul Öğrencilerinin Sayılar, Geometri ve Cebir Özelinde Kullanılan Sözcüklere Yükleedikleri Mananın Semantik Açısından İncelenmesi.</i> Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√
T97	Sebahat, Turan. <i>7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla İşlemlerde İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi.</i> Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	2021	√
T98	Seda, Zengin. <i>Rasyonel Sayıların Öğretiminde Karşılaşılan Kavram Yanılgıları ve Hataların Tespiti.</i> Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2014	√
T99	Selma, Demirören. <i>Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar İle İlgili Bilgi Düzeyleri ve Yaptıkları Hatalar.</i> Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	√
T100	Sema, Özdiñç Karakaş. <i>Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adayları ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılar İçin Oluşturduğu Kavram İmajları</i> Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü	2018	√
T101	Serpil, Soner. <i>İlköğretim Matematik Dersi Kesirli Sayılarda Toplama-Çıkarma İşleminde Drama Yöntemi ile Yapılan Öğretimin Etkililiği,</i> Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Programları ve Öğretimi Anabilim Dalı	2005	√
T102	Sevgi, Kaya. <i>Ortaokul 7. Sınıf Rasyonel Sayılar Konusunun Öğretiminde Kavram Haritası Kullanımının Öğrencilerin Akademik Başarısına ve Tutumuna Etkisi.</i> Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı	2019	√
T103	Sevgül, Keskin. <i>Singapur, ABD, Türkiye Ders Kitaplarında Sayılar Alt Öğrenme Alanındaki Soruların Bilişsel İstem Düzeylerinin Karşılaştırılması.</i> Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2018	√
T104	Sevinç, Aykaç. <i>İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayıların Öğreniminde Karşılaştıkları Güçlükler ve Çözüm Önerileri.</i> Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı	2008	√
T105	Seyhan, Paydar. <i>4. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılarda Basamak Değerini Anlama Düzeylerinin İncelenmesi.</i> Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2018	√
T106	Sinan, Cem Şimşek. <i>Farklı Algısal Öğrenme Stiline Sahip Ortaokul Öğrencilerinin Tam Sayılara İlişkin Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Bilgisayar Destekli Matematik Öğretiminin Rolü.</i> Giresun Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi ABD	2020	√
T107	Sinem, İnce. <i>İlköğretim 5. Sınıfta Rasyonel Sayılar Konusundaki Yanılgılar ve Bu Yanılgıların Ortadan Kaldırılması İçin Öneriler.</i> Ege Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2008	√

T108	Şaban Yusuf, Erdoğan. <i>Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla Dört İşlem Becerilerinin Yapılandırma Süreçlerinin İncelenmesi</i> . Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2019	✓
T109	Şahika Nur, Soydan. <i>Tam Sayılar Öğretiminde Eğitsel Oyun Kullanımının 7. Sınıf Öğrencilerinin Akademik Başarısı ve Derse Karşı Tutumu Üzerine Etkisinin Araştırılması</i> . Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı	2019	✓
T110	Şeyda, Zengin. <i>Tam Sayıların Tarihçesi ve Tam Sayılar Konusunun Öğretimine İlişkin Öğretmen Görüşleri</i> . Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı	2014	✓
T111	Şeymanur, Akkaya. <i>Yedinci Sınıf Rasyonel Sayılar Ünitesinin 5E Öğrenme Modeline Göre Planlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesinin Öğrencilerin Akademik Başarı ve Matematik Dersine Karşı Tutumlarına Etkisi</i> . Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı	2019	✓
T112	Şirin, Göçük. <i>Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Üstü Sayılar İle Köklü Sayılar Konularındaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi</i> . Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı	2019	✓
T113	Tamer, Aydemir. <i>Sınıf Öğretmeni Adaylarının Yeni İlköğretim Matematik Dersi Programının Sayılar Öğrenme Alanı İçeriğine İlişkin Hazır Bulunulmuşluk Düzeyleri</i> . Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2008	✓
T114	Vahit, Özcan. <i>İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılarla İlgili Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri</i> , Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi İlköğretim Anabilim Dalı.	2004	✓
T115	Vildan, Keçeli. <i>Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgısı ve Hata ile Tutum Arasındaki İlişki</i> . Hacettepe Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Ana Bilim Dalı	2007	✓
T116	Yakup, Dinç. <i>Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusunda Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi</i> . Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2018	✓
T117	Yurdagül, Çevik. <i>Tam Sayılar Konusunun Modellenmesine İlişkin Öğretmen Görüşleri</i> . Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı	2019	✓
T118	Yusuf, Suna. <i>Aktif Öğrenme Yaklaşımının 7. Sınıf Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusunun Öğretimine Etkisinin Akademik Başarı, Tutum ve Kalıcılık Düzeyleri Bağlamında İncelenmesi</i> . Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2019	✓
T119	Zehra, Yılmaz. <i>İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Ondalık sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları (Uşak İli Örneği)</i> , Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı.	2007	✓