

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
CEBİRSEL ZİHİN ALIŞKANLIKLARININ
BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMALARI**

Hasret DOĞANLAR

İzmir
2018

**T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
CEBİRSEL ZİHİN ALIŞKANLIKLARININ
BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMALARI**

Hasret DOĞANLAR

Danışman

Doç. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN

İzmir

2018

Yemin Metni

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebirsel Zihin Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansıması” adlı araştırmanın tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

..../..../.....

Hasret DOGANLAR

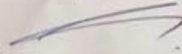
İmza

İşbu çalışma, jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı ilköğretim Matematik Öğretmenliği Programında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

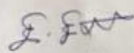
Başkan : Doç. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN



Üye : Prof. Dr. Elif TÖRNÜKLÜ



Üye : Dr. Öğr. Üyesi Esen ERSOY



Onay
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylıyorum.

22.06.2018



Prof. Dr. Süha YILMAZ
Enstitü Müdürü V.

ÖNSÖZ

Yüksek lisans ders ve tez aşamasında sorularımı bıkmadan usanmadan cevaplandıran, akademik ve manevi desteğini esirgemeyen, çalışmalarımı görüş ve önerileriyle yönlendiren, hoşgörüsü ve sabrından her zaman güç aldığım canım hocam ve danışmanım Doç. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN'a çok teşekkür ederim.

Tez savunma jürime katılarak fikir ve önerileriyle çalışmama katkıda bulunan Prof.Dr. Elif TÜRNUKLÜ ve Dr. Esen ERSOY hocalarıma çok teşekkür ederim.

Tez araştırmam süresince bana her konuda yardımcı ve manevi destekçi olan sevgili arkadaşlarım Emine AKPINAR ÇEKİÇ, Fatma TOPÇU ATAK, Gül TONKA ŞİRİN ve Mine TÜRKOĞLU'na, ayrıca tez çalışmasını yürüttüğüm Sekiz Eylül ve Ören Ortaokulu idarecileri, öğretmenleri ve diğer çalışanlarına ve görüşmeler yaptığım öğrencilere sonsuz teşekkürümü sunuyorum.

Araştırma boyunca her türlü desteği ile her zaman yanımda olan motivasyon kaynağım, sevgili eşim Öncü DOGANLAR ve onunla geçireceğimiz vakitten çaldığım canım kızım Defne Denizime sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak, bugünlere gelmem için verdikleri emekler ve yarattıkları manevi güç için annem ve babama sonsuz teşekkürler.

Güleç kızım Defne Deniz'ime İthafen...

İÇİNDEKİLER

Yemin.....	i
Önsöz.....	ii
İçindekiler.....	iii
Tablo Listesi.....	v
Şekil Listesi.....	vi
Özet ve Anahtar Kelimeler.....	viii
Abstract and Key Words.....	ix
BÖLÜM I	1
GİRİŞ.....	1
Problem Durumu.....	1
Araştırmanın Amacı.....	11
Araştırmanın Önemi.....	11
Problem Cümlesi ve Alt Problemler.....	12
Sayıtlılar.....	13
Sınırlılıklar.....	13
Tanımlar.....	13
Kısaltmalar.....	14
BÖLÜM II	15
İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR	15
BÖLÜM III	19
YÖNTEM.....	19
Araştırma Modeli.....	19
Katılımcılar.....	20
Süreç	21
Veri Toplama Araçları.....	22
Araştırmacının Rolü.....	33
Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliği.....	33
Veri Analizi.....	34
BÖLÜM IV	35
BULGULAR	35

1.Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	36
1. Probleme İlişkin Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	40
2. Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	43
2. Probleme İlişkin Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	46
3. Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	49
3. Probleme İlişkin Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	54
4. Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	57
4. Problemin e Şikkına İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	63
4. Probleme İlişkin Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	65
4. Problemin e Şikkına İlişkin Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları.....	72
BÖLÜM V	77
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	77
Sonuç ve Tartışma.....	77
Öneriler.....	85
KAYNAKÇA.....	88
EKLER.....	97
Ek 1.....	98
Ek 2.....	100
Ek 3.....	101
Ek 4.....	102
Ek 5.....	103
Ek 6.....	104
Ek 7.....	105
Ek 8.....	106
Ek 9.....	107

TABLO LİSTESİ

Tablo-1	Zihnin Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Cebirsel Alışkanlıklarının Özellikleri.....	10
Tablo-2	Klinik Mülakat Zaman ve Süreleri.....	21
Tablo-3	Problemlerle İlişkilendirilen 5. Ve 6. Sınıf Matematik Kazanımları.....	22
Tablo-4	Birinci Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri.....	24
Tablo-5	İkinci Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri	26
Tablo-6	Üçüncü Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri.....	28
Tablo-7	Dördüncü Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri	31
Tablo-8	Dördüncü Problemin e Şikkı Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri	32
Tablo-9	1. Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencileri Bulguları.....	36
Tablo-10	1. Probleme ilişkin İlgin Öğretmen ve Öğrencileri Bulguları.....	40
Tablo-11	2. Probleme ilişkin Eda Öğretmen ve Öğrencileri Bulguları.....	43
Tablo-12	2. Probleme ilişkin İlgin Öğretmen ve Öğrencileri Bulguları.....	46
Tablo-13	3. Probleme ilişkin Eda Öğretmen ve Öğrencileri Bulguları.....	49
Tablo-14	3. Probleme ilişkin İlgin Öğretmen ve Öğrencileri Bulguları.....	54

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil-1	Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları	3
Şekil-2	Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Alt Bileşenleri.....	9
Şekil-3	Birinci Problem.....	23
Şekil-4	İkinci Problem.....	25
Şekil-5	Üçüncü Problem.....	27
Şekil-6	Ali'nin Kuralı Bulurken Kullandığı Stratejinin Modeli.....	29
Şekil-7	Dördüncü Problem.....	29
Şekil-8	EÖ3' ün Örüntünün 8. Adımını Bulmaya Yönelik Çözümü.....	37
Şekil-9	EÖ4' ün Örüntünün 8. Ve 15. Adımını Bulmaya Yönelik Çözümü.....	37
Şekil-10	EÖ1'in 2. Probleme İlişkin Çözümü.....	44
Şekil-11	İlgın Öğretmenin 2.Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	47
Şekil-12	İlgın Öğretmenin 2. Probleme İlişkin Çözümü (Kural Bulma).....	47
Şekil-13	Eda Öğretmenin 3. Probleme İlişkin Çözümü (Farklı Temsiller).....	50
Şekil-14	Eda Öğretmenin 3. Probleme İlişkin Çözümü.....	50
Şekil-15	IÖ4'ün 3. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	55
Şekil-16	IÖ4'ün 3. Probleme İlişkin Çözümü (Kural Bulma).....	56
Şekil-17	Eda Öğretmenin 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	57
Şekil-18	Eda Öğretmenin 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	58
Şekil-19	EÖ3'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	59
Şekil-20	EÖ4'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	60
Şekil-21	EÖ1'in 4. Probleme İlişkin Çözümleri (Örüntüyü Tahmin Etme)	61
Şekil-22	İlgın Öğretmenin 4.Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri	

	Düzenleme)	65
Şekil-23	IÖ1'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	66
Şekil-24	IÖ2'nin 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	67
Şekil-25	IÖ2'nin 4. Probleme İlişkin Çözümü(Bilgileri Düzenleme).....	68
Şekil-26	IÖ3'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	69
Şekil-27	IÖ3'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme).....	69
Şekil-28	İlgın Öğretmenin 4. Problemin e Şıkkına İlişkin Çözümü.....	72

ÖZET

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN CEBİRSEL ZİHNİN ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMASI

Hasret DOĞANLAR

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları ve derslerine yansımaları, yedinci sınıf öğrencilerinin alışkanlıkları incelenerek araştırılması amaçlanmıştır. Çalışma grubu İzmir ilinin Kemalpaşa ilçesindeki MEB'e bağlı iki devlet ortaokulundaki 2 matematik öğretmeni ve toplam 8 öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmada öğretmen ve öğrenci seçimi, araştırmacı tarafından belirlenen 3 ölçüt göz önüne alınarak seçilmiştir. Bu yönüyle araştırma, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemidir. Bu ölçütler; (i) öğretmenlerin öğrencilerini 5. sınıftan 7. sınıfa kadar eğitim-öğretim veren öğretmenler olması, (ii) öğrencilerin bir önceki yıl başarı ortalamalarının orta ve yüksek düzeyde olması, (iii) öğrencilerin 7. sınıf seviyesinde olmasıdır. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen ve öğrencilerle yapılan görüşmenin verileri klinik mülakatlarla toplanmıştır. Öğretmen ve öğrencilere zihnin cebirsel alışkanlıklarının alt bileşenlerini içeren 4'er adet açık uçlu problemler sorulmuştur. Araştırma sürecinde elde edilen veriler soru soru analiz edilmiş olup, her soru zihnin cebirsel alışkanlıklarının bileşenlerine göre incelenmiştir. Veriler betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda cebir problemlerini çözerken, öğretmenlerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerini yetkin bir şekilde kullanabildikleri ve genel olarak bu alışkanlıkları öğrencilerine yansıttıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmenler ve öğrencilerinin şekil örüntülerinden oluşan problemleri sayı örüntüsüne çevirip, işlem yaptıkları gözlenmiştir. Bu bağlamda zihnin cebirsel alışkanlıklarının kural tanımlama alt bileşenine ilişkin öğrencilerin öğretmenlerinden farklı stratejilerle kural tanımladıkları saptanmıştır.

Anahtar kelimeler: Zihnin cebirsel alışkanlıkları, cebirsel düşünme, matematik öğretmenleri

ABSTRACT

MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' HABITS OF ALGEBRAIC MIND AND THEIR REFLECTIONS ON COURSES

Hasret DOGANLAR

In this research, it's aimed to determine the secondary school math teachers' algebraic habits of mind and its reflection to the lessons by investigating 7th grade students' habits. Participants were 2 math teachers who work in state schools in Kemalpaşa, İzmir and their 8 students. In this research, teachers and students were chosen by considering three criteria which were determined by the researcher. From this aspect, the method of this research is criterion sampling method from purposeful sampling methods. This criteria; (i) Choosing teachers who educate their students from 5th grade to 7th grade, (ii) choosing students whose grade point averages are middle or high the previous year, (iii) choosing students are seventh grade level. In this research, qualitative research method was used in collecting, analyzing and interpreting the data. The data of interviews done with teachers and students, were gathered with clinical interviews. 4 open ended problem which includes the subcomponents of algebraic habits of mind were asked to the teachers and students. The data which were acquired during the research process, were analyzed in the basis of the questions and each question was investigated according to the components of algebraic habits of mind. The data were investigated with descriptive analysis method. As a result of the research, while solving algebra problems teachers can use the features of the algebraic habits of mind in a competent position and in general these habits are reflected in the students. Also, it is observed that the teachers and their students transformed the problems of shape patterns into number patterns. In this context, it appears that the algebraic habits of mind have defined rules with different strategies from the teachers of the students related to be subordinate component of describing a rule.

Keywords: Algebraic habits of mind, algebraic thinking, math teachers

BÖLÜM I

GİRİŞ

Problem Durumu

Matematik sadece okullarda öğretilen bir ders değildir. Okul dışında insanların birçok problemi çözmesine yardımcı olur. O, günlük hayatta olaylar arasında ilişki kurma, akıl yürütme, tahmin etme ve problem çözme gibi üst düzey becerileri yansıtmada yardımcı olur (Umay, 2003). İnsanlar yaşamları boyunca her alanda karşılaştıkları problemleri çözerken matematiksel düşünmeye ihtiyaç duyarlar. Matematiksel düşünme, matematiğin aritmetik, cebir, geometri, olasılık gibi alt öğrenme alanlarına göre farklı şekilde tanımlanmaktadır (Dindyal, 2003). Altun'a (2005) göre matematiksel düşünme, zihinsel ve soyut bir süreç olduğundan, soyutlama yapmayı gerektiren cebir ile tam anlamına kavuşur.

Cebir öğrencilere soyut düşünme ve akıl yürütme becerileri kazandıran problem çözme ve düşünme aracıdır (MacGregor ve Stacey, 1995, Dede ve Argün, 2003). Literatürde alan uzmanları cebirin farklı birçok tanımını yapmışlardır. Kieran'a (1992) göre cebir nicelikleri ve sayıları göstermek için harflerle ifade edilen bir araçtır. Lacampagne (1995) ve Driscoll (1999) ileri matematiksel konuların öğrenilmesi için ön koşul olan cebiri matematiğin dili olarak tanımlamışlardır.

Vance'e (1998) göre ise cebir matematiksel düşünme yollarından biridir. Bu tanıma göre, karşımıza cebirden daha geniş bir anlama sahip ve cebiri kapsayan cebirsel düşünme kavramı çıkar. Bu nedenle cebirsel düşünme kavramı ile ilgili tam bir tanım vermek oldukça zordur. Literatürde uzmanlar tarafından cebirsel düşünmeyi farklı açılardan ele alan tanımlar yapılmıştır.

Herbert ve Brown'a (1997) göre cebirsel düşünme, verilen durumdan gerekli bilgileri seçerek, matematiksel bilgiyi, kelime, diyagram, tablo, grafik ve denklemlerle gösterme, bilinmeyen bulma, tahminleri test etme ve fonksiyonel ilişkileri tanımlama gibi elde edilen matematiksel bulguları yorumlama ve farklı durumları ifade etmek için matematik sembol ve araçların kullanılmasıdır. Kieran (2004) cebirsel düşünmeyi niceliksel durumları aralarındaki ilişkiye bağlı olarak analiz etmek için çeşitli temsiller kullanma yeteneğini olarak tanımlamıştır. Cebirsel düşünme, cebirsel işlem ve sembolleri aritmetiksel açıdan anlamlandırarak, zihnin cebirsel çerçevesinde matematiksel muhakeme ve matematiksel akıl yürütme becerilerini içerir (Kieran ve Chalouh, 1993). Kaf'a (2007) göre cebirsel düşünme içerisinde akıl yürütme, matematiksel düşüncenin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimleri kullanma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi matematiksel becerileri barındıran bir düşünme şeklidir. Swafford and Langrall (2000) ise cebirsel düşünmeyi bilinmeyenler hakkında düşünebilme yeteneği olarak tanımlamıştır.

NCTM'ye (2000) göre ise cebirsel düşünme, fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, günlük yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir.

Cebirsel düşünme Mark, Cuoco, Goldenberg (1996) tarafından zihnin alışkanlıkları olarak tanımlanan çeşitli yan anlamlara sahiptir. Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword (2010) zihnin matematiksel alışkanlıklarını, olağan dışı durumlarda düşünce deneyleri yaparak, matematikçilerin çalışmalarında izledikleri

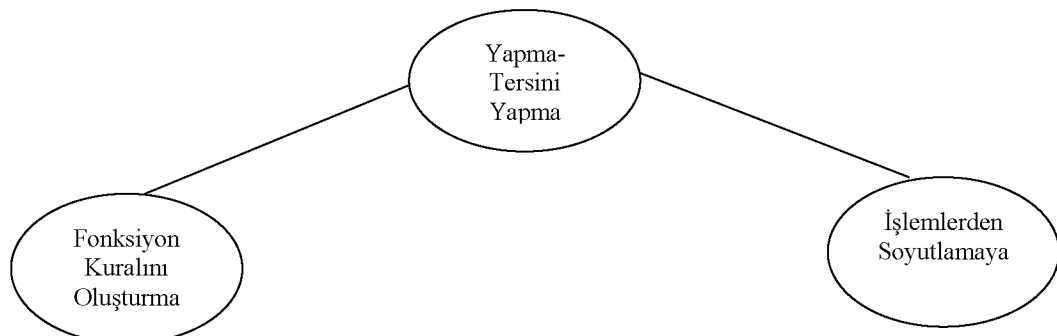
yollar rehberliğinde, onların çalışmalarında kullandıkları soyutlamaları yaparak sürekli bir muhakeme yeteneğine sahip olma olarak tanımlamışlardır. Bu bağlamda Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) tarafından matematik öğretim programlarında zihin alışkanlıklarının önemle üzerinde durulması gerektiği belirtilmiştir. Zihnin matematiksel alışkanlıkları Goldenberg, Cuoco ve Mark (1998) tarafından matematiksel gücü ortaya çıkaran düşünme becerileri olarak ele alınırken, formal matematiğin öğrenilmesinin bu alışkanlıkların gelişimine bağlı olduğu ifade edilmiştir. Araştırmacılara göre, bu alışkanlıkları geliştirmiş olan bireyler özel deneyler üzerinde tümevarımsal akıl yürütme yapmakta; örüntülerin değişen ve değişmeyen bileşenlerini incelemekte; varsayımlar geliştirmekte; varsayımlarının doğruluğunu hem informal hem de formal olarak savunmakta; matematiksel yöntemler, stratejiler ve algoritmalar üzerinde düşünebilmekte; soyut matematiksel yapıları görselleştirerek açıklamaktadır (akt. Uygan, 2016).

Driscoll (1999) cebirsel düşünmeyi; nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme yeteneği olarak tanımlamıştır. O cebirsel düşünme yeteneğini; (i)fonksiyonları ve onların nasıl çalıştığını düşünebilme ve (ii)bir cebirsel yapının hesaplamalar üzerindeki etkisi hakkında düşünebilme yeteneği olarak açıkladı. (Driscoll, 1999, p. 1) Driscoll, cebirsel düşünmenin bu iki yönünü zihnin cebirsel alışkanlıkları olarak kavramsallaştırmıştır. Bu zihnin cebirsel alışkanlıkları;

- 1.Yapma ve tersini yapma,
2. Fonksiyonların kuralını oluşturma ve
3. İşlemlerden soyutlama olarak tanımlamıştır (Driscoll 1999).

Bu alışkanlıklardan yapma-tersini yapma alışkanlığı diğer iki alışkanlık için çatı oluşturmaktadır.

Şekil 1: Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (Driscoll,1999).



Yapma tersini yapma cebirsel alışkanlığı, Driscoll'a (1999) göre diğer iki cebirsel alışkanlıklar için çatı bileşeni olarak kabul edilir. Bu alışkanlık, öğrencilerin bir problem çözme süreci boyunca devam eden bir alışkanlıktır. Yapma alışkanlığı, problemi anlamayla başlar ve işlemlerden soyutlamaya temsil etmek için kurallar oluşturarak sona erer. Bu alışkanlık problem çözme basamaklarından problemi anlamakla birlikte düşünülür. Benzer şekilde, tersini yapma alışkanlığı diğer alışkanlıklar için kapsayıcı bir nitelik taşır ve diğer alışkanlıklara gömülü tüm problem çözme durumlarda ortaya çıkabilir.

İkinci alışkanlık olan **fonksiyonların kuralını oluşturma**; cebirsel düşünmenin temelini oluşturan **örüntü arama, örüntü tanıma ve genelleme** öğelerinden oluşur. Örüntü arama, verilen bir problem durumundan bilgiyi ortaya çıkarmadır. Örüntüyü tanıma ve tanımlama, bu bilgiyi kelime, diyagram, tablo, grafik ve denklemlerle gösteren bir matematiksel analizdir. Örüntüyü genelleme ise örüntüde bilinmeyeni bulma, tahminleri test etme ve terimler arası fonksiyonel bir ilişki tanımlama gibi matematiksel bulguların yorumlanması ve uygulanmasıdır (Herbert & Brown, 1997). Bu zihinsel alışkanlık, ortaokul matematik öğretiminde cebir öğrenme alanının kalbi olan düşünme süreçlerini kapsar. Bu düşünme süreçlerini Magiera, Kieboom ve Moyer (2013) örüntüyü tanımak ve analiz etmek, ilişkileri araştırmak ve göstermek, belirli örneklerin ötesine genellemek, süreçlerin veya ilişkilerin nasıl değiştiğini analiz etmek veya kuralların ve işlemlerin nasıl ve neden işe yaradığına dair kanıtlar aramak olarak ifade etmişlerdir. Bu zihinsel alışkanlık, bireylerin örüntü etkinlikleri ile edinecekleri deneyimlerle ilişkilidir. NCTM (2000), belirttiği gibi öğrencilerin matematiksel anlamalarını ve cebirsel düşüncelerini geliştirmede örüntülerin önemli bir rolü vardır.

Son yıllarda yenilenen öğretim programları ile örüntü temelli cebir öğretimi yaklaşımları benimsenmeye başlanmıştır. Türkiye'de de 2005 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ile birlikte örüntü konuları ilkokuldan itibaren basitten karmaşığa doğru öğretim programında yer almaya başlamıştır. İlkokulda öğrencilere örüntülerle ilgili verilen şeklin, resmin ya da sayının bir sonraki adımını bulma çalışmaları yaptırılır. Ortaokul matematik

programında örüntüler konusuna öğrencilerde genelleme becerisini oluşturmak için, verilen şekil ve sayı örüntülerinin genel terimini bulma, değişkenler arasındaki ilişkileri gösteren kural bulma şeklinde devam edilir.

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2013) örüntü ile ilgili kazanımlar 5. sınıflarda "Sayılar" öğrenme alanı altında "Doğal Sayılar" alt öğrenme alanında; "*Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur.*" kazanımı ile yer almaktadır. 5. Sınıfta örüntüler sabit artarak değişen örüntülerle sınırlı kalır ve aritmetik dizi kavramına girilmez. 6. Sınıflarda cebir öğrenme alanında "*Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.*" kazanımı ile günlük olaylardaki veya şekil örüntülerindeki ilişkileri aritmetik diziye çevirerek kuralı bulmaya ilişkin çalışmalara da yer verilir. Yenilenen öğretim programında 7 ve 8. Sınıflarda cebir öğrenme alanında örüntülerle ilgili bir kazanıma yer verilmemiştir.

Eski ortaokul matematik öğretim programında (2009) 7. Sınıfta "*sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder*" (MEB, 2009, s. 279- 281).kazanımına yer verilmiştir. 8. sınıfta ise "*özel sayı örüntülerinde sayılar arasındaki ilişkileri açıklar*" (MEB, 2009, s. 345- 347) kazanımı ile örüntülere yer verilmektedir. Bu programa göre, öğrenciler altıncı ve yedinci sınıfta sabit değişen sayı ve şekil örüntüleriyle genelleme yapmaktadırlar. Sekizinci sınıfta ise öğrencilere artarak değişen örüntüler ile aritmetik ve geometrik örüntü sınıfına girmeyen ama terimleri arasında bir ilişki bulunan örüntüler sunulmaktadır. Ayrıca bu sınıf seviyesinde karesel sayılar, üçgensel sayılar, aritmetik ve geometrik diziler, Fibonacci dizisi gibi öğrencilerin düzeyine uygun ve ilgisini çekebilecek özel sayı örüntülerinin incelenmesi gerektiği ifade edilmektedir. İlköğretimin 6–8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genelleyerek ve harfle ifade ederek temel cebir becerilerini kazanması sağlanır. Bu genellemelerin ortaöğretim düzeyinde iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirileceği ve cebir kavramların daha anlamlı ve kalıcı öğrenilmesine yardımcı olacağından söz edilir. Bunun, aynı zamanda dokuzuncu sınıfta öğrenilecek olan *fonksiyon* kavramının alt yapısını hazırlayacak becerileri geliştireceği de belirtilmektedir (MEB, 2009a).

Örüntüleri tanıma, örüntüleri devam ettirme, örüntünün ileri bir adımını bulmak için bir kural geliştirme ve bunu hem sözel hem de sembolik olarak ifade etme gibi beceriler öğrencileri cebirsel düşünmeye sevk eder. Bu düşünme şekli, öğrencilerin bir örüntüdeki ilişkileri gözlemleyip bu ilişkilere ait bir genellemeye varma ve bu genellemeyi sembolik bir kuralla ifade etmesini sağlar. Örüntüleri genelleme, öğrencilerde cebirsel düşünmenin gelişmesi ve özellikle değişken ve fonksiyon kavramlarının öğrenilmesinde önemli bir öğedir (Lesley ve Freiman, 2004). Öğrencilerin örüntülerde ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genellemeleri, onların günlük yaşam durumlarını daha iyi algılayabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacaktır. Ayrıca örüntülerin sayı, şekil, tablo, grafik gibi farklı biçimlerde temsil edilmesi ve özellikle sembollerle ifade edilmesi cebirin temel kavramlarının oluşmasına önemli katkılar sağlayacaktır (MEB 2009).

Literatürde yapılan çalışmalarda, örüntüleri genellerken, şekil örüntülerinin şeklin yapısına odaklanıldığı görsel ve şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürüldüğü sayısal olmak üzere iki yaklaşım ve bu yaklaşımların altında pek çok stratejinin kullanıldığı vurgulanmaktadır (Stacey, 1989; Garcia-Cruz ve Martinon, 1997; Rivera ve Becker, 2003, 2005; Becker ve Rivera, 2005, 2006, Rivera, 2007). Sucuoğlu (2015), literatür incelemesi sonucu örüntüleri genellemede sayısal yaklaşım altında kullanılan stratejilerini aşağıdaki gibi aktarmıştır:

1. Ardışık Toplama Stratejisi (Counting/ Skip Count/ Recursion): Bu strateji, örüntüde bulunması istenen terimin önceki terimden yararlanılarak hesaplanması esasına dayanır. Örüntüdeki terimler ardışık terimler arasındaki farkın bir önceki terime eklenmesi ile bulunur. Bu strateji örüntünün yakın adımlarını hesaplamada etkili olsa da uzak adımlarda zaman kaybettiricidir ve örüntünün kuralını cebirsel olarak ifade etmede etkili değildir.

2. Aralık Sayma Stratejisi (Chunking/ Extended Recursion): Aralık sayma stratejisinde; örüntünün bulunması istenen adımı ile örüntüde verilen ilk/ son adım

arasındaki aralık sayısı, ardışık terimler arasındaki sabit farkla çarpılır ve bu çarpım örüntüde verilen ilk/ son terime eklenerek istenen terime ulaşılır.

3. Adım Sayısı ile Terim Arasındaki İlişkiyi İnceleme Stratejisi: Bu stratejide örüntünün adım sayısı ile terim sayısı arasında fonksiyonel bir ilişki bulunur. Değişkenler arasındaki bu ilişki, hem yakın ve uzak adımı hem de örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeyi bulmada kullanılabilir. Bu strateji ile değişkenler arasında bir kat ilişkisi aranabilir.

4.Sabit Farkı Kat Olarak Alma Stratejisi (Difference Method): Bu stratejide, öncelikle örüntünün ardışık terimleri arasındaki sabit fark (d) belirlenir. Örüntünün genel formülünü belirlemede bu sabit fark kat olarak alınır ve $d.n$ şeklinde yazılır. Daha sonra örüntünün ilk terimine bakarak gerekli sayılar eklenir ya da çıkarılır ve genel formül $d.n \pm a$ olarak elde edilir.

Sucuoğlu (2015), literatür incelemesi sonucu örüntülerini genellemede kullanılan görsel yaklaşım altında Rivera (2010)'un belirlediği 4 stratejiyi aşağıdaki gibi aktarmıştır.

1. **Ekleyerek Yapılandırma Stratejisi (Constructive Generalisation Strategy):** Bu stratejide örüntüyü oluşturan yapılar, birbirleriyle çakışmayan daha küçük yapılardan meydana gelmektedir. Başka bir deyişle bazı yapılar, hiçbir diğeriyle üst üste gelmeyecek şekilde birbirlerine eklenerek örüntüde verilen şekli oluşturur. Örüntüye ilişkin genel formül, bu yapılardaki eleman sayısının toplamından yola çıkılarak bulunur.
2. **Çakışan Parçaları Çıkararak Yapılandırma Stratejisi (Deconstructive Generalisation Strategy):** Bu stratejide örüntüde verilen şekiller, bazı parçaları üst üste gelen yapıların bir araya getirilmesiyle oluşturulur. Genellemeye ulaşılırken önce bu yapılardaki elemanların hepsi ayrı ayrı sayılır, daha sonra üst üste gelen dolayısıyla iki kere sayılan parçalardan biri çıkarılır.

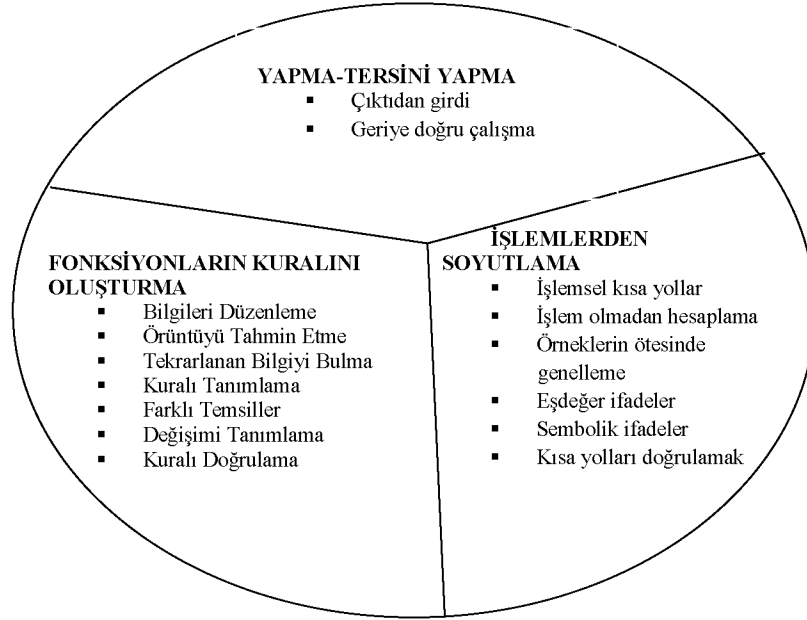
3. **Yardımcı Şekil Kullanma Stratejisi (Auxiliary- Driven Constructive or Deconstructive Generalisations):** Bu stratejide örüntüyü oluşturan şekiller, başka bir yapının parçası olarak görülür. Daha iyi bilinen ve/ veya daha kolay görülen bu büyük yapıdan bazı parçalar çıkarılarak örüntüye ilişkin genellemeye ulaşılır.
4. **Şekli Yeniden Yapılandırma Stratejisi (Reconstructive Generalisation Strategy):** Bu stratejide örüntüde verilen şekillerdeki bazı parçalar, şekillerin başka yerlerine taşınır ve elde edilen yeni şekiller kullanılarak genellemeye ulaşılır.

Örüntü problemlerini çözerken, problem çözme sürecinde genel olarak zihnin fonksiyonların kuralını oluşturma cebirsel alışkanlığı bulunur. Bu alışkanlıkları öğretmenler ve öğrencileri örüntü genellemede farklı yaklaşım ve stratejileri kullanarak yansıtabilir.

Fonksiyonların kuralını oluşturma cebirsel alışkanlığı, fonksiyonel bir kuralın tersine nasıl çalıştığını anlamayı sağlayan yapma tersini yapma zihin alışkanlığının doğal bir tamamlayıcısıdır.

Son alışkanlık **işlemlerden soyutlama** cebirsel alışkanlığı, kullanılan sayılardan bağımsız hesaplamalar hakkında düşünebilme yeteneğidir. Örneğin, ikinci dereceden fonksiyonların çarpanlara ayrılmasını öğretirken cebir karoları, öğrencilerin alan modelini kullanarak çarpmanın modellemesini anlamalarını sağlamak için kullanılabilir. Cebirsel düşünmenin önemli bir bileşeni olan soyutlama, bu zihin alışkanlığının önemli bir göstergesidir. Driscoll (2001) zihnin üç cebirsel alışkanlıklarının alt bileşenlerini aşağıdaki Şekil 2'deki gibi tanımlamıştır.

Şekil 2
Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Alt Bileşenleri



Çalışmanın teorik çatısı, başat olarak zihnin cebirsel alışkanlıklarından fonksiyonların kuralını oluşturmaktır. Bu çalışmada aksi belirtilmediği sürece zihnin cebirsel alışkanlıkları ile zihnin fonksiyonların kuralını oluşturma alışkanlığı kastedilmektedir. Süreç içerisinde diğer alışkanlıklara da değinilmiştir. Cebirsel düşünme, Driscoll'un tanımladığı fonksiyonların kuralını oluşturma zihin alışkanlığının karakteristik özelliklerine dayanır (Magiera, Kieboom & Moyer, 2013). Verilerin düzenleme ile öğrenciler örüntüyü tanıyabilir ve kuralı tahmin edebilir, tekrarlanan bilgiyi örüntüde bulup, nasıl çalıştığını açıklayabilir, çeşitli bilgi parçalarını birden çok farklı gösterimle gösterebilir ve farklı gösterimlerinin doğruluğunu test edebilir. Ayrıca Driscoll (2001) fonksiyonların kuralını oluşturma zihin alışkanlıklarının özelliklerini aşağıdaki Tablo 1'deki gibi tanımlamıştır:

Tablo 1: Zihnin Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Cebirsel Alışkanlıklarının Özellikleri

Alışkanlıkların Özellikleri	Özelliğin Tanımı
1.Bilgileri Düzenleme	Örüntüleri, ilişkileri ve onları tanımlayan kuralları açığa çıkarmada yararlı olan bilgileri organize etme yeteneği
2.Örüntüyü Tahmin Etme	Verilen örüntüdeki düzenlilikleri anlama ve keşfedebilme yeteneği
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	Örüntünün nasıl çalıştığını ortaya çıkaran bilgide tekrarlanan parçaları arama yeteneği
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Problemle ilgili farklı bilgileri açığa çıkarmak için, problemin farklı temsillerini (sayı, şekil, tablo, listeleme...) deneme ve düşünme becerisi
5.Kural Tanımlama	İşlem basamaklarını veya özel girdiler olmaksızın tekrarlı ve açıkça bir kural tanımlayabilme yeteneği
6.Değişimi Tanımlama	Bir süreçte veya ilişkide meydana gelen değişimi, açıkça değişkenler arasındaki fonksiyonel bir ilişki olarak tanımlayabilme yeteneği
7. Kuralı Doğrulama	Herhangi bir sayı için bir kuralın neden işe yaradığını doğrulama

Tablo 1’de belirtilen zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerini kapsayacak nitelikte açık uçlu problemler hazırlanmıştır. Öğretmenler ve öğrencilerin cebirsel zihin alışkanlıkları Driscoll’un (2001) tablosunda belirttiği özelliklere göre incelenecektir.

Araştırmanın Amacı

Öğrencilerin zihinsel alışkanlıkları, var olan bilgilerini farklı problem durumlarında kullanabilmeleri ve bu problemleri çeşitli yaklaşımlar ve farklı çözüm yolları geliştirerek çözmeleri açısından önemlidir. Zihin alışkanlıklarının özel biçimi olan zihnin cebirsel alışkanlıkları sınıf içinde yapılan uygulamalarla ilgilidir (Driscoll,1999).Öğretmenler, süreç içerisinde öğrencilerle gerçekleştirilen tartışmalar ve yönlendirmelerle öğrencilerin cebirsel alışkanlıklarının gelişimlerine katkı sağlayabilirler. Öğrencilere zihnin cebirsel alışkanlıklarının kazandırılması, onlara matematikte üst düzey düşünme becerileri kazanmalarını sağlar. Zihnin cebirsel alışkanlıklarının uzun vadede alışkanlık haline getirilmesi öğrencilerin kendi genelleştirmelerinin, sözel ifadelerin veya kullandıkları diğer temsil biçimlerinin, işlemler yoluyla ortaya çıkacak düşünce biçimlerinin dönüşümüne katkı sağlar (Eroğlu ve Tanışlı,2017). Bu bağlamda öğretmenlerin sahip olduğu zihnin cebirsel alışkanlıklarının farkında olması ve bu alışkanlıkları derslerinde kullanması, öğrencilerine yansıtması önemlidir. Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının incelenmesi ve derslerine yansımaları ise üç yıl boyunca matematik dersinde beraber oldukları 7. sınıf öğrencilerinin alışkanlıkları incelenerek araştırılması amaçlanmıştır.

Araştırmanın Önemi

Son yıllarda yapılan değişikliklerle matematik öğretim programında matematiksel düşünme süreçlerine daha çok önem verilmiştir. İnsanlar günlük hayatta karşılaştığı problemleri çözerken matematiksel düşünmeye ihtiyaç duyarlar. Matematiksel düşünme, zihnin matematiksel alışkanlıklarının olgunlaşması ile gelişir. Bu zihin alışkanlıkları öğrencilerin farklı durumlarda karşılaştıkları problemleri birkaç farklı yolla çözebilmelerini sağlar (Poindexter, 2011). Matematiksel zihin alışkanlıklarının özel bir biçimi olan zihnin cebirsel alışkanlıklarının öğrencilere kazandırılmasının, öğrencilerde cebirsel düşünmenin ve soyutlama becerilerinin gelişimi açısından önemli olduğu söylenebilir. Bu bağlamda, ortaokullarımızda görev yapmakta olan

matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğunun ortaya çıkarılmasının ve bu zihin alışkanlıklarının derslerine yansımalarının bilinmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Öğrencilerin düşüncesini anlamlandıran öğretmenler, öğrencilerin matematiksel fikirlerini nasıl geliştirdikleri hakkında önemli bilgiler edinir. (Carpenter & Fennema, 1992; Tirosh, 2000; Vacc & Bright, 1999, Magiera, Kieboom ve Moyer, 2013) Öğretmenlerin, öğrenci çalışmalarını zihnin cebirsel alışkanlıkları perspektifinden incelemesi öğrencilerin nasıl düşündüklerini ve hangi temel zorlukları aştıkları konusunda daha derin bir anlayışa sahip olmasını sağlar (Driscoll, 1999). Öğretmenler, öğrencilerin alışkanlıklarını geliştirmelerine ve uygulamaya dökmelerine yardımcı olabilir. Driscoll (1999) sınıf içi uygulamalarla cebir problemlerinin farklı çözüm yolları bulmaya yönelik yapılan araştırmalar ve tartışmalarda kullanılan zihin alışkanlıkları öğrencilerde cebirsel düşünmeyi geliştirdiğini ifade etmiştir. Bu bağlamda bu çalışmada öğretmenlerin cebirsel zihin alışkanlıklarını belirleyip, bu alışkanlıkların öğrencilerine nasıl yansıdığını araştırılmıştır.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin sahip olduğu cebirsel alışkanlıklar, öğrencilerin düşünme becerilerini etkilemesinden dolayı oldukça önemlidir. Nitekim bu alışkanlıklar öğrencinin küçük yaşlarda cebirle tanışmasıyla başlayıp ömür boyu etkili olacağından, çalışmanın alana katkı getireceği söylenebilir. Ayrıca ülkemizde ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine nasıl yansıttığına yönelik bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda yapılacak olan çalışmanın bu boşluğu dolduracağı düşünülmektedir.

Problem Cümlesi ve Alt problemler

Araştırmanın problemi “Ortaokul matematik öğretmenleri ve öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları cebirsel problemlerin çözümünde nasıl gerçekleşmektedir?” şeklinde oluşmuştur.

Alt problemler de şu şekilde belirlenmiştir:

- a) Ortaokul matematik öğretmenleri zihnin cebirsel alışkanlıklarını problem çözme sürecinde nasıl kullanmışlardır?
- b) Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri zihnin cebirsel alışkanlıklarını problem çözme sürecinde nasıl kullanmışlardır?

Sayıtlar

Araştırmanın dayandığı temel sayıtlar şunlardır:

- a) Araştırmaya katılan öğretmenlerin ve öğrencilerin verilen problemleri samimiyetle yanıtlamış oldukları kabul edilecektir.
- b) Araştırmada kullanılacak ölçme araçları için alınan uzman görüşleri yeterlidir.

Sınırlılıklar

Araştırma;

- 2017-2018 öğretim yılı bahar döneminde İzmir ili Kemalpaşa ilçesinde bulunan iki ortaokulda görev yapmakta olan iki matematik öğretmeni ve söz konusu öğretmenlerin 7. sınıfına devam eden dörder öğrencisinden elde edilen veriler ile,
- Araştırma sürecinde elde edilen nitel verilerin analizi ile sınırlıdır.

Tanımlar

Cebirsel Düşünme: Bireylerin matematiksel işlemler ve ilişkilerle örüntülerle ilgili genellemeler yapması, bu genellemelerden varsayımda bulunma, tartışma ve bunları matematiksel dil içinde ifade etme süreçleridir (Kaput,1999).

Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları: Cebirsel düşünme becerilerinin artırılması amacıyla ortaya atılan yapma- tersini yapma, fonksiyonları kuralını oluşturma ve işlemlerden soyutlama gibi 3 bileşenden oluşan kuramsal çatıdır (Driscoll vd.,2001).

Kısaltmalar

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

ZCA: Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde tez çalışmasına yön veren çalışmalar sunulmuştur. Zihnin cebirsel alışkanlıklarıyla yapılan çalışma konusu oldukça yenidir ve bu nedenle çalışma sayısı az olduğu görülmektedir.

Jacobbe ve Millman'ın (2009) yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıklarını incelemişler ve öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıkları ile Polya'nın problem çözme ilkeleri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmalarının sonunda problemlerin çözümüne başlama tekniği olmadan, öğretmen adaylarının zorluk yaşayabileceklerini belirtmişlerdir.

Magiera, Van den Kieboom ve Moyer (2010) çalışmalarında 18 ortaokul matematik öğretmen adayının ortaokul öğrencilerin cebirsel düşüncesini açık uçlu cebir temelli görevlere yazılı çözümlerini yorumlama ve öğrencilerle görüşmelerini planlama, yürütme ve analiz etme yeteneklerini incelemeyi amaçlamışlardır. Elde edilen veriler sonucunda öğretmen adaylarının cebirsel düşünme yeteneklerinin cebirsel düşünmenin farklı özelliklerine göre değiştiğini ve özellikle kuralı doğrulama yeteneklerinin en zayıfı olduğunu ortaya koymuşlardır. Ayrıca öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncesini tanıma ve yorumlama becerisi, kendi cebirsel düşüncesinin gücü ile güçlü bir şekilde ilişkilendirilmiştir.

Magiera, van den Kieboom ve Moyer (2013) çalışmalarında 18 ortaokul matematik öğretmen adayının “Fonksiyonun Kuralını Oluşturma” cebirsel düşünmenin zihin alışkanlığının özelliklerini tanıma ve kullanma becerisi ile ortaokul öğrencilerinin aynı zihin alışkanlığının özelliklerini yorumlamayı incelemeyi amaçlamışlardır. Bu bağlamda veri toplarken sırasıyla (a) öğretmen adaylarına 125 tane cebirsel temelli görevler verilmiş, (b) öğretmen adaylarından ortaokul öğrencilerinin yazılı örnek çözümlerini zihnin cebirsel alışkanlıkları çerçevesinde yorumlamaları istenmiş, (c) her bir öğretmen adayının bir ortaokul öğrencisi iki adet 45 dakikalık ses kayıtlı cebirsel düşünme röportajı yapması ve bunları analiz isteniyor, son olarak (d) her bir öğretmen adayının cebirsel düşünme görüşmesi sonrasında, araştırmacılar tarafından yürütülen iki adet 30 dakikalık video kayıtlı görüşme yapılmıştır. Elde edilen verilerin analiz edilmesi sonucunda araştırmacılar çalışmalarında öğretmen adaylarının cebir temelli görevlerde öğrencilerin potansiyellerini tam anlamıyla tanımak için sınırlı bir yeteneğe sahip olduklarını ortaya koymuştur.

Matsuura, Sword, Piecham, Stevens ve Cuoco'nun (2013) yaptıkları çalışmada, lise düzeyindeki matematik öğretmenlerinin derslerinde matematiksel dil kullanımı üzerine matematiksel alışkanlıkları gözlenmiştir. Çalışmanın sonunda bir kısım öğretmenin muhakeme becerilerini ve matematiksel dili dikkatli bir şekilde kullandıkları, bir kısım öğretmenin ise keşfetme becerilerini kullandıkları, bazı öğretmenlerin ise somut örneklerle genelleme yaptıkları saptanmıştır. Bu bağlamda araştırmacılar çalışmalarında öğretmenlerin derslerinde farklı matematiksel zihin alışkanlıklarını kullandıkları ifade etmişlerdir.

Eroğlu ve Tanışlı (2015) yaptıkları çalışmada ortaokul öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma kapsamında dört altıncı sınıf öğrencileriyle yapılan klinik görüşmelerden elde edilen veriler, Driscoll'in (1999) zihnin cebirsel alışkanlıkları çerçevesini kullanarak analiz edilmiştir. Araştırmacılar klinik mülakatların analizi sonucunda öğrencilerin hiçbiri farklı düşünme yollarını sergileyememiş, kuralları kullanmadan bir kuralın adımlarını

açıklamamış ve bir kuralın neden herhangi bir sayı için çalıştığını savunamadıkları saptamışlardır.

Korkmaz (2015) tez çalışmasında devlet ortaokullarında görev yapmakta olan matematik öğretmenlerinde görülen matematiksel zihin alışkanlıklarının neler olduğunu ortaya koymayı amaçlamıştır. Verilerin toplanmasında, “Bir Matematikçi Olarak Kendi Alışkanlıklarımızı Bilme” formu (MOKAB) kullanılmış ve ayrıntılı çözüm gerektiren 6 problem çözdürülmüştür. Elde edilen bulgular, çalışmaya katılan öğretmenlerin, kendi matematiksel zihin alışkanlıklarıyla ilgili farklı düşüncelere sahip olduklarını ve büyük çoğunluğunun zihin alışkanlıklarının hem sınıf içi hem de sınıf dışında etkili olduğunu düşündüklerini göstermiştir. Öğretmenlerin kendi alışkanlıklarıyla ilgili düşüncelerinin ve uygulamadaki alışkanlıklarının cinsiyete, mesleki kıdem değişkenine göre değişmediği, zihin alışkanlıklarıyla ilgili düşüncelerinin de genelleme alışkanlığı haricinde farklılık göstermediği; meslekî kıdem arttıkça, genelleme yapma tercihlerinin arttığı ve uygulamadaki zihin alışkanlıklarının meslekî kідeme göre değişmediği bulunmuştur.

Eroğlu ve Tanışlı (2017) yaptıkları çalışmada zihnin cebirsel alışkanlıklarının bileşenlerini yansıtan bir etkinliğin bir sınıf içi öğretim uygulaması tanıtımını yapmışlardır. Araştırma, üç haftalık bir süreçte ortaokul yedinci sınıf 31 öğrenci öğrenci ve cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik sınıf ortamı oluşturmada altı yıl deneyime sahip bir öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Veriler zihnin cebirsel alışkanlıkları çerçevesi bağlamında betimsel yöntemle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda, öğrencilerde çeşitli cebirsel düşünme yolları geliştirdiği, öğrencilerin çoklu temsil kullandıkları, çözümlerini genelleyeabildikleri ve işlemleri soyutlayabildikleri belirtilmiştir.

Alan yazında zihin alışkanlıkları ile yapılan araştırma sayısının oldukça az olduğu görülmektedir. Yurtdışındaki alanyazında yapılmış olan üç çalışmada öğretmen adaylarının zihin alışkanlıklarının incelendiği, bir çalışmada ise matematiksel dil kullanımı üzerine matematiksel alışkanlıklarının incelendiği görülmüştür. Yurtiçindeki çalışmalardan birinde öğretmenlerinin matematiksel zihin

alışkanlıklarının incelendiği, iki çalışmada ise öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının incelenmesi üzerinedir. Ancak ortaokul matematik ğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğu ve öğrencilerine yansımalarının incelenmesi ile ilgili bir çalışma bulunmamaktadır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmada yer alan katılımcılar, araştırmanın gerçekleşme süreci, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmacının rolü ve veri analizinin anlatılmasına ait bilgilere yer verilmiştir.

Araştırma Modeli

Gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi bütüncül biçimde ortaya konmasına yönelik sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Nitel araştırmalarda araştırma konusu veya yaşam durumlarını süreç içerisinde incelenirken söz konusu olay veya olguda oluşabilecek değişikliklerin kavranması daha iyi sağlanacaktır (Creswell 1998; Çepni, 2005; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Ayrıca nitel araştırma desenlerinde araştırmacıya yönlendirme yapar ancak bu yönlendirmelerin sınırları kesin bir çizgi olmaz. Nitel araştırmaların bu esnek yaklaşımı araştırmanın sürecinde ortaya çıkabilecek yeni durumlara göre uygun değişimler yapılmasına izin verir (Creswell 1998; Çepni, 2005; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu bağlamda öğretmenlerin ve öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının incelenmesi araştırması nitel bir araştırmadır. Nitel araştırma yönteminin benimsenmesinin en önemli sebeplerinden biri araştırmanın öğretmenlerin ve öğrencilerin düşünceleri ile ilgili olmasıdır. Öğretmenlerin ve öğrencilerin cebir problemlerini çözerken kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıklarını belirlemek ancak nitel bir araştırma yöntemi ile mümkün olacaktır. Bir diğer sebepte araştırmanın sonuca değil sürece odaklanmış olmasıdır. Çalışmanın asıl odağı açık uçlu cebir problemleri için öğretmenlerin ve öğrencilerinin ürettiği doğru ya da yanlış sonuçlar

değil, onları bu sonuçlara götüren süreçtir. Böylece o cevaba ulaşmadan önce ne yaptıkları, nasıl akıl yürüttükleri ve hangi zihin alışkanlıklarını kullandıkları hakkında fikir sahibi olabiliriz. Bu da ancak sürece yoğunlaşan nitel bir araştırma yöntemi ile ortaya çıkarılabilir.

Nitel araştırmanın derinlik kazanması, zihnin cebirsel alışkanlıklarının ayrıntılı olarak incelenebilmesi için araştırma yöntemi olarak durum çalışması yöntemi seçilmiştir. Çünkü durum çalışması araştırılan olay veya durum hakkında derin ve çeşitli bilgi kaynaklarından beslenerek zengin bir şekilde açıklayıcı bilgiler sunar (Kaleli Yılmaz, 2015). Durum çalışması ile belirli bir duruma ilişkin sonuçlar ortaya koymak amaçlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Durum çalışmasını gerçek hayat bağlamında bir bütünleyici olayı araştıran ve olay ve bağlam arasındaki sınırların açık bir şekilde kanıtının olmadığı deneysel ve bütünsel bir araştırmadır (Yin, 1994; Arsenault ve Anderson, 1998). Bu sebeple araştırma kapsamında ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları belirlemesi ve bunların derslerine yansımalarının derinlemesine incelenmesi için araştırma deseni olarak durum çalışması seçilmiştir.

Katılımcılar

Bu araştırma 2017-2018 eğitim-öğretim yılında İzmir ili Kemalpaşa ilçesinde devlet okullarında görev yapmakta olan iki ortaokul matematik öğretmeni ve bu öğretmenlerin dörder 7. sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Öğrenciler öğretmenlerin önerileri doğrultusunda düşüncelerini ifade edebilecek kişiler arasından seçilmiş olup katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Çalışmadaki ölçüt üç şekilde belirlenmiştir: İlki öğretmenlerin katılımcı öğrencilere 5. sınıftan 7. sınıfa kadar eğitim-öğretim vermiş öğretmenler olması, ikincisi öğrencilerinin 7. sınıf seviyesinde olması ve üçüncüsü öğrencilerin bir önceki yıl başarı ortalamalarının orta ve yüksek düzeyde olmasıdır. Ayrıca çalışmaya katılacak öğretmenlerin en az 5 yıllık mesleki kıdemlerinin olmasına dikkat edilmiştir. Katılımcıların gerçek isimleri araştırmada kullanılmamış, takma isim verilerek bulgulara yansıtılmıştır. Öğretmenlerden birinin ismine Eda, diğerine

İlgın öğretmen denilmiştir. Eda öğretmen in öğrencilerini EÖ1, EÖ2, EÖ3 ve EÖ4 şeklinde kodlanırken İlgın öğretmenin öğrencileri İÖ1, İÖ2,İÖ3 ve İÖ4 şeklinde kodlanmıştır.

Süreç

Araştırmanın uygulanması, 2017-2018 eğitim öğretim yılında 12.02.2018 - 09.03.2018 tarihleri arasında gerçekleştirilmiştir. Ortaokul matematik öğretmeni ve bu öğretmenlerin dörder 7. sınıf öğrencisinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının incelenmesi amacı doğrultusunda veriler açık uçlu problemlerden elde edilerek toplanmıştır. Öğretmen ve öğrencilerinin problemlerin çözümü değil bu süreçte izlediği yol önemli olduğu için onlarla klinik mülakatlar yapılmıştır. Çünkü klinik mülakat öğrencilerin düşünme süreçlerindeki bilişsel beceriyi değerlendirmek için matematik eğitimi alanında kullanılan esnek bir soru sorma yöntemidir (Karataş ve Güven, 2003). Klinik mülakatlarda katılımcılardan cevaplarına nasıl ulaştıklarını anlamak için sesli düşünceleri istenmiştir. Ayrıca katılımcılara görüşmeler sırasında “Çözümünden emin misin?”, “Kuralın ... olduğuna nasıl karar verdin?”, “Kuralın doğruluğunu test ettin mi?” gibi sorular da sorulmuştur. Araştırma kapsamında toplam on kişi ile yapılan klinik mülakatların zamanı ve süresi Tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2: Klinik Mülakat Zaman ve Süreleri

Tarih	Görüşülen Kişi	Görüşme Süresi
12.02.2018	Eda Öğretmen	1 saat 20 dakika
14.02.2018	EÖ1	2 saat
16.02.2018	EÖ2	1 saat 40 dakika
21.02.2018	EÖ3	1 saat 30 dakika
23.02.2018	EÖ4	1 saat 45 dakika
26.02.2018	İlgın Öğretmen	1 saat 20 dakika
28.02.2018	İÖ1	1 saat 30 dakika
02.03.2018	İÖ2	1 saat 45 dakika
07.03.2018	İÖ3	1 ssat 30 dakika
09.03.2018	İÖ4	1 saat 45 dakika

Veri Toplama Araçları

Matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturma problem çözme sürecinde meydana gelmektedir (Swings ve Peterson, 1988, akt, Karataş ve Güven, 2003). Bu çalışmada araştırmacı tarafından hazırlanan açık uçlu cebir problemleri kullanılmıştır. Problemler oluşturulurken alan yazındaki konu ile ilgili çalışmalar incelenmiştir. Öğretmenler ve öğrenciler için açık uçlu cebir problemleri hazırlanmıştır. Problemlerin hazırlanmasında, Driscoll (1999), Rivera ve Becker'in (2007), Magiera, Kieboom ve Moyer'in (2013) çalışmalarında kullandıkları bazı problemlerden ve 6. sınıf matematik ders kitabından yararlanılmıştır. Çalışmalarda açık uçlu cebir problemleri Türkçeye çevrilmiştir. Problemlerin dil geçerliliği için 1 İngilizce öğretmenin görüşlerine başvurulmuştur. Öneriler doğrultusunda düzenlemeler yapılmıştır. Açık uçlu problemler için 2 matematik öğretmeni ve 1 matematik eğitimcisi tarafından uzman görüşü alınmıştır ve önerileri doğrultusunda düzenlenmiştir. Ayrıca bir 7. sınıf öğrencisine problemler verilerek cevaplamaları istenmiş ve anlaşılmayan yerler düzeltilmiştir. Hazırlanan sorular öğrencilerin 5. Sınıfta ve 6. sınıfta edindikleri kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Bu kazanımlar problemlerle ilişkilendirilerek Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3: Problemlerle İlişkilendirilen 5. Ve 6. Sınıf Matematik Kazanımları

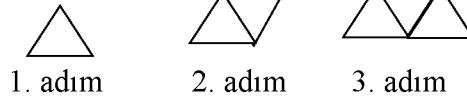
5.SINIF	Sayılar Ve İşlemler (Doğal Sayılar)	5.1.1.3. Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur.
6.SINIF	Cebir (Cebirsel İfadeler)	6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur. 6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar. 6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar. 6.2.1.6. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

Açık uçlu problemlerin son hali ve zihnin cebirsel alışkanlıklarına göre beklenen davranışlar aşağıda verilmiştir.

Araştırmada kullanılan 1. Problem 6. sınıf matematik ders kitabından (MEB,2013 Ders Kitabı) alınmıştır. Problem şu şekildedir:

Şekil 3: Birinci Problem

1. Problem



Yukarıdaki şekil örüntüsü kibrit çöpleri kullanılarak oluşturulmuştur. Örüntünün ilk 3 adımında kullanılan kibrit çöplerinin sayısı için bir tablo oluşturunuz. Buna göre;

8. adımda yer alan şekilde kaç kibrit çöpü kullanılır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
- 15.adımda yer alan şekilde kaç kibrit çöpü kullanılır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız
27. adımda yer alan şekilde kaç kibrit çöpü kullanılır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız
- n. adımda yer alan şekilde kaç kibrit çöpü kullanılır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Bu problemin çözümlerinde kullanılabilecek zihnin cebirsel alışkanlıkları kapsamında beklenen davranışlar Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4: Birinci Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri

ZCA özellikleri	Problem kapsamında beklenen davranışlar
Bilgileri Düzenleme	Tablo oluşturarak, kibrit çöplerinden oluşturulmuş üçgen şekil örüntüsündeki ilişkileri tanımlayan ve örüntünün kuralını açığa çıkaracak olan bilgileri organize edebilmesi.
Örüntüyü Tahmin Etme	8. Adımda üçgen şeklindeki kibrit çöp sayısını bulurken, kibrit çöplerinden oluşturulmuş üçgen şekil örüntüsündeki düzenliliği (artışı veya azalışı) anlaması.
Örüntü için Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	Kibrit çöpleri ile oluşturulmuş üçgen şekil örüntüsünde 1. Adımdaki 3 tane kibrit çöpü ile oluşturulan üçgenin üzerine 2 tane kibrit çöpü kullanılarak oluşturulan üçgenler eklendiğini anlaması.
Farklı Gösterimler	Problem ile ilgili verilen bilgilerin farklı temsillerini yansıtabilmeleri.
Kural Tanımlama	15. ve 27. adımlarda üçgen şeklinde kullanılan kibrit çöp sayısını bulurken kurala ihtiyaç duyma, adım sayısı ve kibrit çöpleri arasındaki ilişkiye dikkat ederek kural tanımlamasını yapabilmesi.
Değişimi Tanımlama	n. adımda üçgen şeklinde kullanılan kibrit çöp sayısını bulurken, adım sayısı değişkenine bağlı olarak kullanılan kibrit çöp sayısını fonksiyonel bir ilişki olarak tanımlayabilmesi.
Kuralı Doğrulama	Problemin herhangi bir alt probleminde kuralı doğrulama becerisi sorgulanmamıştır. Ancak öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrenciler örüntünün kuralını bulunca, öğrencilere yöneltilen kuralı bulunca “kuralınızın doğru olup olmadığını nasıl kontrol edersiniz” sorusu ile becerinin ölçülmesi sağlanmıştır.

Araştırmada kullanılan 2. Problem, Magiera, Kieboom ve Moyer'in çalışmalarından (2013) alınmış ve problem şu şekildedir:

Şekil 4: İkinci Problem

2. Problem

Aşağıda küçük karolarla farklı boyutlarda oluşturulmuş şekil örüntüsünün ilk 3 adımı verilmiştir.



1. Adım



2. Adım



3. Adım

- Bir sonraki adımdaki I harfini nasıl gösterirsiniz?
6. Adımdaki I harfi için kaç tane karoya ihtiyaç var? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
10. Adımdaki I harfi için kaç tane karoya ihtiyaç var? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız
38. Adımdaki I harfi için kaç tane karoya ihtiyaç var? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız
100. Adımdaki I harfi için kaç tane karoya ihtiyaç var? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız
- n. adımdaki toplam karo sayısını tahmin etmenizi sağlayan bir kural yazınız. Kuralı harf veya değişken kullanarak yazabilirsiniz.

Bu problemin çözümlerinde kullanılabilecek zihnin cebirsel alışkanlıkları kapsamında beklenen davranışlar Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5: İkinci Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri

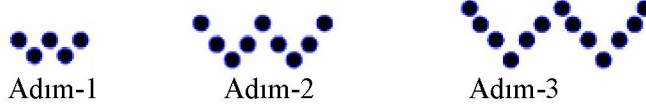
ZCA özellikleri	Problem kapsamında beklenen davranışlar
Bilgileri Düzenleme	Küçük karolarla oluşturulmuş I şekil örüntüsündeki ilişkileri tanımlayan ve örüntünün kuralını açığa çıkaracak olan bilgileri yani verilen ilk 3 adımdaki I harfindeki karo sayısını adım sayısına dikkat ederek yazıp, organize edebilmesi.
Örüntüyü Tahmin Etme	I şekil örüntüsünün 4. adımda oluşturulan I harfini çizerken ve 6. adımdaki I harfinde kaç tane karo olduğunu bulurken, karolarla oluşturulmuş I şekil örüntüsündeki düzenliliği (artışı veya azalışı), adım sayısı değiştikçe, değişen (ortadaki karo sayısı) ve sabit olan (altta ve üstte olan karo sayısı) karoları fark edip anlayabilmesi.
Örüntü için Tekrarlı Bilgiyi Bulma	4., 6. ve 10. adımda oluşturulan I harfindeki karo sayısını bulurken, örüntüde I harfinde 6 (altta ve üstteki karolar) sabitinin olduğunu anlayabilmesi.
Farklı Gösterimler	Problem ile ilgili verilen bilgilerin farklı temsillerini yansıtabilmeleri.
Kural tanımlama	Problemde 38. ve 100. adımda I şeklinde kullanılan karo sayısını bulurken kurala ihtiyaç duyma ve örüntüdeki sabiti (+6) ve değişen karoları (adım sayısına göre değişen) dikkate alarak kural tanımlayabilmesi.
Değişimi Tanımlama	Problemde n. Adımda I şeklinde kullanılan karo sayısını bulurken, adım sayısı değişkenine bağlı olarak I harfi örüntüsünde kullanılan karo sayısını, fonksiyonel bir ilişki olarak tanımlayabilmesi.
Kuralı Doğrulama	Problemin herhangi bir alt probleminde kuralı doğrulama becerisi sorgulanmamıştır. Ancak öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrenciler örüntünün kuralını bulunca, öğrencilere yöneltilen kuralı bulunca “kuralınızın doğru olup olmadığını nasıl kontrol edersiniz” sorusu ile becerinin ölçülmesi sağlanmıştır.

Araştırmada kullanılan 3. Problem, Rivera ve Becker'in çalışmalarından (2007) alınmış ve problem şu şekildedir;

Şekil 5: Üçüncü Problem

3. Problem

Aşağıda noktalarla oluşturulmuş bir şekil örüntüsünün ilk üç adımı verilmiştir.



6. adımda kaç tane nokta vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
- 37.adımda kaç tane nokta vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
- n. adımdaki nokta sayısını veren bir kural bulabilir misiniz? Yanıtı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
- Ali n. adımdaki toplam nokta sayısını veren kuralı $4(n+1)-3$ olarak buldu. Sizce bu kural doğru mu? Açıklayınız
- Bu kural doğru ise Ali bunu nasıl düşünmüş olabilir? Senin kuralın mı yoksa Ali'nin kuralı mı doğru? Açıklayınız.

Bu problemin çözümlerinde kullanılabilecek zihnin cebirsel alışkanlıkları kapsamında beklenen davranışlar Tablo 6' da verilmiştir.

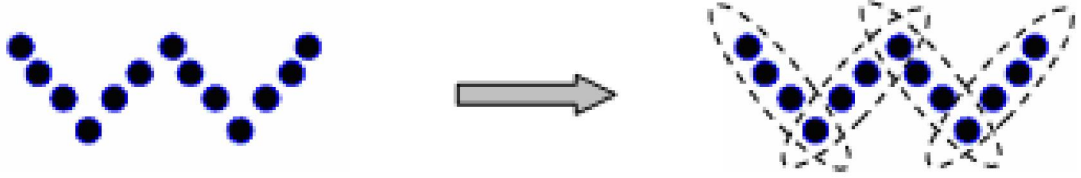
Tablo 6: Üçüncü Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri

ZCA özellikleri	Problem kapsamında beklenen davranışlar
Bilgileri Düzenleme	Noktalarla oluşturulmuş W şekil örüntüsündeki ilişkileri tanımlayan ve örüntünün kuralını açığa çıkaracak olan bilgileri yani verilen ilk 3 adımdaki W harfindeki nokta sayısını, adım sayısı ve nokta sayısı arasındaki ilişkiye dikkat ederek yazabilmesi.
Örüntüyü Tahmin Etme	6. adımdaki nokta sayısını bulurken, noktalarla oluşturulmuş W şekil örüntüsündeki düzenliliği (artışı veya azalışı) anlayabilmesi.
Örüntü için Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	6. adımdaki nokta sayısını bulurken, örüntünün ardışık iki adımı arasında düzenli ve tekrarlı bir artışın olduğunu (+4 artış olduğunu) anlayabilmesi.
Farklı Gösterimler	Problemde d alt problemde farklı gösterimler becerisi sorgulanmak istemiştir(Aşağıda ayrıntılı açıklanmıştır).
Kural tanımlama	Problemde 37. adımdaki W şeklinde kullanılan nokta sayısını bulurken kurala ihtiyaç duyma ve adım sayısı ve nokta sayısı arasındaki ilişkiye dikkat ederek kural tanımlayabilmesi.
Değişimi Tanımlama	Problemde herhangi bir adımdaki W şeklinde kullanılan nokta sayısını bulurken, adım sayısı değişkenine bağlı olarak kullanılan nokta sayısını fonksiyonel bir ilişki olarak tanımlayabilmesi.
Kuralı Doğrulama	Problemde e alt problemde kuralı doğrulama becerisi sorgulanmıştır.

Üçüncü problemdeki “*Ali’nin bulduğu $4.(n+1)-3$ kuralında nasıl düşünmüştür?*” probleminin cevabı için, çalışmaya katılan öğretmen ve öğrencilerin, şekil örüntüsü üzerinde aşağıdaki gibi düşünmesi beklenmektedir:

Ali bu kuralı bulurken, W şeklinin kollarını oluşturan noktaları gruplayıp, bu gruplandığı 4 koldaki çakışan parçaları çıkarmıştır. Aşağıdaki Şekil 6 da örüntünün 3. Adımındaki nokta sayısı gruplandırılarak gösterilmiştir.

Şekil 6: Ali'nin Kuralı Bulurken Kullandığı Stratejinin Modeli



Şekil 6'dan da görüldüğü gibi her gruptaki nokta sayısı adım sayısının 1 fazlasına $(n+1)$ eşittir. Dört grupta toplam $4(n+1)$ nokta vardır. Gruplar üç yerde kesişir. Kesişen yerlerdeki 3 nokta iki kere sayıldığı için çıkarılması gerekir. Böylece Ali örüntünün herhangi bir adımındaki toplam nokta sayısını veren cebirsel ifade $4(n+1)-3$ olarak bulmuştur. Kural da Ali'nin nasıl düşündüğünü katılımcılara sorarak, şekil örüntüsü üzerinde farklı gösterimler becerisi sorgulanmak istenmiştir.

Araştırmada kullanılan 4. Problem, Driscoll'ün (1999) çalışmalarından alınmış ve problem şu şekildedir;

Şekil 7: Dördüncü Problem

4. Problem

3 yetişkin ve 2 çocuktan oluşan bir grup, küçük bir tekneyle nehri geçmek istemektedirler. Tekneye her turda sadece 1 yetişkin ya da sadece 1 çocuk ya da sadece 2 çocuk binebilir. Çocuk ve yetişkinlerin hepsi kürek çekmeyi biliyor. Buna göre;

- a) Gruptaki bütün kişilerin nehri geçmesi için kaç tur gidiş-geliş yapılır? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
- b) Grupta;
 - 5 yetişkin ve 2 çocuk varsa; nehri geçmek için kaç tur gidiş- geliş yaparlar?
 - 8 yetişkin ve 2 çocuk varsa; nehri geçmek için kaç tur gidiş- geliş yaparlar?
- c) Eğer herhangi bir sayıda yetişkin ve 2 çocuktan oluşan bir grup

nehri geçmek isterse; bu problemin cevabını harflerle veya değişkenlerle nasıl tanımlarsınız? Kuralınızı 100 yetişkin için nasıl çözersiniz? Açıklayınız.

d) A sayıda yetişkin ve 2 çocuk için bir kural yazınız? Cevaba nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

e) Çocukların sayısını değiştirirsek kural ne olur? Örneğin;

- 8 yetişkin ve 3 çocuk,
- 2 yetişkin ve 5 çocuk,
- Herhangi sayıda yetişkin ve 11 çocuk gibi.

Bu problemin çözümlerinde kullanılabilecek zihnin cebirsel alışkanlıkları kapsamında beklenen davranışlar Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7: Dördüncü Problem Bağlamında Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri

ZCA özellikleri	Problem kapsamında beklenen davranışlar
Bilgileri Düzenleme	1 yetişkin ve 2 çocuk için teknenin yapacağı gidiş geliş turlarının oklarla veya tablolarla gösterip, problemde yetişkin sayısı ile gidiş geliş turları arasındaki ilişkileri tanımlayan ve bir kural açığa çıkaracak olan bilgileri düzenleyebilmesi.
Örüntüyü Tahmin Etme	Problemde 2 yetişkin ve 2 çocuk; 3 yetişkin ve 2 çocuk için teknenin yapacağı gidiş geliş turlarını bulurken her yetişkin için 4 tur yapıldığını ve 2 çocuk için +1 tur eklendiğini fark edip, ifade edebilmesi.
Örüntü için Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	Problemde her yetişkin için yapılan 4 tur ve çocuklar için +1 tur tekrarlanan bilgiyi fark edebilmesi.
Farklı Gösterimler	Problemde A sayıda yetişkin ve 2 çocuk için kuralı ifade edebilmesi.
Kural tanımlama	Problemde herhangi sayıda yetişkin ve 2 çocuk için kuralı bulurken, herhangi sayıdaki yetişkin sayısı (n) ile 4'ü (1 yetişkin için yapılan tur sayısı) çarpıp üzerine 1'i (2 çocuk için yapılan tur sayısı) ekleyip ifade edebilmesi.
Değişimi Tanımlama	Problemde yapılan tur sayılarının, yetişkin sayısının 4 katının 1 fazlası olarak değiştiği ifade edebilmesi.
Kuralı Doğrulama	Problemde kuralı doğrulama becerisi açık bir şekilde sorgulanmamıştır. Ancak öğrencilerin yetişkin sayısına bağlı olarak oluşturdukları kural, 1 yetişkin, 2 yetişkin ve 3 yetişkin için sağlayıp sağlamadığı klinik görüşmelerde sorulmuştur.

Problemin daha iyi anlaşılması ve katılımcıların yetişkin sayısına değişkenine bağlı olarak yapılacak tur sayıları arasındaki ilişkiyi fark etmeleri için, katılımcılara klinik görüşmelerde ilk olarak 1 yetişkin ve 2 çocuk için yapılacak tur sayısını

bulmaları istenmiştir. Problemdaki belli bir fonksiyonel ilişkiyi fark edip 3 yetişkin ve 2 çocuk için problemi çözmeleri beklenmiştir.

Araştırmada öğretmenlere ve öğrencilere sorulan 4. Problemin e bölümünde (herhangi sayıda yetişkin ve herhangi sayıda çocuk için) çözümlerinde kullanılabilecek zihnin cebirsel alışkanlıkları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8: Dördüncü Problemin e Şıkındaki Fonksiyonların Kuralını Oluşturma Zihin Alışkanlıklarının Özellikleri

ZCA özellikleri	Problem kapsamında beklenen davranışlar
Bilgileri Düzenleme	Problemin ilk kısmında 2 çocuk için yapılan tur sayısını bulan öğrenciler, aynı işlemi 3 çocuk ve 5 çocuk için oluşan tur sayısını oklarla veya tablolarla gösterip, problemde çocuk sayısı ile gidiş geliş turları arasındaki ilişkileri tanımlayan ve bir kural açığa çıkaracak olan bilgileri düzenleyebilmesi.
Örüntüyü Tahmin Etme	Çocuk sayısı arttıkça çocuklar için yapılan tur sayısının 2 şer 2 şer arttığını (tek sayılar şeklinde) 2 çocuk için=1 tur 3 çocuk için=3 tur 4 çocuk için=5 tur... gibi ifade edebilmesi.
Örüntü için Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	Problemden her çocuk için yapılan tur sayısının 2 şer yığılmayı fark edebilmesi.
Farklı Gösterimler	Problem ile ilgili verilen bilgilerin farklı temsillerini yansıtabilmesi.
Kural tanımlama	Problemden herhangi sayıda yetişkin ve herhangi sayıda çocuk için kuralı bulurken, herhangi sayıdaki yetişkin sayısı (y) ile 4’ü (1 yetişkin için yapılan tur sayısı) çarpabilmesi (4.y) ve bunun üzerine çocuklar için yapılan tur sayısını yani çocuk sayısının (ç) 2 katının 3 eksiği (2ç-3) ile toplayarak kuralı $4y+2ç-3$ ile ifade edebilmesi.

Değişimi Tanımlama	Problemde yapılan çocuk tur sayılarının, çocuk sayısının 2 katının 3 eksiği olarak değiştiği ifade edebilmesi.
Kuralı Doğrulama	Problemde kuralı doğrulama becerisi açık bir şekilde sorgulanmamıştır. Ancak öğrencilerin yetişkin sayısına bağlı olarak oluşturdukları kural, 1 yetişkin,2 yetişkin ve 3 yetişkin için sağlayıp sağlamadığı klinik görüşmelerde sorulmuştur.

Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacı, araştırma kapsamında katılımcılarla vakit geçiren, görüşme yapan, bu süreçte toplanan verileri analiz eden ve deneyimlerini yansıtan kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu araştırmadaki araştırmacı, araştırma sürecinde tarafsızlığını korumuş, görüşmeler süresince daha ayrıntılı incelemeler yapabilmek için öğretmenlere ve öğrencilerine bu problemleri çözerken neden, niçin, nasıl soruları yöneltilmiş, gerekli durumlarda öğrencilerin fikirlerini daha açık ve anlaşılır şekilde belirtmelerini istemiştir. Bu şekilde öğretmen ve öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğunu ortaya çıkaracak veriler toplanmıştır.

Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliği

Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik kavramları; inandırıcılık, aktarılabirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik kavramları ile ifade edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Araştırmanın inandırıcılığını sağlamak için video görüntülerinin betimlenmesinde ve yorumlanmasında nesnel olmaya dikkat edilmiş ve doğrudan alıntılara da yer verilmiştir. Sharts-Hopko (2002) nitel araştırmalarda katılımcıların özellikleri ve seçiminin nasıl yapıldığının ayrıntılı bir şekilde belirtilmesinin aktarılabirliği kanıtlamak için yeterli olduğu belirtmektedir. Bu çalışmada aktarılabirliğin sağlanması için katılımcıların seçiminde ölçüt örnekleme kullanılmış ve bu ölçütler ayrıntılı olarak katılımcılar tanıtılırken verilmiştir. Nitel araştırmalarda tutarlılık için araştırmaya dışardan bir gözle bakıp araştırmacının süreç içerisinde tutarlı olup olmadığı ortaya konulur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu

araştırmada da elde edilen verilerin nesnel bir şekilde analiz edilmesi ve analizlerin doğruluğu için farklı araştırmacılardan da görüş alınmıştır. Katılımcı teyidi ulaşılan sonuçların gerçeği temsil etmede ne derece yeterli olduğunu anlamada yardımcı olabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu tez çalışması kapsamında öğretmen ve öğrencilere bulgularının kendi düşüncelerini doğru yansıtıp yansıtmadığını sorarak katılımcılardan katılımcı teyidi alınmıştır.

Veri Analizi

Araştırmanın analiz sürecinde öncelikle klinik görüşme kayıtları deşifre edilip analize hazır hale getirilmiştir. Verilerin analizinde nitel veri analizi yöntemi olan betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analizde, önceden belirlenen temalara göre veriler analiz edilir ve yorumlanır. Ayrıca betimsel analizde veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme ve gözlem süreçlerinde kullanılan problemler dikkate alınarak da sunulabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Tez araştırmasında kuramsal çerçeveye dayalı olarak temalardan yararlanılmıştır. Driscoll'un (2001) fonksiyon kuralı bulma bileşeni altındaki özelliklere göre problemlerin analizi yapılmıştır. İlk olarak araştırmacı tüm verileri çözümlemiştir. Daha sonra problemlerin analizini zihnin cebirsel alışkanlıklarının göstergeleri dikkate alarak yapmıştır. Nitel veri analizinin güvenilirliğinin sağlanması için alan uzmanı olan bir matematik eğitimcisi ile zihnin cebirsel alışkanlıklarının göstergeleri dikkate alarak çözümleri ayrı ayrı analiz etmiş daha sonra bu analizler karşılaştırılmıştır. Problemlerin analizinde alan uzmanının arasındaki uyum katsayısı %98 olarak bulunmuştur. Problemlerin analizinde araştırmacıların bazı problemlerin çözümünde belirledikleri göstergeler birbirinden farklıdır. Farklı olarak belirlenen durumlarda tartışılarak ortak bir karara varılmıştır. Çalışmanın bulguları için problemlerin analizi kimi zaman tabloda kimi zaman doğrudan alıntılarla yansıtılmıştır. Burada ayrıca öğretmenler ve öğrencileri ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen ses kayıtları, video çekimleri ve yazılı olarak alınan dokümanlar araştırmanın veri kaynağını oluşturmaktadır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmada öğretmenlere ve öğrencilere sorulan problemlerin çözümlerine yönelik bulgular yer almaktadır. Problemler zihnin fonksiyonların kuralını oluşturma cebirsel alışkanlıklarının yedi alt alışkanlık türüne göre ayrıştırılmış olup, öğretmenler ve öğrencileri için soru soru analiz edilmiştir. Yapılan analizler yapılan klinik mülakatlardan elde edilen bilgiler ışığında verilmiştir.

Birinci Probleme İlişkin Bulgular

Birinci Probleme ilişkin Eda öğretmen ve öğrencilerinin bulguları aşağıda Tablo 8’de sunulmuştur:

Ayrıca birinci probleme ilişkin Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözüm kağıtları Ek 4’te verilmiştir

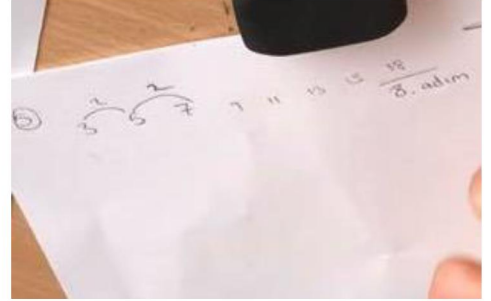
Tablo 9: 1.Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

ZİHNİN CEBİRSEL ALIŞKANLIKLARI	EDA ÖĞRETMEN	ÖĞRENCİLERİ
1.Bilgileri Düzenleme	Tablo oluşturarak, adım sayısı ile oluşturulan üçgenlerdeki kibrit çöpü sayısını ilişkilendirerek yazdı. Şekil örüntüsünü ilk 3 adımı verilen sayı örüntüsüne çevirip, problemin geri kalan kısmına problem, sayı örüntüsüymiş gibi devam etti.	Örüntünün ilk 3 adımını EÖ3 öğretmeni gibi tablo oluşturarak gösterirken, EÖ1, EÖ2, EÖ4 tablo oluşturmadan adım sayısına bağlı olarak kullanılan kibrit çöpü sayısını sayı örüntüsü olarak göstermişlerdir.
2.Örüntüyü Tahmin Etme	Örüntü de düzenli 2'şer artışın olduğunu söyledi ve örüntüde iki adım sayısı arasındaki artış miktarına ve örüntünün ilk adımındaki sayıyı dikkate alarak örüntünün kuralını bulup, 8. Adımdaki kibrit çöp sayısını kuralda yerine koyarak buldu.	EÖ1, EÖ2 öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirdi. Ancak EÖ3 ve EÖ4 kuralı başta tanımlamayıp 8. ve 15. Adımdaki kibrit çöp sayılarını 2'şer 2'şer artırarak tek tek sayarak bulmuşlardır.
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	Herhangi bir bulgu yok	Herhangi bir bulgu yok
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Herhangi bir bulgu yok	Herhangi bir bulgu yok
5.Kural Tanımlama	Üçgenlerle oluşturulmuş şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne çevirip, “1. Adımdaki kibrit çöpü sayısına (3) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (2), adım sayısı (n) ile çarpıp (2.n), çarpım sonucuna 1 ekledi ve kuralı $2.n + 1$ buldu.”	EÖ1,EÖ3,EÖ4 öğretmeni ile aynı yolu izledi. EÖ2 aritmetik dizi genel kuralını bulur gibi kuralı $2.(n-1) + 3$ buldu.
6.Değişimi Tanımlama	Adım sayısı değişkenine bağlı olarak oluşturulan üçgenlerdeki ortak olan kenarların sayısı adım sayısının 1 eksiği olarak değiştiğini fark etti. Ancak kuralı buna bağlı olarak oluşturmadı.	Öğrencilerle ilgili herhangi bir bulgu yok.
7. Kuralı Doğrulama	Başta kuralı bulurken, adım sayısı ile artış miktarını çarpıp ve ilk adımdaki üçgen şekil örüntüsünde kullanılan kibrit çöp sayısına ulaşmak için 1 ekledi ve bulduğu kuralı 2. Ve 3. Adım için de doğru olup olmadığını kontrol etti.	Öğrencilerde aynı biçimde doğrulamıştır.

Yukarıdaki Tablo 9’da görüldüğü üzere örüntüyü tahmin etme cebirsel alışkanlığında EÖ3 ve EÖ4 öğretmeninden farklı bir yol izlemiştir. Öğretmeni yakın adımdaki (8. Adım ve 15. Adımdaki oluşturulan üçgenlerdeki kibrit çöp sayısı) terim sayısını, önce örüntünün kuralını bulup, bulduğu kuralda 8. ve 15. adımları kuralda yerine yazdı. Ancak EÖ3 ve EÖ4 kodlu öğrencileri yakın adımdaki terim sayılarını bulmak için ardışık olarak örüntüyü 2’şer 2’şer arttırarak bulmuşlardır. Öğrencilerden EÖ3’ün çözümü aşağıda verilmiştir.

**Şekil 8: EÖ3’ ün Örüntünün 8. Adımını
Bulmaya Yönelik Çözümü**

EÖ3 8. Adımdaki kibrit çöp sayısını bulmak için örüntüyü 3. Adımdan 8. Adıma kadar 2 arttırarak tek tek yazarak bulmuştur. 15. Adım için kurala ihtiyaç duymuş ve 15. Adımdaki kibrit çöp sayısı için kuralı bulup yerine yazmıştır.



EÖ2: $n=2$ değerini verirsek, $2.2+3=7$ olur, ancak örüntünün 2. Adımındaki kibrit çöpü sayısı 5 olduğundan kural sağlanmaz. O yüzden $2.n$ den 1 çıkarmam gerekir. $(2n-1)$. Ve kural $2.n-1+3$ olur.

A: Neden 1 çıkardın?

EÖ2: Çünkü 1. Adımı 3 olarak başta eklemiştim, o yüzden 1. Adımı çıkarmam gerekirdi.

A: Yazdığın bu kural doğru mu ?

EÖ2: $n=3$ değerini verirsek, $2.3 + 3=9$ olur, ancak örüntünün 3. Adımındaki kibrit çöpü sayısı 7 olduğundan kural sağlanmaz. Adım sayısı kadar 2 veriyorum, adım sayısından 1 eksiltmem gerekir $(n-1)$ dolayısı ile kural $2.(n-1)+3$ olur.

A: Neden $n-1$?

EÖ2: Çünkü 1. adımdan n . Adıma kadar $n-1$ kadar adım vardır.

EÖ2 isimli öğrenci örüntünün kuralını aralık sayma stratejisini kullanarak bulmuştur.

Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözerken örüntü için tekrarlanan bilgi bulma cebirsel alışkanlığına ilişkin klinik görüşmelerde “örüntüde tekrarlanan parçalar nelerdir?” sorusuna örüntüdeki 2’şer 2’şer artışın tekrarlanan bilgi olduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacı tarafından beklenen cevabı veremedikleri için tekrarlanan bilgiyi bulma cebirsel alışkanlığına ilişkin bulgu gözlenmemiştir.

Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi sadece sayı ile temsil etmişlerdir. Problemi tablo, şekil ve grafik gibi farklı temsillerle göstermemişlerdir. Bu nedenle farklı temsiller cebirsel alışkanlığına ilişkin bulgu yoktur.

Eda öğretmen ve öğrencileri problemi sayı örüntüsüne çevirip, örüntünün kuralını sayısal stratejilerle aradaki farkı kat alma stratejisi ve aralık sayma stratejisi ile bulmuşlardır. Şekil örüntüsü üzerinden kural bulmaya çalışmamışlardır.

Birinci Probleme ilişkin Ilgın öğretmen ve öğrencilerinin bulguları aşağıda Tablo 9’da sunulmuştur:

Ayrıca birinci probleme ilişkin Ilgın öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözüm kağıtları Ek 5’te verilmiştir.

Tablo 10: 1.Probleme İlişkin İlgin öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

ZİHNİN CEBİRSEL ALIŞKANLILARI	ILGIN ÖĞRETMEN	ÖĞRENCİLERİ
1.Bilgileri Düzenleme	Tablo oluşturarak, adım sayısı ile oluşturulan üçgenlerdeki kibrit çöpü sayısını ilişkilendirerek yazdı. Şekil örüntüsünü ilk 3 adımı verilen sayı örüntüsüne çevirip, problemin geri kalan kısmına problem, sayı örüntüsüymiş gibi devam etti.	Örüntünün ilk 3 adımını İÖ1, İÖ2, İÖ4 öğretmeni gibi tablo oluşturarak gösterirken öğrencilerden İÖ3 tablo oluşturmadan adım sayısına bağlı olarak kullanılan kibrit çöpü sayısını sayı örüntüsü olarak göstermişlerdir.
2.Örüntüyü Tahmin Etme	Örüntü de düzenli 2 şer artışın olduğunu örüntüdeki sayıların tek sayılar olduğunu ve tek sayıların genel kuralının $2n+1$ olduğunu söyleyerek başta kuralı bulup, 8. Adımdaki kibrit çöp sayısını kuralda yerine koyarak buldu.	İÖ1,İÖ2 kodlu öğrenciler öğretmeni gibi kuralı bulup, kuralda 8. 15. ve 27. Adımları yerine yazdı. İÖ3 ve İÖ4 örüntüde düzenli 2'şerli artış olduğu fark etti ama 8. adımdaki kibrit çöp sayısını tek tek sayarak buldu.
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	Herhangi bir bulgu yoktur.	Herhangi bir bulgu yoktur.
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Herhangi bir bulgu yoktur.	Herhangi bir bulgu yoktur.
5.Kural Tanımlama	Üçgenlerle oluşturulmuş şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne çevirip, “1. Adımdaki kibrit çöpü sayısına (3) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (2), adım sayısı (n) ile çarpıp (2.n), çarpım sonucuna 1 ekledi ve kuralı $2.n + 1$ buldu.”	İÖ1, İÖ2 kodlu öğrenciler öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirdi. İÖ3 adım sayısı ile kibrit çöp sayısı arasındaki doğusal ilişkiye bakarak kuralı bulmuştur. İÖ4 kuralı örüntünün kuralını ifade edemedi.
6.Değişimi Tanımlama	Herhangi bir bulgu yok.	Öğrencilerle ilgili herhangi bir bulgu yoktur.
7. Kuralı Doğrulama	Başta kuralı bulurken, adım sayısı ile artış miktarını çarpıp ve ilk adımdaki üçgen şekil örüntüsünde kullanılan kibrit çöp sayısına ulaşmak için çarpım sonucuna 1 ekledi ve bulduğu kuralı 2. ve 3. Adım için de doğru olup olmadığını kontrol etti.	İÖ1, İÖ2, İÖ3 kodlu öğrenciler öğretmenleri gibi buldukları kuralın örüntünün 1. 2. Ve 3. adımı için doğruluğunu buldukları kuralda yerine yazıp doğruluğunu kontrol etmişlerdir.

Yukarıdaki Tablo 10'da görüldüğü üzere örüntüyü tahmin etme cebirsel alışkanlığında İÖ3 8. Adımdaki kibrit çöp sayısını 2 şer 2 şer arttırarak tek tek sayarak buldu. 15. Adım için kurala ihtiyaç duydu. Kuralı yazıp kuralda 15. Adım için yerine yazdı. İÖ4 kodlu öğrenci ise örüntünün 8. 15. ve 27 adımında kullanılan kibrit çöp sayılarını 2 şer 2 şer arttırarak tek tek sayarak buldu. Örüntünün 15. adımındaki kibrit çöp sayısını bulmak için kurala ihtiyaç duydu ancak kuralı tanımlayamadığı için tek tek sayarak buldu. Aynı sayma işlemini 27. Adım için de yaptı. Ancak İÖ4 örüntünün kuralı ifade edememiştir.

Ayrıca tabloda görüldüğü üzere kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında İÖ3 farklı bir yol izlemiştir. Bu durum aşağıdaki gibi sunulmuştur:

A: Örüntünün kuralını nasıl tanımlarsın?

İÖ3: Adım sayısı ile kibrit çöpleri arasındaki doğrusal ilişkiye bakarım.

- 1. adımdaki kibrit çöp sayısı $1+1+1=3$ olarak ifade edebilirim.*
 - 2. adımdaki kibrit çöp sayısını $2+2+1=5$ olarak ifade edebilirim. Ve*
 - 3. adımdaki kibrit çöp sayısını $3+3+1$ olarak ifade edebilirim.*
- Dolayısı ile kural adım sayısını(n) kendisi ile toplayıp $(n+n)$ sonuca 1 eklerim ve kural $(2.n+1)$ olur.*

A: Bulduğun kural diğer adımlar için de geçerli mi?

İÖ3: $n=3$, $n=4$ değerlerini kuralda yerine yazdığımda örüntüdeki kibrit çöp sayıları ile aynı çıktığı için doğrudur.

Görüldüğü üzere İÖ3 kodlu isimli öğrenci örüntünün kuralını adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanarak bulmuştur.

İlgın öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözerken örüntü için tekrarlanan bilgi bulma cebirsel alışkanlığına ilişkin klinik görüşmelerde “örüntüde tekrarlanan parçalar nelerdir?” sorusuna örüntüdeki 2’şer 2’şer artışın tekrarlanan bilgi olduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacı tarafından beklenen cevabı veremedikleri için tekrarlanan bilgiyi bulma cebirsel alışkanlığına ilişkin bulgu gözlenmemiştir.

İlgın öğretmen ve öğrencilerinin problemi sadece sayı ile temsil etmişlerdir. Problemi tablo, şekil ve grafik gibi farklı temsillerle göstermemişlerdir. Bu nedenle farklı temsiller cebirsel alışkanlığına ilişkin bulgu yoktur.

İlgın öğretmen ve öğrencileri problemi sayı örüntüsüne çevirip, sayı örüntüsünün kuralını aradaki farkı kat alma stratejisi ve adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanarak bulmuşlardır. Şekil örüntüsü üzerinden kural bulmaya çalışmamışlardır.

İkinci Probleme İlişkin Bulgular

İkinci probleme ilişkin Eda öğretmen ve öğrencilerinin bulguları aşağıdaki Tablo 10'da verilmiştir.

Ayrıca ikinci probleme ilişkin Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözüm kağıtları Ek 6'da verilmiştir.

Tablo 11: 2.Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

ZİHNİN CEBİRSEL ALIŞKANLILARI	EDA ÖĞRETMEN	ÖĞRENCİLERİ
1.Bilgileri Düzenleme	I şekil örüntüsünün verilen ilk 3 adımdaki karo sayısını sırası ile yazıp, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirdi ve problemin geri kalan kısmına problem sayı örüntüsüymiş gibi devam etti.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 öğretmeni gibi örüntünün ilk 3 adımını sayı örüntüsüne çevirerek sayı örüntüsü olarak gösterdiler.
2.Örüntüyü Tahmin Etme	I şekil örüntüsünde I harfinin altında ve üstünde 3 adet karonun sabit olduğunu, ortadaki karoların adım sayısına bağlı olarak değiştiğini söyledi ve 4. Adımdaki I harfini çizerken altta ve üstte 3 karo, ortada 4 karo olacak şekilde çizimini yaptı. 6.ve 10. adımdaki karo sayısını bulabilmek için örüntüde iki adım sayısı arasındaki artış miktarına ve örüntünün ilk adımındaki sayıyı dikkate alarak örüntünün kuralını bulup, 6. ve 10. adımdaki karo sayısını kuralda yerine koyarak buldu. Aynı zamanda öğretmen şekil çizerek de yapılabileceğini ifade etti.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 örüntüde değişen ve sabit olan karoları öğretmeni gibi ifade etti. EÖ2,EÖ3 Öğretmeni gibi kuralı bulup, kuralda 6. 10. ve 15. Adımları yerine yazdı. EÖ1 ve EÖ4 istenilen adımlardaki karo sayılarını bulmak için sabit olan (alt ve üstteki 3 karo) 6 karoya adım sayısı kadar karo eklediler.
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	I şekil örüntüsünde I harfinin altında ve üstünde bulunan 3 adet karonun sabit olduğunu ifade etti. Her adımda 6 karonun tekrarlandığını ifade etti.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 öğretmeni gibi I şekil örüntüsünde altta ve üstteki 3'er karonun örüntüde adım sayısı değiştikçe değişmediğini sabit olduğunu ve örüntüde toplam 6 karonun sürekli tekrarlandığını ifade etti.
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Herhangi bir bulgu yok.	Herhangi bir bulgu yok.
5.Kural Tanımlama	I harfiyle oluşturulmuş şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne çevirip, “1. Adımdaki karo sayısına (7) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (1), adım sayısı (n) ile çarpıp (1.n), çarpım sonucuna 6 ekledi ve kuralı 1.n +6 buldu.”	EÖ2, EÖ3 öğretmeni gibi sayı örüntüsü üzerinden kuralı buldular. Ama EÖ1 ve EÖ4 şekil örüntüsü üzerinden kuralı buldular. Ayrıca EÖ2 kuralı ifade ederken öğretmeninden farklı bir yolla bulmuştur.
6.Değişimi Tanımlama	Adım sayısına bağlı olarak örüntüde I harfinde ortadaki karoların değiştiğini söyledi. Adım sayısı kadar I harfinin ortasında karo olduğunu ifade etti. Örneğin 4. Adımda ortada 4 karo,5. Adımda 5 karo gibi.	EÖ1, EÖ2, EÖ3, EÖ4 öğretmeni gibi örüntüde adım sayısı değiştikçe I harfindeki ortada bulunan karo sayısının adım sayısı kadar değiştiğini ifade ettiler.
7. Kuralı Doğrulama	Başta kuralı bulurken, adım sayısı ile artış miktarını çarpıp ve ilk adımdaki I şekil örüntüsünde kullanılan karo sayısına ulaşmak için 6 ekledi ve bulduğu kuralı 2. ve 3. Adım için de doğru olup olmadığını kontrol etti.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 öğretmeni gibi buldukları kuralın doğruluğunu kuralda ilk üç adımı (1. 2. Ve 3.adımı) yerine yazarak kuralın doğruluğunu kontrol etmişlerdir.

Yukarıdaki Tablo 11’de görüldüğü üzere kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında EÖ2 öğretmeninden ve arkadaşlarından farklı bir yol izlemiştir. Bu durum aşağıdaki gibi sunulmuştur:

A: Örüntünün kuralını nasıl tanımlarsın?

EÖ2: 1 er 1 er arttığı için 1 ile adım sayısını (n) çarptım (1.n) ve ilk adımdaki karo sayısı 7 olduğu için 7 ekledim ve kural $1.n+7$ oldu.

A: Yazdığın kural sence doğru mu ?

EÖ2: (biraz düşündü) hummmm şey $(n-1).1+7$ olur, çünkü ilk terimi eklediğim için adım sayısından 1 çıkarıp artış miktarı ile çarpmam gerekir.

Yukarıda ifade ettiği gibi EÖ2 kodlu öğrenci kuralı aralık sayma stratejisi kullanarak bulmuştur. Ancak kuralı düzenleyip, $(n-1).1+7$ nin $n+6$ ifadesine eşit olduğunu ifade edemedi.

EÖ1 ve EÖ4 kuralı aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Örüntüde her adımda altta ve üstte bulunan toplam 6 karo sabit ve ortadaki karoların adım sayısına eşit olarak değiştiği için,

Şekil 10: EÖ1’in 2. Probleme İlişkin Çözümü

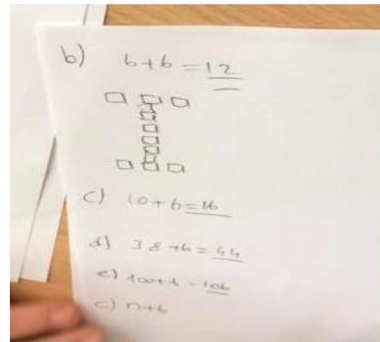
$$6. \text{ adım} = 6+6$$

$$10. \text{ adım} = 10+6$$

$$38. \text{ adım} = 38+6$$

$$100. \text{ adım} = 100+6$$

$$n. \text{ adım} = n+6$$



şeklinde ifade etti.

EÖ1 ve EÖ4 kuralı şekil örüntüsü üzerinden görsel yaklaşımla kuralı ifade etmişlerdir. Emine öğretmen ve 2 öğrencisi EÖ2 ve EÖ3 verilen şekil örüntüsünü

sayı örüntüsü ile temsil ederken diğer iki öğrenci EÖ1 ve EÖ4 verilen şekil örüntüsünü şekillerle temsil etmiştir. Ancak öğretmen ve öğrenciler örüntüyü ifade ettikleri temsil biçimleri dışında farklı temsiller ile ifade etmedikleri için farklı temsillere ilişkin bulgu yoktur.

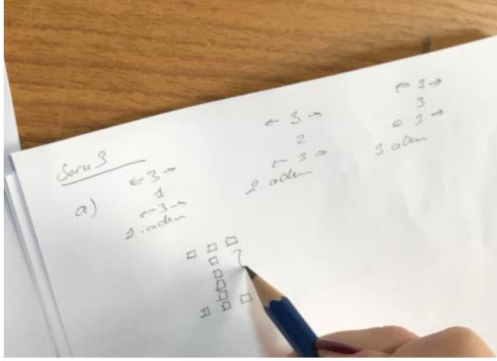
İkinci probleme ilişkin Ilgın öğretmen ve öğrencilerinin bulguları aşağıdaki Tablo 11’de verilmiştir:

Ayrıca ikinci probleme ilişkin Ilgın öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözüm kağıtları Ek 7’de verilmiştir.

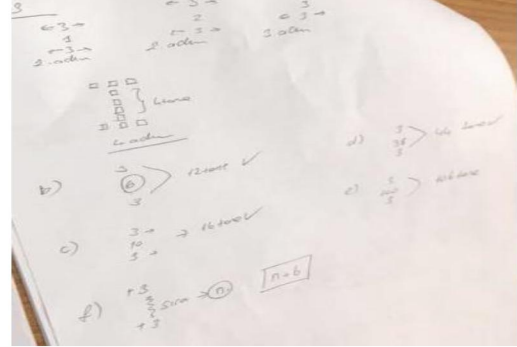
Tablo 12: 2.Probleme İlişkin İlgin öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

CEBİRSEL ZİHİN ALIŞKANLIKLARI	ILGIN ÖĞRETMEN	ÖĞRENCİLERİ
1.Bilgileri Düzenleme	I şekil örüntüsünün verilen ilk 3 adımıdaki karo sayısını aşağıdaki Şekil 11'deki gibi görselleştirerek ifade etti.	İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4 şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek ilk 3 adımı ifade etti. Sadece İÖ2 örüntüsünün 1.,2. ve 3. Adımındaki ortadaki karo sayısını çizerek gösterdi.
2.Örüntüyü Tahmin Etme	I şekil örüntüsünde I harfinin altında ve üstünde 3 adet karonun sabit olduğunu, ortadaki karoların adım sayısına bağlı olarak değiştiğini söyledi ve 4. Adımdaki I harfini çizerken altta ve üstte 3 karo, ortada 4 karo olacak şekilde çizimini yaptı. Kuralı ifade etmeden 6.ve 10. adımdaki karo sayısını bulmak için sabit olan (alt ve üstteki 3 karo) 6 karoya adım sayısı kadar karo ekledi.	İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4 örüntüde değişen ve sabit olan karoları öğretmeni gibi ifade etti. ,İÖ3,İÖ4 Öğretmeni gibi istenilen adımlardaki karo sayılarını bulmak için sabit olan (alt ve üstteki 3 karo) 6 karoya adım sayısı kadar karo eklediler. İÖ1,İÖ2 örüntüdeki artış miktarını dikkate alarak başta kuralı bulup, kuralda 6. Ve 10. Adımları yerine yazdı.
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	I şekil örüntüsünde I harfinin altında ve üstünde bulunan 3 adet karonun sabit olduğunu ifade etti. Her adımda 6 karonun tekrarlandığını ifade etti.	Öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirdi. (İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Herhangi bir bulgu yok	Herhangi bir bulgu yok.
5.Kural Tanımlama	I şekil örüntüsünde herhangi bir adımdaki karo sayısını bulmak için altta ve üstte 3 karoya adım sayısı kadar karo eklemek gerektiğini söyledi ve kuralı $n+6$ olarak ifade etti. Kuralı görsel bir şekilde aşağıdaki Şekil 12'deki gibi ifade etti.	İÖ3, İÖ4 öğretmeni gibi kuralı buldular. Ama İÖ1 ve İÖ2 şekil örüntüsü sayı örüntüsüne çevirip sayı örüntüsü üzerinden kuralı buldular. İÖ1 ve İÖ2 “1. Adımdaki karo sayısına (7) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (1), adım sayısı (n) ile çarpıp (1.n), çarpım sonucuna 6 ekledi ve kuralı $1.n + 6$ buldular.”
6.Değişimi Tanımlama	Adım sayısına bağlı olarak örüntüde I harfinde ortadaki karoların değiştiğini söyledi. Adım sayısı kadar I harfinin ortasında karo olduğunu ifade etti. Örneğin 4. Adımda ortada 4 karo,5. Adımda 5 karo gibi.	İÖ1,İÖ2,İÖ3,İÖ4 öğretmeni gibi örüntüde adım sayısı değişikçe I harfindeki ortada bulunan karo sayısının adım sayısı kadar değiştiğini ifade ettiler.
7. Kuralı Doğrulama	Problemde istenen adımlarda (6.,10.,38.,100. Adım) bulduğu $n+6$ kuralını doğruladığını ifade etti.	İÖ1,İÖ2,İÖ3,İÖ4 öğretmeni gibi buldukları kuralın doğruluğunu kuralda ilk üç adımı (1. 2. Ve 3.adımı) yerine yazarak kuralın doğruluğunu kontrol etmişlerdir.

Şekil 11: İlgin Öğretmenin 2. Probleme İlişkin Çözümü (Kural Bulma)



Şekil 12: İlgin Öğretmenin 2. Probleme İlişkin Çözümü (Kural Bulma)



Yukarıdaki Tablo 12’de görüldüğü üzere kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında İÖ1 ve İÖ2 öğretmeninden farklı bir yol izlemiştir. Bu durum aşağıdaki gibi sunulmuştur:

“I harfiyle oluşturulmuş şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne çevirip, “1. Adımdaki karo sayısına (7) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (1), adım sayısı (n) ile çarpıp (1.n), çarpım sonucuna 6 ekledim ve kuralı $1.n + 6$ buldum.”

İlgin öğretmen ile İÖ3 ve İÖ4 kodlanmış iki öğrencisi şekil örüntüsünü kullanarak görsel yaklaşımla problemi çözerken, İÖ1 ve İÖ2 kodlu öğrencileri şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirip, sayısal yaklaşımla problemi çözmüşlerdir. Öğretmen ve iki öğrencisi İÖ1 ve İÖ2 arasındaki bu fark, kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında farklılaşmaya sebep olmuştur. Sonuç olarak aynı kuralı farklı yollarla bulmuşlardır. Ayrıca öğretmen ve öğrencilerinin örüntüyü ifade ettikleri temsil biçimleri dışında (sayı, şekil) farklı temsiller ile ifade etmedikleri farklı temsiller alışkanlığına ait bulgu yoktur.

Üçüncü Probleme İlişkin Bulgular

Üçüncü probleme ilişkin Eda öğretmen ve öğrencilerinin bulguları aşağıdaki Tablo 12’de verilmiştir:

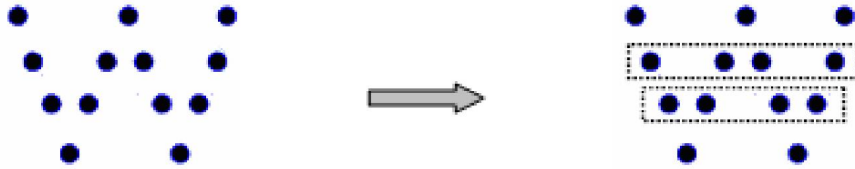
Ayrıca üçüncü probleme ilişkin Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözüm kağıtları Ek 8’de verilmiştir

Tablo 13: 3.Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

ZİHNİN CEBİRSEL ALIŞKANLIKLARI	EDA ÖĞRETMEN	ÖĞRENCİLERİ
1.Bilgileri Düzenleme	W şekil örüntüsünün verilen ilk 3 adımıdaki nokta sayısını sırası ile yazıp, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirdi ve problemin geri kalan kısmına problem sayı örüntüsüymiş gibi devam etti.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 öğretmeni gibi şekil örüntüsünün ilk 3 adımını sayı örüntüsüne çevirip, ilk 3 adımı sayı örüntüsü olarak gösterdiler.
2.Örüntüyü Tahmin Etme	Örüntü de düzenli 4 er artışın olduğunu söyledi ve örüntüde iki adım sayısı arasındaki artış miktarına ve örüntünün ilk adımındaki sayıyı dikkate alarak örüntünün kuralını bulup, 6. Adımdaki nokta sayısını kuralda yerine koyarak buldu.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 örüntüde öğretmeni gibi örüntünün 4 er'li arttığını ifade etti. EÖ3,EÖ4 Öğretmeni gibi kuralı bulup, kuralda 6. Adımı yerine yazdı. EÖ1 ve EÖ2 istenilen adımdaki nokta sayısını 3. Adımın üzerine 6. Adıma kadar +4 ekleyerek buldu.
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	W şekil örüntüsünde tekrarlı bir şekilde 4 erli artışın olduğunu ifade etti.	Öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirdi. (EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4).
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Ali'nin bulunduğu kuralın nasıl düşündüğünü ifade etmeye çalışırken, Eda öğretmen örüntünün kuralını farklı bir şekilde ifade edebilmiştir ancak Ali'nin kuralını nasıl düşündüğünü ifade edememiştir. Ayrıca görsel yaklaşımla bulunduğu kuralın örüntünün sayısal yaklaşımla bulunduğu kurala eşit olduğunu ifade etti.	Herhangi bir bulgu yok.
5.Kural Tanımlama	W harfiyle oluşturulmuş şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne çevirip, "1. Adımdaki nokta sayısına (5) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (4), adım sayısı (n) ile çarpıp (4.n), çarpım sonucuna 1 ekledi ve kuralı 4.n +1 buldu."	EÖ3 öğretmeni gibi sayı örüntüsü üzerinden kuralı buldular. EÖ1 ve EÖ4 kuralı adım sayısı ve nokta sayısı arasındaki fonksiyonel ilişkiye inceleyerek kuralı doğrudan ifade etmişlerdir. EÖ2 kuralı ilk terim ve artış miktarı göre aralık sayma stratejisi ile kuralı bulmuştur.
6.Değişimi Tanımlama	Örüntüdeki her bir adımdaki nokta sayısının, adım sayının 4 katının 1 eksiği olarak değiştiğini ifade etme.	EÖ1,EÖ3,EÖ4 öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirirken, EÖ2 nokta sayısının adım sayısının 1 eksiğinin 4 katının 5 fazlası olarak ifade etti.
7. Kuralı Doğrulama	Başta kuralı bulurken, adım sayısı ile artış miktarını çarpıp ve ilk adımdaki W şekil örüntüsünde kullanılan nokta sayısına ulaşmak için 1 ekledi ve bulunduğu kuralı 2. Ve 3. Adım için de doğru olup olmadığını kontrol etti. Ayrıca Ali'ni kuralının doğruluğunu da önce kuralı dağılma özelliğini kullanarak düzenleyip bulunduğu 4n+1 kuralına eşit olduğunu ifade etti. Ali'nin kuralında n yerine 1, 2 ve 3 sayılarını koyup örüntünün ilk iki adımına eşit olduğunu ifade edip ali nin kuralının doğru olduğunu ifade etti.	EÖ1,EÖ2,EÖ3,EÖ4 öğretmeni ile dağılma özelliğini kullanarak kuralı düzenleyemedi ancak hepsi 1,2 ve 3 sayılarını kuralda yerine koyup sağlayıp sağlamadığına baktı.

Yukarıdaki tabloda görüldüğü üzere farklı temsiller cebirsel alışkanlığında Ali'nin bulduğu kuralı nasıl düşündüğünü ifade ederken Eda öğretmen örüntünün kuralını farklı bir temsil biçimiyle (görsel temsil) ifade etmiştir. Kuralı tanımlamak için şekil örüntüsü üzerinde aşağıdaki şekil 13'deki gibi en alt satırdaki 2 nokta ile en üst satırdaki 3 nokta sabit tutarak ve bunların arasında kalan noktaları yatay olarak gruplandırarak bir yol izlemiştir.

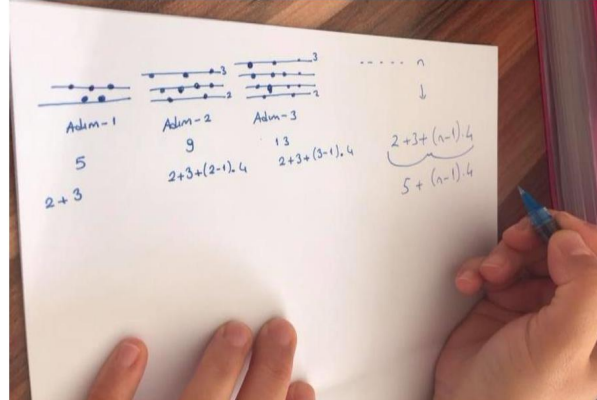
Şekil 13: Eda öğretmenin 3. Probleme İlişkin Çözümü (Farklı Temsiller)



Buradan hareketle Eda öğretmen başta sayı örüntüsüne çevirip ifade ettiği kuraldan farklı bir kuralı şekil örüntüsü üzerinden aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Şekil 14: Eda Öğretmenin 3.Probleme İlişkin Çözümü

Eda öğretmen: Örüntüde verilen ilk 3 adımdaki şekillere baktığımda altta 2 ve üstte 3 noktanın sabit olduğunu ve aralara 4'er'li gruplarla noktalar eklenmiştir. 1. adımda altta 2 ve üstte 3 nokta ortada 0 tane 4'erli grup, 2. adımda ortada 1 tane 4'erli grup ve 3. Adımda ortada 2 tane 4'erli grup vardır.



$$1. \text{ Adım} = 2 + 3 + 4 \cdot 0$$

$$2. \text{ Adım} = 2 + 3 + 4 \cdot 1$$

$$3. \text{ Adım} = 2 + 3 + 4 \cdot 2$$

Görüyoruz ki ortadaki 4'erli grup sayısı adım sayısının 1 eksiği kadardır. O halde kural $2 + 3 + 4 \cdot (n-1) = 5 + 4 \cdot (n-1)$ olur.

Eda öğretmen örüntüde sayı örüntüsüne çevirerek bulduğu kuralı şekil örüntüsü üzerinden de bularak, örüntünün kuralı farklı bir temsil biçimi ile ifade etmiştir. Ancak Ali'nin nasıl düşünerek $4.(n+1)-3$ kuralını ifade ettiği hakkında herhangi bir fikri olmadığını ifade etmiştir. Ayrıca Eda öğretmen örüntünün kuralını ifade ederken derslerde daha çok sayısal temsil biçimlerini kullandığını ve sayısal stratejilerle kuralı ifade ettiğini söyledi. Görsel temsillerin ve görsel stratejilerle kural bulmanın derslerde çok vakit kaybettirdiğini ifade etti.

Tablo 13'de görüldüğü üzere kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında EÖ1 kuralı adım sayısı ile nokta sayısı arasında fonksiyonel bir ilişki olarak aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

A:Örününün kuralını nasıl tanımlarsın?

EÖ1:1. Adım 5 tane

2. Adımda 9 tane

3. Adımda 13 tane nokta kullanılmış. Adım sayısı ile nokta sayısı arasındaki fonksiyonel ilişkiyi deneyerek bulalım. Mesela 5,1'in 3 katının 2 fazlası olarak ifade edebilirim. Ancak bu ifade 2 ve 3. Adımlar için sağlanmaz. O zaman 4 katının 1 fazlasını deneyelim,

$$4.1+1=5$$

$$4.2+1=9$$

4.3+1=13 olur ve 37. Adım=37.4+1=149 tane nokta olur dolayısı ile kuralımız $4n+1$ olur.

EÖ1 kuraldaki 4 ün, örüntünün ardışık iki adımı arasındaki artış miktarı ile aynı olduğunu da ifade etti. EÖ1 kuralı adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanarak ifade etmiştir.

EÖ4 kodlu öğrenci ise kuralı doğrudan adım sayısının 4 katının 1 fazlası olarak oluşacağını ifade etti. Bu durum aşağıdaki gibi sunulmuştur:

EÖ4:Örüntüde adım sayısı ile nokta sayısı arasında hep 4 katının 1 fazlası ilişkisi var.

A: bu ilişkiyi nasıl fark ettin ?

EÖ4: Çünkü... uuuu.. şeyyy ilk 3 adımın hepsini sağlıyor ifade ettiğim ilişki. Sadece 1. Adımı sağlayıp diğerlerini sağlamasaydı doğru olmazdı. Bu nedenle bulduğum ilişki doğrudur. Dolayısı ile 6. Adım $6.4+10=25$

37. adım $=37.4+1=149$ olur

n . adım $=4.n+1$ olur.

Kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında EÖ2 kuralı aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

A:Örüntünün kuralını nasıl tanımlarsın?

EÖ2: 3. Adımın üzerine 3 adım ekleyerek ulaşabilirim ve örüntüdeki artış miktarı +4 eklenen 3 adım boyunca 4 er 4 er arttığı için 3 ile 4 ü çarpıp $(4.3=12)$, 13 sayısına ekleyerek $(12+13=25)$ 6. Adımı bulabilirim. 37. adım için 4 er 4 er arttığı için 37 iyi 4 ile çarpıp $(37.4=148)$, 25(6. Adım)ile toplamam gerekiyor.(biraz düşündü) ama 37 tane adım eklediğim için 0. Adımdan toplamam gerekiyor. $148+5$ toplamalıyım.

A: Örüntüde 0. adım diye bir adım yok ama ? 1. Adımla başlıyor örüntü ve 1. Adımdan 37. Adıma kadar kaç tane adım gitmen gerekiyor?

EÖ2:36 tane adım gideceğim.153ten 4 çıkarırsam $(153-4=149)$ 37 adım için bulabilirim.

A: Peki örüntünün n . adımındaki nokta sayısını nasıl ifade edebilirsin?

EÖ2:1. Adımdan itibaren n . Adıma kadar $(n-1)$ tane adım gideceğim.

$n-1$ ile 4 ü çarpıp; ilk terime (5) ekleyip, kural $4.(n-1)+5$ olur.

A:yazdığım bu kuralın doğru olup olmadığını nasıl anlarsın?

EÖ2: n yerine 1 yazarım. 4. $(1-1)+5=5$ ve $n=2$ için $4.(2-1)+5=9$ örüntüyü sağladığı için doğrudur.

EÖ2 diğer problemlerde olduğu gibi kuralı, genelleme stratejilerinden aralık sayma stratejisini kullanarak ifade etmiştir.

Eda öğretmen örüntüyü sayı örüntüsü ile ifade ettikten sonra şekil örüntüsü ile de temsil etmiştir. Verilen örüntüyü farklı temsil biçimleri ile ifade etmiştir. Ancak

öğretmenin öğrencileri örüntüyü sadece sayı ile temsil etmiştir. Dolayısı ile farklı temsiller alt alışkanlığına ilişkin öğrencilerde herhangi bir bulgu saptanmamıştır.

Üçüncü probleme ilişkin Ilgın öğretmen ve öğrencilerinin bulguları aşağıdaki Tablo 13’de sunulmuştur:

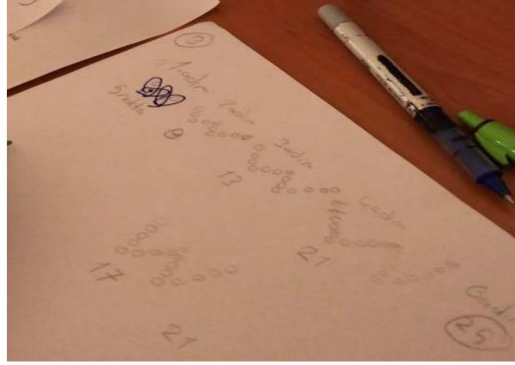
Ayrıca üçüncü probleme ilişkin Ilgın öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözüm kağıtları Ek 9’da verilmiştir.

Tablo 14: 3.Probleme İlişkin İlgin öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

ZİHNİN CEBİRSEL ALIŞKANLIKLARI	ILGIN ÖĞRETMEN	ÖĞRENCİLERİ
1.Bilgileri Düzenleme	W şekil örüntüsünün verilen ilk 3 adımdaki nokta sayısını sırası ile yazıp, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirdi ve problemin geri kalan kısmına problem sayı örüntüsüyümüş gibi devam etti.	İÖ1, İÖ2, İÖ3 öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirdi. Anca İÖ4 örüntüdeki W harfinin şeklini ilk 3 adımda tekrar çizerek gösterdi ve nokta sayılarını da W şeklinin altına yazarak ifade etti.
2.Örüntüyü Tahmin Etme	Örüntü de düzenli 4 er artışın olduğunu söyledi ve örüntüde iki adım sayısı arasındaki artış miktarına ve örüntünün ilk adımındaki sayıyı dikkate alarak örüntünün kuralını bulup, 6. Adımdaki nokta sayısını kuralda yerine koyarak buldu. Ayrıca 6. Adımdaki nokta sayısının 4 er 4 er ekleyerek de yapılabileceğini ve genelde öğrencilerin bu şekilde yaptığını ifade etti.	İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4 öğretmeni gibi örüntünün 4 er’li arttığını ifade etti. İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4 istenilen adımdaki nokta sayısını 3. Adımın üzerine 6. Adıma kadar +4 ekleyerek buldu.
3.Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma	W şekil örüntüsünde tekrarlı bir şekilde 4 erli artışın olduğunu ifade etti.	İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4 öğretmeni gibi benzer adımları gerçekleştirdi. Ayrıca İÖ4 şekil örüntüsü üzerinde altta ve üstte bulunan 2’şer sabit noktanın toplamalarının artış miktarına (+4) eşit olduğunu da ifade etti.
4.Farklı Gösterimler (Temsiller)	Ali’nin bulduğu 4. $(n+1)-3$ kuralı dağılma özelliğinden faydalanarak kendi bulduğu $4.n+1$ kuralına eşit olduğunu ifade etti. Ancak Ali’nin nasıl düşündüğü ile ilgili herhangi bir bulgu yok.	İÖ1, İÖ2, İÖ3 Ali’nin bulduğu 4. $(n+1)-3$ kuralı üzerinde dağılma özelliğini uygulamaya çalıştı ancak dağılma özelliğini yanlış uyguladılar. Ali’nin nasıl düşündüğü ile ilgili herhangi bir bulgu yok.
5.Kural Tanımlama	W harfiyle oluşturulmuş şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne çevirip, “1. Adımdaki nokta sayısına (5) ulaşmak için örüntüdeki artış miktarını (4), adım sayısı (n) ile çarpıp $(4.n)$, çarpım sonucuna 1 ekledi ve kuralı $4.n + 1$ buldu.”	İÖ1, İÖ2, İÖ3 öğretmeni gibi kural bulurken İÖ4 şekil örüntüsü üzerinden kuralı bulmuştur.
6.Değişimi Tanımlama	Örüntüdeki her bir adımdaki nokta sayısının, adım sayının 4 katının 1 eksiği olarak değiştiğini ifade etme.	İÖ1, İÖ2, İÖ3 Öğretmeni ile benzer adımları gerçekleştirdi. Ancak İÖ4 bu değişimi farklı bir şekilde tanımlamıştır. .
7. Kuralı Doğrulama	Başta kuralı bulurken, adım sayısı ile artış miktarını çarpıp ve ilk adımdaki W şekil örüntüsünde kullanılan nokta sayısına ulaşmak için 1 ekledi ve bulduğu kuralı 2. Ve 3. Adım için de doğru olup olmadığını kontrol etti. Ayrıca Ali’ni kuralının doğruluğunu da önce dağılma özelliğini kullanarak kuralı düzenleyip bulduğu $4n+1$ kuralına eşit olduğunu ifade etti. Ali’nin kuralında n yerine 1,2 ve 3 sayılarını koyup örüntünün ilk üç adımına eşit olduğunu ifade edip Ali nin kuralının doğru olduğunu ifade etti.	İÖ1, İÖ2, İÖ3, İÖ4 Öğretmeni gibi bulduğu kuralın doğruluğunu ilk 3 adım için yerine koyup sağladı. Ancak Ali’nin kuralının doğruluğunu araştırırken sadece İÖ2 öğretmeni gibi 1.2. ve 3. Adımı kurada yerine koyup, doğru olduğunu ifade etmiştir.

Yukarıdaki Tablo 13'te görüldüğü üzere bilgileri düzenleme cebirsel alışkanlığında İÖ4 örüntüyü şekil ile temsil ederek öğretmeninden farklı bir yol izlemiştir. Bu durum Şekil 14'teki gibi ifade etmiştir.

**Şekil 15: İÖ4'ün 3. Probleme İlişkin Çözümü
(Bilgileri Düzenleme)**



Yukarıdaki Tablo 14'te görüldüğü üzere kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında İÖ4 öğretmeninden farklı bir yol izlemiştir. Bu durum aşağıdaki gibi sunulmuştur:

A: Örüntüdeki kuralı nasıl tanımlarsın?

İÖ4: Nokta sayısı 4'er 4'er artıyor. Örüntü 5,9,13,17... şeklinde devam ediyor. O halde kural... ..(biraz düşündü..) kuralı bulamayacağım galiba.

A: peki w şekil örüntüsü üzerinde nasıl bir değişim var? Neler değişmiş, neler sabit kalmış? Buna dikkat ederek kural bulmaya çalışabilirsin.

İÖ4: (şekle bakıp biraz düşündü) W harfinin kollarını gruplarsak, 3. Adımda her gruptaki nokta sayısı 4,2. Adımda her gruptaki nokta sayısı 3, ve 1. Adımda her gruptaki nokta sayısı 2 dir. O halde her gruptaki nokta sayısı, adım sayısının 1 fazlası kadardır. W harfinde her adımda 4 grup var, o halde 1. Adımdaki nokta sayısı 4 tane 2 şerli grup olduğundan $4 \cdot 2 = 8$ olur

A: 1. Adımdaki W harfindeki nokta sayısı 5 taneydi ama. Düşündüğün işlem eksik olabilir mi ?

İÖ4: uuu, şey 8 den 3 çıkarmam lazım,

Şekil 16: İÖ4'ün 3. Probleme

çünkü *W* harfinin kollarını gruptağında 1. Adımda 3 tane noktayı iki defa saymış oluyorum. O yüzden $8-3=5$ yapmam lazım. Yani 1. Adım için $4 \cdot 2 = 8 - 3 = 5$ olur. Aynı işlemler 2. ve 3 adım için de geçerlidir. O halde,

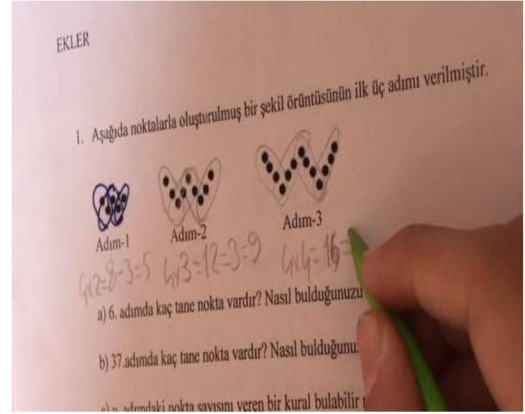
$$2. \text{Adım için } 4 \cdot 3 = 12 - 3 = 9$$

$$3. \text{ adım için } 4 \cdot 4 = 16 - 3 = 13 \text{ tane nokta vardır.}$$

$$37. \text{ adım için } 4 \cdot 38 = 152 - 1 = 151 \text{ olur}$$

$$n. \text{ adım için } 4 \cdot (n+1) - 3 \text{ olur.}$$

İlişkin Çözümü (Kural Bulma)



IÖ4 öğretmen ve arkadaşlarından farklı olarak kuralı şekil örüntüsü üzerinden bulmuştur. Ve problemde belirtilen Ali'nin bulduğu kuralı bulmuştur. Örüntünün kuralını bulurken görsel stratejilerden çakışan parçaları çıkararak yapılandırma stratejisini kullanmıştır. Ancak değişimi tanımlama cebirsel alışkanlığında IÖ4 öğretmeninden farklı bir yol izlemiştir. Bu durum aşağıdaki gibi sunulmuştur.

A:örüntüde değişen şeyler neler? Ve nasıl bir değişim var ?

IÖ4: Örüntüde W harfinin gruptağım her kolundaki nokta sayısı 1 er 1 er artmaktadır. Her gruptaki nokta sayısı adım sayısının 1 fazlası kadardır

Dördüncü Probleme İlişkin Bulgular

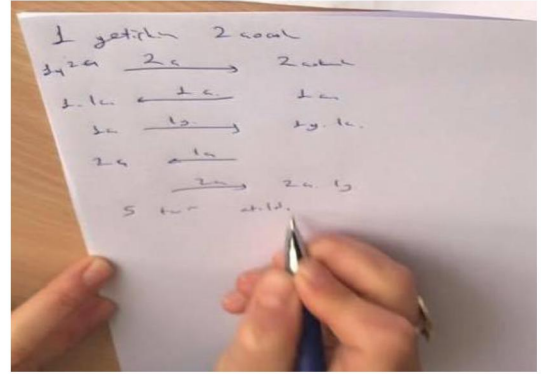
4.Probleme İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

Bilgileri Düzenleme Alt Bileşeni:

Eda Öğretmen: 1 yetişkin 2 çocuktan oluşan grubun nehri kaç turda geçtiğini, gidiş gelişleri oklarla göstererek ifade etti. Yetişkinleri geçirmek için çocukları kullanacağını ve çocukların sürekli nehirde gidip geleceklerini belirtti. 1 yetişkin 2 çocuk için tur sayısını aşağıdaki gibi ifade etti.

İlk başta 2 çocuk karşıya geçer.(1. Tur) 1 çocuk tekneyi geri getirir.(2. Tur) 1 yetişkin tekneye biner ve karşıya geçer (3. Tur) tekneyi karşıya geçiren 2. Çocuk geri getirir (4. Tur) ve son olarak 2 çocuk birlikte karşıya geçer. (5. Tur) ve dolayısı ile 1 yetişkin 2 çocuk için 5 tur yapılır.

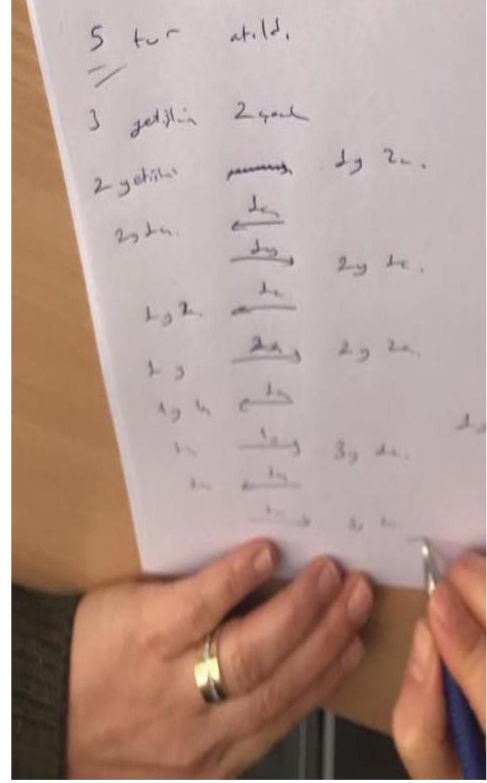
Şekil 17: Eda öğretmenin 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme



Sonra 3 yetişkin 2 çocuk için olan tur sayısını bulmak için, karşıya geçen 1 yetişkin 2 çocuk grubuna 2 yetişkin daha ekledi. 2 yetişkinin karşıya geçmek için beklediğini ve tekne karşı tarafta, tekneyi çocukların getirmesinin daha mantıklı olduğunu ifade etti. 2 yetişkinin karşıya geçmesi için yapılacak gidiş geliş turlarını oklarla ifade etti. Bu durumu sözel olarak da aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Şekil 18:Eda öğretmen in 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)

“1 yetişkin 2 çocuk karşıya geçmişti ve karşıdan tekneyi 1 çocuk getirir (6. Tur) 1 yetişkin karşıya geçer (7. Tur) tekneyi 1 çocuk geri getirir (8. Tur) 1 yetişkin karşıya geçer (9. Tur) teknenin geri gelmesi gerekiyor, ancak karşıda çocuk yok tekneyi getirecek ve geri yetişkinin getirmesi de mantıksız o halde 9. Tur da karşıya 1 yetişkin değil de 2 çocuk geçmesi daha uygun olur. 1 çocuk tekneyi geri getirir (10. Tur) Şimdi karşıda kalan 1 yetişkin karşıya geçer (11. Tur) karşıdaki 1 çocuk tekneyi geri getirir.(12. Tur) son olarak 2 çocuk tekneye binip karşıya geçer (13. Tur) dolayısı ile 3 yetişkin 2 çocuk karşıya toplam 13 turda geçmiş olurlar.



EÖ1, 1 yetişkin 2 çocuk için kaç tur yapılır sorusuna hiç oklarla göstermeden 1 yetişkin 1 tur ve 2 çocuk 1 tur olmak üzere toplam 2 turda karşıya geçerler ve 3 yetişkin 2 çocuk ise yetişkinler 3 tur ve 2 çocukta 1 tur olmak üzere 5 tur yaparlar cevabını vermiştir. Bunu söylerken grubun karşıya geçmesi için 1 tane tekne olduğunu ve teknenin karşıya gidince geri gelmesi gerektiğini göz ardı etmiştir. Araştırmacı tarafından grubu karşıya geçirmek için 1 tane tekneye sahip oldukları EÖ1 e söylenmiştir. Biraz düşündükten sonra ilk olarak tura 2 çocukla başlamanın daha mantıklı olduğunu söylemiş ve bu durumu aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

“Tura 2 çocuğu karşıya geçirerek başlamalıyım. Çünkü 1 yetişkin ile başlarsak tura tekneyi geri getirecek kimse olmaz karşıda ve çocuklar karşıya geçemez. O halde 2 çocuk karşıya geçti(1. Tur .)1 çocuk tekneyi yetişkin için geri getirdi(2. Tur).Yetişkin karşıya geçti(3. Tur). Tekneyi

karşıda kalan 2.çocuk geri getirdi (4. Tur).2 çocuk birlikte binip karşıya geçtiler(5. Tur).O halde 1 yetişkin ve 2 çocuk karşıya toplamda 5 turda geçtiler.”

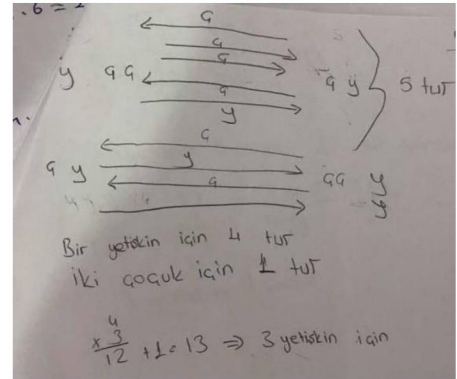
3 yetişkin 2 çocuk için olan tur sayısını bulmak için, öğretmeni gibi karşıya geçen 1 yetişkin 2 çocuk grubuna 2 yetişkin daha ekledi ve gidiş gelişleri oklarla göstererek toplamda 13 tur yapıldığını ifade etti.

EÖ2, başlangıçta EÖ1 gibi düşünmüş ve 1 yetişkin ve 2 çocuk için 2 tur yapılacağını ifade etmiştir. Sonrasında problemi daha dikkatli okuyarak hatasını fark etmiştir. 2 çocukla tura başlayıp 2 çocuk ve 1 yetişkin için 5 tur yapılacağını görsel olarak oklarla göstermiştir. 3 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısına ulaşmak için bulduğu 1 yetişkin 2 çocuktan oluşan grubun nehri geçme durumuna 1 yetişkin daha eklemiştir. Bu durumu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

“eklenen 1 yetişkinin karşıya geçmesi için daha önce karşıya geçirdiğim 2 çocuktan 1 tanesi tekneyi geri getirir (6. Tur). 1 yetişkin karşıya geçer (7. Tur). 1 çocuk tekneyi geri getirir (8. Tur) ve 2 çocuk birlikte karşıya geçerler (9. Tur). Böylelikle gruba eklenen 1 yetişkin için 5 turun üzerine +4 tur yapmış olurum.”

Şekil 19: EÖ3’ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)

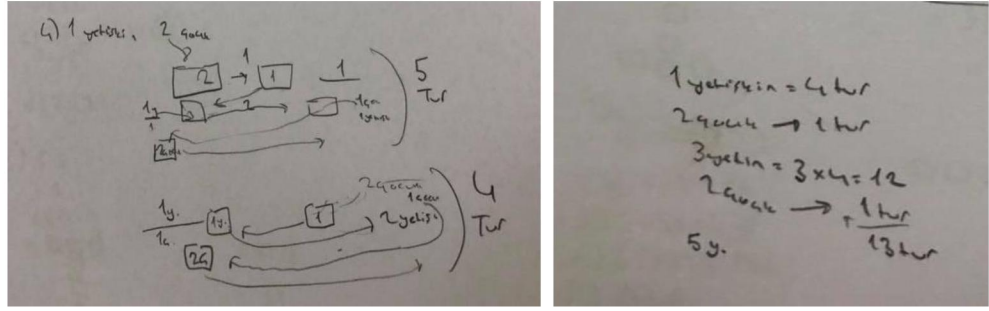
EÖ3:Öğretmeni gibi çocuklar yetişkinleri geçirmek için çalışacaklarını belirterek 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını görsel olarak oklarla gösterip 5 olarak ifade etmiştir. Karşıya geçen 1 yetişkin ve 2 çocuk grubuna 1 yetişkin daha ekleyerek bunu da görsel olarak oklarla göstermiştir ve 4 tur eklenmesi



gerektiğini ifade etmiştir. 3 yetişkin 2 çocuk için tur sayısını 3 yetişkin için $3 \cdot 4 = 12$, 2 çocuk için +1 tur yapılacağını, toplamda 13 tur yapılacağını bulmuştur.

EÖ4: 1 yetişkin ve 2 çocuk için yapılan tur sayısını görselleştirerek Şekil 19'da ifade etmiştir. Sonra karşıya geçen gruba 1 yetişkin daha ekleyip, tur sayısını oklarla göstererek 3 yetişkin ve 2 çocuk için yapılan tur sayısına ulaşmaya çalışmıştır.

Şekil 20: EÖ4'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)



Örüntüyü Tahmin Etme Alt Bileşeni:

Eda öğretmen: Öğretmene sadece 1 yetişkini karşıya geçirmek için kaç tur yapılabileceği araştırmacı tarafından soruldu. İlk olarak 5 tur yapılacağını ifade etti. 5 tur un içinde 2 çocuğun da olduğunu göz ardı etmiştir. Karşıya geçen 1 yetişkin 2 çocuk gruba 2 yetişkin eklemişti ve bunu oklarla göstermişti. Aynı işlemi sadece 1 yetişkin ekleyerek göstermesi istenmiştir. Bu durumda 1 yetişkini karşıya geçirmek için 4 tur yapıldığını görsel olarak Şekil 16'da ifade etmiştir. O halde;

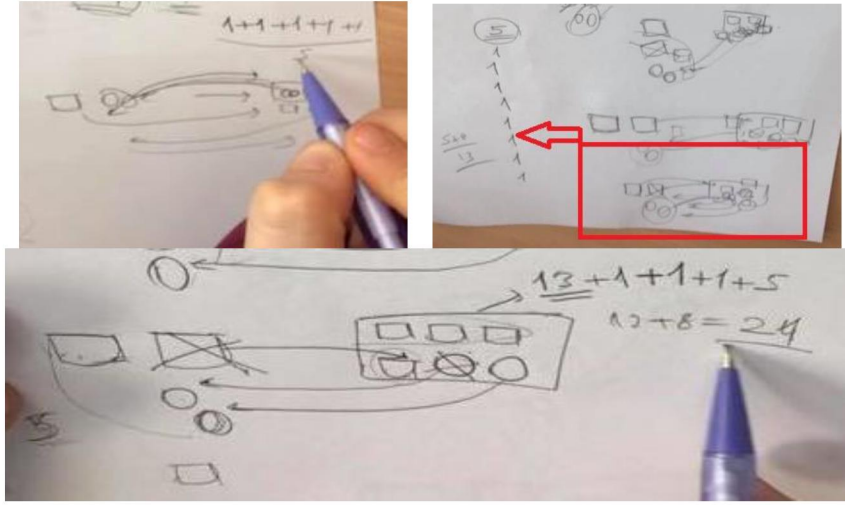
Eda Öğretmen: 1 yetişkinin karşıya geçmesi için 4 tur yapılır diyebiliriz.

A: Peki ilk durumda 1 yetişkin 2 çocuk için 5 tur bulmuştuk? Neden tur sayısı ilk durumda 5?

Eda Öğretmen: Evet 5 tane bulmuştuk çünkü 1 yetişkin için yapılan tur sayısına (4) çocukların da yaptığı tur sayısı (1) eklenerek 5 bulunmuştur. Yani her yetişkin için 4 tur ve 2 çocuk için de +1 tur yapılır. O yüzden 3 yetişkin için $3 \cdot 4 = 12$ ve 2 çocuk için 1 tur olmak üzere toplam $12 + 1 = 13$ tur yapılmıştır. Bunu yukarda çizerek de göstermiştik.

EÖ1: Sadece 1 yetişkinin karşıya kaç turda geçebileceğini hemen ifade edememiştir. Aslında 1 yetişkin için 2 çocuk için yapılan 5 tura 2 yetişkin daha ekleyerek 3 yetişkin 2 çocuk için tur sayısını $5+8$ olarak ifade etmiştir. Aynı şekilde 5 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını da 3 yetişkin için yapılan tura 2 yetişkin ekleyerek $13+8=21$ olarak bulmuştur. Bunu oklarla da göstermiştir.

Şekil 21: EÖ1'in 4. Probleme İlişkin Çözümleri (Örüntüyü Tahmin Etme)



EÖ1 Şekil 18'den anlaşılacağı üzere 8 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını 5 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısına 3 yetişkin ekleyerek ifade etti. Ancak 3 yetişkin için kaç tur eklemesi gerektiğini bulmaya çalışırken biraz zorlanmıştır.

EÖ1: bir örüntü var biliyorum ama ifade edemiyorum şu an...

1 yetişkin ve 2 çocuk için 5 tur

3 yetişkin ve 2 çocuk için $5+8=13$ tur

5 yetişkin ve 2 çocuk için $13+8=21$ tur

8 yetişkin ve 2 çocuk için $21+?$

3 yetişkini, 2 yetişkin+1 yetişkin olarak ifade etsem 2 yetişkin için gruba 8 tur ekliyorum, 1 yetişkin için kaç olması gerektiğini çizerek gösterirsek (2 çocuk 1 yetişkin grubuna 1 yetişkin eklersem 1 yetişkini karşıya geçirmek için 4 tur yapılır) 4 tur olur. O halde eklenen 3 yetişkin için $8+4=12$ tur eklenmeli ve $21+12=33$ tur olur.

O zaman 1 yetişkini karşıya geçirmek için 4 tur yapılır. 2 çocuk için de 1 tur yapılır.

EÖ2:Baştaki 1 yetişkin 2 çocuk grubuna, 1 yetişkin daha ekleyerek eklenen 1 yetişkin için grubun tur sayısına 4 tur eklemek gerektiğini ifade etmiştir. Her yetişkin için 4 tur yapılacağını ve 2 çocuk için de +1 tur yapılacağını ifade etti.

EÖ3 ve EÖ4 kodlu öğrenciler 1 yetişkin için 4 tur ve 2 çocuk için de +1 yapılacağını ifade etmiştir.

Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma Alt Bileşeni:

Eda öğretmen, problemde her yetişkin için yapılan tur sayısı (4) ve 2 çocuk için yapılan tur sayısının (1) değişmediğini ve problemde sabit olduğunu ifade etti. EÖ1,EÖ2,EÖ3 VE EÖ4 öğretmenleri gibi ifade etmiştir.

Kural Tanımlama Alt Bileşeni:

Eda öğretmen, herhangi sayıdaki yetişkin (n) ve 2 çocuğun nehri geçmesi için $(4.n + 1)$ tur yapacağını bulmuştur. 4, her bir yetişkin için yapılan tur sayısı, 1'in de 2 çocuk için yapılan tur sayısı olduğunu ifade etti. EÖ1,EÖ2,EÖ3 VE EÖ4 öğretmenleri gibi kuralı ifade etmiştir.

Farklı Gösterimler Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve öğrencileri A sayıda yetişkin için kuralı $4.A+1$ olarak ifade etmişlerdir.

Değişimi Tanımlama Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve öğrencileri tur sayısının, yetişkin sayısının 4 katının 1 fazlası şeklinde değiştiğini ifade ettiler.

Kural Doğrulama Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve öğrencileri, yetişkin sayısına bağlı olarak oluşturdukları kuralın, 1 yetişkin, 2 yetişkin ve 3 yetişkin için sağlayıp sağlamadığı kural da yerine koyarak bakmışlardır.

4. Problemin e şikkına İlişkin Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

Bilgileri Düzenleme Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve öğrencileri 2 çocuğun karşıya geçmesi için 1 tur yapılması gerektiğini başta ifade etmişti. 3 çocuğun nehri geçmesi için yapılan tur sayısını çizerek 3 olarak ifade etmişlerdir. Aynı şekilde 5 çocuğun nehri geçmesi için, yapılan tur sayısını oklarla çizerek göstermişlerdir. Daha sonra

- 2 çocuk için =1
- 3 çocuk için=3
- 5 çocuk için=7 tur yapılacağı şeklinde ifade etmişlerdir.

Örüntüyü Tahmin Etme Alt Bileşeni:

Eda öğretmen çocuk sayısının arttıkça çocuklar için yapılan tur sayısının 2 arttığını ifade etmiştir. 11 çocuk için yapılan tur sayısını bulabilmek için çocuk sayısı ve tur sayısı arasındaki ilişkiye bakıp kural tanımlayıp, kuralda 11 çocuğu yerine yazmıştır. EÖ1, EÖ2, EÖ3 ve EÖ4 öğretmeni gibi çocuk sayısına bağlı olarak oluşturulan tur sayısı örüntüsünü tahmin etmiştir ve EÖ1 ve EÖ2 11 çocuk için yapılacak tur sayısı için 11 çocuğa kadar 2 şer ekleme yaparak bulmuşlardır. EÖ3 ve EÖ4 öğretmeni gibi kural tanımlayıp, kuralda yerine yazarak, 11 çocuk için yapılan tur sayısını ifade etmişlerdir.

Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma Alt Bileşeni:

Eda öğretmen problemi çözerken, çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak, tur sayısının 2 şer 2 şer yığılma gösterdiğini ifade etmişlerdir. EÖ1, EÖ2, EÖ3 ve EÖ4 öğretmeni gibi ifade etmişlerdir.

Kural Tanımlama Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve EÖ3 ve EÖ4 kuralı tanımlarken çocuk sayısı ile tur sayısı arasındaki ilişkiye dikkat ederek kuralı çocuk sayısının 2 katının 3 eksiği olarak tanımlamışlardır. EÖ1 ve EÖ2 çocuk sayısı değişkenine bağlı kural ifade edememişlerdir.

Farklı Gösterimler Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve öğrencileri çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak oluşan tur sayısı kuralı farklı bir şekilde ifade etmemişlerdir.

Değişimi Tanımlama Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve EÖ3 ve EÖ4 tur sayının çocuk sayısının 2 katının 3 eksiği olarak değiştiğini ifade etti ancak EÖ1 ve EÖ2 kuralı tanımlayamadıkları gibi değişimi de tanımlayamamışlardır.

Kural Doğrulama Alt Bileşeni:

Eda öğretmen ve EÖ3 ve EÖ4 buldukları kuralın 2 çocuk, 3 çocuk ve 5 çocuk için doğruluğunu ifade etmişlerdi. Ancak EÖ1 ve EÖ2 kural tanımlayamadıkları için kural doğrulama becerisini de gösterememişlerdir.

Dördüncü problemin çözümüne genel olarak bakıldığında Eda öğretmen ve öğrencilerinin problem çözme sürecinde zihnin cebirsel alışkanlıklarının tüm özelliklerini kullanmışlardır. Problemden verilen bilgileri düzenleme ve problemdeki örüntüyü keşfetme ve tahmin etmede biraz zorlanmışlardır. Örüntüyü keşfeden öğretmen ve öğrencileri zihnin cebirsel alışkanlıklarının diğer özelliklerini de problem çözümüne yansıtıp problemi çözmüşlerdir.

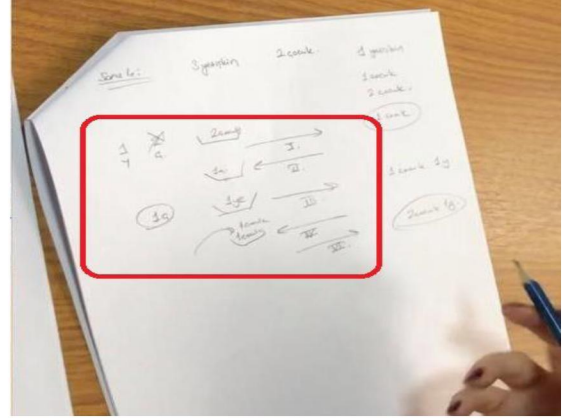
4.Probleme İlişkin İlgın öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

Bilgileri Düzenleme Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen: 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını gidiş gelişleri oklarla göstererek ifade etti.

“İlk başta 2 çocuk karşıya geçer.(1. Tur) 1 çocuk tekneyi geri getirir.(2. Tur) 1 yetişkin tekneye biner ve karşıya geçer (3. Tur).Tekneyi karşıya geçen 2. Çocuk geri getirir (4. Tur). Son olarak 2 çocuk birlikte karşıya geçer (5. Tur) ve dolayısı ile 1 yetişkin 2 çocuk için 5 tur yapılır” şeklinde ifade etti.

Şekil 22: İlgın Öğretmenin 4.Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)



3 yetişkin ve 2 çocuğun karşıya geçmesi için, karşıya geçmeyi bekleyen 2 yetişkinin daha olduğunu ifade etti. 2 yetişkini daha karşıya geçirme durumunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

İlgın öğretmen: 1 yetişkin 2 çocuk karşıya 5 turda geçmişti. Kıyıya eklenen 2 yetişkin için ilk olarak..... (biraz düşündü) karşıdan yetişkin gelmesinin hiçbir anlamı yok o halde 1 çocuk tekneyi geri getirir.(6. Tur) sonra 1 yetişkin karşıya geçer (7. Tur). Karşıdaki 1 çocuk tekneyi geri getirir (8. Tur) 1 yetişkin karşıya geçti (9 tur) karşıya 3 yetişkin geçti. Kıyıda 2 çocuk kalır ama tekneyi kim geri getirecek? diye düşündü. Yetişkin tekneyi geri getirirse mantıksız olur ...

A: Peki karşıya geçen 2 çocuk 1 yetişkinden oluşan grubuna 1 yetişkin ekleysek 1 yetişkin için kaç tur ekleriz?

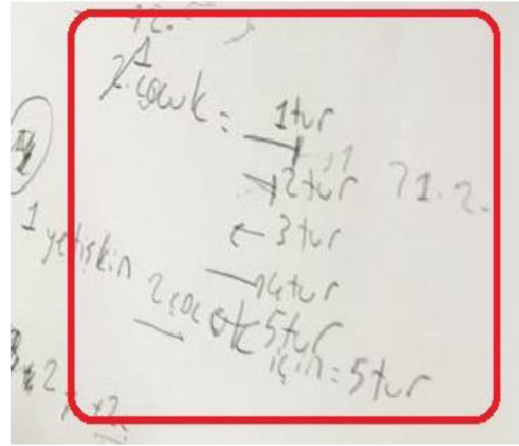
İlgın öğretmen: 1 çocuk tekneyi geri getirir.(1 tur)1 yetişkin karşıya geçer (2 tur). 1 çocuk tekneyi geri getirir (3 tur)son olarak 2 çocuk

karşıya geçer (4 tur). 1 yetişkini karşıya geçirmek için 5 tura 4 tur ekleriz. O halde eklenen 2 yetişkin için 5 tura 8 eklemem gerekirdi. Yani 3 yetişkin 2 çocuk için $5+4+4=13$ tur olur.

IÖ1: Öğretmeni gibi problemi basitleştirerek 1 yetişkin 2 çocuk ile problemi çözmeye başladı. 1 yetişkin 2 çocuk gidiş geliş toplam 2 turda karşıya geçerler cevabını verdi. IÖ1 bu cevabında gruptaki yetişkin ve çocukların aynı anda tekneye binemediklerini göz ardı etmiştir. Problemi tekrar okuması istenmiştir. Problemi okur 2 çocuk 1 tur ve 1 yetişkin de 1 tur olmak üzere toplam 2 tur da karşıya geçerler cevabını vermiştir. Bu defa da grubun karşıya geçmek için 1 tane tekneye sahip olduğunu göz ardı etmiştir. Tekrar problemi okur ve 1 yetişkin 2 çocuğun karşıya geçme durumunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

İlk olarak karşıya 1 yetişkin gitsin. Tekne kıyıda kalan çocuklar için geri gelecek, yetişkinin tekneyi geri getirmesi mantıksız olur. O halde ilk çocukları karşıya geçirelim. 2 çocuk karşıya geçer(1. Tur).1 çocuk geri gelir (2. Tur). 1 yetişkin karşıya geçer (3. Tur). Karşıdaki diğer çocuk kıyıda kalan 1 çocuk için tekneyi geri getirir (4. Tur). Son olarak 2 çocuk karşıya geçer(5.Tur).Yetişkinlerin karşıya geçmesi için çocuklar tekneyi getirip götürür.

Şekil 23: IÖ1'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)



IÖ1 yukarıda ifade ettiği grubun karşıya geçme durumunu aşağıdaki Şekil 20'de olduğu gibi oklarla göstermiştir.

3 yetişkin 2 çocuk için olan tur sayısını bulmak için, öğretmeni gibi karşıya geçen 1 yetişkin 2 çocuk grubuna 2 yetişkin daha ekledi. Eklenen 2 yetişkinin karşıya geçme durumunu oklarla göstermeye çalıştı ama ifade edemedi. 2 yetişkin 2 çocuk için oklarla göstererek, tur sayısını 9 olarak buldu. 1 yetişkin 2 çocuk için ifade ettiği 5 tur ile topladı ve 14 cevabını verdi. Çocukların aynı çocuklar olduğunu göz ardı etmiştir. Eklenen 2 yetişkini karşıya geçme durumunu ifade edemediği için araştırmacı tarafından 1 yetişkin eklemesi istenmiştir. Gruba 1 yetişkin eklenmesi durumunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

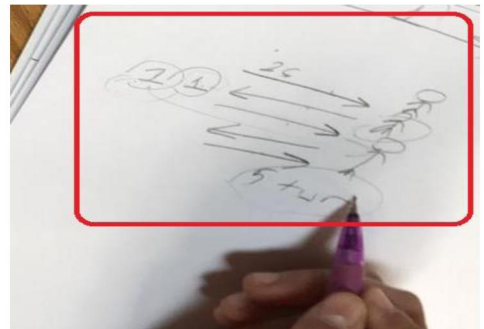
Karşı taraftan 2 çocuk tekneyi getirir. Sonra kıyıda bekleyen 1 yetişkin karşıya geçer. Kıyıda 2 çocuk var karşıya geçmeyi bekleyen. Tekneyi kim geri getirecek....(biraz düşündü) yetişkinlerden birinin tekrar tekneyi geri getirmesi mantıksız olur. O zaman ilk 1 çocuk tekneyi getirsin (1. Tur) kıyıdaki yetişkin karşıya geçer (2. Tur). Tekneyi 1 çocuk geri getirir (3. Tur) ve son olarak 2 çocuk karşıya geçer (4. Tur). 1 yetişkinin karşıya geçmesi için 4 tur yapılır. 3 yetişkin 2 çocuk için gruba 2 yetişkin eklenir ve 2 yetişkin için 8 tur eklenir ve 3 yetişkin 2 çocuk için $5+8=13$ şeklinde ifade eder.

IÖ1 problemi çözerken gidiş-gelişleri gösteren oklarla göstererek ve sözel ifadelerle bilgileri düzenleme cebirsel alışkanlığını kullanmıştır.

IÖ2: 2 çocuk 1 yetişkinden oluşan grubun kaç tur yapacağını oklarla göstererek ve sözel ifadelerle aşağıdaki gibi ifade etti:

Şekil 24: IÖ2'nin 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)

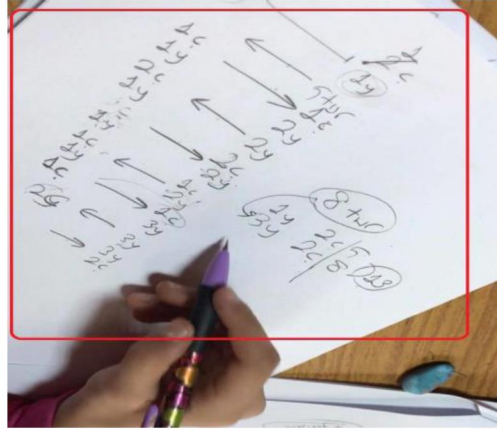
Önce 2 çocuk gider (1. Tur.) 1 çocuk geri döner (2. Tur). Kıyıda bekleyen 1 yetişkin 1 çocuktan....(biraz düşündü) 1 yetişkin karşıya geçer(3.Tur). Karşıdaki 1 çocuk



tekneyi geri getirir (4. Tur). Ve 2 çocuk karşıya geçer (5. Tur).

- 3 yetişkin 2 çocuk için, karşıya geçen gruba 2 yetişkin daha ekledi ve tur sayısının aşağıdaki gibi hem oklarla görselleştirerek, hem de sözel olarak ifade etti.

Şekil 25: İÖ2'nin 4. Probleme İlişkin Çözümü(Bilgileri Düzenleme)

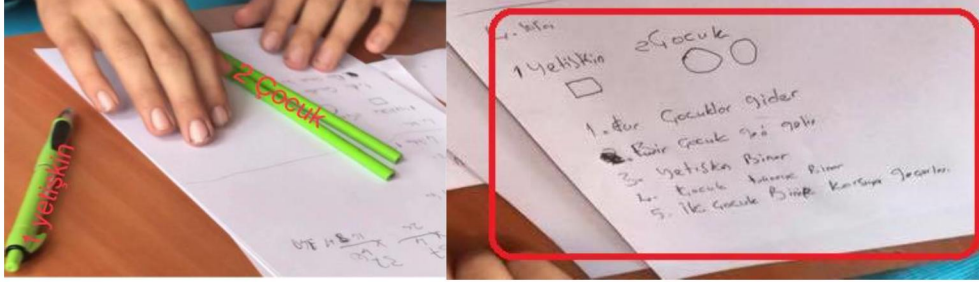


Karşıdaki 2 çocuk tekneyi geri getirir. Kıyıdaki 1 yetişkin karşıya geçer. Şimdi 2 yetişkin karşıda ve kıyıda da 1 yetişkin 2 çocuk var. Tekne kıyıya geri gelecek, geri yetişkin getirebilir... (biraz düşündü) yetişkinin geri gelmesi mantıksız olur. O halde başta tekneyi 1 çocuk getirir.(1. Tur). 1 yetişkin karşıya geçer(2. Tur). Tekneyi karşıda kalan 1 çocuk o geri getirir (3. tur). Kıyıdaki 1 yetişkin 2 çocuktan, 1 yetişkin karşıya geçer. Karşıda tekneyi geri getirecek çocuk yok. O zaman 1 yetişkin değil de 1 çocuk karşıya geçer. Tekneyi geri götürdüğüm çocuk getirir... (biraz düşündü). 1 çocuğu karşıya geçirmek hiçbir işime yaramadı. O halde 2 çocuk karşıya geçsin(4. Tur) 1 çocuk kıyıdaki yetişkin için tekneyi geri getirir (5. Tur). 1 yetişkin karşıya geçer (6. Tur) . Karşıdaki 1 çocuk tekneyi kıyıda bekleyen diğer çocuk için geri getirir (7. Tur). Son olarak 2 çocuk karşıya geçer (8. Tur).

İÖ2, 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan 5 tura, gruba eklenen 2 yetişkin için yapılan 8 tur sayısını ($5+8=13$) ekleyerek 3 yetişkin 2 çocuk için tur sayısını ifade etmiştir.

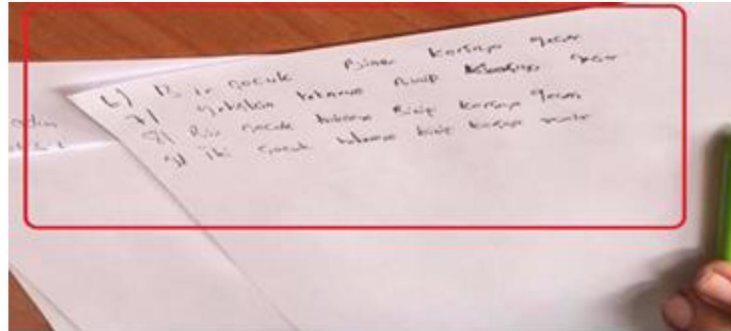
İÖ3: 1 yetişkin 2 çocuktan oluşan grubun kaç tur yapacağını somutlaştırarak kalemlerle gösterip sözel olarak ifade etti.

Şekil 26: İÖ3'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)



Yukarıdaki Şekil 22'de görüldüğü gibi 1 yetişkin 2 çocuktan oluşan grubun karşıya geçmesi için, gidiş-geliş tur sayısını toplam 5 olarak buldu. Daha sonra 3 yetişkin 2 çocuktan oluşan grubun tur sayısını bulmak için, karşıya geçen gruba 2 yetişkin eklemesi gerektiğini ifade etti. Eklenen 2 yetişkinin karşıya geçirirken zorlandığı için gruba 1 yetişkin eklendiğinde kaç tur yapılacağını buldu ve bu durumu kalemlerle somutlaştırarak aşağıdaki gibi sözel ifadelerle yazdı.

Şekil 27: İÖ3'ün 4. Probleme İlişkin Çözümü (Bilgileri Düzenleme)



Bulduğu sonuçları aşağıdaki gibi ifade etti

$1 \text{ yetişkin } 2 \text{ çocuk} = 5 \text{ tur}$
 $2 \text{ yetişkin } 2 \text{ çocuk} = 9 \text{ tur}$
 $3 \text{ yetişkin } 2 \text{ çocuk} = 9 + 4 = 13 \text{ olur.}$

gruba 1 yetişkin eklendiğinde tur sayısına 4 tur eklenir.

IÖ4: 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını oklarla göstererek 5 tur buldu. 3 yetişkin 2 çocuktan oluşan grubun tur sayısını bulmak için baştaki gruba 1 yetişkin daha ekledi ve eklenen 1 yetişkinin karşıya 4 turda geçeceğini ifade etti. 2 yetişkin 2 çocuk için $5+4=9$ tur sayısını buldu. Gruba eklenen her yetişkin için 4 tur ekleneceğinden, 3 yetişkin 2 çocuk için $9+4=13$ tur sayısını ifade etti.

Örüntüyü Tahmin Etme Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen: Başlangıçtaki 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan 5 tur sayısına eklenen yetişkin sayısının 4 katı kadar tur ekleyerek; 5 yetişkin 2 çocuk için $5+4.4=21$, 8 yetişkin 2 çocuk için $5+4.7=33$ tur olarak ifade edebilmiştir. Başlangıçtaki 5 tura, gruba eklenen her yetişkin için 4 tur eklendiğini ifade etmiştir.

IÖ1: Gruptaki 1 yetişkinin karşıya geçmesi için 4 tur yapılacağını ifade etmiştir. Başta bulunduğu 2 çocuk 1 yetişkin için bulunduğu 5 tur sayısını 1 yetişkin için 4 tur ve 2 çocuk için de 1 tur olarak $5=4+1$ olarak ifade etmiştir. Aynı şekilde 3 yetişkin 2 çocuk için de $3.4+1=12+1=13$, 5 yetişkin ve 2 çocuk için $5.4+1=20+1=21$ ve 8 yetişkin ve 2 çocuk için $8.4+1=32+1=33$ olarak ifade etmiştir.

IÖ2: Başlangıçta sadece 1 yetişkin için kaç tur yapılır sorusuna cevap veremedi. Biraz düşündü ve gruba eklenen 2 yetişkin için 8 tur eklenirse, 1 yetişkin için 4 tur eklenir cevabını verdi. 1 yetişkini karşıya geçirmek için çocuklar 4 tur çalışacak ve son olarak da çocuklar 1 tur da karşıya geçecekler şeklinde ifade etti. Yani her çocuk için 4 tur, 2 çocuk için +1 tur yapılacağını ifade etti. 5 yetişkin 2 çocuk için $5.4+1=20+1=21$ ve 8 yetişkin 2 çocuk için $8.4+1=33$ şeklinde ifade etti.

IÖ3: Gruba eklenen 1 yetişkin için 4 tur yapılacağını ifade etti. Gruptaki 2 çocuğun da +1 tur yaptığını belirtti. 5 yetişkin 2 çocuk için $5.4+1=20+1=21$ ve 8 yetişkin 2 çocuk için $8.4+1=33$ şeklinde ifade etti.

IÖ4: Gruptaki kişilerin karşıya geçmesi için, her yetişkin için 4 tur ve 2 çocuk için 1 tur yapıldığını belirtti. 5 yetişkin 2 çocuk için $5.4+1=20+1=21$ ve 8 yetişkin 2 çocuk için $8.4+1=33$ şeklinde ifade etti.

Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen, problemde eklenen her yetişkin için yapılan tur sayısı (4) ve baştaki 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısının (5) tekrarlandığını ifade etmiştir. İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 problemde her yetişkin için yapılan tur sayısı (4) ve 2 çocuk için yapılan tur sayısının (1) değişmediğini ve problemde sabit olduğunu ifade ettiler.

Kural Tanımlama Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen kuralı n kadar yetişkin için; 1 yetişkin 2 çocuk durumuna $n-1$ tane yetişkin eklendiğinden ve eklenen her yetişkin için 4 tur yapıldığından kuralı $5+4.(n-1)$ olarak ifade etmiştir. İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 herhangi sayıdaki yetişkin (n) ve 2 çocuk nehri geçmesi için $(4.n + 1)$ tur yapacağını bulmuşlardır. 4, her bir yetişkin içi yapılan tur sayısı, 1'in de 2 çocuk için yapılan tur sayısı olduğunu ifade etti.

Farklı Gösterimler Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen bulduğu kuralı A sayıda yetişkin için de $5+4.(A-1)$ olarak ifade etmiştir. İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 A sayıda yetişkin ve 2 çocuk için kuralı $4.A+1$ olarak ifade ettiler.

Değişimi Tanımlama Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen tur sayısı, yetişkin sayısının 1 eksiğinin 4 katının 5 fazlası olarak değişim göstermektedir. İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 tur sayısı yetişkin sayısının 4 katının 1 fazlası olarak değişim göstermektedir.

Kuralı Doğrulama Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen ve öğrencileri, yetişkin sayısına bağlı olarak oluşturdukları kuralın, 1 yetişkin, 2 yetişkin ve 3 yetişkin için sağlayıp sağlamadığı kural da yerine koyarak sağlamışlardır.

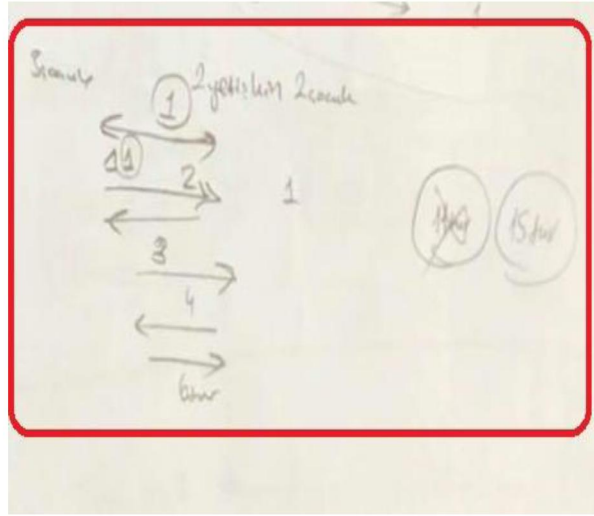
4.Problemin e Şikkına İlişkin İlgin öğretmen ve Öğrencilerinin Bulguları

Bilgileri Düzenleme Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen, 2 yetişkin 2 çocuk için kaç tur yapıldığını bildiğimizi (9 tur), bu gruba 3 çocuk eklersek, 2 yetişkin 5 çocuk için tur sayısını bulabileceğimizi ifade etti. 2 yetişkin 2 çocuk grubuna eklenen 3 çocuğun karşıya geçme durumunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Karşıya geçen gruptan 1 çocuk tekneyi geri getirir (1. Tur) kıyıda 4 çocuk olur ve 2 çocuk karşıya geçer (2. Tur). 1 çocuk geri döner (3. Tur). Kıyıda 3 çocuktan 2 si karşıya geçer (4. Tur) 1 çocuk geri döner (5. Tur). Son olarak kıyıdaki 2 çocuk karşıya geçer (6. Tur) 2 yetişkin 5 çocuk için yapılan tur sayısı, 2 yetişkin 2 çocuk grubunun yaptığı tur sayısına (9) 6 tur sayısını eklersek $9+6=15$ olur.

Şekil 28: İlgin Öğretmenin 4. Problemin e Şikkına İlişkin Çözümü



8 yetişkin 3 çocuk grubunun yaptığı tur sayısını bulmak için 8 yetişkin 2 çocuk grubuna 1 çocuk eklemesi gerektiğini ifade etti ve eklenen 1 çocuk içinde fazladan 2 tur yapılacağını oklarla göstererek ifade etmiştir. 8 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını, daha önce ifade ettiği kuralda yerine yazıp $(8-1).4+5=28+5=33$ olarak ifade etti. Eklenen 1 çocuk için yapılan 2 tur sayısı ile de 33 ü toplayıp 35 olarak ifade etmiştir.

IÖ1, IÖ2, IÖ3 ve IÖ4, 2 çocuğun karşıya geçmesi için 1 tur yapılması gerektiğini başta ifade etmişti. Çocuk sayısı değişince kuraldaki 1 sayısının değişeceğini ifade ettiler. 3 çocuğun nehri geçmesi için yapılan tur sayısını çizerek 3 olarak ifade etmişlerdir. Aynı şekilde 5 çocuğun nehri geçmesi için, yapılan tur sayısını oklarla çizerek göstermişlerdir. Daha sonra

2 çocuk için =1

3 çocuk için=3

5 çocuk için=7 tur yapılacağı şeklinde ifade etmişlerdir.

Örüntüyü Tahmin Etme Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen, gruba eklenen her çocuk için, başlangıçtaki gruba 2 tur sayısının eklenmesi gerektiğini ifade etmiştir. 1 çocuk eklediğimizde 2 tur, 3 çocuk eklediğimizde 6 tur bulunduğunu ifade etti. Dolayısı ile 11 çocuk içinde, $11 \cdot 2 = 22$ tur ekleme yapılacağını ve herhangi sayıda yetişkin ve 11 çocuk için kuralının $4 \cdot (n-1) + 5 + 22$ den $4 \cdot (n-1) + 27$ olacağını ifade etti.

İlgın öğretmenin bulduğu 11 çocuk için 22 tur eklenir cevabı yanlış bir cevaptır. Başlangıçtaki grubunun içindeki 2 çocuk olduğunu göz ardı etmiştir. 11 çocuk için gruba 9 çocuk eklemesi gerekirdi, dolayısı ile başlangıçta bulunduğu kurala $9 \cdot 2 = 18$ tur eklemesi gerekirdi ve 11 çocuk kuralı $4 \cdot (n-1) + 5 + 18 = 4 \cdot (n-1) + 23$ olurdu.

IÖ1, IÖ2, IÖ3 ve IÖ4 çocuk sayısının arttıkça çocuklar için yapılan tur sayısının 2'şer 2'şer arttığını ifade etmişlerdir. Ve çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak oluşan tur sayılarının bir örüntü oluşturduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerden IÖ1 11 çocuk için yapılan tur sayısını ifade edemedi. IÖ2 11 çocuk için yapılan tur sayısını, 5 çocuk için yapılan tur sayısının (7 tur) üzerine 2 şer 2 şer ekleyerek 19 olarak ifade etmiştir. IÖ3 ve IÖ4 çocuk sayısı ve tur sayısı arasındaki ilişkiye bakıp kural tanımlayıp, kuralda 11 çocuğu yerine yazmıştır.

Örüntü İçin Tekrarlanan Bilgiyi Bulma Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen gruba eklenen her çocuk için tur sayısına 2 tur ekleme yapılacağını ifade etmiştir. İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak, tur sayısının 2 şer 2 şer yığılma gösterdiğini ifade etmişlerdir.

Kural Tanımlama Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen kuralı, herhangi sayıda yetişkin ve 2 çocuk sayısının sabit olduğu durumda bulunduğu $4.(n-1)+5$ kuralına, çocuk sayısının ($\ç$) 2 katını ekleyerek, kuralı $4.(n-1)+5+2.\ç$ olarak ifade etmiştir. İlgın öğretmen kuralı ifade ederken, kurala çocuk sayısının 2 eksiğinin 2 katını eklemesi gerekirdi. Başlangıçtaki gruba $\ç-2$ kadar çocuk eklendiğini göz ardı etmiştir. İlgın öğretmen çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak kuralı yanlış ifade etmiştir. Kuralı bulma zihninin cebirsel alışkanlığında hata yapmasının sebebi, bilgileri düzenleme zihninin cebirsel alışkanlığında problemde verilen bilgileri öğrencilerine göre biraz daha karmaşık ifade etmesi ve problemin çözümünü aşama aşama yapmamasından olabilir. Ayrıca bilgileri düzenleme zihninin cebirsel alışkanlığındaki öğretmenin karmaşık olarak bilgileri düzenlemesi, örüntüyü tahmin etme zihninin cebirsel alışkanlığında öğretmenin 11 çocuk için yapılan tur sayısını yanlış bulmasına sebep olmuştur. Problemi aşama aşama çözmediği için 11 çocuk için verdiği 22 tur cevabında başlangıçtaki 2 çocuğu göz ardı etmiştir. İlgın öğretmenin hatası dikkatsizlikten kaynaklı olabilir. Dolayısı ile 11 çocuk tur sayısını yanlış bulması çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak kuralı da yanlış tanımlamasına sebep olmuştur.

İÖ1 çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak bir kuralı yazamamıştır. İÖ1 in ifadesi aşağıdaki gibidir:

Örüntüdeki gibi 2'şer 2'şer artıyor. Çocuk sayısı ile kaç çarpıp ekleyeceğim bilmiyorum. Kural için bir fikrim yok

İÖ1 örüntünün farkında, ancak örüntüde kural bulmadaki bilgilerini bu problemi çözerken kullanamamıştır.

IÖ2 örüntülerin kuralını tanımlar gibi kuralı tanımladı ve bu durumu aşağıdaki gibi ifade etti.

Çocuk sayısını örüntüdeki adım sayısı gibi düşünebiliriz. 2 çocukla başladığımız için, örüntü 2. Adım sayısı ile başlayıp 2'şer 2'şer artıyor. O halde adım sayısı (çocuk sayısı)(n) ile artış miktarını(2) çarpıp (2.n), 2. Adımdaki tur sayısına (1) ulaşmak için $2.2=4$ den 3 çıkarmamız gerekir. O halde kural $2.n-3$ olur.

IÖ2 çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak tur sayısı kuralını, örüntünün kural bulma stratejilerinden aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanarak bulmuştur.

IÖ3 ve IÖ4 sayısı ve tur sayısı arasındaki ilişkiye bakarak ,

$$2 \text{ çocuk için } 2.2=4-3=1$$

$$3 \text{ çocuk için } 3.2=6-3=3$$

$$3 \text{ çocuk için } 4.2=8-3=5 \text{ olduğundan kuralı da çocuk sayısının (ç) 2 katının 3 eksiği olacak şekilde } 2.ç-3 \text{ olarak tanımlamışlardır.}$$

IÖ3 ve IÖ4 çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak tur sayısı kuralını örüntünün kuralını bulma stratejilerinden adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisi kullanarak bulmuşlardır.

İlgın öğretmenin öğrencileri IÖ2, IÖ3 ve IÖ4 çocuk sayısı değişkenine bağlı tur sayısı için doğru bir şekilde kural tanımlamışlardır. Öğrenciler bilgileri düzenleme zihninin cebirsel alışkanlığında problemde verilen bilgileri aşama aşama yazıp, örüntüyü tahmin etme zihninin cebirsel alışkanlığında 11 çocuk için yapılan tur sayısını doğru bir şekilde ifade edip ve çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak yapılan tur sayısındaki örüntüyü keşfederek kuralı doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Öğrencilerin aşama aşama problemi çözmesi, problem çözümünde yapabilecekleri dikkatsizlik hatalarını da aza indirebileceği söylenebilir.

Farklı Gösterimler Alt Bileşeni

İlgın öğretmen ve öğrencileri çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak oluşan tur sayısı kuralı farklı bir şekilde ifade etmemişlerdir.

Değişimi Tanımlama Alt Bileşeni:

İlgın öğretmen değişimi eklenen çocuk sayısının 2 katı olarak tanımlamıştır. İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 tur sayının, çocuk sayısının 2 katının 3 eksiği olarak değiştiğini ifade etti. Ancak İÖ1 kuralı tanımlayamadığı gibi değişimi de tanımlayamamışlardır.

Kural Doğrulama Alt Bileşeni:

İlgın öğretmenin çözümünde bulduğu kuralı doğrulama becerisi ile ilgili bir bulgu saptanmamıştır. İÖ2, İÖ3 ve İÖ4 buldukları kuralın 2 çocuk, 3 çocuk ve 5 çocuk için doğruluğunu ifade etmişlerdir. İÖ1 kuralı ifade edemediği için kuralı doğrulama becerisi ile ilgili herhangi bir bulguya rastlanmamıştır.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine yansımaları yedinci sınıf öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlık süreçlerinin incelenmesi yoluyla amaçlanmıştır. Öğretmenler ve öğrencilerinin alışkanlıkları Driscoll'un (1999 ve 2001) zihnin cebirsel alışkanlıkları çerçevesi temel alınarak incelenmiştir. Bu çerçeveye yapma-tersini yapma, fonksiyonların kuralını oluşturma ve işlemlerden soyutlama gibi 3 alt bileşene sahiptir. Öğretmenler ve öğrencilere, bu alt bileşenlerden baskın olarak fonksiyonların kuralını oluşturma ile ilgili olan 4'er adet açık uçlu problemler sorulmuştur. Alışkanlıkları incelemek için onlarla klinik mülakatlar yapılmıştır. Öğretmen ve öğrencilerin problemi çözerken yaptığı açıklamaların, işlemlerin hangi alışkanlık türü ya da türlerine ait olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilere sorulan problemler 5. Sınıf, 6. Sınıf ve 7. Sınıf kazanımlarına dikkat edilerek hazırlanmıştır.

Sonuç ve Tartışma

Öğretmenlerin ve öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıkları ile ilgili elde edilen sonuçlar şunlardır:

Eda öğretmen 1. problemi çözerken, bilgileri düzenleme, örüntüyü tahmin etme, kural tanımlama, değişimi tanımlama ve kural doğrulama cebirsel alışkanlıklarını kullandığı ancak örüntü için tekrarlanan bilgiyi bulma ve farklı gösterimler cebirsel alışkanlığı ile ilgili bir bulgu saptanmamıştır. Eda öğretmenin öğrencileri de

öğretmenleri gibi aynı alışkanlıkları kullanmışlardır. Ayrıca öğrencilerde öğretmeni gibi örüntü için tekrarlanan bilgiyi bulma ve farklı gösterimler cebirsel alışkanlığı ile ilgili bir bulgu saptanmamıştır. Eda öğretmen ve 2 öğrencisi örüntüde yakın adımdaki terimi bulurken önce kuralı ifade edip, sonra kuralda istenilen adımı yerine yazmıştır. Diğer iki öğrenci ise yakın adımdaki terimi bulmak için örüntüdeki fark sayısını istenilen adıma kadar ekleyerek buldukları saptanmıştır. Eda öğretmen ve 3 öğrencisi kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanırken, 1 öğrencisi aralık sayma stratejisi ile kural bulmuştur.

İlgın öğretmen 1. problemi çözerken, bilgileri düzenleme, örüntüyü tahmin etme, kural tanımlama ve kural doğrulama cebirsel alışkanlıklarını kullandığı ancak örüntü için tekrarlanan bilgiyi bulma, farklı gösterimler ve değişimi tanımlama cebirsel alışkanlığı ile ilgili bir bulgu saptanmamıştır. İlgın öğretmenin öğrencileri de öğretmeni ile aynı cebirsel alışkanlıkları göstermişlerdir. İlgın öğretmen ve 2 öğrencisi örüntüde yakın adımdaki terimi bulurken önce kuralı ifade edip, sonra kuralda istenilen adımı yerine yazmıştır. Diğer iki öğrenci ise yakın adımdaki terimi bulmak için örüntüdeki fark sayısını istenilen adıma kadar ekleyerek buldukları saptanmıştır. İlgın öğretmen ve 2 öğrencisi kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanırken, 1 öğrencisi adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisi ile kural bulmuştur. 1. Öğrencisi de kuralı ifade edememiştir.

Eda öğretmen ve İlgın öğretmen 2. problemi çözerken, bilgileri düzenleme, örüntüyü tahmin etme, örüntü için tekrarlanan bilgiyi bulma, kural tanımlama, değişimi tanımlama ve kural doğrulama cebirsel alışkanlıklarını kullandıkları ancak farklı temsiller cebirsel alışkanlığı ile ilgili bir bulgu saptanmamıştır. Öğretmenlerin öğrencileri de aynı alışkanlıkları kullanmışlardır. Eda öğretmen ve iki öğrencisi şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirip kuralı bulmuştur. Eda öğretmen ve 1 öğrencisi kuralı bulurken aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanmışlardır. Diğer öğrenci ise aralık sayma stratejisini kullanarak kural bulmuştur. İlgın öğretmen problemi daha çok görselleştirerek kural bulmuştur. Ayrıca İlgın öğretmen örüntüde istenilen adımları (6.10. 38 ve 100. Adımlar) sayısal olarak ifade edip, cebirsel zihin

alışkanlıklarından işlemlerden soyutlama alt bileşenini kullanarak n. adım için de aynı işlemleri yapmıştır. Ilgın öğretmenin iki öğrencisi kural öğretmeni gibi ifade etmiştir. Ancak diğer iki öğrencisi problemi sayı örüntüsüne çevirip, aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanarak kural bulmuşlardır.

Eda öğretmen ve Ilgın öğretmen 3. problemi çözerken, bilgileri düzenleme, örüntüyü tahmin etme, örüntü için tekrarlanan bilgiyi bulma, farklı temsiller kural tanımlama, değişimi tanımlama ve kural doğrulama cebirsel alışkanlıklarını kullandıkları saptanmıştır. Öğretmenlerin öğrencileri de problemi çözerken farklı temsiller cebirsel alışkanlığı hariç aynı zihinsel alışkanlıkları kullanmışlardır. Eda öğretmen ve 2 öğrencisi örüntüde yakın adımdaki terimi bulurken önce kuralı ifade edip, sonra kuralda istenilen adımı yerine yazmıştır. Diğer iki öğrenci ise yakın adımdaki terimi bulmak için örüntüdeki fark sayısını istenilen adıma kadar ekleyerek buldukları saptanmıştır. Eda öğretmen ve 2 öğrencisi kuralı tanımlama cebirsel alışkanlığında aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanırken, 1 öğrencisi aralık sayma stratejisi ve 1 öğrencisi de adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanmışlardır. Ayrıca kuralı aralık sayma stratejisi ile ifade eden öğrenci değişimi de farklı tanımlamıştır. Ilgın öğretmen örüntüde yakın adımdaki terimi bulurken önce kuralı ifade edip, sonra kuralda istenilen adımı yerine yazmıştır. Ancak öğrencilerinin yakın adımdaki terimi bulmak için örüntüdeki fark sayısını istenilen adıma kadar ekleyerek buldukları saptanmıştır. Ilgın öğretmen ve 3 öğrencisi kural bulurken şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirip, kuralı aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanarak bulmuşlardır. 1 öğrencisinin ise şekil örüntüsü üzerinden kuralı ifade ettiği saptanmıştır. Ayrıca kuralı şekil örüntüsü üzerinden ifade eden öğrenci örüntüdeki değişimi öğretmen ve 3 arkadaşından farklı olarak tanımlamıştır.

Eda öğretmen ve öğrencileri 4. problemi çözerken cebirsel zihin alışkanlıklarının hepsini kullanmışlardır. Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi basitleştirerek, 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını bularak problem çözümüne başladıkları saptanmıştır. 1 yetişkin için ifade ettikleri tur sayısına 3 yetişkini bulmak için eklemeler yaptıkları gözlenmiştir. Öğretmen ve öğrencilerin çözüme 1 yetişkin ve 2

çocuk ile başlayıp, 2 yetişkin ve 3 yetişkin için kaç tur yapılacağını bulmaları, öğretmenlerin ve öğrencilerin problemdeki örüntüyü daha kolay keşfetmelerini sağladığı söylenebilir. Böylelikle problemdeki örüntüyü ortaya çıkaran Eda öğretmen ve öğrencileri, örüntünün kuralını tanımlayıp, doğruluğunu kanıtlamışlardır.

4. problemde e şikkında çocuk sayısı değiştiği durumdaki kuralı ifade ederken Eda öğretmen ve öğrencileri, önce çocuk sayısı değiştiği için kuraldaki +1 in değişeceğini ifade etmişlerdir. Eda öğretmen ve öğrencileri 2 çocuk, 3 çocuk ve 5 çocuk için yapılan tur sayıları ile çocuk sayısı arasında bir örüntü olduğunu keşfetmiştir ve örüntünün 2 şer 2 şer arttığını ifade etmiştir. Eda Öğretmen ve iki öğrencisi EÖ3 ve EÖ4 11 çocuk için yapılan tur sayısını bulmak için önce çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak kural tanımlayıp 11 çocuk sayısını kurada yerine yazmışlardır. Diğer iki öğrencisi EÖ1 ve EÖ2 11 çocuk için yapılan tur sayısını, kural tanımlamadan, 5 çocuk için yapılan tur sayısına 2'şer 2'şer ekleyerek bulmuşlardır. Bu iki öğrenci çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak kural ifade edemedikleri saptanmıştır. Eda öğretmenin kuralı ifade edemeyen iki öğrencisinde (EÖ1 ve EÖ2) zihnin cebirsel alışkanlıklarının değişimi ifade etme ve kuralı doğrulama alt bileşenlerine ilişkin herhangi bir bulgu saptanmamıştır. Ancak kuralı doğru bir şekilde tanımlayabilen Eda öğretmen, EÖ3 ve EÖ4 zihnin cebirsel alışkanlıklarının değişimi tanımlama ve kuralı doğrulama alt bileşenlerine ilişkin alışkanlıkları saptanmıştır. Buldukları kural doğrultusunda değişimi tanımlamışlar ve kuralda 2 çocuk, 3 çocuk ve 5 çocuk sayılarını kuralda yerine koyarak kuralın doğruluğunu kanıtlamıştır. Bu durum çalışmasındaki katılımcılar üzerinde zihnin cebirsel alışkanlıklarının kural tanımlama alt bileşenini başarılı bir şekilde ifade ettiklerinde, değişimi tanımlama ve kural doğrulama alt bileşenlerini de başarılı bir şekilde yerine getirerek istenilen problemi rahatlıkla çözebildikleri saptandı. Ayrıca Eda öğretmen ve öğrencilerinin problemi çözümünde zihnin cebirsel alışkanlıklarının farklı temsiller alt bileşenine ait bir bulguya saptanmamıştır.

İlgın öğretmen ve 4 öğrencisi (İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4) 4. problemi çözerken zihnin cebirsel alışkanlıklarının bütün bileşenleri kullanmışlardır. İlgın öğretmen ve öğrencileri problemin çözümünde 1 yetişkin 2 çocuk için yapılan tur sayısını

öncelikle oklarla göstererek ifade ettikleri ve 3 yetişkin için yapılan tur sayısını bulmak için ilk gruba eklemeler yaptıkları saptanmıştır. Başta 1 yetişkin için tur sayısını ifade edemeyen İÖ3 kalem kullanarak problemi somutlaştırdı ve 1 yetişkin ve 2 çocuk için yapılan tur sayısını rahatlıkla ifade etti. Tanışlı (2017), çalışmasında öğrencilerin problemi önce somut malzeme kullanarak modellemesi durumunda, problemde ortaya çıkan örüntüyü ortaya çıkarabilir ve bir kuralı öngörebileceğini ifade etmiştir. Bu bağlamda rutin olmayan cebir problemlerinin somutlaştırılarak derslerde çözülmesi öğrencilerin problemdeki örüntüyü keşfetmelerini kolaylaştırabilir. Böylelikle örüntüyü keşfeden Ilgın öğretmen ve öğrencileri problemdeki örüntünün kuralını rahatlıkla ifade edebildikleri ve problemle ilgili genellemeye ulaştıkları saptanmıştır. Eroğlu ve Tanışlı (2017) ifade ettiği gibi öğretmenler ve öğrenciler bir yetişkin için genellemeye ulaşp, herhangi sayıdaki yetişkin ve iki çocuk için kuralı tanımlayıp doğruluğunu kanıtlamışlardır.

4. problemde gruptaki çocuk sayısı değiştiği durumdaki kuralı ifade ederken, Ilgın öğretmen 3 çocuk ve 5 çocuk için yapılan tur sayılarını doğru ifade etmesine rağmen 11 çocuk için yapılan tur sayısını yanlış ifade etmiştir ve çocuk sayısı değişkenine bağlı kural da bulamamıştır. Ilgın öğretmen çocuk sayısı değiştiği durumda problemi çözerken, bilgileri düzenleyerek problemdeki örüntüyü ortaya çıkarmış, örüntünün belli bir kuralı tahmin etmiş ve kuralı eklenen her çocuk için 2 tur yapılır şeklinde aritmetik olarak ifade etmiştir. Ancak cebirsel olarak kuralı yanlış ifade etmiştir. Zihnin cebirsel alışkanlıklarının kuralı tanımlama alt bileşenini başarıyla yerine getiremediği için değişimi tanımlama ve kuralı doğrulama alt bileşenlerini de başarıyla yerine getirememiştir.

Ilgın öğretmenin öğrencileri (İÖ1, İÖ2, İÖ3 ve İÖ4) çocuk sayısı değiştiğinde, 2 çocuk herhangi sayıda yetişkin için ifade edilen kuraldaki +1 sayısının değişeceğini ifade ettiler ve 3 çocuk ve 5 çocuk için kaç tur yapılacağını zihnin cebirsel alışkanlıklarının bilgileri düzenleme alt bileşeni kapsamında oklarla gösterip, tur sayılarını ifade etmişlerdir. Ve çocuk sayısı ile tur sayısı arasındaki örüntüyü keşfedip çocuk sayısı arttıkça tur sayısının 2'şer 2'şer arttığını ifade etmişlerdir. Öğrencilerden İÖ1 çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak oluşan örüntüyü tahmin

etmesine rağmen 11 çocuk için yapılan tur sayısını ifade edemediği saptanmıştır. Aynı şekilde çocuk sayısı değişkenine bağlı kural oluşturamamıştır. Öğrencilerden İÖ2 11 çocuk için yapılan tur sayısını kural tanımlamadan, 5 çocuk için yapılan tur sayısına 2'şer 2'şer ekleyerek bulmuştur. İÖ3 ve İÖ4 11 çocuk için yapılan tur sayısını bulmak için önce çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak kural tanımlayıp 11 çocuk sayısını kuralda yerine yazmışlardır. Çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak öğrenciler kuralı sayı örüntüsünün kuralı bulur gibi bulmuşlardır. İÖ2, kuralı tanımlarken örüntü genelleme stratejilerinden aradaki sabit farkı kat alma stratejisini, İÖ3 ve İÖ4 adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiye bakma stratejisini kullanmışlardır.

Durum çalışmasına katılan katılımcılar üzerinde genel olarak aşağıdaki sonuçlara ulaşılabilir.

- Öğretmenler cebir problemlerini çözerken zihnin fonksiyonların kuralını oluşturma cebirsel alışkanlığının birçok özelliğini yetkin bir şekilde kullanabilmişlerdir. Öğretmenlere ait bulgular Magiera, Kieboom, Moyer'in (2013) sonuçları ile benzeşmektedir. Öğretmenlerin genel olarak 1.,2. ve 3. problemlerin çözümlerinde farklı temsiller özelliğine ilişkin alışkanlık göstermemişlerdir. Bunun sebebi de öğretmenlerin ilk 3 adımı verilen lineer şekil örüntü problemlerini çözerken sayısal yaklaşımı benimsemiş olmaları ve verilen şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirip, problemi sayı örüntüsü üzerinden çözmeleri olabilir. Benzer bulgular, Chua ve Hoyles (2010a) öğretmenlerle, Tanışlı ve Köse (2013), Sucuoğlu (2015) öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdiği araştırmalar ile örtüşmektedir. Eda öğretmen 3. problemi çözerken, şekil örüntüsü üzerinden de kural tanımlamıştır. Ancak derslerinde şekil örüntüsü problemlerini çözerken sayısal yaklaşımı benimsediğini ifade etmiştir. Bunun sebebi olarak da sayı örüntüsü üzerinden problemi çözmenin derslerde daha çok soru çözmek için hem zaman kazandırdığını hem de kolaylık olduğunu belirtmiştir. Ayrıca şekil örüntü problemlerini sayı örüntüsüne çevirip çözmenin kendisi için alışkanlık olduğunu ifade etti. Öğretmenler örüntülerdeki yakın adımdaki terim sayısını bulurken, sayı örüntüsüne çevirdikleri örüntünün önce kuralını tanımlayıp

yakın adımı kuralda yerine yazmışlardır. Genel olarak örüntünün kuralını tanımlarken aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullanmışlardır. Rivera ve Becker (2003), Tanışlı ve Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2011)'nin öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmalarda örüntünün kuralını bulurken bu stratejiyi benimsedikleri tespit edilmiştir. Sayı örüntülerinin kuralı bulma sürecinde birçok araştırmada karşılaşılan aradaki sabit farkı kat alma stratejisi ile çözüm yapmak doğal bir eğilimdir (Lannin,2004). Dolayısıyla bu tez araştırmasında öğretmen ve öğrenciler de bu eğilimi göstermiştir.

- Öğretmenler 4. Problemin çözümünde, zihnin fonksiyonların kuralını oluşturma cebirsel alışkanlığının bilgileri düzenleme, örüntüyü tahmin etme ve örüntüde tekrarlanan bilgiyi bulma özelliklerini yerine getirmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Bunun sebebi öğretmenlerin rutin olmayan cebir problemleri ile çok karşılaşmamış olmaları ve derslerinde bu problemleri kullanmamaları olabilir. Bu 3 özellik cebirsel düşünmenin **örüntü arama, örüntü tanıma** yönü ile ilişkilidir. Öğretmenler rutin olmayan cebir problemini çözerken önce problemi basitleştirerek, problemdeki örüntüyü ortaya çıkarıp (1 yetişkin için 4 tur gidiş-geliş) sonra kuralı cebirsel ve sözel olarak tanımlayıp, kuralın doğruluğunu kanıtlamışlardır. İlgin öğretmenin 4. Problemde çocuk sayısı değişkenine bağlı kuralı yanlış ifade etmesi, ilk üç zihnin cebirsel alışkanlığını aşama aşama yerine yetirmemesinden kaynaklı olabilir. Verilen bilgileri aşamalı olarak düzenleyip yazamaması diğer zihnin cebirsel alışkanlıklarında (örüntüyü tahmin etme, kuralı tanımlama) dikkatsizlik hataları yapmasına sebep olmuştur. Öğretmenin öğrencileri problemdeki çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak verilen bilgileri aşama aşama düzenleyip ifade etmeleri çocuk sayısı değişkenine bağlı olarak tur sayısının kuralını doğru bir şekilde yazmalarını sağlamıştır. Rutin olan ilk üç cebir problemde öğretmenlerin ve öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerini aşamalı yerine yetirip problemi çözmüşlerdir. Bu problemlerin doğası gereği aşamalı çözüme uygun olduğu söylenebilir. Ancak 4. problem doğası gereği zihnin cebirsel alışkanlıklarını aşamalı olarak yerine getirmeye uygun

olmadığı söylenebilir. Bu bağlamda öğretmenlerin ve öğrencilerinin rutin olmayan problem çözümlerinde zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerinin birini yanlış yapmaları diğer zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerini yanlış yerine getirmesine sebep olur.

- Öğrencilerden elde edilen bulgulara bakıldığında, genel olarak öğrenciler öğretmenleri ile aynı zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerini göstermişlerdir. Öğrencilerde öğretmenleri gibi 1., 2. ve 3. problemi çözerken şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirip sayısal yaklaşımla problemi çözmüşlerdir. Sadece İlgin öğretmenin 1 öğrencisi İÖ4 3. problemi şekil örüntüsü üzerinden görsel yaklaşımla problemi çözmüştür. Öğrenci örüntünün kuralını da görsel yaklaşımla çakışan parçaları çıkararak yapılandırma stratejisini kullanarak ifade etmiştir. Öğretmenlere göre derslerde vakit kaybı olarak görülen örüntülerin kuralını bulmada görsel stratejiler, öğrencilerin örüntüdeki fonksiyonel ilişkiyi keşfetmesinde önemli bir rolü olduğu söylenebilir. Ayrıca görsel yaklaşımla problemleri çözmek, zihnin cebirsel alışkanlıklarının farklı temsiller alt alışkanlığının gelişip olgunlaşmasını sağlayabilir. Öğretmenler yakın adımdaki terim sayısını önce kuralı tanımlayıp, kuralda yerine yazarak bulmuşlardır. Ancak çalışmaya katılan bazı öğrenciler yakın terimi öğretmenleri gibi ifade ederken, bazı öğrenciler yakın adımdaki terim sayısını bulmak için, örüntüdeki yinelemeli ilişkiye dikkat ederek ardışık toplama stratejisi ile yakın adımdaki terim sayısını ifade etmişlerdir. Bunun sebebi, öğrenciler için ardışık toplama stratejisi ile yakın adımdaki terim sayısını bulmanın kolay olması ve yakın adımda kurala ihtiyaç duymamaları olabilir. Uzak adımdaki terim sayısını ifade etmek için öğrencilerin çoğu, ardışık toplama stratejisi ile terim sayısını bulmanın zor olacağını ve bir kural tanımlamaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Kural tanımlarken öğrenciler öğretmenleri gibi sayısal stratejileri kullanmışlardır. Eda öğretmenin 1 öğrencisi (EÖ2) ilk 3 problemlerin çözümünde aralık sayma stratejisi ile kural bulmuştur. Öğrencilerin çoğunluğu zihnin fonksiyonların kuralını oluşturma cebirsel alışkanlığının

kural bulma alt alışkanlığında aradaki sabit farkı kat alma stratejisini kullandıkları tespit edilmiştir. Kural bulmada Eda öğretmen ve Ilgın öğretmenin 1 er öğrencisi sayısal stratejilerden adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi inceleme stratejisini kullanmışlardır. Örüntü problemleri ile ilgili literatür incelediğinde, öğrencilerin daha çok sayısal stratejileri kullanarak kural buldukları saptanmıştır. Bu bağlamda bu çalışma sonuçları örüntülerle ilgili yapılan çalışmalarla örtüşmektedir. Öğrencilerin daha çok sayısal stratejileri kullanarak kural bulmasının nedenlerinden biri, öğretmenlerin derste sayısal stratejileri yaygın olarak kullanmasıdır (Chua ve Hoyles 2010b). Bu bağlamda durum çalışmasına katılan katılımcılar üzerinde, öğretmenlerin zihnin cebirsel alışkanlıklarını derslerinde öğrencilerine yansıttıkları söylenebilir. Korkmaz (2013), öğretmenler ve öğrencileri ile yaptığı çalışmada genel olarak öğretmenlerle öğrencilerin matematiksel zihin alışkanlıklarının aynı olduğunu tespit etmiştir. Öğretmenlerin zihin cebirsel alışkanlıklarının, öğrencilerin karşılaştıkları problemlerde öğrencilerin çözüm yaklaşımlarını etkilediği söylenebilir.

Öneriler

Araştırma sonuçlarına göre zihnin cebirsel alışkanlıklarının desteklenip gelişimine yönelik aşağıda bazı öneriler verilmektedir.

- ❖ Bu araştırmada zihnin cebirsel alışkanlıklarını inceleme sürecinde kural bulma alt alışkanlığına ilişkin kullanılan stratejiler üzerine yoğunlaşılmamıştır. Ancak gelecekte yapılacak zihnin cebirsel alışkanlıkları inceleme çalışmalarında öğrencilerin ve öğretmenlerin kullandıkları kural bulma stratejileri derinlemesine araştırılabilir.

- ❖ Zihnin cebirsel alışkanlıklarının uzun vadede alışkanlık haline getirilmesinin önemi üzerine zihnin cebirsel alışkanlıkları ile ilgili boylamsal çalışmalar yapılabilir.
- ❖ Cebirsel alışkanlıkları incelerken öğrencilerin farklı temsilleri kullanıp kullanamadıklarına dair araştırma konuları belirlenebilir.
- ❖ Zihnin cebirsel alışkanlıklarının önemini, dikkat edilecek noktaları kavratılabilmek ve öğretmenlerin kendi zihin alışkanlıkları konusunda bilinçlendirmek için öğretmenlere hizmetiçi eğitimler verilebilir.
- ❖ Öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının bilgileri düzenleme, örüntüyü tahmin etme, örüntüde tekrarlanan bilgiyi bulma, kural tanımlama, değişimi tanımlama, farklı temsiller ve kuralı doğrulama alt bileşenlerini geliştirme amaçlı öğretmenler derslerinde öğrencilerini yönlendirecek şekilde sorular sorabilir, cebirsel düşünme yollarını geliştirecek problemlere ders içinde yer verebilir. Nitekim Driscoll (1999), öğrencilerin cebirsel düşünme alışkanlıkları kazanmasında, bu alışkanlıkları geliştirmede öğretmenlerin çok önemli bir rol oynadıklarını iddia etmiştir.
- ❖ Öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarını geliştirebilecek çok yönlü etkinlikler öğretimsel araçlarla desteklenerek sınıf içinde uygulanabilir.
- ❖ Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin ve öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları incelenmiştir. İleriki çalışmalarda matematik öğretmenlerinin kendi alışkanlıklarını derslerine nasıl yansıttıkları gerek derste verdikleri örnekler gerekse kullandıkları öğretim yöntemleri açısından da daha detaylı incelenebilir.

- ❖ Bu çalışmada teknolojinin zihnin cebirsel alışkanlıkları üzerine etkisi incelenmemiştir. Ancak yapılacak ileriki çalışmalarda teknolojinin etkisi de araştırılabilir.
- ❖ Derslerde somut materyal kullanımı ile zihnin cebirsel alışkanlıklarının ortaya çıkarılması üzerine çalışmalar yapılabilir.
- ❖ Öğretmenler cebirsel düşüncenin gelişimi için derslerinde örüntü problemlerini görselleştirerek problem çözme etkinlikleri sık sık yer verebilir.
- ❖ Öğretmenler derslerinde öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının gelişimi için örüntü kuralını bulurken, adım sayısı ile terim sayısı arasına bağlı fonksiyonel ilişkiyi keşfetmelerine yönelik ders içi etkinlikler düzenleyebilirler.
- ❖ Öğrencilerin kendi düşünme süreçleri ve alışkanlıkları hakkında düşünmelerini sağlamak için öğretmenler derslerde öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarını tartışabilecekleri tartışma ortamları oluşturabilir.
- ❖ Öğrencilerin zihin alışkanlıklarını ortaya çıkarmak için, sene içinde yapılan sonuç odaklı başarı değerlendirme sınavlarının yanında, süreç odaklı öğrenci düşüncesindeki farklılıkları kabul eden ve çok sayıda üretken cebirsel düşüncüyü tanıyan değerlendirmeler yapılabilir. Yapılan değerlendirme sonuçlarına göre öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının gelişime yönelik ders içi etkinlikler yapılabilir.
- ❖ Öğretmen adaylarının zihnin cebirsel alışkanlıkları ve bu alışkanlıklarının geliştirilmesi ile ilgili araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması. Eğitim ve Bilim, 37 (165), 104-120.
- Altun, M. (2012). İlköğretim 2. Kademedeki (6,7,8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
- Anderson, G. & Arsenault, N. (1998). *Fundamentals of education research*. (2. Baskı). Falmer pres. Pennsylvania, USA.
- Armstrong, B. E. (1995). Teaching patterns, relationships and multiplication as worthwhile mathematical tasks. *Teaching Children Mathematics*, 1, 446-450.
- Bağdat, O. (2013). 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomisi ile İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Becker, J.R. & Rivera, F. (2005). Generalization strategies of beginning high school algebra students. In H.L. Chick & J.L. Vincent (Eds.), *Proceeding of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 121-128. Melbourne: PME.
- Becker, J. R. & Rivera, F. (2006). Sixth graders' figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra (1). In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Saiz & A. Mendez (Eds.), *Proceeding*.
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). Children's mathematics: Cognitively guided instruction. Portsmouth, NH: Heinemann.

- Carpenter, T. P. & Levi, L. (2000). Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in the Primary Grades. Research Report Madison, WI: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Creswell, J.W., 1998, Qualitative Inquiry and research Design: Choosig Among Five Traditions, Sage Publications, London.
- Chua, B. L. & Hoyles, C. (2010a). Generalisation and perceptual agility: How did teachers fare in a quadratic generalising problem? *Research in Mathematics Education*, 12(1), 71- 72.
- Chua, B. L. & Hoyles, C. (2010b). Teacher and student choices of generalising strategies: A tale of two views? *Proceedings of the 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, 2, 24- 31. Tokyo, Japan: EARCOME.
- Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Mark, J. (1996). Habits of minds: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 375-402.
- Çelik,D.(2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Çepni, S., 2005, Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş, 2. Baskı, Üçyol Kültür Merkezi, Trabzon.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180- 185.
- Dindyal, J., 2003, Algebraic Thinking in Geometry at High School Level, Doktora Tezi, Illinois State Universty.

- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*, Portsmouth, NH: Heinemann.
- Driscoll, M. (2001). *The fostering of algebraic thinking toolkit: A guide for staff development (Introduction and analyzing written student work module)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Driscoll, M., & Moyer, J. (2008). Using students' work as a lens on algebraic thinking. In J. M. Bay-Williams & K. Karp (Eds.), *Readings from NCTM publications for grades K-8* (pp. 26–32). Reston, VA: NCTM.
- Ekiz, D., 2003, *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş: Nitel, Nicel ve Eleştirel Kuram Metodolojileri*, Anı Yayıncılık, Ankara.
- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Windows on students' algebra: Describing their habits of mind. CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic. pp.496-497, *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2017). Integration of algebraic habits of mind into the classroom practice. *İlköğretim Online*, 16(2), 566-583.
- Garcia-Cruz, J.A. & Martinon, A. (1997). Actions and invariant schemata in linear generalizing problems. In E. Pehkonen (Ed.) *Proceeding of the 21th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, 289-296. Universty of Helsinki.
- Goldenberg, E. P. (1997). "Habits of mind" as an organizer for the curriculum. *Learning and Teaching Mathematics*, 178(1), 13-34.

- Goldenberg, E. P., Cuoco, A. A., & Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 3-44). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Güven, D. (2014). Ortaokul Matematik 6 Ders Kitabı. Ankara:Mega yayıncılık
- Herbert, K. & Brown, R., 1997, Patterns as Tools for Algebraic Reasoning, *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-344.
- Jacobbe, T. & Millman, R. S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers. *School Science and Mathematics*, 109(5), 298-302.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Kaleli Yılmaz, G. (2015). “Durum Çalışması”, (Ed. M. Metin), *Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. (s.261-285), Pegem A Akademi. Ankara.
- Kaput, J. (1999). *Teaching and Learning a New Algebra*, in E. Fennema and T. Romberg(eds.), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*, Erlbaum, Mahwah, NJ, pp. 133–155,1999.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli, *İlköğretim Online E-Dergi*, 2(2), 2-9.
- Kieran, C., 1992, The Learning and Teaching of School Algebra (s.390-419), Ed: D. Grouws, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan Publishing Company, Newyork.

- Kieran, C. & Chalouh, L., 1993, Prealgebra: the Transition from Arithmetic to Algebra, Editör: Douglas T. Owens, In Research ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics, Reston, VA: NCTM.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the middle grades: What is it? The Mathematics Educator, 8(1), 139–151.
- Korkmaz, S. (2015). Problem çözmede matematiksel zihin alışkanlıklarının matematik öğretmenleri ve sekizinci sınıf öğrencileri bağlamında incelenmesi. Yayınlanmış Yüksek lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu
- Lacampagne, C., Blair, W. & Kaput, J. (1995). *Conceptual Framework for Algebra Initiative of National Institute on Student Achievement, Curriculum and Assessment*. The Initiative Colloquium. 2, 237-242: C.
- Lannin, J. K. (2004). Developing Mathematical Power by Using Explicit and Recursive Reasoning. *Mathematics Teacher*, 98 (4), 216- 223.
- Lesley, L. & Freiman, V. (2004). Tracking primary students' understanding of patterns. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, 415–422. Bergen, Norway.
- MacGregor, M. & Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69- 85.
- Magiera, M. T., van den Kieboom, L. A., & Moyer, J. C. (2010). Pre-service Middle School Teachers' Knowledge of Algebraic Thinking. AERA Online Paper Repository, (April 30, 2010). 1-42. Erişim tarihi 29/12/2015. https://epublications.marquette.edu/mscs_fac/421/

- Magiera, M. T., van den Kieboom, L., & Moyer, J. (2011). Relationships among features of preservice teachers' algebraic thinking. *Proceedings of the 35th conference of the International Group for the Psychology in Mathematics Education*, Vol.3 (pp. 169–176).
- Magiera, M. T., van den Kieboom, L. A., & Moyer, J. C. (2013). An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 93–113.
- Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Sword, (2009). *Developing mathematical habits of mind in the middle grades*. Retrieved from <http://www2.edc.org/cme/hom/hom-middle-grades.pdf>
- Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Sword, S. (2010). Contemporary curriculum issues: Developing mathematical habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(9), 505-509.
- Matsuura, R., Sword, S., Piecham, M. B., Stevens, G., and Cuoco, A. (2013). Mathematical habits of mind for teaching: Using language in algebra classrooms. *The Mathematics Enthusiast*, 10(3), 735-776.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2009a). *İlköğretim Matematik Dersi 6- 8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi 5- 8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Roston, VA: NCTM.

- Özen, D. (2015). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşüncülerinin Geliştirilmesi: Bir Ders İmecesı. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Palabıyık, U. (2010). Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Poindexter, C. (2011). Teaching “habits of mind”: Impact on students’ mathematical thinking and problem solving self-efficacy. In L. McCoy (Ed.), *Studies in Teaching 2011 Research Digest* (pp. 97-102). Winston-Salem, NC: Wake Forest University.
- Rivera, F. D. & Becker, J. R. (2003). The effects of numerical and figural cues on the induction processes of preservice elementary teachers. *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA*, 4, 63- 70. Honolulu, Hawaii: University of Hawaii.
- Rivera, F. & Becker, J.R. (2005). Figural and numerical modes of generalizing in algebra. *Mathematics Teaching In The Middle School*, 11(4), 198-203.
- Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: understanding figural generalization. *Mathematics Teacher*, 101(1), 69-75
- Rivera, F.D & Becker, J.R.(2008). Middle school children’s cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM Mathematics Education* (2008) 40:65–82.
- Sucuoğlu, D. (2015). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Değişen Örüntülere İlişkin Genelleme Stratejileri. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Swafford, J. O. & Langrall, C. W.(2000). Grade 6 students preinstructional use of equation to describe on represent problem situations.
- Swings, S. & Peterson, P.(1988). Elaborative and integrative thought processes in mathematics learning. *Journal of Educational Psychology*, 80(1), 54-56
- Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi*. Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Tanışlı, D., & Olkun, S. (2009). *Basitten karmaşığa örüntüler*. Ankara: Maya Akademi.
- Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36 (160), 184-198.
- Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2013).Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: bir öğretim deneyi.*Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*,44(12),255-283.
- Tanışlı, D., Köse, N. (2014). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrideki Zihinsel Alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*.14(3), 1203-1230.
- Tıraşoğlu, N. B. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme bağlamında matematik zihin alışkanlıklarının belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5–25.

- Tolga, A. (2017).Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi Ve Derslerine Yansıması. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243
- Uygan, C. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Kazanımına Yönelik Dinamik Geometri Yazılımındaki Öğrenme Süreçleri. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Vacc, N. N. & Bright, G. W. (1999). Elementary pre-service teachers' changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 89–110.
- Vance, J., 1998, Number Operations from an Algebraic Perspective, *TeachingChildren Mathematics*, 4, 282-285.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. (8. Tıpkı Basım) Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (1984). *Case study research: Design and methods*. Beverly Hills, CA: Sage.

EKLER**EK 1.** Yasal İzinler**EK 2.** Katılımcı Onam Formu**EK 3.**Veli İzin Belgesi**EK 4.** Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin 1. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları**EK 5.** Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin 1. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları**EK 6.** Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin 2. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları**EK 7.** Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin 2. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları**EK 8.** Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin 3. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları**EK 9.** Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin 3. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları

EK 1.Yasal İzinler



T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.2111497
Konu : Hasret DOĞANLAR'ın
Araştırma İzni

31.01.2018

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b) 27/12/2018 tarihli ve 2388 sayılı yazınız.
c) 30/01/2018 tarihli ve 2030696 sayılı Valilik Onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği yüksek lisans öğrencisi Hasret DOĞANLAR'ın "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebirsel Zihin Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansımaları " konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Kemalpaşa Sekiz Eylül Ortaokulu ve Ören Ortaokulu'nda uygulama isteği ilgi (c) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı doldurulup, araştırmanın CD'ye aktarılması sağlanarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinize ve gereğini arz ederim.

Mehmet Tahir BÜDÜN
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Aslı ile Aynıdır.
5076 sayılı yasa ile
elektronik olarak imzalanmıştır.
02 Şubat 2018

Ek:

- 1- Valilik Onayı (1 sayfa)
- 2-Araştırma Değerlendirme Formu,
Anket Formları (6 sayfa)
- 3- Taahhüt Formu (1 sayfa)

Fevzi Paşa Mh. 452 Sk.No:15 Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: N.GÜR
Tel: (0 232) 2803631

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden. 8959-3284-30dc-b6eb-ed49 koda ile teyit edilebilir.



**T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : 12018877-604.01.02-E.2030696
Konu : Hasret DOĞANLAR'ın
Araştırma İzni

30/01/2018

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 355862610.06-E.12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 27/12/2017 tarihli ve 2388 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği yüksek lisans öğrencisi Hasret DOĞANLAR'ın "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebirsel Zihin Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansımaları " konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Kemalpaşa Sekiz Eylül Ortaokulu ve Ören Ortaokulu'nda uygulama isteği ilgi (b) yazı ile belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin uygulanmasının, yukarıda adı geçen okullarda 2017-2018 Eğitim Öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumu yöneticilerinin uygun gördüğü şekilde yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Ömer YAHŞI
Millî Eğitim Müdürü

Ek:

- 1- Araştırma Değerlendirme Formu
- 2- Anket Formları (6 sayfa)

OLUR
30/01/2018
Ahmet Ali BARIŞ
Vali a.
Vali Yardımcısı

Fevzi Paşa Mh. 452 Sk.No:15 Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: N.GÜR
Tel: (0 232) 2803631

Bu evrak güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır. <https://evrak.sagun.meb.gov.tr> adresinden: 79de-157d-329d-9028-7137 koda ile teyit edilebilir.

EK 2. Katılımcı Onam Formu

EK2. Katılımcı Onam Formu

**DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ETİK KURULU**

BİLGİLENDİRİLMİŞ ONAM FORMU

Bu formun amacı katılmanız rica edilen araştırma ile ilgili olarak sizi bilgilendirmek ve katılmanız ile ilgili izin almaktır.

Bu kapsamda "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebirsel Zihin Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansımaları." başlıklı araştırma "Hasret DOĞANLAR" tarafından gönüllü katılımcılarla yürütülmektedir. Araştırma sırasında sizden alınacak bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçlı kullanılacaktır. Araştırma sürecinde konu ile ilgili her türlü soru ve görüşleriniz için aşağıda iletişim bilgisi bulunan araştırmacıyla görüşebilirsiniz. Bu araştırmaya katılmama hakkınız bulunmaktadır. Aynı zamanda çalışmaya katıldıktan sonra çalışmadan çıkabilirsiniz. Bu formu onaylamanız, araştırmaya katılım için onam verdiğiniz anlamına gelecektir.

Araştırmayla İlgili Bilgiler:

Araştırmanın Amacı: Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları ve derslerine yansımaları üç yıl boyunca matematik dersinde beraber oldukları 7. Sınıf öğrencilerinin alışkanlıkları incelenerek araştırılması amaçlanmıştır.

Araştırmanın Nedeni: Ortaokul matematik öğretmenlerinin sahip olduğu cebirsel alışkanlıklar, öğrencilerin düşünme becerilerini etkilemesinden dolayı oldukça önemlidir. Nitekim bu alışkanlıklar öğrencinin küçük yaşlarda cebirle tanışmasıyla başlayıp ömür boyu etkili olacağından ve ülkemizde ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine nasıl yansıttığına yönelik bir çalışmaya rastlanmaması sebebiyle yapılan çalışmanın alana katkı getireceği düşünülmektedir.

Süresi: 05.01.2018-09.03.2018

Araştırmanın Yürütüleceği Yer: İzmir ili Kemalpaşa ilçesinde bulunan Sekiz Eylül Ortaokulu ve Ören Ortaokulu

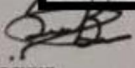
Çalışmaya Katılım Onayı:

Katılmam beklenen çalışmanın amacını, nedenini, katılmam gereken süreyi ve yeri ile ilgili bilgileri okudum ve gönüllü olarak çalışma süresince üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma ile ilgili ayrıntılı açıklamalar sözlü olarak araştırmacı tarafından yapıldı. Bu çalışma ile ilgili faydalar ve riskler ile ilgili bilgilendirildim.

Bu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının (Islak imzası ile)

Adı-Soyadı: 

İmzası: 

Araştırmacının

Adı-Soyadı: HASRET DOĞANLAR
e-posta: hasretguven_270@hotmail.com

İmzası:

EK3. Veli İzin Formu

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ETİK KURULU

VELİ İZİN FORMU

Bu formun amacı velisi olduğunuz katılımcının katılacağı araştırma ile ilgili olarak sizi bilgilendirmek ve velisi olduğunuz katılımcının araştırmaya katılımı ile ilgili izin almaktır.

Bu kapsamda "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebirsel Zihin Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansımaları." başlıklı araştırma "Hasret DOĞANLAR" tarafından gönüllü katılımcılarla yürütülmektedir. Araştırma sırasında velisi olduğunuz katılımcıdan alınacak bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçlı kullanılacaktır. Araştırma sürecinde konu ile ilgili her türlü soru ve görüşleriniz için aşağıda iletişim bilgisi bulunan araştırmacıyla görüşebilirsiniz. Bu araştırmaya velisi olduğunuz katılımcının katılmasına izin vermemeye hakkınız bulunmaktadır. Aynı zamanda velisi olduğunuz katılımcı çalışmaya katıldıktan sonra çalışmadan çıkabilir. Bu formu onaylamanız, araştırmaya katılım için velisi olduğunuz katılımcıya izin verdiğiniz anlamına gelecektir.

Araştırmayla İlgili Bilgiler:

Araştırmanın Amacı: Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları ve derslerine yansımaları üç yıl boyunca matematik dersinde beraber oldukları 7. Sınıf öğrencilerinin alışkanlıkları incelenerek araştırılması amaçlanmıştır.

Araştırmanın Nedeni: Ortaokul matematik öğretmenlerinin sahip olduğu cebirsel alışkanlıklar, öğrencilerin düşünme becerilerini etkilemesinden dolayı oldukça önemlidir. Nitekim bu alışkanlıklar öğrencinin küçük yaşlarda cebirle tanışmasıyla başlayıp ömür boyu etkili olacağından ve ülkemizde ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine nasıl yansıttığına yönelik bir çalışmaya rastlanmaması sebebiyle yapılan çalışmanın alana katkı getireceği düşünülmektedir.

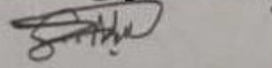
Süresi: 05.01.2018-09.03.2018

Araştırmanın Yürütüleceği Yer: İzmir ili Kemalpaşa ilçesinde bulunan Sekiz Eylül Ortaokulu ve Ören Ortaokulu

Veli İzin Belgesi:

Velisi olduğum katılımcının, katılması beklenen çalışmanın amacını, nedenini, katılması gereken süreyi ve yeri ile ilgili bilgileri okudum ve bilgilendim.
Bu araştırmaya  isimli katılımcının velisi olarak katılmasına izin veriyorum.

Katılımcı velisinin (Islak imzası ile)

Adı-Soyadı: 
İmzası: 

Araştırmacının

Adı-Soyadı: HASRET DOĞANLAR
e-posta: hasretguven_270@hotmail.com

İmzası:

EK 5. Ilgın Öğretmen ve Öğrencilerinin 1. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları

ILGIN ÖĞRETMENİN 1. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

5-)

1. adım 3 → +2 → 5 → +2 → 7

2. adım 5 → +2 → 7

3. adım 7

a) $2n+1 \rightarrow 2 \cdot 8 + 1 = 17$

b) $2 \cdot 15 + 1 \rightarrow 31$

c) $2 \cdot 27 + 1 \rightarrow 55$

d) $2n+1$

Adım Sayısı	1. adım	2. adım	3. adım
Kibrit Göpü Sayısı	3	5	7

BİLGİLERİ DÜZENLEME

İÖ1'İN 1. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

Adım	Kibrit s.
1	3
2	5
3	7

a) $8 \cdot 2 + 1 = 17$

b) $15 \cdot 2 + 1 = 31$

c) $27 \cdot 2 + 1 = 55$

d) $n \cdot 2 + 1$

İÖ2'İN 1. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

Adım	Kibrit Sayısı
1	3
2	5
3	7
...	...

$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2}{7}$

$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2}{7}$

$2n+1$

$2 \cdot 15 + 1 = 31$

$2 \cdot 27 + 1 = 55$

$2 \cdot 8 + 1 = 17$

$\frac{2}{56}$

İÖ3'ÜN 1. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

1. adım 3 kibrit
2. adım 5 kibrit
3. adım 7 kibrit

A Sıkak = 17
2. Adım

1. Adım = 3
2. Adım = 5
3. Adım = 7
4. Adım = 9
5. Adım = 11

2. Adım = 17

$15 + 15 = 30 + 1 = 31$

$27 + 27 = 54 + 1 = 55$

$2n + 1$

İÖ4'ÜN 1. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

1)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

13 tane 3 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

BİLGİLERİ DÜZENLEME

Adım	2. adım	3. adım
1. kibrit	5 kibrit	7 kibrit

16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

33 35 37 39 41 43 45 47 49

25 26 27

51 53 55

EK 6. Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin 2. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları

EDA ÖĞRETMENİN 2. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

a) 7 - 8 - 9 - ... - $1.n + 6$

ÖRÜNTÜYÜ TAHMİN ETME

b) $n + 6$
 $6 + 6 = 12$

c) $n + 6$
 $10 + 6 = 16$ ihtiyacı var

d) $n + 6$
 $38 + 6 = 44$

e) $n + 6$
 $100 + 6 = 106$

EÖ1'İN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

$n + 6 = 12$

c) $10 + 6 = 16$

d) $38 + 6 = 44$

e) $100 + 6 = 106$

f) $n + 6 = 8$

EÖ2'İN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

$(n-1) + 7 = (n-1) + 7$

B) $(6-1) + 7 = 5 + 7 = 12$

C) $(10-1) + 7 = 9 + 7 = 16$

d) $(38-1) + 7 = 37 + 7 = 44$

e) $(100-1) + 7 = 99 + 7 = 106$

f) $(n-1) + 7$

EÖ3'ÜN 2. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

3) 7 - 8 - 9 - ... - $1.n + 6$

Kural: $1.n + 6$

$\frac{6}{6} + 6 = 12$ 6. adım

$\frac{10}{10} + 6 = 16$ 10. adım

$\frac{38}{38} + 6 = 44$ 38. adım

$\frac{100}{100} + 6 = 106$ 100. adım

EÖ4'ÜN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

3) 1.7
 2.8
 3.13=9
 4.14=10
 5.15=11
 6.16=12
 7.17=13
 8.18=14
 9.19=15
 10.20=16
 11.21=17
 12.22=18
 13.23=19
 14.24=20
 15.25=21
 16.26=22
 17.27=23
 18.28=24
 19.29=25
 20.30=26
 21.31=27
 22.32=28
 23.33=29
 24.34=30
 25.35=31
 26.36=32
 27.37=33
 28.38=34
 29.39=35
 30.40=36
 31.41=37
 32.42=38
 33.43=39
 34.44=40
 35.45=41
 36.46=42
 37.47=43
 38.48=44
 39.49=45
 40.50=46
 41.51=47
 42.52=48
 43.53=49
 44.54=50
 45.55=51
 46.56=52
 47.57=53
 48.58=54
 49.59=55
 50.60=56
 51.61=57
 52.62=58
 53.63=59
 54.64=60
 55.65=61
 56.66=62
 57.67=63
 58.68=64
 59.69=65
 60.70=66
 61.71=67
 62.72=68
 63.73=69
 64.74=70
 65.75=71
 66.76=72
 67.77=73
 68.78=74
 69.79=75
 70.80=76
 71.81=77
 72.82=78
 73.83=79
 74.84=80
 75.85=81
 76.86=82
 77.87=83
 78.88=84
 79.89=85
 80.90=86
 81.91=87
 82.92=88
 83.93=89
 84.94=90
 85.95=91
 86.96=92
 87.97=93
 88.98=94
 89.99=95
 90.100=96
 91.101=97
 92.102=98
 93.103=99
 94.104=100
 95.105=101
 96.106=102
 97.107=103
 98.108=104
 99.109=105
 100.110=106

EK 7. İlgin Öğretmen ve Öğrencilerinin 2. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları

İLGİN ÖĞRETMENİN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

BİLGİLERİ DÜZENLEME

a) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $6 \rightarrow 16$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

b) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

c) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

d) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

e) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

f) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $6 \rightarrow 16$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

g) $n+6 = 39$
 $n = 33$ tone

KURAL TANIMLAMA

İÖ1'İN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

a) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $6 \rightarrow 16$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

b) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

c) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

d) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

İÖ2'İN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

a) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $6 \rightarrow 16$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

b) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

c) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

d) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

İÖ3'ÜN 2. PROBLEMİNE İLİŞKİN ÇÖZÜMÜ

a) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $6 \rightarrow 16$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

b) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

c) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

d) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

İÖ4'ÜN 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

a) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $6 \rightarrow 16$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

b) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

c) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $10 \rightarrow 16$ tone ✓
 $3 \rightarrow 100$ tone ✓

d) $3 \rightarrow 12$ tone ✓
 $38 \rightarrow 44$ tone ✓
 $100 \rightarrow 106$ tone ✓

EK 8. Eda Öğretmen ve Öğrencilerinin 3. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları

EDA ÖĞRETMENİN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) $5, 9, 13, 17, 21, 25$

a) $4n+1$
 $4 \cdot 6 = 24$
 $24 + 1 = 25$ 6. adım 25 nokta bulun

b) $4n+1$
 $4 \cdot 37 = 148$
 $148 + 1 = 149$ 37. adımdaki nokta sayısı

c) $4n+1$
 artışı miktarın beşerim ve ilke adımdaki sayıya eklenmesi sağlanıyor.

d) $4 \cdot (n+1) - 3$
 $4n + 4 - 3 = 4n + 1$

Adım-1: $2+3=5$

Adım-2: $2+3+(2-1) \cdot 4 = 9$

Adım-3: $2+3+(3-1) \cdot 4 = 13$

Adım-n: $2+3+(n-1) \cdot 4 = 4n+1$

EÖ1'İN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

A) $5, 9, 13, 17, 21, 25$

B) $(13+4)$

C) $n+1$

1. adım: 5
 2. adım: 9
 3. adım: 13

$4n+1$
 $4 \cdot 37 + 1 = 149$ 37. adımdaki nokta sayısı

d) $4 \cdot (n+1) - 3$
 $4 \cdot 3 - 3 = 9$ doğru buluş

e) Adım sayısının 1 fazlasının 4 katının 3 eksiği olarak bulunur. Doğru. Farklı yollardan da bulunabilir.

EÖ2'İN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) $5, 9, 13, 17, 21, 25$

Berkay

Kural: $4(n-1)+5$

KURAL TANIMLAMA

d) $4(n-1)+5$

e) $4(n+1)-3$

EÖ3'ÜN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) $5, 9, 13, 17, 21, 25$

Kural: $4n+1$

$4 \cdot 6 + 1 = 25$ 6. adım

$4 \cdot 37 + 1 = 149$ 37. adım

Adımın yaptığı doğru budur

e) $4 \cdot (2+1) - 3 = 9$
 $4 \cdot (3+1) - 3 = 13$
 $4 \cdot (n+1) - 3 = 4n+1$

KURALI DOĞRULAMA

EÖ4'ÜN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) $5, 9, 13, 17, 21, 25$

$4 \cdot 6 + 1 = 25$

b) $4 \cdot 37 + 1 = 149$

c) $4n+1$

d) $4(n+1)-3$

EK 9. İlgin Öğretmen ve Öğrencilerinin 3. Probleme İlişkin Çözüm Kağıtları

İLGİN ÖĞRETMEN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1. Soru: 1

1. adım 2. adım 3. adım

5 5+4 5+4+4

5 9 13

→ +4 → +4

4n+1

b) $4n+1 \Rightarrow 4 \cdot 37+1 \Rightarrow 148+1=149$ tane $4 \cdot 6+1=25$

c) $4 \cdot n+1$ genel kural.

d) $4(n+1)-3 \Rightarrow 4n+4-3$

1. adım $\rightarrow 4 \cdot 1+1=5$ $(4n+1)$ **KURAL DOĞRULAMA**

2. adım $\rightarrow 4 \cdot 2+1=9$

3. adım $\rightarrow 4 \cdot 3+1=13$ ✓

İÖ1'İN 3. PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ

1. 17
5-21
6-25

37n

$37n+4=$
 $37 \cdot 2$
 74

$37n+4=$
 $37 \cdot n=37+4=41$

b) $37 \cdot 4+1=149$

c) $4 \cdot 2+1=9$ $37n+1$
 $n \cdot 4+1$

kural $4(n+1)-3$
 $4 \cdot n+4-3$

İÖ3'ÜN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) 1. Adım: 17 13+4
5. Adım: 17+4=21
6. Adım: 21+4=25

37 37 37 32
 $\times 4$ $\times 4$ $\times 4$ $\times 4$
148 148 148 128

$4 \cdot n+1$ Kural bu

$4(n+1)-3$ $n+1$

İÖ3'ÜN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1. 17 2. 13 3. 13 4. 6

5-21 6-25

4 5 6
17 21 25

B) $4n+1$
 37
 $148+1=149$

C) $4n+1$ ✓

~~$4n+1=3$~~
 ~~$4n-2$~~

e)

İÖ4'ÜN 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

0 2-2 0 3-3 0 4-2 4x5=3=21

Genel: $4 \times 7=28$

KURALI TANIMLAMA

37. adım $\rightarrow 37-3=34$

4×7
 28
 $4(n+1)-3$



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLIK RAPORU



Tarih: 05.07.2018

Tez Başlığı:

"Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebirsel Zihin Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansımaları"

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 111 sayfalık kısmına ilişkin, 05.07.2018 tarihinde tez danışmanım tarafından Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen filtreleme tiplerinden biri (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezin benzerlik oranı % 16. dir.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1 (Maksimum %15) ☐

- ☒ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç.
- ☒ Kaynakça hariç.
- ☒ Alıntılar dâhil.
- ☒ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Filtreleme Tipi 2 (Maksimum %30) ☐

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç.
- ☐ Kaynakça dâhil.
- ☐ Alıntılar dâhil.

EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒
EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd içinde. ☒

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.
Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Hasret DOĞANLAR
Öğrencinin Numarası : 2014950009
Anabilim Dalı : İlköğretim
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐

ÖĞRENCİ

(Adı Soyadı, İmza, Tarih)

Hasret DOĞANLAR
05/07/2018

DANIŞMAN

(Unvan, Adı Soyadı, İmza, Tarih)

Doç. Dr. Berna ÇANTÜRK GÜNHAN
05/07/2018

Açıklamalar

- 1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (☐) işaretleyerek doldurunuz.
Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.
- 2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.
- 3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.
- 4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak tez başlığının tamamı, Yazar Adı (author's first name) olarak öğrencinin adı, Yazar Soyadı (author's last name) olarak öğrencinin soyadı bilgisini yazınız.