

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM
DALI



ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİ FARKLI OLAN
CEBİR EĞİTİMİ ALMAMIŞ ÖĞRENCİLER ORANTI
PROBLEMLERİNDE CEBİRİ KULLANABİLİYORLAR MI?

MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS TEZİ

SEMA NUR KOYMATLI

TEZ DANIŞMANI
PROF. DR. HAKAN YAMAN

BOLU, HAZİRAN 2025

KABUL VE ONAY SAYFASI

Sema Nur KOYMATLI tarafından hazırlanan “ÖĞRENCİLERİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİ İLE CEBİR İÇEREN ORANTI PROBLEM BAŞARILARI ARASINDAKİ İLİŞKİ” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Matematik ve Fen Eğitimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Programında Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliğiyle kabul edilmiştir. 28/07/2025

Jüri Üyeleri

Danışman

Prof. Dr. Hakan YAMAN

İmza

.....

Üye

Prof. Dr. Soner DURMUŞ

.....

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Bahadır YILDIZ

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu ve Şablonuna uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir

aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin Turnitin adlı programında enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporuna göre, tezin benzerlik oranı %30'u geçmemektedir.

Bu çalışma için İnsan Araştırmaları Etik Kurulundan Protokol No: 2025/19 sayısı ile etik izin alınmıştır.

SEMA NUR KOYMATLI

ÖZET

**ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİ FARKLI OLAN
CEBİR EĞİTİMİ ALMAMIŞ ÖĞRENCİLER ORANTI PROBLEMLERİNDE
CEBİRİ KULLANABİLİYORLAR MI?
YÜKSEK LİSANS TEZİ
SEMA NUR KOYMATLI
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI
(TEZ DANIŞMANI: *PROF. DR. HAKAN YAMAN*)**

BOLU, HAZİRAN - 2025

XII + 96 sayfa

Bu araştırma 4, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri, cebir kavramına yönelik algıları, denklem kurma ve problem çözme stratejileri analiz edilmiştir. Araştırma, karma yöntemli bir yaklaşımla yürütülmüş olup, nicel veriler "Orantısal Akıl Yürütme Testi" ve "Cebir - Oran Başarı Testi" ile nitel veriler ise öğrenci görüşmeleri ile toplanıp analiz edilmiştir. Çalışmaya Bolu merkez ilçesinde öğrenim gören 4, 6 ve 7. sınıf öğrencileri dâhil edilmiştir.

Elde edilen bulgular öğrencilerin cebir kavramını tanımlama ve anlamlandırmada zorlandıklarını, formel cebir eğitimi almamış olsalar dahi bazı orantısal akıl yürütme stratejilerinin cebirsel düşünmeye yönelik sezgisel eğilimler barındırdığını göstermiştir. Özellikle orantısal akıl yürütme becerisi yüksek olan öğrencilerin bilinmeyi sembolize etme konusunda potansiyel sergiledikleri ancak formel cebir bilgisi eksikliği nedeniyle bunu tam olarak kullanamadıkları tespit edilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Orantısal Akıl Yürütme, Cebir, Oran Problemleri, Erken Cebir, Matematik Eğitimi

ABSTRACT

CAN STUDENTS WHO DO NOT HAVE ALGEBRA TRAINING WITH DIFFERENT PROPORTIONAL REASONING SKILL USE ALGEBRA FOR PROPORTIONALLITY PROBLEMS?

MASTER THESIS

SEMA NUR KOYMATLI

BOLU ABANT IZZET BAYSAL UNIVERSITY

INSTITUTE OF GRADUATE STUDIES

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

(SUPERVISOR: PROF. DR. HAKAN)

BOLU, JUNE 2025

XII + 96 pages

This research aimed to investigate the relationship between the proportional reasoning skills of 4, 6 and 7th-grade students and their success in solving proportion problems involving algebra. The study analyzed students' proportional reasoning skills, their perceptions of the concept of algebra, and their equation-building and problem-solving strategies. Employing a mixed-methods approach, quantitative data were collected using the "Proportional Reasoning Test" and the "Algebra - Ratio Achievement Test," while qualitative data were gathered through student interviews and analyzed. Students from 4th, 6th, and 7th grades attending schools in the central district of Bolu were included in the study.

The findings revealed that students struggled to define and comprehend the concept of algebra. It was observed that even students with high proportional reasoning skills exhibited potential in symbolizing unknowns, but they could not fully utilize this due to a lack of formal algebra knowledge. Students also showed significant limitations in equation-building skills and had difficulty verbally expressing their problem-solving processes.

KEYWORDS: Proportional Reasoning, Algebra, Proportion Problems, Early Algebra, Mathematics Education

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	viii
TABLO LİSTESİ	ix
FOTOĞRAF LİSTESİ.....	x
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ.....	xi
TEŞEKKÜR.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu.....	1
1.2. Problem Cümlesi.....	2
1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi	3
1.4. Araştırmanın Alt Problemleri.....	4
1.5. Araştırmanın Sayıtları	5
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	5
1.7. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	6
1.7.1 Oran Kavramı	6
1.7. 2. Orantı Kavramı	6
1.7.3. Akıl Yürütme ve Orantısal Akıl Yürütme	7
1.7.4. Orantısal Akıl Yürütme Sorularında Kullanılan Çözüm Stratejileri	9
1.7.5. Orantısal Akıl Yürütme Düzeyleri.....	10
1.7.6. Oran ve Orantı Konusunun Öğretimi	11
1.7.7. Cebir	13
1.7.8. Cebirsel Düşünme	14
1.7.9. Cebirsel Düşünmenin Gelişim Düzeyleri	14
1.7.10. Erken Cebir	15
1.7.11. Cebir Konusunun Öğretimi	16
1.8. İLGİLİ ALANYAZIN	19
1.8.1. Oran, Orantı, Orantısal Düşünme İle İlgili Yapılan Çalışmalar	19
1.8.2. Cebir, Cebirsel Düşünme, Erken Cebir İle İlgili Yapılan Çalışmalar	24

2. MATERYAL VE YÖNTEM	32
2.1. Araştırmanın Deseni	32
2.2. Çalışma Grubu	32
2.3. Veri Toplama Araçları	33
2.3.1. Orantısal Akıl Yürütme Testi (OAYT).....	33
2.3.2. Cebir Oran Başarı Testi (COBT).....	34
2.3.3. Görüşmeler.....	36
2.4. Verilerin Toplanma Süreci	36
2.5. Veri Analizi	38
2.6. Nitel Verilerin Geçerliliği ve Güvenirliği	39
3. BULGULAR	40
3.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	40
3.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	44
3.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	50
3.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	55
3.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	56
3.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular	58
3.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	60
3.7.1. Tema 1: Denklem Tanımı ve Tanımlama Güçlüğü.....	60
3.7.2. Tema 2: Orantı Problemlerine Yaklaşımda Farklı Stratejiler ve Çözüm Süreçlerini Açıklama Güçlüğü	63
3.7.3. Tema 3: Denklem Kurma Becerisindeki Sınırlılıkları Oran ile Çözme.....	71
4. TARTIŞMA	78
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	84
5.1. Sonuç.....	84
5.2. Öneriler	86
KAYNAKLAR	89
EKLER	93

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Orantısal ve Cebirsel Düşünme Entegrasyonu.....	88
--	----



TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1: Oran ve Orantı Kazanımları (MEB, 2018).....	12
Tablo 2: Cebir Öğrenme Alanları (MEB, 2018).....	17
Tablo 3: 4. sınıf COBT sonuçları	40
Tablo 4: 4. Sınıf OAYT Sonuçları	42
Tablo 5: 4. sınıf öğrencilerinin OAYT ve COBT'den aldıkları puan tablosu.....	43
Tablo 6: 6. sınıflar COBT Sonuçları.....	45
Tablo 7: 6. Sınıflar OAYT Sonuçları.....	47
Tablo 8: 6. sınıf öğrencilerinin COBT ve OAYT tablosu	48
Tablo 9: 7.Sınıflar COBT Sonuçları	50
Tablo 10: 7. Sınıflar OAYT Sonuçları	52
Tablo 11: 7 sınıf öğrencilerinin OAYT ve COBT tablosu	54
Tablo 12: Sınıf düzeylerine göre Orantısal Akıl Yürütme Testinden (OAYT) elde edilen puanlar ...	55
Tablo 13: Sınıf düzeylerine göre Cebir Oran Başarı Testinden (COBT) elde edilen puanlar	56
Tablo 14: Sınıf Düzeylerine Göre Karşılaştırma Tablosu	57
Tablo 15: OAYT ile COBT Korelasyon Tablosu	59

FOTOĞRAF LİSTESİ

Sayfa

Fotoğraf 1: 3.7.1. 1. Soru c maddesi için öğrenci cevabı	61
Fotoğraf 2: Ö4'ün 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap	62
Fotoğraf 3: Ö9'un 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap	62
Fotoğraf 4: Ö11'in 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap	62
Fotoğraf 5: Ö11'in 3. sorunun c maddesi için cevabı	63
Fotoğraf 6: 3.7.2. 1. Sorunun a maddesi için öğrenci cevabı.....	65
Fotoğraf 7: 3.7.2. 2. Sorunun a maddesi için öğrenci cevabı.....	66
Fotoğraf 8: Ö9'un 2. Sorunun a maddesi için cevabı	67
Fotoğraf 9: Ö5 4. Sorunun a maddesi için cevabı.....	70
Fotoğraf 10: Ö4'ün 1.sorunun c maddesi için cevabı	72
Fotoğraf 11: Ö4'ün 1. sorunun c maddesi için cevabı	73
Fotoğraf 12: Ö1'in 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap	73
Fotoğraf 13: Ö1'in 2. sorunun c maddesi için verdiği cevap	74
Fotoğraf 14: Ö1'in 3. sorunun c maddesi için verdiği cevap	74
Fotoğraf 15: Ö1'in 4. sorunun c maddesi için verdiği cevap	74

KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

BAİBÜ	: Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi
COBT	: Cebir Oran Başarı Testi
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
MÖ	: Milattan Önce
OAYT	: Orantısal Akıl Yürütme Testi
TC	: Türkiye Cumhuriyeti
TDK	: Türk Dil Kurumu



TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının her aşamasında bilgi ve deneyimiyle bana rehberlik eden, karşılaştığım tüm zorluklarda yol gösterici yaklaşımı olan ve akademik desteğini hiç eksik etmediği için değerli danışmanım Prof. Dr. Hakan Yaman'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimim sürecince ders aldığım tüm değerli hocalarıma bana sunmuş oldukları katkılardan için teşekkür ediyorum.

Araştırmamın uygulama sürecinde gerekli izinleri sağlayarak veri toplamama imkân veren, süreci kolaylaştıran ve her zaman destek olan Bolu Merkez ilçesindeki çalışma yaptığım okulların değerli müdürlerine ve öğretmenlerine teşekkür ederim. Ayrıca araştırmaya gönüllü olarak katılan tüm öğrencilere katkılarından dolayı minnettarım.

Bu süreçte manevi desteklerini her zaman hissettiren sevgili babam, annem, kardeşim ve amcama, tüm aileme moral kaynağı olan, varlıklarıyla yanımda olan arkadaşlarım H, M, A, E, D ve bana her zaman ilham verip yanımda olan, birlikte büyüdüğüm kuzenlerim ve tüm aşamada yanımda olan Z, Z, F, S, Y, O, C, S'ye en içten sevgilerimle teşekkür ederim.

1. GİRİŞ

Bu bölümde sırasıyla araştırmanın problem durumuna, problem ve alt problem cümlelerine, amacı ve önemine, sayıtlarına ve sınırlılıklarına yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Matematik nicelik, biçim, yapı ve değişim gibi temel kavramları ele alan ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri mantıksal çıkarımlar, soyutlamalar ve sembolik temsiller yoluyla sistematik biçimde inceleyen disiplinlerarası bir bilim dalıdır. Matematiksel düşünce yalnızca problem çözme becerilerini geliştirmekle kalmaz aynı zamanda analitik akıl yürütme, eleştirel düşünme ve soyutlama yeteneklerinin gelişmesini de destekler. Bu açıdan matematik eğitimi bireylerin karmaşık problemleri anlamlandırma, çözme ve farklı bağlamlara genelleyebilme kapasitelerinin temelini oluşturur.

Özellikle oran ve orantı kavramları öğrencilerin aritmetik bilgi ve becerilerini ileri düzeyde cebirsel düşünmeye dönüştürmelerine olanak sağlayan kritik bir yapı taşı temsil eder. Orantısal akıl yürütme bir niceliğin diğerine göre değişimini ve bu değişimin geliştirilmesini kapsayan bir süreç olarak yalnızca matematiksel becerilerin değil aynı zamanda fen bilimleri ve mühendislik gibi disiplinlerde de temel bir yetkinlik olarak kabul edilmektedir (Lesh, Behr ve Post, 1988; Cramer, Post ve Currier, 1993).

Buna karşın öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını kavraması genellikle çeşitli güçlükler içerir. Özellikle küçük yaş gruplarında öğrenciler çarpımsal ilişkileri anlamakta ve genelleyebilmekte zorlanabilir bunun yerine toplamsal stratejilerle çözüm üretmeye eğilim gösterebilirler. Bu durum öğrencilerin problem çözme süreçlerinde yalnızca yüzeysel işlem bilgisi kullanmalarına ve kavramsal anlayışın gelişiminin gecikmesine yol açar (Lo ve Watanabe, 1997). Ayrıca bazı öğrenciler problemleri yalnızca ezbere dayalı algoritmalarla çözmekte bu süreçte sembolik temsilleri ve genellemeleri yeterince kullanamamaktadır.

Son yıllarda öne çıkan “erken cebir” yaklaşımı, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişini desteklemeyi, sembolik temsillerle çalışma ve genelleme becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır (Kaput, Blanton ve Moreno, 2008). Erken cebir uygulamaları öğrencilerin aritmetik işlemleri daha soyut bir düzeye taşıyabilmelerini ve ilişkileri genelleyerek cebirsel ifadeler oluşturabilmelerini sağlar. Türkiye’de ilkökul programlarında bu yaklaşım doğrultusunda “Cebire Geçiş” alt öğrenme alanı ile cebirsel düşünmenin temelleri atılmakta ancak cebir ayrı bir öğrenme alanı olarak sistematik biçimde 6. sınıfta işlenmektedir (MEB,

2015). Bu durum farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve cebirsel düşünme becerilerinin gelişimini karşılaştırmalı olarak inceleme gereğini ortaya koymaktadır.

Özellikle henüz formel cebir eğitimi almamış öğrencilerin orantı problemlerini çözerken cebirsel temsilleri kullanıp kullanamadıkları kullanan öğrencilerin hangi stratejilerle bunu gerçekleştirdikleri ve bu süreçlerin orantısal akıl yürütme becerileri ile olan ilişkileri literatürde yeterince incelenmemiştir. Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan (2005) öğrencilerin çoğunlukla aritmetik odaklı çözümler ürettiklerini ve sembolik temsilleri sınırlı kullandıklarını belirtmiş, Altun (2005) ve Çolak (2023) ise cebirsel düşünme gelişimini farklı sınıf düzeylerinde incelemiş ancak orantısal akıl yürütme ile bağlantısını detaylı olarak ortaya koymamıştır.

Bu bağlamda öğrencilerin farklı orantısal akıl yürütme düzeylerine sahip olmaları durumunda cebirsel stratejileri ne ölçüde kullanabildiklerinin incelenmesi araştırmayı hem akademik literatürdeki boşluğu dolduran hem de matematik öğretiminde somut pedagojik çıkarımlar sağlayan önemli bir çalışma hâline getirmektedir. Araştırma öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları sezgisel, aritmetik ve cebirsel yöntemleri ortaya koyarak, orantısal akıl yürütme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkiyi sınıf düzeyine göre analiz etmeyi amaçlamaktadır. Böylece formel cebir eğitimi öncesinde öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamak ve öğretim stratejilerini geliştirmek için kanıta dayalı bilgiler sağlanabilecektir.

Ayrıca araştırma öğrencilerin sezgisel stratejilerden cebirsel stratejilere geçiş süreçlerini ve bu geçişin orantısal akıl yürütme düzeylerine olan etkisini de değerlendirmektedir. Bu açıdan çalışma öğrencilerin erken yaşlardan itibaren sembol, değişken ve oran kavramlarıyla tanışmalarının önemini vurgulamakta ve cebirsel düşünmeye geçişin daha sağlıklı gerçekleşebilmesi için eğitim programlarına öneriler sunmaktadır.

1.2. Problem Cümlesi

Bu araştırmanın problem cümlesi, “Orantısal akıl yürütme becerileri farklı olan cebir eğitimi almamış öğrenciler orantı problemlerinde cebiri kullanabiliyorlar mı?” şeklinde ifade edilmiştir.

1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın temel amacı cebir eğitimi almamış ve alan orantısal akıl yürütme becerilerindeki farklı olan öğrencilerin cebir problemlerde ne derecede kullandıklarını incelemektir. İlköğretim matematiğinin temel kavramlarından biri olan orantısal akıl yürütme farklı büyüklükler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasında kritik bir rol oynamaktadır (NCTM, 2000, s. 212). Özellikle oran ve orantı kavramları öğrencilerin matematiksel ilişkileri kavrayabilmelerini sağlayan temel unsurlardandır.

Matematik eğitiminde oran ve orantı konularının cebirsel düşünme becerileriyle desteklenmesi öğrencilerin problem çözme süreçlerinde daha analitik ve yapılandırılmış bir düşünme biçimi geliştirmelerine katkıda bulunmaktadır (Cai & Knuth, 2011). Oran ve orantı matematiksel ilişkilerin anlaşılmasının yanı sıra soyut düşünme yetilerinin gelişiminde de önemli bir yer tutar. Bu bağlamda cebirsel düşünme becerilerinin bu kavramlarla bütünleşerek kullanılması öğrencilerin ilişkileri daha sistematik ve derinlemesine analiz edebilmesini mümkün kılar (Kaput, 2008; Lesh, Post & Behr, 1988).

Araştırmanın odak noktası orantısal akıl yürütme düzeyleri farklı olan ve henüz formel cebir eğitimi almamış öğrencilerin orantı problemlerini çözerken cebirsel stratejilerden nasıl yararlandıklarını ve benimsedikleri çözüm yaklaşımlarını incelemektir. Bu kapsamda öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları sezgisel, aritmetik ve cebirsel yöntemlerin belirlenmesi ve cebirsel düşünme becerilerinin temellerine ilişkin önemli verilerin sunulması hedeflenmektedir.

Ayrıca öğrencilerin orantı problemlerini çözerken karşılaştıkları zorluklar ile benimsedikleri stratejiler ve bu stratejilerin orantısal akıl yürütme düzeyleriyle olan ilişkisi de ayrıntılı olarak analiz edilecektir. Böylece formel cebir eğitimi öncesinde öğrencilerin cebirsel düşünme yetilerinin nasıl geliştiğine ve orantısal problem çözme bağlamında nasıl ortaya çıktığına dair derinlemesine bir anlayış sağlanması amaçlanmaktadır.

Literatürde cebir eğitimi almamış öğrencilerin oran-orantı problemlerinde cebirsel stratejileri ne ölçüde kullandıklarına ve bu kullanımın problem çözme süreçlerine etkilerine dair sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu konuda birkaç öncü çalışma (örn. Carraher & Schliemann, 2007) öğrencilerin informal cebirsel akıl yürütme becerilerini incelemiştir ancak bu çalışmalar sınırlı sayıda katılımcı veya belirli bağlamlar üzerine odaklanmıştır. Bu araştırma orantısal akıl yürütme becerileri farklı düzeye sahip öğrencilerin henüz formel cebir eğitimi almadan orantı problemlerinde cebirsel yöntemleri bilinçli ya da sezgisel olarak kullanma potansiyellerini inceleyerek bu boşluğu doldurmayı hedeflemektedir. Özetle bu çalışmanın

önemi öğrencilerin orantı problemlerinde cebirsel stratejiye yönelip yönelmedikleri, önceki bilgi ve sezgileriyle nasıl çözümler geliştirdikleri nitel görüşme verileriyle derinlemesine incelenmiştir. Tezde öğrencilerin çözüm yolları ve açıklamalarını ayrıntılı olarak değerlendirmiştir. Var olan çalışmalardan farklı olarak bu araştırma cebir eğitimi almamış öğrencilerin cebirsel ifadeleri sezgisel olarak üretip üretmediklerini ve bunu yaparken orantısal düşünmenin rolünü incelemektedir. Ayrıca bu çalışmada kullanılan Orantısal Akıl Yürütme Testi ve Cebir Oran Başarı Testi ile hem niceliksel hem niteliksel veri sağlayarak çift boyutlu değerlendirme imkânı sunmuştur.

Son olarak çalışmada öğrencilerin sezgisel stratejilerden cebirsel yöntemlere geçiş süreçleri ve bu geçişin orantısal akıl yürütme düzeylerine olan etkisi de temel araştırma soruları arasında yer almaktadır.

1.4. Araştırmanın Alt Problemleri

1) 4. sınıf öğrencilerinin

- a) orantısal akıl yürütme becerileri nasıldır?
- b) cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları nasıldır?

2) 6. sınıf öğrencilerinin

- a) orantısal akıl yürütme becerileri nasıldır?
- b) cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları nasıldır?

3) 7. sınıf öğrencilerinin

- a) orantısal akıl yürütme becerileri nasıldır?
- b) cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları nasıldır?

4) Sınıf seviyelerine göre öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

5) Sınıf seviyelerine göre öğrencilerin cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları arasında anlamlı farklılık var mıdır?

6) Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

7) Orantısal akıl yürütme becerileri farklı olan öğrencilerin cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları nasıldır

1.5. Araştırmanın Sayıltıları

Bu araştırma aşağıdaki sayılıya dayalı olarak gerçekleştirilmiştir.

- 1) Katılımcılar kendilerine verilen ölçme araçlarındaki soruları çözerken samimi ve kesin, dikkatli cevaplar verdikleri varsayılmıştır.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

- 1) Araştırmada kullanılan ölçme araçlarındaki sorular daha önce alanyazında tanımlanan oran-orantı ve cebir bileşenleri ile sınırlıdır.
- 2) Araştırma Bolu il merkezinde bulunan ilkokulun 4. ve ortaokulun 6 ve 7. sınıfında öğrenim gören 195 öğrenci ile sınırlıdır.

1.7. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

1.7.1 Oran Kavramı

Oran kavramının tarihsel kökenine baktığımız zaman Antik Yunan'a dayandığını söyleyebiliriz. Bu kavramı matematiksel bağlamda toplanan veriler doğrultusunda ilk kez sistematik biçimde ele alan kişinin Öklid olduğunu görmüş oluruz (MÖ 330 – MÖ 275). Öklid, *Elementler* adlı eserinin ilk üç kitabında oran ve orantı kavramlarına yer vermiştir. Eserin beşinci kitabının giriş kısmında ise oran, “aynı türden iki nicelik arasındaki özel bir ilişki biçimi” olarak tanımlanmıştır.

Türk Dil Kurumu (TDK, 2023) "oran" kavramını iki varlık ya da kavram arasında büyüklük, miktar, derece veya parça-bütün ilişkisine dayanan bir bağ olarak tanımlamaktadır. Aynı zamanda oran, matematiksel bağlamda iki büyüklük ya da iki nicelik arasındaki ilişki şeklinde de açıklanmaktadır.

Oran en temel düzeyde aynı veya farklı birimlerden oluşan çoklukların birbirleriyle karşılaştırılmalarını ifade eden bir ölçümdür (MEB, 2009). Matematiksel açıdan iki niceliğin oranı, bir niceliğin diğerine bölünmesi sonucu elde edilen değerdir. Eğer 'a' ve 'b' sıfırdan farklı iki sayı ise, 'a'nın 'b'ye oranı a/b veya $a:b$ biçiminde gösterilir (Lamon, 2007).

Oran kavramı genel anlamda iki ya da daha fazla nicelik arasındaki büyüklük ilişkisini ifade eden bir matematiksel terimdir ve genellikle kesir, yüzde ya da ondalık biçimlerde gösterilmektedir (Van de Walle, 2013).

Karplus, Pulos ve Stage (1983) tarafından da belirtildiği üzere oran, öğrencilerin orantısal akıl yürütme süreçlerinde temel bir kavram olup, iki büyüklüğün ilişkisini kavrama ve karşılaştırma becerisi gerektirir. Bu kapsamda, oran kavramı öğrencilere sayılar arasındaki yapısal ilişkileri anlamada yardımcı olur. Oran, bireyin iki nicelik arasındaki ilişkiyi kavrayıp karşılaştırmasına olanak tanıyan zihinsel bir yapı olarak tanımlanabilir.

Oran kavramı orantısal akıl yürütme süreçlerinin temelini oluşturur ve bireylerin nicelikler arasındaki ilişkileri anlamalarına yardımcı olur (Vergnaud, 1983).

1.7. 2. Orantı Kavramı

Orantı birden çok oranın birbirine eşit olması durumunu ifade eden matematiksel bir kavramdır. Türk Dil Kurumu'nun (TDK, 2023) tanımına göre orantı birinci niceliğin ikinciye

oranının, üçüncü niceliğin dördüncüye oranına eşit olmasıyla oluşan dört terim arasındaki ilişki şeklinde açıklanır. Orantı, oran kavramına dayanarak, iki ya da daha fazla oranın birbirine eşit olma durumunu ifade eder (MEB, 2008; Aydın ve Gültekin, 2010; Ekawati vd., 2014; Johnson, 2013). Millî Eğitim Bakanlığı'nın 7. sınıf matematik ders kitabında (2018) ise orantı, "iki ya da daha fazla oranın birbirine eşit olması" şeklinde tanımlanmıştır.

Baki (2000) orantıyı "iki farklı oran arasında kurulan eşitlik" olarak tanımlar. Bu tanım doğrultusunda, orantı, " $a/b = c/d$ " şeklinde bir eşitlikte olduğu gibi, iki oran arasındaki ilişkiyi ve denklemini temsil eder. Orantı özellikle oranlara dayalı problemleri çözmede ve oransal düşünme becerilerinin gelişiminde kritik bir öneme sahiptir (Çıkla ve Duatepe, 2002; Johnson, 2013).

1.7.3. Akıl Yürütme ve Orantısal Akıl Yürütme

Akıl yürütme, bireyin mevcut bilgiyi kullanarak yeni çıkarımlar yapmasını ve mantıksal sonuçlara ulaşmasını sağlayan karmaşık bir bilişsel süreç olarak tanımlanmaktadır (Sternberg, 2000). Literatürde akıl yürütme becerilerinin problem çözme mekanizmalarının temelinin oluşturduğu ve eleştirel düşünme ile karar verme gibi üst düzey bilişsel yetkinliklerin ayrılmaz bir parçası olduğu geniş kabul görmektedir (Schoenfeld, 1985). Özellikle matematik eğitimi alanında tümevarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütme gibi çeşitli türleri incelenmekte bu becerilerin öğrencilerin kavramsal anlamalarını derinleştirdiği ve soyut düşünceye geçişlerini kolaylaştırdığı belirtilmektedir (Hiebert & Carpenter, 1992). Bu nedenle akıl yürütme yeteneğinin geliştirilmesi öğrencilerin karşılaştığı karmaşık matematiksel problemlerle etkili bir şekilde başa çıkabilmeleri ve bilgiyi esnek bir biçimde kullanabilmeleri için merkezi bir rol oynamaktadır (Kaput, 2008).

Oran ve orantı kavramlarının anlamlı bir şekilde öğrenilebilmesi, bireylerin matematiksel akıl yürütme biçimlerinden biri olan orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmalarını gerektirir (Lesh, Behr ve Post, 1988). Orantısal akıl yürütme bir durumun orantılı olup olmadığını analiz etme, çarpma temelli ilişkileri tanıma, bu ilişkileri matematiksel bir yapıya dönüştürme, sembolik bir şekilde ifade etme ve bu tür ilişkileri içeren problemleri çözme yetisini kapsayan bir bilişsel beceridir (Cramer, Post ve Currier, 1993). Baxter ve Junker'a (2001) göre orantısal akıl yürütme, iki somut nesne arasındaki ilişkiyi tanımlama, tahmin etme ve değerlendirmeyi kapsamaktadır.

Matematik eğitimi literatüründe öğrencilerin orantısal ilişkileri anlama ve bu ilişkilerle ilgili problemleri çözme becerisi genellikle orantısal akıl yürütme kavramı altında incelenmektedir (Lesh, Post & Behr, 1988). Bu kavram iki nicelik arasındaki çarpımsal ilişkileri anlama, bunlar hakkında akıl yürütme ve bu ilişkileri kullanarak sistematik bir biçimde çıkarımlar yapma becerisini ifade eden yapılandırılmış bir bilişsel süreçtir (Kaput, 2008). Orantısal düşünme terimi ise zaman zaman bu alanda kullanılsa da genellikle daha geniş ve informel bir anlam taşır bireyin orantısal durumları sezgisel olarak fark etmesini ve bu durumlara yönelik genel zihinsel eğilimlerini kapsar (Carragher & Schliemann, 2007). Bununla birlikte orantısal düşünme bir öğrencinin sahip olduğu genel yeteneği temsil ederken, orantısal akıl yürütme bu yeteneğin somut problem çözme stratejileriyle birleşerek etkin bir şekilde kullanılmasıdır. Dolayısıyla orantısal akıl yürütme, orantısal kavramların öğrenilmesinde merkezi bir rol oynamakta ve öğrencilerin problem çözme süreçlerini daha analitik ve yapılandırılmış bir hale getirmektedir (NCTM, 2000).

Orantısal düşünme kabiliyeti çokluklar arasındaki karşılaştırma yeteneğinin temelini oluşturur. Bu bağlamda karşılaştırmanın yapısını şekillendiren unsurlar; çoklukların göreceli değişimlerini değerlendirebilme, karşılaştırmanın niteliği üzerine anlamlı yorumlar yapabilme ve bu doğrultuda bilinçli kararlar alabilme yetkinliklerinin gelişmesidir. Bu becerilerin edinilmesi orantısal akıl yürütmenin kazanılmasında olduğu kadar, oran ve orantı kavramlarına ilişkin yaygın yanlış anlamaların önlenmesinde de kritik bir rol oynamaktadır (Akar, 2009).

Kavramlar arasındaki bağlantıların kurulmasında orantısal akıl yürütme kritik bir rol oynar bu nedenle matematik müfredatlarının temel düşüncelerinden biri olarak kabul edilmektedir (Lesh, Post ve Behr, 1988). Orantısal akıl yürütme çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkileri sayılar, tablolar, grafikler ve cebirsel ifadeler aracılığıyla temsil edebilme becerisini kapsar (NCTM, 2000). Nicel değerler arasında kıyaslamalar yapabilmenin yanı sıra nitel yöntemlerle tahmin ve çıkarım yapabilmeyi içeren bir akıl yürütme becerisidir (Lesh, Post ve Behr, 1988). Özünde nitel yapılar arasındaki çarpımsal ilişkilerin kavranması ve yorumlanması orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminin temel göstergelerinden biri olarak kabul edilebilir. Öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını kavraması genellikle güçtür çünkü çarpma, bölme, kesirler ve ondalıklı sayılar orantısal akıl yürütmenin temel unsurlarıdır ve bu konulardaki bilgi düzeyleri sıklıkla yetersizdir (Lo ve Watanabe, 1997).

1.7.4. Orantısal Akıl Yürütme Sorularında Kullanılan Çözüm Stratejileri

Cramer ve Post (1993) tarafından orantısal problem çözümünde kullanılan stratejiler arasında birim oran değişim çarpanı, içler-dışlar çarpımı algoritması ve denk kesir stratejileri öne çıkmaktadır. Buna ek olarak Bart, Post, Behr ve Lesh (1994), “denklik sınıfı” stratejisini tanımlamıştır. Ayrıca Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto ve Miller (1998) ile Kayhan (2005) tarafından yukarıda belirtilen stratejilere ek olarak öğrencilerin kullandığı farklı stratejiler de belirlenmiştir. Bu stratejiler arasında duygusal tepki verme, toplamsal ilişki kurma, bazı verileri ihmal etme, yalnızca sayısal değerlere odaklanma ve içeriği göz ardı etme gibi yaklaşımlar yer almaktadır.

Aşağıda bu stratejiler kısaca açıklanmıştır.

- **Birim oran:** Bu yaklaşımda, oran çiftleri arasındaki ilişki, “bir birim için kaç birim?” sorusuna verilen cevapla belirlenir.
- **İçler-dışlar çarpımı algoritması:** $a/b = c/d$ biçimindeki oranlarda, içler (a ve c) ile dışlar (b ve d) çarpılır ve eşitlik kurulması beklenir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots$
- **Denk kesir:** Oranlar, birbirine denk kesirler olarak ele alınır. Verilen kesre eş değer başka bir kesir oluşturularak problem çözülür.
- **Değişim çarpanı:** “Kaç kat?” mantığına dayanan bu strateji, oranlardaki veri çiftleri arasındaki artış ya da azalış katsayılarına bakılarak ilişki kurmayı amaçlar.
- **Denklik sınıfı:** Bu yöntemde oran çiftleri kesir şeklinde düşünülerek, örneğin $2/10 = 4/20 = 8/40$ gibi eşdeğer oranlar oluşturularak çözüm gerçekleştirilir.
- **Toplamsal ilişki:** Öğrencinin oranı, belirli bir değeri ekleyerek diğer oranla ilişkilendirmeye çalıştığı, ancak çoğunlukla yanlış sonuca götüren bir stratejidir. Burada çarpımsal ilişkiler yerine toplamsal düşünme biçimi tercih edilir.
- **Veri ihmali:** Bu strateji, verilen iki orandan yalnızca birine odaklanılıp diğerinin göz ardı edildiği durumları ifade eder.
- **Duygusal tepki verme:** Öğrencilerin matematiksel analiz yerine, problemi kendi yaşam deneyimleri ya da öznel düşünceleriyle değerlendirdiği stratejidir.
- **İnformel akıl yürütme:** Langrall ve Swafford’a (2000) göre, bu strateji öğrencinin orantısal akıl yürütme sürecindeki ilk basamağıdır. Öğrenciler bu aşamada problemi anlamak ve nitel karşılaştırmalar yapmak için görseller, modeller ya da somut materyallerden yararlanır.

1.7.5. Orantısal Akıl Yürütme Düzeyleri

Langrall ve Swafford (2000) 5 ile 8. sınıf arasında öğrenim gören ve farklı genel başarı düzeylerine sahip 16 öğrenciyle gerçekleştirdikleri çalışmada öğrencilerin Lamon (1993) tarafından tanımlanan problem türlerine verdikleri yanıtları inceleyerek orantısal akıl yürütme süreçlerini analiz etmişlerdir. Bu çalışma sonucunda öğrencilerin orantısal düşünme becerilerini yansıtan dört temel düzey tanımlanmıştır. Bu düzeyler birbirini tamamlayıcı nitelikte olup, öğrencilerin gelişimsel süreçlerini yansıtmaktadır. Bu düzeylerden aşağıdaki maddeler halinde bahsedilmiştir.

- **Düzy 0 – Orantısal Akıl Yürütmenin Olmaması:** Bu düzeydeki öğrencilerin orantısal ilişkileri kurmakta zorlandıkları ve genellikle çarpımsal ilişkiler yerine toplamsal düşünme stratejilerini tercih ettikleri gözlenmiştir. Ayrıca çözüm sürecinde tutarsız veya rastgele işlemler uyguladıkları da rapor edilmiştir.
- **Düzy 1 – Orantılı Durumlar Hakkında İnfornel Akıl Yürütme:** Bu aşamada öğrencilerin problem durumlarını anlamlandırmak amacıyla somut materyaller, görseller veya modeller kullandıkları görölmektedir. Öğrenciler henüz işlemsel düzye geçmemiş olsalar da görsel temsiller yoluyla çözüm üretmeye başlamışlardır.
- **Düzy 2 – Orantılı Durumlar Hakkında Niceliksel Akıl Yürütme:** Bu düzeyde öğrenciler somut materyallere ihtiyaç duymadan orantısal ilişkileri anlamlandırabilir ve çözümlerini sayısal işlemlerle destekleyebilir duruma gelmişlerdir. Modelleme ile işlem yapma arasında ilişki kurabilme becerisi bu aşamanın temel göstergesidir.
- **Düzy 3 – Orantılı Durumlar Hakkında Formel Akıl Yürütme:** Bu en üst düzyede öğrencilerin orantısal ilişkileri tam anlamıyla kavradıkları ve değişken kullanımı, denk kesir oluşturma, içler-dışlar çarpımı gibi soyut matematiksel stratejilerle çözüme ulaşabildikleri gözlenmektedir. Bu düzye ulaşmak iki büyüklük arasındaki oran ilişkisinin kavramsal düzyede tam olarak anlaşılmasını gerektirir. Ancak söz konusu çalışmada hiçbir öğrencinin bu düzye ulaşmadığı rapor edilmiştir.

1.7.6. Oran ve Orantı Konusunun Öğretimi

Oran ve orantı kavramları matematik öğretiminde tarihsel olarak önemli bir yere sahip olup programlarda zaman içinde farklı şekillerde ele alınmıştır. 2009 programında oran ve orantı daha çok işlemsel beceriler üzerinden öğretilmiş öğrencilerin doğru ve ters orantı türlerini öğrenmeleri ve bu ilişkileri kullanarak rutin problemleri çözmeleri ön planda olmuştur. Bu yaklaşım orantısal akıl yürütmenin derinlemesine gelişimini desteklemekte yetersiz kalmıştır.

2013 programında oran ve orantı kazanımları korunmuş ancak öğrencilerin ilişkileri daha iyi anlamalarını destekleyecek farklı etkinlik türlerine yer verilmiştir. Bu dönemde ağırlıklı vurgu işlemsel bilgiden ziyade kavramsal anlamaya doğru kaymaya başlamıştır.

Millî Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) 2018 yılında güncellediği Matematik Öğretim Programı ile birlikte oran ve orantı konularında önemli değişiklikler yapılmıştır. Konu kademeli olarak daha üst sınıflara taşınmış aynı zamanda öğrencilerin yalnızca mekanik işlemleri öğrenmeleri değil orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri hedeflenmiştir. Öğrencilerin oran ve orantıyı günlük yaşam problemleriyle ilişkilendirmeleri, grafikler, tablolar ve cebirsel ifadeler gibi farklı temsiller aracılığıyla kavramı anlamlandırmaları önemsenmiştir (MEB, 2018). Bu programda oran ve orantı kavramları "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanı içerisinde ele alınmaktadır. Oran kavramı 6. sınıf düzeyinde işlenirken orantı 7. sınıfta oranla birlikte ele alınmaktadır. Alt öğrenme alanı bazında bakıldığında 6. sınıfta "Oran" başlığı altında üç öğrenme kazanımı yer almakta 7. sınıfta ise "Oran ve Orantı" başlığı altında bu sayı yedi kazanıma çıkmaktadır. Bu kazanımlar öğrencilerin ilgili kavramları anlamaları ve günlük yaşam bağlamında uygulayabilmeleri amacıyla yapılandırılmıştır. Bu doğrultuda oran-orantı konusunun öğretiminde amaç yalnızca matematiksel kuralları ezberletmek değil öğrencilerin oranı bir ilişki olarak görebilme, farklı durumlar arasında bağlantı kurabilme ve bu bilgiyi cebirsel düşünme ile bütünleştirebilme becerilerinin geliştirilmesidir.

2023 Eğitim Vizyonu belgesinde de bu yaklaşım desteklenmiş öğrencilerin matematiksel ilişkileri günlük yaşamla bağdaştırabilmesi, problem çözme süreçlerinde oran-orantıyı esnek biçimde kullanabilmesi hedeflenmiştir.

Tüm bu gelişmeler ışığında oran ve orantı öğretiminin yalnızca işlemsel düzeyde değil kavramsal ve cebirsel düzeyde ele alınması gerektiği özellikle orantısal akıl yürütmenin cebirsel düşünmenin gelişiminde temel bir rol oynadığı söylenebilir.

Millî Eğitim Bakanlığı'nın 2018 yılında yayımlamış olduğu *Matematik Dersi Öğretim Programı* kapsamında yer alan oran ve orantı kazanımları, aşağıdaki tablo 1' de ayrıntılı biçimde sunulmuştur (MEB, 2018).

Tablo 1: Oran ve Orantı Kazanımları (MEB, 2018)

Sınıf	Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Kazanım
6	Sayılar ve İşlemler	M.6.1.7. Oran	M.6.1.7.1. Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı biçimlerde gösterir.
			M.6.1.7.2. Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler, problem durumlarında oranlardan biri verildiğinde diğerini bulur.
			M.6.1.7.3. Aynı veya farklı birimlerdeki iki çokluğun birbirine oranını belirler.
7	Sayılar ve İşlemler	M.7.1.4. Oran ve Orantı	M.7.1.4.1. Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.
			M.7.1.4.2. Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulur.
			M.7.1.4.3. Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verir.
			M.7.1.4.4. Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade eder.
			M.7.1.4.5. Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.
			M.7.1.4.6. Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar verir.
			M.7.1.4.7. Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözer.

1.7.7. Cebir

Türk Dil Kurumu'na (TDK, 2023) göre cebir matematiksel bağlamda artı ve eksi gerçek sayılarla bu sayıları temsil eden harfler aracılığıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran bir matematik dalı olarak tanımlanmaktadır. Bu tanım cebirin yalnızca işlemlerle sınırlı kalmadığını aynı zamanda semboller yoluyla nicelikler arasındaki ilişkilerin ifade edilmesine olanak sağlayan yapısal bir sistem olduğunu göstermektedir. Cebir kavramına ilişkin literatürde pek çok farklı tanımın yer aldığı görülmektedir. Bu tanımlar zaman içerisinde değişim ve gelişim göstermiştir. Cebire yönelik bazı tanımlar kronolojik olarak aşağıda sıralanmıştır.

Booth (1986) cebirin kökeninin M.Ö. 1800'lü yıllara kadar uzandığını ve cebirin temel amacının işlemler ve ilişkiler yoluyla zihinsel yapıların kurulması, bu yapıların problem çözme süreciyle ilişkilendirilmesi ve mevcut bilgilerden yeni matematiksel ilişkilerin geliştirilmesi olduğunu belirtmiştir.

Kieran (1992) ise cebiri sayılar ve nicelikler arasındaki ilişkileri sembollerle ifade etme, bu semboller aracılığıyla denklemler kurup çözme ve hesaplamalar yapma becerilerini içeren bir matematiksel sistem olarak tanımlamaktadır.

Sfard (1995) cebiri semboller kullanarak yapılan işlemlere dayanan bir alan olarak değerlendirmiştir.

Dede ve Argün'e (2003) göre ise cebir kimi zaman bir sembolik dil, kimi zaman denklemlerin çözümünde başvuru yöntemler bütünü, kimi zaman da matematik öğretim programlarında yer alan bir öğrenme alanı olarak ele alınmaktadır.

Baki (2008), cebiri işlemler aracılığıyla problem çözme, genelleme yapma, sayılar arasındaki ilişkileri anlama ve soyut matematiksel yapıları analiz etme süreci olarak tanımlamaktadır.

Son olarak Akkan (2009) cebiri sayıların özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri inceleyen, değişkenler, örüntüler ve semboller gibi temel unsurları içeren bir matematiksel dil olarak ifade etmektedir.

1.7.8. Cebirsel Düşünme

Cebirdeki ilerlemeler cebirsel düşünme kavramının gelişmesine zemin hazırlamış ve bu kavramla ilgili çeşitli tanımlara aşağıda yer verilmiştir.

Kieran ve Chalouh (1993) cebirsel düşünmeyi matematiksel muhakeme ve sembollerin anlamlandırılmasına dayanan, işlemsel anlam oluşturma ve matematiksel akıl yürütme süreçleriyle ilişkili bir kavram olarak tanımlamaktadır.

Herbert ve Brown (1997) cebirsel düşünmeyi, matematiksel bilgiyi kelimeler, tablolar, grafikler ve denklemler yardımıyla anlama bilinmeyenleri çözme, fonksiyonel ilişkileri kavrama, matematiksel bulguları yorumlama ve farklı durumları analiz etmek amacıyla matematiksel semboller kullanma süreci olarak tanımlamaktadır.

Vance (1998) cebirsel düşünmeyi farklı temsiller, genellemeler, değişkenler ve işlemler arasındaki ilişkilerden türetilen soyutlamaları içeren bir akıl yürütme biçimi olarak tanımlamaktadır.

Kaput (1999) cebirsel düşünmeyi örüntüler ve matematiksel ilişkiler temelinde genellemeler yapma, varsayımlar geliştirme ve bu varsayımları resmi bir dil aracılığıyla ifade etme süreci olarak tanımlamaktadır.

NCTM (2000) cebirsel düşünmeyi matematiksel modeller aracılığıyla nicelikler arasındaki ilişkileri göstermek, matematiksel durum ve olayları farklı biçimlerde ifade etmek, analiz etmek, fonksiyon kavramını anlamak ve çeşitli koşullardaki değişimleri incelemek olarak tanımlamaktadır.

Çelik (2007) cebirsel düşünmeyi, matematiksel düşünmenin özgün bir türü olarak tanımlamakta bu düşünme biçiminin matematiksel akıl yürütme, problem çözme ve çeşitli temsil biçimlerinden faydalanma gibi becerileri kapsadığını belirtmektedir.

1.7.9. Cebirsel Düşünmenin Gelişim Düzeyleri

Cebirsel düşünmenin gelişim süreci öğrencilerin cebirsel kavramları nasıl yapılandırıldığını ve bu kavramlara ilişkin düşünsel düzeylerini anlamak açısından önemli bir yere sahiptir. Bu bağlamda İngiltere’de yürütülen “Concepts in Secondary Mathematics and Science” (CSMS) projesi kapsamında 13–15 yaş aralığındaki öğrencilerin cebirsel ifadeleri kavrayış düzeylerini belirlemeye yönelik kapsamlı bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma doğrultusunda öğrencilerin cebirsel düşünmeye yönelik gelişimlerini yansıtan dört aşamalı bir yapı önerilmiştir (akt. Altun, 2005).

Söz konusu düzeyler öğrencilerin cebirsel kavramları yüzeysel bir işlem düzeyinden daha soyut ve sembolik bir anlayışa doğru kademeli olarak geliştirdiklerini göstermektedir. Öğretim sürecinde bu düzeylerin dikkate alınması, öğrencilerin cebiri anlamlı biçimde öğrenmelerine ve bu öğrenmeleri kalıcı hale getirmelerine katkı sağlamaktadır.

- **Düzyey 1:** Bu düzeydeki öğrenciler cebirsel ifadelerde geçen harfleri genellikle bilinmeyen olarak değil, bir nesne ya da etiket gibi görmektedir. Harfli ifadelerle karşılaştıklarında genellikle bu sembollere herhangi bir sayısal değer atamadan işlem yapmaya çalışmakta ve işlemleri aritmetik düzeyde ele almaktadırlar.
- **Düzyey 2:** Birinci düzeyin bir devamı niteliğinde olan bu aşamada öğrenciler daha karmaşık problem durumlarıyla başa çıkabilmektedir. Ancak değişken kavramı hâlâ tam anlamıyla yerleşmemiştir semboller, bilinmeyen olarak değil, işlem yapılabilen birimler olarak kullanılmaktadır.
- **Düzyey 3:** Bu düzyeye ulaşan öğrenciler, harfleri bilinmeyen değişkenler olarak tanımakta ve cebirsel ifadeleri bu doğrultuda çözümlemeye başlamaktadır. Değişken kavramı zihinsel bir yapı olarak öğrencinin bilişsel sistemine yerleşmiştir.
- **Düzyey 4:** En gelişmiş düzyey olan bu aşamada öğrenciler cebirsel ilişkileri daha karmaşık yapılarla ifade edebilmekte ve sembolik temsilleri derinlemesine anlamlandırarak çözüm süreçlerine yansıtabilmektedir. Bu düzyey üst düzyey soyutlama becerisinin bir göstergesidir.

1.7.10. Erken Cebir

Erken cebir Kaput, Blanton ve Moreno'nun (2008) tanımına göre cebirsel düşünme becerilerinin ilköğretim yıllarında öğrencilere kazandırılması sürecini ifade eder. İlköğretim sınıflarında erken cebir uygulamalarının öğrencilere sunulmasının ve bu deneyimlerin ilerleyen sınıflarda daha karmaşık cebir kavramlarıyla bağlantılandırılması öğrencilere okul süresince sağlam bir cebirsel anlayış geliştirmeleri için zemin oluşturur (Carragher ve Schliemann, 2018).

Erken yaşlardaki cebir öğretimi genellikle “erken cebir” kavramı ile ifade edilmektedir ve bu yaklaşım ortaokul ve sonrasındaki geleneksel cebir öğretiminden önemli ölçüde farklılık gösterir (Carragher, Schliemann ve Schwartz, 2008). Erken cebir yaklaşımı anlamlı ve bağlamsal problem durumları üzerinden yapılandırılır, değişkenlerin harflerle gösterilmesi gibi sembolik temsillere aşamalı olarak yer verir ve temel matematik konularıyla (örneğin dört işlem) güçlü bir bütünlük içinde sunulur (Carragher vd, 2008, ss. 236–237).

Türkiye’de matematik öğretim programlarının tarihsel gelişimi incelendiğinde erken cebire yönelik vurguların giderek arttığı görülmektedir. 2009 yılında revize edilen programda 1-5. sınıf düzeyinde öğrencilerin erken yaşta cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik çeşitli kazanımlar yer almıştır. Bu dönemde özellikle örüntü ve ilişkiler üzerinden öğrencilerin soyutlama yapmaları, sembollere hazırlanmaları ve aritmetik ile cebir arasında köprü kurmaları hedeflenmiştir.

2013 yılında yayımlanan ve 2014-2015 eğitim-öğretim yılından itibaren uygulamaya konulan programda “Cebire Geçiş” adlı yeni bir alt öğrenme alanı tanımlanmıştır. Bu öğrenme alanı aracılığıyla öğrencilerin küçük yaşlardan itibaren cebirsel düşünmeye yönelik zihinsel temellerinin atılması, cebirin yalnızca harfli ifadelerden ibaret görülmeyip genelleme, ilişki kurma ve modelleme süreçleriyle ilişkilendirilmesi amaçlanmıştır.

2018 yılında güncellenen Matematik Öğretim Programı’nda ise erken cebir anlayışı daha da sistematik hale getirilmiştir. Özellikle örüntüler, değişken kavramı, eşitlik ve fonksiyonel ilişkiler yoluyla öğrencilerin sembolik temsillere aşamalı biçimde hazırlanması hedeflenmiş, cebirin yalnızca ortaokul yıllarında başlayan bir öğrenme alanı olmadığı açıkça vurgulanmıştır (MEB, 2018). Buradan yola çıkarak öğrencilerin erken yaşlardan itibaren genelleme yapma, bilinmeyeni temsil etme ve farklı temsil biçimleri arasında geçiş yapma becerileri kazanmaları önemsendiği düşüncesine varıldığı düşünülmektedir.

Ayrıca Millî Eğitim Bakanlığı tarafından 2018’de yayımlanan 2023 Eğitim Vizyonu belgesinde erken cebir ve cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi, üst düzey düşünme, problem çözme ve süreç odaklı öğrenmeyle ilişkilendirilmiştir. Vizyon belgesinde öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşmalarının değil, düşünme süreçlerini açıklayabilmelerinin, farklı çözüm yolları üretebilmelerinin ve matematiksel temsilleri etkin biçimde kullanabilmelerinin temel hedefler arasında olduğu belirtilmiştir.

Bu gelişmeler Türkiye’de erken cebir yaklaşımının giderek daha güçlü biçimde benimsendiğini ve öğrencilerin ilkokuldan itibaren cebirsel düşünme süreçlerine hazırlanmasının önemsendiğini göstermektedir.

1.7.11. Cebir Konusunun Öğretimi

Türkiye’de 2018 MEB programında 1. sınıftan 5. sınıfa kadar olan matematik öğretim programı sayılar, geometri, ölçme ve veri gibi öğrenme alanlarına ayrılmıştır. Cebir ise ayrı bir öğrenme alanı olarak ilk kez 6. sınıf matematik programında yer almaktadır. Güncel öğretim programında cebir öğrenme alanı öğrencilere ilk kez 6. sınıf düzeyinde karşımıza çıksa da

Ulusal Matematik Öğretim Konseyi (NCTM, 2000) tüm öğrencilerin cebirsel düşünmeyi okul öncesi dönemden lise sonuna kadar gelişen bir süreç içinde öğrenmeleri gerektiğini vurguladığı için 6. sınıf düzeyinden daha önce de cebir öğretimini destekleyebiliriz.

2018 yılında Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanan *Matematik Dersi 1-8. Sınıflar Öğrenme Alanları'nın Sınıflara Göre Dağılımı* incelendiğinde "Cebir" öğrenme alanının alt başlıklarının özellikle ortaokul düzeyinde yoğunlaştığı görülmektedir (Tablo 2). Bu kapsamda “Cebirsel İfadeler” alt öğrenme alanı 6 ve 7. sınıf düzeylerinde yer almakta 7. sınıf düzeyinde buna ek olarak “Eşitlik ve Denklem” alt başlığı da öğrencilere sunulmaktadır. 8. sınıf düzeyine gelindiğinde ise “Doğrusal Denklemler”, “Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler” ile “Eşitsizlikler” başlıkları cebir alanının içeriğini oluşturmaktadır. Bu dağılım öğrencilerin soyut düşünme becerilerinin gelişimine paralel olarak cebirsel kavramların kademeli biçimde sunulmasına olanak sağlamaktadır. Öğretim programındaki bu yapı cebirsel düşünmenin aşamalı ve yapılandırmacı bir yaklaşımla desteklendiğini göstermektedir. Aşağıdaki tablo 2’de cebirin öğrenme alanlarının hangi sınıf düzeyinde olduğu gösterilmektedir.

Tablo 2: Cebir Öğrenme Alanları (MEB, 2018)

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Sınıf Seviyesi
	Cebirsel İfadeler	6. ve 7. sınıf
	Eşitlik ve Denklem	7. sınıf
Cebir	Doğrusal Denklemler	8. sınıf
	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	8. sınıf
	Eşitsizlikler	8. sınıf

Bu tablo Millî Eğitim Bakanlığı’nın 2018 öğretim programında cebir öğrenme alanının nasıl kademelendirildiğini somut biçimde ortaya koymaktadır. Tablodan da görüldüğü üzere öğrenciler ilkokul yıllarında cebire doğrudan maruz kalmamakta olup cebirsel düşünmenin öncülleri olan aritmetiksel ilişkiler ve örüntüler üzerinden bir temel kazanmaktadır. Ortaokul düzeyine geçildiğinde ise cebirsel ifadeler, eşitlik, denklem ve doğrusal ilişkiler gibi konular

sistematiik biçimde sunulmaktadır. Bu dağılım öğrencilerin bilişsel gelişim düzeyleri dikkate alınarak, somut işlemlerden soyut akıl yürütmeye geçiş sürecinin desteklendiğini göstermektedir (MEB, 2018). Ayrıca literatürde de cebirsel kavramların öğrencilerin gelişimsel özelliklerine uygun biçimde aşamalı olarak öğretilmesinin, kavram yanlışlarını azaltmada ve cebirsel düşünmenin inşasında önemli bir rol oynadığı vurgulanmaktadır (Carraher & Schliemann, 2007; Kaput, 2008).



1.8. İLGİLİ ALANYAZIN

1.8.1. Oran, Orantı, Orantısal Düşünme İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Çıkla ve Duatepe (2002) tarafından yürütülen araştırmada, öğretmen adaylarının oran ve orantı problemlerini çözme konusunda başarılı oldukları, ancak bu kavramları tanımlama aşamasında güçlük çektikleri belirtilmiştir. Benzer şekilde Johnson (2013) öğretmen adaylarının toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme becerilerinde yetersizlikler gösterdiklerini ve bu durumun oran ve orantı konularında çeşitli kavram yanılgılarına yol açtığını ortaya koymuştur.

Koğ ve Başer (2012) tarafından yürütülen araştırmada, öğrencilerin orantısal akıl yürütme içeren sözel problemler ile gerçekçi çözüm gerektiren problem türlerindeki performansları karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin orantısal yapıya sahip problemleri, gerçek yaşam bağlamına dayalı problemlere göre daha kolay kavradıklarını ve bu tür sorulara daha doğru çözümler üretebildiklerini ortaya koymuştur. Bu sonuçlar, öğrencilerin problem çözme başarılarının problem türüne göre değişebileceğini göstermesi bakımından dikkat çekicidir ve öğretim süreçlerinde farklı problem türlerinin nasıl ele alınması gerektiğine dair önemli ipuçları sunmaktadır.

Çelik (2010) çalışmasında ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Trabzon'da yedi devlet okulundan toplam 392 öğrencinin katıldığı araştırmada orantısal akıl yürütme testi ile problem kurma testi uygulanmıştır. Veriler betimsel istatistikler ve ki-kare testi ile analiz edilmiştir. Bulgular öğrencilerin %60'ından fazlasının orantısal akıl yürütme açısından yeterli olmadığını, sadece %11'inin yüksek düzeyde beceriye sahip olduğunu göstermiştir. Problem kurma becerisi analizinde ise öğrencilerin %51'inin orantısal akıl yürütme gerektirmeyen problemler oluşturduğu yaklaşık %25'inin ise çözülemez ya da yönergeye uygun olmayan problemler kurduğu belirlenmiştir. Araştırma ayrıca orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma başarısı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğunu ortaya koymuştur yüksek beceri düzeyine sahip öğrencilerin problem kurmada daha başarılı oldukları saptanmıştır.

Çelik ve Özdemir (2011) tarafından yapılan çalışma, ilköğretim 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Toplam 392 öğrencinin katıldığı araştırmada, veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen oran-orantı problemi kurma testi ile Akkuş ve

Duatepe (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Elde edilen veriler frekans, yüzde ve ki-kare testi gibi betimsel istatistik yöntemleri ile analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçları orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle orantısal akıl yürütme becerisi düşük olan öğrencilerin çoğunun oran-orantı problemi kurmada başarısız olduğu buna karşılık yüksek düzeyde orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin bu alanda daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Çakır (2023) çalışmasında 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusundaki problem çözme ve kurma becerileri nitel durum çalışması yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmada toplam 107 öğrenci yer almış ve 12 öğrenciyle klinik mülakatlar yapılmıştır. Her iki sınıf düzeyine uygun problem çözme ve kurma formları uygulanmış veriler aşamalı puanlama ölçeği ile betimsel olarak analiz edilmiştir. Sonuçlar öğrencilerin problem değerlendirme aşamasında en düşük performansı gösterdiğini ortaya koymuştur. Altıncı sınıf öğrencileri problemin anlaşılması yedinci sınıf öğrencileri ise strateji uygulama aşamasında daha başarılı bulunmuştur. Yedinci sınıf öğrencileri en çok içler dışlar çarpımı stratejisini tercih etmiş ancak bu stratejiyi zaman zaman rastgele kullandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin çoğunluğunun problem kurma aşamasında zorlandıkları ve mantık hataları içeren problemler kurdukları belirlenmiştir.

Karacaköylü (2021) tarafından gerçekleştirilen bu araştırmanın amacı 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan akıl yürütme gerektiren problemlerdeki başarı düzeylerini ve bu problemleri çözmek için geliştirdikleri çözüm stratejilerini belirlemektir. Çalışma 2019-2020 eğitim öğretim yılında Kırıkkale merkezinde bulunan bir devlet okulunda yapılmış olup toplamda 312 ilkokul ve ortaokul öğrencisi araştırma grubunu oluşturmuştur. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden tipik durum örnekleme kullanılarak belirlenen katılımcılardan elde edilen veriler 7 problemden oluşan Orantısal Akıl Yürütme Testi ve 61 öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinde frekans ve betimsel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma sonuçları öğrencilerin orantısal akıl yürütme testindeki başarılarının sınıf seviyesine göre arttığını ancak genel başarı düzeylerinin yeterli olmadığını göstermiştir. Ayrıca problemin türüne bağlı olarak öğrencilerin kullandığı çözüm stratejilerinin değişiklik gösterdiği ve bu stratejilerin sınıf seviyelerine göre farklılaştığı belirlenmiştir. Görüşmelerden elde edilen veriler öğrencilerin strateji tercihlerini etkileyen nedenleri ortaya koymuş ve bu tercihlerin çözümlerdeki başarıları yansıdığı gözlemlenmiştir. Bununla birlikte örgün eğitimde oran-orantı konusunun tam olarak öğrenilmemiş olmasına rağmen öğrencilerin belirli orantısal akıl yürütme becerilerine sahip

oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgular erken yaşlardan itibaren orantısal akıl yürütme becerilerinin desteklenmesinin önemini vurgulamaktadır.

Yakar (2020) çalışmasında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusu kapsamında matematiksel ilişkilendirme becerilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Betimsel nitelikteki araştırmaya iki devlet ortaokulunda öğrenim gören toplam 47 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırmada Bingölbalı ve Coşkun'un (2016) matematiksel ilişkilendirme becerisi kuramsal yapısına dayanarak geliştirilen yedi açık uçlu sorudan oluşan Matematiksel İlişkilendirme Beceri Testi (MİBT) kullanılmıştır. MİBT kavramlar arası ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, gerçek hayatla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olmak üzere dört ana bileşene ve bunların yedi alt bileşenine yönelik soruları içermektedir. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar puanlanmış ve yüzdelik hesaplamalarla değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, öğrencilerin genel olarak matematiksel ilişkilendirme becerilerinin düşük olduğunu göstermiştir. Özellikle kavramlar arası ilişki kurma ve gerçek hayattan örnek verme becerilerinde düşük performans sergilenirken, kavramı gerçek hayata bağlı bir bağlamda ele alma becerisi diğer bileşenlere kıyasla daha yüksek bulunmuştur.

Pakmak'ın (2014) Denizli'deki bir devlet okulunda yürüttüğü çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler ve bu stratejileri nasıl uyguladıkları nitel araştırma yöntemiyle incelenmiştir. Çalışma 2011-2012 eğitim-öğretim yılında öğrenim gören 20 öğrencilik bir grupta gerçekleştirilmiş veri toplama aracı olarak beşer adet niteliksel ve niceliksel orantısal akıl yürütme problemi kullanılmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi uygulanmış ve öğrencilerin toplamda sekiz farklı orantısal akıl yürütme stratejisi kullandığı belirlenmiştir. Niceliksel problemlerde en sık kullanılan strateji birim oran olurken niteliksel problemler için ters orantı algoritması öne çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin bu stratejileri problem türüne göre farklı biçimlerde uyguladıkları gözlenmiştir nicel sorularda verilen veriler üzerinden işlem yapma eğilimindeyken nitel sorularda daha çok sayısallaştırma, sembolleştirme ve çizim yapma yollarını tercih etmişlerdir. Öğrencilerin ilgili konuları formel olarak öğrenmemiş olmaları nedeniyle elde edilen sonuçların informal akıl yürütme becerilerine dayandığı ifade edilmiştir.

Kayhan (2005) çalışmasında 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusundaki problem çözme stratejileri, sınıf düzeyi, cinsiyet ve soru tipine göre incelenmiştir. Araştırma dört sınıfın katılımıyla 2004-2005 öğretim yılında gerçekleştirilmiş ve veriler orantısal akıl yürütme testi ile görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Bulgular öğrencilerin oran-orantı sorularında 15 farklı strateji kullandığını ortaya koymuştur. En çok tercih edilen strateji birim oran stratejisi

olurken, bilinmeyen değeri bulma sorularında içler-dışlar çarpımı ve birim oran stratejileri, sayısal karşılaştırma sorularında ise içindelik sınıfı ve toplamsal ilişki stratejilerinin kullanıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin strateji tercihlerini etkileyen faktörler içsel (ön bilgiler, inançlar, kişisel tercihler) ve dışsal (problemin yapısı ve sunuluşu) olarak iki grupta sınıflandırılmıştır.

Çalışkan (2023) yapılan araştırmada 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejileri ve başarılarını sınıf düzeyi, cinsiyet ve soru türüne göre incelemiştir. Sonuçlar öğrencilerin 26 farklı strateji kullandığını ve başarı düzeylerinde sınıf ve cinsiyete bağlı anlamlı farklar olduğunu ortaya koymuştur.

Üçgül (2022) tarafından yüksek lisans tezi için gerçekleştirilen araştırmada çoklu temsillerle planlanan öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmedeki etkisini incelenmiş ve deney grubu lehine anlamlı farklar ortaya koyulmuştur. Bulgular, çoklu temsillerin öğrencilerin öğrenme sürecini desteklediğini göstermektedir.

Tekin (2019) tarafından yapılan araştırmada EBA destekli matematik öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusundaki başarısına olumlu etkisi olduğunu, ancak üstbilişsel algılarında anlamlı bir fark yaratmadığını ortaya çıkarmıştır. Deney grubunun başarı testi puanları kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde yüksek bulunmuştur.

Bekdemir (2019) tarafından yüksek lisans tezi için yapılan çalışmada ters yüz sınıf modelinin 7. sınıf oran-orantı konusundaki üst düzey öğrenmeler üzerinde anlamlı etkisi olduğunu, ancak alt düzey öğrenmelerde fark yaratmadığını ortaya konmuştur. Öğrenciler modelin derse ilgiyi artırdığını ve eğlenceli etkinlikler sayesinde öğrenmeyi desteklediğini belirtmiştir.

Kayhan (2005) tarafından yapılan çalışmada, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı problemlerinde kullandıkları 15 farklı stratejiyi sınıf düzeyi, cinsiyet ve soru türüne göre incelenmiş; en sık tercih edilen stratejinin birim oran olduğu belirlenmiştir. Strateji tercihlerini öğrencilerin ön bilgileri, inançları ve problemin sunuluş biçimi gibi iç ve dış etkenlerin etkilediği saptanmıştır.

Kaplan, İşleyen ve Öztürk (2011) tarafından yapılan araştırma ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki hata ve kavram yanlışlarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Çalışma 2009-2010 eğitim-öğretim yılında Bingöl ilindeki bir ilköğretim okulunda öğrenim gören 42 altıncı sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda oluşturulan 10 soruluk kavram yanlışlığı teşhis testi uygulanmış ve veriler analiz edilmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerin oran, orantı ve bu kavramların birlikte kullanılmasını gerektiren orantısal akıl yürütme süreçlerinde çeşitli kavram

yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir. Araştırmada ayrıca bu kavram yanılgılarına yönelik çözüm önerileri de sunulmuştur.

Cansız, Eroğlu ve Yazıcı (2023) tarafından yapılan araştırmada ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı kavramlarına yönelik metaforik algıları ile cinsiyete göre metafor geliştirme ve metaforik çizim yapma becerileri incelenmiştir. Olgubilim (fenomenoloji) deseniyle gerçekleştirilen çalışmanın araştırma grubunu 205 öğrenci oluşturmuştur. Veriler “Oran ... benzer, çünkü ...” ve “Orantı ... benzer, çünkü ...” ifadelerinin tamamlanması yoluyla toplanmış cinsiyete bağlı farklılıklar ise ki-kare testi ile analiz edilmiştir. Sonuçlar öğrencilerin oran kavramını daha çok karşılaştırma orantı kavramını ise eşitlik olarak algıladıklarını göstermiştir. Ayrıca orantı kavramı bağlamında kız öğrencilerin geçerli metafor oluşturma ve metaforik çizim yapma becerilerinde anlamlı bir üstünlüğü belirlenmiş oran kavramı için ise cinsiyete göre anlamlı fark bulunamamıştır. Araştırmacılar bu bulgular ışığında öğrenci metaforlarının öğretmen ve ders kitabı örnekleriyle karşılaştırıldığı ek çalışmalar önerilmektedir.

Akbayır ve Çakır (2023) tarafından yapılan bu araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusundaki problem çözme ve problem kurma becerileri incelenmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni benimsenmiş olup çalışma kapsamında 46 altıncı sınıf öğrencisi yer almıştır. Bunlardan 4 öğrenci ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilerin düzeyine uygun ve kazanımları içeren problem çözme ve kurma formları hazırlanmış, toplamda 5 problem içeren uygulama bir ders saati sürmüştür. Veriler 5 aşamalı puanlama ölçeği kullanılarak betimsel analizlere tabi tutulmuş ve frekans ile yüzde değerleri tablolar halinde sunulmuştur. Sonuçlar öğrencilerin problem değerlendirme aşamasında en düşük performansı sergilediklerini ancak problem anlama aşamasında en yüksek başarıyı elde ettiklerini göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin büyük çoğunluğunun problem kurma aşamasında zorluk yaşadığı ve mantık hataları içeren problemler oluşturdukları belirlenmiştir.

Kahraman, Kul ve İskenderoğlu (2018) tarafından yapılan bu çalışmada ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları çözüm stratejileri incelenmiştir. Betimsel nitelikli durum çalışması yöntemi ile yürütülen araştırmanın çalışma grubunu 2015-2016 eğitim öğretim yılında iki farklı ortaokulda öğrenim gören 28 yedinci sınıf ve 28 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmada açık uçlu 10 sorudan oluşan orantısal akıl yürütme testi uygulanmış ve veriler betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Sonuçlara göre 8. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerine kıyasla daha çeşitli stratejiler geliştirebildikleri, ancak her iki sınıf seviyesinde en çok tercih edilen

stratejinin içler dışlar çarpımı algoritması olduğu belirlenmiştir. Öte yandan 7. sınıf öğrencilerinin daha çok birim oran stratejisini kullandıkları ve 8. sınıf öğrencilerinin hatalı stratejileri daha az benimsedikleri gözlemlenmiştir. Çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi için farklı problem türlerine daha fazla yer verilmesinin faydalı olacağı vurgulanmıştır.

Toluk Uçar ve Bozkuş (2016) tarafından yapılan araştırma ilkököl ve ortaokul öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt etme becerilerini incelemiştir. Çalışma 4, 5, 6 ve 7. sınıflardan toplam 320 öğrenci ile gerçekleştirilmiş ve dört problemde oluşan bir test uygulanmıştır. Testte iki problem toplamsal (orantısal olmayan) iki problem ise çarpımsal (orantısal) durumları içermektedir. Bulgular bazı öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt etmekte zorlandığını ve yanlış strateji kullanımına (örneğin toplamsal durumlarda çarpımsal strateji kullanımı) eğilim gösterdiklerini ortaya koymuştur.

1.8.2. Cebir, Cebirsel Düşünme, Erken Cebir İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Çolak (2023) tarafından gerçekleştirilen çalışmada 7. sınıf matematik öğretim programındaki cebir öğrenme alanının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi incelenmiştir. Yozgat ili Çekerek ilçesindeki devlet okullarında öğrenim gören 104 öğrenci üzerinde ön test-son test yöntemi kullanılmıştır. Sonuçlar cebir öğrenme alanının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinde anlamlı ve olumlu bir gelişim sağladığını ortaya koymuştur.

Yaman ve Umay (2013) tarafından gerçekleştirilen bir çalışmada ilköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntüleri farklı sunum biçimleri aracılığıyla nasıl algıladıkları incelenmiştir. Çalışma kapsamında 3. sınıftan 7. sınıfa kadar toplam 317 öğrenciye farklı formatlarda (tablo, şekil, sözel problem ve sayı dizisi) sunulan örüntü soruları içeren bir başarı testi uygulanmıştır. Verilerin analizinde öğrencilerin en yüksek başarıyı tablo biçiminde sunulan örüntülerde gösterdikleri bunu şekil, sözel problem ve sayı dizisi biçimlerinin takip ettiği bulunmuştur. Ayrıca sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin genel başarılarının da yükseldiği ancak sayı dizisi biçimindeki sorularda tüm sınıf seviyelerinde başarı oranının görece düşük kaldığı gözlemlenmiştir. Araştırmanın bulguları matematiksel örüntülerin sunum biçiminin öğrencilerin algılama ve anlama süreçlerini doğrudan etkilediğini ortaya koymakta; dolayısıyla öğretim sürecinde örüntülerin farklı sunum yollarıyla ele alınmasının önemini vurgulamaktadır.

Kaya ve Keşan (2014) çalışmalarında ilköğretim düzeyindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerilerinin taşıdığı önemi ele almışlardır. Çalışmalarının

sonuç kısmında, öğrencilerin bu becerileri geliştirebilmeleri için kavramlar arasında bağlantı kurabilmeleri, öğrendiklerini farklı durumlara aktarabilmeleri ve çeşitli temsillerle ifade edebilmeleri gerekmektedir.

Kalkan'ın (2014) yaptığı yüksek lisans tezinde öğrencilerin doğrusal ilişki, doğrunun grafiği ve eğim kavramlarında kavramsal zorluklar yaşadıklarını, kavramları genellikle ezber yoluyla ve işlemsel düzeyde benimsediklerini göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin eğim ve doğrusal ilişkiyle ilgili yeterli argüman geliştiremedikleri ve bu nedenle sağlam cebirsel muhakeme yapamadıkları tespit edilmiştir.

Turgut (2012) tarafından yapılan araştırmada yeni öğretim programının uygulama sürecinde öğretmenlerin, özellikle uzun yıllardır görev yapanların, yapılandırmacı yaklaşıma göre yeterince yetişmemiş olmaları nedeniyle erken cebir kazanımlarının öğretiminde zorluklarla karşılaşabilecekleri düşünülmektedir. Bu nedenle araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik farkındalıklarının artırılması hedeflenmiştir.

Girit ve Akyüz (2015) tarafından yapılan araştırmada örüntülerin genellenmesi bağlamında ortaokul düzeyindeki farklı sınıf düzeylerindeki öğrenim gören öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini, akıl yürütme biçimlerini ve problem çözme stratejilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre erken yaşlarda cebirsel düşünmenin desteklenmesinde aritmetiksel bilgiyle kurulacak bağlantıların önemli olduğu erken cebir kavramının ise yaklaşık 6–12 yaş aralığındaki öğrencilerin cebirsel düşünme biçimlerini ifade ettiği belirtilmiştir. Ayrıca çalışmada, ilkökul düzeyinde sunulan cebirsel içeriklerin öğrencilerin ortaokul matematik öğretimine geçişinde köprü işlevi gördüğü vurgulanmıştır.

Knuth, Stephens ve Blanton (2016) yürüttükleri çalışmada cebirsel başarıyı destekleyecek erken dönem hazırlıkların gerekliliğini ele almışlardır. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin cebirsel yeterliklerini geliştirebilmeleri için cebir öğretimine erken yaşlarda başlanmasının önemli olduğu ifade edilmiştir.

Carraher ve Schliemann (2007) formel cebir eğitimi almamış ilkökul düzeyindeki çocukların bağlamsal ve gerçek yaşam problemleri aracılığıyla sezgisel cebirsel akıl yürütme becerileri sergileyebileceklerini ortaya koymuşlardır. Brezilya'da gerçekleştirilen uzun süreli deneysel çalışmalar ve öğrenci görüşmelerine dayanan bu araştırmada çocukların cebirsel sembollerini resmi olarak öğrenmeden önce bile değişkenleri ve bilinmeyenleri içeren problemleri çözmek için gelişmiş stratejiler kullanabildikleri gözlemlenmiştir. Araştırma gündelik yaşam deneyimlerinin ve somut problem bağlamlarının erken yaşta cebirsel düşünmenin gelişimini destekleyebileceğini göstermektedir.

Kieran (2007) cebirsel düşünmenin yalnızca sembolleri manipüle etmekten ibaret olmadığını aynı zamanda genelleştirme analitik düşünme ve nicelikler arasındaki ilişkileri kavramsal düzeyde analiz etme becerilerini de içerdiğini vurgulamıştır. Geniş kapsamlı bir literatür incelemesine dayanan bu çalışmada öğrencilerin aritmetikten formel cebire geçiş sürecinde hem kavramsal hem de işlemsel düzeyde çeşitli zorluklar yaşadığı belirtilmektedir. Özellikle öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı yönleri arasında anlamlı bağlantılar kurmada zorlandıkları ve bu durumun öğrenme sürecini olumsuz etkilediği ifade edilmiştir. Kieran'ın ortaya koyduğu teorik çerçeve cebir öğretiminin yalnızca prosedür temelli değil, aynı zamanda anlam temelli olarak da yapılandırılması gerektiğine işaret etmektedir.

Memişoğlu Çoban (2023) tarafından 2021-2022 eğitim öğretim yılında dört sınıf öğretmeni ve dört ortaokul matematik öğretmenin erken cebirsel düşünmeyi destekleyen öğretim faaliyetleri, 177 kazanım çerçevesinde yaklaşık 5825 dakika boyunca video kayıtları ve görüşmelerle incelenmiştir. Betimsel analiz yöntemi kullanılarak yapılan değerlendirmeler, öğretmenlerin erken cebirsel düşünmenin gelişimini desteklemede sınırlı kaldığını göstermiştir.

Kaya (2015) tarafından yapılan doktora tezinde, çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi derinlemesine incelenmiştir. Araştırmada çoklu temsil temelli öğretim yaklaşımı sözel, cebirsel, grafiksel ve tablo temsillerinin birlikte ve dönüştürülerek kullanılmasını içermektedir. Bu yaklaşımın öğrencilerin cebirsel kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olup olmadığı, nicel araştırma yöntemleriyle yürütülen bir deneysel desen aracılığıyla test edilmiştir. Çalışma grubu ortaokul düzeyinde öğrenim gören öğrencilerden oluşmuştur ve deney-kontrol grubu karşılaştırması üzerinden analiz yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, çoklu temsil temelli öğretim gören öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerinde ve cebirsel düşünme düzeylerinde anlamlı düzeyde artış olduğu görülmüştür. Aynı zamanda bu öğretim yönteminin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını da olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. Bu sonuçlar öğrencilerin yalnızca işlem yapma becerilerini değil aynı zamanda matematiksel düşünme, ilişkilendirme ve problem çözme gibi üst düzey bilişsel becerilerini de geliştirdiğini göstermektedir.

Carpenter, Franke ve Levi (2003) ilkokul öğrencilerinin eşitlik işaretine ilişkin anlayışlarını ve aritmetik işlemlerdeki özellikleri nasıl cebirsel bir bakış açısıyla kavradıklarını incelemiştir. Sınıf içi müdahaleler öğretmenlerle işbirliği ve öğrencilerin muhakeme süreçlerinin derinlemesine analizi yoluyla gerçekleştirilen bu çalışmada öğrencilerin eşitlik işaretini yalnızca bir işlemin sonucunu gösteren bir sembol olarak değil iki taraf arasındaki

denge'nin bir ifadesi olarak görmelerinin erken cebirsel düşünme açısından kritik bir rol oynadığı vurgulanmıştır. Ayrıca değişme, birleşme ve dağılma gibi aritmetiksel özelliklerin öğretimi yoluyla öğrencilerin cebirsel düşünmeye hazırlık becerilerinin anlamlı biçimde geliştirilebileceği ortaya konmuştur.

Köseoğlu (2024) yaptığı tez çalışmasında ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin erken cebir bağlamında aritmetiği genelleme ve fonksiyonel düşünme becerilerini incelemiştir. Araştırma Iğdır'daki bir devlet okulunda öğrenim gören altı öğrencinin katılımıyla klinik görüşme yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiş ve veriler tematik analizle değerlendirilmiştir. Bulgular öğrencilerin genelleme becerilerinin beklenen düzeyde olmadığını göstermiştir. Ayrıca akademik başarı düzeylerinden bağımsız olarak bazı öğrencilerin genelleme becerilerinde farklılıklar görülürken bazı beceriler akademik başarı ile paralellik göstermiştir. Fonksiyonel düşünme bağlamında ise öğrencilerin örüntülerde yakın ve uzak adımları temsil etmede güçlük yaşadıkları ve gelişmiş fonksiyonel düşünme becerilerini yeterince sergileyemedikleri tespit edilmiştir.

Yüce (2022) tarafından gerçekleştirilen çalışmada 4. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarını geliştirmeyi amaçlayan erken cebir öğretimi uygulanmıştır. Öğretim deneyi modeliyle yürütülen çalışmada 14 oturumluk sayı ve şekil örüntülerine ilişkin etkinlikler düzenlenmiştir. Veriler odak grup görüşmeleri, gözlemler öğrenci çalışma kağıtları ve video kayıtları aracılığıyla toplanmış ve betimsel analizle değerlendirilmiştir. Bulgular öğrencilerin örüntüyü devam ettirme, genişletme, eksik öğeyi tamamlama ve örüntü kuralını tanımlama gibi çeşitli cebirsel beceriler geliştirdiğini göstermiştir. Öğrencilerin bu süreçte yazılı, sözel, matematiksel ve görsel temsiller kullandıkları, ayrıca sayma, modelleme, yinelemeli ve doğrusal stratejilerle genellemeye vardıkları ortaya konmuştur. Fonksiyonel düşünme bileşeni olarak ise yinelemeli, kovaryasyonel ve ortak değişkenli düşünme biçimlerinin etkili olduğu belirlenmiştir. Çalışma erken cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme yapılarının gelişiminde etkili olduğunu göstermektedir.

Cai ve Knuth (2011) farklı kültürel ve müfredat bağlamlarının öğrencilerin cebirsel problem çözme ve temsil becerileri üzerindeki etkilerini karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir. Özellikle Amerika Birleşik Devletleri ve Çin'deki öğrenciler üzerinde yürütülen bu çalışmalar büyük ölçekli öğrenci testleri, anketler ve öğrenci görüşmeleri gibi nicel ve nitel veri toplama yöntemlerini içermektedir. Araştırmanın bulguları farklı ülkelerdeki müfredat yaklaşımlarının ve öğretim pratiklerinin öğrencilerin cebirsel düşünme biçimlerini ve denklem çözme stratejilerini anlamlı ölçüde etkilediğini ortaya koymuştur. Bazı müfredatların daha çok prosedürel becerilere odaklandığı bazılarının ise öğrencilerin kavramsal anlayışlarını ve

genelleme yapabilme kapasitelerini daha fazla desteklediği belirlenmiştir. Bu sonuçlar cebir öğretiminde kültürel ve pedagojik bağlamların önemli bir rol oynadığını göstermektedir.

Turgut, S. ve Temur, Ö. D. (2017) tarafından yapılan erken cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları üzerindeki etkisini inceleyen bir çalışmada ilkokul dördüncü sınıf öğrencileriyle yürütülen öğretim etkinliklerinin etkili sonuçlar verdiği görülmüştür. Araştırmada tek grup öntest–sontest modeli ile gözlem tekniği bir arada kullanılmıştır. Çalışmada hem ölçme aracı geliştirme sürecine (108 öğrenci) hem de uygulama sürecine (20 öğrenci ve bir öğretmen) yer verilmiştir. Sınıf öğretmenin erken cebirle ilgili bilgilendirilmesinin ardından 15 ders saati süresince uygulanan öğretim etkinlikleri sonrasında öğrencilerin başarı düzeylerinde anlamlı bir artış gözlemlenmiştir. Öntest ve sontest puanları karşılaştırıldığında öğrencilerin sontest puanlarının belirgin şekilde yükseldiği rapor edilmiştir. Bu bulgular erken yaşta cebirsel düşünmeye yönelik yapılandırılmış etkinliklerin öğrencilerin matematiksel başarılarına olumlu katkı sağlayabileceğini göstermektedir.

Türkmen, H. ve Tanışlı, D. (2019) tarafından yapılan çalışmada üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf düzeyinde yer alan öğrencilerin cebir öncesi dönemde fonksiyonel ilişkileri genelleme becerileri incelenmiştir. Araştırma nitel bir yaklaşımla yürütülmüş ve veri toplama aracı olarak açık uçlu sorular kullanılmıştır. Orta sosyo-ekonomik düzeydeki bir okuldan toplam 116 öğrenci ile gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin yanıtları tematik analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Analiz sürecinde literatürde tanımlanmış fonksiyonel düşünme düzeylerinden yararlanılmış ayrıca bu çalışmaya özgü bazı alt düzeyler de tanımlanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin büyük çoğunluğunun fonksiyonel düşünmenin pek çok göstergesine sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Ancak özellikle cebirsel genellemelerin $y=mx+n$ gibi sembolik formlarla ifade edilmesi ve bu tür ilişkilerin temsili konusunda öğrencilerin zorlandığı belirlenmiştir. Bu durum fonksiyonel düşünmenin ilkokul düzeyinde geliştirilebilir bir beceri olduğunu göstermekte ve ilkokul programlarında bu yönde etkinliklere daha fazla yer verilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

İspir ve Palabıyık (2011) tarafından yapılan çalışmada yedinci sınıf öğrencileriyle yapılan bir araştırmada örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ile matematiğe karşı tutumlarına etkisi incelenmiştir. Nicel yöntemle yürütülen bu yarı deneysel çalışmada ön-test son-test kontrol grubu deseni kullanılmıştır. Altı hafta süren uygulama sürecinde deney grubuna örüntü temelli etkinliklerle kontrol grubuna ise mevcut öğretim programındaki cebir etkinlikleriyle öğretim yapılmıştır. Çalışmaya toplam 40 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel cebir başarıları ile matematiğe yönelik tutumlarını belirlemek amacıyla çeşitli ölçme araçları kullanılmış ayrıca deney grubundaki

öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bulgulara göre kavramsal cebir başarısı açısından deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur ancak işlemsel cebir başarısı ve matematiğe yönelik tutum puanlarında anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir. Öğrenci görüşleri ise örüntü temelli etkinliklerin öğretim sürecini daha anlaşılır ve ilgi çekici hâle getirdiğini bu tür etkinliklerin diğer sınıf düzeylerinde de uygulanmasının faydalı olacağını ortaya koymuştur. Bu bulgular cebir öğretiminde örüntü temelli yaklaşımların öğrencilerin kavramsal düşünme becerilerini desteklemede etkili olabileceğini göstermektedir.

Türkoğlu ve Cihangir (2017) tarafından yapılan çalışmada son yıllarda yapılan birçok araştırma öğrencilerin cebirsel düşünme ve işlem becerilerinde yetersizlikler olduğunu ortaya koyduğunu görmüştür. Bu durum özellikle cebirsel düşünme becerilerinin gelişimini inceleyen araştırmaların sayısında artışa neden olmuştur. Bu doğrultuda gerçekleştirilen bir çalışmada 2005–2016 yılları arasında yayımlanmış ve belirli ölçütlere göre seçilmiş 23 tez metasentez yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın amacı cebirsel düşünmeye ilişkin araştırmaları ön koşul beceriler ve kritik gelişim süreçleri açısından değerlendirmektir. Analiz sonucunda incelenen çalışmaların çoğunda cebirsel düşünmenin gelişimi için özellikle örüntü genellemelerinin önemli bir ön koşul beceri olarak vurgulandığı görülmüştür. Ayrıca 4–12 yaş aralığı bu becerilerin temellendiği kritik dönem olarak öne çıkmaktadır. Elde edilen bulgular alanyazında cebirsel düşünmeyi destekleyen erken müdahalelerin ve yapılandırılmış öğretim süreçlerinin önemine dikkat çekmişlerdir.

Akdeniz ve Öztürk (2018) tarafından yapılan bir araştırmada ölçme temelli cebir öğretiminin beşinci sınıf öğrencilerinin akademik başarıları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çalışmada nicel yöntemler kullanılarak, belirlenen öğrenci grubuna ölçme temelli cebir öğretim etkinlikleri uygulanmış ve ön test-son test tasarımıyla başarı ölçülmüştür. Elde edilen bulgular ölçme temelli cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarını anlamlı derecede artırdığını göstermiştir. Araştırma sonuçları cebir eğitiminde somut ölçme kavramlarının kullanılmasının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmede önemli katkılar sağladığını ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, erken yaşta ölçme temelli yaklaşımların öğretim programlarında daha fazla yer alması önerilmektedir.

Akdeniz ve Öztürk (2023) tarafından gerçekleştirilen bir araştırmada ölçme temelli cebir öğretiminin beşinci sınıf öğrencilerinin akademik başarıları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Çalışma, deney ve kontrol gruplu yarı deneysel bir tasarımla yürütülmüş ve Kırıkkale ilindeki bir devlet ortaokulunda 42 öğrenci katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere uygulanan ön testin ardından, deney grubuna Measure Up (MU) yaklaşımıyla cebir

öğretimi verilmiş, kontrol grubuna ise mevcut öğretim programı uygulanmıştır. Son test ve kalıcılık testi sonuçlarına göre her iki grubun akademik başarısında artış gözlemlenmiş olsa da deney grubunun başarı düzeyindeki artışın anlamlı olduğu belirlenmiştir. Bulgular ölçme temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişiminde olumlu etkiler sağladığını ve bu yaklaşımın öğretim programlarında daha fazla yer alması gerektiğini göstermektedir.

Yılmaz Şener (2025) tarafından gerçekleştirilen yüksek lisans tezinde ilkökul 4. sınıf ile ortaokul 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin erken cebirsel düşünme becerileri genelleştirilmiş aritmetik, fonksiyonel düşünme ve modelleme dilleri bağlamında incelenmiştir. Karma desenli bu çalışmada hem testler hem de etkinlik temelli mülakatlardan yararlanılarak öğrencilerin düşünme becerileri analiz edilmiştir. Araştırma bulguları öğrenim düzeyi arttıkça öğrencilerin erken cebirsel düşünme testinde daha yüksek başarı gösterdiklerini ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğrencilerin genelleştirilmiş aritmetik bağlamında çoğunlukla işlemsel stratejilere başvurdıkları, fonksiyonel düşünme görevlerinde yinelemeli stratejiler kullandıkları, modelleme dillerinde ise ağırlıklı olarak aritmetiksel stratejilerden yararlandıkları belirlenmiştir. Çalışma öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişiminin sınıf düzeyine göre değiştiğini ve yapısal stratejilerin erken yaşlardan itibaren desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Atasay Sunay'ın (2024) doktora tezinde erken cebir öğreniminde görsel düşünmeye dayalı problem çözme yönteminin, öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarında etkili olduğunu belirtmektedir. Görsel düşünmeye dayalı problem çözme yöntemi olan Donguri yönteminin erken cebir öğrenimi sürecindeki kullanımını ayrıntılı bir şekilde incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma 2022-2023 eğitim-öğretim yılının güz döneminde Eskişehir'deki bir devlet ilkökulunda eğitim gören dört adet 3. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma öğrencilerin Donguri yöntemini uygulama aşamasında kullandıkları çeşitli temsil türlerini ve bu temsiller aracılığıyla gerçekleştirdikleri soyutlamaların gelişimini mercek altına almıştır. Araştırma süreci öğrencilerin mevcut problem çözme durumlarını belirlemek üzere yapılan ilk üç seanslık bir durum belirleme aşamasıyla başlamıştır. Bu başlangıç aşamasının ardından altı adet aritmetik ve altı adet erken cebir problemini içeren, 12 seanslık bir öğretim bölümü aşaması uygulanmıştır ve bu bölümde tüm problemler Donguri yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Donguri yönteminin öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını nasıl değiştirdiğini anlamak amacıyla yöntemin öğrenilmesi ve uygulanması sonrasında, altı hafta arayla iki seanslık ek bir durum belirleme aşaması daha gerçekleştirilmiştir. Bu çok aşamalı ve derinlemesine inceleme Donguri yönteminin erken cebir

eğitimindeki potansiyelini ve öğrenci düşüncesi üzerindeki etkilerini kapsamlı bir şekilde ortaya koymayı hedeflemiştir.



2. MATERİYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanma süreci ve verilerin analizi hakkında bilgi verilmiştir.

2.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada orantısal akıl yürütme becerileri farklı olan ve cebir eğitimi almamış öğrencilerin orantı problemlerinde cebiri kullanabilme durumlarını ortaya koymak amacıyla karma araştırma deseni benimsenmiştir. Araştırmanın nicel bölümünde “Cebir Oran Başarı Testi (COBT)” ve “Orantısal Akıl Yürütme Testi’nden (OAYT)” aracılığıyla elde edilen veriler doğrultusunda ilişkisel tarama ve nedensel karşılaştırma desenleri kullanılmıştır. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeyleri ile cebirsel problem çözme başarıları arasındaki ilişki incelenmiştir. Nitel bölümde ise farklı orantısal akıl yürütme düzeylerine sahip öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler doğrultusunda öğrencilerin cebirsel temsil kullanma biçimleri ve akıl yürütme stratejileri derinlemesine incelenmiştir. Bu süreçte nitel veriler önceden belirlenmiş kavramsal çerçeveye dayalı olarak tümdengelimsel tematik analiz yöntemiyle çözümlenmiş; elde edilen veriler araştırmacı tarafından oluşturulan temalar altında incelenmiştir.

2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın nicel kısmı için evren olarak 2024-2025 eğitim öğretim yılında Batı Karadeniz bölgesinin bir ilinin merkez ilçesinde bulunan ilkokul ve ortaokullar belirlenmiştir. Örneklem olarak ise bu ilkokul ve ortaokullarından birer tanesi seçkisiz olarak seçilerek bu okullarda çalışma yapılmıştır. Bu araştırmanın okullarda gerçekleştirilebilmesi için Millî Eğitim Bakanlığı’ndan gerekli izinler temin edilmiştir. Örneklem toplam 195 öğrenci oluşturmaktadır. Bunlardan 72’si cebir eğitimi almamış 4. sınıf, 63’ü cebir eğitimi almış 6. sınıf, 60’ı ise cebirde daha ileri düzeyde olan 7. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmaya 5. sınıf öğrencileri dâhil edilmemiştir. Bunun temel nedeni 2024-2025 eğitim-öğretim yılı itibarıyla ortaokul kademesinde Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli’ne geçilmiş olmasıdır. Bu model kapsamında 5. sınıf matematik öğretim programı önceki müfredattan farklılaşmış ve özellikle cebirsel düşünme ile oran-orantı konularının sunuluş biçiminde değişiklikler meydana gelmiştir. Bu durum araştırmada kullanılacak ölçme araçlarının ve elde edilecek verilerin

karşılaştırılabilirliğini güçleştirebileceğinden 5. sınıf öğrencileri örneklem dışında bırakılmıştır.

Araştırmanın nitel kısmında ise genelleme kaygısı olmadığı için evren örneklem tayinine gidilmeden çalışma grubu seçilmiştir. Bu grupta Orantısal Akıl Yürütme Testi'nden (OAYT) alınan puanlar değerlendirilip öğrenciler şu şekilde belirlenmiştir. Her sınıf düzeyinde 4 öğrenci bir yüksek başarılı kız öğrenci, bir düşük başarılı kız öğrenci, bir yüksek başarılı erkek öğrenci, bir düşük başarılı erkek öğrenci olmak üzere toplamda 12 öğrenci ile birebir görüşme yapılmıştır. Görüşmeler sırasında öğrencilerin test sorularını yanıtlarken izledikleri düşünce süreçleri ve problem çözme yaklaşımları derinlemesine incelenmiştir. Bu sayede öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin nasıl işlediği, hangi stratejileri kullandıkları ve hangi noktalarda zorlandıkları daha net ortaya konmaya çalışılmıştır.

2.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın nicel kısmında iki farklı veri toplam aracı kullanılmış bunlardan birisi Duatepe ve Akkuş tarafından geliştirilmiş “Orantısal Akıl Yürütme Testi (OAYT)” diğeri ise araştırmacı tarafından geliştirilen “Cebir Oran Başarı Testi (COBT)”’dir.

Araştırmanın nitel kısmında ise seçilen öğrencilere COBT tekrardan sunulmuş ve bu başarı testini cevaplarırken düşünsel süreçleri ortaya konulmaya çalışılmıştır.

2.3.1. Orantısal Akıl Yürütme Testi (OAYT)

Akkuş ve Duatepe (2006) tarafından oluşturulan (bkz. Ek-1) “Orantısal Akıl Yürütme Testi”, dört farklı kategoriye ait toplam 15 sorudan oluşmaktadır. Testin geliştirilme sürecinde hem ulusal hem de uluslararası kaynaklardan yararlanılmıştır (Allain, 2000; Cramer ve Post, 1993; Cramer ve diğerleri 1993; Hart, 1981; Karplus vd. 1974; Noeltling, 1980; Özer vd. 2000; Yıldırım, 1999). Öğrencilerin problem çözme sürecinde başvurdukları bilişsel adımların anlaşılabilmesi amacıyla açık uçlu sorular tercih edilmiştir. Testin güvenirlik katsayısı 0,86 olarak bulunmuştur. Bu testin öğrencilerinin orantısal düşünme düzeyleri ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

Testte yedi adet “verilmeyen değeri belirleme”, üç adet “niceliksel karşılaştırma”, dört adet “niteliksel karşılaştırma” ve bir adet “ters orantı” sorusu yer almaktadır. İlk yedi soru öğrencilerin eksik bir değeri verilen oranlar doğrultusunda bulmalarını gerektiren sorulardır. Örneğin uzunlukları farklı olan ve boylarıyla orantılı şekilde yem tüketen iki yılan balığına

ilişkin bir problemde bir balığın tükettiği yem miktarı verilmekte ve öğrenciden diğerinin tükettiği miktarı hesaplaması beklenmektedir (Hart, 1981).

8, 9 ve 10. sorular oranların niceliksel olarak karşılaştırılmasına yöneliktir. Örneğin portakal suyu karışımlarına ilişkin bir problemde, iki sürahide farklı oranlarda hazırlanan karışımlardan hangisinin daha tatlı olduğunun belirlenmesi istenmektedir (Noelting, 1980). Bu sayede öğrencilerin oranları kullanarak karşılaştırma yapabilme yeterlikleri değerlendirilmektedir.

11 ve 14. sorular ise niteliksel karşılaştırma gerektiren sorulardır. Bu sorularda doğrudan sayısal veri verilmeden, değişkenlerin birbirine göre durumları hakkında öğrencilerden yorum yapmaları beklenmektedir. Örneğin bir bireyin iki farklı gün gerçekleştirdiği koşulara ait hız ve süre gibi değişkenlerin karşılaştırılması istenmektedir (Cramer ve Post, 1993). Bu tür sorularda, hem problem sunumunda hem de çözüm aşamasında sembolik anlatım yerine sözel ifadeler kullanılmaktadır.

Testin son maddesi olan 15. soru ise Türkiye'deki öğretim materyallerinde sıkça karşılaşılan ters orantı konusuna yöneliktir ve öğrencilerin ters orantı algoritmasına ne düzeyde hâkim olduklarını belirlemeye hizmet etmektedir.

2.3.2. Cebir Oran Başarı Testi (COBT)

COBT ulusal ve uluslararası alanyazın taranarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir (bkz. Ek-2). Her biri 4 alt madde içeren 4 ana sorudan oluşmaktadır. Bu alt boyutlar sayısal çözüm, sözel açıklama, denklem kurma ve denklem kullanmadır. Bu test oran-orantı ilişkilerini farklı bağlamlarda değerlendirmeye yönelik olarak yapılandırılmıştır.

Bu araştırmada kullanılan COBT orantısal akıl yürütme ve cebirsel düşünme becerilerine odaklanan maddeler içermektedir. Test maddeleri bu alanda daha önce çalışma yapmış dört deneyimli matematik öğretmeni, iki matematik eğitimi alan uzmanı akademisyen ve bir ölçme-değerlendirme uzmanı tarafından kapsam geçerliği açısından incelenmiştir. Uzmanlara her bir maddenin orantısal akıl yürütme ve cebirsel temsil kullanımıyla ilişkili bilişsel becerileri yansıtır yansıtmadığı, ifadenin açık olup olmadığı, zorluk düzeyi çeşitliliği ve olası yanlış anlamalara yol açma durumu sorulmuştur. Alınan geri bildirimler doğrultusunda gerekli görülen maddelerde yapı ve ifade düzeyinde düzenlemeler yapılmıştır.

Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları kapsamında testin öncelikle farklı bir okulda pilot çalışması yapılmış ve KR-21 güvenirlik katsayısı .78 olarak hesaplanmıştır.

Pilot çalışma için Milli Eğitim Bakanlığı tarafından onay verilen Batı Karadeniz bölgesindeki bir ilin merkez ilçesine ait bir ilkokul ve bir ortaokul seçilmiştir. Bu okullardaki 4. sınıf ile 6 ve 7. sınıf şubelerinden ikişer tanesindeki tüm öğrenciler pilot çalışmaya katılım sağlamıştır. Pilot çalışmamız 52 tane 4. sınıf öğrencisi, 61 tane 6. sınıf öğrencisi ve 57 tane 7. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilere bir ders saati (40 dk) süresi verilmiştir ve bu sürenin yeterli olduğuna pilot çalışma doğrultusunda karar verilmiştir. Pilot çalışma sırasında öğrencilerden gelen sorular doğrultusunda ve sonrasında COBT'ne verilen cevaplar incelendiğinde araştırmacı tarafından geliştirilen COBT'nin soruları düzenlenmiştir. Düzenlemeler sonunda sorular daha net ve anlaşılır bir şekilde olması sağlanmıştır. Sözel ifade başarısını ölçmeyi amaçlayan her sorunun b alt soruları ilk aşamada "Açıklar mısınız?" şeklinde olup öğrencilerden sadece "evet yapabilirim." şeklinde cevaplar gelince "... yazınız" şeklinde düzenlenmiştir. Kurulan denklemi kullanmayı ölçen her sorunun d alt sorusunda "... denkleminizi kullanabilir misiniz?" sorusuna da "Evet, kullanabilirim." cevabı geldiği için "... yazdığınız denklemi kullanarak bulunuz." şeklinde düzenlenmiştir.

Birinci problemde, belirli bir üretim kapasitesine sahip bir atölyenin, belirli bir süre çalışması durumunda kaç ürün üreteceğinin hesaplanması, çözüm sürecinin sözel olarak açıklanması, ardından değişken tanımları ile cebirsel bir denklem kurulması ve bu denklem aracılığıyla farklı bir duruma ilişkin hesaplama yapılması istenmiştir.

İkinci problemde, sabit bir işi tamamlayacak usta sayısındaki değişimin işin tamamlanma süresine etkisi üzerinden ters orantı ilişkisi ele alınmıştır. Bu kapsamda farklı usta sayılarına göre sonuçların belirlenmesi, cebirsel bir ifade oluşturulması ve bu ifade ile yeni bir duruma yönelik hesaplamaların gerçekleştirilmesi hedeflenmiştir.

Üçüncü problemde, başlangıçta mevcut olan sabit bir miktara ek olarak, her saat düzenli artan bir üretim durumu doğrusal bir ilişki çerçevesinde modellenmiştir. Bu kapsamda toplam miktarın belirlenmesi, kullanılan yöntemin açıklanması, cebirsel bir denklem aracılığıyla genellemeye gidilmesi ve bu denklemle yeni bir duruma çözüm üretilmesi amaçlanmıştır.

Dördüncü problemde ise, bir kâğıdın katlanma sayısına bağlı olarak oluşan bölge sayılarındaki örüntüsünden hareketle genel bir ilişki kurulması hedeflenmiştir. Katlama işlemleri sonucunda elde edilen verilerin açıklanması, bu verilerden hareketle cebirsel bir ifade oluşturulması ve oluşturulan modelin farklı bir duruma uygulanması beklenmiştir.

2.3.3. Görüşmeler

Nitel verilerin toplanması aşamasında, oran problemlerindeki öğrenci başarılarını incelemek amacıyla Cebir Oran Başarı Testi (COBT) kapsamındaki sorular bir araç olarak kullanılmıştır. Bu kapsamda öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiş ve onlardan soruları çözerken hangi stratejileri tercih ettikleri, problemlerde karşılaştıkları güçlükler ve cebirsel düşünme süreçlerine ilişkin açıklamalar yapmaları istenmiştir. Öğrencilere testte yer alan soruların çözümünde hangi stratejileri kullandıkları, problemlerde karşılaştıkları zorluklar ve cebirsel düşünme süreçlerine dair açıklamalar yapmaları istenmiştir. Bu yaklaşım öğrencilerin sadece doğru veya yanlış cevap vermelerinin ötesinde problem çözme süreçlerini ve orantısal akıl yürütme becerilerini derinlemesine incelemeye olanak sağlamıştır. Görüşmelerde sorulan sorular öğrencilerin düşünce yollarını açığa çıkararak, nicel verilerle elde edilen başarı puanlarının ardındaki bilişsel süreçlerin daha iyi kavranmasını sağlamıştır. Böylece öğrencilerin cebirsel problem çözme becerilerinin kapsamlı bir şekilde değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

2.4. Verilerin Toplanma Süreci

Nicel verilerin toplanma esnasında her iki test sınıf ortamında tek oturumda ve gözetimli olarak uygulanmıştır. Uygulama sürecinde öğrencilere gerekli yönergeler verilmiştir. Araştırmada kullanılan Cebir-Orantı Başarı Testi (COBT) ve Orantısal Akıl Yürütme Testi (OAYT) öğrencilerin sınıf ortamında tek oturumda ve gözetmen olarak araştırmacı eşliğinde uygulanmıştır. Her iki test için öğrencilere yaklaşık 40 dakika süre tanınmış olup bu süre sonunda testler toplanmıştır. Uygulamalar farklı ders saatlerinde ve yaklaşık iki hafta arayla gerçekleştirilmiştir. Testlerin uygulanması sırasında öğrencilerin test yönergelerini anlamakta zorlandıkları durumlarda sadece yönergeler araştırmacılar tarafından tekrar okunmuş ve açıklanmıştır; ancak soruların cevaplandırılmasına yönelik herhangi bir müdahale ya da ipucu verilmemiştir. Bu yaklaşım, verilerin geçerliliğinin ve güvenilirliğinin korunmasını sağlamıştır. Test uygulamalarında öğrenci dikkatinin dağılmaması için uygun sessiz bir sınıf ortamı sağlanmış ve gözetim altında gerçekleştirilmiştir. Bu sayede öğrencilerin oran-orantı problemlerini çözme ve cebirsel ifadeleri yapılandırma biçimleri üzerine güvenilir ve kapsamlı bir veri seti elde edilmiştir.

Cebir Oran Başarı Testi içerisinde yer alan sorular doğru yanlış formatında değerlendirilmiş olup her doğru cevap 1 puan olarak kabul edilmiştir. Toplam puan 16

üzerinden hesaplanmıştır. Test araştırmada 4, 6 ve 7. sınıf düzeylerinden öğrencilerle uygulanmıştır. COBT öğrencilerin cebirsel ifadelerle oran-orantı problemlerini çözme becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır.

Orantısal akıl yürütme testi Akkuş ve Duatepe (2006) tarafından oluşturulan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak, toplam 56 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Elde edilen puanlara göre; 0-13 puan aralığında yer alan öğrenciler “Çok Düşük Düzey”, 14-27 puan arasında olanlar “Düşük Düzey”, 28-41 puan arasında puan alanlar “Orta Düzey” ve 42-53 puan aralığında bulunan öğrenciler ise “Yüksek Düzey” orantısal akıl yürütme becerisine sahip olarak sınıflandırılmıştır. Test 72 öğrenciden oluşan 4. sınıf, 63 öğrenciden oluşan 6. sınıf ve 60 öğrenciden oluşan 7. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın nitel aşamasında ise öğrencilerin oran-orantı problemlerine yönelik düşünce süreçlerini, problem çözümünde kullandıkları stratejileri ve cebirsel temsilleri daha derinlemesine anlamak amacıyla yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler ile yürütülmüştür. Görüşmeler 4, 6 ve 7. sınıf düzeylerinden seçilen toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Her sınıf düzeyinden Orantısal Akıl Yürütme Testi sonuçlarına göre yüksek başarı gösteren bir kız ve bir erkek, düşük başarı gösteren bir kız ve bir erkek öğrenci olmak üzere dörder öğrenci belirlenmiştir. Bu seçim nicel test sonuçlarının farklı başarı seviyelerine göre örneklem oluşturulmasını sağlamıştır.

Görüşmeler öğrencilerin kendilerini rahat ve güvende hissedebilecekleri, dikkat dağınık unsurların minimize edildiği sessiz ve sınıflarda yapılmıştır. Her görüşme yaklaşık 30-45 dakika sürmüş olup öğrencilerin yanıtlarını özgürce ifade edebilmeleri için uygun ortam sağlanmıştır. Görüşmelerde nicel testte yer alan oran-orantı soruları öğrencilere teker teker yöneltilmiş ve her soruya verdikleri yanıtları nasıl bulduklarını hangi düşünce süreçlerinden geçtiklerini ayrıntılı olarak açıklamaları istenmiştir. Araştırmacılar görüşmeler sırasında sadece açıklamaları teşvik etmek amacıyla açık uçlu ve yönlendirici sorular sormuş öğrencilerin düşünce süreçlerine müdahale edilmemiştir. Görüşmelerin tamamı öğrencilerin ifadelerinin tam ve doğru şekilde kaydedilebilmesi amacıyla ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmıştır. Toplanan ses kayıtları daha sonra yazıya dökülmüş ve nitel veri analizi için içerik analizi sürecine hazırlanmıştır. Ayrıca öğrenci ve veli onayları alınarak etik kurallara tam uyum sağlanmıştır. Bu nitel veri toplama süreci öğrencilerin sadece testlerdeki doğru ya da yanlış cevaplarından öte problem çözme stratejileri, kullanılan ifade biçimleri, zihinsel modellemeleri ve cebirsel akıl yürütme becerileri hakkında derinlemesine ve zengin bilgiler sunmuştur. Böylelikle oran-orantı problemlerine yaklaşım biçimleri ve cebirsel düşüncelerinin bilişsel temellerinin daha iyi anlaşılması mümkün olmuştur.

2.5. Veri Analizi

Nicel veriler, SPSS programı kullanılarak analiz edilmiştir. Öncelikle betimsel istatistikler (aritmetik ortalama, standart sapma, minimum ve maksimum değerler) hesaplanarak öğrencilerin genel başarı düzeyleri belirlenmiştir. Ardından, öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerine göre COBT puanları arasındaki farkı belirlemek amacıyla varyans homojenliğinin sağlanmadığı durumlarda Welch testi ve Tamhane's T2 post-hoc testi kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme puanları ile cebirsel problem çözme puanları arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla korelasyon analizi yapılmıştır. Test puanları, her testin kendi dereceli puanlama anahtarına göre hesaplanmıştır.

COBT'de her bir soru farklı bir orantı problemi bağlamında yazılmıştır. COBT'de her bir soru farklı bir orantı türüne karşılık geldiğinden, öğrencilerin başarı düzeylerini daha ayrıntılı biçimde incelemek amacıyla sorular ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Örneğin birinci soru doğrudan orantı, ikinci soru ters orantı, üçüncü soru doğrusal ilişki ve dördüncü soru üssel oranı içermektedir. Bu nedenle, öğrencilerin hangi orantı türünde daha başarılı olduklarını veya hangi türlerde zorlandıklarını belirlemek için 1.a, 2.a, 3.a ve 4.a sorularına verdikleri yanıtlar karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Aynı şekilde testin diğer b, c ve d maddeleri de incelenmiştir.

Araştırmanın nitel bölümünde ise, farklı orantısal akıl yürütme düzeylerine (düşük, yüksek) sahip toplam 12 öğrenci ile bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme için her sınıf düzeyinden (4, 6 ve 7. sınıflar) başarı düzeyi farklı iki kız ve iki erkek öğrenci seçilmiştir. Öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, ses kaydı alınarak gerçekleştirilmiş ve ardından yazılı döküm haline getirilmiştir. Nitel verilerin analizinde, araştırma öncesinde belirlenen temalar doğrultusunda tümdengelsel tematik analiz yöntemi kullanılmıştır. Bu süreçte öğrencilerin cebirsel temsil kullanımları, strateji geliştirme biçimleri ve orantı problemlerinde akıl yürütme şekilleri önceden belirlenen temalara göre kodlanmış ve çözümlenmiştir.

2.6. Nitel Verilerin Geçerliliği ve Güvenirliği

Araştırmanın nitel verilerinin geçerliliği ve güvenirliği araştırma sürecinin her aşamasında bir dizi strateji kullanılarak sağlamlaştırılmaya çalışılmıştır. Veri toplama aracı olarak kullanılan yarı yapılandırılmış görüşme formu önce alanında uzman akademisyenlerin görüşlerine sunulmuş ve bu doğrultuda revize edilmiştir. Ayrıca formun uygulanabilirliği ve anlaşılabilirliği pilot çalışma ile test edilerek gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Görüşmeler öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebileceği sakin ve güvenli bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar soruları açık ve tarafsız bir şekilde yöneltilmiş katılımcıların düşüncelerini özgürce paylaşmaları sağlanmıştır. Veri çeşitliliğini artırmak amacıyla farklı sınıf düzeyleri ve başarı gruplarından öğrenciler seçilmiştir; bu, i geçerliliği güçlendiren bir veri çeşitlendirme yöntemidir.

Güvenirliği artırmak amacıyla tüm görüşmeler ses kaydına alınmış ve ardından yazıya dökülerek ham verilerin kaybolmadan korunması sağlanmıştır. Böylece elde edilen veriler üzerinde ayrıntılı ve sistematik bir analiz yapılabilmiştir. Geçerliği sağlamak için içerik analizi sürecinde önceden belirlenen temalara bağlı kalınmış fakat öğrencilerin cevapları bağlamında ortaya çıkan yeni durumlar da dikkate alınarak veriler esnek bir biçimde değerlendirilmiştir. Ayrıca bulgular katılımcıların doğrudan ifadelerinden yapılan alıntılarla desteklenmiş böylece araştırmacının yorumlarının tek başına belirleyici olmasının önüne geçilmiştir. Güvenirlik için kodlamalar araştırmacı tarafından birden fazla kez gözden geçirilmiş ve tutarlılık denetimi yapılmıştır. Bunun yanında sürecin şeffaflığını artırmak amacıyla elde edilen bulgular danışman görüşleriyle karşılaştırılarak teyit edilmiştir. Tüm bu önlemler nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik ilkelerine (Yıldırım & Şimşek, 2018) uygun biçimde yürütölmüş ve ulaşılan sonuçların güvenilirliliği artırılmıştır.

3. BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde 7 alt probleme ilişkin bulgular yer almaktadır.

3.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın ilk alt problemi “4. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri (OAB) ve cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı (COPB) nasıldır ?” sorusuna cevap aramaktadır.

4. sınıf öğrencilerinin yapılan COBT (Tablo 3) ve OAYT’nden (Tablo 4) aldıkları puanlar her soru bazında hesaplanarak aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 3: 4. sınıf COBT sonuçları

Soru No. / Cevap Durumu	Doğru Cevap (f)	Doğru Cevap (%)	Yanlış Cevap (f)	Yanlış Cevap (%)
Soru 1-a	66	91,7	6	8,3
Soru 1-b	63	87,5	9	12,5
Soru 1-c	0	0	72	100
Soru 1-d	4	5,6	68	94,4
Soru 2-a	36	50	36	50
Soru 2-b	36	50	36	50
Soru 2-c	1	1,4	71	98,6
Soru 2-d	2	2,8	70	97,2
Soru 3-a	25	34,7	47	65,3
Soru 3-b	27	37,5	45	62,5
Soru 3-c	1	1,4	71	98,6
Soru 3-d	5	6,9	67	93,1
Soru 4-a	28	38,9	44	61,1
Soru 4-b	41	56,9	31	43,1
Soru 4-c	3	4,2	69	95,8
Soru 4-d	1	1,4	71	98,6

Toplam 72 adet 4. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleşen COBT sonuçlarına göre her sorunun a alt sorusu incelendiğinde öğrencilerin 1. sorunun a alt sorusunda doğru yapma oranları diğer 2, 3 ve 4. Sorunun a alt sorusuna göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Örneğin 1. sorunun a alt sorusunda (1-a) öğrencilerin %91,7'si doğru yanıt verirken bu oran 2. soruda %50'ye, 3. soruda %34,7'ye ve 4. soruda %38,9'a düşmüştür. Bu durum her ne kadar ilk soruda doğru cevap ile karşılaşılrsa da soru yapısına bağlı olarak orantısal işlemlerde başarının düşüş gösterebildiğini ortaya koymaktadır.

Her sorunun b maddesi (COBT'nin b soruları) olan öğrencilerin cevaba nasıl ulaştıkları inceleyeceğimiz "...açıklama yapınız?" kısmında ise genel olarak a alt sorusuna kıyasla başarı oranlarında azalma gözlenmiştir. 1. sorunun b kısmında %87,5 olan doğru cevap oranı 2. sorunun b kısmında %50, 3. sorunun b kısmında %37,5 ve son olarak 4. sorunun b kısmında %56,9 olarak karşımıza çıkmıştır. Bu durum öğrencilerin işlemsel çözümleri ifade etme konusunda zorlandığını ve açıklayıcı düşünme biçimini tam olarak geliştiremediklerinin göstergesi diyebiliriz.

Testteki her sorunun c alt maddesinde (COBT'nin c soruları) cebirsel denklem kurma becerisi gerektiren adımda tüm sorularda doğru cevap oranlarının son derece düşük olduğu görülmüştür. 1. sorunun c maddesinde hiçbir öğrenci doğru cevap verememiş 2 ve 3. sorunun c maddesinde sadece %1,4 oranında doğru cevap ile karşılaşılırken 4. sorunun c maddesinde bu oran %4,2 olmuştur. Bu veriler öğrencilerin cebirsel denklem kurma becerisinde belirgin bir eksiklik olduğunu ortaya koymaktadır.

Testteki her sorunun d alt maddesi (COBT'nin d soruları) olan bir önceki soruda kurulan denklemi kullanarak problemin çözülmesini isteyen adımda da benzer şekilde düşük başarı oranları kaydedilmiştir. Sırası ile 1, 2, 3 ve 4. sorunun d maddesinde %5,6, %2,8, %6,9 ve %1,4 oranında doğru cevap ile karşılaşmış olup bu sorunun d maddesinden elde edilen veriler ile de cebirsel düşünceyi uygulayarak sonuca ulaşma becerisinin sınırlı olduğu görülmektedir.

Genel olarak öğrencilerin orantısal problemleri işlemsel olarak çözmeye eğilimli olduğu ancak bu çözümleri cebirsel düşünceyle açıklama, denklem kurma ve bu denklemleri kullanarak sonuca gitme konusunda yeterli olmadıkları sonucuna varılmıştır. Bu durum cebirsel modelleme ile orantısal akıl yürütme arasındaki bağlantıların daha belirgin şekilde öğrencilere sunulması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 4: 4. Sınıf OAYT Sonuçları

Soru No.	0 Puan (f)	0 Puan (%)	1 Puan (f)	1 Puan (%)	2 Puan (f)	2 Puan (%)	3 Puan (f)	3 Puan (%)	4 Puan (f)	4 Puan (%)
Soru 1	30	41,7	15	20,8	5	6,9	22	30,6	—	—
Soru 2	59	81,9	8	11,1	3	4,2	2	2,8	—	—
Soru 3	50	69,4	14	19,4	3	4,2	5	6,9	—	—
Soru 4	61	84,7	8	11,1	3	4,2	0	0	—	—
Soru 5	66	91,7	3	4,2	2	2,8	1	1,4	—	—
Soru 6	35	48,6	11	15,3	9	12,5	17	23,6	—	—
Soru 7	50	69,4	9	12,5	9	12,5	4	5,6	—	—
Soru 8	41	56,9	9	12,5	9	12,5	6	8,3	7	9,7
Soru 9	45	62,5	7	9,7	11	15,3	7	9,7	2	2,8
Soru 10	40	55,6	12	16,7	4	5,6	15	20,5	1	1,4
Soru 11	29	40,3	13	18,1	12	16,7	11	15,3	7	9,7
Soru 12	26	36,1	12	16,7	12	16,7	13	18,1	9	12,5
Soru 13	29	40,3	9	12,5	15	20,8	10	13,9	9	12,5
Soru 14	37	51,4	8	11,1	11	15,3	11	15,3	5	6,9
Soru 15	50	69,4	5	6,9	4	5,6	8	11,1	5	6,9

4. sınıf öğrencilerine uygulanan 15 soruluk OAYT'ne ilişkin bulgular tablo 2 verilmiştir. İlk yedi soruda öğrencilerin çoğunlukla düşük puan aldığı görülmektedir. Özellikle 2, 4 ve 5. sorularda 0 puan alan öğrencilerin oranı sırasıyla %81,9, %84,7 ve %91,7 olup bu sorularda başarı oranının oldukça düşük olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum öğrencilerin temel orantı ilişkilerini kurmada ve işlemsel hesaplamalarda zorlandığını göstermektedir. Diğer bir yandan 1. soruda %30,6, 6. soruda %23,6 oranında 3 puan alan öğrenci bulunması bazı öğrencilerin bu tür problemleri başarıyla çözebildiğini ortaya koymaktadır.

Niteliksel karşılaştırma içeren 8–10. sorularda, puan dağılımı incelendiğinde genel başarı düzeyinin düşük olduğu görülmektedir. Örneğin 10. soruda %20,5 oranında 3 puan, %1,4 oranında 4 puan alınmış ancak %55,6 oranında öğrenci 0 puan almıştır. Bu sorular öğrencilerin orantı kavramını sadece işlem düzeyinde değil aynı zamanda açıklayıcı şekilde kullanmalarını gerektirdiğinden bu tür sorularda kavramsal zorlukların yaşandığı söylenebilir.

Niteliksel karşılaştırma becerisini ölçen 11–14. sorulara bakıldığında daha dengeli bir puan dağılımı olduğu görülmektedir. 12 ve 13. sorularda 2, 3 ve 4 puan alan öğrenci oranlarının daha yüksek olması (%18,1, %13,9, %12,5 gibi) bazı öğrencilerin açıklama becerilerinin gelişmekte olduğunu göstermektedir. Ancak yine de her dört soruda da 0 puan alan öğrencilerin oranı %36–51 aralığındadır. Bu da niteliksel akıl yürütme becerilerinin yeteri ölçüde gelişmediğini göstermektedir.

Genel olarak 4. sınıf öğrencileri, oran-orantı temelli düşünme süreçlerinde özellikle işlem yapma, gerekçelendirme ve kavramsal açıklama gerektiren sorularda zorlanmaktadırlar. Puanların ağırlıklı olarak 0 ve 1 aralığında toplanması, öğrencilerin bu yaş düzeyinde orantısal ilişkileri henüz bütüncül biçimde kavrayamadığını göstermektedir. Bununla birlikte bazı öğrencilerin özellikle açıklama ve karşılaştırma sorularında 3 ve 4 puan alabilmesi bu becerilerin öğretimle geliştirilebileceğini ve potansiyelin var olduğunu göstermektedir.

Tablo 5: 4. sınıf öğrencilerinin OAYT ve COBT'den aldıkları puan tablosu

Değişken	N	Ranj	Minimum	Maximum	Ortalama	Standart Sapma	Varyans
Cebir Orantı							
Problem Testi Puanları	72	10.00	0.00	10.00	4.71	2.26	5.11
Orantısal Akıl							
Yürütme Testi Puanları	72	32.00	0.00	32.00	13.18	8.59	73.73

4. sınıf öğrencilerinin cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı (COBT) incelendiğinde 72 öğrenciden elde edilen verilere göre ortalama puanın 4.71 olduğu görülmektedir. Bu değişkenin minimum değeri 0.00 maksimum değeri 10.00'dır. Ranjın bu

değişkenin alabileceği toplam puan aralığına eşit olması bazı öğrencilerin hiç doğru cevap veremediğini bazı öğrencilerin ise tam puan aldığını göstermektedir. Standart sapmanın 2.26 ve varyansın 5.11 olması puanların ortalama etrafında nispeten homojen bir dağılım sergilediğini ancak yine de öğrenciler arasında farklılıklar olduğunu ortaya koymaktadır.

Orantısal akıl yürütme becerilerinin incelendiği teste (OAYT) bakıldığında ise 72 öğrencinin ortalama 13.18 puan aldığı görülmektedir. Bu değişkenin minimum değeri 0.00 maksimum değeri 32.00'dır. Ranjin da maksimum puana eşit olması orantısal akıl yürütme becerileri açısından da öğrenciler arasında uç değerlerin yani hiç başarı gösteremeyenler ile tam başarı gösterenlerin bulunduğunu işaret ettiğini söyleyebiliriz. Standart sapma 8.59 ve varyans 73.73 olup COBT'ne göre daha yüksek bir değişkenlik olduğunu göstermektedir. Bu durum 4. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri konusunda cebir içeren orantı problemleri çözme başarısına kıyasla daha heterojen bir dağılım sergilediğini ortaya koymaktadır. . Başka bir şekilde açıklayacak olursak bazı öğrenciler bu becerileri erken geliştirmeye başlamışken bazıları henüz temel düzeyde kaldığı düşünülebilir. Bu farklılık öğrencilerin bilişsel gelişim düzeyleri, matematiksel ön bilgileri veya öğretimsel deneyimlerinden kaynaklanıyor olabilir. Dolayısıyla bu sonuç ilerleyen sınıf düzeylerinde görülen ilerlemelerin anlaşılması için önemli bir başlangıç noktası oluşturulabileceğine ışık tutabilir.

Genel olarak bu testlerden alınan puanlar incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinin cebir içeren orantı problemleri çözme başarısında nispeten daha dar bir yayılım gözlemlenirken orantısal akıl yürütme becerilerinde daha geniş bir aralık bulunmaktadır.

3.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın ikinci alt problemi “6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ve cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı nasıldır ?” sorusuna cevap aramaktadır.

6. sınıf öğrencilerinin yapılan COBT ve OAYT'nden aldıkları puanlar her soru bazında hesaplanarak aşağıdaki tablolarda (tablo 6 ve tablo 7) verilmiştir.

Tablo 6: 6. sınıflar COBT Sonuçları

Soru No. / Cevap Durumu	Doğru Cevap (f)	Doğru Cevap (%)	Yanlış Cevap (f)	Yanlış Cevap (%)
Soru 1-a	62	98,4	1	1,6
Soru 1-b	61	96,8	2	3,2
Soru 1-c	0	0	63	100
Soru 1-d	6	9,5	57	90,5
Soru 2-a	40	63,5	23	36,5
Soru 2-b	33	52,4	30	47,6
Soru 2-c	7	11,1	56	88,9
Soru 2-d	7	11,1	56	88,9
Soru 3-a	33	52,4	29	46,0
Soru 3-b	29	46,0	34	54,0
Soru 3-c	1	1,6	62	98,4
Soru 3-d	1	1,6	62	98,4
Soru 4-a	31	49,2	32	50,8
Soru 4-b	45	71,4	18	28,6
Soru 4-c	1	1,6	62	98,4
Soru 4-d	1	1,6	62	98,4

Toplamda 63 adet 6. sınıf öğrencilerine uygulanan COBT'ne göre, öğrencilerin a maddelerine verdikleri yanıtlar göstermektedir. Özellikle 1. sorunun a maddesinde %98,4 gibi oldukça yüksek bir doğru cevap oranı dikkat çekmektedir. Ancak bu yüksek başarı oranı ilerleyen sorularda düşüş göstermektedir. Örneğin 2. sorunun a maddesinde başarı oranı %63,5'e, 3. sorunun a maddesinde %52,4'e ve 4. sorunun a maddesinde ise %49,2 olarak ölçülmüştür. Bu bulgu öğrencilerin temel işlemleri yapabilme becerisine sahip olduklarını ancak orantı problemlerinin bağlamaları değiştiğinde başarılarının düştüğünü göstermektedir. Bu durumda öğrenciler doğru orantı içeren problemi daha doğru çözdüğünü düşünebiliriz.

Testteki b maddelerinde öğrencilerin çözüm yolunu açıklama becerileri ölçülmüş ve bu adımda a maddelerine göre daha belirgin bir başarı düşüşü gözlemlenmiştir. 1. sorunun b maddesinde öğrencilerin %96,8'i doğru cevap verirken bu oran 2. sorunun b maddesinde %52,4'e 3. sorunun b maddesinde %46,0'a ve 4. sorunun b maddesinde %71,4'e düşmüştür. Bu farklılık öğrencilerin işlemsel bilgiyi sözel olarak ifade etme ve matematiksel bir şekilde açıklama yapma konusunda zorlandıklarını ortaya koymaktadır.

Testteki c maddelerinde öğrencilerden soruya uygun cebirsel bir denklem kurmaları istenmiştir. Bu adımda başarı oranları azalmış ve cebirsel modelleme becerisinin yetersizliği açıkça ortaya çıkmıştır. 1. sorunun c maddesinde hiçbir öğrenci doğru cevap veremezken, 2. sorunun c maddesi ve 2. sorunun d maddesinde bu oran %11,1 olarak kaydedilmiştir. 3. sorunun c maddesi, 3. sorunun d maddesi, 4. sorunun c maddesi ve 4. sorunun d maddesinde ise doğru cevap oranı yalnızca %1,6'da kalmıştır. Bu sonuçlar öğrencilerin cebirsel temsiller oluşturma ve bu temsilleri doğru şekilde yapılandırma konusunda ciddi zorluk yaşadıklarını göstermektedir.

Testteki d maddelerinde ise öğrencilerden kurdukları denklemleri kullanarak problemi çözmeleri istenmiştir. Bu adımda da c maddelerinde gözlemlenen düşük başarı devam etmiştir. 1. sorunun d maddesinde %9,5 olan başarı oranı diğer soruların d maddelerinde %11,1 ile %1,6 arasında değişmiştir. Bu sonuç yalnızca cebirsel düşüncenin oluşturulmasında değil aynı zamanda bu düşüncenin problem çözme sürecine aktarılmasında da öğrencilerin zorlandığını göstermektedir.

Genel olarak 6. sınıf öğrencileri temel orantısal işlemleri yapma konusunda yeterli düzeydedir ancak bu işlemleri sözel olarak açıklama, cebirsel modelleme yoluyla temsil etme ve bu temsilleri problem çözmede kullanma konusunda belirgin eksiklikler görülmektedir. Öğrenciler işlemsel düzeydeki başarılarını cebirsel düzeye taşımakta zorlanmakta ve özellikle cebirsel ifadelerle akıl yürütme ve bu ifadeleri çözüm sürecine dâhil etme becerilerinde yetersiz kalmaktadır.

Tablo 7: 6. Sınıflar OAYT Sonuçları

Soru No.	0 Puan (f)	0 Puan (%)	1 Puan (f)	1 Puan (%)	2 Puan (f)	2 Puan (%)	3 Puan (f)	3 Puan (%)	4 Puan (f)	4 Puan (%)
Soru 1	13	20,6	26	41,3	3	4,8	21	33,3	—	—
Soru 2	46	73,0	13	20,6	1	1,6	3	4,8	—	—
Soru 3	27	42,9	26	41,3	1	1,6	9	14,3	—	—
Soru 4	57	90,5	4	6,3	1	1,6	1	1,6	—	—
Soru 5	50	79,4	10	15,9	2	3,2	1	1,6	—	—
Soru 6	23	36,5	17	27,0	4	6,3	19	30,2	—	—
Soru 7	49	77,8	11	17,5	2	3,2	1	1,6	—	—
Soru 8	27	42,9	7	11,1	3	4,8	4	6,3	22	34,9
Soru 9	42	66,7	12	19,0	3	4,8	2	3,2	4	6,3
Soru 10	44	69,8	10	15,9	2	3,2	3	4,8	4	6,3
Soru 11	33	52,4	5	7,9	8	12,7	10	15,9	7	11,1
Soru 12	37	58,7	4	6,3	5	7,9	8	12,7	9	14,3
Soru 13	25	39,7	10	15,9	11	17,5	12	19,0	5	7,9
Soru 14	37	58,7	4	6,3	5	7,9	7	11,1	10	15,9
Soru 15	46	73,0	4	6,3	5	7,9	4	6,3	4	6,3

Toplamda 63 adet 6. sınıf öğrencilerine uygulanan OAYT’nde ilk yedi soru eksik değeri verilen oranları bulmaya yönelik olup işlem temelli bir yaklaşım gerektirmektedir. Bu bölümde öğrencilerin başarıları sınırlı kalmıştır. Örneğin 1. soruda öğrencilerin %33,3’ü tam puan (3 puan) alırken %20,6’sı hiç puan alamamıştır. Bu dağılım bazı öğrencilerin temel doğru orantı ilişkisini kurabildiğini ancak önemli bir kısmının bu beceriyi hâlâ geliştirmekte olduğunu göstermektedir. 2 ve 4. sorularda 0 puan oranları sırasıyla %73 ve %90,5 gibi oldukça yüksek düzeylerde seyrederken 5 ve 7. sorularda da 0 puan oranları %79,4 ve %77,8 olmuştur. Bu sonuçlar soru bağlamı ve sunuluş biçimi değiştiğinde öğrencilerin doğru orantı mantığını uygulamakta zorlandığını ortaya koymaktadır.

Niceliksel karşılaştırmaya dayalı 8, 9 ve 10. sorularda ise daha geniş bir puan dağılımı görülmektedir. 8. soruda öğrencilerin %34,9'u 4 puan alırken %42,9'u 0 puanda kalmıştır. Bu bulgu bazı öğrencilerin oranları kıyaslayarak doğru sonuca ulaşabildiğini ancak önemli bir çoğunluğun karşılaştırma yapma becerilerinde zorlandığını ortaya koymaktadır. 9 ve 10. sorularda 0 puan alanların oranı sırasıyla %66,7 ve %69,8 olup bu becerinin genel olarak düşük düzeyde kaldığı söylenebilir.

Niteliksel karşılaştırma becerisi gerektiren 11–14. sorularda başarı düzeyi niceliksel bölüme göre daha dengelidir. Özellikle 12 ve 13. sorularda 4 puan alan öğrencilerin oranları %14,3 ve %7,9'dur. Ayrıca bu bölümde 2 ve 3 puan alan öğrencilerin oranlarının da artması bazı öğrencilerin açıklama ve gerekçelendirme yapabildiğini göstermektedir. Ancak her bir soruda %40'ın üzerinde öğrenci 0 puan almış bu da niteliksel yorumlama gücünün her öğrenci için yeterince gelişmediğini göstermektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde 6. sınıf öğrencileri doğru orantıya dayalı işlem sorularında sınırlı başarı gösterirken, niceliksel ve niteliksel karşılaştırma sorularında küçük bir öğrenci grubunun daha yüksek başarı gösterdiği görülmektedir. Bu durum bazı öğrencilerin orantısız düşünme becerisinde ilerleme kaydettiğini ancak genel anlamda öğretimin oran-orantı ilişkilerini farklı bağlamlarda açıklama, karşılaştırma ve gerekçelendirme yönünde daha yapılandırılmış biçimde desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Aşağıda 6. sınıf öğrencilerinin COBT ve OAYT testlerinden elde ettikleri betimsel istatistik sonuçları Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8: 6. sınıf öğrencilerinin COBT ve OAYT tablosu

Değişken	N	Ranj	Minimum	Maximum	Ortalama	Standart Sapma	Varyans
COBT	63	10.00	1.00	11.00	5.78	2.34	5.50
OAYT	63	32.00	2.00	34.00	13.49	9.60	92.25

6. sınıf öğrencilerinin cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı incelendiğinde 63 öğrenciden elde edilen verilere göre ortalama puanın 5.78 olduğu görülmektedir. Bu değişkenin

minimum değeri 1.00 ve maksimum değeri 11.00'dır. Standart sapma 2.34 ve varyans 5.50'dir. Minimum puanın 1.00 olması hiçbir 6. sınıf öğrencisinin bu testten sıfır puan almadığını yani tüm öğrencilerin bu alanda en az bir doğru cevabı olduğunu göstermektedir. Puanların ortalama etrafında nispeten daha homojen bir dağılım sergilediği söylenebilir. Dolayısıyla 6. sınıf öğrencilerinin cebir içeren orantı problemlerindeki başarılarının birbirine yakın düzeylerde seyrettiği ve grup içinde belirgin bir uçurumun olmadığı söylenebilir. Bu durum standart sapma değerinin düşük olmasıyla da uyumludur ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun ortalama etrafında kümелendiğini göstermektedir. Bu sonuç öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeyleri farklılık gösterse de cebirsel gösterimlerde belirli bir ortaklığa ulaştıklarını ortaya koymaktadır. Dolayısıyla 6. sınıf düzeyinde cebirsel temsillerin belirli bir standartta gelişmeye başladığı söylenebilir.

Orantısal akıl yürütme becerileri değişkenine bakıldığında ise 63 öğrencinin ortalama 13.49 puan aldığı görülmektedir. Bu değişkenin minimum değeri 2.00 ve maksimum değeri 34.00'dür. Standart sapma 9.60 ve varyans 92.25'tir. Standart sapmanın ve varyansın COBT'ne göre daha yüksek olması 6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri konusunda COBT'ne kıyasla daha heterojen bir başarı dağılımına sahip olduğunu yani öğrenciler arasında bu becerilerde daha büyük farklılıklar bulunduğunu ortaya koymaktadır. Başka bir şekilde açıklayacak olursak da bazı öğrenciler bu becerilerde oldukça yüksek performans sergilerken bazıları henüz temel düzeyde kalmış; bu durum grup içinde belirgin bireysel farklılıkların ve geniş bir başarı yelpazesinin varlığını ortaya koymaktadır. Minimum puanın 2.00 olması tüm 6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri testinden en az 2 puan aldığını yani sıfır puan alan öğrenci olmadığını düşündürmektedir.

Sonuç olarak 6. sınıf öğrencileri hem cebir içeren orantı problemleri çözme başarısında hem de orantısal akıl yürütme becerilerinde belirli bir seviyenin üzerinde performans göstermiştir buna her iki testte de minimum puanlar 0 olmadığından kaynaklı düşünebiliriz. Özellikle orantısal akıl yürütme becerilerinde öğrenciler arasında belirgin bir başarı farklılığı gözlenirken cebir içeren orantı problemleri çözme başarısında başarı dağılımı nispeten daha dar bir aralıktadır.

3.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın üçüncü alt problemi “7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ve cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı nasıldır ?” sorusuna cevap aramaktadır.

7. sınıf öğrencilerinin yapılan COBT ve OAYT’nden aldıkları puanlar her soru bazında hesaplanarak aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 9: 7.Sınıflar COBT Sonuçları

Soru No. / Cevap Durumu	Doğru Cevap (f)	Doğru Cevap (%)	Yanlış Cevap (f)	Yanlış Cevap (%)
Soru 1-a	50	83,3	10	16,7
Soru 1-b	43	71,7	17	28,3
Soru 1-c	7	11,7	53	88,3
Soru 1-d	13	21,7	47	78,3
Soru 2-a	35	58,3	25	41,7
Soru 2-b	35	58,3	25	41,7
Soru 2-c	8	13,3	52	88,7
Soru 2-d	16	26,7	44	73,3
Soru 3-a	23	38,3	37	61,7
Soru 3-b	27	45,0	33	55,0
Soru 3-c	5	8,3	55	91,7
Soru 3-d	12	20,0	48	80,0
Soru 4-a	29	48,3	31	51,7
Soru 4-b	35	58,3	25	41,7
Soru 4-c	3	5,0	57	95,0
Soru 4-d	11	18,3	49	81,7

Toplamda 60 adet 7. sınıf öğrencilerine uygulanan COBT’ne göre öğrencilerin a maddelerine verdikleri yanıtlar genel olarak daha yüksek başarı oranları göstermektedir. 1. sorunun a maddesinde %83,3, 2. sorunun a maddesi %58,3, 3. sorunun a maddesinde %38,3 ve 4. sorunun a maddesinde %48,3 oranında doğru cevap verilmiştir. Bu verile öğrencilerin

temel orantı hesaplamalarını yapma konusunda 7. sınıf düzeyinde belirli bir yeterliliğe ulaştıklarını göstermektedir.

Her sorunun b maddelerinde öğrencilerin çözüm yollarını açıklama becerileri ölçülmüştür. 1. sorunun b maddesinde öğrencilerin %71,7'si doğru cevap vermiştir ve bu oran 2. sorunun b maddesinde %58,3, 3. sorunun b maddesinde %45,0 ve 4. sorunun b maddesinde yine %58,3 olarak belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin bazı problemler üzerinde işlem adımlarını açıklamada zorlandığını ancak genel olarak açıklama becerilerinin gelişmekte olduğunu göstermektedir.

Her sorunun c maddelerinde öğrencilerden cebirsel denklem kurmaları istenmiş ve bu adımda başarı oranları ciddi biçimde düşmüştür. 1. sorunun c maddesinde %11,7, 2. sorunun c maddesinde %13,3, 3. sorunun c maddesinde %8,3 ve 4. sorunun c maddesinde ise yalnızca %5,0 oranında doğru cevap verilmiştir. Bu sonuçlar 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel modelleme becerilerinin hâlâ gelişme sürecinde olduğunu göstermektedir.

Her sorunun d maddelerinde ise öğrencilerden kurdukları denklemi uygulayarak problemi çözmeleri istenmiştir. Bu aşamada başarı oranları ise 1. sorunun d maddesinde %21,7, 2. sorunun d maddesinde %26,7, 3. sorunun d maddesinde %20,0 ve 4. sorunun d maddesinde %18,3 olarak belirlenmiştir. Cebirsel düşüncenin çözüme aktarımı konusunda 7. sınıf öğrencilerinin bir miktar ilerleme kaydettiği ancak genel başarı düzeyinin düşük olduğu anlaşılmaktadır.

Genel olarak 7. sınıf öğrencileri, orantısal işlemler konusunda daha ileri bir başarıya ulaştıkları görülmektedir. Bununla birlikte çözüm sürecini açıklama, cebirsel denklem kurma ve kurulan denklem aracılığıyla çözüm üretme konularında hâlâ belirgin zorluklar yaşamaktadırlar. Özellikle cebirsel temsillerin oluşturulması ve bu temsillerin problem çözümüne dâhil edilmesinde gözlenen güçlükler öğrencilerin cebirsel düşünceyi tam anlamıyla içselleştiremediklerini ortaya koymaktadır.

Tablo 10: 7. Sınıflar OAYT Sonuçları

Soru No.	0 Puan (f)	0 Puan (%)	1 Puan (f)	1 Puan (%)	2 Puan (f)	2 Puan (%)	3 Puan (f)	3 Puan (%)	4 Puan (f)	4 Puan (%)
Soru 1	11	18,3	26	43,3	1	1,7	22	36,7	—	—
Soru 2	29	48,3	13	21,7	1	1,7	17	28,3	—	—
Soru 3	24	40,0	18	30,0	1	1,7	17	28,3	—	—
Soru 4	28	46,7	13	21,7	2	3,3	17	28,3	—	—
Soru 5	31	51,7	12	20,0	2	3,3	15	25,0	—	—
Soru 6	18	30,0	12	20,0	3	5,0	27	45,0	—	—
Soru 7	29	48,3	7	11,7	6	10,0	18	30,0	—	—
Soru 8	27	45,0	6	10,0	6	10,0	3	5,0	18	30,0
Soru 9	35	58,3	9	15,0	5	8,3	2	3,3	9	15,0
Soru 10	40	66,7	6	10,0	2	3,3	4	6,7	8	13,3
Soru 11	32	53,3	4	6,7	5	8,3	18	30,0	1	1,7
Soru 12	34	56,7	3	5,0	8	13,3	13	21,7	2	3,3
Soru 13	33	55,0	7	11,7	8	13,3	11	18,3	1	1,7
Soru 14	39	65,0	4	6,7	1	1,7	14	23,3	2	3,3
Soru 15	52	86,7	6	10,0	1	1,7	1	1,7	0	0

7. sınıf öğrencilerine uygulanan OAYT'ne ilişkin veriler öğrencilerin farklı türde orantısal düşünme becerilerine ilişkin başarı durumlarını yansıtmaktadır. Eksik değer hesaplamaya dayalı 1–7. sorularda öğrencilerin başarı düzeyi, 6. sınıfa kıyasla daha dengeli yani sorulara verilen doğru cevaplar arasında daha dengeli bir dağılım görünmekle birlikte belirgin kavramsal eksikliklerin devam ettiği gözlemlenmektedir. 1. soruda öğrencilerin %36,7'si 3 puan, %43,3'ü 1 puan almış sadece %18,3'ü 0 puanla cevaplamıştır. Bu sonuç temel

orantı mantığının büyük ölçüde kavrandığını göstermektedir. Ancak 2, 4, 5 ve 7. sorularda 0 puan oranlarının %46 ile %51 arasında seyretmesi soruların bağlamı değişikçe öğrencilerin işlem temelli orantı kurma becerilerinde zorlandığını ortaya koymaktadır. 6. soruda ise %45'lik bir dilimin 3 puana ulaşması bazı öğrencilerin daha soyut ve işlem gerektiren soruları başarıyla çözebildiğini göstermektedir.

Niteliksel karşılaştırma gerektiren 8, 9 ve 10. sorularda başarı düzeyleri oldukça farklılık göstermektedir. 8. soruda öğrencilerin %30'u 4 puana ulaşabilirken %45'i 0 puan almıştır. 9 ve 10. sorularda 0 puan oranları sırasıyla %58,3 ve %66,7 olduğundan soruların bir kısmı öğrencilerin başarıya ulaşma konusunda zorlandığının göstergesidir. 4 puan alanların oranı ise yalnızca %15 civarındadır. Bu dağılım öğrencilerin karşılaştırma yaparak sonuç çıkarma sürecinde yeterince güçlü akıl yürütmeler gerçekleştiremediklerini göstermektedir.

Niteliksel karşılaştırma bölümünü oluşturan 11–14. sorular incelendiğinde ise 3 puan alan öğrencilerin oranı %18–30 arasında değişmekte 4 puan alanlar ise oldukça düşük düzeyde kalmaktadır. Örneğin 11. soruda %30 oranında öğrenci 3 puan almışken sadece %1,7'si 4 puan alabilmiştir. Özellikle 14. soruda %65 oranında öğrenci 0 puan almış ve bu durum öğrencilerin niteliksel verileri analiz etmede ve doğru gerekçeler sunmada zorlandığını göstermektedir. Bu bağlamda niteliksel karşılaştırma gerektiren ifadelerin öğrenciler açısından hâlâ bilişsel bir eksik oluşturduğu söylenebilir.

Genel olarak 7. sınıf öğrencileri eksik değerleri oran kurarak bulmaya yönelik sorularda kısmi başarı göstermiş ancak niceliksel ve özellikle niteliksel karşılaştırma sorularında önemli oranda zorlanmıştır. Öğrencilerin büyük çoğunluğu oranlar arasında ilişki kurmakta, bu ilişkileri farklı bağlamlara aktarmakta ve sözlü ifadeleri sayısal akıl yürütmeyeyle desteklemekte güçlük yaşamaktadır. Bu bulgular doğrultusunda orantısal düşünmeye dayalı öğretim etkinliklerinin hem işlem hem de kavram temelli yaklaşımlarla yeniden yapılandırılması gerektiği söylenebilir.

Aşağıda 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel orantı problemlerindeki başarıları (COBT) ile orantısal akıl yürütme düzeylerine (OAYT) ilişkin betimsel istatistiksel sonuçlar Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11: 7 sınıf öğrencilerinin OAYT ve COBT tablosu

Değişken	N	Ranj	Minimum	Maximum	Ortalama	Standart Sapma	Varyans
COBT	60	14.00	0.00	14.00	5.87	3.66	13.41
OAYT	60	50.00	0.00	50.00	16.87	14.50	210.39

7. sınıf öğrencilerinin cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı incelendiğinde 60 öğrenciden elde edilen verilere göre ortalama puanın 5.87 olduğu görülmektedir. Bu değişkenin minimum değeri .00 maksimum değeri 14.00'dır. Bu değişken için maksimum puanın 14 olduğunu ve ranjın da 14.00 olduğunu düşündüğümüzde bazı öğrencilerin hiç doğru cevap vermediği bazı öğrencilerin ise tam puan aldığı görülmektedir. Standart sapma 3.66 ve varyans 13.41'dir. 4. ve 6. sınıfa kıyasla ortalama puan bir miktar artarken standart sapma ve varyanstaki artış bu alandaki öğrenci başarısının 7. sınıfta daha geniş bir yelpazeye yayıldığını göstermektedir.

Orantısal akıl yürütme becerileri değişkenine bakıldığında ise 60 öğrencinin ortalama 16.87 puan aldığı görülmektedir. Bu değişkenin minimum değeri .00 ve maksimum değeri 50.00'dir. Maksimum puanın 50 olduğu ve ranjın da 50.00 olduğu göz önüne alındığında bu alanda da bazı öğrencilerin hiç başarı gösteremediği bazı öğrencilerin ise maksimum başarıya ulaştığı anlaşılmaktadır. Standart sapma 14.50 ve varyans 210.39 ile incelenen üç sınıf düzeyi arasında en yüksek değişkenliğe sahiptir. Bu durum 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri konusunda oldukça heterojen bir başarı dağılımına sahip olduğunu yani öğrenciler arasındaki bireysel farklılıkların oldukça belirgin olduğunu ortaya koymaktadır. Bu heterojenliğin, öğrencilerin orantısal akıl yürütme stratejilerinde kullandıkları yöntemlerin çeşitliliğinden, bazı öğrencilerin hâlâ aritmetik temelli düşünme biçimlerine bağlı kalırken bazılarının daha gelişmiş cebirsel temsilleri kullanabilmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Genel olarak 7. sınıf öğrencileri hem cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı hem de orantısal akıl yürütme becerilerinde 4 ve 6. sınıflara göre daha yüksek ortalama puanlara ulaşmışlardır. Ancak orantısal akıl yürütme becerilerinde öğrenciler arasındaki başarı farklarının belirgin şekilde arttığı görülmektedir. Bu durum bazı öğrencilerin oldukça yüksek puanlar elde ederek ileri düzey akıl yürütme stratejileri kullanabildiğini buna karşın bazı öğrencilerin çok düşük puanlarda kalarak temel düzeyde dahi zorlandığını göstermektedir. Dolayısıyla 7. sınıf düzeyinde orantısal akıl yürütme becerilerinde performans dağılımının daha çeşitlendiği ve öğrenciler arasında belirgin farklılıklar ortaya çıktığı söylenebilir.

3.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Dördüncü alt problem “Sınıf seviyelerine göre öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri arasında anlamlı farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aramaktadır. Bu çalışmada, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek amacıyla uygulanan Orantısal Akıl Yürütme Testinden (OAYT) elde edilen puanlar hesaplanmış ve sınıf düzeylerine göre incelenmiştir. Aşağıda 4, 6 ve 7. sınıf düzeylerine ilişkin betimsel istatistikler yer almaktadır.

Tablo 12: Sınıf düzeylerine göre Orantısal Akıl Yürütme Testinden (OAYT) elde edilen puanlar

Sınıf Düzeyi	N	Ortalama	Standart Sapma
4. Sınıf	72	13.18	8.59
6. Sınıf	63	13.49	9.60
7. Sınıf	60	16.87	14.50
Genel	195	14.42	11.10

4. alt problem kapsamında öncelikle Levene testi uygulanmış ve varyansların homojen olmadığı belirlenmiştir. Bu nedenle Welch testi kullanılmış ve sonuçlar incelendiğinde sınıf düzeyleri arasında Orantısal Akıl Yürütme Testi puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Tablo 12 incelendiğinde 4, 6 ve 7. sınıf düzeylerinde öğrencilerin orantısal akıl yürütme puanlarının ortalamalarında farklılık olduğu görülmektedir. Özellikle 7. sınıf öğrencilerinin

ortalama puanının (16.87), 4. sınıf (13.18) ve 6. sınıf (13.49) öğrencilerine kıyasla daha yüksek olduğu dikkat çekmektedir. Bu bulgu öğrencilerin sınıf düzeylerinin artmasıyla birlikte orantısal akıl yürütme becerilerinde belirgin bir gelişme yaşandığını göstermektedir. 4 ve 6. sınıflar arasındaki fark oldukça sınırlıyken 7. sınıfta anlamlı bir artış söz konusudur.

Standart sapma değerleri açısından değerlendirildiğinde ise 7. sınıfta elde edilen puanların dağılımının (SS=14.50) diğer sınıflara göre daha geniş olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum 7. sınıf düzeyindeki öğrenciler arasında orantısal akıl yürütme becerileri bakımından büyük bireysel farklılıklar olduğunu göstermektedir. 4 (SS=8.59) ve 6. sınıf (SS=9.60) öğrencilerinin ise daha homojen bir dağılıma sahip oldukları söylenebilir.

Bu veriler öğrencilerin üst sınıflara geçtikçe soyut düşünme becerilerinin geliştiğini ve orantısal ilişkileri kavrama düzeylerinin arttığını düşündürülebilir. Ancak özellikle 7. sınıf düzeyinde bireysel farklılıkların artması bu yaş grubunda farklılaştırılmış öğretim yaklaşımlarının olduğunu düşündürülebilir. Öğrencilerin bilişsel gelişim düzeyleri dikkate alınarak yapılandırılacak öğretim ortamlarının orantısal akıl yürütme becerilerinin daha etkili biçimde geliştirilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Beşinci alt problem “Sınıf seviyelerine göre öğrencilerin cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları arasında anlamlı farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aramaktır. Bunun için araştırmada öğrencilerin çözdükleri COBT’nden aldıkları puanlar hesaplanmış ve sınıf düzeylerine göre incelenmiştir. Aşağıda 4, 6 ve 7. sınıf düzeylerine ilişkin betimsel istatistikler yer almaktadır.

Tablo 13: Sınıf düzeylerine göre Cebir Oran Başarı Testinden (COBT) elde edilen puanlar

Sınıf	N	Ortalama	Standart Sapma
4. sınıf	72	4,7083	2,26073
6. sınıf	63	5,7778	2,34483
7. sınıf	60	5,8667	3,66137
Toplam	195	5,4103	2,82768

Tablo 13 incelendiğinde 4. sınıf öğrencilerinin ortalama puanının 4.70 (SS=2.26), 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanının 5.77 (SS=2.34) ve 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanının 5.87 (SS=3.66) olduğu görülmektedir. Genel ortalama ise 5.41'dir (SS=2.82). Bu bulgular, sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin cebir içeren orantı problemleri çözme başarılarının yükseldiğini göstermektedir. Ancak standart sapma değerleri dikkate alındığında özellikle 7. sınıfta puan dağılımının genişlemesi, bu düzeyde bireysel farklılıkların daha belirgin hale geldiğini düşündürmektedir.

Ayrıca Levene testi sonuçları varyansların homojen olmadığını göstermiştir. Bu nedenle klasik tek yönlü ANOVA yerine Welch testi uygulanmıştır. Welch testi sonucunda sınıf düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu farkın hangi gruplar arasında olduğunu belirlemek amacıyla varyansların homojen olmadığı durumlarda önerilen Tamhane's T2 Post Hoc testi yapılmış ve sonuçlar Tablo 14'te sunulmuştur.

Tablo 14: Sınıf Düzeylerine Göre Karşılaştırma Tablosu

Karşılaştırma	Fark (I-J)	Std. Hata	P değeri	Anlamlılık
4. sınıf – 6. sınıf	-1.069	0.398	0.024	Anlamlı
4. sınıf – 7. sınıf	-1.158	0.543	0.102	Anlamlı değil
6. sınıf – 7. sınıf	-0.089	0.557	0.998	Anlamlı değil

Tablo 14'e göre 4. sınıf ile 6. sınıf öğrencileri arasında anlamlı bir fark vardır ($p=.024<.05$). Bu fark 6. sınıf öğrencilerinin COBT puanlarının 4. sınıf öğrencilerinden anlamlı düzeyde daha yüksek olduğunu ortaya koymaktadır. Diğer taraftan 4. sınıf ile 7. sınıf ($p=.102>.05$) ve 6. sınıf ile 7. sınıf ($p=.998>.05$) arasındaki farkların istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülmüştür. Özellikle 6 ve 7. sınıf ortalamalarının birbirine oldukça yakın olması cebir içeren orantı problemlerinde 4. sınıftan 6. sınıfa geçişte belirgin bir gelişme yaşandığını ancak 6. sınıftan 7. sınıfa geçişte bu gelişimin durağanlaştığını göstermektedir.

Elde edilen bulgular cebirsel düşünme ve orantısal akıl yürütmenin gelişiminde 4. sınıftan 6. sınıfa geçiş olduğu yönünde önemli ipuçları sunmaktadır. 7. sınıfta gelişimin sınırlı kalması ya da bireysel farklılıkların artması bu yaş grubunda öğretim yaklaşımlarının daha farklılaştırılmış yöntemlerle desteklenmesi gerektiğini düşündürmektedir. Dolayısıyla öğretim programlarında erken cebir öğreniminin temellerinin özellikle 4 ve 5. sınıf düzeylerinde daha sistematik ve etkili biçimde kazandırılması ilerleyen sınıflarda ise bu becerilerin pekiştirilerek derinleştirilmesi öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini daha güçlü biçimde geliştirmelerine katkı sağlayabilir.

Bu sonuçlar alanyazındaki bazı bulgularla da örtüşmektedir. Örneğin Carpenter, Franke ve Levi (2003) erken dönemde cebirsel düşünmenin temellerinin atılmasının öğrencilerin sonraki yıllarda cebir öğrenimine daha kolay uyum sağlamalarını desteklediğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde Kaput (2008) erken cebirsel düşünmenin ilkokul yıllarından itibaren sistematik olarak geliştirilmesi gerektiğini aksi durumda ilerleyen sınıf düzeylerinde öğrenciler arasında başarı farklılıklarının arttığını belirtmektedir. Radford (2010) ise cebirsel düşünmenin yalnızca sembolik ifadelerle değil öğrencilerin günlük yaşantılarına dayalı problem çözme süreçleriyle desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda çalışmadan elde edilen sonuçların erken cebir eğitiminin önemini vurgulayan ulusal ve uluslararası literatürle uyumlu olduğu söylenebilir.

3.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular

Altıncı alt problem “Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?” sorusuna cevap aramaktadır.

Bu alt problem kapsamında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile cebir içeren orantı problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla Pearson korelasyon analizi yapılmıştır. Bu analizde orantısal akıl yürütme becerisi için OAYT, cebir içeren oran problemlerinde çözme başarıları için ise COBT değişkenleri kullanılmıştır. Elde edilen korelasyon sonuçları Tablo 15’de sunulmaktadır.

Tablo 15: OAYT ile COBT Korelasyon Tablosu

	OAYT	COBT
OAYT	1	,444**
		,000
		(n = 195)
COBT	,444**	1
	,000	(n = 195)

Not: $p < .01$ düzeyinde anlamlılık.

Tablo 15’de görüldüğü üzere OAYT ve COBT değişkenleri arasında pozitif yönlü, orta düzeyde ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki bulunmaktadır ($r = ,444$; $p < .01$). Bu sonuç, öğrencilerin orantısal akıl yürütme testinden elde ettikleri puanlar arttıkça cebirsel orantı problemlerinde gösterdikleri başarı düzeyinin de arttığını ortaya koymaktadır.

Pozitif yönlü ilişki iki değişkenin birlikte artma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Diğer bir ifadeyle orantısal ilişkileri akıl yürüterek analiz edebilen öğrencilerin, cebirsel yapıları içeren orantı problemlerini çözmede de daha başarılı oldukları söylenebilir. Bu durum orantısal düşünmenin cebirsel problem çözmede bilişsel bir temel işlevi gördüğünü desteklemektedir.

Korelasyon katsayısının orta düzeyde olması ($r = ,444$) iki değişkenin tamamen örtüşmediğini ancak kısmen de olsa ortak bir bilişsel ya da akademik yapıyı temsil edebileceğini göstermektedir. Başka bir ifadeyle bu iki beceri arasında anlamlı bir bağlantı olmasına karşın her biri öğrencilerin farklı yönlerini de ölçüyor olabilir. Bu cebirsel düşünmenin yalnızca orantısal akıl yürütmeye değil aynı zamanda sembolik işlem becerisi, eşitlik kavramı ve problem çözme stratejilerine de dayandığını düşündürebilir.

Elde edilen sonuçlar söz konusu değişkenlerin benzer bilişsel ya da akademik yapıların ölçümüne hizmet edebileceğini ve birbirlerini kısmen yordayabileceklerini düşündürmektedir. Orantısal akıl yürütmenin yalnızca oran ve orantı konularının öğrenilmesinde değil cebirsel düşünme süreçlerinin geliştirilmesinde de önemli bir rol oynadığı söylenebilir. Öğrencilere erken yaşlardan itibaren orantısal düşünme becerilerinin kazandırılması ilerleyen yıllarda

cebirsel yapıları anlamada ve cebirsel problemleri çözmede kolaylık sağlayabilir. Ayrıca bu beceriler birbirini kısmen desteklediği için öğretim tasarımlarında bu iki alanın bütüncül ve ilişkisel bir yaklaşımla ele alınması önerilebilir.

3.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Yedinci alt problem “Orantısal akıl yürütme becerileri farklı olan öğrencilerin cebir içeren orantı problemleri çözme başarıları nasıldır?” sorusuna cevap aramaktadır.

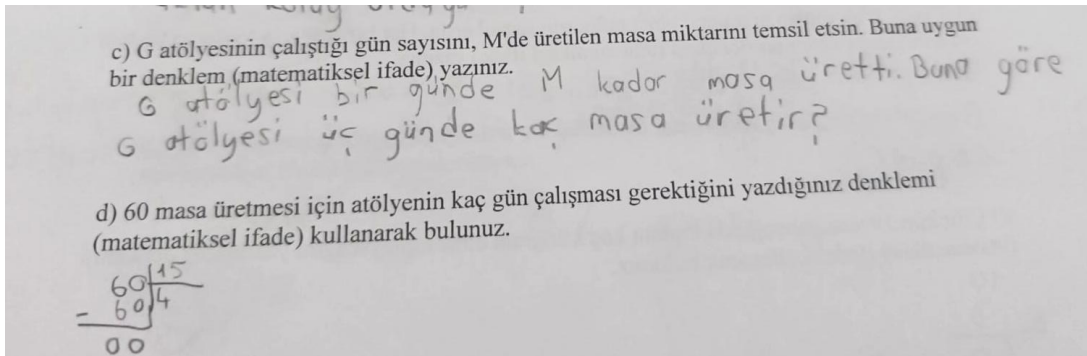
Bu bölümde cebir eğitimi almamış 4. sınıf öğrencileri, cebir eğitimi alan 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin cebir içeren oran problemlerinde verdikleri cevaplar ele alınmıştır ve öğrencilere Cebir Orantı Başarı Testi (COBT) uygulanmıştır. Toplamda 12 öğrenciyle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler tümevarımsal tematik analiz yöntemiyle incelenmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar analiz edildiğinde öğrencilerin orantı problemlerine yaklaşım biçimleri, cebir algıları, cebirsel denklemleri kullanma eğilimleri ve problem çözme süreçlerindeki kendini ifade etme güçlükleri üzerine çeşitli alt başlıklar ortaya çıkmıştır. Öğrenci ifadeleri ortaya çıkan temalar başlıkları desteklemek ve öğrencilerin düşünce süreçlerini doğrudan göstermek amacıyla görüşmelerdeki konuşmaların alıntıları belirlenen temaların altında verilmiştir. Bulgular cebir eğitimi almayan veya alan öğrencilerin orantı problemlerinde cebiri kullanıp kullanmadıkları, cebire dair genel anlayışları ve denklem kurma konusundaki başarıları üzerine odaklanmıştır. Öğrencilerden Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 4. sınıf öğrencidir. Ö5, Ö6, Ö7 ve Ö8 6. sınıf öğrencidir. Ö9, Ö10, Ö11 ve Ö12 7. sınıf öğrencidir. Her sınıf düzeyindeki isimlendirme iki kız iki erkek ve bir yüksek başarılı bir düşük başarılı öğrenci şeklinde sınıflandırılmıştır. (Örneğin Ö1 yüksek başarılı kız öğrenci, Ö2 düşük başarılı kız öğrenci gibi)

3.7.1. Tema 1: Denklem Tanımı ve Tanımlama Güçlüğü

COBT’ne katılan öğrencilerin genelinde, “Denklem yazabilir misiniz?” sorusu kısmında "denklem" kavramına ilişkin kesin bir cevap olmadığı ve denklemi tanımlama güçlüğü yaşadıkları gözlemlenmiştir. Cebir eğitimi almamış olmalarına rağmen öğrencilerin bir kısmı "denklem biliyorum" ifadesini kullanmış ancak bazı şekil ve harfler kullanmaları istenildiğinde ise sorunun kökündeki g ve m harfini kullanarak “G=gün ve M=masa” gibi ifadeler kullanmışlardır ama işlem ya da denklem içerisinde kullanımları konusunda zorlandıkları tespit edilmiştir. Özellikle 4. sınıf öğrencilerinin cebir ve denklem kavramlarını

hiç bilmedikleri ve bu ifadelerin kendileri için tamamen yabancı olduğu belirginleşmiştir. Yapılan görüşmeler sonrasında 4. sınıf öğretmenlerimizden birinin derslerinde bazı matematik problemlerinde cebire giriş için uygun olan şekilleri kullanarak soru çözdüğü bilgisine ulaşılmıştır ve bu sınıfta ders alan öğrencilerin denklem kurmada daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Bu tema altına uygun olan öğrenci görüşmelerindeki “probleme uygun denklem (matematiksel ifade) yazabilir misiniz” sorusuna verilen cevaplar aşağıda verilmiştir. İlk aşamada 4. Sınıf öğrencileri denklem bilmediklerini, yeni öğrenmiş olan 6. sınıf öğrencileri de ilk okuyunca “Denklem neydi?” gibi sorular yönelttiğini hatta 7. sınıf öğrencilerinden “Denklimi biliyorum ama tam açıklayamam ve derste de anlamamıştım” gibi cevaplar geldi. Öğrencilerin Tema 1 bu denklem için verdikleri tanım cevaplarına değinilip analiz edilerek veriler paylaşılmış olup Tema 3 de ise a ve b maddelerinde çözdükleri orantı problemlerinden yola çıkarak denklemi nasıl kurduklarına odaklanılmıştır.

- Öğrenci 1: Denklem ne demek tam bilmiyorum, hiç duymadım daha önce.
- Öğrenci 6: Sayılar yerine harfler kullanmak galiba, x, y gibi. Ben biliyorum aslında cebiri, öğretmenimiz biraz bahsetmişti.
- Öğrenci 10: Denklem kurmak gibi bir şey sanırım ama nasıl olduğunu tam anlamıyorum.



Fotoğraf 1: 3.7.1. 1. Soru c maddesi için öğrenci cevabı

Fotoğraf 1'de denklem bilmediğini söyleyen bir 4. sınıf öğrencisine aklına gelen herhangi bir matematiksel işlem veya ifadeyi yazması istenmiş ve sonrasında yazdığı cevap gösterilmiştir.

Fotoğraf 2: Ö4'ün 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap

Yukarıdaki fotoğraf 2 incelendiğinde öğrencinin denklem konusunu bilmeden bu şekilde bir eşitlik kurduğunu ve buradan da öğrencinin bir sayının bir harf ile gösterilebileceği kanısına ulaşmış oluruz.

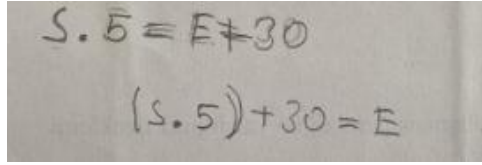
Fotoğraf 3: Ö9'un 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap

Fotoğraf 3'de Ö9'un c maddesi için verdiği cevap $(G.M):G$ yaptığı görülmüştür. Bu öğrencinin cevabı açıklaması istendiğinde ise sorunun a maddesinde yaptığı orantı gibi ilk önce gün le masayı çarptığını söylemiştir.

Fotoğraf 4: Ö11'in 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap

Ö11'in cevabı incelendiğinde ise öğrencinin bir denklem kurduğunu ama soruda verilen 3 değerini denklem içinde kullanmak yerine x yazdığını görüyoruz. Öğrenciye 3 yerine neden x yazdığı sorulduğunda ise "3 de yazılabilir ama x yazmaya alıştım ama zaten x de 3 demek" dediğini görüyoruz. Bu durum Ö11'in değişken kavramını belli bir sayıya denk gelebileceğini düşündüğünü ancak değişkenin hem bilinmeyen bir değeri temsil etme hem de belirli bir değeri ifade etme gibi farklı bağlamlardaki kullanımına ilişkin tam bir kavramsal olgunluğa

erişmediğini düşündürmektedir. Aynı öğrencinin 3. soruda verdiği cevaba baktığımızda ise b duruma rastlanmamıştır. Aşağıda bu cevap verilmiştir.


$$S.5 = E + 30$$
$$(S.5) + 30 = E$$

Fotoğraf 5: Ö11'in 3. sorunun c maddesi için cevabı

Tema 1 kapsamında öğrencilerin denklem kavramını tanımlama ve kullanma süreçleri incelenmiştir. COBT kapsamında sorulan “Denklem yazabilir misiniz?” sorusuna verilen yanıtlar, öğrencilerin büyük çoğunluğunun denklem kavramını net olarak tanımlamakta güçlük yaşadığını göstermektedir. Cebir eğitimi almamış 4. sınıf öğrencileri, denklemi bilmedikleri, yabancı bir kavram olarak değerlendirmiş ve bu konuda herhangi bir açıklama yapmakta zorlandıkları görülmüştür. 6 ve 7. sınıf öğrencileri ise denklemi daha önce duymuş olsalar da tanımlama ve uygulamada hâlâ zorluk çekmişlerdir ve bazı öğrenciler “Denklem biliyorum ama tam açıklayamam” gibi ifadeler kullanmıştır. Öğrencilerin verdiği örnekler, harfleri veya sembolleri işlem ve değişken yerine farklı biçimlerde kullanma eğiliminde olduklarını göstermektedir (ör. G = gün, M = masa; x = belirli bir sayı). Ö11’in verdiği cevaplar değişken kavramının hem bilinmeyen bir değeri temsil edebileceğini hem de belirli bir sayıya karşılık gelebileceğini düşünmelerine rağmen kavramsal olgunluğa tam olarak ulaşamadıklarını ortaya koymaktadır. Ayrıca öğretmenlerin bazı ders uygulamalarında cebirsel ifadelerin adım adım tanıtılması öğrencilerin denklem kurma sürecinde daha başarılı olmasına katkı sağlamıştır..

3.7.2. Tema 2: Orantı Problemlerine Yaklaşımda Farklı Stratejiler ve Çözüm Süreçlerini Açıklama Güçlüğü

Öğrencilere verilen COBT’ndeki orantı problemlerini çözmek için farklı orantısal akıl yürütme stratejileri kullanmış olan öğrenciler olsa da genel olarak benzer şekilde cevaplara ulaştıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin "(b) Cevaba nasıl ulaştınız? Açıklar mısınız?" şikkına verilen yanıtlar soru maddeleri ile aşağıda incelenmiştir.

- **1. Soru (Doğru Orantı):** Günde 3 masa üreten bir atölyenin 15 günde kaç masa üreteceği sorusu için nitel görüşmeler esnasında her öğrenci tarafından doğru

cevaplandı. 3 öğrenci (Ö5, Ö9, Ö10) oran orantı algoritmasını kullanarak bu soruyu çözerken geriye kalan 9 öğrenci ise 15×3 işlemini kullanarak sonuca ulaştı. 15×3 işlemini kullanan öğrenciler de aslında kendilerini sözel olarak ifade ederken “Eğer günde 3 masa üretiliyorsa 15 güne ulaşmam için çarpırım.” gibi ifadeler ile oran algoritmasının temelinde ifadeyi kullandıklarını düşünebiliriz. Öğrencilere cevaba nasıl ulaştın sorusuna ise “çarpma yaptım, 15 ile 3’ü çarptım” gibi sözel ifadeler kullanarak bu işlemi neden yaptıklarını yani günlük üretim ile gün sayısının doğru orantılı olduğunu ve toplam masa miktarını bulmak için çarpılması gerektiğini sözel olarak açıklamakta güçlük çekmişlerdir. Nicel veriler de incelenip göz önünde bulundurulduğunda ise durumun yine aynı olduğunu söyleyebiliriz. Görüşmelerde neden çarpma yaptıkları sorusu sorulduğunda “büyük sonuca ulaşmak için, daha fazla masa üretilmesi için” gibi cevaplar vermişlerdir. Çarpma yerine başka bir şekilde de cevabı bulabilir misin diye sorulduğunda ise gelen cevaplardan biri ise 15 tane 3 ü tek tek toplayacağım oldu. Bu sorunun görüşmeler esnasında geçen bazı öğrenci konuşmaları aşağıdaki gibidir.

Ö 1: Günde 3 masa yapıyormuş 15 gün çalışmış 15 çarpı 3 yaparım sonucu bulurum.

Ö 2: 15 ile 3’ü çarpardım çünkü günde 3 masa yapıyor ve 15 gün çalışıyor.

Ö 3:Günde 3 masa üretildiği, 15 gün çalıştığı için 15 ile 3 ü çarptım.

Ö 4: Bu zaten kolay işlememiz kısa olduğu için günde 3 masa yapıyorsa 15 günde 3’ü çarptığımızda zaten bir günde ki yaptığı masa sayısını bildiğimiz için hemen cevap ortaya çıkar.15 taneyi 3 er 3 er sayarsak cevabı buluruz.

Ö 5:Hocam bir atölyede günde 3 masa yapılıyor 15 günde kaç masa yaptığını bulmak için çarpırım.

Araştırmacı: Neden çarpmayı kullandın, onu sorsam?

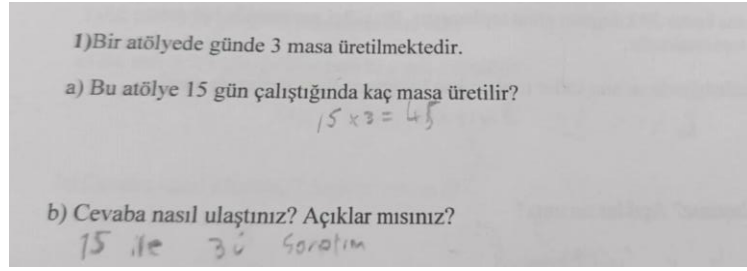
Ö 5: Toplama çok uzun sürerdi

A: Toplama yapsak nasıl yapardık?

Ö 5: Toplama yapsaydık 3 tane 15’i toplardık.

Ö6: Günde 3 masa üretiliyor gün sayısı ile 3’ü çarptım.

Ö 7: Bir atölye 3 masa ürettiği için 15 günde de kaç tane ürettiğini bulmak için 15 çarpı 3 yaparım.



Fotoğraf 6: 3.7.2. 1. Sorunun a maddesi için öğrenci cevabı

Fotoğraf 6’de görüldüğü üzere öğrencinin problem çözümünü sözel olarak açıklayamadığı ve yalnızca çarpma işlemi yaptığı belirtilmiştir.

- **2. Soru (Ters Orantı):** Bir usta bir evi 10 günde boyamaktadır. 5, 10 ve 15 usta ile kaç günde boyanacağı sorusunda öğrenciler genellikle $10/5=2$ işlemini yapmışlardır. Ancak neden bölme işlemi yaptıklarını (yani usta sayısı arttıkça gün sayısının azalması gerektiğini yani ters orantı olduğunu) net bir şekilde ifade edememişlerdir. 10 usta için de aynı şekilde bölme işlemi yapıp 1 cevabına öğrencilerin ulaştıkları görülmüştür. Ama 15 usta kaç günde yaptığı sorusuna aynı şekilde ulaşmakta zorluk yaşadıkları bölme yaparken büyük sayıyı küçük sayıya bölmeyi tercih ettikleri görülmüştür. $10/15$ yapmak yerine $15/10$ yapmayı tercih eden öğrencilere ise “İlk aşamada 5 ustayı için cevap bulurken $10/5$ işlemini yapmayı tercih ettin ama şu an $5/10$ işlemini yapıyorsun. Bunun nedeni nedir?” diye sorulduğunda “Küçük sayı büyük sayıya bölünmez.” şeklinde bir cevaplar ile karşılaşıldı.

Öğrenci 1: 10 bölü 5 yaparım 2 çıkar. 10 ustada 1 günde boyar. 15 ustanın cevabını bulmakta zorlandım, tam sayı çıkmadığı için...

Öğrenci 3: 10’dan 5’i çıkardım.

A: Peki 10 usta kaç günde boyar?

Öğrenci 3: Bilmem.

A: Peki neden 5 usta için çıkarma yaptın?

Öğrenci 3: Çünkü 5 ustayı bulmak için çıkarma yaparak kaç gün olduğuna ulaşırım.

A: Peki 10 usta için ne yaparsın?

Öğrenci 3: ... (düşünüyor)

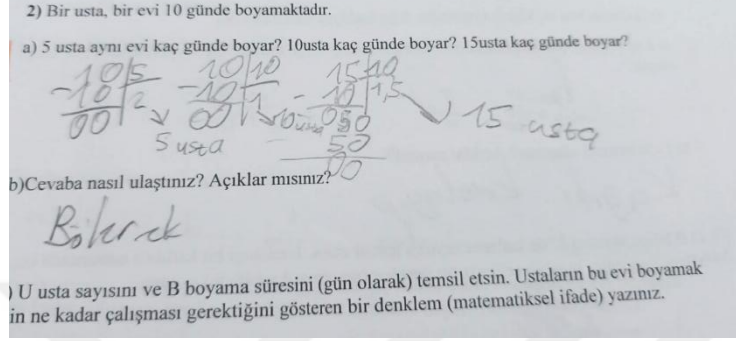
A: Peki 10 usta için ne seni rahatsız ediyor?

Öğrenci 3: Sonucunun 0 olması beni rahatsız ediyor.

A: Neden?

Öğrenci 3: Cevap 0 olur.

Öğrenci 3'ü incelediğimizde oran konusunda bilgi eksikliği yaşadığını cevaba sezgisel olarak ulaşmaya çalıştığı görülmüştür.



Fotoğraf 7: 3.7.2. 2. Sorunun a maddesi için öğrenci cevabı

Ö1: 5 ustayı bulmak için 10'u 5'e böldüm.

A: Peki neden böldün?

Ö1: Çünkü 1 usta 10 günde yapıyorsa bölmem gerekir.

Ö3: Bölerek buldum.

A: Neden böldün?

Ö3: (Düşünür...) Bir usta 10 günde olduğu için.

A: Peki 15 ustayı nasıl bulabiliriz?

Ö3: Onu bulamam.

A: Neden öyle düşünüyorsun?

Ö3: Bilmem...

Ö4: Çıkarma işlemi yaparak bulurum.

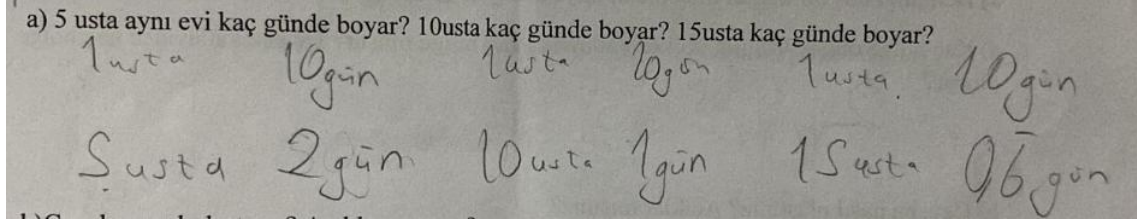
A: Neden çıkarma işlemi yaparsın?

Ö4: Sonuca ulaşmak için.

A: Peki 10 usta 0 gün dedin 15 usta içinse 5 gün buldun. 15 usta gücü ile 10 usta gücü arasındaki farklılık nasıl böyle olur?

Ö4: Çıkarmadan dolayı.

Ö9'un cevabı ise aşağıdaki görselde verilmiştir. Öğrencinin oran orantı problemlerinde sıklıkla yapılan bir teknik ile soruyu çözmüştür.



Fotoğraf 8: Ö9'un 2. Sorunun a maddesi için cevabı

- **3. Soru (Doğrusal İlişki) :** Çiftçinin başlangıçta 30 kg elma toplamış ve her saatte 5 kg daha topladığı bilindiğine göre 4 saat sonunda kaç kg elma toplanacağını bulanacağı sorusunda 11 öğrenci doğru cevaplarırken 1 öğrenci (Ö4) yanlış cevaba ulaşıyor. Öğrencilerin COBT'nin ilk uygulanan testine bakıldığında ise 4 öğrenci bu soruyu daha önceden yanlış cevaplandırırken bu teste diyaloglar esnasında sordukları sorular ile doğru cevaba ulaştıkları gözlemlenmiştir. Sorunun cevabına nasıl ulaştıklarını açıklamaları gereken b maddesinde ise öğrencilerin çoğu yaptıkları işlemi sadece sayısal verileri kullanarak açıkladıkları ama işlemleri yaparken neden o işlemi yapmayı tercih ettiklerini açıklamada zorlandıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler başlangıçtaki 30 kg'ı göz ardı etme eğilimi göstermiş sadece saatlik toplanan miktara odaklanmışlardır. Doğru cevap veren öğrenciler ise $30+(5 \times 4)$ mantığını kullanmış ancak bunu sözel olarak yapısal bir şekilde açıklamakta zorlanmışlardır. 30 elmayı unutan öğrencilere ise "Baştaki 30 elma ne içindi?" gibi ifadelerle çözüm ipuçlarını hatırlatmalar yapılarak öğrencilere çözüm sürecinin değişikliğine de bakılmıştır. Bazı öğrencilerin problemdeki sabit ve değişken nicelikleri bütüncül bir yapıda ele almakta zorlandığını ancak ipuçlarıyla birlikte işlemsel stratejilerini doğru şekilde kullanabildiklerini göstermektedir. Bu soru için yapılan görüşmeden elde edilen bazı cevaplar aşağıda verilmiştir.

Ö2: Cevap 20.

A: Nasıl ulaştın açıklar mısın?

Ö2: 5 ile 4' ü çarptım.

A: Neden çarptın açıklar mısın?

Ö2: Bir saatte 5 kilo topladığını soruda vermiş. 4 saati bulmak için 5×4 yaparım.

A: Peki soruda verilen başka bir değer var mı?

Ö2: (Soruyu tekrar okur.) 30 kilo vardı.

A: Evet.

Ö2: Onu da ekleyeceğiz.

A: Neden?

Ö2: Çünkü başlangıçta 30 kilo topladığını söylemiş ve eklememiz gerekir.

Ö6: Şu ana kadar 30 kg toplamış ve her saatte de 5 kg toplamış ve dört saat çalıştığını söylemiş, bu yüzden de 4'ü 5 ile çarpıp bunun üstüne şu ana kadar topladığı elma sayısını ekledim.

Ö8: 5 ile 4'ü çarpıp 30 ile toplayacağız

A: Neden öyle bir yöntem yapacaksın?

Ö8: 30 kg vardı, sonrasında saatte 5 kg topluyorsa 4 saatte kaç kilo topladığını buluruz. Kenarımızda 30 vardı, 5 ile 4'ü de çarpıp toplamam lazım.

Ö4: Normalde 30 varmış, önceden toplamışlar. Her saatte 5 kilogram topluyorlar. 5 ile 4'ü çarparsak 4 saatte kaç topladığını buluruz. 30 ile çarptığımızı toplayıp bulabiliriz.

Ö7: Şu zamana kadar 30 kilogram topladıysa, 4 ile 5'i çarpacağım. Sonuç 20 çıkıyor. 30 ile de 20'yi toplayacağız. 50 çıkar sonucumuz da.

A: Nasıl ulaştın sonuca?

Ö7: 30 kilogram zaten önceden toplamış, her saatte de 5 kilo topladıysa, 4 saatte çalıştığını da 5 ile 4'ü çarpabiliriz. Önceden topladığımız 30 vardı, şu an topladığımız 20 kilogramı da toplarsak sonuç 50 çıkıyor.

Ö3: Burada 30 kilogram diyor, burada 5 saate diyor burada 4 saat diyor. 30 kilogramdan 5 çıkardım 25 bulabiliriz.

A: Aslında çiftçi 30 kilogram toplamış. Ve her saat 5 kilogram toplayarak gider. Çiftçi 4 saat çalışırsa ne kadar elmamız olur?

Ö3: 20 olur 4 saat sonunda.

A: Bir de önceden 30 kilogramın vardı.

Ö3: O zaman toplam 50 kilogram olur.

A: Nasıl yaptın son olarak söyleyebilir misin bana?

Ö3: 5 ile 4 20 oldu. 30 kilograma da eklediğinde 50 olur.

Ö9: Orantı algoritmasını yapar. Ardından 30 ile de toplar.

1 saat 5kg

4 saat ? —> 20 kg

A: Cevaba nasıl ulaştın açıklar mısın?

Ö9: Önce orantı yaparak 4 saatte olduğunu buldum. Ardından başta verilen 30 ile de toplayarak ulaştım.

A: Orantı nasıl yaptın?

Ö9: (Yazdıklarını göstererek) 1 saatte 5 ise 4 saate bulmak için çarptım. (Karşılıklı çarptığını söylüyor.)

- **4. Soru (Üstel İlişki - Kağıt Katlama):** Kağıt katlama ve oluşan bölge sayısı sorusunda öğrencilerin çoğu kağıdı katlama yaparak veya zihinde katlama işlemini canlandırma yapılarak cevaba ulaştıkları görülmüştür. Bu cevaplar incelendiğinde ise öğrencilerin somut veya yarı-somut modellerle akıl yürütmeye meyilli olduklarını gözlenmiştir. Ancak denklem kurulması ya da genel bir kural istenildiğinde 2^K veya 2 üssü katlama sayısı şeklinde ifade etme veya neden her katlamada bölge sayısının iki katına çıktığını açıklama becerileri sınırlı kalmıştır. 2'nin kuvvetlerini ilişkisel olarak analiz edilmemiştir ama onun yerine bir önceki katlama sayısının iki katı olduğu fark edilip cevaba ulaşılmıştır. Bunun üzerine öğrencilere “Peki 100. katlamayı nasıl bulursun?” sorusu yönetildiğinde ise “Tek tek çarparım.” ya da “Bir kağıt en fazla sekiz kere katlanır.” gibi cevaplarla karşılaşmıştır. Bu soru için yapılan görüşmeden elde edilen bazı cevaplar aşağıda verilmiştir.

Ö4: Katladım, iki tane oldu. Bir daha katladım, dört tane oldu. Öyle sayarak buldum.

Ö11: Her katlandığında ikiye bölünüyor gibi, o yüzden çarpıyorum hep 2 ile.

Ö7: Ortadan ikiye katladığımızda 2 bölge oluşur. İki kez katladığımızda 4 bölge oluşur. 3 kez katlayınca ise...(düşünür). Bunun üstüne mü sayacağız?

A: Ortadan katlayarak gitmeni istiyorum.

Ö7: O zaman 8 bölge oluşur.

A: Sonuçları nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

Ö7: Tekrardan katlayıp kağıdı üstüne katlayarak oldu. Katlama sayısı 2'şerle çarparak gidiyor.

Ö1: 2 kez katlayınca 4, 3 kez katlayınca 6 olur.

A: 6 sonucuna nasıl ulaştın?

Ö1: Zaten direkt kağıdı katlamadan da yapabiliriz. Kağıda katladığım sayıyı 2 ile çarpınca sonuca ulaşabiliyorum.

A: 3 kez katladığımızda sonuç ne olacak bir deneyelim.(denedi)

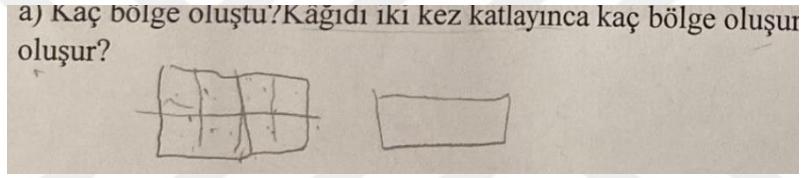
Ö1:8 Bölge oldu. (Mırıldanarak denklem kurmaya çalışır.). Katlayarak bulabiliriz.

Ö9: Bir kere katlayınca 2, iki kere katlayınca 4, 3 kere katlayınca ise 8 bölge oluşur.

A: Nasıl buldun sonuçları?

Ö9: Kağıdı katlayarak buldum.

Öğrenci 5 ise katlama yapmadan çizerek bulsam olur mu diye sorup aşağıdaki çizimi yapıyor.



Fotoğraf 9: Ö5 4. Sorunun a maddesi için cevabı

Bu gözlemler sonucunda öğrencilerin kullandıkları stratejilerin genellikle informel olduğunu ve bu stratejileri matematiksel bir dille açıklama ve genelleme konusunda güçlük çektikleri bilgisine ulaşmamızı sağladı. Oran-orantı problemlerindeki mantıksal süreçlerin cebirsel denklemlere dönüştürülmesi ile bu süreçlerin sözel olarak ifade edilmesi arasında kayda değer bir eksik bulunmaktadır. Bu durum, öğrencilerin matematiksel soyutlama ve genelleme becerilerinin güçlendirilmesi gerektiğine dersler esnasında bu soyutlama yeteneklerinin geliştirilmesi için öğrencilere ortam yaratılması gerektiğine ve bu yeteneklerinde sözel bir biçimde geliştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Tema 2 kapsamında öğrencilerin orantı problemlerine yaklaşımlarında kullandıkları farklı stratejiler ve bu stratejileri açıklama süreçlerindeki güçlükler incelenmiştir. COBT kapsamında verilen problemleri çözmek için bazı öğrencilerin farklı orantısal akıl yürütme stratejileri kullandığı gözlenmiş olsa da çoğu öğrenci benzer sonuçlara ulaşmıştır. Doğru orantı sorularında öğrencilerin çoğunluğu temel çarpma işlemiyle doğru sonuca ulaşırken işlemin nedenini sözel olarak açıklamakta zorlanmışlardır. Ters orantı sorularında ise bölme işlemiyle doğru cevaba ulaşmalarına rağmen bu işlemin ters orantı ilkesine dayandığını ifade

edememişlerdir. Doğrusal ilişkili problemler ve üstel ilişkiyi içeren kâğıt katlama sorularında ise öğrencilerin somut veya yarı somut modellerle akıl yürütmeye eğilimli oldukları ancak bu süreçleri matematiksel bir dil ile genelleştirme ve açıklama becerilerinin sınırlı kaldığı görülmüştür. Elde edilen veriler öğrencilerin kullandıkları stratejilerin genellikle informel olduğunu ve orantı problemlerindeki mantıksal süreçlerin cebirsel denklemlere dönüştürülmesi ile bu süreçlerin sözel olarak ifade edilmesi arasında önemli bir eksiklik bulunduğunu göstermektedir.

3.7.3. Tema 3: Denklem Kurma Becerisindeki Sınırlılıkları Oran ile Çözme

Öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçleri incelendiğinde henüz formel cebirsel denklem kurma ve çözme becerileri tam olarak gelişmemiş olsa bile orantısal akıl yürütmeye dayalı stratejilerin etkili bir alternatif olarak öne çıktığı görülmektedir. Özellikle orantısal ilişkiler içeren problemlerde öğrencilerin doğrudan cebirsel denklem kurmak yerine kat sayısı belirleme, birim oran hesaplama ya da içler-dışlar çarpımı gibi işlemsel stratejiler yoluyla doğru sonuca ulaşabildikleri gözlemlenmektedir.

Yapılan gözlemler, bazı öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorular aracılığıyla denklem kurmaya yaklaştığını 6 ve 7. sınıf düzeyindeki öğrencilerin ise verilen cebirsel ifadeleri anlamlandırarak çözüm üretebildiklerini ortaya koymaktadır. Bu durum öğrencilerin cebirsel sembollerini soyut düzeyde kavramakta zorlanmalarına rağmen orantısal düşünmenin sunduğu sezgisel ve işlemsel stratejilerle problem çözme becerilerini sürdürebildiklerini göstermektedir.

Elde edilen bulgular orantısal akıl yürütme becerilerinin cebirsel yeterliklerin gelişiminde destekleyici bir rol oynadığını ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde birden fazla çözüm yoluna başvurabildiklerini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda cebirsel düşünmenin gelişiminde orantısal stratejilerin yalnızca geçici bir çözüm değil aynı zamanda kavramsal geçiş sürecinde önemli bir yapı taşı olduğu söylenebilir.

Bu temada öğrencilere her sorunun c maddesinde olan “...denklem kurabilir misin?” sorusuna cevap verirken a maddesinde olan işlemleri göz önüne almaları sağlanmış ve bu bağlamda öğrencilerin denklem kurup kurmamaları incelenmiştir. Buna uygun görüşmelerde gerçekleşen diyaloglar aşağıda verilmiştir.

Ö4: Denklem nedir bilmiyorum.

A: Peki sana ilk a maddesinde yaptığın işlemi göz önüne almanı istesem ve oradaki 15'in ve 3'ün neyi ifade ettiğini bana söyler misin?

Ö4: 15 gün, 3 de masa üretimi

A: Peki buradaki sayılar c maddesindeki hangi harflere denk geliyor?

Ö4: G 15, m de 3 mü?

A: Evet ama toplam masa M harfi ile gösterilsin demiş.

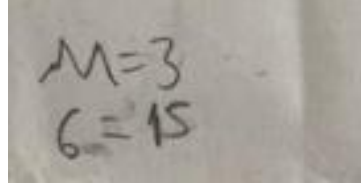
Ö4: (Düşünür...) O zaman M harfi 45.

A: Bu bilgileri göz önünde bulundurarak denklemi yazar mısın?

Ö4: $G=15$ ve $M=45$ şeklinde yazar.

A: Peki bunun bir işlem içermesini istesem senden?

Ö4 düşünür ama bu şekilde kalır.



The image shows a close-up of a piece of paper with handwritten text. The first line reads 'M=3' and the second line reads 'G=15'. The handwriting is in dark ink and appears to be from a student.

Fotoğraf 10: Ö4'ün 1.sorunun c maddesi için cevabı

Araştırmaya katılan Ö4 numaralı öğrenci denklem kavramına ilişkin herhangi bir bilgiye sahip olmadığını ifade etmiştir. Araştırmacının yönlendirmesiyle verilen nicelikleri (15 ve 3) sorudaki anlamları doğrultusunda sırasıyla “gün” ve “masa üretimi” şeklinde tanımlayabilmiş bu değerleri uygun değişkenlerle eşleştirme ($G=15$, $M=45$) girişiminde bulunmuştur. Ancak öğrenci bu nicelikler arasındaki ilişkiyi cebirsel bir denklem biçiminde ifade etmede zorlanmış ve herhangi bir işlem ifadesi oluşturamamıştır. Bu durum öğrencinin cebirsel düşünme sürecinde sembolleri yalnızca değer atamak için kullandığını ancak değişkenler arasındaki bağıntıyı işlem düzeyinde yapılandıramadığını ortaya koymaktadır. Ardından araştırmacı denkleminin tanımını öğrenciye yapar ve a maddesinde yaptığı işlemi göz önüne almasını söyler. Öğretmenlerinin derste kullandığı bilinmeyenlere kutu yada x verme yöntemi hatırlatılır.

Ö4: Hatırladım. Harfleri kullanacağım yani kutular gibi. (Yazmaya başlar.)

Ö4'nın cevabı $G \times M = 45$ olur.

A: Sorudaki harfler neyi temsil ediyordu?

Ö4: G gün sayısını M de üretilen masa sayısını.

A: Peki senin yazdığın denklemde Üretilen masa sayısı nedir?

Ö4: 45. (düşünür...) Aa 45 M olacak.

A: Denklemini tekrar yazar mısın?

Öğrenci biraz bekler.

A: Ne hakkında düşünüyorsun?

Ö4: Ama eşitliğin diğer tarafına M harfi nasıl koyacağım cevap 45 oluyor.

A: Her zaman 45 midir cevap?

Ö4: Nasıl yani?

A: Mesela atölye 10 gün çalışsın kaç masa üretilir?

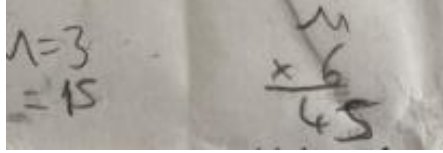
Ö4: 30 masa.

A: Nasıl yaptın ve 30 hangi harf ile temsil ediliyor?

Ö4: 10 ile 3ü çarptım. (Düşünür...) M de 30 oldu.

A: Peki bu işlemi de göz önünde bulundursan denklemi oluşturur musun?

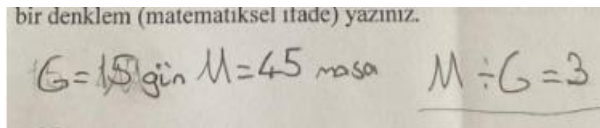
Öğrenci bekler ve cevaba ulaşamaz.



Fotoğraf 11: Ö4'ün 1. sorunun c maddesi için cevabı

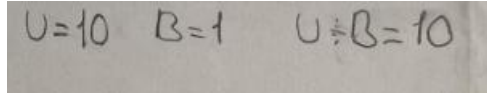
Ö4 numaralı öğrenci başlangıçta denklem kavramını hatırlayamadı. Araştırmacının sınıf içi uygulamaları hatırlatmasıyla kutu ve harf ilişkisini kurarak “ $G \times M = 45$ ” şeklinde bir denklem yazdı. Ancak harflerin anlamlarını sorgulaması istendiğinde G’nin gün sayısını M’nin masa sayısını temsil ettiğini belirtti. 45’in sabit bir değer olmadığını fark ettiğinde eşitliği nasıl kuracağını anlayamadı. 10 gün örneği verildiğinde işlemi doğru yaparak 30 sonucuna ulaştı ancak bu örnekten yola çıkarak genel bir denklem oluşturmakta zorlandı. Bu durum öğrencinin değişkenleri tanıyabildiğini fakat cebirsel genellemeye geçişte güçlük yaşadığını göstermekte ve işlemsel olarak düşünüp bir cevaba ulaşma gereksinimini olduğunu düşündüğünü göstermektedir.

Ö1’in cevapları incelendiğinde ise ilk önce diğer 4. Sınıf öğrencileri gibi denklemin ne demek olduğu sordu. Denklemin tanımı öğrenciye yapıldı ve öğrenci için tanımın soyut olmasının önüne geçilmesi amacı ile 1. sorunun a maddesinde yaptığı işlemde hangilerinin G ya da M harfine denk geldiği soruldu. Öğrenci cevaplarını kağıda yazdı. $G=15$ gün ve $M=45$ masa cevabını verdi. Ardından öğrenciye “Bu G ve M harflerini kullanarak bu ilk maddedeki gibi benzer bir işlem yapabilir misin?” sorusu yöneltildi ve aşağıda öğrencinin cevabı verilmiştir.

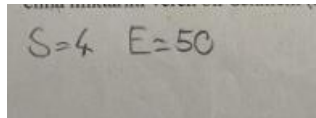


Fotoğraf 12: Ö1'in 1. sorunun c maddesi için verdiği cevap

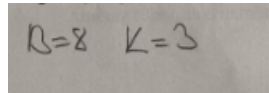
Ö1 cebirsel denklem kurma sürecinde somutlaştırmanın ve sembolik temsillerin kişiselleştirilmesinin rolüne dair önemli bir bulgu sunmaktadır. Öğrencinin başlangıçta denklemin tanımını sorgulaması, soyut cebirsel kavramlara olan ön hazırlıksızlığını ortaya koymuştur. Ancak 1. sorunun a maddesinde yaptığı işlemin somut verileri ($G=15$ gün, $M=45$ masa) üzerinden G ve M harflerinin neyi temsil ettiğinin sorulmasıyla öğrencinin bu sembollere anlam yükleyebildiği ve ardından bu sembolleri kullanarak benzer bir işlem (denklem benzeri bir ifade) oluşturabildiği gözlemlenmiştir. Bu durum öğrencilerin henüz denklem kurma becerisi tam olarak gelişmemişken dahi bilinen verileri sembollerle ilişkilendirme ve bu semboller aracılığıyla bir matematiksel ifade oluşturma potansiyelini göstermektedir. Dolayısıyla soyut cebirsel temsillerin somut bağlamlar ve kişisel anlamlandırma süreçleri aracılığıyla desteklenmesinin öğrencilerin denklem kurma becerilerinin gelişiminde kritik bir köprü işlevi görebileceği sonucuna varılmıştır. Ö1 'in diğer 2, 3 ve 4. Sorulardaki c maddesi için denklem kurmaları istenildiğinde ise a maddelerinde doğru sonuca ulaşırken c maddesinde denkleme ulaşmada zorluk yaşadığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla sayısal olarak doğru sonuçlara ulaşabilme yeteneği ilişkilerin altında yatan cebirsel yapıyı anlama ve bunu formel bir denklemle ifade edebilme becerisiyle her zaman paralellik göstermeyebilir. Öğrencinin diğer soruların c maddesi için verdiği cevaplar aşağıda paylaşılmıştır.


$$U=10 \quad B=1 \quad U \div B=10$$

Fotoğraf 13: Ö1'in 2. sorunun c maddesi için verdiği cevap


$$S=4 \quad E=50$$

Fotoğraf 14: Ö1'in 3. sorunun c maddesi için verdiği cevap


$$B=8 \quad K=3$$

Fotoğraf 15: Ö1'in 4. sorunun c maddesi için verdiği cevap

Tema 3 kapsamında öğrencilerin denklem kurma becerilerindeki sınırlılıklar ve orantı temelli çözüm stratejileri incelenmiştir. Bulgular öğrencilerin henüz formel cebirsel denklem kurma ve çözme becerilerinin tam olarak gelişmediğini ancak orantısal akıl yürütmeye dayalı işlemsel stratejilerin problem çözümünde etkili bir araç olarak kullanıldığını göstermektedir. Özellikle nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyip birim oran, içler-dışlar çarpımı veya doğrudan kat sayı belirleme gibi yöntemlerle doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Görüşmeler öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorular ve a maddesindeki işlemler aracılığıyla denkleme yaklaşılabildiklerini ortaya koymuştur 6 ve 7. sınıf öğrencileri verilen cebirsel ifadeleri anlamlandırarak çözüm üretebilmiştir. Örnek olarak Ö4 numaralı öğrenci başlangıçta denklem kavramını hatırlayamazken verilen nicelikleri değişkenlerle eşleştirerek " $G \times M = 45$ " biçiminde bir ifade oluşturabilmiş ancak farklı değerler verildiğinde genel bir denklem kurmakta güçlük yaşamıştır. Benzer şekilde Ö1 öğrencisi somut veriler ve sembolik temsiller aracılığıyla matematiksel ifadeyi oluşturabilmiş ancak c maddelerinde sayısal olarak doğru sonuca ulaşsa dahi formel denklem kurmada sınırlılıklar göstermiştir. Bu durum öğrencilerin değişkenleri tanıyabildiklerini fakat cebirsel genelleme ve soyutlama süreçlerinde desteklenmeye ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Elde edilen bulgular somut bağlamlar ve kişisel anlamlandırma süreçleri aracılığıyla sembolik temsillerin güçlendirilmesinin öğrencilerin denklem kurma becerilerini geliştirmede kritik bir köprü işlevi görebileceğini ortaya koymaktadır.

7. alt probleme uygun bir özetleme yapacak olursak çalışma cebir eğitimi almamış 4. sınıf öğrencileri ile cebir eğitimi alan 6 ve 7. sınıf öğrencilerini kapsayan toplam 12 öğrenciyle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilere dayanmaktadır. Veriler tümevarımsal tematik analiz yöntemiyle incelenmiş ve öğrencilerin orantı problemlerine yaklaşım biçimleri, cebir algıları, cebirsel denklemleri kullanma eğilimleri ve problem çözme süreçlerindeki kendini ifade etme güçlükleri gibi ana temalar belirlenmiştir.

Görüşmelere katılan öğrencilerin genelinde "denklem" kavramına ilişkin net bir tanım yapma ve anlamlandırma gücü gözlemlenmiştir. Özellikle 4. sınıf öğrencileri için cebir ve denklem kavramları yabancı olarak belirginleşmiştir. Cebir eğitimi almış 6 ve 7. sınıf öğrencileri dahi denklemi unuttuklarını veya bildiklerini ifade eden öğrenciler de tanımını yapmada veya sembollerini (g, m gibi harfleri) somut bağlamlarda cebirsel bir ifade içinde kullanmada zorlanmışlardır. Bu bulgu öğrencilerin sembolik gösterimleri doğru bir şekilde ilişkilendirebilseler de değişken kavramının farklı kullanım bağlamlarındaki kavramsal olgunluğuna tam olarak ulaşamadıklarını düşündürmektedir. Örneğin Ö11'in bir sayı yerine 'x' kullanıp "x de 3 demek" demesi, değişkeni belirgin bir sayıya eşitleme eğilimini ortaya koymuştur. Ancak bazı 4. sınıf öğrencilerinin öğretmenlerinin derslerinde cebire giriş için

kullandığı kutu veya harf kullanma yöntemleriyle tanıştıklarında denklem kurmada daha başarılı olmaları, erken yaşlarda somutlaştırılmış cebirsel girişlerin önemine işaret etmektedir.

Öğrenciler farklı orantısal akıl yürütme stratejileri kullanmış olsalar da çözüm süreçlerini matematiksel bir dille açıklama konusunda belirgin güçlükler yaşamışlardır. Doğru orantı, ters orantı, doğrusal ilişki ve üssel ilişki içeren problemlerde öğrenciler çoğunlukla doğru cevaba ulaşmış ancak bu cevaba neden belirli bir işlemi (çarpma, bölme gibi) kullandıklarını veya problemdeki değişkenler arasındaki ilişkiyi sözel olarak gerekçelendirmekte yetersiz kalmışlardır. Özellikle ters orantı problemlerinde "küçük sayının büyük sayıya bölünemeyeceği" gibi aritmetik sınırlamalara takılmaları veya orantısal düşünme yerine çıkarma gibi hatalı stratejiler kullanmaları kavramsal eksiklikleri göz önüne sermiştir. Üssel ilişki problemlerinde ise öğrenciler kağıdı somut olarak katlama veya zihinde canlandırma gibi informel yöntemlerle çözüme ulaşmış ancak genel bir kuralı ifade etme veya bu kuralın altında yatan matematiksel mantığı açıklama becerileri sınırlı kalmıştır. Bu durum öğrencilerin işlemsel başarılarının her zaman derinlemesine bir kavramsal anlayışa ve bunu ifade etme yeteneğine karşılık gelmediğini gösteriyor olabilir.

Nitel bulgular öğrencilerin henüz formel cebirsel denklem kurma ve çözme becerileri tam olarak gelişmemiş olsa dahi orantısal akıl yürütmeye dayalı stratejilerin etkili birer alternatif olarak kullanıldığını ortaya koymuştur. Öğrenciler doğrudan cebirsel denklem kurmakta zorlandıklarında kat sayısı belirleme, birim oran hesaplama veya içler-dışlar çarpımı gibi işlemsel stratejiler yoluyla doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Araştırmacının yönlendirmeleri ve ipuçları sayesinde bazı öğrenciler cebirsel ifadeleri anlamlandırmaya ve denklem kurmaya yaklaşabilmişlerdir. Özellikle 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin verilen cebirsel ifadeleri anlamlandırarak çözüm üretebildikleri görülmüştür. Bu bulgu orantısal akıl yürütme becerilerinin, cebirsel yeterliklerin gelişiminde destekleyici bir rol oynadığını ve öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde birden fazla çözüm yoluna başvırebildiklerini gösterdiğini düşündürmektedir. Bu kısımdan yola çıkarak orantısal stratejilerin cebirsel düşünmeye geçiş sürecinde önemli bir yapı taşı olduğu yalnızca geçici bir çözümden ibaret olmadığı vurgulanmaktadır.

Genel olarak bulgular 4, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin cebir içeren orantı problemlerine yaklaşımlarında bazı zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır. Öğrenciler matematiksel işlemleri yapabilseler de bu işlemleri cebirsel denklemlerle formelize etme ve gerekçelendirme konusunda yetersizlikler sergilemektedir. Bu durum matematiksel soyutlama, genelleme ve bu süreçleri sözel ya da sembolik olarak ifade etme becerilerinin güçlendirilmesi gerektiğini gösterdiğini düşündürmektedir. Elde edilen veriler cebirsel düşünceye geçiş sürecinin

yapılandırılmış ve aşamalı bir biçimde desteklenmesinin somut deneyimlerle ve dilsel açıklamalarla zenginleştirilmesinin önemine işaret edebilir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme gibi informel stratejilerini bir köprü olarak kullanarak cebirsel düşünmeyi içselleştirmeleri için uygun öğrenme ortamlarının yaratılması gerektiği düşüncesine varılabilir.



4. TARTIŞMA

Bu bölümde elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan tartışmaya yer verilmiştir.

Bu çalışma cebir eğitimi almamış 4 ile cebir eğitimi almış 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme düzeyleri ile cebirsel temsilleri kullanabilme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemektedir. Oran ve orantı, matematiksel ilişkilerin temelini oluştururken cebir, bu ilişkileri daha soyut ve genellenebilir biçimde ifade etme imkânı sunar. Çalışma bu iki alan arasındaki kavramsal geçişte öğrencilerin karşılaştığı güçlükleri ortaya koymaktadır.

Öncelikle 4. sınıf öğrencileri hem orantısal akıl yürütme becerilerinde hem de cebirsel gösterim içeren orantı problemlerinde düşük başarı sergilemiştir. Özellikle orantısal durumları tanıma, oranların karşılaştırılması ve ters orantı gibi kavramlar bu yaş grubunda yeterince gelişmediği için öğrencilerin başarı düzeylerini sınırlamıştır. Bu durum orantısal düşünmenin gelişiminin erken sınıf düzeylerinde sınırlı olduğunu ortaya koyan Lamon (2007) ve Karplus, Pulos ve Stage (1983) gibi araştırmalarla uyumludur. Bu çalışmalar ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin henüz orantısal ilişkileri tam olarak kavrayamadığını ve bu kavramları doğrudan işlem ya da formül ile çözmeye çalıştıklarını göstermektedir.

6. sınıf öğrencilerinin performansı 4. sınıfa kıyasla hem OAYT hem de COBT açısından artış göstermiştir. Özellikle oran kavramını anlamlandırma ve niceliksel karşılaştırma gibi alt becerilerde gelişim olduğu görülmektedir. Ancak bu sınıf düzeyinde de cebirsel gösterim kullanımı oldukça sınırlı kalmış, öğrenciler daha çok aritmetiksel çözüm yollarına yönelmiştir. Bu durum Knuth ve diğerleri (2005)'in cebirsel ifadeleri kullanma ve sembolik gösterimlerin anlamını kavrama konusunda ortaokul öncesi öğrencilerde zorluklar yaşandığını ortaya koyan çalışmasıyla paralellik göstermektedir.

7. sınıf öğrencileri ise hem orantısal akıl yürütme becerilerinde hem de cebirsel temsilleri kullanma düzeylerinde anlamlı bir gelişim göstermiştir. Özellikle bazı öğrencilerin denklem kurma ve bilinmeyen ile işlem yapma gibi cebirsel süreçleri tercih ettiği ve doğru çözümler geliştirdiği gözlenmiştir. Bu bulgu cebirsel düşüncenin ortaokulun sonlarına doğru daha sistematik biçimde gelişmeye başladığını savunan Blanton ve Kaput (2005) ile uyumludur. Ancak dikkat çeken bir diğer bulgu öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerindeki gelişimin orantısal akıl yürütme gelişimini tam anlamıyla yansıtamadığıdır. Örneğin bazı öğrenciler doğru orantıyı kavrayabilmekte ancak cebirsel olarak ifade etmekte zorlanmaktadır.

Bu durum orantısal akıl yürütme ile cebirsel temsil arasında bilişsel bir boşluk olduğunu öne süren Koedinger ve Nathan (2004)'ın bulgularıyla örtüşmektedir.

Orantısal akıl yürütme becerileri incelendiğinde 4 ve 6. sınıf öğrencilerinin puan ortalamalarının birbirine oldukça yakın olduğu ancak 7. sınıfta belirgin bir artış gözlemlendiği görülmüştür. Bu durum Piaget'nin bilişsel gelişim kuramı çerçevesinde ele alındığında anlam kazanmaktadır. Piaget (1972) soyut işlemler döneminin yaklaşık 11–12 yaşlarında başladığını ve çocukların bu dönemde orantı, oran ve cebir gibi soyut kavramları daha etkili şekilde işlemeye başladığını belirtmiştir. Dolayısıyla 7. sınıf düzeyinde gözlemlenen sıçrama öğrencilerin soyut akıl yürütme kapasitelerindeki gelişimle ilişkilendirilebilir.

COBT puanları açısından değerlendirildiğinde, en belirgin gelişimin 4. sınıftan 6. sınıfa geçerken yaşandığı, ancak 6. sınıftan 7. sınıfa geçişte bu gelişimin istatistiksel olarak anlamlı olmadığı görülmüştür. Bu bulgu, cebirsel düşünmenin belirli bir temel üzerine inşa edildiğini ve bu temel becerilerin büyük ölçüde 6. sınıfa kadar edinildiğini göstermektedir. Cai ve Knuth (2011), erken cebirsel düşünmenin özellikle ilkokulun son yıllarında gelişmeye başladığını ve bu dönemde öğrencilerin cebirsel modellemeye ilişkin ilk yapılandırmaları oluşturduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda, araştırma bulguları, erken cebir öğretiminin etkinliğinin özellikle 4 ve 6. sınıflar arasında daha belirgin hale geldiğini desteklemektedir.

Araştırmanın en dikkat çekici bulgularından biri ise orantısal akıl yürütme ile cebir içeren orantı problemleri çözme başarısı arasında istatistiksel olarak anlamlı ve orta düzeyde pozitif bir ilişkinin bulunmasıdır ($r = .444$). Bu bulgu orantısal düşünmenin cebirsel problem çözme süreçleri için bir ön koşul beceri olduğunu ortaya koymaktadır. Benzer şekilde Kaput (2008), cebirsel düşünmenin gelişiminin aritmetik ile orantısal akıl yürütme arasında kurulan ilişkilerle temellendirildiğini vurgulamıştır. Ayrıca Vergnaud (1983) orantısal ilişkilerin anlaşılmasının eşitlik kavramı ve sembolik gösterim gibi cebirsel yapıların gelişimi açısından kritik bir rol oynadığını ifade etmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerindeki gelişim yalnızca bu alandaki başarının değil aynı zamanda cebirsel düşünmenin de güçlü bir yordayıcısı olarak değerlendirilebilir. Bu araştırma bulguları, orantısal akıl yürütme becerileri ile cebirsel problem çözme başarıları arasında güçlü bir ilişki bulunduğunu ve her iki becerinin sınıf düzeyine göre farklı gelişim eğilimleri sergilediğini ortaya koymuştur. Özellikle 7. sınıfta artan bireysel farklılıklar öğretim stratejilerinin farklılaştırılması gerektiğine işaret etmektedir. Ayrıca erken sınıflarda orantısal ve cebirsel düşünme becerilerinin bütüncül bir yaklaşımla ele alınması ilerleyen yıllarda bu becerilerin daha sağlam temeller üzerine inşa edilmesini sağlayabilir.

Çalışmadan yola çıkarak öğrencilerin bazı orantı problemlerini işlemsel anlamda çözebildikleri ancak bu başarının çoğunlukla ezbere dayalı hesaplamalarla sınırlı kaldığı görülmüştür. Özellikle Cebir Orantı Başarı Testi (COBT) sonuçları, öğrencilerin doğru ve ters orantı gibi temel işlemleri yapabildiklerini ancak cebirsel ifadeler kurmada ve bu ifadeleri yorumlamada zorlandıklarını göstermiştir. Örneğin birçok öğrenci belirli işlem basamaklarını uygulayarak doğru sonuçlara ulaşsa da aynı soruların gerekçelendirilmesini isteyen bölümlerinde ciddi başarısızlıklar göstermiştir. Bu durum öğrencilerin orantısal ilişkileri kavramsal olarak değil yöntemsel olarak ele aldıklarına işaret etmektedir. Bu bulgu literatürde yer alan çeşitli çalışmalarla da örtüşmektedir. O çalışmalar şu şekilde gösterilebilir.

Kahraman, Kul ve İskenderoğlu (2018) da öğrencilerin orantı problemlerini genellikle yüzeysel işlem adımlarıyla çözdüklerini ve altında yatan yapıları fark edemediklerini belirtmiştir.

Çelik ve Özdemir (2017) öğrencilerin cebirsel düşünceye geçişte zorlandıklarını ve özellikle bilinmeyenlerle kurulan ifadelerde anlamlandırma problemi yaşadıklarını ifade etmektedir.

Ben-Chaim ve arkadaşları (2012) ile Cramer ve Post (1993)'ün araştırmaları, öğrencilerin özellikle 'eksik değer' problemlerini çözerken sayılar arasındaki çarpımsal ilişkileri fark etmeden ezbere "içler-dışlar çarpımı" gibi algoritmaları kullandıklarını belirtmektedir. Bu durum bu araştırmadaki öğrencilerin işlemsel başarılarının kavramsal anlamının önünde olduğunu gösteren bulgularla örtüşmektedir.

Lamon (2007) tarafından yapılan tanıma göre, orantısal akıl yürütme "orantısal ilişkiler hakkında iddiaları tespit etme, ifade etme, analiz etme, açıklama ve kanıt sunma" yeteneğini içermektedir. Bu tanım öğrencilerin sadece işlem yapma değil aynı zamanda gerekçelendirme ve açıklama yapma becerilerinin de orantısal akıl yürütmenin temel bir parçası olduğunu vurgulamaktadır. Bu araştırmadan da yola çıkarak öğrencilerin bu tanımın ikinci kısmında zorlandığını kanısına varılabilir.

Çalışmanın bulguları ilköğretim düzeyinde cebirsel temsil gücünün zayıf olduğunu ve bu nedenle orantısal akıl yürütme süreçlerinin sınırlı kaldığını göstermektedir. Öğrencilerin açıklama yapma becerilerine dair elde edilen veriler de bu durumu desteklemektedir. COBT'nin gerekçelendirme gerektiren alt maddelerinde öğrencilerin yarısından fazlasının düşük puan alması, sadece sonuca ulaşmanın yeterli olmadığını, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade etme ve açıklama becerilerinin de gelişime açık olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç Brown ve arkadaşlarının (2014) vurguladığı üzere öğrencilerin matematiksel ifadeleri neden

ve nasıl kullandıklarını açıklayabilmelerinin üst düzey düşünme becerileri için kritik olduğuna işaret etmektedir.

Öğrencilerin harfleri günlük yaşam nesneleriyle ilişkilendirmesi (örneğin G=gün, M=masa), sembolik düşünmede henüz tam olgunlaşmamış bir aşamada olduklarını göstermektedir. Bu bağlamda Cambell ve Stage (2000) gibi araştırmacılar da öğrencilerin sembolleri anlamlandırmada karşılaştıkları zorlukların cebirsel temsillerde soyut düşünmeye geçişte önemli bir engel olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin değişken kavramını belirli sayılarla özdeşleştirme eğilimleri ise (örneğin $\bar{O}11$ 'in “x de 3 demek” ifadesi) bu kavramsal belirsizliği desteklemektedir. Bu durum Harel ve Kaput'un (1991) cebir öğretiminde değişken kavramının farklı bağlamlarda doğru anlaşılmasının kritik olduğunu vurgulayan çalışmalarıyla uyumludur.

Öğretmenlerin erken cebir girişinde kullandığı somutlaştırılmış sembol ve şekil yöntemlerinin öğrencilerin denklem kurma başarısını artırması, öğrenme ortamlarında somut işlemsel faaliyetlerin önemini ortaya koymaktadır. Bu da Bruner'in (1966) bilişsel gelişim kuramında somut deneyimlerin soyut düşünceye geçişte merkezi rol oynadığı görüşünü desteklemektedir. Stacey ve MacGregor (1997), öğrencilerin cebirsel sembolleri yorumlama biçimlerini, günlük dilden farklı olan cebir dilini anlama zorluklarıyla ilişkilendirir. Özellikle öğrencilerin “=” işaretini bir sonuç üreticisi olarak görme eğilimi, cebirsel düşüncedeki en yaygın kavram yanılgılarından biridir. Bu araştırma öncülüğünde de çalışmadaki öğrencilerin sembolleri somut nesnelerle ilişkilendirmesi bulgusu bu dilsel ve sembolik anlama boşluğunun bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

Öğretmenlerin erken cebir girişinde kullandığı somutlaştırılmış sembol ve şekil yöntemlerinin öğrencilerin denklem kurma başarısını artırması, öğrenme ortamlarında somut işlemsel faaliyetlerin önemini ortaya koymaktadır. Bu da Bruner'in (1966) bilişsel gelişim kuramında somut deneyimlerin soyut düşünceye geçişte merkezi rol oynadığı görüşünü desteklemektedir.

Orantısal Akıl Yürütme Testi (OAYT) verileri, öğrenciler arasında bu beceriler açısından ciddi farklılıklar olduğunu göstermiştir. OAYT'de hem işlem hem de açıklama gerektiren sorularda bazı öğrenciler yüksek başarı gösterirken büyük bir kısmı düşük puanlarda kalmıştır. Bu durum orantısal düşünmenin bireyden bireye farklı gelişebilen çok boyutlu bir beceri olduğunu ortaya koymaktadır. Toluk Uçar ve Bozkuş (2016) da orantısal akıl yürütmenin gelişiminin çeşitli faktörlere bağlı olarak heterojen bir yapı gösterdiğini vurgulamaktadır. Buradan yola çıkarak öğretim süreçlerinin bireysel farklılıkları göz önünde bulunduracak şekilde planlanması önem arz etmektedir.

COBT ve OAYT test sonuçlarının varyans değerleri karşılaştırıldığında öğrencilerin cebirsel orantı problemlerinde daha homojen bir başarı sergilediği ancak orantısal akıl yürütme testinde daha dağınık bir başarı grafiği gösterdiği görülmektedir. Bu durum öğrencilerin cebirsel işlemlere dair bazı kalıpları ezberlemiş olabileceğini ancak bu bilgiyi farklı bağlamlara transfer etmede zorlandıklarını düşündürmektedir. Kaya ve Keşan (2015) orantısal akıl yürütmenin yalnızca işlem bilgisiyle değil bağlamsal yorumlama ve mantıksal ilişki kurma becerileriyle de yakından ilişkili olduğunu belirtmektedir.

Bu araştırmanın yedinci alt problemine odaklanan niteliksel bulguları öğrencilerin cebirsel düşünme ve orantısal akıl yürütme süreçlerindeki bilişsel güçlükleri ve stratejik yaklaşımlarını detaylı biçimde ortaya koymaktadır. Özellikle farklı başarı düzeylerine ve sınıf kademelerine sahip öğrencilerin benzer kavramsal engellerle karşılaşması matematiksel düşünmenin gelişimsel doğasını gözler önüne sermektedir.

Denklem kavramına yönelik kavramsal yetersizlikler araştırmada açıkça görülmüştür. Özellikle 4. sınıf öğrencilerinin "denklem" kavramına aşina olmaması ve 6 ile 7. sınıf öğrencilerinin de bu kavramı yüzeysel biçimde tanımlaması cebirsel düşünmeye geçişte kavramsal altyapının ne denli eksik kaldığını göstermektedir. Bu durum literatürde de sıkça vurgulanan bir sorundur. Kieran (2004), öğrencilerin cebire geçişte sembollerin anlamını kavramakta zorlandığını özellikle değişken kavramının soyut doğasının kavramsal öğrenmeyi zorlaştırdığını ifade etmiştir.

Ayrıca öğrencilerin orantı problemlerine yaklaşırken işlemsel stratejileri tercih etmeleri ancak bu işlemleri kavramsal düzlemde açıklamakta yetersiz kalmaları dikkat çekicidir. Bu bulgu Hiebert ve Carpenter (1992)'nin vurguladığı “işlemsel bilgi” ile “anlamsal bilgi” arasındaki kopuklukla örtüşmektedir. Öğrenciler doğru cevaba ulaşırlar da neden o işlemi yaptıklarını açıklayamamaktadırlar. Bu durum özellikle Lamon (2007)'un “orantısal akıl yürütme yalnızca hesaplama değil, çok katmanlı kavramsal anlayış gerektirir” vurgusuyla da örtüşmektedir.

Ters orantı ve doğrusal ilişkiler içeren sorulara verilen yanıtlar öğrencilerin sıklıkla toplamsal veya yüzeysel stratejilere başvurduklarını göstermektedir. Özellikle bazı öğrencilerin ters orantıyı doğru algılayamayıp “küçük sayı büyük sayıya bölünmez” gibi aritmetik sınırlara dayanarak mantık yürütmeleri Misailidou ve Williams (2003)'ün tanımladığı “yanlış genelleştirme” örüntüsüne tipik bir örnektir. Benzer şekilde Vergnaud (1983), öğrencilerin orantısal durumları yanlışla toplamsal ya da sıralı ilişkilerle çözmeye çalıştığını belirtmiştir. Bulgular bu teorik çerçeveye tutarlıdır.

Üstel ilişkilerle ilgili problemde öğrencilerin kağıt katlama gibi somut modellemelere başvurarak çözüm üretmeleri, onların bilişsel düzeyde hâlâ somut işlemler evresine yakın olduklarını göstermektedir. Piaget ve Inhelder (1975)'e göre bu yaş grubundaki öğrenciler özellikle soyut matematiksel genellemeleri yaparken somut araçlara ihtiyaç duyarlar. Araştırma bulguları bu gelişimsel aşamaların öğretimsel yansımalarını açıkça ortaya koymaktadır.

Daha dikkat çekici olan bir diğer bulgu ise öğrencilerin formel denklem kurmakta zorlanmalarına karşın orantısal stratejilerle başarılı çözümlere ulaşabilmeleridir. Bu durum orantısal akıl yürütmenin cebirsel düşünme becerilerine geçişte bir köprü görevi gördüğünü düşündürmektedir. Nitekim Kaput (2008), öğrencilerin cebir öncesi dönemde geliştirdikleri oran, oranlama ve denklige dayalı informal stratejilerin cebirsel sembollere geçişte yapı iskelesi görevi gördüğünü belirtmektedir. Araştırmada da öğrencilerin denklem kuramadığı hâllerde içler-dışlar çarpımı, kat sayısı belirleme veya birim oran stratejileriyle sorunu çözebildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum Nathan ve Koedinger (2000)'ın, öğrencilerin aritmetiksel sezgilerinin cebirsel formalizasyondan önce geldiği ve öğretimin bu sezgilere yaslanması gerektiği görüşüyle örtüşmektedir.

Bir diğer kısım ise yönlendirmelerle birlikte bazı öğrencilerin cebirsel ilişkilere daha yakın durabildiği görülmektedir. Bu da öğretmenin veya araştırmacının sağladığı yapılandırılmış rehberliğin öğrencinin bilişsel sınırlarını zorlamasına ve yeni düşünme biçimlerine geçmesine imkân verdiğini göstermektedir. Vygotsky'nin (1978) yakınsak gelişim alanı (ZPD) kuramı bağlamında değerlendirildiğinde bu yönlendirmelerin öğrenme potansiyelini ortaya çıkaran önemli pedagojik araçlar olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak öğrencilerin hem cebirsel sembolizme dair kavram yanlışlarına sahip olduğu hem de orantısal problemleri çözerken stratejik olarak informal yolları tercih ettiği açıkça görülmektedir. İşlemsel başarı ile kavramsal anlama arasındaki fark matematik öğretiminde yüzeysel öğrenmenin yaygınlığına işaret etmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin erken yaşlardan itibaren sembol, değişken ve oran kavramları üzerine yapılandırılmış deneyimlerle tanışması, cebirsel düşünmeye geçişin daha sağlıklı olması açısından elzem görünmektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlara bu sonuçların literatürdeki benzer çalışmalarla ilişkisine ve araştırma sonucunda ortaya koyulan çıkarımlara dayalı olarak geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç

Bu araştırmanın bulguları cebir eğitimi almamış 4, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile orantı problemlerinde cebirsel yaklaşımları kullanma düzeyleri arasındaki ilişkiye dair bilgiler sağlamaktadır. Oran ve orantı matematiksel ilişkileri ifade etmede temel bir araç konumundayken cebir bu ilişkileri daha soyut ve genellenebilir bir dil aracılığıyla ifade etme imkânı sunar. Mevcut çalışma bu iki kavram alanı arasındaki potansiyel bağlantıları ve öğrencilerin kavramsal geçiş süreçlerinde deneyimledikleri zorlukları açığa çıkardığı düşünülmektedir.

Çalışmanın en dikkat çekici bulgularından biri öğrencilerin genel olarak "cebiri" kavramını tanımlamakta ve anlamlandırmakta güçlük çekmeleridir. Öğrencilerin cebiri bildiklerini ifade etmelerine rağmen bu konuda somut ve tutarlı bir açıklama getirememeleri, cebirsel düşünmenin temelini oluşturan soyutlama yeteneğinin henüz yeterince gelişmemiş olduğunu ya da cebirin sadece "harfli ifadeler" olarak yüzeysel bir algıyla sınırlı kaldığını düşündürmektedir. Oysaki öğrenciler oran ve orantı problemlerini çözerken (örneğin, birim değer bulma veya kat ilişkisi kurma gibi stratejilerle) farkında olmadan belirli bir genelleme ve soyutlama düzeyine ulaşabilmektedirler. Ancak bu orantısal düşünme biçimi formel cebirsel gösterime doğrudan paralel bir şekilde ifade edilememektedir. Özellikle 4. sınıf öğrencilerinin cebir ve denklem kavramlarına tamamen aşina olmamaları beklenen bir durumken 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin bile bu konudaki kavramsal belirsizliği ilerleyen seviyelerde karşılaşacakları cebir öğrenimine geçişte potansiyel engellere işaret etmektedir. Zira orantısal ilişkileri cebirsel olarak ifade edebilme becerisi daha karmaşık matematiksel kavramları anlama ve uygulama adına kritik bir önkoşuldur.

Öğrencilerin denklem kurma konusundaki belirgin sınırlılıkları ve "denklemini nasıl kurmalıyız?" gibi soruları cebirsel gösterimin problem çözmede bir ihtiyaç olarak algılanmasına rağmen bu ihtiyacı karşılayacak bilişsel altyapının henüz tam oluşmadığını göstermektedir. Öte yandan orantısal akıl yürütme becerisi yüksek olan öğrencilerin (özellikle

4. sınıf düzeyinde) sözlü görüşmelerde denklem kurmaya yönelik sezgisel bir yönelim sergilemeleri oran ve cebir arasında doğal bir bilişsel köprü potansiyelinin varlığını düşündürmektedir. Bu öğrenciler bir problemdeki orantısal ilişkiyi derinlemesine kavrayabildikleri için bu ilişkiyi sembolik bir dille ifade etme potansiyeline sahip olsalar da formel cebir bilgisi eksikliği nedeniyle bu potansiyeli tam olarak kullanamamaktadırlar. Orantı problemlerindeki "bilinmeyen" bir niceliği bulma süreci özünde bir denklem çözme mantığı barındırır da bu mantık henüz cebirsel sembollerle açıkça ifade edilememektedir.

Öğrencilerin orantı problemlerini çözerken başvurdukları çeşitli stratejiler (örneğin, birim fiyat belirleme, kat ilişkisi kurma vb.) onların orantısal akıl yürütme becerilerinin farklı düzeylerde olduğunu ortaya koymaktadır. Bu stratejiler aslında cebirsel denklemlerin temelini oluşturan orantısal ilişkilerin farklı temsili biçimleridir. Ancak bu stratejileri sözel olarak açıklamakta yaşadıkları zorluklar ve yanlış cevap verdiklerinde dahi açıklamalarını düzeltme eğilimleri öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinde belirgin yetersizliklere işaret etmektedir. Orantısal bir problemi cebirsel olarak ifade edebilmek düşünce sürecini açık ve kesin bir dille aktarabilmeyi gerektirir. Bu iletişim eksikliği öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözerken kullandıkları sezgisel bilgiyi cebirsel bir yapıya dönüştürmekte zorlandıklarını ve matematiksel kavramları soyutlama ve genelleme becerilerinin tam olarak gelişmediğini göstermektedir.

Son olarak öğrencilerin problemleri "kolay" olarak algılamalarına rağmen çözüm sürecinde zorlanmaları, önemli bir çelişkiyi gözler önüne sermektedir. Bu durum öğrencilerin probleme ilişkin yüzeysel bir anlayışa sahip olsalar bile bu algıyı sistematik ve matematiksel bir çözüm sürecine özellikle de cebirsel bir modele dönüştürmekte güçlük çektiklerini belirtmektedir. Orantısal ilişkileri tam olarak kavramadan veya cebirsel ifadeyi kullanmadan problemin sadece "görünüşte" kolay olduğunu düşünmeleri, yüzeysel bir anlamadan kaynaklanmaktadır. Bu çelişki öğrencilerin orantısal düşünme ile cebirsel ifade arasındaki bilişsel köprüyü kurmakta yaşadıkları zorluğa dikkat çekmektedir.

Carpenter, Franke ve Levi (2003) erken dönemde cebirsel düşünmenin temellerinin atılmasının öğrencilerin sonraki yıllarda cebir öğrenimine daha kolay uyum sağlamalarını desteklediğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde Kaput (2008) erken cebirsel düşünmenin ilkökul yıllarından itibaren sistematik olarak geliştirilmesi gerektiğini aksi durumda ilerleyen sınıf düzeylerinde öğrenciler arasında başarı farklılıklarının arttığını belirtmektedir. Radford (2010) ise cebirsel düşünmenin yalnızca sembolik ifadelerle değil öğrencilerin günlük yaşantılarına dayalı problem çözme süreçleriyle desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Bu bağlamda çalışmadan elde edilen sonuçların, erken cebir eğitiminin önemini vurgulayan ulusal ve uluslararası literatürle uyumlu olduğu söylenebilir.

5.2. Öneriler

Bu çalışmanın bulguları ışığında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini daha etkin bir şekilde desteklemek ve cebirsel düşünmeye geçişlerini kolaylaştırmak amacıyla aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

Öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını daha derinlemesine kavrayabilmeleri ve bu kavramlar üzerinden cebirsel düşünmeye geçiş yapabilmeleri için matematik müfredatları ile ders kitaplarında kavramsal bir bütünlük gözetilmelidir. Bu doğrultuda oran ve orantı kavramlarının cebirsel düşüncenin ön basamağı olarak konumlandırılması önemlidir. Orantı problemlerinde yer alan bilinmeyen terimlerin basit cebirsel değişkenlerle (örneğin “ x ” ya da “ a ”) tutarlı bir biçimde ilişkilendirilmesi ve öğrencilerin somuttan soyuta geçiş sürecini daha sistematik, tutarlı ve anlaşılır hâle getirebilir. Bu tür bir geçişin daha sağlam kurulması cebirsel yapının temellerini atan erken dönem kazanımlar açısından büyük önem taşıyabileceği düşünülmektedir.

Bu bağlamda informel cebirsel düşünme becerilerinin ilkökul düzeyinden itibaren desteklenmesi gerektiği söylenebilir. Özellikle 4. sınıftan başlayarak öğrencilerin bilinmeyenleri temsil etmek amacıyla somut modeller, semboller veya şekiller kullanabilecekleri etkinliklere yer verilmelidir. Orantı problemleri bağlamında, bilinmeyeni bir kutu, boşluk veya sembolle gösterme gibi erken cebirsel temsillerin teşvik edilmesi, öğrencilerin daha ileri düzeyde cebirsel denklem kurma becerilerine zemin hazırlayacaktır. Böylece formel cebirsel düşünme süreçlerinin temelleri daha erken yaşlarda atılabilecek ve bu da uzun vadede öğrencilerin matematiksel yeterliliklerini güçleneceği kanısına varılabilir.

Orantısal akıl yürütme stratejilerinin hem çeşitlendirilmesi hem de kavramsal olarak derinleştirilmesi büyük önem taşımaktadır. Birim fiyat bulma kat ilişkisi kurma, oran tablosu kullanma ve çapraz çarpım gibi stratejilerin farklı bağlamlar içerisinde esnek biçimde uygulanabilmesi için öğrencilere çeşitli örnekler ve uygulama fırsatları sunulmalıdır. Bu stratejilerin cebirsel denklemlerle nasıl ilişkilendirilebileceği öğrencilerle birlikte tartışılarak kavramlar arası bağların güçlendirilmesi sağlanmalıdır. Bu sayede öğrenciler hem orantısal hem de cebirsel çözüm yolları arasında ilişki kurmayı öğrenebilir ve çok yönlü problem çözme becerileri geliştirebilirler.

Oran ve orantı ile cebirsel düşünmenin birleşiminde bir diğer önemli unsur da matematiksel iletişim becerisidir. Öğrencilerin çözdükleri problemler hakkında düşüncelerini, süreçlerini ve gerekçelerini sözlü ya da yazılı biçimde açıklamaya teşvik edilmeleri onların akıl yürütmelerini daha şeffaf ve sistematik hâle getirecektir. Bu açıklamalar sırasında kullandıkları kavramlar, ifadeler ve stratejiler, cebirsel düşünmeye geçişlerinde önemli bir köprü işlevi görebilir. Özellikle orantısal problemleri çözerken uyguladıkları yöntemleri açık biçimde ifade etmeleri cebirsel yapının mantığını kavramalarını kolaylaştıracaktır.

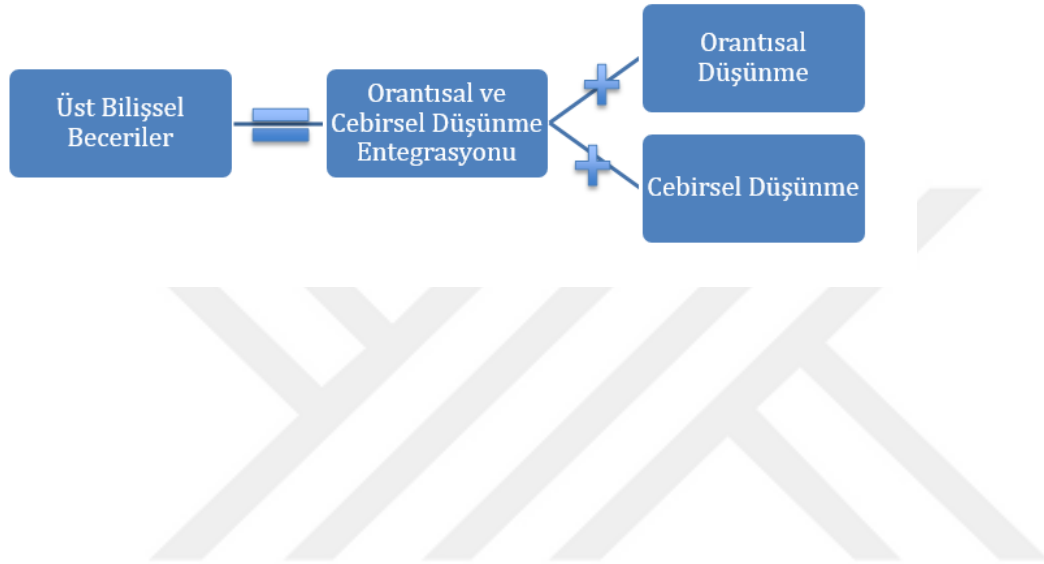
Denklem kurmaya geçiş sürecinde ise öğrencilerin soyut yapılarla doğrudan karşılaşmaları yerine bu sürecin somutlaştırılması ve görselleştirilmesi tavsiye edilmektedir. Bu kapsamda terazi denge modelleri, oran şeritleri veya tablo gibi görsel araçlar kullanılarak öğrencilerin orantısal ilişkileri zihinsel olarak yapılandırılmaları desteklenebilir. Görselleştirme yoluyla kurulan bu ilişkiler cebirsel denklemlerin mantığını sezgisel olarak anlamalarını sağlayarak denklem kurma sürecine geçişi kolaylaştırabilir.

Son olarak cebirin işlevselliği öğrencilerin zihninde güçlü bir biçimde yerleştirilmelidir. Cebirin sadece harf ve sembollerden oluşan soyut bir alan değil aynı zamanda karmaşık orantı problemlerini sistematik, genel ve etkili yollarla çözmeyi mümkün kılan güçlü bir araç olduğu vurgulanmalıdır. Gerçek yaşam bağlamları içeren problemlerle desteklenen problem tabanlı öğrenme uygulamaları öğrencilerin cebirsel düşünceyi anlamlı bir bağlamda deneyimlemelerini ve bu düşüncenin matematiksel problem çözmedeki gücünü fark etmelerini sağlayacaktır.

Tüm bu önerilerin eğitim ortamlarında bilinçli ve sistematik bir şekilde uygulanması öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını anlamalarını derinleştirecek, cebirsel düşünmeye sağlam bir temel oluşturmalarına katkı sağlayacak ve genel matematiksel problem çözme becerilerinin gelişimine olumlu etkide bulunacaktır.

Bu çalışmada orantısal akıl yürütme ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkinin daha net anlaşılmasını sağlamak amacıyla kavramsal bir şekil oluşturulmuştur. Tasarlanan bu şemada iki matematiksel alan arasındaki köprüleri ve etkileşimleri görsel olarak sunarak konunun bütüncül bir perspektiften ele alınmasına olanak sağlayacağı düşünülmüştür.

Şekil 1: Orantısal ve Cebirsel Düşünme Entegrasyonu



KAYNAKLAR

- Akbayır, K., & Çakır, A. (2025). 6. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konuları ile ilgili problem çözme ve kurma becerilerinin incelenmesi. *Kesit Akademi*, 11(42), 37–61.
- Akdeniz, E., & Öztürk, F. (2023). Ölçme temelli cebir öğretiminin 5. sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Uluslararası Eğitim Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 9(1), 1–11.
- Akkan, Y. (2009). İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Akkan, Y., Akkan, P., & Güven, B. (2017). Aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalık. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 527–558.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü., & Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 41–55.
- Akar, G. K. (2009). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. İçinde E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (ss. 263–285). Pegem Akademi.
- Açıkgül, K., & Tuhan, N. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri ile problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarının incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(1), 96–123.
- Avcu, R. (2010). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Ayber, G. (2017). *Cebirsel düşünmenin genelleme aracılığıyla geliştirilmesi perspektifinde ortaokul matematik ders kitaplarının incelenmesi* (Master's thesis, Anadolu University (Turkey)).
- Baki, A. (2000). Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. İçinde E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (ss. 263–285). Pegem Akademi.
- Bart, W., Post, T. R., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1–11.
- Baştürk, V. (2021). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri matematiksel modellemeyi kullanarak çözme becerilerinin incelenmesi* (Master's thesis, Bursa Uludağ University (Turkey)).
- Bozkurt, A., Dizman, T. Ş., & Döğer, B. (2025). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Cebir Öğrenme Alanı Değerlendirme Sorularının Cebirsel Düşünme Düzeyleri. *Yaşadıkça Eğitim*, 39(2), 328–341.
- Cai, J., & Knuth, E. J. (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. Springer.
- Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. İçinde J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Ed.), *Algebra in the early grades* (ss. 235–272). Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.

Çakır, A. (2023). 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konuları ile ilgili problem çözme ve kurma becerilerinin incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Van.

Çelik, A. (2010). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Çelik, A., & Özdemir, E. Y. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1–11.

Çolak, S. (2023). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki matematiksel söylemlerinin incelenmesi. *İstanbul Kültür Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 1(1), 1–15.

Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1), 24–56.

Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180–185.

Duatepe, A., Akkuş Çıkla, O., & Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73–81.

Fidan, S. (2008). İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde öğrencilerin problem kurma çalışmalarının problem çözme başarısına etkisi (Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi). YÖK Ulusal Tez Merkezi.

İspir, O. A., & Palabıyık, U. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111–123.

Kaplan, A., İşleyen, T., & Öztürk, M. (2011). 6. sınıf oran orantı konusundaki kavram yanlışları. *Kastamonu Education Journal*, 19(3), 953–968.

Kaput, J. J., Blanton, M. L., & Moreno, L. (2008). *Algebra in the early grades*. Lawrence Erlbaum Associates.

Karacaköylü, A. (2021). 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Kırıkkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırıkkale.

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14(3), 219–233.

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. In R. A. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 45–90). Academic Press.

Kaya, D. (2015). Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kalaycı, Ö., & Akkaya, R. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma sürecinin RBC+ C modeline göre incelenmesi: Bir öğretim deneyi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(4), 1775–1790.

Kayhan, M., Duatepe, A., & Akkuş-Çıkla, O. (2004, Eylül 9–11). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda kullandıkları çözüm stratejileri [Bildiri sunumu]. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, İstanbul, Türkiye.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. İçinde F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707–762). Information Age Publishing.

Köseoğlu, B. (2024). Erken cebir dönemindeki öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri: 5. sınıf örneği (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Eskişehir.

Lo, J.-J., & Watanabe, T. (1997). Developing ratio and proportion schemes: A story of a fifth grader. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(2), 216–236.

Lesh, R., Behr, M., & Post, T. R. (1988). Proportional reasoning. İçinde M. Behr & J. Hiebert (Ed.), *Number concepts and operations in the middle grades* (Vol. 2, ss. 93–118). National Council of Teachers of Mathematics.

Memişoğlu Çoban, S. (2023). Ortaokul matematik ve sınıf öğretmenlerinin erken cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik öğretim yaklaşımlarından yansımalar (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Trabzon Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.

MEB. (2015). *İlkokul matematik dersi öğretim programı*.

MEB. (2015). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 1–15.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

ÖZMUSUL, B., TUTAN, S., & BOZKURT, A. (2021, October). 7 ve 8. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Cebirsel Düşünme Alışkanlığı Kazandırma Potansiyellerinin İncelenmesi. In *TURKISH COMPUTER & MATHEMATICS EDUCATION SYMPOSIUM* (p. 373).

Pakmak, G. S. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Poçan, S. (2021). ARİTMETİK, CEBİR, GEOMETRİ VE GÜNLÜK YAŞAM PROBLEMLERİ ARASINDA İLİŞKİSEL DÜŞÜNME.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

Silver, E. A., & Cai, J. (1994). Cognitive analysis of Chinese students' mathematical problem solving an exploratory study. *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 24-30.

Soylu, Y. (2008). 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 237–248.

Turgut, S., & Doğan, Ö. (2017). Erken cebir öğretim etkinliklerinin ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 1–31.

Türkmen, H., & Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi (ENAD)*, 7(1), 344–372.

Uçar, O., & Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının akıl yürütme becerileri üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32–40.

Uçar, Z., & Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(3), 281–299.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

Umay, A., & Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.

Yakar, Z. Y. (2020). Oran orantı konusunda yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel ilişkilendirme becerileri. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(4), 271–288.

Yaman, H., & Umay, A. (2013). İlköğretim öğrencilerinin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntüleri algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(1), 405–416.

Yenilmez, K., & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37–45.

Yüce, S. (2022). 4. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarının gelişimini amaçlayan bir öğretim deneyi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Yozgat Bozok Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Yozgat.

EKLER

EK 1: Orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik test ve bu testin dereceli puanlama anahtarı

BİRİNCİ KISIM (Testteki verilmeyen değeri bulma ve ters orantı ile ilgili maddeler ve bu maddelere ilişkin kullanılan dereceli puanlama anahtarı)

- 1) Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 km yol almayırsa, Türker 18 km'lik yolu kaç dakikada alır?
- 2) Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in ataş ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 ataş boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in 6, Kısa Bey'in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre Uzun Bey'in boyu kaç ataş uzunluğundadır.

Bir hayvanat bahçesinin havuzunda boy uzunlukları 10 (A), 15 (B) ve 25 (C) cm. olan üç tane yılanbalığı bulunmaktadır. Bu yılanbalıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre;
- 3) Eğer A yılanbalığı 2 adet yem ile beslenirse, C yılanbalığına kaç adet yem verilmelidir?
- 4) Eğer B yılanbalığı 9 adet yem ile beslenirse, C yılanbalığına kaç adet yem verilmelidir?
- 5) Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse;
i) A yılanbalığına kaç adet yem verilmelidir?
ii) B yılanbalığına kaç adet yem verilmelidir?
- 6) 300 km. yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?
- 7) Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?

0 PUAN

- Boş
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipucu yok
- Verilerin toplamsal karşılaştırılması var
- Verilerin sayıların ve işlemlerin rasgele kullanımı var

1 PUAN

- Sadece sonuç belirtilmiş
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipuçları var (Yanlış değişkenler arasında orantı kurma, görsel verileri kullanarak orantı kurma gibi)
- Orantı çeşidi fark edilmemiş

2 PUAN

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var, ancak sonuca ulaşamamış
- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var, ancak işlem hataları yapılmış

3 PUAN

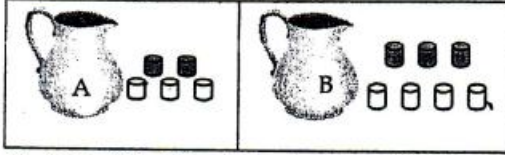
- Soruyu tam ve doğru çözebilmek için gereken orantısal akıl yürütme var ve sonuca ulaşılmış

İKİNCİ KISIM (Testteki niceliksel karşılaştırma ile ilgili maddeler ve bu maddelere ilişkin kullanılan dereceli puanlama anahtarı)

- 8) Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.
- 9) Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşırlarken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız.

0 PUAN

- Boş
- Sadece sonuç belirtilmiş
- Yanlış değişkenler arasında orantı kurulmuş
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipucu yok
- Verilerin toplamsal karşılaştırılması var
- Verilerin sayıların ve işlemlerin rasgele kullanımı var



- 10) Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahi-deki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.

1 PUAN

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisini kullanarak ya da kullanmayarak, doğru sonuca ulaşılmış, ancak yanlış yorumlanmış
- Doğru yanıt verilmiş ancak açıklama yetersiz

2 PUAN

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisine sahip olunduğu gösterilmiş, doğru sonuca ulaşılmış, ancak yapılan açıklama yetersiz

3 PUAN

- Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme becerisi var, ancak işlem hatası nedeniyle doğru sonuca ulaşılamamış,
- Doğru sonuca ulaşmamış olsa da bulunan sonuca göre yapılan doğru yorumlanmış

4 PUAN

- Doğru sonuca ulaşmak için gerekli orantısal akıl yürütme becerisi iyi düzeyde gösterilmiş ve doğru açıklama yapılmış

ÜÇÜNCÜ KISIM (Testteki niteliksel karşılaştırma ile ilgili maddeler ve bu maddelere ilişkin kullanılan dereceli puanlama anahtarı)

- 11) Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre; a) hızlıdır b) yavaştır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.
- 12) Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünküne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu çayın tadı dünkü çaya göre; a) daha tatlıdır b) daha tatsızdır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.
- 13) Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur? Açıklayarak yazınız.
- 14) Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena Gökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmektedir. Buna göre kimin arazisindeki ağaçlar birbirine daha yakındır? a) Sena b) Gökalp c) yakınlıkları eşittir d) verilen bilgiler yetersizdir. Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.
- 15) Nevzatcan ile Nergis'in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzatcan başlamıştır. Nevzatcan 9 turu tamamladığında, Nergis 3 turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzatcan kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız.

0 PUAN

- Boş
- Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna ilişkin ipucu yok
- Sadece doğru yanıt işaretlenmiş, açıklama yok

1 PUAN

- Soruda bulunan verilerden sadece biri kullanılarak sonuca ulaşılmış ve doğru yanıt işaretlenmiş

2 PUAN

- Doğru yanıt işaretlenmiş, soruda bulunan verilerden ikisi de kullanılarak yanlış ya da eksik açıklama yapılmış

3 PUAN

- Beklenen doğru yanıt bulunmuş, açıklama soru kökündeki ifadeler kullanılarak yapılmış.

4 PUAN

- Beklenen doğru yanıt bulunmuş, açıklama soru kökündeki ifadeler kullanılarak değil, özgün tümcelerle yapılmış, açıklamalar şekil oluşturma, çizim yapma, örnek verme gibi yöntemlerle zenginleştirilmiş.

EK 2: Cebir Oran Başarı Testi

Ad Soyadı:

Sınıf:

Cinsiyet: K ☐ E ☐

1) Bir atölyede günde 3 masa üretilmektedir.

a) Bu atölye 15 gün çalıştığında kaç masa üretilir?

b) Cevaba nasıl ulaştınız? Açıklar mısınız?

c) G atölye n gün çalıştığı gün sayısını, M'de üretilen masa miktarını temsil etsin. Buna uygun bir denklem (matematiksel ifade) yazınız.

d) 60 masa üretmesi için atölyenin kaç gün çalışması gerektiğini yazdığınız denklemi (matematiksel ifade) kullanarak bulunuz.

2) Bir usta, bir evi 10 günde boyamaktadır.

a) 5 usta aynı evi kaç günde boyar? 10 usta kaç günde boyar? 15 usta kaç günde boyar?

b) Cevaba nasıl ulaştınız? Açıklar mısınız?

c) U usta sayısını ve B boyama süresini (gün olarak) temsil etsin. Ustaların bu evi boyamak için ne kadar çalışması gerektiğini gösteren bir denklem (matematiksel ifade) yazınız.

d) 12 ustanın aynı evi kaç günde boyayacağını yazdığınız denklemi (matematiksel ifade) kullanarak bulunuz.



3) Bir çiftçi şu ana kadar 30 kilogram elma toplamıştır. Bu çiftçi sonrasında her saatte 5 kilogram elma toplamaktadır.

a) Çiftçi 4 saat çalıştığında şu ana kadar toplam kaç kilogram elma toplamış olur?

b) Cevaba nasıl ulaştınız? Açıklar mısınız?

c) S saati, E'de toplanan toplam elma miktarını temsil etsin. Her bir saat için toplanan toplam elma miktarını veren bir denklem (matematiksel ifade) yazınız.

d) Çiftçinin 10 saat çalıştığında toplam kaç kilogram elma toplayacağını yazdığınız denklemi (matematiksel ifade) kullanarak bulunuz.

4) Herhangi boş bir kâğıdı ortasından ikiye katlayın ve sonra açın.

a) Kaç bölge oluştu? Kâğıdı iki kez katlayınca kaç bölge oluşur? Üç kez katlayınca kaç bölge oluşur?

b) Cevaba nasıl ulaştınız? Açıklar mısınız?

c) B bölge sayısını K'de katlama sayısını temsil etsin. Herhangi bir katlama sonucunda kaç bölge oluşacağını bulabileceğimiz bir denklem (matematiksel ifade) yazınız.

d) Kâğıdı 6 kere katladığımızı düşünelim. Kaç bölge oluştuğunu bulmak için yazdığınız denklemi (matematiksel ifade) kullanarak bulunuz.