

**ÖLÇÜM HATALI KISMİ DOĞRUSAL REGRESYON
MODELİNİN GÖRÜNTÜ İŞLEMEDE KULLANIMI**

Merve BİNGÖL SUKUTLİ

TEMMUZ 2024

DİYARBAKIR

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÖLÇÜM HATALI KISMİ DOĞRUSAL REGRESYON
MODELİNİN GÖRÜNTÜ İŞLEMEDE KULLANIMI**

Merve BİNGÖL SUKUTLİ

DİCLE ÜNİVERSİTESİ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM-ÖĞRETİM VE SINAV
YÖNETMELİĞİNİN BİR PARÇASI OLARAK
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALINDA
YÜKSEK LİSANS TEZİ
OLARAK HAZIRLANMIŞTIR

TEMMUZ 2024

DİYARBAKIR

ÖLÇÜM HATALI KISMİ DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN GÖRÜNTÜ İŞLEMEDE KULLANIMI

Merve BİNGÖL SUKUTLİ tarafından Dicle Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin bir parçası olarak hazırlanan bu çalışma, aşağıda bilgileri yazılı jüri üyeleri tarafından değerlendirilerek **İstatistik Ana Bilim Dalı**'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Neslihan DALKILIÇ
Müdür, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

Doç. Dr. Seçil YALAZ
Danışman, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

Sınav Jürisi:

Doç. Dr. Seçil YALAZ (*,**) _____

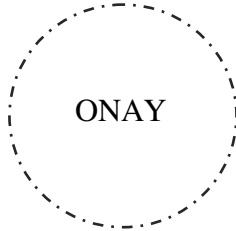
İstatistik Bölümü, Dicle Üniversitesi

Doç. Dr. Özge KURAN _____

İstatistik Bölümü, Dicle Üniversitesi

Prof. Dr. Sinan Çalık _____

İstatistik Bölümü, Fırat Üniversitesi



Savunma Tarihi: ... / ... /

(*) Jüri Başkanı.

(**) Tez Danışmanı.

Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tez çalışmasında yer alan tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu beyan ederim. Ayrıca, bahse konu bu kural ve ilkelerin gerektirdiği üzere, bu çalışmada özgün olmayan tüm bilimsel içerikleri kurallara uygun biçimde alıntılıyıp kaynak gösterdiğimi beyan ederim. Beyanımınla çelişen herhangi bir delil bulunduğu takdirde tüm sorumluluğu üstleneceğimi kabul ederim.

Ad, Soyad: Merve BİNGÖL SUKUTLİ

İmza:

TEŞEKKÜR

Sevgili danışman hocam Doç. Dr. Seçil YALAZ'a, çalışmamın fikir aşamasından itibaren kendi doktora tezinden ve yayınlarından gerekli bilgi ve verilerin kullanılmasına izin verdiği, analizlerin yorumlanması ve tez taslağındaki düzeltme konularına kadar verdiği destek ve sabrı için teşekkür ederim.

Görüntü işleme ve yazılımsal tecrübelerini çalışmamın her adımında sabırla paylaşan ve her aşamada cesaretlendirerek destekleyen saygıdeğer hocam, Siirt Üniversitesi öğretim üyesi Doç. Dr. Musa ATAŞ'a da teşekkür ederim.

Jüri üyelerime, bu tezin daha nitelikli hale gelmesi için yaptıkları eleştiri ve öneriler için minnettarlığımı sunarım.

Bitirme tezim süresince bana verdikleri destek ve sağladıkları olanaklar için Diyarbakır Ağız ve Diş Sağlığı Hastanesi yönetimine sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, bu zorlu süreçte her daim yanımda olan ve değerli katkılarıyla bana güç veren mesai arkadaşlarım Hüseyin KARAKOÇ, Rıdvan BAYDAR, Özcan KILIÇ ve Süleyman BUĞDAY'a da minnettarlığımı ifade etmek isterim.

En önemlisi, kendime bazı zamanlar inanmasam da bana inandıkları için annem Rükya BİNGÖL, babam Ensari BİNGÖL ve sevgili eşim Uğur SUKUTLİ'ye, bu süreçte her türlü psikolojik desteğini esirgemeyen sevgili dayım Abbas KAVALA'ya sonsuz teşekkür ederim.

Yazar, Dicle Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü'ne (DÜBAP), bu tez çalışması için sağladıkları finansal destek için (Proje No: DÜBAP-FEN.23.023) için teşekkürü borç bilir.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	V
İÇİNDEKİLER	Vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	vii
TABLolar LİSTESİ	İx
EKLER LİSTESİ	X
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	Xi
ABSTRACT	XV
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	4
3. MALZEME VE YÖNTEM	6
3.1 Malzeme	6
3.2 Yöntem	7
3.2.1 Regresyon modelleri	7
3.2.2 Ölçüm hatalı modeller	28
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	37
4.1 Gürültü Ekleme ve Gürültülü Görüntülerin Analizi	37
4.1.1 Gaussian bulanıklığı uygulaması	39
4.1.2 Kısmı doğrusal regresyon modellemesi	40
4.1.3 Dekonvolüsyon işlemi (Richardson-Lucy dekonvolüsyonu)	41
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	44
5.1 Sonuçlar	44
5.2 Öneriler	45

KAYNAKLAR.....	46
EKLER.....	51
ÖZGEÇMİŞ.....	68



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1 Karanlık Ve Aydınlik Düzey Tahmini	11
Şekil 3.2 Bazı Eğitim Veri Kümeleri	11
Şekil 3.3 Tipik Kernel Fonksiyonları.....	11
Şekil 3.4 Gürültüsüz Ve Gaussian Gürültülü Görüntü	22
Şekil 3.5 Yerel Doğrusal Düzleştirici	22
Şekil 3. 6 P'nin Farklı Değerlerdeki Kernel Karşılaştırılması	25
Şekil 3. 7 Ortalama Filtre Uygulanmış Görüntü	35
Şekil 3. 8 Medyan Filtre Uygulanmış Görüntü	36
Şekil 4. 1 Orijinal Resim Ve Gürültülü Resim.....	38
Şekil 4.2 Orijinal Ve Gürültülü Resmin Saçılım Grafiği.....	39
Şekil 4. 3 Orijinal Ve Gürültü Eklenmiş Görüntünün Bar Grafiği.....	39
Şekil 4. 4 Gaussian Bulanıklığı Eklenmiş Görüntü	40
Şekil 4. 5 Gaussian Bulanıklığı Eklenmiş Ve Gürültülü Resim Grafiği.....	40
Şekil 4. 6 Regresyon Analizi Yapılmış Görüntülerin Karşılaştırılması.....	42
Şekil 4. 7 Regresyon Analizi Yapılmış Görüntülerin Histogram Karşılaştırılması ...	42
Şekil 4. 7 Işıklı Ve Karanlık Ortamda Gözlemlenmiş İşlenmiş Görüntü	43

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1 Kernel fonksiyonları	17
Tablo 4.1 İşlenmiş görüntülerin istatistiksel analiz sonuçları.....	42



EKLER LİSTESİ

Ek 1: Gaussian Bulanıklığı Java Kodu.....	52
Ek 2: Dekonvolüsyon Kodu	53
Ek 3: Ölçüm Hatalı Kısmi Doğrusal Regresyonun Görüntü İşlemede Kullanımı Java Kodu	54
Ek 4 Piksel Değerleri	64
Ek 5: Mse Ve Psnr Değerlerindeki Değişikliğin Java Kodu	65
Ek 6 Yapılan Çalışmanın Algoritması	67

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

Simge	Açıklama
$=$	Eşittir
$<$	Küçüktür
$>$	Büyüktür
$\leq$	Küçük eşittir
$\geq$	Büyük eşittir
$\int$	İntegral sembolü
η	Hata
ε	Hata
M	Görüntünün eni
N	Görüntünün boyu
exp	Üstel fonksiyon
x, x^*	Bağımsız değişken
y, y^*	Bağımlı değişken
$E(X X^*)$	X^* biliniyorken X in beklenen değeri
∞	Sonsuzluk işareti
$\in$	Elemanıdır
$\mathbb{R}$	Gerçek sayılar kümesi
$\times$	Kartezyen çarpımı
$(.)^{-1}$	Matrisinin tersi
$max(a, b)$	a ve b 'nin maksimumu
$min(a, b)$	a ve b 'nin minimumu
K	Kernel fonksiyonu
K_n	Kernel fonksiyonunun dekonvolüsyonu
f	Yoğunluk fonksiyonu

$\hat{f}$	Tahmin edilmiş fonksiyon
$\mathcal{E}$	Cezalandırma fonksiyonu
n	Örneklem büyüklüğü
p	Bağımsız değişken sayısı
$\prod$	Çarpım sembolü
Σ	Toplam sembolü
h	Bant genişliği
h_n	n büyüklüğündeki örneklem için seçilmiş bant genişliği
$E(X X^*)$	X^* biliniyorken X 'in beklenen değeri
$N(0, \sigma^2)$	0 ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılım
σ_ε^2	Hata teriminin varyansı
$\mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^*$	Veri setindeki her bir noktanın X^* 'a uzaklığı
ω	Ağırlık matrisi
$vech$	Vektörleşme operatörü
Diag	Köşegen (Diagonal) matris
$g(\mathbf{x}_i^*)$	Fonksiyonun $\mathbf{x}_i^*$ noktasındaki değeri
$\nabla g(\mathbf{x}^*)$	Fonksiyonun $\mathbf{x}^*$ noktasındaki gradyanı
$\mathcal{H}g(\mathbf{x}^*)$	Fonksiyonun $\mathbf{x}^*$ noktasındaki ikinci türevler matrisi
Sup	En büyük üst sınır
$\mathbf{H}$	(2×2) boyutlu düzleştirme matrisi
∂	Kısmi türev sembolü
$\mathbf{e}_1$	İlk eleman 1 ve geri kalan elemanların 0 olduğu sütun vektörü
$I_{original}$	Orijinal görüntü tahmini
I_{noisy}	Gürültülü görüntü tahmini

Kısaltma	Açıklama
RSS	Residual Sum of Squares (Hata Kareler Toplamı)
MSE	Mean Squared Error (Hata Kareler Ortalaması)
LS	Least Squares (En Küçük Kareler)
CV	Cross Validation (Çapraz geçerlilik)
LSCV	Least Squares Cross Validation (En Küçük Kareler Çapraz geçerliliği)
CCD	Charge-Coupled Device (Yüksek Bağlımlı Cihaz)
MRI	Magnetic resonance imaging (Manyetik Rezonans Görüntüsü)
CT	Computed Tomography (Bilgisayarlı Tomografi)
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator (En İyi Doğrusal Yansız Tahmin Edici)
GM	Gasser-Müller
PC	Priestley – Chao
VAR	Varyans
PSNR	Peak Signal-to-Noise Ratio (Tepe Sinyal Gürültü Oranı)
LOESS	Locally Estimated Scatterplot Smoothing (Yerel Olarak Tahmin Edilen Dağılım Grafiği)
LOWESS	Locally Weighted Scatterplot Smoothing (Yerel Olarak Tahmin Edilen Dağılım Grafiği)
COV	Kovaryans

ÖZET

ÖLÇÜM HATALI KİSMİ DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN GÖRÜNTÜ İŞLEMEDE KULLANIMI

BİNGÖL SUKUTLİ, Merve
Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü
Danışman: Doç. Dr. Seçil YALAZ
Temmuz 2024, 82 sayfa

Dijital görüntü sistemleri, eğitim, endüstri, mühendislik ve sağlık gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılmakta ve popülerlik kazanmaktadır. Bu sistemlerin kolay kullanımı ve düşük maliyeti, yaygınlaşmalarında önemli bir rol oynamaktadır. Ancak dijital görüntülemenin en büyük dezavantajlarından biri, genellikle çözünürlük sorunudur. Çözünürlük görüntüde kalite standartlarını oldukça düşüren önemli faktörlerden biridir. Bu çalışmada, kısmi doğrusal regresyon yöntemiyle ölçüm hatalarının düzeltilmesi üzerine odaklanılmış ve bu düzeltmelerin çalışmasını etkileyen denklemler incelenmiştir. Araştırmanın amacı, kısmi doğrusal modellerin görüntü işleme uygulamalarında ne kadar etkili olduğunu ve bu modellerin kullanımının ne derece önemli olduğunu ortaya koymaktır. Görüntü işleme tekniklerinde sık sık karşılaşılan sorunlardan biri, görüntülerdeki gürültü ve bulanıklıktır. Bu çalışmada, bu sorunlara yönelik çeşitli filtreleme ve iyileştirme yöntemleri incelenmiş ve uygulanmıştır. Hedef, yüksek frekanslı ve gürültüsüz bilgilerin de kaybolmadığı yeni bir model geliştirmektir. Bu amaçla gürültülü siyah beyaz görüntüler kullanılmıştır. Kısmi doğrusal modeller, görüntü işleme uygulamalarında ölçüm hatalarının neden olduğu bozulmaları düzeltmek için kullanılmıştır. Ölçüm hataları, görüntü işleme alanında sıkça karşılaşılan bir sorundur ve bu çalışma, bu hataların etkilerini anlamak ve azaltmak için kısmi doğrusal modellerin nasıl kullanılabileceğini göstermektedir. Önerilen yöntemin etkinliğini değerlendirmek için yapılan değişiklikler (dekonvolüsyon işlemi, histogram eşitlemesi yapılmış görüntüler) için karşılaştırma yöntemleri kullanılmıştır. MSE ve PSNR karşılaştırılması yapılan bu yöntemler, görüntüler arasındaki kalite farkını objektif bir şekilde değerlendirmek için kullanılmış ve önerilen yöntemin geleneksel yöntemlere alternatif bir yöntem olarak kullanılabileceği söylenebilmiştir. Bu çalışmanın bulguları, kısmi doğrusal modellerin görüntü işleme uygulamalarında önemli bir araç olduğunu göstermektedir. Gelecek çalışmalar, bu modellerin farklı türde görüntü ve gürültü koşullarında nasıl performans gösterdiğini daha detaylı bir şekilde incelemeyi hedefleyebilir. Ayrıca, bu modellerin gerçek zamanlı uygulamalarda nasıl kullanılabileceği ve optimizasyon teknikleriyle nasıl daha da geliştirilebileceği araştırılabilir.

Anahtar Kelimeler: Kısmi doğrusal modeller, Ölçüm hatası, Kernel regresyonu, Görüntü işleme, Çözünürlük

ABSTRACT

THE USE OF PARTIALLYLY LINEAR REGRESSION MODEL WITH MEASUREMENT ERROR IN IMAGE PROCESSING

BİNGÖL SUKUTLİ, Merve

Master of Science in Department of Statistic

Supervisor: Assoc. Dr. Seçil YALAZ

July 2024, 82 pages

Digital imaging systems are widely used and gaining popularity in many fields such as education, industry, engineering, and healthcare. The ease of use and low cost of these systems play a significant role in their widespread adoption. However, one of the biggest disadvantages of digital imaging is often the issue of resolution. Resolution is a crucial factor that significantly affects the quality standards of an image. This study focuses on correcting measurement errors using the partial linear regression method and examines the equations affecting these corrections. The aim of the research is to reveal how effective partial linear models are in image processing applications and to what extent the use of these models is important. One of the frequent problems encountered in image processing techniques is the noise and blurriness in images. In this study, various filtering and enhancement methods have been examined and applied to address these issues. The goal is to develop a new model where high-frequency and noise-free information is not lost. For this purpose, noisy black-and-white images were used. Partial linear models were utilized to correct distortions caused by measurement errors in image processing applications. Measurement errors are a common issue in the field of image processing, and this study demonstrates how partial linear models can be used to understand and mitigate these errors. Comparison methods were used to evaluate the effectiveness of the proposed method for the changes made (deconvolution process, histogram-equalized images). These methods, with MSE (Mean Squared Error) and PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) comparisons, were used to objectively evaluate the quality difference between images and to suggest that the proposed method can be used as an alternative to traditional methods. The findings of this study show that partial linear models are an important tool in image processing applications. Future studies may aim to examine in more detail how these models perform under different types of images and noise conditions. Additionally, research could explore how these models can be used in real-time applications and how they can be further improved with optimization techniques.

Keywords: Partially linear models, Measurement error, Kernel regression, Image processing, Resolution

1. GİRİŞ

İnsanların görüntüleri algılayıp görmesinden esinlenerek geliştirilen görüntü işleme, dijital görüntüler üzerinde çeşitli analiz ve işlemler yapma bilimi olarak bilinir. Göz görme olayını gerçekleştirmek için bazı aşamalara ihtiyaç duyar. Cisimlerden yansıyan ışınlar sırasıyla kornea, mercek ve göz bebeğinden geçerek ters bir şekilde retinaya ulaşır. Daha sonra gelen ışık elektrik sinyalleri şeklinde sinir uçlarına ve beyne ulaşır. Böylelikle tüm bu işlemleri mikro saniyeler içerisinde gerçekleştiren beyin görüntünün ne olduğunu anlar [1]. Beyin türevi yöntemlerin geliştirilmesi düşüncesinden yola çıkılan ve görüntü işlemenin temelini oluşturan bu olayda optik alıcıya (kamera) alınan görüntüler işlenerek bilgisayar ortamında başka bir forma dönüştürülür. Dönüştürülen bu formların analiz edilip sınıflandırılması için temelde regresyon analiz yöntemleri kullanılır [2].

İstatistik biliminin temel yapı taşlarından biri olan regresyon analizi bağımlı bir değişken ile bir veya daha fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi incelememize olanak tanıyan istatistiksel bir yöntemdir. Özellikle değişkenler arasındaki ilişkiyi anlamak, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenler üzerindeki var olan veya gelecekte var olacak etkilerini incelemek için başvurulmuş bu yöntemde, değişkenlerin birbirine olan etkileri matematiksel bir fonksiyon olarak ifade edilir. Yani regresyon analizi, aralarında sebep-sonuç ilişkisi bulunan değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemek ve tahmin yapabilmek için kullanılan ve matematiksel bir model ile ifade edilen istatistiksel bir analizdir [3].

Veri setinin özellikleri, analizin amacı ve varsayımlarına bağlı olarak çeşitli regresyon yaklaşımları bulunmaktadır. Bu yaklaşımların temelinde bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken arasındaki ilişkinin şeklinin bilindiğinin varsayıldığı parametrik regresyon modeli yer almaktadır. Doğrusal ilişki gözlemlenen parametrik modelde bağımlı değişken ile tek bir bağımsız değişken arasında ilişki mevcutsa model, birçok alanda kullanılan basit regresyon modeli adını alır. Görüntü işlemede özellikle 2 boyutlu veri çiftleri arasındaki ilişkiyi anlamak ve tahmin etmek için kullanılan basit doğrusal regresyon yönteminde görüntüdeki her piksel bir bağımsız değişkeni, piksel değerlerine karşılık gelen özellik veya ölçüm de bağımlı değişkeni

ifade eder. Örneğin basit doğrusal regresyon modeli ile ifade edilebilen görüntüdeki piksellerin parlaklık değerleri bağımlı değişkeni temsil ederken, ortamın ışıklandırma düzeyi bağımsız değişkeni ifade eder. Ya da görüntüdeki nesnenin koordinatları bağımsız değişkenleri temsil ederken parlaklık değeri de bağımlı değişkeni temsil eder. Nesnenin yerinin belirlenmesinde, eksik verilerin veya düzensiz ölçümlerin tahmininde (görüntü interpolasyonu) basit doğrusal regresyon yöntemlerine başvurulur [4].

Görüntü işlemede basit doğrusal regresyona ek olarak daha karmaşık model ve tekniklere de ihtiyaç duyulur. Çoklu doğrusal regresyon analiz yöntemleri, istatistik ve makine öğrenmesi alanlarında bir bağımlı değişkeni birden fazla bağımsız değişkenle ilişkilendirmek ve bu ilişkiyi modellemek için kullanılırken, görüntü işlemede birden fazla bağımsız değişkenin bağımlı değişken (görüntü) üzerindeki toplu etkisini değerlendirmek ve modellemek için kullanılır. Görüntü segmentasyonu yani görüntüdeki nesnelerin sınırlarını belirlemek ve görüntüyü bölümlere ayırmak, görüntü restorasyonunu sağlamak (görüntüdeki gürültüyü gidermek ve bozulmuş bölümleri onarmak), düşük çözünürlüklü görüntülerden yüksek çözünürlüklü görüntüler elde etmek için çoklu doğrusal regresyon analizi yöntemlerinden faydalanılır.

Çeşitli alanlarda kullanılan regresyon modellerinde yalnızca doğrusal ve parametrik modellerin kullanıldığını söylemek doğru olmaz. Regresyon yalnızca doğrusal olarak örneklenen parametre enterpolasyonu olarak değil, aynı zamanda aralarındaki ilişkinin bilinmediği örneklemelerde parametrik olmayan (nonparametric) ve yarı parametrik (semiparametric) yöntemler olarak da karşımıza çıkabilmektedir. Bu yöntemler ekonomi, finans, pazarlama, tıp, sağlık bilimleri, makine öğrenimi, veri madenciliği, görüntü işleme gibi birçok alanda kullanılır. Bu çalışmada yalnızca düzenli olarak örneklenen verileri değil aynı zamanda düzensiz ve yarı düzenli örneklemeleri de inceleyen regresyon analizinden faydalanılarak gürültülü ve muhtemelen düzensiz örneklenmiş görüntülerin düzenlenerek işlenmesi sağlanacaktır.

Görüntü işleme son zamanlarda artan popülariteyle birlikte analizcilerin, mühendislerin, istatistikçilerin ilgi duyduğu bir konu haline gelmiştir. Kullanım

kolaylığı ve maliyetin düşüklüğü görüntü işleme için kullanılacak yöntemin tercih sebebi olmuştur. Ancak düşen maliyetle birlikte çözünürlük, görüntü kirliliği, belirgin örtüşme efektleri gibi sorunlar ortaya çıkmıştır. Bu sorunların temelinde dijital görüntü cihazlarında kullanılan sınırlı sayıdaki yüksek bağışımlı cihaz (Charge-Coupled Device (CCD)) piksellerinden kaynaklanmaktadır. Kullanılan pikselleri arttırmak maliyeti arttırmakla kalmaz, görüntüdeki gürültüyü artırarak bulanıklaştırır [14]. Görüntüyü tanıyıp sınıflandırma, nesnenin yerinin tespit edilmesi gibi alanlarda sıklıkla kullanılan yöntemlerden biri olan görüntü işleme, özellikle yeni nesil cihazlarda oldukça hızlı sonuçlar üretir.

Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde tezin konusundan ve çalışılan konuyla ilgili yapılmış çalışmalardan, tezin içeriğinden ve öneminden bahsedilmiştir.

İkinci bölüm daha önce literatürde var olan çalışmaların kısa özetlerinin olduğu kaynak özetlerini içermektedir.

Üçüncü bölümde araştırmanın odak noktasındaki görüntü ve bu görüntünün incelenmesi için kullanılan yöntemler ayrıntılarıyla açıklanmaktadır. Bu bölümde parametrik, parametrik olmayan ve yarı parametrik modeller tanıtılarak bunların görüntü işlemedeki yerlerine ve hangi aşamada hangi amaç için kullanıldıklarına değinilmiştir. Ayrıca yarı parametrik (kısmi doğrusal) modellerde ölçüm hatası etkileri ve çözüm yolları tanıtılarak bunların görüntü işlemedeki kullanımlarına değinilmiştir.

Dördüncü bölümde görüntü işlemede ölçüm hatası olması durumunda kısmi doğrusal regresyon modeli elde edilerek uygun bir gerçek veri analizi ile modelin etkinliği gösterilmiştir.

Beşinci bölümde uygulanan analiz yönteminin farklı şekillerde ve alanlarda kullanımı ile ilgili bilgiler sonuç ve öneriler kısmına eklenmiştir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Giloni ve Padberg; 2002 yılındaki makalelerinde doğrusal regresyon analizinde kullanılan geleneksel yaklaşıma alternatif yöntemleri inceleyerek karşılaşılan sorunları ve bu sorunların üstesinden gelmek için önerilen alternatif yaklaşımları kapsamlı bir şekilde incelemişlerdir [5].

Ni ve ark.; 2007 yılındaki çalışmalarında düşük ve yüksek çözünürlüklü görüntü çiftleri üzerinde tahminlerde bulunarak yeni görüntü tahmini yapmaya çalışmışlardır [6].

Xu ve ark.; 2019 yılında yapmış oldukları çalışmada uyarlanabilir parlaklık değerlerinin tahmin edilmesinde basit doğrusal regresyondan faydalanmışlardır [7].

Hardle ve Wolfgang; 1990 yılındaki çalışmalarında iki değişken arasındaki ilişkiyi açıklarken kayıp gözlemleri temsil etmek, birbirine yakın gözlem değerleri arasında değer tahmin etmede esnek bir model kurmak ve birbiriyle aykırı noktaların etkisini inceleyerek sahte gözlemleri ortaya çıkarmaktan bahsetmişlerdir [8].

Hardle ve ark.; 1994 yılında yapmış oldukları çalışmada parametrik olmayan regresyon modeli ile regresyon grafiğindeki eğrinin esnek fonksiyonel formundan bahsetmişlerdir [9].

Kıroğlu; 1999 İstatistik Araştırma Sempozyumu'nda sunduğu bildiride parametrik olmayan yaklaşımların avantajlarını, kernel kestirim yöntemlerinin temel prensiplerini ve bu yöntemlerin uygulanabilirliğini tartışmıştır [10].

Loader; 2004 yılında CASE (Computer-Aided Systems Engineering) konferansında sunmuş olduğu bildiride yerel regresyon tekniklerini ve düzleştirme (smoothing) yöntemlerini incelemiştir [11].

Wand ve Jones; tarafından 1995 yılında yayımlanan “Kernel Smoothing” kitabı, kernel düzleştirme yöntemlerini detaylı olarak ele almaktadır. Bu kitap, kernel fonksiyonlarının kullanımıyla veri analizinde pürüzsüzleştirme (düzleştirme) ve tahmin yöntemlerinin nasıl uygulandığını açıklarken, bu yöntemlerin istatistiksel ve

pratik uygulamalarını tartışarak, kernel düzleştirmenin çeşitli alanlardaki kullanımını vurgulamaktadır [12].

Marron; 1988 tarihli “Automatic Smoothing Parameter Selection: A Survey” makalesinde, düzleştirme parametresinin otomatik olarak seçilmesine yönelik yöntemlerin kapsamlı bir incelemesini vermektedir [13].

Takeda ve ark.; 2007 yılında yaptıkları çalışmada gürültüsüz ve gürültülü görüntüler için yapılan tahminlerde yerel yapıların nasıl değiştiğini göstermişlerdir. Görüntü iyileştirme, gürültü azaltma, süper çözünürlük ve diğer görüntü işleme uygulamaları için kernel regresyon tekniklerini kapsamlı bir şekilde incelemişlerdir [14].

Toprak; 2015 yılında yapmış olduğu doktora tezi çalışmasında kısmi doğrusal modelde ölçüm hatasından kaynaklı olarak hatalı ölçülmüş değişkenlerin olması ve ölçüm hatasının yoğunluk fonksiyonunun bilinmemesi durumunda parametrelerin tahmini için kullanılabilecek bir metot önermiştir [15].

Liang ve ark.; tarafından 1997 yılında yapılan çalışmada β 'nın parametrik oranda tahmin edilebilir olduğu göz ardı edildiğinden yola çıkılarak oluşan problemlere daha pozitif bir cevap sunulmuştur [16].

Yalaz ve Tez; 2020 yılındaki çalışmalarında ölçüm hatası olması durumunda kısmi doğrusal çok değişkenli regresyon modellerini incelemiş, özellikle ölçüm hatalarının analiz sürecini nasıl etkilediğini ve bu hataların düzeltilmesi için kullanılan yöntemleri ele almışlardır [17].

Fan ve Truong; 1993’de yaptıkları çalışmada kernel dekonvolüsyona dayalı kernel regresyon tahmin edicisinin optimal yakınsama oranına ulaşmak için bilinmesi gerektiği belirtmişlerdir [18].

Rao ve ark.; 2007 yılındaki çalışmalarında görüntü işlemede görüntüyü zenginleştirmek, bir görüntünün bazı özelliklerini değiştirmek veya görüntü kalitesini arttırmak için yapılan işlemleri kapsamlı bir şekilde açıklamışlardır [19].

Burada belirtilen çalışmalar dışında kaynakça bölümünde yer alan makaleler, kitaplar ve tezler de çalışmamızda yol gösterici olmuştur.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1 Malzeme

Bu çalışma, kısmi doğrusal model için uygulanan regresyon analizinde ölçüm hataları olması durumunda görüntü işleme teknikleri üzerinde bu etki ile başa çıkılmasını ele almaktadır. Özellikle ölçüm hatalarından kaynaklı etkilerin olması durumunda, parametre tahminleri için yeni bir metodun geliştirilmesi üzerinde durulmuştur.

Materyal olarak kullanılan kısmi doğrusal regresyon kavramı ile ilgili yapılan literatür taramalarında parametre tahmini için genel yaklaşımların var olduğu, bu yaklaşımların en sık kullanılanının kernel regresyonu olduğu gözlenmiştir. Görüntü işlemede ise ilgili regresyonun kernel ve Gauss bulanıklığı yöntemleri ile çözümlendiği görülmüştür. Ancak görüntü işleme ile ilgili tüm bu yöntemlerde ölçüm hatası problemine çözüm bulunamamıştır. Yapılan çalışmada kısmi doğrusal regresyon yöntemleri incelenerek ölçüm hatası probleminin de varsayıldığı bir görüntü işleme algoritması geliştirilmiştir.

Bu bağlamda parametrik, parametrik olmayan ve yarı parametrik regresyon yöntemleri ayrıntılı bir şekilde incelenerek görüntü işleme teknikleri üzerindeki kullanımına değinilmiştir. Görüntüyü işlerken düzleştirme kavramının ilgilendiği iki farklı kavram söz konusudur. Bunlardan biri genellikle rastgele piksellerden oluşan düzensiz bozulmaların olduğu görüntü kalitesini düşüren gürültü kavramı olurken diğeri ise ölçüm cihazından, sistemden veya insani hatalardan kaynaklanan gerçek değer ile ölçülen değer arasındaki sapma şeklinde tanımlanan ölçüm hatası kavramıdır. Bu kavramlar birbirini etkileyen iki kavram olarak düşünülebilir. Çünkü bazı durumlarda gürültü ölçüm hatasına neden olurken bazı durumlarda da ölçüm hatası görüntüde gürültüye neden olur. Görüntüde ölçüm hatasından kaynaklanan bozulma, bozulan görüntüyü düzleştirme kavramları açıklanmış; bozulmuş ve düzeltilmiş görüntüye ait histogram değerleri karşılaştırılarak düzeltilmiş görüntü için homojen bir dağılım elde edilmiştir. Homojen dağılım elde edildikten sonra ölçüm hatalı ve iyileştirilmiş görüntüler arasındaki ilişki modellenmiştir. Tüm işlemler yapıldıktan sonra elde edilen ölçüm hatalı ve düzeltilmiş görüntüler ekranda gösterilmiştir. Yapılan çalışma belirlenen dosya yolundaki görüntülerin işlenmesi ve

sonuçlarının görselleştirilmesi için kullanılan adımları içerecek ve ihtiyacı karşılayacak şekilde oluşturulmuştur.

Tezde önerilen algoritmaya uyumlu olması açısından aynı zamanlarda birden fazla görüntü alınarak yazılıma entegre edilmiş, çekilen fotoğrafların aydınlık ve karanlık ortamdaki görüntüleri Nebula projeksiyon cihazında incelenerek iki kanallı gri forma getirilmiş ve düzeltmeler uygulanmıştır.

3.2 Yöntem

Görüntü işlemede ölçüm hatalı kısmi doğrusal regresyon yönteminde parametreler oluşturabilmek, algoritmalar geliştirebilmek ve belirlenen parametrelerin tahmini için öncelikle parametrik, parametrik olmayan ve yarı parametrik modeller ile bu modellerin görüntü işlemede nerede kullanıldığı ve nasıl düzeltildiği tanıtılacaktır. Görüntüde gürültü ve ölçüm hatası kavramları tanıtılarak düzeltirme yöntemlerinden bahsedilecektir.

3.2.1 Regresyon modelleri

Regresyon bağımlı bir değişken (y) ile bir veya daha fazla bağımsız değişken ($x_1, x_2, \dots, x_p$) arasındaki ilişkiyi modellemek için kullanılan bir araçtır. Daha spesifik bir ifadeyle bir değişkenin diğer değişkenler tarafından nasıl etkilendiğine odaklanır ve bu ilişkiyi matematiksel bir model olarak ifade eder [20]. Böylece gelecekteki ilişkinin modellenmesine de yardımcı olur.

İki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkileri incelemek bilimsel araştırmaların konusu dahilindedir. Bu değişkenlerin ilişkili olup olmadığının belirlenmesi çalışmalarda karşılaşılan önemli sorunlardan biridir. İlişkilerin belirlenmesi genellikle iki konuda önemlidir; bunlardan ilki bağımlı değişkenin bağımsız değişken yardımıyla alabileceği değerlerin ne kadar doğrulukta olduğunun tahmin edileceği ile ilgili iken ikinci konu değişken değerleri arasındaki farkların çalışma sonucuna ne derecede etki ettikleri ile ilgilidir [21].

Regresyon analizi görüntü işlemede birçok problemin çözümü için başvurulan güçlü yöntemlerden biridir. Örneğin manyetik rezonans görüntüleme (Magnetic resonance imaging (MRI)) veya bilgisayarlı tomografi (Computed Tomography (CT)) görüntülerinde görüntü kalitesini ve doğruluğunu arttırmak amacıyla MRI veya CT

görüntülerinde eksik veriler regresyon modelleri kullanılarak tahmin edilebilir. Bu tür yöntemler, görüntülerin kalitesini ve doğruluğunu arttırmada etkili olabilir [22].

Bu bölümde sırasıyla parametrik regresyon, parametrik olmayan regresyon ve yarı parametrik regresyon modelleri tanıtılmış, parametrik olmayan regresyonda düzleştirme kavramı ve düzleştirme yöntemleri incelenmiştir. İlgili modellerin literatürde görüntü işleme alanında ne amaçla ve nasıl kullanıldığına değinilmiştir.

3.2.1.1 Parametrik regresyon

Bir bağımlı değişken ile bir veya daha fazla bağımsız değişken arasındaki belirli bir ilişkiyi açıklamak ve tahmin etmek için kullanılan istatistiksel tekniklerdir [5]. Parametrik regresyonun en önemli istatistiksel özelliği bazı varsayımlara dayanmasıdır. Bu varsayımların yokluğu kurulan anlamlılık testlerinin ve yapılan tahminlerin doğruluğunu zedeleyecektir. Bu varsayımlar aşağıda belirtildiği şekildedir:

- Hata terimlerinin beklenen değeri 0'dır. $E(\varepsilon) = 0$
- Hata terimleri σ^2 sabit varyanslıdır. $E(\varepsilon) = \sigma_\varepsilon^2$
- Hata terimleri ilişkisizdir. Kovaryans değerleri 0'dır. $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0; i \neq j$

İstatistikte en temel regresyon analizlerinden biri bağımlı değişken ile bağımsız değişken(ler) arasındaki ilişkinin doğrusal olarak modellendiği doğrusal regresyon denklemidir [5].

Doğrusal regresyon: Bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasında doğrusal ilişki olduğu varsayılır [22]. Klasik doğrusal regresyon modeli;

$$Y_j = \beta_0 + \left(\sum_{i=1}^k \beta_i X_{ij}\right) + \varepsilon; \quad j = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

ile verilebilir. Bu Eşitlikte y , $(n \times 1)$ boyutlu gözlemler vektörünü, X , $(n \times p)$ boyutlu tasarım matrisini, β , $(p \times 1)$ boyutlu parametreler vektörünü ve ε , $(n \times 1)$ boyutlu hatalar vektörünü göstermektedir. Bu varsayım sabit varyanslı ve normal dağılımlıdır [22]. Bu regresyon modelinin temel amacı, bağımsız değişkenin değerlerine dayalı olarak bağımlı değişkenin tahminini yapmaktır. Bu modelle değişkenler arasındaki ilişkinin yönü (pozitif veya negatif) ve ilişkinin gücü hakkında bilgi elde edilebilir. Ancak doğrusal regresyon modelini tahmin edebilmek

için bazı varsayımlara uyulması gerekmektedir [6]. Gauss-Markov olarak bilinen bu varsayımlara göre hatalar sıfır ortalamalı, ilişkisiz ve sabit varyansa sahip olmalıdır. Bu varsayımlar altında β 'nın en küçük kareler tahmin edicisi en iyi doğrusal yansız tahmin edicidir (Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)). Regresyon analizinin güvenilir sonuçlar vermesi için bu varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımların sağlanması durumunda ise verilerin saçılım grafiği incelenir ve grafiğin doğrusal olmaması durumunda doğrusal regresyon modelinin çalışılan veri seti için uygun olmadığı sonucuna varılır.

Doğrusal olmayan regresyon: Varsayımların sağlanmasına rağmen veri kümesinin doğrusal olmadığı durumlarının üstesinden gelinmesinin yolu yüksek dereceli polinomların kullanılmasıdır. Bu yöntem istatistik ve görüntü işleme gibi alanlarda, bir bağımlı değişkeni birden fazla bağımsız değişkenle ilişkilendirmek ve bu ilişkiyi modellemek için kullanılan bir analiz yöntemidir [23]. Polinom regresyon modeli olarak bilinen bu model;

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \dots + \beta_p X_i^p + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir.

Lojistik regresyon: Doğrusal regresyonun sınıflandırma problemleri için uyarlanmış bir türü olarak belirtilebilir. Doğrusal regresyon, sürekli değerlere sahip bağımlı değişkenleri tahmin etmek için kullanılırken, lojistik regresyon sınıflandırma problemlerindeki iki veya daha fazla kategorik sınıfı tahmin etmek için kullanılır. Sınıflandırma problemleri, girdi verilerinin belirli sınıflar veya kategorilere atanması ile çözülür. Örneğin, bir hasta için bir hastalığın varlığını tahmin etmek, bir e-postanın spam veya spam olmadığını belirlemek veya bir nesnenin resimdeki türünü sınıflandırmak gibi uygulamalar sınıflandırma problemleri olarak ele alınabilir.

Lojistik regresyon, bağımlı değişkenin bir olasılık değeriyle ifade edildiği bir modeldir. Sınıflandırılmak istenen olayın olasılığını hesaplar ve bir eşik değeri belirleyerek sonucu bir sınıfa atar. Lojistik fonksiyon olarak adlandırılan S şeklindeki sigmoid fonksiyonu kullanılır. Bu fonksiyon, çıkış değerini (bağımlı değişken olarak tahmin edilen olasılığı) 0 ile 1 arasında sınırlar. Lojistik regresyon modeli;

$$P(y = 1 | x) = 1 / (1 + \exp(-z)) \quad (3.3)$$

şeklindedir. Burada:

- $P(y = 1 | x)$ bağımlı değişkenin (y) bir sınıfa ait olma olasılığını,
- x , bağımsız değişkenlerin değerlerini,
- z , doğrusal kombinasyonu ifade eder.

böylece;

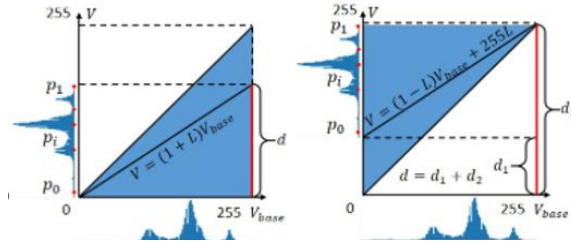
$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n)}} \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanır.

Parametrik modellerin görüntü işlemede kullanımı

Bazı akademik ve bilimsel çalışmalarda tahmin etme yöntemi olarak regresyon analizleri tercih edilir. Dijital görüntüler üzerinde çeşitli analiz ve işlemler yapma bilimi olarak bilinen görüntü işleme çalışmalarında bozulan görüntüyü düzleştirme işlemi için de regresyon yöntemlerine ihtiyaç duyulur.

Doğrusal regresyon görüntü işlemede özellikle iki boyutlu veri çiftleri arasındaki ilişkiyi anlamak ve tahmin etmek için kullanılır. Bu bağlamda, görüntüdeki her piksel, bir bağımsız değişken olabilirken, piksel değerlerine karşılık gelen özellikler veya ölçümler de bağımlı değişkeni temsil eder. Bir görüntünün parlaklık düzeyini veya kontrastını ayarlamak için kullanılabilir. Bu durumda, görüntü piksellerinin parlaklık değerleri bağımlı değişken olabilirken, ışıklandırma düzeyi gibi bir parametre bağımsız değişken olarak kullanılabilir. Işıklandırma düzeyinin yanı sıra görüntüdeki bir nesnenin veya özelliğin konumunu tespit etmek için de doğrusal modeller kullanılabilir. Bu durumda, piksellerin x ve y konumları (koordinatları) bağımsız değişkenler olarak alınabilirken, nesnenin parlaklık değeri bağımlı değişkeni temsil eder. Xu ve ark. yapmış olduğu çalışmada uyarlanabilir parlaklık değerlerinin tahmin edilmesinde basit doğrusal regresyondan faydalanmışlardır [7].

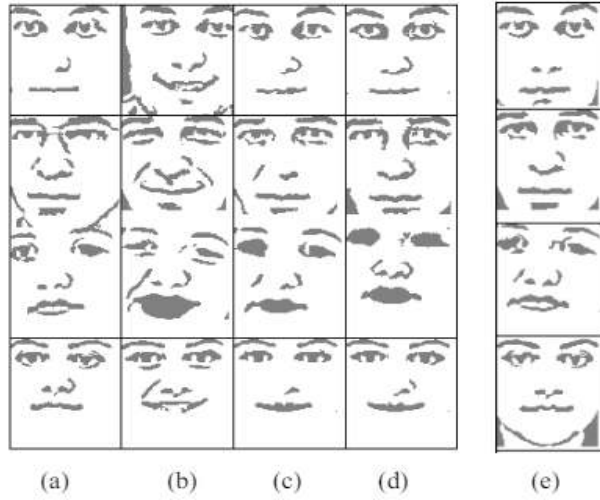


Şekil 3. 3 Karanlık ve aydınlık düzey tahmini. (a): $-1 \leq L < 0$ (karanlık bir görüntünün V bileşeni ile V_base bileşeni arasındaki lineer eşleme). (b): $0 \leq L \leq 1$ aydınlık bir görüntünün V bileşeni ile V_base bileşeni arasındaki lineer eşleme) [7]

Bu örnek, basit doğrusal regresyon modelinin görüntü işlemedeki potansiyel uygulamalarını göstermektedir.

Görüntü işlemede daha karmaşık modeller ve teknikler de kullanılabilir, ancak basit doğrusal regresyonun yanı sıra doğrusal olmayan regresyon, veriye dayalı tahmin ve analiz yapmak için kullanılabilecek anlaşılır bir yöntemdir. Özellikle, sağlam tahmin teorisine dayanan filtrelerin, görüntü kalitesini arttırmak ve gürültü etkilerini azaltmak konusunda doğrusal olmayan regresyon analizinin etkinliği yadsınamaz. Deneysel sonuçlar, doğrusal olmayan regresyon filtrelerinin impulsif ve nonimpulsif gürültüleri etkili bir şekilde azaltabildiğini ve görüntü detaylarını koruyabildiğini göstermektedir [24].

Görüntü işleme ve istatistik alanlarında sınıflandırma problemleri için yaygın olarak kullanılan diğer etkili bir yöntem ise *lojistik regresyon* yöntemidir. Görüntü sınıflandırma, nesne tespiti, yüz tanıma, tıbbi görüntüleme gibi birçok görüntü işleme çalışmalarında tahmin ve düzenleme için lojistik regresyon analizine başvurulmaktadır. Özellikle yüz tanıma çalışmalarında başvuru olan lojistik regresyon yönteminde Şekil 3.2’de de gösterildiği gibi göz, kaş, göz kapakları, burun gibi belirli bölgelerdeki yoğun değişimler yakalanır [25].



Şekil 3. 2 Bazı eğitim veri kümeleri(a)-(d) , ilgili test veri seti (e) [24]

3.2.1.2 Parametrik olmayan regresyon

Parametrik regresyon modellerinde sağlanması gereken varsayımlar bazı durumlarda dezavantaj olarak algılanabilir. Parametrik modellerdeki varsayım ihlallerinde ve varsayılan dağılım ile ilgili hiçbir bilgi olmadığı durumlarda parametrik olmayan regresyon modelleri tercih edilir. Parametrik olmayan regresyon yöntemi ile bağımlı değişken ve bağımsız değişken arasındaki ilişki, fonksiyonel bir yapı belirtilmeden veriye uygun bir model ile belirlenerek elde edilir [26]. Bu modelde amaç iki değişken arasındaki ilişkiyi açıklarken kayıp gözlemleri temsil etmek, birbirine yakın gözlem değerleri arasındaki değerleri tahmin etmede esnek bir model kurmak ve birbiriyle aykırı noktaların etkisini inceleyerek sahte gözlemleri ortaya çıkarmaktır [8]. Burada parametrik olmayan regresyon modeli ile regresyon grafiğindeki eğrinin esnek fonksiyonel formu kastedilmektedir [9].

Değişkenler arasındaki ilişkinin veya formun önceden değil de tamamen yapılan çalışmadaki gözlem değerleri için belirlenmesi, veri setindeki değişkenler arası ilişkinin ortaya serilmesinde kolaylık sağlamaktadır. Parametrik olmayan model;

$$y_i = g(x_i^*) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

şeklindedir.

Burada; y_i , bağımlı değişken, $g \in C^2[a, b]$ olan bir düzgün fonksiyon, x_i^* parametrik olmayan bağımsız değişkenlere ait gözlem değerleri, ε_i , 0 ortalamalı ve

σ_ε^2 sabit varyanslı, bağımsız ve özdeş olarak dağılan rastgele hata terimlerini ifade eder.

Parametrik olmayan regresyon modelleri doğrusallık varsayımı yerine düzgünlüğü dikkate aldığı için doğrusallığı esnetmiş olur. Parametrik yaklaşımın dezavantajlarını da göz önünde bulundurarak düzgün tahminler üreten birçok parametrik olmayan tahmin edici üretilmiştir. Ancak en yaygın kullanılan ve en kolay anlaşılan model kernel metoduna dayanır [9]. Bu metot en iyi olduğu için değil, uygulanabilirliği kolay olduğu ve diğer yöntemleri anlamada bir araç olması nedeniyle tercih edilme sebebi olmuştur. Ayrıca eğrisel çizgi (spline smoothing) düzleştiriciler, cezalandırılmış eğrisel çizgi düzleştiriciler parametrik olmayan yöntemler için kullanılan başlıca tekniklerden bazılarıdır. Bu tahmin ediciler genellikle düzgünleştirme veya düzleştirici olarak adlandırılır [8]. Eğrisel çizgi ve cezalandırılmış eğrisel çizgi düzleştiricilerinin temelinde pürüzlülük ve ceza yaklaşımı yer almaktadır.

Parametrik olmayan regresyon fonksiyonunu düzleştirerek tahmin etme yöntemine düzleştirme denir. Fonksiyon tahmininde kullanılan klasik yöntemlerden biri doğrusal regresyon yaklaşımıdır. Bu yöntemde (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ veri seti için hata kareler toplamı (Residual Sum of Squares (RSS));

$$RSS(g) = \sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i^*))^2 \quad (3.6)$$

şeklindeir. Öncelikle RSS minimum yapılarak g fonksiyonu tahmin edilir. Saçılım grafiği doğrusal ise g fonksiyonu için doğrusal regresyon yaklaşımı uygun olacaktır.

Parametrik regresyon modelinde bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında bir regresyon ilişkisi belirlenemeyebilir. Parametrik olmayan regresyon tahmin edicileri, parametrik modellerdeki ilişki varsayımlarının sağlanmadığı ve dağılımla ilgili fikir yürütülmediği durumlarda kullanılır. Parametrik olmayan modeller, veriyi parametrik modele benzetmeye çalışırken tutarlı sonuçlar vermesinden dolayı parametrik modellere bir alternatif oluşturur [10]. Değişkenler arasındaki ilişkinin biçiminin kesin olarak belirlenemediği durumlarda düzleştiriciler bu ilişki yokmuş gibi davranır. Bu özelliklerinden dolayı da düzleştiriciler, parametrik olmayan regresyonda sıkça kullanılır [27].

Düzleştiriciler genel olarak saçılım grafiği düzleştiricisi (scatter plot smoothing) ve rastsal verilere dayalı tahmin ediciler olarak karşımıza çıkmaktadır. İkinci yöntem parametrik olmayan rastgele veri setlerinin kullanıldığı ve yoğun matematiksel analizlerin yapıldığı çalışmalarda sıkça tercih edilir [28]. Bu yöntemler parametrik modellere kıyasla daha esnek yapıda olmalarından ve başta kernel yapıdaki modeller olmak üzere diğer modellere oranla daha tutarlı tahminlerde bulunmasından dolayı parametrik regresyon analizine alternatif olarak görülmektedir [10].

Regresyon analizi yapılırken amaç, bilinmeyen regresyon fonksiyonunu uygun bir şekilde tahmin etmektir. Çünkü bazı durumlarda noktalardan oluşan eğri kümesini parametrik modellerle temsil etmek neredeyse olanaksızdır.

Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin şekli tam olarak bilinmediğinde parametrik olmayan modeller için düzleştiriciler sıklıkla kullanılan yöntemlerdir [29]. Kernel (çekirdek) düzleştirici, yerel (local) regresyon düzeltici, k -en yakın komşu tahmin edici, eğrisel çizgi yöntemleri bazı parametrik olmayan tahmin edicilerdir [8].

Parametrik olmayan regresyon için önerilen bu tahmin ediciler açıklayıcı değişkenin belirli aralıkta varsayıldığı $[0,1]$ aralığında sabit tahmin ediciler adını alırken (3.1) eşitliğinde X_i 'ler tanımlandığında $0 \leq X_1 \leq \dots \leq X_n \leq 1$ şeklinde ifade edilirler [30]. Açıklayıcı değişkenlerin rastgele olduğunun varsayıldığı modelde rastgele seçilen gözlem çiftleri için işlem yapılır, bu gözlemler bağımsız ve özdeş olmalıdır. Kernel kestirim tekniklerinden Priestley-Chao ve Gasser-Müller modeller sabit tasarım durumu için öne sürülürken, Nadaraya-Watson kernel tahmin edicisi ise rastsal tasarım durumu için öne sürülmüştür [30].

Kernel düzeltirme yöntemi

Kernel ya da diğer adıyla çekirdek tahmin edicilerde bağımlı değişkenin ağırlıklı yerel ortalaması alınır. Yerel ağırlık kernel fonksiyonuna dayandırıldığı için kernel adını almaktadır [28]. Literatürde; yerel sabit, yerel doğrusal, yerel polinomal ve diğer alternatif tahmin ediciler kernel yöntemiyle ilişkili geliştirilen yaklaşımlardır.

Yerel sabit kernel tahmin edicisi: Nadarya-Watson Kernel tahmin edicisi olarak bilinen bu yöntemde bağımsız değişkenlerin belirli bir noktadaki sabit değerleri ortalanarak bağımlı değişkenin koşullu fonksiyonu tahmin edilir. Bu tahmin ediciler,

değişkenler arasında aşırı uyum (overfitting) ve düşük uyum (underfitting) arasında bir denge sağlar [31].

(X, Y) gözlem değer çiftleri için $f(x, y)$ yoğunluk fonksiyonu kullanılarak elde edilen yerel sabit kernel tahmin edicisi;

$$\hat{g}(x^*) = \frac{\sum_{i=1}^n y_i K_h(x^* - x_i^*)}{\sum_{i=1}^n K_h(x^* - x_i^*)} \quad (3.7)$$

şeklindedir ve,

$$\hat{g}(x^*, h) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K\left(\frac{x_i^* - x^*}{h}\right)}{\sum_{j=1}^n K\left(\frac{x_j^* - x^*}{h}\right)} \right) y_i \quad (3.8)$$

olarak gösterilir [11]. Bant genişliği ya da düzgünleştirme parametresi adı verilen h tahminin düzgünlüğünü kontrol eder ve genellikle pozitif değer alır [32]. Gözlem sayısı (n) ile ilişkili olan h düzgünleştirme parametresinin sıfıra yakınsaması ne aşırı hızlı ne de aşırı yavaş olmalıdır [9].

Yerel doğrusal kernel tahmin edicisi: Yerel sabit tahmin edicilerin yanı sıra sonuçlar verdiği durumlarda kullanılan en iyi tahmin edicilerden biri de yerel doğrusal kernel tahmin edicileridir [33]. Bu tahmin edici;

$$\hat{g}(x^*) = \frac{\sum_{i=1}^n y_i K\left(\frac{x_i^* - x^*}{h}\right) (s_{n,2} - (x_i^* - x^*) s_{n,1})}{n^{-2} + \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i^* - x^*}{h}\right) (s_{n,2} - (x_i^* - x^*) s_{n,1})} \quad (3.9)$$

$$s_{n,l} = \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i^* - x^*}{h}\right) (x_i^* - x^*), l = 0, 1, 2 \quad (3.10)$$

şeklindedir [36].

Yerel polinomal kernel tahmin edicisi: Görüntü işleme, sinyal işleme, zaman serisi analizi, ekonomi ve finans gibi birçok alanda kullanılan bu yöntemde doğrusal kernel tahmin edici genişletilerek veri setine uygun polinomal tahmin edici elde edilir [12]. p , polinomun derecesi ise x noktasındaki tahmin edici olan;

$$\hat{g}(x^*; p, h) = \beta_0 + \beta_1 (x_i^* - x^*) + \dots + \beta_{p-1} (x_i^* - x^*)^{p-1} + \beta_p (x_i^* - x^*)^p \quad (3.11)$$

polinomuna ağırlıklı LS yöntemi uygulanarak (x_i^*, y_i) gözlemlerine uygun veriler elde edilir [12].

Yerel polinomal regresyon ayrıca yerel ağırlıklı dağılım grafiği düzleştirme (Locally Weighted Scatterplot Smoothing (LOWESS)) olarak da bilinmektedir. LOWESS bir bağımsız değişkenin olduğu basit regresyon uygulamalarında kullanılırken bağımsız değişken sayısı arttığında aynı işlem yerel olarak tahmin edilen saçılım grafiği düzleştirme (Locally Estimated Scatterplot Smoothing (LOESS)) kullanılarak yapılır [27]. LOWESS yapılan işlemler için birinci dereceden fonksiyona sahip doğrusal polinom kullanırken, LOESS ikinci dereceden fonksiyona sahip karesel fonksiyonu kullanır [34].

Gasser-Müller kernel tahmin edicisi: Veri setindeki değişkenlerin yerel ortalamalarını ve eğilimlerini belirlemek için değişkenler etrafında yerel pencereler kullanarak çalışır. $[m, n]$ tanım kümesinde bulunan $x_{(i)}^*$, $(i = 1, \dots, n)$ tahminleri için Gasser-Müller tarafından önerilen ağırlık fonksiyonu;

$$W_{hi}^{GM} = n \int_{s_i-1}^{s_i} K_h(x^* - u) du \quad (3.12)$$

şeklindedir. Burada $s_i = (x_{(i)}^* + x_{(i+1)}^*)/2$ iken Gasser-Müller kernel tahmin edicisi ise;

$$\hat{g}(x^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_{hi}^{GM}(x^*) y_i \quad (3.13)$$

ile tanımlanır [39].

Priestley – Chao Kernel Tahmin edicisi: Gasser-Müller ile benzer olarak bu tahmin edici de sabit tahmin durumları için önerilmiştir. Bu tahmin edicinin temelindeki ağırlık fonksiyonu $x_0 = 0$ için;

$$W_{hi}^{PC}(x^*) = n(x_i^* - x_{i-1}^*) K_h(x^* - x_i^*) \quad (3.14)$$

şeklindedir [8]. Bu fonksiyona sahip tahmin edici ise;

$$\hat{g}(x^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_{hi}^{PC}(x^*) y_i \quad (3.15)$$

ile ifade edilir [36].

Kernel tahmin edicilerinin amacına hizmet eden iki önemli özelliği vardır. Bunlardan ilki bağımsız değişkenlerin şekliyle ilgili bilgi veren kernel fonksiyonu iken öteki yayılımı ifade eden bant genişliğidir [39]. Kernel fonksiyonu kullanılırken bu fonksiyondaki değişimler tahmine çok fazla etki etmez ancak bant genişliği için aynı

şeyi söylemek doğru olmaz. Bant genişliği tüm parametrik olmayan regresyon tahmin edicilerinde birer sorundur [13].

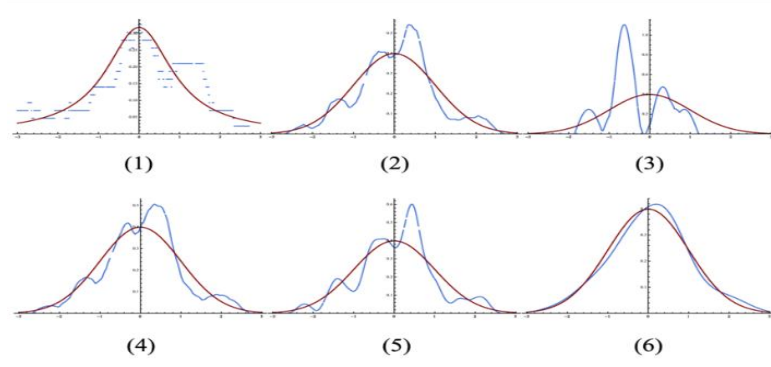
Kernel fonksiyonu hem kullanılabilirliğinin ve anlaşılabilirliğinin basit olması hem de diğer yöntemleri uygularken yardımcı bir metot olması nedeniyle diğer yöntemlere kıyasla daha fazla tercih edilmektedir [10]. Bu yöntemde düzeltilen tahmin ediciler veri setindeki gözlemlerin ağırlıklandırılmış ortalamasıdır [11]. K kernel fonksiyonu için $\int_{-\infty}^{\infty} x^* K(x^*) dx^* = 0$ 'dır [40].

Kernel düzleştirme hedef noktada tahmin üretmek için ağırlığı K tarafından belirtilen ve bant genişliği olarak bilinen h tarafından kontrol edilir. Yaygın olarak kullanılan kernel fonksiyonları Tablo 3.1'de verilmiştir:

Tablo 3.1 Kernel fonksiyonları [35]

Kernel	$K(u)$
Tek biçimli	$\frac{1}{2}I(u \leq 1)$
Üçgensel (Triangle)	$(1 - u)I(u \leq 1)$
Epanechnikov	$\frac{3}{4}(1 - u^2)I(u \leq 1)$
İki ağırlıklı (Quartic, Biweight)	$\frac{15}{16}(1 - u^2)^2I(u \leq 1)$
Üç ağırlıklı (Triweight)	$\frac{35}{32}(1 - u^2)^3I(u \leq 1)$
Normal (Gaussian)	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right)$
Kosinüs	$\frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{2}u\right)I(u \leq 1)$

Tablo 3.1'de verilen tüm fonksiyonlar $\forall u$ için $K(u) \geq 0$, $k(u) = k(-u)$, $\int_{-\infty}^{\infty} K(u) du = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} K^2(u) du < \infty$ gibi kernel fonksiyonunun özelliklerini sağlar [37]. Şekil 3.3'de bazı kernel fonksiyonlarının grafikleri gösterilmiştir .



Şekil 3. 10 Tipik kernel fonksiyonları (1) Tek biçimli(uniform), (2) üçgensel(triangle), (3) kosinüs, (4) Epanechnikov çekirdek, (5) üç ağırlıklı (6) Gauss [38]

Bant genişliği seçimi: Kernel tahminlerinin elde edilmesinde önemli bir yere sahip olan bant genişliğinin seçimi oldukça önemlidir. Bant genişliğinin dar tutulması veri setindeki tahminlerin daha az gözleme dayanmasına, böylece tahmin sonuçlarının örnek değişkenleri fazlaca etkilemesine neden olacaktır. Böyle durumlarda tahmin az düzleştirilmiş tahmin adını alır. Bant genişliğinin dar tutulması durumu böyleyken gereğinden fazla geniş tutulması da ayrıntı kaybına neden olacaktır. Çünkü temelde verilen özellikler aşırı düzleşmeye maruz kalacaktır. Böyle durumlarda ise tahmin fazla düzleştirilmiş tahmin adını alır [39].

Bant genişliği seçimi için genellikle deneme yanılma yoluna gidilir. Bunun için farklı örneklem değerleri için grafikler incelenir. Bu grafiklerde mevcut genişliğin en büyüğü alınarak dalgalanmaların rastgeleliği artıncaya kadar küçültmeye gidilir [12]. Bu işlem veri setiyle ilgili fikir edindirir, ancak hipotez testi için yeterli olmayabilir [13]. Bu işlemi uygulamak için çalışmacının ön bilgisinin olması işleri kolaylaştırır. Ancak çoğu zaman böyle bir durum sağlanamaz. Ayrıca gözlem sayısının fazlalığı ve çok sayıda parametrik olmayan regresyon durumları, bu işlemin otomatik olarak yapılmasının faydalı olacağını gösterir. Veri setindeki değişkenlerin çokluğu kapsamlı bir analiz gerektirdiğinden, zamandan tasarruf için otomatik bant genişliği seçimi genellikle zorunlu bir durum olarak görülmektedir.

Otomatik bant genişliği iki sınıfta incelenebilir. Bunlardan ilki basit ve hızlı hesaplanabilen formüllerden oluşan seçicilerdir. Bu seçicilerin amacı ortalama bant genişliğine yakın değerler bulmaktır. Diğer bir bant genişliği seçicisi ise daha karmaşık matematiksel formüllerin bulunduğu, daha çok ispata ihtiyaç duyulan

durumlarda kullanılan, ana fonksiyon için doğru değerler üretmeyi amaçlayan ve ileri teknoloji olarak adlandırılan bant genişlikleridir [12]. Çapraz geçerlilik ve yerleştirme (plug-in) yöntemi ile cezalandırma fonksiyonları bu bant genişliklerini temel alır. Bant genişlikleri seçilirken sabit veya değişken olarak düşünülmelidir. Sabit bant genişliği çok değişkenli ve karmaşık yapılarda yetersiz kalmaktadır. Bu durumlarda da değişen bant genişliği tercih edilmelidir [41].

Bant genişliği seçimi yapılırken hem kullanılabilir hem de ihtiyaç dahilindeki özelliklere sahip olması dikkate alınmalıdır. Bu özellikleri sağlaması için bazı öneriler bulunmaktadır;

Hata kareler ortalaması (Mean Squared Error (MSE)): Gerçek değer ile tahmin edilen değer arasındaki farkın ortalaması Eşitlik (3.16)'daki gibi hesaplanabilir [42]:

$$MSE(x^*, h) = MSE\{\hat{g}_h(x^*)\} = E[\{\hat{g}_h(x^*) - g(x^*)\}^2]. \quad (3.16)$$

Burada $g(x^*)$ sabit değişken, $\hat{g}_h(x^*)$ rastgele değişkendir. Eğer tek bir noktadaki tahmin hesaplanacaksa bu işlem uygulanabilir ancak nokta bazlı değil de bir bütün olarak tahmini ölçülmek istenirse gerçek eğriye yakınlığının genel bir ölçütü hesaplanmalıdır.

Hata kareler toplamı (Residual Sum of Squares (RSS)): MSE ile aynı amaca hizmet eder ancak bu yöntemin tek farkı ağırlık fonksiyonu $w(x^*)$ ve f yoğunluk fonksiyonu ile ağırlıklandırma yaparak daha hassas bir ölçüm sağlamasıdır:

$$RSS(h) = RSS\{\hat{g}_h\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\hat{g}_h(x^*) - g(x^*)\}^2 w(x^*) f(x^*) dx. \quad (3.17)$$

Bu işlemler yapılırken verilen her farklı değer $\hat{g}_h(x^*)$ 'i dolayısıyla da RSS'yi değiştireceğinden $\hat{g}_h(x^*)$ rastsaldır. Bundan dolayı bu değişkenin beklenen değeri, toplanmış hata kareler ortalaması (MRSS) hesaplanarak bulunur:

$$MRSS(h) = MRSS\{\hat{g}_h\} = E\{RSS(h)\} = \int \dots \int \left[\int_{-\infty}^{\infty} \{\hat{g}_h(x^*) - g(x^*)\}^2 w(x^*) f(x^*) dx^* \right]. \quad (3.18)$$

Çapraz geçerlilik yöntemi (Cross Validation (CV)): Genel bant aralığı gibi hiper parametreleri seçmek için verileri gruplara ayırarak model performansını test eder. Gözlem dönemi dışı tahmin geçerliliğine dayanan bu yöntem genel bant aralığı

seçimi için uygun bir işlemdir [9]. CV yöntemi için veriler öncelikle aynı boyuttaki k gruba ayrılır. Yapılan k denemede gruplardan biri ayrılır ve hesaplamalarda hata değerlerine bakılmadan sadece ayrılan grup kullanılır. Ayrılan bu grup leave-out olarak adlandırılır. Örneğin bir veri setindeki j . gözlemin gözlem dönemi dışı bırakılmasıyla elde edilen regresyon tahmin edicisi;

$$\hat{g}_{h,j}(x_j^*) = \frac{1}{n} \sum_{i \neq j} W_{hi}(x_j^*) y_i \quad (3.19)$$

iken yeni tahmin edicilerle bulunan CV tahmin edici fonksiyonu;

$$CV(h) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{g}_{h,j}(x_j^*))^2 w(x_j^*) \quad (3.20)$$

olur. Hatanın ölçütüne göre bu yöntemde çeşitli yaklaşımlar söz konusu olabilir.

En küçük kareler çapraz geçerlilik (Least Squares Cross Validation (LSCV)): Bu yöntemde mantık, çapraz geçerlilikte olduğu gibi veri setinin bir bölümüyle işlemler yaparak başka bir bölümüyle ilgili tahminlerde bulunmaktır. Bant genişliği seçimi için MRSS ölçütü de kullanılmaktadır. MRSS ölçütünü iyileştiren çapraz geçerlilik yöntemi en küçük kareler çapraz geçerliliği olarak adlandırılır [43].

Eşitlik (3.16)'daki denkleme gerekli işlemler yapıldığında elde edilen ifade için kullanılan yansız tahmin edici;

$$LSCV(h) = \int \hat{g}_h = (x^*)^2 dx - 2n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{g}_{h,-1}(x_i^*) \quad (3.21)$$

Şeklinde. Bu ifadedeki

$$\hat{g}_{h,-1}(x_i^*) = (n-1)^{-1} h^{-1} \sum_{i \neq j} K\left(\frac{x^* - x_i^*}{h}\right) \quad (3.22)$$

gözlem dışı tahmin edicidir. Bant genişliğini optimize eden en küçük kareler çapraz geçerlilik fonksiyonu MRSS ölçütünü de normalleştirir [12].

Ceza yaklaşımları: Bant genişliğinin çok küçük olduğu durumlarda çok küçük bant genişliklerini kontrol etmek için kullanılır. Bant genişliğinin çok küçük olduğu durumlarda fonksiyon cezalandırılır ve bant genişliğinin küçülmesi engellenir [44]. Söz konusu problemi cezalandırmak için birçok yöntem bulunmakla beraber genelde birinci dereceden taylor açılımı kullanılır. Bu fonksiyon;

$$\mathcal{E}(u) = 1 + 2u + O(u^2), \quad u \rightarrow 0 \quad (3.23)$$

şeklinde dir. Sonuç itibariyle elde edilen bant genişliği;

$$G(h) = n^{-1} \sum_{j=1}^n \left(y_j - \hat{g}_h(x_j^*) \right)^2 \mathcal{E} \left(n^{-1} W_{h_j}(x_j^*) \right) w(x_j^*) \quad (3.24)$$

şeklinde olur [8]. Burada $\mathcal{E}$ cezalandırma fonksiyonunu, $W_{h_i}(x_i^*) = \frac{\prod_{i=1}^p K_h(x^* - x_i^*)}{\hat{f}_h(x)}$, w ise ağırlığı temsil eder.

Yerleştirme yöntemi: Plug in olarak bilinen bu yaklaşımda belirsiz tahmin ediciler yerine onların tutarlı tahmin ediciler kullanılır [45]. Yanlılık ve varyans tahmini ile risk ölçen bu yöntem daha önce belirtilen düzleştirme yöntemlerinden oldukça farklıdır. Başlangıçta bant genişliği seçimi için belirsizliğe sahip olmasına rağmen diğer bant genişliği seçim yöntemleri kadar etkili bir yöntemdir [43]. Veri setinin gerçek değeri ile tahmini arasındaki uzaklığı ölçen plug-in fonksiyonu;

$$R(g, \hat{g}) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n E \left((\hat{g}(x_i^*) - g(x_i^*))^2 \right) \quad (3.25)$$

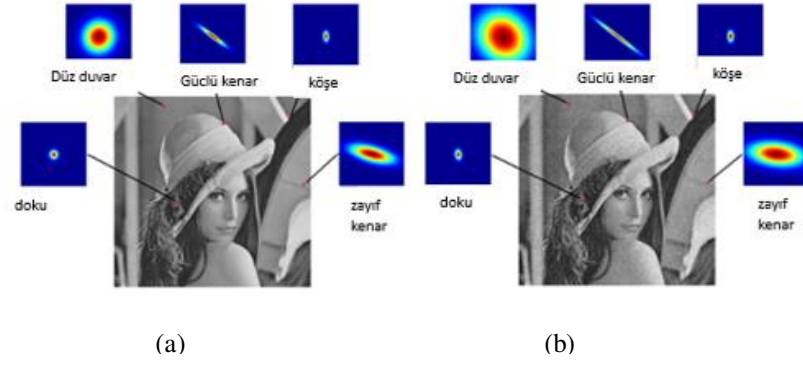
şeklinde verilebilir [11]. En iyi tahmin metodu için en az riskin olması gerektiği bilinir. Bundan dolayı karesel hata riski için varyansın yanlılığı;

$$\sigma^2 R(g, \hat{g}) = \sum_{i=1}^n (\text{bias}(\hat{g}(x_i^*)))^2 + \sum_{i=1}^n (\text{var}(\hat{g}(x_i^*))) \quad (3.26)$$

şeklinde hesaplanır. Plug-in ortalama fonksiyonu $g(\cdot)$ 'nin başlangıç tahminini oluşturmayla başlar. Bu da h parametresi üzerinde minimize edilebilen risk tahmininin yerini tutar.

Parametrik olmayan modellerin görüntü işlemede kullanımı

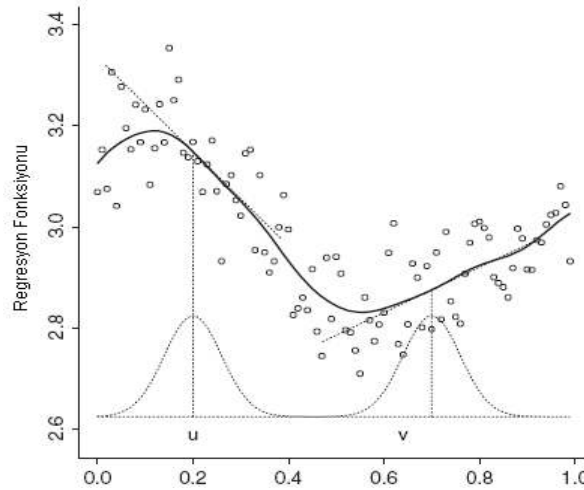
Görüntü işlemede regresyon tahmin edicilerinin kullanılmasındaki asıl amaç görüntüyü düzeltirken görüntüdeki gürültüyü azaltmak ve kenar yapısını korumaktır.



Şekil 3. 15(a) Gürültüsüz görüntü ve Şekil 3.4(b) SNR=5,64dB Gaussian gürültülü görüntü [14]

Şekil 3.4’de gürültüsüz ve gürültülü görüntüler için yapılan tahminlerde yerel yapıların nasıl değiştiği gösterilmektedir.

Dijital görüntüler işlenirken görüntüyü yumuşatmak, nesneleri belirginleştirmek ya da tanımak için bazı filtrelere ihtiyaç duyulur. Parametrik modellerde farklı pikseller daha rahat belirlenirken benzer sahnelerde bunu ayırt etmek oldukça zordur. Herhangi bir veri setindeki x^* noktasında yapılacak olan düzeltme, ağırlıklandırılmış LS doğrusu uydurularak elde edilir. Görüntü işlemede de piksellere ayrılmış görüntünün renk ağırlıkları belirlendikten sonra herhangi bir pikseldeki LS doğrusu uydurularak düzeltilmiş görüntü elde edilir. Şekil (3.4)’te yerel doğrusal düzeltirici ile bu işlemin nasıl yapıldığı gösterilmiştir.



Şekil 3. 22 Yerel doğrusal düzeltirici [46]

Şekil (3.5)’de veri setindeki noktalar yuvarlaklar ile gösterilmiştir. u ’nun komşularıyla yerel bir doğru uydurulup LS yöntemi kullanılarak $x = u, x = v$

noktasındaki veriler elde edilmiştir. $u = v$ noktasında elde edilen veriler regresyon doğrusunu göstermektedir. Eğer bu işlem geri kalan x noktalarına da uygulanırsa yerel doğrusal tahmin edici elde edilir.

Görüntü işlemede parametrik olmayan regresyon analizi yapılırken klasik tahmin yöntemlerine (bkz. Eşitlik (3.5)) 2. boyut (2-D) eklenir. Yani;

$$y_i = g(\mathbf{x}_i^*) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad \text{işleminin açılımı yapıldığında}$$

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}_i^*) &= g(\mathbf{x}^*) + \{\nabla g(\mathbf{x}^*)\}^T (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)^T \{\mathcal{H} g(\mathbf{x}^*)\} (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*) + \dots \\ &= g(\mathbf{x}^*) + \{\nabla g(\mathbf{x}^*)\}^T (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*) \\ &\quad + \frac{1}{2} \text{vec}^T \{\mathcal{H} g(\mathbf{x}^*)\} \text{vec}\{(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)^T\} + \dots \end{aligned} \quad (3.27)$$

şeklinde olur. Burada:

$\text{vec} \left(\begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \right) = [a \quad b \quad b \quad d]^T$ şeklindeki bir vektörleşme operatörünü, $g(\mathbf{x}_i^*)$ fonksiyonun $\mathbf{x}_i^*$ noktasındaki değerini, $\nabla g(\mathbf{x}^*)$ fonksiyonun $\mathbf{x}^*$ noktasındaki (2×1) gradyanını (türev vektörü), $\mathcal{H} g(\mathbf{x}^*)$ fonksiyonun $\mathbf{x}^*$ noktasındaki ikinci türevler matrisini (2×2) (Hessian) temsil eder. Simetrik bir matrisin alt üçgenindeki elemanlarının vektör haline getirilmesi işlemi;

$$\begin{aligned} \text{vech} \left(\begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \right) &= [a \quad b \quad d]^T \\ \text{vech} \left(\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & e & f \\ c & f & i \end{bmatrix} \right) &= [a \quad b \quad c \quad e \quad f \quad i]^T \end{aligned} \quad (3.28)$$

şeklinde gösterilir.

$$g(\mathbf{x}_i^*) = \beta_0 + \boldsymbol{\beta}_1 (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\beta}_2 \text{vech}\{(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)^T\} + \dots \quad (3.29)$$

Eşitlik (3.27) ve (3.29) karşılaştırıldığında $\beta_0 = g(\mathbf{x}^*)$ fonksiyonunun $\boldsymbol{\beta}_1$ ve $\boldsymbol{\beta}_2$ tahmini;

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \nabla g(\mathbf{x}^*) = \left[\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1^*}, \frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial x_2^*} \right]^T \quad (3.30)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 g(\mathbf{x}^*)}{\partial x_1^{*2}}, 2 \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}^*)}{\partial g x_1^* \partial x_2^*}, \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}^*)}{\partial x_2^{*2}} \right]^T \quad (3.31)$$

şeklinde olur [51]. Burada parametre sonuçları ne olursa olsun asıl bulunmak istenen piksel değerleridir. Bu nedenle β_p tahmini yapmak için gerekli hesaplamalar şu şekilde olur:

$$\min_{\{\beta_p\}} \sum_{i=1}^n [y_i - \beta_0 - \beta_1^T (\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*) - \beta_2^T \text{vech}\{(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}^*)^T\} \dots]^2 K_H(\mathbf{x}_i^* \mathbf{x}^*). \quad (3.32)$$

Buradaki $K_H(t) = \frac{1}{\det(H)} K(H^{-1}t)$ için H , (2×2) boyutlu düzleştirme matrisini, K , 2 boyutlu kernel fonksiyonunu belirtir. Bu denklem β katsayılarını belirlemek için LS yöntemine ağırlık ekleyerek değişen varyans durumlarında modelin daha iyi performans göstermesine olanak tanır. Buradan hareketle:

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^* \beta \right\|^2 \omega = \left\| \mathbf{y} - \mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^* \beta \right\|^T \omega (\mathbf{y} - \mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^* \beta) \quad (3.33)$$

olur. Burada $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ gözlemler vektörünü, $\beta = [\beta_0, \beta_1^T, \dots, \beta_p^T]^T$ katsayılar vektörünü, $\omega = \text{diag}[K_H(\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}^*), K_H(\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}^*), \dots, K_H(\mathbf{x}_n^* - \mathbf{x}^*)]$ ağırlık matrisini ve diag diagonal matrisi göstermektedir. $\mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^*$ veri setindeki her bir noktanın $\mathbf{x}^*$ noktasına olan uzaklığını içeren matrisi temsil eder. Buna göre:

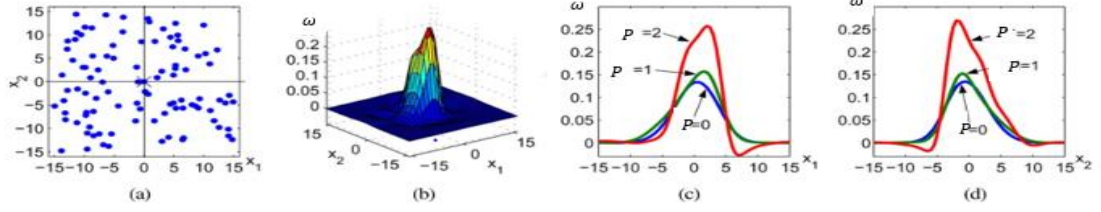
$$\mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^* = \begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}^*)^T & \text{vech}^T\{((\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}^*)(\mathbf{x}_1^* - \mathbf{x}^*)^T)\} & \dots \\ 1 & (\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}^*)^T & \text{vech}^T\{((\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}^*)(\mathbf{x}_2^* - \mathbf{x}^*)^T)\} & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (\mathbf{x}_n^* - \mathbf{x}^*)^T & \text{vech}^T\{((\mathbf{x}_n^* - \mathbf{x}^*)(\mathbf{x}_n^* - \mathbf{x}^*)^T)\} & \dots \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

şeklinde dir. Görüntünün piksel değerlerini tahmin etmek için $\hat{\beta}_0$ parametresinin tahmin edicilerine odaklanmak gerekir. Verilen ifadeler doğrultusunda basitleştirilmiş LS tahmin edicisi,

$$\hat{g}(\mathbf{x}^*) = \hat{\beta}_0 = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^{*T} \omega \mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^*)^{-1} \mathbf{X}_{\mathbf{x}^*}^{*T} \omega \mathbf{y} \quad (3.35)$$

için $\mathbf{e}_1$ ilk elemanın 1 ve geri kalan elemanların 0 olduğu sütun vektörünü temsil eder. Elbette, $(p = 0)$ durumu için β_0 'ı hesaplamak ile yüksek dereceli bir tahminci kullanmak ve ardından β_0 dışındaki tüm tahmin edilen β_p 'leri etkili bir şekilde atmak arasında temel bir fark vardır. Önceki durumdan farklı olarak, ikinci yöntem,

yerel olarak p düzeyli bir polinom yapısının mevcut olduğunu varsayarak piksel değerlerinin tahminlerini hesaplar.



Şekil 3. 23 p 'nin farklı değerlerdeki kernel karşılaştırılması (a) düzensiz örneklenmiş veri kümesi, (b) ikinci dereceden ($p = 2$) polinomal kernel regresyonu ile elde edilen kernel düzeltici, (c ve d) farklı derecelere sahip ($p = 1,2,3$) düzelticilerin yatay ve dikey kesitleri [14]

Yarı parametrik modeller, istatistiksel modelleme sürecinde parametrik ve parametrik olmayan unsurların bir araya getirildiği yaklaşımı ifade eder. Yani bağımlı değişkenin bazı açıklayıcı değişkenlerle parametrik modeldeki gibi doğrusal bir ilişkinin olduğu ancak eklenen bazı değerlerle parametrik olmayan modellerde olduğu gibi belirli bir ilişkinin olmadığı modelleri ifade eder. Örneğin bağımlı değişken olan y 'nin bazı bağımsız değişkenlerle (X_i) ilişkisi belirlenebilirken bazı bağımsız değişkenlerle (x^*) belirlenememektedir. Bu modeller parametrik olmayan modelden gelen g fonksiyonunu ve doğrusal ilişkili değişkenleri içeren modellerdir;

$$y = E(y | X, x^*) + \varepsilon = X\beta + g(x^*) + \varepsilon \quad (3.36)$$

şeklinde. Burada $\varepsilon = y - E(y|X)$ ifadesi y 'den $E(y|X)$ koşullu beklenen değerinin sapması olarak tanımlanan hatadır [47].

Yarı parametrik modeller hem parametrik (doğrusal) hem de parametrik olmayan yöntemleri içeren özel bir model olduğu için bu modellere kısmi doğrusal modeller de denir [48]. Bu modeller parametrik olmayan yapıyı da içerdiklerinden standart regresyon modellerine göre daha esnek bir yapıdadırlar. Ayrıca parametrik olmayan modellerle kıyaslandığında tüm değişkenlerin parametrik olmayan kısımda tanımlanması karmaşıklığı arttıracığından yarı parametrik modelde bazı değişkenlerin parametrik kısma eklenmesi bu karmaşıklığın önüne geçmektedir.

Bu modellerin geçmişine bakıldığında ilk olarak 1985 yılında elektrik satışları ve hava sıcaklığı arasındaki ilişkiyi belirlemek için kullanıldığı görülmüştür [49]. Sonrasında yarı parametrik model tahmini için eğrisel düzleştirme ile birleştirilen LS

yaklaşımı [50], parametrik ve yarı parametrik modellerin aynı anda tahmin edildiği LS yaklaşımı [51], yarı parametrik regresyonda parametre tahmini için kernel düzleştirme yöntemi [52] geliştirilen ve kullanılan modeller olmuştur.

Yarı parametrik regresyon modelindeki tahminlerin hemen hepsi parametrik olmayan regresyon modeline dayanır. Parametrik olmayan modelde tahminlerde bulunurken boyutluluk sorununu azaltmak ve yorumlanabilir sonuçlar elde etmek için genellikle en fazla iki açıklayıcı değişkenle çalışılırken yarı parametrik yöntemde k tane açıklayıcı değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisi incelenir [53]. Ancak buna rağmen parametrik olmayan model kadar varsayım yapılmadığından modelin genel yapısı korunarak verideki karmaşıklık giderilmeye çalışılır. Bu da parametre tahminlerinin güvenilirliğini ve modelin yorumlanabilirliğini artırır.

Yarı parametrik regresyon modeli için cezalandırılmış LS yaklaşımında Eşitlik (3.36)'daki yarı parametrik regresyon modelini veriye uydurmak için

$$\sum_{i=1}^n \{y_i - X\beta - g(x_i^*)\}^2 \quad (3.37)$$

şeklindeki RSS'yi minimum yapan g fonksiyonu ve β vektörleri bulunmaya çalışılır. Fakat g fonksiyonu üzerinde herhangi bir kısıtın olmaması bu yaklaşımın sonuçsuz kalmasına neden olur. Buna çözüm olarak cezalandırılmış LS'yi minimum yapma yaklaşımı

$$S(\beta, g) = \sum_{i=1}^n \{y_i - X\beta - g(x_i^*)\}^2 + \gamma \int_a^b \{g''(x_i^*)\}^2 dx \quad (3.38)$$

şeklindedir [54].

Yarı parametrik regresyon modeli için kernel düzleştirme yönteminde, diğer düzleştirme yöntemlerinden farklı olarak, g fonksiyonu ve β değerleri ayrı ayrı tahmin edilir. n örneklem büyüklüğüne dayanan yarı parametrik kısmi doğrusal regresyon modeli;

$$y_i = X_i^T \beta + g(x_i^*) + \varepsilon, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.39)$$

şeklindedir. Burada X_i bir rastgele vektör, x_i^* , $[0,1]$ aralığında tanımlanan bir rastgele değişken, $g(\cdot)$ bilinmeyen bir fonksiyon ve ε ise hata terimidir.

x^* 'ların gözlenebilir olduğu varsayıldığından yerel-olabilirlik (local-likelihood) algoritmasından β 'nin kök- n tutarlı tahmini aşağıdaki gibi elde edilmiştir [46, 48-50]. Öngörölmüş bir LS algoritması tarafından açıkça tanımlanabilen β 'nin tahmini için çözüm;

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n \{y_i - X_i^T \beta - \hat{g}(x_i^*, \beta)\}^2 \quad (3.40)$$

ile elde edilir. $\hat{g}_{y,h}(\cdot)$ ve $\hat{g}_{x,h}(\cdot)$ sırasıyla y ve X 'in x^* üzerindeki h bant genişlikli kernel regresyonları (bkz. Eşitlik (3.7), (3.8)) olmak üzere,

$$\hat{\beta}_n = \left[\sum_{i=1}^n \{X_i - \hat{g}_{x,h}(x_i^*)\} \{X_i - \hat{g}_{x,h}(x_i^*)\}^T \right]^{-1} \times \sum_{i=1}^n \{X_i - \hat{g}_{x,h}(x_i^*)\} \{y_i \hat{g}_{y,h}(x_i^*)\} \quad (3.41)$$

olur. Eşitlik (3.41)'de tahmin edici β_n 'in sıfır ortalama ve $B^{-1}CB^{-1}$ varyansla ($B, X - E(X|x^*)$ 'nin kovaryans matrisi; $C, \varepsilon\{X - E(X|x^*)\}$ 'nin kovaryans matrisi) asimtotik olarak normal dağılmasına neden olan, alışılmış $h \sim n^{-\frac{1}{5}}$ mertebeli bant genişliği ve alt düzleştirme gerektirmediği gösterilmiştir [16].

Yarı parametrik modellerin görüntü işlemede kullanımı

Bu yaklaşım hem parametrik (önceden belirlenmiş veri setleri) hem de parametrik olmayan (veri setinden doğrudan öğrenilen) yaklaşımların birleştirilmiş halidir. Özellikle yüksek boyutlu görüntülerde hem parametrik hem de parametrik olmayan yöntemleri kullanmak çalışmacıya esneklik ve parametre kullanımı açısından bir denge sağlar. Kenar algılanmasında, görüntü segmentasyonunda görüntü işlemeye yardımcı olur. Literatürde bu alanla ilgili çok fazla çalışma olmamasına karşı:

- Görüntüdeki farklı bölgelerin modellenmesi, görüntülerin sınıflandırılması ve segmentasyonu için yarı parametrik karma modeller (semiparametric mixture models), [56]
- Görüntü verilerini açıklamak, veri setindeki parametrik ve parametrik olmayan verilerin birleştirilmesi için genelleştirilmiş eklentili modeller (generalized additive models) [55],

- Özellikle şekil ve yapı analizi için ise spline modeller [54],

yarı parametrik regresyon modellerinin görüntü işleme alanında katkılarıdır.

Yarı parametrik modellerde çalışılan denklem Eşitlik (3.36)'da verilmiştir. Görüntü işlemede y bağımlı değişkeni zenginleştirilmiş görüntü pikselleri, x bağımsız değişkeni ise gürültülü görüntü pikselleri tarafından temsil edilirken; β katsayıları (β_0 ve β_1) basit doğrusal regresyon sınıfı tarafından hesaplanır. Bu hesaplamada β_0 , y ekseninin kesiştiği nokta, β_1 ise eğim katsayısını (x 'in yüzündeki etkisi) temsil eder. $g(x^*)$ fonksiyonu ise gürültülü görüntünün piksel değerleri ile iyileştirilmiş görüntünün piksel değerleri arasındaki parametrik olmayan ilişkiyi modellemek için kullanılan kerneli ifade eder.

Yarı parametrik modelde parametrik kısım doğrusal yapıya sahipse ilgili model kısmi doğrusal model olarak adlandırılır. Bu nedenle çalışmanın geri kalan kısmında yarı parametrik model yerine kısmi doğrusal model terimi kullanılmıştır.

3.2.2 Ölçüm hatalı modeller

İstatistikte ölçüm hatalı modeller ya da diğer bir deyişle değişkenleri hatalı ölçülmüş modeller, değişkenlerin tam olarak ölçülemediği veya gözlemlenemediği durumları anlatır. Bağımlı ve bağımsız değişkenlerin doğru ölçüldüğünün kabul edildiği standart regresyon modellere karşılık ölçüm hatalı modellerde bu varsayım geçerli değildir.

Ölçüm hatalarını hesaba katan regresyon modellerinde gerçek değerlerin yanı sıra ölçüm hatalarını da içeren veri setleri mevcuttur. Bu ölçüm hataları gözlem değerlerinin gerçek değerlerinden sapmasına ve bu sapmayla birlikte standart regresyon analizlerinin değişmesine neden olabilir.

Ölçüm hatalı modeller gizli değişkenler yaklaşımı (Latent Variable Approach) yardımıyla tanımlanabilir. y ve x sırasıyla bağımlı ve bağımsız değişkenleri temsil ederken y^* ve x^* gizli değişkenler olarak alınır. Böylece hatalı gözlemler kısaca,

$$x = x^* + \eta$$

$$y = y^* + \varepsilon$$

$$y^* = g(x^*, t|\beta) \quad (3.42)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada; β model parametresi, η, ε hatalar y, x, t gözlemlenmiş değişkenler ve x^*, y^* gizli (gözlenmemiş) değişkenleri belirtir.

η ölçüm hatası ve x^* gizli değişkeni arasındaki ilişkinin modellenmesi farklı yöntemlerle gerçekleştirilebilir.

Klasik Hatalar: Bu varsayım genellikle doğrusal regresyon modellerinde kabul edilen bir varsayım modelidir ve hataların bağımsız değişkenlerden etkilenmediği anlamına gelmektedir [15]. Burada $\eta \perp x^*$ şeklindedir.

Ortalama Bağımsızlık: Regresyon modelindeki hataların gizli değişkenin her bir değer için sıfır kabul edildiği diğer önemli bir varsayımdır. Bu varsayım klasik hatalar varsayımına kıyasla daha az sınırlayıcıdır çünkü bu yöntem değişen varyanslılığa ve diğer etkilerin oluşmasına olanak tanır [15]. Burada $E[\eta|x^*] = 0$ şeklindedir.

Berkson'un Hataları: Bu model klasik hata modellerinden farklıdır. Bağımsızlık, ölçümde rastgele hata veya sınıflandırılama, yanlılık gibi ölçüm hatalarının bir türüdür ve epidemiyolojik çalışmalarda sıkça karşılaşılır [15]. x^* dan bağımsız η^* için $x^* = x + \eta^*$ şeklindedir.

3.2.2.1 Ölçüm hatalı kısmi doğrusal regresyon

Ölçüm hatalı regresyon modellerinin kullanımı her geçen gün artmaktadır. Bu kullanım ölçüm hatasının bulunduğu yere göre değerlendirilebilir. Literatürde kısmi doğrusal modellerde ölçüm hatası parametrik kısımda, parametrik olmayan kısımda ya da her iki kısımda da karşımıza çıkmaktadır [57].

n örneklem büyüklüğüne dayanan kısmi doğrusal model Eşitlik (3.39)'de verilmiştir. Bu modelde parametrik olmayan kısımda ölçüm hatası bulunması, x^* değişkenleri hatalı ölçülmüş olduğu ve dolayısıyla x^* gözlemi yerine

$$x_i = x_i^* + \varepsilon_{x_i} \quad (3.43)$$

kullanılması anlamına gelmektedir. Burada ε_{χ_i} , bağımsız ve özdeş olarak dağılmış, (y_i, X_i, x_i^*) 'den bağımsız, sıfır ortalamalı ve $\Sigma_{\varepsilon_{\chi_i} \varepsilon_{\chi_i}}$ kovaryans matrisli ölçüm hatalarıdır. Bu durumda ölçüm hatalı kısmi doğrusal regresyon modeli:

$$\begin{aligned} y_i &= X_i^T \beta + g(x_i^*) + \varepsilon_i, \\ \chi_i &= x_i^* + \varepsilon_{\chi_i} \end{aligned} \quad (3.44)$$

şeklinde tanımlanır.

x^{**} 'in gözlenebilir olduğu senaryolarda, tahminler Eşitlik (3.40) ve (3.41)'de verilmiştir. Ancak x^{**} 'in gözlenemediği durumlarda ölçüm hatasından dolayı Eşitlik (3.41)'in LS şekli düzeltilmelidir. Aksi taktirde $\hat{\beta}_n$, $\hat{g}_{x,h}(x_i^*)$ ve $\hat{g}_{y,h}(x_i^*)$ artık istatistik olmayacaktır. Bu nedenle β 'nın bir tahmin edicisi yeniden tanımlanmalıdır. Bu durumda $g(\cdot)$ 'nin yeni bir tahmin edicisi daha sonra da y ve X 'in χ üzerindeki regresyonu araştırılmak zorundadır [15].

Kernel Dekonvolüsyonu İçin Tahmin Edicilerin Tanımlanması

K , ϕ_K karakteristik fonksiyonuna sahip ve $\forall h_n > 0$ için

$$\sup_t |\phi_K(t)/\phi_h(t/h_n)| < \infty; \quad \int |\phi_K(t)/\phi_h(t/h_n)| dt < \infty \quad (3.45)$$

koşulunu sağlayan bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olsun. Verilen fonksiyona göre Eşitlik (3.48) $\phi_K^2/|\phi_h(\cdot/h_n)|^2, |\phi_K|$ ve ϕ_K^2 'nin integrallenebilir olmasından dolayı ϕ_K 'nin tersinir olduğu düşünülür, örneğin

$$K_n(x^*) = (2\pi)^{-1} \int e^{-itx^*} \phi_K(t) dt \quad (3.46)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca:

$$\hat{f}(x^*) = (nh_n)^{-1} \sum_{j=1}^n K((X_j^* - x^*)/h_n) \quad (3.47)$$

ile tanımlanan f 'nin bir adi kernel yoğunluk tahmin edicisi olduğu varsayalım. $\hat{f}$ 'nin karakteristik fonksiyonu $\phi_{\hat{f}}, \{X_j^*\}_{j=1}^n$ 'nin deneysel karakteristik fonksiyonu $\hat{\phi}(t) = n^{-1} \sum_{j=1}^n e^{itX_j^*}$ olmak üzere, $\phi_{\hat{f}}(t) = \hat{\phi}(t)\phi_K(h_n t)$ denklemini sağlar. Eşitlik (3.45)

koşulu altında $\phi_{\hat{f}}/\phi_h$ integrallenebilir bir fonksiyondur ve bir Fourier dönüşümü vardır. Hedeflenen tahmin edici

$$\hat{g}(x^*) = (2\pi)^{-1} \int e^{-itx^*} \{\phi_{\hat{f}}(t)/\phi_h(t)\} dt \quad (3.48)$$

ile verilir. Eşitlik (3.47)'de $\phi_{\hat{f}}$ 'nin $\hat{\phi}$ ile yer değiştirmesi mümkün olmadığından integral hesaplanamaz. ϕ yerine $\phi_{\hat{f}}$ 'nin kullanılmasıyla Eşitlik (3.48) uygun seçilmiş bir ϕ_K ile integrallenebilir hale getirilebilir.

$K_n(x^*) = (2\pi)^{-1} \int e^{-isx^*} \{\phi_K(s)/\phi_{\varepsilon_{\chi_i}}(s/h_n)\} ds$ olması durumunda;

$$\hat{g}(x^*) = (nh_n)^{-1} \sum_{j=1}^n K_n \left(\left((X_j^* - x^*) \right) / h_n \right) \quad (3.49)$$

olur. $\hat{g}$ 'nin özellikleri en iyi $\{X_j^*, \varepsilon_{\chi_j}\}_{j=1}^n$ gizli değişkenlerinin ve K_n 'in özellikleri üzerinden anlaşılabilir.

Eşitlik (3.49) $|K_n|$ 'in sınırlı olduğunu öne sürer, bu yüzden $|\hat{g}|$ de sınırlıdır ve beklenen değerinin elde edilmesi gerekmektedir. Eşitlik (3.45) tarafından doğrulanan integrasyon ve beklenen değeri, $E\{K_n((X^* - x^*)/h_n) | X^*\} = K((X^* - x^*)/h_n)$ için

$$E\{\hat{g}(x^*)\} = h_n^{-1} E\{K((X^* - x^*)/h_n)\} = \int h_n^{-1} K((X^* - x^*)/h_n) g(x^*) dx^* \quad (3.50)$$

şeklinde. Bundan dolayı $\hat{g}$, adi kernel yoğunluk tahmin edicisi ile aynı yanlılığa sahiptir. Biçimsel olarak bu, beklenen değerin doğrusal operasyonları ile Fourier dönüşümün yer değiştirmesinin bir sonucudur.

Eğer $\hat{g}^*(x^*) = (nh_n)^{-1} \sum_{j=1}^n K \left((X_j^* - x^*) / h_n \right)$ bir kernel tahmin edicisi ise Eşitlik (3.50)'den $E\{\hat{g}(x^*) | X_1^*, \dots, X_n^*\} = \hat{g}^*(x^*)$ olur. Bu yüzden koşullu $\hat{g}$ 'nin $\hat{g}^*$ 'i için bir yansız tahmin edici olduğu düşünülebilir.

ϕ_K 'nin reel ve çift sayı olması K_n ve dolayısıyla $\hat{g}$ 'nin da reel ve çift sayı olmasını gerektirir. h çift olduğunda K_n da çifttir. $\phi_K/\phi_h(. / h_n)$ m tane sürekli

integrallenebilir türeve sahipse $K_n(t) = o(|t|^{-m})$ olur, ki bu K_n ve dolayısıyla $\hat{g}$ 'nin integrallenebilir olduğu anlamındadır. Bu durumda Fourier dönüşüm formülü,

$$\phi_K(h_n s)/\phi_h(-s) = h_n^{-1} \int e^{its} K_n(t/h_n) dt \quad (3.51)$$

olduğunu gösterir. Denklem $s = 0$ 'da incelenirse $\int K_n(t) dt = 1$, dolayısıyla $\int \hat{g}(x^*) dx = 1$ olduğu görülür [6]. K_n adi kernelin birçok özelliğine sahip olduğundan *kernel dekonvolüsyonu* olarak adlandırılır [61].

Tahmin Edicilerin Oluşturulması

Uygun varsayımlar altında yakınsaklık oranına sahip g fonksiyonunun tutarlı parametrik olmayan tahminlerini oluşturan dekonvolüsyon teknikleri kullanılır. χ ve X^* 'in yoğunlukları sırasıyla $f_\chi(\cdot)$ ve $f_{X^*}(\cdot)$ olsun. $f_{X^*}(\cdot)$ aşağıdaki tahmin edici kullanılarak tahmin edilebilir:

$$\hat{f}_n(x^*) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^n K_n\left(\frac{x^* - \chi_j}{h_n}\right), \quad K_n(x^*) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-isx^*) \frac{\phi_K(s)}{\phi_{\varepsilon_\chi}(s/h_n)} ds. \quad (3.52)$$

Burada $\phi_K(\cdot)$ bir $K(\cdot)$ kernel fonksiyonunun Fourier dönüşümü, $\phi_{\varepsilon_\chi}(\cdot)$ ε hata değişkeninin karakteristik fonksiyonudur [17].

$$\omega_{ni}(\cdot) = K_n\left(\frac{\cdot - \chi_i}{h_n}\right) / \sum_j K_n\left(\frac{\cdot - \chi_j}{h_n}\right) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{nh_n} K_n\left(\frac{\cdot - \chi_i}{h_n}\right) / \hat{f}_n(\cdot) \quad (3.53)$$

olarak alınsın. $g(x^*) = E(y - X^T \beta | X^* = x^*)$ olduğu göz önüne alınırsa $g(\cdot)$ 'nin tahmin edici denklemi:

$$g_n(x^*) = \sum_{i=1}^n \omega_{ni}(x^*) (y_i - X_i^T \beta) \quad (3.54)$$

olur. $g_n(\chi_i)$ yerine $\hat{g}(X^*, \beta)$ koyularak $\hat{\beta}_n$, Eşitlik (3.54) denkleminin çözümü olarak alınsın. Öyleyse β 'nın $\hat{\beta}_n$ genelleştirilmiş en küçük kareler tahmin edicisi açık bir şekilde aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\hat{\beta}_n = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} (\tilde{X}^T \tilde{Y}). \quad (3.55)$$

Burada $\tilde{Y} = (\tilde{Y}_1, \dots, \tilde{Y}_n)$ ve $\tilde{X} = (\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_n)$ olmak üzere $\tilde{Y}_i = y_i - \sum_{j=1}^n \omega_{nj}(\chi_i) y_j$ ve $\tilde{X}_i = X_i - \sum_{j=1}^n \omega_{nj}(\chi_i) X_j$ 'dir [16].

Böylelikle parametrik olmayan fonksiyonun etkisinden arındırılmış değişkenlerle model, parametrik tahminleme yapılabilir hale getirilmiş olur.

Bu çalışmada kullanılan algoritma ile kısmi doğrusal regresyon yöntemi kullanılarak ölçüm hatalarının düzeltilmesi amacıyla bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem ile kullanıcı kaynaklı ölçüm hataları olması durumunda görüntünün düzeltilmesini hedef alan bir metot elde edilmiştir.

Ölçüm hatalı kısmi doğrusal regresyonun görüntü işlemede kullanımı

Ölçüm hatalı modellerde çok boyutluluk: Ölçüm hatalı modeller görüntü işleme alanında kullanılmak istendiğinde ortaya görüntünün yapısından kaynaklanan çok boyutluluk kavramı çıkmaktadır. Denkleme yeni bir boyut eklendiğinde denklem:

$$Y = X^T \beta + g(X^*) + \varepsilon,$$

$$\chi = X^* + \varepsilon_\chi, \quad (3.56)$$

şeklini alır. Denklemden $Y = (y_1, \dots, y_m)$ şeklinde ifade edilen $(n \times m)$ veri matrisini, $X = (x_1, \dots, x_p)$ şeklinde ifade edilen $(n \times p)$ değişken matrisini ve $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_m)$ şeklinde ifade edilen $(p \times m)$ bilinmeyen katsayılar matrisini belirtilmektedir. $g, (n \times m)$ boyutlu matrisi X^* için bilinmeyen fonksiyondur. $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m) = (e_1, \dots, e_n)^T$ ise ortalama vektörü 0 olan varyans ve kovaryanslar matrisi $\sum \sigma_{j_1, j_2}$ şeklinde ifade edilen $(j_1, j_2 = 1, \dots, m)$ rastgele hatalar matrisidir. Ölçüm hataları $\varepsilon_\chi, (Y, X, X^*)$ ile aynı dağılıma sahip ve bağımsız olduğunda, modelde X^* 'i gözlemlemek yerine χ gözlemlenir.

Burada $\varphi(.) \mathbb{R}^m$ üzerinde tanımlı integrallenebilir bir fonksiyon olsun. $m \geq 1$ için β 'nın bilindiği durumlarda, $X^T \beta, Y$ 'den çıkarıldığında:

$Y - X^T \beta = g(X^*) + \varepsilon$ olacağından $Y - X^T \beta = Y^*$ 'a alındığında $Y^* = g(X^*) + \varepsilon$ 'a dönüşen daha genel regresyon fonksiyonu $g(x^*) = E[\varphi(Y - X^T \beta) | X^* = x^*] = E[\varphi(Y^*) | X^* = x^*]$, $x^* \in \mathbb{R}^m$ için aşağıdaki tahmin geçerlidir [58]:

$$\hat{g}(x^*) = \frac{\frac{1}{nh_n^m} \sum_{j=1}^n \varphi(Y_j^*) K_n[(x^* - X_j^*)/h_n]}{\frac{1}{nh_n^m} \sum_{j=1}^n K_n[(x^* - X_j^*)/h_n]}. \quad (3.57)$$

Burada,

$$K_n(x^*) = (1/(2\pi)^m) \int_{\mathbb{R}^m} \exp(-isx^*) \{\phi_K(s)/\phi_U(s/h_n)\} ds,$$

$$sx^* = s_1 x_1^* + \dots + s_n x_n^* \quad (3.58)$$

olur. Denklemden $j = 1, 2 \dots n$ iken

$$\omega(x^*) = \omega_{n,h}(x^*, X_j^*) = K_n[(x^* - X_j^*)/h_n] / \sum_i K_n[(x^* - X_i^*)/h_n] \text{ ağırlığı için}$$

$$\hat{g}(x^*) = \sum_{j=1}^n \omega_{n,h}(x^*, X_j^*) \varphi(Y_j^*) \quad (3.59)$$

bulunur. $\hat{g}(x^*)$ yerine $\hat{g}(x)$ konulduğunda β için genelleştirilmiş LS tahmin edicisi;

$$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_m) = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{Y}^*,$$

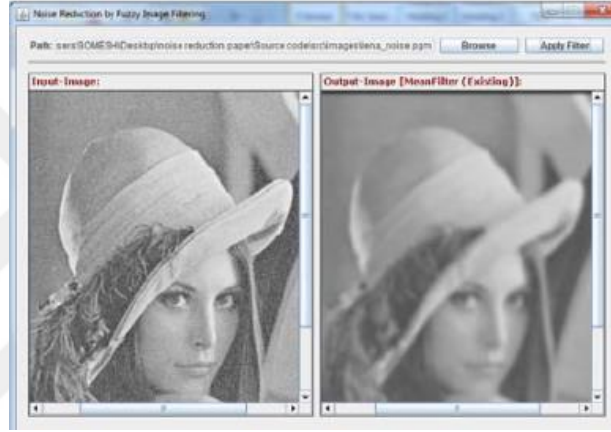
$$\tilde{Y}^* = (I - \omega(x)) Y^* \text{ ve } \tilde{X} = (I - \omega(x)) X \quad (3.60)$$

şeklinde bulunur [18].

Ölçüm hatalı modellerde zenginleştirme (enhanced) işlemi: Bu tekniklerin temel amacı, belirli uygulamalar için orijinal görüntüye uygun bir sonuç elde etmektir. Görüntü işlemede görüntüyü zenginleştirmek, bir görüntünün bazı özelliklerini değiştirmek veya görüntü kalitesini arttırmak için yapılan işlemler için enhanced terimi kullanılır [19]. Görüntü analizi, desen tanıma ve diğer görüntü işleme uygulamalarında bu filtrelerin kullanımı oldukça yaygındır. Görüntü iyileştirme süreçlerinde belirsizlikle başa çıkmak ve daha net sonuçlar elde etmek için önemli bir araç olarak kabul edilen yöntemde, işlemler bazen histogram eşitleme (histogram equalization), gürültü giderme (noise reduction), keskinleştirme (sharpening), gürültü

temizleme (denoising) gibi işlemlerle yapılır. Özellikle görüntülerdeki bölgesel değişiklikleri, gürültüye veya yapısal özellik olmasına göre ayırt edecek çeşitli filtreler uygulanır. Bu sayede, gürültülü veya bulanık görüntülerde daha iyi sonuçlar elde edilmesine olanak tanınmış olur.

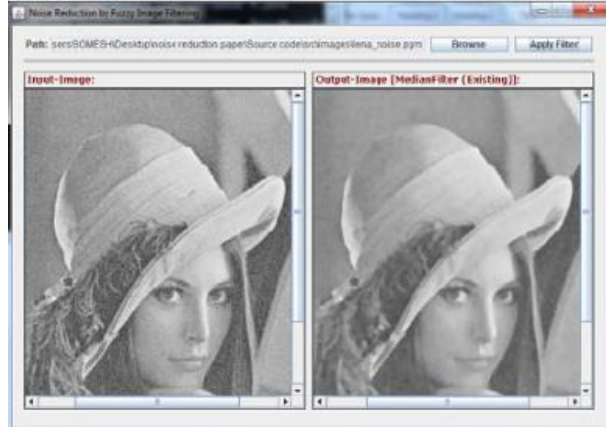
Ortalama filtre (mean filter) ve medyan filtre (median filter): Ortalama filtre gürültülü görüntüyü yumuşatmak için kullanılan basit ve etkili bir yöntemdir. Bu filtre, bir görüntünün her bir piksel değerini komşularının ve kendisinin dahil olduğu ortalama değer ile değiştirir. Bu durum çalışılan pikseli temsil etmeyen anlamsız değerlerinin ortadan kaldırılmasını sağlar.



Şekil 3. 32 Ortalama filtre uygulanmış görüntü [59]

Eğer keskin kenarların kaybolması istenmiyorsa ortalama filtre yerine, medyan filtresi kullanılabilir.

Medyan filtresi de ortalama filtre gibi her pikselin değerini hesaplamak için yakınındaki komşularına bakar. Medyan filtresinde piksel değeri komşu piksel değerlerinin ortalaması ile değiştirmek yerine, komşu pikselleri sıralayıp sıranın ortasındaki değeri alır. Eğer incelenen bölgede (şablonun içerisi) çift sayıda piksel varsa, orta değer olarak, ortada bulunan iki pikselin ortalaması kullanılır.



Şekil 3. 33 Medyan filtre uygulanmış görüntü [59]

Yapılan değişikliklerin etkisini anlamak için MSE değerlerine bakılabileceği ve yorumlanabileceği önceki bölümlerde belirtilmiştir. Ancak bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisini anlayabilmek için belirlilik katsayısı (Determination Coefficient (R^2)) değeri de incelenebilir:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \hat{y}_i}{\sum_{i=1}^n y_i - \bar{y}_i} \quad (3.61)$$

Burada $\bar{y}_i$: bağımlı değişkenin ortalama değeridir. R^2 değeri 1'e yaklaştıkça istenilen sonuca daha da yaklaşılmış olur.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Yapılan tez çalışmasında ölçüm hatalı kısmi doğrusal regresyonun görüntü işlemede kullanımı araştırılmıştır. Araştırma sonuçlarını ve bulgularını test etmek ve geliştirmek amacıyla java başta olmak üzere birçok programlama dilini destekleyen *Apache NetBeans IDE 19* entegre geliştirme ortamında yazılımsal çalışmalar yapılmıştır. Çalışmalar yapılırken görüntü işleme alanında birçok metot içeren *Open Cezeri Library* kütüphanesi etkin bir şekilde kullanılmıştır. Çekilen görüntüler işlendikten sonra yapılan çalışmanın istatistiksel etkilerini incelemek amacıyla istatistiksel modellemeler ve veri analizi çalışması yapılmıştır. Orijinal ve işlenmiş görüntülerin gündüz bol ışıklı ortamda ve gece daha az ışıklı ortamda inceleyebilmek ve aralarındaki farkı gözlemleyebilmek için *anker nebula* projeksiyon cihazı kullanılmıştır.

4.1 Gürültü Ekleme ve Gürültülü Görüntülerin Analizi

Bu çalışmada ilk olarak orijinal siyah beyaz görüntüye belirli bir seviyedeki gürültü eklenerek normal koşullarda görüntünün nasıl etkilendiği simüle edilmiştir. Gürültü eklenmiş görüntülerde özellikle düşük kontrast ve ayrıntı kaybı tespit edilmiştir. Eşitlik (3.5)'de verilen denklemde bağımlı değişken (y_i)'ye 2 boyutlu görüntülerde $I_{noisy}(x, y)$, deterministik fonksiyon x^* 'e gürültü eklenmiş görüntü $I_{original}(x, y)$ ve hata terimi ε 'a $N(0, \sigma^2)$ (yapılan çalışmada kullanılan gürültü (hata) işlemi) karşılık gelmektedir. Tüm bunlara istinaden gürültü ekleme işlemi:

$$I_{noisy}(x, y) = I_{original}(x, y) + N(0, \sigma^2) \quad (4.1)$$

şeklinde oluşturulmuştur.

Yapılan çalışmada σ değeri deneme yanılma yoluyla 5 olarak alınmış ve her piksel değerine 0 ortalama ve 5 standart sapmalı rastgele değerler eklenmiştir. Bu değerlerin seçilmesinde birkaç neden etkili olmuştur; ilk olarak belirli bir gürültü seviyesi sağlanarak eklenen gürültü seviyesinin görüntü üzerinde etkili olması istenmiştir. Ayrıca gürültülü görüntünün bozulma seviyesi analizinde MSE ve PSNR değerlerinin ölçülebilir bir şekilde etkilenebilmesi σ değerinin 5 seçilmesinde etkili olmuştur. Eklenen gürültü etkilerini belirlemek için yukarıda teorisi verilen MSE

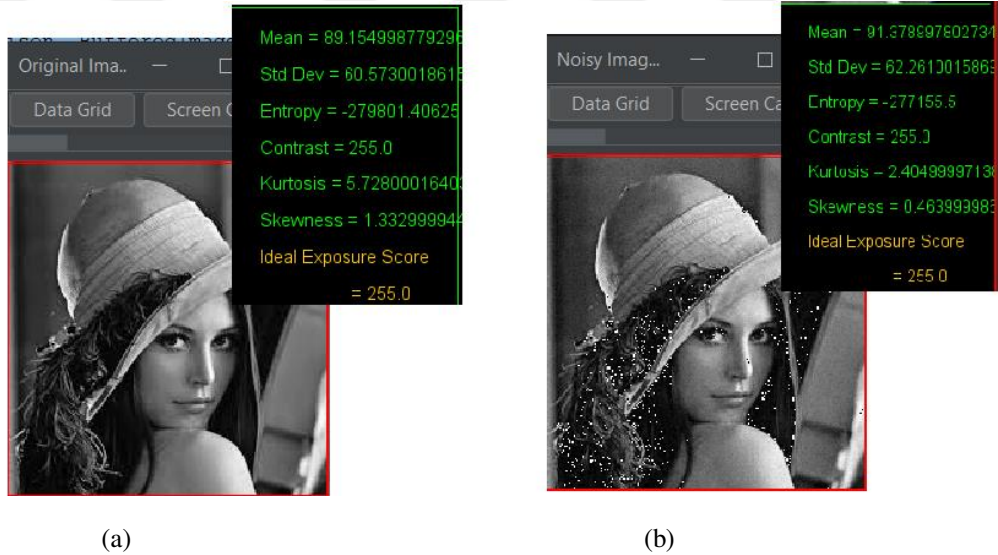
değerinin görüntü işlemede bulduğu karşılık ve tepe sinyal gürültü oranı (Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR)) hesaplanmış ve histogram değerleri analiz edilmiştir.

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I_{original}(x, y) - I_{noisy}(x, y))^2 \quad (4.2)$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{L^2}{MSE} \right) \quad (4.3)$$

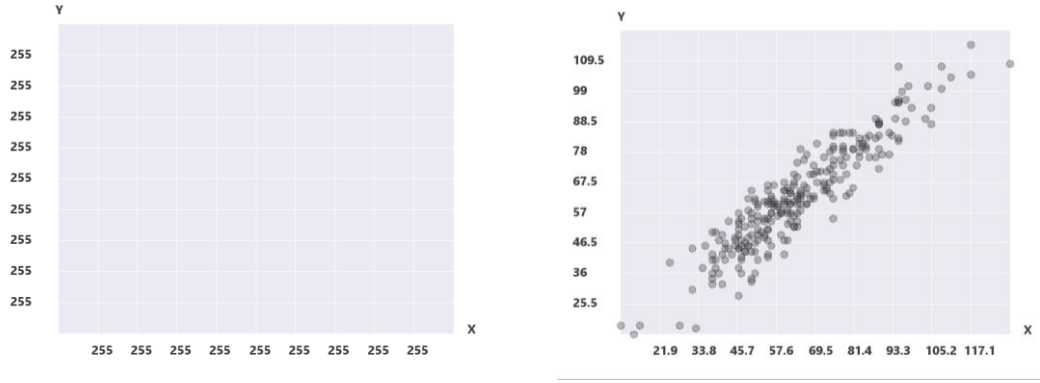
Bu eşitliklerde M ve N görüntünün boyutları, L piksel değerlerinin maksimum aralığıdır (örneğin; 8-bit görüntülerde $L = 255$).

Görüntüye eklenen gürültü etkilerini kantitatif olarak değerlendirmek için verilen denklemler ile hesaplama yapılmış ve saçılım grafikleri incelenmiştir.



Şekil 4. 1 (a) Orijinal resim ve (b) gürültülü resim

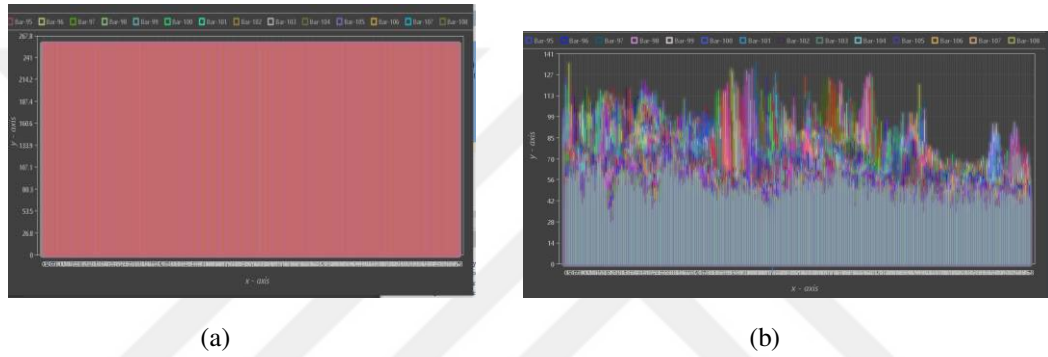
Şekil 4.1’de orijinal ve gürültülü görüntüler istatistiksel olarak incelendiğinde standart sapmanın arttığı, görüntü kalitesinin düştüğü ve kontrastın azaldığı görülmektedir. Saçılım grafiği Şekil 4.2’de piksel değerlerinin bar grafiği ise Şekil 4.3’de verilmiştir.



(a)

(b)

Şekil 4. 2 (a) Orijinal resmin saçılım grafiği ve (b) gürültülü resmin saçılım grafiği



(a)

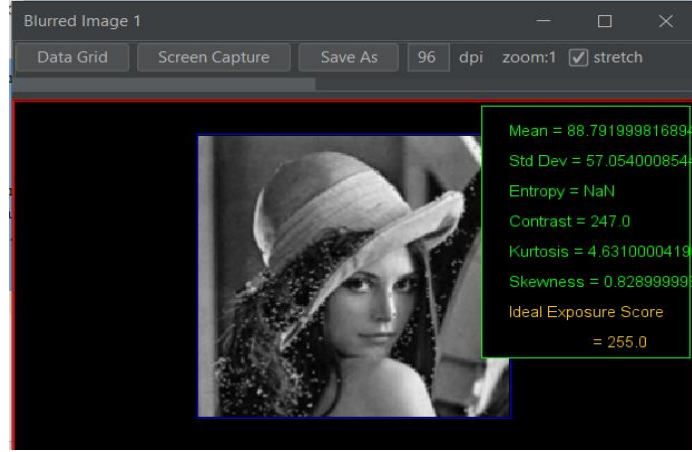
(b)

Şekil 4. 4(a) Orijinal görüntünün bar grafiği ve (b) gürültü eklenmiş görüntünün bar grafiği

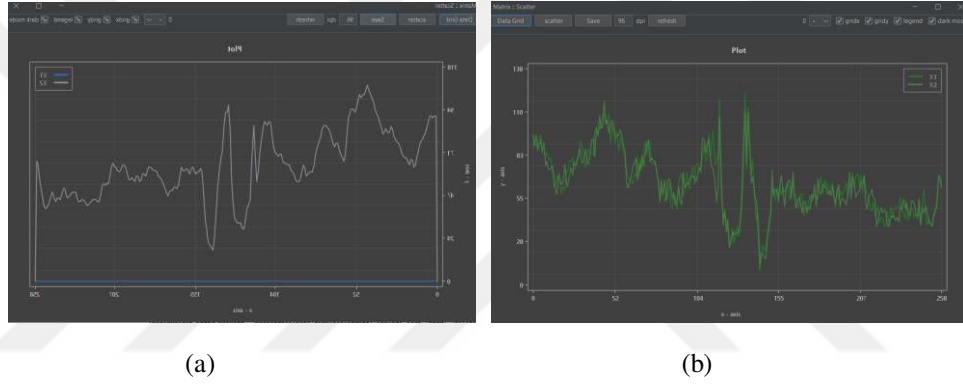
Şekil 4.3’de görüldüğü gibi orijinal görüntüde (bkz. ek-4) tüm piksel değerleri 255 olduğu için bar grafiğinde değişim oluşmamıştır. Ancak eklenen gürültü sonrası değişen piksel değerleri sonrası bar grafiğinde sapmalar ve değişimler gözlenmiştir.

4.1.1 Gaussian bulanıklığı uygulaması

Bu bulanıklığın uygulanması için bir konvolüsyon gerekmektedir. Bununla ilgili ek-1’deki Gaussian bulanıklığı java kodu ile hesaplama açısından daha verimli ve daha az işlem süresi gerektirdiği için (3×3) boyutlu bir kernel oluşturulmuştur. Gaussian bulanıklığı eklenmiş görüntüde yumuşama, histogram değerlerinde de bir yayılma olduğu gözlemlenir. Bu da yapılan işlemle gürültünün azaldığını gösterir (Şekil 4.5).



Şekil 4. 4 Gaussian bulanıklığı eklenmiş görüntü



Şekil 4. 5 (a) Gaussian bulanıklığı eklenmiş resim grafiği ve (b) gürültülü resim grafiği

4.1.2 Kısmi doğrusal regresyon modellemesi

Gürültülü görüntüdeki piksel değerleri arasındaki modeli incelemek için yapılan çalışmada kısmi doğrusal regresyon analizine başvurulmuştur. Eşitlik (3.60)'de formülü verilmiş regresyon modeline göre:

- y : bağımlı değişkeni (iyileştirilmiş görüntüdeki piksel değeri)
- x : bağımsız değişkeni (gürültülü görüntüdeki piksel değeri)
- β_0 : Y-intercept (y eksenini ile regresyon doğrusunun kesişim noktası)
- β_1 : eğim (bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisi)'ni temsil edecek şekilde görüntü modellenmiştir.

4.1.3 Dekonvolüsyon işlemi (Richardson-Lucy dekonvolüsyonu)

Bu işlem görüntü işlemede görüntü bulanıklığını tersine çevirerek çalışır. Bu algoritma, görüntüdeki bulanıklıkla oluşan etkileri tersine çevirmeye çalışır ve bu işlemi bir dizi tekrarlı adımda gerçekleştirir [60]. Bu işlemler;

$$\hat{f}_{n+1}(i,j) = \hat{f}_{n+1}(i,j) = \frac{(g*h)(i,j)}{(\hat{f}_n*h)(i,j)} \quad (4.4)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\hat{f}_{n+1}$, n . adımdan sonra tahmini net görüntü, $\hat{f}_n$, n . adımdaki tahmini net görüntü, h , nokta yayılım fonksiyonunu (sistemin veya sürecin görüntüyü bulanıklaştırma etkisini), g orijinal bulanık görüntüdür. Bu işlem bulanık bir görüntüyü keskinleştirmek için kullanılan iteratif bir algoritmadır. Bu algoritma bulanıklık etkisinin tersine çevrilmesi işlemine dayalıdır. Özellikle karanlık ortam koşullarında çekilmiş görüntülerin düzeltilmesinde etkilidir. Çalışmada kullanılan dekonvolüsyon işlemi;

$$I_{noisy} = I_{original} * K \quad (4.5)$$

şeklindedir. Burada I_{noisy} bulanık görüntüyü, $I_{original}$ orijinal görüntüyü ve K kernel bulanıklığını temsil eder. Yapılan çalışma bu ilişki algoritmasının tersine çalışmasını sağlamıştır.

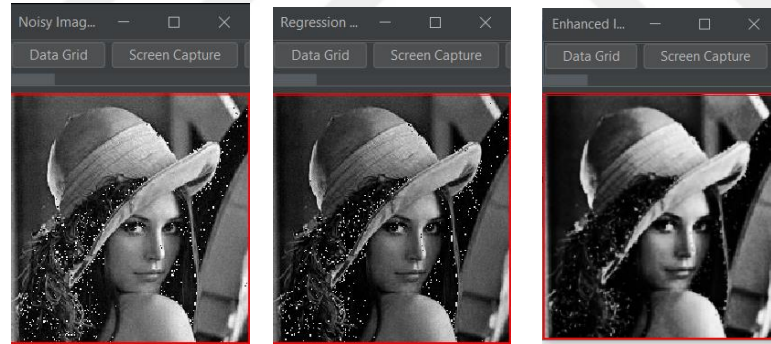
$$I_{original}^{T+1} = I_{original}^{(T)} \cdot \left(\frac{I_{noisy}}{I_{original}^{(T)} * K} * K_n \right). \quad (4.6)$$

Burada; $I_{original}^{(T)}$: T 'inci iterasyondaki orijinal görüntü tahmini, K_n : ters çevrilmiş kernel, $*$ piksel bazında çarpma olaylarını temsil eder. Dekonvolüsyon işlemi iteratif bir yöntemdir. Yani program her çalıştığında görüntü güncellenir, daha keskin ve ayrıntılı görüntüler elde edilir. Oluşturulan kernele ek-2 de verilen dekonvolüsyon kodu uygulanmıştır. Görüntü değişimini veren MSE ve PSNR değerlerindeki değişiklik analizinin Java kodu ek-5'te verilmiştir, değişim sonuçları ise Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.25 İşlenmiş görüntülerin istatistiksel analiz sonuçları

<i>Orjinal vs</i>	MSE	PSNR	R^2
<i>bulanık görüntüler</i>	4560.345	11.541	0.711
<i>dekonvolüsyon uygulanmış görüntüler</i>	4097.784	12.005	0.734
<i>gürültülü görüntüler</i>	4237.921	11.859	0.801
<i>zenginleştirilmiş görüntüler</i>	2195.718	14.715	0.812
<i>regresyon uygulanmış görüntüler</i>	1955.067	15.219	0.818

Tablo 4.1’de görüldüğü gibi gürültülü görüntüye zenginleştirme işlemi yapıldığında ve bu işlem sonrası kısmi doğrusal regresyon uygulandığında görüntünün kalitesi ve buna bağlı olarak da MSE değerleri azalırken PSNR ve R^2 değerleri artmıştır. Şekil 4.4’te verilen orijinal test görüntüsü için gürültülü görüntü (a), regresyon uygulanmış görüntü (b) ve zenginleştirilmiş görüntü (c) Şekil 4.6’da verilmektedir. Zenginleştirme işlemi Gauss gürültüsü eklenmiş gri tonlu test görüntülerine uygulanmıştır. Görüntü kalitesi, görüntüdeki gürültü enerji içeriğine dayalı olarak ölçülmüştür ve görüntünün nesnel ölçümü, histogram ile de değerlendirilerek Şekil 4.7’de gösterilmiştir.

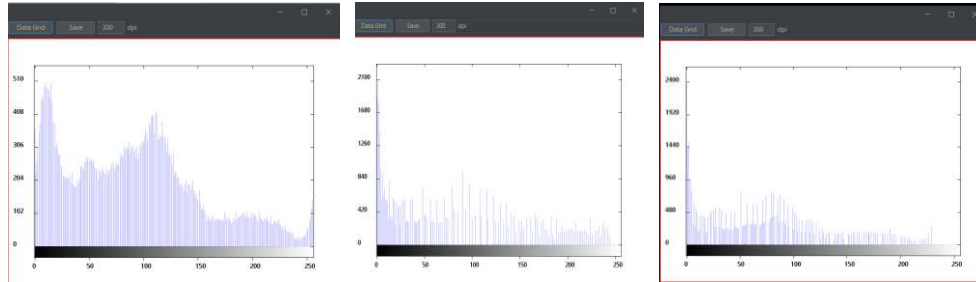


(a)

(b)

(c)

Şekil 4. 6 Regresyon analizi yapılmış görüntülerin karşılaştırılması (a)gürültülü görüntü (b) regresyon uygulanmış görüntü (c) zenginleştirme işlemi uygulanmış görüntü



(a)

(b)

(c)

Şekil 4. 7 Regresyon analizi yapılmış görüntülerin histogram karşılaştırılması (a) gürültülü görüntü (b) regresyonlu görüntü (c) zenginleştirme işlemi uygulanmış görüntü

Şekil 4.7’de görüldüğü gibi regresyon analizi, zenginleştirilmiş görüntü ve gürültülü görüntü arasındaki ilişkinin modellenmiş hali hakkında tahminlerde bulunur. (a) histogramında görüntü pikselleri sol tarafta yatkınlık göstermiştir (gürültü pikselleri sol tarafta birikmiş), (b) histogramında görüntü pikselleri sağ tarafta yatkınlık göstermiştir. Görüntü işleme sonrası histogram değerlerinden de anlaşılabacağı gibi gürültülü piksel sayısı azaltılmış ve homojen bir dağılım sağlanmıştır. Sonrasında zenginleşmiş ve gürültülü görüntüler arasında kısmi doğrusal regresyon analizi yapılarak kaybolan anlamlı bit değerleri de yakalanmıştır (c).

Regresyon analizi yapılmış ölçüm hatalı görüntünün aydınlık ve karanlık ortamda gözlemlenmesi sırasında görüntüdeki hataların ışığa bağlı olarak ne derece gözlemlenebildiğini ve düzeltilmiş görüntünün ışığın etkisinden ne derece arındığını görmek için nebula ile aydınlık ve karanlık ortamda hem hatalı hem de düzeltilmiş görüntüler gözlenmiş, görüntüler incelendiğinde sadece karanlık ortamda değil aydınlık ortamda da düzeltilmiş görüntünün rahat gözlemlenebildiği tespit edilmiştir (bkz. Şekil 4.8).



(a)



(b)

Şekil 4. 8 (a) Işıklı ortamda gözlemlenmiş işlenmiş görüntü ve (b) karanlık ortamda gözlemlenmiş işlenmiş görüntü

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Bu tezde ölçüm hatalı kısmi doğrusal regresyonda düzleştirme işlemleri için görüntü işleme algoritmaları oluşturulmuştur. Yapılan çalışma Java programında Open Cezeri Library kütüphanesinden yararlanılarak kodlanmıştır. Kodlama algoritması ek-6'da verilmiştir.

Yapılan çalışmada ölçüm hatalı görüntüler simüle edilmiş ve normal koşullarda gürültü seviyesi arttırıldığında görüntü kalitesinin düştüğü gözlemlenmiştir. Bu süreçte elde edilen görüntülerin istatistiksel analizleri yapılmıştır.

Gürültülü görüntüdeki frekansa Gaussian bulanıklığı uygulanarak gürültü azaltılmıştır. Bu uygulama görüntüdeki keskin kenarları yumuşatarak gürültüyü gidermeyi hedeflemektedir. Bu işlem konvolüsyon operatörü ile yapılmış ve kalite belirgin bir şekilde artmıştır. Bu işlem Gaussian bulanıklığının gürültü azaltmada ne kadar etkili olduğunu göstermiştir.

Kısmi doğrusal regresyon analizine başvuru bu tezde gürültülü ve iyileştirilmiş görüntü ilişki modellemesi başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Yapılan işlem gürültülü görüntülerin işlenmesinde kullanılacak etkili bir modelleme olmuştur.

Uygulanan dekonvolüsyon işlemi ise tersine çalışarak ölçüm hatalı görüntülerin düzeltilmesini sağlayan iteratif bir yöntem olmuştur. Richardson-Lucy dekonvolüsyonu, bulanık görüntülerin keskinleştirilmesi için başarıyla uygulanmıştır. Algoritma, her iterasyonda görüntünün daha keskin ve detaylı hale gelmesini sağlamıştır. Poisson istatistiklerine dayanan bu yöntem, özellikle düşük ışık koşullarında çekilen bulanık görüntülerde etkili olmuştur. Algoritmanın iteratif yapısı, her adımda daha doğru bir orijinal görüntü tahmini elde edilmesini mümkün kılmıştır. Sonuçta bulunan istatistiksel değerler çalışılan modelin doğruluğunu ve tahmin gücünü göstermiştir.

Sonuç olarak yapılan çalışma gürültü giderme ve bulanık görüntülerdeki düzleştirme işlemleri için görüntü işleme tekniklerinin ne ölçüde önemli olduğunu göstermiştir. Gürültünün azaltılması, bulanıklığın giderilmesi ve kontrastın arttırılması gibi işlemlerin her biri ayrı ayrı görüntü kalitesini belirgin bir şekilde arttırmıştır.

Özellikle kısmi doğrusal regresyon ve dekonvolüsyon işlemlerinin görüntü işlemede ne kadar kritik değer taşıdığı yapılan tezde gösterilmiştir.

Elde edilen sonuçlar yapılan işlemin günlük hayatta (örneğin; tıbbi görüntüleme cihazları, güvenlik kameraları, uydu görüntüleri) gibi uygulamalarda kolaylık sağlayacağını göstermektedir. İlerleyen aşamalarda farklı koşullarda elde edilen görüntülerle ve daha geniş veri setleriyle yapılacak olan çalışmaların test edilmesi, önerilen yöntemlerin genel geçerliliğinin daha kapsamlı olarak değerlendirilmesini sağlamış olacaktır.

5.2 Öneriler

Yapılan tez çalışmasında uygulanan görüntü işleme ve regresyon analizi teknikleri daha etkin kullanıldığında daha geniş uygulama alanlarına hitap edilebilir. Gri alt tonlu görüntüler üzerine yazılan java kodlu görüntü işleme teknikleri yerine ilerleyen aşamalarda geleneksel tekniklerin yanı sıra derin öğrenme ve ileri düzey makine öğrenimi teknikleri kullanılarak (örneğin; konvolüsyonel sinir ağları) gürültü azaltma ve iyileştirmeler yapılabilir. Bu tür uygulamalar büyük veri setlerinde daha hassas ve etkili sonuçlar verir.

Hazır görüntüler üzerinde yapılan algoritma ilerleyen aşamalarda renkli ve gerçek zamanlı görüntüler üzerinde de genişletilebilir. Tezde verilen algoritma ve kullanılan yöntemler hız ve verimlilik açısından optimize edilerek özellikle tıbbi görüntü cihazları, güvenlik kameraları gibi anlık ihtiyaç duyulan mekanizmalar için kritik bir getirilebilir. Donanımsal hızlandırmalar (örneğin; grafik işlem birimi (Graphics Processing Unit (GPU kullanımı) bu konuda araştırılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] National Eye Institute, URL: <https://www.nei.nih.gov/learn-about-eye-health/healthy-vision/how-eyes-work> (Erişim zamanı: 25.06.2024)
- [2] B. Çomak, Farklı Beton Sınıflarının Görüntü İşleme Yöntemi İle Mekanik Özelliklerinin Belirlenmesi, Doktora Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta, 2012
- [3] A. Başar ve E. Oktay, Uygulamalı İstatistik-2, Aktif Yayınevi, İstanbul, 2000, 350 sayfa.
- [4] Öztürk S., İstatistiksel regresyon yöntemlerinin farklı veri gruplarına uygulanması üzerine bir analiz, GÜFBED/GUSTIJ, 2(2), 55-67, 2012.
- [5] A. Giloni ve M. Padberg, “Alternative Methods of Linear Regression”, Mathematical and Computer Modelling, 35, 361-374, 2002.
- [6] K. Ni ve T. Nguyen, “Image Superresolution Using Support Vector Regression”, IEEE Transactions on Image Processing, 16, 1596-1610, 2007, DOI: 10.1109/TIP.2007.896644.
- [7] N. Xu, C. Huo ve C. Pan, “Adaptive Brightness Learning for Active Object Recognition”, ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Brighton, UK, 2019, 2162-2166, DOI: 10.1109/ICASSP.2019.8682681.
- [8] W. Hardle, Applied Nonparametric Regression, Cambridge University Press, Cambridge, 1990, 333 sayfa.
- [9] W. Hardle ve O. Linton, “Applied Nonparametric Methods”, 1994.
- [10] B. G. Kiroğlu, “Parametrik Olmayan Regresyonda Kestirim Yöntemleri: Kernel Kestirim Yöntemi”, İstatistik Araştırma Sempozyumu, Ankara, Türkiye, 1999.
- [11] C. Loader, Smoothing: Local Regression Techniques, CASE, Berlin, 2004, 320 sayfa.
- [12] P. M. Wand ve M. C. Jones, Kernel Smoothing, Chapman ve Hall, New York, 1995, 212 sayfa.
- [13] J. S. Marron, “Automatic Smoothing Parameter Selection: A Survey”, Empirical Economics, 13(3/4), 187-208, 1988.
- [14] H. Takeda, S. Farsiu, ve P. Milanfar, “Kernel Regression for Image Processing and Reconstruction,” IEEE Transactions on Image Processing, 16(2), 349-366, 2007, DOI: 10.1109/TIP.2006.888330.

- [15] S. Toprak, Ölçüm Hatalı Değişkenli Yarı Parametrik Regresyon Modelleri, Doktora Tezi, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır, 2015.
- [16] H. Liang, “Asymptotic normality of parametric part in partially linear model with measurement error in the non-parametric part”, Journal of Statistical Planning and Inference, 86, 51-62, 2000.
- [17] S. Yalaz ve M. Tez, “Partially linear multivariate regression in the presence of measurement error”, CSAM 2020, 511-521, 2020, DOI: 10.29220/CSAM.2020.27.5.511.
- [18] J. Fan ve Y. K. Truong, “Nonparametric regression with errors in variables”, Annals of Statistics, 21, 1900-1925, 1993.
- [19] D. H. Rao ve P. Patavardhan, “A Survey on Image Enhancement Techniques: Classical Spatial Filter, Neural Network, Cellular Neural Network, and Fuzzy Filter”, IEEE International Conference on Industrial Technology, 2007, 2821-2826, DOI: 10.1109/ICIT.2006.372671.
- [20] M. P. Allen, Understanding Regression Analysis, Plenum Press, New York, 1997, 216 sayfa.
- [21] Ö. Serper, Uygulamalı İstatistik 2, Ezgi Kitabevi, Bursa, 2004.
- [22] D. C., Montgomery, E. A. Peck ve G. G. Vining, Introduction to Linear Regression Analysis (5th ed.), John Wiley & Sons, 2012.
- [23] C. M Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2006.
- [24] V. Koivunen, "A robust nonlinear filter for image restoration", IEEE Transactions on Image Processing, vol. 4, no. 5, pp. 569-578, May 1995, doi: 10.1109/83.382492.
- [25] Vanlalhruaia, Y. Kirani, ve N. Singh, “Binary face image recognition using logistic regression and neural network” IEEE International Conference on Electrical, Computer and Communication Technologies (ICECDS), 2017, 3883-3888, DOI: 10.1109/ICECDS.2017.8390191.
- [26] L. Keele, Semiparametric Regression for The Social Sciences, John Wiley ve Sons, England, 2008, 239 sayfa.
- [27] N. Tezcan, “Parametrik Olmayan Regresyon Analizi”, 10. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye, 2009.
- [28] C. K. Chu ve J. S. Marron, “Choosing a Kernel Regression Estimator”, Statistical Science, 6(4), 404-419, 1991.
- [29] S. Türkan, Yarı Parametrik Regresyon Modelinde Etkili Gözlem Analizi, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2012.

- [30] J. C. Steinmetz ve T. Gasser, “A Unifying Approach to Nonparametric Regression Estimation”, *Journal of the American Statistical Association*, 83(404), 1084-1089, 1988.
- [31] S. Demir ve Ö. Toktamiş, “Adaptif Nadaraya-Watson Kernel Regresyon Tahminörleri Üzerine”, *Hacettepe Matematik ve İstatistik Dergisi*, 39(3), 429-437, 2010.
- [32] M. G. Schimek, *Smoothing and Regression*, A Wiley-Interscience Publication, Canada, 2000, 361 sayfa.
- [33] J. Fan, “Local Linear Regression Smoothers and Their Minimax Efficiencies”, *The Annals of Statistics*, 21(1), 196-216, 1993.
- [34] K. G. Çatalbaş, *Parametrik Olmayan Tahmin Teknikleri: Türkiye Verileri ile Bir Uygulama*, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, 2006.
- [35] W. Hardle, M. Müller, S. Sperlich, ve A. Werwatz, *Nonparametric and Semiparametric Models*, Springer, New York, 2004, 262 sayfa.
- [36] R. L. Eubank, *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, Marcel DLSer, New York, 1999, 341 sayfa.
- [37] J. K. Benedetti, “On the Nonparametric Estimation of Regression Functions”, *Journal of the Royal Statistical Society*, 39(2), 248-253, 1977.
- [38] S. Fuqian, N. Dey, A. S. Ashour, D. Sifaki-Pistolla, ve R. Sherratt, “Meta-KANSEI modeling with Valence-Arousal fMRI dataset of brain”, *Cognitive Computation*, 11, 2019, DOI: 10.1007/s12559-018-9614-5.
- [39] Ö. Toktamiş, “Olasılık Yoğunluk Fonksiyonunun Çekirdek Kestirimi Üzerine Bir Çalışma”, *Hacettepe Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 16, 145-163, 1995.
- [40] O. Li ve J. S. Racine, *Nonparametric Econometrics: Theory and Practice*, Princeton University Press, Princeton, 2007, 326 sayfa.
- [41] A. Var, *Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu İçin Uyarlanabilir Çekirdek Kestirim Yöntemi*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2005.
- [42] B. W. Silverman, *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman ve Hall, London, 1986, 175 sayfa
- [43] A. Hepsağ, *Parametrik Olmayan Regresyon ve Tahmin Yöntemleri: İMKB’de İşlem Gören Hisse Senetlerine Ait Piyasa Riskinin Tahmini Üzerine Bir Uygulama*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul, 2007.

- [44] S. Demir, Regresyon Fonksiyonlarının Uyarlanabilir Nadaraya-Watson Çekirdek Kestirimleri, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2005.
- [45] W. Hardle ve O. Linton, Applied Nonparametric Methods, Handbook of Econometrics, 4, 2295-2339, 1994.
- [46] D. Ruppert, M. P. Wand, ve R. J. Carroll, Semiparametric Regression, Cambridge University Press, 2003, 424 sayfa.
- [47] A. Yatchew, “Nonparametric regression techniques in economics”, Journal of Economic Literature, 36(2), 669-721, 1998.
- [48] F. Akdeniz ve G. Tabakan, “Restricted Ridge Estimators of the Parameters in Semiparametric Regression Model”, Communications in Statistics-Theory and Methods, 38, 1852-1869, 2009.
- [49] R. F. Engle, C. W. J. Granger, J. Rice, ve A. Weiss, “Semiparametric Estimates of The Relation Between Weather and Electricity Sales”, J. Amer. Statist. Assoc., 81, 310-320, 1985.
- [50] N. E. Heckman, “Spline smoothing in partly linear models”, J. Roy. Statist. Soc., Ser. B, 48, 244-248, 1986.
- [51] H. Chen, “Convergence Rates for Parametric Components in a Partly Linear Model”, Annals of Statistics, 16, 136-146, 1988.
- [52] P. M. Robinson, “Root-n-consistent Semiparametric Regression”, Econometrica, 56, 931-954, 1988.
- [53] F. Akdeniz ve D. E. Akdeniz, “Liu-type Estimator in Semiparametric Regression Model”, Journal of Statistical Computation Simulation, 2009.
- [54] P. J. Green ve B. W. Silverman, Nonparametric Regression and Generalized Linear Models: A Roughness Penalty Approach, Chapman and Hall, London, 1994, 184 sayfa.
- [55] T. Hastie ve R. Tibshirani, “Generalized Additive Models,” Statistical Science, 1986.
- [56] S. Xiang, W. Yao, ve G. Yang, “An Overview of Semiparametric Extensions of Finite Mixture Models”, Statist. Sci., 34(3), 391-404, 2019, DOI: 10.1214/19-STS698.
- [57] Ş. Gökmen ve R. Dağalp, “Logaritmik ve Yarı Logaritmik Ölçüm Hatalı Modeller: SIMEX Yönteminin Etkinliği”, Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 22(1), 210-224, 2020, DOI: 10.26745/ahbvuibfd.651219.

- [58] D. A. Ioannides ve P. D. Alevizos, “Nonparametric regression with errors in variables and applications”, *Statistics and Probability Letters*, 32, 35-43, 1997.
- [59] M. Jayamanmadharao, C. Someswararao, ve K. Reddy, “Implementation of Object Oriented Approach for Noise Reduction Using Fuzzy Logic”, *International Journal of Engineering Science and Technology*, 3, 2011.
- [60] M. K. Khan, S. Morigi, L. Reichel, ve F. Sgallari, “Iterative Methods of Richardson-Lucy-Type for Image Deblurring”, *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*, 6(1), 262-275, 2020, DOI: 10.4208/nmtma.2013.mssvm14.
- [61] R.J. Carroll, D. Ruppert, L.A. Stefanski, C.M. Crainiceanu, *Measurement Error in Nonlinear Models*, Chapman & Hall, 2006, 455 sayfa.



EKLER

EK 1: Gaussian Bulanıklığı Java Kodu

```
private static Kernel createGaussianKernel() {  
    float[] matrix = {  
        1f / 16f, 2f / 16f, 1f / 16f,  
        2f / 16f, 4f / 16f, 2f / 16f,  
        1f / 16f, 2f / 16f, 1f / 16f  
    };  
    return new Kernel(3, 3, matrix);  
}
```



EK 2: Dekonvolüsyon Kodu

```
private static BufferedImage applyGaussianBlur(BufferedImage img) {  
    Kernel kernel = createGaussianKernel();  
    ConvolveOp op = new ConvolveOp(kernel);  
    return op.filter(img, null);  
}
```



```
import java.awt.image.BufferedImage;

import java.awt.image.ConvolveOp;

import java.awt.image.Kernel;

import java.awt.image.ColorModel;

import java.awt.image.WritableRaster;

import javax.swing.JFrame;

import javax.swing.JFrame.EXIT_ON_CLOSE;

import org.apache.commons.math3.stat.regression.SimpleRegression;

public class MasterTez {

    private static String path = "C:\\Users\\merve\\Desktop\\Albüm 1\\";

    private static final int NOISE_LEVEL = 50;

    public static void main(String[] args) {

        // Gürültülü siyah-beyaz görüntüyü oluştur

        String fileName = "images.jpeg";

        BufferedImage orgImg1 = getImage(path + fileName, 1f);

        BufferedImage noisyImg1 =

        CMatrix.getInstance(orgImg1).rgb2gray().addNoise(5f).imshow("noisy

        image").getImage()

        // Gaussian bulanıklığı uygula

        BufferedImage blurredImg1 = applyGaussianBlur(noisyImg1);
```

EK 3 (Devam)

// Histogram eşitleme uygula

BufferedImage enhancedImg1 = enhanceImage(blurredImg1);

// Kısmi doğrusal regresyon uygula

BufferedImage regressionResultImg1 =
applyPartialLinearRegression(noisyImg1, enhancedImg1);

// Kernel dekonvolüsyonu uygula

BufferedImage deconvolvedImg1 =
applyRichardsonLucyDeconvolution(blurredImg1, createGaussianKernel(), 10);

// Sonuçları göster

showImage(orgImg1, "Original Image 1");

showImage(noisyImg1, "Noisy Image 1");

showImage(blurredImg1, "Blurred Image 1");

showImage(enhancedImg1, "Enhanced Image 1");

showImage(regressionResultImg1, "Regression Result Image 1");

showImage(deconvolvedImg1, "Deconvolved Image 1");

// Her bir görüntü çifti için MSE, PSNR ve R² değerlerini hesapla ve yazdır

printMetrics("Original vs Noisy", orgImg1, noisyImg1);

printMetrics("Original vs Blurred", orgImg1, blurredImg1);

EK 3 (Devam)

```
printMetrics("Original vs Enhanced", orgImg1, enhancedImg1)

printMetrics("Original vs Regression Result", orgImg1, regressionResultImg1);

    printMetrics("Original vs Deconvolved", orgImg1, deconvolvedImg1);

}

private static BufferedImage getImage(String imagePath, float reductionRatio) {

    CMatrix cm = CMatrix.getInstance()

        .imread(imagePath)

        .imresize(reductionRatio);

    return cm.getImage();

}

private static BufferedImage applyGaussianBlur(BufferedImage img) {

    Kernel kernel = createGaussianKernel();

    ConvolveOp op = new ConvolveOp(kernel);

    return op.filter(img, null);

}

private static Kernel createGaussianKernel() {

    float[] matrix = {

        1f / 16f, 2f / 16f, 1f / 16f,

        2f / 16f, 4f / 16f, 2f / 16f,

        1f / 16f, 2f / 16f, 1f / 16f

    };

    return new Kernel(3, 3, matrix);

}

private static BufferedImage enhanceImage(BufferedImage img) {

    int[] histogram = new int[256];
```

EK 3 (Devam)

```
int width = img.getWidth();

int height = img.getHeight();

for (int y = 0; y < height; y++) {
    for (int x = 0; x < width; x++) {
        int pixel = img.getRGB(x, y) & 0xFF;
        histogram[pixel]++;
    }
}

int[] cumulativeHistogram = new int[256];
cumulativeHistogram[0] = histogram[0];
for (int i = 1; i < 256; i++) {
    cumulativeHistogram[i] = cumulativeHistogram[i - 1] + histogram[i];
}

BufferedImage enhancedImg = deepCopy(img);

for (int y = 0; y < height; y++) {
    for (int x = 0; x < width; x++) {
        int pixel = img.getRGB(x, y) & 0xFF;

        int newValue = (int)((float)cumulativeHistogram[pixel] - histogram[0]) /
            ((float)width * height - 1) * 255);

        int newPixel = (0xFF << 24) | (newValue << 16) | (newValue << 8) |
            newValue;

        enhancedImg.setRGB(x, y, newPixel);
    }
}

return enhancedImg;
}
```


EK 3 (Devam)

```
private static BufferedImage deepCopy(BufferedImage img) {
    ColorModel cm = img.getColorModel();
    boolean isAlphaPremultiplied = cm.isAlphaPremultiplied();
    WritableRaster raster = img.copyData(null);
    return new BufferedImage(cm, raster, isAlphaPremultiplied, null);
}

private static void showImage(BufferedImage img, String str) {
    FrameImage frm = new FrameImage();
    frm.setImage(img);
    frm.setTitle(str);
    frm.setVisible(true);
}

private static BufferedImage applyPartialLinearRegression(BufferedImage
noisyImg, BufferedImage enhancedImg) {
    double[] x = new double[noisyImg.getWidth() * noisyImg.getHeight()];
    double[] y = new double[enhancedImg.getWidth() * enhancedImg.getHeight()];

    int index = 0;
    for (int yCoord = 0; yCoord < noisyImg.getHeight(); yCoord++) {
        for (int xCoord = 0; xCoord < noisyImg.getWidth(); xCoord++) {
            int pixelValueNoisy = noisyImg.getRGB(xCoord, yCoord) & 0xFF;
            int pixelValueEnhanced = enhancedImg.getRGB(xCoord, yCoord) &
0xFF;

            x[index] = pixelValueNoisy;
            y[index] = pixelValueEnhanced;
```

EK 3 (Devam)

```
index++;
    }
}

SimpleRegression regression = new SimpleRegression();
for (int i = 0; i < x.length; i++) {
    regression.addData(x[i], y[i]);
}

double beta0 = regression.getIntercept();

double beta1 = regression.getSlope();

BufferedImage resultImg = new BufferedImage(noisyImg.getWidth(),
noisyImg.getHeight(), BufferedImage.TYPE_BYTE_GRAY);
for (int yCoord = 0; yCoord < noisyImg.getHeight(); yCoord++) {
    for (int xCoord = 0; xCoord < noisyImg.getWidth(); xCoord++) {
        int pixelValueNoisy = noisyImg.getRGB(xCoord, yCoord) & 0xFF;
        double predictedEnhancedValue = beta0 + beta1 * pixelValueNoisy;
        int predictedPixelValue = Math.min(Math.max((int)
predictedEnhancedValue, 0), 255);
        resultImg.setRGB(xCoord, yCoord, (0xFF << 24) | (predictedPixelValue
<< 16) | (predictedPixelValue << 8) | predictedPixelValue);
    }
}

return resultImg;
}

private static BufferedImage applyRichardsonLucyDeconvolution(BufferedImage
blurredImage, Kernel kernel, int iterations) {
```

EK 3 (Devam)

```
int width = blurredImage.getWidth();

int height = blurredImage.getHeight();

BufferedImage estimate = deepCopy(blurredImage);

for (int iter = 0; iter < iterations; iter++) {
    BufferedImage reblurred = convolve(estimate, kernel);
    BufferedImage ratio = divideImages(blurredImage, reblurred);
    BufferedImage correction = convolve(ratio, kernel);
    estimate = multiplyImages(estimate, correction);
}
return estimate;
}

private static BufferedImage convolve(BufferedImage image, Kernel kernel) {
    ConvolveOp op = new ConvolveOp(kernel, ConvolveOp.EDGE_NO_OP, null);
    return op.filter(image, null);
}

private static BufferedImage divideImages(BufferedImage img1, BufferedImage
img2) {
    int width = img1.getWidth();
    int height = img1.getHeight();

    BufferedImage result = new BufferedImage(width, height,
BufferedImage.TYPE_BYTE_GRAY);

    for (int y = 0; y < height; y++) {
        for (int x = 0; x < width; x++) {
            int pixel1 = img1.getRGB(x, y) & 0xFF;
```

EK 3 (Devam)

```
int pixel2 = img2.getRGB(x, y) & 0xFF;

    int newValue = pixel2 == 0 ? 255 : Math.min(255, (pixel1 * 255) / pixel2);

    result.setRGB(x, y, (0xFF << 24) | (newValue << 16) | (newValue << 8) |
newValue);
    }
}

return result;
}

private static BufferedImage multiplyImages(BufferedImage img1, BufferedImage
img2) {
    int width = img1.getWidth();
    int height = img1.getHeight();

    BufferedImage result = new BufferedImage(width, height,
BufferedImage.TYPE_BYTE_GRAY);

    for (int y = 0; y < height; y++) {
        for (int x = 0; x < width; x++) {
            int pixel1 = img1.getRGB(x, y) & 0xFF;
            int pixel2 = img2.getRGB(x, y) & 0xFF;

            int newValue = Math.min(255, (pixel1 * pixel2) / 255);

            result.setRGB(x, y, (0xFF << 24) | (newValue << 16) | (newValue << 8) |
newValue);
        }
    }

    return result;
}
```

EK 3 (Devam)

```
private static double calculateMSE(BufferedImage img1, BufferedImage img2) {  
    double mse = 0.0;  
    int width = img1.getWidth();  
    int height = img1.getHeight();  
  
    for (int y = 0; y < height; y++) {  
        for (int x = 0; x < width; x++) {  
            int pixel1 = img1.getRGB(x, y) & 0xFF;  
            int pixel2 = img2.getRGB(x, y) & 0xFF;  
            mse += Math.pow(pixel1 - pixel2, 2);  
        }  
    }  
  
    mse /= (width * height);  
    return mse;  
}  
  
private static double calculatePSNR(BufferedImage img1, BufferedImage img2) {  
    double mse = calculateMSE(img1, img2);  
    return 10 * Math.log10((255 * 255) / mse);  
}  
  
private static double calculateRSquared(BufferedImage noisyImg, BufferedImage  
enhancedImg) {  
    double[] x = new double[noisyImg.getWidth() * noisyImg.getHeight()];  
    double[] y = new double[enhancedImg.getWidth() * enhancedImg.getHeight()];  
  
    int index = 0;  
    for (int yCoord = 0; yCoord < noisyImg.getHeight(); yCoord++) {
```

EK 3 (Devam)

```
for (int xCoord = 0; xCoord < noisyImg.getWidth(); xCoord++) {  
    int pixelValueNoisy = noisyImg.getRGB(xCoord, yCoord) & 0xFF;  
    int pixelValueEnhanced = enhancedImg.getRGB(xCoord, yCoord) &  
0xFF;  
  
    x[index] = pixelValueNoisy;  
    y[index] = pixelValueEnhanced;  
  
    index++;  
}  
}  
SimpleRegression regression = new SimpleRegression();  
for (int i = 0; i < x.length; i++) {  
    regression.addData(x[i], y[i]);  
}  
  
return regression.getRSquare();  
}  
  
private static void printMetrics(String comparison, BufferedImage img1,  
BufferedImage img2) {  
    double mse = calculateMSE(img1, img2);  
    double psnr = calculatePSNR(img1, img2);  
    double rSquared = calculateRSquared(img1, img2);  
    System.out.println(comparison + " - MSE: " + mse + ", PSNR: " + psnr + ", R²:  
" + rSquared)}}}
```

EK 4 Piksel Değerleri

[illegible]

EK 5: MSE ve PSNR Değerlerindeki Değişiklik Analizinin Java Kodu

```
private static double calculatePSNR(BufferedImage img1, BufferedImage img2) {

    double mse = calculateMSE(img1, img2);

    return 10 * Math.log10((255 * 255) / mse);

}

private static double calculateRSquared(BufferedImage noisyImg, BufferedImage
enhancedImg) {

    double[] x = new double[noisyImg.getWidth() * noisyImg.getHeight()];

    double[] y = new double[enhancedImg.getWidth() * enhancedImg.getHeight()];

    int index = 0;

    for (int yCoord = 0; yCoord < noisyImg.getHeight(); yCoord++) {
        for (int xCoord = 0; xCoord < noisyImg.getWidth(); xCoord++) {

            int pixelValueNoisy = noisyImg.getRGB(xCoord, yCoord) & 0xFF;

            int pixelValueEnhanced = enhancedImg.getRGB(xCoord, yCoord) &
0xFF;

            x[index] = pixelValueNoisy;

            y[index] = pixelValueEnhanced;

            index++;

        }
    }
}
```


EK 5 (Devam)

```
}
```

```
SimpleRegression regression = new SimpleRegression();
```

```
for (int i = 0; i < x.length; i++) {
```

```
    regression.addData(x[i], y[i]);
```

```
}
```

```
return regression.getRSquare();
```

```
}
```

```
private static void printMetrics(String comparison, BufferedImage img1,  
BufferedImage img2) {
```

```
    double mse = calculateMSE(img1, img2);
```

```
    double psnr = calculatePSNR(img1, img2);
```

```
    double rSquared = calculateRSquared(img1, img2);
```

```
    System.out.println(comparison + " - MSE: " + mse + ", PSNR: " + psnr + ", R²:  
" + rSquared);
```

```
}
```

```
}
```

EK 6 YAPILAN ÇALIŞMANIN ALGORİTMASI

1.Adım

•Gürültülü Siyah-Beyaz Görüntü Oluşturma:

- Girdi:** Bir görüntü dosyasının yolu.
- Çıktı:** Gürültülü siyah-beyaz bir görüntü.
 - Görüntü dosyasını oku ve belirli bir ölçekleme oranıyla yeniden boyutlandır.
 - Görüntüyü gri tonlamaya dönüştür.
 - Görüntüye belirli bir miktarda gürültü ekle.
 - Gürültülü görüntüyü göster.

2.adım

•Gaussian Bulanıklığı Uygulama:

- Girdi:** Gürültülü görüntü.
- Çıktı:** Gaussian bulanıklığı uygulanmış görüntü.
 - Gaussian kernel oluştur.
 - Gürültülü görüntüye Gaussian bulanıklığı uygula

3.adım

•Histogram Eşitleme Uygulama:

- Girdi:** Bulanıklaştırılmış görüntü.
- Çıktı:** Histogram eşitleme uygulanmış görüntü.
 - Görüntünün histogramını hesapla.
 - Histogramın kümülatif dağılımını hesapla.
 - Görüntünün her bir piksel değerini kümülatif histogram ile eşleştirerek yeni bir piksel değeri oluştur.
 - Yeni piksel değerleriyle iyileştirilmiş görüntüyü oluştur

4.adım

•Kısmi Doğrusal Regresyon Uygulama:

- Girdi:** Gürültülü ve iyileştirilmiş görüntüler.
- Çıktı:** Regresyon sonucu görüntü.
 - Gürültülü ve iyileştirilmiş görüntülerin piksel değerlerini çiftler halinde topla.
 - Basit doğrusal regresyon kullanarak bu piksel çiftleri arasındaki ilişkiyi bul (regresyon katsayılarını hesapla).
 - Kısmi doğrusal regresyon katsayılarını kullanarak yeni bir görüntü oluştur.

5.adım

•Dekonvolüsyonu Uygulama:

- Girdi:** Bulanıklaştırılmış görüntü, Gaussian kernel, iterasyon sayısı.
- Çıktı:** Dekonvolüsyon sonucu görüntü.
 - İlk tahmin olarak bulanıklaştırılmış görüntüyü kullan.
 - Belirli sayıda iterasyon için: Tahmin edilen görüntüyü Gaussian kernel ile bulanıklaştır.
 - Bulanıklaştırılmış görüntüyü, orijinal bulanık görüntü ile karşılaştırarak hata oranını hesapla.
 - Hata oranını Gaussian kernel ile kontrol et ve tahmini güncelle.
 - Son tahmin edilen görüntü, dekonvolüsyon sonucu görüntüdür.

6.adım

•Sonuçları Gösterme:

- Girdi:** Farklı işlem adımlarının sonuçları olan görüntüler.
- Çıktı:** Görüntülerin görsel olarak gösterilmesi.
- Orijinal, gürültülü, bulanık, iyileştirilmiş, regresyon sonucu ve dekonvolüsyon sonucu görüntüleri göster

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyad, Ad

SUKUTLİ BİNGÖL, Merve

Eğitim Bilgileri

Derece	Kurum	Mezuniyet Yılı
Yüksek Lisans	Dicle Üniversitesi	
Lisans	Siirt Üniversitesi	2019
Lise	80. Yıl Cumhuriyet Anadolu Lisesi	2013

İş Deneyimi

Dönem (Yıl)	Şirket, Kurum	Görev
2018 – 2019	Özel Batı Hastanesi	Tıbbi Laboratuvar Teknikeri
2019 – halen	Diyarbakır Ağız ve Diş Sağlığı Hastanesi	Bilgisayar Mühendisi

Yayınlar

1. M. Bingöl Sukutli, S. Yalaz, "Comparison and Evaluation of the Material Used in Making RPT in Dental Prosthesis," 2nd Silk Road International Scientific Research Congress, Türkiye, Iğdır, 2023.
2. S. Yalaz (Yürütücü), M. Bingöl Sukutli (Araştırmacı), "Ölçüm Hatalı Kısmi Doğrusal Modelin Görüntü İşlemede Kullanımı", DÜBAP:FEN.23.023, 2023.
3. M. Bingöl Sukutli, S. Yalaz, "Use of Partially Linear Regression with Measurement Error in Image Processing," International Congress on Natural Sciences and Applied Mathematics, Türkiye, Ankara 2024.

Özel İlgiler

Kodlama, yazılım

DİCLE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
TEZ BENZERLİK BİLDİRİMİ FORMU

Öğrencinin Adı, Soyadı	Merve BİNGÖL SUKUTLİ
Öğrenci No	22830008
Ana Bilim Dalı	İstatistik
Program Türü	Proje ☐ Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Seçil YALAZ
(Varsa) II. Tez Danışmanı	
Tez Başlığı	Ölçüm Hatalı Kısmi Doğrusal Regresyon Modelinin Görüntü İşlemede Kullanımı
RAPOR BİLGİLERİ	
Raporlama Aşaması	Tez Savunma Sınavı Sonrası
Sayfa Sayısı	82
Raporlama Tarihi	25.07.2024
Benzerlik Oranı (%)	23

Yukarıda bilgileri verilen tez çalışmamın toplam 82 sayfalık kısmına ilişkin, 25/07/2024 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitin isimli intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan intihal raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %23 olarak tespit edilmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

- ☐ Başlangıç Bölümleri (Kabul ve Onay sayfası, Teşekkür sayfası, Özet/Abstract) hariç
☐ Kaynaklar hariç
☐ Alıntılar hariç/dâhil
☒ Diğer (Her şey dahil)

Tezimin benzerlik oranı, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İntihal Raporu Uygulama Esaslarında belirtilen üst sınır benzerlik oranını aşmamaktadır. Tez benzerlik oranı üst sınır benzerlik oranının altında olsa dahi aksinin tespit edilmesi durumunda her türlü yasal sorumluluğu kabul ettiğimi ve hukuki sonuçlarına razı olduğumu bildirir, gereğini arz ederim.

Öğrencinin Adı, Soyadı: Merve BİNGÖL SUKUTLİ

Tarih:25.07.2024

İmza:

Danışman: Doç Dr. Seçil YALAZ

İmza:

Tarih:25.07.2024

Ana Bilim Dalı Başkanı: Doç Dr. Seçil YALAZ

İmza:

Tarih:25.07.2024