

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI



ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
MATEMATİK FELSEFESİNE YÖNELİK
GÖRÜŞLERİNİN VE SINIF İÇİ UYGULAMALARININ
İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MEHTAP YEŞİLÇİMEN

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Soner DURMUŞ

BOLU, OCAK - 2023

KABUL VE ONAY SAYFASI

Mehtap YEŞİLÇİMEN tarafından hazırlanan “**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİK FELSEFESİNE YÖNELİK GÖRÜŞLERİNİN VE SINIF İÇİ UYGULAMALARININ İNCELENMESİ**” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliğiyle kabul edilmiştir.

27/01/2023

Jüri Üyeleri

Danışman
Prof. Dr. Soner DURMUŞ
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

İmza

.....

Üye
Prof. Dr. Hakan YAMAN
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Üye
Doç. Dr. Şahin DANIŞMAN
Düzce Üniversitesi

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin 01/02/2023 tarihinde Turnitin adlı intihal tespit programından enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporuna göre, tezin benzerlik oranı % 6 olarak tespit edilmiştir.

Bu çalışma için Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulundan 2021/55 sayısı ile etik izin alınmıştır. Bu çalışma Bolu İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 2100140648 sayılı yazısı ve 381889710 sayılı onayı ile yürütülmüştür.

.....
MEHTAP YEŞİLÇİMEN

ÖZET

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİK
FELSEFESİNE YÖNELİK GÖRÜŞLERİNİN VE SINIF İÇİ
UYGULAMALARININ İNCELENMESİ**
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MEHTAP YEŞİLÇİMEN
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. SONER DURMUŞ)
BOLU, OCAK - 2023
XIV + 213

Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesi hakkındaki görüşlerini ve bu görüşlerin sınıf uygulamalarındaki yansımalarının ne olduğunu ortaya çıkarmayı amaçlayan bu araştırmanın katılımcı grubunu, Bolu ilinde MEB'e bağlı okullarda ortaokul matematik öğretmeni olarak görev yapan 7 öğretmen oluşturmaktadır. Öğretmenler amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesine dayanarak gönüllülük esasına göre seçilmiştir. Araştırma problemleri şunlardır: 1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesi hakkındaki görüşleri nelerdir? 2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin felsefi görüşlerinin sınıf içi uygulamalarına yansımaları nelerdir? Birinci araştırma problemi için öğretmenlerle üç oturumda gerçekleşen birebir görüşmeler yapılmıştır. İkinci araştırma problemi için yine gönüllülük esasına dayanarak daha evvel görüşme yapılan öğretmenlerden Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin sınıf uygulamaları gözlenmiştir. Öğretmenlerin matematiksel nesnelerin varlığını kabul ettiği, varlığın kaynağı konusunda "evren" ile "evrenin ve zihin" kodlarıyla eşleşen düşünce ürettikleri bulunmuştur. Bilginin inşası sürecinde öğretmenlerin çoğunlukla "deneyim, ilgi/merak, gelişime açıklık, birikimli, sezgi/şüphe" ve "ihtiyaç/pratik" kodlarıyla ilişkili düşünce ürettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö5 kod adlı öğretmenler matematikte köklü bir değişimin olmayacağını, Ö6 kod adlı öğretmen mevcut şartlar altında var olan bilginin mutlak doğru olduğunu ancak şartların değişmesi durumunda köklü değişimlerin olabileceğini, Ö1 kod adlı öğretmen var olan kalıpların değişmeyeceğini, Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenler ise matematiksel bilginin değişebileceğini düşünmektedirler. Tüm öğretmenlerin matematiğin toplumdaki, bireyden kültürden etkilenen yönüne vurgu yaptıkları bulunmuştur. Ö3 kod adlı öğretmenin kişisel matematik felsefesine ait değerleri sınıf uygulamasında yansıtmadığı, sınıf uygulamalarında matematiğe dair ayrık bir görüntünün oluştuğu, Ö7 kod adlı öğretmenin ise kişisel matematik felsefesiyle uyumlu değerleri dersinde yansıttığı, sınıfta matematiğin bağlı bir görüntünün oluştuğu bulunmuştur. Öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini sınıf uygulamalarına yansıtamamalarının olası sebepleri araştırılabilir.

ANAHTAR KELİMELER: Matematik Felsefesi, Matematik Eğitimi, Matematik Öğretimi.

ABSTRACT

**INVESTIGATION OF MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS'
VIEWS ON PHILOSOPHY OF MATHEMATICS AND IN-CLASS
PRACTICES
MSC THESIS
MEHTAP YEŞİLÇİMEN
BOLU ABANT İZZET BAYSAL UNIVERSITY
INSTITUTE OF GRADUATE STUDIES
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATICS EDUCATION
(SUPERVISOR: PROF. DR. SONER DURMUŞ)
BOLU, JANUARY 2023
XIV + 213**

The participant group of this research, which aims to reveal the views of middle school mathematics teachers about the philosophy of mathematics and the reflection of these views in classroom practices, consists of 7 teachers who work as secondary school mathematics teachers in schools affiliated to the Ministry of National Education in Bolu. Teachers were chosen on a voluntary basis, based on easily accessible case sampling, one of the purposeful sampling methods. The research problems are: 1. What are the views of secondary school mathematics teachers about the philosophy of mathematics? 2. What are the reflections of the philosophical views of secondary school mathematics teachers on their classroom practices? For the first research problem, one-on-one interviews were conducted with the teachers in three sessions. For the second research problem, on the basis of volunteerism, the classroom practices of teachers named Ö3 and Ö7, who were interviewed before, were observed. It was found that the teachers accepted the existence of mathematical objects and produced thoughts that matched the codes of "universe" and "universe and mind" about the source of existence. In the process of knowledge construction, it was concluded that teachers mostly produce thoughts related to the codes of "experience, interest/curiosity, openness to development, accumulation, intuition/doubt" and "need/practice". Teachers with code names Ö1, Ö2, Ö4 and Ö5 stated that there will be no radical change in mathematics, teacher with code name Ö6 stated that the knowledge available under current conditions is absolutely correct, but there may be radical changes in case of change of conditions, teacher with code name Ö1 said that the existing patterns will not change, Ö3 and Ö7 codes. Teachers, on the other hand, think that mathematical knowledge can change. It was found that all teachers emphasized the aspect of mathematics that is affected by society, individual and culture. It was found that the teacher named Ö3 did not reflect the values of personal mathematics philosophy in the classroom practice, a discrete view of mathematics was formed in the classroom practices, the teacher named Ö7 reflected the values compatible with his personal philosophy of mathematics in his class, and a connected image of mathematics was formed in the classroom. Possible reasons for teachers' inability to reflect their personal mathematics philosophies on classroom practices can be investigated.

KEYWORDS: Philosophy of Mathematics, Mathematics Education, Mathematics Teaching.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL VE ONAY SAYFASI	ii
ETİK BEYAN.....	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	x
TABLO LİSTESİ	xi
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ	xii
TEŞEKKÜR	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu	3
1.2 Araştırmanın Amacı	5
1.3 Araştırmanın Önemi.....	5
1.4 Araştırmanın Sayıtları	6
1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları	7
1.6 Tanımlar	7
2. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ	
ARAŞTIRMALAR.....	8
2.1 Kuramsal Çerçeve	8
2.1.1 Matematik Nedir ve Ne ile İlgilenir?.....	8
2.1.2 Felsefe Nedir ve Ne ile İlgilenir?	10
2.1.3 Matematik Felsefesi Nedir ve Ne ile İlgilenir?	11
2.1.4 Matematiksel Nesneler	13
2.1.4.1 Matematiksel Nesnelerin Varlığı Meselesi	14
2.1.4.2 Matematik Keşif Midir, İcat Mıdır?	15
2.1.5 Matematiksel Bilginin Doğası	15
2.1.5.1 Matematiksel Bilginin İnşası	15
2.1.5.2 Matematiksel Bilginin Doğruluğu ve Kesinlik Meselesi	17
2.1.5.2.1 Kesinlik Anlayışında Yumuşama ve Bir Muamma	
Olarak Matematik.....	20
2.1.6 Matematik Felsefesindeki Düşünce Okulları ve Eleştirileri.....	21
2.1.6.1 Mutlakçı Düşünce Okulları	22
2.1.6.1.1 Platonculuk	22
2.1.6.1.2 Mantıkçılık	22
2.1.6.1.3 Biçimcilik.....	23
2.1.6.1.4 Oluşturmacılık.....	23
2.1.6.2 Modern Matematik Felsefesindeki Gelişmeler.....	24

2.1.7 Matematik ve Değer Meselesi	28
2.2 İlgili Araştırmalar	31
2.2.1 Öğretmenlerle Yapılan Çalışmalar	31
2.2.2 Öğretmen Adaylarıyla Yapılan Çalışmalar	33
3. YÖNTEM.....	38
3.1 Araştırma Deseni.....	38
3.2 Katılımcılar	38
3.3 Veri Toplama Araçları	39
3.4 Veri Toplama Süreci	40
3.5 Veri Analizi.....	41
3.6 Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği.....	43
4. BULGULAR	45
4.1 Birinci Araştırma Problemine İlişkin Bulgular	45
4.1.1 Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulgular.....	45
4.1.1.1 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	45
4.1.1.1.1 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	45
4.1.1.1.2 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	47
4.1.1.2 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	49
4.1.1.2.1 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	49
4.1.1.2.2 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	50
4.1.1.3 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	53
4.1.1.3.1 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	53
4.1.1.3.2 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	55
4.1.1.4 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	57
4.1.1.4.1 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	57
4.1.1.4.2 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	58
4.1.1.5 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	63
4.1.1.5.1 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	64
4.1.1.5.2 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	64
4.1.1.6 Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	67

4.1.1.6.1	Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	68
4.1.1.6.2	Ö6 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	68
4.1.1.7	Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	71
4.1.1.7.1	Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları.....	71
4.1.1.7.2	Ö7 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları	72
4.1.2	Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulgular	77
4.1.2.1	Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	79
4.1.2.2	Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	83
4.1.2.3	Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	88
4.1.2.4	Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	94
4.1.2.5	Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	98
4.1.2.6	Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	102
4.1.2.7	Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	106
4.1.3	Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulgular.....	115
4.1.3.1	Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	118
4.1.3.2	Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	123
4.1.3.3	Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	130
4.1.3.4	Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	137
4.1.3.5	Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	142
4.1.3.6	Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	150
4.1.3.7	Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları.....	158
4.2	İkinci Araştırma Problemine İlişkin Bulgular.....	167
4.2.1	Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Sınıf Uygulamasından Elde Edilen Bulgular.....	167
4.2.2	Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Sınıf Uygulamasından Elde Edilen Bulgular.....	174
5.	TARTIŞMA	182
6.	SONUÇ VE ÖNERİLER	189

6.1	Sonuç.....	189
6.1.1	Birinci Araştırma Problemine İlişkin Sonuç	189
6.1.1.1	Varlık/Ontoloji Teması ile İlgili Sonuç	189
6.1.1.2	Bilgi/Epistemoloji Teması ile İlgili Sonuç	190
6.1.1.3	Değer/Aksiyoloji Teması ile İlgili Sonuç.....	192
6.1.2	İkinci Araştırma Problemine İlişkin Sonuç	194
6.2	Öneriler	196
7.	KAYNAKLAR.....	198
8.	EKLER.....	201
	EK 1 Araştırmaya Gönüllü Katılım Formu.....	201
	EK 2 Veli Onam Formu	204
	EK 3 Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu	207
	EK 4 Gözlem Formu	211
	EK 5 Demografik Bilgi Formu.....	213

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 Kişisel Matematik felsefeleri, değerler ve matematiğin sınıf uygulamalarına yansıyan görüntüsünün basitleştirilmiş bir modeli (Ernest, 1996).....	4
Şekil 2.1. Quine’e göre matematiğin varlıksal önermelerinin yeri şeması.....	19
Şekil 4.1 Ö7 kod adlı öğretmenin düşüncesinde matematiğin döngüsü.....	74
Şekil 4.2. Öğretmen-öğrenci diyalogu-Ö3.....	171
Şekil 4.3. Öğretmen-öğrenci diyalogu (1)-Ö7.....	177
Şekil 4.4. Öğrtmen-öğrenci diyalogu (2)-Ö7.....	179



TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1. Gür (2006-I) Kant'ın bilgi sınıfları tablosu.....	18
Tablo 2.2. Ayrık/Mutlakçı-Bağlı/Yanılabiliirci Değerler Tablosu.....	30
Tablo 3.1. Öğretmenlerin gözlenen sınıfları.....	39
Tablo 3.2. Katılımcıların demografik bilgileri.....	39
Tablo 3.3. Birinci araştırma problemi tema-alt tema-kod tablosu.....	42
Tablo 3.4. İkinci araştırma problemi tema-kod tablosu.....	43
Tablo 4.1. Varlık temasına ilişkin kod-veri tablosu.....	45
Tablo 4.2. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö1.....	47
Tablo 4.3. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö2.....	50
Tablo 4.4. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö3.....	55
Tablo 4.5. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö4.....	59
Tablo 4.6. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö5.....	64
Tablo 4.7. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö6.....	69
Tablo 4.8. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö7.....	72
Tablo 4.9. Bilginin inşası alt temasına ilişkin kod-veri tablosu.....	78
Tablo 4.10. Bilginin doğruluğu alt temasına ilişkin kod-veri tablosu.....	78
Tablo 4.11. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö1.....	79
Tablo 4.12. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö2.....	83
Tablo 4.13. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö3.....	88
Tablo 4.14. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö4.....	94
Tablo 4.15. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö5.....	98
Tablo 4.16. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö6.....	102
Tablo 4.17. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö7.....	107
Tablo 4.18. Bireysel-toplumsal değerler alt temasına ilişkin kod-veri tablosu....	116
Tablo 4.19. Epistemolojik değerler alt temasına ilişkin kod-veri tablosu.....	117
Tablo 4.20. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö1.....	118
Tablo 4.21. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö2.....	123
Tablo 4.22. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö3.....	130
Tablo 4.23. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö4.....	137
Tablo 4.24. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö5.....	143
Tablo 4.25. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö6.....	150
Tablo 4.26. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö7.....	158
Tablo 4.27. Ö3 kod adlı öğretmenin görüşme-sınıf uygulaması-değer tablosu...	163
Tablo 4.28. Ö7 kod adlı öğretmenin görüşme-sınıf uygulaması-değer tablosu...	175

KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

A	: Araştırmacı
B1,2...	: Öğrenci 1,2...
C1,2...	: Öğrenci 1,2...
D1,2...	: Öğrenci 1,2...
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
Ö1	: Öğretmen 1
Ö2	: Öğretmen 2
Ö3	: Öğretmen 3
Ö4	: Öğretmen 4
Ö5	: Öğretmen 5
Ö6	: Öğretmen 6
Ö7	: Öğretmen 7
TDK	: Türk Dil Kurumu

TEŞEKKÜR

Lisans eğitimimden bu yana derslerini büyük bir heyecan ve ilgiyle dinlediğim, kendisinden yalnız öğretmenlik mesleğine dair bilgiyi değil hali, tavrı da öğrenmeye gayret ettiğim, ömrüm vefa ettikçe devam etmesini umduğum öğrenme yolcuğuma bilgisi ve tecrübesiyle eşlik eden, bu yolculuğun kıymetli olmasında payı büyük olan değerli hocam ve danışmanım Prof. Dr. Soner DURMUŞ'a;

Bu araştırmanın gelişmesinde değerli görüşlerini ve bilgilerini esirgmeden paylaşan kıymetli hocalarım Prof. Dr. Hakan YAMAN ve Doç. Dr. Şahin DANIŞMAN'a; lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bu mesleğe dair bakış açımın şekillenmesinde emeği olan, her birini minnetle andığım tüm hocalarıma;

Araştırma sürecine katılımcı olarak dâhil olan, görüşmeler sırasında yaptığımız muhabbetlerden büyük keyif alarak ayrıldığım, bu çalışma aracılığıyla bana hem düşüncelerini hem de gönüllerini açan değerli meslektaşlarıma;

Hem tez sürecinde hem de öğretmenliğimde fikirlerini, desteklerini ve dostluklarını esirgemeyen pek kıymetli meslektaşlarım Yasemin CİHAN ALUMUR, Satı AKGÜL ve Ayşe Öykü ÖLMEZ'e;

Şu hayatta yollarımız kesiştiği için kendimi hep şanslı hissedeceğim, tez sürecinde de yardımını, desteğini ve dostluğunu üzerimden eksik etmeyen, bu tezi bu hayatta en çok okuyan kişi, sevgili dostum, Meyrom'a;

Adını burada zikretmediğim, varlıklarıyla ömrümü güzelleştiren, hayat gailisi içindeyken yaşamak dediğimiz bu şeyi; onlarla birlikte kurup büyüttüğüm bağa, tükenmeyen dostluklarına, eşsiz sevgilerine, artık aramızda olmayanların hatıralarına tutunarak devam ettirebildiğim -başta ailem olmak üzere- herkese ve her şeye sonsuz teşekkürlerimle...

Var olamız!



Anne ve babama...

1. GİRİŞ

“Matematiği kim buldu?” sorusu hemen her matematik öğretmenin duymuş olabileceği bir sorudur. Bu soru genelde öğretmene öğrencileri tarafından sorulur ve öğrenci soruyu sorarken aslında öğretmenin bir kişiyi işaret etmesini bekler. Bu soruya öğrencinin beklentisini karşılayacak türden bir cevap vermek, sözelimi “falanca kişi bulmuştur” demek pek kolay değildir. Çünkü hem bu soru doğru bir soru değil hem de matematik bir kişiye atfedilecek türden bir icat değildir. Ancak aynı zamanda bu soru, öğrencinin matematik hakkında düşünmesini sağlayacak (belki de başlatacak) bir soru olması sebebiyle üzerinde durulması, geçiştirilmemesi gereken bir fırsata da dönüşebilir.

Matematik, eğitim ve felsefe öğrencilerinden oluşan karma bir gruba matematiğin temelleri dersini anlattığından bahseden Reuben Hersh (2014) kendini yeni ve garip bir durumda bulduğundan bahsetmektedir. Uzun yıllar her düzeyde ve pek çok farklı konuda matematik öğretmesine rağmen tüm bu derslerdeki meşguliyetinin matematik hakkında konuşmak değil matematik yapmak olduğunu dile getirmektedir. O halde denebilir ki matematik yapmak ile matematik hakkında konuşmak birbirlerinden farklı şeylerdir ama tamamen ayrı oldukları da söylenemez. Matematik yaparken kişi, matematiğin “ne olduğu” sorusuna cevap aramadan da onu yapmaya devam edebilir, bu mümkündür. Fakat matematik hakkında konuşmaya ve düşünmeye başladığı anda zihni, bir noktada bu soruya cevap aramak durumunda kalacaktır.

Öğrencinin sorduğu soru için “bulmak” kelimesinden iki anlam çıkarılabilir: ilki, olan bir şeyi olduğu yerden çekip çıkarmak, keşfetmek; ikincisi, hiç var olmayan bir şeyi var etmek, oluşturmak, icat etmek. Aslında öğrencinin bu basit ve sıradan görünen sorusu, matematik tarihinin en popüler ve matematikle uğraşan insanların en çok tartıştığı soruyu doğurmaktadır: Matematik keşif midir, yoksa icat mıdır? Bu iki uçtan bir ucu seçmek ya da iki ucun arasında bir yerde durmak sorunun muhatabının bileceği iştir. Ancak, üçüncü duruşu seçenler için “matematik bulunmuştur” demek, sorunun doğuracağı tartışmadan sıyrılmak için yerinde bir “kaçış” olabilir, kaçmak isteniyorsa eğer. “Bulunmuştur” kelimesinin edilgen yapısı özneyi dolaylı yoldan gizlediği için öğrencinin sorusunu da bir bakıma cevaplar: Matematik bulunmuştur, “şu kişidir” diye gösteremeyeceğimiz kadar çok kişi tarafından bulunmuştur.

Matematik; insanın derdini anlatma, derdine çare bulma, bir şeyleri anlama ve açıklama isteğinin kendini gösterdiği ilk zamandan bugüne, pek çok insanın, topluluğun ve medeniyetin ortak emeğinin bir ürünü olarak karşımıza çıkar. Matematiği kimin bulduğunu merak etmek, onun keşif mi ya da icat mı olduğunu soruşturmak, en genel anlamda matematik hakkında düşünmek, felsefi bir tartışmanın zeminini hazırlar.

Öte yandan kişi matematik hakkında düşünmeye başladığında onun tarihsel gelişimi hakkında da bilgi sahibi olmalıdır. Nelere matematiksel nesne denmektedir? Matematiğin nesneleri elle tutulup, gözle görülebilen fiziksel nesneler midir yoksa insan zihninin ürettiği zihinsel kavramlar mıdır? Zamanın ilk insanları matematiksel bilgiyi nasıl inşa etmişlerdir? İnsanlar matematiksel bilgiyi neye ihtiyaç duyarak üretmeye başlamıştır ve hangi sebeple matematiksel bilgi üretilmeye devam etmiştir? Bir bilginin matematiksel bilgi olup olmadığına nasıl karar verilmiştir? Doğruluğundan nasıl emin olunmuştur? Bir matematiksel bilgi ne doğru ne de yanlış olabilir mi? Matematiksel bilginin gelişimi duraksamış mıdır yoksa ilerlemeye devam mı etmektedir? Mevcut matematiksel bilgi değişebilir mi yoksa mutlak bir doğruluğu mu temsil etmektedir? Bu konuyla ilgili birbiri ardına sıralanabilecek pek çok soru vardır. Bu soruların her biri derin bir felsefi tartışmayı gerektirirken her birinin cevabı matematiğin tarihsel gelişiminde saklıdır denebilir.

Diğer bir taraftan matematik tarihine bakıldığında matematikteki gelişmelerin felsefi tartışmalara yol açtığı görülmektedir. O halde denebilir ki matematik tarihi ve felsefesi birbirinden bağımsız düşünülemez. Lakatos (çev. Başkent, 2017), “Felsefenin rehberliği olmadan, matematik tarihi kör; matematik tarihindeki çarpıcı gelişmelere sırt çevirmiş matematik felsefesi ise boş olur.” demiştir. Matematik dünyasına olan katkıları bilinen matematikçilerin hayatları incelendiğinde matematikle birlikte felsefe ile de ilgilendikleri görülmektedir. Kant, Frege, Russell, Brouwer, Hilbert, Gödel, Leibniz ve Bolzano gibi matematik camiasının önde gelen isimleri aynı zamanda matematik felsefesine dair farklı görüşlerin temellerinin atılmasında önemli bir yere sahiptirler. Hatta Gür (2019, s.13) Leibniz’in “Matematik olmaksızın, felsefenin derinliklerine nüfuz edemeyiz. Felsefe olmaksızın, matematiğin derinliklerine nüfuz edemeyiz. İkisi olmaksızın, hiçbir şeye nüfuz edemeyiz.” dediğini söylemektedir.

Matematik ve felsefe arasındaki kadim ilişki matematik eğitimi felsefesi açısından da oldukça önemlidir. Matematiğe ve matematiksel bilgiye getirilen farklı

yorumlar matematik eğitiminde farklı bakış açılarının ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır (Sanalan vd., 2013). Hersh'e (1979; akt. Chassapis, 2007) göre kişinin matematiğin ne olduğu konusundaki anlayışı, matematiği birine nasıl anlatması gerektiği konusundaki anlayışını etkiler. Bir öğretmenin matematiğin ne ve nasıl olduğu hakkındaki düşüncesiyle birlikte ders içindeki hal ve tavırları öğrencilerinin zihninde bir matematik imajı oluşturur. İnsan zihninde herhangi bir kavrama dair oluşan imaj; bahsi geçen kavramın insanların zihinlerindeki izdüşümlerini ifade etmekte, insanların zihninde ilgili kavram hakkında canlanan tüm resimler, olaylar, düşünceler, imgeler bütünü olarak açıklanmaktadır (Can, 2020). Zihninde canlanan bu imge veya görüntülere Tall ve Vinner (1981) kavram imajı derken, Davis (1984) ise, kavram çerçevesi adını vermektedir (akt. Vinner, 1991). Sınıf ortamında oluşan matematik imajının ardındaki felsefi dayanağın ne ve nasıl olduğu, öğretmenin kişisel matematik felsefesinin sınıfa nasıl yansıdığı bu araştırmanın problem durumunu oluşturmaktadır. Araştırmanın problem durumu bir sonraki bölümde detaylandırılmıştır.

1.1 Problem Durumu

Ernest (1996), öğretmenlerin kişisel matematik felsefeleri ile öğrencilerinin sınıfta sahip oldukları matematik deneyimleri arasında güçlü bir ilişki olduğunu ileri sürmektedir. Thompson (1984; akt. Ernest, 1996) empirik araştırmaların, öğretmenlerin matematik hakkındaki görüşleri, inançları ve tercihlerinin öğretim uygulamalarını etkilediği yönündeki iddiaları doğruladığını söylemektedir. Bu nedenle, herhangi bir matematik felsefesinin (kişisel felsefeler de dahil olmak üzere), öğretmenlerin inançlarında, müfredat geliştirme sürecinde veya sınav sistemleri üzerinde birçok eğitimsel ve pedagojik sonucu olduğu iddia edilebilir (Ernest, 1996).

Matematik felsefesinde iki baskın görüş vardır: Mutlakçılık ve yanılabilircilik. Ernest (1996), feminist araştırmacı Gilligan'ın (1982) sınıflandırdığı ayrık değerler ile mutlakçı matematik felsefesinin değerlerini; bağlı değerler ile yanılabilirci matematik felsefesinin değerlerini ilişkilendirmektedir. Ernest (1996), öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini birleştirdikleri değerlerle birlikte olası bir sınıf matematiği görüntüsünün nasıl olacağını Şekil 1.1'deki gibi modellemiştir.



Şekil 1.1 Kişisel Matematik felsefeleri, değerler ve matematiğin sınıf uygulamalarına yansıyan görüntüsünün basitleştirilmiş bir modeli (Ernest, 1996).

Şekil 1.1 incelendiğinde mutlakçı matematik felsefesinin, ayırık (*separated*) değerlerle birleştiğinde okul matematiğinin ayırık bir görüntüsüne gittiği görülmektedir. Bu da sosyal bağlamın getirdiği kısıtlamalar ve fırsatlara bağlı olarak ayrılmış matematik sınıf uygulamasına sebep olmaktadır. Bu ne anlama gelmektedir? Bir öğretmen, matematiğin mutlakçı bir yorumunu kendine şiar edinip ayrılmış değerler olarak sınıflandırılan değerleri benimseyebilir. Bu felsefi görüşü bir şekilde okul matematiğini, müfredattaki konuları ele alış şeklini etkileyecektir. İçinde bulunduğu okulun, çevrenin getirdiği sosyal imkânlar ve kısıtlamalarla birlikte işlediği derslerde aslında matematiğin ayrılmış bir görüntüsünü sınıf uygulamalarında yansıtacaktır. Benzer şekilde yanılabilirci matematik felsefesi, bağlı (*connected*) değerlerle birleştiğinde bu defa okul matematiğinin “bağlı” bir görüntüsü oluşacaktır. Ve yine bu da sosyal bağlamın getirdiği kısıtlamalar ve fırsatlara birlikte insancıl bir matematik sınıf uygulamasına sebep olacaktır (Ernest, 1996).

Bu şekilde ilginç olan; yanılabilirci (veya mutlakçı) matematik felsefesinin, ayırık değerlerle (veya bağlı değerlerle) birleşmesiyle “geçiş”in mümkünlüğüdür. Yani sözgelimi bu defa yanılabilirci ekolü kendine şiar edinmiş bir öğretmen ele alınsın. Bu öğretmenin bu defa matematiğe dair ayırık değerleri benimsediği varsayılırsa, o halde sınıf uygulamalarına matematiğin ayırık bir görüntüsü yansıyacaktır. Ya da tam tersi mutlakçı matematik felsefesi bağlı değerlerle birleştiğinde sınıf uygulamalarına matematiğin bağlı/insancıl bir görüntüsü yansıyacaktır (Ernest, 1996).

Şekilde ilginç olan bir diğer nokta da yanılabilirci matematik felsefesinin bağlı değerlerle birleşimi yine okul matematiğinin bağlı bir görüntüsüne götürse de içinde bulunulan çevrenin ve bağlamın getirdiği kısıtlamalar, sınıf uygulamalarında matematiğin ayırık bir görüntüsünün oluşmasına sebep olabilir. Öğretmen bu noktada “stratejik uyumluluğa” zorlanır (Ernest, 1996).

Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesi hakkındaki görüşlerinin neler olduğu, bu görüşlerin varlık-bilgi-değer boyutlarına göre nasıl şekillendiği, öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini nasıl oluşturdukları, kişisel matematik felsefelerini sınıf uygulamalarına nasıl ve ne kadar yansıtabildikleri bu araştırmanın problem durumunu oluşturmaktadır. İlgili literatür ve yapılan çalışmalar incelendiğinde bu araştırma kapsamında belirlenen iki araştırma problemi ve alt problemler şu şekildedir:

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesi hakkındaki görüşleri nelerdir?
 - 1.1. Varlığa ilişkin görüşleri nelerdir?
 - 1.2. Epistemolojiye ilişkin görüşleri nelerdir?
 - 1.3. Aksiyolojiye ilişkin görüşleri nelerdir?
2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin felsefi görüşlerinin sınıf içi uygulamalarına yansımaları nelerdir?

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin; matematik felsefesinin ilgi alanı olan varlık, bilgi ve değer konuları hakkındaki görüşlerinin derinlemesine incelenmesi, matematiksel nesnelerin varlığını neye dayandırdıklarının, matematiksel bilginin inşası ve gelişim sürecini nasıl değerlendirdiklerinin, matematiksel bilgiye ve bilginin formuna dair bakış açılarının neler olduğunun, matematiğe dair hangi değerlere sahip olduklarının ortaya çıkarılması ve öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini, benimsedikleri değerleri sınıf uygulamalarına ne şekilde yansıttıklarının bir görüntüsünün sunulması amaçlanmaktadır.

1.3 Araştırmanın Önemi

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiğe, matematiğin doğasına ve öğretime yönelik inançları, bakış açıları ve felsefi düşüncelerini ortaya çıkarmayı amaçlayan ölçek geliştirme çalışmaları, nicel, nitel ve karma araştırmalar literatürde halihazırda mevcuttur (Akman, 2019; Akyıldız ve Dede, 2019; Altun ve

Yazlık, 2020; Baş vd., 2015; Baydar, 2000; Chassapis, 2003; evirgen-Eryılmaz, 2016; Durmaz, 2016; Grigutsch vd., 1998; Kayan vd., 2013; Schommer, 1990; Sanalan vd., 2013; Uçar ve Demirsoy, 2010). Türkiye literatüründe matematik felsefesi kapsamında ğretmen adaylarının düşünceleri, mutlak ve yarı-deneyselci görüş olmak üzere iki ana başlık altında toplanırken (Baş vd., 2015; Sanalan vd., 2013), öğretmenlerin ve ğretmen adaylarının matematiğinin doğasına yönelik inançları ise geleneksel (evirgen-Eryılmaz, 2016; Demirsoy, 2008; Kayan vd., 2013) geleneksel olmayana yakın (Demirsoy, 2008) ve yapılandırmacı (evirgen-Eryılmaz, 2016; Kayan vd., 2013) olarak sınıflandırılmıştır. Öte yandan Chassapis (2003) alışmasında ilkokul ğretmenlerinin matematiksel bilgiye dair inançlarında mutlak anlayışın hakim olduğunu bulmuştur.

Türkiye’de ğretmen adaylarının matematiğinin doğasına yönelik felsefi görüşlerinin incelendiğ çalışmalarda; matematiğinin tanımı (Akman, 2019; Altun ve Yazlık, 2020), matematiksel bilginin doğası (Akman, 2019; Altun ve Yazlık, 2020; Durmaz, 2016) ve matematiğinin amacı (Akman, 2019) konuları üzerinde durulduğ görülmektedir.

zkara (2019) ilköğretim matematik ğretmen adaylarının matematik eğitimine yönelik bilişsel yapılarındaki değışimi incelediğ çalışmasında ğretmen adaylarının en az “matematik felsefesi” anahtar kavramına yönelik kelime rettiğ sonucuna ulaşmış, bu durumu ise ğretmen adaylarının “matematik felsefesi” kavramını diğerkavramlara göre daha yzeyssel bildikleri şeklinde yorumlamışır.

Literatür incelendiğinde Türkiye’de matematik felsefesi ve matematiğinin doğası üzerine yapılan araştırmaların ğretmen adayları ile sınırlı kaldığı, öğretmenlerle yürütülen çalışmaların ise matematik hakkındaki inançları ortaya çıkarmaya yönelik olduğ görülmektedir. Matematik felsefesinin bilgi, varlık ve değerk boyutları ile ilgili detaylı bir araştırmanın yapılması, öğretmenlerin matematik hakkındaki düşüncelerini daha geniş bir pencereden sunması sebebiyle önemli görülmektedir. Bir ğretmenin kişisel matematik felsefesini nasıl oluşturduğunu, neye dayandırdığını; felsefesini, benimsediğiki değerkleri sınıfında ne şekilde yansıttığını anlayabilmek için bu araştırmanın önemli olacağı düşünülmektedir.

1.4 Araştırmanın Sayılıları

1. Araştırmada kullanılan “Görüşme Formu” amaca uygun niteliktedir.

2. Araştırmada öğretmenler veri toplama araçlarındaki soruları içtenlikle cevaplamıştır ve sonuçlar gerçeği yansıtmaktadır.
3. Öğretmenlerin gözlemlenen sınıf uygulamalarının, derslerinin tipik birer örneğini yansıttığı varsayılmıştır.

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma Bolu ili Merkez ilçesinde bulunan devlet okullarında görev yapan öğretmenler ve bu öğretmenlerin öğrencileri ile sınırlıdır.
2. Araştırma belirlenen öğretmenlerin 2021-2022 Eğitim Öğretim Yılı içindeki 4 ders saatlerinin (160 dk.) gözlenmesi ile sınırlıdır.
3. Araştırma sürecinde Covid-19 salgını olması sebebiyle sınıf uygulamalarının gözlemi 4 ders saati ile sınırlı kalmıştır.

1.6 Tanımlar

Ontoloji: Varlık felsefesidir. Varlık ile varlığın temel kategorilerini araştırır (Gür, 2019).

Epistemoloji: Bilginin kaynağı, doğası, doğruluğu ve sınırlarını inceleyen felsefe dalı (Gür, 2019).

Aksiyoloji: Değerler kuramı; yani “iyilik”, “adalet”, “güzellik” gibi değerleri ele alıp inceleyen felsefe dalı (Hilav, 2009).

2. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1 Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde matematik, felsefe ve matematik felsefesine dair ilgili literatür sunulacaktır. Öncelikle matematiğin ne olduğu ve ne ile ilgilendiği, ardından felsefenin ne olduğu ve ne ile ilgilendiğinden bahsedilecek ve matematik felsefesine bir geçiş yapılacaktır.

2.1.1 Matematik Nedir ve Ne ile İlgilenir?

Geçmişte olduğu gibi bugün de önemi ve değeri pek çok kişi tarafından yadsınamayan matematiğin tek ve geçerli bir tanımını vermek pek mümkün değildir. Her dönemde ve tüm medeniyetlerde yaşamın bir parçası olan sanat, bilim, endüstri, tarım ve diğer günlük uğraşların bir araç olarak kullandığı matematik; kendine özgü amaç, yöntem ve sonuçları açısından bakıldığında entelektüel değeri yüksek bir disiplin olarak algılanmaktadır. Bilim de dâhil olmak üzere matematiğin kendine yer bulduğu tüm uygulama alanları matematiği, bir anlatım ve çıkarsama aracı olarak görür ve fakat matematikçinin gözünde matematik bir araç değil amaçtır; değerini kendi içinde taşır, insanlığın bilme ilgisinin bir ürünüdür, düşünme ve doğruyu bulma uğraşıdır (Yıldırım, 2015).

Yıldırım (2015) matematiğin ne olduğu sorusuna getirilen cevaplarda, yetkili kafaların bile uzlaşamadığını belirtmiş ve bu durumu gözleri görmeyen insanların bir fili dokunarak tanımlamasına benzetmiştir. “Matematik, kimisine göre kuralları belli satranç türünden bir zekâ oyunu; kimisine göre sayı türünden soyut nesneleri konu alan bir bilim; kimisine göre bilim ve pratik yaşam için yararlı bir hesaplama tekniği. Matematikçilerin gözünde ise matematik bizi doğruya, kesin bilgiye götüren biricik düşünme yöntemi.” (Yıldırım, 2015, s. 12). Öyle ki Gauss’un matematiği “bilimlerin kraliçesi” olarak nitelendirdiği bilinmektedir (Coşkun, 2010). Bunun yanında matematiği hizmetinde görenler de vardır (Yıldırım, 2015). Bu noktada kişilerin matematiği ne olarak gördüğü, matematiğin tanımını nasıl yapacaklarını belirler denebilir.

Hersh vd. (2015) başlangıç seviyesinde matematiği “niceliklerin ve uzayın bilimi” şeklinde tanımlamışlardır. Ancak bu tanım belirtildiği üzere başlangıç seviyesi için uygundur. Matematiğin tüm özelliklerini içerdiği pek söylenemez. C. Hersh vd. (2015, s.7), S. Peirce’nin matematiği “gereken sonuçları ortaya koyma

bilimi” olarak tanımladığını söylemektedirler. Bu tanımda da matematiğin içeriğinin sınırlandırılmadığı görülmektedir. Türk Dil Kurumu (TDK), matematiği “Aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı, riyaziye.” olarak tanımlamıştır. Yıldırım (2015, s.13) ise matematiği “sayı, nokta, küme, fonksiyon türünden soyut nesnelere özgü özellikleri çıkarma, belirleme ve mantıksal olarak kanıtlama (ispatlama) bilimi” olarak tanımlamaktadır.

Matematiğin tanımlanması girişimlerinin pek çoğunda dile getirilen ortak bir kelime görülür: Bilim. Matematiği bilim olarak nitelendirmek makul müdür? Hangi yönleriyle bilime benzer veya bilimden ayrılır? Bunun evvelinde bilim dediğimiz şeye bir sınır çizmek yerinde olacaktır. TDK sözlüğünde bilimin üç farklı tanımı bulunmaktadır. Bunlardan ilki “Evrenin veya olayların bir bölümünü konu olarak seçen, deneye dayanan yöntemler ve gerçeklikten yararlanarak sonuç çıkarmaya çalışan düzenli bilgi, ilim.” şeklinde yapılan tanımdır. Yıldırım (2015) her bilim alanının öncelikle inceleme konusuyla kimlik kazandığını belirtir. Fizik, biyoloji ve psikoloji, konuları itibariyle olgusal içeriğe sahiptir. Oysa matematiğin uğraş konusu olan nesneler olgusal değil, (yapılan tanımlarda nokta, küme gibi soyut kavramları içermesi sebebiyle) soyut kavramlardır denebilir. Ancak burada matematiksel bilginin mahiyetini inceleyen epistemolojik tartışmalara değinmek gerekmektedir. Matematiksel bilgi dediğimiz şey nasıl oluşturulur? Deneyden ve gözlemden münezzeh midir? Matematik tarihi boyunca pek çok filozof ve matematikçinin üzerine kafa yorduğu “matematiksel bilgi” meselesi ilerleyen bölümlerde detaylandırılacağından burada matematiğin bilimle olan ilişkisi daha evvelinde yaptığımız tanımlar referans alınarak değerlendirilecektir. TDK’nin tanımında da belirtildiği üzere bilim dendiğinde deneye dayanan gerçeklikten yararlanarak ilerleyen, empirik dünyaya yönelik çalışmaları düşünüyorsak, olguların gözlemine dayalı olmayan, soyut kavramlar içeren matematiğin bilim sayılmadığını söyleyebiliriz (Yıldırım, 2015).

TDK sözlüğünün bilime getirdiği diğer iki tanım ise şu şekildedir: (i) “Genelgeçerlik ve kesinlik nitelikleri gösteren yöntemli ve dizgesel bilgi.” (ii) “Belli bir konuyu bilme isteğinden yola çıkan, belli bir amaca yönelen bir bilgi edinme ve yöntemli araştırma süreci.” Burada (ii) ile gösterilen tanım, Yıldırım’ın (2015) da dediği üzere; bilim terimine tüm entelektüel etkinlikleri de içine alan bir genişlik tanıdığından matematiği de fizik, biyoloji ve psikoloji gibi bilim saymakta

sakınca yoktur. Ancak (i) ile gösterilen tanıma bakıldığında yine matematik tarihinin uzun yıllar tartıştığı kesinlik meselesine değinmek gerekmektedir. Matematiksel kesinlik ile olguya dayalı bir bilimsel bilginin getirdiği kesinlik benzer midir? Öte yandan bilimsel bilginin yanlışlanabilirliği herkes tarafından kabul edilen bir gerçektir. Ancak matematik tarihine bakıldığında matematiğin mutlak kesinliğin limanı olarak görüldüğü zamanlar olmuştur. Matematiksel kesinlik meselesi ilerleyen bölümlerde detaylandırılacağından “matematik bilim midir?” sorusuna burada bir virgül koyup Cihan’ın (2020) da dediği gibi matematiği bir “disiplin” olarak ele almak çalışmanın bütünlüğünü korumak açısından önemlidir.

Matematiğin ne olduğu konusunda herkesi tatmin eden ve gerçekten onun tüm özelliklerini içeren bir tanımın mevcut olmamasını Hersch vd. (2015) şu kabulle sonlandırmışlardır: “Matematiğin tanımı değişir. Her bir nesil ve her bir nesil içinde düşünce üreten matematikçiler kendi kanaatlerine göre tanımlar formüle ederler.” Bu tartışmanın amacı hangi tanımın matematiği daha iyi karşıladığının hükmünü vermek değil, var olan tanımların bir sunumu ile düşünceyi ortaya koymaktır. Hüküm, okurun iradesine bırakılmıştır.

2.1.2 Felsefe Nedir ve Ne ile İlgilenir?

Yunanca philosophia anlamına gelen felsefe kelimesinin kökeni, sevmek anlamına gelen “phileo” fiiliyle bilgelik anlamına gelen “sophia” sözcüklerinin birleşmesine dayanır ve bilgelik sevgisi/hikmet arayışı anlamını taşır (Cevizci, 2022). Philosophos (filozof) da, “bilgeliliği seven”, “bilgiyi arayan ve ona ulaşmak isteyen kişi” dir.

Cevizci (2022) bir şeyin ne olduğunu söylemenin en iyi yolunun, o şeyi tanımlamaktan geçtiğini söyler. Fakat bunu felsefe için yapmanın “ne kolay ne de doğru” olduğunu belirtir. Her filozofun felsefeyi farklı tasavvur etmesinden sebep felsefenin de pek çok farklı tanımı mevcuttur (Cevizci, 2022). Ancak yapılan tanımların farklılığı, felsefeyle ilgili belirli bir kavrayışa hiçbir zaman ulaşamayacağı anlamını çıkarmaz (Cevizci, 2007). Jaspers’e (çev. Akalın, 1981) göre felsefenin mahiyeti hakikati aramaktır. Bu hakikat arayışını bir yolculuğa benzeten Karl Jaspers (1981) şunları söylemektedir:

Felsefe, yolda olmak demektir. Soruları, cevaplarından daha önemlidir. Ve her cevap, yeni bir soruya çevrilir. Yolda olmak, insanın zaman içindeki kaderi, kendine tatmin imkânını, yüksek anlarda da bir kemali gizler. Bu

asla, bilmiş olmada, cümle ve bilgilerde değil, bizzat varlığa açılan insanın tarihi gerçekleşmesindedir. Her seferinde bir insanın bahis konusu olduğu durumda gerçeği kazanabilme, felsefenin manasıdır.

Arayarak yolda olmak yahut anın kemali ve huzurunu bulmak. Bunlar asla felsefenin tarifi değildirler. O bir hükümden hareket ederek başka bir hükme varmak için bir vasıta değildir. Her felsefe, kendini, ortaya çıkması ile tarif eder. Felsefenin ne olduğunu denemek gerek. O halde kısaca felsefe, canlı düşüncenin yaşanması ve bu düşüncelerde kendini bulma yahut iş ve onun üzerinde konuşmadır. (Jaspers, 1981, s. 31-32)

Felsefenin üç temel alanı vardır: ontoloji, epistemoloji ve aksiyoloji. Ontoloji (varlık felsefesi); varlığın doğasına, özüne, kategorilerine ilişkin felsefi araştırmaları ifade eder (Cevizci, 2021). “Neyin gerçekten var olduğu”, “var olan şeylerin hangi kategorilere sokulabileceği”, “varlığın hangi tarzlarının olduğu” ve “varlığın hangi anlamlarda kullanıldığı” gibi sorular varlık felsefesinin problem alanını oluşturur. Epistemoloji (bilgi felsefesi); bilginin doğası, türleri, bilginin imkânı, mümkün olup olmadığı, mümkünse eğer hangi alanlarda şüpheyi mahal vermeyen bilgilerden söz edilebileceği, bilginin kaynağı, bilginin akla mı, yoksa deneyime mi, yoksa bu ikisinin dışında başka bir yetiye mi dayandığı, bilginin sınırları ve bilginin doğruluğuyla ilgili tartışma ve problemleri içerir (Cevizci, 2021). Aksiyoloji ise değerler kuramı; yani “iyilik”, “adalet”, “güzellik”, “etik”, “estetik” gibi değerleri ele alıp inceler (Hilav, 2009). “Değerlerin kaynağı var mı?”, “Değerler içimizde mi, dışımızda mı?”, “Nesnel mi, öznel mi?”, “Sabit mi, değişken mi?”, “Ahlak nedir?”, “Ahlaki davranışın amacı nedir?”, “Her dönem toplumlar için mutlak değerler var mı?” gibi sorular aksiyolojinin problem alanına girer (Cihan, 2020).

2.1.3 Matematik Felsefesi Nedir ve Ne ile İlgilenir?

Cevizci’ye (2022) göre felsefenin yanıtladığı soruların azımsanamayacak bir bölümü, bilimlerin faaliyetlerini tamamladıktan veya işlerini bitirdikten sonra gündeme gelir. Herhangi bir bilimi sorgulamak, neliğini ortaya koymak bilim tarafından felsefeye havale edilmiştir (Cevizci, 2022). Bu sebepten matematiğin neliğinin soruşturması matematik felsefesinin konusudur. Gür (2019) birçok düşünür için matematik felsefesinin, matematiği anlama çabası olduğunu söyler. Herhangi bir şeyi anlama çabası içine girdiğimizde o şeyin ne demek olduğunu, neye işaret ettiğini, ne işe yaradığını ve kaynağının ne olduğunu kavramak isteriz.

Tymoczko (1998; akt. Gür, 2019) matematik felsefesinin, insanlığın nasıl matematik yaptığını açıkladığını ve onun temel özelliklerini açığa çıkararak, matematik hakkında bir bakış açısını sunduğunu belirtmektedir. O halde matematik felsefesinin işlevi mevcut matematiksel bilgi birikimi üzerine düşünmek, matematiğin ilk zamandan bugüne geldiği noktayı, nasıl üretildiğini, ne olduğunu ve neye evrildiğini, evreni anlama ve hakikati yakalama yolunda neyi ifade ettiğini açıklamak ve aydınlatmaktır (Baki, 2020).

Ernest (1998; akt. Gür, 2019) matematiğin veya matematik felsefesinin neliği üzerine konuşurken felsefedeki “kural-koyucu” (*prescriptive*) ile “betimleyici” (*descriptive*) arasındaki ayrıma odaklanmanın faydalı olacağına dikkat çeker. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında detaylandıracağımız mantıkçılık, biçimcilik ve sezgicilik gibi düşünce okulları matematiğin kural koyucu bir tanımını ortaya koyarlar (Gür, 2019) ve bu, matematiğin ne olduğundan çok nasıl olması gerektiği üzerinde durdukları anlamına gelir (Ernest, 1998). Matematiğe yüklenen bu gereklilikler, hem ona bir sınır çizer hem de mahiyetinden ödün vermesine sebep olabilir.

Ernest (1998, s. 51-52), matematik felsefesinin şu 13 sorun ile ilgilenmesi gerektiğini belirtir (Gür, 2019, s. 25):

1. Matematiksel bilginin gerekçelendirilmesi.
2. Matematiksel nesnelerin niteliği ve ontolojik konumu.
3. Matematiğin bizden ve zamandan bağımsız olduğunu ileri süren Platonculuğun bu kadar makul ve başarılı bir bakış olmasının nedenlerinin açıklanması.
4. Matematikçinin pratiği ile matematiğin kendi niteliğinin (ne olduğunun) ilişkisi.
5. Öznel matematiksel bilgi ile kabul görmüş matematiksel bilginin ilişkisi.
6. İnsanın mevcut matematiği nasıl öğrendiği.
7. İnsanın matematiksel bilgiyi yeni bir bilgiye nasıl dönüştürdüğü.
8. Matematiksel bilginin gelişimi.
9. Dil, matematik ve (kil tabletlerden bilgisayarlara kadar) bilgi teknolojilerinin birbiriyle ilişkisi.
10. Tarihin matematik felsefesini nasıl aydınlattığı.
11. Matematik ile diğer bilgi alanları, değerler, kültür ve tecrübe ilişkisi.

12. Saf (pür) matematiğin, bilim ve ‘gerçek’ hayatta uygulamalarının çok kullanışlı olmasının açıklanması.

13. Matematiksel bilginin nasıl değerlendirildiği veya takdir topladığı, değerlendirme sürecinde herhangi bir ölçütler topluluğunun olup olmadığı.

Gür (2019) matematik felsefesindeki sorunların iki ana başlık altında toplanabileceğini belirtmektedir. İlki matematiksel epistemoloji ve ontolojiyi içine alan matematiksel bilginin nasıl mümkün olduğu ve matematiksel nesnelerin varlığına dair sorunlar, ikincisi matematik ve insan etkileşimini konu edinen sorunlar. Ancak ikincisi insan etkileşimini içerdiği için yalnız matematik veya felsefeyle ilgili değil, psikoloji, sosyoloji, tarih gibi beşeri bilimlerle de ilgilidir (Gür, 2019).

2.1.4 Matematiksel Nesneler

TDK nesne kelimesini “belli bir ağırlığı, hacmi ve rengi olan her türlü cansız varlık, şey, obje” olarak tanımlar. Esasen duyularımızla algılayabildiğimiz şeyleri nesne olarak adlandırırız. Peki, matematiğin nesnelerini görmek, hissetmek, elimizle tutup göstermek, onlara dokunmak mümkün müdür? Matematiğin nesneleri ne türden nesnelerdir veya nelere matematiksel nesne deriz? Örneğin sayılar matematiksel nesne olarak sınıflandırılabilir. O halde sayıları taş, ağaç, kalem, yıldız gibi fiziksel nesnelerle bir tutmak mümkün mü? Eğer değilse, sayıları onlardan ayıran şey nedir? Söz gelimi 2 rakamını ele alalım; 2 rakamıyla iki ağaç, iki taş, iki kalem, iki insan, iki asır aynı şey midir? 2 rakamı soyut bir kavramdır ve tek başına isim olarak karşımıza çıkar, ardına getirdiğimiz ağaç, taş, kalem kelimeleriyle somut olan şeylerin adedini bildirmeye başlarız ve bu defa sıfat olarak vazifesini yerine getirir. O halde matematiğin uğraş konusu olan nesneler soyuttur demek yanlış olmayacaktır. Bu soyut nesnelerin kaynağı nedir? Onları nerede ve nasıl bulabiliriz?

Bir de matematiksel yapılar vardır. Hersh vd. (2015) matematiksel nesne ile matematiksel yapı arasındaki ayrımı zamana ve kullanıma bağlar. Matematiksel yapı deneyim ve sezgiyle desteklendiğinde nesne olarak ele alınabilir. Örneğin reel sayılar ($\mathbb{R}$) kümesi bir yapıdır, ancak reel sayı çiftleri oluşturmak amacıyla $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ doğrudan çarpımı yapıldığında nesne olarak karşımıza çıkar (Hersh vd., 2015). “Tek başına düşünülen matematiksel nesnenin hiçbir anlamı yoktur. Matematiksel

nesneler anlamını yapıdan alır ve rolünü de bir yapı bünyesinde oynar” (Hersh vd., 2015).

2.1.4.1 Matematiksel Nesnelerin Varlığı Meselesi

“Matematiksel nesne” terimi, adı geçen nesnenin bir varlığı olduğuna işaret eder (Hersh vd., 2015, s.158). O halde matematiksel nesnelerin varlığı ne türden bir var olmaktır? Matematiksel nesnelerin varlığı meselesine getirilen üç görüş vardır: realizm, nominalizm ve yapımcılık.

Realizm, soyut nesneleri, tıpkı somut nesneler gibi nesnel gerçekliğin bir parçası olarak görür. Platoncu realizme göre sayı türünden soyut nesneler, düşüncemizden bağımsız “idea”lardır ve bu nesneler evrensel birer nesne olup ezelden beri vardır. Matematikçinin onu bilmesi gözlem veya araştırmalarının sonucu olarak değil, çağrışım, hatırlama ya da iç kavrayışın bir sonucu olarak karşımıza çıkar. Platonculuktan ayrılan modern realizmde ise sayı, bir tür gözlemden bulunan ve varlığı bizden bağımsız olan bir nesnedir (Yıldırım, 2015). “Russell realist döneminde ‘Aritmetik, Kolomb’un Amerika’yı keşfi anlamında bir keşiftir. O nasıl Kızılderilileri yaratmadıysa, biz de sayıları yaratmış değiliz. ... Bir şey var olduğu için düşünülebilir; var olma düşünülmüş olmanın sonucu değil, ön-kşuludur.’ demektedir” (Russell, 1901; akt. Yıldırım, 2015, s. 57). Realizm görüşünü paylaşan matematikçilere göre, matematik gerçek dünyadan uzak ve soyut görünse de doğa bilimlerinden farksızdır; onun da algıladığımız nesneleri, nesnel bir gerçekliği vardır (Yıldırım, 2015).

Nominalizm, Platoncu ontolojinin aksine soyut nesneleri gerçeklikten yoksun, birer isim sayar. Nominalistler için evren yalnızca tikel somut nesnelerden oluşmuştur; soyut ya da evrensel denenen nesneler yoktur. Örneğin onlara göre 3 diye bir nesne yoktur, 3 parmak, 3 fil, 3 ev, 3 koyun vardır. Nominalistler için matematik içerikten yoksun, salt mantıksal bir sistemdir (Yıldırım, 2015).

Yapımcılık, birbirinin taban tabana zıddı olan realizm ve nominalizm arasında yerini alır. Yapımcılara göre matematik ne bizden bağımsız doğada ya da idealar dünyasında var olan nesnelerdir; ne de nominalistlerin savunduğu gibi sadece birer isimden ibarettir. Soyut nesneler insan zekâsının çevreyle etkileşimi sonucu oluşturduğu açıklayıcı kavramlardır ve matematiksel kavramların kökeni empirik yaşantımızdan gelir (Yıldırım, 2015).

Özetle denebilir ki, realistlere göre matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı evren veya idealar dünyasıdır, nominalistler ise matematiksel nesnelerin

varlığını inkâr ederler. Yapımcılar içinse matematiksel nesneler varlığının kaynağını, insan zekâsıyla çevrenin etkileşiminden alır.

Hersh vd. (2015) tek boynuzlu atın mevcudiyetinin edebi bir efsane ya da zoolojik bir tasarım olarak kabul edilebileceğini, ancak potansiyel bir gerçeklik olarak henüz mevcut olmadığını söylerler. Tek boynuzlu atta olduğu gibi matematiksel nesnelerde de tek bir varlık kavramı olmadığını; varlığın ortam, talep ve işlevle ilişkili olduğunu belirtirler.

Bir tamsayı ya da kesir olarak $\sqrt{2}$, tropik bir balığın Kuzey Kutup Bölgesi sularında sahip olabileceğinden daha fazla bir varlığa sahip değildir. Ama reel sayılar muhitinde, $\sqrt{2}$ gayet iyi durumdadır. (Hersh vd., 2015, s. 162)

O halde denebilir ki, pi sayısının varlığı elbette elimizde tuttuğumuz kalemin varlığıyla bir değildir, ancak reel sayılar kümesinde yahut normal dağılım eğrisinin denkleminde mevcudiyeti *gayet iyi durumdadır*.

2.1.4.2 Matematik Keşif Midir, İcat Mıdır?

Matematiğin keşif mi, icat mı olduğu sorusu matematik felsefesinin belki de en bilinen sorusudur. Matematiği bir keşif olarak görenler matematiksel doğruları, matematikçilerin önce sezgileri yoluyla keşfettiklerini, ardından onları formel yolla ispatladıklarını savunurlar. Onlara göre matematiksel nesneler ve bilgiler kusursuz, gerekli, mutlak, ezeli ve ebedidir. Matematikçinin görevi onu bulup çıkarmak, keşfetmektir (Baki, 2020).

Matematiği bir icat olarak görenler içinse matematiksel bilgi, insan zihninin bir ürünüdür, dolayısıyla tamamlanmamıştır ve sürekli gelişme halindedir. Bu sebepten onun kusursuzluğundan ve kesinliğinden söz etmek de mümkün olmayacaktır (Baki, 2020).

2.1.5 Matematiksel Bilginin Doğası

Bu bölümde matematiksel bilginin doğasına ilişkin yürütülen tartışmalara yer verilecek, matematiksel bilginin inşası, doğruluğu ve kesinliği konularına değinilecektir.

2.1.5.1 Matematiksel Bilginin İnşası

İlk zamanlarda matematik, günlük yaşamın pratik ihtiyaçlarını karşılayan insan deneyiminin bir parçası olarak, basit sayma ve ölçme işlemlerinde kendini göstermektedir. Mezopotamya’da tarım faaliyetleri, yerleşik hayatla birlikte gelen kentleşme, ticaret için gerekli olan yazma ve hesaplama becerileri matematiksel bilginin inşası sürecinin ilk ayağı olarak karşımıza çıkar. Benzer şekilde eski

Mısır'da Nil Nehri'nin yıllık taşması sonucu arazi sınırlarının bozulması ve ardından suların tekrar çekilmesiyle birlikte sınırların yeniden belirlenmesi gerekiyordu ve bu da arazilerin her yıl ölçülüp dağıtılması anlamına gelmekteydi. Yüzölçümü, alan hesabı, eşit veya adil dağıtma işlemleri de böylesi bir ihtiyacın sonucu olarak karşımıza çıkmaktaydı (Yıldırım, 2015).

Yıldırım (2015) kuramsal ilginin henüz uyanmadığı başlangıç döneminde aritmetik ile geometrinin; tarım, ticaret ve mühendislik gibi alanların doğurduğu ihtiyaçları karşılamak göreviyle karşımıza çıktığını söylemektedir. Antik Yunan öncesi dönemde matematik, deneme-yanılma yöntemlerine bağlı, empirik bilgi düzeyinde kalan bir uğraştı. Antik Yunanla birlikte ise günlük kullanımın ötesinde, giderek daha soyut ve entelektüel bir boyut kazandı. Böylece arazi ölçme ve sınır belirleme işlemlerinden geometrik düşünmeye geçildi. Öklid Elementler adlı kitabında geometriye mantıksal bir bütünlük kazandırmış, kendisinden evvelki dönemlerde ortaya konan önermeleri aksiyomatik bir sistem içinde sunmuştur (Yıldırım, 2015). Öte yandan doğu medeniyetlerindeki bilgi birikimi ve gelişmelerin Avrupa'ya yayılması ve ilerletilmesiyle aritmetik işlemler, daha soyut ve sistematik olan cebirsel bir içeriğe dönüşmüştür.

Matematiksel nesnelerin varlığına getirilecek yorumlar, onların inşası sürecini nasıl yorumladığımızı etkileyecektir. Daha evvelki bölümde de bahsettiğimiz üzere, onların varlığını evrene/idealar dünyasına dayandırabilir; onları var olmayan isimler, simgeler olarak görebilir ya da insan zihninin deneyim ve soyutlama yoluyla ürettiği bir yapı olarak düşünebiliriz. Eğer üçüncü görüşü destekliyorsak “o halde sanal sayılar, hangi deneyimin soyutlanmasının bir sonucu olarak karşımıza çıkmaktadır?” sorusu akıllara gelebilir. Evet, tamsayıları borç-alacak ilişkisi sebebiyle deneyimlerimizden soyutlamak mümkündür, fakat karmaşık sayılar için bunu nasıl yaparız? Matematikçilerin $x^2+1=0$ denkleminin çözüm getirme çabası onları, başlangıçta olanaksız saydıkları bir sayı kümesi olan negatif sayıların kareköklerini gösteren “sanal sayılar” kümesini oluşturmaya itmiştir (Yıldırım, 2015). Gerçek (reel) bir sayı ve sanal bir sayının cebirsel toplanması ($a+ib$) ile karmaşık sayılar kümesi oluşturulmuştur.

Sonuç olarak denebilir ki, günlük hayat problemlerine getirilen pratik çözümler, bu çözümleri empirik bilgidan ayırıp kuramsal bir çerçevede sunma gayreti ve bunun beraberinde sistemin var olan bilgilerle karşılaşılan problemleri

açıklamaktaki yetersizliği ile zuhur eden açığı kapatma çabası matematiksel bilginin gelişim seyrini belirlemiştir.

2.1.5.2 Matematiksel Bilginin Doğruluğu ve Kesinlik Meselesi

Modern matematikle birlikte insan zekâsının, yaşamın pratik ihtiyaçlarının ötesinde kuramsal konulara yönelmesi, matematiksel doğruluğun neliği meselesini ortaya çıkarmış, “Matematikte doğru olan nedir?”, “Doğruya nasıl karar verilir?”, “Doğruluk nasıl kontrol edilir?”, “Matematikte kesinliğin kaynağı, niteliği ve kökeni nedir?”, “Mutlak doğru var mıdır?” gibi soruları beraberinde getirmiştir.

Kökeni antik çağa kadar uzanan klasik görüşe göre, matematiksel kesinlik matematik önermelerinin “apaçık” olma özelliğinden kaynaklanır. Bu görüşe göre örneğin $2+3=5$ önermesi apaçık bir doğrudur ve bu tür doğruları sezgiyle ya da aklımızla “doğrudan” kavrarız. Ancak apaçıklık kişinin birikim ve tecrübelerine bağlı olarak değişir; kimisi için apaçık ve kuşku götürmez olan bir önerme bir başkasının deneyiminde tam aksine kuşku teşkil edebilir (Yıldırım, 2015).

Kant’ın bilgi felsefesine göre bilginin iki türü mevcuttur: *a priori* (deneyden bağımsız/gözlem öncesi) ve *a posteriori* (deneye bağlı/gözlem sonrası). Kant (1781; akt. Çevik, 2019, s. 50) *Saf Aklın Eleştirisi* adlı kitabında *a priori* ve *a posteriori* önermelerin ayrımını şu şekilde yapmaktadır: *a priori* önermeler zorunlu ve evrensel, doğruluğunun anlaşılması için deneye ihtiyaç duymayan önermelerdir. “Bekâr, evli olmayandır.”, “üçgen, üç kenarlı bir çokgendir” veya “ $2+3=5$ ” önermeleri *a priori* önermelerdir. Doğrulanması için deneye ihtiyaç duyulmaz. *A priori* bilgi içseldir ve tamamıyla zihinseldir (Gür, 2006-I). Öte yandan *a posteriori* önermeler ise doğruluk değerinin deneysel yöntemlerle kontrol edildiği önermelerdir. “Sepette dört elma var” veya “hava bugün bulutlu” önermeleri *a posteriori* önermelere örnek olarak verilebilir. Bu tür önermelerin doğruluk değerinin belirlenmesi için deneye/gözleme ihtiyaç duyulur, yani ancak deney ile doğrulanabilirler. *A posteriori* bilgi büyük ölçüde bizim dışımızdaki fiziksel dünyayla ilgilidir ve duyularımız sayesinde algılanabilir (Gür, 2006-I).

Kant *a priori* ve *a posteriori* bilginin yanında analitik ve sentetik olacak şekilde bilgi için iki ayrı sınıf daha ortaya koymuştur (Çevik, 2019). Kant’a (1781; akt. Çevik, 2019) göre yüklem öznedeki içerdiği önermeler analitik, bunun aksi olan önermelerse sentetik önermelerdir. Analitik önermeler açıklayıcı niteliktedir, yüklem öznedeki kavramı daha anlaşılır kılar fakat onun anlamına ilişkin yeni bir bilgi katmaz, bilгимizi genişletmez, doğruluğu zorunludur, kavramsal analiz ve

mantıksal çıkarımla doğrulanır. Sentetik önermelerde ise bunun aksine bilginin genişlediği görülür ve doğruluğu gözlem verilerine bağlıdır (Çevik, 2019; Yıldırım, 2015).

Kant'ın bilgiyi ayırdığı dört sınıfı Gür (2006-I) 2x2 sınıf olarak ele alıp şöyle göstermiştir:

Tablo 2.1. Gür (2006-I) Kant'ın bilgi sınıfları tablosu.

	<i>a priori</i>	<i>a posteriori</i>
Analitik		X
Sentetik		

Tabloya bakıldığında “x” ile gösterilen hücrenin karşılık geldiği analitik a posteriori diye bir bilgi zaten mümkün değildir çünkü a posteriori bilgi yani deneye bağlı olan bilgi, mecburen sentetik olmak zorundadır (Çevik, 2019). Diğer bir yandan analitik bilgilerin deneye bir ilgisi olmayacağından, analitik önermeler de a priori olmak zorundadır (Gür, 2006-I). Sentetik a priori önermeler ise, analitik önermeler gibi zorunlu ve evrenseldir. Ancak analitik önermelerin aksine sentetik a priori önermeler bilginizi genişletir. Kant'a (1781) göre sentetik a priori önermeleri doğrulamak için zihninizde a priori olarak bulunup duyularımızın saf formu olan zaman ve mekândan elde ettiğimiz görüye ihtiyacımız vardır (akt. Çevik 2019).

Kant matematiksel önermelerin *sentetik a priori* olduğu iddiasındadır (Gür, 2006-I). Kant (1781; akt. Gür, 2006-I) *Saf Aklın Eleştirisi*'nde aritmetik için “7+5=12” önermesini inceler. Yedi ve beşin birleşiminin düşünülmesiyle on iki kavramının düşünülmemeyeceğini, ancak bu kavramların ötesinde beş parmak, beş nokta gibi fiziksel nesnelerin getirdiği sezgiyle (görüle) 12 sayısının ortaya çıkabileceğini söyler. Geometri içinse “iki nokta arasındaki düz çizgi en kısadır” önermesiyle ilgili şunları söyler:

İki nokta arasındaki düz çizgi en kısadır” ifadesi sentetik bir önermedir. Çünkü düz kavramı nicelik bildirmez, sadece bir nitelik bildirir. Dolayısıyla en kısa kavramı tamamen bir eklemidir ve düz çizgi kavramından türetilemez. Burada sezgi yardımı çağrılmalıdır ki ancak onunla sentez mümkündür. (Kant, 1781; akt. Gür, 2006-I, s. 96)

Mantıkçı empiristlere göre ise matematik gerçekten bilimlerin erişemeyeceği bir kesinlik sağlamakta, ancak bu kesinliği ne doğruların

apaçıklığına ne de olgusal olarak iyi bir temele oturtulmasına borçludur. Onlara göre bu, insanın yüklediği bir kesinliktir. Matematiksel önermelerin “işlevi olgusal dünyayı betimlemek değil, tanımsal doğruları dile getirmektir (Yıldırım, 2015, s. 68).

Matematiksel kesinliğe ulaşmanın yolunu başlangıçta matematiğin mantığa indirgenmesinde bulan Russell, sonraları mantıkçı empiristlerin de etkisiyle bu kesinliği sözel ya da tanımsal sayma yoluna gitmiştir. Öte yandan Leibniz de matematiksel doğruları “tanım gereği” doğrular olarak yorumlamıştır. Leibniz 1’i ilkel terim olarak alıp 2, 3, 4, 5... gibi sayılara tanım yoluyla ulaşılabilceğini gösterir ($2=1+1$, $3=2+1$, $4=3+1$ gibi) (Yıldırım, 2015, s. 70).

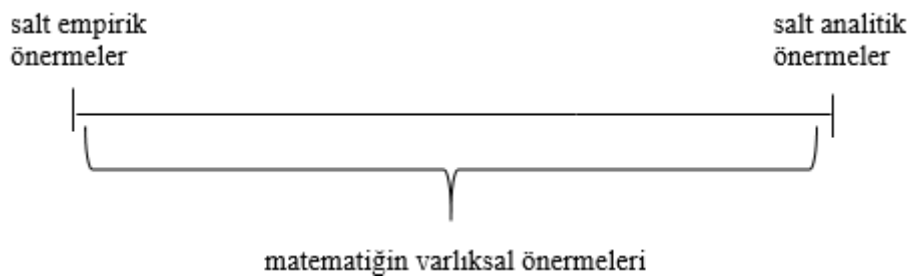
$$5=4+1 \text{ (5’in tanımı gereği)}$$

$$5=(3+1)+1 \text{ (4’ün tanımı gereği)}$$

$$5= 3+(1+1) \text{ (toplamanın birleşme ilkesi)}$$

$$5=3+2 \text{ (2’nin tanımı gereği) (Yıldırım, 2015, s.70)}$$

Öte yandan analitik ve sentetik önerme ayrımının keskin olmadığını iddia edenler de vardır. Matematiğin kimi varlıksal önermelerini analitik saymak zordur. Örneğin boş bir kümenin varlığını iddia eden bir önerme yahut “20 ile 25 arasında yalnızca bir asal sayı vardır” türünden bir önerme analitik sayılabilir mi? Bu türden önermelerin doğruluğu bir var olup olmama durumuna bağlı olduğundan tanımsal değil empirik bir sorundur. Bu sebepten matematiksel önermeleri tümüyle analitik saymak doğru olmaz (Yıldırım, 2015).



Şekil 2.1. Quine’e göre matematiğin varlıksal önermelerinin yeri şeması

Quine analitik-sentetik ayrımını bir tür farkı olarak değil, bir derece farkı olarak görmektedir (Yıldırım, 2015). Ona göre salt empirik önermeler bir uçta, salt analitik önermeler diğer uçta olmak üzere tüm önermeler bu uzantı arasında yerini alır. Matematiğin varlıksal önermeleri de bu iki uç arasındadır.

2.1.5.2.1 Kesinlik Anlayışında Yumuşama ve Bir Muamma Olarak

Matematik

Matematiksel önermelerin “analitik”, “sentetik” ya da “sentetik a priori” diye tekdüze bir kalıba indirgemenin yanıltıcı olacağı görüşü ve ardından matematik tarihi boyunca meydana gelen birtakım “bunalımlar” bizi, matematiksel kesinlik meselesini yeniden düşünmeye itmiştir.

Yıldırım (2015, s.75) matematik tarihi boyunca yaşanan bunalımları aşağıdaki gibi dört ana başlıkta toplamıştır:

- (1) $\sqrt{2}$ gibi rasyonel olmayan sayıların yol açtığı, başlangıçta “olanaksız” ya da “saçma” sayılan negatif (-1) ve sanal $(\sqrt{-1})$ sayılarının ortaya çıkmasıyla süren bunalım;
- (2) Başlangıçta sağlam bir temele oturtulamayan ve kavramsal belirsizlik içinde kalan diferansiyel ve integral hesaplarının yol açtığı bunalım;
- (3) Öklid’in 5 postulatına ilişkin kuşku ve doyumsuzluktan kaynaklanan, Öklid-dışı geometrilerin ortaya çıkmasıyla büyüyen bunalım;
- (4) Kümeler teorisinde baş gösteren paradoksların yarattığı, daha sonra Gödel teoremiyle yeni bir boyut kazanan bunalım.

Vaktiyle matematik tarihinde tüm büyüklüklerin rasyonel sayı olarak gösterilebileceği düşüncesi hâkimdi. Ancak kenarı bir birim olan karenin köşegeni ile iki tamsayının bölümü olarak $(a/b, b \text{ sıfırdan farklı olmak üzere})$ belirlenemeyen doğru parçalarının varlığı bir kriz yarattı. Zamanın matematikçileri için bu akıl almaz bir durumdu ve bu durum ne pahasına olursa olsun gizli tutulmalıydı (Yıldırım, 2015).

İlk bunalımlardan kurtuluş arayışı; ilginin sayısal kuramlardan geometriye kaymasına ve geometrinin aksiyomatik bir sistem olarak sunulmasına yol açmıştır. Öklid, kendinden evvel üretilen bilgi birikimini mantıksal bir düzen içinde aksiyomatik bir sistem kurarak sunmuştur. 19. yüzyıla gelinceye dek matematiğin sarsılmaz kalesi, tek ve biricik geometri olarak görülen Öklid geometrisi beş postulattan oluşmaktadır. İlk dört postulat son derece açık ve yalın bir dille yazılmışken, beşinci postulat aksine oldukça karmaşık ve çetrefilli bir dille yazılmıştır. Diğer postulatlarda görülen “apaçık” olma durumunun bu postulatta görülememesi gözleri ona dikmiş, postulatın doğurduğu kuşkudan kurtulma yolu olarak ya teorem olarak ispatı ya da eşdeğer bir önermeyle değiştirilmesi görülmüştür. Bu postulat Saccheri, Lambert ve Legendre başta olmak üzere pek çok

matematikçinin ilgisini çekmiş ve üzerine çalışmışlardır. Ancak uzun süren çabaya rağmen postulatın ne teorem olarak ispatı ne de eşdeğer bir önermeyle değiştirme girişimleri başarılı olmuştur. Bu postulatın diğer postulatlardan bağımsız olabileceği düşüncesine varmak da pek kolay olmamıştır, çünkü bu düşünce en nihayetinde farklı bir geometri demektir. Farklı bir geometrinin mümkünliğini düşünmek ise neredeyse iki bin yıllık bir kabullenmeyi yıkmak anlamına geliyordu ve tutarlı başka bir geometri olabileceği fikrini benimsemek elbette ki kolay olmayacaktı (Yıldırım, 2015).

Beşinci postulatın bağımsız olacağı kuşkusu ilk olarak Gauss ve Bolyai'de kendini göstermektedir. Öklid-dışı geometri düşüncesini ilk gerçekleştiren matematikçinin ise Lobachevsky olduğu söylenebilir. Bugün hiperbolik geometri olarak bildiğimiz geometride Lobachevsky beşinci postulatın yerini; düzlemdeki bir doğruya dışındaki bir noktadan geçen ve bu doğruyla kesişmeyen birden fazla doğru çizilebilir şeklinde özetleyebileceğimiz postulata bırakmıştır. Öte yandan Riemann da beşinci postulatın tam aksi bir iddia ile bir doğruya dışındaki bir noktadan hiçbir doğru çizilemeyeceğini kabul ederek bugün eliptik ya da küresel geometri olarak bildiğimiz geometriyi inşa etmiştir. Ayrıca Riemann'ın geometrisinde doğrular sonlu fakat sınırsızdır. Beltrami Öklid'in beşinci postulatının, ancak ilk dört postulata dayandırılarak ispat edilebileceğini ispatlayarak diğer postulatlardan bağımsız olduğunu göstermiştir. Bu sonuca Öklid-dışı geometrilerin Öklid geometrisi kadar tutarlı olduğunu göstererek ulaşmıştır (Yıldırım, 2015).

Öklid'in bize kazandırdığı aksiyomatik sistemdeki kesinlik düşüncesine gelen bu zeval, ilgiyi tekrar geometriden aritmetiğe çekmiştir. Ancak burada da Cantor'un kümeler kuramına ilişkin beliren paradokslar, matematiğin su getirmez doğruluğunu sarsmıştır. Öklid-dışı geometrilerin tutarlı sistemler olarak karşımıza çıkmasını takip eden gelişmelerle birlikte matematiğin “mutlak doğruluk” iddiası yıkılmıştır. Matematiğin mutlak doğruluğunu koruma içgüdüsü ve “itibarını” kurtarma çabası pek çok matematikçiye “matematiği temellendirme” arayışına itmiştir (Yıldırım, 2015). Bu noktada kendini gösteren düşünce okulları ve savundukları düşünceler bir sonraki bölümde detaylandırılacaktır.

2.1.6 Matematik Felsefesindeki Düşünce Okulları ve Eleştirileri

Bu bölüm iki ana başlıktan oluşmaktadır: Platonculuk ve matematiği temellendirme uğraşına girip onun kural-koyucu bir tanımını yapmaya çalışan

biçimcilik, mantıkçılık, sezgicilik gibi düşünce okullarını içine alan “mutlakçı düşünce okulları”; ikincisi mutlakçılığa bir alternatif olarak görülebilecek temelcilik eleştirilerini içine alan “modern matematik felsefesindeki gelişmeler”.

2.1.6.1 Mutlakçı Düşünce Okulları

2.1.6.1.1 Platonculuk

Matematik felsefesindeki Platonculuğun temel iddiası matematiksel nesnelerin varlığının onlar hakkındaki bilgimizden bağımsız olduğudur. Bizden bağımsız olduğu için de soyut nesnel gerçekliklerdir. İdealar dünyasında gerçek bir varlığa sahiptirler ve matematikçinin işi onu yaratmak değil bulup keşfetmektir. Platoncu görüşe göre matematiksel bilgi kesindir, oluşturulmamıştır, değişmeyecek veya kaybolmayacaktır (Baki, 2020; Hersh vd., 2015).

Frege’ye göre gezegenlerin varlığının bizden bağımsız olması gibi Pisagor teoreminin de bizden bağımsız, mutlak ve zaman-üstü bir doğruluğu vardır. Ayrıca Hardy de matematiksel önermelerin doğruluk ve yanlışlığının mutlak, evrensel ve bizden bağımsız olduğunu ifade etmektedir (Baki, 2020; Gür, 2019).

2.1.6.1.2 Mantıkçılık

Öklid-dışı geometrilerin tutarlılığıyla birlikte geometrideki “kesinlik” anlayışının kaybolması ile ilginin aritmetiğe kaydığından daha evvelki bölümde bahsedilmişti (bkz. 2.1.5.2.1 Kesinlik Anlayışında Yumuşama ve Bir Muamma olarak Matematik). Geometriden aritmetiğe geçişte Cantor’un geliştirdiği Küme teorisi, matematiği temellendirme girişimlerinde önemli bir fikri zihinlere düşürdü: Küme fikri zamanın matematikçilerine “o kadar basit ve temel” geliyordu ki tüm matematiğin temeli olma vazifesi bu teoriye yüklenebilirdi. Küme teorisi önceleri mantığın neredeyse aynısı olarak görünüyordu ve dolayısıyla tüm matematiksel önermeler mantığın temel ilkelerinden faydalanılarak kanıtlanabilirdi (Baki, 2020; Hersh vd., 2015).

Frege matematiğe bir temel bulma ve mantığa indirgeme uğraşısıyla çalışmalarını henüz bitirmişken Russell’dan küme teorisinin doğurduğu paradoksu açıklayan bir mektup almıştır. Küme teorisinin beklenmedik çelişkilere sebep olmasıyla Frege-Russell-Whitehead, Russell paradoksundan uzak durarak küme teorisini yeniden mantık temeli üzerine inşa etmek için çalışmalar yürütmüştür. Ancak teori paradokslardan arındırıldığında daha karmaşık bir hale dönüşmüştür (Hersh vd., 2015). Öyle ki 1 sayısının 0’dan farklı olduğunun ispatı 180 sayfalık uğraşın sonunda neticelenmiştir (Hersh, 1997).

Özetle mantıkçılık ekolüne göre pür matematik mantığının bir koludur ve tüm matematiksel doğrular, aksiyom ve mantıksal çıkarım aracılığıyla elde edilir (Gür, 2019). Fakat paradokslar ve çelişkiler gösterir ki mantık klasik matematikten daha güvenli değildir (Hersh vd., 2015).

2.1.6.1.3 Biçimcilik

Mantıkçı düşünce okulu matematiği kendi dışında bir alan olan matematiğe indirgeyerek temellendirmeyi amaçlarken biçimci düşünce okulu bunu matematiğin kendi içinde bir yeniden düzenleme ile yapmayı öngörmüştür. Hilbert'in öncülüğünde ortaya atılan biçimci öğreti küme teorisindeki paradokslardan kaynaklanan eleştiriler karşısında matematiğin tutarlılığını güvence altına almayı amaçlamıştır (Yıldırım, 2015).

Biçimciler için matematik, soyut nesne ve ilişkileri konu alan simgesel bir sistem olarak karşımıza çıkar. Sistemi oluşturan terimler, içerikten yoksun anlamsız birer simgeyi ifade eder (Baki, 2020; Yıldırım, 2015). Hilbert tutarlılığın ispatı için matematiğin, mantıksal bir dizge ya da kuralları belli satranç türünden bir oyun olarak görülmesi gerektiğini düşünmekteydi (Yıldırım, 2015). Hilbert'in biçimci öğretisini savunanlar için $2+3=5$ ifadesindeki eşitliğin iki yanında yazan $2+3$ ve 5 , birbirinin yerine kullanılabilecek simgeler olmanın dışında başka herhangi bir anlam taşımazdı.

Hilbert'in biçimci programının iki temel amacı vardır: tamlık ve tutarlılık (Yıldırım, 2015). Ancak Gödel, teoremleriyle matematiğin hiçbir dalında tutarlılığın sistemin içerdiği yöntemlerle ispatlanamayacağını ve böylesi bir ispat için başka yöntemlere ihtiyaç olduğunu göstermiştir (Gür, 2016; Yıldırım, 2015).

Özetle biçimcilere göre matematik, aksiyomlar aracılığıyla teoremlerin elde edildiği formel çıkarımlar içeren bir disiplindir. İlkel terimleri tanımlanmamıştır ve önermeleri yorumlanana dek hiçbir anlam taşımazlar (Hersh vd., 2015).

2.1.6.1.4 Oluşturmacılık

Literatürde oluşturmacılık, sezgicilik, inşacılık, yapılandırmacılık olarak geçen bu düşünce okulunda ön plana çıkan, matematiksel nesnelerin varlık sorunudur (Yıldırım, 2015). Oluşturmacılara göre bir matematiksel nesnenin var kabul edilebilmesi o nesnenin inşa edilebilirliğine bağlıdır (Baki, 2020). Matematikte tanımlar ve ispatlar sonlu adımda inşa edilebildiği müddetçe geçerli sayılmalıdır, aksi bir ispatı oluşturmacılar kabul etmeyeceklerdir (Yıldırım, 2015). Öte yandan doğruluğunu veya yanlışlığını bilmediğimiz bir şey hakkında bir kabule

gidemeyeceğimizi ve “belirsizlik” ihtimalini de göz önünde bulundurdıkları için “üçüncü durumun olanaksızlığı”nın kullanıldığı “olmayana ergi” metoduyla yapılan ispatları kabul etmezler (Gür, 2019). Onları ikna eden ispat çelişkilere dayanan bir ispat değil, yapılandırma/inşaya dayanan bir ispattır (Baki, 2020).

Oluşturmacılığın bilinen en meşhur savunucuları Brouwer ve öğrencisi Heyting’dir (Gür, 2019). Shapiro (2000; akt. Gür, 2019) oluşturmacılık ile biçimcilik arasındaki farkı, Brouwer’in matematikteki kesin gerçekliğinin nerede olduğuna dair getirilen yorumda bulunduğunu söylemektedir. Brouwer’e göre farklılık, oluşturmacıların kesinliği “insan zihninde”, biçimcilerin ise “kâğıt üstünde” görmelerinden kaynaklanmaktadır.

Sonuç olarak denebilir ki oluşturmacılara göre matematik sembolik mantık, aksiyom ve teoremlerle sınırlı olmayıp insan zekâsının ve bu sebepten sezginin bir ürünüdür; doğruluğuna ise ancak sonlu adımda yapılan inşalarla ulaşılabilir (Baki, 2020).

2.1.6.2 Modern Matematik Felsefesindeki Gelişmeler

Gür (2019) matematik felsefesindeki tartışmaları 20. yüzyılın ilk döneminde matematikçilerin ve ikinci döneminde ise felsefecilerin şekillendirdiğini söylemektedir. Yüzyılın ilk dönemlerinde uğraşılan sorunlar matematiğin temelleri ile ilgili olup tanım, teorem ve ispatın neliği gibi konulardan oluşmaktadır. Yüzyılın ikinci döneminde uğraşılan sorunlarsa ilk dönemde çözülemeyen birtakım sorunlarla birlikte yeni sorunlardan oluşur.

20. yüzyılın ikinci döneminde dikkatleri üzerine toplayan gelişmelerden biri de bilgisayar ispatları olmuştur. 1976 yılında Dört Renk Problemi olarak bilinen problemin ispatı bir bilgisayara tarafından verilmiş ve ispatın ne olduğu, nasıl olması gerektiği, bilgisayarla yapılan bir ispatın kabul görüp görmeyeceği gibi pek çok tartışmayı da beraberinde getirmiştir. Öyle ki birçok matematikçi bilgisayar ispatına sıcak bakmamışlardır (Gür, 2019).

Öte yandan uygulamalı matematikteki gelişmelerle birlikte matematiğin, içinde yaşadığımız dünyada neden bir karşılığının olduğu, dünyamızda olup biten şeyleri açıklamada nasıl bir rol oynadığı sorularına cevap veremeyen bir matematik felsefesi Gür (2019) için yaygın kabulden uzaktır. Hatta öyle ki eskiye nazaran bugün uygulamalı matematiği küçümseyen matematikçi bulmak nispeten zordur.

Matematiğin geçerli ve bu yüzden kesin, değişmez ve nesnel olduğunu savunan, 20. yüzyılın başlarında yaygın olarak kabul gören mantıkçılık anlayışı,

zamanla ortaya çıkan çelişki ve paradokslardan ötürü sarsılmıştır. 20. yüzyılın diğer yarısında mutlakçılık anlayışına taban tabana zıt bir görüşle düşüncelerini sunan Macar matematikçi Imre Lakatos (2017) Kanıtlar ve Çürütmeler adlı eserinde “Felsefenin rehberliği olmadan matematik tarihi kör; matematik tarihinin en ilgi çekici görüngülerine sırtını çevirmiş matematik felsefesi ise boş olur.” demektedir. Bu cümleden hareketle Lakatos’un matematik anlayışını matematiğin tarihsel gelişimine dayandığı söylenebilir (Gür, 2019). Lakatos (2017) biçimci matematik felsefesini dogmatist matematik felsefelerinin son halkası olarak görmektedir. Ayrıca Lakatos Popper’in doğa bilimlerine uyguladığı metodolojiyi matematiğe uygulayarak (Kitcher ve Aspray, 1988; akt. Gür, 2019) matematiğin Popperci felsefesinin mümkünliğini göstermiştir (Hersh vd., 2015).

Lakatos (2017) Kanıtlar ve Çürütmeler adlı eserinde matematik tarihindeki gelişimleri bir sınıf ortamında öğretmen ve öğrencileri sahneye koyarak sunar. Euler-Cauchy sanısı olarak bilinen herhangi bir çokyüzlünün köşe (K), yüzey (Y) ve ayrıtları (A) arasındaki ilişkiyi gösteren $K+Y=A+2$ eşitliği öğrenci-öğretmen diyaloglarının çıkış noktasını oluşturur. Bu eseriyle Lakatos matematiğe dair şu metodik sorulara cevap arar: “Matematik nasıl gelişir? Matematiksel ilerleme nedir? Matematiksel tanımlar nasıl revize edilir? İspatlar nasıl düzeltilir? Bu değişiklikleri yaparken matematikçilerin izlediği metodolojik kurallar var mı? Varsa eğer bu kurallar nedir?” (Gür, 2019).

Kanıtlar ve Çürütmeler’de Lakatos matematiği başlangıç ilkelerine dayanarak kurulan aksiyomatik bir sistemle sunmak yerine, ayrı görüşleri argüman ve karşı-argümanlarla sunar. Hersh vd.’ye (2015) göre böylece Lakatos fosilleşmiş bir matematik imajı yerine, problem ve varsayımlarla canlılığını koruyan, gelişen, şüphelerin kesinliğe, kesinliklerin tekrar şüpheyne dönüştüğü çatışma ve anlaşmazlıkların kızıştırdığı bir teoriyle matematiği gözler önüne sermektedir. Lakatos (2017) çalışmasının amacını şöyle açıklamaktadır:

Bu incelemenin mütevazi amacı, yarı-deneysel informel matematiğin, şüphe duyulamaz teoremlerin sayısındaki düzenli artışla değil, spekülatif tahminler ve eleştirilerin durmadan ilerlemesiyle geliştiğini kanıtlar ve çürütmeler mantığıyla detaylandırmaktır (Lakatos, 2017, s. 13).

Matematik diğer beşeri bilimler gibi yanılabilir ve dolayısıyla şüpheden arınmış da değildir. Hatta teorilerin eleştirilmesi ve düzeltilmesiyle büyür, bir problem veya varsayımdan başlandığında eş zamanlı olarak ispat ve karşı-örnek

arayışı da başlar. Yeni ispatlar eski karşı-örnekleri açıklarken yeni karşı-örnekler de eski ispatları çürütür (Hersh vd., 2015). Hersh vd. (2015, s. 386-387) Lakatos'un matematik felsefesini yanılabilirlik epistemolojisiyle yeniden inşa etme programını gerçekleştiremediğini belirtmektedir. Lakatos'a göre informal matematik Popper'in ifade ettiği anlamda bir bilimdir ve formal matematikteki çıkarımsal model yerine birbiri ardına gelen eleştirilerle teoremlerin yeniden düzenlenmesini takip eden döngüsel bir süreç neticesinde büyür (Hersh vd., 2015). Eğer informal matematik beşeri bilimler gibi ise matematikteki nesnelerin yeri neresidir? Hersh vd. (2015) matematiğin yanılabilir ya da dogmatik olmayan bir epistemolojisinin inşasına gidilecekse uğraşılması gereken ana sorunun bu olduğunu belirtmektedirler.

Hersh vd. (2015) matematik felsefesi tarihi boyunca düşüncelerini ortaya koyan tüm ekollerin gerçek deneyimlerinin –ve matematikçilerin günlük hayattaki deneyimlerinin- diğer doğruluklar gibi matematiksel gerçekliğin de yanılabilir ve düzeltilebilirliğini gösterdiğini belirtmektedirler. Matematik hakkında konuşmak için temelci düşünce okullarından herhangi birini seçmek zorunda olmadığımızı ve matematik felsefesine farklı bir vazife önermenin makul olacağını söyleyen Hersh vd. (2015, s. 448), “şüphe edilmez bir gerçeklik aramak yerine, matematiksel bilgiyi gerçekten olduğu şekliyle beşeri bilginin tüm diğer çeşitleri gibi –yanılabilir, düzeltilebilir, deneme ve tecrübe nevinden ve gitgide gelişen şekilde-” açıklamayı önerir.

Hersh vd. (2015) matematiksel deneyimden öğrenilen iki olguyu başlangıç noktası olarak alırlar:

Olgu 1: Matematik bizim icadımızdır, zihnimizdeki fikirler hakkındadır.

Olgu 2: Matematiksel nesnelerin, keşfedelim veya keşfetmeyelim, kesin özelliklere sahip olması anlamında, matematiksel bir gerçekliktir. (Hersh vd. 2015, s. 450-451)

Kendi deneyimlerine sığınıp bu iki olguyu kabul etmeye niyetlenen Hersh vd. (2015) bunlara çelişkili değil, uyumlu olacakları şekilde nasıl bakabileceklerini sorup ve çıkardıkları sonucu şöyle açıklamaktadırlar:

Matematiği ona uyum sağlamayacak kadar küçük olan bir felsefeye uydurmak için kırpmamak, bunun yerine felsefi kategorilerin matematiksel deneyimimizin geçerliliğini kabul edecek şekilde genişlemesini talep etmek gerektiğidir. (s. 451)

Hersh vd.'ye (2015) göre, Karl Popper'in Üç Dünya Kuramı matematiksel deneyimin uyum sağlayacağı bir bağlam sunmaktadır. Birinci dünya fiziksel dünya, ikinci dünya ise bilincin dünyasıdır. Bilincin dünyası aslında fiziksel/maddi dünyadan ortaya çıkmıştır. Düşünceler, duygular, farkındalık gibi fizik dışı gerçeklikleri bünyesinde barındırır. Bunların varlıkları canlı bir organizmanın varlığından ayrı tutulamaz ancak bir tutmak da doğru olmayacaktır. Farklı bir seviyede anlaşılmayı gerektirir. Üçüncü dünyadaysa sosyal bilinç, gelenekler, dil, teoriler, sosyal kurumlar özetle insanlığın maddi ve fiziksel olmayan tüm kültürü bulunur. Bunların varlıkları toplumdaki bireylerin bireysel bilinçlerinden ayrılmaz fakat “ayni olarak bireysel bilinç fenomeninden farklıdırlar, farklı bir seviyede anlaşılmayı” gerektirirler (Hersh vd., 2015, s. 451-452). Hersh vd.'ye (2015) göre matematiğin bulunduğu dünya Popper'in üçüncü dünyasıdır.

Hersh vd.'ye (2015) göre matematik Platoncuların iddia ettiği gibi ideal, önceden var olan, değişmeyen ve geçici olmayan bir gerçekliğin parçası yahut biçimcilerin söylediği türden düzmece sembol ve formülleri içeren bir oyun değildir. Bunların aksine bilimdekine benzer bir uzlaşma arayışı içinde olan ve yeniden üretilebilir sonuçlar kuran beşeri bilimlerin bir parçasıdır. Onlar için matematiğin varlığı bir soru değil, olgudur. Hersh'in (2014) düşüncesinde matematiğin gerçekten de bir konusu vardır ve önermeleri anlamlıdır. Fakat bu anlam, harici (dışsal) ve beşeri olmayan bir gerçeklikte değil “insanlığın ortak anlayışında”dır. Bu sebepten matematik bir ideoloji, din veya sanat formuna benzer; beşeri anlamlarla muhatap olur ve sadece kültür bağlamında anlaşılır. Matematik hümanist bir çalışma olup beşeri bilimlerden biridir. Ancak beşeri bilimlerden farkı bilime benzeme niteliğindedir. Matematiğin sonuçları aynı doğa bilimlerinde olduğu gibi dayatmacıdır ve bu sonuçlar edebiyat eleştirilerindeki fikirler gibi kalıcı uzlaşmazlıkların etkisinde de değildir (Hersh vd., 2015, s. 452).

Hersh (1997; akt. Cihan ve Durmuş, 2021) matematik felsefesindeki görüşlerini hümanistler ve başına buyruklar olarak adlandırdığı grup içinde görmekte ve hümanist matematik felsefesinde kendi yönelimini “sosyal-kültürel-tarihsel” ya da yalnızca “sosyal-tarihsel” olarak ifade ettiğini belirtmektedir.

Yıldırım (2015) her alanda olduğu gibi matematikte de tek yanlılığın yanıltıcı olacağını söylemektedir. Hersh vd.'nin evvelki paragraflarda açıklanan Olgu 1 ve Olgu 2'yi birbiriyle çelişmeyen bir bağlamda uzlaştırma çabası, tek yanlılıktan sıyrılmanın bir yolu olarak ele alınabilir. Matematik tarihi boyunca

matematiğin ne olması gerektiği ve aslında ne olduğu ile ilgili tartışmalar matematik felsefesinin konusu olmuştur. Bu tartışmalardan doğan gerilimler ve çatışmalar gösterir ki matematiği yalnızca bir ekolün, anlayışın biçtiği kalıp ile sınırlandırmak onun mahiyetini açıklamakta yetersiz kalacaktır. Modern matematik felsefesindeki gelişmelerle birlikte Popper, Lakatos ve Hersh'in açtığı yolda matematiğe insanlığın ortak bir çabası nazarıyla bakmak, matematiğin yanılabilir, düzeltilebilir ve anlamlı kabul edilmesini kolaylaştıracaktır.

2.1.7 Matematik ve Değer Meselesi

Matematik tarihine bakıldığında matematiğin önce insan deneyiminin bir parçası olarak yaşamın pratik ihtiyaçlarını karşılamak üzere doğduğu söylenebilir. Antik Yunanla birlikte matematik doğruluğu deneyime dayanan empirik önermeler içeren bir alan olmaktan çıkıp doğruluğu mantıksal yöntemlerle hesaplanan bir sistem üzerine kurulmuştur. Yıldırım (2015), Yunanlıların matematiği empirik gözlem ve deneyim düzleminden çekip kuramsal bir düzeye taşımasını Yunan toplumunun yapısında bulmaktadır. Yunan toplumunun o çağlarda “köleler” ve “efendiler” olmak üzere iki sınıfa ayrılması ve matematik, felsefe, politika, sanat gibi uğraşların “efendiler” sınıfına bırakılması matematiğin insan deneyiminden uzaklaşmasının zeminini hazırlayan bir “ayrım” olarak görülebilir. Bu da göstermektedir ki kültür, medeniyet ve toplumlar matematiğin gelişim sürecinde önemli bir etkiye sahiptir. Öte yandan dönemin ve çağın şartları yahut imkânları üretilen matematiksel bilginin kendinden sonraki nesillere aktarımı noktasında önem teşkil etmektedir. Eski Mısırlıların çalışmalarını taş ve papirüs üzerine geçirdikleri, Babillerin ise daha dayanıklı olan tuğlaları kullandığı bilinmektedir. Oysa Hint ve Çin kültüründe ağaç kabuğu ya da bambu üzerine geçirilen çalışmalar, malzemenin dayanıklı olmamasından sebep onların matematiği hakkındaki bilgilerimizin sınırlı kalmasına sebep olmuştur (Yıldırım, 2015).

İnsanlık tarihinin ilk zamanlarından bugüne matematiğin gelişiminde etkisi yadsınamayan toplulukların, medeniyetlerin ve özelde de bireylerin emeği değerlidir ve takdiri hak eder. Evvelki bölümlerde matematik felsefesi boyunca düşünceleriyle boy gösteren mutlakçı düşünce okullarına göre; matematiksel bilgi zamansızdır, her ne kadar üzerine eklenecek yeni teoriler ve doğrular keşfedilse de; matematik insanüstü ve tarih dışıdır. Çünkü matematik tarihi, matematiksel bilginin doğası ve gerekçelendirilmesiyle ilgisizdir; evrensel geçerliliği nedeniyle gerekli

olan saf, yalıtılmış bilgiyi içerir ve bu nedenle değerden ve kültürden bağımsızdır (Ernest, 1996).

Mutlakçı görüş matematiğin katı, sabit, mantıksal, mutlak, insanlık dışı, soğuk, nesnel, saf, soyut, uzak ve ultra-rasyonel bir görüntüsünü yansıtmaktadır (Ernest, 1991, 1996). Bu imaj matematiğin önemli ve büyük ölçüde “eril” olduğu yönündeki yaygın kamuoyu imajıyla örtüşmektedir ve ayrıca bu anlayışa göre matematik, "matematiksel zihinlere" sahip birkaç zeki varlık dışında herkese uzak ve erişilemezdir (Ernest, 1991, 1996). Ernest (1996) matematiğin mutlakçı yorumunun feminist araştırmacı Gilligan'ın ayrık değerler tanımıyla paralellik gösterdiğini belirtmektedir.

Mutlakçı bir görüş okullarda, öğrencilere yalnız öğrenilen işlemlerin uygulanmasını içeren rutin matematiksel görevler verilerek ve her bir sorunun, problemin sabit ve nesnel olarak tek bir doğru cevabı olduğu vurgulanarak, herhangi bir başarısızlığın onaylanmaması ve eleştirilmesi ile iletilebilir. Fakat Buerk'e (1982; akt. Ernest, 1996) göre sınıfa yansıyan bu matematik imajı bir matematikçinin matematik olarak kabul ettiği şey olmayabilir.

Öte yandan matematiksel deneyimi ve matematiğin insani tarafını vurgulayan karşı görüş yanılabilirliktir. Yanılabilirlik, matematiği sosyal süreçlerin sonucu olarak görür. Matematiksel bilgi, hem ispatları hem de kavramları açısından yanılabilir ve sonsuza dek revizyona açık olarak anlaşılmaktadır (Lakatos, 2017). Bu görüş Davis ve Hersh'e (1980; akt. Ernest 1996) göre matematikçilerin uygulamalarını, matematik tarihini, matematiğin insan kültüründeki yerini, değerler ve eğitim konularını meşru felsefi kaygılar olarak benimser ve kısacası matematiğin insani yönüne ışık tutar.

Yanılabilirlik, matematiğin yukarıda açıklanan mutlakçı görüntüsünü reddeder ve bunun yerine matematiğin hem önü hem de arkası olduğunu iddia eder (Hersh 1988; akt., Ernest, 1996). Ön tarafta, gurme bir restoranda olduğu gibi, mükemmel matematiksel yemekler misafirlere servis edilir. Burada bir tabağın içinde sunulan matematiğin mutlak izlenimi korunur, ancak arkada –işin mutfağında- matematikçilerin karmaşa, kaos ve insan çabasının kaçınılmaz olarak ilişkili tüm özellikleri arasında yeni bilgiler pişirmeye devam ederler. Yanılabilirlik bu iki âlemin ikisini de kabul eder: matematik yapma süreci ve ürünleri, disiplinin temel bir parçası olarak düşünülmelidir (Davis, 1972; akt. Ernest 1996).

Mutlakçıların matematiğe yükledikleri imajın aksine, yanılabilirlerin düşüncesinde matematiğin değer yüklü olduğu görülmektedir.

Yanılabilir bir görüş ile matematik okullarda; sıcak, insani, kişisel, sezgisel, aktif, işbirlikçi, yaratıcı, araştırmacı, kültürel, tarihi, canlı, insani durumlarla ilgili, eğlenceli, neşe dolu, merak ve güzellik içeren bir alan olarak deneyimlenir (Ernest, 1991, 1996). Ernest (1996) matematiğin yanılabilir bir yorumunun ise feminist araştırmacı Gilligan'ın bağlı değerler tanımıyla paralellik gösterdiğini belirtmektedir. Tablo 2.2'de Ernest'in tespit ettiği paralelliği gösteren ayırık ve bağlı değerler ile mutlakçı ve yanılabilir değerler bir arada verilmiştir.

Tablo 2.2. Ayırık/Mutlakçı-Bağlı/Yanılabilir Değerler Tablosu

Mutlakçı/Ayrık Değerler	Yanılabilir/Bağlı Değerler
Katı	Sıcak
Sabit	İnsani/Kültürel/Tarihi
Mantıksal	Kişisel
Mutlak	Sezgisel
İnsanlık dışı	Aktif
Soğuk	İşbirlikçi
Nesnel	Yaratıcı
Saf	Araştırmacı
Soyut	Canlı
Uzak	Eğlenceli/Neşe dolu
Ultra-rasyonel	Merak
Kültürden bağımsız	Güzellik
	Esnek

Bishop (1988; akt. Dede, 2016) matematiğe ait değerleri, “her biri aynı paranın iki yüzünü temsil eden” şu değer çiftleri olarak isimlendirmiştir: (i) rasyonellik/nesnelcilik, (ii) kontrol/ilerleme, (iii) açıklık/gizem. Rasyonellik değeri, herhangi bir bağlama dayalı olmayan nesneleri ayrıştırmayı, matematiksel açıklamaların ve sonuçların doğruluğu gösterilirken tümdengelimci bir yol kullanılmasına odaklanır (Seah ve Bishop, 2000; akt. Dede, 2016). Bu değere göre matematik kuram, mantık ve hipotezler içermektedir. Nesnelcilik değeri matematiksel kavramları, sayıları semboller, grafikler, diyagramlar vb. ile somutlaştırılmaya odaklanıp verilen matematiksel ifadeleri farklı temsillerle göstermeyi gerektirir (Seah ve Bishop, 2000; akt., Dede, 2016). Kontrol değeri matematiğin durağan bir disiplin olarak değerlendirmekte ve sonuçlarının kontrol edilebilir olduğunu ifade etmektedir (Bishop, FitzSimons, Deah ve Clarkson, 1999; akt. Dede, 2016). Bu değer matematiğin sadece içeriğe dayalı kavram ve olgularını

değil, sosyal ortamlardaki problemlerin çözümlerine de uygulanabilmesini de ifade etmektedir (Seah ve Bishop, 2000; Dede, 2016). İlerleme değeri ise matematiğin daima gelişime ve ilerlemeye açık olup pek çok farklı disiplinde de kullanıldığını ifade eden değerdir. Açıklık değeri gerçeklerin ve iddiaların incelemeye ve tartışmaya açık olduğunu ifade etmektedir (Bishop, 1988; akt. Dede, 2016). Gizem değeri ise matematiğin etkileyici ve büyüleyici ilişkilere sahip olduğunu iddia eden mistik bir görüştür (Bishop, 2004; akt. Dede, 2016).

2.2 İlgili Araştırmalar

Bu bölümde çalışmanın odak noktası olan matematik felsefesi ve matematiksel bilginin doğası konularıyla ilgili gerçekleştirilen çalışmalara yer verilecektir. Literatür incelendiğinde öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin matematiğe, matematiğin doğasına ve öğretimine yönelik inançları, bakış açıları ve felsefi düşüncelerini ortaya çıkarmayı amaçlayan ölçek geliştirme çalışmaları, nicel, nitel ve karma araştırmaların yapıldığı görülmüştür (Akman, 2019; Akyıldız ve Dede, 2019; Altun ve Yazlık, 2020; Baki ve Bütünler, 2010; Baş vd., 2015; Baydar, 2000; Chassapis, 2003; Chassapis, 2007; Çevirgen-Eryılmaz, 2016; Durmaz, 2016; Grigutsch vd., 1998; Kayaaslan, 2006; Kayan vd., 2013; Schommer, 1990; Sanalan vd., 2013; Uçar ve Demirsoy, 2010). Çalışmanın bu bölümünde ise öğretmenler ve öğretmen adaylarıyla yürütülen bazı çalışmalar sunulacaktır.

2.2.1 Öğretmenlerle Yapılan Çalışmalar

Chassapis'in (2003) Yunan ilkokul öğretmenlerinin matematiğe yönelik inançlarını incelediği çalışmasının katılımcı grubunu Selanik bölgesindeki okullarda görev yapan 70 öğretmen oluşturmaktadır. 5-25 yıl arasında mesleki deneyime sahip her bir katılımcı ile ayrı ayrı görüşmeler yapılarak veriler toplanmıştır. Görüşmelerde ses kaydı alınmış ve daha sonra yazıya dökülmüştür. Öğretmenlerin inançlarında matematiğin mutlakçı bir anlayışının hakim olduğu; uygulanacak bir dizi gerçek, kural ve prosedürü içeren bir disiplin olduğu yönündeki görüşlerine dayandırılmıştır.

Chassapis (2007) Yunanistan'da bir hizmet içi eğitim programı kapsamında öğretmenler için düzenlenen ilkokul matematiğini öğrenme ve öğretme kursuna matematik felsefesi temalarının entegre edildiği bir çalışma yürütmüştür. Matematik felsefesinden seçilen konular, temel matematik içeriğinin üç ana başlığı altında geliştirilmiştir: Kavramlar (asal ve sıralı sayı kavramları, doğal ve rasyonel

sayıların tanımları, sayıların doğası ve özellikleri ile ilgili sorular, irrasyonel sayılar, kültürel yapılar olarak sayı sistemleri, rasyonel ve gerçek sayı kavramlarından kaynaklanan süreklilik ve sonsuzluk konuları); süreçler (matematikte tanım, doğrulama ve ispat, matematikte aksiyomatik sistemler); uygulamalar (problem çözme ve matematiksel bilgi ile empirik gerçeklik arasındaki ilişkiler). Matematik felsefesinden seçilen temalar hizmet içi eğitim programında, öğretmenler için çatışma yaratan ve böylece onları tartışmaya, öğrenmeye ve yansıtıcı düşünmeye teşvik eden düşündürücü sorular kullanılarak tartışılmıştır. Matematik felsefesinden gelen temaların yanı sıra, matematiğin insanlığın bir ürünü olduğunu ve matematiksel kavramların tarihsel gelişimini vurgulayan konular da derslere entegre edilmiştir. Hizmet içi eğitim programı iki yıl boyunca devam etmiş ve her dönem kursu tamamlayan öğretmenlerden; kursun ana yönlerini değerlendirdikleri, kursa katılmaktan elde ettikleri kazanımları açıkladıkları ve karşılaştıkları temel sorunları dile getirdikleri kısa bir rapor yazmaları istenmiştir. Kursa katılan çoğu öğretmenin matematik ve matematiğin doğasına ilişkin bakış açılarının değiştiği tespit edilmiştir. Matematik felsefesinden gelen temaların; öğretmenlerin okul matematiğinin belirli kavramlarını öğretme konusundaki anlayışlarının değişmesine fırsat tanınması sebebiyle düşünceleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin matematiksel bilgilerindeki eksikliğin matematik felsefesindeki belirli soruların ve fikirlerin anlamlandırılmasını zorlaştırdığı; ilgili tartışmaların kapsamının, derinliğinin ve kalitesinin sınırlandırılmasına sebep olduğu söylenmektedir.

Durmuş vd. (2008) Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde görev yapan fen ve teknoloji, matematik ve sınıf öğretmenlerinin sahip oldukları matematik ve matematik eğitimi değerlerini incelemek amacıyla yaptıkları araştırmada, 194 katılımcıya likert formatındaki ölçeği uygulamışlardır. Cinsiyet değişkeni açısından erkek öğretmenlerin pozitivist değerler açısından kadın öğretmenlere göre anlamlı bir farklılık gösterdikleri, katılımcıların matematik ve matematik eğitimi değerleri temel alındığında kendilerini daha öznelci (oluşturmacı) gördükleri sonucuna ulaşmışlardır. Oluşturmacı değerler açısından hem kadın hem de erkek katılımcıların yüksek bir ortalamaya, pozitivist değerler açısından ise daha düşük bir ortalamaya sahip olduklarını gözlemlemişlerdir.

Uçar ve Demirsoy (2010) ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel inançlarıyla öğretim uygulamaları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi

amaçladığı araştırmasında 3 katılımcıyla birlikte çalışmıştır. Öğretmenlerin inanç ve uygulamalarını farklı veri toplama teknikleriyle toplayan Uçar ve Demirsoy, her öğretmenin ders uygulamasını toplam 6 saat gözlemlemiş ve bunu takip eden süreçte öğretmenlerle birebir görüşmeler yapmıştır. Görüşmelerin sonunda öğretmenlere inanç ölçeği uygulanmıştır. Öğretmenlerin matematiksel inançları ile uygulamaları arasında tutarsızlık ve çelişkilerin olduğu belirlenmiştir. Üç öğretmen de geleneksel öğretim sergilemiş fakat matematiğe dair inanışlarında farklı yönelimler gösterdikleri gözlenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre öğretmenlerin sınıf uygulamalarında geleneksel ve öğrenci merkezli inanışlar arasında sıkıştıkları görülmüştür.

2.2.2 Öğretmen Adaylarıyla Yapılan Çalışmalar

Baydar (2000) Orta Doğu Teknik Üniversitesi ve Gazi Üniversitesi'nde 4. sınıflarda öğrenim gören matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğası ve öğretimiyle ilgili inançlarını belirlemeyi amaçladığı çalışmasında, 40'ı Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde 39'u ise Gazi Üniversitesi'nde son sınıf matematik eğitimi öğrencisi olan katılımcılarla çalışmasını yürütmüştür. “Matematiğin Doğası İle İlgili İnançlar Ölçeği” ve “Matematiğin Öğretimi İle İlgili İnançlar Ölçeği” adlı veri toplama araçlarını kullanan Baydar çalışmasının hipotezlerini t-testi ve Pearson korelasyonu uygulamaları ile test etmiştir. Çalışma sonuçlarına göre; matematiğin doğası ve öğretimiyle ilgili inançlar açısından Orta Doğu Teknik Üniversitesi ve Gazi Üniversitesi'nde öğrenim gören matematik öğretmen adaylarının ortalamaları arasında anlamlı farklılıklar bulunmuş, ancak matematiğin doğası ve öğretimi ile ilgili inançlar açısından kadın öğretmen adayları ile erkek öğretmen adaylarının ortalamalarında anlamlı farklılık tespit edilmemiştir. Öte yandan her iki üniversite için öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin inançları ile matematiğin öğretimine ilişkin inançları arasında anlamlı bir ilişki saptanmıştır.

Sanalan vd. (2013) öğretmen adaylarının matematiğin doğasına yönelik bakış açılarını tespit edebilmek niyetiyle geçerli ve güvenilir bir ölçek geliştirmeyi ve ölçeğin bir uygulamasını yapmayı amaçlamışlardır. 30 maddeden oluşan 5'li Likert tipindeki taslak ölçek 167 kişiden oluşan pilot gruba uygulanmış ve yapılan madde analizleri sonucunda ölçekten beş madde çıkarılmış, bazı maddelerdeki ifadeler tekrar düzenlenmiştir. Son şekli verilen ölçek, 2009–2010 eğitim öğretim yılında Doğu Anadolu Bölgesi'nde bulunan Matematik, Fen Bilgisi, Sosyal Bilgiler ve Sınıf Öğretmenliği bölümlerinde öğrenim gören 520 öğretmen adayına

uygulanmış ve ölçeğin Cronbach Alpha iç tutarlılık katsayısı 0,854 olarak hesaplanmıştır. Bulgulara göre öğretmen adaylarının %49 matematiği yarı deneyselci görüşe yakın oldukları tespit edilmiştir.

Kayan vd. (2013) öğretmen adaylarının matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenimi hakkındaki inanışlarını ortaya koymayı amaçladıkları çalışmalarında ölçek olarak Matematik Hakkındaki İnanışlar Ölçeğini kullanmışlardır. Araştırmanın katılımcı grubunu 10 üniversitede toplam 584 üçüncü ve dördüncü sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Araştırmada uygulanan iki yönlü varyans analizi sonuçlarına göre öğretmen adaylarının matematik hakkındaki inanışları, cinsiyet değişkenine göre kadın öğretmen adayları lehine farklılık gösterirken sınıf seviyesi ile cinsiyet sınıf seviyelerinin ortak etkilerine göre anlamlı farklılık göstermemiştir. Öğretmen adaylarının hem geleneksel hem yapılandırmacı inanışlara sahip oldukları tespit edilmiştir.

İlköğretim matematik öğretmenliği programı öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin felsefi düşüncelerini alt boyutları ile incelemek ve bunların cinsiyet ve sınıf düzeyine göre nasıl farklılaştığını araştırmayı amaçlayan Baş vd. (2015), ilişkisel tarama modelini kullanmışlardır. 2012-2013 öğretim yılı bahar döneminde farklı sınıf düzeylerinden toplam 411 öğretmen adayıyla Matematiğin Doğasına İlişkin Felsefi Düşünceleri Belirleme Ölçeği kullanılarak yürütülen araştırmanın sonucunda matematiğin doğasına yönelik felsefi görüşleri en fazla etkileyen boyutun matematiğin yapısı olduğu tespit edilmiştir. Diğer boyutlar ise sırasıyla problem çözme, matematiksel düşünce ve günlük hayat olarak saptanmıştır. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun yarı-deneyselci bakış açısına sahip oldukları belirlenmiş, ayrıca öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin felsefi düşünceleri arasında cinsiyet değişkenine göre istatistiksel bir fark yokken, sınıf değişkenine göre dördüncü sınıfların lehine anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğasına yönelik felsefi görüşlerini belirlemek amacıyla Durmaz (2016), Siirt Üniversitesi'nde 2014-2015 eğitim öğretim yılında 4. Sınıf öğrencisi olup ve matematik felsefesi dersini alan 15 öğretmen adayı ile çalışmıştır. Katılımcılara bir senaryo ile birlikte bir soru yazılı olarak verilmiş ve düşüncelerini yazmaları istenmiştir. Veriler içerik analizine tabi tutulmuştur. Öğretmen adaylarından gelen cevaplar incelendiğinde iki farklı görüş tespit edilmiştir. Bunlardan ilki "Belki teorem isimleri ve kullanılan

semboller farklı olurdu. Ancak oluşturulacak matematik eskisiyle içerik olarak aynı olacaktır” görüşü, ikincisi ise matematiksel bilginin değişebileceği görüşüdür. 14 öğretmen adayının birinci görüşü savunduğu ancak bir öğretmen adayının matematiksel bilginin değişebileceği görüşünde olduğu tespit edilmiştir.

Purnomo vd. (2017), sınıf öğretmeni adaylarının sahip oldukları inançlar ile matematik dersindeki öğretimsel uygulamalar arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla 2015/2016 eğitim-öğretim yılında ilk kez öğretmenlik uygulaması deneyimleyen bir sınıf öğretmeni adayı ile durum çalışması yürütmüşlerdir. Araştırma verileri açık uçlu sorulardan oluşan anket, sınıf uygulamalarının gözlemi ve görüşme yoluyla toplanmıştır. Öğretmen adayının sınıf uygulamaları 6 ders saati (her biri 35 dk) boyunca gözlenmiştir. İlaveten ankette yanıtladığı sorulardaki görüşlerini detaylandırmak amacıyla görüşme yapılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara dayanarak katılımcının görüşlerinin mutlakçı görüşle uyumluluk gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adayının matematiğin doğasına ilişkin inançlarının, matematiği öğretme ve öğrenmeye ilişkin inançlarından daha geleneksel olduğu, sınıf uygulamalarının yapılandırmacı olmaktan çok geleneksel olduğu ve öğretim uygulamalarında her zaman sahip olduğu inançları yansıtmadığı tespit edilmiştir.

Akman (2019) öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin felsefi görüşlerinin incelenmesini amaçladığı çalışmasında 2018-2019 akademik yılında Batı Karadeniz Bölgesindeki bir devlet üniversitesinin 1, 2, 3 ve 4. sınıflarında öğrenimine devam eden öğretmen adaylarıyla çalışmıştır. “Matematiğin Doğasına İlişkin Felsefi Düşünceleri Belirleme Ölçeği” 136 öğretmen adayına ve araştırmacının geliştirdiği görüş formu 115 öğretmen adayına uygulanmıştır. Veri analizinde SPSS 22.0 paket programı kullanılmış ve yüzde, frekans, aritmetik ortalama, bağımsız t-testi ve tek yönlü varyans analizi yapılmıştır. Görüş formundan elde edilen verilerin analizindeyse betimsel analiz tekniği ve içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Bulgulara göre öğretmen adaylarının matematiğin doğasına yönelik görüşlerinde cinsiyet ve sınıf düzeyi değişkenleri açısından anlamlı farklılıklar bulunmamış, öğretmen adaylarının %53’ünün yarı deneyselci görüşe sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel bilgilerin sonradan edinildiğini, matematiksel bilgilerin değişebileceğini, matematiksel bilgilerin birikimlerle oluştuğu, matematiğin amacının hayatı kolaylaştırmak olduğu temalarını ön plana çıkardıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen

adaylarının büyük çoğunluğunun matematiği hem icat hem de keşif olarak gördüğü sonucuna varılmıştır.

Özkara'nın (2019) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiğe ve matematik eğitime yönelik bilişsel yapılarındaki değişimi incelemeyi amaçladığı çalışmada, bir devlet üniversitesinde öğrenim gören birinci ve dördüncü sınıf 90 öğretmen adayıyla çalışmıştır. Ölçme aracı olarak 18 anahtar kavramdan oluşan kelime ilişkilendirme testinin kullanıldığı araştırmada her iki sınıf düzeyinde de öğretmen adaylarının en az “matematik felsefesi” anahtar kavramına yönelik kelime ürettikleri bulunmuştur. Bu durum öğretmen adayları tarafından “matematik felsefesi” kavramının diğer kavramlara göre daha yüzeysel bilindiği şeklinde yorumlanmıştır.

Altun ve Yazlık (2020) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiğin doğasına ilişkin düşüncelerini incelemeyi amaçladıkları araştırmalarında 21 dördüncü sınıf ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile çalışmışlardır. Araştırmalarında nitel araştırma yöntemi desenlerinden olgubilim desenini kullanılmıştır. Araştırmanın verileri 6 açık uçlu sorudan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formu ile toplanmıştır. Öğretmen adaylarının matematiği genellikle günlük hayatı kolaylaştıran, soyut kavramlardan oluşan bir bilim dalı olarak tanımladıkları, matematiksel bilginin temelinin daha çok ihtiyaca, araştırmaya, mantığa ve keşfe dayandığını düşündükleri, matematiğin yığılmalı, ihtiyaçlar ve mantıksal çıkarımlardan geliştiği düşüncesinde oldukları bulunmuştur. Ayrıca katılımcıların öğretmen adaylarının matematiğin tanımına ve doğasına yönelik derinlemesine cevaplar veremedikleri tespit edilmiştir.

Literatürdeki çalışmalar; öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematik felsefesi ve matematiğin doğası hakkındaki düşüncelerinin yüzeysel olduğunu, düşüncelerinde derinleşemediklerini, düşüncelerinin/inançlarının mutlakçı ya da yarı deneyselci, geleneksel ya da yapılandırmacı olmak üzere iki ayrı sınıf altında ele alındığını göstermektedir. Öte yandan öğretmenlerin inançları/görüşleri ile sınıf uygulamaları arasında uyumsuzlukların olduğu da görülmektedir. Chassapis (2007), matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının mesleki bilgilerinde kilit bir konuma sahip olan matematik felsefesi hakkında üç argüman ileri sürmüştür. Bunlardan ilki, matematik felsefesi ile matematik eğitiminin temel özellikleri arasında doğrudan bir ilişki olduğu; ikincisi, matematik öğretmenlerinin matematiğin öğretimi ve öğrenimi hakkındaki fikirlerinin, görüşlerinin veya

inançlarının matematik felsefesini dolaylı olarak yansıttığı; üçüncüsü ise matematik felsefesinin, öğretilecek bir bilgi alanı olarak matematiğin içeriğini anlamak ile doğrudan ilgili olduğudur. Bütün bunlardan hareketle öğretmenlerin matematik felsefesi hakkındaki düşüncelerini derinlemesine soruşturan ve sınıf uygulamalarını da öğretmenlerin felsefi görüşleri üzerinden değerlendiren bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı umulmaktadır.



3. YÖNTEM

3.1 Araştırma Deseni

Ortaokul matematik öğretmenlerinin, matematik felsefesine ilişkin bakış açılarını tespit etmeyi ve kişisel matematik felsefelerini, benimsedikleri değerleri sınıf uygulamalarına nasıl yansıttıklarının bir görüntüsünü sunmayı amaçlayan bu çalışma, nitel araştırma yöntemi desenlerinden durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışması, bir veya birkaç durumu kendi sınırları içinde (ortam, zaman vb.) bütüncül olarak analiz etmeyi amaçlar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Öğretmenlerin matematik felsefesi hakkındaki düşünceleri; içinde bulunulan zamanın, ortamın şartları ve sınırları içinde ele alındığı, öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerinin, benimsedikleri değerlerin neler olduğu ve bunların sınıf uygulamasına yansımaları bütüncül bir bakışla incelendiği, ayrıca var olan durumu ortaya koymaya niyet edildiği için bu araştırma durum çalışması olarak desenlenmiştir.

3.2 Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları, asıl ve pilot uygulama grubu olmak üzere iki gruptan oluşmaktadır. İlk grup, araştırmanın asıl verilerinin toplandığı katılımcıları içerirken, ikinci grup pilot verilerin elde edildiği katılımcılardan oluşmaktadır.

Hem asıl uygulama hem de pilot görüşme grubundaki öğretmenler amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesine dayanarak gönüllülük esasına göre seçilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Pilot görüşme grubundaki 2 öğretmen ve asıl görüşme grubundaki 7 öğretmen, Bolu ilinde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı okullarda ortaokul matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Pilot görüşme grubunda 2 kadın, asıl çalışma grubunda 6 kadın 1 erkek matematik öğretmeniyle görüşmeler yapılmıştır.

İkinci araştırma problemi için yine gönüllülük esasına dayanarak daha evvel görüşme yapılan öğretmenlerden Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin sınıf uygulamaları gözlenmiş, bu öğretmenlerin öğrencileri de araştırmanın katılımcı grubuna dahil edilmiştir. Diğer öğretmenler etik meseleler (öğrenci velilerinin onam vermemesi) ve pandemi döneminin şartları sebebiyle araştırmanın ikinci bölümüne dahil olamamışlardır.

Tablo 3.1. Öğretmenlerin gözlenen sınıfları

Öğretmen	Sınıf Seviyesi
Ö3	6, 7 ve 8. Sınıf
Ö7	5. sınıf

Tablo 3.2. Katılımcıların demografik bilgileri

	Cinsiyet	Eğitim Düzeyi	Mesleki Deneyim
Ö1	Kadın	Lisans	23 yıl
Ö2	Erkek	Lisans	16 yıl
Ö3	Kadın	Lisans	12 yıl
Ö4	Kadın	Lisans	21 yıl
Ö5	Kadın	Lisans	18 yıl
Ö6	Kadın	Lisans	10 yıl
Ö7	Kadın	Yüksek Lisans	5 yıl

Araştırmaya katılan Ö2 kod adlı öğretmen mühendislik bölümünden mezun olduktan sonra matematik öğretmenliği bölümüne başlamış ve ardından matematik eğitimi üzerine bir devlet üniversitesinde yüksek lisans programına başlayıp eğitimini tamamlamadan bırakmıştır. Ö3 kod adlı öğretmen lisans eğitimi devam ederken açıköğretim programıyla kamu yönetimi okumuştur. Şu anda da öğretmenlik mesleğini icra ederken bir üniversitenin açıköğretim programıyla çocuk gelişimi bölümünü okumaya devam etmektedir. Ö6 kod adlı öğretmen, bir devlet üniversitesinde yüksek lisans eğitimine devam etmektedir. Ö7 kod adlı öğretmen ise yüksek lisans eğitimini matematik felsefesi üzerine çalışarak tamamlamıştır. Ö1 kod adlı öğretmen matematik bölümü mezunu, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenler ise ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünden mezun olmuşlardır.

3.3 Veri Toplama Araçları

Bu araştırmanın verileri yarı yapılandırılmış görüşme ve gözlem ile elde edilmiştir. Araştırmada kullanılan yarı yapılandırılmış görüşme formu ve öğretmen gözlem formu araştırmacı tarafından ilgili literatürden faydalanılarak ve uzman görüşüne başvurularak geliştirilmiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formunun geliştirilmesi sürecinde Hersh vd.'nin (2015) *Tüm Yönleriyle Matematiksel Deneyim* kitabındaki bölüm sonu

soruları araştırmacı tarafından uzman görüşü de alınarak matematik felsefesinin varlık, bilgi ve değer boyutlarına göre sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma sırasında bazı soruların aynı anda bilgi-varlık, bilgi-değer, varlık-değer boyutlarına hizmet ettiği görülmüş ve her bir boyutu en iyi temsil ettiği düşünülen sorular seçilerek yarı yapılandırılmış görüşme formu oluşturulmuştur. Pilot uygulama sırasında soruların ne kadar işlediği kontrol edilmiştir. Pilot uygulamaların incelenmesi sonucunda bilgi boyutundaki soruların yeterince veri getirmediği tespit edilmiş ve araştırmacı tarafından uzman görüşü alınarak yeniden düzenlenmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme sorularının düzenlenmiş hali EK-3'te verilmiştir.

Öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerinin sınıf uygulamalarına nasıl yansıdığını soruşturan ikinci araştırma problemine ilişkin verilerin kontrolünde sınır çizmesi amacıyla ilgili literatürden faydalanılarak oluşturulan ve uzman görüşüyle desteklenen 13 maddelik gözlem formu araştırmacı tarafından geliştirilmiş olup EK-4'te verilmiştir. Demografik Bilgi Formu ise EK-5'de verilmiştir.

3.4 Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri toplanırken nitel araştırmalarda sıklıkla başvuru alan veri toplama yöntemlerinden görüşme (mülakat) ve gözlem tekniği kullanılmıştır. Farklı zamanlarda katılımcılar ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Veri toplama süreci pilot uygulama ve asıl uygulama süreci olarak iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama süreci, 2018-2019 eğitim öğretim yılında gönüllü iki öğretmen ile yapılan birebir görüşmelerle başlamıştır. Her bir öğretmenin matematik felsefesine ilişkin görüşlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan üç oturum yapılmıştır. Her oturum yaklaşık 30-40 dakika arasında sürmüştür. İlk oturumda öğretmenlerin; matematik felsefesinin varlık boyutuyla ilgili düşünceleri, ikinci oturumda bilgi boyutuyla ilgili düşünceleri ve üçüncü oturumda değer boyutuyla ilgili düşünceleri üzerinde durulmuştur. Görüşmeler ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmıştır.

Asıl uygulama süreci ise 2021-2022 eğitim öğretim döneminde başlamıştır. Katılımcı ve araştırmacının belirlediği ortak zaman diliminde bir araya gelinerek görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler de pilot uygulamada olduğu gibi üç oturumda gerçekleşip her bir oturumda varlık, bilgi ve değer meselelerinin üzerinde durulmuştur. Her bir oturum yaklaşık yarım saat ile bir saat arasında sürmüştür.

Yine pilot uygulamada olduğu gibi asıl uygulamada da görüşmeler ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmıştır.

İkinci araştırma problemine ilişkin verilerin toplanması sürecinde, gönüllü olan öğretmenlerin sınıfı gözlenmeden evvel öğrenci velilerinden onam alınmıştır. Velilerden gelen onam ile birlikte öğretmenlerin sınıf uygulamalarının gözlenmesi süreci başlamıştır. Sınıf uygulamalarının gözlemlendiği dönem Covid-19 salgınının etkilerinin ülkemizde yoğun bir şekilde yaşandığı döneme denk gelmiştir. Bu sebepten öğretmenlerin sınıf uygulamaları yalnızca 4 ders saati gözlemlenebilmiştir. Sınıfların seçiminde gönüllülük esas alındığı için her bir öğretmenin gözleneceği sınıf seviyesi ya da dersin içeriği sınırlandırılmamıştır. Derslerin video kaydı alınarak veri toplama süreci tamamlanmıştır.

3.5 Veri Analizi

Bu kısımda elde edilen verilerin analizinin nasıl gerçekleştirildiği detaylı olarak anlatılacaktır.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerin ve ders gözlemlerinin bilgisayar ortamında transkript edilmesiyle veri analiz süreci başlamıştır. Veriler; temalar ve kodlar belirlenerek (literatürde halihazırda mevcut olan tema ve kodların kullanılması sebebiyle) betimsel analize ve (veri setinden elde edilen kodların olması sebebiyle) içerik analizine tabi tutulmuş, analiz birimi olarak kelimeler, cümleler ve paragraflar kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Veri analizi sırasında, tema ve alt temalara ait örüntü ve ilişkilere odaklanılıp, betimleme, örnekleme, karşılaştırmalı analizlere yer verilmiştir. Her bir öğretmenin felsefi görüşü varlık, bilgi ve değer boyutlarında ayrı ayrı incelenmiştir.

Öğretmenlerle yapılan görüşmeler transkript edildikten sonra her bir oturumdan elde edilen veriler incelenmiş ve varlık, bilgi, değer temalarıyla eşleşen cümleler belirlenmiştir. Matematik felsefesi hakkında konuşurken düşüncelerin tek bir boyutta (varlık-bilgi-değer) sınırlı kalmaması, örneğin matematiksel nesnelerin varlığı ve bilgisi üzerine yapılan sohbette değer içeren ifadelerin de bulunması sebebiyle veri setine bütüncül olarak bakılmıştır.

Veri analiz sürecinde kullanılan kodlar Tablo 3.3’de verilmiştir. Varlık teması “matematiksel nesnelerin varlığı” ve “matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı” olmak üzere iki alt temadan oluşmaktadır. Bilgi teması “bilginin inşası” ve “bilginin doğruluğu” olarak iki alt temaya ayrılmış, bilginin inşası sürecinin bilginin doğrulanması sürecini kapsamaması sebebiyle bu iki alt tema iç içe verilmiştir.

Bu temaya ilişkin bulgular bütüncül olarak analiz edilmiştir. Değer teması “bireysel/toplumsal değerler” ve “epistemolojik değerler” olmak üzere -sonuç kısmında anlatımı kolaylaştırmak adına- iki alt temaya ayrılmış ancak veri analizi sırasında bulgular bütüncül olarak değerlendirilmiştir. Temalar ve alt temalar literatürde halihazırda mevcuttur, kodların belirlenmesinde veri setinden ve literatürden faydalanılmıştır.

Tablo 3.3. Birinci araştırma problemi tema-alt tema-kod tablosu

Tema: Varlık/Ontoloji	Tema: Bilgi/Epistemoloji	Tema: Değer/Aksiyoloji
Alt tema: matematiksel nesnelerin varlığı <i>Kavram: matematiksel nesneler</i> Kod1: vardır/anlamlıdır	<i>Bilginin inşası</i> -deneyim -ihtiyaç/pratik -ilgi/merak -birikimli -tamamlanmış bilgi -gelişime açıklık <i>Bilginin doğruluğu</i> -sezgi/şüphe -deneme/yanılma -literatür -genelleme -ispat/çürütme -mutlak/değişebilir/bağlama görelilik	Alt tema : bireysel/ toplumsal değerler Kodlar: bireysel/sosyal toplum/kültür tutum/inanç gizemli/olağan amaç/araç fayda uygulanabilir/ kullanılabilir takdir tatmin/keyif/haz eğlenceli/sıkıcı
Alt tema: matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı <i>Kavram: evren</i> Kod2: doğa/keşif/ilahi güç/oluşum <i>Kavram: zihin</i> Kod3: zihinsel/zihnin ürünü/icat <i>Kavram: evren ve zihin</i> Kod4: hem keşif hem icat/çevre zihin etkileşimi		Alt tema: epistemolojik değerler Kodlar: mutlak evrensel yanılabilir kuramsal/teorik açıklık ilerleme/durağan süreç esneklik ekonomiklik kullanışlılık tutarlılık

Değer temasına ait “gizemli” kodu matematiğin akıl ve mantık yoluyla açıklanamayan, mistik yönünü temsil etmektedir. “Olağan” kodu ise bunun tam aksine matematiğin akıl ve mantık yoluyla açıklanabilen, gizem unsuru taşımayan,

“mümkün” yönünü ifade etmektedir. “Açıklık” kodu ile matematiğin tartışmaya, eleştiriye ve sorgulamaya açık yönünü ifade eden düşünceler eşleşmektedir.

“İlerleme” kodu, matematiğin gelişmeye, bilgi üretmeye devam eden yapısına karşılık gelmektedir. “Durağan” kodu ise bunun tam aksine matematikte gelişmenin durduğu, artık bilgi üretilmeyeceği düşüncesini temsil etmektedir. “Esneklik” kodu matematiksel bilgiye ulaşma yolunda gidilebilecek yolların çeşitliliğini, “kullanışlılık” kodu matematiksel bilgilerin üzerinde çalışılan yapıya göre tercih edilebilmesini, işe yararlılığını, “tutarlılık” kodu ise matematiğin kendi iç disiplinindeki uyumu ifade etmektedir.

İkinci araştırma probleminden elde edilen bulguların analiz süreci gözlem verilerinin bilgisayar ortamında transkript edilmesiyle başlamıştır. Ardından elde edilen bulgular betimsel analiz ve içerik analizine tabi tutulmuştur. Öğretmenlerin görüşme sırasında dile getirdikleri söylemler ile sınıf uygulamaları arasındaki uyuma bakılmıştır. Öğretmenlerin birbiriyle eşleşen söylem ve sınıf uygulamaları; veri setinden ve ilgili literatürden yararlanılarak belirlenen değer kodlarıyla eşleştirilmiştir.

Tablo 3.4. İkinci araştırma problemi tema-kod tablosu

Tema: Mutlakçı/ayrık değerler	Tema: Yanılabilir/bağlı değerler
Kodlar:	Kodlar:
Gizemli	İnsani
Mutlak	Tarihsel
Evrensel	Kişisel
Katı/Kuralcı	Uygulanabilir/kullanılabilir
	Kullanışlı
	Esnek
	Yanılabilir
	Tartışmaya açık

Tablo 3.4’te ikinci araştırma probleminin veri analizi için belirlenen kodlar verilmiştir. “Uygulanabilir/kullanılabilir, tartışmaya açık, katı/kuralcı” kodları veri setinden alınmış olup diğer kodlar ilgili literatürde halihazırda mevcut olan kavramlardan alınmıştır.

3.6 Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Çalışmanın iç geçerliğini sağlamak amacıyla; araştırmacı tarafından hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formunun hazırlanması sürecinde, uygulama öncesi ve sonrasında uzman görüşüne başvurulmuştur. Pilot uygulama sonrası bilgi boyutuna ait soruların yeterince doyurucu veri getirmediği sonucuna

ulaşılmış ve yine uzman görüşüne başvurularak bilgi boyutuna ait sorular yeniden düzenlenmiştir. Görüşme öncesinde katılımcılarla birlikte vakit geçirilmiş, araştırma süreci ile ilgili açıklamalarda bulunulmuş ve katılımcılar ile araştırmacı arasında doğal bir sohbet ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır. Görüşmeler yaklaşık 30-60 dakika arasında sürmüştür. Yapılan görüşmeler sırasında katılımcıların cevapları tekrar edilerek katılımcı teyidi alınmış, varsa yanlış anlaşılan kısımlar anında düzeltilmiştir. Katılımcıların yöneltilen sorulara verdikleri cevaplar bulgular kısmında doğrudan alıntılar şeklinde sunulmuştur.

Araştırmada gözlem ve görüşme teknikleri bir arada kullanılarak elde edilen veriler birbiriyle teyit edilmiş, böylece araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Öte yandan veri setinden gelen önemli bulguları kaçırmamak adına analiz çeşitlemesi yapılmış, veriler betimsel analizle birlikte içerik analizine tabi tutulmuştur.

Araştırmanın dış geçerliğini sağlamak için ise; araştırmanın deseninin nasıl belirlendiği, katılımcıların nasıl seçildiği, veri toplama araçları, verilerin toplanması, analiz süreci, bulguların nasıl sunulduğu ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir.

Araştırmanın iç güvenilirliğini (tutarlılığını) sağlamak amacıyla, araştırma bulgularının tamamı yorum yapılmadan sunulmuş, ses kayıt cihazı kullanılarak ve video kaydı alınarak veri kaybının önüne geçilmiştir.

4. BULGULAR

4.1 Birinci Araştırma Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmenlerin matematik felsefesi hakkındaki görüşlerini varlık-bilgi-değer boyutları altında incelemeyi amaçlayan birinci araştırma problemi kapsamında her bir öğretmen için elde edilen bulgular ontoloji, epistemoloji ve aksiyoloji temaları altında incelenecektir.

4.1.1 Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulgular

Varlık teması matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı olmak üzere iki alt temadan oluşmaktadır. Bu alt temalarda kendi içinde kavramlar ve kodlara ayrılmıştır. Bu başlık altında evvela tüm öğretmenlerin varlık boyutuyla ilgili görüşleri bütüncül olarak bakılacak, ardından her bir öğretmenin belirlenen alt temalara ilişkin görüşlerinin incelendiği bulgular sunulacaktır.

Tablo 4.1. Varlık temasına ilişkin kod-veri tablosu

Alt tema	Kod	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	f
Matematiksel nesnelerin varlığı	vardır/ anlamlıdır	*	*	*	*	*	*	*	7
Matematiksel nesnelerin varlığın kaynağı	evren	*	*	*	*	*	*	*	7
	zihin		*	*	*	*	*	*	6
	evren ve zihin		*	*	*	*	*	*	6

Tablo 4.1. incelendiğinde araştırmaya katılan tüm öğretmenlerin matematiksel nesnelerin varlığını kabul ettiği ve matematiği anlamlı, konusu olan, uygulanabilir bir alan olarak gördükleri söylenebilir. Varlığın kaynağını Ö1 kod adlı öğretmen baskın bir şekilde evrene, diğer öğretmenler ise hem evren hem de zihne dayandırmaktadır denebilir.

4.1.1.1 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö1 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.1.1 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö1 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı hakkındaki görüşleri şöyledir:

“...matematik... hayatımızın her yerinde **var**. Olmaya da devam edecek dünya var olduğu müddetçe.”

“...matematik... **var olan bir şey**, kabul edilen bir şey...”

Ö1 kod adlı öğretmenle yapılan görüşmelerden alıntılanan yukarıdaki cümlelerden hareketle öğretmenin, matematiğin ve matematiğin uğraştığı nesnelerin varlığını kabul ettiği söylenebilir. Öğretmenin düşüncesinde bu varlığın ne türden bir varlık olduğunu netleştirmek amacıyla sorulan “Peki şunu sorsam hocam, (masanın üzerindeki şişeyi göstererek) bu su şişesinin varlığını gözümüzle görebiliyoruz. Ama 1... 1 ne demektir? 2 ne demektir? Pi sayısı ne demektir? Bunları görebiliyor muyuz? Bu konu hakkında ne düşünüyorsunuz?” sorusuna verdiği cevap ise şu şekildedir:

“ **Sayılar var**... mesela sayma sayıları var, doğal sayılar var.”

“Onları göremiyoruz ama var olan şeyleri isimlendirmek zorundayız... aslında **göremiyoruz ama sayabiliyoruz, adet bildirebiliyoruz.**”

“...her şeyi hayatımızda **kabul edebilmemiz için görmemiz gerekmiyor**. Birçok şey var hayatımızda görmediğimiz halde kabul edebildiğimiz değil mi? **Matematik de aslında öyle.**”

Bu cümlelere dayanarak denebilir ki, öğretmenin düşüncesinde matematiksel nesnelerin varlığı fiziksel bir nesnenin varlığıyla bir değildir. Örneğin 2 sayısını göremeyiz, ama görebildiğimiz şeyleri sayabilir -öğretmenin deyişiyle- “adedini bildirebiliriz”. Pi sayısının gözle görülememesine rağmen varlığının kabul edilmesini ise Ö1 şu gerekçeyle açıklamaktadır:

“...havanın içinde ne olduğunu görmüyorum ama içindekileri biliyorum. Hesaplanmış bir şey var. Onu kabul ediyorum çünkü onu hesaplamışlar ve bulmuşlar. Matematikte de **göremiyorum ama hesaplanmış bulunmuş bir şey var**. Bu aynı işte dünya düz bir tabağa benzer, dünya yuvarlaktır hesabına benziyor. Yani ben dünyanın çevresini dolaşmadım. Gezmedim. Ama eskiden uzaydan çekilen fotoğrafların olmadığı zamanlardan bile bu ispatlanmış bir gerçek. Şimdi fotoğraflardan görüyoruz, biliyoruz ki dünya yuvarlak. Bu da onun gibi bir şey.”

“Yani illa görmem, onu gördüğüm için kabul etmem anlamına gelmiyor. **Görmediğim şeyleri de düşünerek kabul edebiliyorum.**”

Öğretmenin düşüncesinde pi sayısının varlığının iki gerekçesi var denebilir. İlki onun varlığının hesaplanabilirliğinde saklı olması. Pi sayısı da gözle görülmediği halde tıpkı havanın içindeki bileşenlerin gözle görülememesine rağmen, bu bileşenlerin havanın içinde hangi oranda bulunduklarının hesaplanabilmesi gibi pi sayısı ile ilgili de hesaplamalar yapılabildiği için varlığı kabul edilir. İkincisinde ise varlığın gerekçesi daha çok bir kabule dayanıyor denebilir. Kişi pi sayısı ile ilgili hiçbir işlem/çalışma yürütmemiş olsa bile kendinden evvel yapılan çalışmalara bakarak da onun varlığını kabul edebilir, hakkında fikir sahibi olabilir.

Özetle denebilir ki; öğretmenin anlayışında matematiksel nesnelerin varlığı gözle görülmese bile düşünerek kabul edilebilir. Nominalistler ya da biçimcilerin dediği türden bir varlığı reddetme durumu söz konusu değildir. Ancak bu var olmanın kaynağının ne olduğu da ikinci alt temanın konusudur.

4.1.1.1.2 Ö1 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö1 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.2. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö1

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren	“Matematiği icat edemeyiz , matematik zaten oluşumumuzda var. ” “Matematiği insanoğluna evren empoze etmiştir . Zaten evrenin oluşumu matematikle ilgili olduğu için biz evrenden öğrendik aslında matematiği tamamen. (...) Biz evreni incelerken aslında matematiği öğrendik yani evren bize matematiği öğretti. ” “... matematiği keşfederiz, bir yerde vardır, buluruz. ” “... matematik her yerde. Yaşamımızda, bünyemizde, oluşumumuzda , içtiğimiz suda, organlarımızda, her şeyde matematik var. Aslında matematik bizim oluşumumuz. Bir hesaplama, bir denge işi.”
Kavram: evren ve zihin hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	“ Mantık dediğimiz ders , liselerde görülen mantık dediğimiz ders. Olumlular, olumsuzlar, oluşabilecekler, oluşamayacaklar... Iıı... tamamen ben yaşamın içinde olduğunu düşünüyorum. ” “işin asıl kısmına odaklandığınız zaman matematiğin yaşamı ifade ettiğini görüyorsunuz. Yaşamda onların hepsi var. ”

Ö1 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı hakkındaki görüşleri ile ilişkilendirilen kavram-kod eşleştirmesi Tablo 4.2.’de verilmiştir. Kodlarla eşleşen kelimeler ve cümleler koyu renkle işaretlenmiştir.

Tablo incelendiğinde öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığının kaynağını “evrene” , “oluşuma” dayandırdığı söylenebilir.

Görüşme sırasında araştırmacı tarafından yönlendirilen sorulara, öğretmen önce çelişkili cevaplar vermiş, ancak sonrasında düşüncelerini açmasıyla beraber öğretmenin, varlığın kaynağı meselesiyle ilgili fikri netleşmiştir. Aşağıda verilen görüşme diyalogu buna örnek teşkil eder:

A: Hocam benim aklıma şöyle bir şey geldi, mesela matematik tarihine baktığımızda, bir dönem karmaşık sayı dediğimiz sayılar yoktu, ortada yoktu. Daha sonrasında $(x^2+1=0)$ denklemini yazarak) böyle bir denklem çıktı insanların karşısına. x kare eşittir -1 dedi...

Ö1: Adlan... Anlamlandırdılar sonra.

A: Heh, anlamlandırma süreci, keşif mi size göre yoksa bir noktada zihinsel bir süreç olup icada mı kayıyor? Siz ne düşünüyorsunuz bu konu hakkında? Bunu merak ettim.

Ö1: O bence icat. Yani matematiğin içinde bir dönem tıkanmış. Böyle bir şeyle karşılaşmış. Tıkanmış. Bundan çıkmanın bir yolu aranmış. Ve keşfedilmiş. Denmiş ki buna böyle densin. Ondan sonra onunla ilgili çalışmalar yapılmış. Bu bir icat değil bence keşif.

A: Anladım hocam. Netleştirmek adına başka bir soru daha sormak istiyorum. Mesela buraya bir sayı yazayım (3697515797) böyle bir sayı olsun. Bu sayı asal bir sayı olabilir mi? Bunun asallığı bizim dışımızda mıdır? Yoksa biz asal sayıyı o şekilde tanımladığımız için mi buna asal sayı deriz?

Ö1: Biz asal sayıyı öyle tanımladığımız için buna asal sayı deriz.

A: O zaman sanki biraz icat...

Ö1: Çelişmiyor hayır. Şöyle düşünüyorsun: Sayılar var, aslında, uı... mesela sayma sayıları var, doğal sayılar var, rasyonel... Biz bunları hep adlandırmışız. Bu tarz sayılara geldiğimiz zaman bakıyorlar birçok sayı var, sadece 1'e ve kendisine bölünebiliyor. Biz bunu yine adlandırmışız. Yani bu sayılar var. Ama bir isim gerekiyor. Adlandırmak gerekiyor. Nasıl doğal sayıya sıfırı dâhil ettiğimiz zaman doğal sayı olmuş, (...) onu biz adlandırmışız. E bu tarz sayılarla da karşılaşıldığı zaman böyle bir sayı grubu olduğu keşfedilmiş. Sayı gruplarının içinde böyle olduğu keşfedilmiş.

Sonra denmiş ki bu asal sayı olsun çünkü bunlar 1'e ve kendisine bölünebiliyor.

Öğretmene göre matematiksel nesneler var ve keşif yoluyla bulunuyor. Asal sayıların varlığını ise öğretmen, doğal sayılar kümesi incelendiğinde fark edilen – kendi tabiriyle keşfedilen- bir ilişkiyle açıklıyor “... bakıyorlar birçok sayı var, sadece 1'e ve kendisine bölünebiliyor. Biz bunu yine adlandırmışız. (...) Sayı gruplarının içinde böyle olduğu keşfedilmiş. Sonra denmiş ki, bu asal sayı olsun” Yani öğretmenin düşüncesinde asal sayılar zaten mevcuttu, sadece bire ve kendisine bölünebildikleri fark edilince keşfedilmiş oldular ve bu tür sayılara bir ad verildi.

Ö1 kod adlı öğretmen için varlık temasından elde edilen bulgular özetlenecek olursa, öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığını kabul ettiği, bu varlığın kaynağı olarak evreni ve evrenin oluşumunu gördüğü, matematiksel bilgilerin keşfedildiğini düşündüğü sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenin görüşünde zihin kavramı ve bu kavram altında toplanan kodlarla uyumlu veri bulunmamıştır. Öğretmene yönlendirilen matematiğin soyut, pür konularının nerede bulunabileceği sorusu, evren ve zihin kavramıyla ilişkilendirilebilecek “*Mantık dediğimiz ders (...) tamamen (...) yaşamın içinde (...)*” ifadesiyle eşleşmiştir ancak bu konuda öğretmenin fikirlerinin derinleşmediği ilgili kavramı temsil eden kodlarla eşleşen başka bir ifadenin bulunmaması sebebiyle söylenebilir.

4.1.1.2 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö2 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.2.1 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö2 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı hakkındaki görüşleri şöyledir:

“... görme anlamında tabii ki fen bilgisi dersi gibi deney yapamıyoruz. Yani bu anlamda bir şey göremiyoruz fakat teknolojinin ilerlediği ya da insanların, uygarlıkların, medeniyetlerin ilerledikleri yerde matematiğin mutlaka kullanıldığını görüyoruz.”

“direkt olarak matematiği söyleyemiyorsunuz, her şey soyut olarak geçiyor.”

“... **fiziksel olarak sayılar tabii ki yok. Ama zihinsel olarak var** ve bunların yansımaları var. Yani normalde zaten **matematiğin geneli zihinsel...** (...) ancak yansıması olarak, doğadaki işleyişi olarak görebiliyoruz.”

Öğretmenin yaptığı açıklamalar incelendiğinde matematiksel nesnelerin varlığını kabul ettiği, ancak bu varlığın öğretmenin düşüncesinde fiziksel bir nesnenin varlığıyla bir olmadığı, zihinsel olduğu söylenebilir. Öğretmene göre matematiğin nesneleri/kavramları soyuttur ancak yine de anlamlıdır. Öğretmenin “... *teknolojinin ilerlediği ya da insanların, uygarlıkların, medeniyetlerin ilerledikleri yerde matematiğin mutlaka kullanıldığını görüyoruz*” ifadesinden, matematiğin kendine bir uygulama alanı bulabilmesiyle anlamlı olduğu, içerikten yoksun olmadığı düşüncesi çıkarılabilir. Öğretmenin görüşleri bu yönüyle, matematiksel nesnelerin varlığı meselesine nominalistler ve biçimcilerin getirdiği “matematiksel nesneler yoktur ve içerikten yoksundur” görüşüyle ters düşmektedir. Öğretmenin kabul ettiği bu varlığın kaynağının ne olduğu bir sonraki alt temanın konusudur.

4.1.1.2.2 Ö2 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö2 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.3. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö2

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren doğa keşif ilahi güç oluşum	“... keşif olarak bakıyorum yani olabilecek bir olaydan, olaylardan çıkarma gibi diyelim. Bence keşif .” “... insanoğluna evren empoze etmiştir. Yani daha doğrusu, benim matematik anlayışında genelde, hani doğada bir şey gördüğüm zaman bunun matematiğe yansıması olarak, matematiksel olarak düşünüyorum.” “bence, evren matematiği gösteriyor.”
Kavram: zihin zihnin ürünü zihinsel icat	“ matematikte bir model kuruyorsunuz , modelinizin de ayakta kalabilmesi için ve her soruyu cevaplayabilmesi için bütün boşluklarının ya da eksiklerinin doldurulması lazım . Bence sıfır faktöriyel 1 kabul edilmesi de bu şekilde. Heh. Ama bu noktada evet icat gibi duruyor.” “kişi, kendi başına bir şeyler oluşturabiliyorsa ona da icat denilebilir.” “...zaten matematiğin geneli zihinsel ”
Kavram: evren ve zihin hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	“... fraktalların ortaya çıkışı çok ilginçtir mesela onu bulan kişi, İngiltere’de işte uçakta bakıyor, alttaki o akarsuların bıraktığı şeylerden bir şeyler buluyor . Bu ona bir ilham veriyor aslında yani, bir şey bulabilmek amacıyla ya da bulmak adına.” “Şairin nasıl, bir şiir yazarken bir anda ilham geldi lafı , aslında matematikçiler için de böyle bana göre. Yani doğada ya da

	sadece doğa da değil, belki günlük hayat içerisinde karşılaşılan bir olayı düşünerek” “... mutlaka bir şeylerden etkileniyorlardır. Sadece doğa değil insan ilişkilerinden de. Hani borsa, para bu gibi şeyler, birbirini besliyordur mutlaka.” “... şöyle bir şey çıkıyor ortaya, matematik sadece keşiftir ya da sadece icattır demek biraz şey, ^{III}, yani tam karşılamıyor.”
--	--

Tablo incelendiğinde öğretmenin açıklamalarının belirlenen üç kavram (“evren”, “zihin”, “evren ve zihin”) için de veri sağladığı görülmektedir. Başlangıçta öğretmenin düşüncesinde matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı olarak evreni gördüğü fikri hâkimdir. Öğretmen “*doğada bir şey gördüğüm zaman bunun matematiğe yansıması olarak, matematiksel olarak düşünüyorum. (...) bence, evren matematiği gösteriyor.*” ifadesinin ardını, Galileo’ye atıf yaparak desteklemiştir: “*Hatta kimin sözüydü, Galileo’nin miydi? Birinin işte ‘evren matematik diliyle yazılmıştır’ gibi bir sözü vardı.*”

Öğretmen “matematiksel nesnelerin varlığını neye dayandırıyorsunuz?” sorusunu şöyle cevaplamıştır:

“Bu çok zor bir soru oldu :) Eee, yani uuu, (kısa bir sessizlik) ... şöyle, olabilecek idean (ideal? çok anlaşılmıyor) var. Yani normalde olabilecek bir dünyanın, ya da bir sürü dünyanın diyeyim, dönem içerisinde ya da yüzyıllar içerisinde kişiler tarafından bulunan kısımları olarak düşünebiliriz, yani ben öyle düşünüyorum. Kavram olarak da bu şekilde, normalde var olabilecek bir şey, fakat bunu yüzyıllar içerisinde -ne zaman keşfedilmişse o zaman- ortaya çıktığını düşünüyorum.”

Öğretmenin bu ifadesi yeterince net olmadığı için düşüncenin netleşmesi adına araştırmacı ve öğretmen arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

A: Tamamdır hocam. Siz aslında, matematiksel nesneleri aslında doğadan ilham alarak oluşturuyoruz, demiştiniz.

Ö2: Evet, aynen.

A: Doğada reel sayıları, sanal sayıları, karmaşık sayıları bulabilir miyiz herhangi bir yerde?

Ö2: Yani karmaşık sayılar, eheh (hafif bi gülme) lise konusu, tam olarak derinlemesine ben de bilmiyorum ama **rasyonel sayı işte, müzik notalarının içerisinde ya da fraktalların içerisinde üslü sayılar işte, altın oran bu tip şeyleri bulabiliriz** ki, şimdi böyle bir olayın olduğunu şurdan anlıyoruz çünkü, doğada da bir düzen var örüntü var. İşte ağaçların dallarının zaman

içerisinde gelişmesi, işte Fibonacci sayıları gibi örüntüler... Mesela işte fraktalların ortaya çıkışı çok ilginçtir mesela onu bulan kişi, İngiltere’de işte uçakta bakıyor, alttaki o akarsuların bıraktığı şeylerden bir şeyler buluyor. Bu ona bir ilham veriyor aslında yani, bir şey bulabilmek amacıyla ya da bulmak adına. Bunlar bir şey oluyor. Bence öyle. İnsanın yüzündeki altın oran gibi, kozalakların, ayçiçeğinin yine yapraklarının... Bu tip diyeyim.

A: Şey demiştiniz hocam, aslında doğada gördüğümüz şey ilham oluyor, dediniz.

Ö2: Evet.

A: O ilham olduğu andan sonrası nasıl mesela? Ondan sonrası...

*Ö2: Yani ne oluyor? Şimdi bence matematik birikimi olan kişiler, daha sonra doğada gördüklerini kendi araştırmalarına, mesela işte şey, oyun teorisi var mesela, oyun teorisini nasıl bulmuş? Kişi bir gün barda mı oturuyormuş, bir yerde otururken **gelişen bir olaydan ötürü kafasında bir ampül çıkmış, işte bu mesela ona ilham olmuş.** Şairin nasıl, bi şiir yazarken bir anda ilham geldi lafı, aslında matematikçiler için de böyle bana göre. Yani **doğada ya da sadece doğa da değil, belki günlük hayat içerisinde karşılaşılan bir olayı düşünerek...***

Öğretmenin burada varlığın kaynağı olarak evreni gördüğü ve matematiğin keşfedildiği yönündeki düşüncelerini, verdiği ayçiçeği ve kozalak örneklerine dayandırdığı söylenebilir. Ancak fraktallara ilgili söylediği “bu ona bir ilham oluyor” ifadesi ve ardından araştırmacı tarafından sorulan “ilham olduğu andan sonrası” sorusu varlığın kaynağının yalnızca evrene/doğaya dayanmadığını, insan zihninin çevreyle etkileşiminin de varlığın kaynağı olarak görülebileceğini göstermektedir. Araştırmacının öğretmenin bu konu hakkındaki görüşlerini teyit etmek adına “Siz doğada aslında matematiği düşündürecek, matematiksel bir şeyler düşündürecek şeyler var. O şeyleri biz görüyoruz ve onu...” diye başladığı soru öğretmen tarafından “*keşfediyoruz*” diye tamamlanmıştır ve devamında “... *mutlaka bir şeylerden etkileniyorlardır. Sadece doğa değil insan ilişkilerinden de. Hani borsa, para bu gibi şeyler, birbirini besliyordur mutlaka*” ifadelerini kullanmıştır. Burada tartışmanın yönünü matematiğin soyut kısmına çekmek isteyen araştırmacı, “Mesela sıfır faktöriyel 1’dir diyoruz. Bu bizim keşfettiğimiz

bir şey mi? Yoksa bizim icat ettiğimiz bir şey mi?” sorusunu yöneltmiştir. Öğretmenin düşünceleri bu noktada şu yöne çevrilmiştir:

*“... tabii bu noktada, aslında bir nevi keşiften çok icat oluyor. Çünkü **matematikte bir model kuruyorsunuz**, modelinizin de ayakta kalabilmesi için ve her soruyu cevaplayabilmesi için bütün boşluklarının ya da eksiklerinin doldurulması lazım. Bence sıfır faktöriyelin 1 kabul edilmesi de bu şekilde. Heh. Ama bu noktada evet icat gibi duruyor. Yani icat (gülerek). (...) o zaman şöyle bir şey çıkıyor ortaya, **matematik sadece keşiftir ya da sadece icattır demek biraz şey, ıı, yani tam karşılamıyor**. Çünkü yeri geliyor evet, keşif belki doğadaki olay için. Ama burada mesela belli bir kuram kuruyorsunuz, o kuramın işleyebilmesi için de mutlaka eksik tarafların doldurulması lazım.”*

Öğretmen “Bir şeyi söylerken bir bıçakla kesemiyorsun. Şudur ya da budur değil, çok havada kalan şeyler. Bir de çok emin olunan şeyler de değil. (...) bu konuda aslında benim kafam da karışık.” diyerek keşif mi icat mı meselesinde bir taraf olamadığını belirtmiştir. Başlangıçta öğretmen matematiği tamamen keşif olarak gördüğünü söylerken araştırmacının yönlendirdiği sorularla düşüncelerinde bir çatışma yaşamıştır. En nihayetinde öğretmen, bu soruda birinden birini seçmenin varlık meselesini -kendi tabiriyle- tam karşılamadığını düşünmektedir.

4.1.1.3 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö3 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.3.1 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö3 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı hakkındaki görüşleri şöyledir:

*“... öğrencilere ders anlatırken de **matematik her yerde** diyoruz. Bununla ilgili şöyle bir olay yaşadım; 6 yaşındaki oğlum “Anne” dedi, “sıfırdan da küçük sayılar var biliyor musun?” dedi. Ben bir şaşırdım. Nasıl yani, filan dedim. E var var, dedi. -1, dedi. Noldu, dedim. Onların anaokulunda, asansör var ve asansörde yemekhaneye inerken -1’e basıyorlarmış ve 0’in altında -1’in olduğunu fark etmiş. İşte o zaman demiştim, hani matematik*

her yerde diye ve hani dışarıya alıcı gözle bakan bir çocuk da aslında bunu çok rahat görebiliyor. ”

*“Zaten üst düzeyde astronomik anlamda veya mikrobik anlamda **her şeyde kullanılıyor matematik.**”*

“... bir öğrencimizle ebob, ekok çözüyorduk, dedi ‘benim dedem fayans döşüyor, o hep bu hesaplamaları yapıyor’ falan dedi”

Öğretmenin yukarda verilen sözlerinden anlaşılacağı üzere onun düşüncesinde matematik ve matematiğin konusu olan şeylerin hayatta bir karşılığı var, anlamlılar, içerikten yoksun değiller. Bu anlamlı bulma hali bizi onun düşüncesinde matematiksel nesnelerin var olduğu fikrine götürebilir. Ancak veri seti incelendiğinde öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığını –doğrudan- kabul edip etmediğini belirttiği bir ifade bulunamamıştır. Fakat “... *evren bize aslında matematikle ilgili çok fazla şey sunuyor. Her şey matematiksel bir sistem üzerine, bilim insanları bunu keşfediyor, yani evrenden aldıklarını keşfettiğini düşünüyorum*” cümlesiyle matematiğin evrende bulunması, matematikte keşfedilen şeylerin olması fikri, bir tür varlık delili olarak görülebilir. O halde denebilir ki; öğretmen matematiksel nesnelerin varlığını kabul eder.

Öğretmene yöneltilen “... matematiksel nesnelerin varlıklarını beş duyu organımızla hissedebiliyor muyuz? Mesela bu kalemin varlığını ben gözümle görebiliyorum dokunsam hissediyorum, nasıl bir yapıda olduğunu. Ama matematiğin konusu olan şeyler ne bileyim sayılar, işte ne bileyim lisansta gördüğümüz dersler bunların varlıklarını görmem mümkün mü?” sorusu aşağıdaki diyalog ile devam etmiştir:

*Ö3: Görmemiz mümkün mü, aslında üretilen şeyler zaten **matematiğin kendisi soyut bir kavram** olduğu için **beş duyuyla algılamamız zor**. Sadece onların **izdüşümlerini beş duyumuzla keşfedebiliyoruz**.*

A: İzdüşümlerini beş duyumuzla keşfedebiliyoruz. Peki hocam hani göremiyoruz, yani o zaman fiziksel olarak tutup “budur”...

Ö3: Diyemiyoruz.

A: O halde fiziksel nesneler değilse zihinsel kavramlardır mı demeliyiz?

*Ö3: Matematik başlı başına **zihinsel bir süreç**. Ama tabii ki bunun üretilerek **teknolojide bilimde dönüştürüldüğü yerler oluyor**. Yine az önceki dediğime gelecek. Bu **dönüştürüldüğü yerlerdeki sonuçları belki hissediliyor**,*

görüldüğü, kullanılıyor. Üretim aşamasında bu anlamda hissedemeyiz diye düşünüyorum.”

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadelerine dayanarak onun düşüncesinde matematiksel nesnelerin varlığı sözgelimi bir kalemin varlığıyla aynı değildir, matematiğin nesneleri beş duyu organıyla görülmez ve dolayısıyla fiziksel nesneler değildir. Öğretmene göre, matematiğin izdüşümleri görülebilir, matematik kendine bir uygulama alanı bulduğunda varlığı hissedilebilir. Öğretmenin varlığın kaynağı olarak neyi gösterdiği bir sonraki alt temanın konusudur.

4.1.1.3.2 Ö3 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö3 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.4. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö3

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren	“matematik her yerde ” “matematiği insanoğluna evren empoze etmiştir.” “ evren bize aslında matematikle ilgili çok fazla şey sunuyor. Her şey matematiksel bir sistem üzerine, bilim insanları bunu keşfediyor , yani evrenden aldıklarını keşfettiğini düşünüyorum” “benim gözlemlerim daha çok, uııııı, evrenin empoze ettiği, evren tarafından bize bunların geldiği ve geleceği.”
doğa keşif ilahi güç	
Kavram: zihin	“süregelen ilk bilginin bulunup yeni gelenlerin onun üstüne koyması daha çok icat edilmiş hissi de uyandırıyor.” “bana göre matematik bir şeyleri üretmek , onu belirli bir mantık ve örgü çerçevesinde değerlendirmek, belli noktalara getirmek. E bunu da söyleyince icada doğru kayıyor evet. Belli bir noktadan alıp genişlete genişlete bir noktaya taşımak.” “Matematik başlı başına zihinsel bir süreç ” “... bir bütün olarak düşündüğümüzde tamamen zihnin ürettiği ya da bulduğu şeyler matematik”
zihnin ürünü zihinsel icat	
Kavram: evren ve zihin	“Keşif mi, icat mı? Yani spesifik olarak birini demek belki de biraz anlamsız mı olacak bilmiyorum ki.” “Ben az önce keşfetmek anlamında kullandım ama hani duruma konuya göre mi değişen bir durum acaba? Bilemedim. Hani matematiği öncelikle ne olarak tanımladığımıza da bağlı aslında.” “Konuya göre. Yani hani keşfedilen bir kısmı da var. İcat edilen bir kısmı da var ”
hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	

Tablo incelendiğinde öğretmenin, varlığın kaynağı meselesiyle üç kavram için de düşünce ürettiği görülür. Bu düşünce geçişleri ise şöyle olmuştur: Öğretmen “matematik nerededir?” sorusuyla ilk karşılaştığında “her yerde” şeklinde bir cevap üretmiştir. Matematiğin insanoğluna evren tarafında empoze edildiği görüşündedir. Bu görüş daha çok matematiğin keşif yoluyla bulunan bir yönüne işaret etmektedir.

Kaldı ki öğretmenin ifadelerinde de “keşif” kelimesinin kullanıldığı görülür. Ancak matematiğin kendi düşüncesinde ne olduğunu tanımlayan öğretmen şunları söylemiştir:

“... bana göre matematik bir şeyleri üretmek, onu belirli bir mantık ve örgü çerçevesinde değerlendirmek, belli noktalara getirmek. E bunu da söyleyince icada doğru kayıyor evet. Belli bir noktadan alıp genişlete genişlete bir noktaya taşımak.”

Öğretmenin matematiğe yüklediği bu anlam ise düşüncesini, matematiğin icat da olabileceği görüşüne doğru çekmiştir. Öğretmene göre matematik, “başlı başına zihinsel bir süreç (...) bir bütün olarak düşündüğümüzde tamamen zihnin ürettiği ya da bulduğu şey” olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğretmen “keşif mi, icat mı?” tartışmasını kendi cümleleriyle şöyle ifade etmiştir:

“Keşif mi, icat mı? Yani spesifik olarak birini demek belki de biraz anlamsız mı olacak bilmiyorum ki. (...) Konuya göre. Yani hani keşfedilen bir kısmı da var. İcat edilen bir kısmı da var.”

Öğretmenin düşüncesindeki bu geçişin seyrine yön veren diyalog aşağıda verilmiştir:

A: Mesela mantıktan gidebiliriz. p ise q diyoruz mesela. p ne, q ne, ise ne demek? Kümelerden bahsediyoruz, bir küme tanımlıyoruz mesela. Bunlar doğada var mı? Mesela K kümesini tanımlayalım, x diyelim öyle ki, $x=2k+3$ olsun, k 'yı da pozitif tam sayılardan seçelim. (kâğıda $K=\{x: x=2k+3, k \text{ elemanıdır } \mathbb{Z}^+\}$ yazarak) Bu doğada var mıdır?

Ö3: Yoktur. (gülüşmeler) O yoktur.

A: O yoktur, olan şeyler mesela nelerdir? Doğada olduğunu düşündüğünüz şeyler, temel fikir olarak. Ya da size doğada olduğunu düşündüren şeyler.

*Ö3: Ya biz en son mesela çocuklarla şunu düşünmüştük mesela, sayıların sonsuz olduğuyla ilgili: tamam doğada nasıl vardır bu? En azından dedik rasyonel sayılarda 2 ile 3'ün arasına bile biz bir sürü sayı yerleştirebiliyoruz, sen elmayı 10'a böldün birini yedin, o 100'e böldü birini yedi, o 1000'e böldü birini yedi. O 20'ye böldü birini yedi. Ne kadar insan o kadar çok bölüp yedi. Araya girebilir, hani o zaman biz bırak sonsuza kadar sayıların gitmesini, 2 ile 3 arasında bile hayal edemeyeceğin sayılar var diye konuşmuştuk mesela. Hani o anlamda da **hep beraber, olan şeyler üzerinden, olanı keşfetmiştik sonuçta. Günlük hayatımızda kullandığımız***

bir şeyler. Keşif olması bana bu anlamda etkileyici geldi. Ama daha farklı konular var. Dediğimiz gibi karmaşık sayıdır, bu tarz kümelerdir, bunlarda olan bir şey yok tanımlama, e o zaman?

A: O zaman? :)

Ö3: (gülüşmeler) Konuya göre. Yani hani keşfedilen bir kısmı da var. İcat edilen bir kısmı da var diyeyim ben, daha fazla kafamı karıştırmayalım.

Öğretmenin ve sınıfının 2 ile 3 arasındaki sonsuzluğu, elmayı istediğimiz kadar bölebilmeyenin mümkünlüğü düşüncesinden yola çıkarak tahayyül etmesi, aslında bizi matematiksel nesnelerin varlığının insan zihninin çevreyle etkileşimi sonucu kendini göstermesi fikrine götürür denebilir. Öğretmenin bu örneği göstermektedir ki matematiksel nesnelerin varlığı kaynağını evrenden/çevreden/doğadan elbette ki alır ama insan zihni bu süreçte saf dışı değildir. Öğretmenin keşif olarak gördüğü bu örnek aslında platoncu anlayışın savunduğu türden bizden bağımsız bir idealar dünyasında olanı keşfetmek değildir, insanın çevresiyle etkileşimi sonucu fark ettiği/tahayyül ettiği şeyi ifade etmektedir denebilir.

4.1.1.4 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö4 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.4.1 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö4 kod adlı öğretmen ile araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalog matematiksel nesnelerin varlığı meselesinde öğretmenin düşüncelerinin anlaşılmasına faydalı olacaktır:

A: Hocam matematiksel nesneler dediğim şeylerin varlıkları ne türden bir var olmaktır? Mesela bir kalemin varlığını ben beş duyu organımla görebiliyorum, hissedebiliyorum. Ama matematiksel nesne dediğim şeylerin varlıkları ne türdendir? Mesela doğada gerçek sayı dediğim şeyleri görebilir miyim bizzat, hissedebilir miyim? Ya da ne bileyim karmaşık sayıları? 1 ve 2 dediğim şey, pi sayısı, ne bileyim faktöriyel kavramı..

Ö4: Ya soyut da var, somut olarak gördüğümüz şeyler de oluyor. Hani bir fraktallarda mesela bitkilerde falan birçok şekilde görebiliyoruz. Belki somut olarak tutup inceleyebiliyoruz, sayabiliyoruz, dokunabiliyoruz. Zaten

bu noktada sanırım... Bazıları da soyut, hani böyle, nasıl söyleyeyim, tutup göremediğimiz şeyler. Bunu da ilerleyen yaşlarda belki kavırıyoruz. (...)

Tabii ki hani var, ama her şey de dediğim ya, bir şu yaprağın oluşumunda bile bir matematik var aslında hani baktığımızda. Ama işte onu bulmak, araştırmak ve onu oraya empoze etmek mi gerekiyor? Evet soyut olan şeyler de var, yok değil. Sayılar her tarafta var diye düşünüyorum. Görsel olarak da. Ama işte (sessizlik, ardından gülerek) orda bir durdun şimdi yani.

A: (gülüşme) Hmmm, görsel olarak sayılar... Yani? Bu 1'dir dediğimiz bir şey ya da ne bileyim...

Ö4: Yani hani şekil olarak falan değil de, adet olarak “bu birdir” şeklinde.

A: Adet.

Ö4: Belki hani. Bir şeyleri koyabiliyorsun, sayılar zaten kolaylaştırmak için ilk başta ortaya öyle çıkıyor. Taşlarla falan bunları sayarken şimdi bu şekilde oluyor. Ama görsel olarak baktığımızda “işte 1 orada” diyemeyiz tabii ki. Ama hani uygulama olarak mı diyeyim, o şekilde daha çok matematik. Yani böyle tuttun da al sana matematikteki gerçek sayılar diyemezsin. Ama işte bir şeyin içinde, bak bunda... Mesela altın oran diyoruz işte, birçok şeyde var ama çocuk ona ilk baktığında göremez, mümkün değil. Ya da biz baktığımızda. Ama onun içine girdiğinde biraz daha anladığında... Ama işte onun için birazcık daha ileri yaşlarda mı olmak gerekiyor diye düşünüyorum. Ama tabi tuttuğun anda bulabileceğin bir şey değil, sanki (gülüşme) gibi.

Öğretmenin düşüncesinde matematiğin bazı soyut nesnelerini fiziksel nesnelerde olduğu gibi “tutup gösteremiyoruz”. Ancak bu gösterememe hali, öğretmen için matematiksel nesnelerin varlığının reddine sebep değil. Nesnelerin adedini bildirirken sayıların kullanılması, matematiğin nesnelerinin kendini bir uygulama alanında gösterebilmesi; öğretmenin düşüncesinde varlığın kabulüne bir delil olduğu söylenebilir. O halde öğretmene göre matematiksel nesneler vardır ve anlamlıdır.

4.1.1.4.2 Ö4 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt

Temasına İlişkin Bulguları

Ö4 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.5. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö4

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren	“Matematiği her tarafta bulabiliriz diye düşünüyorum. Hayatımızın her alanında. ”
doğa keşif ilahi güç	“ Evren insanoğluna empoze etmiştir bence” “ Var olan bir şeyi ortaya çıkarmışız diye düşünüyorum.” “Her tarafta bence ve keşfetmeye her zaman açık bir şey” “ keşfedilebilir şeyleri daha çok” “Bir şeyler beni ona itiyor. Onu icat etmeye ya da onu ortaya çıkarmaya, ispatlamaya beni itiyor diye düşünüyorum.”
Kavram: zihin	“ Zihinsel ”
zihnin ürünü zihinsel icat	“1 mesela görsel olarak işte zihinsel gibi görünür (...)1’i oluşturuyorum aslında” “Bir şeyler beni ona itiyor. Onu icat etmeye ya da onu ortaya çıkarmaya, ispatlamaya beni itiyor diye düşünüyorum.”
Kavram: evren ve zihin	“Yani evrende olan şeyler matematiği insanoğluna araştırmaya itmiştir diye düşünüyorum” “ Bir şeyler gözümüze çarpıyor ki onu araştırıp keşfetmeye çalışıyoruz” “Bulunan şeyin bir temeli var diye düşünüyorum. Bu doğadan gelir , ki muhtemelen bizi yönlendiren o oluyor diye düşünüyorum” (...)onların dâhilinde bir şeyler oluşturuyoruz... icat ediyoruz zaten. Ama bizi yönlendiren yine doğada olan birtakım şeyler diye düşünüyorum.” “ Fiziksel nesnelerin sonucunda bizi keşfetmeye iten ve onu zihnimizde canlandırmamızı sağlayan ifadelerdir.”
hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	

Tablo incelendiğinde öğretmenin belirlenen üç kavramla da eşleşen düşünceleri olduğu görülmektedir. Veri setinden yapılacak alıntılar, öğretmenin düşüncesinde matematiksel nesnelerin varlığının neye dayandığını anlamak için faydalı olacaktır. Öğretmen “Matematik nerededir? Onu bir yerde bulabilir miyiz? İcat mı ederiz yoksa keşfeder miyiz? Zihnimizin ürettiği şeyler midir? Sizce matematiği bir yerde bulmak mümkün mü ya da?” sorusuna şu cevabı vermiştir:

*“Tabii ki bu mümkün. Matematiği **her tarafta bulabiliriz** diye düşünüyorum. Hayatımızın her alanında. Yani hani bir **evde bir şeyi düzenlerken bile** bir matematiğin olduğunu düşünüyorum ben mesela, çocuklara da söylüyorum zaten. Hani ‘matematik üff olmasın, hiç matematiğin olmadığı bir okula gideceğim’ diyenler oluyor çünkü. Ama **matematik hakikaten baktığınız her yerde var. Bir müzikte var, bir resimde var, dediğim gibi bir ev içinde bile olduğunu düşünüyorum. Yemek pişirmede bile var yani. Her tarafta bence ve keşfetmeye her zaman açık bir şey.**”*

Öğretmen sonrasında “*matematiği insanoğluna evrenin empoze ettiği*” fikrine katıldığını belirtip “*Yani evrende olan şeyler insanoğlunu araştırmaya itmiştir* diye düşünüyorum. Yani **evren bizi ona sürüklüyor (...)** Hani orda var ki

*bir şeyler. Bir şeyler gözümüze çarpıyor ki onu **araştırıp keşfetmeye** çalışıyoruz ki bu öyle oluyor diye düşünüyorum.*” diye eklemiştir. Bu alıntıyı takip eden diyalog ise şöyledir:

A: Buraya bir asal sayı 2 diyelim mesela 3 diyelim. Bunun asallığı benim dışımda mı, benden bağımsız mı? Yoksa, ben asal sayıların tanımını yaptım, o şekilde tanımladığım için mi ben ona asal sayı diyorum. Mesela buraya çok büyük bir sayı yazsam. Bu sayı zaten asal bir sayı mıydı, yoksa ben asal sayı diye bir şey uydurduğum için mi asal sayı dedim?

*Ö4: Yani uydurduğum için değil, asal olduğu için. Zaten bir asal sayı olduğu için yani. **Yani zaten olan bir şeyi aslında ne yapıyoruz? Bulup onu genelleyip insanlara sunuyoruz. (...) Olan bir şey diye düşünüyorum. Şey değil, sonradan ürettiğim, kafadan uydurduğum bir şey değil** diye düşünüyorum. (...) Uydurduğum bir şey olsa zaten bir yerden sonra çürürdü diye düşünüyorum. Bir yerden sonra tikanırdı yani. Ama her şeyde bu sağlanabildiğine göre demek ki var olan bir şey. **Var olan bir şeyi ortaya çıkarmışız diye düşünüyorum.***

Öğretmenin buraya kadarki düşünceleri matematiğin bir keşif olduğu düşüncesiyle eşleşir. Buradan sonra öğretmene matematiğin icat edilen bir kısmının olup olmadığını düşündürmek amacıyla sorulan aşağıdaki soru ile gelişen diyalog ise şu şekildedir:

A: Peki hocam, bu matematiksel nesneler dediğim şeyler fiziksel gerçeklikler mi, az evvel de dediğim gibi beş duyu organımla hissedebildiğim şeyler mi? Yoksa zihinsel kavramlar mı?

*Ö4: **Zihinsel.***

A: Zihinsel kavramlar.

*Ö4: Zihinsel ama şey var... 1 mesela görsel olarak işte zihinsel gibi görünür ama baktığım zaman çevrede ona ait bir şeyler bulabiliyorum aslında. Ama onu bire bir göremiyorum. Nasıl söyleyelim? (sessizlik) Yani şöyle mi diyelim? Etraftaki olan şeyleri mesela **1'i temsil eden şeylere bakıyorum, bunu bir şeyle simgelemem gerekiyor diyorum ve 1'i oluşturuyorum aslında.***

A: Oluşturuyorum, dediğimizde sanki bana hep icat ediyormuşuz gibi geliyor.

Ö4: (sessizlik) Yani onların dâhilinde bir şeyler oluşturuyoruz hani. Yani **icat... icat ediyoruz zaten. Ama bizi yönlendiren yine doğada olan birtakım şeyler** diye düşünüyorum. Hani mesela ben, işte en basitinden koyunları sayarken diyelim eski zamanlarda, her birine birer taş koyacağım ona ne diyorum mesela? 100 diyorum. 100 tane taş koyacağım. Hani **bu beni itiyor** mesela. Onu saymak, **oraya her zaman o taşı koymak** ya da eksik mi değil mi demek **değil**, hani bunu bir şeylerle **simgelemem gerekiyor diyorum, onun sonucunda onu ortaya çıkarıyorum.**

(...)

A: Anladığımı söyleyeyim siz bana hani öyle düşünmüyorum dersiniz. Size göre sanki dünyada, yaşadığımız evrende bize matematiği kullandıracak ya da matematiğe itecek şeyler var, onu düşünmeye itecek şeyler var.

Ö4: Var. Onun ...

A: Heh

Ö4: ... akabinde biz bunu görsele yani biraz daha somutlaştırıyoruz sanki. Hani soyut şeyleri somutlaştırarak ...

A: Ya da somut şeyleri soyutlaştırıyoruz?

(...)

Ö4: Doğru, somuttan soyuta gitmiş oluyoruz o zaman.

A: O zaman şöyle diyoruz, matematiği bize düşündüren şeyler var, o düşündüren şeyler somut şeyler, ben o somut şeylerden yola çıkarak onu soyutlaştırıyorum.

Ö4: Soyutlaştırıyorum hı-hı.

A: O soyutlaştırma süreci, aslında o şeyi görme, o şeyi fark etme ve orda matematik bulma anı size göre keşfetmektir diyebilir miyiz?

Ö4: Keşfetmektir, hı-hı.

A: Sonrası, somutta soyuta geçirdiğimiz süreç bir noktada eim, nasıl oluyor sizce? O süreçte de mi keşfediyoruz?

Ö4: Keşfediyorum.

A: Keşfetmeye devam ediyorum... Yoksa bir şeyleri icat etmeye mi başlıyorum, artık. Taşları koydum, atıyorum 100 tane taşı koydum, o 100 tane taşı temsil eden bir sembol bulayım. O sembole de 100 diyeyim. Bu benim icat ettiğim bir şey mi? Yoksa keşfettiğim bir şey mi?

Ö4: Keşfettiğim bir şey.

A: Keşfetmek deyince şunu anlıyorum hocam, Amerika keşfedildi, icat edemem çünkü o oradaydı. Ama bir kalem? (aynı anda) icat edilir. Yani kaleme ihtiyacım vardır, ona ihtiyaç duyarım, bir yerlere iz bırakmak isterim. O izi bırakma fikri aklıma düşer. Bana onu düşündüren pek çok şey belki doğada vardır, kömür mesela izini bırakır. En nihayetinde onu bu forma getiren benim ve ben bunu icat etmiş oluyorum ya.

Ö4: Onu keşfedip şey yapmış, ben sunmuş olamıyor muyum? Mesela keşfediyorum, yine ben keşfettiğim için, yine benim ismimle anılacak o. (...) Ne bileyim bir **pisagor bağıntısı** gibi yani. Pisagorla anıyoruz sonuçta. **Bu olan bir şey bence. Alanların toplamları falan.** Ama onu keşfeden kişi o olduğu için onun ismini alabiliyor diye düşünüyorum. **İcatlar somutta, keşfetme acaba soyutta olabilir mi? Ya da hani böyle daha büyük bir şey, ucu açık kavramlar da olabilir mi diye düşünüyorum,** bilmiyorum da. Ya şey doğru, o konuda evet, bir kalem icat ediyorum (...) Ama matematik öyle bir şey değil işte soyut olduğu için, onu icadı da keşfetmek mi acaba?

A: Hmmm, acaba?

(...)

A: Aynen :) (sessizlik) Immm Yani her şey, matematikteki her şey, pür matematikteki de her şey, doğada var. Biz gidip keşfediyor muyuz?

Ö4: Ben öyle düşünüyorum.

A: Mesela integral hesabı, p ise q, mantık mesela...

Ö4: Onların **hepsinin orada bir dayanağının olduğunu düşünüyorum.** Bilmiyorum niye öyle düşünüyorum ama o şekilde yani. Bana göre öyle.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde öğretmenin matematiğin keşif olduğuna dair baskın bir düşüncesi var denebilir. Araştırmacı görüşme sırasında öğretmenin icat demekten geri durduğunu fark edip bu kelimelerden aynı şeyi anlayıp anlamadıklarını kontrol etmek adına şu diyalogu başlatmıştır:

A: (...) kelimelerden aynı şeyleri mi anlıyoruz diye soruyorum. Keşfetmek diyenler, literatürde şöyle diyorlar: Mesela ne bileyim bu $\sqrt{2}$ sayısı illa ki vardı, biri gelip onu bulacaktı. İnsanlar bunu hatırlayacaklardı.

Ö4: Olan bir şeyi bulmak gibi diyorsun, hı-hı.

A: Newton olmasaydı da o yerçekimi

Ö4: Vardı.

A: Birinin dikkatini çekecekti. Muhakkak ortaya çıkacaktı. Eum, yani “etrafta benim henüz bilmediğim pek çok şey olabilir, vakti geldiğinde bunları hatırlayıp ya da fark edip keşfederim”i anlıyorum. İcat deyince de bu benim zihnimin ürettiği, benim oluşturduğum, inşa ettiğim bir şey.

Ö4: Onu aynı şekilde düşünüyoruz sanki zaten de, onda şey yok. Ama ne bileyim icat deyince sanki somut gibi geliyor. (...) **icat deyince sanki o daha orada kesiliyormuş gibi**

A: Keskin

Ö4: **Keskin gibi geliyor yani o anlamda kullanmak istemiyorum belki.**

Öğretmenin düşüncesinde keşfetmek daha açık ve geniş bir yelpazeyi içine alırken icat kelimesi daha dar bir anlamda kullanılıyor. Öğretmenin bu sebeple matematiğe icat demekten geri durduğu söylenebilir.

Öğretmen son olarak “matematiksel nesnelerin varlığını neye dayandırılıyorsunuz” sorusunu şu şekilde cevaplamıştır:

“Fiziksel nesnelerin sonucunda bizi keşfetmeye iten ve onu zihnimizde canlandırmamızı sağlayan ifadelerdir. (...) nesnel olarak gördüğüm şeyler beni itiyor, bunu keşfediyorum ya da icat... neyse keşfediyorum, icat demek istemiyorum, matematik çok icat gibi gelmiyor bana. Keşfediyorum, keşfettikten sonra onu soyutlaştırıyorum ve bu soyutlaştırmayı daha sonra birilerine sunarken tekrardan o nesnelerden yararlanıyorum diyebilirim. Yani bir döngü aslında, gibi bir şey. Nesneler beni itiyor, ya da bir doğa, etrafımda yaşıyorum beni ona itiyor, ben onu buluyorum, keşfediyorum, ortaya çıkarıyorum genelliyorum, soyutlaştırıyorum, kullanılır hale getiriyorum. Sonra onu sunarken, birilerine bir şey sunup anlatabilmek için tekrardan nesnelere başvurup somutlaştırabiliyorum yani.”

O halde denebilir ki öğretmen matematiği keşfedilen bir alan görmesine rağmen onun nesnelerinin varlığını bizim dışımızda bir yerde, idealar evreninde bulmaz. Öğretmene göre matematiksel nesneler varlığını zihnin ve çevrenin etkileşiminden alır.

4.1.1.5 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö5 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.5.1 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin

Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö5 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı hakkındaki görüşleri şöyledir:

“... şimdi bunları **doğada bulmak mümkün değil. Bununla hani insan zekasıyla... ama yine de ben onların var olduğunu düşünmek istiyorum.**”

“... belki de bizim uğraştığımız her şeyin doğada **bir karşılığı var**, buna şaşırmam ben aslında. Yani evren o kadar güzel yaratılmış ki, sırlarla dolu, güzelliklerle dolu. Yani her birinin doğada **karşılığı var** denilse şaşırmam ben buna.”

Ö5 kod adlı öğretmenin veri seti incelendiğinde yukarıda verilen ifadelerin dışında matematiksel nesnelerin varlığını kabul ettiğine dair detaylandırarak başka bir veri sağlanamamıştır. Yukarıdaki alıntılar göstermektedir ki öğretmen matematiğin varlığını kabul eder. Ancak varlığını nereye dayandığı meselesi bir sonraki alt temanın konusu olduğu için konuya ilişkin bulgular orada detaylandırılacaktır.

4.1.1.5.2 Ö5 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt

Temasına İlişkin Bulguları

Ö5 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.6. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö5

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren	“her yerde ama nerede olduğu da ‘tam şuradadır’ diyemeyeceğiniz bir şey yani.”
doğa keşif ilahi güç	“Varmış da biz bulmuşuzdur herhalde. (...) evrende zaten keşfedilmeyi bekleyen o kadar çok şey var ki, hani Allah-u teala’nın bizler için gizlediği , sadece matematik değil her bilim dalında böyle. (...) biz onları keşfediyoruz. ”
	“... insanoğluna evren empoze etmiştir bence. Çünkü insanı düşünmeye evren itmiştir. Düşünmeye, sorgulamaya. Eııı yani nesneler veya soyut kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmeye , bulmaya, varsa da keşfetmeye sonuçta evren itmiştir.”
	“... bunları topladık artık kağıda döktük, bu artık keşif mi icat mı? Bence keşif. Onlar zaten vardı. ”
	“...biz onu keşfettik . Biz icat etmedik bence.”
Kavram: zihin	“ <i>Matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir</i> ”

zihnin ürünü zihinsel icat	“... doğada bulmak, görmek çok zor. (...) p, q deyince türev, integral, limit falan deyince faktöriyel deyince bunları doğada nerede bulacağız? (...) şimdi bunları doğada bulmak mümkün değil. Bunlar hani insan zekasıyla... ” “... bu kişiler sayıları veya işte sembolleri bir oyuncak gibi görerek bunlar arasındaki ilişkileri keşfetmeye, ilişki varsa bulmaya, ilişki yoksa ilişki kurmaya (...) bir şeyler onları sevk etmiş.”
Kavram: evren ve zihin	“her yerde ama nerede olduğu da “tam şuradadır” diyemeyeceğiniz bir şey yani.”
hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	“... basit konularda bunu demek istiyorum: Doğa beni düşünmeye iter ve ben düşünürüm. Hani mesela şu binayı yaparken işte bir dengeye sahip olmalı. Ne bileyim işte ağırlık, hacim... (...) yani bunlar doğada var, beni düşünmeye sevk eder, bir şeyleri keşfetmeye sevk eder. Ama yani bu kadar soyut olduğunda (kısa bir sessizlik) bu soyut ilişkiler vardı, onu keşfedeceğiz ama doğa bizi nasıl yönlendirecek? Yani nereden ilham alacağız? Burada doğadan ilham alırsız demek çok zor. Nereden ilham alacağız yani?” “... bu kişiler sayıları veya işte sembolleri bir oyuncak gibi görerek bunlar arasındaki ilişkileri keşfetmeye, ilişki varsa bulmaya, ilişki yoksa ilişki kurmaya (...) bir şeyler onları sevk etmiş.” “Var olanı keşfedip yani tabii oradan da ilham alarak var olanları da toparlayarak kendi zihnindeki, eeeıı, yani sayılar ve semboller arasında bazı ilişkiler kurmuşlardır.” “... felsefede ulaşılan bir sonuç yok, hep tartışma var. Sadece bu aklımda kalmış. Şu anda da keşif mi icat mı? Biz bir sonuca ulaşamadık, belki de hiçbir zaman ulaşılmayacak.”

Tablo incelendiğinde öğretmenin veri setinde varlığın kaynağı alt temasına ilişkin belirlenen üç kavram için de veri sağlandığı görülür.

Öğretmenin cümlelerinde rastladığımız “her yerde ama nerede olduğu da ‘tam şuradadır’ diyemeyeceğiniz bir şey yani.” ifadesi göstermektedir ki, öğretmen matematiksel nesnelerin varlığını kabul etse dahi varlığın kaynağını nereye dayandıracağı konusundaki düşüncelerinde net değildir. Öğretmen matematiğin bir keşif olduğunu düşünmektedir, onun düşüncesinde keşfedilen şeyler “zaten vardır, mevcuttur.” Öğretmenin ilerleyen açıklamalarında matematiksel nesnelerin varlığını inancıyla ilişkilendirdiği görülmektedir. Ona göre “evrende zaten keşfedilmeyi bekleyen (...) Allah-u Teâlâ’nın bizler için gizlediği” pek çok şey mevcuttur. Bu mevcudiyet, bir yaratıcının varlığına ve dolayısıyla evrene dayandırılmaktadır. Evrene dayandırılan bu varlık meselesi öğretmenin şu ifadesiyle desteklenmektedir:

“... nesneler veya soyut kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmeye, bulmaya, varsa da keşfetmeye sonuçta **evren itmiştir.**”

Öğretmen “matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir” fikrine de katıldığını belirttiğinde araştırmacı-öğretmen arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

Ö5: *Matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir. Şimdi illa ki bu işin bir başlangıcı vardı.(...) ilk insanlar ne bulduysa, ne keşfettiyse bu bir aktarımla sonuçta bugüne geldik. Yani aktara aktara bugüne geldik. O yüzden öyle düşündüm ben. Yani **insanoğlu bir şeyleri keşfetti, topladı, olgunlaştırdı** kendilerinden sonra gelenlere devrettiler. İşte artık taşlar üzerinde olur, kağıt üzerinde olur, işte piramitlerle olur. Bir şekilde bunu aktardılar.*

A: *O diğer nesillere aktarma sürecinde kâğıdın üzerinde yaptığım şey artık keşif mi yoksa insan zihninin kurcalayarak bulduğu, icat ettiği bir şey mi? Bu konu hakkında ne düşünüyorsunuz?*

Ö5: ***Bunları topladık artık kâğıda döktük, bu artık keşif mi icat mı? Bence keşif. Onlar zaten vardı. Zaten vardı. (...) O kadar çok şey var ki biz insanoğlu olarak Allah-u Teâlâ'nın bize verdiği imkanlar ölçüsünde çok azını keşfettik şu anda. (...) Yani o varmış, biz onu keşfettik. Biz icat etmedik bence.***

(...)

A: *Soyut matematik, mantık, p ise q diyorum. Bunları doğada bulabilir miyim?*

Ö5: *Bunları doğada bulmak, görmek çok zor. Hani bazı konular evet doğada bulunuyor, **bizi düşünmeye sevk ediyor, yani doğada bulunan pek çok şey hani alandır, hacimdir, yani üç boyutlu ci... basit şeyler...** Herhalde ben biraz **basit düşündüm ve dedim ki bunlar doğada var, bizi hani matematiği keşfetmeye itiyor.** Ama tabi şimdi p , q deyince türev, integral, limit falan deyince faktöriyel deyince bunları doğada nerede bulacağız? **Öyleyse matematiğin tamamı zaten vardı da biz keşfettik mi, yoksa “olmayan bir şey” mi icat ettik, insanoğlu olarak? Gene aynı soruya geldik.***

Öğretmenin düşüncelerindeki bu değişim göstermektedir ki başlangıçta pür matematikteki gelişmeleri düşünmeden matematiğin keşif olacağı fikrine kapılmıştır. Ancak araştırmacının pür matematiğin konusu olan birkaç terimi hatırlatmasıyla öğretmenin düşünceleri “icat edilen şeylerin de olduğunu” fikrine doğru geçmiştir.

“... şimdi bunları doğada bulmak mümkün değil. Bununla, hani **insan zekasıyla**... ama yine ben onların var olduğunu düşünmek istiyorum yaa. Zaten vardı da birisi keşfetti demek istiyorum yani. Ama doğada yok, nasıl keşfetti? (...) basit konularda bunu demek istiyorum: **Doğa beni düşünmeye iter ve ben düşünürüm.** Hani mesela **şu binayı yaparken işte bir dengeye sahip olmalı. Ne bileyim işte ağırlık, hacim... yani bunlar doğada var, beni düşünmeye sevk eder, bir şeyleri keşfetmeye sevk eder. Ama yani bu kadar soyut olduğunda (kısa bi sessizlik) bu soyut ilişkiler vardı onu keşfedeceğiz ama doğa bizi nasıl yönlendirecek? Yani nereden ilham alacağız?** Burada **doğadan ilham alırsınız demek çok zor.** Nereden ilham alacağız yani? (...) herhalde **var olanı keşfedip** yani tabi **oradan da ilham alarak var olanları da toparlayarak kendi zihinlerindeki, eee, yani sayılar ve semboller arasında bazı ilişkiler kurmuşlardır.**”

Öğretmen kendi düşüncelerini en nihayetinde şu şekilde sonlandırmıştır:

“... felsefede ulaşılan bir sonuç yok hep tartışma var. Sadece bu aklımda kalmış. Şu anda da **keşif mi icat mı? Biz bir sonuca ulaşamadık belki de hiç ulaşılmayacak, belki de hiçbir zaman ulaşılmayacak. Bazen keşif demek istiyorum, yani o vardı biz onu keşfettik. O zaten vardı. Hani evrende vardı, işte Allah-u teala yarattı, yani vardı, biz onu keşfettik. Ama bazen de hani az önce konuştuğumuz gibi yani insanlar sayılar ve semboller arasındaki ilişkiyi kendileri icat ettiler. Ne o, ne bu. Bir sonuca ulaşamadık gibi bir şey. Ama zaten amaç da ulaşmak değildi. Bu konu üzerinde sohbet etmekti. Ben de bir sonuca ulaşabildiğimi düşünmüyorum yani şu anda. Evet bazen bir düşünce ağır basıyor. Daha çok şey düşüncesi bende hep ağır basıyor; yani bu zaten var, insanlar keşfediyor. Daha çok bu ağır basıyor.**”

O halde denebilir ki öğretmenin düşüncesinde; matematiksel nesneler varlığının kaynağını büyük çoğunlukla doğadan alır, ancak kavramlar arasındaki ilişkileri de insan kendi kurar, yani icat da eder. Keşif düşüncesinin öğretmenin düşüncesinde ağır basmasının sebebi olarak bir yaratıcının varlığına olan inancı gösterilebilir.

4.1.1.6 Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö6 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.6.1 Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin

Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö6 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı hakkındaki görüşleri şöyledir:

“... aslında bir kalemin varlığı gibi aynı şey olması lazım, ama işte insan zihni herkese çok farklı işlediği için (...) bir kalemin varlığı mesela herkes için aynı şeyi ifade ediyor olabilir ama bir integral veya bir türev yaptığımızda birçok insanın bakışı değişecektir. Sadece o alanla ilgilenen insanlar için anlamlı hale gelmeye başlayacaktır.”

Öğretmenin ifadesine göre varlığın kabulü “anamlılıyla” ilişkilidir denebilir. Öğretmen; kalemin varlığını kabul etme konusundaki uzlaşının matematikte bulunamayacağını, herkes için “anamlı bir karşılığı” olmadığından yalnız onunla ilgilenenlerin için anlamlı olduğunu düşünmektedir.

A: Hocam matematiksel nesneler dediğim nesnelerin varlıkları, bunlar işte sayılar olabilir, kümeler olabilir, matematiğin konusu olan her şey olabilir, bunların varlıkları benim bu kalemin varlığını hissetmem gibi mi? Mesela buna dokunabiliyorum, onu görebiliyorum beş duyu organımla hissedebiliyorum ve bu vardır diyebiliyorum. Matematiksel nesnelerin varlıkların beş duyu organımla hissedebiliyor muyum? Onlar fiziksel gerçeklikler mi, yoksa zihinsel kavramlar mı? İnsan zihninin ürettiği kavramlar mı sizce?

*Ö6: Ya her ikisi de olduğunu düşünüyorum. Mesela işte küme kavramına bakacak olursak, evet **doğada var**. Ama işte biz onun bir sınırını çizip de “işte bunlar küme” demediğimiz sürece anlamlı hale gelmiyor. Onları anca o şekilde sınırlandırıyoruz.*

Öğretmen ve araştırmacı arasında geçen yukarıdaki diyalog öğretmenin matematiksel nesneleri hem fiziksel hem zihinsel kavramlar olarak algıladığını göstermektedir. “...doğada var” ifadesi ise matematiksel nesnelerin varlığının kabul edildiğine bir delil olarak gösterilebilir.

4.1.1.6.2 Ö6 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt

Temasına İlişkin Bulguları

Ö6 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.7. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö6

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren	“Matematiği insanoğluna evren empoze etmiştir.’ Evet evrende daha çok vardır. Yani kendi akışında bu matematik vardır. Yani işte, çiçek yapraklarında görüyoruz, enım, altın oran mevzusunda da aslında buna çok sık geliyorduk işte üniversitede”
Doğa Keşif ilahi güç	“... direkt evrendeki değerleri aldığımızda keşif olarak görebiliriz bunu”
Kavram: zihin	“... matematiğin ilk işte bu sayıların bulunuşu ve bu temele oturtma süreci insanoğlunun zihninde başlayan bir süreç”
zihnin ürünü zihinsel icat	“Matematiği evrene insanoğlu empoze etmiştir (...) düzen kurma ve kural oluşturma mantığıyla devam ettiğimiz için bazı yerlerde bunu biz zorlamış olabiliriz.”
	“... evreni aslında sanki bizim matematiğimize uydurmaya çalışıyoruz. ”
	“biz şimdi manipüle edebiliyoruz ya, doğadaki bazı şeyleri manipüle ediyoruz, olduğu gibi almıyoruz. (...) Bu süreçte bizim de katkımız olduğu için zorluyoruz sanki şartları diye düşünüyorum.”
	“ zorlama süreci , insanoğlu icat için zorluyor diye düşünüyorum.”
	“... saat, zaman dilimini oluşturuyoruz, biz oluşturuyoruz. ”
Kavram: evren ve zihin	(...) aslında ben matematiği hepsi olarak görüyorum. Hem doğada vardır, (...) Ama aynı zamanda insanoğlunun zihnindedir de. ”
hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	(keşif mi icat mı sorusuna): “Ya bence iki kısma da giriyor gibi bunların tek cevabı olabilir mi bilmiyorum. ”
	“... bir tarım ürününden gidersek , elde ettiğimiz hasat sonucunda biz her zaman tam , işte 4 ton gibi bir cevap bulamıyoruz. Burada karşımıza bizim rasyonel sayılar tabii ki çıkıyor. ”
	“... atıyorum bir odun parçası kırılıyor ama o tam bir rakama denk gelmiyor. ”

Tablo incelendiğinde Ö6 kod adlı öğretmenin belirlenen üç kavramla da ilgili düşünce ürettiği görülmektedir.

A: Sizce matematik nerededir? Onu bir yerde bulabilir miyiz? İcat mı ederiz? Zihinsel bir süreç midir? Yoksa keşfeder miyiz? Nasıldır sizce matematik nerededir?

Ö6: Yani aslında ben matematiği hepsi olarak görüyorum. **Hem doğada vardır**, biz bu doğadakini aslında çocukları ikna etmek için bu kısmı kullanıyoruz. Sürekli işte bize çocukların sorduğu şey “matematik bize niye lazım?” diye ısrarla sorduklarında ikna edebilmek için aslında doğada olduğunu ispatlamaya çalışıyoruz. İşte yaptıkları bir **alışverişte** bunu bulabileceklerini, İşte **günlük rutinlerin içerisinde o gizli olan matematiği**

*çıkartıp bunları göstermeye çalışıyoruz. Ama aynı zamanda insanoğlunun zihnindedir de. Yani bunlar sonuçta matematiğin ilk işte bu sayıların bulunuşu ve bu temele oturtma süreci **insanoğlunun zihninde başlayan bir süreç.** Ve çok da bununla ilgilenmeyen insanlara da empoze ederek o sürece çektiğimiz bir durum. Bunun için aslında hepsi vardır. **Hem doğada vardır, hem insanoğlunun zihninde** yola çıkıp diğerlerine aslında bunu (gülerek) zoraki bir şekilde öğreterek devam ettiğimiz bir süreç galiba.*

Öğretmenin yaptığı bu açıklama göstermektedir kendi düşüncesinde matematik hem “doğada vardır” hem de “zihinde başlayan bir süreçtir”, onu hem bulur, hem üretiriz. Öğretmenin öğrencilerini ikna etmek için günlük rutinlerin ardındaki –örneğin bir alışveriş- matematiği gösterme çabası matematiğin anlamlı ve uygulamadan kopuk olmayan yanını ortaya çıkarmaktadır.

Öğretmene göre matematiği evrene insanoğlu empoze etmiştir. Öğretmen bu düşüncesini şöyle detaylandırır:

*“Yani belki bazı noktalarda bunu söyleyebiliriz. Çünkü **insanlık olarak çok böyle düzen kurma ve kural oluşturma (gülüşme) mantığıyla devam ettiğimiz için bazı yerlerde bunu biz zorlamış olabiliriz.** Şu anda örnek olarak düşünüyorum immmmm, belki çok geçerli bir örnek olmayacak da başka bir şey şu anda gelmiyor. Mesela biz, bir çiftçi, bir alan oluştururken bir dikdörtgensel ya da karesel bölge oluşturmaya çalışıyoruz. Gerçi herkes için söyleyemeyiz ama daha düzenli bir yapı oluşturmaya çalışıyoruz ya **evreni aslında sanki bizim matematiğimize uydurmaya çalışıyoruz. Ama kendi akışında olsa hiçbir çiçek burdan işte ritmik olarak gideyim, düzenli gideyim, belli aralıklarla gideyim gibi bir durum yok.** Doğa kendi akışında oluyor. Bazı zamanlar buna katılıyorum aslında evet. Öyle durumlar geliyor ki insanoğlu evrene empoze etmeye çalışıyor. **Ama bunun çok ağırlıkta olduğunu düşünmüyorum.**”*

Öğretmen aynı zamanda “matematiği insanoğluna evren empoze etmiştir” ifadesine de katılmaktadır. Bu konu hakkındaki düşüncelerini ise şöyle ifade etmektedir:

*“Evet, **evrende daha çok vardır. Yani kendi akışında bu matematik vardır.** Yani işte, çiçek yapraklarında görüyoruz, euum, altın oran mevzusunda da... Aslında buna çok sık geliyorduk işte üniversitede, lisansta. **Evrende aslında***

var hâlihazırda insanoğlu buradan görerek de yola çıkabiliyor. (...) En çok buna katılıyorum.”

Öğretmenin “matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir.” ifadesine de katıldığı “... bununla ilgilenmeyen insanlara da empoze ederek o sürece çektiğimiz bir durum” cümlesinden anlaşılabılır.

Matematiğin keşif mi, icat mı olduğu tartışmasında da öğretmenin düşünceleri şöyle konumlanır:

*“... bence iki kısma da giriyor gibi. Bunların tek bir cevabı olabilir mi bilmiyorum. Birine belki daha yakın kalacağız ama. Biz şimdi **manipüle edebiliyoruz ya, doğadaki bazı şeyleri manipüle ediyoruz, olduğu gibi almıyoruz.** (...) Bu süreçte **bizim de katkımız olduğu için zorluyoruz** sanki **şartları diye düşünüyorum. Ama direkt evrendeki değerleri aldığımızda keşif olarak görebiliriz bunu.**”*

Yukarıdaki ifadelerden de anlaşılacağı üzere öğretmen, matematiğin hem keşif hem icat olduğunu düşünmektedir.

O halde denebilir ki öğretmenin düşüncesinde matematik varlığının kaynağını hem evrenden (evren matematiği insanoğluna empoze etmiştir) hem de kendi zihninden (matematiği evrene insanoğlu empoze etmiştir) alır ve tüm bu aldıklarını yine insanoğlu birbirine empoze eder.

4.1.1.7 Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Varlık/Ontoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö7 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı ve varlığın kaynağı alt temalarına ilişkin bulguları bu bölümde verilecektir.

4.1.1.7.1 Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Matematiksel Nesnelerin Varlığı Alt Temasına İlişkin Bulguları

Ö7 kod adlı öğretmenin matematiksel nesnelerin varlığı hakkındaki görüşleri şöyledir:

*“... **matematik** var mıdır, yok mudur meselesinde bir kere **vardır**. Yani buna net, kesinlikle ve çokça katılıyorum.”*

“... ben üç sayısını, üç diye bir sayı olduğunu biliyorum, hakimim, bu sayı doğal sayılar dünyasına da ait ya da gerçek sayılar dünyasına da ait. Bu dünyaların sonsuz olduğunu da çok kabul ediyorum ama ben üçü alıp böyle hani çantama koyamıyorum. Yani bu öyle bir şey değil. O yanındaki ifadelerle bir anlama bürünüyor.”

“... matematik nerededir? **Matematik vardır**, hani **elimizle tutamayız, soyut bir dünyada**. Ama bizimle her zaman. Yani zihnimizde ya da karşımıza mesela nasıl diyeyim, **bir fırının ayarının arkasında da bir matematik var** mesela hani. O zihnimizdeki şey bir şekilde karşımıza böyle çıkıyor ve biz onu tüketiyoruz.”

Yukarıda alıntılanan cümlelere dayanarak denebilir ki: Öğretmen, matematiksel nesnelerin varlığını kabul eder ve bu varlığın fiziksel bir nesnenin var olması türünden bir varlık olmadığını, aynı zamanda fiziksel olarak gösterilememesine rağmen kendine dünyada bir karşılık/bir kullanım alanı -örneğin bir fırının ayarının ardında olduğu gibi- bulabildiğini düşünür. Öğretmenin varlık meselesiyle ilgili düşünceleri en başından beri çok nettir.

4.1.1.7.2 Ö7 Kod adlı Öğretmenin Varlığın Kaynağı Alt

Temasına İlişkin Bulguları

Ö7 kod adlı öğretmenin varlığın kaynağı alt temasına ilişkin görüşlerinin kodlarla eşleştirildiği tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.8. Varlığın kaynağı alt temasına ilişkin kodlama tablosu-Ö7

Kod ve kavram	Veri
Kavram: evren doğa keşif ilahi güç oluşum	“... matematik her yerde diye bir cümle var , bu cümleye çok katılmıyorum da çok katılıyorummm (bir kısa es) ya katılıyorum hiç demiyorum. Bir karasızlığım da var bu cümledeki ifadeyle alakalı. ” “... keşif diyebileceğim şeyler de oluyor.”
Kavram: zihin zihnin ürünü zihinsel icat	“Matematik böyle insan zihninin bir ürünü ” “ İnsan zihninin ürünü yani düşünmenin bir ürünü . (...) Bu noktada icat da diyebiliyorum” “ İcat fikrinde şu cümle çok güzel geliyor bana ‘ insan zihninin bir ürünü ’” “ zihnimden çıkan bir ürün diyebiliyorum kolaylıkla”
Kavram: evren ve zihin hem keşif hem icat zihin ve çevre etkileşimi	(keşif mi icat mı sorusu için) “Birinden birini tercih edemem bu soru için. Hem ikisi de diyebilirim. İkisi de değil de diyebilirim. ” “... ikisine de katılıyorum kendi içimde . Keşife de icata da. Ama hani bunlar apayrı şeyler değil . Daha bütüncül geliyor bana.” “...birtakım şeyleri keşfederek biz bir şeyler yazdık ama bu yazdığımız şeyler hep zihnimizin bir ürünü ve bir noktada biz bunlara matematik dedik.” “... matematik işte sadece keşfedilerek ya da sadece icat edilerek bulundu diyemiyorum da. Çok yönlü , çok hani her yere sığıyor.” “Zaten vardı ve ben onu bulup keşfettim bu cümle bana birazcık tartışmalı geliyor, ben bunu savunmuyorum. Ama şunu diyebiliyorum, zaten var olan şeyleri ben matematikle açıklıyorum. (...) başıma gelen şeyleri ya da gördüğüm şeyleri açıklıyorum bir şekilde.” “Doğada zaten var olan şeyleri açıkladığım bir ilim, bu bana yüzde yüz keşif dedirtmiyor . Çünkü ben onları açıklarken kendi zihnimi ”

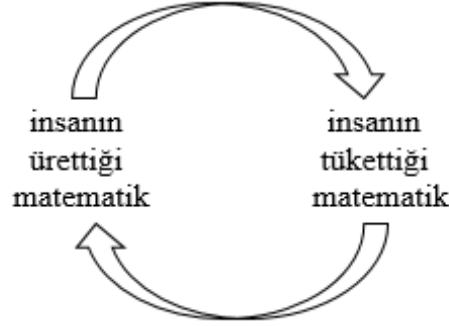
Tablo incelendiğinde Ö7 kod adlı öğretmenin üç kavramla da ilgili düşünce ürettiği görülmektedir. Tabloya bakılarak da öğretmenin matematiği hem keşif hem icat olarak görüp insan zihninin bir ürünü diye ifade ettiği ve varlığın kaynağını insanlığın ortak zihninden aldığını düşündüğü söylenebilir. Ancak öğretmenin düşünce akışını detaylandırmak onun matematik hakkındaki görüşlerini daha iyi anlamamız açısından önemlidir.

Öğretmen “matematiği evrene insanoğlu empoze etmiştir, matematiği insanoğluna evren empoze etmiştir, matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir.” ifadeleriyle ilgili şunları düşünmektedir:

*“Bu üç düşünceden sonuncusu bana çok çok daha yakın. Evren ve insanı ayrı bir şey gibi... evren ve insanı ayrı bir kategoride düşünmek yerine mmm hani zaten biz buradayız ve içimizde de bir evren var. Hangi evrenden bahsediyor olabiliriz? Aklıma bu soru geldi. Bilmiyorum. (...) **insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir**. Bilmiyorum bu cümleyi hani şimdi böyle bana yöneltilen bir röportaj sorusuymuş gibi dinleyince, kulağıma öyle gelince çok farklı bir düşünceye itildim gibi oldu. Yani empoze etmek üzerine de düşünüyorum şu an bir yandan. Bizden çıkıp bize geliyor bir şekilde. Yani **biz bunu aynı zamanda üretiyoruz ve tüketiyoruz da**. Bazen farkında olmadan tüketiyoruz. Şey aklıma geldi ateistler işte deprem olunca “Allahu ekber” der ya, ya da işte bir şey için “inşallah” falan der. Hani matematiği hiç sevmeyen biri de kendini bir noktada hesap yaparken bulabiliyor. Ne bileyim bir şekilde istemli ya da istemsiz üretiliyor yani. Bu en ilgisiz insandan en ilgili insana kadar. Tüketim de hani aynı şekilde. A’dan Z’ye her insan bunu hayatının bir noktasında ve belki de her anında -bu çok iddialı olabilir ama- her anında bile tüketiyor olabilir. Üçüncü fikre çok daha yakınım ama beni düşündürdüğü çok daha açık şu an.”*

Öğretmenin düşüncesinde matematik insan zihninin bir ürünü olarak karşımıza çıkıyor demiştik. Öğretmenin “matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir” ifadesine katılmasının gerekçesi olarak matematiği “bizden çıkıp bize geri dönen”, “hem üretip hem tükettiğimiz” bir alan olarak gördüğü fikri gösterilebilir. Öğretmene göre –bunun çok iddialı olduğunu düşünse de-

matematiğin üretimi ve tüketimi istemli ya da istemsiz bir şekilde kendini gerçekleştirir. Öğretmenin düşüncesi aşağıdaki gibi görselleştirilebilir:



Şekil 4.1 Ö7 kod adlı öğretmenin düşüncesinde matematiğin döngüsü

Öğretmenin zihnindeki matematiğin insandan çıkan ve insana geri dönen bu döngüsel yapısı, onu “matematiği insanoğlunun insanoğluna empoze ettiği” fikrini düşünmeye itmiştir denebilir.

Öğretmenin düşüncesinde keşif mi icat mı meselesinin nasıl olduğu ise öğretmen ve araştırmacı arasında geçen şu diyalogla netleştirilebilir:

*Ö7: Birinden birini tercih edemem bu soru için. **Hem ikisi de diyebilirim. İkisi de değil de diyebilirim. (...) keşif diyebileceğim şeyler de oluyor. Yani mesela nasıl diyeyim? Nasıl anlatabilirim? Bir formülün bir noktada olmadığını keşfetmek de olabilir bu ya da ne bileyim astronomiyle ilgilenirsin ve bir yandan matematiğe kayarsın hani öyle bir keşif de olabilir bu. Keşfetmenin de birçok şeyi var. Matematik o keşif diye adlandırdığımız kelimeye çok yaklaşıyor. İcat konusunda da şu cümle de yaklaşıyor hani: “durup dururken icat çıkarma” falan hani. İnsan zihninin ürünü yani düşünmenin bir ürünü. O düşünme eyleminin bir hediyesi gibi yani akıl almaz birçok noktada. Bu noktada icat da diyebiliyorum. Ben bunları söylerken ikisine de katılıyorum kendi içimde. Keşife de icata da. Ama hani bunlar apayrı şeyler değil. Daha bütüncül geliyor bana.***

A: Anladım. Ben keşif deyince sanki şunu anlıyorum: Amerika keşfedildi, biri gitti onu orda buldu. Matematik bir yerlerde ve o bulunan bir şey mi? Yoksa o yoktan icat edilen bir şey mi? Mesela fotoğraf makinası diye bir cihaz yoktu. Bir insanın zihnine bir fikir düştü: bir görüntüyü, bir anıyı bir kağıtta saklama fikri. Ve icat edildi.

Ö7: Ben şöyle düşünüyorum **bu zaten vardı. Zaten vardı dediğimde biz bunu bir şekilde keşfetmiş oluyoruz lafına geliyor ama zaten vardı ve biz buna matematik dedik demek istiyorum**. Yani nasıl diyeyim? (...) Hani matematik dediğimiz o ilmin her şeyi, yani o ilme dahil olan ne varsa zaten bir şekilde var. Ama biz bunu **laf gene oraya gidiyor, keşfe gidiyor gibi ama biz bunu hem bulduk hem icat ettik demek istemiyorum**. Büyüdükçe kafamın karıştığını da hissediyorum. Yani bunun adını matematik koyduk, gibi de diyorum bazen. Yani **birtakım şeyleri keşfederek biz bir şeyler yazdık ama bu yazdığımız şeyler hep zihnimizin bir ürünü ve bir noktada biz bunlara matematik dedik**. Yani bunu da diyebiliyorum bir yandan. Kafamın karıştığını daha çok hissediyorum. Isınıyorum.

(...)

A: Zaten vardı ve biz onu adlandırdık. Demek ki şeyi mi anlamalıyız? Birinin aklına muhakkak ona matematik demek düşecekti. Matematiği birisi illa ki bulacaktı. Keşfedecekti. Zaten var. 2 demek, çoklukları saymak istemek birinin aklına zaten düşecek miydi?

Ö7: Zaten vardı ve biz ona matematik diyecektik, bu hani biz onu keşfederek bulduk gibi bir şey demek istemiyorum hani burada. Ama o cümleyi de demek istiyorum bir yandan. (...) **matematik işte sadece keşfedilerek ya da sadece icat edilerek bulundu diyemiyorum da. Çok yönlü, çok hani her yere sığıyor.**

A: Şimdi diyorlar ya yerçekimi, Newton olmasaydı da yerçekimi vardı. Belki bir yükseklikten bıraktığın bir şey yere düşüyordu, Newton onu gördü ortaya çıkardı falan. Matematik de böyle bir şey mi? Zaten atıyorum faktöriyel, ne bileyim uzaydaki eğriler, elips, hiperbol vesaire... Bunlar zaten var mıydı? Yoksa bu bir noktada insanların düşünerek kendilerinin uydurduğu demek istemiyorum ama ürettiği diyeyim, bir şey mi?

Ö7: Ben bunu şöyle toparlamak istiyorum belki ben de daha netleştirdim şimdi, **Zaten vardı ve ben onu bulup keşfettim bu cümle bana birazcık tartışmalı geliyor, ben bunu savunmuyorum**. Ama şunu diyebiliyorum, **zaten var olan şeyleri ben matematikle açıklıyorum**. Yani mesela senin o örneğin beni biraz açtı. **Yer çekimi diye bir şey zaten vardı, ama Newton o başına gelen şeyi açıkladığında buna yer çekimi dedi**. Yani ya da mesela nasıl diyeyim, faktöriyel, bir fonksiyonun işte grafiği mesela... ben bütün bunlarla birtakım

şeyleri açıklamaya ya da birtakım şeylerin zeminini sağlamlaştırmaya çalışıyorum. Yani her yerde demek istemiyorum yine altını çizeyim niyeyse burada bir şeyim, ne derler ittiriyorum kendimi. Astronomide de ya da ne bileyim fizikte, kimyada, biyolojide ya da başka şeylerde bütün bunları bir şekilde açıklayacak belki bir zemin oluşturunca. Yani **başuma gelen şeyleri ya da gördüğüm şeyleri açıklıyorum bir şekilde. Ve bir noktada insanoğlu demiş ki: “bu yaptığımız şeyin adı matematik.”** Belki de zaten var olan şeyleri (sessizlik) açıklıyoruz. **Doğada zaten var olan şeyleri açıkladığım bir ilim, bu bana yüzde yüz keşif dedirtmiyor. Çünkü ben onları açıklarken kendi zihnimi ve ortak zihnimi kullanıyorum. O yüzden hem keşif hem icat diyorum. Şu an netleştirdim sanki.**

Yukarıda alıntılanan diyalog incelendiğinde matematiğin keşif mi yoksa icat mı olduğu sorusunu öğretmenin hem keşif hem icat olarak cevaplandığı görülmektedir. Öğretmene göre evrende zaten olan şeylerin açıklanması çabasıyla insan zihninin ürettiği şeylere matematik denir. Bu düşüncesi öğretmene matematiğin ne tam anlamıyla keşif ne de tam anlamıyla icat olduğunu düşündürmektedir.

Öte yandan öğretmenin varlığın kaynağının neye dayandığı sorusuna cevap olarak aşağıdaki diyalog verilebilir:

A: Bir sayının asal olması hali, bir sayı yazayım şimdi (82516418497) bu sayının asal olup olmaması... yani zaten bu sayı bizim dışımızda asal olarak mı var? Yoksa biz asal sayıları sadece bire ve kendisine bölünebilen sayılar olarak tanımladığımız için mi bu sayıya asal bir sayıdır diyoruz?

Ö7: Hmm, şöyle ki... Yani bu sayının, bu sayı on bir basamaklı bir sayı. **Bu benim hayatımda mesela TC kimlik numaralarından biri olabilir. Ya da telefon numarası falan da olabilir** sanırım öyle bir şeyler ama 82 ile başladığı için Türkiye’de olmadığı kesin. Dünyanın bir yerinde illa ki bir şeyin bir şeysidir bu sayı. Asallık noktasında nasıl söyleyeyim? Asal mıdır değil midir? Buna karar verdiğimde de o tanıma dayanıyorum ben. Ve o tanıma ben yapıyorum. Benim ne bileyim hepimizin ortak zihninden üretilmiş bir tanım o. Yani mesela ben bu sayıya yeri gelir TC kimlik numarası da derim, bir ülkedeki birinin telefon numarası da diyebilirim, hani asallığı üzerine de konuşabilirim. Ama **ben bu sayının çok kullanmadığım için günlük hayatımda benim kullandığım sayıların ötesinde daha sonsuzda**

bir yerde olduğunu biliyorum zaten. Yani zaten var dediğim kısım böyle bir şey. Ben o sonsuzluğu biliyorum, sonsuzda bir yerde bir sayılar var, evet. Ama o sayıyı anlamlandırırken diyorum ki ya da ne bileyim o sayıyla karşılaştığımda kendi zihnimle cevap veriyorum. (...) sonsuzda benim rutinde kullanmadığım bambaşka sayılar var diyorum. Ama o sayı karşıma çıktığında “bu nedir?” dediğimde, ya benim zihnim ya da başka birinin kimliğinin üzerindeki TC ibaresi bana cevap veriyor. Ya da asal mı değil mi, diye merak ettiğimde o asal sayı tanımına dayanıyorum. Dayandığım bir şey illa ki var. Ama o dayandığım şey çoğunlukla ve gerçekten çoğunlukla söyleyebilirim ki bizim ortak zihnimizin ürünü olması.”

Bu diyalogda, öğretmenin günlük hayatta çok kullanmadığı 11 basamaklı bir sayı karşısına çıktığında, o sayıyı ve o sayının varlığını nasıl yorumladığı görülmektedir. Öğretmen bu sayıyı birinin TC kimlik numarası, başka bir ülkedeki birinin telefon numarası olarak anlamlandırabilir ve böylece bu sayı öğretmen için günlük hayatta kullanılabilir bir hal alır. Öğretmenin bu sayıyı açıklamak için giriştiği bu çaba zihnin çevreyle etkileşiminin doğurduğu bir sonuçtur. Öte yandan bu sayının asallığını da kontrol edebilir. Fakat öğretmen tüm bunları yaparken evvela bu sayının varlığını kabul eder, bu kabul ile işe koyulur. “Zaten var” dediği kısım “böyle bir şeydir”. Öğretmenin bu varlığı dayandırdığı şey ise “insanlığın ortak zihni” dir. Bu görüş ise Hersh’in matematiğin yeri olarak gösterdiği Popper’in üçüncü dünyasına karşılık gelir (Hersh vd., 2015).

4.1.2 Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulgular

Bilgi teması; matematiksel bilginin inşası/gelişimi ve matematiksel bilginin doğruluğu olmak üzere iki alt temadan oluşmaktadır. Bu alt temalar kendi içinde kodlara ayrılmıştır. Belirlenen alt temalar birbirini kapsar nitelikte olduğu için bu bölümde veri analizi bütüncül bir anlatımla sunulacaktır. Önce bilgi/epistemoloji temasına ilişkin tüm öğretmenlerden elde edilen bulgular incelenecek, sonra her bir öğretmenin bilgi teması ile ilgili bulguları tek tek incelenecektir.

Tablo 4.9. Bilginin inşası alt temasına ilişkin kod-veri tablosu

Alt tema	Kod	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	f
	deneyim	*	*	*	*		*	*	6
	ihtiyaç/pratik		*		*	*	*	*	5

Bilginin inşası	ilgi/merak	*	*	*	*		*	*	6
	birikimli	*	*	*	*	*		*	6
	tamamlanmış bilgi		*						1
	gelişime açıklık	*	*	*	*	*		*	6

Tablo 4.9. incelendiğinde matematiksel bilginin inşası sürecinde; Ö5 kod adlı öğretmen haricinde tüm öğretmenler deneyimin, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenler ihtiyaç ve günlük hayat pratiklerinin, Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenler ilgi ve merakın etkili olduğunu düşünmektedir. Ö6 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenler matematiksel bilginin birikimli olarak ilerlediği ifadesine katılır nitelikte düşünce üretmişlerdir, ancak Ö6 kod adlı öğretmenin veri setinde böylesi bir bulguya rastlanmamıştır. Yalnızca Ö2 kod adlı öğretmen matematikte tamamlanmış bilgilerin olduğunu düşünmektedir. Ö6 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenler matematiğin gelişime açık bir alan olduğunu açık bir şekilde ifade ederlerken Ö6 kod adlı öğretmenin söylemlerinde bu düşünce örtük olarak kendini göstermektedir.

Tablo 4.10. Bilginin doğruluğu alt temasına ilişkin kod-veri tablosu

Alt tema	Kod	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	f
Bilginin doğruluğu	sezgi/şüphe	*	*	*	*	*	*	*	7
	deneme/yanılma	*	*	*	*	*		*	6
	literatür	*	*	*		*	*	*	6
	genelleme		*		*	*	*		4
	ispat/çürütme	*	*	*	*	*	*	*	7
	mutlak/değişebilir/bağlama	*		*	*	*	*	*	3
	görelilik	*	*	*	*	*		*	6

Tablo 4.10 incelendiğinde tüm öğretmenlerin, matematiksel bilginin inşası ve doğrulanması sürecinde sezgi ve şüphenin etkili olduğunu düşündüğü söylenebilir. Bilginin doğruluğuna ya da yanlışlığına karar verilirken Ö6 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenler; deneme-yanılmaya, Ö4 kod adlı öğretmen hariç

tüm öğretmenler ise literatüre, geçmiş/var olan bilgilere başvurulabileceğini düşünmektedir. Ö2, Ö4, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenler sezgisel olarak öngörülen bir şeyin genelleme yapılarak matematiksel terminolojiyle ifade edilmesi gerektiği görüşündedirler denebilir. Tüm öğretmenler, bir bilginin matematiksel bir bilgi olarak kabul edilmesi veya reddedilmesi için ya ispat edilmesi ya da çürütülmesi gerektiği görüşünde hemfikirdirler. Ö1, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenler matematiğin mutlak ve tek olduğunu düşünmektedirler. Ö1 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenler, mevcut matematiksel bilginin değişebilirliğine ihtimal vermektedir. Ö6 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenler, matematiksel bilginin doğruluğunun bulunduğu bağlama göre değerlendirileceğini düşünmekte, ancak Ö6 kod adlı öğretmenin düşüncesinde bu durum örtük olarak kendini göstermektedir. Öğretmene göre çalışılan “*bağlam değiştiğinde kurallar değişeceğinden*” sonuçların değişmesi gerekmektedir.

4.1.2.1 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Ö1 kod adlı öğretmenin bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu aşağıda verilmiştir. Öğretmen bilginin inşası alt temasında “deneyim, ilgi/merak, birikimli” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, literatür, ispat, mutlak” ve “bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.11. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö1

Alt tema	Kod	Ö1	Alıntı
Bilginin inşası	deneyim	*	“Tecrübeyle alakalı...”
	ihtiyaç/pratik		
	ilgi/merak	*	“Sayma oluştuktan sonra insanlarda merak uyanmış.”
	birikimli	*	“sürekli üstüne bir şeyler ekleyerek gidiyor.”
	tamamlanmış bilgi		
Bilginin doğruluğu	gelişime açıklık	*	“matematik gelişebilen bir şey... geliştirilip farklı bir şeyler içinden çıkarılabileceğine inanıyorum... daha çok ilerleyeceğiz.”
	sezgi/şüphe	*	“bir şeyleri düşünürsün, sezersin... sezinlemeler almışız”
	deneme/yanılma	*	“deneme yanılmaların sonucunun olumlu olup olmaması”
	literatür	*	“aldığımız eğitimler var... belli kalıplarla bağdaştırıp bu, bu yüzden böyle’ diyebildiklerimiz var.”

genelleme	*	“basite indirgeyerek ifade ediyoruz, ispatlıyoruz çocuğa”
ispat/çürütme	*	“var olan kalıpların değişeceğine inanmıyorum... kalıp olarak aynı kalır”
mutlak/ değişebilir/ bağlama görelik	*	“duruma göre doğruluk ortaya çıkıyor... kendi doğalarında doğrular oluşuyor.”

Öğretmenin bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen düşünceleri şöyledir:

“Hep bir şeyleri düşünürsün, **sezersin**, ‘**acaba mı?**’ dersin, kafanda belli soruları oluşturursun, o sorular çerçevesinde yürürsün yoluna. Bunda da öyle olmuş. Yani, matematiği öğrenmişiz, inşa etme süresine geldiğimiz zaman he bak bununla ilgili deyip **sezinlemeler almışız** ve taşları ona göre yerine oturtmuşuz.”

“Sayma oluştuktan sonra insanlarda **merak** uyanmış. Hani ‘bu nasıl, bu nasıl, bu nasıl?’ derken buna akli yetenler işte bu konuda çalışmalar yapmış bunları da insanlığa sunmuş. Biz de onların doğrultusunda bakıyoruz, gelişmelere bakıyoruz, neler keşfedilmiş onlara bakıyoruz, öğreniyoruz. (...) eğitime başladığımızdan itibaren **belirli bilgilerle donanıyoruz. O bilgileri kullanmaya başlıyoruz. (...) Sürekli üstüne bir şeyler ekleyerek gidiyor. Hayatla bağdaştırırsan deneme yanılma değil bence. Tecrübeyle alakalı diye düşünüyorum. Yani bir şeyleri tecrübe ettikçe ‘a bu böyleydi’ ya da ‘bu böyleymiş’ ya da ‘bu böyle’ diyebiliyoruz. Deneme yanılma olduğunu düşünmüyorum. Tecrübeyle alakalı bir şey olduğunu düşünüyorum.**”

Bu alıntılardan hareketle öğretmenin düşüncesinde matematiksel bilginin inşası sürecinin; sezgi ve merak duygusunun insanı tetiklemesiyle birlikte başladığı ve yapılan çalışmalar incelenip üzerine yeni şeylerin eklenmesiyle devam ettiği söylenebilir. Öğretmenin bu açıklaması “sezgi” , “merak” , “deneyim” ve “birikimli” kodlarıyla eşleşmiştir. “sürekli üstüne bir şeyler ekleyerek gidiyor” ifadesi, öğretmenin düşüncesinde matematiksel bilginin birikimli olarak ilerlediğinin bir göstergesidir. Ayrıca öğretmenin, inşa sürecinde deneme-yanılmadan ziyade tecrübeye vurgu yaptığı görülmektedir.

Matematiksel bilginin doğruluğunu nasıl anladığımız konusunda öğretmenin yaptığı açıklamalar şu şekildedir:

“Aldığımız eğitimler var, okuduğumuz okullar var, kafamızda sorguladıklarımız var, kafamızda sorguladıklarımızı belli kalıplarla bağdaştırıp ‘he bu, bu yüzden böyle’ diyebildiklerimiz var. Bir de yani ‘bu böyle’ dediklerimiz var. (...) kabul ettiklerimiz var. Yani matematiği bu şekilde algılıyoruz. Bunun dışında yapabileceğimiz belki çok şey var, ama belki de bu kadar. ”

Doğruluğun kontrolü noktasında öğretmenin belirttiği “aldığımız eğitimler var” ve “sorguladıklarımız (...) sorguladıklarımızı belli kalıplarla bağdaştırıp ‘he bu, bu yüzden böyle’ diyebildiklerimiz var.” ifadeleri “literatür” ve “şüphe” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre doğruluğu kontrol ederken bildiklerimize bakılır ve şüpheyeye düşülen noktalarda da yine bildiğimiz şeylerle açıklamanın/ilişkilendirmenin yoluna gidilir denebilir.

“(...) öğrenci ‘ama öğretmenim niye böyle?’ dediğinde hayatla bağdaştırıp (...) basite indirgeyerek ifade ediyoruz, ispatlıyoruz çocuğa. Çok basit bir örnek yani. Toplamada bile. Mesela $4+2$, 6 eder. Niye $4+2$, 6 eder? İşte 4 elma getiriyoruz yanına 2 elma, çünkü saymayı biliyoruz, işte toplama demek bir araya getirme demek, onları bir araya getiriyoruz, say şimdi diyoruz, bu bile bir ispat.”

Bu alıntıda öğretmenin öğrenciyi ikna etmek için başvurduğu yöntem esasen gözleme dayanan bir deneyi temsil etmektedir. Ancak öğretmenin bunu bir ispat olarak değerlendirebildiği görülür. Kant’ın bilgi felsefesinde “ $2+4=6$ ” ifadesi analitik bir önerme iken “2 elmanın yanına dört elma gelirse 6 elma olur” ifadesi sentetik bir önermedir. Sentetik bir önermeyi doğrulamak için deneye ihtiyaç duyulur. O halde denebilir ki öğretmenin verdiği bu örnek ispat olarak kabul edilmez, olsa olsa “gösterme”dir. Ancak öğretmenin bunu bir ispat olarak kabul etmesi, doğruluğun kontrolünün ispata dayandığına dair örtük bir düşünceye sahip olduğu şeklinde yorumlanabilir.

“(...) matematik gelişebilen bir şey. Yani keşif içinden keşif çıkar, keşif içinden keşif çıkar. Yani gelişme nedir? Hiç olmayan bir şeyi illa ki, ‘aa ben buldum!’” diyerek çıkarmak değildir. Keşfedilen bir şeyi geliştirerek onun içinden de bir şey çıkarma keşiftir bence. Bu matematiğin geliştiğini gösterir.”

Öğretmenin bu ifadeleri göstermektedir ki onun düşüncesinde matematik, gelişime açık olan bir disiplindir. Öğretmen için var olan bilgilerin yeni bilgileri doğurması, matematikte mümkündür denebilir.

Bağlam değiştiğinde, üzerinde çalışılan düzlem ya da sayı sistemi değiştiğinde üretilen ya da ulaşılan bilgilerin değişmesini öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

(2+2=4 ifadesinin onluk taban için doğru bir ifade olmasına rağmen üç tabanında bunun bir karşılığı olmadığı, bunun üç tabanında 2+2=11 ifadesine karşılık geldiği örneğinin ardından)

*“E doğru bir şey. **Kullandığımız düzlem, kullandığımız sayma sistemi değiştiğinde onun sonucunun da değişmesi gayet normal bir şey. Bence kabul edilir bir şey.**”*

Öğretmenin bu ifadeleri “bağlama görelilik” koduyla eşleşmektedir. Öğretmene göre bağlam değiştiğinde sonucun değişmesi kabul edilebilir bir şeydir.

Mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği konusundaki düşünceleri sorulduğunda öğretmen “Tabii.” şeklinde cevaplamıştır. Değişime olan inancının kaynağının ne olduğu ve bu değişimin ne türden bir değişim olacağı sorulduğunda aşağıdaki yanıtı vermiştir:

*“Belirli **kabul edilen kalıpların değişeceğine inanmıyorum. Ama geliştirilip farklı bir şeyler içinden çıkarılabileceğine inanıyorum. Yani kalıp olarak aynı kalır. Ama onun içinden o çıkabilir. Onun içinden o çıkabilir. (...) insanlar bir şeylerin daha çok farkına varıp daha çok incelemeye başladıklarında o var olan kalıpların içinden de birçok şey çıkacak. Yani daha çok ilerleyeceğiz.**”*

Öğretmenin açıklamasında geçen “var olan kalıpların değişeceğine inanmıyorum” ve “kalıp olarak aynı kalır” ifadeleri “mutlak” koduyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde olası bir değişiklik kaynağını matematiğin temelini sarsacak nitelikte olan köklü bir yenilikten almaz, bu değişiklik mevcut matematiğin içinden çıkacak fark edilmeyen bir yeniliğin kendini göstermesinden kaynaklanır denebilir.

Başka bir gezegende matematik yapan canlıların olduğu varsayıldığında, onların yaptığı matematikle bizim bu dünyada yaptığımız matematiğin benzer ya da farklı yönlerinin neler olduğunu soruşturan görüşme sorusunu öğretmen şöyle yanıtlamıştır:

*“Ben matematiğin tek olduğunu düşünüyorum. Sadece adlandırmalar ve söylemler büyük ihtimalle farklı. Hani belki bizden çok çok ilerdeler, belki bizden çok çok gerideler ama **matematik tek olarak düşünüyorum**. Yani bahsetmiştim daha önceki görüşmemizde, **oluşumla alakalı bir şey** diye. **Onlar da oluştuğuna göre onların da oluşumunda o var**. Ama neyi, nasıl, ne kadar kullanıyorlar ya da hangi yöntemlerle kullanıyorlar onu bilmiyoruz. Ama **aynı matematiğin olduğunu düşünüyorum**. (...) Metod, yöntem, isimlendirmeler farklı olabilir. İşte biz hani iki bilinmeyenli denklem çözüyoruz da onlar iki bilinmeyenli denklem çözmiyorlardır bizim yöntemimizle de aynı şeylerle karşılaştıklarında onların da bir mutlaka yaptığı bir şey var. Ama işte bilmiyoruz. (...) Yani tamamen **mantık olarak matematik aynı**. Ama geriye kalan her şey muamma.”*

Öğretmenin bu açıklamasında koyu renkle işaretlenen cümleler “mutlak” koduyla eşleşmektedir. Öğretmenin ifadelerine göre matematik tektir. Varlık temasına ilişkin bulgularda Ö1 kod adlı öğretmenin matematiğin varlığını oluşuma dayandırdığı söylenmişti. O halde öğretmenin ifadelerine bakılarak denebilir ki, evrenin oluşumunda matematik varsa dünya dışı canlıların oluşumunda da aynı matematik olacaktır. Öğretmene göre bir değişim mümkünse eğer bu ancak matematiksel terminoloji ya da yöntemlerinin ne ve nasıl olacağının bilinmemesinin doğurduğu muammadan kaynaklanır denebilir.

4.1.2.2 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bilginin inşası alt temasında “deneyim, ihtiyaç/pratik, ilgi/merak, birikimli, tamamlanmış bilgi” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, literatür, genelleme, ispat/çürütme, değişebilir” ve “bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.12. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö2

Alt tema	Kod	Ö2	Alıntı
	deneyim	*	“tecrübe (...) oraya giden bir yol... tecrübeyle oluşan şeyler.”
	ihtiyaç/pratik	*	“mesela alan, geometri konusu ihtiyaçtan doğmuş.”
	ilgi/merak	*	“meraktan dolayı ileriye doğru gitme olabilir.”

Bilginin inşası	birikimli	*	“önceki bilgileri bilecek ki daha yeni bilgiler oluşturabilsin... kümülatif gitmeli”
	tamamlanmış bilgi	*	“kalıplaşmış toplamadır, çıkarmadır, çarpmadır mesela dört işlem değişmeyecektir.”
	gelişime açıklık	*	“...gelişmeye açık olan bilgi”
Bilginin doğruluğu	sezgi/şüphe	*	“sezgi mutlaka olmak zorunda.”
	deneme/yanılma	*	“deneme yanılmaların sonucunun olumlu olup olmaması”
	literatür	*	“O tarihten bu yana geçen (...) araştırmalara bakılıyor”
	genelleme	*	“bir şeyi genelleylebilmek için (..) aynı sonucu vermesi lazım”
	ispat/çürütme	*	“Yanlışlayabilmek için bir tane bile yeter... doğrulamak içinse ispat yöntemlerine başvurulur.”
	mutlak/değişebilir/bağlama görelilik	*	“var olan bilgiler bence değişebilir” “duruma göre doğruluk ortaya çıkıyor. (...) kendi doğrularında doğrular oluşuyor.”

Öğretmenin bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen düşünceleri şöyledir:

“Yani ilk, matematiğin ilk çıktığı işte Nil Nehri’dir, oradaki **taşmaların sonucunda işte yeniden tapu yapılması, işte alanların yeniden belirlenmesi** mesela en eski. Daha sonrasında işte **inşaat, binaların yapılması, arabalar, uçaklar** gibi bütün hepsi matematikle alakalı. Tabii bunun yanında fen gelişmeleri de oluyor, sadece matematik değil.”

“Iuu, hani şöyle olmuş olabilir: Mesela **ihtiyaçlardan, ilk mesela alan, geometri konusu ihtiyaçtan doğmuş. (...) tecrübe, ihtiyaç, deneme-yanılma bunların hepsi bir şey, oraya giden bir yol.** Sonuç olarak zaten ilerleme ihtiyaç, **gereksinimden dolayı ve bilgi birikiminden, tecrübeyle oluşan şeyler** bana göre. Bu şekilde. Mesela yeni bir şeyi bulan bir kişinin mutlaka önceden belli bir şeyin üzerine koyması gerekiyor. Belli bir hiyerarşi oluyor bazı konu... bazı değil matematiğin genelinde böyle. Yani **önceki bilgileri bilecek ki daha yeni bilgiler oluşturabilsin, inşa edebilsin. (...) kümülatif gitmeli** ve ama şu da var yani hepsi birbirine girmiş durumda, **sarmal yapı içerisinde.** Eui, yani nasıl diyeyim? Çok boyutlu bir şey. Yani sadece tek yönlü değil. Yani **hepsi birbirini besliyor, yeni şeylerin**

de çıkabilmesi için, yeni kavramların oluşabilmesi için yeni atılımlar gerekiyor.”

*“(…) **sezgi** mutlaka olmak zorunda. Yani bir şeyi anlarken, bir şeyi bulurken ya da var olan bir şeyi de yeniden anlamış olabilirsiniz ya da yeni bir şeyi keşfedebilmek amacıyla mutlaka **sezginin** olması lazım. Ama bunun için de **kişinin pişmesi lazım. Tecrübenin oluşması lazım. Çok denemenin oluşması lazım.**”*

*“... insanlar dünya üzerinde olduktan sonra mutlaka bir şeylere **ihtiyaç** duymuşlar. **Yeme-içme vesaire, barınma, ticaret, yerleşme, aile kurma...** Bunlar dünya üzerindeki bilimleri doğurmuş. Yani bu insani, sosyal bilim de olabilir, sayısal bilim de olabilir. Bu bilimler kendi içlerinde yine **ihtiyaç** ki bazıları tabi ihtiyaç da duymayabilir, yani **merak**... İşte fizik alanında, fen alanında ya da matematik alanında kişiler tarafından **meraktan** dolayı ileriye doğru gitme olabilir.”*

Öğretmenin bu ifadeleri bilginin inşası/gelişimi alt temasındaki “ihtiyaç” , “merak” , “deneyim” , “birikimli” ve “sezgi” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematiğin inşası süreci, ilk olarak Nil Nehrinin taşması gibi günlük hayat problemlerini içeren sorunlara getirilen çözümler ile başlamaktadır. Bu noktada öğretmenin düşüncesinde matematik, öncelikle bir ihtiyacı karşılamak vazifesiyle kendini göstermiştir denebilir. Tecrübe, ihtiyaç, deneme-yanılma... Bunların hepsini matematiksel bilginin inşası sürecinde bir yol olarak gören öğretmen, matematikteki ilerlemenin belli bir bilgi birikiminin üzerine yeni şeylerin konulmasıyla devam ettiğini düşünmektedir. Matematiksel bilginin kümülatif ilerlemesi gerektiğini söyleyen öğretmen, bilginin inşası sürecinin sarmal bir yapıda olduğunu var olan bilgiyle yeni bilginin birbirini beslediğini söylemektedir. Ayrıca öğretmenin “sezgi” kavramına vurgu yaptığı görülmektedir. Yeni şeyleri bulurken ya da var olan bir şeyi yeniden anlamlandırırken sezginin olması gerektiğini vurgulayan öğretmen, bunun için kişinin pişmesi, tecrübesinin olması gerektiğine değinmektedir. Öğretmenin bahsettiği tecrübe kavramı burada karşımıza, fiziksel bir deneyimden daha çok bilişsel bir deneyim olarak çıkmaktadır. Ayrıca öğretmen matematiğin sırf bir ihtiyacı karşılamak suretiyle değil, saf merak duygusuyla da ilerlediğini düşünmektedir.

Öğretmen matematiksel bilginin doğrulu tartışmasında şu görüşleri dile getirmiştir:

“... bir şeyin matematiksel bilgi olduğunu çok klasik olacak ama sayı veya şekillerle düşünerek ya da mantık çerçevesinde, deneme yanlışmaların sonucunun olumlu olup olmaması, ya da denenen şeylerin hep aynı sonucu verip vermemesine bakarak...”

“...bir örüntüyü genellediğinizde o örüntünün her seferinde doğru cevabı vermesi...”

“... bir şeyi genelleyebilmek için ya da bir şeyin doğru olabilmesi için matematikte o şeyin hep aynı sonucu vermesi lazım. Ya da o şeylerin. Yanlışlayabilmek için bir tane bile yeter. (...) Genelleyebildiğimiz şeyi doğrulamak içinse ispat yöntemleri var. İspat yöntemlerine başvurulur.”

“75 yılında yapılan bir kuramın şimdi biz doğru olduğunu söyleyebiliyoruz neden? O tarihten bu yana kadar geçen tecrübelerle bakılıyor, araştırmalara bakılıyor ve doğru olduğu, yanlış olursa da yanlış olduğu söyleniyor.”

Öğretmenin yukarıda verilen ifadeleri “deneme-yanılma” , “genelleme” , “ispat” , “çürütme” ve “literatür” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre; matematiksel bilginin doğruluğunu kontrol etmenin ilk adımı deneme-yanılma yolunun olumlu olup olmaması, denenen şeylerin hep aynı sonucu verip vermemesidir. Öğretmen için hep aynı sonucu veren şey genellenebilirdir ve o şeyi doğrulamanın yolu ise ispata başvurmadan geçer. Öğretmen, bir iddiayı yanlışlamak için tek bir örneğin yeterli olduğunu belirtmektedir. Ayrıca öğretmen geçmiş zamanda ortaya atılan bir iddianın şimdiki zamanda doğruluğu ya da yanlışlığı üzerine konuşabilmeyi yine bilişsel deneyime ve ilgili literatüre dayandırmaktadır. O halde öğretmenin düşüncesi için denebilir ki doğruluk iddiasının peşindeyken bir, deneme/yanılma-genelleme-ispat yoluna gidilebilir, bir de ilgili literatürden, geçmiş çalışmalardan yararlanılabilir.

Bağlam, üzerinde çalışılan düzlem (Öklid geometrisinde çalışmak yerine Öklid-dışı geometrilerde çalışmak gibi) ya da sayı sistemi değiştiğinde üretilen ya da ulaşılan bilgilerin değişmesini öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

“... farklı bir doğruluk, aslında birbiriyle çelişmiyor bence. Bana göre çelişmiyor. Fakat duruma göre doğruluk ortaya çıkıyor. (...) sonuçlar aslında değişmiyor kendi doğalarında doğrular oluşuyor. (...) Yani demek istediğim hani 2+2 normalde hani 4 yapıyor ama üçlük sistemde 11 yapıyor.

Yani aslında ikisi de doğru ama yerine göre. Eıııı, değerlendirildiği kısma göre. (...) kabul ettiğimiz yere göre diyelim.”

Öğretmenin bu ifadeleri bilginin doğruluğu alt temasındaki “duruma/bağlama görelilik” koduyla eşleşmektedir. Öğretmen sonuçlardaki olası değişimleri “farklı bir doğruluk” olarak görmektedir. Öğretmene göre bu doğruluklar birbiriyle çelişmez. Öğretmen bu durumu sonuçların değişmesi olarak değil “*kendi doğalarında doğruların oluşması*” şeklinde yorumlamaktadır. Kabuller değiştiğinde doğruların değişmesi, öğretmenin düşüncesinde çelişki teşkil etmez.

Öğretmenin düşüncesinde matematiksel bilginin gelişime açıktır. Öğretmene göre gelişimin olabilmesi için eksikliklerin, cevaplanamayan kısımların olması gerekir ve bu işin doğasında vardır. Öğretmenin bu düşüncesine delil olarak aşağıdaki açıklama gösterilebilir:

“... gelişimin olabilmesi için zaten bazı kısımların eksik dediğimiz kısımların ya da cevaplanamayan kısımların olması zaten işin doğasında var. (...) Eksiklik bence iyi bir şey, yani iyi bir şey derken bir fırsat (...) sonuçta atılım yapılabilmesi için mutlaka bir krizin olması lazım.”

Öte yandan öğretmen Öklid’in beşinci postulatının çetrefilli diline şüphe ile yaklaşılmasını şöyle yorumlamaktadır: “... dediğin küresel geometri, bu beşinci aksiyoma eğer **muhalif olunmasa öyle bir şey** (Öklid-dışı geometrileri kast ederek) **bulunamaz.**” Öğretmenin bu açıklaması mevcut bilgiye şüphe ile bakmanın matematiksel bilginin gelişimini etkilediğini düşündüğü söylenebilir.

Öğretmenin mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği hakkındaki görüşleri aşağıdaki gibidir:

*“Kesin değişir, he kalıplaşmış bilgilerin değişebilmesi için eıı çok büyük bir şey olması lazım, nasıl diyeyim, **bir devrim olması lazım**, öyle diyeyim. Çünkü bu onluk sistemde çalışılıyor, bunun üzerine inşa edilen bir sürü şey var, sistem var ya da bilgi var. Bunun değişebilmesi için mutlaka bir devrim niteliğinde bir şey olması lazım. O yüzden bunun değişebileceğini zannetmiyorum. Çünkü bizim işte dünya kaç yaşındaysa o kadarlık bir birikim var, o birikimi yapabilmemiz için zamanın çok geçmesi lazım.”*

*“Yani mevcut bilgi, **sağlam olmayan** ya da yani **gelişmeye açık** olan nasıl diyeyim **mümkün olan** ya da var olan **bilgiler bence değişebilir** ama çok **kalıplaşmış toplamadır, çıkarmadır, çarpmadır** mesela **dört işlem***

*değişmeyecektir. Yani **bunun sebebi de yıllardan dolayı, tecrübeden dolayı ya da birikimden dolayı.***

Öğretmenin açıklamaları “değişebilir” , “tamamlanmış bilgi” , “gelişime açıklık” , “deneyim” ve “literatür” kodlarıyla eşleşmektedir. Açıklamalar incelendiğinde öğretmenin “kalıplaşmış bilgi” olarak ifade ettiği bilgiler tamamlanmış, nihayete ermiş, sonuca bağlanmış bilgiler olarak ele alınabilir. Öğretmen bu bilgilere örnek olarak dört işlem bilgisini göstermektedir ve ona göre bu tamamlanmış bilgiler değişmez, eğer değişirse de bu değişimin çok köklü, devrim niteliğinde olacağını belirtmektedir. Öğretmenin zihnindeki tamamlanmış/kalıplaşmış bilginin değişmeyeceği düşüncesi kaynağını, bilişsel deneyim ve bilgi birikiminden alır. Öğretmenin düşüncesinde değişebilir nitelikte olan bilgi, sağlam olmayan, gelişime açık bilgilerdir.

4.1.2.3 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bilginin inşası alt temasında “deneyim, ilgi/merak, birikimli” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, literatür, ispat/çürütme, değişebilir” ve “bağlama görelik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.13. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö3

Alt tema	Kod	Ö3	Alıntı
Bilginin inşası	deneyim	*	<i>“İnsan diğer insanlardan etkilenir, geçmiş birikimlerden etkilenir, doğadan etkilenir, kendi fizyolojisinden etkilenir. Aynı şekilde astronomiden etkilenir.”</i>
	ihtiyaç/pratik		
	ilgi/merak	*	<i>“insanların yeni merakları ”</i>
	birikimli	*	<i>“herkes üzerine yeni bir bilgi inşa ederek mevcut bu zihinsel süreci geliştiriyor.”</i>
	tamamlanmış bilgi		
	gelişime açıklık	*	<i>“tarihi anlamda geliştiğini düşünüyorum... matematiğin de geliştiğini düşünüyorum.”</i>
	sezgi/şüphe	*	<i>“sezgi olmasa da hiç başlatılamayacağını düşünüyorum. şüphe veya akılda bir soru oluşmadığı sürece, insanların farkında olamadığı bir şeyi geliştirebileceklerini düşünüyorum.”</i>
	deneme/yanılma	*	<i>“sezgiyle başlayıp inşa ve deneme yanılma ile ilerlediğini düşünüyorum.”</i>

Bilginin doğruluğu	literatür genelleme	*	“literatürdeki bilgilere uyum sağlayıp sağlamadığıyla ilgili tartışıldığını düşünüyorum”
	ispat/çürütme	*	“sezinlediğimiz şeyi deneyerek, ispatlayarak o süreçte üretilen bilgilere uyum sağlayıp sağlamadığını, doğrulayıp doğrulayamadığını kontrol ederek... biri gelip kendi ispat yöntemiyle literatüre göre farklı bir şey bulduğunda da çürütülebiliyor”
	mutlak/ değişebilir/	*	“bilim olduğu için dinamik, kesinlikle değişebilir. Teorik anlamda olan her şeyin yeni bir bakış açısıyla değişebileceğini düşünüyorum.”
	bağlama görelilik	*	“Kurulan dünyaların tanımına göre bu işlemler gerçekleşiyor.”

Öğretmenin bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen görüşleri şöyledir:

*“Tabii ben bu iletme sürecinde aktif rol oynayan bir insan olmadığım için başka bilim insanlarının yaptıklarını düşünürsek her gelişmede olduğu gibi bir **insan ortaya bir soru işareti koyuyor, tartışmaya açılacak bir konu buluyor**, zaman içinde illa onu sonuçlandırmak o kişiye düşmüyor, **süreç** uzun olduğu için. O öncekinde de konuştuğumuz gibi **herkes üzerine yeni bir bilgi inşa ederek mevcut bu zihinsel süreci geliştiriyor.**”*

*“... **deneme yanılma olur, keşif olur, deneysel illa ki vardır** hani şu an o anlamda somut örnek belki veremeyebilirim ama bunların **hepsinin kullanıldığını düşünüyorum** kendi adıma. **İlk zamanlar tabii önce bir farkındalık olur, keşif olur. Sonra yeni soru işaretleriyle deney** diyerek de yapmışlardır. Bu şekilde inşa edilmiştir.”*

*“Bir kere zaten **sezinlediğimiz şeyi deneyerek ve gözlemleyerek bir yere vardırma**ya çalışılıyor muhtemelen. Ama **sezgi olmasa da hiç başlatılamayacağını düşünüyorum**. Hani ortada onunla ilgili bir **şüphe** veya **akılda bir soru oluşmadığı sürece**, insanların hani **farkında olamadığı bir şeyi geliştirebileceklerini düşünmüyorum**. Dolayısıyla **sezgi, o her şeyin başıdır, ama her şey tabii ki değildir.**”*

*“... matematik açısından da başta her şey bir toz bulutuydu. Sonrasında üretilen bilgilerin, **insanların birbiriyle paylaşması, üstüne yeni bilgiler konmasıyla** hani her şey gibi bunun da **tarihi anlamda geliştiğini düşünüyorum**. (...) biri bir soruyu ortaya attıysa zaten artık o iflah olmaz,*

yani dünyaya gelen her insan, bu alanla da ilgileniyorsa hepsi **yeni bir kapıyı aralar**. Nasıl tarih, ekonomi, astronomi bir gelişim içindeyse, bunların hepsiyle paralel matematiğin de geliştiğini düşünüyorum. Rotasını neyin etkilediğini düşünürüz? Yani o rotayı bir kere insan... muhatabı insan olduğu için insanın etkilediğini düşünüyorum. İnsan nelerden etkileniyor? **İnsan bir kere diğer insanlardan etkilenir bir, geçmiş birikimlerden etkilenir, doğadan etkilenir, kendi fizyolojisinden etkilenir. Aynı şekilde astronomiden etkilenir.** Yani yaşayan her şeyden insanların etkilenebileceğini düşünüyorum. (...) **Bir arı bile** (...) O iki kanadın o vücut dengesini nasıl kaldırıp uçurabildiği... Mesela **bir arı bile matematiğin gelişmesine vesile olmuş olabilir** yani. **Şu an canlı, cansız bütün her şey etkileyebilir.** Şu da etkileyemez diyebileceğim bir örnek yok hatta.”

Öğretmenin bu ifadeleri “deneme/yanılma” , “deneyim” , “sezgi/şüphe”, “birikimli” , “literatür” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde bilginin inşası süreci farkındalık ve sezinleme ile başlar denebilir. Öğretmene göre sezinlenen şeyler deney ve gözlem ile bir noktaya gelir. Başlarken sezgi çok önemli bir yere sahiptir ama bilginin inşası sürecinde her şey tabii ki olmayacaktır. Öğretmen bilginin inşasını; insanın tartışmaya açılacak bir konuyu, bir soru işaretini, bir şüpheyi ortaya atması ve buradaki tartışmanın sonuçlanmasıyla da herkesin üzerine yeni bir şeyler ekleyerek birikimli bir şekilde ilerlettiği bir süreç olarak görmektedir. Bu yönüyle matematik, öğretmenin düşüncesinde gelişime açık bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır. Ayrıca öğretmen, insanların hem bilişsel hem fiziksel deneyimlerinin de matematiksel bilginin inşası ve gelişim sürecini etkilediğini düşünmektedir.

Öğretmen matematiksel bilginin doğruluğunun kontrolü meselesiyle ilgili ise şunları söylemektedir:

“... inşa sürecinde herkesin kendince eklediği şeylerle **belirli bir sistem oluşuyor**. Ve daha sonra bu **sezinlediğimiz şeyi deneyerek, ispatlayarak o süreçte üretilen bilgilere uyum sağlayıp sağlamadığını, doğrulayıp doğrulayamadığını** kontrol ederek... bu şekilde ilerlediğini düşünüyorum. Zaten o yüzden hani çoğu şey teorem olarak üretilmiyor mu?”

“... bir şey icat ediliyor ama başka **biri gelip onu sonuçta kendi sezgi ispat yöntemiyle literatüre göre de farklı bir şey bulduğunda da çürütülebiliyor**. Dolayısıyla bu anlamda **sürekli inşa ile ilgili bir süreç olduğunu**

düşünüyorum ben. Hani sezgiyle başlayıp inşa ve deneme yanılmayla ilerlediğini düşünüyorum.”

*“... önce bir **sezgi**, seziyoruz sonrasında da **çoğunlukla deneyerek ispatlayarak buluyoruz**. Zaten soyut bir konu olduğu için de daha çok bu anlamda ilerliyor.”*

*“... ilk insandan beri icat edilen veya üretilen, keşfedilen şeylerle birlikte bir **bilimsel literatür oluşuyor**. Kabul ediyor insanlar bunları. Bilim adamları ortak bir paydada buluşuyor. Hani **şimdi ürettiğimiz şeylere, şu an üretilen şeylerin de doğru/yanlışlığına bu literatürdeki bilgilere uyum sağlayıp sağlamadığıyla ilgili tartışıldığını düşünüyorum**. (...) Tabii belki de şimdiye kadar literatürde hiç olmayan bir bilgi buldu birisi. E peki bunun neye göre doğruluğunu yanlışlığını ... Ama yine de **beslendiği kaynaklara olacak, teoremler olacak**. Sonuçta kimse sıfırı 1’i yeniden inşa ederek başlamıyor sürece. **Beslendiği kaynaklarla uyum içinde olması euu, şeklinde diye düşünüyorum**. **Aksi takdirde onlara uyum içinde olmayan bilgi doğru olur mu? Kendini çok güçlü bir şekilde ispat ederse onu da doğru kabul ediyoruz herhalde.**”*

*“... bir örnekle en azından **yanlış** olduğunu iddia edebiliriz.”*

Öğretmenin bu ifadeleri “sezgi” , “deneme-yanılma” , “literatür” ve “ispat/çürütme” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde doğruluğun kontrolü süreci sezgi-deneme/yanılma-ispat yolundan geçmektedir denebilir. Öğretmene göre matematiksel bir iddianın ilgili literatürle ve beslendiği kaynaklarla uyum sağlayıp sağlamamasına da doğrulama ve yanlışlama sürecinde bakılabilir. Öğretmenin düşüncesinde literatürle uyum içinde olmayan bir iddia da kendini çok güçlü bir şekilde ispatladığında doğru olarak kabul edilebilir. O halde denebilir ki öğretmen için matematikte doğru olarak kabul edilen şeyler ispatlanan şeylerdir.

Bağlam, üzerinde çalışılan düzlem (Öklid geometrisinde çalışmak yerine Öklid-dışı geometrilerde çalışmak gibi) ya da sayı sistemi değiştiğinde üretilen ya da ulaşılan bilgilerin değişmesini öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

*(Öklid’in beşinci postulatını kastederek) “Buradaki sorun yeni bir dünyanın keşfedilmesinden kaynaklanıyor. Yeni bir ortamda bu kural... bu **bahsedilen aksiyomun yanlışlığı sonuçta düzlem ortamında değil yeni bir ortamda tartışılıyor**. O yüzden **başta tanımlarken herhalde nerededeğerlendirdiği... herhalde tanımların da açık olması gerekiyor**. (...) O*

yüzden tanımların sınırlarının belli olması gerekiyor. Tabii bu ilk keşfedildiğinde diğer düzlem akla gelmediği için doğru kabul ediliyor.”

(10 tabanında yapılan işlemin sonucuyla, 2 tabanında yapılan işlemin sonucunu kastederek) **“Kurulan dünyaların tanımına göre bu işlemler gerçekleşiyor. Zaten soyut ve zihinsel kurduğumuz bir dünya için bunun yanlışlığını, doğru olduğunu tartışmamak gerekiyor diye düşünüyorum yani. Sonuçta herkesin oluşturduğu dünya farklı. Bu da zihinsel bir süreç. O yüzden.”**

“Kabuller var. Biz o kabullere göre hareket ediyoruz. Bu anlamda doğru kabullerimiz vardır.”

Öğretmenin bu açıklaması “duruma/bağlama görelik” koduyla eşleşmektedir. Öğretmene göre farklı bağlamlarda yapılan işlemler ya da değerlendirilen aksiyomların doğruluğu ya da yanlışlığı tartışmaya kapalıdır. Burada doğruluk -öğretmenin tabiriyle- kurulan dünyanın tanımına göre, kabullere göre kendini gösterir. Bu da öğretmen için doğruluğun değerlendirilmesinde durumun/bağlamın özelliklerinin etkili olduğu anlamını çıkarır.

Öğretmenin mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği hakkındaki görüşleri aşağıdaki gibidir:

“Bir kere zaten bu bir bilim olduğu için dinamik, kesinlikle değişebilir. Bugün hatta çok savunduğumuz bir sistemin bile bir on yıl yirmi yıl sonrasında tamamen tersi iddialar atılabilir ve biz buna inanıyor olabiliriz. Değişebileceğini kesinlikle düşünüyorum. (...) ne türden bir değişim olabilir? (sessizlik) Teorik anlamda olan her şeyin yeni bir bakış açısıyla değişebileceğini düşünüyorum. Değişimin sebepleri insanların yeni merakları, yeni farkındalıkları, yeni keşifleri... Bütün bilimlerin temelinde olduğu gibi matematikte de bu anlamda değişime her zaman açık olacağını düşünüyorum. (...) asla zinhar değişmez diyeceğimiz bir şey olduğunu da sanmıyorum. Ucu açık ve insanların sürekli uğraştığı bir bilim dalı olduğu için.”

Öğretmenin açıklaması “merak”, “sezgi” , “değişebilir” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematiği bir bilim olarak görmekte ve bu sebeple bugün bilinen şeylerin tamamen değişebileceğine ihtimal vermektedir. Bu değişime sebep olan şey ise öğretmene göre; yeni bir bakış açısı, yeni meraklar ve yeni farkındalıklardır. Öğretmen matematiği ucu açık, insanların

üzerinde sürekli çalıştığı “bir bilim” olarak gördüğü için onun gelişime açık olan bu yapısı öğretmene “kesinlikle değişmez” dedirtmemektedir.

Başka bir gezegende matematik yapan canlıların olduğu varsayıldığında, onların yaptığı matematikle bizim bu dünyada yaptığımız matematiğin benzer ya da farklı yönlerinin neler olduğunu soruşturan görüşme sorusunu öğretmen şöyle cevaplamıştır:

*“Aynı soruların **merak edildiği noktalarda, bence aynı sorulara aynı cevapları bulma ihtimalleri yüksek.** Sonuçta bunlar sistemsel olarak geliyor. Ama onlar da şu an bizim **merak** etmediğimiz, aklımıza gelmeyen başka şeyleri **merak** edip yeni alanlar, yeni aksiyomlar, yeni teoremler bulmuş olabilirler. Sonuçta bu insan aklı belli bir noktada, daha bilmediği bir sürü şey var. Ha bizim bulduğumuz bazı şeyleri de onların bulamadığı olabilir. O şekilde hayal ettim yani. Dediğim gibi aynı soruya aynı cevabı bulunma ihtimali yüksek. Sonuçta bunlar bir bilgi birikimiyle yapılıyor. Kabuller var ama bu kabullerin hepsi de belli bir sistem üzerine kabul ediliyor. Yani **bir küme gibi düşünürsek; bence onlarla bizim bir ortak bulduğumuz, bir kesişim illa ki vardır.** Ama **bizim bulmadığımız nice şeyleri de bulmuş olabilirler.** Veya onlar da **bizden bihaber olabilirler** diye düşünüyorum. **Yeni şeyler üretmiş olabilirler.**”*

*“Bir kere şu an **farklı bir dünyadan bahsediyoruz, farklı bir dünyada, her şeyin farklı olduğu bir ortamda, yaşadıkları sorunlara farklı sorular üretip o soruları çözmek için hani farklı cevaplar bulabilirler** aslında, onu kastettim. Bir kere uzaylılar diyoruz, başka bir gezegen diyoruz. Bizden tamamen bağımsız, bambaşka hayali bir dünyadan bahsediyoruz. **Dünya farklıysa sorunlar farklı, sorunlar farklıysa illa ki matematiksel anlamda da problemler farklıdır. Kaldı ki bence, tamamen aynı bir dünya tasarımı, işte yerküre, birbiriyle ilişki kuran varlıklar, canlılar...** Hani bu anlamda bile **ben farklı şeyler üretebileceklerini düşünüyorum.** Ya sonuçta şu an 20 yıl önceden bambaşka bir noktadayız, 20 yıl sonra da şu andan bambaşka bir noktada olacağız. Yani o paralel evrende şu an bizim 20 yıl öncemizi veya 20 yıl 100 yıl sonramızı yaşıyor da olabilirler. Bizim oradaki sorularımıza da cevap bulmuş olabilirler. Hani hayali bir dünya olduğu için her şeyin kapısını açabilirler diye düşünüyorum.”*

Öğretmenin bu ifadeleri “merak” , “deneyim” , “gelişime açıklık” ve “değişebilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin söylemleri incelendiğinde başka bir gezegendeki varlıkların başlangıçta aynı sorulara aynı cevapları üretme ihtimalini düşündüğü, fakat ilerleyen açıklamalarında bunun tam aksini iddia ettiği görülmektedir. Bu farklı gezegendeki varlıkların aynı dünya tasarımıyla bile farklı bir şeyler üretebileceği düşüncesi öğretmene göre zamana ve bilgi anlamında geline nokta bağlanmaktadır. Bahsi geçen gezegende edinilen deneyimin, yaşam problemlerinin farklı olma ihtimaline vurgu yapan öğretmen için bu deneyim ve ortam farklılığı üretilecek bilginin de farklı olması ihtimalini doğurmaktadır.

4.1.2.4 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bilginin inşası alt temasında “deneyim, ihtiyaç/pratik, ilgi/merak, birikimli” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, genelleme, ispat/çürütme, değişebilir” ve “bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.14. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö4

Alt tema	Kod	Ö4	Alıntı
Bilginin inşası	deneyim	*	<i>“tecrübe belki bir şeyleri kalıplaştırıyor gibi geliyor.”</i>
	ihtiyaç/pratik	*	<i>“... ihtiyacın karşılığı mutlaka ki. Bir şeyleri pratikleştirmek, daha kolaylaştırmak...”</i>
	ilgi/merak	*	<i>“Biri kendi ilgisiyle bir şeyler ortaya çıkartıyor... birisinin ilgisi vardır ondan dolayı yapar... bir şey merakımı uyandırır”</i>
	birikimli	*	<i>“bilgi bilgiyi doğurur”</i>
	tamamlanmış bilgi		
Bilginin doğruluğu	gelişime açıklık	*	<i>“tıkandığın zaman o orda bitmiyor aslında. O yeni başlangıç gibi sanki. Başka bir şeyin başlangıcı gibi görünebilir”</i>
	sezgi/şüphe	*	<i>“İlk önce bizi düşündürüyor. Sezgi dediğimiz belki oradadır, o kısımda ortaya çıkıyordur... Sorgulaması zaten, önemli olan... o tereddüte düşürecek...”</i>
	deneme/yanılma	*	<i>“deneme yanılma her zaman için var gibi geliyor.”</i>
	literatür		
	genelleme	*	<i>“Onu artık matematiksel kalıba sokuyorsun.”</i>

ispat/çürütme	*	“eğer bir tane bile farklı çıkıyorsa doğru diyemiyoruz”
mutlak/		
değişebilir/	*	“Değişebilir... Her zaman için açıktır.”
bağlama görelilik	*	“Bulunduğu bölgeye göre uyum sağlıyor ama aslında mantık olarak baktığında aynı şeyi yapıyorsun.”

Ö4 kod adlı öğretmenin matematiksel bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen düşünceleri şöyledir:

Öğretmen matematiksel bilginin doğruluğunun kontrolü meselesiyle ilgili ise şunları söylemektedir:

“... **ihtiyaçlarımız** doğrultusunda bir şeyler çıkması gerekiyor. **İlk önce bu bizi düşündürüyor. Sezgi dediğimiz belki oradadır, o kısımda ortaya çıkıyordur.**”

“... **ihtiyacın karşılığı mutlaka ki. Bir şeyleri pratikleştirmek, daha kolaylaştırmak...**”

“**tecrübe belki bir şey yapıyor, belki bir şeyleri kalıplaştırıyor gibi geliyor. Ama deneme yanılma her zaman için var gibi geliyor.**”

(Matematik tarihinde yaşanan krizleri kaset ederek) “Bunlar olmazsa daha fazla ufkumuz açılmaz diye düşünüyorum, olacak onlar ki, o **tereddüte** düşürecek ki, az önce de demiştik ya bir şeyler bizi çıkmaza götürdüğünde başka yöne kayabilmeyi, onlar da bizim **başka bir yöne kaymamız gerektiğini gösteren şeyler** bence. Yani bir yerde kalıp dümdüz oradan yürü git değil (...) Yani onlar olmasaydı bence diğer yollara başvurmaz ve o öylece orda kalırdı diye düşünüyorum. **Genişlemezdi, bunun geniş bir alan olduğunu göremezdik diye düşünüyorum.**”

(pür matematikteki bir bilginin uygulamalı matematikte karşılık bulması hakkında) “Biri **kendi ilgisiyle bir şeyler ortaya çıkartıyor**, o çıkarttığı şeye de ileride ihtiyaç olduğu görüüyor. Aslında diyorum ya, yine bir döngü. Yani **birisinin ilgisi vardır ondan dolayı yapar, birisi ihtiyaçtan dolayı bunu yapmaya çalışır. İhtiyaçtan dolayı yapan ihtiyacı yine karşılıyor, ilgiden dolayı yapan yine ihtiyacı karşılıyor mu? Karşıladığı oluyor.**”

“... **bilgi bilgiyi doğurur. Nelerin etkilediğine gelince bir şey merakımı uyandırır der ki ‘burada kesinlikle böyle değil de şöyle de olabilir mi?’**

deyip oradan yola çıkabilir, bir; ikincisi, **gördüğü şeyler, nesneler** bunu **tetikleyebilir. Sorgulaması** zaten, önemli olan o diye düşünüyorum.”

($\sqrt{2}$ meselesi hakkında) “...tıkandığın noktada demek ki bir şeyler eksik ki şey yapıyoruz, ne yapıyoruz? O beni başka bir yöne itiyor, başka bir şeyler daha var ki burada bunu açıklayamıyorum. O beni oraya itince bu sefer oraya yöneliyorum ve irrasyonelleri buluyorum. (...) **tıkandığın zaman o orda bitmiyor aslında. O yeni başlangıç gibi sanki. Başka bir şeyin başlangıcı gibi görünebilir ya da başka bilgilerin, başka oluşumların başlangıcı gibi görünebilir.**”

Öğretmenin ifadeleri “ihtiyaç” , “deneme-yanılma” , “sezgi/şüphe” , “ilgi/merak” , “ deneyim” , “birikimli” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematik ilk olarak bir ihtiyacı karşılamak üzere inşa edilmektedir. Öğretmenin düşüncesinde sezgi ve deneme-yanılma inşa sürecinin başında kendini göstermektedir. İnsan merakı, şüphesi ve ilgisi ise öğretmene göre bilginin gelişimini etkilemektedir. Ayrıca öğretmene göre matematik tarihi boyunca yaşanan krizler matematiksel bilginin gelişmesinde önemli bir yere sahiptir. Öte yandan var olan bilgilerle açıklanamayan durumların ($\sqrt{2}$ meselesinde olduğu gibi) olması, öğretmene göre matematiğin genişleyen bir yapıda olduğunun, gelişime açık olduğunun bir göstergesidir denebilir.

Öğretmen matematiksel bilginin doğruluğunun kontrolü meselesiyle ilgili ise şunları söylemektedir:

“... **deneyerek** küçük şeylerle, en sonunda baktık ki hepsinde aynı sonucu veriyor. **Onu artık matematiksel kalıba sokuyorsun.**”

“**Çok çeşitli şekillerde deneyip, genellemek** istiyorsak... Sayılar mesela, sayıların hepsinde deneyip diyelim mesela, **eğer bir tane bile farklı çıkıyorsa doğru diyemiyoruz** zaten, bu gerçek. **Fazlasıyla deneyerek eğer hepsinde aynı şeye varabiliyorsak o zaman ortaya çıkmış olacak** zaten. Yani hani **genellemiş olacağız** diye düşünüyorum. Diyorum ya, hep öyle diyorum ben, işte küçük simgelerle deneyip deneyip deneyip sonra artık biraz büyüttüğümüzde yine aynı şeylere ulaşabiliyorsak, aynı sonuca ulaşabiliyorsak o zaman onu kalıplaştırabilirim yani...”

“... **ispatlanabiliyorsa** zaten onu **teorem olarak kabul edebiliyoruz.**”

Öğretmenin bu ifadeleri “deneme-yanılma” , “genelleme” ve “ispat/çürütme” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde önce sezgiyle başlayan bilgiyi inşa etme sürecinde, sezgisel olarak fark edilen ilişki önce deneme-yanılma yoluyla kontrol edilmekte, ardından genelleme çabasına girilmektedir. Öğretmenin “*matematiksel kalıba sokma, kalıplaştırma*” ifadeleri “genelleme” koduyla eşleşmiştir. Başlangıçta sezgisel olarak fark edilen şey matematiksel terminolojiyle ifade edildikten sonra ispatlanırsa o bilgi artık öğretmene göre doğru kabul edilmektedir.

Bağlam değiştiğinde, üzerinde çalışılan düzlem ya da sayı sistemi değiştiğinde üretilen ya da ulaşılan bilgilerin değişmesini öğretmen şu şekilde yorumlamaktadır:

*“... boyut değiştirme gibi düşün. Yani hani burada, dünyadaki şeyler nasıl farklı olabiliyorsa **uzaya gittiğinde. Senin kilon aynı olmuyor ama aynı kişinin sen.** Hani o yüzden her boyutta farklı anlamlandırılabilir aynı şey... (...) Dediğim gibi; sen buradasın, şu kilodasın, uzaya gidiyorsun farklı kilo, eksik çıkıyorsun, bilmem ne, hani onun gibi düşün. Ama sen aynı kişi misin? Aynı kişinin, 2+2’sin yani sonuçta. Ama orada farklı, burada farklı buluyorsun. Orada ne oluyor, ne değiştirmiş oluyorum? Gezegen işte, bir boyut değiştirmiş oluyorum. Mesela 10’luk taban, 3’lük taban. Aslında aynı ama şey farklı, nasıl söyleyeyim? **Taban olayı, bağlandığı yer farklı. Oluştugu yer farklı. Ama mantık aynı mı? Mantık aynı.** (...) Eldeler değişiyor orda, o da neden? **Bulunduğu bölgeye göre uyum sağlıyor ama aslında mantık olarak baktığında aynı şeyi yapıyorsun.** Eldeni neden sonra veriyorsun 10’dan sonra veriyorsun, diğerinde neden sonra veriyorsun 3’ten sonra veriyorsun mesela. Öyle düşünebilirsin. **Sonuç değişiyormuş gibi gözüküyor ama aslında mantıksal olarak yine aynı yere dayanıyor diye düşünüyorum.**”*

Öğretmenin bu açıklaması “duruma/bağlama görelik” koduyla eşleşmektedir. Öğretmene göre üzerinde çalışılan sayı sistemi değiştiğinde ulaşılan sonuçların değişmesi, sayıların bulundukları bağlamın koşuluna göre vazifesini yerine getirmesinden kaynaklanır. Öğretmen özünde mantığın aynı olduğunu söylemektedir.

Öğretmen matematiksel bilginin değişebilirliği ile ilgili ise şunları söylemektedir:

“Değişebilir. Diyorum ya ben her zaman ‘ben bildim, tamam bitti artık’ diyemem. Her zaman için açıktır. Her zaman için de bir şeyleri öğrenmeye devam edersin matematikte.”

“Bir şeyi bir yere kadar yapıyorum biliyorum. Oradan sonrası ‘bitti artık, benim matematikle ilgili her şey tamamdır’ diyemiyorum ama çünkü daha da vardır. Ben onları kullandıkça daha farklı şeylere de... Dedim ya az önce bilgi bilgiyi doğuracak, bu beni bir yerlere itecek, başka araştırmalara itecek. Başka araştırmalar yapmaya başlayacağım. Yani o onu doğuracak, o onu doğuracak. Aynı bilimde olduğu gibi. Fen bilimlerinde olduğu gibi diyelim.”

Öğretmenin bu ifadesi “değişebilir” ve “gelişime açık” koduyla eşleşmektedir. Öğretmen matematiksel bilginin değişebileceğini düşünmektedir ve bu değişimi matematikte tamamlanmış bilgilerin olmadığı düşüncesi ve matematiğin gelişime açık bir alan olması fikrine dayandırmaktadır denebilir.

4.1.2.5 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bilginin inşası alt temasında “ihtiyaç/pratik, birikimli” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, literatür, genelleme, ispat/çürütme, değişebilir” ve “bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.15. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö5

Alt tema	Kod	Ö5	Alıntı
Bilginin inşası	deneyim		
	ihtiyaç/pratik	*	<i>“ihtiyaç duyulmasıyla, var olanların ihtiyacı karşılamaması sebebiyle”</i>
	ilgi/merak		
	birikimli	*	<i>“Var olanların üzerine ekleyerek de olabilir”</i>
	tamamlanmış bilgi		
	gelişime açıklık	*	<i>“bu gelişmekte olan bir süreç. Böyleydi buraya geldik, bitti artık, böyle bir şey değil”</i>
	sezgi/şüphe	*	<i>“sezginin rolü büyük, hatta insanları kamçılayan şey sezgileri, işte şüpheleri”</i>
	deneme/yanılma	*	<i>“Birkaç yoldan yapıp aynı yere ulaşırlar. Deneme yanılma mantıklı”</i>
	literatür	*	<i>“literatüre geçebilmesi”</i>

Bilginin doğruluğu	genelleme	*	“Bir genellemeye ulaşmaya çalışıyoruz”
	ispat/çürütme	*	“aksini ispatlamaya çalışırsam eğer, onun fikrini çürütmüş olurum... literatüre bu şekilde geçebilmesi için mutlaka (...) ispat olması gerekiyor.”
	mutlak/değişebilir/bağlama görelik	*	“değişiklikler olabilir. Yenilikler olabilir”
		*	“ortama göre yorumlanıyor, o ortama göre işlem yapılıyor, orada değerlendiriliyor”

Ö5 kod adlı öğretmenin matematiksel bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen düşünceleri şöyledir:

“Matematiği inşa etme. **Deneme yanılma** aslında çok mantıklı. Hani mesela bir formülü bulurken nasıl buldular? Bir ilişkiyi bulurken nasıl buldular? **Birkaç yoldan yapıp aynı yere ulaştılar. Deneme yanılma mantıklı gibi. Var olanların üzerine ekleyerek de olabilir** aslında. ”

“Bence **sezginin** rolü büyük, hatta **insanları kamçılayan şey sezgileri**, işte **şüpheleri, varsayımları**, yani **ortaya attıkları fikirler**... Sezgiler çok önemli. **Sezgilerin yönlendirmesiyle insanlar sonuçta bir şeyler bulmaya çalışıyor, keşfetmeye çalışıyor ya da bir şeylerin üzerine bir şeyler eklemeye çalışıyorlar.** Yani, basitten zora, parçadan, yani küçük bir şeyden bütüne doğru böyle ilerleyerek olmuştur herhalde.”

“... bir yerde **çıkmaza giriyoruz.** İşin içinden çıkamıyoruz, **var olan problemleri çözemiyoruz farklı çözüm yollarına başvurmaya çalışıyoruz** ve **matematik böyle böyle inşa edilmiştir zaten.** (...) elimizdeki var olan veriler yeterli olmadığında **çıkmaza girdiğimizde farklı yönlerden düşünerek** (...) işin içinden çıkamadığımızda zaten **zihnimiz bizi zorluyor.** **Farklı aksiyomlar ortaya koymak için, farklı teoriler, farklı genellemeler ortaya koymamız için şartlar bizi zorluyor,** aksiyomlar bizi zorluyor. Böyle böyle inşa edilmiştir, **bir ağacın dalları gibi. Dallanıp budaklanıyor** da aslında bir yandan. Hani mesela önceden geometri dediğimizde atıyorum bir analitik geometri var mıydı? Ya da hiperbol, parabol falan onlar var mıydı? Yoktu. **Dallar ayrıldıkça ayrıldı mesela,** diye öyle bir düşündüm.”

“... **ihtiyaç** duyduğu için insanlar matematikte de **çıkmaza girdiklerinde** oradan çıkmak için farklı yollar aramaya çalışmışlardır muhakkak. (...) ya **birilerinin kamçılmasıyla, zorlamasıyla, yani aksini iddia etmesiyle** ya da **ihtiyaç duyulmasıyla, var olanların ihtiyacı karşılamaması sebebiyle, yeni**

yeni arayış yollarıyla, yeni çıkış yolları ararken hani bu şekilde matematik inşa edilmekte.”

Öğretmenin ifadeleri “ihtiyaç” , “deneme-yanılma” , “birikimli” , “sezgi/şüphe”, “genelleme” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen, matematiksel bilginin inşası sürecinde sezginin önemli bir etken olduğunu belirtmektedir. Ona göre insanları bir şeyler bulmaya iten sezgileridir. Öte yandan öğretmen matematiksel bilginin inşası sürecinde deneme-yanılmaların da olabileceğini düşünmektedir. Öğretmenin açıklamalarında geçen “*küçük bir şeyden bütüne doğru böyle ilerleyerek*” ve “*birkaç yoldan yapıp aynı yere ulaştılar*” ifadeleri “genelleme” koduyla ilişkilendirilebilir. Öğretmenin düşüncesinde matematiğin kendi içinde doğan gerilimleri de (var olan durumu açıklamada yetersiz kalma gibi) matematiksel bilginin gelişiminde tetikleyici olmuştur. Bu gibi durumlardan kurtulmak için insanların farklı bir arayışa girmeleri öğretmen tarafından matematiğin ilerlemesine bir sebep olarak gösterilmektedir denebilir. Öğretmen matematiksel bilginin gelişimini bir ağaca benzetmektedir. Tek bir gövdeden çıkıp dallanıp budaklanan bu ağaç metaforu, öğretmenin düşüncesinde matematiğin sürekli gelişime açık ve sarmal bir yapıda olduğunu ifade etmektedir. Öğretmen ağaç metaforuna şöyle devam etmiştir:

*“... zaman zaman köklerin birleşerek bir gövdeyi oluşturması da, öyle de düşünülebilir. Mesela bir bilim adamı bir çalışma yapıyor belki de ondan habersiz bir başkası da aynı çalışmayı yürütüyor. Belli değil. **Sonra bir yerde birleşiyorlar. Hani dallanıp budaklanmadan kastım, eui, ya matematikte konular iç içe. Sadece şu konu, şurada şu var diyemiyoruz yani.**”*

Newton ve Leibniz’in birbirlerinden habersiz sonsuz küçük hesabı yapmaları öğretmenin bu metaforunu destekler niteliktedir (Yıldırım, 2015).

Öğretmen matematiksel bilginin doğruluğunun kontrolü meselesiyle ilgili ise şunları söylemektedir:

*“... en kolay herhalde **aksini iddia etmek**. Yani onu **reddetmek** için kolay olan o herhalde. Mesela bir şeyi seçerken de, bana kalırsa bir şeyi seçerken en kolayı eleyerek gitmek. Onu severim ben. Burada da hani kişinin düşüncesi **doğru mu yanlış mı anlayabilmek için aksini ispat etmeye de çalışabiliriz.** (...) Kişi ortaya bir fikir atmış, matematikle ilgili olabilir ya da*

olmayabilir, eğer orada zorlanıyorsam o doğru mu, yanlış mı, onun aksini ispatlamaya çalışırsam eğer, onun fikrini çürütmüş olurum herhalde.”

*“... bir kişiyi ikna etmek için, ikna olmayacaksa beş yüz tane de örnek yazsan ikna olmayacak. Ve bunun da **literatüre geçebilmesi için kesin, genel geçer bir kural olması gerekiyor.** Yani burada bir **formül** bulmaya çalışıyoruz biz aslında. Bir **genellemeye** ulaşmaya çalışıyoruz. Bir **teori** atıyoruz ortaya (...) **genel bir kalıba sokup bir ilişki bulup cebirsel ifadeler** mesela devreye girecek burada. Yani **özelden genele mutlaka ulaşmamız gerekiyor.** Yoksa örnek ver ver nereye kadar? Bunun **literatüre bu şekilde geçebilmesi için mutlaka bir genelleme, ispat olması gerekiyor.**”*

Öğretmenin açıklaması “ispat/çürütme” “genelleme” ve “literatür” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmenin düşüncesinde bir kişinin iddiasının doğruluğunu kontrol etmenin en kolay yolu aksinin doğruluğu göstererek çelişki, bulmaktır. Öğretmene göre bir bilginin matematiksel bir bilgi olarak literatüre girmesi için genel bir ifadeye dönüştürülüp (varsayım, iddia vb.) ispatlanması gerekmektedir ki teorem olarak kabul edilebilsin.

Bağlam değiştiğinde, üzerinde çalışılan düzlem ya da sayı sistemi değiştiğinde üretilen ya da ulaşılan bilgilerin değişmesini öğretmen şu şekilde yorumlamaktadır:

*“Çok da vakıf değilim, keşke daha çok böyle gerçekten vakıf olabilseydim ama... Ya ben mantıklı buluyorum **duruma göre işler değişiyor.** Bir soru soruluyor mesela diyor ki bunun çözüm kümesi nedir? E bazen diyoruz ki çocuklara, çocuklar kareköklü sayılar falan bilmediği zaman bunun çözüm kümesi yoktur diyoruz, boş küme diyoruz mesela. Bu denklemin çözümü yoktur diyoruz. Ama bir sonraki sene irrasyonel sayıları öğrendiklerinde bunun çözüm kümesi vardır, şöyle şöyledir diyoruz. $\sqrt{2}$ ’dir, kök3’tür falan diyoruz. Daha da olmadı ilerde karmaşık sayılar çıkıyor. Ortam değişince mi desem? **Çalıştığımız küme değişince ulaştığımız sonuç değişiyor.** Ortama göre kişi değişir ya böyle, mesela ev ortamında farklı, iş ortamında farklı, piknikte farklı, orada burada farklı kişiliklere bürünürüz ya, onun gibi. Yani **matematikte de farklı ortamlarda farklı kümelerde, farklı bağlamlarda çalışıldığında farklı sonuçlara ulaşılır. Bu bana çok mantıklı geldi. (...) o ortama göre yorumlanıyor, o ortama göre işlem yapılıyor, orada değerlendiriliyor.**”*

Öğretmenin bu ifadesi “duruma/bağlama görelilik” koduyla eşleşmektedir. Bu açıklamaya dayanarak denebilir ki öğretmene göre matematiksel bilginin bulunduğu bağlama göre yorumlanması, o bağlam içindeki koşullara göre doğruluğunun değerlendirilmesi makuldür.

Öğretmenin mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği hakkındaki görüşleri aşağıdaki gibidir:

“... **değişebilir**, yani değişebilir. Sonuçta bu **gelişmekte olan**... Bu bir süreç yani. Hani **böyleydi buraya geldik, bitti artık, böyle bir şey değil**. Sonuçta hala yaşam devam ediyor, teknoloji gelişiyor, işte mesela hani bilgisayarlarda bile pek çok şey değişti şu 20 yılda mesela. O yüzden şu an ulaştığımız bir sonuç yok, **bitmiş bir iş yok**. Hala **süreç devam ediyor**. Bizim **bu bildiklerimiz tabii ki de hepsi çöpe gitmez. Tabii ki de çoğu geçerliliğini yitirmez ama bazı değişiklikler olabilir. Yenilikler olabilir** yani.”

Öğretmenin düşüncesinde matematik gelişime devam eden bir disiplindir, bundan sebep mevcut bilgi değişebilir ancak çoğu geçerliliğini yitirmez, öğretmen değişikliklere ve yeniliklere ihtimal vermektedir denebilir.

4.1.2.6 Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bilginin inşası alt temasında “deneyim, ihtiyaç/pratik” ve “ilgi/merak” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, literatür, genelleme, ispat/çürütme, değişebilir” ve “bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.16. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö6

Alt tema	Kod	Ö6	Alıntı
	deneyim	*	“doğadakilere faydalanarak işte adamın kaç tane hayvanı varsa 4 tane 5 tane, bunlarla başlamış. Günlük hayatta kullanılabilir hale gelmiş.”
Bilginin inşası	ihtiyaç/pratik	*	“insanlar matematiğe veya işlem yapmaya ihtiyaç duymuşlar.”
	ilgi/merak	*	“merak ve ilginin yoğun bir merak ve ilginin olması”
	birikimli		
	tamamlanmış bilgi		
	gelişime açıklık		

Bilginin doğruluğu	sezgi/şüphe	*	“en fazla sorgulayan insanlar, merak eden insanlar etkilemiştir.”
	deneme/yanılma		
	literatür	*	“kurulu düzene elimizdeki yeni bilgi uyuyorsa genellikle tamam diyoruz”
	genelleme	*	“karşıma çıkan her türlü sayı için bu bunu sağlaması lazım ki ancak o zaman doğru olsun... Mantığa başvurup daha genel şekillerde”
	ispat/çürütme	*	“ispat dediğimiz yöntemlerle ama direkt kendinden kabul yöntemiyle başladığımız şeyler de var.”
	mutlak/	*	“şu anki doğruları mutlak doğru olarak kabul edip ilerliyoruz (...) şu anki düzen içerisinde bunlara evet kesin bilgi diyorum.”
	değişebilir/	*	“ama bir gün bunların değişebileceğini de tabii ki aklımızın bir köşesinde bulundurmamak zorundayız.”
	bağlama görelik		

Ö6 kod adlı öğretmenin matematiksel bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen düşünceleri şöyledir:

“Matematik, yani daha doğrusu insanın kullandığı her şey bence ihtiyaçtan, bence değil genellikle **ihtiyaçtan çıkıyor**. Bir vakit geldiğinde artık insanlar matematiğe veya bir işlem yapmaya **ihtiyaç** duymuşlar. Yine **doğadakilerden faydalananarak** işte adamın kaç tane hayvanı varsa 4 tane 5 tane, bunlarla başlamış. **Günlük hayatta kullanılabilir hale gelmiş**. Ama sonra da işte insanların meşgaleleri sadece tarım ve çiftçilikle kalmayıp farklı şeylere yöneldiklerinde insanlar sadece matematik yapmak istediklerinde bu işi tabii biraz daha kurgulayarak, ilk zamanki matematikten de daha zor hale getirerek ilerletmişler diye düşünüyorum.”

“Yani insanları düşünce olarak ya da yaptığı imkânlar olarak **zorlamadığımız sürece** aslında yeni bir şeylerin olmadığını görüyoruz. Matematikte de böyle. Öklid ne zaman ki bir şeyler yayınladı bunlar tamamdır dediyse o zaman işte bir herkes **sorgulama sürecine** geçip de bunun üzerine **daha fazla düşünüp** yoğunlaşabildiler ve sonra kırılma noktası yaşanıp bir sonraki işte daha farklı geometrik düzlemleri görmeye başladık.”

“... bilginin gelişim sürecini tabii ki **en fazla sorgulayan insanlar, merak eden insanlar etkilemiştir** yüksek ihtimal. Çünkü saf kabul bizim gibi giden

insanlar çok fazla bir şey değiştirememiştir galiba, belki bilgi birikimini sağlayabilmişlerdir ya da işte eldeki bilgiyi yeni nesillere aktarma işlemini sağlamışlardır. Ama asıl işte o değişim noktasını sağlayan merak ve ilginin yoğun bir merak ve ilginin olması işin seyrini daha değiştiren şeyler olmuştur galiba. Ya da işte bunun felsefesi üzerine kafa yorup bunun üzerine düşünen insanlar asıl gidişata ciddi manada yön veren onlar olmuştur.”

Öğretmenin bu ifadeleri “ihtiyaç” , “deneyim” , “ilgi/merak” ve “şüphe” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde matematik ilk olarak bir ihtiyacın karşılığı şeklinde kendini göstermektedir. Bu noktada günlük hayatı kolaylaştıracak nitelikte bir matematik vardır. Ancak öğretmene göre matematik, insanların ilgi ve meşgaleleri değiştikçe ya da sırf matematik yapma isteği ile daha da soyut bir hal almıştır denebilir. Bilginin inşası ve gelişimi sürecinde sorgulamaya vurgu yapan öğretmen, sorgulayan zihinlerin gelişim anlamında gidişatı büyük ölçüde etkilediklerini belirtmektedir.

Öğretmen matematiksel bilginin doğruluğunun kontrolü meselesiyle ilgili ise şunları söylemektedir:

“... matematikte belli başlı kurallarımız var. Şu anda artık onlar oturduğu için bazı şeyleri farkında olmadan bile kabul ediyoruz, çok sorgulamıyoruz. Tabii ki sorgulayıp ikna olduğumuz yollar da var, ispat dediğimiz yöntemlerle ama direkt kendinden kabul yöntemiyle başladığımız şeyler de var. Eğer bu kurulu düzene elimizdeki yeni bilgi uyuyorsa genellikle tamam diyoruz. He bazen şöyle de oluyor, elimizdeki kuralları yıkıcı yeni bir şey de ortaya çıkabiliyor ama işte o zaman bu insanların bunu kabul etmesi çok zaman alıyor. Zaten yüksek sesler o zaman çıkmaya başlıyor. Ve genellikle de o noktalar dönüm noktası oluyor.”

“Sınırlı sayıda verdiğimiz örneklerle bunu doğrulayabiliyoruz ama bi matematikçi bunun için demeli ki karşımıza çıkan her türlü sayı için bu bunu sağlaması lazım ki ancak o zaman doğru olsun. Onu da işin yine felsefesine vuracağız yani. Bizim bir -şu anda liseler ilk o konuyla başlıyor- p ve q var ya.”

“Mantığa başvurup daha genel şekillerde ispat yaparız. Nasıl? Mesela cebiri kullanacağız. Yani burada direkt sayılar değil de bizim harfli ifadelerimizle birlikte daha genel formüllerimize giderek bir şeyler yapmamız lazım. .”

Öğretmenin bu açıklaması “literatür” , “genelleme” ve “ispat/çürütme” ile eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde doğruluğun kontrolü “bizim” için kurulu düzene uygunluğu ile sağlanabilir. Öğretmen mantık ve ispatın matematiksel doğruluğun belirlenmesinde kullanıldığını belirtmektedir.

Bağlam değiştiğinde, üzerinde çalışılan düzlem ya da sayı sistemi değiştiğinde üretilen ya da ulaşılan bilgilerin değişmesini öğretmen şu şekilde yorumlamaktadır:

*“Yani tam doğru kelimeleri kullanıyor muyum bilmiyorum ama yani **bağlam değiştirdiğimizde kurallarımız değişecek, çünkü düzen farklı. Yani işte Öklid’deki düzenle Öklid-dışı geometrideki düzen farklı olduğu için tabii ki bizim bağlamımız değiştiğinde kurallarımız da değişecek çünkü oradaki işte atıyorum yüzey farklı, mesela doğru dediğimiz şey burada belki yay olarak ifade etmemiz gerekiyor. Her bir parça değiştiği için aslında sonucun da değişmesi lazım. Ya da işte parçaların ifade ettiği anlamlar değiştiği için sonuç da mecburen değişmek zorunda kalıyor. Bu olağan mı? Evet olağandır.”***

Öğretmenin ifadeleri “değişebilir” koduyla eşleşmektedir. Öğretmen; kurallar, durumlar, en genel ifadeyle bağlam değiştiğinde -kendi tabiriyle- parçalar ve parçaların anlamları değişeceği için ulaşılan sonuçların değişmesini olağan karşılamaktadır. Öğretmene göre değişim *düzenin*, kabullerin farklılığından kaynaklanır denebilir.

Öğretmenin mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği hakkındaki görüşleri aşağıdaki gibidir:

*“Yani şu anki doğruları **mutlak doğru** olarak kabul edip ilerliyoruz ama bir gün bunların **değişebileceğini de tabii ki aklımızın bir köşesinde bulundurmamız zorundayız.”***

“Baştan aşağı her şey değişir diyemiyorum ama şu an kabul ettiğimiz ve sıradan gelen şeylerin evet değişme ihtimali var. Ve tabii ki bunu bilerek devam ediyoruz ya da işte geçmişteki durumlara baktığımızda bunun böyle olabileceğini düşünüyoruz.”

*“... bir gün yıkılabilecek durumlar var mıdır? Evet vardır. Ama **şu anki şartlar ve şu anki düzen içerisinde bunlara evet kesin bilgi diyorum.** Zaten diyemesem bunun ilerlemesini ya da matematiğin o ilerlemesini sağlayamam. Onun için şu anki şartlar ve zaman diliminde evet kesin*

diyorum. Ama bunların değişme ihtimali var mı bir gün? Evet, olabilir de, diyoruz.”

Öğretmenini ifadeleri “mutlak” ve “değişebilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen, mevcut durumda var olan bilgiyi kesin olarak değerlendirmektedir ancak bu bilgilerin değişme ihtimalini de göz önünde bulundurduğu açıklamalarından anlaşılmaktadır.

Başka bir gezegende matematik yapan canlıların olduğu varsayıldığında, onların yaptığı matematikle bizim bu dünyada yaptığımız matematiğin benzer ya da farklı yönlerinin neler olduğunu soruşturan görüşme sorusunu öğretmen şöyle yanıtlamıştır:

*“... ilginç bir soru ama, hep **farklı olur diye düşünürdüm**, ortak noktamız olacağını hiç böyle şey yapmazdım. **Baştan aşağı herhalde farklı bir sistem** yapar, onlar bizimkine biz de onlarınkine şaşırdık galiba.”*

*“**Onların dünyaları nasıl olacak? Bizim o dünya diye bahsettiğimiz fiziksel ortamları nasıl olacak? Bilemiyoruz. O fiziksel ortamdan mutlaka destek alacaklar, oradaki düzen bizdeki gibi mi olacak? Kurallar buradaki gibi mi oluşacak? Belki bambaşka kurallar alacaklar veya oradaki işte doğanın düzeni de farklı olduğu için belki farklı çıkarımlar yapacaklar, onun için bilemiyorum yani farklı olur gibime geliyor ama.**”*

Öğretmen, böyle bir ihtimal karşısında inşa edilen matematiğin farklı olacağını düşünmekte, farklılığın ise fiziksel ortamdan kaynaklanabileceğine işaret etmektedir. Öğretmenin bu görüşü matematiğin inşası sürecindeki “deneyim” koduyla eşleşmektedir. Öğretmene göre başka bir gezegendeki matematik yapan canlılar da matematik yaparken –bizde olduğu gibi- fiziksel çevreden destek alacaklardır. Öğretmen, farklı gezegendeki bu varlıkların kendi fiziksel çevrelerinde yapacakları çıkarımların da farklı olacağını düşünmektedir.

4.1.2.7 Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Bilgi/Epistemoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bilginin inşası alt temasında “deneyim, ihtiyaç/pratik, ilgi/merak, birikimli” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşen; bilginin doğruluğu alt temasında ise “sezgi/şüphe, deneme-yanılma, literatür, ispat/çürütme, mutlak, değişebilir” ve “bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.17. Bilgi temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö7

Alt tema	Kod	Ö7	Alıntı
Bilginin inşası	deneyim	*	<i>“tecrübeyle ve tecrübenin getirdiği yeni tecrübelerle (...) bunların ittirmesiyle inşa edilmeye devam ediyor.”</i>
	ihtiyaç/pratik	*	<i>“birtakım şeylere ihtiyacımız var, zemin oluşması için”</i>
	ilgi/merak	*	<i>“meraklar sayesinde matematik (...) bu kadar gelişti.”</i>
	birikimli	*	<i>“matematik birikimli ilerler”</i>
	tamamlanmış bilgi		
	gelişime açıklık	*	<i>“matematiksel bilgi büyüdükçe büyüyor(...) matematiksel bilgi yeni bilgisini de getiriyor.”</i>
Bilginin doğruluğu	sezgi/şüphe	*	<i>“sezginin önemi çok”</i>
	deneme/yanılma	*	<i>“deneme-yanılmayı çok kullanıyoruz.”</i>
	literatür	*	<i>“bir şeyin doğruluğuna karar verirken eski bilgilerimi kullanıyorum.”</i>
	genelleme		
	ispat/çürütme	*	<i>“o şeyin her zaman doğru olduğunu göstermek için ispat yapıyorum... her zaman öyle olmadığını gösterirken de karşı örnekleri kullanıyoruz”</i>
	mutlak/	*	<i>“Matematik tek, evrenseldir. Yani evrenin her yerindeki matematiğin adı her yerde matematiktir”</i>
	değişebilir/	*	<i>“yeni gelen bir şey eski gelen şeye ters düşmesin kafasında değil yani yanılabilir oluşunu kabul eden bir disiplin matematik.”</i>
	bağlama görelilik	*	<i>“yeni gelen bir şey eski gelen şeye ters düşmesin kafasında değil yani yanılabilir oluşunu kabul eden bir disiplin matematik”</i>

Ö7 kod adlı öğretmenin matematiksel bilginin inşası/gelişimi alt temasıyla ilişkilendirilen düşünceleri şöyledir:

“Deneme-yanılma yoluyla mı, tecrübeyle mi, tecrübeden bağımsız mı derken. Bunların hepsine evet diyebilirim sanırım. (...) Deneme-yanılma yoluyla bir yandan evet, tecrübeyle evet. Basit olarak her yaptığımız işi tecrübeyle ve tecrübenin getirdiği yeni tecrübelerle yapıyoruz, birtakım bilgileri inşa ediyoruz. Bir yandan bunu yaparken deneme-yanılmayı çok kullanıyoruz.”

“... zihnimizin bir ürünü demek istiyorum. Dolayısıyla zihin bir yandan hem çok karmaşık bir yapı hem de bir yandan o karmaşıklığını giderme niyetinde olan da bir yapı. O yüzden **matematikselsel bilginin inşası da yine zihin**, işte **tecrübeler bunların ittirilmesiyle inşa edilmeye devam ediyor** diye düşünüyorum.”

“Matematik insan zihninin bir ürünü derken sonuçta insan kapalı bir kutu içerisinde yaşamıyor. Gezegen olarak tamam dünyanın içindeyiz ama bir yandan sadece burası mı var deyip buranın dışını veya yerin altını **merak edenler zihinler** de var. Bu **meraklar sayesinde matematik**, teknoloji ve diğer disiplinler **bu kadar gelişti** tabii ki”

Öğretmenin yukarıda verilen ifadeleri “deneyim” ve “merak” kodlarıyla eşlemiştir. Öğretmene göre herhangi bir bilgi, *tecrübeler aracılığıyla ve tecrübelerin getirdiği yeni tecrübelerle* inşa edilmekte denebilir. Matematikselsel bilginin insan zihninin bir ürünü olduğunu düşünen öğretmen, bilginin inşası sürecinde yine zihnin ve tecrübelerin itici kuvvet olduğunu belirtmektedir. Öğretmen matematiği insan zihninin bir ürünü olarak gördüğünü söylerken insanın kapalı bir kutuda olmadığını belirtmektedir. Öğretmen, içinde yaşadığı bu evreni merak eden zihinlerin, matematik ve diğer disiplinlerin gelişmesini sağladığını düşünmektedir.

Öğretmen, 1 ile 2 sayısı arasındaki sonsuzluğu idrak ederken sezgiden bahsetmektedir:

“1 ile 2 arasında bir sayı buluyorum daha sonra 1 ile o sayı arasında... diye devam ediyor. Daha sonra küçük bir alanda başka sayılar bulduğumu düşünüyorum ama sanki yine böyle bir sonsuzluğun içine giriyor gibiyim o darlıkta da. Bunu sanki **sezgilerimle** de yapıyor gibiyim...”

Öğretmenin aşağıda alıntılanan cümleleri “ihtiyaç” , “ sezgi” ve “gelişime açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir.

“Aynı şeye eşit olan iki şeyin birbirine eşit olduğunu herkes bilir ama Öklid bunu bir matematik kitabına yazdığında **matematikselsel olarak böyle bir şeye ihtiyaç varmış ve belki de onun zeminini oluşturuyor**. Demek istediğim şu; **matematikte birtakım şeylere ihtiyacımız var, zemin oluşması için...** aksiyom dediğimiz şeyler ispatlanmadan da herkesin öylece kabul ediverdiği, inanıverdiği daha çok inançla ispat edilen cümleler denilebilir belki.”

*“Nereden çıktı Öklid-dışı geometriler! Çünkü insanların sezgileri bir şeylerden rahatsız olduklarını ya da bir şeylerin onları gıdıkladığını hisseder ya o noktalarda başka başka şeyler ortaya çıkıyor ve **matematiksel bilgi büyüdükçe büyüyor**. Yani **sezginin önemi çok** öyle diyeyim.”*

Öğretmen, matematiğin bir ihtiyacın sonucu olarak inşa edildiğini/geliştiğini düşünmektedir. Ancak öğretmenin burada kastettiği ihtiyaç, fiziksel olarak değil bilişsel bir ihtiyaç olarak kendini göstermektedir. Öğretmen *“bir şeylerinin zeminini oluşturmak için”* ihtiyaç duyulan şeylere örnek olarak aksiyomları vermiştir. O halde denebilir ki öğretmene göre, matematiksel bilginin inşa edilmesi için birtakım kabullere, örneğin aksiyom dediğimiz ifadelere ihtiyaç vardır. Öklid ve Öklid-dışı geometrilerden örnek verdiği görülen öğretmen, Öklid-dışı geometrilerin ortaya çıkışını insanların sezgileri aracılığıyla bir şeylerden rahatsız olmalarına bağlamaktadır. Bu rahatsızlığın ortadan kaldırılma çabası ile matematik -öğretmenin tabiriyle- büyüdükçe büyür denebilir.

*“1-1- $\sqrt{2}$ üçgeninde, ben $\sqrt{2}$ 'nin varlığıyla tanışmadan önce ben oraya bir rasyonel sayı koyamayacağımı biliyorum. **Bunu bana sezgilerim söylüyor, var olan matematiksel bilgiler söylüyor, orada başka bir sayıya ihtiyaç duyuyorum ben bir şekilde. Bu ihtiyaçlar matematiksel bilgi kullanıla kullanıla ortaya çıkıyor.** Nasıl söyleyeyim, bu şu demek değil; kök 2, $\sqrt{2}$ olarak yazılana kadar hiç kimse mi 1-1- $\sqrt{2}$ diye üçgen çizmemiş? Tabii ki çizmiştir ama oraya $\sqrt{2}$ yazamamıştır, başka bir şey olduğunu, olacağını düşünmüştür.”*

*“Matematiksel bilgi kullanılırken zaten insanlar **ihtiyaç** da duyuyorlar, bir yandan **matematiksel bilgi yeni bilgisini de getiriyor.**”*

Öğretmenin bu ifadelerine bakıldığında, matematiğin kendi iç dinamiğinin de matematiksel bilginin gelişimini etkilediğini düşündüğü söylenebilir. Matematiksel bilginin kullanıldıkça başka bir soruyu, başka bir ihtiyacı yahut kafa karışıklığını beraberinde getirmesiyle birlikte o soruya bir cevap aranması da öğretmene göre matematiksel bilginin gelişiminde rol oynadığı söylenebilir.

Öğretmenin matematiksel bilginin doğruluğuna karar verilmesi meselesiyle ilgili görüşleri ise aşağıdaki gibidir:

*“**Matematik birikimli ilerler** diye bir laf vardır. Bence sadece matematik içinde değil yeni bir şey öğrenmek için **belli bir temel ihtiyacımız vardır***

zaten. Şimdi iki tek sayının toplamı çift eder dediğimde bunun doğruluğunu konuşmaya çalıştığımda... Bir kere tek sayı çift sayı bunları bilmem lazım ya da toplamayı bilmem lazım. Hani kavramı bilmek o kavramın davranışlarını bilmek bunlar zaten bir bilgi, yeni bir şeyin doğruluğuna karar vermek için de yine bunları bilmem gerekiyor zaten. Mesela dedim ya Öklid geometrisi ya da Öklid dışı geometriler ikisi çok ayrı şeyler gibi duruyor ama her şey birbiriyle bağlantılı. Öklid dışı geometriler üreten kişi tabii ki Öklid geometrisinin bilgisine sahipti. Hatta onun kullanımının bilgisini de sahipti. Matematikte **bir şeyin doğruluğuna karar verirken eski bilgilerimi kullanıyorum.** Bunun her zaman böyle olduğunu ya da onun her zaman öyle olmadığını gösterirken de **karşı örnekleri** kullanıyoruz bunlar bizi daha kolay ikna edebiliyor.”

“Karşımdakini ikna ederken ya da kendimi de ikna ederken **o şeyin her zaman doğru olduğunu göstermek için ispat yapıyorum.** (...) **o ispatı yaparken o var olan bilginin her zaman öyle olduğunu da göstermem gerekiyor.**”

“A: Yani doğrulamak için ispat yaparsınız matematikte **yanlışlamak için...**
Ö7: karşı örnek buluruz.”

Öğretmen matematiğin birikimli olarak ilerdiğini belirterek herhangi bir bilginin matematiksel olarak doğruluğuna karar verirken önce o bilginin içerdiği kavramların ve terimlerin ne anlama geldiğinin bilinmesi gerektiğini düşünmektedir. Öte yandan doğruluğun kontrolünde eski bilgilere başvurulabileceğini savunmaktadır. Öğretmenin bu düşüncesi “literatür” ve “birikimli” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematiksel bir bilginin doğrulamak için ispata başvurulur, yanlışlamak içinse karşı-örneklere. Öğretmenin bu görüşleri ise “ispat/çürütme” koduyla eşleşmektedir.

Öğretmen mantık ve matematik arasındaki ilişkiyi ise şu cümlelerle ifade etmiştir:

“Pisagor bağıntısından örnek vermiştik, onun dünya kadar çeşitli ispatı var kimisi şekille göstererek bunu ispatlamış, kimisi de birtakım eşitlikler yazarak ispatlamış. Bunların **hepsinin altında bir mantık yatıyor. Mantık disipliniyle matematik arasında da nasıl söyleyeyim, birbirine sıkı sıkıya bağlı bir ilişki var.** Siz bir önerme kurduğunuzda, bunu o mantık içerisinde doğrudur ya da yanlıştır noktasında inceleme yoluna giriyorsunuz.

Mantıkla matematiksel bilginin doğru olduğunu ispat edebilirim ya da yanlış olduğunu da gösterebilirim. Mantık olmadan olmaz.”

Öğretmene göre matematik ve mantık birbirine sıkı sıkıya bağlı bir ilişki içindedir denebilir. Öğretmen matematiksel bir bilginin doğruluğunun ya da yanlışlığının mantık yoluyla gösterilebileceğini düşünmektedir.

Aksiyomları “*ispatlanmadan da herkesin öylece kabul ediverdiği, inanıverdiği daha çok inançla ispat edilen cümleler*” olarak ifade eden öğretmen aksiyomların mantıksal olarak çıkarsanmasını aşağıdaki gibi açıklamaktadır:

*“Aksiyom dediğimiz şey doğruluğu herkes tarafından kabul edilen önermeler. Ben bunu mantık çerçevesinde p , q , ise, ancak ve ancak gibi bir şeyle açıklamaya çalışsam çok da yapamayız gibi. En azından ben yapamam. Demek istediğim şu değil; p ise q şöyledir, birdir ya da sıfırdır şeklinde hani ispatlamıyoruz ya da açıklamıyoruz. Birçok şeyi buna çevirebiliriz. Ama **mantığın temelindeki mantığı kullanıyoruz.** Yani **mantığın temelindeki mantıkla biraz biz yolumuzu buluyoruz gibi ispat ederken ya da yanlışlığını gösterirken.”***

Öğretmene göre; matematikteki bir çok şey önermeler yardımıyla mantıksal olarak doğrulanabilir ya da yanlışlanabilir ancak aksiyomlar doğru olarak kabul edilirken böylesi bir süreç yürütülmez, mantığın bize sağladığı düşünce yönteminden faydalanılır denebilir.

Öğretmenin bilginin inşası/gelişimi ve doğruluğuna karar verilmesi sürecindeki düşüncelerini şöyle açıklamaktadır:

*“Matematikte birçok terim var ya aksiyom, postulat, tanımlar, önermeler, teoremler... bunlar var olurken nasıl söyleyeyim... **bir ikna kurulu** var. Şimdi ben çok çok yeni bir şeyi az matematik bilgisine sahip birine söylesem bunun çok da karşılığı olmaz. Bu çok da kabul olmaz. Benim bunu anlatabileceğim bir **matematik camiası** var bir **onay mercii** gibi bir şey.”*

Öğretmenin düşüncesinde matematiksel olarak ifade edilen bir iddianın doğrulanmasında “onay mercii” olarak gördüğü ilgili literatürde de “matematik camiası” olarak geçen topluluk etkili rol oynar denebilir. Görece daha az matematik bilgisine sahip bir toplulukta karşılık bulamayacak tartışmalar öğretmene göre matematik camiasında tartışmaya açılır ve karara bağlanır denebilir.

Matematiksel bilginin değişebilir ve gelişime açık yapısını öğretmen şu cümlelerle ifade etmektedir:

*İspatın rolü şöyle, (...) siz bir şey bulduğunuzda ‘o hep öyledir’ falan deyip herkes hemen ikna olmuyor. Yani o bulduğunuz cümlelerin bir **ispatını yapmanız lazım, matematik dünyasında kabul ettirmeniz lazım**. Bu şu demek; siz onun öyle olduğunu gösterdiniz ama size onun öyle olmadığını bir yerden gören başka birisi onu hemen yıktıverebilir ve siz yeniden o sürece girebilirsiniz. Hani, Andrew Wiles öyle olmuş ya... A tamam bu iş bitti dediği anda, matematikçilerin olduğu bir topluluğa sunum yapıyor. Bildiğim kadarıyla birisi ona ‘Şurada şöyle bir şey var’ diyor ve bunun üzerine iki ya da üç yıl daha çalışıyor, **çok büyük bir motivasyonla** bunu tekrar yapıyor. Dolayısıyla matematiksel bilgi böyle böyle inşa oluyor. Yani siz bir şey var dediğimizde o şey hemen var oluvermiyor, bunun bir süreci var. Bir yandan bu söylediklerim bizim eski bilgilerimize ters düşüyor kafası da değil, matematik böyle bir şey de değil. **Bir şey vardır ve 3000 yıldır o öyledir. Ama siz bir yıl sonra dersiniz ki ‘ya biz bunu böyle biliyorduk ama ben bunda şöyle bir terslik sezdim ve şöyle bir şey ortaya koydum’ dediğinizde matematik bunu da kabul eder**. Nasıl diyeyim hakkaniyetli bir şekilde **ispat ederseniz matematik bunu da kabul eder**. Bir yandan matematik şey değil yeni gelen bir şey eski gelen şeye ters düşmesin **kafasında değil** yani **yanılabilir** oluşunu kabul eden bir disiplin matematik. Ama bir yandan **yeni bilgiler inşa ederken de tabii ki eski bilgileri de kullanıyor**. Hani dedim ya tek sayıyı bilmeden siz iki tek sayının çift sayı oluşunu nasıl göstereceksiniz? Bu şuna benziyor patatesin ne olduğunu bilmeden patates yemeği yapmaya çalışmak gibi bir şey. Yani nasıl diyeyim **bilgi bilgiyi getiriyor ve siz o bilginin yani ikinci bilgi kelimesinin gerçekten bilgi olduğunu söyleyebilmemiz için ispata ihtiyacımız var.**”*

Öğretmenin bu ifadeleri “ispat/çürütme” , “literatür” , “birikimli” , “gelişime açıklık” , “ilgi” ve “değişim” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin; matematikte tam bitti, nihayete erdi diye bakılan çalışmalara getirilen farklı bir bakış açılarının o çalışmayı nasıl da boşa çıkardığını Andrew Wiles’tan verdiği örnekle desteklediği görülmektedir. Matematik öğretmene göre, böylesi bir durumda gelişime açık bir disiplin olarak görülmektedir denebilir. Bu örneğin devamında belirttiği üzere Wiles’ın “*büyük bir motivasyonla*” tekrar çalışmaya başlaması, öğretmene göre matematiksel bilginin gelişmesinde kişilerin ilgilerinin de etkili olduğunu düşündüğü sonucu çıkarılabilir.

Başka bir gezegende matematik yapan canlıların olduğu varsayıldığında, onların yaptığı matematikle bizim bu dünyada yaptığımız matematiğin benzer ya da farklı yönlerinin neler olduğunu soruşturan görüşme sorusunu öğretmen şöyle yanıtlamıştır:

*“Şöyle ki, **kendi bildiğimiz dünyadaki matematiğe baktığımızda bağlama göre değişiyor.** Tabi ki benzerlikler var. Mesela siz x-y-düzleminde çalıştığınızda, x-y-z-düzlemine geçtiğinizde benzer olarak kullandığınız kavramlar ya da birtakım bilgiler olabilir. Bu bizi, biraz daha büyük düşündüğümüzde, **başka gezegendeki varlıkların yaptığı matematikle bizimkinin birbirine benzeyen çok noktası vardır diye düşündürebilir.** **Cünkü öyle olmasa biz başka gezegenlere gidemezdik,** çok basit bir şey bu, belki çocukça söylediğim bir şey. Nasıl anlatabilirim bunu? (kısa bir sessizlik) Gezegenimizin adı dünya biz başka bir gezegene gidiyoruz, atıyorum Mars’ta su bulundu diye haberler görüyoruz ya hani, **o suyla bu su aynı değil. Ama ikisine de su diyorum ben. Yani ikisinin de davranışının aynı olmasını bekliyorum. Bana hayat kaynağı olmasını bekliyorum** gibi bir şey bu. Farklı gezegenlerde de böyle matematiksel bilgilerin kavramların var olduğuna inanıyorum, **farklı şekilde gösteriliyor olabilir, farklı şekilde inşa ediliyor olabilir ama onların da yaptığı bir matematik olduğuna inanıyorum.** Yani ne bileyim... matematiğin... **matematik evrenseldir** yani. **Biz sıfırın şeklini değiştirsek de evrenseldir, değiştirmesek de evrenseldir.** Böyle düşünüyorum.”*

Öğretmenin bu ifadeleri “mutlak” ve “duruma/bağlama görelilik” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin bu soruyu “bağlam değiştiğinde sonuçların değişmesini nasıl açıklarsınız” şeklindeki görüşme sorusuna atıf yaparak cevapladığı görülmektedir. İki boyutlu ve üç boyutlu düzlemde çalışırken ortak birtakım kavramların kullanılabileceğini belirten öğretmen, buradan bir benzerlik kurup farklı bir gezegenin matematiğiyle bizim dünyamızdaki matematiğin de ortak yönleri olabileceği sonucuna varmıştır. Bu sonuca gerekçe olarak ise insanlığın bu dünyada yaptığı hesaplamalarla uzaya gidebilmesini göstermektedir. Mars’ta bulunan su ile dünyadaki suyun aynı olmadığını ancak aynı ihtiyacı karşılaması – kendi tabiriyle- hayat kaynağı olması beklentisiyle aynı davranışı göstereceğini düşünmektedir. Farklı bir gezegende de matematiksel bilgilerin, kavramların olduğuna inandığını söyleyen öğretmen, farklı şekilde gösterilse de onların da bir

matematiği olduğunu savunmaktadır ve semboller değişse de matematiğin evrensel olduğunu söylemektedir. Öğretmenin bu görüşü evrendeki matematiğin tek ve biricik olduğunu ifade eden “mutlak” koduyla eşleşmektedir ancak öğretmenin bu konu hakkındaki düşüncelerini netleştirmek adına öğretmen-araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalog gerekli veriyi sağlayacaktır:

A: Matematik evrenseldir dediniz, bu evrende tek bir matematiğin mümkün olduğunu mu düşünüyorsunuz? Başka bir gezegendeki canlılar da aslında bizim bu dünyada ulaştığımız sonuçlara mı ulaşır? Ya da tamamen farklı bir matematik midir onların matematiği?

*Ö7: Matematiğin bize yaptırdığı **zihinsel süreçler aynıdır, evrenseldir** diye düşünüyorum demek istiyorum. **Süreçler farklılaşabilir, benzer yönleri de olabilir. Sonuçlar aynı mıdır buna net bir cevap vermek zor. Zihinsel davranışlarımız evrenseldir bence.** Bu yaptıklarımızın ortak adı, matematik. Bu **matematik dediğimiz şeyle biz gezegenler arası, zaman mekan üstü yolculuk falan yapabiliyor/bunlara niyet edebiliyoruz** diye düşünüyorum.*

A: Bir de şunu sormak istiyorum netleştirmek adına, süreçler farklılaşabilir, benzer yönleri olabilir, aynıdır demek zor dediniz. Farklılaşabilir dediğiniz noktada bu farklılığa sebep olan şey nedir sizce? Neden kaynaklanır bu olası farklılıklar?

*Ö7: Matematik hakkında çok genel konuşmak istemiyorum ondan. Konuşurken çok yüceleştirmekten çekiniyorum. **Matematiksel bilgiye ulaşma süreci farklılaşabilir yani.***

A: Evrenin tek bir matematiği mi var diye sorduğumda, zihinsel davranışlarımız evrenseldir ve bu yaptıklarımızın ortak adına matematik diyoruz dediniz. Benim bu soruyla kastettiğim aslında şuydu: sözgelimi x-gezegenindeki bir varlık da mı bir şekilde bizim ulaştığımız sonuçlara ulaşır, onlar da mı bizimki gibi sayı kümeleri oluşturur ve bu kümeler üzerinde işlemler tanımlarlar? Ya da onlar da mı bir şekilde Öklid ya da Öklid-dışı geometrileri inşa eder? Pür ya da uygulamalı matematiğin bir konusu olan herhangi bir bilgi bu gezegenin de mi doğrusudur? Matematiksel bilgiye ulaşma süreci farklılaşır dediğinizde matematiksel bilgi dediğimiz şeyin tek ve biricik olduğu anlamını çıkarabilir miyim?

Ö7: Matematik tek, evrenseldir. Yani evrenin her yerindeki matematiğin adı her yerde matematiktir.

A: Matematiğin adı aynıdır demekle içeriği aynıdır demek bir değil diye düşünmekteyim.

Ö7: İşlemler, sayılar, semboller farklı olabilir. Benzer ve aynı diyebileceğim şeyler, varlıkların düşünme süreçleri, yöntemleri.

A: Yani onlar da mı bizim gibi üçgen çizerdi mesela?

Ö7: Belki başka çizerler ama aynı şeyleri düşünürler.

A: Peki üçgeni farklı çizse de iç açıları toplamını düzlem geometrisinde olduğu gibi 180 derece olarak mı bulurlar?

Ö7: Bence öyle. Mesela pi sayısına biz pi diyoruz onlar “po” derler ama po sayısı da 3,14 tür.

A: Biz pi sayısını bir çemberin çevresinin çapa oranı olarak tanımlayabiliyoruz, po sayısı da mı böyledir? Bahsi geçen gezegende çizilen çemberin formu bizim dünyadakine benzer mi? Ya da çevre hesaplama fikri onlarda da aynı mantıkla mı çalışır? Po sayısı da mı irrasyoneldir?

Ö7: Bence irrasyoneldir. Tanımlar aynıdır, isimler değişebilir. Zihinsel süreçlerimizde benzer davranışlar sergileriz bence evrendeki tüm canlılar olarak.

Verilen diyalog incelendiğinde öğretmenin düşüncesinde matematiğin tek ve mutlak olduğunu düşündüğü söylenebilir. İsimler, semboller, gösterimler değişse de öğretmen tanımların ve ulaşılan sonuçların değişmeyeceğini düşünmektedir. Ayrıca öğretmen evrendeki tüm canlıların zihinsel olarak benzer davranışlar sergilediğini belirtmiştir. Daha evvel de değinildiği gibi, öğretmenin düşüncesindeki matematiğin mutlak olması hali, *matematik denilen o şeyin insanlığın gezegenler arası, zaman mekan üstü yolculuk yapabilmesine/buna niyet edebilmesine olanak sağlamasına dayanmaktadır*. Yani öğretmene matematiğin mutlak ve evrensel olduğunu, insanlığın bu dünyada yaptığı hesaplamalarla uzaya yolculuk yapabilmesi düşündürmektedir denebilir.

4.1.3 Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulgular

Değer teması; bireysel/toplumsal değerler ve epistemolojik değerler olmak üzere iki alt temadan oluşmaktadır. Öğretmenlerden elde edilen veriler incelendiğinde her bir oturumda değer içeren ifadeler rastlanması sebebiyle bu bölümdeki bulgular öğretmenlerle yapılan tüm görüşmelerin ilgili kodlarla

eşleştirilmesiyle sunulacak; önce tüm öğretmenlerden elde edilen bulgular bütüncül olarak incelenecek, sonra her bir öğretmenin değer teması ile ilgili bulguları tek tek incelenecektir.

Tablo 4.18. Bireysel-toplumsal değerler alt temasına ilişkin kod-veri tablosu

Alt tema	Kod	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	f
Bireysel/sosyal değerler	Bireysel		*	*	*	*	*	*	6
	sosyal	*	*	*	*	*	*	*	7
	toplum/kültür	*	*	*	*	*	*	*	7
	tutum/inanç		*	*	*	*	*	*	6
	gizemli					*	*	*	3
	olağan	*	*	*		*		*	5
	amaç			*		*	*	*	4
	araç			*	*	*	*	*	5
	fayda		*	*		*	*		4
	uygulanabilir/ kullanılabilir	*	*	*	*	*	*	*	7
	takdir	*	*	*	*	*	*		6
	tatmin/haz	*		*		*	*		4
	eğlenceli/sıkıcı	*		*	*	*			4

Tablo 4.18 incelendiğinde tüm öğretmenler matematiği hem bireysel hem sosyal bir etkinlik olarak görmekte; matematiğin inşası ve gelişimi sürecinde bireylerin, toplumların, kültürlerin etkili olduğunu düşünmektedirler. Ö1 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenler bireylerin ve toplumların tutumlarının matematiğin gelişimini etkilediği yönünde düşünce üretmiştir. Ö5, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin “gizemli” koduyla eşleşen ifadeleri mevcuttur. Bu öğretmenler, matematiğin açıklanamayan, garip, tuhaf bir yönü olduğu düşüncesindedirler. Fakat aynı zamanda Ö4 ve Ö6 kod adlı öğretmenler hariç diğer öğretmenlerin matematik tarihinde yaşanan gelişmeleri “olağan” ve mümkün gördükleri, garip bulmadıkları görülmektedir. Tüm öğretmenler matematiğin uygulanabilir/kullanılabilir bir alan olması sebebiyle gerekli olduğunu düşünmekte; Ö3, Ö5, Ö6 ve Ö7 bu gerekliliği matematiğin bir amaç olarak kullanılmasıyla; Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 kod adlı

öğretmenler ise matematiğin bir araç olarak da kullanılabilmesi ile ilişkilendirmektedir. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenlerin ifadeleri matematiğe karşı “takdir” duygusu içermekte, Ö1, Ö3, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenlerin ifadelerinde buna ek olarak matematik yapmanın getirdiği tatmin olma, keyif/haz alma duygusu içermektedir. Ö1, Ö3, Ö4 ve Ö5 kod adlı öğretmenler matematik yapmanın, matematikle uğraşmanın eğlenceli yahut sıkıcı bulunabileceği görüşündedirler.

Tablo 4.19. Epistemolojik değerler alt temasına ilişkin kod-veri tablosu

Alt tema	Kod	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	f
Epistemolojik değerler	mutlak	*				*		*	3
	yanılabilir		*	*	*	*	*	*	6
	evrensel	*				*		*	3
	açıklık	*	*	*	*		*	*	6
	ilerleme	*	*	*	*	*	*	*	7
	süreç	*	*	*		*	*	*	6
	esneklik	*	*	*	*	*	*	*	7
	ekonomiklik						*	*	2
	kullanışlılık	*		*		*	*		4
	tutarlılık		*						1

Tablo 4.19’ incelendiğinde Ö1, Ö5 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin matematiğin mutlak ve tek olduğu görüşünü savundukları ancak Ö5 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin matematiğin “yanılabilirliğini” de göz ardı etmedikleri görülmektedir. Ö2, Ö3 ve Ö4 kod adlı öğretmenler ise matematiğin mutlaklığı konusunda görüş belirtmemiş olup Ö6 kod adlı öğretmen mevcut şartlar altında mevcut bilgiye kesin gözüyle baktığını ama birgün değişme ihtimali olduğunu düşünmektedir. Ö3 ve Ö4 açık bir şekilde, Ö2 ise örtük bir şekilde matematiğin yanılabilir olduğunu düşünmektedirler. Ö1, Ö5 ve Ö7 kod adlı öğretmen matematiğin evrensel olduğunu savunmaktadırlar. Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenler matematiksel bilginin tartışmaya, eleştiriye açık olduğu yönünde görüş bildirmişlerdir. Tüm öğretmenler matematiği ilerlemeye ve gelişime açık bir alan olarak görmektedir. Ö4 kod adlı öğretmen hariç tüm öğretmenlerin

ifadelerinde matematik yapmanın bir “süreç” olduğunun vurgusu yapılmıştır. Tüm öğretmenler “esneklik” değeriyle ilişkilendirilen düşünce üretmiştir. Ö1, Ö3, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenler matematik yapma sürecinde daha kullanışlı olanın tercih edilebileceği yönünde düşünce üretirken yalnızca Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmen “ekonomiklik” değerinden söz etmiştir. Öte yandan Ö2 kod adlı öğretmenin, matematiğin tutarlılığından söz ettiği ifadeleri mevcuttur.

4.1.3.1 Ö1 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında “sosyal, toplum/kültür, olağan, uygulanabilir/kullanılabilir, takdir, tatmin/haz” ve “eğlenceli/sıkıcı” kodlarıyla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “mutlak, evrensel, açıklık, ilerleme, süreç, esneklik” ve “kullanışlılık” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.20. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö1

Alt tema	Kod	Ö1	Alıntı
Bireysel/toplumsal değerler	bireysel		
	sosyal	*	“Matematikçiler bir araya geliyorlar”
	toplum/kültür	*	“biri ortaya bir şey koymuş başka bir medeniyet ya da ülke onun üzerine bir şeyler koymuş, geliştirmiş. Bir zincir gibi düşün”
	tutum/inanç		
	gizemli		
	olağan	*	“gizem gibi görmüyorum onu ben... Bana çok mantıklı ve olur gibi geliyor.”
	amaç		
	araç		
	fayda		
	uygulanabilir/kullanılabilir	*	“yaşamın her adımında var... bebeğine mama hazırlıyorsun oran orantı kullanıyorsun...”
	takdir	*	“farklı şeyler üretmesi çok güzel”
	tatmin/haz	*	“Zevk almak lazım”
	eğlenceli/sıkıcı	*	“Matematik çok, çocuklar açısından sıkıcı görülen bir derstir. Eğlenceli hale getirmek...”
	mutlak	*	“Kendi içindeki doğrusu tek... Doğru bir tane çünkü. Ulaşılan sonuç bir tane.”

	yanılabilir		
	evrensel	*	“Evrensellik doğrunun tek olmasından kaynaklanır”
Epistemolojik değerler	açıklık	*	“işte ‘onu sorgulamaya gerek yoktur’ gibi bir şey söz konusu değil.”
	ilerleme	*	“birleşe birleşe büyümüş... vizyonumuz genişledi.”
	süreç	*	“Bu çok uzun bir süreç”
	esneklik	*	“Farklı yorumluyor, soruya farklı açılardan bakabiliyor.”
	ekonomiklik		
	kullanışlılık	*	“ben kısıtlı beyin kullanımında bunu sonsuza kadar kullanamayacağımı, onların hepsini de öğrenemeyeceğimi, aklımda tutamayacağımı bildiğim için belli bir kısmını kullandığımı biliyorum.”
	tutarlılık		

“... toplulukla birlikte çalışılarak yapılan matematik her zaman daha öğreticidir ve öğrenilebilir. **Birisine anlatılarak öğrenilen matematik tek başına çalışmaktan daha kalıcı olur her zaman. Daha iyi öğrenilir. O yüzden toplu halde yapılan eğitimin daha yararlı olduğuna inanırım. Bireysel olanı değil.**”

“**Matematikçiler bir araya geliyorlar yapıyorlar. Araştırılıyor, uzun bir süreç alıyor. Öyle hemen iki günde ‘bu teorem doğru, bravo, aferin size.’ deyip senin sırtını sıvazlamıyorlar. Bu çok uzun bir süreç. Eğer yaşamla bağlantılı bir şeyse onu yaşamda görmek istiyorlar. Çok uzun bir süreçten geçiyor. Araştırmalar yapılıyor ondan sonra deniyor ki ‘Evet bu olabilir.’**”

“**İnsanlar yaşadıkları yerle uyumlu olarak bazı matematiksel çalışmalar yapmışlar. İşte onları ortaya dökmeye çalışmışlar, geliştirmeye çalışmışlar. İşte biz başka bir medeniyetten ya da başka bir ülkenin kültüründen yaptığı çalışmalardan almışız. Biz vermişiz. Onlar bizimkini öğrenmiş, biz onlarınkini öğrenmişiz. E birleşe birleşe büyümüş. Daha çok, biri ortaya bir şey koymuş başka bir medeniyet ya da ülke onun üzerine bir şeyler koymuş, geliştirmiş, o şekilde ilerlemiş. Bir zincir gibi düşün.**”

Öğretmenin yukarıda verilen açıklamaları “bireysel/sosyal”, “toplum/kültür”, “ilerleme” ve “süreç” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmene göre matematiği öğrenme süreci bireysel bir etkinlikten çok sosyal bir etkinliktir ancak

matematik yapma sürecinde hem bireysellik hem de sosyallik ön plana çıkar denebilir. Matematikçilerin kendi başlarına çalışmaları bireyselliğe, bir araya gelip çalışmaları ise sosyalliğe karşılık gelmektedir. Öğretmen matematiksel bilginin inşa edilmesi ve geliştirilmesini bir süreç olarak görmekte ve öte yandan matematiğin gelişiminin bireyler, toplumlar ve kültürler arasındaki iletişim/bilgi alışverişinden etkilendiğini düşünmektedir.

Pi sayısının irrasyonelliği üzerine konuşan öğretmen şu ifadeleri kullanmıştır:

*“... **gizem gibi görmüyorum** onu ben. Yani bir matematiksel işlemin sonucu bir türlü sonlanmıyor. Sayıların da sonsuz olduğunu biliyorum. Sonsuz tane sayı olduğunu biliyorum. **Bunun da sonsuza kadar gittiğini kabul ediyorum. E ben kısıtlı beyin kullanımında bunu sonsuza kadar kullanamayacağımı, onların hepsini de öğrenemeyeceğimi, aklımda tutamayacağımı bildiğim için belli bir kısmını kullandığımı biliyorum ben. Bana çok mantıklı ve olur gibi geliyor.**”*

Öğretmen pi sayısının ondalık kısmının belirli bir düzene göre devam etmemesini, irrasyonel bir sayı olmasını gizemli veya açıklanamayan bir durum olarak görmemekte, “matematiksel bir işlemin bir türlü sonlanmıyor” oluşunu “olağan” karşılamaktadır. Ayrıca öğretmenin ifadesine göre denebilir ki pi sayısının belirli bir kısmının kullanılarak hesap yapılmasını mantıklı bulması ise “kullanışlılık” koduyla eşleşmektedir.

Matematiğin insanlar tarafından neden gerekli bulunduğu/bulunmadığı sorulduğunda öğretmen:

*“... **yaşamın her adımında var. Her adımında. Aklına gelebilecek her şeyde matematik var. Iıı, işte bebeğine mama hazırlıyorsun oran orantı kullanıyorsun, kek yapıyorsun oran orantı kullanıyorsun. Yani bir ev hanımının bile matematiğe ihtiyacı var. (...)** illa okulda öğrenilen bir matematikten bahsetmiyorum ben. **Yaşanılarak öğrenilen bir matematikten. Aslında onlar yaşayarak da oran orantı öğreniyorlar. (...)** Mesela işte anneannem vardı benim çarşaf dikerdi yataklara. **Metre, mezura bu tarz şeyler kullanmazdı, derdi ki işte gider yatağın boyunu karışlardı, enini karışlardı. İşte derdi ki birer karış da pay bırakayım derdi. O şekilde çarşaf dikerdi. Yani bu tamamen oran orantı kullanıyor aslında.**”*

Öğretmenin bu ifadelerine bakıldığında matematiği gerekli görmesini, matematiğin “kullanılabilir/ uygulanabilir” olmasına dayandırdığı söylenebilir.

*“Ben düşünerek her şeyi kabul edebilirim ama, mesela ikimiz de aynı şeyi düşünelim diyelim. Sana mantıklı gelmediği için sen kabul etmezsin, bana mantıklı geldiği için ben kabul ederim. Bu öyle bir şey değil. Bu ispata dayanan bir şey. İspata dayanan bir şey olduğu için bunu sen de kabul edersin ben de kabul ederim. Yani **matematiksel gerçeklik herkes tarafından kabul edilen bir gerçeklik. Yoruma açık mı? Açık. Ama çürütüleceğini düşünmüyorum.**”*

*(Öklid geometrisiyle Öklid-dışı geometrilerin doğruluğu ya da yanlışlığının kıyaslanmasıyla ilgili) “Niye kıyaslayalım? **Kıyaslamaya gerek yok. İkisinin de ayrı ayrı içinde var olan bilgilerin doğruluğu ya da yanlışlığı tartışılır** belki ama ikisinin birbiriyle kıyaslanması mantıksız. Yani ikisi aynı şeyi mi savunuyor? Aynı şeyi savunup farklı sonuçlar mı bulmuşlar? (...) **Hepsi kendi içinde doğruluğunu ihtiva ediyor bence, kapsıyor. (...) Kendi içindeki doğrusu tek.** Yani şeyi konuştuğumuzda, düzlemle ilgili konuştuğumuzda kabul ettiğimiz şeyler, tabii ki farklılık gösterecek. O farklılığı, **farklı düzlemlerden kaynaklandığı için kabul ediyoruz zaten. Yani bu bizi buraya götürüyor ama işte ‘onu sorgulamaya gerek yoktur’ gibi bir şey söz konusu değil. O onun içinde doğru, o onun içinde doğru.**”*

Öğretmenin bu ifadeleri “açıklık” ve “mutlak” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmen matematiğin tek ve mutlak bir gerçeklik olarak var olduğunu düşünmekte ancak aynı zamanda matematiği tartışmaya, eleştiriye, sorgulamaya açık bir alan olarak da görmektedir. Öğretmene göre Öklid-dışı geometriler de kendi içindeki kabulleriyle mutlak doğruluğu ifade etmektedir. Öğretmenin aşağıdaki sözleri bu bulguyu destekler niteliktedir:

*“Öklid geometrisinde kabul ettiklerimiz farklı ortamlar için doğru, bu da ortam değiştiğinde daha **vizyonumuzu açtı. Daha geniş düşünmeye başladık.** Yani dedik ki ‘bu tamam doğru ama böylesi de var bu da buna doğru.’ Daha geniş düşünmeye başladık. He demek ki olurlar çoğalıyor. Yani **olabilirler, mümkün olabilirler çoğalıyor** diye düşündük. Bence **vizyon genişledi. Değişmedi, fikirlerimiz değişmedi. Biz bunu çürütüp de buna yönelmedik. Bunu da kabul ettik, bunu da kabul ettik, vizyonumuz genişledi.**”*

Öğretmenin bu açıklaması “mutlak” ve “ilerleme” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematik tarihinde yaşanan bu durumu yanılabilirlik olarak görmemekte, bunu bilginin, vizyonun genişlemesi olarak yorumlamaktadır.

Öğretmenin matematiğin evrensel olduğu yönündeki düşünceleri ise şu şekildedir:

“Evrensellik doğrunun tek olmasından kaynaklanır. Bizim için doğruysa başkası için de doğru yani. Doğru bir tane çünkü. Ulaşılan sonuç bir tane. Türkiye’de yaşayan bir insan ya da ben bu doğrudur dediğimde bunu eğer ispatlamışsam ve doğruluğu onun tekse diğeri de yaptığında onun doğruluğunun tek ve benim yaptığımın doğru olduğu sonucuna ulaşacaktır. Doğruluğun bir tane olduğunu düşünürsen evrenselliğe ulaşmış oluyoruz zaten. (...) Sen çalışıyorsun doğruluğuna ulaşıyorsun, öbürü çalışıyor doğruluğuna ulaşıyor. Bakıyor sonuç bir. Birçok çalışma yapılıyor üzerinde o çalışmalarda da ‘evet bu doğrudur’ diyosun. Demiştin ya zincir bu. Yani ben evet diyorum, öbürü evet diyor, öbürü evet diyor. Yani bir zincir bu. Havuz gibi birikiyor bilgiler ve oradan bir sonuç çıkıyor.”

Öğretmenin ifadelerine göre doğruluğun tek olması bizi matematiğin evrensel olduğu düşüncesine götürmektedir. Öğretmenin doğruluğu tek olarak görmesi matematiği “mutlak” bir gerçeklik olarak gördüğü bulgusunu destekler niteliktedir. Öte yandan “Sen çalışıyorsun doğruluğuna ulaşıyorsun, öbürü çalışıyor doğruluğuna ulaşıyor. Bakıyor sonuç bir. Birçok çalışma yapılıyor üzerinde (...) zincir bu. (...) Havuz gibi birikiyor bilgiler.” ifadeleri öğretmenin, matematiğin sosyal ve bireysel çabayla “ilerlediği” yönünde düşünce ürettiğini göstermektedir.

Bir teoremin pek çok farklı yolla ispatlanabilmesi, bir soruya getirilen farklı çözümler hakkında öğretmen şunları söylemektedir:

“Güzel bir şey. Yani insanların bakış açısını kullanarak farklı şeyler üretmesi çok güzel. Güzel bir şey bence. Çocuklar için de öyle. İşte bir soru soruyorsun bir öğrenci sana farklı bir yöntem getiriyor, başka ... mutlu oluyorsun. Diyorsun ki ‘beynini çalıştırıyor, düşünüyor.’ Farklı yorumluyor, soruya farklı açılardan bakabiliyor. Zaten beklenen bu. Belirli kalıplar içinde kalmak değil, farklı yönlerden bakıp aynı sonuca ulaşabilmek.”

Öğretmenin bu açıklaması “esneklik” ve takdir” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmenin farklı ve alternatif yolları kabul ve takdir ettiği görülmektedir.

“Düşünmek, yorumlamak, farklı yönlerden çözmeye çalışmak, yani bunu sormuş ama neden sormuş ya da bu sorulabilen bir soruysa bunu soran ne düşünerek sormuş? Bunları düşünmeli insanlar. (...) Sorgulama süreci çok önemli, sorgulamak lazım matematik sürecinde. Zevk almak lazım, eğlenmek lazım. Çok monotonlaştırırsan sıkıcı olabilir. Matematik çok, çocuklar açısından sıkıcı görülen bir derstir. Eğlenceli hale getirmek sorgulamasını sağlamak, düşünmesini sağlamak hep bunların hepsi matematiğin süreçleri.”

Öğretmenin bu ifadeleri “açıklık” , “eğlenceli/sıkıcı” , “tatmin/haz” ve “esneklik” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmene göre matematik yapma sürecinin doğasında farklı çözüm yollarına başvurmak ve sorgulamak vardır. Matematik yaparken zevk almayı, eğlenmeyi gerekli bulan öğretmen, aksi durumda monotonlaştığında matematiğin sıkıcı olacağını düşünmektedir.

Dört renk probleminin bilgisayarla yapılan bir ispatına dönemin matematikçileri tarafından getirilen eleştirileri öğretmen *“Ben kabul ederim. Çünkü teknoloji çağında yaşıyoruz. Yani illa elle ispat etmemiz gerekmez. Bilgisayarla yaptığımız zaman belli sonuca ulaşıyor ve doğruluğu kabul ediliyorsa bence o bir ispattır.”* şeklinde yorumlamıştır. Öğretmenin bu ifadesi “esneklik” koduyla eşleşmektedir.

4.1.3.2 Ö2 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında “bireysel/sosyal, toplum/kültür, tutum/inanç, olağan, fayda, uygulanabilir/kullanılabilir” ve “takdir” kodlarıyla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “yanılabilir, açıklık, ilerleme, süreç, esneklik” ve “tutarlılık” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.21. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö2

Alt tema	Kod	Ö2	Alıntı
	Bireysel	*	<i>“ne bireyseldir, ne sosyaldır bence hepsi olabilir.”</i>
	sosyal	*	<i>“ne bireyseldir, ne sosyaldır bence hepsi olabilir.”</i>
	toplum/kültür	*	<i>“zengin medeniyetlerde matematiğin gelişimine daha çok önem veriliyor (...) Kültür onu destekliyor.”</i>

Bireysel/sosyal değerler	tutum/inanç	*	<i>“insanların değer yargıları o zamanlar çok farklıydı”</i>
	gizemli		
	olağan	*	<i>“atılım yapılabilmesi için mutlaka bir krizin olması lazım”</i>
	amaç		
	araç		
	fayda	*	<i>“onları daha çok zenginleştireceğini gördükten sonra buna yatırım yapıyorlar”</i>
	uygulanabilir/ kullanılabilir	*	<i>“mühendislikte... betonarme diye dersimiz oluyordu... onun içinde bile bir sürü matematik var”</i>
	takdir	*	<i>“insanlar o zamandan bu zamana getirirken matematiği çok fazla uğraş ve emek veriyorlar. (...) kendi çağına göre çok iddialı bir laf”</i>
	tatmin/haz		
	eğlenceli/sıkıcı		
Epistemolojik değerler	mutlak		
	yanılabilir	*	<i>“mutlaka daha farklı matematikler olacaktır.”</i>
	evrensel		
	açıklık	*	<i>“Farklı düzlemlerde farklı doğrular olabilir. Öbür tarafın yanlış olduğunu gösterir mi? O da tartışılır.”</i>
	ilerleme	*	<i>“gelişim hep devam edecek... hiçbir zaman matematik bitmiştir artık bundan sonra hiçbir şey bulunamaz denilemez bence.”</i>
	süreç	*	<i>“belli bir vakit sonra biri onu çözüyor ve karşılığının bazen olduğu bazen olmadığı görülüyor”</i>
	esneklik	*	<i>“Dört rengin yeterli olduğu bulunduysa bence kabul etmeleri gerekir”</i>
	ekonomiklik		
	kullanışlılık		
	tutarlılık	*	<i>“belli kuralları kabul ediyoruz biz, hani onların içerisindeki tutarlılıklarla bu doğrudur ya da yanlıştır diyebiliyoruz”</i>

*“Bence **sosyal** olarak öğrenmenin de mutlaka faydası var sınıf içerisinde soru cevap yapılıyor, birinin bilemediğini sen biliyorsun, yani **o anda şimşekler çakıyor**, akıldan bir şeyler geliyor, Yani kesinlikle **ne bireyseldir, ne sosyaldir bence hepsi olabilir**. İyi bir öğretmenle bireysel çalışma yapılarak çok güzel sonuçlar alınabilir, bence hepsini denemek lazım. Hepsi bence faydalı.”*

Öğretmenin ifadelerine bakıldığında, onun için matematiğin öğrenilmesi hem bireysel hem de sosyal bir etkinliktir denebilir.

Toplumların, kültürlerin ve medeniyetlerin matematiğin gelişimini etkilemesiyle ilgili öğretmen aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

“En basiti savaşlar mesela matematiğin gelişimini durdurmuştur, o tarihlerde matematikçi yetişmesi çok zor, yani hem zeka olarak hem insanların değer yargıları o zamanlar çok farklıydı. Beslenme konusu onlar için birinci planda geliyor, işte kültür sanat dediklerin son sıralarda... Bağdat yakılıyor en basiti... Bütün bilgiler kayboluyor. O bilgiler kaybolmasa çok büyük bir gelişim gösterebilirdi. Mesela zengin ülkelerde, zengin medeniyetlerde matematiğin gelişimine daha çok önem veriliyor ya da Batı, Avrupa matematik ya da bilimin onları daha çok zenginleştireceğini, yol açacağını gördükten sonra buna yatırım yapıyorlar, hala da öyle, bunun farkındalar. Çünkü bilimsel gelişme ya da matematiksel gelişme teknolojiyi de destekliyor ve bu da çığır açmış oluyor, bundan da para kazanıyorlar. Yani matematiğin kültürle tamamen... sadece bu değil insani ilişkiler olduğu zaman bilim dalları, sanat dalları kültürle alakalı. Kültür onu destekliyor. Zaten kültür dediğimiz şey de onun bir parçası ve belki oluşturduğu şey. Bence tamamen göbekten bağlılar, matematik ya da diğer bilimler de. (...) şu da olabilir uygarlık savaşı yapıp refaha ulaşıp ondan sonra bu tip şeylere değer vermiş olabilir. Mesela ticaret, ticaret matematikle alakalı olduğu için kültürlerin gelişmesine birbirlerine yaklaşmasına, efendim birbirleriyle iletişime geçmesine, para, ekonomi... ama beslenme ilk başta geliyor. Yani ihtiyaç dediğimiz kısım bunu besliyor ve birbiriyle iç içe girmiş oluyor.”

Öğretmenin yukarıda verilen açıklaması “toplum/kültür”, “fayda” ve “tutum” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematiğin gelişmesinde toplumların, kültürlerin, bireylerin içinde bulundukları yaşam şartlarının ve tutumlarının etkili olduğunu düşünmekte; hatta tüm bunların birbiriyle “göbekten bağlı olduğunu” belirterek ayrı düşünölemeyeceğini vurgulamaktadır. Öte yandan devletlerin bilimsel ve matematiksel çalışmaları desteklemesini, bu çalışmaların doğuracağı yeniliklerin “faydalarını” öngörmelerine bağlamaktadır. O halde denebilir ki öğretmen matematiği toplumdan ve kültürden bağımsız bir alan olarak

görmemekte aksine toplumların ve kültürlerin matematiksel bilginin gelişmesini desteklediğini veya engellediğini düşünmektedir.

*“Bazen teoremler ortaya atılıyor matematikte, karşılığı olmayan ya da çözülemeyen teoremler, ama **belli bir vakit sonra** biri onu çözüyor ve karşılığının bazen olduğu bazen olmadığı görülüyor, bazıları pür matematikte kalıyor.”* ifadesiyle öğretmenin matematiği bir “süreç” olarak gördüğü söylenebilir. Öğretmen, matematikte ortaya atılan iddiaların ispatının ya da uygulamasının zaman içerisinde bulunabileceğini ya da bulunamayacağını düşünmektedir.

Matematik tarihinde yaşanan krizleri öğretmen bir fırsat ya da yeni bir sıçrama noktası olarak yorumlamaktadır. Öğretmenin *“Gelişimin olabilmesi için zaten bazı kısımların, eksik dediğimiz kısımların ya da cevaplanamayan kısımların olması zaten **işin doğasında var.** (...) **Eksiklik** bence iyi bir şey, yani iyi bir şey derken **bir fırsat.** (...) atılım yapılabilmesi için mutlaka bir krizin olması lazım.”* şeklindeki ifadesi “olağan” ve “ilerleme” kodlarıyla eşleşmektedir. Krizlerin veya mevcut bilgiyle açıklanamayan durumların olmasını öğretmen olağan karşılamakta ve bunun matematiksel gelişmenin devam etmesine sebep olacak bir fırsat olarak görmektedir.

Öğretmen matematiğin insanlar tarafından neden gerekli bulunduğu ya da bulunması gerektiğini şöyle açıklamaktadır:

*“Buna yüzyıllar içerisinde **her dönemin kendine göre bir cevabı olabilir.** Ama bizim dönem için çok basit, **bir insanın ayakta kalabilmesi için, kendi dışındaki gelişmeleri inceleyebilmesi için, bırak incelemeyi anlayabilmesi için çok temel bir şey matematik.** Hesap yapmaktan tutun, efendim tabii matematik sadece sayı, şekil değil, mantık da aynı zamanda. Bir şeyin boş olduğunu gördüğünüzde onun neden boş olduğunu düşünmeniz ordan bir **çıkarım yapmanız bile bir matematiksel süreç. Sadece sayı için değil.** Ya da telefonda bir şeyi bulamıyorsunuz, onun çözüm yolunu bulmak bile... giriyorsun internete oradan hemen çok kolayca buluyorsun, onu düşünmek de bana göre bir matematik, sayısal zeka.”*

*“Mühendisler, fizikçiler zaten onlar şunun farkındalar bana göre; **mühendislikte** de aynı, yüzyıllar içerisinde sağlam binaların nasıl yapıldığını incelemişler daha doğrusu binaların, yapıların nasıl, ya da kuvvetlerin ordaki işte depremin vesaire vesaire, **oralardan da bir matematik doğmuş.** Ben mühendislik okurken de **betonarme diye dersimiz***

oluyordu, kuvvetler oluyor çekme itme gibi, hani onun içinde bile bir sürü matematik var aslında integralinden tut, türevine kadar falan. Dolayısıyla mühendisler de zaten işin içindeler matematikle uğraşıyorlar, diğer fizikçiler de aynı, sayısal bölümler zaten tamamen matematik temelli gidiyorlar. Onun dışında dediğim gibi bir insanın, bu şey de olabilir yani ilkokul mezunu olan bir kişi de olabilir, bir olayda ya da bir problem durumunda çözüm bulabilmesi de benim için matematiktir.”

Öğretmenin yukarıdaki açıklamaları “uygulanabilir/kullanılabilir” koduyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematiğin gerekliliği her dönemde, dönemin insanları tarafından farklı gerekçelere dayandırılarak açıklanabilir. İçinde bulunduğu dönem için matematiğin gerekliliğinin; kullanılabilirliğine, kendine bir uygulama alanı bulabilmesine ve insana kazandırdığı düşünme becerisine dayandırıldığı söylenebilir.

Öğretmen Öklid ve Öklid-dışı geometriler ile ilgili düşüncelerini bilgi/epistemoloji görüşmesinde, “Düzlem geometrisinin doğruları zaman içerisinde küre geometrisine göre yanlış... daha doğrusu açıklanamıyor. Farklı düzlemlerde farklı doğrular olabilir. Öbür tarafın yanlış olduğunu gösterir mi? O da tartışılır. Ama kendi içine göre, kendi doğasına göre, kendi boyutuna göre doğrular var.” şeklinde belirtmişti. Öğretmenin bu ifadesi değer/aksiyoloji teması altında; matematiksel bilgiyi tartışmaya, eleştiriye, yoruma ve sorgulamaya açık bir alan olarak görmesi sebebiyle “açıklık” kodu altında değerlendirilebilir. Öğretmen; değer/aksiyoloji oturumunda, Poincare’in Öklid geometrisiyle Öklid-dışı geometrilerin doğruluğunun karşılaştırılamayacağını ancak birinin diğerinden daha kullanışlı olabileceği şeklindeki düşüncesinden bahsedilen görüşme sorusunu şu şekilde cevaplamıştır:

“Aslında benim kastettiğim de oydu. Demek istiyor ki farklı durumlara göre farklı çözümler oluşabilir, tek doğru yok diyor. Düzlem geometrisine doğrudur demek öbürkünün yanlış olduğunu göstermiyor çünkü bu duruma göre doğruluk dediğimiz şeye geliyor. Çünkü Öklid geometrisi öbürkünü açıklayamıyor ya da onu açıklamaya yönelik bir geometri değil zaten. Çünkü durum o değil. Hani siz mesela karlı havadaki bir durumu yaz ayındaki bir olayla açıklayamazsınız gibi bir şey bana göre. Çok kabaca durdu ama, çok farklı şeyleri söylemek istiyor. Benim de birkaç kez kastettiğim oydu. Tabii o adamın söylediği de kendi yüzyılına göre çok ileri

bir laf yani. (...) hani şu an bunu biz rahatlıkla söyleyebiliyoruz çünkü bazı şeyler kesinleşti. (...) Ama o zamana göre kendi çağına göre çok iddialı bir laf yani.”

Öğretmenin bu ifadeleri “açıklık” , “yanılabirlik” ve takdir” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmene göre matematiksel bilgilerin doğruluğu tartışmaya açıktır ancak bu örnekte doğruluğun tek ve mutlak olmadığına yaptığı vurguyla matematiğin yanılabirliğine dair örtük bir düşüncüyü zihninde barındırdığı söylenebilir.

Öğretmen vaktiyle insanların Öklid geometrisini “mutlak gerçeklik” olarak görmesini şöyle yorumlamaktadır:

“O zamana kadar geometri dedikleri Öklid geometrisiydi. Ve onlar için biricik evet doğru olan o, çünkü düşünebildikleri ya da birikimleri ya da başkalarının desteklediği şeylerle oraya kadar gidiyorlar. Onların vardığı sonuç tek bildiklerinden kaynaklanıyor. Tek taraflı gördüklerinden. Onların geometri dediği sadece Öklid geometrisiydi demek ki. Aslında Öklid geometrisinin dışında da başka geometriler var, yani tek bildikleri o olduğu için öyle düşünüyorlar. Ve o değilmiş sonuç olarak ona ulaşmış oluyoruz.”

Zamanın insanların Öklid geometrisini tek ve mutlak görmesini öğretmen alternatifini bilmemelerine, başka bir geometrinin de mümkün olabileceğini düşünmemelerine, var olan bilgileriyle bunu bu şekilde “bildiklerine” bağlamaktır. Benzer bir düşünceyle şu an bildiklerimizin tek ve mutlak doğruluğu temsil edip etmediği sorulduğunda öğretmen aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

“Bizim gördüğümüz müfredata göre, belli kuralları kabul ediyoruz biz, hani onların içerisindeki tutarlılıklarla bu doğrudur ya da yanlış diyebiliyoruz. Çok genele bakamıyorum, çok genel düşündüğüm zaman ifade etmem çok zor. Nedir işte 1, 1 daha 3 yapmaz mesela bizim sistemimize göre, bizim koyduğumuz kurallara göre, ancak doğru ya da yanlış söyleyebiliyoruz. Hani biraz daha üst seviyeden düşündüğümüzde ya da ‘kesinlik nedir, doğruluk nedir, kime göre neye doğrudur?’ dediğimizde ben tam olarak ifade edemiyorum.”

“Sistemimizin içerisinde bir çıkış bulamadığımızı düşünelim, çok ileride çok daha farklı şeylerin olacağına ben inanıyorum. Çünkü daha önce buharlı trenlerden şu an çok hızlı ilerleyen trenlere geçiyoruz. Bence

mutlaka daha farklı matematikler olacaktır. Bence *gelişim hep devam edecek. Çünkü daha dün hayal edilemeyen şeyler şu an gerçekleşmeye başladı. Daha ileride de bunların olacağına ben eminim.*”

Öğretmenin bu ifadeleri “tutarlılık”, “ilerleme” ve “yanılabilir” kodlarıyla ilişkilendirilmiştir. Öğretmen doğruluk iddiasına, kurduğumuz sistem ve bu sistemin kendi içindeki tutarlılığına bakılarak karar verildiğini düşünmektedir. Doğruluğu veya yanlışlığı belirleyen şey öğretmene göre bizim başlarken Kabul ettiğimiz kurallardır denebilir. Kurduğumuz sistemle bir çıkış yolu bulamadığımızı varsayan öğretmenin farklı matematikleri mümkün görmesi matematiğin yanılabilir bir yapıda olduğunu düşündüğüne kanıt olarak gösterilebilir. Öte yandan matematikte ilerlemenin, gelişimin durmayacağı düşüncesi de öğretmene farklı matematiklerin mümkünliğini düşündürmektedir.

“... insanlar o zamandan bu zamana getirirken matematiği çok fazla uğraş ve emek veriyorlar. (...) bize şu an tam sayılar çok basit, anlatması da çok basit geliyor ama mesela onu anlamaları, kurgulamaları yani düşünmeleri ya da negatiflerin olumsuz bir şeye karşılık gelmesi, daha doğrusu onu ona atayabilmeleri gerçekten zor. Şu an biz bir şey bulamıyoruz mesela öyle düşünelim, bulunabilecek her zaman her şey vardır hayatta bana göre öyle düşünüyorum yani hiçbir zaman matematik bitmiştir artık bundan sonra hiçbir şey bulunamaz denilemez bence. Ama onu bulabilecek zekaların olması lazım.”

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri “takdir” ve “ilerleme” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmenin, zamanın matematikçilerinin gösterdikleri çabayı ve emeği fark ettiği ve bilgi üretmenin zorluğunu belirttiği görülmektedir. Diğer bir taraftan öğretmen; matematikte ilerlemenin durmayacağını, matematiğin gelişime açık olduğunu ancak bunu “şu an bizim yapamadığımızı”, gelişimi devam ettirecek zihinlere ihtiyaç duyulduğunu belirtmektedir.

Bir teoremin pek çok farklı yolla ispatlanabilmesi, bir soruya getirilen farklı çözümler hakkında öğretmen şunları söylemektedir:

“Bazı durumların birden fazla çözümü olabileceğini gösterir. Ama her durumda bu oluyor mu? Hayır. Hani demek ki o durumun çözümleri farklı yollarla farklı şeylerle yapılabilir işte bir soruya ya da ispata trigonometrik çözümle yaklaşılabiliyor, başka... dörtgenlerle olabiliyor ama hani hepsi böyle olur mu? Olamaz gibi görünüyor. Duruma göre olabilir.”

Öğretmenin bu ifadeleri “esneklik” koduyla eşleşmektedir. Öğretmen bazı sorulara ya da ispatlara farklı bakış açılarıyla yaklaşabildiğini belirtmekte ancak bunun tüm soru ya da ispatlar için mümkün olmayacağını düşünmektedir.

Dört renk probleminin bilgisayarla yapılan bir ispatına dönemin matematikçileri tarafından getirilen eleştirileri öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

“Dört rengin yeterli olduğu bulunduysa bence kabul etmeleri gerekir. Yani sonuç olarak bir de yapılan ispatların da anlamlı olması lazım. Bir teorem var o teorem ispatlandığında onu anlayabilecek kişilerin olması lazım. Sonuç olarak matematikçiler bunu anlayabiliyorlarsa bence bilgisayar tarafından yapılması ya da insan tarafından yapılması çok da mühim değil bana göre.”

Öğretmenin bu ifadeleri “esneklik” ve “sosyal” kodlarıyla eşleşmektedir. İspatın geçerli olduğu, matematikçiler tarafından anlaşılıyorsa ve dört rengin yeterli olduğu bulunduysa bu öğretmene göre kabul edilebilir bir durumdur. Buradan öğretmenin bir ispatın tercih edilmesi ya da edilmemesinde kişilerin esnek davranabileceklerini düşündüğü anlamı çıkarılabilir. Öte yandan öğretmenin ifadesinde geçen “teorem ispatlandığında onu anlayabilecek kişilerin olması lazım” cümlesiyle matematiğin sosyal bir etkinlik olduğuna tekrar bir vurgu yaptığı görülmektedir.

4.1.3.3 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında “bireysel/sosyal, toplum/kültür, tutum/inanç, olağan, amaç/araç, uygulanabilir/kullanılabilir, takdir, tatmin/haz” ve “eğlenceli” kodlarıyla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “yanılabilir, açıklık, ilerleme, süreç, esneklik” ve “kullanışlılık” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.22. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö3

Alt tema	Kod	Ö3	Alıntı
	bireysel	*	<i>“Ben kesinlikle bireyselciyim.”</i>
	sosyal	*	<i>“Sosyalliğe illa ki ihtiyacı var”</i>
	toplum/kültür	*	<i>“birey, toplum, devlet, medeniyet illa ki etkiler ve zaten bunlara açık olan medeniyetlerin de daha çok geliştiğini görüyoruz.”</i>
Bireysel/sosyal değerler			

tutum/inanç	*	"dogmatik bir toplum olmaması lazım... üretime açık toplumlarda matematik daha çok gelişmiştir"
gizemli		
olağan	*	"insan aklının ürettiği şeyler olduğu için kaçınılmaz... gayet normal... Doğruların evrilmesi çok doğal, akışta olan bir şey"
amaç	*	"bilimsel bir kapı açacağı için"
araç	*	"fizikçi, mühendis... bunlar zaten direkt matematik yapıyor."
fayda	*	"işe yaradığına inananlardanım"
uygulanabilir/ kullanılabilir	*	"matematiğin uygulama alanlarına da illa ki ihtiyaç duyuluyor"
takdir	*	"Yanlış bir ispat bile bence bir itibarsızlık değildir (...) zenginlik diye düşünüyorum"
tatmin/haz	*	"üretebilmenin verdiği bir keyif"
eğlenceli/sıkıcı	*	"uygulayabileceğimiz alanların olması güzel, keyifli..."
mutlak		
yanılabilir	*	"kesin demek hiçbir zaman değişmeyecek demekse kesinlik yoktur."
evrensel		
açıklık	*	"ürettiğinin doğruluğunu yanlışlığını tartışacak"
ilerleme	*	"canlı bir şey olduğunu sürekli dönüşüm halinde olduğunu gösterir"
süreç	*	"matematiğin etkileri çok geç de gözüktüğü için..."
esneklik	*	"İlla insan eliyle ispatlanmasının bir kriter olması açıkçası bana, benim zihnime göre saçma geldi. Ben olsam kabul ederdim."
ekonomiklik		
kullanışlılık	*	"daha kolay, kullanışlı olduğunu düşündüğü için kuruyor"
tutarlılık		

"Ben kesinlikle **bireyselciyim**. (...) Özellikle matematik bence en son toplum olarak çalışılacak ders. **Sosyalliğe illa ki ihtiyacı var**. Sonuçta **bilgi alışverişi yapmak, takıldığımız yerleri birbirimize sormak...** Ama bence **matematik tek çalışılır, birlikte sorulara çözüm üretilir**. (...) Çok fazla bilim adamının bir araya gelip de bir şey ürettiğiyle ilgili pek bir şey okumadım. Ama illa ki, yani sonuçta bu **gelişen, alışveriş yapılan bir ürün** olduğu için, **belki masada çalışılırken herkes bir şey üretir ama ürettiğinin**

doğruluğunu yanlışlığını tartışacak veya başka birinin çalışmasıyla uyumlu mu, değil mi illa ki sosyalliğe ihtiyaç var. Bireysel olarak da ilerleyecek bir bilim değil. Ama yüzde versek bence yüzde olarak büyük kısmı bireysel ama sosyalliğe ve beraberliğe de illa ki ihtiyaç var.

Öğretmenin bu açıklaması “bireysel” , “sosyal”ve “açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematik önce bireysel başlayan devamında sosyalliğe ihtiyaç duyan bir disiplindir denebilir. Öğretmen matematiğin yalnızca bireysel olarak ilerleyemeyeceğini düşünmektedir ancak yine de büyük bir kısmının bireysel yapıldığını, doğruluğunun tartışılması, diğer çalışmalarla uyumluluğunun araştırılması noktasında da sosyalliğe ihtiyaç duyulacağını belirtmektedir.

Öğretmen birey, toplum ve kültürün matematiğin gelişimine etkisini şu cümlelerle ifade etmiştir:

“Bireyler... Bir kere çok dogmatik bir toplum olmaması lazım. Çünkü her bilimde olduğu gibi... Hele matematiğin direkt bir mimari gibi, bugün icat ettim yarın da bu çıktı gibi bir olayı da yok ya hani veya tıptaki gibi bu ilacı verdim bu kişi iyileşti ‘a bu bilim çok iyi’, matematiğin hani etkileri çok geç de gözüktüğü için belki çok katı toplumlarda zor ilerleme kaydetmiş olabilir ama daha üretime açık toplumlarda matematik daha çok gelişmiştir.”

“Bilimler içinde en az alan ona açılmış olabilir diye düşünüyorum, direkt etkiyi göremediğimiz için. Ama öngörüsü gelişmiş toplumlarda, özellikle liderlerin bu anlamda açık olması, buna önem vermesi, daha doğrusu önünü görebilmesi, öngörülü liderlerin olması, yöneticilerin olması matematiğin gelişmesini tabii ki desteklemiştir. Şu an da öyle değil mi? Bu anlamda tıbaa yeten puan alıp da matematik okumak istiyorum diyenler hala çevre tarafından ‘niye?’ falan gibi sorulara muhatap kalabiliyor. O yüzden tabii ki birey, toplum, devlet, medeniyet illa ki etkiler ve zaten bunlara açık olan medeniyetlerin de daha çok geliştiğini görüyoruz.”

Öğretmenin yukarıdaki açıklamaları “toplum/kültür” , “tutum” ve “süreç” kodlarıyla eşleşmiştir. Öğretmene göre matematiğin gelişimini bireylerin, toplumların, devletlerin tutumları ve bakış açıları etkilemektedir. Ayrıca öğretmenin düşüncesinde matematikteki gelişmeler sonuçlarını diğer disiplinlerde olduğu gibi hemen göstermediği için bazı toplumlarda gelişmesi zor olmuştur. Matematiğin etkilerini geç gösteren bir alan olduğunu söyleyen öğretmen,

matematiksel bilginin gelişimini bir süreç olarak görmektedir denebilir. Ayrıca öğretmenin “... tartışmaya açılacak bir konu buluyor, zaman içinde illa onu sonuçlandırmak o kişiye düşmüyor süreç uzun olduğu için.” şeklindeki ifadesi de matematiksel bilginin gelişimini bir süreç olarak gördüğü bulgusunu destekler niteliktedir.

Öğretmen matematiğin insanlar tarafından neden gerekli bulunduğu ya da bulunması gerektiğini şöyle açıklamaktadır:

*“Bir kere her şeyden önce **matematiğin insanda bir bakış açısı, mantık geliştirdiğine inanıyorum.** Neden gerekli dedik bir kere önce **mantıksal düşünme açısından gerekli dedim.** İki, **matematiğin uygulama alanlarına da illa ki ihtiyaç duyuluyor** günlük hayatta. Yani bence hani markete gidip ‘aa bu ucuzmuş, bunun litre fiyatı bundan uygun’ dan da ziyade, evet bunu bir hesap makinesi de yapabilir ama bence orada neye ihtiyacı var, ne kadar, neyi ne şekilde tolere edebilirim... bence matematik daha çok burada işe yarıyor. Yani ben **matematiğin aritmetik işlemlerden ziyade mantıksal olarak insanlara bakış açısı kattığına inanıyorum ve gözlemliyorum** o anlamda da. Fizikçiye, çiftçiye nasıl lazım olur dedik... Zaten **fizikçi, mühendis... bunları ayırıksamıyorum.** Bunlar zaten direkt matematik yapıyor. Ama işte çiftçinin o sene neyi ekeceği, ertesi sene neyi değiştireceği veya o sene toprağı bırakıp öbür sene daha verim alacağı hesabını kitabını yapması yine dediğim gibi şu kadar ton ürettim, şuna sattım, şu kadar kar ederimden bahsetmiyorum. Doğru olanı, mantıklı olanı seçme açısından da matematiğin bu anlamda daha çok **işe yaradığına** inananlardanım.”*

Öğretmenin bu açıklamaları “kullanılabilir/uygulanabilir” , “araç” ve “fayda” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematiğin gerekliliği, kullanılabilirliğiyle ve insana kazandırdığı mantıksal düşünme becerisiyle ilişkilidir. Diğer disiplinlerin matematiği bir araç olarak kullanması veya bir insanın günlük hayatında kullanacağı sistematik düşünme becerisi öğretmenin düşüncesinde matematiği faydalı ve gerekli kılmaktadır denebilir. Ayrıca öğretmenin matematiksel bilginin kendine uygulama alanı bulabilmesini şöyle yorumlamaktadır:

*“... matematikteki bazı şeylerin **gerçek hayatta uygulanabildiğini fark etmek ve gözlemlemek bile şu an bir keyif veriyor.** Bunun böyle olması hani birinci anlamda bir kere **bilimsel bir kapı açacağı için insanı***

heyecanlandırabilir. Hani ileride, ‘ben şimdi bunu oluşturunca ama ileride ne noktaya gelebilir?’ diye. İki, yani hiçbir şey olmasa bile hani üretebilmenin verdiği bir keyif olarak döner diye düşünüyorum. Ve hani matematiğin uygulama alanı bulması da hep matematiği soyut olarak indirgediğimiz bir dünyada, somut olanlarını bulmak, ve insanlara veya matematik öğrenmek isteyenlere bu anlamda göstermek, matematiğin namusu açısından da (gülüşme) önemli bir durum diye düşünüyorum. Hani ‘ne işe yarar?’ sorusuna verebileceğimiz örneklerin olması, uygulayabileceğimiz alanların olması güzel, keyifli bence.”

Öğretmenin yukarıda verilen açıklamaları “tatmin/haz”, “tutum”, “eğlenceli” “amaç” ve “tatmin/haz” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen soyut bir disiplin olarak görülen matematiğin uygulama alanlarının olmasını, “ne işe yaradığını” sorgulayanlara bir cevap olarak gösterilebilmesi sebebiyle güzel ve keyifli bulmaktadır. Ancak matematiğin bilimsel bir gelişmenin yaşanması noktasında bir araç olarak sağladığı faydanın da ötesinde “üretebilmenin verdiği keyif”ten beslenildiği için bir amaç olarak da gerekli görülebileceğini düşünmektedir denebilir.

Öğretmen matematikte çelişkilerin, paradoksların olmasını “*insan aklının ürettiği şeyler*” olması sebebiyle “kaçınılmaz” bulmaktadır. Ayrıca öğretmenin “*Birisinin ürettiği bir yol yöntemle diğerinin çakışmasının da gayet normal olduğunu düşünüyorum.*” şeklindeki ifadesi “olağan” koduyla eşleşmektedir. Matematikte ortaya çıkan paradoks ve çelişkilerin matematiği “itibarsızlaştırmayacağını” hatta yanlış bir ispatı bile bir itibarsızlık olarak yorumlamadığını söyleyen öğretmen düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

“Ben bütün bilimlere aynı gözle bakıyorum. Yanlış bir ispat bile bence bir itibarsızlık değildir. Çünkü o da kendi düşüncesine göre bir savunma yapmıştır. O anlamda bunun geliştireceğine inanıyorum. İtibarsızlaştırmayı bırak, bilimi de kişileri de, teknolojiyi de yeri geldiğinde geliştireceğine inanıyorum. Çünkü herkesin her şeyi aynı şekilde kabul ettiği durumlarda bir gelişme yaşanmaz. Her şey aynı şekilde kalır. Yaşayan bir bilim olması için de bu anlamda gerginliklerin çıkması ve sonra çözüme ulaşması, ulaşamaması bunların hepsi zenqinlik diye düşünüyorum.”

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri “ilerleme” ve “takdir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematikte ilerlemenin olması için gerginliklerin olması gerektiğini düşünmekte ve bunları bir zenginlik olarak yorumlamaktadır. Öğretmenin bu yorumu “takdir” içeren bir yorumdur denebilir.

Öğretmenin “... zaten zihinsel olarak kurguladığımız bir dünya olduğu için, biz niye ‘onluk sistemi’ seçiyoruz? Sonuçta birileri bunun **daha kolay, kullanışlı** olduğunu düşündüğü için kuruyor.” şeklindeki açıklaması “kullanışlılık” koduyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematikte bazı sistemlerin ya da yöntemlerin daha sık tercih edilmesi kullanışlı olmalarına bağlanmaktadır.

Öğretmen matematikte mutlak doğruluğun/kesinliğin olup olmadığı konusundaki görüşlerini şöyle ifade etmiştir:

“Kabuller var. Biz o kabullere göre hareket ediyoruz. Bu anlamda doğru kabullerimiz vardır ama, kesin demek hiçbir zaman değişmeyecek demekse kesinlik yoktur.”

“Doğruların evrilmesinin çok doğal, akışta olan bir şey olduğunu düşünüyorum, o an olanı o şekilde kabul edip yapabiliyorsak bunun farklı boyutlarını açabilmek evet kıymetlidir. (...) Bugün kabul edilen şey hiçbir bilimde yarın da kesinlikle kabul edilecek diye bir gerçek yok. O yüzden o gün olanı o gün sahadaki bilim insanlarının yaptıklarının kabul edilmesi ve yarın bunun değişmesi kadar doğal bir şey yok.”

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri “yanılabilir” , “olağan” ve “takdir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematikte mutlak doğruluk ya da kesinlik yoktur, doğru olan kabuller vardır. Ayrıca doğruların evrilmesi de matematikte mümkündür ve öğretmen bunu kıymetli bulmakta takdir etmektedir. Öğretmen matematiğin yanılabilir olduğunu kabul etmektedir ve bu fikrini şu anekdot ile desteklemektedir:

*“Geçen ben oğlanın dişini çektirecektim, iltihaplıydı ve doktor iltihaplı çekecekken aklıma şu muhabbet geldi ‘iltihaplı diş çekilmez!’ Hoca dedi, bu değişti, artık iltihaplıyken de dişin çekilebilir. Ama ‘bu yeni bir bilgi’ dedi ve ‘insanlar hala eskide kaldığı için ben sunuyorum bilgiyi, onlar inatlaştığı noktada, kabul etmediği noktada onların dediği gibi yapıyorum’ dedi. Bu bir süre sonra gelişecek, diyor. Hani aynısını bence direkt matematiğe uygulayabiliriz. Yani **bugün herkesin bildiği bir şey yarın değişir, yine***

insanlar ona itiraz eder ama bir süre sonra onu da kanıksarlar. Bir kere bilim olduğu için böyle olduğunu düşünüyorum.”

Öğretmenin bu örneği “tutum” ve “yanılabilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Matematikte herkes tarafından bilinen bir şeyin değişmesine karşı insanların tutumların bir müddet sonra değişeceğinden bahseden öğretmen, yine matematiğin yanılabilir yapısına ve matematiği bir bilim olarak değerlendirdiğine vurgu yapmaktadır.

Bir teoremin pek çok farklı yolla ispatlanabilmesini, bir sorunun pek çok farklı çözümünün olmasını öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

“Bir kere uyduruk bir şey olmadığını ispatlar. Aynı yola farklı farklı açılardan gidiyorsak bu bilimin kabul gördüğünü gösteriyor. Ayrıca yani inanma gücünü artırır. Yani ifade ettiğim şeyi farklı farklı yönlerden netleyebiliyosam bu bana olan güveni artırmaz mı? Bunu matematiğe yönlendirdiğimizde de ben bir şey savunuyorum ve A kişi ve B kişisi farklı farklı yerlerden bunun doğruluğunu kanıtlıyorsa bu anlamda doğru bir şeyler ürettiğimi ortaya koyar aslında. Tabii ki bu aynı şeye başka birinin de gelip başka yönden bakıp yanlış olduğunu ifade ettiği bir dönem de gelebilir. Ya bu canlı bir şey olduğunu sürekli dönüşüm halinde olduğunu gösterir, yine her şey aynı kapıya çıkıyor ama.”

Öğretmenin ifadesinde geçen “inanma gücünü artırır” cümlesi “tutum koduyla, devamındaki açıklamaları ise “yanılabilir” , “ilerleme” ve “açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin, doğruluğu kabul edilen bir gerçekliğin farklı bir bakış açısıyla ele alınması ve yanlış olduğunun söylenmesine ihtimal vermesi matematiğin sorgulamaya, tartışmaya açık, yanılabilir bir alan olarak gördüğü bulgusunu desteklemektedir.

Dört renk probleminin bilgisayarla yapılan bir ispatına dönemin matematikçileri tarafından getirilen eleştirilere öğretmenin yaptığı aşağıdaki yorum ise “esneklik” koduyla eşleşmektedir.

“Ben bilgisayarla yapılan ispatı kabul ederdim sonuçta bilgisayar da bilimin ürünü ve bilgisayarın da üretilmesi, yazılımlarının yapılmasının arkasında güçlü bir matematik bilgisi olduğu söyleniyor. Ee sonuçta bu da matematiğin ürettiği bir ürün. İlla insan eliyle ispatlanmasının bir kriter olması açıkçası bana, benim zihnime göre saçma geldi. Ben olsam kabul ederdim.”

4.1.3.4 Ö4 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında “bireysel/sosyal, toplum/kültür, tutum/inanç, araç, uygulanabilir/kullanılabilir, takdir” ve “eğlenceli” kodlarıyla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “yanılabilir, açıklık, ilerleme” ve “esneklik” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.23. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö4

Alt tema	Kod	Ö4	Alıntı
Bireysel/sosyal değerler	bireysel	*	<i>“Bireysel daha rahat öğreniyorum”</i>
	sosyal	*	<i>“sosyallik önemli diye düşünüyorum matematikte. Sadece bireysel ‘ben, ben, ben’le gitmez”</i>
	toplum/kültür	*	<i>“Toplumların, kültürlerin, medeniyetlerin çok etkilediğini düşünüyorum”</i>
	tutum/inanç	*	<i>“inançlarla da ters düşüp... Toplumun bakış açısı çok çok önemli, yani kabullenebilir ve onu geliştirebilir olmalı”</i>
	gizemli		
	olağan		
	amaç		
	araç	*	<i>“şu andaki sistemin, sınav sisteminin, ilk aşaması sınav... sınavlara girmek zorundasın... Bunu aşmak için gerekecek”</i>
	fayda		
	uygulanabilir/kullanılabilir	*	<i>“Her tarafta gerekli, müzikte ölçülerde gerekli, bir çiftçinin yaptığı ölçümlerde, ilaçlamalarda, tohum atmada ya da işte alan, dönüm bilmem ne, satışta alışta, mutlaka her tarafta matematik kullanılıyor.”</i>
	takdir	*	<i>“mücadele ettikçe daha kıymetli”</i>
	tatmin/haz		
	eğlenceli/sıkıcı	*	<i>“Sosyal olunca daha da zevkli”</i>
	mutlak		
Epistemolojik değerler	yanılabilir	*	<i>“Keskin sonuçlar var mı matematikte? Var, şu anda gösterdiğimizize göre ama ileri boyutta düşündüğümüzde hayır her şey... farklılık gösterebilir, değişebilir, değişkenlik de gösterebilir.”</i>
	evrensel		
	açıklık	*	<i>“Eleştiriler olacak ki yeni şeyler doğacak”</i>

ilerleme	*	“‘bitti artık, matematikle ilgili her şey tamamdır’ diyemiyorum çünkü daha da vardır”
süreç		
esneklik	*	“Birçok yol var. Sen sadece bir yolu seçme, hepsinden gidebilirsin”
ekonomiklik		
kullanışlılık		
tutarlılık		

“Bireysel daha rahat öğreniyorum ben, kendi açımdan. He bazı arkadaşlar tam tersi olabiliyor. Ama toplulukla çalıştığımda da o eksiklerim varsa ya da göremediğim bir şeyler varsa onları görebiliyorum. Hani ikisinin de faydalı olduğunu düşünüyorum. Ama önce kendim tabi çözüyorum, çözerdim yani öyle söyleyeyim öğrenciyken özellikle. Bir de matematiğim biraz daha iyiydi diğer arkadaşlara göre artık kendim çözüp onlara aktarırdım. Onlar konuşurken onlardan farklı bir şey öğrenme şansım olabiliyordu, ‘a bak bu şekilde de bakabilirmişim’ falan diye. Hala onu sürdürüyorum aslında. (...) Buna da bir kesinlik söyleyemeyiz aslında ama kendime göre ilk başta kendim çözüp ondan sonra etrafla tartıştığımız zaman onu daha da genişletebiliyorum, o bilgi dağarcığını diye söyleyebilirim.”

“Sosyal olunca daha da zevkli daha da farklı oluyor çünkü biri bir şey söylüyor, biri bir şey söylüyor, böyle tartışmaya açıldıkça konular daha da netlik kazanıyor diye düşünüyorum ben. He bireysellik de şöyle bir şey: bir şey bulup da ben illa kendim yapacağım, adımı vereceğim diye düşünürsem belki bireysele dönebilir. Ama ondan da yine bence etraftan mutlaka ki bir alışveriş oluyor, sosyal hayattan bir bilgi dağarcığını geliştirmek için ya da o olaya biraz daha farklı yön, boyut kazandırmak için olabiliyor, yani sosyallik önemli diye düşünüyorum matematikte. Sadece bireysel ‘ben, ben, ben’le gitmez. Az önce dedim, kendim çözüyorum ama diğer tarafa da sorup onların fikrini de mutlaka alırım. Benim göremediğim bir şeyi ya da daha uzun yoldan çözdüğüm bir şeyi daha kısa yoldan ulaşmamı sağlayabilir o bilgi. O yüzden sosyallik önemli diye düşünüyorum.”

Ö4 kod adlı öğretmenin yukarıdaki açıklamaları “bireysel” , “sosyal” , “eğlenceli” ve “açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin deneyiminde matematik; önce bireysel öğrenilir, ardından bilgiyi genişletmek için başkalarının zihinlerine, çözümlerine, anlatımlarına ihtiyaç duyulur. Matematik yapma eyleminin sosyal olunca daha keyifli olduğunu belirten öğretmen için matematik tartışmaya, sorgulamaya açık bir alan olarak görülmektedir denebilir.

Öğretmen bireylerin, toplumların ve kültürlerin matematiğin ilerlemesi üzerindeki etkisini şöyle ifade etmektedir:

*“... eski dönemlerde araştırmayı seven yapıda olan kişiler ve biliyorsun o zaman **inançlarla da ters düşüp** baya, mesela Pisagor... yakılarak... Onun gibi bir sürü şey var. **Kabul de edilmiyor** zaten. O kadar **mücadeleyle, ki mücadele ettikçe daha kıymetli** olduğu için demek ki daha fazla keşfetmişler diye düşünüyorum.”*

*“**Toplumların, kültürlerin, medeniyetlerin çok etkilediğini düşünüyorum...** ki hala var, **bilimde bulunan şeylere karşı çıkma olayımız hala daha var.** Gerçi önceden daha da bu baskınmış hani Pisagor’un biliyorsun bir sürü şeyi yakılıyor, orada bir sürü bilginin olduğu, kurtarılanlarla bu kadar bir şeyler söyleniyor ama o kurtarılmayanlarla daha birçok şeyin olabileceği söyleniyor. Eğer orada **dine karşı gelme, ki din ortaya çıkartılıyor bu konuda hemen,** vay işte dine karşı geliyor bilmem ne deyip milleti ayaklandırıp ona **kışkırtma** olayı var mı? Vardı. Hala daha aslında bence var. Ya gizli de olsa o olaylar var diye düşünüyorum. **Medeniyet çok önemli,** yani o bulunduğu ortam, **bakış açıları çok çok önemli** diye düşünüyorum. **Toplumun bakış açısı çok çok önemli,** yani **kabullenebilir ve onu geliştirebilir olmalı** diye düşünüyorum.”*

*“... o andaki **toplumun görüşü çok çok önemli, bakış açısı çok önemli,** ne bileyim **kabul edilebilirliği yani hani ‘olabilir ya evet’ deyip de onu desteklemek çok önemli** diye düşünüyorum. Aslında bu çocukta da öyle. Asla olmaz dediğimiz zaman ya da bunu kabul etmiyorum dediğin zaman çocuk o anda bırakır ya da gizli yapmaya çalışır farklı yollara gider. Ya da şöyle diyelim, bir alışkanlığa geliyor ‘bu çok yanlış, kesinlikle yaparsan seni şöyle yaparım, böyle yaparım, asarım keserim’ dersin o çocuk onu kuytu köşede yapar mı? Yapar. Ama ona **biraz daha destek verirsen bunu açık yapar, alelade yapar ve senden de görüş alarak yapar daha süreç sağlıklı***

işler. He buluşlar da o şekilde diye düşünüyorum. Evet gizli yürütülüyor tek başına, ama öbür türlü olsaydı belki daha farklı yönler olabilirdi diye düşünüyorum. Karşılıklı tartışmalarla daha farklı boyut alabilirdi, kazanabilirdi diye düşünüyorum o yüzden ortam, medeniyet, insan, bakış açısı çok önemli.”

Öğretmen yukarıdaki açıklamaları “toplum/kültür” , “tutum” , “ilerleme”, “açıklık” ve “takdir” kodlarıyla eşleşmektedir. Toplamların ve medeniyetlerin tutumlarının bilginin ilerlemesi ve gelişmesi üzerindeki olumsuz etkilerinden bahseden öğretmen; bazı kültürlerde ve hatta günümüzde dahi dinin bir kışkırtma aracı olarak öne sürüldüğünü düşünmektedir. İlerlemenin önüne bir set olarak örülen inanç mefhumunun yalnızca dini içerikte olmadığına değinen öğretmene göre var olan bilgiye körü körüne bağlılığı temsil eden inançlar da bilginin gelişmesini olumsuz yönde etkilemektedir. Bireye ve topluma rağmen üretilen bilginin daha kıymetli olacağını düşünen öğretmenin, bunu bir mücadele olarak nitelendirdiği ve takdir ettiği görülmektedir. Öte yandan toplumların matematiksel bilginin gelişmesini desteklemesi durumunda gelişimin seyrinin daha “farklı” olabileceğini düşünen öğretmen; matematiğin tartışmaya ve sorgulamaya açık doğasının, içinde bulunulan ortam, medeniyet, birey ve toplumun tutumlarından etkilendiğini tekrar vurgulamaktadır. Ayrıca öğretmenin “**Eleştiriler olacak ki yeni şeyler doğacak** diye düşünüyorum. Herkes her şeyi kabul etse zaten yeni şeyler doğmaz diye düşünüyorum. (...) ‘**bitti artık, matematikle ilgili her şey tamamdır**’ **diyemiyorum** çünkü **daha da vardır.**” şeklindeki açıklaması matematiğin tartışmaya, sorgulamaya ve eleştiriye açık, ilerlemeye ve gelişmeye devam eden bir alan olarak gördüğü bulgusunu desteklemektedir.

Öğretmen matematiğin insanlar tarafından neden gerekli bulunduğu ya da bulunması gerektiğini şöyle açıklamaktadır:

“Öğrenciler için gerekli değil şu anda onu söyleyeyim (gülüşmeler) hatta matematiğin olmadığı bir yere gideyim diyorlar. Matematiğin olmadığı bir yer yok, diyorum. Her tarafta gerekli, müzikte ölçülerde gerekli, bir çiftçinin yaptığı ölçümlerde, ilaçlamalarda, tohum atmada ya da işte alan, dönüm bilmem ne, satışta alışta, mutlaka her tarafta matematik kullanılıyor yani. Oluşumda hep matematik var diye düşünüyorum. Bir şeyleri daha iyi kavrayabilmesi için onun matematiğini anlaması lazım, öyle derler ya, ‘matematiğini anlamam lazım’ her tarafta var. Yani sadece

matematikçilerin yapması ya da görmesi ya da sayısalcının yapması gereken bir durum değil. (...) Bağımsız düşünmeyecek yani, Türkçeyle matematik ya da işte ne bileyim diğer derslerle bağımsızlık yok bence **hepsi birbiriyle iç içe**, diye düşünüyorum.”

“Normalde günlük hayatımızda kullanmıyoruz, bunu nerede kullanıyoruz hocam, diyorlar. Yani hani buna **gerek yok, bu benim ne işime yarayacak ki falan...** Evet diyorum **şu anda işinize yaramayacak doğru söylüyorsun belki şu anda göremiyorsun onu, ama ileride diyeceksin ki şunu bilmeseydim bu olmazdı.** Ama diyorum, mesela hani en basitinden **şu andaki sistemin, sınav sisteminin, ilk aşaması sınav**, yani üniversite sınavı ne bileyim kpss, işte şu sınavı bu sınavı, **bir yerlere gelmek istiyorsan sonuçta bu sınavlara girmek zorundasın** ya da genel kültürle sizi mutlaka bir sınava tabii tutan bir yerler oluyor özellerde de. **Bunu aşmak için gerekecek** diyorum yani. Bu da senin hayatındaki bir aşama sonuçta, kullanıyor musun basamakları? Kullanıyorsun. En basitinden burada kullanacaksın diyorum.”

Öğretmenin bu ifadeleri “uygulanabilir/kullanılabilir” ve “araç” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin, öğrencileri tarafından matematiğin gerekliliği sorgulandığında onları ikna etmek için matematiğin bir araç olarak kullanılabilir olmasına dikkat çektiği ve matematiğin günlük hayattaki kullanımlarına, uygulanabilirliğine ve gerekliliğine vurgu yaptığı görülmektedir. Sıradan bir olayın ya da bir şeyin daha iyi kavranabilmesi için o şeyin “matematiğinin” anlaşılması gerektiğini ifade eden söylemlere değinen öğretmen, matematiğin diğer disiplinlerle de iç içe olduğunu düşünmektedir.

Matematik tarihinde yaşanan krizleri insanın “*ufkunun açılmasını*” ve “*bilgisinin genişlemesini*” sağlayan “*başka bir yöne kaymamız gerektiğini gösteren şeyler*” olarak değerlendiren öğretmenin “*Bir yerde kalıp dümdüz oradan yürü git değil. Birçok yol var. Sen sadece bir yolu seçme, hepsinden gidebilirsin.*” şeklindeki ifadesi “esneklik” koduyla eşleşmektedir. Matematikte bir problemin farklı çözüm yollarının olmasını öğretmen şu şekilde yorumlamaktadır:

“... **ben bir şey söylediğimde o kesin öyledir, bundan başka bir şey yapamazsın dediğim zaman çocuğu zaten orada ketlemiş oluyorum** diye düşünüyorum. Ama bak farklı bir şekilde de olabilir, tamam belki doğru yol evet yine **aynı noktaya varılabilir ama bunun gidiş yolları farklı farklı**

*olabilir. Farklı sorgular olabilir, farklı yorumlar olabilir. Hani ben bir yolu gösterdim sen bu yolu kullanacaksın diye bir şey yok, ki bazen oluyor arkadaşlarda, ben bu yoldan başkasını istemiyorum mantığı çok oluyor, hayır diyorum yani **sen mantıklı bir şeyle açıkla bana, bir dayanağı varsa, eğer her tarafa bunu uyguladığında doğru çıkabiliyorsa o zaman onu da kabul edebilirsin** diyorum mesela. Hani **her şey doğru kesin, keskin, her şeyi ben biliyorum değil. Keskin sonuçlar var mı matematikte? Var, şu anda gösterdiğimizize göre ama ileri boyutta düşündüğümüzde hayır her şey...** Dedim ya hani önceden de **farklılık gösterebilir, değişebilir, değişkenlik de gösterebilir** diye düşünüyorum. Hani biz onları öyle kabul etmişiz devam ediyoruz ama belki **irdelesek farklı şeyler de çıkacaktır** diye düşünüyorum.”*

Öğretmenin yukarıda verilen ifadeleri “esneklik” ve “yanılabilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde matematik yaparken gidilecek yollar, izlenecek adımlar mantıklı olması koşusuyla kişilerin tercihine bırakılabilir. Öğretmene göre matematik bu yönüyle insanlara bir esneklik sağlamaktadır. Öte yandan matematikte kesin/keskin sonuçların olduğunu düşünen öğretmenin; bunların değişebileceğine ihtimal vermesi matematiğin yanılabilir olduğu görüşünü benimsediği şeklinde yorumlanabilir. Öğretmenin “... **mutlak kesinlik olabilir ama nasıl söyleyebiliriz? Değişkenlik de olabilir. Ucu o kadar açık ki... ‘evet bu kesin budur’ dediğimiz, dayadığımız, kabul ettiğimiz şeyler var ama ince detayına girdiğimizde belki kesin öyle değildir, araştırmak gerek. (...) şimdi kesin olarak kabul ediyoruz.**” şeklindeki ifadesine bakılarak kesinliğe olan bakış açısının keskin olmadığı ve dolayısıyla matematiği “mutlak ve değişmez” bir disiplin olarak görmediği söylenebilir. Matematiğin mevcut kesinliğine şüpheyile yaklaşan öğretmenin “şimdiki zamanda” ve “şimdiki bilgiyle” var olan matematiğin kesin olarak kabul edildiğini düşündüğü yorumu yapılabilir.

4.1.3.5 Ö5 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına

İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında tüm kodlarla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “mutlak, yanılabilir, evrensel, ilerleme, süreç, esneklik” ve “kullanışlılık” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.24. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö5

Alt tema	Kod	Ö5	Alıntı
Bireysel/sosyal değerler	bireysel	*	<i>mantıksal bir zekaya sahipse o kişi kendisi de matematiği yapabilir”</i>
	sosyal	*	<i>“eğer çok baskın değilse mantıksal matematiksel zeka mutlaka bir ortamda, bir arkadaşıyla, bir hocasıyla, yani mutlaka destek alarak”</i>
	toplum/kültür	*	<i>“toplumun kültürleri (...) refahı bunlar çok önemli”</i>
	tutum/inanç	*	<i>“toplumun (...) değerleri... matematiğin yeri önemli.”</i>
	gizemli	*	<i>“evren o kadar güzel yaratılmış ki, sırlarla, güzelliklerle dolu.”</i>
	olağan	*	<i>“şaşırmam ben buna. (...) hayranlıkla izlerim.”</i>
	amaç	*	<i>“tatmin olmak için, merak ettikleri, ilgi duydukları için, zihinleri artık dolup taşıdığı için de gerekli”</i>
	araç	*	<i>“bunlar matematiğe ihtiyaç duyuyorlar çünkü her yerde karşılırlarına çıkıyor”</i>
	fayda	*	<i>“Hangi mesleği edinirseniz edinin matematiğe işiniz düşecek”</i>
	uygulanabilir/kullanılabilir	*	<i>“Bir fizikçinin kesinlikle karşısına çıkıyor (..)mesleğinde mutlaka (...) matematik karşısına çıkıyor”</i>
	takdir	*	<i>“çok büyük fedakarlıklar yapmışlar (...) harika bir şey, çok güzel bir şey ”</i>
	tatmin/haz	*	<i>“tatmin olmak için, merak ettikleri, ilgi duydukları için”</i>
Epistemolojik değerler	eğlenceli/sıkıcı	*	<i>“eğlenceli olduğu da kişiden kişiye yine değişir”</i>
	mutlak	*	<i>“doğru bir tane... (...) ulaşılan bilginin kesinliği söz konusu...”</i>
	yanılabilir	*	<i>“çoğu geçerliliğini yitirmez ama bazı değişiklikler olabilir”</i>
	evrensel	*	<i>“Kişiler belli bir esnekliğe sahip. Deneyerek doğru yolu buluyorlar ve aynı yerde buluşuyorlar”</i>
	açıklık		
	ilerleme	*	<i>“bir sonuç yok, bitmiş bir iş yok.”</i>
	süreç	*	<i>“Matematiğin inşası bir süreç”</i>
	esneklik	*	<i>“çözüm yolları çok farklı... herkes farklı bir yolu seçebiliyor. Bir yandan da özgürlük aslında. Hani</i>

		<i>bir kısıtlanmışlık yok. Kişiler belli bir esnekliğe sahip.”</i>
ekonomiklik		
kullanışlılık	*	<i>“o an neye ihtiyaç duymuşsak hangisi o an bizim için daha kullanışlıysa onu kullanırız.”</i>
tutarlılık		

*“... bazı kişiler gerçekten matematiksel zekaya sahip, matematiği böyle... yani **matematik o kişinin doğasında var, yaradılışında var, matematiksel mantıksal bir zekaya sahipse o kişi kendisi de matematiği yapabilir, bilgiye ulaşabilir bir şekilde, hani inşa edebilir, keşfedebilir. Ama kişide eğer çok baskın değilse mantıksal matematiksel zeka mutlaka bir ortamda, bir arkadaşıyla, bir hocasıyla, yani mutlaka destek alarak öğrenmesi gerekiyor. Bu, o kişinin özelliğine göre değişiyor.**”*

Öğretmenin yukarı verilen ifadeleri “bireysel” ve “sosyal” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematiksel zekaya sahip kişilerin matematiği bireysel de öğrenebileceğini, ancak matematiksel zekası baskın olmayan kişilerin sosyal bir ortamda öğrenmesi gerektiğini düşünmektedir.

Öğretmen bireylerin, toplumların ve kültürlerin matematiğin ilerlemesi üzerindeki etkisini şöyle ifade etmektedir:

*“Bireyler, toplumlar, kültür ve medeniyetler... (sessizlik) **şimdi bir toplumda matematiğin yeri önemli. Mesela o toplumda şimdi ön planda neler var ona bakmak lazım. Açlıkla, susuzlukla veya canını kurtarma derdinde, hani bu şekilde mücadelelerle bir yaşam sürüyorlarsa çok fazla fene, matematiğe, bilime yer olmaz. Ama eğer biraz daha rahat bir yaşamları varsa hani en azından temel ihtiyaçlarını karşılayabiliyorlar, güven içinde yaşayabilecekleri bi ortamdalarsa hani bu kişiler matematik yapmaya, matematiği keşfetmeye, çözmeye biraz daha rahat eğilebilirler. Bi toplumda ne kadar çok yer verilmişse yeni nesiller de bunu görecektir ve bunu devam ettirecek. O yüzden toplumun kültürleri, değerleri işte refahı bunlar çok önemli** aslında bilimsel gelişmeler için, matematik için de aynı şey geçerli.”*

Öğretmenin düşüncesinde matematiğin gelişmesi, ilerlemesi toplumun refahına bağlanmıştır. Öğretmene göre, insanlığın ilk galesi hayatta kalma çabası olarak görülürse matematik yapmak temel ihtiyaçların önüne elbette ki geçemeyecektir. Ayrıca öğretmenin ifadeleri “tutum” koduyla da eşleşmektedir.

Toplunun benimsediği değerler, kültürleri, tutumları, ön plana koydukları şeyler hem bilimsel gelişmeler için hem de matematikteki gelişmeler için öğretmen tarafından belirleyici bir etken olarak görülmektedir.

Öğretmen matematikle uğraşmayı bulmaca çözmeye ve denize girmeye benzetmektedir:

“... bulmaca gibi deriz ya, yani zoru sevenlerin işi matematik. Uğraşmayı sevenlerin işi. (...) matematiğin içine girdikçe insan, onu daha çok tanıyor. Buldukça daha çok aramak istiyor, aradıkça buluyor. Matematik işin içine girdikçe derinleşiyor, güzelleşiyor. Böyle denize girer gibi. Denize ilk girerken böyle çok üşürüz, girmek istemeyiz, tedirgin oluruz. Kimisi böyle birden atlamayı sever ama hani ben mesela girmeye çok çekinirim. Girdikçe o güzelleşir. Yüzdükçe, alıştıkça, işte suyun içine gözlükle baktıkça, balıkları gördükçe falan yüzmek nasıl güzelleşiyorsa matematikte de öyle. Önce bir girmeye cesaret edecek, işte alıacak ve zoru sevecek. Hani yüzmek de zor, kolay bir şey değil. Bir efor sarf ediyor. Matematikte de öyle yani uğraşmayı sevecek, meraklı olacak öğrenci veya işte bizler. Yani bu yaşımıza geldik ama biz matematiğin kaçta kaçını biliyoruz ki? Daha çok azını biliyorum ben. Çok azıyla muhatap oldum.”

Öğretmenin bu ifadelerine bakıldığında matematiği zor, uğraş/çaba ve emek gerektiren bir alan olarak gördüğü söylenebilir. Öğretmen, matematiksel bilginin uçsuz bucaksız olduğunu ve bu bilgiyle haşır neşir oldukça, “onu tanıdıkça” insanların onun güzelliğini fark edeceğini düşünmektedir. Kişilerin ilk başta ona tedirginlikle yaklaşabileceğine ancak bir kere cesaret ettikten sonra alışacağına ve onu seveceğine inandığı söylenebilir. Öğretmen cümlelerine aşağıdaki gibi devam etmiştir:

“Yüzmeye cesaret gösteren insan aslında, büyük fedakarlık yapıyor. Yani belki canından vazgeçecek orada o cesareti gösteren insan. Bilim adamları da böyle. Kimisi evlenmemiş, kimisi hiç uyumamış, kimisi her gün aynı kıyafeti giymiş. Yani çok büyük fedakarlıklar yapmışlar. Özel hayatlarından, nefislerinden bilim uğruna, o kafalarında dolan taşan şeyin uğruna bütün her şeyi bir tarafa bırakmışlar-dır herhalde.”

Matematikçilerin matematik uğruna feragat ettikleri şeyler olabileceğini ve bunu çok büyük bir fedakarlık olarak gördüğünü söyleyen öğretmenin bu ifadeleri “takdir” değeri içermektedir denebilir.

Pür matematikteki çalışmaların kendine bir uygulama alanı bulabilmesi üzerine konuşan öğretmen **“Belki de bizim uğraştığımız her şeyin doğada bir karşılığı var, buna şaşırmam ben aslında. Yani evren o kadar güzel yaratılmış ki, sırlarla, güzelliklerle dolu. Her birinin doğada karşılığı var denilse şaşırmam ben buna. (...) Çok farklı bir şey bile gelse karşıma sadece hayranlıkla izlerim.”** demektedir. Evrenin sırlarla dolu olduğunu düşünen öğretmenin, soyut matematiğin somutlar dünyasında karşılık bulabilmesine şaşırmaması, bunu “olağan” karşılaması dini inancından kaynaklanmaktadır. Bu yönüyle öğretmenin ifadesi mistik olan, akıl ve mantık yoluyla açıklanamayan anlamlarını taşıyan “gizemli” koduyla eşleşmektedir. Ayrıca öğretmen konuşmasının devamında **“... matematikteki her şey hemen olmuyor, hemen somutlaşmıyor, kendini bulamıyor. Belki de bulacak ama zamana ihtiyacımız var. Bu harika bir şey, çok güzel bir şey bence gerçekten.”** demektedir. Öğretmenin burada alıntılanan ifadeleri ise “süreç” ve “takdir” kodlarıyla eşleşmektedir. Matematiksel bilginin oluşturulması yahut kendine bir uygulama alanı bulabilmesi öğretmene göre zamanla olacak, sürece bağlı bir durumdur ve öğretmen bunu “güzel” bulmaktadır.

Öğretmen matematiğin insanlar tarafından neden gerekli bulunduğu ya da bulunmadığını şöyle açıklamaktadır:

“... gerekli bulmayanlar, zor ile uğraşmayı sevmedikleri için, mücadele etmeyi sevmedikleri için. Yani uğraşmak istemiyor biraz da tembellikten dolayı. Bu yüzden matematiği istemiyorlar, sevmiyorlar ve gereksiz görüyorlar. Uğraşmak istemiyorlar, tembellik yapıyorlar, zoru ve mücadele etmeyi sevmiyorlar bundan dolayı gereksiz buluyorlar. Yani bu normal yetişkinler de olabilir, çocuklar da olabilir. Gerekli görenlere gelince hani mesela istatistikçi, bir bankacı, bir bilim adamı... bunlar matematiğe ihtiyaç duyuyorlar çünkü her yerde karşılına çıkıyor. Bir fizikçinin kesinlikle karşısına çıkıyor. (..) bunların hepsinin mesleğinde mutlaka matematiğin bir yeri oluyor, matematik karşısına çıkıyor (...) İlla ki ne yaparsak yapalım, aşçı da olsak, işte terzi de olsak, kuaför de olsak, ne bileyim marangoz da olsak... ne olursak olalım illa ki matematik bir yerlerde karşımıza çıkıyor. Bu yüzden gerekli. (...) hani demiştik ya ilk başta birisinin zihni o kadar dolar, taşar, coşar ki en son da bunları bir kağıda dökme ihtiyacı hisseder ve orada bir düzen kurar. Bunun gibi. Kişi matematiği; sadece para kazanmak, sadece bir şeyler ortaya koymak için

değil, bulmaca çözer gibi beyin jimnastiği yapmak ve kendi zihnini tatmin etmek için de kullanılabilir.”

Öğretmenin ifadeleri incelendiğinde matematiğin gerekliliğini kullanılabilir olmasıyla ilişkilendirdiği görülmektedir. Öğretmenin açıklaması bu yönüyle “araç” ve “uygulanabilir/kullanılabilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öte yandan öğretmen insanların matematiği, daha özel hisler için örneğin; tatmin olmak için, merak ettikleri, ilgi duydukları için, zihinleri artık dolup taşıdığı için de gerekli bulabileceklerini belirtmektedir. Öğretmenin bu açıklaması ise “amaç” ve “tatmin/haz” kodlarıyla eşleşmektedir. Ayrıca “*matematiğin insana olaylara farklı açılardan bakma yeteneği kazandırdığı*”nı düşünen öğretmen “*farklı bakış açıları kazanmak açısından da matematiği gerekli*” bulmaktadır. Öğrencilerine “*Hangi mesleği edinirseniz edinin matematiğe işiniz düşecek. Hadi diyelim ki hiç düşmeyecek, beyninizin o bölgesi pasif mi kalsın? Beyin jimnastiği yapma açısından, günlük hayatta da olayları farklı bakış açıları ile yorumlayabilmemiz açısından matematiğin gerekli olduğunu*” söylediğini belirtmektedir. Öğretmenin bu ifadeleri “fayda” koduyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde matematik kullanılabilir olduğu için, matematiğe işimiz düşeceği için, beynin jimnastiği yapmayı sağladığı için gerekli görülmektedir. Tüm bu açıklamalar öğretmen için matematiğin faydalı bir alan olarak nitelendirilebileceğini göstermektedir denebilir.

Öğretmenin Öklid-dışı geometriler hakkında yaptığı yorum ise aşağıdaki gibidir:

“... öklid dışı geometriler de bir ihtiyaca binaen çıkmıştır zaten. Çıkmalıydı da. Demek ki iki boyutlu düzlem ihtiyaçları gidermedi ve bir üçüncü boyuta ihtiyaç duyuldu. Farklı bir geometriye ihtiyaç duyuldu. Böyle olması çok doğal, çok tabii. Hatta belki buna sonra daha yeni bakış açıları da eklenecek. Yani böyle olması çok doğal. Çok tabii. Olması da gerekiyordu zaten.”

Öğretmen matematik tarihinde yaşanan bu durumu doğal karşılamaktadır ve öğretmenin bu açıklaması “olağan” ve “yanılabilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Farklı bir bakış açısıyla yaklaşılması durumunda farklı bir geometrilerin de olabileceğine ihtimal veren öğretmenin bu cümlesi matematiğin yanılabilir olduğu görüşünü savunduğunu düşündürmektedir.

Öğretmen bilgi/epistemoloji görüşmesinde mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği konusunda aşağıdaki düşünceleri savunmuş idi:

“Matematiğin inşası bir süreç. Hani ‘böyleydi buraya geldik, bitti artık’ böyle bir şey değil. Sonuçta hala yaşam devam ediyor, teknoloji gelişiyor, işte mesela hani bilgisayarlarda bile pek çok şey değişti şu 20 yılda mesela. O yüzden Şu an ulaştığımız bir sonuç yok, bitmiş bir iş yok. Hala süreç devam ediyor. Bizim bu bildiklerimiz tabi ki de hepsi çöpe gitmez. Tabi ki de çoğu geçerliliğini yitirmez ama bazı değişiklikler olabilir. Yenilikler olabilir yani.”

Öğretmenin bu açıklaması değer teması altında incelendiğinde “ilerleme” , “süreç” , “mutlak” ve “yanılabilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin matematikte çoğu şeyin geçerliliğini koruyacağını düşünmesi, bahsettiği şeylere mutlak gerçeklik gözüyle baktığını düşündürmektedir. Görüşme sırasında dile getirdiği aşağıdaki ifadeler ise matematiğin kesinliği, yanılabilirliği ve evrenselliği meseleleri hakkındaki düşüncelerini göstermektedir:

“... matematikte mantıksal matematiksel bilginin doğruluğuna her şekilde ulaşabiliyoruz. Her kapı aynı yere çıkıyor. Yani nereden gidersek gidelim yeter ki doğru yoldan gidelim. Burada doğru bir tane ama çözüm yolları çok farklı bu da matematiğin en güzel taraflarından birisi. Çünkü her kişinin bakış açısı farklı, problemlere yaklaşımı farklı, böyle olunca herkes farklı bir yolu seçebiliyor. Bir yandan da özgürlük aslında. Hani bir kısıtlanmışlık yok. Kişiler belli bir esnekliğe sahip. Öyle mi, böyle mi, deneye deneye doğru yolu buluyorlar ve aynı yerde buluşuyorlar. (...) ulaşılan bilginin kesinliği söz konusu.. Yani tamamen mantığa matematiğe uygun işler yapılır bizim derslerimizde. Bilmiyorum çok ifade edemedim ama ya. Hani bir doğru var, bu doğruysa doğrudur. ‘Şöyle mi böyle mi?’ bir tartışmaya mahal yok. Her şey aşikar. Matematikte ayaklarımız sağlam basıyor. Ne yaptığımızı biliyoruz. Yeter ki doğru yoldan gidelim doğru işlemler yapalım. Bizi yanıltmıyor. Elimizi boşa çıkarmıyor. Mutlaka bizi doğru sonuca ulaştırıyor.”

“... ortaokul seviyesinde şu anda genellikle işlemlerimiz, yaptığımız şeyler hep bir kesinlik üzerine gidiyor. Şöyle de olabilir, böyle de olabilir dediğimiz pek olmuyor yani. Veya iki farklı durum söz konusuysa ikisinden de yola çıkarak ayrı ayrı işlem yapıyoruz. Yine bir sonuca ulaşıyoruz.”

Öğretmenin bu ifadeleri “esneklik” , “takdir” , “mutlak” ve “evrensel” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematiksel bir bilginin doğruluğunun pek

çok farklı yolla ispatlanmasını “doğrunun bir tane” olmasına bağlamakta ve bu doğruluğa farklı yollardan ulaşabilmeyi takdir etmektedir. Kişilerin bu yolları seçmekte özgür olduğuna değinen öğretmen matematiğin bu yönüyle insanlara bir esneklik tanıdığını belirtmektedir. Ortaokul seviyesinde düşündüğünde yapılan işlemlerin hep bir kesinlik üzerine kurulu olduğunu söylemekte ve farklı yollardan gidilse dahi aynı sonuca varıldığını belirtmektedir. Matematikte böylesi bir uzlaşmanın olmasının sebebini matematiğin evrenselliğine dayandıran öğretmen düşüncelerini şöyle detaylandırmaktadır:

“Matematiğin evrensel, genel geçer kurallarının olması... Hani herkes aynı sonuca ulaşmış. Bir konuda illa ki dünyanın farklı yerlerinde araştırmalar yapıyordur, en sonunda diyelim bir formül kabul ediliyor, bir genelleme kabul ediliyor ve kişi burada da yüksek lisans yapsa, yurtdışında da yapsa yine aynı bilimsel verilerle hareket ediyor. Yani bu matematiğin evrensel olarak geçerli bir bilim olduğunu gösteriyor aslında. Burada başka, başka bir yerde başka değil. Hepimizin mantığı aslında hemen hemen benzer çalışıyor matematiksel açıdan.”

Öğretmene göre matematiğin evrenselliği, geçerli kurallarının olmasıyla birlikte açıklanmaktadır. Öğretmene göre dünyanın iki farklı yerindeki iki farklı insanın aynı sonuca ulaşması aynı kuralları/bilimsel verileri kullanılmasından kaynaklanır denebilir.

Öğretmen, Poincare’in Öklid geometrisiyle Öklid-dışı geometrilerin doğruluğunun karşılaştırılamayacağını ancak birinin diğerinden daha kullanışlı olabileceği şeklindeki düşüncesinden bahsedilen görüşme sorusunu şu şekilde cevaplamıştır:

“Matematiksel olarak neye işimiz düşmüşse, o an neye ihtiyaç duymuşsak hangisi o an bizim için daha kullanışlıysa onu kullanırız. Mesela hani mutfakta yemek yaparken tereyağı var, zeytinyağı var, sıvı yağ var, işte iç yağ var, kuyruk yağı var falan... hangisi işimize gelirse o an yaptığımız yemeğe göre ne lazımsa biz onu kullanırız. Onun gibi, hangi düzlemde çalışmamız gerekiyorsa, hangi bağlamda çalışacaksa -daha önce de hani konuşmuştuk- buna göre bizim için en iyisi o anda odur yani. En kullanışlısı o anda odur. Yoksa şu daha gereklidir, şu daha iyidir, böyle bir tartışma yersiz. Veya hangisinin daha eğlenceli olduğu da kişiden kişiye yine değişir.”

Öğretmenin bu ifadeleri “kullanışlılık” ve “esneklik” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen Öklid ve Öklid-dışı geometriler arasında seçim yapmayı gerektiren tartışmaları yersiz bulduğunu, üzerinde çalışılan bağlama göre hangisinin tercih edileceğinin belirlenebileceğini bir yemek benzetmesiyle açıklamıştır. Yapılan yemeğe göre kullanılan yağın türü nasıl değişebiliyorsa, öğretmenin düşüncesinde çalışılan bağlama göre de kabuller değişebilir ve bu değişiklik birinin diğerinden daha üstün olduğu şeklinde yorumlanmaz.

4.1.3.6 Ö6 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına

İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında “bireysel/sosyal, toplum/kültür, tutum/inanç, gizemli, amaç/araç, uygulanabilir/kullanılabilir, takdir” ve “tatmin/haz” kodlarıyla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “yanılabilir, açıklık, ilerleme, süreç, esneklik, ekonomiklik” ve “kullanışlılık” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.25. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö6

Alt tema	Kod	Ö6	Alıntı
Bireysel/sosyal değerler	bireysel	*	<i>“bireysel çalışmayı daha çok tercih ediyorum”</i>
	sosyal	*	<i>“Çocuklar için topluluk öğrenmesini daha doğru buluyorum.”</i>
	toplum/kültür	*	<i>“değişikliğe sıcak bakmayan kültürlerde bu zordur... daha açık kültürlerde farklılıkları dile getirmek daha kolay”</i>
	tutum/inanç	*	<i>“merakımız, ilgimiz... etkileyecektir... ailenin veya toplumun bakışı”</i>
	gizemli	*	<i>“bir sihirli gibi bizi büyülüyor”</i>
	olağan		
	amaç	*	<i>“herhangi bir sorunun çözümüne ulaşmak için matematiksel düşünceye ihtiyaç var”</i>
	araç	*	<i>“mühendis... mimar... bunu araç olarak kullanmak zorunda”</i>
	fayda	*	<i>“pratik hayattaki faydası, anlamını, işe yaradığını”</i>
	uygulanabilir/kullanılabilir	*	<i>“sahada anlamını buluyor yani sahada bir karşılığını buluyor... kodlama ve matematiğin birleşmesi...”</i>
	takdir	*	<i>“matematiği asıl heyecanlı ve güzel kulan şey”</i>

	tatmin/haz	*	“zevk veriyor. Bir doyum noktası oluşturuyor”
	eğlenceli/sıkıcı		
	mutlak		
	yanılabilir	*	“şu anki şartlarda kesin ama, bir gün değişebilir düşüncesiyle bakabiliyoruz”
	evrensel		
	açıklık	*	“matematikte de sorgulamanın olduğunu”
Epistemolojik değerler	ilerleme	*	“matematiğin gelişimi o kadar hızlı değildir... ama genişlemeye müsaittir.”
	süreç	*	“hızlı bir süreç değildir tabii ki”
	esneklik	*	“herkes aynı şekilde moda mod, bire bir aynı düşünmek zorunda değil.”
	ekonomiklik	*	“biz bunları kendimiz yapsak günler alacak, çok fazla masraf yani maliyetli olacak...”
	kullanışlılık tutarlılık	*	“...çok kullanışlı olmayacak”

“Şu anki durumumla, şu anki eğitim seviyem ve yaş olarak baktığımızda galiba daha çok **bireysel tercih ediyorum**. Bana belli noktalar verildikten sonra bireysel çalışmayı daha doğru buluyorum. Ama her yaş grubu için tabii bunu diyemeyiz. Çocuklar için **topluluk öğrenmesini daha doğru buluyorum**. Ama bazen öğrencilerimizde de mesela öyle bir nokta geliyor ki o **çocuğun bireysel olarak halletmesi gerekiyor**. Biraz **duruma göre değişebileceğini düşünüyorum** ama eğer benim için sorulan bir soruysa bu şu anki durumumla, şu anki eğitim seviyemle, yaşım itibarıyla belki **bireysel çalışmayı daha çok tercih ediyorum**.”

Öğretmenin yukarıda verilen ifadeleri “bireysel” ve “sosyal” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin; matematiği bireysel olarak öğrenmeyi tercih ettiği ancak bunun herkes için geçerli olmayabileceğini, öğrenciler için sosyal bir ortamda gerçekleşen öğrenmenin daha uygun olacağını, fakat yine de öğrencinin de bireysel çalışması gerektiği zamanların da olabileceğini düşündüğü görülmektedir.

“...birey olarak bu merakımız, ilgimiz matematiğin gelişimini tabii ki çok farklı etkileyecektir. Kimisi, öğrencilerimizden de var, çok sıkılarak yaklaşıyor ve yapmak istemiyorsa tabii ki o çocuk için kendi matematiksel gelişimi anlamında da çok yol kat edemiyoruz. Ama işte çok meraklı, çok hevesli bir çocuksa o çocuklarla daha kısa sürede daha hızlı ilerleme kat edebiliyoruz. Yine toplum için de aynı şeyleri söyleyebiliriz. Mesela köy

okullarında görev yaptığımız zamanları düşünüyorum, o zamanlarda **ailenin veya toplumun bakışı** ‘hocam hani temelde bir şey öğrensin yeter, o kadar da matematiğe ihtiyacı yok’ bakış açısında oluyor, e tabii ki bu da çocuğumu etkiliyor, anne-baba figürü var tabii ki güvendiği ve onlar bir yere kadar yeter daha fazlasına da gerek yok’ dediğinde e çocuk da aşağı yukarı ondan etkilenip, toplumdan etkilenip ‘ben yaptım, bu benim için yeterli, daha fazlası için kendimi yormama gerek yok’ deyip ona göre bir gidişat belirleyebiliyor.”

“...Yine **kültür de etkiler** yani çünkü bazı **kültürlerde çok değişmez kurallar vardır**. Çok **kapalıdır** ya da işte moda mod bir şey neyse onu kabul ederek gidilmesini ister bazı kültürler. Tabii **böyle kültürlerde matematiğin gelişmesi de, yani tek matematiğin değil de herhalde her şeyin gelişimi daha zor olacaktır**. Çünkü çok **sabit şeylerle hareket eden çok da değişikliğe sıcak bakmayan kültürlerde bu zordur**. Tabii daha açık kültürlerde bu daha kolaydır, farklılıkları dile getirmek, farklı düşünceleri dile getirmek daha kolay olacaktır. Tarihe bakınca da öyle yani, **ülkeler olarak çok katı kültüre sahip topluluklar varsa o ortamda böyle bir farklı düşünceyi dile getirmek daha zor olmuş**. Hatta neticesinde ölümle sonuçlanan durumlar bile işte idama kadar giden durumlar bile olmuş. Bunlar da zorlayacaktır tabii ki.”

Öğretmenin ifadeleri “toplum/kültür” ve tutum kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmenin düşüncesinde birey, toplum ve kültür matematiğin ilerlemesinde önemli bir etkiye sahiptir denebilir. Öğretmene göre bireylerin matematiğe karşı geliştirdiği tutum ve bakış açısı, onu gerekli bulup bulmamaları matematiği tecrübe etme süreçlerini olumlu veya olumsuz yönde etkilemektedir. Öğretmen benzer şekilde toplumların ve kültürlerin tutumlarının, matematiksel bilginin gelişimi sürecinde kolaylaştıran veya zorlaştıran bir rol oynadığını belirtmektedir.

“Yani şimdi matematiği **biz tabii matematikçiler olarak ya da bunu öğretenler olarak tabii ki çok gerekli buluyoruz ve eğitimin vazgeçilmez bir parçası olarak görüyoruz** ama öğrencilerimizin de en çok bize getirdiği, söylediği şey bu ‘hocam ben matematik öğretmeni olmayacağım veya matematikle ilgili hiçbir şey yapmak istemiyorum, ben bunu yine de öğrenmek zorunda mıyım?’ İşte asıl o zaman, işin içine bu soru giriyor. **Matematik sadece onunla ilgilenen insanlar için değil, tüm toplum için**

*gerekli olan bir bilim dalıdır. Bunu da şu şekilde açıklayabiliriz: **günlük hayatımızda bir alışveriş yaparken de bunu bilmemiz gerekiyor ya da işte mimar da olsak, mühendis de olsak bizim bu matematiğe ihtiyacımız var.** Direkt temel nokta olarak matematik olmasa da buna **aracı olarak kullanmak zorunda kalıyoruz.** Yani bir **mühendisin** tamamen matematikten ibaret değil belki meslek dalı ama **bunu araç olarak kullanmak zorunda.** Ya da **mimarın** tamamen matematikten ibaret olmasa da **araç olarak matematiği kullanmak zorunda.** Ya da illa bu kadar okul... Çocuklar mesela bazen bunu söylediğimde şey diyor ‘hocam ben belki de okumayacağım üniversite, siz hep üniversite okunarak yapılacak mesleklerden bahsediyorsunuz’ diyorlar ama hadi işte diyorum, üniversite okumayın baba mesleği, aile mesleği neyse işte **çiftçilik, tarımla uğraşacaklar o zaman da bu lazım. Neden? İşte kârını bilmek zorundasın, zararını bilmek zorundasın, maliyetini bilmek zorundasın ki o kadar kâr bırakabilesin.** Bu tarz durumlar için aslında hemen hemen vereceğimiz **her bir meslek dalında az da olsa matematik bilmemiz gerekiyor.** Onun için dediğim gibi temel **amaç olmasa da aracı olarak mutlaka buna ihtiyaç var,** diye düşünüyorum. Onun dışında kendi hayatımızda da direkt matematik olarak bakmayıp **bir sorunla karşılaştık bu sorunlara genel olarak çözüm üretirken de matematikteki bu analitik düşünmeye mutlaka başvurmamız gerekiyor. Yani herhangi bir sorunun çözümüne ulaşmak için matematiksel düşünceye ihtiyaç vardır** diye düşünüyorum.”*

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri “araç”, “amaç” ve “uygulanabilir/kullanılabilir” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre toplumdaki herhangi bir birey matematiği doğrudan amaç olarak kullanmasa dahi bir araç olarak muhakkak ona ihtiyaç duymakta ve onu kullanmaktadır. Öğretmen matematiğin gerekliliğini onun kullanılabilir olmasına bağlamaktadır denebilir.

Öğretmen pür matematikteki bir gelişmenin kendine bir uygulama alanı bulabilmesini şöyle yorumlamaktadır:

*“İşte o zaman yaptığımız iş **anamlı hale geliyor** diye düşünüyorum. Yani şimdi kağıt üstünde evet bir şeyler yapabiliriz evet bu **matematikle ilgilenen insanlara gerçekten çok zevk veriyor. Bir doyum noktası oluşturuyor, ama bu ne zamanki sahada anlamını buluyor yani sahada bir karşılığını buluyor, o zaman işte diyoruz ki yaptığımız anlamlı oldu. Bu bize anlamlı***

*geliyor. Sadece bize de değil, sürekli ortaokul grubuyla görev yaptığım için öğrencilerimden örnek veriyorum ama onlar için de öyle. Şimdi ben ne zaman ki bir şey anlatıyorum, ‘e tamam hocam evet anladık ama işte...’ **günlük hayattan bir karşılığını anlattığım an onlar da bir heyecanlanıp ‘evet, şimdi işte, oldu.’ Hani tam anlamını şimdi o an bulduğu oluyor. E tabii ki biz de yaşımız kaç olursa olsun ne zaman **pratik hayattaki faydasını, anlamını, işe yaradığını görüyorsam o zaman tabii ki daha keyifli hale geliyor işler.*****

Öğretmenin açıklamaları “uygulanabilir/kullanılabilir”, “tutum”, “tatmin/haz” ve “fayda” kodlarıyla eşleşmektedir. Pür matematikle uğraşan insanlar için matematiksel gelişmeler bir amaç olarak da gerekli görülebilirken, yani uğraşçılarına verdiği keyif ve tatmin duygusu sebebiyle dahi gerekli ve anlamlı bulunabilirken; kendine bir uygulama alanı bulduğunda bu gereklilik, yalnız matematikle uğraşan insanları değil, matematikçiler aracılığıyla matematiği dolaylı yoldan da olsa kullanan insanlar için de anlamlı hale geliyor denebilir. Öğretmene göre uygulamalı matematiğin pür matematiğe bir “anlam” ve “fayda” kazandırdığı yorumu yapılabilir.

*“... matematikle ilgili yaptığımız her sürecin **hayatımızı kolaylaştırmak** olduğunu düşünüyorum ama tabi **bunu yaparken bu alanla ilgilenmeyen insanlar için aslında zorlaştırdığımızı düşünüyorum.** (...) kendim için düşünüyorum **integral** ve **türev** şu anda benim **hayatımda çok da bir işlevi, bir karşılığı yok.** Hani öğrenmişiz zamanında evet duruyor ama bir karşılığı yok benim için çünkü **o alanda herhangi bir iş yapmıyorum** ya da **benim işimi kolaylaştırmıyor günlük hayattaki.** Ama şu anda ölçme üzerine araştırmalar yapıyorum ve orada kullandığımız programlar benim için **inanılmaz büyük nimet.** Çünkü onlar olmasaydı ben çok daha uzun formüllerle bir sürü işlem yapacaktım ama **kodlama** ve **matematiğin birleşmesi hayatımızı çok daha kolaylaştırıyor.** Ama şimdi başka bir insana biz oradaki programları anlatsak doğal olarak **hayatlarında bir karşılığı olmadığı için çok da anlamlı gelmeyecektir.***

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadelerine bakıldığında onun düşüncesinde matematiğin “anlamlı” bir alan olarak görülmesi kullanılabilir ve faydalı olmasıyla birlikte düşünülmektedir. Öğretmen, insanların kullanmadıkları veya hayatlarını kolaylaştırmadığı için matematiği anlamlı bulmamalarını doğal

karşılıklıdır. Öte yandan “Eğer matematiğin anlamlı ve bu dünyada karşılığı olan bir şey olduğunu düşünmeseydim öğretmenlik, matematik öğretmenliği işini yapamazdım.” diyen öğretmen düşüncelerini aşağıdaki gibi gerekçelendirmiştir:

“Çünkü diğer türlü sadece belli bir kesime özel, sadece belli bir zekâ... düzeyi demeyelim zeka çeşidine özel, sayısal zekaya sahip insanların ilgilendiği bir bilim dalı olarak belki kalırdı. Ve çok da fazla dışarıdaki, diğer zekâ çeşidindeki insanların çok da ilgisini çekmezdi. Ama anlamlı ve günlük hayatı çok kolaylaştırıcı olduğunu düşündüğüm için tabii ki bu işin anlatma kısmındayım. Bunun her bir aşaması, işte matematiğin keşfedilmesi, anlatılması, doğadaki karşılığının gösterilmesi bana çok heyecan verdiği için zaten bunu da ben öğrencilerime hissettirmek adına bu mesleği yapmaya çalışıyorum.”

Öğretmene göre matematik anlamsız kural ve sembollerden oluşan, salt kuramsal bilgiyle ilerleyen bir disiplin olsaydı, yalnızca özel bir zekâ çeşidinin ilgilendiği bir alan olarak kalır, diğer zekâ çeşitlerindeki insanların ilgisini çekmezdi. Öğretmen, matematiğin böyle bir yapısı olmadığını düşündüğü için öğretme tarafında safını aldığını belirtmektedir. Diğer bir yandan altın oranın doğada bir karşılığı olmasını “büyülü bir şey olarak” gördüğünü ifade eden öğretmen, bu tarz bir şeyle karşılaştığında “çok heyecanlandığını” söylemektedir. Açıklamasına “Bunu hemen alıp kime götürebilirim, kimde bende uyandırdığı o heyecanı uyandırır bu duruma kapılıyorum. Ama tabii herkeste bu kadar karşılığı yok. (...) Yaptığımız her işte matematiğe denk geldiğimizde bir sihirmiş gibi bizi büyülüyor ama maalesef her insanda bu durum olmuyor.” diye devam eden öğretmenin bu ifadeleri “gizemli” ve “tutum” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen günlük hayatında matematikle karşılaştığında hissettiği heyecanı başkalarıyla paylaşmak istese de karşı tarafın aynı heyecanla yanıt vermediğini düşünmekte ve bu konuda insanların tutumlarının farklı olabileceğini kabul etmektedir denebilir.

Matematiksel gelişimi bir süreç olarak değerlendiren öğretmen “Fen veya doğa bilimlerine göre kıyaslarsak belki matematiğin gelişimi o kadar hızlı değildir. Daha yavaştır seyri, ama genişlemeye müsaittir. Yine de diğerleri kadar kolay ve hızlı bir süreç değildir tabii ki.” demektedir. Öğretmene göre matematik ilermeye ve gelişmeye devam eden bir alandır fakat bu gelişimin seyri diğer bilimlerdeki gibi hızlı değildir.

Bilgi/epistemoloji görüşmesinde mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği hakkındaki görüşleri sorulduğunda “*şu anki şartlar ve şu anki düzen içerisinde bunlara evet kesin bilgi*” gözüyle baktığını söyleyen öğretmen, açıklamalarına “*Zaten diyemesem matematiğin ilerlemesini sağlayamam. Onun için şu anki şartlar ve zaman diliminde evet kesin diyorum. Ama bunların değişme ihtimali var mı bir gün? Evet olabilir.*” diye devam etmiştir. Öğretmenin bu düşünceleri değer teması altında incelendiğinde “yanılabilir” koduyla eşleşmektedir.

Öğretmen Öklid-dışı geometrilerle ilgili aşağıdaki yorumu yapmıştır:

*“Öklid-dışı geometrinin fark edilmesiyle **matematikte farklı bir dünyanın da olduğu fark edildi.** Onun öncesinde tamamen belki şöyle düşünebilirdik, değişmez kurallarımız var, bu kuralların dışına çıkamayız, o sınırın dışını düşünemezdik belki o dönemde yaşasaydık. Ama Öklid-dışı geometrinin keşfiyle birlikte daha farklı şeylerin mümkün olduğunu, diğer bilim dallarında olduğu gibi matematikte de sorgulamanın olduğunu, o sınırları aşabileceğimizi artık düşünebiliriz diye düşünüyorum. Hani **keskin kurallara itaat etmek yerine ‘evet, farklı şeyler de olabilir’ diye düşünmeye başlarız.** Hani bu kadar **matematiğe kesin bir bilim dalı olarak bakıyoruz ya, değişmez diye. Hatta çocuklarımıza da aşağı yukarı bizlerden kaynaklı bu durum yansıyor.** ‘Hocam hiçbir şey değişmez dimi?’ diye soruyorlar sürekli. **Onlardaki bu algı da işte ister istemez bizlerden yansıyor.** Bu Öklid-dışı geometri sayesinde farklı bir geometrik sistemin olduğunu gördüğümüz için genel olarak matematiğe de böyle bakabiliyoruz. **İşte şu anki şartlarda evet bu ama, bir gün değişebilir düşüncesiyle bakabiliyoruz.**”*

Öğretmenin bu açıklaması “yanılabilir” , “açıklık” ve “tutum” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen, Öklid-dışı geometrilerin keşfiyle birlikte matematiksel kesinlik anlayışının değiştiğini, ancak yine de öğrencilerde ister istemez -bizden kaynaklı- matematiğin “mutlak kesinlik” içerdiği algısının oluştuğunu düşünmektedir. Öğretmenin açıklamalarına bakılarak denebilir ki Öklid-dışı geometrilerle birlikte farklı geometrik sistemlerin mümkünlüğünün anlaşılması matematiğe ve matematiksel kesinliğe karşı tutumları değiştirmiştir. Bu noktada matematiksel bilgi tartışmaya ve sorgulanmaya açık bir bilgi olarak görülmektedir.

Öğretmenin açıklamalarından, matematiğin yanılabilirliğini kabul ettiği anlaşılmaktadır.

Öğretmen, bir sorunun pek çok farklı çözümü olmasını şu şekilde yorumlamaktadır:

*“Bizim öğrencilik zamanımızı düşünüyorum, **bizim zamanımızda şöyle bir şey vardı: Hoca tahtada ne öğretiyorsa o olmak zorundaydı.** Ya da mesela sınav kağıdımızda da onu yaparsak puan alabiliyorduk. Şu anda **ben öğretmenken tabii ki böyle bir tutum sergilemiyorum.** Ben öğrencilerim için şunu söylüyorum: **‘cevaba mantıklı gittiğiniz her yol benim için kabuldür.’** Ve bazen gerçekten o kadar güzel yollara gidebiliyorlar ki ben şaşıyorum. Gerçekten bazen bizim beklentimizin de çok çok üzerine çıkabiliyor. Eğer biz bunu sınırlandırsak o durumları hiç göremeyiz. Onun için ben bu durumu tabii ki **çocukların tamamen kendi isteğine bırakıyorum.** Hatta bireysel olarak da tahtada bir sorunun cevabını verdikten sonra öğrencilerim çok alışkındır mesela **‘hocam ben farklı yoldan gittim, ben de kendiminkini anlatabilir miyim?’** diye, **mutlaka ikinci, üçüncü yollar varsa bunları yaparız.** Tahtaya çıkıp öğrencilerimin kendini ifade etmelerini mutlaka isterim. Bu anlamda desteklemeye de çalışıyorum. **Bu aslında matematiğin beni hani en heyecanlandıran, en güzel bulduğum yanlarından biridir.** Yani **herkes aynı şekilde moda mod, bire bir aynı düşünmek zorunda değil.** Matematiksel düşünme yolunu kullanarak tabii ki o **mantık çerçevesinde, (...) her şey olabilir.** **Farklı yollardan gitmenin de matematiği asıl heyecanlı ve güzel kılan şey olduğunu düşünüyorum.”***

Öğretmenin bu ifadeleri “esneklik” ve “takdir” kodlarıyla eşleşmektedir. Matematiksel bir probleme farklı açılardan, farklı yollardan yaklaşmanın tercihinin öğrenciye bırakılması, düşüncelerinin “sınırlandırılmaması” açısından öğretmen için önemlidir denebilir.

Dört renk probleminin bilgisayarla yapılan bir ispatına dönemin matematikçileri tarafından getirilen eleştirileri öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

*“... bilgisayarlardan biz şu anda çok fazla destek alıyoruz. Bu artık **hayatımızın içinden çıkarılamayacak seviyede çok fazla iç içeyiz.** Ve birçok şeyi de insanlar artık yapamıyor, bilgisayarlar aracılığıyla yapıyoruz. Bu yüksek lisans düzeyinden bahsedecek olursak mesela oradaki **analizlerin***

evet temel formüllerini biliyoruz ama oturup biz bunları kendimiz yapsak günler alacak, çok fazla masraf yani maliyetli olacak ya da işte çok kullanışlı olmayacak e biz bunları ne yapıyoruz? Bilgisayar üzerinden yapmayı düşünüyoruz ve bunları o zaman yapıp kabul edebiliyorsak açıkçası ispatlar için de bence aynı şey geçerli. Yani sonuçta bu bilgisayarlar da insan üretimi, insan zekasıyla ortaya çıkmış ve sonrasında geliştirilmiş şeyler. Ve teknoloji o kadar gelişti ki bir süre sonra tabii ki bilgisayarlar bizden çok daha üst düzey şeyleri yapabilir hale geldi. Bunu kabul ediyorsak bence bilgisayarların yaptığı ispatı da kabul etmemiz gerekiyor gibi. (...) yanlışlanamadığı sürece bence kabul edip benimsenebilir.”

Öğretmenin bu ifadeleri “esneklik” , “kullanışlılık” ve “ekonomiklik” kodlarıyla eşleşmektedir. Bilgisayarlarla yapılan ispatın kabul edilip edilmemesinin tercihinin kişilere bırakılması esneklik değeri ile ilişkilendirilebilir. Bilgisayarın günlük hayatı kolaylaştırıcı işlevi, matematiksel ispatı da kolaylaştırması sebebiyle öğretmen tarafından hem kabul edilebilir, hem kullanışlı hem de ekonomik görülmektedir.

4.1.3.7 Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Değer/Aksiyoloji Temasına İlişkin Bulguları

Öğretmen bireysel/toplumsal değerler alt temasında “bireysel/sosyal, toplum/kültür, tutum/inanç, gizemli/olağan, amaç/araç, fayda, ve “uygulanabilir/kullanılabilir” kodlarıyla eşleşen; epistemolojik değerler alt temasında ise “mutlak, yanılabilir, evrensel, açıklık, ilerleme, süreç, esneklik, ekonomiklik” ve “kullanışlılık” kodlarıyla eşleşen düşünceler üretmiştir.

Tablo 4.26. Değer temasına ait kod-alıntı tablosu-Ö7

Alt tema	Kod	Ö7	Alıntı
Bireysel/sosyal değerler	bireysel	*	“bireysel bir etkinlik gibi duruyor aslında...”
	sosyal	*	“...ama sosyal de bir etkinlik aynı zamanda”
	toplum/kültür	*	“Galileo’ye ilk başta inanmamışlar, burada devletlerin, toplumların etkisinden böyle bir örneği göstererek bahsedebilirim”
	tutum/inanç	*	“Devletlerin, halkların inançları üzerindeki etkisi”
	gizemli	*	“Hem bir yandan şaşırtıcı...”

olağan	*	<i>“birbirleriyle o kadar bağlantılı şeyler ki, bunları insanlar ihtiyacından ortaya koyuyor. (...) hem bir yandan (şaşırtıcı) değil”</i>
amaç	*	<i>“matematikçi için bu gerekli çünkü onun hayatı gibi bir şey.”</i>
araç	*	<i>“matematik (...) bir eşiktir, sınavları geçme eşiğidir.”</i>
fayda	*	<i>“bu gereklilik onlar için daha çok işlerine yaradığı noktalarda”</i>
uygulanabilir/ kullanılabilir	*	<i>“ilgi, istek, tutku, matematiği her şeye dokunduruyor... Diğer disiplinlere de dokunuyor”</i>
takdir		
tatmin/haz		
eğlenceli/sıkıcı		
mutlak	*	<i>“Sanki tek bir matematik var ve o matematik de, o matematiğin yapısı da aynı bizim zihnimize benziyor.”</i>
yanılabilir	*	<i>“Matematiğin kesinliği üzerine konuşulabilir... yanılabilir oluşunu kabul eden bir disiplin matematik”</i>
evrensel	*	<i>“Her birimizin zihni birbirinden çok çok farklı ama hepimizin buluşabildiği bir ortak akıl da var”</i>
açıklık	*	<i>“matematik dünyasında kabul ettirmeniz lazım... size onun öyle olmadığını bir yerden gören başka birisi onu hemen yıkıverebilir”</i>
ilerleme	*	<i>“gelişime açık”</i>
süreç	*	<i>“bunun bir süreci var”</i>
esneklik	*	<i>“bir sonuca ulaşmanın ya da bir şeyi göstermenin birçok farklı yolu var.”</i>
ekonomiklik	*	<i>“hangisi daha ekonomik”</i>
kullanışlılık	*	<i>“hangisi daha kullanışlı”</i>
tutarlılık		

“Matematik çok bireysel bir etkinlik gibi duruyor aslında ama sosyal de bir etkinlik aynı zamanda çünkü genelde matematikçiler yalnız çalışır gibi bir algı var. Çoğunlukla öyle, evet ama matematikçilerin kendi aralarında yaptıkları sohbetler ya da birbirlerine danıştıkları konular var. Bu yapılan sohbetler de matematiği ilerletiyor. O yüzden hem bireysel hem sosyal diyebilirim.”

*“... bir ikna kurulu var. (...) anlatabileceğim bir **matematik camiası var** bir onay mercii gibi bir şey. (...) bir **süreçten geçiyor** matematikte zaten. (...) **matematik dünyasında kabul ettirmeniz lazım**. Bu şu demek; siz onun öyle olduğunu gösterdiniz ama size onun öyle olmadığını bir yerden gören başka birisi onu hemen yıkıverebilir ve siz **yeniden o sürece girebilirsiniz**. Hani, Andrew Wiles öyle olmuş ya... ‘A tamam bu iş bitti.’ dediği anda, **matematikçilerin olduğu bir topluluğa sunum yapıyor**. Bildiğim kadarıyla birisi ona ‘Şurada şöyle bir şey var’ diyor ve bunun üzerine iki ya da üç yıl daha çalışıyor, **çok büyük bir motivasyonla bunu tekrar yapıyor**. Dolayısıyla matematiksel bilgi böyle böyle inşa oluyor. Yani **siz bir şey var dediğinizde o şey hemen var oluvermiyor, bunun bir süreci var.**”*

Öğretmenin yukarıda verilen açıklamaları “bireysel”, “sosyal”, “süreç” ve “açıklık” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre matematik hem bireysel hem de sosyal bir etkinliktir. Öğretmen, matematikçilerin hem bireysel çalıştıklarını hem de “matematik camiası” denen toplulukla birlikte yapılan çalışmalar üzerine tartıştıklarından ve bir karara vardıklarından bahsetmektedir. Bu da öğretmenin düşüncesinde matematiğin bireysel olduğu kadar sosyal bir etkinlik olduğunu da göstermektedir. Öğretmen ayrıca Andrew Wiles’tan verdiği örneğe dayanarak matematik yapmanın bir süreç olduğundan ve matematikçilerin bazen çok büyük bir motivasyonla bu süreçlerden tekrar tekrar geçtiklerinden bahsetmektedir.

Öğretmen bireylerin, toplumların ve kültürlerin matematiğin ilerlemesi üzerindeki etkisini şöyle ifade etmektedir:

*“Devletlerin, halkların inançları üzerindeki etkisi diyebilirim. Kiliselerin kararları da devlet çıkarları için iyi ya da kötü yönde değişiyordu falan. Ya da İslamiyette de aynı şekilde diyebiliriz. Halkın çoğunluğu neye inanıyorsa devlet de o yönde bir şeyler yapmaya çalışıyor ya da yapmamaya çalışıyor aslında. Matematikte de daha önce verdiğim cevaplarda genellikle şeyden bahsetmiştim; **matematiğin kesinliğine, doğruluğuna, evrenselliğine duyulan inançtan bahsetmiştim**. Şimdi Galileo’ye ilk başta **inanmamışlar, burada devletlerin, toplumların etkisinden böyle bir örneği göstererek bahsedebilirim**. Çünkü bilgi bir şekilde bir yerde kullanılıyor. Bunu bireysel olarak ben de kullanabilirim ama ben o bilgiyi ürettiğimde ya da o bilgiyi kullandığımda sadece bana değil yaşadığım topluma ve dünyaya da etkisi olacak. O yüzden herkes bireysel ve sosyal olarak, herkes*

ve her şey bunun farkında olduğu için özellikle inanç noktasında baskı da görmüştür. Yeni bilgilerin oluşumuna ket vurmak isteyenler de olmuştur. Yeniliklere açık olmak ya da olmamak... ya da var olan bilgi 'bu böyleydi ama şimdi buna sen öyle değil diyemezsin' gibi tepkilerle de karşılaşmış olabilir matematik. Matematik tarihi böyle ilerlemiş olabilir diye düşünüyorum."

Öğretmenin yukarıda verilen açıklamaları "toplum/kültür" ve "tutum/inanç" kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmene göre devletlerin tutumları, toplumların dini inançları, kültürleri ve tüm bunların dışında var olan bilginin mutlaklığına duyulan inanç matematiksel bilginin gelişim seyrini etkilemektedir. Ayrıca öğretmen, bir bilgi üretildiğinde veya kullanıldığında o bilginin toplum üzerinde de bir etkisi olacağından söz etmektedir. O halde denebilir ki öğretmene göre matematik, toplumdan ve kültürden bağımsız olmayan tarihsel bir yapıya da sahiptir.

Matematiği "insan zihninin, düşünmenin ürünü" olarak nitelendiren öğretmen, onu "düşünme eyleminin bir hediyesi" olarak görmekte ve "birçok noktada akıl almaz" bulmaktadır. "Matematiksel bilgilerin umulmadık anlarda kullanılmayacak bilgiler olduğunu düşünmüyorum. (...) çok **acayip** (...) Bir yandan şaşırtıcı değil, çünkü matematikteki bilgiler (...) birbirleriyle o kadar bağlantılı şeyler ki, bunları insanlar ihtiyacından ortaya koyuyor. Hem bir yandan şaşırtıcı hem bir yandan değil." açıklamasında bulunan öğretmenin bu ifadeleri "gizemli" ve "olağan" kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen matematiğin bazı noktalarda açıklanamayan, "akıl almaz" bir yapıda olduğunu düşünmekte ve matematiğin kullanılabilirliğini "acayip" bulmaktadır. Buna göre öğretmenin matematiğin "gizemli" olduğunu düşündüğü yorumu yapılabilir. Fakat aynı zamanda matematiksel bilgilerin bir ihtiyaç sonucu ortaya çıktığını belirterek kullanılabilir olmasını "olağan" bir durum olarak da nitelendirdiği görülmektedir. Öğretmen, matematiği hem bir yandan şaşırtıcı bulmakta hem de bir yandan böyle olmadığını düşünmektedir.

Öğretmen matematiğin insanlar tarafından neden gerekli bulunduğunu şöyle açıklamaktadır:

*"Genelde matematiği seven insan gerekli buluyor. Sevmeyen de 'ne yapacağız biz bunu?' diye bir soruyu daha fazla soruyor. (...) Bir fizikçi ya da mühendis, bir çiftçi, bir ekonomist bütün bu meslek dalları matematiği illa bir noktada gerekli buluyorlar bence. Ama **bu gereklilik onlar için daha***

*çok şey gibi; işlerine yaradığı noktalarda. Ama matematikçi için bu gerekli çünkü onun hayatı gibi bir şey. Gerçekten tutkuyla mesleğini yapan matematikçiler için matematik çok gerçek bir şey zaten ve olmazsa olmazları. Nefes almak gibi bir şey onlar için matematikle uğraşmak ya da matematiğin varlığı, matematik bilgisi. Bunların hepsi onlar için nefes almaları gibi bir şey. Matematik branşı dışında diğer öğretmenler için, mesela ne bileyim daha çok müzik, resim gibi branşlar ya da sözel branşlar için matematik belki çoğu için onlarda **bir eşiktir, sınavları geçme eşigidir hani**. (...) çok genel bir havayı düşünmeye çalışıyorum şu anda yorum yaparken.”*

*“... matematikçilerin ilgilendiği öyle bir **tutkudan** bahsediyorum. O tarzda bir ilgi, istek, tutku, matematiği her şeye dokunduruyor bir noktada sürekli. Diğer disiplinlere de dokunuyor. Matematiğin konusu her şeye dokunmuş oluyor.”*

*“**pür matematikte o bilgi ortaya konulduğunda** sanki matematikçi için zaten uygulama alanı bulunmuş oluyor. Onu illa böyle bir teknolojiye ya da bir ete kemiğe büründürmesine gerek yok **pür matematikçinin**.”*

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri “uygulanabilir/kullanılabilir” , “amaç” , “araç” ve “fayda” kodlarıyla eşleşmektedir. Matematiği seven insanların onu gerekli bulduğunu, sevmeyenlerinse bu gerekliliği sorguladığını belirten öğretmene göre matematik; gerekliliğini, uygulanabilir olmasından, günlük hayatta bir araç olarak kullanılmasından ve fayda sağlamasından alır denebilir. Fakat öğretmen, matematikçilerin bu gerekliliği “nefes almak gibi” gayri ihtiyari bir ihtiyaç olarak gördüklerini söylemektedir. Öğretmene göre pür matematikte bir bilgi ortaya konulduğunda zaten kendine bir uygulama alanı bulmaktadır. Yani pür matematikçi için matematik, kendi ürettiği bilgiyi yine kendi kullanması sebebiyle de “uygulanabilir” görülmektedir denebilir.

Öğretmenin düşüncesinde matematiğin mutlaklığı kendini şöyle göstermektedir:

*“Öklid-dışı geometriler farklı insanlar tarafından aynı zamanda inşa edildi. Bu da garip bir şey mesela. Farklı zihinler aynı şeyleri aynı zamanda düşünüyorlar ama farklı yerlerdeler birbirlerinden çok da haberleri yok, bu garip bir şey. (...) **Matematik ulaşmak istediği bilgiye ulaşıyor illa ki**. Demin konuştuk ya bireysel mi sosyal mi? Sanki bu soruyla*

biraz bağlantılı gibi diyebilirim, vereceğim cevap en azından. Hem bireysel hem sosyal demiştim. Bireysel çünkü her birimizin zihni birbirinden çok farklı, apayrı. Sosyal aynı zamanda, çünkü aynı sonuca ulaşabiliyoruz ama farklı şekillerde ifade ederek ulaşıyoruz. Bu kadar **farklı zihnin ortak bir akılda buluşması** diyebilirim. Sanki ulaşılmak istenen bir matematiksel bilgi var ve biz buna bir şekilde ulaşıyoruz. **Ayrı ayrı bilgilerin hepsi ortak bir akılda; farklı zihinler, ortak zihinde buluşuyor gibi.** Yani bir merkez var, matematiği orada düşünelim. **Farklı zihinler o merkezde, o ortak zihin dediğimiz yerde buluşuyor.** Zaten bir bilgi var biz ona ulaşmaya çalışıyoruz gibi de değil bu yaptığım benzetme. Öyle bir şey de değil de. (kısa bir sessizlik) **Yeni bilgilere açık matematik, eski bilgileri de kaybedebilir. Böyle bir yapısı var yani.** Bu yönüyle matematik hakkında bunu söyleyebilirim. **Hem yeniliklere açık hem eskileri kolayca bırakabilir de, bu anlamda da açık bir yapısı var.”**

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri “mutlak” , “yanılabilir” ve “ilerleme” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen farklı zihinlerin farklı zamanlarda aynı sonuçlara ulaşabilmesini insanların zihinlerinin “*ortak bir akılda buluşması*” olarak değerlendirmektedir. Öğretmen “*Sanki ulaşılmak istenen bir matematiksel bilgi var ve biz buna bir şekilde ulaşıyoruz.*” dedikten sonra “*Zaten bir bilgi var biz ona ulaşmaya çalışıyoruz gibi de değil*” demiştir. Öğretmen bilgi/epistemoloji görüşmeleri sırasında söylemlerinden matematiğin tek ve biricik olduğu anlamının çıkarılıp çıkarılamayacağını teyit etmek amacıyla sorulan soruya “Pes ediyorum, evet.” şeklinde cevap vermiştir. Öğretmenin bu açıklamalarına bakıldığında başlangıçta düşüncelerinde net olmadığı, tek bir matematiğin mümkün olduğu konusundaki görüşlerini dile getirmekte direktiği yorumu yapılabilir. Ancak öğretmen aynı zamanda matematiğin yanılabilir olduğunu da düşünmektedir. Matematiğin yanılabilirliği hakkında öğretmenin düşünceleri aşağıdaki gibidir:

“Matematiğin bir kaderi var. Yüzyıllar boyunca düşe kalka da olsa, hani ne bileyim insanların bazen doğru bildikleri yanlış olmuş ya da insanlar birtakım şeyleri değiştirerek ilerlemişler. Çok kesin bir tavırda da değil matematik. (...) Matematiğin kesinliği üzerine konuşulabilir demek istiyorum. matematik şey değil yeni gelen bir şey eski gelen şeye ters düşmesin kafasında değil yani yanılabilir oluşunu kabul eden bir disiplin matematik.”

Bilgi/epistemoloji görüşmesinde mevcut matematiksel bilginin değişebileceğini düşündüğünü belirten öğretmen *“Var olan matematiksel bilgilerimle yeni bir matematiksel bilgiyi anlamaya çalışmam ya da onu kullanmaya çalışmam da yanılabilir bir paya sahip, matematiğin yanılabilirliği bana bunu söylüyor. (...) yanılabilme payı dolayısıyla matematiğin değişebilecek türden bir bilgi olduğunu düşünüyorum.”* demektedir.

Matematiğin ilerleyen, gelişime devam eden bir disiplin olduğunu düşünen öğretmen bu görüşünü şöyle dile getirmektedir:

“Şöyle bir not almıştım ‘Çocukların zihni de matematik tarihi gibi gelişen bir yapıya sahip.’ diye. Sadece çocuklar değil, insan zihni hani böyle hep konuşulur ya, çok karmaşık bir yapı ya da işte hala keşfedilmeyi, anlaşılmayı bekleyen bir yapı... Sonuçta sadece matematik değil bütün disiplinlere baktığımızda merkezinde insan zihni var diyebiliriz. Sonuçta bu düşünen akıl olmasa o ortak akla ulaşmak da olmayacak ya da bilgi üretmek, kullanmak da olmayacak. Dolayısıyla bizim zihinlerimiz bu kadar hem basit hem karmaşıkken ve hala gelişime açıkken, bir yandan yanlışlarımız doğruya dönüşüyor, doğrularımız bazen yanlışla dönüşüyor. Bizim zihnimizin yapısı böyleyken uğraştığımız matematik de böyledir. Zaten matematik tarihi de böyle gösteriyor bize bunu.”

Matematiğin mutlak ve yanılabilir olduğu görüşünü birbirine zıt olmayacak şekilde düşüncesinde barındıran öğretmen fikrini şöyle gerekçelendirmektedir:

“Tek bir matematik konusunu şuna benzetebilirim: Tek bir zihnimiz var biz bu zihni olabildiğince ufukumuzu açacak şekilde kullanmaya çalışıyoruz, bundan bir şeyler çıkarmaya çalışıyoruz. Sanki tek bir matematik var ve o matematik de, o matematiğin yapısı da aynı bizim zihnimize benziyor. Hem gelişime açık, doğrular yanlış olabilir, yanlışlar doğru olabilir. Evrensellik için şunu söyleyebilirim: Her birimizin zihni birbirinden çok çok farklı ama hepimizin buluşabildiği bir ortak akıl da var ki bu dünyada yaşamamıza sebep olan o gücümüz, o anlayışımız diyebiliriz.”

Öğretmen en başından beri matematiği insanlığın “ortak zihninin/ortak aklının bir ürünü” olarak görmektedir. İnsanlığın ortak bir akılda buluşması düşüncesi, öğretmene matematiğin tek ve evrensel olduğunu düşündürmektedir denebilir. Öte yandan insan zihninin değişime ve gelişime açık bir yapı olması sebebiyle bu zihinden çıkan matematiğin de değişebilir/yanılabilir oluşu öğretmen

tarafından kabul edilmektedir. Ayrıca değer görüşmesinin sonunda öğretmenin “*Tek bir matematik var mıdır sorusuna diğer oturumda çok kıvrına kıvrına cevap vermiştim. Şimdi daha rahat mı cevap veriyorum nedir?*” şeklinde yaptığı açıklama ise başlangıçta matematiğin mutlaklığını ve yanılabilirliğini birbiriyle çelişmeyecek şekilde nasıl ifade edeceğini kestiremediği şeklinde yorumlanabilir. Öğretmenin düşüncesinde matematiğin mutlaklığı evrensel ve tek olmasından kaynaklanmaktadır ancak yine de matematiğin ürettiği bilgiler mutlak kesinliği temsil etmemekle birlikte yanılabilir bir paya sahiptir denebilir.

Öğretmen Öklid-dışı geometrilerle ilgili görüşlerini şöyle açıklamıştır:

*“Öklid Geometrisine olan sıkı sıkıya inançla, sonra Öklid-dışı geometrilerin varlığının ortaya çıkması... Bu inançları sarstı ama doğruyu yanlış ortaya çıkarmadı. O da var, o da var. Doğru olduğuna inanılan bir şeyi yanlış yapmadı, sadece başka bir bilgiyi ortaya çıkardı diyebiliriz. Ya da hani bir bilginin başka bir şekilde gösterilmesini de söyledi diyebiliriz yani. Bu noktada **bütün bilgiler işlerine yarayacak matematikçilerin ya da o bilgiyi kullananların. Var olan bilgilerin hepsi işine yarayacak ama hangisi daha kullanışlı, hangisi daha ekonomik bunlara bakacaklar aslında.**”*

Öğretmenin yukarıdaki ifadeleri “ekomonklik”, “kullanışlılık”, “fayda” ve “esneklik” kodlarıyla eşleşmektedir. Öğretmen; Öklid-dışı geometrilerin bulunmasıyla birlikte aslında matematiğe karşı geliştirilen inançların “sarsıldığını” ancak bunun doğruyu ya da yanlış ortaya koymadığını, sadece yeni bir bilginin ortaya çıkardığını düşünmektedir. Bu noktada bu geometriler kullanılırken hangisinin kullanışlı ya da ekonomik olduğuna bakılarak karar verilebileceğini belirtmektedir. Öğretmenin bu görüşü, matematiğin insanlara bir esneklik tanıdığı yorumu yapılabilir. Öğretmenin “esneklik” koduyla ilişkilendirilen bir diğer açıklamaları ise aşağıdaki gibidir:

*“Ben mesela 5’te 3’ü ($3/5$) hem farklı şekilde okuyabiliyorum hem farklı şekilde gösterebiliyorum. Mesela 7 sayısını kök 49 olarak da gösterebilirim, 7 üzeri 1 de diyebilirim ya da 8 eksi 1 de diyebilirim. Farklı farklı şekilde gösterebilirim. Aslında 7 rakamını, yirmi kişi varsay sınıfta, **mevcut bilgileri dahilinde yirmi kişi yirmi farklı şekilde o 7’yi gösterebilir, anlatabilir. Anlatmanın ya da bir sonuca ulaşmanın ya da bir şeyi***

göstermenin birçok farklı yolu var. Bu birazcık da şey, matematiğin yapısından kaynaklanıyor.”

“Ortak zihinde buluşabiliriz illa ki. Ama bu ortak akılda, ortak zihinde buluşurken ‘benim yaptığım tek yöntemdir’ ya da ‘benim yaptığım tek doğrudur, tek doğru çözümdür, tek yoldur’ gibi şeylerde ısrarcı olmamıza gerek yok. Ben ne kadar ısrarcı olursam olayım matematiğin kendisine baktığımda bir sürü çözüm yolu var. Bir sürü farklı zihnin düşüncesi var.”

Öğretmenin düşüncesinde matematikte bir şeyleri ifade edebilmenin, gösterebilmenin veya bir sonuca ulaşabilmenin pek çok farklı yolu vardır ve öğretmen bunu matematiğin bir özelliği/yapısı olarak görmektedir. Ayrıca öğretmenin açıklamasına bakıldığında onun düşüncesinde matematiğin mutlaklığı, ona ulaşma yolunun “tek” olmasından değil ulaşılan matematiğin “tek” ve “evrensel” olmasından kaynaklanmaktadır denebilir.

Dört renk probleminin bilgisayarla yapılan bir ispatına dönemin matematikçileri tarafından getirilen eleştirileri öğretmen şöyle yorumlamaktadır:

“Matematiğin yeniliklere açık bir yapısı var ama insanların tutumları inançları bu noktada değişiyor. Şu anda mesela bilgisayarda yaptığım bir ispatı herkes kabul edebilir aslında ama bunu şimdi kabul ederler. Daha öncesinde bu onlar için zordu. Belki mantıksız geliyor olabilirdi. Ya da kusurlu görünüyor olabilirdi onlara. Ama zaman değiştikçe, teknoloji değiştikçe var olan matematiksel bilginin sunumu, ispatı da değişiyor. O yüzden bu zaman içerisindeki her şeyin, işte teknolojinin falan matematiğe etkisi diyebiliriz aslında. Ama bu noktada insanların bence kendi tutumları, inançları... Bu noktalarda ne kadar ısrar ettikleri aslında... Kişi ne kadar ısrar ederse etsin matematik o kadar da ısrarcı değil aslında.”

Öğretmene göre matematik yeniliklere açıktır fakat insanların tutumları/inançları bu noktada farklılık gösterebilir. Şimdiki zamanda bilgisayarla yapılan bir ispat, kolaylıkla kabul edilebilirken o zamanın insanı için bu o kadar da kolay değildir. Öğretmene göre zaman ve dönemin şartları değiştikçe matematiksel bilginin sunumu ve ispatı da değişmiştir. Öğretmen bunu, teknolojinin ve zaman içerisinde yaşanan diğer gelişmelerin matematik üzerindeki etkisi olarak yorumlamaktadır. Öğretmenin açıklamalarına bakıldığında onun düşüncesinde matematik; mutlakçı matematik felsefesinde olduğu gibi zamandan ve mekandan

münezzeh salt bir gerçeklik olarak değil, aksine zamanın ve mekanın içinde zuhur eden, tarihten, kültürden, bireyden, toplumdaki ve diğer disiplinlerden etkilenen “*insani bir çaba*” olarak görülmektedir denebilir.

4.2 İkinci Araştırma Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmenlerin kişisel matematik felsefeleri ve sahip oldukları değerleri sınıf uygulamalarına nasıl yansıttıklarını soruşturan ikinci araştırma problem için Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin sınıf uygulamalarından elde edilen bulgular bu bölümde ayrı ayrı incelenecektir.

4.2.1 Ö3 Kod Adlı Öğretmenin Sınıf Uygulamasından Elde Edilen Bulgular

Ö3 kod adlı öğretmenin üç sınıf seviyesindeki (6, 7 ve 8. sınıflar) 4 ders saati gözlemlenmiştir. 6. sınıfların gözlemlendiği dersinde kümeler konusu, 7. sınıf dersinde çember ve daire konusu, 8. sınıf dersinde bilimsel gösterim konusu işlenirken gözlem yapılmıştır. Bu bölümde önce öğretmenin matematiğe dair hangi değerlere sahip olduğunun bir özeti verilecek ardından sınıf uygulamasında öğretmenin kişisel matematik felsefesine dair hangi değerleri yansıttığının bir görüntüsü sunulacaktır.

Ö3 kod adlı öğretmen matematiği “başlı başına zihinsel bir süreç” olarak görmektedir. Öğretmene göre matematiksel nesneler varlığının kaynağını doğadan, evrenden, çevreden alır fakat bu noktada insan zihninin tüm bunlarla etkileşimi söz konusudur. Matematiğin hem keşif hem icat olduğunu düşünen öğretmenin görüşleri Platoncu görüşten matematiksel nesnelerin varlığının fiziksel dünyadan bağımsız olmaması, zihnin çevreyle etkileşimi sonucu inşa edildiğini düşünmesi sebebiyle ayrılmıştır.

Matematik yapma sürecinde bireyselliğin ön planda olduğunu düşünen öğretmen, bu süreçte aynı zamanda sosyallığa da ihtiyaç duyulduğunu belirtmektedir. Bireylerin, toplumların, kültürlerin ve medeniyetlerin matematiğin gelişmesi ve ilerlemesindeki etkilerinden söz eden öğretmenin bu düşünceleri matematiğin insani ve tarihten bağımsız olmayan yönüne dikkat çekmektedir. Öğretmen matematiksel bilginin uygulanabilir/kullanılabilir olduğunu, salt kuramsal bilgi içermediğini düşünmektedir.

Öğretmene göre matematik gelişime, ilerlemeye ve tartışmaya açık bir “bilimdir.” Tüm bilimlerde olduğu gibi mevcut bilginin matematikte de değişebileceğini düşünmekte, “kesinlik” demek hiçbir zaman değişmeyecek

anlamına geliyorsa öğretmen, matematikte mutlak kesinliğin olmadığını söylemektedir. Öğretmenin bu düşünceleri matematiğin yanılabilirci matematik felsefesiyle uyumluluk göstermektedir denebilir. Ayrıca öğretmen matematiksel bilgiye ulaşma ve o bilgiyi kullanma yolunda “esneklik” olduğunu düşünmekte, bu sebeple duruma göre daha “kullanışlı” olan her neyse onun tercih edilebileceğini söylemektedir. Öğretmenin söylemlerinden hareketle kişisel matematik felsefesinin, yanılabilirci matematik felsefesine yakın bir yerde konumlandığı yorumu yapılabilir.

Ö3 kod adlı öğretmenin görüşmedeki söylemleriyle sınıf uygulamasındaki söylemleri arasındaki uyumun bir karşılaştırması Tablo 4.27’de verilmiştir.

Tablo 4.27. Ö3 kod adlı öğretmenin görüşme-sınıf uygulaması-değer tablosu

Görüşme	Sınıf Uygulaması	Değer
“Nasıl tarih, ekonomi, astronomi bir gelişim içindeyse, bunların hepsiyle paralel matematiğin de geliştiğini düşünüyorum. Rotasını neyin etkilediğini düşünürüz? Yani o rotayı bir kere insan... muhatabı insan olduğu için insanın etkilediğini düşünüyorum. İnsan nelerden etkileniyor? İnsan bir kere diğer insanlardan etkilenir bir, geçmiş birikimlerden etkilenir, doğadan etkilenir, kendi fizyolojisinden etkilenir. Aynı şekilde astronomiden etkilenir¹¹.” “Zaten üst düzeyde astronomik anlamda veya mikrobik anlamda her şeyde kullanılıyor matematik.” “işe yaradığına inananlardanım” “matematiğin uygulama alanlarına da illa ki ihtiyaç duyuluyor” “daha kolay, kullanışlı olduğunu düşündüğü için kuruyor” “biz niye ‘onluk sistemi’ seçiyoruz? Sonuçta birileri bunun daha kolay, kullanışlı olduğunu düşündüğü için kuruyor.” “... matematikteki bazı şeylerin gerçek hayatta	[Ödev olarak verilen “Dünyanın kütlesi nasıl hesaplanıyor?” sorusuna bulunan cevaplar konuşulduktan sonra] Ö3: Dünya’nın kütlesini söylemiştik çok büyük sayılarda B1 de demişti ki: “E nasıl hesaplamışlar?” Ben de “O zaman önce siz bakın nasıl hesaplandığına” demiştim. B2? B2: Hocam Dünya’nın kütlesi Newton’un kütle-çekim yasasıyla hesaplanmıştır. Bunun için kütlesi verilen herhangi bir cisim kullanılabilir. 1 kg kütleyle sahip bir cismi referans alınır, Dünya’nın yarıçapı ve kütle çekim sabitini yerine koyarsanız Dünya’nın kütlesi olan 6×10^{24} elde edilir. Ö3: Evet, tabii ki Dünya’yı tartarak hesaplamamıştı adamlar. Bununla ilgili... Bu ders, son iki üç derstir fen konularına kayıyoruz değil mi? Ö3: Dünya’nın çapını nasıl hesaplıyor olabilirler? Elimize cetvel alıp ölçemediğimize göre... B3: Pi sayısıyla hesaplayıp yarıya mı bölüyorlar? Çapına? B1: Hocam ekvator üstünden mi ölçüyorlar? Ö3: Tamam ekvatoru nasıl ölçüyorlar? (Sessizlik) Şu an benim bile bilmediğim bilim adamları kendi bildikleri formüllerle hesap kitap yapıyorlar. Hiçbiri de eline alıp cetveli, mezurayı ölçüm yapmıyor. Gittiği noktalarla ilgili mesafelerle ilgili oranlamalar yapıyor. Şimdi biz bu sene benzerlik konuları falan işleyeceğiz. Bunları da görmediğimiz şeyleri orantıyla uzaklığını hesaplamada kullanıyoruz. Tamam? Yoksa kimse kiloyla şunla bunla ölçüm yapmıyor. İşte burada da hep sayılar kullanılıyor. Hangi sayılar?	uygulanabilir kullanılabılır uygulanabilir/ kullanılabılır kullanışlı

uygulanabildiğini fark etmek ve gözlemek bile şu an **bir keyif veriyor.** (...) uygulayabileceğimiz alanların olması **güzel, keyifli** bence.”

B4: **Bilimsel sayılar**

B5: **Çok büyük sayılar**

Ö3: **Bunlar şu an aman aman çok büyük olmadığı için ha bunu yazmışım, ha bilimsel gösterimi....** Sıfır miktarı çok değil ya **kullanırken bana çok bir kolaylık sağlamaz.**

(...)

B10: Dünyadaki okul sayısı 8 milyon

Ö3: 8 çarpı 10 üssü, söyleyin

Sınıf: 6

Ö3: **Bakın (10'un sağ üst köşesine 6 yazarak) artık daha az yoruluyorum.**

B11: Hocam ben tüm vücuttaki kıl kökünü araştırdım. Hocam 5 milyon.

Ö3: 5 milyon tane kıl kökü mü varmış?

B11: Hocam sadece sakal falan sayarsak 1 milyon.

Ö3: Gördünüz mü **aslında ne kadar da ilginç bir şey** normalde biz **bu sayıları sanki hiç kullanmıyoruz gibi.** Para desen bizde yok o kadar çok, milyonlar şunlar bunlar. Uzakla ilgili hesaplamaları da biz yapmıyoruz zaten. Sanki hiç kullanmıyoruz gibi. Ama **resmen üstümüzde taşıyoruz. Daha hücreyi bilmem neyi... Düşünün 5 milyon tane kıl kökü 3 milyar tane nükleotid... Biz baya bildiğiniz... Çok büyük sayıları vücudumuzda taşıyormuşuz. (...)** Hücre sayısı 37 trilyonmuş, **düşünün vücudunuzda 37 trilyon hücre taşıyorsunuz.**

gizemli

“**Yanlış bir ispat bile bence bir itibarsızlık değildir.** Çünkü o da kendi düşüncesine göre bir savunma yapmıştır. O anlamda **bunun geliştireceğine inanıyorum.**”

“**Bence bir kişi gelsin, yanlış yapsın hepimiz oradan görelim**”

yanılabilir

Sınıf uygulamalarından elde edilen bulgulara ve tabloda verilen alıntılara bakıldığında öğretmenin işleyeceği konuyu günlük hayat durumları/problemleriyle ve diğer disiplinlerle ilişkilendirme eğiliminde olduğu görülmüştür. Öğretmenin derslerinde çoğunlukla matematiğin uygulanabilir/kullanılabilir yanına vurgu yaptığı gözlemlenmiştir. Öğretmenin dersinden alıntılanan aşağıdaki bölüm buna örnek olarak gösterilebilir:

“**Kesişmek ortak bir noktasının olması demekti. Genelde günlük hayatta... pek de bunu kullanmıyoruz sanki. Ortak gibi düşünün, kesişmek gibi düşünün, iki kümede ortak olan. (...)** Resim dersinde... **İlla ki duymuşsunuzdur renklerin karışımıyla renkler oluşuyor.** Neydi o? (burada sınıftan gelen açıklamaları dinliyor, ardından) Maviyle sarı ikisi ortak birleştiği yerde yeşil oluşuyor. (...) **hatta o renkleri de kümeyle gösteriyorlar, hiç dikkatinizi çekti mi, bilmiyorum. Üç tane küme çiziyor**

(tahtada çizerek) işte sarıyla, kırmızı (kesiştikleri bölgeyi göstererek) burası neyi boyuyor? (Sınıf: ‘Turuncu). Turuncu. Gibi. Şimdi biz de bunun aynısından bahsedeceğiz.”

Öğretmen derslerinin girizgâhında ya bir evvelki derste işlenen konuya atıf yaparak ya da konunun dikkat çekici bir yönünü hatırlatarak başlamaktadır. Pi sayısı hakkında evvelki ders konuşulanların hatırlanmasıyla başlayan bir derste sınıf, pi sayısının ondalık kısmının sonsuzluğundan bahsetmiştir. Ders kitabındaki ilgili bölümü göstererek *“Şimdi biz bu sonsuz sayıyla işlemler yapacağız? Ama nasıl yapacağız? Sonunu bilmiyoruz?”* diye sorup devam etmiştir:

*“Pi sayısı, rasyonel miydi, tam mıydı, doğal mıydı? (Bir öğrenci: ‘İrrasyonel’). Heh irrasyonel seneye öğreneceksiniz daha çok irrasyonel bir sayı demiştik. Ama ona en yakın bu sene öğrendiğiniz sayılar içinde, en yakın, en yakın (birkaç öğrenci: ‘Rasyonel sayı’) (...) Rasyonel sayılarda pi’ye en yakın -en yakın ama aynısı değil- en yakın 22/7’dir. Şimdi bunu bir deneyelim (akıllı tahtadaki hesap makinesini açıp 22/7 işleminin sonucunu hesaplar) yaklaşık kaç çıkacak? 3,142857... diye gidiyor ya, **biz bunu böyle de kullanmayacağız, zor.** Çoğu soruda, çoğu demeyeyim, bazı sorularda şuraya kadar kullandırır (3,14’ten sonrasını göstererek) şuraları almıyor, 3 alıyor, 1 ve 4’ü alıyor. 3,14. Hatta çoğu soruda onu da almıyor, bir daha yuvarlayın (sınıf: ‘üç’) 3. (soruları göstererek) Bakın ne yazıyor burada?”*

Öğretmenin pi sayısının sonsuzluğuna ve bu sonsuz sayıyla nasıl işlem yapılabilmesine, işlem yapmanın kolaylaşması için matematikte yaptığımız kabullere ($\pi = 3$ alınız gibi) dikkat çektiği gözlemlenmiştir. Öğretmenin bu tavrı sınıf ortamında matematiğe dair “kullanışlılık” değerini yansıttığı şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca öğretmenin önce ve şimdi işlenen konular ile gelecekte işlenecek konuya atıf yaptığı görülmüştür. Öğretmenin bu tavrı matematiğin anlamsız, birbirinden kopuk içeriklerden oluşan bir ders olduğu düşüncesine mahal vermemekte, matematiğin “birikimli” ve “sarmal” bir yapıda olduğu alt mesajını içermektedir.

Öğretmenin gözlenen tüm derslerinde konunun başında veya ders sırasında ilginç ve hayatla bağlantılı örnekler vermeye gayret ettiği gözlemlenmiştir. Bu örnekler verilirken çoğunlukla öğretmenin sesi duyulmakta, öğrencilere yönlendirilen sorular tartışma başlatacak nitelikte olsa da sınıfın sesi ve düşünceleri bu anlamda pek duyulmamaktadır. 6. Sınıf düzeyinde kümeler konusunun işlendiği

bir derste aşağıda verilen öğretmen-öğrenci diyalogu bu duruma örnek olarak gösterilebilir:

Ö3: İki tane kelime bulacaktınız, kelimeler birbirinden farklı olacaktı ama kelimenin harflerinin oluşturduğu küme aynı olacaktı. Bu ne demektir? Demek ki...	D8: AYŞE-EŞYA D9: ELİF-FİLE D10: KİTAP-TAKİP Ö3: [D6'nın söylediği kitap-katip kelimelerinin harflerinden oluşan kümeleri göstererek] Üçü de birbirine eşit. Aslında biz bunu şunun için yapmıştık. İki kümenin birleşimi yine eleman sayısı birinin sayısına eşit. Hatta burada üç küme... [tek tek her kümenin kaç elemanlı olduğunu sorduktan sonra] 5 elemanlı üç kümeyi birleştiriyorum ve ilginç olan birleşim kümesi kaç elemanlı? Sınıf: 5 Ö3: 5 buradan, 5 buradan, 5 buradan. Birleşim kümesi kaç elemanlı Öğrenciler: 15. Öğrenciler: 5. Ö3: Beş. Biz zaten ilginç olduğu için bu örneğe baktık. Üç tane kümeyi birleştiriyorum, birleşim kümesi gene beş elemanlı oluyor. Bu noktada birleşim ve kesişim sembollerini hatırlatıyor. Ö3: Birleşim demek, iki kümeyi, üç kümeyi birleştirmek. Ama birleştirirken uymamız gereken bir kural vardı neydi? D4: Aynı harfleri iki kez yazmayacağız.
D1: Kelimeler aynı harflerden oluşacak. (...) D2: TÜRK-KÜRT [Öğretmen kelimenin harflerinden oluşan kümeleri kelimeyi söyleyen öğrencinin adının baş harfini kümenin ismi yaparak liste yöntemiyle tahtaya yazar.] D3: KIRIK-KALEM Ö3: Ama kırıkla kalem aynı harflerden oluşmuyor ki, "kırık" kelimesinde "ı" var "kalem"de hiç yok. D4: MELEK-KELEM Ö3: D4 söyle kümenin elemanlarını D4: {M, E, L, K} Ö3: Diğeri de {K, E, L, M} yerleri değişse sorun olur mu? Yeri değişse bu iki küme eşit sayılır mı? D5: Evet. Ö3: Burada "M" birinci burada sonunca ya, bir problem yaratır mı diyorum? Sınıf: Hayır. D6: KİTAP-KATİP D7: ASKI-KISA	

Şekil 4.2. Öğretmen-öğrenci diyalogu-Ö3

Öğretmenin dersinden alıntılanan bu bölüme bakıldığında derse öğrencilerin dikkatini çekecek bir soruyla başladığı, ancak devamında öğrenci fikirlerini ortaya çıkaran ya da öğrencilerin fikirlerinde derinleşmelerini sağlayacak sorular, bir öğrencinin doğru cevabı vermesi ya da öğretmenin sorduğu soruyu kendi cevaplamasıyla üzerinde durmadan geçirilmektedir. Bilginin ve düşüncenin üzerine yoğunlaşmadığı gözlemlenmiştir. Öğretmenin "kitap-katip-takip" kelimelerinin harflerinin oluşturduğu kümelerin birleşim kümesinin eleman sayısını sorduğu soruda öğrencilerin düştüğü çelişki, düşüncede derinleşmek için iyi bir fırsat olacakken öğretmen sınıftan doğru cevap geldiğinde "ilginç" bir örnek olduğu için onu seçtiğini belirtmiştir. Öğretmenin buradaki "ilginç" söylemi matematiğin akıl ve mantık yoluyla açıklanamayan "gizemli" bir yapıda olduğu

düşüncesini sınıfa yansıtmaktadır. Ancak görüşme bulguları incelendiğinde öğretmenin, matematiğin bu yönüne atıfta bulunacak bir söylemi bulunmamıştır.

Öğretmenin değer oturumunda şunları söylemiştir:

“Bir kere en çok istediğim matematiğin hani kötü, zor, anlaşılmaz bi şey olduğu algısının kafalarında olmaması, bunu yapmaya çalışıyorum ama tabii ki yüzde yüz başarı elde edememişimdir. O yüzden genelde böyle - klasik öğretmen huyu- basit soruyu daha hiç sesi çıkmayan birine söylättirebilip onun o duygu yaşaması için çabalamaya çalışıyorum.”

Öğretmenin bu açıklamasının sınıf uygulamalarıyla uyumlu olduğu söylenebilir. Öğretmen dersinde hemen her öğrenciye soru yöneltmekte, hemen her öğrencinin tahtaya çıkıp soru çözmesine fırsat vermektedir. Öğretmen bu açıklamasının devamında *“Ama en önemli yapmayı istediğim şey matematiğin bir düşünme biçimi olduğunu öğrenseler keşke, bununla ilgili niyet ediyorum.”* demiştir. Öğretmenin gözlemlenen derslerinde bu niyetinin eyleme dönüştüğü bir sınıf uygulamasına rastlanmamıştır.

6. Sınıf düzeyinde kümelerin ortak özellik yöntemiyle gösterilmesi konusuyla ilgili soru çözerken öğretmen-öğrenci arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Ö3: *Mart, Nisan, Mayıs diye sayacağına ne dersin?*

D17: *Aylar hocam.*

Ö3: *Aylar dediğimde bu bire bir uyuyor mu? Biraz daha özellik kat. Hangi aylar? Sen bana aylar dersin ocak, şubat, mart... diye saymaya başladım. Ama burada ocak, şubat yok. (sessizlik) D20?*

D20: *İlkbahar ayları.*

Öğretmen burada öğrenciyi düşünmeye teşvik etmek için sorduğu ipucu içeren soruyu kendi cevaplamış, sorunun nihai cevabını ise bir müddet bekledikten sonra bir başka öğrenciden almıştır. Öğretmenin bu eylemi değer oturumunda belirttiği şu ifadelerle uyum göstermektedir:

“Ben matematikte öğreteceğim şeyleri yapabildiğim ölçüde sınıf mevcudunun, yapısının müsaade ettiği sürece bazı ipuçları verip kendi kendilerine onları bulmaları benim daha çok hoşuma gidiyor. Bunu yapabildiğim sürece, ne diyorduk ona buluş öğrenme diyorduk herhalde... Akıllarında bir soru uyandırıp o sorunun cevabını vererek başlayıp sonra işte daha hoşlarına giden... bazılarının ezber, kurallar hoşlarına gidiyor,

ona da değinerek, çünkü sözel zihinde olanlar var, onların belli bir miktar yapmaları gerekiyor, hani en sonunda da genel bir kuralmış gibi vererek yürütüyorum.”

Öğretmenin yukarıdaki açıklamasında geçen “sınıf mevcudunun, yapısının müsaade ettiği sürece” ifadesi Ernest’in (1996) “kişisel matematik felsefeleri, değerler ve matematiğin sınıf uygulamalarına yansıyan görüntüsü” modelinde “sosyal bağlamın sağladığı fırsatlar ve kısıtlamalar” olarak belirttiği “kısıtlamalar” a bir örnek olarak gösterilebilir. Öğretmen için sınıf mevcudu ve yapısı işlenecek dersin gidişatının ne olacağı konusunda önemli bir etkiye sahiptir denebilir. Ayrıca öğretmen ifadesinde öğrencilerin zihinlerinde bir soru uyandırıp sorunun cevabını verdiğini kendisi de belirtmiştir. Ayrıca öğretmen, öğrencilerin “hoşuna gittiğini” gerekçe göstererek işlenecek konuyu genel bir kuralmış gibi verdiğini söylemektedir. Öğretmenin bu söylemi ve sınıf uygulaması arasında da bir uyum olduğu gözlemlenmiştir. Ancak aynı uyum öğretmenin kişisel matematik felsefesiyle sınıf uygulaması arasında görülmemektedir. Konuyu “bir kuralmış gibi vermek”, matematiğin “bir düşünme biçimi olduğu”nu gösterme niyetinin önüne geçmektedir.

En nihayetinde öğretmenin kişisel matematik felsefesi; matematiğin -bağlı değerleri ile ilişkilendirilebilecek- anlamlı, kullanılabilir, esnek, kullanışlı, tartışmaya/eleştiriye/değişime açık, insani, toplumdan ve kültürden etkilenen, “insancıl” yönünü içine almaktadır. Öğretmen, sınıf uygulamalarında ise bunun yalnızca “uygulanabilir/kullanılabilir” ve “kullanışlı” olduğu yönündeki görüşlerini yansıtmıştır. Öğretmen sınıfın ikileme düştüğü bir soruda “*Bence bir kişi gelsin, yanlış yapsın hepimiz oradan görelim.*” demiştir. Öğretmenin bu ifadesi “yanılabilir” değeriyle eşleşen tek bulgudur ve dersin akışında kaybolup gitmiştir. Matematiğin yanılabilirliğini vurgulayan başka hiçbir bulguya rastlanmaması sebebiyle “yanılabilir” değeri, sınıf uygulamasında ortaya çıkan düşüncelerin içine dahil edilmemiştir. Öte yandan öğretmenin öğrencilere sorduğu soruları kendi cevaplaması, düşünceyi derinleştiren tartışma ortamı yaratmaması, konuyu bir “kuralmış” gibi vermesi matematiğe dair ayrık değerleri de sınıfında yansıttığını göstermektedir.

Öğretmenin kişisel matematik felsefesi, her ne kadar bağlı değerlerle ilişkilendirilen yanılabilirci matematik felsefesine yakın olsa da sınıf uygulamasında baskın bir şekilde matematiğin “ayrık” bir görüntüsü oluşmaktadır.

4.2.2 Ö7 Kod Adlı Öğretmenin Sınıf Uygulamasından Elde Edilen Bulgular

Ö7 kod adlı öğretmenin 5. sınıf düzeyindeki sınıf uygulamaları, “zihinden işlemler” (2 ders saati) ve “kesirler” (2 ders saati) konuları işlenirken gözlemlenmiştir. Bu bölümde önce öğretmenin matematiğe dair hangi değerlere sahip olduğunun bir özeti verilecek ardından sınıf uygulamasında öğretmenin kişisel matematik felsefesine dair hangi değerleri yansıttığının bir görüntüsü sunulacaktır.

Ö7 kod adlı öğretmen, matematiği insan zihninin bir ürünü olarak görmekte ve matematiğin yeri olarak soyut bir dünyayı, insanlığın “ortak zihnini” göstermektedir. Öğretmene göre matematik doğada var olan şeyleri açıklarken kullanılan bir “ilim”dir. Doğadaki olayları matematik yoluyla açıklarken ve anlamlandırırken öğretmen, kişilerin kendi zihinlerini ve “insanlığın ortak zihni” diye adlandırdığı mefhumu kullandıklarını belirtmiştir. Bu yönüyle matematik öğretmenin gözünde “insani bir çaba” olarak görülmektedir. Öğretmenin, söylemlerinde matematiğin tarihi yönüne vurgu yaptığı, matematiği hem sosyal hem bireysel bir etkinlik olarak nitelendirdiği görülmüştür. Matematiğin yeniliklere açık, ilerlemeye ve gelişmeye devam eden bir disiplin olduğunu düşünen öğretmen; aynı zamanda matematiğin kesinliği üzerine konuşulabileceğini de belirterek, matematikteki iddiaların ya da doğruların eleştiriye/tartışmaya/revizyona açık olduğunu söylemiştir. Ayrıca öğretmen matematiğin yanılabilir bir disiplin olduğunu dile getirmektedir. Öğretmenin buraya kadar ifade edilen söylemlerine bakıldığında kişisel matematik felsefesinin yanılabilirci yaklaşıma yakın olduğu söylenebilir.

Öğretmen evrende tek bir matematiğin mümkün olduğunu düşünmektedir. Dünya-dışı varlıkların yapacağı matematiğin de bizimkine benzer sonuçlar üreteceğini söyleyen öğretmen, matematiksel terminolojinin, sembollerin, gösterimlerin değişeceğini belirtmekte ve matematiğin özünün aynı kalacağını düşünmektedir. Öğretmene göre söz gelimi π sayısını dünya-dışı varlıklar da kullanacaklardır fakat buna π sayısı demek yerine p_0 sayısı diyeceklerdir. Ama özünde π sayısı ve p_0 sayısı aynı anlamı taşıyacak, aynı şeye karşılık gelecek, nitekim “irrasyonelliği” değişmeyecektir. Öğretmen, bu düşüncesini matematiğin evrenselliği ile açıklamaktadır. Bu yönüyle öğretmenin düşüncesi matematiğin mutlakçı yorumuna daha yakın görülmektedir ancak matematiğin mutlaklığı burada

tek ve evrensel olmasıyla ilişkilendirildiği, kesinliğinden kaynaklanan bir mutlakçılık düşüncesinden söz edilmediği için bu yaklaşımla tamamen uyumlandığı da söylenemez. Öğretmen mutlakçı ve yanılabilirci görüşleri zihninde bütüncül bir bakış açısıyla aynı potada eritmiştir denebilir.

Ö7 kod adlı öğretmenin görüşmedeki söylemleriyle sınıf uygulamasındaki söylemleri arasındaki uyumun bir karşılaştırması Tablo 4.28’de verilmiştir.

Tablo 4.28. Ö7 kod adlı öğretmenin görüşme-sınıf uygulaması-değer tablosu

Görüşme	Sınıf Uygulaması	Değer
“... sınıfta sürekli düşünmek istiyorum, çocuklar düşünsünler istiyorum.”	“Şimdi zihnimizi biraz daha fazla çalıştıralım, her zaman kalemimize güvenmeyelim. Hem kalemimiz hem zihnimiz aynı anda çalışsın.” [4+5+6 işlemi için öğrenci çözümleri:] “Önce 10 edenleri topladım yani 4’le 6’yı. Üstüne 5’i ekledim.” “Öğretmenim ben tüm sayıları 5’e çevirdim. 6’nın 1’ini 4’e verdim, üç tane 5’i topladım.” “Ben 5 ile 4’ü topluyorum 9 yapıyor. 10’a 6 eklersem 16 eder. Bir eksiltiyorum 15.”	
“sezgisel olarak içine sinmeyen yani içine oturmayan bir şeyler vardır zaten gözünden belli oluyor genelde. Derim mesela bazen ne oturmadı hepimiz ikna olduk, sen neden ikna olmadın deyip gıcık bir soruyla onu da bu sefer aramıza zorla katmaya çabalarım.”	“İçinize sinmeyen sizi ikna etmeyen bir durum var mı? Ne bileyim aklınıza yatmayan, mantıksız gelen?” “Anlatırsın yahu, senin kafan, hiç yabancı yer değil. Anlatmanın bir yolunu bul, dinleyeceğiz seni kaçış yok tamam mı?”	tartışmaya açık
“Bireysel çünkü her birimizin zihni birbirinden çok farklı, apayrı... Sosyal aynı zamanda, çünkü aynı sonuca ulaşabiliyoruz ama farklı şekillerde ifade ederek ulaşıyoruz.”	Öğrenci: Yani bir sürü çözüm oldu. Ö7: Bir sürü çözüm, peki sonuç ne? Sınıf: 15. Ö7: Sonuç her seferinde aynı, ama çözümler farklı. Tıpkı sizin kafalarınızın içi gibi yani.	insani tarihsel esnek kişisel
“Matematik böyle insan zihninin bir ürünü yani düşünmenin bir ürünü”	“Başlık zihinden toplama işlemi. (...) Zaten nereden çıkacak bu işlemler başka? Zihinden çıkacak tabi.”	
“Her birimizin zihni birbirinden çok çok farklı ama hepimizin buluşabildiği bir ortak akıl da var ki bu dünyada yaşamamıza sebep olan o gücümüz, o anlayışımız diyebiliriz”	“Sizin bu düşündüğünüz, yani zihninizden geçen bütün yollar zaten... Sizden beş bin yıl önce yaşamış bir insan da böyle düşünüyordu. 100 yıl önce yaşamış insan da böyle düşünüyordu.”	insani tarihsel
“...öncelikle derse başlarken isterim ki zihnimizdeki	“Şimdi kafanızda ne var ne yok dökelim tahtaya.”	esnek kişisel

<i>tecrübelerimizi birbirimizle paylaştım. Bunları bir dökülm ortaya ne var ne yok. Sonra bunlarla beraber bir sistem oluşturmaya çalıştım. Yeni öğreneceğimiz şeyle bağlantı kurmaya çalıştım.</i> <i>“...birbirlerinden de öğrensinler yani. Birbirlerinin düşünme yollarına da girsinler istiyorum. Sosyal anlamda da hem böyle bir gereklilik var,”</i>	<i>“Sizin bu çözüm yöntemleriniz soruyu çözmemizde zaten işe yaradı aslında. Bir önceki derste de dediğim gibi sizden önceki insanlar da zaten aynı sizin zihninizden geçen yolları denediler ve bunlara başlıklar halinde isim verdiler. Şimdi biz de bu isimleri öğrenelim daha sonra siz çalıştığınızda birbirinizin yöntemlerini kullanmayı da deneyebilirsiniz.”</i>	
<i>“...matematik evrenseldir yani. Biz sıfırın şeklini değiştirsek de evrenseldir, değiştirmesek de evrenseldir.”</i>	<i>“Cetvelin tipi değişebilir ama üzerinde gösterdiği uzunluklar her yerde aynıdır (...) üzerinde gösterilen cm değişmez.”</i>	mutlak evrensel
<i>“Matematiksels olarak böyle bir şeye ihtiyaç varmış ve belki de onun zeminini oluşturuyor. Demek istediğim şu; matematikte birtakım şeylere ihtiyacımız var (...) Matematiksels bilgi kullanılırken zaten insanlar ihtiyaç da duyuyorlar.”</i>	<i>[Öğrenciler standart olmayan ölçme araçlarıyla sıra uzunluğunu ölçtükten sonra]</i> <i>“C2 bazen buçuktan az ya da fazla olabilir dedi, C4 de dedi ki o zaman 5 yerine 3 yazabiliriz. 8 yazabiliriz büyük olursa. (...) Demek ki böyle sayılara ihtiyacımız var değil mi?”</i>	kullanılabilir
<i>“Ben mesela 5’te 3’ü (3/5) hem farklı şekilde okuyabiliyorum hem farklı şekilde gösterebiliyorum. Mesela 7 sayısını kök 49 olarak da gösterebilirim, 7 üzeri 1 de diyebilirim. ya da 8 eksi 1 de diyebilirim. Farklı farklı şekilde gösterebilirim. Bunlar aslında 7 rakamını, yirmi kişi varsay sınıfta, mevcut bilgileri dahilinde yirmi kişi yirmi farklı şekilde o 7’yi gösterebilir, anlatabilir. Anlatmanın ya da bir sonuca ulaşmanın ya da bir şeyi göstermenin birçok farklı yolu var.”</i>	<i>“... az önce sıranızın boyunu ölçerken kesirlere ihtiyacınız oldu. Mesela buçuk dediniz, buçuktan daha az ya da daha fazla dediniz. Bu tarzda sayılara genel olarak kesir diyoruz ve kesrin farklı gösterimleri var mesela ondalık gösterimle de kesirleri ifade edebiliriz ya da yüzdelerle de bir kesri ifade edebiliriz. Bunların hepsini sırayla göreceğiz.”</i>	esnek

Tablo incelendiğinde öğretmenin söylemlerinde bir uyum olduğu görülmektedir. Öğretmen sınıf uygulamasında kişisel matematik felsefesindeki düşüncelerini yansıtan ifadelerde bulunduğu söylenebilir.

Zihinden toplama-çıkarma işlemi konusunun işlendiği derste öğretmen önce tahtaya birkaç işlem yazmış, ardından öğrencilerden bu işlemleri zihinden nasıl

yaptıklarını açıklamalarını istemiştir. Sınıf ortamındaki öğrenci-öğretmen, öğrenci-öğrenci iletişimi temsil edecek bir diyalog şöyledir:

C8: Öğretmenim normalde ben kağıtta alt alta yazınca daha iyi yapıyorum $37+75$ diye aklımdan düşünerek yaptım. Ö7: Sanki böyle önünde bir kağıt var ve ona yazıyormuş gibi hemen hızlıca topladın. C8: Ama bunun teknikleri de var da ben öyle yapmıyorum. Ö7: Tercih mi etmiyorsun? C8: Diğer türlü daha kolayıma geliyor. Ö7: Diğer türlü daha kolay geliyor, peki. [16+8 örneği için] C10: Hocam ben önce 8'in yarısını düşündüm. Sonra 16'yla topladım. Üstüne de 8'in diğer yarısını koydum. Ö7: Peki neden yarısını düşündün? C10: <u>Çünkü 8'in yarısı 4'tü. Sayının üstüne 4 ekleyince 20 oldu. Üstüne de diğer sayıyı eklemek daha kolay oldu.</u> Ö7: Peki 20 senin işine mi geldi? C10: Yani daha kolay oluyor. Ö7: Daha kolay, peki daha kolay olmasının sebebi ne? C10: Öğretmenim 0 ve 10'un üstüne tek basamaklı sayıları eklemek kolay. Mesela 20'ye 1 eklediğimde hemen yanına "yirmi-bir" diye okuyoruz. Birleşiyorlar gibi o yüzden. C12: Öğretmenim ben direkt 16 üzerine 8 saydım. Ö7: Üzerine saydın yani? C10: Ben de C12'nin tam tersi 8'in üstüne 16 saydım. Sınıf: Daha uzun. Ö7: Parmaklarını 16 kez oynattın mı yani?	C10: Hayır hocam kafamdan yapıyorum ben. C13: Öyle daha uzun oluyor öğretmenim. Ö7: Kafandan nasıl yaptın yani? (sessizlik) 8'in üzerine 9, 10, 11 diye 16 tane mi saydın? C14: Bence 16'nın üzerine 8 daha kolay. C16: 20 ile 3'ü toplamak kolay çünkü o zaman elde olmuyor, eldeyi koymam gerekmiyor. Ama eldeli olursa öyle C5'in yaptığı gibi bölerek yapmak daha kolay oluyor. [45-22=23 işlemi için] Ö7: Siz bir önceki ders dediniz ki sonu sıfırlı olan sayılar benim işime yarıyor. 22'yi nasıl parçalarsınız? Sınıf: 10-10-2 Öğrenci: Aslında ben 5-5-5-5-2 diye parçalarım. Ö7: Toplama-çıkarma yaparken 5 senin için kolay bir sayı mı? Öğrenci: Kolay. Ö7: Peki, kolay olduğunu söylüyor arkadaşımız. 10-10-2 diye ayırdığımızı varsayalım. 45'ten 22'yi çıkarırken nasıl bir yol izlersiniz? "45'ten 20'yi çıkarırsınız 25. 25'ten de 2'yi çıkarırsınız 23." "45'ten 11'i çıkarırsınız, sonra bir daha 11'i çıkarırsınız bu biraz daha zor." Ö7: Peki daha zor mu olur, kolay mı olur yoksa kullanışlı mı olur? "Bence 20 ve 2 daha kolay ve kullanışlı olur."
---	--

Şekil 4.3. Öğretmen-öğrenci diyalogu (1)-Ö7

Yukarıda verilen sınıf diyalogu incelendiğinde öğretmenin ders sırasında öğrenci çözümlerini/fikirlerini dinlediği, öğrenci çözümlerini dersin akışında kullandığı ve çözümlerin dersin akışına yön verdiği, öğrencileri farklı çözüm yolları/stratejileri aramaları konusunda teşvik ettiği, öğrencilerden çözümlerini detaylandırmalarını ve fikirlerini gerekçelendirmelerini istediği görülmektedir. Öğrenciler, birbirlerinin stratejilerinin kullanışlı, kolay ya da zor olmasıyla ilgili

görüş bildirmektedirler. Öğretmenin sınıfta böyle bir ortam oluşturması “kullanışlılık” ve “esneklik” değeri ile ilişkilendirilebilir. Öğretmen böylece öğrencilerine, farklı stratejileri/çözüm yollarını kullanarak aynı sonuca ulaşabileceklerini söylemekte, matematikte bunun mümkün olduğu alt mesajını vermektedir.

Alıntılanan diyaloga bakıldığında ve sınıf uygulamalarının geneli düşünüldüğünde öğretmenin sıklıkla, öğrencilere soru sorduktan sonra öğrenciden gelen cevabı tekrarlayıp “peki” diyerek başka bir öğrenciden fikir almaya devam ettiği görülmüştür. Öğretmen sınıf tartışması sırasında kendi fikrini ve yorumunu gizlemekte öğrenciden gelen cevapları dinleyerek onların düşüncelerini anlamaya çalışmaktadır. Bir diğer dersinde bir öğrenci tahtada $\frac{2}{4}$ kesrini modelleyip $\frac{2}{2}$ olarak yazmıştır. Öğretmenin sınıfa “*Bu $\frac{2}{2}$ ne demek? Yanlış doğru demek istemiyorum, anlamı nedir onu merak ettim?*” diye sorduğu soru, bu tespiti destekler niteliktedir. Ayrıca öğretmen, bir öğrencisi toplama işlemini zihinden yaparken zorlandığında “*Peki tamam, olur*” diyerek bu durumu olağan karşıladığının, gerekçelendirildiği müddetçe matematikte “yanılabilirliğin” mümkün olduğunun, “doğruların-yanlışların tartışılabileceğinin” mesajını sınıfta vermiştir denebilir.

Öğretmen kesirler konusunu işlediği dersinde öğrencileri gruplara ayırıp öğrencilerden, getirdikleri standart ve standart olmayan ölçme araçlarını kullanarak sıralarının uzunluklarının ölçmelerini istemiştir. Öğretmenin yeni işleyeceği konuyu matematiğin başka bir konusu olan “ölçme” ile ilişkilendirerek başlaması, matematiksel bilginin iç içe geçen “birikimli” ve “sarmal” yapısını yansıtmaktadır denebilir. Öğrencilerin ölçme sonuçları aşağıdaki gibidir:

Grup 1: Biz cetvelle ve kalemle ölçtük, cetvelle ölçünce 104 cm, kalemle ölçünce 6,5 kalem çıkıyor, bir kalemin yarısına geliyor. Grup 2: 6 kitap Grup 3: 3,5 defter. Grup 4: 8 kalem. Ö7: Hepinizin sırası aynı baktığımızda hepimizin aynı sonuçları bulmasını bekliyoruz. Bu bulduğunuz sonuçlar aynı masanın boyunun uzunluğuysa... Burada ufak ufak farklılıklar olabilir. Cam tarafındaki grup gösterin ölçme aracınızı. 6 kitap bir sıra boyu ediyormuş değil mi? Dolayısıyla bizim ölçme aracımız bu olmuş oldu değil mi? Diyelim elinizde cetvel yok ya da metre başka bir araç yok. Neyle ölçebiliriz? Sınıf: Kolye, uç kutusu, silgi. Ö7: Silgi de olabilir evet ama ufak olduğu için biraz yorucu olabilir. Şimdi cm,	kitap, defter cinsinden hepsini ölçebildik değil mi? C8: Standart olmayan ölçme aracı mesela (üç farklı uzunlukta kalemi göstererek) bunlar. Ö7: Evet mesela gösterin kalemlerinizi, iki grup da kalemle ölçme yaptı ama herkesin kalemi farklı. Dolayısıyla bu standart değil, herkes tarafından aynı şekilde anlaşılmıyor. Şimdi demeye çalıştığım şey, cetvel... C5: Ama hocam cetveller de bir olmayabilir. Mesela benim cetvelim daha uzundur o zaman daha değişik olabilir. Ö7: Ama 1 cm her yerde aynıdır. Cetvelin tipi değişebilir ama üzerinde gösterdiği uzunluklar her yerde aynıdır. Cetvelin tipi değişebilir ama üzerinde gösterilen cm değişmez.
--	---

Şekil 4.4. Öğretmen-öğrenci diyalogu (2)-Ö7

Alıntılanan sınıf diyalogu incelendiğinde öğretmenin kesirler konusu işlerken ölçmede birim konusuna değinmesi yine matematiğin birikimli ve sarmal yapıda olduğu fikrini yansıtmaktadır. Ayrıca öğretmenin “*Ama bir cm her yerde aynıdır. Cetvelin tipi değişebilir ama üzerinde gösterdiği uzunluklar her yerde aynıdır.*” Şeklindeki ifadesi matematiğin “evrensel” olduğu alt mesajını içermektedir. Öğretmen cetvelin “inç” ile birimlerine ayrılan kısmını sınıfa göstererek şöyle demiştir:

“Bazı cetvellerde böyle bir kısım vardır. Bunun birimini bilen var mı? Bu da standart bir ölçme birimidir ama Türkiye’de çok kullanılmaz. (Kısa bir sessizlik) Teknolojik marketlerde görürsünüz. (...) İnç. Türkiye’de biz çok kullanmıyoruz zaten. Mesela televizyonların boyutuna bakarken (tahtaya bir televizyon resmi çizip) şuradan şuraya kadar olan, şu çaprazdaki köşegen mesafesi inç birimi baz alınarak belirlenir. 36 inç, 58 inç gibi. Bir tane inç 2,54 cm eder. Google’a yazdığınızda karşınıza böyle bir sayı çıkar. Bu sayıyı biz nasıl okuruz? Bu sayıyla daha önce karşılaştınız mı?”

Öğretmenin yukarıda alıntılanan ifadeleri matematiksel bilginin kullanımında ülkeler arasında farklılık olabileceğini, örneğin Türkiye’de inç biriminin kullanılmadığını, belirtmesi matematiğe ait “kullanışlılık” ve “esneklik”

değerleriyle eşleşir denebilir. Öte yandan televizyonların ekran büyüklüğünün inç birimiyle ifade edildiğini belirtmesi matematiğin “uygulanabilir/kullanılabilir” olduğu yönündeki görüşlerini sınıf ortamına yansıttığını göstermektedir. Ayrıca öğretmen bir inç’in kaç cm’ye karşılık geldiğini araştırdıklarında karşısına çıkacak sayıyı nasıl okuyacaklarını sormaktadır. Dersin devamında öğrenciler “buçuk, yarım, yarımdan az, yarımdan çok” gibi kavramlar üzerine biraz daha tartıştıktan sonra öğretmen “bir bütünün tamamı ya da daha az parçasına karşılık gelen sayılara kesir” dendiğinin açıklamasını tahtaya yazıp dersin kısa bir özetini yapmıştır:

“Az önce sıranızın boyunu ölçerken kesirlere ihtiyacınız oldu. Mesela buçuk dediniz, buçuktan daha az ya da daha fazla dediniz. Bu tarzda sayılara genel olarak kesir diyoruz ve kesrin farklı gösterimleri var mesela ondalık gösterimle de kesirleri ifade edebiliriz ya da yüzdelerle de bir kesri ifade edebiliriz. Bunların hepsini sırayla göreceğiz.”

Öğretmenin bu açıklaması, matematiğin bir ihtiyacın sonucu olarak ortaya çıktığı yönündeki görüşünü sınıf ortamına yansıttığını göstermektedir. Burada bahsi geçen ihtiyaç fiziksel bir ihtiyacı değil, var olan matematiksel bir bilginin artık yeterli olmamasından kaynaklanan bilişsel bir ihtiyacı karşılamaktadır denebilir. Ayrıca öğretmen bir kesri ifade etmenin farklı yollarına da değinerek matematiğe ait “esneklik” değerini sınıfa yansıtmıştır. Öğretmenin bu ifadesi görüşme sırasında belirttiği aşağıdaki ifadesiyle de uyum göstermektedir:

“Ben mesela 5’te 3’ü ($3/5$) hem farklı şekilde okuyabiliyorum hem farklı şekilde gösterebiliyorum. Mesela 7 sayısını kök49 olarak da gösterebilirim, 7 üzeri 1 de diyebiliyorum ya da 8 eksi 1 de diyebilirim. Farklı farklı şekilde gösterebilirim. Bunlar aslında 7 rakamını, yirmi kişi varsay sınıfta, mevcut bilgileri dahilinde yirmi kişi yirmi farklı şekilde o 7’yi gösterebilir, anlatabilir. Anlatmanın ya da bir sonuca ulaşmanın ya da bir şeyi göstermenin birçok farklı yolu var.

Öğretmenin sınıf uygulamalarından elde edilen bulgular göstermektedir ki sınıfta matematiğin “insani, tarihsel, esnek, kullanışlı, kişisel, tartışmaya açık, mutlak/evrensel, uygulanabilir/kullanılabilir” bir görüntüsü oluşmakta ve matematik “insan zihninin bir ürünü” olarak görülmektedir. O halde bu öğretmenin kişisel matematik felsefesini nispeten dersinde yansıttığı söylenebilir. Öğrenci $2/4$ kesrini modelledikten sonra $2/2$ olarak yazdığında öğretmenin “Doğru yanlış demek

istemiyorum, anlamı nedir?” diye sorup anlamaya çalışması örtük de olsa matematiğin yanılabilir ve tartışmaya/revizyona açık doğasını dersine yansıttığı şeklinde yorumlanabilir.

Öğretmenin kişisel matematik felsefesi, yanılabilirci matematik felsefesine daha yakın olmakla beraber, evrensellik ve tek bir matematiğin mümkünlüğü konusunda mutlakçı matematik felsefesinden de izler taşımaktadır. Yapılan gözlemler ve elde edilen bulgular ışığında denebilir ki; öğretmen kişisel matematik felsefesini çoğunlukla bağlı değerler olarak ele alınabilecek değerlerle birleştirip “bağlı bir okul matematiği” görüntüsünü sınıfında yansıtmakta ve “hümanistik” bir sınıf uygulaması sergilemektedir.



5. TARTIŞMA

Araştırma bulgularına bakıldığında kimi öğretmenlerin matematik felsefesi hakkındaki görüşlerinin mutlakçı ve yanılabilirci yaklaşımlardan aynı anda izler taşıdığı görülmüştür. Türkiye literatüründe öğretmen adaylarının matematiğin doğasına yönelik bakış açılarının araştırıldığı çalışmalarda; katılımcıların yarısından azının “mutlakçı” ve yarısından çoğunun “yarı deneyselci” olarak adlandırılan görüşe yakın olduğu bulunmuştur (Sanalan vd., 2013; Akman, 2019). Bu araştırmadan elde edilen bulgulara bakıldığında, öğretmenlerin aynı anda iki farklı felsefi görüşten izler taşıyan düşüncelerini birbirleriyle çelişmeyecek şekilde nasıl gerekçelendirdikleri görülmektedir. Söz gelimi bir öğretmen matematiksel bilginin hem değişebilirliğine/yanılabilirliğine ihtimal vermekte (veya kabul etmekte), hem de farklı gerekçelerle (matematiksel kesinlik/matematiğin evrenselliği) mutlaklığını da savunabilmektedirler. Buradan hareketle insan düşüncesinin keskin bir şekilde sınırlandırılmayacağı, kategorize edilemeyeceği söylenebilir.

Araştırma sonuçları tüm öğretmenlerin matematiksel nesnelerin varlığını kabul ettiğini göstermektedir. Bu noktada öğretmenlerin düşüncelerinin biçimci ve nominalist görüşten ayrılması, matematiği anlamlı ve içeriği olan bir disiplin olarak görmeleri matematik eğitimi açısından da önemli bir bulgu olarak değerlendirilebilir. Shapiro (2000) matematik felsefesinin sorunlarını dört ana tema altında toplamıştır: (i) matematiksel bilgi sorunu, (ii) matematiksel nesnelerin varlığı sorunu, (iii) matematik ve fiziksel dünya arasındaki bağlantı sorunu, (iv) “yerel” (*local*) sorunlar (yani matematiğin kendi iç disiplininin doğan sorunlar, problemler). Bezençon (2020) ise bu sorunların birbirinden bağımsız olmadığını belirtmekte; sözgelimi matematiksel nesnelerin ontolojik konumu hakkında bir şey söylemeden, matematiksel bilginin doğası üzerine konuşmanın mümkün olmayacağını ileri sürmektedir. Çünkü matematiksel bilgi dediğimiz mefhum, içsel olarak matematiksel nesnelerin varlığıyla bağlantılıdır. Kişi matematiksel nesnelerin varlığı konusunda kendini ikna edecek bir anlayış geliştirdiğinde, matematiksel bilginin doğasına ilişkin düşünceleri için de bir zemin oluşturur denebilir. Bu da matematiğin içinde bulunduğumuz dünyadaki olayları neden bu kadar iyi açıklayabildiği, kendine nasıl uygulama alanı bulabildiği sorularına

getirilecek olası cevapları beraberinde getirir. Dolayısıyla öğretmenlerin matematiksel nesnelerin varlığını kabul etmeleri, matematiği anlamlı ve içerikten yoksun olmayan bir disiplin olarak görmeleri, tüm bunlarla beraber matematiğin fiziksel dünya ile olan bağlantısını açıklarken, matematiğin kullanılabilir/uygulanabilir yönünü ön plana çıkarmaları, düşüncelerinin kendi içinde tutarlı olduğunu göstermektedir. Bu noktada öğretmenlerin bu düşüncelerinin, sınıf uygulamalarında kendini göstermesi ile Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan “matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabilecek” bireylerin yetişmesi hedefine ulaşılabilceği söylenebilir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, s. 9).

Ö1 kod adlı öğretmen, matematiksel nesnelerin varlığını evrenin oluşumuna, “insandan bağımsız bir olguya” dayandırdığı için bu görüşü Platoncu anlayışla uyumludur denebilir. Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenler matematiksel nesnelerin varlığını doğaya dayandırsalar da onların düşüncesi Platoncu görüşten ayrılmaktadır. Platoncular için matematiksel nesnelerin yeri idealar evrenidir. Bu evren fiziksel evrenden farklıdır. Ancak burada öğretmenlerin “evren” kavramıyla işaret ettikleri şey, içinde yaşadığımız fiziksel dünyadır. Öğretmenler doğada görülen bir şeyden, şahit olunan bir olaydan, fark edilen bir ilişkiden “ilham” alarak matematiğin keşfedildiğini/inşa edildiğini düşünmektedirler. Öğretmenlerin bu düşünceleri ise literatürdeki yapımcılık görüşüyle uyumludur.

Ö7 kod adlı öğretmen, matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı olarak insanlığın “ortak aklını” işaret etmektedir. İnsanların tek bir ortak akılda buluştuğunu belirten öğretmene göre matematiğin yeri/mekanı ortak akıldır. Öğretmenin bu görüşü Reuben Hersh'in (2014) açıkladığı Popper'in Üçüncü Dünyasına karşılık gelmektedir. Matematik felsefesi üzerine yüksek lisansını tamamlaması sebebiyle öğretmen, ilgili literatüre ve matematik felsefesinin tartıştığı konulara hâlihazırda hâkimdir. Dolayısıyla öğretmenin düşüncelerindeki netliği, ilgili literatüre hâkim olmasına bağlanabilir. Bu hâkimiyeti düşüncelerini ifade ederken seçtiği kelimelerden de anlaşılmaktadır. Bu noktada öğretmenin lisans eğitiminde matematik tarihi ve felsefesi dersi alması, yüksek lisans eğitimini matematik felsefesi üzerine yapması araştırmanın bulguları açısından önem arz etmektedir. Buradan hareketle denebilir ki öğretmenlerin matematik

tarihine/felsefesine olan ilgileri ve merakları, ilgili alanyazını takip etmeleri matematiğin neliği hakkında kendi düşüncelerini oturtacakları bir zemin oluşturmalarına yardımcı olacaktır. Ayrıca Ö2 kod adlı öğretmen görüşme sonunda eklemek istediği bir şey olup olmadığı sorulduğunda şunları söylemiştir:

“Ben aslında matematik felsefesini çok seviyorum. Ben de yüksek lisansa başladım ancak çocuklarımdan dolayı bırakmak zorunda kaldım. Hatta ilk seviyede bıraktım. Matematik felsefesi kitabı var. Ara ara okuyorum. Sizin sorduğunuz soruların bazılarını zaten az çok oralardan biliyorum. Bu konu da oralarda çok tartışılan bir konu. Keşif, icat olayı. Biz okurken bu konular pek yoktu. Yani ben 2006 mezunuyum. O zaman bu kadar detaylı değildi. Başka şeyler görüyorduk. Bunlar olsa daha iyi, daha güzel. Hem matematik tarihi açısından, hem felsefesi açısından hatta daha da arttırılmalı bence. O yüzden siz bizden daha iyi yetişıyorsunuz. Buna emin ol.”

Öğretmenin matematik tarihi ve felsefesine duyduğu ilgiyi dile getirmesi, zamanında aldığı eğitim içeriğine eleştirel bir gözle bakıp matematik felsefesi ve tarihi ile ilgili içeriklerin artırılmasını talep etmesi önemli ve üzerinde durulması gereken bir meseledir. Öte yandan Ö4 kod adlı öğretmen görüşmelerin sonunda “Bu görüşmeler unuttuğum şeyleri hatırlamama sebep oldu. Çünkü rutinde giderken böyle farklı bir şeyin gelmesi seni bir yeniliyor, o yönden güzel oldu.” demiştir. Öğretmenlerin matematik hakkında konuşmaktan keyif aldıkları görüşme sonunda dile getirdikleri cümlelerden, görüşmeler sırasında düşüncelerini açmaya istekli olmalarından anlaşılmaktadır. O halde (en azından bu araştırmanın katılımcı grubu için) denebilir ki sahada görev yapan öğretmenler, matematik hakkında konuşmaya ve düşünmeye içten içe ihtiyaç duymaktadırlar. Bu ve benzeri çalışmaların akademiyle okul arasındaki mesafeyi kapatması açısından da önem teşkil ettiği söylenebilir.

Katılımcı öğretmenlerin altısı matematiğin keşif mi icat mı olduğu konusunda bir taraf olamadıklarını belirtmekte, matematiğin hem keşif hem icat olduğunu düşünmektedirler. Elde edilen bu bulgu, Akman’ın (2019) öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun matematiği hem icat hem de keşif olarak gördüğünü tespit ettiği araştırma bulgusuyla uyumluluk göstermektedir. Bu noktada hem öğretmenlerin hem de öğretmen adaylarının, matematisel nesnelerin varlığının evrene mi yoksa zihne mi dayandığı konusunda ikilik yaşadıkları, hem keşif hem icat diyerek bu ikiliği kaldırmayı seçtikleri söylenebilir.

Öte yandan yalnız bir öğretmen (Ö1) matematiğin keşif olduğu görüşünü savunmaktadır. Bu görüşü savunan Ö1, lisans eğitimini bir devlet üniversitesinin matematik bölümünde tamamlamış, 23 yıllık mesleki deneyime sahip bir öğretmendir. Öğretmenin ifadelerinde, çoğunlukla matematiğin Platoncu yorumuyla eşleşen düşünceler kendini göstermektedir. Öğretmenin bu eğilimi, matematik bölümü mezunu olmasına, üniversite deneyiminde matematiğin daha soyut ve pür kısmıyla ilgilenmesine, matematik tarihi ve felsefesi gibi derslerin bölüm müfredatında olmaması sebebiyle konuyla ilgili tartışmalara hakim olmamasına bağlanabilir. Hersh vd. (2015) çalışan matematikçinin felsefi durumunu “hafta içinde Platoncu, hafta sonunda biçimci” olarak açıklamaktadırlar. Başka bir ifadeyle bir pür matematikçinin; matematik yaparken nesnel bir gerçeklikle uğraştığına inanma eğiliminde olduğuna, fakat sonrasında bu matematiksel gerçekliğin felsefi bir tanımını yapması istendiğinde, hiç inanmıyormuş gibi davranmayı daha kolay bulduğuna değinmektedirler. Ö1 kod adlı öğretmenin durumu da bir yönüyle çalışan matematikçinin felsefi durumuna benzetilebilir. Öğretmen matematiksel nesnelerin varlığını kabul etmekte fakat varlığı gerekçelendirme, açıklama konusundaki düşünceleri zayıf ve yüzeysel kalmaktadır. Bu da daha evvel de değinildiği üzere öğretmenin matematik tarihi ve felsefesi ile ilgili alanyazına hakim olmamasına bağlanabilir.

Öğretmenlerin matematiksel bilginin empirik gözlem ve deneme yanılgılar sonucu inşa edilmeye başladığı hakkındaki düşünceleri, pür matematikteki inşa sürecini ilk başta es geçmelerine sebep olmuştur. Matematiğin ilk çağlardaki ilerleyişi öğretmenlerin bu görüşüyle uyumludur fakat modern matematikle birlikte matematiksel bilginin inşası sürecinde insanlar daha çok kuramsal/teorik bir ilgiye doğru yönelmişlerdir. Matematik artık fiziksel ihtiyaçtan çok, bilişsel ihtiyaçları karşılamak, kendi iç dinamiğindeki gerginliklerden (krizlerden, çelişkilerden, açıklanamayan/karar verilemeyen durumlardan) kurtulmak amacıyla gelişmeye devam etmiştir denebilir. Öğretmenlerin matematiğin bu yönünü başlangıçta ihmal etmeleri ortaokul grubuyla çalışmalarına ve ileri düzey matematik konularıyla daha az ilgilenmelerine bağlanabilir. Chassapis (2007) sınıf öğretmenlerine verdiği hizmet içi eğitim içeriğine matematik felsefesi temalarını entegre ettiği çalışmasında, öğretmenlerin matematiksel bilgilerindeki eksikliğin; matematik felsefesindeki belirli soruların ve fikirlerin anlamlandırılmasını zorlaştırdığını, tartışmaların kapsamını, derinliğini ve kalitesini sınırlandırdığını söylemektedir. Bu

araştırmadan elde edilen bulgulardan hareketle, ortaokul matematik öğretmenlerinin, matematiksel bilginin inşası sürecini sezgisel ve gözleme dayalı tecrübelerle açıklamaları; soyut/pür matematik konularındaki bilgi eksikliklerine (ya da bilgilerinin zamanla ilk günkü diriliğini koruyamamasına) bağlanabilir. O halde öğretmenlerin ileri düzey matematik konularına hakimiyetleri de, matematiğin doğası ve neliği hakkındaki düşüncelerinin şekillenmesinde önemli bir role sahiptir denebilir.

Araştırmadan elde edilen matematiksel bilginin değişebileceği, birikimli olarak ilerlediği ve hayatı kolaylaştırması, kullanılabilir/uygulanabilir olması sebebiyle gerekli olduğu, gelişmeye devam ettiği yönündeki bulgunun literatürle uyumlu olduğu söylenebilir (Akman, 2019; Altun ve Yazlık, 2020). Bu çalışmada öğretmenler, bahsi geçen özelliklerin beraberinde matematiksel bilginin tartışmaya açık yönüne de dikkat çekmektedirler. Öğretmenlerin matematiksel bilginin değişebileceği yönündeki görüşleri Akman'ın (2019) çalışmasıyla örtüşmekte; Durmaz (2016) ve Bütünler (2014) tarafından yapılan çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmemektedir. Durmaz (2016) çalışmasında, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun matematiğin kesin ve değişmeyen bir yapıda olduğunu düşündükleri sonucuna ulaşmıştır. Bütünler (2014) ise öğrencilerin büyük çoğunluğunun matematiğin sabit olduğunu ve değişmeyeceğini düşündüklerini tespit etmiştir.

Öte yandan öğretmenlerin matematiği; uygulama alanı olan, sürekli gelişim gösteren, dinamik bir yapı olarak görmeleri, matematiğin insan etkinliği olduğu yönündeki örtük düşüncelerini yansıtmaktadır. Van Bendegem (2014; akt. Bezençon, 2020) bu düşüncenin, matematiğin sosyolojik gerçekliğinin (yani matematiksel pratiğin doğasında sosyal bir unsurun olduğunun) kabul edilmesine önemli ölçüde izin verdiğini söylemektedir. Bu yönüyle öğretmenlerin düşüncelerinin matematiğin yanılabilirci anlayışına yaklaştığı yorumu yapılabilir.

Matematiğin birey, toplum ve kültürden etkilendiğini ve bunları da etkilediğini düşünen öğretmenlerin görüşleri; bu yönüyle mutlakçı matematik felsefesinden ayrılmakta, matematiğin insani yönüne dikkat çeken yanılabilirci matematik felsefesine yaklaşmaktadır. Öğretmenlerin bu düşüncelerinin söylemde kalmayıp sınıf uygulamalarına da yansması, Matematik Dersi Öğretim Programı'nın ulaşmaya çalıştığı “matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğunun bilincinde olarak matematiğe değer verecek” bireylerin yetişmesi hedefine ulaşılması noktasında önem teşkil etmektedir (MEB, 2018, s. 9). Ö7 kod

adlı öğretmenin sınıf uygulamalarında matematiğin insani yönünü ortaya çıkarması, öğrencilerinin matematiği insanlığın ortak emeğinin bir ürünü olarak görmelerine vesile olması ihtimaliyle önemlidir.

Sınıf uygulamaları gözlemlenen Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerinin matematiğin bağlı/yanılabılır değerleriyle uyumluluk gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ancak Ö3 kod adlı öğretmen, sınıf uygulamalarında matematiğin “ayrık” bir görüntüsünü yansıtmaktadır. Derslerinde matematiğin “uygulanabilir/kullanılabilir” ve “kullanışlı” yönünü günlük hayat durumları ve diğer disiplinlerle bağlantısından söz ederek açığa çıkaran öğretmen; kişisel matematik felsefesinden yalnızca bu iki değeri sınıf ortamına yansıtabilmiş, bunun dışında matematiğin ayrık değerleriyle eşleşen “katı/kuralcı” ve “gizemli” değerlerini yansıtmıştır. Öğretmen gözlemlenen derslerinde, Ernest’in (1996) “kişisel matematik felsefeleri, değerler ve matematiğin sınıf uygulamasındaki görüntüsü” modeline göre, yanılabılırci matematik felsefesine yakın olan kişisel matematik felsefesini uygulamasında çoğunlukla ayrık değerlerle birleştirip “ayrılmış” bir okul matematiği görüntüsü oluşturmuştur. Elde edilen bu bulgu, Purnomo vd.’nin (2017) çalışmasındaki öğretmen adayının öğretim uygulamalarında her zaman sahip olduğu inançları yansıtmadığı bulgusu ve Uçar ve Demirsoy’un (2010) çalışmasındaki öğretmenlerin matematiksel inançları ile uygulamaları arasında tutarsızlık ve çelişkilerin olduğu bulgusuyla örtüşmektedir. Ancak bu çalışmada öğretmenin kişisel matematik felsefesiyle sınıf uygulamaları arasında tutarsızlık veya çelişki olduğu iddia edilmemektedir. Bu çalışmada öğretmenin gözlemlenen derslerinde kişisel matematik felsefesini sınıf uygulamalarına “yansıtamadığı” sonucuna varılmıştır. Böylesi bir tutarsızlık iddiasının kesin bir dille yapılamaması başlangıçta belirtilen araştırmanın sınırlılıkları ile açıklanabilir. Ö7 kod adlı öğretmen ise hem yanılabılırci matematik felsefesinden hem de mutlakçı matematik felsefesinden izler taşıyan kişisel matematik felsefesini, çoğunlukla bağlı değerlerle birleştirip sınıfında “bağlı” bir okul matematiği görüntüsü oluşturmuştur.

Ö3 kod adlı öğretmenin sınıf uygulamalarında, kişisel matematik felsefesini oluşturan değerleri yansıtamaması sınıf mevcudunun çok olması ve kalabalık bir sınıfta öğretmenin yalnızca soru-cevap tekniğini kullanarak ders işlemeyi tercih etmesine bağlanabilir. Bu da Ernest’in (1996) “sosyal bağlamın getirdiği kısıtlamalar ve fırsatlar” olarak bahsettiği “kısıtlamalar”a bir örnek olarak

gösterilebilir. Ancak öğretmenin kişisel matematik felsefesini ayrıık değerlerle birleştirmesinin altında yatan sebeplerin kesinlikle sosyal bağlamın getirdiği fırsatlar ve kısıtlamalardan kaynaklandığını söylemek büyük bir iddia olacaktır. Bu konu başka bir araştırmanın problemi olabilir. Öte yandan Ernest (1996) modelinde sosyal bağlamın getirdiği kısıtlamalar ve fırsatları Şekil 1.1’de olduğu gibi ortaya çıkan okul matematiği görüntüsünden hemen sonra vermiştir. Bu çalışmanın sonuçları ve çalışılan grubun yapısı; bahsi geçen fırsatlar ve kısıtlamaların, öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini hangi değerlerle birleştireceklerini etkileyebileceği düşüncesini ortaya çıkarmaktadır. O halde öğretmenlerin kişisel felsefelerini sınıf ortamına yansıtımalarında; pek çok farklı parametreyle beraber, içinde bulunulan sosyal bağlamın getirdiği fırsatlar ve kısıtlamaların da etkili olduğu ileri sürülebilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1 Sonuç

6.1.1 Birinci Araştırma Problemine İlişkin Sonuç

6.1.1.1 Varlık/Ontoloji Teması ile İlgili Sonuç

Matematiksel nesnelerin varlığı meselesi matematik felsefesinin soruşturduğu ve üzerine uzlaşılan bir cevabın hala bulunmadığı bir konudur. Ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşme sorularına verdikleri cevaplar, belirlenen alt temalara (matematiksel nesnelerin varlığı ve matematiksel nesnelerin varlığının kaynağı) göre incelendiğinde öğretmenlerin hepsinin düşüncesinde matematik, anlamlı ve içerikten yoksun olmayan bir alan olarak görülmektedir. Öğretmenlerin bu görüşü nominalist ve biçimci anlayıştan “matematiksel nesnelerin varlığının kabulü” noktasında ayrılır. Nominalist ve biçimci bir bakış, matematiksel nesneleri anlamı olmayan, içerikten yoksun birer simge olarak görmekte ve varlığını reddetmektedir.

Öğretmenlerin düşünceleri varlığın kaynağının ne olduğu sorusuna verdikleri cevaplarla birbirinden ayrılrsa da genel olarak ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel nesnelerin varlığını evrene, doğaya dayandırma eğiliminde oldukları görülmektedir. Her öğretmenin söyleminde “evren” kavramıyla eşleşen cümleler mevcuttur. Neredeyse her öğretmen “matematiği bir yerlerde bulabilir miyiz, matematiğin yeri neresidir?” sorusunu “matematik her yerde” cümlesiyle göğüslemiştir. Ancak Ö7 kod adlı öğretmen, matematikle hemhal olmuş hemen herkesten duyabileceğimiz bu cümleye hem katıldığını hem de bir yandan katılmadığını ifade etmiştir. Ayrıca Ö7 kod adlı öğretmenin diğer öğretmenlerden farklı olarak matematik için “insanlığın ortak zihninin ürünü” ifadesini kullandığı dikkat çekmektedir. Öğretmenin düşüncesinde matematiksel nesneler varlığının kaynağını insanlığın ortak zihninden alır.

Ö1 kod adlı öğretmenden elde edilen veriler incelendiğinde öğretmenin düşüncesinde matematiksel nesnelerin varlığı kaynağını –kendi ifadesiyle- oluşumdan alır. Öğretmenin oluşumdan kastettiği evrenin oluşumudur. Öğretime göre kâinatta her şey bir düzen içindedir ve matematik bu düzenin dengede kalmasını sağlar.

Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 kod adlı öğretmenler matematiksel nesnelerin varlığını doğaya dayandırsalar da onların düşüncesi Platoncu görüşten ayrılmaktadır. Platoncular için matematiksel nesnelerin yeri idealar evrenidir. Bu evren fiziksel evrenden farklıdır. Ancak burada öğretmenlerin “evren” kavramıyla işaret ettikleri şey içinde yaşadığımız fiziksel dünyadır.

Öğretmenler doğada görülen bir şeyden, şahit olunan bir olaydan, fark edilen bir ilişkiden “ilham” alarak matematiğin keşfedildiğini düşünmektedirler. Bu keşif anından sonrası kimi öğretmenin düşüncesinde açık, kimi öğretmenin düşüncesinde örtük olarak dile getirilse de zihinsel bir süreçtir. İnsan zihninin devreye girmesiyle Ö2, Ö3 ve Ö5 kod adlı öğretmenler matematikte bazı şeylerin icat edildiği düşüncesini ortaya çıkarmışlardır. Ö4 kod adlı öğretmenin “icat” kelimesini kullanmaktan geri durduğu görülmüştür. Öğretmenin düşüncesinde keşif kelimesi daha açık ve geniş bir ifade olup öğretmenin kendi matematik anlayışını daha iyi açıklayan daha kapsayıcı bir ifadeyken, icat kelimesi bunun aksine matematiğin dar bir alanını kapsayan bir ifadedir. Ö4 kod adlı öğretmen için de matematik yapma süreci zihinsel bir süreç olup ilhamını doğadan alır. Ö6 kod adlı öğretmen en başından beri matematiğin hem keşif hem icat içeren bir alan olduğu görüşündedir. Matematik yapma sürecini *“çıkış noktasını doğadan alan, sonrasında insanın zihniyle kurgulayıp devam ettirdiği bir süreç”* olarak gören öğretmenin düşüncesi özünde diğer öğretmenlerin düşüncesiyle örtüşmektedir. Keza aynı şekilde Ö7 kod adlı öğretmen için de matematik hem keşfedilmiştir hem de icat edilmiştir. Matematiği insan zihninin bir ürünü olarak görmesi öğretmene matematiğin icat edildiğini düşündürmekte, fakat aynı zamanda doğadaki olayları/durumları açıklarken kullanılması keşfedildiğini düşündürmektedir.

Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenler için matematiğin keşif mi yoksa icat mı olduğu sorusunun net bir cevabı yoktur. Matematiğin bir keşif olduğunu düşündüren tecrübeleri de olmuştur, icattır (Ö4 kod adlı öğretmen için; inşa edilen bir şeydir) diyebilecekleri tecrübeleri de. İki uçtan birini seçme konusunda kararsız kalan öğretmenler iki ucun arasında bir yerde durmayı tercih etmişlerdir. Öğretmenlerin bu görüşünün, matematiğin kaynağını insan zekâsının çevreyle etkileşiminden aldığını savunan, matematiksel nesnelerin varlığını kabul eden yapımcılık anlayışıyla örtüştüğü söylenebilir.

6.1.1.2 Bilgi/Epistemoloji Teması ile İlgili Sonuç

Öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerine göre matematiksel bilginin doğasının ne olduğunu ortaya çıkarmayı amaçlayan bu temadan elde edilen bulgular göstermektedir ki; bilginin inşası sürecinde öğretmenler çoğunlukla “deneyim, ilgi/merak, gelişime açıklık, birikimli, sezgi/şüphe” ve “ihtiyaç/pratik” kodlarıyla ilişkili veri sağlamışlardır. Öğretmenlerin düşüncesinde matematiksel bilgi ilk olarak günlük hayat problemlerinin çözümünde bir ihtiyacın karşılığı olarak kendini göstermektedir. Onlara göre bilginin inşası süreci böyle başlamıştır. İnsanlığın içinde bulundukları dünyayı anlama ve açıklama gayreti, değişen ilgi alanları, saf merak duygusu, sezgi ve şüphe öğretmenlerin düşüncesinde ortak olarak gelişimi etkileyen faktörlerdir.

Bir bilginin matematiksel doğru olup olmadığının kontrolü noktasında öğretmenlerin ilk olarak ortaya çıkardıkları kod “sezgi/şüphe” ve “deneme-yanılma” olmuştur. Öğretmenlere göre bilginin doğruluğuna karar verme süreci sezgisel olarak öngörülen bir durumunun deneme/yanılma yoluyla genellenmesi ile devam eder, ispatlanması ya da çürütülmesi ile de son bulur. Öğretmenlerin çoğu doğruluğa karar verme noktasında geçmiş çalışmaları, literatürü bir referans olarak görmektedirler.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin söylemleri analiz edildiğinde matematiksel bilginin gelişime açık ve birikimli bir şekilde ilerlediğini düşündükleri görülmüştür.

Öğretmenler, üzerinde çalışılan bağlam değiştiğinde üretilen sonuçların ya da kabullerin değişmesini makul karşılamaktadırlar. Doğrunun bulunduğu bağlama göre, yapılan kabullere göre şekilleneceği düşüncesini öğretmenler kabul etmektedir.

Mevcut matematiksel bilginin değişip değişmeyeceği konusunda da Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö5 kod adlı öğretmenler köklü bir değişimin olmayacağını düşünmektedirler. Ö6 kod adlı öğretmen de mevcut şartlar altında var olan bilginin mutlak doğru olarak kabul edildiği düşüncesindedir ancak yine de şartların değişmesiyle birlikte bugün bilinen matematikte köklü bir değişimin olabileceği ihtimalini kabul etmektedir. Ö2 kod adlı öğretmene göre sağlam olmayan bilgiler gelişime açıktır, ama öğretmen –kendi tabiriyle- kalıplaşmış, tamamlanmış bilgilerin değişmeyeceği iddiasındadır. Ö2’ye göre matematikte doygunluğa ulaşmış ve kesinliğinden şüphe edilmeyen “tamamlanmış bilgiler” mevcuttur. Ö1 kod adlı öğretmenin düşüncesinde matematiğin tek ve mutlak olduğu düşüncesi açık olarak görülürken

Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin düşüncesinde bunun aksine, matematiğin değişebilirliği açıkça dile getirilmiştir. Ö3'ün bu düşüncesi, matematiği bir bilim olarak görmesine bağlanabilir. Ö7 ise açıkça dile getirdiği üzere, matematiğin yanılabilir olduğunu düşünmektedir.

Farklı bir gezegende matematik yapan canlıların olduğu varsayımı ile başlayan görüşme sorusuna getirilen cevaplar incelendiğinde Ö1, Ö4 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin dünya-dışı varlıklar tarafından üretilen matematiğin özünün bizim matematiğimizle aynı olacağı görüşünde oldukları, olası bir farklılığın isimlendirme/gösterim/matematiksel terminolojiden kaynaklanabileceğini iddia ettikleri görülmüştür. O halde Ö1, Ö4 ve Ö7 için evrenin matematiğinin tek olduğu sonucuna varılabilir. Bu sonuç hem ilgili soruya verdikleri cevaba hem de matematiğin bir keşif olacağı fikrinin düşüncelerinde (Ö7 hariç) daha ağır bastığını belirttikleri söylemlerine dayandırılabilir. Ö7 kod adlı öğretmenin düşüncesinde de evrenin matematiği tektir ancak öğretmen, matematiksel bilginin mutlaklığını matematiğin evrenselliğine dayandırmaktadır. Farklı bir gezegendeki matematikle bizim dünyamızdaki matematiğin benzer olacağı düşüncesini öğretmen; insanlığın bu dünyada yapılan hesaplamalarla uzaya gidebilmesi ile gerekçelendirmiştir. Diğer öğretmenler ise farklı bir matematiğin mümkünlüğüne ihtimal vermekte, olası bir farklılığı; dünya-dışı varlıkların zihin kapasiteleri, bulundukları ortamın şartları, zamanın ve bilgi düzeylerinin bilinmemesinden kaynaklanan muamma ile açıklamaktadırlar.

6.1.1.3 Değer/Aksiyoloji Teması ile İlgili Sonuç

Öğretmenlerin matematiğe dair hangi değerlere sahip olduklarını belirlemeyi amaçlayan bu temadan elde edilen bulgular analiz edildiğinde, öğretmenlerin ortak olarak matematiğin önce bireysel başlayıp ardından sosyallığe ihtiyaç duyduğu düşüncesini ürettikleri tespit edilmiştir. Bireylerin, toplumların, kültürlerin ve medeniyetlerin matematiksel bilginin gelişmesi ve ilerlemesinde önemli bir etkiye sahip olduğu görüşünün tüm öğretmenlerde ortak olduğu görülmüştür. Aynı zamanda öğretmenlere göre; bireylerin ve toplumların tutumları, inançları, değer yargıları ve öncelikleri matematiğin ilerlemesini olumlu ya da olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Ö7 kod adlı öğretmene göre matematik tüm bunlardan etkilendiği gibi tüm bunları etkilemektedir de. Öğretmenlerin matematiğin toplumdaki, kültürden ve bireylerden etkilenen bu yapısını kabul

etmeleri onun tarihsel bir gelişme gösterdiği düşüncesine katıldıkları şeklinde yorumlanabilir ve matematiğin insani yönünü açığa çıkarır.

Ö5, Ö6 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin düşüncesinde matematiğin “gizemli” akıl ve mantık yoluyla açıklanamayan, “garip”, mistik bir yönü olduğu görülmektedir. Diğer bir taraftan Ö1, Ö2, Ö3, Ö5 ve Ö7 kod adlı öğretmenler için matematikteki bu “gizemli” gibi görünen durumlar “olağan” karşılanmakta, matematiğin doğasında bu gibi durumların olması mümkün görülmekte, “makul” ve “mantıklı” bulunmaktadır.

Tüm öğretmenlerin matematiğin gerekliliğini uygulanabilir/kullanılabilir olmasıyla açıkladığı görülmüştür. Diğer bir taraftan matematik; baskın olarak bir araç/amaç olarak kullanılması, günlük hayatta fayda sağlaması/işe yaraması, insana kazandırdığı düşünme becerisi sebebiyle de gerekli görülmektedir. Bazı öğretmenler matematiği gerekli bulmayanların onu sevmeyenler, anlamlı bulmayanlar olduğunu belirtmişlerdir. Ö6 kod adlı öğretmen öğrencilerine matematikteki bir konunun uygulama alanını gösterdiği vakit matematiği anlamlı ve gerekli gördüklerini, uygulama alanlarına değinmediğinde “matematiğin gereksiz olduğu” yönünde bir algı geliştirdiklerini söylemiştir. Matematiğin gerekliliği kimi öğretmenler tarafından insana yaşattığı tatmin duygusu (Ö1, Ö3, Ö5, Ö6) ve karşı konulmaz üretme isteği (Ö5) ile de açıklanmaktadır.

Öğretmenlerin matematiğe karşı “takdir” duygusu besledikleri görülmektedir. Ayrıca bazı öğretmenler matematiğin eğlenceli ve sıkıcı olabileceği konusunda da görüş belirtmişlerdir.

Her öğretmen için matematiğin daima ilerlemeye, gelişmeye açık olduğu, matematiğin durağan bir disiplin olmadığı düşüncesi ortaktır. Öğretmenler matematiksel bilginin gelişimini bir süreç olarak görmektedirler. Ancak bu gelişimin neden kaynaklandığı konusunda kimisi (Ö1, Ö2 ve Ö5) matematiğin mutlakçı görüşünde olduğu gibi insan-üstü (gizemli, mistik) bir sebepten (oluşum, yaradılış vb. gibi) keşfedilecek şeylerin bitmemesine; kimisi (örtük olarak Ö4 ve Ö6, açık bir dille Ö3 ve Ö7) bunun matematiğin doğasında olduğuna, kendi içinde sorular doğurup, cevaplar üretebileceğine bağlamaktadır.

Ö1, Ö5 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin düşüncesinde evrendeki matematik mutlak ve tektir. Matematiğin mutlaklığı Ö1’de oluşuma ve tek bir doğrunun mümkünlüğüne bağlanırken, Ö5 bunu dini inancıyla –kainatın yaradılışındaki kusursuz düzen ile- ve ulaşılan bilgilerin kesinliğiyle açıklamaktadır. Ö5’in aynı

zamanda mevcut bilginin değişebilirliğine ihtimal vermesi, matematiğin yanılabilirliğine de pay verdiği şeklinde yorumlanabilir. Ö5 mevcut bilgilere kesin gözüyle bakıldığını ama yine de farklı bir bakış açısı ya da kabulle bugün bilinen şeylerin değişebileceğini, ancak o zamana kadar da var olan bilginin mutlak olduğunu belirtmiştir. Ö7'nin düşüncesinde ise matematiğin mutlaklığı, onun evrensel oluşundan gelir. Öğretmene göre “insanlığın ortak aklı” tek bir matematiğe işaret eder. Öğretmen, açıkça matematiğin doğasında yanılabilirliğin olduğunu ifade etmektedir. Ö7'ye göre matematik insanları ortak bir akılda birleştirir ama bunu yaparken diğer bir taraftan yanılabilirliğini kabul ederek kesinlik anlayışını da yumuşatmaktadır. O halde denebilir ki öğretmenin düşüncesindeki mutlaklık anlayışı kaynağını kesinlikten değil, aynı kabullerle başlayan zihinlerin ortak bir akılda buluşmasından –evrenselliğinden- alır.

Tüm öğretmenler matematiksel bilgiye ulaşma ya da bilginin doğruluğunun kontrol edilmesinde makul olması koşuluyla farklılığın/çeşitliliğin olabileceği konusunda matematiğin insanlara bir esneklik tanıdığı düşüncesindedirler. Öğretmenlerden kimi bunu matematiğin en güzel yanı olarak görmekte, kimi ise özgürlük olarak değerlendirmektedir. Aynı zamanda öğretmenler matematikte, çözüm yollarının, ispatların, kullanılan bağlamların hangisinin “daha kullanışlı” (Ö1, Ö3, Ö5 ve Ö6), “daha ekonomik” (Ö6 ve Ö7) olduğuna karar verme noktasında da bir esneklik tanıdığını belirtmişlerdir.

6.1.2 İkinci Araştırma Problemine İlişkin Sonuç

Bu bölümde sınıf uygulamaları gözlemlenen Ö3 ve Ö7 kod adlı öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerinin sınıf uygulamalarına nasıl yansıdığının bir görüntüsünü sunmayı amaçlayan ikinci araştırma problemine ilişkin sonuçlar sunulacaktır.

Ö3 kod adlı öğretmenin kişisel matematik felsefesinin; matematiğin -bağlı değerleri ile ilişkilendirilebilecek- anlamlı, kullanılabilir, esnek, kullanışlı, tartışmaya/eleştiriye/değişime açık, insani, toplumdan ve kültürden etkilenen, “insancıl” yönüne dair izler taşıdığı sonucuna varılmıştır. Öğretmen, sınıf uygulamalarında ise yalnızca matematiğin “uygulanabilir/kullanılabilir” ve “kullanışlı” olduğu alt mesajını verebilmiştir. Öğretmen derslerinde matematiğin kullanılabilirliğine dair alt mesajı gerek günlük hayat durumlarından verdiği örneklerle, gerekse diğer disiplinlerle kurduğu ilişki içinde vermektedir. Buna göre

öğretmenin sınıf uygulamalarında düşünceleriyle nispeten uyumlu davrandığı sonucuna varılabilir.

Görüşme sırasında öğretmen, öğrencilerine matematiğin “bir düşünme biçimi” olduğunu düşündürmek istediğini söylemiştir. Derslerine öğrencilerin akıllarında bir soru uyandırıp o soruyu cevaplandırarak başladığını söyleyen öğretmen, dersin sonunda “genel bir kuralmış” gibi vererek konuyu işlediğini belirtmiştir. Konuyu bir “kuralmış gibi” sunmasını kimi öğrencilerin kuralları ve ezber yapmayı daha çok sevmelerini gerekçe göstererek açıklamaktadır. Öğretmenin bu ifadelerinin sınıf uygulamalarıyla uyumluluk gösterdiği sonucuna varılmıştır. Öğretmen derslerinde öğrencilerin akıllarında soru işareti uyandıracak sorular sormaktadır fakat bu soruları ya kendisi cevaplamakta ya da doğru cevaplayan bir öğrenci olduğunda cevabı hemen onaylamaktadır. Matematiğin “tartışmaya/eleştiriye açık” yönünü ortaya çıkaracak fırsatlar olsa da öğretmenin bu fırsatları iyi değerlendirmede, derslerin soru-cevap tekniğinde öğretmen-öğrenci iletişimiyle sınırlı kaldığı, öğrenci-öğrenci iletişiminin az olduğu görülmüştür. Bu da öğretmenin derslerinde matematiğin “sosyal” bir etkinlik olduğu fikrini yansıtamamasına sebep olmuştur. Öğretmen matematiği çoğunlukla bireysel fakat sosyallığe de ihtiyaç duyan bir alan olarak görmektedir. Öğretmenin bu görüşünün de sınıf uygulamasıyla nispeten uyumlu olduğu sonucu çıkarılabilir.

Öte yandan öğretmenin konuyu “bir kuralmış” gibi vermesi, “gizemli” olduğu yönünde alt mesaj içeren söylemlerde bulunması, “matematiğin bir düşünme biçimi” olduğunu gösterme niyetine gölge düşürmektedir. Sınıfa yansıyan matematik görüntüsünün katı kurallar içeren “gizemli” bir yapıda olması matematiğe dair “ayrık” değerlerle ilişkilendirilmektedir.

Öğretmenin kişisel matematik felsefesi her ne kadar “yanılabirici/bağlı” değerlerle uyumlu olsa da sınıf uygulamalarında matematiğin “ayrık” bir görüntüsünün oluştuğu sonucuna varılmıştır.

Ö7 kod adlı öğretmenin kişisel matematik felsefesinin; matematiğin –bağlı/yanılabirici değerleri ile ilişkilendirilebilecek- anlamlı, kullanılabilir, esnek, kullanışlı, tartışmaya/eleştiriye/değişime açık, esnek, insani, toplumdan ve kültürden etkilenen, yanılabir, hem bireyselliğe hem sosyallığe ihtiyaç duyan “insancıl” yönüne vurgu yapan yanılabirici matematik felsefesine daha yakın konumlandığı sonucuna varılmıştır. Öte yandan öğretmenin kişisel matematik

felsefesi, evrensellik ve tek bir matematiğin mümkünlüğü konusunda mutlakçı matematik felsefesinden de izler taşımaktadır.

Sınıf uygulamalarında öğretmen; öğrencilerden gelen fikirleri dinlemekte, öğrencilerin fikirleri üzerine düşünmelerini, yorum yapmalarını istemektedir. Genel olarak öğretmenin sınıf uygulamaları gözlemlendiğinde baskın bir şekilde matematiğin “insani, tarihsel, esnek, kullanışlı, kişisel, tartışmaya açık, mutlak/evrensel, uygulanabilir/kullanılabilir” bir görüntüsünün yansıtıldığı sonucuna varılmıştır.

Öğretmen kişisel matematik felsefesini bağlı değerlerle birleştirip sınıf uygulamasında matematiğin bağlı bir görüntüsünü yansıtmaktadır.

6.2 Öneriler

Bu araştırma bulguları ve sonuçları göstermektedir ki katılımcı öğretmenlerin düşüncelerinde literatürde olduğu gibi yanılabirci/mutlakçı şeklinde yapılan sınıflandırmalar öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini gerçek anlamda yansıtmamaktadır. Katılımcı öğretmenlerin söylemlerine dayanarak denebilir ki öğretmenlerin matematiğin mahiyeti hakkında düşüncelerini dile getirdikleri, belki kendilerinin de matematik hakkındaki düşüncelerini kendi seslerinden ilk kez işittikleri an görüşme anıdır. Öğretmenlerin içten içe matematik hakkında düşünmeye ve konuşmaya ihtiyaç duydukları da bu araştırmanın bulguları arasındadır. Bu sebeple;

1. Öğretmenlerin matematik hakkında konuşabilecekleri ortamların oluşturulması, ilgili literatürün tarandığı/tartışıldığı hizmet-içi eğitim programlarının düzenlenmesi bu araştırmanın başlıca önerilerinden biri olarak gösterilebilir.
2. Araştırmanın bulgularına göre ortaokul matematik öğretmenleri matematiğin deneyim ve fiziksel ihtiyacın karşılığı olarak ortaya çıktığını/inşa edildiğini düşünmektedirler. Öğretmenlerin ilk başta matematiğin kendi iç dinamiğindeki gerginliklerden kaynaklanan bilişsel ihtiyacı karşılama çabasıyla kendini gösteren pür matematikteki gelişmeleri ihmal ettikleri görülmüştür. Benzer şekilde öğretmenler ortaokul grubuyla çalıştıkları için matematiğin daha çok uygulanabilir/kullanılabilir yönüne vurgu yaptıklarını, öğrencilerini matematiğin gerekliliğine ikna ederken onun bu yönünü ön plana çıkardıklarını belirtmişlerdir. Sezginin ön planda olduğu sınıflardan

başlayıp, soyutlamanın olduğu sınıf düzeyine doğru gidildiğinde öğretmen düşüncelerinin nasıl şekillendiğini göstermesi açısından benzer bir araştırma sınıf öğretmenleri ve ortaöğretim matematik öğretmenleri ile de yürütülebilir.

3. Bu çalışmada yedi ortaokul matematik öğretmenin kişisel matematik felsefeleri ortaya konmuş, bu öğretmenlerden ikisinin sınıf uygulamaları 4 ders saati, farklı sınıf seviyelerinde gözlemlenmiştir. Benzer bir araştırma daha az sayıda katılımcının bir dönem boyunca aynı sınıf seviyesindeki uygulamalarının gözlenmesiyle yürütülebilir. Böylece öğretmenlerin sınıf uygulamalarının ve kişisel felsefelerinin karşılaştırılabilirliği üzerinden de bir tartışma başlatılabilir.
4. Benzer şekilde bir ya da daha fazla öğretmenin farklı sınıf seviyelerindeki uygulamaları gözlemlenip öğretmenin kişisel matematik felsefesinin uygulamadaki yansımalarının; sınıf seviyesi, sınıfın yapısı ve müfredat gibi farklı değişkenler üzerinden karşılaştırılabileceği bir araştırma yapılabilir.
5. Araştırma sonucunda bir öğretmenin kişisel matematik felsefesini sınıf uygulamalarına yansıtamadığı görülmüştür. Ernest'in (1996) işaret ettiği sosyal bağlamın getirdiği kısıtlamalar ve fırsatlar da göz önünde bulundurularak öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini sınıf uygulamalarına yansıtamamalarının olası sebepleri başka bir araştırmanın problem durumunu oluşturabilir. Böylece söylem ile uygulama arasındaki farkın nasıl kapanabileceğine dair çözüm önerinin tartışılacağı bir ortamın oluşmasına zemin hazırlanabilir.
6. Öğretmenlerin matematik felsefesine ilişkin görüşlerine dair farkındalık kazanabilecekleri ve sahip oldukları kişisel matematik felsefelerini derslerine nasıl yansıtabilecekleri konusunda bir eylem araştırması yapılabilir.
7. Öğretmenlerin eğitim durumları, mesleki deneyimleri, ilgi alanları gibi farklı parametrelerin kişisel matematik felsefeleri üzerindeki etkisini soruşturan bir araştırma yapılabilir.

7. KAYNAKLAR

(Bu tez çalışmasında APA 7th Edition atıf sistemi kullanılmıştır.)

- Akman, Ş. (2019). *Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiğin Doğasına İlişkin Felsefi Görüşlerinin İncelenmesi*. [Yüksek lisans tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.
- Altun Gedik, S. D. ve Yazlık, D. Ö., (2020). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiğin Doğasına Yönelik Düşünceleri. *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. 30 (2): 259-271. <https://doi.org/10.18069/firatsbed.634505>
- Akyıldız, P. ve Dede, Y. (2029). İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları İçin Matematiğin Doğasına Yönelik İnanç Ölçeği (MDYİÖ): Bir Keşfedici Karma Desen Çalışması. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*. 9:(1) 69-98. ISSN:2149-2727 <http://dx.doi.org/10.17984/adyuebd.539351>
- Baki, A. (2020). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Baki, A. ve Bütünler, S. Ö (2010) Matematiksel Bilginin Doğasına Yönelik Bir İnanç Ölçeği Geliştirme Çalışması. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 1C0251, 5 (4): 1993-2005.
- Baş, F., Işık, A., Çakmak, Z., Okur M. Ve Bekdemir M. (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin düşünceleri: bir yapısal eşitlik modeli incelemesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 23 (1): 123-140.
- Baydar, S. C. (2000). *ODTÜ ve Gazi Üniversitesindeki Hizmet Öncesi Öğretmenlerinin Matematiğin Doğası ve Öğretimi İle İlgili İnançları*. [Yüksek lisans tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Bezençon, E. (2020). Practising Philosophy of Mathematics with Children. *Philosophy of Mathematics Education Journal* 36. Erişim: <https://philarchive.org/rec/BEZPPO>
- Bütünler, S. Ö. (2014) *Matematik Tarihi Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Sınıf Ortamlarından Yansımalar: Bir Aksiyon Araştırması*. [Doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Can, Y. (2020). *Üç Boyutlu Euclidean Uzayında Düzlem ve Doğru Konularının Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Kavram İmajlarına Etkisinin İncelenmesi*. [Yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Cevizci, A. (2007). *Felsefeye Giriş*. (2. Basım). Bursa: Sentez Yayınları.
- Cevizci, A. (2021). *Felsefeye Giriş*. (8. Basım). İstanbul: Say Yayınları.
- Cevizci, A. (2022). *Felsefe Sözlüğü*. (8. Basım). İstanbul: Say Yayınları.
- Chassapis, D. (2007). *Integrating the Philosophy of Mathematics in Teacher Training Courses*. DOI:10.1007/978-0-387-71575-9_4
- Chassapis, D. (2003). Greek Primary Schools Teachers' Beliefs About Mathematical Knowledge. *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*. 409 – 417. Erişim: https://scholar.google.ca/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=G5BRFpEAAAAJ&citation_for_view=G5BRFpEAAAAJ:2osOgNQ5qMEC
- Cihan, Y. (2020). *Matematiksel Deneyimin Felsefesi: Reuben Hersh*. [Yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

- Cihan, Y. ve Durmuş, S. (2021). *Reuben Hersh'in Matematiksel Deneyiminin Felsefesine Eleştirel Bir Bakış*. Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21(2), 650-664. <https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2021.21.62826-879889>
- Coşkun, A. (2010). Matematikçiler Prensi Carl Friedrich Gauss. *Bilim ve Teknik*, 511, 104-106.
- Çevik, A. (2019). *Matematik Felsefesi ve Matematiksel Mantık*. İstanbul: Nesin Yayıncılık.
- Çevirgen Eryılmaz, A. (2016). İlköğretim matematik Öğretmen Adaylarının Matematik ve Matematik Eğitime Yönelik İnançları. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. ISSN:1302-8944. <https://doi.org/10.21764/efd.68227>
- Dede, Y. (2016). *Matematik Eğitime Özgü Değer Kategorileri ve Uygulamaları*. E. Bingölbali & S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.) *Matematik Eğitiminde Teoriler*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Demirsoy, N. H. (2008). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Hakkındaki İnançları, Uygulamaları ve Arasındaki İlişki*. [Yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Durmaz, M. (2016) *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiğin Doğasına İlişkin Felsefi Görüşleri*. 3. International Eurasian Educational Research Congress, 31 Mayıs-3 Haziran 2016, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Anı Yayıncılık, ISBN: 978-605-170-098-4, Ankara, 1323-1324.
- Durmuş, S., Bıçak, B. ve Çakır, S. (2008). Fen ve Teknoloji, Matematik ve Sınıf Öğretmenlerinin Sahip Oldukları Matematik ve Matematik Eğitimi Değerlerinin Farklı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Değerler Eğitimi Dergisi*, 6(16), 93-112.
- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany: State University of New York Press.
- Ernest, P. (1996). The Nature of Mathematics and Teaching. *Philosophy of Mathematics Education Journal*. 9. https://www.academia.edu/3188583/THE_NATURE_OF_MATHEMATICS_AND_TEACHING
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Taylor & Francis e-Library, 2004. ISBN 0-203-49701-5.
- Gilligan, C. (1982). *In a Different Voice*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Grigutsch, S., Raatz, U. ve Törner, G. (1998). Einstellungen Gegenüber Mathematic bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematikdidaktik*. 19, 3-45. <https://doi.org/10.1007/BF03338859>
- Gür, B. S. (2006-I). *Kant ve Matematik Felsefesi Üzerine*. Matematik Dünyası, 94-99.
- Gür, B. S. (2016). *Matematik Belası Üzerine*. (3. Basım) İstanbul: Nesin Yayıncılık.
- Gür, B. S. (2019). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Fol yayınları.
- Hilav, S. (2009). *Felsefe El Kitabı*. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Hersh, R. (1997). *What is Mathematics, Really?*. New York: Oxford.
- Hersh, R., Davis, P. J. ve Marchisotto, E. A. (2015). *Tüm Yönleriyle Matematiksel Deneyim*. (Çev. Durmuş S. ve Erçuar İ.O.) Ankara: Nobel Yaşam. (Orijinal Çalışmanın Yayın Tarihi 1995).
- Hersh, R. (2014). *Experiencing Mathematics What Do We Do, When We Do Mathematics?*. USA: AMS.
- Jaspers, K. (1981). *Felsefeye Giriş*. (2. Basım). (Çev. Akalın, M.) İstanbul: Dergah Yayınları.

- Kayaaslan, A. (2006). *İlköğretim 4. Ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Matematiğin Doğası ve Matematik Öğretimi Hakkındaki İnançları*. [Yüksek Lisans Tezi] Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Kayan, R., Haser, Ç. ve Bostan, I. M. (2013) Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiğin Doğası, Öğretimi ve Öğrenimi Hakkındaki İnanışları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 38 (167): 179-195.
- Lakatos, I. (2017). *Kanıtlar ve Çürütmeler*. (2. Basım). (Çev. Başkent, C.) İstanbul: Nesin Yayıncılık. (Orijinal Çalışmanın Yayın Tarihi 1976).
- MEB. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Özkara, M. (2019). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiğe ve Matematik Eğitimine Yönelik Bilişsel Yapılarındaki Değişiminin İncelenmesi*. [Yüksek lisans tezi]. Uşak Üniversitesi, Uşak.
- Purnomo, Y. W., Suryadi, D., & Darwish, S. (2017). Examining pre-service elementary school teacher beliefs and instructional practices in mathematics class. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 8(4), 629–642. Retrieved from <https://www.iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/137>
- Sanalan, V. A., Bekdemir, M., Okur, M., Kanbolat, O., Baş, F. ve Sağırlı, M. Ö. (2013.) Öğretmen Adaylarının Matematiğin Doğasına İlişkin Felsefi Düşünceleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33: 155-168.
- Schommer, M. (1990). *Effects of Beliefs About The Nature of Knowledge Comprehension*. Journal of Educational Psychology, 82, 498-504. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.3.498>
- Shapiro, S. (2000). *Thinking about mathematics*, Oxford: Oxford University Press.
- TDK (Türk Dil Kurumu) (2011). *Güncel Türkçe Sözlük*. Ankara: TDK Yayınları. <https://sozluk.gov.tr/>
- Uçar, Z. T. ve Demirsoy N. H. (2010) Eski Yeni İkilemi: Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel İnançları ve Uygulamaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39: 321-332.
- Vinner, S. (1991). *The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics*. (vol.11). Advanced Mathematical Thinking, Netherlands.
- Yıldırım, C. (2015). *Matematiksel Düşünme*. (13. Basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldırım A. ve Şimşek H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık

8. EKLER

EK 1 Araştırmaya Gönüllü Katılım Formu

Sayın Katılımcımız,

Katılacağınız bu çalışma, “Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesine yönelik görüşleri ve sınıf içi uygulamalarının incelenmesi” adıyla, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesi hakkındaki görüşlerinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen bu araştırmada, öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini sınıf uygulamalarına nasıl yansıttıklarıyla ilgilenilmektedir. Bu amaç doğrultusunda ortaokul matematik öğretmenlerinin ders verdiği öğrenciler de araştırmaya dahil edilmiştir.

Araştırmanın Nedeni: Tez çalışması

Araştırmanın Yapılacağı Yer(ler): Çevrimiçi veya yüz yüze görüşme, sınıf içi gözlem.

Araştırma Uygulaması: Görüşme ve gözlem

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çalışmada sizden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Veriler sadece araştırmada kullanılacak ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacaktır.

Uygulamalar, kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden rahatsız hissederseniz cevaplama işini yarıda bırakabilirsiniz.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Mehtap Yeşilçimen
İletişim Bilgileri:

Yukarıda bilgileri bulunan araştırmaya katılmayı kabul ediyorum.

..../...../.....

İsim-Soyisim

İmza:

Katılımcı Adı-Soyadı :
Telefon Numarası :

ONAM FORMU

Katılımcı nüshası

Araştırmanın Adı: Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kişisel Matematik Felsefelerinin Ve Sınıf Uygulamalarında Ortaya Çıkan Matematik İmgesinin İncelenmesi		
	Evet	Hayır
Bilgilendirme Formunu okudunuz mu?	☐	☐
Araştırma projesi size sözlü olarak da anlatıldı mı?	☐	☐
Size araştırmayla ilgili soru sorma, tartışma fırsatı tanındı mı?	☐	☐
Sorduğunuz tüm sorulara tatmin edici yanıtlar alabildiniz mi?	☐	☐
Araştırma hakkında yeterli bilgi aldınız mı?	☐	☐
Herhangi bir zamanda herhangi bir nedenle ya da neden göstermeksizin araştırmadan çekilme hakkına sahip olduğunuzu anladınız mı?	☐	☐
Araştırma sonuçlarının uygun bir yolla yayınlanacağına katılıyor musunuz?	☐	☐
Yukarıdaki soruların yanıtları size kim tarafından açıklandı? <i>Lütfen ismini yazınız....</i>		

İmza:

Adı / Soyadı:

Tarih:

EK 2 Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “*Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesine yönelik görüşleri ve sınıf içi uygulamalarının incelenmesi*” adıyla, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik felsefesi hakkındaki görüşlerinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen bu çalışmada, öğretmenlerin kişisel matematik felsefelerini sınıf uygulamalarına nasıl yansıttıklarıyla ilgilenilmektedir. Bu amaç doğrultusunda ortaokul matematik öğretmenlerinin ders verdiği öğrenciler de araştırmaya dahil edilmiştir.

Araştırma Uygulaması: Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı

tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Mehtap Yeşilçimen
İletişim bilgileri: .

Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına
izin veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri
gönderiniz*).
...../...../.....
Veli Adı-Soyadı :
Telefon Numarası :

İmza:

VELİ ONAM FORMU

Veli nüshası

Araştırmanın Adı: Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kişisel Matematik Felsefelerinin Ve Sınıf Uygulamalarında Ortaya Çıkan Matematik İmgesinin İncelenmesi		
	Evet	Hayır
Bilgilendirme Formunu okudunuz mu?	☐	☐
Araştırma projesi size sözlü olarak da anlatıldı mı?	☐	☐
Size araştırmayla ilgili soru sorma, tartışma fırsatı tanındı mı?	☐	☐
Sorduğunuz tüm sorulara tatmin edici yanıtlar alabildiniz mi?	☐	☐
Araştırma hakkında yeterli bilgi aldınız mı?	☐	☐
Herhangi bir zamanda herhangi bir nedenle ya da neden göstermeksizin araştırmadan çekilme hakkına sahip olduğunuzu anladınız mı?	☐	☐
Araştırma sonuçlarının uygun bir yolla yayınlanacağına katılıyor musunuz?	☐	☐
Yukarıdaki soruların yanıtları size kim tarafından açıklandı? <i>Lütfen ismini yazınız....</i>		

İmza:

Adı / Soyadı:

Tarih:

EK 3 Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

1. Oturum/Ontoloji

1. Matematik nerededir? Matematiği bir yerlerde bulabilir miyiz veya onu icat edebilir miyiz? Bu konuda ne düşünüyorsunuz?

2. “Matematiği evrene insanoğlu empoze etmiştir.

Matematiği insanoğluna evren empoze etmiştir.

Matematiği insanoğluna insanoğlu empoze etmiştir.”

Matematik hakkında söylenen bu üç ifadeden ne anladığınızı açıklar mısınız? Hangi ifadeye katılıyorsunuz?

- Size göre matematik keşif midir yoksa icat mı?
- Matematiksel nesnelerin yeri neresidir? Varlıklarını neye dayandırılıyorsunuz? Var olduklarını nasıl bilebiliriz? Matematiksel nesneler doğada (fiziksel dünyada) mevcut mudur? Yoksa matematiksel nesneler fiziksel olmayıp zihinsel kavramlar mıdır?
- Doğada mevcut olduğunu düşünüyorsanız, örnek verebilir misiniz? Doğada reel/gerçek sayı sistemini görebiliyor muyuz? Pi sayısını veya Fibonacci dizisini nerede bulabiliriz?

3. Eski Yunanlar altın dikdörtgenin özellikle uyum ve estetik açıdan hoşagiden oranlarının olduğuna inanmışlardır. Altın dikdörtgen tarihi dönemlerden başlayıp modern çağlarda da mimari ve resimde kullanıldığını biliyoruz. Bu dikdörtgen, diğerlerinin yanı sıra doğada da deniz kabuklarının ve çam kozalağının yapısında karşımıza çıkıyor. Matematik ve doğa arasında keşfedilen ilişkileri siz nasıl açıklar/yorumlarsınız?

2. Oturum/Epistemoloji

1. Matematiğin konusu/içeriği nedir? Matematik ne hakkındadır? Matematiksel bilgiyi nasıl inşa ederiz, bilgiye nasıl ulaşırız?

- Deneme-yanılma yoluyla mı? Tecrübeyle mi? Tecrübeden bağımsız mı? Nasıl?

- (Öğretmen matematiksel nesneleri zihinsel kavramlar olarak düşünüyorsa eğer) Matematiksel nesneleri zihinsel kavramlar olarak düşünüyorsanız, bu kavramları nasıl oluştururuz?
- Matematiksel bilginin inşası sürecinde sezginin rolü nedir?
- Sezgisel olarak öngördüğümüz bir şeyi matematiksel olarak nasıl açıklarız ya da açıklamaya çalışırız?

2. Matematikte neleri biliriz ve bildiğimizi nasıl biliriz? Kendi deneyimlerinizden yola çıkarak bunu nasıl açıklarsınız?

- Matematikte doğru olan nedir?
- Matematiksel bilginin doğruluğuna ya da yanlışlığına nasıl karar veririz? Matematikte doğrunun ölçütü nedir?
- Sizce matematikte neden evrensele yakın bir uzlaşma söz konusudur?

3. Matematik ispatlar içeren bir alan. Matematikte ispatın rolünü nasıl açıklarsınız? İspatın dışında başka hangi etkinlikler rol almaktadır? (sanı/varsayım, teorem, aksiyom, örnek, karşıörnek, tanım vesaire).

- Aksiyomlar, fiziksel olarak gösterilebilen gerçekler midir, mantıksal doğrular mıdır ya da problem çözmede kullanılan kurallar mıdır?
- Matematik tarihinde aksiyomlara bağlı olarak yaşanan krizler?
- Matematik ve mantık arasındaki etkileşim?

4. Matematikte bağlam değiştiğinde (örneğin üç boyutta çalışmaya kıyasla iki boyutta çalışmak ya da Öklid geometrisinde çalışmak yerine küre geometrisinde çalışmak gibi) matematiksel sonuçlar nasıl etkilenir? Matematikte bağlamın önemini nasıl açıklarsınız?

5. Mevcut matematiksel bilgimizin değişebileceğini düşünüyor musunuz?

- Cevap evetse: Değişeceğine olan inancınızın kaynağı sizce nedir? Bu değişimin ne türden bir değişim olacağını düşünüyorsunuz? Böylesi bir değişimin sebepleri sizce neler olabilir?
- Cevap hayırsa: Değişmeyeceğine olan inancınızın kaynağı sizce nedir? Matematiği değişmez, kesin kılan şey nedir?

6. Matematik tarihinde bunalımların yaşandığı dönemler olmuştur. Kök 2 meselesi, Öklid-dışı geometriler, Russell paradoksu vesaire. Matematikte bunalımların yaşanmasını, var olan bilgilerle açıklanamayan, ispatlanamayan ya da çürütülemeyen durumların olmasını nasıl yorumlarsınız?

7. Pür matematikteki bir gelişmenin yaşadığımız dünyada bir karşılığının olmasını, bir durumu/olayı açıklayabilmesini, kendine bir uygulama alanı bulmasını nasıl yorumlarsınız?

8. Başka bir gezegende matematik yapabilen canlılar olduğunu varsayalım, uzaylılar gibi... Bu gezegendeki matematik ile bizim dünyamızdaki matematiğin benzer ve farklı yönleri nasıl olurdu?

9. Matematiğin, kendine hayat bulduğu, matematiksel düşüncelerin şekillendiği o ilk ana, o zamana gittiğinizi hayal edin. Her şey sayma ile başladı ve sonrasında aldı başını gitti. Matematiğin dünden bugüne tarihi gelişimini nasıl açıklarsınız? Matematiksel bilginin gelişim rotasını neyin etkilediğini düşünüyorsunuz?

3. Oturum/Aksiyoloji

1. Siz matematiği –size göre- en iyi nasıl öğreniyorsunuz? Bireysel mi? Arkadaşlarınızla birlikte çalıştığınızda mı?

- Sizce birey, toplum ve kültür matematiğin gelişimini nasıl etkilemiştir?
- Matematik bireysel bir etkinlik midir yoksa sosyal mi?

2. Matematik neden gereklidir? Bir öğretmen olarak bu soruyu nasıl cevaplarsınız?

- Bir matematikçi, bir fizikçi ya da bir mühendis, bir öğrenci, bir öğretmen, bir çiftçi, bir ekonomist, bir istatistikçi özetle toplumdaki herhangi biri matematiği neden gerekli bulur ya da bulmaz? Düşüncelerinizi açıklayınız.
- Öğrencilerinize matematik hakkında ne öğretmeye çabalarsınız ve bu öğrettiğinizi neden gerekli bularak öğretirsiniz?

3. Matematik yapma sürecini sınıfınızda nasıl yürütüyorsunuz? En genel haliyle bir dersiniz nasıl geçer?

4. Meşhur matematikçi Henri Poincare şöyle demiştir: “Öklid geometrisi doğru mudur?’ sorusunu neden düşünelim? Bunun hiçbir anlamı yok ki. Ayrıca... Kartezyen koordinatların doğru ve kutupsal koordinatların yanlış olup olmadığını sorabiliriz. Bir geometri diğerinden daha doğru olamaz ama daha kullanışlı olabilir.” Poincare’in bu açıklamasını siz nasıl yorumlarsınız?

5. Öklid-dışı geometrilerin keşfi gerçeğe ve aksiyomatik yönleme yönelik tutumları nasıl değiştirmiştir?

6. Bir matematik sorusunun birden farklı çözüm yolunun olması ya da bir teoremin pek çok farklı yolla ispat edilmesi bize matematik hakkında ne söyler?

7. Matematik tarihinde bazı ispat yöntemlerinin ya da ispatların beğenilmediği, benimsenmediği olmuştur. Örneğin, oluşturma ekol olmayı ergi yöntemi ile yapılan ispatları matematiksel açıdan kusurlu bulmaktadır. Dört renk probleminin bilgisayar ile yapılan ispatı dönemin matematikçileri tarafından benimsenmemiş, beğenilmemiştir. Diğer bir taraftan problemin başka bir ispatı da bulunmamıştır. İspata getirilen bu tür eleştiriler hakkında ne düşünüyorsunuz?



EK 4 Gözlem Formu

Gözlem Maddeleri	Açıklamalar/Notlar
Öğretmen derste işleyeceği konuyu matematiğin diğer konularıyla, günlük hayattan örneklerle, diğer derslerle ilişkilendiriyor mu?	
Öğretmen ders sırasında öğrenci çözümlerine, fikirlerine ne sıklıkla yer veriyor?	
Öğrencilerden gelen soruları, önerileri nasıl karşılıyor?	
Öğrenci önerileri ya da soruları dersin akışına yön veriyor mu? Bu sorular ve öneriler derste nasıl kullanılıyor?	
Öğretmen kısa cevaplı (evet/hayır) sorular mı soruyor yoksa öğrencilerin düşünce süreçlerini ortaya çıkaracak sorular mı?	
Öğretmen evet/hayır sorularını ne sıklıkla kullanıyor?	
Sınıfta öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğrenci iletişimi nasıl? Öğrenci fikirlerinin sınıfça tartışıldığı ortam oluşturuluyor mu?	
Öğretmen öğrencileri farklı çözüm yolları aramaları konusunda teşvik ediyor mu? Ne sıklıkla?	
Öğretmenin öğrenci cevapları/çözümlerine karşı tutumu nasıl? Sonuç odaklı mı, süreç odaklı mı?	
Hatalı ya da eksik cevaplar öğretmen tarafından nasıl karşılanıyor?	
Öğretmen öğrenci cevaplarının gerekçelendirilmesini istiyor mu? Öğrencilerin	

gerekçeleri ne türden gerekçeler (daha önceden gerekçelendirilmiş bir konunun/durumun sonucu olarak ortaya çıkan, tanımlar üzerine inşa edilen, “bence böyle” gibi öznel söylemlere dayandırılan gibi)? Öğretmen öğrencilerin bu yöndeki açıklamalarını nasıl karşılıyor?	
Öğretmen konuyu somutlaştırmak için materyal kullanıyor mu? Kullanıyorsa soyut düşünceye geçişi nasıl sağlıyor?	
Öğretmen ders sırasında “formülü yerine koyup yazıyoruz” tarzında kural odaklı söylemlere yer veriyor mu? Veriyorsa bunu ne sıklıkla yapıyor?	

EK 5 Demografik Bilgi Formu

Adı-Soyadı:

Cinsiyet:

Mezuniyet Düzeyi: ☐ Lisans

☐ Yüksek Lisans

☐ Doktora

Mesleki Deneyim:

Görev Yaptığınız Okul:

