



TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ASAL
SAYILAR VE ARALARINDA ASAL SAYILAR KONUSUNA
İLİŞKİN PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Nurşen CENİKLİ

Danışman: Prof. Dr. Adem ŞAHİN

TOKAT - 2024

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Adem ŞAHİN danışmanlığında hazırlamış olduğum “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi ” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

/ /

İmza

Nurşen CENİKLİ

JÜRİ KABUL VE ONAY

Nurşen CENİKLİ tarafından hazırlanan “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 30/04/2024 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen Jüri tarafından Oy Birliği ile Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı/Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı Soyadı)

İmzası

Üye (Başkan) : Prof. Dr. Gürsel GÜLER

Üye :Prof. Dr. Adem ŞAHİN

Üye :Doç. Dr. Yasin GÖKBULUT

ONAY

...../...../2024

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimin hazırlanmasında, araştırmanın her aşamasında görüş ve önerileri ile bu süreçte yardımını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Adem ŞAHİN'e teşekkürlerimi sunuyorum.

Çalışmama katılmayı kabul eden, zamanlarını bana ayırarak görüşlerini benimle paylaşan saygı değer matematik öğretmenlerine katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Son olarak beni bu günlere getiren, sevgi ve ilgilerini eksik etmeyen, bu zorlu süreçte bana sabırla katlanarak yardımlarını esirgemeyen çok değerli ailem; babam Şinasi CENİKLİ, annem Münevver CENİKLİ, abim Uğur CENİKLİ ve ablam Öznur DÜZEN'e saygılarımı sunar ve teşekkür ederim.

Nurşen CENİKLİ
Tokat, 2024

ÖZET

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ASAL SAYILAR VE ARALARINDA ASAL SAYILAR KONUSUNA İLİŞKİN PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Cenikli, Nurşen

Yüksek Lisans, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Adem ŞAHİN

Nisan 2024, xv + 139 sayfa

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada pedagojik alan bilgisinin konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi alt bileşenleri incelenmiştir. Konu alan bilgisinin içeriği asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımını doğru yapabilme, kavramları açıklayabilme, sorulara doğru cevap verebilme, hedef ve amaçları açıklayabilmedir. Öğrencileri anlama bilgisinin içeriği öğrencilerin sahip oldukları öğrenme zorlukları, hataları ve kavram yanlışlarını belirleyebilme ve nedenlerini açıklayabilme, öğrencilerin hazırbulunuşluklarını tespit edebilmeleridir. Öğretimsel strateji bilgisi, ders anlatım sürecine uygun strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olma, konunun öğretimi için uygun olanı belirleyebilme ve öğrencilerin kavram yanlışlarını giderip, hatalarını düzeltebilmeyi içermektedir. Matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusundaki PAB düzeyini belirlemek için nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları Güneydoğu Anadolu Bölgesinde yer alan bir ilimizde MEB'e bağlı ortaokullarda görev yapan 12 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Veri toplama araçları araştırmacı tarafından geliştirilen Asal Sayılar Bilgi Testi (ASBT), görüşme ve gözlem (Ders Gözlem Formu (DGF)) olarak belirlenmiştir. Verilerin analizi içerik analizi yöntemi ile yapılmıştır. Çalışma sonucunda matematik öğretmenlerinin PAB alt bileşenlerine yönelik konu alan bilgisinin zayıf olduğu belirlenmiştir. Öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda negatif tam sayıları dahil etmeyerek tanım verdikleri ve soruları cevaplandıkları görülmüştür. Öğrencileri anlama bilgisi bileşeninde katılımcıların bilgilerinin istenilen düzeyde olduğu ayrıca konu alan bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi bileşenlerine göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Öğretimsel strateji bilgisi bileşeninde zayıf oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin strateji, yöntem ve teknik kavramlarını birbirine

kariştırdıkları ama buna rağmen derslerinde kullandıkları görölmüştür. Katılımcıların en fazla sunuş yoluyla öğretim stratejisi, buluş yoluyla öğretim stratejisi ve soru cevap tekniğini kullandıkları belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematik Öğretmenleri, Asal Sayılar, Pedagojik Alan Bilgisi



ABSTRACT

ANALYSIS OF THE PEDAGOGICAL KNOWLEDGE OF SECONDARY SCHOOL MATH TEACHERS CONCERNING PRIME NUMBERS AND RELATIVELY PRIME NUMBERS

CENİKLİ, Nurşen

Master's, Department Of Mathematics Education

Advisor: Prof. Dr. Adem ŞAHİN

April 2024, xv + 139 pages

This study aimed to analyze the pedagogical content knowledge of secondary school math teachers concerning prime numbers and relatively prime numbers. In the study, the subcomponents of pedagogical content knowledge, subject matter knowledge, knowledge of understanding student and instructional strategies were examined. The content knowledge refers to differentiate between prime numbers and relatively prime numbers correctly, to explain the concepts, to answer the questions correctly and to explain goals and objectives. The content of the knowledge of understanding students is being able to identify students learning difficulties, mistakes and misconceptions and explain their reasons, and to determine students readiness. The knowledge of teaching strategies means to have appropriate strategy, method and technical knowledge that is suitable for teaching process, to identify the most proper strategies for the lesson and overcome misconceptions of students, help them make sense of the correct version of the concepts. Holistic case study design has been used as a qualitative research method to determine the level of pedagogical content knowledge of math teachers on the subjects of prime numbers and relatively prime numbers. Participants consist of 12 math teachers work in a state school affiliated with the Ministry of National Education in southeastern region of Anatolia. Data collection tools are the Prime Numbers Knowledge Test, interview and lesson observation form developed by the researcher. Content analysis has been conducted as a method of data analysis. The result of the study shows that math teachers are identified as insufficient in their subject knowledge regarding the subcomponents of pedagogical content knowledge. It has been observed that the teachers do not tend to include the negative integers teaching the subject of prime numbers and relatively prime numbers, solely giving definition of the concept and answering the questions. It has been determined that the knowledge of the participants in the component of knowledge of understanding

students characteristics are at the desired level and that they are more successful than the components of subject matter knowledge and instructional strategy knowledge. The research has indicated that the teachers are in sufficient in the knowledge of teaching strategies. It has been observed that the teachers confuse the terms of strategy, method and technical concepts in spite of using all of them during their lessons. It has been determined that the teachers use expository teaching approach, discovery learning technique and question and answer technique the most.

Key Words: Math teachers, prime numbers, pedagogical content knowledge.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK SÖZLEŞME	i
JÜRİ KABUL VE ONAY	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiv
KISALTMALAR LİSTESİ	xv
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ.....	1
Problem Durumu.....	1
Amaç	5
Önemi	5
Sayıtlar.....	7
Sınırlılıklar	7
Tanımlar.....	8
BÖLÜM II	9
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	9
Öğretmenlik Mesleği ve Öğretmen Yetiştirme	9
Öğretmen Yeterlilikleri	10
Pedagojik Alan Bilgisi.....	11
Shulman'ın modeli	12
Grossman modeli (1990).....	14
Marks'ın (1990) modeli.....	16

Cochran, DeRuiter ve King modeli (1993)	17
Fennema ve Franke modeli (1992)	18
Ball, Thames ve Phelps modeli (2008)	18
Park ve Oliver modeli (2008)	19
Araştırmada Ele Alınan PAB Bileşenleri	21
Konu Alan Bilgisi	21
Öğrencileri Anlama Bilgisi.....	22
Öğretimsel Strateji Bilgisi	22
PAB İle ilgili Yapılan Araştırmalar	23
Asal sayılar	31
Asal Sayılar ile İlgili Yapılan Çalışmalar	34
BÖLÜM III	37
YÖNTEM	37
Araştırmanın Modeli	37
Çalışma Grubu	37
Veri Toplama Araçları.....	38
Asal Sayılar Bilgi Testi (ASBT)	39
Görüşme	44
Gözlem	46
Veri Toplama Araçlarında Geçerlik ve Güvenirlik	47
Veri Toplama Süreci	48
Verilerin Analizi	49
Konu Alan Bilgisi Analizi	49
Öğrencileri Anlama Bilgisi Analizi	52
Öğretimsel Strateji Bilgisi Analizi	54
BÖLÜM IV	57
BULGULAR.....	57

Matematik Öğretmenlerinin Konu Alan Bilgilerine Ait Bulgular	57
Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusunda Tanım ve Kavramları Doğru Bir Şekilde Kullanabilme	57
Öğrencilerin Sorularına Doğru Cevap Verebilme ve Nedenleri ile Açıklayabilme	73
Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusunun Önemi, Özelliklerini ve Amaçlarını Açıklama	79
Matematik Öğretmenlerinin Öğrencileri Anlama Bilgisine Ait Bulgular	84
Öğrencilerin Öğrenme Zorlukları, Hataları ve Kavram Yanılgılarını Belirleyebilme	84
Öğrencilerin Öğrenme Zorluklarını, Hatalarını ve Kavram Yanılgılarının Nedenlerini Açıklayabilme	90
Matematik Öğretmenlerinin Öğretimsel Strateji Bilgisine Ait Bulgular	97
Asal sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Kavram Yanılgılarını Giderme, Hatalarını Düzeltme	97
Asal sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna Uygun Strateji, Yöntem ve Teknik Bilgisine Sahip Olma ve Derste Uygulayabilme	104
BÖLÜM V	114
TARTIŞMA	114
Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Konu Alan Bilgilerine İlişkin Tartışma	114
Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğrencileri Anlama Bilgilerine İlişkin Tartışma	116
Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğretimsel Strateji Bilgilerine İlişkin Tartışma	117
BÖLÜM VI	119
SONUÇ VE ÖNERİLER	119
Sonuçlar	119
Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Konu Alan Bilgilerine İlişkin Sonuçlar	119

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğrenciler Anlama Bilgilerine İlişkin Sonuçlar.....	120
Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğretimsel Strateji Bilgilerine İlişkin Sonuçlar	121
Öneriler.....	121
Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler.....	121
Araştırmacılara Yönelik Öneriler	122
KAYNAKÇA.....	123
EKLER	131
Ek 1. Etik Kurulu Kararı	131
Ek 2. Valilik Oluru.....	132
Ek 3. Asal Sayılar Bilgi Testi (ASBT)	133
Ek 4. Yarı Yapılandırılmış Görüşme.....	137
Ek 5. Ders Gözlem Formu (DGF).....	138
Ek 6. Özgeçmiş	139

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1. Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlilikleri	11
Tablo 2. PAB Bileşenlerinin Sınıflandırılması	20
Tablo 3. Araştırma Grubunu Oluşturan Öğretmenlerin Özellikleri	38
Tablo 4. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesini Oluşturan PAB Bileşenlerinin Göstergeleri ...	39
Tablo 5. Asal Sayı Bilgi Testini (ASBT) Oluşturan Soruların Özellikleri	40
Tablo 6. Görüşmelerden Elde Edilen Ses Kayıt Dökümleri	46
Tablo 7. Gözlem Süreci	47
Tablo 8. Asal Sayı Tanımı İçin Analiz Örneği	51
Tablo 9. Aralarında Asal Sayı Tanımı İçin Analiz Örneği	51
Tablo 10. Öğrencilerin Sahip Olduğu Hatalar, Kavram Yanılgıları, Öğrenme Güçlükleri Kategorisinde Yapılan Kodlamalar	53
Tablo 11. Öğrencilerin Sahip Olduğu Hatalar, Kavram Yanılgıları, Öğrenme Güçlüklerinin Nedenlerini Belirleme Kategorisinde Yapılan Kodlamalar	54
Tablo 12. Hatalar, Kavram Yanılgıları ve Öğrenme Güçlüklerini Giderme	55
Tablo 13. Öğrencilerin Ders Öğretim Süreçlerinde Kullandıkları Strateji, Yöntem ve Teknik	56
Tablo 14. Öğretmenlerin Asal Sayı Tanımları	58
Tablo 15. Öğretmenlerin Aralarında Asal Sayı Tanımları	59
Tablo 16. Öğretmenlerin ASBT 3.Soruya Verdikleri Yanıtlar	61
Tablo 17. Öğretmenlerin 0 Sayısının Asal Olmadığını Açıklamaları	63
Tablo 18. Öğretmenlerin 1 Sayısının Asal Olmadığını Açıklamaları	64
Tablo 19. Öğretmenlerin Negatif Sayıların Asal Olmadığını Açıklamaları	66
Tablo 20. Öğretmenlerin ASBT 10.Soruya Verdikleri Yanıtlar	68
Tablo 21. Büyük Sayılarda Eratosten Kalburunun Kullanımı	71
Tablo 22. 2 Sayısının Asal Olduğuna İlişkin Verdikleri Yanıtlar	73
Tablo 23. Öğretmenlerin Eratosten Kalburunun Kullanım Özelliğine Verdikleri Yanıtlar ...	76
Tablo 24. Öğretmenlerin ASBT 1.Soruya Verdikleri Yanıtlar	80
Tablo 25. Öğretmenlerin Öğrencilerinde Belirledikleri Hata, Kavram Yanılgısı ve Öğrenme Güçlükleri	85
Tablo 26. Öğretmenlerin ASBT 10.Sorunun b Şıkkına Verdikleri Yanıtlar	88
Tablo 27. Öğretmenlerin Öğrencilerde Belirledikleri Hataları Yapma Nedenleri	90
Tablo 28. Öğretmenlerin ASBT 8.Soru a Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	92

Tablo 29. Öğretmenlerin ASBT 9.Soru b Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	93
Tablo 30. Öğretmenlerin ABT 10.Soru b Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	95
Tablo 31. Öğretmenlerin Öğrencilerde Karşılaştıkları Kavram Yanılgılarını Giderme, Hatalarını Düzeltme	97
Tablo 32. Öğretmenlerin ASBT 8.Soru b Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	99
Tablo 33. Öğretmenlerin ASBT 9.Soru c Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	100
Tablo 34. Öğretmenlerin ASBT 10.Soru c Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	102
Tablo 35. Öğretmenlerin Derslerinde Kullandıkları Strateji, Yöntem ve Teknik	105
Tablo 36. Öğretmenlerin ASBT 8.Soru c Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	110
Tablo 37. Öğretmenlerin ASBT 9.Soru d Şıkkı İçin Verdikleri Yanıtlar	111



ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Çalışmada Ele Alınacak PAB Bileşenleri	4
Şekil 2. Shulman'ın (1987) PAB Modeli	13
Şekil 3. Grossman'ın (1990) Öğretmen Bilgi Modeli	15
Şekil 4. Marks'ın (1990) PAB Modeli	16
Şekil 5. Cochran, DeRuiter ve King (1993) PAB Modeli	17
Şekil 6. Ball, Thames ve Phelps Matematik Öğretim Bilgi Modeli	19



KISALTMALAR LİSTESİ

- PAB:** Pedagojik Alan Bilgisi
ASBT: Asal Sayılar Bilgi Testi
DGF: Ders Gözlem Formu
MEB: Milli Eğitim Bakanlığı
TDK: Türk Dil Kurumu
YÖK: Yüksek Öğretim Kurumu



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, sayıltılar, sınırlılıklar ve araştırmada kullanılan tanımlara yer verilmiştir.

Problem Durumu

Bireylerin güncel bilgi ve becerilere sahip olması, refah içinde yaşamaları, kültürel değerlerini benimsemesi ve diğer kültürlerle saygılı olabilmesi iyi bir eğitim süreci ile mümkündür (Özoğlu, 2010). Etkili bir eğitim, öğrencilerine rehberlik yapabilen öğretmenlerin emeği ile yapılacak bir süreçtir (Shulman, 2015). Eğitim sürecinin temel unsurları; öğrenci, eğitim-öğretim programları ve en önemlisi öğretmendir (Arslan-Kılcan, 2006). Öğretmenlerin eğitim sürecinde verimli olabilmesi için; genel kültür, konu alan bilgisi ve konu alan bilgisini etkili aktarabilmesi için yeterli pedagoji bilgisine sahip olması gerekmektedir (Kavcar, 2002). Shulman (1986) “öğretmen dersini nasıl anlatmalıdır?”, “öğretmen hangi bilgilere sahip olmalıdır?” sorularına cevap bulmak amacıyla öğretmen bilgisine yönelik ilk çalışmaları yapmıştır (Akkaş, 2014). Shulman (1986) yaptığı çalışmalar sonucunda Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) terimini ortaya çıkarmıştır. Shulman (1986) pedagojik alan bilgisini bir konuyu öğretebilmek için gerekli olan planlamayı yapabilme, öğretim tasarımlarını tanımlayabilme ve bunları uygulayabilme olarak tanımlarken; bir konunun öğretiminde herhangi bir yöntemin en güçlü olmadığını belirtmiş ve öğretmenlerin birçok yöntemi bilmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Aynı zamanda öğretmenlerin derse geldiklerinde öğrencilerin geçmiş bilgilerini de dikkate alarak ders anlatımını şekillendirmesi gerektiğinin öneminden bahsetmiştir.

Shulman (1987) öğretmende bulunması gereken bilgi türlerini yedi kategoride belirleyerek öğretmen bilgi modelini geliştirmiştir. Geliştirdiği modelde öğretmenlerde olması gereken bilgi türleri; alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, eğitim amaçları bilgisi, öğrenci bilgisi, program bilgisi, eğitim ortamı bilgisi ve genel pedagoji bilgisidir. Pedagojik alan bilgisini de öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel stratejiler bilgisi olarak iki alt bileşende incelemiştir.

Shulman'ın (1987) modelinde eksiklikler olduğunu düşünen eğitimciler kendi modellerini ortaya çıkarmışlardır (Şahin, 2016). Fennema ve Franke'nin (1992) geliştirdikleri modele göre öğretmen bilgisi sınıf ortamında farklı öğelerle etkileşim kurarak gelişen ve yenilenen bir bilgidir. Fennema ve Franke (1992) pedagojik alan bilgisini; matematik bilgisi, pedagoji bilgisi, öğrenci anlayışları bilgisi ve öğretmenlerin inançları olmak üzere dört alt boyut olarak belirlemişlerdir. Ball, Thames ve Phelps (2008), Shulman'ın (1987) geliştirmiş olduğu pedagojik alan bilgisi modelinden yararlanarak geliştirdikleri modelde pedagojik alan bilgisini; öğrenci ve alan bilgisi, öğretim ve alan bilgisi, program ve alan bilgisi olmak üzere üç alt boyut olarak belirlemiştir. Grossman (1990) geliştirdiği modelde pedagojik alan bilgisini; öğrenci anlama bilgisi, öğretim programı bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi ve öğretimin amaçları bilgisi olmak üzere dört alt boyut olarak belirlemiştir. Marks (1990) geliştirdiği modelde konu alan bilgisinin pedagojik alan bilgisinden ayrılamayacağını, birbirini içine alan bilgi türü olduğunu söyleyerek öğrenciyi anlama bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi, konu alan bilgisi ve medya bilgisi olmak üzere dört alt boyutta pedagojik alan bilgisini incelemiştir. Cochran, DeRuiter ve King (1993) geliştirdikleri modelde pedagojik alan bilgisini; alan bilgisi, öğrenci bilgisi, pedagoji bilgisi ve bağlam bilgisi olmak üzere dört alt boyutta incelemiştir.

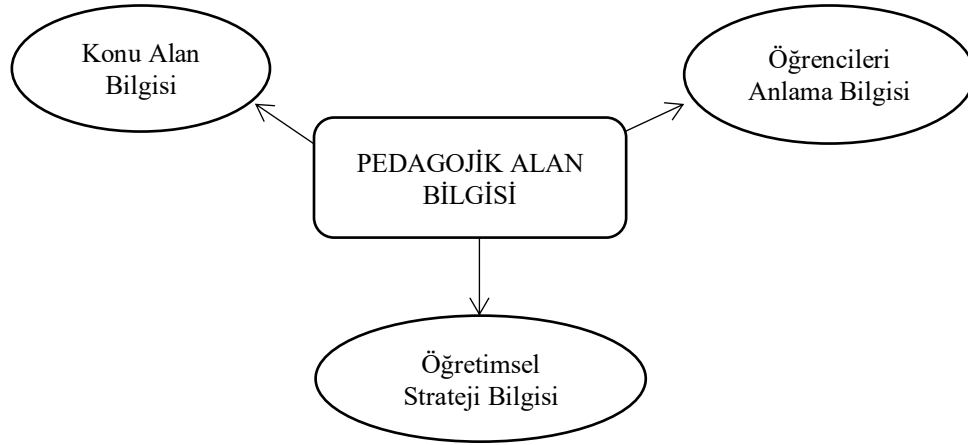
Bu çalışmada pedagojik alan bilgisini incelemek amacıyla Gökbulut (2010)'un doktora tezinde oluşturduğu pedagojik alan bilgisi teorik çerçevesinden yararlanılmıştır. Gökbulut (2010) çalışmasında öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini incelerken farklı modellerin amaçlarından yararlanarak Shulman (1986), Grosman (1990), Marks (1990) ve Cochran ve diğerleri (1993) tarafından geliştirilen modelleri göz önüne almıştır. Shulman (1986) ve Grossman (1990) modellerinde konu alan bilgisini, pedagojik alan bilgisinden ayrı olarak görmelerine rağmen Gökbulut (2010) pedagojik alan bilgisi ve konu alan bilgisinin birbirinden ayrılmasının zor olduğunu belirterek pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak ele almıştır. Gökbulut (2010) çalışmasında ele aldığı PAB bileşenleri konu alan bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi, öğretimsel strateji bilgisi ve program bilgisidir. Öğrencileri anlama ve öğretimsel strateji bilgisi, Shulman'ın (1986) modelinde pedagojik alan bilgisinin ve diğer araştırmacılarında aynı görüşe vardığı iki bileşendir. Öğretmenin, öğrencilerin hangi bilgiyi kolay veya zor kavrayacağını ve hangi öğretim yönteminin etkili olacağını bilmesi önemlidir. Bu nedenle, bu iki unsur pedagojik alan bilgisinin alt bileşenleri olarak değerlendirilmiştir. Gökbulut (2010) ne öğretileceği, nasıl ve hangi öğretim

metodunun kullanılacağını içerdği için program bilgisinin önemli olduğunu ifade etmiştir. Bu sebeple pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak almıştır. Dört bileşenin kesin olarak birbirinden ayıramayacağını, birbiri ile ilişki halinde olduğunu ifade etmiştir.

Bu çalışmada ele alınacak pedagojik alan bilgisinin alt bileşenleri konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusu bağlamında incelenmiştir. Asal sayılar konusu 6. sınıfta “Asal sayıları özellikleriyle belirler” ve “Doğal sayıların asal çarpanlarını belirler” olmak üzere iki kazanım, aralarında asal sayılar konusu 8. sınıfta “Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler” şeklinde bir kazanım halinde kısa yer aldığı için program bilgisi bu çalışmanın PAB’de ele alınacak bileşenlere dahil edilmemiştir.

Asal sayılar kavramı incelendiğinde “Bir ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan 1’den büyük tam sayılara asal sayılar denir” (Ercire, 2022) tanımına ulaşılabilir. Aralarında asal sayılar “ 1’den başka pozitif ortak böleni olmayan sayı gruplarına aralarında asal sayılardır” (Hıdıroğlu, 2016) şeklinde tanımlanmıştır. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda yapılan çalışmalara baktığımızda, öğrencilerin asal sayı tanımını yanlış yorumladıkları ve asal sayı kavramını anlayamadıkları görülmektedir. Bu yüzden öğrenciler tanımları ya da 2, 3, 5, 7... gibi asal sayıları ezberlemeye çalışmakta, 1 sayısını sadece 1’e bölündüğü için asal sayı olarak düşünme, 2 sayısını da çift olduğu için asal sayı olarak görmemekte ve asal sayıların negatiflerinin de asal sayı olduğunu ifade etmektedirler. Bununla birlikte öğrencilerde aralarında asallık konusunda da kavram yanılgıları mevcuttur. İki sayının aralarında asal olması için ikisinin de asal sayı olması gerektiği, 1’in diğer sayılarla aralarında asal olmadığını zannetmeleri öğrencilerde görülen bazı kavram yanılgılarıdır (Özdeş, 2013).

Literatür incelemesi yapıldığında öğretmenlerin farklı konularda pedagojik alan bilgisini inceleyen çalışmalara rastlanmaktadır (Beyazıt ve Aksoy, 2010; Gökkurt ve Soylu, 2016; Doğruel, 2016; Gökçe, 2016; Çelik, 2018). Asal sayılar konusundaki pedagojik alan bilgisini inceleyen çalışmalarla karşılaşılmamıştır. Bu sebeple literatürde bu konuya yer vermek adına ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada ele alınacak pedagojik alan bilgisinin alt bileşenleri konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisidir. Aşağıdaki Şekil 1’de çalışmanın pedagojik alan bilgisinde ele alınacak bileşenleri verilmiştir.



Şekil 1. Çalışmada Ele Alınacak PAB Bileşenleri

Konu alan bilgisinde; öğretmenlerin öğreteceği alan ile ilgili sahip oldukları bilimsel bilgiler yani asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına dönük yaptıkları tanımlar, işlemsel bilgileri, kavramsal bilgileri incelenmiştir. Öğrencileri anlama bilgisinde; öğrencilerin öğrenme zorluklarını, hatalarını, kavram yanılgılarını belirleyebilme ve nedenlerini açıklayabilme bilgileri araştırılmıştır. Öğretimsel strateji bilgisinde; öğrencilerin kavram yanılgılarını giderme, hatalarını düzeltme ve derse uygun strateji, yöntem teknik bilgisine sahip olma ve derste uygulayabilme bilgilerine bakılmıştır.

Problem cümlesi;

Ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına ilişkin pedagojik alan bilgileri nasıldır?

Alt problemler:

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına ilişkin konu alan bilgisi nasıldır?
2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına ilişkin öğrencileri anlama bilgisi nasıldır?
3. Ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına ilişkin öğretimsel strateji bilgisi nasıldır?

Amaç

Matematik öğretim programı incelendiğinde asal sayılar konusu iki kademedede (6. sınıf ve 8. sınıf) çarpanlar ve katlar konusu içerisinde işlenmekte ve öğrencilerin zihinlerinde kalmayarak birçok kavram yanılgısına sebep olmaktadır. Örneğin öğrenciler asal sayıların sadece tek sayılardan oluştuğunu ve asal olmasa bile o sayıya asal olduğunu söylemektedirler. Ayrıca öğrenciler 1 sayısını sadece 1'e bölündüğü için asal olduğunu düşünmekte ve 1 sayısının diğer bütün sayılarla aralarında asal olduğunu kavrayamamaktadırlar. Öğrencilerin sahip olduğu hataların giderilmesi ve başarısı üzerinde öğretmenlerin sahip olduğu pedagojik alan bilgilerinin etkili olduğu görülmektedir (Baştürk ve Dönmez, 2011; Işıksal, 2006). Bu nedenle bir öğretmenin herhangi bir konuyu öğretirken başarılı olabilmesi için yeterli pedagojik alan bilgisine sahip olması gerekmektedir (Ercire, 2022). Öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerini, konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi bileşenlerine yönelik bu çalışmanın yapılmasına karar verilmiştir. Bu çalışmanın amacı, ortaokulda görev yapan matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini ve alt boyutlarını (konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi) incelemektir.

Önemi

Eğitimin kaliteli ve nitelik sahibi olmasını sağlayan en önemli unsur olan öğretmenin başarılı olabilmesi için pedagojik alan bilgisine sahip olması gerekir (Türnüklü, 2005). Pedagojik alan bilgisini Shulman (1986), bir konuyu öğretebilmek için gerekli olan planlamayı yapabilme, öğretim tasarımlarını tanımlayabilme ve bunları uygulayabilme olarak tanımlamaktadır. Pedagojik alan bilgisi ile ilgili literatüre baktığımızda çeşitli alanlar da birçok çalışma yapılmıştır. Araştırmacılar öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin önemini (Gökkurt, 2014), öğretmenlerin gelişimini (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt ve Soylu, 2014), etki eden faktörleri (Koçak, Özdemir ve Soylu, 2014), sınıf ortamında uygulanması (Gökkurt ve Soylu, 2016) gibi birçok etken üzerinde çalışma yapmışlardır. Gökbulut (2010) sınıf öğretmeni adaylarının geometri konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini, Yurtyapan ve Karataş (2020) özel durum çalışması ile ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusundaki

pedagojik alan bilgilerini, Türnükü ve Yeşildere (2007) matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi yeterliklerini, Dellalbaş ve Soylu (2012) yaptığı çalışmada matematik öğretmenlerinin alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasında ilişkilerini, Şahin (2016) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemiştir.

Asal sayılar konusuna ilişkin yapılan çalışmalarda, asal sayıların öğretiminde ağırlıklı olarak bir yöntem ya da ölçme aracı kullanılmıştır. Çalışmalarda ortaokul öğrencilerinin asal sayılar ile ilgili kavram yanlışlarının 1, 0 ve negatif sayıları asal sayı kabul etme, 2'yi asal sayı kabul etmeme ve aralarında asallığa bakarken iki sayının da asal olduğunu düşündükleri görülmüştür (Özdeş, 2013). Özdeş (2013) yaptığı çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin asal sayılar konusundaki bilgi düzeylerini, kavram yanlışlarını belirlemeye çalışmıştır. Araştırmacıların yaptıkları çalışmalarda öğretmenlerin asal sayıların öğretiminde kullandıkları yöntemlerin işbirlikli öğrenme (Kaplan ve Açıl, 2015), didaktik durumlar teorisi (Baştürk Şahin, Şahin ve Tapan Broutin, 2017), oyun tabanlı öğretim (Yağmur, 2020) ve materyal (Oral, 2021) olduğu görülmektedir.

Öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuyla ilgili bilgi düzeyini ölçen, asal sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerini, konu alan bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi bileşenlerine yönelik çalışmalara rastlanmamıştır. Bu nedenle bu çalışma ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda pedagojik alan bilgileri ve yeterliliklerini ortaya koymasından önemlidir. Böylece bu çalışma asal sayılar konusunda literatürdeki bu boşluğu gidererek, öğretim kademesine uygun kazanımların öğretilmesinde öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Sayıtlılar

1. Katılımcı öğretmenler ile araştırmacı arasında uygulama süresince olumlu veya olumsuz herhangi bir etkileşim olmayacaktır.
2. Öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin Asal Sayılar Bilgi Testi (ASBT) hazırlanma aşamasında başvurulacak uzman görüşleri yeterlidir.
3. Bu çalışmada kullanılan ölçme araçları, öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini belirlemede, görüşlerini ortaya çıkarmada yeterlidir.

Sınırlılıklar

1. Araştırma öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusundaki pedagojik alan bilgileri ile sınırlandırılmıştır.
2. Araştırma Güneydoğu Anadolu Bölgesinde bulunan bir ilde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı ortaokullarda görev yapmakta olan matematik öğretmenleri ile sınırlandırılmıştır.
3. Araştırma 2023-2024 eğitim öğretim yılı ile sınırlandırılmıştır.

Tanımlar

Pedagojik alan bilgisi: Bir konunun en verimli şekilde anlaşılabilmesi amacıyla, kavramları temsil eden örnekler, açıklamalar, sunumlar, analogiler ve gösterimleri etkili biçimde kullanılmasını sağlayan bilgidir (Shulman, 1986). Bu tez çalışmasında pedagojik alan bilgisinin konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi alt bileşenleri incelenmiştir.

Konu alan bilgisi: Öğretmenlerin zihinlerinde herhangi bir konuya ilişkin var olan bilgi miktarıdır (Shulman, 1986). Bu tez çalışmasında öğretmenlerin asal sayılar konusundaki yaptıkları tanımlar, işlemsel bilgiler ve kavramsal bilgiler konu alan bilgisi alt bileşeninde incelenmiştir.

Öğrencileri anlama bilgisi: Öğrencilerin sahip oldukları hata ve kavram yanlışlarını belirleyip düzeltmeyi ve onların öğrenme biçimlerini farketmeyi kapsar (Shulman, 1986). Bu bağlamda çalışmada öğretmenlerin öğrencilerin öğrenme zorluklarını, hatalarını, kavram yanlışlarını belirleme ve nedenlerini açıklayabilme yetenekleri ele alınmıştır.

Öğretimsel strateji bilgisi: Öğretmenin belirlenen konuyu öğrencilerin başarılarını artırmak, kavram yanlışlarını gidermek ve buna yönelik uygun öğrenme ortamı tasarlayabilmek için sahip olunan yöntem ve teknik bilgisidir (Shulman, 1986). Bu çalışmada öğretmenlerin, öğrencilerin sahip oldukları hataları ve kavram yanlışlarını düzeltme becerileri ile kullandıkları strateji, yöntem ve teknik bilgilerine odaklanılmıştır.

Asal sayılar: 1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan 1'den büyük tam sayılara asal sayılar denir (Ercire, 2022).

Aralarında asal sayılar: 1'den başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir (Bulut vd., 2021).

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, araştırmanın kavramsal çerçevesini ortaya koymak amacıyla sırasıyla; öğretmenlik mesleği ve öğretmen yetiştirme, öğretmen yeterlilikleri, PAB kavramı, PAB modelleri, araştırmanın PAB çatısı, PAB ile ilgili yapılan çalışmalar, asal sayılar ve asal sayılar ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Öğretmenlik Mesleği ve Öğretmen Yetiştirme

Öğretmenlik mesleğini 1739 sayılı Milli Eğitim Temel Kanunu “Öğretmenlik, devletin eğitim, öğretim ve bununla ilgili yönetim görevlerini üzerine alan özel bir ihtisas mesleğidir.” şeklinde tanımlamıştır. Öğretmenlik, diğer mesleklerin öğrenilmesi, bilişsel ve devinışsel becerilerin kazanılmasında aktif rol oynayan meslektir. Buna istinaden öğretmenlik mesleği; mesleklerin mesleği olarak da tanımlanabilir (Türer, 2009). Toplumların ihtiyaç duyduğu insan profili sürekli değişim halinde olması sebebiyle öğretmenlik mesleği de geçmişten günümüze değişmiş ve gelişmiştir. Öğretmenlik mesleğini tanımak, anlamak ve öğrenmek için tarihsel gelişiminin incelenmesi gerekmektedir.

Geçmişte öğretmenlik mesleği günümüzden farklı olarak öğretmen-öğrenci ilişkisi yerine usta-çırak ilişkisi şeklinde daha çok din adamlarının yönetiminde din adamı yetiştirmek için kullanılırdı (Yüksel, 2011). Cristoph Helwing ve Joachim Junge öğretmenlik mesleğinin yapılabilmesi için öğretmenliğe yönelik mesleki bilgilerin öğrenilmesi gerektiği özel bir sanat olduğunu belirtmişlerdir (Yüksel, 2011). 18. yüzyılda Avrupa’da öğretmen yetiştiren okullar açılmaya başlanmıştır. Sanayileşme devrimi ile nitelikli insana ihtiyaç artmasıyla okula gitmek zorunlu hale gelmiştir. Bununla birlikte öğretmenin önemi artmış ve ihtiyaç ortaya çıkmıştır (Hesapçıoğlu, 2005).

Ülkemizde de okulların öğretmen ihtiyacını karşılamak için ilk öğretmen okulu olan Darülmualimin 1848’de İstanbul’da açılmıştır. Milli Eğitim Temel Kanunu’nun çıkarılmasıyla tüm öğretmenlerinin yüksek öğrenim görmeleri zorunlu hale gelmiştir (Akyüz, 2015). Fakat bu düşünce 1982 yılında Yükseköğretim Kurulu’nun (YÖK) kurulmasıyla öğretmen yetiştiren tüm kurumlar YÖK bünyesinde toplanarak akademiler

üniversitelere, eğitim enstitüleri eğitim fakültelerine dönüştürülmüştür (Yüksel, 2011). 20 Temmuz 1982’de 41 sayılı “Yükseköğretim Kurumları Teşkilatı Hakkında Kanun Hükmündeki Kararneme” ile MEB bünyesindeki öğretmen yetiştiren tüm kurumlar varolan yada yeni açılan üniversitelere devredilmiştir (Kavcar, 2002).

Öğretmen Yeterlilikleri

Günümüzde yaratıcı, eleştiren, düşünen, araştıran, teknolojiye hakim, kendisine ve çevresine duyarlı, en önemlisi öğrenmeyi öğrenen insan olmak önemlidir. Bunun için “nasıl bir eğitim” sorusunu sorarken “nasıl bir öğretmen” sorusuna cevap bulmak gerekmektedir (Abazaoğlu, Yıldırım ve Yıldızhan, 2016). Eğitimde belirlenen hedeflere ulaşabilmek, öğretmenlerin sahip oldukları yeterlilikler ile ilişki içerisinde. Yeterlilik kelimesini Türk Dil Kurumu (TDK) bir işi yapabilecek yetenekte olma şeklinde tanımlamıştır. Öğretmen yeterliliklerini ise “öğretmenlik mesleğini etkili ve verimli bir biçimde yapabilmek için sahip olmaları gereken bilgi, beceri ve tutumlar” şeklinde tanımlamaktadır. Öğretmenlerin temel yeterliliklere sahip olması, öğrencilerin başarılarını artırma ve gelişimlerini sağlama sürecinde önemli bir yere sahiptir (Öğretmen Yetiştirme ve Genel Müdürlüğü , 2017).

Türkiye’de öğretmen yeterlilikleri ile ilgili ilk çalışmalar MEB’de 1999 yılında ‘Öğretmen Yeterlilikleri Komisyonu’ oluşturularak başlanmıştır. Oluşturulan komisyon, ‘Öğretmen Yeterlilikleri’ belgesini oluştururken yabancı ülkelerin yeterlik belgelerinden, Yüksek Öğretim Kurumu (YÖK) Milli Eğitimi Geliştirme Projesinden, MEB’in yürüttüğü öğretmen nitelikleri araştırma sonuçlarından yararlanarak üç başlık altında hazırlanmıştır. Bunlar; “eğitme-öğretme yeterlilikleri”, “genel kültür bilgi ve becerileri” ve “özel alan bilgi ve becerileri” dir (Öğretmen Yetiştirme ve Genel Müdürlüğü , 2017).

Günümüze kadar birçok çalışma yapılmış ve yeterlilik güncelleme çalışmaları sürecinde öğretmenlik mesleği genel yeterliliklerini birbiri ile ilişki içinde olan ve birbirini tamamlayan üç yeterlilik alanı ile oluşturmuşlardır. Bunlar “mesleki bilgi”, “mesleki beceri” ve “tutum ve değerler” dir. Ayrıca bu üç yeterlilik alanı kendi içlerinde de alanlara ayrılmışlardır. Aşağıdaki Tablo 1 Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü’nün yayınladığı öğretmenlik mesleği genel yeterlilikleri kitabından aynen alınmıştır.

Tablo 1. Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlilikleri (MEB, 2017)

A Mesleki Bilgi	B Mesleki Beceri	C Tutum ve Değerler
A1. Alan Bilgisi	B1. Eğitim Öğretimi Planlama	C1. Milli, Manevi ve Evrensel Değerler
Alanında sorgulayıcı bakış açısını kapsayacak şekilde ileri düzeyde kuramsal, metodolojik ve olgusal bilgiye sahiptir.	Eğitim öğretim süreçlerini etkin bir şekilde planlar.	Milli, manevi ve evrensel değerleri gözetir.
A2. Alan Eğitimi Bilgisi	B2. Öğrenme Ortamları Oluşturma	C2. Öğrenciye Yaklaşım
Alanının öğretim programına ve pedagojik alan bilgisine hakimdir.	Bütün öğrenciler için etkili öğrenmenin gerçekleşebileceği sağlıklı ve güvenli öğrenme ortamları ile uygun öğretim materyalleri hazırlar.	Öğrencilerin gelişimini destekleyici tutum sergiler.
A3. Mevzuat Bilgisi	B3. Öğretme ve Öğrenme Sürecini Yönetme	C3. İletişim ve İş Birliği
Birey ve öğretmen olarak görev, hak ve sorumluluklarına ilişkin mevzuata uygun davranır.	Öğretme ve öğrenme sürecini etkili bir şekilde yürütür.	Öğrenci, meslektaş, aile ve eğitimin diğer paydaşları ile etkili iletişim ve iş birliği kurar.
	B4. Ölçme ve Değerlendirme	C4. Kişisel ve Mesleki Gelişim
	Ölçme ve değerlendirme, yöntem, teknik ve araçlarını amacına uygun kullanır.	Öz değerlendirme yaparak, kişisel ve mesleki gelişimine yönelik çalışmalara katılır.

Tablo 1’de görüldüğü üzere öğretmenlik mesleğinde sahip olunması gereken yeterlilikler mesleki bilgi, mesleki beceri, tutum ve değerler olmak üzere üçe ayrılmışlardır. Mesleki bilgi; alan bilgisi, alan eğitimi bilgisi ve mevzuat bilgisinden oluşmaktadır. Mesleki beceri; eğitim öğretimi planlama, öğrenme ortamları oluşturma, öğretme ve öğrenme sürecini yönetme ve ölçme değerlendirmeyi kapsamaktadır. Tutum ve değerler; milli, manevi ve evrensel değerler, öğrenciye yaklaşım, iletişim ve iş birliği, kişisel ve mesleki gelişimi olarak yer almaktadır.

Pedagojik Alan Bilgisi

Birçok araştırmada konu edilen ve öğretmen yetiştirme programlarında yenilikleri sağlayan “Pedagojik Alan Bilgisi (PAB)” kavramını Lee Shulman 1985

yılında başkanlığını yaptığı Amerika Eğitim Araştırmaları Derneği (American Educational Research Association) toplantısında açıklamıştır (Gökbulut, 2010). Shulman öğretmenlerin alan bilgisi gibi pedagoji bilgisine de sahip olması gerektiğini, ayrı değerlendirilemeyeceğini ve aralarında bir ilişki olduğunu öne sürmüştür (Cochran, DeRuiter ve King, 1993). Pedagojik alan bilgisi bir konunun öğretimi için kullanılan öğretim yöntemini, temsilleri, konuya uygun örnekleri seçmeyi kapsar (Shulman, 1986). Shulman pedagojik alan bilgisi kavramını ortaya çıkarması ile birlikte kendi modelini geliştirmiş ve birçok araştırmacı kendi çalışmalarında konu edinmiştir. Bazı araştırmacılar Shulman'ın modelini benimserken, bazı araştırmacılar kendi modellerini geliştirmişlerdir. İlk olarak geliştirilen modelleri ayrıntılı olarak inceleyeceğiz.

Shulman'ın modeli

Pedagojik alan bilgisi (PAB) kavramı ilk kez Lee Shulman tarafından kullanılmıştır. Shulman (1987) pedagojik alan bilgisini, öğretmenlerin alan ve pedagoji bilgisine sahip olması gerektiğini belirterek bu iki bilginin karışımı olarak kavramsallaştırmıştır. Shulman (1986) pedagojik alan bilgisini bir konunun öğretiminde hangi faktörlerin kolaylık veya zorluk çıkardığını anlamayı, öğrencilerin kavram yanlışlarından kurtulmaları için strateji geliştirmeyi veya konunun anlatımında örnekleri sunarken alternatif yolları tanımada etkili olduğunu söylemiştir.

Shulman (1986) öğretmen bilgisi konusunda çalışma yaparak öğretmen bilgi modeli geliştirmiştir. Geliştirdiği bu modelde öğretmenlerde olması gereken bilgi türlerini üç başlıkta açıklamıştır. Bunlar;

- 1) Konu alan bilgisi
- 2) Pedagojik alan bilgisi
- 3) Müfredat bilgisidir.

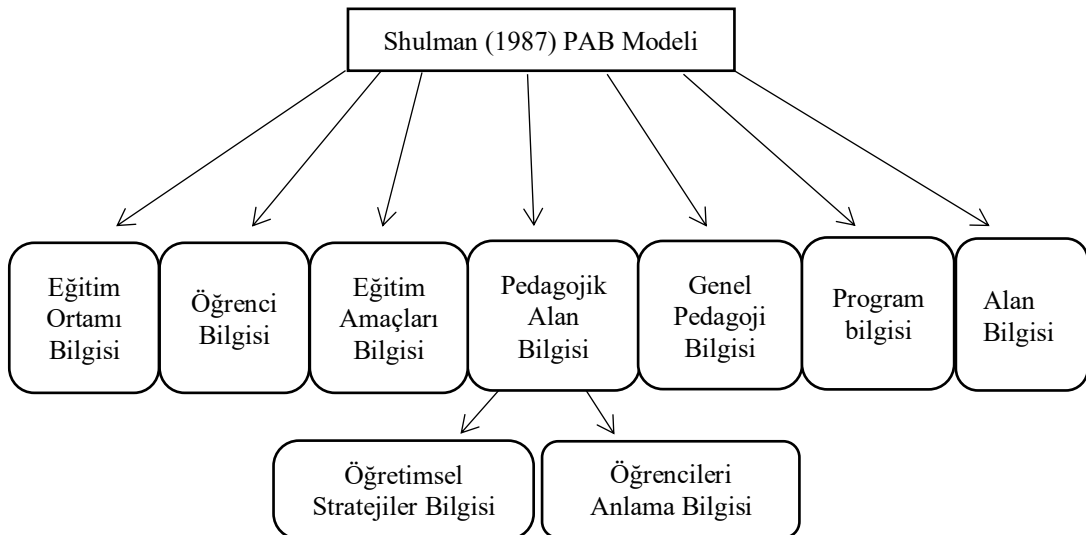
Shulman'a (1986) göre konu alan bilgisi, öğretmenin öğreteceği herhangi bir konuya ait temel kural ve ilkeler, kavramlar, olgular, o konunun yapısı hakkındaki bilgisini içermektedir. Pedagojik alan bilgisi herhangi bir konunun öğretiminde öğrencilerin konuyu daha kolay ve açık bir şekilde öğrenebilmesi için en uygun yöntem ve stratejiyi bilme ve uygulama bilgisidir. Müfredat bilgisi de herhangi bir dersin

öğretiminin daha planlı ve düzenli gerçekleşmesi, öğretim etkinliklerinin yer aldığı program bilgisidir.

Shulman (1986) yapmış olduğu bu çalışmayı daha da geliştirmiş ve 1987 yılında yeni bir model geliştirmiştir. Geliştirdiği yeni modelinde pedagojik alan bilgisini şu şekilde tanımlamıştır;

Pedagojik alan bilgisi, özel ilgiye haizdir; çünkü öğretim ile ilgili bilgilerin ayırt edici yapılarını belirler. Belirli konuların, problemlerin ya da sonuçlarını nasıl organize edildiğine, temsil edildiğine ve öğrencilerin farklı ilgi ve yeteneklerine nasıl adapte edildiğine ve öğretim için nasıl sunulduğuna dair bilginin içerik ve pedagojik karışımını temsil etmektedir. Pedagojik alan bilgisi içerik uzmanının bilgisini pedagojik bilgisinden ayırt eden kategoridir (Akt. Yurtyapan, 2018).

Shulman (1987) yaptığı tanım ile konu alan bilgisinin öğretmenlik yapmak için yeterli olmadığını, öğretmenlik mesleğinin özel ve uzmanlık gerektirdiğini belirtmiştir. Shulman'ın (1987) geliştirdiği öğretmen bilgi modelinde öğretmenlerde olması gereken özellikleri yedi kategoriye ayırmıştır. Bunlar sırasıyla alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi (öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi), eğitim amaçları bilgisi, öğrenci bilgisi, program bilgisi, eğitim ortamı bilgisi ve genel pedagoji bilgisidir. Shulman'ın (1987) geliştirdiği pedagojik alan bilgisi modeli aşağıdaki kavram haritasında özetlenmiştir.



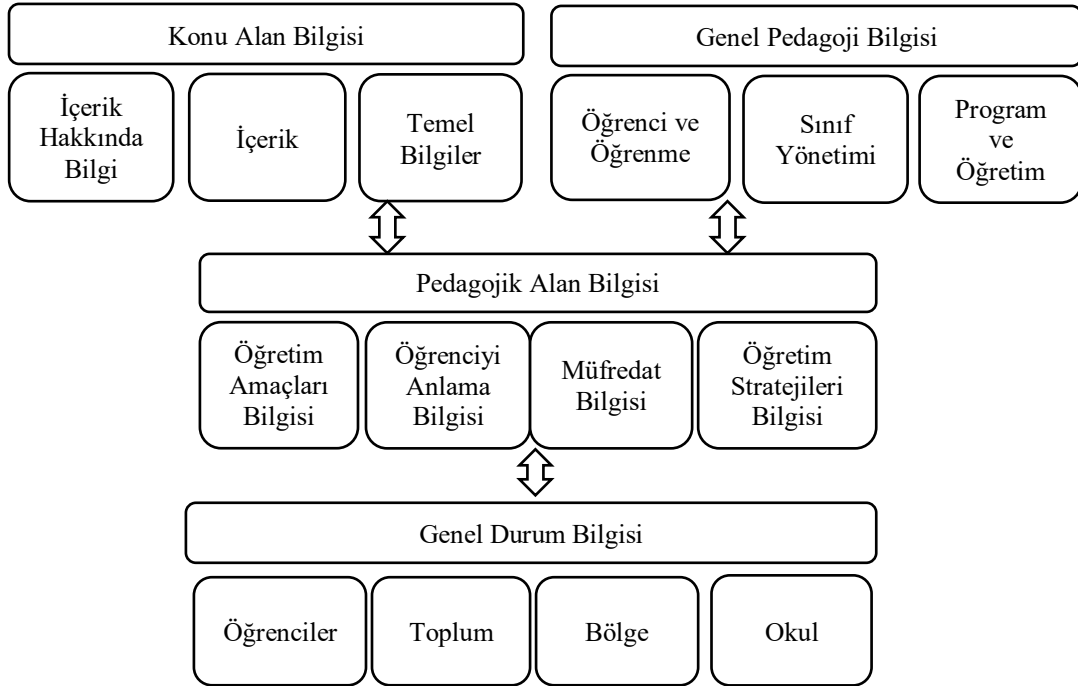
Şekil 2. Shulman'ın (1987) PAB Modeli (akt. Şahin, 2016)

Shulman'ın (1987) PAB modelini incelediğimizde pedagojik alan bilgisini, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi şeklinde ikiye ayırmıştır. Öğrencileri anlama bilgisi; öğrencilerin sahip oldukları hazırbulunuşluklarını, yaptıkları hataları, kavram yanılgılarını, öğrenmekte zorlandıkları kısımları anlamayı içermektedir (Shulman, 1987). Öğretimsel strateji bilgisi; öğretmenin sahip olduğu konu alan bilgisini öğrencilere aktarabilmesi, öğretim yöntem ve tekniklere yönelik bilgileri, öğrencilerin hazırbulunuşluklarını belirleyip aynı zamanda kavram yanılgılarını giderebilmeyi ve öğrenme ortamını düzenleyebilme bilgilerini kapsamaktadır (Magnusson, Krajcik ve Borko 1999).

Literatüre baktığımızda Shulman'ın (1987) geliştirdiği PAB modelini temel alan yada farklı bakış açısı ile inceleyen birçok model görülmüştür (Grossman, 1990; Marks, 1990; Cochran, DeRuiter ve King, 1993; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Fennema ve Franke, 1992; Tamir, 1988; Park ve Oliver, 2008; An, Kulm ve Wu, 2004). PAB kavramının daha iyi anlaşılabilmesi için bu modellerin incelenmesi ve karşılaştırılması gerekmektedir.

Grossman modeli (1990)

Grossman (1990)'ın öğretmen bilgi modelinde öğretmenin sahip olması gereken özellikleri dört başlık altında incelemiştir. Bunlar konu alan bilgisi, genel pedagoji bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve genel durum bilgisidir.



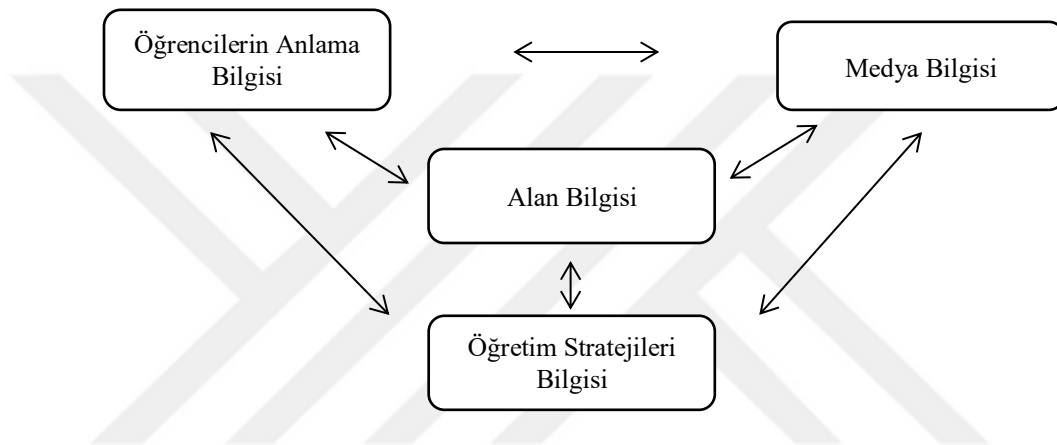
Şekil 3. Grossman'ın (1990) Öğretmen Bilgi Modeli (akt. Orman, 2020)

Şekil 3 incelendiğinde Grossman (1990) pedagojik alan bilgisini dört başlık altında incelemiştir. Bunlar öğretim amaçları bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi, müfredat (program) bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisidir. Öğretim amaçları bilgisi bileşeninde, konunun öğretiminde amaçlanan kavramlar bulunmaktadır. Öğrenciyi anlama bilgisi bileşeninde, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri, yanlış bilgileri ve öğrenmelerine zorluk çıkaran sebepler yer almaktadır. Program bilgisi bileşeninde, belirlenen konuyu öğrencilere öğretmek için uygun materyali seçebilme, uygun etkinlikleri belirleyebilme ve hangi seviyeye hangi konunun öğretileceğini bilmeyi içermektedir. Son bileşen olan öğretim stratejileri bilgisinde ise belirlenen konuyu öğretirken uygun örnekleri seçme ve daha etkili öğretebilmek için uygun olan etkinliği seçebilme yeteneği bulunmaktadır (Gökbulut, 2010).”

Shulman (1987) ve Grossman'ın (1990) geliştirdikleri pedagojik alan bilgisi modelleri incelendiğinde aralarında en belirgin fark Shulman (1987) program bilgisini pedagojik alan bilgisinden ayrı incelerken; Grossman (1990) program bilgisini pedagojik alan bilgisinin alt kategorisi olarak ele almıştır.

Marks'ın (1990) modeli

Marks (1990) pedagojik alan bilgisi kavramı ile ilgili yaptığı çalışmasında alt bileşenlerinin başlangıç ve bitiş noktalarının belirlenemediğini söyleyerek pedagojik alan bilgisinin alt bileşenleri arasında kesin bir ayrım olmadığını ifade etmiştir. Pedagojik alan bilgisini dört temel alandan oluşturmuştur. Bunlar alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, medya bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisidir. Aşağıda kavram haritasında gösterilmiştir.

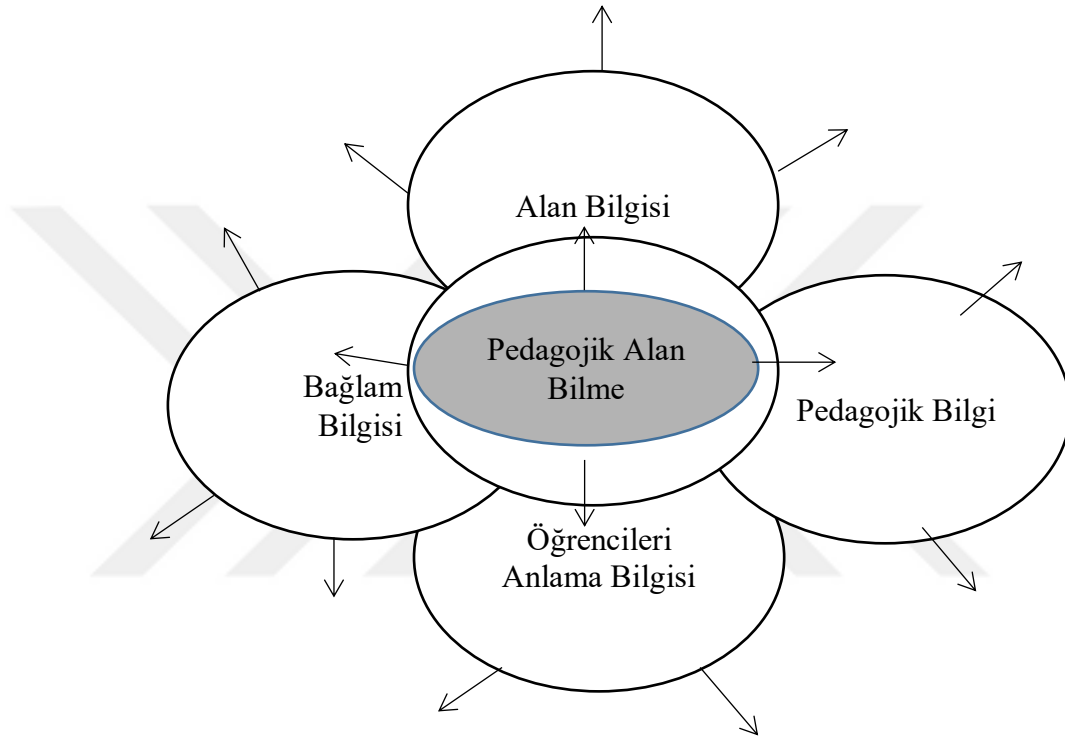


Şekil 4. Marks'ın (1990) PAB Modeli (akt. Orman, 2020)

Şekil 4 incelendiğinde pedagojik alan bilgisininin merkezine alan bilgisinin yerleştirdiği görülmektedir. Shulman (1987) ve Grossman (1990) geliştirdikleri pedagojik alan bilgisi modellerinde alan bilgisini ayrı olarak incelerken Marks (1990) bunu kabul etmeyerek, pedagojik alan bilgisi ile konu alan bilgisinin birbirinden ayırmanın zor olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Marks'ın (1990) bir diğer farklılığı ise modelinde medya bilgisine yer vermesidir. Medya bilgisi ile öğrencilerin özelliklerini benimseyerek ders materyallerini en etkin biçimde kullanılmasını ifade etmektedir. Yani diğerlerinin geliştirdiği pedagojik alan bilgisinde yer alan program bilgisi kavramına benzer olduğunu söylenebilir (Şahin, 2016).

Cochran, DeRuiter ve King modeli (1993)

Cochran, DeRuiter ve King (1993) geliştirdiği modelde yapılandırmacılığı esas alarak Shulman'ın (1987) pedagojik alan bilgisi kavramını yeniden ele almıştır. Bilgi kelimesi yapılandırmacılık ile uyumlu olmadığı için bilme ve anlama kelimelerini kullanarak pedagojik alan bilme olarak isimlendirmiştir (Bütün, 2012).



Şekil 5. Cochran, DeRuiter ve King (1993) PAB Modeli (Uçar, 2019)

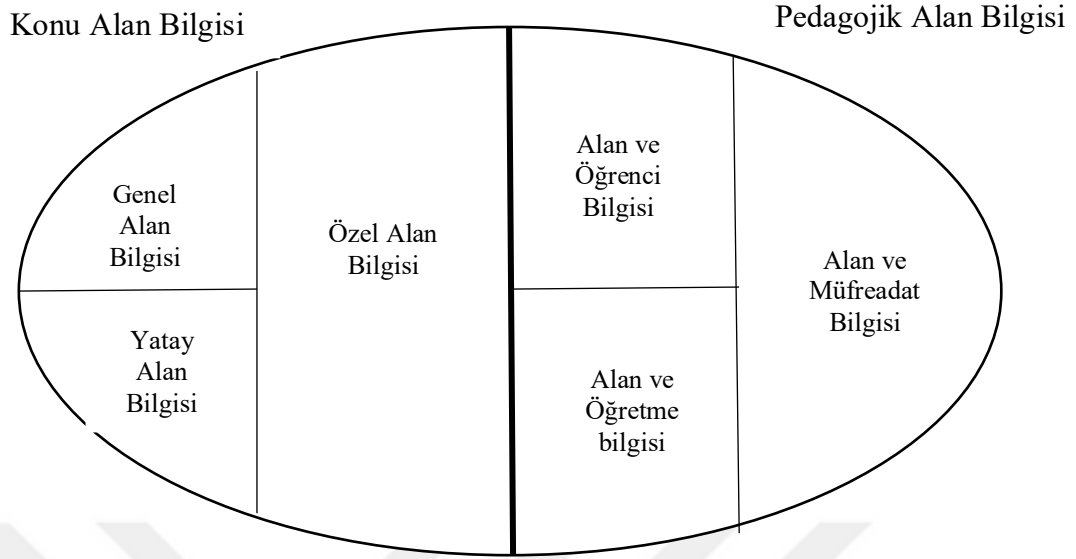
Cochran vd. (1993) geliştirdikleri PAB modelinde pedagojik alan bilmeyi alan bilgisi, pedagojik bilgi, bağlam bilgisi ve öğrencileri anlama bilgisinin iç içe olduğu ve aynı anda birleşiminden oluştuğu belirtilmiştir. Bağlam bilgisi diğer modellerde bahsedilmeyen bir bileşendir. Bu bileşende öğretmenlerin öğrenme ve öğretmesini şekillendiren fiziksel çevre bağlamında anlamasını içerir (Gökbulut, 2010). Shulman (1987) modelinden farkı öğrenci bilgisine bağlamsal bilgi kategorisi aracılığı ile daha fazla üstüne düşmeleridir. Cochran vd. (1993) alan öğretimi için geliştirdikleri modelde zamanla kazanılan deneyimlerin, bilgilerin genişleyerek çoğalmasına olanak sağladığını söylemişlerdir (Cochran vd., 1993).

Fennema ve Franke modeli (1992)

Fennema ve Franke'nin (1992) geliştirdikleri modele göre öğretmen bilgisi farklı unsurlarla etkileşerek gelişen bir bilgidir. Öğretmenlerin sahip olması gereken bilgileri matematik bilgisi, pedagoji bilgisi, öğrenci anlayışları bilgisi ve öğretmenlerin sahip oldukları inançları olmak üzere dört kategoriye ayırmıştır. Matematik bilgisi kategorisi öğretmenin öğrencilere aktaracağı konudaki alan bilgisi, kavram bilgisi ve işlem bilgisini kapsamaktadır. Pedagoji bilgisi kategorisi öğretmenin ders anlatım esnasında öğrencileri olumlu pekiştirerek sınıf yönetimini sağlamasıdır. Öğrenci anlayışları bilgisi kategorisi öğrencilerin derse olan tutum, ilgi ve düşünceleri hakkında bilgi sahibi olmaktır. Öğretmenlerin sahip olması gereken inançlar kategorisi ise diğer üç kategorinin bir araya gelmesiyle oluşmaktadır (Şahin, 2016).

Ball, Thames ve Phelps modeli (2008)

Ball, Thames ve Phelps (2008) geliştirdikleri matematik öğretim bilgi modelini oluştururken Shulman'ın (1987) modelinden yararlanmışlardır. Ball ve diğerleri (2008) matematik öğretim bilgi modelinde öğretmenlerin sahip olması gereken bilgileri iki kategoriye ayırmışlardır. Bunlar konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisidir. Konu alan bilgisi kendi içinde genel alan bilgisi, yatay alan bilgisi ve özel alan bilgisi olmak üzere üçe ayrılmıştır. Pedagojik alan bilgisi de kendi içinde alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretme bilgisi ve alan ve müfredat bilgisi olmak üzere üçe ayrılmıştır. Shulman'ın (1987) geliştirdiği modelde program bilgisini ayrı incelerken Ball ve diğerleri (2008) ise pedagojik alan bilgisinin içerisinde incelemişlerdir.



Şekil 6. Ball, Thames ve Phelps Matematik Öğretim Bilgi Modeli (Yurtyapan, 2018)

Park ve Oliver modeli (2008)

Park ve Oliver (2008) geliştirdikleri pedagojik alan bilgisi modelinde pedagojik alan bilgisini, kavramı anlama ve uygulama olarak iki bileşenden oluştuğunu söylemişlerdir. Bu modele göre bir öğretmen etkili ve başarılı olmak istiyorsa bu iki bileşen arasında bağ kurması gerekmektedir (Şahin, 2016). Park ve Oliver'in (2008) PAB modelinde öğrencileri anlama bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi, program bilgisi, değerlendirme bilgisi, yeterlik algısı ve fen öğretimi amaçları bilgisi olmak üzere birbiri ile ilişkili olan altı kategoriye ayırmıştır (Şahin, 2016).

İncelediğimiz PAB modellerinde belirlenen bileşenlerin neler olduğu aşağıdaki Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. PAB Bileşenlerinin Sınıflandırılması

	Shulman (1987)	Grossman (1990)	Marks (1990)	Cochran, DeRuiter ve King (1993)	Fennema ve Franke (1992)	Ball, Thames ve Phelps (2008)	Park ve Oliver (2008)
Konu alan bilgisi			x	x			
Öğrencileri anlama bilgisi	x	x	x	x	x	x	x
Öğretimsel strateji bilgisi	x	x	x			x	x
Müfredat (program) bilgisi		x	x			x	x
Öğretimsel amaçlar bilgisi		x					
Pedagoji bilgisi				x	x		
Çevre bağlamın bilgisi				x			
Matematik bilgisi					x		
Öğretmenlerin sahip oldukları inanç bilgisi					x		
Ölçme (değerlendirme) bilgisi							x
Yeterlilik algısı							x

PAB kavramını ve PAB modellerini daha iyi anlayabilmek için yukarıdaki Tablo 2 hazırlanmıştır. PAB kavramı bir çok araştırmacının dikkatini çekmiş ve çalışmalar yaparak kendi modellerini geliştirmişlerdir. Geliştirilen modellerin temelinde Shulman'ın (1987) PAB modeli yer almaktadır. Birçok araştırmacının modelinde Shulman'ın (1987) çalışmasındaki gibi öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi alt bileşen olarak yer almaktadır. Geliştirdikleri modellere göre Marks (1990) alan bilgisi ve medya bilgisi; Cochran ve diğerleri (1993) pedagoji bilgisi ve konu alan bilgisi; Grossman (1990) öğretimsel amaçlar ve program bilgisi; Fennema ve Franke (1992) matematik bilgisi ve pedagoji bilgisi; Ball ve diğerleri (2008) alan ve program bilgisi; Park ve Oliver (2008) program bilgisi, değerlendirme bilgisi ve yeterlik algısı bileşenlerini de ekleyerek kendi modellerini geliştirmişlerdir. Shulman (1987) ile

başlayan ve sürekli araştırma konusu olarak geliştirilen PAB modelleri öğretmen yetiştirme sürecinde aktif olarak yer almıştır.

Araştırmada Ele Alınan PAB Bileşenleri

Bu çalışmada araştırmacı, çalışma grubunun asal sayılar konusuna ilişkin konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisini ölçmek istemiştir. Bu sebeple benzer bir çalışma olan Gökbulut'un (2010) sınıf öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerini incelemek amacıyla yaptığı doktora tezinden yararlanmıştır. Gökbulut (2010), PAB teorik çerçevesini Shulman (1987), Grossman (1990), Marks (1990) ve Cochran, DeRuiter ve King (1993) modellerinden yararlanarak oluşturmuştur. Oluşturduğu PAB bileşenleri konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, öğretimsel strateji bilgisi ve program bilgisidir. Bu çalışmada ele alınan PAB bileşenleri konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, öğretimsel strateji bilgisidir. Aşağıda bileşenlerin kapsamaları derinlemesine incelenerek verilmiştir.

Konu Alan Bilgisi

Kişilerin başkalarına bir konuyu öğretebilmesi için ilk olarak kendilerinin o konuya ait yeterli düzeyde bilgi sahibi olmaları gerekmektedir (Gökkurt, 2014). Shulman (1986) konu alan bilgisini; öğretmenlerin öğretecekleri konuya ilişkin kavramları, işlemleri, ispatları, problem çözme becerilerini kapsayan bilgi türü şeklinde tanımlamıştır. Shulman (1986), Grossman (1990), Tamir (1988), Ball, Thames ve Phelps (2008) ve başka araştırmacılar da konu alan bilgisini pedagojik alan bilgisinden ayrı olarak incelemişlerdir. Marks (1990), Cochran, DeRuiter ve King (1993), Fennema ve Franke (1992) ise alan bilgisini pedagojik alan bilgisinin içerisinde incelemişlerdir. Bennett ve Turner-Bisser (1993) konu alan bilgisinin pedagojik alan bilgisinden ayırmanın zor olduğunu ifade etmiştir (akt. Gökbulut, 2010). Bu çalışmada konu alan bilgisi, öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına dönük yaptıkları tanımlar, kullandıkları örnekler, işlemsel bilgileri ve kavramsal bilgileri bağlamında incelenecek olup aşağıdaki gibi kategorilere ayrılmıştır:

1. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda tanım ve kavramları açıklayabilme, doğru yerde kullanabilme
2. Öğrencilerin sorularına doğru cevap verebilme ve nedenleri ile açıklayabilme
3. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin önem, hedef ve amaçları açıklama

Öğrencileri Anlama Bilgisi

Shulman (1987) öğrencileri anlama bilgisini, öğretmenlerin öğrencilere aktaracakları konuyla ilgili hazırbulunuşluklarını, öğrenmede zorlandıkları yerleri, yaptıkları hataları, kavram yanlışlarını nedenleriyle belirleyebilmesini içeren bilgi türü olarak tanımlamıştır. Öğrencileri anlama bilgisi Shulman'ın (1987) modelinde pedagojik alan bilgisinin iki alt bileşeninden birisidir. Diğer araştırmacıların geliştirdiği modellere baktığımızda da çoğunluğunun öğrencileri anlama bilgisini pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak incelediğini görülmektedir. Bu çalışmada ise öğretmenlerin öğrencileri anlama bilgileri; asal sayılar konusuna ilişkin öğrenme zorluklarını belirleyebilme, bunların nedenlerini açıklayabilme çerçevesinde incelenecek olup aşağıdaki gibi kategorilere ayrılmıştır:

1. Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda öğrenme zorluklarını, hatalarını ve kavram yanlışlarını belirleyebilme
2. Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda öğrenme zorluklarını, hatalarını ve kavram yanlışlarının nedenlerini açıklayabilme

Öğretimsel Strateji Bilgisi

Cochran, DeRuiter ve King (1993) öğretimsel strateji bilgisini, öğretmenin sahip olduğu konu alan bilgisini öğrencilere öğretmesi, öğrencilerin sahip olduğu hatalar, kavram yanlışları giderebilmesi ve öğrencilerin konuyu öğrenerek başarılarını artırmasını sağlayacak şekilde strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olması şeklinde tanımlamıştır. Shulman'ın (1987) PAB modelinde iki alt bileşeninden birisidir. Diğer birçok araştırmacıda (Grossman, 1990; Marks, 1990; Tamir, 1988; Cochran vd, 1993; Magusson vd, 1999) kendi geliştirdikleri modellerinde PAB'nin alt bileşeni olarak incelemişlerdir. Bu çalışmada da öğretimsel strateji bilgisi pedagojik alan bilgisinin bir alt bileşeni olarak incelenerek öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda sahip oldukları hataları, kavram yanlışları gidermeye, konuyu en iyi şekilde öğrenmeleri için kullandıkları strateji, yöntem ve teknik bağlamında incelenecek olup aşağıdaki gibi kategorilere ayrılmıştır:

1. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin kavram yanlışlarını giderme, hatalarını düzeltme
2. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna uygun strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olma ve derste uygulayabilme

PAB İle ilgili Yapılan Araştırmalar

Bu bölümde pedagojik alan bilgisi ile ilgili literatürde yer alan çalışmalar özetlenmiştir. Yapılan çalışmalara bakıldığında öğretmenlerin sahip oldukları ve sahip olmaları gereken pedagojik alan bilgileri, pedagojik alan bilgilerine sahip olmanın önemi (Gökkurt, 2014), etkileyen faktörler (Koçak, Özdemir ve Soylu, 2014), ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılmıştır. Burada yer alan çalışmalar seçilirken pedagojik alan bilgisinin incelendiği konularda çeşitlilik olmasına özen gösterilmiştir. Uçar (2019) rutin olmayan problemler, Çelik (2018) eşitlik ve denklem, Duran (2017) kesirlerle çarpma ve bölme, Gökçe (2016) istatistiksel akıl yürütme, Gökbulut (2010) geometrik cisimler, Bayazit ve Aksoy (2010) fonksiyonlar, Karahasan (2010) bileşke ve ters fonksiyon, Koçak, Özdemir ve Soylu (2014) silindir, Şahin (2016) cebir, Gökkurt ve Soylu (2016) koni, Doğruel (2016) oran orantı, Yurtyapan (2018) üçgenler ve dörtgenler konusunu inceledikleri görülmüştür. Aynı bir konu üzerinde çalışmayan Türnüklü ve Yeşildere (2007), Dellalbaş ve Soylu (2012) matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisini incelerken, Tanışlı (2013) öğretmenlerin sorgulayabilme, analiz edebilme ve yorumlama becerilerini incelemiştir. Farklı konularda yapılan çalışmalara yer verilerek çeşitlilik olmasına dikkat edilmiştir. Çalışmalar kronolojik olarak sıralanmıştır.

Türnüklü ve Yeşildere (2007) çalışmasında matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisi yeterliliklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya 45 ilköğretim matematik öğretmeni katılmıştır. Katılımcılara dört adet açık uçlu soru sorularak veriler toplanmıştır. Sorulan açık uçlu sorulara öğretmen adaylarının çözüm önerileri bulmaları istenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin matematik öğretimi için yeterli olmadığı belirlenmiştir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının hem “matematik bilgisi” hem de “pedagojik alan bilgisi” yönünden yetiştirilmesi önerilmektedir.

Black (2007), lise öğretmenlerinin cebir konusuna ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerini belirleyerek bu iki bilgi türünün öğretme stratejilerine etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. Tarama araştırması ve çoklu durum çalışması yöntemlerini bir arada kullanmıştır. Katılımcıların konu alan bilgisinde yeterli bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Yaptıkları hatalarda işlemsel hatanın az olduğu, kavramsal hatanın daha

çok olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin kavramları farklı gösterirken ifadeleri yetersiz kalmıştır. Sonuç olarak öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinin yeteri kadar gelişmediği görülmüştür.

Gökbulut (2010) çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Pedagojik alan bilgisini dört çatıda incelemiştir. Bunlar konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, program bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisidir. Gökbulut çalışmasında nitel araştırma yöntemlerinden bütüncül çoklu durum çalışmasını kullanmıştır. Çalışmanın örneklemi, amaca uygun seçilen dört öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmacı veri toplamak için öğretmen adayları ile bireysel olarak görüşmüş ve onları gözlemlemiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının bilgileri; ifadesel bilgi testi, şartlı bilgi testi, hazırlanan öğretim senaryolarından elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda geometrik cisimleri tanımlama ve örneklendirmede kolay verilen cevapların her zaman doğru olmadığı aksine zor verilen cevapların bazen doğru olduğu görülmüştür. Verilen örnekler çeşitlilik bakımından zengin değildir. Tanımların matematiksel tanımdan uzak genel bir tanım olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının prizma, piramit, silindir ve koni kavramlarında yanlış öğrenmeleri olduğu, tanımını yapmada en çok zorlandıklarının küre olduğu tespit edilmiştir. Davranış bakımından ya hemen doğru ya da hemen yanlış cevap verdikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının strateji, yöntem ve teknik kavramlarını karıştırdıkları ama derslerinde uyguladıkları görülmüştür.

Bayazit ve Aksoy (2010), çalışmada öğretmenlerin fonksiyonlar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini ilk olarak fonksiyon kavramını öğretim sürecinde öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar ve kavram yanlışları üzerine, ikinci olarak bu zorluklar üzerine öğretmenlerin görüş, düşünce ve davranışlarını incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın örneklemi tecrübeli iki matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Veriler mülakat tekniği ile toplanmıştır. Öğretmenlere fonksiyonlar konusunda öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarını içeren sorulara cevap vermeleri istenmiştir. Shulman'ın geliştirdiği pedagojik alan bilgisi düşüncesi ile çalışmanın teorik alt yapısı oluşturulmuştur. Çalışma sonucunda öğretmenler, fonksiyonlar konusunu öğrenirken öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları ve kavram yanlışlarını belirlemede ve neden olduğunu anlamada birbirine çok benzer düşüncelere sahip olduğunu göstermiştir. Fakat öğretmenlerin kavram yanlışlarını, zorlukları

ortadan kaldırmak için birbirinden farklı öğretim yaklaşımları kullandıkları görülmüştür.

Karahasan (2010) doktora tezi çalışmasında ortaöğretim matematik öğretmenleri üzerinde çalışarak öğretmenlerin bileşke ve ters fonksiyonlar üzerinde pedagojik alan bilgilerinin incelenmesini amaçlamıştır. Çalışma grubunu Bilkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde öğrenim gören ikinci sınıf üç matematik öğretmen adayından oluşturmuştur. Çalışmasında gözlem, görüşme, dökümanlar ve işitsel veriler olmak üzere dört adet veri toplama aracı kullanmıştır. Elde ettiği verileri incelediğinde matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerinin yeterli olmadığı, sahip olduğu bilgileri birbiriyle ilişkilendirilmede sorun yaşadığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre araştırmacı, öğretmen eğitim programlarının yeniden gözden geçirilmesi ve alan eğitimi derslerinin güçlendirilmesi, konuların derinlemesine işlenmesi gerektiğini ifade etmiştir.

O'Hanlon (2010), ortaokul matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerini, öğrencileri anlama ve öğretimsel strateji bilgisi alt bileşenlerinde incelemiştir. Çalışma grubu 33 ortaokul matematik öğretmeni adayından oluşmuştur. O'Hanlon bu çalışmasında durum çalışması yöntemini kullanmıştır. Veri toplama araçları pedagojik alan bilgisi senaryoları, anket, gözlem, ders planları ve gözlemden oluşmaktadır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgilerinin zayıf olduğu sonucunu elde etmiştir. Bu çalışmada pedagojik alan bilgisi senaryolarının alt bileşenlerini geliştirmede yardımcı olduğu ortaya çıkmıştır.

Dellalbaş ve Soylu (2012), çalışmalarında matematik öğretmenlerinin alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkilerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışma 41 ilköğretim matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma yöntemi olarak nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Katılımcılara hazırlanan sekiz açık uçlu soru sorulmuştur. Verileri toplamak için yarı yapılandırılmış mülakat ve öğretmenlerin yazılı açıklamalarından yararlanılmıştır. Verileri analiz etmek için betimsel analiz ve içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasında yakın ilişki olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmenler matematik bilgilerinin konu anlatımında yetersiz olduğunu ve öğretimsel açıklamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu belirtmişlerdir.

Tanışlı (2013), çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sorgulayabilme, analiz edebilme ve yorumlayabilme becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini öğretim stratejileri bilgisi, soru hazırlama, sorgulama stratejileri ve öğrenci bilgileri olmak üzere iki boyutta incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları 26 kız ve 13 erkekten oluşan 39 3.sınıf ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıdır. Araştırmada öğretmen adaylarına klinik mülakatın hazırlanma sürecine ilişkin eğitim verilerek bilgi sahibi olmaları sağlanmıştır. Öğretmen adayları örnek durumlar üzerinde çalışılarak öğrendiklerini uygulamışlardır. Öğretmen adayları klinik mülakatları 6. ve 7. sınıf öğrencilerine uygulamışlardır. Veri toplama aracı öğretmen adaylarının hazırladığı raporlar, video kayıtlar ve bunların dökümlerinden oluşmaktadır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının soru hazırlama, sorgulama becerileri, öğrenci bilgi edinme düzeylerinin yeterli seviyede olmadığı belirlenmiştir. Tanışlı bu çalışma sonunda öğretmen adaylarının düşünce ve inançlarında değişimler meydana geldiğini tespit etmiştir.

Choy, Wong, Lim ve Chong (2013), mesleğe yeni başlamış öğretmenlerin pedagojik alan bilgisini ve öğretme yeteneklerine olan algılamalarını belirlemeyi amaçlamıştır. Verileri toplarken Öğretmede Pedagoji Bilgisi ve Beceriler isimli anketler kullanılmıştır. Anketler öğretmenlik programına giriş yaptıkları, birinci yıl sonu ve mesleklerinin üçüncü yılında uygulanmıştır. Dikkat edilen hususlar ders planlama becerileri, sınıf yönetimi ve öğretim stratejileri bilgileridir. Çalışma sonucunda, öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin önemli ölçüde artış gösterdiğini tespit etmişlerdir.

Koçak, Özdemir ve Soylu (2014) çalışmada silindir kavramıyla ilgili matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerini ölçmeyi amaçlamıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasını kullanmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi ile son sınıfta öğrenim gören yedi matematik öğretmeni adaylarına çalışma uygulanmıştır. Verilerin toplanması için araştırmacı pedagojik alan bilgisi testi hazırlamıştır. Test açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Verileri analiz ederken betimsel ve içerik analizi yönteminden yararlanmıştır. Araştırmanın sonucunda matematik öğretmeni adaylarının silindir kavramına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını tespit etmişlerdir.

Şahin (2016) “İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir konusundaki pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi” çalışmasında pedagojik alan bilgisini alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi bileşenleri boyutunda incelemiştir. Çalışmanın nicel kısmı için enlemesine araştırma yöntemini kullanırken nitel kısmı için durum çalışması yöntemini kullanmıştır. Çalışma grubu devlet üniversitesinde öğrenim gören farklı sınıf seviyelerindeki 176 ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından oluşmaktadır. PAB gelişimlerini incelemek için mülakat, gözlem, bilgi testleri ile verileri toplamıştır. Elde edilen verilerin incelenmesi sonucunda öğretmen adaylarının PAB bileşenlerinin bulundukları sınıf düzeyine göre doğru orantılı gelişmiştir. Fakat öğretmen adaylarının sahip oldukları bilgi seviyeleri PAB bileşenlerinde istenilen seviyede olmadığını tespit etmişlerdir.

Gökkurt ve Soylu (2016), yaptıkları çalışmanın amacının ortaokul matematik öğretmenlerinin koni konusuna dair alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve öğrenci bilgilerini incelemek olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmada yöntem olarak durum çalışması kullanılmış ve çalışma farklı hizmet sürelerine sahip altı matematik öğretmeniyle gerçekleştirilmiştir. Veriler, görüşme, gözlem ve doküman incelemesi kullanılarak toplanmıştır. Öğretmenlerin konu alan bilgileri, Nvivo 8 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda ise öğretmenlerin çoğunluğunun koni konusundaki bilgilerinin yanlış ve eksik olduğu ancak öğrenci bilgilerinin yeterli olduğu tespit edilmiştir.

Doğruel (2016) çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Pedagojik alan bilgisini incelerken Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından geliştirilen öğretim için matematik bilgi modelinden yararlanmıştır. Karma araştırma yöntemi kullanmıştır. Çalışma grubu Afyonkarahisar’da görev yapan ortaokul matematik öğretmenlerinden oluşmaktadır. Araştırmacı çalışmanın verilerini toplamak için 14 soruluk anket hazırlamış, öğretmenlerle görüşmeler yapmış ve öğretmenlerin ders anlatım sürecini gözlemlemiştir. Gözlemleri video ve ses kaydına aldıktan sonra bilgisayar ortamında yazıya aktarmıştır. Verileri içerik analizi yöntemi ile analiz ederek öğretmenlerin özel alan bilgisi ile öğretim ve alan bilgisi bileşenlerin yeterli düzeyde olmadığı, genel alan bilgisi ile öğrenci ve alan bilgilerinin yeterli olduğu görülmüştür. Doğruel bu çalışmasında öğretmenlerin çoğunluğunun oran tanımını bilmediğini tespit etmiştir.

Gökçe (2016) doktora tezinde “Ortaokul matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin alan ve pedagojik alan bilgisinin düzeyleri nedir ve bu bilgilerini ortaya koyma yaklaşımları nelerdir?” problem cümlesine cevap aramıştır. Araştırmacı iç içe geçmiş tek durum çalışmasını kullanmıştır. Çalışmaya dokuz matematik öğretmeni katılmıştır. Bilgi testi, görüşme, gözlem teknikleriyle veri toplamıştır. Öğretmenlere yeterli süre verilerek test uygulanmış sonra görüşme formu ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Topladıkları veriler içerik analizi ile incelenmiştir. Elde edilen verileri derecelendirme ölçeğinde yüksek, orta ve düşük başarı olarak ayırmıştır. Çoğunluğun alan bilgilerinin orta düzeyde olduğu, akıl yürütme becerilerinin sınırlı olduğu sonucuna varılmıştır. Gökçe bu çalışmada öğrenci düşüncesi ve öğrenci yanılışı bilgisinin farkındalık düzeyinde, öğretimsel müdahale boyutunda ise yetersiz ve farkındalık düzeyinde olduğunu tespit etmiştir.

Duran (2017) çalışmasında ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme konusunda kullandıkları modellerin alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi bağlamında incelemiştir. Çalışma grubu Türkiye’de bir devlet üniversitesinde öğrenim gören dört son sınıf matematik eğitimi anabilim dalında okuyan, öğretim yöntemleri I ve II derslerini almış öğretmen adaylarıdır. Araştırmacı durum çalışması deseninden yararlanarak öğretmen adayları ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada ayrıca öğretmen adaylarından ders planları hazırlamaları istenerek dersleri gözlemlenmiştir. Veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Öğretmenlerini PAB’larını incelerken Kovarik’in (2008) pedagojik alan bilgisi çerçevesinde öğrenci bilgisi ve matematiksel temsiller bilgisinden yararlanarak her öğretmeni ayrı ayrı incelemiştir. Öğretmenler derse başlarken ön bilgileri hatırlatarak fazla soru kullandıklarını fakat bu sorularla öğrencilerin düşünmelerini sağlayamadıklarını gözlemlemiştir. Çalışmanın sonucunda kesirlerle bölme işleminde sadece alan modelini kullandıkları, alan bilgilerinin sınıf içi öğretimlerinde etkili olduğunu tespit etmiştir.

Watson ve Callingham (2017) çalışmada öğretmenlerin ortalamaya ilişkin pedagojik alan bilgilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Katılımcılar 11 kadın, 15 erkek toplam 26 öğretmenden oluşmaktadır. Öğretmenlerin ortalamaya ilişkin bilgileri, öğretim için hazırladıkları planlar, öğrencilerin verdikleri yanıtlara verecekleri yanıtlar,

öğrencilere ilişkin düşünceleri incelenmiştir. Konuya ilişkin senaryolardan oluşan anket soruları ve cevapların değerlendirilmesi için rubrik form geliştirilmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğretmenlerin ünite içeriğini sunabildikleri fakat bu içeriği ilişkilendirmede ve göstermede zorlandıkları belirlenmiştir. Son olarak Watson ve Callingham öğretmenlerin öğrencilerin eksiklerini belirleyebildikleri fakat öğretmen merkezli bakış açısıyla derslerini işlediklerini belirtmişlerdir.

Çelik (2018) matematik öğretmenleri ile çalışarak eşitlik ve denklem konusunda pedagojik alan bilgisinin sadece öğrenci bilgisi bileşenini Magnusson vd. (1999) geliştirdiği modele göre incelemiştir. Araştırmacı çalışmayı yaparken öğretmenlerin öğrencilerinde karşılaştığı kavram yanlışlarını, sahip oldukları bilgilerini belirleme ve karşılaştıkları anlama güçlüklerini belirleyebilme bilgilerini ölçmeyi amaçlamıştır. 10 ortaokulda öğrenim gören 215 7.sınıf öğrencisi ile 10 matematik öğretmeni çalışmaya katılmıştır. Öğrencilere ve öğretmenlere ayrı testler hazırlanarak uygulanmıştır. Veriler betimsel ve içerik analizine göre yorumlanmıştır. 7.sınıf öğrencilerin ön bilgilerinde eksiklikler olduğu, hata ve kavram yanlışlarına sahip olduğu ve anlama güçlükleri olduğu görülmüştür. Çelik yaptığı bu çalışmada öğretmenlerin büyük kısmının bunların sebeplerinin farkında olduğu halde yüzeysel cevap verdiklerini tespit etmiştir.

Yurtyapan (2018) ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesini amaçladığı yüksek lisans çalışmasını nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması ile gerçekleştirmiştir. Pedagojik alan bilgilerini; konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgileri olmak üzere üç alt bileşende incelemiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi ile farklı çalışma deneyimleri olan 12 ortaokul matematik öğretmenini belirlemiştir. Verilerini elde edebilmek için dokuz açık uçlu sorudan oluşturmuş ve yarı yapılandırılmış görüşme ile verileri toplamıştır. Verilerin analizini içerik analizi ile NVİVO 9.0 programı kullanarak incelemiştir. Araştırmacı çalışmadan elde ettiği sonuçlara göre öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusunda üç alt bileşende yetersiz olduğunu, öğrencileri anlama bilgisi bileşeninin de diğer bileşenlere oranla daha iyi seviyede olduğunu tespit etmiştir. Öğretmenlerin çoğunun öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarına sahip olduğu ve bazı yöntem tekniklerin isimlerini bilmedikleri belirlenmiştir. Yurtyapa bu çalışmasında ayrıca öğretmenlerin derslerinde öğrenci

merkezli yöntemler yerine öğretmen merkezli yöntemleri daha fazla kullandıkları tespit etmiştir.

Uçar (2019) çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problem çözme konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Pedagojik alan bilgisi; konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi alt bileşenlerinden oluşmaktadır. Balıkesir ilinde görev yapan 17 matematik öğretmeni ile çalışma yapılmıştır. Çalışma grubunu seçerken uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Verileri hazırladığı ölçekler ile toplamıştır. Verilerin analizi içerik analizi ve betimsel analiz ile incelenmiştir. Analiz sonucunda çalışma grubunun alan bilgilerinin ve öğrencileri anlama bilgilerinin yeterli olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin hatalarını belirlerken sorun yaşadıkları ve hatalarının nedenlerini belirlerken zorlandıkları görülmüştür. Uçar bu çalışmasında hataları gidermeye yönelik çoğu öğretmenin sunuş yoluyla öğretim stratejisi ve düz anlatım yöntemini kullandıkları sonucuna ulaşmıştır.

Yurtyapan ve Karataş (2020) çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusunda sahip oldukları pedagojik alan bilgilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. İlçe merkezinde farklı ortaokullarda görev yapan 12 matematik öğretmeni araştırmanın katılımcılarını oluşturmaktadır. Veriler görüşme, görüşme formu ve doküman incelemesi ile toplanmıştır. Görüşme formunun ilk kısmı öğretmenlerinin demografik bilgileri, ikinci kısmı üçgen ve dörtgenler konusundaki pedagojik alan bilgilerini belirleyecek açık uçlu soru senaryolarından oluşmaktadır. 6-10 yıl çalışmış öğretmenlerin üçgenler konusundaki bilgilerinin diğer öğretmenlere göre daha iyi olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin üçgenler konusunda açılı kenar ilişkisine yönelik soruları doğru yaptığı belirlenmiştir. Diklik merkezinin tespitinde ise çoğu öğretmenin hatalı bilgiye sahip olduğu görülmüştür. Dörtgenler konusunda çevre hesaplamasıyla ilgili soruları çoğu öğretmen doğru cevaplamıştır. Araştırmacılar öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin yetersiz olduğunu, öğrencileri tanıma bileşeninde pedagojik alan bilgisinin konu alan bilgisine göre biraz daha iyi olduğunu tespit etmişlerdir.

İdil ve Narlı (2021) çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının 8. sınıf cebir konusuna ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini ölçmek için araştırmacı “Öğretmen İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)” modelinden yararlanmıştır. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması deseni kullanılarak yürütülmüştür. Katılımcılar, Türkiye’de bir devlet üniversitesinde son sınıfta öğrenim gören üç ortaokul matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Öğretmen adayları ölçüt örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Her bir öğretmen adayı ile görüşmeler yapılmış, adayların öğretim süreçleri gözlemlenmiş ve süreç video ile kayıt altına alınmıştır. Öğretim süreci bitince genel bir görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın sonunda, öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinde eksiklikler olduğunu belirtmişlerdir.

Ercire (2022), çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sayılar ve işlemler öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgisini incelemeyi amaçlamıştır. Alan bilgilerini konu, kavram, problem çözme, epistemik bilgi düzeylerini incelemiştir. Pedagojik alan bilgilerinde öğrenci bilgisi, öğretimsel strateji bilgisi ve program bilgisini incelemiştir. Çalışma grubu bir üniversitede öğrenim gören 160 öğretmen adayından oluşmaktadır. Açık uçlu sorulardan oluşan testler uygulanmış, yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğretmen adaylarının alan bilgilerinin eksik olduğu, kavram bilgi düzeyinde güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Çalışmada elde edilen veriler sonucunda öğretmen adaylarının temel kavramları matematiksel olarak tanımlamakta zorlandıkları, alan bilgisindeki eksikliklerin pedagojik alan bilgisini etkilediği, öğrencilerin kavram yanılgılarını teşhis etme, öğrenci hatalarının kaynağını anlayabilme ve öğrencilere etkili dönüt verebilmede güçlük yaşadıkları ve program bilgisinde eksik bilgilere sahip olduğunu tespit etmiştir.

Asal sayılar

Asal kelimesinin anlamına bakıldığında Türk Dil Kurumu (TDK) “Esasla ilgili, asıl ve temel olanla ilgili; esasi” biçiminde tanımlamıştır. Bu tanıma göre asal sayılara esas sayı, asıl sayı, esasi sayı denilebilir. Asal sayı kavramını TDK matematik terimleri sözlüğünde “Kendisinden ve 1’den başka böleni olmayan 1’den büyük tamsayı” ve “Yalnızca kendisine ve 1’e bölünen, 1’den büyük tamsayı” şeklinde tanımlamıştır.

Ortaokul 6. sınıf matematik ders kitabında ise “sadece 1’e ve kendisine bölünebilen, 1’den büyük doğal sayılara asal sayı denir” (Özçelik, 2023) tanımı yer almıştır. Verilen tanımların daha anlaşılır olabilmesi için bir örnekle incelendiğinde, 3 sayısı 1 ve kendisi olan 3’e bölünür o halde asal sayıdır denilebilir fakat 3 sayısı aynı zamanda -1 ve -3’e de bölünmektedir. Kendisi ve 1’den başka bölenlerinin de olduğu, o halde 3 ün asal sayı olmadığı gibi yanlış bir sonuç ortaya çıkmaktadır. Ama bütün tam sayılara bakıldığında hepsinin -1’e bölündüğü görülmektedir. Bu yüzden asal sayı eksiksiz biçimde tanımlandığında üstte görülen çelişkili düşünceler oluşmaz ve bize doğru asal sayı kümesini verir. “Sadece iki farklı pozitif tamsayı böleni olan pozitif tam sayılara asal sayı denir”, “1 ve kendisinden başka doğal sayı böleni olmayan 1’den büyük doğal sayılara asal sayı denir”, “1 ve kendisi olmak üzere iki doğal sayı böleni olan 1’den büyük doğal sayılara asal sayı denir” gibi tanımlar yapabilir. Görüldüğü üzere asal sayı ile ilgili birden fazla tanım yazılabilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan birinin bölen veya çarpan kavramını doğru kullanmaktır. 3 ün tam sayı bölenleri kümesinin $\{-1, 1, -3, 3\}$ olduğu gerçeğini dikkate alarak tanımlama yapmak gerekmektedir. 3 ün 1 ve kendisinden başka bölenleri vardır, bunlar -1 ve -3 dür. Fakat 3 ün doğal sayı bölenleri sadece 1 ve kendisidir. Bu tanımları kullanırken farklı öğrencilerin bilgi düzeyleri, hazırbulunuşlukları dikkate alınabilir. Örneğin 6. sınıf öğrencisi tam sayılar konusunu daha öğrenmediği için pozitif, negatif kavramlarını bilmemektedir. Bu sebeple içinde pozitif kelimesi geçen tanımları kullanmayarak doğal sayı kavramı kullanılabilir. Asal sayıların tanımından yola çıkılarak bazı bilgileri elde edilebilir. Bunlardan bazıları şunlardır:

En küçük asal sayı 2’dir. Aynı zamanda çift sayı olan tek asal sayıdır. Çünkü bütün çift sayılar 2 sayısına bölünür.

5’ten büyük 5 ile biten asal sayı yoktur. Çünkü 5 ile biten sayılar 5 ile tam bölünür.

0 ve 1 asal sayı değildir.

Caldwell ve Xiong (2012) çalışmalarında asal sayı kavramının tanımını tarihsel gelişimini detaylı olarak ele almışlar ve tarihsel süreçte ilk asal sayı nedir? 1 asal sayı olarak kabul edilmiş midir? gibi soruların cevapları üzerinde durmuşlardır. Caldwell ve Xiong pek çok matematikçinin görüş birliğine varamadığını ve tarihsel süreçte asal sayı kabul edilme durumunun değişkenlik gösterdiğini belirtmişlerdir. 0, 1 ve negatif sayıların neden asal olmadığını anlamak için aritmetiğin temel teoreminin incelenmesi gerekmektedir. Aritmetiğin temel teoremi; $n > 1$ bir tam sayı olsun. O zaman öyle bir $r >$

1 tam sayısı ve öyle $p_1, p_2, p_3, \dots, p_r$ asal sayıları vardır ki $n = p_1.p_2.p_3 \dots p_r$ dir ve bu gösterim çarpanların yer değiştirmesi farkıyla tektir (Baştan, 2019). Yani 1’den büyük her tam sayı asal sayıların çarpım sırası dikkate alınmadığında tek türlü olarak yazılır. 1’in neden sayı tanımına dahil edilmediğini bir örnek ile incelendiğinde; $15 = 1.3.5 = 1^2.3.5 = 1^3.3.5$ gibi sonsuz şekilde asal sayıların çarpımı olarak yazılabilir. Fakat “her pozitif sayının bir tane asal çarpanlara ayrılışı vardır” bu sebeple herhangi bir sayıda 1 çarpanı asal sayılarla çarpıldığında aynı değere sahip çarpım elde edileceğinden 1 asal olarak kabul edilirse aritmetiğin temel teoremine aykırı bir durum oluşturur (Michon, 2023). Benzer durum 0 ve asal sayıların toplamaya göre tersi olan negatif tam sayıların asallık tartışması için de geçerlidir. Bu nedenle asal sayı kavramı 0, 1 ve negatif tam sayıları dışarda bırakacak şekilde tanımlanmıştır.

Asal sayılar hayatımızın birçok alanında kullanılmaktadır. Genelde özel bilgilerin korunabilmesi için şifreleme teknolojilerinde çok basamaklı iki asal sayının çarpımı kullanılarak anahtar görevi görmektedir. Ayrıca kredi kartlarında, kuantum kaos teorisinde, haberleşme sistemleri ve internet şifreleri gibi farklı alanlarda asal sayılara ihtiyaç duyulmuş ve kullanılmıştır (Curtis ve Tularam, 2011). Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS) projesi kapsamında bugüne kadar elde edilmiş asal sayılardan daha büyük bir asal sayıyı bulmak için çalışmalar yapılmaktadır (Turan ve Nacar, 2016). Euclid, asal sayıların sonsuz sayıda olduğunu ispatlamıştır, ancak asal sayıları bulmak için henüz net bir formüle ulaşamamıştır (Koca, 2020).

Asal sayı kavramını anlamlandırabilmek için bölünebilme kavramının anlaşılması gerekmektedir. Bölünebilme kavramını incelendiğinde “a, b, c, k doğal sayılar olmak üzere, a sayısının b ile bölümünde bölüm c ve kalan k ise $a = b.c + k$ şeklinde yazılır ($k < b$). Burada $k=0$ olması durumunda $a = b.c$ olup a sayısı b sayısına tam bölünür ya da b sayısı a sayısını tam böler denir” (Peker, 2009).

Aralarında asal sayılar ortaokulda 8. sınıfta işlenmektedir. Aralarında asal sayıların tanımı incelendiğinde 8. sınıf matematik ders kitabında “1’den başka ortak çarpanı (böleni) olmayan doğal sayılara aralarında asal sayılar denir” (Özçelik, 2023) şeklinde tanımlanırken 9. sınıf matematik ders kitabında “1’den başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir” (Bulut vd., 2021) şeklinde tanımlanmıştır. Bu iki tanım arasındaki farkı incelediğimizde 8.sınıfta ortak bölen ifadesi kullanılırken, 9. sınıfta pozitif ortak bölen ifadesini kullanmıştır. Öğrencilerde aralarında asallık konusunda da kavram yanılgıları mevcuttur. İki sayının aralarında asal

olabilmesi için ikisinin de asal sayı olması gerektiği, 1'in diğer sayılarla aralarında asal olmadığını zannetme öğrencilerde görülen bazı kavram yanlışlarıdır (Özdeş, 2013).

Asal Sayılar ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde literatürde asal sayılar konusuna ilişkin yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Özdeş (2013), yaptığı çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanlışlarını ile bunların cinsiyete göre farklılığını araştırmıştır. Çalışma, doğal sayılar konusu tamamlandıktan sonra 321 öğrenciye uygulanmıştır. Veriler, 26 maddeden oluşan bir teşhis testiyle toplanmıştır. Bu çalışmada, öğrencilerin asal sayılar konusunda 0, 1 ve negatif sayıların asal olmadığını belirleme ve kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin; İki doğal sayının aralarında asal olması için her iki sayının da asal sayı olması gerektiğini, 1 ile doğal sayıların aralarında asal olmadığını ve ikiden fazla sayının aralarında asal olduğunu belirlerken, iki sayının ortak böleni varsa hepsinin aralarında asal olmadığını düşündükleri tespit edilmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin, bir sayının asal çarpanlarını yazarken doğal çarpanlarını yazma ya da asal çarpanlarını toplam biçiminde yazma hatası yaptıkları da belirlenmiştir.

Kaplan ve Açıl (2015) çalışmalarında öğrencilerin bölünebilme kuralları ve asal sayılar konusundaki başarılarına işbirlikli öğrenme yönteminin etkisini öğrenmeyi amaçlamışlardır. Çalışma grubu Erzurum ilinde devlet okulunda öğrenim gören 6. sınıf öğrencilerinden oluşturulmuştur. Deney grubu işbirlikli öğrenme yöntemi, karşılaştırma grubu etkinlik temelli öğretim ile derslerini işlemişlerdir. Araştırmacının geliştirdiği Ön Değerlendirme Testi ön-test olarak ve Matematik Başarı Testi uygulama sürecinin sonunda son-test olarak kullanılarak veriler toplanmıştır. Veriler SPSS 20 programı ile analiz edilmiştir. İki grubun ön-test puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Son-test puanlarına bakıldığı zaman deney grubunun daha yüksek olduğu görülmüştür. Deney grubunun ön-test ve son-test arasında önemli bir fark olurken karşılaştırma grubunda önem arz eden bir fark bulunamamıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda işbirlikli öğrenme yöntemi ile ders anlatımının etkinlik temelli öğretime göre daha etkili olduğu anlaşılmıştır.

Baştürk Şahin, Şahin ve Tapan Broutın (2017) çalışmada öğrencilere didaktik durumlar teorisini kullanarak asal sayılar kavramını kazandırmayı amaçlamışlardır. Ders işleniş aşamasında meydana gelen öğrenci ve öğretmen davranışlarını incelemek, öğretimin planlamasında didaktik durumlar teorisinin etkilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Uygulamada öğretmenlerin yaşantılarını derinlemesine incelemek istenildiği için nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışma, Bursa ilinde görev yapmakta olan matematik öğretmeni ve öğretmenin görev yaptığı okulda 6. Sınıfta öğrenim gören 25 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen uygulamadan önce ders planını hazırlamıştır. Öğretmenin ders anlatım süreci video ile kayıt altına alınmıştır. Öğretmen uygulamada öğrencilerin 2, 3, 4 ve 5 kişilik gruplara ayrılmasını istemiştir. Her öğrenci grubuna asal sayı adeti kadar küp dağıtılmış ve kendi aralarında eşit olarak paylaşımlarını istemiştir. Öğrencilerin dağıtılan küpleri eşit paylaşamayacaklarını anlamaları, küp sayısının sadece 1 ve kendisine bölündüğüne ifade etmeleri sağlanmıştır. Asal sayıların kazandırılmasında didaktik durumlar teorisinin sınıf ortamında uygulamasının ve analiz edilmesinde uygun bir model olduğu ve öğrenciler üzerinde a-didaktik durumu didaktik durumlar teorisi ile işlemenin olumlu etkileri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Yağmur (2020) çalışmada asal sayılar konusunu oyun tabanlı öğretim yöntemi ile öğretmeyi amaçlamaktadır. Çalışmaya 2018-2019 yılında Bursa ilinde Bilim ve Sanat Merkez’inde 6. sınıfta öğrenim gören 22 öğrenci katılmıştır. “Asal sayıları özellikleriyle belirler” kazanımına yönelik ders öğretimi için oyun tasarlanmıştır. İlk olarak öğrencilerin Eratosten kalburu yardımıyla 100’e kadar olan asal sayıları bulması sağlanmıştır. Daha sonra tasarlanan oyun öğrencilerle birlikte oynanmıştır. Oyun esnasında öğrencilerin davranışları oyun takip çizelgeleri ile gözlemlenmiştir. Öğrencilerin düşüncelerini anlamak için açık uçlu sorulardan oluşan anket verilmiştir. Etkinlik sonucunda öğrencilerin istekli oldukları ve derste eğlendikleri görülmüştür. Öğrenciler uygulanan ankette oyunun hem eğlenceli hem de öğretici olduğunu söyleyerek derslerde daha fazla oyunlar oynamak istediklerini belirtmişlerdir.

Oral (2021) çalışmasında ortaokul matematik dersinde çarpanlar ve katlar konusuna yönelik öğretim materyali olarak geliştirilen Asal Çarpan Kartelasını örnek uygulama ile kullanılabilirliğini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Çalışmaya 12 matematik

öğretmeni ve 90 öğrenci katılmıştır. 4 ders saati boyunca uygulama yapılmıştır. Asal Çarpan Kartelası ile asal sayı, asal çarpan, aralarında asal sayılar, ebob, ekok kavramlarının fark edilmesi, öğrenilmesi ve kavram yanlışlarının giderilmesi beklenilmiştir. Materyal değerlendirme formu öğretmenlere uygulanmıştır. 15 öğrenciye de uygulama sonunda açık uçlu sorular sorularak veriler toplanmıştır. Öğretmen ve öğrencilerinin yanıtlarına göre; asal çarpan kartelasının basit, sade, anlaşılır ve dersin kazanımlarına uygun olduğu belirlenmiştir. Ayrıca bu uygulamanın öğrenciler için dikkat çekici olduğu ve uygulamayla öğrencilerin dersi sevdiği tespit edilmiştir

Çalışmalar incelendiğinde ortaokul ve lise düzeyinde öğrenciler ile yapılmıştır. Asal sayıların öğretiminde farklı bir yöntem ya da oyun kullanılarak öğrencilerin asal sayıların diğer sayılardan ayıran özelliğini fark etmeleri sağlanarak ders işlenmiştir. Öğrencilerin asal sayıları bilmedikleri, tanımları yanlış yorumladıkları ve asal sayıları belirleyemedikleri görülmüştür. Ders anlatımında farklı yöntem, oyun kullanımının dersi eğlenceli hale getirdiği ve öğretici olduğu belirlenmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizleriyle ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, araştırma yöntemi olarak nitel araştırma yöntemi, araştırma deseni olarak durum çalışması kullanılmıştır. Freankel ve Wallen (2006) nitel araştırmaları ilişkilerin, etkinliklerin, durumların ya da materyallerin niteliğinin incelendiği araştırmalar olduğunu söylemişlerdir (akt. Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2008). Nitel araştırmalar gözlem ve görüşme gibi yöntemlerin kullanıldığı, olayların doğal ortamında bütünüyle ve gerçek bir şekilde incelenerek nitel verilerin toplandığı araştırmalardır (Yıldırım ve Şimşek 2011). Ayrıca nitel çalışmalar çalışma grubunun herhangi bir konu ile ilgili fikir ve düşüncelerini kendilerini kasmadan istedikleri gibi söylemelerine olanak sağlar (Creswell, 2016). Durum çalışması, sınırlı sayıda katılımcı ile bir olayı, durumu yada süreci derinlemesine her yönüyle inceleyen yöntemdir (Çepni, 2012). Bu çalışmada araştırmacı, 12 ilköğretim matematik öğretmenin pedagojik alan bilgilerini asal sayılar ve aralarında asal sayılar ile sınırlandırılmış konu kapsamı içinde test, görüşme ve gözlem aracılığı ile ortaya çıkarmak için durum çalışması yöntemini kullanmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu 2023-2024 eğitim öğretim yılında Güneydoğu Anadolu Bölgesinde yer alan bir ilde resmi ortaokullarda görev yapan 12 ilköğretim matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Çalışma grubunu belirlerken uygun örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. Uygun örnekleme yönteminde araştırmacı, çalışmaya katılacak kişilere kolay ulaşabilmektedir. Bu sayede araştırmacı zaman ve iş gücünü en aza indirerek ekonomik, hızlı bir çalışma gerçekleştirmiş olur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada öğretmenlerin ders yükü ve zaman kısıtlaması sebebi ile uygun

örnekleme yöntemi seçilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin gönüllü olmalarına dikkat edilmiştir. Araştırmanın etiği gereği çalışmada öğretmenlerin isimlerine verilmemiştir. Bulgular kısmında öğretmenlerden bahsederken kolaylık olması için çalışma grubu Ö1, Ö2, Ö3,... Ö12 şeklinde 12 öğretmene kod isimler verilmiştir. Öğretmenlerin özellikler Tablo 3’de belirtilmiştir.

Tablo 3. Araştırma Grubunu Oluşturan Öğretmenlerin Özellikleri

Öğretmen	Cinsiyet	Mesleki kıdem	Eğitim düzeyi
Ö1	Kadın	2.yıl	Lisans
Ö2	Kadın	3.yıl	Lisans
Ö3	Kadın	4.yıl	Lisans
Ö4	Kadın	5.yıl	Lisans
Ö5	Kadın	5.yıl	Lisans
Ö6	Kadın	7.yıl	Yüksek Lisans
Ö7	Erkek	8.yıl	Lisans
Ö8	Kadın	9.yıl	Lisans
Ö9	Kadın	10.yıl	Lisans
Ö10	Kadın	11.yıl	Yüksek Lisans
Ö11	Erkek	11.yıl	Yüksek Lisans
Ö12	Erkek	13.yıl	Lisans

Veri Toplama Araçları

Ortaokul matematik öğretmenlerinin PAB’sini incelemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen ve uzman görüşü alınarak açık uçlu sorulardan oluşturulan Asal Sayı Bilgi Testi (ASBT) ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Çalışmaya katılan 12 öğretmen arasından gönüllülük esas alınarak dersinin incelenmesine müsaade eden 2 öğretmenin iki ders saatini kapsayacak şekilde öğretim süreci video kaydına alınarak gözlemlenmiştir. Ders esnasında verilerin eksik olmaması ve anında not alınması için araştırmacı tarafından hazırlanan Ders Gözlem Formu (DGF) kullanılmıştır.

Asal Sayılar Bilgi Testi (ASBT)

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin PAB'nin alt bileşenlerini (konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, öğretimsel strateji bilgisi) incelemek amacıyla asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu içeren açık uçlu sorulardan oluşan bir test geliştirilmiştir. ASBT geliştirilirken araştırmacı öğretim programında yer alan kazanımlar, ortaokul ders kitabı, ek kaynak kitaplar, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışları, yaptıkları hatalar ve öğretmenlerin sahip olması gerektiği düşünülen bilgiler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Test soruları hazırlanırken ilk olarak PAB'nin alt bileşenleri konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisinde ölçmek istenilen bilgi düzeyleri belirlenmiştir. Tablo 4'de PAB'nin alt bileşenlerinin incelenmek istenilen bilgi düzeyleri verilmiştir.

Tablo 4. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesini Oluşturan PAB Bileşenlerinin Göstergeleri

PAB Bileşenleri	Bileşenlere İlişkin Göstergeler
Konu Alan Bilgisi	1. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilme 2. Öğrencilerin sorularına doğru cevap verebilme ve nedenleri ile açıklayabilme 3. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin önem, hedef ve amaçları açıklama
Öğrencileri Anlama Bilgisi	1. Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda öğrenme zorluklarını, hatalarını ve kavram yanlışlarını belirleyebilme 2. Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda öğrenme zorluklarını, hatalarını ve kavram yanlışlarının nedenlerini açıklayabilme
Öğretimsel Strateji Bilgisi	1. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin kavram yanlışlarını giderme, hatalarını düzeltme 2. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna uygun strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olma ve derste uygulayabilme

Tablo 4'de belirlenen bilgi düzeyleri doğrultusunda ASBT oluşturulurken ortaokul matematik ders kitabı, ek kaynak kitaplar ve literatür taraması sonucunda ulaşılan bilgilerden yararlanılmıştır. Ortaokul matematik öğretimi programında yer alan asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuyla ilgili amaç ve kazanımlar dikkate alınmıştır. Hazırlanan test, görüşü alınmak üzere matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesine gönderilmiştir. Akademisyenlerin vermiş oldukları geri dönüşler

dikkate alınarak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Akademisyenler hazırlanan soruların karmaşık sıralandığını, bu şekilde elde edilen verilerin yorumlanmasının zor olacağını, ilk olarak konu alan bilgisini ölçen sorular sonra öğrencileri anlama bilgisi ve sonrasında öğretimsel strateji bilgisini içeren sorular şeklinde sıralanması gerektiğini belirtmişlerdir. Akademisyenlerden iki kişi bir sorunun konu alan bilgisini ölçmediğini müfredat bilgisine girdiğini belirtmiş ve bu soru ASBT'den çıkarılmıştır. Hazırlanan diğer bir soruda hangi yöntem teknikleri kullanıyorsunuz ifadesinde katılımcıların farklı anlamlar çıkarabileceği bu yüzden (düz anlatım, buluş...) gibi belirtilmesi gerektiğini ve örneklerle açıklayınız ifadesi eklenirse daha verimli olacağını söylenmiştir. Başka bir sorunun a şıkında öğrencilerden hangisi doğru cevabı vermiştir şeklinde sorulan soruya sadece Mehmet gibi cevap içerdiği ve elde edilen verilerin araştırmaya yararlı olmayacağı ifade edildiği için çıkarılmıştır. Akademisyenlerin verdikleri geri dönüşlere göre ASBT düzenlenerek tekrar uzman görüşü alınması için aynı matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesine gönderilmiştir. İlk dönüşlerinde soruların sıralanmasında konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi şeklinde olması söylenmişti. Bu seferde buna dikkat ederken aynı zamanda önce doğrudan sorulan sorular ve peşine sınıf içinde geçen diyaloglardan oluşan soru senaryolarının gelmesi gerektiği belirtilmiştir. Alınan dönütler sayesinde teste son hali verilmiştir. ASBT'de yer alan soruların PAB'de hangi alt bileşenin hangi bilgi düzeyini belirlemeye yönelik olduğu Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Asal Sayı Bilgi Testini (ASBT) Oluşturan Soruların Özellikleri

Pedagojik alan bilgisi bileşenleri	Soru					Soru 6		Soru 7	Soru 8			Soru 9				Soru 10			Soru 11	
	Soru	Soru	Soru	Soru	Soru	6			8			9				10			11	
	1	2	3	4	5	A	B		A	B	C	A	B	C	D	A	B	C	A	B
Konu Alan																				
Bilgisi	3	1	1	1				2							1			2	1	
Öğrencileri																				
Anlama					1				2			1	2			1				
Bilgisi																2				
Öğretimsel																				
Strateji				2	1	2	2			1	2		1	2				1		
Bilgisi																				

Aşağıda ASBT'de yer alan soruların oluşturulma süreci ve içeriğinden bahsedilmiştir:

Soru 1 “Matematikte asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusu önemli midir? Neden? Asal sayılar konusu olmasaydı ne olurdu?” şeklinde hazırlanmıştır. Bu soru ilk “Asal sayılar konusu olmasaydı olur muydu?” şeklinde hazırlanmıştı fakat alanında uzman üç akademisyenin dönütüne göre soru “Asal sayılar konusu olmasaydı ne olurdu ?” şeklinde revize edilmiştir. Konu alan bilgisi bileşeninde konuya ilişkin hedef ve amaçları açıklamayı ölçmeyi amaçlayan bu soruda matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusu hakkında düşünceleri alınmaya çalışılmıştır.

Soru 2 “Asal sayılar ve aralarında asallığın tanımını ayrıntılı olarak yapınız. Bu tanımı farklı sınıf seviyelerinde ifade etme şekliniz değişiyor mu? Neden? Nasıl değişiyor? Açıklayınız.” şeklinde hazırlanmıştır. Bu soru matematik öğretmenlerinin konu alan bilgisinde tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilme bilgi düzeyini ölçmeye yönelik oluşturulmuştur. Ayrıca soruda öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımı bilme düzeyleri ve ders anlatım sürecinde her sınıfta aynı mı yoksa bulunduğu sınıf seviyesinin özelliğine, öğrencilerinin farklılıklarına göre değişip değişmediğini görebilmek amaçlanmıştır.

Soru 3 “-25 ve 13 sayıları aralarında asal mıdır? Nedeniyle açıklayabilir misiniz?” şeklinde hazırlanmıştır. Konu alan bilgisinde tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilmeyi ölçmek istenilen bu soruda öğretmenlere kısa bir bilgi sorusu sorulmuştur. Bu soru literatür taraması sonucunda ulaşılan öğrencilerin aralarında asal sayılar konusuna negatif sayıları dahil etmedikleri görüldüğü için hazırlanmıştır. Çalışma grubunun negatif sayılarda aralarında asallığa bakıldığını bilme düzeylerini ölçmeyi amaçlamaktadır.

Soru 4 “0, 1 ve asal sayıların negatiflerinin asal olmadığını öğrencilere nasıl anlatırsınız? Örnek vererek açıklayınız.” şeklinde hazırlanan hem konu alan bilgisi hemde öğretimsel strateji bilgisini ölçmeyi amaçlayan bu soru öğrencilerin sıklıkla sorduğu ve sebebini öğrenmede zorlandığı bilgiyi öğretmenlerin bilip bilmediğini ve öğretmenlerin bu kavram yanlışlarını nasıl gidereceğini öğrenmeyi hedeflemektedir.

Soru 5 “Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğrenirken karşılaşılabilecekleri zorluklar ve kavram yanlışları neler olabilir? Bu zorlukları ve kavram yanlışlarını önlemek için neler yaparsınız?” şeklinde hazırlanmıştır. Bu soru

hem öğrencileri anlama bilgisi hemde öğretimsel strateji bilgisi bileşenini bir arada bulundurmaktadır. İlk olarak öğrencilerin hazırbulunuşluklarını tespit edebilmeyi akabinde de etkili bir şekilde öğrenme gerçekleşebilmesi için öğrenme ortamı tasarlayabilme becerilerinin ölçülmesi amaçlanmıştır.

Soru 6 “Aşağıdaki konuları anlatırken hangi öğretim yöntem ve tekniklerini (düz anlatım, buluş yoluyla öğrenme, 5e modeli vb.) kullanıyorsunuz? Nasıl kullandığınızı örnekle açıklayınız. a) Asal sayılar tanımı ve özellikleri, b)Aralarında asal sayılar tanımı ve özellikleri” bu soru ilk hazırlandığında “aşağıdaki konuları anlatırken hangi yöntem ve teknikleri kullanıyorsunuz?” şeklinde hazırlanmıştır. Akademisyenlerden alınan geri dönüşlere göre yöntem ve tekniklere parantez içinde örnek verilmiş ve soruya “Nasıl kullandığınızı örnekle açıklayınız?” ifadesi eklenmiştir. Öğretimsel strateji bilgisi bileşenini ölçmeye yönelik olan bu soruda asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğretmenlerin derslerinde uygun strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olma ve derste uygulayabilme bilgi düzeyleri ölçmek amaçlanmıştır.

Soru 7 “Öznur öğretmen asal sayılar konusunu işlerken doğrudan ‘bütün çift sayılar asal değildir sadece 2 asal sayıdır’ şeklinde söylemiştir. Öğrencilerden Nesibe, “hocam bütün çift sayılar asal sayı değilse 2 neden asal sayıdır?” sorusunu yöneltmiştir. Siz Öznur öğretmenin yerinde olsaydınız Nesibe’nin bu sorusuna nasıl cevap verirsiniz?” şeklindedir. Öğretim senaryosu şeklinde hazırlanan bu soruda öğretmenlerin öğrenci sorularına doğru cevap verebilme ve nedenleri ile açıklamaları beklenerek incelenmesi amaçlanmıştır.

Soru 8 “Alper öğretmen asal sayılar konusunu anlattıktan sonra sınıfa en küçük asal sayı kaçtır? sorusunu sormuştur. Sınıftaki bazı öğrenciler aşağıdaki cevapları vermiştir:

Hikmet: En küçük asal sayı 1’dir

Hümeysra: En küçük asal sayı 0’dır.

Dicle: En küçük asal sayıyı bulamayız çünkü sayılar negatifde de sonsuza kadar gider bu yüzden en küçük asal sayıyı bulamayız.

Mehmet: En küçük asal sayı 2’dir.

- a)Öğrencilerin birbirinden farklı cevaplar vermesinin nedeni ne olabilir?
- b)Öğrencilerin yanlış bilgilerini nasıl düzeltirsiniz?
- c) Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik bu soruda ve öğretim sürecinde kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejiler neler olabilir?”

şeklinde hazırlanmıştır. Öğretim senaryosu olarak hazırlanan bu soruda öğretmen öğrencilerine soru sormuş ve öğrencilerden gelen cevaplar üzerinde üç şıktan oluşan soru oluşturulmuştur. İlk iki şıkta öğrencilerin hata ve kavram yanlışlarını belirleyip bunların nedenlerini açıklamaları beklenmektedir. Diğer iki şıkta ise öğrencilerin sahip olduğu hata, kavram yanlışları düzeltme ve ders anlatımına uygun yöntem ve teknikleri uygulayabilmesine dikkat edilmiştir.

Soru 9 Mert öğretmen aralarında asal sayılar konusunu anlattıktan sonra sınıfa 3 ve 16 sayıları aralarında asal mıdır? sorusunu sormuştur. Öğrencilerden Emine ile aşağıdaki diyalog gelişmiştir.

Emine: Aralarında asal değildir.

Mert öğretmen: Neden değildir Emine

Emine: Çünkü 16 sayısı asal sayı değildir.

- a) Bu soruda Emine’nin yaptığı hata nedir?
- b) Emine’nin bu hatayı yapmasının nedeni ne olabilir?
- c) Emine’nin yaptığı hatayı nasıl düzeltirsiniz?
- d) Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik bu soruda ve öğretim sürecinde kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejiler neler olabilir?”

şeklinde hazırlanmıştır. Öğretim senaryosu şeklinde oluşturulan bu soru dört şıktan oluşmaktadır. Öğretmenin öğrencisine sorduğu soruya verdiği cevaba ilişkin soru oluşturulmuştur. İlk iki şıkta öğrencisinin hata ve kavram yanlışlarını belirleyip bunların nedenlerini açıklaması beklenmektedir. Diğer iki şıkta ise öğrencisinin sahip olduğu hata ve kavram yanlışları düzeltme ve ders anlatımında da uygun yöntem ve teknikleri uygulayabilmesine dikkat edilmiştir.

Soru 10 “7A iki basamaklı doğal sayısı asal sayı olduğuna göre A’nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- a)Siz bir öğretmen olarak öğrencilerinize bu soruyu nasıl çözersiniz? Bu soruyu sınıfta hangi amaçla sorarsınız? Öğrencilerinizde karşılaştığınız olası çözüm yöntemleri nelerdir?

b)Öğrencileriniz bu soruyu çözerken yapabileceği hatalar neler olabilir? Bu hataları neden yapmış olabilir?

c)Öğrencilerinizin hatalarını nasıl düzeltirsiniz?”

şeklinde hazırlanmıştır. Ders kitaplarında ve soru bankalarında sıklıkla sorulan soru çeşidinden yararlanarak oluşturulan bu sorunun a şıkkında konu alan bilgisi bileşeninde tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilmesi öğrenilmeye, b şıkkında öğrencileri anlama bilgisi bileşeninde öğrencilerin sahip olduğu öğrenme zorluklarını, hatalarını ve kavram yanılgılarını belirleyip nedenleri ile açıklayabilme, c şıkkında ise öğretimsel strateji bilgisi bileşeninde kavram yanılgılarını giderip, hataları düzeltme bilgileri hakkında bilgi sahibi olmak amaçlanmıştır.

Soru 11 “Bora öğretmen asal sayılar konusunda eratosten kalburunu anlatmıştır. Bunun üzerine öğrencilerinden Eliz: Öğretmenim bu yöntemle sadece 100’e kadar olan asal sayıları mı bulabiliriz? Mesela 283 sayısının asal olup olmadığını bulabilmek için 283’e kadar olan bütün sayılara bölünüp bölünmediğine bakmamız mı gerekiyor?

a)Siz Bora öğretmenin yerinde olsanız nasıl cevap verirsiniz?

b) b)283 sayısının asal olup olmadığını bulmak için en az kaç tane asal sayı kullandınız? Neden açıklayınız?”

şeklinde hazırlanmıştır. Bu soruda öğretmen ve öğrenci arasında diyalog gerçekleşmiştir. A şıkkında konu alan bilgisini incelemeye, b şıkkında öğretmenin konu alan bilgisinden tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilmesini incelenmesi amaçlanmıştır.

Görüşme

Görüşme, iki veya daha fazla kişi arasında gerçekleşen sözlü iletişim süreci veya araştırmada cevabını aranılan sorulara çalışma grubu ile yüz yüze veri toplama süreci şeklinde ifade edilebilir (Büyüköztürk ve ark, 2014). Tuckman (1975) bir bireyin aklından geçen düşüncelerini öğrenmede, bilgi düzeyini ölçmede, nelerden hoşlanıp hoşlanmadığını öğrenmede en etkili yolun görüşme olduğunu ifade etmiştir. Berg’e (1989) göre araştırmacılar için katılımcıların algılarını, olaylara bakış açılarını anlamaya çalıştıklarında görüşme kullanışlı bir veri toplama aracıdır. Araştırmacı bu çalışmasında öğretmenlerin asal sayı kavramına ilişkin derinlemesine bilgi edinmek için görüşme yapmaya karar vermiştir. Bunun için önceden yarı yapılandırılmış görüşme soruları

hazırlamıştır. Öğretmenlerle birebir görüşmeler yapılarak aşağıdaki soruları cevaplamaları istenmiştir:

1. Sınıf içi öğretim sürecinde asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu genelde nasıl işliyorsunuz?
2. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu işlerken nelere dikkat diyorsunuz? Herhangi bir öğretim stratejisi uyguluyor musunuz?
3. Dersinizde öğrencilere söz hakkı veriyor musunuz? Öğrencilerin derse katılımını sağlamak için nasıl fırsatlar yaratıyorsunuz?
4. Öğrenciler ne gibi hatalar yapıyorlar? Oluşan hataları ortadan kaldırmak için nasıl bir yöntem izliyorsunuz?
5. Öğrencilerde asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik kavram yanlışları tespit ettiniz mi? Tespit ettiyseniz nelerdir? Oluşan kavram yanlışlarını önlemeye yönelik neler yapıyorsunuz?
6. Öğrencilerinizin asal sayılar ve aralarında asal sayıları belirlemede karşılaştıkları güçlükler nelerdir? Bu güçlüklerin nedenleri hakkında neler düşünüyorsunuz?
7. Öğrencilerinizin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda sorulara cevaplarını değerlendirerek onlara dönütler veriyor musunuz? Dönütleriniz nelerdir?
8. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik ne tür etkinliklere yer veriyorsunuz?

Yarı yapılandırılmış görüşmelerdeki ses kayıtları bilgisayar ortamına yazılı olarak aktarılmıştır. Her bir öğretmen ile yapılan görüşmelerin süresi ve yazılı hale getirilen dökümanların sayfa ve kelime sayısı aşağıdaki Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Görüşmelerden Elde Edilen Ses Kayıt Dökümleri

Öğretmen	Görüşme Yapılan Süre	Yarı Yapılandırılmış Görüşme Dökümleri
Ö1	12 dk 23 sn	5 sayfa - 1295 kelime
Ö2	9 dk 31 sn	4 sayfa - 1155 kelime
Ö3	11 dk 51 sn	4 sayfa - 1025 kelime
Ö4	8 dk 25 sn	4 sayfa - 1084 kelime
Ö5	17 dk 8 sn	5 sayfa - 1853 kelime
Ö6	9dk 41 sn	4 sayfa - 1155 kelime
Ö7	10 dk 35 sn	5 sayfa - 1462 kelime
Ö8	9 dk 11 sn	4 sayfa - 1077 kelime
Ö9	9 dk 21 sn	4 sayfa - 1304 kelime
Ö10	9 dk 57 sn	4 sayfa - 931 kelime
Ö11	12 dk 4 sn	5 sayfa - 1547 kelime
Ö12	15 dk 38 sn	5 sayfa - 1843 kelime

Gözlem

Gözlem, bir araştırmada istenilen verilerin belli hedeflere odaklanarak çıplak gözle veya bir araç kullanılarak toplanması sürecidir. İnsan davranışları ve hareketleri gözlemin esasını oluşturur (Büyüköztürk vd, 2014). Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin yarı yapılandırılmış görüşme ve ASBT'ye verdikleri cevapların ders anlatım sürecindeki yansımalarını görebilmek, elde edilen verileri desteklemek amacıyla gözlem yapılmıştır. Ders sürecinde öğretmenin kullandığı tanımları, verdikleri örnekleri, öğrencilerin soru ve cevaplarının aynı anda gözlemlenip kayıt altına alınmasının zor olacağı düşünüldüğü için dersin video kaydına alınmasına karar verilmiştir. Ayrıca gözlenecek durumla ilgili daha iyi sonuçlar elde edebilmek için araştırmacı tarafından Ders Gözlem Formu (DGF) hazırlanmıştır. DGF geliştirilirken Şahin'in (2016) doktora tezinde kullandığı alan bilgisi gözlem formu, öğrencileri anlama bilgisi gözlem formu, öğretimsel strateji gözlem formundan ve Doğruel'in (2019) yüksek lisans tezinde kullandığı öğretmen ders içi gözlem formundan yararlanılmıştır. Bu çalışmanın Tablo 4'de verilen konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisinin alt bileşenlerine uygun olanları revize edilerek hazırlanmıştır. Çalışmaya katılan 12 ortaokul matematik öğretmeni arasından Ö3 ve Ö5 ders sürecinde gözlem yapılmasına izin vermişlerdir. Öğretmenler ile iletişim halinde

olunarak asal sayılar veya aralarında asal sayılar konusunun kazanımını anlatacağı ders saatinde gözlem yapılmıştır. Sınıf içinde ders işleniş söz konusu olduğundan sınıfın en arkasından sabit bir şekilde video kaydı alınmıştır. Araştırmacı ders esnasında DGF'yi doldurarak gözlem sürecini tamamlamıştır. Aşağıda öğretmenlerinin derslerinde yapılan gözlemlere ait bilgiler yer almaktadır.

Tablo 7. Gözlem Süreci

Öğretmen	Gözlem Tarihi	Gözlem Yapılan Sınıf	Ders Saati	Kazanım
Ö3	7/11/2023	6/D	2 (40'ar dk)	Asal sayıları özellikleriyle belirler.
Ö5	9/11/2023	8/E	2 (40'ar dk)	Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

Veri Toplama Araçlarında Geçerlik ve Güvenirlik

Yapılan bir çalışmanın sonuçlarının doğruluğunu geçerlik, çalışmanın başka araştırmacılar tarafından tekrar kullanılabilirliğini ise güvenirlik içerir (Gökbulut, 2010). Krefting (1991) nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramları yerine inanırılık, sonuçların doğruluğu ve araştırmacının yetkinliği şeklinde ifade etmenin daha doğru olacağını söylemiştir. Guba ve Lincoln (1982) nitel araştırmalarda inandırıcılık olması gerektiğine dikkat çekerek inanırılık, güvenilebilirlik, onaylanabilirlik ve aktarabilirlik şeklinde dört tane kriterler belirlemiştir (akt. Başkale, 2016). Araştırmanın doğruluğunu kontrol edebilmek için bu stratejilerin en az birinin belirtilmesi önerilmektedir (Creswell, 2003). Bu dört kriterin geçerlik ve güvenirlik olarak karşılığı aşağıda verilmiştir:

İç geçerlik = İnanırılık

Dış geçerlik = Aktarabilirlik

Güvenirlik = Güvenilebilirlik

Objektiflik = Onaylanabilirlik (Baskale, 2016).

İnanırılık ile sonuçların inandırıcı olup olmadığına bakılır. Bu çalışmada birden fazla veri toplama aracı (anket, görüşme, gözlem, döküman incelemesi) kullanılmıştır.

Aktarabilirlik ile sonuçlar diğer kişiler ve durumlara aktarılabilirliğine bakılır. Bu çalışmada elde edilen bulgular sadece katılımcılar ile sınırlandırılmıştır. Başka kişi ve durumlarla genelleme yapılmamıştır.

Güvenilebilirlik ile aynı çalışma benzer durumlarda aynı kişiler ile yapılırsa aynı sonuçları verip vermeme durumudur. Bu çalışmada çalışma grubu ve araştırmanın yapıldığı ortam net olarak belirtilmiş veri toplama araçlarının hazırlanma süreci, verileri toplama ve analiz süreci ayrıntılı olarak verilerek araştırmada elde edilen veriler başkaları tarafından incelenebilecek şekilde saklanarak sağlanmaya çalışılmıştır.

Onaylanabilirlik ile önyargıları azaltarak objektiflik sağlayarak analiz sürecinde başvuru soruların yazılması ve bunların eksiksiz, özenli yansıtılmasına bakılır. Bu çalışmada veri toplama araçları oluşturulurken yapılan literatür taraması, alanında uzman akademisyenlerin kontrol etmesi ve gerekli düzenlemelerin yapılması, gözlem, görüşme gibi çeşitli veri toplama araçlarının kullanılmasıyla sağlanmaya çalışılmıştır.

Veri Toplama Süreci

Araştırmacı çalışmaya başlamadan önce Güneydoğu Anadolu Bölgesinde yer alan bir ilde resmi ortaokullarda görev yapan ortaokul matematik öğretmenleri ile görüşme yapmıştır. Öğretmenlerle tanışarak çalışmayı ne için yaptığını, amacını, yöntemini, veri toplama aracı hakkında ayrıntılı bilgi vermiştir. Çalışmaya katılmak isteyip istemediklerini sorarak gönüllü olanlar belirlenmiştir. Çalışmaya katılmaya gönüllü olan öğretmenlerle gerekli planlamalar yapıp onların uygun olduğu zamanlarda bir araya gelerek çalışma yapılmaya başlanmıştır. Araştırma sürecinde veri toplama aracının hazırlanması, çalışma grubunun belirlenmesi, veri toplama araçlarının uygulanması, görüşmelerin yapıp ses kaydını alınması ve gözlem süreci araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışma sürecinde katılımcıların rahat olması, fikirlerini istedikleri gibi beyan etmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Katılımcıların görev yaptıkları okullarda boş derslerinin olduğu zamanlarda yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlerin istedikleri zaman mola verilip dinlenmeleri sağlanarak kalan sorulara dikkatli cevap vermeleri sağlanmıştır. Gözlem yapılmasını kabul eden öğretmenler ile iletişim halinde olunarak araştırmanın konusu olan asal sayılar kazanımını anlatacakları tarihlerde görev yaptıkları okullara gidilerek gözlem yapılmıştır. Araştırmanın gizlilik ilkesi gereği öğretmenlerin isimleri söylenmemiştir. Görüşme, video kaydı, ses kayıtları ve her türlü özel bilginin gizli olacağının, hem

çalışma sürecinde hemde çalışma bittikten sonrada sağlanacağını bilgisi kendilerine verilmiştir.

Verilerin Analizi

Bu çalışmada elde edilen verilerin anlamlandırılması ve sonuçlandırılması için içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi, bir metinde birbirine benzeyen verileri daha küçük kategorilerle özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir tekniktir (Büyüköztürk vd., 2014). İçerik analizinde amaç, elde edilen verileri açıklayabilecek kategorilere ve ilişkilere ulaşmaktır (Doğruel, 2019). İlk aşamada veriler incelenir ve kodlanır. İkinci aşamada kodlamalardan ulaşılan temalardan yola çıkarak ilişkiler görsel hale getirilir ve okuyucuya sunulur. Bunun için çalışmada tablolardan yararlanılmıştır. Son aşamada ise ortaya çıkan temalar, ilişkiler karşılaştırılarak yorumlanır (Ercire 2022).

Fraenkel ve Wallen (2006), ilk aşama olan kodlama aşamasında üç tane izlenebilecek yol olduğunu belirtmiştir. Birincisi araştırmanın kuramsal çerçevesinde yer alan hazır kodlardan yararlanmaktır. İkincisi, araştırmacının elde ettiği verilerden kodları kendi başına üretmesidir. Üçüncüsü de genel bir kavramsal yapı oluşturarak kodlama yapılması ve analiz sırasında ortaya çıkan yeni kodları dahil etmektir. Bu çalışmada üçüncü yol izlenmiştir. Analiz öncesinde çalışma grubuna sorulacak sorular ve cevapları ile ilgili genel bir kodlamalar yapılmıştır. Öğretmenlerin verdikleri cevaplar incelenirken farklı cevaplar, yeni kodlar var ise eklenerek düzenlenmiştir. Kodlamalar ile ilgili detaylar PAB araştırılmak istenilen alt bileşenler özelinde sunulmuştur. İkinci aşamada veriler tablolar halinde görsel hale dönüştürülmüştür. Son aşamada verilerden elde edilen bilgiler yorumlanmış ve tartışılmıştır.

Çalışmada kullanılan ASBT, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlem sürecinde elde edilen verilerin analizinde nasıl bir yol izlendiği aşağıda PAB alt bileşenleri ayrı ayrı açıklanmıştır.

Konu Alan Bilgisi Analizi

Konu alan bilgisinde öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunun önemi, hedefi, amaçları açıklayabilmesi, tanımları doğru ve eksiksiz

yapabilmesi, sorulara doğru cevap verebilmesi ile ilgili bilgilerin incelenmesi hedeflenmektedir. ASBT’de 1, 2, 3, 4, 7, 10 ve 11. sorular, yarı yapılandırılmış görüşmelerde verdikleri cevaplar ve gözlem sürecinde kullandıkları ifadeler, tanımlara, sorular ve cevaplara dikkat edilmiştir. Veriler içerik analizine tabi tutularak kategorilere ayrılmıştır. Yapılan analize örnek olması açısından ASBT’de 2. soru, görüşmelerde sorulan ve gözlem sürecinden her öğretmenin ders anlatım sürecinde kullandığı “asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımı yapabilir misiniz?” sorusu verilmiştir. Öğretmenlerin verdikleri yanıtları ayırabilmek için ilk olarak araştırmacı asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımını incelemiş ve tanımın kritik noktalarını belirtmiştir. Asal sayılar, 1 ve kendisinden başka doğal sayı böleni olmayan 1’den büyük doğal sayılardır; sadece dört tane böleni olan 1’den büyük doğal sayılardır; pozitif bölen sayısı iki tane olan doğal sayılardır şeklinde asal sayıların farklı biçimde tanımları yapılabilmektedir. Bizim için önemli ve kritik nokta, tanımlar incelendiğinde oluşan sayı kümesinin asal sayıları doğru bir şekilde vermesidir. Sayıların pozitif bölen sayısının iki tane olduğu ve 1’den büyük sayı olduğu önemli noktalar. Aralarında asal sayılar, 1’den başka ortak pozitif tam sayı böleni olmayan sayılardır (Bulut vd., 2021); ebobları 1 olan sayılardır. Aynı şekilde aralarında asal sayıların farklı tanımları yapılabilmektedir. Pozitif böleninin 1 olması ve negatif sayıların da dahil olması önemli noktalar. Tanımlar incelenirken üç kategoriye ayrılacaktır. Bunlar gelişmiş, gelişime açık ve geliştirilmelidir.

Gelişmiş tanımlar; Asal sayıların ve aralarında asal sayıların tanımının doğru ve eksiksiz bir şekilde yapılmasıdır.

Gelişime açık tanımlar; Asal sayı ve aralarında asal sayıların tanımının eksik yapılmasıdır.

Geliştirilmesi gereken tanımlar; Asal sayıların ve aralarında asal sayıların tanımında önemli noktaları atlayarak yanlış yapılmasıdır.

Tablo 8’de asal sayılara çalışma grubunun cevaplarının kategorilere göre dağılımı verilmiştir.

Tablo 8. Asal Sayı Tanımı İçin Analiz Örneği

Kategori	Kodlamalar	Örnek Durum
Gelişmiş	Asal sayıların 1'den büyük olduğu, pozitif bölenlerinin iki tane olduğu belirtilen tanımlardır.	"1'den büyük, 1 ve kendisinden başka doğal sayı böleni olmayan sayılardır." "1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan 1'den büyük doğal sayılardır."
Gelişime Açık	Asal sayıların tanımında pozitif iki tane böleni olduğu ve 1'den büyük olması gerektiğinin sadece birinden bahsedilen tanımlardır.	"1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan sayılardır." "1'den ve kendisinden başka böleni olmayan 1'den büyük sayılara asal sayılar denir."
Geliştirilmeli	Pozitif iki tane böleni olduğu ve 1'den büyük olması gerektiğinden bahsedilmeyen tanımlardır.	"1 ve kendinden başka böleni olmayan sayılardır."

Tablo 9'da aralarında asal sayılara çalışma grubunun cevaplarının kategorilere göre dağılımı verilmiştir.

Tablo 9. Aralarında Asal Sayı Tanımı İçin Analiz Örneği

Kategori	Kodlamalar	Örnek Durum
Gelişmiş	Aralarında asal sayıların tanımın pozitif ortak böleninin 1 olduğu, eboblarının 1 olduğu, negatif sayılarında aralarında asal olabileceğinin belirtildiği tanımlardır.	"Aralarında asal sayılar: en büyük ortak böleni 1 olan sayılardır." "Pozitif ortak böleni sadece 1 olan sayılara denir."
Gelişime Açık	Aralarında asal sayılarda pozitif ortak böleninin 1 olduğu, eboblarının 1 olduğu, negatif sayılarında aralarında asal olabileceğinin birini ifade eden tanımlardır.	"Ortak böleni 1 olan sayılardır." "1'den büyük ortak çarpanı olmayan iki pozitif tam sayı aralarında asaldır." "Ortak pozitif böleni sadece 1 olan doğal sayılardır."
Geliştirilmeli	Aralarında asal sayılarda pozitif ortak böleninin 1 olduğu, eboblarının 1 olduğu, negatif sayılarında aralarında asal olabileceğinden bahsedilmeyen tanımlardır.	"İki sayının 1'den başka ortak böleni olmamasıdır." "1 dışında ortak bölenleri olmayan pozitif sayılardır." "Ortak bölenlerinin olmaması gerekiyor."

Öğrencileri Anlama Bilgisi Analizi

Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisinin alt bileşeni olan öğrencileri anlama bilgisine yönelik verilerin analizi incelenirken öğrencilerin öğrenme zorlukları, hataları, kavram yanlışları belirleme ve nedenlerini açıklayabilme bilgileri incelenmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan ASBT’nde 5. soru, 7. soru, 8. sorunun a şıkkı, 9. sorunun a ve b şıkları ve 10. sorunun b şıkkı öğretmenlerin öğrencileri anlama bilgisini incelemeye yönelik hazırlanan sorulardır. Aynı zamanda yarı yapılandırılmış görüşmelerde sorulan sorulara verdikleri cevaplar ve ders anlatım süreci gözlem yapılan öğretmenlerde öğrenciler ile aralarında geçen diyaloglar, öğrencilerin yanlış cevaplarına nasıl yanıtlar verdiklerine dikkat edilmiştir.

Öğrencileri anlama bilgisinde iki farklı kategoride kodlar oluşturulmuştur. Birincisi öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışları, hataları, zorlukları belirleme; ikincisi bunların nedenlerini açıklayabilmedir.

Öğrenciler asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğrenirken karşılaştıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlarının neler olduğu ve öğretmenin bunları belirleyebilmesine ait inceleme yapılırken araştırmacının hazırladığı ASBT, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlemden elde edilen veriler birlikte dikkate alınmıştır. Görüşmelerde “öğrencileriniz ne gibi hatalar yapıyorlar? Kavram yanlışları tespit ettiniz mi? nelerdir? Öğrencileriniz asal sayıları belirlerken karşılaştıkları güçlükler nelerdir?” gibi sorular sorulmuştur. Hatalar, kavram yanlışları ve öğrenme güçlükleri ile ilgili örnek bir Tablo 10’da aşağıda verilmiştir.

Tablo 10. Öğrencilerin Sahip Olduğu Hatalar, Kavram Yanılgıları, Öğrenme Güçlükleri Kategorisinde Yapılan Kategoriler

Kategori	Kodlamalar	Örnek Durum
Öğrencinin sahip olduğu kavram yanılgıları, hatalar ve öğrenme güçlükleri belirleyebilme	Sayıların asallığını belirleyememeleri	1 sayısını asal olarak ifade etmeleri 2 sayısını asal olmadığını ifade etme
	Sayıların bölenlerini bulamamaları	51, 91 gibi sayıların bölenlerini bulamadıkları için asal olduğunu ifade etmeleri
	Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu karıştırma	Sayıların aralarında asal olabilmesi için bütün sayıların asal olması gerektiğini düşünmeleri
	Ezberci yaklaşım	2, 3, 5, 7, gibi başlayıp 9 sayısını da asal olarak düşünmeleri
	Kavramları karıştırmaları	Aralarında asal sayılar konusunda asal sayılarda olduğu gibi negatifleri dahil etmeme

Öğrencilerin hataları yapma nedenleri, neden ve nasıl bu hataya düştükleri hakkında öğretmenlerin sahip oldukları bilgiler incelenirken araştırmacının hazırladığı ASBT, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlem süreci birlikte dikkate alınmıştır. Görüşmelerde “öğrencileriniz bu hatayı neden yapmış olabilir? Sizce neden böyle bir cevap verdi? Böyle düşünmesinin sebebi neler olabilir?” gibi sorular yöneltilmiştir. Hatalar, kavram yanılgıları ve öğrenme güçlüklerinin nedenleri ile ilgili örnek Tablo 11’de aşağıda verilmiştir.

Tablo 11. Öğrencilerin Sahip Olduğu Hatalar, Kavram Yanılgıları, Öğrenme Güçlüklerinin Nedenlerini Belirleme Kategorisinde Yapılan Kodlamalar

Kategori	Kodlamalar	Örnek Durum
Öğrencinin sahip olduğu kavram yanılgıları, hatalar ve öğrenme güçlüklerinin nedenlerini belirleyebilme	Aşırı genelleme	Bütün çift sayılar asal değildir ifadesi kullanıldığında o halde 2 sayısı çift ve asal olamaz diye düşünüyorlar.
	Bilgi eksikliği	Bölünebilme kurallarında eksiklikler olduğu için sayıyı gördüğünde hangi sayıya bölündüğünü belirleyememe dolayısıyla asallığını belirleyememe
	Aşırı kurallaştırma	2 dışında bütün çift sayılar asal değildir' şeklinde ifade kullandığımızda öğrenci çiftler asal değilse o zaman tek sayılar asaldır diye düşünüyorlar.
	Dikkatsizlik	2, 3, 5, 7 gibi ritmik bir şekilde devam ediyor peşine de 11, 13 gibi olduğu için aradaki 9 da asaldır olarak düşünüyorlar

Öğretimsel Strateji Bilgisi Analizi

Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisinin alt bileşeni olan öğretimsel strateji bilgisine yönelik verilerin analizi incelenirken öğrencilerin öğrenme zorlukları, hataları, kavram yanılgıları giderme, düzeltme yöntemleri ve derste kullandıkları öğretim strateji, yöntem ve teknik bilgileri incelenmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan ASBT'ndeki 4. soru, 6. soru, 8. sorunun b ve c şıkları, 9. sorunun c ve d şıkları, 10. sorunun c şıkkı öğretmenlerin öğretimsel strateji bilgisini incelemeye yönelik sorulardır. Aynı zamanda yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde sorulan sorulara verdikleri cevaplar ve gözlem sürecinde ders işleme esnasında kullandığı öğretim stratejisi ve uygulama biçimi dikkate alınmıştır.

Öğretimsel strateji bilgisinde iki farklı kategoride kodlar oluşturulmuştur. Birincisi öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgıları, hataları, zorlukları giderme ve

düzeltilme yöntemleri; ikincisi derste kullandıkları öğretim strateji, yöntem ve teknik bilgisidir.

Öğrencilerin hatalarını düzeltme, kavram yanlışlarını giderme bilgileri incelenirken, ASBT'ye, yarı yapılandırılmış görüşmelere verdikleri cevaplar ve ders gözlem sürecinde öğrencilere verdikleri yanıtlara dikkat edilmiştir. Hatalar, kavram yanlışları ve öğrenme güçlükleri giderme ile ilgili örnek Tablo 12'de aşağıda verilmiştir.

Tablo 12. Hatalar, Kavram Yanlışları ve Öğrenme Güçlükleri Giderme

Kategori	Kodlamalar	Örnek Durum
Öğretmenlerin Öğrencilerde Karşılaştıkları Hata ve Kavram Yanlışlarını Giderme ve Düzeltme Yöntemleri	Bilgi ve doğru cevabı vermek	Asal sayı ve aralarında asal sayıların tanımını vermek.
	Soruyu beraber çözmek	Sayıları tahtaya yazarak öğrenciyle birlikte bölenleri bulmak.
	Örnekler vererek açıklama yapmak	Başka örnekler sorarak öğrenciye çözdürmek.
	Yanlışını kendisinin bulmasına yardımcı olmak	51 sayısına asal dediğinde, asal sayı olması için ne gerekiyor, bölenlerini nelerdir gibi soru yöneltmek.

Öğretimsel strateji bilgisinde, asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna uygun strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olma ve derste uygulayabilmesine ilişkin veri analizi yapılırken öğretmenlerin sahip oldukları strateji, yöntem ve teknik bilgilerine dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin strateji, yöntem ve teknik kavramlarına ilişkin bilgilerine dikkat edilirken aşağıda verilen tanımlardan yararlanılmıştır:

Öğretim stratejisi: Bir dersin hedeflerine ulaşmak için belirlenen, yöntem seçimine yön veren genel yaklaşımdır. Hedefe ulaşmada kullanılacak yöntem ve tekniği kapsar (Aydın, 2021).

Öğretim yöntemi: Bir ünitenin ya da konunun işlenişinde takip edilen sistemli yoldur (Taşpınar, 2017).

Öğretim tekniği: Öğretim yönteminin bir ders etkinliğinde yapılan uygulamasıdır (Taşpınar, 2017).

Örnek: Bir matematik öğretmeni, matematik dersi için buluş yoluyla öğretim stratejisini seçmiştir. Bu stratejiye uygun olarak asal sayılar konusunu işlerken tartışma yöntemini belirlemiş ve münazara tekniğini kullanmıştır.

Ders anlatım sürecinde hangilerini kullandıkları, öğretmen merkezli mi yoksa öğrenci merkezli mi işlediklerine ve bunları nasıl kullandıklarına dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin ders öğretim süreçlerinde kullandıkları strateji, yöntem ve teknik ile ilgili örnek Tablo 13’de aşağıda verilmiştir.

Tablo 13. Öğretmenlerin Ders Öğretim Süreçlerinde Kullandıkları Strateji, Yöntem ve Teknik

Kategori	Tema	Kodlamalar	Örnek Durum
Öğretmenlerin Ders Öğretim Süreçlerinde Kullandıkları Strateji, Yöntem ve Teknik	Öğretmen Merkezli	Sunuş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Konuyu tanımları vererek anlatırım.
		Düz Anlatım Yöntemi	Asal sayının tanımını veririm sonra benzer sorular çözerim.
		Soru- Cevap Tekniği	Soru sorup öğrencilerin cevaplamalarını beklerim.
		Örnek Soru Çözümü	Birbirine benzer sorular çözerek konuyu anlamalarını beklerim.
		Buluş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Öğrencilere gerekli bilgileri vererek kendilerinin bulmalarını beklerim.
	Öğrenci Merkezli	Problem Çözme Yöntemi	Öğrencilerin problem, soruları çözmesini sağlarım.
		Beyin Fırtınası Tekniği	Konuya girişte öğrencilerin kendilerinin düşünmelerini beklerim.
		Modelleme	Eratosten kalburu, veya asal sayı tırtılı ile modellemeye çalışıyoruz.
		Drama Tekniği	Öğrencilere sayılar verip ceplerine bölenlerini koymasını istiyorum. Kendileri rol aldığı anda akılda kalıcı oluyor.
		Etkinlik yapma	Pano hazırlama, şarkı söyleme gibi etkinlik yapıyorum.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölüm ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgisini (konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, öğretimsel strateji bilgisi) ASBT, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlem sürecinden elde edilen verilerin içerik analizi ile incelenmesinden elde edilen bulgulardan oluşmaktadır. Bulgular konu alan bilgileri, öğrencileri anlama bilgileri ve öğretimsel strateji bilgileri ayrı ayrı incelenerek verilmiştir.

Matematik Öğretmenlerinin Konu Alan Bilgilerine Ait Bulgular

Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin tanımları, kuralları ve işlemleri içeren konu alan bilgisi düzeyine ilişkin bulgular bu bölümde sunulmaktadır. Çalışmada ortaokul matematik öğretmenleriyle ASBT, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlem yapılmıştır. Tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilme, sorulara doğru cevap verebilme, konuya ilişkin hedef ve önemi açıklayabilme olarak ayrı ayrı incelenmiştir.

Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusunda Tanım ve Kavramları Doğru Bir Şekilde Kullanabilme

Asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramı öğretmenlere ASBT’de yer alan 2. soruda ve yarı yapılandırılmış görüşmelerde sorulmuştur. Ders anlatım sürecinde öğretmenlerin konuyu anlatırken ifade ettikleri tanımlara dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar aşağıdaki Tablo 14’de kategorilere ayrılarak verilmiştir.

Tablo 14. Öğretmenlerin Asal Sayı Tanımları

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Asal sayıların 1'den büyük olduğu ve pozitif bölenlerinin iki tane olduğu belirtilen tanımlardır.	Ö6, Ö9, Ö12
Gelişime Açık	Asal sayıların pozitif iki tane böleni olduğu ve 1'den büyük olması gerektiğinin sadece birinden bahsedilen tanımlardır.	Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö11
Geliştirilmeli	Pozitif iki tane böleni ve 1'den büyük olması gerektiğinden bahsedilmeyen tanımlardır.	Ö1, Ö2, Ö7, Ö10

Gelişmiş asal sayı tanımları;

Ö6: 1'den büyük, 1 ve kendisinden başka doğal sayı böleni olmayan sayılardır.

Ö9: 1'den büyük, 1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan sayılara asal sayı denir.

Ö12: 1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan 1'den büyük doğal sayılardır.

Yukarıda belirtilen tanımların kritik noktaları atlamayarak iki pozitif böleni olduğunu ve sayıların 1'den büyük olduğunu belirttikleri görülmüştür.

Gelişime açık asal sayı tanımları;

Ö8: 1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan sayılardır. Sayıların 1'den büyük olduğu belirtilmemiştir. Bu tanıma göre -3 sayısının pozitif bölenleri +1 ve +3 olduğu için asal denilebilir.

Ö3: 1 ve kendinden başka pozitif böleni olmayan pozitif doğal sayılardır. Bu tanıma göre 1 sayısı asal olarak alınabilir.

Ö3'ün ders anlatım sürecinde gözlemden elde edilen verilere göre asal sayıları tanımlarken "1 ve kendisinden başka böleni olmayan sayılardır" ifadesini kullandığı görülmüştür.

Ö4: Asal sayıların pozitif iki tam sayı böleni vardır.

Ö5: 1 ve kendisi dışındaki pozitif böleni olmayan sayılara asal sayı denir. Pozitif böleninin iki tane olduğunu belirtmemiştir. 1 sayısının böleni 1'dir ve kendisidir. 1 sayısının asallığı hakkında soru işareti vardır.

Ö11: 1'den ve kendisinden başka böleni olmayan 1'den büyük sayılara asal sayılar denir. Sayıların 1'den büyük olduğu belirtilmiş fakat pozitif iki böleni olduğu belirtilmemiştir. 3 sayısının bölenleri +1, -1, +3, -3'tür. Bu tanıma göre asal sayı değildir.

Geliştirilmesi gereken asal sayılar tanımları;

Ö1: 1 ve kendinden başka böleni olmayan sayılardır.

Ö2: 1 ve kendisinden başka böleni olmayan sayılara asal sayı denir.

Ö7: Bir ve kendisinden başka böleni olmayan sayılara asal sayılar denir.

Ö10: 1 ve kendisi dışında böleni olmayan pozitif sayılardır.

Geliştirilmeli kategorisinde asal sayı tanımı yapan öğretmenlerin benzer tanım yaptıkları görülmektedir. Sayıların bölenlerinin 1 ve kendisi olmak üzere pozitif iki tane olduğunu ve 1'den büyük sayılar olduğunu belirtmemişlerdir. Bu tanımlara uyan sadece 1 ve -1 sayıları vardır. Çünkü diğer sayıların 1, -1, kendisi ve kendisinin negatif işaretlisi olmak üzere dört böleni vardır. Tanımı karşılayan 1 ve -1'in ikisi de asal sayı olmadığı için tanımlar doğru tanım değildir.

Aralarında asal sayılar kavramı öğretmenlere ASBT'de 2.soru ve yarı yapılandırılmış görüşmelerde sorulmuştur. Ders anlatım sürecinde öğretmenlerin konuyu anlatırken ifade ettikleri tanımlara dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar Tablo 15'de kategorilere ayrılarak verilmiştir:

Tablo 15. Öğretmenlerin Aralarında Asal Sayı Tanımları

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Pozitif ortak böleninin 1 olduğu, eboblarının 1 olduğu, negatif sayılarında aralarında asal olabileceğinin belirtildiği tanımlardır.	Ö6, Ö12
	Pozitif ortak böleninin 1 olduğu, eboblarının 1 olduğu, negatif sayılarında aralarında asal olabileceğinin birini ifade eden tanımlardır.	Ö3, Ö9,
Gelişime Açık	Pozitif ortak böleninin 1 olduğu, eboblarının 1 olduğu, negatif sayılarında aralarında asal olabileceğinden bahsedilmeyen tanımlardır.	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11

Gelişmiş aralarında asal sayı tanımları;

Ö6: En büyük ortak böleni 1 olan sayılardır.

Ö12: Pozitif ortak böleni sadece 1 olan sayılara denir.

Yukarıda belirtilen tanımların kritik noktaları atlamayarak pozitif ortak böleninin 1 olduğunu, negatif sayılarında dahil olduğu, ikiden fazla sayısında aralarında asal olabileceği belirtilen tanımlardır.

Gelişime açık aralarında asal sayılar tanımları;

Ö3: Ortak pozitif böleni sadece 1 olan doğal sayılardır. Aralarında asal sayıları doğal sayılar ile kısıtlamıştır.

Ö9: 1'den büyük ortak çarpanı olmayan iki pozitif tam sayı aralarında asaldır. Ortak bölenlerinin en büyüğü 1 olduğunu belirtmiş fakat aralarında asallığı iki sayı ve pozitif ile kısıtlamıştır.

Geliştirilmesi gereken aralarında asal sayı tanımları;

Ö1: İki sayının 1'den başka ortak böleni olmamasıdır.

Ö2: İki sayının birden başka ortak böleni olmayacak.

Ö4: Sayıların aralarında asal olması için ortak bölenlerinin olmaması gerekiyor.

Ö5: İki farklı tam sayının 1'den başka ortak böleni yoksa bu iki sayı aralarında asaldır.

Ö7: 1'den başka ortak böleni olmayan sayılardır.

Ö8: Ortak böleni 1 olan sayılardır.

Ö10: 1 dışında ortak bölenleri olmayan pozitif sayılardır.

Ö11: İki sayının ortak böleni yalnızca '1' ise bu iki sayı aralarında asaldır.

Geliştirilmeli kategorisinde yer alan yanıtlara baktığımızda ortak bölenin yalnızca 1 olduğunu belirtmişlerdir. Fakat bütün sayılar +1 gibi -1'e de bölünmektedir. Ayrıca öğretmenlerin yarısının aralarında asallığın sadece iki sayı arasında olduğunu söylemişlerdir. Ancak 14, -9, 25 gibi ikiden daha fazla sayılar da aralarında asal olabilirler.

Öğretmenlerin negatif sayıların aralarında asal olabileceğini bilme bilgisini ölçmek için ASBT'de 3. soru hazırlanmıştır. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar aşağıda Tablo 16'da kategorilere ayrılarak verilmiştir:

Tablo 16. Öğretmenlerin ASBT 3. Soruya Verdikleri Yanıtlar

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Negatif sayılarda aralarında asal olabileceğini belirterek, aralarında asal olabilmesi için ebob'un 1 veya pozitif ortak bölenin 1 olması gerektiğinin ifade edilmesidir.	Ö6, Ö8, Ö12
Gelişime Açık	Negatif sayılarda aralarında asallığa bakıldığını belirtilmesi fakat aralarında asallığın tanımını yanlış ifade edilmesidir.	Ö5
Geliştirilmeli	Negatif sayılarda aralarında asallığa bakılmadığının ifade edilmesidir.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11

Gelişmiş yanıtlar;

Ö6: Tanım gereği en büyük ortak bölenlerinin 1 olması gerekir. En büyük ortak bölenleri 1'dir. Aralarında asaldır.

Ö8: -25 ve 13 aralarında asaldır. Aralarında asal olması için pozitif ortak bölenlerinin yalnızca 1 olması gerekmektedir. -25 ve 13'ün pozitif ortak böleni 1 olduğu için aralarında asaldır.

Ö12: $-25 = -1, +1, -5, +5, -25, +25$, $13 = -1, +1, -13, +13$ pozitif ortak bölen sadece +1 olduğu için aralarında asaldır.

Ö6 ve Ö8 aralarında asal sayı tanımından yararlanmışlardır. Ö6 en büyük ortak bölen, Ö8 pozitif ortak bölen ifadelerini kullanarak doğru cevap vermişlerdir. Ö12'de -25 ve +13'ün bölenlerini tek tek yazıp pozitif ortak böleninin sadece 1 olduğu göstererek aralarında asal olduğunu ifade etmiştir.

Gelişime açık yanıt verenler;

Ö5: Aralarında asal değildir. Sayıların aralarında asal olması için sadece 1'e bölünmesi yani ortak böleni 1 olması gerekiyor. İkisi -1'e bölündüğü için değildir.

Ö5'in bu soruya yanıtı yanlıştır. -25 ve 13 aralarında asaldır ama verdiği yanıtı incelediğimizde negatif sayılarda aralarında asallığa bakıldığını bildiği fakat aralarında asal sayıların tanımında eksik bilgiye sahip olduğu görülmektedir.

Geliştirilmesi gereken yanıt verenler;

Ö1: Hayır. Negatif sayılarda 1 değil -1 olduğu için asallıktan bahsedilemez. -1 bölünen sadece negatif sayılarda bölen olduğu anlamı çıkan bir cümle kurmuştur. Yanlış bir ifadedir. -1 pozitif sayılarında bölenidir.

Ö2: Negatif sayılarda aralarında asallık durumu incelenemez.

Ö3: Değildir. Çünkü negatif tam sayı olduğu için asallara da aralarında asallara da bakılmaz.

Ö7: Hayır değildir. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda negatif sayılara bakmıyoruz.

Ö9: 1'den büyük ortak çarpanı olmayan iki pozitif tam sayı aralarında asaldır. -25 negatif bir sayı olduğu için aralarında asal değildir.

Ö10: Aralarında asallık pozitif sayılar arasındaki bir durumdur. -25 ve 13'ün aralarında asallığından bahsedemeyiz.

Ö11: -25 ve 13 sayıları arasında asallık kavramını arayamayız. Çünkü asallık veya aralarında asallık kavramları pozitif tam sayılarda aranır.

Geliştirilmeli kategoride yer alan öğretmenler aralarında asal sayıların sadece pozitif sayılar olabileceğini ifade ederek yanlış yanıt verdikleri görülmektedir.

Ö4: Asal sayı diyebilmemiz için iki pozitif tam sayı bölünen olması gerekir. Bu yüzden negatif tam sayılarda asallığı inceleyemeyiz.

Ö4 ise bu soruya aralarında asal sayılar için değil asal sayıları düşünerek cevap vermiştir. Bu yüzden tabloda yer almamaktadır.

Öğrencilerin en fazla yanlış yaptıkları, hataya düştükleri ve asallık durumunu karıştırdıkları 0, 1 ve negatif sayıların neden asal olmadığını ASBT'de 4.soru ile öğretmenlere sorulmuştur. Öğretmenlerin 0 sayısının asallığı sorusuna verdikleri yanıtları kategorilere ayrılarak aşağıda Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17. Öğretmenlerin 0 Sayısının Asal Olmadığını Açıklamaları

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Asal sayıların tanımından yararlanarak 0'ın tanıma uymadığını ve aritmetiğin temel teoremi gereğince $0=0.2=0.3$ şeklinde örnekle gösterilmesidir.	Ö6, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12
Gelişime Açık	Asal sayıların tanımından yararlanarak 0'ın tanıma uymadığını ve aritmetiğin temel teoremi gereğince $0=0.2=0.3$ şeklinde örnekle yanlış veya eksik ifade edilmesidir.	Ö2, Ö9
Geliştirilmeli	0'ın bölenlerini bularak göstermeye çalışıp fakat 0'ın bölenlerini yanlış ifade edenler.	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8

Gelişmiş yanıt verenler;

Ö12: 0 aritmetiğin temel teoreminden kaynaklı asal değildir. Ama bu şekilde öğrencilere anlatsak anlamakta zorluk çecekleri için asal sayının tanımını verip, hatırlatıp 0 buna uyuyor mu o halde asal değillerdir şeklinde söylüyorum. $0=0.2=0.3$

Ö7: 0 tanım gereği asal değillerdir. 1'den büyük doğal sayılar asal sayılardır.

Ö10: Asal sayıların tanımı gereği pozitif oldukları ve sadece 2 böleni olduğunu belirterek 0'ın (0 hariç) her sayıya bölündüğünü söylerim.

Ö6: Asal sayının tanımı gereği 1 ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan, 1'den büyük sayılar asaldır. Tanıma uyum sağlamamaktadır.

Ö11: Matematikte tanımlar oldukça önemlidir. Asal sayıların tanımında "1'den ve kendisinden başka böleni olmayan 1'den büyük sayılar" ifadesi geçtiğinden dolayı 0 da asallık aranmaz.

Öğretmenler asal sayı tanımlarından yararlanarak 0'ın asal sayı olmadığını belirtmişlerdir. Ö7 ve Ö11 asal sayıların 1'den büyük olduğunu, Ö6, Ö10 ve Ö12 0'ın ikiden fazla böleni olduğunu söyleyerek doğru cevap vermiş ve gelişmiş kategorisinde yer almışlardır.

Gelişime açık yanıt verenler;

Ö2: 0'ı neye bölersen böl sıfırdır. 0 yüzden dahil edilmez.

Ö9: 0 sayısı her sayıya tam olarak bölündüğü için asal sayı olamaz.

Ö2 ve Ö9, 0'ın her sayıya bölündüğünü söylemişlerdir. Fakat 0'ın 0'a bölümü tanımsızdır. Eksik bilgi verdiği için gelişime açık kategorisinde yer almıştır.

Geliştirilmesi gereken yanıt verenler;

Ö1: *Asal sayının tanımında 1 ve kendisinden başka böleni olmayan diyoruz. 0 zaten ne ile çarparsan yuttuğu için kendisinden başka böleni yoktur.*

Ö3: *0 sayısının tek pozitif böleni 1'dir. Kendisine bölünmediği için tanımla çelişir.*

Ö4: *0 sayısının pozitif bir böleni olduğu için asal sayı değildir.*

Ö5: *0 için bölenlerini incelediğimizde böleninde sadece 0 olduğu, asal sayı olması için en az iki böleni olması gerektiği ve bunlardan birinin 1 olması gerektiğini söyleriz.*

Ö8: *0 sayısının pozitif bölen sayısı 1 olduğu için asal sayı değil.*

Öğretmenlerin 0 sayısının asallığını incelerken bölenlerine odaklandığı fakat 0 sayısının bölenlerini yanlış belirledikleri görülmektedir. Ö1 ve Ö3 0'ın böleninin sadece 1 olduğunu, Ö5 böleninin 0 olduğunu, Ö4 ve Ö8'de bir tane böleni olduğunu söyleyip yanlış cevap vererek geliştirilmeli kategorisinde yer almışlardır.

Öğretmenlerin 1 sayısının asalılığı sorusuna verdikleri yanıtları kategorilere ayrılarak aşağıda Tablo 18'de verilmiştir.

Tablo 18. Öğretmenlerin 1 Sayısının Asal Olmadığını Açıklamaları

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Asal sayı tanımından, aritmetiğin temel teorimden yararlanma, doğru örnekler vererek açıklayabilmek.	Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö11, Ö12
Gelişime Açık	Asal sayı tanımından, aritmetiğin temel teorimden yararlanırken eksik bilgi vermek.	Ö3, Ö9
Geliştirilmeli	1'in bölenlerini yanlış bulmak.	Ö1, Ö2, Ö5, Ö10

Gelişmiş yanıtlar;

Ö4: *1 sayısının pozitif bir böleni olduğu için asal sayı değildir.*

Ö6: *Asal sayının tanımı gereği 1 ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan, 1'den büyük sayılar asaldır. Tanıma uyum sağlamamaktadır.*

Ö8: *1'in pozitif bölen sayısı 1 olduğu için asal sayı değildir.*

Ö7: 1 tanım gereği asal değildir. 1'den büyük doğal sayılar asal sayılardır. Ayrıca bütün doğal sayılar asal çarpanlarının çarpımı bir şekilde yazabiliriz. 1 asal olursa birçok şekilde türetebiliriz. $15 = 1.3.5 = 1^2.3.5$

Ö11: Matematikte tanımlar oldukça önemlidir. Asal sayıların tanımında "1'den ve kendisinden başka böleni olmayan 1'den büyük sayılar" ifadesi geçtiğinden dolayı 1 sayısında asallık aranmaz.

Ö12: 1 aritmetiğin temel teoreminden kaynaklı asal değildir. Asal sayının tanımını hatırlatıp 1 uyuyor mu o halde asal değildir şeklinde söylüyorum. $1 = 1^2 = 1^3$

Öğretmenlerin çoğunluğu asal sayı tanımından yararlanarak cevap vermişlerdir. Ö4 ve Ö8 asal sayı olabilmek için pozitif iki bölenin olması gerektiği ama 1'in pozitif bir böleni olduğunu belirtmişlerdir. Ö7 ve Ö12'de aritmetiğin temel teoremi 1'den büyük doğal sayılar ya asal sayıdır yada asal sayıların çarpımı şeklinde yazılır bilgisinden yararlanarak cevap vermişlerdir. Bu durumu örneklerle de açıklamışlardır.

Gelişime açık yanıtlar;

Ö3: 1 sayısı, diğer sayıları asal çarpanlarına ayırırken bizi sonuca götürmediği için asal kabul edilmez.

Ö9: 1 sayısının asal olması için çarpanlar kümesinde iki elemanın bulunması gerekir. 1'in kendisi ve 1 aynı kavram o yüzden asal değildir.

Ö3'ün verdiği cevap açık değildir. Örnek ile açıklama yapsaydı gelişmiş kategoride yer alabilirdi ama bu şekilde aritmetiğin temel teoremi olan sayılar ya asal sayıdır yada asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabilir olduğu sadece tahmin edilebilir. Ö9 pozitif çarpanlar kümesi iki elemanlı olması gerekir ifadesi kullansaydı doğru bir cevap olurdu.

Geliştirilmesi gereken yanıtlar;

Ö1: Asal sayının tanımında 1 ve kendisinden başka böleni olmayan diyoruz.

Ö2: 1 sayısının sadece 1 tane böleni var ama 1 ve kendisi olmak üzere iki tane böleni olmalı.

Ö5: 1'e baktığımda sadece bir tane böleni olduğunu ve bunun kendisi olduğunu en az iki böleni olması gerektiğini söylerim.

Ö10: Asal sayıların tanımı gereği pozitif oldukları ve sadece 2 böleni olduğunu 1'in sadece bir böleni olduğunu söylerim.

Geliştirilmeli kategorisinde yer alan öğretmenler 1'in sadece bir tane böleni olduğunu ifade ederek yanlış bilgiye sahiptirler. 1'in bölenleri -1 ve +1 olmak üzere iki tanedir.

Öğretmenlerin negatif sayıların asalılığı sorusuna verdikleri yanıtlar kategorilere ayrılarak aşağıda Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19. Öğretmenlerin Negatif Sayıların Asal Olmadığını Açıklamaları

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Asal sayı tanımından, aritmetiğin temel teoreminden yararlanma, doğru örnekler vererek açıklayabilmek.	Ö3, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12
Gelişime Açık	Asal sayı tanımından, aritmetiğin temel teoreminden yararlanırken eksik bilgi vermek.	Ö2, Ö10
Geliştirilmeli	Negatif sayıların bölenlerini yanlış ve negatif bölenleri olduğu için asal olmadığını belirtmek.	Ö1, Ö4, Ö7, Ö8, Ö9

Gelişmiş yanıtlar;

Ö3: Negatif sayılarda ise örneğin $10 = 2.5 = -2.-5$ iki farklı gösterimle ifade edilir.

Ö5: Negatif sayılar tanım gereği asal sayı olamaz. Tanımda 1'den büyük şeklinde ifade ediyorum.

Ö6: Asal sayının tanımı gereği 1 ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan, 1'den büyük sayılar asaldır. Tanıma uyum sağlamamaktadır.

Ö11: Matematikte tanımlar oldukça önemlidir. Asal sayıların tanımında "1'den ve kendisinden başka böleni olmayan 1'den büyük sayılar" ifadesi geçtiğinden negatif sayılarda asallık aranmaz.

Ö12: Negatifler aritmetiğin temel teoreminden kaynaklı asal değildirler. Asal sayının tanımını verip negatifler uyuyor mu o halde asal değildirler şeklinde söylüyorum.

Gelişmiş kategoride yanıt veren öğretmenler negatif sayıların asal sayıların tanımında 1'den büyük olması gerektiğini söyleyerek doğru cevap vermişlerdir. Ö3 aritmetiğin temel teoreminden sayıların asal sayıların çarpımı şeklinde tek türlü yazılacağını belirterek negatif sayıların asal sayı olamayacağını söylemiştir.

Gelişime açık yanıtlar;

Ö2: *Negatif sayıları asal sayılara dahil etmiyoruz. Kural bu şekilde diyorum.*

Ö10: *Asal sayıların tanımı gereği pozitif oldukları ve sadece 2 böleni olduğunu belirtirim.*

Ö2 negatif sayıların kural gereği asal sayılara dahil edilmediğini söylemiş fakat kuralın ne olduğunu söylememiştir. Ö10'da asal sayıların sadece 2 böleni olduğunu söylediği ifadesinde eksik bilgi vermiştir. Pozitif bölenleri iki tanedir.

Geliştirilmesi gereken yanıtlar;

Ö1: *Asal sayının tanımında 1 ve kendisinden başka böleni olmayan diyoruz. Negatif sayılarda eksi işin içine girdiği için tanıma uyduğu söylenemez.*

Ö4: *Negatif sayılarda da pozitif bölen sayı arayacağımız için negatif sayılarda asallık arayamayız.*

Ö7: *Asal sayılar konusu zaten 6.sınıfta işleniyor. Tam sayılar konusunu daha işlemedikleri için negatif pozitif bilmiyorlar. Negatiflerin asallığını anlatmıyoruz*

Ö8: *Asal sayıların negatifleri ise kendisine, 1'e ve (-1)'e bölündükleri için asal değildirler. Örneğin (-7) sayısının bölenleri; -7, +7, +1, -1 dir. Ama asal olabilmesi için iki pozitif böleni olmalıdır.*

Ö9: *Negatif sayılar asal olamazlar çünkü 1 ve kendisi dışında -1 böleni bulunmaktadır.*

Geliştirilmeli kategorisinde yer alan yanıtlara bakıldığında negatif sayıların negatif bölenleri olduğu için asal olamayacağını belirtmişlerdir. Pozitif sayılarında negatif bölenleri vardır. Katılımcıların burada yanlış bilgiye sahip oldukları görülmektedir. Ö7 ise 6. sınıfta tam sayılar konusu işlenmeden asal sayılar konusu anlatıldığı için dahil edilmediğini söyleyerek yanlış cevap vermiştir.

Öğretmenlerin ders anlatım sürecinde sorduğu, ders kitabı ve ek kaynak kitaplarda sıklıkla yer alan 7A iki basamaklı sayısının asal olabilmesi için A'nın alabileceği değerleri bulmalarına yönelik hazırlanan soruda öğretmenlerin çözüm yöntemleri, alan bilgileri öğrenilmek istenmiştir. Ayrıca Ö3 ve Ö5'in ders gözlem sürecinde benzer sorulara yer vermelerine dikkat edilmiştir. Öğrenciler ile aralarında geçen diyaloglar, öğretmenlerin soruyu anlatırken kullandıkları ifadeler yer verilmiştir. Aşağıda Tablo 20'de öğretmenlerin verdikleri yanıtlar yer almaktadır.

Tablo 20. Öğretmenlerin Yanıtlarının Kategorilere Ayrılması

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Hem bölünebilme kurallarından hemde sorunun sorulma amacından doğru bir şekilde bahsetmek.	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö12
Gelişime Açık	Bölünebilme kurallarını kullanmadan 10 tane rakamı tek tek deneyerek soruyu çözmek. Bölünebilme kurallarını belirten fakat sorunun sorulma amacı hakkında bilgi sahibi olmayanlar.	Ö2, Ö7, Ö10
Geliştirilmeli	Ezbere 70'li sayılardan 71, 73, 79 asal olduğunu söylemek.	Ö1, Ö9, Ö11

Gelişmiş yanıtlar;

Ö3: *A sayısının yerine 0, 2, 4, 6, 8 çift rakamları olmaz, 0 ve 5 olmaz 5'e bölünür. 7 olmaz 7'ye bölünür. Öğrencilerimde bu yöntemle çözmekte. Bölme bölünebilme yöntemlerini uygulanıp uygulanmadığını görmek ve asal sayılarla bağdaştırmasını sağlamak için sorarım.*

Ö3 burada A'nın yerine gelmesi gereken rakamları bölünebilme kurallarına göre eleyerek en son kalanların gelebileceğini söylemektedir. Bölünebilme kurallarını öğrenci uyguluyor mu, asal sayılarla arasında bir ilişki var mı, öğrenci bunu farkedebiliyor mu? Bunu anlayabilmek için öğretmenin sorabileceğini belirtmiştir. Ö3'ün ders anlatım sürecinde bu soruya benzer olarak 4Δ şeklinde verip iki basamaklı sayı asal olduğuna göre Δ alabileceği değerler neler olabilir şeklinde sorduğu görülmüştür. Sınıf içinde geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö3: *evet çocuklar 4Δ iki basamaklı bir sayıdır. 41, 42 gibi ama asal sayıdır. O halde Δ yerine hangi rakamlar gelebilir?*

Öğrenci: *2, 3, 5, 7 gelebilir öğretmenim.*

Ö3: *Emin misin? Mesela 2 rakamı gelse 42 asal sayı mıdır?*

Öğrenci: *42 asal olmaz 2'ye bölünür ama 2 asal sayıdır.*

Ö3: *Evet bizim dikkat etmemiz gereken yerde burasıdır. 4Δ iki basamaklı olarak bütün düşünmemiz lazım. Sayının asal olması gerekiyor, üçgenin değil.*

Ö3 bölünebilme kurallarına göre soruyu çözmüştür. Bir diğer yol olarakta on tane rakamın olduğunu hepsini tek tek yerine yerleştirerek asal olmayanları eleyebileceklerini ama bunun uzun ve zaman alıcı bir yöntem olduğunu belirtmiştir.

Ö4: *A yerine rakamları tek tek yazıp öğrendiğimiz bölünebilme kurallarını düşünerek bölünüp bölünmediğini kontrol etmelerini istiyorum. Asal sayıları inceleyerek kendileri bulabiliyor mu? Yani tanımı öğrenebilmiş mi diye bu soruyu sorardım.*

A yerine gelebilecek rakamları tek tek yazıp öğrenilen bölünebilme kurallarını düşünerek önce çift rakamları elemeleri, sonra 5 ile tam bölünen 0 ve 5'i elemeleri ve geriye kalanları kontrol etmelerini sağlamaya çalışmışlardır. Asal sayıların tanımını öğrenip kendileri belirleyebiliyor mu, bölenleri doğru bir şekilde bulabiliyor mu bunu ölçmek amacıyla soracağını belirtmiştir.

Ö5: *A sayısına rakam seçmemiz gerektiğini söyleyerek başlarım. Rakamları denerlerken çift sayı seçmemeleri gerektiğini bunların zaten 1 ve kendisi dışında 2'ye bölündüğünü asal olamayacağını söylerim. Tek rakamları denemelerini ve daha sonra bu oluşan sayının çarpanlarını incelemelerini söylerim.*

Ö6: *Çift sayıları doğrudan atlarım ve gerekçesini söylerim. Uzun uzun değil, kısa yoldan nasıl çözüleceğini gösterme amacıyla sorardım. Öğrenciler genelde tek tek denerler.*

Ö8: *A sayısının yerine 0, 2, 4, 6, 8 çift rakamları hariç 1, 3, 5, 7 sayıları yazarak asallığını kontrol ederiz. Bu sorudaki amaç çift sayıların (2 hariç) asal olmadığını kavrayıp A yerine çift rakam yazmamalı ve 7A sayısının bölenlerini doğru bir şekilde bulmasını sağlamaktır.*

Ö5, Ö6 ve Ö8 bu soruda sadece 2 ile bölünebilme kurallarından çift rakamların elenerek geriye kalan tek rakamların denenerek asallığına bakılacağını ifade etmişlerdir. 3, 5, 9 ile bölünebilme kurallarını belirtmemişlerdir.

Ö12: *Farklı tipte soruları okuyup anlamaları için sorarım. A yerine hangi rakamlar gelebilir 0, 1, 2... 9 şeklinde tüm rakamları alırım tek tek deneyerek bizden isteneni hangileri sağlıyor onları belirleriz. Daha sonra bölünebilme kurallarına göre daha kısa yoldan yapıldığını gösteririm. 2 ile bölünebilme kuralına göre çift rakamlar, 5'e göre 5 rakamı gibi ve soruyu çözeriz. Öğrencilerde genelde bütün rakamları alıyor ama sonra asal mı değil mi karar veremiyor 70, 71, 72 şeklinde tek tek yazıyor ama bölenlerini bulmada sorun yaşıyor.*

Ö12'de ilk olarak gelebilecek rakamların hepsini tek tek deneyerek sonra bölünebilme kurallarına göre eleme yaparak çözmüştür.

Gelişime açık yanıtlar;

Ö2: Öğrenciler genelde A yerine asal sayı yazıyor 2, 3, 5, 7 gibi. 7A bütün olarak düşünemiyor. Öğrenciyi tahtaya kaldırıp verdiği cevabı yazıp işte 72 asal oldu mu, 73, 75, 77 asal oldu mu incelettiriyorum. Yanlış düşündüklerini görüyorlar.

Öğrencilerin verdikleri örneklerden yola çıkarak sayıları deneyerek asallığını incelediğini söylemiştir.

Ö7: A'nın alabileceği 10 tane rakam var hepsinin tek tek denerim. Öğrenciler asal sayıları anlamış mı, bir değer verince bütüncül düşünebiliyor mu o amaçla sorardım.

Ö7 burada A yerine gelebilecek rakamları tek tek deneyeceğinden bahsetmiştir. Çift rakamları yada 0 ve 5'i bölünebilme kurallarından eleme yapmamıştır.

Ö10: Sonu çift olamaz. Sonu 5 olursa 5'e bölünür. 77 de 7'nin katıdır. $1+3+9=13$

Bölünebilme kurallarından yararlanarak sorunun cevabını bulmuştur. Sorunun ölçmek istediği kazanım veya bilgi ile ilgili cevap yazmamıştır. Sadece soruyu çözmeye odaklandığı görülmüştür. Öğrencilerde karşılaştığı çözüm yöntemlerinden bahsetmemiştir.

Geliştirilmesi gereken yanıtlar;

Ö9: asal sayıları pekiştirmek amacıyla sorarım. 7A; A= 1, 3, 9 olur $1+3+9=13$

Sorunun cevabını direkt işlem yaparak bulmuş fakat A yerine neden 1, 3, 9 geldiğini diğer rakamların neden olmadığını belirtmemiştir. Sorunun sorulma amacını ise sadece asal sayıları pekiştirmek için ifadesini kullanarak çok genel bir cevap vermiştir.

Ö1: 70'li sayılardan hangileri asal diye düşünerek çözülebilir.

Ö11: Bu soruyu 7 ile başlayan iki basamaklı asal sayıları yazarak çözerim ve A'nın yerine ne gelebileceğini bu şekilde bulurum. Bu soruyu sorma amacım iki basamaklı büyük asal sayıları kavramalarını sağlamaktır.

Soruyu çözerken 7 ile başlayan iki basamaklı asal sayıları vererek 71, 73, 79 gibi o halde 1, 3 ve 9 gelmeli şeklinde ezberci bir öğretme yöntemine başvurduğu görülmektedir.

6. sınıfta asal sayılar kazanımı verilirken, ders kitaplarında da yer alan Eratosten Kalburu asal sayıları belirleyebilmek için önemlidir. Öğretmenlerin büyük çoğunluğu yarı yapılandırılmış görüşmelerde derslerinde Eratosten Kalburunu etkinlik olarak öğrencilere yaptırdığını belirtmişlerdir. Çalışma grubunun Eratosten Kalburunun nasıl kullanıldığı hakkında bilgi düzeylerini ölçmek için soru yöneltilmiştir. Aşağıda Tablo 21’de öğretmenlerin Eratosten Kalburunun büyük sayıların asallığını belirlemeye dair sahip oldukları bilgileri kategorilere ayrılarak verilmiştir.

Tablo 21. Büyük Sayılarda Eratosten Kalburunun Kullanımı

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	$16 < \sqrt{283} < 17$ dır. 16’dan küçük asal sayılara yani 2, 3, 5, 7, 11, 13 asal sayılara bakılması gerektiğini belirtenler.	Ö4, Ö9, Ö11, Ö12
Gelişime Açık	$\sqrt{283}$ ’ten küçük asal sayılara bakmamız gerektiğini ifade ederken bir kısmı yanlış söyleyenler. Örneğin asal sayılara bakıldığını bilir fakat hangi asal sayıya kadar olduğunu belirtmez, 283’ün karekökünü alacağını bilemez 283’ten küçük asal sayılar olarak söyler, $\sqrt{283}$ ’ten küçük bütün sayılara bakılması gerektiğini söyleyenler.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10
Geliştirilmeli	Bölünebilme kurallarına göre asallığını belirlemeye çalışanlar.	Ö5

Gelişmiş yanıtlar;

Ö4: 283 sayısını 13’e kadar bölünüp bölünmediğini kontrol etmek yeterli. $16 < \sqrt{283} < 17$, 17’den küçük asallar kontrol edilir. 2, 3, 5, 7, 11, 13 sayıları kontrol edilir.

Ö9: $16 < \sqrt{283} < 17$ sayımız 16 ve 17 arasındadır. 16’dan küçük asal sayılara bölünüp bölünmediğine bakarım. 2, 3, 5, 7, 11, 13 olmak üzere 6 tane sayı kullanırım.

Ö11: $\sqrt{283}$ ‘e bakılırken yaklaşık değeri 17 olduğundan 17’den küçük asallara bakılır. Yani 6 tane asal sayı kullandım.

Ö12: N asal sayı olsun. $N^2 < 283$ olacak şekilde bir kural teorem vardı. 2, 3, 5, 7, 11, 13 olacak şekilde 6 taneye bakmak yeterli.

Gelişime açık yanıtlar;

Ö1: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 bu sayıları denerim. Olmayınca asal olduğuna karar veririm.

Ö2: 283'e kadar bütün sayılara bakmamıza gerek olmadığını gösteririm. Eratosten kalburunda 2, 3, 5, 7'ye bakıyoruz genelde ama sebebini bilmiyorum. Asal sayıları bulmak için yeterli oluyor. 283 içinde 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 gibi bakabildiğim kadar asal sayılara bakarım.

Ö3: 2, 3, 5, 7 ve 11 asal sayılarını dener bölünüp bölünmediğine bakarım. Bu asalların yeterli olacağını düşünüyorum.

Sayıların asallığına bakılırken asal çarpanlarına bakmanın yeterli olduğunu bilmekte fakat hangi asal sayıya kadar bakması gerektiği yerde bilgi eksikliği mevcuttur. Ö3 ders anlatım sürecinde öğrencilere asal sayıları anlatıp tanımını verdikten sonra asal sayı olanlara ve olmayanlara örnekler vermiştir. Bunları yaptıktan sonra Eratosten kalburunu akıllı tahtadan açıp öğrencilerle 2'nin katlarını, 3'ün katlarını birlikte belirleyerek boyamışlardır. En son 7 sayısını yaptıktan sonra 11 sayısına bakar ve bütün katları boyalı olduğu için burada bırakır. Aynı şekilde Eratosten Kalburu 100'e kadar olan sayılar yer aldığı için 2, 3, 5 ve 7 asal sayılarına bakmamız yeterlidir fakat Ö3, 11 asal sayısına da bakmıştır.

Ö7: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 gibi asallara bölünür mü diye baktım. Belli bir sebebi yok bakabildiğim kadar baktım.

Ö10: 283'e kadar olan bütün asal sayılara bölünüp bölünmediğine bakmamız gerekir. Bir sayının asal olup olmadığını anlamaya yönelik başka bir yöntem bilmiyorum.

Geliştirilmesi gereken yanıtlar;

Ö5: İlk 10 sayıya bakmasının yeterli olacağını ifade ederim. Devam etmek isterse bölünebilme kurallarını kullanabileceğini vurgularım.

Sayıların asallığını incelerken ilk on sayı ve bölünebilme kurallarına bakıldığını söyleyerek geliştirilmeli kategorisinde yer almıştır. 221 sayısı asal sayı değildir ve bölenleri ilk on arasında da değildir. Verdiği bu bilgi yeterli değildir.

Öğrencilerin Sorularına Doğru Cevap Verebilme ve Nedenleri ile Açıklayabilme

Öğretmenlerin kendilerine sorulan sorulara doğru cevap verebilmeleri ve bunları öğrencilere anlayacakları biçimde anlatabilmeleri önemlidir. Bu kısımda ASBT’de hazırlanan 7. soru ve 11. soruda öğrencilerin öğretmenlerine sordukları sorulara nasıl yanıt verecekleri incelenmeye çalışılmıştır. Ders anlatım süreci gözlemlenen Ö3 ve Ö5’in derslerinde öğrencilerin sordukları sorulara ve öğretmenlerin verdikleri yanıtlara dikkat edilerek aralarında geçen diyaloglar verilmiştir.

Öğrencilerde en çok karşılaşılan hatalardan birisi 2 sayısının asal olma durumudur. Çift sayılardan yalnızca 2 asal sayıdır. Bu sebeple öğrenciler asal olmadığını düşünmektedirler. ASBT’de hazırlanan 7. soruda öğretmen sınıfa bütün çift sayıların 2’ye bölündüğü için asal olmadığını sadece 2 sayısının asal olduğu söylemiştir. Bunun üzerine bir öğrencisi bütün çift sayılar asal değilse 2’nin neden asal sayı olduğunu sormuştur. Çalışma grubunun bu soruya verdikleri yanıtlar kategorilere ayrılarak aşağıda Tablo 22’de verilmiştir.

Tablo 22. 2 Sayısının Asal Olduğuna İlişkin Verdikleri Yanıtlar

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Çift sayıların asal olmadığını bölünebilme kuralından açıklayanlar, asal sayıların iki pozitif böleni olduğunu ve 2 sayısının bu tanıma uygunduğunu anlatanlar.	Ö3, Ö8, Ö12
Gelişime Açık	2 sayısının asal olduğunu belirtip, çift sayıların asal olmamasını bölünebilme kuralından değil sadece bölenlerini bularak ifade edenler veya bölünebilme kuralı ile çift sayıların asal olmadığını ifade edip 2’nin bölenlerini yanlış ifade edenler.	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11
Geliştirilmeli	Hem çift sayıların asal olmama durumunu bölünebilme kuralından belirtmeyenler hemde 2’nin bölenlerini yanlış ifade edenler.	

Gelişmiş yanıtlar;

Ö3: 2 sayısının 1 ve kendinden başka pozitif bölenleri yoktur. Ancak diğer çift sayıların bu iki bölen dışında garanti “2” böleni de vardır. Tanıma uymadığını ifade ederim.

2 sayısının ve diğer çift sayıların bölenlerini belirterek asal sayı tanımına uymadığı cevabını vermiştir. Ö3’ün ders öğretim sürecinde bu bilgiye değindiği görülmüştür. Öğrencileri ile arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö3: Bütün çift sayılar 2 ile bölünür o halde çift sayılar asal olamazlar ama 2 asal sayıdır.

Öğrenci: Bütün çift sayılar asal sayı olamazlar ise 2 nasıl asal sayı olur?

Ö3: Çift sayılar neden asal sayı olamazlar? Çünkü 1 ve kendisi dışında 2 sayısına da bölünürler ama 2 sayısına baktığında sadece 1 ve kendisine bölünür asal olmasına engel yoktur.

Öğrenci: Anladım öğretmenim.

Ö3’ün ders anlatım sürecinde bölenlerini 1 ve kendisi olarak ifade ettiği pozitif bölen olarak belirtmediği görülmektedir.

Ö8: Asal sayı 1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan sayılardır. 2 sayısının pozitif bölenleri 1 ve 2’dir. Ancak diğer çift sayılar kendisi ve 1 dışında 2’de bölündükleri için asal sayı değildirler. Örneğin 10 sayısının bölenleri 1, 2, 5, 10’dur. 1 ve kendisi dışında bölenleri olduğu için asal değildirler.

Ö12: Bu hatayla çok karşılaşyoruz. Çift sayılara fazlaca örnek yazarım, bölenlerini buldurturum. 2 hepsinin böleni olduğu görülür. 2 ile bölünebilme kuralı hatırlatılır. Neden ve nasıl bu cümleyi kurduk tartışılır. Sonra 2 sayısı incelenir bölenleri ile birlikte, 2 pozitif böleni olduğu için asal olduğu görülür.

Asal sayının tanımını verip 2 sayısının asal olabilmesi için pozitif bölenlerinin 1 ve kendisi olmak üzere iki tane olduğunu doğru bir şekilde söylemiştir. Daha sonra çift sayıların 1 ve kendisi dışında kesin 2 sayısına bölündüğü ve bunun asal sayı tanımına uymadığından asal olmadığını söyleyerek gelişmiş kategoride yer almışlardır.

Gelişime açık yanıtlar;

Ö4: Asal sayılar pozitif sadece 1 ve kendisine bölünebilen sayılardır. 2 sayısı 1 ve 2’ye bölünebildiği için asaldır. Örneğin 16 sayısı 1, 2, 4, 8, 16 sayılarına bölündüğü için asal değildir, şeklinde anlatırdım.

Asal sayıların tanımını vererek 2 sayısının nasıl asal olduğunu açıklamıştır. Fakat diğer çift sayıların asal olmamasını 2 ile bölünebilme kuralından değilde sadece bir örnek vererek asal olmadığını söylemiştir. 16 sayısı 1, 2, 4, 8, 16 sayılarına bölündüğü için demiştir. Burada öğrenci 16 sayısının asal olmadığını görmüştür fakat 20, 36, 224 gibi başka çift sayı geldiğinde çift sayı o halde 2'ye bölünür ve asal değildir düşüncesine sahip olamayacaklardır.

Ö1: 2'nin katları çift sayıdır. Çift sayılar kesinlikle 2'ye bölünmek zorundadır. Bu yüzden 2 dışındaki çift sayıların böleninde 2 olur ve bu asallığı bozar. 2 sayısının bölenleri 1, 2 olduğu için asal tanımını bozmaz. Tek çift asal sayı o yüzden 2'dir.

Ö2: 2 ve diğer çift sayılardan fazlaca örneği tahtaya yazarım. Hepsinin bölenini inceleriz. Bütün çift sayıların 2'ye bölündüğünü görürüz. 2'ye bölünme kuralını hatırlarım. Bu cümleyi neden kurduğumu, bütün çift sayıların 2'ye bölündüğü yani 1 ve kendisinden başka böleni olduğu için asal olmayacağı ifade ederim.

Ö5: 2'nin sadece iki böleni olduğunu bunların 1 ve kendisi olan 2 olduğunu gösteririm. Diğer bütün çift sayılarda ise 1 ve kendisi dışında 2'ninde çarpan olarak geldiğini ifade ederim.

Ö6: Çünkü çift sayıların hepsi 2'ye bölünür. Yani kendisi ve 1 dışındaki böleni muhakkak vardır ve 2'dir (tabi başka bölenleride olabilir). Ancak 2 sayısının zaten kendisi 2 olduğu için asal sayı tanımına aykırı bir durum yoktur.

Ö7: Öğrenciler bir ifade kullandığımızda genelleme yapmayı severler. Bu cümlede ne anlatmak istedik onu açıklarım. 2'nin çarpanlarını buldururum. Sonra 2'nin katlarının çarpanlarını buldururum. Bütün çift sayılar 2 ile bölündüğü için bu bilgiyi verdiğimizizi açıklarım.

Ö9: 2 yalnız kendisine ve 1'e bölünebildiği ve başka bölene uymadığı için asal sayıdır. Diğer bütün çift sayılar 1, kendisi ve 2'ye tam bölünebildiği ve en az 3 tane böleni olduğu için asal değildir.

Ö10: Asal sayılar 1 ve kendisi dışında böleni olmayan sayılardır. 2'nin 1 ve 2 olmak üzere iki çarpanı vardır. Başka çarpanı olmadığı için 2 asal sayıdır. Diğer çift sayılarda ise bir ve kendisi dışında 2 çarpanı da bulunacağından 2 dışındaki çift sayılar asal değildir. Yani tanımı hatırlatırım.

Ö11: 2'den büyük tüm pozitif çift tam sayılar 2'ye bölünür. 2'de sadece 1 ve kendisine bölünür. Bundan dolayı 2 asal sayının tanımına uyar.

Çift sayıların tamamının 2'ye bölündüğünü söylemiştir. 2 sayısının asal olmasını ise asal sayılar tanımına uyduğu için şeklinde ifade etmiştir. Asal sayılar tanımını

incelerken ifade edildiği gibi asal sayıların pozitif iki böleni olması gerekiyor. 2 sayısının bölenleri incelendiğinde $\{1, -1, 2, -2\}$ olmak üzere dört tane böleni vardır. Sadece iki böleni vardır söylendiğinde yanlış ifade edilmiş olur.

Hem çift sayıların neden asal sayı olmadığını açıklamayan hemde 2'nin asal sayı olması için pozitif iki böleni olması gerektiği belirtmeyen öğretmen olmamıştır. Geliştirilmeli kategorisinde yer alan öğretmen yoktur.

6. sınıfta ders kitaplarında yer alan öğretmenlerin çoğunluğunun yarı yapılandırılmış görüşmelerde bahsettiği Eratosten Kalburu ile ilgili ASBT'de yer alan 11. soruda öğrenciler öğretmene “Eratosten Kalburu sadece 100'e kadar olan sayılarda mı geçerli? Daha büyük sayılar için de kullanabilir miyiz? Mesela 283 için 283'e kadar olan bütün sayılara bölünüp bölünmediğine bakmamız gerekir?” sorusunu sormuştur. Çalışma grubunun bu soruya verdikleri yanıtlar kategorilere ayrılarak aşağıda Tablo 23'de verilmiştir.

Tablo 23. Öğretmenlerin Eratosten Kalburunun Kullanım Özelliğine Verdikleri Yanıtlar

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	Eratosten kalburunda bütün sayılara bölerek değil sadece 2, 3, 5 ve 7 asal sayılarına bölündüğünü bilmek ve 283 sayısına uyarlayarak çözmek.	Ö4, Ö11, Ö12
	Asal sayılara bölünmesi gerektiğini bilenler fakat kaç tane asal sayıya bölüneceğini bilmeyenler,	Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10
Gelişime Açık	sayının karekökünden küçük olacağını bilenler fakat karekökünden küçük bütün sayılar olacağını düşünenler,	
Geliştirilmeli	Bölünebilme kurallarına göre asallığını belirlemeye çalışanlar.	Ö1, Ö5, Ö9

Gelişmiş yanıtlar;

Ö4: 283 sayısını 13'e kadar asal sayılara bölünüp bölünmediğini kontrol etmek yeterli. $16 < \sqrt{283} < 17$, 17'den küçük asallar kontrol edilir. 2, 3, 5, 7, 11, 13 sayıları kontrol edilir. 6.sınıflara anlatırken köklü ifadeleri bilmediği için bölünebilme kurallarını kontrol etmelerini isterim. Sonrasında bu sayı sadece 1 ve kendisine bölünüyor deyip asal olduğunu söylerim.

6. sınıfın köklü sayıları öğrenmediği için bu kuralı veremeyeceğini onlara bölünebilme kurallarını kontrol etmelerini, sadece 1 ve kendisine bölündüğü için asal olduğunu söyleyeceğini ifade etmiştir.

Ö11: Bu soruya cevap verirken; 238'e bakarken bütün sayılara bakmayacağımızı, bunun bir yöntemi olduğunu söylerim. Bu yöntem o sayının karekökünü alıp çıkan yaklaşık sonuca en yakın asallara kadar bölmek olduğunu söylerim. Fakat öğrencinin seviyesi buna uygunsa bunu belirtirim.

Eratostenes kalburunun nasıl kullanıldığını, amacını ve özelliğini bildiği görülmektedir.

Ö12: Eratosten kalburunu açarım ve hepsinin tek tek yapmasını isterim. 100 için bütün sayılara bakıp bakmadığını sorarım bakmadıklarını görürler. Hangi sayıların katlarına baktığımızı soruyorum. Sadece 2, 3, 5, 7 olduğu ortaya çıkıyor. Yani sadece asal sayıları inceledik diğer sayıları zaten 2'nin katına bakarken 3'ün katına bakarken eledik diyorum. N asal sayı olsun. $N^2 < 283$ olacak şekilde bir kural teorem vardı. 2, 3, 5, 7, 11, 13 olacak şekilde 6 taneye bakmak yeterli.

Eratosten kalburunu yaparak öğrencilerle birlikte asal sayıları belirlemiştir. Daha sonra asal sayıları belirlerken hangi sayıları kullandıklarını incelemişlerdir. 283'ün asal olup olmadığını belirlemek için $\sqrt{283}$ 'den küçük asal sayılara bakıldığını söylemiştir.

Gelişime açık yanıtlar;

Ö2: 6.sınıfta eratosten kalburunu nasıl yapmıştık onu açıp hatırlatırım. 100 için 100'e kadar bütün sayılara bakmadığımızı gösteririm. 283 içinde 283'e kadar bütün sayılara bakmamıza gerek olmadığını gösteririm. Eratosten kalburunda 2, 3, 5, 7'ye bakıyoruz genelde ama sebebini bilmiyorum. Asal sayıları bulmak için yeterli oluyor.

Eratosten kalburunda 2, 3, 5 ve 7 asal sayılarına bölünüp bölünmediğine bakıldığını biliyor fakat neden olduğunu bilmiyor.

Ö3: 2, 3, 5, 7 ve 11 asal sayılarını dener bölünüp bölünmediğine bakarım. Bu asalların yeterli olacağını düşünüyorum.

Sayıların asallığına bakarken kendinden küçük asal sayıların incelendiği bilgisine sahip olduğu fakat hangi asallara bakılması gerektiği yani sayının karekökünden küçük asallara bakılması gerektiğini bilmediği gözlemlenmiştir. Ders anlatım sürecinde öğrencilere asal sayıları anlatıp tanımını verdikten sonra asal sayı olanlara ve olmayanlara örnekler vermiştir. Bunları yaptıktan sonra Eratosten kalburunu akıllı tahtadan açıp öğrencilerle 2'nin katlarını, 3'ün katlarını birlikte belirleyerek boyamışlardır. En son 7 sayısını yaptıktan sonra 11 sayısına bakar ve bütün katları boyalı olduğu için burada bırakır.

Ö6: Eratosten kalburunda da 100'e kadar olan bütün sayılara mı bakıyorduk? derim ve öğrenciyi keşfetmeye yönlendirmeye çalışırım. Karesi 283'ten küçük olan en büyük asal sayıya kadar bakarız $17^2 = 289 > 283$ olduğu için $13^2 = 169 < 283$ yani 13'e kadar (13 dahil) bakarım.

Ö8: 283'e kadar bakmamıza gerek yoktur. 13'e kadar bakmamız yeterli olur. $16 < \sqrt{283} < 17$ yani 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e bölünüp bölünmediğine bakmamız gereklidir. Hiçbirine bölünmediği için asal sayıdır.

Sayının karekökünü alacağını ve ondan küçük asal sayıya bakacağını biliyor fakat $13 < \sqrt{283}$ olduğundan 13'e kadar olan bütün sayılara bölünebildiğine bakmıştır.

Ö7: Tabikide hepsine bakmamıza gerek yoktur. Eratosten kalburunda 100'e kadar bulurken hepsine baktık mı hayır şeklinde ilk olarak eratosten kalburunu iyice anlamasını sağlarım. Asal olmayanların zaten elendiğini asal sayılara bölünüp bölünmediğini incelediğimizi açıklarım.

Ö10: 283'e kadar olan bütün asal sayılara bölünüp bölünmediğine bakmamız gerekir. Bir sayının asal olup olmadığını anlamaya yönelik başka bir yöntem bilmiyorum.

Asal sayılara bölünme durumunun inceleneceğinin farkındalar fakat kaç tane asal sayı yada hangi asal sayıya kadar bölünmesi gerektiği bilgisine sahip değildirler.

Geliştirilmesi gereken yanıtlar;

Ö1: Bölünebilme kurallarını tek tek denerim. Bölünmeyen sayıları elerim. Kurallar biterse asal sayıları deneyerek devam ederim.

Sayıların asal olup olmadığına karar vermek için bölünebilme kurallarını tek tek deneyerek bulunması gerektiğini ifade ederek Eratosten kalburunun özelliğinin nasıl uygulandığından hiç bahsetmemiştir.

Ö5: İlk 10 sayıya bakmasının yeterli olacağını ifade ederim. Devam etmek isterse bölünebilme kurallarını kullanabileceğini vurgularım.

Söylediği bilgi yeterli ve açıklayıcı değildir. Eratosten kalburunu kullanarak nasıl asal sayıların bulunduğunu bilmediği görülmektedir.

Ö9: Daha büyük sayıların da bu yöntemle bulabiliriz ancak bu uğraştırıcı ve zaman alabilir.

Sayıları kendinden küçük bütün sayılara bölerek asallığını bulabileceğimizi ancak bunun uğraştırıcı ve zaman alıcı olduğundan bahsetmiştir.

Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusunun Önemi, Özelliklerini ve Amaçlarını Açıklama

Çalışma grubunun konuya ilişkin fikirlerini öğrenebilmek için ASBT’de 1. soru “Matematikte asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusu önemli midir? Neden? Asal sayılar konusu olmasaydı ne olurdu?”, yarı yapılandırılmış görüşmelerde “Dersinizde asal sayılar konusunu genelde nasıl işliyorsunuz, nasıl bir giriş yapıyorsunuz?” soruları sorulmuştur. Gözlem sürecinde de öğretmenlerin konuya girişleri, asal sayılar hakkında kullandıkları ifadelerle dikkat edilmiştir.

Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar gelişmiş, gelişime açık ve geliştirilmeli olmak üzere üç kategoride toplanmıştır. Gelişmiş kategorisinde yer alan yanıtlar, 1’den büyük sayıların ya asal sayı ya da asal sayıların çarpımı şeklinde yazılmasından doğru bir şekilde ifade edenler, sayı kümesini doğru verenler, Kriptolojide kullanıldığından bahsedenlerdir. Gelişime açık kategorinde yer alan yanıtlar, sayılar ya asal sayı yada asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabildiğinden bahsedenler fakat eksik ifade edenlerdir (1’den başladığını belirtmeyenler gibi). Geliştirilmeli kategorinde yer alanlar asal sayıların öneminden, özelliklerinden bahsetmeyenlerdir.

ASBT’de öğretmenlerin 1. soruya verdikleri yanıtlar aşağıda Tablo 24’de verilmiştir.

Tablo 24. Öğretmenlerin 1. Soruya Verdikleri Yanıtlar

Kategori	Kodlamalar	Öğretmenler
Gelişmiş	1'den büyük sayılar ya asal sayı yada asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabilir. Kriptolojide kullanılır. (Ö6)	Ö9, Ö12
Gelişime Açık	Sayılar ya asal sayı yada asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabildiğinden bahsetmiş fakat 1'den büyük olması gerektiğini belirtmemişlerdir.	Ö3, Ö5, Ö11, Ö4, Ö6, Ö8, Ö7, Ö10
Geliştirilmeli	Asal sayıların nasıl belirlendiği ve tanıma yer vermişlerdir. Öneminden bahsetmemişlerdir.	Ö1, Ö2

ASBT 1. sorusuna matematik öğretmenlerinin çoğunluğunun asal sayıların öneminde gelişime açık kategorisinde olduğu görülmektedir. Gelişmiş ve geliştirilmeli yanıtların az sayıda olduğu görülmektedir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin cevapları aşağıda verilirken birbirine yakın cevap verenler peşpeşe verilmeye dikkat edilmiştir.

Gelişmiş yanıtlar;

Ö12: Ortaokul matematik müfredatında çok kısa kazanımda yer alıyor. Bu yüzden önemsiz, gereksiz bir konu gibi algılanıyor öğrencilerde, oysa asal sayıları diğer konularda da fazlaca kullanıyoruz. Ayrıca 1'den büyük bütün sayılar asal sayıların çarpımı şeklinde yazılır. Yani sayılar asal sayılar sayesinde oluşturabilir.

1'den büyük bütün sayılar ya asaldır ya da asalların çarpımı şeklinde yazılabileceğinden 10 tane öğretmenimiz bahsetmiştir. Ö12 ve Ö9 bu özelliği doğru ve tam bir şekilde yazmışlardır. Ayrıca Ö12 asal sayıların diğer konular ile arasında ilişki olduğunu ve diğer konularda da kullanıldığını bahsetmiştir.

Ö9: Evet, 1'den büyük her tam sayı ya asal bir sayıdır yada asal sayıların çarpımından oluşur. Asal sayılar şifrelemenin temelini oluşturur. Çok büyük sayıları şifrelemek istersek sayıyı, asal sayılarla üretebiliriz.

Ö9'da aynı şekilde sayıların asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabileceğinden bahsetmiştir. Ayrıca ek bilgi olarak asal sayılar ile şifrelemenin arasındaki ilişkiden bahsederek bilgi vermiştir. Ayrıca Ö6'da asal sayıların şifreleme işleminin temelini oluşturduğundan bahsetmiştir.

Gelişime açık yanıtlarda 1'den büyük sayıların asal sayı veya asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabileceğinden bahsedilmiş fakat eksik bilgiler vardır. Aşağıda gelişime açık kategoride yer alan yanıtlar yer almaktadır.

Ö5: Evet önemlidir. Asal sayılar konusu olmasaydı diğer doğal sayılara ulaşmak zor olurdu. Aslında her sayı asal sayıların kendisi ve birbiri ile çarpılmasından elde edilir.

Ö5'de burada doğal sayı ifadesini kullanmıştır ve bu eksik bir ifadedir. Doğal sayılar 0, 1, 2, 3, 4 ... şeklindedir. 0 ve 1 sayıları incelediğimizde asal sayı da değildir ve asal sayıların çarpımı şeklinde de yazılamazlar.

Ö8: Asal sayıların matematikteki yeri çok önemlidir. Çünkü; bütün sayma sayıları asal sayıların çarpımı şeklinde oluşturulur. Örneğin $35=5.7$, $24=2.2.2.3$ şeklinde yazılabilir. Aralarında asal sayıların önemi ise problemlerin çözüm ve analizinde kullanılmalıdır.

Ö3: müfredatta kısa tutulan ancak önem arz eden bir konudur. Çünkü tüm sayma sayılarının temelinde asal sayıların çarpımı ile oluşturulması vardır.

Ö8 ve Ö3'de sayma sayıları ifadesini kullanmıştır. Bu da yanlış bir ifadedir. Sayma sayıları 1, 2, 3, 4, 5... şeklinde yazılır. 1 sayısı yukarı belirtildiği gibi asal sayı da değildir ve asal sayıların çarpımı şeklinde de yazılamaz.

Ö4: Evet önemlidir. Bütün sayılar asal sayılar asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabildiğinden asal sayılar öğrenilmelidir. Ortak bölenler ve çarpanlar konusunda da asal sayıları kullanıyoruz. En önemlisi yeni nesil sorularda asal sayılarla ilgili sorularda soruyu kısa sürede çözmemize yardımcı olur.

Ö4'ün burada bahsettiği bilgi de eksiklik vardır. Bütün sayılar asal sayıların çarpımı şeklinde ifadesi eksiktir. Negatif sayılar asal sayılara dahil edilmediği için negatif sayılar bu şekilde elde edilemez. 1'den büyük sayılar ya asal sayıdır yada asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabildiği için bu bilgi eksiktir denilebilir.

Ö7: Tabikide önemlidir. Bütün sayıları asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazabiliriz. Taa 5.sınıfta giriş yapılıyor aslında dikdörtgenin alanı konusunda alanı 17 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları nelerdir? Sorusunda asal sayılara giriş yapılıyor.

Ö7’de bütün sayılar ifadesini kullanmıştır. Diğer öğretmenlerden farklı olarak asal sayılar konusu ile 5. sınıfta dikdörtgenin alanından kenar uzunluklarını bulma konusunu ilişkilendirmiştir.

Ö6: *Evet, önemli. Çarpan ve bölen kavramından itibaren önemli konular. Her tam sayı, asal sayılar kullanılarak yazılabildiği ve özellikle şifreleme işlemlerinin temellerini oluşturduğundan asal sayılara ihtiyaç duymaktayız.*

Ö10: *Önemlidir. Sayılar bir ya da daha fazla asal sayının bir araya gelip çarpımı ile oluşur. Asal sayıları birim parçalar olarak düşünebiliriz. Sayıları, çarpanlarını, katlarını anlamlandırır. Ortak bölen, ortak kat bulurken asal sayıları kullanırız.*

Ö10 sayılar ifadesini kullandığı için gelişime açık kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca asal sayılar konusu ile ortak kat, ortak bölen, çarpanlar ve katlar konularının ilişkisi olduğunu söylemiştir.

Ö11: *asal sayılar çok özel ve önemli bir kavram. Maddenin yapı taşı atom olduğu gibi sayıların yapı taşıda asal sayılardır. Tüm sayıların temelinde asal sayıların çarpımı olduğunu farketmek sayıları anlamamız açısından oldukça önemlidir.*

Ö11 asal sayılar ile sayılar arasında ilişkiyi maddenin yapı taşını atoma benzeterek güzel bir örnek vermiştir. Ama Ö4 gibi tüm sayılar demiştir ve eksik bilgi vermiştir. 1’den büyük olduğunu belirtmesi gerekmektedir.

Geliştirilmeli kategorisine giren iki öğretmen vardır. Öğretmenler cevaplarında asal sayıların öneminden yada diğer sayılar ile ilişkisinden daha ziyade asal sayının tanımı yada ortaokuldaki konulara göre cevap vermişlerdir.

Ö1: *Evet önemlidir. Bölme işlemi günlük hayatta en çok kullanılan işlemlerdir. Asal sayıların kendisinden başka sayıya bölünmeyeceğini bilmek hem kolaylık sağlar hemde bu denli özel sayıların olması insanların ilgisini çeker.*

Ö2: *Matematikte bütün sayılar önemli ve birbiriyle ilişkilidir. Asal sayılardan önce bölenler konusu işleniyor bu konuyu anlamayan asal sayılarda çok zorlanabiliyor. Asal sayılarda sayıları anlayabilmemiz yaptığımız işlemleri yorumlayabilmemiz için*

önemlidir. Bütün sayıları tahtaya yazıp bölenleri bulup sadece 1 ve kendisine bölünen sayıları ayırt etmemizi sağlar.

Ö1 ve Ö2'nin verdikleri yanıtı incelendiğinde asal sayıların matematikteki yeri ve öneminden daha çok kendinden önceki konu ile ilişkilendirerek asal sayıların nasıl bulunacağı hakkında bilgi vermişlerdir. Bu sebeple geliştirilmeli kategorisinde yer almaktadır.

Yarı yapılandırılmış görüşmelerde araştırmacı “dersinizi işlerken asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu genelde nasıl işliyorsunuz? Nasıl anlatıyorsunuz öğrencilerinize?” sorularını sormuştur. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlardan farklı kategorilerde yer alanlar aşağıda verilmiştir.

Ö3: Okulumuzun durumunu göz önünde bulundurduğumda yapılandırmacılık yaklaşımına göre dersimi anlatamıyorum genelde sunuş yoluyla anlatıyorum. Asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımını yapıyorum ve zıt örnekler veriyorum. Asal sayılar olanlar ve olmayanlar, aralarında asal olanlar ve olmayanlarla alakalı bu şekilde ilerliyorum. Yani sunuş yoluyla tanım üzerinden kendim verip öğrencilerin uygun örnekleri söylemesini istiyorum.

Ö5: Öncelikle asal sayılar konusuna giriş yaptığında ilk olarak birden başlayarak doğal sayıları tahtaya yazıyorum çarpanları tek tek bulduruyorum çarpanlarına buldurduktan sonra çarpanlarına bakıyorum sadece bir ve kendisi olanların asal olduğunu öğrencilere söylüyorum.

Ö11: Asal sayıları anlatmaya başlarken asal sayıların öneminden bahsederek başlıyorum. Yani asal sayıları genel anlamda biliyorsunuz ki zaten kriptoloji biliminde kullanılıyor ve asal sayıları daha öncesinde zeta fonksiyonu var ya dağılımını bulmaya çalışmışlar bununla ilgili baya çalışmalar yapmışlar. Fermat teoremleri var mersenne asalları var. Bunlarla ilgili ufak bir değiniyorum ama tabi ki bunlarına seviyelerine uygun olmadığı için üstün körü geçiyorum. Ondan sonra asal sayılar ve aralarında asalların tanımını veriyorum. Tanımların öneminden bahsediyoruz tabi ki.

Öğretmenlerin yanıtları incelendiğinde çoğunluğun ders anlatım sürecinde 1'den büyük sayıların asal sayı veya asal sayıların çarpımı olduğundan, kriptolojide kullanıldığından, diğer konular ile bağlantılı olduğundan bahsetmedikleri görülmektedir. Ö11 bunun sebebi olarak seviyelerine uygun olmadığını ifade etmiştir. Genel olarak asal sayıların tanımını vererek sayıların asal olup olmadığını incelediklerini belirtmişlerdir.

Ders gözlem sürecinde Ö3 ve Ö5'in kullandıkları ifadelerle dikkat edilmiştir. Ders içi gözlem sürecinde Ö3 ders anlatımına başlarken asal sayının tanımını verdiği ve asal olan ve olmayan sayılara örnekler vererek anlattığı görülmüştür. Konuya girişte dikkat çekme, öneminden bahsetme gibi ifadeler kullanmamıştır. Ö5'in ders anlatım sürecinde aralarında asal sayıları anlatmadan önce asal sayıları 1'den başlayarak sayıları tahtaya yazmış ve çarpanlarını öğrencilere buldurarak tekrar etmiştir. Çarpanlarına baktıktan sonra sadece 1 ve kendisi olan sayılara asal sayı denildiğini ifade etmiştir. Daha sonra aralarında asal sayıların tanımını vererek örneklerle açıklamıştır. Ö3 ve Ö5 görüşmelerde de ifade ettikleri gibi sunuş yoluyla öğretim stratejisi kullanarak bilgiyi öğrencilere vermeye çalışmışlardır. Fakat konuya girişte önemi, hedefi, özellikleri veya amaçlarından bahsetmemişlerdir.

Matematik Öğretmenlerinin Öğrencileri Anlama Bilgisine Ait Bulgular

Bu bölümde çalışma grubunun, öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda hangi noktaları kafa karıştırıcı bulabileceği, yaygın hataları ve bu hatalara sahip olma nedenleri hakkında bilgi düzeylerine ilişkin bulgular yer almaktadır. Öğrencileri anlama bilgisi incelenirken öğrenme zorlukları, hataları ve kavram yanlışları belirleyebilme ve bunların nedenlerini açıklayabilme olarak incelenmiştir.

Öğrencilerin Öğrenme Zorlukları, Hataları ve Kavram Yanlışlarını Belirleyebilme

Yarı yapılandırılmış görüşmelerde “öğrencileriniz nasıl hatalar yapıyorlar? Öğrencilerinizde asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik kavram yanlışları tespit ettiniz mi? Öğrencilerinizin asal sayılar ve aralarında asal sayıları belirlemede karşılaştıkları güçlükler nelerdir?” gibi sorular yöneltilmiştir. ASBT 5.

soruda “öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğrenirken karşılaşılabilecekleri zorluklar ve kavram yanlışları neler olabilir?” sorularak cevap vermeleri istenmiştir. Öğretmenlerin verdikleri yanıtlar sayıların asallığını belirleyememeleri, sayıların bölenlerini bulamamaları, asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu karıştırma, ezberci yaklaşım sergilemeleri, kavramları karıştırmaları olarak beş kodlama yapılmıştır. Aşağıda Tablo 25’de öğretmenlerin hangi kodlamada yanıt verdikleri yer almaktadır.

Tablo 25. Öğretmenlerin Öğrencilerinde Belirledikleri Hata, Kavram Yanılgısı ve Öğrenme Güçlükleri

Kodlar	Öğretmenler
Sayıların asallığını belirleyememeleri	Ö1, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Sayıların bölenlerini bulamamaları	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu karıştırma	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Ezberci yaklaşım sergilemeleri	Ö1, Ö11
Kavramları karıştırmaları	Ö2, Ö8, Ö10

Tablo 25 incelendiğinde bütün öğretmenlerin, öğrencilerin sayıların bölenlerini bulamadıklarını ve asal sayılar ile aralarında asal sayılar konusunu karıştırdıklarını belirttikleri görülmektedir. Çalışma grubunun verdikleri yanıtlar aşağıda verilmiştir.

Ö1: İki sayının aralarında asal olabilmesi için bu iki sayının da asal olması gerektiğini düşünüyorlar. Asal sayılarla ilgili özellikle 2, 3, 5, 7 dedik hemen 9 asal diyorlar.

Ö2: En büyük hataları aralarında asal sayıları asal olması gerektiğini düşünüyorlar. Asal sayılarla ikiden başka çift asal sayı yoktur o tektir özeldir bunu dememe rağmen çift sayıları incelemeye çalışıyorlar. O kısa yöntemi kullanmıyorlar. Genelde en küçük asal sayı 2’dir dediğimizde 1 neden asal değildir 1 sadece 1’e ve kendisine bölünüyor tanımıda uyuyor diyorlar.

Ö3: Genellikle aralarında asal sayılarla ilgili kavram yanlışına düşüyorlar. Aralarında asal olması için sanki iki sayısında asal olma zorunluluğu varmış gibi düşünüyorlar. Tüm tek sayılar sanki asal sayılarmış gibi düşünüyorlar. En küçük asal sayıyı 1 olarak düşünüyorlar. Bölen konusunu yeterince kavrayamadıklarından bölenlerini bulmakta zorlanıyorlar.

Ö4: En bilindik hatalar da genelde işte çift sayılarda iki dışında asal sayı yoktur öğrenildikten sonra bütün asallar tek sayıdır gibi bir yanlışla düşülüyor. Aralarında asalda verilen sayıların asal olması gerektiğini düşünüyorlar. 5 ve 6.sınıflar genelinde bölmede zorluk olduğu için bölenlerini bulmada zorlanıyorlar.

Ö5: Burada özellikle tek sayıların hepsinin asal olduğunu düşünüyorlar. Aralarında asalla ilgili şöyle bir hatayla karşılaşılıyor her iki sayının asal olduğunu düşünüyorlar. 1 sayısının asal olduğunu ifade ediyorlar. Büyük sayıların bölenlerini bulmada zorlanıyorlar.

Ö6: Öğrenciler bölünebilme kurallarını bilmedikleri için sayıların bölenlerini bulamıyorlar. Bulamadıkları içinde sayıların asal olup olmadığını belirleyemiyorlar. Öncesinde ve sonrasında 41 ve 61 asal olduğu için 51 asal gibi düşünme, 91'e asal deme eğiliminde oluyorlar.

Ö7: Hata değilde çocuklarda eksiklikler var çarpanlarını bulamıyorlar. Bu yüzden asal mı değil mi karar veremiyorlar.

Ö8: Asal sayılar konusunda zaten sayının işaretine dikkat etmeden hani pozitif mi negatif mi bakmadan asal olup olmadığını incelemeye çalışıyorlar. Sayıların aralarında asal olması için sayıların da asal olması lazım o yanlışla çok düşüyorlar. Biz bütün çift sayılar asal değildir dediğimizde o zaman şey diyor bütün tek sayılar asaldır. Asal sayıların bölenlerini bulmada zorlandıkları için belirlemede zorlanıyorlar.

Ö9: Asal sayılarla ilgili genelde 1'in asal olduğunu düşünüyorlar, 2'yi unutuyorlar. Çiftler asal değil gibi düşünüyorlar 2'de asal değil çift diyorlar. Asal olmayan sayıların aralarında asal olmadığını düşünüyorlar. 1 ve kendisinden başka böleni bulmada çok zorlanıyorlar. Çünkü bölmede eksiklik var.

Ö10: Bütün tek sayıların asal sayı olacağını düşünüyorlar. Asal sayılarla ilgili başka hata yok ama sayıların çarpanlarını bulmadıkları için bir sayının asal olup olmadığını nasıl anlayacakları konusunda sıkıntı yaşıyorlar. Sayının çarpanlarına çok hakim değiller. Aralarında asal sayılarda sayıların asal olacağını düşünüyorlar.

Ö11: İki sayının aralarında asal olması için iki sayının asal olması gerektiğini düşünüyorlar. Ayrıca yine sayıların bölenlerini bulamadıkları için ortak olanlarını belirleyemiyorlar aralarında asallığı doğru belirleyemiyorlar. Asal sayıları verirken 2, 3, 5, 7 diye sayıyoruz devamında da 11 ve 13 geliyor. Öğrencide sayarken sanki ritmik sayma yapar gibi arada 9 da asal deme eğilimine giriyor. 91, 97 gibi asal gözüken sayılarda zorlanıyorlar.

Ö12: En büyük hataları aralarında asal sayıları asal olması gerektiğini düşünüyorlar. Asal sayılarda 2'den başka çift asal yoktur dememe rağmen diğer çift sayıları incelemeye çalışıyorlar. 1 neden asal sayı değildir sadece 1 ve kendisine bölünüyor tanımında uyuyor ile karşılaşıyoruz. Öğrenciler 51, 91, 97 gibi sayıların bölenlerini bulmada zorlandıkları için üşengeçlik yapıp o zaman böleni yok ve asal sayılar olurlar diye ifade ediyorlar.

Ö1, Ö3, Ö5, Ö7, Ö9, Ö11 öğrencilerde 1 sayısını asal olarak kabul ettikleri hatası ile karşılaştıklarını öğrencilerinin $1=1 \times 1$ bölenleri hem 1 hem de kendisi şeklinde sorduklarını belirtmişlerdir. “2 hariç bütün çift sayılar asal değildir” ifadesi kullanıldığında o halde “bütün tek sayılar asaldır” şeklinde düşünen öğrenci hatasını ifade eden öğretmenlerde oldukça fazladır. Ö10 ve Ö12, çift sayılar asal değilse 2’de asal değildir olarak düşündüklerini söylemiştir. Ö2, Ö6, Ö9’da öğrencilerde bütün çift sayıların 2’ye bölündüğünü ifade etmelerine rağmen hala çift sayıların asallığını incelemeye çalışmalarını gördüklerini söylemişlerdir. Burada öğretmenler öğrencilerden çift sayı gördükleri zaman örneğin 124 zaten çift sayı ve her türlü 2’ye bölünür yani 1 ve kendisinden başka böleni olduğu için asal olamaz şeklinde düşüncelerini beklediklerini ifade etmişlerdir. Ö1 ve Ö11’de asal sayıların 2, 3, 5, 7 gibi başladığı için hemen ritmik 9’u asal sayı olarak düşündüklerini söylemişlerdir. Ö6, Ö11, Ö12’de 51, 57, 91 gibi sayıların bölenlerini bulmada zorlandıkları asal gözüken ama asal olmayan

sayıları belirleyemediklerini gözlemlemiştir. Öğretmenlerden sadece Ö8 öğrencilerde sayıların pozitif negatifliğine bakmadan asallığını incelediklerini belirtmiştir.

Ö3'ün 6. sınıfa ders anlatımının gözlem sürecinde öğrencilerin en küçük asal sayıya 1 cevabını verdikleri, tek sayılara asal sayı dedikleri, bir sayı verilip asal mı değil mi şeklinde sorulduğunda cevap veremedikleri görülmüştür. Ö5'in 8. sınıfa ders anlatımının gözleminde öğrencilerin asal sayıları unuttukları için ilk olarak öğretmenin asal sayı tanımını vererek hatırlattığı, öğrencilerin 1 sayısını asal olarak, 2 sayısını asal olmadığını düşündükleri, aralarında asal sayılarda da sayıların asal olması gerektiğini sık sık söyledikleri görülmüştür.

ASBT'de yer alan 9. soruda öğretmen ile öğrenci arasında geçen diyalogdan oluşan bir soru hazırlanmıştır. Öğretmenin 3 ve 16 sayıları aralarında asal sayı mıdır? Sorusuna öğrencisi aralarında asal olamayacağını çünkü 16 sayısının asal olmadığını söylemiştir. Öğrencinin burada yaptığı hatanın ne olabileceği çalışma grubuna sorulmuştur. Öğretmenlerin hepsi aralarında asal sayıların her birinin asal olması gerektiği kavram yanılgısına düştüğü cevabını vermişlerdir.

ASBT'de yer alan 10. soruda çalışma grubuna öğrencilerinde karşılaştıkları hatalar sorulmuştur. Öğretmenlerin verdikleri cevaplar gruplandırılarak aşağıda Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26. Öğretmenlerin ASBT 10. sorunun b şikkına Verdiklerin Yanıtlar

Kodlar	Öğretmenler
A yerine 2, 3, 5, 7 gibi asal geleceğini düşünme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12
A yerine tek rakamların geleceğini düşünme	Ö4, Ö5, Ö8, Ö10
7A'nın iki basamaklı bir sayı olduğunu göz ardı etme	Ö2, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12

Öğretmenlerden Ö11 bu soruda hatanın ne ve nasıl olacağını belirtmediği için bu tabloda yer almamıştır.

“Ö11: A'nın yerine gelecek değerleri farklı bulabilir.” Şeklinde cevap vermiştir. Bu ifade de bu soru için istenilen cevap değildir. Ö2, Ö6, Ö7, Ö9 ve Ö12 öğrencilerin 7A sayısını iki basamaklı bir sayı olarak bütüncül düşünemediklerini bu yüzden A sayısını ayrı olarak düşünüp sadece A'nın 2, 3, 5 ve asal sayılarının geleceğini belirtmişlerdir. Ö4, Ö5, Ö8 ve Ö10 öğrencilere 2 hariç bütün çift sayılar asal

değildir ifadesi kullanıldığı için burada A yerine tek rakamların geleceğini düşündüklerini söylemişlerdir. Öğretmenlerin cevapları aşağıda yer almaktadır.

Ö1: A yerine asal sayı gelecek yanılgısı olabiliyor.

Ö2: Öğrenciler genelde A yerine asal sayı yazıyor 2, 3, 5, 7 gibi. $7A$ bütün olarak düşünemiyor. A 'nın alabileceği değer dediği için $7A$ iki basamaklı olarak düşünemiyor.

Ö3: A yerine asal olan 2, 3, 5, 7 rakamları yazabilir. $7A$ ifadesini bir bütün olarak görmeyip asallık durumunu sadece A sayısına bağlı olarak görmüş olabilir.

Ö4: 7 ile başlayan tek sayıları söylerler. Çift sayılarda sadece "2" asal olduğundan diğer tüm asalların tek sayı olduğunu düşündükleri için yanlış cevap verebilirler.

Ö5: Tek sayı olacak şekilde A 'ya rakam seçmeleri.

Ö6: Sadece yazacağı rakamın asallığını düşünebilir. Sayıyı bir bütün olarak düşünmediği için hata yapmış olabilir.

Ö7: 1 ve 9 sayısını asal olmadığını düşünüp yazmıyorlar. A 'nın yerine asal sayıların yazılması gerektiğini düşünüyorlar. $7A$ 'nın iki basamaklı bir sayı olduğunu göz ardı ediyorlar.

Ö8: Sayının tek mi çift mi olması gerektiğini düşünmeden A yerine 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sayıların tamamını yazabilirler. Tek sayıların tamamına bölenlerini bulmadan asal diyebilirler.

Ö9: 1 ve 9 sayısının asal olmadığını düşünüp yazmıyorlar. A yerine asal sayıların yazılması gerektiğini düşünüyorlar. $7A$ 'nın iki basamaklı bir sayı olduğunu göz ardı ediyorlar.

Ö10: 7 ile başlayan tek sayıların tamamını söylemek. Asal sayılar 2 dışında tek sayıların olduğu için "tek sayılar asaldır" genellemesi yapılabilir.

Ö12: A 'yı sadece asal olarak düşünebilir. Bölenlerini bulamayabilir.

Ö3 ders anlatım sürecinde 4Δ şeklinde bu soruya benzer bir soru çözdüğü ve öğrencilerin çoğunluğunun Δ yerine asal rakamların geleceği cevabı vermişlerdir. 4Δ iki basamaklı bir sayı olduğunu vurguladıktan sonra bölünebilme kurallarına göre rakamları eleterek soruyu çözmüştür. Ö5'de dersinde aralarında asal sayılar kazanımını anlattığı için bu tipte bir soruya yer vermemiştir.

Öğretmenlerin bu soruya ilişkin verdikleri cevaplardan anlaşılıyor ki öğrencilerin bir tane soruda olsa birden fazla hata yapabilmektedirler. Ama öğretmenlerin büyük kısmı sadece bir hatadan bahsetmişlerdir. Birden fazla hata olabileceği ve bunları yapabileceğinden bahsetmek yerine bu hatayı yapmıştır şeklinde tek cevap verme eğiliminde oldukları görülmüştür.

Öğrencilerin Öğrenme Zorluklarını, Hatalarını ve Kavram Yanılgılarının Nedenlerini Açıklayabilme

Yarı yapılandırılmış görüşmelerde “öğrencileriniz bu hatayı neden yapmış olabilir? Öğrencilerinizde asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik kavram yanılgıları tespit ettiyseniz nedeni ne olabilir?” gibi sorular yöneltilmiştir. Aşağıda Tablo 27’de öğretmenlerin öğrencilerde belirledikleri hata yapma sebepleri verilmiştir.

Tablo 27. Öğretmenlerin Öğrencilerde Belirledikleri Hataları Yapma Nedenleri

Kodlar	Öğretmenler
Aşırı genelleme	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12
Bilgi eksikliği	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Aşırı kurallaştırma	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Dikkatsizlik	Ö2, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10

Tablo 27 incelendiğinde çalışma grubunun hepsi bilgi eksikliği ve aşırı kurallaştırmada hemfikir olduğu görülmektedir.

Aşırı genelleme cevabı veren öğretmenler;

Öğrencilerin bütün tek sayıları asal olarak düşünmesinin nedenini “2 dışında bütün çift sayılar asal değildir” şeklinde ifade kullanıldığında öğrenci “çift sayılar asal değilse o zaman tek sayılar asaldır” diye düşündüklerini ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin 2 sayısını asal olduğunu kabul etmemelerinin nedenini ‘bütün çift sayılar asal değildir’ ifadesi kullanıldığında o halde 2 de çift ve asal olamaz diye düşündüklerini belirtmişlerdir.

Asal sayıların 2, 3, 5, 7 gibi başlatıp peşine 9 da asaldır demelerinin nedenini 3, 5, 7 gibi ritmik bir şekilde devam ediyor peşine de 11, 13 gibi olduğu için aradaki 9 da asaldır olarak düşündüklerini ifade etmişlerdir.

Bilgi eksikliği cevabını veren öğretmenler;

Öğrencilerin 1 sayısını asal sayı kabul etmemelerini $1=1 \times 1$ olarak düşünüp böleni hem 1 hemde kendisi olarak düşündüklerini belirtmişlerdir.

Sayıların bölenlerini bulamama ve asal olup olmadığını belirleyememelerini bölünebilme kurallarında eksiklikler olduğu için sayıyı gördüğünde hangi sayıya bölündüğünü belirleyememe dolayısıyla asallığını belirleyemediklerini söylemişlerdir.

51, 57, 91 gibi asal gözüken ama asal olmayan sayıları belirleyememelerinin iki farklı nedeni olabileceğini söylemişlerdir. Bölenlerini bulamadıkları için sayılara da aşına olmadıklarından bölenlerini bulmakla uğraşmayarak asal sayı olduğunu ve 51 sayısında önce gelen 41 asal, sonra gelen 61 asal o halde arada olan 51 de asaldır olarak düşündüklerini ifade etmişlerdir.

Aşırı kurallaştırma cevabını veren öğretmenler;

Sayıların aralarında asal olabilmesi için sayıların asal olması gerektiğini düşünmelerinin nedeni olarak aralarında asal sayılar ifadesini görünce asal kelimesi var o halde sayıların hepsi asal olmalı şeklinde düşündüklerini söylemişlerdir.

Dikkatsizlik cevabını veren öğretmenler;

Bütün çift sayıların 2'ye bölündüğünü ifade etmelerine rağmen hala çift sayıların asallığını incelemeye çalışıyorlar çünkü öğrenciler 2'ye bölünebilme kuralını hala anlamadıkları için bütün çift sayılar 2'ye bölünür. 1 ve kendisi dışında 2 olan bir böleni daha olduğunu kavrayamadıklarını söylemişlerdir.

Asal sayıların tanımı ile aralarında asal sayıların tanımını karıştırdıkları için aralarında asal sayılarda asal sayıları aramaktadırlar.

ASBT'de hazırlanan 8. soruda sınıfta geçen bir diyaloga yer verilmiştir. Öğretmen sınıfa en küçük asal sayının kaç olduğu sormuş fakat sınıfta dört farklı 0, 1, 2 ve negatifler sonsuza gideceği için bulunamayacağı cevapları gelmiştir. Öğretmenlere öğrencilerin birbirinden farklı cevap vermelerinin nedeninin ne olabileceği sorulmuştur. Aşağıdaki Tablo 28'de öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almıştır.

Tablo 28. Öğretmenlerin ASBT 8. soru a Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Öğretmenlerin Verdiği Cevaplar	Öğretmenler
Asal sayının tanımını iyi kavrayamamışlardır.	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10, Ö11
Kavram yanılgısı	Ö1, Ö2
Anlama, kavrama ve bilişsel düzeylerinin farklı olduğunu gösterir.	Ö8
Asal sayılar konusunu anlamamış	Ö7, Ö12
Bölenlerini bulmada zorlanmalarından	Ö7

Öğretmenlerin verdikleri cevapları incelendiğinde çoğunluğun soruya yanlış cevap vermesinin nedeni olarak asal sayıların tanımını öğrenemedikleri için olduğunu belirttikleri görülmüştür. Ö7 ve Ö12 öğrencilerin asal sayıları anlayamadıklarını ifade etmiş ayrıca Ö7’de sayıların bölenlerini bulmada zorlandıklarını bu sebeple yanlış cevap verdiklerini söylemiştir. Ö1 ve Ö2 kavram yanılgısına sahip olabileceklerini söylemişlerdir. Öğretmenlerin büyük çoğunluğu Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10, Ö11 yapılan hataların asal sayı tanımını öğrenememekten kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Ayrıca çoğu öğretmenlerin sadece tek bir neden söylediği yanlış yapmalarının birden fazla sebebi olabileceği yada her öğrencinin farklı bir şeyden yanlış yapabileceklerini belirtmemişlerdir. Yanlış cevap veren üç öğrenci için de aynı sebepten olduğunu söylemişlerdir. Sadece Ö8 öğrencilerin birbirinden farklı düzeyde anlama, kavrama ve bilişsel düzeylerinin olduğundan bahsetmiştir. Aşağıda öğretmenlerin vermiş olduğu cevaplar verilmiştir.

Ö1: Kavram yanılgısı.

Ö2: Asal sayının tanımını öğrenememiş, kavram yanılgısına düşmüş olabilirler.

Ö3: Asal sayının tanımını iyi kavrayamamışlardır.

Ö4: Asal sayılar tanımını tam olarak kavrayamadıkları için diğer öğrenciler yanlış cevap vermiş.

Ö5: Asal sayı tanımını tam anlamamış olabilirler.

Ö6: Asal sayılar tanımından kaynaklanan bilgi eksiklikleri.

Ö7: Asal sayı konusunu anlayamamışlardır. Bölenleri bulmakta zorlanırlar.

Ö8: Anlama, kavrama ve bilişsel düzeylerinin farklı olduğunu gösterir.

Ö9: Öğrencilerin asal sayı tanımını tam anlamıyla kavrayamamalarından kaynaklanıyor.

Ö10: Asal sayılar hiçbir sayıya bölünmeyen sayılar olarak ezberlenebiliyor. Asal sayıların pozitif olması gerektiği unutuluyor. Tanım tam anlamıyla öğrenilmiyor.

Ö11: Öğretmenin tanımı verirken dikkat etmemesi olabilir.

Ö12: Konuyu öğrenememiş, asal sayıyı anlamamışlardır.

ASBT’de hazırlanan 8. soruya benzer ifadeler Ö3’ün ders anlatım esnasında gözlemlenmiştir. Sadece farklı olarak 6. sınıfta öğrenciler negatif sayılar konusunu daha öğrenmedikleri için sormamışlardır. Ö3 asal sayılar konusunu anlattıktan sonra soru çözme aşamasına geçince öğrencilerde 1 sayısını asal sayı olarak düşünenler ve asal mıdır? şeklinde soran öğrenciler olmuştur. Burada tanım hatırlatılıp “o halde 1 uyuyor mu bakalım 1 sayısının tek böleni var 1’dir ama iki tane böleni olmalıydı” şeklinde cevap verilmiştir. 2 sayısında öğrenciler çift sayıların hepsi asal değildir şeklinde bilgi verilince asal sayı olamaz şeklinde algılandığı görülmüştür. Burada da 2 sayısının bölenleri incelenerek asal sayı olduğu gösterilmiştir. Ö5 ise 8. sınıf ders anlatımında aralarında asal sayılar konusunu anlattığı için bu konuları anlatarak tekrar etmiş fakat öğrencilere soru yönelmemiştir.

ASBT’de hazırlanan 9. soruda bir öğretmenin sınıfa “3 ve 16 aralarında asal mıdır?” sorusuna öğrencisi aralarında asal olamayacağı çünkü 16’nın asal sayı olmadığını söylemiştir. Öğrencinin verdiği cevabın nedeninin ne olabileceği öğretmenlere sorulmuştur. Aşağıdaki Tablo 29’da öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almıştır.

Tablo 29. Öğretmenlerin ASBT 9. soru b Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Öğretmenlerin Verdiği Cevaplar	Öğretmenler
Kavram yanılgısı	Ö3
Aralarında asal sayıların tanımını anlamamış olabilir	Ö5, Ö11, Ö4, Ö9, Ö12
Aralarında asal sayıların içinde asal kelimesi geçtiği için iki sayının asal olması gerektiğini düşünmesi	Ö1, Ö2, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11
Dikkat eksikliği, okuduğunu anlama ve yorumlamada sorun yaşaması	Ö4, Ö8

Öğretmenlerin çoğunluğu öğrencinin burada yanlış cevap verme nedeni olarak aralarında asal sayıları belirlerken iki sayının da asal olması gerektiğini düşündüğü ve

böyle düşünme sebebinin aralarında asal sayılarda asal kelimesi için sayılarda asallık aradığını düşündüklerini söylemişlerdir. Sadece Ö3 kavram yanlışlığı olabileceğini söylemiştir. Ö4, Ö5, Ö9, Ö11 ve Ö12 aralarında asal sayıların tanımını öğrenemedikleri için olabileceğini, Ö4 ve Ö8 ise dikkat eksikliği, okuduğunu anlamada ve yorumlamada zorluk yaşadıkları için bu soruyu yanlış cevapladıklarını düşünmüşlerdir. Aşağıda öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almaktadır.

Ö1: Asal sayı kavramını görünce aralarında asal kısmına takılmayıp direk asal sayı aramaya başlıyorlar. Konu tam oturmamış.

Ö2: Asal kelimesi görünce bütün sayılar asal olacak diye düşünüyor olabilirler.

Ö3: Kavram yanlışlığı.

Ö4: Aralarında asal tanımını tam olarak kavrayamamış. Konu anlatırken dikkat eksikliği yaşamış olabilir.

Ö5: Aralarında asal sayılar tanımını iyi anlamamış olabilir.

Ö6: Daha önceki sorularda belirttiğim gibi aralarında asal olması için her iki sayının da asal olması gerektiğini düşündüğü için hata yapmıştır.

Ö7: Aralarında asal denilince içinde asal kelimesini görünce bütün sayıların asal olması gerektiğini düşünüyor olabilir.

Ö8: Dikkat eksikliği, okuduğunu anlama ve yorumlama da sorun yaşamıştır.

Ö9: Aralarında asal sayıların tanımını tam olarak kavrayamaması ya da asal sayılar tanımına takılı kalması.

Ö10: Aralarında asal sayıların asal olması gerektiğini düşünüyor.

Ö11: Aralarında asal kavramının içinde asal kelimesinin geçmesi ve tanımın tam anlaşılmaması.

Ö12: Aralarında asal sayılar konusunu, tanımını tam kavrayamamış olabilir.

Ö5'in ders anlatım sürecinde öğretmen ilk olarak asal sayıları hatırlatarak tekrar etmiş sonrasında aralarında asal sayılar konusunu işlemiştir. Tahtaya 8 ve 9 sayılarını yazarak aralarında asal olup olmadığını incelemeye çalışacağı esnada öğrencilerden birkaçı aralarında asal olamayacağını çünkü sayıların asal olmadığını söylemişlerdir. Bunun üzerine aralarında asal sayıların tanımını tekrar edip 8 ve 9'un bölenlerini bularak ortak böleni belirlemişlerdir. Aralarında asal sayı olduğunu göstermiştir. Ö3 dersinde bu konuyu anlatmamıştır.

ASBT’de hazırlanan 10. soruda örnek bir soru tipi verilerek öğrencilerin burada hangi yanlışları neden yapabileceği sorulmuştur. Aşağıdaki Tablo 30’da öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almıştır.

Tablo 30. Öğretmenlerin ASBT 10. soru b Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Öğretmenlerin Verdiği Cevaplar	Öğretmenler
7A sayısını iki basamaklı olarak düşünemediği için sadece A sayısının asal olacağını düşünmüşlerdir.	Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12
Çarpan kavramında eksik olduğu için A yı yanlış bulmuş olabilir.	Ö11
Çift sayılarda sadece 2 asal olduğu için A yerine tek sayı yazabilir.	Ö4, Ö8, Ö10
Tanımı tam anlayamadığından yanlış yapmış olabilir.	Ö5

Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö9 ve Ö12 öğrencilerin yanlış yapma sebepleri olarak “7A sayısını iki basamaklı olarak değil sadece A sayısının asal olacağını düşünmüşlerdir” olarak görülmektedir. Ö4, Ö8 ve Ö10 A yerine tek sayı yazdıklarını görmüşlerdir. Bunun sebebi olarak da çift sayılar asal olamaz ifadesi kullanıldığında tek sayıların hepsini asal olduğunu kabul ettikleri görülmüştür. Ö5’de bu soruda tanımı kavrayamadıkları için soruyu anlamadıklarını bu sebeple yanlış yaptıklarını ifade etmiştir. Ö1 ise sadece öğrencinin yaptığı hatayı yazmış bunun neden olabileceğini ise belirtmemiştir. Aşağıda öğretmenlerin ifadeleri verilmiştir.

Ö1: A yerine asal sayı gelecek yanılgısı olabiliyor.

Ö2: A sayısının asal sayı olacağını düşünüyor. A’nın alabileceği değer dediği için 7A iki basamaklı olarak düşünemiyor.

Ö3: A yerine asal olan 2, 3, 7, 5 rakamlarını yazabilir. 7A ifadesini bir bütün olarak görmeyip asallık durumunu sadece A sayısına bağlı olarak görmüş olabilir.

Ö4: 7 ile başlayan tek sayıları söylerler. Çift sayılarda sadece 2 asal olduğundan diğer tüm asalların tek sayı olduğunu düşündükleri için yanlış cevap verebilirler.

Ö5: Tek sayı olacak şekilde A’ya rakam seçmeleri. Burada da tanımı tam anlamamış olabilirler.

Ö6: Sadece yazacağı rakamın asallığını düşünebilir. Sayıyı bir bütün olarak düşünemediği için hata yapmış olabilir.

Ö7: A yerine asal rakamlar gelmesi gerektiğini düşünüyorlar. 7A iki basamaklı değilse A'nın alabileceği değerler deyince A olarak düşünüyorlar.

Ö8: Sayının tek mi çift mi olması gerektiğini düşünmeden A yerine 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sayıların tamamını yazabilirler. Tek sayıların tamamına bölenlerini bulmadan asal diyebilirler.

Ö9: 1 ve 9 sayısının asal olmadığını düşünüp yazmıyorlar. A yerine asal sayıların yazılması gerektiğini düşünüyorlar. 7A'nın iki basamaklı bir sayı olduğunu göz ardı ediyorlar.

Ö10: 7 ile başlayan tek sayıların tamamını söylemek. Asal sayılar 2 dışında tek sayıların oluştuğu için "tek sayılar asaldır" genellemesi yapılabiliyor.

Ö11: Öğrencilerin A'nın yerine gelecek değerleri farklı bulması gibi bir hata ortaya çıkabilir. Bu hatayıda yine çarpan kavramından dolayı yapmış olabilir.

Ö12: A'yı sadece asal olarak düşünebilir. Bölenlerini bulamayabilir. Önceki konularda eksik olduğu için yada bütüncül düşünemediği için olabilir.

Ö3 ders anlatım sürecinde öğrencilere sorular sorduğunda öğrenciler yanlış cevap verebilmektedir. Neden böyle bir cevap verdiğini öğrenciye sormakta ve cevabına göre soruyu anlatmaktadır. Örneğin dersinde öğrenci 2 asal sayı değildir dediğinde öğrenci çift sayıdır o yüzden asal değildir şeklinde cevap vermiştir. Ö3 ise burada öğrencinin neden bu hataya düştüğünü anlayıp kendisinin kurduğu bütün çift sayılar asal değildir ifadesine odaklanarak 2 sayısının bölenlerini ve birkaç çift sayının bölenlerini belirterek anlatmıştır. Ö5'de dersinde aralarında asal sayılar konusunu anlatırken öğrencilere ikiside asal olan, biri asal biri asal olmayan, ikiside asal olmayan sayı çiftleri vererek aralarında asallık durumunu incelemelerini istemiştir. Öğrencilerde ikiside asal olmayan sayıların aralarında asal olmayacağını söylemişlerdir. Bunun üzerine Ö5 öğrencilere ikiside asal olmayan ama aralarında asal olan örnekleri açıklayarak çözmüştür.

Matematik Öğretmenlerinin Öğretimsel Strateji Bilgisine Ait Bulgular

Öğretimsel strateji bilgisi incelenirken kavram yanlışlarını giderme, hatalarını düzeltme ve strateji, yöntem, teknik bilgisine sahip olma, derste uygulayabilme olarak ayrı ayrı incelenmiştir.

Asal sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Kavram Yanlışlarını Giderme, Hatalarını Düzeltme

ASBT’de hazırlanan sorularda öğretmen ve öğrenci arasında geçen örnek durumlar verilerek çalışma grubuna bu hatayı nasıl düzeltirsiniz? sorusunu yanıtlamaları istenmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilerinizde karşılaştığınız hataları, kavram yanlışları, öğrenme güçlüklerini düzeltirken nasıl bir yol izliyorsunuz soruları sorulmuştur. Ders gözlem sürecinde öğrenci yanlış cevap verdiğinde öğretmenin tutumu, kurduğu cümleler, yanlış bilgileri düzeltme yöntemine dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin yanıtları bilgi ve doğru cevabı vermek, soruyu beraber çözme, örnekler vererek açıklama yapmak, yanlışını kendisinin bulmasına yardımcı olmak üzere dört kodlama yapılmıştır. Aşağıda Tablo 31’de öğretmenlerin hangi kodlamada yanıt verdikleri yer almaktadır.

Tablo 31. Öğretmenlerin Öğrencilerde Karşılaştıkları Kavram Yanlışlarını Giderme, Hatalarını Düzeltme

Kodlar	Öğretmenler
Bilgiyi ve doğru cevabı vermek.	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Soruyu beraber çözmek.	Ö2, Ö5, Ö7, Ö8, Ö12
Örnekler vererek açıklama yapmak.	Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12
Yanlışını kendisinin bulmasına yardımcı olmak.	Ö2, Ö5

Tablo 31 incelendiğinde bütün öğretmenler bilgiyi, doğru cevabı verdiğini söylemişlerdir. Asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımını hatırlatarak, söyleyerek öğrencilerin verdikleri yanlış cevabı düzelttiklerini belirtmişlerdir. Örnekler vererek

açıklama yaptıklarını söyleyen öğretmenler, öğrencinin yaptığı hataya benzer bir örnekle açıklama yaparak “o halde senin verdiğin cevabı inceleyelim” biçiminde hatayı giderdiklerini belirtmişlerdir. Aşağıda Ö6 ve Ö11 ile yarı yapılandırılmış görüşmelerde gerçekleşen diyaloglar verilmiştir.

Araştırmacı: Oluşan hataları ortadan kaldırmak için nasıl bir yöntem izliyorsunuz. Öğrenciler hata yaptı bunu düzeltmek için ne yaparsınız?

Ö11: Genelde benzer birkaç örnek çözüyorum. Örnek veriyorum bu şekilde yanlışlarını gidermeye çalışıyorum.

Araştırmacı: Oluşan kavram yanlışlarını önlemek için neler yapıyorsunuz?

Ö11: Kavram yanlışlarını önlemek için tanıma dikkat ediyorum. Tanımı daha iyi öğrenmelerini sağlıyorum.

Araştırmacı: Hataları ortadan kaldırmak için nasıl bir yöntem izliyorsunuz?

Ö6: Tanımı veriyoruz. Aksine örnek verip sorgulamasını sağlamaya çalışıyorum. Ya da 2 dışındaki çift sayılara asal dediğinde hadi bölenlerini bulalım şeklinde tekrar tanım örnek ilişkisi üzerinde durmaya çalışıyorum.

Araştırmacı: Kavram yanlışlarını önlemeye yönelik neler yapıyorsunuz?

Ö6: Yani konuyu anlatırken özellikle mesela bunlara örnek vermeye çalışıyorum. Aksine örnek vererek, tanımla bağlantı kurarak hep sorgulatmaya çalışıyorum.

Ders gözlem sürecinde Ö3 ve Ö5’in öğrenci ile arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö3 tahtaya asallığını incelemek için sayılar yazmıştır.

Öğrenci: 1 asal sayıdır değil mi?

Ö3: Asal sayılar 1 ve kendisinden başka böleni olmayan sayılardır. 1 sayısı bu tanıma uyuyor mu bakalım.

Öğrenci: 1 sayısının böleni sadece 1’dir. Hemde kendisi.

Ö3: Ama iki tane böleni olmalıydı. 1 sayısının bir tane böleni olduğu için asal değildir.

Ö5 tahtaya 8 ve 9 sayılarını yazmıştır.

Öğrenci: Aralarında asal olamazlar. Çünkü asal değildir.

Ö5: Aralarında asal sayı nedir? Ortak bölenleri yalnızca 1 olan sayılardır. 8 ve 9'un bölenlerini bulalım. 8'in bölenleri 1, 2, 4, 8'dir. 9'un bölenleri 1, 3, 9'dur. İkisinde de olan ortak bölenler nelerdir?

Öğrenci: Sadece 1 var.

Ö5: O halde aralarında asal olabilirler mi?

Öğrenci : Evet hocam aralarında asal sayılardır.

ASBT'de hazırlanan 8. soruda sınıfta geçen bir diyaloga yer verilmiştir. Aynı soruya dört öğrencinin birbirinden farklı verdikleri cevaplara yer verilerek öğretmenlere öğrencilerin yanlış bilgilerini nasıl düzeltebilecekleri sorulmuştur. Aşağıdaki Tablo 32'de öğretmenlerin verdikleri yanıtlar yer almaktadır.

Tablo 32. Öğretmenlerin ASBT 8. soru b Şikkı İçin Verdikleri Cevaplar

Kodlar	Öğretmenler
Tanımı hatırlatarak.	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12
Sayıların bölenlerini buldurarak.	Ö2,
0, 1, 2 ve negatif sayıları tek tek inceleyerek.	Ö2, Ö7, Ö12
Konuya uygun farklı örnekler vererek.	Ö4, Ö8

Öğretmenlerin büyük çoğunluğu asal sayı tanımını öğrencilere hatırlatarak, tanımını tekrar vererek hataları ve kavram yanlışlarını düzelttiklerini belirtmişlerdir. Öğretmenlerin yanıtları aşağıda yer almaktadır.

Ö1: Tanımı iyice anlatıp, ispatlayarak. Bol örnek çözerek.

Ö3: Tanımı tekrar yapar. Cevapların neden doğru olmadığını tek tek yanıtlarım.

Ö5: Asal sayı tanımını tekrar öğrencilere ifade ederek.

Ö6: Asal sayıların tanımını üzerinde dururum.

Ö7: Asal sayı tanımını hatırlatırım ve verdikleri cevaba göre 1, 0, negatifler ve 2 tek tek inceleriz.

Ö9: Her yanlış cevaba asal sayılar tanımını sorarak soru cevap, buluş yoluyla yanlış cevaplarını düzeltmelerini isterim.

Ö10: Asal sayı tanımını, özelliklerini hatırlatarak.

Ö11: Tanımı tekraradan söyleyip uygun yerlere dikkat çekerek.

Ö2 ise sayıların bölenlerini buldurarak asal olup olmadıklarını belirlemelerini sağladığını ifade etmiştir. Ö2 ve Ö12 soruda öğrencilerin verdiği cevaplardan 0, 1, 2 ve negatif sayıları tek tek inceleyerek yanlışlarını gösterdiklerini söylemişlerdir.

Ö2: 0, 1, 2 ve negatif sayılardan yazarım. Her bir sayının bölenlerini öğrencilere buldururum. Asal sayı tanımına hangisinin uyduğunu tartışırız. En son toparlayıp bilgiyi veririm.

Ö12: Tahtanın bir kısmına asal sayı tanımı diğer kısmına 0, 1, 2 ve negatif sayılar yazılır. Süre veririm öğrencilerin sayıları incelemesi için, sonra sınıfta tartışırız.

Ö4 ve Ö8'de öğrencilere asal sayı tanımını verdikten sonra konuya uygun başka örnekler verdiklerini ifade etmişlerdir.

Ö4: Asal sayı tanımını hatırlatıp konunun anlaşılması için yanlış cevap veren öğrencilere birkaç tane şaşırtmalı soru sorup yanlışlarını farkedip zihinlerinde düzeltmelerine fırsat veriyorum.

Ö8: Asal sayı tanımını hatırlatarak öğrencileri tahtaya kaldırıp söylediklerinin yanlış olduğunu anlamalarını sağlayacak aksi sorular sorarak hatalarını görmelerini sağlarım.

ASBT'de hazırlanan 9. soruda öğretmenin sınıfa 3 ve 16 arasında asal sayılar mıdır? sorusuna bir öğrencisinin verdiği cevap verilmiştir. Öğrencinin verdiği yanlış cevabı nasıl düzelterekleri sorulmuştur. Aşağıda verilen Tablo 33'de öğretmenlerin cevapları verilmiştir.

Tablo 33. Öğretmenlerin ASBT 9. soru c Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Kodlar	Öğretmenler
Aralarında asal sayılar konusu anlatıp, tanımı vererek.	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11
Benzer ve zıt örnekler çözerek.	Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12
Etkinlik yaparak.	Ö2,
İki sayısında bölenlerini buldurup ortak olanlarını belirleyerek.	Ö5, Ö7, Ö9, Ö12

Tablo 33 incelendiğinde öğretmenlerin çoğunluğunun aralarında asal sayı tanımını verip, benzer veya zıt örnekler çözerek hatayı düzelttikleri görülmüştür.

Ö1: Asal ve aralarında asal kavramının bir tablo üzerinden anlatır ve örnek çözerim.

Ö3: İki sayının aralarında asal olması için ikisininde asal olmasına gerek olmadığını anlatır. İkisi de asal olmayıp aralarında asal olan sayılara örnek gösteririm.

Ö4: Tanımı hatırlatıp, yeni soru yöneltip soru üzerinde inceleme yapmasını isterim. Düşündüğünün tersi örnekler verip yanlış olan kavram yanlışlığını bozup zihindeki kavramı yeniden oluşturmasını sağlarım.

Ö6: Aralarında asallığın tanımı üzerinde durup, farklı durumlar ve Emine'nin düşündüklerinin aksine örnekler vererek.

Ö8: Aralarında asal olma kurallarını hatırlatarak yanlışını farketmesini sağlarım. Sonra 4 ve 25 sayılarının aralarında asal olup olmadığını sorarak sayıların aralarında asal olması için verilen sayıların asal olmayabileceklerini anlamasını sağlarım.

Ö10: Tanımı hatırlatarak.

Ö11: Tanımı tam anlamasını saplayarak, uygun örnekler vererek.

Ö2 farklı olarak konuyu etkinlik haline getirerek, meyve ağaçları çizmiş ve sayıları ağaç bölenlerini ağaçların meyveleri olarak göstermiştir. Aynı meyveye sahip ise aralarında asal olamayacağını, değil ise aralarında asal olacağını belirterek diğer öğretmenlerden farklı bir yol izlemiştir.

Ö2: Meyve ağacı çiziyorum. İki tane ağaca sayılar verip meyveler bölenler oluyor. Ortak meyveniz var ise değiş tokuş yapabiliyorsunuz. Aralarında asal değilsiniz. Yoksa aralarında asalsınız şeklinde kendilerine bulduruyorum.

Ö5, Ö7, Ö9, Ö12'de soruda karşılına çıkan hatayı düzeltmek için 3 ve 16 sayılarının bölenlerini bularak aralarında asal olması için ortak bölenlerini belirlemelerini sağladıklarını belirtmişlerdir.

Ö5: İki sayının da ayrı ayrı bölenlerini buldurup ikisi için ortak bölenin sadece 1 olduğunu buldurarak.

Ö7: 3 ve 16'yı ayrı ayrı asallığını bulmasını isterim. Bölenleri bulmasını isterim. Sonra ortak olanlarını bulmasını isterim. Aralarında asal neydi tanımı hatırlatmasını isterim. Böylece kendisinin bulmasını sağlarım.

Ö9: 3 ve 16'nın 1 dışında ortak böleninin olup olmadığını sorarım. Ortak bölen bulamayınca aralarında asal sayı tanımını hatırlatırım. Farklı bir örneği kendisinin bana vermesini isterim.

Ö12: 3 ve 16'yı tahtaya yazıp bölenlerini bulmasını isterim. Sonra neden aralarında asal değildir. Aralarında asal olması için ne gerekiyor gibi sorular sorarak öğrenci neden bu hatayı yapmış anlamaya çalışırım. Sonra zıt örnekler vererek konuyu pekiştiririm.

ASBT'de hazırlanan 10. soruda 7A iki basamaklı sayısının asal sayı olabilmesi için A'nın alabileceği değerlerin toplamı sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruyu çözerken yapabilecekleri hataları nasıl düzeltebilecekleri sorulmuştur. Aşağıdaki Tablo 34'de öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almaktadır.

Tablo 34. Öğretmenlerin ASBT 10. soru c Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Kodlar	Öğretmenler
Hatalarını belirleyip, nedenini anlayıp, ipucu vererek kendisine buldurmaya çalıştırmak.	Ö2, Ö5, Ö9, Ö11, Ö12
Tanımı hatırlatmak.	Ö2, Ö9, Ö10
Bölünebilme kurallarını hatırlatarak.	Ö3, Ö4
Sınıfla birlikte soruyu çözerek.	Ö7
Grup çalışması yaptırarak.	Ö8
Örnekler vererek.	Ö10, Ö12

Tablo 34'e baktığımızda Ö2, Ö5, Ö9, Ö11 ve Ö12 öğrencilerin yaptığı hatayı ve neden yaptığını belirleyerek öğrenciye belirli ipuçları vererek kendisinin hatasının farkına varmasını sağlamaya çalıştıklarını söylemişlerdir.

Ö2: Kendi hatasını kendisine ipucu vererek buldurmaya çalışırım bulmazsa tanımını hatırlatıp ben anlatırım.

Ö5: Öğrencilerin hatalarını buluş yöntemi ile kendilerine buldurarak düzeltirim.

Ö9: Daha önce söylediğim yöntemleri kullanırım yine. Hatalarının fark etmelerini ve tanımın ne olduğunu tekrar etmelerini isterim.

Ö11: Yaptıkları hatalara bakarak, bu hataların nedenini bulur, bu nedenlerle ilgili problem çözme yaparım.

Ö12: Yaptığı hata üzerinde durarak, ilk olarak neden bu hatayı yapmış anlarım sonra hatayı düzeltiriz ve yeni örnekler veririm.

Ö2 ve Ö9 öğrencilerin hatalarını belirleyip, öğrencilere yardımcı olduktan sonra asal sayılar ve aralarında asal sayılar tanımını hatırlattıklarını belirtmişlerdir. Aynı şekilde Ö10'da tanımı vererek hatalarını düzelteceğini belirtmiştir.

Ö10: Asal sayı tanımını hatırlatırım. Tek sayı olup asal olmayan sayı örnekleri veririm. Bölünebilme kuralları ile veya bölme işlemi yaptırarak her tek sayının asal olmayabileceğini görmesini sağlarım.

Ö3 ve Ö4 ise bölünebilme kurallarını hatırlatarak öğrencilerin hatalarını düzelteceklerini söylemişlerdir.

Ö3: Bölünebilme kurallarını hatırlatırım.

Ö4: Tek sayı olup asal sayı olmayan sayılara örnekler veririm. Sayılarda bölünebilme kurallarını inceleyip bakmalarını veya kuralı hatırlamıyorlarsa bölme işlemi yapmasını isteyip bölünüp bölünemediğini kontrol ettiririm.

Ö7 ise sınıfla birlikte bütün rakamları tek tek inceleyerek yapacağını söylemiştir.

Ö7: A'nın yerine bütün rakamları tek tek sınıfta birlikte inceleriz.

Ö8 öğrencilere problem çözme aşamalarına göre dönütler vereceğini gerekirse grup çalışmasını yaptıracağını söylemiş fakat grup çalışmasını nasıl yaptıracağını belirtmemiştir.

Ö8: Problem çözme aşamalarında dönütler vererek gerekirse grup çalışması yaptırarak düzeltebiliriz.

Ö1 ve Ö6 ise öğrencinin yaptığı hatayı nasıl düzelteceğini söylememişlerdir. Ö1 soruyu nasıl çözeceğini yazmış, Ö6 ise hata yaptığı yere odaklanırım ifadesini kullanmıştır.

Ö1: A yerine asal sayı değil, 70'li sayılarda hangileri asal bunu belirleyerek A'yı bulurum.

Ö6: Hata yaptığı yer hangi kavramla ilgiliyse ve hangi adımdaysa, bunun üzerine yoğunlaşırım.

Öğretmenlerin PAB alt bileşeninden öğretimsel strateji bilgisinin bir göstergesi olan asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğrenirken karşılaştıkları zorlukların, kavram yanlışlarını giderirken, yaptıkları hataları düzeltirken nasıl bir yol izledikleri ile ilgili bilgiler yukarıda verilmiştir. Elde edilen bulgular incelendiğinde öğretmenlerin büyük bir çoğunluğunun öğrencilere tanımı verdikleri bunun üzerinden sorulara yanıt vermelerini bekledikleri görülmüştür. Öğretmenler tanımı verdikten sonra örnekler çözerek öğrencinin konuyu anlamasını beklemektedirler. Öğrencinin yaptığı hatayı kendisinin farketmelerini sağlayan, sorular yönelten yada daha iyi öğrenmesi için farklı bir ders anlatım yöntemi uygulayan öğretmen sayısı oldukça azdır.

Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna Uygun Strateji, Yöntem ve Teknik Bilgisine Sahip Olma ve Derste Uygulayabilme

ASBT’de hazırlanan sorularda asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu anlatırken ve öğrencinin yaptığı hatayı gidermek için kullandıkları strateji, yöntem ve teknik sorulmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde derse nasıl giriş yaptıkları, ders işlerken dikkat ettikleri hususlar, öğrencilerin derse katılımını sağlamak için uyguladıkları yöntemler ve yaptıkları etkinlikler sorulmuştur. Ders gözlem sürecinde öğretmenin derse girişi, uyguladığı strateji, yöntem ve tekniğe dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin yanıtlarını, öğretmen merkezli ve öğrenci merkezli olarak ayırarak aşağıda Tablo 35’de verilmiştir.

Tablo 35. Öğretmenlerin Derslerin Kullandıkları Strateji, Yöntem ve Teknik

Tema	Kodlamalar	Öğretmen
Öğretmen Merkezli	Sunuş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Ö1, Ö3, Ö4, Ö7, Ö9, Ö12
	Düz Anlatım Yöntemi	Ö1, Ö7, Ö8, Ö11
	Soru- Cevap Tekniği	Ö2, Ö3, Ö4, Ö7 Ö8, Ö9, Ö12
	Örnek Soru Çözümü	Ö1, Ö3, Ö7, Ö10
	Buluş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12
Öğrenci Merkezli	Problem Çözme Yöntemi	Ö8, Ö11
	Beyin Fırtınası Tekniği	Ö2, Ö4, Ö12
	Modelleme	Ö6, Ö11
	Drama Tekniği	Ö9
	Etkinlik	Ö6, Ö9

Tablo 35 incelendiğinde çalışma grubunun daha çok öğretmen merkezli ders anlattıkları, öğrenci merkezli ders işleyenlerinde buluş yoluyla öğretim stratejisi uyguladıkları, modelleme, drama ve etkinlik yapan öğretmenlerin az sayıda olduğu görülmektedir. ASBT’de hazırlanan 6. soruda öğretmenlere asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğretirken kullandıkları strateji, yöntem, teknik ve nasıl kullandıklarını açıklamaları istenmiştir. Öğretmenlerin hem 6. soruya hem yarı yapılandırılmış görüşmeler ve ders gözlem süreci yapılan öğretmenler aşağıda verilmiştir.

Ö1: Düz anlatım. Akıllı tahtayı aktif kullanıyorum.

Ö1 düz anlatım yöntemini kullandığı yazmıştır. Fakat yöntem olduğunu belirtmemiştir. Akıllı tahtayı kullandığını söylemiş ama nasıl kullandığını video mu izletti, oyun mu oynattı, uygulamadan etkinlik mi yaptırdı bunları belirtmemiştir. Ö1’e yarı yapılandırılmış görüşmede dersinizde asal sayıları nasıl işliyorsunuz sorusu sorulduğunda buluş yöntemi kullandığını sonra düz anlatıma geçtiği cevabını vermiştir. Aşağıda ses kaydına alınan görüşmenin yazılı hali verilmiştir.

Araştırmacı: Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu dersinizde işlerken nelere dikkat ediyorsunuz? Uyguladığınız herhangi yöntem stratejisi var mı?

Ö1: İşte dediğim gibi daha çok buluş yöntemi kullanıyorum daha sonra düz anlatıma geçiyorum. Bol bol örneğe dikkat ediyorum. Çocukların hepsine söz hakkı vermeye çalışıyorum. Hepsini tahtaya kaldırmaya dikkat ediyorum. Çünkü pasif öğrencilerimiz çok fazla ve asal sayı deyince direk ismine bakınca korkuyorlar. Gözlerinde çok farklı bir şey canlanıyor. O yüzden onların bu korkularını yenmeye yönelik aslında basit bölünebilme kurallarından çok rahat gidilebilecek sayılar olduğunu anlatmaya çalışıyorum.

Ö2: Beyin fırtınası, soru-cevap, etkinlik. Sayıları tahtaya yazıp hadi bölenlerini tek tek bulalım sadece 1 ve kendisi olan sayılar var mı, onlar hangileri, ne özelliği var şeklinde yaptırıyorum. Tahtaya ağaç çiziyorum ağaç bir sayıyı temsil ediyor meyveleri ise bölenlerini. Her ağacı temsilen bir öğrenci geliyor ortak meyveniz var mı değiş tokuş yapabilir misiniz diyorum. Eğer yoksa sizin ortak meyveniz böleniniz yok aralarında asalsınız diyorum.

Ö2’de beyin fırtınası tekniği, soru cevap tekniğini kullandığını ve etkinlik yaptığından bahsetmemiştir. Aynı Ö1 gibi teknik olduğunu yazmamış sadece ismini yazmıştır. Ayrıca asal sayılar ve aralarında asal sayılar için dersini nasıl işlediğini bir örnek ile açıklamıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde de burada yazdıklarından bahsetmiştir.

Ö3: Sunuş yolu ve buluş yolu. Hazırbulunuşluk düzeyleri ve mevcudun fazla olmasından dolayı bu yöntemi kullanıyorum soru-cevap yöntemi ile dikkati çekip ardından konuyu anlatıyorum. Öğrencilerden sayıların bölenleri söylemelerini istiyorum. 1’den başka ortak böleni olmayan sayıları ifade etmesini ister ve bunların aralarında asal olduğunu belirtirim.

Ö3 sunuş yolu ve buluş yolunun strateji olduğunu söylememiş, soru cevap tekniğine yöntem demiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme de aşağıdaki gibi cevap vermiştir.

Ö3: Okulumuzun durumunu göz önünde bulundurduğumda yapılandırmacılık yaklaşımına göre dersimi anlatamıyorum genelde sunuş yoluyla anlatıyorum. Asal sayılar ve aralarında asal sayıların tanımını yapıyorum ve zıt örnekler veriyorum. Asal sayılar olanlar ve olmayanlar, aralarında asal olanlar ve olmayanlarla alakalı bu şekilde ilerliyorum. Yani sunuş yoluyla tanım üzerinden kendim verip öğrencilerin uygun örnekleri söylemesini istiyorum.

Ö3’ün ders gözlem sürecinde de burada söylediklerine bağlı olarak asal sayılar konusuna sayıların bölenlerini buldurarak başladığı, sayıların bölenlerini sorarak çocuklarda merak uyandırmaya çalıştığı ve böylece asal sayılar konusuna giriş yaptığı görülmüştür. Sonra sınıfa asal sayıların tanımını vererek asal sayı olanlar ile asal sayı olmayanları soru cevap şeklinde ilerleyerek birlikte buldukları gözlemlenmiştir.

Ö4: Genellikle buluş yöntemi ve soru-cevap yöntemlerini kullanıyorum. Asal sayıların özelliklerini de beyin fırtınası yöntemiyle daha kalıcı hale getiriyorum. Aralarında asal sayıları beyin fırtınası ile anlatıyorum. Asal sayıları öğrendikten sonra sorgulayarak öğrenmeleri daha kalıcı yapıyor.

Ö4’ün hepsine yöntem dediği görülmüştür. Strateji, yöntem ve teknik arasındaki farkı ve hangisinin ne olduğunu bilmediği görülmüştür. Strateji ve teknikleri bir arada kullandığını ifade etmiştir.

Ö5: Buluş yöntemi kullanıyorum. Doğal sayıların çarpanlarını tek tek incelettiriyorum. Çarpanlarından sadece 1 ve kendisi olanları asal sayı diyorum. İki sayı seçip bölenlerini incelettirip ortak olanları gösteriyorum.

Ö5 buluş yoluyla öğretim stratejisine yöntem demıştır. Öğrencilere çarpanlarını buldurup tanımını kendisinin verdiği belirtmiştir. Ö5'in ders gözlem sürecinde ilk olarak asal sayı konusunu hatırlattığı sonrasında asal sayıların tanımını vererek sunuş yoluyla öğretim stratejisine göre ders işlediği gözlemlenmiştir.

Ö6: Asal sayıları eratosten kalburu, aralarında asal sayıları buluş yolu ile

Ö6 asal sayılar konusunu anlatırken Eratosten kalburundan yararlandığını belirtmiştir fakat strateji, yöntem ve teknik değil bir materyal olarak düşünülebilir. Aralarında asal sayıların öğretiminde buluş yolu ise yaptığını belirtmiş strateji olduğunu yazmamıştır. Ö6 ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelere baktığımızda düz anlatım yöntemi ile dersini işlediğini aynı Eratosten kalburundan yararlandığını belirtmiştir.

Ö6: Şimdi benim çalıştığım okulda genel olarak öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri düşük olduğu için genel olarak düz anlatım tekniğini kullanıyorum. Fakat tabiki daha iyi bir grupta etkinliklerde de işlenebileceğini düşünüyorum. Özellikle 6.sınıfta asal sayılara geçiş yapılıyor orada bir eratosten kalburu var müfredatta da olan bir şey. Buda yine bir etkinlik şeklinde tasarlanıp düzenlenebilir. Asal sayılar için çok güzel kavratıcı bir etkinlik gruplara ayırıp 2 kişilik 3 kişilik aranızda paylaşın. Asal sayılar kadar da malzeme verip 2 tane 3 tane 4 yoktu 5 tane 7 tane şeklinde aralarında paylaşamadıklarını görüyorlar bu şekilde güzel bir etkinlik olabilir gerçekten. Ama dediğim gibi burada şuanda öğrencilerimizin hazırbulunuşluk seviyeleri çok iyi olmadığı için ben şuan da genel olarak düz anlatım tekniğini kullanıyorum.

Ö7: Buluş yolu sınıfta paylaştırma örnekleri veriyorum 20 sayısını kaç kişi kendi arasında eşit paylaşabilir kaç tane düşer. Sonra asal sayı veriyorum 11'i kaç kişi kendi arasında eşit paylaşabilir şeklinde kendilerinin bulmasını sağlıyorum. Öğrenci asal sayıları öğrenmiş oluyor. Öğrenenler hiçbir sıkıntı yaşamıyoruz zaten düz anlatım ve sunuş yoluyla öğretim yapıyorum örnekleri verip kendilerini çözmelerini sağlıyorum.

Ö7 buluş yolu ile sınıfta etkinlik şeklinde öğrencilerde kendi fikirlerini oluşturduğunu sonrasında ise sunuş yolu ve düz anlatım ile bilgileri verip örnekler çözdüğünü söylemiştir.

Ö8: Sınıfların hazırbulunuşluk seviyelerine göre düz anlatım, buluş yoluyla öğrenme, tam öğrenme, soru cevap, problem çözme konuları anlatmada geçişli olarak kullanabiliriz.

Ö8 birden fazla strateji, yöntem ve tekniği sürekli değişim halinde kullandığını ifade etmiştir. Hangisini kullanacağını sınıfların hazırbulunuşluk seviyelerine göre belirlediğini söylemiştir. Sadece isimlerini verdiği strateji, yöntem veya teknik olarak belirtmediği görülmüştür.

Ö9: Buluş yolu, sunuş yolu, sinektik tekniği, drama. Öğrencilerin kendilerini asal sayıların yerine koymalarını ve ceplerinden çarpanlarını çıkarmalarını istiyorum. Her biri seçtiği asal sayının sadece 2 çarpanı olduğunu fark ediyor. Bunun zıttını da aynı şekilde tekrarlatıyorum. Asal olmayan sayıların 2'den fazla böleni olduğunu görüyorlar.

Ö9 sınıfta yaptığı bir etkinlikten bahsetmiştir. Öğrencileri asal sayı ve asal olmayan sayılar yerine koyarak her iki durumu da görmelerini sağladığını anlatmıştır. Yaptığı bu etkinlikten görüşmede de bahsetmiştir. Aşağıda verilmiştir.

Ö9: Mesela şey yaptım her çocuk bir asal sayı oluyor. 1'den 100'e kadar zaten. Her çocuk bir asal sayı oluyor. Asal sayıların bölenleri 1 ve kendisi olacağı için bir cebine 1 yazıyorlar diğer cebine kendini yazıyorlar. Bölenlerini çıkarın dediğimde ceplerini boşaltıyorlar. 1 ve kendisi çıkıyor başka hiçbir böleni yok. Aaa yok falan diyorlar, gülüyorlar, espri yapıyorlar. Biraz daha akılda kalıcı oluyor. Oyunlaştırarak. Ben kaçtım ya, ben şu asaldım, ben 17'ydim falan deyince biraz asalları ezberlemesine kolaylık olsun diye.

Ö10: Asal olan ve olmayan birçok sayı örneği vererek çarpanlarını yazmalarını istenir. Bu örnekler içinde bazı sayıların sadece iki çarpanı olduğunu görürler. İkili sayı grupları verip ortak bölenlerini bulmaları istenir. 1 dışında ortak böleni olmayan bu sayıların aralarında asal olduğu söylenir.

Ö10 strateji, yöntem ve teknik ismi vermek yerine dersini nasıl işlediğine dair örnek vermiştir. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar için anlattığından yola çıkılarak öğrencilere çarpanlarını buldurarak kendilerinin bulmasını sağladığı için buluş yoluyla öğretim stratejisini uyguladığı denilebilir.

Ö11: Düz anlatım yoluyla.

Ö11 sadece düz anlatım yoluyla cevabını vermiştir. Yöntem olduğunu yazmamıştır. Ö11 ile yapılan görüşmelerde verdiği cevaplar incelendiğinde düz anlatım yaptığından ve tanıma dikkat ettiğinden bahsetmiştir.

Ö11: Yani konuyu işlenirken öncelikle tanımlara önem veriyoruz ve çarpan ve bölen kavramına çok dikkat etmemiz gerekiyor burada. Bunlara çok dikkat etmemiz gerekiyor. Herhangi bir öğretim stratejisi ben düz anlatım olarak kullanıyorum dersimde genel anlamda. Başka bir yöntem kullanmıyorum. Problem çözme yapıyoruz. Zaten her konu anlatımdan sonra problem çözme yapıyorum.

Ö12: Buluş yoluyla, soru cevap, etkinlik, sunuş yoluyla. 1'den 20'ye kadar olan sayıları tahtaya yazıyorum. Çocuklara bölenlerini bulduruyorum. Sonra sırayla yorumluyoruz. 1'in bir tane, 2'nin 2 tane, 3'ün iki tane böleni var şeklinde. 2, 3, 5 gibi sadece iki tane böleni olanlara dikkat çekiyorum. Yorumlamalarını istiyorum. Özel sayı diyenler, gıcık sayı diyenler oluyor. En son isminin asal sayı olduğunu söylüyorum ve tanımlı veriyorum. Aralarında asal sayılarda birden fazla sayıları aynı anda verip bölenlerini bulmalarını istiyorum. Bulduktan sonra aynı olanlar var mı, yok mu onu belirliyoruz. Yoksa neden böyle oldu bunu ayrı inceleyelim şeklinde olmaması durumuna dikkat çekiyorum. En son tanımlı veriyorum ve bol örnek çözüyoruz.

Ö12'de diğer bütün öğretmenler gibi strateji, yöntem ve teknik arasında ki farkı bilmemekte ve sadece isimleri yazıp ne olduğunu belirtmemektedir. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar için dersini nasıl işlediğini ayrı ayrı anlatmıştır. Öğrenci ile birlikte buluş yolu stratejisini kullandığı görülmektedir.

ASBT'de hazırlanan 8. soruda öğretmenin sınıfa sorduğu soruya dört öğrencinin birbirinden farklı verdikleri yanlış cevapları düzeltmek için nasıl bir strateji, yöntem veya teknik kullanacakları sorulmuştur. Aşağıdaki Tablo 36'da öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almıştır.

Tablo 36. Öğretmenlerin ASBT 8. soru c Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Tema	Kodlamalar	Öğretmen
	Sunuş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Ö3
Öğretmen	Düz Anlatım Yöntemi	Ö1
Merkezli	Soru- Cevap Tekniği	Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12
	Örnek Soru Çözümü	Ö1, Ö7
	Buluş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Ö5, Ö9, Ö12
Öğrenci	Problem Çözme Yöntemi	Ö8
Merkezli	Beyin Fırtınası Tekniği	Ö4
	Etkinlik	Ö2, Ö6, Ö11

Tablo 36 incelendiğinde öğretmenlerin en fazla soru cevap tekniğini kullandığı görülmektedir. Ö10 bu soruya cevap vermeyerek boş bırakmıştır. Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12 soru cevap tekniğini kullandıklarını belirtmiş fakat soru cevap diyerek cevap vermişlerdir. Teknik olduğunu belirtmemişlerdir. Aynı şekilde Ö3 ve Ö4 sunuş yazmış fakat sunuş yoluyla öğretim stratejisi olduğunu, Ö9 ve Ö12’de buluş yolu yazarak strateji olduğunu yazmamışlardır. Öğretmenlerin cevapları aşağıda verilmiştir.

Ö1: Düz anlatım, ispat, bol örnek

Ö2: Öğrencide merak uyandırmaya, dikkat çekmeye çalışıyorum. Sayıları verirken işte Antepzeyiz çoğu öğrencilerin fıstık bahçesi var şu kadar fıstık var gibi dediğimde daha dikkatli dinliyorlar.

Ö3: Sunuş, Soru-Cevap

Ö4: Yanlışın doğrusunu sunuş yoluyla söylemeyip soru-cevap tekniği ve beyin fırtınası yöntemini kullanıp yanlışlarını fark etmelerini sağlarım.

Ö5: Buluş yöntemi kullanırım.

Ö6: Sınıfta komuyla ilgili bir pano hazırlanabilir, şarkı bestenilebilir, etkinlik yapılabilir. Tanıma daha çok dikkat çekilebilir.

Ö7: Örnek çözdürme, soru-cevap yapabiliriz.

Ö8: Soru-cevap tekniği, problem çözme tekniğini kullanabilirim.

Ö9: Soru-cevap buluş yoluyla yanlış cevaplarını düzeltmelerini isterim.

Ö11: Öğrencilerim bu hatasına yönelik “eratosten kalburu” yöntemini kullanabiliriz.

Ö12: Soru-cevap, buluş yolu.

Öğretmenlerin yanıtları incelendiğinde düz anlatım, sunuş, buluş, soru cevap biçiminde cevap yazdıkları görülmektedir. Düz anlatım yöntemi, sunuş yoluyla öğretim stratejisi, buluş yoluyla öğretim stratejisi, soru cevap tekniği olduğunu yazmamışlardır. Ö2'nin yanıtı incelendiğinde strateji, yöntem yada teknik belirtmek yerine merak uyandırmaya çalıştığını ifade ederek dersinden bir örnek vermiştir. Aynı şekilde Ö6'da şarkı, pano gibi etkinliklerin yapılabileceğini belirtmiştir. Ö11'de Eratosten kalburunu kullandığını yazmıştır.

ASBT'de hazırlanan 9. soruda bir öğretmenin sınıfa sorduğu soruya bir öğrencinin verdiği cevap verilmiştir. Öğrencinin verdiği yanlış cevaba yönelik bu soruda ve öğretim sürecinde kullanacakları strateji, yöntem ve teknik sorulmuştur.. Aşağıda verilen Tablo 37'de öğretmenlerin cevapları verilmiştir.

Tablo 37. Öğretmenlerin ASBT 9. soru d Şıkkı İçin Verdikleri Cevaplar

Tema	Kodlamalar	Öğretmen
Öğretmen	Sunuş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Ö1, Ö4, Ö9
	Soru- Cevap Tekniği	Ö4, Ö7, Ö12
	Örnek Soru Çözümü	Ö3, Ö7, Ö8, Ö10
Öğrenci	Buluş Yoluyla Öğretim Stratejisi	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö12
	Problem Çözme Yöntemi	Ö8, Ö11
	Beyin Fırtınası Tekniği	Ö4, Ö12
Merkezli	Etkinlik	Ö2, Ö9

Tablo 37 incelendiğinde en fazla buluş yoluyla öğretim stratejisi cevabının fazla olduğu görülmektedir. Çalışma grubunun soruya verdikleri cevaplar aşağıda verilmiştir.

Ö1: *Sunuş yoluyla anlatım.*

Ö2: *Etkinlik yaparak öğrencinin derse katılmasını aktif hale gelmesini sağlıyorum.*

Ö3: *Aksine örnek verme, buluş yolu*

Ö4: *Soru cevap, beyin fırtınası, buluş yöntemi, sunuş yöntemi*

Ö5: *Buluş yöntemi kullanırım*

Ö6: *Buluş yolu olabilir.*

Ö7: Soru çözme, örnek verme, soru cevap yaparım.

Ö8: Soru çözme ve problem çözme tekniği.

Ö9: Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunun, sunuş ve buluş yöntemine daha uygun olduğunu düşünüyorum. Çünkü asal sayılar hala üzerinde çalışmaların yapıldığı ve yeni asal sayıların bulunduğu bir konu. Ancak öğrencilerimin akıllarında kalıcılığını artırmak ve dersi daha eğlenceli hale getirmek için asal sayılar şarkıları, dramaların yapılması gerektiğini düşünüyorum. Kolay unutulabilir ve tekrarlanması gereken bir konu olduğu için Wordwall'dan oyunlar oynatıyorum.

Ö10: Tanım üzerinden hareket ederek örnekler veririm.

Ö11: Problem çözme yöntemini kullanırım, pekiştirmelerini sağlarım.

Ö12: Buluş yolu, soru cevap, beyin fırtınası

Ö9 sunuş ve buluş yoluyla öğretim stratejisinin asal sayılar konusuna daha uygun olduğunu ifade etmiştir fakat strateji yerine yöntem ifadesini kullanmıştır. Öğrencilerin kolay unutabildiklerini belirterek etkinlik yapılmasının gerektiğini belirtmiş ve kendisinin dersinde akıllı tahtadan yararlanarak Wordwall uygulamasını kullandığını belirtmiştir. Ö2'de aynı Ö9 gibi etkinlik yapılarak öğrencinin derse katılmasını sağlamak gerektiğinden bahsetmiş fakat nasıl uyguladığını söylememiştir. Ö1 sunuş yolu öğretim stratejisine anlatım, Ö11'de problem çözme tekniğine yöntem demiştir. Ö7'de ders anlatımında soru çözdüğünü ve bunu örnek verme, soru cevap, soru çözme gibi farklı biçimlerde yazmıştır. Ö10'da örnek çözdüğünü belirtmiştir.

Öğretmenlerin çoğunluğunun tek bir strateji, yöntem ve teknik kullanmak yerine birden fazlasını bir arada kullandıkları görülmektedir. Sadece Ö11 düz anlatım yöntemini kullandığı görülmüştür. Fakat görüldüğü üzere hepsinin strateji, yöntem ve teknik arasında ki ilişkiyi bilmedikleri görülmektedir. Ayrıca buluş yoluyla öğrenmenin ve sunuş yoluyla öğrenmenin strateji olduğunu söyleyen öğretmenler oldukça azdır. Çoğunluk hiçbir ifade kullanmadan sadece buluş yoluyla, sunuş yoluyla şeklinde isimlerini söylemiştir. Bazı öğretmenler yöntem olduğunu söylemiştir. Aynı zamanda beyin fırtınası bir teknik olduğu halde yöntem olduğunu söyleyenler vardır. Problem çözme yöntemine teknik ifadesini kullananlar olmuştur. Yani öğretmenlerin dersini işlerken kullandıklarının yöntem mi, teknik mi, strateji mi olduğunu bilmemektedirler. Ayrıca çoğu öğretmenler sorulara sadece sunuş yoluyla gibi cevaplar vermişlerdir. Bu stratejiyi dersinde nasıl kullandıklarını belirtmemişlerdir.

Gözlem yapılan öğretmenlerde de en fazla anlatım yöntemi ve soru cevap tekniğinin kullanıldığı görülmüştür. Anlatım yöntemini ders anlatım sürecinde kullanırken bütün öğrencilere aynı anda bilgiyi doğru bir şekilde vermeye çalışmaktadırlar. Soru cevap tekniğini ders anlatım sürecinde kullanırken de anlattığı konuyu öğrenen ve öğrenmeyen öğrencileri belirlemede, öğrencilerin derse katılımını sağlamak için kullandıkları görülmüştür. Öğretmenler soru cevap tekniğini kullanırken genelde ilk olarak kendileri konuya uygun örnek soru çözmüş ve sonrasında ise benzer soruyu sınıfta öğrencilerin çözmesini beklemiştir.



BÖLÜM V

TARTIŞMA

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Konu Alan Bilgilerine İlişkin Tartışma

Ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar kavramlarına ilişkin kavram imajlarını ortaya çıkarmak için ASBT’de, yarı yapılandırılmış görüşmelerde tanımları sorulmuştur. Ayrıca ders gözlem sürecinde kullandıkları tanımlara dikkat edilmiştir. Öğretmenlerden sadece üç kişi gelişmiş tanım yapabilmışlerdir. Tanımlarda ‘pozitif bölen’ kavramına ve ‘1’den büyük olmasına’ dikkat edilmediği ‘sadece 1’e ve kendisine bölünebilen doğal sayılar’, ‘1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan sayılar’ gibi asal sayı kümesini tam olarak karşılayamayan ifadeler kullanmışlardır. Öğretmenlerin çoğunluğunun tanım yaparken negatif bölenleri ve negatif sayıları düşünmedikleri ortaokul ders kitabında yer alan “sadece 1 ve kendisine bölünebilen doğal sayılara asal sayı denir” tanımına benzer tanım yaptıkları görülmüştür. Benzer çalışma yapan Ercire (2022) öğretmen adaylarının asal sayı tanımlarını yaparken pozitif bölen kavramını, 1 ve negatif sayıları atladıklarını, asal sayıları bildikleri fakat tanımlarken zorlandıklarını ve kritik noktaları atladıklarını ortaya koymuştur. Gürefe ve Aktaş (2020) son sınıf matematik öğretmeni adayları ile yaptıkları çalışmada 48 öğretmen adayının sadece üçü kişinin uygun ve titiz tanım yapabildiklerini söylemiştir. Ercire (2022) ve Gürefe ve Aktaş’ın (2020) çalışmalarında elde edilen bulgular ile bu çalışmadaki bulgular örtüşmektedir. Özdeş’in (2013) çalışmasında öğrencilerde karşılaştığı 0, 1 ve negatif sayıların asallığını bilmediklerini belirtmiştir. Bu çalışmada öğretmenlere neden asal sayı olmadıklarını açıklamaları istendiğinde asal sayı tanımından yola çıkarak 1’den büyük sayıların asal olduklarını ifade etmişlerdir. Fakat öğretmenler asal olmadıklarını gösterirken bölenlerini eksik ve yanlış göstermişlerdir. 0’ın bütün sayılara bölündüğü, 0’ın kendisi hariç böleni olmadığını ifade ederek 0’ın 0 hariç bütün sayılara bölündüğü bilgisine sahip olmadıkları görülmüştür. Özdeş (2013) öğrencilerle yaptığı çalışmada da benzer şekilde 0’ın bölenlerini doğru belirleyemediklerini 0’ın doğal sayıya bölümünün tanımsız olduğunu söylemişlerdir. Bu çalışmada öğretmenlerinde öğrenciler gibi 0’ın bölenleri

hakkında yanlış bilgiye sahip olduğu görülmüştür. 1'in sadece kendisine bölündüğünü ifade ederek -1'e bölündüğünü düşünmemişlerdir. Negatif sayılarda ise pozitif bölenlere bakıldığı için negatif sayıların asal olmadığını söyleyerek negatif sayılarda pozitif bölenlere sahip olduğunu ifade etmedikleri görülmüştür.

Asal sayılar kavramı ile karıştırılabilen kavramlardan birisi de aralarında asal sayılardır (Akkan ve Öztürk, 2019). Ortaokul matematik öğretmenlerine aralarında asal sayıların tanımı sorulduğunda yalnızca iki öğretmen 'pozitif ortak böleninin 1 olması' ve 'eboblarının 1 olması' ifadelerini kullanarak gelişmiş tanım yapabilmıştır. Ancak aralarında asallığı doğal sayılarla, sadece iki sayının aralarında asal olabileceği ile sınırlayan 'iki sayının 1'den başka ortak böleni olmaması', '1 dışında ortak böleni olmayan doğal sayılar' şeklinde geliştirilmesi gereken tanımlarda yer almaktadır. Öğretmenlerin asal sayılarda olduğu gibi aralarında asal sayıların tanımını yaparken de negatif bölenlerini göz ardı ettikleri söylenebilir. Ercire (2020) öğretmen adaylarının öğrenciler gibi kavram yanılgılarına sahip olduklarını söyleyerek bu durumun PAB'lerini etkilediklerini belirtmiştir. Öğretmenlere ASBT'de verilen 3. soruda negatif bir sayı ile pozitif bir sayının aralarında asallığı sorulduğunda öğretmenlerin yedisinin negatif sayıların aralarında asallığına bakılmadığını söyleyerek yetersiz cevap vermişlerdir.

Ortaokul ders kitabında yer alan asal sayıların bulunmasında kolaylık sağlayan Eratosten kalburunun işlenişi ve büyük sayılarda uygulanabilirliği çalışma grubuna sorulduğunda gelişime açık yanıt verenlerin fazla olduğu görülmektedir. Çetin (2021) yaptığı çalışmada bir sayının asal olup olmadığını belirlemek için sayının karekökünden küçük asal sayılara bölünmüyorsa eğer asal sayı olduğunu ifade etmiştir. Çalışma grubundan dört öğretmen 283 sayısının asallığını belirlemek için karekökünü alarak 16'dan küçük asal sayılara yani 2, 3, 5, 7, 11, 13 sayılara bölünmesini inceleyerek eksiksiz ve doğru yanıt vermişlerdir. Gelişime açık yanıtlar da sayının karekökünden küçük bütün sayılara bölümünü inceleyen ve sayıdan küçük bütün asal sayılara bölümünü inceleyen yanıtlar yer almaktadır.

ASBT'de hazırlanan 7. soruda öğrenciler, öğretmene 2 sayısının çift olmasına rağmen neden asal sayı olduğunu sormuşlardır. Çalışma grubunda yanlış yanıt veren olmamıştır. Ancak öğretmenler 2 sayısının tanım gereği asal olduğu cevabını verirken 2'nin bölenlerini yanlış buldukları ve çift sayıların hepsinin asal olmadığını söylerken 2 ile bölünebilme özelliğini vermedikleri görülmüştür.

Genel olarak bakıldığında ortaokul matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerinin yüzeysel olduğu, derin bir konu alan bilgisine sahip olmadıkları belirlenmiştir. İlgili literatürde öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar incelendiğinde konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu benzer sonuçlara ulaşan çalışmalar mevcuttur. Doğruel (2019) öğretmenlerin oran- orantı konusunda genel alan bilgilerinin yetersiz olduğunu, Ercire (2022) sayılar ve işlemler öğrenme alanında yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının kavramların tanımlarını yaparken zorlandığını, Şahin (2016) öğretmen adaylarının cebir konusunda alan bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığını belirterek cebir konusunu öğrencilere başarılı bir şekilde öğretmesinin mümkün olmadığını belirtmiştir.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğrencileri Anlama Bilgilerine İlişkin Tartışma

Öğrenci düşüncelerinin öğretmen tarafından anlaşılması öğretimsel kararların temelini oluşturmaktadır (Yurtyapan, 2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri anlama bilgisini ortaya çıkarabilmek için ASBT’de ders içinde geçebilecek öğrenci-öğretmen diyaloglarından oluşan sorular hazırlanmış, yarı yapılandırılmış görüşmelerde sorular yöneltilmiş ve ders anlatım sürecine dikkat edilmiştir.

Öğretmenler, öğrencilerin öğrenmesinin başarılı olabilmesi için öğrencilerin zorluk yaşayabilecekleri kısımları bilmeli ve yaptıkları hataların, kavram yanlışlarının farkında olması gerekmektedir (Fennema ve Franke, 1992). Çalışmaya katılan öğretmenler, öğrencilerin öğrenme güçlükleri, hataları, kavram yanlışları hakkında cevap verdiği görülmektedir. Öğretmenler, öğrencilerin sayıların bölenlerini bulamadıklarını, asal sayılar ve aralarında asal sayılar konularını birbiri ile karıştırdıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin sayıların asallığını belirleyemediklerini, ezberci yaklaşım sergilediklerini, kavramları karıştırdıklarını ifade etmişlerdir.

Öğretmenler, öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlükleri, hatalar, kavram yanlışlarının nedenlerini belirtirken fazla detaya inmeden cevaplar vererek bilgi eksikliği, aşırı genelleme, aşırı kurallaştırma, dikkatsizlik olarak belirtmişlerdir. Benzer olarak Yurtyapan (2018) çalışmada öğretmenlerin, öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler konusunda hata yapma sebeplerini yüzeysel değerlendirmeler yaparak bilgi eksikliği ve dikkatsizlik yanıtlarını verdiklerini söylemiştir. Öğretmenler öğrencilerin çift sayılar asal sayı değilse tek sayıların asal olabileceğini düşünmelerini, 2, 3, 5, 7

gibi asal sayıları sayarken ritmik düşünerek 9 sayısına asal sayı olduğunu ifade etmelerini aşırı genelleme olarak söylemişlerdir. Sayıların bölenlerini bulamalarını 51, 91 gibi sayıların asal sayı olduğunu düşünmelerinin, 1 sayısının bölenlerini bulamamaları ve asal olmadığını söylememelerinin bilgi eksikliğinden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Sayıların aralarında asallığı incelenirken bütün sayıların asal sayı olması gerektiği biçimde düşünen öğrencilerin aşırı kurallaştırma yaptığını belirtmişlerdir. Bütün çift sayıların 2'ye bölündüğünün ifade edildiği halde bir çift sayı gördüğünü bölenlerini bulmaya çalışmasını dikkatsizlik olarak değerlendirilmiştir.

Bu çalışmada öğretmenlerin çoğunluğunun asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusu ile ilgili öğrencilerde karşılaştıkları hataları, kavram yanlışları belirleyebildikleri ve nedenlerini açıklayabildikleri görülmektedir. Literatür incelendiğinde benzer çalışmalar yer almaktadır. Örneğin Doğruel (2019) öğretmenlerin öğrenci ve alan bilgisinde yeterli düzeyde olduğunu, Gökçurt (2014) öğretmenlerin PAB bileşenlerinin istenilen düzeyde olmamasına rağmen öğrencileri anlama bileşeninin daha iyi seviyede olduğunu, Yurtayapan (2018) öğrencileri anlama bilgisi bileşeninin diğer bileşenlere kıyasla daha iyi seviyede olduğunu belirtmiştir. Fakat öğrencileri anlama bilgisi bileşenini yetersiz seviyede olduğu ifade eden çalışmalarda mevcuttur (Şahin, 2016; Ercire, 2022; Kutlu, 2018; Çıkrıkçı, 2015; Gökçe, 2016).

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğretimsel Strateji Bilgilerine İlişkin Tartışma

Çalışma grubunun asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin öğretimsel strateji bilgisini incelemek için ASBT'de ders sürecinde gerçekleşebilecek diyaloglardan oluşan sorular hazırlanmış, yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve ders gözlem sürecinde öğretmenin kullandığı strateji, yöntem ve tekniğe dikkat edilerek öğrencinin hatasını nasıl düzelttiği, kavram yanlışlarını giderirken izlediği yollara dikkat edilmiştir.

Öğretmenlerin öğrencilerin hatalarını giderirken, kavram yanlışlarını düzeltirken büyük çoğunluğunun tanımdan yola çıkarak kural temelli ve teorik açıklamalarla benzer örnekler çözmeyi tercih ettikleri görülmektedir. Asal bir sayıya öğrenciler asal sayı değildir cevabını verdiğinde öğretmenler asal sayının tanımını hatırlatıp sayının bölenlerini bularak asal sayı olduğunu öğrencilere göstermiştir. Benzer

şekilde Doğruel’de (2019) öğretmenlerin oran orantı konusunda yanlış cevap veren öğrenciye kavramları açıklayarak, kuralı vererek işlem yapmadan sözel olarak ifade ettiklerini tespit etmiştir. Öğretmenlerin öğretim süreci gözlemlerinde de öğrencilere hatasını fark ettirici soruları nadiren sorduğu; doğru, yanlış şeklinde cevaplar verdiği, soruyu yanlış cevaplayan öğrenci olduğunda doğru cevabı yine kendilerinin çözdüğü tespit edilmiştir. ASBT’de hazırlanan örnek sorularda öğrencilerin yaptıkları hataları nasıl giderecekleri sorulduğunda konuyu tekrar anlatarak, tanımını vererek ve benzer örnekler çözerek soruyu doğru çözmesini sağlamaya çalışan öğretmenlerde oldukça fazladır. Etkinlik yaptıran, grup çalışmasına yönlendiren veya öğrenciye ipucu vererek kendisinin yanlışını farketmesini sağlamaya çalışan öğretmenler ise oldukça azdır.

Öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunun öğretiminde en fazla buluş yoluyla öğretim stratejisi, sunuş yoluyla öğretim stratejisi ve soru cevap tekniğini kullandığı görülmektedir. Yapılan gözlem raporlarına göre soru cevap tekniğini öğretmenler konunun öğretiminde öğrencileri ders sürecinde aktif olmalarını sağlamak, konu anlatımının ardından öğrenciye örnekler çözdürmek, ön bilgileri hatırlatmak, konu anlatımının sonunda öğrencilerin konuyu öğrenme düzeylerini ölçmek için kullandıkları görülmüştür. Bu sonuç, Gökkurt’un (2014) çalışma sonucuyla paralellik göstermektedir. Ayrıca öğretmenlerin sorulara cevap verirken strateji, yöntem veya teknik isimlerini kullanmadıklarını sadece düz anlatım, sunuş yolu, buluş yolu, soru cevap gibi sadece isimleriyle cevap verdikleri görülmüştür. Bu sonuç literatürde yer alan Gökbulut (2010), Yurtyapan (2018), Demir ve Özden (2013) çalışmalarıyla benzerlik göstermektedir.

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Sonuçlar

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Konu Alan Bilgilerine İlişkin Sonuçlar

Ortaokul matematik öğretmenlerinin konu alan bilgileri tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilme, öğrencilerin sorularına nedenini açıklayarak doğru cevap verebilme ve konunun önemi, hedefi, amaçlarını açıklayabilme bağlamında incelenmiştir.

Asal sayılar ve aralarında asal sayılar tanım ve kavramları doğru bir şekilde kullanabilmede; asal sayıların tanımını yaparken pozitif bölen ve 1’den büyük olması gerektiğini göz ardı ettikleri, kritik ve önemli noktaları atladıkları görülmüştür. Aralarında asal sayıların tanımını yaparken asal sayılarla benzerlik kurarak doğal sayılar ile sınırlandırmışlardır. Ayrıca sadece iki sayının aralarında asallığına bakılacağını söylemişlerdir. Öğretmenlerin büyük çoğunluğu negatif sayıların aralarında asallığının inceleneceğini bilmediği görülmektedir. Öğrencilerin en fazla hataya düştükleri 0, 1 ve negatif sayıların asal sayı olarak alınmama sebeplerini ve öğrencilere nasıl anlatacakları hakkında genelde asal sayıların tanımından yararlandıkları fakat bölenlerini bulmada zorlandıkları görülmüştür. 0’ın bütün sayılara bölündüğünü, kendisi hariç hiçbir sayıya bölünmediğini ifade eden öğretmenler vardır. 1 sayısının böleninin sadece 1 olduğunu fakat -1’inde böleni olduğunu söylememişlerdir. Negatif sayıların asallığı sorgulandığında “sayıların pozitif bölenlerine bakıldığından negatif sayılar asal sayı olamazlar” ifadesini söyleyen öğretmenler azımsanamayacak kadar fazladır. Ders kitapları ve ek kaynak kitaplarda yer alan 7A iki basamaklı sayısının asal olması için A’nın alabileceği değerleri soran soruda öğretmenlerin soru sorulma amacını açıklayabildikleri, öğrencilere bölünebilme kurallarını da vererek nasıl anlatacaklarını ifade ettikleri görülmüştür. Üç öğretmen ise çözüm yolunu vermeden sadece cevabı yazmıştır. Eratosten kalburunu öğretmenler derste kendilerinin anlattıklarını ve öğrencileriyle etkinlik biçiminde yaptıklarını ifade etmişlerdir. Eratosten kalburunun

özelliğini öğretmenlerin bildiği fakat eksik bilgilere sahip olduğu görülmüştür. Asal sayılar ile ilgili pratik bilgileri öğrencilere öğrettikleri ama sebeplerini açıklarken yüzeysel bıraktıkları söylenebilir. Öğretmenlerin derse anlatımına başlarken tanımı vererek yada örnekler üzerinden başladıkları söylenebilir. Konunun hayatımızdaki yeri, önemi, amacı veya hedefinden bahsetmemektedirler.

Bu sonuçlar doğrultusunda çalışmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusundaki konu alan bilgilerinin zayıf olduğu söylenebilir.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğrenciler Anlama Bilgilerine İlişkin Sonuçlar

Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri anlama bilgileri öğrencilerin sahip oldukları öğrenme zorluklarını, hatalarını, kavram yanlışlarını belirleyebilme ve bunların nedenlerini açıklayabilme bağlamında incelenmiştir.

Öğretmenler, öğrencilerin sayıların bölenlerini bulamadıklarını, sayıların asallığını belirleyemediklerini, ezberci yaklaşım sergilediklerini, kavramları karıştırdıklarını, asal sayılar ve aralarında asal sayılar konularını karıştırdıklarını düşünmektedirler. Tüm bunların sebeplerinin ise aşırı genelleştirme, bilgi eksiklikleri, aşırı kurallaştırma ve dikkatsizlikten kaynaklandığını tespit etmişlerdir. ASBT’de hazırlanan 9. soruda öğrencinin yaptığı hatayı 16 sayısının asal olması gerektiğini düşünmesi yani aralarında asal sayı olabilmesi için sayıların asal olması gerektiği cevabını vermişlerdir. Yapılan bu hatanın nedeninin ise aralarında asal sayılar konusunu kavrayamadığı, asal sayılar kavramı ile karıştırdığını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin öğrencinin yaptığı hatayı ve nedeninin farkında olduğu tespit edilmiştir. ASBT’de hazırlanan 10. soruda öğrencilerin yapabileceği hatalar sorulduğunda her öğretmenin sadece bir hatayı ifade ettiği, öğrencilerin birden fazla hata yapabileceklerini göz ardı ettikleri gözlemlenmiştir. Nedeni olarak çoğunluk bütüncül olarak düşünemediği için sadece A’ya odaklanarak asal sayı geleceğini düşündüklerini ifade etmişlerdir.

Sonuç olarak bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerin öğrencileri anlama bilgisinin yeterli düzeyde olduğu ve diğer PAB bileşenlerine (konu alan bilgisi, öğretimsel strateji bilgisi) göre daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusundaki Öğretimsel Strateji Bilgilerine İlişkin Sonuçlar

Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretimsel strateji bilgileri öğrencilerin kavram yanlışları giderme, hatalarını düzeltme ve konuya uygun strateji, yöntem, teknik bilgisine sahip olma bağlamında incelenmiştir.

Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna ilişkin kavram yanlışlarını giderme, hatalarını düzeltmede öğretmenlerin en fazla tanımı verdikleri, benzer örnek sorular çözdükleri görülmüştür. Öğrenci yanlış cevap verdiğinde öğretmen asal sayı ne demektir? tanımı hatırlayalım, o halde bu sayı asal sayı olur mu? gibi sorular sorup kendisi cevaplandırmaktadır. Etkinlik yapan, öğrenciyi düşünmeye yöneltecek sorular soran öğretmenler ise çok azdır.

Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunun öğretiminde uygun strateji, yöntem ve teknik bilgisine sahip olmaları incelendiğinde öğretmenlerin en fazla buluş yoluyla öğretim stratejisi, sunuş yoluyla öğretim stratejisi ve soru cevap tekniğini kullandıkları görülmektedir. Öğretmenler isimlendirmelerini yaparken strateji, yöntem ve teknik kelimelerine yer vermeyerek sadece sunuş yoluyla, buluş yoluyla, soru cevap şeklinde cevap vermişlerdir. Bazı öğretmenlerde sunuş yoluyla öğretim stratejisine yöntem, soru cevap tekniğine yöntem, problem çözme yöntemine teknik gibi yanlış isimlendirdikleri görülmektedir. Strateji, yöntem ve teknik kavramlarına hakim olmadıkları ve birbiri ile karıştırdıkları görülmektedir.

Sonuç olarak bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusundaki öğretimsel stratejiler bilgisinin zayıf olduğu söylenebilir.

Öneriler

Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler

Bu çalışmada öğretmenlerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar tanımını yaparken ders kitabına bağlı kaldıkları görülmüştür. Dolayısıyla yanlış bilgilere dikkat edilerek okul ders kitapları geliştirilebilir, tanımlar çeşitlendirilebilir, örnekler zenginleştirilebilir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu anlatırken, örnek sorular çözerken doğrudan tanımı, bilgiyi verdikleri görülmüştür. Bunun yerine farklı yöntemler, etkinliklerle öğrenciyi aktif hale getirerek kavramalarını sağlayabilirler.

Öğretmenlerin strateji, yöntem ve teknik bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür. Konuya uygun öğretim stratejileri kullanarak daha verimli ders öğretim süreci gerçekleştirilebilir. Öğretmenlerin öğretimsel strateji bilgilerini artırmak için hizmetiçi eğitimler verilebilir.

Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Çalışma ortaokul matematik öğretmenlerinin asal sayılar aralarında asal sayılar konusuna ilişkin PAB (konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi, öğretimsel stratejiler bilgisi) araştırılmıştır. Farklı konulara dair öğretmenlerin PAB'lerinin tespit edilmesiyle literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu sayede öğretmenlerin tüm konularla ilgili eksiklikleri tespit edilerek giderilmesi sağlanabilir.

Bu çalışma 12 ortaokul matematik öğretmeni ile yapılmıştır. Daha fazla katılımcı ile benzer bir çalışma yapılabilir. Başka veri toplama araçları ile daha detaylı inceleme yapılabilir.

Ortaokul matematik öğretmenleri ile yapılan bu çalışma öğretmen adayları ile yapılabilir. Öğretmenler ile öğretmen adaylarının PAB'leri karşılaştırılabilir.

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin PAB'ları konu alan bilgisi, öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel strateji bilgisi bağlamında incelenmiştir. Farklı alt bileşenlere yönelik çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Abazaoğlu, İ., Yıldırım, O. ve Yıldızhan, Y. (2016). Geçmişten günümüze türk eğitim sisteminde öğretmen yetiştirme. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*. 6, 143-160.
- Akkan Y. ve Öztürk M. (2019). Çarpanlar ve katlar. Ertekin E. ve Ünlü, M.(Ed.) *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi içinde* (s.131-173), Ankara: PEGEM.
- Akkaş, E. (2014). *Ortaokul 5. ve 7. sınıf matematik öğretmenlerinin geometri öğretim süreçlerinin ve geometrik pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Akyüz, Y. (1999). *Türk eğitim tarihi (Başlangıçtan 1999'a)*. İstanbul: Kültür Üniversitesi Yayınları.
- Akyüz, Y. (2015). *Türk eğitim tarihi*. (27. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Arslan-Kılcan, S. (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Aydın, S. (2021). *Tercih edilen sınıf öğretmenlerinin tercih edilme sebepleri, eğitim öğretim uygulamaları ve öğretmenlik mesleği hakkındaki algıları*. Yüksek Lisans Tezi. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kahramanmaraş.
- Aytaçlı, B. (2012). Durum çalışmasına ayrıntılı bir Bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*. 3(1), 1-9.
- Ball, D. L., Thames, M. H. ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*. 59(5), 389 –407.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*. 9(1), 23-28.
- Baştan, R. (2019). *Asal sayılar üzerine*. Yüksek Lisans tezi. Giresun Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Giresun.
- Baştürk Şahin, B.N. Şahin, G. ve Tapan Broutın, M.S. (2017). Didaktik durumlar ışığında asal sayılar kavramının öğretimi: bir eylem araştırması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi dergisi*, 11(2), 156-171.

- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin ölçme ve değerlendirme bilgisi bileşeni bağlamında incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 17-37.
- Bayazit, İ. ve Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697-723.
- Berg, B.L. (1989). *Qualitative research methods for the social science*. Boston: Allyn and Bacon.
- Black, D. J. W. (2007). *The relationship of teachers "content knowledge and pedagogical content knowledge in algebra and changes in both types of knowledge as a result of professional development*. Doctoral Disertation, Auburn University, USA.
- Bulut, F., Maviş, M., Gül, G., Solaklıoğlu, A., Tarku, H. ve Göksen, M. (2021). Ortaöğretim matematik 9.sınıf ders kitabı. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara.
- Bütün, M. (2012). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematiği öğretme bilgilerinin gelişimi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş. Ve Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi. 17. Baskı.
- Caldwell, C. K. ve Xiong, Y. (2012). What is the smallest prime? *Journal of Integer Sequences* 15.
- Choy, D., Wong, A. F. L., Lim, K. M. ve Chong, S. (2013). Beginning teachers perceptions of their pedagogical knowledge and skills in teaching: a three year study. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(5), 68- 79.
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: an integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44 (4), 263–272.
- Creswell, J. W. (2016). Araştırma deseni: nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları, (2.Baskı). (S. Beşir Demir çev.). Ankara: Eğiten Kitap.
- Curtis, M. ve Tularam, G. A. (2011). The importance of numbers and the need to study primes: The prime questions. *Journal of Mathematics and Statistics*, 7, 262-269.

- Çelik, H. (2018). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin eşitlik ve denklem konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci bilgisi bileşeni yönünden incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (6. Baskı)*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çetin, F. (2019). *Kriptografide kullanılan asal sayı test yöntemleri üzerine bir çalışma*. Yüksek Lisans Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Çıkrıkçı, F. H. (2015). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Dellalbaş, O. ve Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 5(8), 997-1012.
- Demir, S. ve Özden, S. (2013). Sınıf öğretmenlerinin öğretimsel stratejilere yöntemler ve tekniklere ilişkin görüşleri: hayat bilgisi dersine yönelik tanılayıcı bir çalışma. *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14: 59-75.
- Doğruel, A. B., (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Duran, N. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının alan ve pedagojik alan bilgileri çerçevesinde kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimine ilişkin kullandıkları modeller*. Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Ercire, Y. E. (2022). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sayılar ve işlemler öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fennema E, Franke M. L. (1992). Teachers knowledge and its impact. In: Grouws DA (ed). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Macmillan, New York, 147–164.
- Gökbulut, Y. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Gökce, R. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Doktora Tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi: koni örneği. *İlköğretim Online*, 15(3), 946-973.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press, Columbia University.
- Gürefe, N. ve Aktaş, G. S. (2020). The concept of prime number and the strategies used in explaining prime numbers. *South African Journal of Education*, 40(3), 1-9.
- Hesapçıoğlu, M. (2005). Öğretmen yetiştirme: dün, bugün ve eğilimler. Eğitim Fakültelerinde Yeniden Yapılandırmanın Sonuçları ve Öğretmen Yetiştirme Sempozyumunda sunuldu. 213-218.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2016). Tam sayılar. *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları içinde*. (s. 41-50). Ankara: Pegem.
- Işık, A., Çiltaş, A. ve Baş, F. (2010). Öğretmen yetiştirme ve öğretmenlik mesleği. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14 (1), 53-62.
- Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions*. Doctoral dissertation. METU, Ankara.
- Kaplan, A. ve Açıl, E. (2015). 6. Sınıf öğrencilerinin bölünebilme kuralları ve asalsayılar alt öğrenme alanındaki başarılarına işbirlikli öğrenme yönteminin etkisinin incelenmesi. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 10(1).
- Karahasan, B. (2010). *Pre-Service secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge of composite and inverse functions*. Doktora Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Ankara.
- Kavcar, C. (2002). Cumhuriyet döneminde dal öğretmeni yetiştirme. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 35(1-2), 1-14.
- Koca, N. (2020). *Asal sayıların tespiti için farklı methot ve uygulamalar*. Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli

- Koçak, M., Özdemir, B. ve Soylu, Y. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının silindir kavramıyla ilgili pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 46(2), 711-765.
- Krefting, L. (1991). Rigor in qualitative research: the assessment of trustworthiness. *The American Journal of Occupational Therapy*. 45 (3), 214-222.
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of PCK for science teaching (pp. 95-120). In J. Gess-Newsome & N.G. Lederman (eds.) *Examining PCK: The Construct and Its Implications For Science Education*. Boston: Kluwer Academic Press.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: from a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41, 3-11.
- MEB, (2018). Milli eğitim bakanlığı talim ve terbiye kurulu başkanlığı ortaokul matematik dersi (5. 6. 7. ve 8. Sınıflar) öğretim programı, Ankara.
- MEB, 2021. Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 6.sınıf matematik ders kitabı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Temel Kanunu,(1973). (1739 S.K.), md. 43.
- Michon, G. P. (2000-2023). Final answers.
<https://numeriana.com/answer/numbers.htm#one> adresinden alınmıştır.
- Narlı, S. ve İdil, F. H. (2021). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*. 52, 359-391.
- Oral, C. S. (2021). Asal sayılar öğretiminde alternatif bir materyal: asal çarpan kartelası. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 11(2), 92-110.
- Orman, F. (2020). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- O'Hanlon, W. A. (2010). *Characterizing the pedagogical content knowledge of preservice secondary mathematics teachers*. Doctoral Disertation, Illinois State University, USA.
- Öğretmen Yetiştirme Genel Müdürlüğü, (2017). Öğretmenlik mesleği genel yeterlilikleri. Ankara, MEB.
- Özçelik, U. (2023). Ortaokul ve imam hatip ortaokul matematik 6.sınıf matematik ders kitabı. Ata Yayıncılık, Ankara.

- Özçelik, U. (2023). Ortaokul ve imam hatip ortaokul matematik 8.sınıf matematik ders kitabı. Berkay Yayıncılık, Ankara.
- Özdeş, H. (2013). *9. Sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi. Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Özoğlu, M. (2010). Türkiye’de öğretmen yetiştirme sisteminin sorunları. *Seta Analiz*, 17, 3-35.
- Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38 (3), 261-284.
- Peker, M. 2009. Tamsayılarda bölünebilme kurallarının öğretimi. *İlköğretim Online*, 8(1), 1-9.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*. 15 (2). 4-14.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*. 57(1), 1-22.
- Shulman, S. (2015). PCK: Its genesis and exodus. In A. Berry, P. Friedrichsen & J. Loughran (Eds.), *Re-examining pedagogical content knowledge in science education* (pp. 3-13). New York, NY: Routledge.
- Staley, K. N. (2004). *Tracing the development of understanding rate of change: A case study of changes in a pre-service teacher’s pedagogical content knowledge*. Unpublished doctoral dissertation, North Carolina State University, Raleigh.
- Şahin, Ö. (2016). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir konusundaki pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi*. Doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Şahin, Ö., Erdem, E., Başbüyük, K., Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2014). Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayılarla ilgili pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(3), 207-230.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 81-95.
- Taşpınar, M. (2017). Kuramdan uygulamaya öğretim ilke ve yöntemleri. Ankara: Pegem Akademi. 8. Baskı.

- TDK (Türk Dil Kurumu), (1983). Matematik terimleri sözlüğü, <https://sozluk.gov.tr> adresinden alınmıştır.
- TDK (Türk Dil Kurumu), (2015). Genel türkçe sözlük, <https://sozluk.gov.tr> adresinden alınmıştır.
- Tuckman, B.W. (1975). *Measuring educational outcomes: Fundamentals of testing*. New York: Harcourt Brace Jovanovich.
- Turan, M. ve Nacar, M. A. (2016). Asal sayıların Eratosten kalburu algoritması kullanılarak bulunmasında GPU ve CPU başarımlarının analizi. *Adıyaman Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 5, 71-76.
- Türer, A. (2009). Türkiye’de öğretmen yetiştirme ve sorunlar-I. <http://w3.balikesir.edu.tr/~aturer/ogretmenyetistirme>.
- Türnüklü, B. E. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal Of Educational Research*, 21, pp, 234 - 247.
- Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics: Pre-service primary mathematics teachers’ perspectives in Turkey. *Issues in the Undergraduate Mathematics preparation of School Teachers: The Journal*, 1, 1-13.
- Uçar, H. B. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problemleri çözme konusundaki pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Uçar, Z. T. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Yağmur, B. E. (2020). Asal sayıların öğretiminde oyun tabanlı bir öğretim tekniği. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 10(1), 18-30.
- Yıldırım, A., Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınevi, Ankara.
- Yurtyapan, M. İ. (2018). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak.
- Yurtyapan, M. İ. ve Karataş, İ. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Turkish journal of computer and mathematics education*, 11(1), 53-90.

- Yüksel, S. (2011). Türk üniversitelerinde eğitim fakülteleri ve öğretmen yetiştirme. Pegem Akademi.
- Watson, J. & Callingham, R. (2017). PCK and average. In V.Steinle, L.Ball & C. Bardini (Eds.), *Mathematics education: yesterday, today and tomorrow. Proceedings of the 36th annual conference of the mathematics education research group of australasia*. Melbourne, VIC: MERGA.



EKLER

Ek 1. Etik Kurulu Kararı

T.C.
TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI
ETİK KURULU KARARLARI

KARAR TARİHİ	OTURUM NO	KARAR SAYISI
26.10.2022	13	01-39

Üniversitemiz Sosyal ve Beşerî Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu Başkan Prof. Dr. Eren YÜRÜDÜR başkanlığında toplandı.

KARAR 13.08- Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 13.10.2022 tarih ve 218130 sayılı yazısı görüşüldü.

Aşağıda bilgileri yer alan araştırmacıların yapmak istediği uygulamaların ve kullanacağı veri toplama araçlarının etik açıdan uygunluğuna oy birliği ile karar verildi.

ÇALIŞMANIN TÜRÜ	Yüksek Lisans Tezi
BAŞLIK	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi
TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ/ YAZARI	Nurşen CENİKLİ (Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı)
RAPORTÖR GÖRÜŞÜ	OLUMLU

Prof. Dr. Eren YÜRÜDÜR
Etik Kurul Başkanı
(İmza)

Doç. Dr. Mehmet KARGÜN
Başkan Yardımcısı
(İmza)

Prof. Dr. Mehmet Serkan
UMUZDAŞ
Üye
(İmza)

Doç. Dr. Emine ÖĞÜK
Üye
(İmza)

Doç. Dr. Yücel EROL
Üye
(İmza)

Doç. Dr. Fatih YAZICI
Üye
(İmza)

Dr. Öğr. Üyesi Şevki BABACAN
Üye
(İmza)

Ek 2. Valilik Oluru



T.C.
GAZİANTEP VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-34659092-605.01-66908793
Konu : Araştırma İzin Talebi
(Nurşen CENİKLİ)

27/12/2022

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğünün 02.12.2022 tarihli ve 2200175884 sayılı yazısı.

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans programı öğrencisi Nurşen CENİKLİ'nin, Doç. Dr. Adem ŞAHİN Danışmanlığında yürüttüğü "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi" konulu Anket Uygulama İsteği kapsamında, İlimiz Şahinbey ilçesine bağlı bulunan ortaokul öğretmenlerine yönelik Anket Uygulama İsteği, ilgi yazıda belirtilmektedir.

Bu kapsamda bahsi geçen Anket Uygulama İsteği, Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi kapsamında değerlendirilmiş olup; araştırmacının, araştırmasının bitiminden itibaren 15 gün içerisinde araştırma sonuçlarını 2 kopya halinde CD içerisinde Müdürlüğümüze bildirmesi şartıyla, İlimiz Şahinbey ilçesine bağlı bulunan ortaokul öğretmenlerine yönelik Anket Uygulama İsteğinin, eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüz Ar-Ge bürosu bünyesinde oluşturulan komisyonun uygunluk raporu doğrultusunda uygun mütalaa edilmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde; Olurlarınıza arz ederim.

Mehmet Metin KILIÇPARLAR
İl Millî Eğitim Müdür V.

OLUR
Anıl ALKAL
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres : Pancarlı Mahallesi 58007 Nolu Sokak No:8
Şehitkamil/Gaziantep
Telefon No : 0 (342) 280 27 82
E-Posta: gaziantepmem@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Bilgi için: Müd.Yrd.M.Ali TIRYAKIOĞLU,Şef.E.YILDIRIM
Unvan : Memur
İnternet Adresi: gaziantep.meb.gov.tr
Faks:3422802847

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 2c48-a24b-31af-8a9e-feec kodu ile teyit edilebilir.

Ek 3. Asal Sayılar Bilgi Testi (ASBT)

Değerli öğretmenim,

Bu form Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı'nda yapmakta olduğum yüksek lisans tez araştırmam olan “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Asal Sayılar ve Aralarında Asal Sayılar Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” nde kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bu ölçekten elde edilecek veriler, yalnızca bilimsel bir çalışmada kullanılacak olup hiçbir kişi veya makama verilmeyecektir.

Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Nurşen CENİKLİ

1) Matematikte asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusu önemli midir? Neden? Asal sayılar konusu olmasaydı ne olurdu?

2) Asal sayılar ve aralarında asallığın tanımını ayrıntılı olarak yapınız. Bu tanımları farklı sınıf seviyelerinde ifade etme şekliniz değişiyor mu? Neden? Nasıl değişiyor? Açıklayınız.

3) -25 ve 13 sayıları aralarında asal mıdır? Nedeniyle açıklayabilir misiniz?

4) 0, 1 ve asal sayıların negatiflerinin asal olmadığını öğrencilere nasıl anlatırsınız? Örnek vererek açıklayınız.

5) Öğrencilerin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu öğrenirken karşılaşılabilecekleri zorluklar ve kavram yanlışları neler olabilir? Bu zorlukları ve kavram yanlışlarını önlemek için neler yaparsınız?

6) Aşağıdaki konuları anlatırken hangi öğretim yöntem ve tekniklerini (düz anlatım, buluş yoluyla öğrenme, 5e modeli vb.) kullanıyorsunuz? Nasıl kullandığınızı örnekle açıklayınız.

- a) Asal sayılar tanımı ve özellikleri
- b) Aralarında asal sayılar tanımı ve özellikleri

7) Öznur öğretmen asal sayılar konusunu işlerken doğrudan ‘bütün çift sayılar asal değildir sadece 2 asal sayıdır’ şeklinde söylemiştir. Öğrencilerden Nesibe, “ hocam bütün çift sayılar asal sayı değilse 2 neden asal sayıdır?” sorusunu yöneltmiştir. Siz Öznur öğretmenin yerinde olsaydınız Nesibe’nin bu sorusuna nasıl cevap verirsiniz?

8) Alper öğretmen asal sayılar konusunu anlattıktan sonra sınıfa en küçük asal sayı kaçtır? Sorusunu sormuştur. Sınıftaki bazı öğrenciler aşağıdaki cevapları vermiştir:

Hikmet: en küçük asal sayı 1'dir

Hümeysra: en küçük asal sayı 0'dır.

Dicle: en küçük asal sayıyı bulamayız çünkü sayılar negatifde de sonsuza kadar gider bu yüzden en küçük asal sayıyı bulamayız.

Mehmet: en küçük asal sayı 2'dir.

a) Öğrencilerin birbirinden farklı cevaplar vermesinin nedeni ne olabilir?

b) Öğrencilerin yanlış bilgilerini nasıl düzeltirsiniz?

c) Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik bu soruda ve öğretim sürecinde kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejiler neler olabilir?

9) Mert öğretmen aralarında asal sayılar konusunu anlattıktan sonra sınıfa 3 ve 16 sayıları aralarında asal mıdır? Sorusunu sormuştur. Öğrencilerden Emine ile aşağıdaki diyalog gelişmiştir.

Emine: Aralarında asal değildir.

Mert öğretmen: Neden değildir Emine

Emine: Çünkü 16 sayısı asal sayı değildir.

a) Bu soruda Emine'nin yaptığı hata nedir?

b) Emine'nin bu hatayı yapmasının nedeni ne olabilir?

c) Emine'nin yaptığı hatayı nasıl düzeltirsiniz?

d) Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik bu soruda ve öğretim sürecinde kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejiler neler olabilir?

10) 7A iki basamaklı doğal sayısı asal sayı olduğuna göre A'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

a)Siz bir öğretmen olarak öğrencilerinize bu soruyu nasıl çözersiniz? Bu soruyu sınıfta hangi amaçla sorarsınız? Öğrencilerinizde karşılaştığınız olası çözüm yöntemleri nelerdir?

b)Öğrencileriniz bu soruyu çözerken yapabileceği hatalar neler olabilir? Bu hataları neden yapmış olabilir?

c)Öğrencilerinizin hatalarını nasıl düzeltirsiniz?

11)Bora öğretmen asal sayılar konusunda eratosten kalburunu anlatmıştır. Bunun üzerine öğrencilerinden Eliz: Öğretmenim bu yöntemle sadece 100 e kadar olan asal sayıları mı bulabiliriz? Mesela 283 sayısının asal olup olmadığını bulabilmek için 283 e kadar olan bütün sayılara bölünüp bölünmediğine bakmamız mı gerekiyor?

a)Siz Bora öğretmenin yerinde olsanız nasıl cevap verirsiniz?

b)283 sayısının asal olup olmadığını bulmak için en az kaç tane asal sayı kullandınız? Neden açıklayınız?

Ek 4. Yarı Yapılandırılmış Görüşme

Görüşme yapılan öğretmen:

Tarih ve saat:

Görüşme yapılan yer:

Öğretmenlerden istenilecek olan asal sayılar ve aralarında asal sayılar bilgi testi öncesinde öğretmenlerle birebir görüşmeler yapılarak aşağıdaki soruları cevaplamaları istenilecektir.

1. Dersinizde asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu genelde nasıl işliyorsunuz?
2. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunu işlerken nelere dikkat ediyorsunuz? Herhangi bir öğretim stratejisi uyguluyor musunuz?
3. Dersinizde öğrencilere söz hakkı veriyor musunuz? Öğrencilerin derse katılımını sağlamak için nasıl fırsatlar yaratıyorsunuz?
4. Öğrenciler ne gibi hatalar yapıyorlar? Oluşan hataları ortadan kaldırmak için nasıl bir yöntem izliyorsunuz?
5. Öğrencilerde asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik kavram yanılgıları tespit ettiniz mi? Tespit ettiyseniz nelerdir? Oluşan kavram yanılgılarını önlemeye yönelik neler yapıyorsunuz?
6. Öğrencilerinizin asal sayılar ve aralarında asal sayıları belirlemede karşılaştıkları güçlükler nelerdir? Bu güçlüklerin nedenleri hakkında neler düşünüyorsunuz?
7. Öğrencilerinizin asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusunda sorulara cevaplarını değerlendirerek onlara dönütler veriyor musunuz? Dönütleriniz nelerdir?
8. Asal sayılar ve aralarında asal sayılar konusuna yönelik ne tür etkinliklere yer veriyorsunuz?

Ek 5. Ders Gözlem Formu (DGF)

Öğretmen:

Görev Yaptığı Okul:

Sınıfı:

Sınıf Mevcudu:

Kazanım:

Tarih:

Pedagojik Alan Bilgisi Alt Bileşeni	Gözlemlenecek Davranışlar	Gelişmiş	Gelişime Açık	Geliştiril- meli
Konu Alan Bilgisi	Asal sayılar ve aralarında asal sayılar tanımını doğru verdi.			
	Asal sayılar konusuna uygun yeterince örnek verdi.			
	Asal sayılar konusu ile diğer konular arasındaki ilişkiyi doğru yerde doğru şekilde açıklayabildi.			
	Soruları doğru bir şekilde çözebildi.			
Öğrenciyi Anlama Bilgisi	Öğrencilerin sahip olduğu hata ve kavram yanlışlarını belirleyebildi.			
	Öğrencilerin sahip olduğu hata ve kavram yanlışlarının nedenlerini açıklayabildi.			
	Öğrencilerin sahip olduğu hazırbulunuşluk seviyelerini belirleyebildi.			
	Öğrencilerin seviyelerine uygun örnekler çözdü.			
Öğretim Strateji Bilgisi	Derse hazırlıklı geldi.			
	Konuya uygun strateji, yöntem ve teknik kullandı.			
	Kullandığı stratejisi, yöntem ve teknik sınıfın seviyesine, mevcuduna uygundu.			
	Konuyu anlatırken çeşitli materyaller kullandı.			

Ek 6. Özgeçmiş

Adı Soyadı	Nurşen CENİKLİ
Kişisel Bilgiler	Doğum Tarihi ve Yeri: 15/06/1997 / Samsun
İletişim Bilgileri	E-posta: nursencenikli@hotmail.com
Öğrenim Bilgileri	Lise: 2011–2015 Yeşilkent Anadolu Lisesi Lisans: 2015-2019 Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
İş Deneyimi	2020-halen: Milli Eğitim Bakanlığı Gaziantep İl Milli Eğitim Müdürlüğü, Şehit Ersin Yıldırım Ortaokulu