



**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
ROBLEM SAPTAMA BECERİLERİ: MATEMATİKSEL
HATA VE KAVRAM YANILGILARI AÇISINDAN
BİR İNCELEME**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Yonca KARAKUŞ

Danışman

Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ

ANABİLİM DALI

Temmuz 2023

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN PROBLEM
SAPTAMA BECERİLERİ: MATEMATİKSEL HATA VE KAVRAM
YANILGILARI AÇISINDAN BİR İNCELEME**

Yonca KARAKUŞ

Danışman
Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

Temmuz 2023

TEZ ONAY SAYFASI

Yonca KARAKUŞ tarafından hazırlanan “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Problem Saptama Becerileri: Matematiksel Hata ve Kavram Yanılgıları Açısından Bir İnceleme” adlı tez çalışması lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 18/07/2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

Başkan : Doç. Dr. Yusuf KOÇ
Kocaeli Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

Üye : Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ
Afyon Kocatepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Ertürk GEÇİCİ
Afyon Kocatepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun
..... /..... /..... tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

.....
Prof. Dr. İbrahim EROL Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI
Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

18/07/2023

Yonca KARAKUŞ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN PROBLEM SAPTAMA BECERİLERİ: MATEMATİKSEL HATA VE KAVRAM YANILGILARI AÇISINDAN BİR İNCELEME

Yonca KARAKUŞ

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin hatalı bir öğrenci cevabının kök nedenine ilişkin problem saptama becerilerini incelemektir. Bu doğrultuda nitel yaklaşıma dayalı durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırma için Türkiye'nin farklı bölgelerinde çalışan farklı mesleki tecrübeye sahip 20 ortaokul matematik öğretmeni ile görüşülmüştür. Öğretmenlere kesir ve küme konuları ile ilgili açık uçlu sorular yöneltilerek öğretmenlerin bu kavramları nasıl tanımladıkları ve hata ve kavram yanılgıları içeren soru senaryosu yöneltilerek senaryoda yer alan öğrenci düşünme biçimini nasıl açıkladıkları, öğrenci cevabını bir kavram yanılgısı olarak ifade edip edemedikleri, bu kavram yanılgısına kaynaklık eden (epistemolojik, pedagojik ve psikolojik) nedenleri bir problem saptayıcı olarak nasıl ifade ettiklerini belirlemek amaçlanmıştır. Veriler içerik analizi ile çözümlenmiştir. Bulguların sunumunda öğretmenlerden alıntılar yapılmış ve betimsel istatistiklerden de yararlanılmıştır. Araştırmanın kesir konusu hakkındaki bulguları öğretmenlerin kesirlerin bölme, oran, ölçüm ve işlemci anlamlarının parça-bütün anlamı kadar farkında olmadıklarını göstermiştir. Yine öğretmenlerin kesir sorusu ile alakalı öğrenci düşünme biçimini açıklamakta ve bu düşünme biçimini bir kavram yanılgısı olarak ifade etmekte zorlandıkları görülmüştür. Bulgular ayrıca bazı öğretmenlerin kesir konusu ile alakalı hatalı öğrenci cevabını doğru olarak kabul ettikleri ve dolayısıyla öğrenci cevabındaki problemi saptayamadıklarını ortaya koymaktadır. Araştırmanın küme konusu hakkındaki

bulguları öğretmenlerin küme kavramını tanımlarken ortak özellikte olan elemanlar üzerinden tanımlama yaptıklarını ve yine ortak özellikteki elemanlardan oluşan küme örnekleri kullandıklarını göstermektedir. Küme konusu ile ilgili kavram yanlışlığı içeren öğrenci cevabında öğrenci düşünme biçimini açıklamakta ve problem durumunu saptayabilmekte zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Öğretmenlerin bir problem saptayıcı rolü üstlendikleri halde bir kısmının hem kesir hem de küme konusunda öğrencilerdeki gibi benzer kavram yanlışlarına sahip olmaları alan bilgilerinin yeterli olmadığını da göstermiştir. Sonuç olarak, bu çalışma öğretmenlerin hatalı öğrenci cevaplarının kök nedenlerini uzman bir problem saptayıcı düzeyinde belirleyemediklerini, daha çok pratisyen bir yaklaşımla hata ve yanlışları ele aldıklarını göstermektedir. Bu durum karşılaşılan öğrenci zorluk, yanlış ve hataların ele alınması ve giderilmesi noktasında öğretmenlerin uzman bir perspektife sahip olunması konusunda yetkinliğine kavuşturulması gerektiğini ortaya koymaktadır.

2023, x + 83 sayfa

Anahtar Kelimeler: Problem saptama becerisi, Matematiksel hata, Matematiksel kavram yanlışlığı, Kesir, Küme.

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

PROBLEM IDENTIFICATION SKILLS OF SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS: AN INVESTIGATION IN TERMS OF MATHEMATICAL ERRORS AND MISCONCEPTIONS

Yonca KARAKUŞ

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics Education

Supervisor: Prof. Erhan BİNGÖLBALİ

The purpose of this study is to examine middle school mathematics teachers' problem identification skills regarding the root cause of an erroneous student answer. To this end, a case study design based on qualitative approach was used. For the study, 20 middle school mathematics teachers with different professional experiences working in different regions of Turkey were interviewed. Teachers were asked open-ended questions about fraction and set concepts in order to determine how they defined these concepts and how they explained the student's way of thinking in the scenario, whether they could express the student's answer as a misconception, and how they expressed the reasons (epistemological, pedagogical and psychological) that led to this misconception as a problem identifier. The data were analyzed by content analysis. Descriptive statistics as well as quotations from the teachers' responses were also used for presenting the finding. The findings of the study on the fraction part showed that teachers were not as aware of the division, ratio, measurement and operator meanings of fractions as the part-whole meaning. It was also observed that teachers had difficulty in explaining student thinking about the fraction question and expressing this way of thinking as a misconception. The findings also revealed that some teachers accepted the incorrect student answer as correct and therefore could not identify the problem in the student answer. The findings of the study on the set concept show that teachers defined the concept of set based on elements with common properties and used examples of sets consisting of elements with common

properties. It was revealed that they had difficulty in explaining the student's way of thinking and identifying the problem situation in student responses that contained misconceptions about the set concept. The fact that some of the teachers had similar misconceptions about both fractions and sets as the students, even though they assumed the role of a problem identifier, showed that their content knowledge was not sufficient. As a result, this study shows that the teachers were not able to identify the root causes of erroneous student responses at the level of an expert problem identifier, but rather addressed errors and misconceptions with a practitioner approach. This situation reveals that teachers should be competent in having an expert perspective in addressing and eliminating student difficulties, misconceptions and errors encountered.

2023, x + 83 pages

Keywords: Problem identification skill, Mathematical error, Mathematical misconception, Fraction, Set.

TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın konusu, tasarlanması ve diğer tüm aşamalarında büyük bir sabırla yönlendirmesi, sonuçların değerlendirilmesi ve yazımı aşamasında yapmış olduğu büyük katkıları ve mesleki anlamda aydınlanma yaşamama ve mesleki gelişimime katkılarından dolayı tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ 'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu araştırma boyunca bana inanan, kendisine eğitim imkânı sunulmadığı halde eğitimimiz için bizi sürekli destekleyen en değerlim, annem Yıldız KARAKUŞ'a, maddi ve manevi desteklerinden dolayı babam Selim KARAKUŞ'a, kardeşim SEMA KARAKUŞ, abim Tuncay KARAKUŞ'a her zaman yanımda oldukları ve desteklerini hep hissettirdikleri için sonsuz teşekkür ederim.

Araştırmamın görsel tasarımı konusunda benden desteklerini esirgemeyen ve yardımcı olan, çok değerli arkadaşım Sonay UĞURLU' ya ve sürekli pes etmememi söyleyen sevgili eşim Emre KOCABABA' ya ve destek olan tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Yonca KARAKUŞ
Afyonkarahisar 2023

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	vi
KISALTMALAR DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Araştırmanın Amacı.....	2
1.2 Araştırmanın Önemi	3
1.3 Araştırmanın Kapsamı ve Sınırlılıkları.....	4
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ	5
2.1 Kuramsal Arka Plan.....	5
2.1.1 Zorluk Nedir?	5
2.1.2 Hata Nedir?	6
2.1.3 Kavram Yanılgısı Nedir?	6
2.1.3.1 Kavram Yanılgısının Türleri Nelerdir?	7
2.1.3.2 Zorluklar ve Kavram Yanılgılarının Nedenleri	8
2.2 İlgili Araştırmalar	10
2.2.1 Öğrenciler Üzerinde Yapılan Kesir ve Küme Konusu Araştırmaları	10
2.2.2 Öğretmenler Üzerinde Yapılan Yanılgı, Kesir ve Küme Araştırmaları.....	13
2.2.3 Öğretmenlerin Problem Saptama Becerileri ile İlgili Çalışmalar	16
3. MATERYAL ve METOT	21
3.1 Araştırmanın Modeli.....	21
3.2 Çalışma Grubu	21
3.3 Veri Toplama Aracı	22
3.4 Verilerin Toplanması	26
3.5 Veri Analiz Çerçeveleri ve Veri Analizi.....	26
3.6 Geçerlik ve Güvenirlik.....	34
4. BULGULAR	36

4.1 Kesir Kavramına İlişkin Bulgular	36
4.1.1 Kesir Vaka Bulguları.....	37
4.1.1.1 Ahmet Öğretmen Durumu: Problemi Saptayamama	37
4.1.1.2 Gamze Öğretmen Durumu: Kısmi Uzman Problem Saptama.....	41
4.1.2 Kesir Kavramına İlişkin Toplu Bulgular.....	45
4.2 Küme Kavramına İlişkin Bulgular.....	51
4.2.1 Küme Vaka Bulguları	52
4.2.1.1 Aslı Öğretmen Durumu: Problemi Saptayamama.....	52
4.2.1.2 Gamze Öğretmen Durumu: Kısmi Uzman Problem Saptama.....	55
4.2.2 Küme Kavramına İlişkin Toplu Bulgular	60
5. TARTIŞMA ve SONUÇ	68
5.1 Kesir Sorusu ile Alakalı Bulgular Üzerine Tartışma	68
5.2 Küme Kavramı ile Alakalı Bulgular Üzerine Tartışma	70
6. KAYNAKLAR.....	74
ÖZGEÇMİŞ.....	80
EKLER	81

KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

Bİ	Belirsiz ifade
Dİ	Doğru ifade
DS	Doğru saptama
İ	İlişki
MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
N	Katılımcı sayısı
NO	Nesnelerden oluşur
ON	Ondalık gösterim
OÖ	Ortak özellik
P	Problem
S	Saptama
Yİ	Yanlış ifade
YS	Yanlış saptama
YÜZ	Yüzdelere

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 4.1 Ahmet öğretmenin kesir kavramına ilişkin problemi saptama durumu.	40
Şekil 4.2 Gamze öğretmenin kesir kavramına ilişkin problemi tespit durumu.	44
Şekil 4.3 Aslı öğretmenin küme kavramına ilişkin problemi saptama durumu.	55
Şekil 4.4 Gamze öğretmenin küme kavramına ilişkin problemi saptama durumu.	59



ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 3.1 Çalışmaya katılan öğretmenlerin demografik bilgileri	22
Çizelge 3.2 Veri toplama aracında yer alan kesir soruları.	24
Çizelge 3.3 Veri toplama aracında yer alan küme soruları.	25
Çizelge 3.4 Kesir Sorusuna Verilen Cevapların Analizi İçin Kullanılan Veri Analiz Çerçevesi.....	27
Çizelge 3.5 Kesrin farklı anlamları.	28
Çizelge 3.6 Öğretmenlerin öğrenci düşünme biçimini değerlendirebilme durumları.	30
Çizelge 3.7 Öğretmenlerin problem durumunu saptama durumları.	32
Çizelge 3.8 Küme sorusuna verilen cevapların analizi için kullanılan veri analiz çerçevesi.	33
Çizelge 4.1 Gamze öğretmenin kesir anlama ve öğrenci düşünme biçimini belirtme bilgisi.	43
Çizelge 4.2 Tüm öğretmenlerin kesir sorularına verdikleri cevapların kavramsal analiz tablosu.....	46
Çizelge 4.3 Aslı öğretmenin küme tanımına ve öğrenci düşünme biçimine ilişkin bilgisi.	53
Çizelge 4.4 Gamze öğretmenin küme tanımına ve öğrenci düşünme biçimine ilişkin bilgisi.	57
Çizelge 4.5 Öğretmenlerin küme sorularına verdikleri cevaplara ait toplu bulgular.....	61

1. GİRİŞ

Demirel (2012)'e göre kavram; kapsamı birim veya düşünce anlatılarak anlam kazandırılan soyut düşünceler olarak adlandırılır. Kavramların matematik öğretiminde önemli rolü vardır. Konuların birbiriyle ilişkili olduğu düşünüldüğünde kavramlar sistematik bir şekilde bu konuların sınıflandırılmasını sağlar. Baki ve Bell (1997)'e göre bireyler, yeni kavramları önceki ön bilgileri üzerine inşa ederek öğrenirler ve önceki konuyla ilgili sahip olunan kavrayışlar bu yeni kavramların öğrenilmesinde güçlükler veya zorluklara sebep olabilmektedir (akt. Gökkurt Özdemir vd. 2017).

Zorluklar ve güçlükler kendilerini öğrenci kavrayışları üzerinden görünür kılarlar. Bu kavrayışlar yaygın olarak kavram yanılgısı üzerinden açıklanır. İlgili literatüre dayalı olarak, Zembat (2008a s.2)'a göre kavram yanılgısı; “Uzmanların üzerinde hem fikir oldukları bir konuda, konudan uzakta kalan algı ya da öğrenci kavrayışı” olarak tanımlanmıştır. Kavram yanılgısıyla ilgili bir diğer tanım ise Smith, Disessa ve Roschelle (1993) tarafından, “sistematik bir şekilde hata üreten öğrenci kavrayışı” olarak ifade edilmiştir.

Zorluk, güçlük, kavram yanılgısı ve hata öğrenme ve öğretme sürecinde esasında hem öğrenci hem de öğretmen için bir problem durumudur. Bu durum öğrenci için aşılması ve öğretmenin için ise anlaşılması, anlamlandırılması ve öğrenciyle birlikte giderilmesi gereken bir problem durumudur. Problem ve problem çözme literatürüne bakıldığında, problem veya problem durumu ile ilgili farklı tanımlamaların yapıldığı görülmektedir. Örneğin, Dewey'e göre problem, “insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey olarak tanımlanır.” (Gelbal 1991: 167, akt. Güçlü 2003). Problem yine genel olarak birey için güçlük oluşturan, çözüm için strateji gerektiren ve bireyde çözüme isteği uyandıran bir durum olarak da nitelendirilebilir.

Problem gibi problem çözme için de farklı tanımlamalar yapılmıştır (Polya 1957; Schoenfeld 1989). Bütün problem çözme tanımlarının ve süreçlerinin başında problemin belirlenmesi, anlaşılması ve anlamlandırılması yatmaktadır. Problemi anlama ve anlamlandırma sadece matematik problemleri için değil, bilimsel çalışmaların yapıldığı tüm disiplinlerdeki çalışma alanları için ilk adımdır.

İlgili literatüre bakıldığında, bir problem durumu olarak doğrudan ifade edilmese de kavram ve kavram yanılması ekseninde birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmanın içeriğiyle bağlantılı olarak, örneğin, kesir konusu öğrenci kavram yanılgıları ve öğretmen bilgisi açısından çalışmalara konu edilmiştir (Pesen 2007, Kocaoğlu ve Yenilmez 2010, Gürel ve Okur 2016, Işık vd. 2012, Soylu ve Soylu 2008, Karaağaç ve Köse 2015). Benzer şekilde kümeler konusu da öğrenci ve öğretmen kavrayışları açısından araştırmalara konu edilmiştir (Demir 2012, Yazıcı vd. 2020).

Öğretmenlerin, öğrencilerin yaptıkları hataları fark etmeleri ve bu hataya sebep olan kavram yanılgılarının farkında olmaları ve var olan problem durumunu gidermeleri önemlidir. Bu kavram yanılgıların giderilmesi de yanılgıların altında yatan sebeplerin anlaşılacak doğru şekilde çözüm üretebilmekle mümkündür. Ancak ilgili literatüre bakıldığında, matematik öğretmenlerin karşılaştıkları problem durumlarını (ör. hatalı bir öğrenci cevabı) nasıl algıladıkları, altında yatan nedenler hakkında ne düşündükleri ve problem durumlarını nasıl gidermeye çalıştıkları hakkında bütüncül çalışmaların yapılmadığı görülmektedir. Öğretmenlerin bir uzman gibi öğrenci hatalarını kök nedenleriyle birlikte bir problem durumu olarak görmesi, problem durumunu saptaması, problemi çözmesi için önemli olup, öğretmenlerin bilgilerinin bu açıdan incelenmesi önem arz etmektedir. Bu çalışmada bu açıdan atılmış bir adım olup, karşılaşılan bir hata özelinde öğretmenlerin hatanın arka planında yer alan kavram yanılması ve sebeplerini irdeleyerek, ilgili problem durumunu saptayıp saptamadığını incelemeyi amaçlamaktadır.

1.1 Araştırmanın Amacı

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin bir problem saptayıcı olarak hata ve kavram yanılgılarının farkında olup olmadıkları, bu yanılgıların türünü ve nedenlerini görebilme ve özellikle bu yanılgıların altında yatan sebepleri anlayabilmeleri konusunda bilgi sahibi olup olmadıkları incelenmeye çalışılmıştır. Bu çerçevede aşağıdaki araştırma sorularının cevaplanması amaçlanmaktadır:

Ana Soru: Ortaokul matematik öğretmenlerinin hata ve kavram yanılması özelinde karşılaştıkları problem durumunu saptama (belirleme) düzeyleri nasıldır?

Alt soru 1: Ortaokul matematik öğretmenleri matematiksel hataların ortaya çıkmasına yol açan kavram yanlışlarını belirleme durumları nasıldır?

Alt soru 2: Ortaokul matematik öğretmenleri hata ve yanlışların oluşmasına yol açan temel nedenleri (psikolojik, pedagojik ve epistemolojik) belirleme durumları nasıldır?

1.2 Araştırmanın Önemi

Araştırma konusuyla ilgili literatür incelendiğinde kavram yanlışları konusunda birçok araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Ancak bu çalışmaların birçoğu kavram yanlışısı yaşandığı bilinen (kesirler, üslü ifadeler, köklü sayılar vb.) konularda yapılan ve daha çok öğrencilerin bu konularda hangi kavram yanlışlarına sahip olduğu, hangi hataları yaptıkları üzerinde odaklanmaktadır (Akkaya ve Durmuş 2006; Bilgin ve Akbayır 2002; Küçük ve Demir 2009; Pesen 2007 2008; Şandır vd. 2007). Yine literatüre baktığımızda öğretmen adaylarının (Akbayır 2004; Moralı, Köroğlu ve Çelik 2004) matematik konularında sahip oldukları kavram yanlışlarının incelenmesine yönelik çalışmaların da yapıldığı görülmektedir.

Öğretmenlerin hata ve kavram yanlışlarının farkında olup olmadıklarını inceleyen sınırlı sayıda çalışmayla rastlanılmıştır (Güneş vd. 2010). Bu amaçla çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin bir problem saptayıcı (belirleyici) olarak “hata ve kavram yanlışlarının farkında olup olmadıkları, bu yanlışların türünü ve nedenlerini görebilme ve özellikle bu yanlışların altında yatan sebepleri anlayabilme” konusunda bilgi sahibi olup olmadıklarının derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçla yapılan bu çalışma ile hem öğretmenlere hem de öğretmen adaylarına hata ve kavram yanlışları konusunda sunulacak mesleki gelişim programlarının içeriklerini hazırlama konusunda politika yapıcılara ve eğitimcilere farkındalık sağlanabilecektir.

Sıkça karşımıza çıkan bir söylem olan “Eğer bir konuyu iyi bir şekilde öğretmek istiyorsan, o konuyu en az öğrencilerin kadar iyi anlamalısın. Matematiği iyi öğretebilmek için matematiğin nasıl yanlış anlaşılabilirliğini en az öğrencilerin yanlış anlayabileceği kadar bilmelisin.” cümlesi bize matematik kavramlarının öğretiminde öğrencinin kavrayışı kadar öğretmenin kendi kavrayışının da ne kadar önemli olduğunu

göstermektedir. Bu nedenle matematiksel hataları ve bunların arkasında yatan kavram yanlışlarını belirleyecek ve onları gidecek olan kişiler öğretmenler olup, bu konuda kendilerine büyük sorumluluklar düşmektedir. Bu çalışma dolayısıyla ortaokul matematik öğretmenlerinin bir problem saptayıcı olarak öğrenci hata ve kavram yanlışları fark etmelerini ve bu yanlışların arka planında var olan öğrenci düşünme biçimini açıklayabilmelerini ve problemi gideren çözüm önerileri sunabilmelerini inceleme açısından da önemlidir.

1.3 Araştırmanın Kapsamı ve Sınırlılıkları

Ortaokul matematik öğretmenlerinin problem saptama becerileri açık uçlu kesir ve küme soruları ve soru senaryoları üzerinden belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerin problem saptama durumları dolayısıyla bu iki kavramla ilgili ve senaryoları da içeren sorulardan elde edilen bulgular ve onlardan yapılan çıkarımlarla sınırlıdır. Çalışma farklı mesleki tecrübeye sahip ve çeşitli şehirlerde çalışan 20 öğretmenle yürütülmüştür. Araştırmacı ile aynı şehirde bulunmamasından kaynaklı olarak bazı öğretmenler ile görüşmeler Zoom uygulaması üzerinden gerçekleştirilmiş olup, bu durum çalışmanın bir sınırlılığıdır.

2. LİTERATÜR BİLGİLERİ

2.1 Kuramsal Arka Plan

Bu kısımda çalışma ilgili literatür ayrıntılı olarak sunulacak ve çalışmanın kuramsal çerçevesi verilecektir. Literatür taraması iki alt bölümden oluşmaktadır. Birinci alt bölümde çalışmanın kuramsal arka planını sunabilmek amacıyla zorluk, hata ve kavram yanılgıları kavramları ile bunların oluşma nedenlerine ilişkin kavramsal bilgilere yer verilecektir. Bu kavramların daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla da kesir ve küme konularından açıklayıcı örnekler sunulacaktır. İkinci alt bölümde ise öğretmenlerin hata ve kavram yanılgıları özelinde problem saptama becerileri ile ilgili literatürde yapılan çalışmalara yer verilecektir.

2.1.1 Zorluk Nedir?

Matematik dersi genellikle öğrenciler için öğrenilmesi güç bir ders olarak algılanmaktadır. Bingölbalı ve Özmantar (2009)'a göre öğrencilerin matematik öğreniminde yaşadıkları güçlükleri genel anlamda ifade etmemize yarayan kavram zorluk kavramıdır. Zorluk tüm güçlükleri içeren bir kavram olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin sıklıkla yaptığı hatalar ve kavram yanılgılarını da zorluk kavramının içerisinde düşünebiliriz. Matematiğin sarmal bir yapıda olması bir konuda yaşanan güçlüklerin bir sonraki konulara da yansımaya neden olabilmektedir. Soylu ve Soylu (2005), kesir problemleri ve kesirlerle işlemler konusunda öğrencilerin güçlük yaşadıklarını ve kesirlerin pay ve paydalarının ayrı ayrı düşünülerek işlem yapıldığını belirtmişlerdir. Demir (2012), öğretmenlerin küme kavramını anlatırken çoğunlukla ortak özellik ve topluluktan oluşan küme örneklerini vermelerinin öğrencilerde yanlış algılamalar oluşturduğunu ifade etmiştir. Yetkin (2003)'e göre öğretmenlerin, öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin farkında olmaları, öğrencilerde anlamlı öğrenmenin sağlanması için gerekli ve önemlidir.

2.1.2 Hata Nedir?

Önal ve Aydın (2018, s.3)'ın yaptığı literatür taramasına göre, hatalar “kavram yanlışlarının yanı sıra dikkatsizlik, anlık bir kalem kayması, sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması, matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim, anlama ve bilgi eksikliği, verilen cevabı kontrol etmede farkındalık eksikliği, yetersizlik gibi birçok nedenden kaynaklanabilmektedir” (Cockburn 2005, Burns 2007, Ryan ve Williams 2007, Hansen 2014). Kavram yanlışlığı ile ilişkili olarak, hata kavramı, kavram yanlışlığının bir sonucu yani ürün olarak ele alınmaktadır. Smith, Disessa ve Roschelle (1992, s.119) kavram yanlışlığını hata ile ilişkili olarak tanımlamış ve hata üzerinden kavram yanlışlığını “sistematiik bir şekilde hata üreten algı biçimi” olarak ifade etmiştir (akt. Bingölbalı ve Özmantar 2009). Bu çalışmada da hata kavramı bu doğrultuda ele alınmaktadır.

2.1.3 Kavram Yanlışlığı Nedir?

Bingölbalı ve Özmantar (2009) kavram yanlışlığını zorluk kapsamında ele almakta ve özel bir zorluk çeşidi olarak görmektedirler. Zembat (2008)'ın yaptığı incelemeye göre, alan yazında kavram yanlışlığını ifade etmek amacıyla, “ön kavrayış”, “alternatif kavrayış”, “olgunlaşmamış kavrayış” terimleri kullanılmıştır. Bu terimler kavram yanlışlığının kavramın tanımından bir ayrışma ve sapma anlamında kullanıldığını ortaya koymaktadır. Bundan dolayı da kavram yanlışlığı “bir konuda uzmanların hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış” olarak tanımlamaktadır” (Zembat 2008, s.2). Burada uzmanların üzerinde hemfikir oldukları görüşten kasıt ilgili kavramın bilimsel veya ders kitabı tanımı olup, öğrencinin kavrayışının bununla örtüşmemesidir. Öğrenci sahip olduğu bu kavrayış ile karşılaşılan sorularda hata yapmaktadır. Bu durum da yukarıda hata ile ilgili verilen tanımdan da görüleceği üzere, kavram yanlışlığının “sistematiik bir şekilde hata üreten algı biçimi” olarak ifade edilmesine yol açmıştır (Smith, Disessa ve Roschelle 1992, s.119, akt. Bingölbalı ve Özmantar 2009). Başka bir ifadeyle, bir hata sürekli yapıyorsa, bunun arkasında bir kavrayış yani kavram yanlışlığı olduğu gerçeği yatmaktadır. Dolayısıyla kavram yanlışlığı bir sebep, hata ise bir ürün veya sonuç olarak görülmektedir.

Kavram yanlışlarına örnekler vermek gerekirse; Gür (2009); öğrencilerin küme kavramının tanımı konusunda “kümeyi oluşturan elamanların sayısının kişiden kişiye göre değişebileceği” ve boş kümeyi tanımlarken “bir eleman yoksa küme de oluşmaz” şeklinde yanlışlara sahip olduklarını ifade etmiştir. Bu kavrayışların neticesinde, örneğin öğrencinin boş kümeyi küme olarak görmemesi veya kabul etmemesi bir hata olarak nitelendirilir. Kesir konusu da yine öğrencilerin yaygın kavram yanlışlığı yaşadıkları ve bunun neticesinde de hata yaptıkları konuların başında gelmektedir (bkz. Biber, Tuna ve Aktaş 2013). Örneğin, “15/13; 9/7; 5/3” kesirlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanması talep edildiğinde, bazı öğrenciler “payı büyük olan kesir daha büyüktür” kavram yanlışlığına sahip olduklarından, sıralamayı soruda sunulduğu sırada büyükten küçüğe doğru yaparak hata yapmaktadırlar.

2.1.3.1 Kavram Yanlışlığının Türleri Nelerdir?

Graeber ve Johnson (1991), kavram yanlışlarını aşırı özelleme, aşırı genelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılama şeklinde dört farklı kategoride ele almışlardır (akt. Zembat 2013). Ancak literatürde kavram yanlışları daha çok “aşırı özelleme” ve “aşırı genelleme” şeklinde karşımıza çıkmaktadır (Bingölbalı ve Özmantar 2009). Bu nedenle kavram yanlışlığının türleri bu kısımda aşırı özelleme ve aşırı genelleme şeklinde ele alınıp, kesir ve küme konularında sık karşılaşılan kavram yanlışlığı örnekleriyle bu kavramlar örneklendirilecektir

Aşırı Özelleme

İlgili literatüre dayalı olarak, Bingölbalı ve Özmantar (2009, s.9)’a göre aşırı özelleme “bir kuralın, prensibin veya kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi ve kullanılmasıdır”. Aşırı özelleme için, sadece aynı paydaya sahip kesirlerde kesirlerle işlemlerin yapıldığının düşünülmesi örnek olarak verilebilir. Örneğin; Zembat (2013)’a göre bu kavrayışın sahibi bir öğrenci “ $(2/3) \times (1/6)$ işlemini ancak $(4/6) \times (1/6) = (4/36)$ ” şeklinde bir işlemle/prosedürle yapılabileceğini düşünür. Kesirlerin yalnızca pay ve payda formatında gösterilmesi gerektiği algısı 2 sayısının kesir olarak kabul edilmemesi de aşırı özellemeye örnek gösterilebilir. Küme konusu özelinde ise; öğrencilerde var olan

“küme benzer nesnelerin koleksiyonudur.” şeklindeki kavram yanılgısı örnek verilebilir (Gür 2009).

Aşırı Genelleme

Graeber ve Johnson (1991)’nın çalışmasına dayalı olarak, Zembat’a (2008b, s.43) göre aşırı genelleme “belli bir sınıfa ait kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılması” olarak tanımlanmaktadır. Aşırı genelleme, dolayısıyla belirli bir kümede geçerli bir kuralın veya prensibin o kümenin dışında da geçerli olduğunun düşünülmesi ve bu düşüncenin (yanılgının) öğrenciye hata yaptırmasını kapsamaktadır (Graeber ve Johnson 1991, akt. Zembat 2008b s.43). Bu tür kavram yanılgısına sahip bir öğrenci doğal sayılar için geçerli olan “çarpma işleminin sonucu çarpan ve çarpılandan büyüktür” özelliğini devirli ondalık gösterime sahip olan sayılar için aşırı genelleyerek “devirli ondalık gösterime sahip iki sayının çarpımı çarpan ve çarpılandan büyüktür” düşüncesinde olabilmektedir (Bingölbalı ve Özmantar 2009). Kesir konusu özelinde, örneğin, öğrencinin $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ toplama işlemini yaparken, paydaları kendi arasında toplayıp paydaya, payları da kendi arasında toplayıp paya yazarak, $\frac{2}{6}$ sonucunu bulması bir hata olup, bu hata doğal sayılarda geçerli olan kuralın (iki sayı doğrudan toplanır) aşırı genellenerek uygulanması neticesinde ortaya çıkmaktadır. Küme konusu özelinde ise, Doğal Sayılar ve Rasyonel Sayılar kümeleri sayılabilir sonsuz kümeler oldukları için Reel Sayılar kümesinin de sayılabilir sonsuz küme olduğunun düşünülmesi aşırı genellemeye örnektir.

2.1.3.2 Zorluklar ve Kavram Yanılgılarının Nedenleri

Bingölbalı ve Özmantar (2009), ilgili alan yazına dayalı olarak, öğrencilerin yaşadıkları zorluk ve kavram yanılgılarının nedenlerini epistemolojik, psikolojik ve pedagojik olmak üzere üç başlık altında toplamışlardır. Epistemolojik nedenler kavramın kendi doğasından kaynaklanan ve kavramın kendisinin içerisinde yer alan bilgi parçasının yol açtığı nedenlerdir. Epistemolojik nedenlerin iki temel özelliği vardır: “(i) Epistemolojik engeller kaçınılmazdır ve öğrenilecek bilginin temel bir parçasını oluşturmaktadır, (ii) bu engeller, en azından bir kısmı, ilgili kavramın tarihsel gelişiminde de karşılaşırlar” (Cornu

1991, akt. Bingölbalı ve Özmantar 2009, s.11). Örneğin, irrasyonel sayıların kabulü ile ilgili matematik tarihinde karşılaşılan zorluklar ve daha özel olarak π sayısının sonsuz olarak nitelendirilmesi (Mamolo 2007) ve anlamlandırılmasında yaşanan güçlükler epistemolojik nedenlere örnek olarak gösterilebilir. Burada π sayısının sonsuz basamaklı bir sayı olması, öğrencileri bu sayının gerçek sayı doğrusunda bir noktaya karşılık gelmeyeceği şeklinde bir hataya sevk etmiştir. Öğrencileri hataya sevk eden bu durum sayının dolayısıyla kendi doğasında var olan engelle ilişkilidir.

Psikolojik nedenler ise öğrenciden kaynaklı nedenlerdir ve öğrencinin ön bilgileri, hazırbulunuşluk düzeyi, öğrencinin kişisel gelişimi gibi bilişsel ve duyuşsal özelliklerle vb. ilişkilidir. Bingölbalı ve Özmantar (2009), psikolojik nedenlerin öğrencinin doğasından kaynaklandığını ve öğrencilerin kendi algı filtresinden geçen bilginin bazen kavram yanılgısı üretebileceğini ifade etmişlerdir. Psikolojik nedenlere örnek verecek olursak; öğrencilerin kesirlerle toplama ya da çıkarma işlemlerini yaparken payda eşitlemeleri şeklinde oluşturduğu ön bilgiler öğrencilerde çarpma işleminde de aynı şekilde paydalar eşitlenmelidir şeklinde bir yanılgı oluşturabilir.

Pedagojik nedenler ise kavram yanılgılarının daha çok öğretmen ve öğretme şekli boyutuyla ilgili nedenlerdir. Yani öğretmenin kavramı ele alış şekli, kullandığı yöntem ve teknikler, kavram anlatımında kullandığı metafor ve analogiler, konuların ders kitaplarında ele alınış şekli ve sırası pedagojik nedenler kapsamında değerlendirilebilir (Bingölbalı ve Özmantar, 2009). Küme konusuyla ilgili bir örnek verecek olursak öğretmenlerin konunun tanıtılmasında küme kavramını grup kavramıyla ilişkilendirerek anlatmaları ya da topluluk kavramı üzerinden sunmaları öğrencilerde küme oluşması için küme elemanlarının birbiriyle ilişkili olması şeklinde bir yanılgıya yol açabilir.

Bir zorluğun, yanılgının ve hatanın oluşmasında yukarıda sunulan her bir neden kendi başına sebep olabileceği gibi, hepsi birlikte de rol oynayabilir. Dolayısıyla hata, yanılgı ve zorlukların ortaya çıkmasına kaynaklık eden nedenler içe içe geçmiş bir şekilde olabilmektedir.

2.2 İlgili Araştırmalar

İlgili araştırmalar, öğrenci kesir ve küme konusu araştırmaları, öğretmen kesir ve küme konusu araştırmaları ve öğretmen problem saptama becerisi olmak üzere üç kısımda sırasıyla sunulacaktır.

2.2.1 Öğrenciler Üzerinde Yapılan Kesir ve Küme Konusu Araştırmaları

İlgili literatür incelendiğinde kesir konusu ile ilgili kavram yanlışlarının araştırmalara konu edildiği görülmüştür. Gürel ve Okur (2016); 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda sahip oldukları kavram yanlışları üzerine yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin kesirler konusunda en çok parça-bütün ilişkisini anlamlandırma konusunda kavram yanlışısına sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. 5. sınıf öğrencilerinin kesir problemleri hakkındaki kavram yanlışlarının incelendiği bir başka çalışmada ise öğrencilerin kesirlerle ilgili, “bir bütünün verilen bir kesir kadarının bulunmasında ve belli kesir kadarı bilinen çokluğun tamamının bulunmasında genellikle pay ve paydayı birbirinin yerine kullanarak yanlışla düştükleri görülmüştür” (Kocaoğlu ve Yenilmez 2010, s.84).

Pesen (2007) tarafından yapılan bir çalışmada; 3. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda, kesir gösterimi için kullanılan sembollerden ve kesirlerin okunuşu olan sözlü ifadelerden modele geçişte, bir bütünü eş parçalara ayırma ve kesirlerin okunuşları konusunda öğrencilerin ortak yanlışla sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Soylu ve Soylu (2008) ise 5. sınıf öğrencileri ile yürüttükleri araştırmalarında öğrencilerin kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma ve problemler konusunda öğrenme güçlüklerine sahip olduklarını ve kesrin pay ile paydasını ayrı düşündüklerini, kesir konusu ile alakalı önceden öğrendikleri kuralları sonraki kurallara uyguladıkları bulgusuna ulaşmışlardır. Başka bir çalışmada ise öğrencilerin referans aldıkları bütüne göre kesir ifadesindeki sayısal değerin değişebileceği şeklinde bir kavram yanlışısına sahip oldukları belirlenmiştir (Karaağaç ve Köse 2015).

Önal ve Yorulmaz (2017); dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hataları belirleyebilmek amacıyla İstanbul’da bir ilkokulda öğrenim gören 143 öğrenci üzerinde bir çalışma yürütmüşlerdir. Verilerin toplanmasında öğrencilerin defterleri ve çalışma yaprakları kullanılmıştır. Araştırmacılar tarafından hazırlanan kontrol listesi yardımıyla veriler analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin kesirlerde sıralama yaparken kesirleri doğal sayı gibi düşünerek sıralama yaptıkları, toplama işlemi yaparken aynı kesir içinde pay ve paydayı toplayarak, pay ile payda kavramlarını karıştırdıkları veya pay ile payı toplamak yerine bazen pay ile paydayı topladıkları bulgularına ulaşılmıştır. Öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemi yaparken doğal sayılardaki çıkarma işlemi kurallarını genelleyerek büyük olan sayıdan küçük olan sayıyı çıkardıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Küme kavramı ise kesir kavramı ile karşılaştırıldığında kavram yanılgısı açısından daha az araştırmalara konu edinilmiştir. Demir (2012) küme kavramına ilişkin öğrenci ve öğretmen algılarını ve küme kavramının ders kitaplarında ele alınış biçimini incelediği çalışmada, farklı seviyelerden öğrencilerin küme kavrayışlarını anlayabilmek amacıyla 347 öğrenci (6. sınıf öğrencileri, 9. sınıf öğrencileri; Anadolu lisesi öğrencileri, meslek lisesi öğrencileri, düz lise öğrencileri, 12. sınıf öğrencileri; düz lise öğrencileri ve Anadolu lisesi öğrencileri, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü 1. ve 4. sınıf öğrencileri) ve 24 matematik öğretmeni ile çalışmıştır. Katılımcılara uygulanan anket formu sonucunda; öğrencilere kümenin ne olduğuna dair soru yöneltilmiş ve öğrencilerin kümeleri “ortak özelliğe sahip nesneler topluluğu, kapalı şekil ve topluluk (s.28)” kavramları üzerinden tanımladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Üniversite öğrencileri küme kavramını topluluk (%13,4), ortak özelliğe sahip nesneler topluluğu (%25,3) ve iyi tanımlanmış nesneler topluluğu (%55,5) olarak tanımlarken üniversite son sınıf öğrencilerinin ise küme kavramını ortak özelliklere sahip nesneler topluluğu (%17,1) şeklinde tanımlarken %80 kadarının “iyi tanımlanmış nesneler topluluğu” şeklinde tanımladıkları elde edilen bulgular arasındadır. Çalışmanın bir diğer bölümünde öğrencilerden bir küme örneği vermeleri istenmiş ve tüm öğrenci gruplarında öğrencilerin örnek verirken ortak özelliğe sahip olan elemanlardan oluşan küme örneklerini oransal olarak daha çok tercih ettikleri elde edilen bir diğer bulgudur.

Demir (2012) çalışmanın bir diğer bölümünde öğrencilere “1, 2, 3, 5, 7, 9” elemanlarının bir küme oluşturup oluşturmadığı sorusunu yöneltmiş ve öğrencilerden gerekçeleri ile birlikte alınan cevapların analizi sonucunda her seviyedeki öğrencilerin yaklaşık %80’nin “küme oluşturur” şeklinde cevap verdiğini ve “küme oluşturmaz” şeklinde öğrencilerin de olduğu bulgusuna ulaşmıştır. Küme oluşturur şeklinde cevap veren öğrencilerin yüksek oranda ortak özelliğe sahip olan elemanlardan oluşmasını gerekçe gösterirken iyi tanımlanmış ve topluluk olmasını gerekçe gösteren öğrencilerin oransal olarak daha az olduğu sonucuna ulaşmıştır. Yine aynı soruya küme oluşturmaz şeklinde yanıt veren öğrencilerin büyük bir çoğunluğu kümenin elemanlarının ortak özelliğe sahip olmamasını gerekçe göstermişlerdir.

Demir (2012) farklı topluluklara ait nesnelerden oluşan “Türkiye, Paris, x, 11, c, Mayıs, Pazartesi” elemanlarının küme oluşturup oluşturamayacağı sorusunu öğrencilere yönelterek gerekçesi ile birlikte cevaplandırmalarını istemiştir. Elde edilen bulgular sonucunda “küme oluşturur” şeklinde cevap veren öğrencilerden üniversite seviyesi dışındaki öğrencilerin gerekçe olarak “iyi tanımlandığı için oluşturur” diyen öğrenci yüzdesinin düşük olduğu ve daha düşük seviyedeki öğrencilerdeki “iyi tanımlanmışlık” kavramına hakimiyetin daha düşük seviyede olduğu sonucuna ulaşmıştır. Küme oluşturmaz şeklinde cevap veren öğrencilerin de kendilerine sunulan elemanların ortak özellikte olmamasını gerekçe gösterdikleri elde edilen bulgulardandır.

Demir (2012) elemanları iyi tanımlı olmayan “1, a, Ankara, sınıfımızdaki en yakışıklı kişi” elemanları sizce bir küme oluşturur mu? sorusunu öğrencilere yöneltmiş ve bu soruya evet oluşturur şeklinde cevap veren öğrencilerin üniversite düzeyinden daha düşük olan öğrenciler olduğunu ve iyi tanımlanmışlığı açıklamaya yarayan görecelilik kavramını bu seviyedeki öğrenciler tarafından bilinmediği sonucuna ulaşmıştır. Demir (2012) yine aynı soru için üniversite öğrencilerinin hiçbirinin evet demediği bu seviyedeki öğrencilerin iyi tanımlanmışlık kavramını bildiklerini ifade etmiştir.

Uğurel ve Moralı (2010); ortaöğretim öğrencilerinin kümeler ile ilgili öğrenme durumlarını ve bu öğrenmeler sonucunda ortaya çıkan hata ve yanlışlarını belirlemeye çalışmışlardır. Bu amaçla Anadolu lisesi, Fen lisesi ve Düz lisede öğrenim görmekte olan

372 öğrenci belirlenmiştir. Araştırmacılarından biri tarafından geliştirilen “Öğrenci Durumlarını Belirleme Ölçeği” öğrencilere uygulanmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin işlemsel bilgi ve becerilerine kıyasla kavramsal bilgi ve bu bilgiyi yorumlama konusunda eksikliklerinin olduğu ve yanlışlara sahip oldukları belirtilmiştir.

Gür (2009), 8.ve 9. sınıf öğrencilerinin kümeler konusundaki temel hata ve kavram yanlışlarının neler olduğunu incelediği çalışmasında öğrencilere küme konusuyla ilgili açık uçlu sorular yöneltilmiştir. Hazırlanan açık uçlu sorularda öğrencilerin küme ve eleman kavramını nasıl tanımladıkları ve kendilerine sunulan ifadelerin küme belirtip belirtmediği gibi sorular üzerinden irdelenmiştir. Öğrencilere sunulan “F ile başlayan bayan isimleri küme belirtir mi?” sorusuna öğrencilerin bazılarının elemanların sayılamayacak kadar çok olduğu için küme oluşturamayacağı şeklinde bir kavram yanlışına sahip olduğu görülmüştür. Yine öğrencilere eğer F ile başlayan bayan isimleri bir küme oluşturuyorsa bu kümenin kaç elemanlı olduğu sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin bir kısmının akıllarına gelen bayan isimlerini rastgele yazarak eleman sayılarını kendilerine göre belirledikleri bulgusu da öğrencilerde “bir kümenin eleman sayısı kişiden kişiye göre değişebilir” şeklinde bir kavram yanlışlığı olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Yine öğrencilere “sınıfımızın zeki öğrencileri bir küme belirtir mi?” şeklinde soru yöneltilmiş ve öğrencilerden alınan cevaplar doğrultusunda öğrencilerin “küme benzer nesnelerin koleksiyonudur.” şeklinde kavram yanlışlığına sahip oldukları bulgusuna ulaşılmıştır.

2.2.2 Öğretmenler Üzerinde Yapılan Yanılgı, Kesir ve Küme Araştırmaları

Özdemir vd. (2017) çalışmalarında sınıf ve matematik öğretmenlerine kesirler, ondalık gösterim, doğal sayılar, üslü ifadeler gibi kavram yanlışlarının sıkça rastlandığı konular ile alakalı soru senaryoları yönelterek senaryolardaki kavram yanlışlarını fark edebilme durumlarını ve kavram yanlışlarının türü ve nedenini nasıl ifade ettiklerini incelemiştir. Kesir konusu ile alakalı kısıtlı algılama şeklinde kavram yanlışlığı içeren ve psikolojik nedenlerden kaynaklanan soru senaryosu öğretmenlere sunulmuştur. Öğretmenlerden bazılarının kavram yanlışlığını fark edemedikleri ve kavram yanlışlığını fark eden öğretmenlerden bazılarının da türü ve nedenini açıklayamadıkları bulgularına

ulaşılmıştır. Çalışmanın bir diğer bölümünde kesirlerle toplama işlemi yapılırken pay yanında payda kısımlarının da toplanacağı şeklinde aşırı genelleme türünde kavram yanlışlığı içeren soru senaryosu öğretmenlere yöneltilmiştir. Öğretmenlerden bazılarının bu kavram yanlışlığının farkında oldukları halde kavram yanlışlığının türü ve nedenini kısmen açıklayabildikleri ve bazı öğretmenlerin de öğrenci cevabını kavram yanlışlığı olarak değil basit bir öğrenci hatası olarak gördükleri belirtilmiştir. Yine aynı çalışmada elde edilen bir diğer sonuç ise öğretmenlerin psikolojik nedenleri daha kolay ifade ederken pedagojik nedenleri ifade etmekte zorlandıkları ve bazı öğretmenlerin de öğrencilerdeki gibi kavram yanlışlıklarına sahip oldukları bulgusudur.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlıklarının giderilmesine yönelik çözüm önerileri ve bu çözüm önerilerini etkileyen faktörler üzerinde durulduğu bir başka çalışmada; “öğretmenlerin bu temalar altında kritik noktaları vurgulama, matematiksel şekil ve modelleme, konu tekrarı, somut öğretim materyali kullanma, kavram yanlışlıklarına hitap etme vb. gibi çeşitli çözüm önerileri sundukları görülmüştür” (İpekoğlu vd. 2021). Bir başka çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin Pedagojik Alan Bilgileri çerçevesinde kavram yanlışlıklarının giderilmesine yönelik sundukları çözüm önerilerini belirlemek amaçlanmıştır (Can 2019). Çalışmanın bulguları, öğretmenlerin kesirlerde işlemler konusundaki öğrenci zorluk ve kavram yanlışlıklarına yönelik daha çok kavramsal bilgi boyutunda açıklamalar yapmakla birlikte özellikle yanlışlıkların nedenlerini ifade etmede zorlandıklarını ortaya koymuştur.

Öğretmen adayları ve öğretmenler üzerinde yapılan başka bir çalışmada öğrencilerde var olan, kesrin büyüklüğüne bütünü oluşturan parça sayısını ya da parçanın büyüklüğüne dikkat ederek karar vermeleri şeklinde olan aşırı genelleme şeklindeki kavram yanlışlığını öngöremedikleri ve bu kavram yanlışlığını açıklayamadıkları belirtilmiştir (Karaağaç ve Köse 2015). Özaltun vd. (2020) ise 6. sınıf öğrencilerinin kesirler ile ilgili kavram yanlışlıklarını belirleyebilmek amacıyla bir “Kavram Yanlışlığı Belirleme Testi” geliştirmiş ve açık uçlu 10 kesir sorusundan oluşan bu testi 19 öğrenciye uygulamışlardır. Uygulanan test sonucunda öğrencilerde kesirlerde sıralama yaparken pay ya da paydasında büyük sayı bulunan kesrin daha büyük olduğu şeklinde bir kavram yanlışlığı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin kesirleri karşılaştırırken “bütünden alınan

parçanın büyüklüğü yerine bütünden geriye kalan parçanın büyüklüğünün düşünülerek kıyaslama yapılması” da elde edilen bir diğer kavram yanılgısı bulgusudur. Yine aynı çalışmada öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi yaparken doğal sayılardaki işlemler gibi düşünerek işlem yapmaları da elde edilen bir diğer bulgudur.

Küme kavramı da öğretmen ve öğretmen adaylarının kavrayışları açısından araştırmalara konu edilmiştir. Örneğin, Kültür ve Yazıcı (2017) kümeler ile alakalı temel kavramlara ilişkin öğretmenlerin konu alan bilgilerini inceledikleri çalışmaları sonucunda öğretmenlerin konu alan bilgilerinin eksik ve yüzeysel olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Kümeler ile ilgili temel kavramlar konusunda sık karşılaşılan öğrenci güçlüklerinin mesleğe devam eden öğretmenlerin gözünden belirlendiği bir çalışmada; yaşanan güçlüklerin öğrenciler tarafından küme kavramına ilişkin tanımların yeterince anlaşılmamasından kaynaklı güçlükler olduğu belirtilmiştir (Yazıcı vd. 2020). Baki ve Şahin (2004) ise kavram haritaları kullanarak sınıf öğretmeni adayları üzerinde yaptıkları çalışmalarında öğretmenlerin küme kavramını bir koleksiyon gibi algıladıklarını ve küme elemanlarının ortak özellikte özellikler taşıması gerektiğine inandıkları sonucuna ulaşmışlardır. (Linchevski ve Vinner 1988, akt. Demir 2012 s.9). İsrailli sınıf öğretmenlerinin küme kavramı ile ilgili yanılgılarını araştırdıkları çalışmalarında öğretmenlerin “bir kümenin elemanlarının belirli bir özelliğe sahip olması gerektiği, bir kümenin bir ve birden fazla eleman içermesi gerektiği, bir kümedeki tekrar eden elemanların farklı elemanlar olarak göz önüne alınması gerektiği ve bir kümede bulunan bir elemanın başka bir kümenin elemanı olamayacağı” şeklinde zorluklara sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

İpek vd. (2009) sınıf öğretmeni adaylarının küme kavramı ile ilgili algılarını matematiksel dünya ile günlük yaşam algıları arasındaki farklılıkları nasıl algıladıklarını inceledikleri çalışmalarında sınıf öğretmeni adaylarına “Küme Kavramı Bilgi Testi” uygulamışlardır. Uyguladıkları testte adayların küme kavramını nasıl tanımladıkları, kendilerine sunulan toplulukların onlar için küme belirtip belirtmediği gibi sorular yöneltmişlerdir. Çalışma sonucunda sınıf öğretmeni adaylarının küme kavramını tanımlarken elemanların ortak özellik taşımaları ya da belirli özellikteki elemanlardan oluşması gerektiği şeklinde görüşe sahip oldukları görülmüştür. Çalışmanın bir diğer bulgusu ise aday öğretmenlerin

kümeyi “iyi tanımlı elemanlardan oluşmalı” şeklinde tanımlarken kendilerine sunulan iyi tanımlı olmayan toplulukları da küme olarak değerlendirmeleridir.

Demir (2012) küme kavramına ilişkin öğrenci ve öğretmen algılarını ve küme kavramının ders kitaplarında ele alınış biçimini incelediği çalışmasında 24 matematik öğretmenine küme ile alakalı açık uçlu sorular yöneltmiştir. Öğretmenlere ilk olarak kümeyi nasıl tanımladıkları sorulmuş ve öğretmenlerden alınan cevaplar doğrultusunda öğretmenlerin küme kavramını “iyi tanımlanmış nesneler topluluğu (%50), ortak özelliğe sahip elemanlar topluluğu (%33,3) ve topluluk (%16,6) şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Demir (2012) öğretmenlerin de küme kavramını öğrenciler gibi benzer ifadelerle tanımladıkları sonucuna ulaşmıştır. Yine öğretmenlerden küme örnekleri vermeleri istenmiş ve öğretmenlerin %83,3 gibi bir kısmının ortak özellikte olan elemanlar içeren küme örnekleri tercih ettikleri görülmüştür.

Demir (2012) ayrıca her biri farklı topluluklara ait olan elemanlardan oluşan bir küme örneğini öğretmenlere sunmuş ve bu örneğin bir küme belirtip belirtmediği sorusunu yöneltmiştir. Öğretmenlerden alınan cevaplar doğrultusunda öğretmenlerin %62,5’i küme oluşturur derken %37,5 gibi bir kısmı ise elemanların ortak özellikte olmamasını gerekçe göstererek küme oluşturmaz demiştir. Demir (2012) bu bulgunun üniversite son sınıf öğrencilerinin verdikleri cevap ile benzerlik gösterdiğini ifade etmiştir. Demir (2012) ilave olarak öğrencilere yönelttiği “1, a, Ankara, sınıfımızdaki en yakışıklı kişi elemanları sizce bir küme oluşturur mu? sorusunu öğretmenlere de yöneltmiş öğretmenlerin %12,5’i küme oluşturacağını ve %87,5’i ise yakışıklılık kavramının göreceli olduğunu yani kişiden kişiye değişeceğini ifade ederek küme oluşturmayacağını ifade etmiştir.

2.2.3 Öğretmenlerin Problem Saptama Becerileri ile İlgili Çalışmalar

Bilimsel araştırma sürecinde, araştırma sorununun belirlenmesi yani problem durumunun saptanması araştırmanın tasarlanması ve yürütülmesi için temel teşkil etmektedir. Problem durumunun saptanması, öncelikle problemin anlaşılmasını ve bir bütün ile ilişkili olarak sınırlandırılmasını gerektirmektedir (Şimşek 2012). Bir araştırmacının

araştırma yapma süreci ve araştırma sorularına cevap araması dolayısıyla aslında belirlediği, tanımladığı veya saptadığı probleme bir cevap verme sürecidir. Bilimsel araştırmalarda durum böyle iken, günlük hayatta da aslında insanlar karşılaştıkları problem durumları özelinde öncelikle ilgili problemi anlamaya ve saptamaya çalışırlar. Öğrencileri hayata hazırlamayı amaçlayan okulların ve müfredatların da temel amacı öğrencileri birer problem belirleyici ve çözücü olarak yetiştirmektir. Bu yüzden de matematik öğretim programları dâhil tüm programlarda problem çözme becerisi öğrencilere kazandırılması gereken bir beceri olarak ön plana çıkartılmaktadır.

Nitekim matematik eğitiminde problem çözmenin önemine son yıllarda daha çok vurgu yapılmaya başlanmıştır (MEB 2005, 2009, 2013). Bu durum matematik öğretmenlerinin problem çözmedeki sorumluluklarının da arttığını göstermiştir. Polya (1957) matematiksel problem çözmenin dört aşamada gerçekleştiğini ifade etmiştir. Bunlar problemi anlama, çözümle ilgili stratejinin geliştirilmesi, stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarıdır. Polya 'ya göre bir problemi çözebilenin ilk aşaması olan problemi anlama aşaması problemin ne istediğini açıkça görebilmeyi gerektirir ve tecrübeli matematikçiler bir problemi çözerken en zorlu engelin tam olarak problemin ne dediğini anlamak olduğunu iyi bilirler. Altun (1997, İnt. Kyn.1)'a göre problemi anlayamayan birey problem için bir çözüm ortaya koyamaz ve strateji geliştirerek uygulamaya koyamaz. Bu nedenle matematik eğitiminde problemi anlamanın önemi oldukça fazladır.

Öğrencilerin yaptıkları hatalar ve bunların ortaya çıkma nedenlerinin belirlenmesi de aslında öğretmenler için çözülmesi gereken bir problem durumu oluşturmaktadır. Öğrencilerin yaptıkları hataların ve düştükleri yanlışların problem çözme adımlarının hangi aşamasında olduğu ile ilgili geri dönüt verilmesi matematik eğitiminde oldukça önemli yer tutmaktadır (Harskamp ve Suhre 2006). Ancak ilgili literatüre bakıldığında, karşılaşılan hata ve yanlışların bir problem durumu olarak değerlendirilerek bunların nedenlerinin saptanmasına yönelik öğretmenler üzerine çalışmaların yapılmadığı görülmektedir. Bu bakış açısına yakın bir çalışma Özdemir vd. (2017) tarafından yapılmıştır. Özdemir vd. (2017) 4 sınıf öğretmeni ve 4 matematik öğretmeni üzerinde yaptıkları çalışmalarında matematik öğretim programında kavram yanlışlarına sıkça

rastlanan konular seçilerek öğretmenlerin kavram yanlışlarını açıklayabilme durumlarını irdelemişlerdir. Çalışmada hem sınıf hem de matematik öğretmenlerinin genel olarak psikolojik nedenli kavram yanlışlarını tespit ederken zorlanmadıkları ancak psikolojik nedenli kavram yanlışlarının nedenleri ve türünü ifade ederken zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmenlerin bazılarının kesir kavramı hakkında eksik bilgileri olduğu ve kısıtlı algılamalarının da olduğu da belirtilmiştir. Öğretmenlerin pedagojik nedenli kavram yanlışlarını tespit etmede daha çok zorlandıkları ve bazı öğretmenlerin kavram yanlışlarını tespit edemezken kendilerinde de benzer kavram yanlışlarına sahip oldukları elde edilen bulgular arasındadır (Özdemir vd. 2017).

Işık vd. (2012) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yaptıkları çalışmalarında 7.sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesirler ve basit kesirlerin toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleme becerilerini saptamaya çalışmışlardır. Bu amaçla araştırmacılar tarafından yedi farklı hata türü içeren kesir problem cümleleri adaylara sunularak kesirler konusunda öğrencilerin yapmış olduğu yedi hata türünü tespit etmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarına sunulan problem cümlelerinin, öğrencilerin kurmuş oldukları problemler olduğu vurgulanarak problem cümleleri ile yapılan toplama işlemini karşılaştırmaları bunun yanında varsa eğer kavramsal hataları ifade etmeleri istenmiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının birim kesir kavramında ve parça-bütün ilişkisi konusunda zorluk yaşadıkları ve hataları açıklarken kendilerinin de farklı hatalar yaptıkları görülmüştür.

Öğretmenlerin hata ve yanlışları ve bunların nedenlerini belirlemeleri, fark etme becerisi ile yakından ilişkilidir. Literatürde fark etme becerisi olarak adlandırılan beceri matematik öğretmenlerinin problem saptama becerisi ile benzerlik göstermektedir. Fark etme becerisi öğretmenlerin öğrencilerin anlamlı matematiksel düşüncelerini belirleyip bu düşüncelerini anlayarak bir sonraki öğretimsel adımlar için kararlar vermelerini sağlar (Krupa vd. 2017 akt. Tataroğlu Taşdan 2019). Tataroğlu Taşdan (2019) matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerini incelediği çalışmasında, öğretmen adaylarına deneyimli bir öğretmenin ders anlatım videosu izletilerek adaylarından bu derste neyi/neleri fark ettiklerini belirtmeleri istemişlerdir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının video derste genellikle öğretmenle ilgili noktalara dikkat ettikleri

ve fark ettikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının nasıl fark ettiklerine yönelik olarak ders anlatımı ile ilgili genel olarak yorumlayıcı ve yansıtıcı açıklamalar yerine daha çok değerlendirici ve tanımlayıcı açıklamalar yaptıkları elde edilen bulgular arasındadır.

Doğan ve Kılıç (2019) ise matematik öğretmeni adaylarının fark etme ve harekete geçme becerilerini fakülte-okul modeli kapsamında incelemeye çalışmışlardır. Çalışmada matematik öğretmeni adaylarına 1 yıl boyunca öğrencilerle beraber çalışarak öğretmen adaylarının fark etme ve harekete geçme gibi öğrenme fırsatları sunulması amaçlanmıştır. Çalışma İstanbul'da yer alan bir üniversite ile bir ortaokul arasında gerçekleştirilen çalışmalar esas alınarak yürütülmüştür. İlk olarak üniversitede uygulanacak seçmeli bir ders açılarak öğrencilere etkinlik tasarımı ve öğrencilerle iletişim, öğrenci düşüncesini ortaya çıkarma gibi uygulamalı örnekler sunulmuş ve daha sonra öğrencilerin bu etkinlikleri ortaokul öğrencilerine uygulamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının ortaokul 6. ve 7. sınıflardan belirlenen sınıflarda yaptıkları dersler sonrasında, araştırma ekibi ile adaylar arasında durum değerlendirmeleri yapılmıştır. Öğretmen adaylarının uygulama videoları izlenerek kendi notlarını ve dikkatlerini çeken öğrenci durumlarını paylaşımları istenmiştir. Sonrasında bir sonraki uygulama için değerlendirmeler yapılmış ve varsa değişikliklere karar verilmiştir. Öğretmenlerin öğrencilere verdikleri dönütler 2 başlık altında kategorize edilmiştir. Bunlar öğretmenlerin öğrencilere direkt doğru yanıt buldurmaya yönelik dönütler ve öğrencilerin neyi ve nasıl bildiklerini ortaya çıkarıcı, kavramları anlamalarını sağlayabilecek, öğrencinin “matematiği anlamasına” yönelik dönütlerdir. Çalışmada bazı öğretmen adaylarının öğrencilere doğru yanıt buldurmaya yönelik dönütler verdikleri görülmüştür. Bazı öğretmen adaylarının ise öğrencinin neyi nasıl anladığını, kavramsal bilgisinin oluşmasına yardımcı olabilecek ve varsa kavram yanlışlarını giderici açıklamalarda bulunduğu elde edilen bulgulardandır.

Yukarıda örnek olarak sunulan çalışmalardan da anlaşılacağı üzere, fark etme çalışmaları öğretmen veya öğretmen adaylarının izlenen videolarda öğretime ilişkin neleri fark ettikleri üzerine odaklanmakta ve kimi zaman fark edilenler sınıf yönetim biçimi dahil daha genel meseleler olabilmektedir. Sınıfta karşılaşılan zorluk, yanlış ve hatalar ile nedenleri ise daha derinlemesine bir bakış açısı gerektirmektedir.

Sonuç olarak, ilgili literatüre bakıldığında kavram yanılısı ve hata olgusunun daha çok ğrenci açısından sahip olup olamama ve ğretmen/ğretmen adayı açısından ise bu hata ve yanılıların ortaya çıkmasına yol açan ğrenci düşünme biçimini fark edip edememe ve ele alma biçimleri açısından irdelendiği görülmektedir. Bu çalışmada ise probleme saptama (belirleme) becerisi karşılaşılan ğrenci hatasının kök nedenleri ile birlikte (ortaya çıkmasına yol açan düşünme biçimi ve bu düşünme biçiminin de oluşmasına yol açan nedenler) belirlenmesi olarak tanımlanmış olup, karşılaşılan hata noktasında öğretmenlerden fark etme becerilerinin ötesinde bir kavrayış ve yaklaşım beklenmektedir. Öğretmenlerin karşılaşılan bir hatanın temel nedenlerini bir bütün olarak saptayıp saptamadığı araştırılmakta ve dolayısıyla öğretmenlerin bir uzman gibi hatalara yaklaşıp yaklaşmadığı belirlemek amaçlanmaktadır.

3. MATERYAL ve METOT

Bu bölümde çalışmada kullanılan yöntem ele alınacaktır. Bu nedenle ilk olarak çalışmada kullanılan araştırma modeline yer verilecek ve araştırmanın veri grubu, veri toplama süreci ve veri analiz süreci sunulacaktır. Son olarak da araştırmanın geçerlik ve güvenirlik alt bölümüne yer verilecektir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesir ve küme kavramlarıyla ilgili karşılaşılan problem durumunu (yanılgıyı ve hatayı ilişkili ve nedenleriyle birlikte) saptama/belirleme/tespit becerilerinin incelendiği bu çalışmada bir problem saptayıcı olarak öğretmenlerin öğrenci düşünme biçimini açıklayabilme ve problem durumunu hata ve kavram yanılgısı ile ifade edebilme durumları derinlemesine incelenmeye çalışılmıştır. Bu nedenle çalışmada nitel yaklaşıma dayalı durum çalışması deseni kullanılmıştır. Bir durum, ilişki, olay ya da süreci sınırlı örneklem üzerinden her yönüyle incelenmesi durum çalışmasıdır (Şimşek 2021). Durum çalışmaları belirli bir olguyu ayrıntılı betimlemek amacıyla kullanılan çalışmalardır (Şimşek 2012). Bu çalışmada da sınırlı örneklem kullanılması ve öğretmenlerin problem saptama becerilerinin ayrıntılı olarak betimlenmeye çalışılması durum çalışmasının kullanılma nedeni olmuştur.

3.2 Çalışma Grubu

Nitel araştırma yaklaşımın benimsendiği bu çalışmada zengin bilgi elde edilmesi amacıyla amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmış ve bu doğrultuda yeni mezun olmuş öğretmenler de dahil mesleki deneyimleri yeni mezun-20 yıl arasında değişen 20 matematik öğretmeni çalışma grubunu oluşturmuştur. Çalışma, yeni mezun olmuş 5 öğretmen, mesleki süresi 1-5 yıl arasında değişen 5 öğretmen, 5-10 yıl arasında mesleki tecrübeye sahip 5 öğretmen ve 10 yıl ve üzerinde deneyime sahip 5 öğretmen olmak üzere dört farklı kategorideki öğretmenlerle yürütülmüştür. Öğretmenlerin farklı mesleki tecrübelerine sahip olması örnekleme çeşitlilik sağlamış ve bu çeşitliliğin öğretmenlerin problem belirleme becerileri ile ilişkili olup olmadığının irdelenmesi amaçlanmıştır.

Öğretmenlerin farklı mesleki tecrübelerine sahip olması amaçlı örneklem, bireysel olarak belirlenmesi ise kolaylı örneklem yöntemiyle olmuştur. Farklı mesleki deneyimleri olan öğretmenlere kesir ve küme konuları ile ilgili kavram bilgisi ve kavram yanlışları içeren açık uçlu sorular yöneltilerek bu kavramlar hakkında öğrencilerin sahip olduğu yanlışlığı yani problemi saptama becerilerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Aşağıda çalışmaya katılan öğretmenlerin demografik bilgilerini içeren çizelge verilmiştir.

Çizelge 3.1 Çalışmaya katılan öğretmenlerin demografik bilgileri

Kişisel Bilgiler	Değişkenler	N	Yüzde (%)
Cinsiyet	Kadın	15	75
	Erkek	5	25
Mesleki Kıdem	Yeni mezun	5	25
	1-5 yıl	5	25
	5-10 yıl	5	25
	10 yıl ve üstü	5	25
Toplam		20	100

3.3 Veri Toplama Aracı

Çalışmada matematik öğretmenlerinin kesir ve küme kavram bilgileri ile bu kavramlarla ilgili kavram yanlışları içeren soru senaryolarından oluşan bir veri toplama aracı hazırlanmıştır (bkz. Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3). Soru senaryolarının kullanılmasının sebebi sınıf ortamında oluşabilecek olası öğrenci öğretmen diyalogları ile öğretmenlerin kesir ve küme konularındaki kavram bilgileri yanında, senaryolarda yer alan problem durumunu saptayarak, bu durumu hata ve kavram yanlışlığı ile ifade edip edemedikleri incelenmeye çalışılmasıdır. Başka bir ifadeyle, senaryoda sunulan öğrenci kavram yanlışlığı bir problem durumu olarak düşünülmüş ve öğretmenin bu problemi saptayıp saptamadığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Veri toplama aracı hazırlanmadan önce literatür taraması yapılarak ortaokul matematik öğretim programında kavram yanlışlarına sıkça rastlanan kavramlar belirlenmiş. (ör. basamak kavramı, irrasyonel sayılar, küme, kesir) ve bunlar arasında çalışmanın yapılabilirliği göz önünde bulundurularak sadece kesir ve küme kavramı üzerinde durulmuştur.

Kesir konusunun seçilme nedeni ilgili literatürde de sıkça raporlandığı üzere öğrencilerin bu konuda yaygın kavram yanlışlarına sahip olmaları ve öğrenmede zorluk yaşamaları olmuştur (Alacacı 2011). Benzer şekilde küme kavramı da öğrenciler tarafından anlaşılması ve anlamlandırılması zor olan bir kavram olup, ilgili çalışmalar öğrencilerin öğrenmede zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır (Bingölbalı ve Bingölbalı 2013, Demir 2011). Küme kavramının doğası gereği matematik tarihinde de tanımı ile ilgili zorluklar yaşanması ve paradokslara da yol açmış olması, kendisine problem saptama senaryolarında yer verilmesinin başka bir gerekçesi olmuştur (Bingölbalı ve Bingölbalı 2013).

Kavramların belirlenmesinden sonra, iki aşamadan oluşan veri toplama aracı hazırlanmıştır. Birinci aşamada kesir ve küme kavramı ile ilgili soru ve senaryoların yer aldığı ve aşağıda Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3’de sunulan kısımlar hazırlanmıştır. İkinci aşamada ise hata, yanlış ve zorluk ile aralarındaki ilişkiye yönelik sorular hazırlanmıştır. Bu çerçevede hata, yanlış aralarındaki ilişkiler gibi kavramların tanımlarına ilişkin öğretmenlerin teorik bilgileri sorgulanmıştır. Veri toplama sürecinde sadece birinci aşama sorularına verilen cevaplarla çalışmanın araştırma sorularına cevap verilebileceği anlaşılmış ve veri toplama aracı olarak birinci aşama kısmıyla devam edilmiştir.

Aşağıda Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3’de görüleceği üzere, küme ve kesir kavramı ile alakalı öğrenci kavram yanlışlarının saptanıp saptanmadığına yönelik olarak, öğretmenlere 4 ana soru yöneltilmiştir. İlk iki soruda kavramın ne olduğuna ilişkin öğretmen bilgileri yoklanmaya çalışılmıştır. Üçüncü soruda kavram yanlışlığı içeren bir senaryo sunulmuş ve bu senaryoda yer alan öğrenci düşünme biçimi ve bu düşünme biçiminin ortaya çıkmasına yol açan nedenler (pedagojik nedenler gibi) hakkında öğretmen bilgileri elde edilmeye çalışılmıştır. Son soruda ise *“Ali’nin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız?”* sorusu yöneltilmiştir. Bu son soru ile öğretmenin kavram yanlışlığı ile alakalı kavrayışının derinliği hakkında bilgi sahibi olmak amaçlanmıştır.

Çizelge 3.2 Veri toplama aracında yer alan kesir soruları.

Kesir Kavramı ile İlgili Yöneltilen Sorular
1. Sizce kesir nedir? Açıklayınız. 2. Bir kesir örneği veriniz. 3. Senaryo: Kesrin anlamı ile ilgili ortaokul seviyesinde yapılan sınıf tartışmasında, birçok öğrenci aşağıdaki gibi bir görüşü öne sürmüşlerdir. “Kesirler sadece parça-bütün ilişkisini belirtmek için kullanılır. Örneğin, bir pastanın beşte birini belirtmek için kesirler kullanılır.” Yukarıdaki öğrenci açıklamalarını dikkate alarak aşağıdaki soruları cevaplayınız. 3.1.Öğrencilerin cevabı hakkında ne düşünüyorsunuz? • Sizce doğru mu? Neden? • Sizce yanlış mı? Neden? 3.2.Öğrencilerin kesirleri sadece parça-bütün ilişkisi üzerinden düşünmelerine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir? Sizce öğrenciler nasıl düşünerek böyle bir cevap vermişlerdir? Açıklayınız. 3.3.Sizce öğrencilerin böyle cevap vermelerine ne tür nedenler kaynaklık etmiş olabilir? Açıklayınız. • Öğrenci kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl? • Öğretim ve öğretmenden kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl? • Konu (kesir) kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl? 3.4.Öğrencilerin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız? • Kesrin anlamının öğretimi için nasıl bir yol izlerdiniz? • Ne tür örnekler kullanırdınız? • Ne tür materyaller kullanırdınız?

Çizelge 3.3 Veri toplama aracında yer alan küme soruları.

Küme Kavramı ile İlgili Yöneltilen Sorular
1. Sizce küme nedir? Açıklayınız. 2. Bir küme örneği veriniz. 3. Senaryo: Kümeler konusunu işlerken “a, 1, Londra, Salı, Ali, elma “elamanlarının bir küme oluşturup oluşturmadığı sorusunu öğrencilerinize yönelttiğinizi varsayalım. Ali isimli bir öğrenciniz “Hayır öğretmenim, bu elemanlar bir küme oluşturmaz” şeklinde bir cevap vermiştir. Bu cevabı göz önünde bulundurarak aşağıdaki soruları cevaplayınız. 3.1. Ali’nin cevabı hakkında ne düşünüyorsunuz? • Sizce doğru mu? Neden? • Sizce yanlış mı? Neden? • 3.2. Ali’nin küme kavramını bu şekilde düşünmesine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir? Yani sizce öğrenciler nasıl düşünüp de böyle bir cevap vermişlerdir? Açıklayınız. 3.3. Sizce Ali’nin böyle bir cevap vermesine ne tür nedenler kaynaklık etmiş olabilir? Açıklayınız. • Öğrenci kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl? • Öğretim ve öğretmen kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl? • Konu (kesir) kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl? 3.4. Ali’nin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız? • Küme kavramının tanımının öğretimi için nasıl bir yol izlerdiniz? • Ne tür örnekler kullanırdınız? • Ne tür materyaller kullanırdınız?

Yukarıda sunulan veri toplama aracı geliştirilirken yukarıda da ifade edildiği gibi ilgili literatürden faydalanılmıştır. Matematik eğitimi uzmanı desteği de alınarak, öncelikle kavram yanlışlarına sık rastlanan dört farklı konu (basamak, irrasyonel sayılar, küme ve kesir) belirlenmiştir. Görüşme için hazırlanan veri toplama aracının pilot uygulamasının yapılması ve buna göre veri toplama aracında değişikliklerin yapılması ya da yeni

soruların eklenmesi veri toplama aracının amacına hizmet edip etmediğinin belirlenmesi açısından önem arz etmektedir (Yıldırım ve Şimşek 2003). Hazırlanan veri toplama aracının pilot çalışması 5 ortaokul matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Pilot uygulama sonucunda veri toplamanın hem araştırmacı hem de katılımcılar için uzun zaman alacağına karar verilmiştir. Matematik eğitim uzmanından görüş alınarak belirlenen konu sayısı iki ile sınırlandırılmış ve daha kapsamlı bilgi vereceği düşüncesi ile kesir ve küme konusu seçilmiştir. Kesir ve küme konusu ile alakalı açık uçlu soruların yer aldığı veri toplama aracı tekrar düzenlenmiş ve bütün bu süreç sonucunda veri toplama aracının son haline karar verilmiştir.

3.4 Verilerin Toplanması

Bu bölümde veri toplama süreci ele alınacaktır. Görüşmelerin daha çok yüz yüze yapılmasına özen gösterilmiş ancak öğretmenlerin istekleri doğrultusunda yüz yüze görüşmenin mümkün olmadığı durumlarda Zoom uygulaması üzerinden de yapılabileceği belirtilmiştir. Katılımcılar ile önceden görüşme yeri ve zamanı kararlaştırılmış ve görüşmelerin ortalama 20-30 dakika sürebildiği belirtilmiştir. Sorular yöneltmeden önce araştırmanın konusundan ve amacından bahsedilmiştir. Katılımcıların kimliklerinin gizli tutulacağı ve özgür bir şekilde düşüncelerini belirtebilecekleri ifade edilmiştir. Yapılan 20 görüşmenin 7 tanesi yüz yüze yapılırken, araştırmacı ile farklı şehirlerde olunmasından kaynaklı 13 öğretmen ile görüşmeler Zoom üzerinden yapılmıştır. Zoom uygulaması üzerinden yapılan görüşmelerde sorular zamanı geldiğinde araştırmacı ile eş zamanlı olarak ekrana yansıtılmıştır. Yapılandırılmış görüşmelerde amaç katılımcıların yöneltilen sorulardaki benzer ve farklı yönleri saptayabilmek ve karşılaştırabilmektir (Brannigan 1985). Katılımcılara soruları cevaplamaları için yeterli süre tanınmıştır. Tüm görüşmeler araştırmacı tarafından yapılmış ve öğretmenlerden alınan cevaplar veri analizi için yazıya dökülmüştür.

3.5 Veri Analiz Çerçeveleri ve Veri Analizi

Veri analizi yapılırken nitel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Katılımcıların verdiği cevaplar anlamlı bölümlere ayrılarak kategoriler ve kodlar belirlenerek içerik analizi

yapılmıştır. Yer yer katılımcılardan doğrudan alıntılar yapılarak betimsel analize de yer verilmiştir. Öğretmenlerin kimliklerinin gizli tutulması amacıyla toplu bulgular sunulurken öğretmenlere Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, ..., Ö20 şeklinde kod adlar verilmiştir. Toplu bulguları daha etkili bir şekilde temsil edebileceği düşünüldüğü için her iki konu için öğretmenlerden elde edilen bulgular vaka olarak sunulmuştur.

Matematik eğitimi alanında nitel araştırmalar konusunda uzman danışman ve araştırmacı tarafından öğretmenlerden alınan cevaplar doğrultusunda geliştirilen ve kullanılan analiz çerçevesi aşağıdaki gibidir. Öncelikle kesir sorusu için geliştirilen analiz çerçevesi, sonrasında ise küme sorusu için geliştirilen analiz çerçevesi sunulacaktır. Aşağıda sunulan analiz çerçevesini oluşturan, ‘kesrin anlamı ve örneği’, ‘öğrenci cevabı’, ‘öğrenci düşünme biçimi’, ‘nedenler’ ve ‘sorun saptama’ kısımları ayrı ve detaylı bir şekilde ele alınarak açıklanacaktır.

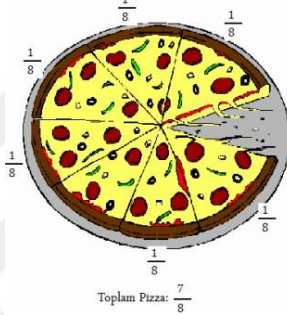
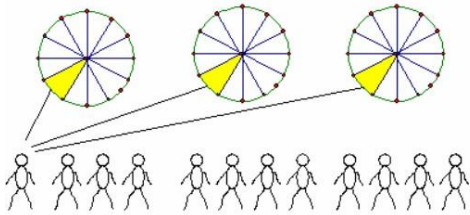
Çizelge 3.4 Kesir Sorusuna Verilen Cevapların Analizi İçin Kullanılan Veri Analiz Çerçevesi.

Öğretmen	Kesrin Anlamı ve Örneği	Öğrenci Cevabı	Öğrenci Düşünme Biçimi	Nedenler	Sorun Saptama
	Parça-bütün Oran Bölme Ölçüm İşlemci Diğer	Doğru Yanlış Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme) DS-Yİ (Aşırı Genelleme) DS-Bİ YS_ (Parça-Bütün şeklinde düşünme)	Epistemolojik Psikolojik Pedagojik Diğer	Uzman Kısmi Uzman Pratisyen Zayıf problem Problem Saptamama
Ö1	+ + + + +	+	+	+ + +	✓
Ö2	+ +	+	+ Genelleme	+ + +	✓

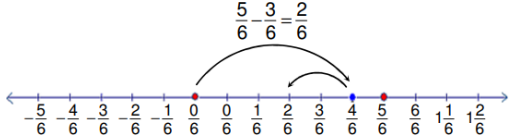
Veri analizinin ilk aşamasında öğretmenlere “*Kesir nedir?*” ve “*Bir kesir örneği veriniz.*” şeklinde sorular yöneltilmiş ve öğretmenlerin kesir kavramını tanımlarken kullandıkları kesir ifade ve örnekleri kesrin “*parça-bütün, işlemci, ölçüm, bölme ve oran*” anlamlarından hangisinin kapsamında olduğuna araştırmacı ve danışman tarafından karar verilerek veri analiz çerçevesinin ilk basamağı oluşturulmuştur (Alacacı 2011). Katılımcının verdiği cevaplar kesrin Çizelge 3.5’de gösterilen kesir anlam ve örnekleri

ışığında analiz edilmiştir. Mevcut anlamlarından herhangi birini içermiyorsa da tabloda diğer bölümünde kısa açıklamalar şeklinde matematiksel bir dil kullanılarak ifade edilmiştir.

Çizelge 3.5 Kesrin farklı anlamları.

Kesir		
Anlam	Açıklama	Örnek
Kategorileri		
Parça-Bütün	Bir bütünün eşit parçalara ayrıldığı durumlarda kullanılan kesir gösterimidir.	
Oran	Aynı bütünden gelen parçaların birbirlerine oranı anlamında kullanılır.	
Bölme	Kesrin paylaşma durumunda ortaya çıkan anlamıdır. Bir çokluğun başka bir çokluğa paylaştırılması anlamında kullanılır.	
İşlemci	Belli bir miktarın büyütülüp ya da küçültülmesi ile ilgili	

Çizelge 3.5 (Devam) Kesrin farklı anlamları.

	anlamıdır (Salmon,1999)	Bir resmin $\frac{3}{4}$ oranında büyütülmesi
Ölçü	Kesirlerin tam sayılar ile gösterilemeyen uzunluk, alan, ağırlık, hacim vb. anlamlarında kullanılmasıdır.	

Kaynak: Alacacı (2012).

Bir diğer bölümde öğretmenlere öğrenci-öğretmen diyalogu içeren soru senaryosu yöneltilmiş ve bu senaryoda yer alan öğrenci cevabını doğru ya da yanlış olarak nasıl değerlendirdikleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Burada öğretmenlerin öğrenci cevabını bir hata ya da yanılı olarak değerlendirip değerlendiremedikleri anlaşılmaya çalışılmıştır.

Bir sonraki bölümde öğretmenlerin öğrencinin verdiği cevaba nasıl bir düşünme biçiminin temel oluşturduğunu anlayabilmek amacıyla öğretmenlere “*Öğrencilerin kesirleri sadece parça-bütün ilişkisi üzerinden düşünmelerine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir? Sizce öğrenciler nasıl düşünerek böyle bir cevap vermişlerdir?*” şeklinde açık uçlu soru yöneltilmiştir. Burada öğretmenlerden alınan cevaplar iki farklı bakış açısıyla ele alınmıştır. Öğretmen cevapları kavram yanılığını doğru/yanlış/belirsiz şeklinde saptayabilme durumları ve ifade ederken kullandıkları kavram yanılışı çeşitleri (aşırı özelleme ve aşırı genelleme) göz önünde bulundurularak araştırmacı ve danışman ile birlikte uygun kodlar oluşturulmuştur. Bu aşamada kullanılan kodlar ve açıklamaya örnek olabilecek öğretmen cevapları aşağıda belirtilmiştir (bkz. Çizelge 3.6).

Çizelge 3.6 Öğretmenlerin öğrenci düşünme biçimini değerlendirebilme durumları.

Kategoriler	Açıklama	Öğretmen Cevapları
Doğru Saptama (DS)- Doğru İfade (Dİ) (Aşırı Özelleme)	Öğrenci düşünme biçiminin hem doğru saptanması hem de doğru bir dil ile ifade edilmesi	Ö1: Yanlıştır çünkü kesirler parça bütün, oran, işlemci, ölçme ve bölüm gibi farklı anlamalarda kullanılabilmektedir. Yalnızca parça bütün ilişkisi için kullanıldığını düşünmek eksik bir ifadedir.
Doğru Saptama (DS)- Yanlış İfade (Yİ) (Aşırı Genelleme)	Öğrenci düşünme biçiminin doğru saptanması ancak yanlış bir ifade ile belirtilmesi	Ö2: Aslında kesirleri hep bir şekil çizerek eşit parçalara bölüp o şekilde konuyu anlattığımız için öğrenciler bu şekilde düşünmüş olabilirler. Yani öğretmenlerin gösteriminden kaynaklı olabilir. Özellikle 5. sınıf öğrencilerinde basit algılanabilir doğal sayılar ya da toplama çıkarma işlemlerinden sonra kesir konusu çok soyut ve anlaşılması zor bir konu gibi kalabiliyor. Ne kadar materyaller sunup özellikle günlük hayatla ilişkilendirme yapılsa dahi soyut kalabilen bir konudur. Öğrencilerde bu sebeplerden dolayı kesirleri sadece parça bütün ilişkisi şeklinde genelleyerek böyle bir cevap vermiş olabiliyor.
Doğru Saptama (DS)- Belirsiz İfade (Bİ)	Öğrenci düşünme biçiminin doğru saptanması ancak belirsiz bir dil ile ifade edilmesi	Ö7: Sadece parça bütünü değil de direkt bütünü ifade etmek için de kesirleri kullanırız. Yani tam sayıları da kesir şeklinde ifade edebiliyoruz. Bu yüzden sadece demesi yanlıştır.
Yanlış Saptama (YS)- (Parça-bütün şeklinde düşünme)	Öğrenci düşünme biçiminin doğru bir şekilde saptanmaması	Ö11: Bence doğru bir ifadedir kesirleri parça bütün anlamında kullanırız. Yüzdelere ya da ondalık gösterimler de var ancak kesirlerin farklı şekilde ifadesidir. Günlük hayatta öğrencinin kesirleri parça bütün anlamı dışında somutlaştırabileceği bir konu yok bence.

Bir sonraki aşamada öğretmenlere senaryodaki öğrenci düşünme biçimine nelerin kaynaklık etmiş olabileceğiyle ilgili açık uçlu soru yöneltilmiştir. Öğretmenlerden alınan cevaplar kavram yanlışlığının “epistemolojik, psikolojik ve pedagojik” nedenlerinden hangisinin kapsamına giriyorsa tabloda gösterilmiştir. Bingölbalı ve Özmantar (2009), ilgili literatüre dayalı olarak öğrencilerin yaşadıkları zorluk ve kavram yanlışlarını epistemolojik, psikolojik ve pedagojik olmak üzere üç başlık altında toplamışlardır. Epistemolojik nedenler kavramın kendi doğasından kaynaklanan ve kavramın kendisinin öğrenme güçlüğüne yol açtığı nedenlerdir. Bir örnek vermek gerekirse Pisagor ve öğrencileri irrasyonel sayıları kabul etmekte zorlanmış ve bu sayılar ve örneğin Pi sayısı da öğrenciler tarafından anlaşılması zor olan sayılardandır. Psikolojik nedenler ise öğrenciden kaynaklı nedenlerdir ve öğrencinin ön bilgileri, hazırbulunuşluk düzeyi, öğrencinin kişisel gelişimi gibi bilişsel ve duyuşsal özelliklerle vb. ilgili nedenlerdir. Bingölbalı ve Özmantar (2009), psikolojik nedenlerin öğrencinin doğasından kaynaklandığını ve öğrencilerin kendi algı filtresinden geçen bilginin bazen kavram yanlışlığı üretebileceğini ifade etmişlerdir. Psikolojik nedenlere örnek verecek olursak; öğrencilerin kesirlerle toplama ya da çıkarma işlemlerini yaparken payda eşitlemeleri şeklinde oluşturduğu ön bilgiler öğrencilerde çarpma işleminde de aynı şekilde paydalar eşitlenmelidir şeklinde bir yanlışlığı oluşturabilir. Pedagojik nedenler ise kavram yanlışlığının daha çok öğretmen ve öğretme şekli boyutuyla ilgili nedenlerdir. Yani öğretmenin kavramı ele alış şekli, kullandığı yöntem ve teknikler, kavram anlatımında kullandığı metafor ve analogiler, konuların ders kitaplarında ele alınış şekli, sırası vb. dir. Küme konusuyla ilgili bir örnek verecek olursak öğretmenlerin konunun en başında küme kavramını grup kavramıyla ilişkilendirerek anlatmaları ya da topluluk kavramı üzerinden anlatmaları öğrencilerde küme oluşması için birbiriyle ilişkili elemanlar olmalı şeklinde bir yanlışlığı oluşturabilir.

Veri analizinin son bölümünde ise öğretmenlerin kesir ve küme sorularına verdikleri tüm cevaplar bütüncül bir şekilde analiz edilerek öğretmenlerin problem tespit durumları aşağıdaki çizelgede yer alan problem saptama kategorileri dikkate alınarak belirlenmiştir. Öğretmenlerin veri toplama aracındaki tüm sorulara verdikleri cevaplar birlikte değerlendirilmiş ve hatalara yol açan kavram yanlışlığını sebepleriyle birlikte tespit edip edemediklerini belirlemek için aşağıda görüleceği üzere beş kategori uzman

danışmanlığında oluşturulmuştur (bkz. Çizelge 3.7): (i) uzman problem saptama, (ii) kısmi uzman saptama, (iii) pratisyen problem saptama, (iv) zayıf problem saptama ve (v) problem saptamama. Örneğin, bir öğretmen kesir konusu ile ilgili senaryoda verilen hatalı cevabı arka planında yer alan kavram yanlışlığıyla birlikte ifade etmiş ve bu kavram yanlışlığını epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenlerle kuramsal-pratik açıdan ilişkilendirmiş ise bu öğretmenin problem saptama durumu ‘uzman problem saptama’ seviyesinde değerlendirilmiştir.

Çizelge 3.7 Öğretmenlerin problem durumunu saptama durumları.

SORUN SAPTAMA	AÇIKLAMA
Uzman Problem Saptama	• Kesrin birden fazla anlamını bilme • Öğrenci cevabını yanlış olarak belirtme • Öğrenci düşünme biçimini aşırı özelleme veya indirgeme şeklinde doğru ifade etme • Kavram yanlışlığının nedenlerini epistemolojik (kavramın tarihsel gelişiminde karşılaşılan ve kavramın doğasında bir parça olarak yer alan epistemolojik engeller ile ilişkilendirme), psikolojik (öğrenci gelişimiyle kuram-pratik açıdan ilişkilendirme (ör. Piaget’nin özümseme ve uyumsama terimleriyle açıklama)) ve pedagojik (öğretim yöntem ve stratejileriyle kuramsal-pratik açıdan ilişkilendirme) açıdan ilişkili ve bütünsel olarak ifade etme
Kısmi Uzman Saptama	• Kesrin birden fazla anlamını bilme • Öğrenci cevabını yanlış olarak belirtme • Öğrenci düşünme biçimini aşırı özelleme veya indirgeme şeklinde doğru ifade etme • Kavram yanlışlığının nedenlerini uzman seviyesinde ilişkili ve bağlantılı olarak sunamama (ör. epistemolojik nedenleri kavramların tarihsel gelişimi ile ilişkilendirmeme)
Pratisyen Problem Saptama	• Kesrin birden fazla anlamını bilme • Öğrenci cevabını yanlış olarak belirtme • Öğrenci düşünme biçimini doğru bir şekilde ifade edememe • Kavram yanlışlığının nedenlerini kısmi olarak ifade edebilme
Zayıf Problem Saptama	• Kesrin sadece parça-bütün anlamını bilme • Öğrenci cevabını yanlış olarak belirtme • Öğrenci düşünme biçimini doğru bir şekilde ifade edememe • Kavram yanlışlığının nedenlerini kısmi olarak ifade edebilme
Problem Saptamama	• Öğrenci cevabının doğru olduğunu belirtme

Kesir sorusuna verilen öğretmen cevapları yukarıda sunulan kavramsal çerçeve parçaları birlikte kullanılarak, öğretmenlerin söz konusu problem durumunu saptayıp saptamadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çerçevede öğretmenlerin tüm sorulara verdikleri bütün cevaplar birlikte ve bütünsel olarak analiz edilmiştir.

Veri toplama aracında yer alan küme sorusu için de benzer bir yaklaşım benimsenerek analiz çerçevesi oluşturulmuştur. Öğrenci düşünme biçimi, nedenler ve sorun saptama ile alakalı kısımlar için kesir sorusuna yönelik hazırlanan analiz çerçeveleri kullanılmıştır. Öğretmenlerin küme kavramı ve örneği için sundukları cevapların analizi için veriye dayalı olarak 7 kategori oluşturulmuştur. Aşağıdaki tabloda da görüleceği üzere; geliştirilen kategoriler şu şekilde olmuştur: (i) İyi tanımlı nesneler topluluğu, (ii) Ortak özelliğe sahip nesneler topluluğu, (iii) Belirli özelliklere sahip nesneler topluluğu, (iv) Ortak özelliğe sahip olmayan nesneler topluluğu, (v) Nesneler topluluğu, (vi) Topluluk ve (vii) Diğer. Küme sorusu için kullanılan analiz çerçevesi bir bütün olarak aşağıdaki çizelgede sunulmuştur.

Çizelge 3.8 Küme sorusuna verilen cevapların analizi için kullanılan veri analiz çerçevesi.

Ö	Küme Anlamı ve Örneği	Öğrenci Cevabı	Öğrenci Düşünme Biçimi	Nedenler	Sorun Saptama
	İyi Tanımlı N.O. Ortak özelliğe sahip N. O. Belirli özellikli N.O. Ortak Özelliğe Sahip Olmayan N. O. Nesneler Topluluğu Topluluk Diğer	Doğru Yanlış Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme-OÖ indergeme) DS-Yİ (Aşırı Genelleme) DS-Ortak özellikli olmadığı DS-Bİ YS_Ortak özellikli olmadığı Diğer	Epistemolojik Psikolojik Pedagojik Diğer	Uzman Problem Saptama Kısmi Uzman Problem Saptama Pratisyen Problem Saptama Problem Saptayamama
Ö1	+	+	+	+	✓
Ö2	+	+	+	+	✓

Sunulanlardan da anlaşılacağı üzere, veri analiz çerçeveleri oluşturulurken hem ilgili literatürden faydalanılmış (ör. kesrin farklı anlamları) hem de veriler içerik analizine tabi tutularak kategoriler oluşturulmuştur (ör. problem saptama durumları). Veri analizi için dolayısıyla hem betimsel hem de içerik analiz yöntemleri kullanılmıştır.

Veri analizinin ilk aşaması öncelikle araştırmacı tarafından yürütülmüş ve analiz için uygun kod ve kategoriler üretilmeye çalışılmıştır. Daha sonra yapılan analizler tez

danışmanı ile gözden geçirilmiştir. Araştırmacı ve danışmanın görüş birliği doğrultusunda kodlar ve kategoriler güncellenerek geliştirilmiştir. Bu kod ve kategoriler kullanılarak veriler yeniden araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Araştırmacının yaptığı analizler tekrar uzman değerlendirilmesine tabi tutulmuş ve tüm veriler tez danışmanı ile ilgili analiz çerçeveleri ışığında analiz edilmiştir. Elde edilen veriler dolayısıyla bir bütün olarak farklı zamanlarda en az iki kez analiz edilmiş ve yapılan tüm sınıflandırmalar ve analiz konusunda konsensüse varılmıştır.

3.6 Geçerlik ve Güvenirlik

Bilimsel araştırmalarda araştırmacıların geçerlik ve güvenirliliği ortaya koyabilme yeteneği bilimsel araştırmaların değerini belirleyen önemli faktörlerden biridir. (Le Compte ve Goetz 1982 s. 31). Araştırmacıların yansız bir şekilde gözlemleyerek araştırdığı olguyu en doğal haliyle sunabilmesi nitel araştırmalarda geçerlilik anlamına gelmektedir (Kirk ve Miller 1986). Nicel araştırmalardaki iç geçerlik, dış geçerlik, güvenirlilik ve nesnellik nitel çalışmalarda kullanılan inanırlık, nakledilebilirlik, güvenirlilik ve doğrulanabilirlik kavramlarına karşılık gelmektedir (Merriam 2013, akt. Çevik 2022). Nitel bir paradigmaya sahip olan bu çalışmada geçerlik ve güvenirlilik için aşağıdaki adımlar atılmıştır.

Veri toplama aracı hazırlanmadan önce literatürde yer alan ve kavram yanlışlarının sık rastlandığı kesir ve küme konuları danışman ve araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Veri toplama aracının pilot uygulaması yapılmıştır. Yapılan pilot uygulama sonucunda uzman görüşüyle veri toplama aracında düzenlemeler yapılmış ve son haline karar verilmiştir. Ayrıca veri analizi danışman ve araştırmacı iş birliği ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılardan alınan cevaplar doğrultusunda kategoriler ve kodlar belirlenerek veri analiz çerçevesi oluşturulmuştur. Araştırmacıların, ulaştığı sonuçları sürekli olarak eldeki verilerle teyit etmesi ve okuyucuya mantıklı bir şekilde açıklama sunması beklenir (Yıldırım 2016). Katılımcılardan alınan cevaplar uygun kategorilere ve kodlara yerleştirilerek danışman ve araştırmacı tarafından tekrar tekrar kontrolleri sağlanmıştır. Katılımcıların verdikleri cevaplardan da yer yer alıntılar yapılarak analiz desteklenmeye çalışılmıştır. Araştırmanın her adımı detaylı olarak okuyucuya aktarılmaya çalışılmıştır.

Bu alışmalar geçerli bir veri toplama aracının geliştirilmesine olanak sağlamış ve dolayısıyla araştırma sonuçlarının inanırlığına (i geçerliliğe) katkı sunmuştur.

Veriler amaçlı bir örneklem seçilerek elde edilmiştir. Veri sunumunda örnek vakalara yer verilmiş ve zengin betimlemeler yapılmıştır. Öğretmen cevaplarından ayrıntılı alıntılara yer verilmiştir. Bu alışmalar da nakledilebilirdik (dış geçerlik) ilkesine karşılık gelmektedir.

Veri toplama esnasında katılımcılar araştırmacı tarafından çalışmanın konusu hakkında bilgilendirilmiştir. Katılımcıların müsait olduğu zaman dilimleri dikkate alınarak uygun gördükleri yer ve mekânda görüşmeler yapılmıştır. Nitel bir çalışma olmasından dolayı görüşmeler katılımcıların istekleri doğrultusunda yüz yüze ya da Zoom uygulaması üzerinden kendilerini rahat hissedecekleri şekilde gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın amacına ulaşabilmesi için yeterli katılım sağlanmaya çalışılmıştır. Görüşmeler sırasında araştırmacı yönlendirme yapmadan katılımcılara soruları yönelterek ve uygun süreyi tanıyarak katılımcı cevaplarını görüşme formuna işlemiştir. Veri analiz sürecinde de veriler araştırmacı ve danışmanı tarafından en az iki kez analiz edilerek, verilerin sınıflandırılması konusunda ortak görüşe varılmıştır. Bu alışmalar da tutarlılık incelenmesi kapsamında yapılmış olup, araştırmanın i güvenirliğine katkı sunduğu şeklinde değerlendirilmiştir.

Doğrulanabilirlik (teyit edilebilirlik) yani dış güvenirlik için, ham veriler yazılı hale getirilmiş, verilerden kod ve kategoriler oluşturulmuş ve bunlar kullanılarak veriler analiz edilmiştir. Öğretmenlerin problem saptama durumları için veriler bütünsel olarak değerlendirilmiş ve problem saptama durumları ham verilerle tekrarlı bir şekilde karşılaştırılarak belirlenmiştir. Bu şekilde verilerden çıkarılan sonuçların teyit edilmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Veri aracı geliştirme, uygulama, veri analizi ve veri yorumlama süreçleri yukarıda da sunulduğu gibi açık biçimde yöntem kısmında sunulmuş olup, bu çalışmaların da doğrulanabilirlik ilkesine hizmet ettiği düşünülmektedir.

4. BULGULAR

Bu bölümde analiz sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular iki ana başlık altında sunulmuştur. İlk başlık altında kesir, ikinci başlık altında ise küme ile ilgili bulgulara yer verilmiştir. Kesir başlığı altında öncelikle problem durumunu saptayabilen bir öğretmen ve problem durumunu saptayamayan bir öğretmen vakası ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Daha sonra ise kesir ile alakalı tüm öğretmenlerden elde edilen toplu bulgulara yer verilmiştir. Benzer bir sunum biçimi küme sorusuna ilişkin elde edilen bulgular için de kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgular sunulurken öğretmenlerin açıklama, gerekçe ve örneklerine de yer verilmiştir.

4.1 Kesir Kavramına İlişkin Bulgular

Bu kısımda bulgular, öğretmenlerin kesir konusu ile alakalı yöneltilen sorulara verdikleri cevaplardan oluşmaktadır. İlk olarak öğretmenlerin kesir kavramını nasıl tanımladıklarını anlayabilmek amacıyla “*Sizce kesir nedir?*” ve “*Bir kesir örneği veriniz.*” şeklinde açık uçlu sorular yöneltilerek öğretmenlerin kesir kavramı hakkındaki bilgileri analiz edilmiştir. Sonraki aşamada ise öğretmenlerin sınıf ortamında yaşayabilecekleri muhtemel öğretmen- öğrenci diyalogu içeren soru senaryosu yöneltilerek burada bir problem saptayıcı olarak öğrenci cevabını nasıl değerlendirdikleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Öğretmenlerden alınan cevaplar doğrultusunda senaryoda yer alan öğrenci cevabını hata ya da kavram yanılgısı olarak görüp görmedikleri ve öğrencideki kavram yanılgısının altında yatan epistemolojik, psikolojik ve pedagojik nedenleri saptama durumları üzerinde durulmuştur. Son aşamada ise öğretmenlere “*Öğrencilerin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız.*” şeklinde bir soru yöneltilerek böyle bir durum ile karşılaşmaları halinde nasıl bir çözüm önerisi ile öğrenci düşünme biçimine müdahalede bulunacakları irdelenmeye çalışılmıştır.

Yukarıdaki sorulara verilen cevaplara dayalı olarak ortaya çıkan bulgular, öncelikle iki ayrı vaka şeklinde ve daha sonrasında ise toplu olarak sunulacaktır.

4.1.1 Kesir Vaka Bulguları

4.1.1.1 Ahmet Öğretmen Durumu: Problemi Saptayamama

Ahmet öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliğinden mezun olup, MEB’de 5 yıllık bir öğretmenlik tecrübesine sahiptir. Üniversite eğitimi sürecinde matematiksel kavram yanılgıları ile ilgili ders almış olup, öğrenci zorlukları ve yanılgıları hakkında ön öğrenmeye sahiptir.

Ahmet öğretmene kesir kavramı ile alakalı aşağıdaki senaryo sunulmuş ve senaryodaki öğrenci cevabına ilişkin bazı sorular yöneltilmiştir:

Kesrin anlamı ile ilgili ortaokul seviyesinde yapılan sınıf tartışmasında, birçok öğrenci aşağıdaki gibi bir görüşü öne sürmüşlerdir.

“Kesirler sadece parça-bütün ilişkisini belirlemek için kullanılır. Örneğin, bir pastanın beşte birini belirtmek için kesirler kullanılır.”

Ahmet öğretmene öncelikle öğrencilerin cevabı hakkında ne düşündüğü sorulmuş ve Ahmet öğretmen:

“Bence doğru bir ifadedir, kesirleri parça bütün anlamında kullanırız. Yüzdelere ya da ondalık gösterimler de var ancak kesirlerin farklı şekilde ifadesidir. Günlük hayatta öğrencinin kesirleri parça bütün anlamı dışında somutlaştırabileceği bir konu yok bence.”

Şeklinde cevap vermiştir. Ahmet öğretmenin, kesri yüzde ve ondalık sayı ile ilişkilendirdiği ve bunları kesrin farklı gösterimleri olarak gördüğü anlaşılmaktadır. Kesrin parça-bütün anlamıyla birlikte, oran, ölçme, bölüm ve işlemci anlamları olduğu göz önünde bulundurulduğunda, Ahmet öğretmen kesirlerin parça-bütün anlamı dışında başka bir anlamı olmadığını ifade ederek aşırı özelleme yapmış ve yanlış cevap vermiştir.

Ahmet öğretmeninin de öğrencilerde olduğu gibi benzer bir yanılgıya sahip olduğu görülmektedir.

Ahmet öğretmene bu senaryodan önce *“Sizce kesir nedir?”* ve *“Bir kesir örneği veriniz”* şeklinde iki soru yöneltilmiştir. Ahmet öğretmen kesir kavramını *“Pay ve paydadan oluşan ifadelerdir. Yani bir bütünün belli bir parçasıdır diyebiliriz.”* şeklinde tanımlamış ve örnek olarak da *“Pastanın yarısı ya da pizzanın 2/5’i”* biçiminde örnekler vermiştir. Ahmet öğretmen burada parça-bütün kesir anlamıyla uyumlu örnekler sunmuştur. Dolayısıyla Ahmet öğretmenin kesir tanımı ile ilgili olarak, senaryoda aşırı özelleme yaparak cevap veren öğrenciler gibi bir kavrayışa sahip olduğu ve kendisinin bu kavrayıştan dolayı öğrencilerin aşırı özelleme biçimindeki problemini saptamadığı görülmektedir.

Senaryo için Ahmet öğretmene yöneltilen ikinci soru *“Öğrencilerin kesir kavramını bu şekilde düşünmesine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir?”* olup, bu soru üzerinden Ahmet öğretmenin öğrencilerin hatalı cevabına yol açan düşünme biçimini yani kavram yanılgısını belirleyip belirlemediği saptanmaya çalışılmıştır. Ahmet öğretmen öğrencilerin düşünme biçimini şu şekilde ifade etmiştir:

“Öğrenciler genelde parça bütün anlamını gördüğü ve öğretmenler de örnekler verirken hep parça bütün şeklinde örnekler verdiğimiz için böyle düşünmüş olabilir.”

Ahmet öğretmen öğrenci düşünme biçimini, öğrencilerin genellikle kesirlerin hep parça bütün anlamıyla karşılaşmaları ve öğretmenlerin hep bu şekilde tanımlamaları üzerinden açıklamıştır. Bunun yanı sıra kendisi de kesirleri bu şekilde tanımladığı için Ahmet öğretmen aşırı özellemeye atıfta bulunmamış ve düşünme biçimini sistematik bir şekilde ifade etmemiştir.

Ahmet öğretmenin hata ve kavram yanılgısına da kaynaklı eden, epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenleri fark edip etmediğine yönelik olarak da *“Sizce öğrencilerin böyle cevap vermelerine ne tür nedenler kaynaklık etmiş olabilir?”* soru yöneltilmiş ve devamında da alınan cevaplara dayalı olarak ilgili nedenler teker teker sorulmuştur. Bu bağlamda Ahmet öğretmenin cevabı aşağıdaki gibi olmuştur:

“Öğretmenlerin anlatım şekli bence etkili olmuştur. Çünkü genelde aynı örnekleri pastanın yarısı pizzanın şu kadarı şeklinde örnekler veriyoruz. Bir de bence kesir konusu öğrenciler açısından sayılardan sonra kesirli olduğu için zor bir konu gibi. Çocukların kesirleri somut bir şekilde düşünmesi zor olabiliyor bence.”

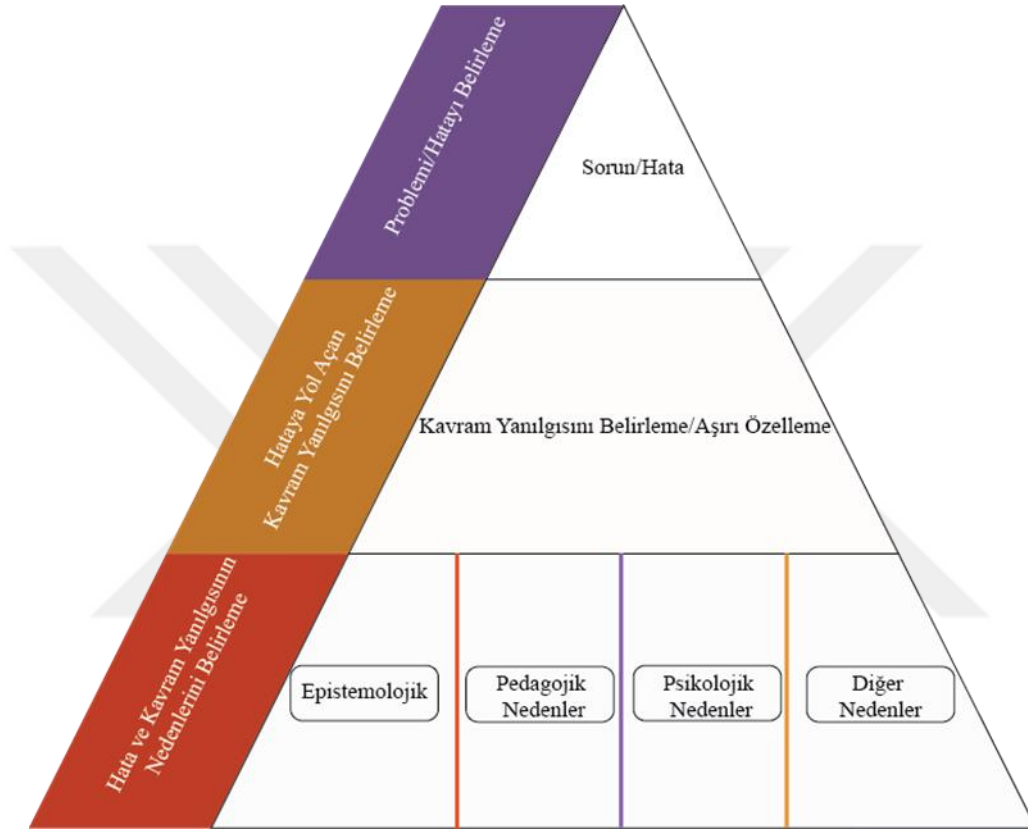
Ahmet öğretmen kesir konusunun zor bir konu olduğunu düşünmekte, kapsamlı olmasa da epistemolojik nedenlere atıfta bulunmaktadır. Aynı şekilde öğretmenlerin kesir kavramının anlatım şekline atıfta bulunarak, pedagojik nedenlere de göndermede bulunmaktadır. Çocukların da kesir kavramını somutlaştırmakta güçlük çektiklerini ifade ederek, psikolojik nedenlere işaret etmektedir. Ahmet öğretmen burada teknik bir dil kullanmadan ve ilgili nedenleri bir uzman gibi detaylandırmadan öğrenci güçlüklerinin nedenlerini açıklamıştır. Ayrıca yukarıda görüldüğü üzere Ahmet öğretmen zaten öğrencilerin cevabını doğru olarak değerlendirmiş, kavram yanlışlığını saptayamamış ve burada aslında verdiği cevabın genel öğrenci güçlüğüyle alakalı olduğu görülmektedir. Bu yüzden Ahmet öğretmen, sunulan kavram yanlışlığı özelinde, yanlışlığı ve nedenlerini ilişkilendirmemiştir.

Son olarak Ahmet öğretmene *“Öğrencilerin cevabının eksik ya da hatalı olduğunu düşünüyorsanız bu durumda ne yapardınız?”* sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile öğrencilerin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptamış ise, ne tür çözüm önerileri ortaya koyacağı belirlenmeye çalışılmış ve çözüm önerileri üzerinden de problemi nasıl saptadığı konusundan çıkarımda bulunulmaya çalışılmıştır. Bu soruya Ahmet öğretmen aşağıdaki gibi bir cevap vermiştir:

“Ondalık sayılarda kesirlerin ifadesidir aslında yani 7/3 demek aynı zamanda 7 ‘yi 3’e bölmektir. Öğrenciye sadece parça bütün olmadığını buradan da anlatmaya çalışırdım.”

Ahmet öğretmenin ondalık gösterimlerin de kesirlerin farklı bir ifade şekli olduğunu ifade etmesi kesirlerin bölme anlamını bildiğini ancak net bir şekilde ifade edemediğini göstermektedir. Ahmet öğretmen öğrencilerin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptayamaması, problemi giderici çözüm önerisini de yeterince ortaya koyamamasına yol açmıştır.

Senaryoda sunulan öğrencilerin hatalı cevabı, hatalı cevaba yol açan düşünme biçimi (kavram yanlışlığı) ve her ikisine de kaynaklık eden epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenler aşağıda üçgen buzdağı piramidi üzerinden resmedilmiştir. Doğru olarak saptanmış unsurlar piramitte “koyu”, saptanmamış unsurlar ise “beyaz” olarak bırakılmıştır. Ahmet öğretmenin durumu aşağıdaki gibi olmuştur:



Şekil 4.1 Ahmet öğretmenin kesir kavramına ilişkin problemi saptama durumu.

Üçgen piramitten de görüldüğü gibi, Ahmet öğretmenin buzdağı piramidinin bütün bölgeleri beyaz renkli olup, Ahmet öğretmenin küme ile alakalı öğrenci hatasını saptayamadığını, bu hatanın ortaya çıkmasına yol açan kavram yanlışlığını belirleyemediğini ve nihayetinde de hata ve yanlışlığa kaynaklık eden nedenleri hatayla doğrudan ilişkili bir şekilde ortaya koyamadığını göstermektedir. Ahmet öğretmenin kesir kavramına ilişkin kendisinin de yanlışlığa sahip olması, problem durumunu saptamasını engellemiştir.

4.1.1.2 Gamze Öğretmen Durumu: Kısmi Uzman Problem Saptama

Gamze öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliğinden mezun olup, aynı alanda yüksek lisans çalışmalarını sürdürmektedir. MEB'e bağlı bir okulda 1 yıllık bir öğretmenlik tecrübesine sahiptir. Üniversite eğitimi sürecinde ve son yılında matematiksel kavram yanlışları ile ilgili ders almış olup, öğrenci zorlukları ve yanlışları hakkında ön öğrenmeye sahiptir. Gamze öğretmen bu ders kapsamında kesir kavramı dâhil birçok matematiksel kavram ile ilişkili zorluk, yanlış, aşırı genelleme ve aşırı özelleme gibi yanlış türlerini, hata, yanlış ve hata ilişkisi, bunların nedenleri ve giderilmesi ile alakalı eğitim almıştır.

Gamze öğretmene kesir kavramı ile alakalı aşağıdaki senaryo sunulmuş ve senaryodaki öğrenci cevabına ilişkin bazı sorular yöneltilmiştir:

Kesrin anlamı ile ilgili ortaokul seviyesinde yapılan sınıf tartışmasında, birçok öğrenci aşağıdaki gibi bir görüşü öne sürmüşlerdir.

“Kesirler sadece parça-bütün ilişkisini belirtmek için kullanılır. Örneğin, bir pastanın beşte birini belirtmek için kesirler kullanılır.”

Gamze öğretmene öncelikle öğrencilerin cevabı hakkında ne düşündüğü sorulmuş ve Gamze öğretmen:

“Bence yanlıştır çünkü öğrenciler aşırı özelleme yapmışlardır. En çok kullandığımız kesir tanımı parça bütün ilişkisi, bu yüzden de böyle cevap vermiş olabilirler. Öğretmen sadece bu yönden anlattığı için öğrenciler böyle düşünmüş olabilirler.”

Şeklinde cevap vermiştir. Gamze öğretmenin öğrenci cevabını yanlış olarak değerlendirmesinin sebebini “aşırı özelleme” şeklinde ifade etmesi, profesyonel bir dil kullanarak öğrenci düşünme biçimini doğru bir şekilde saptadığını göstermektedir. Öğretmen burada öğrencinin vermiş olduğu cevabı bir kavram yanlışlığı olarak görmektedir. Buradaki kavram yanlışlığına ise öğretmenlerin kesirleri sadece parça-bütün anlamı üzerinden anlatmalarının kaynaklık ettiğini ifade etmiştir.

Gamze öğretmene bu senaryodan önce “Sizce kesir nedir?” ve “Bir kesir örneği veriniz” şeklinde iki soru yöneltilmiştir. Gamze öğretmen kesir kavramı için “Sayıların rasyonel olarak ifade edilmesine ya da bir bütünün ya da çokluğun ifade edilmesine kesir denir. Bir deste kalemin yarısını ifade edebiliriz. 20 litre zeytinyağının $1/5$ 'i de olabilir.” biçiminde açıklamalar getirmiştir.

Senaryo için Gamze öğretmene yöneltilen ikinci soru “Öğrencilerin kesir kavramını bu şekilde düşünmesine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir?” olup, bu soru üzerinden Gamze öğretmenin öğrencilerin hatalı cevabına yol açan düşünme biçimini yani kavram yanılgısını belirleyip belirlemediği saptanmaya çalışılmıştır. Gamze öğretmen öğrencilerin düşünme biçimini şu şekilde ifade etmiştir:

“Öğrenciler tek bir yönden düşünerek kesirleri aşırı özelleştirerek dar bir düşünme biçimiyle cevaplamışlardır. Bir de ilişki kuramıyor olamayabilirler yani akıl yürütme ve ilişkilendirme de yetersiz kalıyor olabilirler. Diğer üç anlamı yani bölme, oran, ölçü anlamlarını da günlük hayatla ya da matematiğin diğer konularıyla ilişkilendiremiyor olabilirler.”

Gamze öğretmene ayrıca “Öğrencilerin cevabının eksik ya da hatalı olduğunu düşünüyorsanız bu durumda ne yaptınız?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile öğrencilerin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptamış ise, ne tür çözüm önerileri ortaya koyacağı belirlenmeye çalışılmış ve çözüm önerileri üzerinden de problemi nasıl saptadığı konusundan çıkarımda bulunulmaya çalışılmıştır. Bu soruya Gamze öğretmen aşağıdaki gibi bir cevap vermiştir:

“Kesrin diğer anlamları için de örnekler vererek o anlama öğrenci kendisi ulaşsın diye çalıştım. Sonra da o anlamlarının tanımını kendim verirdim. Sayı doğrusu kullanılabilir. Ölçü anlamı için ağırlık, oran ve bölme anlamı için de sayı doğrusu kullanabilirdim. İlişki kurabilecekleri kesir görselleri kullanırım. Farklı renkte ama aynı boyutta kartonlar kullanarak anlatabilirim.”

Yukarıda farklı sorulara verilen cevaplar birlikte ele alındığında, Gamze öğretmenin, parça-bütün anlamıyla birlikte, kesrin ölçü, oran, bölme ve oran anlamlarını bildiği ve bunların anlamlarına hâkim olduğu görülmektedir. Sorulan tüm sorular birlikte değerlendirildiğinde Gamze öğretmenin kesrin anlamına ve öğrenci düşünme biçimine ilişkin bilgileri aşağıda Çizelge 4.1’ de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Gamze öğretmenin kesir anlama ve öğrenci düşünme biçimini belirtme bilgisi.

Öğretmen	Kesrin Anlamı ve Örneği						Öğrenci Cevabı			Öğrenci Düşünme Biçimi				
	Parça-bütün	Oran	Bölme	Ölçüm	İşlemci	Diğer	Doğru	Yanlış	Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme)	DS-Yİ (Aşırı Genelleme)	DS-Bİ	YS-Parça-Bütün şeklinde düşünme)	Diğer
Gamze	+	+	+	+		+		+		+				

DS: Doğru Saptama. Dİ: Doğru İfade. Yİ: Yanlış İfade. Bİ: Belirsiz İfade. YS: Yanlış Saptama.

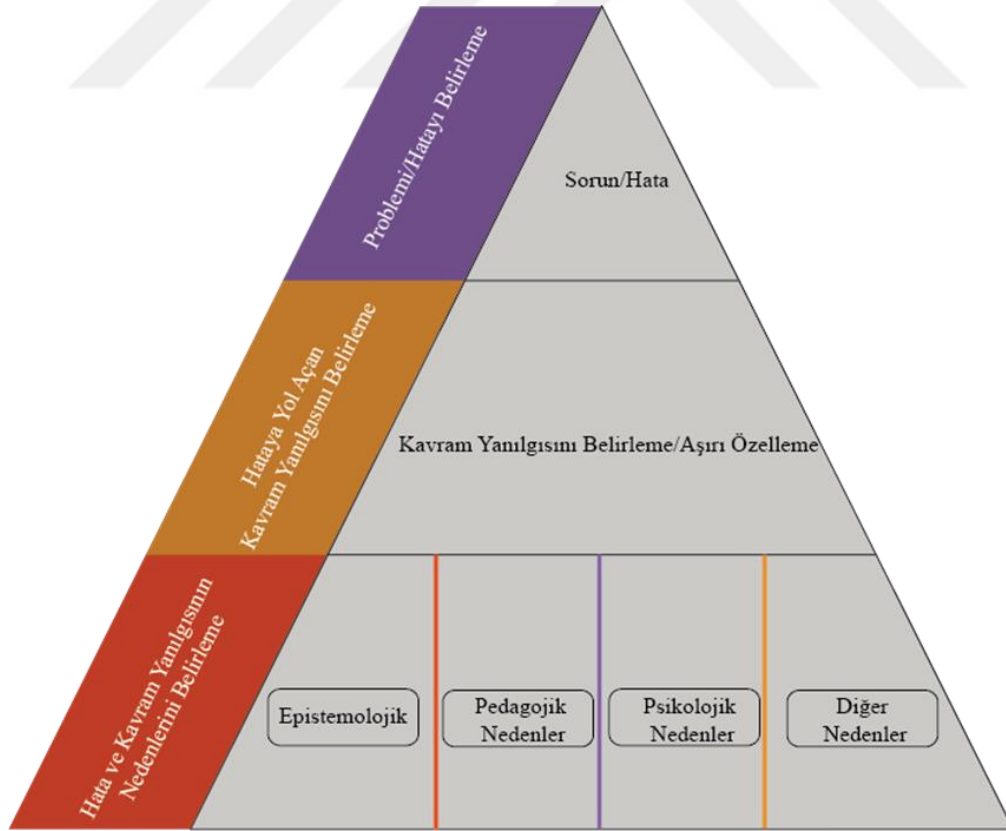
Gamze öğretmenin “aşırı özelleme” terimini kullanarak, öğrencilerin kavrayışını ifade etmesi hem kendisinin uzman diline sahip olduğunu hem de öğrenci düşünme biçimine yol açan kavram yanlışlığını saptayabildiğini göstermektedir. Ayrıca, Gamze öğretmenin öğrencilerin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptayabilmesi, problemi giderici çözüm önerileri de ortaya koyabilmesini sağlamıştır.

Gamze öğretmenin hata ve kavram yanlışlığına da kaynaklı eden, epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenleri fark edip etmediğine yönelik olarak da “Sizce öğrencilerin böyle cevap vermelerine ne tür nedenler kaynaklık etmiş olabilir?” sorusu yöneltilmiş ve devamında da alınan cevaplara dayalı olarak ilgili nedenler teker teker sorulmuştur. Bu bağlamda Gamze öğretmenin cevabı aşağıdaki gibi olmuştur:

“Öğrenci kaynaklı nedenler bence ilişkilendirme yapamamasıdır. Öğrencinin tek düze düşünmesi de etkilidir. Öğretmenlerin kesrin diğer anlamlarını ya anlatmaması ya da aynı süreyi tanımayarak anlatması da etkili olmuş olabilir. Bence zor bir konu olduğu için de tanımlarken kendimiz de eksik ifade ediyor olabiliriz hem bizden kaynaklı hem de konudan kaynaklı olabilir.”

Gamze öğretmen öğrencinin cevabını yanlış olarak değerlendirmiş kavram yanlışlığının sebeplerini detaylandırmadan doğru bir biçimde ifade etmiştir. Öğrencilerin düşünme biçiminden ve ilişki kuramalarından yola çıkarak, yanlışların psikolojik sebebine vurgu yapmıştır. Bunun yanı sıra epistemolojik olarak kesrin zor bir konu olduğunu belirterek kavramdan kaynaklanan bir zorluk durumu olduğunu da ifade etmiştir. Ancak burada epistemolojik engellere, tarihsel kökenleriyle ilişki kuracak şekilde atıfta bulunmamıştır. Kesrin farklı anlamlarının öğretmenlerce yeterince ele almamasına işaret ederek, pedagojik sebepleri ifade etmiştir. Bu da öğretmenin kavram yanlışlığına yol açan nedenleri genel bir çerçevede doğru bir şekilde ifade edebildiğini göstermektedir.

Senaryoda sunulan öğrencilerin hatalı cevabı, hatalı cevaba yol açan düşünme biçimi (kavram yanlışlığı) ve her ikisine de kaynaklık eden epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenler aşağıda üçgen buzdağı piramidi üzerinden resmedilmiştir. Doğru olarak saptanmış unsurlar piramitte koyu, saptanmamış unsurlar ise beyaz olarak bırakılmıştır. Gamze öğretmenin durumu aşağıdaki gibi olmuştur:



Şekil 4.2 Gamze öğretmenin kesir kavramına ilişkin problemi tespit durumu.

Gamze öğretmeninin buzdaki piramidinin bütün bölgeleri gri renkli olup Gamze öğretmeninin kesir kavramı ile alakalı öğrenci hatasını saptayabildiği, bu hatanın ortaya çıkmasına yol açan kavram yanlışlığını belirleyebildiği ve nihayetinde de hata ve yanlışlığa kaynaklık eden nedenleri kapsamlı ve uzman derecesinde olmasa da ortaya koyabildiği görülmektedir. Buradan hareketle Gamze öğretmeninin problem tespiti, nedenlere ilişkin kapsamlı ve uzman derecesinde bilgi verememesinden dolayı, “Kısmi Uzman Problem Tespiti” seviyesinde olduğu görülmektedir.

4.1.2 Kesir Kavramına İlişkin Toplu Bulgular

Kesir ile ilgili öğretmenlerden alınan cevapların toplu analizi aşağıdaki çizelgede sunulmuştur. Çizelge 4.2 incelendiğinde kesir soru analizinin beş farklı ekseninde yapıldığı görülebilir. Öğretmenlerden alınan cevaplar her biri farklı analiz çerçeveleri kullanarak analiz edilmiştir. Toplu bulgular öğretmenlerin kesirleri tanımlarken parça- bütün, oran, bölme, ölçüm ve işlemci anlamlarından hangilerini kullandıklarını, bunun yanı sıra senaryoda yer alan öğrenci düşünme biçimini açıklayabilme ve kavram yanlışlığı ile ifade edebilme durumlarının genel bir resmini çizebilmemize yardımcı olacaktır. Sonuç olarak da bir problem saptayıcı olarak ortaokul matematik öğretmenlerinin “*Problemi Tespit*” becerilerinin nasıl olduğu ifade edilmeye çalışılacaktır.

Çizelge 4.2 Tüm öğretmenlerin kesir sorularına verdikleri cevapların kavramsal analiz tablosu.

Öğretmen	Kesrin Anlamı ve Örneği						Öğrenci Cevabı			Öğrenci Düşünme Biçimi					Nedenler				Sorun Saptama				
	Parça-bütün	Oran	Bölme	Ölçüm	İşlemci	Diğer	Doğru	Yanlış	Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme)	DS-Yİ (Aşırı Genelleme)	DS-Bİ	YS_ (Parça-Bütün şeklinde düşünme)	Diğer	Epistemolojik	Psikolojik	Pedagojik	Diğer	Uzman Problem S.	Kısmi Uzman P.S.	Prattisyen Problem S.	Zayıf P.S.	Problem Saptamaa
Ö1	+	+	+	+	+			+		İndirgeme					+	+	+		✓				
Ö2	+		+					+		Genelleme					+	+	+				✓		
Ö3	+	+	+					+		İndirgeme					+		+				✓		
Ö4	+	+						+				+			+		+					✓	
Ö5	+					+		+		Genelleme						+	+					✓	
Ö6	+							+				+				+	+					✓	
Ö7	+					+		+				+					+					✓	
Ö8	+		+					+				+				+	+				✓		
Ö9	+					+	+						+		+	+	+						✓
Ö10	+						+						+				+						✓
Ö11	+					+	+						+				+						✓
Ö12	+						+						+			+	+						✓
Ö13	+						+						+				+						✓
Ö14	+	+	+					+				+		+		+	+				✓		
Ö15	+	+	+			+		+		Genelleme						+	+				✓		
Ö16	+	+	+					+		Genelleme						+	+				✓		
Ö17	+	+	+					+		Genelleme					+	+	+				✓		
Ö18	+	+	+	+		+		+		+					+	+	+			✓			
Ö19	+	+	+		+			+		İndirgeme					+	+	+			✓			
Ö20	+		+			+		+				+			+	+	+				✓		
Toplam	%100	%45	%55	%10	%10	%35	%25	%75		%20	%25	%30	%25	%5	%45	%70	%100		%0	%15	%40	%20	%25

DS: Doğru Saptama. Dİ: Doğru İfade. Bİ: Belirsiz İfade Yİ: Yanlış İfade YS: Yanlış Saptama

Tüm öğretmenlere öncelikle “*Sizce kesir nedir?*” şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Burada öğretmenlerin kesir kavramının hangi anlamlarının farkında oldukları incelenmeye çalışılmıştır. Çizelge 4.2 incelendiğinde öğretmenlerin kesirleri tanımlarken %100’ünün parça-bütün anlamı üzerinden bir tanımlama yaptıkları görülmektedir. Bazı öğretmenlerin cevapları aşağıdaki gibidir:

Ö15: “*Kesir, bir bütünün parçalarını temsil etmek için kullanılan ifadedir.*”

Ö6: “*Pay ve paydadan oluşan ve payda kısmı bütünün kaç parçaya ayrıldığını, pay ise ayrılan parçalardan kaç tanesinin seçildiğini gösteren ifadelerdir.*”

Kesrin bölme anlamının farkında olan öğretmenlerin oranın tüm katılımcılar içindeki oranının %55, oran anlamının farkında olan öğretmenlerin ise %45 olduğu görülmektedir. İşlemci ve ölçüm anlamının farkında olan %10 kadar öğretmen olduğu görülmektedir. Çizelge 4.2 incelendiğinde kesrin 5 anlamının da farkında olan yalnızca bir öğretmenin olduğu görülmektedir.

Bulguların bir sonraki kısmında öğretmenlere aşağıdaki soru senaryosu yöneltilmiş ve buradaki öğrenci cevabını nasıl değerlendirdikleri (doğru/yanlış) sorulmuştur.

Kesrin anlamı ile ilgili ortaokul seviyesinde yapılan sınıf tartışmasında, birçok öğrenci aşağıdaki gibi bir görüşü öne sürmüşlerdir.

“Kesirler sadece parça-bütün ilişkisini belirtmek için kullanılır. Örneğin, bir pastanın beşte birini belirtmek için kesirler kullanılır.”

Çizelge 4.2’de görüldüğü üzere öğretmenlerin %25’i öğrencilerin öne sürdüğü görüşü “doğru” olarak değerlendirmiş ve kesir kavramını kendilerinin de sadece parça bütün anlamı üzerinden tanımladıkları görülmüştür. Bazı öğretmen cevapları aşağıdaki gibidir:

Ö13: “*Kesirleri ben de sadece parça bütün üzerinden tanımladığım için bence öğrencinin ifadesi doğru bir ifadedir çünkü kesirler yalnız parça bütünü ifade etmek için kullanılır.*”

Ö11: “*Bence doğru bir ifadedir çünkü kesirler sadece parça-bütünü ifade etmek için kullanılır. Ben de bu şekilde tanımlıyorum.*”

Öğretmenlerin %75'i öğrencilerin öne sürdükleri görüşü yanlış olarak değerlendirmiş ve öğrencinin senaryodaki cevabını yanlış olarak değerlendirmelerini kesirlerin diğer anlamlarıyla da ilişkilendirmişlerdir. Bazı öğretmenlerin cevabı aşağıdaki gibidir:

Ö8: “Cevap kesinlikle yanlıştır. Çünkü kesir demek aynı zamanda bölme işlemi anlamına da gelir. $3/5$ demek aslında üçü beşe bölmek anlamına da gelir. $3/5$ in aslında 0,6 ya denk olduğunu ve bunun sayı doğrusunda bir karşılığı olduğunu anlatmaya çalışıyorum. Bu yüzden öğrencinin cevabı eksik bir cevaptır.”

Ö14: “Bence yanlıştır çünkü kesirleri oranlama ve bölme anlamlarında da kullanırız”.

Son bölümde ise öğretmenlere senaryoda yer alan öğrenci cevabındaki kavram yanlışlığına nelerin kaynaklık etmiş olabileceği sorulmuştur. Öğretmenlerden alınan cevaplar ise kavram yanlışlığının epistemolojik, psikolojik ve pedagojik nedenleri altında sınıflandırılmıştır.

Öğretmenlerin %45'i epistemolojik nedenlere değinerek kesir konusunun kavramsal olarak öğrenciler açısından anlaşılması zor ve soyut bir konu olduğunu ifade etmişlerdir. Bazı öğretmen cevapları durumu örneklendirmektedir:

Ö2: “Kesir konusunun kendisinden kaynaklı yani soyut kalabilen bir konu olmasından dolayı olabilir. Bu yüzden de algılanması ve anlaşılması zor olabiliyor. Öğrencilerde mesela bölme işleminde sorun olunca yani ön bilgi eksikliğinden dolayı kesrin anlaşılması da zorlaşabiliyor. Öğretim tarzımız, bizim kesir konusunu anlatım şeklimiz verdiğimiz örnekler de etkilidir. Bir de 5. sınıflar için özellikle çok yoğun şekilde verilmesi de bence en başta kavranmasını zorlaştırabiliyor. Yani 5. sınıfta daha ilk defa karşılaştığında sadece güzel bir şekilde tanıtsak ve işlemleri sonraki sınıflarda öğreterek öğrenimi de bence o denli kolay hale gelebilir.”

Ö3: “Kesir konusundan kaynaklı olabilir. Çünkü kesir konusu gibi çok fazla soyut kalan bir konuya geçiş onlar için zor olabiliyor. Öğretmenden kaynaklı da olabilir çünkü öğretim yaparken tek düze anlatım ya da zamandan kaynaklanan sıkıntılar da sebep

olmuş olabilir. Bir de öğretmenlerin hep aynı şekilde ve parça bütün üzerinden anlattığımız için de çocuklar böyle cevap vermiş olabilir.”

Öğretmenlerin %70'i ise öğrenci kavram yanılgısının psikolojik nedenlerden kaynaklandığını ifade etmiştir. Bazı öğretmenlerin gerekçeleri aşağıdaki gibidir:

Ö5: *“Öğrencinin zihninde tam olarak anlamlandıramadığı ve bizim kurduğumuz cümleleri öğrencilerin genellemesi ve bu şekilde bir yanılgıya dönüşmesi de kaçınılmaz oluyor.”*

Ö15: *“Öğrenci kendisi de sonraki öğrenmeleriyle yani yüzde, oran, rasyonel sayılar konusuyla ilişkilendirmediği için de olabilir. Öğretmen en başta konuyu böyle bir tanımla anlatarak başka anlamlarıyla ilişkilendirmeden anlattığı için olabilir.”*

Öğretmenlerin %100'ü ise senaryoda yer alan öğrenci düşünme biçimine kaynaklık eden nedenleri pedagojik nedenlere dayandırmışlardır. Tüm öğretmen cevapları birlikte incelendiğinde özellikle öğretmenlerin kesir kavramını anlatım şekli, kesrin anlamlarından hep parça-bütün anlamını ön planda tutarak bir anlatım tercih etmelerinin öğrencide oluşan kavram yanılgısının en önemli nedenlerinden olduğunu ifade etmişlerdir. Bazı öğretmen cevapları aşağıdaki gibidir:

Ö15: *“Öğrenci kendisi de sonraki öğrenmeleriyle yani yüzde, oran, rasyonel sayılar konusuyla ilişkilendirmediği için de olabilir. Öğretmen en başta konuyu böyle bir tanımla anlatarak başka anlamlarıyla ilişkilendirmeden anlattığı için olabilir.”*

Ö17: *“Yani öğretmenden, konudan, öğrenciden kaynaklı sebepler vardır. Ancak ben daha çok öğretmen boyutunun etkili olduğunu düşünüyorum. Çünkü öğrencinin zihninde konuyla ilgili herhangi bir şey yokken biz bir tanım yaparak konuyu veriyoruz. Öğretmen günlük hayatla ilişkilendirme yapamıyorsa eğer öğrencide de kavram konusunda sorun oluşabiliyor. Geleneksel eğitim modeli ya da çok klasik örnekler de bunda etkilidir. Bir de tek taraflı yapılan öğretim yani öğrenciyi çok aktif kılmadan yapılan öğretim de etkili olur.”*

Ö18: “Öğrenciler tek bir yönden düşünerek kesirleri aşırı özelleştirerek dar bir düşünme biçimiyle cevaplamışlardır.”

Son olarak öğretmenlere, senaryoda yer alan öğrenci cevabındaki hata/kavram yanlışlarına nasıl çözüm önerileri getirebileceklerini anlayabilmek amacıyla “Öğrencilerin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız? şeklinde açık uçlu soru yöneltilmiştir. Öğretmenlerden bazılarının verdikleri cevaplar aşağıdaki gibidir:

Ö17: “Kesrin tanımını yaparken sadece parça-bütün üzerinden vermem. Kesrin aslında oran ve bölme işlemi anlamına da geldiğini anlatmaya çalışırdım. En baştan düşünürsek eğer basit öğrenmeyi etkin hale getirmeye çalışırım. 5.sınıflarda öğrencinin zihninde daha iyi yer edebilmesi için diğer anlamlarını da anlatmaya çalışırım. Kesir blokları, kesir kartları vb. materyallerle anlatırım. Özellikle de öğretimi zenginleştirecek şekilde teknolojiyi kullanarak dersi anlatırım.”

Ö11: “Yani ders anlatımımı aynı şekilde devam ettirirdim ama parça bütün için bölmesi yani parçalaması daha kolay materyaller kullanmaya çalışıyorum.”

Tüm bulgular birlikte değerlendirildiğinde bir problem saptayıcı olarak matematik öğretmenlerinin problem tespit becerilerinin nasıl olduğu hata ve kavram yanlışları açısından incelenmeye çalışılmıştır. “Uzman problem tespit/saptama” düzeyinde problemi saptayan hiçbir öğretmen olmamıştır. Ancak tüm öğretmenlerin %15’inin kesrin birden fazla anlamını bilerek, senaryodaki öğrenci cevabını yanlış olarak değerlendirebildiği, öğrenci düşünme biçimini doğru bir şekilde açıklayarak kavram yanlışısını doğru bir şekilde tespit ettikleri, bununla birlikte kavram yanlışlarının nedenlerini epistemolojik (kavramın tarihsel gelişimiyle ilişkilendirme), psikolojik (öğrencinin zihinsel gelişimiyle kuram-pratik açıdan ilişkilendirme) ve pedagojik (öğretim yöntem ve stratejileriyle kuramsal-pratik açıdan ilişkilendirme) olarak kısmi düzeyde ifade edebildikleri görülmektedir. Nedenlere ilişkin kısmi açıklamalarından dolayı, bu öğretmenlerin (yani %15’i) problem saptama durumları “Kısmi Uzman Problem Tespit” şeklinde değerlendirilmiştir.

Pratisyen saptama kesrin birden fazla anlamını bilme, öğrenci cevabının yanlış olduğu belirtme ancak öğrenci düşünme biçimini doğru bir şekilde ifade edemeyip kavram yanlışlığının nedenlerini kısmi olarak ifade edebilme şeklinde tanımlanmıştır. Çizelge 4.2’den de görüldüğü gibi öğretmenlerin %40’ı “*Pratisyen Problem Tespit*” düzeyinde olmuştur.

“Zayıf Problem Saptama” durumunu “Pratisyen Saptama” durumundan ayıran en önemli nokta öğretmenlerin kesrin yalnızca parça-bütün anlamının farkında olması ve diğer anlamlarını bilmemeleridir. Öğretmenlerin %20’sinin kesrin yalnızca parça-bütün anlamını bilerek öğrenci cevabını yanlış olarak belirtmiş, ancak öğrenci düşünme biçimini doğru şekilde ifade edemeyip kavram yanlışlığının nedenlerini de kısmi olarak ifade edebilmişlerdir. Yani var olan problem durumunu zayıf bir şekilde saptayabilmişlerdir.

Öğretmenlerin %25’i kesir kavramıyla ilgili kendilerine yöneltilen soru senaryosunda öğrenci cevabını doğru olarak değerlendirmiş, kendilerinin de kesir kavramını parça-bütün anlamı ile tanımladıklarını ifade ederek öğrenci cevabını bir kavram yanlışlığı olarak değerlendirememişlerdir. Bu bulgu da öğretmenlerin %25’inin problemi tespit edemediğini göstermektedir.

4.2 Küme Kavramına İlişkin Bulgular

Bu bölümde öğretmenlere küme kavramı ile alakalı açık uçlu sorular yöneltilmiş ve öğretmenlerden alınan cevaplar analiz edilerek bulguları sunulmuştur. İlk olarak öğretmenlere “*Sizce küme nedir?*” ve “*Bir küme örneği veriniz.*” şeklinde sorular yöneltilerek kendi küme tanımlarını yapmaları ve örneklerini vermeleri istenmiştir. Öğretmenlerden alınan cevaplar doğrultusunda kavramsal analiz çerçevesi oluşturulmuştur. Bir sonraki bölümde ise öğretmen-öğrenci diyalogu içeren soru senaryosu verilerek senaryoda yer alan öğrenci cevabını (doğru/yanlış) değerlendirmeleri istenmiştir. Burada öğrenci düşünme biçimini açıklamaları ve öğrenci cevabına kaynaklık eden sebeplerin neler olabileceği sorulmuştur. Son olarak öğretmenlere “*Siz olsaydınız neler yapardınız?*” şeklinde açık uçlu bir soru yöneltilerek bir problem saptayıcı olarak

var olan problem durumuna ne tür çözüm önerileri geliştirebilecekleri anlaşılmaya çalışılmıştır.

Elde edilen bulgular yer yer öğretmen gerekçeleri ile desteklenmiştir. Yukarıdaki sorulara verilen cevaplara dayalı ortaya çıkan bulgular, öncelikle iki ayrı vaka şeklinde ve daha sonrasında ise toplu olarak sunulacaktır.

4.2.1 Küme Vaka Bulguları

4.2.1.1 Aslı Öğretmen Durumu: Problemi Saptayamama

Aslı öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliğinden yeni mezun olup, aynı alanda yüksek lisans çalışmalarını sürdürmektedir. Özel sektörde 1 yıllık bir öğretmenlik tecrübesine sahiptir. Üniversite eğitimi sürecinde matematiksel kavram yanlışları ile ilgili ders almış olup, öğrenci zorlukları ve yanlışları hakkında ön öğrenmeye sahiptir. Aslı öğretmene küme kavramı ile alakalı aşağıdaki senaryo sunulmuş ve senaryodaki öğrenci cevabına ilişkin bazı sorular yöneltilmiştir:

Kümeler konusunu işlerken “a, 1, Londra, Salı, Ali, elma” elmanlarının bir küme oluşturup oluşturmadığı sorusunu öğrencilerinize yönelttiğinizi varsayalım. Ali isimli bir öğrenciniz “Hayır öğretmenim, bu elemanlar bir küme oluşturmaz” şeklinde bir cevap vermiştir.

Aslı öğretmene öncelikle Ali’nin cevabı hakkında ne düşündüğü sorulmuş ve Aslı öğretmen:

“Bence cevap doğrudur. Çünkü ortak özelliklere sahip elemanlar değil yani birbirinden çok alakasız elemanlardır.”

Şeklinde cevap vermiştir. Ali kümenin elemanları arasında ortak özellik olması gerektiğini ifade ederek aşırı özelleme yapmış ve yanlış cevap vermiştir. Aslı öğretmenin de tıpkı öğrenci Ali gibi benzer bir yanlışlığa sahip olduğu görülmektedir.

Aslı öğretmene bu senaryodan önce “Sizce küme nedir?” ve “Bir küme örneği veriniz” şeklinde iki soru yöneltilmiştir. Aslı öğretmen kümeyi “Ortak özelliklere sahip nesne topluluğudur.” şeklinde tanımlamış ve örnek olarak da “Ünlü harfler de küme örneğidir.” biçiminde bir örnek vermiştir. Dolayısıyla Aslı öğretmenin kümenin tanımı ile ilgili olarak, senaryoda aşırı özelleme yaparak cevap veren Ali gibi bir kavrayışa sahip olduğu ve kendisinin bu kavrayıştan dolayı Ali’nin problemini tespit edemediği görülmektedir.

Senaryo için Aslı öğretmene yöneltilen ikinci soru “Ali’nin küme kavramını bu şekilde düşünmesine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir?” olup, bu soru üzerinden Aslı öğretmenin Ali’nin hatalı cevabına yol açan düşünme biçimini yani kavram yanılgısını belirleyip belirlemediği tespit edilmeye çalışılmıştır. Aslı öğretmen öğrenci düşünme biçimini şu şekilde ifade etmiştir:

“Ortak özellikleri olmadığı için böyle bir cevap vermiş olabilir. Elemanları birbiriyle ilişkisiz gördüğü için böyle cevaplamış olabilir.”

Aslı öğretmen “a, l, Londra, Salı, Ali, elma” elemanları arasındaki benzeşmezliğe işaret etmiş ve öğrenci düşünme biçimini bu benzemezlilik üzerinden açıklamıştır. Ancak Aslı öğretmen aşırı özellemeye atıfta bulunmamış ve düşünme biçimini sistematik bir şekilde ifade etmemiştir. Aslı öğretmenin kümenin anlamı ve senaryodaki öğrenci düşünme biçimini açıklayabilme durumu aşağıdaki çizelgede özetlenmeye çalışılmıştır.

Çizelge 4.3 Aslı öğretmenin küme tanımına ve öğrenci düşünme biçimine ilişkin bilgisi.

Öğretmen	Küme Anlamı ve Örneği	Öğrenci Cevabı	Öğrenci Düşünme Biçimi
	İyi Tanımlı N.O. Ortak özelliğe sahip N.O. Belirli özellikli N.O. Ortak Özelliğe Sahip Olmayan N. O Nesneler Topluluğu Topluluk Diğer	Doğru Yanlış Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme- OÖ indergeme) DS-Yİ (Aşırı Genelleme DS-Ortak özellik olmadığı için DS-Bİ YS_Ortak özellik olmadığı için Diğer
Aslı	+	+	+

DS: Doğru Saptama. Dİ: Doğru İfade. Bİ: Belirsiz İfade Yİ: Yanlış İfade YS: Yanlış Saptama

Aslı öğretmen hata ve kavram yanlışlığına da kaynaklı eden, epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenleri fark edip etmediğine yönelik olarak da “*Sizce Ali’nin bu şekilde düşünmesine kaynaklık eden nedenler nelerdir?*” şeklinde soru yöneltilmiş ve devamında da alınan cevaplara dayalı olarak ilgili nedenler teker teker sorulmuştur. Bu bağlamda Aslı öğretmenin cevabı aşağıdaki gibi olmuştur:

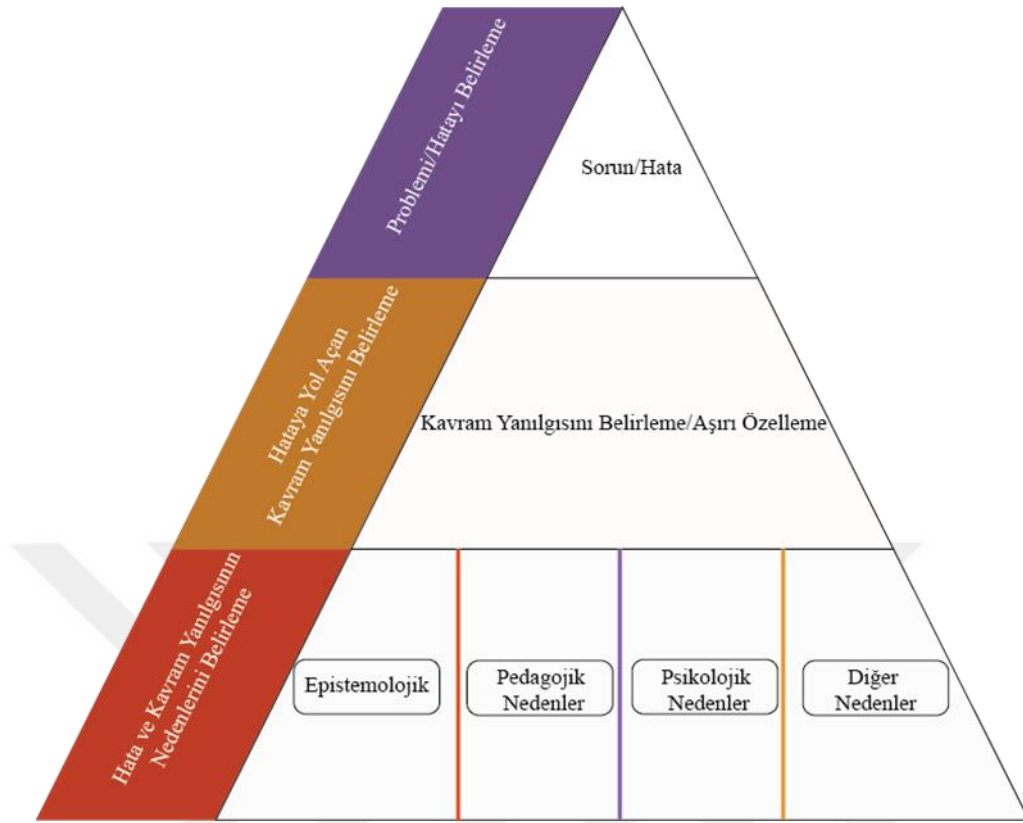
“Öğrenci burada doğru cevap verdiği için bence ondan kaynaklı herhangi bir sorun olduğunu düşünmüyorum. Doğru öğrenmiştir derim. Küme konusunun zor bir konu olduğunu düşünmüyorum o yüzden de öğrenciler tarafından algılaması zor değil bence.”

Aslı öğretmen öğrencinin cevabını doğru olarak değerlendirmiş ve kavram yanlışlığını saptayamamıştır. Bu nedenle cevapta yer alan kavram yanlışlığının sebeplerini bütüncül ve doğru bir biçimde saptayamamıştır. Küme konusunun epistemolojik olarak da zor bir konu olarak görmediğini ayrıca belirterek kavramdan kaynaklanan bir zorluk durumu olmadığını ifade etmiştir.

Son olarak Aslı öğretmene “*Ali’nin cevabının eksik ya da hatalı olduğunu düşünüyorsanız bu durumda ne yapardınız?*” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile şayet Ali’nin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptamış ise, ne tür çözüm önerileri ortaya koyacağı belirlenmeye çalışılmış ve çözüm önerileri üzerinden de problemi nasıl saptadığı konusundan çıkarımda bulunulmaya çalışılmıştır. Bu soruya Aslı öğretmen aşağıdaki gibi bir cevap vermiştir:

“Eksik ya da hatalı olduğunu düşünmediğim için öğretimimi aynı şekilde yapardım.”

Aslı öğretmen Ali’nin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptamaması, problemi giderici çözüm önerisini de ortaya koyamamasına yol açmıştır. Senaryoda sunulan Ali’nin hatalı cevabı, hatalı cevaba yol açan düşünme biçimi (kavram yanlışlığı) ve her ikisine de kaynaklık eden epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenler aşağıda üçgen buzdağı piramidi üzerinden resmedilmiştir. Doğru olarak saptanmış unsurlar piramitte koyu, saptanmamış unsurlar ise beyaz olarak bırakılmıştır. Aslı öğretmenin durumu aşağıdaki gibi olmuştur:



Şekil 4.3 Aslı öğretmenin küme kavramına ilişkin problemi saptama durumu.

Üçgen piramitten de görüldüğü gibi, Aslı öğretmenin buzdağı piramidinin bütün bölgeleri beyaz renkli olup, öğretmenin küme ile alakalı öğrenci hatasını saptayamadığını, bu hatanın ortaya çıkmasına yol açan kavram yanılgısını belirleyemediğini ve nihayetinde de hata ve yanılgıya kaynaklık eden nedenleri ortaya koyamadığını göstermektedir. Aslı öğretmenin küme kavramına ilişkin kendisinin de kavram yanılgısına sahip olması, problem saptama durumunun “Problem Saptayamama” olduğunu göstermektedir. Aslı öğretmene son olarak yöneltilen “*Ali’nin cevabının eksik ya da hatalı olduğunu düşünüyorsanız bu durumda ne yapardınız?*” sorusuna verdiği “*Eksik ya da hatalı olduğunu düşünmediğim için öğretimimi aynı şekilde yapardım.*” cevabı da tüm bulguları desteklemektedir.

4.2.1.2 Gamze Öğretmen Durumu: Kısmi Uzman Problem Saptama

Gamze öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliğinden mezun olup, aynı alanda yüksek lisans çalışmalarını sürdürmektedir. MEB’e bağlı bir okulda 1 yıllık bir

öğretmenlik tecrübesine sahiptir. Üniversite eğitimi sürecinde matematiksel kavram yanılgıları ile ilgili ders almış olup, öğrenci zorlukları ve yanılgıları hakkında ön öğrenmeye sahiptir.

Gamze öğretmene küme kavramı ile alakalı aşağıdaki senaryo sunulmuş ve senaryodaki öğrenci cevabına ilişkin bazı sorular yöneltilmiştir:

Kümeler konusunu işlerken “a, l, Londra, Salı, Ali, elma “elemanlarının bir küme oluşturup oluşturmadığı sorusunu öğrencilerinize yönelttiğinizi varsayalım. Ali isimli bir öğrenciniz “Hayır öğretmenim, bu elemanlar bir küme oluşturmaz” şeklinde bir cevap vermiştir.

Gamze öğretmene öncelikle Ali’nin cevabı hakkında ne düşündüğü sorulmuş ve Gamze öğretmen:

“Ali’nin cevabı yanlış bir cevaptır. Çünkü elemanlar birbirinden çok farklı olduğu için (harf, sayı, haftanın günü gibi) bunların küme oluşturamayacağını düşünmüş olabilir. Bu elemanlar küme oluşturabilir. Küme gösterimlerinde liste, venn ve ortak özellik yöntemleri vardır. Öğrencide sadece ortak özellik olursa küme oluşturur şeklinde düşünerek böyle cevap vermiş olabilir.”

Şeklinde cevap vermiştir. Ali, kümenin elemanları arasında ortak özellik olması gerektiğini ifade ederek aşırı özelleme yapmış ve yanlış cevap vermiştir. Gamze öğretmen öğrencinin sadece ortak özellikte elemanlar olunca küme olur şeklinde bir düşünceye sahip olduğunu ifade etmiştir.

Gamze öğretmene bu senaryodan önce “Sizce küme nedir?” ve “Bir küme örneği veriniz” şeklinde iki soru yöneltilmiştir. Gamze öğretmen kümeyi “Bir ifadenin herkes tarafından aynı anlamı çağrıştırmasıdır.” şeklinde tanımlamış ve örnek olarak da “Çift rakamlar ve Uçan inekler kümesi” biçiminde bir örnekler vermiştir. Gamze öğretmenin, “Bir ifadenin

herkes tarafından aynı anlamı çağrıştırmasıdır.” tanımıyla, kümenin tanımı için sıkça tercih edilen ‘iyi tanımlı olma’ terimine işaret ettiği anlaşılmaktadır. “Çift rakamlar ve Uçan inekler kümesi” örnekleriyle de kümenin elemanlarının her birinin iyi tanımlı olmasından ziyade, kümenin kendisinin iyi tanımlı olmasına işaret ettiği görülmektedir. Ayrıca “çift rakamlar” kümesi ve boş küme olsa da “uçan inekler” kümesi, elemanlar arasındaki ‘ortak özelliğe’ yöneliktir. Verdiği küme örneklerine rağmen, Gamze öğretmenin kümenin tanımı ile ilgili olarak, “elemanların ortak özelliğe sahip olması” şeklinde bir koşul kullanmadığı ve Ali’nin kavrayışındaki problemi saptayabildiği görülmektedir.

Senaryo için Gamze öğretmene yöneltilen ikinci soru “Ali’nin küme kavramını bu şekilde düşünmesine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir?” olup, bu soru üzerinden Gamze öğretmenin Ali’nin hatalı cevabına yol açan düşünme biçimini yani kavram yanılgısını belirleyip belirlemediği saptanmaya çalışılmıştır. Gamze öğretmen öğrenci düşünme biçimini şu şekilde ifade etmiştir:

“Kümenin sadece ortak özellik yöntemiyle oluşacağına odaklanmış ve bu sebeple de aşırı özelleme yapmıştır. Bir de kümenin tanımını tam olarak anlayamamış olabilir.”

Gamze öğretmenin öğrenci düşünme biçimini “aşırı özelleme” ve “ortak özelliğe odaklanma” şeklinde ifade ettiği görülmektedir. Öğretmenin öğrenci düşünme biçimini aşırı özelleme şeklinde ifade etmesi buradaki öğrenci düşünme biçimine yol açan kavram yanılgısını saptayabildiğini göstermektedir.

Çizelge 4.4 Gamze öğretmenin küme tanımına ve öğrenci düşünme biçimine ilişkin bilgisi.

Öğretmen	Küme Anlamı ve Örneği	Öğrenci Cevabı	Öğrenci Düşünme Biçimi
	İyi Tanımlı N.O. Ortak özelliğe sahip N.O. Belirli özellikli N.O. Ortak Özelliğe Sahip Olmayan N. O Nesneler Topluluğu Topluluk Diğer	Doğru Yanlış Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme- OÖ indergeme) DS-Yİ (Aşırı Genelleme) DS-Ortak özellik olmadığı için DS-Bİ YS_Ortak özellik olmadığı için Diğer
Gamze	+ +	+	+

DS: Doğru Saptama. Dİ: Doğru İfade. Bİ: Belirsiz İfade Yİ: Yanlış İfade YS: Yanlış Saptama

Gamze öğretmenin hata ve kavram yanlışlığına kaynaklık eden, epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenleri fark edip etmediğine yönelik olarak da “*Sizce Ali’nin bu şekilde düşünmesine kaynaklık eden nedenler nelerdir?*” Şeklinde soru yöneltilmiş ve devamında da alınan cevaplara dayalı olarak ilgili nedenler teker teker sorulmuştur. Bu bağlamda Gamze öğretmenin cevabı aşağıdaki gibi olmuştur:

“Öğrenci kaynaklı olabilir. Öğrenci tam olarak konuyu anlayamamış olabilir. Öğretmen tanımı verirken acaba tam olarak verdi mi ya da sadece ortak özellikte olan kümelerden mi bahsetti bence burası da önemlidir. Küme konusu da kavram yanlışlığına açık bir konu olduğu için ondan kaynaklı da olabilir çünkü tanımlamasında yani küme nedir kısmında tam oturmamış şeyler olduğunu düşünüyorum.”

Gamze öğretmen öğrencinin cevabını yanlış olarak değerlendirmiş ve kavram yanlışlığını saptayabilmiştir. Bu nedenle cevapta yer alan kavram yanlışlığının sebeplerini kapsayıcı olmasa da terim bazında doğru bir biçimde ifade edebilmiştir. Örneğin, küme konusunun epistemolojik olarak da zor bir konu olduğunu belirterek kavramdan kaynaklanan bir zorluk durumu olduğunu da ifade etmiştir. Gamze öğretmen aynı zamanda psikolojik ve pedagojik nedenlere de atıfta bulunmuştur.

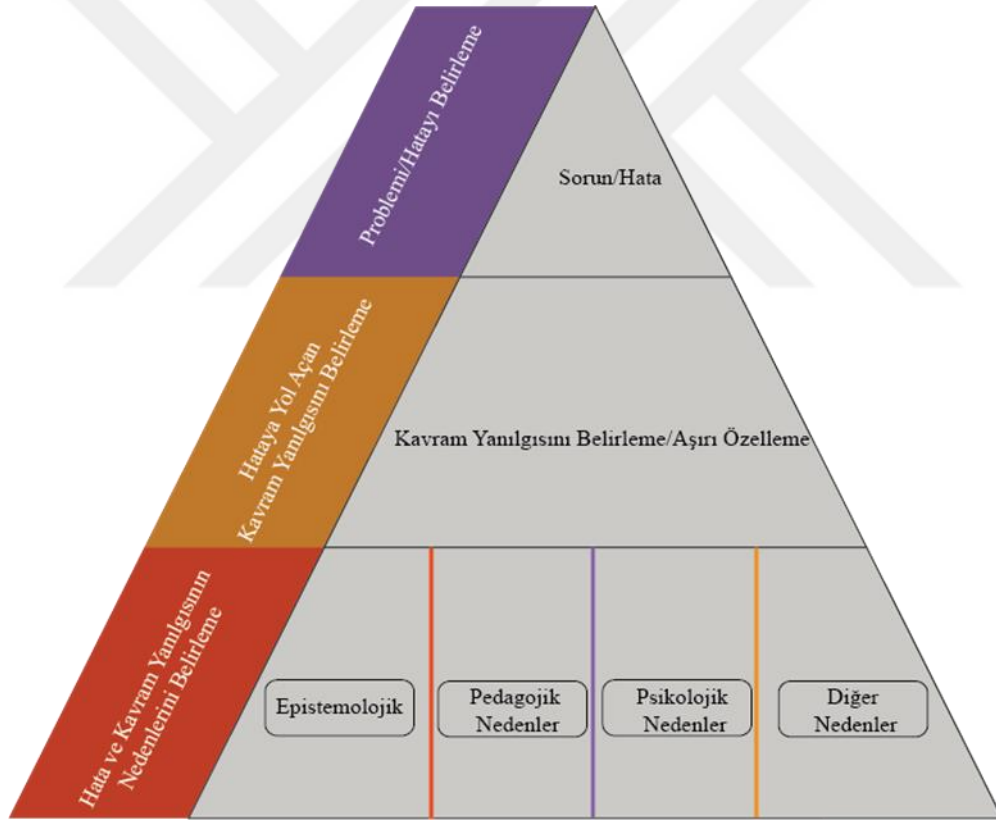
Son olarak Gamze öğretmene “*Ali’nin cevabının eksik ya da hatalı olduğunu düşünüyorsanız bu durumda ne yapardınız?*” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile Ali’nin kavrayışı ile alakalı problem durumunu saptamış ise, ne tür çözüm önerileri ortaya koyacağı belirlenmeye çalışılmış ve çözüm önerileri üzerinden de problemi nasıl saptadığı konusundan çıkarımda bulunulmaya çalışılmıştır. Bu soruya Gamze öğretmen aşağıdaki gibi bir cevap vermiştir:

“Küme kavramının tanımını direkt vermek yerine örnekler üzerinden öğrencilerin kavramın tanımını keşfetmelerini sağladım. Çift rakamlar kümesini sorup oluşturduktan sonra kimsenin aklına 5 rakamı geldi mi şeklinde sorular yönelterek fark etmelerini sağladım. Oluşan toplulukları görebilmelerini sağladım.”

Gamze öğretmenin verdiği cevap Ali’nin zorlandığı sorudaki problemi nasıl aşacağına

dair doğrudan bir açıklama içermemekte ve sunduğu örnek yine ortak özelliğe işaret etmektedir. Çift rakamlar kümesi örneği, kümeler konusunda ‘ortak özelliğe’ sahip küme örneğinin ne ölçüde baskın olduğunu da ayrıca gündeme getirmektedir. Gamze öğretmenin çözüm için ifade ettiklerine bakıldığında, sorunun nasıl giderilebileceğine dair kapsamlı bir perspektifin sunulmadığı görülmektedir.

Gamze öğretmenin soru senaryosunda yer alan öğrenci cevabını değerlendirebilme, öğrencinin vermiş olduğu cevaba dayanarak öğrenci düşünme biçimini açıklama ve bir kavram yanılığı ile ifade edebilme durumları aşağıda buz dağı piramitinde resmedilmeye çalışılmıştır. Doğru olarak saptanmış unsurlar piramitte gri, saptanmamış unsurlar ise beyaz olarak bırakılmıştır. Gamze öğretmenin durumu aşağıdaki gibi olmuştur:



Şekil 4.4 Gamze öğretmenin küme kavramına ilişkin problemi saptama durumu.

Üçgen piramitten de görüldüğü gibi, Gamze öğretmenin buzdağı piramidinin bütün bölgeleri gri renkte olup, Gamze öğretmenin küme ile alakalı öğrenci hatasını saptayabildiği, bu hatanın ortaya çıkmasına yol açan kavram yanılığını belirleyebildiği

ve yanlışya kaynaklık eden nedenleri derin bir şekilde olmasa da ortaya koyabildiği gör÷lmektedir. Ancak yanlışyı gidermek için talep edilen uygulamalara (sorunu gidermek için çift rakamlar kümesi örneğinin verilmesi) ve nedenlere ilişkin açıklamalarına bakıldığında, Gamze öğretmenin tespitinin “*Kısmi Uzman Problem Saptama*” olduğu gör÷lmektedir.

4.2.2 Küme Kavramına İlişkin Toplu Bulgular

Bu kısımda öğretmenlerin tüm küme sorularına verdikleri cevaplar kendi içinde kavramsal çerçeveleri oluşturularak analiz edilmiş ve resmin tamamını görebilmek amacı ile aşağıda Çizelge 4.5’de toplu şekilde sunulmuştur.



Çizelge 4.5 Öğretmenlerin küme sorularına verdikleri cevaplara ait toplu bulgular.

Öğretmen	Küme Anlamı ve Örneği							Öğrenci Cevabı			Öğrenci Düşünme Biçimi						Nedenler				Sorun Saptama				
	İyi Tanımlı N.O.	Ortak özelliğe sahip N. O	Belirli özellikli N.O.	Ortak Özelliğe Sahip Olmayan N.O	Nesneler Topluluğu	Topluluk	Diğer	Doğru	Yanlış	Diğer	DS-Dİ (Aşırı Özelleme-OÖ indergeme)	DS-Yİ (Aşırı Genelleme	DS-Ortak özellikli olmadığı	DS-Bİ	YS_Ortak özellikli olmadığı için	Diğer	Epistemolojik	Psikolojik	Pedagojik	Diğer	Uzman Problem Saptama	Kısmi Uzman Problem Saptama	Pratisyen Problem Saptama	Problem Saptayamama	
Ö1	+	+							+				+				+	+	+				✓		
Ö2		+		+					+		+	+					+	+	+				✓		
Ö3	+			+					+		+	+					+	+	+				✓		
Ö4	+								+			+					+		+				✓		
Ö5	+		+	+					+			+					+	+	+				✓		
Ö6	+								+							+			+				✓		
Ö7					+				+		+								+				✓		
Ö8	+		+	+					+		+							+	+				✓		
Ö9				+	+				+		+								+				✓		
Ö10			+					+							+				+					✓	
Ö11	+			+					+		+							+					✓		
Ö12			+	+			+		+		+						+	+	+				✓		
Ö13						+		+							+			+						✓	
Ö14	+			+					+			+					+		+				✓		
Ö15	+	+		+					+			+						+	+				✓		
Ö16	+		+	+					+			+					+	+	+				✓		
Ö17		+	+						+			+						+	+				✓		
Ö18	+	+							+		+						+	+	+			✓			
Ö19		+						+							+									✓	
Ö20	+	+					+		+				+				+	+	+				✓		
Toplam (%)	%60	%35	%30	%50	%10	%5	%10	%15	%85	%0	%40	%40	%10	%0	%15	%5	%50	%65	%85	%0	%0	%5	%80	%15	

DS: Doğru Saptama. Dİ: Doğru İfade. Bİ: Belirsiz İfade Yİ: Yanlış İfade YS: Yanlış Saptama

İlk bölümde öğretmenlere “Sizce küme nedir?” sorusu yöneltilmiş ve öğretmenlerin verdikleri cevaplar analiz edilmiştir. Çizelge 4.5 incelendiğinde öğretmenlerin %60’ının küme kavramını “*iyi tanımlı nesneler topluluğu*” şeklinde tanımladığı görülmektedir. Bazı öğretmenlerin örnek cevapları aşağıda sunulmuştur:

Ö1: “*İyi tanımlanmış (herkesin aklında aynı düşüncüyü oluşturan) nesneler topluluğuna küme denir.*”

Ö3: “*Küme iyi tanımlanmış nesnelerden oluşan topluluktur.*”

Ö4: “*Herkes tarafından aynı şekilde algılanan cümleler topluluğudur.*”

Öğretmenlerden kendi küme örneklerini vermeleri istendiğinde ise genel olarak “ortak özellikte olan” küme örnekleri verdikleri elde edilen bulgular arasındadır. Aşağıda bazı öğretmen cevapları bu bulguyu desteklemektedir.

Ö7: “*Sınıfımızın gözlüklü öğrencileri.*”

Ö10: “*Tek rakamlar, televizyon kelimesinin harfleri vb.*”

Ö12: “*Hayvanlar kümesi, tek sayılar kümesi, rasyonel sayılar kümesi.*”

Bir sonraki aşamada ise öğretmenlere sınıf ortamında karşılaşabilecekleri muhtemel öğrenci-öğretmen diyalogu içeren aşağıdaki soru senaryosu yöneltilerek öğrenci cevabını doğru ya da yanlış olarak değerlendirmeleri ve açıklamaları istenmiştir.

Kümeler konusunu işlerken “a,1, Londra, Salı, Ali, elma “elamanlarının bir küme oluşturup oluşturmadığı sorusunu öğrencilerinize yönelttiğinizi varsayalım. Ali isimli bir öğrenciniz “Hayır öğretmenim, bu elemanlar bir küme oluşturmaz” şeklinde bir cevap vermiştir.

Çizelge 4.5 incelendiğinde öğretmenlerin %15’i Ali’nin cevabını doğru olarak değerlendirirken gerekçelerini aşağıdaki şekilde ifade etmişlerdir.

Ö10: “Bu elemanlar küme oluşturmaz çünkü elemanlar arasında bir ortak ilişki ya da özellik olmadığı için oluşturmaz. Bu nedenle de öğrencinin verdiği cevap bence doğru bir cevaptır.”

Ö19: “Bence cevap doğrudur. Çünkü ortak özelliklere sahip elemanlar değil yani birbirinden çok alakasız elemanlardır.”

Ö13: “Burada Salı bir gün, elma bir meyve ya da Ali bir insan o yüzden de elemanlar arasında bir ilişki yoktur. Bu nedenle de ben de öğrenci gibi düşünürdüm. Bu yüzden de cevabın doğru buluyorum.”

Öğretmenlerin %85’i ise öğrencinin vermiş olduğu cevabı yanlış olarak değerlendirmiştir. Bazı öğretmenlerin gerekçeleri ise aşağıdaki gibidir:

Ö16: “Ali’nin cevabı yanlıştır çünkü Ali sadece “ortak özellikte” olan elemanların küme oluşturacağını düşünmüş olabilir. Ali hep sıralı ve ilişkili elemanların küme oluşturduğunu gördüğü için böyle bir cevap vermiş olabilir.”

Ö15: “Ali’nin cevabı eksik bir cevaptır bence. Çünkü küme kavramının sadece ortak özellikte elemanlardan olabileceğini düşünmektedir. Bu elemanlar ortak özellikte olmadığı için böyle bir cevap vermiş olabilir.”

Soru senaryosu ile ilişkili olarak öğretmenlere senaryoda yer alan öğrenci düşünme biçimini açıklamaları istenmiş ve öğretmenlerin %40’ının senaryodaki aşırı özelleme şeklindeki kavram yanılgısını saptayarak doğru bir şekilde ifade ettikleri görülmüştür. Çizelgeden de görüldüğü gibi bazı öğretmenlerin “aşırı özelleme” şeklindeki kavram yanılgısı tanımını yerine “ortak özelliğe indirgeme” ifadesini de kullandıkları söylenebilir. Aşağıda bazı öğretmenlerin cevapları alıntılanarak durum özetlenmiştir:

Ö18: “Kümenin sadece ortak özellik yöntemiyle oluşacağına odaklanmış ve bu sebeple de aşırı özelleme yapmıştır. Bir de kümenin tanımını tam olarak anlayamamış olabilir.”

Ö7: “Sürekli aynı şekilde örnekler verdiğimiz için olabilir. Örneğin öğretmenler odasındaki öğretmenler dediğimizde çocuk hep öğretmenlerden oluşan küme düşünür ama oraya bir okul müdürü eklersek farkı görebilir.”

Ö12: “Küme olması için aynı türden elemanlar olması şart değildir çünkü birbirinden

bağımsız elemanlar da küme oluşturabilir. Sadece topluluk ve grup belirtmesi yeterlidir.”

Öğretmenlerin %40'ı ise öğrenci cevabını yanlış olarak nitelendirmesine rağmen, öğrenci düşünme biçimini aşırı özelleme yerine “aşırı genelleme” veya “genelleme” olarak ifade ederek doğru bir biçimde ifade etmemişlerdir. Aşağıda bazı cevaplara yer verilmiştir:

Ö15: “Öğrenci ortak özellik yöntemini genelleyerek sadece elemanlar ortak özellikte olursa küme belirtir diye düşünmüş olabilir.”

Ö16: “Ortak özellikte olmadığı için genelleme yapmış olabilir. Yani küme olması için elemanların ortak özellikte olması gerektiği sonucuna varmış olabilir. Hep aynı tarz küme örnekleriyle karşılaşmış olabilir.”

Öğretmenlerin %10'u ise öğrenci düşünme biçimini doğrudan ifade etmek yerine, verilen topluluğun elemanları arasında ortak bir özelliğin bulunmamasını düşünme biçimi yerine gerekçe olarak sunmuştur:

Ö20: “Bence öğrenci burada bu kümeyi oluşturabilecek ortak bir özellik bulamamıştır yani ortak bir tanımlama bulamadığı için (elemanlar arasında ilişki kuramadığı için) böyle bir cevap vermiştir. Öğrenci bu kümeyi oluşturmayı sağlayan ilişkiyi bulamamış olabilir bu yüzden de böyle bir cevap vermiş olabilir.”

Öğrenci düşünme biçimi diğer kategorisinde değerlendirilen bir öğretmen ise aşağıdaki gerekçeyi sunmuştur:

Ö6: “Öğrencinin yanıtı “a” harfi ile “Londra” kelimesindeki a harfinin tekrarlanmasından kaynaklı olabilir. Yani öğrenci harfin tekrarlandığını düşünmüş olabilir. Bu yüzden de küme olmayacağını düşünmüş olabilir. Öğrencinin cevabını yanlış olarak değerlendiririm. Elemanlar arasında virgül olduğu için her birinin ayrı birer eleman olduğunu ve buna göre değerlendirerek küme olduğunu anlattırdım.” Öğretmen soru senaryosundaki öğrenci cevabını farklı olarak değerlendirmiş ve öğrenci hatasının aynı harflerin tekrarlanmasından kaynaklandığını belirtmiştir.

Öğretmenlere son bölümde ise öğrenci cevabındaki düşünme biçimine nelerin kaynaklık etmiş olabileceğini anlayabilmek amacı ile ““Sizce Ali’nin bu şekilde düşünmesine kaynaklık eden nedenler nelerdir?” sorusu yöneltilmiş ve öğretmenlerden alınan cevaplar epistemolojik, psikolojik ve pedagojik nedenler olmak üzere analiz edilmiştir.

Öğretmenlerin %50’si öğrenci düşünme biçimine epistemolojik nedenlerin kaynaklık etmiş olabileceğini ifade etmiştir. Öğretmenlerin %65’i öğrenci düşünme biçimine psikolojik nedenlerin kaynaklık ettiğini belirtirken %85’i pedagojik nedenlerden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin %40 kadarı ise her üç nedeni gerekçe göstermişlerdir. Bazı öğretmenlerin cevapları aşağıdaki gibidir:

Ö16: “Öğretmenin hep aynı örnekleri vermesi yani farklı küme örnekleriyle öğrenci karşı karşıya bırakmaması sebep olmuş olabilir. Öğrenciden kaynaklanan bir şey olduğunu düşünmüyorum çünkü ilk defa karşılaşıyor ve soyut bir konu olduğu için olabilir. Çünkü küme konusu soyut ve farklı bir konu olarak diğer konulardan ayrılan bir konudur.”

Ö18: “Öğrenci kaynaklı olabilir. Öğrenci tam olarak konuyu anlayamamış olabilir. Öğretmen tanımı verirken acaba tam olarak verdi mi ya da sadece ortak özellikte olan kümelerden mi bahsetti bence burası da önemlidir. Küme konusu da kavram yanılgısına açık bir konu olduğu için ondan kaynaklı da olabilir çünkü tanımlamasında yani küme nedir kısmında tam oturmamış şeyler olduğunu düşünüyorum.”

Öğretmenler arasında küme konusunun epistemolojik olarak zor bir konu olmadığını düşünen öğretmenlerin olduğu da elde edilen bir diğer bulgudur. Öğretmenlerin açıklamaları aşağıdaki gibidir:

Ö17: “Öğrenci kavramla yeni tanıştığı için öğretmenin konuyu anlatırken yaptığı yanlış giriş, sınırlandırmalar buna yön vermiş olabilir. Öğrencinin algılaması ve dikkati de etkilidir. Konunun yapısından kaynaklı olduğunu düşünmüyorum çünkü küme kavramı öğretim programına göre 2 hafta süren ve çok temel şekilde yani basit halde verilen ve öğrencilerin algılamakta zorlanmadığı bir konudur.”

Ö19: “Öğrenci burada doğru cevap verdiği için bence ondan kaynaklı herhangi bir sorun olduğunu düşünmüyorum. Doğru öğrenmiştir derim. Küme konusunun zor bir konu olduğunu düşünmüyorum o yüzden de öğrenciler tarafından algılaması zor değil bence.”

Ö6: “Öğretmenin anlatım şeklinde kaynaklandığını düşünüyorum. Çünkü küme konusu zor bir konu olmadığı için öğrenciler genelde bu konuyu kolayca anlıyor.”

Son olarak öğretmenlere, öğrenci düşünme biçiminde yer alan öğrenci yanılığı/hatayı giderici hangi çözüm önerilerinde bulunabileceklerini anlayabilmek amacıyla “Ali’nin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız?” şeklinde açık uçlu soru yöneltilmiş ve öğretmenlerin cevapları aşağıdaki gibi olmuştur:

Ö9: “Küme kavramının ilk başta verdiğim tanımına dönerdim ve küme oluşması için illa benzer olan elemanlar bir araya gelmeli şeklinde bir ifade kullanmadığımı söyledim. Günlük hayatta hep karşılaştığı benzer elemanlardan oluşan küme örnekleri gibi olmadığını anlatmaya ve öğrencinin farkı görmesini sağladım. Nesneler topluluğu olmasının yeterli olduğunu anlatır ve buna göre örnekler verirdim.”

Ö12: “Küme tanımını yaparken farklı şeylerin de küme oluşturabileceğini söyledim yani alakasız elemanlar koyarak kümeler oluşturmaya çalışırdım. Ben buradaki problemin konuya ilk girişteki küme örneklerinden kaynaklı olduğunu düşünüyorum. Sınıftaki farklı objelerden kümeler oluşturmaya çalışırdım. Görsel panolar ve mknatıslı örneklerle ders anlatmaya çalışırdım.”

Öğretmenlere yöneltilen tüm küme soruları birlikte düşünüldüğünde, problemi “Uzman Problem Saptama” şeklinde saptayabilen herhangi bir öğretmen olmamıştır. Kısmi uzman saptama ise uzman problem saptama ile paralel olarak yine küme kavramını farklı şekillerde tanımlama, öğrenci düşünme biçiminin yanlış olduğunu fark etme ve öğrenci düşünme biçimini aşırı özelleme veya indirgeme şeklinde doğru ifade etme şeklinde olup bu açılardan uzman problem saptama becerisi ile aynı özelliklere dayanmaktadır. Ancak öğretmenlerin kavram yanılığının nedenlerini epistemolojik, psikolojik ve pedagojik açıdan derin olmayan bir şekilde açıklamaları kısmi uzman saptamayı, uzman saptamadan

ayıran en önemli nokta olarak tanımlanmıştır. Elde edilen küme bulguları bu şekilde analiz edildiğinde Çizelge 4.5’de görüleceği üzere öğretmenlerin sadece biri yani %5’i var olan problem durumunu “Kısmi Problem Saptama” düzeyinde saptayabilmiştir.

Öğretmenlerin kümeyi farklı şekillerde ifade etmeleri ve öğrenci cevabını yanlış olarak görmeleri, öğretmenlerin öğrenci düşünme biçimini “yanlış” olarak nitelemeleri ve kavram yanlışlığının nedenlerini kısmi olarak açıklayabilmeleri Çizelge 4.5 ‘de “Pratisyen Problem Saptama” olarak ifade edilmiştir. Burada öğretmenler küme tanımını yapabildikleri ve öğrenci cevabını yanlış olduğunun farkına vardıkları halde bu öğrenci cevabını bir kavram yanlışlığı şeklinde görmedikleri için yanlışlığa neden olan etmenleri de ifade edememişlerdir Çizelge 4.5’de görüldüğü üzere Pratisyen saptama yapan öğretmenlerin tüm katılımcılar arasındaki oranı %80’dir. Son olarak Çizelge 4.5 ‘de görüldüğü üzere öğretmenlerin %15’i öğrenci cevabını doğru bulduklarını ifade ederek kendilerinin de küme kavramını senaryodaki öğrenci gibi anlamlandırdıkları görülmektedir. Dolayısıyla öğretmenlerin %15’inin öğrencide olduğu gibi bir kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmektedir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Tartışma ve sonuç bölümü “ortaokul matematik öğretmenlerinin hata ve kavram yanlışlığı özelinde karşılaştıkları problem durumunu saptama (belirleme) düzeyleri nasıldır?” sorusuna cevap oluşturacak şekilde ele alınacaktır. Tartışma ve sonuç bölümü özel olarak aşağıda yer alan alt sorular paralelinde sunulacaktır. Sırası ile önce kesir konusu ile ilişkili bulgular daha sonra da küme sorusuna ait bulgular değerlendirilerek literatürde yapılan benzer çalışmalarla ilişkilendirilecektir. Bu bölümün devamında ise bulgulara dayalı olarak öneriler sunulacaktır.

- Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel hataların ortaya çıkmasına yol açan kavram yanlışlıklarını belirleme durumları nasıldır?
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin hata ve yanlışlıkların oluşmasına yol açan temel nedenleri (psikolojik, pedagojik ve epistemolojik) belirleme durumları nasıldır?

5.1 Kesir Sorusu ile Alakalı Bulgular Üzerine Tartışma

Çalışmada 20 ortaokul matematik öğretmeninden toplanan tüm veriler analiz edilmiş ve öğretmenlerin kesir konusu ile ilgili nasıl bir kavrayışa sahip oldukları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda öğretmenlerden alınan cevaplardan hareketle kategorilerden ve kodlardan yararlanılarak öğretmenlerin kesrin anlamlarını bilme, soru senaryosunda yer alan öğrenci düşünme biçimini açıklayabilme, öğrenci cevabını kavram yanlışlığı ile ifade edebilme, kavram yanlışlığına kaynaklık eden epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenleri ifade edebilme durumlarına odaklanılarak bir problem saptayıcı (belirleyici) olarak var olan problemi hangi derecede saptayabildikleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğretmenlere yöneltilen kesir sorusunun ilk bölümünde öğretmenlerin kesir kavramını nasıl tanımladıkları belirlenmeye çalışılmış ve elde edilen bulgulardan hareketle öğretmenlerin %100’ünün kesirleri parça-bütün anlamı üzerinden ifade ettikleri saptanmıştır. Öğretmenlerin %55’nin kesrin bölme anlamının farkında olduğu, oran anlamının farkında olan %45, işlemci ve ölçme anlamının farkında olan %10 kadar öğretmen olduğu belirlenmiştir. Kesrin tüm anlamlarının farkında olan %5 kadar

öğretmen olduğu belirlenmiştir. Ortaya çıkan bu sonuçlar öğretmenlerin kesir kavramı ile ilgili konu alan bilgilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Elde edilen bu bulgu literatürde var olan Gökkurt Özdemir vd. (2017)'nin çalışmalarında elde edilen bulgu ile benzerlik göstermektedir. Gökkurt Özdemir vd. (2017), matematik öğretmenlerinin kesir kavramının tanımını eksik bildiklerini ifade etmişlerdir. Aynı bulgu Gökkurt, Koçak ve Soylu (2014)'nin çalışmalarında elde edilen öğretmen adaylarının kesir konusu ile alakalı kesir bilgilerinin eksik olduğu bulgusu ile de benzerlik göstermektedir.

Öğretmenlere kesir soru senaryosu sunularak burada yer alan öğrenci düşünme biçimini nasıl açıkladıkları ve senaryoda yer alan öğrenci cevabını bir kavram yanlışlığı olarak değerlendirip değerlendirmedikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmadan elde edilen bulguya göre öğretmenlerin %25'i yanlış olan öğrenci cevabını doğru olarak değerlendirirken %75'i yanlış olarak değerlendirmişlerdir. Ancak öğrenci cevabını yanlış olarak ifade ettikleri halde bir kavram yanlışlığı olarak doğru şekilde saptayarak, doğru bir şekilde ifade eden öğretmenlerin yalnızca %20 kadar olduğu elde edilen bulgular arasındadır. Bu bulgu öğretmenlerin öğrenci düşünme biçimini açıklamakta zorlandıklarını ve bu kavram yanlışlığını matematiksel bir dil kullanarak ifade edemediklerini göstermektedir. Elde edilen bir diğer bulgu ise öğrenci cevabını yanlış bir şekilde saptayarak gerekçe olarak da kesirleri kendilerinin de parça-bütün anlamı üzerinden tanımladıklarını ve kesirlerin diğer anlamlarının farkında olmayan öğretmenlerin %25 kadar olduğudur. Bu bulgu öğretmenlerin %25'i kadarının da öğrencide olduğu gibi bir kavram yanlışlığına sahip olduğunu göstermektedir. Elde edilen bu bulgular literatürde yer alan bazı çalışmalarla benzerlik göstermektedir. Ünver (2016) çalışmasında matematik öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin kavram yanlışlıkları hakkında belli bir düzeyde bilgi sahibi olduklarını, bazı öğretmenlerin kesir yanlışlıklarını kavram yanlışlığı ile ifade edemedikleri sonucuna ulaşmıştır. Can (2009) çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin kesir zorluk ve kavram yanlışlıklarına yönelik daha çok kavramsal bilgi boyutuyla açıklamalar yaptıklarını ancak kavram yanlışlıklarını ifade edemediklerini ifade etmiştir.

Bu çalışmada öğretmenlere ayrıca öğrenci cevabında yer alan kavram yanlışlığına kaynaklık eden nedenlerin neler olabileceği ile ilgili açık uçlu soru yöneltilmiştir. Burada

öğretmenlerin kavram yanlışlığına neden olan epistemolojik, pedagojik ve psikolojik nedenlerin farkında olup olmadıkları anlaşılmaya çalışılmıştır. Öğretmenlerin hepsinin kavram yanlışlığını açıklarken gerekçe olarak nedeni pedagojik nedenlere dayandırdıkları ancak matematiksel bir dil ile “pedagojik nedenlerden kaynaklı” vb. ifadeler kullanmadıkları görülmüştür. Öğretmenlerin yalnızca %45’i epistemolojik nedenleri gerekçe göstererek kesir konusunun yapısından kaynaklı öğrencilerin algılamasının zor olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgu öğretmenlerin kavram yanlışlıklarına kaynaklı nedenlerin farkında olsalar bile kullandıkları dilin profesyonel bir dil olmadığını göstermektedir.

Kesir sorusu ile alakalı tüm bulgular birlikte değerlendirildiğinde problem durumunu ‘Uzman problem saptama’ düzeyinde problem saptayan hiçbir öğretmenin olmadığı görülmüştür. ‘Kısmi uzman problem saptama’ düzeyinde ise yalnızca %15 kadar öğretmenin olduğu görülmektedir. Problem durumunu saptayamayan öğretmenlerin ise %25 kadar bir çoğunlukta olduğu yani öğretmenlerin de kesir kavramı konusunda kendilerinin de benzer bir kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmektedir. Bazı öğretmenlerin öğrenci cevabının doğru olduğunu ve kendilerinin de kesirleri parça-bütün anlamı ile bildiklerini diğer anlamlarına değinmemeleri bulgusu elde edilen bu bulguyu da desteklemektedir. Öğretmenlerin %40’nın ‘pratisyen saptama’ ve %20’sinin ise ‘zayıf problem saptama’ düzeyinde problem durumunu saptadıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğretmenlerin kesir kavramına ilişkin alan bilgileri ve bu bilginin derinliği, kesir ile ilgili problem durumunu belirlemede/saptamada belirleyici olduğu ortaya çıkmıştır. ‘Uzman problem saptama’ düzeyinde problem durumunun saptanmaması, öğretmenlerin uzman alan bilgisi ve bunun öğretimi bilgisine sahip olmasının önemini ortaya koymaktadır (Aslan Tutak ve Köklü 2016).

5.2 Küme Kavramı ile Alakalı Bulgular Üzerine Tartışma

Çalışmanın bu bölümünde öğretmenlere küme konusu ile alakalı açık uçlu sorular yöneltilerek öğretmenlerin küme kavramını nasıl algıladıkları ve soru senaryosundaki öğrenci düşünme biçimini nasıl değerlendirdikleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Öğretmenlere öncelikle küme kavramını nasıl tanımladıkları sorularak kendi tanımlarını

yapmaları istenmiştir. Genel olarak öğretmenlerin “iyi tanımlı nesnelerden oluşur (%60), ortak özelliğe sahip nesnelerden oluşur (%35), belirli özellikleri olan nesnelerden oluşur (%30), ortak özelliğe sahip olmayan nesnelerden oluşur (%50), nesneler topluluğudur (%10) ve yalnızca topluluktur (%5)” şeklinde kümeyi farklı şekillerde ifade ettikleri görülmüştür. Öğretmenlerin küme örnekleri verirken genellikle “ortak özellikte olan elemanlardan oluşan” küme örneklerini tercih ettikleri görülmüştür. Bu bulgu literatürde yer alan çalışmalar ışığında Demir (2020)’nin çalışmasıyla da benzerlik göstermektedir. Demir (2020) öğretmen ve öğrencilerin küme kavramını tanımlamada zorlandıklarını, aynı zamanda öğrencilerin ve öğretmenlerin küme örnekleri verirken ortak özellikte küme örnekleri verme eğiliminde olduklarını ortaya koymuştur.

Öğretmenlere kavram yanılgısı içeren soru senaryosundaki öğrenci cevabını nasıl değerlendirdikleri sorulduğunda %85’inin cevabı yanlış olarak değerlendirirken, %15’inin öğrenci cevabını doğru bulduğu görülmüştür. Öğrenci cevabını doğru olarak niteleyen öğretmenler, verilen topluluğun elemanları arasında ortak özellik olmamasından dolayı küme olmayacağını gerekçe olarak sunmuşlardır. Bu bulgu öğretmenlerin küme kavramı hakkında alan bilgilerinin eksik olduğunu göstermektedir. Bu bulgu aynı zamanda Baki ve Şahin (2004), İpek vd. (2009) ve Demir (2012)’in çalışmalarında da elde edilen bulgular ile benzerlik göstermektedir. Baki ve Şahin (2004) öğretmen adayları üzerinde kavram haritaları kullanarak yürüttükleri çalışmalarında öğretmen adaylarının küme oluşabilmesi için ortak özellikte olan elemanların olması gerektiğine inandıklarını ve küme kavramının adaylar tarafından bir koleksiyon gibi düşünüldüğü sonucuna ulaşmışlardır. İpek vd. (2009) sınıf öğretmeni adayları ile yürüttükleri çalışmalarında; öğretmen adaylarının kümenin elemanları arasında ortak özellik olmalı şeklinde bir düşünceye sahip olduklarını ve bazı öğretmen adaylarının kümenin iyi tanımlı olması gerektiğini ifade ettikleri halde testte yer alan ve iyi tanımlı olmayan toplulukları da küme olarak kabul ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Demir (2012) ise hem farklı seviyelerden öğrencilere hem de matematik öğretmenlerine yönelttiği farklı topluluklara ait nesnelerden oluşan küme örneğinde, nesnelerin küme oluşturmayacağını ifade eden öğretmenlerin gerekçe olarak nesnelerin benzer olmamasını ya da ilişkili olmamasını dile getirdikleri görülmüştür.

Öte yandan, çalışmamızda öğretmenlerin %85'i öğrenci cevabının yanlış olduğunu düşündükleri halde burada yer alan kavram yanlışsını doğru bir şekilde ifade eden öğretmenlerin yalnızca %45 kadar olduğu saptanmıştır. Öğretmenlerin %10'u ise öğrenci cevabında yer alan problemi doğru saptadığı halde bunu bir kavram yanlışsı ile açıklayamamıştır. Her iki bulgu da öğretmenlerin küme kavramı hakkında öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışsı bilgisine hâkim olmadıklarını göstermektedir.

Öğretmenlerin %50'si senaryoda yer alan öğrenci kavram yanlışsının nedenlerini epistemolojik nedenlere dayandırırken %85 gibi bir çoğunluğu pedagojik nedenlere dayandırmışlardır. Genel olarak öğretim yaparken hep ortak özellikte olan elemanlar üzerinden bir anlatım yapılmasını da gerekçe göstermişlerdir. Bu bulgu da öğretmenlerin küme kavramının epistemolojik nedenlerinden kaynaklı olabilecek yanlışlarına hâkim olmadıklarını göstermektedir.

Tüm küme bulguları birlikte değerlendirildiğinde kavram yanlışsı içeren soru senaryosundaki problem durumunu öğretmenlerden herhangi birinin 'Uzman problem saptama' düzeyinde şeklinde saptayamadığı görülmektedir. Öğretmenlerin %80'i problemi 'Pratisyen problem saptama' düzeyinde saptarken problemi saptayamayan %15 kadar öğretmen olduğu da elde edilen bulgular arasındadır. Problemi saptayamayan öğretmenlerin oranına bakıldığında %15 kadar öğretmenin senaryoda yer alan öğrencide var olan kavram yanlışsına sahip olduğu görülmektedir. Bu bulgu literatürde Yazıcı vd. (2020)'nin kümeler ile ilgili temel kavramlar konusunda sık karşılaşılan öğrenci güçlüklerinin mesleğe devam eden öğretmenlerin gözünden belirlendiği çalışmalarında, yaşanan güçlüklerin öğrenciler tarafından küme kavramına ilişkin tanımların yeterince anlaşılmamasından kaynaklı güçlükler olduğu bulgusuyla uyumludur. Bu durum küme kavramına ilişkin öğretmenlerin kendilerinde var olan kavram yanlışları ve alan bilgisi eksikliğinin öğrencilerin kavrayışlarını değiştirebilecek bir öğretim yapmalarına imkân vermeyeceğini göstermektedir.

Öneriler

Matematik öğrenimi ve öğretiminde öğrenci hata, yanlış ve zorluklarıyla sıkça

karşılaşılr. Öğretmenler sınıfta genellikle bir hata veya yanlış ile karşılaşır ancak bunların arkasında daha derin bir yanlış yer alabilmektedir. Öğretmenin karşılaşılan hatanın arkasında yatan yanlışları ve bunların da oluşmasına yol açan nedenleri (ör. epistemolojik) bir bütün olarak belirlemesi, sınıfında karşılaştığı ‘problem durumunu’ saptaması/belirlemesi için önemlidir. Bu çalışmada kesir ve küme kavramları özelinde, öğretmenlerin bir problem saptayıcı olarak problemi belirleyip belirlemedikleri araştırılmıştır. Elde edilen bulgular ‘uzman problem saptama’ düzeyinde öğretmenlerin problem durumunu saptayamadıklarını ve bazı öğretmenlerin alan bilgisi eksikliği kaynaklı olarak küme ve kesir ile ilgili kavram yanlışlarına sahip olduklarını ortaya koymaktadır.

‘Problem saptama (belirleme)’ kavramı ve bu kavramın çalışılma metodolojisi bu çalışma kapsamında geliştirilmiş olup, bu araştırmanın ilgili literatüre özgün katkısı olarak değerlendirilmektedir. İleri araştırmalar bu özgün katkının işlevselliğini ortaya koyabilir. Başka bir ifadeyle, çalışmada problem saptama durumları ile ilgili oluşturulan kavramsal çerçevenin başka kavramlar ile ilgili problem durumlarının saptanmasında da işlevsel olup olmadığı ileri araştırmalara konu edilebilir.

‘Problem saptama (belirleme)’ kavramının aynı zamanda öğretmen ve öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerinde ve eğitimlerinde de işlevsel olabileceği düşünülmektedir. Öğretmen eğitiminde daha çok yanlış, hata ve nedenleri üzerinde tikel olarak durulduğu düşünüldüğünde, daha bütüncül bir bakış açısına sahip olmaları açısından problem saptama/belirleme perspektifinin mesleki gelişimlerinde öne çıkarılması önerilmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Akbayır K, 2004, Üniversite Öğrencilerinin “Analiz” Konusundaki Hataları ve Kavram Yanılgıları, Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi,5(8),150-162.
- Akkaya R, Durmuş S, 2006, İlköğretim 6-8.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları, Haccettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,31,1-12.
- Alacacı C, 2012, Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları, E Bingölbali ve Özmantar M F (Ed.), Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri İçinde, Pegem Akademi,63-95, Ankara.
- Aslan Tutak F, Köklü O, 2016, Öğretmek İçin Matematik Bilgisi İçinde, Bingölbali E, Arslan S, Zembat İ Ö(Ed), Matematik Eğitiminde teoriler içinde,701-720, Pegem Akademi: Ankara.
- Baki A, Bell A, 1997, Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Ankara, YÖK Yayınları.
- Baki A, Şahin S, 2004, Bilgisayar Destekli Kavram Haritası Yöntemiyle Öğretmen Adaylarının Matematiksel Öğrenmelerinin Değerlendirilmesi, Turkish Online Journal Of Educational Technolohy,3(2),91-104.
- Biber A Ç, Tuna A, Aktaş O, 2013, Öğrencilerin Kesirler Konusunda Kavram Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Kesir Problemleri Çözümüne Etkisi, Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,2(3), 152-162.
- Bilgin T, Akbayır K, 2007, Lise 1.Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayıları Yorumlama ve Uygulamada Sahip Oldukları Kavram Yanılgıları, Kastamonu Eğitim Dergisi, 10(1), 109-108.
- Bingölbali E, Özmantar M F, 2012, Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları, E Bingölbali ve M. F Özmantar (Ed), Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri İçinde, Pegem Akademi, 63-95, Ankara.

- Bingölbali E, Özmantar M F, 2009, Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları, E Bingölbali & M F Özmantar (Ed.), Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri, Pegem Akademi, s.1-30, 1. Baskı, Ankara.
- Burns M, 2007, About Teaching Mathematics, New York, Pp. 9-21.
- Can H N, 2019, Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerde İşlemler Konusu ile İlgili Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları ve Kavram Yanılgıları Bileşeninde İncelenmesi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 178s, İstanbul.
- Cockburn A D, 2005, Teaching Mathematics With Insight, London: Falmer Press.
- Çakmak Gürel Z, Okur M, 2016, Ortaokul 6. ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları, Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(2), 922-952.
- Çevik H F, 2022, Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Açık Uçlu Sorular Hakkındaki Bilgilerinin İncelenmesi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 104s, Afyonkarahisar.
- Demir G, 2012, Küme Kavramına İlişkin Öğrenci, Öğretmen Algısı ve Ders Kitaplarında Küme Kavramının Ele Alınış Biçimi, Gaziantep Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 95s, Gaziantep.
- Demirel Ö, 2012, Eğitim Sözlüğü, 5.Baskı, Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Doğan O, Kılıç H, 2019, Matematik Öğrenme Fırsatları: Fark Etme ve Harekete Geçme, Eğitim ve Bilim, 199(44), 1-19.
- Gökkurt Özdemir B, Bayraktar R, Yılmaz M, 2017, Sınıf ve Matematik Öğretmenlerinin Kavram Yanılgılarına İlişkin Açıklamaları, Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2(7), 284-305.
- Güçlü N, 2003, Lise Müdürlerinin Problem Çözme Becerileri, Milli Eğitim Dergisi, 160. s.1-14.

- Güneş T, Şener Dilek N, Demir E S, Hoplan M, Çelikoğlu M, 2010, Öğretmenlerin Kavram Öğretimi, Kavram Yanılgılarını Saptama ve Giderme Çalışmaları Üzerine Nitel Bir Araştırma, International Conference On New Trends In Education And Their Implications, 936-944.
- Gür H, 2009, 8. ve 9.Sınıf Öğrencilerinin Kümeler Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi, e-Journal Of New World Sciences Academy, 4(3), 678-694.
- Hansen A, 2014, Children's Errors In Mathematics, Los Angeles: Learning Matters.
- Işık C, Kar T, Işık A, Güler G, 2012, İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Toplama İşlemine Yönelik Kurulan Problemlerdeki Hataları Belirleyebilme Becerileri, Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education, 3(3), 161-182.
- İpek A S, Albayrak M, Işık C, 2009, Sınıf Öğretmeni Adaylarının Küme Kavramıyla İlgili Algıları, Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 11(1), 221-230.
- Karaağaç M K, Köse L, 2015, Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları ile İlgili Bilgilerinin İncelenmesi, Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 0(30), 72-92.
- Kertil M, 2008, Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 148s, İstanbul.
- Kirk J, Miller M L, 1986, Reliability and Validity in Qualitative Research, Sage.
- Kocaoğlu T, Yenilmez K, 2010, Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemlerinde Yaptıkları Hatalar ve Kavram Yanılgıları, Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 14, 71-85.
- Kula Ünver S, 2016, Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirler Konusundaki Olası Kavram Yanılgılarına İlişkin Görüşleri, Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 4(2), 1-15.

- Küçük A, Demir B, 2009, İlköğretim 6-8.Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma, Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi,13, 97-112.
- LeCompte M D, Goetz J P,1982, Problems Of Reliability And Validity In Ethnographic Research, Review Of Educational Research, 52(1), 31-60.
- Linchevski L, Vinner Sh ,1988, The Naive Concept Of Sets in Elementary Teachers, Proceedings Of The 12th International Conference, Psychology Of Mathematics Education, Vol 11, Vezprem, Hungary, s.471-478.
- Merriam S B, 2013, Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber, Nobel Akademik Yayıncılık, 308s, Ankara.
- Moralı S, Köroğlu H, Çelik A, 2004, Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının Soyut Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Rastlanan Kavram Yanılgıları, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24(1), 161-175.
- Moralı S, Uğurel I, 2010, Ortaöğretim Öğrencilerinin Kümeler Konusundaki Öğrenmelerinin Değerlendirilmesi-I, Akademik Bakış Dergisi, 22(1), 1-25.
- Önal H, Aydın O, 2018, İlkokul Matematik Dersinde Kavram Yanılgıları ve Hata Örnekleri, Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi, 4(2), 1-9.
- Önal H, Yorulmaz A,2017, İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Yaptıkları Hatalar, Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi, 4(1), 98-113.
- Özaltun S, Danacı D, Orbay K, 2020, Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgılarını Belirleme Testi ve Bir Uygulaması, International Journal of Field Education, 6 (1), 175-200.
- Pesen C, 2008, Kesirlerin Sayı Doğrusu Üzerindeki Gösteriminde Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Kavram Yanılgıları, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9(15), 157-168.
- Pesen C, 2007, Öğrencilerin Kesirlerle İlgili Kavram Yanılgıları, Eğitim ve Bilim, 32(143), 79-88.
- Polya G, 1957, How To Solve It: A New Aspect Of Mathematical Method, 1957 2nd Edition Garden City. NY Doubleday. (1st Edition 1945).

- Ryan J, Williams J, 2007, Children's Mathematics 4–15: Learning From Errors And Misconceptions. Maidenhead: Open University Press.
- Schoenfeld A H, 1989, Teaching Mathematical Thinking And Problem Solving. Toward The Thinking Curriculum: Current Cognitive Research, 83-103.
- Smith J, Disessa A, Roschelle J, 1993, Misconceptionsreconceiced: A Constructivist Analysis Of Knowledge İn Transition, The Journal Of The Learning Sciences, 3, 115-163.
- Soylu Y, Soylu C, 2005, İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Kesirlerle İlgili Problemler, Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 7(2), 101-117.
- Şandır H, Ubuz B, Argün Z, 2007, 9.Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Hataları, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 32, 274-281.
- Şimşek A, 2012, Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri, Eskişehir Anadolu Üniversitesi Yayınları.
- Tataroğlu Taşdan B, 2019, Matematik Öğretmeni Adaylarının Fark Etme Becerilerinin İncelenmesi, Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10(1), 232-259.
- Tavşan S, Pasmaz A, 2020, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Pi Sayısı Bağlamındaki Kavram Tanımlarının İncelenmesi, On Dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 260-274.
- Yavuz Mumcu H, 2017, Pedagojik Alan Bilgileri Bağlamında Öğretmen Adaylarının kesirlerle İlgili Kavram Yanılgılarını Giderme Yeterliliklerinin Farklı Değişkenlere Göre İncelenmesi, Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6(3), 1264-1292.
- Yazıcı N, Albayrak A, Aslan Y, 2020, Sık Yaşanan Öğrenci Güçlüklerinin Matematik Öğretmenlerinin Gözünden Belirlenmesi: Kümelerde Temel Kavramlar, Eurasian Journal Of Teacher Education, 1(1), 25-36.

- Yazıcı N, Kültür M N, 2017, Matematik  ğretmenlerinin Kümeler  nitesindeki Yer Alan Temel Kavramlara İlişkin Matematiksel Bilgilerinin İncelenmesi, Journal Of Computer And Education Research, 5(9), 100-124.
- Yenilmez K, Yaşa E, 2008, İlköğretim  ğrencilerin Geometrideki Kavram Yanılgıları, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 11(2), 215-236.
- Yetim S, Alkan R, 2010, İlköğretim 7.Sınıf  ğrencilerinin Rasyonel Sayılar ve Bu Sayıların Sayı Doğrusundaki Gösterimleri Konusundaki Yaygın Yanlışları ve Kavram Yanılgıları, Fen Bilimleri Dergisi, 11, 87-109.
- Yetkin E, 2003, Student Difficulties In Learning Elementary Mathematics, ERIC Digest, ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education.
- Yıldırım A, şimşek H, 2013, Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (9. Baskı), Seşkin Yayıncılık, Ankara.
- Yıldırım A, şimşek H, 2016, Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (10. Baskı), Seşkin Yayıncılık, 427s, Ankara.
- Zembat İ  , 2008, Kavram yanılgısı nedir? M F  zmantar, E Bingölbali ve H Akkoç (Ed.), Matematiksel Kavram yanılgıları ve çözüm  nerileri, Pegem Akademi, 1-8, Ankara.
- Zembat İ  , 2013, Sayıların Farklı Algılanması -Sorun Sayılarda Mı  ğrencilerde Mi? Özmantar M F, Bingölbali E, Akkoç H (Ed), Matematiksel Kavram Yanılgıları ve çözüm  nerileri, s.41-60, 3.Baskı, Ankara: Pegem Akademi.

İnternet Kaynakları

- 1-https://dhgm.meb.gov.tr/yayimlar/dergiler/milli_egitim_dergisi/147/altun.htm,
10.06.2023

EKLER

EK 1. Kesir Konusuna Ait Veri Toplama Aracı

Kesir Kavramı ile İlgili Yöneltilen Sorular

1.Sizce kesir nedir? Açıklayınız.

2.Bir kesir örneği veriniz.

3.Senaryo: Kesrin anlamı ile ilgili ortaokul seviyesinde yapılan sınıf tartışmasında, birçok öğrenci aşağıdaki gibi bir görüşü öne sürmüşlerdir.

“Kesirler sadece parça-bütün ilişkisini belirtmek için kullanılır. Örneğin, bir pastanın beşte birini belirtmek için kesirler kullanılır.”

Yukarıdaki öğrenci açıklamalarını dikkate alarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

3.1.Öğrencilerin cevabı hakkında ne düşünüyorsunuz?

- Sizce doğru mu? Neden?
- Sizce yanlış mı? Neden?

3.2.Öğrencilerin kesirleri sadece parça-bütün ilişkisi üzerinden düşünmelerine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir? Sizce öğrenciler nasıl düşünerek böyle bir cevap vermişlerdir? Açıklayınız.

3.3.Sizce öğrencilerin böyle cevap vermelerine ne tür nedenler kaynaklık etmiş olabilir? Açıklayınız.

- Öğrenci kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl?
- Öğretim ve öğretmenden kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl?
- Konu (kesir) kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl?

3.4.Öğrencilerin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yaptınız? Açıklayınız?

- Kesrin anlamının öğretimi için nasıl bir yol izlediniz?
- Ne tür örnekler kullandınız?
- Ne tür materyaller kullandınız?

EK 2. Küme Konusuna Ait Veri Toplama Aracı

Küme Kavramı ile İlgili Yöneltilen Sorular

1.Sizce küme nedir? Açıklayınız.

2.Bir küme örneği veriniz.

3.Senaryo: Kümeler konusunu işlerken “a,1, Londra, Salı, Ali, elma “elemanlarının bir küme oluşturup oluşturmadığı sorusunu öğrencilerinize yönelttiğinizi varsayalım. Ali isimli bir öğrenciniz “**Hayır öğretmenim, bu elemanlar bir küme oluşturmaz**” şeklinde bir cevap vermiştir.

Bu cevabı göz önünde bulundurarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

3.1.Ali’nin cevabı hakkında ne düşünüyorsunuz?

- Sizce doğru mu? Neden?
- Sizce yanlış mı? Neden?

3.2.Ali’nin küme kavramını bu şekilde düşünmesine sebep olan düşünme biçimi sizce nedir? Yani sizce öğrenciler nasıl düşünüp de böyle bir cevap vermişlerdir? Açıklayınız.

3.3.Sizce Ali’nin böyle bir cevap vermesine ne tür nedenler kaynaklık etmiş olabilir? Açıklayınız.

- Öğrenci kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl?
- Öğretim ve öğretmen kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl?
- Konu (kesir) kaynaklı nedenler olabilir mi? Evet ise, nasıl?

3.4.Ali’nin cevabının eksik veya hatalı olduğunu düşünüyorsanız, bu durumda ne yapardınız? Açıklayınız?

- Küme kavramının tanımının öğretimi için nasıl bir yol izlerdiniz?
- Ne tür örnekler kullanırdınız?
- Ne tür materyaller kullanırdınız?

EK 3. Etik Kurul Raporu

T.C.
AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ
KURULU KARARLARI

TOPLANTI	KARAR TARİHİ:
KARAR 2021/25 Üniversitemiz Eğitim Fakültesi öğretim elemanı Doç. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ tarafından yürütülen (Diğer Araştırmacılar: Üniversitemiz Fen Bilimleri Enstitüsü öğrencisi Yonca KARAKUŞ), “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Problem Saptama Becerileri: Matematiksel Hata ve Kavram Yanılgıları Açısından Bir İnceleme” başlıklı yüksek lisans tezi kapsamında kullanılacak veri toplama araçlarının, etik açıdan sakıncalı olmadığına, oy birliği ile karar verildi. ASLI e-imzalıdır Prof. Dr. İbrahim MUTLU Fen ve Mühendislik Bilimleri Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Başkanı	