



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE
ÖĞRENCİLERİN SÖZSÜZ İSPAT YAPABİLME
SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ VE BU SÜREÇLERİN
UZAMSAL GÖRSELLEŞTİRME BECERİLERİNE ETKİSİ

SEREN KUŞCU KILINÇ

İzmir
2022

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE
ÖĞRENCİLERİN SÖZSÜZ İSPAT YAPABİLME
SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ VE BU SÜREÇLERİN
UZAMSAL GÖRSELLEŞTİRME BECERİLERİNE ETKİSİ

Seren KUŞCU KILINÇ

DANIŞMAN
Doç. Dr. Ayten ERDURAN

İzmir
2022

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Ortaöğretim matematik öğretiminde öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

25/04/2022

Seren KUŞCU KILINÇ



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 15/05/2022

Tez Başlığı:

Ortaöğretim Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Sözsüz İspat Yapabilme Süreçlerinin İncelenmesi Ve Bu Süreçlerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Etkisi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 177 sayfalık kısmına ilişkin, 15/05/2022 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezin **benzerlik oranı % 12 dir**.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz Programı

Kullanım Kılavuzunu okudum. ☒ X

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
- ☐ Kaynakça hariç,
- ☐ Alıntılar dâhil,
- ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☒ x

- ☒ x Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
- ☒ x Kaynakça dâhil,
- ☒ x Alıntılar dâhil.

EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒ x

EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. ☒ x

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Seren KILINÇ
Öğrenci No : 2018950126
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı
Programı : Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ x Doktora ☐

ÖĞRENCİ

Seren KILINÇ
15.05.2022

DANIŞMAN

Doç. Dr. Ayten ERDURAN
15.05.2022

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (☐) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin citlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Öncelikle yüksek lisans eğitimime başladığım ilk günden bu güne kadar benden bilgisini, ilgisini, tecrübelerini ve sabrını esirgemeyen, umudumu kaybedip bırakmayı düşündüğüm anda beni tüm içtenliği ile destekleyip yeniden umutlandıran, yol gösteren çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Ayten ERDURAN'a sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca Dokuz Eylül Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programındaki eğitim sürecimde bende emeği olan tüm hocalarıma, bana yardımcı olan tüm arkadaşlarıma ve meslektaşlarıma teşekkür ediyorum.

Araştırma sürecim boyunca bana yardımcı olmaya çalışan sevgili öğrencilerime ve okul yönetimine teşekkür ederim.

İzmir'deki yüksek lisans eğitimim boyunca bana evinin kapılarını açan, beni çok güzel ağırlayan akrabalarıma ve İzmir'e gidemediğim zamanlarda eğitimimle ilgili tüm iş ve işlemlerimi yürüten canım kardeşim Erdem DİNÇER'e teşekkür ederim.

Yaptığım tüm çalışmalarda beni destekleyen, yüksek lisansa başlamam konusunda beni cesaretlendiren, destekleyen, bana güç veren sınıf arkadaşım, meslektaşım, hayat arkadaşım Mehmet Yusuf KILINÇ'a, varlığıyla hayatıma ışık katan canım kızım Güneş KILINÇ'a, benden hayat boyu desteğini, sevgisini, yardımını esirgememiş, bana benden çok inanan canım annem Serap KUŞCU'ya, arkamda dağlar denizler gibi duran, benim her hayalimde yanımda olan, her hayalimi gerçekleştiren babam Recep KUŞCU'ya ve hayatımın neşesi, çocukluğum, kıkışım Ceren KUŞCU'ya teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	ix
ABSTRACT	xi
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Amaç ve Önem	2
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri.....	4
1.4. Sınırlılıklar	5
1.5. Varsayımlar	5
1.6. Tanımlar	5
BÖLÜM II	7
KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ	
ARAŞTIRMALAR.....	7
2.1. Uzamsal Yetenek	7
2.1.1. Uzamsal Yetenek Bileşenleri	8
2.1.2. Uzamsal Yetenekte Bireysel Farklılıkları Oluşturan Faktörler	9
2.1.3. Uzamsal Yeteneğin Tarihsel Gelişimi	11
2.1.4. Uzamsal yetenek geliştirilebilir mi?	11
2.2. Sözsüz İspat	12
2.2.1. Sözsüz ispat hakkındaki tartışmalar	16
2.2.2. Sözsüz ispat ile görselleştirme ve uzamsal yetenek arasındaki ilişki.	17
2.2.3. Sözsüz ispatta öğretmenin görevi ve yeri	19
2.2.4. Sözsüz ispat sürecinde öğrencilerin yaşayabileceği zorluklar:	20
BÖLÜM III.....	21
YÖNTEM.....	21

3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni	21
3.2. Evren / Örneklem / Çalışma Grubu / Katılımcılar	23
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları.....	24
3.4. Tasarım, Geliştirme, Uygulama Süreci.....	25
3.5. Verilerin Analizi.....	28
3.5.1. Klinik Mülakat Veri Analizi.....	28
3.5.2. Çalışma yaprakları ve Öğrenci Günlükleri Veri Analizi.....	34
3.5.3. Yarı-Yapılandırılmış Görüşme Veri Analizi	34
3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	34
3.7. Araştırmacının Rolü	34
BÖLÜM IV	36
BULGULAR VE YORUMLAR	36
4.1. Sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine katkısına dair elde edilen bulgular ve yorumlar	36
4.1.1. Birinci soruya ait bulgular ve yorumlar	36
4.1.2. İkinci soruya ait bulgular ve yorumlar	42
4.1.3. Üçüncü soruya ait bulgular ve yorumlar	45
4.1.4. Dördüncü soruya ait bulgular ve yorumlar	50
4.1.5. Beşinci soruya ait bulgular ve yorumlar	52
4.1.6. Altıncı soruya ait bulgular ve yorumlar	57
4.2. Öğrencilerinin sözsüz ispatları açıklama, geliştirme süreçleri ve bu süreçte karşılaştıkları zorluklar dair elde edilen bulgular ve yorumlar.....	60
4.2.1. Klinik mülakat bulguları.....	60
4.2.2. Çalışma Yapraklarından Öğrenci Cevapları ve Materyal Örnekler	
75	
4.3. Ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersi öğretiminde sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşlerine dair bulgular ve yorumlar.....	103
4.3.1. Yarı yapılandırılmış görüşme bulguları	103

4.3.2. Öğrenci günlükleri bulguları	111
BÖLÜM V.....	113
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	113
5.1. Tartışma ve Sonuç.....	113
5.2. Öneriler	117
KAYNAKÇA	120
EKLER.....	126
EK 1.	126
ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ.....	126
EK 2. Uygulama İzinleri.....	127
ETİK İZİN	127
OKUL İZİNLERİ	128
ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULAMA İZİNLERİ	132
EK 3. Etkinlikler	133
EK 4. KLİNİK MÜLAKAT FORMU	151
EK 5. ÖĞRENCİ GÖRÜŞME FORMU	157
EK 6. VELİ İZİN FORMLARI	158
EK 7. KATILIM KABUL FORMU	160

TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 1. Öğrencilerin iki boyutlu nesneleri 3 boyutlu uzayda hareket ettirebilme durumları	41
Tablo 2. Öğrencilerin üç boyutlu şekli zihinden parçalayabilme ve döndürebilme durumları	44
Tablo 3. Öğrencilerin üç boyutlu eksiltilmiş bir cisim zihinden tamamlayabilme ve eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme durumları	49
Tablo 4. İki boyutlu şekli zihinde döndürebilme ve döndürülmüş şekli ana şekil ile zihinde birleştirebilme durumları	51
Tablo 5. Üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirme ve birleştirme işlemi yapabilme ve üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebilme durumları	56
Tablo 6. Cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme durumları	59
Tablo 7. Sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme durumları	68
Tablo 8. Sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme	74
Tablo 9. Öğrencilerin sözsüz ispat hakkındaki düşünceleri	103
Tablo 10. Etkinliklerin hatırlanma durumu	104
Tablo 11. Sözsüz ispat etkinliklerinde zorlanma durumuna ilişkin öğrenci görüşleri	105
Tablo 12. Sözsüz ispatı anladığında ve anlamadığında hissettiği duygulara ilişkin öğrenci görüşleri	107
Tablo 13. Sözsüz ispatların ve cebirsel ispatların karşılaştırılmasına ilişkin öğrenci görüşleri	108
Tablo 14. Sözsüz ispatların etkili olduğu düşünülen konulara ilişkin öğrenci görüşleri	109
Tablo 15. Sözsüz ispatların öz-yeterlilik algısına ve tutumuna etkisine dair ilişkin öğrenci görüşleri	110

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Pisagor Teoremi	13
Şekil 2. Tam kare özdeşlik	13
Şekil 3. Yarım açı tanjant formülü	14
Şekil 4. Geometrik ve aritmetik ortalama ilişkisi	14
Şekil 5. Ardışık doğal sayı toplam formülü	15
Şekil 6. Ardışık tek tam sayı toplam formülü	15
Şekil 7. Ürün olarak görselleştirme örneği	17
Şekil 8. Süreç olarak görselleştirme örneği	18
Şekil 9. Araştırmanın akış şeması	27
Şekil 10. Klinik mülakat 1.soru	28
Şekil 11. Klinik mülakat 2.soru	29
Şekil 12. Klinik mülakat 3.soru	30
Şekil 13. Klinik mülakat 4.soru	31
Şekil 14. Klinik mülakat 5.soru	32
Şekil 15. Klinik mülakat 6.soru	33
Şekil 16. Klinik mülakat 1.şekil	36
Şekil 17. Mülakat 1.soru öğrenci çizimi 1	37
Şekil 18. Mülakat 1.soru öğrenci çizimi 2	38
Şekil 19. Klinik mülakat 2. şekil	42
Şekil 20. Klinik mülakat 3.şekil	45
Şekil 21. Mülakat 3.soru öğrenci çizimi 1	46
Şekil 22. Mülakat 3.soru öğrenci çizimi 2	47
Şekil 23. Mülakat 3.soru öğrenci çizimi 3	48
Şekil 24. Klinik mülakat 4.şekil	50
Şekil 25. Klinik mülakat 5.şekil	52
Şekil 26. Klinik mülakat 6. şekil	57
Şekil 27. Öğrencinin cebirsel ifadesi 1	61
Şekil 28. Öğrencinin cebirsel ifadesi 2	62
Şekil 29. Öğrencinin cebirsel ifadesi 3	63
Şekil 30. Öğrencinin cebirsel ifadesi 4	64
Şekil 31. Öğrencinin cebirsel ifadesi 4	66

Şekil 32. Öğrencinin cebirsel ifadesi 5.....	67
Şekil 33. Öğrencilerin çalışma yaprağı 1 ve 2 için materyal örnekleri.....	75
Şekil 34. Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 1 örneği	76
Şekil 35. Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 2 örneği	77
Şekil 36. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 2 örneği	77
Şekil 37. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 3 örneği	78
Şekil 38. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 3 örneği	78
Şekil 39. Öğrencilerin çalışma yaprağı 4 için materyal örnekleri	79
Şekil 40. Ö7 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 örneği	80
Şekil 41. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 örneği	80
Şekil 42. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 için zorlandığı noktalar	81
Şekil 43. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 için zorlandığı noktalar	81
Şekil 44. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 için zorlandığı noktalar	81
Şekil 45. Öğrencilerin çalışma yaprağı 5 ve 6 için materyal örnekleri	82
Şekil 46. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 5 örneği	83
Şekil 47. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 5 örneği	83
Şekil 48. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 5 örneği	84
Şekil 49. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 6 örneği	84
Şekil 50. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 6 örneği	85
Şekil 51. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 6 örneği	85
Şekil 52. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 7 örneği	86
Şekil 53. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 7 örneği	87
Şekil 54. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 7 örneği	88
Şekil 55. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 8 örneği	89
Şekil 56. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 8 örneği	90
Şekil 57. Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 8 örneği	91
Şekil 58. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 9 örneği	92
Şekil 59. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 9 örneği	92
Şekil 60. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 9 örneği	93
Şekil 61. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 10 örneği	93
Şekil 62. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 10 örneği	94
Şekil 63. Ö12 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 10 örneği	94

<i>Şekil 64.</i> Öğrencilerin çalışma yaprağı 11 için materyal örnekleri	95
<i>Şekil 65.</i> Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 11 örneği	95
<i>Şekil 66.</i> Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 11 örneği	95
<i>Şekil 67.</i> Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 11 örneği	96
<i>Şekil 68.</i> Öğrencilerin çalışma yaprağı 12 için materyal örnekleri	96
<i>Şekil 69.</i> Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 12 örneği	97
<i>Şekil 70.</i> Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 13 örneği	98
<i>Şekil 71.</i> Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 13 örneği	98
<i>Şekil 72.</i> Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 13 örneği	98
<i>Şekil 73.</i> Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 14 örneği	99
<i>Şekil 74.</i> Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 14 örneği	99
<i>Şekil 75.</i> Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 14 örneği	100
<i>Şekil 76.</i> Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 15 örneği	100
<i>Şekil 77.</i> Ö1 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 15 örneği	101
<i>Şekil 78.</i> Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 16 örneği	101
<i>Şekil 79.</i> Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 16 örneği	101

ÖZET

ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE ÖĞRENCİLERİN SÖZSÜZ İSPAT YAPABİLME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ VE BU SÜREÇLERİN UZAMSAL GÖRSELLEŞTİRME BECERİLERİNE ETKİSİ

Bu çalışmada amaç, ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı matematik öğretimine ilişkin sözsüz ispat yapabilme süreçlerini, bu süreçte sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşlerini ve sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine katkısını belirlemektir.

Araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılında İstanbul iline bağlı bir ilçede bulunan bir devlet lisesinde 10.sınıf düzeyinde 12 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmaya başlanırken öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin belirlenmesi için 6 soruluk yarı yapılandırılmış klinik mülakat uygulaması yapılmıştır. Ardından uzamsal beceri gerektiren ve öğrenci öğrenim düzeylerine uygun sözsüz ispatlar içeren 16 adet çalışma yaprağı oluşturulmuştur. Bu çalışma yapraklarının uygulaması, 60 dakikalık ders saati olacak şekilde haftada 2 gün olmak üzere 5 hafta sürmüştür. Uygulama sürecinin sonunda klinik mülakat formu yeniden uygulanarak sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Ardından öğrenci günlükleri ve çalışma yaprakları incelenerek öğrencilerin sözsüz ispat sürecine dair görüşleri tespit edilmiştir. Son olarak uygulama sürecine eksiksiz katılan öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılarak sürece ilişkin görüşleri alınmıştır.

Ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine olumlu yönde katkısı olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda geometri öğrenme alanında sözsüz ispatlara yer verilmesi önerilir. Ortaöğretim öğrencileri, sözsüz ispatta verilen görsel ifade sade ve anlaşılır ise sözsüz ispatı anlayabilmekte ve açıklayabilmektedir. Fakat öğrenciler sözsüz ispatı cebirsel ifadeye dönüştürmekte zorlanmaktadır, tümevarım işlemi yapmaları gerektiğinde desteğe ihtiyaç duymaktadırlar. Bunun yanında görsel ifade karmaşılaştığında öğrencilerde bir önyargı ve umutsuzluk oluşmaktadır. Bu durum ise sözsüz ispatlar, dinamik geometri araçlarıyla da desteklendiğinde düzeltilebilmektedir. Ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersi öğretiminde sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşleri büyük ölçüde olumlu olmuştur. Dolayısıyla sözsüz ispatların

matematik dersi öğretiminde öğretmenler tarafından kullanılması ve matematik öğretim programında yer alması önerilir.

Anahtar Kelimeler: uzamsal görselleştirme becerisi, uzamsal yetenek, sözsüz ispatlar, ortaöğretim matematik öğretimi.



ABSTRACT

INVESTIGATION OF STUDENTS' ABILITY OF MAKE PROOF WITHOUT WORDS IN SECONDARY MATHEMATICS TEACHING AND THEIR IMPACT ON SPATIAL VISUALIZATION SKILLS

The aim of this study is to determine the processes of secondary school students to make nonverbal proofs regarding nonverbal proof-based mathematics teaching, their views on the use of nonverbal proof in this process, and the contribution of nonverbal proof-based teaching to students' spatial visualization skills.

The research was carried out with 12 students at the 10th grade in a public high school located in a district of Istanbul in the 2021-2022 academic year. Qualitative research method was used in the study. At the beginning of the research, a semi-structured clinical interview with 6 questions was applied to determine the spatial visualization skills of the students. Then, 16 worksheets were created that require spatial skills and contain nonverbal proofs suitable for student learning levels. The application of these worksheets lasted for 5 weeks, 2 days a week, with a 60-minute class hour. At the end of the application process, the clinical interview form was re-applied and the effect of nonverbal proofs on spatial visualization skills was examined. Then, student diaries and worksheets were examined and students' views on the nonverbal proof process were determined. Finally, individual interviews were conducted with the students who fully participated in the implementation process and their opinions on the process were taken.

It has been determined that non-verbal proof-based teaching of secondary school students has a positive contribution to students' spatial visualization skills. In this context, it is recommended to include nonverbal proofs in the field of learning geometry. Secondary school students can understand and explain nonverbal proof if the visual expression given in the nonverbal proof is plain and understandable. However, students have difficulty in converting nonverbal proof to algebraic expression, they need support when they need to perform induction. In addition, when the visual expression becomes complex, a prejudice and hopelessness occurs in the students. This situation can be corrected when nonverbal proofs are supported by dynamic geometry tools. The opinions of secondary school students about the use of nonverbal proof in teaching mathematics were mostly positive. Therefore, it is

recommended that nonverbal proofs be used by teachers in teaching mathematics lessons and included in the mathematics curriculum.

Keywords: spatial visualization skills, spatial ability, proof without words, secondary mathematics teaching.



BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Gelişen bilim ve teknoloji dünyasını daha iyi anlama, yorumlama ve muhakeme yapabilme becerisi için, gördüğümüz şekli tanıma ve yapıları zihnimizde algılama ve canlandırma becerilerine sahip olmamız kaçınılmazdır. Bu bağlamda gördüğümüz şekli zihnimizde canlandırabilme, kâğıda dökebilme ve farklı konumlarını düşünüp çizebilme becerisine sahip olmamız gereklidir (Turgut ve Yenilmez, 2012). Bu beceriye alan yazında “uzamsal yetenek, uzamsal görselleştirme, görsel-uzaysal yetenek, uzamsal kavrama yeteneği ve 3 boyutlu görselleştirme” denilmektedir. (Turgut, 2007; Cantürk-Günhan, Turgut ve Yılmaz, 2009; Turgut, Cantürk-Günhan ve Yılmaz, 2009).

Ülkemizde son yıllardaki Matematik öğretim programları incelendiğinde geometri öğrenme alanının uzamsal görselleştirme becerisini elde etmeyi amaçladığı görülmektedir. (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2015, 2018) Ayrıca “Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [NCTM]’ye (2000) göre tüm matematik öğretim programları, ...model için gösterimler (simgelemeler) yapma ve fiziksel, sosyal ve matematiksel doğayı yorumlama becerilerini geliştirecek şekilde düzenlenmelidir.” (Turgut ve Yenilmez, 2012).

Bir başka konu ise matematik eğitiminde ispatın kullanımı matematik eğitimcileri tarafından her zaman savunulmuştur. Akıl yürütme ve ispatın gerek Türkiye’de gerekse yurtdışında matematik öğretim programlarının geliştirmeyi hedeflediği beceriler arasında yer alması bunun sonucudur. (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Görselleştirmenin ispat üzerinde etkileri hususunda fikir birliği olmamasına rağmen matematiksel anlamada önemli bir yardımcı araç olduğu evrensel olarak kabul edilmektedir. Bununla beraber daha fazla matematiksel başarı için görselleştirmenin daha iyi yollarla nasıl kullanılacağı hususunda boşluklar mevcuttur (Hanna ve Sidoli, 2007). Gerek görselleştirmenin matematik eğitimindeki rolü gerekse öğrencilerin ispatta zorlanmaları göz önüne alındığında görselleştirme ile birlikte adı geçen tekniklerden birisi olan sözsüz ispatlar ispat öğretiminde alternatif bir yöntem olarak görülebilir (Polat, K. 2018).

Bu bağlamda bu çalışmanın amacı “Ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimine ilişkin öğrenme süreçleri, süreç hakkındaki görüşleri ve sözsüz ispat ile öğretimin uzamsal görselleştirme becerilerine katkısı nasıldır?” problemine cevap aramaktır. Nitekim

Görsel ispatlar zihinde döndürme, öteleme, çevirme gibi uzamsal yeteneğin bir parçası olarak görülen zihinsel işlemlerin yanında çeşitli matematiksel bilgileri kullanmayı da gerektirmektedir. Dolayısıyla görsel bir ispatı anlamak için uzamsal yeteneğin yanında başka bilgilere de ihtiyaç vardır. Bu durum ile ilgili olarak görsel ispatlar ile uzamsal yetenek arasındaki ilişkinin derinlemesine incelenmesi için nitel çalışmalar ve farklı uzamsal yetenek testlerinin kullanıldığı çalışmalar yapılabilir. (Polat, Oflaz & Akgün, 2019, s.118)

Doğrudan metin olarak alıntılanmış bu araştırma önerisi de bize bu alanda nitel bir çalışmaya ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Ayrıca Uğurel, Moralı, Karahan ve Boz(2016)'a göre sözsüz ispatların ispat eğitimindeki rolü ve işlevi ya da sözsüz ispatları anlama ve oluşturma ile ilgili sınıf içi uygulamalar veya diğer öğretim etkinlikleri konusunda yeterli çalışma olmadığı görülmüştür ve bu alanda daha fazla araştırmaya ihtiyaç vardır.

1.2. Amaç ve Önem

Uzamsal yetenek; "dış dünyadan gelen uzamsal uyarıcılar olan nesnelerin formlarını, şekillerini ve konumlarını algılayarak zihinde kodlama, zihindeki görsel alanda arama yaparak hatırlama, bu temsilleri zihinde hareket ettirerek dönüştürme ve diğer uzamsal uyarıcılarla eşleştirme" uzamsal düşünme işlem basamaklarına tabii tutarak formların, şekillerin, konumların zihinsel temsillerini oluşturarak iyi yapılandırılmış nesneler üretme, depolama, geri çağırma, dönüştürme yeteneğidir.

Yapılan araştırmalar uzamsal yeteneğin birçok alan ile pozitif yönde bir ilişkisi olduğunu ortaya koymuş ve okul öncesi eğitimden itibaren üniversite seviyesine kadar her kademedeki bu yeteneği geliştirici yönde bir öğretim programı düzenlenmesinin önemi vurgulanmıştır. Günümüzde gelişen bilim, teknik, mühendislik ve teknoloji alanındaki gelişmeler ve ihtiyaç duyulan icatlar için görsel uzamsal yeteneğin ön plana çıkacağı aşîkârdır. "Gerçek dünyayı daha iyi anlama, yorumlama ve muhakeme yapabilme becerisi için, gördüğümüz şekil ve yapıları zihninizde algılama ve canlandırma becerilerine sahip olmamız kaçınılmazdır" (Turğut ve Yenilmez, 2012). Uzamsal yetenek günümüz dünyası ile iç içe ve birçok beceri ile yakından ilişkilidir. Günümüzde kullanılan öğretim programında iki ve üç boyutlu çizimlere yer verilerek "uzamsal beceri" gerektiren etkinliklere önem verilmiştir. Çünkü yapılan pek çok araştırma göstermiştir ki uzamsal yeteneğin matematik başarısı ile ilişkisi vardır (Turğut ve Yenilmez, 2012).

Kösa(2016)'a göre genel olarak uzlaşılan uzamsal yetenek bileşenleri şöyledir:

Uzamsal yönelim: Kişinin yer-yön tayininde bulunabilmesi ve kişinin konumu itibarıyla çevresindeki nesnelerin dağılımını algılayıp nesnelerin yönü değiştirildiğinde yeni düzeni doğru şekilde tayin edebilmesiyle ilişkilidir.

Uzamsal-görselleştirme becerisi: Cisimlerin zihinde hareketini hayal edebilme, cisimleri uzayda döndürebilme, cisimlerin açık kapalı hallerini zihinde canlandırabilme ile ilişkilidir.

Bu bağlamda bakıldığında matematik, fen, görsel sanatlar, teknoloji, mühendislik gibi pek çok alanda etkili olan bu becerinin geliştirilmesi öğrencilerin bu alanlardaki anlama, yorumlama, muhakeme etme becerilerini de geliştirecek ve günümüz dünyasına daha iyi ayak uydurmalarını sağlayacaktır. Ayrıca “uzamsal yeteneğin geometri başarısı ile pozitif yönde olan ilişkisi geri çağırma, zihinde canlandırma, döndürme ve görselleştirme yeteneklerinin, matematik öğrenilmesi için mutlaka gerekli olduğu görülmektedir”(Alyeşil Kabakçı ve Demirkapı, 2016).

Bunun yanında günümüz matematik ortaöğretim programı, uzamsal yeteneğin geliştirilmesi adına ders kitaplarında görselleştirme içeren etkinliklere yer vermiştir(Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Çünkü matematiksel kavramların çoğu soyut yapıya sahiptir. Bu nedenle insanların çoğu matematiğe karşı önyargılıdır. Matematikte görselleştirme içeren etkinlikler ve teknikler konunun karmaşık ve soyut olan yapısının daha iyi anlaşılmasını sağlamakta ve bu önyargıyı bir nebze de olsa kırmaktadır. Resimler ve şekiller, grafikler, diyagramlar kavramların somutlaştırılmasını ve karmaşık işlemlerin sezgisel olarak anlaşılmasını sağlamaktadır. Bundan dolayı resimler ve şekiller, anlama sürecine yardım eden araçlardır (Şan, 2012). Matematikte hemen hemen her konuda görselleştirme örneklerine rastlanmaktadır. Denklemler, eşitsizlikler, özdeşlikler, geometrik cisimlerin alan ve hacim hesabı, trigonometrik fonksiyonlar, trigonometri kavramları gibi matematik kavramlarının öğretiminde görselleştirmenin etkisi incelenmiştir (Demircioğlu ve Polat, 2015).

Bu bağlamda yine ortaöğretim matematik öğretim programında yer alan öğrencilerin anlama, yorumlama ve değerlendirme becerilerini geliştirmeleri için fırsat sunmak ve ispat sürecini anlamalarına yardımcı olmak önemlidir. Buna karşın ortaöğretim öğrencilerinin cebirsel ispatlara karşı önyargılı ve mesafeli olduğu da bir gerçektir. Özellikle öğrenciler bir ispatı yapmaya nasıl başlayacağını bilmediklerinden onlara matematiksel ispatların nasıl yapıldığını öğretmek zordur. Bu nedenle öğrencilere alışılmışın dışında gelecek olan sözsüz ispatları kullanmak; öğrencilerin ispat sürecine karşı önyargılarını biraz olsun kıracağı ve ispat sürecini anlamalarını sağlayacağı düşünülmektedir. “Matematiksel kavramları öğretirken

sözsüz ispatları kullanma, bir örnekle açıklamaları istendiğinde öğrencilerin muhakeme etme (akıl yürütme) yeteneklerini geliştirmede yardım edebilir.” (Demircioğlu ve Polat, 2015).

Demircioğlu ve Polat (2015) sözsüz ispatları, bir matematiksel ifadenin niçin doğru olduğunu açıklarken herhangi bir kelime kullanmadan resimlerle, diyagramlarla yapılan ve görselleştirmeye dayalı ispat olarak tanımlamıştır. Sözsüz ispatlar görselleştirme ile adı geçen yaklaşımlardan birisidir. Nitekim Cain(2019)’e göre sözsüz ispatlar uzamsal beceri gerektirir. Bu sebeple sözsüz ispatları uzamsal ispatlar olarak isimlendirir.

Tüm bunların ışığında, öğrencilerin günümüz bilim dünyasına adapte olabilmeleri için uzamsal görselleştirme yeteneklerinin geliştirilmesinde önemli olduğunu, bunun ise görselleştirme yaklaşımının yardımı ile gerçekleştirilebileceğini ve bu yolda sözsüz ispatların birer araç olarak kullanılabileceğini söyleyebiliriz. Bu doğrultuda bakıldığında bu araştırma ile sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisini araştırmak, öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerini incelemek ve bu süreçle ilişkin görüşlerini almak amaçlanmıştır. Çalışmadan elde edilecek sonuçların matematik eğitimi, araştırmacı, öğretmen ve öğretmen adayları için bir yol gösterici olması umut edilmektedir. Yurt içi ve yurt dışında konuyla ilgili yapılan çalışmalarla karşılaştırılması açısından da sonuçlar önem taşımaktadır. Ayrıca sonuçlar doğrultusunda sözsüz ispatların ortaöğretim matematik eğitiminde daha çok yer alması sağlanabilir, bu çerçevede ortaöğretim matematik eğitimine ışık tutması beklenmektedir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

Araştırmada cevap aranan temel soru: “Ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimine ilişkin öğrenme süreçleri, süreç hakkındaki görüşleri ve sözsüz ispat ile öğretimin uzamsal görselleştirme becerilerine katkısı nasıldır?” Buna dayalı olarak araştırılmak istenen alt problemler ise şunlardır:

1. Ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine katkısı nasıldır?
2. Ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispatları açıklama ve geliştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir? Bu süreçte karşılaştıkları zorluklar nelerdir?
3. Ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersi öğretiminde sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşleri nelerdir?

1.4. Sınırlılıklar

- ❖ Araştırma 2021-2022 öğretim yılıyla sınırlıdır.
- ❖ Araştırma İstanbul ilinde bir devlet Anadolu Lisesinde öğrenim gören 10. sınıf 15 öğrenci ile sınırlıdır.
- ❖ Araştırma, araştırma süreci boyunca uygulanan çalışma yapıları ile sınırlıdır.
- ❖ Araştırma Covid-19 pandemisi sırasında gerçekleştirildiği için öğrencilerin bazıları bireysel karantina sebebiyle araştırma sürecine tam katılım sağlayamamıştır. Uygulama süreci bu öğrenciler için aksamıştır.
- ❖ Bu araştırmada hazırlanan bazı etkinlikler var olan sözsüz ispatlar ile sınırlıdır. Araştırmacının uyguladığı uzamsal görselleştirme içeren sözsüz ispat sayısı öğrencilerin öğrenim düzeyleri dolayısıyla sınırlı kalmıştır. 10. sınıf düzeyinde yeterli sayıda uzamsal görselleştirme içeren sözsüz ispat bulmak mümkün olmamıştır.

1.5. Varsayımlar

- ❖ Araştırmacı ve dersin öğretmeni, araştırma konusu hakkında yeterli bilgi ve beceriye sahiptir.
- ❖ Araştırmacının sormuş olduğu sorular, öğrenciler tarafından doğru anlaşılmıştır.
- ❖ Öğrencilerin araştırmacının sorularına vermiş oldukları cevaplar, araştırmacı tarafından doğru biçimde anlaşılmıştır.
- ❖ Öğrencilerin klinik mülakatta, ders içi etkinliklerde ve bireysel görüşmeler sırasında kendilerini doğru ve açık şekilde ifade ettikleri ayrıca içtenlikle, gerçek süreci yansıtacak şekilde ve beğenilme arzusu olmaksızın cevap verdikleri düşünülmüştür.

1.6. Tanımlar

- **Uzamsal yetenek:** “dış dünyadan gelen uzamsal uyarıcılar olan nesnelerin formlarını, şekillerini ve konumlarını algılayarak zihinde kodlama, zihindeki görsel alanda arama yaparak hatırlama, bu temsilleri zihinde hareket ettirerek dönüştürme ve diğer uzamsal uyarıcılarla eşleştirme" uzamsal düşünme işlem basamaklarına tabii tutarak formların, şekillerin, konumların zihinsel temsillerini oluşturarak iyi yapılandırılmış nesneler üretme, depolama, geri çağırma, dönüştürme yeteneğidir(Carroll,1993; Bishop,1983; Lohman,1993).
- **Uzamsal Görselleştirme:** Üç boyutlu uzaydaki nesnelerin zihinde hareket ettirilmesi veya yine zihinde döndürme, açıp kapatma, bükme, ters çevirme vb. gibi başka görsel düzenlemeler ile dönüştürülmesidir. (Carroll, 1993)

- **İspat:** Tanıt ve kanıt göstererek bir şeyin gerçek yönünü ortaya çıkarma, kanıtlama, tanıtlama, tanıt. (Türk Dil Kurumu, Güncel Türkçe Sözlük.)
- **Sözsüz ispat:** Matematiksel bir ifadenin niçin doğru olduğunu açıklarken herhangi bir kelime ya da cebirsel ifade kullanmadan şekillerle, çizimlerle diyagramlarla yapılan ve görselleştirmeye dayalı ispattır.(Demircioğlu ve Polat, 2015)
- **Uzamsal ispat:** Uzamsal düşünmeye hitap eden diyagramlar içeren sözsüz ispatlardır. (Cain, 2019)



BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Uzamsal Yetenek

Öncelikle "yetenek" terimine bir açıklık getirilmelidir. Bishop(1983)'a göre "yetenek" konusunda iki farklı bakış açısı vardır. Birincisi faktör analistlerine göre yetenek; kalıtsal olarak doğuştan getirilen, sonradan geliştirilemeyen ve genetik faktörlere bağlı olarak bireysel farklılıklara neden olan bir faktördür. İkincisi ise psikologlara göre yetenek; her çocukta geliştirilebilecek olan, hedefe yönelik öğretilen, çevresel etkenler nedeniyle bireysel farklılıklara neden olabilen bir terimdir. Bu iki bakış açısı doğrultusunda bu çalışmada ikinci bakış açısı kabul edilecektir.

Uzamsal yetenek konusuna geldiğimizde ise uzamsal yetenek, birçok araştırmacı tarafından ilgi odağı olmuş ve araştırılmıştır. Fakat uzamsal yeteneğin tanım ve bileşenleri konusunda bir fikir birliğine varılamamıştır. Her araştırmacı kendi tanımını yapmış ve kendi bileşenlerini tanımlamıştır. Bu doğrultuda literatürde temel taşı olarak görülmüş olan bazı araştırmacıların tanımları şu şekildedir:

Carroll (1993)'a göre uzamsal yetenek, en geniş anlamda, bireyin uzayda sunulan materyallerle nasıl başa çıktığı veya bireylerin kendilerini nasıl yönlendirdikleri ile ilgilidir. Daha detaylı açıklayacak olursak uzamsal yetenek; bireyin görsel alanda arama yapma, nesnelerin formlarını, şekillerini ve konumlarını görsel olarak algılama, bu formların, şekillerin ve konumların zihinsel temsillerini oluşturma ve bu temsillerin zihinde hareket ettirilmesi yeteneğidir.

Bishop(1983)'a göre uzamsal yetenek, bir figürün veya bir desenin algılanmasını, tutulmasını, tanınmasını veya çoğaltılmasını doğru oranlarda içerir ve bir yapılandırmayı organize bir bütün olarak tutma, tanıma veya yeniden üretme yeteneğine bağlıdır. Ayrıca matematiksel becerinin altında yatan anahtar yeteneğin uzamsal yetenek olduğunu ve kanıtlanması gereken temel yetenek olduğunu savunur. Ayrıca yine Bishop(1983)'a göre uzamsal yetenek, düşük seviyeli ve yüksek seviyeli olmak üzere iki düzeyden oluşmaktadır. Düşük seviyeli uzamsal yeteneği; iki boyutlu nesnelerin görselleştirilmesi olarak tanımlamıştır ve düşük seviyeli uzamsal yeteneğin bu görsel görüntülerin zihinsel dönüşüm gerektirmediğini açıklamıştır. Buna ek olarak Lohman (1993) düşük seviyeli uzamsal yeteneğin marangozluk, oto mekaniği vb. gibi çeşitli pratik ve teknik mesleklerde ve somut, alt düzey düşünme alanlarında kullanıldığını açıklamıştır. Bishop (1983), yüksek düzey uzamsal yeteneği ise üç

boyutlu nesnelerin görselleştirilmesi ve bu görsel görüntülerin zihinsel manipülasyonunu olarak tanımlamıştır. Yine buna ek olarak Lohman (1993), yüksek seviyeli uzamsal yeteneğin sanat, fen, bilim ve matematik alanlarında yaratıcılık içerdiğini ve üst düzey düşünme alanlarında kullanıldığını açıklamıştır.

Lohman (1993)'a göre ise uzamsal yetenek, tüm insan yeteneklerinin kilit noktasıdır. Hiyerarşik bir modelleme yapıldığında sözel-egitimsel ve uzamsal-görselleştirme faktörleri genel yeteneğin hemen altında yer almaktadır. Bu bağlamda Lohman (1993)'nın uzamsal yetenek tanımı ise iyi yapılandırılmış soyut görsel görüntüler üretme, depolama, geri çağırma, dönüştürme yeteneği olarak tanımlanabilir. Uzamsal düşünme; uzamsal uyarınları kodlama, hatırlama, dönüştürme ve eşleştirme yetenekleri gerektirir.

Bu bilgiler ışığında uzamsal yetenek; "dış dünyadan gelen uzamsal uyarıcılar olan nesnelerin formlarını, şekillerini ve konumlarını algılayarak zihinde kodlama, zihindeki görsel alanda arama yaparak hatırlama, bu temsilleri zihinde hareket ettirerek dönüştürme ve diğer uzamsal uyarıcılarla eşleştirme" uzamsal düşünme işlem basamaklarına tabii tutarak formların, şekillerin, konumların zihinsel temsillerini oluşturarak iyi yapılandırılmış nesneler üretme, depolama, geri çağırma, dönüştürme yeteneğidir.

2.1.1. Uzamsal Yetenek Bileşenleri

Daha öncede belirtildiği gibi uzamsal yeteneğin bileşenleri konusunda da araştırmacılar tarafından bir fikir birliğine varılamamış, her araştırmacı kendince faktörler tanımlamıştır. Bu doğrultuda ilk olarak Carroll(1993)'ın uzamsal yetenek bileşenleri göz önüne alınmıştır:

- ❖ **Uzamsal görselleştirme faktörü:** Üç boyutlu uzaydaki nesnelerin zihinde hareket ettirilmesi veya yine zihinde döndürme, açıp kapatma, bükme, ters çevirme vb. gibi başka görsel düzenlemeler ile dönüştürülmesidir.
- ❖ **Uzamsal ilişkiler faktörü:** Uzamsal modelleri algılama veya uzaydaki nesnelere göre yönlendirmeyi sürdürme işlemidir. Uzamsal görselleştirme faktöründen farkı, daha çok iki boyutlu nesneleri daha basit şekilde döndürme işlemidir. Bazı araştırmacılar bu faktöre uzamsal ilişkiler yerine uzamsal yönelim demiştir.
- ❖ **Kapanma hızı:** Bağlantısız, belirsiz görsel uyarınları anlamlı bir bütün olacak şekilde birleştirme yeteneğidir.
- ❖ **Kapanma Esnekliği:** İki şeklin aynı anda veya artarda hareket ettirilmesidir.
- ❖ **Algısal hız:** Zihinde yapılan arama sırasında daha önceden kodlanmış ilgili figürü, zihindeki figürler içerisinde bulma görevidir.

Lohman'a göre kapanma hızı, kapanma esnekliği ve algısal hız uzamsal yeteneği temsil etmeyen küçük faktörlerdir (Carroll,1993). Lohman'a göre üç temel uzamsal yetenek faktörü vardır (Carroll,1993):

- ❖ **Uzamsal ilişkiler faktörü:** Nesnelerin zihinde döndürülmesi.
- ❖ **Uzamsal yönelim faktörü:** Bir şeklin başka bir perspektiften nasıl görüneceğini hayal etme yeteneğidir.
- ❖ **Uzamsal-görselleştirme faktörü:** Uzamsal ilişkiler ve uzamsal yönelim faktörleri daha çok iki boyutlu nesneler ile ilişkili iken uzamsal görselleştirme üç boyutlu nesnelerin hareket ettirilmesi veya başka görsel düzenlemelere(döndürme, açma, ters çevirme...) tabi tutulmasıdır.

Bu bilgiler ışığında Kösa(2016)'a göre genel olarak uzlaşılan en temel özellikler:

- ❖ **Uzamsal yönelim:** Kişinin yer-yön tayininde bulunabilmesi ve kişinin konumu itibarıyla çevresindeki nesnelerin dağılımını algılayıp nesnelerin yönü değiştirildiğinde yeni düzeni doğru şekilde tayin edebilmesiyle ilişkilidir.
- ❖ **Uzamsal-görselleştirme becerisi:** Cisimlerin zihinde hareketini hayal edebilme, cisimleri uzayda döndürebilme, cisimlerin açık kapalı hallerini zihinde canlandırabilme ile ilişkilidir.

2.1.2. Uzamsal Yetenekte Bireysel Farklılıkları Oluşturan Faktörler

Çevresel bireysel değişkenlerin, bireysel farklar üzerindeki belirleyicilik etkisi matematik eğitimi araştırmacılarının daha fazla ilgisini çekmiştir. Kültürel bağlamlar, çevresel ve sosyal faktörler eğitim alanındadır ve hepsi matematik eğitimcileri için fikir sunabilir. Ayrıca öğrencinin dış ortamının bir yönü, aldığı örgün eğitimden oluşur ve öğretim yaklaşımlarının uzamsal yetenek üzerinde belirleyici bir etkisi vardır (Bishop,1983).

Bishop (1983)'a göre spesifik olarak matematik literatüründe belgelenen temel farklardan biri analitik/geometrik farktır. Analitik/geometrik fark; *bir bireyin matematik problemini çözmede ne kadar görsel fikir kullandığının derecesidir*. Matematik literatüründe en sık görülen farklılıklardan biridir. Bu fark üç açıdan önemlidir:

- I. Üst düzey uzamsal düşünmeyi gerektiren problemleri içeren ve uzamsal yeteneklerle matematiksel yetenekler arasında değerli bağlantılar kuran bir dizi görev geliştirilmiştir.
- II. Problem çözmede ağırlıklı olarak uzamsal fikirlerini kullanan, matematikte iyi olan öğrencileri belirlemektedir.
- III. Hem psikometrik hem de gelişimsel geleneklerden çok farklı bir araştırma yöntemi ve stili örneği göstermektedir.

Lohman(1993)'a göre uzamsal yetenek için bireysel farklılıkları oluşturan faktörler ise şöyledir:

- ❖ **Analog dönüşümleri gerçekleştirme hızı:** Uzamsal yetenekteki bireysel farklılıklardan biri, bireylerin analog zihinsel dönüşümleri -özellikle de döndürme işlemini- doğru şekilde gerçekleştirdikleri hızın kişiden kişiye değişmesi ile açıklanabilir.
- ❖ **Üstün uzaysal çalışma belleği:** İyi yapılandırılmış zihinsel temsiller oluşturma ve tutma becerisindeki bireysel farklılıklar olarak da açıklanabilir. Araştırmalar göstermiştir ki uzamsal yeteneği yüksek ve düşük seviyeli bireylerin performansları arasındaki temel fark, düşük olanların figürün bir kıvrımını unutmaları ve daha sonra ya yapamaması ya da unutulmuş olan yerine yanlış bir katı cisim getiriyor olması muhtemeldir. Başka bir bakış açısı ise bireysel farklılığın bir nedeninin, merkezi çalışma belleği sistemindeki depolama ve dönüştürme fonksiyonları arasındaki denge olduğudur. Özellikle zihinsel döndürme problemleri hem depolama hem de dönüşüm işlevleri gerektirdiğinden ve bireylerin aradaki dengeyi yönetmesini gerektirdiğinden bireysel farklılıkları ölçebilirler.
- ❖ **Temsilin doğası:** **Uzamsal** temsil, doğası gereği sistematik olarak iyi yapılandırılmış görüntülerden oluşmaktadır. Yapılan araştırmalar sonucunda uzamsal yeteneği düşük ve yüksek seviyelerde olan bireylerin birbirinden ayıran sistematik olarak yapılandırılmış uyaranları hatırlama yeteneğidir. Düşük seviyede uzamsal yeteneğe sahip olan bireylerin sistematik olarak yapılandırılmış görüntüler oluşturmakta özellikle zorlanmaktadır. Yüksek seviyede uzamsal yeteneğe sahip olan bireylerin ise uzamsal uyaranlar ile bütünsel olarak karşılaştırılacak görüntüler oluşturabilmektedir.
- ❖ **Stratejiler:** Uzamsal görevlerin birden fazla şekilde çözülebileceği ve bazı stratejilerin analog işlemede diğerlerinden daha çok tercih edildiği bilinmektedir. Bireylerin uzamsal bilgi görevlerini çözmek için seçmiş olduğu mevcut stratejilerinin karmaşıklığı ve esnekliğinden dolayı bireysel farklılıklar oluşmaktadır. Ayrıca bir başka ayırım ise seçilmiş olan stratejinin uzamsal olup olmadığı ile ilişkilidir. Uzamsal strateji kullanan bireyler karmaşık çokgenleri daha basit geometrik şekillere ayırarak hatırlar, figürleri zihinsel olarak birleştirmesi gerektiğinde birleşen figürlerin kendisinden ziyade bu figürlerin özellikleri performanslarını etkiler. Uzamsal olmayan strateji kullanan bireyler ise figürü başka bir somut ve kolayca etiketlenebilen bir nesne ile ilişkilendirerek karmaşık çokgenleri hatırlamaya çalışır,

figürleri zihinsel olarak birleştirilmesi istendiğinde ise performansları birleşecek şekillerin sayısından ziyade birleşen figürlerin karmaşıklığından etkilenir.

2.1.3. Uzamsal Yeteneğin Tarihsel Gelişimi

Hemisferik uzmanlık üzerine yapılan araştırmalar, sözel sıralı işleme ve uzamsal analog işleme olacak şekilde insan bilişin de iki temel işlem olduğunu göstermiştir. Paivio (1971) uzun zamandır sözel ve uzamsal bilgilerin saklandığı çift kodlu bir bellek teorisi için tartışmaktadır. Bu görüşe karşı çıkan Anderson (1983) ise geçici olarak sıralanan sözcükler, uzamsal görüntüler ve soyut önermeler için ayrı kodlar içeren çok kodlu bir bellek teorisi ortaya atmıştır. (Lohman, 1993)

Görsel algıdaki beceriler psikometrik çalışmalarda büyük ilgi görmüştür. Görsel algı alanında yapılmış olan araştırma sonucunda genel zekânın yanında birçok ayrı yetenek tanımlanmıştır. Bu yetenekler uzamsal yetenek başlığı altında tartışılmıştır. Çünkü uzamsal yetenek bireyin uzayda sunulan materyallerle nasıl başa çıktığı veya bireyin kendilerini nasıl yönlendirdikleri ile ilgilidir. (Carroll, 1993)

Lohman (1993)'a göre pek çok araştırmacı uzamsal temsilin doğası gereği, uzamsal bilginin birden fazla şekilde temsil edilebileceği konusunda hem fikirdir. Bir temsilin daha gerçek (Kossly,1980) veya daha fazla yapı ya da konfigürasyonu koruduğu düşünülmektedir (Anderson, 1983). Bir başka temsil ise daha soyuttur, daha fazla anlama ve yorumlama gerektirir (Kosslyn,1980; Anderson, 1983; Palmer 1977). Uzamsal yetenekleri anlamadaki karışıklığın çoğu, belli bir görev sınıfındaki performansla mı yoksa belli bir zihinsel süreç geliştirme becerisiyle mi tanımlandığındandır.

2.1.4. Uzamsal yetenek geliştirilebilir mi?

Bishop(1983), araştırmaların yalnızca erken yıllarda değil, yetişkinlerde bile uzamsal becerinin gelişimini etkileyen faktörlere yönelik olması gerektiğini savunur. Okuma yazma bilmeyen bir yetişkinin erişilemez veya uzamsal yeteneğinin geliştirilemez olduğunu varsayamayacağımızı söyler. Bunu başarmanın yöntemlerinin, tasarlamasının, fizibilite ve tavsiye edilebilirliklerinin değerlendirilmesi gerektiğinden söz eder. Bu doğrultuda uzamsal yeteneğin geliştirilebilir olduğunu söyleyebiliriz. Nitekim Milli Eğitim Ortaöğretim Programlarındaki hedeflerden biri de uzamsal beceriyi geliştirmektir. 2013 yılı Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Matematik Programında öğrenciye kazandırılması hedeflenen matematiksel süreç becerileri içerisinde “Uzayda doğru ve düzlemleri inceleyerek uzamsal becerilerini geliştirme” yer almaktadır. 2018 yılı Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Matematik Programında belirtilen Türkiye Yeterlilikler Çerçevesindeki sekiz anahtar

yetkinlikten biri ise şu şekilde ifade edilmiştir: “Matematiksel yetkinlik; düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir.” Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere öğrenciye kazandırılmak istenen matematiksel yetkinliğin bir parçası da uzamsal düşünmedir.

2.2. Sözsüz İspat

Sözsüz ispat; yabancı kaynaklarda “Proof without words (Nelsen, 1993; Alsina ve Nelsen, 2010), Visual proofs(Bardelle, 2010) ve Proof by picture (Bayer,2009)...” şeklinde ifade edilmektedir.

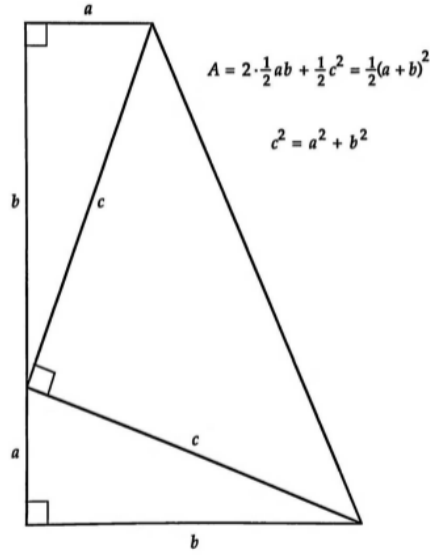
Sözsüz ispatlar son yıllarda ortaya çıkmamıştır, belki de ilk olarak antik Yunanistan ve Çin’de, daha sonra onuncu yüzyılda Arabistan’da ve Rönesans döneminde İtalya’da ortaya çıkmıştır ve çok uzun zamandır varlıklarını sürdürmektedir. Bugün sözsüz ispatlar düzenli olarak dünya çapında ve World Wide Web’de yayınlanan dergilerde yayınlanmaktadır. (Alsina ve Nelsen, 2010) Son yıllarda sözsüz ispatlar matematik eğitiminde de yer almaya başlamıştır. Bu doğrultuda sözsüz ispat için yapılmış olan bazı tanımlar ve sözsüz ispat hakkındaki yorumları şu şekildedir:

Gierdien(2007)’e göre sözsüz ispat; görsel temsillerden, yani matematiksel bir fikir, denklem veya teorem göstermek için resimler veya diğer görsel araçlardan yararlanan bir ‘ispat’ olarak düşünülebilir. Gerçek veya sayısal semboller ve geometrik çizimler dışında herhangi bir kelime içermez. Gözlemcinin belirli bir matematiksel ifadenin neden doğru olabileceğini görmesine ve bir kişinin bunu doğrulamayı nasıl başlatabileceğini görmesine yardımcı olur. Sözsüz bir ispat bir kanıt yazma hedefinin yanında sözcükler olmadan yorumlanması için açıkça görülmeyen çeşitli matematiksel fikirlere dayanan açıklamalar içermesi ve okuyucuya görsel ipuçları sunması nedeniyle okuyucuyu düşünmeye teşvik eder.

Alsina ve Nelsen(2010)’a göre sözsüz ispatlar, okuyucunun belirli bir matematiksel ifadenin neden doğru olabileceğini görmesine ve kişinin bunu doğrulamayı nasıl başlatabileceğini görmesine yardımcı olan resimler veya diyagramlardır. Bazı durumlarda, sözsüz ispat, okuyucuya rehberlik etmek için bir veya iki denklem içerebilir, ancak vurgu açıkça matematiksel düşünceyi uyarmak için görsel ipuçları sağlamaktır. Okuyucuyu, resmin okumadan önce teoremi nasıl “kanıtladığını” düşünmeye teşvik etmektedir. Yine Alsina ve Nelsen 2010’da yayınladıkları çalışmasında şöyle der: “Martin Gardner, Scientific American’ın Ekim 1973 sayısındaki popüler “Matematik Oyunları” sütununda sözsüz ispatları “bak - gör” diyagramları olarak ele aldı. “Çoğu durumda donuk bir ispat, bir teoremin gerçeği neredeyse bir bakışta görülebilecek kadar basit ve güzel bir geometrik analogla

desteklenebilir” dedi.” Sözsüz ispatlarda geometri, sayı teorisi, trigonometri, matematik, eşitsizlikler vb. teoremleri kanıtlamak için matematiğin birçok alanında kullanılabilir. Belirli nesne seçimi önemsiz olduğundan, sözsüz ispatlarda genellikle noktalar, kareler, toplar, küpler ve diğer kolayca çizilmiş nesneleri kullanılır. Nelsen’in 1993 yılında yayınladığı Proofs Without Words isimli kitabındaki birkaç sözsüz ispat örneği şu şekildedir:

Pisagor Teoremi:

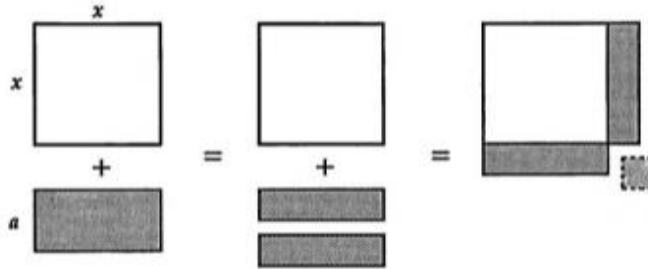


—James A. Garfield (1876)
20th President of the United States

Şekil 1. Pisagor Teoremi

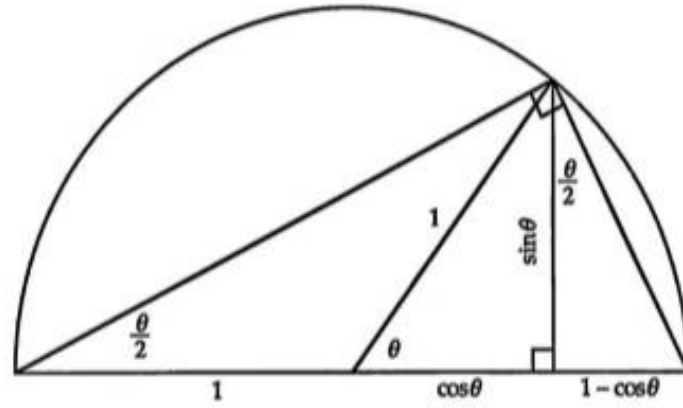
Tam kare özdeşlik:

$$x^2 + ax = (x + a/2)^2 - (a/2)^2$$



Şekil 2. Tam kare özdeşlik

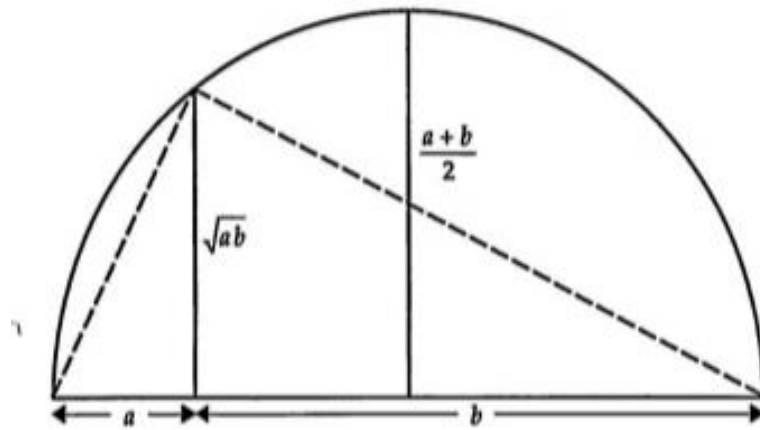
Yarım açı tanjant formülü



$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

Şekil 3. Yarım açı tanjant formülü

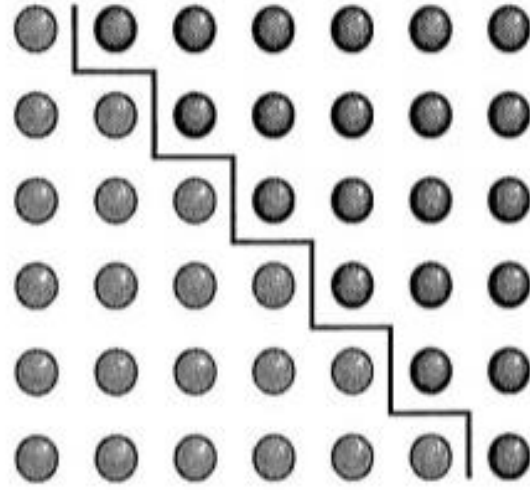
Geometrik ortalama ve aritmetik ortalama ilişkisi



$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

Şekil 4. Geometrik ve aritmetik ortalama ilişkisi

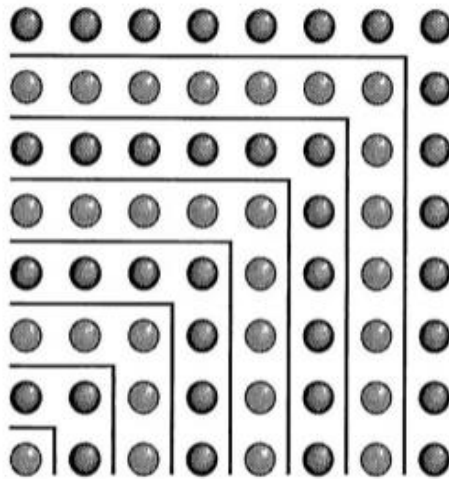
Ardışık doğal sayılar toplam formülü:



$$1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$

Şekil 5. Ardışık doğal sayı toplam formülü

Ardışık tek doğal sayılar toplam formülü:



$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Şekil 6. Ardışık tek tam sayı toplam formülü

Bardelle(2010)'a göre görsel ispatlar genellikle kelimeler olmadan herhangi bir yorum yapılmadan sunulur, ancak sadece rakamlar, harfler, oklar, noktalar veya diğer işaretlerle donatılmış ve bazen sembolik ifadelerle ilişkili diyagramlara dayanır; ispatın yeniden yapılandırılması okuyucuya bırakılmıştır. Diyagramlar yalnızca görsel kanıtlarla ilgili değildir, aynı zamanda standart kanıt süreçlerini (sözlü veya sembolik bir metne dayanan kanıtlar) veya problem çözmei de destekleyebilir. Diyagramatik bir kanıtın üretilmesi veya anlaşılması (ayırma, tersine çevirme, üst üste bindirme, tercüme etme, ...) rakamları oluşturmayı ve işlemeyi ve bunlardan bilgi çıkarmayı içerir. Tüm bu işlemler, bir ifadenin görsel bir kanıtı oluşturan çıkarımsal adımları açıkça ortaya koyacaktır.

Demircioğlu ve Polat (2016)'a göre görsel veya sözsüz ispatlar, tümevarımsal adımların, şekiller, diyagramlar veya grafiklere dayalı olduğu ispatlardır.

2.2.1. Sözsüz ispat hakkındaki tartışmalar

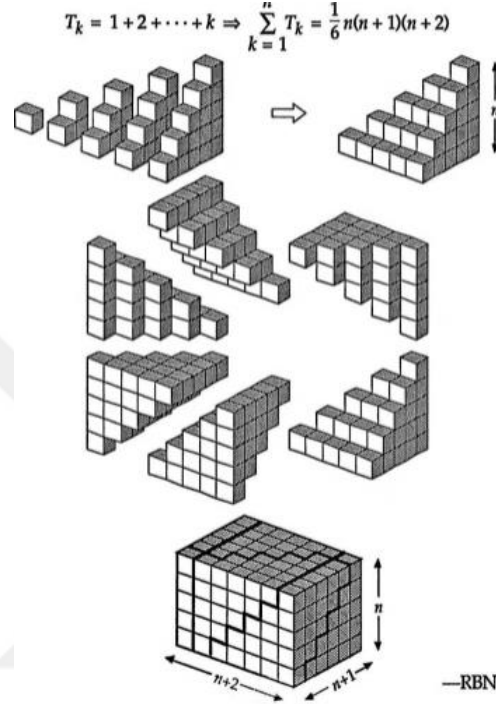
Nelsen (1993) sözsüz ispatı; *gerçek ispatlar olarak kabul edilmeyen*, matematiksel bir ifadenin neden doğru olduğunu ve bu ifadenin doğruluğunu ispatlarken nasıl ele alınacağını görülmesinde yardım eden diyagram veya şekiller olarak tanımlamıştır.

Girdien(2007) sözsüz ispat hakkında yapılan tartışmaları şu şekilde ifade eder: “Arcavi (2003), sözsüz bir kanıtın (a) ne “sözsüz” ne de (b) “ispat” olduğunu savunur. Okuyucunun resmi büyük olasılıkla (a) - zihinsel veya yüksek sesle - kelimelerle çözmesi muhtemeldir ve Hilbert'in bir kanıt standardına göre, “aritmetik” olmalıdır (b), aksi takdirde ispat değildir (Hadamard, 1954, Arcavi, 2003).” Bu sonsuz geometrik serilerde “görsel ispat” ın temkinli kullanımını açıklar. Sonsuza kadar uzanan geometrik serilerin görselleştirme sürecini yapamayız. Yalnızca belirli sayıda alana kadar görselleştirme işlemi yapabiliriz. İşlem olarak görselleştirme, sonsuz geometrik serideki her alanı içeremez, ancak bazı alanları belirleyebilir. Bu nedenle sözsüz ispatlar öğrencilerin, ikincil düzeyde matematiksel argümanları ve kanıtları eleştirel olarak analiz etmelerine ve karşılaştırmalarına yardımcı olmak için bir araç olabilir.

Bardelle(2010)'a göre diyagramların ve şekillerin kullanımındaki önemli bir sorun, şekillerin kavramsal ve algısal özellikleri arasındaki potansiyel çatışmadır. Dolayısıyla görsel argümanlar, muhtemelen kolayca yanlış okunabildikleri ve dolayısıyla yanlış çıkarımlara yol açabildikleri için sözsüz ispatlar, meşru ispatlar olarak düşünülmemektedir. Görsel ispatlar, şema ve şekillere dayalı kesintilerin doğası ile ilgili bazı mantıksal sorular içermektedir. Bu sorular cevaplandığında görsel kanıtların standart matematiksel anlamda kanıtlara bir ölçüde karşılık gelmesi gerektiği düşünülmelidir. Bu nedenle yeni sonuçların keşfedilmesi ve daha resmi kanıtların üretilmesi için sözsüz ispatlar bir yardımcı olarak görülmektedir.

Nelsen'in 1993 yılında yayınlanmış Proof Without Words kitabındaki bu Viviani Teoremi sözsüz ispatı, ürün olarak görselleştirmeye örnek gösterilebilir.

- Süreç olarak görselleştirme, ispatı kelimeler olmadan anlamak ve yorumlamak için çeşitli tekniklerin kullanılmasını içerir.



Şekil 8. Süreç olarak görselleştirme örneği

Yine Nelsen'in 1993 yılında yayınlanmış Proof Without Words kitabındaki bu "Ardışık pozitif tam sayıların toplam formülü"nün sözsüz ispatı, süreç olarak görselleştirmeye örnek gösterilebilir.

Süreç ve ürün olarak görselleştirmenin, uygun kanıtları sözsüz açıklayıcı ispatlara veya açıklayan ispatlara dönüştürmede önemli bir rol oynadığı açıktır. Bunun temelinde, ispatlarda sözsüz özellikleri karakterize etmeye çalışmak var. Ayrıca sözsüz ispatların her biri görselleştirme yoluyla süreç ve ürün olarak açıklayan ispatlar haline gelmektedir. Bu nedenle görselleştirmenin sözsüz ispat durumunda özel bir çekiciliği vardır, çünkü okuyucu ispattaki teoremi veya ifadeyi kelimeler olmadan doğru yapmak için kelimeleri kendisi doldurmak zorundadır. Süreç ve ürün olarak görselleştirme; ispatları, açıklayan ispatlara dönüştürerek sözsüz olarak incelemek için bir araç olabilir. Bu şekilde, öğrenciler ortaöğretim müfredatında karşılaştıkları matematik için iç görü ve açıklamalar geliştirebilirler.

Alsina ve Nelsen(2010) sözsüz ispatların ilkokullardan üniversitelere kadar matematik dersliklerinde rolünün olduğuna inandıklarını ve görselleştirme yeteneğinin matematikteki başarı için gerekli olduğunu ifade etmiştir.

Bardelle (2010)'a göre birçok araştırmacı, matematik öğretiminde görsel akıl yürütmenin önemini vurgulamış ve matematik eğitimindeki araştırmaların bu konuda hâlâ geliştirilecek çok şey olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin karşılaştığı ana zorluklardan biri de semiyotik sunum sistemlerinin (Göstergelerin yorumlanmasını, üretilmesini veya işaretleri anlama süreçlerini içeren bütün faktörlerin sistematik bir şekilde incelenmesine dayanan bir bilim dalıdır.) koordinasyonunun eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin görsel muhakeme becerilerinde eksikler şu sebeplerle ortaya çıkmaktadır: bazı temel matematiksel araçlarla ilgili yetersiz bilgi, şekilsel gösterimlerin kullanımıyla zayıf tanıma, diyagramatik kanıtların kavramsal ve algısal doğası arasındaki çatışma ve bazen matematiksel kanıt kavramının zayıf anlaşılması. Görsel bir kanıtlarla çalışmak, semiyotik figür sistemi ile ifadeye dâhil olan semiyotik sistemler arasında, genellikle sözlü metinler veya sembolik ifadeler arasında sürekli bir etkileşim gerektirir. Bu nedenle sözsüz ispatları anlamlandırmak semiyotik sistemlerin inşasına katkıda bulunacaktır.

Polat, Oflaz ve Akgün(2019)'e göre sözsüz ispatlar; zihinde döndürme, üç boyutlu düşünme ve öteleme yapma gibi işlemler gerektirmektedir. Bazı sözsüz ispatlarda üç boyutlu şekiller kullanıldığı için bu ispatlar yapılandırılırken bu şekillerin zihinde döndürülmesi, birleştirilmesi ya da parçalara bölünmesi gerekmektedir. Dolayısıyla özellikle üç boyutlu şekillerin kullanıldığı sözsüz ispatlar görselleştirme ve uzamsal yetenek ile ilişkilidir. Çünkü görselleştirme ve uzamsal yetenek 2 ve 3 boyutlu cisimlerin zihinde manipülasyonunu gerektirmektedir.

2.2.3. Sözsüz ispatta öğretmenin görevi ve yeri

Demircioğlu ve Polat(2016)'a göre sözsüz ispatlar, matematiksel ispatı anlama konusunda öğrencilere yardım edebilmektedir. Bunun yanında matematiksel kavramları öğretirken sözsüz ispat kullanımı, ispatı bir örnekle açıklamaları istendiğinde öğrencilerin akıl yürütme yeteneklerinin gelişmesinde yardımcı olabilmektedir. Bu geliştirilmiş akıl yürütme ise formal bir ispata nasıl başlanacağını anlamada kılavuzluk edebilir.

Gierdien(2007)'ye göre öğretmen, öğrencileri sözsüz ispatların açıklamasını yapmaya teşvik etmelidir. "Kelimeleri doldurmaya" ve "görünmeyen" matematiği görselleştirme yoluyla görmeye teşvik edilmelidirler. Bunu toplu ya da bireysel olarak yapabilir. Burada genelleme, gözlemlleme, çıkarım yapma, temsil etme, tahmin etme, gözlemlenenleri yazarak tanımlama ve kolektif ve bireysel olarak sözselleştirme gibi görselleştirme süreçleri uygulanabilir. Öğretmen, öğrencilerin görselleştirme sürecini ve ürününü, inceledikleri sözsüz ispatla ilişkilendirmeyi amaçlayan bir tartışma düzenlemek gibi zor bir göreve sahip olacaktır.

Öğrenciler tarafından gördükleri bir ispatta ne gördüklerini açıklamak, matematiksel fikirlerin farklı temsiller yoluyla nasıl ilişkili olduğunu görmelerini sağlayacaktır.

2.2.4. Sözsüz ispat sürecinde öğrencilerin yaşayabileceği zorluklar:

Bardelle (2010)'in yaptığı bir deneyin sonuçlarına göre;

- Şeklin öğrenciler tarafından bir ifadenin kanıtını somutlaştıran bir süreç olarak değil de sadece kanıt elde etmek için zaman zaman yararlı olan bazı bilgileri seçmek için kullanılacak bir araç olarak görülmesi öğrencilerin sözsüz ispatı anlamasında ve açıklamasında bir engel teşkil eder.
- Sözsüz ispatı bir süreç olarak değerlendirmek için gerekli bir adım olan şekli yeniden yapılanma işlemi pek çok öğrenci tarafından yapılamamaktadır. Ayrıca öğrencilerin çizimi yeniden yapılandırmaya ihtiyaç duymadıkları bir gerçektir. Bazı öğrenciler ise çizimi yeniden yapılandırma gereğini anlasalar da önemsiz olduğunu düşündüklerinden bunu yapmamaktadır.
- Öğrenciler figürleri basit araçlar olarak değerlendirmesi de deneyde yaşanmış olan bir başka zorluktur. Öğrencilerin zaman zaman figürün tamamını değil sadece bazı bölümlerini kullandıkları yani bazı öğrencilerin her grafik işarete değer atfetmediği görülmüştür. Bu davranış, bazı durumlarda, görsel kanıt sürecinin doğasının yanlış anlaşılmasından kaynaklanmaktadır. Aslında grafik işaretlerin rolü ve genel olarak bir figürün algısal olarak öğrenilmesinin rolü hem olumlu hem de olumsuz anlamda çok önemlidir (Duval 1993). Algı, ancak Fischbein tarafından işaret edildiği gibi kavramsal süreçlerle kontrol edilirse yararlı bir araç olabilir.
- Deneydeki sonuçlardan biri de sözsüz ispatı anlamadaki ana engellerden birinin öğrencilerdeki geometrik bilgi eksikliği olduğudur. Bu eksikliğin iki sebebi vardır: İlki, öğrenciler geometrik bir teoremi hiç öğrenememiş ya da unutmuşlardır. İkincisi, öğrenciler geometrik teoremleri nasıl ve nerede kullanacaklarını bilmemektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Çalışmada öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine ne derecede sahip olduklarının ve bunu karşılaştığı problem durumlarında uygulama biçimlerinin araştırılması; ayrıca öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve süreç hakkındaki görüşlerinin araştırılması amaçlanmıştır. Yorumlayıcı ifadelerin yer aldığı çalışmada, nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır.

“Nitel araştırmalarda amaç, araştırılan konu ile ilgili okuyucuya betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır. Bunun için de toplanan verilerin ayrıntılı ve derinlemesine olması ve araştırmaya konu olan bireylerin görüş ve deneyimlerinin mümkün olduğu ölçüde doğrudan sunulması önemlidir” (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 48). Öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçleri, sürece ilişkin görüşleri ve sözsüz ispat yapmalarının uzamsal görselleştirme becerileri üzerindeki etkisi derinlemesine ve ayrıntılı incelenmesi amaçlandığı için nitel araştırma yöntemi seçilmiştir. Ayrıca alan yazında gerek sözsüz ispat üzerine yapılmış olan araştırmalarda gerekse uzamsal görselleştirme becerisi üzerine yapılmış olan araştırmalarda genellikle nicel araştırma yöntemi seçildiği görülmüş, nitel araştırma yöntemini seçen araştırmaların yeterli sayıda olmadığı görülmüştür. Nitekim

Görsel ispatlar zihinde döndürme, öteleme, çevirme gibi uzamsal yeteneğin bir parçası olarak görülen zihinsel işlemlerin yanında çeşitli matematiksel bilgileri kullanmayı da gerektirmektedir. Dolayısıyla görsel bir ispatı anlamak için uzamsal yeteneğin yanında başka bilgilere de ihtiyaç vardır. Bu durum ile ilgili olarak görsel ispatlar ile uzamsal yetenek arasındaki ilişkinin derinlemesine incelenmesi için nitel çalışmalar ve farklı uzamsal yetenek testlerinin kullanıldığı çalışmalar yapılabilir. (Polat, Oflaz & Akgün, 2019, s.118)

araştırma sonucunda verilmiş olan bu öneri de nitel araştırmanın gerekliliğini vurgulamaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni

Araştırmanın amaçları ve yapısı göz önüne alındığında bir örnek olay (durum) çalışmasıdır. Örnek olay(durum) çalışması, güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çevresi içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu çevre arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 190).

Bu bağlamda araştırmanın içeriğine en uygun metot, klinik mülakat olarak düşünülmüştür. İlk kez Piaget'nin ortaya koyduğu bu metot, esnek soru sorma metodu olarak da adlandırılır. Klinik mülakat, öğrencilerin yalnızca bilişselliğini açıklamada bir teori ortaya koymaz, aynı zamanda öğrenmenin meydana geldiği sosyal yapıyı da açıklayabilir. En önemli nokta ise veri kaynağı olan öğrenciyle veri analizi yapan ve açıklayan öğretmen doğrudan etkileşim içinde olduğu için öğretmene kendi öğretim yöntemini ölçme fırsatı vermektedir (Karataş ve Güven, 2003).

Goldin(1998)'e göre klinik mülakatların iki önemli amacı vardır:

1. Problem çözme yoluyla öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözlemleme,
2. Bu gözlemlerden yola çıkarak öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilişsel yapılarını, bilişsel süreçlerini, bu süreçteki duyuşsal değişikliklerini araştırarak sonuçlar çıkarmadır.

Klinik mülakatın gerçekleştirildiği kavrama yönelik öğrencinin verdiği yanıtlar tüm mülakat boyunca ayrıntılı olarak ele alınmaktadır. Neleri nasıl düşündüğü ve düşüncelerinin kaynağının neler olduğu ayrıntılı olarak sorgulanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda mülakatı yapan kişi, standart sorular sormak yerine öğrencinin cevaplarına göre mülakatı ilerletir. Klinik mülakat sırasında öğrencilere “Neden böyle düşündün?”, “Nasıl bir yol izlersin?”, “Buna nasıl karar verdin?”, “Bu düşüncenin/fıkrının gerekçesi nedir?” gibi doğrudan öğrencilerin düşüncelerine odaklanan sorular sorularak öğrenci düşünceleri anlamaya çalışılır. (Özaltun Çelik ve Bukova Güzel, 2020)

Baki, Karataş ve Güven(2002)'e göre matematik eğitiminde bir becerinin değerlendirilmesi için üç temel öge incelenmelidir. Bunlar, motivasyonun ölçülmesi, subjektif eşitliğin ölçülmesi ve inanç boyutunun ölçülmesidir. Araştırmacı beceriyi değerlendirirken

- a) Öğrencinin görevi yapmada ve görevi dikkate almada motive edilip edilmediğini,
- b) Öğrencinin problemi anlayıp anlamadığını,
- c) Öğrencinin cevabının tutarlı olup olmadığını belirlemesi gerekmektedir.

Bu koşullar dikkate alınarak beceri hakkında yorum yapılabilir. Nitekim klinik mülakat esnek soru sorma metodu olduğu için bu koşulları sağlayabilmektedir. İlk olarak motivasyonun oluşması için öğrenci ile araştırmacı arasında bir ilişki kurulması amacıyla öğrencilerle ön görüşme yapılarak onlar rahat cevap vermeleri konusunda motive edilmelidir. Ardından klinik

mülakatın öğrencinin tavrına ve cevaplarına göre sorulabilen esnek sorularla motivasyon arttırılabilir. Gerektiğinde öğrencinin motivasyonunun sağlanabilmesi için verilen görevin formatı değiştirilerek sunulabilir. İkinci olarak yine Baki, Karataş ve Güven(2002)'e göre subjektif eşitliğin sağlanabilmesi için öğrencilerin hepsi bir problemin temel özelliklerinin ve gerekliliklerinin farkında olmalıdır. Bu nedenle standart halde verilen bir problem öğrencilerin bireysel farklılıkları sebebiyle bireyler tarafından farklı bir şekilde yorumlanabilir. Haliyle becerilerin değerlendirilmesinde subjektif eşitlik sağlanamaz. Klinik mülakat yönteminin esnek olması nedeniyle bireysel farklılıklar ışığında öğrencilerin becerilerinin değerlendirilmesinde subjektif eşitlikte sağlanabilir. Üçüncü olarak öğrencilerin sorulara karşılık verdiği cevapların tutarlılığını tespit etmek için de klinik mülakat esnek yapısıyla uygun bir metot olacaktır. Öğrencinin cevabına karşılık bir görüş söylenerek öğrencinin tepkisi incelenebilir. Eğer verdiği cevabı değiştirirse veya tereddütte kalırsa verdiği ilk cevabı değerlendirmeyebiliriz. Çünkü verdiği cevap tutarlı değildir. Haliyle tutarlı olmayan cevaplarla bilgi ve beceri değerlendirmesi yapmak doğru olmayacaktır.

Öğrencilerin sözsüz ispat ile öğretim süreci ile ilgili görüşlerini almak için ise yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinin uygun olacağı düşünülmüştür.

Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği, yapılandırılmış görüşme tekniğinden biraz daha esnektir. Bu teknikte, araştırmacı önceden sormayı planladığı soruları içeren görüşme protokolünü hazırlar. Buna karşın araştırmacı görüşmenin akışına bağlı olarak değişik yan ya da alt sorularla görüşmenin akışını etkileyebilir ve kişinin yanıtlarını açmasını ve ayrıntılandırmasını sağlayabilir. Eğer kişi görüşme esnasında belli soruların yanıtlarını başka soruların içerisinde yanıtlamış ise araştırmacı bu soruları sormayabilir. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği sahip olduğu belirli düzeyde standartlık ve aynı zamanda esneklik nedeniyle eğitim bilimleri araştırmalarına daha uygun bir teknik görünümü vermektedir. (Türnüklü, 2000)

3.2. Evren / Örneklem / Çalışma Grubu / Katılımcılar

Araştırmanın evrenini İstanbul ilinde öğrenim gören ortaöğretim öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise İstanbul ilinde bir devlet Anadolu lisesinde öğrenim görmekte olan 10.sınıf düzeyinde 12 öğrenciden oluşmaktadır. Seçilecek örneklem için, basit rastlantısal örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Araştırmaya başlanırken ilk olarak nitel veriler elde etmek adına öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinin belirlenmesi için uzamsal görselleştirme becerisi gerektiren sözsüz ispat örneklerinin yer aldığı 6 soruluk bir yarı yapılandırılmış klinik mülakat uygulaması yapılması ve analiz edilmesi planlanmıştır. Bu formda seçilen soruların uzamsal görselleştirme becerisinin bileşenlerini test edecek şekilde seçilmiştir. Klinik mülakat sırasında öğrencilerden ses kaydı alınmıştır. Ayrıca uygulanan yarı yapılandırılmış klinik mülakat için iki ayrı uzman görüşü alınmış, 5 öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır.

Ardından uzamsal beceri bileşenleri dikkate alınarak ve öğrenci öğrenim düzeyleri de düşünülerek çeşitli sözsüz ispatlar seçilmiş ve 16 adet çalışma yaprağı oluşturulmuştur. Çalışma yapraklarının ilk dört tanesinde iki boyutlu özdeşliklerin sözsüz ispatlarını içerecek ve materyal kullanılacak şekilde etkinlikler seçilmiştir. Çalışma yapraklarının sonraki iki tanesinde ise üç boyutlu özdeşliklerin sözsüz ispatlarını içerecek ve materyal kullanılacak şekilde etkinlikler seçilmiştir. Bu ilk altı etkinlikteki özdeşliklerin seçilme nedeni örneklem öğrenim düzeyine ve 10.sınıf matematik ders müfredatına uygun olmasıdır. Çalışma yaprağı 7, 8, 9 ve 10 ise öğrencilerin iki boyutlu uzayda materyal kullanmadan zihinden yapabileceği etkinlikler içermesi nedeniyle seçilmiştir. Bu dört etkinlik öğrencilerin bir önceki yıl matematik dersinde görmüş olduğu teoremleri içerir. Ayrıca yine bu dört etkinlik, öğrencilerin geometrik cisimleri zihinden hareket ettirmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme becerisine katkı sağlaması hedeflenerek seçilmiştir. Çalışma yaprağı 11 ve 12 öğrencilerin materyal kullanarak ve tümevarımsal düşünerek yapabileceği etkinliklerdir. Öğrencilerin tümevarım içeren ispatlarda zorlandıkları düşünülerek materyal kullanımı tercih edilmiştir. Ayrıca bu iki etkinlik de öğrencilerin geometrik cisimleri zihinden hareket ettirmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme becerisine katkı sağlaması hedeflenerek seçilmiştir. Son dört çalışma yaprağı ise matematikte öğrenci düzeyine uygun iki ve üç boyutlu sözsüz ispatlar içeren etkinliklerden oluşmaktadır. Yine bu yapraklar ile öğretim yapılarak öğrencilerin sözsüz ispat yapma sürecini öğrenmeleri hedeflenmiştir.

Çalışma yapraklarının uygulandığı ders sürecinde öğrencilerden kendi sözsüz ispatlarını yapmaları da istenmiş ve cevapların yazılı olarak elde edilmesi planlanmıştır. Araştırmada kullanılan bu çalışma kâğıtları için iki ayrı uzman görüşü alınmış, 5 öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır.

Ayrıca süreç boyunca öğrencilerden günlük tutmaları da istenmiştir. Öğrencilerin kendi sözsüz ispatlarını oluşturmaları beklenen sürecin sonunda araştırmanın başında

uygulanen uzamsal görselleştirme becerilerini belirlemek amacıyla yapılan klinik mülakat formu yeniden uygulanmıştır ve sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerileri üzerindeki etkisi belirlenmesi planlanmıştır.

Bunun yanında çalışmaya devamlı olarak katılan öğrencilerle yarı yapılandırılmış bir görüşme formu ile görüşmeler yapılmıştır ve süreç günlükleri değerlendirilmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerden ses kaydı alınmıştır. Kullanılacak olan görüşme formu için ise yine bir uzman görüşü alınmış, 5 öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır.

3.4. Tasarım, Geliştirme, Uygulama Süreci

Bu çalışmada sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisini araştırmak amacıyla alan yazında yapılmış olan çalışmalar incelenerek uzamsal görselleştirme becerisini ölçen ölçekler araştırılmıştır. Fakat alan yazında uzamsal görselleştirme becerisini ölçmek amacıyla geliştirilen ölçeklerin araştırma örnekleminin öğrenim düzeyine uygun olmadığı, ayrıca sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisi tam olarak ölçmek için yeterli olmayacağı görülmüştür. Alan yazındaki ölçekler sadece uzamsal görselleştirme becerisini ölçmektedirler, sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisini tam olarak ölçen bir ölçek bulunamamıştır. Ayrıca yine tüm bu ölçeklerin nicel araştırma yöntemi için uygun olduğu, nitel araştırmada kullanmanın uygun olmayacağı tespit edilmiştir. Bu doğrultuda klinik mülakat metoduna karar verilmiş ve içerisinde uzamsal görselleştirme becerisini ölçebilecek sözsüz ispat örneklerinin yer aldığı yarı yapılandırılmış bir klinik mülakat formu oluşturulmuştur. Bu formun içeriğinde yer alan sözsüz ispatların ve soruların uzamsal görselleştirme becerisi bileşenlerini ölçebilecek olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca süreç içerisinde klinik mülakatlar yapılırken öğrencilerin sorulara vermiş oldukları cevaplara yönelik yine uzamsal görselleştirme becerilerini ölçücü esnek sorular sorulmuştur. Bu sayede bireysel farklar da görülmüştür. Bu form başta ve sonda uygulanarak sözsüz ispatla öğretim sürecinin uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisini gözlemlemek amaçlanmıştır.

Öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerini incelemek ve bu sürece ilişkin görüşlerini almak amacıyla uzamsal görselleştirme becerisini geliştireceği düşünülen 16 ayrı sözsüz ispat seçilmiş ve bu amaç doğrultusunda sorular sorulmuştur. Bu çalışma yaprakları oluşturulurken iki ayrı uzman görüşü alınmış, çalışma yapraklarının amaca uygunluğu ve öğrencilerin öğrenim düzeylerine uygunluğu konusunda geri dönütler alınarak gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca bu çalışma yapraklarında yer alan sözsüz ispatlara uygun olacağı düşünülen online “geogebra” etkinlikleri seçilmiş ve bilgi iletişim araçları kullanılarak

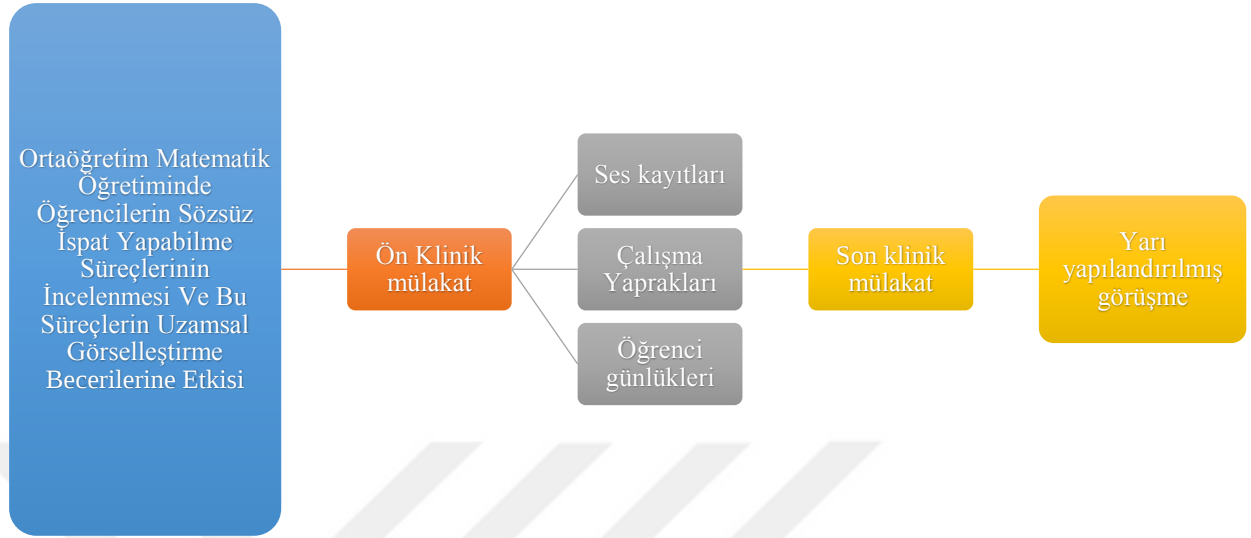
öğrencilerin dinamik geometri araçları ile farklı şekillerde deneyim kazanması da amaçlanmıştır. Bu çalışma yapraklarında ayrıca her bir etkinlikle ilgili öğrenci görüşlerinin alınması amacıyla sorular sorulmuştur. Bu sayede sürece ilişkin görüşleri anbean takip edilmek istenmiştir.

Son olarak öğrencilerin sözsüz ispat etkinlikleri yapılan bu sürece ilişkin görüşlerini almak amacıyla günlük tutmaları istenmiş ve yine bu amaçla bir görüşme formu oluşturulmuştur. Bu form için alanında uzman bir kişiden uzman görüşü de alınmıştır.

Çalışma yapraklarının uygulama sürecine başlarken öğrencilerin sözsüz ispat kavramını öğrenmesi amacıyla öncelikle sosyal medyada da sıklıkla karşılaştıkları bir “çikolata problemi” seçilmiş ve bilgi iletişim teknolojilerinin de yardımıyla bu örneği içeren bir “Geogebra” etkinliği yapılmıştır. Öncelikle etkinlikte yer alan video izletilerek öğrencilerin zihninde bir problem durumu oluşturulmuş ve sınıf içi büyük grup tartışması yapılmıştır. Ardından oluşturulan bu problem durumuyla ilişkili “Geogebra ”da yer alan dinamik geometrik etkinlik çalıştırılmış ve öğrencilerin sözsüz ispat sürecini gözlemlemeleri sağlanmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin karşılaştığı problem durumu çözülürken sözsüz ispat kullanılması onların sözsüz ispatla ilk defa karşılaşmasını sağlamıştır. Sözsüz ispatla ilk defa karşılaşan öğrencilere sözsüz ispat kavramının ne olduğu sorulmuş ve sınıf içi beyin fırtınası yöntemi uygulanarak sözsüz ispat kavramı açıklanmıştır. Böylece uygulanacak olan çalışma yapraklarında sözsüz ispatlarla karşılaşacakları bilgisi öğrencilere sunulmuştur.

Ardından uygulama süresince önce çalışma yaprakları uygulanmış, sonra çalışma yaprağında yer alan etkinlikle ilgili olan online geogebra etkinlikleri, bilgi iletişim teknolojileri yardımıyla dinamik geometri kullanılarak öğrencilere sözsüz ispat deneyimleri kazandırılmıştır. Her ders, 60 dakikalık ders saati olacak şekilde tasarlanmıştır. Bu 60 dakikalık ders saati içerisinde başlangıçtaki ilk 4 ders için birer çalışma yaprağı, sonraki 6 ders için ikişer çalışma yaprağı uygulanacak şekilde toplam 10 ders saati uygulama yapılmıştır. Uygulama haftada 2 gün olacak şekilde 5 hafta sürmüştür.

Uygulama sürecinin sonunda başta uygulanan klinik mülakat formu yeniden uygulanarak sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Ardından çalışma yaprakları değerlendirilerek öğrencilerinin sözsüz ispatları açıklama ve geliştirme süreçleri incelenmiştir. Son olarak öğrenci günlükleri incelenerek ve uygulama sürecine eksiksiz katılan öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılarak sürece ilişkin görüşleri tespit edilmiştir.



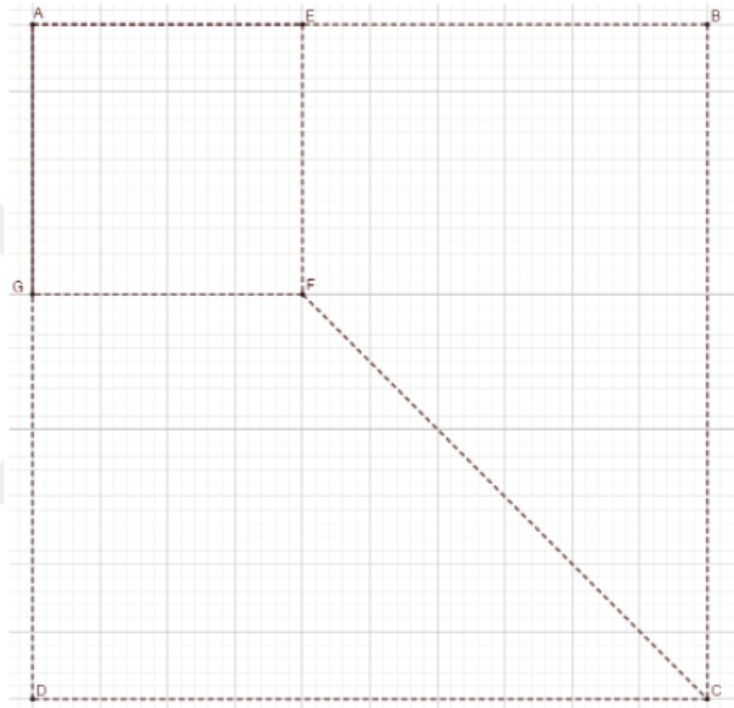
Şekil 9. Araştırmanın akış şeması

3.5. Verilerin Analizi

3.5.1. Klinik Mülakat Veri Analizi

Uzamsal görselleştirme becerisi ölçmek amacıyla oluşturulmuş olan yarı yapılandırılmış klinik mülakat formunda 6 sorunun her biri bir ya da birden fazla uzamsal görselleştirme beceri bileşenin incelemek amacıyla seçilmiştir. Bu doğrultuda;

Soru 1: (uzamsal ilişkiler-uzamsal görselleştirme)



Yukarıdaki şekilde eşit birim kareler yardımıyla oluşturulmuş olan şeklin, noktali yerlerden kesildiğini ve yapıştırıcı yardımıyla GFDC ve EFCB dörtgenlerini kullanarak oluşturulabilecek en büyük dikdörtgenin oluşturulduğunu hayal ediniz. Hayal ettiğiniz şekli boyutlarını dikkate alarak çiziniz.

Sizce hayal ettiğiniz dikdörtgen ile bu şekil arasında nasıl bir ilişki olabilir?

Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?

Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?

Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir?

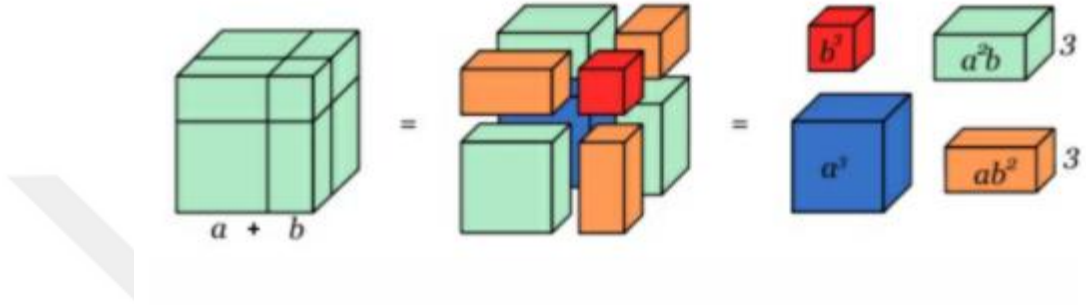
Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Şekil 10. Klinik mülakat 1.soru

İki boyutlu nesneleri zihinde döndürme işlemi gerektirdiğinden uzamsal ilişkiler bileşeni ile, iki boyutlu nesnelerin üç boyutlu ekseninde hareket ettirmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme ile ilişkilidir. Öğrenciye uzamsal ilişkileri ölçecek türden sorular sorulmuştur. Öğrencilerden soruda istenen işlemi önce zihinlerinden yapması istenmiştir ve bu yaptığı işlemi şeklin köşe noktalarına da dikkat ederek kâğıda çizmesi istenmiştir. Yapamayan öğrencilerin ellerine kâğıt verilerek şekli çizip keserek parçaları somutlaştırması ve aynı işlemi yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin bu işlemi zihinden yapabilme durumu, somut materyal ile yapabilme durumu veya hiç yapamama durumuna göre üç kategoride değerlendirmeye alınmıştır. Ayrıca ilk şeklin mi yoksa ikinci şeklin mi daha büyük olduğu sorularak yapılan işlem sonucunda oluşan büyüklük algısı da değerlendirilmiştir. Bunun yanında, bu etkinlikte

hiçbir cebirsel ifade verilmeksizin sözsüz ispat verilmiş ve öğrencilerden cebirsel ifadeyi yazmaları istenerek sözsüz ispatı anlayabilme durumları da incelenmiştir.

Soru2: (uzamsal görselleştirme)



Yukarıdaki şekli yorumlayın.

Şekildeki bütünü parçalara ayırarak nasıl bir ilişki oluşturulmak istenmektedir?

Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?

Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?

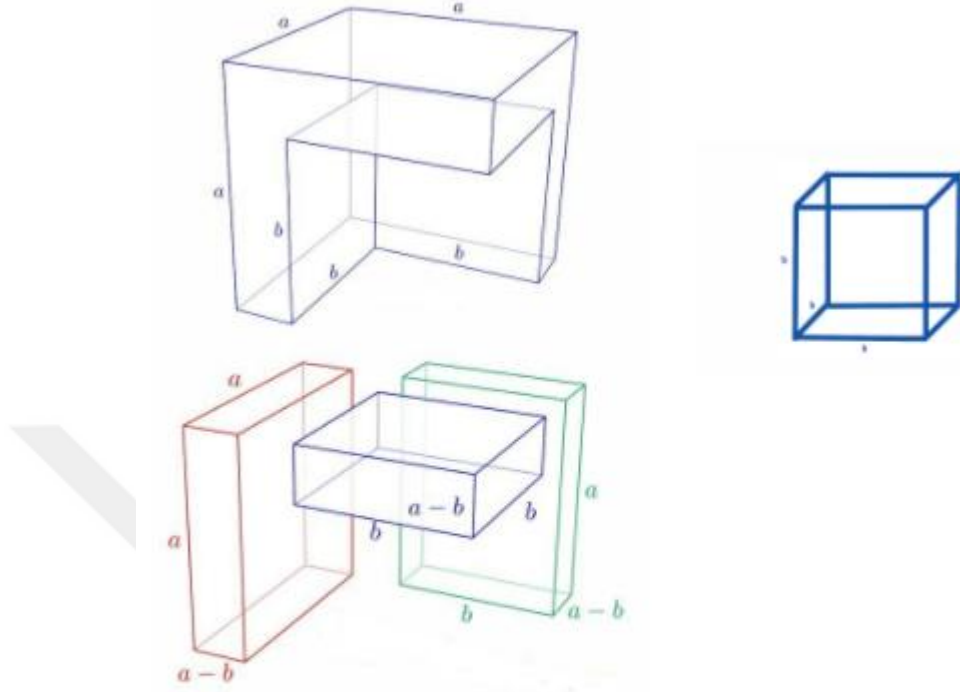
Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Sizce "sözsüz ispat" ne anlama gelmektedir, kısaca açıklayınız.

Şekil 11. Klinik mülakat 2.soru

Üç boyutlu bir cismi zihinde parçalayarak hareket ettirmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme bileşeni ile ilişkilidir. Öğrenciye cismin ne şekilde parçalandığı, parçaların hangi konumlarda ana cismin hangi bölümünde yer aldığı sorularak zihinden parçalayabilme ve zihinde döndürebilme durumuna göre iki kategoride değerlendirmeye alınmıştır. Bunun yanında, bu etkinlikte hiçbir cebirsel ifade verilmeksizin sözsüz ispat verilmiş ve öğrencilerden cebirsel ifadeyi yazmaları istenerek sözsüz ispatı anlayabilme durumları da incelenmiştir.

Soru3:(uzamsal görselleştirme)



Yukarıdaki şekli yorumlayın.

Östeki şeklin büyük bir küpe tamamlandığını hayal ediniz. Bu küp ile aşağıdaki şeklin nasıl bir ilişkisi olabilir?

Büyük küpü eksilterek ve parçalara ayırarak nasıl bir ilişki oluşturulmak istenmektedir?

Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?

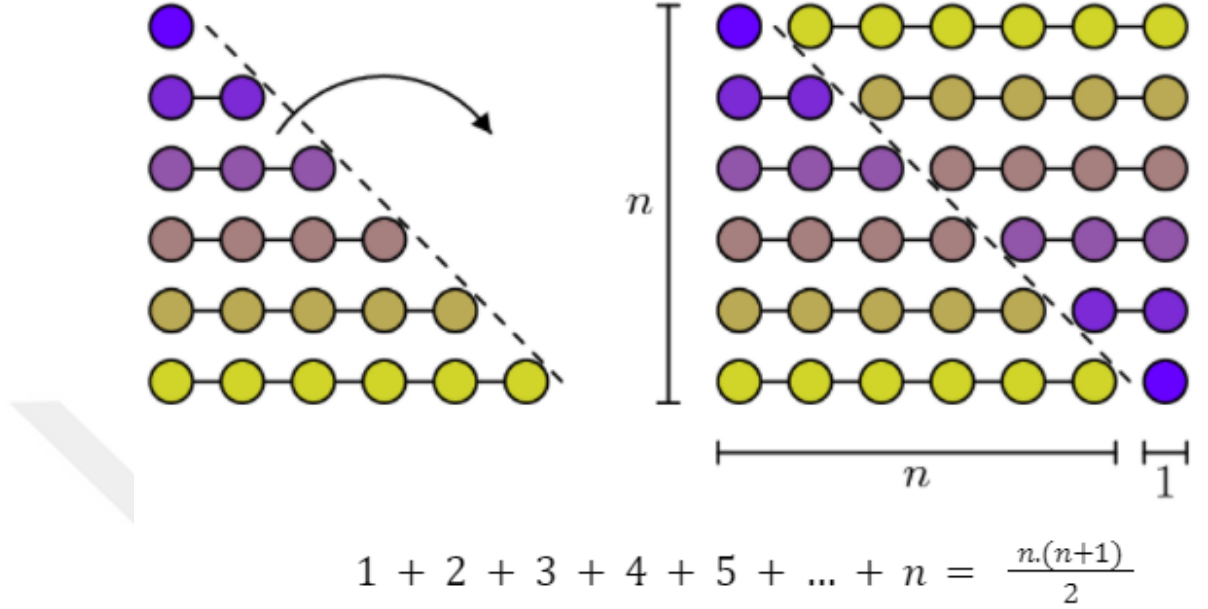
Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?

Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Şekil 12. Klinik mülakat 3.soru

Bir parçası eksiltilmiş üç boyutlu bir geometrik cismi zihinde tamamlaması ve yine eksiltilmiş bu cismin parçalanmış halinin parçalarının hangi konumda ne şekilde durduğunun incelenmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme bileşeni ile ilişkilidir. Üç boyutlu eksiltilmiş bir cismi zihinde tamamlayabilme ve eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme şeklinde iki kategoride değerlendirilmeye alınmıştır. Bunun yanında, bu etkinlikte hiçbir cebirsel ifade verilmeksizin sözsüz ispat verilmiş ve öğrencilerden cebirsel ifadeyi yazmaları istenerek sözsüz ispatı anlayabilme durumları da incelenmiştir.

Soru4:(uzamsal ilişkiler)



Şekli açıklayınız.

Birinci görsel ile ikinci görsel arasında nasıl bir ilişki vardır?

Sizce şekil ile aşağıda verilmiş olan denklem arasında nasıl bir ilişki olabilir?

Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?

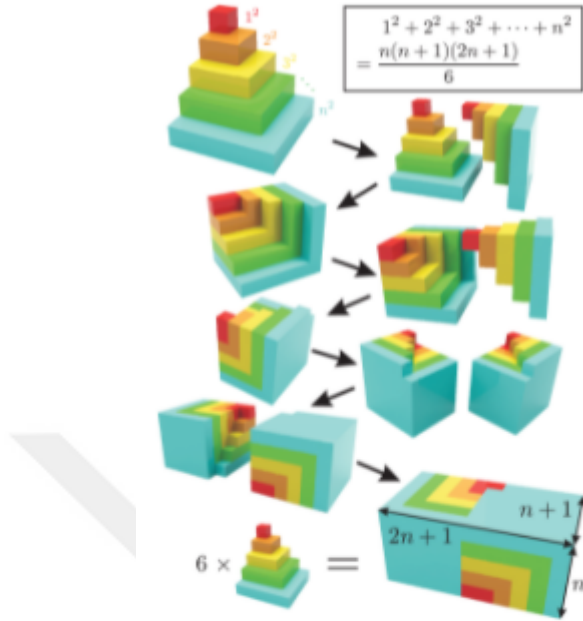
Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?

Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Şekil 13. Klinik mülakat 4.soru

Öğrencinin iki boyutlu bir şekli zihinde döndürüp döndürülmüş şekli ilk şekille birleştirmesi gerektiği için uzamsal ilişkiler bileşeni ile ilişkilidir. Bu sebeple öğrencinin iki boyutlu şekli zihinde döndürebilme, döndürülmüş şekli ana şekil ile zihinde birleştirebilme ve bunu cebirsel ifade ile bağdaştırabilme şeklinde üç kategoride değerlendirmeye alınmıştır. Bunun yanında, bu etkinlikte öğrencilere cebirsel ifade ve sözsüz ispat birlikte verilmiş ve cebirsel ifadeyle ispatı ilişkilendirmesi istenerek sözsüz ispatı anlayabilme durumları da incelenmiştir.

Soru5:(uzamsal yönelim - uzamsal görselleştirme)



Yukarıdaki görsel hangi işlemler yapılmıştır?

Birinci şekil ile son şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?

Sizce şeklin tamamı ile yanında verilmiş olan denklem arasında nasıl bir ilişki olabilir?

Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?

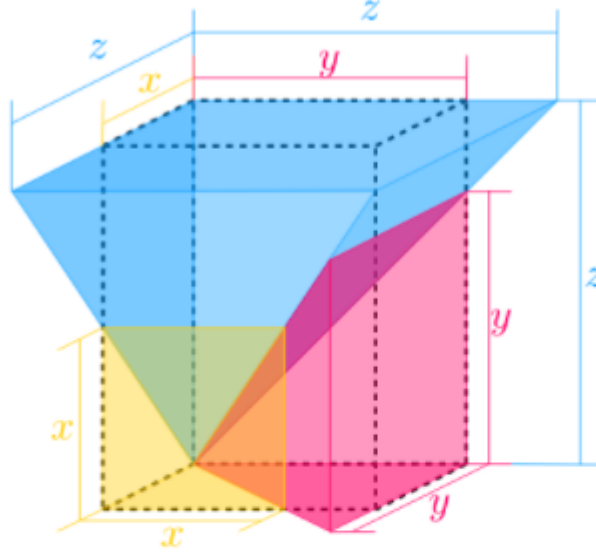
Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?

Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Şekil 14. Klinik mülakat 5.soru

Öğrencinin üç boyutlu şekli hareket ettirip birleştirme işlemi yapması gerektiğinden uzamsal görselleştirme bileşeni, üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal etmesi gerektiğinden uzamsal yönelim bileşeni ile ilişkilidir. Bu doğrultuda üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirebilme, birleştirme işlemi yapabilme ve üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebilme olacak şekilde iki ayrı kategoride değerlendirmeye alınmıştır. Bunun yanında, bu etkinlikte öğrencilere cebirsel ifade ve sözsüz ispat birlikte verilmiş ve cebirsel ifadeyle ispatı ilişkilendirmesi istenerek sözsüz ispatı anlayabilme durumları da incelenmiştir.

Soru6: (uzamsal yönelim - uzamsal görselleştirme)



$$\frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} + \frac{z^3}{3} \geq xyz$$

Şekli açıklayınız.

Sarı, pembe ve mavi renkte verilmiş olan şekiller ile eksikliği noktalar halinde verilmiş olan şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?

Sizce şekil ile aşağıda verilmiş olan denklem arasında nasıl bir ilişki olabilir?

Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?

Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?

Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Şekil 15. Klinik mülakat 6.soru

Üç boyutlu cisimleri uzayda döndürebilme gerektirdiği için uzamsal görselleştirme, cisimlerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal etme gerektirdiği için uzamsal yönelim bileşeni ile ilişkilidir. Bu doğrultuda şekildeki cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme olacak şekilde iki farklı kategoride değerlendirilmiştir. Bunun yanında, bu etkinlikte öğrencilere cebirsel ifade ve sözsüz ispat birlikte verilmiş ve cebirsel ifadeyle ispatı ilişkilendirmesi istenerek sözsüz ispatı anlayabilme durumları da incelenmiştir.

3.5.2. Çalışma yaprakları ve Öğrenci Günlükleri Veri Analizi

Öğrenci günlükleri ve çalışma yapraklarından elde edilen nitel verilerin analizi için ise içerik ve doküman analizi kullanılmıştır. Doküman analizi, yapılacak olan çalışma ile ilgili mevcut kayıt ve yazılı belgeleri toplayarak belirli norm veya sisteme göre kodlayıp inceleme işlemine denir (Çepni, 2010).

3.5.3. Yarı-Yapılandırılmış Görüşme Veri Analizi

Görüşme tekniğinin araştırmaya sunmuş olduğu nitel verilerin en temel özelliği sözel oluşlarıdır. Elde edilen veriler sözel olduğu için nicel araştırma yöntem ve teknikleriyle elde edilen verilerle yapılan analizlerden oldukça farklı yöntemlerin kullanılmasına gereksinim vardır. Tüm veriler, sözel olduğu için analizler de rakamlar yerine sözcükler, cümleler ve paragraflar ile gerçekleştirilmektedir. Bu nedenle elde edilen sözel verilerin analizinde farklı parametreler referans alınmaktadır. (Türnüklü, 2000)

Görüşmeleri değerlendirirken veriler öğrencilerin vermiş oldukları cevaba göre örüntü ve temalara dikkat edilerek kategorize edilmiştir. Zıtlık ve karşılaştırmalar incelenmiştir, benzer cevaplar ve değişkenler özelliklerine göre gruplaştırılmıştır.

3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirliliğinin sağlanması amacıyla yarı yapılandırılmış klinik mülakat formu, çalışma yaprakları ve yarı yapılandırılmış görüşme formu için tasarım aşamasında ve tasarım bittikten sonra uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşü için alanında uzman bir akademisyen ve Milli Eğitim Bakanlığı'nda bir Anadolu lisesinde kadrolu olarak çalışan bir ortaöğretim matematik öğretmeninden görüş alınmıştır. Klinik mülakat formu için ayrıca İstanbul ilinde bir devlet Anadolu lisesinde 5 öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır.

3.7. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı bu araştırmada aynı zamanda yürütücü konumundadır. Araştırmacı; araştırma tasarımını bizzat kendisi yapmıştır, tasarım süreci boyunca danışmanı ve MEB'de görevli bir ortaöğretim matematik öğretmeni ile görüş alışverişinde bulunmuştur. Pilot çalışmayı da araştırmacı, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında İstanbul'da kendi görev yaptığı bir devlet Anadolu lisesinde 5 öğrenci ile kendisi yapmıştır. Aynı şekilde araştırma uygulamasını da yine pilot çalışmanın yapıldığı okulda araştırmacı kendisi yürütmüştür.

Verilerin toplanması ve analizi yine araştırmacı tarafından yapılmış, süreç boyunca danışman ve MEB’de görevli bir öğretmen ile görüş alışverişinde bulunulmuştur.



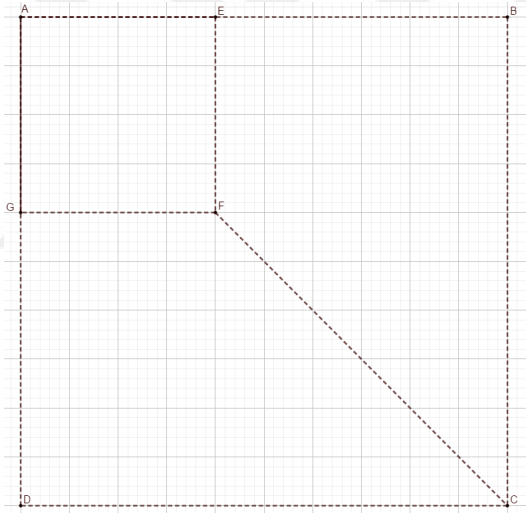
BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

4.1. Sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine katkısına dair elde edilen bulgular ve yorumlar

Öğrencilerle uygulama öncesinde ayrı ayrı ön klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Ardından uygulamalı bir ders süreci gerçekleştirilmiş ve bu süreçte çalışma yaprakları ve çeşitli materyaller kullanılmıştır. Uygulama sonunda ise başta uygulanan klinik mülakat formu yeniden uygulanarak sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerisi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu bölümde elde edilen bulgular; ön mülakat ve son mülakat verilerinin ayrı ayrı soru bazlı karşılaştırılması şeklinde sunulacaktır.

4.1.1. Birinci soruya ait bulgular ve yorumlar



Şekil 16. Klinik mülakat 1.şekil

Bu soru; iki boyutlu nesneleri zihinde döndürme işlemi gerektirdiğinden uzamsal ilişkiler bileşeni ile ilişkili iken iki boyutlu nesnelerin üç boyutlu ekseninde hareket ettirmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme ile ilişkilidir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin iki boyutlu nesneleri zihinden döndürme işlemi ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır.

(A: Araştırmacı; Ö1: 1.Öğrenci; Ö2: 2.Öğrenci; Ö3: 3.Öğrenci...)

A: Şeklin kesikli çizgilerden kesildiğinin hayal et ve sana GFDC ve EFCB dörtgenlerinin verildiğini hayal et. Bu dörtgenler ile bir dikdörtgen oluşturmak mümkün müdür?

Ö1: Öncelikle kesildiğini ve bana verildiğini düşünürsek ben dikdörtgen oluşturmak için F noktasından aşağıya doğru dik olacak şekilde yeniden keserim.

A: Fakat sadece kesikli çizgilerden kesebilirsin.

Ö1: O zaman kâğıdı dikdörtgen haline getirmek için bükürüm F noktasından.

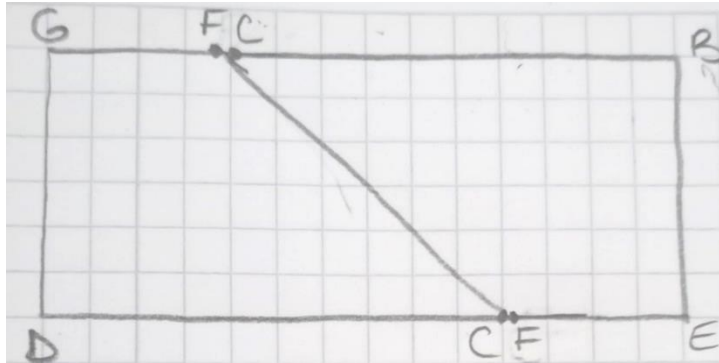
A: $GFDC$ ve $EFCB$ dörtgenlerinin kesme ya da bükme yapamazsın. Sadece istediğin yönde hareket ettirebilirsin.

Ö1: O zaman parçalardan $GFDC$ şeklindeki haliyle dursun. $EFCB$ 'yi üçüncü boyutta ters çevirip birleştiririz.

A: Oluşturduğun dikdörtgene köşelerdeki harfleri de yazar mısın?

Ö1: Yazarım elbette. $GFDC$ ve $EFCB$ dörtgenlerinin birleştirilmesi durumunda F ve C köşeleri de birleşecektir. (İki boyutlu cismi zihinden döndürmeyi yapabilmıştır.)

Alıntıdan görüldüğü üzere öğrenciden soruda istenen işlemi zihinlerinden yapması istenmiştir ve bu yaptığı işlemi şeklin köşe noktalarına da dikkat ederek kâğıda çizmesi istenmiştir. Öğrencinin şekli çeşitli noktalardan kesmek veya bükme talebi olsa da sadece kesik çizgilerden yapabileceği söylenmiştir. Böylece öğrenci ondan istenen işlemi zihinden yapabilmıştır. Zihninden yaptığı işlemi ise şu şekilde çizmiştir:



Şekil 17. Mülakat 1.soru öğrenci çizimi 1

Aşağıda istenen işlemi yapamayan öğrencinin ellerine kâğıt verilerek şekli çizip keserek parçaları somutlaştırması ve aynı işlemi yapmalarının istendiği alıntı verilmiştir.

A: Şeklin kesikli çizgilerden kesildiğinin hayal et ve sana $GFDC$ ve $EFCB$ dörtgenlerinin verildiğini hayal et. Bu dörtgenler ile bir dikdörtgen oluşturmak mümkün müdür?

Ö2: Hayal edemedim. Somut bir materyal üzerinde yapmak istiyorum. (Zihinden döndüremiyor. Somut materyal oluşturmayı tercih ediyor.)

Öğrenci kâğıttan oluşturduğu somut materyal ile kısa sürede dikdörtgeni oluşturuyor.

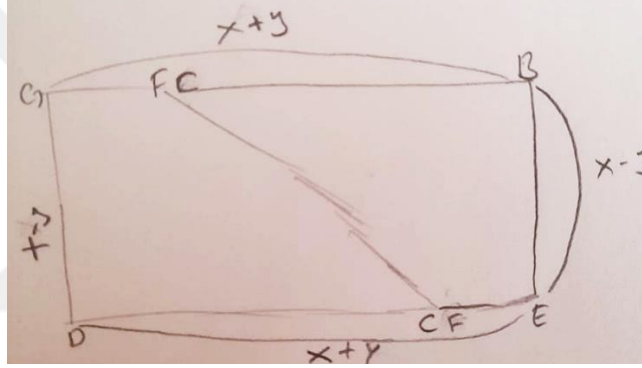
Ö2: Şekil oldu mu?

A: Evet, olmuş. Peki, oluşturduğun dikdörtgene köşelerdeki harfleri de yazar mısın?

Ö2: Yazarım elbette.

Öğrenci harfleri doğru yazıyor. (İki boyutlu cismi materyal kullanarak döndürmeyi başarmıştır.)

Alıntıdan görüldüğü üzere öğrenci şekli zihinden döndüremediği için materyal kullanmayı tercih etmiştir. Somut materyali 3 boyutta döndürmeyi başarmıştır. Yaptığı işlemi çizmesi istendiğinde ise şu şekilde çizmiştir:



Şekil 18. Mülakat 1.soru öğrenci çizimi 2

Bunun dışında istenen işlemi zihinden ya da materyal kullanarak hiç yapamayan öğrencilerde olmuştur. Aşağıda bu durumun doğrudan alıntısına yer verilmiştir.

A: Şeklin kesikli çizgilerden kesildiğinin hayal et ve sana GFDC ve EFCB dörtgenlerinin verildiğini hayal et. Bu dörtgenler ile bir dikdörtgen oluşturmak mümkün müdür?

Öğrenci bir süre düşündükten sonra cevap veriyor.

Ö3: Zihinden yapamadım. Şekli bir kâğıda çizip keserek yapmak istiyorum. (Zihinden döndüremediği için somut materyal oluşturmayı tercih ediyor. Hatta somut materyali oluştururken bile zorlanıyor; fakat başarıyor.)

Ö3: Şeklin fazlalıklarını istediğim yerden kesebilir miyim?

A: Hayır, sadece kesikli çizgilerden kesebilirsin. GFDC ve EFCB dörtgenlerinin kesme ya da bükme yapamazsın. Sadece istediğin yönde hareket ettirebilirsin.

Ö3: *Tam olarak dikdörtgen oluşabilir mi? Yoksa yaklaşık bir şey mi yapmalıyız? (Somut materyali döndürüp birleştirmekte de zorlanıyor. Materyal somut olarak elinde olmasına rağmen zihinde döndürmek konusunda zorlanıyor.)*

Öğrenci bir süre sonra dikdörtgeni somut materyal ile oluşturuyor.

Ö3: *Şekli elde edebildim mi?*

A: *Evet, olmuş. Peki, oluşturduğun dikdörtgene köşelerdeki harfleri de yazar mısın?*

Ö3: *Yazarım elbette.*

Öğrenci harfleri doğru yazamıyor. (İki boyutlu cismi zihinden ya da materyal kullanarak döndürmeyi başaramamıştır.)

Aşağıdaki alıntıda ise öğrencilerden bir tanesinin gördüğü şekli somut materyal olarak oluşturamadığı görülmektedir:

A: *Şeklin kesikli çizgilerden kesildiğinin hayal et ve sana GFDC ve EFCB dörtgenlerinin verildiğini hayal et. Bu dörtgenler ile bir dikdörtgen oluşturmak mümkün müdür?*

Öğrenci bir süre düşündükten sonra cevap veriyor.

Ö4: *Hayal edemedim.*

A: *Öyleyse elindeki kâğıdı kullanarak şekli oluşturup döndürmeyi deneyebilirsin.*

Öğrenci bir süre çizim yapıp kesme işlemleri yapsa da materyali bir türlü oluşturamıyor.

Ö4: *Ben şekli kâğıttan da elde edemedim. Sanırım istediğiniz işlem gerçekleşemeyecek bir durum.*

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci gördüğü şekli kâğıt materyal ile bile oluşturamamış ve istenen işlemin imkânsız olduğunu düşünmüştür.

Bu soruda ayrıca öğrencilere ilk şeklin mi yoksa ikinci şeklin mi daha büyük olduğu sorularak yapılan işlem sonucunda oluşan büyüklük algısı da değerlendirilmek istenmiştir. Bu durumla ilgili iki farklı doğrudan alıntı aşağıda verilmiştir.

A: *Sence başlangıçtaki verilen dörtgen mi daha büyüktür yoksa senin oluşturduğun dikdörtgen mi?*

Ö1: *Başlangıçtaki şekil daha büyük.*

A: *Neden?*

Ö1: *Çünkü başlangıçtaki şekilden bir kare eksiltilip son dikdörtgeni elde ettik.*

Alıntıda öğrencinin büyüklük-küçüklük algısının doğru şekilde oluştuğu görülmektedir.

Büyüklük-küçüklük algısının doğru şekilde oluşmadığı durum ise şu şekildedir:

A: Sence başlangıçtaki verilen dörtgen mi daha büyüktür yoksa senin oluşturduğun dikdörtgen mi?

Ö3: Benim oluşturduğum şekil daha büyüktür.

A: Neden?

Ö3: Çünkü başlangıçtaki şekil bir kare fakat son şekil dikdörtgen... Dikdörtgen her zaman bir kareden daha büyüktür.

Alıntıdan anlaşıldığı üzere öğrencide yanlış bir genelleme durumu söz konusudur. Bu nedenle büyüklük-küçüklük algısı doğru şekilde oluşmamıştır.

Öğrencilerin birinci soruya ilişkin cevapları; zihinden yapabilme durumu, somut materyal ile yapabilme durumu veya hiç yapamama durumuna göre üç kategoride değerlendirmeye alınmıştır. Ayrıca ilk şeklin mi yoksa ikinci şeklin mi daha büyük olduğu sorularak yapılan işlem sonucunda oluşan büyüklük algısı da değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmelere ilişkin bulgular Tablo 1 de görülmektedir.

Tablo 1. Öğrencilerin iki boyutlu nesneleri 3 boyutlu uzayda hareket ettirebilme durumları

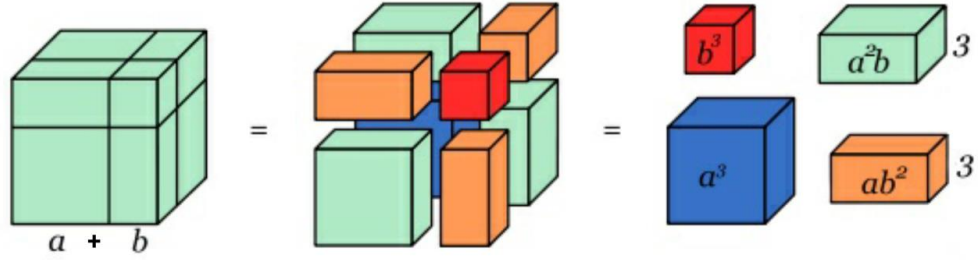
		1.SORU											
		ÖĞRENCİ KODLARI											
	İncelenen Beceri	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12
ÖN MÜLAKAT	Zihinden yapabilme	X					X			X	X		
	Materyal ile yapabilme		X					X	X				
	Hiç yapamama			X	X	X						X	X
	Büyüklik küçüklük algısı	X								X	X		
SON MÜLAKAT	Zihinden yapabilme	X	X				X	X		X	X		
	Materyal ile yapabilme					X			X				X
	Hiç yapamama			X	X							X	
	Büyüklik küçüklük algısı	X	X	X	X		X		X	X	X		X

Tablo 1’deki ön mülakat bulgularında da görüldüğü üzere Ö1, Ö6, Ö9, Ö10 istenen işlemi zaten uygulama öncesinde de zihinden yapabilmektedir. Bunun dışında kalan Ö5 ve Ö12 numaralı öğrenciler istenen işlemi hiç yapamazken uygulama sonrasında materyal kullanarak yapabilmıştır. Ö2 ve Ö7 numaralı öğrenciler ise istenen işlemi materyal kullanarak yaparken uygulama sonrasında zihinden yapabilmışlardır. Ö3, Ö4, Ö8 ve Ö11 numaralı öğrencilerin ise istenen işlemi yapabilme durumlarında anlamlı bir değişiklik gözlenmemiştir. Dolayısıyla örneklemdeki 4 öğrenci istenen işlemi baştan beri yaptığı için göz ardı edildiğinde istenen işlemi yapamayan öğrencilerin %50’sinde istenen işlemi yapabilme durumunda gelişme saptanmış; %50’sinde ise anlamlı bir değişiklik görülmemiştir. Bu bilgiler ışığında öğrenciler uzamsal görselleştirme bağlamında anlamlı bir gelişme gösterememiştir.

Bunun yanında ayrıca incelenen büyüklük-küçüklük algısında ise Ö1, Ö9 ve Ö10 en baştan beri doğru bir algıya sahiptir. Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö8, Ö12 numaralı öğrenciler ise en başta doğru bir büyüklük-küçüklük algısına sahip değilken uygulama sonrasında büyüklük küçüklük algısında gelişme görülmüştür. Dolayısıyla örneklemdeki en baştan beri doğru algıya sahip olan 3 öğrenci göz ardı edildiğinde doğru algıya sahip olmayan öğrencilerin %66,67’sinde

büyüklik-küçüklük algısı gelişmiştir. Bu bilgiler ışığında ise öğrenciler uzamsal ilişkiler bağlamında anlamlı bir gelişme gözlemlenmiştir.

4.1.2. İkinci soruya ait bulgular ve yorumlar



Şekil 19. Klinik mülakat 2. şekil

Bu soru; Üç boyutlu bir cismi zihinde parçalayarak hareket ettirmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme bileşeni ile ilişkilidir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin cismin ne şekilde parçalandığı, parçaların hangi konumlarda ana cismin hangi bölümünde yer aldığı sorularak zihinden parçalayabilme ve zihinde döndürebilme işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır.

A: Verilen şekli inceleyip yorumlayabilir misin?

Ö3: Üç farklı şekil olduğunu görüyorum ve bu şekilleri birbirine eşitlemiş. En soldaki ana şekil... Ortadaki ana şeklin ne şekilde parçalandığını gösteriyor. En sağdaki ise ana şeklin parçalarını gösteriyor. (Öğrenci şekli zihinden parçalayabiliyor.)

A: Peki, o zaman bana parçaların ana şekil üzerinde hangi konumda ve nasıl durduğunu söyleyebilir misin?

Ö3: Kırmızı küp önde sol üst köşede duruyor. Turuncu prizma üç adet ve kırmızı küpün kenarlarına değecek vaziyette duruyor. Bir tanesi önde üstte solda üçüncü şekilde gösterildiği şekliyle duruyor. Bir tanesi sağ arkada üstte üçüncü şeklin yatayda döndürülmüş hali olacak şekilde duruyor. Diğeri de önde sağ alt köşede üçüncü şekildeki duruşunun dikeyde çevrilmiş hali gibi duruyor. Yeşil prizmalardan biri üstte sağ arkada üçüncü şekildeki haliyle duruyor. Biri önde sağ altta dikeyde çevrilmiş halde duruyor. Bir diğeri ise arkada sağ altta yine üçüncü şekildeki halinin dikeyde çevrilmiş şekliyle duruyor. (Üç boyutlu şekillerin önden, arkadan, yandan duruşunu açıklayabiliyor. Zihinden parçalayabilme ve zihinde döndürebilme yapabiliyor.)

A: Peki, mavi küp nerede?

Ö3: Mavi küp ise ana şekilde arkada kalıyor biz bu konumdan onu göremiyoruz. (Şeklin görünmeyen yüzünde de hangi şekil olduğunu söyleyebiliyor. Şekli zihinden ters çevirebiliyor.)

Alıntıdan görüldüğü üzere öğrenci en soldaki ana şeklin parçalandığını ve parçaların en sağdaki şekilde verildiğini ifade ederek şekli zihinden parçalayabilmiştir. Parçaların ana şekil üzerindeki konumlarını ve ana şekil üzerinde ne şekilde durduklarını açıklayarak ise zihinde döndürme işlemi yapabildiğini göstermiştir.

Bunun yanında bu işlemleri yapamayan öğrencinin ise alıntısı şu şekildedir:

A: Verilen şekli inceleyip yorumlayabilir misin?

Ö1: Bir büyük küpü dikdörtgenler prizmaları ve küpler olacak şekilde bir parçalama yapılmıştır. (Üç boyutlu cisim zihinden parçalayabiliyor.)

A: Parçaların ana şekilde hangi konumda olduğunu açıklayabilir misin?

Ö1: Dört farklı şekil ortaya çıkarmış, bir şeklin büyük ve küçük hallerini vermiş gibi duruyor. Fakat ana şekil üzerinde renkler yok. Sadece sağ üst köşede kırmızı küp var gibi duruyor. Mavi küpü bulamıyorum. Üstte sol arkada duran mı, yoksa önde sol attan olan mı karar veremedim. Sanırım açıklayamayacağım. (Zihinden döndüremiyor.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci şekli zihinden parçalayabiliyor fakat parçaların konumunu ve duruşunu açıklayamıyor. Yani zihinden döndürme işlemini gerçekleştiremiyor.

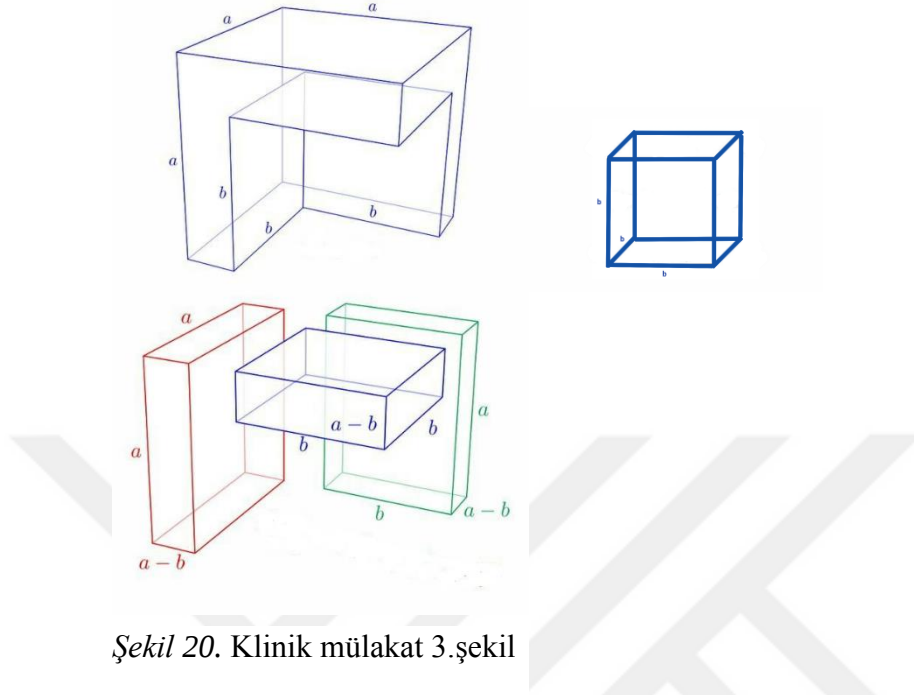
Bu soruda öğrencilerin cismin ne şekilde parçalandığı, parçaların hangi konumlarda ana cismin hangi bölümünde yer aldığı sorularak zihinden parçalayabilme ve zihinde döndürebilme durumuna göre iki kategoride değerlendirmeye alınmıştır.

Tablo 2. Öğrencilerin üç boyutlu şekli zihinden parçalayabilme ve döndürebilme durumları

2.SORU													
ÖĞRENCİ KODLARI													
İncelenen Beceri		Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12
ÖN MÜLAKAT	Zihinden parçalayabilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Zihinden döndürebilme	X		X	X	X		X		X	X	X	X
SON MÜLAKAT	Zihinden parçalayabilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Zihinden döndürebilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Tablo 2’de ön mülakat bulguları göstermiştir ki başlangıçta öğrencilerin tamamı şeklin parçalandığının farkına varmış başka bir deyişle zihinden parçalayabilme işlemini yapabilmişlerdir. Fakat zihinden döndürme işlemini Ö2, Ö5 ve Ö8 başlangıçta yapamamıştır. Son mülakat bulguları ise uygulama sonrasında tüm öğrencilerin zihinden döndürmeyi yapabildiklerini göstermiştir. Bu bilgiler ışığında ön mülakatta zihinden döndürme işlemini yapan öğrenciler göz ardı edildiğinde yapamayan öğrencilerin %100’ünün son mülakatta gelişme gösterdiği görülmüştür.

4.1.3. Üçüncü soruya ait bulgular ve yorumlar



Şekil 20. Klinik mülakat 3.şekil

Bu soru, bir parçası eksiltilmiş üç boyutlu bir geometrik cismi zihinde tamamlaması ve yine eksiltilmiş bu cismin parçalanmış halinin parçalarının hangi konumda ne şekilde durduğunun incelenmesi gerektiğinden uzamsal görselleştirme bileşeni ile ilişkilidir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin bir parçası eksiltilmiş üç boyutlu bir geometrik cismi zihinde tamamlaması ve yine eksiltilmiş bu cismin parçalanmış halinin parçalarının hangi konumda ne şekilde durduğunun incelemesi işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır.

A: Şekli inceleyerek ne yapıldığını yorumlar mısın?

Ö2: Parçaları birleştirilince büyük bir küp oluşmuştur. (Zihinde tamamlayabilmiştir.)

A: Peki, bu büyük küp ile aşağıdaki parçalar arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ö2: Önce büyük küpten küçük küpü çıkartarak üstteki şekli oluşturmuş. Ardından üstteki şekli parçalayarak alttaki şekli oluşturmuş.

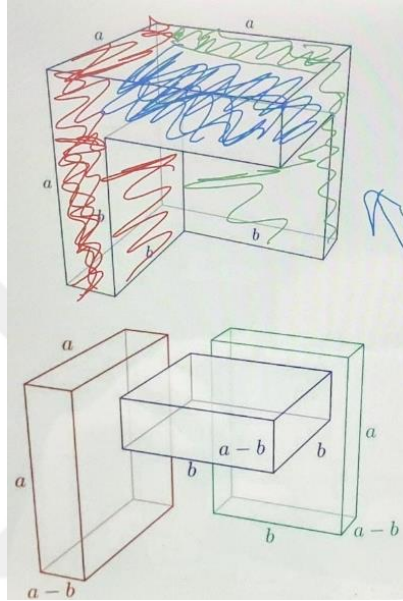
A: Alttaki şekildeki parçaların üstteki şekilde hangi konumda ve ne şekilde olduğunu söyler misin?

Ö2: Kırmızı parça sağ yan tarafta, yeşil şekil arka tarafta, mavi ise üstte...

A: Peki, bunların nerde bitip nerde başladığını şekil üzerinde tarayarak gösterir misin?

Ö2: Elbette.

Öğrencinin taradığı şekil aşağıdaki gibidir.



Şekil 21. Mülakat 3.soru öğrenci çizimi 1

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci ilk olarak küçük küpü üstteki şekil ile zihninden birleştirerek büyük bir küp oluşturacağını anlamıştır. Yani üç boyutlu eksiltilmiş bir cismi zihinde tamamlayabilme işlemini gerçekleştirmiştir. Ardından alttaki şekildeki parçaların üstteki şekilde hangi konumda durduğunu açıklayıp şeklin üzerinde parçaların konumlarını doğru tarayarak ise eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme işlemini gerçekleştirebilmiştir.

Aşağıdaki alıntıda ise şekli zihinden doğru parçalasa da eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme işlemini yapamayan bir öğrenci yer almaktadır.

A: Şekli inceleyerek ne yapıldığını yorumlar mısın?

Ö2: Parçaları birleştirilince büyük bir küp oluşmuştur. (Zihinde tamamlayabilmiştir.)

A: Peki, bu büyük küp ile aşağıdaki parçalar arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ö2: Büyük küpü parçalara ayırmış olabilir.

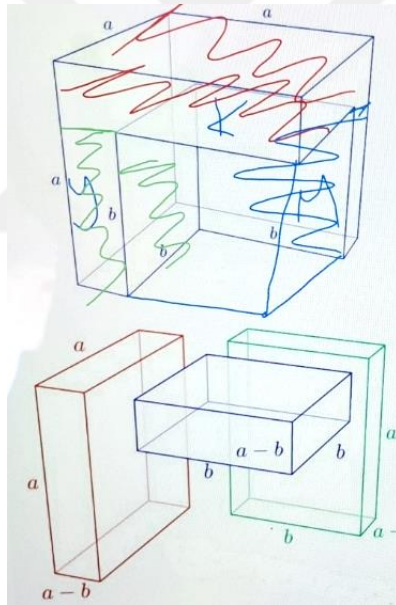
A: Alttaki şekildeki parçaların üstteki şekilde hangi konumda ve ne şekilde olduğunu söyler misin?

Ö2: Küpün içinden farklı parçalar oluşturmuş, büyük küpten bir küp çıkarmış ve kalan şekli parçalamış. İkinci şekildeki parçalar birinci şekil şu şekilde yer alır: Kırmızı şekil tavanı, yeşil şekil sağ tarafı, mavi şekil ise arkasıdır. (Eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit etmek konusunda zorlanmıştır.)

A: Peki, bunların nerde bitip nerde başladığını şekil üzerinde tarayarak gösterir misin?

Ö2: Gösteririm.

Öğrencinin taradığı şekil aşağıdaki gibidir.



Şekil 22. Mülakat 3.soru öğrenci çizimi 2

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci ilk olarak küçük küpü üstteki şekil ile zihninden birleştirerek büyük bir küp oluşturacağını anlayarak üç boyutlu eksiltilmiş bir cismi zihinde tamamlayabilme işlemini gerçekleştirmiştir. Fakat alttaki şekildeki parçaların üstteki şekilde hangi konumda durduğunu doğru açıklayamamış ve şeklin üzerinde parçaların konumlarını doğru tarayamamıştır. Yani eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme işlemini gerçekleştirememiştir.

A: Şekli inceleyerek ne yapıldığını yorumlar mısın?

Ö3: Şekil çok karışık gözüküyor. Anlayamadım.

A: Peki, yorumlamana yardımcı olayım. Küçük küpün şeklindeki yeri neresi olabilir?

Ö3: Üstteki şekildeki boşluğa yerleşecek gibi ama sanki orayı tam olarak dolduramaz.

A: Neden?

Ö3: Çünkü kenar uzunlukları örtüşmüyor. Küçük küp o boşluğu dolduramayacak kadar küçük...(Zihinde tamamlayamamıştır.)

A: Anladım. Peki, alttaki şekil ve üstteki şekil arasında nasıl bir ilişki olabilir?

Ö3: Sanki üstteki şekli parçalayınca alttaki şekil oluşmuş.

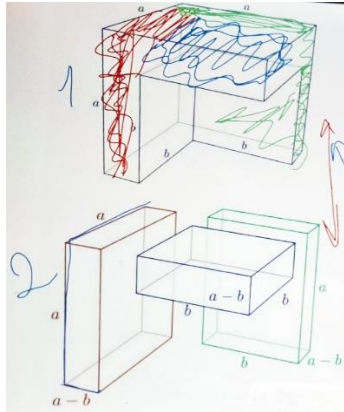
A: Alttaki şekildeki parçaların üstteki şekilde hangi konumda ve ne şekilde olduğunu söyler misin?

Ö3: Kırmızı şekil sol tarafta yukardan aşağıya kadar fakat arka köşeye kadar uzanmıyor, yeşil şekil arkada tarafı komple kaplıyor, mavi şekil ise tavanda küçük bir yere sahip. (Eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit etmek konusunda zorlanmıştır.)

A: Peki, bunların nerde bitip nerde başladığını şekil üzerinde tarayarak gösterir misin?

Ö2: Yaparım.

Öğrencinin taradığı şekil aşağıdaki gibidir.



Şekil 23. Mülakat 3.soru öğrenci çizimi 3

Alıntıda da görüldüğü üzere öğrenci ne eksiltilmiş üç boyutlu cisim zihinden tamamlayabilmiş ne de eksiltilmiş üç boyutlu cismin parçalarının hangi konumda olduğunu doğru tespit edebilmiştir.

Bu soru, üç boyutlu eksiltilmiş bir cisim zihinde tamamlayabilme ve eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme şeklinde iki kategoride değerlendirilmeye alınmıştır.

Tablo 3. Öğrencilerin üç boyutlu eksiltilmiş bir cisim zihinden tamamlayabilme ve eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme durumları

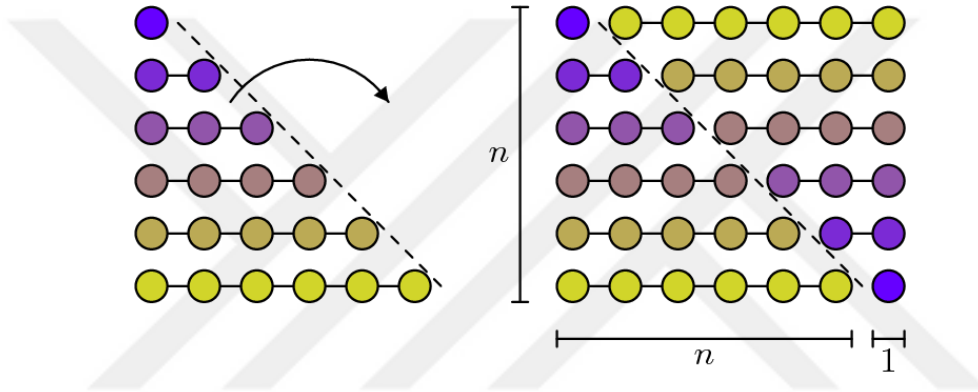
3.SORU													
ÖĞRENCİ KODLARI													
İncelenen Beceri		Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12
ÖN MÜLAKAT	Üç Boyutlu Eksiltilmiş Bir Cismi Zihinde Tamamlayabilme		X			X	X	X	X	X	X	X	X
	Eksiltilmiş Cismin Parçalarının Hangi Konumda Bulunduğunu Tespit Edebilme				X			X	X	X		X	
SON MÜLAKAT	Üç Boyutlu Eksiltilmiş Bir Cismi Zihinde Tamamlayabilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Eksiltilmiş Cismin Parçalarının Hangi Konumda Bulunduğunu Tespit Edebilme		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X

Tablo 3'te görüldüğü üzere Ö1, Ö3 ve Ö4 öğrencileri dışında kalan tüm öğrenciler ön mülakatta üç boyutlu eksiltilmiş cisim zihinden tamamlayabilmektedir. Dolayısıyla burada

Ö1, Ö3 ve Ö4 öğrencilerindeki gelişme dikkate alındığında öğrencilerin %100'ünde üç boyutlu eksiltilmiş bir cismi zihinde tamamlayabilme konusunda gelişme göstermiştir.

Yine Tablo 3'teki bulgular ışığında Ö4, Ö7, Ö8, Ö9 ve Ö11'in ön mülakat verilerinde eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme işlemini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bunun dışında Ö2, Ö5, Ö6, Ö10, Ö12 numaralı öğrenciler ise bu konuda gelişme göstermiştir. Bu işlemi en başından beri yapan 5 öğrenci göz ardı edildiğinde öğrencilerin %71,43'ünde eksiltilmiş cismin parçalarının hangi konumda bulunduğunu tespit edebilme konusunda gelişme görülmektedir.

4.1.4. Dördüncü soruya ait bulgular ve yorumlar



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Şekil 24. Klinik mülakat 4.şekil

Öğrencinin iki boyutlu bir şekli zihinde döndürüp döndürülmüş şekli ilk şekille birleştirmesi gerektiği için uzamsal ilişkiler bileşeni ile ilişkilidir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin iki boyutlu bir şekli zihinde döndürme ve döndürülmüş şekli ilk şekille birleştirmesi işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır.

A: Şekli inceleyerek yapılan işlemi yorumlar mısın?

Ö11: Birinci şekilden bir tane daha olursa birleştirtince bir kare elde etmeye çalışmıştır. (Döndürülmüş şekli ana şekil ile zihinde birleştirebiliyor.)

A: Peki bu şekli nasıl oluşturmuştur?

Ö11: Birinci şekildeki üçgeni ters çevirerek birleştirmiş ve kare elde etmiş. (Zihinde döndürebiliyor. Fakat son oluşan şekli tanıyamadı.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci şekli zihninden döndürüp birleştirebilmiştir. Fakat oluşan yeni şekli tanıyamamıştır. Öğrencilerin tamamı zihinden döndürme ve birleştirme işlemlerini doğru yapsa da içlerinden bir kaçısı şekli isimlendirmekte zorlanmışlardır. Bunun da geçmiş yıllardaki öğrenme eksikliklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

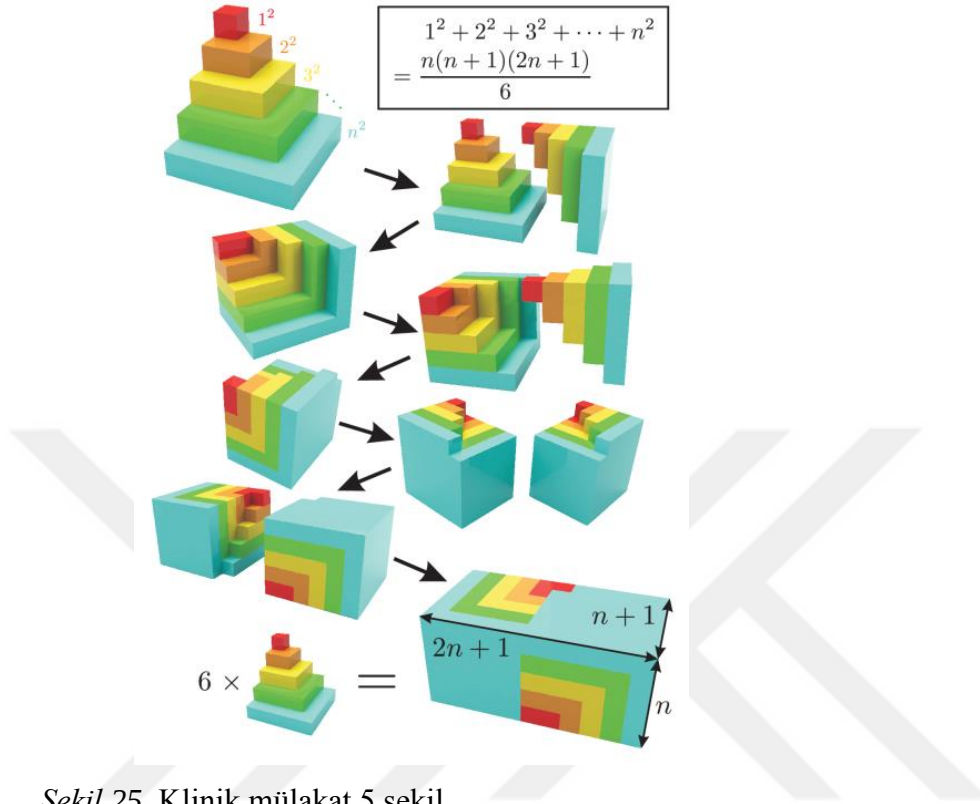
Bu soruda öğrencinin iki boyutlu şekli zihinde döndürebilme ve döndürülmüş şekli ana şekil ile zihinde birleştirebilme iki kategoride değerlendirmeye alınmıştır.

Tablo 4. İki boyutlu şekli zihinde döndürebilme ve döndürülmüş şekli ana şekil ile zihinde birleştirebilme durumları

4.SORU													
ÖĞRENCİ KODLARI													
	İncelenen Beceri	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12
ÖN MÜLAKAT	İki Boyutlu Şekli Zihinde Döndürebilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Döndürülmüş Şekli Ana Şekil İle Zihinde Birleştirebilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
SON MÜLAKAT	İki Boyutlu Şekli Zihinde Döndürebilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Döndürülmüş Şekli Ana Şekil İle Zihinde Birleştirebilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Tablo 4'ten de görüldüğü üzere ön mülakat bulgularına göre öğrencilerin tamamı iki boyutlu şekli zihinde döndürebilme ve döndürülmüş şekli ana şekil ile zihinde birleştirebilme işlemlerini en başından beri yapabilmektedir. Dolayısıyla bu sorudan amacına uygun bulgular elde edilememiştir.

4.1.5. Beşinci soruya ait bulgular ve yorumlar



Şekil 25. Klinik mülakat 5.şekil

Öğrencinin üç boyutlu şekli hareket ettirip birleştirme işlemi yapması gerektiğinden uzamsal görselleştirme bileşeni, üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal etmesi gerektiğinden uzamsal yönelim bileşeni ile ilişkilidir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirme, birleştirme işlemi yapabilme ve üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebilme işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır.

A: Verilen görseli iyice inceleyip bana yapılan işlemi açıklar mısın?

Ö1: Öncelikle karelere üst üste koyup birinci şekli elde etmiş. İkinci şekilde birinci şeklin aynısı yana doğru yatırarak birinci şekil ile birleştirmiş üçüncü şekli elde etmiş. Ardından dördüncü şekilde yine birinci şekli bu sefer ters çevirerek birleştirip beşinci şekildeki büyük parçayı elde etmiş, bu parça küp gibi ama dışarıya taşan fazlalıkları var. Altıncı şekilde ise büyük parçadan iki tane almış ve yedinci şekilde konumlarını değiştirmiş ve birleştirip sekizinci şekli elde etmiş. (Üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirebiliyor.)

A: Peki, 7. şekildeki konumları değiştirmiş ifadeni açıklayabilir misin? Şekilleri hangi konuma getirmiş ve neden yapmış?

Ö1: Beşinci şeklin küp gibi olduğunu fakat fazlalıkları olduğunu söylemiştim. Yedinci şekilde soldaki şekli fazlalıkları sağ yan tarafa gelecek ve yukardan aşağıya artacak şekilde konumlandırmış; sağdaki şekli ise fazlalıkları soldaki şeklin fazlalıklarının karşısına gelecek şekilde konumlandırmış.

A: Sağdaki şeklin fazlalıkları bizim baktığımız taraftan gözükmüyor öyleyse. Peki, onların duruşu nasıl?

Ö1: Evet, fazlalıkları biz göremiyoruz. Fakat onlar da yukardan aşağıya azalacak şekilde duruyor. Çünkü soldaki şekille birleşirken bir fermuar gibi kapanması isteniyor. (Üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebiliyor.)

A: Peki dokuzuncu şekilde ne anlatmak isteniyor?

Ö1: Birinci şekilden altı tane birleştirirsek sekizinci şekildeki prizmayı elde ederiz demek istiyor. (Üç boyutlu şekli döndürdüğünde birleştirme işlemi yapabiliyor. Aşamaları özetleyebiliyor ve birinci şekilden kaç parça birleştirilerek son şeklin elde edildiğine tam olarak karar verebiliyor.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirme ve birleştirme işlemlerini eksiksiz ve doğru yapabiliyor ve üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebiliyor.

Bu işlemleri yapamayan öğrencilerin alıntıları da şu şekildedir:

A: Verilen görseli iyice inceleyip bana yapılan işlemi açıklar mısın?

Ö6: İkinci şekilde birinci şeklin aynısı çevirip birinci şekil ile birleştirmiş ve üçüncü şekli oluşturmuş. Dördüncü şekilde ise birinci şekli bu sefer ters çevirerek üçüncü şekil ile birleştirip beşinci şekildeki küp benzeri parçayı elde etmiş, bu parça küpe benziyor ama küpten fazla olarak çıkıntılı kısımları var. Altıncı şekilde ise beşteki parçadan iki tane almış ve yedinci şekilde döndürerek birleştirip sekizinci şekli oluşturmuş. (Üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirebiliyor.)

A: Peki, 7. Şekli döndürerek birleştirmiş diye bir ifade kullandın. İfadeni açıklayabilir misin? Şekilleri hangi konuma getirmiş ve neden yapmış?

Ö6: Yedinci şekilde küpe benzeyen o iki parçayı çıkıntıları karşılıklı gelecek şekilde döndürmüş. Birleştirmek için...

A: O zaman sağdaki şeklin çıkıntıları bizim baktığımız taraftan gözükmüyor öyleyse. Peki, onların duruşu nasıl?

Ö6: Onlar da soldaki şekille aynı şekilde duruyorlar. En üstten aşağıya doğru: kırmızı, turuncu, sarı, yeşil ve mavi olacak şekilde duruyorlar. (Üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edemiyor.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirme ve birleştirme işlemlerini eksiksiz ve doğru yapabiliyor; fakat üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edemiyor.

Bunun dışında üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirirken birleştirme işleminde zorlanan öğrencide şu şekilde ifadeler kullanmıştır:

A: Verilen görseli iyice inceleyip bana yapılan işlemleri açıklar mısın?

Ö12: İkinci şekilde birinci şeklin aynısı yatırarak birinci şekil ile birleştirmiş ve üçüncü şekil oluşmuş. Sonra dördüncü şekilde birinci şeklin arka kısmını göstermiş, yine birinci şekli arka kısmıyla birleştirip beşinci şekil oluşmuş, altıncı şekilde beşinci şekilden iki tane alıp şekli ters çevirip çapraz bir şekilde birleştirmiş. Fermuar gibi kapatarak sekizinci şekli oluşturmuş. (Üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirebiliyor. Üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebiliyor.)

A: Peki son şekil ile birinci şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ö12: İşlemler sonucunda şekil küçülmüş. (Birinci şekilden birleştirerek oluşturduğu son şeklin küçüldüğünü düşünüyor. Birleştirme işleminin anlamını kavrayamıyor.)

Görüldüğü üzere öğrenci çevirirken zorlanmasa da birleştirdiğinde yaptığı işlemin anlamını bilmemektedir. Bunun dışında şekilde yapılan hiçbir işlemi zihinden kavrayamayan öğrencilerde için de şu alıntı yerinde olacaktır:

A: Verilen görseli iyice inceleyip bana yapılan işlemleri açıklar mısın?

Ö3: Şekil çok karmaşık gözüküyor, anlayamıyorum.

A: Adım adım okları takip ederek açıklamayı deneyebilirsin.

Ö3: Şekilleri birleştirmiş gibi gözüküyor.

A: Hangi şekli ne yaparak birleştirmiş?

Ö3: Anlam veremedim. Çok fazla renk, parça ve işlem var.

A: Aşamalı gidelim. Birinci ve ikinci şekil arasındaki ilişkiyi açıklayabilir misin?

Ö3: Birinci şekli kendisiyle birleştirmiş gibi ama döndürmüş. Fakat birinci şekil döndürülünce böyle gözükmez ki.

A: Gözükmez mi? Nasıl olmalıydı?

Ö3: Döndürdüğünde en alttaki şekiller kare gibi duruyor ama küp olmalıydı. Küp olursa da birleşmezdi. (Üç boyutlu şekli zihinde hareket ettiremiyor ve birleştiremiyor. Ayrıca üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edemiyor.)

Görüldüğü üzere öğrenci ne üç boyutlu cisim zihinden hareket ettirip birleştirebiliyor ne de farklı açıdan nasıl görüldüğünü hayal edebiliyor.

Bu soruda üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirme ve birleştirme işlemi yapabilme ve üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebilme olacak şekilde iki ayrı kategoride değerlendirmeye alınmıştır.

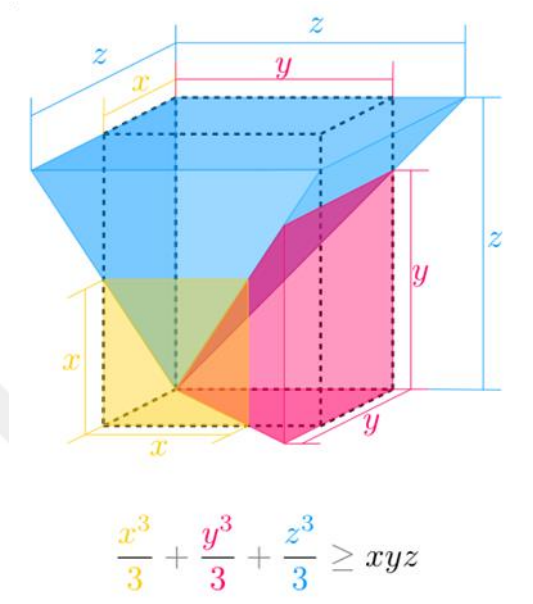
Tablo 5. Üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirme ve birleştirme işlemi yapabilme ve üç boyutlu nesnelerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebilme durumları

5.SORU													
ÖĞRENCİ KODLARI													
	İncelenen Beceri	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12
ÖN MÜLAKAT	Üç Boyutlu Şekli Zihinde Hareket Ettirebilme Ve Birleştirme İşlemi Yapabilme	X	X		X	X		X	X	X	X	X	
	Üç Boyutlu Nesnelerin Farklı Açılardan Nasıl Görüldüğünü Hayal Edebilme	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
SON MÜLAKAT	Üç Boyutlu Şekli Zihinde Hareket Ettirebilme Ve Birleştirme İşlemi Yapabilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Üç Boyutlu Nesnelerin Farklı Açılardan Nasıl Görüldüğünü Hayal Edebilme	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Tablo 5'te görüldüğü üzere Ö3, Ö6 ve Ö12 dışındaki tüm öğrenciler üç boyutlu şekli zihinde hareket ettirebilme ve birleştirme işlemi yapabilme işlemini yapabilmektedir. Bu sebeple bu üç öğrencideki değişim incelendiğinde %100'ünde gelişme olduğu görülmüştür. Ayrıca ön mülakat bulgularına göre öğrenciler içinden sadece Ö3 üç boyutlu nesnelerin farklı

açılardan nasıl görüldüğünü hayal edebilme işlemini gerçekleştirememiştir. Uygulama sonrasında onda da bu konuda gelişme görülmüştür.

4.1.6. Altıncı soruya ait bulgular ve yorumlar



Şekil 26. Klinik mülakat 6. şekil

Bu soru; üç boyutlu cisimleri uzayda döndürebilme gerektirdiği için uzamsal görselleştirme, cisimlerin farklı açılardan nasıl görüldüğünü hayal etme gerektirdiği için uzamsal yönelim bileşeni ile ilişkilidir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır.

A: Şekli inceleyerek yorumlayabilir misin?

Ö2: Şekilde mavi, pembe ve sarı renkli bir piramit var. (Cisimleri duruşları ile tanıyor.)

A: Nasıl duruyor bu piramitler?

Ö2: Mavi tepe noktası aşağıya gelecek şekilde ters, pembe tepe noktası sola yatık vaziyette yan ve sarı ise tabanı öne tepe noktası arkaya bakacak şekilde arkası dönük ve yatık duruyor. (Bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebiliyor.)

A: Şekilde başka bir cisim var mı?

Ö2: Bir de kesik çizgili içi boş bir prizma var. Bu piramitleri çevrelemek ister gibi ama tam içine sığdıramamış.

Alıntıda görüldüğü üzere öğrenci cisimleri duruşuyla tanıyabiliyor ve piramitlerin tepe noktalarının hareketinden cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebiliyor.

Bunun dışında istenen işlemleri gerçekleştiremeyen öğrencilerden de şu şekilde alıntı yapabiliriz:

A: Şekli inceleyerek yorumlayabilir misin?

Ö1: Şekilde kesikli çizgilerle oluşturulmuş bir dikdörtgenler prizması var.

A: Peki renkli şekiller nedir?

Ö1: Sarı bir küp, mavi ve pembe ise bir üçgen prizma... (Cisimleri duruşlarıyla tanıyamadı ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini anlayamadı.)

A: Renkli şekillerle kesik çizgili şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ö1: İlişki yoktur.

Görüldüğü üzere öğrenci cisimlerin üç boyutlu olduğunu kavramamıştır; fakat doğru tanıyamadı ve hareketlerini anlayamamıştır.

Bir başka durum ise şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek yorumlayabilir misin?

Ö3: Şekilde kesikli çizgilerle oluşturulmuş bir dikdörtgen var.

A: Peki renkli şekiller nedir?

Ö3: Sarı bir kare... Mavi, pembe, turuncu ve yeşil şekiller ise üçgen... (Cisimleri duruşlarıyla tanıyamadı ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini anlayamadı.)

A: Renkli şekillerle kesik çizgili şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ö3: Yoktur.

Görüldüğü üzere öğrenci cisimlerin üç boyutlu olduğunu bile kavrayamamıştır; ayrıca kesişen kısımlarını da ayrı şekiller olarak isimlendirerek hareketlerini de anlayamamıştır.

Bu soru şekildeki cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme olacak şekilde iki farklı kategoride değerlendirilmiştir.

Tablo 6. *Cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme durumları*

		6.SORU												
		ÖĞRENCİ KODLARI												
		İncelenen Beceri	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12
ÖN MÜLAKAT	Şekildeki Cisimleri Duruşlarıyla Tanıyabilme		X						X	X		X		
	Bu Cisimlerin Ne Şekilde Hareket Ettiğini Doğru Tespit Edebilme		X						X	X		X		
SON MÜLAKAT	Şekildeki Cisimleri Duruşlarıyla Tanıyabilme		X			X	X	X	X	X	X	X	X	
	Bu Cisimlerin Ne Şekilde Hareket Ettiğini Doğru Tespit Edebilme		X			X	X	X	X	X	X	X	X	

Tablo 6’da görüldüğü üzere ön mülakat bulgularına göre Ö2, Ö7, Ö8 ve Ö10 cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme işlemlerini en başından beri yapmaktadırlar. Bunun dışında kalan Ö4, Ö5, Ö6, Ö9 ve Ö11 ise ön mülakat bulgularına göre cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme işlemlerini yapamazken son mülakat bulgularında

gelişme göstermiştir. Ö1, Ö3 ve Ö12 de ise hiçbir anlamlı değişiklik gözlenmemiştir. Başka bir deyişle başta beri cisimleri duruşlarıyla tanıyabilme ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini doğru tespit edebilme işlemlerini yapan 4 öğrenci göz ardı edildiğinde örneklemin %62,5 düzeyinde bir gelişme gözlenmiş; %37,5 düzeyinde ise değişiklik gözlenmemiştir.

4.2. Öğrencilerinin sözsüz ispatları açıklama, geliştirme süreçleri ve bu süreçte karşılaştıkları zorluklar dair elde edilen bulgular ve yorumlar

4.2.1. Klinik mülakat bulguları

Öğrencilerin klinik mülakatlar sırasında “Sözsüz ispat ne demektir?” sorusuna yanıtları:

Ö1: Sözsüz ispat, konuşmadan yapılan ispattır.

Ö2: Sözsüz ispat, şekle dayalı ispat yapmaktır.

Ö3: Sözsüz ispat, görseller ve şekiller yardımıyla ispatlamaktır.

Ö4: Sözsüz ispat, yazıyla olmayan direkt söylenen demektir.

Ö5: Sözsüz ispat, görsel ispattır.

Ö6: Sözsüz ispat, şekillerle göstermek hiçbir şey söylememektir.

Ö7: Sözsüz ispat, matematikte sayılar kullanmadan, sözcükler olmadan ispat yapmaktır.

Ö8: Sözsüz ispat, ayrıntılı şekillerle ispattır.

Ö9: Sözsüz ispat, göstererek kanıtlamaktır.

Ö10: Sözsüz ispat, sadece şekle baktığımızda anladığımız ifadelerdir.

Ö11: Sözsüz ispat; bir formülü şekille ifade etmektir.

Ö12: Sözsüz ispat şekillerle bir ifadeyi kanıtlamaktır.

Öğrencilerin yanıtlarından da görüldüğü üzere büyük çoğunluğu “sözsüz ispat” kavramını genel hatlarıyla tanımlayabilmişlerdir.

Klinik mülakattaki ilk üç soru sözsüz ispatı verilmiş olan ifadenin cebirsel ifadesini yazabilme işlemi gerektirdiğinden birlikte incelenmiştir. Son üç soru ise sözsüz ispat ve cebirsel ifadeyi ilişkilendirme gerektirdiğinden birlikte incelenmiştir.

Bu üç durum alıntılar şeklinde ele alınmıştır.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden ilk üç soru için doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır. Ayrıca her bir soru için üç durum söz konusudur:

- Cebirsel ifadeyi hiç yazamama durumu
- Yanlış yazma durumu

- Doğru yazma durumu

Bu durumlar nedenleriyle birlikte incelenmiştir.

4.2.1.1. Birinci soru

Birinci soru için hiç yapamama durumu şu şekildedir:

A: Başlangıçtaki verilen dörtgen ile senin oluşturduğun dikdörtgen arasında bir bağlantı var mıdır? Varsa cebirsel olarak yazabilir misin?

Ö1: Yoktur.

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci şekillerle yaptığı işlemi matematiksel olarak yorumlayamamaktadır.

Birinci soru için yanlış yapma durumu şu şekildedir:

A: Başlangıçtaki verilen dörtgen ile senin oluşturduğun dikdörtgen arasında bir bağlantı var mıdır?

Ö2: Vardır.

A: Uzunluklarını da dikkate alarak matematiksel olarak bu ilişkiyi yorumlar mısın?

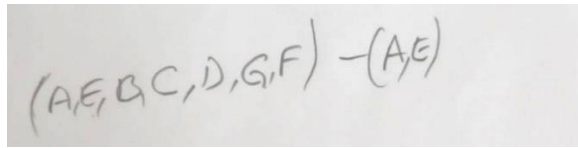
Ö2: Elde ettiğimiz dikdörtgenden tekrar bir kare oluşturabiliriz.

A: Elde ettiğin dikdörtgenden tekrar ilk şekli elde etmek için başka bir parçaya ihtiyaç var mıdır?

Ö2: Hayır dikdörtgeni ikiye bölsek yeter. (Ana şekilden AEGF karesinin eksiltildiğinin farkında değil. Büyüklük algısı yanlış.)

A: Bana bu ifadeyi cebirsel olarak yazar mısın?

Ö2: Elbette.



$$(AE, BC, D, G, F) - (AE)$$

Şekil 27. Öğrencinin cebirsel ifadesi 1

Görüldüğü üzere öğrenci uzamsal görselleştirme becerisindeki eksikliklerden sebep yanlış bir cebirsel ifade yazmıştır.

Birinci soru için doğru yapma durumu ise şu şekildedir:

A: Başlangıçtaki verilen dörtgen ile senin oluşturduğun dikdörtgen arasında bir bağlantı var mıdır?

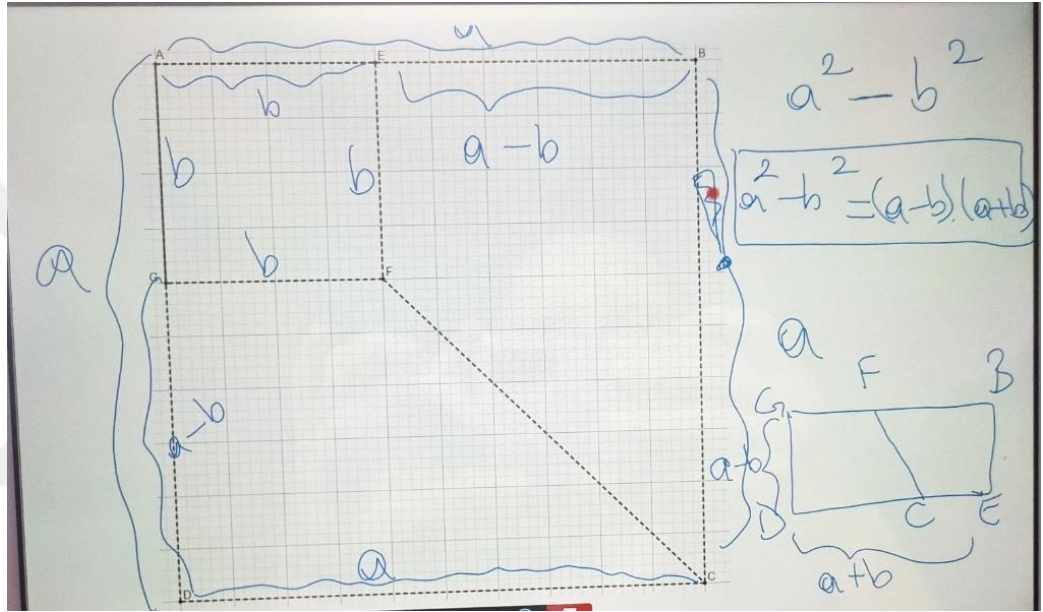
Ö3: Vardır. Ana şekilden bir kare çıkartıp kalan şekillerle dikdörtgen oluşturduk.

A: Birinci şekil mi daha büyük yoksa son şekil mi?

Ö3: Birinci şekil daha büyük çünkü birinci şekilden bir kare eksiltilip son halini elde ettik.

A: Uzunluklarını da dikkate alarak matematiksel olarak yapılan işlemi yorumlar mısın?

Ö3: Şu özdeşliği oluşturduk.



Şekil 28. Öğrencinin cebirsel ifadesi 2

Alıntılardan da görüldüğü üzere öğrenci cebirsel ifadeyi şekille ilişkilendirerek doğru yapmıştır.

4.2.1.2. İkinci soru

İkinci soru için hiç yapamama durumu şu şekildedir:

A: Yapılan işlemi cebirsel olarak yorumlayabilir misin?

Ö2: Bir küpü dikdörtgenler prizmaları ve küpler olacak şekilde iki çeşit parçaya ayırmıştır ve bunları isimlendirmiştir.

A: Parçaları nasıl isimlendirmiş sence? Rastgele mi?

Ö2: Öncelikle şekillerin yanındaki sayılar parçaların adedini ifade etmektedir. (Cismin ne şekilde parçalandığını fark etmiştir.)

A: Bu işlemin cebirsel ifadesini yazabilir misin?

Ö2: Denerim.

Öğrenci ne kadar denese de cebirsel ifadeyi yazamıyor ve en sonunda pes ediyor.

Alıntıda görülmektedir ki öğrenci sözsüz ispatı verilmiş cebirsel ifadeyi yazamamıştır.

İkinci soruyu yanlış yapma durumu:

A: Verilen şekli inceleyip yapılan işlemi cebirsel olarak yorumlayabilir misin?

Ö3: Üç farklı şekil olduğunu gördüm. Şekil sayıları üzerlerinde yazmaktadır. Şekildeki parçalar farklı konumlarda duruyorlar.

A: Şekillerin üzerinde yazan harflerin anlamı nedir?

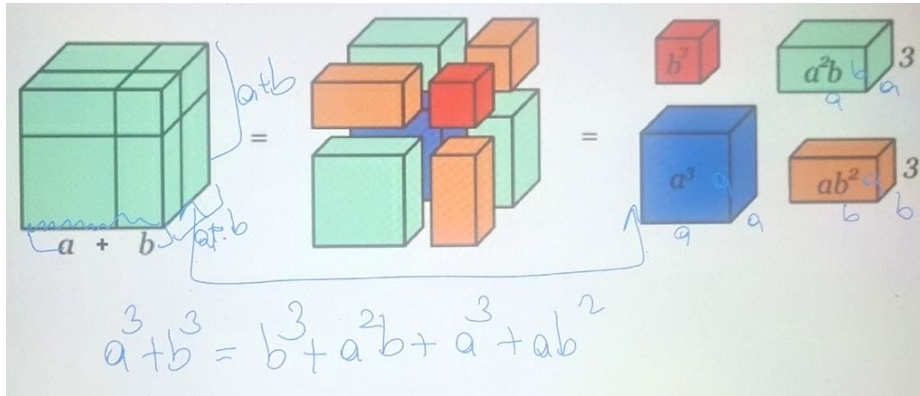
Ö3: Kenar uzunluklarını ifade etmekte...

A: Benim için şekil üzerinde uzunlukları gösterir misin?

Ö3: Elbette. (Harflerin yerini karıştırıyor.)

A: Yapılan bu parçalama işlemi cebirsel bir ifadeye dönüştürebilir misin?

Ö3: Küpler içeren ifadeye benziyor.



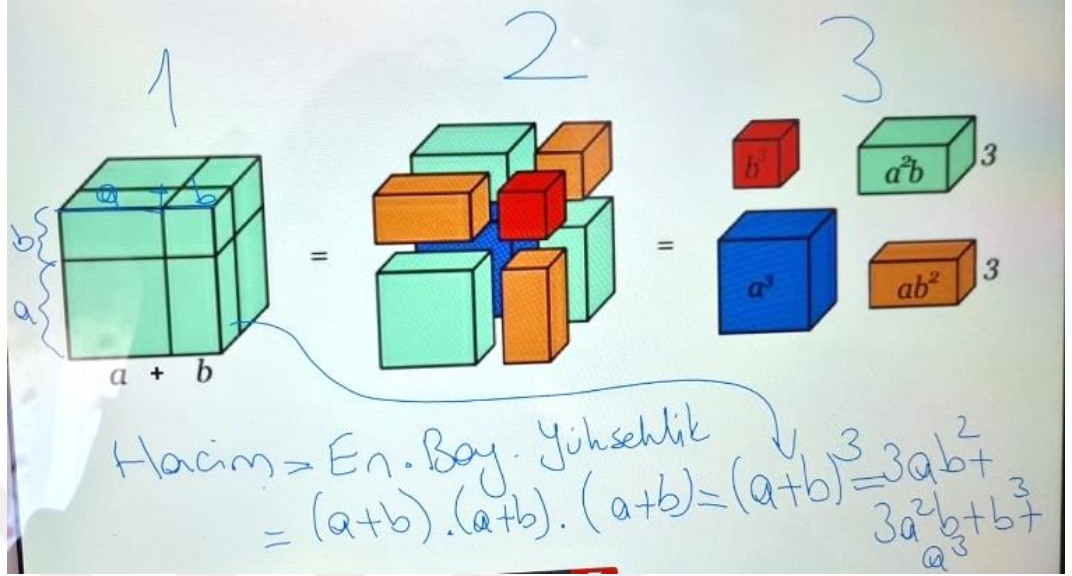
Şekil 29. Öğrencinin cebirsel ifadesi 3

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci cebirsel ifadelerde işlem anlamında zorlandığı için yanlış yapmıştır.

İkinci soruyu doğru yapma durumu:

A: Yapılan bu parçalama işlemi cebirsel bir ifadeye dönüştürebilir misin?

Ö1: Tam küp ifadesi bu şekil... $(a + b)^3$ biçiminde duruyor.



Şekil 30. Öğrencinin cebirsel ifadesi 4

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci tam küp açılımını doğru bir şekilde yapabilmıştır. Sözsüz ispatı anlamış, cebirsel ifadesini yazabilmıştır.

4.2.1.3. Üçüncü soru

Üçüncü soru için hiç yapamama durumu şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek ne yapıldığını yorumlar mısın?

Ö3: Bir şekil parçalara ayırmıştır.

A: Küçük küpün şekildeki yeri neresi olabilir?

Ö3: Birinci şekildeki boşluk sanki ama tam olarak yerleşemiyor.

A: Neden?

Ö3: Çünkü küçük küp o boşluğu kapatamayacak kadar küçük.

A: Küçük küpün kenar uzunlukları birinci şekildeki boşlukla örtüşmüyor mu sence?

Ö3: Hayır, örtüşmüyor. O daha küçük... (Kenar uzunluklarına dikkat etmediği için göz yanılması yaşıyor. Birinci şeklin küpler farkı olduğunu fark edemediği için sözsüz ispatı tanıyamıyor.)

A: Bu şeklin bir cebirsel ifadesini nedir sence?

Ö3: Anlayamadım.

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci şekildeki uzunluklara dikkat etmediği için göz yanılması düşerek matematiksel olarak şekli yorumlayamamaktadır. Bu sebeple sözsüz ispatı anlayamamıştır.

Üçüncü soru için yanlış yapma durumu şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek ne yapıldığını yorumlar mısın?

Ö7: a harfi kenar uzunluğunu ifade ediyor. b harfini bilemedim.

A: Peki, birinci şekilden ikinci şekle geçerken ne yapmış?

Ö7: Üstteki şekli parçalamış.

A: Küçük küpün şekildeki yeri neresi olabilir?

Ö7: Birinci şekildeki boşluğa yerleşebilir; çünkü kenarları b ve boşluktaki kenarlar da b.

A: Küçük küpü yerleştirirsen birinci şekil neye dönüşür?

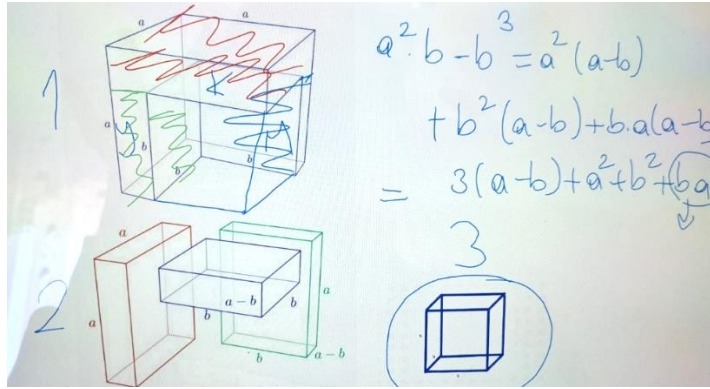
Ö7: Küp. (Üç boyutlu eksiltilmiş bir cismi zihinde tamamlayabiliyor.)

A: Peki bu küpü parçalamadaki amaç ne olabilir?

Ö7: Özdeşlik elde etmek...

A: Bu özdeşlik nedir?

Ö7 özdeşliği yazar.



Şekil 31. Öğrencinin cebirsel ifadesi 4

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci şeklin küpler farkı olduğunu anladığı halde cebirsel bir ifadeye dönüştürememiştir. Şekiller ve cebirsel ifadeleri konusunda zorluk yaşamaktadır. Bunun bir sebebi de hacim kavramında kazanım eksiklikleri vardır.

Üçüncü soru için doğru yapma durumu ise şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek ne yapıldığını yorumlar mısın?

Ö2: *a ve b harfleri kenar uzunluğunu ifade ediyor.*

A: Peki, birinci şekilden ikinci şekle geçerken ne yapmış?

Ö2: *Parçalara ayırmıştır.*

A: Küçük küpün şekildeki yeri neresi olabilir?

Ö2: *Birinci şekildeki boşluğa tam olarak yerleşebilir; çünkü kenar uzunlukları örtüşüyor.*

A: Küçük küpü yerleştirirsen birinci şekil neye dönüşür?

Ö2: *Küp olur. (Üç boyutlu eksiltilmiş bir cismi zihinde tamamlayabiliyor.)*

A: Peki bu küpü parçalamadaki amaç ne olabilir?

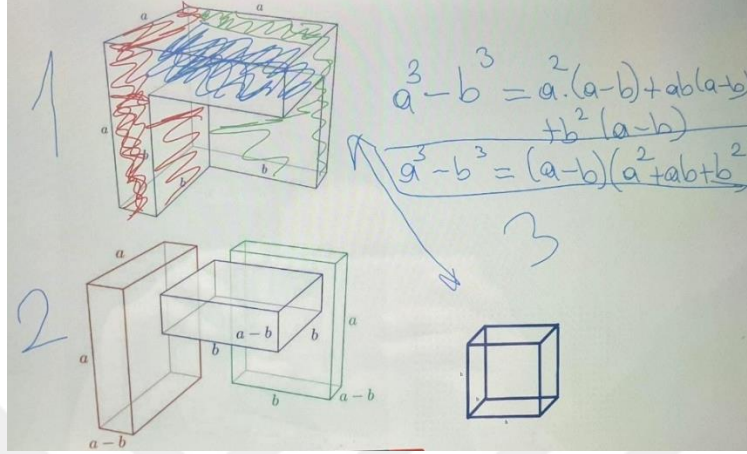
Ö2: *Özdeşlikle eşleşir gibi...*

A: Nasıl bir özdeşlik bu?

Ö3: *Bir küpü diğer küpten çıkaran özdeşlik sanki... $a^3 - b^3$ sanırım. (Sözsüz ispatı tanıdı.)*

A: Güzel... Peki, bu ifadenin eşit olduğu cebirsel ifadeyi yazar mısın?

Ö3: Denerim.



Şekil 32. Öğrencinin cebirsel ifadesi 5

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci şekillerle yaptığı işlemi matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Böylece sözsüz ispatı anlayabilmiştir.

Klinik mülakatta ilk üç soruda öğrencilerden sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazmaları istenmiştir. Bu sayede sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme durumları araştırılmıştır.

Tablo 7. *Sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme durumları*

KLİNİK MÜLAKAT SÖZSÜZ İSPAT ANLAYABİLME BULGULARI																																					
ÖĞRENCİ KODLARI																																					
Sözsüz ispat anlayabilme		Ö1			Ö2			Ö3			Ö4			Ö5			Ö6			Ö7			Ö8			Ö9			Ö10			Ö11			Ö12		
Sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme	Soru numarası	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
	ÖN MÜLAKAT																																				
	SON MÜLAKAT		X			X	X	X				X			X	X	X	X				X		X	X	X	X	X	X	X		X	X				

Tablo 7'deki bulgular dikkate alındığında Ö2, Ö6, Ö9 ve Ö10 numaralı öğrencilerde her soru için sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme becerisi gelişmiştir. Bu durum bu öğrenciler için %100'lük bir başarı demektir. Ö8 için 1 ve 3. Soruda ve Ö12 için 1 ve 2. Sorularda gelişme görülmüştür. Bu ise bu öğrenciler için %66,67'lik bir başarı demektir. Ö1, Ö4 ve Ö5 için sadece 2.soruda gelişme görülmüştür. Bu öğrenciler için ise %33,33'lük bir başarı demektir. Ö3 ve Ö7 ise hiçbir gelişme gösterememiştir. Bu bulgular ışığında örneklemin %83,33 'ünde az ya da çok sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme durumunda gelişme gözlemlenmiştir.

Aşağıda öğrencilerle yapılan klinik mülakat örneklerinden son üç soru için doğrudan alıntılara yer verilerek öğrencilerin sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme işlemini ne şekilde yaptıkları açıklanmıştır. Ayrıca her bir soru için iki durum söz konusudur:

5. Sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi yanlış açıklama
6. Sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi doğru açıklama

Bu durumlar nedenleriyle birlikte incelenmiştir.

4.2.1.4. Dördüncü soru

Bu soruda öğrenciler şekilsel olarak yapılan işlemi kavramışlardır. Fakat sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi anlamakta güçlük çekmişlerdir.

Dördüncü soruda sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi yanlış açıklama durumu şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek yapılan işlemi yorumlar mısın?

Ö2: Birinci şekilden bir tane daha alıp ters çevirip birleştirtince ikinci şekli elde etmeye çalışmıştır.

A: Şekil ile altta verilen cebirsel ifade arasında bir bağlantı var mıdır?

Ö2: İlk şekilde bulunan dairelerin sayısı gitgide artıyor: $1+2+3+4+\dots$ şeklinde ilerliyor. Fakat sağ tarafı neden bölmüş? $n=7$ olabilir mi?

A: Neden $n=7$ olduğunu düşünüyorsun?

Ö2: $7 \times 8 = 56$ ve $56/2 = 28$

A: Neden 2'ye böldün?

Ö2: Neden ikiye böldüğünü anlayamadım. Sadece daire sayısını elde etmek istediğim için böldüğümü söyleyebilirim ama matematiksel karşılığı ne bilmiyorum. (Cebirsel ifade ile şekli bağdaştıramamıştır. Sözsüz ispatı büyük ölçüde görememiştir.)

A: Peki, $n=7$ ise neden formülde 7 değil de n yazmış?

Ö2: O durumu da anlayamadım. Neden n kullandığı konusunda bir fikrim yok. (Tümevarımsal düşünemiyor.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci cebirsel ifade ve sözsüz ispatı ilişkilendiremediği için cebirsel ifade içerisindeki 2'ye bölünme durumunu kavrayamıyor. Tümevarımsal düşünemediği için ise cebirsel ifade de n 'in yer almasını anlayamıyor.

Dördüncü soruda sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi doğru açıklama durumu şu şekildedir:

A: Şekil ile altta verilen cebirsel ifade arasında bir bağlantı var mıdır?

Ö6: Cebirsel ifadenin sol tarafı sol üstteki şekil ile ilişkilidir. İlk şekilde bulunan dairelerin sayısı $1,2,3,4,\dots,n$ şeklinde ilerliyor ve bunları toplayınca sol taraftaki şeklin toplam daire sayısı hesaplanmış oluyor. Cebirsel ifadenin sağ tarafı ise sağdaki şekil ile ilişkilidir. Sağdaki şekilde ise soldaki şekilden iki tane var. Soldaki şekli çevirip birleştirerek bir dikdörtgen oluşturdu. Dolayısıyla bu dikdörtgenin alanını hesaplarken yukardan aşağıya n tane satır, soldan sağa ise $n+1$ tane sütun olduğu için $n.(n+1)$ formülünü kullanırız. Eğer soldaki şekle eşitlemek istersek de bu şekli oluştururken soldaki şekilden iki tane birleştirildiği için ikiye bölerek eşitleriz. (Cebirsel ifade ile şekli büyük ölçüde bağdaştırabilmiştir. Sözsüz ispatı anlamıştır.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci cebirsel ifade ve sözsüz ispatı doğru bir şekilde ilişkilendirmiştir.

4.2.1.5. Beşinci soru

Beşinci soruda sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi yanlış açıklama durumu şu şekildedir:

A: Şekil ile verilmiş olan cebirsel ifade arasında bir bağlantı kurabilir misin?

Ö2: Yapılan işlemi formülleştirilmiş. Cebirsel ifadenin üst tarafı ilk şekli ifade ediyor. Alt tarafı ise şekilde yapılan işlemde bir örüntü var onu anlatıyor.

A: Nasıl bir örüntü bu?

Ö2: İlk şekilde parça sayısı her seferinde bir arttığı için $n.(n+1)$ ifadesini kullanmış.

A: Peki, $(2n+1)$ ile neden çarpmış?

Ö2: İlk şekildeki ardışık ifadelerin karesi alındığı için çarpmış.

A: 6'ya bölme sebebi nedir?

Ö2: Son oluşan şekil 6 kenarlı olduğu için 6'ya bölmüştür. (Cebirsel ifade ile görsel ispatı bağdaştıramıyor.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasında anlamsız bir ilişki kuruyor. Yapılan işlemlere formül oluşturmak istiyor ama yorumları matematiksel ifadelerle örtüşmemektedir.

Beşinci soruda sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi yanlış açıklama durumu şu şekildedir:

A: Şekil ile verilmiş olan cebirsel ifade arasında bir bağlantı kurabilir misin?

Ö1: Cebirsel ifadenin sol tarafı birinci şekilde verilen parçaların hacimleri ile ilişkilidir. Sağ tarafta ise birinci şekli kullanarak son şekil olan sekizinci şekli oluşturmak için yapılan işlem verilmiştir. $n.(n+1).(2n+1)$ sekizinci şeklin hacmini ifade etmektedir. Sekizinci şekli 6'ya böldüğümüzde ise birinci şekli elde edebileceğimizi ifade ediyor. Çünkü sekizinci şekil oluşturulurken 6 tane birinci şekil kullanıldı. (Üç boyutlu şekli zihinden döndürerek birleştirme işlemini yapıyor. Ardından cebirsel ifade ile görsel ispatı ilişkilendirebiliyor.)

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasında doğru bir ilişki kurabiliyor.

4.2.1.6. Altıncı soru

Altıncı soruda sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi yanlış açıklama durumu şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek yorumlayabilir misin?

Ö2: Şekil çok karmaşık... Üç tane renkli şekil var, bir de kesikli çizgilerden oluşan bir şekil var.

A: Kesikli çizgilerden oluşan şekil ile renkli şekiller arasında bir bağlantı var mı?

Ö2: Kesikli şekil dikdörtgenler prizması, sarı iki boyutlu bir kare, mavi ve pembe ise bir üçgen piramit... (Sarı şeklin de bir piramit olduğunu anlayamadığı için cisimleri duruşlarıyla tanıyamadı ve bu cisimlerin ne şekilde hareket ettiğini anlayamadı.) Şekil üç boyutlu somut materyal olsa daha iyi anlayabilirdim.

A: Renkli şekillerle kesik çizgili şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?

Ö2: İlişki yoktur.

A: Şekil ile cebirsel ifade arasında bir bağlantı var mıdır?

Ö2: Her boyuttan üç tane olduğu için $x.x.x=x^3$, $y.y.y=y^3$, $z.z.z=z^3$ şeklinde hesaplamış.

A: Peki, neden 3'e bölmüş?

Ö2: Yine aynı sebepten... Her boyuttan üç tane olduğu için 3'e bölmüştür.

A: $x.y.z$ yapmasının nedeni nedir?

Ö2: Boyutları ayrı ayrı çarpmak... (Şekli anlayamadığı için cebirsel ifade ile sözsüz ispatı bağdaştıramadı. Ayrıca hacim hesabı konusunda da eksik öğrenmeler mevcut.)

Alıntıdan da anlaşıldığı üzere öğrenci şekli anlayamadığı için cebirsel ifade ile sözsüz ispatı ilişkilendirememektedir. Ayrıca hacim hesabı konusunda da eksik öğrenmeleri olması sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasında anlamsız bir ilişki kurmasına sebep olmaktadır. Sözsüz ispattaki şekillerle cebirsel ifade arasında ilişki oluşturmak istiyor ama yorumları matematiksel ifadelerle örtüşmemektedir.

Altıncı soruda sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi doğru açıklama durumu şu şekildedir:

A: Şekli inceleyerek yorumlayabilir misin?

Ö4: Şekil üç adet piramit var. Mavi, pembe ve sarı... Bunların tepe noktaları bir noktada birleştirilmiş şekilde duruyor. Bir de kesik çizgilerden oluşan bir dikdörtgenler prizması var.

A: Kesikli çizgilerden oluşan şekil ile renkli şekiller arasında bir bağlantı nedir?

Ö4: Aşağıdaki cebirsel ifade bize bu ilişkiyi veriyor aslında. $x^3/3$ sarı piramidin, $y^3/3$ pembe piramidin, $z^3/3$ ise mavi piramidin hacmini ifade ediyor. xyz ise kesikli çizgili prizmanın hacmini ifade ediyor. Piramitlerin hacimleri toplamı prizmanın hacminden "büyük eşittir" demek istiyor.

A: Şekilde büyük olma durumunu görebilir miyiz?

Ö4: Elbette... Mavi piramidin bir kısmı ve pembe piramidin bir kısmı kesik çizgili prizmanın dışına taşmış.

A: Peki, eşit olma durumu?

Ö4: Piramitler eşit hacimlere sahip olsaydı o zaman birleşince bir küp oluşturacaklardı.

Alıntıdan da görüldüğü üzere öğrenci sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasında doğru bir ilişki kurabiliyor.

Klinik mülakatta son üç soruda öğrencilerden sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklamaları istenmiştir. Bu sayede Sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme durumları araştırılmıştır.



Tablo 8. Sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme

KLİNİK MÜLAKAT SÖZSÜZ İSPAT ANLAYABİLME BULGULARI																																					
ÖĞRENCİ KODLARI																																					
Sözsüz ispat anlayabilme		Ö1			Ö2			Ö3			Ö4			Ö5			Ö6			Ö7			Ö8			Ö9			Ö10			Ö11			Ö12		
Sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme	Soru numarası	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6			
	ÖN MÜLAKAT		X					X									X	X		X	X				X	X				X	X						
	SON MÜLAKAT	X	X		X		X	X			X	X	X		X	X		X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X			

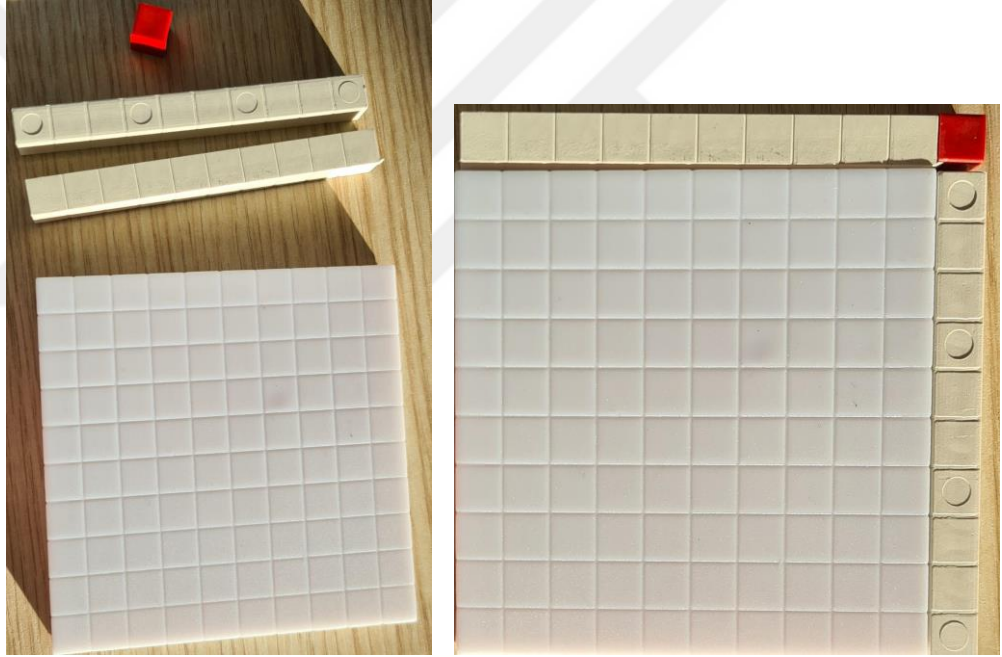
Tablo 8'deki bulgular dikkate alındığında Ö8 numaralı öğrencide her soru için sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme becerisi gelişmiştir. Bu durum bu öğrenci için %100'lük bir başarı demektir. Ö2 ve Ö4 için 4 ve 6. Soruda ve Ö10 için 4 ve 5. Sorularda gelişme görülmüştür. Bu ise bu öğrenciler için %66,67'lik bir başarı demektir. Ö1, Ö3, Ö5, Ö12 için sadece 4.soruda ve Ö9 için ise sadece 6.soruda gelişme görülmüştür. Bu öğrenciler için ise %33,33'lük bir başarı demektir. Ö6 ise hiçbir gelişme gösterememiştir. Bu bulgular ışığında örneklemin %91,67'sinde az ya da çok sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme durumunda gelişme gözlemlenmiştir.

4.2.2. Çalışma Yapraklarından Öğrenci Cevapları ve Materyal Örnekler

Çalışma yaprakları uygulanırken somut materyal kullanılmıştır. Ayrıca etkinlik sonunda Geogebra üzerinden öğrencilere dinamik sözsüz ispatlar da gösterilerek öğretim sürecinin zenginleştirilmesi hedeflenmiştir.

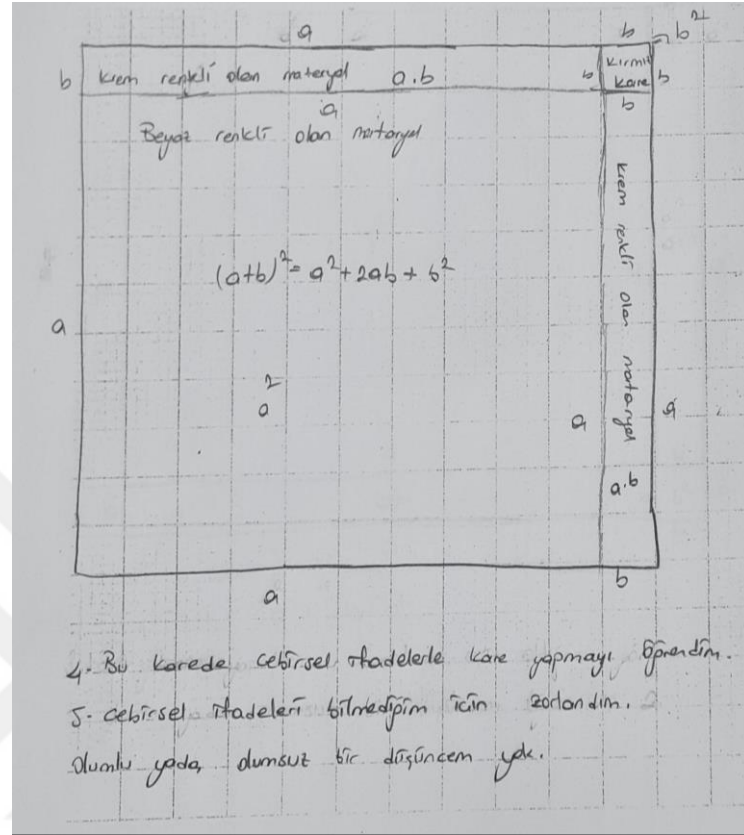
i. Çalışma yaprağı 1 ve 2:

Çalışma yaprağı 1 ve 2 iki farklı ders saatinde uygulanmıştır. Bu iki çalışma yaprağında yer alan tam kare ve iki kare farkı etkinliği için onluk taban blokları tercih edilmiştir. Öğrencilerin etkinliklerde yaptığı birkaç örnek şu şekildedir:



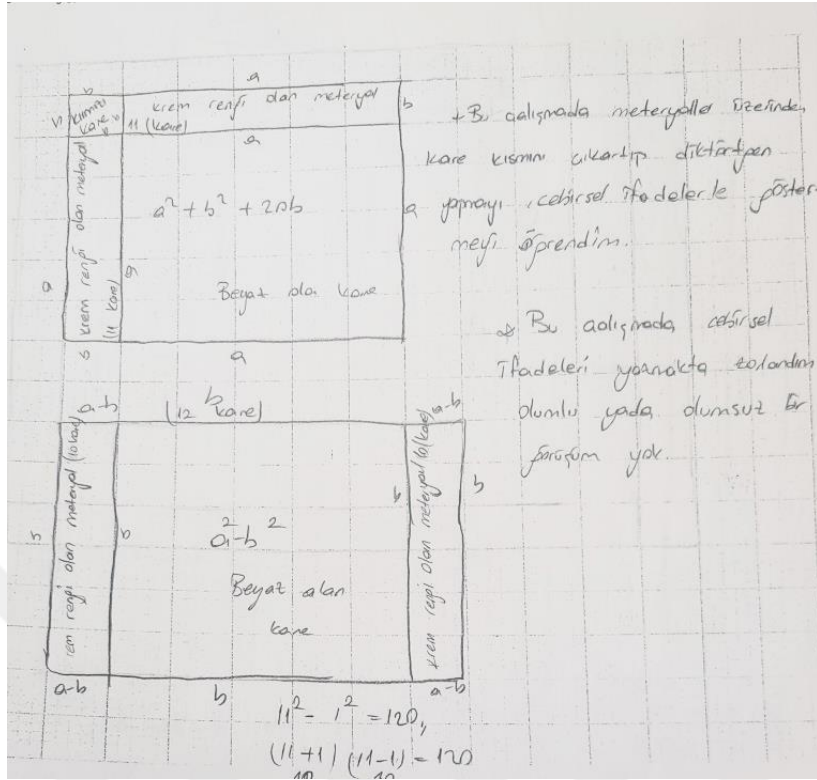
Şekil 33. Öğrencilerin çalışma yaprağı 1 ve 2 için materyal örnekleri

Öğrencilerin bu etkinliklerden örnek cevapları ise şu şekildedir:



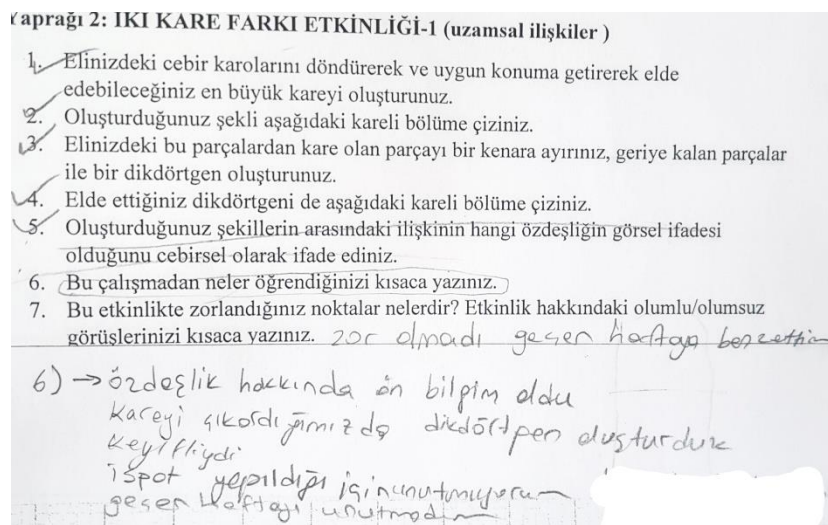
Şekil 34. Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 1 örneği

Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 1 örneğinden de görüldüğü üzere öğrenci şekli elindeki materyaller ile kolaylıkla oluşturabilmiştir. Fakat yaptığı işlemi, cebirsel olarak yazmakta zorlandığını ifade etmiştir.



Şekil 35. Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 2 örneği

Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 2 örneğinden de görüldüğü üzere bu etkinlikte de bir önceki etkinlikte olduğu gibi Ö5 şekilleri elindeki materyaller ile kolaylıkla oluşturabilmiştir. Fakat yaptığı işlemi, cebirsel olarak yazmakta zorlandığını ifade etmiştir.



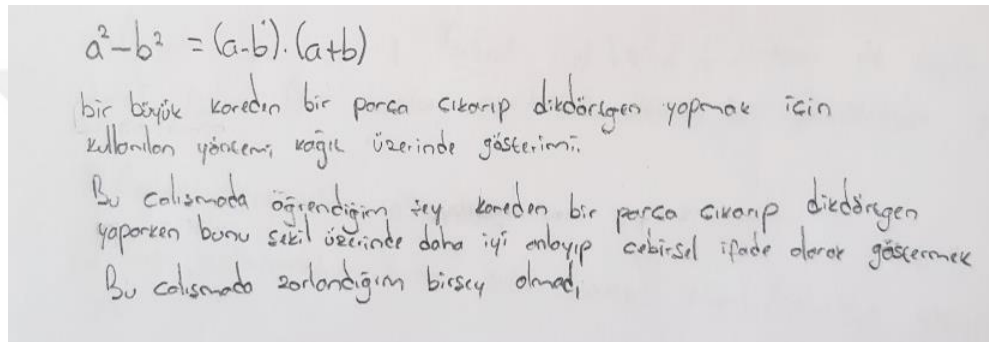
Şekil 36. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 2 örneği

Bu çalışma yaprağında ise Ö8, bir önceki etkinlikten öğrendiklerini kullandığı için cebirsel ifadeyi yazmakta zorlanmadığını ifade etmiştir. Ayrıca ispat yapıldığı için unutmadığını da söylemiştir.

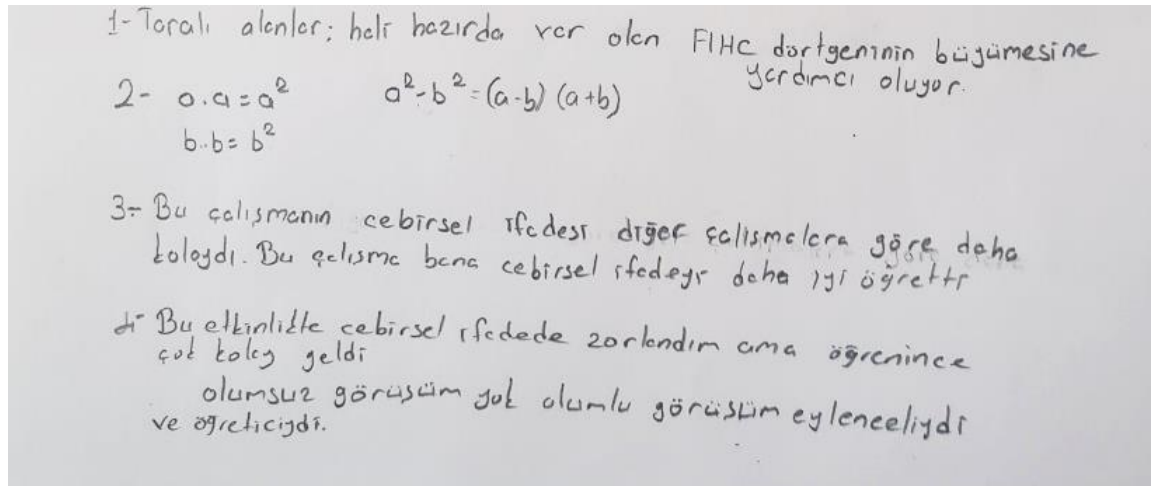
ii. Çalışma yaprağı 3:

Çalışma yaprağı 3, Çalışma yaprağı 2'nin materyal kullanılmadan da yapılıp yapılamayacağını gözlemlemek amacıyla oluşturulmuştur.

İki kare farkı etkinliği-2 için cevaplarından bazılarının örnekleri şu şekildedir:



Şekil 37. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 3 örneği



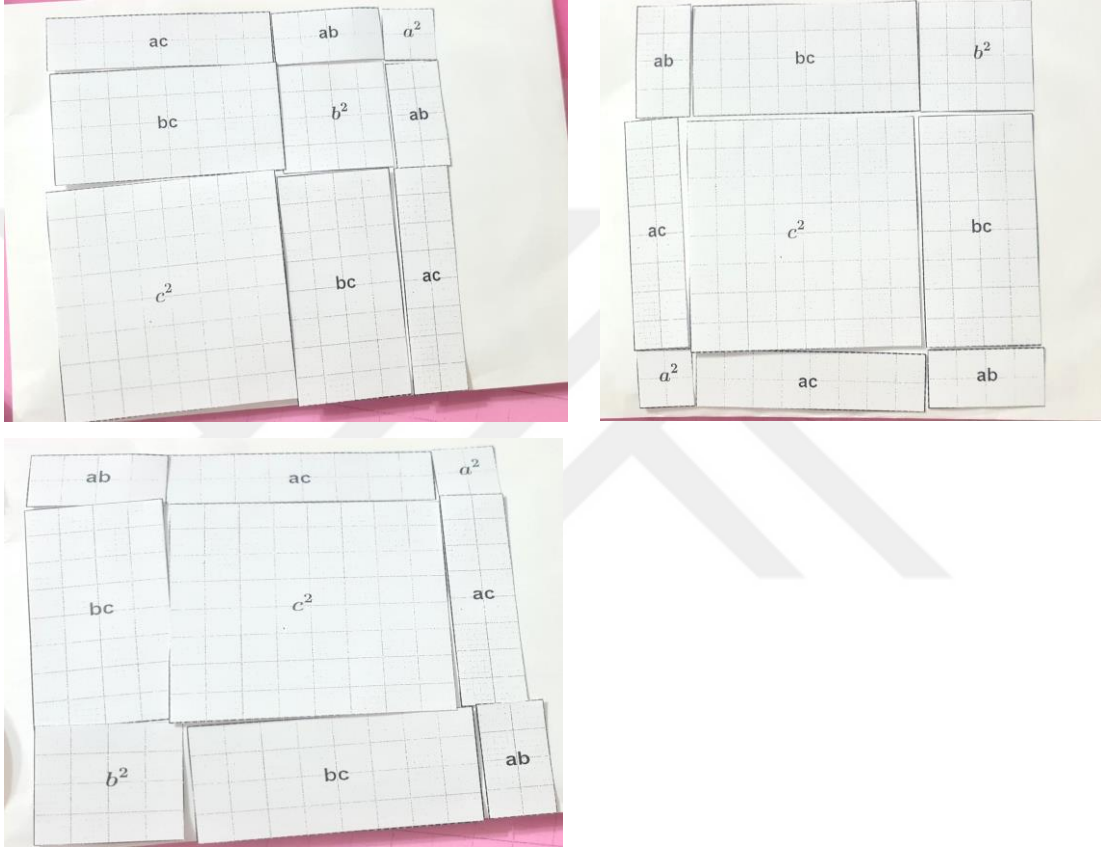
Şekil 38. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 3 örneği

Öğrenci yanıtlarından da görüldüğü üzere bu etkinlik hem bir önceki etkinlikle desteklendiği için hem de cebirsel ifade yazmakta üçüncü etkinlik oldu için öğrenciler cebirsel ifadeyi yazarken ilk iki etkinlik kadar zorlanmamışlardır.

iii. Çalışma yaprağı 4:

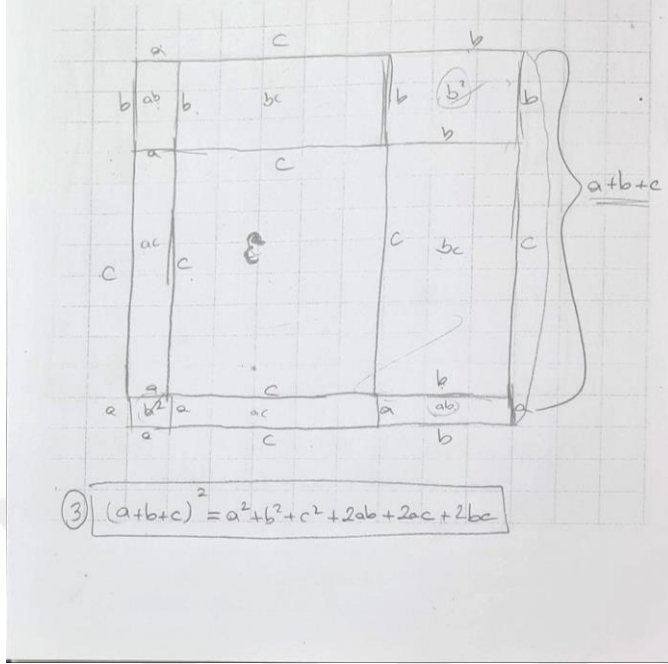
Üç Terimli Tam Kare İfade Etkinliğinde kâğıttan materyaller kullanılmıştır. Bu etkinliğin de birinci çalışma yaprağıyla desteklenmesi beklenmektedir.

Öğrencilerin yaptığı örnekler şu şekildedir:

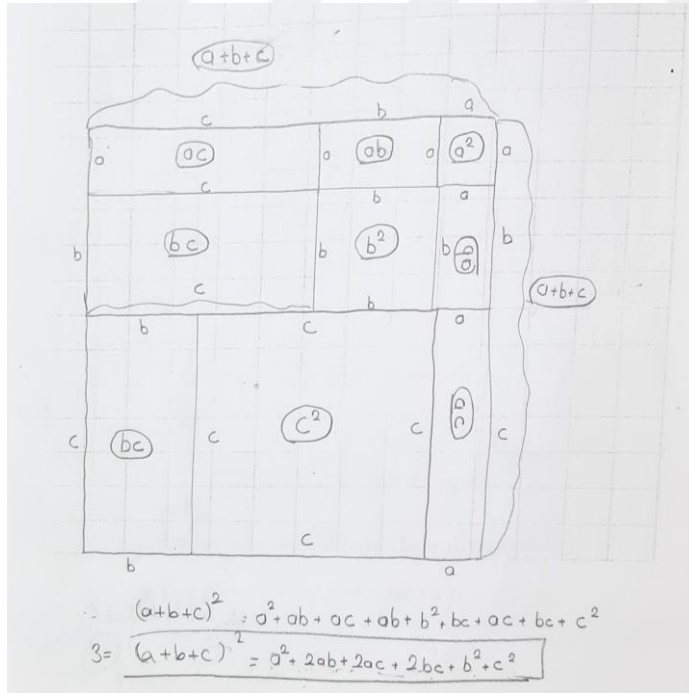


Şekil 39. Öğrencilerin çalışma yaprağı 4 için materyal örnekleri

Öğrencilerin bu etkinliklerden örnek cevapları ise şu şekildedir:



Şekil 40. Ö7 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 örneği

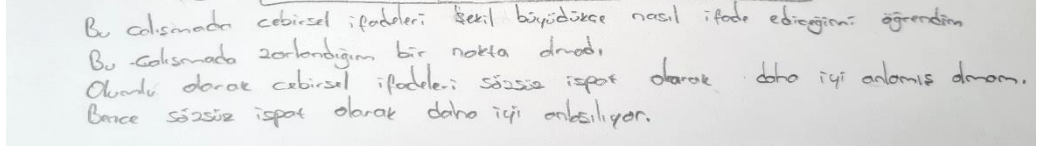


Şekil 41. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 örneği

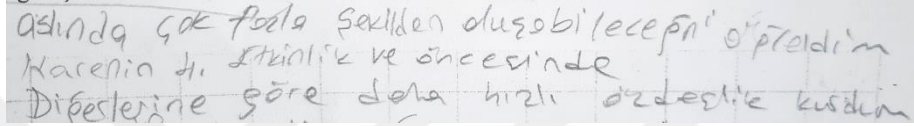
Ö7 ve Ö2 numaralı öğrencilerin çalışma yaprağı 4 örneklerinden de görüldüğü üzere bu etkinlikte de şekilleri elindeki materyaller ile kolaylıkla oluşturabilmiştir. Şekilleri farklı

düzende birleştirmiş olsalar da doğru bir cebirsel ifadeye ulaşmışlardır. Elde ettikleri sözsüz ispatı büyük ölçüde anlayabilmişlerdir.

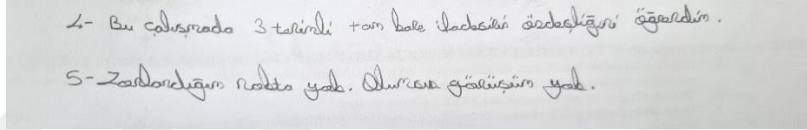
Aşağıda ise etkinlikte zorlanma durumlarına ilişkin görüş örnekleri yer almaktadır:



Şekil 42. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 için zorlandığı noktalar



Şekil 43. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 için zorlandığı noktalar

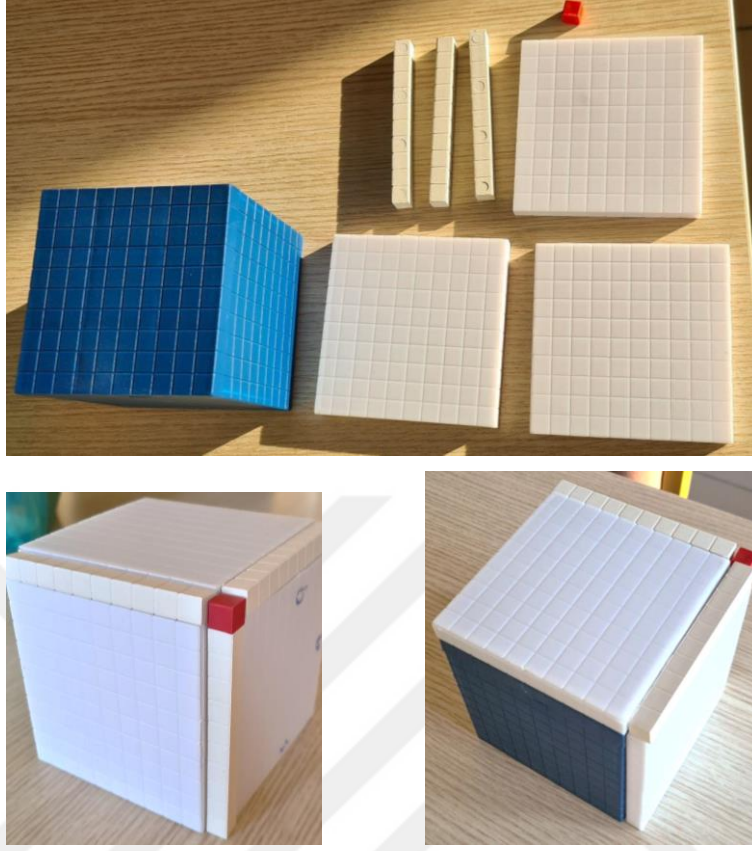


Şekil 44. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 4 için zorlandığı noktalar

Öğrenci cevap örneklerinden de görüldüğü üzere bu etkinlikte cebirsel ifadeler örneklemin çoğu tarafından doğru yazılmıştır. Ayrıca öğrenci cevaplarından da görüldüğü üzere örneklemin büyük bir kısmı iki boyutlu ifadenin cebirsel ifadesini yazarken zorlanmadıklarını belirtmiştir.

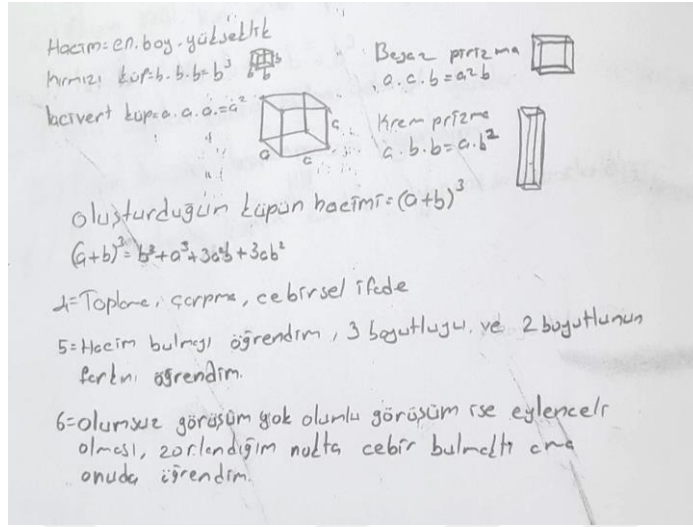
iv. Çalışma yaprağı 5 ve 6:

Küp açılımı ve iki küp farkı etkinliğinde onluk taban blokları kullanılmıştır. Öğrencilerin yaptığı örneklerden bazıları bu şekildedir:



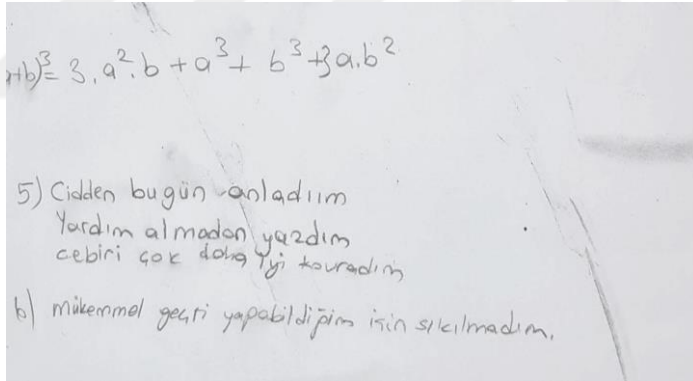
Şekil 45. Öğrencilerin çalışma yaprağı 5 ve 6 için materyal örnekleri

Bu etkinlikte öğrencilerin üç boyutlu şekillerde hacim kavramında eksik öğrenmeler olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla hacim kavramı hatırlatılmıştır. Ardından çalışma yapraklarını yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin bu etkinliklerden örnek cevapları ise şu şekildedir:



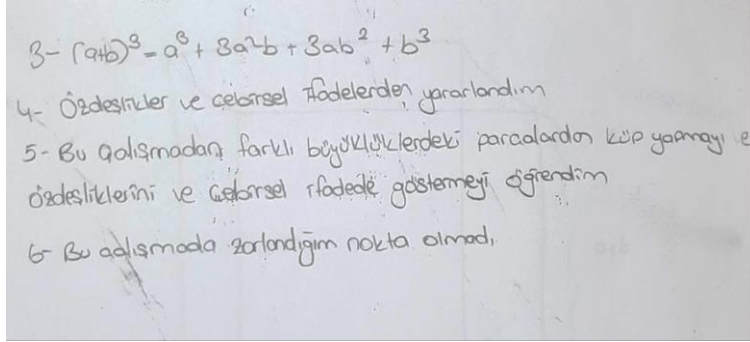
Şekil 46. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 5 örneği

Ö9 numaralı öğrenci, üç boyutlu parçaların cebirsel ifadelerini yazarken zorlandığı için cebirsel ifadeyi yazmakta zorlandıklarını belirtmiştir.



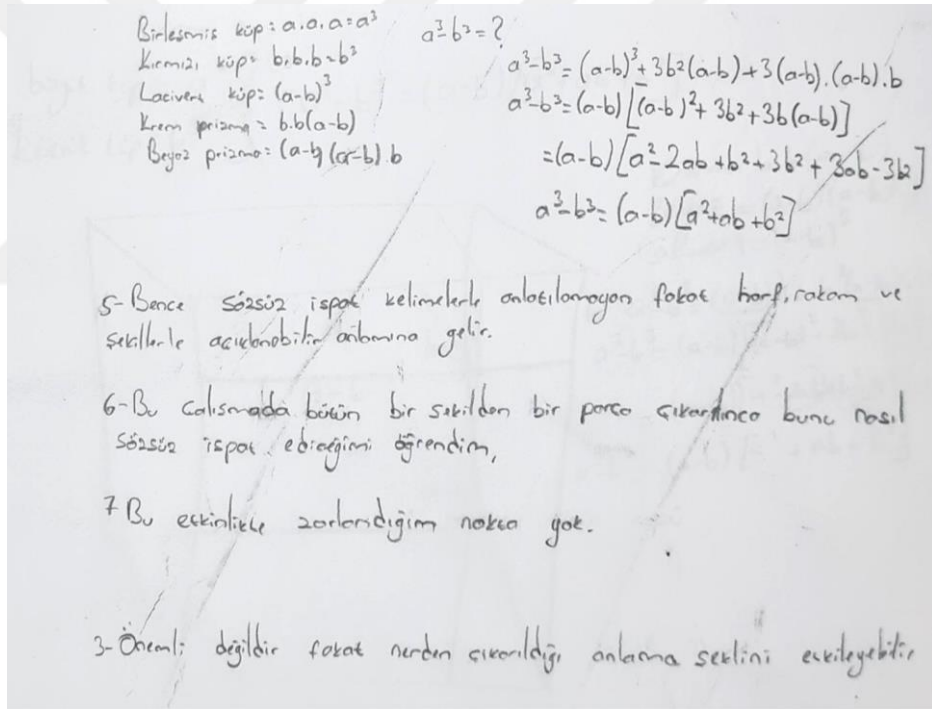
Şekil 47. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 5 örneği

Ö8 numaralı öğrenci, etkinlik öncesinde sözlü olarak hacim kavramında zorlandığı için cebirsel ifadeyi yazmakta zorlandığını ifade etmişse de etkinlik öncesinde hacim kavramının hatırlatması yapılması sayesinde etkinlikte güçlük çekmediğini ifade etmiştir.



Şekil 48. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 5 örneği

Ö6 numaralı öğrenci ise hacim kavramını hatırladığı için cebirsel ifadeyi yazarken zorlanmadığını ifade etmiştir.



Şekil 49. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 6 örneği

3- Örnekler. Çiribü küçük küp olmasa büyük küp olmaz.

4- Küçük Küp: $(a-b)^3$
 Küçük Prizma: $b \cdot b \cdot (a-b)$
 Büyük Prizma: $(a-b) \cdot (a-b) \cdot b$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3b^2(a-b) + 3(a-b)(a-b)b$$

$$(a-b) \cdot \{ (a-b)^2 + 3b^2 + 3b(a-b) \}$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2 + 3b^2 + 3ab - 3b^2}{= a^2 + ab + b^2}$$

5- Sössür ispat görsel ve salıbbela ispat dır.

6- Bu küp Formla öğrendim.

7- Olmasa görsel yab.

Şekil 50. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 6 örneği

4- $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3b^2(a-b) + 3(a-b)b$
 $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot [(a-b)^2 + 3b^2 + 3b(a-b)]$
 $= (a-b) [a^2 - 2ab + b^2 + 3b^2 + 3ab - 3b^2]$
 $a^3 - b^3 = (a-b) [a^2 + ab + b^2]$

3- Bence önemli değildir

5- Sössür ispat bence formüller yoluyla ispatlamak

6- Elimindekiler materyallerin sössür ispatını yapıp cebirsel olarak yapması öğrendim

7- Bu çalışmada zorlandığım nokta olmadı..

Şekil 51. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 6 örneği

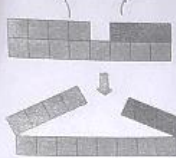
Ö2, Ö6 ve Ö10 numaralı öğrencilerin cevap örneklerinden de görüldüğü üzere öğrenciler bu etkinlikte çalışma yaprağı 5'e göre daha az zorlanmışlardır. Fakat şeklin üç boyutlu olması ve hacim kavramı içermesi yine de zorlanmalarına sebep olan bir etkidir.

v. Çalışma yaprağı 7-8-9-10:

Çalışma yaprağı 7, 8, 9 ve 10 öğrencilerin bir önceki yıl matematik müfredatındaki kazanımlarını içermektedir. Bu sebeple bu dört çalışma yaprağı öğrencilere verilerek soruları tartışmadan bireysel cevaplamaları istenmiştir. Sözsüz ispatı anlama durumları verdikleri cevaplar üzerinden test edilmiştir. Çalışma yaprağı 7 için öğrenci cevapları şu şekildedir:

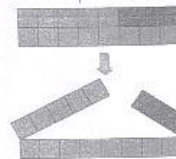
Çalışma Yaprağı 7: Üçgen eşitsizliği etkinliği (uzamsal ilişkiler)

1)



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

dikdörtgen oluşturmak için bir üçgeni kepe ihtiyacı var ve şeklin dikdörtgenin ortadan ortadan yerinden şekli değiştirildi ve geri yerine geldiğini görüyorum ve geri yerine geldiğini görüyorum ve geri yerine geldiğini görüyorum



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

Pencereyi dikdörtgen yapmışlar ama şekliyle üst satırı koyu yerinden eğilerek açmışlar ama hele eşine denkmiş bir şeymiş gibi duruyor



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

dikdörtgenin orta haline daha fazla kepe ekleyerek üçgen oluşturulmuş ama bu şekle şekli kapatınca tam bir dikdörtgen olmaz üst satırı 2 küçük kepe daha belki

2)

Sizce bir üçgenin oluşturma şartları nelerdir?

bence 3 kenarı olmalı ve iç açıları toplamı 180° olmalı. Bütün oluşturmaya çalıştım kenar uzunlukları birbirini tutmalı.

Yandaki şekilde birimli-dikdörtgenleri üçgenin kenar uzunlukları olarak düşünürseniz hangi durumlarda üçgen oluşturulup hangi durumlarda oluşturulamayacağını yazınız.

eğer bu şekilde üçgen yapmaya çalışırsak olamaz çünkü üçgen yapmak için üst satırda bir kepe daha fazla lazım ve burada yeterli kadar olmadığı için üçgen oluşturulamaz ama en alt satırda yeterli kadar olduğu için oluşturulabilir.

Sizce üç kenarının uzunluğunu bildiğiniz üçgenlerin tümü çizilebilir mi?

çizilemez çünkü üçgenin bir kenarını çizmek için yeterli ölçüye sahip

Şekil 52. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 7 örneği

Ö9 numaralı öğrenci sözsüz ispatı büyük ölçüde anlamıştır. Sadece cebirsel ifadeyi oluşturmak konusunda zorlanmıştır.

Çalışma Yaprağı 7: Üçgen eşitsizliği etkinliği (uzamsal ilişkiler)

1)

Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

Bir uzun dikdörtgen ve 7 tane küçük dikdörtgen

Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

Yukarıdaki şekilde bir fazla küp

Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

uzun dikdörtgenden 7 tane küçük küp ve 3 tane üçgen oluşturulabilir

2)

Sizce bir üçgenin oluşturma şartları nelerdir?

Birle bir uyarı olmalı
farklı bir şekilde olmalı

Yandaki şekilde birimli dikdörtgenleri üçgenin kenar uzunlukları olarak düşünürseniz hangi durumlarda üçgen oluşturulup hangi durumlarda oluşturulamayacağını yazınız.

8'li ve 7'li de oluşturulmuyor
onlardan bir kenarla, uzunluğu
farklı bir şekilde olmalı

Sizce üç kenarının uzunluğunu bildiğiniz üçgenlerin tümü çizilebilir mi?

Hayır

Şekil 53. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 7 örneği

Ö8 numaralı öğrenci de sözsüz ispatı büyük ölçüde anlamıştır. Fakat bu ispattan yola çıkarak tümevarımsal düşünememiş, bu sebeple ispat onun için sadece örnekle sınırlı kalmıştır.

Çalışma Yaprığı 7 : Üçgen eşitsizliği etkinliği (uzamsal ilişkiler)

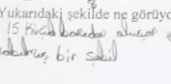
1)



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?
15 tane kare blok kullanılarak yapılmış bir şekil.



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?
16 tane kare blok kullanılarak yapılmış bir şekil.



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?
18 tane kare blok kullanılarak yapılmış bir şekil.

2)

- Sizce bir üçgenin oluşturma şartları nelerdir?
- 3 kenarlı olmalı ya da kapalı bir şekil olmalı gereklidir.
- Yandaki şekilde birimli dikdörtgenleri üçgenin kenar uzunlukları olarak düşünürseniz hangi durumlarda üçgen oluşturulup hangi durumlarda oluşturulamayacağını yazınız.



bu şekilde olur

- Sizce üç kenarının uzunluğunu bildiğiniz üçgenlerin tümü çizilebilir midir?
Hayır çizilemez. Örneğin bir dik üçgen olsun.
4, 5, 6
 $4^2 + 5^2 \neq 6^2$ olmaz.

Şekil 54. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 7 örneği

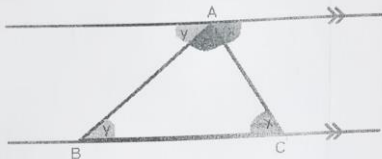
Ö2 numaralı öğrenci de aynı Ö8 numaralı öğrenci gibi sözsüz ispatı anlasa da tümevarımsal düşünemediği için ispat örnekle sınırlı kalmıştır. Bu sebeple üçgen eşitsizliğini Pisagor teoreminden yararlanarak açıklamaya çalışmıştır.

Öğrenci cevaplarından da görüldüğü üzere üçgen eşitsizliği konusu öğrenciler tarafından hatırlandığı için sözsüz ispat büyük oranda anlaşılmıştır. Fakat bu konu pandemi koşullarında uzaktan eğitim ile işlendiği için öğrenme eksiklikleri içermektedir. Bu sebeple sözsüz ispat, cebirsel bir ifade olarak yazılamamıştır. Ayrıca öğrencilerin tümevarımsal düşünme konusunda da yeterli olmaması cebirsel ifadeyi genellemesini engellemiş, sadece örnekle sınırlı kalmasına sebep olmuştur.

Çalışma yaprağı 8 ise öğrencilerin bir tekerleme gibi söyledikleri “Üçgenin iç açıları toplamı 180° ’dir.” ifadesinin sözsüz ispatını bilip bilmediklerini gözlemlemek için oluşturulmuştu. Çalışma yaprağı 8 için öğrenci cevaplarından örnekler aşağıdaki gibidir:

Çalışma yaprağı 8: Üçgen'in iç açıları toplamı etkinliği(uzamsal yönelim)

1)



$x+y+z=180^\circ$

- Şekli açıklayınız.
- Eşit olarak verilmiş olan açılar hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Sözsüz ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.

Bir doğru 180° 'ye eşittir. $x+z=180$
 Şekildeki Z, S açılımlarıdır. Bunu kullanarak görsel olarak x ile z de
 $x+z=180$ olur. • Ters açılar birbirine eşittir.

2)

- Size verilen üçgenin tepe açısını tabana gelecek biçimde katlayınız.
- Sağdaki açıyı diğer açıya gelecek biçimde katlayınız.
- Benzer şekilde soldaki açıyı da katlayınız.
- Oluşan şekil hakkındaki düşüncelerinizi yazınız.

Ölçtüğümüz bir eşitlik ortaya çıktı.
 Bir iç açı diğer açının başıydı. Bu doğru oluyordu.

3)

- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

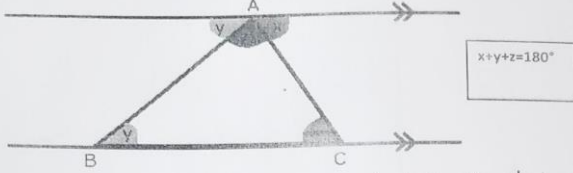
Ters açılar birbirine eşittir.
 Zorlandığımız nokta yok.

Şekil 55. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 8 örneği

Ö2 numaralı öğrenci, paralel doğrular arasında oluşan ters açılarının eşitliğini hatırladığını ve bunun da çok iyi bildiği bu teoremin ispatında yer almasından mutlu olduğunu ifade etmiştir.

Çalışma yaprağı 8: Üçgen'in iç açıları toplamı etkinliği(uzamsal yönelim)

1)



$x+y+z=180^\circ$

- Şekli açıklayınız. ABC üçgeni, iç açıları toplamı 180° idi doğru erisinde
- Eşit olarak verilmiş olan açılar hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Sözsüz ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.
- Ters eşi oldukları için eşittirler
- $x+y+z=180^\circ$ derken x, y ve z açılarının toplamını kastediyor
- Toplamı, şimdi tüm açılar topladık

2)

- Size verilen üçgenin tepe açısını tabana gelecek biçimde katlayınız.
- Sağdaki açıyı diğer açıyla değecek biçimde katlayınız.
- Benzer şekilde soldaki açıyı da katlayınız.
- Oluşan şekil hakkındaki düşüncelerinizi yazınız.

oluşan şekil dir dikdörtgen ve eoline baltığımız da
şekli katlayınca üçgenin içindeli x açısı üçgenin dışındeli y açısı
ile birleşti ve x açısında aynı şekilde ve hepsi 2 açısında
birleşiyor

3)

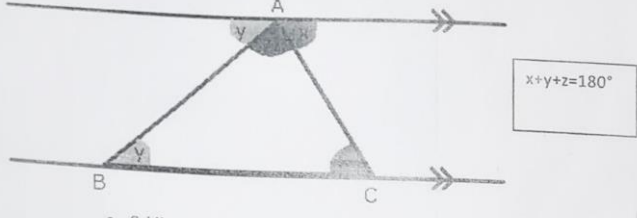
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.
- Üçgeni dört benzerliğe dönüştürmesi öğrendim ve ters açıları hatırladım.
- Etkinlik ilk önce yabancı geldi ama baktıkça anlıyor insan ve şekli elimize alınca tam olarak anladık ulguruz
- Etkinlik hakkında olumsuz bir düşünceim yok
- Olumlu görüşüm ise çok eğlenceli olması ve okullarda olması gereken bir ders

Şekil 56. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 8 örneği

Ö9 numaralı öğrenci teoremin başta yabancı geldiğini fakat hemen sonra etkinlik sayesinde hatırladığını ifade etmiştir. Bunun yanında etkinlikte materyal kullanmış olmaktan keyif aldığını da açıklamıştır.

Çalışma yaprağı 8: Üçgen'in iç açıları toplamı etkinliği (uzamsal yönelim)

1)



$x+y+z=180^\circ$

- Şekli açıklayınız.
- Eşit olarak verilmiş olan açılar hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Sözsüz ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.

* şekilde bir üçgenin iç açıları birbiriyle aynı dan bir üçgen oluşturur
 + Her bir şey çözümlenir.
 + Açıların eşit olup bir üçgenin yapılabileceği.

2)

- Size verilen üçgenin tepe açısını tabana gelecek biçimde katlayınız.
- Sağdaki açıyı diğer açiya değecek biçimde katlayınız.
- Benzer şekilde soldaki açıyı da katlayınız.
- Oluşan şekil hakkındaki düşüncelerinizi yazınız.

+ oluşan şekil bir dikdörtgen ve üçgenin köşeleri yani açıları her bir
 araya gelir. Oluşan şekilde açılar birbirini tamamlıyor. ve 180 derecelik
 bir şekil oluşuyor.

3)

- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

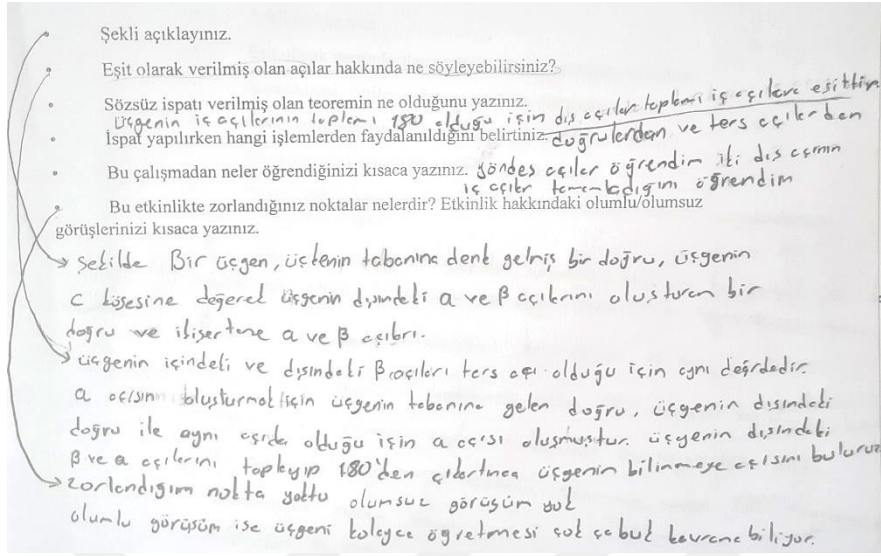
* Bu çalışmada bir üçgen den bir dikdörtgen oluşturulduğunu öğrendim
 + Bu etkinlikte zorlandığım bir kısım olmadı. Olumsuz ya da olumlu
 bir görüşüm yok.

Şekil 57. Ö5 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 8 örneği

Ö5 numaralı öğrenci ise sözsüz ispatın görseline baktığında hiçbir fikir yürütemese de etkinliğin 2. aşamasında materyal kullanılması sayesinde sözsüz ispatı anlayabilmiştir.

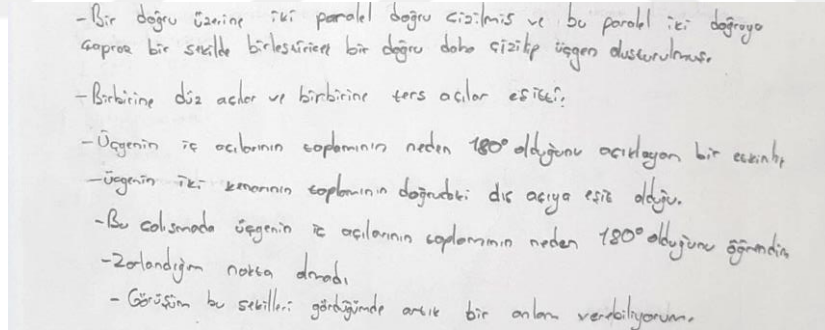
Öğrenci cevaplarından da görüldüğü üzere etkinlik büyük ölçüde öğrenciler tarafından anlaşılmış ve yapılmıştır. Ayrıca öğrenciler bu teoremi yıllardır ezbere bilmelerine rağmen ilk defa böyle bir ispatla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Bu konuda çok mutlu olduklarını, her şeyin daha anlamlı bir hâl aldığını ve asla unutmayacaklarını da belirtmişlerdir.

Çalışma yaprağı 9'da aynı çalışma yaprağı 8 gibi öğrencilerin yıllardır bildiği bir teoremdir; fakat sözsüz ispatı ile ilk defa karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Çalışma yaprağı 9 için öğrenci cevap örnekleri de aşağıdaki gibidir:



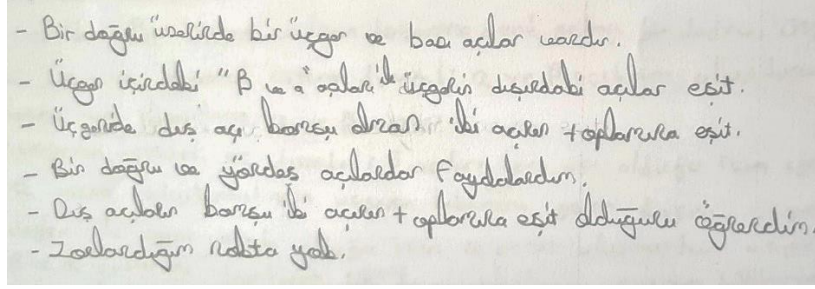
Şekil 58. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 9 örneği

Ö9 numaralı öğrenci bu etkinlikte yöndeş ve ters açıları hatırladığı ve bu sayede bir üçgenin dış açısını bulabileceğini öğrendiğini ifade etmiştir. Bunun yanında bu sözsüz ispatın üçgen ile ilgili dış açı teoremini kolayca öğrenmesini sağladığını belirtmiştir.



Şekil 59. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 9 örneği

Ö10 numaralı öğrenci bu etkinlik sayesinde üçgenin iç açıları toplamının neden 180° olduğunu yeniden ispatladığını belirtmiştir. Ayrıca bu sözsüz ispatı gördüğünde artık anlam verebildiğini ifade etmiştir.

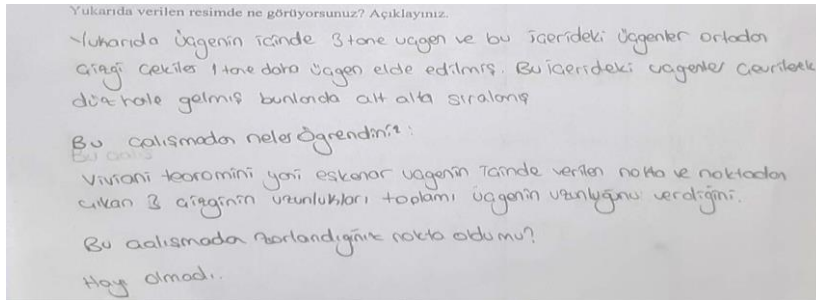


Şekil 60. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 9 örneği

Ö2 numaralı öğrenci ise görmüş olduğu sözsüz ispatı zorlanmadan ve matematik terminolojisine uygun bir şekilde açıklayabilmiştir.

Öğrenci cevaplarından da görüldüğü üzere çalışma yaprağı 9'daki etkinlik de çalışma yaprağı 8 gibi büyük ölçüde öğrenciler tarafından anlaşılmış ve yapılmıştır. Yine öğrenciler bu teoremi yıllardır ezbere bilmelerine rağmen ilk defa böyle bir ispatla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Bu konuda, her şeyin daha anlamlı olduğunu ve daha kalıcı bir öğrenme gerçekleştiğini de belirtmişlerdir.

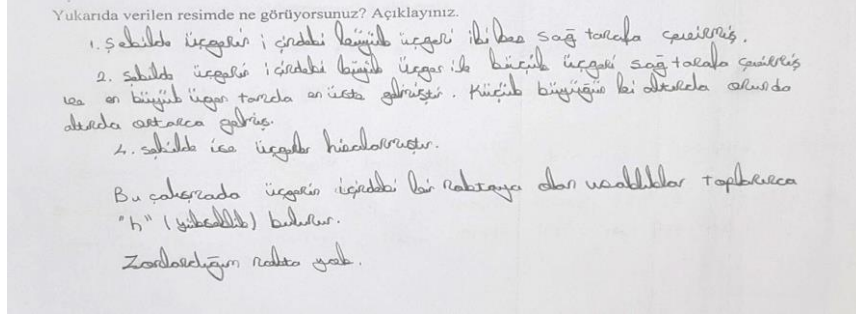
Çalışma yaprağı 10'da ise öğrencilerin matematik müfredatı içinde geometri öğrenme alanında yer alan eşkenar üçgen konusunda özelliklerin içerisinde sürekli gördüğü fakat bir türlü anlam veremeyerek ezberlediği Viviani Teoremi verilmiştir. Bu teorem ezberlenmesi sebebiyle kalıcı öğrenmenin bir türlü gerçekleştirilemediği bir teorem olarak kalmaktadır. Bu etkinlik ile bu teoremin öğrenciler için bir anlam kazanması ve ayrıca zihinden döndürme işlemi gerektirdiği için uzamsal görselleştirme becerisini geliştirmesi hedeflenmektedir.



Şekil 61. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 10 örneği

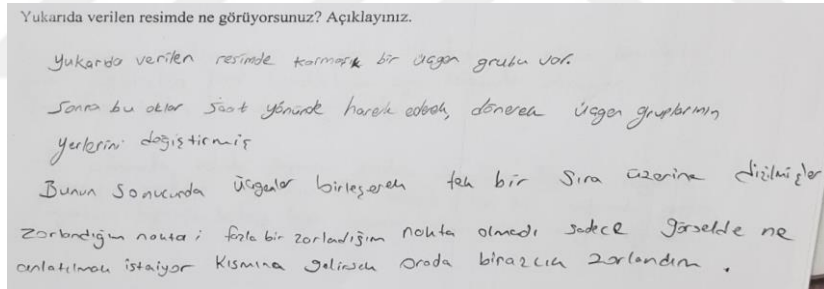
Ö6 numaralı öğrenci, bu etkinlikte iç kısımdaki üçgenlerin döndürüldüğünü ve eşkenar üçgenle bağlantısını kurmakta zorlanmamıştır. Fakat son şekildeki uzunluğun eşkenar üçgenin yüksekliği olduğunu yardım almadan ifade edememiştir. Üçgenin yardımcı

elemanları konusundaki eksik kazanımlar dolayısıyla bu etkinliği açıklamakta bir miktar zorlanmıştır.



Şekil 62. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 10 örneği

Ö2 numaralı öğrenci de aynı Ö6 gibi büyük üçgenin içinde oluşan üçgenlerin çevrildiğini doğru bir sırada tüm detaylarıyla açıklayabilmiştir. Sözsüz ispatı inceleyerek teoremi doğru bir şekilde anlayabilmiş, elde edilen son şeklin üçgenin yüksekliği olduğunu açıklayabilmiştir.



Şekil 63. Ö12 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 10 örneği

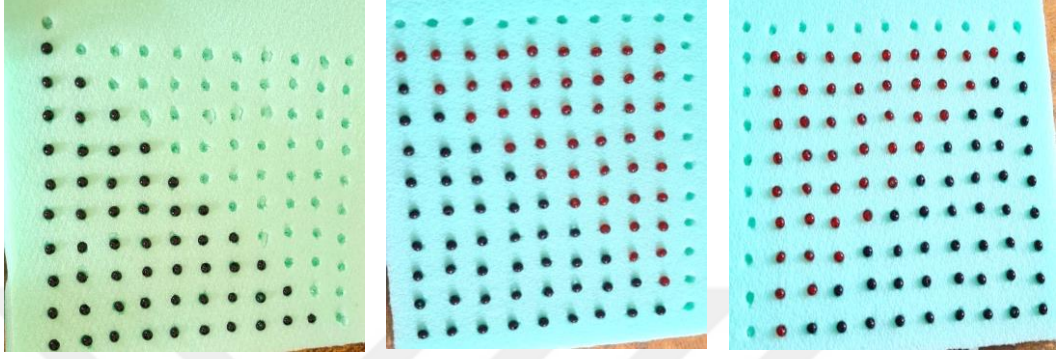
Ö12 numaralı öğrenci ise verilen şekilde karmaşık bir üçgen grubu gördüğünü söylemiş, döndürüldüklerini ve yer değiştirdiklerini anlayabilmiş; fakat bu sözsüz ispatın ne anlatmak istediğini anlamakta zorlandığını söylemiştir. Üçgenlerin döndürülme şekillerini detaylı açıklayamaması uzamsal görselleştirme becerisinde eksikliklerden kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla sözsüz ispatı anlamlandıramamıştır.

vi. Çalışma yaprağı 11 ve 12:

Çalışma yaprağı 11 ve 12 öğrencilerin tümevarımsal düşünmesine katkı sağlamak ve zihinden hareket ettirmesi gerektiği için uzamsal görselleştirme becerisini geliştirmek amacıyla oluşturulmuştur. Ardışık Pozitif Tam Sayılar Toplam Formülü Etkinliği ve Ardışık Pozitif Tek Tam Sayılar Toplam Formülü Etkinliği için özel olarak materyal tasarlanmıştır.

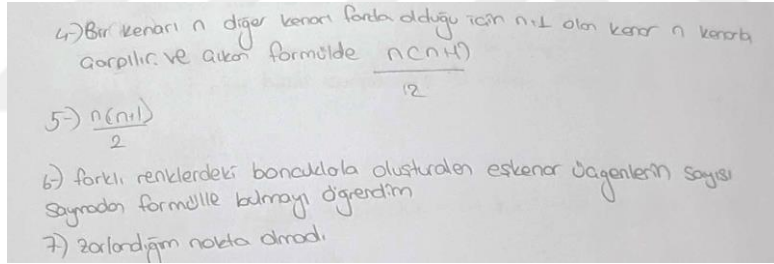
Boncuk ve strafor ile oluşturulan bu materyal ile bu formüllerin elde edilmesi ve zihinden döndürüldüğünün anlaşılması amaçlanmaktadır.

Öğrencilerin çalışma yaprağı 11 için materyal örnekleri şu şekildedir:



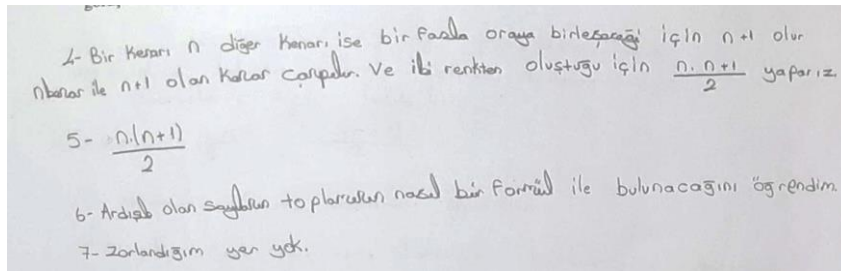
Şekil 64. Öğrencilerin çalışma yaprağı 11 için materyal örnekleri

Öğrencilerin çalışma yaprağı 11 için örnek cevapları ise şu şekildedir:



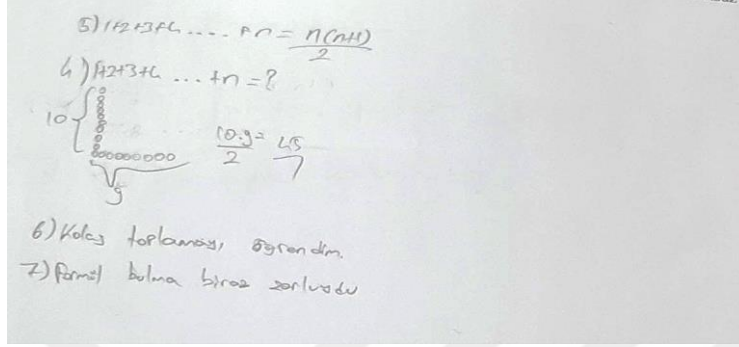
Şekil 65. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 11 örneği

Ö6 numaralı öğrenci etkinliği zorlanmadan yerine getirdiğini ifade etmiştir. Ayrıca çalışma yaprağı örneğinden de görüldüğü üzere sözsüz ispatı doğru bir şekilde anlayabilmiş ve tümevarımsal düşünerek genelleyebilmiştir.



Şekil 66. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 11 örneği

Ö2 numaralı öğrenci de aynı Ö6 gibi etkinliği doğru bir şekilde yapmış ve tümevarımsal düşünerek belirli sayıda yapılan örneği n-sayıda olacak şekilde genelleylebilmiştir.



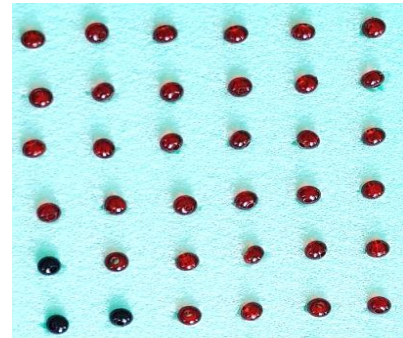
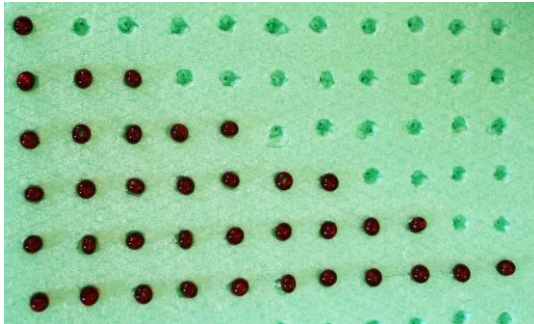
5) $1+2+3+4 \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
 6) $1+2+3+4 \dots + n = 8$
 7) $\frac{10 \cdot 5}{2} = 25$
 8) Kolon toplamayı öğrendim.
 9) Formül bulma biraz zorludur.

Şekil 67. Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 11 örneği

Ö11 numaralı öğrenci ise etkinliği doğru bir şekilde yerine getirirse de tümevarım yaparken zorlandığını ifade etmiştir.

Öğrenci cevaplarından da görüldüğü üzere materyal sayesinde öğrenciler etkinliği yaparken zorlanmamışlardır. Fakat tümevarım yaparken zorlandığını ifade eden öğrenciler vardır.

Öğrencilerin çalışma yaprağı 12 için materyal örnekleri şu şekildedir:



Şekil 68. Öğrencilerin çalışma yaprağı 12 için materyal örnekleri

Öğrencilerin çalışma yaprağı 12 için örnek cevapları ise şu şekildedir:

Çalışma Yaprığı 12: ARDİŞİK POZİTİF TEK TAM SAYILAR TOPLAM FORMÜLÜ
ETKİNLİĞİ (uzamsal ilişkiler, uzamsal yönelim)

Şekil-1

1. Elinizdeki miktatsız materyallerle yukarıdaki şekli oluşturunuz.
2. Bu şeklin satır sayısını bozmadan bilyeleri yer değiştirerek oluşturulabilecek kareyi elde ediniz.
3. Elde ettiğiniz kare yardımıyla şekil-1'deki bilye sayısını veren matematiksel olarak kısa bir yol bulunuz.
4. Bilyeler ile ürettiğiniz modelinizi kullanarak 1'den başlayarak n-tane satıra sahip bilyelerin toplamı veren formülü oluşturunuz.
5. Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
6. Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

3) $1+3+5+7+9+11+13 = (2n-1)$

4) $n+2 = n$ Materyaldeki bilye sayısı

5) Tekli sayıların toplamının formülüne ulaşmış olduğum

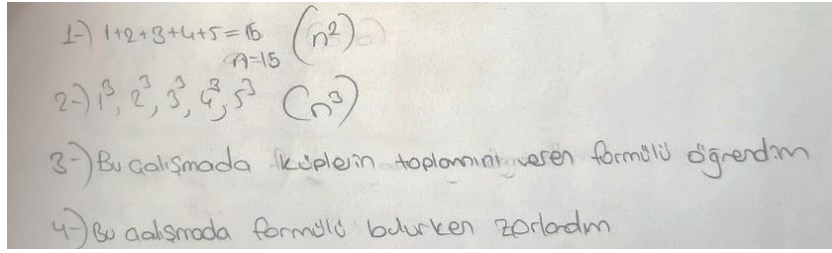
6) Zorlandığım noktalar formül bulmak çok zordu bir tek burada zorlandım.

Şekil 69. Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 12 örneği

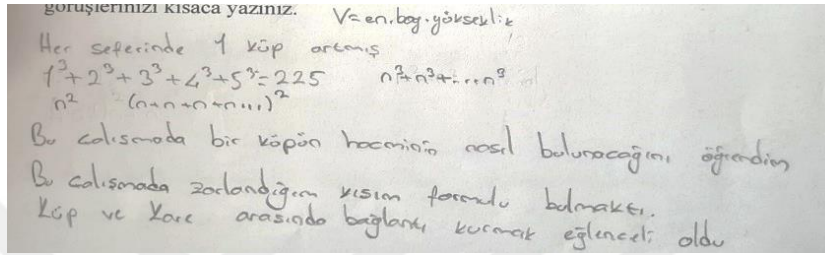
Ö11 numaralı öğrencinin cevaplarından da görüldüğü üzere bu etkinlik, örneklemin büyük bir çoğunluğu tarafından karmaşık bulunmuş ve tam olarak anlaşılmamıştır. Bu konuda materyal kullanımının da bir katkısı olmamıştır. Etkinliğin öğrencilerin öğrenim düzeylerinin ve tümevarımsal düşünme düzeylerinin üzerinde olabileceği düşünülmektedir.

vii. Çalışma yaprağı 13

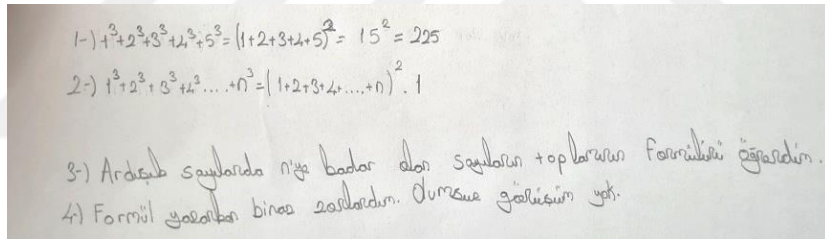
Bu çalışma yaprağında öğrencilerin üç boyutlu verilmiş olan nesnelerin hacimlerini zihinden parçalamaları gerekmektedir. Parçaladıkları cisimleri farklı şekillerde birleştirip oluşturduğu yeni şekil ile ilk şekil arasında bir ilişki kurması ve bu ilişkiden tümevarım yaparak sözsüz ispatın cebirsel ifadesini yazması gerekmektedir. Bu etkinlikte yine uzamsal görselleştirme becerisini kullanması ve sözsüz ispatı anlayabilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda öğrencilerden gelen bazı cevaplar şu şekildedir:



Şekil 70. Ö6 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 13 örneği



Şekil 71. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 13 örneği

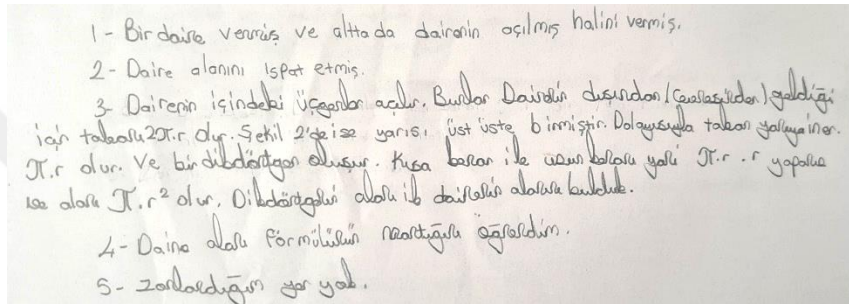


Şekil 72. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 13 örneği

Ö6, Ö10 ve Ö2 numaralı öğrencilerin cevaplarından da görüldüğü üzere öğrenciler çalışma yaprağı 13'te verilmiş olan sözsüz ispatı 1'den 5'e kadar anlayabilmiş ve cebirsel olarak doğru cevaba yaklaşan cevaplar vermişlerdir. Öğrenciler bu çalışma yaprağında buldukları ilişkiyi 1'den n'e kadar genellemekte yani tümevarımsal bir ilişki kurmakta zorlanmışlardır. Bunu sözlü ve yazılı olarak ifade etmişlerdir. Fakat doğru yönlendirmelerle tümevarım yapabilmış ve sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi kurabilmişlerdir.

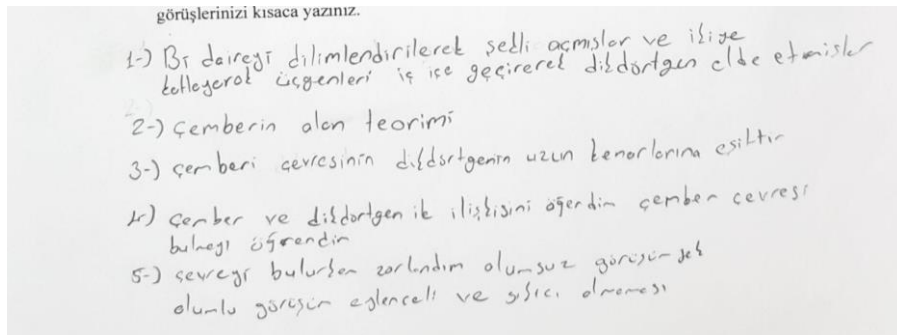
viii. Çalışma yaprağı 14

Bu etkinlik, öğrencilerin önceki yıllardaki öğrenmelerinden yararlanarak yapabilecekleri düşünülerek oluşturulmuştur. Çember ve daire konusunu ortaokulda, üçgen konusunu ise 9.sınıfta görmüş olan öğrencilerin bunları hatırlayarak bu etkinliği yapmaları beklenmiştir. Ayrıca şekli zihinden açıp farklı bir formda birleştirmeleri gerektiği için uzamsal görselleştirme becerilerini kullanmaları gerekirken sözsüz ispat ile verilmiş olan cebirsel ifadeyi de ilişkilendirmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin verdiği örnek cevaplar aşağıdaki gibidir:



Şekil 73. Ö2 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 14 örneği

Ö2 numaralı öğrenci etkinliği zorlanmadan yapabildiği. Sözsüz ispatı da yine zorlanmadan ve terminolojiye uygun bir şekilde açıklayabildiği.



Şekil 74. Ö9 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 14 örneği

Ö9 numaralı öğrenci ise çember ve dikdörtgenin çevresinin hesaplanması ile ilgili eksik öğrenmeleri sebebiyle zorlandığını ifade etmiştir. Bunun dışında sözsüz ispatı eğlenceli bulduğunu belirtmiştir.

1) Bir cember ve cemberin ağırlığı hali veriliyor.
 2) Cemberin alan formülü bulunuyor.
 3) Cemberin ağırlığında dördüncüye benzerlikte. Dördüncünün alanı, bu cember x bise cember olduğundan $\frac{1}{4}$ ve $\frac{1}{2}$ formülü bulunuyor.
 4) Cemberin alan formülünün nasıl bulunduğunu öğreniyor.
 5) Cemberin alan formülünün nasıl bulunduğunu anlayamamıştım. Sonradan öğreniyim.

Şekil 75. Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 14 örneği

Ö11 numaralı öğrenci etkinliği zorlanmadan yerine getirmiş ve daha önce görmüş olduğu bu formülü anlayamadığını, etkinlik sayesinde öğrendiğini ifade etmiştir.

Öğrenci cevaplarından da anlaşıldığı üzere bu etkinlik öğrenciler tarafından büyük ölçüde anlaşılmıştır. Burada yer alan sözsüz ispat ve cebirsel ifadeyi ilişkilendirebilmişlerdir. Ayrıca etkinlik ile ilgili oldukça olumlu görüşler bildirmişlerdir.

ix. Çalışma yaprağı 15

Bu etkinlik öğrencilerin geçmiş yıllarda öğrendikleri pek çok kazanımı birlikte kullanmasını gerektirmektedir. Sözsüz ispat ile cebirsel ifadeyi ilişkilendirmesi gerektiğinden sözsüz ispatı anlayabilme konusunda gelişme göstermesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda öğrenci cevapları şu şekildedir:

Bu şekil bir dairenin içinde bulunan üçgenin her zaman küçük yada eşit.
 Bu teoremin öklid teoremidir.
 Öklid teoreminin ve yarı çapın yararlıdır.
 Bu çalışmada dairenin içine çizilen üçgenin daima bir olacağını ve dairenin çapından küçük olacağını öğrendim.
 Bu çalışmada zorlandığım kısım ispat kısmıydı.

Şekil 76. Ö10 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 15 örneği

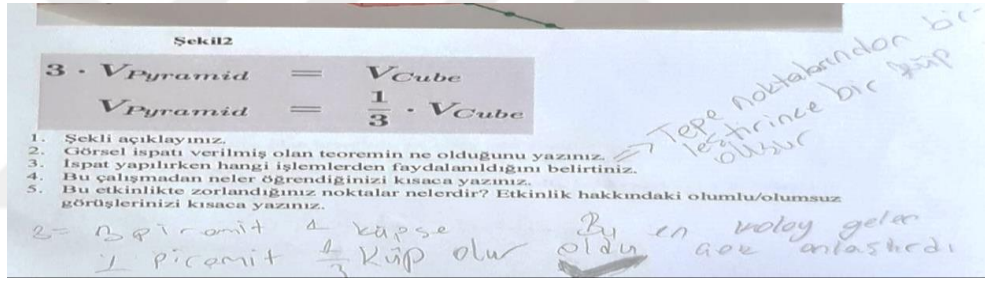
1) Şekilde bir daire var içine bir üçgen çizilmiş.
 2) Şekilde daire yarıya bölünmüş. yarı çaptan bir üçgen çizilmiş $\sqrt{a^2+b^2}$ verilmiş, diğer yarıda $\frac{a+b}{2}$ ve her zaman $\sqrt{a^2+b^2} \leq \frac{a+b}{2}$ den
 3) Öklid teoreminin ve yarı çapın özelliğinden yararlanmış
 4) Bu çalışmada dairenin yarı çapının formülünü $\frac{a+b}{2}$ bulduk
 5) Bu etkinlikte formül bilmedim zorlandım ama güzel bir çalışmaydı.

Şekil 77. Ö1 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 15 örneği

Öğrenci cevaplarından görüldüğü üzere öğrenciler pek çok kazanımı bir arada kullanmaları gerektiğinden sözsüz ispatı anlamakta da sözsüz ispat ile cebirsel ifadeyle ilişkilendirmekte de epey zorlanmışlardır. Çok kazanım içerdiği için oldukça kafaları karışmış, teoremin amacını anlayamamışlardır. Etkinliğin öğrencilerin öğrenme düzeylerinin üzerinde olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla bu etkinlikten istenen düzeyde bir verim alınamamıştır.

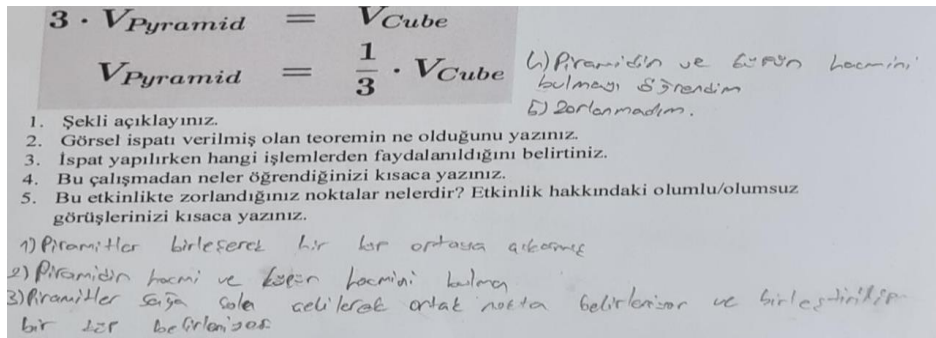
x. Çalışma yaprağı 16

Bu etkinlikte, öğrencilerin üç boyutlu cisimleri hareket ettirerek birleştirmeleri gerektiğinden uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirmek ve sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasında bağlantı kurmaları gerektiğinden sözsüz ispatı anlayabilme becerilerini geliştirmek hedeflenmektedir. Bu bağlamda öğrencilerden bazılarının örnek cevapları şu şekildedir:



Şekil 78. Ö8 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 16 örneği

Ö8 numaralı öğrenci etkinliği zorlanmadan yerine getirebilmiştir. Son etkinlik olması dolayısıyla da sözsüz ispatı açıklarken artık zorlanmadığını ifade etmiştir.



Şekil 79. Ö11 numaralı öğrencinin çalışma yaprağı 16 örneği

Ö11 numaralı öğrenci ise yine Ö8 gibi etkinliği zorlanmadan yerine getirebilmiştir.

Öğrenci cevaplarından da anlaşıldığı üzere bu etkinlik öğrenciler tarafından büyük ölçüde anlaşılmıştır. Burada yer alan sözsüz ispat ve cebirsel ifadeyi ilişkilendirebilmişlerdir. Bu etkinlik üç boyutlu şekillerin zihinden hareket ettirilmesini ve farklı perspektiften görünümünü içermesi dolayısıyla uzamsal görselleştirme becerisi de gerektirmektedir. Öğrencilerin bu görevi zorlanmadan yerine getirebilmeleri uzamsal görselleştirme becerilerinde de gelişme kaydettiklerini göstermektedir. Ayrıca etkinlik ile ilgili oldukça olumlu görüşler bildirmişlerdir.



4.3. Ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersi öğretiminde sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşlerine dair bulgular ve yorumlar

4.3.1. Yarı yapılandırılmış görüşme bulguları

“Sözsüz ispat hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?” ve “Etkinlikler esnasında çalışma yaprakları verilmesi sizce yararlı oldu mu?” sorularına öğrenciler olumlu cevaplar vermişlerdir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu soru ile ilgili olarak “keyifli ve eğlenceli olma, kalıcı olma, öğrenmeyi kolaylaştırma, derslerde ve müfredatta yer alma ve çalışma yapraklarını faydalı bulma” kodları oluşturulmuştur. Tablo 9 bu soruya ilişkin oluşturulan kodları ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 9. Öğrencilerin sözsüz ispat hakkındaki düşünceleri

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
Keyifli Ve Eğlenceli Olma	- Ö1: Görsel olması benim için yararlı oldu, sevdim. - Ö2: Sözsüz ispatlar hoşuma gitti. - Ö4: Sözsüz ispat, eğlenceli ama anlamaya çalışırken yoruluyorum. - Ö5: Etkinlikleri eğlenceli ve güzel buldum. - Ö8: Sözsüz ispatların geogebra ile gösterilmesi çok hoşuma gitti. - Ö9: Sözsüz ispatlar matematik dersini eğlenceli hale getirdi. - Ö11: Hoşuma gitti ama ilk başlarda zorlandığımı hissettim. Daha sonra daha çok eğlendim. - Ö12: Sözsüz ispatlar benim için yararlı oldu.
Kalıcı Olma	- Ö8: Benim için kalıcı bir öğrenme süreci oldu. Uzun bir süre unutmayacağım. İleri de tekrar görürsem hatırlayacağım. - Ö9: Derste klasik metotla öğrendiğim zaman dersler aklımda bu kadar kalmıyordu. Kendim materyallerle yapınca daha kalıcı bir öğrenme gerçekleşti. - Ö11: Kalıcı bir öğrenme süreci oldu. Matematik derslerinde en başından beri böyle bir süreç geçirmek isterdim.
Öğrenmeyi Kolaylaştırma	- Ö6: Sözsüz ispatlar öğrenmemi kolaylaştırdı. - Ö8: Sözsüz ispatlar eğlenceli ve anlamamı kolaylaştırdı. - Ö9: Sadece formül ve şekille anlamamızı sağlıyor bizi yormuyor. - Ö10: Görsel olması ve materyal kullanılması daha kolay anlamamızı sağladı. - Ö12: Önceden anlamak için epey zaman kaybettiğimi düşündüm. Sözsüz ispatlar sayesinde daha kısa sürede öğrendim.
Derslerde Ve Müfredatta Yer Alma	- Ö1: Bu tür etkinliklerin derslerde yer almasını isterim. - Ö8: Kitaplarda bu tür etkinlikler yer alırsa kendi başıma da sözsüz ispat yapmaya çalışırım. - Ö9: Öğrenmemi kolaylaştırması ve kalıcı olması nedeniyle sözsüz ispatlar derslerde ve kitaplarda yer almalı. - Ö10: Bence her ders için böyle bir süreç olmalı. - Ö11: Derslerde ve kitaplarda yer almalı ki tüm öğrenciler için eğlenceli ve kalıcı ders süreci olsun.
Çalışma Yapraklarını Faydalı Bulma	- Ö8: Çalışma yaprakları ve materyaller çok faydalı oldu. Hayal etmemi kolaylaştırdı. - Ö9: Etkinliklerin çizimler halinde elimde olması anlamamı kolaylaştırdı. - Ö10: Çalışma yapraklarındaki sorular yönlendirici ve anlamamı kolaylaştırıcı oldu. - Ö12: Öğrenciler için zekâ geliştirici ve pratik yapmaya elverişli.

Tablo 9’da görüldüğü üzere öğrencilerin %91,67’si sözsüz ispat ile öğrenme sürecini eğlenceli ve keyifli bulmuşlardır. Sadece Ö7 sözsüz ispatları zorlayıcı bulunduğunu ve keyifli bulmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerin %100’ü bu süreçte kullanılan çalışma yapraklarının faydalı ve öğrenmeye yardımcı olduğunu düşünmektedir. Ayrıca yine öğrencilerin %91,67’si sözsüz ispatların öğrenmelerini kolaylaştırdığını ve kalıcı öğrenmeler gerçekleştirdiğini ifade etmişlerdir. Tüm bu nedenler doğrultusunda sözsüz ispatların derslerde ve müfredatta yer almasını istemektedirler.

“Yapılan etkinlikler içerisinde aklınızda en çok kalan etkinlik hangisidir? Etkinlikler sırasında unutamadığınız bir an oldu mu?” sorusuna verilen öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu soru ile ilgili olarak “yapılan etkinlikler içerisinde unutulmayan etkinlik” kodu oluşturulmuştur. Tablo 10 bu soruya ilişkin oluşturulan kod ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 10. *Etkinliklerin hatırlanma durumu*

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
Yapılan Etkinlikler İçerisinde Unutulmayan Etkinlik	- Ö2: Üçgen eşitsizliği, üçgenin iç açıları toplamı... gibi önceden bildiğim konuların ispatını görmek beni heyecanlandırdı. - Ö4: İlk çalışmalar daha çok aklımda kalanlar oldu. İlk kez sözsüz ispat ile karşılaşmışım. - Ö8: Ardışık pozitif tam sayılar toplam formülü etkinliği en çok aklımda kaldı. Boncukların sıralanışını ve ne işe yaradığını unutmadım. - Ö9: Çalışma yaprağı 11’deki etkinlik aklımda kaldı, hiç unutmadım. Boncukları uygun konuma getirerek cebirsel ifadeye ulaşmak daha iyi ve kalıcı öğrenmemi sağladı. - Ö10: Boncuklu etkinliklerden ilki en çok aklımda kalan oldu. Kullandığımız materyalin ilgi çekici olması aklımda kalmasını sağladı.

Tablo 10’dan görüldüğü üzere öğrencilerin %83,33’ü “Ardışık pozitif tam sayılar toplam formülü etkinliği” ni unutmamışlardır. Bunun sebebini ise “kullanılan materyali ilginç bulmaları” olarak açıklamışlardır. Hatta tablodan da görüldüğü üzere öğrencilerin büyük çoğunluğu boncuk kullanıldığı için etkinliğe “Boncuk Etkinliği” olarak isim vermişlerdir. Sadece Ö2 ve Ö4 numaralı öğrenciler tarafından farklı bir etkinliğin unutulmadığı belirtildi. Ö2 “Üçgen eşitsizliği, üçgenin iç açıları toplamı... gibi önceden bildiğim konuların ispatını unutmadım.” ifadesini kullandı. Ö4 ise ilk yapılan çalışmalar olan çarpanlara ayırma özdeşliklerinin aklında daha çok kaldığını ifade etti.

Etkinliklerin hatırlanma durumunu araştırmak adına öğrencilere çalışma yaprakları içerisinde çeşitli sözsüz ispatlar gösterilerek “Bu etkinlikleri hatırladınız mı? Bunları daha önce nerede kullanmıştık?” sorusu sorulduğunda ise öğrencilerin %100’ü kendisine gösterilen etkinlikleri ve amaçlarını genel hatlarıyla hatırlamıştır.

“Çalışma yapraklarında sözsüz ispatlar ile ilgili etkinlikler yaparken zorlandığınız noktalar neler olmuştur?” ve “Yapılan sözsüz ispat etkinlikleri ile ilgili varsa olumlu/olumsuz bulduğunuz yönleri örneklerle açıklayınız.” sorularına öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu soru ile ilgili olarak “şekli anlama, ilk kez karşılaşma, önceki öğrenmeleri hatırlama, cebirsel ifadeyi anlama, cebirsel ifadeyi oluşturma ve tümevarım yapma” kodları oluşturulmuştur. Tablo 11 bu soruya ilişkin oluşturulan kodları ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 11. *Sözsüz ispat etkinliklerinde zorlanma durumuna ilişkin öğrenci görüşleri*

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
Şekli Anlama	Ö8: Şekiller karışık olduğundan anlamakta zorlandım. Geometrik şekiller, özellikle de çok aşamalı ve karışık gözüken geometrik şekiller beni hep korkutmuştur. Ben geometrik bir şekil gördüğüm her zaman tedirgin olup sorudan uzaklaşıyorum zaten.
İlk Kez Karşılaşma	- Ö4: İlk defa karşılaştığım için ilk olarak zorlandım. Ö5: Şekiller biraz karmaşık geldi başlangıçta. Ama daha sonra anlamaya ve keyif almaya başladım. - Ö8: İlk etkinliklerde sözsüz ispatı ilk kez gördüğüm için zorlanmış ve sıkılmışım. Ama daha sonra anlamaya ve keyif almaya başladım. - Ö9: İlk defa karşılaşınca zorlandım ama sonra keyif aldım. - Ö10: İlk etkinliklerde anlamakta zorlandım ama sözsüz ispatları anlayınca keyif aldım. - Ö11: Daha önce cebirsel ifade görmediğim için beni zorladı. - Ö12: Sözsüz ispatla ilk defa karşılaşınca anlamakta zorlandım. Daha önce hiç sözsüz ispatı yorumlamam istenmemişti.
Geçmiş Öğrenmeleri Hatırlama	Ö2: Öklid Teoreminin olduğu etkinlikte teoremi hatırlayamadığım için zorlandım.
Cebirsel İfadeyi Anlama	- Ö3: Cebirsel ifadeleri anlamakta zorlandım. Cebirsel işlemleri yapamıyorum. - Ö7: Cebirsel ifadeleri anlaşılabilir ve karmaşık geldi.
Cebirsel İfadeyi Oluşturma	- Ö8: Cebirsel ifadeleri oluşturmam istendiğinde zorlandım. - Ö11: Cebirsel ifadeleri yazmak konusunda zorlandım. - Ö12: Şekli yorumlayarak cebirsel ifadeye dönüştüremedim.
Tümevarım Yapma	Ö1: Sayılı olan etkinlikleri genellemekte zorlandım.

Tablo 11’den görüldüğü üzere öğrencilerin %58,33’ü sözsüz ispatlarla ilk defa karşılaştıkları için etkinliklerde zorlandıklarını ifade etmişlerdir. İlerleyen etkinliklerde ise sözsüz ispatları anlamaya ve keyif alamaya başladıklarını ifade etmişlerdir. Bunun yanında cebirsel ifadeyi anlama ve oluşturmakta zorlandığını ifade eden öğrenciler, cebirsel işlemleri yaparken de zorlandıklarını belirtmiştir. Ayrıca bazı öğrenciler etkinlikler içerisinde geçmiş öğrenmeleri kullanmak gerektiğinde hatırlamakta zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Yine aynı şekilde bazı öğrencilerde tümevarım yapmalarını gereken etkinliklerde tümevarımsal düşünmekte zorlandıkları için zorlandıklarını ifade etmiştir. Bunun dışında şekilleri karışık olduğu için anlayamadığını söyleyen öğrenci ise geometri öğrenme alanına karşı önyargısı olduğunu belirtmiştir. Tüm bunların yanında sadece Ö6 herhangi bir şekilde zorlanmadığını ifade etmiştir.

Sözsüz ispat ile ilk kez karşılaşma durumunu araştırmak adına öğrencilere “Daha önce sözsüz ispatlar ile karşılaşmış mıydınız? Karşılaştıysanız birkaç örnek verebilir misiniz?” sorusu sorulduğunda ise öğrencilerin %91,67’si ilk kez karşılaştığını ifade etmiştir. Sadece Ö10 “Ortaokulda karşılaşmıştım. Doğru orantı ve üçgenin iç açıları toplamında görmüştüm.” cevabını vermiştir.

“Sözsüz ispatları anladığınızda neler hissettiniz? Sözsüz ispatları anlamadığınızda neler hissettiniz?” sorularına öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu soru ile ilgili olarak “mutlu olma ve üzgün olma” kodları oluşturulmuştur. Tablo 12 bu soruya ilişkin oluşturulan kodları ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 12. *Sözsüz ispatı anladığında ve anlamadığında hissettiği duygulara ilişkin öğrenci görüşleri*

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
Mutlu Olma	• Ö1: Anladığımda mutlu oldum. • Ö2: Hakkımda yararlı olduğunu hissettim. • Ö3: Mutlu oldum. • Ö4: Zevk aldım. • Ö5: Mutlu oluyordum ve etkinlik yapmaya devam etmek istiyordum. • Ö6: Eğlenceli geldi. • Ö7: Matematik dersini anladığıma dair hisse kapıldım. • Ö8: 9. sınıftan itibaren öğreneydim keşke dedim. Sözsüz ispatları sevdim. • Ö9: Anlamanın daha kolay bir yolu olduğu için mutlu oldum. • Ö10: Geometri öğrenme alanı daha eğlenceli hale geldi. • Ö11: Daha önceki öğrenme sürecinde neden sözsüz ispat göstermediler diye düşündüm. Keşke görseydik dedim. • Ö12: Önceden anlamak için epey zaman kaybettiğimi düşündüm. Sözsüz ispatlar sayesinde daha kısa sürede öğrendim.
Üzgün Olma	• Ö1: Üzgün hissettim. • Ö3: Rahatsız oldum • Ö4: Üzüldüm ama yine de merak uyandırdı.. • Ö5: Hiç anlamayacakmış gibi üzülüyordum. • Ö7: Üzüldüm ve anlamak için kendimi zorladım. • Ö8: Anlamayınca üzüldüm, sıkıldım ve zorlandım. • Ö9: Şaşkın ve üzgün hissettim. • Ö10: Sıkıldım ve umutsuzluğa kapıldım. • Ö11: Anlamadığımda üzgün hissettim. Ortaokuldan liseye süre gelen süreçte böyle bir eğitim alsaydım anlardım diye düşündüm. • Ö12: Anlamadığımda üzüldüm ve anlamak için büyük çaba sarf ettim yoksa içimde uhde kalacaktı.

Tablo 12’den görüldüğü üzere genel olarak öğrencilerin %100’ü sözsüz ispatı anladığında mutlu olduklarını, %83,33’ü ise anlamadıklarında ise üzgün olduklarını belirtmiştir. Sadece Ö2 anlamadığında anlamak için kendini zorladığını, Ö6 ise anlamadığı bir etkinliğin olmadığını ifade etmiştir.

“Sözsüz ispatlar ile cebirsel ispatları karşılaştırırsanız neler söyleyebilirsiniz?” sorusuna öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu soru ile ilgili olarak “pratik bulma, tercih etme, ilgi çekici bulma ve kalıcı bulma” kodları oluşturulmuştur. Tablo 13 bu soruya ilişkin oluşturulan kodları ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 13. Sözsüz ispatların ve cebirsel ispatların karşılaştırılmasına ilişkin öğrenci görüşleri

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
Pratik Bulma	- Ö1: Sözsüz ispatlar daha kolay, eğlenceli ve daha anlaşılır geldi. - Ö2: Cebirsel ispatlar yorucu, sözsüz ispatlar bu anlamda daha iyi. - Ö7: Sözsüz ispat daha kısa ve nettir. - Ö9: Daha kolay öğrenmemi sağladı. - Ö10: Cebirsel ispatlar uzun ve yorucu. Sözsüz ispatlar daha kısa ve kolay anlaşılır. - Ö12: Sözsüz ispat cebirsel ispattan önce öğretilseydi daha kolay anlayabilirdik.
Tercih Etme	- Ö3: Sözsüz ispatları tercih ederim. - Ö4: İkisinden de keyif alıyorum ama sözsüz ispat daha derse bağlayıcı oldu. - Ö6: Benziyorlar. Fakat sözsüz ispatı tercih ederim.
İlgi Çekici Bulma	Ö11: Sözsüz ispatlar görseller içerdiğinden daha ilgi çekici ve eğlenceli.
Kalıcı Bulma	- Ö8: Sözsüz ispatlar ezberlemeden öğrenmemi sağlıyor. Kolay ve kalıcı öğrenmemi sağlıyor. - Ö5: Sözsüz ispat cebirsel ispattan önce öğretilseydi daha kalıcı olurdu.

Tablo 13'ten görüldüğü üzere öğrencilerin %50'si sözsüz ispatları cebirsel ispatlara göre daha pratik bulmaktadır. Öğrencilerin %25'i sözsüz ispatları cebirsel ispatlara tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin %8,33'ü sözsüz ispatları cebirsel ispatlara göre daha ilgi çekici bulmaktadır. Öğrencilerin %16,67'si ise daha kalıcı öğrenmeler gerçekleştireceklerini düşündükleri için sözsüz ispatları cebirsel ispatlara tercih ettiklerini belirtmiştir.

“Sözsüz ispatların etkili olduğunu düşündüğünüz konular nelerdir? Başka hangi konuların sözsüz ispatlar ile öğretilmesini istersiniz?” sorusuna öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu soru ile ilgili olarak “matematik dersi konuları, geometri dersi konuları ve farklı disiplinler” kodları oluşturulmuştur. Tablo 14 bu soruya ilişkin oluşturulan kodları ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 14. *Sözsüz ispatların etkili olduğu düşünülen konulara ilişkin öğrenci görüşleri*

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
MATEMATİK DERSİ	• Ö1: Çarpanlara ayırma konusunda daha çok sözsüz ispat yer almalıdır. • Ö5: Matematikte her konuda olsun isterim. Özellikle de fonksiyon konusunda olmasını isterdim.
GEOMETRİ DERSİ	• Ö4: Geometri dersinde daha çok sözsüz ispat görmek isterdim. • Ö8: Geometride daha çok sözsüz ispat olmasını isterim. Keşke geçen yıl üçgen konusunu sözsüz ispatlar ile işleseydik. • Ö9: Geometri de daha çok karşılaşmak isterim. Özellikle katı cisimlerde...
FARKLI DİSİPLİNLER	• Ö10: Fizik dersinde de olmasını isterim. • Ö11: Fizik dersindeki formüllerinde sözsüz ispatlarını görmek isterdim.

Tablo 14’de görüldüğü üzere öğrenciler hem matematikte hem geometride hem de farklı disiplinlerde sözsüz ispatların yer almasını istemektedir.

Sözsüz ispat ile ilgili öğrencilerin öz-yeterlilik algısını araştırmak adına öğrencilere “Kendi başınıza herhangi bir konu ile ilgili sözsüz ispat yapabileceğinizi düşünüyor musunuz? Neden?” sorusu sorulduğunda ise öğrencilerin %66,67’si yapabileceğini çünkü sözsüz ispatı çok iyi anladıklarını belirtmiştir. Diğer %33,33’ü ise yapamayacağını; çünkü bu eğitimin yeteri kadar uzun sürmediğini, öğrenmek için daha uzun süreli bir eğitim alması gerektiğini belirtmiştir.

“Sözsüz ispatların matematik düşünme ve uzamsal görselleştirme becerisine dair öz-yeterlilik algısına ve tutumuna dair bulgu elde edebilmek için sorulan sorulara ise öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu sorularla ilgili olarak “matematiksel düşünmeye etkisi, uzamsal görselleştirme becerisine etkisi, ilişkilendirme becerisine etkisi, matematik dersinde öz-yeterlilik algısına etkisi ve matematik dersine karşı tutumuna etkisi” kodları oluşturulmuştur. Tablo 15 bu soruya ilişkin oluşturulan kodları ve öğrenci cevaplarından örnekleri içermektedir.

Tablo 15. Sözsüz ispatların öz-yeterlilik algısına ve tutumuna etkisine dair ilişkin öğrenci görüşleri

KODLAR	ÖĞRENCİLERİN CEVAPLARI
Matematiksel Düşünmeye Etkisi	Ö9: Matematik dersi için daha kalıcı öğrenmeler sözsüz ispatlarla gerçekleşti. Görsel olduğu için daha kalıcı oldu. Bu benim matematiksel düşünmemi olumlu etkilemiştir.
Uzamsal Görselleştirme Becerisine Etkisi	- Ö4: Sözsüz ispatların geometriyi anlamamı kolaylaştıracağını düşünüyorum. - Ö8: Eskiden geometri yapamazdım ama sözsüz ispatları görünce artık yapabileceğim gibi hissediyorum çünkü şekilleri zihnimden hareket ettirmeyi, ters çevirmeyi, parçalamayı öğrendim. - Ö10: Sözsüz ispatların geometri için gerekli olduğunu ve derslerde olması gerektiğini düşünüyorum. Bu sayede şekillerin hareketini daha iyi anlarız.
İlişkilendirme Becerisine Etkisi	- Ö1: Cebirsel ifadenin görsel bir karşılığı olduğunu gördüm. Onu görselle ilişkilendirmek ilişkilendirme becerimi geliştirdi. - Ö2: Sözsüz ispat ve cebirsel ifadeyi eşleştirmek ilişkilendirme becerimi olumlu etkilemiştir.
Matematik Dersinde Öz-Yeterlilik Algısına Etkisi	Ö5: Matematikte anlamsız gelen cebirsel ifadeler sözsüz ispatlar ile anlam kazandı.
Matematik Dersine Karşı Tutumuna Etkisi	- Ö1: Eğlenceli bir süreçti, daha uzun sürmesini isterdim. - Ö5: Sözsüz ispatlar matematik dersinin sıkıcılığını ortadan kaldırdı. - Ö6: Matematiği seviyordum ama artık daha çok seviyorum. Ö7: Sözsüz ispatları anladığımda matematiği anladığıma dair bir hisse kapıldım. - Ö7: Matematik dersi her zaman hiç bitmeyecekmiş gibi hissederdim. Fakat sözsüz ispatlarla dersin nasıl geçtiğini bile anlamadım. - Ö9: Etkinlikler ve sözsüz ispatlar çok hoşuma gitti. Bu nedenle alan seçimimi bile değiştirdim. - Ö11: Matematik benim için yorucu bir dersti, sözsüz ispatlarla matematiğin daha pratik bir yolu olduğunu gördüm. - Ö12: Etkinlik olumlu geçti ve daha kalıcı öğrenmeler gerçekleşti.

Tablo 15'te de görüldüğü üzere öğrencilerin tamamı sözsüz ispatların matematiksel düşünme becerisini, uzamsal görselleştirme becerisini, ilişkilendirme becerisini arttırdığını ifade etmişlerdir. Ayrıca matematik dersine karşı öz-yeterlilik algıları ve tutumları da olumlu yönde etkilediğini belirtmişlerdir.

4.3.2. Öğrenci günlükleri bulguları

Araştırma süreci ile ilgili öğrenci görüşlerini almak amacıyla öğrencilerden tüm süreç boyunca gün gün günlük tutmaları istenmiştir. Öğrencilerden tutacakları günlüklerin ana hatları içerisinde o gün yapılan etkinliği ve amacını kısaca anlatmaları, ardından karşılaştıkları zorlukları ve hissettikleri duyguları yazmaları istenmiştir. Bu günlükler incelenirken bazı ortak söylemlere ulaşılmıştır. Ayrıca yarı yapılandırılmış görüşmelerde dikkat edilen temaları destekleyici olup olmadığı incelenmiştir. 12 öğrencinin günlüğü incelendiğinde genel olarak o gün yapılan etkinliği ve sonucunu hatırladıkları tespit edilmiştir. Bunun yanında uygulama sürecinin etkinlikler bağlamında değerlendirilmesi aşağıdaki gibidir:

İlk iki etkinlikte çok zorlandıkları, sözsüz ispatla ilk kez karşılaştıkları için tedirgin oldukları, sözsüz ispatı anlayamamaktan korktukları, cebirsel ifadeyi yazarken yaşadıkları zorluklar nedeniyle umutsuzluğa kapıldıkları tespit edilmiştir.

Üçüncü ve özellikle dördüncü etkinlikte sözsüz ispatı anlamaya başladıkları, sözsüz ispat sürecine dair endişelerini ve korkularının azalmaya başladığını ve keyif almaya başladıklarını ifade etmişlerdir. Bu iki etkinlikte cebirsel ifadeyi yazmaya dair yaşadıkları zorluklar da azaldığı için umutsuzluğa kapılmadıklarını yazabileceklerine inandıklarını da belirtmişlerdir.

Beşinci ve altıncı etkinlikte üç boyutlu olması sebebiyle öğrencilerin başlangıçta yeniden korku, endişe ve umutsuzluk hissetmesine sebep olmuştur. Burada üç boyutlu şekilleri hareket ettirmekte zorlandıklarını, hacim kavramını hatırlamadıklarını, bu sebeple cebirsel ifadeyi oluşturmakta zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Fakat bu etkinliklerde hem materyal kullanımının onlara çok yardımcı olduğunu hem de Geogebra üzerinden sözsüz ispatın dinamik halini incelemenin anlamalarını sağladığını belirtmişlerdir. Materyaller ve sözsüz ispatın dinamik geometrik halini gördükleri için etkinliklerden keyif aldıklarını belirtmişlerdir.

Yedinci, sekizinci ve dokuzuncu etkinlikler, öğrencilerin bir önceki yıl görmüş olduğu üçgenler konusunda yer alan teoremlerdir. Bu teoremlerin ispatını öğrenen öğrenciler; mutlu olduklarını, öğrenmelerinin daha anlamlı ve kalıcı bir hâle geldiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca bu etkinliklerde cebirsel ifadeyi yazmanın daha kolay hale gelmeye başladığını da söylemişler ve daha çok keyif almaya başladıklarını belirtmişlerdir.

Onuncu etkinlikte ise Viviani teoremini anlayabilmek için eşkenar üçgen içinde oluşturulan üçgenlerin döndürüldüğünü ve hareket ettirildiğini açıklamakta zorlanmışlardır. Bu durum onları bir miktar tedirgin etmiştir; fakat teoremi anladıklarında keyif aldıklarını belirtmişlerdir. Bir önceki yıl bu teoremi de gördükleri açıklandığında ise şaşkınlık

hissettiklerini, hiç hatırlamadıklarını ifade etmişlerdir. Fakat artık unutmayacaklarını, kalıcı bir öğrenme gerçekleştirdiklerini açıklamışlardır.

On birinci etkinlik kullanılan materyal ve kolay anlaşılır olması sebebiyle öğrencilerin en keyif aldığı etkinlik olarak görülmüştür. Ayrıca öğrenmenin kalıcı olduğu da etkinliği tüm ayrıntıları ile açıklamalarından anlaşılmaktadır.

On ikinci etkinlik ise bir önceki etkinlikle aynı materyale sahip olmasına rağmen öğrenciler tarafından formülü karışık ve anlaşılmaz görülmüştür. Öğrenme düzeylerinin üzerinde olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca tümevarımsal düşünmede de zorlandıklarını açıklamışlardır.

On üçüncü etkinlik ise özellikle renkli olması sebebiyle sevilmiştir. Öğrenciler renkli olması sayesinde cisimleri zihinden hareket ettirmekte zorlanmadıklarını ifade etmişlerdir. İlk beş terim için cebirsel ifadeyi yazmayı başardıklarını fakat genel cebirsel ifadeye ulaşmadıklarını belirtmişlerdir. Bu da yine tümevarımsal düşünmedeki bir eksiklik olarak karşımıza çıkmaktadır.

On dört ve on altıncı etkinlikte renkli olması sebebiyle zevkli bulunmuştur. Ayrıca hem sözsüz ispat hem de cebirsel ifade birlikte verildiği için öğrenciler ilişki kurmakta zorlanmadıklarını, etkinliğin kolay ve akıcı geçtiğini ifade etmiştir.

On beşinci etkinlik ise geçmiş bilgiler hatırlanamadığı için öğrencilere zor, karışık ve anlaşılmaz gelmiştir. Ayrıca istenen cebirsel işlemlerde de zorlandıkları için sözsüz ispat ve cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayamadıklarını ifade etmişlerdir.

Bunun yanında günlüklerden elde edilen bulgular, görüşmeler sırasında elde edilen bulgularla birebir örtüşmektedir. Öğrenciler sözsüz ispatı anladıklarında mutlu olmuş, anlamadıklarında ise üzölmüşler ve umutsuzluğa kapılmışlardır. Günlüklerin geneline bakıldığında öğrenciler öğrendiklerinin kalıcı ve faydalı olduğunu düşünmüşlerdir. Sözsüz ispatla öğrenme sürecini keyifli ve öğrenmeyi kolaylaştırıcı bulmuşlar. Derslerde ve müfredatta yer almasını talep etmişlerdir. Sözsüz ispatların diğer ispat yöntemlerine göre daha pratik bulduklarını, materyal kullanımı ile daha rahat anladıklarını ifade etmişler ve sözsüz ispatları cebirsel ispata tercih ettiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca pek çoğu sözsüz ispatların matematiksel düşünme, uzamsal görselleştirme ve ilişkilendirme becerisinin olumlu yönde arttığını açıklamıştır. Aynı zamanda matematik dersinde öz-yeterlilik algısının geliştiğini, matematik dersine karşı tutumlarında da olumlu gelişmeler olduğunu ifade etmişlerdir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimine ilişkin öğrenme süreçleri, süreç hakkındaki görüşleri ve sözsüz ispat ile öğretimin uzamsal görselleştirme becerilerine katkısı incelenmiştir. Bu bölümde araştırma sonucunda elde edilen bulgulardan yola çıkılarak bulunan eğitimsel çıkarımlar ve verilerin analizinde gözlemlenen noktalar tartışılacaktır.

Araştırmada ilk olarak birinci alt problem olan ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine katkısı incelenmiştir. Ön klinik mülakat verileri göstermiştir ki öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri Milli Eğitim Bakanlığı'nın ortaöğretim programında hedeflediği dereceye ulaşamamıştır. Bu da geometri öğrenim alanında bazı öğretim tekniklerinde yanlışlıklar olabileceğini düşündürmektedir. Ortaöğretim düzeyi geometri öğrenimi doğası gereği, ortaöğretim öğrencilerinin Piaget'nin Bilişsel Gelişim Kuramında Soyut İşlemler basamağında yer almasını gerektirmektedir. “Bu dönem, bireyin akıl yürütmek için somut durumlara ihtiyacının olmadığı bir bilişsel gelişim aşamasıdır. Somut davranış örüntülerinden ve mantık dışı akıl yürütmelerden ziyade, üst düzey zihinsel becerilerin gösterildiği bir dönem olarak karşımıza çıkmaktadır. (Yıldırım, 2016)” Fakat öğrenciler ortaöğretim seviyesine gelmiş bile olsalar soyut işlemler dönemine ulaşamayabilmektedirler. “Piaget'nin belirttiği bir diğer önemli nokta herkesin soyut işlemler dönemine çıkamayacağı ya da dönemin tüm özelliklerini kazanamayabileceğidir. Başka deyişle soyut işlemler dönemi en üst aşamadır, ancak yaşla doğru orantılı olamayabilecek şekilde herkes soyut işlemler dönemine çıkamaz. (Yıldırım, 2016) ” Dolayısıyla soyut işlemler dönemine çıkamayan öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerileri gelişmemektedir. Çünkü uzamsal görselleştirme becerisi bileşenleri olan uzamsal ilişkiler, uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme; nesnelerin zihinde döndürülmesi, bir şeklin başka bir perspektiften nasıl görüneceğini hayal edilmesi, çevredeki nesnelerin dağılımını algılayıp nesnelerin yönü değiştirildiğinde yeni düzeni doğru şekilde tayin edebilmesi, cisimlerin zihinde hareketini hayal edilmesi, cisimlerin açık kapalı hallerini zihinden canlandırılabilmesi... gibi soyut işlemler gerektirmektedir. Bu nedenle öğrenciler, uzamsal görselleştirme becerilerini destekleyici somut materyal ve sözsüz ispatların kullanılması gerekliliği ön plana çıkmıştır. Çalışmaya katılan 12 öğrencinin klinik mülakatlarının ön ve son testine ilişkin bulguları incelendiğinde sözsüz ispatlar içeren etkinlik

süreçleri sonrasında öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerinde genel olarak gelişim gözlemlenmiştir. Bu sonuç, Demircioğlu ve Polat (2016)'ın ortaöğretim matematik öğretmen adayları ile yaptıkları nitel çalışmanın “Sözsüz ispatların, zorlayıcı fakat öğrencilerin uzamsal görselleştirme ve uzamsal muhakeme becerini geliştirilebildiği söylenebilir.” sonucuyla paralellik göstermektedir. Buna karşılık bu sonuç; Polat, Oflaz ve Akgün (2019)'ün ilköğretim matematik öğretmen adaylarıyla yaptıkları nicel çalışmanın “Görsel ispat becerisi ve uzamsal yetenek arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır.” sonucuyla örtüşmemektedir. Bunun tezatlığın nedeni olarak ise, araştırmalar arasındaki yöntem farklılığı görülebilir. Başka bir deyişle bu tezatlığın nedeni olarak; Polat, Oflaz ve Akgün (2019)'ün araştırmasında nicel araştırma yöntemi, bu çalışmada ise nitel bir araştırma yöntemi uygulanmış olması görülebilir. Nitekim Polat, Oflaz ve Akgün (2019)'ün araştırmasında “görsel ispatlar ile uzamsal yetenek arasındaki ilişkinin derinlemesine incelenmesi için uzamsal yetenek gerektiren görsel ispatların yer aldığı nitel çalışmaların yapılabileceği” önerisinde bulunulmuştur.

Araştırmada ikinci olarak ikinci alt problem olan ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispatları açıklama ve geliştirme süreçleri ve bu süreçte karşılaştıkları zorluklar hem klinik mülakat bulguları hem de çalışma yapraklarından elde edilen bulgular doğrultusunda incelenmiştir. Klinik mülakat bulguları incelendiğinde öğrencilerin sözsüz ispatı verilmiş olan cebirsel ifadeyi yazabilme ve sözsüz ispat ile cebirsel ifade arasındaki ilişkiyi açıklayabilme becerilerinde uygulama sonrasında olumlu yönde gelişim gözlemlenmiştir. Bunun yanında çalışma yapraklarından elde edilen bulgular incelendiğinde ise öğrencilerin bu süreçte aşağıdaki zorluklarla karşılaştıkları tespit edilmiştir:

- Öğrenciler, üç boyutlu şekilleri isimlendirmekte ve tanımakta zorlanmışlardır. Bu kazanımlar; Milli Eğitim Bakanlığı 2018 Ortaokul Matematik Programı içerisinde yer almış olsa da araştırmanın örneklemini oluşturan öğrencilerin Covid-19 salgını sebebiyle bu kazanımları uzaktan eğitimle öğrendikleri göz önünde bulundurulduğunda eksik öğrendikleri düşünülmektedir.
- Öğrencilerin iki boyutlu şeklin alan kavramında ve üç boyutlu şeklin hacim kavramında eksik öğrenmeler olması sebebiyle sözsüz ispatı verilen cebirsel ifadeyi yazamamışlardır. Bunun da yine Milli Eğitim Bakanlığı 2018 Ortaokul Matematik Programı içerisinde yer almasına rağmen Covid-19 salgını sebebiyle bu kazanımların uzaktan eğitimle öğrenilmesinden kaynaklı eksik öğrenmelerden olduğu düşünülmektedir.

- Sözsüz ispatı, verilen görsel üzerinden anlasalar da tümevarım yapamadıkları için sözsüz ispatın genel cebirsel ifadesini yazamamışlar, cebirsel ifade örnekle kısıtlı kalmıştır. Bu sonuç, Demircioğlu ve Polat (2016)'ın matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı nitel araştırmanın “Herhangi bir adımdaki örnekten yola çıkarak, genel bir kural bulması gerektiği ispatlarda öğrenciler sadece verilen şekil ile sınırlı kalmışlardır. Burada öğretmen adaylarının tümevarımsal düşünmede sıkıntı yaşadıkları söylenebilir. Tüm bunlardan kaynaklı olarak şekilleri anlayamadıkları, yorum yapamadıkları, şekiller arasında bağlantı kuramadıkları söylenebilir.” sonucuya örtüşmektedir. Yine Demircioğlu (2019)'nun öğretmen adayları ile yaptığı nitel çalışmanın “... genelleştirme yapıldığı görselleştirmeler ilk defa karşılaşan öğrenciler, öğretmen adayları hatta öğretmenler için bile zor bir beceri haline gelmektedir. Burada diğer bir güçlük de genelleştirme problemidir.” Sonucu ile benzerdir.
- Öğrenciler, sözsüz ispatı ve cebirsel ifadesi verilen sözsüz ispat etkinliklerinde ilişkilendirme yaparak sözsüz ispatı anlayabilmişlerdir. Fakat öğrencilerin tümevarım yapamamaları, cebirsel ifade ve işlemlerinde zorlanmaları sebebiyle sadece sözsüz ispatın verildiği etkinliklerde cebirsel ifadeyi yazmakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu sonuç Arslantaş İlter (2020)'in matematik öğretmenleri ile yapmış olduğu araştırmasının “Birinci aşamada Pisagor teoremi ile ilişkilendiremeyen öğretmenler de görsel ile eşitlik birlikte verildiğinde görseli Pisagor teoremiyle ilişkilendirerek Pisagor teoreminin ispatını yapabildikleri görülmüştür.” sonucuya örtüşmektedir.
- Daha önce sözsüz ispatla karşılaşmayan öğrenciler, ilk kez karşılaştıklarında oldukça tedirgin olmuşlardır. Fakat teknoloji ile desteklendiğinde, dinamik sözsüz ispatı görünce bu tedirginlik yerini ilgiye bırakmış, ön yargı oluşması bir nebze de olsa engellenmiştir. Bu sonuç yine, Demircioğlu ve Polat (2016)'ın matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı araştırmanın “15 öğretmen adayı yeni bir deneyim olmasının bir zorluk olduğunu, başta zorlandıklarını fakat sonra kolay geldiğini ifade etmişlerdir.” sonucuya örtüşmektedir. Ayrıca Çakır (2021)'in ilköğretim matematik öğretmen adayları ile yapmış olduğu karma araştırmanın “Katılımcıların GeoGebra ile sözsüz ispat becerilerini geliştirme eğitimi ile ilgili görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.” sonucu ile de paralellik göstermektedir.
- Öğrencilerin büyük çoğunluğunda uzamsal görselleştirme becerisinin bileşenlerinden sadece uzamsal ilişkiler geliştiği için iki boyutlu sözsüz ispat

etkinliklerini anlamaları daha kolay gerçekleşmiş; fakat diğer bileşenlerin gelişmemiş olması üç boyutlu sözsüz ispat etkinliklerini anlamalarını epey zorlaştırmıştır. Bu sonuç yine, Demircioğlu ve Polat (2016)'ın matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı araştırmanın “Uzamsal yetenek ile ilgili olan ispatlarda ve bazı matematiksel bilgi gerektiren ispatlarda sıkıntı yaşadıkları, anlamadıkları, yardım aldıkları gözlenmiştir.” sonucuyla örtüşmektedir.

Araştırmada son olarak üçüncü alt problem olan ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersi öğretiminde sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşleri hem yarı yapılandırılmış görüşmelerin bulguları hem de öğrenci günlüklerinden elde edilen bulgular doğrultusunda incelenmiştir. Bu doğrultuda daha önce sözsüz ispat ile karşılaşmamış öğrenciler, ilk karşılaştıklarında zorlandıklarını ifade etseler de uygulamanın ilerleyen aşamalarında keyif aldıklarını, anladıklarını ve faydalı bulduklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin sözsüz ispat ile öğrenme sürecini eğlenceli ve keyifli bulduklarını ifade etmişlerdir. Sözsüz ispatları anladıklarında mutlu olduklarını anlamadıklarında ise üzüldüklerini belirtmişlerdir. Uğurel ve arkadaşlarının (2016), Gelişen (2016)'nin, Şadan (2017)'nin ve Polat (2018)'in çalışmalarında lise öğrencileri, Demircioğlu ve Polat (2015)'in çalışmasında ise öğretmen adayları sözsüz ispatları eğlenceli ve keyifli bulmuşlardır. Dolayısıyla sözsüz ispatlar öğrencide öğrenme isteğini arttırmakta, onu ispatı anlamaya çalışmaya güdülemektedir. Ayrıca öğrenciler eğitim hayatlarının daha önceki yıllarında sözsüz ispatları ders sırasında görmüş olsalar konuyu daha iyi anlayabileceklerini düşünmektedirler. Öğrencilerin sözsüz ispat sürecinde kullanılan çalışma yapraklarının faydalı ve öğrenmeye yardımcı buldukları, sözsüz ispatların öğrenmelerini kolaylaştırdığını düşündükleri ve ayrıca sözsüz ispatların kalıcı öğrenmeler gerçekleştirmesine yardım ettiğini ifade ettikleri sonucuna varılmıştır. Nitekim öğrencilere uygulama sırasında kullanılan sözsüz ispatlar gösterilerek hatırlayıp hatırlamadıkları ve bu sözsüz ispatın amacı sorulduğunda genel olarak doğru cevaplar alınması öğrenmenin kalıcı olarak gerçekleştiğinin bir göstergesidir. Kısaca sözsüz ispatın, öğrencilerde duyuşsal açıdan olumlu tutumlar oluşturduğu söylenebilir Bu durum yine Uğurel ve arkadaşlarının (2016), Gelişen (2016)'nin, Şadan (2017)'nin ve Polat (2018)'in lise öğrencileriyle, Demircioğlu ve Polat (2015)'in öğretmen adaylarıyla yapmış olduğu çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Öğrenciler etkinliklere yeni başladıklarında sözsüz ispatı ilk defa gördükleri için anlamakta zorlandıklarını; devam eden süreçte ise anlamının kolaylaştığını ifade etmişlerdir. Bu sonuç Uğurel ve arkadaşlarının (2016), Şadan (2017)'nin ve Polat (2018)'in lise öğrencileriyle, Demircioğlu ve Polat (2015)'in öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmaların sonuçlarına paraleldir.

Öğrenciler sözsüz ispat ve cebirsel ispatı karşılaştırdıklarında cebirsel ispata sözsüz ispata göre daha karmaşık bir yapısını olduğunu, anlamaya çalışırken yorulduklarını; sözsüz ispata ise cebirsel ispattan daha pratik ve anlaşılır olduğunu belirtmişler. Sözsüz ispatı cebirsel ispata tercih edeceklerini bu sebeple matematik ve geometri alanlarında daha çok sözsüz ispat olmasını istediklerini hatta farklı disiplinlerin de ders içeriğinde de olmasını istediklerini açıklamışlardır.

Öğrenciler sözsüz ispatların matematiksel düşünme, uzamsal görselleştirme ve ilişkilendirme becerilerine arttırıcı bir etkisi olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durum Uğurel ve arkadaşlarının (2016) ve Polat (2018)'in çalışmalarındaki sonuçla benzerdir. Cebirsel bir ifadenin çeşitli geometrik şekillerin hareketlerini içeren görsellerle ispatlanmasının matematik ve geometri öğrenme alanlarının birbiriyle anlamlı bir ilişki içinde olduğunu anlamalarını sağladığını belirtmişlerdir. Tüm bu nedenler doğrultusunda öğrenciler sözsüz ispatların derslerde ve müfredatta yer almasını istemektedirler. Bu durum da Şadan (2017)'nın lise öğrencileriyle yaptığı çalışmanın sonucuna benzerdir.

Son olarak öğrenciler sözsüz ispatların, matematik dersine karşı öz-yeterlilik algısının ve tutumunun olumlu yönde etkilediğini ifade etmişlerdir. Bu da yine konuyla ilgili çalışmaların sonuçlarıyla benzerdir.

5.2. Öneriler

Bu çalışmanın sonuçlarına bağlı olarak aşağıdaki öneriler geliştirilmiştir:

- Bu çalışma göstermiştir ki ortaöğretim öğrencileri, sözsüz ispatta verilen görsel ifade sade ve anlaşılır ise sözsüz ispatı anlayabilmekte ve açıklayabilmektedir. Sözsüz ispatta verilen şekil karmaşık ya da çok aşamalı ise öğrenciler sözsüz ispatı ne anlayabilmekte ne de açıklayabilmektedir. Bu durumun önüne geçmek için ortaöğretim düzeyi öğrencilere verilecek olan sözsüz ispatlar olabildiğince sade ve anlaşılır olmalıdır.
- Araştırmada öğrencilerin sözsüz ispatı cebirsel ifadeye dönüştürmekte zorlandığı sonucuna varılmıştır. Öğrenciler bu sebeple kendi başlarına bir sözsüz ispatı açıklayamayacaklarını düşünmüşlerdir. Uygulama sürecinin daha uzun süreli ve daha çok etkinliğin yapıldığı bir süreç olmasının onların sözsüz ispatı daha iyi anlamalarını sağlayacaklarını ifade etmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin sözsüz ispatlar ve cebirsel ifadelerle daha çok etkileşime geçmeleri sağlanabilir. Ayrıca sözsüz ispatı cebirsel ifadeye dönüştürmesini gerektiren etkinliklere daha sık yer verilebilir.

- Öğrenciler sözsüz ispatı, verilen örnek üzerinde anlasalar da tümevarım işlemi yapmak için desteğe ihtiyaç duymaktadırlar. Bu sebeple tümevarımsal düşünmeyi geliştirici etkinliklerin ders içerisinde daha sık kullanılması önerilir.
- Sözsüz ispat, karmaşıklaştığında öğrencilerde sözsüz ispata karşı bir önyargı baş göstermektedir. Uygulama sırasında sözsüz ispat ile kâğıt üzerinde karşılaşan öğrencilerde oluşan önyargı bilgi iletişim araçları yardımıyla dinamik geometri kullanılarak desteklendiğinde kırılmıştır. Geogebra’ da oluşturulan dinamik geometri etkinlikleri ile desteklenen sözsüz ispatlar öğrenciler için daha anlaşılır ve keyifli bulunmuştur. Dolayısıyla sözsüz ispat kullanılan öğretim sürecinin dinamik geometri araçlarıyla da desteklenmesi önerilir.
- Ortaöğretim öğrencilerinin sözsüz ispata dayalı öğretimin öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerisine olumlu yönde katkısı olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda sözsüz ispatların ortaöğretim geometri öğrenim alanında ve dahi diğer öğrenim alanlarını destekleyecek şekilde kullanılması önerilir.
- Ortaöğretim öğrencilerinin matematik dersi öğretiminde sözsüz ispat kullanımı ile ilgili görüşleri büyük ölçüde olumlu olmuştur. Sözsüz ispat kullanılan derslerden daha çok keyif ve verim aldıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca sözsüz ispatlar sayesinde ilk kez matematiksel bir teoremin ispatını anladığını ifade eden öğrenciler bile olmuştur. Bu sayede özellikle matematik dersi başarısı düşük olan öğrencilerde matematik öğretimine karşı olan umutsuzluk azalmaya başlamıştır. Bu nedenle yine ortaöğretim matematik eğitiminde gerek öğretim programında gerekse ders kitaplarında sade ve anlaşılır sözsüz ispatlara yer verilmesi önerilir.
- Ayrıca alan yazında sözsüz ispatlar ile ilgili uygulamalı araştırmaların kısıtlı sayıda olması sebebiyle sözsüz ispatlarla ilgili uygulamalı araştırmalar yapılması önerilmektedir.
- Bu çalışmadan öğrencilerden herhangi bir sözsüz ispat oluşturmaları istenmemiştir. Sözsüz ispat verilerek ilgili cebirsel ifadeyi yazmaları ve sözsüz ispat ile cebirsel ifade verilerek aralarındaki ilişkiyi açıklamaları istenmiştir. Fakat ileride yapılacak olan araştırmalar için öğrencilerin kendi başına sözsüz ispat yapmalarını gerektirecek çalışmalar da yapılabilir.
- Uygulama sırasında bir öğrenci, geometri öğrenme alanına karşı önyargısı ve korkuları olduğunu ve bunun sözsüz ispatlarla kırıldığını ifade etmiştir. Bu sebeple “sözsüz ispatların geometri öğrenme alanına karşı tutuma etkisini” konulu başka bir araştırma yapılabilir.

- Öğrencilere soyut ve anlaşılmaz gelen matematiksel kavramlar sözsüz ispatlarla ve sözsüz ispatlarda materyallerle desteklendiğinde daha anlaşılır bir hâl aldığı görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilere matematiksel kavramları daha somut ve anlaşılır bir şekilde sunmak amacıyla sözsüz ispatlar ve materyaller kullanılabilir.
- Öğrencilerde matematik dersinde ispat yapmaya ve anlamaya dair genel olarak oluşan duygular önyargı, umutsuzluk, başarısızlık ve ilgisizliktir. Fakat sözsüz ispat ile etkileşim süreci öğrenciler için keyifli, eğlenceli, pratik, öğrenmeyi kolaylaştırıcı ve kalıcı öğrenmeler sağlayıcı olarak nitelendirilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin ispat yapmaya ve anlamaya dair oluşan genel duyguları sözsüz ispatla etkileşime girmesi sağlanarak telafi edilebilir.



KAYNAKÇA

- ALSİNA, C. & NELSEN, R. B. (2010). An Invitation to Proofs Without Words. *European Journal Of Pure And Applied Mathematics*, 3(1), 118-127.
- ALYEŞİL KABAKÇI, D. & DEMİRKAPI, A. (2016). İzmit Bilim Ve Sanat Merkezinde Uygulanan “Matematik Ve Sanat” Dersi Etkinlik Uygulamalarının Öğrencilerin Uzamsal Yetenekleri Üzerine Etkisi. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13-1(Özel Sayı-1), 11-22.
- BAKİ, A. KARATAŞ, İ. & GÜVEN, B.(2002), Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ, 15-18 Eylül, Ankara.
- BARDELLE, C. (2010). Visual proofs: an experiment. In V. Durand-Guerrier et al (Eds), Paper presented at the annual meeting of CERME6, Lyon, France. INRP, 251-260.
- BAYER, R. (2009). Proof By Picture. University of California, Berkeley.
- BİSHOP, A. J. (1983).Spatial Abilities and Mathematics Education – A Review. *Critical Issues in Mathematics Education*. Chapter:5, 71-81.
- BROWN, J. R. (1997). Proofs and Pictures. *Brit. J. Phil. Sci.* 48, 161-180.
- CAİN, A. J.(2019). Visual Thinking and Simplicity of Proof. *Philosophical Transactions A*. 377(2140).
- CARROLL, J. B. (1993). Abilities in the Domain of Visual Perception. *Human Cognitive Abilities A Survey of Factor-Analytic Studies*, Chapter 8, pp. 304 - 363.
- ÇAKIR, F. (2021), Dinamik Geometri Yazılımının Öğretmen Adayları Ve Öğretmenlerin Sözsüz İspat Yapma Becerileri Üzerine Etkililiğinin Değerlendirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- ÇEPNİ, S. (2010). Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş. Trabzon: Celebiler Matbaacılık.
- DEDE, Y. & KARAKUŞ, F. (2014). Matematiksel İspat Kavramına Pedagogik Bir Bakış: Kuramsal Bir Çalışma. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4 (2), 47-71.
- DEMİRCİOĞLU, H. (2019). Investigation of Non-Verbal Proof Skills of Preservice Mathematics Teachers’ . *Eğitim Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 9 (1) , 21-39.

- DEMİRCİOĞLU, H. & POLAT, K. (2015). Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Sözsüz İspat Yöntemine Yönelik Görüşleri. JASSS, 41, 233–254.
- DEMİRCİOĞLU, H. & POLAT, K. (2016). Ortaöğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Sözsüz İspatlar İle İlgili Yaşadıkları Zorluklar Hakkındaki Görüşleri. Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 81–89.
- GELİŞEN, A. (2016). 9. sınıfta üçgenlerin öğretiminde origami ve sözsüz ispatların kullanılması ile ilgili bir öğretim deneyi, Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.
- GIERDIEN, M. F. (2007). From "Proofs Without Words " to "Proofs That Explain " in Secondary Mathematics. Pythagoras 65, June, 2007, pp. 53-62.
- GOLDIN, G. A (1998). Observing mathematical problem solving through task-based interviews. (Ed. A. R. Teppo) Qualitative Research Methods in Mathematics Education, NCTM.
- İPEK, A. S. (2003). Kompleks sayılarla ilgili kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi, Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- İLTER ARSLANTAŞ, E. (2020), Matematik Öğretmenlerinin Sözsüz İspat Becerilerinin Pisagor Teoremi Bağlamında İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.
- KARATAŞ, İ. & GÜVEN, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli. İlköğretim-Online 2 (2), 2003 sf. 2-9.
- KÖSA, T. (2016). Uzamsal Yetenek: Tanımı ve Bileşenleri. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat içinde, Matematik Eğitiminde Teoriler (s. 337-338). Ankara: Pegem Akademi.
- KURT, M. (2002). Görsel-Uzaysal Yeteneklerin Bileşenleri. Klinik Psikiyatri Dergisi, 2002; 5, 120-125.
- LOHMAN, D. F. (1993). Spatial Ability and G. In I. Dennis & P. Tapsfield (Eds.), Human abilities: Their nature and measurement (pp. 97–116). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

- MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI. (2013). Ortaöğretim Matematik Dersi (9,10,11 ve 12.Sınıflar) Öğretim Programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI. (2018). İlk ve Ortaokul Matematik Dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8.Sınıflar) Öğretim Programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MOHLER, J. L. (2008). Examining the Spatial Ability Phenomenon from the Student's Perspective. *Engineering Design Graphics Journal* 72(3).
- NELSEN, R. B. (1993). *Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking*. Mathematical Association of America, Washington.
- OLKUN, S. ve ALTUN, A. (2003). İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2,13.
- ÖZALTUN ÇELİK, A. & BUKOVA GÜZEL, E. (2020). Farklı Akademik Başarıya Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının Gerçekleştirdikleri Klinik Mülakatların Karşılaştırılması. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (1) , 1-29.
- POLAT, K. (2018). Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: Lise öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi, Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- POLAT, K. & AKGÜN, L. (2018). Lise Öğrencilerinin Sözsüz İspat Yürütme Aşamaları. Presented at the 13. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi.
- POLAT, K. & AKGÜN, L. (2018). Sözsüz İspatlar Viviani Teoremi. Presented at the 17. Uluslararası Sınıf Öğretmenliği Sempozyumu.
- POLAT, K. & DEMİRCİOĞLU, H. (2016). Matematik Eğitiminde Sözsüz İspatlar Kuramsal Bir Çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (28), 129–140.
- POLAT, K. , OFLAZ, G. & AKGÜN, L. (2019). Görsel İspat Becerisinin, van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Uzamsal Yetenek ile İlişkisi. *Erciyes Journal of Education*, 3 (2) , 105-122.
- ŞADAN, N. (2017). Fen lisesi öğrencilerinin görsel ispat geliştirme süreçlerinin incelenmesi üzerine bir öğretim deneyi çalışması, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

- ŞADAN, N. & UĞUREL, I. (2018). Bir Fen Lisesi Öğrencisinin Görsel İspat Geliştirme Sürecinin İncelenmesi. Presented at the 8th International Conference on Research in Education, Manisa.
- ŞADAN, N. & UĞUREL, I. (2018). Fen Lisesi Öğrencilerinin Görsel İspat Geliştirme Sürecinde Yaptıkları Hatalar ve Karşılaştıkları Zorluklar. Presented at the 8th International Conference on Research in Education, Manisa.
- ŞAN, İ. (2008). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik konusu erişilerine görselleştirmenin etkisi (M.S. thesis). ESKİSEHIR OSMANGAZI UNIVERSITY.
- ŞAN, İ. (2012). Matematik öğretiminde görselleştirme. JOURNAL OF QAFQAZ UNIVERSITY, 1(34), 109–123.
- ŞİMŞEK, E. & KORU YÜCEKAYA, G. (2014). Dinamik Geometri Yazılımı ile Öğretimin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Uzamsal Yeteneklerine Etkisi. Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD), 15(1), 65-80.
- TEKİN, B. (2010). Ortaöğretim düzeyinde trigonometri kavramlarının öğrenilmesinde görselleştirme yaklaşımının etkililiğinin araştırılması (Ph. D. dissertation). ATATURK UNIVERSITY.
- TEKİN, B. (2010). Trigonometrik Fonksiyonların Toplam ve Fark Formüllerinin Ortaöğretim Düzeyinde Görselleştirilmesi. Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt 5, Sayı I-II, 24-37.
- TURGUT, M. & YENİLMEZ, K. & BALBAĞ, M. Z. (2016). Öğretmen Adaylarının Mantıksal ve Uzamsal Düşünme Becerileri: Bölüm, Cinsiyet ve Akademik Performansın Etkisi. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41, 265-283.
- TURGUT, M., CANTÜRK-GÜNHAN, B. & YILMAZ, S. (2009). Uzamsal Yetenek Hakkında Bir Bilgi Seviyesi İncelenmesi. e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, 4 (2), 317-326.
- TURĞUT, M. & YENİLMEZ, K. (2012). Matematik Öğretmeni Adaylarının Uzamsal Görselleştirme Becerileri. Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 1(2), 243–252.

- TÜRNÜKLÜ, D. A. (2000). Eğitimbilim Araştırmalarında Etkin Olarak Kullanılabilecek Nitel Bir Araştırma Tekniği: Görüşme. Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi, 24 (24) , 543-559.
- UFUKTEPE, Ü. Matematikte Resimle İspat. İzmir Ekonomi Üniversitesi.
- UĞUREL, I. & MORALI, H. S. & KARAHAN, Ö. (2011). Matematikte Yetenekli Olan Ortaöğretim Öğrencilerin Sözsüz İspat Oluşturma Yaklaşımları. I. Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretimi Kongresi, Anadolu Üniversitesi.
- UĞUREL, I. & MORALI, H. S. & KARAHAN, Ö. & BOZ, B. (2016). Mathematically Gifted High School Students' Approaches to Developing Visual Proofs (VP) and Preliminary Ideas about VP. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 4(3), 174-197.
- ÜLKER, E. (2018). Ortaokulda ispata giriş: Gerçekçi matematik eğitimi çerçevesinde sözsüz ispatların kullanımı (M.S. thesis). ANADOLU UNIVERSITY.
- YAVUZ MUMCU, H. & YILDIZ, S. (2015). Uzamsal Düşünmeyi Destekleyici Web-Tabanlı Öğretim Materyali Geliştirme, Uygulama ve Değerlendirilmesi. İlköğretim Online, 14(4), 1290-1306.
- YILDIRIM, Y. (2016). Eğitim Sosyolojisi Perspektifi ile Piaget ve Vygotsky'nin Bilişsel Gelişim Kuramları Üzerine Sosyolojik Bir Analiz Denemesi. Bartın University Journal of Faculty of Education, 5 (2)
- YILDIZ, B. (2009). Üç boyutlu sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal görselleştirme ve zihinsel döndürme becerilerine etkileri (M.S. thesis). HACETTEPE UNIVERSITY.
- YILMAZ, R. & ARGÜN, Z. (2013). Matematiksel Genelleme Sürecinde Görselleştirme ve Önemi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education) 28(2), 564-576.
- YILMAZ, R. (2011). Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü (Ph. D. dissertation). GAZI UNIVERSITY.

ZENGİN, Y. (2017). Dinamik görsel ispatların GeoGebra yazılımında inşa edilmesinin öğrenme ortamına katkıları. Presented at the 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu.



EKLER

EK 1.

ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Seren KUŞCU KILINÇ		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı	Matematik Öğretmeni		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	Marmara Üniversitesi	Matematik Öğretmenliği	2015
Tez Başlığı	Ortaöğretim Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Sözsüz İspat Yapabilme Süreçlerinin İncelenmesi Ve Bu Süreçlerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Etkisi		
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Ayten ERDURAN		
Akademik Eserler			
-Matematik Eğitimi Alanında Yapılan Üstbilişe Yönelik Çalışmalar: Bir Metasentez Çalışması (Bildiri)			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

EK 2. Uygulama İzinleri

ETİK İZİN



HİZMETE ÖZEL

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
HUKUK MÜŞAVİRLİĞİ

ACELE

Sayı : E-87347630-659-160741
Konu : Seren KUŞÇU KILINÇ

16.12.2021

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 06.12.2021 tarih ve E-67493393-302.08.01-154532 sayılı yazınız.

İlgide kayıtlı yazınıza istinaden Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 14.12.2021 tarihli toplantısında alınan 9 sayılı karar ile Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Seren KUŞÇU KILINÇ'ın, "Ortaöğretim Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Sözsüz İspat Yapabilme Süreçlerinin İncelenmesi ve Bu Süreçlerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Etkisi" başlıklı tez çalışması kapsamında yapacağı uygulamanın etik açıdan uygun olduğuna karar verilmiş olup, alınan karar Makamımızca onaylanmıştır. Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Nükhet HOTAR
Rektör

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Doğrulama Kodu: E848B7BB-B664-4AB7-8187-A273672A5112 Doğrulama Adresi: <https://turkiye.gov.tr/dokuz-eylul-universitesi-ebys>
Adres: Kültür Mahallesi, Cumhuriyet Blv No:144, 35220 Konak/İzmir

Bilgi için: Pelin ALTIN
Memur



HİZMETE ÖZEL

OKUL İZİNLERİ



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı : E-15563195-300-219046

18.03.2022

Konu : Anket ve Araştırma İzni (Seren KUSCU
KILINÇ)

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : İstanbul Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 15.03.2022 tarihli ve E-59090411-44-45728043 sayılı yazısı.

Enstitünüz öğrencisi Seren KUŞCU KILINÇ'ın "Ortaöğretim Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Sözsüz İspat Yapabilme Süreçlerinin İncelenmesi ve Bu Süreçlerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Etkisi" konulu anket çalışmasına dair İstanbul Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğünden alınan ilgi yazı ve ekleri ilişikte gönderilmektedir.
Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr.Uğur MALAYOĞLU
Rektör Yardımcısı

Ek:

1 - İlgi Yazı ve Ekleri (32 Sayfa)

2 - EK-2 (1 Sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Doğrulama Kodu: DDB22DAE-1F44-47A2-8A19-3D438703CC7C Doğrulama Adresi: <https://turkiye.gov.tr/dokuz-eylul-universitesi-ebys>
Adres: Kültür Mahallesi, Cumhuriyet Blv No:144, 35220 Konak/İzmir Bilgi için:Dilek ÇETİNÖZ
KEP Adresi : dokuzeyluluniversitesi@hs01.kep.tr VHKI





T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

GÜNLÜDÜR
15.03.2022

Sayı : E-59090411-44-45728043
Konu : Anket ve Araştırma İzni (Seren KUŞCU
KILINÇ)

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.02.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi.
b) Valilik Makamının 23.12.2021 tarihli ve 39689974 sayılı oluru.

Valilik Makamının Anket ve Araştırma İzni konulu ilgi (b) oluru ve kullanılması uygun görülen ölçme araçlarının Müdürlüğümüzce mühürlenmiş örnekleri ekte gönderilmiştir.

İlgi (a) genelgenin 28. maddesinde; "Araştırma uygulama izni alan kamu kurum ve kuruluşları, uluslararası kuruluşlar, üniversiteler, sivil toplum kuruluşları ve araştırmacılar tamamladıkları bilimsel araştırma ile ilgili sonuç raporlarını, izni aldıkları ilgili birime çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde göndereceklerdir." ifadesi yer almaktadır.

Olur gereğince işlem yapılması ve araştırma sonuç raporunun ekte sunulan örneğe göre Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine gönderilmesi hususlarında gereğini arz ederim.

Abdurrahman ENSARİ
İl Millî Eğitim Müdürü a.
Şube Müdürü

Ek:
1- Valilik Oluru (1 Sayfa)
2- Rapor Örneği
3- Ölçekler

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Binbirdirek Mah. İmran Oktem Cad. No: 1 Sultanahmet Fatih İstanbul Belge Doğrulama : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-cbys>
Telefon : 0212 384 36 30 Bilgi İçin : Aykut ÇELİK
E-posta : stratejigelistirme34@meb.gov.tr Unvanı : Büro Hizmetleri
Kop Adresi : meb@hs01.kep.tr İnternet Adresi : <http://istanbul.meb.gov.tr/>

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden ad7a-3969-33d8-9212-7d17 kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-59090411-20-39689974
Konu : Anket ve Araştırma İzni (Seren KUŞCU
KILINÇ)

23/12/2021

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi.
b) Dokuz Eylül Üniversitesinin bilinmeyen tarihli ve 160755 sayılı yazısı.
c) Müdürlüğümüz Araştırma ve Anket Komisyonunun 21.12.2021 tarihli tutanağı.

Araştırma Konusu : Ortaöğretim Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Sözsüz İspat Yapabilme Süreçlerinin İncelenmesi ve Bu Süreçlerin Uzamsal Görselleştirme Becerilerine Etkisi
Araştırma Türü : Anket
Araştırma Yeri : İstanbul Büyükşehir Çakmaklı Cumhuriyet Anadolu Lisesi
Araştırma Yapılacak Kişiler : Öğrenciler
Araştırmanın Süresi : 2021 - 2022 Eğitim ve Öğretim Yılı

Yukarıda bilgileri verilen araştırmanın; 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa aykırı olarak kişisel veri istenmemesi, öğrenci velilerinden açık rıza onayı alınması, yüz yüze eğitime geçmiş olan kurumlarımızda, Covid-19 tedbirlerinin araştırmacı ve ilgili kurum idarelerince alınması, bilimsel amaç dışında kullanılmaması, bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının kurumlarınıza araştırmacı tarafından ulaştırılarak uygulanması, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun kamuoyuyla paylaşılması ve araştırma bittikten sonra 2 (iki) hafta içerisinde Müdürlüğümüze gönderilmesi, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim ve öğretimi aksatmayacak şekilde, ilgi (a) genelge esasları dâhilinde uygulanması kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Levent YAZICI
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
23/12/2021
Dr. Hasan Hüseyin CAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1- İlgi (b) Yazı ve Ekleri (30 Sayfa)
2- İlgi (c) Tutanak (1 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Binbirdirek Mah. İmran Öktem Cad. No: 1 Sultanahmet Fatih İstanbul Belge Doğrulama : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-cbys>
Telefon : 0212 384 36 30 Bilgi İçin : Aykut ÇELİK
E-posta : stratejigelistirme34@meb.gov.tr Unvanı : Büro Hizmetleri
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr İnternet Adresi : <http://istanbul.meb.gov.tr/>

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 0436-f96b-3861-bd5b-436c kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
BÜYÜKÇEKMECE KAYMAKAMLIĞI
İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü
Çakmaklı Cumhuriyet Anadolu Lisesi

Sayı : E-82356432-903.99-38032873
Konu : Seren KILINÇ Hk.

01.12.2021

İLGİLİ MAKAMA

Okulumuzda Matematik Öğretmeni olarak görev yapan 26797982268 TC. kimlik numaralı Seren KILINÇ " Ortaöğretim Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Sözsüz ispat Yapabilmesi Süreçlerinin İncelenmesi ve Bu Süreçlerin Uzamsal" Görselleştirme Becerilerine Etkisi" isimli tezi ile ilgili uygulama yapması uygundur.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

e-imzalıdır
Haydar KORKMAZ
Okul Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Çakmaklı Mah. Memleket Cad.No21 Büyükçekmece/İstanbul

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0212 88 12 17

E-Posta: 970827@meb.k12.tr

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bilgi için:

Unvan : Okul Müdürü

İnternet Adresi: [Wep:http://www.ccal.mebk12.tr](http://www.ccal.mebk12.tr) Faks: 0212 886

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 157d-600d-3a94-a735-eb94 kodu ile teyit edilebilir.



CamScanner ile tarandı

ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULAMA İZİNLERİ

Dokuz Eylül Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Bölümü öğrencisi Seren KUŞCU KILINÇ

Gönderen: seren kuşcu

Gönderildi: 20 Eylül 2021 Pazartesi 23:10

Kime: KÜBRA POLAT

Konu: Dokuz Eylül Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Bölümü öğrencisi Seren KUŞCU KILINÇ

Merhabalar, Sayın Kübra Polat Hocam;
Ben Dokuz Eylül Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Bölümü öğrencisi Seren KUŞCU KILINÇ, Dr. Öğr. Üyesi Ayten ERDURAN danışmanlığında "Ortaöğretim matematik öğretiminde öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi" konulu tez için araştırma sürecindeyim. Araştırmam için "Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: Lise öğrencilerinin sözsüz ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi" isimli doktora tezinizde yer alan etkinliklerdeki sözsüz ispat görsellerini kullanmak için izininizi istiyorum. Bir de "Görsel ispat becerisinin, van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yetenek ile ilişkisi" isimli makalenizde de önerdiğiniz üzere uzamsal yetenek ile sözsüz ispat arasındaki ilişkiyi derinlemesine incelemek üzere nitel bir çalışma yapacağım. Bu nedenle bana önerebileceğiniz uzamsal yetenek gerektiren sözsüz ispat örnekleri var mı, diye sormak istiyorum. Ayrıca bu süreç içinde bana verebileceğiniz başka tavsiyeleriniz olursa dikkate almaktan mutluluk duyarım. Şimdiden teşekkür ederim. İyi çalışmalar dilerim.

KÜBRA POLAT

27.09.2021 Pzt 07:47

Kime: Siz

Merhaba Seren hocam;

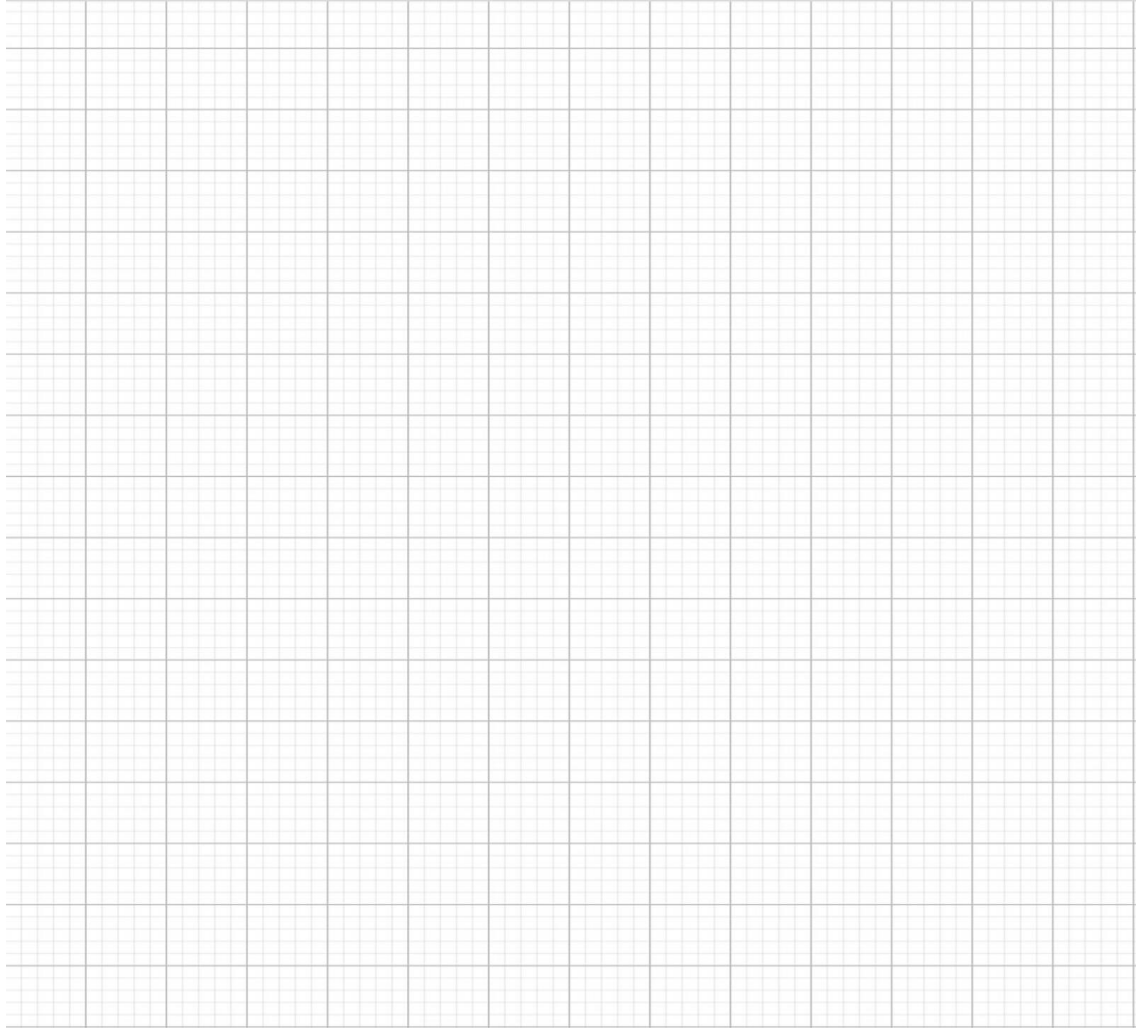
Öncelikle sözsüz ispatlar konusu ile ilgili tez çalışması yapacağınıza çok sevindim. Elbette etkinlik örneklerini atf vererek kullanabilirsiniz. İyi çalışmalar ve kolaylıklar dilerim...

Dr. Kübra POLAT
Sivas Cumhuriyet Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
Matematik Eğitimi

EK 3. Etkinlikler

Çalışma Yaprağı 1: TAM KARE ETKİNLİĞİ

- Elinizdeki cebir karolarını döndürerek ve uygun konuma getirerek elde edebileceğiniz en büyük kareyi oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz şekli aşağıdaki kareli bölüme çiziniz.
- Oluşturduğunuz şeklin hangi özdeşliğin görsel ifadesi olduğunu cebirsel olarak ifade ediniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

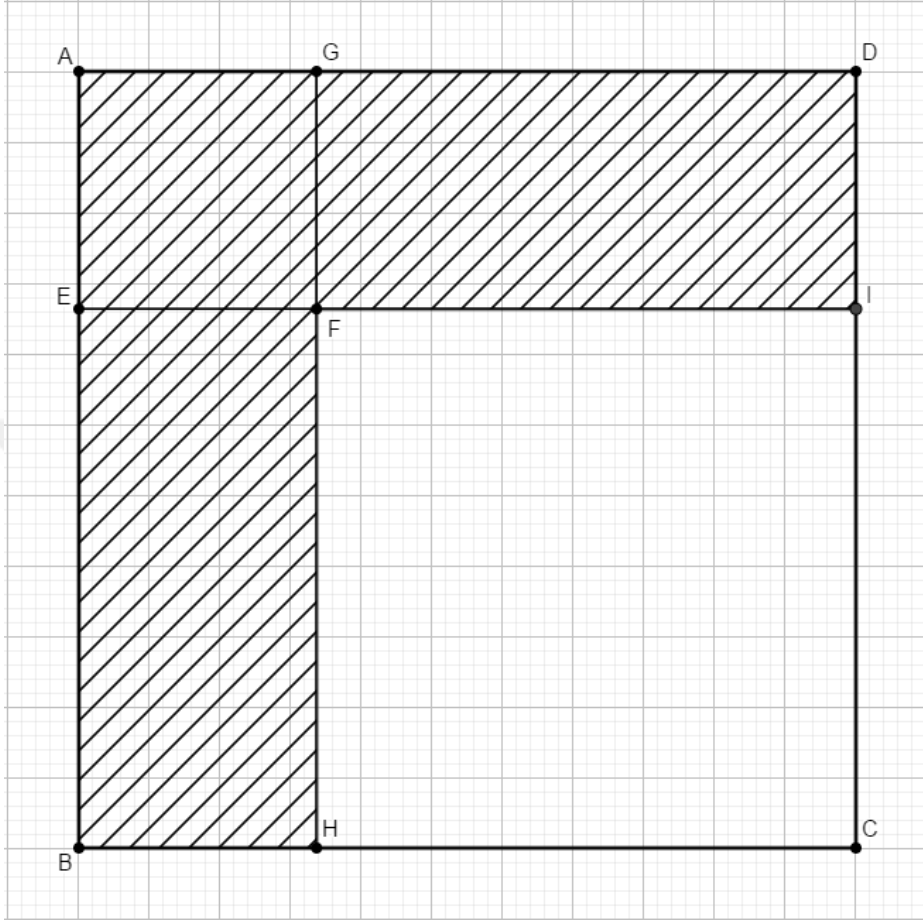


Çalışma Yaprağı 2: İKİ KARE FARKI ETKİNLİĞİ-1

- Elinizdeki cebir karolarını döndürerek ve uygun konuma getirerek elde edebileceğiniz en büyük kareyi oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz şekli aşağıdaki kareli bölüme çiziniz.
- Elinizdeki bu parçalardan kare olan parçayı bir kenara ayırınız, geriye kalan parçalar ile bir dikdörtgen oluşturunuz.
- Elde ettiğiniz dikdörtgeni de aşağıdaki kareli bölüme çiziniz.
- Oluşturduğunuz şekillerin arasındaki ilişkinin hangi özdeşliğin görsel ifadesi olduğunu cebirsel olarak ifade ediniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.



Çalışma Yaprağı 3: İKİ KARE FARKI ETKİNLİĞİ-2



- Taralı olarak verilmiş olan şeklin, ABCD dörtgeni ve diğer parçalar ile olan ilişkisini düşününüz.
- Bu ilişkiler doğrultusunda taralı şeklin hangi özdeşliğin görsel ifadesi olduğunu cebirsel olarak ifade ediniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma yaprağı 4: ÜÇ TERİMLİ TAM KARE İFADE ETKİNLİĞİ

a^2	ab	ac
ab	b^2	bc
ac	bc	c^2

- Elinizdeki cebir karolarını döndürerek ve uygun konuma getirerek elde edebileceğiniz en büyük kareyi oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz şekli aşağıdaki kareli bölüme çiziniz.
- Oluşturduğunuz şeklin hangi özdeşliğin görsel ifadesi olduğunu cebirsel olarak ifade ediniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.



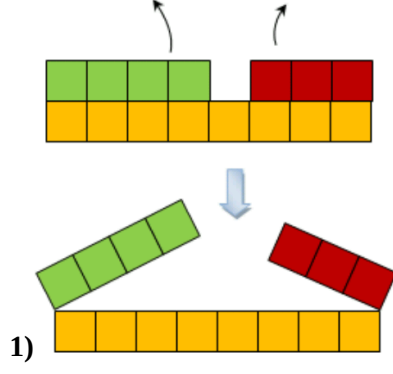
Çalışma yaprağı 5: KÜP AÇILIMI ETKİNLİĞİ

- Elinizdeki prizmaları döndürerek ve uygun konuma getirerek elde edebileceğiniz en büyük küpü oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz küp ve parçaları arasındaki ilişkiyi düşünerek bu yapının hangi özdeşlik modeline karşılık geldiğini yazınız.
- Bu özdeşliğin elinizdeki materyaller ile nasıl bir sözsüz ispatını yapmış olduğunuzu cebirsel olarak yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

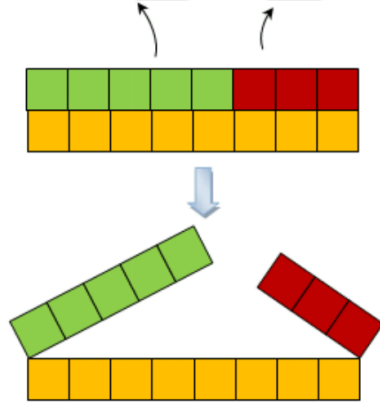
Çalışma yaprağı 6: İKİ KÜP FARKI ETKİNLİĞİ

- Elinizdeki prizmaları döndürerek ve uygun konuma getirerek elde edebileceğiniz en büyük küpü oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz büyük küpten küçük küpü çıkartarak elde ettiğimiz şekli özdeşlik olarak yazınız.
- Elde etmiş olduğunuz özdeşlikte küçük küpün büyük küpün hangi bölgesinden çıkarılması sizce önemli midir? Denemeler yaparak açıklayınız.
- Bu özdeşliğin elinizdeki materyaller ile nasıl bir sözsüz ispatını yapmış olduğunuzu cebirsel olarak yazınız. Sonuca ulaşmak için gerekli işlemleri yapınız.
- Sizce “sözsüz ispat” ne anlama gelmektedir, kısaca açıklayınız.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

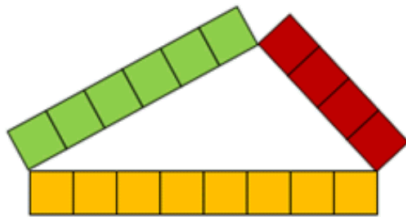
Çalışma Yaprağı 7: Üçgen eşitsizliği etkinliği



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?



Yukarıdaki şekilde ne görüyorsunuz?

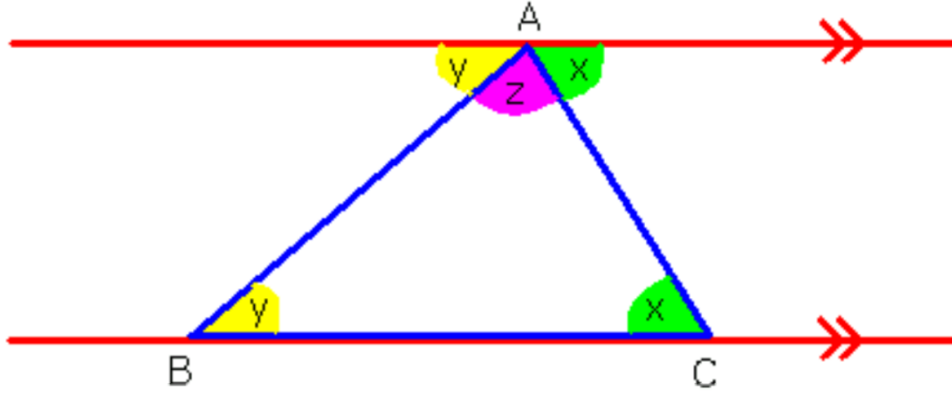
2)

Sizce bir üçgenin oluşturma şartları nelerdir?

Yandaki şekilde birimli dikdörtgenleri üçgenin kenar uzunlukları olarak düşünürseniz hangi durumlarda üçgen oluşturulup hangi durumlarda oluşturulamayacağını yazınız.

Sizce üç kenarının uzunluğunu bildiğiniz üçgenlerin tümü çizilebilir midir?

Çalışma yaprağı 8: Üçgenin iç açıları toplamı etkinliği



$$x+y+z=180^\circ$$

1)

Şekli açıklayınız.

Eşit olarak verilmiş olan açılar hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Sözsüz ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.

İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.

2)

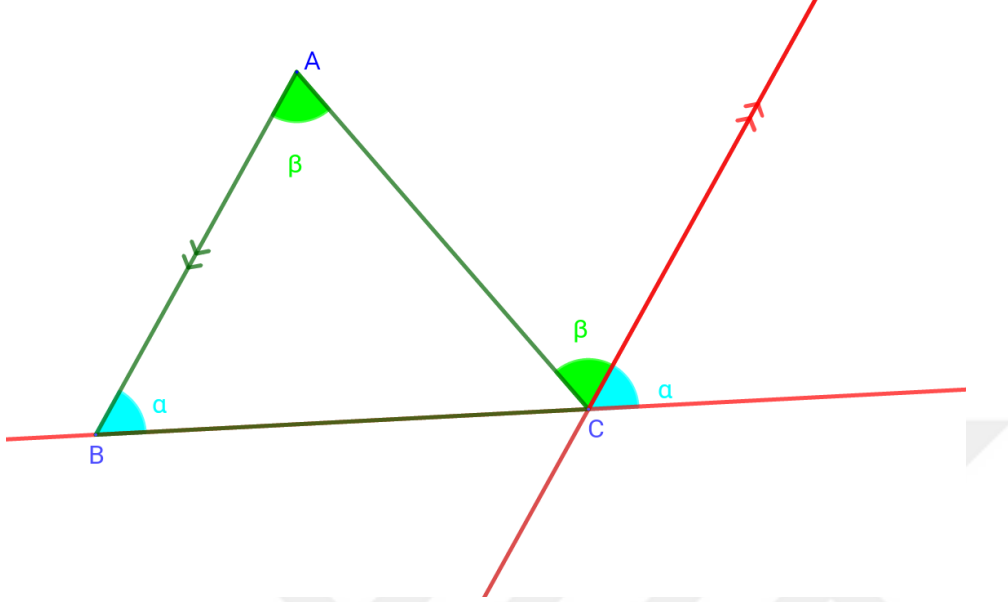
- Size verilen üçgenin tepe açısını tabana gelecek biçimde katlayınız.
- Sağdaki açıyı diğer açığa değecek biçimde katlayınız.
- Benzer şekilde soldaki açıyı da katlayınız.
- Oluşan şekil hakkındaki düşüncelerinizi yazınız.

3)

Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.

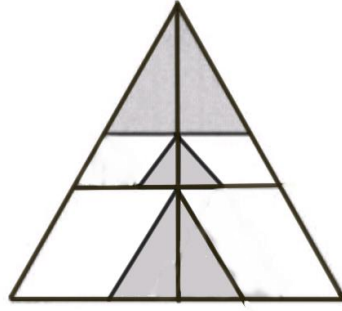
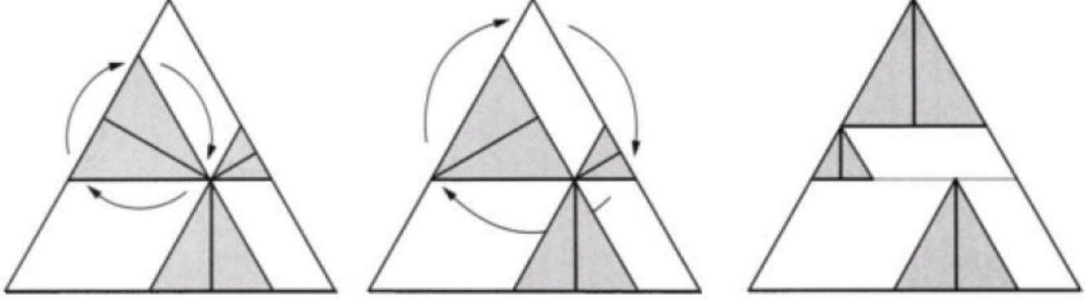
Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma Yaprağı 9: Üçgenin dış açısı etkinliği



- Şekli açıklayınız.
- Eşit olarak verilmiş olan açılar hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Sözsüz ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma Yaprağı 10: Viviani teoremi etkinliği

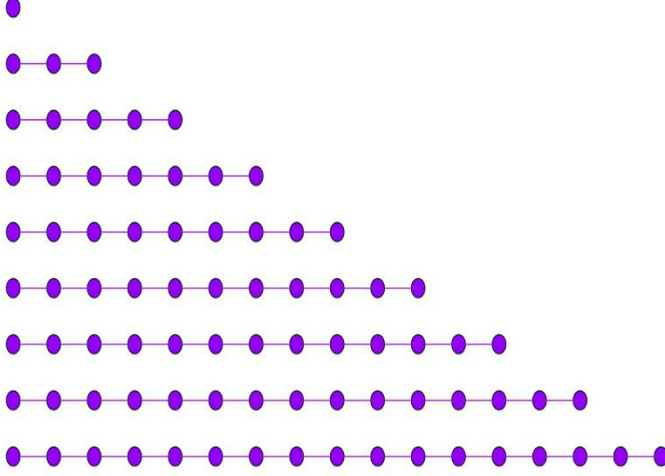


Yukarıda verilen resimde ne görüyorsunuz? Açıklayınız.

Çalışma yaprağı 11: ARDIŞIK POZİTİF TAM SAYILAR TOPLAM FORMÜLÜ ETKİNLİĞİ

- Elinizdeki aynı renkli boncuk materyalleri alt alta her seferinde bir artacak şekilde yerleştirerek bir dik üçgen oluşturunuz.
- Aynı uygulamayı diğer renk materyaller için de yapınız.
- Oluşturduğunuz üçgenleri dikdörtgen oluşturacak şekilde birleştiriniz.
- Elde ettiğiniz dikdörtgenden faydalanarak aynı renk materyallerin toplamının daha kısa yoldan nasıl bulunabileceğini yazınız.
- Materyaller ile üretmiş olduğunuz modeli kullanarak 1'den başlayarak n-tane satıra sahip materyallerin toplamını veren formülü oluşturunuz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

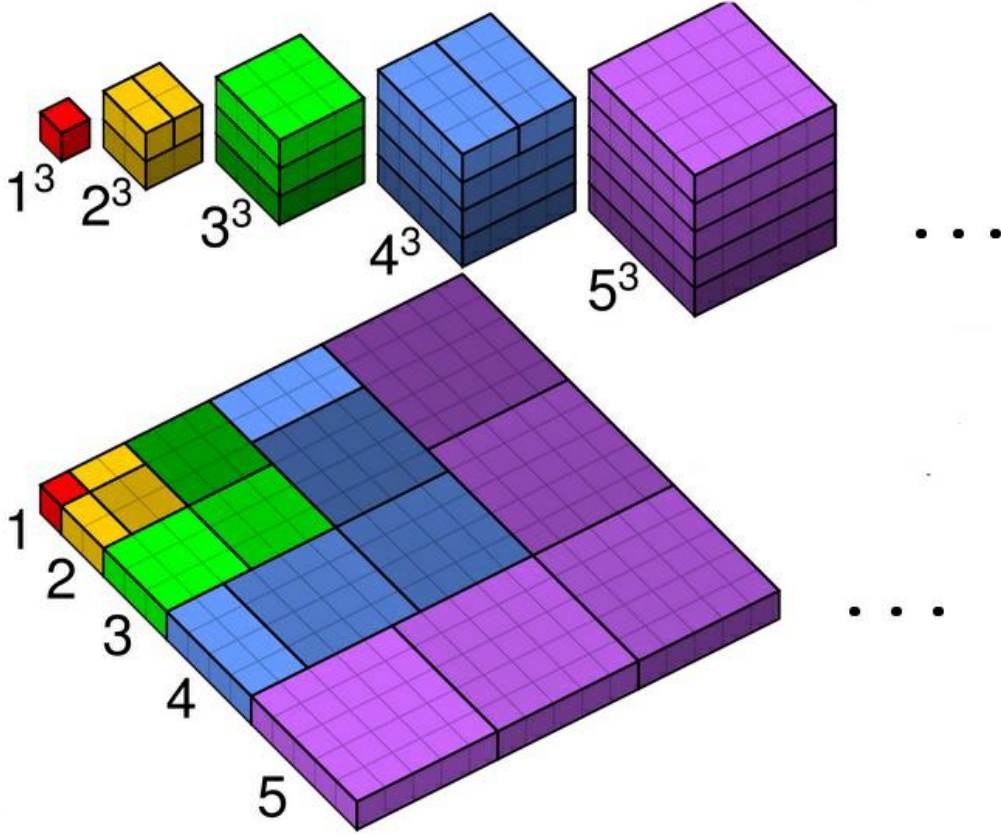
Çalışma Yaprağı 12: ARDIŞIK POZİTİF TEK TAM SAYILAR TOPLAM FORMÜLÜ ETKİNLİĞİ



Şekil-1

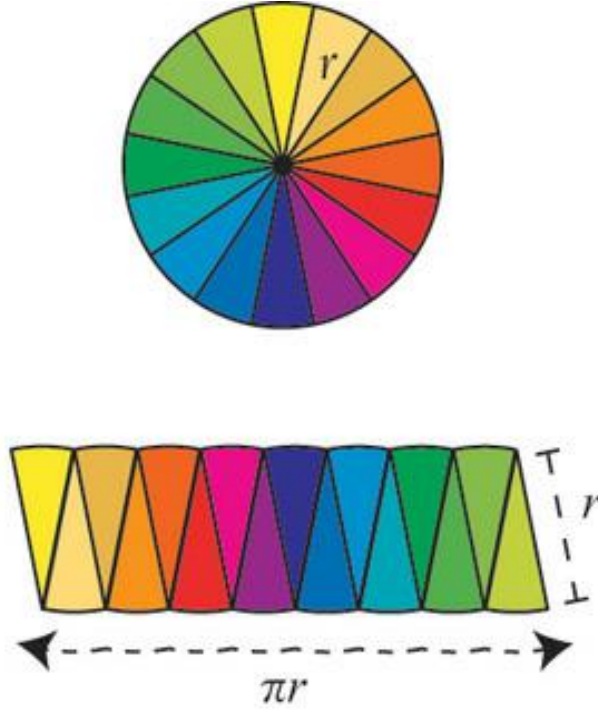
- Elinizdeki mıknatıslı materyallerle yukarıdaki şekli oluşturunuz.
- Bu şeklin satır sayısını bozmadan bilyeleri yer değiştirerek oluşturulabilecek kareyi elde ediniz.
- Elde ettiğiniz kare yardımıyla şekil-1'deki bilye sayısını veren matematiksel olarak kısa bir yol bulunuz.
- Bilyeler ile üretmiş olduğunuz modeli kullanarak 1'den başlayarak n-tane satıra sahip bilyelerin toplamı veren formülü oluşturunuz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma yaprağı 13: ARDIŞIK SAYILARIN KÜPLERİ TOPLAMININ ARDIŞIK SAYILARIN PARANTEZ KARESİ OLMASI ETKİNLİĞİ



- Yukarıdaki küpler ikinci şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Buna göre birim küpler yardımıyla 1’den 5’e kadar olan sayıların küplerinin toplamını veren kısa yolu bulunuz.
- Bu durumu 1’den n’e kadar olan sayıların küpleri toplamını veren formülü oluşturunuz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

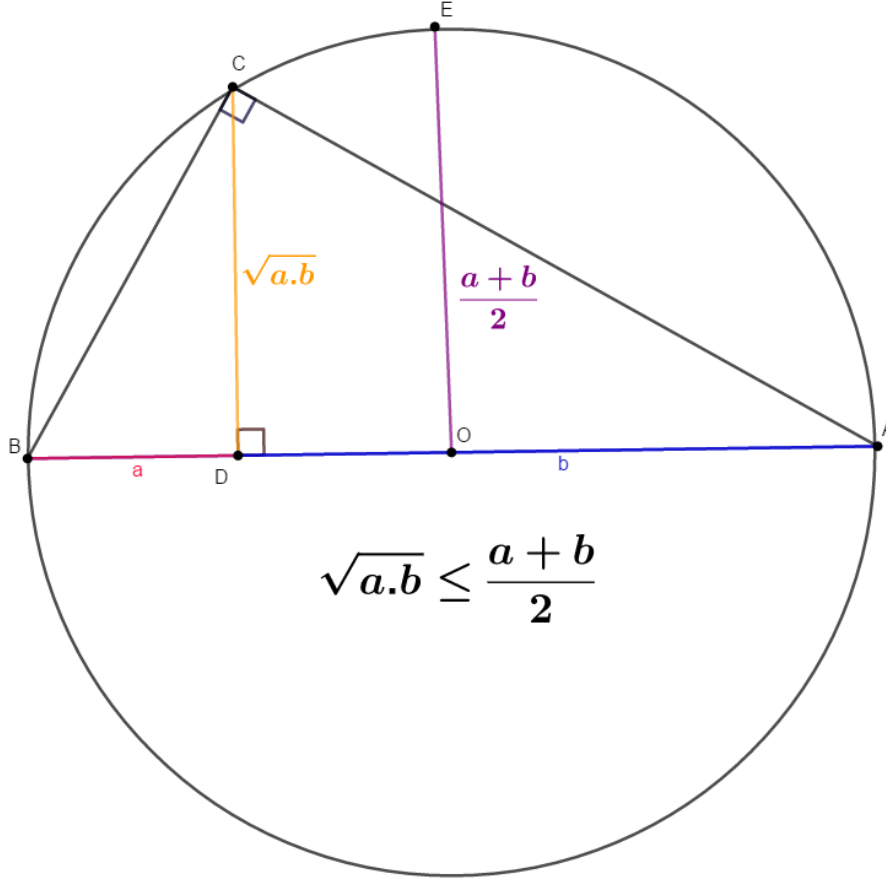
Çalışma Yaprağı 14: DAİRENİN ALANI ETKİNLİĞİ



$$A = \pi \cdot r^2$$

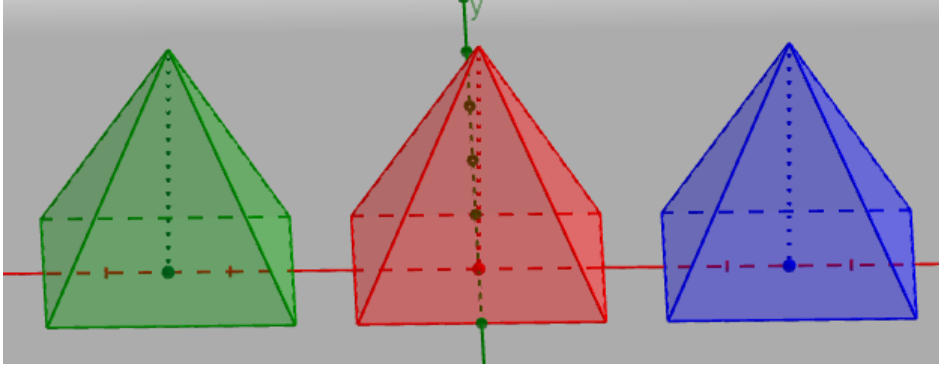
- Şekli açıklayınız.
- Görsel ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma Yaprağı 15: ARİTMETİK VE GEOMETRİK ORTALAMA ARASINDAKİ İLİŞKİ ETKİNLİĞİ

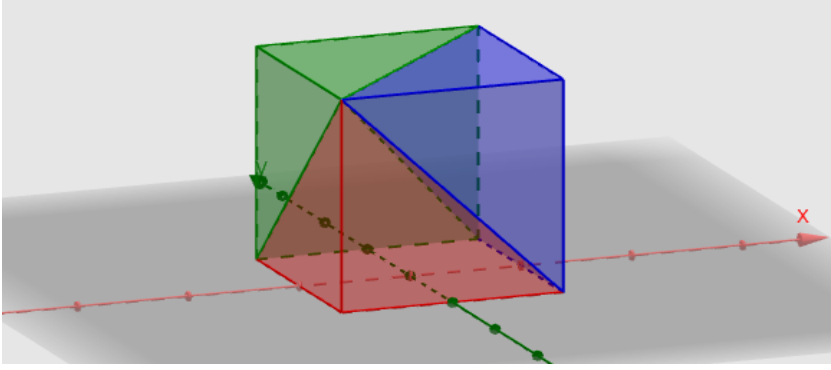


- Şekli açıklayınız.
- Görsel ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma Yaprığı 16: KÜP-PİRAMİT ETKİNLİĞİ



Şekil-1



Şekil-2

$$3 \cdot V_{Pyramid} = V_{Cube}$$

$$V_{Pyramid} = \frac{1}{3} \cdot V_{Cube}$$

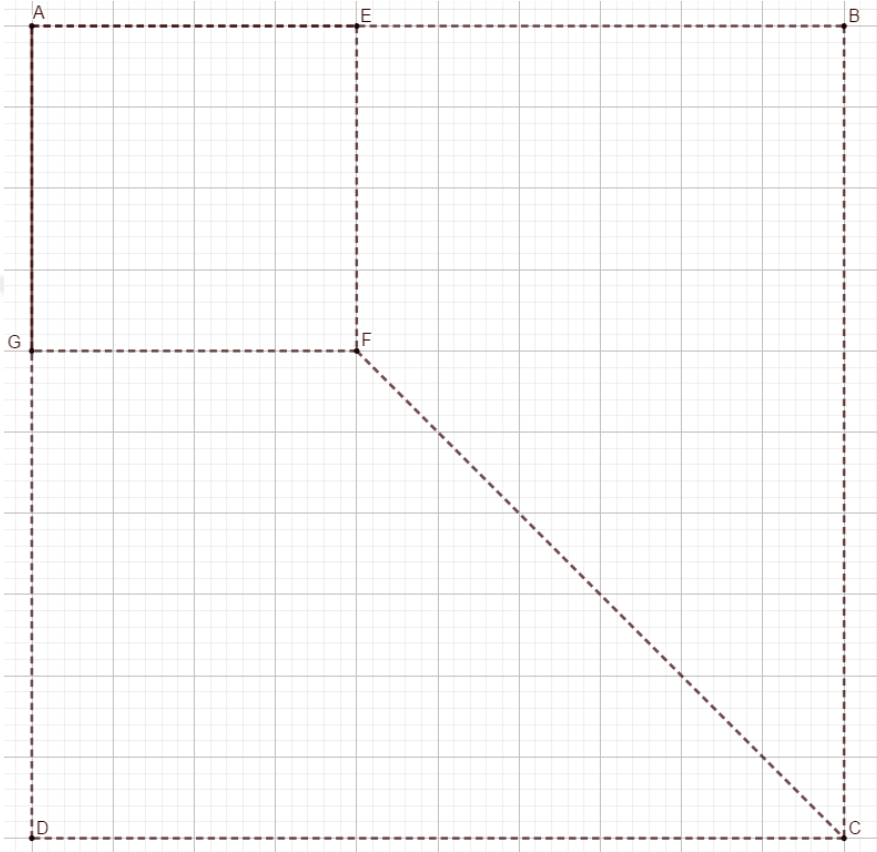
- Şekli açıklayınız.
- Görsel ispatı verilmiş olan teoremin ne olduğunu yazınız.
- İspat yapılırken hangi işlemlerden faydalandığınızı belirtiniz.
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca yazınız.
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşlerinizi kısaca yazınız.

Çalışma Yaprakları Kaynakça

- Ardışık pozitif tam sayılar etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/ey7xmnr>
<https://www.geogebra.org/m/hqsk2rs3>
- Ardışık pozitif tam sayılar toplamı animasyonu: <https://www.geogebra.org/m/rvjgm9mv>
- Ardışık pozitif tek tamsayılar toplamı animasyonu: <https://www.geogebra.org/m/bcy6eajb>
- Ardışık pozitif tek tamsayılar toplamı etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/f4ev2u94>
- Ardışık sayıların küpleri toplamının ardışık sayıların parantez karesi olması etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/jjpugnnq>
- Çikolata etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/fbhpna6>
- Çikolata problemi video: <https://youtu.be/Y13tSEyOqGs>
- Dairenin alanı etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/qccuxpqq>
- İki kare farkı etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/hkr2cwkt>
- İki kare farkı örnekleri: <https://www.geogebra.org/m/st6uxkbv>
- İki küp farkı etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/wzyzybk>
- Küp açılımı etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/sne4pcwv> <https://www.geogebra.org/m/gjekexxq>
- Küp-piramit etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/wtfx3gzx>
- Ödev kaynakçası: <https://www.geogebra.org/m/a4srxp2w>
- Tam kare etkinliği: <https://www.geogebra.org/m/a4srxp2w#material/MJWHp9e>
- Üçgen'in iç açıları toplamı etkinliği, Üçgen eşitsizliği etkinliği, Viviani teoremi etkinliği: Polat, K. (2018). Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: lise öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum. (Doktora Tezi) Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 503666)

EK 4. KLİNİK MÜLAKAT FORMU

Soru 1:

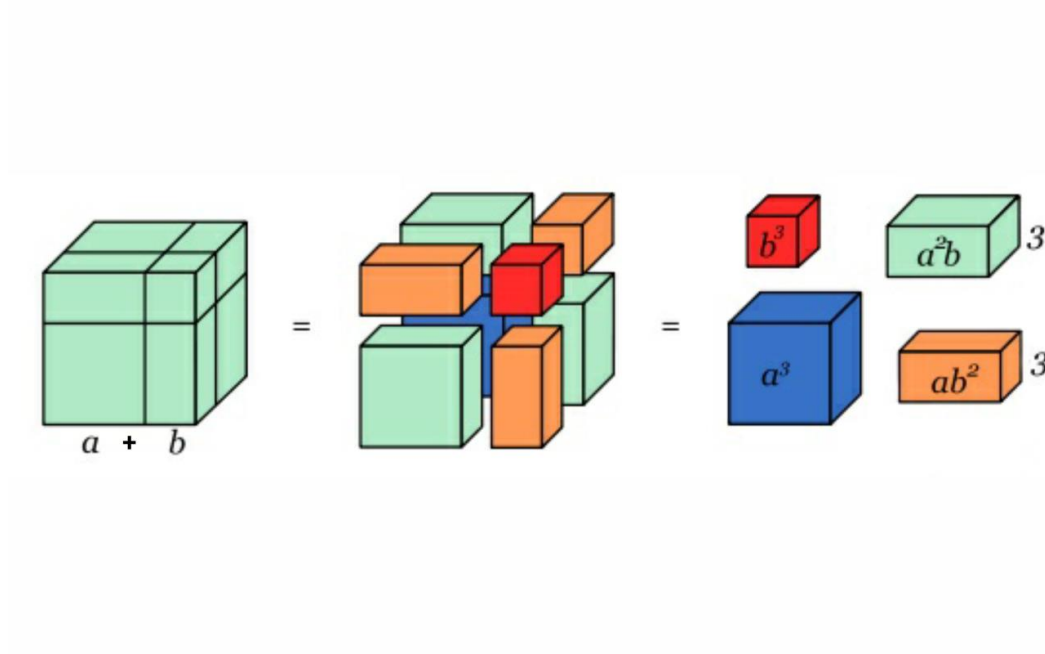


- Yukarıdaki şekilde eşit birim kareler yardımıyla oluşturulmuş olan şeklin, noktalı yerlerden kesildiğini ve yapıştırıcı yardımıyla GFDC ve EFCB dörtgenlerini kullanarak oluşturulabilecek en büyük dikdörtgenin oluşturulduğunu hayal ediniz. Hayal ettiğiniz şekli boyutlarını dikkate alarak çizin.
- Sizce hayal ettiğiniz dikdörtgen ile bu şekil

arasında nasıl bir ilişki olabilir?

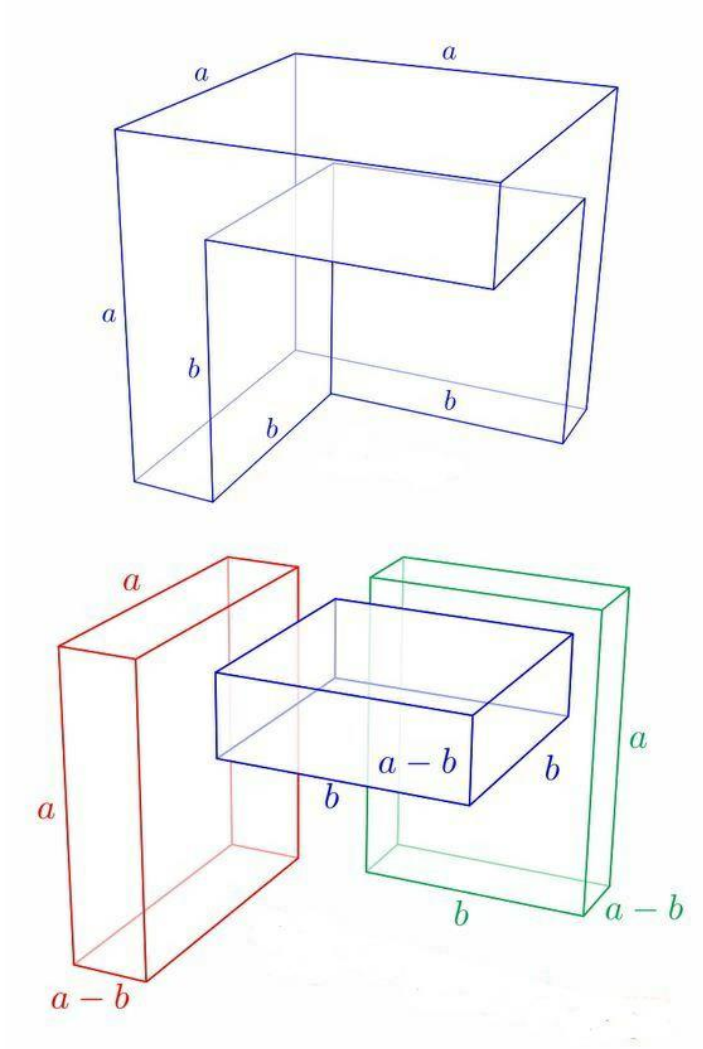
- Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Soru 2:



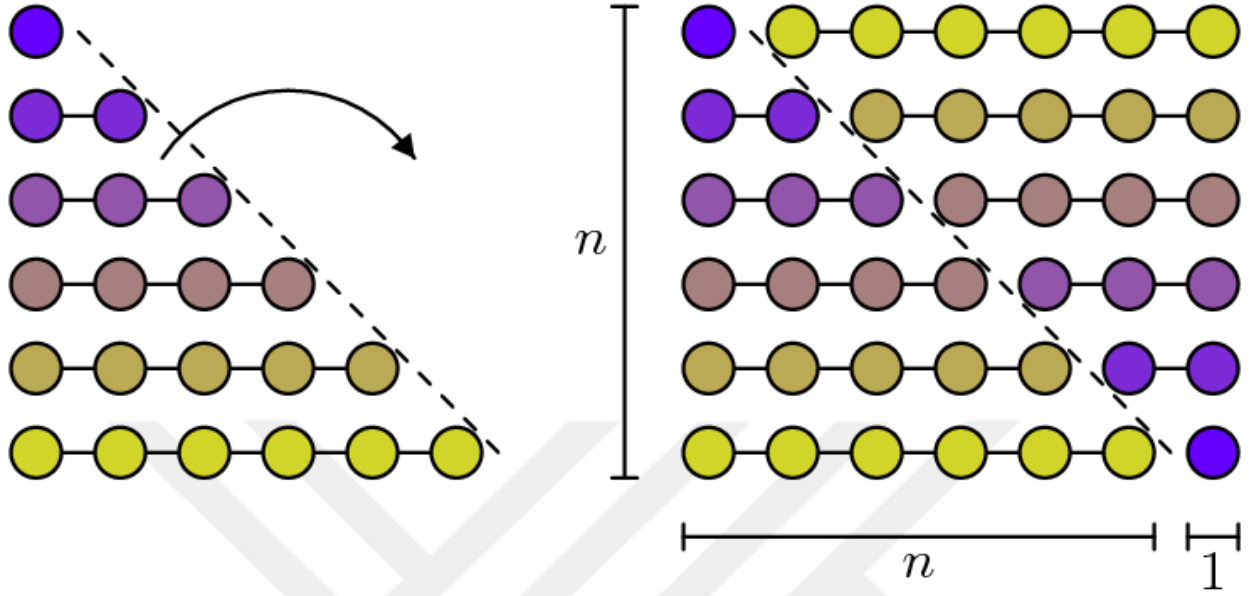
- Yukarıdaki şekli yorumlayın.
- Şekildeki bütünü parçalara ayırarak nasıl bir ilişki oluşturulmak istenmektedir?
- Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?
- Sizce “sözsüz ispat” ne anlama gelmektedir, kısaca açıklayınız.

Soru 3:



- Yukarıdaki şekli yorumlayın.
- Üstteki şeklin büyük bir küpe tamamlandığını hayal ediniz. Bu küp ile aşağıdaki şeklin nasıl bir ilişkisi olabilir?
- Büyük küpü eksilterek ve parçalara ayırarak nasıl bir ilişki oluşturulmak istenmektedir?
- Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

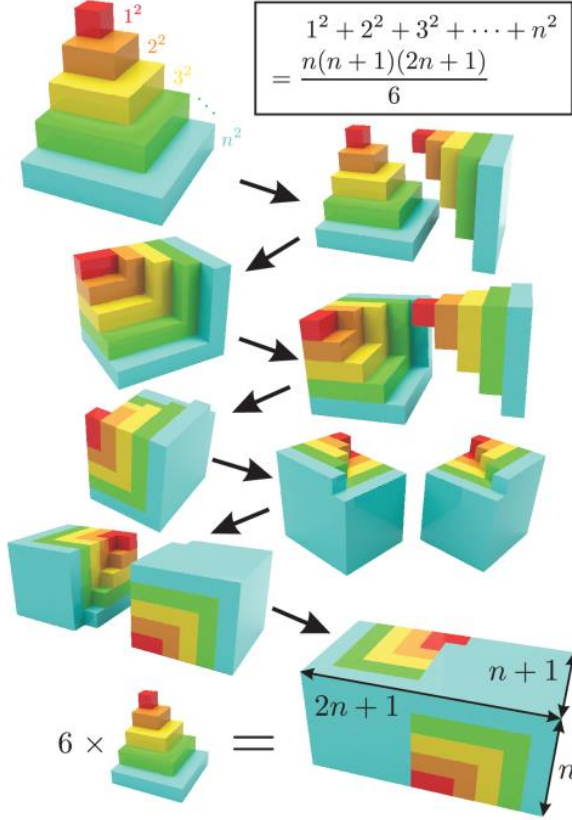
Soru 4:



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

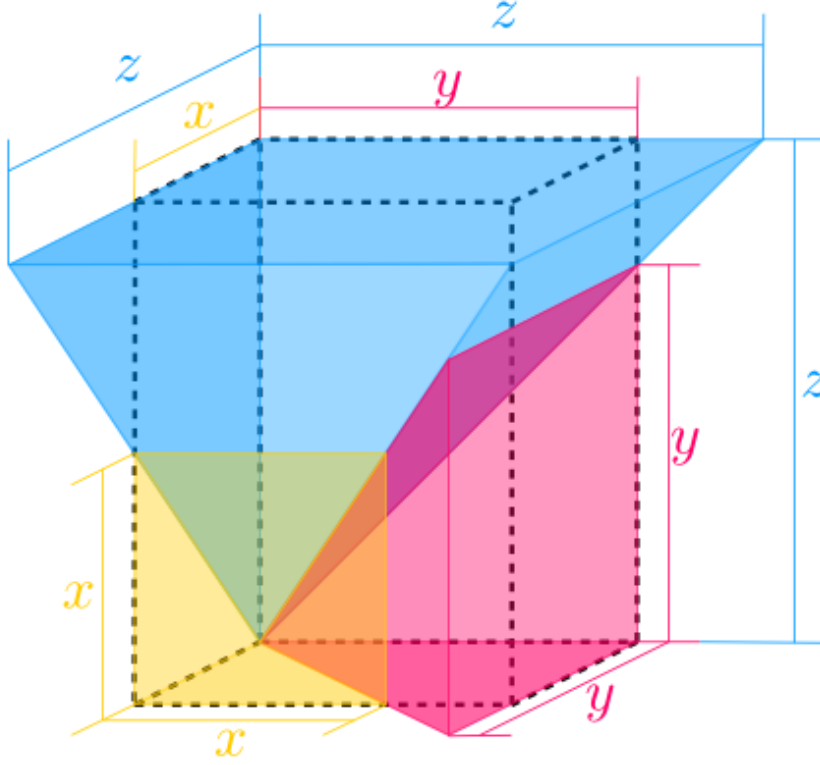
- Şekli açıklayınız.
- Birinci görsel ile ikinci görsel arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Sizce şekil ile aşağıda verilmiş olan denklem arasında nasıl bir ilişki olabilir?
- Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Soru 5:



- Yukarıdaki görsel hangi işlemler yapılmıştır?
- Birinci şekil ile son şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Sizce şeklin tamamı ile yanında verilmiş olan denklem arasında nasıl bir ilişki olabilir?
- Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

Soru 6:



$$\frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} + \frac{z^3}{3} \geq xyz$$

- Şekli açıklayınız.
- Sarı, pembe ve mavi renkte verilmiş olan şekiller ile eksikliği noktalar halinde verilmiş olan şekil arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Sizce şekil ile aşağıda verilmiş olan denklem arasında nasıl bir ilişki olabilir?
- Bu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlar mısınız?
- Bu çalışmadan neler öğrendiğinizi kısaca anlatır mısınız?
- Bu etkinlikte zorlandığınız noktalar nelerdir? Etkinlik hakkındaki olumlu/olumsuz görüşleriniz nelerdir?

EK 5. ÖĞRENCİ GÖRÜŞME FORMU

1. Sözsüz ispat hakkındaki düşünceleriniz nelerdir? Hoşunuza gitti mi?
2. Derslerde sözsüz ispat kullanılması ile ilgili ne düşünüyorsunuz? Derste böyle etkinliklere yer verilmeli mi sizce?
3. Ortaöğretim matematik programında yer alması konusundaki düşünceleriniz nelerdir?
4. Öğrenmenizi kolaylaştırdı mı?
5. Etkili olmadığını ve vakit kaybı olduğunu düşündünüz mü?
6. Etkinlikler sırasında çalışma yaprakları verilmesi sizce yararlı oldu mu?
7. Yapılan etkinlikler içerisinde aklınızda en çok kalan etkinlik hangisidir? Etkinlikler sırasında unutmadığınızı bir an oldu mu?
8. (Çalışma yaprakları içerisinde çeşitli sözsüz ispatlar gösterilerek) Bu etkinlikleri hatırladınız mı? Bunları daha önce nerede kullanmıştık?
9. Çalışma yapraklarında sözsüz ispatlar ile ilgili etkinlikler yaparken zorlandığınız noktalar neler olmuştur?
10. Yapılan sözsüz ispat etkinlikleri ile ilgili varsa olumlu/olumsuz bulduğunuz yönleri örneklerle açıklayınız.
11. Daha önce sözsüz ispatlar ile karşılaşmış mıydınız? Karşılaştıysanız birkaç örnek verebilir misiniz?
12. Sözsüz ispatları anladığınızda neler hissettiniz?
13. Sözsüz ispatları anlamadığınızda neler hissettiniz?
14. Sözsüz ispatlar ile cebirsel ispatları karşılaştırırsanız neler söyleyebilirsiniz? Açıklayınız.
15. Sözsüz ispatların etkili olduğunu düşündüğünüz konular nelerdir? Başka hangi konuların sözsüz ispatlar ile öğretilmesini istersiniz?
16. Kendi başınıza herhangi bir konu ile ilgili sözsüz ispat yapabileceğinizi düşünüyor musunuz? Neden?
17. Sözsüz ispatların matematiksel düşünmenize etkisi ne şekilde olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
18. Sözsüz ispatların uzamsal görselleştirme becerinize etkisi ne şekilde olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
19. Sözsüz ispatların ilişkilendirme becerinize etkisi ne şekilde olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
20. Sözsüz ispatların matematik dersindeki öz-yeterlilik algınıza etkisi ne şekilde olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
21. Sözsüz ispatların matematik dersine karşı tutumunuza etkisi ne şekilde olmuştur? Örneklerle açıklayınız.
22. Sözsüz ispatlar ile geçen ders süreci ve görüşmemiz ile ilgili başka düşünceleriniz, görüş veya önerileriniz var mı?

EK 6. VELİ İZİN FORMLARI

EBEVEYN ONAM FORMU

Sayın Ebeveyn;

Bu çalışma "ortaöğretim matematik öğretiminde sözsüz ispat kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerine katkısını incelemek, sözsüz ispat yapabilme süreçlerini incelemek ve bu sürece ilişkin görüşlerini belirlemek" amacıyla planlanmıştır. Bu çalışmada çocuğunuza mülakat, görüşme, gözlem uygulanacaktır. Mülakat esnasında ses ve görüntü kaydı yapılacaktır. Çocuğunuzun araştırmaya katılımı sizin olur vermenize ve çocuğunuzun isteğinize bağlıdır. Araştırma sürecinde istediğiniz zaman, bir cezaya ya da yaptırıma maruz kalmaksızın ve hiçbir hakkınızı kaybetmeksizin, çocuğunuzun araştırmaya katılmasını reddedebilir veya çocuğunuzu araştırmadan çekebilirsiniz. Çocuğunuzu ve sizi ortaya koyacak kayıtlar gizli tutulacaktır; kamuoyuna açıklanamaz; araştırma sonuçlarının yayımlanması halinde bile kimliğiniz gizli kalacaktır.

Araştırma Süresince 24 saat ulaşılabilir kişi Adı / Soyadı / Telefonu:

Seren KUŞCU KILINÇ

İletişim bilgileri: Tel:

E-mail:

GÖNÜLLÜ OLURU

“Bilgilendirilmiş Gönüllü Olur Formundaki tüm açıklamaları okudum. Bana, yukarıda konusu ve amacı belirtilen araştırma ile ilgili yazılı ve sözlü açıklama, aşağıda adı belirtilen sorumlu araştırmacı tarafından yapıldı. Araştırmaya çocuğumun gönüllü olarak katıldığını, istediğimiz zaman gerekçeli veya gerekçesiz olarak araştırmadan ayrılabilceğini ve kendi isteğimize bakılmaksızın araştırmacı tarafından araştırma dışı bırakılabileceğimi biliyorum. Söz konusu araştırmaya, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın çocuğumun benim rızamla katılmasını kabul ediyorum.”

Ebeveyn Adı Soyadı :

İmzası :

Tarih :

Açıklamaları Yapan Kişinin Adı Soyadı : Seren KUŞCU KILINÇ

İmzası :

Tarih :

VELİ ONAM FORMU

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Ortaöğretim matematik öğretiminde öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi” adıyla, 11 Ekim-4 Aralık 2021 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Ortaöğretim matematik öğretiminde sözsüz ispat kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerine katkısını incelemek, sözsüz ispat yapabilme süreçlerini incelemek ve bu sürece ilişkin görüşlerini belirlemektir.

Araştırma Uygulaması: Mülakat / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Seren KUŞCU KILINÇ

İletişim bilgileri : Tel:

E-mail:

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

....../...../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası:

EK 7. KATILIM KABUL FORMU

Sayın Katılımcımız

Katılacağınız bu çalışma, “Ortaöğretim matematik öğretiminde öğrencilerin sözsüz ispat yapabilme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerin uzamsal görselleştirme becerilerine etkisi” adıyla, Seren KUŞCU KILINÇ tarafından 11 Ekim-4 Aralık 2021 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Ortaöğretim matematik öğretiminde sözsüz ispat kullanımının öğrencilerin uzamsal görselleştirme becerilerine katkısını incelemek, sözsüz ispat yapabilme süreçlerini incelemek ve bu sürece ilişkin görüşlerini belirlemektir.

Araştırmanın Nedeni: ☐ Bilimsel araştırma ☒ Tez çalışması

Araştırmanın Yapılacağı Yer(ler): İstanbul/Büyükcçekmece Çakmaklı Cumhuriyet Anadolu Lisesi

Araştırma Uygulaması: ☐ Anket ☒ Görüşme

☒ Gözlem ☐ Ölçek

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çalışmada sizden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Veriler sadece araştırmada kullanılacak ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacaktır.

Uygulamalar, kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden rahatsız hissederseniz cevaplama işini yarıda bırakabilirsiniz.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Seren KUŞCU KILINÇ

İletişim Bilgileri : ADRES:

e-mail:

Tel:

