

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI



ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
İRRASYONEL SAYILARIN ÖĞRETİMİNDE
KULLANDIKLARI ÖRNEKLERİN NEDENLERİNİN
İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANIL OĞUZ EROĞLU

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

BOLU, MAYIS- 2024

KABUL VE ONAY SAYFASI

Anıl Oğuz EROĞLU tarafından hazırlanan “ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN İRRASYONEL SAYILARIN ÖĞRETİMİNDE KULLANDIKLARI ÖRNEKLERİN NEDENLERİNİN İNCELENMESİ” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir. 27/05/2024

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman
Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Üye
Doç. Dr. Elif Nur AKKAŞ
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Üye
Doç. Dr. Esen ERSOY
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin Turnitin adlı programında enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporuna göre, tezin benzerlik oranı %30'u geçmemektedir.

Bu çalışma için Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulundan 2023/390 sayısı ile etik izin alınmıştır. Bu çalışma Kocaeli İl Milli Eğitim Müdürlüğünün E-99332089-605.01-96675637 sayılı yazısı ve E-99332089-605.01-96505816 sayılı onayı ile yürütülmüştür.

.....

ANIL OĞUZ EROĞLU

ÖZET

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN İRRASYONEL
SAYILARIN ÖĞRETİMİNDE KULLANDIKLARI ÖRNEKLERİN
NEDENLERİNİN İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ANIL OĞUZ EROĞLU
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
BOLU, MAYIS – 2024
XII + 78 SAYFA**

Ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin türlerini ve bu örneklerin kullanım amaçlarını belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmaya Kocaeli ilinde çalışan 16 matematik öğretmeni katılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma için gerekli veri yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve sınıf gözlemleriyle toplanmıştır. Öğretmenlerin kullandıkları örnek türleri hem temsil biçimleri hem de örnek sınıflandırması yapılarak analiz edilmiştir. Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken jenerik örnekleri tercih ettikleri, örnek olmayan örnekleri çok az öğretmenin kullandığı, karşıt örnekleri ise sadece 1 öğretmenin kullandığı görülmüştür. Temsil biçiminden örnekler incelendiğinde ise opak temsillerin şeffaf temsillere göre daha fazla tercih edildikleri belirlenmiştir. Ayrıca görüşmelerde öğretmenlerin örnek seçimini yardımcı kaynaklar ile onların dijital uygulamalarının, sınıfın akademik başarı düzeyinin ve LGS' nin önemli şekilde etkilediği saptanmıştır. Öğretmenler örnekleri en fazla yanlış genellemeleri engellemek amacıyla kullandıklarını belirtirken, soyut kavramları somutlaştırmak, iki kavram arasındaki farkı göstermek, öğretilenlerin pekiştirilmesini sağlamak, geçmiş bilgileri hatırlatmak gibi amaçlarla da sıklıkla kullandıklarını ifade etmişlerdir. Az sayıda öğretmen ise örnekleri kullanma amaçlarını istisna durumları göstermek, genellemek yaptırmak ya da günlük hayatla ilişki kurmalarını sağlamak şeklinde sıralamıştır. Yapılan gözlemler sonucunda öğretmenlerin örnekleri sıklıkla kullandıkları ve genellikle bir kaynaktan aldıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmenler kullanacakları örnekleri daha önceden belirlediklerini belirtmişlerdir.

ANAHTAR KELİMELEER: Örnek, İrrasyonel sayı, Kavram, Ortaokul, Matematik

ABSTRACT

AN INVESTIGATING OF THE REASONS OF MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' USE OF EXAMPLES FOR IRRATIONAL NUMBERS

MASTER THESIS

ANIL OĞUZ EROĞLU

BOLU ABANT İZZET BAYSAL UNIVERSITY

INSTITUTE OF GRADUATE STUDIES

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

MATHEMATICS EDUCATION

(SUPERVISOR: PROF. DR. ZÜLBİYE TOLUK UÇAR)

BOLU, MAY – 2024

XII + 78 PAGES

This study conducted with 16 mathematics teachers working in Kocaeli province in order to determine the types of examples used by middle school mathematics teachers to teach the concept of irrational numbers and their purposes. The study utilized the qualitative research method of case study. Data for the study were collected through semi-structured interviews and classroom observations. The types of examples used by teachers were analyzed with respect to representation type and example type. It was observed that teachers preferred generic examples when teaching the concept of irrational numbers, with very few teachers using non-example examples, and counter examples being used by only one teacher. When examples were examined in terms of representational type, it was determined that opaque representations were preferred more than transparent representations. Additionally, it was found in the interviews that teachers' choice of examples was significantly influenced by auxiliary resources, their digital applications, the academic achievement level of the class, and the High School Transition Exam (LGS). While teachers stated that they mostly used examples to prevent misconceptions, they also frequently used them to concretize abstract concepts, demonstrate differences between concepts, reinforce what was taught, and recall past knowledge. A small number of teachers listed their purposes for using examples as showing exceptional situations, encouraging generalizations, or establishing connections with everyday life. Observations indicated that teachers frequently used examples and generally obtained them from a single source. Furthermore, teachers mentioned that they predetermined the examples they would use.

KEYWORDS: Example, Irrational number, Concept, Middle school, Mathematics

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
KABUL VE ONAY SAYFASI	ii
ETİK BEYAN.....	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
TABLO LİSTESİ	ix
FOTOĞRAF LİSTESİ	x
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ	xi
TEŞEKKÜR	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	7
1.3. Araştırma Problemi ve Alt Problemler.....	9
1.4. Araştırmanın Sayıtları	9
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları	9
2. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ	
ARAŞTIRMALAR.....	11
2.1. Matematikte Örnek Nedir?	11
2.2. Örneklerin Sınıflandırılması	13
2.3. İrrasyonel Sayılar	17
2.4. Öğretmenlerin Bilgisi ve Örneklerin Yeri.....	18
2.5. Kavram Öğretiminde Örneklerin Önemi ve Rolü	21
2.6. İlgili Araştırmalar	23
2.6.1. Öğretmen ve Öğrenci Örnekleri	23
2.6.2. Ders Kitaplarında Kullanılan Örnek Türlerinin İncelenmesi	26
2.6.3. İrrasyonel Sayılar ile İlgili Çalışmalar.....	28
3. YÖNTEM	33
3.1. Araştırmanın Deseni	33
3.2. Katılımcılar.....	33
3.3. Veri Toplama Araçları.....	34
3.4. Veri Analizi	36
3.5. Geçerlik ve Güvenirlik	38
3.6. Araştırmacının Rolü	39
4. BULGULAR	40
4.1. Birinci Alt Probleme Dair Bulgular	40
4.2. İkinci Alt Probleme Dair Bulgular	49
4.3. Üçüncü Alt Probleme Dair Bulgular	52

5. TARTIŞMA	57
5.1. Birinci Alt Probleme Dair Tartışma	57
5.2. İkinci Alt Probleme Dair Tartışma	61
5.3. Üçüncü Alt Probleme Dair Tartışma	63
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	67
7. KAYNAKLAR.....	70
8. EKLER.....	74



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. Dik Üçgenler.....	12
Şekil 2.2 Dikdörtgenler.....	12



TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1. Michener, Bills vd., Alkan, Tsmair vd., Zodik ve Zaslavsky'nin çalışmalarında yer alan örnek türleri	14
Tablo.3.1. Araştırma grubunu oluşturan öğretmenlere ait bilgiler	34
Tablo 3.2. Öğretmenlerin Örnekleri Seçme Nedenleri.....	38
Tablo 3.3. Öğretmenlerin Örnekleri Kullanma Amaçları	38
Tablo 4.1. Öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin ve temsil biçiminin kişi sayısına göre dağılımı.....	42
Tablo 4.2. Öğretmenlerin örnek seçerken dikkat ettikleri etkenlerin kişi sayısına göre dağılımı	50
Tablo 4.3. Örneklerin kullanım amaçlarının kişi sayısına göre dağılımı	53

FOTOĞRAF LİSTESİ

Sayfa

Fotoğraf 4.1. Derse rasyonel sayı ile başlayan ders notundan bir görsel.....	41
Fotoğraf 4.2. Örnek dışı örnekler.....	44
Fotoğraf 4.3. Şeffaf ve opak temsilleri ilişkilendirme	48
Fotoğraf 4.4. Öğretmenlerin irrasyonel sayı örnekleri.....	49
Fotoğraf 4.5. Şeffaf temsil ile başlayan öğretmen ders notundan bir görsel ...	49
Fotoğraf 4.6. Farkları göstermek amaçlı kullanılan örnekler.....	55



KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

A	: Araştırmacı
Akt.	: Aktaran
Ark.	: Arkadaşları
EBA	: Eğitim Bilişim Ağı
K	: Katılımcı
LGS	: Liselere Giriş Sınavı
Ö	: Öğretmen
S.	: Sayfa
Vd.	: Ve diğerleri

TEŞEKKÜR

Tez hazırlama sürecimin ilk gününden son gününe kadar benden bilgi, tecrübe ve fikirlerini esirgemeyen ve desteğini hep hissettiğim tez danışmanım sayın hocam Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Araştırma sürecim boyunca bana desteğini hiç esirgemeyen sevgili eşim Gurbet EROĞLU ve varlıklarıyla daima mutluluk kaynağım olan evlatlarım Kağan ve Kıvanç'a sevgi ve teşekkürlerimi sunuyorum.

Lisansüstü eğitim sürecimin ilk gününden beri bugünün geleceğine inanan rahmetli babam Bahri EROĞLU'ya minnet ve özlem duygularımı sunuyorum. Bana her zaman inanan annem Buket EROĞLU ve kardeşim Akın Can EROĞLU'ya teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde emeği olan tüm öğretmenlerime en derin saygılarım ve teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca bu araştırmada yer alarak araştırmama katkıda bulunan öğretmen arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Anıl Oğuz EROĞLU

1. GİRİŞ

Örnekler günlük hayatta herhangi bir durumu ya da nesneyi açıklarken, anlatılanların daha iyi anlaşılmasını sağlamak ya da yanlış anlaşılmasını engellemek için sıklıkla başvurulmuş araçlardır. Günlük hayatta olduğu kadar öğretimde de örnekler sıklıkla kullanılmaktadır (Ng ve Dindyal, 2016). Öğrenciler özellikle yeni bir kavramı öğrenirken zorluklar yaşayabilmektedir. Bu zorlukların aşılması için öğretmenler belli yöntemler denemektedir. Örnekendirme de bu yöntemler arasında yer almaktadır (Doğan, 2021). Matematik dersinde öğretmenler bir kavramın, bir işlemin ya da bir algoritmanın daha iyi anlaşılmasını sağlamak, öğrenilenleri pekiştirmek, detaylandırmak ya da soyut kavramların somutlaştırılmasını sağlamak gibi amaçlarla örneklerden faydalanmaktadırlar.

Birden fazla temsile sahip olan irrasyonel sayı kavramı da öğrencilerin anlamakta zorlandıkları kavramlardan biridir (Toluk Uçar, 2016). Öğretmenlerin öğrencilerin irrasyonel sayı kavramını öğrenirken yaşadıkları zorlukları aşmalarını sağlamak için başvurduğu yöntemlerden biri de örneklendirme. Örnekendirme çeşitli rolleri ile matematiksel kavramların öğretimini kolaylaştırmaktadır. Öğrencilerin öğrenmesinin kolaylaştırmak amacıyla kullanılan örneklerin matematik dersindeki rolü ve önemi göz önüne alındığında irrasyonel sayı gibi zor bir kavramın öğretiminde öğretmenlerin derslerde kullandıkları örnekler incelenmeli ve örnek seçimlerindeki nedenler belirlenmelidir.

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin 8. sınıfta irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnek türlerinin ve temsil biçimlerinin belirlenmesi ve örnek seçimlerinin altında yatan nedenlerin araştırılması amaçlanmıştır. Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, araştırma problemi, sayıtlar ve sınırlılıklara yer verilmektedir.

1.1.Problem Durumu

Matematik dersinde örnek kullanımı köklü bir uygulamadır (Ng ve Dindyal, 2016). En eski tarihsel kayıtlarda da matematik öğretiminde örneklerin önemli bir rolünün olduğu görülmektedir (Bills vd., 2006; Liz vd., 2006; Rowland, 2008; Kula ve Ören Vural, 2019). Eski Mısır, Babil, Çin kaynakları başta olmak üzere Orta Çağ ve rönesans döneminde ve daha sonraki yüzyıllarda

öğretimde örneklerin kullanıldığı ve örnek kullanımında çeşitli yaklaşımların sergilendiği görülmektedir (Kula ve Ören Vural, 2019).

Pedagojik açıdan güçlü araçlar olan örnekler (Sağlam Kaya, 2017) matematik eğitiminde önemli rol oynamaktadır (Bills ve Watson, 2008; Chick, 2009; Goldberg ve Mason, 2008; Kula ve Ören Vural, 2019; Ng ve Dindyal, 2016; Rowland, 2008; Sağlam Kaya, 2017, 2019; Tsamir vd. 2008; Zaslavsky, 2010; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Örneklerin bu önemini vurgulamak için Bills ve Watson (2008) öğrenci ve öğretmenlerin örneklerle nasıl hareket ettiklerini göz ardı eden öğrenme teorilerinin eksik kalacağını iddia etmiştir. Bu düşünceye paralel olarak Suffian ve Abdulrahman (2010), Avcu (2014) ve Doğan ve Doğan (2023) örneklendirmenin öğretme sürecini etkilediğini belirtmişlerdir.

Örnekler günlük hayatta bir şeyi açıklamak veya detaylandırmak gibi bazı rollere sahiptir. (Zaslavsky, 2010). Günlük hayatta olduğu gibi örneklerin matematik öğretiminde de farklı rolleri vardır. Matematik eğitiminde örneklerin kullanım biçimi incelendiğinde kavram öğretici, pekiştirici, somutlaştırıcı, genelleşici, istisna durumları gösterici, yanlış genellemeleri engelleyici gibi önemli rolleri olduğu görülmektedir (Alkan,2016; Bills ve Watson, 2008; Ubuz ve Kırkpınar, 2000). Ayrıca, Sevimli (2023) örneklerin özetleme, yorumlama, doğrulama ya da açıklama gibi farklı rollere sahip olduğunu ifade etmiştir.

Örneklerin matematik eğitimindeki rollerinin önemi örneklerin kullanım amaçlarından kaynaklanmaktadır. Örneklerin kullanım biçimlerine bakıldığında farklı amaçlarla kullanıldıkları görülmektedir (Alkan ve Güven, 2018; Doğan ve Doğan, 2023; Karaaslan, 2019; Sağlam Kaya, 2017; Tsamir vd. 2008; Ubuz ve Kırkpınar, 2000). Bu amaçlardan bazıları dersin giriş aşamalarında öğrencilerin dikkatini çekmek, verilen bilginin daha iyi anlaşılmasını sağlamak, dersin ilerleyen süreçlerinde öğrencilerin anladıkları bilgilerin geliştirilmesini sağlamak gibi özetlenebilmektedir.

Bu amaçlardan biri yeni bir kavramı, tanımını ya da kuralı açıklamak ve detaylandırmak için kullanmaktır (Ubuz ve Kırkpınar, 2000; Zazkis ve Leikin, 2008; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Buna ek olarak, Watson ve Mason (2005) örneklerin bazen öğrencilerin öğrendiklerinin ortaya çıkarılması ve bazen de öğrencilerin düşünmelerinin sağlanması amacıyla kullanıldığını söylerken, Ubuz ve Kırkpınar (2000) örneklerle kazanılan davranışların gözlenebileceğini ileri sürmüştür. Ayrıca Zaslavsky (2010) örneklerin genelleme, soyutlama ve analogik

akıl yürütme için gerekli birer araç olduğunu belirtmiştir. Genel olarak öğretmenler örnekleri matematik öğretiminde farklı amaçlarla kullansa da bazen farklı öğretmenler aynı örneği farklı amaçlarla da kullanabilmektedir. Örneğin, Alcock ve Inglis (2008) ise farklı iki matematik öğretmeninden birinin genel yargıya ulaşmak diğerinin ise bir durumu derinlemesine incelemek amacıyla aynı örneği kullandıklarını belirlemiştir.

Öğretmenler örnekleri kullanarak öğretimi kolaylaştırmayı amaçlamaktadır. Örnekler öğrenmeyi zenginleştirir, güçlendirir ve öğrencilerin matematiği anlamasına yardımcı olur (Çelik, 2022; Kula ve Ören Vural, 2019; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Ancak örneklerin matematik öğretiminde bu işlevi yerine getirebilmesi doğru örneklerin kullanılması gereklidir (Şahin ve Karakuş, 2021; Zaslavsky, 2010; Zodik ve Zaslavsky, 2016). Ancak örneklerin doğru seçilmesi ve kullanılması matematik öğretimini kolaylaştırdığı gibi pedagojik olarak uygun olmayan ya da yanlış kullanılan örnekler ise öğrencilerin öğrenmelerini zorlaştırmaktadır (Rowland, 2008; Sağlam Kaya, 2019; Sevimli, 2016; Zaslavsky, 2010). Doğru kullanılan örnekler öğrencinin derste dikkat düzeyinin artmasına, kavramı somutlaştırmasına ve genellemelere ulaşmasına yardımcı olurken, yanlış genellemelerin oluşmasına engel olmaktadır. Sağlam Kaya (2017) örneklerin öğretilen kavram ya da konu ile ilgili kritik olmayan fakat dikkat çekici yönlerini parazit (noise) olarak adlandırılan özelliklerine dikkat çekmektedir. Kullanılan örnekler dikkatli seçilmediği takdirde bu parazitler yanlış genellemelere ya da öğrenme zorluklarına sebep olabilmektedir. Örneğin Adıgüzel (2013) çalışmasında bazı öğrencilerin $\frac{22}{7}$ sayısının π sayısına eşit olduğunu düşündüklerini belirtilmiştir. 7.sınıfta çember ve daire konusunda π sayısının yaklaşık değeri olarak $\frac{22}{7}$ kullanılmaktadır. Bu da öğrencilerin π sayısının değerinin $\frac{22}{7}$ olduğunu düşünmelerine neden olmaktadır. Benzer şekilde Erdem Uzun ve Dost (2023) 3,14 ya da $\frac{22}{7}$ sayılarının öğrenciler tarafından π sayısı olarak algılandığını ve bu nedenle bu sayıları irrasyonel sayı olarak düşündüklerini, Arbour (2012) öğrencilerin 3,14 sayısını π sayısına eşit olarak düşündükleri için 3,14 sayısını irrasyonel olarak kabul ettiklerini ifade etmiştir. Ayrıca Temel ve Eroğlu (2014) çalışmalarında işlem kolaylığı amacıyla π sayısının yaklaşık değerinin 3 olarak alınması nedeniyle öğrencilerin π sayısını rasyonel sayı olarak

algıladıklarını belirtmiştir. Kısacası araştırma bulgularından da anlaşıldığı gibi matematik öğretiminde dikkatsiz ya da yanlış örnek kullanımı öğrencilerde yanlış anlamalara yol açabilmektedir. Diğer bir ifadeyle, bir konunun öğretiminde etkili olan bir örnek daha sonra başka bir konu ile ilgili kavram yanlışlarına sebep olabilmektedir. Örnek olarak öğrencilere üçgenler konusu anlatılırken kullanılan örneklerde öğretmen kenar uzunluklarına dikkat etmelidir. Açık kenar bağlantılarına uygun olmadan çizilen bir örnek öğrencilerin karmaşık yaşamalarına neden olabilmektedir. Bu nedenle yeni bir kavramın öğretiminde örneklerin dikkatli seçilmesi ve bu örneklerin seçiminin nedenlerinin araştırılması gerekmektedir. Ayrıca örnek seçimi zor ve önemli bir süreçtir. Bu nedenle derste örnek seçimi gelişigüzel bir süreç değil aksine öğretmenlerin dikkat etmesi gereken bir süreçtir.

Örnekler soyut kavramların somutlaştırılmasında yaşanan zorlukların aşılması için kullanılan öğretim araçlarından biridir. Öğretmenler örnekler aracılığı ile öğrencinin anlamakta zorlandığı ve soyut kalan kavramları öğrencide var olan şemalarla ilişkilendirirler. Bu sayede öğrenciler anlamakta güçlük çektikleri kavramları örnekler sayesinde somutlaştırabilmektedir. Örneğin geometrik cisim kavramı öğrenciler için soyut bir kavram iken öğretmen bu kavramları günlük hayattaki cisimlerle örneklediği zaman öğrenciler cisim kavramını zihinlerinde daha kolay canlandırabilmektedirler. Bu şekilde örnekler öğrencilerin anlamakta zorlandıkları kavramları daha iyi anlamasına yardımcı olabilmektedir. Öğrenciler soyut kavramları somutlaştırıldığında daha kalıcı öğrenmelere sahip olmaktadır. Tsamir vd. (2008) ve Sağlam Kaya (2019) çalışmalarında örneklerin matematiksel kavramların tanımından daha çok akılda kalıcı olduğunu belirtmişlerdir. Kullanılan örnekler anlatımı sadelikten kurtarmakta ve öğrencilerin zihninde kalıcı yer edinmektedir. Ancak gerçek hayat örnekleri bazı durumlarda öğrencilerin düşüncelerinin sınırlandırılmasına da sebep olabilmektedir. Örneğin Mısır piramitleri piramitler için verilebilecek tek günlük hayat örneğidir. Bu nedenle bu örneğin kullanımı öğrencilerin piramitleri sadece kare piramit olarak düşünmesine neden olabilmektedir.

Alan yazınında birkaç farklı örnek sınıflandırmasının varlığı karşımıza çıkmaktadır. Türkiye’de ise son yıllarda yapılan çalışmalarda Alkan’ın (2016) çalışmasında geliştirdiği örnek türlerinin sınıflandırmasının kullanıldığı görülmektedir. Alkan (2016) sınıflandırmasında başlangıç örnekleri, standart örnekler, geliştirici örnekler, uç örnekler, örnek olmayan örnekler ve karşıt

örnekler olmak üzere 6 farklı örnek türünden bahsetmiştir. Bills vd. (2008) ise örnekleri jenerik örnekler, örnek olmayan örnekler ve karşıt örnekler olmak üzere 3 örnek türü ile açıklamaktadır. Jenerik örnekler bir kavramı açıklarken kullanılan örneklerdir. Doğal sayı kavramı anlatılırken kullanılan 2, 5, 10 gibi sayılar jenerik örneklerdir. Örnek olmayan örnekler ise kuralla ilgili olmayan durumları göstermektedir. Tam sayı kavramı öğretilirken kullanılan $\frac{3}{5}$, 0,1254 gibi sayılar örnek olarak gösterilebilir. Karşıt örnekler ise bir genellemenin yanlışlığını göstermek amacıyla kullanılmaktadır. Örneğin çarpma işlemi sayıyı büyütür gibi bir genellemenin yanlışlığını göstermek amacıyla $4.\frac{1}{2}$ işlemi karşıt örnek olarak kullanılabilir.

Örneklerin kullanımı yeni bir kavramın öğretiminde oldukça önemlidir. Bildiği tüm sayıları rasyonel sayı kümesi ile açıklayabileceğini düşünen öğrenciler 8. sınıfta irrasyonel sayı kavramı ile tanışmaktadır. Bu nedenle irrasyonel sayı kümesinin öğretiminde öğretmenler örneklerle kavramı oluşturmaya çalışmaktadır. Bu sayı kümesi daha önceki yıllarda öğrendikleri doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılar kümesinden farklıdır. Diğer üç sayı kümesi birbiriyle ilişkili iken irrasyonel sayılar kümesi bu kümelerin dışında yeni bir kümedir. Ancak yine de irrasyonel sayıların tanımında rasyonel sayıların tanımından faydalanılmakta ve irrasyonel sayılar iki tam sayının bölümü olarak ifade edilemeyen sayılar şeklinde açıklanmaktadır (Toluk Uçar, 2016). Ayrıca irrasyonel sayı kavramı rasyonel olmayan sayılar şeklinde de tanımlanmaktadır (Ercire vd., 2016).

Alan yazınında irrasyonel sayı kavramının şeffaf ve opak temsiller olarak farklı 2 temsil biçiminin tanımlandığı görülmektedir (Lesh vd., 1987). Şeffaf temsiller kavramın net bir şekilde ortaya konulduğu temsiller iken opak temsiller kavramın bazı yapılarını göz önüne koymamaktadır (Toluk Uçar, 2016). Örneğin irrasyonel sayıların 0,125469... gibi şeffaf temsilleri sayının virgülden sonraki kısmının düzensiz şekilde devam ettiğini açıkça göstermektedir. Ancak $\sqrt{2}$ ve π sayısı gibi opak temsiller bu durumu göstermemektedir. Kareköklü sayılar veya π sayısı da düzensiz devam eden bir ondalık sayı şeklinde yazılabilir. Ancak bu durumu açıkça göstermemektedir. Lesh vd. (1987) sonsuza kadar düzensiz devam eden ondalık sayı halindeki temsil biçiminin irrasyonel sayıların yapısını daha iyi

açıkladığını belirterek şeffaf gösterim olarak, pi sayısı ve kareköklü ifadeleri ise bunu gizlediği için opak temsil olarak nitelendirmektedir.

Yapılan çalışmalar öğrencilerin irrasyonel sayı kavramını öğrenmekte zorlandıklarını göstermektedir (Adıgüzel, 2013; Ercire vd., 2016; Erdem Uzun ve Dost, 2023; Temel ve Eroğlu, 2014; Sirotic ve Zazkis, 2007). Toluk Uçar (2016) ve Erdem Uzun (2023) irrasyonel sayıların farklı temsillerinin olmasını öğrencilerin irrasyonel sayı kavramını anlamakta zorlanmalarına neden olabileceğini belirtmiştir. Öğrenciler bir sayının birden fazla temsil biçimine sahip olabileceğini ve bu temsil biçimlerinin aynı sayının farklı gösterimleri olabileceğini anlamakta zorluk çekebilmektedir (Erdem Uzun, 2023). İrrasyonel sayı kavramının öğretiminde yaşanan zorlukların aşılması amacıyla derslerde öğretmenler örnek seçiminde farklı temsilleri dikkate almalıdır. Tek bir temsil türünün örneklendirilmesi diğer temsil türünün öğretilmesinde zorluklar yaşanmasına sebep olabilmektedir. Şeffaf temsiller kavramı net bir şekilde ortaya koysa da örnekler kullanılarak kavramın somutlaştırılması sağlanabilmektedir. Opak temsiller örneklendirilerek kavramın gizli kalmış yönleri ortaya konulabilmektedir. Örneğin irrasyonel sayı kavramında kareköklü sayı gibi opak temsil örnekleri verilerek öğrencilerin fark edemedikleri özellikler vurgulanabilmektedir. Bu sayede kavramın tüm yönleriyle tanınması sağlanabilmektedir. Örneğin 1,47152685... gibi düzensiz giden bir sayı şeffaf temsil örnekleri ile $\sqrt{2}$ ve π gibi opak temsil örnekleri de verildiğinde kavram tüm hatlarıyla tanıtılmış olacağı için eksik öğrenmelerin, yanlış genellemelerin önüne geçilebilmektedir.

İrrasyonel sayı kavramının öğretiminde sadece tanımların ve açıklamaların kullanılması öğretime engel durumlardandır (Çiftçi vd., 2015). Sadece tanımın verilmesi öğrencilerin temsili kavramasına yeterince yardımcı olmamaktadır. Bu nedenle temsillerin anlaşılmasının kolaylaştırılmasında örneklerden faydalanmak gerekmektedir. Sadece tanımın bilinmesi kavramın anlaşıldığı anlamına gelmemektedir (Çevikbaş ve Argün, 2017; Gökbulut ve Ubuz, 2013). Örneğin bir öğrenci tam sayıların tanımı sorulduğunda ezberlemiş olarak pozitif sayıların, sıfırın ve negatif sayıların oluşturduğu sayı kümesi şeklinde tanımlayabilir. Bu tanıma rasyonel sayılar da uymaktadır. Buradan anlaşılacağı üzere öğrenciler ilk kez karşılaştıkları bir kavramın çeşitli temsillerini sadece tanım ve açıklamalarla anlamakta zorlanabilirler. Bu nedenle örnekler aracılığı ile bu temsiller

somutlaştırılmalı ve öğrencilerin diğer bilgileri ile ilişki kurularak öğrenciler için daha anlamlı hale getirilmelidir. Örnekler aracılığı ile irrasyonel sayı kavramına ait şeffaf ve opak tüm temsiller verilebilir ve bu temsillerin arasındaki ilişkiler daha iyi öğretilerek öğrencilerin temsiller nedeniyle yaşadıkları sorunların aşılması sağlanabilir. Ancak araştırmalar öğrenilmesinde zorluklar yaşanan bu sayı kümesinin öğretiminde sınırlı örnekler kullanıldığını ortaya çıkarmıştır (Fischbein, Jehiam ve Cohen, 1995; Akt. Çiftçi vd., 2015). Oysaki, sürekli benzer ve aynı temsile ait örneklerin kullanımı kavramın sınırlı şekilde öğrenilmesine neden olabilmektedir. Bu nedenle sınırlı örnek türlerinin kullanımı bu kavramın öğretiminde yaşanan zorlukların nedenlerinden birisi olabilir (Erdem Uzun ve Dost, 2023).

Alan yazını incelendiğinde örneklerin kavram öğretimindeki rolü ve öğretmenlerin örnekleri kullanma amaçları üzerine çalışmaların yetersiz olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin kullandıkları örneklerin irrasyonel sayıların öğretim sürecine etkisi üzerine bir çalışmaya rastlanılmamıştır. İrrasyonel sayı kavramının öğretilmesinde yaşanan zorluklardan biri de öğretmenlerin kullandığı örnekler olabilir. Bu nedenlerle bu çalışmanın yapılmasına karar verilmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

İrrasyonel sayı kavramı matematiğin en soyut ve zor kavramlarından biridir. Soyut ve zor olarak belirtilen irrasyonel sayılar hem öğretmen adaylarının hem de öğrencilerin zorluklar yaşadığı kavramlar arasındadır (Çiftçi vd., 2015; Toluk Uçar, 2016). Bu temel kavram öğrencilerin karşısına 8. sınıfta çıkmaktadır. Öğrencilerin 8. sınıftan önce karşılaşmadıkları bir kavram olmasına rağmen irrasyonel sayı kavramının tanımı rasyonel sayıların tanımının üzerine kurulmaktadır. Bu nedenle irrasyonel sayıların öğretiminde öğretmenler hem kavramı tanıtmalı hem de rasyonel sayı kavramıyla ilişkilendirmelidir (Toluk Uçar, 2016). Öğretmenler bu kavramın tanıtımı, örneklendirilmesi, açıklanması, bir diğer kavramla ilişki kurulması veya kavramlar arasındaki farkı gösterilmesi gibi amaçlarla örneklerden yararlanmaktadırlar. Bu zorlukların aşılması amacıyla sıklıkla başvuru yapılan örneklerin nasıl seçildiği ve ne amaçla kullanıldıkları alanda cevaplanmamıştır. Ayrıca yapılan çalışmalarda yeni bir kavram öğretiminde öğretmenlerin kullandıkları örneklerin seçimlerinde etkili olan nedenler hakkında bir çalışma yapılmadığı görülmektedir. Öğrencilerin ilk kez karşılaşacakları ve kavranmasının zorluğu literatürde birçok çalışmada belirtilen irrasyonel sayı

kavramını öğretirken öğretmenlerin kullanacakları örneklerin türleri, temsil biçimleri ve seçilme nedenlerinin araştırılması literatüre katkı sağlayacaktır.

Literatürdeki birçok çalışmada öğretmenlerin örnek seçimi için daha önce bir eğitim almadıkları ve kendi tecrübeleri ile örnek seçimlerini belirledikleri vurgulanmıştır (Alkan, 2016; Avcu, 2014; Doğan, 2021). Ayrıca uygun örnek seçimi kolay bir iş değildir ve dikkatli bir seçim sürecinden geçmelidir (Antonini vd., 2011; Suffian ve Abdulrahman, 2010; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Son yıllarda örnek kullanımı araştırmacıların dikkatini çekmiş ve çeşitli forumlarda ve toplantılarda görüşülerek araştırmalar yayımlanmıştır (Antonini vd. 2011). Ancak yine de konunun ulusal alan yazınında uluslararası alan yazınına göre daha geç dahil olduğu ve yetersiz olduğu görülmektedir (Kula ve Ören Vural, 2019; Şahin ve Karakuş, 2021). Ulusal alan yazınında ders kitaplarında ya da bir konunun öğretiminde kullanılan örneklerin türlerinin belirlendiği birkaç çalışma yapılmıştır. Ancak örneklerin kullanım nedenlerinin araştırıldığı çalışma sayısının azlığı görülmektedir. Ayrıca örneklerin kavram öğretimindeki rolü üzerine yapılmış bir çalışma bulunmamaktadır. Derste kullanılan örneklerin önemi birçok çalışmada vurgulanmış ve yapılan çalışmalarda örneklerin sınıflandırılması ve bu örneklerin kullanım sıklıkları üzerinde durulmuştur. Ancak öğretmenlerin hiçbir eğitim almadıkları örnek seçimlerinde etkili olan etmenler, öğretmenlerin örnekleri kullanım amaçları ve kullandıkları örneklerin işlevinin farkında olup olmadıkları araştırılmamıştır. Sağlam Kaya (2019) çalışmasında öğretmenlerin dersin başlangıcında kolay örneklerle başlayarak genellemeye ulaşan açıklamalarda bulunduklarını, dersin ileri süreçlerinde karmaşık örnekleri alıştırma olarak kullandıklarını belirtmiştir. Bu sıralamanın ya da kullanılan örnek türlerinin seçimlerinin altında yatan bir eğitim olmadığına göre öğretmenlerin bu sıralamayı ya da örnek türü seçimlerini neden ve nasıl geliştirdikleri cevaplandırılmalıdır. Alkan ve Güven (2018) çalışmalarında öğretmenlerin standart ve geliştirici örnekleri daha sık kullandıklarını, başlangıç ve örnek olmayan örnekleri daha az kullandıklarını ve uç ve karşıt örnekleri hiç kullanmadıklarını belirlemişlerdir. Ancak örnek olmayan durumların ve karşıt örneklerin kullanılmama nedenlerinin araştırılmadığı görülmektedir. Bu çalışmada da görüldüğü gibi öğretmenlerin bazı örnek türlerini daha sık kullanırken diğerlerini daha az kullandıkları ya da hiç kullanmadıkları görülmekte ancak bu durumun nedeni cevap bulamamaktadır. Matematik öğretmenlerinin yeni bir

kavram öğretirken kullandıkları örnekleri seçme ve kullanma sebeplerinin ortaya konulduğu bir çalışmanın eksikliği nedeniyle bu araştırmada öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken kullandıkları örnek seçim nedenleri araştırılmaktadır. Bu çalışmanın bulguları sonucunda matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnekleri neden ve neye göre seçtikleri tespit edilmiş ve sonuçlar sunulmuştur. Bu çalışma bu eksikliği kapatarak alana katkıda bulunacaktır. Ayrıca bu çalışmanın sonuçlarına göre öğretmenlerin yeni bir kavram öğretirken kullandıkları örneklerin seçimleri ile ilgili olarak seminer veya ders almaları gibi durumlar tavsiye edilebilir. Sağlam Kaya (2017) öğretmen adaylarının örnek kullanımı hakkında programa eklenecek dersler almalarının daha iyi öğrenciler yetiştirmelerini sağlayacağını belirtmiştir. Bu nedenle bu çalışmanın yapılması ve araştırma sorularının cevap bulması gerekmektedir.

1.3. Araştırma Problemi ve Alt Problemler

Alan yazını incelendiğinde matematik dersinde örneklerle ilgili farklı araştırmaların varlığı görülmektedir. Ancak bu çalışmaların odaklandıkları noktalar örneklerin kullanım nedenleri değildir. Bu araştırmada öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramının öğretiminde sıklıkla kullandıkları örneklerin türleri, temsil biçimleri, seçilme ve kullanılma nedenlerinin ortaya konulması amaçlanmıştır.

Çalışmada aşağıda yer alan sorulara cevaplar aranmıştır.

- 1) Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnek türleri ve irrasyonel sayıların temsil biçimleri nelerdir?
- 2) Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin seçiminde etkili olan etkenler nelerdir?
- 3) Öğretmenler irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnek seçimini nasıl gerekçelendirmektedir?

1.4. Araştırmanın Sayıtları

Bu araştırmada öğretmenlerin gözlem sürecinde doğal ders akışında olduğu gibi örneklerini kullandıkları ve araştırmacı ile yapılan görüşmelerde sorulan sorulara içtenlikle cevap verdiği varsayılmaktadır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları şu şekilde sıralanmaktadır:

- Bu araştırma 2023 2024 eğitim öğretim yılında Kocaeli ili Çayırova İlçesinde yer alan 6 farklı ortaokul matematik öğretmeni ile yapılmıştır.
- Araştırma sadece 8. sınıflarda aktif olarak görev yapmakta olan matematik öğretmenleri ile sınırlıdır.
- Araştırma “irrasyonel sayılar” konusu ile ilgili örneklerin kullanım amaçları ile sınırlıdır.



2. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

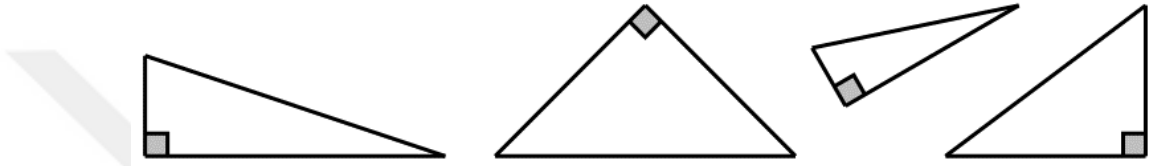
Bu bölümde araştırmanın kuramsal temelini oluşturan örnek, matematikte örnek, örneklerin sınıflandırılması, irrasyonel sayılar matematikte örnek kullanımının rolü ve önemi açıklanacak ayrıca ilişkin çalışmalara yer verilecektir.

2.1. Matematikte Örnek Nedir?

Örneklerin matematik öğretiminde önemli bir yeri vardır. Alan yazını incelendiğinde *örnek* teriminin tanımının matematik öğretimindeki görevleri ve kullanımlarına bağlı olarak çeşitlilik gösterdiği görülmektedir. En genel anlamda *örnek* genel bir sınıfın özel durumu (Zodik ve Zaslavsky, 2008) veya bir prensibi göstermek amacıyla seçilen özel durum (Chick, 2009) şeklinde tanımlanabilir. Bir kavram, işlem ya da kuralın özel durumu olan örnekler söz konusu matematiksel durum hakkında akıl yürütme ve genelleme yapmaya yardımcı olan araçlardır. Örnekleri Watson ve Mason (2005) kavramları açıklamak için, Huang (2017) ise matematiksel fikirleri iletmek için kullanılan önemli bir araç olarak tanımlamışlardır. Tsamir vd. (2008) örnekleri birer araç olmanın ötesinde tanımların ve özelliklerinin açıklanmasında kullanılan her şey olarak tanımlamıştır. Alkan (2016) ise örneklerin öğretimdeki farklı rollerine işaret ederek, örnekleri kavramlara ait tanımların ve kavramlara ait olmayan durumların açıklanmasında, matematiksel kuralların açıklanmasında, matematiksel kuralların anlamlarının belirtilmesinde ve prosedürlerin uygulanmasının açıklanmasında kullanılan özel durumlar olarak tanımlamaktadır. Karaaslan (2019) örnekleri öğretmen ve öğrenciler arasında matematiksel kavram ve kuralların açıklanmasında önemli role sahip iletişim aracı olarak tanımlamaktadır. Şahin (2021) matematikte örnek kavramını tanımların ve tanımlarda yer almayan durumların açıklanmasında, soyut kavramların somutlaştırılmasında ve öğrencilerin genellemelere ulaşmasında kullanılan özel durumlar olarak açıklamıştır. Alan yazınındaki örnek tanımları açıklamak, detaylandırmak ve somutlaştırma kavramlarının üzerinde durmaktadır (Şahin ve Karakuş, 2019).

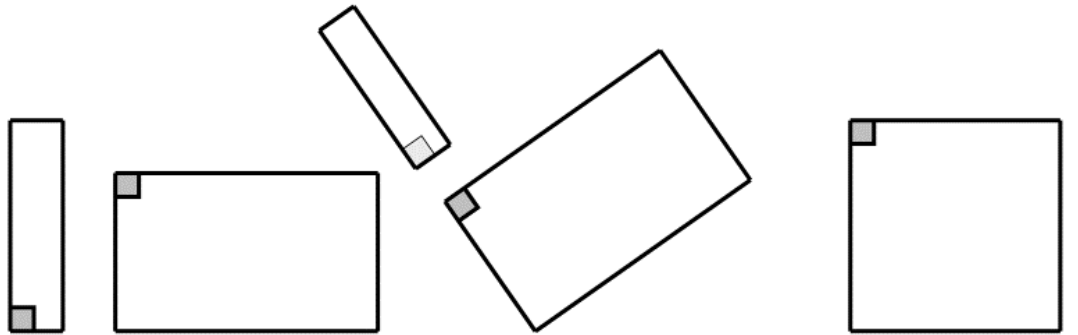
Örnekler bir kavramın ya da bir prosedürün örneği olabilir (Bills vd. 2006). Kavram örnekleri kavramın açıklanmasında kullanılan örnekler olarak açıklanabilir. Bu örnekler kavramın tanımında belirtilen kritik özelliklerin

tamamını taşımalıdır. Kritik özellikler kavramın tanımında yer alan ve kavramı diğer kavramlardan ayıran en temel özelliklerdir. Bu nedenle kullanılan örneklerin kavramın doğru anlaşılması için kavrama ait kritik özellikleri içermesi gerekmektedir. Örneğin dik üçgen kavramı için kullanılacak örnek bir açısı 90° olan üçgendir. Çünkü tanımda belirtilen bir dik açıya sahip olma şartı dik üçgeni diğer üçgenlerden ayırt eden kritik özelliktir. Dik üçgen bu özelliği ile diğer üçgenlerden ayrılmaktadır. Şekil 2.1 de gösterildiği gibi öğretmen dik üçgen için örnek seçerken bu kritik özellik dışında kenar uzunlukları ve yönü gibi kritik olmayan diğer özelliklerin tamamını değiştirebilir.



Şekil 2.1. Dik Üçgenler

Benzer şekilde, dikdörtgen karşılıklı kenarları paralel ve bir açısı dik olan dörtgendir şeklinde tanımlanmaktadır. Tanım incelendiğinde dikdörtgenin kritik özellikleri dörtgen olma, kenarlarının paralel olması ve bir açısının dik olmasıdır. Kenar uzunlukları ve yön gibi durumlar kritik olmayan özelliklerdir. Öğretimde sıklıkla kullanılan iki uzun ve iki kısa kenara sahip dikdörtgen örnekleri öğrencilerin dikdörtgenin iki uzun, iki kısa kenara sahip olması gerektiğini düşünmesine ve bu durum kritik özellik olarak yanlış genellemesine neden olabilmektedir. Oysaki kare bir dikdörtgendir ve bu şartı sağlamamaktadır.



Şekil 2.2 Dikdörtgenler

Sonuç olarak öğretmenler kavram için örnek seçerken, kavramın tanımını dikkate almalı ve kavram tanımında belirtilen kritik özellikleri sabit tutarken, yanlış genellemeleri engellemek için diğer tüm kritik olmayan özellikleri değiştirmelidir.

Prosedür örnekleri ise bir prosedürün işleyişini anlatan örneklerdir (Bills vd., 2006). Bu örnekler öğrencilere bazı temel becerilerin öğretilmesinde kullanılmaktadır. Dörtgenin alanını bulmayı, bir sayının 2 ile kalansız bölünüp bölünmediğinin nasıl bulunacağını ya da bir fonksiyonun grafiğini çizmeyi gösteren örnekler prosedür örneği olarak verilebilir. Yine üslü ifadelerle çarpma işleminin nasıl yapılacağını gösteren örnekler bu grupta sayılabilir. Ancak bu iki örnek türü arasında her zaman keskin bir ayrım olmamaktadır (Bills vd., 2006). Bazı durumlarda kullanılan örnek iki örnek türünde de rol alabilir. Örneğin $2x + 10 = 24$ hem denklem kavramını anlatan bir örnek olabilirken hem de prosedürün işleyişini anlatan bir örnek olarak kullanılabilir. Çünkü bu örnek denklemin tanımını öğrencinin anlamasına uygun, kavramın anlaşılmasını amaçlayan bir örnek olarak kullanılabilir. Ayrıca herhangi bir denklemde bilinmeyeni bulmak için denklem çözme adımlarını içeren bir örnek olarak kullanıldığında denklem çözme prosedürünü açıklayan bir örnek olarak kullanılması da mümkündür. Kısacası bu örnek hem denklem kavramını hem de denklem çözme prosedürünü aynı anda sunmaktadır.

2.2. Örneklerin Sınıflandırılması

Matematiksel kavram ve kuralların açıklanmasında bazı örnek türlerinin yetersiz kalması araştırmacıları farklı sınıflandırmalar yapmaya yönlendirmiştir (Doğan, 2019; Karaaslan, 2019). Bu durum da birden fazla örnek sınıflandırması ve farklı örnek türlerinin üretilmesine sebep olmuştur. Ayrıca örneklerin sınıflandırılmasının bir diğer nedeni de örneklerin özelliklerini anlamaktır (Sevimli, 2023). Yapılan çalışmalar incelendiğinde birçok sınıflandırma görülmektedir. Örnekler kullanım amaçlarına göre farklılık göstermesi bu farklı sınıflandırmalara neden olmuştur (Alkan, 2016).

Alkan (2016) örnekleri başlangıç örnekleri, standart örnekler, geliştirici örnekler, uç örnekler, karşıt örnekler ve örnek olmayan örnekler olarak sınıflandırmıştır. Michener (1978) ise örnekleri model, referans, karşıt örnekler ve başlangıç örnekler olarak; Tsamir vd. (2008) örnekleri prototip örnek, örnek olmayan ve ek örnekler, Bills vd. (2006) örnekleri jenerik örnekler, karşıt örnekler

ve örnek olmayan örnekler şeklinde sınıflandırmıştır. Zodik ve Zaslavsky (2008) ise örnekleri hazırlanma zamanına göre planlı örnek ve anlık örnek olarak sınıflandırmıştır. Yapılan sınıflandırmalar göz önüne alındığında Zodik ve Zaslavsky (2008) örnekleri hazırlanma şekillerine göre sınıflandırmaktadır. Alkan (2016), Bills vd. (2006), Michener (1978), ve Tsamir vd. (2008) ise örnekleri kullanım şekillerine göre sınıflandırmaktadır.

Tablo 2.1. Michener, Bills vd., Alkan, Tsmair vd., Zodik ve Zaslavsky'nin çalışmalarında yer alan örnek türleri

Michener (1978)	Bills vd. (2006)	Alkan (2016)
• Başlangıç örnekleri • Model örnekler • Referans örnekler • Karşıt örnekler	• Jenerik örnekler • Karşıt örnekler • Örnek olmayan örnekler	• Başlangıç örnekler • Standart örnekler • Geliştirici örnekler • Örnek dışı örnekler • Uç örnekler • Karşıt örnekler
Tsamir vd. (2008)	Zodik ve Zaslavsky (2008)	
• Prototip örnekler • Örnek olmayan örnekler • Ek örnekler	• Planlı örnekler • Anlık örnekler	

Bills vd. (2006) örnekleri işlevlerine göre jenerik örnekler, karşıt örnekler ve örnek olmayan örnekler olmak üzere 3 gruba ayırmaktadır. *Jenerik örnekler* bir tanımı ya da kuralı açıklamak ya da teoremin doğrulunu göstermek amacıyla kullanılan örneklerdir. Bu örnek türünde özel durumlar yerine sadece genel durumlar ifade edilmektedir (Mason ve Pimm, 1984; akt. Alkan, 2016). İrrasyonel sayılar kavramı öğretilirken kullanılan $\sqrt{5}$ gibi kareköklü ifadeler jenerik örnek olarak gösterilebilir. Zazkis ve Leikin (2008) irrasyonel sayılar kavramını öğretmek için kitaplarda genellikle bu örneklere yer verildiğini belirtmektedir. *Karşıt örnek* ise bir hipotezi ya da teoremin doğru olmadığını göstermek veya çürütmek için kullanılır (Bills vd., 2006). Karşıt örneklere örnek olarak $\sqrt{-1}$ sayısı örnek verilebilir. *Örnek olmayan örnekler* kavramını ilk kez Bills vd. (2006) çalışmalarında kullanmışlardır (Doğan, 2021). Örnek olmayan örnekler

kavramın sınırlarını netleştiren örneklerdir. İrrasyonel sayı kavramında verilen 3,14 sayısı örnek olmayan örnek olarak gösterilebilir. Bu örnek aracılığıyla kavramın sınırları belirlenmektedir.

Alkan (2016) ise öğretmenlerin kullandıkları örnekleri 6 grupta toplamıştır. *Başlangıç örneklerini* öğrencilerin dikkatini çeken, konuyu hatırlatan, tanım için altyapı oluşturan ya da konular arasında ilişki kurulmasını sağlayan örnek türleri olarak belirtmiştir. İrrasyonel sayılar konusuna giriş yaparken kullanılan rasyonel sayı örnekleri öğrencilerin eski bilgilerini hatırlatmak amacıyla kullanıldığı için başlangıç örnekleri arasında sayılabilir. *Standart örnekler* tanımı ve kuralı yansıtarak prosedürün nasıl uygulanacağını gösteren örnekler olarak tanımlanmıştır. Bu türe irrasyonel sayıların tanımından sonra verilen $\sqrt{2}$ gibi kök dışına çıkamayan sayılar, π sayısı örnek olarak verilebilir. *Geliştirici örnekler* standart örneklerin oluşturduğu anlamayı geliştiren, konular arasında bağ kurarak kavramların sınırını genişleten, kuralın standart örneğin dışında başka durumlarla ilişkisini gösteren örnekler olarak tanımlanmıştır. *Uç örnekler* kavramların istisna durumlarını gösteren örnekler olarak tanımlanmıştır. *Örnek olmayan örnekler* tanımların, kuralların ve prosedürün dışında kalan örnekler olarak tanımlanmıştır. *Karşıt örnekler* ise öğrencilerin yanlış genellemelerini engelleyen örneklerdir. Karşıt örnekler kullanılarak matematiksel bir ifadenin doğru olmadığı gösterilirken, kavramlar arasındaki ayırt edici özelliklerin net şekilde ortaya konulması sağlanmaktadır (Avcu, 2014).

Michener (1978) ise örnekleri şu şekilde sınıflandırmaktadır: *Başlangıç örnekleri* konuya motive edici örneklerdir. Başlangıç örnekleri konunun daha iyi anlaşılmasını sağlamak amaçlı kullanılmaktadır. Başlangıç örnekler temel kavramları desteklemek, kendiliğinden anlaşılabilir olmak, özel durumları genele taşımayı sağlamak ve basit olmak zorundadır. *Referans örnekler* ise sezgiyi güçlendirmek amaçlı kullanılan örneklerdir. Referans örnekler bir kavramın gelişmesinde sıklıkla kullanılan standart örnekler olarak düşünülebilir. *Model örnekler* kavramın özeti şeklindeki örneklerdir. Son olarak *karşıt örnekler* öğrencilerin yanlış genellemeler yapmaması için kullanılan örneklerdir. Bu örnekler ifadenin doğru olup olmadığının anlaşılmasında kullanılmaktadır.

Tsamir vd. (2008) *prototip örnekleri* matematikte kavramların daha iyi kavranmasına yardımcı olan gerçek dünyayla ilişkilendirilebilen örnekler olarak belirtmiştir. *Ek örnekler*, prototip örneklerden sonra verilen ve pekiştirme amaçlı

olarak belirtilen örnekler iken *örnek olmayan örnekler* ise kavrama benzeyen ancak bir yönüyle kavrama uymayan örneklerdir. Bu örnek türü kavrama benzese de kavramdan farklı olan ancak yanlışlığa düşürecek durumların görülmesini sağlamaktadır.

Zodik ve Zaslavsky (2008) örnek türlerini gruplandırırken diğer araştırmacılardan farklı olarak örneklerin amacı yerine örneklerin hazırlanış zamanını göz önünde bulundurmuştur. Daha önceden hazırlanarak derste sunulan örneklerle *planlı örnek* adını verirken, ders anında birden hazırlanarak öğrencilere sunulan örneklerle *anlık örnek* adını vermiştir. Planlı örnekler daha önceden kurgulanmıştır ve hizmet edecekleri amaç önceden belirlenmiştir. Öğretmen açıklama yapmak, somutlaştırmak, genellemek ya da yanlış genellemeleri engellemek için hangi örnekleri kullanacağını önceden planlayarak sınıfa gelmektedir. Anlık örnekler ise ani gelişen herhangi bir kurgu dahilinde olmayan örneklerdir. Bu örnekler anlık ihtiyaca göre derste kullanılmaktadır.

Ayrıca alanda farklı sınıflandırmalar olduğu da görülmektedir (Doğan,2019). Çalışmalarda görüldüğü gibi örneklerin sınıflandırılmasında fikir birliği olmadığı gibi yapılan sınıflandırmalarda bazı örnek türleri ortaktır. Ve bazı örnek türlerinin aynı role sahip oldukları ancak bu örneklerin farklı isimlendirildikleri görülmektedir (Alkan, 2016). Michener (1978) ve Alkan (2016) çalışmalarında ilk kullanılan örneklerle başlangıç örneği adını verirken Tsamir vd. (2008) prototip örnek, Bills vd. (2006) jenerik örnek adını vermişlerdir. Ayrıca bir örnek farklı bir bakış açısıyla bakıldığında diğer örnek türünde yer alabilir (Sağlam Kaya, 2019). Bir örnek bir durum için standart örnek iken başka bir durum için uç ya da karşıt örnek olabilir. 1 tam sayı örneği iken aynı zamanda her tam sayının karesi kendisinden büyüktür iddiasına karşıt örnek olmaktadır. Bu durum da örneklerin sınıflandırılmasında yaşanan zorluklardandır. Bir örnek farklı sınıflandırmalarda yer alabilmektedir.

İrrasyonel sayıların öğretimi esnasında kullanılabilecek örnek türü sınırlıdır. Genellikle kavram tanıtılırken kareköklü sayılar, π sayısı ve düzensiz sonsuza giden ondalık sayılar kullanılmaktadır. Daha sonra da kavramın sınırlarını çizmek için kavramın tanımına uymayan birkaç örnek türü kullanılmaktadır. İrrasyonel sayı kavramının öğretiminde kullanılan örnek türlerinin sınırlı olması nedeniyle bu örnek türlerine en uygun sınıflandırmanın Bills vd. (2006) tarafından

yapılan örnek sınıflandırması olmasından dolayı bu araştırmada Bills vd. (2006) tarafından geliştirilen örnek sınıflandırılması kullanılmaktadır.

2.3. İrrasyonel Sayılar

Ortaokul 8.sınıfa kadar öğrencilere öğretilen en genel sayı kümesi rasyonel sayılardır. Ancak rasyonel sayılar kümesi sayı doğrusu üzerinde her yeri dolduramamaktadır. Çünkü sayı doğrusunda olan rasyonel olmayan sayılar da vardır (Adıgüzel, 2013). Rasyonel olmayan sayı kümesi irrasyonel sayı kümesi olarak adlandırılmaktadır. İrrasyonel sayıların tanımı genellikle rasyonel sayıların tanımı üzerinden yapılmaktadır. Rasyonel sayılar a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılar olarak tanımlanmaktadır. İrrasyonel sayılar ise $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılar olarak tanımlanabilmektedir. Bu tanımlardan yola çıkarak irrasyonel sayılar, rasyonel olmayan gerçek sayılar olarak adlandırılabilir. Bu sayılara örnek olarak $\sqrt{5}$ gibi kareköklü sayılar π ve e gibi bir düzene bağlı olmadan sonsuza kadar devam eden sayılar gösterilmektedir.

İrrasyonel sayılar öğrencilerin öğrenmekte zorluk yaşadığı kavramlardan birisidir. Çiftçi vd. (2015) öğrencilerin bu kavramı günlük hayatla ilişkisiz, zor, karışık ve gereksiz bulduklarını belirtmektedir. İrrasyonel sayıların günlük hayatla ilişkilendirilememesi ve soyut kalması öğrenmede zorluk yaşanmasının nedenlerinin arasında yer almaktadır. Daha önce karşılaşmadığı bu kavramın soyut kalması nedeniyle bu kavramı hazır olan hiçbir şemayla ilişkilendirmeyen öğrenciler bu kavramı öğrenirken zorluklar yaşamaktadır.

Lesh vd. (1987) temsilleri öğrencilerin içsel olarak kavramsallaştırdıklarını dışsal olarak sunmalarını sağlayan somut yapılar olarak tanımlamaktadır (Toluk Uçar, 2016, s.1150). Temsiller bir matematik kavramının anlaşılmasında önemli bir role sahiptir (Lesh vd., 1987; Zazkis ve Sirotic, 2004, 2010). Sirotic ve Zazkis (2007) öğrencilerin bir gerçek sayıyı rasyonel ya da irrasyonel olarak adlandırırken temsillerden etkilendiğini belirtmektedir. Bu ifade temsillerin irrasyonel sayıların kavranmasındaki önemini göstermektedir. Öğrenciler verilen bir sayıyı rasyonel ya da irrasyonel olarak gruplandırabilmek için sayının temsil biçimini dikkate almaktadır.

İrrasyonel sayılar *şeffaf* ve *opak* olmak üzere 2 farklı temsil biçimine sahiptir (Toluk Uçar, 2016). Şeffaf temsiller kavramın açıkça belirttiği özellikleri gösterirken, opak temsiller ise bu özellikleri gizlemektedir. Bir kavramda belirgin

olarak görülebilen özellik şeffaf temsil olarak adlandırılmaktadır (Zazkis ve Sirotic, 2010). İrrasyonel sayılar $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılar olarak tanımlandığı için, bu tanıma göre sonsuz tekrarlı olmayan bir ondalık ifade de irrasyonel sayı olarak adlandırılmaktadır (Adıgüzel, 2013; Erdem Uzun, 2023; Horzum, 2016; Zazkis ve Sirotic, 2010). Bu tanımda irrasyonel sayıların devretmeden sonsuza kadar düzensiz şekilde yazılacağını açıkça belirten bir ifade olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle alandaki bazı çalışmalarda 1,414235... gibi sonsuza kadar düzensiz şekilde devam eden gösterimler irrasyonel sayıların şeffaf gösterimi olarak kabul edilmektedir (Toluk Uçar, 2016; Zazkis ve Sirotic, 2010). Kareköklü ifadeler ve π sayısı bu tanıma açık bir şekilde göstermemektedir. Opak temsiller kavramın bazı özelliklerini gizlemektedir (Zazkis ve Sirotic, 2004). Kareköklü ifadeler ve π sayısı da düzensiz sonsuza kadar giden sayılar şeklinde yazılabilmekte ancak bu durumu açıkça göstermemektedir. Örneğin $\sqrt{2}$ sayısının değeri 1.4142135... şeklinde π sayısı ise 3.1415926... şeklinde gösterilebilmektedir. Kareköklü ifadeler ve π sayısı bu nedenle opak temsil olarak kabul edilmektedir.

2.4. Öğretmenlerin Bilgisi ve Örneklerin Yeri

Öğretmenlerin örnek seçimleri öğrencilerin matematik öğrenmelerini olumlu ya da olumsuz etkileyebilmektedir. Bu nedenle öğretmenler kullanacakları örnekleri seçerken belli bilgilere sahip olmalıdırlar. Örnek seçimini etkileyen bu bilgiler matematik alan bilgisi, pedagojik bilgi ve pedagojik alan bilgisidir (Alkan, 2016; Doğan ve Doğan, 2023; Zazkis ve Leikin, 2008). Suffian ve Abdulrahman (2010) her öğretmenin alan bilgisine, pedagojik bilgiye ve pedagojik alan bilgisine sahip olması gerektiğini belirtmektedir. Literatürde öğretmenlerin alan bilgileri, pedagojik bilgileri ve pedagojik alan bilgilerinin öğretmen örneklerini etkilediği görülmektedir (Alkan, 2016; Ng ve Dindyal 2016; Suffian ve Abdulrahman, 2010; Zodik ve Zaslavsky, 2008).

Matematik öğretmek için gerekli olan bilgi boyutlarından biri alan bilgisidir (Ball vd., 2008). Alan bilgisi matematiğin yapısı ve matematiksel kavramların anlaşılmasıyla ilişkilidir (Leikin ve Zazkis, 2010). Öğretmenlerin kullanacağı örnek öğrencinin aklını karıştırmamalı ve farklı ya da anlatılmayan bir yöne dikkat çekmemelidir. Bu durum da öğretmenin matematik alan bilgisiyle ilişkilidir (Doğan, 2016). Chick (2009) uygun değerleri seçmek, tüm öğrencilere

hitap etmek gibi sebeplerle matematik alan bilgisinin öğretmenler için çok gerekli olduğunu belirtmiştir. Ball vd. (2008) anlatacağı konuyu bilmeyen bir öğretmenin öğrencilere içeriği öğretmesinin beklenemeyeceğini belirtmektedir. Bir kişinin öğreteceği içeriğe dair bilgisi olmadığında ya da yetersiz olduğunda bilgiyi öğretmesi mümkün olamayacaktır. Öğretmenin matematik alan bilgisi ne kadar yeterli olursa kullanacağı örnekler dersin anlaşılmasında o kadar etkin olacaktır. (Suffian ve Abdulrahman, 2010). Ancak matematik alan bilgisinin öğretimde tek başına yeterli değildir (Sağlam Kaya, 2019).

Ball vd. (2008) öğretmenin sadece konuyu bilmesinin yeterli olmayacağını belirtmektedir. Derste kullanılan örneklerin seçimini etkileyen faktörlerden biri öğretmenin pedagojik bilgisidir. Pedagojik bilgi genel olarak öğrencilerin öğrenmeleri hakkındaki bilgi olarak tanımlanmaktadır (Zodik ve Zaslavsky, 2008). Öğrencilerin öğrenme süreçleri, gelişim düzeyleri öğretmenlerin kullanacakları örneklerin seçimi üzerinde etkilidir. Öğretmen öğrencinin anlayabileceği, öğrencinin gelişim düzeyine uygun örnekler seçmelidir.

Shulman (1986) geliştirdiği modelde öğretmenlerde bulunması gereken özelliklerden birisinin de pedagojik alan bilgisi olduğunu belirtmektedir. Shulman (1986) bu modelle beraber pedagoji bilgisinden bağımsız bir bilgi olarak pedagojik alan bilgisini ele almıştır (Baştürk ve Dönmez, 2011). Pedagojik alan bilgisi üzerine çeşitli tanım ve görüşler yer almaktadır. Yapılan çalışmalar incelendiğinde pedagojik alan bilgisini matematik bilgisi ve pedagojik bilginin harmanlanması olarak tanımlamaktadır (Baştürk ve Dönmez, 2011; Leikin ve Zazkis, 2010; Ng ve Dindyal, 2016; Shulman, 1987). Baştürk ve Dönmez (2011) pedagojik alan bilgisini pedagojik bilgi ve alan bilgisi arasında bir köprü olarak görmektedir. Pedagojik alan bilgisi konuların öğrenilmesini kolaylaştıran ve zorlaştıran etkenlerin bilinmesiyle ilişkilidir (Depaepe vd., 2013). Gökkurt ve Soylu (2016) pedagojik alan bilgisini alan bilgisinin öğretime nasıl dönüştürüleceğini ve bilgi aktarımında öğrencinin bilgiyi nasıl kazanacağını bilmekle ilişkili bilgi olarak tanımlamıştır. Shulman (1986) pedagojik alan bilgisini öğretmenin konuya ait içerik bilgisini öğrenciye öğrencilerin öğrenme zorlukları ve eski öğrenmeleriyle beraber nasıl öğreteceğinin bilgisi olarak görmektedir. Baştürk ve Dönmez (2011) pedagojik alan bilgisinin konunun daha iyi öğretilmesi için konu içeriğini daha iyi öğretme yollarının tamamı olduğunu belirtmiştir. Shulman (1987) pedagojik alan bilgisinin amacının konu alanının

öğrenciye en net şekilde öğretimi olduğunu ve pedagojik alan bilgisinin konunun öğretilmesine yardımcı olduğunu belirtmiştir. Pedagojik alan bilgisi hem konuya ait bilgileri hem de öğretmeye ait bilgileri sentezlemektedir. Pedagojik alan bilgisi hem öğrencilerin nasıl anlayacakları, ön bilgileri, hazır bulunuşluklarını hem de öğretilecek konuya ait bilgileri içermektedir. Doğan (2016) öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin nasıl ve ne zaman ne öğretecekleri hakkında bilgi sahibi olmalarında etkili olduğunu belirtmiştir.

Pedagojik alan bilgisi kavram öğretiminde kullanılan temsilleri, benzetimleri, açıklamaları ve örnekleri içeren bilgi türüdür (Shulman, 1987). Öğretmenin konuya dair bilgileri ve o bilgilerin öğretimiyle ilgili yöntem seçimi öğretmenin örnekleri kullanım amaçlarını ve seçtiği örnek türlerini etkilemektedir. Bu nedenle öğretmenin pedagojik alan bilgisi örnek seçiminde oldukça önemlidir (Chick, 2009; Ng ve Dindyal, 2016; Zazkis ve Leikin, 2008; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Ng ve Dindyal (2010) öğretmenlerin yeni bir içerik sunduklarında öğrencilerin o konuya dair ön bilgilerinin ve konunun zorluk seviyesinin öğretmenler tarafından göz önünde bulundurularak öğrenmeyi daha iyi sağlayabilecek ve ilgi çekecek örnekler seçmeye çalıştıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin göz önünde bulundurdıkları bu özellikler pedagojik alan bilgisinin bir parçasıdır. Yapılan birçok çalışmada pedagojik alan bilgisinin yeterliliğinin örnek seçiminde olumlu, eksikliğin ise olumsuz etkileri olduğu belirtilmektedir. Zazkis ve Leikin (2008) çalışmalarında meslek hayatının ilk yıllarında olan öğretmenlerin daha tecrübeli öğretmenlere göre örnek seçiminde zorlandıklarını belirterek bu durumu pedagojik alan bilgisi ile ilişkilendirmiştir. Chick (2007) ve Chick (2009) de öğretmenlerin uygun örnekleri seçebilmelerinin zengin bir pedagojik alan bilgisine sahip olmalarıyla ilişkili olduğunu belirtmiştir. Rowland (2008) ve Sevimli (2016) pedagojik alan bilgisinin öğretmenin kullandığı örneklere yön veren etkenlerden biri olduğunu belirtmiştir. Alkan (2016), Şahin ve Karakuş (2021) matematik dersinde bazı örnek türlerinin az kullanılmasının sebeplerinden biri olarak öğretmenin matematik alan bilgisinin ya da pedagojik alan bilgisinin yetersizliği olabileceğini belirtmiştir.

Yapılan çalışmalarda belirtildiği gibi öğretmenin pedagojik bilgisi, matematik bilgisi ve pedagojik alan bilgisi öğretmenlerin örnek seçimleri üzerinde son derece etkilidir. Öğretmenler bu bilgi türlerine ne kadar sahip olursa kullandıkları örnekler o kadar etkin olacaktır. Ancak bu bilgilere tek başına sahip

olmak yeterli değildir. Öğretmenler bu bilgi türlerine aynı anda sahip olmalı ve onları bir sentez haline getirmelidir. Pedagojik bilgiye sahip olan ancak matematik alan bilgisi yeterli olmayan bir öğretmen ya da matematik alan bilgisi yüksek düzeyde olup pedagojik bilgisi zayıf olan bir öğretmenin kullanacağı örnekler öğrencinin konuyu anlamasına yardımcı olmayacaktır. Öğretmenin hem öğreteceği alana hakim olması hem de öğrencinin nasıl öğreneceğini bilmesi gerekmektedir. Bu açıdan pedagojik alan bilgisinin örnek seçimi üzerindeki rolü ve etkisi ortaya konmuştur.

2.5. Kavram Öğretiminde Örneklerin Önemi ve Rolü

Rollerinden biri olarak belirtildiği gibi matematik dersinde kullanılan örnekler kavram oluşumunda önemli yere sahiptir (Alcock ve Inglis, 2008; Sevimli, 2023; Tsamir vd., 2008). Ng ve Dindyal (2016) öğretmenlerin örnekleri bir fikri tanıtırken ya da bir kavramı açıklarken kullandıklarını belirtmiştir. Matematik öğretmenleri temel matematikten daha soyut kavramların olduğu ileri düzey matematiğe kadar konuyu örnekler yardımı ile yapılandırır (Ubuz ve Kırkpınar, 2000). Öğretmenler örnekleri öğrenci ve matematiksel kavramlar arasında bir araç olarak kullanabilir (Goldenberg ve Mason, 2008; Sağlam ve Dost, 2016). Örnekler matematiksel düşünmeyle beraber kavramsallaştırma, somutlaştırma ve genelleme için matematik eğitiminin ayrılmaz bir parçasıdır ve bazı tanımlar ve açıklamalar öğrencilerin konuyu tam kavramalarına yeterli olmadığında kullanılan örnekler konuyu daha anlaşılır hale getirebilir (Zodik ve Zaslavsky, 2008). Örnekler kullanılarak kavrama ait özellikler, sınırlar, kavramın uç noktaları ya da kavrama ait olmayan durumlar öğrencilere somut bir şekilde sunulabilmektedir. Örnekler soyut bir kavramın somut bir imgesinin öğrencinin zihninde oluşmasını sağlamaktadır (Doğan, 2021).

Tek tür örneğin kavrama tüm anlamları içermesi zor olabilir (Karaaslan, 2019; Alkan ve Saka, 2023). Bu nedenle sadece tek türe ait örneklerin kullanılması konu ya da kavramın tam olarak anlaşılmasına engel olmaktadır. Kavram öğretiminde birden fazla örnek türü kullanımı kavramın daha iyi tanınmasını ve temel özelliklerinin daha iyi kavranmasını sağlamaktadır (Alkan, 2016; Goldberg ve Mason, 2008). Bills vd. (2006) çalışmalarında kavramların genel hatlarının jenerik örneklerle çizildiğini belirtmiş ancak diğer örnek türlerini de kullanarak kavramın sınırlarının genişletilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Tsamir vd. (2008) prototip örneklerin kavramın temsilcisi kabul edilse de kavram

oluşumuna katkısı olduğu kadar engel olduğunu ve örnek olmayan örneklerle bu engelin kaldırılacağını belirtmiştir. Bu iki çalışmada da belirtildiği üzere tek örnek türü kullanılarak kavram öğretimi sınırlı kalmaktadır. İrrasyonel sayı kavramına dair örnekler kullanılırken sadece kareköklü ifadelerin verilmesi öğrencilerin irrasyonel sayıların sadece kareköklü ifadeler olarak gösterildiğini düşünmesine sebep olabilir. Bu durumun önüne geçmek için π ya da 3,14159... şeklinde düzensiz olarak devam eden sayıların da örnek olarak sunulması öğrencilerin kavramı daha detaylı tanımasını sağlayacaktır. Bu sayede öğrenciler kavrama ait farklı durumları da göreceği için sınırlı öğrenmelerin önüne geçilecektir.

Kullanılan örneklerin öğrencilerde yanlış anlamalara ya da yanlış genellemelere sebebiyet vermesi gibi istenmeyen durumların oluşmaması için öğretmenlerin kullandıkları örneklerle dikkat etmesi ve kullandıkları örnekleri çeşitlendirmesi gerekmektedir. Farklı örnek türlerinin kullanılması öğrencilerin yanlış genellemelerden uzak kalmasını sağlamaktadır. Bir konu ile ilgili jenerik örneklerden sonra örnek olmayan ya da karşıt örnek kullanımı öğrencilerde konunun sınırlarının çizilmesini sağlayacaktır. Ayrıca uç örnekler ise istisna durumların görülmesini sağlamaktadır. Öğrencilere irrasyonel sayılara örnek olarak π verildikten sonra örnek olmayan örnek olarak 3,14 ve $\frac{22}{7}$ verilerek 7.sınıfta bazı sorularda π 'nin yaklaşık değeri alınan bu sayıların irrasyonel sayı olmadıkları belirtilmelidir. Bu sayede öğrencilerin yanlış genellemelerinin önüne geçilmelidir. Görüleceği üzere örnekler bir kavramın oluşumunda, kavrama ait bilgilerin genişletilmesinde ya da o kavramın sınırlarının belirlenmesinde ve anlaşılmasında önemli bir role sahiptir. Alcock ve Inglis (2008) çalışmalarında örneklerin kavramsal anlayışın geliştirilmesinde önemli rolünün olabileceğinin literatürde yer aldığını belirtmektedir.

Örnekler kavram oluşumunda önemli öğretimsel araçlardan biri olduğu gibi örneklerin bir kavrama dair bilgilerin kavranılmasında olumlu katkıları vardır (Alkan, 2016; Alkan, 2023). Kavram oluşumunda sadece kavramın tanımını bilmek yeterli değildir aynı zamanda kavramın diğer kavramlarla ilişkisinin kurulması lazımdır (Ercire vd., 2016). Kavrama ait tanımın anlaşılması ve kavramlar arasındaki ilişkinin kurulması için örneklerin kullanımı gereklidir. Lesh vd. (1987) kavramın anlaşıldığının göstergesinin o kavramın çeşitli temsillerinin arasında hareket edebilme yetisi olduğunu belirtmiştir. Öğretmenler örneklerin

kullanımı ile öğrencilerin kavrama ait temsiller arasında ilişki kurabilmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Örnekler kavram oluşumu dışında kavramının genişletilmesi ya da kavrama ait uç durumların ve kavramın sınırlarının belirlenmesinde de kullanılmaktadır. Örnekler, ilişkiyi bulma ve genelleme yapmanın yanı sıra işlemsel ve kavramsal anlayışı da gösterebilmelidir (Suffian ve Abdulrahman, 2010).

Kavram oluşturma sürecinde öğrencilerin yanlış genellemeler yapabildikleri görülmektedir. Bu süreçte kullanılan örneklerin seçimi önem taşımaktadır. Doğru örnek kullanımı ya da örneklerin çeşitliliği istenmeyen durumların önüne geçmek için araç olarak kullanılabilir. Örnek kullanımı ile tanım ya da kavramların öğrenciler tarafından daha iyi anlaşılmasını sağlamak ve oluşabilecek kavram yanlışlarının önüne geçmek öğretmenler tarafından hedeflenmektedir. Doğru seçilen örnekler öğrencilerin öğrenme süreçlerinde etkin ve önemli bir role sahiptir. Öğretmenler öğrencilerin öğrenmeye teşvik olması için en uygun örnekleri seçmelidir (Huang, 2017). Örnekler kavrama ait bilgilerin daha anlamlı olmasına yardımcı olur ve bazen kavram dışı durumları göstererek yanlış genelleme yapılmasının önüne geçmektedir (Alkan ve Güven, 2018). Kullanılan uç örnek ya da karşıt örnekler bu durum engellenebilmektedir. Örnek olmayan örnek kullanımı ile de istisna durumlar öğrencilere verilebilir. Bu sayede örnekler kavram veya tanımların sınırlarını da çizerek öğretime katkıda bulunabilmektedir. Ayrıca örnek olmayan ve karşıt örneklerin kullanımı da ayrımların anlaşılmasını kolaylaştırmaktadır (Karaaslan, 2019; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Avcu (2014) karşıt örneklerin matematiksel kavramlar arasında ayırt edici özellikleri netleştirmedeki rolünden bahsetmektedir. Bills ve Watson (2008) örnekler ne şekilde kullanılırsa kullanılsın her durumda matematik öğretiminde önemli bir yeri olduğunu belirtmektedir.

2.6. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde matematik eğitiminde kullanılan örnekler ve irrasyonel sayılar üzerine yapılmış araştırmaların bulgularına yer verilmiştir. Matematik öğretiminde örnekler üzerine yapılan çalışmalar öğretmen ve öğrenci örnekleri ile ders kitaplarında kullanılan örnek türleri olarak gruplandırılmıştır.

2.6.1. Öğretmen ve Öğrenci Örnekleri

Avcu (2014) matematik öğretmenlerinin 7.sınıfta rasyonel sayı kavramı öğretilirken örnekleri nasıl ele aldığını incelemek için yaptığı çalışmada farklı

deneyimlere sahip 4 ortaokul öğretmeninin kullandıkları örnekleri incelemiştir. Bu çalışmada öğretmenlerin matematiksel olarak doğru 704, matematiksel olarak doğru olmayan 14 örnek kullandıklarını belirtmiştir. Matematiksel olarak doğru olan örneklerin 361 tanesinin anlık gelişen örnek iken 343 örnek ise planlı örnek olduğu belirtilmiştir. Rasyonel sayı kavramını öğretirken kullanılan bu örneklerin özel örnekler, örnek olmayanlar ve karşıt örnekler olarak 3 farklı tür kullanıldığını belirlemiştir. Ancak öğretmenlerin karşıt örneklere çok az yer verdiklerini belirtmiştir. Ayrıca öğretmenlerin kullandıkları örneklerin çoğunlukla rasyonel sayı işlemlerine ait olduğunu, rasyonel sayılarla problem kurulumu ve çözümü örneklerine çok az yer verdiklerini belirtmiştir. Ayrıca çalışmada öğretmenlerin rasyonel sayıları öğretirken kullandıkları örnekleri seçerken kolay ve bilindik örnekleri seçtikleri, öğrencilerin genellikle yaptıkları hatalara dikkat ederek örnek seçtikleri, sınavları göz önünde bulundurdıkları ve örneklerin kritik özelliklerine vurgu yaptıkları belirtilmektedir.

Zodik ve Zaslavsky (2008) farklı tecrübeye sahip 5 öğretmenin 54 dersini gözlemledikleri çalışmalarında öğretmenlerin örnek seçimlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğretmenlerin örnekleri basit ve benzer durumları açıklamak, öğrencilerin yapabilecekleri hataları engellemek, verilecek özelliklere dikkat çekmek ve durumu açıklamak amacıyla seçtiklerini belirtmektedir. Ayrıca öğretmenlerin dersten önce planlanmış örneklerle beraber anlık örneklere de ihtiyaç duyduklarını tespit etmişlerdir. Elde edilen bir diğer bulgu ise öğretmenler ders planında hiç karşıt örnek kullanmamalarına rağmen öğrencilere anlık dönüt verirken en çok karşıt örneklere ihtiyaç duyulmaktadır.

Ng ve Dindyal (2016) öğretmenlerin örnek seçimlerini ve kullanımlarını araştırdıkları çalışmalarında 24 okuldan 121 öğretmene 3 açık uçlu soru sormuşlardır. Bu çalışmanın sonucunda öğretmenin derste örnek kullanırken örneklerin zorluk seviyesini, öğrencilerin yeteneklerini göz önünde bulundurdıklarını belirtmişlerdir. Buna ek olarak farklı amaçlar için seçilen örneklerde öğretmenlerin farklı örnek türlerine yer verdiklerini ve örnek kullanımının öğretmenin bilgisiyle alakalı olduğunu vurgulamışlardır.

Alkan vd. (2018) fonksiyonlar konusunun öğretiminde 2 farklı öğretmenin kullandıkları örneklerin türlerini ders içi gözlem ve öğretmenlerle sonrasında görüşmeler yaparak incelemiştir. Bu çalışmada Bills vd. (2006) tarafından hazırlanan örnek sınıflandırmasını kullanmışlardır. Çalışma sonucunda

öğretmenlerin genelleyici örneklerden ve örnek olmayanlardan sıklıkla faydalandıklarını ancak karşıt örneklerden hiç faydalanmadıklarını belirtmişlerdir.

Sağlam Kaya'nın (2019) lise matematik öğretmenlerinin öğrencilerin ürettiği örnekleri kullanma sıklıklarını ve nedenlerini ortaya çıkarmak için yaptığı çalışmada öğretmenlerin deneyimlerin arttıkça öğrenci örneklerini kullanma sıklığının arttığını belirtmiştir. Yine aynı çalışmada fen lisesi öğretmenlerinin öğrencilerin örneklerini kullanma sıklıklarının en fazla olduğunu, meslek liselerinde ise öğretmenlerin öğrenci örneğini kullanma sıklıklarının en az olduğunu vurgulamaktadır.

Huang (2017) çalışmasında öğretmenlerin türev konusunu öğretirken kullandıkları örneklerin seçimini incelemek için 2 öğretmenle çalışmıştır. Ders içi gözlem ve sonrasında görüşmeler yaparak elde edilen verilerin sonucunda öğretmenlerden birinin daha öğretmeni merkeze alan bir yaklaşım izlediği, bu öğretmenin teoremlerin kanıtlamasını sağlayan örnekleri kullanmadıklarını belirtmiştir. Ancak diğer öğretmenin daha öğrenci merkezli bir eğitim anlayışına sahip olduğunu ve tüm örnek türlerinden yararlandığını belirtmiştir.

Şahin (2021) oran ve orantı kavramının öğretilmesinde kullanılan öğretmen örneklerinin belirlenmesi için 97 matematik öğretmeni ile çalışmış ancak bu öğretmenlerden 4 tanesinin derslerini gözlemlemiştir. Öğretmenlerin kullandıkları örneklerin sınıflandırılmasında Alkan'ın (2016) geliştirdiği teorik çatıdan faydalanılmıştır. Bu çalışmada öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin mesleki deneyimden fazla etkilenmediği belirtilmiştir. Bununla beraber standart örneklerin sıklıkla kullanıldığını, örnek olmayan örnekler ile başlangıç örneklerinden az yararlandığı ve uç ve karşıt örneklerin hiç kullanılmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca anket verilerine göre ise örnek seçimi üzerinde etkili olan en önemli etkenlerin günlük yaşam, çevre ve sınıf seviyesi olduğu belirtilmektedir.

Doğan (2021) matematik öğretmenlerinin örnek seçimlerini incelemek ve seçimlerinin nedenlerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada 12 matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Öğretmenlerin çarpanlar ve katlar konusuna dair seçtikleri örneklerin seçilme nedenlerini 8 kategoride toplamıştır: Kolay olan örneklerle başlamak, ilk akla gelen örnekler, öğrenmenin desteklenmesi, bir özelliği vurgulamak, yanlış genellemenin engellenmesi, standart örnekler, istisna durumu göstermek, farklı örnekler. Öğretmenlerin tamamının basit örneklerle örnek seçimine başladıkları ve standart örneklerden

yararlandıkları görülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin az bir kısmı istisna durumu göstermek, yanlış genellemeleri engellemek amacıyla örnek kullanmaktadır. Bu çalışma ayrıca öğretmenlerin örnekleri sıklıkla kullandıkları ancak örnekler üzerine düşünmediklerini vurgulanmaktadır.

Zazkis ve Leikin (2008) bir tanımın taşınması gereken özellikleri incelemek için yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarından karenin tanımını örneklendirmelerini istemiştir. Öğretmen adaylarının örneklerinin kullandıkları örnekler üzerinden alan bilgisi ve pedagojik bilgi hakkında yorumlar yapmayı amaçlamışlardır. Önce katılımcılardan kare tanımına dair olabildiğince örnek vermelerini istemişlerdir. Örnekler önce katılımcıların tarafından bireysel olarak incelenmiş daha sonra küçük gruplar halinde tartışılmıştır. Araştırmacılar elde ettikleri verileri kendi belirledikleri erişebilirlik, doğruluk, zenginlik ve genellenebilirlik kriterlerine göre incelemiştir. Araştırma sonunda matematik öğretmeni adayları olan katılımcıların kullandıkları örneklerin onların pedagojik bilgileri ve tanımı nasıl anladıkları hakkında fikir sahibi olmamızı sağladığı belirtilmiştir. Ayrıca katılımcıların kare tanımına dair çok farklı örnekler kullandıkları da belirtilmiş ve öğretmen örnekleri üzerine çalışmalar yapılması gerektiği belirtilmiştir.

2.6.2. Ders Kitaplarında Kullanılan Örnek Türlerinin İncelenmesi

Okullarda öğretmenlerin en sık yararlandığı materyallerden birisi ders kitaplarıdır. Ders kitapları öğretim sürecinin temel unsurlarındandır (Doğan, 2021) ve öğretimin hedeflerine ulaşmasında, öğretme sürecinin sistemli bir şekilde devam etmesini sağlamaktadır (Çelik, 2022). Matematik öğretiminde ders anlatımında olduğu kadar matematik ders kitaplarında yer alan örnekler de önemli yer tutmaktadır. Ders kitaplarında yer alan örnekler kitapta yer alan bilgilerin açıklanması, bilgiler arasında ilişki kurulması, somutlaştırma gibi birçok açıdan önemlidir (Çelik, 2022). Bu nedenle bazı araştırmacılar matematik ders kitabında yer alan örnek türlerinin incelenmesine dair araştırmalar yapmıştır.

Alkan ve Güven (2018) çalışmalarında öğretim programının değişmesi nedeniyle ders kitaplarının örnek türlerinde değişiklik olup olmadığının incelenmesi amacıyla öğretim programı değişmeden önce ve sonra kullanılan bazı ders kitaplarındaki örnek türlerini incelemiştir. İncelenen kitaplar 2000-2001 eğitim öğretim yılına ait 11. sınıf ders kitabı, 2009-2010 eğitim öğretim yılına ve 2015-2016 yılına ait 12. sınıf ders kitaplarıdır. Bu kitaplarda limit konusunda

kullanılan örnekler ele alınmış ve doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Örneklerin sınıflandırılması için Alkan'ın (2016) geliştirdiği örnek türleri sınıflandırması kullanılmıştır. Çalışmanın bulgularında incelenen tüm ders kitaplarında geliştirici ve standart örneklerin en sık kullanılan örnek türleri olduğu, başlangıç örneklerine ve örnek olmayan örneklere nadiren yer verildiği karşıt örneklerin ve uç örneklerin ise kullanılmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca 2015-2016 yılından itibaren başlangıç örneklerinin ders kitaplarında daha fazla yer almaya başladığı ve limit konusunu günlük hayatla ilişkilendirilmeye başlandığı vurgulanmıştır.

Karaaslan (2019) araştırmasında 2018-2019 eğitim öğretim yılında kullanılan 8.sınıf ders kitabında yer alan geometri örneklerini incelemiştir. Çalışmada doküman analizi yöntemi kullanılmış ve verilerin analizinde Alkan'ın (2016) örneklerini sınıflandırmasından yararlanılmıştır. Toplam 110 örnek ve 13 problemin incelendiği ders kitabının 5. ve 6. ünitesinde bazı örnekler birden fazla örnek kategorisine dahil edilmiştir. Çalışma sonucunda kitapta geometri konusunda yer alan örneklerin %52,5'inin standart örnek, %33,3'ünü geliştirici örnek %10,6'sını ise başlangıç örneği olduğu görülmektedir. Bu durum geometri konularında tanım ve kurallara ait açıklamalar yapmak amacıyla en çok standart örneklere yer verildiği daha sonra ise bu tanım ve açıklamaların geliştirilmesi amacıyla geliştirici örneklere yer verildiği şeklinde açıklanmıştır. Örnek olmayan örnekler geometri kısmındaki örneklerin %2'sini ve uç örnekler ise %1,5'ini oluşturmaktadır. Karşıt örneklerin hiç kullanılmadığı görülmektedir. Ayrıca kullanılan geliştirici örneklerde günlük yaşamla ilişkili örneklerin çok az olduğu belirtilmiştir.

Çelik (2022) araştırmasında 2021-2022 eğitim öğretim yılında kullanılan 8.sınıf matematik kitabının ilk 4 ünitesinde yer alan çözümlü örnekleri incelemiştir. Doküman analizi kullanılan çalışmada Alkan'ın (2016) örnek türleri sınıflandırması kullanılmıştır. Araştırma sonucunda ders kitaplarında en çok standart örnek, başlangıç örneği ve geliştirici örnekler kullanıldığı, uç örnek ve örnek olmayan örneklerin çok az kullanıldığı ve karşıt örneklerin hiç kullanılmadığı ortaya konmuştur. Çalışmada kitapta ilk 4 üniteye ait tanım ve kuralların açıklanması amacıyla en çok standart örneklere yer verildiği, başlangıç örneklerinin ise matematiğin sarmal yapısından dolayı geçmiş bilgileri

hatırlatmak, ilgi çekmek ve kavramların sınırlarının genişletilmesi amacıyla sık kullanıldığı belirtilmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde matematik ders kitaplarında en çok kullanılan örnek türünün standart örnekler olduğu görülmüştür. Ayrıca uç örnek ve örnek olmayan örneklerin ders kitaplarında çok az kullanıldığı ve karşıt örneklerin hiç kullanılmadığı görülmektedir. Ders kitaplarında kullanılan örnek türleri üzerine yapılan çalışmaların bulgularının birbirleriyle tutarlı olduğu görülmektedir. Doğan (2021) örneklerin ders kitaplarında kullanım standardı olduğunu ve ders kitaplarında farklı örnek türlerinin çok az yer aldığını belirtmiştir.

2.6.3. İrrasyonel Sayılar ile İlgili Çalışmalar

Zazkis ve Sirotic (2004) irrasyonel sayıların temsili üzerine odaklanarak yaptıkları çalışmada 46 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile çalışmışlardır. Yapılan yazılı anket sonrası çalışmaya 16 gönüllü katılmıştır. Katılımcıların bir sayının irrasyonelliğine nasıl karar verdiklerini inceleyen Zazkis ve Sirotic (2004) öğretmen adaylarının bir sayının irrasyonel olup olmadığını belirlerken şeffaf temsil biçimini tercih etmediklerini vurgulamıştır. Bu durumu okulda öğretilen irrasyonel sayı tanımlarının birbirine eş değer olduğunun fark edilememesine bağlamaktadır. Yani irrasyonel sayıların a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılar şeklinde yapılan tanımının ve düzensiz sonsuza kadar giden ondalık sayılar şeklinde yapılan tanımının birbirine eş olduğunun fark edilmemesinin şeffaf temsillerin seçilmemesine neden olduğunu belirtmektedir.

Sirotic ve Zazkis (2007) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının rasyonel ve irrasyonel sayı kavramlarına dair bilgilerini incelemek amacıyla çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar hakkında bilgilerinin sezgisel düzeyde olduğunu ve işlemsel bilgilerinde de tutarsızlıklar olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin bu çalışmada öğretmen adaylarına irrasyonel sayıların mı yoksa rasyonel sayıların mı daha fazla olduğu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının %47,8'i irrasyonel sayıların daha zengin bir sayı kümesi olduğunu belirtmiştir. Bazı öğretmen adayları bunun nedenini irrasyonel sayıların sayılamaz ancak rasyonel sayıların sayılabilir küme olduklarını söyleyerek açıklamıştır. Bu açıdan katılımcılar matematiksel

açıklamalar yerine sezgilerine dayalı cevaplar vererek irrasyonel sayıların daha fazla olduğunu belirttikleri görülmüştür. Daha sonra katılımcılardan 0 ile 1 arasından rastgele seçilen sayının rasyonel ve irrasyonel olma ihtimallerinin karşılaştırılması istenmiştir. Katılımcıların %23,9'unun irrasyonel sayı seçilme olasılığının daha fazla olduğunu söyledikleri görülmüştür. Daha zengin bir sayı kümesinin rastgele yapılan bir seçimde gelme olasılığının daha yüksek olacağını belirtilmesi beklendiği için bu durum 2 bulgu arasında tutarsızlık olarak yorumlanmıştır.

Toluk Uçar (2016) çalışmasında 158 ortaokul matematik öğretmen adayı ile gerçek sayıları kavrayışlarında temsil biçimlerinin etkisini araştırmıştır. Öğretmen adaylarına önce bazı sayılar verilmiş ve bu sayıların rasyonel veya irrasyonel sayı olarak belirlemeleri istenmiştir. Daha sonra gönüllü olan 10 katılımcı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın bulgularında öğretmen adaylarının rasyonel sayıları belirlemede daha başarılı oldukları ve irrasyonel sayıları belirlerken öğretmen adaylarının başarı sıralamasının kareköklü sayılar, π sayısı ve ondalık gösterimler şeklinde olduğunu belirlemiştir. Bu bulgular öğretmen adaylarının irrasyonel sayıları belirlerken opak temsil biçimlerinde şeffaf temsillere göre daha başarılı olduğunu göstermiştir.

Adıgüzel (2013) 180 matematik öğretmeni adayı ve 8.sınıfta öğrenim gören 130 öğrenci ile yaptığı çalışmasında hem öğrencilerin hem de öğretmen adaylarının irrasyonel sayılarla alakalı bilgi ve kavram yanılgılarını incelemiştir. Bu çalışma sonucunda öğrenciler ve öğretmen adaylarının irrasyonel sayı kavramına dair bilgi eksikliklerinin olduğu ortaya konulmuştur. Bazı öğretmen adaylarının rasyonel ve irrasyonel sayı tanımında zorlandıkları, devirli ondalık sayıların irrasyonel sayı olduğunu düşündükleri görülmüştür. Verilen sayıların irrasyonel olup olmadığını öğrencilerin yarısının belirleyebildiklerini ancak bu öğrencilerin yarısının irrasyonel olan sayıların rasyonel olmadığını belirtebildiğini tespit etmiştir. Bu çalışma sonucunda irrasyonel sayı kavramında ilköğretimden üniversite sonuna kadar devam eden bilgi eksikliklerinin olduğu ortaya konulmuştur.

Çiftçi vd. (2015) ders kitaplarında fazla yer bulamayan ancak literatürde var olan bir sayının irrasyonel olup olmadığını belirlemek için öğretmen adaylarının kullandıkları çözüm yolları ve anlayışları üzerine betimsel bir çalışma

yapmışlardır. Sayı sistemleri hakkında yeterli ders almış olmaları nedeniyle 40 matematik öğretmen adayı ile yapılan çalışmada katılımcılara önce farklı sayıların verilip bu sayıların irrasyonel olup olmadığının gösterilmesi istenmiştir. Ardından katılımcılara araştırmacıların hazırladığı açık uçlu bir test uygulanmıştır. Daha sonra bu katılımcılara 2 ders saati (100 dakika) boyunca farklı bir yöntemle sayıların irrasyonel olup olmadıklarını belirleme yöntemi anlatılmıştır. Bu yöntem Tikekar (2007) tarafından geliştirilmiş olan 7 farklı çözüm yolunun bulunduğu bir yöntemdir. Bu yöntem irrasyonel sayının ondalık kesir uzantısını kullanarak yaklaşık bir değer elde etmek için çeşitli işlemler içermektedir. Öğretmenlerin ilk test sonucunda derslerde öğrenilen bilgilerinin dışına çıkamadıkları görülmüştür. Katılımcıların ayrıca sayıların rasyonel ve irrasyonel sayı kavramlarının tanımlanmasında ve belirlenmesinde zorluklar yaşadığı ortaya konmuştur.

Çevikbaş ve Argün (2017) 40 ortaöğretim matematik öğretmeni adayı ile yaptıkları çalışmada araştırmacıların oluşturduğu açık uçlu soru formu ve yarı yapılandırılmış görüşmelerle veri toplamıştır. Ve bu verilerin analizi sonucunda katılımcıların çoğunun rasyonel ve irrasyonel sayı kavramları hakkında eksik ya da hatalı bilgileri olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bazı katılımcıların rasyonel ve irrasyonel sayı kavramının ayrımını yapamadıklarını ve farklı temsil biçimlerinin birbirine eşit olabileceğini fark edemediklerini belirtmişlerdir. Kesir biçiminde yazılan sayıların rasyonel ondalık sayı şeklinde yazılan sayıların ise irrasyonel olarak düşünüldüğü ortaya konmuştur. Örneğin $\frac{22}{7}$ sayısının rasyonel olduğunu belirten bazı katılımcılar bu sayının ondalık formu verildiğinde irrasyonel olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarının $\frac{1}{2}$ ve 0,5 sayıları verildiğinde $\frac{1}{2}$ 'nin rasyonel sayı, 0,5'in ise irrasyonel sayı olarak düşündükleri görülmektedir.

Arbour (2012) 30 fen fakültesi öğrencisinin reel sayı, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramlarını nasıl anladıkları hakkında çalışma yapmıştır. Bu çalışmada sayılar vererek bu sayıların rasyonel veya irrasyonel olup olmadığı, rasyonel ve irrasyonel sayı kümelerinin kesişim kümesinin boş küme olup olmadığı ve iki sayı kümesinden seçilen sayılarla yapılan işlem sonuçlarının hangi sayı kümesine ait olduğuna dair sorular sorulmuştur. 30 öğrenciden nerdeyse yarısının irrasyonel sayı tanımını yapabildikleri, ancak tanım yapamamalarının kavramı bilmediği anlamına gelmediği belirtilen çalışmada tanım yapamayan

öğrencilerin akıl yürütme gerektiren veya irrasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren sorularda da zorlandıkları belirtilmektedir. Ayrıca öğrencilerin sayıların temsilleri arasındaki bağlantılara dikkat etmeden temsil biçimine bakarak yorumladıkları belirtilmektedir. Öğrencilerin kareköklü sayıların irrasyonel sayı olarak belirtmelerinin bu açıklamayı desteklediği görülmektedir.

Ercire vd. (2016) 8. sınıfta öğrenim gören 58 ve 9. sınıfta öğrenim gören 50 öğrenci ile yaptıkları çalışmada öğrencilere açık uçlu sorulardan oluşan ‘İrrasyonel Sayı Kavram Testi’ uygulamıştır. Daha sonra maksimum çeşitlilik örnekleme ile iki kademededen de 5’er öğrenci seçerek yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmışlardır. Bu görüşmeler sonucunda hem 8. sınıf hem de 9. sınıf öğrencilerinin gerçek sayılar ve diğer sayı kümeleri arasındaki ilişkiyi kuramadıklarını tespit etmişlerdir. Ayrıca çalışmanın bulgularında her iki kademededen de seçilen öğrencilerin irrasyonel sayıların gerçek sayı olamayacağını düşündükleri bununla beraber bu düşüncenin 8. sınıf öğrencilerinde daha fazla görüldüğü belirtilmiştir.

Temel ve Eroğlu (2014) 28 ortaokul 8. sınıf öğrencisinin sayı kavramını nasıl anlamlandırdıkları üzerine yaptıkları çalışmada 8. sınıf öğrencisi olan 28 kişilik çalışma grubuna *Sayı Kavram Testi* uygulamıştır. Daha sonra bu testin sonuçlarına göre düşük, orta ve yüksek akademik başarı seviyesinden rastgele seçilen ikişer öğrenci seçilmiştir. Daha sonra seçilen bu 6 öğrenci ile görüşmeler yapmıştır. Bu çalışma sonucunda öğrencilerin irrasyonel sayı kavramı hakkında kavram yanlışlarına sahip olduklarını belirtmektedirler. Bu kavram yanlışlarının sebebinin irrasyonel sayı kavramının öğretimi için derste ya da ders kitaplarında sınırlı sayıda örnek kullanılması olabileceği belirtilmiştir. Derste ve kaynak kitaplarda farklı örneklerden faydalanılmasının öğrencilerin irrasyonel sayı kavramında kavram yanlışlığı yaşamasının önüne geçebileceğini vurgulamışlardır.

Obay ve Irmak (2023) ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara yönelik algılarını belirlemek amacıyla aktif olarak görev yapmakta olan 31 matematik öğretmeni ile nitel bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma sonucunda öğretmenlerin irrasyonel sayıları anlamlandırmakta zorlandıklarını belirtilmiştir. İrrasyonel sayıların özellikle ölçülemez olarak nitelendirilmesinin irrasyonel sayı kavramının oluşturulmasını zorlaştırdığı vurgulanmıştır. Katılımcıların yaşadıkları bu zorluğun nedenini devretmeden sonsuza kadar devam eden bir kavramı algılayamadıklarından kaynaklandığını varsaymışlardır. Bu nedenle de

öğretmenlerin hizmet öncesi ve hizmet süresince eğitimlerle beklenen kazanımları kazanmalarının gerektiğini belirtmişlerdir.

Kara ve Delice (2012) Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği 2.sınıf öğrencisi 30 kişi ve 9.sınıf öğrencisi 30 kişi olmak üzere 60 kişiden oluşan çalışma grubuyla yaptıkları çalışmada öğrencilerin irrasyonel sayının sözlük anlamını bildiklerini ancak bir sayının rasyonel veya irrasyonel olup olmadığını anlamadıklarını ya da zorlandıklarını tespit etmiştir. Ayrıca öğrencilerin irrasyonel sayıları rasyonel olmayan sayılar olarak ve sembolik gösteriminin kareköklü sayılar olduğunu düşündüklerini belirlemişlerdir. Ayrıca π ve e sayılarının irrasyonel olup olmadıklarına sayıların kullanım sıklıklarına göre karar verdiklerini ve bu sayılarla ilgili öğrencilerin net bir bilgisinin olmadığını tespit etmişlerdir. Bu çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının irrasyonel sayıları belirlerken temsil biçimlerinden etkilendiğini görülmüştür.

İrrasyonel sayılarla ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrenci, öğretmen adayı ve öğretmenlerin irrasyonel sayıları anlamlandırmakta ve belirlemekte zorlandıkları görülmektedir. Ayrıca katılımcılar rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar arasında ilişki kurmakta zorlanmaktadır. Çalışmalarda katılımcıların irrasyonel sayı kavramına dair bilgi yetersizlikleri olduğu belirtilmektedir. Ayrıca bütün çalışma gruplarında katılımcıların irrasyonel sayılarla ilgili kavram yanılgıları olduğu görülmüştür.

Ayrıca irrasyonel sayıların temsil biçimleri ile ilgili çalışmalar incelendiğinde öğretmen adaylarının irrasyonel sayıları belirlerken opak temsillerde şeffaf temsil biçimlerine göre daha başarılı oldukları görülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma desenine, katılımcılara, veri toplama araçlarına, veri analizine, geçerlik ve güvenilirliğe ve araştırmacının rolüne yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Deseni

Araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayı kavramının öğretiminde kullandıkları örneklerin belirlenmesi, kullanılan örneklerin altında yatan nedenlerin keşfedilmesi ve öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerini nasıl gerekçelendirdiklerinin incelenmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması örnek olay incelemesi ya da vaka çalışması gibi isimlerle de karşımıza çıkmaktadır (Subaşı ve Okumuş, 2017). Durum çalışması sınırlandırılmış bir durumun çoklu veri toplama araçlarıyla derinlemesine incelendiği nitel araştırma yaklaşımıdır (Creswel, 2007). Aytaçlı (2012) durum çalışmasının gerçekte olana bakma, sistematik veri toplama, verileri analiz etme ve sonuçları ortaya koyma yolu olarak açıklar. Yapılan bu araştırmada da gözlem, görüşme ve öğrenci ders notları gibi birden fazla veri aracı kullanılmıştır. Ayrıca belirli bir konuda öğretmenin kavram öğretiminde kullandığı örneklerle sınırlı kalınmıştır. Veriler sistematik şekilde toplanmış, analiz edilmiş ve derinlemesine bir inceleme ile sonuçlar ortaya konmuştur. Bu nedenle yapılan çalışma durum çalışması olarak yapılandırılmıştır.

3.2. Katılımcılar

Bu araştırmanın çalışma grubunu 2023-2024 eğitim öğretim yılında Kocaeli ili Çayırova İlçesindeki 7 ortaokulda görev yapan 16 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Katılımcı öğretmenler araştırma esnasında aktif olarak 8. sınıf matematik dersine girmektedirler. Katılımcılara ait bilgiler tablo 3.1. de sunulmaktadır. Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnek türlerinin incelenmesi nedeniyle katılımcıların 8. sınıf matematik dersine giren öğretmenlerden seçilmesine ve araştırmaya katılmak için gönüllü olmalarına dikkat edilmiştir. Çalışma grubunun belirlenmesinde erişilebilirliğin kolay olması açısından amaçlı örnekleme türlerinden kolay erişilebilir amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Öğretmenlerden sekizi erkek, sekizi kadındır. Öğretmenler gönüllülük esası ile çalışmaya katılmışlar ve çalışma hakkında bilgilendirilmişlerdir. Araştırmada gizlilik amacı ile öğretmenlerin kendi isimleri yerine araştırmacı tarafından oluşturulan takma isimler kullanılmıştır.

Tablo.3.1. Araştırma grubunu oluşturan öğretmenlere ait bilgiler

Katılımcı	Mesleki Deneyim Süresi	8.Sınıflardaki Deneyim Süresi
Öğretmen 1	4	4
Öğretmen 2	7	7
Öğretmen 3	5	4
Öğretmen 4	8	8
Öğretmen 5	8	6
Öğretmen 6	9	9
Öğretmen 7	5	4
Öğretmen 8	6	6
Öğretmen 9	13	12
Öğretmen 10	12	12
Öğretmen 11	5	5
Öğretmen 12	13	13
Öğretmen 13	15	12
Öğretmen 14	10	10
Öğretmen 15	8	8
Öğretmen 16	7	6

3.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmanın veri toplama araçları öğretmenlerin ders esnasında kullandıkları örnek türlerini belirlemek amacıyla sınıf içinde yapılan gözlemler ve öğretmenlerin bu örnekleri seçme nedenlerini tespit etmek için öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ve öğrenci ders defterlerinden alınan fotoğraflardan oluşmaktadır.

Araştırmada gözlem yapılmadan önce öğretmenlere ve okul idaresine gözlem ve çalışmanın amacı anlatılmış ve gerekli izinler alınmıştır. Öğretmenlerin kullandıkları örneklerin tespiti amacıyla gözlem formu oluşturulmuştur (EK 1). Gözlem formunda 40 dakikalık ders süresi 10 dakika ders başı, 20 dakika ders ortası ve 10 dakika ders sonu olmak üzere 3 kısma ayrılmıştır. Öğretmenlerin irrasyonel sayılar ile ilgili kullandıkları örnekler not alınmış ve bu esnada dikkat çeken durumlar gözlemler kısmına not edilmiştir. Her bir öğretmenin irrasyonel sayı kavramını anlatırken 1 ders saati boyunca dersi sınıfta araştırmacı tarafından takip edilmiş ve öğretmenin irrasyonel sayı kavramını öğretirken dersin başında, dersin ortasında ve dersin sonunda kullandıkları örnekler forma işlenmiştir. Öğretmenler irrasyonel sayı kavramının öğretilmesi için 1 ders saati ayırdıklarını ve bu sürenin 8. sınıf kazanımındaki hedeflere ulaşmak için yeterli olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenle araştırmacı katılımcıların 1 ders saatini takip etmiştir. Araştırmacı öğretim sürecini etkilememek için sınıfta en arka sırada yanında öğrenci olmadan tek başına oturmuştur. Öğrencilerin gizliliği ve kayıt alınması sırasında doğal ders işlenişinin etkilenebileceği gibi sebeplerle araştırmacı ders esnasında herhangi bir kayıt almamıştır. Veri kaybının engellenmesi amacıyla araştırmacı görüşmeleri dersten hemen sonra yapmış ve ayrıca kullanılan ders takibi iyi olan öğrencilerden birinin defterinin de fotoğraflarını çekmiştir.

Diğer bir veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır (EK 2). Yarı yapılandırılmış görüşme için araştırmacı tarafından 10 soru hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnekleri nasıl seçtikleri ve hangi amaçla kullandıklarını anlaşılmasını amaçlamaktadır. Araştırmacı tarafından görüşme soruları hazırlanırken uzman görüşü alınmış ve literatür taraması yapılarak sorular belirlenmiştir. Derslerde yapılan gözlemlerden sonra öğretmenlerle okulun fiziki şartlarının uygunluğuna göre kütüphane ya da boş bir derslikte yüz yüze görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını

anlatırken kullandıkları örnekleri seçerken nelere dikkat ettikleri ve örnekleri kullanırken neyi amaçladıkları gibi görüşme formunda yer alan sorular dışında ders esnasında kullanılan örneklerle neyi amaçladıkları, neden kullandıkları örneğe ihtiyaç duydukları gibi formda yer almayan sonda soruları da sorulmuştur. Görüşmeler esnasında katılımcıların bilgisi dahilinde konuşmalar ses kaydına alınmıştır. Yapılan görüşmeler ortalama 15 dakika kadar sürmüştür.

3.4. Veri Analizi

Ortaokul matematik öğretmenlerinin 8. sınıf matematik dersinde irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin nedenlerinin tespit edilmesi amacıyla yapılan çalışmada öncelikle öğretmenlerin kullandıkları örneklerin tespiti amacıyla derslerde gözlem yapılmıştır. Daha sonra kullanılan örneklerin nedenlerini belirlemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerin analizi için kodlama süreci tamamlanmıştır. Kodlama sürecinde katılımcıların kullandıkları kelimelerin kullanılması için itina gösterilmiş ve önemli kodlar not edilmiştir. Alan yazınında yer alan benzer çalışmaların incelenmesiyle beraber örneklerin öğretmenler tarafından kullanılma nedenlerine dair temel bir çerçeve hazırlanmıştır. İlişkili olduğu belirlenen kodlar bir kategoride toplanmıştır. Örnek kodlama şeması tablo 3.2 ve tablo 3.3. ile sunulmakta ve kodların belirlenmesine dair birkaç örnek aşağıda sunulmaktadır.

Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken derste kullandıkları örnekler gözlem formuna kaydedilmiş daha sonra öğretmenlerle yapılan görüşmelerde bu örnekleri kullanma amaçlarını öğrenmek için bazı sorular yöneltilmiştir. Öğretmenlerden gelen cevaplarla öğretmenlerin örnekleri seçme kriterleri ve kullanım amaçları hakkında sınıflandırma yapılmıştır. Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnekleri seçme nedenlerine dair bulguların kodlamasına dair bazı örnekler sunulmaktadır:

“Sınıf seviyesine uygun olarak bazen kolay bazıları hani zor olabilir.”

(Öğretmen 3)

Öğretmen 3 örnekleri seçerken sınıf seviyesine göre seçtiğini belirtmektedir. Benzer ifadeler için sınıf seviyesi kodu oluşturulmuştur.

“Öğrencilerin dikkatini çekecek örnekler olmasına dikkat ediyorum”

(Öğretmen 12)

Öğretmen 12 örnekleri seçerken öğrencinin ilgisini derse çekecek örnekler olmasına dikkat ettiğini belirtmiştir. Benzer ifadeler dikkat çekme kodu ile kodlanmıştır.

“Aynı şekil evet, öğrencinin hem konuyu daha iyi kavramaları için hem LGS’ye yönelik soruları da görebilmeleri için her düzeyde her şekilde soru tarzı seçmeye çalışıyorum.” (Öğretmen 7)

Öğretmen 7 örnekleri seçerken LGS’ye uygun örnekler seçmeye çalıştığını belirtmektedir. Benzer ifadeler için sınav sistemi kodu oluşturulmuştur.

Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnekleri kullanım amaçlarına yönelik bulguların kodlamasına dair örnekler sunulmaktadır:

“Örneğin sayı kümesinden örnek verdik. Biraz daha soyut olan bir şeyi somutlaştırmak diyebilirim. Çok somutlaştıramayız ama biraz daha akıllarında canlandırmak kümeyi.” (Öğretmen 1)

Öğretmen 1 örnekleri kullanırken soyut kavramları somutlaştırmanın kullanım amaçları arasında olduğunu belirtmektedir. Bu ve benzer ifadeler için somutlaştırma kodu oluşturulmuştur.

“Hep pozitif örnek verdiğimde çocuk bütün sadece pozitifleri çözebiliyor. Negatifleri bir yorum yapamıyor. Ben işte pozitif de örnek verirken yanına negatif de ekliyorum. Bazen pozitif ve negatif ikisine bir arada veriyorum. En azından öğrenme yanlışını ortadan kaldırmaya çalışıyorum. Yani bunu da özetlersek yanlış bir genelleme yapmalarını istemiyorum.” (Öğretmen 4)

Öğretmen 4 irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandığı örneklerle öğrencilerin yanlış genellemeler yapmasının önüne geçmek istediğini belirtmekte ve örnekleri kullanırken amacının yanlış genellemeleri engellemek olduğunu söylemektedir. Öğretmenin kullandığı bu ifadelerden yola çıkarak yanlış genellemeleri engelleme kodu oluşturulmuştur.

Bu verilen örnekler dışında *“Çocukların daha geçmişten gelen bilgi birikimiyle, tecrübeleriyle daha iyi anlayabilmeleri için bu örnekleri seçmeye dikkat ediyorum.”* şeklindeki ifadeler için ‘geçmiş bilgileri hatırlatmak’ kodu oluşturulmuştur. Ayrıca öğretmenlerin *“2 farklı örneği veriyorum. Bu 2 örnek arasında karşılaştırma yapabilmelerini de sağlıyor.”* gibi ifadeleri için ‘farklılıkları göstermek’, *“günlük hayatla ilişki kurabilmeleri için bu örnekleri kullandım.”* şeklindeki ifadeler için ‘günlük yaşamla ilişkilendirmek’, Anlam

derinliği sağlasın istiyorum. “Zihnine tam otursun ezberlemesin, anlasın istiyorum. Genelleme yapabilsin istiyorum.” şeklindeki ifadeleri için ‘genelleme’, “...dediğim gibi istisna bir durumdur. Çünkü ocuklarda böyle bir yanılığ oluyor. Hani sadece π sayısı gibi algılıyorlar.” tarzındaki ifadeler için ‘istisna durumları gösterme’ kodları oluşturulmuştur. Öğretmenlerin rnek seçme nedenleri Tablo 3.2. ile öğretmenlerin örnekleri kullanma amaçları ise Tablo 3.3. ile gösterilmiştir.

Tablo 3.2. Öğretmenlerin rnekleri Seçme Nedenleri

KODLAR	AÇIKLAMA
Sınıf Seviyesi	Sınıfın akademik başarı düzeyine göre seçilen rnekler
Dikkat çekmek	öğrencilerin dikkatini irrasyonel sayılara çekmek için seçilen rnekler
Sınav Sistemi	Liselere Geçiş Sınavına hazırlamak amaçlı kullanılan rnekler

Tablo 3.3. Öğretmenlerin rnekleri Kullanma Amaçları

Kodlar	Açıklama
Geçmiş bilgileri hatırlatma	öğrencilerin geçmişte öğrendiği bilgilerin hatırlanması için kullanılan
Günlük hayatla ilişkilendirmek	Kavramı günlük hayatla ilişkilendirmek için kullanılan rnekler
Somitlaştırmak	Soyut kavramı somutlaştırmak için kullanılan rnekler
Farkları göstermek	Rasyonel ve irrasyonel sayılar arasındaki farkları göstermek için kullanılan rnekler
Pekiştirmek	Kavramın daha iyi anlaşılması için kullanılan rnekler
Genelleme yaptırmak	Kuralların genelleme yapılması için kullanılan rnekler
Yanlış genellemeleri engellemek	Kuralları öğrenirken yanış genellemeleri engellemek için kullanılan rnekler
İstisna durumları göstermek	Kuralda istisna olan durumları göstermek için kullanılan rnekler

3.5. Geçerlik ve Güvenirlik

Çalışmada elde edilen veriler inandırıcılığı arttırmak amacıyla gözlem, yarı yapılandırılmış görüşme ve öğrencilerin ders defterlerinden alınan örneklerin doküman analizi ile toplanmıştır.

Nitel araştırmalarda geçerliğin ölçütü olarak aktarılabirlik kullanılabilmektedir. Aktarılabirlik nicel çalışmalardaki genellenebilirliğe denk gelmektedir (Tutar,2022). Aktarılabirliğin sağlanabilmesi için gözlem, görüşme ve dokümanlardan elde edilen veriler araştırmacı tarafından hiçbir yorum katılmadan verinin kendi doğal yapısına bağlı kalarak kodlar ve kategoriler oluşturularak okuyuculara sunulmaktadır.

Nitel araştırmalarda i geçerlilik yerine kullanılan kriterlerden biri tutarlıktır. Öğretmenlerin irrasyonel sayıların ğretiminde kullandıkları örnekler gözlem formuna dikkatli bir biçimde kaydedilmiş ve gözlem sırasında elde edilen kayıtlar dışında öğrencilerin ders notlarından da yararlanılmıştır. Elde edilen bu veriler yarı yapılandırılmış görüşmelerle desteklenmeye çalışılmış ve bu şekilde tutarlılık kriterinin sağlanması amaçlanmıştır.

Araştırmacı elde edilen verilerin analizini yaparken ve verileri yorumlarken nesnel bir yaklaşım izlemiş ve elde edilen bulguları katılımcıların ifadeleriyle beraber sunarak teyit edilebilirliğin sağlanmasını amaçlamaktadır.

Veri analizinin güvenirliği amacıyla araştırmacı ve uzman verilerin kodlanması ve kategorilere ayrılması sürecini beraber tamamlamış ve oluşan kodlarda hem fikir olmuşlardır.

3.6. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı gözlem sürecinde sınıfta dersi gözlemlemiş ve hiçbir müdahalede bulunmamıştır. Ders sürecinde video ya da ses kaydı yapılmamıştır. Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden önce ise araştırmacı katılımcılara görüşmelerin ve kimliklerinin gizli kalacağını belirtmiştir. Görüşmeler esnasında araştırmacı hiçbir müdahalede bulunmamıştır.

4. BULGULAR

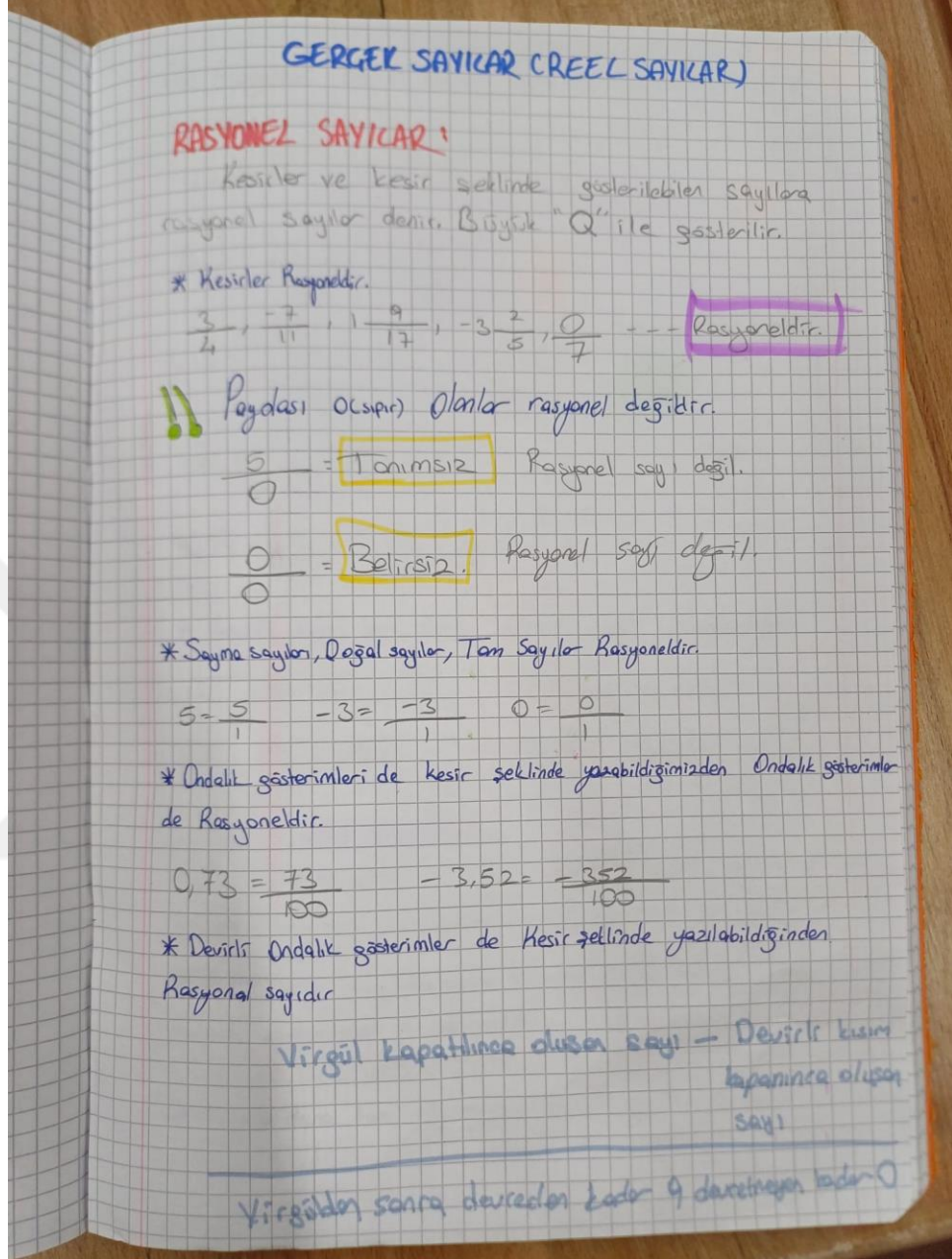
Bu araştırmada araştırmanın alt problemlerine dair veri toplamak amacıyla yapılan gözlem ve yarı yapılandırılmış görüşmeler ve öğrenci defterinden alınan fotoğraflar yoluyla elde edilen verilerin analizinden elde edilen bulgular sunulmaktadır.

4.1. Birinci Alt Probleme Dair Bulgular

Araştırmanın bu kısmında “Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnek türleri ve irrasyonel sayıların temsil biçimleri nelerdir?” alt problemine dair bulgulara yer verilmektedir. Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnek türleri Bills vd. (2006) tarafından geliştirilen örnek sınıflandırması kullanılarak, irrasyonel sayı örneklerinin temsil biçimleri ise Lesh vd. (1987) tarafından geliştirilen şeffaf ve opak temsil biçimleri kullanılarak incelenmektedir. Veriler araştırma sürecinde 16 matematik öğretmenin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin araştırmacı tarafından gözlem formuna kaydedilmesi ile elde edilmiştir.

Araştırmacının öğrenci defterinden ders sonunda çekmiş olduğu Fotoğraf 4.1. ile gösterildiği gibi öğretmenlerin tamamının (16 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını tanıtmadan önce derse rasyonel sayı kavramı ile başladıkları

görülmektedir. Öğretmenlerin tamamı önce rasyonel sayının tanımını yapmış ve rasyonel sayı örnekleri vermişlerdir.



Fotoğraf 4.1. Derse rasyonel sayı ile başlayan ders notundan bir görsel

Öğretmenler rasyonel sayı kavramı ile derse başlayarak öğrencilere geçmiş bilgilerini hatırlatmıştır. Daha sonra irrasyonel sayı kavramının tanımını “a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara irrasyonel sayı denir.” şeklinde yapmıştır. Tanımdan sonra irrasyonel sayıları rasyonel olmayan sayılar olarak açıklamış ve daha sonra irrasyonel sayı örnekleri kullanmıştır. Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları

örnek türleri ve temsil biçimlerine dair elde edilen bulgular Tablo 4.1. ile sunulmaktadır.

Tablo 4.1. Öğretmenlerin kullandıkları örnek türlerinin ve temsil biçiminin kişi sayısına göre dağılımı

Örnek	Örnek Türü	Temsil Biçimi	Katılımcı
Kökten çıkamayan sayılar ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ vb.)	Jenerik	Opak	Tüm öğretmenler
Kökten kısmen çıkabilen sayılar ($\sqrt{8}$, $\sqrt{12}$ vb.)	Jenerik	Opak	Tüm öğretmenler
İI sayısı	Jenerik	Opak	Tüm öğretmenler
Virgülden sonrası düzensiz sonsuza giden sayılar (4,18078 ... 3,23146... vb.)	Jenerik	Şeffaf	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16
3,14	Örnek olmayan	Şeffaf	Ö2, Ö4, Ö12
$\frac{22}{7}$	Örnek olmayan	Şeffaf	Ö4, Ö12
Virgül sonrası en az 5 rakamlı ondalık sayılar (0,835746 vb.)	Örnek olmayan	Şeffaf	Ö2, Ö4, Ö12
Devirli ondalık sayıların açık hali (6,24242424... vb.)	Örnek olmayan	Şeffaf	Ö2, Ö4, Ö12
2 defa kök alındığında tam sayı olabilen örnekler ($\sqrt{\sqrt{16}}$ vb.)	Örnek olmayan	Opak	Ö2
Kök içi negatif olan örnekler ($\sqrt{-2}$ vb.)	Karşıt	Opak	Ö2

Öğretmenlerin tamamının irrasyonel sayı kavramını öğretirken jenerik örneklerden faydalandıkları görülmektedir. Jenerik örnekler bir kavramı açıklamak için kullanılan örneklerdir. Öğretmenler jenerik örnekleri irrasyonel sayıları tanıtmak için kullanmaktadır. Katılımcılardan 15'i irrasyonel sayının tanımını verdikten sonra jenerik örnekleri kullanmıştır. Ancak 1 öğretmen ise önce birkaç jenerik irrasyonel sayı örneği vererek öğrencilerin bu sayıları rasyonel sayı olarak yazmalarını istemiştir. Bu sayıları rasyonel sayı olarak yazamayan öğrencilere öğretmen daha sonra irrasyonel sayıların tanımını yapmıştır. Daha sonra öğretmen jenerik örnekler vererek irrasyonel sayıların tanımını öğrencilere açıklamıştır.

Öğretmenlerin %18,75'inin (3 öğretmen) örnek olmayan örneklerden faydalandıkları görülmektedir. Örnek olmayan örneklerden $\frac{22}{7}$ örneğini Öğretmen 2 kullanmamıştır. Bu örnek dışındaki diğer tüm örnek olmayan örnekleri 3 öğretmen de kullanmıştır. Öğretmenlerin örnek olmayan örneklerden $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarını 7.sınıfta çember ve daire konularında π sayısının yaklaşık değeri olarak kullanılması sebebiyle öğrencilerin bu sayıları irrasyonel olarak düşünebileceklerinden dolayı tercih ettikleri görülmektedir. Öğretmenlerin neden bu 2 örneği kullandıklarına dair yöneltilen soruya verdikleri cevaplar aşağıda sunulmaktadır.

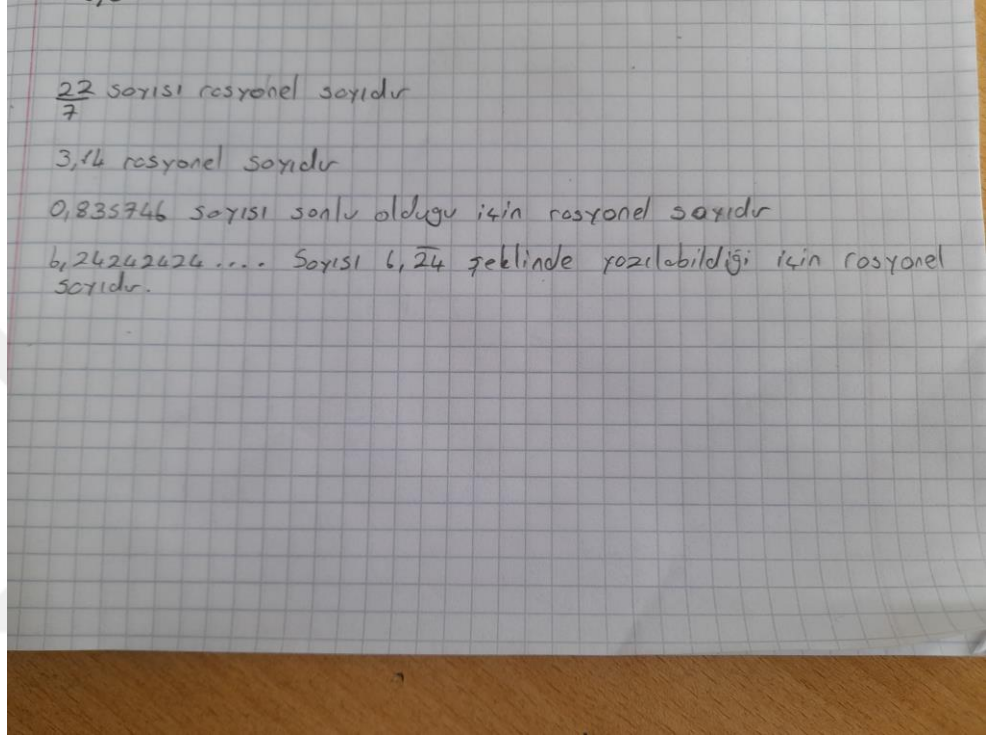
“İki sayıyı da kullanıyorum çünkü bunlar 7.sınıfta π yerine kullanılan sayılar. Bu durum öğrencilerde bir acabaya sebep olabilir. Hem 3,14 hem de $\frac{22}{7}$, öğrenciler bu iki sayının irrasyonel olmadığını, çünkü π olmadığını bir benden duysun.” (Ö12)

“Hocam şimdi 3,14... Genelde π sayısı 3,14 diye aklımızda kalıyor. Fakat 3,14'ten sonra sonsuza kadar düzensiz olarak gittiği bazen unutulabiliyor. Öğrenciler de karıştırabiliyorlar. Yani 3,14' ün rasyonel sayı olduğunu, π sayısıyla karıştırılmaması gerektiğini pekiştirmek için göstermek için söyledim.” (Ö2)

Öğretmen 2, $\frac{22}{7}$ 'yi kullanmayı tercih etmemiştir. Bu örneğin kullanılmasının öğrencinin kafasının karıştıracağını düşündüğünü belirtmiştir.

“Hayır, burada $\frac{22}{7}$ 'yi kullanırsak çocuklar yanlış tanımlamaya gider karıştırırlar.” (Ö2)

Ayrıca örnek olmayan örnekleri kullanan 1 öğretmen örnek olmayan örneklerin rasyonel sayı olduklarını söylemiştir. Ve bu durumu öğrencilere not aldırılmıştır. Araştırmacının ders sonunda öğrenci defterinden çektiği Fotoğraf 4.2. ile bu durum gösterilmektedir.



Fotoğraf 4.2. Örnek dışı örnekler

Örnek olmayan örnekleri kullanmayan öğretmenlere $\frac{22}{7}$ ve 3,14 gibi örnekleri neden kullanmadıkları sorulduğunda 11 öğretmen bu örneklerin kullanımının gereksiz olduğunu söylemiştir. Ayrıca bu öğretmenler öğrencilerin bu sayıların rasyonel olduğunu öğrendiklerini ve tekrar bu durumun vurgulanmasının kafa karışıklığına sebep olabileceğini belirtmişlerdir.

“Bunların kullanılması uygun değildir çünkü... Yani şöyle bunlar rasyonel ifadeye çevrilebildiği için bunları kullanmak karmaşaya yol açacaktır. Yani kafalarında soru işaretleri oluşturacaktır. O yüzden bunları kullanmamaya dikkat etmeliyiz.” (Ö3)

“Bunu da uygun olduğumu düşünmüyorum. Sonuç olarak çocuklar zaten $\frac{22}{7}$ ve 3,14 kesrinin bu verdiğim tanımlardan sonra rasyonel olabileceğini zaten söyleyecekler. Ama bunu ayrı olarak belirtirsem, kafa karışıklığı neden

olabilecek. O yüzden bir genelleme yaparlar. Bu örneklere dersinde kullanmamaya çalışıyorum.” (Ö7)

Katılımcılardan yalnız 1 öğretmen $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının derste örnek olarak kullanılabileceğini belirtmiştir. Ancak yapılan gözlem sürecinde kendisinin derste bu örnekleri tercih etmediği görülmektedir.

“Yani ekstrem durumlarda belirtebiliriz bence de. Hani sonuçta bunları direkt gibi kodlamalarına gerek yok. Bence ekstrem durumlarda az önce bahsettiğimiz gibi istisna durumlarda bunu kullanabiliriz bence.” (Ö10)

Bir katılımcı $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının örnek olarak kullanılabileceğini söylemiştir. Ancak aynı katılımcının $\frac{22}{7}$ ve 3,14’ün π sayısına eşit olduğunu düşündüğü görülmektedir. Öğretmene $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının irrasyonel sayı kavramı öğretirken kullanılmasının faydalı olup olmayacağı sorulduğunda öğretmen bu sayının irrasyonel olduğunu belirtmiştir.

“Kullanabilir mesela zaten $\frac{22}{7}$ ’nin neden π ’ye eşit olduğunu anlayabilmeli. Ama $\frac{22}{7}$ ’yi rasyonel şeyde formatta verebiliriz. Ama onun aslında bir π sayısına mesela bakın ben ona girmedim. π sayısına eşit olduğunu biliyoruz o sayının. Aslında ikisinin de π ’ye eşit olan ve rasyonel grupta olmayan grupta alabileceğimizi söylememiz gerekiyordu. Ben onu söylemedim, mesela o eksik kaldı.” (Ö6)

Devirli ondalık sayıların açık hallerini ve virgülden sonra 5-6 basamağı yazılan ondalık sayıları öğretmenlerin %18,75’inin (3 öğretmen) kullandığı görülmektedir. Aşağıda öğretmenlerin kullandığı örneklerden bazıları görülmektedir.

“4,535353... ve 3,214785” (Ö2)

“0,187187187... ve 1,12145” (Ö4)

“0,185462 ve 3,54545454...” (Ö12)

Ayrıca örnek olmayan örneklerden 3,24242424... gibi devreden kısmı açık şekilde yazılmış devirli ondalık sayıların ya da 2,147856 gibi virgülden sonrası bir yerde son bulan sayı türlerini kullanmayan öğretmenler bu örneklerin rasyonel bir sayı olduğunun çok bariz olduğunu söylemiş ve bu nedenle bu sayıların kullanılmasının gerekli olmadığını belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler bu örnekleri kullanmanın sorun olmayacağını belirtirken bazı öğretmenler ise bu örneklerin

kafa karışıklığına sebep olacağını söylemiştir. Bu açıklamalardan bazıları aşağıda sunulmaktadır.

“Bu zaten bu genellikle kullanılan örneklerden. Bunun bir zararı olmayacaktır. Hani bunun devirli yerine normal bir rasyonel sayı olduğunu anlarlar. Yani bunda sıkıntı yaşanmayacağını düşünüyorum. Hani verdiğim örneklerden direkt anlayacakları bir şey. Ben burada bir hata yapacaklarını ya da şaşıracaklarını düşünmüyorum.” (Ö10)

“Bunu da aynı şekilde vermeyi düşünmüyorum. Yani düzensiz bir sayı olmadığı için zaten başta vereceğim tanımlardan. Hani rasyonel sayı kavramında kesir olsun, ondalık gösterimlerin rasyonel ifadesine girdiğini desteklediğim için zaten çocuklar buna baktıkları zaman direkt rasyonel cevabını alabilirim onu. Onlar haricinde de yedinci sınıfta π sayısını gördünüz vesaire, hadi devirli onladık gösterimler ifadesini kattığım zaman bu sefer çocuklarda bir algı karışıklığı olacak. O yüzden bu örnekleri dersimde desteklemeyi düşünmüyorum.” (Ö7)

“Bunu da kullanmamalıyız. Çünkü evet sürekli tekrar ediyor. Hani düzensiz tekrar ediyor ama ya sonuna nokta nokta koymadığımız için hani 3 nokta bu sayının devam etmediğini düşüneceklerdir. Bunu da rasyonele çevirebileceğimiz için. O yüzden bu örneği kullanmamalıyız.” (Ö3)

Örnek olmayan örnek olarak $\sqrt{\sqrt{16}}$ örneğinin sadece öğretmenlerin %6,25'inin (1 öğretmen) kullandığı görülmektedir. Bu örnekle her kareköklü sayının irrasyonel sayı olmadığını gösteren öğretmen aynı zamanda da tür olarak farklı görünen bu örnekle öğrencilerin birden fazla karekök alma işleminin sonucunda da sayının rasyonel çıkabileceğini göstermek istemiştir.

“Burada kullandığım seviye hem kareköklü ifadelerdeki geçmiş bilgilerini kullanmalarını, hem de her kareköklü sayının irrasyonel sayı olmayacağını, sadece karekök dışına çıkabiliyorsa tam sayı olarak bunun rasyonel sayı olabileceğini göstermek istedim. Eğer sayı karekök dışına çıkamıyorsa o zaman irrasyonel sayı olmuş oluyor.” (Ö2)

Karşıt örneklerin öğretmenler tarafından çok tercih edilmediği ve sadece 1 öğretmenin bu örnek türünü kullandığı görülmektedir. Öğretmen karşıt örnek olarak $\sqrt{-2}$ örneğini tercih etmektedir. Öğretmen bu örnekle tüm kareköklü ifadelerin rasyonel sayı ya da irrasyonel sayı olmak zorunda olmadığını, farklı

sayı kümeleri olduğunu belirtmiştir. Bu şekilde öğrencilerin yanlış genelleme yaparak tüm kareköklü sayıların rasyonel ya da irrasyonel sayı olarak adlandırılmayacağını göstermek istemiştir.

“Şimdi bu istisna durum aslında kareköklü sayılarının en başında ne diyoruz? Karekök içinde negatif sayı olamaz diyoruz. Ama sonra diyoruz ki sayı doğrusunda hiçbir boşluk yok. Başka sayı kümeleri var. Bu aslında müfredat dışı bir örnek ama bunun bu şekildeki kavramların gerçek sayı olmadığını irrasyonel sayı değil, rasyonel sayıda değil, gerçek sayılar kümesinin dışında olduğunu çünkü bunu anlatırken sanki gerçek sayılar kümesinde olay bitiyormuş gibi algılıyor. Çocuklara hayır, gerçek sayılar kümesinin dışında da başka sayılar sayı kümeleri olduğunu göstermek için bu örneği verdim.” (Ö2)

Kullanılan örnekler irrasyonel sayıların temsil biçimi açısından incelendiğinde irrasyonel sayı kavramını öğretirken öğretmenlerin %100’ünün opak temsil biçimi olan kareköklü sayıları kullandıkları görülmektedir.

“ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ gibi kök dışına çıkamayan sayılar” (Tüm öğretmenler)

“ $\sqrt{8}$ gibi kök dışına kimsen çıkabilen sayılar. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Ve tamamen kökten çıkamadığı için irrasyoneldir.” (Ö12)

Öğretmenlerin %100’ü irrasyonel sayı kavramını tanıtırken bir diğer opak temsil biçimi olan π sayısını örnek olarak kullanmaktadır.

“ π sayısı bir irrasyonel sayıdır.” (Tüm öğretmenler)

Öğretmenlerin % 93,75’i (15 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını tanıtırken şeffaf temsil biçimi olan düzensiz devam eden ondalık sayıları örnek olarak kullanmaktadır.

“4,18078 ...” (Ö10)

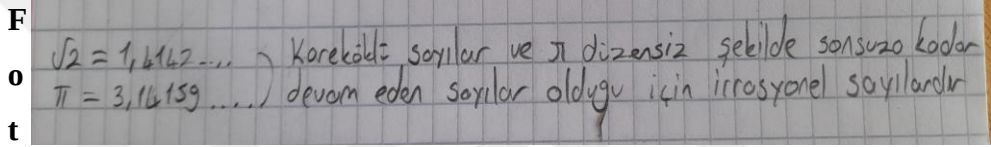
“3,23146...” (Ö9)

Ders içi yapılan gözlemlerde 1 katılımcının örnek kullanırken şeffaf temsil biçimini kullanmadığı görülmüştür. Yarı yapılandırılmış görüşme esnasında katılımcıya kullandığı örnek türleri hatırlatıldığında ve eksik kaldığını düşündüğü bir örnek türü olup olmadığı sorulduğunda şeffaf temsil biçimi olan düzensiz devam eden ondalık sayı örneğini kullanması gerektiğini ancak bu örneği kullanmayı unuttuğunu belirtmiştir.

A: “Kullandığınız örneklere baktığımda genellikle irrasyonel sayı için karekökten çıkamayan, π ve e gibi harfle gösterilen sayılar. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{17}$, e ve π . Bunları tamamlamak için bir örnek vermek ister miydiniz?”

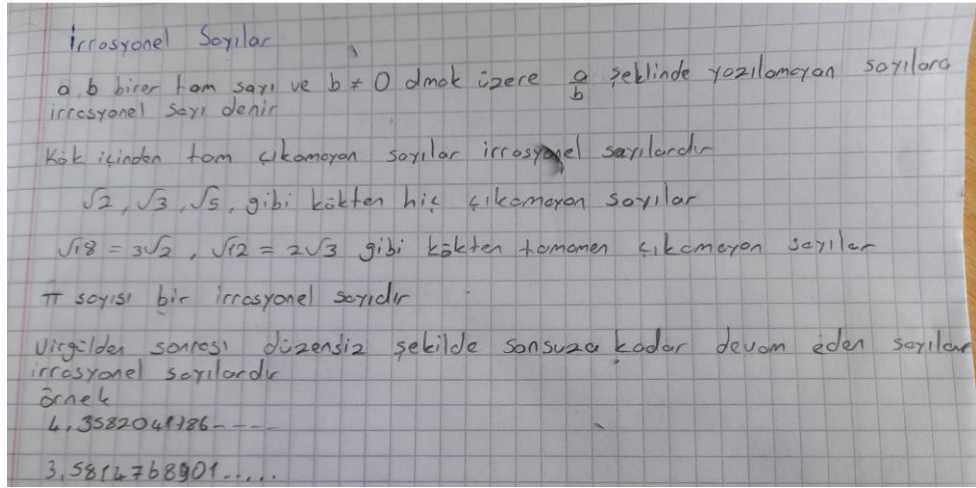
K: “Ondalık şekilde başlayan hani devamı virgülden sonra belli olmayan sayı örnekleri verebilirdim nokta nokta koyarak. Orayı atlamışım diyebilirim.” (Ö1)

Ayrıca öğretmenlerin şeffaf ve opak temsiller arasında bir ilişki kurmak yerine irrasyonel sayıları birer kalıp olarak verdikleri, öğretmenlerin %6,25’inin (1 öğretmen) araştırmacının ders sonunda öğrenci defterinden çektiği Fotoğraf 4.3. ile gösterildiği gibi opak ve şeffaf temsiller arasında ilişki kurarak opak temsillerin şeffaf temsiller şeklinde de gösterilebileceğini vurguladığı görülmektedir.



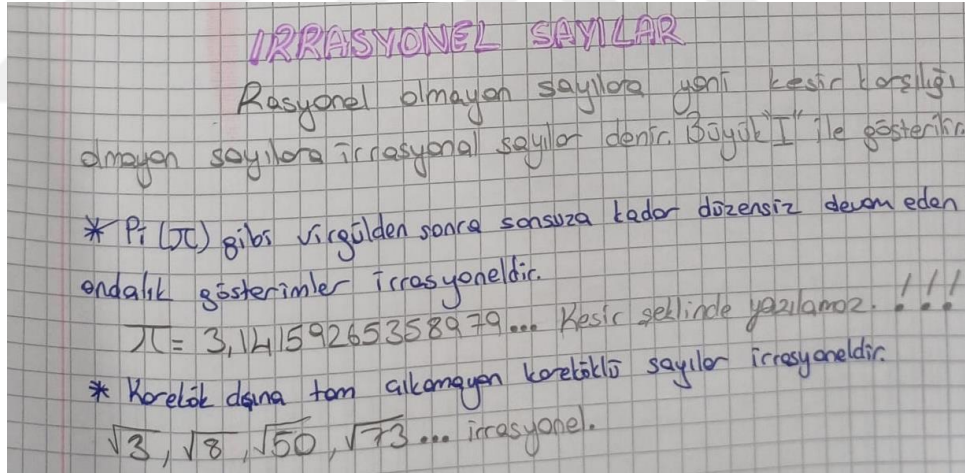
oğraf 4.3. Şeffaf ve opak temsilleri ilişkilendirme

Öğretmenlerin %93,75’inin (15 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını öğretirken ilk örnek tercihinin opak temsil biçimi olan kareköklü sayı olduğu Fotoğraf 4.4. ile örneklendirilmektedir. Bu öğretmenlerin tamamı irrasyonel sayı kavramını tanıtırken önce kareköklü sayıları örnek olarak kullanmış, daha sonra π sayısını örnek olarak vermiştir. 15 öğretmenden 14’ü bu 2 temsil biçiminden sonra şeffaf gösterim biçimi olan düzensiz sonsuza kadar giden sayıları irrasyonel sayı örneği olarak sunmuştur. 1 öğretmen ise şeffaf temsil biçimini kullanmayı unuttuğunu belirtmiştir.



Fotoğraf 4.4. Öğretmenlerin irrasyonel sayı örnekleri

Fotoğraf 4.5. ile gösterildiği gibi öğretmenlerin % 6,25'i (1 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını öğretirken ilk olarak şeffaf temsil biçimi olan düzensiz sonsuza kadar giden ondalık sayıları daha sonra opak temsil biçimi olan kareköklü ifadeler örnek olarak kullanmıştır.



Fotoğraf 4.5. Şeffaf temsil ile başlayan öğretmen ders notundan bir görsel

4.2. İkinci Alt Probleme Dair Bulgular

Araştırmanın bu kısmında “Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin seçiminde etkili olan etkenler nelerdir?” alt problemine dair bulgulara yer verilmektedir. Öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğretmenlerin tamamı irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullanacakları örnekleri önceden belirlediklerini ancak arada anlık örnekler de kullandıklarını belirtmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları örnekleri

seçerken dikkat ettikleri etkenlerin belirlenmesi amacıyla araştırmaya katılan öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnekleri seçerken dikkat ettikleri etkenlerin neler olduğu sorulmuş ve öğretmenlerden alınan cevaplar Tablo 4.2.de sunulmuştur.

Tablo 4.2. Öğretmenlerin örnek seçerken dikkat ettikleri etkenlerin kişi sayısına göre dağılımı

Kodlar	Kişi Sayısı
Kaynaklar ve uygulamalar	15
Sınıf Seviyesi	11
Sınav Sistemi	10
Dikkat Çekmek	6
Kolaydan Zora	6

Tablo 4.2. incelendiğinde 15 katılımcının yardımcı kaynaklardan (Test kitabı, Eba, test kitaplarının akıllı tahta uygulamaları) örneklerini aldıkları, 11 katılımcının örnek seçerken sınıfın genel akademik düzeyini, 10 katılımcının 8. sınıf sonunda öğrencilerin girecekleri Lise Giriş Sınavını, 6 katılımcının örneklerin öğrencilerin dikkatini çekebilmesini, 6 katılımcının ise kolaydan zora doğru örnek sıralamasını göz önünde bulundurdıkları görülmektedir.

Öğretmenlerin %93,75' inin (15 öğretmen) kullandıkları örnekleri seçerken yardımcı kaynaklardan faydalandıkları görülmektedir. Bu öğretmenlerden 13'ü irrasyonel sayı kavramını öğretirken akıllı tahta uygulamasını derste aktif olarak kullanmıştır. 2 öğretmen ise kullandıkları örnekleri yardımcı kaynaklardan aldıklarını belirtmiştir. 1 öğretmen ise kullandığı örnekleri kendisinin hazırladığını belirtmektedir.

Öğretmenlerin %68,75'i (11 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullanacakları örnekleri belirlerken sınıfın akademik başarısını göz önünde bulundurduğunu belirtmektedir. Bu etken öğretmenlerin örnek seçiminde dikkat ettikleri etkenler arasında en yüksek frekansa sahip olan etken olarak görülmektedir.

“Sınıf seviyesine uygun olarak bazen kolay bazıları hani zor olabilir. Sorular değişebilir.” (Ö3)

“Başarıya göre örneklere yön veriyorum.” (Ö6)

“Sınıfın genel başarısı önemli. Her sınıfta aynı örnekler olmuyor tabi. Başarılı sınıfta daha fazla ayrıntı açıklamak gerekebiliyor” (Ö12)

“Sınıfın başarı düzeyine göre daha basit örnekler kullanmaya da dikkat ediyorum.” (Ö5)

“Başarı tabi örnek seçmemde önemli kriter.” (Ö11)

Sınıfın akademik başarı seviyesinin örnek seçiminde etkili olduğunu belirten 11 öğretmenden 8’i akademik açıdan daha başarılı sınıflarda kullandıkları örnekleri belirlerken akademik açıdan daha az başarılı sınıflarla aynı örnekleri kullandıklarını ancak bu örneklerin üstüne daha fazla örnek eklediklerini belirtmektedirler.

“Ama mesela akademik açıdan çok daha iyi olan sınıflarda bu soru kısmında biraz daha fazla tutabiliyorum örnekler için.” (Ö10)

“Genelde aynı örnekleri kullanıyorum. Bazı sınıflarda daha hızlı ilerleyebiliyoruz. Öğrenci seviyesine göre değişebiliyor durum. Onlarda daha fazla örnek çözüyorum. Daha zor sorulara işte yeni nesil sorularda daha seçici sorulara gitmeye çalışıyorum. Ama çoğunlukla her düzeyde kullandığım ortak örnekler var.” (Ö9)

Sınıfın akademik düzeyini örnek seçme kriteri olarak belirleyen öğretmenlerden 3’ü ise başarı düzeyi daha düşük olan sınıflarda başarı düzeyi yüksek sınıflarda kullanılan örneklerin üzerine farklı örnekler ekleyerek daha fazla örnek kullandıklarını belirtmektedir.

“Tamamen değişmiyor. Üzerine çözüyorum ama mesela alıştırma kısmında konunun ilk başlangıç kısmında başarısız sınıfa pekiştirmek için atıyorum 15 tane örnekte pekişiyorsa başarılı sınıfta bu 5 örnekte veya 7, 8 örnekte pekişiyor.” (Ö2)

“Sınıfın başarı düzeyine göre daha basit örnekler kullanmaya da dikkat ediyorum.” (Ö5)

“Mesela başarısı daha düşükse sınıfın o zaman daha fazla örnek çözerim diğer sınıflardan. Konunun kavranması lazım.” (Ö16)

Öğretmenlerin %62,5’ i (10 öğretmen) örnek seçimlerini etkileyen etkenlerden biri olarak sene sonunda yapılan *Liselere Giriş Sınavını* göstermektedir.

“Sınav sistemi, sınıf seviyesi... Etkiliyor maalesef.” (Ö6)

“Şu anki LGS sisteminde daha çok şekiller ve günlük hayatla ilişkilendirme olduğu için bu konuya dikkat etmeye çalışıyorum.” (Ö7)

“Aynı şekil evet, öğrencinin hem konuyu daha iyi kavramaları için hem LGS ye yönelik soruları da görebilmeleri için her düzeyde her şekilde soru tarzı seçmeye çalışıyorum.” (Ö9)

Öğretmenlerin %37,5’i (6 öğretmen) örnekleri seçerken öğrencilerin dikkatini çeken örnekler olmasına dikkat ettiklerini belirtmektedir. Bu bulguya dair bazı açıklamalar aşağıda sunulmaktadır.

“Genel anlamda hani çocukların dikkatini çekebilecek örnekler kullanmaya çalışıyorum.” (Ö7)

“Çocukların biraz daha dikkatini çeksin, yönelsinler diye” (Ö10)

“Dikkat çekici bir örnek mi değil mi? Buna bakıyorum.” (Ö8)

Öğretmenlerin %37,5’i (6 öğretmen) örnekleri seçerken kolaydan zora doğru sunulacak şekilde hazırlanmasına dikkat ettiklerini belirtmektedir. Bu açıklamalardan bazıları aşağıda sunulmaktadır.

“Daha basitten başlıyorum. Özele geçtiğim zaman daha zor daha detay kısımlara inmiş oluyorum.” (Ö7)

“Daha kolay örneklerle başlarım. Genellikle kolaydan zora doğru devam ediyorum.” (Ö5)

“Yani genelde en kolaydan başlıyorum, zora doğru gidiyorum.” (Ö9)

Yapılan gözlemlerde ve yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğretmenlerin kolaydan zora doğru örnek tercihlerinden bahsederken örnek kavramı olarak hazırladıkları problemleri düşündükleri görülmektedir. Öğretmenler alıştırmaları ve öğrencilere yönelttikleri problemleri örnek olarak düşünerek cevap vermişlerdir.

“Sadece kolaydan zora değil. Her çeşit örnek sormaya çalışıyorum.” (Ö9)

“Onu özellikle yıldızlı soru şeklinde soruyorum.” (Ö10)

“Bu z kitapta da zaten hani öğrencilerin daha kolay anlamalarını sağlayabilecek örnekler mevcut. Başta basitten zora ilerliyor. Daha sonra seviyesi biraz daha zorlaşıyor.” (Ö7)

4.3. Üçüncü Alt Probleme Dair Bulgular

Araştırmanın bu kısmında “Öğretmenler irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnek seçimini nasıl gerekçelendirmektedir?” alt problemine dair bulgulara yer verilmektedir. Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken

kullandıkları örnekleri hangi amaçlarla kullandıklarının belirlenmesi amacıyla öğretmenlerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgular Tablo 4.3. ile sunulmaktadır.

Tablo 4.3. Örneklerin kullanım amaçlarının kişi sayısına göre dağılımı

Kodlar	Kişi Sayısı
Geçmiş bilgileri hatırlatma	7
Günlük hayatla ilişkilendirmek	4
Somutlaştırmak	11
Farkları göstermek	10
Pekiştirmek	9
Genelleme yaptırmak	4
Yanlış genellemeleri engellemek	12
İstisnai durumları göstermek	4

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken kullandıkları örneklerin amaçlarının '*geçmiş bilgileri hatırlatma, günlük hayatla ilişkilendirmek, somutlaştırmak, farkları göstermek, pekiştirmek, genelleme yaptırmak, yanlış genellemeleri engellemek ve istisna durumları göstermek*' olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4.3. incelendiğinde irrasyonel sayıları öğretirken 12 katılımcının örnekleri kullanım amacının yanlış genellemeleri engellemek, 11 katılımcının amacının soyut bir kavram olan irrasyonel sayıları somutlaştırmak, 10 katılımcının rasyonel ve irrasyonel sayı kavramı arasındaki farkı göstermek, 9 katılımcının öğretilenlerin pekiştirilmesini sağlamak, 7 katılımcının geçmiş bilgileri hatırlatmak, 4 katılımcının günlük hayat ve kavram arasında ilişki kurulmasını sağlamak, 4 katılımcının genelleme yaptırmak ve 4 katılımcının ise istisna durumları göstermek olduğu görülmektedir.

Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde katılımcıların %75'i (12 öğretmen) kullandıkları örnekleri yanlış genellemeleri engellemek amacıyla kullandıklarını belirtmiştir. Bu kategori en sık frekansa sahip olan kategoridir. Öğretmenler kullandıkları örnekler aracılığı ile öğrencilerin yanlış bir genelleme yapmalarını engellemek istediklerini belirtmektedir. Bu bulguya dair bazı öğretmen ifadeleri aşağıda verilmektedir.

"Yani yanlış genellemelerini mesela engellemeye çalışıyorum." (Ö10)

“Evet, yanlış genelleme yapmasınlar diye.” (Ö9)

“Yanlış genellemenin önüne geçiyorum.” (Ö2)

“Burada kendileri bir kural oluşturup genellemesin. Yanlış genellemeyi engellemek için.” (Ö13)

Aşağıda bazı örnekleri gösterildiği gibi katılımcıların %68,75'i (11 öğretmen) soyut bir kavram olan irrasyonel sayıları somut hale getirebilmek için örnekleri kullandıklarını belirtmektedir.

“Örneğin sayı kümesinden örnek verdik. Biraz daha soyut olan bir şeyi somutlaştırmak diyebilirim” (Ö1)

“Soyut bir kavram olduğu için daha somutlaştırmak için kullandım” (Ö16)

“Kavramlar matematikte biraz daha soyut olduğu için öğrencilerin anlayabilmesi için örneklerle somutlaştırıp daha çok kullanmak daha faydalı oluyor genelde.” (Ö9)

Ancak örnekleri somutlaştırmak için kullandıklarını belirten öğretmenlerin somutlaştırmaya yönelik örnek kullanmadıkları görülmektedir. Somutlaştırmak için örnek kullandığını söyleyen bir öğretmenin açıklaması gösterilmektedir.

“Bu daha çok yani geometriyle alakalı konularda yapılabilir ama bu konu soyut olduğu için irrasyonel sayılar. Bunu sınıftaki nesnelerle ilişkilendiremem diye tahmin ediyorum.” (Ö1)

Katılımcıların %62,5'i (10 öğretmen) rasyonel ve irrasyonel sayı kavramlarının arasındaki farkları göstermek amacıyla örnekleri kullandığını belirtmektedir. Öğretmenlerin iki sayı kümesi arasındaki farkı göstermeyi amaçladıklarını belirttikleri ifadelerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

“Örnekleri 2 farklı durumda... Ne yapıyorum 2 farklı örneği veriyorum. Bu 2 örnek arasında karşılaştırma yapabilmelerini de sağlıyor.” (Ö5)

“Rasyonel ve irrasyonel arasındaki farkı görmesi için.” (Ö15)

“Derste kullandığım örnekleri... Yani ayırım yapabilmelerini sağlamak... Rasyonel, irrasyonel. Hangi kümeye ait olduklarını daha iyi ayırt etsinler diye. Farkını ayırt etsinler diye bu örnekleri verdim.” (Ö1)

Rasyonel ve irrasyonel sayılar arasındaki farkları göstermek isteyen öğretmenlerin rasyonel sayı ve irrasyonel sayı örneklerini aynı anda verdikleri görülmektedir. Öğretmenler bu iki sayı kümesine ait örnekleri verdikten sonra öğrencilere hangi sayının neden rasyonel ya da irrasyonel olduğunu açıklayarak

“Şimdi geçmiş bilgilerini kullanarak yeni bilgilere ulaşmayı hedefledim. Yeni bilgilerde de işte irrasyonel kavramının hangi örneklerle açıklayabileceklerini göz önünde bulundurdum.” (Ö2)

“Çocukların daha geçmişten gelen bilgi birikimiyle, tecrübeleriyle daha iyi anlayabilmeleri için bu örnekleri seçmeye dikkat ediyorum.” (Ö5)

“Geçmiş bilgilerini kullanarak hatırlatarak yani örnekleri kullandım.” (Ö15)

Katılımcıların %25’i (4 öğretmen) örnekleri irrasyonel sayı kavramıyla günlük yaşamı ilişkilendirmek amacıyla kullandıklarını belirtmektedir. Öğretmenlerin günlük yaşamla ilişkilendirmek amacıyla örnekleri kullanmalarına dair bazı örnekler aşağıda sunulmaktadır.

“Öğrencinin seviyesine uygunluk sonrasında günlük yaşamla ilişkilendirebilmeleri için bu örnekleri kullandım.” (Ö3)

“Günlük hayatla ilişkilendirebilecek örneklere ağırlık veriyorum.” (Ö7)

“Hayatla ilişki kuran örnekler kullanıldığında daha iyi anlaşılması konunun kolay oluyor o nedenle bu tarz örnek kullanmayı düşünürüm genelde.” (Ö14)

Katılımcıların %25’i (4 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını öğretirken genelleme yapmak için örnekleri kullandıklarını ifade etmektedir. Öğretmenlerin genelleme yapmak için örnekleri kullandıklarını belirttikleri açıklamalardan bazıları gösterilmektedir.

“Zihnine tam otursun, ezberlemesin, anlasın istiyorum. Genelleme yapabilsin istiyorum.” (Ö8)

“Genellemeye onu en kısa yoldan ulaştırabilecek olan mantıklı örnekler seçmek. Benim için en önemlisi.” (Ö6)

Katılımcıların %25’i (4 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnekleri istisna durumları göstermek amacıyla kullandıklarını belirtmektedir. Aşağıda öğretmenlerin istisna durumları göstermeyi amaçladıklarını belirttikleri ifadelerin bazı örnekleri gösterilmektedir.

“Aradaki farkı mutlaka görmeleri gerekiyor. Çünkü o da zaten... Hani dediğim gibi istisna bir durumdur. Çünkü çocuklarda böyle bir yanılgı oluyor. Hani sadece π sayısı gibi algılıyorlar.” (Ö10)

“Bütün örnekleri versek bile istisna durumlar oluyor. Onları örneklerle göstermek akılda kalmasını sağlıyor.” (Ö12)

5. TARTIŞMA

Bu bölümde ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin temsil biçimleri, türleri ve örneklerin kullanım amaçlarının belirlenmesine dair elde edilen bulguların tartışmasına yer verilmektedir.

5.1. Birinci Alt Probleme Dair Tartışma

Elde edilen bulgular sonucunda öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken jenerik örneklerden daha sık yararlandıkları görülmüştür. Jenerik örnekler bir kavramı açıklamak ve tanımda belirtilen şartları sağlayan durumları göstermek için kullanılan örneklerdir. Çalışmada öğretmenlerin tamamının irrasyonel sayı kavramının tanımını yaptıktan sonra tanımı daha iyi açıklayabilmek için jenerik örnekleri kullandıkları görülmüştür. Ancak kavramın sınırlarını belirleyen örnek olmayan örnekler ve yanlış genellemeleri engelleyen karşıt örnekler öğretmenler tarafından daha az tercih edilmiştir. Kullanılan örnekler incelendiğinde örnek olmayan örnekleri öğretmenlerin %18,75'inin (3 öğretmen) tercih ettiği görülmektedir. Karşıt örnekleri ise öğretmenlerin %6,25'i (1 öğretmen) kullanmıştır. Jenerik örnekler Alkan'ın (2016) sınıflandırmasında standart örneklerle, Tsamir vd.'nin (2008) çalışmasında ise prototip örneklerle aynı işlevdedir. Standart örnekler ve prototip örnekler de jenerik örnekler gibi tanım ya da kavramı açıklamak amacıyla kullanılmaktadır. Alan yazınında yapılmış çalışmalarda öğretmenlerin en sık kullandığı örnek türünün standart örnekler, prototip örnekler ve jenerik örnekler olduğu, öğretmenlerin örnek olmayan örnek ya da karşıt örneklerden neredeyse hiç yararlanmadıkları belirtilmektedir (Alkan, 2016; Alkan ve Güven, 2018; Avcu, 2014; Doğan, 2021; Doğan ve Doğan, 2021; Gökbulut ve Ubuz, 2013; Huang, 2017; Şahin, 2021; Şahin ve Karakuş, 2021). Bu açıdan çalışmanın bulguları alan yazınında yapılmış çalışmaların bulguları ile uyumludur. Jenerik örnekler ile kavram tanıtıldıktan sonra kavramın sınırlarını çizmek amacıyla kullanılan örnek olmayan örneklerin öğretmenlerin geneli tarafından tercih edilmemesi ve karşıt örneklerle yanlış genellemelerin engellenmemesi öğrencilerin irrasyonel sayı kavramını yüzeysel öğrenmelerine sebep olabilir. Kavramın tüm hatlarıyla eksiksiz öğrenilmemesi de öğrencilerin irrasyonel sayılarla ilgili yaşadığı zorlukların sebeplerinden biri olabilir.

Yarı yapılandırılmış görüşmeler esnasında örnek olmayan örnekleri kullanmayan 11 öğretmene $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarını neden kullanmadıkları sorulmuştur. Bu öğretmenler $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının rasyonel sayı olduğunu ve bu sayıları kullanmanın öğrencilerde kafa karışıklığına yol açacağını belirtmiştir. Bu öğretmenlerin örnek kullanırken sadece jenerik örnekleri tercih ettikleri ayrıca örnek olmayan örnekleri ve karşıt örnekleri kullanmadıkları görülmüştür. Bu durumun nedeni öğretmenlerin örnek olmayan örneklerin ve karşıt örneklerin rolünü ve önemini fark etmemiş olmalarından kaynaklanmaktadır. Öğretmenlerin bu örnek türlerini önemini fark etmemelerinin sebebi pedagojik alan bilgilerinin eksikliği ile açıklanabilir. Öğretmenlerin öğretim yöntemleri, kullandığı örnekler pedagojik alan bilgisi tarafından belirlenmektedir (Ball vd., 2008). Bu nedenle öğretmenlerin örnek seçiminde pedagojik alan bilgisi önemli rol oynamaktadır. Elde edilen veriler öğretmenlerin sadece jenerik örneklerle kavramı öğretmeye çalıştıklarını göstermektedir. Ancak sadece jenerik örneklerin kullanılması kavramın tam anlaşılmasına neden olmaktadır. Örnek olmayan örneklerin kullanımı ile kavramın sınırları çizilmelidir. Bu sayede kavram derinlemesine anlaşılabilir ve kavram yanlışlarının önüne geçilebilir. Ancak öğretmenler örnek olmayan örnekleri kullanmadıkları için öğrencilerin bazı kavram yanlışları yaşamalarına neden olabileceği düşünülmektedir.

Yarı yapılandırılmış görüşmelerde örnek olmayan örnekleri kullanmayan öğretmenlere devirli ondalık gösterimlerin açık hallerini ve ondalık kısmında 3 basamaktan fazla rakam bulunan ondalık sayıları örnek olarak neden kullanmadıkları sorulduğunda öğretmenler bu sayıların rasyonel olduğunun bariz olduğunu ifade etmiştir. Bu nedenle bu öğretmenler bu örnekleri irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullanmaya gerek olmadığını söylemiştir. Bu öğretmenlerin bazıları bu örneklerin kullanılmasının bir zararı olmayacağını belirtmiştir. Ancak bazı öğretmenlerin bu örneklerin kullanılmasının kafa karışıklığına sebep olacağını söylediği görülmüştür. Kafa karışıklığına sebep olacağını düşünen öğretmenlerin açıklamaları $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının örnek olarak kullanılmasının kafa karıştıracığını belirten öğretmenlerin açıklamaları gibi pedagojik alan bilgisinin eksikliği ile açıklanabilir. Çalışma sonucunda elde edilen bu iki bulgunun birbiriyle uyumlu ve tutarlı olduğu görülmektedir.

Yapılan görüşmelerde 1 öğretmenin $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının irrasyonel sayı olduğunu söylediği görülmektedir. Bu durumda öğretmenin kavram yanlışlığı olduğu görülmektedir. Bu durum öğretmenin matematik alan bilgisinin yetersizliği ile açıklanabilir. Öğretmenlerin ve öğretmen adayların irrasyonel sayı kavramı ile ilgili yanlış ya da eksik bilgilerinin olduğu yapılmış çalışmalarda da görülmektedir (Adıgüzel, 2013; Arbour, 2012; Çevikbaş ve Argün, 2017; Obay ve Irmak, 2023). Matematik alan bilgisi yetersiz olan öğretmenlerin öğrencilere öğretirken sorunlar yaşayabilmektedir. Öğretmenin matematik alan bilgisi kavram öğretiminde çok önemli yer tutmaktadır. Ng ve Dindyal (2016) öğretmenlerin bilgilerinin örnek seçimini etkilediğini söylemiştir. Eksik ya da hatalı bilgisi olan öğretmen öğrencilere de kavramı öğretirken hatalı ya da eksik öğretebilir. Öğrencilerin irrasyonel sayıları öğrenirken yaşadığı zorlukların nedenlerinden birisi öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramına dair alan bilgilerinde eksiklikler olması olabilir. Öğretmenlerin yetersiz ya da yanlış alan bilgileri öğretimlerinde yanlış ya da sınırlı örnek kullanmalarına ve buna bağlı olarak yanlış açıklamalar yapmalarına neden olabilir. Bu durumda öğrencilerin irrasyonel sayı kavramını öğrenirken yaşadığı sorunların nedenleri arasında olabilir.

Örnek türlerinde örnek olmayan örnekleri 3 öğretmenin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları görülmüştür. Bu 3 öğretmenin tamamı irrasyonel sayıya örnek olmayan durum olarak 3,14'ü kullanırken, $\frac{22}{7}$ 'yi 1 öğretmen kullanmamıştır. Öğretmen $\frac{22}{7}$ 'yi kullanmama gerekçesini $\frac{22}{7}$ 'nin rasyonel bir sayı olmasının bariz olduğu şeklinde açıklamıştır ve öğrencilerin bu durumu kolayca fark edeceğini belirtmiştir. Aynı öğretmen öğrencilerin 3,14'ü irrasyonel sayı olarak düşünebileceklerini belirtmiştir. Buna gerekçe olarak da 7. sınıfta π sayısının yaklaşık değeri olarak 3,14'ün kullanılmasını göstermiş ve bu örnekle yanlış genellemelerin önüne geçmek istediğini belirtmiştir. Ancak 7. sınıfta 3,14 gibi $\frac{22}{7}$ de sıklıkla π sayısının yaklaşık değeri olarak verilmektedir. Literatürde öğrencilerin ve öğretmen adaylarının $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının irrasyonel sayı olduğunu düşündüklerini gösteren bulgular mevcuttur (Arbour, 2012; Adıgüzel, 2013; Erdem Uzun ve Dost, 2023). Buna rağmen öğretmen öğrencilerin sadece 3,14'ü π sayısı olarak düşünebileceklerini varsaymıştır. Öğretmenin 3,14 ve $\frac{22}{7}$ hakkındaki düşünce farkının sebebi $\frac{22}{7}$ 'nin $\frac{a}{b}$ şeklinde yazıldığı için rasyonel

sayı tanımını direkt olarak örneklendirmesi olabilir. Çünkü 3,14 sayısı $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılmamış olduğu için rasyonel sayı olmasına rağmen direkt tanımın örneği değildir. Bu nedenle öğretmen öğrencilerin $\frac{22}{7}$ 'yi rasyonel sayı olarak direkt tanıyacaklarını ancak 3,14'ü rasyonel sayı olarak tanımayacaklarını varsaymaktadır. Elde edilen bu bulgu da öğretmenin pedagojik alan bilgisinin kullandığı örnekler üzerindeki etkisini göstermektedir.

Öğretmenlerin sadece %6,25'inin (1 öğretmen) öğretiminde karşıt örneklere başvurduğu görülmüştür. Bu öğretmen her karekökten tam çıkamayan sayının irrasyonel sayı olmadığını göstermek için $\sqrt{-2}$ örneğinden faydalanmıştır. Öğretmenler derste irrasyonel sayıları örneklendirirken karekökten tam çıkamayan sayıların irrasyonel sayı olduğunu söylemiştir. Ancak kök içi negatif olduğu durumda sayının irrasyonel sayı olmadığını göstermek için $\sqrt{-2}$ 'yi örnek olarak kullanmıştır. Yani öğretmen bu örneği kullanarak tanıma uymayan bir durumu göstermiş ve öğrencilerin yanlış genelleme yapmasının önüne geçmeyi amaçlamıştır.

Yapılan gözlemler sonucunda öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken opak temsillere daha çok yer verdikleri, şeffaf temsillerden daha az yararlandıkları görülmektedir. Bu sonuç alan yazınında yer alan çalışmaların bulgularıyla uyumludur (Toluk Uçar, 2016; Zazkis ve Sirotic, 2004). Bu durum da irrasyonel sayıların öğretilmesinde yaşanan sorunlardan biri olabilir. Tek bir temsil çeşidinin daha baskın olarak verilmesi öğrencilerde kavram yanlışlarına ya da eksik ve hatalı öğrenmelere sebep olabilir. Bu nedenle irrasyonel sayı kavramının öğretiminde iki temsil biçimi de vurgulanmalıdır.

Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin gözlemi sürecinde öğretmenlerin genelinin irrasyonel sayıların temsil biçimleri arasında ilişki kurmadıkları görülmüştür. Öğretmenler opak ve şeffaf temsil biçimlerini kullanarak örnekler sunmuştur. Ancak bu temsil biçimleri arasında bir ilişki olduğu öğrencilere bir öğretmen haricinde gösterilmemiştir. Örneğin $\sqrt{2}$ sayısı irrasyonel sayılara örnek olarak verilmiştir. 4,18078... gibi düzensiz devam eden ondalık sayı da bir irrasyonel sayı örneği olarak kullanılmıştır. Opak temsil biçimi olan $\sqrt{2}$ 'nin yaklaşık değerinin 1,414213...şeklinde şeffaf bir temsil biçimi ile gösterilebileceği öğrencilere

belirtilmemiştir. Bu temsil biçimleri arasında ilişki kurmak öğrencilerin irrasyonel sayıları daha iyi anlamasını sağlayabilir. Öğrenciler iki temsil biçimi arasında ilişki kurulmadığında kavramı tam olarak kavrayamayabilirler. Bu iki temsil biçimi arasında ilişkinin kurulması, öğrencilerin bir irrasyonel sayının her iki biçimde de yazılabileceğini öğrenmeleri ve irrasyonel sayıları daha iyi kavramlarına yardımcı olabilir.

5.2. İkinci Alt Probleme Dair Tartışma

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken kullandıkları örnekler gözlem formuna not alındıktan sonra öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin örnek seçerken dikkat ettikleri etkenler hakkında farklı nedenlerin olduğu görülmüştür. Bu nedenlerin: *Kullanılan yardımcı kaynaklar, sınıfın akademik başarı seviyesi, örneklerin ilgi çekiciliği, Liselere Giriş Sınavı ve Kolaydan zora olduğu* görülmektedir.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde öğretmenlerin %93,75'i (15 öğretmen) örnekleri ders kitabı dışında bir yardımcı kaynaktan aldığını belirtmiştir. Bu öğretmenlerden 13'ünün ders esnasında çeşitli yayınların akıllı tahta uygulamasını kullandıkları görülmüştür. Diğer 2 öğretmen ise akıllı tahta uygulaması kullanmasa da hazırladıkları örnekleri ders öncesi yardımcı kaynaklardan belirlediklerini söylemiştir. Kaynaklardan yararlanmayan öğretmen ise örnekleri daha önceden kendisinin hazırladığını ifade etmiştir. Bu bulgulara göre öğretmenlerin örnek seçimlerini en çok etkileyen faktörlerin kaynak kitap ve uygulamalar olduğu görülmektedir. Türkiye'de öğretmenlerin örnek seçerken dikkat ettikleri etkenlerle ilgili yapılan araştırmalarda kaynak kitapların ve akıllı tahta uygulamalarının önemli bir kriter olduğu yapılan çalışmalarda yer almaktadır (Doğan, 2021; Şahin, 2021).

Öğretmenlerin %62,5'i (10) örnekleri seçerken 8. sınıf sonunda yapılan LGS'yi göz önünde bulundurduğunu belirtmiştir. Avcu (2014), Doğan (2021) ve Şahin (2021) çalışmalarında öğretmenlerin örnek tercihlerini etkileyen faktörlerden biri olarak sınav sistemini göstermektedir. Bu açıdan araştırmanın sonucu yapılan çalışmalarla paralellik göstermektedir. Ayrıca bu çalışmanın sonucunda öğretmenlerin örnek seçimini etkileyen faktörlerden birinin kaynak kitaplar olması da sınav sisteminin örnek seçimi üzerinde etkili olduğunu desteklemektedir. Öğretmenlerin kullandığı kaynaklar LGS hazırlık için

kullanılan test ve konu anlatım kitapları ve onların akıllı tahta uygulamaları olduğu için kullandıkları örneklerin sınava yönelik olduğu görülmektedir. Öğretmen irrasyonel sayıları öğretirken bir sınava yönelik hazırlanmış kaynakları kullanarak sınavı kendisine örnek seçimi için kriter olarak almış olmakta ve örneklerini de bu doğrultuda seçmektedir. Bu nedenle bu araştırmada ortaya çıkan bu iki cevap birbiriyle uyumlu olarak görülmektedir.

Öğretmenlerin örnek seçerken kriterlerinden birisi de sınıfın akademik başarı seviyesidir. Öğretmenler kullanacakları örnek türlerini ve örnek sayılarını sınıfın genel akademik başarısına göre belirlemektedir. Akademik başarıya göre örnek seçtiğini belirten 8 öğretmen akademik açıdan daha başarılı sınıflarda daha fazla örnek kullandıklarını ifade etmiştir. Bu öğretmenler akademik başarısı daha yüksek olan sınıflarda diğer örneklerin daha iyi anlaşıldığını ve bu öğrencilerin daha fazla örnek görmesi gerektiğini ileri sürmüştür. Bu durumu da akademik başarısı yüksek olan sınıftaki öğrencilerin daha hızlı öğrenmeleriyle ve LGS'ye hazırlık olması amacıyla daha fazla örnek türü görmeleriyle açıklamışlardır. Bu yönden bu öğretmenlerin örneklerini seçerken sınav sisteminin önemli etken olduğu bulgusuyla tutarlılık göstermektedir. Ayrıca Doğan (2021) ve Şahin (2021) de çalışmalarında örnek seçimi için sınıf başarı seviyesinin önemli kriterlerden olduğunu vurgulamaktadır.

Öğretmenler örnek seçerken örnekleri kolaydan zora olacak şekilde seçmektedir. Bu sayede öğretmenler öğrencilerin daha aşına oldukları sayıları kullanarak öğrencilerin öğrenmelerine destek olmayı planlamışlardır. Öğretmenlerin çoğunluğunun kullandığı ilk örneğin $\sqrt{2}$ olması da bu durumun göstergesidir. Avcu (2014), Doğan (2021), Doğan ve Doğan (2023) ve Zodik ve Zaslavsky (2008) de çalışmalarında öğretmenlerin basit ve öğrencilerin tanıdığı örneklerle derse başladıklarını belirtmektedirler.

Öğretmenlerin %37,5'i (6 öğretmen) örneklerin aynı zamanda dikkat çekici olmalarına vurgu yapmışlardır. Bu sayede öğretmenler öğrencilerin konuya daha odaklı olmalarını sağlamayı amaçlamaktadır. Ders esnasında odaklanmış olan öğrencilerin kavramı daha iyi öğreneceği düşünülmektedir. Bu öğretmenler öğrencilerin dikkatini çeken örnekler kullanıldığında derse katılımlarının artacağını ve öğrenmelerinin de olumlu etkileneceğini belirtmektedir.

Ayrıca öğretmenler araştırmacıya gözlem süreci öncesinde irrasyonel sayı kavramını öğretmek için 1 ders saati süre ayırdıkları belirtmiştir. Öğretmenler bu

sürenin irrasyonel sayı kavramını öğretmek için bu sürenin yeterli olacağını söylemiştir. Öğretmenler kavram öğretimi için ayırdıkları süreyi LGS’de kareköklü sayılarla ilgili kazanımlardan sorular geldiğini ve irrasyonel sayı kavramıyla ilgili az soru geldiğini söyleyerek açıklamıştır. LGS 2018 yılından itibaren uygulanmaya başlamıştır ve yapılan tüm sınavlarda irrasyonel sayı kavramı ile ilgili olarak 2023 yılında 1 soru sorulmuştur. Öğretmenlerin LGS’de irrasyonel sayılarla ilgili soru gelmemesi sebebiyle irrasyonel sayı kavramını 1 ders saati içinde anlattıkları görülmüştür. Öğretmenlerin bu ifadeleri ve irrasyonel sayı kavramını öğretmek için ayırdıkları süre kavramın öğretilmesi sürecini ve dolayısıyla öğretmenlerin kullandıkları örneklerin LGS’den etkilendiğini göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin kullandıkları örnekleri tercih ederken LGS’yi göz önüne aldıklarını belirttikleri bulguyla tutarlıdır.

5.3. Üçüncü Alt Probleme Dair Tartışma

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları kullanma amaçlarının belirlenmesi için yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda öğretmenlerin örnekleri farklı amaçlarla kullandıkları görülmüştür. Bu amaçlar: *“geçmiş bilgileri hatırlatma, günlük hayatla ilişkilendirmek, somutlaştırmak, farkları göstermek, pekiştirmek, genelleme yaptırmak, yanlış genellemeleri engellemek ve istisna durumları göstermek”* olarak belirlenmiştir.

Öğretmenlerin %75’i (12 öğretmen) örnekleri yanlış genellemeleri engellemek amacıyla kullandıklarını belirtmiştir. Bu cevap örneklerin kullanım amaçları arasında en sık frekansa sahip cevaptır. Alan yazını incelendiğinde de öğretmenlerin örnekleri yanlış genellemeleri engellemek için kullandıkları görülmektedir (Alkan 2016; Bills vd. 2006; Doğan, 2021; Michener, 1978; Zodik ve Zaslavsky, 2008). Yanlış genellemelerin önüne geçmek amacıyla örnekleri kullandıklarını 12 öğretmen belirtmesine rağmen sadece bir öğretmen karşıt örnekleri kullanmaktadır. Bu durumda öğretmenlerin örnekleri uygun bağlamda kullanamadıklarını göstermektedir. Karşıt örnekler kullanarak bir teorem ya da kavrama uygun olmayan durumlar gösterilir. Bu örnek türünün yardımı ile öğrencilerin öğrendikleri kavram hakkında yanlış genelleme yapmalarının önüne geçilmektedir. Ancak öğretmenler genellikle jenerik örnekleri tercih etmektedir. Jenerik örneklerin kullanım amacı kavramı tanıtmak ve tanımlı açıklamaktır. Bu nedenle öğretmenlerin belirttikleri amaca uygun olmayan örnek türlerini daha sık kullandıkları söylenebilir. Öğretmenlerin amaçlarına uygun örnekler

kullanamamaları öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin eksikliğiyle yorumlanabilir. Chick (2007) uygun matematiksel açıklamaları seçmenin pedagojik alan bilgisine bağlı olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmada öğretmenlerin kullandıkları örneklerin rolünün farkında olmadıkları görülmektedir. Öğretmenlerin amaçlarına uygun örnek seçememeleri öğretimin niteliğini olumsuz yönde etkileyebilir. Bu durum da irrasyonel sayı kavramında öğrenci başarısızlığının sebepleri arasında gösterilebilir. Chick (2007) öğretmenlerin uygun örnek seçimindeki başarısızlıkları nedeniyle öğrencilerin kavramı öğrenirken zorlandıklarını belirtmektedir.

Öğretmenlerin %68,75'i (11 öğretmen) örnekleri somutlaştırmak amacıyla kullandıklarını belirtmiştir. Soyut bir kavramı somutlaştırmak kavramın daha anlaşılabilir hale gelmesini sağlamaktadır. İrrasyonel sayı kavramı soyut bir kavramdır ve öğrenciler öğrenmekte güçlük çekmektedir. Bu nedenle öğretmenler bu kavramı somutlaştırmaya çalışmaktadır. Ancak yapılan gözlemlerde öğretmenlerin konuyu somutlaştıracak bir örnek kullanmadıkları görülmektedir. Öğretmenlerin bu cevabı örnekleri genel anlamıyla düşünerek cevap verdikleri söylenebilir. Alan yazınında yapılan bazı çalışmalarda da örneklerin kavramı somutlaştırmak amacıyla kullanıldığı görülmektedir (Doğan, 2021; Doğan ve Doğan, 2021; Rowland, 2008).

Öğretmenlerin %62,5'i (10 öğretmen) örnekleri rasyonel sayı ve irrasyonel sayı arasındaki farkları göstermek için kullandıklarını belirtmiştir. İrrasyonel sayıların tanımı rasyonel sayı tanımı üzerinden yapılmaktadır. İrrasyonel sayıların rasyonel sayılarla hiçbir ortak özelliği bulunmamaktadır. Ancak irrasyonel sayıları rasyonel sayılardan ayrı düşünmek mümkün değildir. İrrasyonel sayı kavramı sınırları iyi çizilmediğinde bazı rasyonel sayı örnekleriyle karıştırılması mümkündür. Bu nedenle irrasyonel sayı kavramı oluşturulduktan sonra kavramın sınırları iyi çizilmeli ve rasyonel sayılarla arasındaki farklar gösterilmelidir. Bu öğretmenler bu iki sayı arasındaki farkları göstermek için rasyonel ve irrasyonel sayıları aynı anda ele almıştır. Ancak sadece 3 öğretmen örnek olmayanlardan yararlanmıştır. Ancak diğer öğretmenler 2 sayı kümesi arasındaki farkları tam olarak gösteremediği için öğrenciler irrasyonel sayı kavramını tam olarak öğrenememiş olabilir. Bu durum irrasyonel sayı kavramında öğrencilerin yaşadığı zorlukların sebepleri arasında gösterilebilir.

Öğretmenlerin %56,25'i (9 öğretmen) irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerle kavramın pekiştirilmesini sağlamayı amaçladıklarını ifade etmiştir. Öğretmenlerin önce kavramı tanımlamış ve öğrencilere kavramı açıklamıştır. Tanımdan sonra örnekleri kullanarak tanımlı açıklamayı ve kavramın daha iyi anlaşılmasını sağlamayı amaçlamıştır. Pekiştirmenin sağlanması için jenerik örneklerin kullanılması gerekmektedir. Öğretmenlerin hepsinin jenerik örnekleri irrasyonel sayı kavramının öğretiminde sıklıkla kullanmıştır. Bu açıdan bulgular birbiriyle tutarlı ve uyumludur. Ayrıca örneklerin kavramın pekiştirilmesi amacıyla kullanıldığı alanda bazı çalışmalarda görülmektedir (Doğan, 2021; Rowland, 2008).

Öğretmenlerin %43,75'i (7 öğretmen) örnekleri kullanım amacını geçmiş bilgileri hatırlatmak olarak açıklamıştır. Bu öğretmenler irrasyonel sayılarla ilgili öğrencilerin daha önce bir bilgisi olmamasına rağmen bu cevabı vermişlerdir. Öğrenciler ders öncesinde π sayısı hakkında kısıtlı bir ön bilgiye sahiptir. Bu sayının irrasyonel sayı olduğunu ya da irrasyonel sayıların varlığını bilmemektedir. Bu nedenle öğretmenlerin verdiği bu cevapların irrasyonel sayılara dair geçmiş bilgileri hatırlatmaya yönelik olamayacağı görülmüştür. Öğretmenler irrasyonel sayı kavramından önce ders başlangıcında rasyonel sayı kavramını hatırlatmıştır. Öğretmenler geçmiş bilgileri hatırlatmak için örnekleri kullandıklarını belirtirken derse rasyonel sayı kavramı ile başlamalarını ve π sayısını örnek olarak kullanmalarını kastediyor olabilir.

Öğretmenlerin %25'i (4 öğretmen) günlük hayatla ilişkilendirmek amacıyla örnekleri kullandıklarını belirtmişlerdir. Örneklerin günlük hayatla kavramın ilişkilendirmek amacıyla kullanıldığını belirten çalışmalar alan yazınında vardır (Doğan, 2021; Şahin, 2021). Ancak irrasyonel sayı kavramı öğrencilerin günlük hayatta karşılaştığı bir kavram değildir. Bu nedenle irrasyonel sayıları günlük hayatla ilişkilendirmek diğer kavramlara göre daha zordur. Günlük hayatla ilişkilendirmek ve somutlaştırmak arasında ilişki kurulabilir. Günlük hayatla ilişkilendirilen kavram somutlaştırılmaktadır. Ancak irrasyonel sayılar günlük hayatla ilişkilendirilmesi zor olan soyut bir kavramdır. Bu nedenle öğretmenlerin günlük hayatla ilişki kurmaya yönelik ya da somutlaştırmaya yönelik örnekleri kullanmadıkları görülmektedir. Somutlaştırma amacıyla kullandığını belirten öğretmenler gibi günlük hayatla ilişkilendirmek istediğini

belirten öğretmenlerin de örneklerin genel kullanımlarını düşünerek cevap verdikleri söylenebilir.

Öğretmenlerin %25'i (4 öğretmen) örnekleri genelleme yaptırmak amacıyla örnekleri kullandıklarını ifade etmiştir. Öğretmenlerin kullandığı *“ $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ gibi kök içinden çıkamayan ya da $\sqrt{8}$ gibi kök dışına kısmen çıkabilen sayılar irrasyonel sayılardır.”* ve *“virgülden sonra düzensiz devam eden sayılar irrasyonel sayılardır.”* ifadeleri öğretmenlerin öğrencilere genelleme yaptırmayı amaçladıklarını göstermektedir. Ancak öğretmenlerin tamamının bu ifadeleri kullanmasına rağmen genelleme amacıyla örnek kullandığını katılımcıların %25'inin söylemesi öğretmenlerin kullandığı örnekler ve amaçları arasındaki uyumsuzluğu göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin diğer bulgularda da olduğu gibi öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin eksikliğini ve pedagojik alan bilgisinin örnek seçimine etkisini göstermektedir. Benzer çalışmalarda öğretmenlerin örnekleri genelleme yapmak için kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır (Alkan, 2016; Bills vd., 2006; Doğan, 2021; Rowland, 2008).

Öğretmenlerin %25'i (4 öğretmen) istisna durumları gösterirken örnekleri kullandıklarını söylemiştir. Öğretmenler kavram ya da tanıımı verdikten sonra belirgin olmayan durumları göstermek amacıyla örnekleri kullanmaktadır. Öğretmenlerin çoğunluğu sadece jenerik örneklerden yararlanmaktadır. Tek tür örnek kullanımı istisna durumları gösterilmesine engel olabilir (Şahin, 2021). Bu durum da bize istisna durumları göstermeyi amaçlayan öğretmen sayısının az olduğunu göstermektedir. Yapılan görüşmelerde de istisna durumları göstermek amacıyla örnek kullandığını belirten öğretmenlerin ve jenerik örnekler dışındaki örnekleri kullanan öğretmenlerin oranının yakın olduğu görülmüştür. Bu nedenle öğretmenlerin istisna durumu göstermek için amaçlarının ve kullandıkları örneklerin tutarlı olduğu belirlenmiştir. Örneklerin istisna durumları göstermek amacıyla kullanımına alan yazınında rastlanmaktadır. Bu bulgunun alan yazınında elde edilen bulgularla uyumlu olduğu görülmektedir (Doğan, 2021; Zodik ve Zaslavsky, 2008).

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken kullandıkları örneklerin sınıflandırılması amacıyla yapılan ders gözlemleri sonucunda tüm öğretmenlerin jenerik örneklerden sıklıkla faydalandıkları ancak örnek olmayan örnekleri 3 öğretmen, karşıt örnekleri ise 1 öğretmenin kullandığı görülmüştür. Örnek olmayan ve karşıt örnekleri kullanan öğretmenlerin bu örnek türlerine çok az yer verdikleri, genellikle jenerik örneklerden yararlandıkları belirlenmiştir. Örnek olmayan örnekleri kullanmayan öğretmenler bu örnek türlerinin öğrencilerin kafa karışıklığına sebep olacağını belirtmiştir. Bu durum öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin yetersizliğiyle açıklanmıştır. Bu bulgu da pedagojik alan bilgisinin öğretmenlerin örnek seçimi üzerindeki rolünü ortaya koymaktadır.

Ayrıca öğretmenlerden birinin $\frac{22}{7}$ ve 3,14 sayılarının irrasyonel sayı olduğunu söylediği görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin matematik alan bilgisinin eksikliğiyle açıklanmıştır. Matematik alan bilgisinin örnek seçimindeki rolü ve önemi yaşanan bu kavram yanılgısında net olarak görülmektedir. Elde edilen iki bulgu da öğretmenlerin bilgilerinin kavram öğretiminde ve örnek seçimindeki rolünü göstermektedir. Öğretmenlerin bilgi yetersizliklerinin kavram öğrenmede yaşadığı sorunların sebebi olabileceği vurgulanmıştır.

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken kullandıkları örneklerin temsil biçimleri yönünden incelenmesi sonucunda öğretmenlerin kareköklü sayıları ve π sayısını düzensiz devam eden ondalık sayılara göre çok daha fazla tercih ettikleri görülmüştür. Bu bulgular neticesinde öğretmenlerin opak temsillere şeffaf temsillere göre daha fazla başvurdukları söylenebilir. Ayrıca öğretmenlerin %93,75'inin (15 öğretmen) irrasyonel sayıların temsil biçimleri arasında ilişki kurmadıkları belirlenmiştir. Sadece 1 katılımcının irrasyonel sayıların temsil biçimleri arasında ilişki kurarak bir irrasyonel sayının farklı temsil biçimlerine sahip olabileceğini gösterdiği tespit edilmiştir.

Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretmek için kullandıkları örnekleri: *Kullanılan yardımcı kaynaklar, sınıfın akademik başarı seviyesi, örneklerin ilgi çekiciliği, Liselere Giriş Sınavı ve Kolaydan zora etkenlerini göz önünde bulundurarak tercih ettikleri* görülmektedir. Öğretmenlerin örnekleri tercih ederken dikkat ettikleri etkenlerin arasında derste kullandıkları yardımcı kaynaklar ve akıllı tahta uygulamaları, sınıf

başarı düzeyi ve LGS olduğu görülmüştür. Bu etkenlerin birbiriyle ilişkili olduğu ve temelinde LGS olduğu görülmektedir. Kullanılan yardımcı kaynakların ve akıllı tahta uygulamalarının LGS'ye yönelik olması nedeniyle bu bulgu ile LGS arasında ilişki kurulmuştur.

Ayrıca öğretmenlerin örnek seçerken dikkat ettikleri etkenlerden biri de sınıfın akademik başarı seviyesidir. Sınıfın genel akademik başarı seviyesine göre örneklerini tercih ettikleri görülmüştür. Örnek seçiminde genel eğilimin akademik açıdan daha başarılı sınıflarda kavramın daha iyi tanıtılması amacıyla daha fazla örnek kullanmak yönünde olduğu tespit edilmiştir.

Ayrıca öğretmenlerin örnekleri seçerken öğrencilerin ilgisini çekecek örnekleri ve kolaydan zora olacak şekilde örnekleri tercih ettikleri görülmüştür. Bu 2 etkeni de belirten öğretmenler katılımcıların %37,5'ini oluşturmaktadır.

Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örneklerin amaçlarını belirlemek amacıyla yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlerin örnekleri *geçmiş bilgileri hatırlatma, günlük hayatla ilişkilendirmek, somutlaştırmak, farkları göstermek, pekiştirmek, genelleme yaptırmak, yanlış genellemeleri engellemek ve istisna durumları göstermek* amacıyla kullandıkları belirlenmiştir.

Öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken kullandıkları örnekleri en sık yanlış genellemeleri engellemek amacıyla kullandıklarını belirttikleri görülmüştür. Ancak öğretmenlerin kullandıkları örnek türleriyle belirttikleri amaçların uyumsuz olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin seçtikleri örnekler belirttikleri amaçlara hizmet etmemektedir. Bu durum öğretmenlerin pedagojik alan bilgisindeki eksiklerle açıklanmış ve bu bulgunun daha önceki bulgularla uyumlu olduğu görülmüştür.

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları somutlaştırmak amacıyla örneklerden yararlandıkları görülmektedir. Bu amaçla örnek kullanan öğretmenler irrasyonel sayı kavramının çok soyut olduğunu ve öğrencilerin kavramı daha iyi tanınması için kavramın somutlaştırılması gerektiğini belirtmiştir. Ancak öğretmenlerin bu amacı gerçekleştiremedikleri görülmektedir.

Öğretmenlerin irrasyonel sayıları öğretirken örnekleri kullanma amaçlarından biri de rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar arasındaki farkları göstermektir. Bu amaçla örnek kullanan öğretmenlerin aynı anda farklı örnek çeşitlerini kullanmaları beklenmektedir. Ancak öğretmenler genelde irrasyonel

sayılara ait jenerik örnekleri kullanmış ve bu sayıların neden irrasyonel olduklarını açıklamıştır. Sadece 3 öğretmen diğer örnek türlerinden de faydalanarak iki kavram arasındaki farkları göstermiştir. Bu nedenle öğretmenlerin amaçları ve seçtikleri örneklerin uyumsuz olduğu belirtilmiştir.

Ayrıca öğretmenlerin irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnekleri öğrencilerin öğrendiklerini pekiştirmek amacıyla da kullandıkları görülmüştür. Öğretmenler önce irrasyonel sayı kavramını tanımlamış ve tanımdan sonra örnekleri kullanmıştır. Öğretmenler bu şekilde tanımın daha iyi anlaşılmasını ve öğrenilenlerin pekiştirilmesini sağlamayı amaçlamaktadır.

Öğretmenlerin az bir kısmı ise irrasyonel sayı kavramını öğretirken örnekleri genelleme yaptırmak, günlük hayatla ilişkilendirmek ve istisna durumları göstermek için kullandıklarını belirtmişlerdir.

Araştırmanın sonucuna göre bazı öneriler aşağıda sunulmaktadır.

- Öğretmenlerin örnek kullanım amaçlarının daha farklı sınıf düzeylerinde ve konularla incelendiği araştırmalar yapılabilir.
- Öğretmenlerin geometri gibi 3 boyutlu modellenebilen konularda pedagojik alan bilgisi ve kullandığı örnekler arasındaki ilişki incelenebilir.
- Öğretmenlerin irrasyonel sayıları günlük yaşamla ilişkilendirmekte ve kavramı somutlaştırmakta zorlandıkları görülmüştür. Günlük hayatla ilişkilendirilmesi ve somutlaştırması daha mümkün olan konularda öğretmenlerin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması yapılabilir.
- Ortaokul matematik öğretmenlerine irrasyonel sayıların öğretiminde örnek kullanımına yönelik seminer ya da hizmet içi eğitim düzenlenebilir.
- Öğretmenlerin örnek kullanımında yardımcı kaynaklardan örnekleri hazırladıkları ya da akıllı tahta uygulamalarını kullandıkları görülmektedir. EBA'nın daha aktif hale getirilerek hem öğretmen hem öğrencilerin daha sık kullanması sağlanabilir.

7. KAYNAKLAR

(Bu tez çalışmasında APA 7th Edition atıf sistemi kullanılmıştır.)

- Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları*. [Yüksek Lisans Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Alcock, L., & Inglis, M. (2008). Doctoral students' use of examples in evaluating and proving conjectures. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 111-129. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9149-x>
- Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi*. [Doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Alkan, S., & Güven, B. (2018). Ders kitaplarında kullanılan örnek türlerinin analizi: Limit konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 147-169. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.334530>
- Alkan, S., & Saka, E. (2023). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Bakış Açısından "Örnekler". *Kafkas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 16(1), 30-39. <https://doi.org/10.58688/kujs.1353948>
- Antonini, S., Presmeg, N., Mariotti, M. A., & Zaslavsky, O. (2011). On examples in mathematical thinking and learning. *ZDM*, 43(2), 191-194. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0334-5>
- Arbour, D. (2012). *Students' Understanding of Real, Rational, and Irrational Numbers* (Doctoral dissertation, Concordia University).
- Aytaçlı, B. (2012). Durum Çalışmasına Ayrıntılı Bir Bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(1), 1-9.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(1), 231-274.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Pedagojik Alan Bilgilerinin Ölçme ve Değerlendirme Bilgisi Bileşeni Bağlamında İncelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 17-37.
- Bills, L., Mason, J., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Research Forum 02. Exemplification: The use of examples in teaching and learning mathematics. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka, & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 125-154). Prague: Charles University. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9147-z>
- Bills, L., & Watson, A. (2008). Editorial introduction to "The role and use of examples in mathematics education". *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 77-79.
- Chick, H. L. (2007). Teaching and learning by example. *Mathematics: Essential research, essential practice*, 1, 3-21.
- Chick, H. L. (2009). Choice and use of examples as a window on mathematical knowledge for teaching. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 26-30.

- Creswell, J. W. (2007). Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches (2. Baskı). USA: SAGE Publications.
- Çelik, Y. (2022). 8.Sınıf matematik ders kitabında yer alan örneklerin sınıflandırılması. [Yüksek Lisans Tezi]. Akdeniz Üniversitesi, Antalya.
- Çevikbaş, M., & Argün, Z. (2017). Geleceğin matematik öğretmenlerinin rasyonel ve irrasyonel sayı kavramları konusundaki bilgileri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 551-581. <https://doi.org/10.19171/uefad.368968>
- Çiftçi, Z., Akgün, L., & Soylu, Y. (2015). Matematik Öğretmeni Adaylarının İrrasyonel Sayılarla İlgili Anlayışları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(1), 341-356.
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and teacher education*, 34, 12-25. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001>
- Doğan, Z. (2021). *Matematik öğretmenlerinin matematik yaparken ve öğretirken örnek kullanımları*. [Yüksek Lisans Tezi]. Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.
- Doğan, Z., & Doğan, M. F. (2023). Matematik öğretmenlerinin matematik yaparken ve öğretirken örnek kullanımları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (56), 705-728. <https://doi.org/10.53444/deubefd.1240608>
- Ercire, Y. E., Narlı, S., & Aksoy, E. (2016). İrrasyonel sayı kümesinin rasyonel ve gerçek sayı kümeleriyle olan ilişkisine yönelik öğrenme güçlükleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(2), 417-439. <https://doi.org/10.16949/turcomat.47225>
- Goldenberg, P., & Mason, J. (2008). Shedding light on and with example spaces. *Educational Studies In Mathematics*, 69(2), 183-194. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9143-3>
- Gökbulut, Y., & Ubuz, B. (2013). Prospective Primary Teachers' Knowledge on Prism: Generating Definitions and Examples. *İlköğretim Online*, 12(2).
- Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin bazı bileşenler açısından incelenmesi: koni örneği. *İlköğretim Online*, 15(3). <https://doi.org/10.17051/io.2016.14548>
- Güler, G. (2017). Matematik Öğretmenlerinin İrrasyonel Sayılara Yönelik Kavram Bilgilerinin İncelenmesi. *Turkish Online Journal Of Qualitative Inquiry*, 8(2), 186-215. <https://doi.org/10.17569/tojq.266133>
- Horzum, T. (2016). İrrasyonel Sayıların Öğretimi İçin Görsel Model Önerisi: E ve İ Sayıları. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 1(1), 42-57.
- Huang, C. (2017). Teachers' choice and use of examples in teaching derivatives. *American Journal of Educational Research*, 5(11), 1152-1157. <https://doi.org/10.12691/education-5-11-6>
- Karaaslan, N. S. (2019). 8. sınıf matematik ders kitabındaki geometri örneklerinin türlerine göre analizi. [Yüksek Lisans Tezi]. Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.
- Kaya, Y. S. (2017). Öğretmen adaylarının matematiksel örnekleri algılayışları üzerine bir metafor analizi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6. <https://doi.org/10.14686/buefad.264020>
- Kaya, Y. S. (2019). Matematik öğretmenlerinin öğrenen tarafından üretilen örnekleri sınıfta kullanma sıklıklarının ve gerekçelerinin incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 44(199).
- Kula, F., & Vural, D. Ö. (2019). Matematik Öğretiminde Örnekler: Temel Tanım, Kavram ve Yaklaşımlar. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 569-586. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2019.19.46660-427934>

- Leikin, R., & Zazkis, R. (2010). On the content-dependence of prospective teachers' knowledge: A case of exemplifying definitions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(4), 451-466. <https://doi.org/10.1080/00207391003605189>
- Lesh, R., Behr, M., & Post, M. (1987). Rational number relations and proportions. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (s. 41–58). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Liz, B., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1 (pp. 126-154).
- Michener, E. R. (1978). Understanding understanding mathematics. *Cognitive science*, 2(4), 361-383. https://doi.org/10.1207/s15516709cog0204_3
- Ng, L. K., & Dindyal, J. (2016). Examples in the teaching of mathematics: teachers' perceptions. *Developing 21st Century Competencies In The Mathematics Classroom: Yearbook 2016, Association Of Mathematics Educators*, 189-211. https://doi.org/10.1142/9789813143623_0011
- Obay, M.; & Irmak, L. (2023). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin İrrasyonel Sayılara İlişkin Görüşleri: Nitel Bir Araştırma. *Ekev Akademi Dergisi*, (96), 155-171. <https://doi.org/10.17753/sosekev.1295731>
- Rowland, T. (2008). The Purpose, Design And Use Of Examples In The Teaching Of Elementary Mathematics. *Educational studies in mathematics*, 69(2), 149-163. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9148-y>
- Sağlam, Y., & Dost, Ş. (2016). A qualitative research on example generation capabilities of university students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 979-996. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9624-7>
- Sevimli, E. (2016). Matematik analiz dersinde öğretim elemanlarının tercih ettiği ve ders kitabının içerdği örneklerin yapısal incelemesi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183).
- Sevimli, E. (2023). Exemplification process in online education: a longitudinal study of mathematics teachers. *Learning Environments Research*, 26(2), 491-514. <https://doi.org/10.1007/s10984-022-09440-y>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.2307/1175860>
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Sirotic, N., & Zazkis, A. (2007). Irrational numbers: The gap between formal and intuitive knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 49-76. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9041-5>
- Subaşı, M., & Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Suffian, H. B., & Abdulrahman, S. B. (2010). Teacher's choice and use of examples in the teaching and learning of mathematics in primary school and their relations to teacher's pedagogical content knowledge (PCK). *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 312-316. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.043>
- Şahin, M (2021) Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda kullandıkları örneklerin sınıflandırılması. [Yüksek lisans tezi]. Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas. <https://doi.org/10.30703/cije.887089>

- Şahin, M., & Karakuş, F. (2021). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Oran ve Orantı Konusunun Öğretiminde Kullandıkları Örneklerin İncelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 10(4), 1605-1624. <https://doi.org/10.30703/cije.887089>
- Temel, H., & Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Kavramlarını Anlamlandırmaları Üzerine Bir Çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 1263-1278.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5>
- Tutar, H. (2022). Nitel Araştırmalarda Geçerlilik ve Güvenilirlik: Bir Model Önerisi. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 22 (Özel Sayı 2), 117-140. <https://doi.org/10.18037/ausbd.1227323>
- Ubuz, B. & Kırkpınar B. (2000). The role of examples in the formation of mathematical concepts. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(19).
- Uçar, Z. T. (2016). Ortaokul Matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1149-1164.
- Uzun, Ö. E., & Dost, Ş. (2023). Content Analysis Of Qualitative Studies On Irrational Numbers In Turkey: A Meta-Synthesis Study. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (65), 1-11. <https://doi.org/10.21764/maeuefd.1078863>
- Watson, A., & Mason, J. (2006). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ: Erlbaum. <https://doi.org/10.4324/9781410613714>
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınları.
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. *Instructional explanations in the disciplines*, 107-128. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9_8
- Zazkis, R. & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 131-148. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9131-7>
- Zazkis, R., & Sirotic, N. (2004). Making Sense of Irrational Numbers: Focusing on Representation. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Zazkis, R., & Sirotic, N. (2010). Representing and defining irrational numbers: Exposing the missing link. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 7, 1-27. <https://doi.org/10.1090/cbmath/016/01>
- Zodik, I. & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 165-182. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9140-6>

8. EKLER

EK 1 Gözlem Formu

Okulun Adı		Sınıf	
Öğretmenin Adı		Tarih	
Konu		Ders Saati	
	Örnekler	Gözlemler	
Ders Başlangıcı			
Ders Ortası			
Ders Sonu			

EK 2 Görüşme Soruları

Öğretmenlerin Örnek Kullanım ve Seçimleri ile İlgili Görüşme Soruları

1. Derslerde kullandığınız örnekleri seçerken hangi etkenleri göz önünde bulunduruyorsunuz?
2. Derste örnekleri hangi amaçlarla kullanıyorsunuz?
3. Örnekleri kullanırken nasıl bir sıralama izliyorsunuz?
4. Seçtiğiniz örnekleri bir kaynaktan mı alıyorsunuz yoksa kendiniz mi örnek üretiyorsunuz?
5. Derste kullandığınız örnekleri ders öncesinde mi yoksa ders esnasında mı belirliyorsunuz?
6. Aynı kademedeki farklı sınıflarda kullandığınız örnekler farklılık gösteriyor mu? Neden?
7. Yeni bir kavram öğretiminde kavramın daha iyi anlaşılması için faydalandığınız ders içi yöntemler nelerdir? Neden?
8. Derste hangi amaçlarla örnek kullanırsınız? Detaylandırır mısınız?
9. İrrasyonel sayılar kavramının öğretilmesinde kullandığınız bir örneği söyler misiniz? Bu örneği neden kullandınız?
10. İrrasyonel sayı ve rasyonel sayı ayrımının anlaşılması için nasıl bir örnek kullandınız? Neden?

EK 3 Etik Kurul İzni



Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulu

Anıl Oğuz EROĞLU

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Eğitimi

Sayın Anıl Oğuz EROĞLU,

“Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin İrrasyonel Sayıları Öğretirken Kullandıkları Örneklerin Nedenlerinin İncelenmesi: Kocaeli İli Çayırova İlçesi Örneği” adlı İnsan Araştırmaları Etik Kuruluna yapmış olduğunuz başvurunuz (Protokol NO. 2023/390) kurulumuzun 12.10.2023 tarihli ve 2023/08 toplantısında değerlendirilerek etik olarak **uygun bulunmuştur**. Bilgilerinize sunarız.

Prof. Dr. [redacted] (Başkan)

EK 4 Valilik İzni



T.C.
KOCAELİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

3



Sayı : E-99332089-605.01-96505816
Konu : Araştırma İzni
(Anıl Oğuz EROĞLU)

13/02/2024

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesinin 19.01.2024 tarih ve E-795942239-605-2400010573 sayılı yazısı.

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisi Anıl Oğuz EROĞLU' nun "*Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin İrrasyonel Sayıları Öğretirken Kullandıkları Örneklerin Nedenlerinin İncelenmesi : Kocaeli İli Çayırova İlçesi Örneği*" konulu çalışmasını İlimiz Çayırova İlçesi Okullarında uygulama talebi, Üniversitenin ilgi yazıları ile bildirilmektedir.

Adı geçen söz konusu çalışmasına esas olmak üzere, ekte sunulan çalışmayı İlimiz Çayırova İlçesi Okullarında uygulama talebi komisyonumuzca uygun görülmüş olup, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa ve yürürlükteki diğer tüm düzenlemelerde belirtilen hüküm, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili okul, ilçe millî eğitim müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, gönüllülük esasına göre, anket çalışmasının İlçe Millî Eğitim Müdürlükleri ve Okul Müdürlüklerinin denetimi, gözetimi ve sorumluluğunda yapması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Millî Eğitim Müdürü

OLUR

Vali a.

Vali Yardımcısı

Adres : Kozluk Mahallesi İsmailiye
41040
T : 0262 212 69

Elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr>

EK 5 İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü İzni



T.C.
KOCAELİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-99332089-605.01-96675637

14.02.2024

Konu : Araştırma İzni

(Anıl Oğuz EROĞLU)

ÇAYIROVA İLÇE MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisi Anıl Oğuz EROĞLU'nun "*Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin İrrasyonel Sayıları Öğretirken Kullandıkları Örneklerin Nedenlerinin İncelenmesi : Kocaeli İli Çayirova İlçesi Örneği*" konulu çalışmasını İlimiz Çayirova İlçesi Okullarında uygulama talebi komisyonumuzca uygun görülmüş olup, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa ve yürürlükteki diğer tüm düzenlemelerde belirtilen hüküm, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili okul, ilçe millî eğitim müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, gönüllülük esasına göre, anket çalışmasının İlçe Millî Eğitim Müdürlükleri ve Okul Müdürlüklerinin denetimi, gözetimi ve sorumluluğunda yapmasının uygun görüldüğüne ilişkin, 13/02/2024 tarih ve E-99332089-605.01-96505816 sayılı Valilik Onayı ekte gönderilmiştir.

Gereğini rica ederim.

Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek: Valilik Onayı ve Ekleri (3 Sayfa)

Adres:

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416

416