

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN EĞİTİMİ BİLİMLERİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER VE BİRİNCİ
DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERE İLİŞKİN KAVRAM
İMAJLARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HANDENUR ŞAHİN

DANIŞMAN
PROF. DR. MELEK MASAL

ŞUBAT 2022

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN EĞİTİMİ BİLİMLERİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER VE BİRİNCİ
DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERE İLİŞKİN KAVRAM
İMAJLARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HANDENUR ŞAHİN

DANIŞMAN
PROF. DR. MELEK MASAL

ŞUBAT 2022

BİLDİRİM

Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tez-Proje Yazım Kılavuzu'na uygun olarak hazırladığım bu çalışmada:

- Tezde yer verilen tüm bilgi ve belgeleri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi ve sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunduğumu ve kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değiştirmede bulunmadığımı,
- Bu tezin tamamını ya da herhangi bir bölümünü başka bir tez çalışması olarak

sunmadığımı beyan ederim.

Handenur ŞAHİN

ÖN SÖZ

Araştırmam süresince sorgulayıcı fikir ve görüşleriyle bakış açımı genişleten, motivasyonumu kaybettiğim zamanlarda tüm samimiyetiyle bana destek olan çok değerli danışmanım Prof. Dr. Melek MASAL'a ve çok sevgili eşi Doç. Dr. Ercan MASAL'a teşekkür ederim. Gerek yüksek lisansa başlama sürecimde gerekse tez yazma sürecimde bana benden daha çok inanan kadim dostlarıma çok teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında olduğu gibi yüksek lisans tez eğitim süresince de beni destekleyen, hayatıma ışık ve mutluluk veren, beni bugüne emekleriyle getiren sevgili annem Sabriye TOMBUL'a, her zaman desteğini arkamda hissettiğim, cesaret edip atamadığım adımları atmamı sağlayan kıymetli babam Murat TOMBUL'a, yapamayacağımı düşündüğüm zamanlarda bile başarabileceğime gönülden inanan, bana ablalık duygusunun en güzel halini yaşatan biricik kardeşim Sueda TOMBUL'a çok teşekkür ederim.

Son olarak içinde bulunduğum tüm stresli zamanlarda yanımda olup, çalışmak için güç bulamadığım zamanlarda dahi beni teşvik eden, her zaman sabırla sitemlerimi dinleyip benden desteğini asla esirgemeyen canım eşim Mustafa ŞAHİN'e çok teşekkür ederim.

ÖZET

ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER VE BİRİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERE İLİŞKİN KAVRAM İMAJLARININ İNCELENMESİ

Handenur ŞAHİN, Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Melek MASAL

Sakarya Üniversitesi, 2022.

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram imajlarının incelenmesidir. Araştırma 2020-2021 eğitim öğretim yılında Marmara Bölgesi'nde yer alan bir devlet okulundaki 7. sınıfta öğrenim görmekte olan 71 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada hem nitel hem de nicel verilerin toplanabildiği karma yöntem araştırması kullanılmıştır. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram imajlarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen ve iki kısımdan oluşan “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi” kullanılmıştır. Kavram imajı testinin ilk kısmında öğrencilerden cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarını tanımlamaları ve bu kavramlara ait bir örnek vermeleri istenerek öğrencilerin bu kavramlara dair imajları belirlenmek istenmiştir. Kavram imajı testinin ikinci kısmında ise öğrencilere cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ait örnekler karışık olarak verilmiş ve öğrencilerden bu örneklerin cebirsel ifadeye mi yoksa birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme mi ait olduklarını emin olma durumlarına göre tercih etmeleri istenmiştir. Ayrıca kavram imajı testinin ikinci kısmında öğrencilerden yaptıkları tercihlerin nedenlerini yazmaları da istenerek hangi imaj doğrultusunda bu seçimi yaptıkları belirlenmek istenmiştir. Uygulama sonrası verilere sürekli karşılaştırmalı analiz yapılmış ve öğrencilerin kavram imajları Tall ve Vinner'in (1981) kavram tanımı-kavram imajı kuramsal çerçevesi ışığında belirlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin cebirsel ifade kavramına ait tanımlarının “En az bir bilinmeyen içeren işlem”, “Bilinmeyen/Harf”, “Bilinmeyen ve sayı” ve “Bilinmeyen ve eşitlik” kategorileri altında toplandığı görülmüştür. Ayrıca bazı öğrencilerin tanım yapmasalar bile cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru örnek verdikleri görülmüştür. Araştırmanın diğer boyutunda birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ilişkin öğrencilerin kavram tanımlarından “Bilinmeyeni Bulma”, “Bilinmeyen/Harf” ve “Bir

Bilinmeyen” kategorileri elde edilmiştir. Cebirsel ifade kavramında elde edilen sonuca benzer şekilde, öğrencilerin bazılarının birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait tanım yapmasalar bile doğru örnek verdikleri görülmüştür. Araştırma sonucunda öğrencilerin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarını birbirinin yerine kullandıkları tespit edilmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin denklem kavramında eşittir sembolünün anlamını fark etmedikleri ve birinci derece, bir bilinmeyen kavramlarını görmezden geldikleri görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel ifade, Denklem, Kavram Tanımı, Kavram İmajı



ABSTRACT
**EXAMINATION OF SECONDARY SCHOOL 7TH GRADE STUDENTS' CONCEPT
IMAGES REGARDING ALGEBRARY EXPRESSIONS AND EQUATIONS WITH
A FIRST DEGREE UNKNOWN**

Handenur ŞAHİN, Yüksek Lisans Tezi

Thesis Advisor: Prof. Dr. Melek MASAL

Sakarya Üniversitesi, 2022.

The aim of this research is to examine the concept images of the 7th grade secondary school students regarding algebraic expressions and first-degree equations with one unknown. The research was carried out with 71 students studying in the 7th grade of a public school in the Marmara Region in the 2020-2021 academic year. A mixed method research, in which both qualitative and quantitative data can be collected, was used in the research. In order to determine the concept images of secondary school 7th grade students about algebraic expressions and equations with one unknown of the first degree, a two-part “7. Class Algebraic Expression and Equation Concept Image Test” developed by the researcher was used. In the first part of the concept image test, students were asked to define the concepts of algebraic expression and first-degree equation with one unknown and to give an example of these concepts, and the students' images of these concepts were determined. In the second part of the concept image test, the students were given mixed examples of algebraic expressions and first-degree equations with one unknown, and they were asked to choose whether these examples belonged to an algebraic expression or an equation with a first-degree unknown, depending on their level of certainty.

In addition, in the second part of the concept image test, students were asked to write down the reasons for their choices, and it was aimed to determine which image they made this choice. After the application, a continuous comparative analysis was made of the data and the concept images of the students were determined in the light of Tall and Vinner's (1981) concept definition-concept image theoretical framework. As a result of the analysis, it was seen that the definitions of the concept of algebraic expression were gathered under the categories of "Operation containing at least one unknown", "Unknown/Letter", "Unknown and number" and "Unknown and equality". In addition, it was observed that some students gave correct examples of the concept of algebraic expression, even if they did not make a definition. In the other dimension of the research, "Finding the Unknown",

"Unknown/Letter" and "An Unknown" categories were obtained from the students' concept definitions regarding the first-degree equation with one unknown. Similar to the result obtained in the concept of algebraic expression, it was observed that some of the students gave correct examples even if they did not define the concept of first-order equation with one unknown. As a result of the research, it was determined that the students used the concepts of algebraic expression and first-degree equation with one unknown interchangeably. On the other hand, it was observed that the students did not realize the meaning of the equal symbol in the concept of equations and ignored the concepts of first degree, an unknown.

Key Words: Algebraic Expression, Term, Concept Definition, Concept Image



İÇİNDEKİLER

BİLDİRİM.....	i
ÖN SÖZ.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT	v
TABLolar LİSTESİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiv
BÖLÜM I	1
GİRİŞ.....	1
1.1.Problem Durumu	10
1.2.Araştırmanın Amacı	11
1.3.Araştırmanın Önemi	12
1.4.Problem Cümlesi	13
1.5.Alt Problemler	13
1.6.Varsayımlar	13
1.7.Sınırlılıklar.....	13
1.8.Tanımlar.....	14
BÖLÜM II	15
ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	15
2.1. Kuramsal Çerçeve.....	15
2.1.1. Kavram Nedir?	15
2.1.2. Kavram Öğretimi	17
2.1.4.Cebir ve Cebir Öğretimi	31
BÖLÜM III.....	49
YÖNTEM	49
BÖLÜM IV.....	55

BULGULAR	55
1.1.Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	55
1.2.İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	77
BÖLÜM V	96
SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER.....	96
5.1.Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	96
5.2.İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	99
5.3.Öneriler.....	101
5.3.1. Araştırmanın Sonuçlarına Dayalı Öneriler	101
5.3.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler	102
KAYNAKLAR.....	103
EKLER	122

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1. Harfli Sembollerin Farklı Kullanımları.....	35
Tablo 2. Araştırmada Alınan Geçerlik ve Güvenirlik Önlemleri	51
Tablo 3. Öğrencilerin Cebirsel İfade Kavramına Ait Tanımlarından Oluşturulan Kodlama Örneği	54
Tablo 4. Cebirsel İfade Kavramıyla İlgili Öğrenci Örneklerine Ait Kategori ve Frekanslar	59
Tablo 5. “ $x + 4 = 11$ ” Örneği İçin Yapılan Öğrenci Tercihleri ve Frekansları	60
Tablo 6. “ $a - 5$ ” Örneği İçin Yapılan Öğrenci Tercihleri ve Frekansları	63
Tablo 7. “ $e - 3 + f$ ” Örneği İçin Yapılan Öğrenci Tercihleri ve Frekansları.....	66
Tablo 8. “ $2xy = 240$ ” Örneği İçin Öğrenci Tercihleri ve Frekansları	69
Tablo 9. “ b ” Örneği İçin Öğrenci Tercihleri ve Frekansları.....	72
Tablo 10. “ $K + m - 4 = 3$ ” Örneği İçin Öğrenci Tercihleri ve Frekansları.....	75
Tablo 11. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Öğrenci Örneklerinin Kategori ve Frekansları	80
Tablo 12. “ $X + 3 = 8$ ” Örneği İçin Öğrenci Tercihleri ve Frekansları	82
Tablo 13. “ $3x + 4y = 9$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercih ve Frekansları.....	85
Tablo 14. “ $3x - 21$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercih ve Frekansları	88
Tablo 15. “ $3t - 4 = 7t - 24$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercihleri ve Frekansları	91
Tablo 16. “ $3X^3 + 4Y = 0$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercihleri ve Frekansları	93

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki çift yönlü etkileşim.....	27
Şekil 2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı arasındaki tek yönlü etkileşim.....	27
Şekil 3. Bilişsel görev sürecinde kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişki	28
Şekil 4. Bilişsel Görev Sürecinde Kavram İmajı Hüccresinin Pasif Kalması.....	28
Şekil 5. Bilişsel Görev Sürecinde Kavram İmajının Daha Etkin Olması.....	29
Şekil 6. Sadece Kavram İmajının Etkin Olduğu Süreç.....	30
Şekil 7. Birleştirme (Çeşitleme) Deseni Şema Gösterimi.....	50
Şekil 8. En az bir bilinmeyen içeren işlem kategorisine ait bazı öğrenci cevapları.....	56
Şekil 9. Bilinmeyen ve Eşitlik kategorisine ait bazı öğrenci cevapları.....	57
Şekil 10. Bilinmeyen ve Sayı kategorisine ait bazı öğrenci cevapları.....	57
Şekil 11. Bilinmeyen/Harf kategorisine ait öğrenci cevapları.....	58
Şekil 12. Alakasız kategorisine ait bazı öğrenci cevapları.....	58
Şekil 13. Cebirsel ifadeye ilişkin doğru örnek veren öğrenci cevapları.....	59
Şekil 14. Cebirsel ifadeye ilişkin yanlış örnek veren öğrenci cevapları.....	59
Şekil 15. Bilinmeyen ve Eşitlik Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri.....	61
Şekil 16. Bilinmeyi Bulma Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri.....	62
Şekil 17. “Eşitlik Var” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri.....	62
Şekil 18. “Eşitlik Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri.....	64
Şekil 19. Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihiine ait örnek öğrenci cevabı.....	64
Şekil 20. Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihiine ait örnek öğrenci cevabı.....	64
Şekil 21. “Eşitlik Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri.....	65
Şekil 22. Kesinlikle cebirsel ifade değildir tercihiinde neden belirten örnek öğrenci cevabı.....	65
Şekil 23. Kesinlikle cebirsel ifade değildir tercihiinde neden belirten örnek öğrenci cevabı.....	66
Şekil 24. “Eşitlik Yok” kategorisinde cevap veren öğrenci cevapları.....	67

Şekil 25. Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinde neden belirten örnek öğrenci cevabı.....	67
Şekil 26. Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinde neden belirten örnek öğrenci cevabı.....	67
Şekil 27. “Eşitlik Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Tercih ve Nedenleri.....	68
Şekil 28. Kesinlikle Cebirsel İfadedir tercihinde neden belirten örnek öğrenci cevabı.....	70
Şekil 29. “Eşitlik Var” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri.....	71
Şekil 30. “Denklem” Kategorisine Ait Öğrenci Tercih ve Nedenleri.....	71
Şekil 31. Kesinlikle Cebirsel İfadedir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	72
Şekil 32. “Bilinmeyen” Kategorisine Ait Öğrenci Tercih ve Nedenleri.....	73
Şekil 33. Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	73
Şekil 34. “Emin Değilim” Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	73
Şekil 35. Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	74
Şekil 36. “Sayı Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Nedenleri.....	74
Şekil 37. “Denklem” Kategorisine Ait Öğrenci Nedenleri.....	74
Şekil 38. Kesinlikle Cebirsel İfadedir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	76
Şekil 39. Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum Kategorisine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	76
Şekil 40. Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum Kategorisine Ait Örnek Öğrenci Cevabı	77
Şekil 41. Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	77
Şekil 42. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Örnek Öğrenci Tanımları.....	78
Şekil 43. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Örnek Öğrenci Tanımları.....	79
Şekil 46. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Doğru Örnek Veren Bazı Öğrenci Cevapları.....	80

Şekil 47. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Yanlış Örnek Veren Bazı Öğrenci Cevapları.....	81
Şekil 48. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	82
Şekil 49. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	83
Şekil 50. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları	83
Şekil 51. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	84
Şekil 52. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	84
Şekil 53. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	84
Şekil 54. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Nedenleri.....	86
Şekil 55. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Nedenleri.....	86
Şekil 56. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Nedeni.....	86
Şekil 57. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	87
Şekil 58. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	87
Şekil 59. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	87
Şekil 60. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Cevabı	88
Şekil 61. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları.....	89
Şekil 62. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Öğrenci Cevabı.....	89

Şekil 63. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Öğrenci Cevabı.....	89
Şekil 64. Emin Değilim Tercihine Ait Öğrenci Cevabı.....	89
Şekil 65. Emin Değilim Tercihine Ait Öğrenci Cevabı.....	89
Şekil 66. Emin Değilim Tercihine Ait Öğrenci Cevapları.....	90
Şekil 67. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları.....	90
Şekil 68. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları	90
Şekil 69. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevabı.....	91
Şekil 70. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları.....	92
Şekil 71. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum Tercihine Ait Öğrenci Cevabı.....	92
Şekil 72. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları.....	93
Şekil 73. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	94
Şekil 74. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	94
Şekil 75. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları	94
Şekil 76. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı.....	95
Şekil 77. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları.....	95

ŞİMGELER VE KISALTMALAR

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri
Konseyi)

TDK: Türk Dil Kurumu



BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik bulunduğumuz çevreyi, günlük yaşamda karşılaştığımız olayları, teknolojiyi, bilimi yani kısacası hayatı anlamak için kullanılan bir araçtır (Baykul, 2006). Matematik bazılarına göre kuralları olan bir zekâ oyunu, bazılarına göre sayı, nokta, küme gibi soyut kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri ele alan bir bilim dalı, bazılarına göre ise günlük yaşam için gerekli yararlı bir hesaplama yöntemidir (Yıldırım, 1988). Altun (2006)'a göre matematik, en sade şekliyle yaşamın soyutlanmış bir biçimi olarak tanımlanmıştır. Gerçekten de; sayı, şekil, fonksiyon v.b. matematiksel kavramların hepsi içinde bulunduğumuz çevreden soyutlanmış kavramlardır. Örneğin; “Her biri x kg gelen 6 çuvalın ağırlığı kaç kilogramdır?”, “Her biri x ₺ olan 6 deftere ödenecek para miktarı ne kadardır?” ya da “Dakikada x metre yol alan bir karıncanın 6 dakikada aldığı yol ne kadardır?” sorularının her biri ayrı ayrı günlük yaşam durumları ile ilgilidir ve her bir soru cümlesine karşılık gelen matematiksel eşitlik $y=6x$ olup bu eşitlik olayların soyutlanmış temsilidir.

Günümüz dünyasında hızla artan bilgi, yeni bilgiler ışığında ortaya çıkan teknolojiler ve bu teknolojilerin günlük hayatımızda yer alması hızlı bir gelişim ve değişimi beraberinde getirmektedir (Topçu ve Masal, 2020). Bu bağlamda gelişim ve değişime uyum sağlama çabasında bireylerin şüphesiz matematiği iyi kavrayan, matematiği etkin şekilde kullanan bireyler olması gerekmektedir. Matematiğin yaşam için bu kadar büyük bir öneme sahip olması matematik öğretiminin önemini de ortaya koymaktadır (Kaçar, 2019).

Matematik öğretimi yapılırken dikkat edilmesi gereken genel ilkeleri Altun (2010); kavramsal temellerin sağlam verilmesi, ön şartlılık ilişkisi, anahtar kavramlar, öğretmen ve öğrencinin görevlerinin iyi belirlenmesi, grupla çalışma ve karşılıklı etkileşim, öğretimde çevreden yararlanma, temel becerilerin geliştirilmesi, değişik problemler ve araştırma çalışmaları ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme şeklinde sıralamaktadır. Klipatrick, Swafford ve Findell (2001) ise yaptıkları araştırmada matematik eğitimi ile kazandırılmak istenen özellikleri kavramsal anlama, işlemsel akıcılık, stratejik yetkinlik, uyarlanabilir akıl yürütme ve verimli eğilim şeklinde beş boyutta ele aldıkları görülmektedir. Diğer taraftan Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programının (2018) öğrenciyi merkeze alan ve kavramsal anlamayı önemseyen bir bakış açısına sahip olduğu da dikkate alındığında kavramsal anlamamanın matematik eğitimi için üzerinde durulması gereken önemli noktalardan biri olduğu görülmektedir.

Kavramsal anlama, kavramlar arasında benzerlik, farklılık ve ilişkilerin oluşturulabildiği, bu kavramların ihtiyaç halinde farklı, yeni ortamlarda kullanılabildiği ve öğrencilerin gerçek hayatta karşılarına çıkan problemlerin çözümünde kullanabildikleri derinlemesine öğrenme olarak tarif edilmektedir (Sinan, 2007). Kavramsal anlayışın tam bir şekilde gelişiminin sağlanması için zaman ve kavramlarla tekrar tekrar karşılaşılması gerekmektedir (Wild, Hilson, ve Hobson, 2013).

Konicek ve Keeley (2015), kavramsal anlayış tabirini bir benzetme yoluyla anlatmaya çalışmışlardır: Kavramsal anlayış, paketlenmiş hazır bir karışımdan kek yapma ile malzeme ve ölçülerini kendinin belirlediği kek yapma arasındaki farktır. Paketlenmiş hazır karışımda malzemelerin türleri, kombinasyonları veya kek yaparken takip edilmesi gereken adımlar hakkında düşünmek gerekmemekte, hangi malzemelerin kullanıldığını bilmeden kutudaki talimatları izleyerek kek yapılıp, pişirilmektedir. Fakat hazır karışım kullanmadan yapılan kekin içine giren malzeme türlerini ve bu malzemelerin aralarındaki neden-sonuç ilişkilerini anlamak gerekmektedir. Bu yolla kek yapmayı öğrenen biri, kabartma tozunun kek için oldukça önemli bir temel malzeme olduğunu bilmektedir. Kullanılan diğer tüm malzemelerin kek üzerindeki etkisini, her bir malzemeden ne kadar kullanılması gerektiğini ya da malzemelerin ne zaman ve nasıl eklenmesi gerektiğini bilmektedir. Dolayısıyla hazır karışım kullanmadan kek yapabilmek kavramsal anlamayı gerektirmektedir (Konicek-Moran ve Keeley, 2015). Kavramsal anlayışa sahip olan öğrenciler; o kavramla ilgili düşünebilirler, kavramı öğrenilen alanın dışında kullanabilirler, kavramı kendi kelimeleriyle tanımlayabilirler, kavramla ilgili bir benzetme-metafor bulabilirler ve kavramın zihinsel ya da somut olarak bir modelini oluşturabilirler (Konicek-Moran ve Keeley, 2015).

Kavramsal anlayış ifadesi alan yazında karşımıza kavramsal bilgi olarak da çıkmaktadır (Anderson, 2000; Rittle Johnson ve Schneider 2015; Willingham, 2010). Willingham (2010), kavramsal bilgi ifadesini anlamanın anlaşılması olarak tanımlamıştır. Örneğin iki negatif tam sayıyı çarpmanın pozitif bir sonuç verdiğini bilmek ile sonucun neden pozitif olduğunu anlamanın aynı şey olmadığını belirtmektedir. Sonucun neden pozitif bir tam sayı çıktığını anlayan bir öğrenci kavramsal bilgi olarak öğrenmektedir. Fakat sonucun sadece pozitif çıktığını bilen bir öğrenci ise işlemsel bilgi olarak öğrenmektedir. İşlemsel bilgi, sık karşılaşılan bir problemin çözümü için gerekli olan bir dizi işlemi gerçekleştirmektir. Örneğin birçok öğrenci çok basamaklı sayılarda çıkarma işlemini yürütürken ‘komşuya gitme, ödünç onluk alma’ rutinlerini kullanarak işlemlerini gerçekleştirmektedirler (Willingham, 2010). Bu örnekte görüldüğü üzere öğrenciler problem çözümlerinde işlemsel

bilgiyi kullandıklarında problemin çözümünün neden öyle yapıldığından çok problemi çözebilmeye odaklanmaktadırlar.

Kavramsal bilgi, işlemsel bilgiye göre öğrenilmesi daha zor olan bilgi türüdür. Çünkü işlemsel bilgi bir problemin çözümü için yürütülmesi gereken işlemlerin yapılması iken, kavramsal bilgi daha çok bilgiyi bilişsel yapıda anlamlandırmak, yapılandırmak ile ilgilidir. Öğretmenler, öğrencilerin zihinlerine öğrenmeleri gereken yeni kavramları doğrudan aktaramamaktadırlar. Öğrencilerin öğrenmeleri gereken yeni kavramlar önceden öğrendikleri kavramların üzerine inşa edilmektedir. Dolayısıyla yeni kavramları öğrenmek eski kavramların doğru bir kavramsal anlayış ile öğrenilmesine bağlıdır. Örneğin cebirsel denklemleri anlama, eşittir işaretinin doğru kavramsal anlayışına bağlıdır (Willingham, 2010).

Matematiksel bilgi, işlemsel bilgi ve kavramsal bilgiden oluşmaktadır. Matematiksel bilgiyi öğrenmenin temelinde işlemsel bilgi ile kavramsal bilginin bütünleşik olarak öğrenilmesi yatmaktadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2006). Kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi birbirinden çok farklı bilgi türleri gibi düşünülse de matematik öğretimi için temelde birbirini tamamlayan, birbirine bağımlı iki bilgi türüdür. Bu sebeple öğrencilerin doğru matematiksel bilgiye sahip olabilmeleri için kavramsal bilgi ile işlemsel bilgiyi dengelemeleri gerekmektedir. Kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesi durumunda öğrenciler, kavramları ve aralarındaki ilişkileri anlamlandırmakta ve kalıcı işlemsel bilgiler oluşturmaktadırlar (Birgin ve Gürbüz, 2009).

Öğrencilerin matematiksel kavramları anlamaları diğer bütün disiplinlerde olduğu gibi dersin yani matematiğin yapısına uygun bir öğretim yapılması ile oldukça ilişkilidir (Baykul, 2003). Matematik öğreniminde kavramsal öğrenme önemli bir noktadadır ve matematiksel kavramlar birbirleri ile oldukça ilişkilidir. Matematiksel kavramlar bir zincirin halkaları gibi birbirlerine bağlı bulunmaktadır. Dolayısıyla halkada oluşabilecek herhangi bir kopma durumunda öğrenciler daha sonraki gelecek olan matematiksel kavramları öğrenme sürecinde zorluk yaşayacaklardır (Swadener ve Soedjadi, 1988). Matematiksel kavramları öğrenme sürecinde oluşan bu zorlukların sistematik bir şekilde tekrarlanması durumunda öğrencilerde kavram yanlışlarına dönüşecektir. Kavram yanlışları genellikle öğrenmeyi engelleyen hatalar olarak görülmüştür (Roschelle, 1993). Kavramsal öğrenmenin önündeki en büyük engellerden birinin kavram yanlışlarının olduğu söylenmektedir (Türkdoğan, Güler, Bülbül, ve Danişman, 2015). İyi bir matematik öğreniminin gerçekleşebilmesi için,

öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşturulmaması ve öğrencilerde oluşan kavram yanlışlıklarının giderilmesi önemlidir.

Kavram yanlışlığı bilimsel olarak geçerli olan doğru olduğu bilinenlerden farklı olan anlayış, kavrama veya açıklamalar olarak tanımlanmaktadır (National Research Council, 2012). Akkaya (2018)'ya göre kavram yanlışlığı hata, dikkat eksikliği veya bilgi eksikliğinden farklı bir terim olup bir takım zihinsel süreçler sonucunda ortaya çıkan ancak bilimsel olarak kavramın tanımı ile örtüşmeyen özelliklerdir. Meşeci, Tekin, Karamustafaoğlu (2013)'na göre ise kavram yanlışlığı öğrencilerin doğru olduklarına inandıkları, birçok problem durumunda dayanak olarak kullandıkları kavramlar ya da kavramlaştırmalardır.

Etkin bir matematik öğretiminin sağlanması için ilk olarak öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlıklarının giderilmesi gerekmektedir (Ryan ve Williams, 2007). Öğrencilerin bir konuda zorluk yaşamalarının, hata yapmalarının ya da kavram yanlışlıklarına sahip olmalarının sebeplerinden bir tanesinin de konu ile ilgili kavramlara ait yanlış ve eksik kavram imajlarına sahip olmalarından kaynaklandığı söylenmektedir (Dickerson ve Pitman, 2012).

Kavram imajı kavrama ait olan bireyin zihnindeki özellikler, resimler, işlemler, çağrışımlar gibi bilişsel yapıları ifade ederken kullanılmaktadır (Tall ve Vinner, 1981). Sitirava (2017)'ya göre kavram imajı herhangi bir kavramla ilgili birey tarafından oluşturulmuş olan informal fikirlerdir. Vinner (1991)'a göre ise kavram imajı, kavramın ismi duyulduğunda zihnimizde sözlü olmayan bir şekilde beliren imgelerdir. Öğrenciler herhangi bir kavramla ilgili bir sorunla karşılaştıklarında o kavramın tanımından ziyade kendi kavram imgelerine yani kavram imajlarına başvurumaktadırlar.

Kavram tanımı (concept definition), herhangi bir kavramı ya da kavramın özelliklerini belirtmek için kullanılan kelimeler topluluğudur. Kavram tanımı öğrenci tarafından ezberlenerek öğrenilebilmekte veya ezber yapmadan zihinde anlamlandırarak da öğrenilebilmektedir. Kavramın tanımı öğrencinin zihninde yeniden yapılandırılarak oluşturulduğunda bu tanım aslında öğrencide var olan kavram imajının sözcüklere dökülmüş hali olarak ortaya çıkmaktadır (Temizöz, 2013). Fakat öğrencilerin çoğunda kavramın matematiksel tanımına ilişkin oluşturdukları kavram imajları hatalı ya da eksik olabilmektedir (Edwards ve Ward, 2004). Bu durum da öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşmasına sebep olmaktadır. Kavram imajı kavrama ait bireyin zihninde oluşan bütün yapılar olduğundan bu yapılar kavramın tanımıyla birebir örtüşmeyebilmekte ya da kavrama

ait oluşan bu yapılar tamamen yanlış olabilmektedir. Öğrencilerin öğrenim süreçleri boyunca herhangi bir kavrama ait karşılaştıkları tek tip örnekler yanlış kavram imajı oluşmasının en büyük sebeplerindendir (Vinner, 1983).

Yanlış kavram imajları, öğrenciler tarafından aşırı genelleme veya aşırı özelleme şeklinde ortaya çıkabilmektedir, (Bingölbalı, 2016). Aşırı genelleme belli bir sınıfa ait kuralın, prensibin, diğeri sınıflar için de geçerliymiş gibi düşünülmesi ve diğeri sınıflara yayılmasıdır (Zembar, 2008). Örneğın aşırı genelleme kavram yanlışlığına sahip olan öğrenciler doğal sayılardaki ‘uzun sayılar değeri daha büyüktür’ kuralını ondalık kesirlerde sıralama konusuna genelleyip 4,25 ondalık kesrinin 4,3 ondalık kesrinden daha büyük olduğunu düşünmektedirler. Aşırı özelleme ise belli bir sınıfa ait bir kuralın, prensibin o sınıfın tümüne ait olmayan bir özelliğı temel alarak kısıtlama yapılmasıdır. Örneğın aşırı özelleme kavram yanlışlığına sahip olan öğrenciler tüm reel sayı kümelerinde kullanılabilen değışme özelliğı kuralını sadece sadece doğal sayılara kısıtlayarak diğeri sayı kümelerinde geçerli olmadığını düşünmektedir (Zembar, 2008). Aşırı genelleme ve aşırı özelleme kavram yanlışlığının türleri olduğundan öğrencilerde oluşan yanlış kavram imajları kavram yanlışlıklarına dönüşebilmektedir (Bingölbalı, 2016).

Alan yazın incelendiğinde matematik öğretiminde öğrencilerin en fazla kavram yanlışlıklarına sahip olduğı öğrenme alanlarından birinin cebir öğrenme alanı olduğı görülmektedir. (Akkaya ve Durmuş, 2006; Ersoy ve Erbaş, 2003; Dede ve Argün, 2003; Kaput, 1999; Kieran, 1992). Cebir yaklaşık olarak 400 yıl önce, denklemleri çözmek, genel metodlar bulma uğraşlarının sonucu olarak ortaya çıkan matematiğın en eski konu alanlarından (Çelik ve Güneş, 2013). Türk Dil Kurumu’na (2019) göre cebir, ‘zor, zorlayış’ anlamına gelmekte olan arapça kökenli bir kelime olup Akkan (2009)’a göre ise, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini ifade eden, bilinmeyenleri, formülleri ve örüntüleri içeren matematiğın sembolik bir dilidir. Cebir genel olarak bilinmeyen değeri harf ve işaretlerle sembolize edilerek denklem aracılığıyla bulunması veya bilinmeyen değeri arasındaki bağıntıların belirlenmesi esasına dayanmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut, ve Halıcıoğlu, 2020). Cebir; örüntüleri, fonksiyonları ve genellemeleri resimleştirmek için bir matematiksel düşünme tarzı olarak öğrenilmektedir (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Temeli aritmetiğe dayanan cebir konularında öğrenciler öğrenmelerini aritmetikte edindikleri tecrübelerden yola çıkarak yapılandırdıklarından cebir konusunda ilerleyebilmek için güçlü bir aritmetik bilgisi gerekmektedir (Akkan, Baki, ve Çakıroğlu, 2011). Aritmetik ve cebirin sadece formal tanımlarına bakıldığında bile ikisi arasında güçlü bir sarmal bağıın

olduğu görülmektedir (Biber, 2019). Cebirde, aritmetikte olduğu gibi sadece birkaç sayıyı değil tüm sayı kümelerini düşünmek gerektiğinden cebir aritmetiğe göre daha soyut kalmaktadır (Palabıyık, 2010). Bu bağlamda cebirin aritmetiğin genelleştirilmiş hali olduğu, yapısında sayı ve sembolleri birlikte barındırdığı, aritmetik ve cebir konularının birbirlerinden beslendikleri ve geliştikleri söylenebilir. Aritmetik sayılarla, sayma işlemleri ile ilgilenirken cebir ise aritmetikte karşılaşılan sayı kümelerinin soyutlanmış hali ile ilgilenmektedir

İlerleyen sınıf seviyeleriyle birlikte cebir konuları ile karşılaşmaya başlayan öğrencilerin matematiği öğrenmede karşılaştıkları güçlükler de artmaktadır (Ersoy ve Erbaş, 2003). Öğrencilerin aritmetikten gelen işlem becerilerinin yetersizlikleri, kavram bilgilerinin eksiklikleri cebir konularında kavram yanılgılarının oluşmasına sebep olmakta, ayrıca aritmetik ile cebir arasındaki yapısal farklılıklar da cebir konularındaki güçlükleri ortaya çıkarmaktadır (Akkaya ve Durmuş, 2006).

Thelma Perso (1992), cebir konusunda karşılaşılan kavram yanılgılarını temelde, harflerin cebirdeki yerini anlama, değişkenleri kullanma ve denklem çözerken cebirsel kuralları kullanma şeklinde üç grupta toplamaktadır (Thelma Perso 1992'den aktaran Akkaya ve Durmuş, 2006). Akkaya ve Durmuş (2006) yapmış oldukları araştırmada da cebir konusunda öğrencilerin harflerin anlamını anlayamama durumuna ait kavram yanılgısını öğrencilerin harflerin alfabetik sırada olduğu gibi sayısal konum belirttiğini, örneğin, 'c' harfi alfabede 3. sırada olduğu için değerinin 3'e eşit olduğunu düşünmeleri şeklinde ifade etmektedirler.

Cebir konularının temelinde değişken ve eşitlik kavramları yatmaktadır (Knuth E. , Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005). Aritmetiğin temelinde sayılar bulunurken cebir ve yüksek matematiğin temelinde ise değişken kavramı bulunmaktadır (Dede, Yalın ve Argün, 2002). Philipp (1992), değişken kavramının ilkokuldan üniversiteye kadar matematikteki en temel yapıtaşlarından biri olduğunu belirtmektedir. Genelde matematikte değişkenler harfler yardımıyla ifade edilmektedir. Örneğin, '3y'; '3 tane kalem', '3 tane portakal', '3 tane bardak' gibi somut nesne ve nicelikleri temsil edebilmektedir. Aritmetikte 3 tane 4 denildiğinde $3 \times 4 = 12$ şeklinde sayısal bir sonuç elde edilirken cebir de '3y' ifadesi sayısal bir sonuç ifade etmemektedir. Burada '3y' ifadesi tek başına soyut nesnedir ve sadece temsil özelliği taşımaktadır (Biber, 2019). Dede, Yalın ve Argün (2002)' e göre öğrencilerin değişken kavramına ilişkin hata ve yanılgılarının sebepleri, değişkenin farklı kullanımını bilememe, değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama, değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve

yorumlayamama, matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış aktarımı ve değişken kavramı ile ilgili işlem yetersizliğidir.

Cebir konularında kritik öneme sahip olan bir diğer kavram ise eşitliktir. Eşitlik kavramının doğru anlaşılması ve eşittir işaretinin uygun kullanımı cebirsel genellemeleri ifade etmek, cebirsel muhakemeyi geliştirmek için önemli bir yere sahiptir. Fakat çoğu öğrenci eşittir işaretinin anlamı hakkında yanlış, eksik öğrenmelere sahiptir (Erbaş ve Ersoy, 2002; Tanışlı ve Köse, 2013; Yaman vd. 2003). Örneğin öğrenciler eşittir işaretini yalnızca bir işlemi yürütmek için gerekli olan sembol olarak düşünmektedirler (Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000). Eşitlik kavramı ve işareti öğrenciler tarafından daha çok toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerinin sonuçlarını veren bir sembol olarak ele alınmakta ve bu durum öğrencilerin eşitlik kavramını anlamalarını zorlaştırmaktadır (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Yaman, Toluk ve Olkun (2003), farklı sınıf seviyelerindeki öğrenciler ile eşitlik kavramına ait yaptıkları araştırmada öğrencilerin eşitlik işaretine ve kavramına ait kavram yanlışlarını; sözel problemlerdeki ‘eşit sayıda’ ifadesini aynılık, denklik ve eşitlik belirtme olarak düşünme, eşitlik kavramının yön belirttiğini düşünme, eşitlik kavramının sonuç belirttiğini düşünme şeklinde üç grupta toplamaktadırlar. Bu bağlamda, öğrencilerin cebir konularını anlamada güçlük yaşamalarının ve kavram yanlışlarına sahip olmalarının sebeplerinden bir tanesi değişken ve eşitlik kavramlarını tam olarak anlamlandıramamalarıdır. Değişken kavramı cebirsel ifadelerin, eşitlik kavramı ise denklemlerin anlaşılmasında oldukça önemli yere sahiptir. Dolayısıyla öğrenciler değişken ve eşitlik kavramlarına ilişkin öğrenmeleri sonucunda cebirsel ifade ve denklem kavramlarını anlamlandırmaktadırlar.

Cebirin yapısı gereği, cebirsel ifadeleri kullanma ve bir nesne olarak cebirsel ifadeler üzerinde işlemler yürütme durumu söz konusudur (Sfard ve Linchevski, 1994). Sfard ve Linchevski (1994)’ye göre cebirsel ifadelerin anlamının anlaşılması güçtür ve cebirsel ifade kavramına matematiksel bir tanım yapılması zordur. Milli Eğitim Bakanlığı (2018) ise cebirsel ifadeleri en az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler olarak tanımlanmaktadır. Cebirsel ifadeler, cebir konusunun giriş konularından olup öğrencilerin kavram yanlışlarına sahip olduğu önemli konulardan bir tanesidir (Akkaya ve Durmuş, 2010; Amaç ve Kabar, 2019; Dede ve Argün, 2003; Keşan ve Akbulut, 2019). Öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarına örnek olarak, öğrencilerin cebirsel ifadeleri ‘en az bir değişken içeren’ tanımı ile öğrendiklerinde cebirsel ifade kavramının bir katsayıya, bir sabit terime veya bir işleme eşit olamayacağını düşünmeleri (Gürefe, 2019) verilebilir. Both (1988) öğrencilerin cebirsel

ifadelere ait yaptıkları hatalarının ve kavram yanlışlarının, cebirsel etkinliklere ve cevaba odaklanma, cebirsel gösterim ve kuralların kullanımı, harflerin ve değişkenlerin anlamı ve aritmetikte kullanılan metot ve içeriklerin türleri kaynaklı olduğunu ifade etmektedir.

Somut düşünceden soyut düşünceye geçişte denklemler önemli noktaya sahip kavramlardan biridir. Denklemler eski dönemlerden itibaren gündelik hayatımızda işimize yarayacak birçok ölçme ve hesaplamayı yapmada kullandığımız önemli bir araçtır. Formal olarak denklem kavramının tanımı ‘eşitlik bağıntısı içeren her açık önermeye bir denklem denir’ şeklindedir (Argün ve diğerleri, 2020). Denklemler hem öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlere yaratıcı çözüm bulmalarını hem de ileri matematik bilgileri için temel oluşturmalarını sağlamaktadır (Köroğlu, Geçer, Taşçı ve Ay, 2004). Denklemler soyut yapısı itibarıyla öğrenciler tarafından zor anlaşılan konulardan olup öğrenciler denklemler konusunda hata yapmakta ve kavram yanlışlarına da düşmektedirler (MacGregor ve Stacey, 1997). Sharma (1987), öğrencilerin denklemler ile ilgili yapmış oldukları hataları incelediği araştırmada sıklıkla karşılan hataları; aritmetik durumlar (temel aritmetik bilgilerdeki hatalar), sayıların özellikleri ile ilgili durumlar (birleşme, dağılma, değişme, işlemsel ve kural tabanlı hatalar), yöntemsel durumlar (eşitlik özelliklerinin yanlış kullanımı, ‘+’ ve ‘x’ özellikleri, yanlış ters işlem), kavramsal durumlar (işlem sırası, ters işaretler, benzer terimler, sabit değerlerin değişken olarak algılanması) ve mekanik algısal durumlar (dikkatsizlik, rasgele tamamlanmış işlem) şeklinde sınıflandırmıştır (Sharma 1987’den aktaran Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009).

Türkiye’de öğrenciler matematik öğretim programlarında aritmetik ve geometri öğrenme alanlarından sonra cebir öğrenme alanı ile ilk olarak 6.sınıf düzeyinde karşılaşmaktadırlar. Bu sınıf düzeyinde öğrencilerden;

“M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazma ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazar,

M.6.2.1.2 Cebirsel ifadenin değerini değişkenin farklı değerleri için hesaplar,

M.6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar” (MEB, 2018, s.62).

Kazanımlarını edinmeleri beklenmektedir.

7. sınıfta ise cebir öğrenme alanı iki basamaktan oluşmaktadır. İlk olarak bu sınıf düzeyinde öğrencilerden;

“M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar,

M.7.2.1.2 Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar,

M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur” (MEB,2018, s.67).

Kazanımlarını edinmeleri beklenmektedir.

İkinci kısım ise eşitlik ve denklem başlığı altında toplanmış olup öğrencilerden;

“M.7.2.2.1. Eşitliğin korunum ilkesini anlar,

M.7.2.2.2 Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanır ve kurar,

M.7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer,

M.7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer” (MEB, 2018, 68).

Kazanımları beklenmektedir.

Öğrenciler 8. sınıfa yani ortaokulun son basamağına geldiklerinde ise cebir öğrenme alanı yoğunlaşmaktadır. Bu sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanı 3 kısımda işlenmektedir. İlk kısımda öğrencilerden;

“M.8.2.1.1. Basit cebirsel ifadeleri farklı biçimde yazar,

M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar,

M.8.2.1.3 Özdeşlikleri modeller,

M.8.2.1.4. Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırır kazanımları beklenirken ikinci kısımda doğrusal denklemler üzerinde durulmaktadır.

M.8.2.2.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer,

M.8.2.2.2. Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir,

M.8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder,

M.8.2.2.4. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer,

M.8.2.2.5. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar,

M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir kazanımları üzerinde durulmaktadır.

Son kısımda ise öğrencilerden;

M.8.2.3.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazar,

- M.8.2.3.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterir,
M.8.2.3.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer” (MEB, 2018, s.72).

Kazanımlarını edinmeleri öğrencilerden istenmektedir.

MEB Matematik Dersi Öğretim Programının da cebir öğrenme alanının içeriği incelendiğinde, öğrencilerin cebir konusuna ait kavramları en basit haliyle 6-8. sınıf seviyelerin de öğrendikleri ve bu seviyeler de oluşması muhtemel yanlış veya eksik kavram imajlarının hata ve kavram yanlışlarının temellerini oluşturacağı söylenebilir.

Bu çalışmada cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki öğrencilerin kavram yanlışlarına sebep olan yanlış veya eksik kavram imajları Tall ve Vinner tarafından geliştirilen “kavram tanımı” (concept definition) ve “kavram imajı” (concept image) kuramsal çerçevesi ile ortaya koyulmaya çalışılacaktır.

1.1. Problem Durumu

Matematik öğretiminin etkili bir şekilde yapılması için öğretilen konuya ilişkin kavramların öğrenciler tarafından eksiksiz olarak kazanılması büyük önem taşımaktadır (Küçük ve Demir, 2009). Baykul (2003), matematiğin yapısına uygun bir öğretimin gerçekleşmesinin; öğrencilerin matematikle ilgili kavramları anlamalarına, matematikle ilgili işlemleri anlamalarına ve kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurabilmelerine bağlı olduğunu belirtmiştir. Ulusal Araştırma Konseyi (National Research Council), 2011 yılında öğrencilerin matematiksel yetkinliğe sahip olabilmeleri için gerekli olan becerileri beş temel üzerinde toplamışlardır: Kavramsal anlama, işlemsel kıvraklık, stratejik yetkinlik, uyarlanabilir muhakeme ve verimli tavır. Bu bağlamda kavramsal anlama matematik öğretimi ve öğrenimi için kritik öneme sahip temel noktalardan bir tanesidir.

Bir kavrama ait olan bireyin zihnindeki özellikler, resimler, işlemler, çağrışımlar gibi bilişsel yapılar kavram imajı olarak isimlendirilmektedir (Tall ve Vinner, 1981). Gerek öğrencilerin kavramları zihinlerinde kendilerinin yapılandırmaları gerekse öğretmenlerin matematiksel kavramları öğrencilerin zihinlerine olduğu gibi aktaramamalarından dolayı, öğrencilerin herhangi bir kavrama ait oluşturdukları kavram imajları, o kavramın tanımıyla birebir örtüşmeyebilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin kavrama ait imajları eksik veya hatalı olabilmekte ve bu durum öğrencileri devamlı hataya düşürmekte, bu hataların sistematikleşmesiyle de ortaya kavram yanlışları çıkmaktadır.

Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin en çok kavram yanlışısına sahip olduğu konuların başında cebir gelmektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Amaç ve Kabar, 2019; Amerom ve

Barbara, 2003; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Dede, Yalın ve Argün ; 2002). Öğrenciler cebir öncesi dönemde yani aritmetikte yaşadığı güçlükleri cebir öğretimine de yansıtmaktadırlar. Sayı ve işlemlerle ilgili kavram eksikliklerine sahip öğrencilerin cebir konularına başladıklarında öğrenme güçlüklerinin katlanarak arttığı görülmektedir. Lee (1996), öğrencilerin önceki yıllarda öğrendikleri aritmetikten daha farklı olan cebir öğrenme alanına geçtiklerinde zorlandıklarını belirtmektedir. Cebire giriş konularında öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları kavramların tam öğrenilmesi ve yapılan yanlışların sebep olduğu kavram yanlışlarının iyi belirlenmesi gerekmektedir (Ersoy ve Erbaş, 2003). Öğrenciler bir problemle karşılaştıklarında o probleme ait kavramların, kavram tanımlarını kullanmadan önce kendi zihinlerinde o kavrama ait oluşturdukları kavram imajlarına başvurmaktadırlar (Vinner, 1991). Bu sebeple öğrencilerin bir konuyu kavramsal olarak öğrenirken doğru kavram imajı oluşturmaları, o konuyla ilgili ortaya çıkabilecek olan kavram yanlışlarının önünde büyük bir engel olacaktır.

Cebir öğrenme alanı ile ilgili olarak alan yazın incelendiğinde öğrencilerin kavram imajlarının incelendiği araştırmalar bulunurken (Güler, 2013; Önmez, 2015) cebir öğrenme alanının alt konuları olan cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konularını bütünsel olarak inceleyen çalışmalara rastlanamamıştır. Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve bir bilinmeyenli denklemler konularına ait kavram imajlarının bir arada incelendiği çalışmaların eksikliği, literatürde araştırılması gereken bir problem durumunu ortaya koymaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada, ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konularına ait kavram imajlarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda, araştırmada Tall ve Vinner (1981), tarafından ortaya koyulan kavram tanımı (concept definition) ve kavram imajı (concept image) teorik çerçevesinden yararlanılacaktır. Kavram imajlarının belirlenmesi öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri açısından önemli bir yere sahip olup doğru veya yanlış kavram imajları öğrencilerin ilerideki öğrenmelerini de etkilemektedir. Eğer yanlış ya da eksik kavram imajları varsa bunların ortaya çıkarılması gelecekteki öğrenmeler için önlem niteliği taşımaktadır. Dolayısıyla bu çalışmada ayrıca, öğrencilerin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konularına ait zihinlerinde oluşturdukları yanlış veya eksik kavram imajları ortaya çıkarılarak, bu konulara ait oluşabilecek kavram yanlışlarının sebeplerinin bir kısmının ortaya konulması da amaçlanmaktadır.

1.3. Araştırmanın Önemi

İnsanlar uzun yıllardan beri doğayı anlamak ve yaşamlarını sürdürebilmek için matematiğe ihtiyaç duymuşlardır. Günümüzde de matematik, toplumların bilim ve teknoloji alanındaki gelişmelerinde ön plana çıkarken, matematiği etkili kullanan toplumların diğer toplumlara göre daha fazla geliştikleri görülmektedir. Bu sebepten matematiği anlayan, matematik yapabilen ve matematiği günlük yaşam ile bağdaştırabilen bireylerin yetiştirilmesi büyük önem taşımaktadır (Ünlü, 2019).

Doğası gereği soyut bir bilim olan matematiğin en soyut kalan öğrenme alanlarından bir tanesi ilköğretimden itibaren öğrencilerin hayatları boyunca karşlarına çıkan, matematiğin temel konularından olan cebirdir. Cebirin alt dallarından olan cebirsel ifade ve denklem konuları ise birçok matematik konusunun (fonksiyon, polinom, oran-orantı gibi) temelini oluşturmaktadır. Dolayısıyla cebirsel ifade ve denklem konusunda ortaya çıkabilecek olan hata ve kavram yanlışları diğer birçok matematik konusunda da yanlış öğrenmelere ve kavram yanlışlarına yol açacaktır. Bu bağlamda cebirsel ifade ve denklem konularında karşılaşılabilecek olan kavram yanlışlarının nedenlerinin tespit edilmesi ve bu yanlışların önüne geçilmesi büyük önem taşımaktadır. Kavram yanlışlarının oluşmasının engellenmesinin yollarından bir tanesi öğrencilerin konuyla ilgili doğru kavram imajı oluşturmasını sağlamaktır. Çünkü kavram imajı, zihinde herhangi bir kavramla ilgili oluşan tüm yapıları (çağırışım, özellik, şekil vb.) kapsadığından kavram imajlarının yanlış oluşması kavram yanlışlarını da beraberinde getirecektir.

Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin; kesirler (Macit, 2019), cebir öğrenme alanında ispat süreçleri (Güler, 2013), dörtgenler (Ayaz, 2017), fonksiyonlar (Süzer, 2011), radyan kavramı (Oğuz, 2019), katı cisimler (Avgören, 2011), eğim kavramı (Aydeniz, 2011), süreklilik (Coşkun, 2019), türev (Erdoğan, 2017), eşlik-benzerlik (Kara, 2014), limit (Kabael, Barak ve Özdaş, 2015) konuları ile ilgili kavram imajlarının incelendiği araştırmalara rastlanmaktadır.

Güler (2013) cebir öğrenme alanında ispat süreçleriyle ilgili, Önmez (2015) lineer denklemlerle ilgili olarak öğrencilerin kavram imajlarını, Sitirava (2017) ise cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik olarak matematik öğretmeni adaylarının kavram imajlarını incelemiştir. Ortaokul öğrencilerinin örneklemi oluşturduğu, cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri temele alan bir araştırma yapılmamış olması literatürdeki boşluğu ortaya koymaktadır. Ortaokul

öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ait kavram imajlarının incelenmesinin literatürdeki boşluğu kapatarak alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. Problem Cümlesi

Bu çalışmada, ‘Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin oluşturdukları kavram imajları nasıldır?’ problemini etkileyebilecek olan değişkenler doğrultusunda oluşturulan alt problemlere cevaplar aranacaktır.

1.5.Alt Problemler

- Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelere ilişkin imajları nasıldır?
- Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin imajları nasıldır?

1.6. Varsayımlar

Çalışma sürecinde aşağıdaki sayılıtların geçerli olduğu varsayılmıştır.

- Araştırma sürecinde ortaokul 7.sınıf öğrencileri cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin imajlarını belirleme ölçeğine bilgilerini yansıtabilecekleri,
- Araştırma sürecinde, 7.sınıf öğrencilerinin dış etkenlerden eşit seviyede etkilenecekleri,
- 7.sınıf öğrencilerinin veri toplama süresince içten ve samimi davranacakları varsayılmıştır.

1.7. Sınırlılıklar

- Bu araştırma 2020-2021 eğitim öğretim yılı ile,
- Çalışma grubu bir ilçeye ait bir devlet ortaokulunda bulunan 7.sınıf öğrencileri ile,
- Bu çalışmada elde edilen veriler, 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin imajlarının belirlenmesi ölçeği ile sınırlı kalacaktır.

1.8. Tanımlar

Kavram İmajı: Kavrama ait olan bireyin zihnindeki özellikler, resimler, işlemler, çağrışımlar gibi bilişsel yapıların tümüdür (Tall ve Vinner, 1981).

Kavram Tanımı: Herhangi bir kavramı ya da kavramın özelliklerini belirtmek için kullanılan kelimeler topluluğudur (Tall ve Vinner, 1981).

Cebir: Sayı ve semboller kullanarak incelenen ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalıdır (Akkaya ve Durmuş, 2006)

Cebirsel İfade: En az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler olarak tanımlanmaktadır (MEB, Matematik Dersi Öğretim Programı, 2018).

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem: İçerisinde kuvveti yalnızca birinci dereceden olan sadece bir tane farklı bilinmeyen bulunduran eşitlik bağıntısı içeren açık önermelerdir.

BÖLÜM II

ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesine ve araştırmayla ilgili olan çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. Kuramsal Çerçeve

Kavram tanımı ve kavram imajı terimleri matematik eğitimi literatüründe ilk defa 1980 yılında Sholmo Vinner ve Rina Hershkowitz tarafından ortaya atılmıştır ve daha sonra yine Sholmo Vinner'ın, David Tall ile yaptığı çalışmalarda detaylandırılarak teorik çerçeve olarak literatüre kazandırılmıştır (Bingölbalı, 2016). Kavram tanımı ve kavram imajı matematik bilgisinin gelişiminde önemli yaklaşım modellerinden bir tanesidir (Nurwahyu, 2014) ve kavram tanımı ve kavram imajı terimlerini ifade etmeden önce kavramın ne anlama geldiğine açıklık getirmek yerinde olacaktır.

2.1.1. Kavram Nedir?

İnsanların hayatlarını devam ettirebilmesine yardımcı olan en temel zihinsel oluşumlardan olan kavramlar; insanların tanımasına, ayırt edebilmesine, seçmesine ve birleştirmesine yardımcı olup aynı zamanda bilgiyi kullanma ve depolama sırasında da kullanılan tüm araçların yapı taşı konumundadır (Bozkurt, 2018).

Türk Dil Kurumu'na göre kavram, bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı, mefhum, fehva, konsept, nosyon olarak ifade edilmektedir (Türk Dil Kurumu, 2019). Diğer taraftan kavram; insan zihninde anlamlı hale gelen farklı obje ve olguların değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bir bilgi yapısı (Ülgen, 2004), ortak özellikleri paylaşan ve aynı isimle tanımlanan semboller, olaylar ve nesneler grubu (Aydoğmuş, 2015), Merrill'e (1994) göre ise varlıkların ve olayların gözlenebilen özelliklerinin toplamı olarak ifade edilmektedir.

İnsanlar, ilk çocukluk dönemlerinden itibaren çevrelerinde karşılaştıkları somut nesneleri, varlıkları inceleyerek ve bu varlıkların özelliklerini keşfederek kavramları zihinlerinde yapılandırmaya başlamaktadır ve somut nesnelerle, varlıklarla edinilen tecrübelerin doğruluğu ve sayısı bu süreci etkilemektedir. Gözlenen kavram örneklerinin sayısı ve türü arttıkça insanların zihinlerinde oluşturdukları şema genişleyecek ve kavrama ait oluşan yapı daha doğru bir hal alacaktır (Özmen, 2017).

Bir kavramı en iyi temsil eden ve o kavramın temel özelliklerini barındıran en tipik örneğine ‘prototip (ilk örnek)’ denilmektedir (Şimşek, 2006). Kavramların prototip örnekleri, kavramla karşılaşıldığında ilk düşündüğümüz kavram örnekleridir. Prototip kesin özellikleri tespit edilmiş ve diğer özelliklere açık kapı bırakmış kavramın özetlenmiş halidir (Dilber, 2014) ve prototipler kavramın tüm özelliklerini her zaman taşıyamamaktadır. Kavramların özellikleri ortak özellikler ve değişken özellikler şeklinde iki kısımda toplanmaktadır. Kavramın ortak özelliklerini kavramın tüm örneklerin de görmek mümkünken, değişken özellikleri ise her örnek de görmek mümkün olmayabilir. Örneğin canlı olmak ve yumurta ile üremek tüm kuşların ortak özelliği iken, bütün kuşların uçamaması değişken bir özelliktir. Prototipler de genel olarak kavramların ortak özelliklerini taşıırken değişken özelliklerine ise her zaman sahip olmamaktadırlar (Özmen, 2017).

Genel olarak kavramlar temel bazı özelliklere sahip olmak zorundadırlar ve alan yazında kavramların taşınması gereken özelliklerle ilgili çeşitli sınıflamalar bulunmaktadır. Örneğin kavramların bazı özellikleri

“Kavram; algılamaya dayalı olduğu için bireyden bireye farklılık gösterebilir.

Kavramlar hem soyut hem somut özellikleri beraber taşıdıkları gibi bu özellikleri ayrı ayrı da taşıyabilirler.

Kavramlar aynı kültür içindeki bireyler arasında bile yaşantılara bağlı anlam farklılıkları gösterebilir.” (Akuysal 2007, s.8)

şeklinde ifade edilirken Ülgen (2004) ise;

“Kavramlar insan tecrübesine dayalı olarak zaman içinde değişirler.

Objeye ve olayların algılanan özellikleri kişiden kişiye değişebilir.

Her kavramın bütün özelliklerini taşıyan orijinal bir örneği (prototipi) vardır.

Kavramların bazı özellikleri bazen birden fazla kavramda bulunabilir. (Örneğin; hareket özelliği bitki, hayvan ve insan kavramına ait bir özelliktir.)

Kavramlar objelerin ve olayların hem doğrudan hem de dolaylı olarak gözlenebilen özelliklerden oluşur.

Kavramlar çok boyutludur. Bir kavram bazen merkezde ana bir kavram olurken, bazen de bir başka kavramın alt kavramı olabilir.

Kavramlar kendi içlerinde özelliklerine uygun belirli ölçütlere göre gruplandırılabilir.

Kavramların özellikleri de kendi içerisinde bir kavramdır."

şeklinde ifade etmektedir.

Görüldüğü üzere Akuysal (2007) ve Ülgen (2004) kavramların bazı özelliklerini belirtirken ortak olarak, kişiden kişiye değiştiğini, her kavramın tüm bireyler tarafından aynı algılanmadığını vurgulamışlardır. Kavramların tecrübeyle geliştiklerini ya da değiştiklerini

ayrıca her kavramın sahip oldukları farklı özelliklere göre sınıflandırabileceğini belirtmişlerdir. Tüm bu özellikler kavramsal öğretim yapılırken dikkat edilmesi gereken durumlardır. Bir sınıf içerisinde tüm öğrenciler aynı ölçüde algılama gücüne ya da eşit tecrübeye sahip olmadıklarından öğretimin her öğrenciye hitap edecek şekilde planlanması kavramsal öğrenmenin etkililiği için oldukça önemlidir.

Tüm yaşantımızda olduğu gibi eğitim konusunda da kavramların yeri yadsınamaz derecede fazladır. Kavramlar küçüklükten beri bireylerin karşısına çıkan ve tecrübe ile gelişen oluşumlardır. Öğrencilere verilen öğretimin kavramlara yeteri kadar önem verilmeden, ezbere bir şekilde olması öğretimin kalıcılığını düşürecektir. Öğrencilerin öğrenim süreçleri boyunca neyi neden yaptıklarını bilmeleri yapılan öğretimin etkililiğini arttıracığından bu durumun temelinde yatan kavramsal olarak öğrenmenin ve öğretimin gerçekleşmesi etkin öğrenme açısından kritik öneme sahiptir.

2.1.2. Kavram Öğretimi

Günümüzde kabul gören öğrenme yaklaşımlarından olan yapılandırmacı yaklaşımın temelinde, yeni öğrenilen bilgilerin eski mevcut olan bilgiler üzerine inşa edilmesi yatmaktadır. Bu sebeple yeni öğrenmelerin gerçekleşmesinde, eski kavramlar ile yeni öğrenilen kavramların ilişkilendirilmesi oldukça önemlidir. Öğrencilerin yeni kavramları doğru şekilde öğrenebilmesi ve yorumlayabilmesi mevcut kavramların doğru yapılandırılmasına bağlıdır (Özmen, 2017). Bir kavramın yanlış veya eksik öğrenilmesi sarmal biçimde sonraki konuları da tetikleyeceğinden kavramsal eksikliklere veya kavram yanlışlarına yol açabilmektedir (Altun, 2009). Ayrıca, MEB tarafından yayınlanan matematik dersi öğretim programında da (2013), matematiğin kavramlar arasında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine has sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dil olduğu vurgulanmaktadır. Dolayısıyla matematik dilinde kavramlar öğrenme ve ilişkilendirmede oldukça önemli olan bağlantı araçları olarak görülmektedir. Tüm bu durumlar da öğrenmenin kavramsal olarak gerçekleştirilmesinin son derece önemli olduğunu ortaya koymaktadır ve Ayas (2019), kavram düzeyinde öğretim yapılmasının gerekçelerini

“Günümüzde kullanılan öğretim yaklaşımları kalıcı öğrenmenin işlemsel değil kavramsal olduğunu kabul etmektedirler.

Öğrenci ancak bilgilerini karşılaştığı yeni durumlara uygulayabilirse öğrenmiş (kavramış) sayılır.

Öğrencilerin ön bilgileri sonraki öğrenmeler üzerinde ciddi etkiler oluşturmaktadır. Özellikle öğrencilerde bulunabilecek yanlış anlamalar yeni bilgilerin öğrenilmesini olumsuz yönde etkilemektedir.

Bilimin ve araştırmaların gelişmesi sonucunda her gün yeni bilgiler keşfedilmektedir. Bundan dolayı bütün bilgileri öğrenmek mümkün olmadığı için kavramsal olarak temel bilgiler kazanmak önemli hale gelmektedir.

Sınıfta farklı düzeylerde öğrenciler bulunduğu için aynı hızda öğrenemezler. Öğretmen kavram öğretime önem vererek her düzeye uygun bir öğretim planı yapmalıdır.

Kavram öğretiminde basitten karmaşığa doğru aşamalı bir sıra vardır.” (Ayas, 2019, s.201)

şeklinde sıralamaktadır.

Kavram öğrenimi Stones (1970)’a göre kavramın oluşturulması ve kavramın kazanılması şeklinde iki aşamada gerçekleşmektedir. Kavrama ait örneklerin benzer ya da farklı taraflarının belirlenerek, benzerliklere bağlı genellemeler oluşturulması süreci kavramın oluşturulması ile adlandırılmaktadır ve kavram oluşturma tam olarak kavram öğrenme anlamına gelmemektedir. Kavram oluşturma süreci kavramın kazanılması için ön koşul oluşturmaktadır ve kavramın oluşturulmasıyla birlikte kavramın belirli kural ve ölçütlere göre sınıflanması anlamına gelmektedir. Kavrama ait verilen tanımlar kavram oluşturmaya oluştururken, işlemsel bilgi ise kavramların kazanılmasını sağlamaktadır (Stones 1970’ten aktaran Ülgen, 2006).

Kavramların kazanılmasında kavramın içerik öğelerinin açıklanması önemlidir. Öğrencilerin bir kavramı oluşturan içerik öğelerini anlamlandırdıklarında diğer kavramları kazanmalarının daha kolay olduğu düşünülmektedir. Kavramın içerik öğelerinden biri ‘örnekler’ ve ‘örnek olmayan’ durumlardır. Öğrenciler bir kavrama ait örnek olanlarla örnek olmayanları karşılaştırarak bilişsel yapılarında oluşturmuş oldukları kategorilerin niteliklerini anlamaya çalışmaktadırlar (Tennyson ve Cocchiarella, 1986). Tennyson ve Cocchiarella (1986), kavrama ait örnek olan durumlar verilirken ilk örneğin kavramın özelliklerini belirten en açık prototipi olması gerektiğini belirtmekte, örnek olan ve olmayan durumlar verilerek kavram öğretimi yapıldığında öğrencilerin daha net kavramlar geliştirdiğini, örnek olan durumlar verilirken özellikler ve örnekler tartışılırsa daha kalıcı ve etkili bir öğrenme olacağını belirtmektedirler. Bir kavramın örnek durumları ve örnek olmayan durumları üzerine kurulan bir öğretim sürecinde hem kavramın ne anlama geldiği hem de ne anlama gelmediği belirlenmiş olur.

Doğanay (2002), kavram öğretimi esnasında yapılması gerekenleri

- “1.Öğrencilere öğretilmesi uygun ve gerekli olan kavramların belirlenmesi
- 2.Belirlenen kavramların öğretmen tarafından analiz edilmesi

3.Analiz edilen kavrama uygun öğretim stratejisi ve materyallerin hazırlanması”
(Doğanay, 2002).

şeklinde belirtmiştir.

Doğanay (2002)’ın belirttiği gibi kavram öğretimi gerçekleştirilirken konuya, kavrama uygun doğru öğretim stratejisinin seçilmesi oldukça önemlidir. Literatürde kavram öğretimi ile ilgili çeşitli stratejiler bulunmaktadır. Bu stratejilerden başlıcaları; Martorella’nın Kavram Analizi, Klausmeir’in Kavram Oluşturma Modeli, Merrill Tennyson’un Kavram Kazanımı Stratejisi, Hilde Taba Kavram Öğretimi Stratejisi, Joyce ve Weil’in Kavram Kazanımı Stratejisi, De Cecco Modeli, Rowntree Modeli, Stones’in Kavram Öğretimi Modeli, Tanımlama ile Kavram Öğretimi, Michaelis ve Garcia’nın Kavram Öğretimi ve Problem Çözme ve Araştırma İnceleme Yoluyla Kavram Öğretimi Stratejileridir.

2.1.2.1. Martorella’nın Kavram Analizi Stratejisi

Martorella (1986)’ya göre kavram öğretimi için önemli olan nokta öğretimden önce öğretmenlerin öğretilcek olan kavramları ve bu kavramların özelliklerini doğru belirlemeleridir. Bu stratejiye göre, kavram ve özellikleri belirlendikten sonra ise analizi yapılacak kavrama uygun teknik ve materyallerin belirlenerek, Martorella tarafından geliştirilen aşamalara uygun olarak kavram öğretimi yapılmaktadır. Martorella (1986)’nın geliştirdiği bu aşamalar ise; kavram adının belirlenmesi, kavramın tanımının yapılması, kavramın ayırt edici özelliklerinin belirlenmesi, kavramın ayırt edici olmayan özelliklerinin belirlenmesi, kavramı açıklamak için en iyi örneğin seçilmesi, kavrama ait açıklanacak diğer örnekler ve kavramın açıklanmasında anlamaya yardımcı olan zıt örneklerin seçilmesi şeklindedir (Martorella 1986’dan aktaran Tokcan, 2015).

2.1.2.2. Klausmeir’in Kavram Oluşturma Modeli

Klausmeir’e göre kavramlar, zihinsel olarak oluşan yapılardır. Bu zihinsel yapılar, öğrencilerin sadece örnek olan veya olmayan durumları belirlemesi değil, kavramı bir uzman olarak kullanmasını da sağlamaktadır. Dolayısıyla zihinsel yapı olan kavramlar, kişinin bilişsel yapı taşlarıdır ve düşünme sürecinin temel birimleridir.

Klausmeir kavram oluşturma sürecinin dört düzeyde gerçekleştiğini belirtmiştir. Bu düzeyleri; somut düzey, tanıma düzeyi, sınıflama düzeyi ve formal düzey olarak ifade etmiştir. Somut düzeyde öğrenme, kavramın farkında olup diğer kavramlardan ayrıldığında gerçekleşmektedir. Tanıma düzeyinde öğrenmede ise kavram ile farklı bağlamlarda da karşılaşıldığında yine kavramı tanımadır. Sınıflama düzeyinde kavramı oluşturma, o

kavramın en az iki farklı örneğinin aynı kavrama ait olduğu anlaşıldığında gerçekleşmektedir. Son düzey olan formal düzeyde kavram öğrenimi ise kavramın belirleyici özellikleri belirlendiğinde, kavrama ait örnek olan ve olmayan durumlar belirlendiğinde gerçekleşmektedir (Tokcan, 2015).

2.1.2.3. Merrill Tennyson'un Kavram Kazanımı Stratejisi

Merril Tennyson'un geliştirdiği kavram öğretimi stratejisi genel olarak kavramın içerik öğelerine dayanan tümevarımsal bir stratejidir. Bu stratejide kavrama ait içerik öğeleri; kavramın adı, tanımı, kavramın üst-alt ve türsel sınıf kavramları, kavramın ayırt edici özellikleri ve değişebilir özellikleri, kavramın örnekleri ve örnek olmayanları ve ayırt edici özelliklerin örnek üzerinde gösterilmesinden oluşmaktadır (Tokcan, 2015).

Merril Tennyson'ın kavram öğretimi stratejisi dört aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar belirlenirken içerik öğeleri doğrultusunda; kavramın tanımının sunulması, örnek olan ve örnek olmayan kavramların sunulması, yeni örnek ve örnek olmayan durumların sunulmasını içeren alıştırmaların sunulması ve test aşamasından oluşmaktadır (Doğanay, 2002).

2.1.2.4. Hilde Taba Kavram Öğretimi Stratejisi

Kavram öğretimi konusunda önemli bir strateji olan Hilde Taba'nın Kavram Öğretimi Stratejisi üç aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalardan ilki listeleme aşaması olup öğrencilerden konuyla ilgili kavramları listelemeleri beklenmektedir. İkinci aşama ise gruplama aşamasıdır. Bu aşamada öğrenciler listeledikleri kavramları benzer özelliklerine göre gruplandırır. Son aşama ise isim verme aşaması olup öğrencilerden oluşturdukları her bir gruba bir isim, etiket, vermeleri istenmektedir (Dündar, 2007).

2.1.2.5. Joyce ve Weil'in Kavram Kazanımı Stratejisi

Hilda Taba'nın geliştirdiği kavram öğretimi stratejisine alternatif olabilecek tümevarımsal bir stratejidir (Tokcan, 2015). Joyce ve Weil (1990)'in geliştirmiş oldukları kavram kazanımı strateji üç aşamadan oluşmaktadır.

Bu stratejinin ilk aşamasını oluşturan “veri sunumu ve kavram tanımı” aşamasında; öğretmenler isimlendirilmiş örnekleri sunar, öğrenciler ise örnek olan ve olmayanları karşılaştırır, hipotezleri test edip geliştirebilirler ve gerekli özelliklere dayalı olarak tanımlarını yaparlar.

Stratejinin ikinci aşamasını oluşturan “kavram kazanımını test etme” aşamasında; öğrenciler isimlendirilmemiş örnekleri evet ya da hayır gibi kısa cevaplarla teşhis eder, öğretmenler hipotezleri doğrular, gerekli özelliklere dayanarak kavramı isimlendirir ve öğrenciler örnekleri geliştirirler.

Stratejinin son aşaması olan “düşünme stratejilerinin analizi” aşamasında; öğrenciler düşüncelerini tanımlar, hipotezlerin rolü, özellikleri, sayısı ve türünü tartışır (Dündar, 2007).

2.1.2.6. De Cecco Modeli

Bu model somut ve soyut olan tüm kavramların öğretiminde kullanılan bir kavram öğrenme stratejisidir. Diğer kavram öğretimi stratejilerinde olduğu gibi bu modelde çeşitli aşamalardan oluşmaktadır. De Cecco Modeli, dokuz aşamadan oluşmakta olup bu aşamalar aşağıda sıralanmaktadır:

- “1. Aşama: Öğrenciler kavramları öğrendikten sonra onlardan beklenenler açıklanır.
2. Aşama: Karmaşık kavramlarda öğrenilecek özellik sayısını azaltılır ve önemli özellikleri baskınlaştırılır.
3. Aşama: Öğrencilere sözlü araçlar verilir.
4. Aşama: Kavramın olumlu ve olumsuz örnekleri verilir
5. Aşama: Yakın çevreden örnekler sunulur.
6. Aşama: Yeni olumlu bir örnek verilir ve öğrencinin teşhis etmesi sağlanır.
7. Aşama: Öğrenci sorumlulukları ve bu fırsatların pekişmesi için fırsatlar sağlanır.
8. Aşama: Öğrencilere kavram kendi sözcükleriyle tanımlatılır.
9. Aşama: Kavramın öğrenilmesi değerlendirilir” (Tokcan, 2015, s.29).

2.1.2.7. Rowntree Modeli

Rowntree kavram öğretimi modeli dokuz aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar; örnekleri temel özelliklerine ayırmayı içeren kavramları ayırma aşaması, ilk olarak kavramın sözlük tanımının kullanıldığı daha sonra diğer tanımlara da yer verildiği her kavramı tanımlama aşaması, kavramla ilgili gerekli ve gereksiz örneklere karar verildiği örnek modelleri inceleme aşaması, kavrama ait özellikleri daha iyi tanımlamak için karşı modelleri inceleme aşaması, kavramla ilgili kesin olan özellikleri açıklamaya yardımcı olan belirsiz modelleri inceleme aşaması, kavram için bulunan özellikleri geliştirerek bulunmuş modelleri kullanma aşaması, kişisel durumla birleştirme aşaması, birbirine uygun olan birbirini örten kavramların incelendiği ilişkili kavramları inceleme aşaması ve son aşama olan kuramların,

teoremlerin, aksiyomların ve genellemelerin ilişkilendirildiği yöntemleri açıklama aşamasından oluşmaktadır.

2.1.2.8. Stones'in Kavram Öğretimi Modeli

Stones (1983), kavramların nasıl öğretilmesi konusunda bazı araştırmalar yapmış olup, bu araştırmalar sonucunda üç aşamalı bir model geliştirmiştir (Reece ve Walker, 1998'den aktaran Dündar, 2007). Bu modelin aşamaları ise; 'etkileşim öncesi' aşaması ile başlamakta olup bu aşamanın içeriğinde Öğretim konularının analizini yapmak, ikinci derecede kavramlar, özel örnekler, sunum yöntemleri, öğrenci aktiviteleri ve değerlendirme şekillerini içeren anahtar kavramlar belirlemek ve öğrencilerin önceki bilgilerini saptama yer almaktadır.

Modelin ikinci aşaması ise 'etkileşimsel' aşaması olup bu aşamanın içeriğinde; yeni öğrenmenin doğası gereği ön (hazırlık) bilgi verilmesi, Yeni kavramları ve anlam özelliklerini isimlendirmede kullanılacak aşamaların açıklanması ve yeni öğrenilenlerle mevcut kavramların ilişkisine dikkat çekilmesi, başlangıçta ölçütsel özellikleri kolaylaştırmak için basit örnekler sunulması, öğrencilerin ölçütsel olan ve olmayan özellikler arasındaki farkı anlamaları için olanak sağlanması, ölçütsel özellikleri olabildiği kadar ekonomik dağılımını tamamlamayı sağlamak için örnekler serisinin sunulması, örneklerin ölçütsel olan ve olmayan özellikler arasındaki ayrımı geliştirmeleri için örnek olmayanları karşı durumlar sağlanması, yeni örnek ve örnek olmayan örneklerin sağlanması ve öğrencilere tanımlatılması, her ayırım için geri bildirim sağlanması, öğrencilerin kavramların doğasını açıklarken kendi dillerini kullanmaları için cesaretlendirilmesi ve öğrencilerin kavramların yeni örneklerini teşhis edebilme yeteneğini bağımsız hale getirebilmelerinin sağlanması şeklinde maddeler yer almaktadır.

Modelin son aşaması 'değerlendirme' aşaması olup bu aşamanın içeriğinde; öğrencilerden yeni örnekleri örnek olmayanlardan ayırmalarının sağlanması yer almaktadır.

2.1.2.9. Tanımlama ile Kavram Öğretimi

Kavram öğretiminin gerçekleştirilmenin bir diğer yolu tanımlama yardımıyla kavram öğretimi yapmaktır. Öğrencilere tanımlar yoluyla öğretim yapmanın farklı türleri vardır. Bu türler; uygulama yaparak açıklamak, göstermek, benzerlikleri kullanmak, sözlük kullanmaktır.

2.1.2.10. Michaelis ve Garcia'nın Kavram Öğretimi

Michaelis ve Garcia (1996) tarafından geliştirilen bu strateji beş basamaktan oluşmaktadır. Bu strateji genel olarak kavram öğrenme basamaklarını da dikkate alarak geliştirilmiş ve bu aşamalar; tanımlama/açıklama, örnek olan ve örnek olmayanları ayırt etme, listeleme, gruplama-isimlendirme, problem çözme veya araştırma, öğrenme aktivite çeşitlerini sağlamaktan oluşmaktadır (Michaelis ve Garcia, 1996'dan aktaran Dünder, 2007).

2.1.2.11. Problem Çözme ve Araştırma İnceleme Yoluyla Kavram Öğretimi

Kavramların geliştirilmesinde kullanılan bu yöntem aslında bilimsel düşünme ve araştırma yöntemlerinden bir tanesidir. Bu yöntemde öğretilecek olan kavram öğrenciye bir problem olarak sunulur. Daha sonra öğrenci bu problemi çözmek için hipotezler oluşturur ve farklı kaynaklardan bilgi taraması yaparak veri toplar. Bir sonraki aşamada ise toplanan bilgileri analiz ederek sonuçları belirler (Tokcan, 2015).

Kavram öğretimi tüm disiplinlerde olduğu gibi matematik dersi özelinde de önem taşımaktadır. Çoğu matematik konusunun önceden öğrenilen konulardaki bilgilere, kavramlara zincirleme bir şekilde bağlı olması matematik dersi için kavram öğretiminin yadsınamaz önemini ortaya koymaktadır. Öğretmenlerin bilgiyi öğrencilere kalıcı olarak kazandırması işlemsel yapılan bir öğretimin aksine kavram düzeyinde yapılan etkili bir öğretim ile gerçekleştirilmektedir. Öğretmenler kavram öğretimini gerçekleştirirken konu ile alakalı uygun ve gerekli olan kavramları belirlemeli ve bu kavramları en etkili şekilde öğrenciye aktarabileceği materyal ya da kavram öğretim stratejisini doğru seçmelidirler.

Kavram öğretimi stratejilerinin birçoğunda ilk aşamalardan biri olan kavramın tanımının yapılması kavram öğretimi için kritik bir yer tutmaktadır. Bir kavramın tanımı bilinmeden o kavramın tam olarak öğrenilmesi beklenememektedir. Matematik bu durumun geçerli olduğu önemli bilim dallarından bir tanesidir. Kavram tanımlarının doğru yapılabilmesi, bilinmesi öğrenilecek olan kavramları daha anlamlı hale getirerek kalıcılığının artmasına yardımcı olacaktır.

2.1.3. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Matematik, kavramların doğru bir şekilde tanımlanması gereken bilim dallarının başında gelmektedir. Tall ve Vinner (1981), matematikte bir kavramın tanımının her zaman var olmayacağını eğer bir kavramın tanımından bahsediliyorsa bu tanımın, kavramı belirtmek için kullanılan bir sözcük dizisi olacağını belirtmişlerdir. Kavram tanımları hem formal olabilirken hem de kişiler tarafından formal tanım yeniden yapılandırılarak oluşturulan

formal olmayan tanımlar ortaya çıkmaktadır. Tall ve Vinner bu durumu formal tanım ve kişisel tanım olarak iki kısma ayırmışlardır. Formal kavram tanımları matematik alanında uzman, büyük çoğunluk tarafından kabul edilmiş tanımlardır. Formal olmayan tanımlar ise bireyin zihninde kendi oluşturduğu kavram tanımlarıdır. (Bingölbalı, 2016)

Bingölbalı (2016) kavram tanımını, ‘kavramı dolambaçsız ve doğru bir şekilde açıklayan sözel tanımlama’ şeklinde ifade etmektedir. Bu bağlamda kavram tanımını matematiksel bir kavramı tanımlamak için kullanılan kelime veya sembollerden oluşan sözel bir formdur. Örneğin; boş küme kavramı, ‘hiç elemanı olmayan küme’, çember kavramı ise ‘düzlemde verilen bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesi’ şeklinde tanımlanmaktadır.

Vinner (1991) yılında yaptığı çalışmada matematikte kullanılan tanımların aşağıda yer alan 5 varsayıma dayandığını ifade etmektedir:

- “1.Kavramlar, tanımlar yardımıyla elde edilir
- 2.Öğrenciler problemleri çözmek ve gerektiğinde teoremleri matematiksel bir bakış açısıyla kanıtlamak için tanımları kullanacaklardır.
- 3.Tanımlar minimal olmalıdır. (Burada bahsedilen minimallik, bir kavramın tanımı yapılırken tanımın sade tutulması gerektiğidir. Matematiksel olarak çıkarım yapılabilecek durumlar tanımın içerisinde yer almamalıdır. Örneğin Öklid geometrisi temelinde bir dikdörtgeninin açılar aracılığıyla tanımı yapılacaksa 4 dik açıya sahip dörtgen yerine 3 dik açıya sahip dörtgen tanımının yapılması daha uygundur. Çünkü öklid geometrisinde eğer bir dörtgenin 3 dik açısı var ise dördüncü açısının da dik olacağı ispatlanabilmektedir.)
- 4.Tanımların zarif olarak yapılması istenir. (Örneğin bazı matematikçiler, asal sayı kavramı için yapılan ‘sadece iki farklı bölünebilen sayılardır’ tanımının ‘1’den büyük ve yalnızca 1’e ve kendisine bölünen sayılardır’ şeklinde yapılan tanımdan daha zarif olduğuna inanmaktadırlar.)
- 5.Tanımlar keyfidir. (Örneğin bir yamuk tanımı yapılırken, paralel olan en az bir çift karşılıklı kenara sahip olan dörtgen şeklinde tanımlanmaktadır. Diğer taraftan eğer istenirse paralel yalnızca bir çift karşılıklı kenara sahip olan dörtgen olarak da tanımlanabilmektedir. Eğer birinci tanım seçilirse paralelkenarın da bir yamuk olduğu söylenebilirken ikinci tanım seçilirse böyle bir durumdan bahsedilememektedir.)” (Vinner, 1991, s.65)

Matematik kesinlik ve doğruluk disiplini olduğundan kavramların tanımlarına dayalı bir matematik öğretiminin yapılması gerektiği düşünülebilmektedir. Ancak matematiksel kavramların tanımları öğretilmesine rağmen bir problem çözümünde öğrencilerin kavram imajları ön plana çıkmaktadır (Bingölbalı, 2016). Vinner (1983), bu bağlamda; öğrencilerin kavramları ele alırken kavramların tanımından ziyade kavramların imajlarına ihtiyaç duymakta oldukları ve bir kavram yalnızca tanımı aracılığıyla öğretildiğinde o kavramın ya etkisiz kalacağına ya da unutulacağı yönünde iki önemli noktaya dikkat çekmektedir. Dolayısıyla Vinner (1983) ’ın ortaya attığı bu durum matematik öğretiminin kavramın

tanımıyla birlikte kavram imajlarının da dikkate alınarak yapılması gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Matematikte kullandığımız birçok kavram formal olarak tanımlanmamıştır. Bu kavramların tanımlarına, uygun deneyim ve kullanımlar yoluyla ulaşılabilmekte ve sonrasında ise bu kavram tanımları detaylandırılarak yorumlanmaktadır. Genellikle bu süreçte kavramın bilişsel olarak kullanılmasını sağlamak amacıyla kavrama bir sembol veya isim verilmektedir. Ancak kavramın anlamını ortaya çıkaran bilişsel yapı tek bir isim veya sembolden çok daha fazlasıdır. Bireyler matematikte birçok kavramın formal tanımını öğrenmeden önce bu kavramlarla informal olarak karşılaşmaktadırlar. Bireylerin zihinlerinde her bir kavramla ilgili bilişsel bir yapı oluşmaktadır. Kavramla informal olarak karşılaşan birey zihninde bu kavramla ilgili çeşitli kişisel imgeler oluşturmaktadır. (Tall ve Vinner, 1981). Tall ve Vinner (1981), geliştirmiş oldukları teorik çerçevede kavrama ait oluşan bu imgelere kavram imajı adını vermişlerdir ve kavram imajını öğrencinin kavramla ilişkilendirdiği bilişsel yapının tamamı olarak tanımlamışlardır.

Kavram imajı, zihninizde kavram adıyla ilişkilendirilen sözsüz bir yapıdır. Görsel temsiller, zihinsel resimler, izlenimler ve kavram adıyla ilgili deneyimler birer kavram imajı ve sözsüz yapılar olmasına rağmen bu imajlar sözel tanımlara çevrilebilirler. Burada dikkat edilecek husus bir kavramla ilk karşılaşıldığında zihninizde oluşan yapının sözel tanımının olmadığıdır. Birey kavramla karşılaştığı anda zihninde o kavramın kavram imajı belirmektedir (Vinner, 1991). Matematik öğretmenleri için, öğretim esnasındaki önemli hedeflerden biri, öğrencilerinin öğrendikleri kavramlarla ilgili zihinsel resimleri zenginleştirmelerine yardımcı olmaktır (Nurwahyu, 2014).

Örneğin, çıkarma işlemi kavramı genellikle ilk önce pozitif tam sayılar arasında yapılmaya başlanan bir işlem olduğundan, bu aşamada çocuklar bir sayının çıkarılmasının daima cevabı azalttığını söylemektedirler. Böyle bir çocuk için bu gözlem kendi kavram imajının bir parçasıdır ve negatif sayıların çıkarılması işe koşulduğunda sorunlara neden olabilmektedir. Bu nedenle, bir kavramla ilişkili tüm zihinsel nitelikler ister bilinçli ister bilinçsiz olsunlar, kavram imajına dahil edilmelidirler (Tall ve Vinner, 1981). Dolayısıyla kavram imajı dinamikdir ve öğrenci kavramla daha yakından tanıştıkça onun nasıl kullanılacağını daha fazla farkına varmaktadır (Pettersson, Liljekvist ve Bommel, 2019). Bu bağlamda öğretmenlerin öğrencilerde kavramlara ait oluşan kavram imajlarını destekleyici öğretim yapmaları gerekmektedir. Öğretmen kavrama ait ne kadar çok örnekle öğrencileri karşılaştırırsa öğrencilerin zihinlerinde oluşan kavram imajları o kadar zenginleşecek ve

gelişecektir. Sadece kavramı en iyi tanımlayan prototip örneğin verilmesi imaj oluşumunda eksikliklere sebebiyet verecektir. Fakat yine de kavram imajının gelişmesi için kullanılan prototiplerin, pedagojik bir amaç için kullanılan kavramın standart örneklerinin, etkisi oldukça fazladır. Çünkü prototipler kavramın sadece bir yönünü vurgulamak için seçilmiş olsalar da bir bütün olarak kavram görüntüsüne güçlü bir şekilde katkıda bulunma eğilimindedirler (Vürman, Attorps ve Tossavainen, 2017)

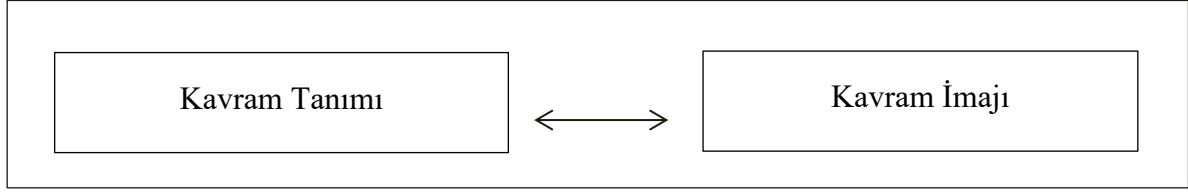
Öğrenciler bir kavrama ait farklı kavram imajları da geliştirebilmektedirler. Tall ve Vinner (1981), farklı zamanlarda ya da farklı bağlamlarda oluşan kavram imajlarının birbirleri ile çelişebileceğini belirterek bu durumun sebebinin çalışılan bağlama göre farklı imajlar oluşturmaktan kaynaklandığını belirtmektedirler. Kavrama ait farklı kavram imajlarının bulunması her zaman bilişsel bir çelişki yaratmamaktadır. Fakat kavrama ait farklı bağlamlarda oluşturulan kavram imajlarının bir problem durumunda birlikte kullanılması gerektiğinde, zihinsel bir çatışmaya yol açabilmektedir. Bu durum öğrencilerin o problem karşısında zorlanmasına neden olmaktadır. Çelişen kavram imajlarına örnek olarak 'X' sembolü verilebilmektedir. Bu sembol aritmetik konularında çarpma işlemi olarak kullanılırken, cebir konularına gelindiğinde ise hem değişken hem de bilinmeyen olarak kullanılmaktadır. Eğer öğrenci $5 \times 4 = ?$ İşlemindeki 'X' işareti ile $3x + 7$ cebirsel ifadesindeki x'i karıştırıyorsa burada bir bilişsel çatışmadan bahsetmek mümkündür (Bingölbali, 2016).

Vinner (1983) her kavram için bilişsel sistemde iki farklı hücrenin olduğunu varsaymakta ve hücrelerden birinin kavram tanımı ya da tanımlarını temsil ederken diğerinin kavram imajını temsil ettiğini belirtmektedir. Bazı kavramlar için bazı bireylerde bu hücrelerden biri hatta ikisi bile boş olabilmekte olup bilişsel yapıda bulunan bu iki hücre birbirlerinden bağımsız oldukları halde aralarında etkileşim olabilmektedir. Vinner (1983) kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında oluşabilecek bu etkileşimleri iki durum üzerinde ele alarak diyagramlar aracılığıyla açıklamaktadır.

1.Durum: Öğretilecek kavrama ilişkin kavram imajı oluşmamıştır ve öğrenci kavramla ilk kez formal tanım yoluyla karşılaşmaktadır.

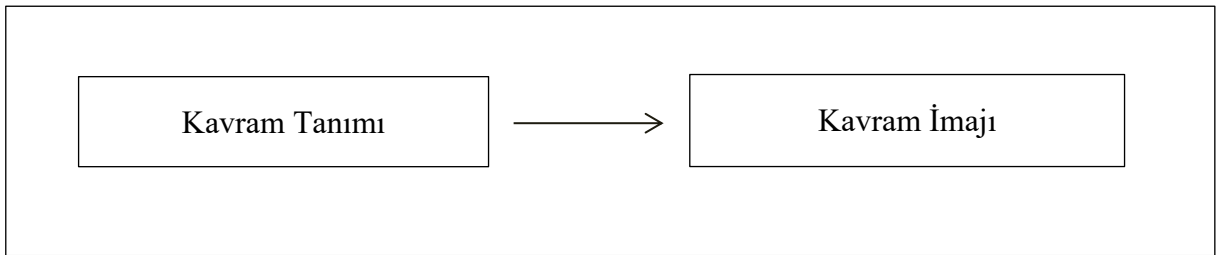
Burada kavram imajı hücresi başlangıçta boştur ve kavrama ait birkaç örnek ve açıklamadan sonra yavaş yavaş doldurulmaya başlanmaktadır. Fakat oluşan kavram imajının, kavram tanımının tüm yönlerini yansıtmaması gerekmektedir. Bu aşamadan sonra Şekil 2'de

gösterildiği gibi kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında bir etkileşim başlamış olur.



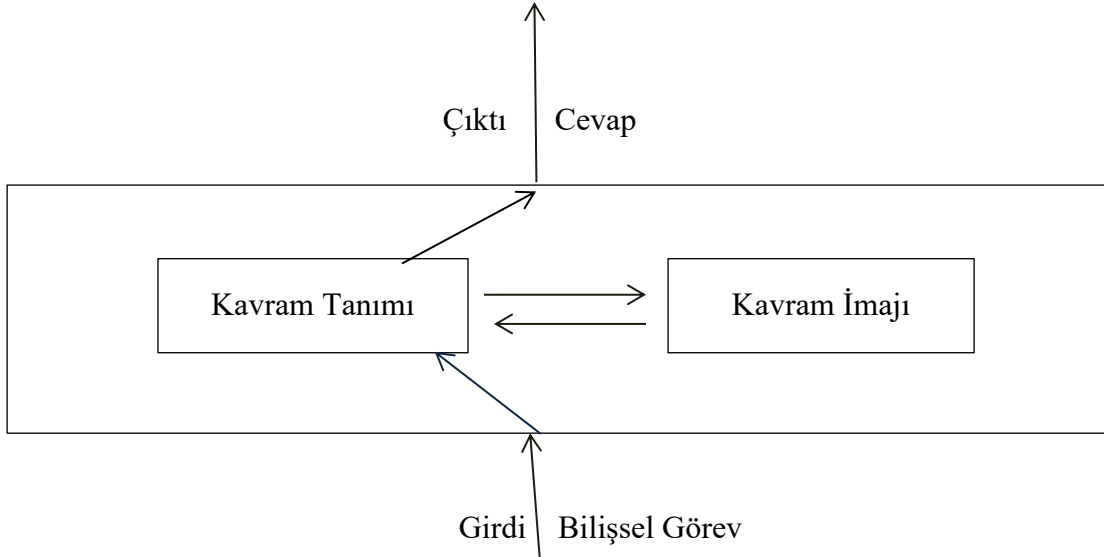
Şekil 1. Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki çift yönlü etkileşim

Şekil 2’de kavram oluşumunun çift yönlü bir süreci gösterilmektedir. Vinner (1983), bu diyagramın uzun vadede kavram oluşumunu temsil ettiğini, bazı durumlarda ise kavram oluşumu sürecinin tek yönlü gerçekleştiğini ifade etmektedir. Lise ve üniversite düzeylerinde çoğunlukla kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında çift yönlü bir etkileşimin aksine Şekil 3’te gösterildiği gibi tek yönlü bir etkileşim söz konusudur. Yani bu süreçte kavram imajı kavram tanımı aracılığıyla oluşmaktadır. Ancak kavram tanımları her zaman tam anlamıyla kavram imajlarını belirleyememektedir ve bu şekilde ilerleyen bir süreç Şekil 2’deki sürece göre daha karmaşıktır (Bingölbalı , Kavram Tanımı ve Kavram İmajı, 2016).



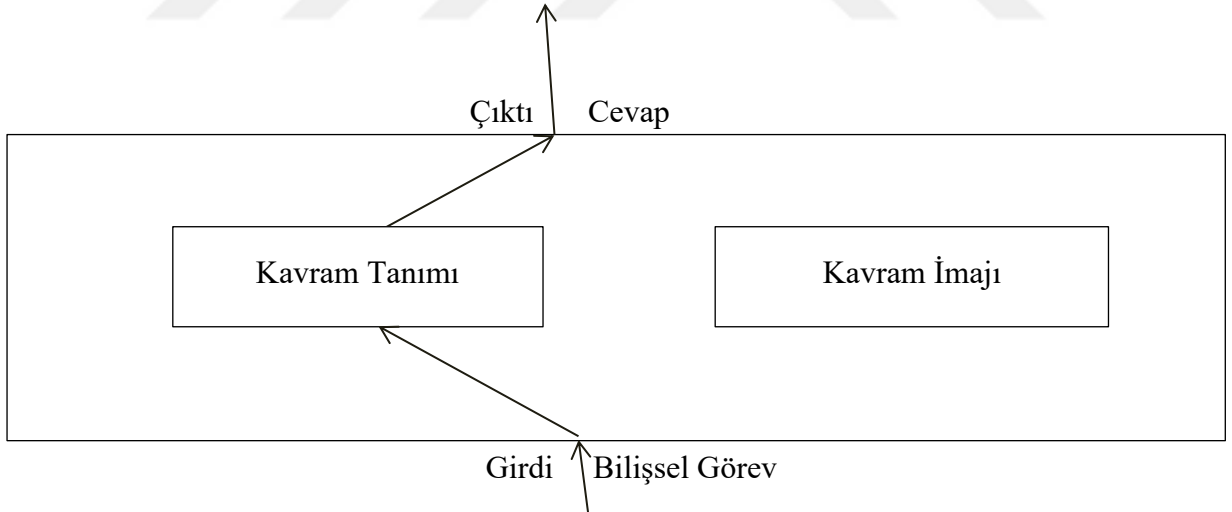
Şekil 2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı arasındaki tek yönlü etkileşim

Vinner (1991), kavram oluşturma süreçlerine ek olarak problem çözme ve bilişsel görev performansı durumlarını da diyagramlar üzerinde incelemiştir. Şekillerdeki oklar, bilişsel bir sistemin çalışabileceği farklı yolları temsil etmektedir. Öğrenciye bilişsel bir görev verildiğinde kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri etkin hale gelmektedir. Vinner bu durumun üç farklı süreçte gerçekleşebileceğini söylemektedir. Birinci süreç Şekil 3’te gösterildiği üzere kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinin birlikte aktif olduğu durumdur.



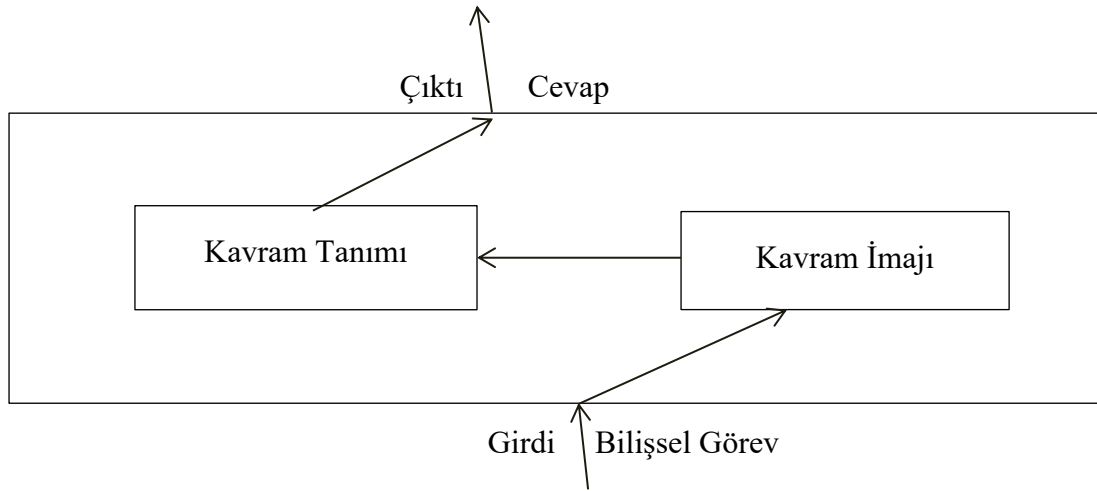
Şekil 3. Bilişsel görev sürecinde kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişki

Şekil 3'te görüldüğü gibi bir süreçte öğrenci bilişsel görev ya da problem durumu ile karşılaştığında ilk olarak kavram tanımı hücrelerine başvurmaktadır. Fakat bu süreçte kavram imajı hücreleri de aktif olup bilişsel görev kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasındaki etkileşimden sonra kavram tanımı hücreleri üzerinden çıktıya ulaşmaktadır. Dolayısıyla Şekil 3'te gösterilen süreçte kavram tanımı hücreleri ön planda bulunmaktadır.



Şekil 4. Bilişsel Görev Sürecinde Kavram İmajı Hücrelerinin Pasif Kalması

Şekil 4'te ise bilişsel görevin gerçekleşebileceği bir başka süreç gösterilmiştir. Diyagramdan da görüldüğü üzere böyle bir süreçte öğrenci bilişsel görevi gerçekleştirirken sadece kavram tanımı hücrelerini kullanıp kavram imajı hücrelerini pasif durumda bırakmaktadır. Vinner (1991), bu süreci 'tamamen formal öğretim' olarak adlandırmaktadır.

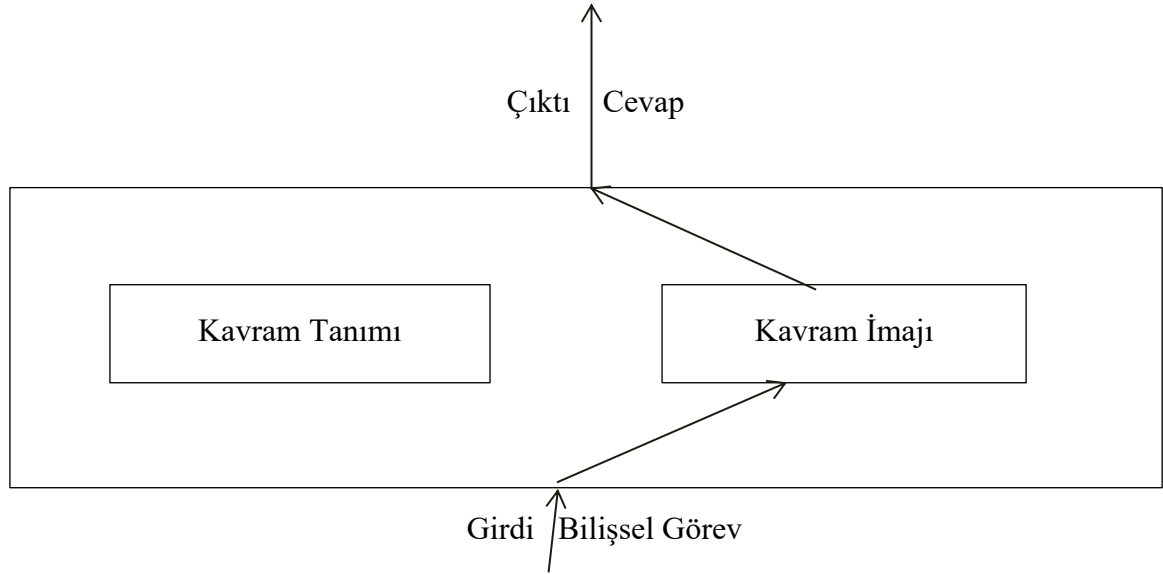


Şekil 5. Bilişsel Görev Sürecinde Kavram İmajının Daha Etkin Olması

Bilişsel görevin gerçekleştirilmesindeki bir diğer süreç ise Şekil 5'te gösterildiği gibi kavram imajının ön plan da olduğu süreçtir. Öğrenci bu süreçte bir bilişsel görev ile karşılaştığında öncelikle kavram imajı hücrelerine başvurmaktadır. Daha sonra kavram imajı hücreleri kavram tanımı hücreleri ile etkileşime geçip bilişsel görev tamamlanmaktadır. Böyle bir zihinsel sürecin varlığı kavram imajının daha etkili olduğunun göstergesi olarak kabul edilmektedir (Bingölbalı, 2016).

Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5'e bakıldığında bir bilişsel görev karşısında öğrenci, ne olursa olsun kavram tanımını kullanmadan sonuca ulaşamamaktadır. Bu süreç her zaman istenilen süreçtir, fakat uygulama kısmında süreç böyle ilerlememektedir (Vinner, 1991). Bazı kavramların tanımları fazlasıyla karmaşık olup, bunları problem çözerken ya da bilişsel bir görev esnasında kullanmak kolay olmamaktadır. Hatta bazı kavram tanımlarının karmaşık yapıları kavram imajı oluşturma sürecini bile güçleştirmektedir. Öğrenciler için bazı tanımlar anlamlı olmadığında öğrenciler karşılaştıkları ya da ders kitaplarında gösterilen kavramın örnekleri yardımıyla kavrama ait imaj oluşturmaktadırlar. Bu durumda da kavram tanımları daha pasif kalıp unutulmaktadır (Bingölbalı, 2016).

Vinner (1991), ders esnasında, pratikte, gerçekten meydana gelen süreçleri Şekil 6'daki gibi göstermektedir.



Şekil 6. Sadece Kavram İmajının Etkin Olduğu Süreç

Şekil 6'daki süreç Vinner (1991)'a göre sezgisel yaklaşım ile yürütülen bir süreçtir. Bu süreçte öğrencilerin problem çözümü esnasında kavram tanımı hücresi dolu olsa bile bu hücreye hiç başvurmadıkları görülmektedir. Öğrenciler günlük yaşam alışkanlıkları doğrultusunda problemin çözümünü yapmakta ve kavram tanımına ihtiyaç duymamaktadırlar. Bu durumda yalnız kavram imajı hücresine başvurmak genellikle işe yaramaktadır. Vinner (1991), problem çözümü esnasında kavram imajına başvurulmasının çoğu zaman başarı ile sonuçlandığını belirtmektedir. Fakat bazı rutin olmayan problemlerde eksik olan kavram imajları yanıltıcı olabilmektedir. Dolayısıyla teknik içerikli durumlarda kavram imajının sadece yeterli olmadığı görülmektedir (Vinner, 1991).

2.Durum: Öğretilecek kavrama ilişkin öğrencide kavram imajı önceden oluşmuştur.

Durum 2'de, Durum 1'de sunulan senaryoların aksine kavram imajı hücresi başlangıçta boş değildir. Öğrenciler bazı kavramlar ile formel olarak karşılaşmadan önce bu kavramlara ait kavram imajlarına önceden sahiptirler. Vinner (1983)'a göre öğrencilerde kavram imajı dolu iken kavram öğretimi yapıldığında ortaya üç farklı senaryo çıkmaktadır.

1.senaryoda, öğrencide önceden var olan kavram imajı, öğretmen tarafından kavram öğretimi yapıldıktan sonra kavramın tanımını da içerisine alacak şekilde yeniden yapılandırılmaktadır.

Diğer senaryo da ise önceden var olan kavram imajı hücresi, kavram tanımı öğretildikten sonra bile değişmemektedir. Kavram öğretimi yapıldıktan sonra kavram tanımı hücresi dolmaktadır. Daha sonra ise kavram tanımı unutulup, kullanılamaz hale gelmektedir. Bu

durumda öğrenci başlangıçta sahip olduğu kavram imajı hücrelerini kullanmaya devam ederek bir problem durumu esnasında yalnızca kavrama ait imajı kullanmaktadır.

Son senaryo da ise başlangıçta var olan kavram imajı hücresi ve daha sonra öğrenilen kavram tanımı hücresi olduğu gibi kalmaktadır. Öğrenciye kavram tanımı ile alakalı bir soru yöneltildiğinde öğrenci kavram tanımı hücrelerini kullanır fakat diğer durumlarda kavram yine başlangıçta sahip olduğu kavram imajı hücrelerini kullanarak çözüme ulaşmaktadır (Bingölbali, 2016).

Kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesine genel olarak bakıldığında etkili ve kavramsal öğretimin gerçekleştirilebilmesi için, kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesinin öğretmenler tarafından kullanılması büyük önem taşımaktadır. Çünkü öğretmenler bu teorik çerçeveyi hem öğrencilerde kavramlara ait var olan yanlışları belirlemekte hem de bu yanlışları gidermekte kullanabilmektedirler. Kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesini baz alarak yapılacak bir öğretimde öğrencilerin öğretilcek konuya ilişkin imajları ortaya çıkarılıp aynı zamanda bu imajın güçlendirilmesi, zenginleştirilmesi sağlanabilmektedir (Bingölbali, 2016).

2.1.4.Cebir ve Cebir Öğretimi

Matematik öğretimindeki önemli konu alanlarından biri olan cebir; öğrencilerin matematiksel gelişimleri için oldukça önemli yere sahiptir. Öğrenciler için cebir, soyut düşünmenin ve akıl yürütmenin kapılarını açmaktadır (MacGregor ve Stacey, 1995). Öğrenciler somut aritmetik konularından sembolik olarak algılanan soyut cebir konularına geçiş yaptıklarında, matematikte ve bilimde başarılı olabilmek için gerekli olan soyut akıl yürütme becerilerini geliştirmektedirler. Öğrenciler sayıları kullanarak aritmetiği, şekilleri kullanarak geometriyi, sembol ve harfleri kullanarak ise cebiri öğrenmektedirler. Fakat aritmetikte olduğu gibi birkaç sayı kümesini öğrenmek cebir öğrenmede yeterli olmamaktadır. Cebirde tüm sayı kümelerini düşünmek gerekmektedir. Bu sebeple cebir aritmetiğe göre daha soyut kalmaktadır (Palabıyık, 2010). Cebirin aritmetiğe göre daha soyut kalmasının sebeplerinden bir tanesi de cebirin genel sayı ilişkilerini gösteren; bilinmeyenleri, sembolleri, örüntüleri ve yer tutucuları içeren matematiğin ayrı bir dili olmasıdır. (Akkan, 2009).

Cebir geleneksel olarak ‘genelleştirilmiş aritmetik’ olarak tanımlanmaktadır (Tabach ve Friedlander, 2003). Akkaya ve Durmuş (2006) cebiri, sayı ve semboller kullanarak incelenen ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalı olarak tanımlarken,

Kiearan (1992) ise cebiri, yalnız harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden bir branş değil aynı zamanda bu sembollerle hesaplamalar yapabilen bir araç olarak tanımlamıştır. Amerom ve Barbara (2003), aritmetiğin sayılarla, basit hesaplamalarla ilgilenirken cebirin ise bilinmeyen ve değişkenler hakkında akıl yürütmeyi, genel ve özel durumlar arasındaki farkı tanımlamayı gerektirdiğini belirtmektedir. Cebir; ortak özelliklere, ifadelere veya denklemlere odaklanmak için somut olarak verilen sayıların ötesine geçen matematiksel ilişkilerin soyut bir temsidir (Geller ve Chard, 2011).

Cebir, günümüzde birçok farklı işlevde kullanılmaktadır. Bu işlevlerden birkaçını şu şekilde sıralayabiliriz; cebir bir dildir, cebir bir problem çözme aracıdır ve cebir bir okul dersidir. Birçok farklı işlevinin olması cebiri anlamlandırmada değişiklikler olmasına sebep olmaktadır (Dede ve Argün, 2003). Bu durumda cebiri, matematik konuları içerisinde öğrenciler tarafından en çok zorlanılan konulardan bir tanesi yapmaktadır (Akkaya ve Durmuş, 2010; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011; Carraher, Schliemann, Barbara ve Earnest, 2006; Dede ve Argün, 2003; Geller ve Chard, 2011). Cebirin öğrenciler tarafından zor anlaşılmasının başlıca nedenleri; cebirin yapısı, öğrencilerin zihinsel gelişimleri, hazırbulunuşluk düzeyleri, cebirin öğretimindeki eksiklikler ve konu sayısının fazla olması şeklinde ifade edilmektedir, (Evirgen, 2014; Dede ve Argün, 2003). Genelleştirilmiş aritmetik yani cebirin dilsel olarak öğrenciler tarafından zor anlaşılması ve bu zorlanmanın cebirin doğasında var olan epistemolojik nedenlerden kaynaklandığı belirtilmektedir, (Thomas ve Tall, 2001).

Cebir öğretimi günümüzde ilkokulda aritmetikten başlayarak lise 12.sınıfa kadar genişleyerek devam eden bir süreçtir. Bu süreç NCTM (2000)'e göre; örüntü, bağıntı ve fonksiyonları anlama, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel durum ve yapıları çözümlene ve sunma, matematiksel modelleri nicel ilişkileri anlamak ve sunmak için kullanmak, çeşitli durumlarda değişimi analiz etme olarak kategorilendirilmiştir. Bu kategorilerde yer alan 6, 7 ve 8. sınıflara ait konuların alt öğrenme alanları ise şu şekilde sıralanmaktadır:

- “1.Çeşitli şekilleri grafik, tablo, kelime ve mümkünse sembolik kurallarla açıklama, çözümlene ve genelleme yapmak.
- 2.Bağıntıların farklı gösterim biçimlerini karşılaştırma ve ilişkilendirme yapma.
- 3.Doğrusal ya da doğrusal olmayan fonksiyonları belirleme ve tablo, grafik ya da denklem kullanarak karşılaştırma yapmak.
- 4.Değişkenlerin farklı kullanımlarını anlamak için ilk kavramsal anlamayı geliştirmek.
- 5.Doğru grafikleri ile sembolik ifadelerin kesişim ve eğimlerine dikkat ederek aralarındaki ilişkiyi keşfetmek.

- 6.Doğrusal ilişkileri içeren problemler çözme ve ifade etmek için sembolik cebir kullanmak.
- 7.Doğrusal denklemleri çözmek ve cebirsel olarak ifade etmek için eşdeğer formüller oluşturmak ve belirlemek.
- 8.Grafikleri, tabloları veya denklemleri kullanarak içeriği verilen problemleri modellemek ve çözmek
- 9.Doğrusal ilişkilerde sayısal değişimleri analiz etmek için grafikleri kullanmak” (NCTM 2000’den aktaran Kaya, 2015, s.46).

Matematik öğrenmek oldukça önemli ve diğer taraftan matematik öğretmek ise güç bir hedeftir. Öğrencilerin yaşadığı öğrenme güçlüklerini bilip, bu güçlüklerin kaynağını bulabilmek, öğrenme güçlüklerini yok etmede ve bahsedilen hedefe ulaşmada oldukça kritik öneme sahip bir adımdır (Yetkin, 2003). Değişken ve eşitlik cebir öğrenme alanının merkezinde yer alan iki temel kavram olup, öğrencilerin yaptığı hataların, düştüğü kavram yanlışlarının, yaşadığı öğrenme güçlüklerinin baş nedenlerinden biri bu iki kavramı tam olarak öğrenememeleridir. Öğrencilerin cebirde yaşadıkları zorlukların giderilmesinde değişken ve eşitlik kavramlarına odaklanılması önemlidir. Bu doğrultuda Dede ve Argün (2003), öğrencilerin cebiri, cebirsel ifadeleri anlayabilmeleri için bazı ön bilgilere sahip olmaları gerektiğini vurgulayarak bu ön bilgilerin ise eşitlik kavramı, değişken kavramı ve aritmetik işlem bilgisi olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde, cebirsel akıl yürütme becerisinin gelişmesi ve cebir öğreniminin etkili bir şekilde gerçekleşmesinin de temelinde eşitlik ve değişken anahtar kavramlarının yattığı vurgulanmaktadır (Knuth E., Alibali, McNeil, Weinberg ve Madison, 2005).

Değişken kavramı ilkokuldan üniversiteye kadar matematikte karşılaşılan en temel kavramlardan birisi olup (Philipp, 1992), cebir konusunun başlangıç noktasını oluşturmaktadır (Biber, 2019). Bu özelliği ile değişken kavramı diğer matematiksel kavramların anlaşılmasında önemli bir rol üstlenmektedir. Rojatham (1957), değişken kavramının önemine vurgu yaparak, bu kavramın icadının matematik tarihinde bir dönüm noktası olduğunu ifade etmiştir (Rojatham, 1957’den aktaran Philipp, 1992). Sayı kavramı aritmetik konuları için yapı taşı niteliğinde olduğu gibi değişken kavramı da cebir ve ileri matematik konuları için temel niteliği taşıyan bir kavramdır (Wagner, 1981). Schoenfeld ve Arcavi (1988) de değişken kavramının önemine dikkat çekerek bu kavramın, ortaokul ve lise düzeyinde matematik öğretimi ve öğreniminin merkezinde yer aldığını belirterek, değişken kavramının anlaşılmasının aritmetikten cebire geçiş için temel oluşturacağını ve tüm ileri matematiğin anlamlandırılabilmesi için gerekli olduğunu ifade etmişlerdir. Graham ve

Thomas (2000)'da değişken kavramının anlaşılmasının öğrencilerin cebir konularında gelişimlerine, ilerlemelerini temel oluşturacağını belirtmişlerdir.

Değişken kavramı cebir öğretimi ve öğrenimi için oldukça önemli bir kavram olmasının yanında öğrencilerin bu kavramı öğrenmede yaşadığı güçlükler literatürde yer alan birçok araştırma ile ortaya koyulmuştur (Brizuela, 2016; Davidenko, 1997; Dede ve Argün, 2003, Gökkurt, Şahin, ve Soylu, 2016; Heck, 2001, Küchemann, 1978; Macgregor ve Stacey, 1997; Philipp, 1992; Rosnick, 1981; Soylu, 2006; Yıldız ve Yetkin Özdemir, 2020). Değişken kavramının anlaşılmasında yaşanan güçlükler doğrudan cebir öğrenimini de olumsuz etkileyecektir. Bu konuyla alakalı Kinzel (1999), öğrencilerin çoğunun cebirsel gösterim ile alakalı yaşadıkları zorlukların önemli bir kısmının değişken kavramının sınırlı anlamlandırılmasından kaynaklandığını belirtmektedir. Öğrencilerin değişken kavramının sınırlı olarak öğrenmelerinin sebeplerinden bir tanesini Schoenfeld ve Arcavi (1988); “Değişken kavramının önemine rağmen çoğu matematik müfredatı, ders kitabı değişkenleri basit terimler olarak ele almakta ve daha sonra birkaç alıştırmaya geçiştirmektedir.” şeklinde ifade etmektedirler.

Değişken bir niceliği tanımlayan değişken kavramı ilk olarak sonsuz küçükler hesabını bulan Leibniz ve Newton tarafından keşfedilmiştir (Akgün, 2009). Chalouh ve Herscovics (1988), değişkeni bir veya daha fazla sayı anlamına gelen bir harf olarak tanımlarken, Foster (2007) ise öğrencilerin değişken kavramını ‘değişebilen bir şey’ tanımı ile anlamalarının değişken kavramının öğrenimi için önemli olduğunu belirtmiştir. 1900’lerde çoğu ders kitabı değişken terimi ile sabit terimin farkını vurgulamışlardır. Bu ayrımın tipik özelliği Osborne (1909) tarafından değişken ve sabit kavramları için yapılan tanımdır. Osborne (1909), değişkeni ‘sonsuz sayı değeri alabilen bir nicelik’ şeklinde ifade ederken, sabiti ise ‘değeri hiçbir zaman değişmeyen bir nicelik’ tanımlamıştır. Bu tanımlara örnek olarak da çember denklemini vererek, $x^2 + y^2 = a^2$ ifadesinde x ve y harflerinin değişken a harfinin ise sabit terim olduğunu söylemiştir (Osborne, 1909’dan aktaran Philipp, 1992). Kieran (1981) değişkeni, verilen herhangi bir kümenin üyelerinin herhangi birini veya hepsini temsil eden bir harf olarak açıklamıştır.

Geçmişte ve günümüzde değişken kavramı ile ilgili birçok farklı tanım yapılmıştır ve yapılmaktadır. Bu sebeple ülkemizde basılan ders kitaplarında, matematik programı yazmakla sorumlu olan kişilerin benimsedikleri farklı değişken tanımlarına rastlamak mümkündür. Bu çalışmalar tarafından benimsenen, kabul edilen tanımlar, değişken kavramının öğretimi için ve değişken kavramı cebir öğrenimi için anahtar kavram niteliğinde

olduğundan cebir öğrenimi ve öğretimi için kısıtlamalara sebebiyet verebilmektedir. Dolayısıyla değişken kavramının farklı tanımlarının öğrenciler tarafından iyi benimsenmesi cebir öğrenimi için fazlasıyla önem arz etmektedir (Akgün, 2007).

Cebir kendine ait özellikleri olan bir dil olup bu dilin; bilinmeyenler, formüller, genelleştirilmiş ifadeler, harfli semboller ve bunlar arasındaki ilişkiler olmak üzere beş ana bölümü vardır (Usiskin, 1997). Bu dilin en önemli parçaları ‘x, y, a, z, ...’ şeklinde ifade edilen harfli sembollerdir. Öğrencilerin harfli sembollerini kullanabilme düzeyleri cebirin temel kavramlarını öğrenebilmelerinde önemli rol oynamaktadır. Harfli sembollerin doğru kullanımı ayrıca tüm ileri matematik konuları için ön koşul niteliğindedir (Dominguez, 2001, Macgregor ve Stacey, 1997, Schoenfeld ve Arcavi, 1999’dan aktaran Çelik ve Güneş, 2013). Değişkenler harf semboller aracılığıyla gösterildiğinde birçok farklı gösterim şekline bahsetmek mümkündür. Harfli sembollerin bu farklı kullanım alanları aşağıdaki Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1
Harfli Sembollerin Farklı Kullanımları

Harf Sembol	Örnek
Etiketleme	$5a=2b$; a ve b
Sabitler	π , e, c
Bilinmeyenler	$4x+57=80$;x
Genelleştirilen Sayılar	$d - f=f - d$; d ve f
Çeşitli Nicelikler	$y= 5x+6$; x ve y
Parametreler	$y= mx+b$; m ve b
Soyut Semboller	$x * e = e * x$; e , x

Tablo 1’de görüldüğü üzere harfli semboller matematiksel içeriklerde, cebir konularında birçok farklı işlevde kullanılmaktadır. Örneğin $3x+7=9$ denkleminde yer alan x harf sembolü

bilinmeyi temsil ederken, $c+b=b+c$ özdeşliğinde kullanılan b ve c harf sembolleri genelleştirilmiş sayıları ifade etmektedir (Dede, 2005).

Harfli sembollerin birçok farklı anlamının, görevinin olması öğrencilerin onları farklı şekillerde yorumlamalarına yol açmaktadır. Küchemann (1978), 1970'lerde yürütülen bir proje kapsamında uygulanan 'Chelsa Cebir Tanı Testi' sonucunda elde edilen verilere göre öğrencilerin harfli sembolleri altı farklı şekilde yorumladıklarını ve kullandıklarını ortaya koymaktadır (Çelik ve Güneş, 2013). Harfli sembollerin farklı kullanım türleri; harf sembolere değer verme, harf sembolleri görmezden gelme, harf sembolü nesne olarak kullanma, harf sembolleri bilinmeyen olarak kullanma, harf sembolleri genelleştirilmiş sayı olarak kullanma ve harf sembolleri değişken olarak kullanma şeklindedir (Küchemann, 1978).

Harf Sembolü Değer Verme: Harf sembollerin değer verilerek yorumlanmasında öğrenciler basit deneme-yanılma yolundan yararlanarak harf sembolün değerini bulmaya çalışmaktadırlar. Harfli sembolün bilinmeyen olarak ele alındığı bir durum söz konusu değildir.

Harf Sembolü Görmezden Gelme: Harfli sembollerin yok sayılması, göz ardı edilmesi ve yorumlanmaması halidir. Küchemann (1978), $a+b=43$ ise $a+b+2$ ifadesi neye eşittir şeklinde bir soruyu ele alarak öğrencilerin $a+b$ harfli sembolünü yok sayıp direkt olarak $+2$ ifadesine odaklandığını belirtip doğru sonuca varabildiğini ifade etmektedir.

Harf Sembolü Nesne Olarak Kullanma: Harfli semboller bir bilinmeyen olarak değil, bir nesnenin ismi ya da olarak kullanılmaktadır. Örneğin $2e+5m$ ifadesinde e harf sembolü elmayı, m harf sembolünün ise muzı temsil ettiği düşünülmektedir. Galvin ve Bell (1977) bu durumu 'meyve salatası cebiri' olarak adlandırmaktadır.

Harf Sembolü Bilinmeyen Olarak Kullanma: Bu kategoride öğrenciler harf sembolleri bilinmeyen bir sayı olarak yorumlamaktadırlar.

Harf Sembolü Genelleştirilmiş Sayı Olarak Kullanma: Harfli sembolleri genelleştirilmiş sayı olarak yorumlayan öğrenciler bu ifadeleri bir bilinmeyen ya da bir değer olarak düşünmekten ziyade bu ifadelerin bir dizi değeri alabildiğini veya temsil ettiğini düşünmektedirler.

Harf Sembolü Değişken Olarak Kullanma: Öğrencilerin harfli sembolleri değişken olarak yorumlamaları, harfli ifadelerin değerlerini sistematik bir şekilde değiştirdikçe , değerler arasında bir tür ilişki bulunduğunu fark etmeyi içermektedir.

Cebir konusunun temel yapıtaşlarından bir diğeri ise eşitlik kavramıdır. Öğrencilerin daha ilkokuldayken karşılaştıkları matematiksel sembollerden bir tanesi ‘=’ sembolüdür. Öğrenciler eşitlik sembolü ile aritmetikte tanışsalar bile bu sembol matematiğin birçok alt konusunda (cebir, trigonometri, fonksiyon...) kullanılan temel matematik sembollerindendir (Güven Akdeniz, 2019).

Matematikçilere göre eşittir işaretinin 3 önemli özelliği vardır. Bu özelliklerden ilki ayna özelliği olup bu özellik eşittir işaretinin bir ayna gibi davranarak yansıttığı görüntünün orijinali ile aynı olması fikrine dayanmaktadır. İkinci özelliği eşittir işaretinin simetrik olma özelliğidir ve bu özellik $a=b$ ise $b=a$ olduğunu yani eşitliğin her iki yönde de çalıştığını söylemektedir. Son özellik ise geçişkenliktir. Bu özellikte de eğer, $a=b$ ve $b=c$ ise $a=c$ eşitliğinin de sağlanacağını ifade etmektedir. Öğrencilerin eşittir işaretine ait bu 3 önemli özelliği ismen bilmeleri gerekmesi bile eşitlik kavramını doğru anlamaları ve keşfetmeleri için önemli özelliklerdir (Darr, 2003).

Matematiksel olarak eşitlik, aritmetik ve cebir konuları için temel bir kavram olup çeşitli bileşenleri bir araya getirebilmektedir. Darr (2003), ‘=’ sembolü ile ifade edilen matematiksel eşitliğin aritmetik ve cebir için temel bir kavram olduğunu belirtmiş ve eşitliğin üç bileşeni olduğunu ifade etmiştir. İlki iki büyüklüğün, çokluğun eşitliğidir. Diğeri eşittir işaretinin ilişkisel bir sembol olarak kullanıldığı anlamıdır. Sonuncusu ise denklem olarak kullanılan anlamıdır yani bir denklemin iki tarafının olduğu düşüncesidir.

Matematik; sayı, geometrik şekil gibi matematiksel nesneler arasındaki ilişkiyi incelemektedir (Kabael ve Tanışlı, 2010). Matematik içindeki bu ilişkilerin incelenmesinde eşitlik kavramı ön plandadır. Cebir öğrenme alanı için temel kavramlardan biri olan denklem kavramı “eşitlik bağıntısı içeren her açık önermeye denklem denir” şeklinde tanımlandığından (Argün ve diğerleri, 2020), denklem kavramı da özel bir eşitliktir (Güven Akdeniz, 2019)

Denklemler uzun yıllardan itibaren gündelik hayatta çeşitli ölçme ve hesaplamaları yaparken araç olarak kullanılan önemli matematik kavramlarından bir tanesidir. Matematik ile alakalı eserler, kaynaklar incelendiğinde en çok rastlanan matematiksel yapılardan birinin denklem olduğu görülmektedir (Argün ve diğerleri, 2020). Tarihi oldukça eskilere dayanan cebirin doğuşu, denklem çözümleri için genel metodlar bulma uğraşısıyla gerçekleşmektedir (Çelik ve Güler, 2016). Arcavi, Drijvers ve Stacey (2017), denklemlerin matematik konuları için önemine vurgu yaparak, denklem kavramının cebirin temel bir yapısı olduğunu ve

matematiğin tüm konularına yayıldığını belirtmişlerdir (Arcavi, Drijvers ve Stacey, 2017'den aktaran Ertekin, 2019).

Denklem; içerisinde en az bir bilinmeyen içeren ve bu bilinmeyenlerin bazı değerleri için sağlanan eşitliktir (Çelik ve Güler, 2016). Baykul (2006), denklem kavramının tanımını vermeden önce öğrenciler tarafından değişken, sayısal ifade, denk olma, eşitlik gibi terimlerin anlaşılması gerektiğini belirterek denklemi içinde değişken bulunan cebirsel eşitlik olarak tanımlamaktadır.

Alan yazında denklemler konusunda öğrencilerin kavram yanlışlarına sahip olduğunu gösteren birçok araştırma bulunmaktadır (Akkaya ve Durmuş, 2010; Bayar, 2007; Çakmak Güler ve Okur, 2017; Çavuş Erdem ve Gürbüz, 2017; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Macgregor ve Stacey, 1996; Rosnick, 1981; Stacey ve Macgregor, 1997). Örneğin; Rosnick (1981), üniversite öğrencileriyle yürüttüğü bir araştırmasında öğrencilerden S ve P değişkenlerini kullanarak, 'Üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının 6 katıdır' sözel ifadesine ait denklemi yazmalarını istemiştir. Araştırma sonucunda Rosnick (1981), öğrencilerin çoğunluğunun denklemi $6S=P$ şeklinde kurduklarını tespit etmiş ve yapılan bu hatayı ters hata şeklinde tanımlamıştır.

Öğrencilere öğretimi yapılacak konu ile ilgili kavram yanlışlarının önceden belirlenmiş olması önemlidir. Hall (2002), kavram yanlışlarının belirlenmesinin matematik dersi içinde herhangi bir konunun öğretimine kazandıracak katkıları şu şekilde belirtmiştir:

- “1.Öğrenciler tarafından yapılan kavram yanlışlarının analiz edilmesi, ortaya çıkarılmış zorlukları öngören öğretim stratejilerinin geliştirilmesine olanak sağlamaktadır.
- 2.Öğretmen kavram yanlışlarını iyi analiz ederse öğrenciye öğretimi yapılan konu hakkındaki ilk öğrenmelerine daha doğru rehberlik edebilmektedir.
- 3.Ders kitabı yazarları öğrencilerin düşebileceği kavram yanlışlarına hakim oldukları takdirde, sadece doğru bilgiyi değil kavram yanlışsı oluşturabilecek yanlış bilgilere, anlamalara da kitap üzerinde yer verebilecektir.
- 4.Öğretmenler, öğrencilerin hatalarını literatürde daha önceden kazandırılmış olan yanlışlarla karşılaştırarak öğrencilerin hataları neden yaptıklarını daha iyi anlayabileceklerdir.” (Hall, 2002)

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerle ilgili öğrencilerin yapmış olduğu kavram yanlışlarından literatüre kazandırılmış bazı yanlışlar aşağıda açıklanmaya çalışılmıştır.

Gramer Hatası: Bu kavram yanlışsında öğrenciler $34x-9$ şeklinde verilmiş olan bir ifadeyi aritmetikte öğrendikleri işlemleri cebir konularına aşırı genelleyerek $25x$ olarak düşünmektedirler (Kieran, 1992'den aktaran Oktaç, 2015).

Diğer Ters İşlem Hatası: Öğrenciler $4x=1$ şeklinde verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi $x= 1-4$ denklemine dönüştürerek çözmektedirler. Burada öğrenciler çarpma işlemine göre ters işlem almaları gerekirken diğer ters alma işlemi olan toplama işlemine göre ters almaktadırlar (Hall, 2002).

Harflerden Önceki Eksi İşaretinin Görmezden Gelinmesi: Bu yanılgıda öğrenciler $3x+6=2x+16$ biçimindeki bir denklemin her iki tarafına da $-2x$ ekleyip denklemi $1x+6=16$ şeklinde yazmaktadırlar. Öğrenciler ifadelerin başındaki eksi işaretini ihmal ederek işlemi gerçekleştirmektedirler.

Çavuş Erdem (2013), yapmış olduğu yüksek lisans tezinde denklemlere ait hata ve kavram yanılgılarını şu başlıklar altında toplamıştır:

- “Değişkenler arasındaki kat ilişkisini görememe
- Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yap’ kuralına ilişkin yanılgılar
- 1.dereceden 1 bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanılgılar
- Katsayısı negatif olan denklemlere ilişkin yapılan hatalar
- Karşı tarafa geçirme kuralına ilişkin yapılan hatalar
- İşlem önceliğini önemsemeden, işlem yapma sonucunda oluşan hatalar
- Bilinmeyen sadece harf olduğunu düşünmesi ve cebir-aritmetik ilişkisiyle ilgili yanılgılar
- Bilinmeyen ve değişken kavramlarına ilişkin yanılgılar
- Diğer matematik konularındaki yanılgılardan kaynaklanan hatalar
- Verilen denklemin terazi ile modellenmesine ilişkin hatalar
- Denklem çözümü kurallarını mantığını bilmeden ezberleyerek çözmeye
- Verilen probleme uygun denklemin kurulması ve verilen denkleme uygun problemin yazılmasına ilişkin hatalar
- Bilindik olmayan durumların bilinen durumlara dönüştürülmesi konusundaki görülen eksiklikler” (Çavuş Erdem, 2013, s.65)

2.2. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde kavram imajı ve kavram tanımı ve cebir ile ilgili yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.2.1. Kavram İmajı ve Kavram Tanımı Üzerine Yapılan Araştırmalar

Kavram imajı ve kavram tanımı ile ilgili araştırmalar incelendiğinde birçok araştırmacının Tall ve Vinner’ın 1981 yılında yapmış olduğu çalışmadan esinlendiklerini söylemek mümkündür. Tall ve Vinner (1981), ‘Limit ve Süreklilik Özel Referansı İle Kavram İmajı Ve Kavram Tanımı’ adlı çalışmalarında limit ve süreklilik konuları bağlamında kavram

tanımı ve kavram imajını detaylandırarak anlatmışlardır. Kavram imajı, kavramla ilgili zihinde oluşan tüm bilişsel yapılar olarak tanımlarken, kavram tanımını ise kavramı belirtmek için kullanılan kelimeler bütünü şeklinde tanımlamışlardır. Ayrıca öğrencilerin eski bir kavramla bir müddet sonra karşılaştıklarında kavramın tanımından önce kavramın imajını kullandıklarını söylemişlerdir.

Vinner (1983), ‘Kavram tanımı, kavram imajı fonksiyon kavramı’ isimli çalışmasında kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesini kullanarak 10. ve 11. sınıf öğrencilerin fonksiyon kavramının öğrenilme sürecini analiz etmeyi amaçlamıştır. Çoğu öğrencinin fonksiyon kavramına ait kişisel tanımlar kullandıkları araştırmanın sonucu olarak bulunmuştur.

Tall (1987), çalışmasında denyesel yöntemi kullanmıştır. Bir sınıfta küçük gruplar oluşturarak bilgisayar desteğiyle teğet kavramı üzerinde durmuştur. Diğer beş sınıfı kontrol grubu olarak seçmiş ve geleneksel öğretim uygulamıştır. Çalışmanın sonunda yapılan iki test sonucunda deney grubundaki öğrencilerin teğet kavramına ilişkin daha tutarlı kavram imajları geliştirdikleri için sorulara daha uygun cevaplar verdiklerini çalışmanın sonucu olarak ortaya koymuştur.

Gutierrez ve Jamie (1999), çalışmalarında Vinner’ın matematiksel kavramlar edinme modelini kavram imajı ve kavram tanımı ayrımıyla teorik çerçeve olarak kullanmışlardır. Çalışmalarında 190 ilköğretim matematik öğretmeninin üçgende yükseklik kavramına ilişkin kavram imajlarını, kavram yanlışlarını ve hatalarını analiz etmişlerdir. Öğretmenlerin kavram imajlarının oluşmasında önceki öğrenmelerinin ve kavram tanımının etkisi olduğunu ortaya koymuşlardır.

Gülkılık (2008) “Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma” isimli yüksek lisans tezinde üniversite üçüncü sınıfa devam emekte olan 5 öğretmen adayı ile çalışmıştır. Örneklem seçiminde amaçlı örnekleme yöntemini kullanmıştır. Bu araştırmada nitel araştırma metotlarından fenomenografik yöntem kullanılmıştır. Araştırmacı seçtiği öğrencilerin aç, çember, geometrik yer ve metrik kavram imajlarını incelemek için Seçmeli Geometri dersini esas almıştır. Veri toplama aracı olarak görüşmeler, öğrencilerin yazılı dokümanları (testler ve vize sınavlar) ve sınıf gözlemlerinden elde edilen veriler Tall ve Vinner’ın geliştirdiği kavram imajı ve kavram tanımı yapısı esas alınarak analiz edilmiştir.

Toplanan verilerden şu sonuçlar çıkarılmıştır; geometrik kavramlarla ilgili bir problem durumuyla karşı karşıya gelen öğretmen adayları şu eylemleri sergilemektedirler;

(1) Sadece kazandıkları yeni kavram imajlarını kullanmaktadırlar

(2) İlk olarak yeni kavram imajı ile problemin üstesinden gelmeye

çalışmakta, eğer bunu başaramazlarsa eski kavram imajına geri dönmektedirler

(3) Problem çözme sürecinde eski ve yeni kavram imajlarını birlikte

kullanmayı tercih etmektedirler.

Zazkis ve Leikin (2008), yaptıkları araştırmada öğretmen adaylarının kare kavramı ile ilgili yaptıkları tanımlamaları ve verdiği örnekleri incelemişlerdir. Verileri erişebilirlik, doğruluk, zenginlik ve genellik kategorileri ile incelemişlerdir. Bu araştırmanın sonuçlarından biri, öğretmen adaylarına tanım yapabilme süreçleri boyunca öğretmenlerin rehberlik edebilmeleri için yeterli meslek becerisine sahip olmasının gerektiğidir. Araştırmanın bir diğer sonucu ise öğretmen adaylarının karenin ne olduğunu bildikleri ancak tanımlarken zorluk yaşamalarıdır. Bunun sebebi olarak da öğretmen adaylarının matematiksel terminolojiyi bilmemelerinden kaynaklandığını söylemektedirler. Ayrıca araştırmacılar tanımlamaları ve örnekleri sınıflandırmak ve analiz etmek için doğruluk ve zenginlik kategorilerinin net bir kuramsal mercek sağladığını söylemişlerdir.

Kavram imajının incelendiği bir diğer çalışma Süzer'in (2011) fonksiyon kavramı ile kavram imajını bir arada incelediği araştırmadır. Bu araştırmanın amacı fonksiyon kavramıyla ilgili öğrencilerin sahip oldukları kavram tanımı ve kavram imajlarını ortaya çıkararak konu ile ilgili durum tespiti yapmaktır. Araştırmanın katılımcıları 9. sınıfta öğrenim görmekte olan 10 öğrenciden oluşmaktadır. Örneklem seçimi amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak; görüşmeler, yazılı dokümanlar (uygulama sınavı-yazılılar) ile sınıf gözlemleri kullanılmıştır. Veriler genel olarak Tall ve Vinner (1981) tarafından geliştirilen kavram imajı ve kavram tanımı yapısı baz alınarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin 9. Sınıfta yeni bir kavram olarak öğrendikleri fonksiyon kavramına ait kavram imajlarının çok zayıf kaldığını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin öğretmenin kendi oluşturduğu kavram imajından etkilendiklerini belirtmiştir.

Avgören (2011), farklı sınıf seviyelerindeki ortaöğretim öğrencilerinin katı cisimler ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarını belirlemeye çalışmıştır. Araştırma, nitel araştırma türlerinden biri olan fenomenoloji çalışmasıdır. Örneklemi 9. ve 12. sınıfta öğrenim

görmekte olan 6 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmaya katılan öğrenciler 2 iyi, 2 orta ve 2 zayıf düzeyde olmak üzere geometri başarı testi yardımıyla seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşmeler, bu görüşmeler sırasında elde edilen karalama kağıtları ve gözlemler sonucunda elde edilmiştir. Veri analizi yapılırken içerik analizi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulardan bazıları şunlardır; öğrenciler bazı katı cisimlerle ilgili prototip modeller oluşturmaktadır. Ayrıca öğrenciler katı cisimlerle ilgili herhangi bir problemle karşılaştıklarında ilk önce formülleri hatırlamaya çalışmaktadırlar.

Aydeniz (2011)'in yüksek lisans tezinde yaptığı araştırmanın amacı; eğitim kavramı ile ilgili öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram imajlarını ve matematiksel anlayışlarını incelemektir. Araştırmanın katılımcıları Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda lisans eğitimi alan beş öğretmen adayından oluşmaktadır. Çalışmada amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmış ve gönüllük esas alınmıştır. Araştırma nitel bir araştırma olup, durum çalışması yapılmıştır. Örnekleme oluşturan her bir öğretmen adayı ayrı bir durum olarak incelenmiştir. Veri toplama aracı olarak görüşmeler ve öğrencilerin yazılı dökümanları kullanılmıştır. Veri analizinde ise içerik analizi kullanılmış olup elde edilen veriler, Tall ve Vinner (1981) tarafından geliştirilen kavram imajı ve kavram tanımı yapısı esas alınarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda eğitim kavramının, öğretmen adaylarının zihinlerinde en baskın olan temsillerinin trigonometrik ve fiziksel temsiller olduğu ortaya koyulmuştur.

Dağdelen (2012), araştırmasında öğrencilerin origami uygulamaları sırasında oluşan geometrik şekiller ile simetri konusunda yer alan kavramları nasıl ilişkilendirdiklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Araştırma Samsun'da bir devlet okulunda bulunan 40 yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Nicel ve nitel araştırma tekniklerinin bir arada kullanıldığı karma yöntem kullanılmıştır. Nicel kısmı ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen, nitel kısmı ise yarı yapılandırılmış görüşmeler oluşturmaktadır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler; 3 yüksek, 3 orta ve 2 düşük seviyeden 8 öğrenci seçilerek yapılmıştır. Veri toplama süreci 6 hafta sürmüştür. Araştırma sonucunda, origami temelli öğretim alan grup lehine istatistiksel olarak anlamlı farklılık bulunmuştur.

Horzum (2016), araştırmasında total görme engelli öğrencilerin üçgen kavramına ilişkin kavram imajları ve kavram tanımlarını araştırmayı amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini total görme engelli 5 öğrenci oluşturmaktadır. Veri toplama amacıyla öğrencilere 6 tane açık uçlu soru yöneltilmiştir. Ayrıca katılımcıların üçgen oluşturmaları için mıknaatışlı materyaller ve kabartılmış çizimler kullanılmıştır. Toplanan verilerin analizi gömülü teoremin

teknikleri ve sürekli karşılaştırmalı analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğunlukla kavram imajlarını kullandığı görülürken üçgen tanımlarının eksik olduğu görülmektedir. Ayrıca üçgen kavramı için katılımcıların sahip oldukları kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasındaki ilişkilerin; sezgisel ve formal-sezgisel olmak üzere iki şekilde ortaya çıktığı tespit edilmiştir.

Macit (2019), bu doktora tezinde 6.sınıf öğrencilerin kesirler konusundaki kavram imajlarının, kavram yanlışları ve başarıları ile ilişkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada nicel ve nitel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma yöntem tercih edilmiştir. Araştırmanın örneklemini tabakalı seçkisiz örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenen 633 6. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak ‘Kesir Kavram Amacı Anketi’, ‘Üç Aşamalı Kesir Kavram Yanılgısı Testi’ ve ‘Kesir Başarı Testi’ kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin kesirlerle ilgili en çok sahip oldukları kavram imajları şu şekilde belirlenmiştir: Bölüm, parça-bütün, pay-payda. 6.sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışları puanlarının ve başarı puanlarının sahip oldukları kavram imajlarına göre anlamlı bir şekilde farklılaştığı belirlenmiştir.

Özsoy ve Kemankaşlı (2004), yaptıkları araştırmada ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersinde çemberde açılar konusundaki öğrenme düzeylerinin, hatalarının ve kavram yanlışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. 2003-2004 öğretim yılında Balıkesir’in bir devlet okulunda 70 11. sınıf öğrencisi ile araştırma gerçekleştirilmiştir. Veriler, 12 tane açık uçlu soru içeren sınav aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmada 12 sorunun içinden seçilen 5 soru üzerinde durulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin çemberdeki iç, dış ve merkez ve çevre açı kavramları arasında bağlantı kuramadıkları görülmüştür.

Yıldız (2019), yüksek lisans tezinde teknoloji desteği ile yürüttüğü üçgenler konusunun ardından öğrencilerde oluşan kavram imajlarının ortaya çıkarılmasını amaçlamıştır. Araştırma 2017-2018 güz döneminde bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 20 8. sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. 10 ders saati süren çalışmayı araştırmacı kendi dersine girdiği sınıfta yürütmüştür. Araştırmada nitel yöntem kullanılmıştır. Veriler gözlem, süreç esnasında araştırmacı tarafından alınan notlar, çalışma kağıtları ve kavram haritaları ile toplanmıştır. Veriler analiz edilirken sorulara verilen cevaplar kodlanmış, kodların sınıflandırılması ile kategoriler oluşturulmuştur. Tall ve Vinner’ın (1981) kavram ve kavram imajı tanımları ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda bilişsel bir problem karşısında kavram imajı ve kavram tanımını birlikte kullanan öğrencilerin yalnızca kavram imajını kullanan öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmüştür.

Akkoç (2006), çalışmasında fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin (küme eşlemesi diyagramı, sıralı ikililer kümesi, grafik ve cebirsel formül) öğrencilerin zihninde çağrıştırdığı kavram görüntülerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın araştırma problemleri şu şekildedir:

- 1) Öğrenciler her bir temsil için ne gibi kavram görüntülerine sahiptirler? (Kavram görüntüleri fonksiyon kavramının tanımsal özelliklerini içermekte midir?)
- 2) Öğrencilerin farklı temsillerle ilişkin sahip oldukları kavram görüntülerinin kaynakları nelerdir?

Araştırmacı bu problemler eşliğinde çoklu temsillerin öğrencilerde oluşturduğu kavram görüntülerini oynadıkları prototip ve örneklem rolleri açısından incelemiştir. Çalışmanın örneklemine 9 lise 3 öğrencisi oluşturmaktadır. Bu 9 öğrenci, 114 lise 3 öğrencisine dağıtılan anketlerin sonuçlarına göre teorik örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Nitel olan bu araştırmada veriler yarı-yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilmiştir. Görüşmeler esnasında öğrencilerden yüksek sesle düşünceleri istenmiştir. Araştırmanın sonucunda küme eşlemesi diyagramı prototip rolü oynayarak tanımsal özelliklere daha yakın kavram görüntüleri çağrıştırmıştır. Grafik ve cebirsel temsiller ise tanımdan ziyade özel örnekleri çağrıştırmıştır.

Erşen ve Karakuş (2013), araştırmalarında sınıf öğretmeni adaylarının bazı özel dörtgenlere yönelik kavram imajlarının belirlenmesini amaçlamışlardır. Çalışma özel durum çalışması olarak yürütülüp çalışmanın örneklemine 6 sınıf öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Veri toplamak için öğretmen adaylarına 2 bölümden oluşan soru kâğıdı verilmiştir. Öncelikle öğretmen adaylarından birbirinden farklı kare, dikdörtgen, yamuk ve paralelkenar çizimleri istenmiştir. Daha sonra çizdikleri bu dörtgenleri tanımlamaları istenmiştir. Veri toplama süreci klinik mülakat aracılığıyla gerçekleşmiştir. Böylece öğretmen adaylarının bazı özel dörtgenlere ait zihinlerinde var olan kavram imajları ve tanımlamaları belirlenmeye çalışılmıştır. Toplanan verilerin analizi ise betimsel analiz ile yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının bazı özel dörtgenler hakkında yanlış kavram imajlarına sahip olduklarına, dörtgenlerin sınıflandırmasını bilmemekten kaynaklanan hatalı çizimler yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Dede, Bayazit ve Soybaş (2010), yaptıkları araştırmada öğretmen adaylarının fonksiyon, denklem ve polinom kavramları ve bu kavramlara ait bilgi düzeylerini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın örneklemine iki devlet üniversitesinden seçilen yüz on yedi

(117) matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Araştırmada nitel ve nicel yöntemin bir arada kullanıldığı karma yöntem kullanılmıştır. Araştırmanın teorik çerçevesini alan yazında yer alan kavramsal bilgi ve kavram imajı gibi kavramlar oluşturmaktadır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının fonksiyon, denklem ve polinom kavramlarına ait bilgilerinin yeterli düzeyde olduğu halde bu kavramlar arasındaki içeriksel ilişkileri anlamada yetersiz oldukları ortaya koyulmuştur.

McCulloch, Lovett, Dick ve diğerlerinin (2020), ‘Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Fonksiyon Tanımlarının ve Kavram İmajlarının Koordinasyonunun Ortaya Çıkarılması’ isimli yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının fonksiyon kavramının ‘her girdi için bir çıktı vardır’ klasik tanımı ile ilişkilendirilebilecek kavram imajlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Araştırmacılar öğretmen adaylarının fonksiyon kavramıyla ilgili bu zamana kadar çok fazla deneyiminin de olduğunu vurgulayarak bu kavrama ilişkin mevcut tanımlarının ve imajlarının olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmada genel olarak şu soruya cevap aranmıştır: ‘Matematik öğretmen adayları fonksiyon olan ve olmayan durumları belirlerken mevcut olan kavram tanımlarını ve imajlarını nasıl kullanmaktadırlar?’. Araştırma başlangıçta 47 öğretmen adayı üzerinden yürütülürken derinlemesine çalışma 2 öğretmen adayı üzerinden yürütülmüştür. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının fonksiyon kavramıyla ilgili kişisel tanım oluşturmakta güçlük yaşadıkları ve kavram imajını kullanmaya teşvik eden görevlerde zorlandıkları ortaya çıkmıştır.

Aydoğmuş (2015), “Bazı Matematiksel Kavramların İmajlarının Hareketlendirilmesinin İncelenmesi” isimli doktora tezinde animasyonlar aracılığıyla oluşturulan hareketli kavram imajlarının bireylere etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma, bir doktora ve iki yüksek lisans öğrencisi ile yürütülen nitel bir araştırmadır. Veriler 10 haftalık bir süreçte yapılan görüşmeler ve soru formu aracılığıyla katılımcılardan alınan yazılı cevaplar ile toplanmıştır. Toplanan veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, ilk kez öğrenilen kavramlara ait imajların hareketli imaj olarak beyinde oluşabileceği ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca katılımcıların hareketli kavram imajı ile problem çözebildikleri, hareketli kavram imajı yaklaşımını benimsediklerini ve gerçek hayatta kullandıkları belirtilmiştir.

2.2.2. Cebir ve Kavram İmajı ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Attorps (2006)'ın çalıştığı doktora tezinde, matematik öğretmenlerinin denklemlerle ilgili pedagojik bilgilerini tanımlamayı ve ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmanın teorik çerçevesinde kavram imajı ve kavram tanımı teorik yapıları kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak anketler, mülakatlar, yapılan derslerin video kayıtları gibi farklı yöntemler kullanılmıştır. Araştırmanın pilot çalışmasında 30 öğretmen adayı ile çalışılırken, araştırmanın örneklemini 75 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırmada öğretmenin denklemler hakkındaki kavramları ve deneyimleri arasındaki farkları ortaya koymak amacıyla fenomenolojik yöntem kullanılmıştır. Araştırma sonuçları, denklemlerin tam olarak kavranmadığını göstermektedir. Öğretmenlerin denklemlerle ilgili oluşturdukları kavram imajlarının aritmetik deneyimlerine ve denklem çözme sürecini öğrenmeye yönelik ilk izlenimlerine dayandığı görülmektedir. Araştırma sonuçları ayrıca hem uzman hem de acemi öğretmenlerin öğrencilerin denklemlerle ilgili zorlukları hakkında çeşitli kavrayışlara sahip olduklarını göstermektedir.

Güler (2013), yapmış olduğu doktora tezinde matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiş olup çalışmaya 10 orta öğretim matematik öğretmeni aday katılmıştır. Araştırmacı nitel durum çalışması yöntemini kullanarak verileri “Matematiksel İspata Yönelik Görüş Mülakat Formu” ve etkinlik temelli klinik mülakatlar ile toplamıştır. Matematik öğretmeni adaylarının cebir alanındaki ispat süreçlerini incelemek amacıyla oluşturulan alt problemlerden bir tanesi “Matematik öğretmeni adaylarının, lineer cebir ve soyut cebir ile ilgili kavramları anlama düzeyleri ve bu kavramlara yönelik kavram imajları nasıldır?” sorusu olduğundan araştırmanın amaçlarından bir tanesi de öğretmen adaylarının konuyla alakalı kavram imajlarının ortaya çıkarılmasıdır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgularda öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik olumlu tutuma sahip oldukları fakat öğretmen adaylarının ispat süreçlerinde kavram imajı oluşturmaları konusunda literatürdeki güçlüklerle paralel güçlüklerle sahip oldukları ortaya koyulmuştur.

Tekin Sitirava (2017), ‘Matematik Öğretmen Adaylarının Cebirsel İfadeler ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları’ isimli makalesinde ilköğretim matematik öğretim adaylarının cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin kavram imajları incelenmiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışma üniversite 3. sınıfta öğrenim görmekte olan 57 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Seçilen 15 öğretmen adayı ile birebir yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilerek derinlemesine

çalışma yapılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının cebirsel ifade ve denklemlere ilişkin eksik ya da hatalı kavram imajlarına sahip oldukları ortaya koyulmuştur. Tekin-Sitrava (2017), “Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel İfadelere İlişkin Kavram İmajları” isimli makalesinde ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin terim, sabit terim, değişken ve katsayı gibi cebirsel kavramlara ilişkin kavram imajlarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini 27 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmakta olup derinlemesine çalışma için içlerinden seçilen 12 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Verilerin analizinde içerik analizi yaklaşımı kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cebirsel ifadeleri tanımlama performanslarının %50’nin üzerinde olmasına rağmen cebirsel ifadeler için oluşturdukları kavram imajlarının cebiri kavramsal olarak anlamak için yeterli olmadığı ortaya koyulmuştur.

Melhuish, Lew, Hicks, Kandasamy (2020), “Soyut Cebir Öğrencilerinin Fonksiyonlar ve Homomorfizmalar ile İlgili Kavram İmajları” isimli çalışmalarında “AA” seviyesinde yer alan öğrencilerin fonksiyon ve homomorfizma kavramlarına ilişkin imajlarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Çalışmanın teorik çerçevesini Tall ve Vinner (1981)’in oluşturduğu kavram tanımı ve kavram imajı kuramı oluşturmaktadır. Araştırma 3 farklı üniversiteden gönüllü olarak katılım sağlayan 3 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmacılar verileri içlerinde çeşitli görevlerin bulunduğu yazılı anketler ve anketlerden sonra gerçekleştirilen alınan cevapları detaylandırmak için yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar yardımıyla toplamışlardır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğrencilerin “AA” seviyesinde olmalarına rağmen fonksiyon kavramına ilişkin sınırlı kavram imajına sahip oldukları belirtilmiştir. Ayrıca fonksiyon kavramına ilişkin kavram imajlarının homomorfizma kavramı üzerinde destekleyici ya da engelleyici bir etkisinin var olduğu vurgulanmıştır.

Tossavainen, Attorps ve Vaisanen (2011), matematik öğrencilerinin denklem kavramını anlamaları üzerine yürüttükleri araştırma, Finlandiya, İsveç ve Güney Afrika’da öğretmenlik programında öğrenim görmekte olan 128 gönüllü katılımcıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmada katılımcıların denklem kavramını anlamaları araştırılmak istendiğinden Tall ve Vinner (1981)’in geliştirdiği kavram tanımı ve kavram imajı teorik çerçevesi kullanılmıştır. Veriler denklem olan ve olmayan örneklerin bulunduğu yazılı anketler yardımıyla toplanmıştır. Verilerin analizi ise fenomenografik ve nicel veri analizi ile sağlanmıştır. Araştırmanın sonucunda eşittir kavramının ayna ve simetrik olma özelliklerinin eksik anlaşılmasının denklem kavramının anlaşılmasını engellediği ortaya çıkarılmıştır.

Ardiansari, Suryadi ve Dasari (2020), “Öğrenci ve Öğretmenlerin Eşittir İşareti ile İlgili Kavram İmajları” isimli araştırmalarında, öğretmenlerin eşittir işareti ile ilişkin anlayışlarını keşfetmeyi ve öğrencilerin bu anlayışlarının öğrencilerde eşittir işareti ile ilgili oluşacak kavram imajlarına olan etkisini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Çalışmalarını 6 öğretmen ve 55 ilköğretim ve ortaokul öğrencisi ile yürütmüşlerdir. Nitel olarak çalışılan araştırmada, öğretmenlere ve öğrencilere yapılan anketler ve birebir görüşmeler aracılığıyla veriler toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin eşittir işareti ile yönelik kavram imajlarının yetersiz olduğunu ayrıca öğretmenlerin öğrencilerde eşittir işareti ile yönelik oluşabilecek kavram yanlışlarını belirleme, öngörme veya giderme becerilerinden yoksun olduklarını belirtmişlerdir. Araştırmanın öğrenci açısından diğer bir sonucu ise, öğrencilerin eşittir işareti hakkında olması gereken bilimsel anlayışla eşleşen bir kavram imajına sahip olmadıklarıdır.

BÖLÜM III

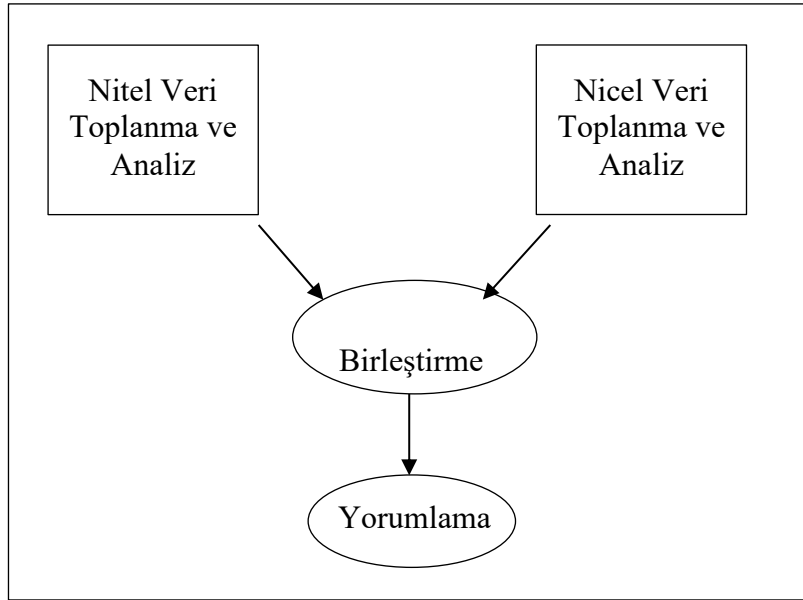
YÖNTEM

Bu bölümde öncelikle araştırmanın deseni ve araştırmanın örnekleme hakkında bilgiler paylaşılacaktır. Daha sonra araştırmanın geçerliğini ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla yapılan çalışmalara yer verilip veri toplama aracı ve sürecinden bahsedilecektir. Bölümün sonuna gelirken toplanan verilerin analizinin yapılmasıyla ilgili bilgiler sunulacaktır.

3.1. Araştırma Deseni

Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram imajlarını incelemek amacıyla yürütülen bu çalışmada karma yöntem araştırması kullanılmıştır. Karma yöntem araştırmaları, araştırmacının araştırma problemine cevap aramak amacıyla hem nicel hem de nitel veriler topladığı ve iki veri setini birbiriyle bütünleştirerek anlamlı sonuçlar çıkardığı bir araştırma yaklaşımıdır (Creswell, 2021). Nicel yöntem ile toplanan veriler çok sayıda insan incelemesi ile daha genel bir anlayış ortaya koyarken, nitel yöntemde daha az insan ile veri toplama işlemi gerçekleştirildiğinden derinlemesine, ayrıntılı bir çalışma ortaya çıkmaktadır. Nicel araştırma ve nitel araştırma birbirinden farklı bakış açılarını ortaya çıkarırken her ikisinin de belirli sınırlılıkları vardır. Karma yöntem araştırmacılara, bir yöntemde karşılaşılan sınırlılıkların diğer yöntemin güçlü yanları ile telafi edebilme olanağı sağlamaktadır. Nitel ve nicel verilerin bir arada kullanılması, birleştirilmesi bu yaklaşımların ayrı ayrı kullanılmasından daha fazla yarar sağlamaktadır (Dede ve Demir, 2020).

Karma yöntem araştırmalarında birleştirme(çeşitleme) deseni, açıklayıcı ardışık desen, keşfedici ardışık desen olmak üzere üç temel desen bulunmaktadır. Araştırmada nitel ve nicel veriler ayrı ayrı toplanıp daha sonrasında bir araya getirilip yorumlandığından birleştirme (çeşitleme) deseni kullanılmıştır. Birleştirme deseni araştırma probleminin hem nicel hem de nitel olarak tanımlanmasını ve araştırmaya farklı görüş açılarından bakılmasını sağlamaktadır (Creswell, 2021). Bu desenin şema olarak açıklaması aşağıda Şekil 8’de gösterilmiştir.



Şekil 7. Birleştirme (Çeşitleme) Deseni Şema Gösterimi

3.2. Araştırma Örneklemi

Örneklem, özellikleri hakkında bilgi toplamak amacıyla evrenden seçilen sınırlı bir parçadır (Çıngı, 2009). Bu araştırmanın örneklemini Marmara Bölgesinde bulunan bir ilçedeki bir ortaokuldan seçkisiz olmayan örnekleme yöntemi ile seçilen 71 ortaokul 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada yer alan okul ve öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden bir tanesi olan uygun örnekleme ya da kolay ulaşılabilir durum örneklemesine göre seçilmiştir. Uygun örnekleme; zaman, para ve işgücü bakımından oluşan sınırlılıklar sebebiyle araştırmacının örneklemini kolay ulaşılabilir, kolay uygulama yapılabilir şekilde seçmesi yöntemidir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2015).

3.3. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirliliğin sağlanması bilimsel araştırmalarda aranan en yaygın ölçüttür (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmada geçerliği ve güvenirliliğini sağlamak amacıyla bazı önlemler alınmıştır. Geçerlik ve güvenirlilik ile ilgili alınan bu önlemler aşağıda Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Araştırmada Alınan Geçerlik ve Güvenirlik Önlemleri

İç Geçerlik	Uzman görüşünün alınması Katılımcı gönüllülüğünün alınması Doğrudan alıntı
Dış Geçerlik	Veri toplama aracı ve sürecinin açıklanması Veri analiz sürecinin açıklanması Çalışma grubunun seçim şeklinin belirlenmesi Kullanılan yöntemin seçim gerekçesinin açıklanması
İç Güvenirlik	Bulguların yorum yapılmadan sunulması
Dış Güvenirlik	Verilerin sonuç kısmında uygun şekilde uzman kontrolünde tartışılması

Araştırma problemine ve alt problemlerine cevap aramak amacıyla “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi” uzman görüşü alınarak oluşturulmuştur. Oluşturulan kavram imajı testinde hem nitel hem de nicel verilerin toplanmasına olanak sağlayan sorulara yer verilmiştir. Test uygulanırken öğrencilerin gönüllülüğün alınması ve öğrencilerin verdikleri cevapların öğrenciler tarafından teyidinin sağlanması araştırmanın geçerliğini yükseltmektedir. Ayrıca toplanan verilerden alınan doğrudan alıntıların bulgular kısmında okuyucularla paylaşılması ile araştırmanın iç geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmada veri toplama aracının ve sürecinin detaylı açıklanması, toplanan verilerin analizinin bir örnek ile verilerin analizi kısmında açıklanması, seçilen örneklem grubunun seçim yönteminin belirtilmesi, araştırma deseninin seçim gerekçelerin ayrıntılı olarak anlatılması dış geçerliliği sağlamak amacıyla yapılmıştır. Nitel araştırmalarda toplanan verilerin araştırma sorularıyla olan ilişkisinin ortaya çıkarılması gerektiğinden araştırmacının toplanan verileri sürekli olarak karşılaştırması ve kavramsallaştırması beklenmektedir (Aydoğmuş, 2015). Bu sebeple araştırmanın geçerliğini sağlamak için nitel yöntem ile toplanan veriler sürekli olarak karşılaştırılmış, yorumlanmış ve çıkarılan kodlar, kategoriler ve temalar ile ilgili uzman görüşü alınmıştır.

Araştırmada toplanan verilerin bulgular kısmında yorum yapılmadan sunulması, toplanan verilerin her daim araştırmacı tarafından saklı tutulması ve tekrar ulaşılabilir olması ve ortaya konulan bulguların sonuç kısmında uzman kontrolünde tartışılması güvenilirliği sağlamak amacıyla yapılmıştır.

3.4. Veri Toplama Aracı ve Süreci

Veri toplama aracının geliştirilmesinde, 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarına yönelik olarak, kavram tanımlarının ve kavram imajlarının nasıl olduğunu, bu iki kavramın öğrenciler tarafından birbirinin yerine kullanıp kullanılmadığının, bu iki kavramla alakalı eksik veya hatalı kavram imajına sahip olan öğrencilerin bu sebepten dolayı yaşadığı kavram yanlışlarının ve anlama güçlüklerinin neler olduğunu ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır. Bu doğrultuda iki aşamadan oluşan bir “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi” uzman görüşü de alınarak hazırlanmıştır.

3.4.1. 7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi

Araştırma karma yöntem araştırması olduğundan test geliştirilirken hem nitel verilerin hem de nicel verilerin toplanabileceği bir test oluşturulmaya çalışılmıştır. Nitel yöntemin amacı derinlemesine, ayrıntılı bir çalışma gerçekleştirmektir. Bu sebeple hazırlanan testin ilk bölümünde öğrencilerin cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin sahip oldukları kavram tanımlarına ve kavram imajlarına, “Nasıl?” ve “Neden?” soru kalıplarını içeren açık uçlu sorular yardımıyla ulaşılmaya çalışılmıştır. Seçilen bu açık uçlu sorular araştırma alt problemlerine paralel olup şu şekildedir:

- 1) Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak, bir örnek veriniz.
- 2) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Testin ikinci bölümünde öğrencilere yöneltilen bir anket yardımıyla nicel veriler toplanmaya çalışılmıştır. Anketin oluşturulmasında ilk olarak araştırmacı ve alan uzmanı bir araya gelerek veri toplama aracında yer alacak soruların neler olabileceğini tartışmışlardır. Araştırmacı ve alan uzmanı ortak bir karara vararak formda yer alacak 10 adet anket sorusunu ortaokul 7. sınıf ders kitabından da yararlanarak belirlemişlerdir. Araştırmacı ve alan uzmanının ortak karara vararak oluşturdukları anket başka bir alan uzmanına sunularak ilgili alan uzmanından ankette yer alan sorulara ilişkin görüş alınmıştır. İkinci alan

uzmanının uygunluk görüşü alındıktan sonra ankete son hali verilerek uygulama aşamasına geçilmiştir.

Testin ikinci bölümü kendi içinde iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda öğrencilere cebirsel ifade ve denklem örnekleri karışık olarak verilmiş ve öğrencilerden cebirsel ifadeye uygun örneklerin seçilmesiyle ilgili tercihleri belirlenmiştir. Daha sonra neden bu tercihi yaptıkları ile ilgili soru yöneltilip seçimlerinin sebepleri öğrenilmeye çalışılmıştır.

Testin ikinci bölümünün diğer kısmında ilk kısımda yer alan sorulara benzer olacak şekilde bu sefer öğrencilerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere uygun olan örneklerin seçimiyle ilgili tercihleri belirlenmeye çalışılmıştır. İlk kısma benzer olacak şekilde neden bu tercihi yaptıkları öğrencilere sorulmuştur. Bu kısım ile ilgili bir örnek aşağıda verilmiştir.

3.4.2 Veri Toplama Süreci

Ortaokul 7. sınıf öğrencileriyle yapılan bu araştırmada cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konuları ders öğretmenleri tarafından işlendikten sonra veriler toplanmıştır. Veriler toplanırken geliştirilen testin ilk bölümü için 15 dakika ve ikinci bölümü için 15 dakika olmak üzere öğrencilere toplam 30 dakika süre verilmiştir. Veri toplama sürecine ilk olarak testin birinci bölümü ile başlanmış bitiren öğrenciler testin ikinci bölümüne geçmişlerdir. Araştırmacı toplanacak verilerin güvenilirliğini etkilememek amacıyla veri toplama ortamında bulunmamıştır.

3.5. Veri Analizi

Araştırma problemine cevap aramak amacıyla geliştirilen “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Kavram İmajı” testinde açık uçlu sorulara verilen cevaplar elde edilen veriler betimsel ve içerik analizi yoluyla çözümlenmiştir. İçerik analizinde asıl amaç, toplanan verileri açıklayacak kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Bu amaç doğrultusunda içerik analizi dört aşamadan gerçekleşmektedir ve bu aşamalar; verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması şeklindedir (Yıldırım ve Şimşek , 2016). Araştırmada toplanan verileri analiz etme sürecinde öğrencilerin açık uçlu her bir soruya verdikleri cevaplar kodlanmıştır. Elde edilen bu kodlardan kategoriler, kategorilerden de temalar elde edilmiştir. Aşağıda bir açık uçluya ait yapılmış kodlama örneği verilmiştir.

Soru: Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayınız.

Tablo 3

Öğrencilerin Cebirsel İfade Kavramına Ait Tanımlarından Oluşturulan Kodlama Örneği

Kod	Öğrenci Cevapları
	Öğrenci 1
	<i>İçinde en az bir bilinmeyen, katsayı, terim, benzer terim ve bilinmeyen içeren işlemlere cebirsel ifade denir.</i>
İçerisinde bilinmeyen bulunan işlemler	Öğrenci 22
	<i>Cebirsel ifadede çarpma, bölme işlemi yaparız ve içinde bilinmeyen vardır.</i>
	Öğrenci 23
	<i>Cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri vardır ve harf koyduğumuz bilinmeyenler bulunur.</i>

Araştırma verilerini analiz etmede kullanılan diğer bir analiz yöntemi ise betimsel analizdir. Araştırma kapsamında öğrencilere uygulanan testten elde edilen veriler betimsel istatistikî yöntemler (yüzde ve frekans) kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen veriler ile ilgili olarak her bir araştırma sorusunun cevabına karşılık verilerin frekansları hesaplanmış ve elde edilen yüzde oranları çizelgeler oluşturularak bulgular bölümünde sunulmuştur.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Araştırmanın bulguları, araştırma problemine ve alt problemlerine cevap aramak amacıyla hazırlanmış olan kavram imajı testi sonucunda elde edilen verilerin analiz edilmesi sonucu ortaya çıkarılmıştır. Bu bölümde bulgular araştırma alt problemlerine paralel olacak şekilde iki kısımda sunulacaktır.

Birinci bölümde ilk araştırma alt problemi olan “Ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade kavramına ilişkin kavram imajları nasıldır?” problemine cevap aramak amacıyla öğrencilerin cebirsel ifade kavramına ilişkin kavram imajlarının ve kavram tanımlarının nasıl olduğu, denklem kavramıyla cebirsel ifade kavramının birbirinin yerine kullanım durumunun ne düzeyde olduğunu ortaya koymak amacıyla kavram imajı testinin ilgili bulgularına yer verilmiştir.

Bulguların ikinci bölümünde ise araştırmanın diğer alt problemi olan “Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin kavram imajları nasıldır?” problemine cevap aramak amacıyla öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin kavram imajlarının ve kavram tanımlarının nasıl olduğu, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile cebirsel ifade kavramı arasındaki farkın öğrenciler tarafından anlaşılıp anlaşılamadığını ortaya koymak amacıyla kavram imajı testinin ilgili bulgularına yer verilmiştir.

1.1.Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bulgular bölümünün bu kısmında, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade kavramına ilişkin sahip oldukları kavram tanımlarını ve kavram imajlarını ortaya çıkarmak amacıyla “Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” sorusu yöneltilmiştir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 34 tanesi cebirsel ifade kavramının tanımını yapamazken, geri kalan 37 öğrenciden 10’u konuyla alakasız kavram tanımlarını, 27 tanesi cebirsel ifade kavramıyla ilgili sahip oldukları kavram tanımlarını ortaya koymuşlardır.

Cebirsel ifade kavramına ilişkin tanım yapan 27 öğrenciden 11 tanesi cebirsel ifadeyi “Toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemleri yapılabilen ve içerisinde en az bir bilinmeyen bulunan ifade” şeklinde tanımlamışlardır. Araştırmacı tarafından bu veriler “En az bir bilinmeyen içeren işlem” kategorisi olarak isimlendirilmiştir. Öğrenciler, “İçinde en az bir bilinmeyen, katsayı, terim, sabit terim, benzer terim ve bilinmeyen içeren işlemlere cebirsel

ifade denir”, “Cebirsel ifade çarpma, bölme, çıkarma ve toplamadan oluşur ve en az bir harf vardır”, “Bir işlemde harf ya da sayı varsa bu bir cebirsel ifadedir” cevaplarıyla (Şekil 8) cebirsel ifade kavramını tanımlamışlardır.

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız ? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

İçinde en az bir bilinmeyen katsayı, terim, sabit terim, benzer terim ve bilinmeyen içeren işlemlere cebirsel ifade denir.

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız ? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Cebirsel ifade bir işlemde harf ya da sayı varsa bu cebirsel ifadedir $a + 5 = 12$

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız ? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Cebirsel ifade çarpma, bölme, çıkarma ve toplamadan oluşur. Parantez varsa ilk önce parantez yapılır, sonra çarpma bölme yapılır, ardından sonra çıkarma toplama yapılır. Çarpma, bölme, çıkarma ve toplama varsa sağa yapılır. En az bir harf vardır.

Şekil 8. En az bir bilinmeyen içeren işlem kategorisine ait bazı öğrenci cevapları

Cebirsel ifade kavramına ait tanım yapan öğrencilerden 9'u yani yaklaşık olarak %24'ü “Cebirsel ifadeyi bilinmeyeni bulma olarak düşünüyorum”, “Cebirsel ifade x, y, b, a gibi harflerin yerine sayıları bulmaktır”, “Cebirsel ifadede bence bir bilinmeyen ve eşittir işareti vardır” cevaplarıyla (Şekil 9) cebirsel ifade kavramını tanımlamışlardır. Cevaplardan anlaşıldığı üzere öğrencilerde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış bir kavram imajı oluşmuştur ve bu yanlış imaj tanımlarını etkilemiştir. Öğrencilerin bu cevapları doğrultusunda “Bilinmeyen ve Eşitlik” kategorisi oluşturulmuştur.

Cebirsel ifade x, y, b, a gibi harflerin yerine sayıları bulmaktır. Cebirsel ifadeleri bulurken en çok kullanılan 4 harf vardır bunlar üstte yazdığım gibi x, y, b, a ama tabii ki başka harflerde kullanılabilir.

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Cebirsel ifadeyi bilinmeyen bulma diye düşünüyorum

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Bence bir bilinmeyen ve eşitlik işareti vardır

Şekil 9. Bilinmeyen ve Eşitlik kategorisine ait bazı öğrenci cevapları

Cebirsel ifade kavramına ilişkin tanım yapan öğrencilerden 6'sı yani yaklaşık olarak %16'sı “Her cebirsel ifadede olmazsa olmaz olarak harf ve sayı vardır”, “Cebirsel ifadede bir bilinmeyen, terim ve sabit terim vardır”, “Cebirsel ifade, herhangi bir sayının yanında x, y, z, a gibi harf olmasıdır” cevaplarıyla (Şekil 10.) cebirsel ifade kavramını tanımlamışlardır. Öğrencilerin cevapları doğrultusunda “Bilinmeyen ve Sayı” kategorisi oluşturulmuştur. Bu kategoride cevap veren öğrenciler cebirsel ifade kavramına ilişkin tanımlarını en çok karşılaşmış oldukları cebirsel ifade örnekleri üzerinden oluşan kavram imajları ile yapmışlardır.

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Cebirsel ifadeyi şöyle tanımlıyorum
her cebirsel ifadede harf var
harf olmaz olmaz da sayı + sabit.

Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

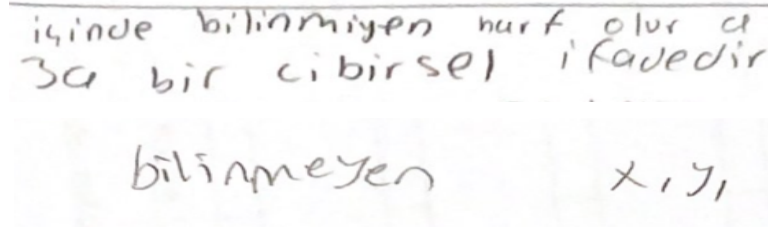
Örnek $3x + 70x - 5$
Aynı cebirsel ifadede bir bilinmeyen, terim, Sabit terim olur

Cebirsel ifade herhangi bir sayının yanında bir harf olan dır yani x, y, z, a gibi

Şekil 10. Bilinmeyen ve Sayı kategorisine ait bazı öğrenci cevapları

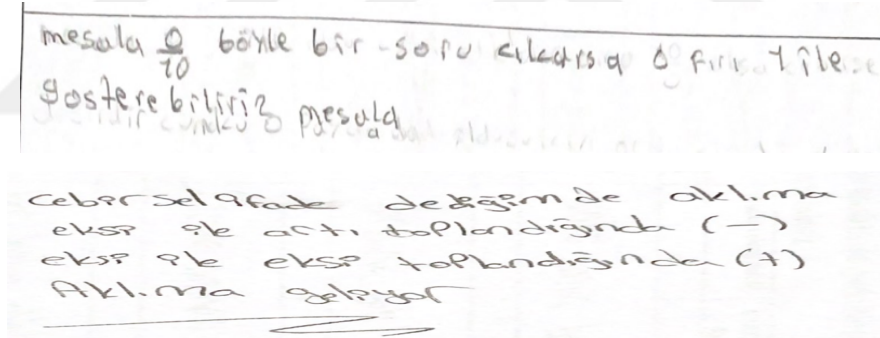
Cebirsel ifade kavramına ilişkin tanım yapan öğrencilerden 2 tanesi “Bilinmeyen” ve “İçinde bilinmeyen harf olur” cevaplarıyla (Şekil 11.) cebirsel ifade kavramını tanımlamışlardır. 2 öğrencinin vermiş oldukları bu cevaplar doğrultusunda “Bilinmeyen/Harf” kategorisi

literatüre paralel olarak oluşturulmuştur. Bu kategoride öğrenciler kavram imajı hücrelerine başvurmuşlardır ve en çok karşılaştıkları cebirsel ifade kavramı üzerinden tanımlarını yapmışlardır.



Şekil 11. Bilinmeyen/Harf kategorisine ait öğrenci cevapları

Testin birinci bölümünün ilk sorusuna ait oluşturulan son kategori “Alakasız” kategorisidir. Bu kategori içinde cebirsel ifade kavramından tamamen ilgisiz olan 8 öğrencinin verdiği cevaplar alınmıştır. Cebirsel ifade kavramı için tanım yapan öğrencilerin yaklaşık olarak %24’ü konuyla alakasız cevaplar vermişlerdir (Şekil 12).



Şekil 12. Alakasız kategorisine ait bazı öğrenci cevapları

Birinci alt probleme cevap aramak amacıyla öğrencilere yöneltilen açık uçlu sorunun devamında öğrencilerden cebirsel ifade kavramına bir adet örnek vermeleri de istenmiştir. 71 öğrenciden 29 tanesi cebirsel ifade kavramına ait örnek vermemiştir. Kalan 42 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ait verdiği örneklerden oluşturulan kategori ve frekanslar aşağıda Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4

Cebirsel İfade Kavramıyla İlgili Öğrenci Örneklerine Ait Kategori ve Frekanslar

Kategori	Frekans
Doğru Örnek	27
Yanlış Örnek	15

Tabloda görüldüğü üzere öğrencilerden 27 tanesi cebirsel ifadeye ilişkin doğru örnek verirken, 15 tanesi yanlış örnek vermiştir. Ayrıca yanlış örnek veren 15 öğrencinin verdiği örnekler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin örneklerdir.

Aşağıda doğru ve yanlış örnek veren öğrencilere ait örnekler verilmiştir.

Örnek $5x + 4$

$2x - 8$ bir cebirsel ifadedir

Şekil 13. Cebirsel ifadeye ilişkin doğru örnek veren öğrenci cevapları

Örnek: $x.3=9$ 'u bulun

$3x+4y=9$ bu bir cebirseldir.

Şekil 14. Cebirsel ifadeye ilişkin yanlış örnek veren öğrenci cevapları

Cebirsel ifade ve denklem kavram imajı testinin ikinci kısmında, birinci alt probleme cevap aramak amacıyla öğrencilerden onlara verilen cebirsel ifade ve denklem örneklerinden cebirsel ifadeye uygun olanını tercih etmeleri ayrıca tercihlerini emin olma durumlarına

uygun olacak şekilde; kesinlikle cebirsel ifadedir, cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum, emin değilim, cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum ve kesinlikle cebirsel ifade değildir seçenekleri üzerinden yapmaları istenmiştir. Son olarak öğrencilerin seçimlerini detaylı bir şekilde analiz edebilmek amacıyla tercihlerinin nedenlerini de yazmaları beklenmiştir.

Testin ikinci kısmının ilk örneği “ $x + 4 = 11$ ” olup 71 öğrenciden 67 öğrenci bu örnek için bir seçimde bulunmuştur. Seçim yapan öğrencilerin emin olma durumları ve öğrenci frekansları aşağıda Tablo 5’ te verilmiştir.

Tablo 5

“ $x + 4 = 11$ ” örneği için yapılan öğrenci tercihleri ve frekansları

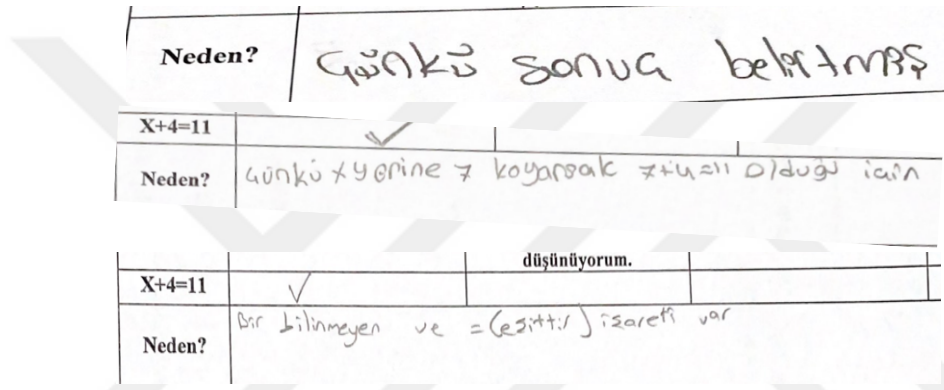
Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle cebirsel ifadedir.	24
Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum	21
Emin Değilim	10
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum	1
Kesinlikle cebirsel ifade değildir	11

Öğrencilerden 11 tanesi kendilerinden emin bir şekilde “ $x + 4 = 11$ ” örneği için kesinlikle cebirsel ifade değildir tercihi yaparken 1 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum tercihi yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 12 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifadedir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihi yapan toplam 45 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 10 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

Kavram imajı testinin ikinci kısmında öğrencilerden yaptıkları tercihlerinin nedenlerini de yazmaları istenmiştir. “ $x + 4 = 11$ ” örneğiyle ilgili “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunan 24 öğrenciden 8 tanesi “İçerisinde harf var”, “Bilinmeyen bulunuyor” şeklinde cevaplar vermişlerdir. Öğrencilerin vermiş oldukları bu cevaplar doğrultusunda

“Harf/Bilinmeyen Bulunuyor” kategorisi oluşturulmuştur. Kesinlikle cebirsel ifadedir tercihini yapan 2 öğrenci ise “Harf ve İşlem Var” şeklinde cevap vermişlerdir.

Kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinde bulunan öğrencilerden 5 tanesi ise “Bilinmeyen ve Eşittir Var”, “Eşitlik Var”, “Sonuç Var” şeklinde tercihlerinin nedenlerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin bu cevapları doğrultusunda “Bilinmeyen ve Eşitlik” kategorisi literatüre paralel olarak oluşturulmuştur. “Bilinmeyen ve Eşitlik” kategorisinde cevap veren 5 öğrencinin cebirsel ifade kavramının aksine denklem kavramına uygun cevap verdikleri görülmektedir. Bu kategoride cevap veren bazı öğrencilerin kağıtlarından doğrudan alınan fotoğraflar aşağıda Şekil 15’te gösterilmiştir.



Şekil 15. Bilinmeyen ve Eşitlik Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri

Kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinde bulunan kalan 9 öğrenci ise neden yazmamış ya da konuyla alakası olmayan nedenler belirtmiştir.

“ $x + 4 = 11$ ” örneği ile ilgili öğrenciler tarafından yapılan diğer bir tercih ise “Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum” ’dur. Bu tercihte bulunan 21 öğrenciden 12 tanesi seçimleriyle ilgili tercih belirtmemişlerdir. 5 öğrenci neden olarak “Bilinmeyeni Bulma” olarak cevap verirken kalan 4 öğrenci ise “Bilinmeyen ve Sayı Var” şeklinde cevap vermişlerdir.

“Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunan öğrenciler gibi “Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum” tercihinde bulunan öğrenciler de cebirsel ifade kavramına ait yanlış ya da eksik kavram imajı oluşturmuşlardır. Hatta “Bilinmeyeni Bulma” kategorisinde tercihiyle ilgili neden belirten 5 öğrenci direk olarak denklem kavramına uygun bir imaj ile cevap vermişlerdir. Bu kategoride bazı öğrencilerin verdikleri cevaplardan doğrudan alınan fotoğraflar aşağıda Şekil 16’da verilmiştir.

	Kesinlikle Cebirsel İfade.	Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum.	Emin değilim.
$x+4=11$	☒	☒	☐
Neden?	x ile bilinmeyen buluyoruz.		
	Çünkü x yani bilinmeyen bulmaya çalışıyoruz onun için bir cebirsel ifadedir		
	bir yerde bilinmeyen bulmuyorsa cebirsel ifadedir		

Şekil 16. Bilinmeyeni Bulma Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri

“ $x + 4 = 11$ ” örneği için “Emin Değilim” tercihi bulunan 10 öğrenci bulunmaktadır. Bu tercihte bulunan öğrenciler tercihlerini “Konuyu Bilmiyorum”, “Hatırlayamadım” şeklinde nedenlerle belirtmişlerdir.

“ $x + 4 = 11$ ” örneği için sadece 1 öğrenci “Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum” tercihi bulunmuştur fakat bu tercihi açıklayacak bir neden belirtmemiştir.

“ $x + 4 = 11$ ” örneğine ait son tercih “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihidir ve 11 öğrenci bu tercihte bulunmuştur. Bu tercih ile alakalı 3 öğrenci hiçbir neden belirtmemiştir. Kalan öğrencilerden 7 tanesi “Sonuç verdiği için cebirsel ifade değil denklem olduğunu düşünüyorum”, “Eşittir işareti olduğu için cebirsel ifade değildir”, “Çünkü cebirsel ifadede eşittir işareti yoktur” gibi cevaplarla (Şekil 17) nedenlerini açıklamışlardır. Bu cevaplar doğrultusunda araştırmacı tarafından “Eşitlik Var” kategorisi oluşturulmuştur. 1 öğrenci ise tercihi ile alakalı “Bilinmeyen var” şeklinde neden belirtmiştir.

$x+4=11$			
Neden?	Çünkü eşittir var.		
	Bence, sonucu verdiği için denklemdir		
1	☒	☐	☐
2	Denklem olduğunu düşünüyorum. Sonuç vermiş		

Şekil 17. “Eşitlik Var” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri

Kavram imajı testinin ikinci kısmının ikinci örneği “a-5” olup 71 öğrenciden 68 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Seçimde bulunan öğrencilerin tercihleriyle ilgili emin olma durumları ve frekansları aşağıda Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6

“a-5” Örneği için Yapılan Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Cebirsel İfadedir	18
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum	11
Emin Değilim	21
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum	9
Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir	9

Öğrencilerden 18 tanesi kendilerinden emin bir şekilde “a - 5” örneği için kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 11 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 29 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 18 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 21 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

“a – 5” örneği ile ilgili “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” seçimini yapan öğrencilerin 8 tanesi tercihlerinin nedenlerini belirtmemişler ya da alakasız cevap vermişlerdir. 5 öğrenci ise “İçinde bilinmeyen var”, “Terim bulunuyor” gibi nedenler belirtmiştir. Bu 5 öğrencinin belirttiği nedenler doğrultusunda “Bilinmeyen” kategorisi oluşturulmuştur. “Bilinmeyen” kategorisinde neden belirten öğrenciler cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru fakat eksik bir kavram imajı oluşturmuşlardır. 3 öğrenci “Bilinmeyen var, eşitlik yok”, “Eşittir yok” gibi cevaplarıyla kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yapmıştır. Verilen cevaplar doğrultusunda “Eşitlik Yok” kategorisi oluşturulmuştur. “Eşitlik Yok” kategorisinde neden belirten 3

öğrencinin zihinlerinde oluşan cebirsel ifade ile ilgili kavram imajı tam anlamıyla doğru bir imajdır. Doğru kavram imajına sahip 3 öğrencinin kağıtlarından alınan fotoğraflar aşağıda Şekil 18’de verilmiştir. Kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinde bulunan kalan 2 öğrenci ise “Harf ve sayı vardır” şeklinde neden belirtmişlerdir.

a-5	✓	✓	✓
Neden?	eşitleme yoksa cebirselidir		

a-5	✓	✓	✓
Neden?	harf olduğu için ve arasında eşitlik <u>yok</u>		

a-5	✓	✓	✓
Neden?	çünkü işlem yoktur ve harfin yanında sayı yoktur		

Şekil 18. “Eşitlik Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri

“a – 5” örneği için “Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum” tercihinde bulunan 11 öğrenciden 8 tanesi tercihiyle ilgili bir neden belirtmemiştir. Kalan 3 öğrenciden 1 tanesi “İçerisinde işlem olduğu için cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum” (Şekil 19) şeklinde cevap verirken, 2 öğrenci ise “Harf ve sayı olduğu için cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum” (Şekil 20) şeklinde cevap vermişlerdir.

5	✓	✓	✓
n?	Çıkarma var çıkarma olmasaydı cebirsel ifade olmazdı.		

5	X	✓	✓
en?	Çünkü içinde harf var bilinmeyen		

Şekil 19.Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinine ait örnek öğrenci cevabı

5	X	✓	✓
en?	harf ve sayı olduğu için cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum.		

Şekil 20. Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinine ait örnek öğrenci cevabı

“a – 5” örneği için 21 öğrenci emin değilim şeklinde tercih belirtmiştir. 21 öğrenciden 20 tanesi tercihiyle ilgili bir neden belirtmezken 1 öğrenci “Bir bilinmeyen var ama eşittir işareti

yok” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencinin belirttiği neden cebirsel ifade kavramını temsil etmesine karşın öğrencinin tercih olarak emin değilim şeklinde cevap vermesi zihninde cebirsel ifade kavramıyla ilgili eksik imaj oluştuğunu göstermektedir.

“ $a - 5$ ” örneği ile ilgili “Cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum” tercihinde bulunan öğrencilerin 4 tanesi tercihleriyle ilgili bir neden belirtmezken 3 öğrenci “İşlem ve sayı eksik” şeklinde neden belirtmiştir. “Cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum” tercihinde bulunan kalan 3 öğrenci ise “Bir sonuç belirtmediği için” ve “Burada sadece $a - 5$ verilmiş işlem yapılmaz” (Şekil 21) şeklinde neden belirtmişlerdir. Öğrencilerin verdikleri bu cevaplar doğrultusunda araştırmacı tarafından “Eşitlik Yok” kategorisi oluşturulmuştur.

$a-5$	
Neden?	Bir sonuç belirtmediği için
	burda sadece $a-5$ verilmiş işlem yapılmaz ve cebirsel ifade değildir

Şekil 21. “Eşitlik Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri

“ $a - 5$ ” örneği ile ilgili son tercih olan “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde cevap veren 9 öğrenciden 6 tanesi seçimiyle ilgili neden belirtmemiştir. Kalan bir öğrenci “Bir bilinmeyeni olduğu için” (Şekil 22) cevabını verirken, iki öğrenci ise “Denklem olduğunu düşünüyorum” (Şekil 23) cevabını vermiştir. Bu cevaplardan görüldüğü üzere öğrencilerin zihinlerinden cebirsel ifade kavramına ait yanlış imajların oluştuğu ve oluşan imajların denklem kavramına ait olduğu görülmektedir.

$a-5$	
Neden?	Bir bilinmeyeni var,

Şekil 22. Kesinlikle cebirsel ifade değildir tercihinde neden belirten örnek öğrenci cevabı

a-5	
Neden?	bu denklem diye düşünüyorum
a-5	
Neden?	bu bilinmeyen denklem bence (x) yerine (a) var

Şekil 23. Kesinlikle cebirsel ifade değildir tercihinde neden belirten örnek öğrenci cevabı

Kavram imajı testinin ikinci kısmının üçüncü örneği “ $e - 3 + f$ ” olup 71 öğrenciden 67 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Seçimde bulunan öğrencilerin tercihleriyle ilgili emin olma durumları ve frekansları aşağıda Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7

“ $e - 3 + f$ ” Örneği için Yapılan Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Cebirsel İfadedir	21
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum	14
Emin Değilim	15
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum	13
Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir	4

Öğrencilerden 21 tanesi kendilerinden emin bir şekilde “ $e - 3 + f$ ” örneği için kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 15 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 36 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 16 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 15 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

[illegible]

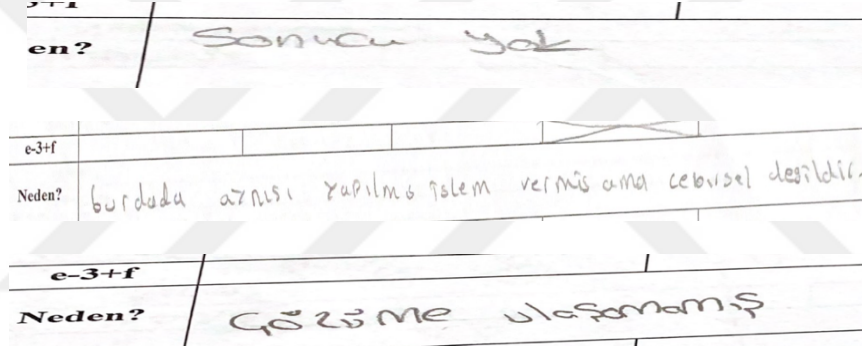
Harf ve Sayı ölçüğü için Gebirsel Hade ölçüünü düşünüyorum.

		✓	
?	bir bilinmeyen var	ama	ezittir yok

67

“ $e - f + 3$ ” örneği için 15 öğrenci emin değilim şeklinde tercih belirmiş ve tercih belirten 14 öğrenci tercihlerinin nedeninin yazmamıştır. Kalan 1 öğrenci ise “Harfin cebirsel ifade olup olmadığını bilmiyorum” şeklinde neden belirtmiştir. Bu cevabı veren öğrencinin cebirsel ifade kavramıyla ilgili zihninde oluşan kavram imajının henüz tam anlamıyla şekillenmediğini söylemek mümkündür.

“ $e - 3 + f$ ” örneği için “Cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum” şeklinde tercih belirten öğrencilerden 4 tanesi yaptıkları seçimleri ile ilgili bir neden belirtmezken, 4 tanesinin verdikleri cevaplar doğrultusunda “Eşitlik Yok” kategorisi oluşturulmuştur. Bu kategoride cevap veren öğrencilerin kağıtlarından alınan fotoğraflar aşağıda Şekil 27’de verilmiştir. Kalan öğrencilerden 3 tanesi “İçerisinde bilinmeyen bulunuyor” şeklinde neden belirtirken 2 öğrenci ise “Hem bilinmeyen hem sayı var” şeklinde cevap vermişlerdir.



Şekil 27. “Eşitlik Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Tercih ve Nedenleri

“ $e - 3 + f$ ” örneği için son tercih olan “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunan 4 öğrenci bulunmaktadır. 2 öğrenci bu tercihiyle ilgili “Denklem olduğunu düşünüyorum” ve “Bu bir denklemdir” şeklinde neden belirtmiştir. Öğrencilerin cevaplarından anlaşıldığı üzere cebirsel ifade kavramına ilişkin imajlarının denklem kavramına ilişkin imajlarıyla karıştığı görülmektedir.

Kavram imajı testinin ikinci kısmının dördüncü örneği “ $2xy = 240$ ” olup 71 öğrenciden 65 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Seçimde bulunan öğrencilerin tercihleriyle ilgili emin olma durumları ve frekansları aşağıda Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8

“ $2xy = 240$ ” Örneği için Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Cebirsel İfadedir	18
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum	4
Emin Değilim	19
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum	12
Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir	12

Öğrencilerden 18 tanesi kendilerinden emin bir şekilde “ $2xy = 240$ ” örneği için kesinlikle cebirsel ifadedir tercihini yaparken 4 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 22 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde yanlış ya da eksik bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 24 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru bir kavram imajının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 19 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

“ $2xy = 240$ ” örneği için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” şeklinde tercih belirten 18 öğrenciden 13 tanesi tercihleriyle ilgili neden belirtmemiştir. Kalan 5 öğrenciden 4 tanesi “Bu cebirsel ifadede xy bulunmak isteniyor”, “Bir denklemdir”, “Çünkü bilinmeyen ve eşittir işareti var”, “Sonuç verilmiş” şeklinde (Şekil 28) verdikleri cevaplarla cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış bir imaj geliştirdikleri görülmektedir. Neden belirten diğer bir öğrenci ise “Bilinmeyen ve katsayı var” cevabını vermiştir.

$2xy=240$	✓			
Neden?	çünkü bilinmeyen ve eşittir işareti var			
$2xy=240$	X			
Neden?	bir denklem olduğu için			
$=240$	X			
Neden?	Çünkü ikiyi çarpma bilginin bir sayı var ve sonucu veriyor			
$xy=240$				
Neden?	burda cebirsel ifade $2xy=240$ burda x y bulunmasını istiyor bu cebirsel			

Şekil 28. Kesinlikle Cebirsel İfadedir tercihinde neden belirten örnek öğrenci cevabı

“ $2xy = 240$ ” örneği için “Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum” tercihinde bulunan 4 öğrenci bu seçimleriyle alakalı bir neden belirtmemişlerdir. Benzer şekilde bu örnek ile ilgili “Emin Değilim” tercihinde bulunan 19 öğrenci de yaptıkları bu tercihleri ile ilgili herhangi bir neden belirtmemişlerdir.

“ $2xy = 240$ ” örneği için “Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum” tercihinde bulunan 6 öğrenci seçimleriyle ilgili alakasız nedenler belirtmiş ya da neden belirtmemiştir. Öğrencilerden 3 tanesi “ x , y bulunmak isteniyor”, “Eşittir sembolü var”, “Çünkü denklemdir” şeklinde neden belirtmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar doğrultusunda araştırmacı tarafından “Eşitlik Var” kategorisi oluşturulmuştur. “Eşitlik var” kategorisinde cevap veren 3 öğrenci cebirsel ifade kavramı ve denklem kavramına ait zihinlerinde doğru imaj oluşturmuşlardır. 3 öğrencinin belirttikleri nedenlere ilişkin kağıtlarından alınan fotoğraflar Şekil 29’da verilmiştir. Kalan 3 öğrenci ise “Yan yana harf kullanılmaz”, “İçerisinde işlem yok” şeklinde neden belirtmiştir. 3 öğrencinin verdiği cevaplar doğrultusunda “İşlem yok” kategorisi oluşturulmuştur. Ayrıca “İşlem yok” kategorisinde cevap veren öğrencilerin aritmetikten gelen bazı eksiklerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin “ $2xy = 240$ ” örneğindeki çarpma işlemini görmeyip hiç işlem olmadığı için cebirsel ifade değildir şeklinde cevap verdikleri gözlemlenmektedir.

$2xy=240$				
Neden?	Çünkü burada x ve y nin hangi Sayı olduğunu soruyor			
$2xy=240$				
Neden?	Çünkü eşitlik sembolü var			
$2xy=240$				
Neden?	Bu bir denklemdir			

Şekil 29. “Eşitlik Var” Kategorisine Ait Öğrenci Tercihleri ve Nedenleri

“ $2xy = 240$ ” örneği için “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunan 12 öğrenciden 4 tanesi neden belirtmezken, 7 öğrenci “Cebirsel ifade olması için içinde eşittir olmaması gerekir”, “Hem bilinmeyen hem de eşittir sembolü var”, “Bence sonuç olmasaydı cebirsel ifadeydi ama sonuç olduğu için denklemdir” şeklinde (Şekil 30) cevaplar vererek seçimlerinin nedenlerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin belirttikleri bu nedenler doğrultusunda “Denklem” kategorisi oluşturulmuştur. Kalan 1 öğrenci ise “İşlem yok” şeklinde tercihinin nedenini belirtmiştir.

$2xy=240$				
Neden?	Çünkü x ve y var ve $=$ var.			
$y=240$				
Neden?	Bence, Sonuç olmasaydı cebirsel ifadeydi, ama sonuç olduğu için denklem			
$2xy=240$				
Neden?	İçinde eşittir olmaması gerekir			

Şekil 30. “Denklem” Kategorisine Ait Öğrenci Tercih ve Nedenleri

Kavram imajı testinin ikinci kısmının beşinci örneği “b” olup 71 öğrenciden 65 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Seçimde bulunan öğrencilerin tercihleriyle ilgili emin olma durumları ve frekansları aşağıda Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9

“b” Örneği için Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Cebirsel İfadedir	8
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum	6
Emin Değilim	14
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum	12
Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir	25

Öğrencilerden 8 tanesi kendilerinden emin bir şekilde “b” örneği için kesinlikle cebirsel ifadedir tercihini yaparken 5 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 14 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 37 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış ya da eksik bir kavram imajının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 14 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

“b” örneği için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunan 8 öğrenciden 4 tanesi tercihler ile ilgili bir neden belirtmemiştir. 1 öğrenci “Eşitleme yoksa cebirsel ifadedir” (Şekil 31) şeklinde verdiği cevapla cebirsel ifadeye ilişkin doğru bir kavram imajı geliştirdiğini ortaya koymuştur. Kalan öğrencilerden 3 tanesi ise “b bilinmeyen olduğu için cebirsel ifadedir”, “harfler cebirsel ifadedir”, “b’nin ne olduğunu bilmediğimiz için cebirsel ifadedir” (Şekil 32) şeklinde neden belirtmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar doğrultusunda “Bilinmeyen” kategorisi literatüre paralel olarak oluşturulmuştur.

b	✓
Neden?	eşitleme yoksa cebirsel'dir

Şekil 31. Kesinlikle Cebirsel İfadedir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı

b				
Neden?	cuvst	bilinmeyen	var ama	esitler yok
b				X
Neden?	Çünkü	denklem	Bilinmeyen	harf
b				
Neden?	bilinmeyen	olduğu	Halde	gözümlü yok...

Şekil 35. Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

“b” örneği ile ilgili “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunan 25 öğrenciden 15 tanesi seçimleriyle alakalı herhangi bir neden belirtmemişlerdir. Kalan öğrencilerden 6 tanesi “Cebirsel ifade değildir, sayılar yok”, “Bence içinde sayı olmadığı için cebirsel ifade değildir”, “Çünkü sayıları, harfleri ve işlemleri tam değildir” (Şekil 36) şeklinde neden belirtmişlerdir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar doğrultusunda “Sayı yok” kategorisi oluşturulmuştur. Diğer 4 öğrenci ise “Hem sayıları yok hem eşittir işareti yok”, “Sadece bilinmeyen var ve işlem yapılamaz”, “Bu bir denklemdir” (Şekil 37) şeklinde neden belirtmiştir. 4 öğrencinin verdikleri bu cevaplar doğrultusunda “Denklem” kategorisi oluşturulmuştur.

b				
Neden?	cebircel	isade	değil	sayılar yok-
b				
Neden?	Bence	içinde	sayı	olmadığı için
b				
Neden?	çünkü	sayıları	harfleri	islemberi
				tam değildir

Şekil 36. “Sayı Yok” Kategorisine Ait Öğrenci Nedenleri

b				
Neden?	Çünkü	cebircel	ifadenin	kat sayıları
				ve bilinmeyenleri
				vardır
b				
Neden?	Sadece	bilinmeyen	var	bu işlem
				nasıl yapılır ki
b				
Neden?	hem	sayılar	yok	hem (=)
				yok

Şekil 37. “Denklem” Kategorisine Ait Öğrenci Nedenleri

Kavram imajı testinin ikinci kısmının son örneği “ $K + m - 4 = 3$ ” olup 71 öğrenciden 67 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Seçimde bulunan öğrencilerin tercihleriyle ilgili emin olma durumları ve frekansları aşağıda Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10

“ $K + m - 4 = 3$ ” Örneği için Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Cebirsel İfadedir	21
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum	17
Emin Değilim	12
Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum	6
Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir	11

Öğrencilerden 21 tanesi kendilerinden emin bir şekilde “ $K + m - 4 = 3$ ” örneği için kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 16 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 38 öğrencinin cebirsel ifade kavramı ile denklem kavramını karıştırdıkları, cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde yanlış ya da eksik bir kavram imajı oluşturduklarını görülmektedir. Bu kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 16 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru bir kavram imajının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihde bulunan kalan 12 öğrenci ise emin değilim şeklinde seçimde bulunmuşlardır.

“ $K + m - 4 = 3$ ” örneği için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunan 21 öğrenciden 15 tanesi seçimleri ile ilgili bir neden belirtmemiştir. Kalan öğrenciler ise “Cevabı varsa cebirseldir”, “Bilinmeyen ve eşittir var”, “İçinde denklem var” (Şekil 38) şeklinde tercihleri ile ilgili neden belirtmiştir. Öğrencilerin denklem kavramı ile cebirsel ifade kavramını karıştırdıkları ve cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru bir imaj oluşturamadıkları görülmektedir.

m-4=3				
eden?	Eşitlik Sembolu var			

Şekil 40. Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum Kategorisine Ait Örnek Öğrenci Cevabı

“ $K + m - 4 = 3$ ” örneği için “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunan 11 öğrenciden 3 tanesi seçimleri ile ilgili herhangi bir açıklama yapmamıştır. Kalan öğrenciler genel olarak “Eşittir sembolü var”, “Sonuç verilmiş, denklemdir”, “Eşitleme varsa denklemdir” (Şekil 41) şeklinde yapmış oldukları seçimleri açıklamıştır. Öğrencilerin denklem ve cebirsel ifade kavramını oldukça iyi ayırdıkları ve iki kavrama da ilişkin zihinlerinde oluşturdukları imajlarının doğru olduğu görülmektedir.

i=3				
1?	harf ve sayı olsada = Olmanası gerekiyordu			
	Bence; Tginde her şey tamam ama sonuca verdiği için Denklemdir			
K+m-4=3	-			
Neden?	eşitleme varsa denklemdir			

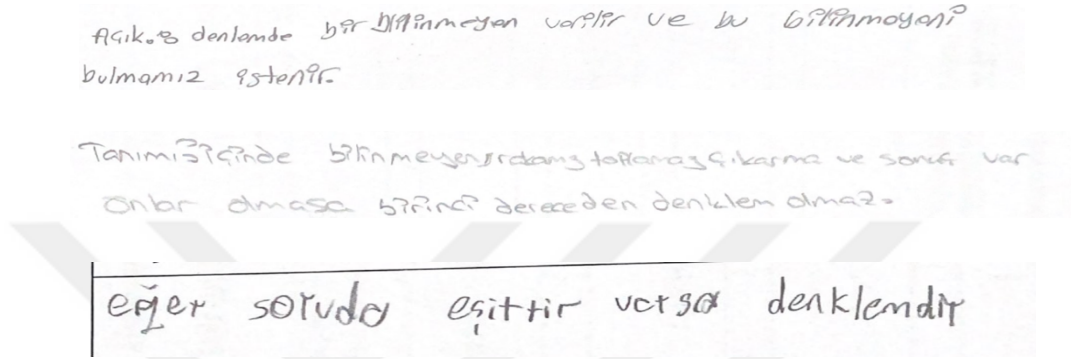
Şekil 41. Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

1.2.İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bulgular bölümünün bu kısmında, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin sahip oldukları kavram tanımlarını ve kavram imajlarını ortaya çıkarmak amacıyla “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” sorusu yöneltilmiştir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 47 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramının tanımını yapamazken, geri kalan 24 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramıyla ilgili sahip oldukları kavram tanımlarını ortaya koymuşlardır.

Tanım yapan öğrencilerden 12 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını genel olarak “Denklemden bir bilinmeyen verilir ve bu bilinmeyeni bulmamız istenir”, “İçinde bilinmeyen olduğu ve bizden çözmemiz veya kurmamız istenen ifadelerdir”, “Eğer

soruda eşittir sembolü varsa bu bir denklemdir” (Şekil 42) şeklinde tanımlamışlardır. Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplardan ortaya “Bilinmeyeni Bulma” kategorisi oluşturulmuştur. “Bilinmeyeni Bulma” kategorisinde cevap veren öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluştuğu ve bu kavram imajı sayesinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını doğru bir şekilde tanımladıkları görülmektedir.



Şekil 42. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Örnek Öğrenci Tanımları

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramıyla ilgili tanım yapan 24 öğrenciden 7 tanesi bu kavramı “içinde harf veya bilinmeyen bulunduran ifadeler” şeklinde tanımlamaya çalışmıştır. Öğrenciler genel olarak “İçinde bilinmeyen anlamına gelen x ve y bulunuyor”, “İçinde harf ya da sayı olması gerek”, “x veya harf bulunmalı” (Şekil 43) şeklinde tanım yapmıştır. Öğrencilerin yapmış oldukları tanımlardan ortaya “Bilinmeyen/Harf” kategorisi çıkarılmıştır. Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli kavrama ilişkin yaptıkları tanımların eksik kaldığı görülmektedir.

$3x + 4y = 9$ bu bir denklem örneğidir çünkü içerisinde bilinmeyen adlarına gelen x y bulunmaktadır

İçinde harf ve sayı olmasa olmaz

x koyarak veya harf koyarak olurdur

Şekil 43. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Örnek Öğrenci Tanımları

Tanım yapan öğrencilerden kalanı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramının “bir bilinmeyen” kısmına odaklanıp o şekilde tanımlamışlardır. 5 öğrenci genel olarak bu kavramı, “Bir bilinmeyen olmasıdır”, “Bir bilinmeyen harf vardır”, “Tek bir bilinmeyen olur” (Şekil 44) şeklinde tanımlamıştır. Öğrencilerin yapmış oldukları bu tanımlarından hareketle “Bir Bilinmeyen” kategorisi oluşturulmuştur. Öğrencilerin bu noktaya odaklanmaları doğru bir imaj olsa da birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramı için yetersiz bir tanım olduğu görülmektedir.

Birinci derece bir bilinmeyenli bir denklem bir sayının
bir bilinmeyen olmasıdır.

Bir bilinmeyen harf vardır en az 1 tane vardır bilinmeye
nden çıkarma, toplama, çıkarma ve bölme vardır

Tek bir bilinmeyen olur iki bilinmeyen olur
o soru bilinmeyenli denklem olmaz.

Şekil 44. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Örnek Öğrenci Tanımları

İkinci alt probleme cevap aramak amacıyla öğrencilere yöneltilen açık uçlu sorunun devamında öğrencilerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin bir örnek vermeleri de istenmiştir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 34 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait örnek vermemiştir. Kalan 37 öğrencinin

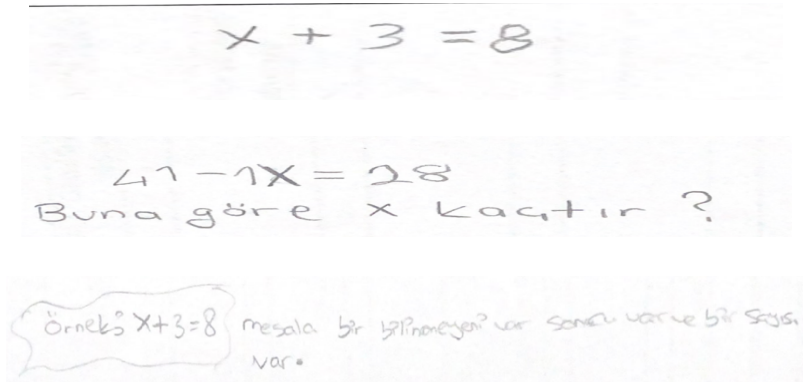
birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin verdiği örneklerden oluşturulan kategori ve frekanslar aşağıda Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Öğrenci Örneklerinin Kategori ve Frekansları

Kategori	Frekans
Doğru Örnek	20
Yanlış Örnek	17

Tablo 16’da görüldüğü üzere öğrencilerden 20 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin doğru örnek verirken, 17 öğrenci ise bu kavrama ilişkin yanlış örnek vermiştir. Yanlış örnek veren öğrencilerden bazıları iki bilinmeyenden oluşan bir denklem örneği yazarken bazı öğrenciler ise denklem yerine cebirsel ifade kavramına yönelik örnek vermiştir. Aşağıda doğru ve yanlış örnek veren öğrencilerin kağıtlarından doğrudan alınan fotoğraflar verilmiştir.



Şekil 44. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Doğru Örnek Veren Bazı Öğrenci Cevapları

$$3x - 21$$

$$x3 - 7$$

bilinmeyen = x

$$3x + 4y = 9$$

bu bir denklem örneğidir

Şekil 45. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Yanlış Örnek Veren Bazı Öğrenci Cevapları

Cebirsel ifade ve denklem kavram imajı testinin ikinci kısmında, ikinci alt probleme cevap aramak amacıyla öğrencilerden onlara verilen cebirsel ifade ve denklem örneklerinden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına uygun olanını tercih etmeleri ayrıca tercihlerini emin olma durumlarına uygun olacak şekilde; kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum, emin değilim, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum ve kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir seçenekleri üzerinden yapmaları istenmiştir. Son olarak öğrencilerin seçimlerini detaylı bir şekilde analiz edebilmek amacıyla tercihlerinin nedenlerini de yazmaları beklenmiştir.

Kavram imajı testinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili olan kısmının ilk örneği “ $X + 3 = 8$ ”dir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 64 tanesi bu örnekle alakalı bir seçimde bulunmuştur. Tercih yapan öğrencilerin emin olma durumları ve frekansları aşağıda Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12

“ $X + 3 = 8$ ” Örneği İçin Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir	27
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum	15
Emin Değilim	19
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum	2
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir	1

“ $X + 3 = 8$ ” örneği ile ilgili “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir” tercihinde bulunan 27 öğrenciden 13 tanesi yaptıkları seçimle ilgili bir neden belirtmemiştir. Tercihleri hakkında açıklama yapan 8 öğrenci genel olarak “İçinde bir bilinmeyeni vardır”, “Bilinmeyen olduğu için” (Şekil 48) şeklinde cevaplar vermiştir. Kalan 6 öğrenci ise “Eşittir işareti olduğu için denklemdir”, “Harfin değerini bulmamız istenmiş”, “Bilinmeyen ve eşitti var” (Şekil 49) gibi açıklamalarda bulunarak yaptıkları tercihin nedenini belirtmiştir.

Neden?	Birinci derece bilinmeyen bir denklemdir. Çünkü bir bilinmeyeni vardır, ve onun için verilen bir bilinmeyen değeri vardır.
($X+3=8$)	
Neden?	bilinmeyen olduğu için.

Şekil 46. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

$X+3=8$	denklemdir.	düşünüyorum.	
Neden?	esitir işareti olduğu için denklemdir		

$X+3=8$	denklemdir.	düşünüyorum.	düşün
Neden?	Neden bilinmeyen ve eşittir vardı,		

$X+3=8$			
Neden?	çünkü burada bize harfi bulmamız istenmiş		

Şekil 47. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

“ $X + 3 = 8$ ” örneği ile ilgili “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Olduğunu Düşünüyorum” tercihinde bulunan 15 öğrenciden 10 tanesi yaptıkları seçimle ilgili bir neden belirtmemiştir. Kalan 5 öğrenci ise genel olarak “ X olduğu için”, “Bilinmeyen var” (Şekil 50) şeklinde yaptıkları seçimleri açıklamıştır. Öğrencilerin yaptıkları açıklamalar doğrultusunda denklem ve cebirsel ifadeyi aynı kavramlar olarak düşündükleri görülmektedir.

$X+3=8$			
Neden?	X olduğu için		

$X+3=8$	denklemdir.	olduğunu düşünüyorum.	olduğunu düşünmüyorum.
Neden?	Çünkü bilinmeyen bir harf var		

Şekil 48. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

“ $X + 3 = 8$ ” örneği ile ilgili “Emin Değilim” tercihinde bulunan 19 öğrenciden 16 tanesi yaptıkları seçimle ilgili bir neden belirtmemiştir. Seçimleri ile ilgili açıklama yapan 3 öğrenciden 1 tanesi “Denklemler karışık, kalabalık olur” (Şekil 51) şeklinde bir açıklama yapmıştır. Öğrencinin zihninde denklem kavramına ait oluşan kavram imajının hatalı olduğu görülmektedir. Açıklamada bulunan kalan 2 öğrenci ise “Cebirsel ifadeye benziyor”, “Cebirsel İfade Olduğunu Düşünüyorum” (Şekil 52) şeklinde açıklama yapmıştır.

$X+3=8$					
Neden?					

Şekil 49. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı

$X+3=8$	denklemdir.	düşünüyorum.	olduğunu düşünmüyorum.	değildir.
Neden?				
$3X+4Y=0$				
$X+3=8$				
Neden?				

Şekil 50. Emin Değilim Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı

“ $X + 3 = 8$ ” örneği ile ilgili “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum” tercihinde bulunan 2 öğrenci vardır ve 2 öğrencide yaptıkları seçim hakkında herhangi bir açıklamada bulunmamıştır.

“ $X + 3 = 8$ ” örneği ile ilgili son olarak “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihinde bulunan sadece 1 öğrenci vardır. Öğrenci yaptığı seçimle ilgili “Hem x var hem de eşittir var” (Şekil 53) şeklinde bir açıklama yapmıştır. Öğrencinin zihninde denklemle ilgili oluşturduğu kavram imajı tamamıyla yanlış ya da eksiktir.

$X+3=8$				
Neden?				

Şekil 51. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı

Kavram imajı testinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili olan kısmının ikinci örneği “ $3x + 4y = 9$ ”dur. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 11 tanesi bu örnek ile ilgili herhangi bir seçimde bulunmamıştır. Kalan öğrencilerin yaptıkları seçimlere göre frekansları aşağıda Tablo 13’te verilmiştir.

Tablo 13

“ $3x + 4y = 9$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercih ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir	25
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum	9
Emin Değilim	17
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum	6
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir	3

“ $3x + 4y = 9$ ” örneği için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir” tercihinde bulunan 25 öğrenciden 15 tanesi yaptıkları seçimler hakkında herhangi neden belirtmemiştir. Kalan 10 öğrenciden 3 tanesi “Bilinmeyen harf var”, “Rakamların yanında bilinmeyenler var” ve “Bilinmeyenli denklem bu şekilde olur” (Şekil 54) şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğrencilerin denklem kavramına ait imajlarında eşitlik kavramının olmadığı görülmektedir. Neden belirtmiş olan kalan 7 öğrenci ise genel olarak “x, y ve eşittir var”, “Sonuç ve bilinmeyen var”, “Eşittir olduğu için denklemdir” (Şekil 55) şeklinde cevaplar vermiştir. Burada öğrencilerin denklem kavramına uygun bir imaj oluşturdukları fakat birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramındaki bir bilinmeyen hususuna dikkat etmedikleri görülmektedir.

3X+4Y=9	✓				
Neden?	faktörlerin yarısından bilinmeyen var ve farklı olmaları için birinci dereceden denklemdir				
3X+4Y=9	X				X
Neden?	evet çünkü bilinmeyen harf var				
3X+4Y=9	✓				
Neden?	bilinmeyenli denklemler böyle olduğu için				

Şekil 52. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Nedenleri

3X+4Y=9	✓				
Neden?	x, y var ve = var				
3X+4Y=9	✓				
Neden?	Sonuç var ve bilinmeyen				
3X+4Y=9	X				
Neden?	eşitlik işareti olduğu için denklemdir				

Şekil 53. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Nedenleri

“ $3x + 4y = 9$ ” örneği için “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Olduğunu Düşünüyorum” tercihinde bulunan 9 öğrenciden 8 tanesi yaptıkları seçimler ile ilgili hiçbir neden belirtmezken 1 öğrenci “Bilinmeyen var ama tam emin değilim” (Şekil 56) şeklinde bir neden belirtmiştir. Öğrencinin yaptığı açıklamadan görüldüğü üzere denklem kavramı ile ilgili zihninde oluşturduğu kavram imajının eksiktir.

3X+4Y=9					
Neden?	bilinmeyen var ama tam emin değilim.				

Şekil 54. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Nedeni

“ $3x + 4y = 9$ ” örneği için “Emin Değilim” tercihinde bulunan 17 öğrenciden 14 tanesi seçimleri ile ilgili herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Kalan 3 öğrenciden 2 tanesi “y” bilinmeyenini anlamlandıramamış ve bilinmeyen olarak kabul etmemiştir. Öğrencilerin kağıtlarından doğrudan alınan fotoğraflar aşağıda Şekil 57’de verilmiştir. Diğer bir öğrenci ise “İki tane bilinmeyen olduğu için” (Şekil 58) şeklinde bir neden belirterek emin değilim

$3X+4Y=9$				X	
Neden?	amindeyim kesi' Y kafi' bilimide				
$3X+4Y=9$				✓	
Neden?	3'ünündeki denkleme değil yani X önce 4'ün yanındakide değil Y				

$3X+4Y=9$				
Neden?	iki tane bilinmeyen	olduyu kim		

“ $3x + 4y = 9$ ” örneği için “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum” tercihinde bulunan 6 öğrenci vardır ve 6 öğrenciden hiçbiri yaptıkları seçimler ile ilgili herhangi bir neden belirtmemiştir.

$3X+4Y=9$					X
Neden?	(x) var ve yeniden (x) yerine (y) yazmış ve (=) var				
$3X+4Y=9$					
Neden?	Bu bir cebirsel ifadedir.				

Kavram imajı testinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili olan kısmının üçüncü örneği “ $3x-21$ ”dir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 11 tanesi bu örnek ile ilgili herhangi bir seçimde bulunmamıştır. Kalan öğrencilerin yaptıkları seçimlere göre frekansları aşağıda Tablo 14’te verilmiştir.

Tablo 14

“ $3x - 21$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercih ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir	14
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum	15
Emin Değilim	12
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum	8
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir	11

“ $3x - 21$ ” örneği için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir” tercihinde bulunan 14 öğrenciden 11 tanesi yaptıkları seçimler için herhangi bir açıklama yapmamıştır. Kalan 3 öğrenciden 1 tanesi “Bu cebirsel ifade değil, x var ama eşittir işareti yok” (Şekil 60) şeklinde neden belirtmiştir. Öğrencinin belirttiği açıklamadan anlaşıldığı üzere denklem ile cebirsel ifadeye ait kavram imajları karışmaktadır. Diğer 2 öğrenci ise “Bilinmeyen var” (Şekil 61) şeklinde açıklama yapmıştır. Bu nedeni belirten öğrencilerin denklem kavramına ait imajlarının eksik olduğu görülmektedir.

$3x - 21$	x
Neden?	bu cebirsel ifade değil (x) olupta (=) yok

Şekil 58. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Öğrenci Cevabı

3X - 21					
Neden?	Bu bir denklemdir. Birimlerini vardır.				
3X - 21					
Neden?	birimlerini elde ederim.				

“ $3x-21$ ” örneği için “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Olduğunu Düşünüyorum” tercihinde bulunan 15 öğrenciden 13 tanesi yaptıkları seçimler hakkında herhangi bir neden belirtmemiştir. Kalan öğrencilerden 1 tanesi “Sonuç yok” (Şekil 62) şeklinde bir açıklama yaparken diğer öğrenci ise “Bir tane bilinmeyeni olduğu için” (Şekil 63) cevabını vermiştir.

Şekil 60. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Öğrenci Cevabı

Şekil 61. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Öğrenci Cevabı

Şekil 62. Emin Değilim Tercihine Ait Öğrenci Cevabı

Şekil 63. Emin Değilim Tercihine Ait Öğrenci Cevabı

“ $3x-21$ ” örneği için “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum” tercihinde bulunan 8 öğrenciden 5 tanesi yaptığı seçim ile ilgili herhangi bir neden belirtmemiştir. Kalan 3 öğrenci genel olarak “Eşitlik olmadığı için” (Şekil 66) cevabını vererek yaptıkları tercihi açıklamışlardır.

3X - 21				
Neden?	Eşitlik olmadığı için			

3X - 21				
Neden?	çünkü cevap verilmemiştir.			

Şekil 64. Emin Değilim Tercihine Ait Öğrenci Cevapları

“ $3x-21$ ” örneği için son tercih olan “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” seçiminde bulunan 11 öğrenciden 6 tanesi seçimleri hakkında herhangi bir neden belirtmemiştir. Neden belirten öğrencilerden 2 tanesi “Eşitlik olması gerekirdi” (Şekil 67) şeklinde cevap vermiştir. Kalan 3 öğrenciden 2 tanesi “Cebirsel ifadedir” (Şekil 68), 1 öğrenci ise “Bilinmeyen olduğu için denklem değildir” (Şekil 69) şeklinde açıklamada bulunmuştur.

3X - 21				
Neden?	Orasında eşitlik olması gerekir			

3X - 21				
Neden?	eşitlik yok denklem değildir			

Şekil 65. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları

3X - 21				
Neden?	bu bir cebirsel ifadedir			

3X - 21				
Neden?	çünkü Cebirsel ifade			

Şekil 66. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları

3X - 21				
Neden?	bilinmeyen olduğu için denklemdir değildir			

Şekil 67. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevabı

Kavram imajı testinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili olan kısmının üçüncü örneği “ $3t - 4 = 7t - 24$ ”dür. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 11 tanesi bu örnek ile ilgili herhangi bir tercih yapmamıştır. Kalan 60 öğrencinin yaptıkları tercihler ve frekansları aşağıda Tablo 15’te verilmiştir.

Tablo 15

“ $3t - 4 = 7t - 24$ ” Örneğine Ait Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir	14
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum	11
Emin Değilim	25
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum	6
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir	4

“ $3t - 4 = 7t - 24$ ” örneği için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir” tercihinde bulunan 14 öğrenciden 9 tanesi yaptıkları seçimle ilgili herhangi bir neden belirtmemiştir. Kalan 5 öğrenci ise “Eşitlik sembolü var”, “Cevabı verildiği için birinci dereceden denklemdir”, “Hem eşittir hem de bilinmeyen sayı vardır”, “t harfi bulunmak istenmiştir” (Şekil 70) şeklinde nedenler belirtmiştir.

3t-4=7t-24					x
Neden?	bence	bu	bir	cebişel	işade
					çünkü "=" işareti var
3t-4=7t-24					
Neden?	bu	direk	cebişel	işadedir	

Şekil 70. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir Tercihine Ait Öğrenci Cevapları

Kavram imajı testinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili olan kısmının son örneği " $3X^3 + 4Y = 0$ "'dır. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 9 tanesi bu örnek ile ilgili herhangi bir tercih yapmamıştır. Kalan 62 öğrencinin yaptıkları tercihler ve frekansları aşağıda Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16

" $3X^3 + 4Y = 0$ " Örneğine Ait Öğrenci Tercihleri ve Frekansları

Emin Olma Durumu	Frekans
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir	20
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum	13
Emin Değilim	11
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünmüyorum	8
Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir	10

" $3X^3 + 4Y = 0$ " örneği için "Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir" tercihinde bulunan 20 öğrenciden 10 tanesi yaptıkları seçimle ilgili herhangi bir neden belirtmemiştir. Kalan 10 öğrenciden 3 tanesi "Bilinmeyen var" (Şekil 73) şeklinde yaptığı tercihin nedenini belirtmiştir. Diğer 7 öğrenci ise genel olarak "Arasında eşittir işareti olduğu

için”, “Çünkü bilinmeyen sayı ve eşittir işareti bulunmaktadır”, “x ile y bulunmamız istenmiştir” (Şekil 74) şeklinde cevaplar vererek seçimlerinin nedeninin belirtmiştir.

$3X^3+4Y=0$	☒	☐	☐	☐
Neden?	bilinmeyen olduğu için.			

Şekil 71. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevabı

$3X^3+4Y=0$	☒	☐	☐	☐
Neden?	x ile y bulunmamız istenmiştir			
$3X^3+4Y=0$	☒	☒	☐	☐
Neden?	arasında	eşittir	işareti olduğu için	
$3X^3+4Y=0$	☒	☐	☒	☐
Neden?	Çünkü nedeni bilinmeyen sayı ve eşittir bulunmaktadır.			

Şekil 72. Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

“ $3X^3 + 4Y = 0$ ” örneği için “Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum” tercihinde bulunan 13 öğrenciden 10 tanesi yaptıkları seçimler ile ilgili bir neden belirtmemiştir. Kalan 3 öğrenci ise “Sonuç var ve her şey uygun”, “Bu bir cebirsel ifadedir”, “İçerisinde üslü ifade var” (Şekil 75) şeklinde yaptıkları tercihler ile ilgili neden belirtmiştir.

$3X^3+4Y=0$	☒	☐	☐	☐
Neden?	Sonuç ve her şey uygun			
$3X^3+4Y=0$	☐	☒	☐	☐
Neden?	bu bir cebirsel ifade			
$3X^3+4Y=0$	☐	☐	☒	☐
Neden?	üslü ifade var			

Şekil 73. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Olduğunu Düşünüyorum Tercihine Ait Örnek Öğrenci Cevapları

“ $3X^3 + 4Y = 0$ ” örneği için “Emin Değilim” tercihinde bulunan 11 öğrenciden 6 tanesi tercihleri ile ilgili herhangi bir neden belirtmemiştir. Kalan öğrencilerden 3 tanesi genel olarak “Bilinmeyen var fakat bir cebirsel ifade ya da denklem olduğundan emin değilim”

$3X^3 + 4Y = 0$				X	
Neden?	Bilinmeyen	ver	değeri	bir	değeri
	olduğundan	emin	değilim		

3X³+4Y=0

Neden? *Çünkü denklemin denklemin Birinci derecedenli denklemdir.*

“ $3X^3 + 4Y = 0$ ” örneği için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihinde bulunan 10 öğrenciden 7 tanesi seçimleriyle ilgili herhangi bir neden belirtmemiştir. Kalan 3 öğrenci ise “Harfin üstünde sayı var”, “Bilinmeyenli denklemler böyle olmaz” şeklinde neden belirtmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Matematik dersi öğrenciler için genellikle zor olarak adlandırılan derslerin başında gelmektedir. Özellikle matematik dersinin içerisinde yer alan cebir alt öğrenme alanı öğrencilerin en çok güçlük yaşadıkları konulardan bir tanesidir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Attorps,2006; Bayar, 2007; Evirgen, 2014; Hall, 2002; Kieran, 1992). Öğrencilerin belli bir konuda zorluk yaşamalarının ya da kavram yanlışlığına düşmelerinin nedenlerinden biri konuya ait zihinlerinde oluşan kavram imajları olabilmektedir (Bingölbalı, 2016). Bu nedenle araştırmada cebir alt öğrenme alanına ait öğrencilerin sahip oldukları kavram imajları araştırılmaya çalışılmıştır. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin imajlarını belirlemek amacıyla öğrencilere iki aşamadan oluşan “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi” uygulanmıştır. Kavram imajı testinin ilk kısmında cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanımlamaları ve bu kavramlarla ilgili örnek yazmaları istenmiştir. Kavram imajı testinin ikinci kısmında ise öğrencilerden verilen örnekleri cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarına ait olanları emin olma derecelerine göre seçmeleri ve bu seçimlerinin nedenlerini yazmaları istenmiştir. Bu bölümde bulgular doğrultusunda elde edilen sonuçlar alt problemlerin sırası göz önünde bulunarak tartışılacaktır.

5.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Birinci alt problemde öğrencilerin cebirsel ifadeye ilişkin kavram imajlarının nasıl olduğu araştırılmaya çalışılmıştır. Kavram imajı testinin ilk kısmında öğrencilerden cebirsel ifadeyi tanımlamaları ve bir örnek vermeleri istenmiştir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 27 tanesi cebirsel ifadenin tanımını yapmıştır. Öğrenciler cebirsel ifadeyi; en az bir bilinmeyen içeren işlem, bilinmeyen ve eşitlik, bilinmeyen ve sayı, bilinmeyen/harf kategorileri altında tanımlamışlardır. Bu kategorilerin içinden bilinmeyen ve bilinmeyen ve sayı kategorileri matematik öğretmen adaylarının cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarına ait imajlarını inceleyen Sitrava (2017)’nın çalışmasıyla paralellik gösterdiği görülmektedir. Sitrava (2017), cebirsel ifade kavramını “bilinmeyen” olarak tanımlamanın yeterli bir tanım olmadığını belirtmiş ve bu tanımların kavram yanlışlığı oluşturabileceğini vurgulamıştır. Çünkü cebirsel ifade kavramını yalnızca bilinmeyen olarak tanımlayan öğrenciler “ $2x + 3$ ” gibi içerisinde hem sabit terim hem de işlem bulunan

ifadeleri cebirsel ifade olarak düşünememektedir (Sitrava, 2017). Araştırma bulgularında elde edilen “bilinmeyen” kategorisine Yıldız, Çiftçi Ş., Atay Mutlu, ve Şengil Akar (2019)’ın birlikte yürüttüğü, matematik öğretmen adaylarının cebirsel ifade tanımlarını inceledikleri araştırmada da rastlanmıştır ve öğretmen adayları cebirsel ifadenin işlem içermesi gerektiğini belirtmemişlerdir.

Öğrencilerin cebirsel ifade tanımlarından elde edilen bir diğer kategori “bilinmeyen ve eşitlik” kategorisi cebirsel ifade için değil denklem kavramı için yapılabilecek bir tanımdır. Bu bulgudan görüldüğü üzere bu kategoride tanım yapan öğrencilerin cebirsel ifade ile denklem kavramlarını birbirinin yerine kullandığı görülmektedir. Araştırmanın bu önemli bulgusunu, Yıldız, Atay Mutlu, ve Çiftçi Karadağ (2019)’ın yapmış oldukları araştırma desteklemektedir. Yapılan bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının cebirsel ifade ve denkleme kavramının farkını açıklamada zorlandıkları ve iki kavram arasındaki farkı kavramsal olarak değil işlemsel olarak açıklamaya çalıştıkları görülmüştür (Yıldız, Atay Mutlu ve Çiftçi Karadağ , 2019).

Cebirsel ifade kavramını “en az bir bilinmeyen içeren işlem” kategorisi ile tanımlayan öğrencilerin tanımları tam olarak eksiksiz ve doğru bir tanım sayılabilmektedir. Ortaokul altıncı sınıf matematik kitabında cebirsel ifadenin tanımı verilirken en az bir değişken ve işlem içeren ifadelere cebirsel ifade denir şeklinde tanım yapılması araştırmanın bulgularında ortaya koyulan bu kategoriyi destekler niteliktedir (MEB, 2021). Sitrava (2017)’nın öğretmen adaylarıyla yapmış olduğu araştırmasında öğretmen adaylarının cebirsel ifade kavramını “bilinmeyenler ile bir sayının çarpılması, toplanması, çıkarılması” şeklinde tanımlaması “en az bir bilinmeyen içeren işlem” kategorisini desteklemektedir. Ayrıca Sitrava (2017), cebirsel ifade için önemli bir nokta olan işlem ile bilinmeyen arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından anlaşılmasının öğretmenlerin bu konuyu öğretirken aritmetik işleme vurgu yapması ile gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Öğretmenlerin konu içinde önem taşıyan kavramsal noktalara dikkat etmemeleri, öğrencilerde hem yanlış ya da eksik kavram imajı oluşmasına sebebiyet verebilirken hem de bu yanlış ya da eksik kavram imajlarının sonucu olarak öğrenciler kavram yanlışlarına düşebilmektedir.

Birinci alt probleme cevap aramak amacıyla kavram imajı testinin ilk kısmının devamında öğrencilerden cebirsel ifadeye ait bir örnek yazmaları istenmiştir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 42 tanesi örnek yazmıştır. Burada dikkat çeken bulgulardan bir tanesi, 15 öğrencinin cebirsel ifadeyi tanımlamasa bile örnek vermesi olmuştur. Araştırmanın bu

bulgusuna paralel olarak, Siagian, Suryadi, Nurlaelah, Tamur ve Sulastri (2021), öğrencilerin değişken kavramına ait kavram imajlarını inceledikleri araştırmalarında öğrencilere “Değişken kavramından ne anlama geliyor?” sorusu yöneltilmiş ve öğrencilerin soruyu genel olarak örnek üzerinden tanım yapmadan açıklamaya çalışmışlardır. Bu durum Vinner (1983)’ın açıkladığı problemi sezgisel yaklaşımla çözme durumuyla açıklanmaktadır. Vinner (1983)’a göre bir kavramın tanımı öğrenciye karışık ya da anlamsız geldiğinde pratikte bir soru ile karşılaştığında kavram tanımından ziyade o kavrama ait oluşmuş olan kavram imajı ile cevap vermektedir.

Araştırmanın bir diğer önemli bulgusu ise cebirsel ifade kavramı için yanlış örnek veren 15 öğrencinin vermiş olduğu örneklerin denklem kavramına ait olduğudur. Öğrencilerin iki kavramın farkını anlayamadıkları ve bu kavramları birbirinin yerine kullandıkları tekrar ortaya çıkmıştır. Şimşek (2017), öğrencilerin cebirsel ifadelere yönelik hata ve kavram yanılgılarını ortaya koyduğu yüksek lisans tezinde benzer sonuç ortaya çıkmıştır. Öğrenciler cebirsel ifadelerde benzer terimleri toplama sorusunda cebirsel ifadeyi denkleme çevirerek çözmeye çalışmışlardır. Şimşek (2017), bu durumu yaptığı mülakatlar doğrultusunda bilinmeyen ve değişken kavramlarını ayırt edemeden kaynaklandığını belirtmiştir.

Birinci alt probleme cevap aramak amacıyla kavram imajı testinin ikinci kısmında öğrencilere karışık (cebirsel ifade ve denklem) olarak verilen örneklerden emin olma durumlarına göre seçim yapmaları istenmiştir. Bulgular sonucunda ortaya çıkan önemli sonuçlardan biri; “ $x + 4 = 11$ ” örneği birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olmasına rağmen seçim yapan 67 öğrencinin çoğunluğu olan 24 kişi “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” şeklinde seçim yapması olmuştur. Öğrencilerin yaptıkları seçim ile ilgili belirttikleri nedenler incelendiğinde, “Bilinmeyen ve eşitlik var” ya da “Sonuç verilmiş” şeklinde cevaplar vermelerinin cebirsel ifade ve denklem kavramlarını birbiriyle karıştırdıklarının bir başka göstergesi olmuştur. Bu sonucu destekler nitelikte olan araştırmada karşılaşılan diğer bulgu ise 4 öğrencinin “ $e-3+f$ ” cebirsel ifadesi için “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunmasıdır. Öğrenciler tercihlerinin nedeni olarak da “Denklem olduğunu düşünüyorum” ya da “Bu bir denklemdir” cevabını vermişlerdir. Buradan hareketle bu tercihlerde bulunan öğrencilerin cebirsel ifade ile ilgili oluşan kavram imajı hücresinde (Tall ve Vinner, 1981) hem cebirsel ifade hem de denklem kavramlarının yer aldığı söylenebilmektedir. Cebirsel ifadeyi ve denklemini kavramsal olarak yanlış öğrenen öğrencilerin ileriki cebir konularında başarısız olacakları söylenebilmektedir.

5.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

İkinci alt problemde öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ilişkin kavram imajlarının nasıl olduğu araştırılmaya çalışılmıştır. Kavram imajı testinin ilk kısmında öğrencilerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanımlamaları ve bir örnek vermeleri istenmiştir. Araştırmaya katılan 71 öğrenciden 24 tanesi cebirsel ifadenin tanımını yapmıştır. Öğrenciler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi; “Bilinmeyeni bulma”, “Bilinmeyen/Harf” ve “Bir bilinmeyen” kategorileri altında tanımlamışlardır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin farklı kavram imajlarına sahip oldukları görülmektedir.

“Bilinmeyeni Bulma” kategorisinde tanım yapan öğrenciler genel olarak denklem kavramının içerisinde hem bilinmeyen hem de eşitlik sembolünün olmasına vurgu yapmışlardır. Araştırmanın bu sonucuna paralel bir sonuca literatürde de rastlanmaktadır. Palabıyık ve Akkuş-İspir (2011), yapmış oldukları çalışmalarında öğrencilere denklemin ne anlama geldiğine dair fikirlerini sormuş ve öğrenciler “Denklem bilinmeyeni bulmaktır”, “Denklem bilinmeyenlerle sayıları eşitlemektir” şeklinde cevap vermişlerdir. Araştırmanın bu sonucuna benzer bir sonuca Sitra (2017)’nin öğretmen adaylarının denklem kavramına yönelik kavram imajlarını incelediği araştırmasında da rastlanmaktadır.

Birinci dereceden bir bilinmeyen denklem kavramının tanımını “Bilinmeyen/Harf” kategorisinde yapan öğrenciler eksik tanım yapmışlardır. Denklem kavramının önemli noktalarından olan eşitlik kavramına değinmemişlerdir. Literatürde yer alan denklem kavramı için “eşitlik bağıntısı içeren her açık önermeye denklem denir” şeklinde yapılmış tanım eşitlik kavramının önemini vurgulamaktadır (Argün ve diğerleri, 2020). Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını eşitlik kullanmadan yalnızca “İçerisinde bilinmeyen olması” şeklinde tanımlamaları bu kavrama ait yanlış imaj oluşturdıklarının göstergesidir.

Araştırmanın bir diğer önemli sonucuna “Bir Bilinmeyen” kategorisinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlayan öğrencilerin cevaplarından ulaşılmıştır. Öğrencilerin denklem için eşitlik kavramını görmezden gelmeleri imajlarındaki eksikliği gösterirken bir bilinmeyenli denklem tanımında tek bilinmeyen olma durumunu vurgulamaları önemli bir noktadır. Çavuş Erdem ve Gürbüz (2017), yapmış oldukları çalışmalarında öğrencilerine “ $x^2+8x-13$ ” denkleminde kaç bilinmeyen olduğunu sormuş ve öğrencilerden bazıları bu denklemde iki bilinmeyen olduğunu söylemiştir. Literatürde

karşılaşılan bu gibi kavram yanlışlarının yaşanmaması adına bir bilinmeyenli denklem kavramının öğretiminde “Bir bilinmeyen” kavramına vurgu yapılması öğrencilerin zihninde oluşturulacak kavram imajı için önemlidir.

İkinci alt probleme cevap aramak amacıyla öğrencilerden tanımlarının yanında birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme örnek vermeleri istenmiş ancak yanlış örnek veren öğrencilerden bazıları birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem örneği yerine ya cebirsel ifade ya da iki bilinmeyenli denklem örneği vermişlerdir. Araştırmanın bu sonucu Yıldız ve arkadaşlarının (2019) yapmış olduğu, matematik öğretmen adaylarının denklem kavramına ilişkin tanımlarını inceledik araştırma ile paralellik göstermektedir. Literatürde daha öne yer alan bu çalışmada 8 öğretmen adayı denklem kavramına ait örnek yazmaları istendiğinde cebirsel ifade kavramına ait örnek yazmışlardır.

İkinci alt probleme cevap aramak amacıyla kavram imajı testinin ikinci kısmında öğrencilere karışık (cebirsel ifade ve denklem) olarak verilen örneklerden emin olma durumlarına göre seçim yapmaları istenmiştir. Bulgular sonucunda ortaya çıkan önemli sonuçlardan bir tanesi; “ $3t-4=7t-24$ ” birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem örneği için 4 öğrenci “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihinde bulunmasıdır. Bu tercihte bulunan öğrencilerden bir tanesi tercihinin sebebini “Bence bu cebirsel ifadedir çünkü eşittir işareti var” cevabıyla açıklamıştır. Öğrencinin yaptığı açıklama denklem kavramına yönelik bir açıklama olduğu halde öğrenci bu ifadenin denklem olmadığını tercihiyle belirtmiştir. Araştırmada karşılaşılan bu bulgu daha önce ortaya koyulan sonuçlara benzer olarak öğrencilerin cebirsel ifade ile denklem kavramının farkını anlayamadıklarını göstermektedir. Araştırmada ortaya koyulan en önemli sonuçlardan bir tanesi olan bu sonucun değişmesi için Oktaç (2010), cebir konularının öğretilmesindeki öneme dikkat çekmektedir. Örneğin eşitlik işaretinin ne anlama geldiğinin ve ne zaman kullanılacağına, bilinmeyen olarak kullanılan harflerin anlamının kavramsal olarak öğrenilmesi için cebir konularını ezberlenmiş kurallar listesi olmaktan çıkarmak gerektiğini belirtmiştir.

İkinci alt probleme cevap ararken karşılaşılan bir diğer sonuç; “ $3x^3+4y=0$ ” denklem örneği ile ilgili birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olup olmaması yönünde öğrencilerden bazılarının “Emin Değilim” tercihinde bulunmasıdır. Bu tercih ile ilgili “Emin değilim, denklem birinci dereceden denklem değildir” şeklinde tercihinin nedenini belirtmiştir. Öğrencinin dikkat ettiği bu durum birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem için kavramsal olarak önemli noktalardan bir tanesidir. Ancak bu örnek için tercihte bulunan 62 öğrenciden yalnızca bir tanesi bu şekilde açıklama yaparak tercihinin belirtmiştir. Ortaokul matematik

öğretim programında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile ilgili derece kavramının vurgulanması şeklinde bir kazanıma rastlanmamakla birlikte ders kitaplarının içeriğinde de bu kavrama yer verilmemiştir. Öğrencilerin bu konudaki kavram yanlışlarının ya da hatalarının önüne geçilebilmesi amacıyla öğretimdeki bu açığın kapatılması gerekmektedir (Çavuş Erdem ve Gürbüz, 2017).

5.3.Öneriler

Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere yönelik kavram imajlarının incelendiği bu araştırmada elde edilen bulgular ışığında ve alan yazına ait literatür incelenerek araştırmanın sonuçlarına dayalı öneriler ve araştırmacılara yapılacak öneriler olmak üzere iki başlıkta yer almaktadır.

5.3.1. Araştırmanın Sonuçlarına Dayalı Öneriler

1. Cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramları cebir konusunun en önemli kavramlarındadır. Öğrencilerin bu kavramların farkını anlayamamaları daha sonra öğrenecek oldukları cebir konularını öğrenmede önlerine engel oluşturacağından eğitimcilerin bu kavramları öğretirken iki kavramın anlamsal olarak farkını vurgulamaları önerilmektedir.
2. Araştırma sonucunda öğrencilerin bir cebirsel ifade ve denklem kavramları ile ilgili sorulara cevap verirken kavram tanımlarından ziyade kavram imajlarına başvurdukları görülmüştür. Bu sebeple ders anlatım süresince öğretmenlerin, öğrencilerin kavram imajlarını olabildiğince genişletmeye yönelik çalışmalar yapmaları önerilmektedir.
3. Araştırma sonucunda öğrencilerin kavramsal olarak öğrenmelerinin oldukça eksik olduğu görülmüştür. Bu sebeple gerek eğitimcilerin gerekse ders kitabı yazarlarının işlemsel öğrenmeden ziyade kavramsal öğrenmeye yönelik içerik oluşturmaları önerilmektedir.
4. Öğrencilerin öğrenecekleri konuyla ilgili hangi kısımlarda güçlük yaşayacaklarının ya da nerelerde kavram yanlışlığı yaşayabileceklerinin dersin öğretmeni tarafından önceden araştırılmış olması öğrenmedeki engelleri ortadan kaldıracaktır. Bu sebeple öğretmenlerin ders sürecinden önce anlatım yapacakları konu ile ilgili araştırmaları incelemeleri önerilmektedir.

5.3.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

1. Öğrencilerin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler hariç diğerk matematik konularına ait kavram imajlarının incelenerek o konudaki öğrencilerin düştükleri kavram yanılgıları, yaşadıkları güçlüklerin nedenleri belirlenebilir.
2. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerine yönelik yapılan bu araştırmanın genellenebilirliğini arttırmak için farklı bir evren ve örneklem ile tekrarlanabilir.



KAYNAKLAR

- Akgün, L. (2007). *Değişken Kavramına İlişkin Yeterlilikler ve Değişken Kavramının Öğretimi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No:199527)
- Akgün, L. (2009). 8. Sınıf Öğrencilerinin Sözel Problemler ve Değişken Kavramı Arasında İlişki Kurabilme Becerileri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(2), 275-284. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/160777>
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçiş Süreçlerinin İncelenmesi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 259860)
- Akkan, Y., Baki, A., ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklar: Cebir Öncesinin Önemi. *İlköğretim Online*, 10(3) 812-823. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/90617>
- Akkaya, R., ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87683>
- Akkaya, R., ve Durmuş, S. (2010). İlköğretim 6.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Çalışma Yapraklarının Etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/55616>
- Akkaya, S. (2018). *İlkokul Dördüncü Sınıf Matematik Dersinde Geometri Alt Öğrenme Alanında İlişkin Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Oyun Temelli Öğretimin Etkisi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 520309)
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon Kavramının Çoklu Temsillerinin Çağrıştırdığı Kavram Görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 12-20. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87652>
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanı üzerinden erişildi (Tez No: 199611).

- Altun, A. (2009). Kavram Öğretiminde İçerik Geliştirme Aracının Tasarlanması ve Etkiliğinin Değerlendirilmesi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 61-80. doi: 10.17240/aibuefd.2020.20.52925-513943
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*.Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(2), 223-238. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/153290>
- Altun, M. (2010). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri için Matematik Öğretimi*.Bursa: Alfa Aktüel.
- Amaç, R., ve Kabar, M. (2019). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirde Harflerin Kullanımı ve Cebirsel İşlemler ile İlgili Öğrenci Hatalarına Yönelik Farkındalıkları. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(4), 1525-1552. Erişim adresi: <http://enadonline.com/public/assets/catalogs/0004862001571927409.pdf>
- Amerom, V., ve Barbara, A. (2003). Focusing On Informal Strategies When Linking Arithmetic To Early Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 63–75. Erişimadresi:<https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.1050.5507rep=rep1type=pdf>
- Anderson, J. (2000). *Cognitive psychology and its implications*. New York: Worth Publishers.
- Ardiansari, L., Suryadi, D., ve Dasari, D. (2020). The Concept Image of Students and Teachers about the Equal Sign. *Universal Journal of Educational Research*, 8(12), 6751-6764. doi:10.131189/ujer.2020.081240
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., ve Halıcıoğlu, S. (2020). *Temel Matematik Kavramların Künyesi*. Ankara: Palme Yayınevi.
- Arslan, S. (2010). Traditional instruction of differential equations and conceptual learning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 29(2), 94-107. doi: <http://dx.doi.org/10.1093/teamat/hrq001>
- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations* (Doktora Tezi). Erişimadresi:<https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/20050/mathemat.pdf?sequence>

- Avgören, S. (2011). *Farklı Sınıf Seviyelerindeki Öğrencilerin Katı Cisimler (Prizma,Piramit,Koni,Silindir,Küre) ile İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajı* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 290710).
- Ayas, A. (2019). Kavram Öğrenimi. S. Çepni (Ed.), *Kuramdan Uygulamaya Fen ve Teknoloji Öğretimi* (s. 192-220). Ankara: Pegem Akademi.
- Ayaz, Ü. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları*.(Yüksek Lisans Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 456555)
- Aydeniz, F. (2011). *Öğretmen Adaylarının Eğitim Kavramı ile İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve Matematiksel Anlayışlarının İncelenmesi Üzerine Bir Durum Çalışması* (Yüksek Lisans Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 290578).
- Aydoğmuş, S. (2015). *Bazı Matematiksel Kavramlarının İmajlarının Hareketlendirilmesinin İncelenmesi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 419374).
- Bayar, H. (2007). *1. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Konusundaki Öğrenci Hatalarının Analizi* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 177968).
- Baykul, Y. (2003). *İlkokulda Matematik Öğretimi* . Ankara: Pegem Akademi.
- Baykul, Y. (2006). *Ortaokulda Matematik Öğretimi* (5-8. Sınıf). Ankara: Pegem Akademi.
- Biber, A. (2019). Aritmetik-Cebir İlişkisi. G. S. Aktaş (Ed.), *Uygulama ve Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (s. 93-100). Ankara: Pegem Akademi.
- Bingölbalı , E. (2016). Kavram Tanımı ve Kavram İmajı. E. Bingölbalı ve diğerleri (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 136-148). Ankara: Pegem Akademi.
- Bingölbalı, E., Arslan, S., ve Zembat, İ. (2016). *Matematik Eğitiminde Teoriler*. Ankara: Pegem Akademi.
- Birgin, O., ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/153381>
- Bozkurt, B. (2018). Kavram, Kavramsallaştırma Yaklaşımları ve Kavram Öğretimi Modelleri: Kuramsal Bir Derleme ve Sözcük Öğretimi Açısından Bir Değerlendirme.

- Dil Dergisi*, 169(2), 5-24. Erişim adresi: <https://dspace.ankara.edu.tr/xmlui/handle/20.500.12575/62716>
- Brizuela, B. (2016). Variables in Elementary Mathematics Education. *The Elementary School Journal*, 117(1), 46-71. Erişim adresi: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/full/10.1086/687810#>
- Büyüköztürk, Ş. ve diğerleri (Yay. haz.) (2015). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (19. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Carpenter, T., Levi, L., ve Farnsworth, V. (2000). *Building a Foundation for Learning Algebra in the Elementary Grades*. In Brief, 1(2), n2. Erişim adresi: <https://eric.ed.gov/?id=ED449015>
- Carraher, D., Schliemann, A., Barbara, M., ve Earnest, D. (2006). Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115. Erişim adresi: <https://doi.org/10.2307/30034843>
- Chalouh, L., ve Herscovics, N. (1988). *4Teaching Algebraic Expressions in a Meaningful Way*. Erişim adresi: <https://oak.ucc.nau.edu/smg224/401pdfs/algebrareadings/chalouh1.pdf>
- Coşkun, M. (2019). *Süreklilik konusunda kavram imajı ve işlemsel anlayış* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 538056)
- Creswell, J. (2021). Karma Yöntem Araştırmaların Temel Özellikleri. J. W. Creswell, ve Ç. M. Sözbilir (Ed.), *Karma Yöntem Araştırmalarına Giriş* (s. 1-9). Ankara: Pegem Akademi (3. Baskı).
- Çakmak Güler, Z., ve Okur, M. (2017). 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Denklem Konusundaki Kavram Yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(4), 479-507. doi: <https://doi.org/10.30703/cije.342074>
- Çavuş Erdem, Z. (2013). *Öğrencilerin Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Bu Hata ve Yanılgıların Nedenleri ve Giderilmesine İlişkin Öğretmen Görüşleri* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 334699)

- Çavuş Erdem, Z., ve Gürbüz, R. (2017). Öğrencilerin Hata ve Kavram Yanılgıları Üzerine Bir İnceleme: Denklem Örneği. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 640-670. doi:10.23891/efdyu.2017.25
- Çelik, D., ve Güneş, G. (2013). Farklı Sınıf Düzeyindeki Öğrencilerin Harfli Sembolleri Kullanma ve Yorumlama Seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1157-1175.
Erişim adresi: <https://app.trdizin.gov.tr/makale/TVRRMU5UWXINZz09/farkli-sinif-duzeyindeki-ogrencilerin-harfli-sembolleri-kullanma-ve-yorumlama-seviyeleri>
- Çelik, D., ve Güler, M. (2016). Denklem ve Eşitsizlikler. A. Elçi (Ed.), Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları. Ankara: Pegem Akademi.
- Çıngı, H. (2009). *Örnekleme Kuramı* (3.baskı). Ankara: Bizim Büro Basımevi.
- Dağdelen, İ. (2012). *İlköğretim Geometri Öğretiminde Simetri Kavramının Origami ile Modellenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 311866).
- Darr, C. (2003). The Meaning of 'Equals'. *New Zealand Council for Education Research*, 2, 4,7.Erişim adresi: https://www.nzcer.org.nz/system/files/journals/set/downloads/set2003_2_04.pdf
- Davidenko, S. (1997). Building the Concept of Function from Students' Everyday Activities. *National Council of Teachers of Mathematics*, 90(2), 144-149. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/27970096>
- Dede, Y. (2003). *Arcs Motivasyon Modeli ve Öge Gösterimi Teorisi'ne (Component Display Theory) Dayalı Yaklaşımın Öğrencilerin Değişken Kavramını Öğrenme Düzeylerine ve Motivasyonlarına Etkisi* (Doktora Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 133825).
- Dede, Y. (2005). Değişken Kavramı Üzerine. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(1), 139-148. Erişim adresi: <https://app.trdizin.gov.tr/makale/T0RFME1UQXc/degisken-kavrami-uzerine>
- Dede, Y., ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180-185. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87837>

- Dede, Y., ve Demir, S. (2020). Karma Yöntem Araştırmalarının Doğası. Y. Dede (Ed.), *Karma Yöntem Araştırmaları Tasarımı ve Yürütülmesi* (s. 1-21). Ankara: Anı Yayıncılık (4. Baskı).
- Dede, Y., Bayazit, İ., ve Soybaş, D. (2010). Öğretmen Adaylarının Denklem, Fonksiyon ve Polinom Kavramlarını Anlamaları. *Kastamonu Eğitim Dergisi* , 18(1), 67-88. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/817889>
- Dede, Y., Yalın, H., ve Argün, Z. (2002). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi.
- Delice, A., ve Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (30), 51-62. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/114577>
- Demirören , K. (2019). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 557851).
- Demirer, M. (2019). *Teknoloji Destekli Yürütülen Üçgenler Konusunun Öğretim Sürecinden Yansımalar:Kavram İmajı Örneği* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 562009).
- Dickerson, D., ve Pitman, D. (2012). *Advanced college-level students' categorization and use of mathematical definitions*. Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 187-193.
- Dilber, N. (2014). Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Ulaşımları Üzerine Bir Çalışma (Prototip Kuramı Çerçevesinde). *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi*, 54(2), 211-230. Erişim adresi: <http://www.dtcfdergisi.ankara.edu.tr/index.php/dtcf/article/view/439>
- Dominguez, A. (2001). College algebra students' understanding of the concept of variable (Unpublished Doctoral Dissertation).ResearchGate veri tabanından erişildi.
- Doğanay, A. (2002). Hayat Bilgisi ve Sosyal Bilgiler Öğretimi. C. Öztürk, ve D. Dilek (Ed.), *Öğretimde Kavram ve Genellemelerin Geliştirilmesi* (s. 266-294). Ankara: Pegem Yayınları.

- Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. *In Advanced Mathematical Thinking*, 11, 25-41. Erişim adresi: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/0-306-47203-1_2.pdf
- Dünder, H. (2007). *Kavram Analizi Stratejisinin Öğrencilerin Kavram Öğrenme Başarısı ve Hayat Bilgisi Dersine İlişkin Tutumlarına Etkisi* (Doktora Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 206949).
- Edwards, B., ve Ward, M. (2004). Surprises from Mathematics Education Research: Student (Mis)use of Mathematical Definitions. *The American Mathematical Monthly*, 111(5),411-424.
Eriřimadresi:<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00029890.2004.11920092>
- Erşen, Z., ve Karakuş, F. (2013). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Dörtgenlere Yönelik Kavram İmajlarının Değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(2), 124-146. Erişim adresi: <http://www.ajindex.com/dosyalar/makale/acarindex-1423931596.pdf>
- Erbaş, A., ve Ersoy, Y. (2002). *Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları*. 5. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde Sunulmuş Sözlü Bildiri. Ankara: Ortadoğu Teknik Üniversitesi.
- Erbaş, A., Çetinkaya, B., ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 34(152). Erişim adresi: <http://eb.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/7>
- Erdoğan, G. (2017). *Lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları* (Yüksek Lisans Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No:471816).
- Ersoy, Y., ve Erbaş, A. (2003). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39. Erişim adresi: <https://core.ac.uk/download/pdf/230033445.pdf>
- Ertekin, E. (2019). Denlem Kavramı ve Denklem Kavramının Öğretimi. G. Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.

- Evirgen, O. (2014). *İlköğretim 7. Sınıf Matematik Öğretim Programında Zor Olarak Algılanan Konular ve Öğretmen, Öğrenci Görüşleri* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 395544).
- Foster, D. (2007). *Making Meaning in Algebra Examining Students' Understandings and Misconceptions*. Assessing Mathematical Proficiency, 53. Erişim adresi: <http://library.msri.org/books/Book53/files/12foster.pdf>
- Galvin, W., ve Bell, A. (1977). Aspects of difficulties in the solution of problems involving the formation of equations. *Shell Center of Mathematical Education*, University of Nottingham.
- Geller, L., ve Chard, D. (2011). Algebra readiness for students with learning difficulties in grades 4–8: Support through the study of number. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 16(1), 65–78. Erişim adresi: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/19404158.2011.563478>
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2016). Öğretmen Adaylarının Değişken Kavramına Yönelik Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Hataları Bağlamında İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(39), 17-31. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/399378>
- Graham, A., ve Thomas, M. (2000). Building Versatile Understanding Of Algebraic Variables With A Graphic Calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 265–282. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/3483123>
- Gutiérrez, A., ve Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 253-275. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1009900719800>
- Güler, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 331712)
- Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının Ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 218459).

- Gürefe, N. (2019). Cebirsel İfade ve Değişken Kavramının Öğretimi. G. Aktaş (Ed.), *Uygulama ve Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (s. 103-127). Ankara: Pegem Akademi.
- Güven Akdeniz, D. (2019). Eşitlik Kavramı ve Eşitlik Kavramının Öğretimi. G. Sarpkaya (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Hall, R. (2002). An Analysis of Errors Made in the Solution of Simple Linear Equations. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 15(1), 70-79. Erişim adresi: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.9.4056rep=rep1type=pdf>
- Heck, A. (2001). Variables in Computer Algebra, Mathematics, and Science. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 8(3), 195-222. Erişim adresi: <https://staff.fnwi.uva.nl/a.j.p.heck/Research/variables.pdf>
- Horzum, T. (2016). Total Görme Engelli Öğrencilerin Perspektifinden Üçgen Kavramı. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 275-295. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/1487616>
- Kabael, T., ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel Düşünme Sürecinde Örüntüden Fonksiyona Öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/90804>
- Kabael, T., Barak, B., ve Özdaş, A. (2015). Öğrencilerin Limit Kavramına Yönelik Kavram İmajları ve Kavram Tanımları. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 5(1), 88-114. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/17593>
- Kaçar, A. (2019). *İlkokulda Matematik Öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Kara, M. (2014). *İlköğretim 6.sınıf öğrencilerinin eşlik benzerlik ve dönüşüm geometrisi konusundaki imajlarının fenomenografik yaklaşımla ele alınıp zihin haritaları ile gelişiminin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi).YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 368154).
- Kaput, J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra With Understanding. *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*, 145-168.

- Kaya, D. (2015). *Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Cebirsel Muhakeme Becerilerine, Cebirsel Düşünme Düzeylerine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi Üzerine Bir İnceleme* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 395240).
- Keşan, C., ve Akbulut, E. (2019). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Konusundaki Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkileşimli Tahta Kullanımının Etkisi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports ve Science Education*, 7(1), 123-149. doi: 10.22466/acusbd.918710
- Kieran, C. (1981). Concepts Associated With the Equality Symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00311062>
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra.
- Kinzel, M. (1999). Understanding Algebraic Notation from the Students' Perspective. *The Mathematics Teacher*, 9(25), 436-442. Erişim adresi: <https://www.proquest.com/openview/88947f5810c9bddfd70108a7fb412b4d/1?pq-origsite=gscholar&cbl=41299>
- Knuth, E., Alibali, M., McNeil, N., Weinberg, A., ve Madison, A. (2005). Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence and Variable. *The international journal on mathematics education*, 37(1), 68-76. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02655899>
- Konicek-Moran, R., ve Keeley, P. (2015). Teaching for conceptual understanding in science. *National Science Teachers Association*. Erişim adresi: <https://static.nsta.org/pdfs/samples/PB359Xweb.pdf>
- Köroğlu, H., Geçer, Z., Taşçı, Ö., ve Ay, H. (2004). *İlköğretim 7. sınıf denklemler konusunun farklı öğrenme etkinlikleri ile işlenmesi ve değerlendirilmesi*. 6. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Marmara Üniversitesi İstanbul.
- Küçük, A., ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/787116>

- Küchemann, D. (1978). Children's Understanding of Numerical Variables. *Mathematics in School*.
- Lee, L. (1996). An Initiaion Into Algebraic Culture Through Generalization Activities.
- MacGregor, M., ve Stacey, K. (1995). The Effect of Different Approaches to Algebra on Students' Perceptions of Functional Relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69-85. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF03217276>
- MacGregor, M., ve Stacey, K. (1997). Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/3483002>
- Macit, E. (2019). *6.Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki İmajlarının Kavram Yanılgıları ve Başarıları ile İlişkisinin İncelenmesi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 610998).
- Martorella, P. (1998). *Social studies for elementary school children: developing young citizens. (Second edition)*. USA:Prentice Hall.
- McCulloch, A., Lovett, J., Dick, L., Sherman, M., Edgington, C., ve Meagher, M. (2020). Eliciting the coordination of preservice secondary mathematics teachers' definitions and concept images of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.
- Meşeci, B., Tekin, S., ve Karamustafaoğlu, S. (2013). Maddenin Tanecikli Yapısı ile İlgili Kavram Yanılgılarının Tespiti. *Dicle Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 9, 20-40. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/1716191>
- MEB. (2005). *Ortaöğretim Matematik Dersi ve Klavuzu: 9-12. sınıflar*. Ankara.
- MEB. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı .
- MEB, Bektaş ve diğeri (Ed.). *6.Sınıf Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Meissner, H. (2002). *Constructing Mathematical Concepts With Calculators or Computers*. European Research In Mathematics Education III. Muenster,Germany.

- Melhuish, K., Lew, K., Hicks, M., ve Kandasamy, S. (2020). Abstract algebra students' evoked concept images for functions and homomorphisms. *Journal of Mathematical Behavior*, 60, 100806. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100806>
- Merril, M., ve Tennyson, R. (1977). Teaching Concepts: An Instructional Design Guide. *Educational Technology*.
- Merrill, M. (1994). Instructional Design Theory. New Jersey: *Educational Technology Publications Englewood Cliffs*.
- Michaelis, U., ve Garcia, J. (1996). *Social Studies For Children*. Boston: Allyn and Bacon.
- Moore, R. (1994). Making The Transition To Formal Proof. *Educational Studies in Mathematics* , 27(3), 249-266. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01273731>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics.
- National Research Council. (2011). Successful K-12 STEM Education: Identifying Effective Approaches in Science, Technology, Engineering, and Mathematics. Washington, DC: National Academies Press.
- National Research Council. (2012). Discipline-Based Education Research Understanding and Improving Learning in. National Academies Press.
- NCTM. (1997). A Framework for Constructing a Vision of Algebra: A Discussion Document. *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Niss, M. (2006). The structure of mathematics and its influence on the learning process. *In New mathematics education research an practice*, 51-62. Brill Sense.
- Nurwahyu, B. (2014). Concept Image and Concept Definition of Student's Concept Understanding. Proc Semin. Math. Educ. Graph Theory. *Department of Mathematics Education Faculty of Teacher Training Education Islamic University of Malang*, 17-26
- Oğuz, P. (2019). *On ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarının incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 543212).

- Oktaç, A. (2010). Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ile ilgili kavram yanılgıları. E. Bingölbali, ve M. Özmantar (Ed.), *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 241-262). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.
- Oktaç, A. (2015). Denklemler Konusunda Karşılaşılan Zorluklar. E. Bingölbali, ve M. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Olkun, S., ve Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks.
- Önmez, T. (2015). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklemleri Anlamaları Üzerine Nitel Bir Çalışma* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 425156).
- Özmen, H. (2017). Kavram Öğretimi. Z. Tatlı (Ed.), *Kavram Öğretiminde Web 2.0* (s. 2-12). Ankara: Pegem Akademi.
- Özsoy, N., ve Kemankaşlı, N. (2004). Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgıları. *The Turkish Online Journal Of Educational Technology*, 3(4).
- Palabıyık, U., ve Akkuş İspir, O. (2011). Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 111-123. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/114582>
- Palabıyık, U. (2010). *Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanı üzerinden erişildi (Tez No: 265480).
- Pettersson, A., Liljekvist, Y., ve Bommel, J. V. (2019). Studying Concept Elements as a way to trace students' conceptual undersatanding. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 24(1), 5-26. Erişim adresi: <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1305053dswid=-1450>
- Philipp, R. (1992). The Many Uses of Algebraic Variables. *National Council of Teachers of Mathematics*, 85(7), 557-561. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/27967771>
- Rajanatram, N. (1957). A Study of Some Concepts of Algebra as Used by Writers of High School Text Books. *University of Illinois at Urbana Champaign*.

- Reece, I., ve Walker, S. (1998). Teaching, Training and Learning a Pratical Guide. *Education Publishers*.
- Rittle Johnson, B., ve Schneider, M. (2015). Developing conceptual an procedural knowledge in mathematics. *Oxford Handbook of Numerical cognition*, 1102-1118. Erişim adresi: <https://www.unitrier.de/fileadmin/fb1/prof/PSY/PAE/Team/Schneider/RittleJohnsonSchneiderInPress.pdf>
- Rittle-Johnson, B., ve Alibali, M. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175. Erişim adresi: <https://psycnet.apa.org/doiLanding?doi=10.1037%2F0022-0663.91.1.175>
- Roschelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived:A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *College of Education Michigan State University*, 3(2), 115-163. Erişim adresi: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15327809jls0302_1
- Rosnick, P. (1981). Some Misconceptions Concerning The Concept Of Variable. *National Council of Teachers of Mathematics*, 74(6), 418-420. Erişim adresi: <https://pubs.nctm.org/downloadpdf/journals/mt/74/6/article-p418.xml>
- Ryan, J., ve Williams, J. (2007). *Children's Mathematics. Learning from Errors and Misconceptions*. (s. 4-15). New York: Open University Press.
- Schoenfeld, A., ve Abraham, A. (1999). On the Meaning of Variable. *National Council of Teachers of Mathematics*, 81(6), 420-427. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/27965869>
- Siagian, M., Suryadi, D., Nurlaelah, E., Tamur, M., ve Sulastri, R. (2021). Investigating students' concept image in understanding variables. *In Journal of Physics: Conference*, 1882(1), 012058. IOP Publishing.
- Sinan, O. (2007). Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Enzimlerle ilgili Kavramsal Anlama Düzeyleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 1(1), 1-22. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/39755>
- Sitrava, R. (2017). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirsel İfadelere ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 6(2), 249–268. Erişim adresi: <http://cije.cumhuriyet.edu.tr/tr/download/article-file/348172>

- Sfard, A., ve Linchevski, L. (1994). The Gains and the Pitfalls of Reification: The Case of Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 191-228. Erişim adresi: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-017-2057-1_4
- Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin Değişken Kavramına Vermiş Oldukları Anlamlar ve Yapılan Hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 211-219. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87675>
- Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımı ve imajları üzerine bir durum çalışması* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 290731).
- Stacey, K., ve Macgregor, M. (1997). Ideas about Symbolism That Students Bring to Algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 110-113. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/27970090>
- Swadener, M., ve Soedjadi, R. (1988). Values, Mathematics Education and the Task of Developing Publis' Personalities: An Indonesian Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 193-208. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/3482574>
- Şimşek, A. (2006). Kavram Öğretimi. A. Şimşek (Ed.), *İçerik Türlerine Dayalı Öğretim*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Şimşek, A. (2008). *İçerik Türlerine Dayalı Öğretim: Kavramların Öğretimi*. Nobel Yayın Dağıtım.
- Şimşek, B. (2017). *Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusunda Yaptıkları Hatalar ve Hataların Nedenlerinin İncelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 497271).
- Tabach, M., ve Friedlander, A. (2003). *The Role of Context In Learning Beginning Algebra*. European Research In Mathematics Education III.
- Tall, D. (1987). *Constructing the concept image of a tangent*. In Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 69-75.
- Tall, D., ve Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition In Mathematics With Particular Reference To Limits and Contiunity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00305619>

- Tanişlı, D., ve Köse, N. (2013). Pre-Service Mathematic Teachers' Knowledge of Students about the Algebraic Concepts. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(2), 1-18. Erişim adresi: <https://search.informit.org/doi/abs/10.3316/aeipt.198911>
- Türk Dil Kurumu. (2019).
- Tekin-Sitrava, R. (2017). Middle Grade Students' Concept Images of Algebraic Concepts. *Journal of Education and Learning*, 6(3). doi: <http://dx.doi.org/10.5539/jel.v6n3p299>
- Temizöz, Y. (2013). *İlköğretim ve Ortaöğretim Öğrencilerinin Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Kavramlar ile İlgili Anlayışlarının ve Kavram-İşlem Kullanımlarının Rolü* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanı üzerinden erişildi (Tez No: 330240).
- Tennyson, R., ve Cocchiarella, M. (1986). An empirically based instructional design theory for teaching concepts. *Review of Education Research*, 56(1), 40-71. Erişim adresi: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/00346543056001040>
- Thomas, M., ve Tall, D. (2001). The long-term cognitive development of symbolic algebra. *The Future of the Teaching and Learning of Algebra*, 590-597. Erişim adresi: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2001n-icmi-thomas-tall.pdf>
- Tokcan, H. (2015). Kavram Öğrenme ve Kavram Öğrenme Stratejileri. H. Tokcan (Ed.), *Sosyal Bilgilerde Kavram Öğretimi* (s. 15-38). Ankara: Pegem Akademi.
- Topçu, E., ve Masal, E. (2020). Matematik Öğretmenlerinin Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi Öz-Değerlendirme Algılarına Bir Bakış. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(1), s. 147-167. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/1031046>
- Tossavainen, T., Attorps, I., ve Vaisanen, P. (2011). On Mathematics Students' Understanding Of The Equation Concept. *Far East Journal of Mathematical Education*, 6(2), 127-147. Erişim adresi: https://www.researchgate.net/profile/Timo-Tossavainen/publication/286922422_ON_MATHEMATICS_STUDENTS'_UNDERSTANDING_OF_THE_EQUATION_CONCEPT/links/566fd21f08aecdc23576abe/ON-MATHEMATICS-STUDENTS-UNDERSTANDING-OF-THE-EQUATION-CONCEPT.pdf
- Turgut, İ. (2019). *Matematik Öğretmen Adaylarının Bazı Matematiksel Kavramları Görselleştirme Süreçlerinin İncelenmesi: Kümeler ve Fonksiyonlar* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanı üzerinden erişildi (Tez No: 576577).

- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B., ve Danişman, Ş. (2015). Türkiye’de Matematik Eğitiminde Kavram Yanılgılarıyla İlgili Çalışmalar: Tematik Bir İnceleme . *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2). doi: 10.17860/efd.26545
- Usiskin, Z. (1997). Doing Algebra in Grades K-4. *National Council of Teachers of Mathematics*, 3(6), 346-356. Erişim adresi: <https://pubs.nctm.org/view/journals/tcm/3/6/article-p346.xml>
- Usiskin, Z. (1999). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. *NCTM’s School-Based Journals and Other Publications*, 7-13. Erişim adresi: <https://people.math.wisc.edu/~kwon/135Spring2014/alg.pdf>
- Ülgen, G. (2004). Kavram Geliştirme. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Ülgen, G. (2006). *Kavram Geliştirme Kuramlar ve Uygulamalar*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Ünlü, M. (2019). Cebirsel Düşünme ve Cebirsel Düşünmenin Matematik Öğretimindeki Yeri. G. Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (s. 24-40). Ankara: Pegem Akademi.
- Vermeulen, C., ve Meyer, B. (2017). The Equal Sign: Teachers’ Knowledge and Students’ Misconceptions. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 21(2), 136-147. Erişim adresi: <https://journals.co.za/doi/abs/10.1080/18117295.2017.1321343>
- Vurman, O., Attorps, I., ve Tossavainen, T. (2017). Different views – some Swedish mathematics students’ concept images of the function concept. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15(4), 5-24. Erişim adresi: https://www.researchgate.net/profile/TimoTossavainen/publication/286922417_Different_views_some_Swedish_mathematics_students'_concept_images_of_the_function_concept/links/5a2e6387a6fdccfbf89bdef/Different-views-some-Swedish-mathematics-students-concept-images-of-the-function-concept.pdf
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal Mathematics Education Science Technology*, 14(3), 293-305. Erişim adresi: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739830140305>

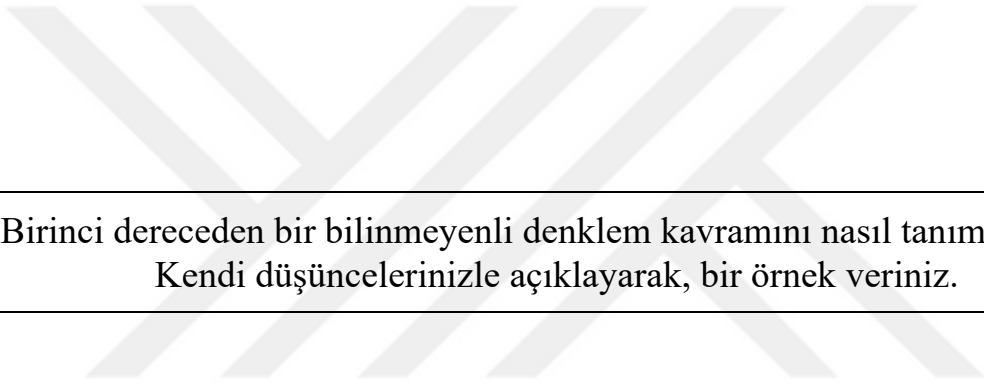
- Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. *In Advanced Mathematical Thinking*, 65-81. Erişim adresi: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/0-306-47203-1_5.pdf
- Vinner, S., ve Hershkowitz, R. (1980). *Concept Images and Common Cognitive Paths in the Development of Some Simple Geometrical Concepts*. Proceedings of the 4th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education , 177-184.
- Wagner, S. (1981). Conservation of Equation and Function under Transformations of Variable. *National Council of Teachers of Mathematics*, 107-118.
- Wagner, S. (1983). What Are These Things Called Variables? *The Mathematics Teacher*, 12(2), 474-479. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/748706>
- Wild, T., Hilson, M., ve Hobson, S. (2013). The conceptual understanding of sound by students with visual impairments. *Journal of Visual Impairment ve Blindness*, 107(2), 107-116. Erişim adresi: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0145482X1310700204>
- Willingham, D. (2010). Is it true that some people just can't do math ? *American Educator*, 33(4), 14-19. Erişim adresi: https://www.clerestorypress.clerestorylearning.com/ClerestoryPress/relevance1218_files/relevance1218%20link.pdf
https://www.clerestorypress.clerestorylearning.com/ClerestoryPress/relevance1218_files/relevance1218%20link.pdf
- Yaman, H., Toluk, Z., ve Olkun, S. (2003). İlköğretim Öğrencileri Eşit İşaretini Nasıl Algılamaktadırlar ? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(4), 142-151. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87835>
- Yetkin, E. (2003). *Difficulties in Learning Elementary Mathematics*. *ERIC Digest*.
- Yıldırım, A., ve Şimşek , H. (2016). Nitel Araştırmada Geçerlik ve Güvenirlik. A. Yıldırım , ve H. Şimşek (Ed.), *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (10. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (1988). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitapevi.
- Yıldız, P., ve Yetkin Özdemir, İ. (2020). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Temel Cebir Kavramlarına İlişkin Öğrenci Bilgisi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(2),

448-467. Erişim adresi: <http://cije.cumhuriyet.edu.tr/en/download/article-file/1165114>

- Yıldız, P., Çiftçi Koza, Ş., Atay Mutlu, A., ve Şengil Akar, Ş. (2019). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Denklem Kavramına İlişkin Tanımları*. VIth International Eurasian Educational Research Congress, (s. 1290-1291). Ankara.
- Yıldız, P., Çiftçi Ş., K., Atay Mutlu, A., ve Şengil Akar, Ş. (2019). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Cebirsel İfade Kavramına İlişkin Tanımları*. 28. Uluslararası eğitim Bilimleri Kongresi, (s. 694-697). Ankara.
- Yıldız, P., Atay Mutlu, A., ve Çiftçi Karadağ , Ş. (2019). *Matematik Öğretmen Adaylarının Cebirsel İfade ve Denklem Kavramlarının Farkına İlişkin Kavrayışları*. 18. Uluslararası Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu, (s. 417-418). Antalya.
- Zazkis , R., ve Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-008-9131-7>
- Zembat, İ. (2008). Kavram Yanılgısı Nedir? M. Özmantar ve diğerleri (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (s. 1-7). Ankara: Pegem Akademi.
- Zembat, İ. (2008). Sayıların Farklı Algılanması- Sorun Sayılarda Mı, Öğrencilerde Mi, Öğretmenlerde Mi? M. Özmantar ve diğerleri (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (s. 43-50). Ankara: Pegem Akademi.

EKLER

Ek 1. “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi”

7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi
Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.


7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi

	Kesinlikle Cebirsel İfadedir.	Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum.	Emin değilim.	Cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum.	Kesinlikle cebirsel ifade değildir.
$X+4=11$					
Neden?					
$a-5$					
Neden?					
$e-3+f$					
Neden?					
$2xy=240$					
Neden?					
b					
Neden?					
$K+m-4=3$					
Neden?					

EK 1. Devamı

	Kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeye nli denklemdi r.	Birinci dereceden bir bilinmeyenl i denklem olduğunu düşünüyoru m.	Emin değili m.	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyoru m.	Kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir.
$X+3=8$					
Neden?					
$3X+4Y=9$					
Neden?					
$3X - 21$					
Neden?					
$3t-4=7t-24$					
Neden?					
$3X^3+4Y=0$					
Neden?					