



**T.C.
AMASYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARINA GÖRE
MATEMATİKSEL GÖREVLERİN BİLİŞSEL İSTEM DÜZEYİ:
GÖRÜŞLERİNİN, DERS SENARYOLARININ VE UYGULAMALARININ
KARŞILAŞTIRMALI BİR İNCELEMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MERVE SARIDAŞ

HAZİRAN

MERVE SARIDAŞ

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI**

HAZİRAN 2023

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARINA GÖRE
MATEMATİKSEL GÖREVLERİN BİLİŞSEL İSTEM DÜZEYİ:
GÖRÜŞLERİNİN, DERS SENARYOLARININ VE UYGULAMALARININ
KARŞILAŞTIRMALI BİR İNCELEMESİ**

Merve SARIDAŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Nida EMÜL**

**AMASYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

HAZİRAN 2023

Yüksek Lisans Tezi Kabul ve Onay Sayfası

Merve SARIDAŞ tarafından hazırlanan “Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarına Göre Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstem Düzeyi: Görüşlerinin, Ders Senaryolarının ve Uygulamalarının Karşılaştırmalı Bir İncelemesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Nida EMÜL

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Amasya Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Başkan: Prof. Öğr. Üyesi Hilal GÜLKILIK

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Birol TEKİN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Amasya Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum

Tez Savunma Tarihi: 08/06/2023

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....

Doç. Dr. Ümit YILDIRIM

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
 - Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
 - Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
 - Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
 - Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,
- bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Merve SARIDAŞ

08.06.2023

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARINA GÖRE MATEMATİKSEL
GÖREVLERİN BİLİŞSEL İSTEM DÜZEYİ: GÖRÜŞLERİNİN, DERS
SENARYOLARININ VE UYGULAMALARININ KARŞILAŞTIRMALI BİR
İNCELEMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)

Merve SARIDAŞ

AMASYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Haziran 2023

ÖZET

Bu çalışmanın amacı; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl belirlediklerini ortaya koymak, bu matematiksel görevleri sınıf ortamında nasıl ele almayı tasarladıklarını ve uyguladıklarını karşılaştırmalı olarak incelemektir. Nitel araştırma desenlerinden durum çalışması olarak yürütülen çalışma 2021-2022 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilde bulunan bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde öğrenim gören üçüncü sınıf öğretmen adaylarından 'Matematik Öğretiminde Etkinlik Geliştirme' seçmeli dersini alan dört öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Dolayısıyla araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Katılımcılardan, Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından önerilen 8. sınıf ders kitabındaki ve MEB'e bağlı milli eğitim müdürlüklerinin yayımladığı çalışma fasiküllerindeki Üçgenler ünitesinden seçilen dört matematiksel görevin bilişsel istem düzeyini Stein ve Smith (1998) tarafından geliştirilen Matematiksel Görevler Çerçevesi'ni kullanarak gerekçeleri ile belirlemeleri istenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları bu görevleri sınıf ortamında uyguladıklarını varsayarak, her bir göreve dair öngördükleri öğrenci yanıtlarını, akıl yürütme süreçlerini veya kavram yanılgılarını içeren hayali bir ders senaryosu hazırlamışlardır. Araştırmanın yazılı verileri toplandıktan sonra 2022-2023 eğitim öğretim yılının bahar döneminde belirlenen iki devlet okulunda sınıf uygulamalarına dair gözlemler yapılmıştır. Bu süreçte araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci rolünde yer almıştır. Elde edilen verilerin analizi betimsel analiz ile yapılmıştır. Toplanan veriler Matematiksel Görevler Çerçevesinde söz edilen düzeylere göre değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının ders senaryolarında matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini sürdürecek şekilde sorgulamalara ve gerekçelendirmelere yer vermeye çalıştıkları fakat hedeflenen seviyeye ulaşmada zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Benzer şekilde sınıf ortamında görevlerin bilişsel istemlerini daha düşük düzeyde ele aldıkları görülmüştür. Araştırmanın sonuçlarına dayanarak öğretmen yetiştirme programlarına ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

Sayfa Adedi	: 138
Anahtar Kelimeler	: Matematiksel görev, Bilişsel istem düzeyi, Ders senaryosu
Danışman	: Dr. Öğr. Üyesi Nida EMÜL

COGNITIVE DEMAND LEVEL OF MATH TASKS ACCORDING TO
SECONDARY MATHEMATICS TEACHERS: A COMPARISON OF THEIR
OPINIONS, LESSON PLAYS AND CLASSROOM PRACTISES

(M. Sc. Thesis)

Merve SARIDAŞ

AMASYA UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

June 2023

ABSTRACT

The aim of this study is to reveal how pre-service elementary mathematics teachers determine the cognitive demand levels of mathematical tasks and to examine comparatively how they design and implement these mathematical tasks in the classroom environment. The study, which was carried out as a case study, one of the qualitative research designs, was carried out with four pre-service teachers who took the elective course 'Efficiency Development in Mathematics Teaching', one of the third-year pre-service teachers studying in the Department of Elementary Mathematics Education at a state university in a province in the Black Sea Region in the spring semester of the 2021-2022 academic year. Therefore, the participants of the research were determined by criterion sampling, one of the purposive sampling methods. Using the Mathematical Tasks Framework developed by Stein and Smith (1998), the rationale for four mathematical tasks selected from the Triangles unit in the 8th grade textbooks recommended by the Ministry of National Education (MEB) and in the study fascicles published by the Ministry of National Education Directorates' justifications. were asked to determine. In addition, pre-service teachers have prepared an imaginary lesson play that includes student responses, reasoning processes or misconceptions about each task, assuming that they have implemented these four tasks in the classroom. After the written data of the research were collected, observations were made on classroom practices in two public schools determined in the spring term of the 2022-2023 academic year. In this process, the researcher took the role of non-participant observer. The analysis of the obtained data was made with descriptive analysis. The written data were evaluated according to the levels mentioned in the Mathematical Tasks Framework. According to the findings, it was seen that the pre-service teachers tried to include questioning and justification in the lesson plays in a way that would maintain the cognitive demand levels of the mathematical tasks, but they had difficulties in reaching the targeted level. Similarly, during the implementation process, it was observed that the tasks in the classroom environment handled the cognitive demands at a lower level. Based on the results of the research, suggestions were made regarding teacher training programs.

Number of pages : 138

Keywords : Mathematical task, Cognitive demand, Lesson play

Supervisor : Asst. Prof. Dr. Nida EMÜL

ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmamın her aşamasında desteğini esirgemeyen, değerli bilgilerini ve tecrübelerini paylaşarak bana yol gösteren ve çalışmamda büyük emeği olan değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Nida EMÜL' e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca tezimin son şeklini almasında değerli önerileri ile bana yol gösteren jüri üyelerim Dr. Öğr. Üyesi Hilal GÜLKILIK ve Dr. Öğr. Üyesi Birol TEKİN' e teşekkür ederim.

Çalışmama gönüllü olarak katılan öğretmen adaylarına, uygulama sürecinde yardımcı olan okul yöneticilerine, matematik öğretmenlerine ve öğrencilere gönülden teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yüksek lisans öğrenimim sırasında ilgisi ve alakası ile bana moral veren, öğrenme yolculuğumda heyecanımı paylaştığım öğretmen arkadaşım Yasemin GÜMÜŞAY' a teşekkür ederim.

Hayatımın her döneminde olduğu gibi yüksek lisans döneminde de desteğini hissettiğim ve bu günlere gelmemde büyük emek veren kıymetli anneme ve kıymetli babama, canım kardeşlerime teşekkür ederim.

Son olarak özveri ve emek isteyen bu süreçte anlayışı ve desteği için sevgili eşime teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiv
1.GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Problem Cümlesi	4
1.3. Araştırmanın Amacı	5
1.4. Araştırmanın Önemi	5
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	6
1.6. Araştırmanın Varsayımları	7
1.7. Tanımlar.....	7
2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	8
2.1. Matematiksel Görev	8
2.2. Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstem (Talep) Düzeyi	9
2.3. Geometrik Düşünme.....	11
2.4. Matematiksel Görevlerin Sınıfta Ele Alınmasını Etkileyen Faktörler	14
2.5. Ders planı ve Ders Senaryosu.....	18
2.6. İlgili Araştırmalar	20
2.6.1. Öğrenme kaynaklarındaki matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini inceleyen çalışmalar.....	20

Sayfa

2.6.2. Matematik öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin ders tasarımı ve uygulamalarına dayalı çalışmalar	22
3.YÖNTEM	26
3.1. Araştırmanın Modeli.....	26
3.2. Çalışma Grubu	26
3.3. Veri Toplama Araçları.....	27
3.4. Verilerin Toplanması	31
3.5. Verilerin Analizi	33
3.6. Geçerlik ve Güvenirlik	34
4. BULGULAR.....	36
4.1. Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstem Düzeylerine İlişkin Bulgular	36
4.2. Öğretmen Adaylarının Senaryolarına ve Uygulamalarına İlişkin Bulgular	37
4.2.1. Ö1'in G1'e dair senaryosu	39
4.2.2. Ö1'in G1'e dair sınıf uygulaması	41
4.2.3. Ö1'in G2'ye dair senaryosu	42
4.2.4. Ö1'in G2'ye dair sınıf uygulaması	44
4.2.5. Ö1'in G3'e dair senaryosu	45
4.2.6. Ö1'in G3'e dair sınıf uygulaması	46
4.2.7. Ö1'in G4'e dair senaryosu	47
4.2.8. Ö1'in G4'e dair sınıf uygulaması	50
4.2.9. Ö2'nin G1'e dair senaryosu	51
4.2.10. Ö2'nin G1'e dair sınıf uygulaması	52
4.2.11. Ö2'nin G2'ye dair senaryosu	53
4.2.12. Ö2'nin G2'ye dair sınıf uygulaması	54
4.2.13. Ö2'nin G3'e dair senaryosu	55

Sayfa

4.2.14. Ö2'nin G3'e dair sınıf uygulaması	55
4.2.15. Ö2'nin G4'e dair senaryosu	56
4.2.16. Ö2'nin G4'e dair sınıf uygulaması	58
4.2.17. Ö3'ün G1'e dair senaryosu	60
4.2.18. Ö3'ün G1'e dair sınıf uygulaması.....	62
4.2.19. Ö3'ün G2'ye dair senaryosu	63
4.2.20. Ö3'ün G2'ye dair sınıf uygulaması.....	64
4.2.21. Ö3'ün G3'e dair senaryosu	65
4.2.22. Ö3'ün G3'e dair sınıf uygulaması.....	67
4.2.23. Ö3'ün G4'e dair senaryosu	68
4.2.24. Ö3'ün G4'e dair sınıf uygulaması.....	71
4.2.25. Ö4'ün G1'e dair senaryosu	72
4.2.26. Ö4'ün G1'e dair sınıf uygulaması.....	74
4.2.27. Ö4'ün G2'ye dair senaryosu	75
4.2.28. Ö4'ün G2'ye dair sınıf uygulaması.....	76
4.2.29. Ö4'ün G3'e dair senaryosu	77
4.2.30. Ö4'ün G3'e dair sınıf uygulaması.....	79
4.2.31. Ö4'ün G4'e dair senaryosu	80
4.2.32. Ö4'ün G4'e dair sınıf uygulaması.....	83
5. TARTIŞMA	85
5.1. Görevlerin Bilişsel İstem Düzeylerinin Belirlenmesine İlişkin Tartışma	85
5.2. Senaryolara ve Sınıf Uygulamalarına İlişkin Tartışma	86
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	91
6.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar	91

Sayfa

6.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar	91
6.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar	92
6.4. Öneriler	93
KAYNAKLAR	94
EKLER.....	105
EK-1: Araştırma İzni.....	106
EK-2: Etik Kurul Onayı	107
EK-3: Matematik Görevleri	108
EK-4: Ö1'in G1 Senaryosu.....	110
EK-5: Ö1'in G2 Senaryosu.....	112
EK-6: Ö1'in G3 Senaryosu.....	114
EK-7: Ö1'in G4 Senaryosu.....	115
EK-8: Ö2'nin G1 Senaryosu.....	118
EK-9: Ö2'nin G2 Senaryosu.....	119
EK-10: Ö2'nin G3 Senaryosu.....	120
EK-11: Ö2'nin G4 Senaryosu.....	121
EK-12: Ö3'ün G1 Senaryosu	125
EK-13: Ö3'ün G2 Senaryosu	126
EK-14: Ö3'ün G3 Senaryosu	127
EK-15: Ö3'ün G4 Senaryosu	128
EK-16: Ö4'ün G1 Senaryosu	131
EK-17: Ö4'ün G2 Senaryosu	132
EK-18: Ö4'ün G3 Senaryosu	133
EK-19: Ö4'ün G4 Senaryosu	134

Sayfa

ÖZGEÇMİŞ	138
----------------	-----



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Bilişsel istem düzeylerine göre matematiksel görevlerin özellikleri.....	10
Çizelge 2.2. Bilişsel istemin sürdürülmesini sağlayan davranışlar (Smith ve Stein, 1998).	15
Çizelge 2.3. Bilişsel istemin düşmesine neden olan davranışlar (Smith ve Stein, 1998)...	15
Çizelge 3.1. Katılımcılara ait bilgiler.....	27
Çizelge 4.1. Matematiksel görevlere dair bilişsel istem düzeyleri.....	36
Çizelge 4.2. Bilişsel istem düzeyinde meydana gelen değişimler.....	38

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Matematiksel görevler çerçevesi.....	14
Şekil 2.2. Beş uygulamanın şematik diyagramı.....	16
Şekil 3.1. Araştırmada kullanılan görev 1.....	28
Şekil 3.2. Araştırmada kullanılan görev 2.....	28
Şekil 3.3. Araştırmada kullanılan görev 3.....	29
Şekil 3.4. Araştırmada kullanılan görev 4.....	30
Şekil 3.5. Araştırma süreci.....	33
Şekil 4.1. Ö3'ün G4 senaryosundan şekil örneği.....	72

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Bu çalışmada kullanılmış bazı kısaltmalar, yanda açıklamaları verilmek üzere aşağıda listelenmiştir.

Kısaltmalar	Açıklama
(D-E)	Ezberlemeye dayanan düşük düzey
(D-İ)	İlişkilendirmeye dayanmayan düşük düzey
EBA	Eğitim Bilişim Ağı
ISTE	International Society for Technology in Education
LGS	Liselere giriş sınavı
MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
TDK	Türk Dil Kurumu
(Y-İ)	İlişkilendirmeye dayanan yüksek düzey
(Y-MY)	Matematik yapmaya dayanan yüksek düzey

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, problemi ve alt problemleri, amacı, önemi, sınırlılıkları, varsayımları açıklanmış ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Matematik dersinin öğrenciler tarafından genellikle zor ve sıkıcı bulunarak sevilmediği görülmektedir (Erden ve Altun, 2020; Güveli, İpek, Atasoy ve Güveli, 2011). Bu durumun altında yatan nedenin matematiğin sadece kurallar, formüller, sayılar ve işlemlerden ibaret soyut bir düşünce biçimi olduğu ön yargısı olduğunu söylemek mümkündür (Uçar, Pişkin, Akkaş ve Taşçı, 2010). Oysa matematik; eleştirel düşünebilme, problem üretebilme ve çözebilme, fikirlerini ifade edebilme ve gerekçelendirme gibi daha kapsamlı beceriler gerektiren bir düşünme biçimidir (Aydın ve Doğan, 2012). Matematiğe karşı var olan bu önyargı ve olumsuz tutumun değiştirilmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesi ve matematiği anlamlı öğrenmelerini sağlamak için dünyada ve ülkemizde matematik eğitiminin nasıl yürütülmesi gerektiğine dair çalışmalar yapılarak öneriler sunulmakta ve öğretim programları yenilenmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005, 2013, 2018; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991, 2000).

Güncel ortaokul matematik dersi öğretim programının, başka türlü ifade edilmiş olsalar da, cumhuriyet dönemi diğer programlarla büyük ölçüde benzer şekilde (bkz. Özmantar, Akkoç, Kuşdemir Kayıran ve Özyurt, 2018) hedefleri arasında; öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırarak matematik okuryazarlık becerilerini etkin şekilde kullanabilmesi, düşüncelerini matematiksel dil ve mantık çerçevesinde açıklayabilmesi, problem çözme sürecinde başkalarının akıl yürütmelerini anlayabilmesi, tahmin becerilerini geliştirebilmesi ve kendi öğrenme sürecinin sorumluluğunu alabilmesi gibi becerileri kazandırmak yer almaktadır (MEB, 2018). Öğretim programlarının güncellenmesi çalışmalarına paralel olarak bu programların etkili bir şekilde uygulanmasını sağlamak için öğretmen yetiştirme programlarında iyileştirmeler (Aydın ve Doğan, 2012) ve öğretmenlere yönelik hizmet içi eğitimler gerçekleştirilmektedir (Özcan ve Erduran, 2022; Gür ve Demir, 2017). Zira öğretmenlerin meslek bilgisi matematik öğretim sürecinde ve dolayısıyla

öğretim programlarının uygulayıcıları olarak belirlenen hedeflere ulaşılmasında büyük bir role sahiptir (Dede, Doğan ve Aslan Tutak, 2021; Mulenga ve Mwanza, 2019).

Öğretim programları öğretim etkinliklerinin nasıl gerçekleştirileceğine dair görece az bilgi içerir ve öğretmenler çeşitli kaynaklardan/materyallerden yararlanıp, sınıf içerisinde pek çok öğretimsel karar vererek programı uygulamaktır (Remillard ve Heck, 2014). Dünya genelinde öğretmenlerin en çok kullandıkları kaynağın ders kitapları olduğu ve ders kitaplarında bulunan matematiksel görevlerin amaçlanan müfredat ile sınıflarda uygulanan müfredat arasında aracı görevi gördüğü belirtilmektedir (Thompson, 2022). Matematiksel görevler, genel olarak matematik derslerinde öğrencilere sunulan soruları, durumları ve yönergeleri ifade eder ve öğretimin temelini oluşturmaktadır (Watson ve Sullivan, 2008). Matematiksel görevler, matematiğin ve matematik yapmanın ne olduğuna dair öğrencilere mesajlar vererek (Hiebert ve Wearne, 1993; Marx ve Walsh, 1988) onların matematiksel bilgilerini oluşturmalarına yardımcı olmaktadır (Stylianides ve Stylianides, 2008). Matematiksel görevlerin seçilmesi, tasarlanması, düzenlenmesi ve uygulanması ise öğretmenin sorumluluğundadır (NCTM, 1991). Öğretmenin matematiksel bir görevi ele alış biçimini matematiksel içerik bilgisi, öğrencilere dair bilgisi, öğrenme ve öğretim yaklaşımlarına dair yönelimleri gibi pek çok faktör etkilemektedir (Arbaugh ve Brown, 2005; Chapman, 2013; Stein, Grover ve Henningsen, 1996).

Lee Shulman ve çalışma arkadaşları tarafından 1980’lerde yapılan çalışmalar ile öğretmen bilgisi kavramsallaştırılmış ve bu çalışma temel alınarak bir öğretmenin sahip olması önerilen öğretme bilgisi çeşitli bileşenleri içeren modeller ile açıklanmaya devam etmektedir (Öner, 2010). Bu modeller çerçevesinde araştırmacılar matematik öğretmenlerinin öğretime yönelik bilgileri kapsamında matematiksel görevlerin matematiksel düşünme açısından özelliklerinin ve pedagojik potansiyellerin farkında olmaları gerektiğini belirtmektedir (Hill ve diğerleri, 2008; Sullivan, Clarke, Clarke ve Roche, 2013). Chapman (2013) özel olarak “matematiksel görev bilgisi” kavramını ortaya atmış ve buna göre öğretmenlerin sahip olmaları gerekli bilgiyi aşağıdaki gibi detaylandırmıştır:

- Matematiksel içerik, farklı temsillerin kullanımını, diğer matematiksel fikirlerle ilişkisi, akıl yürütme talepleri gibi matematiksel görevlerin özelliklerini anlama,

- Öğrencilerin ilgilerine ve öğrenme ihtiyaçlarına uygun, matematiği anlamlı ve derinlemesine öğrenmelerini sağlayacak matematiksel görevleri belirleme, seçme veya tasarlama,
- Matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini bilme ve görev ile hedef kazanım arasındaki ilişkiyi anlama,
- Öğrencilerin matematiği öğrenme biçimlerini bilme,
- Öğretmen olarak görevleri uygulama biçiminin, öğrencilerin matematiği anlamalarını nasıl etkileyeceğini bilme,
- Bir görevin hangi yönlerinin vurgulanacağı, öğrencilerin çalışmalarını nasıl organize edeceğini, öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyecek şekilde hangi soruların sorulacağını bilme.

Yukarıdaki maddelerden görüleceği üzere matematiksel görev bilgisi çok boyutlu bir yapıya sahiptir. Matematik sınıflarındaki faaliyetlerin görevler aracılığıyla yürütüldüğü düşünüldüğünde matematiksel görev bilgisinin, öğretme bilgisinin özel bir alt bileşeni olmaktan ziyade bu bilgi türünün kapsamıyla tümüyle ilişkili olduğunu söylemenin yanlış olmayacağı düşünülmektedir. Matematiksel görevler ve Chapman'ın görev bilgisi kapsamında sıraladığı bilgi türleri ile ilgili literatürde çeşitli problem durumlarına göre tasarlanmış araştırmalara rastlanmaktadır (Boston ve Smith, 2009; Durcuk, 2015; Son ve Kim, 2016; Ubuz ve Sarpkaya, 2014). Bu konuda araştırmaya değer görülen problemlerden birinin matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeyleri olduğu görülmektedir (Basyal, Jones ve Thapa, 2023; Boston ve Smith, 2009; Tekkumru Kısa, Schunn, Stein ve Reynolds, 2017).

Bilişsel istem, bir görevi başarı ile tamamlama sürecinde öğrencilerin kullandıkları düşünmenin karakteristiği olarak tanımlanmaktadır (Stein ve diğerleri, 1996). Araştırmacılar bilişsel istem düzeylerini analiz etmek için önerdikleri çerçevede matematiksel görevleri, bilişsel istem düzeyi yüksek ve düşük olmak üzere iki kategoriye ayırmışlardır. Bilişsel istem düzeyi düşük görevleri ezberleme (D-E) ve ilişkilendirmeye dayanmayan (D-İ); bilişsel istem düzeyi yüksek görevleri ilişkilendirmeye dayanan (Y-İ) ve matematik yapma (Y-MY) olmak üzere iki alt görev türü ile betimlemişlerdir. Matematiksel bir görevin bilişsel istem düzeyi ne olursa olsun, fikirleri somutlaştırarak öğrencilere matematiksel kavramlar,

beceriler ve süreçlerle karşılaşma fırsatları sunan etkinliklerin meydana gelmesinin fitilini ateşleyebileceği belirtilmektedir (Chua ve Toh, 2018). Diğer taraftan bilişsel istem düzeyi yüksek görevlerin öğrencilere daha zengin muhakeme yapma fırsatı sunarak anlamlı ve kalıcı öğrenmelerinin gerçekleşmesini sağladığı yapılan çalışmalar ile görülmüştür (Henningsen, 2000).

Erdoğan ve Ay (2022), bilişsel istem düzeyleri ile ilgili ülkemizde yapılan araştırmaları incelemiş ve bu araştırmaların çoğunlukla kitaplardaki matematiksel görevlerin düzeylerini belirlemeye yönelik olduğunu belirlemiştir. Bu çalışmalarda incelenen ders kitaplarındaki görevlerin çoğunlukla (D-İ) ve (Y-İ) düzeyinde olduğu bulgusunun elde edildiği ve bilişsel istem düzeyi yüksek görevlere daha çok yer verilmesinin tavsiye edildiği görülmektedir (Özgeldi ve Esen; 2010; Ubuz ve Sarpkaya, 2014). Ancak yukarıda da belirtildiği üzere öğretim faaliyetlerinde öğretmen önemli role sahiptir (NCTM, 2000). Öğretmenlerin sınıflarında bilişsel istem düzeyi yüksek görevlere yer vermeleri için görevlerin matematiksel özelliklerini iyi analiz edebilmeleri gerekmektedir (Schultz, 2009). Bunun yanında görevler belirli bilişsel istem potansiyeline sahip olsalar da sınıf içi gözlemlere dayalı yapılan çalışmalarda öğretmenlerin bu istemi düşürdüğüne dair sonuçlar elde edilmiştir (Boston ve Smith, 2009; Henningsen ve Stein, 1997). Matematik öğretme bilgisi yeterli olmayan öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında görevlerin bilişsel istem düzeylerini düşürme eğiliminde olduğu görülmüştür (Charalambous, 2010).

Öğretmenlerin bilişsel istem düzeyi kapsamında matematiksel görevlere dair bilgi ve becerilerini, mesleki deneyim kazandıkça geliştirecekleri beklenmekle birlikte, lisans eğitimleri boyunca kazanmalarının mesleki yeterlilik bakımından önemli olduğunu söylemek mümkündür. Bu kapsamda bu çalışma ile öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl belirlediklerini ve bu görevleri nasıl uyguladıklarını incelemek amaçlanmıştır. Öğretmen yetiştirme alanında öneri sunmak adına öğretmen adaylarının görevleri sınıf içerisinde nasıl ele almayı tasarladıklarını incelemek ikincil bir amaç olarak belirlenmiştir.

1.2. Problem Cümlesi

Araştırmanın problemi “Ortaokul matematik öğretmen adayları matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl belirlemekte ve bu görevleri sınıf içerisinde nasıl kullanmayı

tasarlamakta ve uygulamaktadır?” sorusudur. Bu problemenden yola çıkılarak oluşturulan alt problemler aşağıda listelenmiştir:

1. Öğretmen adayları matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl belirlemektedirler?
2. Öğretmen adaylarının matematiksel görevlere dair oluşturdukları sınıf senaryolarında, bu görevlerin bilişsel istem düzeylerinde nasıl değişimler olmaktadır?
3. Öğretmen adayları matematiksel görevleri sınıfta uygularken bu görevlerin bilişsel istem düzeylerinde nasıl değişimler olmaktadır?

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl belirlediklerini ortaya koymak, bu matematiksel görevleri sınıf ortamında nasıl ele almayı tasarladıklarını ve uyguladıklarını karşılaştırmalı olarak incelemektir.

1.4. Araştırmanın Önemi

Matematiğin doğasına uygun düşünme becerilerinin gelişmesi ve anlamlı öğrenmelerin gerçekleşmesi, sınıflarda deneyimlenen matematiksel etkinlikler ile mümkün olmaktadır (Dede ve diğerleri, 2021). Sınıf ortamında öğrencilerin öğrenme kaynakları ile meşgul olması, matematiksel fikirler üzerine düşünmesi, arkadaşlarıyla ve öğretmeniyle iletişim kurması veya matematiksel tartışmalara katılması gibi etkinlikler ise karşılaşılan herhangi bir görev ile başlamakta ve sürmektedir (Jones ve Pepin, 2016). Bununla birlikte, etkili bir öğrenme ortamı oluşturmak için görevlerin tek başlarına yeterli olmadığı ve öğretmenlerin bir görevin matematiksel olarak hangi özellikleri üzerinde durulacağını, öğrencilerin o görevle ilgili veya ilişkili matematiksel kavramlar üzerine zengin bir düşünme deneyimi yaşamaları için çalışma ortamını nasıl organize edeceğini bilmesi gerektiği bildirilmektedir (NCTM, 2000).

Matematiksel görevlerin sahip olduğu potansiyel bilişsel talepler, nitelikli öğrenme etkinliklerinin gerçekleştirilebilmesinde önemli bir belirleyici olarak görülmektedir. Ülkemizde matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerine dair çalışmalar genellikle ders kitabı veya diğer öğretim kaynaklarının (öğretim programı, Eğitim Bilişim Ağı [EBA]) incelenmesi (Bayazıt, 2013; Engin ve Sezer, 2016; Erkoç Özçetin, 2022; Karakuzu, 2017; Özgeldi ve Esen, 2010; Özturan Ecemiş, 2017; Reçber ve Sezer, 2018; Toprak ve Özmantar, 2019; Yılmaz, 2018) şeklindedir. Matematiksel görevlerin sınıfta ele alınmasını içeren çalışmaların (Polat ve Dede, 2020; Ubuz ve Sarpkaya, 2014; Yabaş, 2018; Yabaş ve Altun, 2020) ise oldukça az olduğu görülmektedir. Uygulamaya yönelik bir anlayışla yapılan bu araştırmada, öncelikle öğretmen adaylarının verilen matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini belirleyebilme becerileri incelenmiştir. Daha sonra adaylar bu görevleri sınıfta nasıl ele almayı tasarladıklarını gösterecek şekilde sınıf senaryoları hazırlamışlar ve son olarak bu görevleri gerçek sınıf ortamında kullanmışlardır. Böylece öğretmen adaylarının sınıf ortamından bağımsız bir şekilde niteliklerini değerlendirdikleri bir görevi, sınıf ortamında nasıl ele aldıkları karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bu nedenle öğretmen yetiştirme programları alanında yapılan çalışmalara örnek teşkil etmesi açısından araştırmanın önem taşıdığı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma, MEB yayınlarına ait 8. Sınıf Matematik ders kitabının ve Niğde İl Milli Eğitim Müdürlüğü Ölçme Değerlendirme Merkezi'nin yayımladığı çalışma fasikülünün “Üçgenler” ünitesinden seçilen toplam dört matematiksel görev ile sınırlıdır. Bu sınırlılık araştırma kapsamında istenilen senaryoların öğrenciler tarafından sağlıklı bir şekilde hazırlanabilmesi ve ders gözlemlerinin gerçekleştirilebilmesi bakımından, yani araştırmanın yapılabilirliği kapsamında araştırmanın tasarımı sırasında belirlenmiştir.

Araştırma ayrıca Karadeniz Bölgesindeki bir ilde ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 4 öğretmen adayı ve bu adaylarla yapılan birer sınıf gözlemi ile sınırlıdır. Bu sınırlılıklar ülkemizde 6 Şubat 2023'te meydana gelen Kahramanmaraş depremi dolayısıyla çalışmanın yürütülmesi sırasında ortaya çıkmıştır. Bu deprem dolayısıyla birinci ve ikinci alt probleme dair veri toplanan ve çalışmaya katılmak için gönüllü olan öğretmen adaylarının bir kısmı bulundukları şehirlerde öğrenim görme kararı aldığı için çalışma 4 katılımcı ile sınırlı kalmıştır. Bununla birlikte deprem nedeniyle MEB'e

bağlı okullar daha ileri bir tarihte eğitime başlamış ve MEB 8. sınıfın ikinci döneminde bulunan konuları Liselere Giriş Sınavı (LGS) kapsamından çıkarmıştır. Bu durum öğretmenlerin ders planları ile çalışmada planlanan takvim arasında uyumsuzluk meydana getirmiştir. Bu uyumun yakalanabildiği iki okulda yapılan gözlemler ile çalışma tamamlanabilmiştir.

1.6. Araştırmanın Varsayımları

Katılımcı öğretmen adaylarının bu araştırmanın yürütülebilmesi için gerekli ön bilgilerinin ve becerilerinin yeterli olduğu varsayılmıştır. Ayrıca yapılan sınıf gözlemlerinde öğretmen adaylarının ve öğrencilerin samimi, içten ve doğal davrandıkları varsayılmıştır.

1.7. Tanımlar

Matematiksel Görev: Öğrencilerin ilgilerini belirli bir matematiksel düşünceye çekmek amacıyla yapılan sınıf etkinliğidir (Stein, Smith, Henningsen ve Silver, 2000).

Bilişsel İstem (Talep) Düzeyi: Öğrencilerin bir öğretimsel görevi başarı ile tamamlama sürecinde kullandıkları düşünmenin karakteristiğidir (Stein vd., 2000).

Ders senaryosu: Bir ders sırasında veya dersin bir bölümünde, bir öğretmen ile öğrenciler arasında geçen hayali bir diyalogdur (Zazkis ve Sinclair, 2013).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde matematiksel görev kavramı ve matematiksel görevlerin önemi, bilişsel istem düzeyi, sınıf ortamında uygulanmasını etkileyen faktörler ve ders planlama ile ders senaryoları hakkında bilgilere ve bu kapsamda yapılmış araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Matematiksel Görev

Görev kelimesi Türk Dil Kurumu (TDK) sözlüklerinde “bir nesne veya bir kimsenin yaptığı iş”, “vazife”, “işlev” gibi tanımlarla karşımıza çıkmaktadır (TDK, 2023). Eğitsel anlamda görevler; öğrenciler ile öğrenilmesi hedeflenen kavramlar arasında arabulucu işlevi üstlenen, öğretim sürecinin planlanmasında ve yürütülmesinde önemli rol oynayan, öğrencileri derslere karşı motive eden uğraşlardır (Dede ve diğerleri., 2021: 5). Buradan matematiksel görevlerin öğrencilerin kavramlar arasında ilişki kurmasını sağlayan hem işlem hem de akıl yürütme becerilerini ve stratejilerini destekleyen eğitim materyalleri olduğu söylenebilir (Brousseau, 1997).

Matematik eğitimi alanındaki uluslararası literatürde “task” veya “activity” olarak geçen ve ilgili Türkçe kaynaklarda “görev” veya “etkinlik” şeklinde çevrilen kavramların aynı anlama geldiği düşünülebilir. Literatürde bu kavramlarının birbirinden ayrıştığı keskin farklılıklar olmasa da bazı noktalarda ayırt edici özelliklere sahip olduğu vurgulanmaktadır (Doyle, 1983; Sullivan, Clarke ve Clarke, 2012). Bu noktalardan biri öğrencilerin aktif olma durumuyla ilgilidir ve Doyle (1983) görevlerin her zaman öğrencilerin aktif katılımını gerektirmediğini fakat öğrencileri düşünmeye sevk eden durumlar olduğunu belirtmektedir. Etkinlik kavramı için ise öğrencilerin öğretim sürecine istekli katılımıyla yürütülen öğrenme eylemi tanımı yapılmaktadır (Uğurel, Bukova-Güzel ve Kula, 2010). Diğer taraftan görevler öğrencilerin ilişkilendirmeler yapmasına fırsat sunan yönerge, soru veya durumlar olarak nitelendirilirken; etkinlikler öğrencilerin bu görevleri yerine getirebilmek için ürettikleri fikirler ve eylemler olarak nitelendirilmektedir (Sullivan ve diğerleri, 2013). Dolayısıyla öğretimsel etkinliklerin daha geniş kapsamlı olduğu ve ortaya çıkmasında veya gerçekleştirilmesinde görevlerin bir başlangıç noktası olduğu söylenebilir. Buradan matematiksel görevler öğrencilerin düşünme becerilerini harekete geçiren, tahmin etmelerini

ve çıkarımda bulunmalarını ve matematiksel kavramları ve ilişkileri anlamlandırmalarını sağlayan uğraşlar şeklinde betimlenebilir (Stein ve diğerleri, 1996).

Matematiksel görevlerin amacı öğrencilerin dikkatini belirli bir matematiksel düşünceye yoğunlaştırmaktır (Henningesen ve Stein, 1997; Stein ve diğ. 2000). Öğretim sürecinde daha önce öğrenilmiş kuralları, tanımları veya formülleri uygulamayı içeren görevler gibi çoklu temsilleri kullanma, akıl yürütme ve gerekçelendirme gibi daha üst düzey bilişsel süreçleri harekete geçiren görevlere de yer verildiği görülmektedir (Stein ve Smith, 1998). Bu bağlamda başarıyla tamamlanması için başvurulması gereken bilgi ve beceriler açısından öğretimsel/matematiksel görevlerin sınıflandırıldığı teorik çerçeveler (Anderson ve Krathwohl, 2001; Bloom, 1956; Doyle, 1983; Stein ve Smith, 1998) geliştirilmiştir. Mevcut çalışmada Stein ve Smith (1998) tarafından yapılandırılan bir çerçeve kullanıldığından aşağıda bu kapsamda detaylı bilgilere yer verilmiştir.

2.2. Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstem (Talep) Düzeyi

Öğrencilerin karşılaştıkları bir görevi tamamlamak için belirli düşünme basamaklarından geçtiğini belirten Doyle (1983) akademik görevleri bilişsel özelliklerine göre sınıflandırmaya yönelik ilk çalışmalardan birini yaparak görevleri ezber, rutin, kavrama ve düşünce olmak üzere dört seviyeye ayırmıştır. Bu bakış açısını temel alan bir grup matematik eğitimcisi farklı isteme sahip matematiksel görevlerin kullanılmasının öğrenme fırsatlarını nasıl etkilediğine dair Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning (QUASAR) adlı bir proje yürütmüşler ve bu çalışmaları sırasında Doyle'nin sunduğu görev çeşitlerini matematik alanına özelleştirerek matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeyini analiz etmede kullanılabilecek bir çerçeve oluşturmuşlardır (Stein ve Smith, 1998).

Bilişsel istem düzeyini öğrencilerin bir görevi başarı ile tamamlama sürecinde kullandıkları düşünmenin karakteristiği olarak betimleyen araştırmacılara göre matematiksel görevleri bilişsel istem düzeyleri düşük ve yüksek olmak üzere iki ana grupta incelemek mümkündür (Stein ve diğerleri, 1996). Bilişsel istem düzeyi düşük görevlerin; ezberlemeye dayalı görevler (D-E) ve ilişkilendirmeye dayanmayan görevler (D-İ); bilişsel istem düzeyi yüksek görevlerin ise ilişkilendirmeye dayanan görevler (Y-İ) ve matematik yapmaya dayanan

görevler (Y-MY) olmak üzere iki alt görev türüne ayrıldığı bu görevlerle ilgili özellikler Çizelge 2.1’de verilmiştir.

Çizelge 2.1. Bilişsel istem düzeylerine göre görevlerin özellikleri (Smith ve Stein, 1998)

Düşük Düzey Bilişsel İstem	Yüksek Düzey Bilişsel İstem
Ezber Dayalı • Önceden öğrenilmiş kuralları, formülleri veya tanımları tekrarlamayı içerir. • Rutindir. Belirsizlik yoktur. • Kavramlar veya olgular arasında bağlantı kurmaya gerek yoktur. • Herhangi bir çözüm stratejisi üretmeye ve kullanmaya gerek kalmadan tamamlanabilir.	İlişkilendirmeye Dayanan • Bir miktar bilişsel çaba gerektirir. • Öğrencileri matematiksel kavram ve fikirleri derinlemesine anlamaya teşvik eder. • Çeşitli gösterim yolları (görseller, semboller, problem durumları) ile ifade edilebilir. • Öğrencilerin kavramsal fikirlerle etkileşimde olmasını gerektirir.
İlişkilendirmeye Dayanmayan • Algoritmiktir. • Yönergeler açıkça belirtilmiştir ve çözüm için ne yapılacağı bellidir. • Matematiksel anlam geliştirmekten ziyade doğru sonuca ulaşmaya odaklıdır. • Bilişsel süreç kullanımı sınırlıdır. • Kavramsal ve anlamsal ilişki içermez.	Matematik Yapmaya Dayanan • Algoritmik olmayan ve karmaşık düşünmeyi gerektirir. • Önemli derecede bilişsel çaba gerektirir. • Bilişsel süreçleri izlerken öz düzenleme ve öz değerlendirme becerisini gerektirir. • Öğrencilerin matematiksel kavramların, süreçlerin ve ilişkilerin doğasını keşfetmesini gerektirir. • Belirsizlik içerdiğinden öğrencilerde bir miktar kaygı oluşturur.

Çizelge 2.1’den görüldüğü gibi düşük bilişsel isteme sahip görevler öğrencilerin daha önce deneyimlediği, ezberlediği kuralları, kavramları veya formülleri uygulamayı içeren, basit işlemlerle sonuca ulaşılabilen ve sınırlı düzeyde bilişsel çaba gerektiren görevlerdir. Yüksek düzey bilişsel istem düzeyindeki görevler ise öğrencilerin matematiksel kavramları ve ilişkileri keşfetmelerini, daha derin matematiksel düşüncelerle meşgul olmalarını, kendi öğrenme süreçlerini yönetmelerini gerektiren görevlerdir.

Derslerde kullanılan görevlerin talepleri öğrencilerin matematiksel düşünme, akıl yürütme ve muhakeme becerilerinin gelişimine katkı sağlaması bakımından önem arz etmektedir

(Atay, 2015). Ayrıca öğrencilere özgür öğrenme ortamları oluşturulmasında, öğrencilerin izleyici olmaktan çıkıp yaşayarak öğrenmesinde yüksek bilişsel düzeydeki görevler önemli bulunmaktadır (Tunç Pekkan ve Esmer, 2020). Derslerde yüksek düzeyde görevlere ne kadar yer verilirse öğrencilerin muhakeme ve akıl yürütme becerilerinin o derece geliştiği görülmüştür (Henningsen ve Silver, 2000). Ancak düşük bilişsel istem düzeyindeki görevlerin öğretim sürecinde kullanılmasını gereksiz veya önemsiz bulmanın yanlış olacağı söylenebilir (Stylianides ve Stylianides, 2008). Derste uygulanacak olan matematiksel görevlerin çeşitlendirilmesi öğrencilere farklı türde öğrenme imkânı vermektedir (Barber, 2018). Bilişsel istem düzeyi düşük görevler yeni bir konuya giriş yapılırken ön bilgileri hatırlatma amacıyla veya matematiksel işlemlere dair pratik yapılması amacıyla kullanıldığında değerli öğrenme fırsatları sunmaktadır (Sullivan ve diğerleri, 2012). Dolayısıyla her görev çeşidinin; matematik dersinin farklı aşamaları veya farklı öğrenci seviyeleri için ayrı bir işleve sahip olduğu söylenebilir (Buluklu, 2021). Ancak öğretim sürecinde öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine ket vurmamak ve matematiksel düşüncelerinin gelişimini engellemek adına alt düzeydeki görevlerin sayısının sınırlı tutulması önerilmektedir (Henningsen ve Stein, 1997).

Diğer taraftan matematiksel görevler sınıfta ortaya çıkardığı matematiksel etkileşim veya etkinliklere göre anlam kazanırlar (Parrish, Snider ve Creager, 2023). Öğrencilerin meşgul oldukları görevler süresince deneyimledikleri matematiksel düşünmenin karakteristiğinde öğretmenlerin etkisi büyüktür (Jackson, Garrison, Wilson, Gibbons ve Shahan, 2013). Zaman ve sınıf yönetimi, öğrenci zorlukları, yönlendirici olmayan fakat akıl yürütmeye motive eden sorular gibi görevlerin sınıf ortamında uygulanmasını etkileyen pek çok faktörden söz etmek mümkündür (Boston ve Smith, 2009; Henningsen ve Stein, 1997).

2.3. Geometrik Düşünme

Matematiğin günlük hayatta en çok kullanılan ve önemli dallarından biri olan geometri; karşılaşılan şekilleri ve uzayı keşfetmenin ve analiz etmenin bir yolu olarak görülmektedir (Van de Walle, 2021:501). Nesnelerin veya geometrik şekillerin tanınması, büyüklüklerinin algılanması ve şekillerin konumlarının anlaşılabilmesi gibi çocukluk çağından itibaren deneyimlenen yaşantılar geometri öğreniminin başlangıcı olarak kabul edilebilir (Van Hiele, 1999; Van de Walle, 2021:501; Gökbulut, Sidekli ve Yangın; 2010). Diğer bir deyişle sayılar

öğrenme alanı gibi geometri öğrenimi de erken dönem matematiğinin ayrılmaz bir parçasıdır (NCTM, 2000).

Geometrik düşünme; şekiller, kavramlar ve ilişkilerin muhakemelerini içermektedir (Herbst ve diğerleri, 2010). Literatürde geometrik düşünmenin doğasını ve öğrencilerin geometriyi nasıl algıladıklarını açıklayan temel modellerden birisi Van Hiele Geometrik Düşünme Modeli'dir (Duarte Paksu, 2016). Geometrik düşünmeyi gelişimsel yaklaşımla ele alan Van Hiele modeli muhakeme sürecini hiyerarşik bir şekilde beş seviyede açıklamaktadır (Karpuz, Koparan ve Güven, 2014). Bu düzeyler sırası ile görselleştirme, analiz, informal çıkarım, çıkarım ve sistematik düşünmedir ve öğrencinin bir üst düzeye geçebilmesi için bulunduğu düzeyde başarılı olması gerekmektedir. Modelde dikkat çeken noktalardan biri de düzeyler arasında ilerlemenin yaştan bağımsız olmasıdır. Van Hiele (1986)'ye göre geometrik düşüncenin gelişimi, içinde bulunulan öğrenme ortamına ve sınıf içi uygulamalara bağlıdır. Etkin bir öğrenme gerçekleşmesi için öğretmenlerin öğrencinin bulunduğu geometrik düşünme düzeyini iyi bilmesi ve kullanılacak öğretim kaynaklarını uygun şekilde seçerek uygulaması gerekmektedir (Van de Walle, 2021: 502).

Literatürde öne çıkan diğer kuramlardan Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi ile Duval'ın Bilişsel Modeli ise geometrik düşünmeyi bilişsel süreçlerle açıklamaktadır (Duval, 1998; Fischbein, 1993). Bu yaklaşımlarda bilişsel süreçler arasında hiyerarşik bir ilişki söz konusu değildir. Fischbein (1993)'e göre geometrik muhakeme süreci şekil ve kavram bilgisinin etkileşimi ile gerçekleşmektedir. Üst düzey muhakeme sürecinin yürütülmesi kavramsal bilginin şekillere yönelik algıyı yönettiği durumlarda mümkündür (Karpuz, Koparan ve Güven, 2014). Şeklin kontrolünde gerçekleşen muhakeme süreçleri öğrencilerin yanlış çıkarımlar yapmalarına neden olabilmektedir. Bu yanlış çıkarımlara meydan vermemek ve öğrencilerin şekil ile kavram arasındaki etkileşimi fark ederek kavramsal bilgi kontrolünde çözüme ulaşmalarını sağlamak için öğrenme ortamında kullanılacak görevlerin ve örneklerin seçilmesi önemlidir (Güven ve Karpuz, 2016).

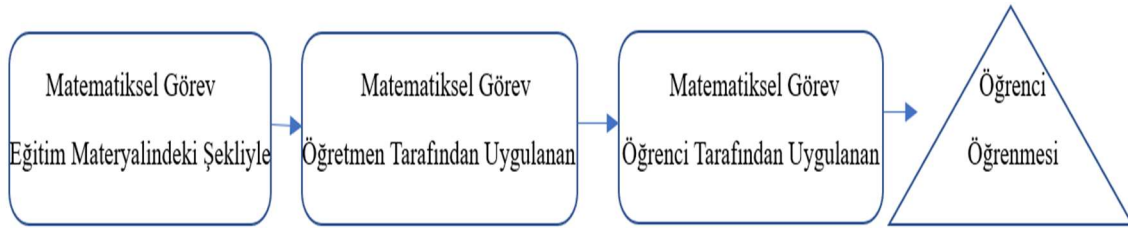
Duval (1998) ise geometrik muhakeme sürecini bilişsel ve algısal olmak üzere iki boyutta ele alarak açıklamıştır. Duval (1998)'e göre bilişsel ve algısal süreçler arasındaki etkileşim bireylerin geometride yetkinlik kazanmasında rol oynamaktadır. Bilişsel süreçler; görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreçlerini kapsamaktadır. Görselleştirme süreci geometrik kavramın görsel temsilini veya sezgisel keşfini içermektedir. Oluşturma süreci;

geometrik bir şeklin araç gereç kullanılarak inşa edilmesini içermekte ve matematiksel özelliklerin görülebilmesini sağlamaktadır (Güven ve Karpuz, 2016). Muhakeme süreci ise gerekçelendirmelerle geometrik şekil hakkında açıklama yapabilmeyi ve mevcut geometrik bilginin genişletilmesini içermektedir. Duval (1995) geometrik ilişkilerin anlaşılabilmesi için görselleştirme sürecinin yanında bazı algısal süreçlerin de kullanılması gerektiğini belirtmektedir. Şekil üzerinde matematiksel bilginin keşfedilmesine imkân sunan algısal süreçler diğer bir deyişle ‘Şekle Bakma Süreci’ birbiriyle ilişkili fakat hiyerarşik olmayan dört süreci kapsamaktadır. Bunlar; görsel algı, sözel algı, sıralı algı ve işlevsel algıdır. Görsel algı ilk bakışta bir şeklin tanınması veya belirlenmesi ile ilgili süreçtir (Kızıltoprak, 2020). Görsel algı şeklin sahip olduğu matematiksel özelliklerin belirlenmesinde yeterli olmadığından farklı algı türlerinden bahsetmek mümkündür. Bir geometri görevinde verilenlerden yola çıkarak matematiksel özellikler arasında ilişki kurma süreci sözel algı olarak ele alınmaktadır (Torregrosa ve Quesada, 2008). Sıralı algı; geometrik bir şeklin araç gereç yardımıyla oluşturulması veya oluşturulma aşamalarının tarif edilmesini açıklayan süreçtir. Çünkü geometrik bir şekil oluşturulurken belirli bir sıranın takip edilmesi gerektirmektedir (Güven ve Karpuz, 2016). İşlevsel algı geometrik şeklin ilk görüntüsünün değiştirilmesi, bölünmesi, yeniden inşa edilmesi ve yönünün değiştirilmesi gibi işlemleri yapmaya dair sezgi geliştirilmesini içermektedir (Duval, 1998). Öğrencilerin geometrik muhakemede yetkinlik kazanması için bilişsel süreçler arasındaki etkileşimin geliştirilmesi gerektiğini düşünen Duval (1998) bu süreçlerin birbirinden bağımsız olduğunu belirtmiştir.

Geometri öğretimi; öğrencilerin bir modelden veya şekilden yola çıkarak gerekçelendirme yapabilmesine ve matematiksel ilişkileri açıklayabilmesine imkân vermesi bakımından matematik eğitiminde önemli yere sahiptir (Güven ve Karpuz, 2016). Geometrik muhakeme ile ilgili literatürde yer alan modeller ile modellerin içerdiği düzeyleri ve süreçleri öğretmenlerin bilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir (Van de Walle, 2021: 502). Zira öğrencilerin matematiksel düşünmelerini destekleyebilmek ve geliştirebilmek için ne düzeyde olduklarını, akıl yürütme biçimlerini bilmek ve bir sonraki aşamadaki ihtiyaçlarını karşılayabilmek gerektiği söylenebilir (Van Hiele, 1999). Etkili geometri öğretimi yapılabilmesi için öğrenme ortamında uygulanacak geometri görevlerinin özelliklerinin bilinmesi, muhakeme ve akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesini destekleyecek şekilde sınıfta tartışma ortamı oluşturulması öğretmenin sorumluluğundadır (Atiyah, 1982; Özen, 2015).

2.4. Matematiksel Görevlerin Sınıfta Ele Alınmasını Etkileyen Faktörler

Matematik öğreniminin merkezinde yer alan matematiksel görevlerin başlı başına bir etkiye sahip olamayacağına ve sınıfta öğretmenin ve öğrencilerin yorumlaması ile işlev kazandığına dikkat çekilmektedir (Smith ve Stein, 1998). Stein ve diğerleri (2000) öğrencilerin öğrenmesine giden yolda görevlerin üç aşamadan geçerek öğrenmenin gerçekleşmesini sağladığını belirtmektedir (Şekil 2.1.).



Şekil 2.1. Matematiksel görevlerin özellikleri ile öğrenme arasındaki ilişki (Stein ve Smith, 1998)

Şekil 2.1’de görüldüğü üzere matematiksel görevlerin bir öğrenme çıktısı oluşturması sürecindeki ilk aşama görevin öğretim kaynaklarında (öğretim programı, ders kitapları, yardımcı kaynaklar vb.) bulunduğu hâlidir. Daha sonraki aşama, görevin öğretmen tarafından uygulandığı aşamadır. Stein ve diğerleri (2000) bu aşamada öğretmenin mesleki bilgi ve becerilerine göre görevleri sınıfta ele alış şekline dikkat çekmiştir. Son aşama ise öğretim faaliyetlerinin muhatabı olarak öğrencinin görevle nasıl meşgul olduğuyla ilgilidir. Dolayısıyla matematiksel görevlerin sahip olduğu potansiyel bilişsel istem, sınıf uygulamaları sırasında sürdürülebileceği gibi düşürülebilir ya da yükseltilebilir. Stein ve Smith (1998) bu değişikliklere neden olabilecek başlıca faktörleri Çizelge 2.2 ve Çizelge 2.3’teki gibi belirlemiştir.

Çizelge 2.2. Bilişsel istemin sürdürülmesini sağlayan davranışlar (Stein ve Smith, 1998)

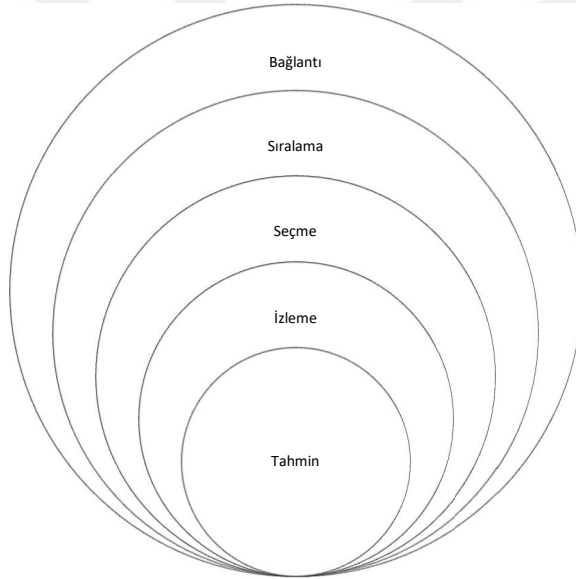
Yüksek Bilişsel İstem Düzeyindeki Görevin Düzeyini Sürdürmede Etkili Olan Faktörler
1. Muhakeme ve akıl yürütme sürecinin desteklenmesi
2. Öğrencilerin kendi ilerlemelerini izlemesine fırsat verilmesi
3. Öğretmenin veya öğrencilerin yüksek düzey performans sergilemesi
4. Öğrencilerin sorgulama, anlamlandırma, yorumlama ve geri bildirimde bulunma davranışlarının desteklenmesi
5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması
6. Görevlerin öğrencilerin ön bilgilerine dayalı olması
7. Görev için zaman planlamasının uygun olması

Çizelge 2.3. Bilişsel istemin düşmesine neden olan davranışlar (Stein ve Smith, 1998)

Yüksek Bilişsel İstem Düzeyindeki Görevin Düzeyinde Düşmeye Neden Olan Faktörler
1. Öğretmenin öğrencilerin tıkanıdığı noktada rutin çözüm yolu sunulması
2. Öğretmenin kavramlar yerine doğru cevaba odaklanması
3. Görev için ayrılan zamanın çok az ya da çok fazla olması
4. Sınıf yönetiminde yaşanan zorlukların göreve odaklanmayı olumsuz etkilemesi
5. Öğrencilerin yaptığı eksik veya yanlış yorumların görmezden gelinmesi, üzerinde durulmaması
6. Görevin öğrencilere uygun olmaması

Çizelge 2.2 ve 2.3'ten görüldüğü gibi öğretmenin öğrenci hazır bulunuşluğunu dikkate alması, uygun süreyi belirlemesi, öğrencileri muhakeme ve akıl yürütme sürecinde nitelikli sorularla desteklemesi gibi davranışlar yüksek bilişsel isteme sahip görevlerin bilişsel istem düzeyinin sürdürülmesini veya yükselmesini sağlamaktadır. Öğretmenin sık karşılaşılan kavram yanılgılarını veya yanlış öğrenci yanıtlarını görmezden gelmesi, öğrencilerin zorlandıkları noktalarda onlara hazır yanıtlar sunması, sonuç odaklı yaklaşım sergilemesi, sınıf yönetiminde yeterli olmaması gibi faktörler görevlerin uygulama sürecinde bilişsel istem düzeyinin düşmesine neden olmaktadır.

Yapılan araştırmalar, sınıflarda ele alınan matematiksel görevlerin bilişsel talebini sürdürecekle veya yükseltecek bir tartışma ortamı oluşturmada öğretmenlerin çoğunlukla zorluk yaşadığını göstermektedir (Henningsen ve Stein, 1997; Boston, 2013). Görevlerin uygulanması sırasında öğretmenin rolünün öğrencilerin doğru yanıtlarını basitçe onaylamak veya görevlerin çözümünde gerekli prosedürleri göstermek değil, öğrencilerin anlamlandırma sürecini geliştirme ve destekleme yönünde olması gerektiği bildirilmiştir (Fennema ve diğerleri, 1996). Bilişsel istem düzeyleri çerçevesini öneren araştırmacılar daha sonraki yıllarda yaptıkları çalışmalarda matematiksel anlayışı geliştirmeye yönelik sınıf tartışmaları planlamak ve uygulamak üzere öğretmenlere yol göstereceğini düşündükleri bir model önermiştir (Stein, Engle, Smith ve Hughes, 2008).



Şekil 2.2. Beş uygulamanın şematik diyagramı (Stein vd., 2008)

Şekil 2.2’deki gibi şematize edilen modelde tahmin, izleme, seçme, sıralama ve bağlantı olmak üzere 5 aşamanın bulunduğu görülmektedir. Stein ve diğerleri (2008) bu aşamaları aşağıdaki gibi açıklamıştır:

- Bilişsel olarak zorlayıcı görevler hakkında öğrencilerin olası yanıtlarını tahmin etmek,
- Öğrencilerin görevlerle meşgul olma aşamasında uyguladıkları çözüm yollarını ve yanıtları izlemek,

- Tartışma sırasında matematiksel yorumlarını sunmak üzere söz hakkı verilecek öğrencilerin seçimi ve tartışmaları özetleme,
- Açıklanacak olan öğrenci yanıtlarının sıralanması,
- Sınıfın öğrencilerin yanıtları arasında ve matematiksel fikirler ile bağlantı kurmasına yardımcı olunması.

Görevlerin bilişsel istem düzeyi üzerine çalışan araştırmacıların bu kapsamda önerdikleri sınıf ortamlarının özellikleri incelendiğinde, görevlerin uygulanması özelinde, öğretmenlerin mesleki bilgileri kapsamındaki neredeyse tüm bileşenlerle ilişkili bilgi ve becerilere işaret ettikleri söylenebilir. Öğretmen bilgisi kapsamında ortaya konulan modeller matematik öğretiminin sadece basit işlemler ve bu işlemleri içeren problemlerle değil alternatif temsiller kullanma, öğrencileri geleneksel olmayan yöntemleri kullanmaya yönlendirme ve açıklamalar yapabilmelerini sağlama ile mümkün olabildiğini ve bunu sağlamak için öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl öğrendiğini, sahip olduğu yaygın kavram yanlışlarını, matematiksel görevlerde hangi yolları izleyebilecekleri hakkında bilgi sahibi olmaları gerektiğini önermektedir (Ball, Thames ve Phelps 2008; Hill vd, 2008; Ball, Bass ve Hill, 2004).

Diğer taraftan öğretmen bilgisi ve nitelikli öğrenme ortamları üzerinde duran bazı araştırmacıların matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerine değindikleri görülmektedir (Schoenfeld, 2014; Chapman, 2013). Schoenfeld (2014) matematiksel anlamayı sağlamak ve matematiksel açıdan güçlü bir sınıf ortamı oluşturmak için öğretim sürecinin planlanmasında dikkat edilmesi gereken faktörleri beş boyutta ele alınmıştır. İlk boyut matematiksel görevlerin niteliklerini içeren boyuttur. Ele alınacak görevlerin ne kadar beceri odaklı olduğu, kavramlar ve bağlamlar arası ilişki içerip içermediği, muhakeme veya problem çözme fırsatı sunma düzeyi bu boyutta açıklanmıştır. Diğer boyut derste ele alınan görevlerin hangi bilişsel talep düzeyinde olduğu ile ilgilidir. Bir görev sadece ezberleme düzeyinde olup rutin çözüm yolları ile sonuçlanabiliyorken, başka bir görev daha üst düzey düşünme talebi gerektirebilir. Schoenfeld (2014)'e göre öğretim sürecinin planlamasında ele alınması gereken bir diğer boyut; sınıfta matematiksel görevlerin hangi öğrencilere hitap ettiği ve sınıftaki tüm öğrencileri görevle meşgul olmaya davet edip etmediğidir. Derslerde görevleri ele alırken öğretmenin düşünmesi gereken diğer boyut öğrencilerin fikirlerini ve

bunların gerekçelerini açıklayabilmelerine imkân verecek tartışma ortamının oluşturulmasının sağlanmasıdır. Son olarak öğrencilerde matematiksel düşüncenin ne ölçüde ön plana çıkarılıp, öğrenci fikirleri üzerine öğretimin ne ölçüde inşa edilebildiğinin değerlendirilmesi boyutunun da ders tasarımında göz önüne alınması önerilmiştir.

Chapman (2013) ise nitelikli bir öğretim sürecinin planlanması ve yürütülmesi için öğretmenlerin matematiksel görev bilgisi kapsamında sahip olmaları gereken bilgileri; matematik görevinin odak noktasını belirleme, öğrenci fikirlerini ve çözümlerini görevin bilişsel düzeyini düşürmeden yönetebilme, farklı başarı seviyesindeki öğrencileri motive ederek görevle ilgilenmeye teşvik edebilme, öğrencileri görevin zorluğunu ortadan kaldırmayacak şekilde destekleyebilme, yürütülen görev ile öğrencilerin matematiği algılama biçimlerini etkilediğinin farkında olma şeklinde sıralamıştır. Buradan yola çıkarak görev bilgisinin çok boyutlu bir yapıda olduğunu söylemek mümkündür

Mevcut çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel görevlere dair sınıf tasarıları ve uygulamaları görevlerin bilişsel istem düzeyleri ve bu düzeylerin sürdürülmesi yönündeki öneriler sınırlılığında incelenmiştir.

2.5. Ders Planı ve Ders Senaryosu

Günlük yaşamda birçok işe başlamadan önce duyulan planlama gereksinimi eğitim öğretim hayatında nitelikli bir süreç yürütülmesi bakımından bir zorunluluktur (MEB, 2003). Eğitim ve öğretim sürecinin planlanması; bu sürecin etkili, hızlı ve verimli yürütülmesinde önemli bir unsurdur (Davran, 2020). Ders planlaması kapsamında; yıllık planlar, ünite planları ve ders planları olmak üzere üç çeşit plandan söz edilmektedir (Sönmez, 2017). Öğretmenler, öğretim sürecini planlamak adına hazırladığı ders planı ile neyi, nasıl ve niçin yapacaklarını, hangi öğretim yöntem ve tekniklerini kullanacaklarını, ders sonunda nasıl bir değerlendirme yöntemi uygulayacaklarını ders süresini göz önünde bulundurup tasarlayarak verimli bir ders geçirmeyi sağlamakla yükümlü görülmektedir (MEB, 2017). Bu yükümlülüğe ilişkin gerekli bilgi ve beceriyi edinebilmek adına öğretmen adayları lisans programlarındaki çeşitli derslerde ders planları tasarlayıp sunarak mikro öğretim uygulamaları yapmakta, son sınıfta ise Öğretmenlik Uygulaması dersleri kapsamında gittikleri uygulama okullarında gerçek sınıf deneyimi yaşamaktadır. Bu bağlamda hazırladıkları ders planları, öğretmen adaylarının

gerek pedagojik alan bilgisinin ve meslekî yeterliliklerinin somut bir göstergesi gerekse bu beceriyi geliştirmeleri için bir fırsat olmaktadır (Özel, 2022; Seel, 2004).

Alışlagelmiş bir ders planı genellikle üç temel bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde konunun veya ünitenin ismi, önerilen süre, sınıf seviyesi bilgileri yer alır. İkinci bölümde hedeflenen öğrenci kazanımı, öğrenme ve öğretme sürecinde kullanılacak yöntem ve teknikler, kullanılacak araç, gereç ve kaynaklar, alınacak önlemler, öğrenme ve öğretme etkinlikleri gibi uygulamaya yönelik unsurlar yer almaktadır. Son bölümde ise ölçme ve değerlendirmeye dair uygulamalar yer almaktadır. Bu geleneksel ders planlarının bazı noktalarda yetersiz kaldığı görüşünden yola çıkarak Zazkis, Liljedahl ve Sinclair (2009) öğretmen yetiştirme programlarında kullanılmak üzere ders planlamaya dair yeni bakış açısı getiren çalışmalar yapmışlardır. Klasik olarak kullanılan ders planlarının derinlemesine düşünülerek oluşturulmasına ve öğrenci merkezli bir yaklaşım sunmasına rağmen; öğrencilerin hangi zorlukları yaşayacağı ve bunların nasıl ele alınabileceği, öğrencilerin anlayışlarını genişletmek veya değerlendirmek için öğretmenin hangi soruları kullanabileceği, öğrencilerin önceki deneyimleriyle ilişkili olarak öğretmenin nasıl bir yol izleyeceği gibi konularda bazı sınırlılıkların olduğunu belirten Zazkis ve diğerleri (2009), bu türden klasik ders planı hazırlamaya alternatif olarak sınıf senaryoları (lesson play) oluşturma uygulamalarını geliştirilmişlerdir.

Ders senaryosu; bir ders sırasında öğretmen ve öğrenciler arasında geçen hayalî diyalog ve olaylardır (Zazkis ve Sinclair, 2013). Diğer bir deyişle öğretmen adayları için gerçek bir sınıf ortamında ders yapıyormuş gibi simülatör işlevi gören bir eğitim aracıdır. Ders senaryosu yazarken öğretmen adayı hayalinde bir sınıf ortamı canlandırarak olası öğrenci tepkilerini ve açıklamalarını göz önünde bulundurur. Bu açıdan bakıldığında sınıf senaryoları pedagojik düzeyde; hayalî etkileşim, öğrencilerin nasıl düşünebilecekleri, öğrencilerdeki düşüncelerin nasıl değiştirilebileceği hakkındaki varsayımlara dayanmaktadır. Bunun yanında matematiksel düzeyde; gerekçelendirme, matematiksel dilin kullanılması ve alan bilgisi noktalarına odaklanmaktadır. Yani sınıf senaryoları öğretmen adaylarının matematiksel söylemleri, soru seçimleri, öğrenci hatalarına verdikleri tepkiler veya matematiksel terminolojiyi kullanma biçimleri hakkında somut bir göstergedir (Dahl, Hansen, Enge, Valenta, 2019). Dolayısıyla öğretmen adaylarının geliştirmesi gereken becerileri ortaya çıkarmakta önemli bir araç olarak kullanılabilir. Nitekim literatür incelendiğinde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının ders planı oluşturma becerisine ilişkin yapılan

çalışmalarda (Bütün ve Baki, 2019; Kablan, 2012; Ünver, 2002) öğretim programının hedefleri doğrultusunda ders planı hazırlama yeterliliklerinin geliştirilmesine ihtiyaç olduğu ortaya konulmuştur. Bu bakımdan öğretmen yetiştirme programlarında ders senaryosu uygulamaları ile öğretmen adaylarının ders planlama noktasında yeni bir bakış açısı geliştirmesi sağlanabilir. Mevcut çalışmada da uygulayıcıların matematiksel görevlerin sahip olduğu bilişsel istemi sürdürmedeki bilgi ve becerilerini inceleme fırsatı sunacağı düşünülerek sınıf senaryolarının kullanılması uygun bulunmuştur.

2.6. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde sırasıyla öğrenme kaynaklarındaki matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini inceleyen çalışmalar ve bu kapsamda öğretmen adayları ile öğretmenlerin ders tasarımı ve uygulamalarına dayalı çalışmalar yer almaktadır.

2.6.1. Öğrenme kaynaklarındaki matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini inceleyen çalışmalar

Matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeyleri ile ilgili yurtiçindeki literatüre bakıldığında, son yıllarda kitapların güncellenmesine paralel olarak içerisindeki görevlerin bilişsel istem düzeylerini belirlemeye yönelik çalışmaların sıklıkla yapıldığı görülmektedir. Bu araştırmaların çoğunda incelenen matematik ders kitaplarındaki görevlerin genellikle (Y-İ) veya (D-İ) düzeyinde olduğu sonucuna varılmıştır. Örneğin Ubuz ve Sarpkaya (2014) 6.sınıf matematik ders kitabındaki cebirsel görevlerin %41'inin (Y-İ); Bayazıt (2013) 6., 7. ve 8. sınıf ders kitaplarında oran orantı konusu kapsamındaki görevlerin %64'ünün (Y-İ) düzeyinde bilişsel isteme sahip olduğu bulgusunu elde etmişlerdir. İlköğretim matematik ders kitaplarındaki tüm görevleri (toplamda 2785 görev) değerlendiren Özgeldi ve Esen (2010) ise bu görevlerin ağırlıklı olarak (D-İ) düzeyinde olduğunu tespit etmiştir. Bu sonuç ilköğretim ve ortaokul matematik kitaplarındaki geometri öğrenme alanına ait görevleri inceleyen Karakuzu (2017)'nin bulguları ile benzerlik göstermektedir. Bu türden çalışmalarda elde edilen ortak sonuç ise ders kitaplarında (Y-MY) düzeyindeki görevlerin sayısının oldukça az olduğudur (Bayazıt, 2013; Engin ve Sezer, 2016; Karakuzu, 2017; Polat, 2015; Ubuz ve Sarpkaya, 2014).

Ders kitaplarının incelendiği yurtdışında yapılan araştırmalar incelendiğinde, yurt içinde yapılan çalışmalar ile benzer sonuçlara rastlandığını söylemek mümkündür. Basyal ve diğerleri (2023) Nepal'deki ortaokul matematik ders kitaplarını incelemiş ve görevlerin tamamına yakınının (%92) düşük bilişsel istem düzeyinde, bu görevlerin de büyük oranda (D-İ) düzeyinde olduğunu ortaya koymuştur. Kwon ve Kim (2013) Güney Kore'de okutulan ortaokul matematik ders kitaplarındaki geometri görevlerini incelemiş ve bu görevlerin çoğunlukla algoritmik işlem yapmaya dayalı olduğunu, bilişsel istem düzeyi yüksek görevlere az sayıda yer verildiğini bildirmiştir. Jones ve Tarr (2007) son 50 yılda Amerika'da okutulan ortaokul matematik ders kitaplarını inceledikleri detaylı bir çalışma yürütmüşlerdir. Jones ve Tarr (2007), elde ettikleri bulgulara göre görevlerin çoğunluğunun (Y-İ) ve (D-İ) düzeyinde olduğunu ve (Y-MY) düzeyindeki görevlere az rastlanıldığını belirtmiştir.

Bu alandaki bazı araştırmalar ise farklı ülkelerdeki kitapların karşılaştırmasına yönelik yürütülmüştür. Toprak ve Özmantar (2019) Türkiye ve Singapur 5.sınıf matematik kitaplarındaki çözümlü örnekleri ve soruları karşılaştırmalı inceledikleri çalışmada Singapur ders kitabında daha fazla yüksek bilişsel istem düzeyinde sorular olduğunu fakat iki ülkenin kitaplarında soruların çoğunluğunun düşük düzey bilişsel istem düzeyinde olduğunu ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Özturan Ecemiş (2017) yüksek lisans tez çalışması kapsamında 5.sınıf matematik ders kitabındaki etkinlikleri bilişsel istemlerine göre uluslararası yaklaşımla incelemiştir. Çalışmada Türkiye, Amerika Birleşik Devletleri (ABD) ve Singapur ülkelerinin ders kitaplarındaki etkinlikler karşılaştırılmış ve elde edilen bulgulara göre yüksek bilişsel istem düzeyindeki etkinliklerin oranı Türkiye'deki ders kitabında %66, ABD'deki ders kitabında %29 ve Singapur'daki ders kitabında %58 olarak belirlenmiştir. Ayrıca en yüksek düzey olan (Y-MY) düzeyindeki etkinliklerin oranının yine aynı ülke sıralamasıyla %14, %8 ve %17 olduğu belirtilmiştir. Sonuçlardan yola çıkarak Türkiye'deki ders kitaplarındaki (Y-MY) düzeyindeki etkinliklerin sayısının artırılması önerilmiştir.

Yang ve Sianturi (2017) Singapur ve Endonezya'da lise düzeyinde okutulan matematik ders kitaplarını trigonometri konusu görevleri kapsamında; Barcelos Amaral ve Hollebrands (2017) Brezilya ve ABD'de lise düzeyinde okutulan matematik ders kitaplarını benzerlik konusu görevleri kapsamında; Charalambous, Delaney, Hsu ve Mesa (2010) İrlanda, Kıbrıs ve Tayvan'da okutulan matematik ders kitaplarını kesirlerde toplama ve çıkarma konusu görevleri kapsamında karşılaştırmışlardır. Yang ve Sianturi (2017) Singapur ders

kitaplarındaki görevlerin bilişsel istem düzeylerinin, Endonezya ders kitaplarındakine göre daha yüksek olduğu sonucuna varmışlardır. Barcelos ve diğerleri (2017) ise Brezilya ve ABD’den ele aldıkları toplam altı kitaptaki görevlerin çoğunluğunun bilişsel istem düzeyinin düşük olduğunu belirlemişlerdir. Charalambous ve diğerleri. (2010) Kıbrıs ve İrlanda ders kitaplarındaki görevlerin çoğunluğunun (%85’inden fazlası) düşük bilişsel düzeyde olduğu ve Tayvan ders kitaplarının karşılaştırılan diğer ülke kitaplarına göre bilişsel istem düzeyi yüksek göreve daha çok sahip olduğu bulgusuna ulaşmışlardır.

Reçber ve Sezer (2018) ise 8.sınıf ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel istem düzeyini matematik programındaki etkinlerin bilişsel istem düzeyi ile karşılaştırmıştır. Bu çalışma sonucunda yüksek düzey bilişsel istem düzeyindeki etkinliklerin oranının programda %87 iken ders kitabında %76 olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca bu çalışmada bilişsel istem düzeyleri karşılaştırılması yapılırken etkinlikler öğrenme alanlarına göre ayrılmıştır. Sonuç olarak yüksek bilişsel istem düzeyindeki etkinliklerin oranı sırasıyla programda ve ders kitabında, sayılar alt öğrenme alanında %67 ve %77, geometri ve ölçmede %92 ve %79, cebirde %92 ve %57, istatistik ve veri toplamada ise %100 olduğu belirtilmiştir. Araştırmacılar bu farklılıkların öğrenme alanlarının farklı doğasından kaynaklandığını belirtmişlerdir. Ayrıca verilen oranlara bakıldığında genel olarak ders kitabındaki etkinliklerin programda öngörülenin altında olduğu çıkarımı yapılabilir.

2.6.2. Matematik öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin ders tasarımı ve uygulamalarına dayalı çalışmalar

Matematiksel görevlerin sınıfta ele alınması sürecinde bilişsel istem düzeylerinde meydana gelen değişimleri inceleyen çalışmaların sayısı ülkemizde oldukça azdır. Öğretmenlerle yapılan çalışmalarda genellikle derslerde düşük bilişsel istem düzeyinde görevler kullanıldığı ifade edilmiştir. Örneğin Ubuz ve Sarpkaya (2014) 6. sınıf ders kitabındaki cebir öğrenme alanındaki görevleri incelemenin yanı sıra dört matematik öğretmenin sınıf ortamında kullandığı cebirsel görevleri de incelemişlerdir. Öğretmenlerin öğrencilere sunduğu görevlerin ağırlıklı olarak (D-İ) düzeydeki görevler olduğu görülmüştür. Benzer şekilde Yabaş ve Altun (2020) matematiksel görevlerin sınıf uygulamalarına ve iletişim stratejilerine yer verdikleri araştırmada öğretmenlerin düşük düzey bilişsel istem gerektiren görevler seçme eğiliminde olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca sınıfta ele alınan görevlerin

bilişsel istem düzeyinde meydana gelen değişikliklerde matematiksel iletişim stratejilerinin etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Yurt dışında uygulamaya yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerde matematiksel düşünceyi geliştirmeyi destekleyen görevleri seçmeye özen gösterdikleri sonucuna ulaşılan bazı çalışmaların bulunduğu görülmektedir (Arbaugh ve Brown, 2005; Boston, 2013; Stein ve diğerleri, 1996; Sullivan vd., 2012). Ancak bu çalışmalardan bazıları seçilen yüksek bilişsel istem düzeyindeki görevlerin sınıf uygulamaları sırasında düzeylerinin düştüğünü göstermektedir. Örneğin QUASAR projesi kapsamında Stein vd. (1996) ile Stein ve Lane (1996) sınıfta kullanılan görevlerin bilişsel istem düzeylerinin öğretim sürecinde ne gibi değişimlere uğradığını inceledikleri çalışmalarının sonucunda; öğretmenlerin öğrencilerde anlamlı öğrenme ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirecek görevleri seçmede ve uygulamada başarılı olduğunu ancak bazı durumlarda görevlerin bilişsel düzeyinin düşürüldüğünü belirtmişlerdir. Benzer sonuçlar Stein ve diğerleri (1996); Sullivan ve diğerleri (2013) ve Son ve Kim (2016) tarafından yapılan çalışmalarda da elde edilmiştir. Örneğin Stein ve diğerleri (1996) yaptıkları çalışmada öğretmenler tarafından öğretim sürecinde kullanılan ve öğretmenlerin üst düzey bilişsel düşünme süreci içerdiğine inandıkları 144 etkinliğin bilişsel istem düzeyini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin öğrencileri akıl yürütme ve düşünme stratejilerini kullanmaya yönlendirecek etkinlikler seçmeye özen gösterdikleri fakat yüksek bilişsel istem düzeyindeki etkinlerin uygulanması sırasında bilişsel istem düzeylerinde düşüş olduğu görülmüştür.

Bu alanda yapılan bazı araştırmalarda öğretmenlerin görevlerin bilişsel istem düzeyleri konusundaki bilgi düzeylerinin onların uygulamalarını nasıl etkilediği üzerinde durulmuştur. Son ve Kim (2016) üç öğretmen ile yürüttükleri araştırmada öğretmenlerin hazırladıkları ders planları, gözlem ve görüşme formları ile veri toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda; öğretmenlerin bilişsel istem düzeyi farkındalıklarının artmasına paralel olarak yüksek düzey bilişsel istem gerektiren etkinliklere planlarında daha çok yer vermeye başladıkları, görevlerin bilişsel düzeylerini bazı uygulamalarda düşürseler de genel olarak sürdürme konusunda özenli oldukları görülmüştür. Arbaugh ve Brown (2005) lise matematik öğretmenleri ile yaptıkları çalışmada öğretmenlerin bilişsel istem düzeyleri hakkında bilgilendirilmesinin görev seçimlerinde tercihlerini yüksek düzey bilişsel istem gerektiren görevler yönünde yapmalarına destek olduğunu görmüşlerdir. Boston ve Smith (2009) de

öğretmenlerle yaptıkları çalışmada öğretmenlerin görev seçimi ve görevlerin uygulama aşamasını incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre görevlerin bilişsel istem düzeyine yönelik önerilen çerçeve konusunda eğitim alan öğretmenlerin eğitim almayan öğretmenlere kıyasla yüksek bilişsel istem düzeyindeki etkinliklere daha sık yer verdiği ve etkinliklerin uygulama sürecinde bu düzeyi sürdürmede daha başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Boston (2013) bir mesleki gelişim projesi kapsamında yüksek düzeyde bilişsel istem gerektiren etkinliklerin seçilmesi ve uygulanması ile ilgili lise öğretmenleriyle bir araştırma yapmıştır. Araştırmada bilişsel istem düzeyleri ile ilgili öğretmenlerin bilgisi ön ve son değerlendirmeler, tartışmaların video kayıtları ve yazılı dokümanlar ile incelenmiştir. Karma yöntemin kullanıldığı bu araştırmanın sonucuna göre proje kapsamında atölye çalışmalarına katılan öğretmenler öğrencileri zorlayıcı düzeydeki etkinliklerin onların öğrenmesine daha çok katkıda bulunduğu dair farkındalık geliştirmişlerdir. Yani öğretmenler üst düzey bilişsel istem içeren etkinlikler seçmişler ve uygulama sırasında bu düzeyi korumaya dikkat etmişlerdir. Ancak araştırma sonucunda öğretmenlerin her ne kadar etkinliklerin bilişsel istem düzeyini belirleme becerilerini geliştirseler de bazı yüksek bilişsel istem düzeyindeki görevlerde kararsız kaldıkları belirtilmiştir.

Charalambous (2008) ise öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin görev seçimine ve görevin uygulanması sırasında düzeyindeki değişime olan etkisini inceleyen bir araştırma yürütmüştür. İki öğretmenin derste kullandığı kaynaklar, ders kayıtları ve görüşmeler aracılığı ile veri toplayan araştırmacı, bu verilerin analizi sonucunda pedagojik alan bilgisi daha fazla olan öğretmenin yüksek seviye bilişsel istem gerektiren görevlere daha fazla yer verdiğini, uygulama sırasında da görevlerin bilişsel istem düzeyini koruyabildiğini gözlemlemiştir. Ayrıca bu öğretmenin öğrencilerin anlamlı öğrenmelerine odaklanarak düşüncelerini ifade etmelerine olanak sağladığını belirtmiştir. Araştırmanın bir diğer bulgusu da pedagojik alan bilgisi yeterli olmayan öğretmenin düşük bilişsel düzeyde görevleri daha çok seçtiğini, yüksek düzeydeki görevlerin düzeylerini de sınıf uygulamaları sırasında düşürdüğünü göstermektedir.

Diğer taraftan görevlerin bilişsel istem düzeyini etkilediği göz önünde bulundurularak öğretmen adaylarının ders planlama becerisine ilişkin araştırmalar incelendiğinde öğretmen adaylarının genellikle sunuş yolunu tercih ettiği ve öğrencilerin akıl yürütme sürecini

geliştirecek soruları daha az kullandıkları sonucunu elde eden çalışmaların olduğu görülmektedir (Bütün ve Baki, 2019; Cumhuriyet ve Güven, 2018; Davran, 2020). Ders senaryoları üzerine çalışma yapan Zazkis ve Jamshid Nejad (2014) senaryoların sınıfta yaşanması muhtemel diyaloga, olası öğrenci fikirlerine ve sorularına dair önceden tahminde bulunabilmeyi ve buna uygun olarak açıklama yapabilmeyi sağladığı, öğretmenlerin öğrencilerin ihtiyaçlarına odaklanarak öğretim sürecine ilişkin görüşlerini açığa çıkarmaya fırsat sunduğunu ifade etmişlerdir. Bunun yanında ders senaryolarında net bir matematiksel hedefin olması ve bir dizi soruya dayalı olarak verimli bir tartışma ortamı oluşturulması noktalarında bazı sınırlılıklar yaşandığını gösteren çalışmalar da mevcuttur (Dahl ve diğerleri, 2019).



3.YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, verilerin toplanma süreci, veri toplama araçları ve veri analizi hakkında açıklamalar bulunmaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl belirlediklerinin ve bu görevler ile ilgili oluşturdukları senaryolar ile sınıf içi uygulamalarının incelendiği bu çalışma nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması ile yürütülmüştür. Nitel yöntemler konuların derin ve ayrıntılı bir şekilde çalışılmasına olanak sağlamakta (Patton, 2018: 14) ve araştırılan olay, olgu ve durumlar kendi doğal ortamında anlamlandırılıp yorumlanabilmektedir (Denzin ve Lincoln, 2011: 3). Nitel araştırmalar ölçülmesi kolay olmayan ve zaman gerektiren nitelikler (kelimeler, gözlemler vb.) üzerine çözümlemeler ve yorumlamalar yapmayı gerektirir (Glesne, 2012: 382). Bu çalışmada da öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl ele aldığı, hazırlanan senaryolar ile sınıf uygulamaları arasındaki farklılıkların neler olduğu ve bu farklılıkların sebepleri yorumlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada hem öğretmen adaylarından toplanan yazılı veriler analiz edilmiş hem de sınıf uygulamaları sırasında gözlemler yapılmıştır. Yaygın olarak kullanılan ve nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması, ‘nasıl’ ve ‘niçin’ soruları temelinde araştırmacının müdahale edemediği bir olayı veya olguyu derinlemesine incelemeye fırsat tanıyan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2018: 289). Yin (2008) de araştırmacının olaylar üzerinde kontrolünün az olduğu bir duruma dair etkenlerin bütüncül bir anlayışla incelemenin ve bu etkenlerin ilgili durumu nasıl etkilediğinin ortaya konulmasının amaçlandığı araştırmalar için durum çalışmasının en uygun çalışma yöntemi olduğunu belirtmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi araştırılan durumun sahip olduğu düşünülen zengin verilerin derinlemesine çalışılmasında elverişli olan bir yöntem (Patton, 2018) olup; ölçüt örnekleme araştırma için önceden belirlenen ölçütleri karşılayan durumların

incelenmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018: 122). Bu araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilde bulunan bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında öğrenim gören üçüncü sınıf öğretmen adaylarından 'Matematik Öğretiminde Etkinlik Geliştirme' seçmeli dersini alan dört kişi ile yürütülmüştür. Araştırmanın birinci ve ikinci alt problemlerine yönelik yazılı veriler bu ders kapsamında toplandıktan sonra 2022-2023 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında üçüncü alt probleme yönelik gözlemler yapılmıştır. Araştırma etiği gereği öğretmen adaylarının isimleri Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 olarak kodlanmıştır. Katılımcılara ait bilgiler Çizelge 3.1'de yer almaktadır.

Çizelge 3.1. Katılımcılara ait bilgiler

	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4
Akademik not ortalaması	82,26	84,24	79,77	80,26
Geometri ve Ölçme Öğretimi dersi not ortalaması	77	73	71	83
Ders verme tecrübesi	Var	Var	Yok	Var

3.3. Veri Toplama Araçları

Veriler, Üçgenler ünitesi kapsamında MEB yayınevi tarafından hazırlanan 8. sınıf matematik ders kitabından seçilen üç (G1, G2 ve G3) ve Niğde İl Milli Eğitim Müdürlüğü Ölçme Değerlendirme Merkezi tarafından yayımlanan çalışma fasikülünden seçilen bir görev (G4) olmak üzere toplam dört matematiksel görev (Ek-3) kapsamında toplanılmıştır. Görevlerin bilişsel istem düzeylerinin belirlenmesinde iki uzman görüşü alınmış, görüş birliğine varılarak G1'in ve G3'ün (Y-İ), G2'nin (D-İ), G4'ün (Y-MY) düzeyinde olduğuna karar verilmiştir. Görevler belirlenirken yüksek bilişsel istem düzeyinde görev seçmeye dikkat edilmiş, görevlerden sadece biri düşük bilişsel istem düzeyinde olduğu düşünülen görevlerden seçilmiştir. Çalışmanın veri toplama sürecinde gözlem yapılacak sınıfların akademik başarı düzeyi göz önüne alındığında, görevlerin daha önceden belirlenen bilişsel istem düzeylerinde bir değişiklik yapılmasına gerek olmadığı düşünülmüştür. Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4'ün uygulama yaptığı sınıfların birinci dönem matematik dersi not ortalamaları sırası ile 57, 68, 74 ve 82'dir. Bu sınıfların ilgili yılın ilk dönemindeki başarıları birbirinden farklı olsa da "Üçgenler" ünitesindeki akademik başarıları birbirine yakın olarak değerlendirilmiştir. Çünkü, veri toplanılan dönemde, 6 Şubat 2023'te meydana gelen

Kahramanmaraş depremi dolayısıyla 8. sınıfın ikinci döneminde bulunan konuların LGS kapsamından MEB tarafından çıkarılmasının bir sonucu olarak gözlem yapılan okullardaki matematik öğretmenlerinin tümü bu konulara derslerinde kısıtlı süre ile yer vererek diğer konuların tekrarını yapmaya zaman ayırdıklarını ifade etmişlerdir. Bu araştırmada kullanılan görevler ve görevlerin belirlenen bilişsel istem düzeyleri aşağıda detaylandırılmıştır.

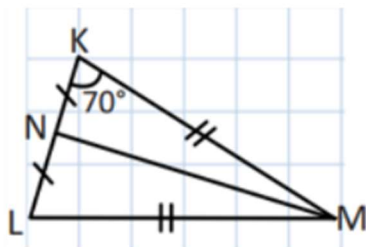
Görev 1

Kenar uzunlukları $|KL| = 2$ cm, $|LM| = 4$ cm ve $|KM| = 2\sqrt{5}$ cm olan KLM üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyiniz.

Şekil 3.1. Araştırmada kullanılan görev 1

G1'in bilişsel istem düzeyi; öğrencilerin ilgili kavramlar arasında ilişki kurmalarını gerektirdiği, çözüm için kullanılacak yöntemlerin ve çözüm basamaklarının belirsiz olması ve bir ölçüde bilişsel çaba gerektirdiği sebebiyle (Y-İ) olarak belirlenmiştir. Bu görevde öğrencilerin dik üçgenin özelliklerini, Pisagor teoremini, bir dik üçgende en uzun kenarın hipotenüs olduğunu ve kareköklü ifadelerde sıralamayı bilmesi beklenmektedir. Bu süreçlerde yapılması gerekli kavramsal sorgulamalar nedeniyle G1 için (Y-İ) düzeyinin uygun olduğuna karar verilmiştir.

Görev 2



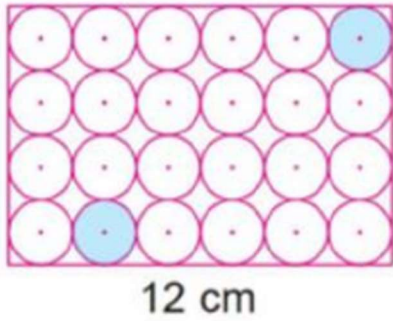
Yanda verilen KLM ikizkenar üçgeninde $[MN]$ kenarortay ve $m(\angle K) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\angle KMN)$ nın kaç derece olduğunu bulalım.

Şekil 3.2. Araştırmada kullanılan görev 2

G2'nin bilişsel istem düzeyi; ne sorulduğunun açık ve net olması ve çözüm yolunun belirli olması, ön bilgiler hatırlanarak yalnızca işlem yapmaya dayalı olması gerekçelerinden dolayı (D-İ) olarak belirlenmiştir. Bu görevin çözüm sürecinde ayrıca ikizkenar üçgende ikiz

olmayan kenara ait kenarortayın aynı zamanda açıortay olması bilgisinin kullanılması gerekmektedir.

Görev 3

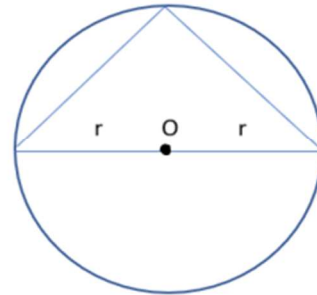
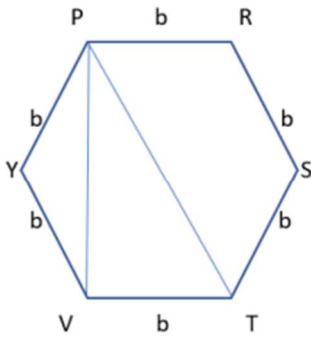
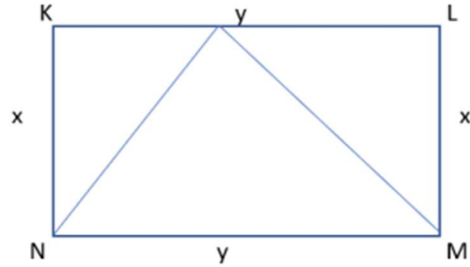
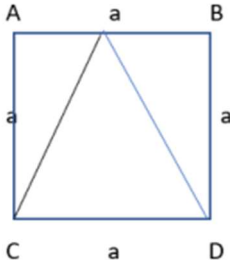


Şekildeki bir kenarı 12 cm olan dikdörtgenin içerisine birbirine ve dikdörtgenin kenarlarına teğet olacak şekilde eş çemberler yerleştirilmiştir. Buna göre boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafe kaç cm'dir?

Şekil 3.3. Araştırmada kullanılan görev 3

Şekil 3.3'te verilen G3 için öğrencilerin öncelikle dikdörtgenin ve çemberin özellikleri arasında ilişki kurması gerekmektedir. Ayrıca boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafenin yani iki nokta arasındaki en kısa mesafenin nasıl bulunacağına dair fikir yürütmeleri, bu uzunluğu bulabilmek için dikdörtgen, dik üçgen ve çemberin özelliklerini ilişkilendirmeleri ve Pisagor teoremini uygulamaları gerekmektedir. Dolayısıyla G3'ün bilişsel istem düzeyi, öğrencilerin ilgili matematiksel kavramlar arasında ilişki kurmalarını gerektirdiği ve çözüm için kullanılacak yöntemlerin ve çözüm basamaklarının belirsiz olması sebeplerinden ötürü (Y-İ) olarak belirlenmiştir.

Görev 4



Ülkü yukarıda verilen kare, dikdörtgen, düzgün altıgen ve dairenin içersine şekildeki gibi üçgenler çizmiştir. Buna göre Ülkü'nün çizdiği her bir üçgenin kenarlarına göre hangi çeşitlerde olması mümkündür? Yanıtınızı açıklayınız.

Şekil 3.4. Araştırmada kullanılan görev 4

Şekil 3.4'te görüldüğü gibi G4'ün çözümü için öğrencilerin üçgen, kare, dikdörtgen, altıgen ve çemberin özelliklerini ilişkilendirmeleri gerekmektedir. Ayrıca verilen bazı geometrik şekillerin (kare, dikdörtgen, çember) iç bölgesinde oluşturulan üçgenlerin bir köşesinin konumu ile ilgili farklı ihtimallerden dolayı tek doğru yanıtının olmaması nedeniyle G4'ün önemli ölçüde bilişsel çaba gerektirdiği düşünülmüştür. Örneğin karenin iç bölgesindeki üçgenin [AB] kenarı üzerindeki köşesinin bu kenar üzerinde bulunduğu konuma göre hangi çeşitte olabileceği ihtimalleri değerlendirilmelidir. Benzer durum dikdörtgenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin çeşidinin belirlenmesinde de görülmektedir. Düzgün altıgenin iç bölgesindeki üçgenin çeşidi değerlendirilirken altıgenin iç açıları ve özel üçgenler gözden geçirilmelidir. Çemberin iç bölgesindeki üçgenin çeşidine karar verilirken çapı gören çevre açının ölçüsü ve yarıçap uzunlukları gibi kavramsal bilgiler kullanılmalıdır. Sonuç olarak

verilen geometrik şekillerin özellikleri ile üçgenlerin özellikleri ilişkilendirileceği ve çözüm yolunun bir miktar belirsizlik içerdiği düşünülerek görevin bilişsel istem düzeyinin (Y-MY) olduğuna karar verilmiştir.

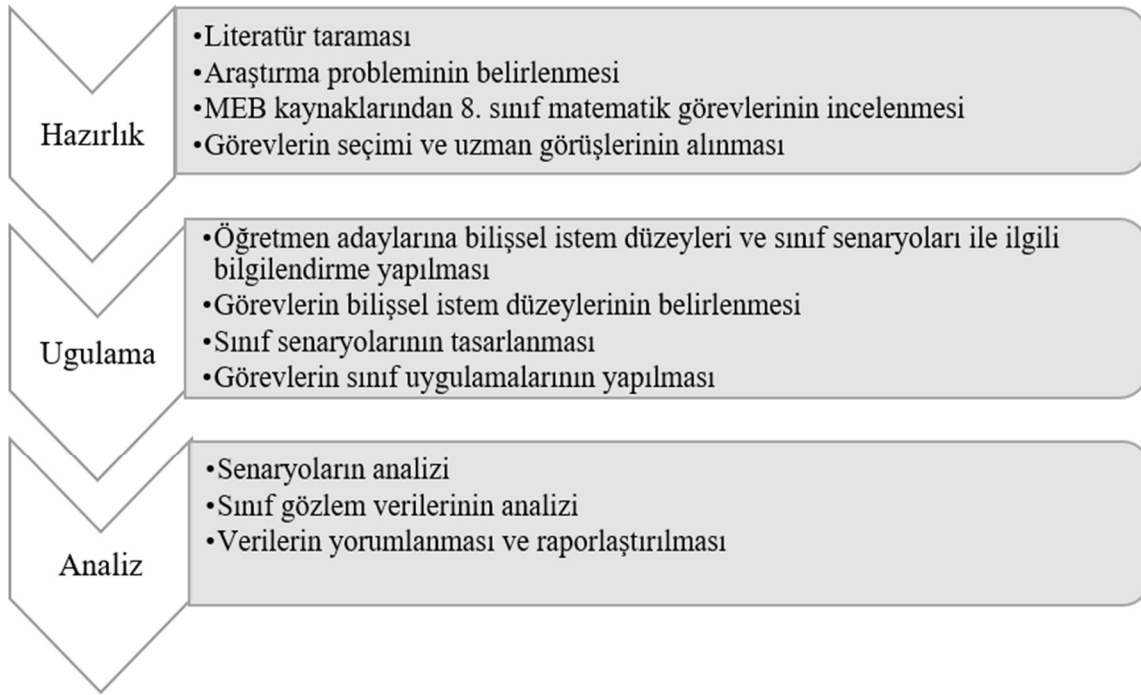
Diğer bir veri toplama aracı; bilişsel istem düzeyi belirlenen bu dört göreve dair öğretmen adaylarının hazırladıkları ders senaryolarıdır. Ders senaryoları yazmak; tasarlama, düşünme ve planlama süreci gerektirdiğinden araştırmada kullanılan görev sayısı sınırlı tutulmuştur. Öğretmen adayları verilen görevleri sınıf ortamında uyguladıklarını varsayarak bir ders senaryosu hazırlamışlardır. Daha sonra belirlenen iki okulda katılımcı öğretmen adaylarından bu görevleri bir ders saati içerisinde çözmeleri istenerek gözlem yapılmıştır. Bu gözlemler yapılandırılmış gözlem olarak yürütülmüş ve gözlem notları da araştırmanın bir diğer veri kaynağı olmuştur. Bu süreçte araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci rolünde yer almıştır. Katılımcı olmayan gözlemci doğal ortamda herhangi bir etki etmeden sadece gözlem yapmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012: 144). Son olarak öğretmen adaylarının her biri ile senaryo yazma ve sınıf uygulaması süreci hakkında çevrim içi ortamda yaklaşık 40 dakikalık süre ile görüşme yapılarak uygulama sürecine dair düşünce ve görüşleri alınmıştır. Bu görüşme verileri diğer verilerden elde edilen bulguları anlamlandırmada yardımcı olmuştur.

3.4. Verilerin Toplanması

Çalışmanın birinci ve ikinci araştırma problemlerine dair verileri 2021-2022 yılının bahar döneminde toplanmıştır. Verilerin toplanması aşamasından önce Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Etik Kurulu'na ve MEB'e bağlı devlet okullarında yapılacak gözlemlere ilişkin Amasya İl Millî Eğitim Müdürlüğü'ne başvurular yapılarak araştırma için gerekli izinler alınmıştır. Çalışma “Matematik Öğretiminde Etkinlik Geliştirme” seçmeli dersi kapsamında (Bu dersin alındığı sırada adaylar üçüncü sınıf düzeyindedir.) yürütülmüştür. Bu seçmeli ders kapsamında matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeyleri ve ayrıca sınıf ortamında yapılan kavramsal tartışmaların önemi ele alınmıştır (Bu derslerde Dede, Doğan ve Aslan Tutar'ın (2021) “Matematik Eğitiminde Etkinlikler ve Uygulamaları” adlı kitabından yararlanılmıştır.). Ayrıca öğretmen adaylarının üçüncü sınıf güz döneminde aldıkları “Geometri ve Ölçme Öğretimi” dersi kapsamında da matematiksel görevler hakkında bilgilendirildikleri ve onlardan 5E modeline göre hazırladıkları ders planları için farklı bilişsel istem düzeylerine sahip görevleri seçmeleri istendiği bilinmektedir. Bunun

yanında yukarıda sözü edilen seçmeli ders kapsamında öğrencilere ders senaryosunun ne olduğuna dair kısa bir bilgilendirme yapılmıştır. Öğretmen adaylarına kendilerine verilen dört matematiksel görevin bilişsel istem düzeylerini gerekçeleri ile belirlemelerinin istendiği bir ödev verilmiştir. Bu ödevden iki hafta sonra öğretmen adaylarına G1, G2 ve G3'e dair birer ders senaryosu, dört hafta sonra ise G4'e dair bir ders senaryosu hazırlamaları istenen ödevler verilmiştir. Ödevlerin bu aralıklarda verilmesi, öğretmen adaylarının ödevlerini daha özenli hazırlamalarını ve senaryolarda tekrara düşmemelerini sağlamak amacıyla uygun bulunmuştur.

Çalışmanın üçüncü alt problemi için veriler 2022-2023 eğitim öğretim yılının bahar döneminde belirlenen iki devlet okulunda yapılan gözlemler ile elde edilmiştir. Seçmeli dersi alan adayların çoğu 6 Şubat 2023'te meydana gelen Kahramanmaraş depremi dolayısıyla öğrenimlerine bulundukları şehirde devam etmiştir. Araştırmacı ile aynı şehirde öğrenimine devam eden adaylar arasından gönüllü dört öğretmen adayı asıl katılımcı olarak belirlenmiştir. Bu adayların Öğretmenlik Uygulaması kapsamında uygulamaya gittikleri okullarda gözlem yapılması planlanmış olsa da deprem dolayısıyla bu okullardaki öğretmenlerin ders planları ile çalışmada planlanan takvim arasında uyumsuzluk meydana getirmiştir. Dolayısıyla uyumun sağlandığı iki okulda bir ders saati boyunca adaylardan belirlenen soruları çözmesi istenmiştir. Araştırmanın son aşamasında ise senaryo yazma ve belirlenen görevleri uygulama süreci hakkında her öğretmen adayı ile 40 dakikalık çevrim içi görüşme yapılarak görüşleri ve düşünceleri alınmıştır. Bu görüşme verileri ise diğer verilerden elde edilen bulguları anlamlandırmada yardımcı olmuştur.



Şekil 3.5. Araştırma süreci

3.5. Verilerin Analizi

Araştırmada ilk olarak görevlerin bilişsel istem düzeylerinin gerekçeleriyle beraber belirlenmesi, daha sonra görevlere ilişkin senaryoların oluşturulması ve son olarak da görevlerin sınıfta uygulanması sırasında gözlem yapılması olmak üzere üç aşamada toplanan veriler betimsel analiz ile analiz edilmiştir. Betimsel analizde daha önce belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre veriler analiz edilir, yorumlanır. Elde edilen bulgular doğrudan alıntılara yer verilerek okuyucuya sunulur (Yıldırım ve Şimşek, 2018: 242).

Yazılı olarak toplanan veriler Stein ve Smith (1998) tarafından geliştirilen Matematiksel Görevler Çerçevesinde sözü edilen düzeylere göre (Çizelge 2.1.) değerlendirilmiştir. Görevlerin düzeyleri belirlenirken araştırmacının haricinde, bu konuda yüksek lisans yapan bir ilköğretim matematik öğretmeni ile alan uzmanı bir akademisyenden görüş alınmıştır. Görevlerin bilişsel istem düzeylerinde görüş birliğinin sağlandığı görülmüştür.

Öğretmen adaylarının hazırladığı senaryolarda ve yapılan sınıf gözlemlerinde görevlerin bilişsel isteminin sürdürülmesini sağlayan ya da düşmesine neden olan davranışların

belirlenmesinde Stein ve Smith (1998) tarafından ele alınan faktörler göz önünde bulundurulmuştur (Çizelge 2.2 ve Çizelge 2.3).

Stein ve Smith (1998) tarafından belirlenen davranışlardan Çizelge 2.2’de yer alan “görevlerin öğrencilerin ön bilgileri üzerine kurulması” sınıf senaryolarının analizinde kullanılmamıştır. Çünkü görevler öğretmen adaylarına hazır olarak verildiğinden bu faktörün çalışma için uygun olmadığına karar verilmiştir. Ayrıca zamanlamanın uygun olması faktörü senaryolarda göz önüne alınmamış fakat sınıf gözlemlerinde bu maddeye dikkat edilmiştir. Çizelge 2.3’te yer alan “görevin öğrencilere uygun olmaması” maddesi çalışma için uygun olmadığı ve görevler öğretmen adaylarına hazır olarak verildiği için değerlendirmeye alınmamıştır. Görev için uygun zaman ayrılması ve sınıf yönetimi ile ilgili maddeler ise senaryoların analizinde kullanılmazken sınıf gözlemlerinin analizinde göz önünde bulundurulmuştur.

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Bilimsel araştırmalarda inandırıcılığın sağlanmasında en önemli ölçütler geçerlik ve güvenirliliktir (Yıldırım ve Şimşek, 2018: 269). Nitel araştırmalarda bu ölçütlerin sağlanması nicel araştırmalara göre farklılıklar içermektedir. Bu bakış açısıyla Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmalar için daha uygun olduğunu düşündükleri; iç geçerlik yerine inandırıcılık, dış geçerlik yerine aktarılabilirlik, iç güvenirlilik yerine tutarlık, dış güvenirlilik yerine ise teyit edilebilirlik kavramlarını kullanmışlardır.

Nitel araştırmalarda elde edilen sonuçların inandırıcı olması için uzun süreli etkileşim, veri toplanmasında kullanılan yöntemlerin derinleştirilmesi, veri toplamada çeşitlilik, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi gibi yöntemler kullanılması önerilmektedir (Lincoln ve Guba, 1985). Bu araştırmada verilerin toplanmasında öğretmen adaylarının görevlerin bilişsel istem düzeyine dair yorumlarını gerekçeleriyle belirtmeleri istenmiş, böylece düşüncelerini dayandırdıkları nedenler detaylı şekilde ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Görevlerle alakalı olarak toplanan yazılı sınıf senaryoları araştırmanın diğer veri kaynaklarını oluşturmaktadır. Ayrıca yapılan gözlemler ve görüşmeler sayesinde verilerin çeşitlendirilmesi sağlanarak veri kaynakları zenginleştirilmiştir. Araştırma kapsamında kullanılan matematiksel görevlerin bilişsel istemlerine dair iki uzmandan görüş alınmıştır. Alınan görüşler ve araştırmacının

görüşleri arasında görüş birliği sağlanmıştır. Uygulanan bu stratejiler ile mevcut araştırmanın iç geçerliği yani inandırıcılığı sağlanmaya çalışılmıştır.

Nitel araştırmalar için, nicel araştırmalardaki genelleme kavramının yerine kullanılan aktarılabirliğin sağlanmasında; ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme stratejilerinin kullanılması önerilmektedir (Erlandson, Harris, Skipper ve Allen, 1993). Mevcut çalışmada aktarılabirlik ölçütünün sağlanmasında çalışmanın her aşaması ayrıntılı şekilde açıklanmış, veri toplama araçlarından ve verilerin analizinden detaylı olarak bahsedilmiştir. Öğretmen adaylarından elde edilen verilerden doğrudan aktarmalara yer verilerek çalışmaya ait verilerin yorum katılmadan sunulması sağlanmıştır. Ayrıca elde edilen bulgular tablolar ve şekiller aracılığı ile anlaşılır hâle getirilmiştir. Çalışmanın örnekleme de amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir.

Nicel araştırmalarda güvenilirliği sağlamak amacıyla tekrar edilebilen ölçümler yapılabilirken, nitel araştırmalarda aynı koşullarda aynı ölçümlerin yapılması ve aynı sonuçların alınması mümkün olmamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018:282). Bu nedenle iç güvenilirlik göstergesi olarak tutarlık kavramı ele alınmaktadır (Guba ve Lincoln, 1985). İç güvenilirliği sağlamada kullanılan bir başka strateji de önceden oluşturulan bir kavramsal çerçeveyi kullanarak verileri analiz etmektir (LeCompte ve Goetz, 1982). Bu çalışmada da verilerin analizinde Stein ve Smith (1998) tarafından geliştirilen kavramsal çerçeveler ışığında veriler analiz edilmiştir. Nitel araştırmalarda dış güvenilirlik yerine kullanılan teyit edilebilirlik ölçütünün sağlanması araştırmacının kişisel inanç ve yargılarından etkilenmeden sonuçları nesnel şekilde ortaya koymasıyla ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018: 283). Araştırılan konu ile ilgili olarak uzun ve detaylı çalışmalar ile tutulan alan notları araştırmacının taraflı düşüncelerinin azalmasını sağlamaktadır (Büyüköztürk vd., 2012: 245). Mevcut çalışmada verilerin analizinde araştırmacıdan hariç iki uzman görüşüne başvurulmuş, doğrudan alıntılara yer verilmiş, elde edilen bulgular tarafsız şekilde ortaya konulmuştur.

4. BULGULAR

Bu bölümde öğretmen adaylarının verilen matematiksel görevlerin bilişsel istemlerini nasıl belirlediklerine, bu görevlere dair oluşturdukları sınıf senaryolarına ve bu görevleri sınıfta nasıl ele aldıklarına dair bulgular sırasıyla verilmiştir.

4.1. Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstem Düzeylerine İlişkin Bulgular

8.sınıf Üçgenler ünitesi kapsamında seçilen dört matematiksel görevin uzman görüşleri alınarak belirlenen bilişsel istem düzeyleri ve öğretmen adayları tarafından belirlenen bilişsel istem düzeyleri Çizelge 4.1’de sunulmuştur.

Çizelge 4.1. Matematiksel görevlere dair bilişsel istem düzeyleri

Matematik Görevi	Bilişsel İstem Düzeyi				
	Belirlenen	Ö1’e göre	Ö2’ye göre	Ö3’e göre	Ö4’e göre
G1	Y-İ	D-İ	D-İ	D-İ	Y-İ
G2	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ
G3	Y-İ	Y-İ	Y-İ	Y-İ	Y-İ
G4	Y-MY	Y-MY	Y-MY	Y-İ	Y-İ

G1’in bilişsel istem düzeyi Ö4 tarafından uzman görüşleriyle benzer şekilde (Y-İ) olarak belirlenmiştir. Ö4, bu görevin çözüm yolunun açık olmadığını ve tamamlanması için öğrencilerin diğer üçgenlerin ve dik üçgenin özelliklerinden yola çıkarak Pisagor teoreminden yararlanmaları gerektiği çıkarımında bulunacaklarından bu görevin düzeyinin (Y-İ) olduğu görüşünde olduğunu belirtmiştir. Ö1, Ö2 ve Ö3 ise çözüm yolunda belirsizliğin az olduğunu ve öğrencilerin daha önce öğrendikleri bilgileri kullanıp sadece işlem yaparak bu görevi tamamlayabileceklerini gerekçe göstererek G1’in düzeyini (D-İ) olarak belirlemişlerdir.

Çizelge 4.1. incelendiğinde öğretmen adaylarının tümünün G2 ve G3'ün bilişsel istem düzeyini araştırmacı ve uzman görüşleri ile aynı düzeyde belirlediği görülmektedir. Öğretmen adayları G2'nin başarı ile tamamlanabilmesi için öğrencilerin daha önce öğrendiği bilgiyi hatırlamalarının yeterli olduğunu ve matematiksel fikirleri ilişkilendirmeye teşvik etmekten ziyade yalnızca işlem yapmaya dayalı olduğunu gerekçe göstererek bilişsel istem düzeyini (D-İ) şeklinde belirtmiştir. Bilişsel istem düzeyini (Y-İ) olarak belirledikleri G3'e ilişkin öğretmen adaylarının belirttiği gerekçeler ise G3'ün farklı matematiksel kavramların özellikleri ve temsilleri arasında ilişkilendirme yapılmasını gerektirdiği, öğrencilerin yaptıkları işlemlerin arkasında yatan matematiksel gerçeklikler ile meşgul olmaları gerektiği şeklinde olmuştur.

G4'ün bilişsel istem düzeyi Ö1 ve Ö2 tarafından uzman görüşleriyle benzer şekilde (Y-MY) olarak belirlenmiştir. Bu adaylar G4'teki çokgenlerin özellikleri ile bu çokgenlerin iç bölgesinde oluşturulan üçgenlerin özellikleri arasında ilişki kurulması gerektiğini ve bu görevin çözümü için izlenecek adımların açık olmasına rağmen farklı ihtimaller göz önünde bulundurularak matematiksel çıkarımlar yapılması gerektiğinden belirli düzeyde bilişsel çaba gerektirdiğini ifade etmişlerdir. Ö3 ve Ö4 ise benzer gerekçeler ile bu görevin bilişsel isteminin (Y-İ) düzeyinde olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının tümünün G4'ün yüksek bilişsel istem düzeyde olduğu konusunda hemfikir olurken gerektirdiği bilişsel çaba konusunda fikir ayrılığı yaşayarak bu görevin yüksek düzeyin hangi alt kategorisinde olduğu konusunda farklı görüşte oldukları söylenebilir.

4.2. Öğretmen Adaylarının Senaryolarına ve Uygulamalarına İlişkin Bulgular

Bu başlık altında öğretmen adaylarının oluşturdukları ders senaryolarında ve sınıf ortamında matematiksel görevleri nasıl ele aldıklarına dair bulgulara ve her iki durumda da matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerinin nasıl değiştiğine dair bulgulara yer verilecektir.

Çizelge 4.2. Ele alınan görevlerin bilişsel istem düzeyinde meydana gelen değişimler

Matematik Görevi	Bilişsel İstem Düzeyi											
	Belirlenen				Senaryoda Ele Alınan				Sınıf Uygulamasında			
	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4
G1	D-İ	D-İ	D-İ	Y-İ	Y-İ	D-İ	Y-İ	Y-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ
G2	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	Y-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ
G3	Y-İ	Y-İ	Y-İ	Y-İ	D-İ	Y-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	D-İ	Y-İ
G4	Y-MY	Y-MY	Y-İ	Y-İ	Y-İ	Y-MY	D-İ	D-İ	D-İ	Y-İ	D-İ	Y-İ

Çizelge 4.2’den görüldüğü üzere görevlere ilişkin başlangıçta belirlenen bilişsel istem düzeyi ile senaryoda ele alındığı şekliyle belirlenen bilişsel istem düzeyinin tüm öğretmen adayları için aynı kaldığı bir görevin olmadığı görülmektedir. Diğer taraftan Ö2 görevlere dair belirlediği bilişsel istemi senaryolarının tümünde sürdürmüştür. Ö2 dışında oluşturduğu senaryo ile görev için belirlediği bilişsel istemi sürdüren G1 için Ö4 ve G2 için Ö3 ve Ö4 olmuştur. Oluşturdukları senaryolarda görevler için başlangıçta belirledikleri bilişsel istemi yükseltenler G1 için Ö1 ve Ö3; G2 için Ö1 olmuştur. Oluşturdukları senaryolarda görevler için başlangıçta belirledikleri bilişsel istemi düşürenler ise; G3 için Ö1, Ö3 ve Ö4, G4 için Ö1, Ö3 ve Ö4 olmuştur. Buna göre öğretmen adaylarının belirledikleri düzeyi senaryolarında çoğunlukla sürdürme ve düşürme eğiliminde oldukları ve az sayıda görevde bilişsel istemi yükselttikleri söylenebilir. Çizelge 4.2’den görüleceği üzere benzer bulgular sınıf gözlemlerinden de elde edilmiştir. Sınıf gözlemlerinde hiçbir görevin bilişsel isteminin başlangıçta belirlenen düzeyden daha yüksek bir düzeyde ele alınmadığı görülmektedir. Ders senaryoları ve sınıf gözlemleri karşılaştırıldığında ise Ö4’ün G3 ve G4’ü başlangıçta belirlediği düzeyde olacak şekilde senaryosundan daha yüksek düzeyde ele aldığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarının verilen görevlerle ilgili hazırladıkları senaryolarda ve sınıf uygulamalarında görevleri ele alış biçimleri ve buna dayalı olarak görevlerin bilişsel istem düzeyindeki değişimler her bir öğretmen adayına ait alt başlıklarda detaylı olarak aşağıda verilmiştir.

4.2.1. Ö1'in G1'e dair senaryosu

Ö1, G1'in bilişsel isteminin (D-İ) düzeyinde olduğunu belirtmiştir. Aşağıda verilen örnek diyaloglardan görüleceği üzere, Ö1'in senaryosunda farklı öğrencilerin matematiksel fikirlerini sundukları göz önüne alındığında, Ö1'in öğrencilerin derse aktif katıldığı bir sınıf ortamı tasarlamaya çalıştığı söylenebilir. Ö1'in senaryosuna göre öğretmen “*Arkadaşlar şimdi 2 cm, 4 cm ve $2\sqrt{5}$ cm uzunluğundaki üç doğru parçasının bir üçgen oluşturup oluşturmadığını kontrol edelim.*” sorusuyla görevde uzunluğu verilen üç doğru parçasının öncelikle bir üçgen oluşturup oluşturmayacağı konusunda öğrencileri düşünmeye sevk etmiştir. Buna göre Ö1'in öğretmenin sınıfta verilen görevde belirli işlemleri takip ederek istenilenlerin hemen bulunmasına odaklanmak yerine öğrencilerin ön bilgilerini harekete geçirerek, ilgili matematiksel kavramların özellikleri üzerinde durmasını uygun gördüğü söylenebilir. Ancak verilen diyaloga göre bu süreçte uzunlukları verilen doğru parçaları ile üçgen oluşabileceğine dair tartışmanın işlem yapmaya dayalı olduğu görülmektedir.

Ülkü: Hocam şimdi eşitsizliğimizin kısmına hangi kenarı koymam gerekiyor?

Z. Hoca: Evet arkadaşınızın sorusunu yanıtlamaya çalışalım.

Ege: Bir eşitsizliği çözerken sadeleştirmeye çalıştığımızda denklem gibi her iki tarafa da aynı işlemi uygulayabiliyorsak burada da kenarların yerini değiştirmemiz fark etmez diye düşünüyorum.

Zehra: Ege bence de haklı ama eşitsizlikle her iki yanı da negatif sayı ile çarparsak yön değişikliği olur. Bunu unutmayalım.

Z. Hoca: Teşekkürler arkadaşlar bu konuda anlaşılır olmayan bir nokta kalmadı diye düşünüyorum.

Ülkü: (Eşitsizliği kurarak bu doğru parçalarının üçgen oluşturabileceğini gösterir.)

Z. Hoca: Teşekkürler Ülkü. Peki ya bu üçgeni nasıl sınıflandırabiliriz?

Senaryoya göre daha sonra öğretmenin üçgenlerin açılarına ve kenarlarına göre nasıl sınıflandırılacağına dair sorusu ile öğrenciler derse katılmaya devam etmiştir. Bu süreçte öğretmen öğrencilerin üçgenlerle ilgili bilgilerini hatırlamalarını sağlamış ve genel bir kavram bilgisi tekrarı yapmıştır. Öğretmen G1'de kenar uzunlukları verilen üçgenin çeşitkenar bir üçgen olduğunu vurguladıktan sonra açılarına göre nasıl bir üçgen olduğunu incelemelerini istediğini söylemiştir. Bunun üzerine üç öğrencinin fikir yürüttüğü ve en

sonunda bir öğrencinin Pisagor teoremi ile görevin çözüm sürecini tamamladığı görülmektedir. İlgili diyalog aşağıda verilmiştir.

Z. Hoca: Teşekkürler arkadaşlar. Peki şimdi bu üçgenimiz kenarlarına göre çeşitkenar iken açılarına göre nasıl bir üçgendir?

Zehra: Hocam, bence dar açılı bir üçgen bu çünkü kenar uzunlukları birbirine yakın.

Ülkü: Bence bu yorumu yapamayız. Kendimiz çizip açılara bakmalıyız.

Z. Hoca: Bu da olabilir fakat tek çözümün bu olduğuna emin miyiz?

Eymen: Hocam biz dik üçgenler için Pisagor bağıntısını öğrenmiştik. Bunu kullanarak bu üçgenin dik olup olmadığına karar verebiliriz.

Z. Hoca: Gel Eymen uygulayalım teoremi.

Eymen: (Teoremi uygular ve doğruluğunu gösterir.)

Ö1'in oluşturduğu senaryoda öğrencilerin tüm işlemleri doğru şekilde yaparak cevaba ulaştığını varsaydığı görülmektedir. Ayrıca bir öğrencinin “*Hocam bence dar açılı bir üçgen bu çünkü kenarları birbirine yakın.*” şeklindeki yanlış çıkarımına karşılık öğretmenin herhangi bir tepki vermemesi ve başka bir öğrenci söylemi ile sınıftaki konuşmaların devam etmesi dikkat çekmektedir. Diğer taraftan senaryoya göre görevin çözümünün ardından öğretmen farklı bir durumu daha ele almak istemiş ve “*Peki arkadaşlar üçgenimiz bu teoremi sağlamasaydı üçgenimizin açılarına göre nasıl bir üçgen olduğuna karar verecektik?*” sorusu ile öğrencilerin farklı durumları göz önünde bulundurarak akıl yürütmelerini desteklemiştir. Öğretmen bu sorusu için tahtaya kalkan öğrenciyi yönlendirerek açıların değişimine bağlı olarak kenar uzunluklarının da değişeceğini vurgulamaya çalışmıştır. Başka bir öğrenci öğretmenin beklediği yorumu yapmış ve görevle ilgili sorgulama sona ermiştir.

Z. Hoca: Peki arkadaşlar üçgenimiz bu teoremi sağlamasaydı üçgenimizi açılarına göre nasıl bir sınıf olduğuna nasıl karar verecektik?

Osman: Hocam bunun için başka teoremler gerekmez mi?

Z. Hoca: Bildiğimizi yorumlamamız daha sağlıklı olur arkadaşlar. Gönüllü birisi tahtaya gelebilir mi? (Ege gelir.) Şimdi Ege bize irdelediğimiz bu dik üçgenimizi temsili olarak çizip ardından bu üçgenimizin dik kenarlarının uzunlukları sabit olacak şekilde hipotenüs uzunluğumuzu değiştirerek iki yeni üçgen çizer misin?

Ege: Peki hocam.

Ataberk: Hocam sanırım bunu yaptırarak uzun kenarımızı temsili bir hipotenüs ve diğer iki kenarı dik olarak düşündüğümüzde eğer uzun kenar olması gereken hipotenüsten büyük ise üçgenimizin geniş açılı aksi taktirde dar açılı olacağını göstermek istediniz.

Z. Hoca: Evet arkadaşlar yapmamız gereken yorum buydu. Hipotenüsün küçülmesi durumunda diğer en uzun kenarın hipotenüs olma ihtimaliyle beraber tekrar dik üçgen oluşabileceği ihtimalini göz önünde bulunduralım lütfen.

Ö1'in G1'e ilişkin senaryosu genel olarak incelendiğinde her ne kadar zaman zaman sadece yapılan işlemler üzerine odaklanılsa da öğretmen verilen üç doğru parçası ile bir üçgen oluşturup oluşturulamayacağı, üçgende açı kenar ilişkisi, açılarına ve kenarlarına göre üçgenlerin çeşitleri, dik üçgen ve Pisagor teoremi üzerinde durarak öğrencilerin G1 ile ilişkili matematiksel kavramların özellikleri üzerinde düşünmelerini sağlamıştır. Buna göre Ö1'in (D-İ) olarak belirlediği G1'in bilişsel istem düzeyini oluşturduğu senaryoda artırdığı söylenebilir.

4.2.2. Ö1'in G1'e dair sınıf uygulaması

Ö1, G1'i akıllı tahtada açıp sesli şekilde okuyarak derse başlamıştır. Daha sonra tahtaya bir üçgen çizerek sınıfa *"Tahminen buna dik üçgen diyebilir misiniz?"* şeklinde bir soru yöneltmiştir. Öğrenciler *"Diyebiliriz."* cevabını verdikten sonra Ö1 *"Neden dersiniz? Çünkü şurası dik açı oluşturmuş değil mi? Görünüş olarak bunu söyleyebiliriz ama bizim elimizde herhangi bir şema yok. Sadece kenar uzunlukları var."* diyerek öğrencilerden bir yanıt gelmesini beklemeden kendisi bir açıklama yapmıştır. Ö1'in burada bir üçgenin sadece görsel temsiline bakarak (Bir açısının dik olduğu sembolle gösterilmemiş.) dik üçgen olup olmadığına karar verilebileceğine dair bir algının öğrencilerde oluşmasına neden olabileceği söylenebilir. Ö1, daha sonra görevde herhangi bir şekil verilmediğini ve kenar uzunlukları verilen bu üçgenin bir dik üçgen olup olmadığına nasıl karar verilebileceğini öğrencilere sormuştur. Öğrencilerden herhangi bir yanıt alamayınca Pisagor teoremini hatırlatmıştır. Tahtaya çizdiği dik üçgenin üzerine görevde verilen uzunluk ölçülerini yerleştirmek için öğrencilere *"2 cm sizce nereye yerleşir?"* diye sormuş, üç öğrenci bir dik kenarı işaret etmiştir. Bunun üzerine Ö1 *"Evet doğru çünkü aralarında en küçük olan 2'dir değil mi zaten şekilde de en küçük kenar bu duruyor"* diyerek çizdiği kenarı göstererek açıklama yapmıştır. Diğer kenarlar arasında da hangisinin hipotenüs olacağını öğrencilere sormuş fakat verilen yanıtların gerekçesini yine kendisi açıklamıştır. Daha sonra Pisagor teoremine uygun şekilde

işlemleri yaparak görevi tamamlamıştır. Dolayısıyla Ö1'in öğrenciler arasında tartışma ortamı oluşturduğu senaryosuna karşılık, gerçek uygulaması öğretmenin daha çok aktif olduğu bir şekilde yürütülmüştür. Buna göre G1'in bilişsel istem düzeyinin sınıf uygulamasında senaryoya göre düştüğü söylenebilir.

4.2.3. Ö1'in G2'ye dair senaryosu

Ö1, G2'nin bilişsel isteminin (D-İ) düzeyinde olduğunu belirtmiştir. G2 için oluşturduğu senaryo incelendiğinde Ö1'in öğretmenin derse öğrencilerin bu görevle ilişkili kavramlar hakkında akıl yürütmelerini teşvik edecek sorularla başladığını hayal ettiği görülmektedir. G2'de verilen üçgen ikizkenar olmasına rağmen senaryodaki sınıf ortamında sadece bu üçgen çeşidinin özellikleri ile sınırlı kalınmayıp çeşitkenar ve eşkenar üçgenin de yardımcı elemanlarının özellikleri hakkında konuşulduğu dikkat çekmektedir.

Hanife öğretmen bu soruyu direkt olarak öğrencilere yöneltmeden önce her öğrenciye birer adet çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar üçgen vermiştir.

H. Hoca: Arkadaşlar şimdi bu üçgenlerin yardımcı elemanlarını bulmaya başlayalım. Hadi herkes çeşitkenar üçgenimizin yardımcı elemanlarımızı bulalım.

Aslan: Hocam hangi kenara göre bulacağız?

H. Hoca: Sınıfı üçe bölelim her gruba bir kenarı verelim.

(Gerekli dağılım yapılır)

Umut: Hocam ben buldum hepsini.

H. Hoca: Tahtaya gelip çiziyor musun?

(Umut çiziyor)

H. Hoca: Peki bu elemanlar hakkında nasıl yorum yapabiliriz?

Bilge: Hocam bu çizime göre kenarortay en uzun olan yardımcı eleman oldu. Yükseklik ise en kısası oldu hocam.

Yukarıda verilen diyalogdan görüldüğü üzere Ö1 öğrencilerin çeşitkenar üçgenin yardımcı elemanları hakkında yorumlar yaptığı ve bu üçgenlerde kenarortay, açıortay ve yükseklik olan uzunluklar arasındaki ilişkilerin tartışıldığı bir sınıf ortamı tasarlamıştır. Senaryoda öğretmen öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanlarının özelliklerini yeniden keşfetmelerini sağlamaya çalışmış fakat öğrencilerin yanıtlarını gerekçelendirmemeleri ve sözü edilen yardımcı elemanların çizilmeden sadece sözlü olarak özellikleri hakkında sorgulama

yapılması tartışma sürecinin yüzeysel kalmasına ve dolayısıyla bu durumun görevin bilişsel istem düzeyinin düşmesine neden olduğu söylenebilir. Senaryonun devamında ikizkenar üçgen için benzer incelemeler yapılmış ve öğrenciler ikiz olmayan kenara ait üç yardımcı elemanın da aynı doğru parçası olduğunu, fakat ikizkenarlara ait yardımcı elemanların farklı özellikte oldukları sonucuna varmışlardır. Öğretmen ikizkenar üçgene dair konuşulan bu özellikleri tahtada görsel olarak temsil etmesi için bir öğrenciyi görevlendirmiş ve bu öğrenci eş olmayan kenara ait olan yüksekliğin aynı zamanda kenarortay ve açıortay olduğunu göstermiş ve indiği noktada 90° ölçsünde bir açı oluştuğunu belirtmiştir. Daha sonra öğretmen öğrencilerin eşkenar üçgen için aynı şekilde inceleme yapmasını istemiş, bir öğrenci “*Hocam sadece bir kenar için yapsak olmaz mı?*” sorusunu yöneltmiştir. Burada Ö1 öğrencilerin ikizkenar üçgende incelenen kenarlara ek olarak, bu üçgende üçüncü kenarın da eş olması durumunda aynı çıkarımda bulunacaklarını tahmin etmiştir. Bu noktada bir öğrencinin “*Yani ikizkenar üçgenler hem de eşkenar üçgen mi?*” şeklindeki sorusu Ö1’in öğrencilerden ikizkenar ve eşkenar üçgenler arasında ilişki kurmalarını beklediğini göstermektedir. Bu sorunun ardından senaryodaki öğretmen sınıfa bu düşüncenin doğru olup olmadığını sormuş başka bir öğrenci de “*Hocam bence tam tersi. Her eşkenar üçgen ikizkenardır.*” şeklinde yanıt vermiş ve öğretmen bu cevabı onaylamıştır. Burada Ö2’nin sınıf ortamında öğrencilerin üçgenlerin özellikleri hakkında düşüncelerini ve çıkarımda bulunmalarını istediği ve bu sırada bazı öğrencilerin yanlış yanıtlar verebileceğini düşündüğü söylenebilir. Bu sırada öğretmenin öğrencilerden yanıtlarının gerekçelerini sunmasını istemesi ile sınıftaki tartışmanın hedeflenen derinliğe ulaşabileceğini söylemek mümkündür. Senaryoya göre sürecin devamında bir öğrenci tahtada çözüm yaparak doğru cevaba ulaşmıştır.

Yusuf: Yani ikizkenar üçgenler hem de eşkenar üçgen mi?

H. Hoca: Bunun üzerinde biraz düşüünün bence Yusuf’un dediği doğru mu?

Elif: Hocam bence tam tersi her eşkenar üçgen ikizkenardır.

H. Hoca: Evet arkadaşlar irdelemek istediğimiz şeyler bunlardı. Şimdi tahtaya çizdiğim soruyu bir arkadaşımızla yapalım.

Bilge: Ben gelebilirim hocam. $[KM]$ ve $[LM]$ kenarları ikiz olduğu için $[NM]$ doğru parçası hem yükseklik hem açıortay hem de kenarortay olmuştur. $m(\widehat{KNM}) = 90^\circ$ dir. Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğu için $\widehat{KMN}$ açısına 20° kalmaktadır.

Yukarıdaki diyalogdan görüleceği üzere senaryoda tartışmalar genellikle öğrenciler arasında yaşanmaktadır. Öğretmen öğrencilerin akıl yürütmeleri sonucunda doğru çıkarımlarda bulunduklarında dönüt vermektedir. Diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etmeye ve birbirlerinin fikirlerini anlamaya yönelik olarak öğretmenin sadece bir soru sorduğu görülmektedir.

Senaryo genel olarak değerlendirilecek olursa; öğretmenin başlangıçta farklı üçgen çeşitlerinin yardımcı elemanlarının özellikleri ile öğrencilerin meşgul olmalarını sağladığı; müdahale etmeden öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına uygun ortam yaratmaya çalıştığı görülmektedir. Yani öğretmen sadece işlemlere dayalı olarak görevin çözümünün yapılmasıyla yetinmemiş öğrencilerin diğer üçgen türleri üzerinde düşünmelerini sağlamıştır. Bu sürecin görevin bilişsel istem düzeyini yükselttiği söylenebilir.

4.2.4. Ö1'in G2'ye dair sınıf uygulaması

Ö1, sınıf ortamında G2'yi okurken aynı zamanda görevde geçen kavramlar üzerinde durmuş ve bu sırada öğrencilerin yanıt vermesini beklemeden onlara ipuçları sunmuştur. Örneğin; “*Kenarortay adı üzerinde ne yapıyor? Kenarı...*” şeklinde ifadeler kullanmış öğrenciler; “*Ortasında*” cevabını vermiş, Ö1 tekrar ederek “*Kenarı tam ortadan bölüyor.*” diyerek cümleyi tamamlamıştır. Ö1 soruyu okuduktan sonra verilenleri şekil üzerinde göstermiştir. Bu sırada bir öğrenci cevabı bulduğunu söyleyerek çözümünü anlatmaya başlamış; “*Hocam $\widehat{KLM}$ açısı 70° olur. 70 ile 70 toplayacağız. 180 'den çıkaracağız.*” diyerek yaptığı işlemleri açıklamıştır. Bunun üzerine Ö1 $\widehat{KLM}$ açısının neden 70° olduğunu sorarak öğrencinin düşüncesini açıklamasına ve gerekçesini sunmasına olanak sağlamıştır. Fakat öğrenci yanlış bir söylemle üçgenin eşkenar olduğunu belirtmiş, Ö1 de düzeltme yaparak eşkenar değil ikizkenar olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra Ö1 ikizkenar üçgende eş olan kenarları gören açılar ölçülerinin eşit olduğunu belirtmiş ve şekil üzerinde göstererek $\widehat{KLM}$ açısını 70° , $\widehat{KML}$ açısını da 40° olarak yazmıştır. Ö1 buradan sonra ne yapılacağını öğrencilere sorduğunda öğrenciler yapılacak olan işlemi yani 2 ile bölünmesi gerektiğini söylemiştir. Ö1 yine bunun nedenini sorarak öğrencilerden gerekçelerini açıklamalarını istemiştir. Fakat öğrencilerin gerekçelerini tam olarak ifade edemedikleri; “*Kenarı tam ortadan bölmüş.*” şeklindeki söylemlerinden anlaşılmaktadır. Bu gerekçe Ö1 için yeterli olmamış, öğrencileri hep birlikte bunu ispatlamaya davet etmiştir. Ö1 bu durumun nedenini açıklarken üçgeni

[KN] boyunca katladıklarını düşünmelerini istemiş, [KM] ile [ML]'nin aynı şekilde [KN] ile [NL]'nin üst üste geleceğini dolayısıyla oluşan iki üçgenin eş olduğunu vurgulamıştır. Katlanan köşede oluşan $\widehat{KMN}$ ile $\widehat{NML}$ açılarının da eş olduğu için 2'ye bölmeleri gerektiğini ve cevabın 20 olduğunu açıklamıştır. Görevi tamamladıktan sonra başka bir ikizkenar üçgen üzerinde ikiz olmayan kenara çizilen kenarortayın 90° 'lik açı oluşturduğunu ve aynı zamanda açıortay olduğunu belirtmiştir. Bu süreç değerlendirildiğinde, Ö1'in öğrencilerin sorgulama ve gerekçelendirme yapacağı bir sınıf ortamı oluşturmak istese de gerekli açıklamaları kendisinin yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö1'in senaryosunda (Y-İ) düzeyinde ele aldığı G2'nin düzeyini sınıf ortamında düşürdüğü söylenebilir.

4.2.5. Ö1'in G3'e dair senaryosu

Ö1 G3'ün bilişsel istemini (Y-İ) düzeyinde değerlendirmiştir. Önceki senaryolarında olduğu gibi Ö1'in G3'e yönelik oluşturduğu ders senaryosunda da öğretmen verilen göreve başlamadan önce görevin ilişkili olduğu kavramlarla ilgili başka bir görev üzerinden öğrencileri düşünmeye sevk etmiştir. Senaryoya göre öğretmen öğrencilere karenin iç bölgesine kenarlara teğet olacak şekilde bir çember yerleştirildiğinde ne gibi yorumlar yapılabileceğini sormuştur. *“Hocam sanırım karenin köşegeni çemberin yarıçapı oluyor.”* şeklindeki yanlış yorumun üzerine görsel temsil öğrenciye çizdirilerek bu yanlış yine aynı öğrencinin düzeltilmesi sağlanmıştır. Senaryoda yer verilen bu durum Ö1'in dersi tasarlarken öğrencilerin yapabilecekleri yanlışları göz önünde bulundurduğunu göstermektedir. Senaryonun devamında bir öğrenci çemberin çapı ile karenin bir kenarının eşit uzunlukta olduğunu ifade etmiştir. Çemberin çapı ile karenin kenarı arasındaki ilişkiden bahsettikten sonra öğretmen *“Peki arkadaşlar iki nokta arası uzaklığı nasıl bulabiliriz?”* sorusunu öğrencilere yöneltmiş bir öğrenci *“Cetvelle ölçeriz hocam.”* cevabını vermiştir. Bu öğrenci yanıtı Ö1'in geometri sorularında öğrencilerin sadece şekiller üzerinden, matematiksel gerekçelere dayanmadan yorum yapabilme ihtimalini dikkate aldığını göstermektedir. Nitekim öğretmenin *“Ölçme araçlarına sahip değilsek? Şimdi biriniz gelip tahtaya iki nokta koysun bakalım.”* ifadesi öğrencilerden matematiksel gerekçelere dayanarak düşünmelerini istediğini göstermektedir. Bir öğrenci tahtada iki nokta belirleyerek bu iki noktayı birleştiren doğru parçası hipotenüs olacak şekilde bir üçgen çizmiştir. Ancak bu çizilen üçgenin neden dik üçgen olduğu sorgulanmadan Pisagor teoremi ile bu iki nokta arasındaki uzaklığın hesaplanabileceği belirtilmiştir. Ö1'in senaryosunda öğrencilerin verilen görevin çözüm yolunu kendilerinin keşfetmesini sağlamayı amaçlamış olduğu söylenebilir. Ancak

oluşturulan diyaloglar incelendiğinde bu süreçte matematiksel gerekçeler üzerinde yeterince durulmadığı görülebilir. Ayrıca verilen görevden önce öğretmen çözüm için atılacak gerekli adımları bölümlere ayırarak öğrencileri izleyecekleri çözüm stratejilerine dair yönlendirmiştir. Bu ek görevin çözümünden sonra senaryoya göre öğretmen G3'ü tahtaya yazmış ve öğrenciler önceki örnekten yola çıkarak çözüm yöntemini kolayca fark etmiş, bir öğrenci tahtada çözümü yaparak sonuca ulaşmıştır.

D. Hoca: Demek ki arkadaşlar iki nokta arasındaki yatay ve dikey mesafe farklarını bilirsek arasındaki uzaklığı da bulabilirmişiz. Şimdi bu çizeceğim soruya odaklanalım hep beraber.

Kevser: Hocam o zaman ilk bu iki nokta arasındaki en kısa uzaklığı çizelim. Sonra da yatay ve dikey uzunluğun fark kısmına odaklanıp Pisagor bağıntısını oluşturalım.

Rüzgâr: Hocam o zaman yataydaki fark 8 adet yarıçapa denk geliyor, dikeydeki ise 6 adet yarıçapa denk geliyor.

D. Hoca: Peki bir yarıçapın uzunluğunu biliyor muyuz?

Ecrin: Hocam dikdörtgenin verilen kenarına paralel olacak şekilde çemberimizin 6 adet çapı yani 12 yarıçapı 12 cm oldu.

Naz: O zaman 1 yarıçap 1 cm oldu hocam, dikeydeki uzunluk farkı 6 cm yataydaki uzunluk farkı 8 cm oldu. Pisagor teoreminden $6^2 + 8^2 = 10^2$ olduğundan cevabımız 10 cm'dir.

D. Hoca: Herkese teşekkürler arkadaşlar.

Ö1'in G3 için oluşturduğu senaryoya göre öğretmen dersin başında karenin iç bölgesine teğet olarak yerleştirilen bir çember üzerinden öğrencilerin kavramlar arasında ilişki kurmalarını ve matematiksel düşünce geliştirmelerini hedeflemiş fakat aynı zamanda öğrencilere bu görevden daha kolay bir görevi sunarak onların çözüm için izlenecek stratejiyi daha kolay bir şekilde bulmalarını sağlamıştır. Buna göre Ö1'ün, G3'ü sınıf senaryosunda başlangıçta belirlediği bilişsel istem düzeyinden daha düşük düzeyde ele aldığını söylemek mümkündür.

4.2.6. Ö1'in G3'e dair sınıf uygulaması

Ö1, G3'ü akıllı tahtadan açarak öğrencilerin okuması için zaman vermiştir. Daha sonra öğrencilere “Verilenlerde ilk ne gözünüze çarpıyor?” diye sormuş öğrencilerden gelen “Dikdörtgenin kenarı 12 cm.” cevabı üzerine 12 cm uzunluğu neyi bulmak için kullanabileceklerini sormuştur. Ö1 açıklamasına; “Benim dikdörtgenimin içinde neler var?”

Çemberlerim var değil mi? Bu eş çemberler birbirine teğet olarak yani değecek şekilde verilmiş. Peki bana neyi soruyor? Mavi boyalı çemberlerin merkezi arasındaki uzaklığı soruyor değil mi?” şeklinde devam etmiştir. Ö1’in açıklamalarına bakılırsa G3’ün çözümü için gerekli adımları öğrencilere kendisinin söylediği, dolayısıyla öğrencilerin akıl yürütme süreçlerin ket vurduğu söylenebilir. Ayrıca Ö1’in öğrencilere yönelttiği soruların genellikle basit cevaplı sorular olduğu gözlemlenmiştir. Yani çözüm sürecine yönelik herhangi bir gerekçelendirme veya muhakeme yapmayı destekleyecek sorular sormadığı görülmüştür. Örneğin; *“Ben iki nokta arasındaki uzaklığı bulmak istiyorsam direkt olarak bu iki noktadan birbirine ne oluşturacağım?”* sorunun cevabını öğrenciler *“Çizgi”* diyerek vermiştir. Ö1 şekil üzerinde çemberlerin merkezini birleştiren doğru parçasını çizdikten sonra tekrar 12 cm’e vurgu yaparak nerede kullanılacağını sormuştur. Bir öğrenci her bir çemberin çapının 2 cm olduğunu, dört çemberin toplam çap uzunluğunun dolayısıyla dikdörtgenin kısa kenar uzunluğunun 4 ile 2’yi çarparak 8 cm olacağına dair açıklama yapmıştır. Aynı öğrenci tahtaya çıkarak söz konusu çemberlerin merkezlerini birleştiren doğru parçası hipotenüs olacak şekilde çizdiği dik üçgende Pisagor teoremini uygulamıştır. Fakat yanlış işlem yaparak dik kenarların uzunluğunu 12 cm ve 8 cm olarak yazmıştır. Bunun üzerine Ö1 müdahale etmiş, çemberlerin yarıçaplarının 1 cm olduğunu söylemiş ve yarıçapları öğrencilerle beraber sayarak uzunlukları şekil üzerinde göstermiştir. Ö1 buradan dik kenarları 6 cm ve 8 cm olan üçgende Pisagor teoremi ile hipotenüsü 10 cm olarak bulmuştur.

Sonuç olarak Ö1 senaryosunda olduğu gibi sınıf uygulamasında da G3’ün çözüm adımlarını öğrencilere kendisi açıklamıştır. Dolayısıyla Ö1’in sınıf uygulamasında da senaryosunda olduğu gibi bu görevi daha düşük bilişsel istem düzeyinde ele aldığı söylenebilir.

4.2.7. Ö1’in G4’e dair senaryosu

Ö1, G4’ün bilişsel istem düzeyini (Y-MY) olarak değerlendirmiştir. Oluşturduğu senaryo incelendiğinde, öğretmen öncelikle görevde yer alan ilk şekli tahtaya çizmiş ve öğrencilere kenarlarına göre üçgen çeşitlerinin neler olduğunu sormuştur. Bir öğrenci *“Eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgen hocam.”* diyerek yanıt vermiştir. Ardından öğretmen tahtadaki üçgenin hangi çeşit üçgen olabileceğini sormuş ve bir öğrenci eşkenar üçgene benzediğini söylemiştir. Daha önceki senaryolarında olduğu gibi Ö1 öğrencilerin şekle bakarak yorum yapabilme ihtimalini göz önüne alarak ders sürecini tasarlamıştır. Öğretmenin şekle bakarak yorum yapmanın yeterli olup olmayacağını sormasının ardından başka bir öğrenci

“Kenarlarını ölçmeden veya açılara göre değerlendirmeden bir şey söyleyemeyiz hocam.” yanıtını vermiştir. Öğretmen bu cevabı veren öğrenciyi tahtaya davet ederek üçgenin eşkenar olabilme ihtimalini değerlendirmek istemiştir. Öğrenci tahtaya çıkarak verilen üçgenin üst köşesinden [CD] kenarına çizdiği yüksekliği 30° - 60° - 90° özel üçgeninden yararlanarak $a/2$ olarak hesaplamıştır. Bu uzunluk da karenin a birim olan kenarına eşit olmadığı için öğrenci bu üçgenin eşkenar olmadığını ifade etmiştir. Senaryonun devamında öğretmen bu çözümde işlemleri belirtmeden ve şekil üzerinde çizimleri göstermeden sözel olarak anlatmıştır. Çözümün sonunda öğretmen *“Aferin. Peki arkadaşlar bir üçgenin eşkenar olması için mi ikizkenar üçgen olması gerekir? Yoksa ikizkenar olması için mi eşkenar üçgen olması gerekir?”* sorusunu sormuştur ancak matematiksel olarak böyle bir gereklilik söz konusu değildir. Ö1’ in burada aslında eşkenar üçgenlerin aynı zamanda ikizkenar üçgenlerin özelliklerini taşıdığını fakat ikizkenar üçgenlerin eşkenar üçgenlerin her özelliğini taşımadığını vurgulamaya çalıştığı söylenebilir. Bu soruya bir öğrenci *“Kenarlarımız ikiz olmadan eş de olamaz. Yani eşkenar olması için ikizkenar olması gerekir ama ikizkenar olması için eşkenar olması gerekmez.”* şeklinde bir yanıt vermiş, öğretmen de bu durumda inceledikleri üçgenin ikizkenar olup olmadığını sormuş ve ikizkenar üçgenin yardımcı elemanlarının özelliklerini hatırlamalarını istemiştir. Öğrenciler istenilen özellikleri hatırlayarak ikizkenar üçgende eş olmayan kenara çizilen yüksekliğin aynı zamanda açıortay ve kenarortay olduğunu belirtmiş, dolayısıyla verilen üçgenin ikizkenar olabileceğini söylemişlerdir. Sınıf senaryosunda verilen ilgili diyalog aşağıdaki gibidir:

Y. Hoca: Yani o zaman bu üçgen eşkenar değildi ama ikizkenar olabilir. O halde hangi şart altında ikizkenar olabilir? İkizkenar üçgenin yardımcı elemanlarının özelliklerini hatırlayalım.

Furkan: Hocam ikiz olmayan kenarın yüksekliği aynı zamanda açıortay ve kenarortay oluyordu.

Turgay: Hocam yükseklik [CD] kenarına dik geliyor ve iki eşit parçaya bölüyorsa [AB] kenarını da iki eş parçaya bölmez mi?

Y. Hoca: Aynen öyle Turgay. O zaman bu üçgen [AB]’nin iki eş parçaya bölünmesi şartıyla ikizkenar olabilir mi, bunu öğrenmiş olduk. Peki çeşitkenar olabilir mi arkadaşlar?

Ömer: Çeşitkenar olması için hiçbir mahsur yok gibi hocam. Kendimiz çizerek gözlemlediğimizde birçok çeşitkenar üçgen elde edebiliriz bence.

Y. Hoca: Haklısın Ömer. Aferin çocuklar.

Senaryoya göre, verilen üçgenin çeşitkenar olabileceği de bir öğrenci tarafından belirtildikten sonra diğer şekle geçilmiştir. Kare içindeki üçgen için yapılan yorumlar dikdörtgen içindeki üçgen için de tekrarlanmış, verilen yanıtlar kısaca açıklanarak bu şekil için de çözüm tamamlanmıştır. Altıgen içerisindeki üçgen hakkında beş öğrencinin fikir yürüttüğü, her birinin sunduğu gerekçe üzerine diğer öğrencinin tartışmayı devam ettirdiği görülmektedir. Senaryoda yer alan diyalog incelendiğinde öğrencilerin *PVT* üçgeninin dik üçgen olduğunu gerekçeleriyle açıkladığı görülmektedir. Çözüm süreci bir öğrencinin *PVY* üçgeninin ikizkenar olduğunu ve $|YV| = |YP|$ eşitliğini belirtmesiyle başlamış devamında başka bir öğrencinin *PVY* üçgeninin açılarını bulmasıyla devam etmiştir. İki öğrencinin daha yorumlarını eklemesiyle üçgenin çeşitkenar üçgen olabileceği sonucuna varılmış ve bu şekil için çözüm tamamlanmıştır. Bu duruma dair diyalog aşağıda verilmiştir:

Y. Hoca: Aferin gençler. Şimdi bu şekle odaklanalım. (Altıgen) Kırmızı kenarlara sahip üçgenimizi kenarlarına göre ele alalım.

Büşra: Hocam YVP üçgeni çokgenimiz düzgün altıgen olduğu için $|YV| = |YP|$ olur.

Furkan: İkiz olan açıların ölçüsünü bulabiliriz hocam. Düzgün altıgenin bir iç açısı 120° dir. Bu durumda $m(\widehat{YVP})$ ve $m(\widehat{YPV})$ birbirine eşit ve 30° olmaktadır.

Yağmur: Hocam o zaman altıgenin bir kenarı ile $|PV|$ nin uzunlukları farklı olur.

Y. Hoca: Aferin gençler. Peki $|PT|$ kenarı hakkında nasıl yorum yapabiliriz?

Ömer: Hocam altıgenin bir iç açısı 120° ve $m(\widehat{YVP}) = 30^\circ$ ise $m(\widehat{PVT}) = 90^\circ$ olur.

Samet: O zaman Pisagor teoremini kullanabiliriz hocam. Böylece bu üçgen çeşitkenar bir üçgen oldu hocam.

Y. Hoca: Aferin çocuklar.

G4'teki son şekil olan çemberin iç bölgesindeki üçgen incelenirken bir öğrenci tarafından çemberin üzerindeki noktadan merkeze çizilen yarıçapın dik açı oluşturduğu yani yükseklik olduğu ve aynı zamanda kenarortay olduğu belirtilmiş, dolayısıyla üçgenin ikizkenar olduğu kabul edilmiştir. Öğretmen bunun kesin olmadığını belirtmiş ve olabilecek diğer ihtimalleri düşünmeleri istemiştir. Bunun üzerine başka bir öğrenci üçgenin üst köşesinin çemberin KLM yayını ortalayamaması durumunda üçgenin kenarlarının farklı uzunlukta olacağı nedeniyle çeşitkenar üçgen olabileceğini açıklamıştır. Burada belirtilen gerekçe yeteri kadar detaylandırılmamıştır. Örneğin çember üzerindeki noktadan merkeze çizilen dikmenin çemberi çeyrek çembere ayırması nedeniyle çemberin yaylarının da eşit bölüneceği dile getirilebilirdi. Oysa senaryoda öğrenciler veya öğretmen tarafından bu yayların neden eş

olduğu tam olarak açıklanmamıştır. Senaryonun devamında verilen üçgenin eşkenar olma ihtimali incelenirken bir öğrenci “*O zaman bütün kenarlar $2r$ olmaz mı?*” demiş, başka bir öğrenci de “*Bence de hocam öyle olur. Sanki şekil olarak baktığımızda bu pek mümkün değil.*” diyerek üçgenin eşkenar olamayacağını söylemiştir. Bunun üzerine öğretmen öğrenciyi tahtaya davet edip çizim ve ölçme yapmasını önermiştir. Senaryoda belirtilene göre üçgenin köşelerinden üçgenin (çap olmayan) kenarı üzerine çizilen $2r$ uzunluğundaki doğru parçaları çemberin dışına çıktığı için eşkenar olmadığı ifade edilmiştir. Ancak burada çapı gören çevre açının dik olması, oluşan dik üçgenin de hipotenüsünün dik kenarlarından daha uzun olacağından bahsedilerek oluşan üçgenin eşkenar olamayacağını belirtilmesi uygun olurdu. Yapılan yorum yeteri kadar açıklanmamış ve kavramsal bir bilgiye dayandırılmamıştır.

Ö1’in G4’e dair ders senaryosu; genel olarak öğrencilerin akıl yürütme sürecinde aktif rol alması, fikirlerini gerekçelere dayandırmaları ve öğretmenin öğrencilere düşüncelerini açıklamak için fırsatlar sunması bakımından görevi yüksek bilişsel istem düzeyinde ele alındığını göstermektedir. Bazı noktalarda yeterli matematiksel gerekçe sunulmasa da senaryonun geneline bakıldığında öğretmenin direkt bilgi vermeden öğrencilerin sorgulama yapması için çaba gösterdiği göze çarpmaktadır. Ö1 senaryo hazırlamadan önce bu görevi matematik yapmaya dayanan görev olarak nitelendirmiş fakat senaryosunda (Y-İ) bilişsel istem düzeyinde ele aldığı söylenebilir.

4.2.8. Ö1’in G4’e dair sınıf uygulaması

Ö1 soruyu okuduktan sonra sınıfa kenarlarına göre üçgen çeşitlerinin neler olduğunu sormuş ve öğrenciler üçgen çeşitlerini saymıştır. Daha sonra karenin iç bölgesindeki üçgenin eşkenar olup olamayacağını sormuştur. Öğrenciler oturdukları yerden “*Olabilir*” veya “*Olamaz*” diyerek cevaplarını söylemeye başlamış, Ö1 de onlardan fikirlerini nedenleriyle açıklamalarını istemiştir. Bunun üzerine bir öğrenci [AB] kenarının ortadan bölününce iki kenarın eşit olacağını yani üçgenin eşkenar olduğunu ifade etmiş, bunun üzerine Ö1 “*Çok güzel*” şeklinde dönüt vermiştir. Fakat bu gerekçenin yeterli olmadığı ve [AB]’nin ortadan bölünürse üçgenin iki kenarının eşit uzunlukta olacağı dolayısıyla ikizkenar olacağı açıktır. Ö1 bu yanlış gerekçelendirmeyi kabul etmiştir. Diğer öğrencilerden herhangi bir yorum gelmeyince Ö1 üçgenin eşkenar olduğunu varsayarak açıklama yapmaya başlamıştır. Daha

sonra Ö1 verilen diğer şekillerin iç bölgelerinde oluşturulan üçgenlerin kenarlarına göre hangi çeşitte olacağına dair çözümleri sunuş yoluyla vermiştir.

Ö1'in G4'e dair sınıf uygulaması genel olarak değerlendirildiğinde Ö1'in öğrencileri akıl yürütme sürecine dahil etmeye çabaladığı fakat öğrencilerin akademik seviyelerinin görevleri tamamlamaya yeterli olmadığı görülmüştür. Dolayısıyla Ö1'in senaryosunda yüksek düzeyde ele almayı planladığı görev, gerçek sınıf ortamında öğrenciler açısından da yüksek düzeyde olmasına karşın Ö1 tarafından düşük düzeyde ele alınmak durumunda kalmıştır.

4.2.9. Ö2'nin G1'e dair senaryosu

Ö2, G1'in bilişsel istem düzeyini (D-I) olarak belirlemiştir. Hazırladığı senaryoda öğretmenin öncelikle öğrencilere üçgen çeşitleri hakkında sorular sorup öğrencilerin önceki öğrenmelerini hatırlamalarını sağlayarak derse başladığı görülmektedir. Bir öğrenci açılara göre üçgen çeşitlerini saymış ve öğretmen bu cevabı doğrulamış fakat eksiklik olduğunu belirtmiştir. Başka bir öğrenci, arkadaşının açılara göre üçgen çeşitlerini saydığını, üçgenlerin kenarlarına göre de çeşitleri olduğunu söylemiştir. Öğretmen bu çeşitlerin neler olduğunu sorunca aynı öğrenci kenarlarına göre üçgen çeşitlerini saymıştır. Gerekli hatırlatmalardan sonra öğretmenin G1'de incelenmesi istenen üçgeni tahtaya çizdiği ifade edilmiştir. Fakat Ö2 senaryosunda bu çizimleri yapmamış diyaloglar üzerinden senaryoyu devam ettirmiştir. Öğretmen çizimini tamamladıktan sonra *“Evet arkadaşlar tahtaya çizdiğim üçgen hakkında neler diyebiliriz?”* sorusunu sınıfa yöneltmiştir. Öğrencilerden ikisi üçgenin ikizkenar ve eşkenar olmadığını, çeşitkenar olduğunu belirtmiştir. Öğretmen öğrencilerin cevaplarını doğrulayarak açılara göre nasıl değerlendireceklerini sormuştur. Bunun üzerine öğrencilerden biri şekle bakarak dar açılı üçgene benzediğini söylemiş, başka bir öğrenci ise şekle bakarak yorum yapmanın doğru olmayacağını ifade etmiştir. Ö2'nin tasarladığı bu diyalog geometrik muhakeme yaparken öğrencilerin şeklin görünüşüne göre değerlendirme yapabileceği ihtimalini hesaba kattığını göstermektedir. Bu aşamadan sonra aşağıdaki diyalogdan da görüldüğü üzere bir öğrencinin verilen uzunlukların Pisagor teoremini sağladığını göstermesiyle çözüm tamamlanmıştır.

Öğrenci B: Öğretmenim ne diyebiliriz ki? Çizdiğiniz aynı dar açılı üçgene benziyor.

Öğrenci E: Ama çizime aldanıp yorum yapmamız sağlıklı değil.

Öğrenci C: Öğretmenim kenar uzunlukları Pisagor bağıntısını sağlıyor. Şimdi hesapladım.

Öğretmen: Bağıntı nasıl oluşuyor? Sesli bir şekilde söyler misin?

Öğrenci C: $2^2 + 4^2 = (2\sqrt{5})^2$ oluyor öğretmenim. Pisagor bağıntısını biz dik açılı üçgenler için kullanıyorduk. O halde bu üçgen dik açılı bir üçgendir.

Öğretmen: Evet çok doğru bir noktaya değindin, Pisagor'u sağlıyor ve dik üçgen, teşekkürler.

Ö2'nin senaryosu genel olarak incelendiğinde öğretmenin öğrencilere yönelttiği soruların önceki öğrenmeleri hatırlatmaya yönelik olduğu görülmektedir. Öğretmen görevin çözüm sürecinde öğrencilerin fikirlerini açıklamaları sırasında herhangi bir müdahalede bulunmamış, sadece doğru cevap geldiği zaman onaylamıştır. Öğrenciler arasında yapılan tartışmalarda bazı öğrencilerden gelen yanlış yorumlar başka öğrenciler tarafından düzeltilmiştir. Bu süreçte gerekçelendirmeye dayanan bir öğretmen sorusu veya açıklaması yer almamış, görev öğrencilerin fikir yürütmeleri sonucunda Pisagor teoreminin kullanılmasıyla sona erdirilmiştir. Genel olarak senaryoda öğretmenin doğru cevabı buldurmaya odaklandığı ve işlem yapılarak görevin tamamlandığı düşünülürse, başlangıçta belirlenen bilişsel istem düzeyinin sürdürüldüğü yani görevin (D-İ) olarak ele alındığı görülmektedir.

4.2.10. Ö2'nin G1'e dair sınıf uygulaması

Ö2, sınıfta G1'i akıllı tahtadan okuyarak derse başlamış, öğrencilerin kenarlarına ve açılarına göre üçgenleri bildiklerini varsayarak “Burada da kenarlarına göre üçgen çeşitlerini kullanmamız gerekiyor.” açıklamasını yapmıştır. Fakat görevde kenarlarına göre üçgen çeşitleri ile ilgili herhangi bir bilginin kullanılmasına gerek yoktur. Yani Ö2'nin öğrencileri yanlış düşünmeye yönlerecek bir açıklama yaptığı söylenebilir. Daha sonra kenar uzunlukları verildiğinde dik üçgen olup olmadığını anlamak için herhangi bir teorem ya da formül bilip bilmediklerini sormuş, öğrencilerden biri Pisagor teoremini bildiklerini söylemiştir. Ö2, G2'nin nasıl çözüleceğine dair yönlendirme yapmasının yanı sıra bir dik üçgen çizerek görevde verilen kenar uzunluklarını şekil üzerine yerleştirmiştir. Daha sonra Pisagor teoremini uygulamış ve eşitlik sağlandığına göre üçgenin dik olduğunu öğrencilere söyleyerek çözüm sürecini tamamlamıştır. Dolayısıyla senaryosunda (D-İ) olarak ele aldığı G1'i gerçek sınıf ortamında da sadece işlemleri yapmaya dayalı olarak ele almış ve öğrencilere çok az söz hakkı vermiştir.

4.2.11. Ö2'nin G2'ye dair senaryosu

Ö2, G2'nin bilişsel istem düzeyinin (D-İ) olduğunu belirtmiştir. Ö2'nin bu göreve dair senaryosu öğretmenin tahtaya görevde yer alan üçgeni çizip öğrencilere çözümle ilgili düşüncelerini sormasıyla başlamaktadır. Bir öğrenci görevde verilen üçgenin ikizkenar olduğunu ve $m(\widehat{MKL})=70^\circ$ ise $\widehat{MLK}$ açısının ölçüsünün de 70° olması gerektiğini belirtmiştir. Senaryonun devamında başka bir öğrenci bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan $\widehat{LMK}$ açısının ölçüsünün 40° olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen bu işlemler sonucunda hala sonuca ulaşılmadığını belirterek nasıl bir yol izlemek gerektiğini sormuştur. Bunun üzerine başka bir öğrenci ikizkenar üçgende ölçüsü farklı olan açının olduğu köşeden çizilen doğru parçasının açıortay ve aynı zamanda yükseklik olduğunu açıklamıştır.

Öğrenci C: Aaa... Evet öğretmenim. Hatta açıortayı kullanabiliriz.

Öğretmen: Açıortayı nasıl anladın ve nasıl çözümlersin anlatmak ister misin bize?

Öğrenci C: Öğretmenim ikizkenar üçgen olduğunu biliyoruz ve ikiz olmayan açıyı çizilen doğru iki eşit parçaya bölmüş. O halde o doğru açıortay doğrusudur. Hatta çizdiğimiz doğru KL kenarına diktir bile diyebiliriz.

Öğretmen: Harika gidiyorsun. Bize sonucu da söyleyebilir misin lütfen?

Öğrenci C: Söylerim öğretmenim. Biz zaten tepe açısının 40° olduğunu az önce arkadaşımız yardımıyla bulmuştuk. Biz o tepe açısının açıortay olduğunu söyledik. Açımız 40° tı. Açıortay açıyı iki eşit parçaya ayırır. O halde bizim aradığımız açı 20° 'dir.

Öğretmen: Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim hepinize. Sorumuzu doğru çözdük.

Yukarıdaki senaryo kesitinden de görüldüğü üzere Ö2'nin oluşturduğu senaryoda öğretmen ve öğrenci arasında geçen diyalogda öğretmenin akıl yürütme süreçlerinden ziyade sonuca ulaşma odaklı bir tutum sergilediği söylenebilir. Bu tutumu sergilediği “Gayet güzel bir başlangıçtı ancak şu an cevaba ulaşmış sayılmayız. Sırada ne yapmamız lazım?”, “Çok doğru bir çözüm oldu ama hâlâ istenene ulaşmış durumda değiliz.” gibi ifadelerinden de görülebilir. Çözüm süreci öğrencilerin verdiği doğru yanıtlar, kavramlar hakkında hatırladıkları özellikler üzerinden yürütülmüş ve öğretmen öğrencilerin yanıtlarını gerekçelendirmeye yönelik “nasıl” ve “neden” gibi soruları oldukça az kullanmıştır. Buna göre Ö2'nin (D-İ) olarak nitelendirdiği G2'yi senaryosunda da yine bu seviyede ele aldığı söylenebilir.

4.2.12. Ö2'nin G2'ye dair sınıf uygulaması

Ö2, sınıfta G2'yi sesli bir şekilde okuduktan sonra öğrencilere “Burada ne yapabiliriz? Ne düşünüyorsunuz?” sorusunu yöneltmek onları düşünme sürecine dahil etmeye çalışmıştır. Bir öğrenci [MN]'nin açıortay olduğunu ve $\widehat{KNM}$ ile $\widehat{MNL}$ açılarının ölçülerinin 90° olduğunu ifade etmiştir. Bunun üzerine Ö2 öğrenciye [MN]'nin açıortay olduğuna nasıl karar verdiğini sormuş, öğrenci de “Kenarortay olunca açıortay da olmuyor mu?” yanıtını vermiştir. Burada öğrenci ikizkenar üçgenlerde ikiz olmayan kenara ait kenarortayın aynı zamanda açıortay olduğunu açıklamaya çalışmış fakat henüz açıklamasını tamamlamadan Ö2 şekil üzerinde açıklama yapmaya kendisi devam ederek $m(\widehat{L}) = 70^\circ$ olduğunu göstermiş ve $m(\widehat{M}) = 40^\circ$ olduğunu söylemiştir. Ö2 açıklamasında üçgenin [MN] doğru parçası boyunca katlanırsa üçgenin iki eşit parçaya bölüneceğini dolayısıyla [MN]'nin açıortay olduğu söylenmese bile katlayınca bunun görülebileceğini söylemiştir. Dolayısıyla $\widehat{M}$ açısının iki eş parçaya bölünerek $\widehat{KMN}$ ve $\widehat{NML}$ açılarının ölçülerinin 20° olduğunu ifade etmiştir.

Ö2, G2'nin çözüm sürecinde öğrencilerden gelen fikirlerin nedenini sorarak onların gerekçeler sunmasını ve düşüncelerini açıklamasını istese de öğrenciler gerekçelerini tam olarak açıklayamadığında onları düşünmeye sevk edecek yeni sorular yöneltmek yerine açıklamaları kendisi yapmıştır. Sonuç olarak Ö2'nin senaryosunda olduğu gibi sınıf ortamında da G2'yi düşük bilişsel düzeyde o ele aldığı görülmüştür.

4.2.13. Ö2'nin G3'e dair senaryosu

Ö2, G3'ün (Y-İ) düzeyinde olduğunu belirtmiştir. Oluşturduğu senaryoda ders öğretmenin bu görevi tahtaya yazmasıyla başlamaktadır. Bir öğrencinin dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğunu bilmedikleri için soruyu çözemeyeceklerini ifade etmesi üzerine öğretmen soruda verilen bilgiyi kullanarak bu uzunluğu bulunabileceklerine işaret etmektedir. Başka bir öğrenci dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunun bu kenara teğet olan altı tane çemberin çapına eşit olduğunu söylemiş ve çemberlerin çapının 2 cm olduğunu bulmuştur. Bunun üzerine öğretmen dikdörtgenin diğer kenar uzunluğunun nasıl bulunacağını sormuş, aynı öğrenci bahsedilen kenarda dört çember yer aldığı için bu kenarın uzunluğunun $4 \times 2 = 8$ cm olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen burada tekrar müdahalede bulunarak soruda en kısa

mesafenin sorulduğunu hatırlatmış ve ne yapılması gerektiğini sormuştur. Başka bir öğrenci söz alarak diğer kenarı bulmaya gerek olmadığını, yarıçap uzunluğunu bulduktan sonra $6+8=14$ cm işlemiyle istenilen mesafenin bulunacağını açıklamıştır. Bu yanlış yanıt karşısında öğretmen “en kısa” mesafeye yeniden vurgu yapmıştır. G3’ün senaryosunda yer alan ilgili diyalog aşağıda verilmiştir:

Öğrenci C: Öğretmenim çap 2 cm ise yarıçap 1 cm’dir. Merkezler arası mesafe için en alt sıradaki çemberden sağa doğru, yukarıdaki çemberden de aşağı yönde ilerleyelim. Soldan sağa 8 cm, aşağıdan da yukarı 6 cm gitmemiz lazım. Yani 14 cm cevap olur.

Öğretmen: Evet bir mesafe ama bu en kısa mesafe midir?

Öğrenci D: Hayır öğretmenim. En kısa mesafeyi bulmak için arkadaşımın ilerlediği gibi ilerleriz ama devamında 6 ile 8’i toplamayacağız. En kısa mesafe için Pisagor teoremini kullanmamız gerekir.

Öğretmen: Nasıl kullanacaksın?

Öğrenci D: Öğretmenim sağa doğru gidince ve yukarıdan aşağı gelince dik oluyor. Soldan sağa 8 cm, yukarıdan aşağı ise 6 cm’dir. O halde $6^2 + 8^2 = 10^2$ olur. Yani en kısa mesafe 10 cm’dir.

Yukarıdaki diyalogdan görüldüğü üzere öğretmen bir öğrencinin yanlış çözüm yapması üzerine yönelttiği bir soru ile diğer öğrencilerin de düşünmesini sağlayarak tartışma ortamı oluşturmaya çalışmıştır. Bunun üzerine başka bir öğrenci, diğerinin söylediği çözümü değerlendirmiş ve hatasını düzelterek Pisagor teoremi ile doğru çözümü yapmıştır. Senaryo bir öğrencinin yanlış cevabı dışında genellikle öğrencilerin doğru yorumları üzerinden devam etmiştir. Görevin ele alınması sürecinde dikdörtgen ile çemberin özellikleri arasında ilişki kurulmuş ve ayrıca en kısa mesafenin nasıl bulunacağına dair öğrenciler düşünmeye zorlanmıştır. Bu nedenlerden dolayı Ö2’nin G3’ü senaryosunda da (Y-İ) düzeyinde ele aldığı söylenebilir.

4.2.14. Ö2’nin G3’e dair sınıf uygulaması

Ö2, G3’ü okuduktan sonra öğrencilere düşünmeleri için yeterli zaman vermeden “Bize aslında uzun kenarın 12 cm olduğunu vermiş. Biz çemberde yarıçap ve çapın ne olduğunu biliyor muyuz?” diyerek açıklama yapmaya başlamıştır. Daha sonra Ö2’nin sorduğu sorulara kendisi cevap vererek görevin çözümüne devam ettiği görülmüştür. “Yarıçap neydi?

Çemberin merkezinden üzerindeki bir noktaya çektiğimiz uzunluğa biz yarıçap diyoruz değil mi?” ifadesi bu duruma bir örnektir. Ö2 soruda 12 cm olarak verilen kenarın uzunluğunun kaç tane çemberin çap uzunluğuna eşit olduğunu sormuş, öğrencilerden 6 tane olduğu yanıtını almıştır. Ö2’nin görevin çözüm sürecinde sorduğu soruların akıl yürütmekten daha çok tek cevaplı ve hatırlamaya dayalı bilgilere yönelik olduğu görülmüştür. Daha sonra Ö2, On iki yarıçap uzunlukları toplamının 12 cm’e eşit olduğunu ve $r = 1$ cm olduğunu söylemiştir. Ö2 bu noktadan sonra çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa uzaklığın nasıl bulunacağını sorarak öğrencileri düşünmeye davet etmiştir. Bir öğrenci *“Üçgen oluşturabiliriz.”* yanıtını vermiş, Ö2 bu yanıt yeterli bulmayarak *“Peki nasıl üçgen oluştururuz?”* sorusu ile aslında öğrenciden dik üçgen oluşturulacağı yanıtını almak istemiştir. Öğrenciden beklediği yanıt gelmeyince cevabı kendisi *“Dik üçgen.”* diyerek vermiş ve üçgeni tahtada çizmiştir. Bu sırada *“Hipotenüs aslında en kısa uzaklığı bulmamızı sağlıyor bizim.”* diyerek açıklamalarına devam etmiş, dolayısıyla görevin çözümünde önemli noktaları öğrencilere kendisi sunmuştur. Ö2 daha sonra hipotenüsün uzunluğunun hesaplanmasında yarıçapların kullanılamayacağını söylemiş ve dik üçgenin dik kenarlarının değerini yazarak 6-8-10 özel üçgeninden hipotenüsün 10 cm uzunluğunda olacağını söylemiştir. Ardından anlaşılmayan bir şey olup olmadığını sormuş, öğrenciler de olmadığını söyleyince bu görevin çözüm sürecini sona erdirmiştir. Bu süreçte Ö2 dikdörtgen ve çemberler arasında nasıl ilişki kurulacağı, iki nokta arasındaki uzaklık ve dik üçgenin özellikleri üzerinde kavramsal bir tartışma yapılan bir sınıf ortamı oluşturmadığından görevin bilişsel istem düzeyini düşürmüştür.

4.2.15. Ö2’nin G4’e dair senaryosu

Ö2, G4’ün bilişsel istem düzeyini (Y-MY) olarak belirlemiştir. Bu göreve dair oluşturduğu senaryoda öğretmenin üçgenler konusunun daha önce işlendiğini söyleyerek öğrencilere kenarlarına göre üçgen çeşitlerini hatırlatmaya yönelik sorular sormasıyla derse başladığı görülmektedir. Öğrenciler kenarlarına göre üçgen çeşitlerini saydıktan sonra öğretmen bu üçgenlerin özelliklerini de söylemelerini istemiştir. Bir öğrenci eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenin özelliklerini kısaca ifade etmiştir. Gerekli hatırlatmalar yapıldıktan sonra öğretmen sorudaki ilk şekli tahtaya çizerek karenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin kenarlarına göre hangi çeşit üçgen olabileceğini yorumlamalarını istemiştir. Bir öğrenci ikizkenar üçgen olduğunu söylemiş, öğretmen yanıtının sebebini sorduğunda ise şekle bakarak ikizkenar üçgene benzettiğini söylemiştir. Bu durum Ö2’nin senaryosunda,

öğrencilerin geometri sorularında kavramsal bilgileri kullanmadan şekle bakarak yorumda bulunabileceklerine dikkat çekmek istediği şeklinde yorumlanabilir. Senaryonun devamında bir öğrenci verilen üçgenin neden ikizkenar olduğunu gerekçesiyle açıklamıştır. Bu sürece dair verilen örnek bir diyalog aşağıda verilmiştir:

Öğrenci D: Hocam ben açıklayabileceğimi düşünüyorum.

Öğretmen: Buyur.

Öğrenci D: Hocam biz Pisagor bağıntısını görmüştük daha önce. Bizim şeklimiz kare ve karede köşeler dik açı olmak zorunda. Sizin karenin içine çizdiğiniz üçgen dışında iki tane üçgen oluştu ve dik üçgenler. Biz Pisagor bağıntısını kullanarak bu dik üçgenlerin hipotenüsünü bulabiliriz ama ben bağıntıyı kullanmadan önce şöyle düşündüm, sizin çizdiğiniz üçgenin tepesi eğer AB kenarını iki eşit parçaya bölerse zaten AD ve BC kenarının uzunlukları birbirine eşit. O halde bağıntıyı kullanınca iki bağıntıda da hipotenüs eşit çıktı yani ikizkenar üçgen oldu.

Öğretmen: Süper açıkladın. Peki şimdi bize diğer çeşitteki üçgenleri de açıklamak isteyen var mı?

Senaryonun devamında başka bir öğrenci verilen üçgenin çeşitkenar üçgen olabileceğini fakat eşkenar olamayacağını söylemiş, gerekçesini ise karenin [CD] kenarına indirilen dikmenin karenin bir kenarının uzunluğundan farklı olması biçiminde ifade etmiştir. Öğretmen bu gerekçeleri yeterli bulup diğer şekli tahtaya çizerek çözüm sürecine devam etmiştir. Kare için söylenenlerden yola çıkarak bir öğrenci dikdörge'nin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin ikizkenar ve çeşitkenar olabileceğini, başka bir öğrenci de eşkenar olabileceğini gerekçesiyle birlikte açıklamıştır. Öğrenciler hata yapmadan altıgen şekli için de yorumlarda bulunmuş ve son şekil olan çembere geçilmiştir. Ö2'nin son şekil için oluşturduğu diyaloglarda öğrenciler açıklamalarında kavramsal bilgilerin doğru bir şekilde ifade etmiş ve çember ile üçgen arasında ilişki kurarak düşünebilmişlerdir. Ayrıca senaryodaki tüm süreçte 7 öğrencinin söz aldığı, öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini takip ederek değerlendirebildiği görülmektedir. Bu da Ö2'nin öğrencilerin aktif katıldığı ve sınıf tartışması ile doğru yanıtların bulunduğu bir sınıf ortamı tasarlamaya çalıştığını göstermektedir. Ancak bu tartışma sırasında öğrenciler tarafından hiç yanlış yorum yapılmamış ve kavram yanılgısı yaşanmamıştır. Dolayısıyla Ö2'nin olası öğrenci yanlışlarını göz önünde bulundurmadan ders tasarımı yaptığı söylenebilir. Senaryodan örnek bir diyalog şöyledir:

Öğrenci D: Hocam ben açıklayabileceğimi düşünüyorum.

Öğretmen: Buyur.

Öğrenci D: Hocam biz Pisagor bağıntısını görmüştük daha önce. Bizim şeklimiz kare ve karede köşeler dik açı olmak zorunda. Sizin karenin içine çizdiğiniz üçgen dışında iki tane üçgen oluştu ve dik üçgenler. Biz Pisagor bağıntısını kullanarak bu dik üçgenlerin hipotenüsünü bulabiliriz ama ben bağıntıyı kullanmadan önce şöyle düşündüm, sizin çizdiğiniz üçgenin tepesi eğer AB kenarını iki eşit parçaya bölerse zaten AD ve BC kenarının uzunlukları birbirine eşit. O halde bağıntıyı kullanınca iki bağıntıda da hipotenüs eşit çıktı yani ikizkenar üçgen oldu.

Öğretmen: Süper açıkladın. Peki şimdi bize diğer çeşitteki üçgenleri de açıklamak isteyen var mı?

Ö2'nin tasarladığı sınıf ortamında öğretmenin “Bu düşüncenin sebebi nedir?”, “Nasıl bir varsayımda bulundurn? Paylaş bizimle.” gibi ifadelerine bakıldığında sorgulamaya dayalı bir ders işlemeyi uygun bulduğu söylenebilir. Öğrenciler önceki öğrenmelerinden yola çıkarak verilen görevde olabilecek ihtimaller üzerinde tartışmış, birbirlerinin fikirlerini anlamaya çalışmış ve gerektiğinde öğretmenin yönlendirmesiyle birbirlerinin fikirlerini tamamlayıcı yorumlarda bulunmuşlardır. Senaryoda öğrencilerin ve öğretmenin görevle meşgul olmaları sırasında yürüttükleri muhakeme sürecine ve sınıf tartışmalarına bakılırsa Ö2'nin daha önce belirlediği gibi G4'ü (Y-MY) bilişsel istem düzeyinde ele aldığı görülmektedir.

4.2.16. Ö2'nin G4'e dair sınıf uygulaması

Ö2 akıllı tahtaya yansıttığı G4'ü sesli şekilde okuduktan sonra Ö2 “Üçgenlerimizi biliyoruz değil mi? Eşkenar üçgen var, ikizkenar üçgen var, çeşitkenar üçgen var. Bunlar kenarlarına göre. Bir de açılarına göre üçgenlerimiz var. Bunlar dar açılı üçgen, dik açılı üçgen ve geniş açılı üçgendir. Kareden başlayalım.” diyerek öğrencilere sormak yerine üçgen çeşitlerini kendisi hatırlatmayı tercih etmiştir. Daha sonra öğrencilere karenin iç bölgesindeki üçgenin eşkenar olup olamayacağı hakkında ne düşündüklerini sormuş, öğrencilerden üçü “Olabilir.” yanıtını vermiştir. Ö2 öğrencilere bu yanıtlarının nedenini sorarak onlara gerekçelerini açıklamaları için imkan sunmuş, bir öğrenci de şekle bakınca kenarlar üzerinde oluşan dik üçgenlerin eş olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Ö2 söz konusu üçgenin kenarlarına “a cm” yazarak öğrencinin ifade ettiği durumu daha detaylı açıklamaya

başlamıştır. Bu üçgenler için Pisagor teoreminin sağlanmadığını söylemiş, cebirsel ifade kullanarak yaptığı çözümü daha sonra bilinmeyenlere değer vererek tekrar yapmıştır. Burada Ö2'nin öğrencilerin cebirsel ifadelerle düşünmede zorluk yaşayacağını varsaydığı ve çözüm sürecini kolaylaştırmaya çalıştığı söylenebilir. Benzer şekilde verilen üçgenin ikizkenar olma durumunu da incelemiş, önce öğrencilerden fikir almış daha sonra kendisi açıklamada bulunmuştur. Verilen üçgenin çeşitkenar olma durumu üzerinde durulurken bir öğrenci *“İkizkenar olursa çeşitkenar olmaz ki.”* şeklinde bir fikir sunmuş, Ö2 de *“Neden? Ama bak farklı durumları değerlendiriyoruz. Eğer ortadan eşit şekilde bölerse ikizkenar olur dedik. Eşkenar olması için Pisagor bağıntısını kullandık. Peki çeşitkenar olabilmesi için ne yapabiliriz? Nasıl olursa bu üçgen çeşitkenar olabilir?”* açıklamasını yapmıştır. Aynı öğrenci tekrar *“Ama çeşitkenar olması için kenar uzunluklarının farklı olması gerekir. Burada aynı. (kareyi kastederek)”* şeklinde yanıt vermiştir. Ö2 diğer öğrencilerden herhangi bir yorum gelmemesi üzerine; *“Peki bu nokta [AB]'yi eşit bölmese, mesela şurası 3 cm şurası 2 cm olsun. Böyle bölemez mi? Bölebilir değil mi? Çünkü şu an şartları biz oluşturuyoruz.”* dedikten sonra dik üçgenlerde Pisagor teoremini uygulamış ve üçgenin kenar uzunluklarının farklı olduğunu dolayısıyla çeşitkenar üçgen olduğunu göstermiştir. Ö2 kare ile ilgili çözümünü tamamladıktan sonra dikdörtgenin iç bölgesindeki üçgen hakkında neler düşündüklerini öğrencilere sormuştur. Öğrenciler oturdukları yerden *“Çeşitkenar olabilir.”* diyerek fikir belirtmiştir. Nedenini açıklamak isteyen olup olmadığını soran Ö2'ye bir öğrenci *“Farklı sayılar olabileceği için.”* şeklinde yanıt vermiştir. Ö2 *“Aslında deminki kare ile hemen hemen benzer durumlar geçerli bunda da.”* ifadesiyle öğrencilere ipucu vermiştir. Bunun üzerine öğrenciler kare için yapılan yorumlardan yola çıkarak dikdörtgenin iç bölgesindeki üçgen için de benzer yorumları yapmışlar ve bu üçgenin çeşitkenar üçgen ile ikizkenar üçgen olabileceğini söylemişlerdir. Fakat eşkenar üçgen olma durumu incelenirken Ö2 yanlış çözüm yaparak öğrencilerin de yanlış düşünmesine neden olmuştur. Aslında gerekli şartlar sağlandığında üçgenin eşkenar olabileceğini söylemek yerine *“Eşkenar olabilir mi?”* sorusunu öğrencilere yöneltmiş, öğrenciler de *“Olamaz.”* cevabını vermiştir. Bu cevabı sorgulamadan kabul eden Ö2'nin bu görevin çözümünde kafa karışıklığı yaşayarak yanlış değerlendirmede bulunduğu görülmüştür. Altıgen şekli üzerinde çalışılırken ise öncelikle üçgenin dik üçgen olduğu öğrenciler tarafından söylenmiştir. Ö2 bu yorumu onaylamış fakat öğrencinin buna nasıl karar verdiğini sorgulamamıştır. Bu üçgenin çeşitkenar olabileceğini açıklarken de *“Çeşitkenar olabilir değil mi? Çünkü öyle duruyor.”* ifadesi ile şekle bakarak yorum yapılabileceği fikrini onaylamıştır. Halbuki diğer görevlerde geometrik muhakeme yaparken sadece şekle bakılarak yorum yapmanın doğru

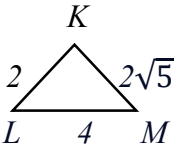
olmadığı Ö2'nin kendisi tarafından ifade edilmişti. Ö2 benzer bir açıklamayı verilen üçgenin ikizkenar olma durumu ile ilgili olarak *“Peki ikizkenar? Olamaz değil mi? Çünkü görseline göre öyle diyoruz değil mi?”* şeklinde yapmış ve bu söyleminden sonra öğrencilerden kenar uzunluklarını bulmaya çalışmalarını istemiştir. Ö2 çözümü öğrencilerden istemesine rağmen onlara yeterli zaman vermeden yine kendisi yapmaya başlamıştır. Altıgenin bir kenarına “b cm” dedikten sonra çözümü sunmuş ve üçgenin çeşitkenar olduğunu söyleyerek süreci bitirmiştir. Görevdeki son şekil olan çemberle ilgili çalışma sürecinde de Ö2 sadece bir öğrenciden fikir almış, fakat öğrencinin verdiği yanıtlara dair gerekçesini sunmasına fırsat vermeden açıklamalar yapmıştır.

Ö2'nin G4 ile ilgili sınıf uygulamasına genel olarak bakıldığında çözüm için kilit noktalarını kendisinin açıkladığı, görevlerin çözüm adımları hakkında öğrencilere çok fazla ipucu ve yönerge verdiği, görevin çözümü için öğrencilere yeterli zaman vermediği ve öğrencileri düşüncelerini açıklamaya teşvik edici soruları çok az kullandığı gözlemlenmiştir. Ayrıca verilen bir üçgen hakkında da yanlış yorumda bulunduğu görülmüştür. Dolayısıyla Ö2'nin bu görevi sınıfta, senaryosunda ele aldığı bilişsel istemden daha düşük bir düzeyde ele aldığı söylenebilir.

4.2.17. Ö3'ün G1'e dair ders senaryosu

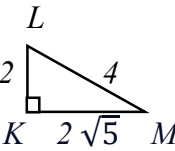
Ö3, G1'in (D-İ) düzeyinde olduğunu belirtmiştir. Ö3'ün G1 için oluşturduğu ders senaryosu öğretmenin soruyu tahtaya yazmasının ardından sınıfa soru hakkındaki düşüncelerinin neler olduğunu sormasıyla başlamaktadır. Senaryo süresince dört farklı öğrencinin derse katılım gösterdiği ve öğretmenin öğrencilerden gelen yanıtları doğrudan kabul etmek veya yanıtlamak yerine ortaya koydukları iddiaların gerekçelerini istediği ve aldığı yanıtlar için *“Sizler arkadaşınıza katılıyor musunuz?”* gibi ifadelerle veya öğrencinin defterinde gördüğü bir görsel temsili tüm sınıf görececek şekilde tahtaya çizerek bir sınıf tartışmasını başlatmak istediği görülmektedir.

Öğretmen: (Tahtaya soruyu yazar.) Evet çocuklar bu soru hakkındaki düşünceleriniz neler? Sizce KLM üçgeni bir dik üçgen olur mu?

Öğrenci 1:  (Şeklini çizdiği defterini öğretmenine götürür.) Öğretmenim bence KLM üçgeni bir çeşitkenar üçgen olur.

Öğretmen: Sence neden çeşitkenar üçgen olur? Açıklar mısın? (Öğrencinin defterindeki şekli tahtaya çizer.)

G1 ile ilgili gerekli matematiksel fikirlerin tartışılması bakımından incelendiğinde ise Ö3'ün senaryosunda sorunun yanıtına doğrudan varmayı sağlayan Pisagor teoreminin yanında üçgen çeşitleri ve üçgende açı kenar bağıntısı üzerinde durduğu görülmektedir. Diyalog örneğinde görüldüğü üzere bir öğrenci kenar uzunlukları verilen üçgenin çeşitkenar üçgen olduğunu belirtmiş, öğretmenin yönelttiği sorular neticesinde başka hangi üçgen çeşitlerinin bulunacağına dair bir sınıf tartışması ile üçgenlerin açılarına göre de sınıflandığı hatırlanmıştır. Ardından aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi öğrencilerden biri " $2^2 + (2\sqrt{5})^2 = 4^2$ " şeklinde yaptığı işlemi sunarak, verilen üçgenin kenar uzunluklarının Pisagor teoremini sağlamadığından bir dik üçgen olamayacağını bildirmiştir. Senaryoya göre öğretmen $2\sqrt{5}$ 'in mi yoksa 4'ün mü daha büyük olduğuna dair bir sorgulama yapıp diğer öğrencilerin de fikirlerini alarak bu öğrencinin hipotenüs uzunluğunu yanlış seçtiğini fark etmesini sağlamıştır. Ancak bu sırada yalnızca bu iki sayının sıralanmasına odaklanılmış, açıkça bir dik üçgende en büyük açı olan dik açının karşısında bulunduğu için hipotenüs olarak verilen kenar uzunluklarının en büyüğünün seçilmesi gerektiğine yer verilmemiştir. Senaryonun ilerleyen kısmında öğrencilerden biri soruda verilen kenar uzunluklarının Pisagor teoremini sağladığını tahtada göstermiş ve öğretmenin derse katılan öğrencilere teşekkürü ile çözüm süreci sonlandırılmıştır.

Öğrenci 2:  (Şeklini çizdiği defterini öğretmenine götürür.)

Öğretmenim ben KLM üçgenini bu şekilde çizdim. Pisagor teoremini uyguluyorum ama Pisagor teoremini sağlamıyor $(2^2 + (2\sqrt{5})^2 \neq 4^2)$. Bu yüzden dik üçgen olmaz.

Öğretmen: (Öğrencinin defterindeki şekli tahtaya çizer.) Sizce arkadaşınızın çizdiği şekil doğru mu?

Öğrenci 3: Bence doğru öğretmenim.

Öğrenci 4: Bence yanlış öğretmenim. Çünkü arkadaşımız $|KM|$ kenarını $|LM|$ kenarından daha kısa çizmiş. Ama $2\sqrt{5}$, 4'ten daha büyüktür.

Öğretmen: $2\sqrt{5}$ 'in 4'ten daha büyük olduğunu nasıl bulduğunu bize tahtada açıklayabilir misin?

Öğrenci 4: (Tahtaya çıkar.) $\sqrt{5}$ 'in yaklaşık değerini bulmayı kareköklü sayılarda şöyle öğrenmiştik; $\sqrt{5}$ 'in hangi tam kare sayılar arasında olduğuna bakıyorduk ve hangisine daha yakın olduğuna karar veriyorduk. Bu yüzden $\sqrt{5}$; $\sqrt{4}=2$ ve $\sqrt{9}=3$ arasındadır. Yani $\sqrt{5}$ yaklaşık olarak $\sqrt{5}=2, \dots$ olur. $\sqrt{5}$; 2'den büyük bir değerdir. Buna bağlı olarak da $2\sqrt{5}$ sayısı 4'ten daha büyük bir sayıdır.

Öğretmen: Açıklamaların için teşekkür ederim. Dediklerin doğru o zaman arkadaşının tahtaya çizdiği üçgeni bizim için doğru olarak çizebilir misin?

Öğrenci 4: Tabi ki öğretmenim.



Öğretmen: Peki çocuklar bu son çizilen sizce dik üçgen oldu mu? Açıklar mısınız?

Ö3'ün oluşturduğu ders senaryosu değerlendirildiğinde öğretmenin öğrencilerin yanıtlarını gerekçelendirmelerini istediği, öğrencilerin sınıf içerisinde bu soru ile ilgili yapabilecekleri yanıtları göz önünde bulundurarak soruyla ilgili matematiksel kavramların özelliklerinin tartışıldığı bir sınıf ortamı tasarlamaya çalıştığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö3'ün oluşturduğu ders senaryosu ile G1'in bilişsel istem düzeyini artırdığını söylemek mümkündür.

4.2.18. Ö3'ün G1'e dair sınıf uygulaması

Ö3, sınıf ortamında akıllı tahtaya G1'i yansıtmış ve sesli bir şekilde okuduktan sonra senaryosunda olduğu gibi öğrencilere soru ile ilgili fikirlerinin ne olduğunu sormuştur. Sınıftaki beş-altı öğrenci kısa sürede hep bir ağızdan dik üçgen olduğunu düşündüklerini bildirmişlerdir. Ö3 “Neye dayanarak dik üçgen olduğunu söylüyorsunuz?” diyerek yanıtlarını gerekçelendirmelerini istemiştir. Öğrencilerden biri “2 kere 4” diyerek söze başlamış Ö3 neden 2 ile çarptığını sormuş, öğrenci Pisagor teoremini kullandığını belirterek yaptığı işlemi belirtmiştir. Ardından Ö3 sınıfa “Başka bir fikri olan var mı?” diye sormuş ve

öğrencilerden “Hayır” yanıtını aldıktan sonra kenar uzunlukları verilen üçgenin görsel temsilini tahtaya çizerek verilen kenar uzunluklarını temsil üzerinde ifade edip, Pisagor teoremini kullanarak gerekli işlemleri yapıp çözümü öğrencilerin katılımıyla tamamlamıştır.

Sınıftaki birkaç öğrencinin soruya kısa sürede yanıt vermesi ve sınıftaki diğer öğrencilerin de çözüme onay vermesi ile G1, sınıf ortamında matematiksel fikirler üzerinde bir tartışma ortamı oluşmadan, işlemlere dayalı olarak kısa sürede çözülmüştür. Dolayısıyla senaryo ile karşılaştırıldığında sınıf ortamında daha düşük bir bilişsel çaba ile çözüm sürecinin tamamlandığını söylemek mümkündür.

4.2.19. Ö3’ün G2’ye dair ders senaryosu

Ö3, G2’nin (D-İ) düzeyinde olduğunu belirtmiştir. Ö3’ün G2 için oluşturduğu ders senaryosu öğrencilere soru hakkındaki düşüncelerinin neler olduğunu sormasıyla başlamaktadır. Senaryoda beş farklı öğrencinin derse katılım gösterdiği ve Ö3’ün bu öğrencilerden birini “*En arka sıralarda oturan öğrencilerden birisi*” olarak özellikle betimlemesi Ö3’ün sınıftaki öğrencilerin tümünün matematiksel fikirler üzerine yapılan tartışmalara dahil olması gerektiğini uygun bulduğu şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca senaryo boyunca öğretmenin öğrencilerden gelen yanıtları “*Sizce arkadaşınızın dediği doğru mu? Nedenleriyle açıklayın.*” şeklindeki ifadelerle öğrencilerin ortaya konulan matematiksel iddiaları gerekçelendirmelerini ve tartışmalarını istediği görülmektedir. Ö3’ün G2 için oluşturduğu senaryodan bir kesit aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: Arkadaşınızın dediğini duydunuz. Sizce söyledikleri doğru mu?

Öğrenci 2: Evet öğretmenim doğru. $m(\widehat{K}) = 70^\circ$, $m(\widehat{L}) = 70^\circ$ olduğu için $m(\widehat{M}) = 40^\circ$ olur.

Öğretmen: $m(\widehat{M}) = 40^\circ$ olduğunu nasıl bulduğunu bize açıkla mısın?

Öğrenci 2: $m(\widehat{K}) = 70^\circ$ ve $m(\widehat{L}) = 70^\circ$ ikisini toplarsak $70 + 70 = 140$ yapar. Bir üçgenin iç açıları toplamı 180 olduğu için KLM üçgenindeki $m(\widehat{M}) = 180 - 140 = 40^\circ$ olur.

Öğretmen: Açıklaman için teşekkürler. Dediklerin doğru. Peki çocuklar arkadaşlarınızın fikirleri böyleydi. Peki sizce bu sorunun cevabına nasıl bir yol izleyerek ulaşabiliriz?

Öğrenci 3: Arkadaşlarımızın dediklerinin devamında şöyle bir şey olabilir mi hocam? MN kenarortay olduğu için $m(\widehat{KMN}) = m(\widehat{NML})$ ben böyle düşündüm.

Öğretmen: Sizce arkadaşınızın dediği doğru mu? Nedenleriyle açıklayın.

Öğrenci 4: Bence doğru. Çünkü $|KN|$ kenarı ile $|NL|$ kenarları birbirine eşit ve $[MN]$ açıortay. Bu yüzden $(\widehat{KML})$ açısı 40° idi. MN açıortay olduğu için açıyı eşit iki parçaya bölmüş. Yani $m(\widehat{KMN}) = 20^\circ$, $m(\widehat{NML}) = 20^\circ$ olur.

Öğretmen: Evet çocuklar arkadaşlarımızın düşünceleri böyle. Sizce son arkadaşımızın söylediği doğru olur mu?

Ö3'ün senaryosu, G2'nin matematiksel olarak çözüme kavuşturulması bakımından incelendiğinde yukarıda verilen diyalogdan görüldüğü gibi öncelikle öğrencilerden biri KLM ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{MKL})=70^\circ$ ise $\widehat{MKL}$ açısının ölçüsünün de 70° olduğunu belirtmiştir. Daha sonra başka bir öğrenci buna göre bir üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan $\widehat{LMK}$ açısının ölçüsünün 40° olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra öğrenciler $[MN]$ kenarortay olduğu için $m(\widehat{KMN})=m(\widehat{NML})$ olacağını ve dolayısıyla soruda istenen $\widehat{KMN}$ açısının ölçüsünün 20° olacağını bildirmişlerdir. Bu sırada öğrenciler $[MN]$ kenarortayını neden açıortay olarak da kabul ettiklerine dair bir gerekçe sunmamış, senaryoya göre öğretmen de bu hususta bir sorgulama yapmamış ve bir öğrencinin çözümü özetleyerek yeniden yapmasını isteyerek süreci sonlandırmıştır.

Oluşturulan bu ders senaryosu değerlendirildiğinde, Ö3'ün senaryosunda öğretmenin tüm öğrencilerin derse katılımını sağlamaya çalıştığı ve “neden” sorularıyla öğrencilerin yanıtlarının gerekçelendirmelerini istediği bir sınıf ortamı tasarladığı söylenebilir. Diğer taraftan Ö3'ün G2'nin çözümü için kilit bir nokta olan “Bir ikizkenar üçgende ikiz olmayan kenara ait kenarortay aynı zamanda açıortaydır.” ilkesinin gerekçe olarak sunulması gerektiğini gözden kaçırdığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö3'ün oluşturduğu senaryoda görevin bilişsel istem düzeyini düşük düzeyde ele aldığı görülmektedir.

4.2.20. Ö3'ün G2'ye dair sınıf uygulaması

Ö3, sınıf ortamında akıllı tahtaya soruyu yansıtmış ve soruyu sesli bir şekilde okuduktan sonra senaryosunda olduğu gibi öğrencilere soru ile ilgili fikirlerinin ne olduğunu sormuştur. Sınıftaki öğrencilerden biri verilen üçgenin ikizkenar üçgen olması ve üçgenin iç açılarının toplamından yola çıkarak yaptığı açıklamalardan sonra $\widehat{LMK}$ açısının ölçüsünün 40° olduğunu ve $[MN]$ kenarortay olduğu için 40° yi ikiye bölmesi gerektiğini ve istenen $\widehat{KMN}$ açısının ölçüsünün 20° olacağını söylemiştir. Ö3 sınıftaki diğer öğrencilerin de bu yanıtı

katılıp katılmadığını sorduktan sonra tahtada çözümü yapmaya başlamıştır. Bu sırada öğrenci ile benzer yani matematiksel olarak doğru olmayan bir gerekçe ile $\widehat{KMN}$ açısının ölçüsünün 20° olacağını iletmiştir.

Ö3'ün senaryosunda olduğu gibi sınıf ortamında da her ne kadar sunulan iddialara gerekçe istemesi ve görevle ilgili matematiksel fikirler üzerinde durmaya çalışması bakımından G2'nin bilişsel istem düzeyini artırıyor görünse de ortaya konulan çözüm için önemli bir matematiksel gerçekliği atlaması aslında doğru yanıtın elde edilmesine odaklandığı şeklinde yorumlanabilir.

4.2.21. Ö3'ün G3'e dair ders senaryosu

Ö3, G3'ün (Y-İ) bilişsel düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Ö3'ün G1 için oluşturduğu ders senaryosu öğretmenin soruyu tahtaya yazmasının ardından sınıfa soruda kendilerinden ne istendiğini anlayıp anlamadıklarını sormasıyla başlamaktadır. Öğrencilerden biri soruda ne istendiğini ifade edip nasıl bir yol izleyeceğini bilmediğini iletmiştir. Öğretmen öğrencilerin düşünme süreçlerine ket vurmalarına neden olacak bir çözüm yolu önermeden öğrencilerden çözüm için izlenecek yollar hakkında fikir yürütmelerini beklemiştir. Daha sonra sınıftaki iki öğrenci birbirlerinin fikirlerini destekleyip, genişleterek çözüm için izlenecek bir yol önermiş ve senaryo öğretmen tarafından tahtaya davet edilen bu öğrencilerden birinin sorunun yanıtını bulmasıyla devam ettirilmiştir. Bu süreçte öğretmenin herhangi bir sorusu veya yönlendirmesi olmamıştır. İlgili diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: Evet çocuklar, haydi şimdi bu soruyu birlikte çözmeye çalışalım. İlk olarak soruyu anlamalıyız. Sizce bu soruda istenen şey ne?

Öğrenci 1: Öğretmenim bizden boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafeyi bulmamız isteniyor. Ama ben nasıl yapacağımızı anlayamadım.

Öğretmen: Arkadaşınızı duydunuz çocuklar sizce bu soruda isteneni bulmak için nasıl bir yol izleyebiliriz? Aklınıza gelenleri bizimler paylaşır mısınız?

Öğrenci 2: Öğretmenim çemberleri dikdörtgenin içerisine koymuşlar ve bize dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu da vermişler. Dolayısıyla dikdörtgenden yararlanarak bulabiliriz çemberlerin merkezleri arasındaki mesafeyi.

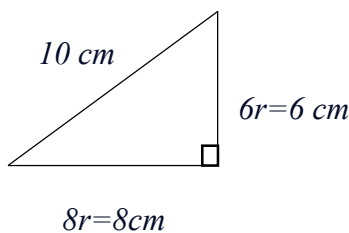
Öğrenci 3: Arkadaşımızın dediği gibi öğretmenim dikdörtgenin uzun kenarından yararlanarak kısa kenarını bulup daha sonra da çemberlerin merkezleri arasındaki mesafeyi bulabiliriz.

Öğretmen: (Son söz alan öğrenciye dönerek) O zaman sen tahtaya gelip nasıl yapabileceğimizi bize gösterir misin?

Yukarıda verilen diyalog örneğinden görüldüğü üzere, senaryoya göre tahtaya kalkan öğrenci çemberlerin birbirine eş olduğunu belirterek bu çemberlerin yarıçapını 2 cm olarak bulmuştur. Daha sonra boyalı çemberler arasındaki uzaklığı bulmak için özel üçgenlerden yararlandığını belirterek 6, 8 ve 10 cm kenar uzunluklarına sahip bir dik üçgen oluşturmuş ve soruda istenilen uzaklığın 10 cm olduğunu belirtmiştir. Bu akıl yürütme sürecinde öğrenci, nasıl bir dik üçgen oluşturduğunu açıklamadan yani çemberde teğet noktası ile merkezi birleştiren doğrunun teğete dik olacağı şeklinde bir gerekçe sunmadan bir dik üçgen oluşturmuş ve boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki “en kısa” mesafenin bulunduğunu hiç vurgulamadan başka bir deyişle neden Pisagor teoremini kullandığını da gerekçelendirmeden işlem yapmıştır. Öğretmen ise bu çözüme “*Aferin! Çözümün doğru. Bu soruda hem dik üçgenden hem dikdörtgenden hem de çemberin özelliklerinden yararlandık.*” şeklinde bir dönüt vererek çözümde yapılan işlemlerin neden yapıldığı açık olmamasına rağmen bu öğrenciden veya sınıftan izlenen bu yolun neden doğru olduğunu açıklamalarını istememiş ve G3’ün çözüm sürecine son vermiştir. İlgili diyalog aşağıdaki gibidir:

Öğretmen: (Son söz alan öğrenciye dönerek) o zaman sen tahtaya gelip nasıl yapabileceğimizi bize gösterir misin?

Öğrenci 3: Tabii ki öğretmenim. (Tahtaya çıkar.) Öğretmenim çemberin birinin yarıçapına r dersek diğer tüm çemberlerin yarıçapı da r olur. Çemberler eş olduğu için. Buradan $12r$ dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu olur. $12r = 12$ ve $r = 1$ olur. Kısa kenar da $8r = 8 \cdot 1 = 8$ cm olur. Boyalı çemberler arasındaki mesafeyi bulmak için üçgenden yararlanabiliriz. Özel üçgenlerden 6,8,10 üçgeni olur oluşturduğumuz dik üçgen. Buradan da çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafe 10 cm bulunur.



Öğretmen: Aferin! Çözümün doğru. Bu soruda hem dik üçgenden hem dikdörtgenden hem de çemberin özelliklerinden yararlandık.

Ö3'ün G3'e dair oluşturduğu bu ders senaryosu genel olarak değerlendirildiğinde öğretmenin öğrencilerden verilen soruyu anlamalarını ve çözüm yolları üretmelerini istediği uygun bir yaklaşımla başlamıştır. Ancak öğretmenin öğrenciden çözümü sırasında izlediği yola dair gerekçelerini istemediği görülmektedir. Ö3'ün bir öğrencinin çözüm için nasıl bir yol izleyeceğini bilmediğini düşünmesi bakımından G3'ü senaryosunda ilişkilendirmeye dayalı yüksek bilişsel düzeye sahip olarak ele aldığı düşünülebilir. Diğer taraftan diğer bir öğrenci hiç zorluk yaşamadan ve izlediği çözüm yolunu dayandığı gerekçelere hiç yer vermeden işlemlere dayalı bir çözüm sunmuş ve tüm sınıfın yapılan çözümü matematiksel olarak anlamlı bulabilmesi için dik üçgen, en kısa uzaklık, Pisagor teoremi gibi görevle ilişkili matematiksel kavramlar ve özellikleri üzerinde durulmamıştır. Bu durum, yapılan işlemlerin ve kurulan matematiksel ilişkilerin yeterince sorgulanmaması bakımından G3'ün bilişsel istem düzeyi daha düşük olacak şekilde senaryoda ele alındığını göstermektedir.

4.2.22. Ö3'ün G3'e dair sınıf uygulaması

Ö3, sınıf ortamında akıllı tahtaya G3'ü yansıtarak sesli bir şekilde okuduktan sonra gönüllü olduğunu belirten bir öğrenciyi tahtaya kaldırmıştır. Bu öğrenci verilen görsel temsilde, senaryodaki öğrenciye benzer şekilde, çizimler yaparak çözüm sunmuştur. Ö3 “*Arkadaşımız bir üçgen olarak düşünerek çözümü yaptı, başka sizce nasıl hesaplayabiliriz?*” şeklinde bir soru ile sınıfı başka çözüm yollarını bulmaya davet etmiştir. Bir öğrenci yarıçapları teker teker sayabileceğini iletince tahtadaki öğrenciden çözümünü daha detaylı bir şekilde anlatmasını istemiştir. Öğrenci oluşturduğu dik üçgenin kenar sayısını, sınıftaki diğer arkadaşlarının katılımı ve Ö3'ün onay verici dönütleriyle çemberlerin yarıçaplarını sayarak nasıl belirlediğini açıklamış ve özel bir dik üçgen olarak 6-8-10 üçgeni elde edildiği belirtilmiştir. Daha sonra Ö3, sayma işleminin doğru yapılmasına dikkat edilmesi gerektiğini vurgulayarak çözüm sürecini sonlandırmıştır.

Bu süreç değerlendirildiğinde, Ö3'ün senaryosunda olduğu gibi sınıf ortamında da öğrencilerin çözümle ilgili söylemlerinde matematiksel gerekçelerini sunmalarına önem vermediği görülmüştür. Çünkü Ö3 öğrencilere bu yönde bir sorgulama yapmalarını

sağlayacak sorular yöneltilmemiş ve kendisi de bir açıklamada bulunmamıştır. Ö3'ün G3'e dair (D-İ) olarak tasarladığı ders senaryosundaki gibi uygulamada da G3'ün bilişsel istem düzeyini (D-İ) düzeyinde ele aldığı görülmektedir.

4.2.23. Ö3'ün G4'e dair ders senaryosu

Ö3, G4'ün bilişsel istem düzeyinin (Y-İ) olduğunu belirtmiştir. Senaryoda öğretmen soruyu tahtaya yazarak derse başlamakta ve sınıfı dört gruba ayırmaktadır. Gruplardan tahtadaki dört farklı geometrik şekilden bir tanesi ile meşgul olmalarını ve birbirleriyle görüş alışverişinde bulunarak çözüme ulaşmalarını istemektedir. Görevde farklı geometrik şekiller üzerinde akıl yürütme ve sorgulama yapılması beklenirken öğretmenin her gruba sadece bir şekil ile ilgilenmelerini söylemesi diğer şekillerle ilgili düşüncelerini engellemektedir. Senaryonun devamında öğrenciler grup olarak tahtaya çıkarak soruya dair görüşlerini ve çözümlerini ifade etmektedir. Görevdeki dört şeklin de tartışılmasında üçgen çeşitleri ile ilgili olabilecek ihtimallerin hepsinin göz önüne alınmaması, sadece tek çeşit üçgen olabileceğinin söylenmesi görevin istenilen şekilde tamamlanmadığını göstermektedir. Dolayısıyla görevin bilişsel istem düzeyinin düştüğü söylenebilir. Bu duruma örnek olarak aşağıdaki diyalog verilmiştir.

Öğretmen: Gruptaki diğer arkadaşlarınız bu konuda ne düşünüyorlar? Size katılıyorlar mı?

Öğrenci 5: Evet öğretmenim arkadaşlarımıza katılıyoruz. İlk başta biz yaptıkları çözümü anlamamıştık bize güzelce anlattılar ve biz de anladık.

Öğretmen: Evet çocuklar 2. grubun çözümünü dinledik sizin eklemek istediğiniz ya da fark ettiğiniz bir çözüm yolu var mı? Varsa bizimle paylaşabilirsiniz.

Öğrenci 1: Öğretmenim arkadaşımızın tahtaya çizdiği şekle bakınca KPN üçgeni ile LPM üçgeni birbirine eşit oldu. Buradan da $|PN|$ ile $|PM|$ kenarları birbirine eşit diyebiliriz ve oluşan NPM üçgeni ikizkenar üçgen olur desek doğru olmaz mı?

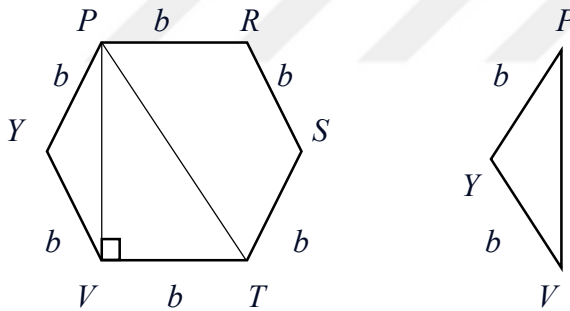
Öğretmen: Evet hem 2. gruptaki öğrencilerin hem de senin dediklerin doğru. Oluşan üçgen ikizkenar üçgendir. Şimdi de 3. gruptaki arkadaşlarımızı tahtaya alalım.

Diyalogdan da görüldüğü gibi karenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin sadece ikizkenar üçgen olabileceği sonucuna varılmış çeşitkenar olabileceği göz ardı edilmiştir. Aynı eksiklik dikdörtgen iç bölgesinde oluşturulan üçgen için de yaşanmıştır. Her iki şekilde de üçgenin bir köşesi karenin ve dikdörtgenin kenarının orta noktasında olduğu varsayılarak

değerlendirilmiştir. Halbuki soruda buna dair bir ifade olmadığı görülmekte ve öğrencilerin bu ihtimalleri göz önüne alarak akıl yürütmeleri amaçlanmaktadır.

Görevde yer alan diğer soru altıgen iç bölgesinde oluşturulan üçgenin kenarlarına göre hangi üçgen çeşidi olabileceğine yöneliktir. Bu görevde öğrenciler üçgenin sadece dik üçgen olduğunu söylemiş ve gerekçesiyle açıklamış yani üçgeni açılarına göre değerlendirmiştir. Nitekim öğretmen de bu durumun üzerine gitmeyerek üçgenin kenarlarına göre hangi çeşit olduğuna dair bir söylemde bulunmamıştır. Dolayısıyla üçüncü şekilde de görevin amacına ulaşmadığı söylenebilir. Bu duruma dair örnek diyalog aşağıda görülmektedir.

Öğrenci 6: Ben ve bütün arkadaşlarım çözümü birlikte bulduk. İlk önce düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünün kaç olduğunu düşündük ve $(n-2).180$ formülünden ($n=6$ için $4.180=720$) bir düzgün altıgenin iç açıları toplamını 720 olarak bulduk. Tüm kenarları birbirine eşit olduğu için $720/6$ 'dan düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünü 120° olarak bulduk. (Şekli tahtaya çizer.)

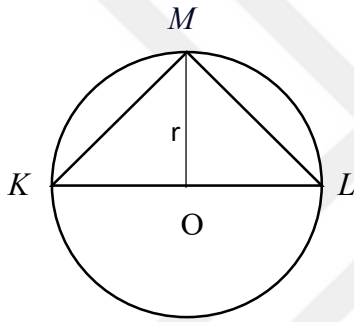


Şekle baktığımızda PYV üçgenini görüyoruz. İki kenar uzunluğu ($|PY| = |YV|$) birbirine eşit olduğu için kenarları gören açılar da birbirine eşit olur. Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan $m(\hat{P}) = m(\hat{V}) = 30^\circ$ olur. Düzgün altıgen için $m(\hat{V}) = 120^\circ$ olduğundan $m(\widehat{YVP}) = 90^\circ$ olur. Yani oluşan PVT üçgeni bir dik üçgen olur.

Öğretmen: 3. gruba da teşekkür ediyoruz çözümlerinden dolayı. Arkadaşlarınızın söylediklerine eklemek istediğiniz bir şey ya da farklı bir çözüm yolu bulan varsa bizimle paylaşabilir.

Öğretmen sınıftaki diğer öğrencilere farklı fikirleri olup olmadığını sormuş bir öğrenci yine dik üçgen olma durumuyla alakalı yorum yapmıştır. Görevin sonunda öğretmen yapılan çözümlerin doğru olduğunu söyleyerek diğer şekle geçmiştir.

Görevde yer alan son şekil için öğretmenin görevlendirdiği gruptan herhangi bir yorum gelmemesi üzerine öğretmen sınıftaki diğer öğrencilere fikirlerini sormuştur. Bunun üzerine bir öğrencinin kağıt katlama yöntemi kullanarak ikizkenar üçgen olduğu sonucuna ulaştığı görülmektedir. Fakat bu çözüm yoluyla öğrencilerin matematiksel açıdan yeterli gerekçelere dayandırılmadan sadece göz kararı yüzeysel değerlendirme yapılarak bir sonuca vardığı söylenebilir. Öğretmenin bu duruma herhangi bir müdahalede bulunmadan çözüm yolunu doğru kabul etmesi dikkat çekmektedir. Öğretmenin öğrenciden fikrini gerekçelendirerek açıklamada bulunmasını istemesi matematiksel düşünmeyi derinleştirmek açısından daha faydalı olabilirdi. Buna dair senaryoda yer alan diyalog örneği aşağıda verilmiştir.



Öğrenci 8: Üçgenin $|KL|$ kenarının uzunluğu $2r$ öğretmenim.

Öğretmen: Evet $|KL| = 2r$. Peki diğer kenarlar hakkında neler söyleyebiliriz?

Öğrenci 3: Bence $|KM|$ kenarı ile $|ML|$ kenarı birbirine eşit öğretmenim.

Öğretmen: Bu çıkarıma nereden vardığını bize açıkla mısın?

Öğrenci 3: $[MO]$ doğru parçasını çizince iki tane eş üçgen oluştu. KOM ve MOL üçgenleri birbirine eşit. 2 kenar uzunlukları eşit. $[MO]$ boyunca üst üste katlayınca eş oluyorlar. (Elindeki kağıtla katlayarak dairenin içindeki üçgenleri kesip üst üste koyarak tahtada tüm sınıfa gösterir.) Bu yüzden oluşan KLM üçgeni bir ikizkenar üçgen olur.

Öğretmen: Evet arkadaşınızın dedikleri doğru. Oluşan üçgenimiz bir ikizkenar üçgen olur. Dersimiz bitti arkadaşlar. Hepinize teşekkür ediyorum. Birlikte soruları cevaplandırdık. Bir dahaki derste görüşürüz. Kendinize iyi bakın.

Senaryonun tümü incelendiğinde öğretmenin sorduğu soruların genel olarak öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına ve gerekçelendirmelerine yönelik olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretmenin birbirlerinin fikirlerini değerlendirmesine fırsat sunacak şekilde öğrencileri düşünmeye sevk ettiği görülmektedir. Fakat yürütülen muhakeme süreci göreve dair tüm

olasılıkları içermediği ve sadece öğrencilerin yaptığı eksik yorumlarla sınırlı kaldığı için görevin bilişsel istem düzeyinde düşme olduğu görülmektedir.

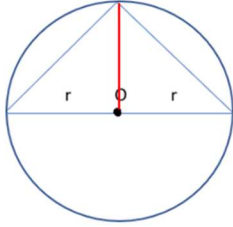
4.2.24. Ö3'ün G4'e dair sınıf uygulaması

Ö3, G4'ü okuduktan sonra öğrencilere “*Kenarlarına göre üçgenleri hatırlıyor musunuz?*” sorusunu yöneltmiştir. Öğrenciler üçgen çeşitlerini saydıktan sonra ilk şekil üzerinde yorum yapmaya başlamışlardır. İlk şekilde karenin orta noktası üçgenin köşesi olarak varsayılmış ve üçgenin ikizkenar üçgen olduğu söylenmiştir. Ö3 senaryosunda olduğu gibi bu şekil için diğer ihtimalleri göz ardı etmiş üçgenin çeşidini sadece ikizkenar olarak kabul etmiştir. İkinci şekil olarak verilen dikdörtgende ise öğrenciler şekle bakarak oluşturulan üçgenin çeşitkenar olduğunu söylemişlerdir. Ö3 neden çeşitkenar olduğunu sorduğunda bir öğrenci görevde verilen çizime göre [KL]'nin farklı uzunlukta iki parçaya ayrıldığını dolayısıyla farklı üçgenler oluştuğunu belirtmiştir. Ö3'ün üçgenin köşesi olan noktanın [KL]'nin orta noktası olması durumunda ne olacağını sorması üzerine öğrenciler ikizkenar üçgen olacağını söylemişlerdir. Burada Ö3'ün öğrencilerin düşüncelerini gerekçelendirmeleri için yönlendirmeler yapsa da tartışmaların matematiksel düşünmeyi derinleştirmede yetersiz kaldığı görülmektedir. Çünkü öğrenciler şekle bakarak göz kararı çıkarımda bulunmuşlardır. Karede olduğu gibi dikdörtgenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin de eşkenar üçgen olup olmama durumu sorgulanmamıştır. Fakat Ö3'ün oluşturduğu senaryoda bu üçgenin sadece ikizkenar üçgen olabileceği belirtilirken sınıf ortamında üçgenin çeşitkenar olması da göz önünde bulundurulmuştur.

Görevdeki bir diğer şekil olan düzgün altıgenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin çeşidine dair sınıfta yapılan tartışmalar sonucu bu üçgenin dik üçgen olduğuna karar verildiği görülmüştür. Fakat görevde üçgenin kenarlarına göre değerlendirilmesi istenirken, Ö3 hem senaryosunda hem sınıf uygulamasında bu üçgenin dik üçgen olduğunu belirtmiş, kenarlarına göre olabilecek çeşitleri değerlendirmemiştir.

Çemberin iç bölgesinde oluşturulan üçgen hakkında öğrenciler fikir yürütmede zorlanmışlardır. Ö3 buna benzer bir durumu bu göreve dair yazdığı senaryoda da belirtmiştir. Yani öğrencilerin bu şekil için fikir yürütmede zorluk yaşayabileceğini öngörmüştür. Dersin devamında Ö3 öğrencilere “*Burada açılar düşünebilir miyiz?*” sorusunu yöneltmiş fakat öğrenciler soruda açılar hakkında bilgi olmadığını söyleyerek başka çözüm yolları

aramışlardır. Bir öğrenci merkezden üçgenin tepe noktasına doğru bir çizgi çizerek bunun kenarortay olabileceğini söylemiştir.



Şekil 4.1. Ö3'ün G4 senaryosundan şekil örneği

Tahtaya çıkan öğrenci Şekil 4.1'deki gibi bir doğru parçası çizmiş fakat üçgenin tüm kenarlarının da $2r$ olduğunu ve üçgenin eşkenar üçgen olduğunu ifade etmiştir. Bu şekil üzerinde yapılan sorgulamalar sırasında öğrenci tepe açısının dik açı olduğunu ve çizilen doğru parçası ile iki eş açığa bölündüğünü belirtmiştir. O noktasındaki 90° 'nin karşısındaki kenarların uzunluğunun, 45° olan açının karşısındaki kenarın uzunluğunun 2 katı olacağını belirterek yanlış çözüm yapmıştır. Bunun üzerine Ö3 “*2 katı mı olur?*” diye sormuş, başka bir öğrenci “*Karesini almıyor muyduk?*” cevabıyla dik üçgende Pisagor teoremi uygulanması gerektiğini belirtmiştir. Daha sonra Ö3 şekil üzerinde sorgulamalara devam ederek yanlış yapan öğrencinin çözümünü düzeltmiş ve öğrencilere üçgenin ikizkenar olduğunu kendisi göstermiştir. Yapılan tartışmalarla öğrencilerin düşüncelerini gerekçeleriyle belirtmelerine fırsat yaratmaya çalışılmıştır. Fakat görevde yer alan diğer şekillerde olduğu gibi bu şekilde de üçgenin çeşitkenar olabileceği veya neden eşkenar olamayacağı üzerinde durulmamıştır. Dolayısıyla Ö3 senaryosunda olduğu gibi sınıf uygulamasında da görevin bilişsel istem düzeyini düşürmüştür.

4.2.25. Ö4'ün G1'e dair senaryosu

Ö4, G1'in bilişsel istem düzeyini (Y-İ) olarak belirlemiştir. Oluşturduğu ders senaryosuna göre öğretmen görevi tahtaya yazıp, derse çözümü hakkında öğrencilere fikirlerini sorarak başlamaktadır. Bir öğrencinin açılar hakkında bilgi verilmediği için bir şey diyemeyeceğini söylemesinden sonra öğretmenin “*Biz dik üçgenler hakkında bir şeyler biliyoruz. Bu bilgilerimizden yola çıkarak yorum yapabiliriz.*” ifadesiyle öğrencileri fikir yürütmeye davet

ettiği görülmektedir. Bir öğrencinin cetvel ve pergeli kullanarak üçgeni çizme fikri üzerine öğretmen $2\sqrt{5}$ cm uzunluğundaki kenarı nasıl ölçeceklerine dair bir soru yöneltilmiş ve öğrencilerin kareköklü ifadeler üzerinde düşünmelerini sağlamıştır. Daha sonra başka bir öğrenci Pisagor teoreminden yararlanarak kenar uzunlukları verilen üçgenin bir dik üçgen olup olmadığına bakabileceklerini söylemiştir. Öğretmen hipotenüs olarak hangi uzunluktaki kenarın seçilmesi gerektiğini sorarak öğrencilerin dik üçgende en uzun kenarın hipotenüs olduğunu ve ayrıca kareköklü ifadeleri sıralamayı hatırlamalarını sağlamıştır. Ö4'ün senaryosundan alınan örnek diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Güzel. Nasıl kullanırsınız peki nereden bileceğiz hangisinin hipotenüs olduğunu?

Murat: Hocam hepsini deneyelim önce $|KL|$ 'yi hipotenüsmüş gibi hesaplayalım olmazsa $|LM|$ 'yi o da olmazsa $|KM|$ 'yi deneriz.

Ayça: Bence öyle yapmamıza gerek yok öğretmenim. Geçen hafta üçgenlerde en büyük açının karşısında en uzun kenarın olması gerektiğini öğrenmiştik. Zaten dik üçgende de en büyük açının dik açısı olduğunu biliyoruz. En uzun kenarı hipotenüs kabul ederek hesaplayalım eğer eşit gelirse dik üçgendir, eşit gelmezse dik üçgen değildir deriz.

Kemal: Bence de Ayça'nın söylediği gibi yapmalıyız öğretmenim.

Öğretmen: Çok güzel o zaman bu şekilde çözmeyi deneyelim. İşlemleri yapmak için tahtaya gelmek isteyen var mı?

Çözüm sürecinin devamında bir öğrenci tahtaya çıkarak hipotenüs olarak hangi uzunluğu neden seçtiğini ve ardından verilen uzunlukların Pisagor teoremini sağladığını göstermiştir. Senaryoda öğretmenin öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına fırsat verdiği ve yanıtlarının gerekçelerin sunmalarını beklediği görülmektedir. Çözüme ilişkin senaryoda yer alan ifadeler aşağıda verilmiştir.

Kemal tahtaya çıkar. Bu durum Ayça'nın hoşuna gitmese de kabul eder.

Kemal: Öğretmenim verilen kenarlar arasında en uzun $2\sqrt{5}$ cm olan $|KM|$ kenarıdır. Bunu şöyle hesaplarız. $\sqrt{5}$, $\sqrt{4}$ ile $\sqrt{9}$ arasındadır. ($\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$) Yani 2 ile 3 arasında olur ($2 < \sqrt{5} < 3$). $2\sqrt{5}$ 'i elde etmek için her iki tarafı 2 ile çarpalım ($4 < 2\sqrt{5} < 9$). Bu durumda $2\sqrt{5}$, 4'ten büyük olmuş olur. Sonra 2'nin karesi olan 4 ile 4'ün karesi olan 16'yı toplarız ($4+16=20$). O da 20 eder. Sonra $2\sqrt{5}$ 'in karesini buluruz. 2'nin ve $\sqrt{5}$ 'in karelerini bulup

çarparız o da 20 eder. 20 eşittir 20 olduğu için Pisagor teoremi sağlanmış olur ve $(\widehat{KLM})$ 'nin ölçüsü 90° 'dir diyebiliriz. Bu durumda KLM dik üçgendir diyebiliriz.

Öğretmen: Teşekkür ederiz Kemalciğim. Yerine geçebilirsin. Anlamayan varsa tekrar anlatabilirim arkadaşlar.

Tüm sınıf: Anladık öğretmenim!

Diğer taraftan yapılan çözümde ele alınan eşitsizliğin 2 ile çarpılması sonucunda $4 < 2\sqrt{5} < 6$ olması gerekirken öğrencinin $4 < 2\sqrt{5} < 9$ şeklinde yazdığı fakat bu durumun gözden kaçtığı görülmektedir.

G1'e dair hazırladığı senaryo genel olarak değerlendirildiğinde Ö4'ün öğrencileri düşünme sürecine katılmaya teşvik ettiği bir tartışma ortamı tasarladığı ve dik üçgen, bir dik üçgende en uzun kenar, kareköklü ifadelerin sıralanması gibi görevle ilgili matematiksel kavramlar ve özellikleri üzerinde öğrencilerin düşünmesini sağladığı görülmektedir. Buna göre G1'in, bu görevi senaryosunda (Y-I) bilişsel istemde ele aldığı söylenebilir.

4.2.26. Ö4'ün G1'e dair sınıf uygulaması

Ö4 sınıf ortamında akıllı tahtaya G1'i yansıtarak öğrencilerden çözmeye çalışmalarını istemiştir. Bir öğrencinin söz edilen üçgenin dik üçgen olduğunu belirtmesi üzerine Ö4 diğer öğrencilerin de fikirlerini belirtmeleri için zaman vermiştir. Başka bir öğrenci de söz konusu üçgenin dik üçgen olmadığını ifade etmiştir. Bunun üzerine Ö4 ilk olarak dik üçgen olduğunu söyleyen öğrenciden tahtada gerekçeleriyle beraber çözümünü yapmasını istemiştir. Öğrenci tahtada 2 ve 4'ün karesini aldıktan sonra toplamış ve kök içine alarak sonucun $2\sqrt{5}$ 'e yani [KM]'ye eşit olduğunu, dolayısıyla üçgenin dik üçgen olduğunu söylemiştir. Ö4 burada herhangi bir sorgulama yapmadan çözümün doğru olduğunu söylemiştir. Daha sonra kenar uzunlukları verilen üçgenin bir dik üçgen olmadığını söyleyen öğrenciye söz hakkı vererek bu yanıtının nedenini açıklamasını istemiştir. Öğrenci geçerli herhangi bir kavramsal bilgi sunmadan, verilen bütün kenarların uzunluklarının birbirinden farklı olduğu için bu şekilde düşündüğünü söylemiştir. Ö4 "Dik üçgen olması için kenarların eşit olması mı gerekir?" sorusunu yönelttiğinde ise öğrenci öyle düşündüğünü söylemekle yetinmiştir. Bu süreçte Ö4 aslında öğrenciden akıl yürüterek yanlısını düzeltmesini beklemiş fakat öğrenci istekli davranmamıştır. Ö4 her iki yorumu yapan öğrenciye teşekkür ederek ilk

kalkan öğrencinin doğru çözüm yaptığını dile getirmiş, “*Başka fikri olan var mı?*” diye sorarak öğrencileri tartışmaya katılmaya teşvik etmeye çalışmıştır. Öğrencilerden başka bir yanıt gelmeyince yapılan işlemleri tekrar ederek çözüm sürecini sonlandırmıştır.

G1’i ele aldığı sınıf ortamı değerlendirildiğinde; Ö4’ün öğrencilerden yanıtlarını gerekçelendirmelerini ve görevle ilgili matematiksel kavramların özellikleri üzerinde düşünmelerini beklemediği ve çözüm sürecinde yapılan işlemlere odaklandığı görülmüştür. Bu nedenle G1’in başlangıçta (Y-İ) olarak belirtilmesine rağmen G1’i sınıf ortamında (D-İ) bilişsel düzeyinde ele aldığı söylenebilir.

4.2.27. Ö4’ün G2’ye dair senaryosu

Ö4, G2’nin (D-İ) düzeyinde olduğunu belirtmiştir. Bu görev için oluşturduğu senaryoda öğretmenin bu görevi dik üçgenler ve Pisagor teoremi ele alındıktan sonra ele aldığını vurgulamıştır. Senaryodaki diyaloglar incelendiğinde öğretmenin öğrencilere üçgen çeşitlerini ve bu üçgenlerin özelliklerini hatırlamalarına yönelik sorular yönelttiği görülmektedir.

Sınıftan ses çıkmaz.

Öğretmen: Peki size şöyle bir ip ucu versem. Üçgenimizin ikizkenar üçgen olduğunu söylemiş. İkizkenar üçgenin özelliklerini biri bize hatırlatabilir mi?

Zeynep: Ben söyleyebilirim hocam.

Öğretmen: Tabi ki Zeynepciğim.

Zeynep: Öğretmenim ikizkenar üçgenlerin iki kenarlarının uzunlukları birbirine eşittir ve bu iki kenarı gören açılar da ölçüleri birbirine eşittir.

Öğretmen: Teşekkür ederiz Zeynepciğim. Arkadaşınızın söylediklerinden yola çıkarak tekrar düşünün bakalım.

Fırat: Aaa! Öğretmenim $\widehat{KLM}$ açısının ölçüsü de 70° olur o zaman. Sonra $\widehat{KML}$ açısına da 40° kalır.

Öğretmen: Çok güzel gidiyorsun Fırat.

Emine: Ama bize $\widehat{KMN}$ açısının ölçüsünü sormuş $\widehat{KML}$ açısının ölçüsünü değil ki.

Öğretmen: Evet Emineciğim. Arkadaşlar geçen ders ikizkenar üçgende kenarortaydan bahsettik hatırlayan var mı?

Fırat: Ben hatırlıyorum öğretmenim. Söyleyebilir miyim?

Öğretmen: Söyle bakalım Fırat.

Fırat: Öğretmenim eşkenar ve ikizkenar üçgende çeşitkenar üçgenlerden farklı olarak kenarortay hem yükseklik hem de açıortay oluyordu.

Öğretmen: Çok güzel Fıratcığım aynen öyle. Peki buna göre cevap için ne söyleyebilirsiniz?

Devam eden çözüm sürecinde öğrenci $[MN]$ 'nin açıortay olduğunu belirterek $\widehat{KMN}$ açısının ölçüsünü 20° bulmuştur. Öğretmenin “*Anlamayan var mı?*” sorusunun ardından tüm sınıfın anladığını belirtmesiyle görevin çözümü sona erdirilmiştir. Yukarıdaki diyalog örneğinden de görüldüğü üzere senaryoda öğretmenin öğrencilere doğru cevabı buldurmaya odaklandığı ve öğrencilerin sessiz kaldığı noktalarda da görevin üstesinden gelebilmeleri için çözüme dair ipucu vererek öğrencilerin düşüncelerini yönlendirdiği görülmüştür. Dolayısıyla senaryoda öğretmenin öğrencilerin akıl yürütme süreçlerine zaman zaman ket vurduğu söylenebilir. Buna göre Ö4'ün hazırlamış olduğu senaryoda görevin bilişsel istem düzeyini (D-İ) düzeyinde ele aldığı söylenebilir. Zira öğrenci fikirleri ve sınıf tartışması matematiksel kavramların ilişkilendirilmesinden ziyade sorunun çözümü için hatırlamaya gerek duyulan bilgileri tekrarlanmasından ve çözüme yönelik işlemlerin yapılmasından öteye geçmemiştir.

4.2.28. Ö4'ün G2'ye dair sınıf uygulaması

Ö4 sınıfta G2'yi akıllı tahtada açmış ve öğrencilere düşünmeleri için zaman tanımıştır. Bir öğrencinin “*Cevap 20 mi?*” diye sorması üzerine Ö4 bu yanıtın doğru olduğunu söyleyip öğrenciden tahtada çözmesini istemiştir. Tahtaya kalkan öğrenci $[MN]$ 'nin karşı kenarı ikiye böldüğünü belirterek $\hat{L}$ açısının da 70° olması gerektiğini söylemiş ve matematiksel açıdan yanlış bir ifade kullanmıştır. Daha sonra üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğunu belirtmiş iki açının toplamını 180° den çıkartıp bulduğu sonucu 2'ye bölerek cevabı 20° bulmuştur. Öğrencinin kullandığı hatalı ifade Ö4'ün gözünden kaçmamış, ancak yanlışını fark etmesi için öğrenciden çözüm sürecini yeniden anlatmasını istemek yerine öğrenci çözümünü tamamladıktan sonra “*İkizkenar üçgende kenarortay aynı zamanda açıortaydır.*” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu çözümün ardından Ö4 sorunun çözümünü tekrar yapmak isteyen olup olmadığını sormuş, arka sırda oturan ve konuşmalarıyla dersin akışını olumsuz etkileyen bir öğrenciyi tahtaya davet etmiştir. Ancak bu öğrenci soruyu anlamadığını ve yapamayacağını ifade edince başka bir öğrenciye söz hakkı vererek sorunun çözümünü tekrar yaptırmıştır. Ö4'ün çözüm sürecinde öğrencilerin derse aktif katılımını sağlamaya çalıştığı fakat bu süreçte görevle ilgili matematiksel kavramların özellikleri

üzerinde yeterince durulmadan ve verilen yanıtlar sorgulanmadan çözüm sürecini sonlandırmıştır. Buna dayalı olarak G2'yi sınıf ortamında da (D-İ) bilişsel istem düzeyinde ele aldığı söylenebilir.

4.2.29. Ö4'ün G3'e dair senaryosu

Ö4, G3'ün bilişsel istem düzeyini (Y-İ) olarak belirlemiştir. Oluşturduğu senaryoda öğretmen soruyu tahtaya yazdıktan sonra öğrencilere fikirlerinin ne olduğunu sorarak derse başlamaktadır. Bir öğrenci söz alarak soruda belirtilen uzaklığı çizerek göstermek için tahtaya gelmek istemiş ve cetvel kullanarak belirtilen iki nokta arasına bir doğru parçası çizmiştir. Bu noktadan sonra öğrenciler görevin çözümü ile ilgili fikir yürütmekte zorlanmış, çemberler ile dikdörtgenle ilgili verilen bilgiler arasında nasıl ilişki kurulacağı konusunda belirsizliğe düşmüşlerdir. Bu zorluk karşısında öğretmen öğrencilerine açıklama yaparak çember ile ilgili daha önce öğrendikleri kavramları hatırlatmaya yönelik ilk olarak eş çemberler hakkında bir soru, daha sonrasında “Çemberlerin çapları ile dikdörtgenin uzun kenarı arasında nasıl bir ilişki var?” şeklinde bir soru sormuştur. Ö4'ün G3'e dair oluşturduğu senaryosundan örnek bir diyalog aşağıda sunulmuştur:

Efe: Evet öğretmenim şeklin dikdörtgen olduğunu ve uzun kenarının uzunluğunun 12 cm olduğunu söylemiş. Ama bunları nasıl kullanacağız ki?

Öğretmen sınıfa döner.

Öğretmen: O halde size bir ip ucu vereyim. Fark ettiyseniz şekil eş çemberlerden oluşmuş. Peki biz çemberler hakkında neler biliyoruz?

Gamze: Öğretmenim çemberlerin merkezlerinden bir noktalarına çizilen doğru parçasına yarıçap diyorduk. Bir de çemberin iki noktasını merkezden geçecek şekilde birleştirdiğinde çapı elde ediyorduk.

Öğretmen: Çok güzel Gamzeciğim. Peki bu çemberlerin çapları ile dikdörtgenin uzun kenarı arasında nasıl bir ilişki olabilir?

Gamze: Öğretmenim en alt sıradaki çemberlerin çaplarını uzun kenara paralel şekilde birleştirdiğinde toplamda 12 cm oluyor.

Görevde verilen çemberlerin yarı çap uzunlukları toplamının 12 cm olduğu bir öğrenci tarafından ifade edilmiş ve öğretmen yukarıdaki diyalogdakine benzer şekilde açıklamalarda bulunarak öğrencilerin düşünme süreçlerini yönlendirmiştir. Öğretmen “Peki şimdi ne

yapmalıyız? Elde ettiğimiz yani uzunluğunu aradığımız doğru parçası yarı çapların birleşimi ile elde edilmemiş.” ifadesi ile öğrencilerin yapması gereken çıkarımı kendisi yapmıştır. Bu yönlendirmeden sonra bir öğrenci çemberlerin merkezlerini dikdörtgenin uzun kenarına paralel olacak şekilde birleştirerek 12 cm olan uzunluğun 6 adet çemberin çapına eşit olduğunu belirtmiştir. Çözümün devamında 12’yi 6’ya bölerek çap uzunluğunun 2 cm olduğunu, buradan da yarıçap uzunluğunun 1 cm olduğunu bulmuştur. Yarıçap uzunlukları yardımıyla dik kenarları 6 ve 8 cm olan dik üçgen oluşturulabileceğini ve daha sonra Pisagor teoremi ile en kısa mesafenin 10 cm bulunabileceğini söylemiştir.

Ömer: Öğretmenim bir kenarı bu iki çemberin merkezinin birleştirilmesiyle elde ettiğimiz doğru parçası olan bir dik üçgen çizip Pisagor bağıntısı yardımıyla bulabiliriz.

Emre: Öğretmenim neden bu kadar uğraşıyoruz ki direkt cetvelle ölçsek olmaz mı?

Öğretmen: Hayır Emreciğim olmaz. Çünkü geometri sorularında şekiller belli oranda büyütülmüş ya da küçültülmüş olarak verilebilir. Öğrendiğimiz bilgileri kullanarak çözersek daha doğru olur. Ömer tahtaya gelip soruyu çözmek ister misin?

Ömer: Tabii ki öğretmenim.

Ömer tahtaya çıkar ve bahsettiği dik üçgeni oluşturur.

Ömer: Öğretmenim şimdi bu üçgende Pisagor bağıntısını kullanarak bizden istenen uzunluğu bulabiliriz. Elde ettiğimiz üçgenin kenarları 6 cm ve 8 cm olur. Bunu yarıçapları sayarak bulabiliriz. Sonrasında karelerini toplar karekökünü alırız ($6^2 + 8^2$). O da 100 olur. 100’ün karekökü ($\sqrt{100}$) 10’a eşit olduğu için 10 cm’dir deriz.

Öğretmen: Çok güzel Ömerciğim aferin sana. Anlamayan var mı arkadaşlar?

Tüm sınıf: Hayır öğretmenim!

Diğer taraftan yukarıdaki diyalog örneğinde görüldüğü gibi çözüm sürecinde bir öğrenci istenilen uzaklığın cetvelle ölçülerek bulunabileceği fikrini öne sürmüştü, bunun üzerinde öğretmen geometrik muhakeme sürecinde verilen şekillerden ziyade matematiksel bilgilere dayanarak akıl yürütülmesinin daha doğru olacağı açıklamasında bulunmuştur.

Oluşturulan senaryo genel olarak incelendiğinde öğrencilerin aktif şekilde derse katıldığı görülmektedir. Fakat bu süreçte öğrencilerin zorlandıkları noktalarda öğretmenin çözüme dair ip uçları sunması ve doğru cevabın bulunmasına ilişkin yönlendirmeler yapması nedeniyle görevin başlangıçta belirtilenden daha düşük düzey olan (D-İ) düzeyinde ele alındığı söylenebilir.

4.2.30. Ö4'ün G3'e dair sınıf uygulaması

Ö4, G3'ü akıllı tahtada açarak birkaç defa “*Güzel düşünün.*” cümlesini kullanmış ve öğrencilere düşünmeleri için zaman vermiştir. Bu süre içerisinde sınıftaki bazı öğrencilerin kendi aralarında konuşarak dikkat dağıttıkları gözlemlenmiştir. Ö4 bu duruma müdahale etme düşüncesiyle görevi çözenleri değil çözemeyenleri tahtaya kaldırmak istediğini söylemiş fakat aynı öğrencilerin görevle meşgul olmalarını sağlamada zorluk yaşamaya devam etmiştir. Ö4 sınıfta oluşan gürültüyü engellemek için sık sık “*Sessiz olun.*” , “*Dikkatli dinleyin.*”, “*Kendi aranızda konuşmayın.*” ifadelerini yinelemiştir. Bu sırada öğrencilerden sonuca dair “*5 mi hocam?*”, “*Cevap 10 mu?*”, “*7 mi?, 12 mi?*” gibi cevaplar gelmiştir. Ö4 cevabın 10 olduğunu söyleyerek doğru cevaba ulaşan bir öğrenciyi tahtaya kaldırmıştır. Öğrenci çemberlerin merkezlerini birleştirerek bir üçgen elde etmiş fakat bu üçgenin dik üçgen olduğuna dair bir yorumda bulunmamıştır. Daha sonra 12 cm olan uzunluğun altı çemberin çap uzunlukları toplamına eşit olduğunu, buradan bir çemberin çapının 2 cm, yarıçapının 1 cm olduğunu göstermiştir. Daha sonra çizdiği üçgenin dikdörtgenin kenarlarına paralel olan kenarlarının 6 cm ve 8 cm olduğunu, iki kenarının karesinin toplamının diğer kenarın karesine eşit olduğunu söylemiştir. Ö4 burada öğrenciye buna nasıl karar verdiğini sorduğunda öğrenci “*Hipotenüs değil mi?*” cevabını vermiş, Ö4 de “*Güzel. Dik açı olduğuna karar verdin yani.*” diyerek öğrencinin gerekçesini kendisi ifade etmiştir. Ö4, çözümü yaparak cevabı 10 bulan öğrenciye teşekkür ederek çözümü tekrar anlatmak istediğini belirtmiştir. Anlatımına öncelikle “*Hiçbir yere dolandırmadan birleştirirsem çizebileceğim en kısa mesafeyi çizmiş olmam mı aslında?*” sorusu ile başlamış ve şekil üzerinde aralarındaki uzaklığın bulunması istenen iki noktayı birleştiren bir doğru parçası çizmiştir. Daha sonra istenilen uzaklığın bulunabilmesi için çemberlerin merkezlerini dikdörtgenin kenarlarına paralel olacak şekilde aynı doğrultuda birleştirerek bir üçgen oluşturulabileceğini ifade etmiştir. Öğrencinin tahtada yaptığı çözümdeki işlemleri tekrarlayarak çemberin yarıçapının 1 cm olduğunu, dolayısıyla üçgenin dik kenarlarının 6 cm ve 8 cm olduğunu göstermiştir. Ö4 çözümün bu aşamasında üçgenin bir açısının neden 90° olduğu sorusunu sınıfa yöneltmiş, bir öğrenci çizilen şekilde çemberin çeyrek şekilde bölündüğünü ifade etmiştir. Burada Ö4 öğrencinin buna nasıl karar verdiğini sormuş öğrencinin düşüncesini açıklamasına fırsat vermiştir. Daha sonra dikdörtgenin bir iç açısının 90° olduğunu, dikdörtgene paralel olarak çizdiği kenarların üçgenin dik kenarı olduğunu, dolayısıyla köşede oluşan açının 90° olduğunu açıklamıştır. Buradan sonra Ö4 Pisagor

teoremi ile devam edilerek sonucun bulunabileceğini söylemiş ve işlemleri yaparak görevin çözümünü sona erdirmiştir.

G3'e dair sınıf uygulaması genel olarak değerlendirildiğinde, Ö4'ün öğrencilere fikir yürütmeleri için yeterli zaman vermiş olduğu ve derse ilgisi az olan öğrencileri de görevle meşgul olmaya teşvik etmek amacıyla sıklıkla uyarılarda bulunduğu gözlenmiştir.. Ayrıca çözüm sürecinde fikir yürüten öğrencilere gerekçelerini sorması ve yanıtlarına nasıl ulaştıklarını açıklamalarını istemesi Ö4'ün öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve geometrik akıl yürütme becerlerini geliştirmeye destek olmaya çalıştığını göstermektedir. Dolayısıyla görevin sınıf uygulamasında (Y-İ) bilişsel istem düzeyinde ele alındığı söylenebilir. Dolayısıyla Ö4 başlangıçta (Y-İ) bilişsel istem düzeyinde belirlediği görevi senaryosunda daha düşük düzeyde ele alsa da sınıf uygulamasında, belirttiği düzeyi sürdürmede başarılı olmuştur.

4.2.31. Ö4'ün G4'e dair senaryosu

Ö4, G4'ün bilişsel istem düzeyinin (Y-İ) olduğunu belirtmiştir. Ö4'ün bu göreve dair oluşturduğu senaryoda öğretmen görevde yer alan şekilleri tahtaya çizdikten sonra öğrencilere kenarlarına göre üçgen çeşitlerinin neler olduğunu sorarak derse başlamaktadır. Öğrencilerin üçgenlerin kenar ve açı özelliklerini hatırlamaları ve üçgen çeşitlerini saymalarından sonra tahtadaki şekiller hakkında akıl yürütmeye başladıkları görülmektedir. Söz alarak fikirlerini paylaşan öğrenciler aynı zamanda şekil üzerinde düşüncelerinin nedenlerini açıklamaktadır. Öğretmen bu süreçte “neden” ve “nasıl” gibi sorularla öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarını ve yorumlarının gerekçelerini ifade etmelerini sağlamaktadır. Görevdeki ilk şekil için çözüm yapan öğrencinin verilen üçgenin köşesini [AB] kenarının orta noktası olduğunu kabul ederek oluşan üçgenin ikizkenar olduğunu belirttiği görülmektedir. Öğrenciler benzer açıklamalarla dikdörtgenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin de ikizkenar olduğunu belirtmişlerdir. Her iki çözümde de senaryodaki öğretmenin öğrencilere müdahale etmediği fakat çözüme dair başka fikir yürütmek isteyen olup olmadığını sorduğu dikkat çekmektedir. Öğrencilerin görevde verilen altıgenin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin kenarlarına göre çeşidini bulmak için ise altıgenin özelliklerinden ve özel üçgenlerden yararlandıkları görülmektedir.

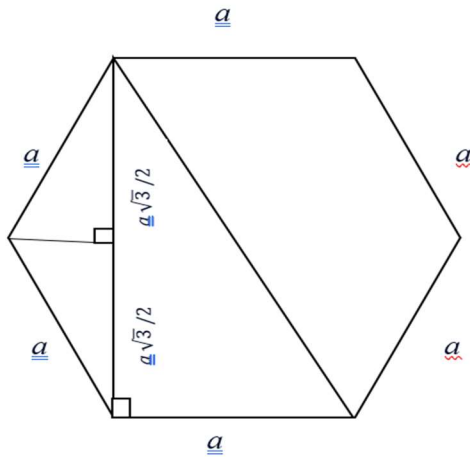
Öğretmen: Olabilir başka fikri olan var mı?

Öğrencilerden ses çıkmaz ancak öğretmenlerinin farklı bir çözüm varmış gibi sürekli “başka fikri olan var mı?” diye sorması onlarda merak uyandırmaya başlamıştır.

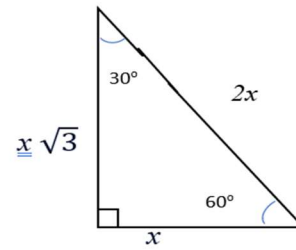
Öğretmen: Yerine geçebilirsiniz canım. Sıradaki şekil için bir arkadaşımızı tahtaya alalım.

Ömer: Ben gelebilirim öğretmenim.

Ömer tahtaya çıkar ve aşağıda verilen şekil ve işlemleri tahtaya yazar.



Kural:



Öğretmen: Çözümünü bize açıkla mısın Ömer?

Ömer: Anlatayım hocam. Biz düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünün 120° olduğunu biliyoruz. Bize verilen üçgenin sol tarafındaki üçgenin ikizkenar olduğu belli. Ben bu üçgeni kullanarak çözdüm soruyu. Üçgenin tepedeki köşesinin açısı 120° . Bu durumda diğer iki açıya 30° 'ar derece kalır. Bunun sonucunda bizden istenen üçgenin şu açısı 90° olur. $120 - 30$ 'dan 90 gelir yani. Sonra ikizkenar üçgende yüksekliğin hem kenarortay hem de açıortay olduğunu bildiğim için diğer üçgende $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgenlerinden yola çıkarak dik kenarın uzunluğunu toplam $a\sqrt{3}$ kadar buldum. Diğer dik kenar zaten a kadar. Son olarak üçgenin hipotenüs olan kenarı altıgeni iki eş parçaya ayırmış bu durumda açıları da iki eş parçaya böler diye düşündüm. O yüzden verilen üçgen de $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni oldu. Bu durumda çeşitkenar üçgen olmuş olur.

Öğretmen: Aynen öyle çok güzel Ömerciğim. Yerine geçebilirsiniz. Başka fikri olan var mı? Sınıftan yine ses çıkmaz.

Öğretmen: Peki o zaman son soruya geçebiliriz. Bu şekil hakkında fikri olan var mı?

G4'teki son şekilde ise bir öğrencinin üçgenin tepe noktasından çemberin merkezine çizilen doğru parçasının yarıçap uzunluğuna eşit olduğunu böylece oluşan iki üçgenin eş olduğunu ve dolayısıyla şekildeki üçgenin ikizkenar olduğunu belirttiği görülmektedir. Senaryoda

görevdeki her bir geometrik şeklin iç bölgesinde oluşturulan üçgenin çeşidine dair ihtimallerden sadece bir tanesi öğrenciler tarafından açıklanmıştır. Öğrenciler açıklamalarını bitirdikten sonra öğretmenin her şekil için farklı ihtimallerin de olduğunu söyleyerek öğrencileri tekrar düşünmeye yöneltmekte olduğu görülmektedir. Ayrıca Ö4'ün diğerlerinden farklı olarak bu görev için oluşturduğu senaryosundaki öğretmennin dinamik bir geometri yazılımı olan Geogebra kullanarak öğrencilerin düşüncelerini kolaylaştırmak ve somutlaştırmak adına farklı görsel temsillere başvurduğu görülmektedir. Fakat öğrencilerin çözüm sürecinde zorlandığı noktada, öğretmenin bu zorlukların üstesinden gelebilmeleri için çözüm yolu sunmasının görevin bilişsel istem düzeyinde düşmeye sebep olduğu söylenebilir. İlgili diyalog aşağıda verilmiştir.

Şekil tahtada Elif'in çizdiği şekilde görülmektedir.

Öğretmen: Evet arkadaşlar bu Elif arkadaşınızın çözümü. (Öğretmen dikdörtgenin köşelerinden birini hareket ettirerek bir sürü ikizkenar üçgen barındıran farklı dikdörtgenler oluşturur.) Gördüğünüz gibi Elif arkadaşının oluşturduğu şekilde bir sürü dikdörtgenin içinde üçgen, ikizkenar üçgen oluşturmak mümkün. (Öğretmen üçgenin tepedeki köşesini sürükler.) Yine aynı şartlar bu dikdörtgen için de geçerli olduğu için bu köşeyi hareket ettirebilirim. Gördüğümüz çeşitkenar üçgenler de bu şekilde oluşmuş olur. (Öğretmen dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğunu değiştirerek bir eşkenar üçgen elde eder.) Bu şeklin nasıl oluşabileceğini açıklamak isteyen var mı?

Fuat: Hocam ben yapabiliyim.

Senaryoda öğretmen GeoGebra'yı kendisi kullanarak üçgenler için olabilecek ihtimalleri göstermekte ve aynı zamanda açıklamalar yapmaktadır. Bu noktada öğrencilere de söz vererek gösterdiği üçgen çeşidini doğrulamalarını istemektedir. Ancak öğretmenin sorduğu sorulara kısmen kendisinin cevap vermekte olduğu, söylemlerinin devamını öğrencilerin getirmesini beklediği görülmektedir. Bu duruma örnek diyalog aşağıda sunulmuştur.

Öğretmen, Kerim'in tahtaya çizdiği şekilde şekli hazırlamıştır.

Öğretmen: Tahtayı dikkatli takip edin. Tahtada Kerim'in çözümünü görüyoruz öyle değil mi? (Karenin köşelerinden birini sürükleyerek kenar uzunluklarını değiştirir.) Gördüğünüz gibi kenar uzunlukları değiştiği halde hala bir ikizkenar üçgen. Peki üçgenin tepedeki köşesini hareket ettirirsem ne olur? Soruda bana o noktanın kenarın orta noktası olduğunu söylememiş. Sadece ihtimallerden biri. (Öğretmen söylediği köşeyi sürükler.) Gördüğünüz

gibi bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı bir çeşitkenar üçgene dönüştü. Sizce eşkenar üçgen olabilir mi?

Fuat: Bence olmaz öğretmenim. Eğer eşkenar üçgen olursa bütün açıları 60° olur. Yani şöyle... tahtaya gelebilir miyim?

Öğretmen: Tabii ki gel canım.

Ö4'ün diğer senaryolarında olduğu gibi bu senaryoda da öğretmenin öğrencilere anlaşılmayan bir şey olup olmadığını sormasıyla dersi sonlandığı görülmektedir. G4'e dair hazırlanan bu senaryo genel olarak incelendiğinde bilişsel istemin düştüğünü söylemek mümkündür.

4.2.32. Ö4'ün G4'e dair sınıf uygulaması

Ö4, G4'ü akıllı tahtada açıp okumuş ve ardından kenarlarına göre üçgen çeşitlerinin neler olduğunu sormuştur. Öğrenciler yanıt verdikten sonra öncelikle karenin içerisindeki üçgenin hangi çeşitte olabileceğini düşünmelerini istemiştir. Bir öğrenci karenin iç bölgesine çizilen üçgenin çeşitkenar üçgen olabileceğini belirtmiş, bunun üzerine Ö4 bu yanıtının nedenini açıklamasını istemiştir. Öğrenci çözümü sırasında üçgenin [AB] kenarı üzerindeki köşeyi E noktası olarak adlandırılmıştır. Öğrenci şekilde verilen çizime bakıp herhangi bir matematiksel gerekçe sunmadan [CE] kenarının [CD]'den uzun olduğunu, [ED]'nin de [CE] kenarından daha uzun olduğunu, dolayısıyla üçgenin çeşitkenar olduğunu ifade etmiştir. Ö4 herhangi bir sorgulama yapmadan sadece öğrenciyi dinledikten sonra *“Farklı fikri olan var mı?”* sorusunu sınıfa yöneltmiştir. Öğrencilerden yorum gelmemesi üzerine *“İkizkenar olabilir mi?”* diye sorarak öğrencileri farklı ihtimalleri düşünmeye yönlendirmeye çalışmıştır. Fakat öğrenciler fikir yürütmede zorlanınca *“Biraz düşündüğünüzde aslında çıkarabilirsiniz. Pisagor kullanacaksınız, bir de üçgenlerin açılarıyla olan ilişkilerini görmeniz gerekiyor.”* şeklinde öğrencilere çözüm hakkında ne yapacaklarına dair bir yol sunmuştur. Bunun üzerine öğrenciler fikir yürütmeye başlamış, bir öğrenci *“Eşkenar olabilir.”*, başka bir öğrenci *“Eşkenar olamaz.”*, bir başkası *“İkizkenar olabilir.”* şeklinde tahminlerini ifade etmeye başlamıştır. Ö4 öğrencilerin fikirlerinin nedenlerini de açıklamalarını isteyince bir öğrenci söz alarak gerekçelerini sunmuştur. Söz alan öğrenci daha önce eşkenar olamayacağını belirten öğrencinin fikrine katıldığını belirterek, üçgenin köşesinin [AB]'nin orta noktası olması durumunda $|CE| = |DE|$ olacağı için verilen üçgenin ikizkenar üçgen olduğunu söylemiştir. Ö4 burada söylenene açıklık getirmek istediğini

belirtip, E noktasının orta nokta olması durumunda [AB] kenarının $a/2$ şeklinde bölüneceğini ve Pisagor teoremi ile EBD ve EAC üçgenlerindeki $|CE| = |DE|$ eşitliğinin sağlanacağını açıklamıştır. Devamında da E noktasının orta nokta olmadığı durumda söz konusu üçgenin çeşitkenar üçgen olabileceğini söylemiştir. Son olarak bu üçgenin eşkenar olup olamayacağını sormuş birkaç öğrenci gerekçelendirme yapmadan olamayacağını söylemiştir. Ö4 kısa bir açıklama ile üçgenin eşkenar olamayacağını açıklayarak, benzer mantıkla öğrencilerin diğer şekli incelemelerini istemiştir. Bir önceki şekil için yorum yapan öğrenci tekrar söz alarak, dikdörtgendeki [KL]'nin tam orta noktasının üçgenin köşesi olursa eşkenar üçgen olabileceğini söylemiştir. Ö4 şeklindeki uzunlukları değerlendirirken cebirsel ifadeler kullanmış, Pisagor teoremini uygulayarak x^2 'nin $3y^2/4$ ile eşit olması durumunda eşkenar üçgen olacağını açıklamıştır. Fakat burada öğrencilerin cebirsel ifadelerle yapılan işlemleri anlamakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Daha önce söz alarak üçgenin eşkenar olabileceğini ifade eden öğrenci üçgenin köşesinin [KL]'nin orta noktasında olmadığı durumda ise çeşitkenar üçgen elde edilebileceğini belirtmiştir. Yine benzer şekilde [KL]'nin orta nokta olduğu kabul edildiğinde uygulanan Pisagor teoremi ile üçgenin ikizkenar olabileceği Ö4 tarafından açıklanmıştır. Görevdeki üçüncü şekil için ise *“Yine hangi üçgen olabileceğini düşüneceğiz. Önce eşkenar olup olmadığını düşüneceğiz ama benim anlattığım gibi tamam mı?”* şeklinde öğrencileri yönlendirerek düşünmeleri için zaman vermiştir. Daha önce söz alan öğrenci *“Hocam bunun eşkenar olma şansı yüzde sıfır. İkizkenar olma şansı P köşesi R'ye gelirse olur. Çeşitkenar olma şansı da şu anki haliyle olur.”* diye yanıt vermiştir. Ö4 öğrenciden az önce yaptıkları gibi gerekçelerini tahtada göstermesini istemiştir. Bu sırada bazı öğrencilerin kendi aralarında konuşmaya devam ederek dersin akışını olumsuz etkilediği, Ö4'ün sürekli *“Tahtayı takip et”*, *“Arkadaşınızı dinleyin.”*, *“Konuşmayın.”* uyarılarında bulunduğu gözlemlenmiştir. Bu durum görevle ilgilenirken dikkat dağınıklığına yol açsa da Ö4 yaptığı uyarılarla öğrencilerin akıl yürütme sürecine katılmasını sağlamaya çalışmıştır. Ayrıca öğrencilerden fikirlerini gerekçelendirmelerini istediği, *“Neden?”*, *“Nereden anladın öyle olduğunu?”* gibi sorularla öğrencileri açıklama yapmaya yönelttiği görülmüştür. Ö4'ün G4'e dair sınıf uygulaması genel olarak değerlendirildiğinde senaryosunda (D-İ) olarak ele aldığı bu görevi sınıf ortamında (Y-İ) bilişsel istem düzeyinde ele aldığı söylenebilir.

5. TARTIŞMA

Bu çalışmanın amacı; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini nasıl ve hangi gerekçelerle belirlediklerini ortaya koymak, belirlenen matematiksel görevleri sınıf ortamında nasıl ele almayı tasarladıklarını ve nasıl uyguladıklarını karşılaştırmalı olarak incelemektir. Çalışmanın verileri Stein ve Smith (1998) tarafından hazırlanan Matematik Görevler Çerçevesi' ne göre analiz edilmiş ve ilgili literatür dikkate alınarak bulgular tartışılmıştır.

5.1. Görevlerin Bilişsel İstem Düzeylerinin Belirlenmesine İlişkin Tartışma

Araştırmanın birinci alt problemine yönelik olarak öğretmen adaylarından seçilen dört görevin hangi bilişsel istem düzeyinde olduğunu gerekçeleri ile açıklamaları istenmiştir. G2 ve G3 için öğretmen adaylarının belirlediği bilişsel istem düzeylerinin uzman görüşü ile uyduğu görülmüştür. Yapılan görüşmelerde öğretmen adayları görevlerin bilişsel istem düzeylerinin belirlenmesinde sınıftaki öğrencilerin başarı durumlarının ve göreve benzer başka görevle daha önce karşılaşmış olup olmamalarının belirleyici olduğunu belirtmişlerdir. G1 için Ö4, G4 için ise Ö3 ve Ö4 uzman görüşünden farklı bilişsel istem düzeyi belirlemiştir. G1 için Ö4, bu görevin bilişsel istem düzeyini (Y-İ) olarak belirtirken, diğer öğretmen adayları daha düşük düzey olan (D-İ) olduğunu belirtmişlerdir. Ö1, Ö2 ve Ö3'ün 8. sınıf öğrencilerinin benzer görevle daha önce karşılaşmış olduğunu varsaydıklarını, görevin çözümünde Pisagor teoremi uygulanarak doğru cevabın kolaylıkla bulunabileceğini ve çok az belirsizlik olduğunu gerekçe göstererek (D-İ) düzeyini seçtiği görülmüştür. Ö4 ise G1'in Pisagor teoreminin kullanılması gerekli alışılagelmiş soru çeşitlerinden farklı bir yapıda olduğunu, bu görevi öğrencilerin başarılı bir şekilde tamamlanması için görevde bulunan matematiksel ilişkileri keşfetmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Literatürde matematiksel görevlerin düzeylerinin belirlendiği farklı çalışmalarda, bilişsel istemlerin belirlenmesinde zorluk yaşandığının ifade edildiği görülmektedir. Örneğin Özturan Ecemiş (2017) Türkiye'deki 5. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel istem düzeylerinin analizleri yapılırken düşük düzey bilişsel istemlerin alt kategorilerini belirlemede kararsızlık yaşadıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde Charalambous ve diğerleri (2010) de çalışmalarında etkinliklerin analizi sırasında özellikle (D-İ) ile (Y-İ) ve (D-E) ile (D-İ) düzeyleri arasında çelişkide kalınan durumlar olduğundan söz etmiştir. Mevcut

araştırmada görülen farklılık da G1 için (D-İ) ile (Y-İ) düzeyleri arasındadır. Bu araştırmalardan farklı olarak öğretmen adaylarının G4 için belirlediği bilişsel istem düzeylerinin (Y-MY) ile (Y-İ) olarak farklılaştığı yani yüksek düzeydeki görevlerin belirlenmesinde farklılaşma yaşandığı görülmüştür. Engin (2015) 7. sınıf ve Reçber (2012) 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki görevlerin düzeyini belirledikleri çalışmalarında tereddütte kalınan noktalarda, görevin çözümünde uygulanacak adımların açıkça ifade edilmesi veya önceki sınıflarda görülen kazanımların bilgisiyle görevin çözülüp çözülmemesi durumuna göre bilişsel istemleri belirlediklerini açıklamışlardır.

Öğretmen adayları G2'nin bilişsem istem düzeyinin (D-İ), G3'ün bilişsem istem düzeyinin (Y-İ) olduğu noktasında hemfikir olmuşlardır. Bu sonuca dayanarak öğretmen adaylarının matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerinin farkında olarak hangi düzey olduğuna karar verebildikleri söylenebilir. Öğretmenlerle yapılan benzer çalışmalarda (Arbaugh ve Brown, 2005; Boston, 2013) öğretmenlerin Matematik Görevler Çerçevesi (Stein ve Smith, 1998) kriterlerini kullanarak görevlerin bilişsel talep özelliklerine dair bakış açısı kazandıkları ifade edilmiştir. Bu çalışmalara bakılırsa bilişsel istem düzeyleri hakkında bakış açısı kazanmanın uzun soluklu bir öğrenme süreci gerektirdiği söylenebilir. Öğretmen adaylarından Ö1 ve Ö2 G4 için (Y-MY) betimlemesini yaparken, Ö3 ve Ö4 bu görevin bilişsel istem düzeyini (Y-İ) olarak belirtmiştir. Ö3 ve Ö4, G4'ün tamamlanması için uygulanması gereken adımların bir derecede belirli olduğunu düşündükleri için bu görevi (Y-MY) düzeyi olarak değil de (Y-İ) olarak belirlediklerini açıklamışlardır. Ö1 ve Ö2 ise öğrencilerin G4 ile meşgul olmaları sırasında kullanılacak yöntemi kendilerinin belirlemesi gerektiği gerekçesiyle görevi (Y-MY) düzeyinde kabul etmişlerdir. Buradan öğretmen adaylarının yüksek düzey görevlerin alt kategorilerindeki düzeylerde görüş ayrılığına düştükleri görülmektedir. Benzer şekilde Boston (2013) yaptığı çalışmanın sonucunda öğretmenlerin en çok yüksek düzeydeki görevlerin bilişsel istemini belirlerken zorluk yaşadıklarını ifade etmiştir.

5.2. Senaryolara ve Sınıf Uygulamalarına İlişkin Tartışma

Araştırmanın ikinci alt problemine yönelik olarak öğretmen adaylarının oluşturduğu senaryolarda görevi ele alış biçimleri ile başlangıçta belirledikleri bilişsel düzey arasında bir değişim olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgularda Ö2'nin senaryolarının hepsinde görevi ele alma düzeyi ile başlangıçta belirlediği düzeylerin uyduğu görülmüştür. Ö1, Ö3

ve Ö4 ise tasarladıkları senaryolarda genellikle bilişsel istem düzeyini düşürme veya sürdürme eğilimi göstermişlerdir.

Öğretmen adaylarının düşük düzey olarak nitelendirdikleri görevlerin düzeylerini senaryolarında çoğunlukla sürdürdükleri, yüksek düzey olarak belirttikleri görevlerin bilişsel istem düzeylerini ise düşürme eğiliminde oldukları görülmüştür. Ö1'in ve Ö2'nin görevlerin çözümü sürecinde çözüme dair fazla açıklamalarda bulunmaları, Ö3'ün yanlış çözüm yapması, Ö4'ün öğrencilerin zorlandığı noktalarda çözüme ilişkin fazla yönlendirme yapması gibi davranışları senaryolarda bilişsel istem düzeyinin düşmesine neden olmuştur. Ö2; yapılan görüşmede sınıf uygulamasını değerlendirirken öğrencilerin derse katılmaya çok fazla istekli olmadıklarını, sadece birkaç öğrenci ile görevleri ele aldığını, bir süre sonra bu durumdan dolayı öğrencilere yönelttiği soru sayısını azalttığını belirtmiştir. Benzer şekilde Ö2'nin öğrencilere sorduğu soruları kendisinin cevapladığı ve yeterli zaman vermediği gözlemlenmiştir. Ö1 ise görüşmede sınıfın başarı seviyesinin düşük olduğunu, yeteri kadar derse katılamadıklarını, önceki sınıf düzeylerinden kaynaklanan bilgi eksikliği yaşamış olabileceklerini söylemiştir. Ayrıca bir süre sonra öğrencilerden beklediği şekilde yorum gelmeyince görevler için yeteri kadar zaman vermeye ihtiyaç duymadığını ve sonuç odaklı davrandığını belirtmiştir. Stein ve diğerleri (1996) yaptıkları çalışmada benzer şekilde düşük düzeyde başlayan görevlerin bilişsel istemlerinin sürdürülme ihtimalinin daha yüksek olduğunu, yüksek düzeyde başlayan görevlerin bilişsel istemlerinin ise sınıf uygulamaları sırasında genellikle düşme eğiliminde olduğunu belirtmişlerdir. Diğer taraftan Buluklu (2021) öğretmen adayları ile yaptığı tez çalışmasının sonucunda yüksek düzeydeki görevlerin uygulama sırasında yüksek seviyede, düşük düzeydeki görevlerin ise düşük düzeyde devam etme eğiliminde olduğunu belirlemiştir. Bilişsel istem düzeyinin değişimini inceleyen Son ve Kim (2016) üç öğretmen ile yürüttükleri çalışmada öğretmenlerin görevlerin uygulanması aşamasında çözüm yolları önermesinin, doğru cevabı öğretmenin kendisinin vermesinin, görevin çözümüne ilişkin fazla yönlendirme yapmasının bilişsel talebi düşürdüğünü ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerden gelen eksik veya yanlış yorumların üzerinde durulmaması, kavramsal ilişkilerden çok doğru cevaba odaklanması sonucunda bilişsel istem düzeyinde düşmenin meydana geldiğini belirten bir başka çalışmanın Blum ve Ferri (2009) tarafından yapıldığı görülmektedir. Benzer davranışlar nedeniyle bu çalışmada da öğretmen adaylarının senaryolarında yüksek düzeydeki görevleri ele alırken bilişsel istem düzeylerinde düşme meydana geldiği görülmüştür.

Bu araştırmada özellikle alan bilgisi üzerine bir inceleme yapılmamıştır ancak bilişsel istemin yükselmesinde öğretmenin sahip olduğu alan bilgisinin önemine değinen çalışmalar da bulunmaktadır (Son ve Kim, 2016; Yabaş, 2018). Mevcut çalışmada da alan bilgisinden kaynaklanan eksiklik nedeniyle Ö3'ün G4 için hazırladığı senaryoda görevin bilişsel isteminde düşüş yaşandığı söylenebilir. Zira Ö3 G4'ün çözüm sürecini senaryosunda eksik yorumlamış ayrıca görevin içerdiği düzgün altıgen şekli için de yanlış çözümü doğru olarak kabul etmiştir. Sınıf uygulamasında da aynı eksiklik ve yanlışlık yaşanmıştır. Yapılan görüşmede Ö3 görevle alakalı farklı ihtimalleri dikkate almadığını, yaptığı yanlış sınıf uygulamasından sonra fark ettiğini belirtmiştir. Ancak yapılan görüşmede G4'te yer alan dikdörtgen içerisindeki üçgenin eşkenar üçgen olma ihtimalinin olmadığını söylemesine bakılırsa Ö3'ün alan bilgisinden kaynaklanan eksiklik yaşadığı söylenebilir. Bu sonuca dayanarak öğretmen adaylarının hazırladıkları ders senaryolarının pedagojik alan bilgisine dair bir gösterge olabileceği düşünülebilir. Nitekim Koichu ve Zazkis (2013) ile Zazkis (2013) ortaokul öğretmenlerinin çeşitli ispatlara ilişkin anlayışlarını incelemek için çalışmalarında ders senaryosu yöntemini kullanmışlardır.

Diğer taraftan ders senaryoları istenirken öğretmen adaylarına herhangi bir kısıtlama yapılmamış, özellikle kavram yanılgısı veya yanlış öğrenci yanıtları üzerinde durmaları belirtilmemiştir. Dolayısıyla senaryolarda öğrenme ve öğretme süreci genellikle öğrencilerin doğru cevapları ve matematiksel açıdan uygun yorumları üzerinden devam etmiştir. Oysa gerçek sınıf uygulamalarında birçok yanlış yoruma ve hataya rastlamak mümkündür. Zazkis (2017) yaptığı bir çalışmada bu konuya değinerek öğretmen adaylarının hazırladıkları ders senaryolarında öğrenci hataları veya kavram yanılgıları gibi durumlardan genellikle kaçınmaya çalıştıklarını ifade etmiştir. Bu çalışmada öğrencilerden gelebilecek olası yanlış yorumlara ve bu yanlış yorumları düzeltmeye yönelik öğrencilerin akıl yürütme sürecine yer veren öğretmen adayı Ö2'nin G3 için hazırladığı senaryo olmuştur. Yapılan görüşmelerde öğretmen adayları (Ö2, Ö3 ve Ö4) senaryoları yazarken üçüncü sınıfta öğrenim gördüklerini, dolayısıyla sınıf tecrübelerinin artmasında son sınıfta uygulama okullarına gitmelerinin etkisi olduğunu belirtmişlerdir. Uygulama okullarında yaptıkları gözlemler ve ders anlatımları ile öğrencilerin düşünme biçimlerine, verebilecekleri tepkilere ve yaşayabilecekleri kavram yanılgılarına dair yeni bakış açısı kazandıklarını ifade etmişlerdir. Bu durumla ilgili olarak Ö4 senaryolarda öğrencilerin yapabileceği yanlış yorumları nasıl düzeltereğini ve senaryoda nasıl ifade edeceğini düşünemediğini belirtmiştir. Ö1 ise senaryo yazmaya fazla vakit ayırdığını, düşünerek yazdığını fakat kavram yanılgısı ya da öğrenci

hatalarına dair diyalog örneğini yazıya dökemediğini ifade etmiştir. Diğer taraftan aynı öğretmen adayının G1 ve G4 senaryolarında eksik ve yanlış yanıtların üzerinde durmadan görevin çözümünü tamamlaması gibi bilişsel istemin düşmesine neden olan davranışlar sergilediği görülmüştür.

Araştırmanın sınıf uygulamasına dair bulguları öğretmen adaylarının yüksek bilişsel istem düzeyindeki görevlerin düzeyini genellikle düşürdüklerini, düşük bilişsel istem düzeyindeki görevlerin düzeyini ise sürdürmede kararlı olduklarını göstermektedir. Örneğin G1'in bilişsel istem düzeyini Ö1, Ö2 ve Ö3; G2'nin bilişsel istem düzeyini tüm öğretmen adayları (D-İ) olarak belirlemiş ve sınıfta yine aynı düzeyde ele almışlardır. Buna benzer bir sonuç ortaya koyan Sarpkaya (2011) ilköğretim ikinci kademe matematik ders kitaplarındaki cebir öğrenme alanındaki görevlerin bilişsel istem düzeylerini ve sınıf uygulamasını incelediği çalışmada bilişsel istem düzeyi sürdürülen görevlerin genellikle (D-İ) düzeyindeki görevler olduğunu açıklamıştır. Matematik derslerinde sorgulama ve akıl yürütme süreçlerinin önemi göz önüne alındığında öğretmenlerin görevleri yürütürken kullandıkları soruların öğrencilerde muhakemeyi destekleyici, matematiksel düşünceyi geliştirici, kavramsal ve ilişkisel anlamlandırmayı sağlayıcı nitelikte olması beklenmektedir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının bağlantı kurmaya ve uygulamaya, matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye, düşünceyi genişletmeye ve yeni durumlara transfer etmeye yönelik soru türlerini oldukça az sayıda kullandıkları belirlenmiştir. Bütün ve Baki (2019) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının dersleri daha çok sunuş yöntemiyle işleme eğiliminde olduğunu, öğrencilerde meydana gelen kavram yanılgılarını düzeltmek veya önlemek için matematiksel akıl yürütme sürecini yönetmede ve öğrenciler için sınıfça tartışma ortamını yaratmada yetersiz kaldıkları belirtilmiştir. Benzer şekilde Cumhur ve Güven (2018) tarafından yapılan çalışmada; öğretmen adaylarının daha çok öğrencilerin ön bilgilerini kontrol etmeye yönelik sorular kullandıkları, sorgulamayı veya düşünmeyi derinleştiren sorulara yeteri kadar yer vermedikleri sonucu elde edilmiştir. Boaler ve Brodie (2004) öğretmenlerin derslerde kullandıkları soru türleri ile ilgili çalışmalarının sonucunda kullanılan soruların çoğunluğunun öğrencilerden bilgi toplamaya ve öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik sorular olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu sonuçlar mevcut çalışmadan elde edilen bulguları desteklemektedir. Bu çalışmada öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler ve incelenen senaryolar sonucunda öğretmen adaylarının aslında öğrenci merkezli ve sorgulamaya dayanan ders işlemeye, sınıfta matematiksel tartışma ortamı oluşturmaya gayret ettikleri fakat sınıf uygulamalarında planladıkları şekilde başarılı

olamadıklarının farkında oldukları belirlenmiştir. Bunun gerekçesi olarak Ö2 uygulama yaptığı sınıfın mevcudunun az olmasını ve derse katılan öğrenci sayısının yetersiz olmasını, ilk defa girdiği sınıfta heyecanlandığını buna bağlı olarak da G4'ü ele alırken yanlış çözüm yaptığını belirtmiştir. Benzer şekilde Ö4 öğrencileri tanımadığı için sınıf hakimiyeti kurmada zorlandığını, arka sıralardaki öğrencilerin dikkatini ders çekmeye çalıştığını fakat yeteri kadar başarılı olamadığını ifade etmiştir. Ö1 de öğrencilerin önceki sınıflarda gördükleri bilgileri hatırlamadıkları ve derse katılmada isteksiz davrandıkları gerekçeleriyle planladığı şekilde görevleri uygulayamadığını söylemiştir. Ö3 ise sınıfta uygulayacağı görevlere önceden göz attığını fakat G4'e dair çözümde yaptığı yanlışlığı uygulamadan sonra fark ettiğini belirtmiştir.

Diğer taraftan Stein ve Smith (1998) görev için yeterli zaman verilmesinin bilişsel istemi sürdürmede bir etken olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada Ö2'nin G3 ve G4'ü sınıfta ele alırken bilişsel istemi düşürmesinde öğrencilere yeterli zaman vermemesi, sorduğu sorulara öğrencilerin yanıt vermesini beklemeden kendisinin cevaplaması neden olmuştur.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine ilişkin sonuçlar ayrı başlıklar altında açıklanmış ve devamında önerilere yer verilmiştir.

6.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Yapılan çalışmada 8. sınıf Üçgenler ünitesi kapsamında toplam dört matematiksel görevin bilişsel istem düzeylerinin öğretmen adayları tarafından nasıl belirlendiği incelenmiştir.

G2 ve G3 için öğretmen adaylarının belirlediği bilişsel istem düzeyleri ile uzman görüşünün örtüştüğü; G1 ve G4 için ise farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adayları görevlerin bilişsel istem düzeylerini belirlerken öğrencilerin benzer türden görevle daha önce karşılaşma durumunu göz önüne almıştır. Ayrıca görevde ne yapılacağının açık şekilde ifade edilmesi, işlem yaparak sonuca ulaşılması, öğrencileri matematiksel ilişkilere dayanarak düşünmeye sevk etmesi gibi durumların da bilişsel istem düzeyini belirlemede etken olduğu görülmüştür.

6.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Senaryolardan elde edilen sonuçlara göre öğretmen adayları genellikle aktif öğrenci katılımı ile akıl yürütmeye ve sorgulamaya gayret ederek ders tasarlamışlardır. Öğretmen adaylarının çoğunlukla öğrencilerin doğru şekilde fikirler sunduğunu ve işlemlerde veya kavramlar arası ilişki kurmada sorun yaşamadıklarını varsaydıkları görülmüştür. Diğer taraftan öğretmen adaylarının öğrencilerin muhakeme sürecini destekleyecek sorulara ve olası yanlış öğrenci yanıtlarına çok fazla yer vermedikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının genellikle değindiği nokta; öğrencilerin geometri görevleri hakkında fikir yürütürken şekle bakarak karar vermeleri olmuştur. Ayrıca görevlerin belirlenen bilişsel istem düzeyleri ile senaryolarda ele alınış sürecine bakıldığında genellikle bilişsel istemde düşme olduğu veya sürdürüldüğü sonucuna varılmıştır. Başka bir deyişle öğretmen adaylarının görevlere dair belirledikleri bilişsel istem düzeylerini, senaryolarda tasarladıkları dersler ile sürdürme veya düşürme eğiliminde oldukları görülmüştür.

Diğer taraftan sınıf senaryolarının öğretmen adaylarının matematik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi hakkında ip uçları vermede de etkili olduğu görülmüştür.

6.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Çalışmada yapılan gözlemlerden elde edilen sonuçlara bakıldığında öğretmen adaylarının görevlerin bilişsel istem düzeylerinde düşme yönünde davranışlar sergiledikleri görülmektedir. Ö2'nin genellikle sunuş yoluyla görevlerin çözümünü kendisinin açıkladığı, Ö1'in sınıfı tartışmaya katmaya çabalamasına rağmen başarılı olamadığı görülmüştür. Ö3'ün ve Ö4'ün matematiksel tartışma ortamı oluşturmada daha başarılı oldukları, öğrencilere fikirlerini gerekçelendirme fırsatı verecek şekilde sorular sormaya gayret ettikleri gözlemlenmiştir. Buna rağmen 'neden' ve 'nasıl' sorularının genellikle öğrencilerin yaptıkları işlemi açıklamasına yönlendirmekten öteye geçemediği görülmüştür. Sonuç olarak senaryolarda yüksek düzeyde ele alınması planlanan görevlerin gerçek sınıf ortamında daha düşük düzeyde ele alındığı gözlemlenmiştir. Bu durumun yaşanmasında öğrencilerin derse karşı motivasyonu ve akademik başarı seviyeleri (Ö1-G3, Ö1-G4, Ö2-G4), görevin ele alınışında öğretmen adaylarının çözüme dair fazla ipucu vermesi (Ö1-G3, Ö1-G4, Ö2-G3, Ö2-G4), görevin çözümü için yeterli süre verilmemesi (Ö2-G1, Ö2-G2, Ö2-G3, Ö2-G4), sınıf tartışmalarının beklenen matematiksel derinliği yakalayamaması (Ö1-G1, Ö2-G3, Ö3-G1, Ö4-G1) gibi faktörler etkili olmuştur. Ayrıca çalışmada seçilen görevlerin 8. sınıf müfredatında ikinci dönemde yer almasının, LGS' nin sadece birinci dönem konularından yapılacak olmasının öğrencilerin derse katılım motivasyonunu etkilediği söylenebilir.

Genel olarak araştırmanın bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının görevlerin bilişsel istem düzeylerini belirlemede uygun gerekçeler sunarak, çoğunlukla araştırmacı ve uzman görüşü ile uyumlu cevaplar verdikleri görülmüştür. Ders planlama bakımından farklı bir bakış açısı sunan ders senaryoları tasarlarken görevlerin bilişsel istem düzeylerini sürdürme veya yükseltme çabalarına rağmen, açıklanan sebeplerden ötürü bu düzeyleri sınıf uygulamalarında sürdüremedikleri sonucuna varılmıştır. Sonuç olarak kabul edilmelidir ki; matematiksel görevleri yürütmede kaliteli bir matematiksel tartışma ortamı oluşturmak deneyimi olmayan ya da az deneyimi olan öğretmenler için kolay olmamaktadır (Chapman, 2013; Sullivan ve diğerleri, 2009).

6.4. Öneriler

Çalışmada elde edilen sonuçlara dayalı olarak;

- Öğretmen adaylarında görevlerle ilgili farkındalık düzeylerini artırmak için öğretmen yetiştirme programlarında matematiksel görevlerin bilişsel istem düzeylerini belirlemeye dair çalışmalara yer verilmesi,
- Öğretmen adaylarının alışlagelmiş ders planları yerine sınıf ortamındaki diyalogları hayal etmeleri gereken senaryolara dayalı ders tasarımları ve uygulamaları yapmalarına daha fazla imkân verilmesi önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- Anderson, L. W. and Krathwohl, D. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Longman.
- Arbaugh, F. and Brown, A. (2005). Analyzing Mathematical Tasks: A Catalyst for Change?. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(6), 499–536. <https://doi.org/10.1007/s10857-006-6585-3>
- Atay, A. (2015). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geogebra Dinamik Matematiksel Yazılımını Kullanarak Oluşturdukları Matematiksel Görevlerin Bilişsel Düzeylerinin İncelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- Atiyah, M. (1982). What is geometry? The 1982 Presidential Address. *The Mathematical Gazette*, 66(437), 179-184. <https://doi.org/10.2307/3616542>
- Aydın, B. ve Doğan, M. (2012). Matematik Öğretimi: Geçmişten Günümüze Matematik Öğretimi Önündeki Engeller. *Batman Üniversitesi Yaşam Bilimleri Dergisi*, 1(2), 89-95.
- Ball, D. L., Bass, H., and Hill, H. (2004, January). *Knowing and using mathematical knowledge in teaching: Learning what matters*. South African Association of Mathematics. Science, and Technology Education. Cape Town, South Africa.
- Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barber, K. (2018). Developing Teachers' Mathematical-Task Knowledge and Practice Through Lesson Study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 7(2), 136-149. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-09-2017-0042>
- Barcelos Amaral, R. and Hollebrands, K. (2017). An Analysis of Context-based Similarity Tasks in Textbooks from Brazil and the United States. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(8), 1166-1184.
- Bakaç, E. (2014). Senaryo Tabanlı Öğretim Yönteminin Matematik Dersindeki Öğrenci Başarısına Etkisi. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama*, (9), 3-17.
- Basyal, D., Jones, D. L. and Thapa, M. (2023). Cognitive Demand of Mathematics Tasks in Nepali Middle School Mathematics Textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(3), 863-879. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10269-3>
- Bayazıt, İ. (2013). Quality of The Tasks in The New Turkish Elementary Mathematics Textbooks: The Case of Proportional Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (11), 651-682. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9358-8>

- Boaler, J. and Brodie, K., (2004, October). The Importance, Nature and Impact of Teacher Questions. *Proceedings of the Twenty-sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, Toronto, Canada.
- Boston, M. D. (2013). Connecting Changes in Secondary Mathematics Teachers' Knowledge to their Experiences in a Professional Development Workshop. *Math Teacher Education*, (16), 7–31. <https://doi.org/10.1007/s10857-012-9211-6>
- Boston, M. D. and Smith, M. S. (2009). Transforming Secondary Mathematics Teaching: Increasing the Cognitive Demands of Instructional Tasks Used in Teachers' Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 119-156. <https://doi.org/10.2307/40539329>
- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, the Classification of Educational Goals, Handbook I: Cognitive Domain*. New York: David McKay Company..
- Blum, W. and Ferri, R. T. (2009). Mathematical Modelling: Can it be Taught and Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics (Didactiques des Mathématiques) 1970-1990*. N. Balachheff, M. Cooper, R. Sutherland and V. Warfield (trans. eds.). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Buluklu, N. (2021). *Matematik Öğretmen Adayları Tarafından Hazırlanan ve Uygulanan Matematik Görevlerin Bilişsel Seviyelerinin İncelenmesi: Üçlü Gösterim Yöntemi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- Bütün, M. ve Baki, A. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiği Öğretme Bilgilerinin Gelişimi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(1), 300-322. <https://doi.org/10.30703/cije.493676>
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., Demirel, F. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (12. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task Knowledge for Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, (16), 1-6. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7>
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., and Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151.
- Charalambous, Charalambos Y. (2008). *Preservice Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching and Their Performance in Selected Teaching Practices: Exploring a Complex Relationship* (Doctoral dissertation, The University of Michigan, 2008). Dissertation Abstracts International, 1024, 3343027.

- Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical Knowledge for Teaching and Task Unfolding: An Exploratory Study. *The Elementary School Journal*, 110(3), 247-278. <https://doi.org/10.1086/648978>
- Chua, B. L., and Toh, P. C. (2018). *Tasks and activities in the mathematics classroom*. Association of Mathematics Educators. https://doi.org/10.1142/9789813271678_0001
- Cumhur, F., ve Güven, B. (2018). Matematik Öğretmeni Adaylarının Kullandıkları Soruların İncelenmesi: Öğretmenlik Uygulaması Dersinden Yansımalar. *Journal of Computer and Education Research*, 6(12), 195-221. <https://doi.org/10.18009/jcer.432559>
- Davran, A. M. (2020). *Eğitim Fakültesi Öğrencilerinin Öğretmenlik Uygulamasında Ders Planı Hazırlama ve Uygulama Durumları*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Dahl, H., Hansen, T. H., Enge, O. and Valenta, A. (2019). Lesson Plays as a Mirror on Prospective Teachers' Professional Knowledge for Mathematics Teaching. *Mathematics Teacher Education and Development*, 1, 82-99.
- Dede, Y., Doğan, M. F. ve Aslan Tutak, F. (Ed.). (2021). *Matematik Eğitiminde Etkinlikler ve Uygulamaları*. Ankara: Pegem Akademi.
- Denzin, N. K. and Lincoln, Y. S. (2011). *The Sage handbook of Qualitative Research*. Sage Publication.
- Doyle, W. (1983). Academic Work. *Review Of Educational Research*, 53(2), 159-199. <https://doi.org/10.3102/00346543053002159>
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 102- 116). Pegem Akademi, Ankara.
- Durcuk, H. (2015). *Teknoloji Destekli Matematiksel Etkinliklerin Öğrencilerin Bilişsel İstemlerini Ortaya Çıkarmadaki Rolü*, Yayımlanmamış yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. C. Mammana and V. Villani (Eds.), In *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study* (s. 37-52). Dordrecht: Kluwer.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. R. Sutherland, & J. Mason (Eds.), In *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education*. (p.142–157). Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-642-57771-0_10
- Engin, Ö. (2015). *Türkiye 7. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinliklerin Bilişsel İstem Düzeylerinin Program ve Farklı Ülkelerle Karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Engin, Ö., ve Sezer, R. (2016). 7. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki ve Programdaki Etkinliklerin Bilişsel İstem Düzeylerinin Karşılaştırılması. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (42), 24-46.
- Erdoğan, F. ve Ay, S. (2022, 5-6 Şubat). Türkiye’de Matematik Eğitimi Alanında Yayınlanan Bilişsel Talep Araştırmalarının Analizi. *13th Eurasian Conferences on Language and Social Sciences*, Latvia.
- Erden, N. D. ve Altun, S. (2020). Ortaokul Öğrencilerinin ‘Ders Olarak Matematiğe’Yönelik Algılarının İncelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, 15(7).
- Erkoç Özçetin, E. (2022). *Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabı ve Eba’daki Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstem Düzeylerine Göre İncelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L and Allen, S. T. (1993). *Doing Naturalistic Inquiry: A Guide to Methods*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., and Empson, S. B. (1996). A Longitudinal Study of Learning to Use Children's Thinking in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 403-434. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.4.0403>
- Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Glesne, C. (2012). *Nitel Araştırmaya Giriş*. A. Ersoy ve P. Yalçınoglu (çev.). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Gökbulut, Y., Sidekli, S. ve Yangın, S. (2010). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Van Hiele Geometrik Düşünce Düzeylerinin, Bazı Değişkenlere (Lise Türü, Lise Alanı, Lise Ortalaması, Öss Puanları, Lisans Ortalamaları ve Cinsiyet) Göre İncelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8 (2), 375-396.
- Gür, H., ve Demir, M. K. (2017). Alana Özgü Hizmetiçi Eğitimlerin Matematik Öğretmenlerinin Etkileşimli Tahta Kullanımına Yönelik Tutumlarına Etkisi. *Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 20(38), 33-48. <https://doi.org/10.31795/baunsobed.645131>
- Güveli, E., İpek, A., Atasoy, E., & Güveli, H. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik kavramına yönelik metafor algıları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(2), 159-140.
- Güven, B. ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik Muhakeme: Bilişsel Perspektifler. Arslan, S., Bingölbali, E., Zembat, İ. (Ed.) *Matematik Eğitimde Teoriler içinde* (s.245-263) Pegem Akademi, Ankara.
- Henningsen, M. A. (2000). *Engaging middle school students with cognitively challenging mathematical tasks: Classroom factors that influence students' high-level thinking*,

reasoning, and communication during consecutive lessons. Doctoral dissertation, University of Pittsburgh.

- Henningsen, M. and Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.5.0524>
- Herbst, P., González, G., Hsu, H. Y., Chen, C., Weiss, M., and Hamlin, M. (2010). Instructional Situations and Students' Opportunities to Reason in The High School Geometry Class. Manuscript. *Deep Blue at the University of Michigan*.
- Hiebert, J. and Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393-425. <https://doi.org/10.3102/00028312030002393>
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., and Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and The Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511. <https://doi.org/10.1080/07370000802177235>
- İnternet: 8.sınıf 5. ünite çalışma fasikülü. URL:https://odsgm.meb.gov.tr/destekmateryal/pdf/fasikul/2021/8/8_5_mat_nigde.pdf. Son Erişim Tarihi: 20.03.2023
- İnternet: National Council of Teachers of Mathematics. (1991). Professional Standards for Teaching School Mathematics (Working draft). URL: <https://jenmascheck.files.wordpress.com/2015/08/professional-standards-for-teaching-mathematics.pdf>. Son Erişim Tarihi: 25.04.2023
- İnternet: National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. URL: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>. Son Erişim Tarihi: 30.04.2023
- Jackson, K. J., Garrison, A., Wilson, J., Gibbons, L. K., and Shahan, E. C. (2013). Exploring Relationships Between Setting Up Complex Tasks and Opportunities to Learn in Concluding Whole-Class Discussions in Middle-Grades Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(4), 646-682. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.4.0646>
- Jones, K., and Pepin, B. (2016). Research on Mathematics Teachers as Partners in Task Design. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 105-121. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9345-z>
- Jones, D. L. and Tarr, J. E. (2007). An Examination of The Levels of Cognitive Demand Required by Probability Tasks in Middle Grades Mathematics Textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27. <https://doi.org/10.52041/serj.v6i2.482>

- Kablan, Z. (2012). Öğretmen Adaylarının Ders Planı Hazırlama ve Uygulama Becerilerine Bilişsel Öğrenme ve Somut Yaşantı Düzeylerinin Etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 37(163), 239-253.
- Karakuzu, B. (2017). *İlkokul ve Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Geometri Görevlerinin Tür, Bağlam, Temsil Biçimi ve Bilişsel İstem Düzeyleri Açısından İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Karpuz, Y., Koparan, T., ve Güven, B. (2014). Geometride Öğrencilerin Şekil ve Kavram Bilgisi Kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(2), 108-118.
- Kızıltoprak, A. (2020). *Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Koichu, B. and Zazkis, R. (2013). Decoding a Proof of Fermat's Little Theorem via Script Writing. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 364-376. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.04.001>
- Kwon, J. and Kim, G. (2013). An Analysis of Mathematical Tasks in the Middle School Geometry. *The Mathematical Education*, 52(1), 111-128.
- LeCompte, M. D. and Goetz, J. P. (1982). Problems of Reliability and Validity in Ethnographic Research. *Review of Educational Research*, 52, 31-60. <https://doi.org/10.3102/00346543052001031>
- Lincoln, Y. S. and Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Marx, R. W. and Walsh, J. (1988). Learning From Academic Tasks. *Elementary School Journal*, 88, 207-219. <https://doi.org/10.1086/461534>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2003). Eğitim-Öğretim Çalışmalarının Planlı Yürütülmesine İlişkin Yönerge, 2551 Sayılı Tebliğler Dergisi.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2005). İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıf) Öğretim Programı. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı, (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı. MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara
- Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2017). Matematik Dersi Öğretim Programı: İlkokul ve Ortaokul. Ankara
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: MEB.

- Mulenga, I. M. and Mwanza, C. (2019). Teacher's Voices Crying in the School Wilderness: Involvement of Secondary School Teachers in Curriculum Development in Zambia. *Journal of Curriculum and Teaching*, 8(1), 32-39.
- Öner, D. (2010). Öğretmenin Bilgisi Özel Bir Bilgi Midir? Öğretmek İçin Gereken Bilgiye Kuramsal Bir Bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 27(2), 23-32.
- Özcan, Ö. ve Erduran, A., (2022). Web Araçları ile Matematik Eğitimine Yönelik Hazırlanan Hizmet içi Eğitim Programının Değerlendirilmesi. 3. *Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu* İzmir, Türkiye.
- Özel, İ. (2022). *Ders Planlarına Verilen Geribildirimlerin Öğretmen Adaylarının Ders Planı Hazırlama Yeterliğine Etkisi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Siirt Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.
- Özen, D. (2015). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşüncelerinin Geliştirilmesi: Bir Ders İmeci*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Özgeldi, M. ve Esen, Y. (2010). Analysis of Mathematical Tasks in Turkish Elementary School Mathematics Textbooks. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2277-2281. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.322>
- Özmantar, M. F., Akkoç, H., Kuşdemir Kayıran, B., ve Özyurt, M. (Ed.). (2018). *Ortaokul Matematik Öğretim Programları Tarihsel Bir İnceleme*. Pegem Akademi Yayınları.
- Özturan Ecemiş, Ü. (2017). *Türkiye'nin 5.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinliklerin Bilişsel İstem Düzeylerinin Uluslararası Karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Parrish, C. W., Snider, R. B. and Creager, M. A. (2023). Investigating How Secondary Prospective Teachers Plan to Launch Cognitively Demanding Tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-29. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09534-7>
- Patton, M. Q. (2018). *Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri*. M. Bütün ve S. B. Demir (çev.). Ankara: Pegem Akademi.
- Polat, M. (2015). *İlköğretim 7. Sınıf Matematik Ders ve Çalışma Kitaplarındaki Açıklama ve Gerektiren Görevlerin Öğrenme Alanlarına Göre İncelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Polat, S. Ve Dede, Y. (2020). Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Görev Oluşturma Durumlarının İncelenmesi. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 210-239.
- Reçber, H. (2012). *Türkiye 8. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinliklerin Bilişsel Düzeylerinin Programdakilerle ve Ülkeler Arası Karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Reçber, H. ve Sezer, R. (2018). 8. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinliklerin Bilişsel Düzeyinin Programdakilerle Karşılaştırılması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 51(1), 55-76. <https://doi.org/10.30964/auebfd.405848>
- Remillard, J. T. and Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the Curriculum Enactment Process in Mathematics Education. *Zdm Mathematics Education*, 46, 705-718. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0600-4>
- Sarpkaya, G. (2011). *İlköğretim İkinci Kademe Cebir Öğrenme Alanı ile İlgili Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstemler Açısından İncelenmesi: Matematik Ders Kitapları ve Sınıf Uygulamaları*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A Story of Research and Practice, Productively Intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404-412. <https://doi.org/10.3102/0013189X14554450>
- Schultz, K. T. (2009). *Cognitive Demand and Technology Use in High School Mathematics Teachers' Selection and Implementation of Tasks*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gürcistan Üniversitesi.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Seel, N. M. (2004). *Curriculum, Plans and Processes in Instructional Design: International Perspectives*. N. M. Seel and S. Dijkstra (Ed.). Mahwah, NJ. USA: Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated.
- Smith, M. P. and Stein, M. K. (1998). Reflection on Practice: Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics in the Middle School*, 3(5), 344-350. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344>
- Son, J. W. and Kim O. K. (2015). Teachers' Selection and Enactment of Mathematical Problems from Textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 491-518. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0148-9>
- Sönmez, V. (2017). *Öğretim İlke ve Yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., and Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stein, M. K., Grover, B. W. and Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488. <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>

- Stein, M. K. and Lane, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80. <https://doi.org/10.1080/1380361960020103>
- Stein, M. and Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Journal of the National Council of Teachers of Mathematics*, 3(4), 344-350. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. and Silver, E. A. (2000). *Implementing Standards-based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.
- Stylianides, A. J. and Stylianides, G. J. (2008). Studying the Classroom Implementation of Tasks: High-Level Mathematical Task Embedded in 'Real-Life' Contexts. *Teaching and Teacher Education*, 24, 859-875. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.11.015>
- Sullivan, P., Clarke, D. and Clarke, B. (2012). *Teaching With Tasks for Effective Mathematics Learning* (Vol. 9). Springer Science & Business Media.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, D. and Roche, A. (2013). Teachers' Decisions about Mathematics Tasks When Planning. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Tekkumru-Kısa, M., Schunn, C., Stein, M. K. and Reynolds, B. (2017). Change in Thinking Demands for Students Across the Phases of a Science Task: An Exploratory Study. *Research in Science Education*, 49, 859-883. <https://doi.org/10.1007/s11165-017-9645-z>
- Türk Dil Kurumu (TDK). (2023). *Güncel Türkçe Sözlük*. URL: www.tdk.gov.tr Son Erişim Tarihi: 27.04.2023.
- Thompson, D. R. (2022). What Role Might the Textbook Play in Integrating Reading into Mathematics Instruction?. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(1), 141-162. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10268-4>
- Toprak, Z. ve Özmantar, M. (2019). Türkiye ve Singapur 5. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Çözümlü Örnekler ve Sorular Açısından Karşılaştırmalı Analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10 (2), 539-566. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.490210>
- Torregrosa, G., and Quesada, H. (2008, October). The Coordination of Cognitive Processes in Solving Geometric Problems Requiring Formal Proof. *In Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American*.
- Tunç Pekkan, Z. ve Esmer, M. (2020). Matematik etkinliklerinin ortak özellikleri. Y. Dede, M. F. Doğan ve F. Aslan Tutak (Ed.), *Matematik eğitiminde etkinlikler ve uygulamalar* içinde (1. Baskı, s.77-95). Ankara: Pegem Akademi.

- Ubuz, B. ve Sarpkaya, G. (2014). İlköğretim 6. Sınıf Cebirsel Görevlerin Bilişsel İstem Seviyelerine Göre İncelenmesi: Ders Kitapları ve Sınıf Uygulamaları. *İlköğretim Online Dergisi*, 13(2), 594-606.
- Uçar, Z. T., Pişkin, M., Akkaş, E. N. ve Taşçı, D. (2010). İlköğretim Öğrencilerinin Matematik, Matematik Öğretmenleri ve Matematikçiler Hakkındaki İnançları. *Eğitim ve Bilim*, 35(155).
- Uğurel, I., Bukova Güzel, E. ve Kula, S. (2010). Matematik Öğretmenlerinin Öğrenme Etkinlikleri Hakkındaki Görüş ve Deneyimleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 103-123.
- Ünver, G. (2002). Okulöncesi Eğitimi Öğretmen Adaylarının Ders Planı Modelleri. *Eğitim ve Bilim*, 27(126), 62-69.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2021). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. S. Durmuş (çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight*. New York: Academic Press.
- Van Hiele, P. M. (1999). Developing Geometric Thinking Through Activities That Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, 310-316. <https://doi.org/10.5951/TCM.5.6.0310>
- Watson, A. and Sullivan, P. (2008). Teachers Learning About Tasks and Lessons. *Tools and Resources in Mathematics Teacher Education*, 109-135.
- Yabaş, D. (2018). *İlkokul Matematik Dersinde Yüksek Bilişsel Talebin Sağlanmasında Matematiksel İletişimin Rolü: Örnek Olay Çalışması*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Yabaş, D. ve Altun, S. (2020). Matematiksel Görevlerin Uygulanmasında İletişim Stratejileri ve Bilişsel Talep Kavramı: Sınıf İçi Yansımalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(4), 759-779. doi: 10.16986/HUJE.2019056303
- Yang, D. C. and Sianturi, I. A. (2017). An analysis of Singaporean Versus Indonesian Textbooks Based on Trigonometry Content. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 3829-3848. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00760a>
- Yetim Karaca, S. ve Ada, S. (2018). Öğrencilerin Matematik Dersine ve Matematik Öğretmenine Yönelik Algılarının Metaforlar Yardımıyla Belirlenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(3), 789-800. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.413327>
- Yılmaz, Ş. (2018). *Bilişsel Talep Düzeylerine Göre 8. Sınıf Matematik Ders Kitaplarındaki Etkinliklerin Kalitelerinin Belirlenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (11. Baskı). Ankara: Seçkin yayıncılık.
- Yin, R. K. (2008) *Case Study Research: Design and Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Zazkis, R., Liljedahl, P. and Sinclair, N. (2009). Lesson Plays: Planning Teaching Versus Teaching Planning. *For the Learning of Mathematics*, 29(1), 40-47.
- Zazkis, D. (2013). *Odd Dialogues on Odd and Even Functions*. Proceedings of the Conference for Research in Undergraduate Mathematics Education, Denver, CO.
- Zazkis, R. and Sinclair, N. (2013). Imagining Mathematics Teaching via Scripting Tasks. *International for mathematics Teaching and Learning*. URL: <https://www.cimt.org.uk/journal/zazkis.pdf>. Son Erişim Tarihi: 10.04.2023.
- Zazkis, R. and Jamshid Nejad, M. (2014). *Uncovering Teacher's Views Via Imagined Role-Playing*. Proceedings of the Joint Meeting 5-425 of PME 38 and PME-NA 36, Vancouver, Canada.
- Zazkis, R. (2017). Lesson Play Tasks as A Creative Venture for Teachers and Teacher Educators. *ZDM Mathematics Education*, 49, 95-105. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0808-6>



EKLER

EK-1: Araştırma İzni



T.C.
AMASYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-47613789-44-73160343
Konu : Tez Çalışması Kapsamında
Araştırma/Gözlem İzni

27.03.2023

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) Amasya Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 14.03.2023 tarih ve E-47526769-302.08.01-121803 sayılı yazısı.
b) Millî Eğitim Bakanlığı'nın 21/01/2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) Sayılı Genelgesi.

İlgi yazı (a) ile; Amasya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans programı 208102004 numaralı öğrencisi Merve SARIDAŞ, Dr.Öğr. Üyesi Nida EMÜL'ün danışmanlığında hazırladığı "Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Görevlere Dair Oluşturdukları Sınıf Senaryoları ve Uygulamaları" konulu çalışması kapsamında, ekli dilekçede bilgileri sunulan adı geçen üniversite öğrencilerinin Müdürlüğümüze bağlı Merkez ilçede bulunan Gazi Ortaokulu, Abdurrahman Kamil Ortaokulu, Yavuz Selim Ortaokulu, Cumhuriyet Ortaokulu, Ziyapaşa Ortaokulu ve Çelebi Mehmet Ortaokul öğrencilerine, belirtilen araştırmayı uygulayabilmek ve ders anlatıp gözlem yapabilmek için izin talep edilmektedir.

Bu bağlamda; söz konusu talebin, ilgi (b) 21/01/2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) sayılı Genelge (Araştırma Uygulama İzinleri) de belirtilen hususlar doğrultusunda ve Türkiye Cumhuriyeti Anayasası ve insan hakları alanındaki uluslararası sözleşmeler başta olmak üzere 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Hakkındaki Kanun ile yürürlükte olan tüm yasal düzenlemeler ve politika belgelerine uygun, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili okul müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, derslerin aksatılmaması ve gönüllülük esasına göre araştırma yapılması, araştırma ile ilgili sonuç raporlarını çalışmanın bitiş tarihinden itibaren 30 (otuz) gün içinde izin alınan kuruma ulaştırılması, uygulama sırasında da mühürlü ve imzalı örnekten çoğaltılan veri toplama araçlarının kullanılması Müdürlüğümüze uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

Alpaslan KANAR
Müdür a.
İl Millî Eğitim Şube Müdürü

OLUR
27.03.2023
Mehmet TÜRKMEN
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek:

Adres : Hızırpaşa Mah. İstasyon Cad. No: 72 Merkez/AMASYA

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: Ahmet D.DURMUŞ

Telefon No : (0358) 212 29 93/2041

E-Posta: arge05@meb.gov.tr

İnternet Adresi:

Faks: (0358) 218 50 1

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Unvan: Memur



Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys> adresinden 263f-d6d6-384b-b789-4c17 kodu ile teyit edilebilir.

Ek-2: Etik Kurul Onayı

	AMASYA ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ETİK KURUL DEĞERLENDİRME FORMU

Ek-1

Araştırmanın Başlığı : “Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Görevlere Dair Oluşturdıkları Sınıf Senaryoları ve Uygulamaları”	
Başvuru Formunun Etik Kurula geldiği tarih	13.4.2022
Başvuru Formunun Etik Kurulda incelendiği tarih	19.4.2022
Karar tarihi	19.4.2022

SONUÇ

1.	☒ Kabul
2.	☐ Düzeltme gereklidir: Etik sorun olabilecek sorular/maddeler, süreçler ya da unsurlar bulunmaktadır.
3.	☐ Red Gerekçe, Görüş, Tavsiye ve Açıklamalar:

Başvuru dosyasının incelenmesinde hazır bulunan ve araştırmayla doğrudan veya dolaylı olarak ilişkisi bulunmayan Etik Kurul başkan ve üyelerinin ad,soyad ve imzaları.

(Başkan)
Doç. Dr. Songül KEÇECİ
KURT

(Üye-Bşk Yardımcısı)
Doç. Dr. Fatih CAN

(Üye- Raportör)
Doç. Dr. Melike BAŞ

(Üye)
Doç.Dr. Üyesi Kürşat EFE

(Üye)
Doç.Dr. Üyesi Davut AĞBAL

(Üye)
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIZ

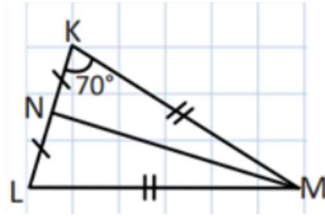
KYT-FRM-126/00

Bu belge,güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

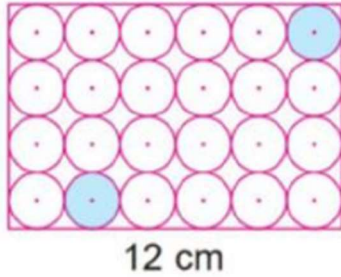
Ek-3: Matematik Görevleri

Görev 1

Kenar uzunlukları $|KL| = 2$ cm, $|LM| = 4$ cm ve $|KM| = 2\sqrt{5}$ cm olan KLM üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyiniz.

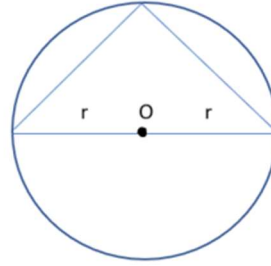
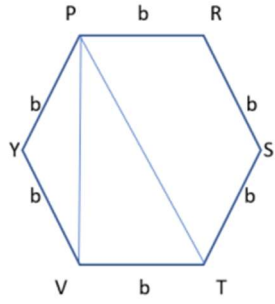
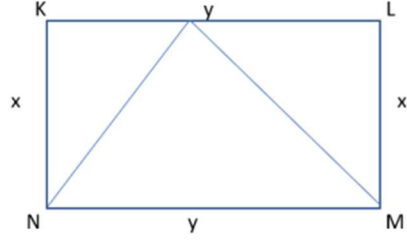
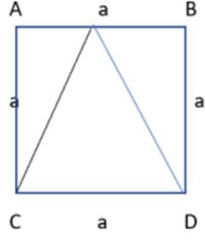
Görev 2

Yanda verilen KLM ikizkenar üçgeninde $[MN]$ kenarortay ve $m(\hat{K}) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\hat{KMN})$ nın kaç derece olduğunu bulalım.

Görev 3

Şekildeki bir kenarı 12 cm olan dikdörtgenin içine birbirine ve dikdörtgenin kenarlarına teğet olacak şekilde eş çemberler yerleştirilmiştir. Buna göre boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafe kaç cm'dir?

Ek-3 (devam): Matematik Görevleri

Görev 4

Ülkü yukarıda verilen kare, dikdörtgen, düzgün altıgen ve dairenin içersine şekildeki gibi üçgenler çizmiştir. Buna göre Ülkü'nün çizdiği her bir üçgenin kenarlarına göre hangi çeşitlerde olması mümkündür? Yanıtınızı açıklayınız.

Ek-4: Ö1'in G1 Senaryosu

Soru 1, (Cevabı $\Rightarrow$ Zafar Öğretmen öğrencilerine bu soruyu yöneltmeden önce öğrencilerinin üçgen dmsi şartları ve üçgen çeşitlerine dair bir hatırlatma yapmak istemiştir.

Z. Hoca $\Rightarrow$ Arkadaşlar şimdi 2 cm, 4 cm ve 2/5 cm uzunluğundaki üç doğru parçasının bir üçgen oluşturup oluşturmadığını kontrol edelim.

Ahmet $\Rightarrow$ Sonuçta üçgen eşitsizliği kullanacağız.

Ülkü $\Rightarrow$ Ben tahtada yapabilir miyim hocam?

Z. Hoca $\Rightarrow$ Gel Ülkü beraber yapalım.

Ülkü $\Rightarrow$ Hocam şimdi eşitsizliğimizin kısmına hangi kenarı koymam gerekiyor?

Z. Hoca $\Rightarrow$ Evet arkadaşlarımız sorusunu yanıtlamaya çalışalım.

Ege $\Rightarrow$ Bir eşitsizliği çözerken sadeleştirmeye çalıştığımızda denklemleri darda her iki tarafında aynı işlemi uygulayabiliyorsak burada da kenarların yerini değiştirmeniz fark etmez diye düşünüyorum.

Zehra $\Rightarrow$ Ege bence de böyle ama eşitsizlikle her iki yeri de negatif sayı ile çarparsak yön değişikliği olur bunu unutmuyoruz.

Z. Hoca $\Rightarrow$ Teşekkürler arkadaşlar bu konuda anlaşılır olmayan bir nokta kalmadı diye düşünüyorum.

Ülkü $\Rightarrow$ (Eşitsizliği kullanarak bu doğru parçalarının üçgen oluşturabileceğini gösterir.)

Z. Hoca $\Rightarrow$ Teşekkürler Ülkü.

Peki bu üçgeni nasıl sınıflandırabiliriz?

Eymen $\Rightarrow$ Nasıl yani hocam üçgenlerin sınıfı mı var?

Ataberk $\Rightarrow$ Evet sonuçta çokgenlerin hepsi belirli içiyle özel adlara sahip olabiliyorlar. mesela, eşkenar üçgende var ikizkenar üçgende var.

Z. Hoca $\Rightarrow$ Peki Ataberk'in söylediği üçgenlerimiz aynı sınıfta mı bulunurlar?

Alperen $\Rightarrow$ Bence farklı sınıflarda bulunurlar hocam sonuçta biri ikizkenar biri eşkenar hatta birde çeşitkenar sınıfı vardır.

Ege $\Rightarrow$ Hayır, bence bunların hepsi tek bir sınıfta bulunmaktadır. Sonuçta aynı elemanın çeşitliliğinden bahsediyorduk.

Ek-4 (devam): Ö1'in G1 Senaryosu

Z. Hoca: Aferin Ege, Arkadaşlar üçgenimizi veya başka bir durumun sınıflarken oluşturduğumuz sınıflar ortak bir durumu temsil etmelidir.

Altan: O zaman açılara göre farklılık gösteren üçgenleride aynı bir sınıfa koyabiliriz hocam.

Z. Hoca: Bu konuda çeşitlendirebiliriz ne o zaman?

Altan: Dar açılı, dik açılı ve geniş açılı hocam.

Z. Hoca: Teşekkürler arkadaşlar. Peki şimdi bu üçgenimiz kenarlarına göre çeşitkenar ile açılara göre nasıl bir üçgendir?

Zehra: Hocam, bence dar açılı bir üçgen bu çünkü kenar uzunlukları birbirine yakın.

Ülke: Bence bu yorumu yapmıyoruz. Kendimizi çizip açılara bakmalıyız.

Z. Hoca: Burada olabilir fakat tek özünün bu olduğuna emin miyiz?

Eymen: Hocam bize dik üçgenler için Pisagor bağlantısını öğrenmiştik. Bunu kullanarak bu üçgenin dik olup olmadığını kenar verebiliriz.

Z. Hoca: Gel Eymen uygulayalım hocam.

Eymen: (Teoremi uygular ve doğruluğunu gösterir)

Z. Hoca: Peki arkadaşlar üçgenimiz bu kenarı sağlamsaydı üçgenimizi açılara göre nasıl bir sınıf olduğuna nasıl kenar verecektik?

Osman: Hocam bunun için başka teoremler gerekebilir mi?

Z. Hoca: Bildiğinizi yorumlarsanız daha sağlıklı olur arkadaşlar. Gözaltı birisi tabiriyle gelebilir mi? (Ege gelir). Şimdi Ege bize incelediğimiz bu dik üçgenimizi temsil edebilecek şekilde çizip oradan bu üçgenimizin dik kenarlarının uzunlukları sabit olacak şekilde hipotenüs uzunluğunu değiştirerek iki yeni üçgen çıkarabiliriz mi?

Ege: Pekala hocam.

Altan: Hocam sorum bunu yaptırarak uzun kenarımız temsili bir hipotenüs ve diğer iki kenarı dik olarak düşündüğümüzde eğer uzun kenar olması gereken hipotenüsten büyük ise üçgenimizin geniş açılı olduğu takdirde dar açılı olduğunu göstermek isterdim.

Z. Hoca: Evet arkadaşlar yaptığımız gereken yorum budur. Hipotenüsün küçülmesi durumunda diğer en uzun kenarın hipotenüs den fazla olmasıyla beraber tekrar dik üçgen oluşabileceği ihtimalinde göz önünde bulundurdum lütfen.

Ek-5: Ö1'in G2 Senaryosu

Soru 2, Cevabı ⇒ Hanife öğretmen bu soruyu direkt olarak öğrencilere yöneltmeden önce her öğrenciye birer adet çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar üçgen vermiştir.

H. Hoca ⇒ Arkadaşlar şimdi bu üçgenlerin yardımcı elemanlarını bulmaya başlayalım. Hadi herkes çeşitkenar üçgenimizin yardımcı elemanlarını bulalım.

Aslan ⇒ Hocam hangi kenara göre bulacağız?

H. Hoca ⇒ Sınıfı üçe bölelim her gruba bir kenarı verelim.
(Gerekli doğru yapılır.)

Umut ⇒ Hocam ben buldum hepsini.

H. Hoca ⇒ Tahtaya gelip çiz mişin?

Umut ⇒ (Çizer.)

H. Hoca ⇒ Peki bu elemanlar hakkında nasıl yorum yapabiliyorsunuz?

Bilge ⇒ Hocam bu çizime göre kenarortay en uzun olan yardımcı eleman oldu. Yükseklik ise en kısa oldu hocam.

Elif ⇒ Çünkü zaten yükseklik hangi kenarın yüksekliği ise o kenarı gören köşelerden geçtiğinden en kısa doğru parçasıdır.

H. Hoca ⇒ Çok güzel arkadaşlar, şimdi ikizkenar üçgenimizin kenarlarını gruplara dağıtıp yardımcı elemanlarımızı bulalım.

Onur ⇒ Hocam benim kenarıma göre olan yardımcı elemanlara hep aynı oldu.

H. Hoca ⇒ Gel çizelim beraber.

Yusuf ⇒ Hocam benim kenarımda öyle olmadı ama?

H. Hoca ⇒ Peki Onur'un bulduğu durum şuan bir kenarda oluyor, diğerinde olmuyor. Üçüncü grup ne buldu bu durumda?

Büsrâ ⇒ Hocam benim grubumuzun kenarındada Onur'un bulduğu durum mevcut değil.

H. Hoca ⇒ Peki buradan nasıl bir sonuca varabiliriz.

Emir ⇒ Hocam ikiz dyağın kenarında bu sağlıyor sanırım.

H. Hoca ⇒ Aferin Emir, şimdi gel üç yardımcı elemanımızda özelliğini taşıyan bu doğru parçasının kenarına ile yaptığı açının ölçüsünü de bulalım.

Emir ⇒ (Açıyı 90° olarak bulur.)

Ek-5 (devam): Ö1'in G2 Senaryosu

H. Hoca ⇒ Şimdi arkadaşlar bu durumları birleştirirsek ikizkenar üçgenimizin yardımcı elemanlarının istisnai özelliklerini nasıl toplayabiliriz?

Emir ⇒ Hocam ikiz olmayan kenarın yardımcı elemanları birbirine eşit ve kenarımızla 90° 'lik açı oluşturmaktadır.

H. Hoca ⇒ Evet arkadaşlar enişmek istediğimiz şeyler bunlardı. Şimdi eşkenar üçgenin yardımcı elemanlarını irdelleyelim.

Aslan ⇒ Hocam sadece bir kenar için yeterli olmaz mı?

Umut ⇒ Evet hatta ben yepkin. İkizkenar üçgenin yardımcı elemanlarıyla aynı özellikleri taşıyan sorunun.

Yusuf ⇒ Yani ikizkenar üçgenler hem de eşkenar üçgen mi?

H. Hoca ⇒ Bunun üzerinde biraz düşürün bence Yusuf'un dediği doğru mu?

Elif ⇒ Hocam bence tam tersi her eşkenar üçgen ikizkenardır.

H. Hoca ⇒ Evet arkadaşlar irdelemek istediğimiz şeyler bunlardı. Şimdi tahtaya çizeligin sonucu bir arkadaşımızla yapalım.

Bilge ⇒ Ben gelebilirim hocam. $|KM|$ ve $|LM|$ kenarları ikiz olduğu için $|NM|$ doğru parçası hem yükseklik hem açıortay hem de kenarortay olmuştur. $m(\widehat{KNM})$, 90° 'dir. Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğu için $m(\widehat{KMN})$ açısının 20° olduğunu biliyoruz.

Ek-6: Ö1'in G3 Senaryosu

Soru 3, Cevabı $\Rightarrow$ Diğer Öğretmen bu soruyu çözülmüş önce bir konunun konusuna konularına öğretilecek şekilde bir cember çektirdiğimizde ne gibi yorumlar yapabileceğimizi öğrencilere gösterir.

Kuray $\Rightarrow$ Hocam sanırım konunun köşegeni çemberin yarıçapıdır.

D. Hoca $\Rightarrow$ Gel beraber çizip bakalım.

Kuray $\Rightarrow$ (Çizer.) Böyle olmuyormuş çünkü köşegenimiz çemberin dışında başlayıp dışında bitiyor.

Ecrin $\Rightarrow$ Hocam önce çemberin çapı ile konunun bir kenarı eşittir.

D. Hoca $\Rightarrow$ Güzel arkadaşlar, peki iki nokta arası uzaklığı nasıl bulabiliriz?

Naiz $\Rightarrow$ Cetvelle ölçeriz hocam.

D. Hoca $\Rightarrow$ Ölüm alemlerine sahip değilseniz? Şimdi biriniz gelip fahlaya iki nokta koyun bakalım.

Rüzgar $\Rightarrow$ Ben yapayım hocam.

Muhammed $\Rightarrow$ Hocam bu noktaların yatay ve dikey konumları farklılıkları var.

D. Hoca $\Rightarrow$ Çizelim bakalım o yatay ve dikey uzunlukları arkadaşlar, bununla beraber bu iki nokta arasındaki uzaklığı düşünün en kısa uzaklıkta çizelim.

Bu görüntü bir şeyi andırırdı mı arkadaşlar?

Kenan $\Rightarrow$ Evet, pisagor üçgenini çağırırdı böyle hocam.

D. Hoca $\Rightarrow$ Demek ki arkadaşlar iki nokta arasındaki yatay ve dikey mesafe farklarını bilerek arasındaki uzaklığıda bulabiliyoruz. Şimdi bu çizdiğimiz soruya odaklanalım hep beraber.

Kevser $\Rightarrow$ Hocam e zannın ilk bu iki nokta arasındaki en kısa uzaklığı çizelim. Sonra da yatay ve dikey uzunlukları fark kısmına okuturup pisagor üçgenini oluşturalım.

Rüzgar $\Rightarrow$ Hocam oranın yataydaki fark 8 adet yarıçapa denk geliyor, dikeydeki ise 6 adet yarıçapa denk geliyor.

D. Hoca $\Rightarrow$ Peki bir yarıçapın uzunluğunu biliyor muyuz?

Ecrin $\Rightarrow$ Hocam dikdörtgenin verilen konuma paralel olacak şekilde çemberlerimizin 6 adet çapı yani 12 yarıçapı 12cm oldu.

Naiz $\Rightarrow$ O zaman 1 yarıçap 1cm oldu hocam, dikeydeki uzunluk farkı 6cm yataydaki uzunluk farkı 8cm oldu. Pisagor teoreminden " $6^2 + 8^2 = 10^2$ " olduğundan cevabımız 10cm'dir.

D. Hoca $\Rightarrow$ Herkese teşekkürler arkadaşlar.

Ek-7: Ö1'in G4 Senaryosu

Sonu 1 Cevabı $\Rightarrow$ Yaşar hoca şekli (kare) tabloya çizmiş ve burada beraber kenarlarına göre üçgenler nedir sorusunu öğrencilerine yöneltmiştir.

Onur $\Rightarrow$ İkizkenar, eşkenar ve çeşitkenar üçgen hocam.

Y. Hoca $\Rightarrow$ Tamam o zaman bu şeklimizde kareyi kenarlara sahip olan üçgen kenarlarına göre nasıl bir üçgen olduğunu değerlendirin.

Yusufo $\Rightarrow$ Şekil olarak eşkenar üçgene benziyor hocam.

Y. Hoca $\Rightarrow$ Şekil olarak benzetmesi yetli mi size arkadaşlar?

Samet $\Rightarrow$ Hayır hocam kenarlarını ölçmedin veya ağırlıkla göre değerlendirmedin bir şey söyleyemeyiz hocam.

Y. Hoca $\Rightarrow$ Aynen öyle Samet. Gel seninle bu üçgenin eşkenar olduğunu kabul edip doğruluğunu inceleyelim.

Samet $\Rightarrow ((90^\circ - 60^\circ - 30^\circ)$ üçgenine göre kenarları yerleştirdiğinde üçgenin yüksekliğinin $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğunu görür.) Hocam bu sonuçlara göre bu üçgenin yüksekliği $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olur ve karenin bir kenarı olan a 'ya eşit değildir.

Y. Hoca $\Rightarrow$ Affan Samet. Peki arkadaşlar bir üçgenin eşkenar olması için mi ikizkenar üçgen olması gerekir. Yoksa ikizkenar olması için mi eşkenar olması gerekir?

Büşra $\Rightarrow$ Kenarlarımız ikiz olmadıkça eşit olmaz hocam. Yani eşkenar olması için ikizkenar olması gerekir ama ikizkenar olması için eşkenar olması gerekmez.

Y. Hoca $\Rightarrow$ Yani o zaman bu üçgen eşkenar değildir ama ikizkenar olabilir. O halde hangi şart altında ikizkenar olabilir? İkizkenar üçgenin yardımcı elemanlarının özelliklerini hatırlayalım.

Furkan $\Rightarrow$ Hocam ikiz olmayan kenarın yüksekliği aynı zamanda açıortay ve kenarortay olurdu.

Turgay $\Rightarrow$ Hocam yükseklik 100 kenarına dik geliyor ve iki eş parçaya bölünüyorsa 100 kenarında iki eş parçaya bölünür mi?

Y. Hoca $\Rightarrow$ Aynen öyle Turgay. O zaman bu üçgen 100'ün iki eş parçaya bölünmesiyle ikizkenar olabilir mi, bunu öğrenmiş olduk. Peki çeşitkenar olabilir mi arkadaşlar?

Ömer $\Rightarrow$ Çeşitkenar olması için hiçbir mahsur yok gibi hocam. Kendimizi çizerek gözlemlediklerimizde birçok çeşitkenar üçgen elde edebiliriz bence.

Y. Hoca $\Rightarrow$ Evet Ömer Affan çocuklar.

Ek-7 (devam): Ö1'in G4 Senaryosu

Y. Hoca: Şimdi de bu şekle odaklanalım. (Dikdörtgen) Bu şeklindeki kırmızı üçgen kenarları na göre değerlendirilmeli.

Samet: Hocam önceliği önattaki gibi önce eşkenar diyor mu diye sormaya geldim.

Y. Hoca: Öner gel bu sefer seninle yapalım solumayı.

Öner: (Üçgenin yüksekliğini indirir ve eşkenar olmasının kabulü ile beraber $90^\circ-30^\circ-60^\circ$ üçgenin kenarları oranlarına göre yerleştirir.) Hocam bu orana göre kısa kenar $\sqrt{3}$ 'ün katı iken uzun kenar 2'nin katıdır. Bu solumaya göre bu solumabilir hocam. O halde eşkenar dıysa diğer kenarda olabilir hocam.

Dilana: Hocam oranın göre aynı şekilde 1K1 kenarının ortalanması gerekmez mi?

Y. Hoca: Evet Dilana, peki bu zorunlu mu?

Ömer: Hayır hocam, aksi takdirde zaten çeşitkenarda olabilir.

Y. Hoca: Aferin gençler. Şimdi bu şekle odaklanalım (Altıgen). Kırmızı kenarlara sahip üçgenimizi kenarlarına göre ele alalım.

Büşra: Hocam $4VP$ üçgeni eşkenar mı, düzgün altıgen olduğu için $|VP| = |VP|$ olur.

Furkan: İki tane açının ölçüsünü bulabiliriz hocam. Düzgün altıgenin bir iç açısı 120° 'dir. Bu durumda $m(\widehat{VP})$ ve $m(\widehat{PV})$ birbirine eşit ve 30° olmaktadır.

Yağmur: Hocam o zaman altıgenin bir kenarı ile $|PV|$ 'nin uzunlukları farklıdır.

Y. Hoca: Aferin gençler. Peki IPTI kararı hakkında nasıl yorum yapabiliriz?

Özcan: Hocam altıgenin bir iç açısı 120° ve $m(\widehat{VP})$ açısı 30° ise $m(\widehat{PVT})$ 90° olur.

Samet: O zaman pisagor teoremini kullanabiliriz hocam. Böylece bu üçgen çeşitkenar bir üçgen oldu hocam.

Y. Hoca: Aferin çocuklar.

Ek-7 (devam): Ö1'in G4 Senaryosu

Y. Hoca ⇒ Şimdi son şeklimiz den çemberimizin içinde bulunan bu üçgenimizin kenarlarına göre değerlendirelim. (KLM üçgeni olsun.) (Üçgenin dışbükeyliği yay KLM olsun.)
 Furkan ⇒ Hocam üçgenin L noktasının çemberin merkezine den uzaklığını düşünün, doğru parçası merkeze dik mi geliyor?

Y. Hoca ⇒ Bence şekilde böyle bir durumu belirtilmemiş yani.

Samet ⇒ Ama öyle olsa üçgenin yüksekliği aynı zamanda kenarortay mı oluyor?

Y. Hoca ⇒ Aynı öyle oluyor. Ama biz bu durumun kesinliğine kesin değiliz.

Büşra ⇒ O zaman hocam bu durumda üçgenimizin iki tane kenar ortaya gelen yükseklik aynı zamanda kenarortay oldu yani bu durumda ikizkenar bir üçgen olur.

Y. Hoca ⇒ Evet doğru olabilir ama bu kesin değil arkadaşlar, diğer cisimler hakkında neler söyleyebilirsiniz?

Ömer ⇒ Hocam ikizkenar durumda üçgenin çember üzerindeki den noktası çemberin merkezine dik ise o zaman bulunduğu yayda ortalamaz mı?

Yağmur ⇒ Bence öyle hocam. O zaman o nokta yayı ortalamazsa diğer iki noktaya den uzaklıklarında değişir ve farklı olur.

Zülfi ⇒ Yani çeşitlenir olur.

Y. Hoca ⇒ Peki eşkenar üçgen olabilir mi?

Turgay ⇒ O zaman bütün kenarları 2r olur mu?

Büşra ⇒ Bence hocam öyle olur, aynı şekilde olarak baktığımızdan bu pek mümkün değil.

Y. Hoca ⇒ Gel ölçüp çizip bakalım. (Ölçüp K ve M noktalarından çemberin içine doğru çizilen 2r uzunluğundaki doğru parçalarının çemberin dışına çıktığı görülür.)

Samet ⇒ Bu şartlar altında bir eşkenar üçgen belirtebiliriz o zaman hocam.

Y. Hoca ⇒ Çok güzel arkadaşlar teşekkürler.

Ek-8: Ö2'nin G1 Senaryosu

Soru 1

Sınıfa giren öğretmen öğrencilerle kısa bir iletişinden sonra öğrencilere sorular sormaya başlar.

Öğretmen: Arkadaşlar üçgen çeşitlerini daha önce görmüştük. Bana ve arkadaşlarına üçgen çeşitlerini hatırlatmak isteyen var mı?

(Öğrenciler el kaldırır ve öğretmen bir öğrenciyi seçer)

Öğrenci A: Dar açılı, dik açılı ve geniş açılı üçgenler öğretmenim.

Öğretmen: Doğru fakat eksik gibi geldi bana. Farklı fikirleri olan var mı?

Öğrenci B: Öğretmenim arkadaşımız açılına göre üçgenleri saydı. Kenarına göre de üçgen çeşitleri var.

Öğretmen: Peki bunlar nelerdi, söyleyebilir misin?

Öğrenci B: Etker üçgen, etkter üçgen ve çeşitler üçgen öğretmenim.

Öğretmen: Evet doğru cevap verdin. Hepimiz teşekkür ediyoruz.

(Öğretmen tahtaya KLM üçgeni çizer. Üçgenin kenar uzunlukları $|KL|=2\text{ cm}$, $|LM|=4\text{ cm}$, $|KM|=2\sqrt{5}\text{ cm}$ dir. Ve sınıfa tekrar sorular sormaya başlar)

Öğretmen: Evet arkadaşlar tahtaya çizdiğim üçgen hakkında neler diyebilirsiniz?

Öğrenci C: Etker üçgen değil öğretmenim, kenarın eşit olması gerekir. Etker üçgen olması için. Etkter üçgen de değil. Öyle olması için iki kenarın eşit uzunlukta olması lazımdır.

Öğrenci D: O zaman çeşitler üçgen öğretmenim, hepsi farklı.

Öğretmen: Evet arkadaşlarımız uzunluklarına göre yorum yapıyorlar ve doğru yerlere değindiler. Peki açılına göre bir yorum yapabilir miyiz?

(Sınıfta bir süre sessizlik olur)

Öğretmen: Evet kimse yok mu arkadaşlar?

Öğrenci B: Öğretmenim ne diyebiliriz ki? Çizdiğiniz aynı dar açılı üçgene benziyor.

Öğrenci E: Ama çizime aldığım yorum yapmamız sağlıklı değil.

Öğrenci C: Öğretmenim kenar uzunlukları Pisagor bağıntısını sağlıyor. Şimdi hesapladım.

Öğretmen: Bağıntı nasıl oluşuyor. Sesli bir şekilde söyler misin?

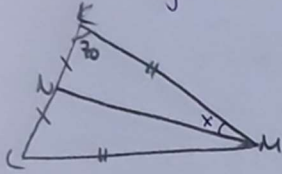
Öğrenci C: $2^2 + 4^2 = (2\sqrt{5})^2$ diyor öğretmenim. Pisagor bağıntısını biz de dik açılı üçgenler için kullanıyorduk. O halde bu üçgen dik açılı bir üçgendir.

Öğretmen: Evet çok doğru bir noktaya değindin, Pisagoru sağlıyor ve dik üçgen teşekkürler.

Ek-9: Ö2'nin G2 Senaryosu

Soru 2

(Üçgenlerde açılar konusunu isteyen öğretmen tahtaya aşağıdaki problemi çizer ve öğrencilerden soruyu çözmelerini ister)



Öğretmen: Evet arkadaşlar tahtaya çizdiğim soru hakkında kimler ne düşünüyor bakalım? x açısı kaç olabilir?

Öğrenci A: Öğretmenim çizimimize göre KML ile LML birbirine eşit uzunlukta. O halde bu üçgen ikizkenar üçgendir. İki kenar nasıl eşit uzunluktaysa iki açı da birbirine eşit derecededir.

Öğretmen: Evet sorumuzu çözmeye başladık. Gayet güzel bir başlangıçtı. Ancak şu cevaba ulaşmış sayıyoruz. Şimdi ne yapmamız lazım.

Öğrenci B: Öğretmenim üçgenin iç açıları toplamı 180° idi. O halde biz KML açısını bulabiliriz.

Öğretmen: Nasıl bulabiliriz acaba bize yardım edebilir miş?

Öğrenci B: Tabii. İkizkenar üçgen olduğunu biliyoruz. İki açılarından biri 70° ise diğeri de 70° olur. $70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$ tir. Toplam 180° olduğundan $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ O halde KML açısı 40° olur.

Öğretmen: Çok doğru bir çözüm oldu ama hala istenene ulaşmış durumda değiliz. Üçgenin yardımcı elemanlarını öğrenmistik oradan yardım alabiliriz mi düşünelim.

Öğrenci E: Aaaa... Evet öğretmenim. Hatta açıortayı kullanabiliriz.

Öğretmen: Açıortayı nasıl alalım ve nasıl çözümlerini oluşturabiliriz bize?

Öğrenci C: Öğretmenim ikizkenar üçgen olduğunu biliyoruz, ve iki eşit olmayan açıyı açılan doğru iki eşit parçaya bölmüş. O halde o doğru açıortay doğrudur. Hatta çizdiğimiz doğru KL kenarına diktir bile diyebiliriz.

Öğretmen: Harika geldiydin. Bize sonucu da söyleyebilir misin lütfen?

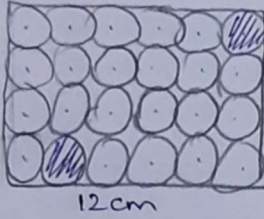
Öğrenci C: Söyerim öğretmenim. Biz zaten tepe açısının 40° olduğunu önce arkadaşımız yardımcı bulmştuk. Biz o tepe açısının açıortay olduğunu söyledik. Açımız 40° ti. Açıortay açıyı iki eşit parçaya ayırır. O halde bizim aradığımız açı 20° dir.

Öğretmen: Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim hepinize. Sorumuzu doğru çözdük.

Ek-10: Ö2'nin G3 Senaryosu

Soru 3

(8/A sınıfında Pisagor Bağıntısı işleyen öğretmen sınıfta koridör saur görmektedir. Tahtaya sadece Pisagor Bağıntısı değil Gemberde yarıçapı da ele alı bir soru alıyır.)



Öğretmen: Evet arkadaşlar gembelerimiz eşit büyüklükte ve birbirlerine teğetler. Totali gembelerin merkezleri arası en kısa mesafe kaç cm dir?

Öğrenci A: Öğretmenim dikdörtgenin bir kenarını bilmiyoruz. Soruyu çözemeyiz

Öğretmen: Hmm. Peki bize verilen bilgiler kullanarak diğer kenar hakkında bilgi ediremez miyiz?

Öğrenci A: Nasıl olacaktı?

Öğrenci B: 12 cm bir kenarımız. O kenarda 6 tane gember var. Gembeler eş büyüklükteymiş. O zaman bir gembelerin çapını 12 sayıyı 6 ya bölerek bulabiliriz. O da 2 cm dir.

Öğretmen: Doğru düşünüyorsun. Peki nasıl bulacağız diğer kenarı?

Öğrenci B: Öğretmenim diğer kenarda 4 tane gember varmış. Bir tanesinin çapı 2 cm bulduk. Diğer kenar $4 \cdot 2 = 8$ cm olur.

Öğretmen: Peki şimdi ne yapacağız? Bizden merkezler arası mesafe istenmişti.

Öğrenci C: Öğretmenim bütün diğer kenarı bulamamıza gerek yoktu ki. Ama çapı bulunca yarıçapı da bulabiliriz bizzat.

Öğretmen: Evet peki sen ne düşünüyorsun?

Öğrenci C: Öğretmenim çap 2 cm ise yarıçap 1 cm dir. Merkezler arası mesafe için en alt sıradaki gembelerden sağa doğru, yukarıdaki gembelerden aşağı yönde ilerleyelim. Soldan sağa 8 cm, aşağıda yukarı 6 cm gitmemiz lazım. Yani 10 cm cevap olur.

Öğretmen: Evet bir mesafe ama bu en kısa mesafe midir?

Öğrenci D: Hayır öğretmenim. En kısa mesafeyi bulmak için arkadaşımın illediği gibi ilerleriz ama devamında bileti'i topmayacağız. En kısa mesafe için Pisagor teoremini kullanmamız gerekir.

Öğretmen: Nasıl kullanacağız?

Öğrenci D: Öğretmenim sağa doğru gidiince ve yukarıdan aşağı gelince dik oluyor. Soldan sağa 8 cm, yukarıdan aşağı ise 6 cm idi. O halde $6^2 + 8^2 = 10^2$ olur. Yani en kısa mesafe 10 cm dir.

Öğretmen: Evet teşekkür ederiz. En kısa mesafe için Pisagor Bağıntısı kullanmamız bizzat ve kullandık. Aferin size.

Ek-11: Ö2'nin G4 Senaryosu

Soru Soruşu:

Öğretmen sınıfa girer. Öğrencilerle günlük konuşmanın ardından öğrencilere şu şekilde sorular sorar.

Öğretmen: Evet çocuklar biz üçgenleri görmüştük. Peki kenarlarına göre üçgenleri sayabilecek olan var mı?

Öğrenci A: Ben sayabilirim hocam.

Öğretmen: Say bakalım.

Öğrenci: Estekör üçgen, ikizkenar üçgen ve eşitkenar üçgen.

Öğretmen: Teşekkür ederiz şifca.

Öğrenci A: Rica ederim hocam.

Öğretmen: Peki bu üçgenlerin özelliklerini bize anlatabilir misiniz?

Öğrenci B: Onu da ben saymak istiyorum hocam.

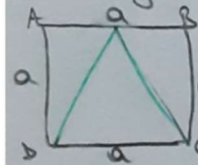
Öğretmen: Tabiki.

Öğrenci B: Estekör üçgen tüm kenarları eşit olan üçgendir. Tüm açıları da eşittir. İkizkenar üçgen iki kenarı eşit olan üçgendir. İki açı da birbirine eşittir. Hatta estekör üçgende özel bir ikizkenar üçgendir. Eşitkenar üçgende ise tüm kenarlar da açıları da eşittir.

Öğretmen: Evet gayet güzel anlattınız. Aferin. Teşekkür ederiz.

Öğrenci B: Rica ederim hocam.

(Ardından öğretmen tahtaya sırayla şekiller çizip içlerindeki üçgenlerin kenarlarına göre hangi üçgenler olabileceğini sorulara başlar)



Öğretmen: Evet çocuklar yandaki şekli herkes görebiliyor. Şeklimiz nedir?

Tam Sınıf: Köşer

Öğretmen: Peki içindeki şekil nedir?

Tam Sınıf: Üçgen

Öğretmen: Peki. Bunu zaten kolay soruldu. Asıl sorumuza gelelim. İçindeki üçgenin kenar uzunluklarına göre türü hakkında ne diyebilirsiniz? Hangileri olabilir? Anlatırsanız birlikte söyleyebiliriz mi?

Öğrenci: Hocam ikizkenar üçgen olur.

Öğretmen: Evet. Peki nasıl anlatabiliriz bize bunu?

Öğrenci C: Hocam çünkü şekline bakınca öyle duruyor.

Öğretmen: Geometrik cisimlerde şekle bakmamız gerekir değil mi? İkinci anlatabiliriz ya da yazabiliriz.

Öğrenci C: Evet hocam.

Öğretmen: Şimdi anlatabiliriz ya da yazabiliriz mi?

Ek-11 (devam): Ö2'nin G4 Senaryosu

Öğrenci D: Hocam ben açıklayabileceğimi düşünüyorum.

Öğretmen: Buyur.

Öğrenci D: Hocam biz Pisagor bağıntısını görmüştük daha önce. Bizim seçtiğimiz köş ve köşlerde köşler dik açı olmak zorunda. Sizden köşün içine çizdiğimiz üçgen dışında iki tane üçgen çıktı ve dik üçgenler. Biz Pisagor bağıntısını kullanarak bu dik üçgenlerin hipotenüsünü bulabiliriz ama ben bağıntıyı kullanmadan önce söyle düşündüm, sizin çizdiğiniz üçgenin tepesi eğer AB kenarı iki eşit parçaya bölünse zaten AD ve BC kenarının uzunlukları birbirine eşit. O halde bağıntıyı kullanınca iki bağıntıda da hipotenüs eşit çıktı yani ikizkenar üçgen oldu.

Öğretmen: Süper açıkladın. Peki şimdi biz de diğer çeşitlerdeki üçgenlerde de açıklayabiliriz mi?

Öğrenci E: Hocam ben açıklayamıyorum.

Öğretmen: Tabii açıkla.

Öğrenci E: Hocam arkadaşlarımızın çözüm yoluyla aynı yoldan gidebiliriz. Ancak bu sefer eşit iki parçaya değil farklı uzunlukta iki parçaya ayırırız ve Pisagor bağıntısını uygulayabiliriz. Böylece çeşitkenar üçgen elde ederiz oluruz.

Öğretmen: Evet doğru diyosun. Peki eşkenar üçgen elde edebilir miyiz?

Öğrenci E: Hayır hocam o olmaz.

Öğretmen: Neden?

Öğrenci E: Hocam önceki üçgenimizin yubarıdaki köşesinden köşün alt tabanına birdikme indirmeliyiz. 30-60-90 üçgenine göre yerleştirince üçgenin yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ olur. Üçgenin bir kenarı $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ diğer kenarı a oldu yani eşkenar üçgen olmadı.

Öğretmen: Çok güzel teşekkürler.

Öğrenci E: Rica ederim hocam.

(Öğretmen tahtaya bir dikdörtgen çizip içine aynı şekilde üçgen çizer)

Öğretmen: Evet şimdi de aynı durumu bu dikdörtgenimizin içine çizdiğimiz üçgen için konuşalım.

Öğrenci A: Hocam hemen ikizkenar ve çeşitkenar üçgen olma durumlarını köşede saydığımız gibi dikdörtgen içinde düşünelim. İkizkenar üçgen olmasını üçgenin tepedeki köşesinin KL kenarını ortadan ikiye böldüğünü düşünelim ve Pisagor bağıntısını ona göre yapıp eşkenar üçgen olmasını görebiliriz. Çeşitkenar üçgen olma durumunu ise KL kenarını ortadan ikiye değil farklı bir şekilde bölünce Pisagor bağıntısından çeşitkenar üçgen olma durumu da bu şekilde ortaya çıkması oldu.

Ek-11 (devam): Ö2'nin G4 Senaryosu

Öğretmen: Çok güzel açıkladı. Sınıfı teşekkül ediyorsunuz. Peki estero üçgeni dur mu? Bunu bize açıkla mısınız?

Öğrenci C: Hocam ben açıklayabilir miyim? Bir fikrim var.

Öğretmen: Evet lütfen.

Öğrenci C: Hocam mesele dikdörtgenimizin uzun kenar 2 cm olsun, kısa kenar ise 1 cm olsun. Üçgenimizin KL kenar üzerindeki köşesinde Niki kenara bir dikme indirelim. KL kenarın üzerindeki köşeye A diyelim. A'nın açısı 30° olsun. Dikmeyi indirdiğimiz noktaya B olsun. B'nin de 60 olsun. Bu durumda 30° - 60° - 90° üçgenine göre uzunlukları yerleştirdiğimiz zaman estero üçgeni elde edebiliriz.

Öğretmen: Evet, çok doğru. Kenar uzunluklarını düzgün seçtin ve Pisagoru doğru kullandın. Afetm. Şimdi de bunu hceleyelim.

Öğretmen tahtaya altıgeni çizer ve içine de üçgeni)

Öğretmen: Üçüncü örneğimize bakalım şimdide. Estero, İktetoro ve çeşitkoro üçgenlerden hangileri mevcut sizce?

Öğrenci B: Hocam düzgün altıgenin bir açısı 120° idi. O zaman YPV üçgeni 120° - 30° - 30° üçgeni olur. ve $PV=6$ cm olur. $VT=6$ idi. Bu durumda estero üçgeni olma durumu ortadan kalkar.

Öğretmen: Harika ilerliyorsunuz. Burdan devam edebilecek olan varmı?

Öğrenci D: Hocam ben etmek isterim.

Öğretmen: Et bakalım.

Öğrenci D: Hocam sekizimiz düzgün altıgeni ve bir açısı 120° deniştik. YUAS dursa PVT açımızda 90° olur ve Pisagor bağlantısı uygundur. O zaman da $|PT|=2$ cm olur. Yani estero olamadığı iktetoro da olmadı, sadece çeşitkoro üçgeni elde ettik.

Öğretmen: Afetm ilkinizde. Düzgün altıgeni de olamıssınız üçgeni de. Bakalım şimdiki yazacağım soru hakkında ne diyebilirsiniz? Tüm sınıftan aynı performansı bekliyorum.

(Öğretmen tahtaya çemberi ve içindeki üçgeni çizer.)

Öğretmen: Hadi bakalım göreyim sizi. Varmı gönüllü? Hangi üçgenler var burada?

Öğrenci G: Hocam ben yorum yapmak istiyorum.

Öğretmen: Elbette. Başla bakalım.

Ek-11 (devam): Ö2'nin G4 Senaryosu

Öğrenci 6: Hocam ben ikizkenar üçgen olabileceğini düşünüyorum.
 Öğretmen: Bu düşüncenin sebebi nedir? Nasıl bir varsayım ile bulundun. Paylaş
 bilginle.
 Öğrenci 6: Hocam çapın geçen köşelerin soldaki A, sağdaki B, diğer köşeye de
 E diyelim. Eğer C köşesi bulunduğu yeri iki eşit parçaya bölersen C noktasından
 hareketle bir yarıçap çizebiliriz ve O merkezine düşer.
 Öğretmen: Güzel. Devam et lütfen.
 Öğrenci 6: Dik bir doğru parçasında yarıçap olursa bir iki tane ikizkenar dik üçgen
 elde etmiş bulunuyoruz ve baştan beri söz ettiğimiz Pisagor a basurup AC ve
 BC kenarını 2R bulduk. Böylece ikizkenar üçgen elde ettik.
 Öğretmen: Gayet güzel bir açıklama. Teşekkürler. Diğer üçgen türleri için
 ne söyleyebiliriz?
 Öğrenci 7: Hocam C köşesini çember üzerinde sürükleriz. Böylece ikizkenar üçgen
 bozulur ve kenar uzunlukları farklı olarak eşitkenar üçgen olur.
 Öğretmen: Güzel bir buluş. Şimdi sadece eşkenar üçgen mi değil mi olabileceği?
 Öğrenci 8: Hocam o zaman bir kenarın 2R olduğunu biliyoruz. Eşkenar üçgen
 olduğunda orantıya tüm kenarlar eşit olur. Hepsi 2R mi?
 Öğrenci 9: Ama 2R çap. Çap haric başka her yerde çemberin dışına çıkabilir bütün
 2R'ni. Bu eşkenar üçgen olmaz.
 Öğretmen: Afen, işte bu. Çok güzel çocuklar. Bugün baya verimli bir ders geçti.
 Hepimizin emeğine sağlık.

Ek-12: Ö3'ün G1 Senaryosu

Soru 1: Kenar uzunlukları $KL=2$ cm, $LM=4$ cm ve $KM=2\sqrt{5}$ cm olan KLM üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyiniz.

Öğretmen: (Tahtaya soruyu yazar.) Evet çocuklar bu soru hakkındaki düşünceleriniz neler? Sizce KLM üçgeni bir dik üçgen olur mu?

Öğrenci 1:  şeklini çizdiği defterini öğretmenine gösterir. Öğretmenim bence KLM üçgeni bir eşitkenar üçgen olur.

Öğretmen: Sence neden eşitkenar üçgen olur? Açıklar mısın? (Öğrencinin defterindeki şekli tahtaya çizer.)

Öğrenci 1: Bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı. Çanto öğretmenim.

Öğretmen: Evet haklısın bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı ama her kenarı birbirinden farklı olan bütün üçgenler eşitkenar üçgen mi diyardı biraz düşünelim.

Öğrenci 1: (Biraz düşünür ve cevap verir.) Haklısınız öğretmenim olmaz. Mesela  3, 4, 5 üçgeni bir dik üçgen ve bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı.

Öğretmen: Arkadaşınız fikirlerini bizimle paylaştı. Sizler arkadaşınıza katılıyor musunuz? Ya da sizin fikirleriniz neler bizimle paylaşır mısınız?

Öğrenci 2:  şeklini çizdiği defterini öğretmenine gösterir. Öğretmenim ben KLM üçgenini bu şekilde çizdim Pisagor teoremini uyguluyorum $(2^2 + 4^2) \neq (2\sqrt{5})^2$ ama Pisagor teoremini sağlamıyor. Bu yüzden dik üçgen deamaz.

Öğretmen: (Öğrencinin defterindeki şekli tahtaya çizer.) Sizce arkadaşınızın çizdiği şekil doğru mu?

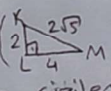
Öğrenci 3: Bence doğru öğretmenim.

Öğrenci 4: Bence yanlış öğretmenim çünkü arkadaşımız KL kenarını LM kenarından daha kısa çizmiş. Ama $2\sqrt{5}$, 4'ten daha büyüktür.

Öğretmen: $2\sqrt{5}$ 'in 4'ten daha büyük olduğunu nasıl bulduğunu bize tahtada açıklayabilir misin?

Öğrenci 4: (Tahtaya çıkar.) $\sqrt{5}$ 'in yaklaşık değerini bulmayı kareköklü sayılarda böyle öğrenmiştik. $\sqrt{5}$ 'in hangi tam kare sayılar arasında olduğuna bakiyorduk. Ve hangisine daha yakın olduğuna karar veriyorduk. Bu yüzden $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}=2$ ve $\sqrt{3}=3$ arasındadır. Yani $\sqrt{5}$ yaklaşık olarak $\sqrt{5}=2,...$ olur. $\sqrt{5}$, 2'den büyük bir değerdir. Buna bağlı olarak da $2\sqrt{5}$ sayısı 4'ten daha büyük bir sayıdır.

Öğretmen: Açıklamaların için teşekkür ederim. Dediklerin doğru o zaman arkadaşının tahtaya çizdiği üçgeni bizim için doğru olarak çizebilir misin?

Öğrenci 4: Tabii ki öğretmenim.  olarak şekli değiştirir.

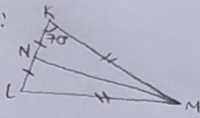
Öğretmen: Peki çocuklar bu son çizilen üçgen sizce dik üçgen oldu mu? Açıklar mısınız.

Öğrenci 2: Şimdi dik üçgen oldu öğretmenim. Çünkü Pisagor teoremini sağlıyor. $(2^2 + 4^2 = (2\sqrt{5})^2)$. Hem de çizim olarak da bir yanlışlık yok.

Öğretmen: Evet çocuklar fikirlerinizi bizimle paylaştığınız ve açıkladığınız için teşekkürler. KLM üçgeni bir dik üçgen olur. Pisagor teoremini sağlar.

Ek-13: Ö3'ün G2 Senaryosu

Soru 2:



Yanda verilen KLM üçgeninde $[MN]$ kenarortay ve $m(\angle K) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\angle KMN)$ 'nin kaç derece olduğunu bulalım.

Öğretmen: Bu soru hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?

Öğrenci 1: Öğretmenim KLM üçgeninde KM kenarı ile LM kenarı birbirine eşit olduğu için $m(\angle K) = 70^\circ$ ise $m(\angle L) = 70^\circ$ olur. Ama nasıl devam edebiliriz bilmiyorum.

Öğretmen: Arkadaşınızın dediği duydunuz. Sizce söyledikleri doğru mu?

Öğrenci 2: Evet öğretmenim doğru, $m(\angle K) = 70^\circ$, $m(\angle L) = 70^\circ$ olduğu için $m(\angle M) = 40^\circ$ olur.

Öğretmen: $m(\angle M) = 40^\circ$ olduğunu nasıl bulduğunu bize açıklayabilir misin?

Öğrenci 2: $m(\angle K) = 70^\circ$ ve $m(\angle L) = 70^\circ$. İkisini toplarsak $70 + 70 = 140$ yapar. Bir üçgenin iç açıları toplamı 180 olduğu için KLM üçgenindeki $m(\angle M) = 180 - 140 = 40^\circ$ olur.

Öğretmen: Açıklaman için teşekkürler. Dediklerim doğru. Peki çocuklar arkadaşlarınızın fikirleri böyleydi. Peki sizce bu sorunun cevabına nasıl bir yol izleyerek ulaşabiliriz?

Öğrenci 3: Arkadaşlarımızın dediklerinin devamında şöyle bir şey olabilir mi hocam? MN kenarortay olduğu için $m(\angle KMN) = m(\angle NML)$ ben böyle düşündüm.

Öğretmen: Sizce arkadaşınızın dediği doğru mu? Nedenleriyle açıklayın.

Öğrenci 4: Bence doğru. Çünkü [KN] kenarı ile [NL] kenarı birbirine eşit ve [MN] kenarortay bu yüzden [KML] açısı 40° idi MN kenarortay olduğu için açıyı eşit iki parçaya bölmüş. Yani $m(\angle KMN) = 20^\circ$, $m(\angle NML) = 20^\circ$ olur.

Öğretmen: Evet çocuklar arkadaşlarımızın düşünceleri böyle. Sizce son arkadaşımızın söylediği doğru olur mu?

Öğrenci 3: Bence doğru öğretmenim.

Öğretmen: Peki o zaman bizim arkadaşlarımızın çözüm yollarını özetleyerek soruyu tamamen baştan anlatarak bize gözebilir mi?

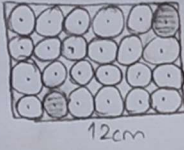
Öğrenci 5: (En arka sıralarda oturan öğrencilerden birisi) Ben yapayım öğretmenim. Arkadaşlarımızın anlatmak istediklerini anladım.

Öncelikle KML üçgeninin KM kenarı ile LM kenarı birbirine eşit olduğu için $m(\angle KMN) = 70^\circ$ olur. Yine KML üçgeninde $70^\circ + 70^\circ = 140$ olduğu için $m(\angle KML) = 180 - 140 = 40^\circ$ olur. Çünkü bir üçgenin iç açıları toplamı 180° dir. Daha sonra [MN] kenarortay olduğundan [KL] kenarını eşit iki parçaya bölmüş. ([KN] = [NL]) Bu durumda $m(\angle KMN) = m(\angle NML)$ olur. $m(\angle KML) = 40^\circ$ idi buradan da $m(\angle KMN) = 20^\circ$, $m(\angle NML) = 20^\circ$ olmuş oldu.

Öğretmen: Hepimize teşekkür ediyorum çocuklar. Bazı arkadaşlarımız düşünceleri çözüm yollarını bizlerle paylaştılar. Çözüm yolu bulamayan arkadaşlarımız da çözüm yolu bulan arkadaşlarımızı iyi bir şekilde dinleyip, onları anlamaya çalıştılar. En son arkadaşımızın dediği şekilde gözdeğümüzde doğru cevaba ulaşıyoruz.

Ek-14: Ö3'ün G3 Senaryosu

Soru 3:



Şekildeki bir kenarı 12 cm olan
dikdörtgenin içerisine birbirine ve dikdörtgenin
kenarlarına teğet olacak şekilde eş çemberler yerleştirilmiştir.
Buna göre boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafe
kaç cm'dir?

Öğretmen: Evet çocuklar, haydi şimdi bu soruyu birlikte çözmeye çalışalım.
İlk olarak soruyu anlamalıyız. Sizce bu soruda istenen şey ne?

Öğrenci 1: Öğretmenim bizden boyalı çemberlerin merkezleri arasındaki mesafeyi
bulmamız isteniyor. Ama ben nasıl yapacağımızı anlayamadım.

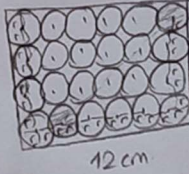
Öğretmen: Arkadaşınızı duyduunuz çocuklar sizce bu soruda isteneni bulmak için
nasıl bir yol izleyebiliriz? Aklınıza gelenleri bizimle paylaşır mısınız?

Öğrenci 2: Öğretmenim çemberleri dikdörtgenin içerisine koymuşlar ve bize dik-
dörtgenin uzun kenarının uzunluğunu da vermişler. Dolayısıyla dikdörtgenden
yararlanarak bulabiliriz çemberlerin merkezleri arasındaki mesafeyi.

Öğrenci 3: Arkadaşımızın dediği gibi öğretmenin dikdörtgenin uzun kenarından
yararlanarak kısa kenarını bulup daha sonra da çemberlerin merkezleri
arasındaki mesafeyi bulabiliriz.

Öğretmen: (Son söz alan öğrenciye dönerek) O zaman sen tahtaya gelip nasıl
yapabileceğimizi bize gösterir misin?

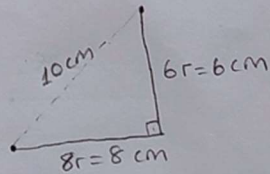
Öğrenci 3: Tabii ki öğretmenim. (Tahtaya çıkar.)



Öğretmenim çemberin yarıçapına "r" dersek diğer
tüm çemberlerin yarıçapı da r olur. Çemberler eş olduğu
için.
Buradan $12r$ dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu olur.
Kısa kenar da $8r = 8 \cdot 1 = 8$ cm olur.

$$12r = 12$$

$$r = 1 \text{ olur.}$$



Boyalı çemberler arasındaki mesafeyi
bulmak için üçgenden yararlanabiliriz.

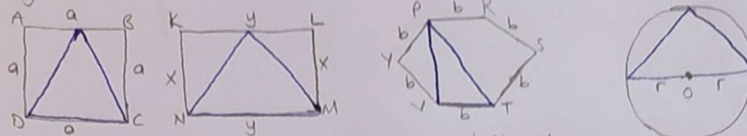
Özel üçgenlerden 6, 8, 10 üçgeni
kur oluşturduğumuz dik üçgen.

Buradan da çemberlerin merkezleri
arasındaki mesafe 10 cm bulunur.

Öğretmen: Aferin! Gözümün doğru. Bu soruda hem dik üçgenden hem
dikdörtgenden hem de çemberin özelliklerinden yararlandık.

Ek-15: Ö3'ün G4 Senaryosu

Öğretmen tahtaya aşağıdaki soruyu yazar.



Ülkü yukarıda verilen kare, dikdörtgen, düğünaltıgen ve dairenin içerisine şekildedeki gibi üçgenler çizmiştir. Buna göre Ülkü'nün çizdiği her bir üçgenin kenarlarına göre hangi çeşitlerde olması mümkündür? Yanıtınızı açıklayınız.

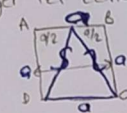
Öğretmen: Evet çocuklar tahtadaki soruyu okuyup anlayalım daha sonra 4 tane gruba ayırılalım. Her grup tahtadaki çizimlerin birini seçsin ve soruyu grup arkadaşlarıyla birlikte görmeye çalışsın. Daha sonra her grup tek tek buldukları çözümleri bizimle paylaşsın ve bizlere açıkla.

(Sınıf 4 gruba ayrılır. Grup 1 kareyi, grup 2 dikdörtgeni, grup 3 altıgeni ve grup 4 daireyi seçer.)

Öğretmen: 10 dakikadır her grup grup arkadaşlarıyla çalıştına göre şimdi 1. gruptan başlayalım. 1. grup tahtaya gelsin ve bize yanıtlarını ve yanıtlarını hangi yollarla bulduklarını anlatsın.

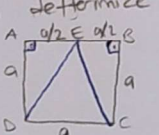
(1. gruptaki öğrenciler tahtaya çıkar.)

Öğrenci 1: Öğretmenim ben ve 2 tane arkadaşım şöyle düşündük; üçgenin bir kenarı a bir diğer iki kenarı da birbirine eşit olur. Çünkü karenin içine çizilmiştir ve karenin karşılıklı birbirini gören kenarları eşit. Bu nedenle üçgenimiz ikizkenar üçgen olur.



Öğretmen: Peki diğer grup arkadaşlarınız size katılıyorlar mı? Yoksa onların da başka farklı bir çözümü mü var?

Öğrenci 2: Grup arkadaşlarımız katılıyoruz Öğretmenim. Bize soruyu tartışırken anlattılar ve gayet doğru geldi. Bununla birlikte ben ve diğer 2 arkadaşım soruya bakınca aklımıza kareli şekillerimize bir kare çizmek ve daha sonra bu kareyi kesmek geldi.



Kareyi kesince aşağıdaki gibi iki tane eş üçgen elde etmiş olduk. İki kenarı birbirine eşit ve bir açısı birbirine eşit olduğu için eş olur diye düşündük. Kesince birbirini gözlemlediğimizde eş olduk.

Buradan da IECI kenarı ile IEDİ kenarı birbirine eşit oldu. Ayrıca IECI ile IEDİ kenarını üst üste koyup karşılaştırdığımızda uzunlukları farklı oldu.

Bütün bu işlemlerden sonra DEC üçgeninin ikizkenar üçgen olduğuna karar verdik.

Öğretmen: Evet çocuklar arkadaşlarınız iki tane farklı çözüm yoluyla buldukları çözümleri bizimle paylaştılar. Sizce yaptıkları çözümler doğru mu?

Öğrenci 3: Evet öğretmenim doğru.

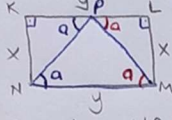
Öğretmen: 1. gruba teşekkür ediyoruz. Yaptıkları çözümler doğru ve bize de güzelce anlattılar çözümlerini. Şimdi sıra 2. grupta. 2. gruptaki arkadaşlarımızı tahtaya alalım. Bize soru hakkındaki çözümlerini anlatsınlar.

Öğrenci 4: Öğretmenim ben ve arkadaşım soruya bakınca aklımıza aıllar konusu geldi ve soruyu aıllar yardımıyla görmeye çalıştık.

Öğretmen: Aıllarla nasıl bir çözüm yolu izlediğinizi bizlere anlatabilir misiniz?

Ek-15 (devam): Ö3'ün G4 Senaryosu

Öğrenci 4: Tamam öğretmenim anlatalım. (Şekli tahtaya çizer.)



Üçgenin üst köşesini P olarak isimlendirdik. KPN açısını a° olarak isimlendirdik. KP ile PN birbirine paralel olduğu için iç ters açılardan PNM açısı da a° oldu. KPN'ye a° dediğimiz için LPM'de a° olur. Çünkü iki açının gördüğü kenarlar birbirine eşit. Buradan NPM üçgenimizin iki açısını eşit olarak bulduk. Eşit açılardan gördüğü kenar uzunlukları da birbirine eşit olduğu için oluşan üçgen bir ikizkenar üçgendir.

Öğretmen: Gruptaki diğer arkadaşlarınız bu konuda ne düşünüyorlar? Size katılıyorlar mı?

Öğrenci 5: Evet öğretmenim arkadaşlarımıza katılıyoruz. İlk başta biz yaptıkları çözüme anlamamıştık bize güzelce anlattılar ve bizde anladık.

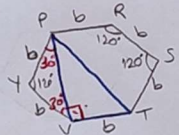
Öğretmen: Evet çocuklar 2. grubun çözümüne dinledik sizin eklemek istediğiniz ya da fark ettiğiniz bir çözüm yolu var mı? Varsa bizimle paylaşabilirsiniz.

Öğrenci 1: Öğretmenim arkadaşımızın tahtaya çizdiği şekle bakınca KPN üçgeni ile LPM üçgeni birbirine eşit oldu. Buradan da PN ile PM kenarları birbirine eşit diyebiliriz ve oluşan NPM üçgeni ikizkenar üçgen olur, desek doğru olmaz mı?

Öğretmen: Evet hem 2. gruptaki öğrencilerin hem de senin dediklerin doğru düşün. Üçgen ikizkenar üçgendir.

Şimdi de 3. gruptaki arkadaşlarımızı tahtaya alalım.

Öğrenci 6: Ben ve bütün grup arkadaşlarım çözüme birlikte bulduk. İlk önce düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünün kaç olduğunu düşündük ve $(n-2) \cdot 180$ formülünden $(n=6$ için $4 \cdot 180 = 720$) bir düzgün altıgenin iç açıları toplamını 720 olarak bulduk. Tüm kenarları birbirine eşit olduğu için $720/6$ 'dan düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünü 120° olarak bulduk. (Şekli tahtaya çizer.)

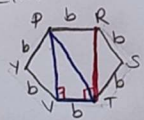


Şekle baktığımızda PUV üçgenini görüyoruz. İki kenar uzunluğu $PU=UV$ birbirine eşit olduğu için kenarları gören açılarda birbirine eşit olur. Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan $m(\hat{P}) = m(\hat{U}) = 30^\circ$ olur.

Düğüün altıgen için $m(\hat{V}) = 120^\circ$ olduğundan $m(\hat{VUP}) = 30^\circ$, $m(\hat{PUT}) = 90^\circ$ olur. Yani oluşan PVT üçgeni bir dik üçgen olur.

Öğretmen: 3. gruba da terekle ediyoruz çözümlerinden dolayı. Arkadaşlarınızın söylediklerine eklemek istediğiniz bir şey ya da farklı bir çözüm yolu bulan varsa bizimle paylaşabilir.

Öğrenci 3: Öğretmenim ben bu soruyu tahtada ilk görünce aklıma şöyle bir çözüm gelmişti:



PR ile TV 'yi birleştirince PRTV düğüün dikdörtgeni oluşuyor. Bir dikdörtgenin iç açıları toplamı 360° olduğundan dikdörtgenin her bir açısı 90° olur. Bundan dolayı da PVT üçgeni dik üçgen olur.

Öğretmen: Evet çocuklar yaptığınız çözümler doğru.

Ek-15 (devam): Ö3'ün G4 Senaryosu

Öğretmen: 4. grup tahtaya gelin ve son sorunun çözümünü bizimle paylaşın.

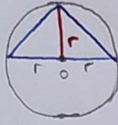
Öğrenci 7: Biz grupça soru üzerinde düşündük ama bir çözüm yolu bulamadık öğretmenim.

Öğretmen: Olabilir. O zaman siz yerlerinize geçin ve tüm sınıf bu soru üzerine 10 dk düşünsün. Çözüm bulanlar bizimle paylaşsınlar.

Öğrenci 8: Öğretmenim ben bir şeyler düşündüm ama doğru olur mu bilemedim.

Öğretmen: Sen tahtaya gel ve nasıl çözdüğünü bizimle paylaş. Hep birlikte senin çözümün üzerinde düşünerek doğru çözüme ulaşmaya çalışalım. Biz sana yardımcı olacağız. Gel bakalım tahtaya.

Öğrenci 8: Tamam. (Tahtaya çıkar ve aşağıdaki şekli tahtaya çizer.)
Benim aklıma merkezden yukarı üçgenin üst köşesine bir doğru çizmek geldi. Ama gerisini nasıl yapabileceğimi bilmiyorum.



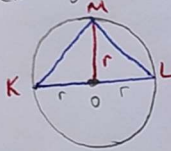
Öğretmen: Sence merkezden çizdiğin bu doğru parçasının uzunluğu hakkında ne söyleyebiliriz?

Öğrenci 8: Tam merkezden çizdiğimiz için yarıçap olur mu acaba bilemedim.

Öğrenci 2: Bence olur arkadaşım çünkü dairede merkezden çembere çizilen doğru parçasına yarıçap diyoruz.

Öğrenci 8: Tamam. O zaman çizdiğim doğru parçasının uzunluğu r olur.

Öğretmen: Evet dedikleriniz doğru. İsterseniz üçgenimizi isimlendirelim. Üçgenimiz KLM üçgeni olsun. Şimdi bu üçgenin kenarları hakkında neler söyleyebiliriz?



Öğrenci 8: Üçgenin KLM kenarının uzunluğu $2r$ öğretmenim.

Öğretmen: Evet $KL = 2r$. Peki diğer kenarlar hakkında neler söyleyebiliriz.

Öğrenci 3: Bence KLM kenarı ile LML kenarı birbirine eşit öğretmenim.

Öğretmen: Bu çıkarıma nereden vardığını bize anlatır mısın?

Öğrenci 3: MO doğru parçasını çizince iki tane eş üçgen oluştu. KOM ve MOL üçgenleri birbirine eşit. 2 kenar uzunlukları eşit. MO boyunca üst öste katlayınca eş oluyorlar. (Elindeki kağıdı katlayarak dairenin içindeki üçgenleri kesip üst öste koyarak tahtada tüm sınıfa gösterir.) Bu yüzden oluşan KLM üçgeni bir ikizkenar üçgen olur.

Öğretmen: Evet arkadaşınızın dedikleri doğru. Oluşan üçgenimiz bir ikizkenar üçgen olur. Dersimiz bitti arkadaşlar. Hepinize teşekkür ediyorum. Birlikte soruları cevaplandırdık. Bir dahaki derste görüşürüz. Kendinize iyi bakın.

Ek-16: Ö4'ün G1 Senaryosu

MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE ETKİNLİK GELİŞTİRME (Ödev 1)

Soru 1: Kenar uzunlukları $|KL|=2\text{ cm}$, $|LM|=4\text{ cm}$ ve $|KM|=2\sqrt{5}\text{ cm}$ olan KLM üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyiniz.

Öğretmen: Evet çocuklar tahtaya yazdığım problem hakkında bir fikri olan var mı? Sence $(\widehat{KLM})$ dik üçgen olur mu?

Mert: Öğretmenin aklışıklarını bilmiyoruz ama, sadece kenar uzunlukları var yanında birşey diyemeyiz ki.

Öğretmen: Evet haklısın Mert, aklışıkları aklışık olarak verilmemiş. Ama bir dik üçgenler hakkında birşeyler biliyoruz. Bu bilgilerimizden yola çıkarak yorum yapabiliriz. Başka fikri olan var mı?

Ayça: Öğretmenin biz cetvel ve pergel kullanarak kenar uzunlukları verilen üçgenleri oluşturabiliyorduk. Bu şekilde üçgeni çizip sonra eşitliklerle kenarlarını ölçüp dik olup olmadığını bakabiliriz. İki açılardan biri 90° ise dik açı olmuş olur.

Öğretmen: Evet olabilir Ayça. Ama verilen kenar uzunluklarından biri $2\sqrt{5}\text{ cm}$ bu değerini tam olarak hangi rasyonel sayıya karşılık geldiğini bilebilir miyiz?

Ayça: Aaa! Haklısınız Öğretmenim kökün içinden çıkamayan sayılar irrasyonel sayılardı ve biz onların rasyonel sayıya dönüştüremiyorduk.

Ege: O zaman $2\sqrt{5}$ 'in cetvelde nereye denk geleceğimizi bilemeyiz.

Öğretmen: Evet çocuklar bu söyledikleriniz doğru bu yüzden bu şekilde soruyu çözemeyiz Ayça'ım. Peki başka fikri olan var mı?

Kemal: Öğretmenim biz geçen dersimizde Pisagor bağıntısını öğrenmiştik. Pisagor bağıntısına göre hipotenüsün kenar uzunluğunun karesi diğer kenarların kareleri toplamına eşittir. Bu bağıntıyı kullanarak yapabiliriz bence.

Öğretmen: Güzel. Nasıl kullanırız peki neden bileceğiz hipotenüsün hipotenüs olduğunu?

Murat: Hocam hepsini deneyelim önce $|KL|$ 'i hipotenüsümüz gibi hesaplayalım olmazsa $|LM|$ 'i o da olmazsa $|KM|$ 'i deneyelim.

Ayça: Bence böyle yapmamıza gerek yok Öğretmenim. Geçen hafta üçgenlerde en büyük açının karşısında en uzun kenarın olması gerektiğini öğrenmiştik. Zaten dik üçgende de en büyük açının dik açısı olduğunu biliyoruz. En uzun kenar hipotenüs kabul ederek hesaplayalım eğer eşit gelirse dik üçgendir, eşit gelmezse dik üçgen değildir deriz.

Kemal: Bence de Ayça'nın söylediği gibi yapmalıyız Öğretmenim.

Öğretmen: Çok güzel o zaman bu şekilde çözmeyi deneyelim. İşlemleri yapmak için tahtaya gelmek isteyen var mı?

Kemal: Ben gelebilir miyim Öğretmenim?

Ayça: Ama ben çözdüm ben geleyim Öğretmenim.

Kemal: Ama Pisagordan azzmemiz gerektiğini ben söyledim Öğretmenim Ayça söylemeseydi ben de bu şekilde çözebileceğimizi söyleyecektim.

Öğretmen: Bu sefer Kemal kalksın bir sonraki soruyu seninle çözüyoruz Ayça'ım.

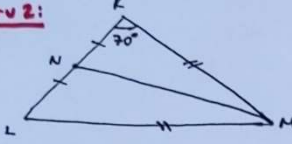
Kemal tahtaya çıkar. Bu durum Ayça'nın hoşuna gitmesede kabul eder.

Kemal: Öğretmenim verilen kenarlar arasında en uzun $2\sqrt{5}\text{ cm}$ olan $|KM|$ kenarıdır. Bunu şöyle hesaplarız. $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$ ile $\sqrt{3}$ arasındadır. ($\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$) Yani 2 ile 3 arasında olur. ($2 < \sqrt{5} < 3$) $2\sqrt{5}$ 'i elde etmek için her tarafı 2 ile çarpalım. ($4 < 2\sqrt{5} < 6$) Bu durumda $2\sqrt{5}$, 4'ten büyük olmuş olur. Sonra 2'nin karesi olan 4 ile 4'ün karesi olan 16'yı toplarız. ($4+16=20$) O da 20 eder. Sonra $2\sqrt{5}$ 'in karesini buluruz. 2'nin ve $\sqrt{5}$ 'in karelerini bulup çarpalım. ($4 \cdot 5$) o da 20 eder. 20 eşittir 20 olduğu için Pisagor teoremi sağlanmış olur ve $(\widehat{KLM})$ 'nin ölçüsü 90° 'dir diyebiliriz. Bu durumda $(\widehat{KLM})$ dik üçgendir diyebiliriz.

Öğretmen: Teşekkür ederiz Kemalciğim. Yerine geçebilirsin. Anlamayan varsa tekrar anlatabilirim arkadaşlar.

Tüm Sınıf: Anladık Öğretmenim!

Ek-17: Ö4'ün G2 Senaryosu

Soru 2:

Yanda verilen KLM ikizkenar üçgeninde [MN] kenarortay ve $m(\angle KLM) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\angle KMN)$ 'nin kaç derece olduğunu bulalım.

Öğretmen: Açıortay, kenarortay ve yükseklik kavramlarını öğrencilere anlatır. Sonrasında öğrencilere bu görevi verir.

Öğretmen: Evet arkadaşlar bu soruda bize $(\triangle KLM)$ 'nin bir ikizkenar üçgen olduğunu ve [MN]'nin kenarortay olduğunu söylemiş. Bu bilgiler ışığında bizden $(\angle KMN)$ 'nin ölçüsünü istemiş. Fikri olan var mı?

Kerim: Öğretmenim bir üçgenin iç açıları toplamı 180° 'dir. $(\angle KMN)$ 'nin bir açısını vermiş ama diğer açılarından herhangi birini vermemiş. Bir açının daha ölçüsünü verseydi ikisini toplayıp 180° 'den çıkararak bulabilirdik.

Öğretmen: Evet Kerimciğim haklısın ama bir problemin birden fazla çözüm yolu olabilir. Öyle değil mi? Farklı bir fikri olan var mı arkadaşlar?

Sınıftan ses çıkmaz.

Öğretmen: Peki size şöyle bir ipucu versem. Üçgenimizin ikizkenar üçgen olduğunu söylemiş. İkizkenar üçgenin özelliklerini biri bize hatırlatabilir mi?

Zeynep: Ben söyleyebilirim hocam.

Öğretmen: Tabiki Zeynepciğim.

Zeynep: Öğretmenim ikizkenar üçgenlerin iki kenarlarının uzunlukları birbirine eşittir ve bu iki kenarı gören açıları da ölçüleri birbirine eşittir.

Öğretmen: Teşekkür ederiz Zeynepciğim. Arkadaşımızın söylediklerinden yola çıkarak tekrar düşünün bakalım.

Fırat: Aaa! Öğretmenim $(\angle KLM)$ 'nin ölçüsü de 70° olur o zaman. Sonra $(\angle KML)$ 'ye de 40° kalır.

Öğretmen: Çok güzel gidiyorsun Fırat.

Emine: Ama bize $(\angle KMN)$ 'nin ölçüsünü sormuş $(\angle KML)$ 'nin ölçüsünü değil ki.

Öğretmen: Evet Emineciğim. Arkadaşlar geçen ders ikizkenar üçgende kenarortaydan bahsettik hatırlayan var mı?

Fırat: Ben hatırlıyorum öğretmenim. Söyleyebilir miyim?

Öğretmen: Şöyle bakalım Fırat.

Fırat: Öğretmenim eşkenar ve ikizkenar üçgende eşitkenar üçgenlerden farklı olarak kenarortay hem yükseklik hemde açıortay oluyordu.

Öğretmen: Çok güzel Fıratciğim aynen öyle. Peki buna göre cevap için ne söyleyebilirsiniz?

Emine: Öğretmenim buldum ben söyleyebilir miyim?

Fırat: Öğretmenim ama önce ben parmak kaldırdım ben söyleyeceğim.

Öğretmen: Şöyle bakalım Fırat.

Fırat: Öğretmenim [MN] açıortayda olduğuna göre $(\angle KML)$ 'nin ölçüsünü de ikiye böler. $m(\angle KML)$ 'yi 40° olarak bulmuştuk. Bu durumda 40° bölü 2'den 20° olur.

Öğretmen: Aynen öyle Fırat. $m(\angle KMN) = 20^\circ$ olur. Gelip tahtada yerine yazmak ister misin?

Fırat: Olur öğretmenim.

Fırat tahtaya çıkar ve açının olduğu yere 20° yazar.

Öğretmen: Evet anlamayan var mı arkadaşlar?

Kerim: Hayır öğretmenim.

Zeynep: Anladık öğretmenim.

Ek-18: Ö4'ün G3 Senaryosu

Soru 3: Şekilde bir kenarı 12 cm olan dikdörtgenin içine bir-birine ve dikdörtgenin kenarlarına teğet olacak şekilde eş çemberler yerleştirilmiştir. Buna göre bğalı çemberlerin merkezleri arasındaki en kısa mesafe kaç cm'dir?

Öğretmen pisagor bağıntısını anlattıktan sonra alışılagelmiş 8. sınıfta öğrenenler arasında farklı olarak önce öğrencilerin dik üçgeni oluşturmaları gereken bir matematiksel görevi öğrencilere sormuştur.

Öğretmen: Evet arkadaşlar tahtadaki soru hakkında bir fikri olan var mı?

Efe: Öğretmenin tahtaya gelebilir miyim?

Öğretmen: Tabiki Efeçim.

Efe tahtaya gelir ve verilen çemberlerin (istenenlerin) merkezlerini öğretmenin cetvelini kullanarak tahta kalemi ile birleştirir.

Efe: Öğretmenim bizden bu doğru parçasının uzunluğunu kaç cm olduğunu istiyor. Ama hiçbir bilgi yok bununla alakalı nasıl bulabiliriz ki?

Öğretmen: Evet Efeçim direkt bir bilgi vermemiş ama başka bilgiler var belki onları anlamlı hale getirebiliriz.

Efe: Evet öğretmenim şeklin dikdörtgen olduğunu ve uzun kenarının uzunluğunu 12 cm olduğunu söylemiş. Ama bunları nasıl kullanacağız ki?

Öğretmen sınıfa döner.

Öğretmen: O halde size bir ipucu vereyim. Fark ettiyseniz şekil eş çemberlerden oluşmuş. Peki biz çemberler hakkında neler biliyoruz.

Gamze: Öğretmenim çemberlerin merkezlerinde bir noktalarına uzanan doğru parçasına yarıçap diyoruz. Bir de çemberin iki noktasını merkezden geçecek şekilde birleştirince çapı elde ediyorduk.

Öğretmen: Çok güzel Gamzecem. Peki bu çemberlerin çapları ile dikdörtgenin uzun kenarı arasında nasıl bir ilişki olabilir.

Gamze: Öğretmenim en alt sıradaki çemberlerin çaplarını uzun kenara paralel şekilde birleştirince toplamda 12 cm oluyor.

Emre: Öğretmenim ben gamzenin söylediğini anlamadım.

Öğretmen: Gamze tahtaya gelip göster misin? Efeçim sen yerine geçebilirsin.

Gamze tahtaya gelir, ifade ettiği doğru parçasını cetvel ve tahta kalemi ile çizer.

Gamze: İşte öğretmenim bu doğru parçasının uzunluğu da 12 cm'dir. Burada toplam 6 adet çember olduğuna göre 12'yi 6'ya böleriz ve birinin çapını 2 cm, yarıçapını da 2 bölü 2'den 1 cm buluruz.

Emre: Yarıçapı nasıl buldun Gamze.

Gamze: Çap, yarıçapın 2 katıdır. Zaten şekilde de öyle görünüyor. O yüzden 2'ye böldüm ve yarıçapı buldum Emre.

Öğretmen: Şimdi anladın mı Emre'im.

Emre: Evet anladım öğretmenim.

Öğretmen: Peki şimdi ne yapmalıyız. Elde ettiğimiz yani uzunluğunu aradığımız doğru parçası yarıçapların birleşimi ile elde edilmemiştir.

Ömer: Öğretmenim bir kenarı bu iki çemberin merkezinin birleştirilmesiyle elde ettiğimiz doğru parçası olan bir dik üçgen çizip pisagor bağıntısı yardımıyla bulabiliriz.

Emre: Öğretmenim neden bu kadar uğraşıyoruz ki direkt cetvelle ölçsek olmaz mı?

Öğretmen: Hayır Emreçim olmaz. Çünkü geometri sorularında şekiller belli oranda büyütülmüş ya da küçültülmüş olarak verilebilir. Öğrendiğimiz bilgileri kullanarak çözersek daha doğru olur. Ömer tahtaya gelip soruyu çözmek ister misin?

Ömer: Tabiki Öğretmenim

Ömer tahtaya çıkar ve bahsettiği dik üçgeni oluşturur.

Ömer: Öğretmenim şimdi bu üçgende pisagor bağıntısını kullanarak bizden istenen uzunluğu bulabiliriz.

Elde ettiğimiz üçgenin kenarları 6 cm ve 8 cm olur. Bunları yarıçapları sayarak bulabiliriz. Sonrasında karelerini toplar kökünü alırız. $(6^2 + 8^2) = 100$ olur. 100'nün kökünü $(\sqrt{100})$ 10'a eşit olduğunu 10 cm'dir deriz.

Öğretmen: Çok güzel Ömerçim aferin sana. Anlamayan var mı arkadaşlar?

Tüm Sınıf: Haayır Öğretmenim!

Ek-19: Ö4'ün G4 Senaryosu

Matematik Öğretiminde Etkinlik Geliştirme (Ödev 2)

Öğretmen sınıfa girer öğrencilerle selamlaştıktan sonra verilen matematiksel görevi tahtaya yazar ve öğrencilere denişip şöyle söyler.

Öğretmen: Arkadaşlar tahtadaki soruyu incelemenizi istiyorum hepimizden.

Sınıf sessizce soruyu inceler. Öğretmen şöyle devam eder sözlerine.

Öğretmen: Burada verilen geometrik şekillerin içine çizilen doğruya göre nasıl sınıflandırıldığını sormuş. Bir arkadaşımıza bize bu doğruya göre nasıl sınıflandırıldığını hatırlatabilir mi?

Faruk: Ben söyleyebilirim hocam.

Öğretmen: Seni dinliyoruz Faruk.

Faruk: Hocam şimdi bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı olan üçgenlere eşitkenar üçgen, iki kenar uzunluğu aynı olan üçgenlere eşkenar üçgen, bütün kenar uzunlukları eşit olan üçgenlere eşkenar üçgen diyorlardı.

Öğretmen: Güzel. Üçgenleri kenarlarına göre bu şekilde sınıflandırıyorlardı. Peki bu sınıflandırmada ayaaların ölçülerini bize kim hatırlatmak ister?

Gizem: Ben söyleyebilirim hocam.

Öğretmen: Evet canım söyleyebilirsin.

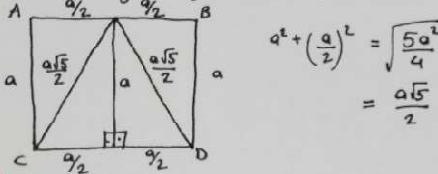
Gizem: Eşitkenar üçgenlerin bütün açıların ölçüleri birbirinden farklıdır. İkikenar üçgende ise eşit uzunluğa sahip kenarları gören açıların ölçüleri eşittir. Eşkenar üçgende ise tüm açıların ölçüleri eşit ve 60° 'dir.

Öğretmen: Çok güzel. Şu anda soruyu daha iyi yorumlayabildiğinizi düşünüyorum. İlk şekilde başlayalım. Verilen karenin içindeki üçgen kenarlarına göre hangi eşit üçgen olabilir?

Kerim: Ben yapabiliyordum hocam?

Öğretmen: Yapabilirsin Kerim gel tahtaya.

Kerim, tahtaya aşağıda verilen şekli çizer ve işlemleri yazar:



$$a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} \\ = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Öğretmen: Nasıl yaptığını açıklarmısın Kerim?

Kerim: Açıklayayım hocam. Şekilde verilen üçgenin üst köşesi kenar ile eşit parçaya ayırmış. Kenarın uzunluğu 'a' olarak verildiği için bende $\frac{a}{2}$ olarak yaptım o ile parçayı. Sonra üst köşeden tabana yükseklik çizdim. O da gündeki kenarlara paralel olduğu için 'a' kadar oldu uzunluğu. Sonra pisagor bağıntısından üçgenin diğer kenarlarının uzunluğunu eşit buldum. Bu üçgen kenarlarına göre ikikenar üçgen olmuş oldu.

Öğretmen: Olabilir Kerim. Başka fikri olan var mı?

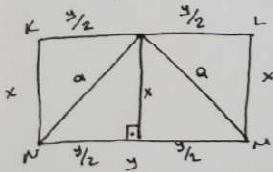
Kimseden ses çıkmaz tüm öğrenciler Kerim'in çözümünü onaylamaktadır.

Öğretmen: Peki. Yerine geçebilirsiniz canım. Dikdörtgenin içindeki üçgen hakkında yorumu olan var mı? Kim örnek ister?

Elif: Ben yapabilirim hocam.

Öğretmen: Gel canım.

Elif tahtaya aşağıda verilen şekli çizer ve işlemleri yazar:



$$x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = a^2$$

Öğretmen: Çözümünü açıklarmısın canım?

Elif: Öğretmenim bende Kerim'in çözümü gibi çözüm tanı ortadan bildiği için bende kenar uzunluğunu ikiye böldüm ve her iki kenarın uzunluğu da aynı bağıntıya eşit olduğu için o kenarın uzunluğuna 'a' dedim. Sonuç olarak ikikenar üçgen olmuş oldu.

Ek-19 (devam): Ö4'ün G4 Senaryosu

Öğretmen: Olabilir. Başka fikri olan var mı?

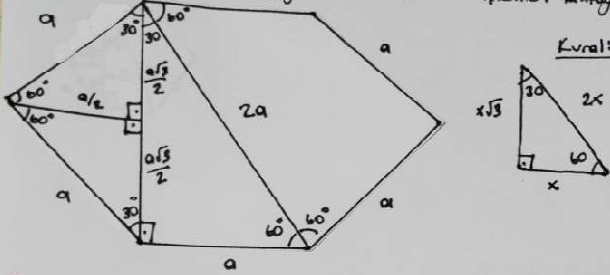
Öğrencilerden: Ses çıkmaz ancak öğretmenlerin farklı bir çözüm varmış gibi sürekli başka fikri olan var mı?

Öğretmen: Yine sorması onlarda merak uyandırmaya başlamıştır.

Öğretmen: Ben gelebilirim öğretmenim.

Öğretmen: Ben gelebilirim öğretmenim.

Öğretmen tahtaya çıkar ve aşağıda verilen şekil ve işlemleri tahtaya yazar:



Öğretmen: Çözümünü bize anlatabırın Ömer?

Ömer: Anlatayım hocam. Biz büyük üçgenin bir iç açısının ölçüsünün 120° olduğunu biliyoruz. Bize verilen üçgenin sol tarafındaki üçgenin ikizkenar olduğu belli. Ben bu üçgeni kullanarak çözüm soruyorum. Üçgenin tepedeki köşesinin açısı 120° bu durumda diğer iki açıya 30° ar derece kalır. Bunun sonucunda bizden istenen üçgenin şu açısı 90° olur. $120 - 30$ dan 90 gelir yani. Şimdi ikizkenar üçgende yüksekliğin hem kenara ortay hemde ayağı olduğu bildiğim için diğer üçgende $30-60-90$ üçgenlerinden yola çıkarak dik kenarın uzunluğunu toplam $a\sqrt{3}$ kadar buldum. Diğer dik kenar zaten a kadar. Ben olarak üçgenin hipotenüs olan kenarı üçgeni iki eş parçaya ayırmış bu durumda ayağında iki eş parçaya bölür diye düşündüm. O yüzden verilen üçgende $30-60-90$ üçgeni oldu. Bu durumda eşitkenar üçgen olmuş olur.

Öğretmen: Aynı öyle çok güzel Ömerciğim. Yine gelebilirsin. Başka fikri olan var mı?

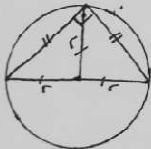
Sınıftan yine ses çıkmaz.

Öğretmen: Peki o zaman son soruya gelebiliriz. Bu şekil hakkında fikri olan var mı?

Hilal: Ben çezebilirim hocam.

Öğretmen: Tamam canım. Gel bakalım tahtaya.

Öğrenci tahtaya aşağıdaki şekli çizer:



Öğretmen: Çözümünü açıkla bakalım Hilal.

Hilal: Öğretmenim bize bir kenarı çap olan bir üçgen verilmiş. Biz biliyoruz ki çapı gören açı 90° olur. Zaten çemberin merkezine herhangi bir noktasından çizilen doğru parçası yarı çap olur. Diğer iki kenarda oluşturduğumuz üçgenler eş oldukları için uzunlukları eşit gelir. Yani bu da ikizkenar üçgen olmuş olur.

Öğretmen: Olabilir Hilalciğim. Teşekkür ederim yine gelebilirsin. Arkadaşlar bütün şekiller için farklı bir fikri olan var mı?

Sınıftan ses çıkmaz arkadaşlarının çözümleri doğru olduğu için farklı bir doğru cevap aramamaktadırlar.

Öğretmen: Arkadaşlar üçgen haricindeki diğer geometrik şekillerin içine çizilen üçgenlerin kenarlarına göre farklı bir üçgen olma ihtimalleri var.

Kerim: Ama hocam bu mümkün değil hepimiz doğru olduğu sızda onayladınız.

Öğretmen: Haklısın Kerim onayladım. Zaten yaptığınız çözümlerin yanlış olduğunu söylemedim onlar doğru ama farklı çeşitler olma ihtimali de var.

Sınıfta sessizlik olur. Öğrencilerin hepsi öğretmenlerinin söylediklerini dinlemektedir.

Ek-19 (devam): Ö4'ün G4 Senaryosu

Öğretmen: Daha önce kullandığımız Geogebra uygulamasından bu şekilleri inceleyelim isterseniz.

Öğretmen: Projeksiyonu açar ve hatırladığı görseli tahtaya yansıtır.

Öğretmen: Soruda size verilen kareyi ve üçgeni bütün kenar ve açı ölçüleri ölçülmüş şekilde görüyorsunuz değil mi? Göremeyen var mı?

Tüm sınıf: Hayır öğretmenim.

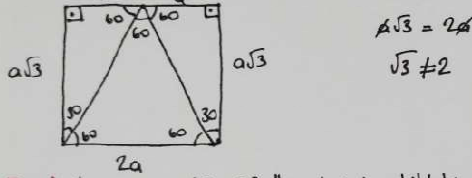
Öğretmen: Kerim'in tahtaya çizdiği şekilde şekli hazırlamıştır.

Öğretmen: Tahtayı dikkatli takip edin. Tahtada Kerim'in çizimünü görüyoruz öyle değil mi? - Kenarın köşelerinden biri sürükleyerek kenar uzunluklarını değiştirir. - Gördüğünüz gibi kenar uzunlukları değiştiği halde hâlâ bir ikizkenar üçgen. Peki üçgenin tepedeki köşesini hareket ettirirsen ne olur? soruda bana o noktanın kenarın orta noktası olduğunu söylememiş. Sadece ihtimallerden biri - Öğretmen söylediği köşeyi sürükler - gördüğünüz gibi bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı bir eşitkenar üçgen döndü. Şimdi eşkenar üçgen olabilir mi?

Fuat: Bence olmaz öğretmenim eğer eşkenar üçgen olursa bütün açıları 60° derece olur. Yani şöyle... tahtaya gelebilir miyim?

Öğretmen: Tabiki gel canım.

Öğrenci tahtaya aşağıdaki şekli çizer.



Fuat: Hocam 30° - 60° - 90° üçgenlerini şekildeki gibi oluşturunca $\sqrt{3}$ 'ün 2'ye eşit olması gerekiyor. Bu da mümkün olmadığına göre olmaz.

Öğretmen: Evet aynı şekilde olmaz Fuatçığım. Bu üçgen ya ikizkenar ya da eşitkenar olabilir. Şimdi sıradaki şekline geçelim.

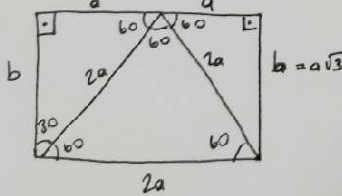
Şekil tahtada Elif'in gördüğü şekilde görülmektedir.

Öğretmen: Evet arkadaşlar bu Elif arkadaşımızın çizimini. - Öğretmen dikdörtgenin köşelerinden birini hareket ettirerek bir sürü eşitkenar üçgen bulunduğunu farklı dikdörtgenler oluşturur. - Gördüğünüz gibi Elif arkadaşımızın oluşturduğu şekilde bir sürü dikdörtgenin içinde üçgen, ikizkenar üçgen oluşturmak mümkün. - Öğretmen üçgenin tepedeki köşesini sürükler. - Yine aynı şartlar bu dikdörtgen içinde geçerli olduğu için bu köşeyi hareket ettirebiliriz. Gördüğünüz eşitkenar üçgenler de bu şekilde oluşmuş olur. - Öğretmen dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğunu değiştirerek bir eşkenar üçgen elde eder. - Bu şeklin nasıl oluşabildiğini anlatmak isteyen var mı?

Fuat: Hocam ben yapabilirim.

Öğretmen: Gel Fuat.

Fuat aşağıdaki çizimi ve işlemleri yapar.



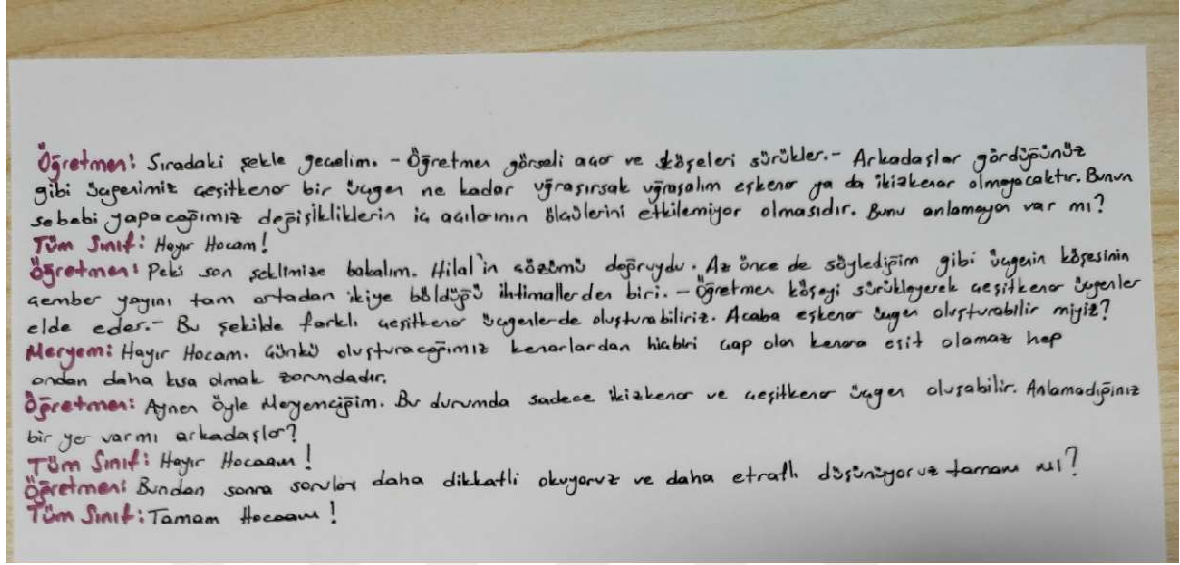
Fuat: Şekil dikdörtgen olduğu için $2a = a\sqrt{3}$ olmak zorunda değil. Bu yüzden eşkenar üçgen oluşturabiliriz.

Öğretmen: Güzel Fuatçığım. Yine geçebilirsin. Anlamıyor var mı?

Tüm sınıf: Hayır Hocam.

Öğretmen: Gördüğünüz gibi bu üçgen ikizkenar, eşkenar ya da eşitkenar üçgen olabilir.

Ek-19 (devam): Ö4'ün G4 Senaryosu



ÖZGEÇMİŞ

Adı-Soyadı : Merve SARIDAŞ

Eğitim Derecesi Okul/Program Mezuniyet Yılı: Lisans/Erciyes Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği/2011

Bilimsel Faaliyetler (Yayınlar, Bildiriler, Katıldığı Projeler)

Sarıdaş, M. ve Emül, N. (2023). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Görevlerin Özelliklerini Belirleyebilme Becerileri, *16. Uluslararası Bilimsel Araştırmalar Kongresi*, Ankara, Türkiye.