T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ GEOMETRİK MUHAKEMELERİNİN İNCELENMESİ

MUSTAFA AKDEMİR

İzmir
2022

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ GEOMETRİK MUHAKEMELERİNİN İNCELENMESİ

MUSTAFA AKDEMİR

DANIŞMAN
PROF. DR. SERKAN NARLI

İzmir
2022

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Doktora tezi olarak sunduğum "Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi" adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

01/09/2022

Mustafa AKDEMİR

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

Tarih: 05/09/2022

Tez Başlığı:

Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 427 sayfalık kısmına ilişkin,05/09/2022 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (**Turnitin**-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 11' dir.**

- http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/ adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) □ **Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30)** ☒

□Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, □ Kaynakça hariç, □ Alıntılar dâhil, □ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	☒ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☒ Kaynakça dâhil, ☒ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒ **EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde.** ☒	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmasının herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Mustafa AKDEMİR
Öğrenci No :2016950163
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Statüsü : Yüksek Lisans □ Doktora ☒

ÖĞRENCİ **DANIŞMAN**

Mustafa AKDEMİR
05/09/2022

Prof. Dr. Serkan NARLI
05/09/2022

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans ve doktora öğrenim sürecim boyunca araştırmalarım ve akademik çalışmalarımda her zaman destek olan, bilgi birikimiyle, tecrübesiyle ve motive ediciliği ile, her zaman yanımda olan değerli danışman hocam Sayın,

Prof. Dr. Serkan NARLI'ya;

Lisansüstü eğitimimin her aşamasında akademik desteğini ve motivasyonunu hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocam, Sayın,

Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN'a

Doktora eğitimim süresince sunmuş olduğu akademik destek ve motivasyon ile bu tezi tamamlayabilme katkı sağlayan değerli hocam, Sayın,

Prof. Dr. Ersen YAZICI'ya,

Tez çalışmamın veri toplama sürecinde araştırmama katkı sağlayan tüm öğrencilere;

Desteklerini bir an bile esirgemeyen ve uykusuz geçen yoğun çalışma günlerinde her zaman manevi desteğini hissettiren değerli eşim Tuğba ŞENGÜL AKDEMİR'e ve hayatım boyunca desteğini hep hissettiren değerli annem Emine AKDEMİR'e;

Manevi yönden en büyük destekçim olan biricik oğlum Mustafa Tuna AKDEMİR'e;

TEŞEKKÜRLERİMİ SUNARIM.

İÇİNDEKİLER

ÖZET xi
ABSTRACT xiii
BÖLÜM I 1
GİRİŞ 1
1.1. Problem Durumu 4
1.2. Amaç ve Önem 8
1.3. Problem Cümlesi 9
1.4. Sınırlılıklar 10
1.5. Varsayımlar 10
1.6. Tanımlar 10
1.7. Kısaltmalar 11
BÖLÜM II 12
KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR 12
2.1. Kuramsal Çerçeve 12
2.2. İlgili Yayın ve Araştırmalar 25
BÖLÜM III 44
YÖNTEM 44
3.1. Araştırmanın Deseni 44
3.2. Çalışma Grubu 45
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları 47
3.4. Verilerin Analizi 52
3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği 53
3.6. Araştırmanın Tasarımı ve Araştırmacının Rolü 57
BÖLÜM IV 59
BULGULAR 59
4.1. Çokgen Muhakeme Formu-1 (ÇMF-1)'e verilen öğrenci yanıtlarının analizi 59
4.2. Çokgen Muhakeme Formu-2 (ÇMF-2)'ye verilen öğrenci yanıtlarının analizi ... 123

4.3. Çokgenlerde Muhakeme Formu (ÇMF-3)'e verilen öğrenci yanıtlarının analizi 202

4.4. Çokgenler ile ilgili ek görüşme sorularına verilen öğrenci yanıtlarının analizi ... 298

BÖLÜM V ... 311

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER ... 311

5.1. Tartışma ... 311

5.2. Sonuç ve Öneriler ... 353

KAYNAKÇA ... 360

EK 1. ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ ... 374
EK 2. UYGULAMA İZİNLERİ ... 375
EK 3. ETİK İZİN ... 376
EK 4. OKUL İZİNLERİ ... 377
EK 5. ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULANMA İZİNLERİ ... 378
VERİ TOPLAMA ARAÇLARI ... 379
EK 6. ÇOKGEN MUHAKEME FORMU-1 (ÇMF-1) ... 379
EK 7. ÇOKGEN MUHAKEME FORMU-2 (ÇMF-2) ... 384
EK 8. ÇOKGEN MUHAKEME FORMU-3 (ÇMF-3) ... 395
EK 9. ÇOKGEN GÖRÜŞME FORMU (ÇGF) ... 406
EK 10. GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU ... 407
EK 11. EBEVEYN ONAM FORMU ... 408

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1.Mülakat yapılan bireylerin seçimleri 46
Tablo 2.Katılımcılar ile yapılan mülakat süreleri 49
Tablo 3.ÇMF-1 testi için bir analiz örneği 53
Tablo 4.İnandırıcılığı kuvvetlendirmek için kriterler ve çalışmamızda yapılanlar 54
Tablo 5.Aktarılabilirliği sağlamak için kriterler ve çalışmamızda yapılanlar 55
Tablo 6.Güvenilebilirliği sağlamak için kriterler ve çalışmamızda yapılanlar 56
Tablo 7.Araştırmanın tasarım, uygulama ve değerlendirme süreci 58
Tablo 8.Çokgen tanımının niteliğine göre frekanslar 59
Tablo 9. Çokgeni oluşturmak için gereken geometrik kavramlara ilişkin frekanslar 67
Tablo 10. Çizilen dörtgen üçlülerine göre dağılımlar 70
Tablo 11. Çizilen dörtgen üçlülerinin öğrenciler tarafından sunulan farklılaşma gerekçeleri 71
Tablo 12. Günlük yaşamdan çokgen örneği sunup sunamamaya göre frekanslar 76
Tablo 13. Kare tanımının niteliği 79
Tablo 14.Kare çiziminin niteliği 82
Tablo 15.Paralelkenar tanımının niteliğine cevaplar 1.kısım (Paralelkenarın kavramsal özelliklerine vurgu yapan tanımlar) 83
Tablo 16.Paralelkenar tanımının niteliğine göre cevaplar 2.kısım (prototip algılardan etkilenen tanımlar) 84
Tablo 17.Paralelkenar çiziminin niteliği 87
Tablo 18.Dikdörtgen tanımının niteliği'ne cevaplar (dikdörtgenin kavramsal özelliklerine vurgu yapan yanıtlar) 90
Tablo 19.Dikdörtgen tanımının niteliğine cevaplar (prototip algılardan etkilenen tanımlar) 91
Tablo 20.Dikdörtgen çiziminin niteliği 93
Tablo 21.Beşgen tanımının niteliğine göre cevaplar (yalnızca kavramsal özelliklere göre uygun tanımlar) 94
Tablo 22.Beşgen tanımının niteliğine göre cevaplar (kavramsal özellikler de vurgulanmasına rağmen, prototip algılardan etkilenen tanımlar) 95
Tablo 23.Beşgen çiziminin niteliğine göre frekanslar 96
Tablo 24.Altıgen tanımının niteliğine göre cevaplar (yalnızca kavramsal özelliklere göre uygun tanımlar) 97
Tablo 25.Altıgen tanımının niteliğine göre cevaplar (kavramsal özellikler vurgulanmasına rağmen, prototip algılardan etkilenen tanımlar) 98
Tablo 26.Altıgen çiziminin niteliğine göre frekanslar 99

Tablo 27.Yamuk tanımının niteliğine göre cevaplar 1.kısım (tanımlarında kritik özellik olan paralellik vurgusu bulunanlar) 101
Tablo 28.Yamuk tanımının niteliğine göre cevaplar 2.kısım (paralellik vurgusu olmayan bireysel şekilsel kavramlarındaki imgelere dayalı yanıtlar)..... 101
Tablo 29.Yamuk tanımının niteliğine göre cevaplar 3.kısım (paralellik vurgusu olmayan bireysel şekilsel kavramlarındaki imgelere dayalı yanıtlar)..... 102
Tablo 30.Yamuk çiziminin niteliğine göre frekanslar 108
Tablo 31. Dikdörtgen olan şekillerin belirlenmesine yönelik kategoriler..... 124
Tablo 32. Dikdörtgen olan şekillerin seçilme gerekçelerini sunma durumu..... 124
Tablo 33. Paralelkenar olan şekillerin belirlenmesine yönelik kategoriler..... 132
Tablo 34. Dikdörtgen olan şekillerin seçilme gerekçeleri 133
Tablo 35. Şıklara göre uygun bir gerekçe ile yanıt verme frekansları 139
Tablo 36. Şıklara göre uygun bir gerekçe olmadan yanıt verme frekansları 140
Tablo 37. Soruya yanıt vermeyenler ya da yanlış cevap verenlerin frekansı..... 140
Tablo 38. 3 numaralı açının muhakemesi hususunda Duval'in algısal süreçlerine göre bireylerin soruyu ele alış biçimleri..... 149
Tablo 39.EFGH dörtgeninin muhakemesi 151
Tablo 40.EFGH dörtgenine direkt olarak paralelkenar diyenler arasından bir matematiksel gerekçe ya da ispata yaklaşan çözümler sunabilenlerin sayısı..... 152
Tablo 41. FH'nin yükseklik olup olmadığının muhakemesi..... 161
Tablo 42.FH yükseklik değil diyenler arasında şekil için uygun bir yükseklik çizimi yapabilme durumu 162
Tablo 43. FH yükseklik değil diyenler arasında şekil için tercih edilen yükseklik tipi 162
Tablo 44. FH'nin yükseklik olmadığına yönelik sunulan gerekçeler 164
Tablo 45.FH'nin yükseklik olduğuna yönelik sunulan gerekçeler 164
Tablo 46. BD kenarının uzunluğuna ilişkin muhakemeler 168
Tablo 47. ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması cevabı değiştirir diyenlerin (23 kişi) sundukları gerekçeler 170
Tablo 48. ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması cevabı değiştirmez diyenlerin (53 kişi) sundukları gerekçeler 170
Tablo 49. Sorudaki görevdeki yönergelere uygun bir gösterim yapabilme durumu..... 176
Tablo 50. Sorudaki görevdeki yönergelere uygun bir gösterim yapabilme durumu..... 185
Tablo 51. Uygun bir gösterim çizebilenler arasında, dikdörtgen içinde oluşan şeklin muhakemesi 187

Tablo 52. Şeklin kapalı durumunda üst üste gelen kenarlara ilişkin muhakemeler 196
Tablo 53. Dik üçgen olarak belirlenen şekillerin muhakemesi 199
Tablo 54. Dikdörtgen içindeki taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler 203
Tablo 55. Üçgen içinde yer alan şekillerin muhakemesine ilişkin yanıtlar 218
Tablo 56. Verilen şeklin boyut sayısına yönelik muhakemeler 220
Tablo 57. Üçgen içinde yer alan şekillerin muhakemesine ilişkin yanıtlar 222
Tablo 58. Verilen şeklin boyutlu sayısına yönelik muhakemeler 225
Tablo 59. Muhakemeler HT, TU, UF doğru parçalarının kıyaslanmasına yönelik muhakemeler 228
Tablo 60. Soruda belirtilen yönergeye uygun olarak çizim yapabilenlerin sayısı 239
Tablo 61. Beşgen üzerinde çizilen çemberler içerisinden en büyük çemberin belirlenmesine yönelik kategoriler 242
Tablo 62. Uygun bir çizim sunabilenler çerisinden en büyük çemberin belirlenmesine yönelik kategoriler 243
Tablo 63. Büyük dikdörtgenin çevresinin bulunmasına ilişkin muhakemeler 250
Tablo 64. Altıgenler içerisindeki taralı alanların ilişkisine yönelik muhakemeler 257
Tablo 65. EGF üçgenine yönelik muhakemeler 271
Tablo 66. Paralelkenarın inşa edilmesine yönelik muhakemeler 280
Tablo 67. Taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler 285
Tablo 68. Taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler 291

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.Van Hile Geometrik Düşünme Modelindeki düzeyler.....13
Şekil 2.Şekilsel-kavram teorisi temelinde bir ABC üçgeninin ele alınışı. 16
Şekil 3.Görsel Algı'ya örnekler 17
Şekil 4 "DBCE bir yamuktur, d1 ve d2 doğrularının durumlarına ilişkin ne söylenebilir?" görevine ilişkin örnek bir görsel 19
Şekil 5.Sözel algıyı gerektiren bir geometrik görev örneği 20
Şekil 6.İşlevsel Algının kullanımı gerektiren bir örnek 21
Şekil 7. Duval'in Şekle Bakma Süreçleri..... 22
Şekil 8.Duval'in süreçleri arası etkileşim 24
Şekil 9.Hiyerarşik sınıflandırma 28
Şekil 10. Parçalı sınıflandırma 28
Şekil 11. Araştırmacı tarafından kâğıda çizilen şekil..... 64
Şekil 12. Ö4 tarafından kâğıda çizilen şekil 64
Şekil 13.Araştırmacı tarafından kâğıda çizilen şekil..... 65
Şekil 14. Araştırmacı tarafından kâğıda çizilen dışbükey çokgen. 66
Şekil 15. Kare prototipi..... 80
Şekil 16. notasyonsuz ve notasyonlu paralelkenar çizimleri 87
Şekil 17. dikdörtgen prototipi 92
Şekil 18. Katılımcının örnek dikdörtgen çizimi..... 92
Şekil 19.Dikdörtgen çiziminde kısmi notasyon kullanımı..... 92
Şekil 20. Tam notasyon kullanımı 93
Şekil 21. beşgen prototipi 96
Şekil 22. Öğrencinin beşgen çiziminin tipi..... 96
Şekil 23. Kenar eşitliği ile verilen tanım ve tanıma uygun olmayan beşgen çizimi 97
Şekil 24. altıgen prototipi..... 99
Şekil 25. öğrencinin altıgen çizimi 99
Şekil 26.Bir yamuğu yansıtmak için döndürülmüş dikdörtgen bir masanın görselleştirmesi.104
Şekil 27. Ö1 kodlu öğrenci tarafından çizilen ilk şekil. 106
Şekil 28. Ö1 kodlu öğrenci tarafından çizilen ikinci şekil. 107
Şekil 29. öğrencinin kare ve paralelkenar çizimi..... 117
Şekil 30.öğrencinin dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen çizimi 122
Şekil 31. Farklı bir öğrencinin dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen çizimi 122

Şekil 32. ÇMF-2'nin 1. Sorusu 123
Şekil 33. ÇMF-2'nin 2. Sorusu 131
Şekil 34. ÇMF-2'nin 3. soru 140
Şekil 35. ÇMF-2'nin 4. Sorusu 151
Şekil 36. Araştırmacı tarafından çizilen şekil ile üçgende temel benzerlik teoreminin katılımcılara hatırlatılması ve kenar orta noktalarından paralel olan doğru parçalarının gösterilmesi 158
Şekil 37. Öğrenci tarafından dıştaki şeklin köşegenlerinin çizilmesi 159
Şekil 38. Ö7 tarafından çizilen şekil 161
Şekil 39. ÇMF-2'nin 5.sorusundaki geniş açılı üçgen 161
Şekil 40. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-1 162
Şekil 41. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-2 162
Şekil 42. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-3 163
Şekil 43. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-4 163
Şekil 44. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi -5 163
Şekil 45. ÇMF-2'nin 6. Sorusu 168
Şekil 46. ÇMF-2'nin 7. Sorusundaki geometrik görevde öğrencilerin en çok verdikleri yanıt 176
Şekil 47. ÇMF-2'nin 7. Sorusundaki geometrik görevde öğrencilerin en çok verdikleri ikinci yanıt 176
Şekil 48, Şekil 49 176
Şekil 50,Şekil 51 177
Şekil 52 177
Şekil 53. hatalı gösterim örneği-1, Şekil 54. hatalı gösterim örneği-2, Şekil 55. hatalı gösterim örneği-3 181
Şekil 56. Öğrenci tarafından oluşturan şekil 183
Şekil 57. Öğrenci tarafından oluşturulan şekil 184
Şekil 58. Araştırmacı tarafından çizilen şekil 184
Şekil 59. uygun bir gösterim örneği 186
Şekil 60**,** Şekil 61 186
Şekil 62, Şekil 63 186
Şekil 64.Ö2 tarafından çizilen ve üzerinde düşünülen şekil 193

Şekil 65.Araştırmacı tarafından öğrenciye çizdirilen, köşegen çizdirerek ve üçgenlerde benzerlikten yararlanarak, paralel olan kenarların gösterilmesine dayanan gösterim ve ispat 194

Şekil 66. Araştırmacı tarafından şekil-64'teki şeklin çevrilmesiyle oluşan şekil.....194

Şekil 67.öğrencinin doğru küp çizimi 196
Şekil 68.öğrencinin hatalı küp çizimi 197
Şekil 69. ÇMF-3'nin 1. Sorusu 203
Şekil 70. Ö8 tarafından verilen yanıt 216
Şekil 71. Ö8 tarafından T noktası ortaya getirilerek çizilen şekil 217
Şekil 72. ÇMF-3'ün 2. Sorusu 217
Şekil 73. ÇMF-3'nin 3. Sorusu 222
Şekil 74. Araştırmacı tarafından çizilen şekil 227
Şekil 75. ÇMF-3'ün 4. Sorusu 228
Şekil 76. Öğrenci tarafından çizilen yanıt 249
Şekil 77. ÇMF-3'nin 6.sorusu 250
Şekil 78.Altıgen içindeki alanların kıyaslanmasında öğrenci tarafından çizilen şekil 270
Şekil 79.ÇMF-3'ün 8.sorusu 271
Şekil 80.Araştırmacı tarafından çizilen şekil 278
Şekil 81. ÇMF-3'nin 9.sorusu 279
Şekil 82.ÇMF-3'ün 10.sorusu 284
Şekil 83. ÇMF-3'ün son sorusu 290
Şekil 84. Öğrenci tarafından parçanın taşınmasıyla oluşan şekil 298
Şekil 85.Düzgün altıgenin altı eş üçgene ayrılması 305
Şekil 86. Düzgün altıgeni altı eş üçgene ayıramayan bir öğrenci yanıtı 305
Şekil 87. Ö7 tarafından, altıgen içindeki üçgenlerin eşkenar üçgen olduğunun gösterimi .. 305
Şekil 88.Düzgün altıgenin iki eş yamuğa ayrılması 306
Şekil 89.Düzgün altıgenin Ö5 tarafından iki parçaya ayrılması 306
Şekil 90. Düzgün altıgenin bir dikdörtgen ve iki eş üçgene ayrılması 307
Şekil 91. Öğrenci tarafından düzgün altıgenin hatalı parçalanması 307
Şekil 92.Altıgen içerisinde oluşan dikdörtgenin açılarının Ö10 tarafından 90 derece olduğunun gösterimi 308
Şekil 93. Düzgün beşgenin köşegenleri ile oluşan pentagram yıldızı 308
Şekil 94. Düzgün olmayan beşgen çizimi 309

Şekil 95.Doğru düzgün beşgen çizimi, Şekil 96. Hatalı düzgün beşgen çizimi 309
Şekil 97.ÇMF-2'nin 4.sorusundaki görev, Şekil 98. Thales teoremi 327
Şekil 99. Öğrencinin geniş açılı üçgende yükseklik çizimi 328
Şekil 100. ÇMF-2'nin 9. sorusundaki şekil 333
Şekil 101. Kenar parçalarında tahmini değerler atama örneği 336
Şekil 102. Retinal görüntüye bağlı hareket 337
Şekil 103. Görsel algının, işlevsel algının harekete geçmesini engellemesi 338
Şekil 104. İşlevsel ve sözel algı ile hareket 338
Şekil 105. ÇMF-3'ün 2.sorusundaki üçgen şekli 340
Şekil 106. ÇMF-3'ün 3.sorusundaki üçgen şekli 342
Şekil 107. ÇMF-3'ün 10.sorusu 348
Şekil 108. ÇMF-3'ün 11.sorusu 350
Şekil 109.Düzgün altıgenin hatalı parçalanması 352
Şekil 110.Düzgün beşgeni 2 eşit parçaya ayırma 352

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ GEOMETRİK MUHAKEMELERİNİN İNCELENMESİ

Kant'ın adlandırmasıyla, sentetik a priori yargılar alanı olan ve yine Kant'ın, uzaya ilişkin a priori sezgiler temelinde sentezlendiğini savunduğu geometri, matematiğin önemli bir alt dalıdır ve bireylere önemli yetiler kazandıran bir alandır. Geometri, bireylere genelleme yapma, eleştiri yapma, öğrendiklerini şemalar halinde özetleyerek, açık ve net ifade etme gibi bilişsel yetiler kazandırır. Bahsedilen bu yetilerin elde edilebilmesi için, geometrik görevlerde şekle hangi algı türleri ile yaklaşıldığının ortaya konulması ön plana çıkmaktadır. Çünkü, geometride algı, bireylerin geometrik şekilleri nasıl gördükleri ve onları zihinde nasıl yorumladıklarıyla yakından ilişkilidir. Duval'a göre geometride görme denilen husus, algıyla ve bunun uzantısı olarak görsel imgelerle de ilişkilidir. Bunun için, bir geometrik nesneye bakma şekli, geometride problem çözmede, akıl yürütmede ve kanıtlar sunmada çok önemli bir bilişsel etkendir ve bu bakış şeklinin incelenmesi, geometrik muhakemenin doğasının ortaya konması adına oldukça gereklidir. Öğrencilerin geometrik görevlerin çözümü sırasında harekete geçirdikleri bilişsel süreçlerin neler olduğunun yanı sıra, geometrik görevlerde şekil-kavram uyumunu ne derecede yönettiklerinin ortaya çıkarılması, geometrik muhakemenin doğasının anlaşılması adına önemli bir husustur.

Bu çalışmada, geometrik muhakemeye ilişkin bilişsel yaklaşımlar yardımıyla ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki zihinsel düşünüşlerini ve onların zihinlerindeki akıl yürütmenin doğası irdelenmeye çalışılmıştır. Bunun için, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi ve Duval'in Bilişsel modeli, araştırmanın teorik çerçevesi olarak seçilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu, Karaman ilindeki bir devlet okulunda sekizinci sınıf düzeyinde öğrenimlerine devam eden 100 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri, araştırmanın amaçları doğrultusunda hazırlanan ve toplamda 28 açık uçlu soru içeren 3 adet form ve yarı yapılandırılmış bir mülakat formu ile toplanmış, içerik analizi tekniği kullanılarak

çözümlenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen kavramlarına ilişkin çeşitli hatalı kavrayışlara sahip oldukları, özellikle yamuk ve paralelkenar gibi dörtgenlerin Türkçedeki dilsel anlamlarından kaynaklanan yani semantik açıdan ileri gelen bazı ikilemlerin, öğrencilerin dörtgen kavrayışları üzerinde olumsuz etkilerinin olduğu, öğrencilerin yapmış oldukları çokgen tanımlarının ve çokgen çizimlerinin, bireysel şekilsel kavramlarında yer alan prototip imgelerden büyük ölçüde etkilendiği, öğrencilerin geometrik görevler üzerinde muhakeme gerçekleştirirken, büyük ölçüde şekil bilgilerinin kavramsal bilgilerinin önüne geçtiği ortaya çıkarılmıştır. Bunun yanında, katılımcıların büyük çoğunluğunun, yalnızca Duval'in tanımladığı görsel algılara göre geometrik görevlere yaklaştıkları, işlevsel ve sözel algılarını uygun biçimde harekete geçiremeyerek uygun muhakeme oluşturamadıkları, bazı bireylerin ise, sıralı algılarını tam olarak yönetemedikleri, özellikle şekilsiz olarak verilen geometrik görevlerde soruda verilen yönergelere uygun olarak şekli oluşturmada ve muhakeme geliştirmede zorlandıkları ortaya çıkarılmıştır. Bunlara ek olarak, bireylerin boyut kavramı konusunda birtakım yanılgılara ve hatalı kavrayışlara sahip oldukları da ortaya konulmuştur. Çokgenlerin geometrik muhakemesine ilişkin ortaya çıkan bulgular ve sonuçlar, ilgili literatür destekli etraflıca tartışılmış ve çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Çokgenler, Ortaokul öğrencileri, Tanım, Geometrik Muhakeme.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS' GEOMETRICAL REASONING ON THE POLYGONS

As Kant calls it, geometry, which is the field of synthetic a priori judgments and which Kant argues is synthesized on the basis of a priori intuitions about space, is an important sub-branch of mathematics and a field that gives individuals important abilities. Geometry gives individuals cognitive abilities such as generalizing, criticizing, summarizing what they have learned in diagrams and expressing them clearly. In order to achieve these abilities, it is important to reveal the types of perception used to approach the given figure in geometric tasks. Because, perception in geometry is closely related to how individuals see geometric shapes and how they interpret them in the mind. According to Duval, the subject called vision in geometry is also related to perception and, as an extension, visual images. For this, the way of looking at a geometric object is a very important cognitive factor in problem solving, reasoning and presenting evidence in geometry, and examining this way of looking is very necessary to reveal the nature of geometric reasoning. In order to understand the nature of geometric reasoning, it is important to reveal the cognitive processes that students activate during the solution of geometric tasks, as well as to what extent they manage shape-concept harmony in geometric tasks.

In this study, it has been revealed to examine the mental thinking of middle school students about polygons and the nature of reasoning in their minds with the help of cognitive approaches to geometric reasoning. For this, Fischbein's the theory of figural concepts and Duval's Cognitive model were chosen as the theoretical framework of the research. The study group of the research consisted of 100 students continuing their education at the eighth grade in Karaman Province. The data of the study were collected with a semi-structured interview form and the three forms containing 28 open-ended questions, prepared for the purposes of the research, and analyzed by using the content analysis technique. As a result of the research, it was found that students had various misconceptions about the concepts of triangle, quadrilateral, pentagon and hexagon, that some semantic dilemmas, especially those arising from the linguistic meanings of quadrilaterals such as trapezoid and parallelogram, had negative effects on students' understanding of quadrilaterals, It has been revealed that students' drawings and definitions of polygons influenced by the prototype images in their personal figural concepts, and that their knowledge of figure precedes the conceptual knowledge while

reasoning on the geometrical tasks. In addition, it was revealed that some individuals acted according to the perceptual apprehensions defined by Duval and could not form an appropriate reasoning by not activating their operative and discursive apprehensions appropriately. It has been revealed that some individuals could not manage their sequential apprehension, and have difficulties in forming the shape and developing reasoning, especially in geometric tasks given as shapeless. In addition to these, it has been revealed that individuals have some misconceptions and erroneous understandings about the concept of dimension. The results of the geometric reasoning of polygons were discussed with the support of the relevant literature and suggestions were made.

Keywords: Polygons, Middle school students, Definition, Geometrical reasoning,

BÖLÜM I

GİRİŞ

"Geometrinin övünç kaynağı, bu kadar az prensiple bu kadar çok şey başarabilmesindedir"

(Sir Isaac Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687)

Öklid'in orijin olarak belirlediği aksiyom ve postulatlardan hareketle oluşturduğu tümdengelimli muhakemeler, felsefe ve doğa bilimlerinin de takdirle karşıladığı bir fikirler sistemine evrilmiştir. Öklid'in MÖ 300'deki *"Elementler"* eserinde vurguladığı aksiyomatik sistemlerin özündeki mantıksal oluşum, insan aklının oluşturabileceği dahiyane örneklerden biridir denebilir. Bununla bağlantılı olarak, *"Elementler"*, insanlık tarihinin çoğu döneminde klasikleşmiş bir eser olarak kalmıştır (Yıldırım, 2019). Tümdengelimsel akıl yürütmenin, Öklid tarafından geometride uygulanması, diğer disiplinlerin de tümdengelimselliğin çekiciliğine kapılmasına zemin oluşturmuştur. Örneğin, rasyonalist düşünürlerin bu mantıksal oluşuma başvurdukları da bilinmektedir. Öte yandan, Öklid'in aksiyomatik yapısının başlangıç noktası olarak kabul edilmesi, tarihsel açıdan ele alındığında da dikkat çekici bir noktadır. Arşimet, bu yöntemin cazibesine kapılmıştır. Descartes'in metafiziğini inşa ederken, Baruch Spinoza'nın da ahlak teorisini oluştururken, matematik ve geometrinin düşünce yapısından temel aldıkları görülmektedir. (Yıldırım, 1991). Bir başka deyişle, Öklid geometrisi ve yöntemleri, on yedinci yüzyıl felsefesinde temel bir epistemik model olarak görülmüştür. Descartes'ın Meditasyonları, geometride bulunana benzer türde bir kesinliğe ulaşmaya çalışır ve Spinoza Ethica'yı geometrik yönteme göre inşa etmiştir. Öklid geometrisindeki önermeler, bilginin temel paradigmaları olarak görülmüştür (Newton, 2004).

Aslında Öklid, *"Elementler"* eserini, Platon'un da bir öğrencisi olan Knidos'lu Eudoxus'un ispat ettiği teoremleri birleştirerek ortaya koymuştur. Fakat onu farklı yapan nokta, yeni bir teorem oluşturmaktan ziyade, kendisinden önce gelen teoremleri uygun bir mantıksal sistem halinde sunmasındaki başarısıdır (Yıldırım, 2019). Elementlerin toplamda 13 kitabında 465 farklı önerme bulunmaktadır. Herkes tarafından bilinenin aksine, bu önermelerin tamamı geometriye ait değil, sayı teorisine de ilişkindir. Bu da elementleri, içeriksel olarak oldukça detaylı bir eser yapmaktadır (Yıldırım, 2019). Fakat yukarıdaki paragrafta da belirtildiği üzere, içindeki mantıksal sistem öyle kullanışlı ve dahiyane bir yapıdadır ki, tüm alanlarda son derece güçlü bir etki yaratmaktadır. Öyle ki, Benedictus de Spinoza, "Ethica" eserinin ilk bölümü, "Geometrik Yöntemle Kanıtlanmış Beş Bölüme

Ayrılmış Ahlak" ismi ile başlamaktadır (Spinoza, 2021). Spinoza, Ethica'yı, önce belli bir başlı aksiyomları tanıtmış, sonra verdiği bütün önermeleri kanıtlama yoluyla inşa etmiştir. Hatta her önermenin kanıtlamasını, Latince Quod Erat Demonstrandum (QED) kısaltması ile bitirir (Warburton, 2019). Bu durum, geometrinin rasyonalizm'e bir uyarlamasıdır. Diğer yandan, Bertrand Russell, üç ciltlik *"Batı Felsefesi Tarihi"* eserinin üçüncü kitabında, bir siyaset felsefecisi olan Thomas Hobbes'un bile, empirist olmasına rağmen, matematiksel yöntemin hayranı olduğunu, Hobbes'un Geometriyi*, "şu ana dek oluşturulmuş tek sahici bilim"* olarak adlandırdığını belirtir. Ona göre muhakeme, tanımlardan ve öncüllerden başlamalıdır (Russell, 2021).

Newton, Öklid'in eserini inceledikten sonra, önermelerin açıklığı ve netliğinden oldukça etkilenmiş, hatta sayısal analize odaklanmadan önce kendisini geometriye vermediği için pişmanlık duyduğunu sık sık dile getirmiştir (Ball, 1889). Principia Mathematica eserinde, Öklid'in etkisi iyi bilinmektedir. Öyle ki Principia Mathematica'nın önsözünde, "bu kadar az prensiple bu kadar çok şey başarabilmesi, geometrinin övünç kaynağıdır" ifadesi bulunmaktadır (Newton, 2004).

Isaac Newton ismi, Öklid ile olduğu kadar Kant ile de oldukça yakından bağlantılıdır (Brittan, 1978). Bunun asıl sebebi, Hume'un nedensellik ilkesine ve ampirik bilginin olanağına ilişkin şüpheci yaklaşımından kaynaklanmaktadır Kant'ın, Hume'a rağmen nedensel çıkarımın geçerliliğini gösterme çabası, Newton'un teorisinin felsefi bir savunmasını gerekli kılmıştır. (Brittan, 1978). David Hume, 1739'da yayımladığı "İnsan Doğası Üzerine Bir İnceleme" eserinde, münferit olaylardan geleceği de içeren genellemeler yapmanın mantıksal olarak olanaksızlığına vurgu yapar (Şengör, 2014). Örneğin, gözlemlediğimiz bütün kuğular beyaz ise, o halde dünyadaki bütün kuğular muhtemelen beyazdır, eğer siyah bir kuğu görürsek, bu sonuç yanlışlanmış olacaktır. Dolayısıyla Hume, tümevarımın güvenilir bir bilgi kaynağı olduğunu düşünmemektedir (Robinson ve Groves, 2018). Kuramsal bilginin olanaksızlığına dair bu sonuç ile birlikte, Newton'un yasasının tüm evrende geçerli ve doğru olduğunu da dikkate alan Kant, o halde Newton'un bu bilgiyi nasıl oluşturduğunu sorgulamıştır. Bu yüzden Immanuel Kant, "Saf Aklın Eleştirisi" eserinde a priori bilgiler olduğu, yani doğuştan gelen bilgilerimiz bulunabileceği sonucuna varır (Şengör, 2014). Kant'ın dahiyane eseri saf aklın eleştirisinin amacının, bilgimiz deneyimin ötesine geçememesine karşın, yine de bilgimizin a priori olabileceğini kanıtlamak olduğu söylenebilir (Russel, 2021). Bununla bağlantılı olarak, bu eserinde "sentetik a priori" kavramını ileri sürer. Sentetik ifadesi, Kant temelinde, analitik ifadesinin zıttı olup, sadece tanımı gereği doğru olmayan, bize yeni bir bilgi sunan ifadeler olup, deneyim ve gözlem gerektirir. Buradan

çıkarılacak sonuç şudur: Kant aslında hem doğuştan gelen hem de sentetik olan yani gözlem ve deneyden tamamen de ayrılmayan bilginin nasıl olabileceğini sormaktadır. Verdiği yanıt ise, kendisinin de ifade ettiği gibi 7+5=12 gibi eşitliklerdir. Çoğu kişi, bu türden ifadelerin analitik önermeler olduğunu düşünmesine rağmen, Kant, bunları a priori olarak bildiğimizi savunmuştur (Warburton, 2019). Dolayısıyla, Kant, "iki nokta arasındaki düz çizgi, en kısa çizgidir" önermesini dikkate alarak, geometrinin analitik değil, sentetik a priori yargıların alanı olduğunu vurgular. Sentetik a priori yargıların doğruluğunu ve yanlışlığını, salt analiz yerine hissetme kapasitemizin saf formları olan görü ile hallederiz. Örneğin "iki nokta arasında çizilen düz bir çizgi, en kısa çizgidir" ifadesini dikkate alırsak, düz çizgi kavramından, en kısa çizgi durumu, mantıksal analizle değil, uzay ve zamandan elde edilen saf görü ile çıkarılır (Yalçın, 2003). Kant, Görü'ye karşılık Almanca "Anschauung" kelimesini kullanır. Bir nevi saf aklın eleştirisi (The Critique of Pure Reason) eserinin tümünü, sentetik a priori yargıların nasıl mümkün olabileceğini üzerine inşa etmiştir (Yalçın, 2003).

Özetle, Kant, aritmetik ve geometrinin, sentetik a priori yargı alanı olduğunu savunmaktadır. Frege, sadece geometri yönünden bu fikre katılmakta ve aritmetiğin analitik a priori yargı alanı olduğunu savunmaktadır (Özdemir, 2014).

Kant, Newton'un sisteminin oluşturulabilmesi için geometrinin ön koşul olması gerektiğini sezmiştir, hatta uzay anlayışımızın, geometri bilgimizin doğasına dayandığını fark etmiştir (Cassirer, 1988). Bu sayede diğer geometrilerin önünün açılmasına katkıda bulunmuştur (Akarsu ve Ural, 2006). Bu noktada, Kant'ın yanıldığı noktanın, Öklid'in geometrisinin değişmez ve tek olmasına duyduğu inanç olduğu düşünülebilir. O tarihlerde, Kant'ın elinde yalnız Öklid geometrisi olduğu gerçeği dikkate alındığında (Akarsu ve Ural, 2006), bu durumun aslında bir hata olarak ele alınması doğru değildir.

Şimdi de ünlü *"Geometri Bilmeyen Buraya Girmesin!"* sözünün sahibi olan Platon'u ele alalım (Arslan, 2021). Platon'un geometriye yaklaşımı ise, mağara alegorisinde kendi ipuçlarını verir. Platon, geometriyi idealar teorisinin bir ispatı olarak görür. Platon'a göre, geometride doğrulara ilişkin bilgimiz, deneyimden kaynaklanmaz (Yıldırım, 2019). Örneğin üçgenin iç açılarının toplamı bilgisi, deneyimden yani gözlemlerimizden ileri gelmez, çünkü çizilen hiçbir üçgen kusursuz bir üçgen değildir. Bu bilginin kesinliği, üçgenin iç açıları toplamına ilişkin ispatta yer alan açık ve net öncüllerden dolayıdır (Yıldırım, 2019). Fakat bu açıklama Platon göz önüne alındığında yeterli değildir, çünkü Platon'un matematik ve geometriye ilişkin görüşü ne sadece rasyonalistlerin görüşüdür ne de sadece empirist görüştedir (Arslan, 2021). Platon'un idealar teorisi ile bağlantılı olarak, matematikçilerin tahtaya çizdiği dörtgen, daire vb. kavramlar, pergel ve cetvel kullanılarak en düzgün şekilde

bile çizilse, hiçbir zaman mükemmel nesneler değildirler, bu nesnelerin mükemmel halleri matematikçinin zihninde vardır. Fakat buradaki önemli nokta şudur: Platon'a göre bu geometrik nesneler sadece zihinde tanım şeklinde bulunmaz, ayrıca bunların nesnel bir gerçekliği vardır. Matematikçi onları icat etmez, keşfeder. Bu keşif, deneye dayalı değildir, zihin ve akıl bunları görüp, kabul etmektedir. Duyusal alandaki nesneler, dörtgen masa yüzeyinin yıpranması gibi, çürüyüp bozulmakta iken, zihinlerdeki nesneler bozulmadan kalmaktadırlar. Matematik ve geometrinin bilim olarak başarısı burada yatar (Arslan, 2021).

Yukarıda, Platon'un geometriye ilişkin görüşlerini, Öklid'in Elementler eserinden temel alarak, Öklid'in sunduğu mantıksal yapının nasıl diğer alanlara sirayet ettiğini, bu geometrik düşünce sisteminin nasıl Newton, Hume ve Kant'a kadar ulaştığı görülebilmektedir. Kant'ın saf aklın eleştirisi gibi muazzam bir eserinde önüne koyduğu temel problem olan sentetik a priori önermeleri (Warburton, 2019), nihai olarak, aritmetik ve geometrinin yargıları ile ilişkilendirmesi, geometrik düşünce yapısının, yani geometrinin olağanüstü meziyetlerini göstermektedir.

Geometrinin ve kadim geometrik düşünce yapısının yukarıda sayılan meziyetleri ve diğer kuşaklara aktarılması ihtiyacı, geometri dersini tüm dünyada okul müfredatının bir parçası yapmıştır. Geometrinin kuşaktan kuşağa aktarılmasına bağlı olarak, 20.yy'dan itibaren geometri öğrenme süreçlerine yükselen bir ilgi söz konusudur. (Güven ve Karpuz, 2016). Bu duruma yönelik pek çok araştırma yapılmıştır ve yapılmaktadır.

1.1. Problem Durumu

Günümüzde birçok bilim insanının katkısı ile yükselen matematik, hoş bir mimariye ve akustiğe sahip, görkemli bir gökdelene benzetilebilir (Nasibov ve Kaçar, 2005). Matematiğin önemli bir alt dalı olan geometri ise, insana önemli yetiler kazandıran bir alandır. Geometri, bireylere çözümleme, karşılaştırma, genelleme yapma, eleştirme, öğrendiklerini şemalar biçiminde özetleme, düşünceleri açık ve net ifade etme gibi bilişsel yetiler kazandırır (Baykul, 2009). Daha kısa ifadelerle, geometri fiziksel dünyamızı ve evrene ilişkin algımızın anlamlandırılmasını sağlayan önemli bir araçtır.

Geometride algı, bireylerin geometrik şekilleri nasıl gördükleri ve onları zihinde nasıl yorumladıklarıyla yakından ilişkilidir denebilir. Çünkü Duval (1999)'a göre geometride görme denilen husus, algıyla ve bunun uzantısı olarak görsel imgelerle ilişkilidir. Bu noktada, geometrik kavramlara ilişkin zihinsel prototipler ve imgelerin oluşmasında ve geometrik şekillerin algılanması ile bağlantılı olarak görsel algı (visual perception) terimi de ön plana çıkar. Hoffer (1997)'ye göre, görsel algı, görme ve yorumlama yeteneği olarak tanımlamıştır.

Bu algı, uzamsal ilişkilerin fark edilmesini, şekiller arası görsel ayrım yapılmasını ve bireyin görsel hafızasını da içerir. Bu açıdan bakıldığında geometride algı, bireylerin zihinlerindeki akıl yürütmenin nasıl işlediği, yani bireylerin geometrik kavramlara ilişkin zihinsel prototiplerin neler olduğu, geometrik muhakemelerinde zihinsel kontrolün şeklin mi yoksa kavramın mı hakimiyetinde olduğu gibi konularda anahtar bir noktadır denebilir.

Geometride yukarıda bahsedilen nedenlerden ötürü, nesneleri nasıl algıladığımız ve nesneler arası muhakemeleri nasıl kurduğumuzun etraflıca irdelenmesi bu açıdan önemlidir. Tüm ülkelerin hedefleri arasında, bu görkemli bilimin bireylere en iyi şekilde öğretimi ön plana çıkmaktadır. Fakat TIMSS (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması), IEA (Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu) tarafından 4 yılda bir düzenlenen ve 4. ve 8.sınıf düzeyindeki bireylerin matematik ve fen başarılarını değerlendiren bir araştırmadır ve oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu değerlendirme sınavında, ülkemiz adına, 2019 yılında ilk kez uluslararası ortalamalara yakın sonuçlar alınarak, matematikte 4. Sınıflarda 58 ülke arasından 23, 8.sınıflarda 39 ülke arasından 20. sırada yer almıştır. Daha önceki yıllarda ise, uluslararası ortalamanın altında bir performans söz konusudur. Türkiye açısından 8. Sınıf örnekleminde, öğrencilerin en başarılı olduğu öğrenme alanı veri ve olasılık iken, geometri alanında daha düşük performans söz konusudur (MEB, 2020). Bu açıdan geometri öğrenme alanındaki başarının üst seviyeler çekilmesi için uygun geometri öğrenme ortamlarının oluşturulması hususu, büyük önem arz etmektedir. Bu durumla ilişkili olarak da uygun öğrenme ortamlarının oluşturulması, bireylerin geometriyi zihninde nasıl yapılandırdıkları, hangi algıları ve mekanizmaları kullanarak geometrik görevlere yaklaştıklarının ortaya çıkarılması ve araştırılması ile mümkündür. Bu da akla, geometrik muhakemenin ve bu muhakemenin doğasının incelenmesi ve araştırılmasının gerekliliğinin önemini getirmektedir.

Tüm bireyler, geometrik fikirler hakkında aynı şekilde muhakeme yapamasa da hepimizde içsel olarak geometrik bağlamlarda düşünme ve akıl yürütme yeteneği bulunmaktadır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Fakat bu akıl yürütmenin bilişsel anlamlarda bireylerin zihinlerinde nasıl işlediğinin ve hangi mekanizmalarla içselleştirildiğinin ortaya konması, bireylerin geometrik muhakemelerinin geliştirilmesi ve bireysel farkların en aza indirilmesi adına önemli bir gereksinimdir. Bu bağlamda, bu bölümde anahtar konular olduklarından dolayı, geometri öğretimi ve geometrik muhakemenin gelişiminden de bahsedilmiştir.

1.1.1.Geometri Öğretimi

Ubuz (1999)'a göre, geometri öğrenimi, çocuğun çevredeki fiziksel dünyayı görüp algılaması ile başlar, tümevarımsal ve tümdengelimli akıl yürütmelerin olduğu ileri düzeyde geometrik düşünme ile sürdürülür. Geometrik düşünmedeki bu akıl yürütmelerin doğasının araştırılması oldukça önemlidir. Bu açıdan bakıldığında, geometri ve geometri öğretimine son zamanlarda giderek artan bir odak söz konusudur. NCTM içerik standartlarının her birinde olduğu gibi, geometri standardının da tüm sınıf seviyeleri için geçerli olan bir dizi hedefi vardır. Geometri için içerik hedefleri, aşağıdaki dört kategoride özetlenebilir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010):

- *Geometrik Şekiller ve Özellikleri* (hem iki hem de üç boyutlu şekillerin özelliklerinin incelenmesinin yanı sıra, bu özellikler üzerine kurulan ilişkilerin incelenmesini içerir)
- *Dönüşümler* (öteleme, yansıma, döndürme simetrilerin incelenmesi ve benzerlik kavramı üzerinde yoğunlaşmayı içerir)
- *Konum* (koordinat geometrisi ve nesnelerin düzlemde veya uzayda nasıl konumlanacağını belirleme yollarını ifade eder)
- *Görselleştirme* (şekilleri tanımayı, iki ve üç boyutlu nesneler arasında ilişkiler geliştirmeyi ve nesneleri farklı perspektiflerden çizme ve tanıma becerisini içerir)

Baki (2001) ise, geometri öğretimin amaçlarını, 2 ana başlıkta ve çeşitli alt başlıklarda sınıflandırmıştır:

a) Öğrencinin fiziksel dünyasına ve çevresine anlam katabilmesi için geometriyi kullanması

- Geometrik şekilleri tanıyabilme, karşılaştırabilme ve sınıflandırabilme
- Mekân ve Uzay kavramını geliştirebilme
- Şekiller arası dönüşümleri anlayabilme
- 3 boyutlu nesneleri tanıyabilmesi ve sınıflandırabilme

b) Öğrencinin problem çözme beceresini geliştirmesi

- Geometrik şekillerin özelliklerini ilişkilendirebilme
- Geometrik aksiyomları, teoremleri açıklama ve kanıtlama
- Koordinat düzlemdeki dönüşümleri, problem çözümünde kullanabilme

Yukarıda görüldüğü gibi hem Baki (2001)'nin hem de Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010)'ın sunduğu geometri öğretimi için amaçlara ve hedeflere bakıldığında, özellikle, akıl yürütme ve geometrik muhakeme vurgusu ön plana çıkmaktadır. Nitekim,

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] de, matematiğin öğrenme alanlarında akıl yürütmeyi, temel bir standart olarak belirlemiştir (NCTM, 2000). Şimdi de geometrik düşünmenin gelişimini ele alacağız.

1.1.2.Geometrik Muhakemenin gelişimi

Araştırmacılar tarafından geometrik muhakemenin doğası, şimdiye kadar farklı perspektiflerle anlaşılmaya ve çözümlenmeye çalışılmıştır. Bunlardan biri, iki Hollandalı eğitimci olan Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele-Geldof'un ortaya koyduğu ve özellikle o zamanlar Sovyetler Birliğinde çok popülerleşip, daha sonra Amerika ve başka ülkelerdeki eğitimsel içeriklere de yansıyan Van Hiele modelidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Van Hiele Modeli, bireylerin geometriyi anlamlandırmalarında genel bir çerçeve sağladığı için oldukça yaygın bir şekilde kabul görmüştür (Duatepe-Paksu, 2016). Alan yazın incelendiğinde, matematik eğitiminde yapılan araştırmaların teorik zeminini defalarca kez bu model oluşturmuştur. Modelde, görsel, betimsel, basit çıkarım, çıkarım ve sistematik düşünme olarak adlandırılan 5 düzeyin bulunduğu ve bireylerin bu düzeylere göre geometrik düşünmelerini ilerlettikleri vurgulanmıştır (Duatepe-Paksu, 2016).

Geometri, genel olarak birçok öğrenci için tipik olarak oldukça zor bir matematik dalı olarak varsayılır. Bu güçlüğü anlamlandırmak için, son 20-30 yıl içerisinde, farklı matematik eğitimcileri, bireylerin farklı kuramsal çerçevelere dayalı geometrik akıl yürütmeleri incelemişlerdir (Michael, 2013). Örneğin, ilk etapta yukarıda bahsedilen Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri oldukça popüler hale gelmiştir. Daha sonra, Fischbein (1993) şekilsel-kavram teorisini literatüre kazandırmış ve Duval, geometrik bir şekil için dört kavrayışı birbirinden ayırt ederek, geometrik düşüncenin bilişsel bir analizini sunmuştur. Daha sonra da Houdement ve Kuzniak (1999) geometrik paradigmaları tanıtmışlardır (Houdement ve Kuzniak, 1999). Houdement ve Kuzniak geometrik paradigmayı, sezgi, deney ve çıkarım bileşenleri temelinde yapılandırmışlardır. Geometrik paradigmalar teorik çerçevesi, Ferdinand Gonseth'in geometriyi sezgi, deneyim ve çıkarım bilgi türlerinin diyalektik bir sentezi olarak tanımlaması hususundan köken alır. Sezginin tanımlaması kolay olmasa da geometride uzaya ilişki ilk intiba ve izlenimler olarak tanımlanabilir ve ispat ve formal tanımlamaların dışında yer alan bir bileşendir (Çalışkan Dedeoğlu, 2016). Sezgi, ispata giden ilk ipuçlarını verme açısından geometrideki algı kavramından biraz daha farklıdır. Deney, geometrik nesneler ile somut olarak ilk elden çalışmayı içerir. Cetvel ve pergel ile katlama, kesme gibi işlemler deney içerisinde yer alır. Cabri gibi geometrik yazılımlar üzerinde çalışma da deney bileşeninde yer alır. Deney ve sezgi arasında güçlü bir ilişki vardır ve deney, sezgileri şekillendirme görevi

görebilir. Çıkarım ise, Tümdengelimsel olarak, deneye veya başka herhangi bir dış kaynağa başvurmadan, daha önce edinilmiş olanlardan yeni bilgilere ulaşmaktır. Akıl yürütmeye dayanır ve birey deney ile elde ettiği kazanımları, yeniden yapılandırır. Özetle, çıkarım bir akıl yürütmedir (Houdement ve Kuzniak, 1999). Sezgi, deney ve çıkarım bileşenlerine dayanarak, 3 tür paradigma tanımlanmıştır. Bunlar, doğal geometri, doğal aksiyomatik geometri ve formalist aksiyomatik geometri olarak adlandırılabilir. Doğal geometri paradigmasında bulunan bireylerin, sezgileri algılarına, çıkarımları ise görsel deneye bağlıdır. Doğal aksiyomatik geometri paradigmasındaki bireylerde ise, doğal geometriden de izler bulunur ancak geometrik görevlerde çalışırken, tanımlar ve bütünüyle formal olmayan teoremlerden de yararlanılır., En üst seviyedeki paradigmada ise, soyut Öklidyen uzayda aksiyomatik bir ispat becerisi vardır (Çalışkan Dedeoğlu, 2016).

Geometrik muhakemenin gelişimi için ortaya konan bu yaklaşımların yanında, bu çalışmada da temel alınan Fischbein (1993)'ün ve Duval (1995, 1998)'in ortaya koyduğu ve geometrik muhakemeyi bilişsel açıdan inceleyen modeller giderek daha fazla ağırlık kazanmaya başlamıştır. Bilişsel açıdan geometrik muhakemeyi inceleyen yaklaşımların, geometrik muhakemenin gelişimini oldukça etraflıca ele aldığı söylenebilir. Bu modeller, bu çalışmanın teorik çerçeve kısmında detaylandırılmıştır.

1.2. Amaç ve Önem

Günümüz eğitim anlayışında meraklı, sorgulayan, yorum gücü kuvvetli, eleştirel ve yaratıcı düşünen öğrenciler yetiştirmek ön plandadır. Görünen o ki, yirminci yüzyılın çoğu için matematik literatürü ağırlıklı olarak cebirsel olmakla birlikte, bilgisayar tabanlı geometri ve görselleştirme programlarının geliştirilmesiyle, geometrik fikirlere artan bir ilgi söz konusudur (Jones, 1998). Bu eğitim çerçevesi içerisinde eleştirel ve yaratıcı düşünebilen öğrencilerin ön plana çıkması ile birlikte, geometri öğretimi de çeşitli görsel olgular ve kavramların daha derinlemesine anlaşılmasını kapsayacak şekilde geliştikçe, bu görsel olguları içeren matematiksel problemleri çözmek için gerekli olan geometrik akıl yürütme ve bu akıl yürütmenin nasıl geliştiği konusu, daha da odak noktası olmaya başlamıştır (Jones, 1998). Bu odak noktasıyla yapılan global araştırmaların ve değerlendirmelerin sonuçları baz alınırsa, bireylerin geometrik görevlere yaklaşımlarındaki göze çarpan hatalarını, kavram yanılgılarını ve bilgi eksikliklerini bertaraf etmek için özellikle bireylerin geometrik muhakemelerin geliştirilmesi önemli hususdur denebilir.

Matematik, doğası gereği birikimli bir bilim dalı olduğu için bir kavramın eksik ya da yanlış öğrenilmesi, diğer kavramları öğrenmede sıkıntılara yol açacaktır. Ortaokul matematiğinin

temel kavramlarından biri olan çokgen kavramı da ortaokul matematik müfredatında geometri ve ölçme öğrenme alanının çokgenler alt öğrenme alanına ait önemli bir kavramdır. Çokgenler konusunun yeterince içselleştirilmesi ve öğrenilmesi, bu açıdan değerlendirildiğinde, geometride ve ölçme öğrenme alanındaki diğer konuların da eksiksiz öğrenilmesi açısından ve her şeyden önce, bu çalışmanın giriş bölümünde de ifade edilen kadim geometrik düşünce yapısının içselleştirilmesi açısından da oldukça önem arz etmektedir.

Son yıllarda yapılan araştırmalarda, öğrenmenin hangi seviyede gerçekleştiğinin tespit edilmesinin yanında, öğrenmenin nasıl gerçekleştiğinin incelenmesi daha da önem kazanmıştır (Memnun ve Altun, 2012). Bu açıdan bakıldığında, geometrik muhakeme kavramı da yukarıda bahsedilen niteliklere paralel olarak önem kazanmıştır. Bu çalışmanın ilgili yayın ve araştırmaları bölümünde de verildiği gibi, geçmiş yıllarda gerek dörtgenler gerekse de genel olarak çokgenler üzerinde yapılan birçok araştırma mevcuttur. Bu araştırmalarda da geometrik muhakeme bağlamında, çoğunlukla Van Hiele modelinin ağırlık kazandığı, dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin araştırıldığı çalışmaların ön planda olduğu gözükmektedir. Dahası, alan yazında çokgenlerle ilgili çeşitli araştırmalar mevcut olmasına rağmen, öğrencilerin çokgenler konusundaki geometrik muhakemelerinin özellikle bilişsel açıdan farklı teorik perspektiflerle incelendiği daha az sayıda çalışma olduğu fark edilmiştir. Çalışmanın temel çıkış noktası da bu boşluğun giderilmesinde katkıda bulunmaktır. Dolayısıyla, geometrik kavramların nasıl öğrenildiğine ışık tutabilmek ve bununla ilişkili olarak da geometri öğretimi için uygun ortamların geliştirilebilmesine katkı sağlamak, bunun da, geometrik muhakemenin doğası ile ilgili ortaya konan perspektifler aracılığı ile yapılacak araştırmaların mümkün olduğu kadar genişletilmesine bağlı olduğu gerçeği dikkate alınarak, ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki geometrik muhakemelerinin bilişsel açıdan (Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli temelinde) detaylıca ortaya konulması amaçlanmıştır.

1.3. Problem Cümlesi

Bu çalışmada, geometrik muhakemeye ilişkin bilişsel perspektifler yardımıyla ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki zihinsel düşünüşlerinin ve onların zihinlerindeki geometrik akıl yürütme sürecinin nasıl olduğu araştırılmıştır. Buna bağlı olarak araştırmanın problem cümlesi aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

"Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in Bilişsel Modeli bağlamında değerlendirildiğinde, Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki geometrik muhakeme süreçleri nasıldır?"

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırmanın örneklemi, 2021-2022 eğitim öğretim döneminde Karaman İlindeki bir devlet okulundan 8.sınıftan seçilmiş 100 öğrenci ve bunlar arasından klinik mülakat yürütülmek üzere seçilmiş 15 öğrenci ile sınırlıdır. Elde edilen bulgulardan hareketle ulaşılan sonuçlar, bu öğrenciler ya da bireyler için geçerlidir.

1.5. Varsayımlar

Araştırma çerçevesinde katılımcıların, veri toplama araçlarına içtenlikle cevapladıkları, görüşme yapılan öğrencilerin, görüşme sorularına samimi yanıtlar verdikleri varsayılmıştır. Bunun yanında, test uygulamalarında bireylerin birbirileri ile çalışmayı etkileyecek bir etkileşim içine girmedikleri varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Geometri: a) Fiziksel ve görsel-uzamsal çevreyi tanımlamak, kavramsallaştırmak ve analiz etmek için kullanılan birbirine bağlı kavramlar, akıl yürütme yolları ve kompleks temsil sistemleri ağıdır (Battista, 2007).

b) Düzlemsel şekillerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri inceleyen matematik dalıdır (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, Sabuncuoğlu, Brown, İbikli ve Brown, 2009).

Muhakeme: Verilen bir bilgiden, yeni bir bilgi ve çıkarım inşa etmeyi sağlayan süreçtir (Duval, 1998).

Geometrik Muhakeme: Şekil ve uzayı araştırmak için formal kavramsal yapıların inşa edilmesi ve kullanılması sürecidir. Bu kavramsal sistemler, şekillerin geometrik özelliklerini, ölçüm sistemlerini ve ispatta kullanılan aksiyomatik sistemleri içerir (Battista, 2007).

Çokgen: Noktalardan (köşeler) ve noktalara eşit sayıda doğru parçasından (kenarlar) oluşan geometrik nesne olarak tanımlanabilir. Daha ayrıntılı olarak, ardışık 3 noktası doğrusal olmayan ve bu ardışık noktaları birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu, döngüsel düzende sıralı noktalar kümesi olup, kapalı şekillerdir (Coxeter ve Greitzer, 1967).

Dörtgen: Dört köşesi ve dört kenarı bulunan çokgen (Coxeter ve Greitzer, 1967).

1.7. Kısaltmalar

ÇMF-1: Çokgen Muhakeme Formu-1

ÇMF-2: Çokgen Muhakeme Formu-2

ÇMF-3: Çokgen Muhakeme Formu-3

ÇGF: Çokgen Görüşme Formu

TDK: Türk Dil Kurumu

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı (MEB)

TIMMS: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)

IEA: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu)

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmanın konusuna yönelik kuramsal çerçeve ile çalışmanın kapsamını oluşturan bileşenler ele alınmış, alan yazın incelenerek yapılan çalışmalar detaylandırılmıştır.

2.1. Kuramsal Çerçeve

Jones (1998), "Theoretical Frameworks for the Learning of Geometrical Reasoning" adlı makalesinde, geometrik muhakemeyi ele alan 3 yaklaşımı da (Van Hiele modeli, Şekilsel Kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli) ayrıntılı olarak detaylandırmış ve açıklamıştır. Bu çalışma, üç modeli de oldukça net ve anlaşılır bir şekilde bir arada karşılaştırarak sunmasından ötürü oldukça değerlidir. Bu bölümde kuramsal çerçevenin izahı yapılırken, Fischbein (1993), Duval (1995) ve Duval (1998)'in çalışmaları ile beraber, bu bahsedilen çalışma temel olarak kullanılmıştır. Çalışmamızda, Duval (1995)'in modelindeki şekle bakma süreçleri olan perceptual apprehension, sequential apprehension, discursive apprehension ve operative apprehension'ın Türkçe karşılığı olarak, Güven ve Karpuz (2016)'ın adlandırılması kullanılmış, bu süreçler sırasıyla görsel algı, sıralı algı, sözel algı ve işlevsel algı olarak isimlendirilmiştir.

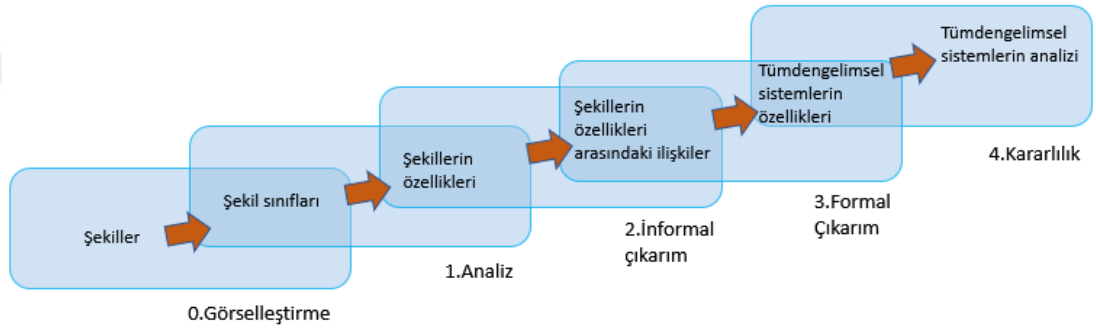
Gal ve Linchevski (2010)' a göre, geometrik muhakemeye yaklaşımlar, gelişimsel ve bilişsel olarak ikiye ayrılabilir. Gelişimsel yaklaşımda, Van Hiele geometrik düşünme modeli yer alırken, bilişsel yaklaşımda Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli yer alır (Güven ve Karpuz, 2016). Aşağıda, öncelikle, Van Hiele modeli detaylandırılmış, sonrasında ise, Fischbein ve Duval'in yaklaşımları açıklanmıştır.

2.1.1. Van Hile Geometrik Düşünme Modeli

Hollandalı eğitimciler olan Pierre Van Hiele ve Dina van Hiele-Geldof'un ortaya koyduğu ve özellikle o zamanlar Sovyetler Birliğinde çok popülerleşip, daha sonra Amerika ve başka ve ülkelerdeki eğitimsel içeriklere de yansıyan model, Van Hiele modelidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Van Hiele Modeli, bireylerin geometriyi anlamlandırmalarında genel bir çerçeve sağladığı için oldukça yaygın bir şekilde kabul görmüştür (Duatepe-Paksu, 2016). Bu modele göre bireyler, geometrideki kavramları zihinlerinde yapılandırırken, 5 hiyerarşik düzeyden geçerler. Alan yazında bazı çalışmalarda düzeyler 0. Düzeyden başlayıp, 4. Düzeyde son buldurulurken, bazı çalışmalarda ise, 1.

Düzeyden 5. Düzeye şeklinde sunulmuştur. (Duatepe-Paksu, 2016). Burada Van Hiele çerçevesinin izahı yapılırken, düzeyler 0-4 olarak ele alınmış ve Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010)'un *"Elementary Middle School Mathematics"* adlı eseri temel alınmıştır.

Van Hiele modelindeki düzeylerde, bireyin bir düzeye ulaşması için, daha önceki düzeyin gereksinimlerini de karşılamak zorundadır. Bu yüzden hiyerarşik bir yapıdadır, bir düzeyin şartı sağlanmadan öbür düzeye geçilemez. Düzeylerdeki ilerlemenin sağlanması, yaştan ziyade, geometrik deneyime bağlıdır (Duatepe-Paksu, 2016).



Şekil 1.Van Hile Geometrik Düşünme Modelindeki düzeyler

(Görsel, Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010'dan uyarlanmıştır)

0.Düzey olan *Visualization* (*Görselleştirme)'*de, bireyler, şeklin görsel özelliklerine göre, yani görünümleri üzerinden şekilleri isimlendirir. Şeklin büyüklüğü, duruşu önemlidir. Örneğin öğrenci, şekil kareye benziyor gerekçesiyle kareyi tanır. Kare şekli, 45 derece döndürülmüşse, artık o birey için kare olarak tanınamayabilir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010).

1.Düzey olan *Analysis* (*Analiz)'*de ise, birey, tek bir şekilden ziyade birey, onun ait olduğu sınıf içinde şekli düşünür. Tek bir dikdörtgen hakkında konuşmaktan ziyade, tüm dikdörtgenler hakkında düşünebilir ve şeklin parçaları hakkında yorumlarda bulunabilir. Örneğin bir dikdörtgenin 4 kenarlı, karşılıklı kenarları paralel ve aynı uzunlukta olduğu gibi nitelikleri olduğunu belirtebilir. Yani şekil özellikleri görünümün biraz daha önüne geçmiştir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010).

2.Düzey olan *İnformal Deduction* (*İnformal Çıkarım*) düzeyinde, öğrenciler belirli bir nesnenin kısıtlamalarına takılmadan, geometrik nesnelerin özellikleri hakkında düşünebilir ve bu özellikler arasındaki ilişkileri görebilirler. Örneğin, verilen bir şekildeki dört açı da dik ise,

şekil bir dikdörtgen olarak algılanır. Verilen şekil bir kare ise, tüm açıları dik olmalıdır muhakemesi yapılır. Şekil kare olarak verilmişse, bu aynı zamanda bir dikdörtgen de olmalıdır şeklindeki akıl yürütmeler, bu düzeydeki bireyler tarafından yapılabilir. Yani sınıflar arası hiyerarşik ilişkileri de anlayabilirler. Bu seviyedeki bireyler, şekiller ve özellikleri hakkında formal olmayan tümdengelimsel bir tartışmayı ya da ispatı takip edebilirler. Ancak buna yaklaşımları daha sezgisel nitelikte olduğu için, tümdengelimsel bir muhakeme tam anlamıyla yapılamaz ve bu yüzden ispatı tek başına gerçekleştiremezler (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010).

3. Düzey olan *Deduction* (*formal Çıkarım*) düzeyinde, öğrenciler geometrik şekillerin temel özelliklerinden çok daha fazlasını irdeleyebilirler. Bu düzeyde, Aksiyomlar, tanımlar, teoremler, sonuçlar ve postulatlar, geometrik muhakemeyi oluşturmanın temel araçları olarak kabul edilebilir. Bu seviyedeki öğrenci geometrik niteliklerle ilgili soyut ifadeler üzerinde daha rahat çalışabilir ve düzey-2'de bulunan sezgi, bu seviyede daha çok yerini mantığa dayalı çıkarımlara bırakır. Örneğin, Düzey-3'te çalışan bir öğrenci, bir dikdörtgenin köşegenlerinin birbirini ortaladığının farkındadır ve kendi başlarına bu ispatı yürütebilirler (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010).

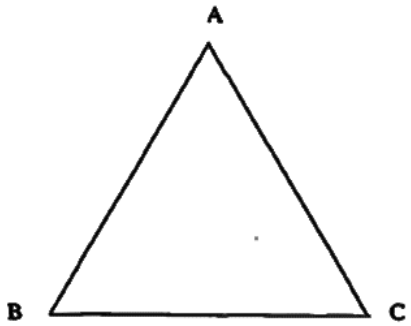
4. Düzey olan en üst seviyedeki *Rigor (kararlılık)* düzeyinde bireyler, farklı aksiyomatik sistemler arasındaki ilişkileri anlayabilirler. Farklı aksiyomatik sistemler arasındaki ayrımlar ve ilişkiler değerlendirilerek, muhakemesi yapılabilir. Örneğin, küresel geometrinin kendi aksiyom ve teoremleri olduğu fark edilerek, diğer geometrik sistemlerden ayrıştırabilir, çünkü bu geometrinin kendi aksiyomları ve teoremleri vardır. Öklid dışı geometriler irdelenebilir. Bu genellikle geometrinin, matematik biliminin bir dalı olarak değerlendirildiği seviyedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010).

Van Hiele modeli, düzeyler açısından 0-4'ün (veya bazı yazarların belirttiği gibi 1-5) birbirinden ayrıldığı noktalar ve bu düzeylerin mahiyetini (temel yapısını) da içeren bazı eleştirel tartışmalara konu olmuştur (Jones, 1998). Van Hile modeline getirilen eleştirilerden biri, çevredeki nesnelere ilişkin daha çok görsele dayalı değerlendirmeler yapan erken çocukluk dönemindeki bireyleri tam yansıtmadığı, doktora tez çalışması orijinli olduğundan ötürü, seviye olarak ortaokul ve üstü bireylerin düşünüşlerini yansıtması noktasındadır. (Duatepe-Paksu, 2016). Diğer husus da Fischbein'in ve Duval'in, Van Hiele modelinden farklı olarak, şekilsel ve kavramsal süreçler arasında bu şekilde hiyerarşik ve gelişimsel bir bağlantının olmadığını belirtmesidir (Güven ve Karpuz, 2016).

2.1.2. Fischbein'in Şekilsel-Kavram Teorisi

Fischbein (1993), *Educational Studies in Mathematics*'deki çalışmasında, kare gibi geometrik bir şeklin, teorik olarak, özünde kavramsal özelliklere dayalı olarak tanımlanmasına rağmen, bunun sadece bir kavram değil, aynı zamanda bir imgeyi de içerdiğini vurgular. Ona göre, matematikteki diğer kavramlardan farklı olarak, geometrik bir şeklin, uzaya ilişkin zihinsel bir temsili de içerdiğini belirtir (Fischbein, 1993, akt. Jones, 1998). Bu yüzden, Fischbein, tüm geometrik şekillerin eş zamanlı olarak, kavramsal ve şekilsel özelliklere sahip olan zihinsel yapılar olduğunu öne sürer. Şekilsel-Kavram teorisi olarak adlandırılan bu yaklaşıma göre, geometrik muhakeme, şekil ve kavram arasındaki bu karşılıklı etkileşim ile karakterize edilir. Şekilsel-Kavram teorisinde, geometrik kavram ile geometrik şekil arasındaki diyalektik bir ilişki vardır (ikisi birlikte üçüncü bir kavramı yani şekilsel-kavram mefhumunu meydana getirirler). Şekilsel kavram teorisine göre, geometride kavramlar ve şekiller, karşılıklı etkileşim halindedir ve bu ikisi arasında zaman zaman öğrenci açısından bir ikilem bulunabilir (Jones, 1998).

Yukarıdaki husus, daha fazla detaylandırılabilir. Bilişsel psikolojide, kavramlar ve imgeler (şekiller) arası ayrım nettir ve bundan dolayı 2 ayrı zihinsel kategori olarak kabul edilirler. Bilişsel psikolojide, bir kavram, genellikle nesne ya da olguya ait soyut ve temsili bir fikirdir. Bundan ayrı olarak, görsel bir imge (şekil) ise, konum, büyüklük gibi uzamsal özelliklere sahip olduğu için zihinsel resimler olarak adlandırılır ve duyusal bir temsildir. Bu iki kategori, imgeler ve kavramlar, genellikle zihinde etkileşime girseler de temelde uyumsuz görünürler. Örneğin, bir kavram, uzamsal özelliklere sahip bir şey değildir, ideal ve soyuttur. Öte yandan, bir imge (şekil), duyusal özelliklerinden dolayı bir fikre indirgenemez. Fakat eşzamanlı olarak iki kategoriye de giren üçüncü bir zihinsel kategorinin tanımlanması gerekir ve bu, şekilsel-kavram olarak adlandırılır. Nokta, çizgi, düzlem, çember, küp matematiksel anlamda belli niteliklere sahip, soyut birer kavramdırlar. Ancak bunlar, kavramsal özelliklerinin yanında, şekil, boyut gibi uzaysal özelliklere de sahip oldukları için duyusal temsillerdir. Örneğin, daireyi ele alırsak, aynı anda her iki özellik kategorisine de sahiptir (kavramsal ve duyusal özellikler). Dairenin fikirsel yönü ve yuvarlak olması niteliği, tek bir zihinsel varlıkta birleşmiştir (Fischbein ve Nachlieli, 1998).



Şekil 2.Şekilsel-kavram teorisi temelinde bir ABC üçgeninin ele alınışı.

Yukarıdaki üçgen, uzamsal ve duyusal özelliklere sahip bir şekildir, fakat aynı zamanda bazı fikirler üzerine inşa edilmiş soyut bir kavramdır. Bu yüzden de üçgen bir varlık olarak, aslında şekilsel-kavramdır. Bu karşılıklı ilişkide, şeklin rolü, pratik anlamda işlemleri (şeklin yer değiştirilmesi, kesilmesi, üst üste konulması gibi) gerçekleştirmek iken, kavramın rolü ise, mantıksal tutarlığı sağlamaktır.

Şekilsel kavram teorisine göre, kavramın şekli domine ettiği durumlar, üst düzey muhakemelerdir (Güven ve Karpuz, 2016). Fakat, sadece şeklin kavramı yönettiği durumlarda ise, uygun muhakemenin oluşması engellenebilir, çünkü mantıksal tutarlılığı sağlayacak olan geometrinin teorik yapısı eksiktir. Aslında, geometrik akıl yürütmedeki en yüksek seviye, şekilsel ve kavramsal bileşenlerin, şekilsel-kavram denen şeyde, mükemmel bir şekilde birleştiği ve karşılıklı etkileşimde bulunulduğu seviyedir (Fischbein ve Nachlieli, 1998).

Şekle ait imgesel özellikler, şeklin kavramsal özellikleri ile uyumlu değilse, bireylerin geometrik bir şekli anlamasında ve içselleştirmesinde sorunlar meydana gelebilir. Bu uyumsuzluk, geometrik görevlerde, prototiplere bağlı kalınan algılamalara ve davranışlara neden olabilir (Sharma, 2019). Örneğin, bireyler paralelkenarın kavramsal özellikleri hakkında bilgi sahibi olsalar bile, bir dikdörtgenin, paralelkenar da olabileceğini anlayamayabilirler (Fujita ve Jones, 2007).

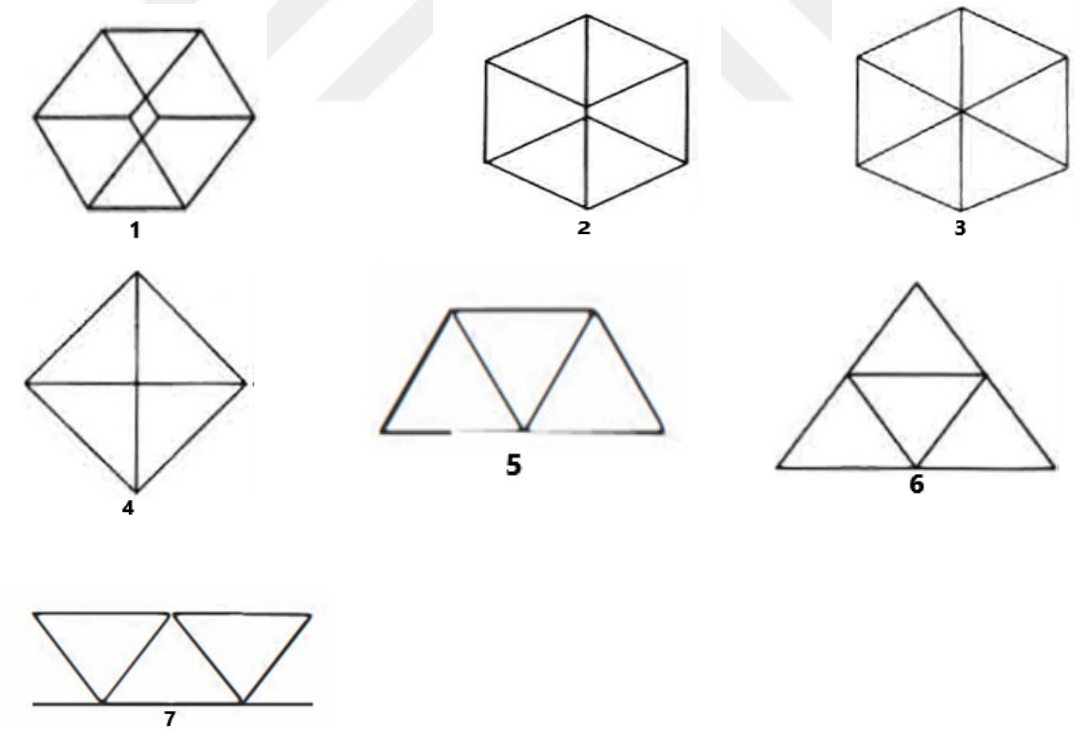
Fischbein'in şekilsel kavram teorisi, geometride kavram gelişimini bilişsel açıdan ele almakla birlikte, dilin kavram gelişimi üzerindeki rolüne hiç vurgu yapmaz. Buna ek olarak, Fischbein'in şekilsel kavram teorisine dayanan çalışmalar, büyük ölçüde iki boyutlu şekiller üzerine odaklanmış olup, üç boyutlu şekillerin kavramsal gelişimi üzerine çok fazla bilgi sunmamıştır (Sharma, 2019).

2.1.3. Duval'in Bilişsel Yaklaşımı

Fransız psikolog Duval, geometriye bilişsel ve algısal bir bakış açısıyla yaklaşır. Duval, geometrik çizimlerin göstergebilimini ortaya koymak için ayrıntılı bir çerçeve sağlamıştır. Bu

çerçevede, bilişsel kavrayış/algı (cognitive apprehension) olarak adlandırdığı şekle bakış süreçlerinin dört türünü tanımlar (Duval,1995):

- *Perceptual Apprehension (Görsel Algı)*: Geometrik bir şekle ilk bakışta fark edilen özellikleri içerir. Bunun yanında, şekli oluşturan bazı alt parçaların da algılanmasını da içerir (Jones, 1998). Bir başka ifadeyle, Duval'in modelindeki görsel algı, şekle bakıldığında oluşan ilk intiba ile ilişkilidir. Şekilde algılanan noktalar, şekilsel organizasyon yasaları ve görsel ipuçları tarafından belirlenir. Şekli algılamada, bilinçli olmayan bir bütünleştirme söz konusudur ve algılananlar, retinal görüntüden farklı olabilir. Geometrik şeklin algılanan özellikleri (şekil, boyut, parlaklık) sabit kalabilirken, (bunlar algısal sabitlerdir) retinal görüntü değişebilir. Şekle bakıldığında bilinen bazı durumlar da (nokta, doğru, üçgen, daire gibi) algılanabilir. Ayrıca, görsel algı ile, şekle ilk bakışta birkaç alt şekil ve bazı parçalanışları da ayırt edebilir ve tanıyabiliriz (Duval, 1995). Duval (1994)'den alınan aşağıdaki örnek, görsel algı türünde görev örnekleridir.

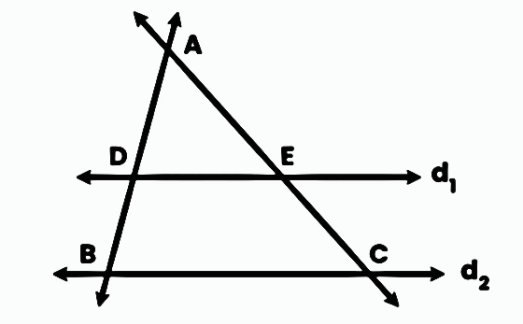


Şekil 3.Görsel Algı'ya örnekler

(Duval, 1994'den uyarlanmıştır.)

Yukarıda verilen şekilleri ilk bakışta tanımak, isimlendirmek ya da birkaç alt parçanın fark edilmesi, görsel algının alanına girer. Şekil-3'teki figürlere bakıldığında, 7. şekli, 6. şekil içinde hemen tanımak ve belirlemek algısal olarak 5. Şekli tanımaktan daha zordur. 5.ve 7. figürler, şekli belirlemede çerçeve ve sınırların önemini gösterir. Algısal kavramanın epistemolojik rolü, belirlemedir (Tapan-Broutin, 2016).

- *Sequential Apprehension (Sıralı Algı):* Geometrik bir şekli oluştururken ya da şeklin nasıl inşa edildiğini açıklarken devreye giren algıdır. Çünkü şeklin inşa edilmesinde belli bir sıra söz konusudur. (Jones, 1998). Bu süreçte, matematiksel ve teknik kısıtlamalar söz konusu olabilir. Örneğin şekli oluştururken cetvel ve pergel kullanımı ya da bilgisayar yazılımından yararlanılması sırasında, kullanılan araca bağlı olarak bazı teknik kısıtlamalar söz konusu olabilir (Duval, 1995). Şeklin oluşumunu, herhangi bir araç kullanmadan izah etmek ya da tarif etmek de sıralı algıyı gerektirir (Güven ve Karpuz, 2016). Bu koşullar altında oluşturulan geometrik şekil, bir model işlevi görür (Duval, 1995). Bunun yanında, bir şekli, görevde verilen talimatlara uygun bir şekilde adım adım çizebilmek ve oluşturabilmek de sıralı algının kullanımını gerektirir denebilir. Sıralı algının epistemolojik rolü, modellemedir (Tapan Broutin, 2016).
- *Discursive Apprehension (Sözel Algı):* Bir geometrik çizimde veya şekilde, temsil edilen matematiksel özellikler, görsel algı ile belirlenemez. Bazı özelikler, söylem yoluyla verilir (isimlendirme ve hipotezden-teoremden bahsetme) ve bazı nitelikler de şekilde verilen özelliklerden türetilebilir. Belli bir teoreme ya da geometrik kurala dayanmayan geometrik nesneler, belirsiz olarak kalır. Bu yüzden sözel algılar devreye girmeden geometrik bir şekil üzerinden (sadece görünüm üzerinden) matematiksel özelliklere ilişkin çıkarım yapılmaya girişilirse, muhakeme eksik kalacaktır (Duval, 1995). Sözel algının epistemolojik rolü, ispattır (Tapan-Broutin, 2016). Aşağıda sözel algıyı tasvir eden bir örnek sunulmuştur (Şekil-4). Şekle ilk bakışta elde edilen intibalara göre hareket ile paralellik durumları belirlenmeye çalışılırsa, bu husus, görsel algı ile yaklaşımı gösterirken, belli bir geometrik kurala dayalı yaklaşımlar da sözel algının kullanımına işaret eder. Bu durum da, görsel algının tek başına yanıltıcı da olabilen niteliğine işaret eder.



Şekil 4.“DBCE bir yamuktur, d1 ve d2 doğrularının durumlarına ilişkin ne söylenebilir?” görevine ilişkin örnek bir görsel

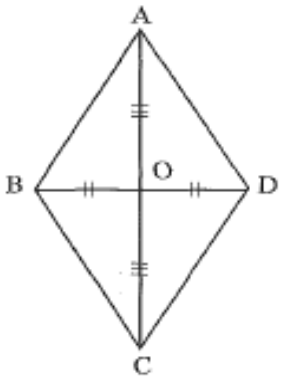
Yukarıda Şekil-4’te verilen, d_1 ve d_2 doğrularının birbirine göre durumuna ilişkin, eğer bireyler, sadece şeklin görsel özelliklerine göre yorumda bulunurlarsa, temel bir gerekçe göstermeden, aşağıdaki örnek ifadeleri sunabilirler:

“Yukarıda verilen şekildeki d_1 ve d_2, neredeyse birbirine paraleldir”

“Şekildeki d_1 ve d_2, paralel gibi durmaktadır”

Duval (1995)’in belirttiği gibi, algılanan şeklin gösterdiği şey, bilinçli analiz olmadan görülenlerin bir ifadesidir. Şekiller veya nesneler tanınır ve algıdan türetilen anlamlar vardır. Fakat, bireyler, DBCE’nin yamuk olması gerçeğinden hareketle ya da yamukta en az 2 kenarın paralel olması gerektiğinden ötürü d_1 ve d_2’nin paralel olması gerektiğini ifade ederlerse, bu noktada belli kural ve tanımların işe dahil olduğu, sözel algının kullanıldığı mantıksal bir zemin oluşturulmuş olur.

Aşağıdaki Şekil-5 ile verilen örnek de sözel algıyı gerektiren başka bir görev örneğidir (Tapan-Broutin, 2016). Şekil-4’deki verilen şeklin, ne olduğun öğrencilere yöneltildiğinde, sadece görsel algılarla soruya yaklaşan bireyler, şekil görüntüsünden ötürü eşkenar dörtgen cevabı verebilirler. Fakat eşkenar dörtgen sonucuna ulaşmak için soruda verilenler yeterli değildir. Ancak köşegenlerin birbirini ortalamasından ötürü şekli paralelkenar olarak isimlendiren bireyler, sözel algılara göre hareket etmiş olurlar. Çünkü ilk durumda, sadece şekil görüntüsüne dayanan yani şekil görüntüsünün ötesine geçemeyen bir muhakeme söz konusudur. Fakat sözel algının kullanımı ile geometrik bir gerekçeye dayalı sağlam bir muhakeme yansıtılmış olur. Sezgilerin ötesine geçen ve sadece şekil görünümüne dayanmayan bir mantıksal zemin tesis edilir.



Şekil 5.Sözel algıyı gerektiren bir geometrik görev örneği

(Tapan-Broutin, 2016).

Yine Duval (1995)'e göre, sözel algı, görsel algıda bir değişiklik yapılmadan da gelişebilir, çünkü aynı çizim ya da şekil için görsel algı ile ilk bakışta elde ettiğimiz ilk intibayı hiç değiştirmesek bile, yalnızca ilk söylemsel tespitleri ya da hipotezleri değiştirmek yeterli olabilir.

Sözel algı, ek bilgiye ulaşmadan uygun bir muhakemesi yapılamayan geometrik bir şeklin ayrıntılarını sunar. Şekle ilk bakışta görsel algı ile ayırt edilemeyen noktalar, bir kuralın ya da teoremin fark edilmesi ile çözüme kavuşabilir (Sharma, 2019). Örneğin, şekil ilk bakışta bir dikdörtgen gibi görünebilir fakat, açılar, kenar uzunluğu ya da kenarların paralellik durumu gibi ayrıntılar, onun kesin bir şekilde dikdörtgen olup olmadığının ayırt edilmesini sağlar. Duval, bir geometrik şeklin, keşifsel (heuristic) bir rol oynaması için, görsel algıyı ile beraber diğer 3 algıdan herhangi birini mutlaka harekete geçirmesi gerektiğini iddia etmiştir (Sharma, 2019).

- *Operative Apprehension (İşlevsel Algı):* Bir problemin çözümüne dair fikir ve ipucu verebilecek zihinsel işlemleri veya fiziksel olarak şekil üzerinde yapılacak değişiklikleri içerir (Jones, 1998). İşlevsel algı, şekilleri parçalara ayırmayı, şeklin yönünü değiştirmeyi, onu uzamsal olarak taşıyarak ya da başka konumlara yerleştirerek, sorunun çözümüne ilişkin bir içgörü elde etmeyi, şekiller üzerinde farklı yollarla çalışmayı içerir (Sharma, 2019). Duval (1995)'e göre, işlevsel algı, önceki bahsettiğimiz algılardan görece daha az bilinir. Bir şekle bakarken bir çözüme dair bir içgörü elde edebilmemiz, işlevsel algı yoluyla olur. İşlevsel algının epistemolojik rolü, heuristic (keşfetme)'dir (Tapan Broutin, 2016). İşlevsel algıda, belirli bir geometrik

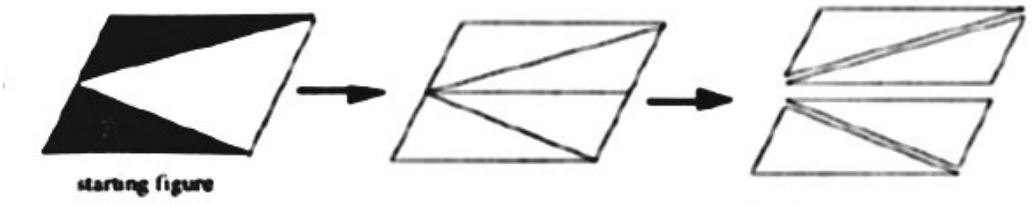
şekli üzerinde değişiklik yapmanın 3 yolu bulunabilir ve bu farklı modifikasyonların her biri, zihinsel veya fiziksel olarak gerçekleştirilebilir (Duval, 1995):

i. *The mereologic way (parça-bütün değişikliği):* Verilen şeklin tamamını çeşitli şekillerde (kareler, dikdörtgenler veya başka herhangi bir formda) parçalara ayırma ve bu parçaları başka alt şekillerle birleştirmeyi içerir.

ii. *The optic way (optik değişiklikler)*: sanki lensler, aynalar kullanıyormuş gibi verilen şekli ya da şeklin alt parçalarını daha büyük, daha dar veya eğik hale getirmeyi içerir.

iii. *The place way (pozisyon değişiklikleri)*: Düzlemde şeklin konumunun veya yönünün değiştirilmesini içerir.

Aşağıdaki Şekil-6'daki örnek, Duval (1995)'den alınmış olup, taralı alanların kıyaslanmasında, şekilde gösterilen alt parçaların kullanılması, işlevsel algının kullanımını gerektirir. Bu, aynı zamanda, *mereologic değişiklerin (parça-bütün değişikliği)* yapılmasının bir örneğidir.



Şekil 6.İşlevsel Algının kullanımı gerektiren bir örnek

(Duval,1995)

Aşağıdaki görsel (Şekil-7), yukarıda anlatılan şekle bakma süreçlerinin kısa özetini ve hangi işleve sahip olduğunu özetlemektedir. Şekil-7'ye bakıldığında, görsel algı, verilen bir geometrik şekle ilişkin ilk izlenim ve intibalar ile alakalı bir şekle bakma süreci iken, görsel algının epistemolojik olarak belirleme görevi gördüğü söylenebilir. Yani şekle ilk bakışta fark edilen belli özelliklerin ya da şekilde yar alan geometrik nesnelerin ve onun alt parçaların belirlenmesini içerir. Sıralı algı ise, şeklin oluşumunu- inşasını tarif etme ya da belli geometrik araçlarla verilen talimatlara göre şekli oluşturmayı içerirken, epistemolojik işlevi bir model

oluşturma, yani modellemedir. İşlevsel Algı, şekil üzerindeki anahtar değişikliklerin fiziksel ya da zihinsel olarak yapılmasını içerirken, keşfetme işlevini sağlar. Bu sayede verilen bir geometrik göreve ilişkin bir ipucu ve içgörü elde ederiz. Sözel algı ise, geometrik görevin çözümünde belli teorem ve kural kullanımının gerçekleştirilmesi ile alakalı olup, bir nevi ispat yapma işlevi görür (Jones, 1998; Tapan Broutin, 2016).

Şekle bakma süreci	İçerik	İşlev
Görsel Algı	Şekil görünümü üzerinden hareket Şekle ilk bakışta olan izlenimler Şekli görünüme göre isimlendirme Bazı alt parçaların fark edilmesi	Belirleme
Sıralı Algı	Şeklin bir araç kullanımı ile inşası Şeklin oluşumunu tarif etme Şekli görevde verilen talimatlara göre oluşturma	Modelleme
İşlevsel Algı	Fiziksel ya zihinsel olarak şekil üzerinde değişikler yapma Parça-Bütün değişikliği Optik değişiklikler Pozisyon değişiklikler	Keşfetme
Sözel Algı	Tanım, teorem ya da geometrik bir kural kullanımı	İspat

Şekil 7. Duval'in Şekle Bakma Süreçleri

Yukarıda anlatılanlar, geometrik şekillerle çalışmayı ifade ederken, Duval (1998), geometrik muhakemenin belirli epistemolojik işlevleri yerine getiren üç tür bilişsel süreci içerdiğini öne vurgulamıştır. Yani, Duval (1998), geometrik görevlerde birbirinden bağımsız da gerçekleşebilen 3 bilişsel süreç öne sürmüştür. Bunları görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreci olarak isimlendirmiştir. Örneğin görselleştirme, görsel algılarla da ilişkili olup geometrik göreve ilişkin ilk bakışta elde edilen sezgisel bilgilerle ilişkilidir ve bireylerin muhakemesinde yardımcı olsa da geometrik sorularda, yanılgıya sürükleyebilecek bir yönü de bulunmaktadır. Muhakeme ise, geometrik görevlerde elde edilen bilginin izahını da içeren ve içerisinde *doğal söylemsel süreç* ve *teorik söylemsel süreci* de barındıran bir süreçtir. Doğal söylemsel süreçte bireyler, geometrik şekillerden elde etikleri bilgiyi, matematikteki sembolik

dilden ziyada daha çok doğal bir dil kullanılarak izah ederler. Teorik söylemsel süreçte ise, belli aksiyomlar ve teoremler kullanarak matematiğin sembolik dili kullanılır ve bireyler tarafından daha formal şekilde geometrik görevlerin çözümü için açıklamaya girişilir (Güven ve Karpuz, 2016). Bu bilgiler ışığında genel olarak bakıldığında ise Duval'in modelinde Fischbein'in yaklaşımından daha kapsayıcı bir model oluşturulmuştur. Bu süreçler aşağıda verilmiştir.

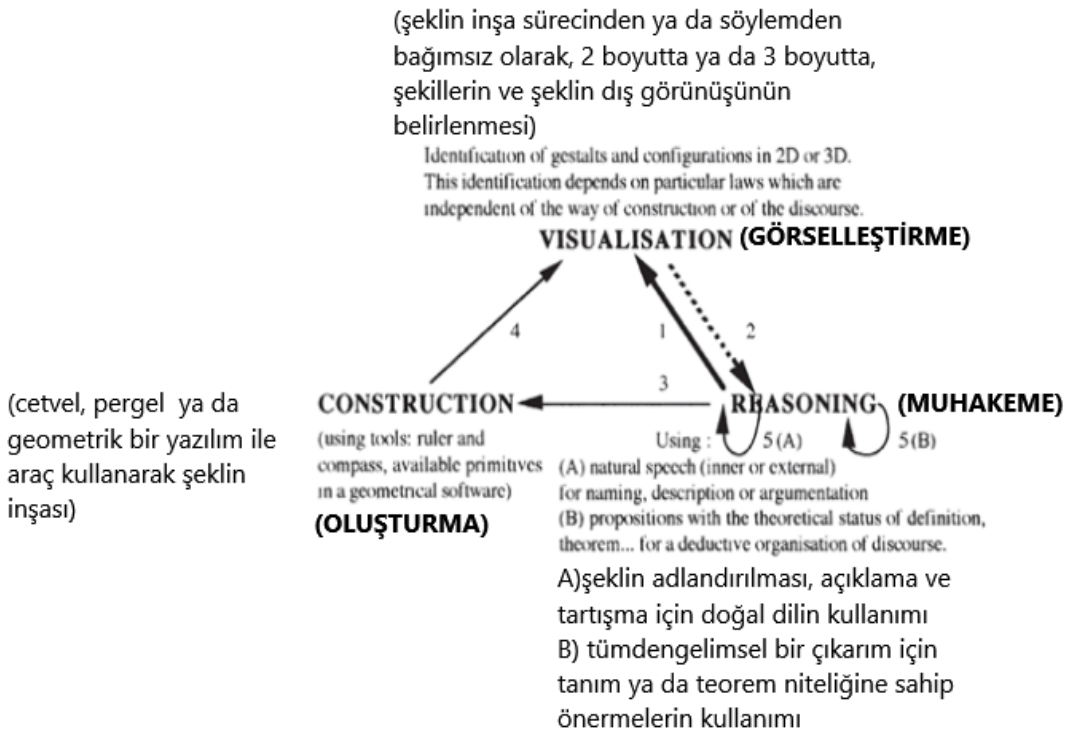
- *Görselleştirme süreci (visualisation processes):* Geometrik bir ifadenin görsel gösterimini, karmaşık bir geometrik durumun algılarla keşfedilme yönünü içerir (Jones, 1998). Görselleştirme, sezgisel olarak ispata giden yolda yardımcı olsa da muhakeme yine de tanım, kural ve teoremlere dayanır. Görselleştirme bazen hatalı muhakemelerin oluşması da yol açabilir (Güven ve Karpuz, 2016).

- *Oluşturma süreci (construction processes):* Şeklin bir araç kullanımı ile inşa edilmesi sürecini içerir (Jones, 1998). Sıralı algı ile oluşturma süreci birbirini destekler (Güven ve Karpuz, 2016).

- *Muhakeme süreci (reasoning processes):* Bilginin genişletilmesini içeren sözel algıların da devreye girdiği süreçtir. Çözümü mantıksal bir zeminde ifade etme, belli kurallara dayalı açıklama yapma ya da kanıt sunma, bu sürece girer (Jones, 1998).

Muhakeme sürecinde, geometride bir ispat oluştururken, var olan bilginin genişletilmesi gerekir. Bu süreçte de temsiller devreye girer. Bu noktada, Mesquita (1998), doğal dil ile gösterim (natural language), sembolik dil ile gösterim (symbolic language), ve şekilsel gösterim (figurative register) olmak üzere, geometride 3 çeşit gösterim olduğunu belirtmiştir. Duval (1998) ise, bunları bilişsel teorisi bağlamında muhakeme sürecinde ele almıştır. Örneğin Duval'in modelindeki teorik söylemsel süreç, ispat sunarken matematiğin sembolik dilinin kullanımı gerektirdiği için sembolik dil gösterimi ile ilişkilendirilebilir. Duval'in modelindeki doğal söylemsel süreç de ispat yaparken, doğal dilin ya da şekilsel gösterimin kullanıldığı bir sürece karşılık gelir.

Birbirinden bağımsız gerçekleşen bu süreçlerin birbiri ile ilişkisi aşağıdaki gibidir (Duval, 1998):



Şekil 8.Duval'in süreçleri arası etkileşim

(Duval, 1998'den uyarlanmıştır)

Şekil-8'de Duval'in bilişsel süreçleri arasındaki etkileşimi açıklayan görsel sunulmuştur. Şekle bakıldığında, 5A ile gösterilen süreç, doğal söylemsel süreç iken, 5B ile gösterilen süreç, teorik söylemsel süreçtir (Güven ve Karpuz, 2016). 2 no'lu okun anlamı, görselleştirmenin, uygun muhakemenin oluşmasını her zaman sağlamayacağını göstermektedir. Benzer şekilde 5B no'lu okun anlamı, tümdengelimsel bir çıkarımın ya da teoreme dayalı bir muhakemenin, diğerleri olmadan yani diğerlerinden bağımsız da elde edilebileceğidir (Duval, 1998).

Duval, bu farklı işlemlerin geometrik görevlerde, **bağımsız gerçekleştirilebileceğine** dikkat çeker. Örneğin, görselleştirme mutlaka oluşturmaya bağlı değildir (Jones, 1998). Benzer şekilde, oluşturma, görselleştirmeye yol açsa bile, oluşturma süreci aslında sadece ilgili matematiksel özellikler ve kullanılan araçların kısıtlamalarına bağlıdır. Benzer şekilde, görselleştirme, örneğin bir ispatın elde edilmesinde ilksel olarak yardımcı olsa bile, bazı

durumlarda görselleştirme yanıltıcı olabilir ve hatalı muhakemenin gelişimine zemin hazırlayabilir (Jones, 1998).

2.2. İlgili Yayın ve Araştırmalar

Alan yazın taraması, araştırma konusu, araştırma problemi ve sonuçların yorumlanması ve tartışılması ile ilgili çok yönlü bir inceleme yapılmasını içerir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Bu çalışma konusu ile ilgili alan yazın incelendiğinde, matematiğin geometri alanında yapılan çok çeşitli araştırmaların olduğu görülmektedir. Bu bölümde, ilgili yayın ve araştırmalar iki kısma ayrılarak sunulmuştur. Öncelikle daha genel hatlarıyla çokgenler ile ilgili yapılan araştırmalar ortaya konmuş, daha sonra ise kuramsal çerçeve ile ilgili yapılan araştırmalardan bahsedilmiştir.

2.2.1. Çokgenlerle İlgili Yayın ve Araştırmalar

Üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen gibi geometrik kavramların ilk bakışta bireyler tarafından kolaylıkla anlaşılabileceği düşünülse de alan yazın incelendiğinde, yapılan çalışmalar öğrencilerin çokgenleri algılamakta güçlük çektiğini ortaya koymaktadır. Alan yazında çokgenlerin algılanmasını temel alan pek çok çalışma olduğu görülmüştür. Bu bölümde bu araştırmalardan bir kısmı sunulmuştur.

Kawasaki (1989) yaptığı çalışmasında öğrencilerin çok küçük bir bölümünün dikdörtgenin kavram tanımını doğru olarak yazabildiğini, bireylerin genellikle dikdörtgene ait kendi kavram tanımı imajlarını ortaya koyduklarını belirtmiştir (Kawasaki, 1989; Fujita ve Jones, 2007'den alıntı).

Nakahara (1995), Japonya'daki öğrencilerin temel dörtgen kavramlarını nasıl yapılandırdıkları inceleyerek, bu yapılandırma süreçlerini araştırmıştır. Öğrencilerin en çok zorlandırdıkları hususun paralelkenar ve yamuk arasındaki ilişkiyi belirme noktasında olduğunu ortaya koymuş ve ayrıca bireylerin paralelkenar ve eşkenar dörtgen ilişkisi anlamada da sıkıntılar yaşadıklarını belirlemiştir. Eğer öğretimde kavramsal olarak paralelkenar-eşkenar dörtgen ve yamuk sırası izlenirse, bu karmaşık ilişkilerin anlaşılmasında ilerleme sağlanacağını ifade etmiştir. Çalışma 4, 5, 6, 7 ve 8.sınıf öğrencisi olan toplam 522 öğrenci ile gerçekleşmiştir.

Okazaki ve Fujita (2007) ise yaptıkları çalışmada dörtgenler arasındaki ek ilişkilerin anlaşılmasındaki süreçleri araştırmışlardır. Bu çalışmada, öğrencilerin kare, dikdörtgeni eşkenar dörtgen, paralelkenara ilişkin kavramsal ilişkilerin anlaşılmasında zorluklar yaşadıklarını tespit etmişlerdir.

Ubuz ve Üstün (2003) yaptıkları çalışmada dörtgenleri tanımlama noktasında, bireylerin genellikle kavramsal tanımlardaki niteliklerden ziyade kendi prototip şekil algılarına göre hareket ettiklerini ortaya koymuşlardır.

Monaghan (2000) çalışmasında, 11 ve 16 yaş grubundaki bireylerin çokgenleri nasıl ayırt ettikleri noktası üzerinde durmuştur. Bireylerin şekilleri tanımlama ve ayırt etme aracı olarak, şekillerin standart gösterimlerine yani prototiplere aşırı derecede güvendikleri belirtmiştir. Araştırmalarında öğrencilerin Vygotsky'in ortaya koyduğu türden bir bilişsel çatışmaya tabi tutulmadıkları sürece, yamuğun, kare, paralelkenar, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenden daha kapsayıcı bir şekil olduğunu fark etmelerini sağlayacak ileri muhakemeler geliştirmelerinin pek olası olmadığı ifade etmiştir.

Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008) çalışmalarında, kapsayıcı tanım fikrini geliştirerek, çokgen kavramını tanımlamaya yönelik farklı bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Özel dörtgenler arasındaki ilişki temelindeki tanımlamaları, kapsayıcı tanımlamalar (bir dörtgenin, diğer bir dörtgenin tanımını da içermesi) olarak ifade etmişlerdir.

Yavuzsoy-Köse, Yılmaz, Yeşil ve Yıldırım (2019)'un yaptığı çalışmada, ortaokul öğrencilerinin paralelkenar ailesine ait dörtgenler için verilen sözel tanımları nasıl yorumladıklarını ve bu yorumlama sürecindeki akıl yürütmeleri incelemişlerdir. 8.sınıf öğrenciler üzerinde yürüttükleri bu çalışmada, öğrencilerin paralelkenarın harici ve kapsayıcı tanımını (kenara dayalı), dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin harici tanımlarını ve köşegenlere dayalı kare tanımı daha iyi anladıklarını ortaya koymuştur. Akıl yürütme sürecinde, öğrencilerin büyük çoğunluğunun verilen bir tanımı diğer dörtgenlerle karşılaştırarak karar verdiğini ve çok az öğrencinin bir tanımı seçme sebeplerini doğrudan açıklayabildiği göstermişlerdir. Ayrıca tanımları yanlış yorumlayan öğrencilerin düşünme süreçlerinde prototip dörtgen görüntülerin etkili olduğu belirlenmişlerdir.

Ergün (2010), çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama durumlarını incelediği çalışmasında, bazı bireylerin çokgenlerin kenarlarının mutlaka eşit olması gerektiğine dair algılara sahip olduklarını, bazı bireylerin ise çokgen kavramını sadece dörtgen kavramı üzerinden yorumladıklarını ortaya koymuştur.

Ayaz (2016)'nın ortaokul öğrencilerin dörtgenlere yönelik imgelerini araştırdığı çalışmasında bireylerin dörtgen, yamuk, paralelkenar kavramlarına yönelik kavram tanımlarını sunmada zorluklar yaşadıklarını ve kavramları tanımlarken prototip algılardan etkilen ifadeler kullandıklarını ortaya koymuştur.

Bayram ve Duatepe-Paksu (2018)'in sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin imajları ve tanımları ortaya koydukları çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin

paralelkenarın tanımlarken paralelkenara ait gerekli özellikleri belirleyemedikleri ve önemli kritik özellikleri ayırt edemediklerini tespit etmişlerdir.

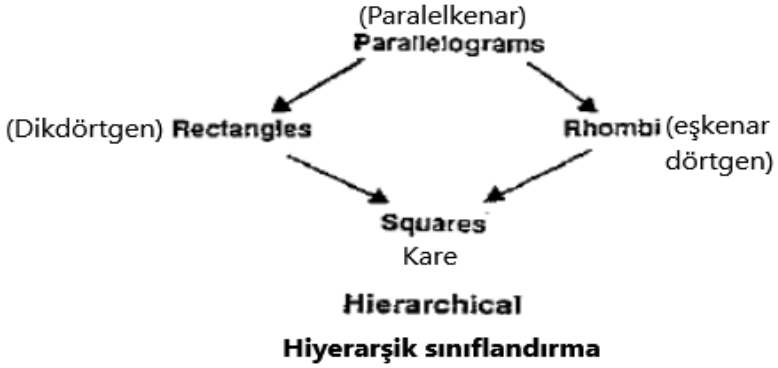
Shir ve Zaslavsky (2001), başarılı bir tanımın neleri kapsaması gerektiğini araştırdıkları çalışmalarında, kare kavramı üzerinden araştırmayı yürütmüşlerdir. 24 matematik öğretmeni ile gerçekleştirdikleri çalışmada, katılımcıların, bir ifadeye matematiksel bir tanım diyebilmek için kavramsal tanıma eşdeğer bir ifade olması, gerekli noktaları içermesi gerektiği ve aynı zamanda uzun olmaması kriterlerini karşılamasının gerekmesi gibi fikirler taşıdıklarını belirlemişlerdir. Tanımın öğrenciler tarafından anlaşılır olması için açık ve kompleks olmayan bilgiler içermesi gerektiğini ortaya koymuşlardır.

Burger ve Shaughnessy (1986), 45 öğrenci ile gerçekleştirdikleri deneysel çalışmalarında, Van Hiele düzeylerinin çokgenlere yönelik araştırmalarda faydalı olduğunu, bireylerin davranışlarının ve geometri kavramlarının bu bağlamda gözlenebileceği çıkarımına ulaşmışlardır.

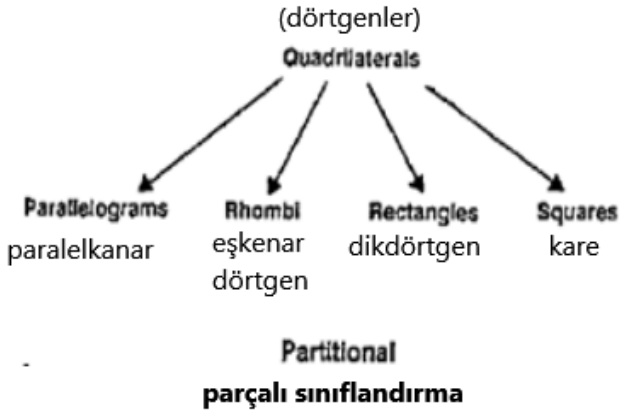
Ubuz (1999), 67 lise öğrencisi ile yaptığı çalışmasında, bireylerin geometrik kavramları, onların kavramsal özelliklerine göre değil, fiziksel görünüşleri ile algıladıklarını, öğrencilerin üçgen, paralelkenar ve çokgen gibi temel kavramlara yönelik kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirtmiştir. Ayrıca bireylerin öğrenim düzeyleri arttıkça geometriyi daha iyi öğrendiklerini ortaya koymuş ve bunu deneyimin ya da bireysel olgunlaşmasının etkisi ile ilişkilendirmiştir.

De Villiers (1994) çalışmasında, dörtgenlerin sınıflandırılması üzerinde durmuş ve 2 tip sınıflandırmanın olduğunu vurgulamıştır. Bunları hiyerarşik ve parçalı sınıflandırma olarak isimlendirmiştir. Hiyerarşik sınıflamada daha özel olan kavram, genel kavramların alt sınıfı içinde bulunur. Tam tersine parçalı sınıflamada kavramlar birbirinin alt sınıflarında bulunmaz, birbirinden bağımsız olarak düşünülür. Hiyerarşik sınıflandırmada, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarların alt sınıflarıdır. Kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki kesişim kümesi içindedir. Buna karşılık, parçalı sınıflandırmada kare, dikdörtgen veya eşkenar dörtgen değildir. Aynı şekilde dikdörtgen ve eşkenar dörtgen de paralelkenar değildir. Bu noktada hiyerarşik sınıflandırmanın dikdörtgenler arasındaki ilişkileri görme noktasında oldukça faydalı olduğu düşünülebilir. Fakat, De Villiers (1994)'e göre, hiyerarşik sınıflandırmanın da sorunlara neden olabileceğini gösteren çalışmalar da bulunmaktadır. De Villiers (1994)'e göre, pek çok kişi, yalnızca hiyerarşik sınıflandırmanın matematiksel olarak geçerli, parçalı sınıflandırmanın mantık dışı ve kabul edilemez olduğuna dair bir bakış açısına sahip görünmektedir. Fakat De Villiers, çalışmasında parçalı sınıflandırmanın da eşit derecede kabul edilebilir olduğunu, hiyerarşik sınıflandırmanın tercih nedeni olarak işlevsel

görünmesinden ötürü bu algının olduğu belirtmiştir ve çoğu öğretmenin bu tartışmayı görmezden gelip, bireylere hiyerarşik sınıflandırmayı empoze etmeye çalıştıklarını belirtmiştir. Aşağıda, bu iki sınıflandırmaya dair De Villiers (1994)'ün bahsedilen bu çalışmasından uyarlanan açıklayıcı iki şekil (Şekil-9 ve Şekil-10) sunulmuştur.



Şekil 9.Hiyerarşik sınıflandırma



Şekil 10. Parçalı sınıflandırma

Berkün (2011), ilköğretim 5 ve 7. Sınıf öğrencilerinin çokgenlere ilişkin imgelerini ve sınıflandırma stratejilerini araştırdığı çalışmasında öğrencilerin çoğunlukla dörtgenleri birbirinden bağımsız yani parçalı olarak düşündüğünü, ancak öğrencilerin belli sorularla yönlendirildiğinde ve tanımlama istendiğinde hiyerarşik sınıflandırmaya başvurduklarını ortaya çıkarmıştır.

Clements ve Battista (1992) çalışmalarında, bireylerin geometrik şekilleri tanıma ve sınıflandırma noktasında, prototip imgelere aşırı bağlı tarzda hareket ettiklerini belirtmiştir.

Aynı zamanda bu çalışmasında, Van Hilele ve Piaget arasında geometrik akıl yürütme ve ispatın nasıl geliştiğine yapılan vurguda büyük bir fark var olduğunu vurgulamıştır. Van Hiele modelinde, gelişimin seyri, öğretme/öğrenme sürecinden güçlü bir şekilde etkilenir. Dahası Van Hiele, mantığın ancak daha önceki düşünme düzeylerinin temelinde gelişebileceğini iddia ederek, Piaget'nin mantığı düşünmenin tamamen temeline oturtmasına dair inancını eleştirir. Van Hiele'ye göre, ana vurgu içerik üzerindedir, yani bir başka deyişle ilişkiler ağı yeterince inşa edildiğinde geometride daha yüksek düşünce seviyelerine doğru ilerleme olacaktır. Geometride mantıksal olarak akıl yürütme yeteneği, içeriğe has bilginin miktarına bağlıdır. Ancak Piaget'e göre, öğrencilerde içerikten bağımsız olarak belirli mantıksal işlemler gelişir. Matematiksel bilgi bu işlemler vasıtasıyla oluşur. Örneğin, öğrenci dikdörtgenin, karşılıklı kenarları birbirine eşit olan ve dört dik açısı olan bir şekil olduğunu biliyorsa ve aynı zamanda karenin tüm kenarları eşit ve dört dik açısı olan bir şekil olduğu bilgisine sahipse, öğrenci tüm karelerin, aynı zamanda dikdörtgen olduğu sonucunu çıkarabilir ve bunu içselleştirebilir. Sonuç olarak bu durum, çıkarım yoluyla öğrencinin mevcut bilişsel yapısına entegre edilmiş ve yeni oluşturulmuş olan bir bilgidir ve mantık temelinde oluşturulur.

Pickreign (2007) çalışmasında, 40 öğretmen adayı ile yürüttüğü betimsel araştırmasında paralelkenar sınıfına ait şekiller üzerinde öğretmen adaylarının ilişkileri nasıl kurduğunu araştırmıştır. Çalışmasında, yalnızca 9 katılımcının dikdörtgen tanımını yeterli şekilde verebildiğini, sadece 1 katılımcının eşkenar dörtgen tanımını tam olarak sunabildiğini ortaya koymuştur. Bu durumun, özellikle geometri konusunda öğreticilerin matematiksel fikirlerini geliştirmeleri gerektirdiğine ilişkin literatür ile uyumlu olduğunu belirtmiştir.

Atebe ve Schäfer (2008) çalışmalarında Nijeryalı ve Güney Afrikalı öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri modeline dayalı kavramsal anlamalarını araştırmışlardır. Çalışma ayrıca öğrencilerin okul geometrisindeki kavram yanılgılarını da ortaya koymaktadır. 10, 11 ve 12. sınıflardan seçilen 36 öğrencinin üçgen ve dörtgen kavramları kavrayışları incelenmiştir. Görevler, şekilleri tanımlama ve adlandırma, şekillerin özelliklerini belirtme ve şekilleri sınıflandırmayı kapsamaktadır. Araştırmalarında 10, 11 ve 12. Sınıflarda bulunan birçok Nijeryalı ve Güney Afrikalı lise öğrencisinin üçgen ve dörtgen kavramları hakkında bir takım yanlış anlamalara sahip olduğunu ortaya koymuşlardır. Genel olarak geometrik bir şekli tanımlarken kesin olmayan terminolojinin kullanımının bireyler arasında yaygın bir özellik olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmalarında ayrıca öğrencilerin çoğunluğunun Van Hiele modelindeki 0. düzeyinde olduklarını ve üçgen ve dörtgenleri ayırt edebilseler de aynı sınıftan olan şekilleri ayırt etmek için uygun terminolojiye sahip olmadıklarını ortaya koymuşlardır. Diğer yandan çoğu öğrencinin şekilleri adlandırmayı, şekle ait özelliklerin bir tanımını

vermekten daha kolay bulduklarını vurgulamışlardır. Ayrıca öğrencilerin büyük bir kısmının, üçgen kavramını dörtgen kavramına göre nispeten daha iyi kavradıklarını ifade etmişlerdir.

Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı nasıl ayırt ettiklerini ve bu hususa ilişkin sahip oldukları yanılgılara odaklanmışlardır. Toplamda 18 7.sınıf öğrencisi ile yürüttükleri çalışmada, öğrencilerden paralelkenar tanımını vermeleri, paralelkenar çizimi sunmaları ve bir grup şekil içerisinden paralelkenar olanları seçmeleri istenmiştir. Çalışmada prototiplerin önemli etkisi vurgulanmış ve bireylerin paralelkenar olmayan şekilleri de paralelkenar olarak seçerek aşırı genellemelere düştüklerini ortaya çıkarmışlardır. Çalışmada ayrıca bazı öğrencilerinin paralelkenar olmamasına rağmen yamuk, altıgen ve paralel doğru parçalarını paralelkenar olarak adlandırdıkları belirtmişlerdir.

Ulusoy (2015), 13 yedinci sınıf öğrencisi ile yürüttüğü ve dörtgenler içerisinden yamuk kavramının ayırt edilmesini incelediği araştırmasında Türkçede yamuk kelimesinin aynı zamanda eğik-eğri anlamında gelmesinden ötürü öğrencilerin yamuğun kavramsal özelliklerine göre değil, dilsel faktörlerin etkisi altında çizimlerde bulundukları ortaya çıkarmıştır. Ayrıca bundan dolayı 4 kenardan fazla kenar sayısına sahip çokgenlerin de yamuk olarak adlandırıldığı belirtilmiştir. Bu durumun dilin bireylerin matematiksel kavramlara ilişkin bilgi ve imgelerini etkilemesinden dolayı önemli bir nokta olduğu vurgulanmıştır.

Heinze (2002), çalışmasında öğrencilerin ispat yapmaya başlarken kavramsal bilgilerinin çok kritik bir nokta olduğunu vurgulamış, 106 8. sınıf öğrencisiyle yürüttüğü deneysel araştırmasında öğrencilerin dörtgenleri anlamalarına ilişkin kavramsal şemalarında eksiklikler olduğunu ortaya koymuştur. Bu yüzden bu eksikliklerin, özellikle dörtgenlerin sınıflandırılmasında ve matematiksel dilin anlaşılmasında zorluklara neden olacağını buna bağlı olarak da öğrencilerin ispatları gerçekleştirmede sıkıntılar yaşayabileceğini vurgulamıştır. Ayrıca bu çalışmasında öğreticilerin, dörtgenler için parçalı sınıflamadan ziyade hiyerarşik sınıflamayı tercih ettiklerini de vurgulamıştır.

Fujita ve Jones (2006), personal figural concepts (bireysel şekilsel kavram) ve formal figural concepts (formal şekilsel kavram) arasındaki farkın doğasını inceledikleri ve öğretmen adayları ile yürüttükleri çalışmalarında, öğretmen adaylarının çoğunun en azından yamuk haricindeki dörtgenlerin uygun bir görüntüsünü çizebildiklerini ancak pek azının uygun bir tanım verebildiğini ortaya koymuşlardır.

Öğrencilerin geometrik düşüncesinin genellikle tanımlardan ziyade prototiplere dayandığını belirten ilk kişiler olan Vinner ve Hershkowitz (1980), çalışmalarında bireylerin prototip algılara yani kavram imgelerine aşırı güvenerek geometriyi kavradıklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin bir üçgendeki yüksekliğin tabana ait

olduğunu ve bir tabanın yatay olarak, yani kâğıdın kenarına paralel olarak çizilmesi gerektiğini düşünme eğiliminde olduklarını göstermişlerdir. Ayrıca, öğrenciler yüksekliğin tabana uzatılmasından ziyade, ulaşması gerektiğini düşünme eğiliminde olduklarını ve bu nedenle geniş olan bir üçgende bile yüksekliği üçgenin içine çizdiklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin yüksekliğe yönelik prototip algıları, üçgenin içinde ve yatay bir tabana dik olan bir doğrudur. Bu durumun, öğrencilerin yüksekliğin üçgenin içinde olduğu ve dikey olduğu çok sayıda üçgen ile karşılaşırlarken, farklı tarzda çok az üçgen ile karşılaşmalarının bir sonucu olduğunu yani, öğrenci deneyime dayandığını vurgulamışlardır.

Cutogno ve Spagnola (2002), öğrencilerin büyük bir kısmının üçgenlere yönelik kavrayışta prototip algılara göre hareket ettiklerini ve öğrencilerin üçgeni genellikle eşkenar üçgen olarak düşündüklerini, yüksekliğin üçgenin içinde olması gerektiği ve yüksekliğin üçgeni mutlaka 2 eş parçaya bölmesi gerektiği gibi hatalı algılara sahip olduklarını ortaya koymuşlardır.

Oberdorf ve Taylor-Cox (1999), küçük yaştaki çocukların geometrik kavramlara yönelik çok sayıda kavram yanılgısına sahip olabilecekleri göstermiş, bunun nedeni olarak uygun matematiksel dile maruz kalmama, ebeveynlerden alınan uygun olmayan algılar ve deneyimlerindeki yetersizlikler olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca küçük yaş grubundaki çocukların 2 boyutlu şekiller ve 3 boyutlu cisimler için birbirinin yerine kullanılabilecek sözcükler kullanabileceklerini ancak eğiticilerin daima kavramlara ilişkin doğru isimleri kullanmaları gerektiğini belirtmişlerdir.

Herbst, Gonzalez ve Macke (2005), öğrencilerin geometrik şekilleri tanımlamalarının ne anlama geldiğini kavramaları için, öğretmenlerin öğrenme ortamını nasıl düzenleyebileceklerini tartışmışlardır. *"Dörtgenimi tahmin et!"* isimli geometrik oyunu oynayan bireyler üzerinde gerçekleştirdikleri çalışmalarında öğrencilerin bu yolla tanım yapmayı öğrenebileceklerini göstermişlerdir. Ayrıca bu çalışmada, öğrencilerinin öğrenme ortamına gelmeden önce sahip oldukları bilgilerin tanım yapmayı öğrenmelerini zorlaştırdığını vurgulamışlardır. Öğrencilerin bir kelimeyi tanımlamanın ne anlama geldiğine yönelik bu ilksel bilgilerinin, yetişkin dünyasındaki sözel deneyimlerden geldiğini ve bu durumun öğrenme ortamı içerisinde tanım yapma hususunda zorluklara neden olabileceğini ifade etmişlerdir.

Zeybek Şimşek (2019), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenleri ve geometrik cisimleri sınıflandırmalarına ilişkin araştırmasını 39 öğretmen adayı ile gerçekleştirmiş ve öğretmen adaylarının büyük bir kısmının dörtgenlere yönelik hiyerarşik sınıflandırmayı tam olarak anlayamadıklarını, geometrik cisimleri ayırt etmek noktasında

prototip algılarına göre hareket ederek, geometrik cisimler arasında hatalı ilişkilendirmeler yaptıklarını ortaya koymuştur.

Türnüklü, Gündoğdu Alaylı ve Akkaş (2013), 36 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürüttükleri araştırmalarında, öğretmen adaylarının dörtgenlere yönelik tanımlamalarında hatalı algılara sahip olduklarını, çoğunlukla eşkenar dörtgen ve yamuk kavramları için hatalı çizimler sunduklarını, dörtgenlere ilişkin hiyerarşik sınıflandırma yapmakta zorlandıklarını bu yüzden parçalı sınıflandırma oluşturduklarını ortaya çıkarmışlardır.

Öksüz ve Başışık (2019), 5. sınıf öğrencilerinin çokgen ve dörtgenlere yönelik kavram yanılgılarını inceledikleri ve 200 beşinci sınıf öğrencisi ile yürüttükleri araştırmalarında, öğrencilerin üçgen, dörtgen, kare ve paralelkenar gibi çokgenlerin prototip hallerini tanımakta zorlanmadıkları ve prototip durumlarda kavram yanılgısına sahip olmadıklarını, ancak prototip hallerde verilmeyen üçgen, dörtgen, kare ve paralelkenar gibi çokgenlerde ciddi kavram yanılgılarına sahip olduklarını, köşegen ve yüksekliğe ilişkin kavram yanılgıları taşıdıklarını, çokgenlerin döndürülmüş hallerini anlamakta sıkıntılar yaşadıklarını, karenin, eşkenar dörtgen olmadığına, eşkenar dörtgenin de paralelkenar veya yamuk olmadığını düşündükleri için, bu hususta hatalı algılara sahip olduklarını ortaya çıkarmışlardır.

Yıldırım ve Yavuzsoy Köse (2018), çokgenlere yönelik problemlerdeki matematiksel düşünme süreçlerini inceledikleri araştırmalarında, bireylerin aşina oldukları problemleri anlamada sorun yaşamazlarken, alışılmışın dışındaki çokgen problemlerinde zorlandıklarını ortaya koymuşlardır. Öğrencilerin çokgenin köşegen sayılarını belirlemelerine yönelik görevlerde Van Hiele modelindeki 2. ve 3. Düzeyde bulunan davranışlar sergilediklerini, çokgenlerin köşegenlerini teker teker çizerek saydıklarını tespit etmişlerdir. Çokgenlerin iç açıları toplamına yönelik problemlerde ise, geometrik şekli uygun alt parçalara bölebilmenin, öğrencilerin genellemelere ulaşmada anahtar rol oynadığını ve öğrencilerin çokgeni ilk olarak üçgen ve dörtgene parçalarken, sadece bir öğrenci dışındaki bütün öğrencilerin yani çoğunluğun çokgeni rastgele parçalamadıklarını, belli stratejilere göre hareket ettiklerini ortaya koymuşlardır.

Karakarçayıldız (2016)'nın 7.sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflandırmaları arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin çoğunlukla Van Hiele modelindeki düzeyler arasından görsel düzeyde olduğu ortaya çıkarılmış, çokgenleri sınıflandırma becerisi hususunda orta düzeyde oldukları ve çokgenleri sınıflama becerisi ile geometrik düşünme düzeyleri arasında pozitif ve anlamlı bir ilişkinin bulunduğu vurgulanmıştır.

Delice ve Karaaslan (2015) çalışmalarında dinamik geometri yazılımlarının, öğrencilerin çokgenlere ilişkin performansı üzerindeki etkisini ve öğrencilerin bilgisayar destekli öğretime yönelik tutumlarını araştırdıkları ve 36 9.sınıf öğrencisi ile 6 matematik öğretmeni ile yürüttükleri çalışmalarında, GeoGebra ile Geometer's Sketchpad yazımları ile yapılan etkinliklerin öğrencilerin çokgen sorularına yönelik performansını olumlu yönde etkilediği ve bireylerin bu yazımlarla yapılan dersleri daha eğlenceli buldukları ve derse yönelik ilgilerinin yükseldiği vurgulanmıştır.

Yüksel (2018)'in çokgenler konusunda tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının yedinci sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkilerini araştırdığı çalışmasında bir kontrol grubu ve 2 farklı deney gurubu kullanılmıştır. Kontrol gurubunda geleneksel yöntem ile dersler işlenmiş, deney gruplarının birincisinde bilgisayar destekli öğretim ile (GeoGebra kullanılarak) bilgisayar laboratuvarında ders yürütülmüş, ikincisinde ise sınıf ortamında çalışma yaprakları ve somut materyaller ile dersle işlenmiştir. Çalışmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri Van Hiele geometrik düşünme testi ile belirlenmiştir. Çalışmada üç grupta da geometrik düşünme seviyelerinde anlamlı bir artış bulunurken, en fazla artışın bilgisayar destekli öğrenme ortamında olduğu vurgulanmıştır.

Duatepe-Paksu (2018)'in sınıf öğretmen adaylarının çokgenlerin en temel özelliklerine yönelik alan bilgilerine odaklandığı ve 60 öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği çalışmasında, katılımcıların çok büyük bir bölümünün üçgen haricindeki dışbükey çokgenleri çokgen olarak adlandırabildiği, fakat içbükey çokgenleri belirlemede zorlandıklarını ortaya koymuştur. Bunun yanında öğretmen adaylarının dörtte birinin çokgenin temel özellikleri olan en az 3 kenara sahip olması ve kapalı olması gerektiğini bilmediğini, katılımcıların %50'den fazlasının ise, kenarları doğrusal olmayan şekilleri de çokgen olarak değerlendirdiklerini vurgulamıştır.

Sancar ve Koparan (2019) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin çokgenlere ilişkin kavram yanılgılarının ortadan kaldırılmasında kavram karikatürlerinin rolünü inceledikleri çalışmalarında, kavram karikatürü kullanımının kavram yanılgılarının azaltılmasında etkili olduğu ve bu durumun da kavram karikatürü ile desteklenmiş öğrenme ortamında konu ile ilgili çeşitli fikirlerle karşılaşılması ve bunlar sayesinde yanılgıların farkındalığına yönelik bir bilinç kazanmadan kaynaklanabileceği vurgulanmıştır.

Ubuz (2017)'nin dörtgenler arası ilişkilere yönelik yedinci sınıf öğrencilerinin kavram imgelerini araştırdıkları ve 40 7. Sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin anlaşılması noktasında sorunlar yaşadıkları, bunun da dörtgenlere ilişkin kavram tanımları ile öğrencilerin kavram imgeleri

arasındaki farklılardan kaynakladığı vurgulanmıştır. Çalışmada, kavram imgelerinin ortaya çıkmasında da şekil ve prototiplerin büyük bir rolü olduğu ayrıca belirtilmiştir. Ayrıca Van Hiele testi sonuçlarına göre kare, dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen şekillerinin belirlenmesine ilişkin sorularda bireylerin en çok paralelkenarın belirlenmesinde sıkıntılar yaşadıkları, en büyük sıkıntının da kare ile dikdörtgen ve kare ile eşkenar dörtgen ilişkilerini anlama noktasında olduğu vurgulanmıştır.

Akuysal (2007)'nin yedinci sınıf öğrencilerinin geometrik kavramlara ilişkin kavram yanılgılarını incelediği araştırmasında, çoğu öğrencinin üçgen, eşkenar dörtgen, kare, dikdörtgen, ve yamuk gibi özel şekillerin çokgen olarak isimlendiremeyeceğini algısını taşıdıkları, sadece kenar sayısı 5 ve üzeri olduğunda çokgen denilebileceğine yönelik yanılgılara sahip oldukları, buna ek olarak öğrencilerin kare, dikdörtgenin ya da eşkenar dörtgenin paralelkenar olamayacağına yönelik düşünceler taşıdıkları vurgulanmıştır. Diğer yandan, bu çalışmada, öğrencilerin bir sonuca ulaşmalarının yanında ek olarak bunun sebebinin de izah edilmesinin istendiği görevlerde sıkıntılar yaşadıkları, bir başka deyişle yorum yapmada ve gerekçe sunmada güçlükler yaşadıkları ifade edilmiştir.

Bütüner ve Filiz (2016), 44 matematik öğretmen adayı ile yürüttükleri araştırmalarında öğretmen adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerini araştırmışlardır. Çalışmalarında öğretmen adaylarının %86'sının yamuğun, %59'unun dikdörtgenin, %45'inin de paralelkenarın özel halleri hakkında bilgi sahibi olmadıklarını belirtmişler, öğretmen adaylarının kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve deltoid kavramlarını hiyerarşik sınıflandırmada sorunlar yaşadıklarını vurgulamışlardır.

Erşen ve Karakuş (2013) çalışmalarında sınıf öğretmen adaylarının özel dörtgenlere yönelik kavram imgelerini araştırmışlardır. Araştırmalarında öğretmen adaylarının dörtgen çizimlerinde notasyon olarak eksiklikler olduğu, dörtgenler arasındaki ilişkiler hakkında bilgi eksikliklerinin çizimlerine yansıdığı, bilhassa yamuk konusunda hatalı kavram imgelerine sahip oldukları vurgulanmıştır.

Ay ve Başbay (2017)'nin yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenlere ilişkin kavram yanılgılarını inceledikleri çalışmalarında, öğrencilerin dışbükey çokgenlerin özelliklerini ifade etmede yanılgılara sahip oldukları belirlenmiştir. Bunun yanında kare ve eşkenar dörtgenin tüm açıları eşitken, yamuğun hiçbir açısının eşit olamayacağına ve dikdörtgenin kenarlarının paralel olmayacağına, sadece paralelkenarın kenarlarının paralel olabileceğine yönelik kavramsal yanılgılara sahip oldukları vurgulanmıştır. Ayrıca yamuk kavramını tanımlarken, yamuğun geometrik özellikleri üzerinden değil, günlük dildeki anlamı üzerinden tanımlar yaptıkları belirlenmiştir.

Aktaş ve Aktaş (2012) yedinci sınıf matematik öğretim programında ve ders kitaplarında dörtgen ilişkilerinin nasıl anlatıldığına yönelik yaptıkları çalışmalarında, dörtgenler arasındaki ilişkilerin anlatımı hususunda sistematik bir yaklaşımın bulunmadığı sonucuna ulaşmışlar, inceledikleri üç ders kitabında da dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin tümünün birden bir arada kavranmasına yönelik bir anlatım ve niteliğe rastlanmadığı vurgulanmıştır.

Çakar (2018)'in 8.snıf öğrencilerinin üçgende eşlik ve benzerlik kavramlarını oluşturma süreçleri araştırdığı çalışmasında, 5E öğrenme modeli temelinde hazırlanan etkinliklerle gerçekleştirilecek eylem planlarının, sekizinci sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik kavramlarını daha anlamlı olarak zihinlerinde yapılandırmasını sağladığı, buna ek olarak eşlik ve benzerlik hususunda zihinsel kalıcılığın artmasında oldukça etkili olduğunu ortaya konulmuştur.

Özkan ve Bal (2018), ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenlere ilişkin kavram yanılgılarını, öğretmen görüşleri üzerinden inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin çokgenler ve özel dörtgenlerde prototip algılara göre hareket ettikleri belirtilmiş, bunun nedeni olarak da öğretim sürecinde derslerde tek tip örneklerle karşılaşmaları olduğu ifade edilmiştir. Bunun yanında öğretmenlerin, kavram yanılgılarının ortadan kalkması için hiyerarşik sınıflamanın yapıldığı bir anlatımın kullanılması gerektiği görüşüne sahip olduklarını vurgulamışlardır.

Zeybek-Şimşek ve Üstün (2019)'un yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin ispat seviyelerini araştırdıkları çalışmasında, öğrencilerin matematiksel ifadeleri ispatlarken, gerekçe ya da argüman oluşturmakta sıkıntılar yaşadıklarını ve deneysel düzeyde argümanlar kullandıkları ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin belli bir örnek durumdan hareketle genellemeye vararak deneysel ispat şemalarını kullanarak hareket ettikleri ve sayı ve ölçümlerin olduğu argümanları daha ikna edici olarak değerlendirdikleri vurgulanmıştır.

Avcu (2022), ortaokul matematik öğretmen adaylarının yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve deltoid kavramlarına ilişkin kişisel kavram tanımlarını yani kavram tanımı imajlarını araştırdığı çalışmasında, katılımcıların bu kavramlara ilişkin tanımlarının matematiksel olarak doğruluğunu belirlemek için Zazkis ve Leikin tarafından geliştirilen ve 4 ana kategoriyi (gerekli ve yeterli, gerekli ancak yeterli değil, yeterli ama gerekli değil ve ne gerekli ne de yeterli) içeren teorik çerçevesini kullanmış, öğretmen adayları tarafından verilen tanımlarının ancak yaklaşık olarak yarısının doğru olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının, paralelkenar ve eşkenar dörtgeni tanımlamada en yüksek performansı sergilerken, deltoid tanımında en düşük performansı sundukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının bu temel dörtgenleri tanımlamaya yönelik farklı performanslar

sunmalarının olası nedenleri arasında dörtgenlere verilen Türkçe adların dilsel yapısı (sözdizimi, anlam vb.) gösterilmiş ve bu temelde çalışma detaylandırılmıştır.

Klemer ve Rapoport (2020), çalışmalarında Origami ve GeoGebra ile yapılan etkinliklerin ilkokul öğrencilerinin geometrik düşünmelerine etkisini araştırdıkları deneysel çalışmalarında, deney grubuna, İbranice ve Arapça konuşan bir eğitmen tarafından üçgen, dörtgen, kare, dikdörtgen, dik açı ve simetri kavramlarına yönelik Origami ve GeoGebra temelli etkinliklerle eğitim verilmiştir. Kontrol grubunda ise ders kitapları ile geleneksel öğretim yapılmıştır. Öğretim öncesi, deney grubunun geometri bilgisi, kontrol grubundan önemli ölçüde düşük olmasına rağmen, öğretim sonrasında yapılan testte deney ve kontrol grubu arasında başarı açısından anlamlı fark olmadığını ve iki grup arasındaki bilgi farkının ortadan kalktığını belirtmişlerdir. Ayrıca çalışmalarında deney grubundaki bireylerin çoğunun, Van Hiele modelindeki Düzey-2'ye ulaştığını ifade etmişlerdir.

2.2.2. Teorik Çerçeveye (Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in Bilişsel modeli) İlişkin Yayın ve Araştırmalar

Deliyianni, Elia, Gagatsis, Monoyiou ve Panaoura (2009) Duval'in ortaya koymuş olduğu şekle bakma süreçlerinden görsel, sözel ve işlevsel algının rolünü incelediği ve 1086 ilkokul ve ortaokul öğrencisi ile yürüttüğü nicel araştırmasında, ortaokul öğrencilerinin ilkokul öğrencilerine göre geometrik görevlerdeki performansının daha yüksek olduğunu ve ilkokul ve ortaokul öğrencileri arasında görevlerin çözümü esnasında bazı davranışsal farklılıkların varlığını ortaya koymuşlardır. Ortaokul öğrencilerindeki bu performans artışının genel bilişsel gelişime atfedilebileceğini vurgulamışlardır. Çalışmada ilkokul öğrencileri şekli tanıma ve sözel algılara dayalı problem çözme görevlerinin çözümü esnasında benzer yaklaşım ve davranışlar sergiledikleri, ortaokul öğrencilerinin ise görsel, işlevsel ve sözel algılara dayalı problem çözme görevleri sırasında ortak davranışlar sergiledikleri vurgulanmıştır. Ortaokul öğrencilerinin görsel, işlevsel ve sözel görevlerin çözümü sırasında tutarlı yaklaşımlar sergilediklerini, buna karşılık, ilkokul öğrencilerinin bölümlere ayrılmış bir düşünme biçimini gösteren görsel görevlere odaklandıklarını ortaya çıkarmışlardır. Ek olarak, ilkokul öğrencileri için verilen geometrik şeklin bir doğrulama nesnesi olduğu, buna karşılık ortaokul öğrencileri için ise geometrik şeklin akıl yürütmeyi ve "şekilsel-kavramı" destekleme işlevinin olduğu, ilgili çalışmada ortaya konmuştur. Ayrıca bu çalışmada, ilkokul öğretiminin ağırlıklı olarak algıyla yakından ilişkili olan doğal geometri paradigmasına odaklandığını, ortaokul öğretimin ise, doğal aksiyomatik geometriye vurgu yaptığını belirtmişlerdir.

Karpuz (2018) çalışmasında, Duval'in bilişsel modeli temelinde öğrenme ortamlarının tasarlanmasını ve değerlendirmesini araştırmıştır. Bu amaç doğrultusunda bir devlet lisesinde rastgele seçilen iki 9. Sınıftan birinde Duval'in bilişsel modeli temelinde tasarlanan öğretim planı uygulanmış, diğer sınıfta ise geleneksel bir öğretim tercih edilmiştir. Bu öğretim yönteminin öğrencilerin şekle bakma süreçleri ve muhakeme süreçlerini nasıl etkilediğine bakılmıştır. Duval'in modelinde uygun tasarlanan öğrenme ortamının bireylerin teorik muhakemelerini geleneksel ortama göre daha olumlu yönde geliştirdiği, ancak öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişmesi yönünde bir değişimin olmadığı tespit edilmiş ve bu iki yönün aynı anda geliştirilmemesi gerektiği vurgusu yapılmıştır.

Karpuz, Koparan ve Güven (2014), öğrencilerin şekil ve kavram bilgilerini inceledikleri ve 9 ve 11. Sınıf öğrencisi 120 kişiyle yürüttükleri çalışmalarında, öğrencilerin şekilli olarak verilen soruların çözümlerinde daha iyi oldukları, şekilsiz olarak verilen sorularda yaşanan sıkıntıların, bireylerin prototip algılara göre hareket etmesinden ve kavramsal bilgiye örnek teşkil eden şeklin hatalı çizilmesinden ileri geldiğini vurgulamışlardır. Diğer yandan, bireylerin şekil bilgisini, kavramsal bilgiye göre daha rahat kullandıkları ve kavram bilgisinin yetersizliğinin geometrik görevlerde bireylerin güçlükler yaşamalarına neden olduğu belirtilmiştir. Ayrıca bu çalışmada, öğrenme ortamında kavram ve şekil arasındaki ilişkiyi ve etkileşimi sağlamlaştırmak adına, DGY (Dinamik geometri yazılımları kullanılması) önerilmiştir.

Tutan (2019) çalışmasında, geometrik muhakeme süreçleri temelinde ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri öğretimindeki davranışlarını ele almıştır. Araştırmada, geometri içerikli derslerde matematik öğretmenlerinin genel olarak Duval'in modelindeki görselleştirme ve muhakeme süreçlerine vurgu yaptıkları ortaya çıkarılmıştır. Öğretmenler geometri içerikli derslerde, en çok görselleştirme sürecine vurgu yaparken, ikinci en çok vurgunun ise muhakeme sürecine yapıldığı belirtilmiştir. Öğretmenlerin diğer süreçlere daha az vurgu yaptıkları ifade edilmiştir.

Mutluoğlu (2019), MATLAP kullanımının öğrencilerin geometriye yönelik başarı ve tutumlarına etkisini değerlendirdiği karma yöntem ile yürüttüğü çalışmasının teorik çerçevesini Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi temelinde ele almıştır. Çalışmada, deney grubunda MATLAP ile öğretim desteklenirken, kontrol grubunda geleneksel yöntemle dersler işlenmiştir. Araştırma sonucunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubuna göre istatiksel olarak hem daha başarılı hem de daha fazla olumlu tutum sergiledikleri ortaya çıkarılmıştır. Araştırmanın nitel sonuçlarında ise, alt seviyede başarıya sahip bireylerin geometrik görevlerde prototiplerin baskısı altında hareket ederken, orta ve üst

seviye başarıya sahip bireylerin ise, kavramın şekli yönettiği muhakeme biçimini benimseyebildikleri fakat buna rağmen zaman zaman prototip algıların etkisinden kurtulamadıkları ifade edilmiştir.

Mutluoğlu ve Erdoğan (2020) çalışmalarında 6.sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin geometrik muhakeme süreçlerini, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında inceledikleri araştırmalarında, öğrencilerin paralelkenar, kare ve dikdörtgen kavramlarına ilişkin muhakeme süreçlerine odaklanmışlardır. Çalışmada, daha düşük sevide başarı düzeyine sahip bireylerin genel olarak prototip imgelerden etkilenerek muhakeme geliştirdikleri, orta ve üst seviyede başarıya sahip öğrencilerin sadece şekil bilgisi yerine kavramsal bilgilerini de ön plana çıkardıkları, ancak bazı durumlarda yine de prototip algılardan kurtulamadıklarını vurgulamışlardır. Diğer yandan, bireylerin sundukları yanıtlara ilişkin gerekçelerinin de istendiği durumlarda kavramsal bilgilerine göre hareket ederek daha üst seviyede muhakemeler geliştirebildiklerini de vurgulamışlardır. Ayrıca çalışmada, uygun hazır bulunuşluk için yeterli bilgiye sahip olunmadığı durumlarda, bazı öğrencilerin dörtgenleri hiyerarşik olarak kavramada sorunlar yaşadıkları da ifade edilmiştir.

Michael (2013) tez çalışmasında lise öğrencilerinin (9, 10 ve 11.sınıf) geometrik görevle odaklandıklarında harekete geçirdikleri Duval'in ortaya koyduğu şekle bakma süreçlerini incelemiş, bireylerin seçtikleri algıların uygun bir şekle bakma süreci olup olmadığını ve muhakemelerin oluşmasını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Çalışmasında görsel algının, işlevsel kavrayışın harekete geçirilmesinde önemli rol oynadığını, bireylerin görsel algılar temelinde şekil üzerinde gerekli olan yeniden yapılandırmayı fark ettiklerinde, işlevsel algılarını da uygun bir biçimde harekete geçirebildikleri vurgulamıştır. Görsel algı ile gerekli alt şekiller yeterince fark edilir ya da tanınırsa, işlevsel algı için önemli olan şekli yeniden yapılandırma ve şekil üzerinde kritik değişiklikler yapabilme becerisi de etkin hale geleceğini belirtmiştir. Bununla birlikte bu çalışmada, işlevsel algının geometrik görevi çözmede çok önemli bir nokta olduğunu belirtirken, görsel algının çoğu zaman da işlevsel algının oluşmasında oldukça engelleyici bir rol oynadığını da vurgulamıştır. Ayrıca bu çalışmada görsel algının sözel algı için de engel teşkil ettiğini, çünkü geometrik ispat sürecinde gerekli ilişkilerin anlaşılmasını geçersiz kılabileceğini vurgulamıştır. Michael (2013)'e göre görsel algı muhakemede etkin ise, diğer şekle bakma süreçlerini baskılamaktadır.

Gürhan ve Tapan Broutin (2017), 46 öğretmen adayı ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesik üçgenler (Truncated Triangles) ile ilgili geometrik görevlerde Duval'in tanımladığı şekle bakma süreçlerini ne şekilde kullandıklarını incelemişlerdir. Çalışmalarında her bireyin, geometrik problemi farklı

algı türü ile ele aldıkları, problemi çözerken benimsedikleri algı türünün, görevin çözümünü önemli ölçüde etkilediğini vurgulamışlardır. Ayrıca araştırmalarında geometrik problemi doğru olarak çözen bireylerin, daha çok sözel algıyı kullandıkları, diğer algı türlerini (görsel ve işlevsel) kullanan bireylerin problemi genelde hatalı çözdükleri belirtilmiştir. Ayrıca literatürde işlevsel algının problemin çözümünü en çok kolaylaştıran algı türü olduğuna dair bulgular olduğu bu yüzden işlevsel algı ile soruya yaklaşıp hatalı çözümler sunan bireylerin için daha ileri çalışmaların yapılması gerektiğini vurgulamışlardır. Ayrıca çalışmalarında geometrik sorulara görsel algılar ile yaklaşan bireylerin hatalı sonuçlara ulaşmalarının daha muhtemel olduğu, işlevsel ve sözel algıyı birlikte kullanan kişilerin ise problemi mantık zeminine daha iyi oturttukları da belirtilmiştir. Bununla paralel olarak, soruya ilk etapta görsel algı ile yaklaşan bireylerde, diğer algıların özellikle de işlevsel algı engellendiği için hatalı muhakemeler oluşmasına neden olduğu da vurgulanmıştır.

Cantürk Günhan (2014), sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri sorularını çözme sürecindeki akıl yürütme ve muhakeme becerilerini incelediği çalışmasında, geometrik görevlere verilen yanıtların, öğrencilerin görsel algılarından ve bireysel argümanlarından etkilendiği ortaya koymuştur. Çalışmada, öğrencilerin bazı durumlarda, yeterli geometrik bilgiye ve görsel algıya sahip olmadıklarını ve bu yüzden geometrik görevlerde uygun matematiksel argümanlar geliştiremedikleri ortaya çıkarılmış, okul müfredatında muhakeme becerilerine daha fazla yer verilmesi ve öğrencilere farklı akıl yürütme becerilerini kullanmalarına izin veren geometrik problemler sunulması gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca çalışmada, öğrencilerin geometrik bilgilerini, görsel algılarını ve mantıksal argümanlarını ortaya çıkaracak araştırmaların artması gerektiği belirtilmiştir.

Panaoura ve Gagatsis (2009), ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik görevlerde muhakeme biçimlerini kıyasladıkları çalışmalarında, analizlerini hem Duval'in bilişsel modeline hem de Houdement ve Kuzniak'ın geometrik paradigma teorik çerçevesine dayandırmışlardır. Bu kıyaslamayı, öğrencilerin doğal geometriden (natural geometry) doğal aksiyomatik geometriye (natural axiomatic geomerty) geçişle ilgili zorluklara dayalı açıklamışlardır. Çalışmalarında bazı bireylerin geometrik probleme yaklaşırken, Duval'in şekle bakma süreçlerinden görsel algıya göre hareket ederek hatalı yanıtlara ulaştıkları ortaya çıkarmışlar, bu durumu ayrıca bu öğrencilerin doğal geometri paradigması ile göreve yaklaştıkları yani, şeklin sadece görsel olarak algılanan niteliklerine göre hareket ettikleri için tümdengelimsel çıkarımlarda bulunamadıklarını vurgulamışlardır. Doğal geometrik paradigma içinde bulunan bireylerin geometrik şekillere teorik, ideal bir nesne olarak yaklaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Tam tersine, doğal aksiyomatik geometri paradigmasına

göre hareket eden bireylerin ise, daha çok geometrik özelliklere ve ilişkilere odaklanarak muhakeme geliştirdiklerini belirtmişlerdir.

Jones (1998), *"Theoretical Frameworks for the Learning of Geometrical Reasoning"* adlı makalesinde, geometrik muhakemeyi ele alan 3 yaklaşımı da (Van Hiele modeli, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli) ayrıntılı olarak detaylandırmış ve açıklamış, bu yaklaşımların arasından geometrik muhakemeyi bilişsel olarak ele alan çerçevelerin, Fischbein Şekilsel-Kavram teorisi ile Duval'in bilişsel modeli olduğunu belirtmiştir.

Sharma (2019) çalışmasında, geometri eğitimine yönelik araştırmalarında kullanılan teorilerin eleştirel bir karşılaştırmasını ortaya koymuştur. Çalışmada, Van Hiele modeli, Fischbein'in şekilsel- kavram teorisi, Duval'ın bilişsel teorisi, Wessels ve Van Niekerk'in SOC modeli ve Sfard'ın commognition teorisi eleştirel olarak tartışılmıştır. Araştırmada, geometri öğretimindeki perspektiflerin neredeyse tümünün 2 boyutlu geometriye odaklandığını, 3 boyutlu geometriyi geri plana attığı belirtilmiştir. Yani ele alınan bu teoriler, üç boyutlu geometrideki kavramlarının gelişimini ihmal ederek, iki boyutlu geometri kavramlarının gelişimini vurgulamaktadır. Ayrıca bu teorik perspektiflerle alan yazında ele alınan çalışmalarda geometride dilin rolünü (geometri dersinin çok dilli bağlamını) vurgulayan çalışmaların çok daha az sayıda olduğu vurgulanmıştır.

Fujita ve Jones (2006), çalışmalarında öğretmen adaylarının dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine odaklanmış, Fischbein'in Şekilsel kavram teorisi temeline dayandırdığı araştırmasında, İskoçya'da dört yıllık bir öğretmen eğitim programına katılan ve çoğu 18 yaşında olan 158 sınıf öğretmeni adayının yamuk, dikdörtgen, paralelkenar ve kare kavramlarına ilişkin muhakemelerine odaklanarak, bireysel şekilsel kavram (personal figural concepts) ve formal şekilsel kavram (formal figural concepts) arasında bir fark olup olmadığını incelemiştir. Öğretmen adayları arasından, karenin yamuk olup olmadığı sorusuna sadece 14 kişinin (%8,9) doğru cevap verdiğini, 20 kişinin (%12,7) karenin dikdörtgen olduğunu bildiğini ve 29 kişinin ise (%18,4) paralelkenarın bir dikdörtgen olduğunu anladığını ortaya çıkarmışlardır. Öğretmen adaylarının çoğunluğunun en azından yamuk haricindeki dörtgenlerin doğru bir görüntüsünü çizebildikleri, ancak çok azının bu kavramları doğru olarak tanımlayabildiklerini ortaya çıkarmışlardır. Ayrıca bu çalışmalarında, öğretmen adayların bireysel şekilsel kavramlarına ait imgelerin güçlü bir etkisinde olduklarını, çünkü neredeyse hepsinin kareye ait uygun bir çizim sunabilirken, katılımcıların %62'sinin kareyi tam olarak tanımlayamadıkları, sadece kenarları eşit bir dörtgen olarak belirttiklerini ve hiç açılarından bahsetmedikleri belirtmişlerdir. Fujita ve Jones (2006)'nın bu çalışmalarında vurguladıkları

en önemli nokta, öğretmen adaylarının dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi tam olarak anlayamadıkları, iki yıl gibi bir süre eğitime katıldıktan sonra bile, bu anlayışlarının gelişmediğini belirtmeleridir. Bu durumu, formal şekilsel kavram ile öğretmen adaylarının bireysel şekilsel kavramları arasında büyük bir boşluk olmasına bağlamışlar ve öğretmen adaylarının bireysel şekilsel kavramları içerisinde hâkim halinde bulunan imgelerinin, dörtgenleri tanımlama girişimlerini engelleyecek kadar etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Mesquita (1998), geometrideki dış temsillere ilişkin bazı hususları ve onların öğrenme üzerindeki etkilerini incelediği çalışmasında, geometrideki temsiller üzerinde durmuştur. Mesquita, geometrik nesnelerin temsilinin, geometrideki ana problem olduğunu belirtmiştir. Poincare (1902)'ye göre, geometrik uzay, temsili-şekil uzayından farklı doğalara sahiptir. Üçgenin geometrik tanımını belirtirken, geometrik bir uzaydan bahsettiğimizi, buna karşılık üçgenin bir temsilini yani üçgen şeklini kâğıt üzerinde gösterirken, temsili uzaydan bahsettiğimizi ifade eder (Poincare, 1902; Mesquita, 1998'den alıntı). Bu çalışmasında Mesquita (1998), geometride üç çeşit gösterim (register) olduğunu belirtmiştir. Bunları, doğal dil ile gösterim (natural language), sembolik dil ile gösterim (symbolic language) ve şekilsel gösterim (figurative register) olarak isimlendirmiştir. Daha sonra Duval (1998) bunları bilişsel teorisi bağlamında ele almıştır.

Aydın, Kertil, Yılmaz ve Topçu (2006), çalışmalarında geometri eğitiminde şekillere ve temsillere bağlılığın, uzamsal düşünme becerilerini nasıl etkilediği incelemişlerdir. Çalışmada, aynı sınıfta öğrenciler rastgele iki gruba ayrılarak sınava tabi tutulmuşlar, öğrencilerin bir kısmına sözel ifadeler ve şekillerin birlikte olduğu sorular sorulmuştur. Diğer gruba ise aynı sorular, sadece sözel ifadelerle, şekil olmadan yöneltilmiştir. Çalışmada, yalnızca sözel ifadelerle soru sorulan bireylerin, sözel ifadeleri, uygun şekil çizerek aktarmakta zorlandıkları ve doğru cevaba ulaşmada sıkıntılar yaşadıkları görülmüş, geometri öğretiminde şekillere bağlılığın, bireylerin uzamsal yeteneklerinin gelişmesini engelleyici nitelikte olduğu ortaya çıkarılmıştır. Bu araştırmada bazı öğrencilerin sorudaki ifadeleri şekil üzerine yansıtmakta sorunlar yaşadıkları, çalışmada yöneltilen 2. Soru haricindeki tüm sorularda öğrencilerin yaklaşık %45'inin sorudaki talimatlara uygun olamayan hatalı çizimler yaptıkları vurgulanmıştır. Öğrencilerin özellikle 3 boyutlu muhakeme gerektiren sorularda şeklin verilmemiş olmasından dolayı, sorunun hatalı olduğunu ifade ettikleri de belirtilmiştir. Sonuç olarak bu çalışmada, sürekli şekillere bağlı kalınarak, aşırı derecede temsillere dayanarak yapılan öğretimin, uzamsal yeteneklerin gelişmesinde engelleyici rol oynayabileceği özellikle belirtilmiştir. Çünkü bu durum, çalışmada belirtildiği gibi bireylerin Mesquita (1998)'in vurguladığı manada, temsil-şekil uzayında kalmalarına, geometrik uzayı

geri plana atmalarına neden olmaktadır. Kavram tanımlarının da yeterince üzerinde durulduğu dengeli bir öğretim önerilmiştir.

Barnabeu, Moreno ve Llinares (2021), ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin çokgen kavramını ve çokgenler arasındaki ilişkileri nasıl kavradıklarını inceledikleri çalışmalarında öğrencilerin çokgen kavramını anlamalarını, öğrencilerin çokgen tanımında yerleşik olan özellikleri nasıl fark ettiklerine ve ilgili özelikleri nasıl yeniden değiştirdiklerine bağlı olduğunu vurgulamışlardır. Bir başka deyişle, şekli çokgen olarak tanıyabilmenin, çokgen olmayan bir şeklin bireyler tarafından çokgen hale getirilebilmesi ile yakından ilişkili olduğu vurgulanmıştır. Çalışmalarında öğrenci cevaplarının analizini, Duval'in ortaya koyduğu şekillerin boyutsal dekonstrüksiyonu ile gerçekleştirmişlerdir. Araştırmalarını, 39 ilkokul 3.sınıf öğrenci ile yürütmüşler, çalışmanın bir bölümünde, geometrik görevlerde, öğrencilerden çokgen özelliği taşımayan şekilleri, yeniden modifiye ederek çokgen hale getirmelerini istemişlerdir. Aslınla çalışmalarındaki temel amaç, çokgeni çokgen yapan temel nitelikler ile çokgen için mutlaka olması gerekmeyen alakasız özelliklerin (içbükey, dışbükey, simetri, bazı çokgenlerin 4 kenarlı olması, paralellik, bir üçgenin kenarlarının uzunluğu gibi) birlikte öğrenciler tarafından nasıl anlaşıldığının ve muhakeme edildiğinin ortaya konulmasıdır. Çalışmalarında öğrencilerin bir çokgen sınıfını tanımlayabilmeleri ve anlayabilmelerinin, bir şeklin çokgen olması için mutlaka taşıması gerekmeyen alakasız özelliklerinin de hesaba katılması ile mümkün olabileceğini belirtmişlerdir. Bir çokgen sınıfını tanımlamanın ve belirlemenin bilişsel sürecinin, bir çokgenin belirli alakasız niteliklerini tanımakla yakından ilgili olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca bulgularında, çokgenlere ilişkin kategorik düşünmenin kademeli olarak geliştiği ve çokgenin bir sınıfa ait olma fikrinin, kademeli bir şekilde karmaşık süreçlerle ilerlediği belirtilmiştir. Araştırmalarının sonuçlarında dikkat çekici husus, geometrik düşüncenin gelişiminin direkt olarak hiyerarşik olduğu hipotezine karşı çıkmaktadır. Bu yüzden, Barnabeu, Moreno ve Llinares (2021), bu çalışmalarında öğretim için üç önemli çıkarımda bulunmuşlardır. Birincisi, Duval'in bilişsel modelindeki görsel, işlevsel, sözel ve sıralı algılar arasındaki ilişkileri vurgulayan bir öğretim planıdır. Geometri öğretiminde, çokgen kavramının anlaşılmasını desteklemek için çokgen örneklerine ve çokgen olmayan örneklenin birlikte sunulmasının yanında, çokgen örneği olmayan şekillerin öğrenciler tarafından geometrik kavramların örneklerine (açıkla ve çiz) dönüştürülmesinin talep edilmesi gereklidir. İkinci olarak, öğretim, bireylerin şekilleri ayırt etme yeteneklerini güçlendirmek için Duval'in boyutsal dekonstrüksiyonuna odaklanmalıdır. Son olarak öğretim, ilköğretim öğrencilerinin şekilleri, şekil sınıfının bir üyesi olarak tanımasını geliştirmeye odaklanmalıdır.

Alan yazının geneli dikkate alındığında, özellikle Duval'in bilişsel modeli ve Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında yapılan çalışmaların sayıca daha az olduğu, araştırmaların çoğunlukla dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerine odaklandığı ve Van Hiele Modelinin temel olarak alındığı çalışmaların sayıca daha fazla olduğu fark edilmiştir. Bu anlamda yapılacak çalışmaların alan yazındaki bu boşluğu azaltarak, geometrik muhakemenin doğasının aydınlatılmasında faydalı olacağı görüldüğü için, bu amaçlar, bu tez çalışmasının bağlamını oluşturmaktadır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın deseni, katılımcılar, veri toplama araçları, veri toplama sürecinin izahından, veri analizden ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliğinden detaylıca bahsedilmiştir.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırma betimsel türde ve nitel bir araştırmadır. Nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel bilgi toplama araçlarının kullanıldığı, algıların ya da olayların doğal ortamında bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin takip edildiği araştırma olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırmalarda, araştırmanın içeriğini oluşturan olgu veya durum, içinde bulunduğu doğal ortamında irdelenmelidir (Patton, 2014). Nitel araştırmadaki sorulara verilen yanıtları toplamanın amacı, araştırmaya önceden belirlenmiş olan soru kategorilerini sınırlandırmak, daha önceden öngörüler geliştirmeden, bireylerin bakış açılarını yakalamak ve bunları anlama fırsatı elde etmektir (Patton, 2014). Nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması (case study) bu hususu ön planda tutar. Nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışmalarında, bir ya da birkaç duruma ilişkin etmenler araştırılıp, ilgili durumu nasıl etkilediği ve ilgili durumdan nasıl etkilendiği detaylandırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Durum çalışmaları, karmaşık bir husus ile ilgili bilgi sağlamak için kullanılan bir yöntem olup, araştırmacı araştırdığı konu ve soruları tanımlar ve durum ile ilgili birden çok kaynaktan edindiği bilgileri ayrıntılı olarak analiz ederek temelde nelerin bilindiğini ortaya koymaya çalışır (Kaleli Yılmaz, 2015). Sönmez ve Alacapınar (2011)'e göre, kompleks ve spesifik bir olgunun kendi doğal ortamında ve koşullarında irdelenmesi, nitelik olarak o araştırmayı durum çalışması yapmaktadır. Kısacası, durum çalışmaları kompleks bir duruma ilişkin bilgi sağlamak için kullanılan bir yaklaşım olarak nitelendirilebilir. Araştırmada, ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algılarının, zihinsel düşünüşlerin ve geometrik muhakemelerinin ortaya çıkarılması gibi karmaşık sayılabilecek bir husus, kendi doğal ortamında irdelendiği için, çalışma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması olarak belirlenmiştir. Karasar (2008)'e göre, durum çalışmasını baz alan araştırmalar, genel tarama modelleri ile yapılan araştırmalara kıyasla daha derin ve ayrıntılı bilgiler verir. Çalışmada da ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki

muhakemeleri, geometrik muhakemeye bilişsel bir perspektifle yaklaşan modeller (Fischbein'in şekilsel kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli) baz alınarak analiz edilmeye ve ayrıntılı olarak ortaya konmaya çalışılmıştır. Ayrıca, bir duruma etki eden etmenler, bu bağlamda derinlemesine irdeleneceği için de bu çalışmanın, durum çalışması niteliği taşıdığı söylenebilir.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmamızın çalışma grubu, iki aşamada gerçekleşen çok aşamalı örnekleme tekniği ile belirlenmiştir. 2021/2022 eğitim öğretim yılında Karaman ilindeki bir ortaokuldan sekizinci sınıflarda öğrenim gören 100 öğrenci, amaçsal örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesi (convenience sampling) ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme, nitel araştırmalarda zengin bir bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine ve detaylı incelenmesine olanak sağlamaktadır (Patton, 1987; Yıldırım ve Şimşek, 2013'den alıntı). Bu örnekleme, göreli olarak ulaşması hızlı ve kolay olan etmenlere dayanır (Baltacı, 2018). Araştırmaya hız ve pratiklik kazandırması amaçlandığı için, bu araştırmada çalışma grubu, kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılarak belirlenmiştir. (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Çalışma grubundaki 100 katılımcıdan 48'i kız öğrencilerden, 52'i ise erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Bu öğrencilere; öğrencilerin geometrik muhakeme süreçlerinin ortaya konması için araştırmacı tarafından geliştirilen ve uzman görüşü alınarak da biçimlenen Çokgen Muhakeme Formu-1 (ÇMF-1), Çokgen Muhakeme Formu-2 (ÇMF-2) ve Çokgen Muhakeme Formu-3 (ÇMF-3) uygulanmıştır. İkinci aşama olarak klinik mülakata dahil edilen öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesi (heterojenite) vasıtasıyla belirlenmiştir. Patton (2014)'e göre, maksimum çeşitlilik ile görece küçük bir örnek üzerinde çalışmak, yüksek kaliteli ve daha detaylı tanımlamalar yapılmasına elverişlidir. Maksimum çeşitlilik örneklemesinde amaç göreli olarak küçük bir örneklem oluşturulup, üstünde yoğunlaşılan probleme taraf olabilecek katılımcıların çeşitliliğini maksimum seviyede yansıtmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda, ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3 ile ilgili mülakat yapılmak üzere, toplamda 15 kişi seçilmiştir. Seçimler, maksimum çeşitlilik örneklemesi ile belirlendiği için, birbirinden farklı muhakemelere sahip olan bireyler, görüşmelere birlikte dahil edilmiştir. Çokgen konusundaki kavramlarda ve geometrik görevlerde, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisinde temellendirdiği, şeklin kavrama baskın olduğu bir muhakeme biçimiyle hareket eden kişiler mülakata dahil edilirken, aynı zamanda, geometrik görevlerde şekil-kavram ilişkisi arasında uyumluluğu koruyabilen, muhakemelerinde kavramsal bilginin şekil bilgisini yönettiği muhakemelere sahip olan bireyler de dahil edilmiştir. Diğer yandan, geometrik görevlerde Duval'in bilişsel modelinde

tanımladığı görsel algılara fazlasıyla dayalı hareket eden kişilerin yanında, işlevsel ve sözel algılarını da uygun şekilde kullanabilen bireyler de işe katılmıştır. Mülakat yapılan öğrenci seçimlerini yansıtan bu durumlar, aşağıdaki Tablo-1'de gösterilmiştir. Bu sayede geometrik görevlerde farklı muhakeme biçimlerini de yansıtan 15 kişi, klinik mülakat için belirlenmiştir. Uygulama yapılan katılımcıların her birine çalışma yapılmadan önce, çalışmaya katılmanın gönüllülük esasına dayandığına yönelik gerekli bilgilendirmeler yapılmış ve bu doğrultuda, katılımcılar, kendi istekleri doğrultusunda Ek-10'da yer alan gönüllü katılımcı onam formunu doldurmuşlardır. Araştırmaya katılmak istemeyen bireyler, çalışma grubundan çıkarılmıştır. Bunun yanında, çalışma grubu 2008 doğumlu kişilerden oluştuğu için, her bir katılımcıya velilerine doldurtulmak üzere Ek-11'de yer alan ebeveyn onam formu verilmiştir. Bu sayede uygulamadan önce, katılımcılara ve velilerine çalışma hakkında eksiksiz bilgilendirme yapılmıştır. Asıl uygulama yapılmadan önce, 2021/2022 eğitim öğretim döneminde, Karaman ilindeki bir ortaokuldan kolay ulaşılabilir durum örneklemesi ile seçilen 10 katılımcı ile yürütülen pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonunda, ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3'teki sorularda gerekli düzenlemeler yapılmış ve uzman görüşü de alınarak, testlere son hali verilmiştir.

Tablo 1.Mülakat yapılan bireylerin seçimleri

Katılımcı	ÇMF-2'deki geometrik görevlerin en az bir tanesinde şekil-kavram uyumunun sağlanması	ÇMF-3'deki geometrik görevlerin en az bir tanesinde görsel algılara göre yaklaşma	ÇMF-3'deki geometrik görevlerin en az bir tanesinde işlevsel algı ile yaklaşabilme	ÇMF-3'deki geometrik görevlerin en az bir tanesinde sözel algılara göre hareket edebilme
Ö1	x	✓	x	x
Ö2	x	✓	x	x
Ö3	x	✓	✓	x
Ö4	✓	✓	✓	✓
Ö5	x	✓	x	x
Ö6	✓	✓	✓	x
Ö7	✓	✓	✓	✓
Ö8	x	✓	✓	x
Ö9	x	✓	x	x
Ö10	x	✓	✓	x
Ö11	✓	✓	x	x
Ö12	✓	✓	✓	✓
Ö13	x	✓	✓	x
Ö14	✓	✓	✓	✓
Ö15	x	✓	✓	x

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Çalışmada veriler, toplamda 28 açık uçlu soru ve bir dizi alt soruları da içeren Çokgen Muhakeme Formu-1 (ÇMF-1), Çokgen Muhakeme Formu-2 (ÇMF-2) ve Çokgen Muhakeme Formu-3 (ÇMF-3) ile birlikte, Çokgen Görüşme Formu (ÇGF) vasıtasıyla klinik mülakat yöntemi ile toplanmıştır. ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3 içindeki sorular, öğrencilerin çokgenler ile ilgili zihinlerinde yapılandırdıkları kavramları açığa çıkarıcı tipte sorulardır. Zihinlerindeki kavramları açığa çıkarmada en iyi yöntem olmasından dolayı bu sorular açık uçlu olarak hazırlanmıştır. ÇMF-1 bir dizi alt şık da içeren toplam 7 sorudan, ÇMF-2 ve ÇMF-3 de bir dizi alt şık içeren sırasıyla 10 ve 11 adet sorudan oluşmaktadır. ÇMF-2 testindeki sorulardan, 2. ve 3. sorular, Fischbein ve Nachlieli (1998)'den, 4. ve 9. sorular, Fischbein (1993)'den, 7.soru ise Duval (1998)'den uyarlanmıştır. ÇMF-3 testindeki sorulardan 1. Soru Duval (1995)'den, 3.soru Karpuz (2018)'den uyarlanmıştır. Yine ÇMF-3 testindeki sorulardan, 4.soru Duval (1998)'den, 8. Soru ise Duval (1999)'dan uyarlanmıştır. Diğer sorular, şekle bakma süreçlerini ve algıları ortaya koymak ve bireylerin zihinlerindeki Şekil-Kavram ilişkilerini detaylı ortaya çıkarmak amacıyla uzman görüşü doğrultusunda araştırmacı tarafından hazırlamıştır. ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3, çalışmanın sonunda Ek-6, Ek-7 ve Ek-8 olarak sunulmuştur. Sorular iki uzman görüşü doğrultusunda ve pilot çalışma sonunda nihai halini almıştır. Pilot çalışma ile bu üç test 10 katılımcıya uygulanmış ve zaman, anlaşılabilirlik gibi özelliklere de bakılarak testler biçimlendirilmiştir. Pilot çalışma sonucunda testlerde yapılan değişiklikler ve uzman görüşü ile ne gibi düzenlemelerin yapıldığı aşağıda sunulmuştur.

- ÇMF-1 testinin 1.sorusu olan çokgen tanımına ilişkin soruda, öğrencilerin çizim yapmadan sadece tanım sunmaları için "çizmeden tanımlayınız, anlatınız" ifadesi eklenmiştir.
- ÇMF-1 testinin 4.sorusu olan çokgeni günlük hayatla ilişkilendirme sorusuna, "en az 3 örnek yazınız" ifadesi eklenmiştir.
- ÇMF-2 testinin 1.sorusu olan verilen şekil grubu içerisinden uygun olan dikdörtgenlerin belirlenmesine ilişkin soruya "Cevabınızı ayrıntılı olarak açıklayınız ve gerekçenizi yazınız" ifadesi eklenmiştir.
- ÇMF-2 testinin 3.sorusuna verilen yazılı yanıtları zenginleştirmek ve derinlemesine bir analiz sunmak amacıyla, "her bir şık için gerekçenizi ayrıntılı olarak açıklayınız" ifadesi eklenmiştir.

- ÇMF-2 testinin 4.sorusuna verilen yazılı yanıtları zenginleştirmek ve derinlemesine bir analiz sunmak amacıyla "Ayrıntılı olarak, çizerek ve göstererek açıklayınız." ifadesi eklenmiştir.
- ÇMF-2 testinin 6.sorusuna verilen cevapları, Fischbein'in şekil-kavram teorisi temelinde daha ayrıntılı analiz etmek amacıyla, soruda verilen kenar uzunlukları, uzman görüşü doğrultusunda, özel üçgenleri de çağrıştıracak biçimde (6-8-10 üçgeni ve 9-12-15 üçgeni) yapılandırılmış ve göreve nihai hali verilmiştir.
- ÇMF-2 testinin 8.sorusuna verilen yanıtları detaylandırmak amacıyla, sorudaki ifadeye "Şekli çizerek gösteriniz ve ayrıntılı olarak açıklayınız" ifadesi eklenmiştir.
- ÇMF-2 testinin 9.sorusuna verilen yanıtları detaylandırma amacıyla, "yanıtınızı ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı olarak açıklayınız" ifadesi eklenmiştir.
- 9 adet sorudan oluşan ÇMF-2 testine, kapsam geçerliğini kuvvetlendirmek amacıyla, dik üçgenlerin belirlenmesi hususunda prototiplere bağlılığı ortaya çıkarmak için uzman görüşü doğrultusunda 10. Soru eklenmiştir.
- ÇMF-3 testinin 1.sorusunda "taralı alanları kıyaslayınız" ifadesi "taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarını karşılaştırınız" şeklinde değiştirilmiştir.
- ÇMF-3 testinin 3.sorusunda, öğrenciler tarafından sorunun daha iyi anlaşılması sağlamak amacıyla sorunun c şıkkı olarak "Yukarıdaki şeklin içinde, üçgenler haricinde başka çokgen var mıdır? Eğer varsa, köşe noktaları ile birlikte yazınız" ifadesi eklenmiştir.
- ÇMF-3 testinin 4. Sorusuna verilen yanıtların daha detaylı olmasını sağlamak için, "Çözümünüzü çizerek gösteriniz ve ayrıntılı olarak açıklayınız" ifadesi eklenmiştir.
- Önceden toplamda 9 sorudan oluşan ÇMF-3 testi, uzman görüşü doğrultusunda kapsam geçerliğini daha iyi sağlamak amacıyla öğrencilerin işlevsel algılarını daha ayrıntılı ortaya koymak için 10. ve 11.sorular eklenerek toplamda 11 soruya çıkarılarak son hali verilmiştir.

ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3, toplamda 100 katılımcıya yazılı olarak uygulanmış (bu katılımcılar çalışma içerisinde örnek olarak *[K.A]* ya da *[E.S.K]* gibi, isim-soy isim kısaltmaları şeklinde kodlanmış ve bu gösterimle belirtilmiştir. Araştırmacı ise *A* olarak isimlendirilmiş ve bütün metin içinde bu gösterimlerle belirtilmiştir. Daha sonra çalışma grubu

içerisinden seçilen 15 kişi ile mülakat yürütülmüştür. Mülakatların, genel metin içerisinde daha iyi ayırt edilmesi amacıyla, mülakat gerçekleştirilen bireyler ise Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 ve Ö15 şeklinde kodlanmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilere, ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3 içindeki geometrik görevlere ilişkin sorular yöneltilmiş, öğrencilerin daha önceden verdiği yazılı cevaplara göre ek sorular yöneltilmiştir. Bunun yanında, çalışmanın sonunda Ek-9'da verilen Çokgen Görüşme Formundaki (ÇGF) sorular da mülakat sonunda katılımcılara yöneltilmiştir. Uygulanan bütün testler aşağıda tanıtılmıştır. Öncelikle ÇMF-1 katılımcılara uygulanmış, daha sonra ÇMF-2, son olarak da ÇMF-3 çalışma gurubuna yöneltilmiştir. Her testin 100 katılımcıya uygulanması 5 iş günü sürmüş, toplamda 3 haftanın sonunda bütün testlerin uygulaması yapılmıştır. Testlerin katılımcılara yazılı olarak uygulanması aşamasında ÇMF-1 için öğrencilere 50 dakika, ÇMF-2 için 65 dakika ve ÇMF-3 için de 70 dakika süre verilmiştir. Katılımcılardan elde edilen bu yazılı cevapların analizi yapıldıktan sonra, verilen cevapların analizine göre seçilen 15 öğrenci ile klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Bu mülakatların yapılması da 1,5 haftalık bir zaman dilimini kaplamıştır. Mülakatlarda öğrencilere daha önceden yazılı olarak uygulanan ÇMF-1, ÇMF-2 VE ÇMF-3'teki sorular yöneltilmiş, bu sorulara ilaveten Çokgen Görüşme Formu (ÇGF)'de belirtilen sorular yöneltilmiştir. Mülakat yapılan öğrencilerin ortalama görüşme süreleri, öğrencilere yazılı olarak uygulanan her bir test için ve Ek-9'da sunulan Çokgen Görüşme Formundaki (ÇGF) sorular için aşağıdaki Tablo-2'de sunulmuştur. Mülakat soruları, öğrencilerin ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3'e daha önceden vermiş oldukları yazılı cevaplar temelli yürütüldüğü için her öğrenciye yöneltilen sorular farklılık göstermekte ve görüşme yarı yapılandırılmış olduğu için, mülakatlarda öğrencilerin spontane verdikleri cevaplara göre, anlık olarak farklı sorular yöneltilerek mülakatlar yapılandırılmıştır.

Tablo 2.Katılımcılar ile yapılan mülakat süreleri

Katılımcı	**ÇMF-1 (dakika,saniye)**	**ÇMF-2 (dakika,saniye)**	**ÇMF-3 (dakika,saniye)**	**ÇGF'deki ek sorular (dakika,saniye)**	**Toplam süre (dakika,saniye)**
Ö1	10,25	21,44	32,21	20,36	85,06
Ö2	08,10	19,34	26,43	15,38	70,05
Ö3	11,23	24,57	33,08	22,13	91,41
Ö4	09,16	17,49	23,27	19,03	69,35
Ö5	07,15	14,19	20,58	14,42	57,14
Ö6	06,11	12,20	18,14	16,51	53,56
Ö7	08,14	15,41	17,18	19,33	60,46
Ö8	09,21	16,09	21,01	21,14	67,45
Ö9	10,37	20,19	30,18	23,37	84,51
Ö10	05,16	19,31	31,09	18,15	74,11
Ö11	07,35	18,58	27,03	20,02	73,38

Ö12	10,55	23,49	30,44	24,06	89,34
Ö13	09,58	22,04	21,13	19,55	73,10
Ö14	06,48	17,21	25,13	13,39	63,01
Ö15	08,19	18,34	19,42	17,54	64,29

Bu bağlamda, aşağıda, veri toplama araçları sırası ile tanıtılmıştır.

3.3.1. Çokgen Muhakeme Formu-1 (ÇMF-1)

Çokgenlere ilişkin kavram imgelerini açığa çıkarıcı sorular yöneltilen, çalışmaya dahil olan öğrencilerden, çokgenlere ilişkin formal kavram tanımlarının istendiği, aynı zamanda tanım temelinde dörtgenler arasındaki ilişkilerin de açığa çıkarılmaya çalışıldığı, bunun yanında çokgenlere ilişkin bireylerin şekil çizimlerinin de araştırıldığı ve bu sayede şekil-kavram ilişkilerinin anlaşılmasının amaçlandığı ÇMF-1 (Ek-6), toplamda 7 soru içermektedir. Büyüköztürk (2005)'e göre açık uçlu soruların avantajı, araştırmacının öngöremediği yanıtları da alabilmesi ve araştırmada daha ayrıntılı ve derin bir iç görü kazanabilmesidir.

3.3.2. Çokgen Muhakeme Formu-2 (ÇMF-2)

Çalışmaya dahil olan bireylerin, çoğunlukla Fischbein'in şekilsel kavram teorisi temelinde şekil-kavram ilişkilerini nasıl yönettiklerinin belirlenmesini amaçlayan (7.soru, Duval'in bilişsel modeli temelinde de incelenen bir sorudur), ve verilen çeşitli şekil grupları içerisinden belirli çokgenlerin belirlenmesinin istendiği, bunun yanında, Fischbein ve Nachlieli (1998)'den ve Fischbein (1993)'den uyarlanan soruların da yer aldığı, sözel olarak verilen talimatlara göre, bireylerin geometrik ifadeleri, şekil üzerine aktarıp muhakeme geliştirmelerinin de istendiği, ek olarak bireylerin temel benzerlik teoremini nasıl yapılandırdıklarının da incelendiği bir geometrik görevin bulunduğu bir form olan ÇMF-2, toplamda 10 geometrik görevden oluşmaktadır. ÇMF-2, pilot çalışma sonunda ve uzman görüşü doğrultusunda, bireylerin şekilsel bilgi ve kavramsal bilgi harmonisini nasıl yönettiklerinin daha iyi anlaşılması adına, 10. Soru da eklenerek nihai halini almıştır. Ayrıca pilot çalışma sonunda, katılımcılar tarafından sunulan bilgilerin daha detaylı olması adına, sorulardaki ifadelerin sonuna bağlama göre, "cevabınızı ayrıntılı olarak açıklayınız" veya "çizerek-açıklayarak ifade ediniz" şeklinde cümleler eklenmiştir. ÇMF-2 testindeki sorulardan 1, 2, 4, 5, 6, 9 ve 10.sorular Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi temelinde incelenirken, 3, 7 ve 8.sorular ise hem Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi temelinde hem de Duval'in bilişsel modeli temelinde analiz edilmiştir.

3.3.3. Çokgen Muhakeme Formu-3 (ÇMF-3)

Çalışmaya dahil olan bireylerin, çoğunlukla Duval'in bilişsel modeli temelinde geometrik şekillere yaklaşırken, hangi şekle bakma süreçlerini kullandıkları ve Duval'in

bilişsel süreçlerinden muhakeme süreci aşamasında, bireylerin görevin çözümünü izah ederken, nasıl bir söylem geliştirdiklerini (doğal söylemsel süreç ve teorik söylemsel süreç), bunun yanında alan ve çevre problemlerinin yer aldığı, soru-2 ve soru-3 ile boyut kavramına ilişkin fikirlerinin de araştırıldığı, içindeki 1, 4 ve 8. soruların Duval (1995), Duval (1998) ve Duval (1999)'den uyarlandığı bir form olan ÇMF-3, pilot çalışma ve uzman görüşü doğrultusunda, 10 ve 11. Sorular da eklenerek nihai halini almıştır. ÇMF-3 testindeki sorulardan 1, 4 ve 8. sorular bireylerin görsel, işlevsel ve sözel algıları ile görevlere nasıl yaklaştıklarını ortaya koymak amacıyla incelenirken, 2. ve 3. sorular birer görsel algı görevleridir. 5.soru ise bireylerin sıralı, işlevsel ve sözel algılarını ortaya koymak amacıyla analiz edilmiştir. 6. soruda öğrencilerin işlevsel ve sözel algılarının, 7. soruda ise görsel ve işlevsel algılarının ortaya konulması amaçlanmıştır. Bunun yanında 9, 10 ve 11. sorular özellikle işlevsel algı görevleridir.

3.3.4. Katılımcılarla Yapılan Klinik Mülakat

Patton (2014)'e göre, araştırmalarda genel olarak görüşme yapmanın amacı, bireylerin iç dünyalarını ve karmaşık bir husus hakkındaki bakış açılarını yakalamaktır. Klinik mülakat yöntemi ise, öğrencilerin zihinlerindeki zenginliği detaylıca ortaya çıkarmak, bilişsel becerilerini ortaya koymak amacıyla yapılan esnek bir soru sorma yöntemidir olup, ilk kez Piaget tarafından psikolojik incelemelerde kullanılmıştır. Matematik eğitiminde klinik mülakatların amacı, bireylerin stratejilerini ve bilgi yapılarını ortaya koymak, onların problem üzerinde düşünürken davranışlarını incelemektir (Karataş ve Güven, 2003). Goldin (1998), klinik mülakatın, araştırmalarda 2 amaç için kullanıldığı belirtmiştir:

a) Çocukların veya yetişkinlerin matematiksel davranışlarını, genellikle keşfedici bir problem çözme bağlamında gözlemlemek,
b) Görüşme sırasında gözlenenlerden çıkarımlar yaparak, problemi çözen bireyin oluşturdukları olası anlamları, bilgi yapılarını, bilişsel süreçleri ve bunlarda meydana gelen değişiklikleri ortaya koymak.

Bu doğrultuda, klinik mülakatın en önemli avantajının, veri kaynağı olan birey ile analizi yapan araştırmacının etkin bir etkileşim içinde olmasıdır (Karataş ve Güven, 2003). Bu amaç doğrultusunda bu çalışmada, geometrik görevlerde bireylerin karmaşık geometrik problemlere yaklaşımlarını, bilişsel perspektiften geometrik muhakemeye yaklaşımlar yardımı ile detaylıca analiz etmek ve yorumlamak için klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır. Daha önce de açıklandığı gibi maksimum çeşitlilik örneklemesi kullanılarak dahil edilen 15 kişi, klinik mülakata alınmış ve Tablo-2'de de gösterildiği gibi, her biri ile ortalama yaklaşık 60 dakikadan

90 dakikaya kadar değişen sürelerle mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Tablo-2'de katılımcılarla yapılan mülakat süreleri verilmiştir. Bu mülakatların yapılması, 1,5 haftalık bir zaman dilimini kaplamıştır. Bireylere ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3'te yer alan geometrik görevlere ilişkin, sorularda nasıl muhakeme yürüttüklerine ilişkin sorular yöneltilmiş ve kritik matematiksel noktalara ilişkin sorular sorulmuş, öğrencilerden gelen yanıtlara göre de yöneltilen ek sorularla mülakat yapılandırılmıştır. Öğrencilerin geometrik görevlere ilişkin verdikleri yanıtlar ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmasının yanında, mülakat sırasında öğrencilerin önlerinde yer alan kâğıt üzerinde yaptıkları geometrik çizimlerin de fotoğraf makinesi ile görüntüleri kayıt altına alınmıştır. Bunun yanında çalışma sonunda yer alan Ek-9'da verilen Çokgen Görüşme Formunda (ÇGF) yer alan sorular da mülakatlarda öğrencilere yöneltilmiştir. Özel dörtgenlerin birbiri ile ilişkisine yönelik sorular içeren ve bunun yanında beşgen ve altıgeni çeşitli alt parçalara ayırma görevlerini de içeren bu form, çalışma sonundaki Ek-9'dan da görülebilir. ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3'deki sorulara ve (ÇGF) diğer sorulara ilişkin yapılan mülakatlar, bulgular bölümünde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

3.4. Verilerin Analizi

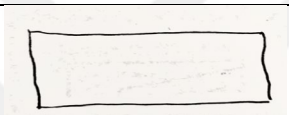
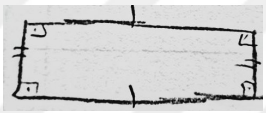
Araştırmada verilerin analiz edilmesinde, nitel veri analizi yaklaşımlarından, betimsel analiz ve içerik analizi kullanılmıştır. Betimsel analizde, araştırmacının ulaştığı bireylerin görüşleri, etkileyici şekilde yansıtıldığı için, doğrudan alıntı ve örneklere çokça yer verilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu yüzden bulgularda, mülakatlardaki ses kayıtlarından toplanan verilerin transkripsiyonu sunulurken, sıklıkla öğrenci yanıtları hem görsel olarak hem de doğrudan alıntılarla sunulmuştur. ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3'den elde edilen yazılı verilere ise, içerik analizi uygulanmıştır. İlk olarak katılımcılardan elde edilen yazılı veriler analiz edilmiştir. İçerik analizinin amacının katılımcılardan toplanan verileri ortaya koyacak kavramları ve ilişkileri elde etmek olduğu söylenebilir. Yani içerik analizi ile verilerin tanımlanması ve arka planda yatan gerçeklerin ortaya çıkarılması sağlanmaktadır. Bu bağlamda içerik analizinde verilerin kodlanması, temaların bulunması, verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenerek bulguların yorumlanması gibi aşamalar mevcuttur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Öğrencilerin geometrik görevlere verdikleri yanıtlar ve muhakeme biçimleri, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli temelinde yorumlanmış, verilerin betimlenmesinde frekanslar kullanılmıştır. Öncelikle öğrencilerin cevapları kodlar haline getirilmiştir. Ardından, kodlar uygun kategori ya da temalara dağıtılmıştır. Oluşturulan kodların geçerlik ve güvenirliğini sağlamak adına farklı bir matematik eğitimcisi tarafından oluşturulan kodlar incelenmiştir. Uyum yüzdesi %87 bulunmuştur. Uyum yüzdesine dair ölçütün bazı araştırmacılar tarafından %70, bazı araştırmacılar tarafından ise %80'in üzerinde

olması gerektiği vurgulanmıştır (Ünal Çoban, 2009). Bu ölçütlere göre, araştırmanın kodlama sürecinin uygun bir biçimde gerçekleştiği görülmüştür. Araştırmada uygun bulunmayan ya da tutarsızlık gösteren kodlar çıkarılmıştır. Örnek teşkil etmesi amacıyla, araştırmacı tarafından yapılan bir analiz örneği aşağıdaki Tablo-3'te sunulmuştur.

Tablo 3.ÇMF-1 testi için bir analiz örneği

<table>
<tr><td rowspan="2">ÇMF-1'in 5.sorusu

Dikdörtgen tanımına verilen örnek yanıtlar</td><td rowspan="2">"Karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olan şekil"</td><td>Tema
Dikdörtgen tanımının niteliği</td></tr>
<tr><td>Alt tema
Dikdörtgenin kavramsal özelliklerine vurgu yapan tanımlar</td></tr>
<tr><td rowspan="2">"Yanları kısa, alt ve üstleri uzun olan şekil"</td><td>Tema
Dikdörtgen tanımının niteliği</td></tr>
<tr><td>Alt tema
Prototip algılardan etkilenen tanımlar</td></tr>
<tr><td rowspan="4">ÇMF-1'in 5.sorusu

Dikdörtgen çizimine verilen örnek yanıtlar</td><td rowspan="2">  </td><td>Tema
Dikdörtgen çiziminin niteliği</td></tr>
<tr><td>Alt tema
Düz-vurgusuz dikdörtgen çizimi</td></tr>
<tr><td rowspan="2">  </td><td>Tema

Dikdörtgen çiziminin niteliği</td></tr>
<tr><td>Alt tema
Notasyonlu Dikdörtgen çizimi</td></tr>
</table>

Özellikle, kompleks geometrik görevler içeren ÇMF-2 ve ÇMF-3 testlerinde, öğrencilerin muhakemelerini etraflıca ortaya koymak amacıyla, geometrik görevin niteliğine göre kullandıkları yaklaşımlar, sıklıkla görsel öğrenci cevapları ile desteklenerek, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi temelinde, şekil bilgisinin kavram bilgisinin önüne geçip geçmediği ya da kavramsal bilginin şekil bilgisini yönetip yönetmemesine göre yorumlanmıştır. Bireylerin geometrik muhakemeleri, Duval'in bilişsel teorisi temelinde ise yine, örnek öğrenci yanıtları ile zenginleştirilerek, görevin hangi algıların kullanımını gerektirdiğine bağlı olarak, görsel algı, sıralı algı, işlevsel algı ya da sözel algı bileşenlerine göre yorumlanarak, detaylı analizler ortaya konulmaya çalışılmıştır. Sorular, mülakat kesitleri ile de desteklenerek, bulgular detaylandırılmıştır.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlik hususu, nitel araştırmalarda, nicel araştırmalara kıyasla daha farklı şekilde değerlendirilir. Guba ve Lincoln'e göre, nitel araştırmalarda geçerlik-güvenirlik ön planda değildir. Bunun yerine inandırıcılık ilk plandadır. (Başkale, 2016). Nitel araştırmalarda araştırmanın geçerliği, inandırıcılık ve aktarılabilirlik ölçütleri ile ilgilidir. Nitel araştırmalarda

araştırmanın güvenirliği ise, güvenilebilirlik ve onaylanabilirliğe karşılık gelir (Lincoln ve Guba, 1985). Aşağıda bu bileşenleri sağlamak için gereken ölçütler ve çalışmada ölçütleri sağlamak için yapılanlar her bir bileşen için ayrı ayrı açıklanmıştır.

İnandırıcılık

Pozitivist paradigmanın iç geçerlik olarak adlandırdığı kriterin, nitel araştırmadaki karşılık geldiği durum, inandırıcılıktır (Merriam ve Tisdell, 2015; Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018). Aşağıdaki Tablo-4'te inandırıcılık için gerekenler bazı ölçütler ve bu ölçütlere karşılık gelecek şekilde bu araştırmada yapılanlar detaylandırılmıştır.

Tablo 4.İnandırıcılığı kuvvetlendirmek için kriterler ve çalışmamızda yapılanlar

İnandırıcılığı artırmak için gereken bazı ölçütler (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan,2018)'den uyarlanmıştır.	**Araştırmada yapılanlar**
Çeşitleme (üçgenleme) (Farklı teorik perspektiflerin bir arada kullanılması)	Çalışmamızda, ortaokul öğrencilerinin çokgenlere ilişkin sahip oldukları geometrik muhakemeleri, Hem Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi hem de Duval'in bilişsel modeli ile incelenerek, kuram üçgenlemesi yoluna gidilmiştir.
Katılımcı dürüstlüğünü destekleyen yaklaşımların kullanılması (Görüşme yapılması planlanan her bir katılımcıya araştırmaya katılmayı reddetme imkanının tanınması)	Çalışmamızda hem yazılı veri toplama sürecinde hem de klinik mülakatların yürütülmesi sürecinde gönüllü olmak isteyen öğrenciler tercih edilmiştir. Gönüllülük esaslı bir şekilde, araştırmamıza dahil olan tüm katılımcılar, gönüllü katılımcı onam formunu doldurmuşlardır.
Katılımcı kontrolü (İnandırıcılığı sağlamada en güçlü ölçüttür)	Araştırmamızda, öğrencilere uygulanan testlerden (ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3) elde edilen yazılı cevapların bir kısmından elde edilen ham veriler, mülakat yapılan öğrencilerin (15 kişi) teyidine sunulmuştur.
Kodlayıcılar arası güvenilirlik (İki araştırmacının benzer veri setini kullanarak kodlama yapması ve kodlamaların karşılaştırılması)	Araştırmamızda iki farklı uzman matematik eğitimcisi tarafından kodlanan verilerde tüm testler için ortalama uyum yüzdesi %87 olarak bulunmuştur.
Fenomenin detaylı olarak şekilde betimlenmesi (Ayrıntılı betimlemeler sunma)	Araştırmamızın bulgular bölümünde, katılımcıların sunmuş oldukları kategoriler ve gerekçeler, çokgenlere ilişkin muhakemelerini ortaya koymak amacıyla, görsel olarak verilen katılımcı yanıtlarının da sunulmasıyla, oldukça ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir.
Önceki araştırma bulgularıyla karşılaştırma (Çalışmanın sonuçlarının önceki çalışmalarla ne derece uyumlu olduğunun tahlili)	Araştırmamızın tartışma bölümünde araştırmanın bulgu ve sonuçları, alan yazındaki farklı çalışmalarla detaylı bir şekilde kıyaslanmış ve ortaya çıkan sonuçlar, ilgili literatür destekli tartışılmıştır.

Aktarılabilirlik

Pozitivist paradigmadaki dış geçerliğin, nitel araştırmalardaki karşılığı, aktarılabilirlik olarak değerlendirilebilir. Aktarılabilirlik, önceden tamamlanmış bir çalışmanın belirli bulgularının anlam ve çıkarımları korunmak suretiyle, benzer bağlamlara ne derecede uyarlanabilirliği ile alakalıdır (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018).

Aşağıdaki Tablo-5'de aktarılabilirlik için gerekenler bazı ölçütler ve bu ölçütlere karşılık gelecek şekilde bu araştırmada yapılanlar detaylandırılmıştır.

Tablo 5.Aktarılabilirliği sağlamak için kriterler ve çalışmamızda yapılanlar

Aktarılabilirliği artırmak için gereken bazı ölçütler (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018)'den uyarlanmıştır.	**Araştırmada yapılanlar**
Örneklem seçiminin nasıl yapıldığın belirtilmesi ve veri sağlayıcıların sınırlılıklarının belirtilmesi	Araştırmanın sınırlılıkları belirtilmiş ve çalışma grubunun nasıl seçildiği yöntem bölümünde detaylandırılmıştır.
Örneklemin yeterince çeşitlendirilmiş olması	Araştırmanın yazılı verilerinin toplanması aşamasında çalışma grubu 100 kişi olarak belirlenerek ve mülakat yapılan öğrencilerin seçiminde maksimum çeşitlilik örneklemesi kullanılarak, öğrencilerin geometrik muhakemeleri detaylıca yansıtılmaya çalışılmıştır.
Kullanılan veri toplama yöntemlerinin belirtilmesi	Araştırmamızda kullanılan veri toplama yöntemleri, yöntem bölümünde detaylıca açıklanmıştır.
Veri toplama oturumlarının sayısının ve süresinin belirtilmesi	Araştırmada hem yazılı olarak uygulanan testlerin her biri için katılımcılara verilen süreler hem de yapılan klinik mülakatlar için her biri katılımcı ile ne kadar süre mülakat yapıldığı yöntem bölümünde detaylı olarak açıklanmıştır.
Veri toplama işleminden sonra geçen zamanın belirtilmesi	Veri toplama işleminden sonra, toplanan verilerin analizinin başlanmasına kadar geçen süre yaklaşık 1,5 haftadır.

Güvenilebilirlik

Pozitivist paradigmadaki güvenirliğin karşılığı, nitel araştırmalarda güvenilebilirlik olup, bulgu ve yorumların, tutarlı bir sürecin sonucunda elde edilmesini ifade eder ve bulguların açık ve tekrarlanabilir olması durumuna karşılık gelir (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018).

Aşağıdaki Tablo-6'da güvenilebilirlik için gerekenler bazı ölçütler ve bu ölçütlere karşılık gelecek şekilde araştırmada yapılanlar detaylandırılmıştır.

Tablo 6.Güvenilebilirliği sağlamak için kriterler ve çalışmamızda yapılanlar

Güvenilebilirliği artırmak için gereken bazı ölçütler (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018) ve (Başkale, 2016)'dan uyarlanmıştır.	**Araştırmada yapılanlar**
Denetim izi tekniği (Araştırma sürecinin, elde edilen tema ve kategoriler ile analiz ve yorumlama işleminin araştırmadan bağımsız bir uzman tarafından incelenip yargıya varılması	Araştırmamızda hem veri toplama sürecinde hem de elde edilen verilerin analizlerinin ve yorumlarının yapılmasının sürecinde, uzmanlar tarafından görüşler alınarak ve fikir alışverişinde bulunularak süreç yürütülmüştür.
Araştırma yöntemlerinin ayrıntılı tanıtımı	Araştırmamızda yöntem kısmı, olabildiğince detaylı olarak ifade edilmeye çalışılmış, kullanılan yöntemler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Onaylanabilirlik

Pozitivist paradigmadaki nesnelliğin, nitel araştırmalardaki karşılığı, onaylanabilirlik olarak değerlendirilir ve araştırmacının inançları ve ön yargılarından arınarak bulguları yansıtması ile ilgilidir (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018). Onaylanabilirliği artırmak için, araştırmacı önyargılarının azaltılması önerilmektedir (Başkale, 2016). Bu araştırmada ise, bulguların ve sonuçların yorumlanması sürecinde, alan uzmanları tarafından görüşler alınmış ve bu sayede verilerin yorumlanmasında araştırmacı ön yargıları minimuma indirilmeye çalışılmıştır.

Durum çalışmalarında, özellikle üçgenlemenin üzerinde ayrıntılı durulması gerekmektedir. Nitel araştırmalarda, Geçerlik ve güvenirliği artırıp, inandırıcılığı sağlam temellere oturtmak için üçgenleme'den (çeşitleme) yararlanılmaktadır. Araştırmacılar, çoklu gözlemcileri, teorileri ve farklı veri kaynaklarını kaynaştırarak, içsel yanlılığın üstünden gelebilme konusunda ellerini kuvvetlendirebilirler (Denzin, 1989, Patton, 2014'den alıntı). Patton (2014)'e göre üçgenleme (triangulation) dört boyutta gerçekleştirilebilir:

a) Yöntem üçgenlemesi: Farklı veri toplama yöntemleri ile elde edilen bulguların tutarlılık kontrolüdür.
b) Kaynakların üçgenlemesi: Aynı yöntem içindeki farklı veri kaynaklarını ifade eder.

c) Analizci üçgenlemesi: Bulguları inceleyen ve gözden geçiren çoklu analizciden faydalanılmasıdır.
d) Kuram üçgenlemesi: Elde edilen verilerin irdelenmesinde ve yorumunda farklı teorilerin kullanımını içerir.

Bu yüzden bu araştırmada, yazılı doküman analizi ve klinik mülakat gibi yöntemlerle farklı veri toplama yoluna gidilerek (yöntem üçgenlemesi) ve öğrencilerden toplanan nitel veri setleri iki teorik perspektifle (Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in Bilişsel Modeli) analiz edilerek (kuram üçgenlemesi) ile çalışmanın inandırıcılığının daha sağlam temellere oturtulması yoluna gidilmiştir. Öğrencilere uygulanan testlerden elde edilen yazılı verilerin bir kısmı, mülakat gerçekleştirilen öğrenci grubunun (15 kişi) teyidine sunulmuştur. Çalışmalarda elde edilen verilerin ve araştırmacının gerçekleştirdiği yorumların veri kaynakları yani katılımcılar ile teyit edilmesi faydalı bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Yıldırım ve Şimşek (2013)'e göre nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik konusunda alınabilecek önlemler, araştırmacının çalıştığı durumla etkileşim sürecini uzatmak, veri çeşitlemesi yöntemlerini kullanmak, sonuçlarını araştırmasındaki katılımcılarla paylaşıp onların görüşlerini almak ve sonuçların isabetliliği konusunda aynı alanda çalışan başka araştırmacıların görüşlerini almaktır. Araştırmada, birden fazla veri toplama yöntemi kullanılarak, farklı teorik perspektifler kullanılarak, soruların yapılandırılması sürecinde ve araştırma sürecinde uzman görüşü alınarak, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği artırılması yoluna gidilmiştir.

3.6. Araştırmanın Tasarımı ve Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda, araştırmacı uzaktan ve ikinci dereceden bilgi toplayan kişi olmaktan ziyade, araştırmanın bizzat içinde yer alan ve zaman harcayan bireydir (Çomarlı, 2018). Araştırmanın yapıldığı konuya hâkim ve bunun üzerine zaman harcayan kişidir. Araştırmanın tasarımı, geliştirilmesi ve yürütülmesine ilişkin detayları, aşağıdaki Tablo-7 ile özetlemek mümkündür. Bu çalışmada, araştırmacının rolü, tüm aşamalarda etkin bir şekilde yer almak, testlerin geliştirilmesi ve uygulamasından, mülakat için seçilecek bireylerin seçilmesinden ve klinik mülakatların gerçekleştirilmesinden sorumlu olmaktır. Elde edilen verilerin analizi ve transkripsiyonu da araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Ayrıca araştırmanın çalışma grubuna araştırma konusunda detaylı bilgi vermekten sorumludur. Bunun yanında, yetkili kurum ve kuruluşlardan gerekli araştırma izinlerinin alınması da araştırmacının rollerinden birini oluşturmaktadır.

Tablo 7.Araştırmanın tasarım, uygulama ve değerlendirme süreci

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde öğrencilerin ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3 testlerine verdikleri yanıtların analizi sonucunda oluşan bulgular ortaya konarak, öğrencilerin çokgenlere ilişin imgeleri ve çokgenlere ilişkin geometrik muhakeme süreçleri ortaya konmaya çalışılmıştır.

4.1. Çokgen Muhakeme Formu-1 (ÇMF-1)'e verilen öğrenci yanıtlarının analizi

Bu bölümde, ÇMF-1'de bulunan 7 soruya verilen öğrenci yanıtları, her soru için ayrı ayrı analiz edilerek sunulmuştur.

4.1.1. ÇMF-1'in 1.sorusuna verilen yanıtların analizi

Çokgen Muhakeme Formundaki 1. Soru olan *"Çokgen nedir? Çizmeden tanımlayınız, anlatınız"* sorusuna verilen yanıtlar incelendiğinde, 100 öğrenci' den yalnızca 24 kişi, eksiksiz bir çokgen tanımına yakın cevaplar verebilmiş, 15 kişi bir tanım sunamamıştır. 61 kişi ise kavram tanımı imgesi diyebileceğimiz zihinlerindeki prototip çokgen algıları ile ilintili cevaplar vermişlerdir. Verilen yanıtlardan sık karşılaşılan kalıplar aşağıda verilmiştir. Ortaokul matematik sekizinci sınıf ders kitabında çokgen, "en az üç doğru parçasının oluşturduğu kapalı şekil" olarak tanımlamıştır (Üstündağ Pektaş, 2017). Bu tanım, çalışmamızda tam bir çokgen tanımı yani çokgen kavram tanımı olarak dikkate alınmıştır.

Tablo 8.Çokgen tanımının niteliğine göre frekanslar

Alt Tema	***f***
Zihinlerindeki prototip algılar ile ilintili eksik yanıtlar	61
Tam bir çokgen tanımına yakın cevaplar	24
Tanım sunamayanlar	15

Yukarıdaki Tablo-8'de gösterildiği gibi çokgen denildiğinde, kavrama ilişkin öğrencilerin verdikleri cevaplardan yalnızca 24'ü tam bir çokgen tanımına, yani çokgen kavram tanımına yakın sayılabilecek tanımları içermektedir. Bu kategorideki bazı öğrencilerin verdikleri yanıtlardan örnekler, aşağıda direkt olarak sunulmuştur.

[M.T.D]: "İkiden çok köşesi olan kapalı şekillere çokgen denir."

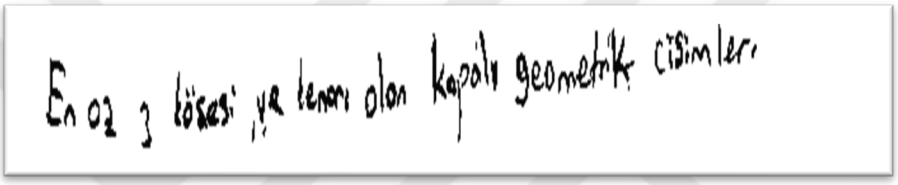
[A.A]: "Çokgen, kapalı yani kenarları dışa doğru açık olmayan, köşelerden oluşan, üç ve daha fazla kenarı olan geometrik şekildir."

[Y.S.A]: "En az 3 çizginin kapalı bir şekilde birleştirilmesine çokgen denir."

[S.S.Ç]: "En az 3 kenarın uçları kapalı bir şekilde birleştirilmesine çokgen denir."

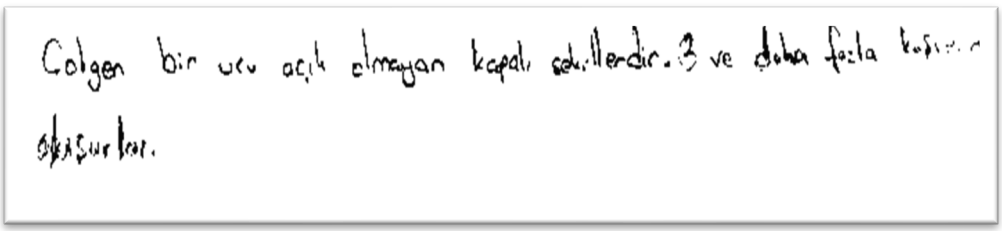
[D.H]: "İkiden fazla kenarı olan çevresi açık olmayan geometrik cisimlerdir."

[B.N.G]:



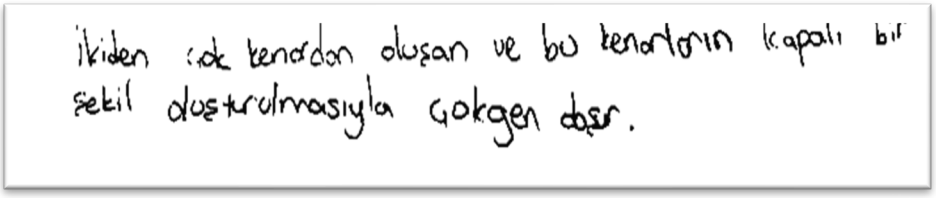
Yukarıdaki örnek yanıtlar incelendiğinde, bu öğrencilerin tanımları, çokgen tanımındaki kapalı bir şekil olma kriteri ve en az iki doğru parçasından oluşma kriteri olarak değerlendirildiğinde çokgen kavram tanımına yakın tanımlar olarak ele alınmıştır. Fakat bazı tanımlar yukarıdaki gibi uygun bir tanım olsa bile, matematiksel dilin hatalı kullanıldığı noktalar da vardır. Mesela, yukarıdaki *D.H* ve *B.N.G* tanımları, *"geometrik cisim"* kelimesi ile bitmektedir. Bu tanımlarda çokgenlerin 3 boyutlu olmaması durumu dikkate alınmamış, uygun olmayan bir matematiksel dil ile sonuçlanmıştır. Bu şekildeki tanımlarda matematiksel dilin doğru kullanılmadığı noktalar olsa da en az 3 kenar-köşe ve kapalı olma kriterini sağladığı için, Tablo-8'deki kategorilerden tam bir çokgen tanımına yakın cevaplar olarak değerlendirilmiştir.

[H.K]:

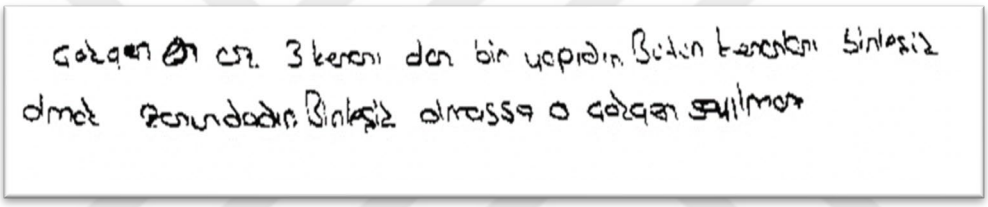


Benzer şekilde, aşağıdaki 2 örnek yanıt da çokgen olma kriterlerini karşılayan uygun yanıtlar olarak değerlendirilmiştir. Çünkü en az 3 kenar olması ve kapalı olması vurgusu vardır.

[S.Ç]:



[N.C.Ç]:



Bu kategorideki 24 cevap, 3 veya 3 ‘den fazla kenarının olması ya da 3 veya 3’den çok köşesinin olması vurgusunu içermektedir ve kenarlarının kapalı vurgusunu taşımaktadır. Bu yüzden tam bir çokgen tanımına (çokgen kavram tanımına) yakın cevaplar olarak sayılmıştır.

Tablo-8’de de görüldüğü gibi 61 öğrencinin cevabı, öğrencilerin zihinlerindeki prototip algılarla ilintili olan ve tam olarak çokgen kavram tanımı sayılamayacak yanıtlardır. Bu yanıt kategorileri aşağıda direk olarak sunulmuştur.

[Y.H.N]: “Kenarların birleşmesiyle farklı üçgenlerin elde edilmesine çokgen denir ya da dörtgenlerden oluşur.”

[Ş. İ]: “Her kenarı farklı olan üçgen ya da dörtgen şeklinde şekiller.”

[B.T]: “Kenarları fazla olan geometrik cisimler.”

[A.Y]: “Çokgen, kenarlardan oluşan, adı üstünde çok-genli.”

[O.B.K]: “4’ den çok kenarı olan şekil.”

[Z.D]: "Karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı kenarları eşittir. Özel şekillerdir."

[Ç.K]: "Birden fazla doğru parçasından oluşan geometrik şekillerdir."

[İ.Ü]: "Kenarları ve açıları olan şekillere denir."

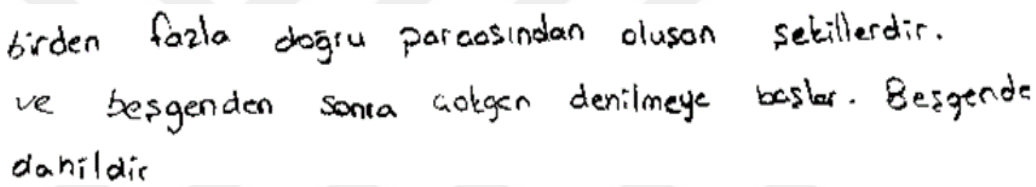
[S.N.A]: "Birçok kısa veya uzun kenardan oluşan şekil."

[B. K]: "2'den fazla kenar uzunluğu aynı olması gereken şekiller."

[H.Ç]: "Üçgenin bir çeşididir."

[M.N.C]: "Birden fazla kenarı olan kare, dikdörtgen, üçgen gibi şekillerdir."

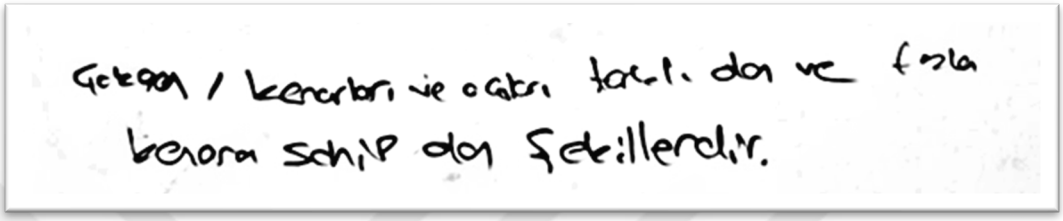
[T.B]:



Yukarıdaki örnek yanıtlara bakıldığında, bazı bireylerin Fujita ve Jones (2007)'nin Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi temelinde geliştirdiği terminoloji ile, kendilerine has bireysel şekilsel-kavramlara (personal figural concept) sahip oldukları görülmektedir. Bu, bir nevi zihindeki kavram imgesi olup, prototip şekil algılarının çokgen kavramına yansımasıyla elde edilen tanımlardır. Örneğin, yukarıdaki *Y.H.N, Ş.İ ve H.Ç ve M.N.C* isimli öğrencilerin cevaplarında da görüldüğü gibi, bazı öğrencilerin çokgen denildiğinde, aslında zihinlerindeki dominant olan üçgen ve dörtgen prototiplerinin, onların tüm durumları karşılayan kapsayıcı bir çokgen tanımından ziyade, uygun olmayan tanım yapmalarına neden olduğu gözükmektedir. Örneğin *Y.H.N.*'nin zihnindeki çokgen algısı, sadece üçgen ve dörtgen kavramlarıyla sınırlandırılmıştır. *T.B.*'nin örneğinde görüldüğü gibi de beş kenardan daha az olan kenarı olan geometrik şekillerin, örneğin dörtgen ya da üçgen kavramlarının çokgen olarak nitelendirilemeyeceği gibi çokgen kavram tanımını sınırlandıran algılar da bulunmaktadır. *Z.D.*'nin yanıtı, zihindeki özel dörtgene ilişkin prototiplerin baskısının bir diğer örneğidir. Çokgen denildiğinde zihindeki özel dörtgenlere ilişkin imgeler, bu örnekte olduğu gibi eksik bir tanım yapılmasına neden olmaktadır. Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, tek başına zihinsel prototiplerin ve algıların baskın olması, tanımdaki diğer kavramsal yönlerin arka planda kalmasına neden olacağından, Tablo-8'de de gösterildiği gibi, yanıtları "Zihinlerindeki prototip algılar ile ilintili tam olmayan yanıtlar" kategorisine giren bu

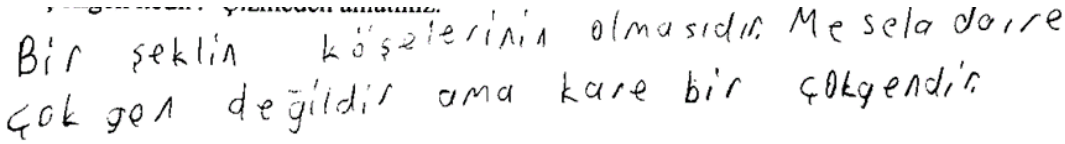
öğrencilerin, çokgen kavramını, kavramsal bilgiden ziyade şekil algıları yönetmektedir. Bu durum da çokgen kavramına yönelik geliştirmiş oldukları bireysel şekilsel kavramlarının (personal figural concept), formal şekilsel kavramdan (formal figural concept) oldukça uzak olmasına neden olmaktadır.

[S.E.G]:



Örneğin, yukarıdaki yanıta bakıldığında, çokgen tanımı, mutlaka kenar ve açıların farklı olması algısı üzerinden yürütülmüştür. Aşağıdaki, *A.T*'nin yanıtı ise, zihinsel prototiplerin baskısının başka bir örneğidir ve öğrencinin bireysel şekilsel kavramının, formal şekilsel-kavram'dan farklılaştığı görülebilir. Formal bir çokgen tanımından ziyade, şeklin köşe noktasının olması algısı üzerinden bir tanım yapılmıştır.

[A.T]:



Bu kategorideki (Zihinlerindeki prototip algılar ile ilintili eksik yanıtlar) 61 cevap içerisinden en çok verilen yanıtlar, *"Birden fazla kenarı olan şekil" ve "Birden fazla doğru parçasından oluşan geometrik şekillerdir."* vurgusunu yapan eksik yanıtlardır. 61 yanıtın **33**'ünün bu vurguyu içerdiği tespit edilmiştir.

Tablo-8'de görülebileceği gibi, 15 öğrenci, herhangi bir çokgen tanımı sunamamışlardır.

Ö4 isimli öğrenciyle yapılan klinik mülakattan, çokgen tanımına ilişkin alınan aşağıdaki kesit, öğrencilerin zihinlerindeki çokgen fikrini daha net ortaya koyabilir.

[A]: "Çokgen denildiğinde ne anlıyorsun? Çokgen kavramını nasıl ifade edebilirsin?"

[Ö4]:"3 ve daha çok kenardan oluşur."

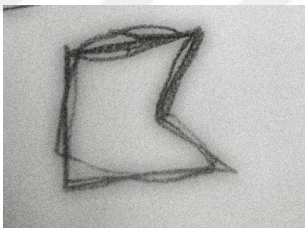
[A]:" Peki, şeklin kapalı mı olması gerekir? Yoksa bir ucunu aşağıdaki gibi (Şekil-11) biraz açık bıraksam, yine çokgen olarak isimlendirilir mi?"

Şekil 11. Araştırmacı tarafından kâğıda çizilen şekil.

[Ö4]:" Hayır, kapalı olması gerekir bence. Öbür türlü köşe olmaz."

[A]: "Peki, bu şekli nasıl çokgen haline getirebilirsin?"

[Ö4]:

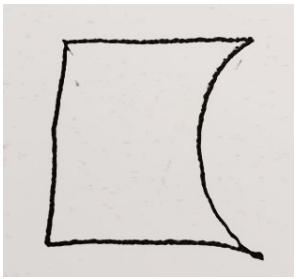


Şekil 12. Ö4 tarafından kâğıda çizilen şekil

[A]: "Peki, bu çokgen, dışa doğru bükülü çizilmemiş, daha çok bu şekil, içe doğru bükülmüş görünüyor, sence çokgen midir bu şekil?"

[Ö4]:" Ama bu da kapalı bir şekil yani. Ama böyle söyleyince evet çokgen de olmayabilir, emin olamıyorum."

[A]: "Peki, sence aşağıdaki şekil, çokgen olur mu?"



Şekil 13.Araştırmacı tarafından kâğıda çizilen şekil.

[Ö4]: "Bence olur, kapalı ve 3'den fazla kenarı var sonuçta."

Ö4 isimli öğrenciyle yapılan görüşmeden yukarıdaki kesit, aslında çokgen kavramı konusundaki algıları daha net ortaya koymaktadır. Burada, öğrencinin çokgene ilişkin kapalı bir şekil olması ve en az 3 kenarlı olması hususlarının farkında olmasına rağmen, zihinlerindeki çokgen prototiplerinin dışbükey olmasından ötürü, çokgenlerin içe doğru bükük de olabileceğini (iç bükey olması) noktasında bireyin tereddüt yaşadığı görülmektedir. Yine bu bireyin kavram tanımında yer alan, çokgenlerin kenarlarının doğru parçalarından oluşması gerektiğinin bilgisini dikkate almadıkları görülmektedir (Şekil-13).

Aşağıda ise, *Ö7* isimli bir katılımcı ile yapılan klinik mülakattan başka bir kesit sunulmuştur.

[A]: "ÇMF-1 formunda, çokgeni, 1'den fazla doğru parçasından oluşan şekil olarak tanımlamışsın. Sence çokgen olması için neler gereklidir, nasıl tarif edersin çokgeni?

[Ö7]: "Yani çok fazla kenar gereklidir. Üçgenden fazla olması lazım."

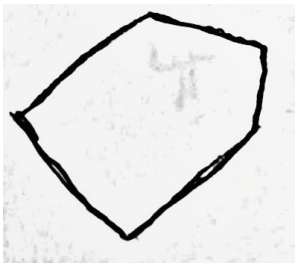
[A]: "Peki o halde, en az kaç kenar olması lazım. 1'den çok ifadesi yeterli olur mu tanımlamak için?"

[Ö7]: "Yani 3'den fazla kenarı bulunmalı"

[A]: "Peki kapalı olması şart mı sence? Bir ucu açık olsa yine de çokgen olabilir mi?

[Ö7]: "Hayır olamaz. Kapalı olması gerekir"

[A]: "Peki, çokgenler, Şekil-12'deki gibi içe doğru bükük olabilir mi? Yoksa aşağıdaki çizdiğim şekil gibi (Şekil-14), dışa doğru mu bükük olması gerekir çokgen olması için?"



Şekil 14. Araştırmacı tarafından kâğıda çizilen dışbükey çokgen.

[Ö7]: "Evet, içe doğru da bükük olabilir. Sonuçta kapalı bir şekil her ikisi de"

Ö7 isimli öğrenciyle yapılan yukarıdaki mülakat kesitine bakıldığında, bireyin çokgenlerin kapalı olması gerektiği bilgisine ve iç bükey olarak verilen şekillerin de çokgen olarak adlandırılabileceğine yönelik gerekli kavramsal bilgilere sahip olmasına karşın, "çokgen olması için 3'den fazla kenarının bulunması gerekir" gibi hatalı bir algıya sahip olduğu görülmektedir. Bu durum, zihindeki prototip algıların, çokgen tanımını kısıtlayacak yönde bir yansımasıdır. Mülakat yapılan 15 öğrenciden 5 kişinin, yukarıdaki *Ö4*'ün mülakat kesiti örneğinde olduğu gibi, çokgenin kenarlarının doğrusal olması gerektiğini bilmediği tespit edilmiştir. Bunun yanında mülakat gerçekleştirilen 15 öğrenciden 4 kişinin ise, *Ö4*'ün mülakat kesitindeki gibi, iç bükey olarak verilen çokgenlerin çokgen olup olmadığı konusunda tereddüde düştükleri tespit edilmiştir. Özetle, ÇMF-1'in 1.sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, 100 katılımcının oldukça az bir kısmı (24 kişi), çokgen kavram tanımına yakınlaşan cevaplar sunabilmişlerdir. Katılımcıların büyük bir çoğunluğunun çokgeni tanımlama noktasında büyük bir güçlük yaşadığı söylenebilir. Buna ek olarak mülakat gerçekleştirilen bazı bireylerin çokgenin kenarlarının doğrusal olması gerektiğine yönelik ve iç bükey olarak verilen şekillerin de çokgen olabileceğine yönelik kafa karışıklarının olduğu tespit edilmiştir.

4.1.2. ÇMF-1'nin 2.sorusuna verilen yanıtların analizi

Çokgen Muhakeme Formundaki 2. Soru olan *"Bir çokgeni oluşturmak için hangi geometrik terimlere ihtiyaç vardır?'* sorusuna verilen yanıtlar, öncelikle çokgeni oluşturmak için gereken doğru terimlerin sunulup, sunulmadığına bakılmaksızın, matematiksel terimleri doğru kullanma ve kullanamama açısından değerlendirilmiştir. Öğrencilerin matematiksel terimleri doğru veya yanlış kullanmaları ile birlikte, ifadeleri bu ifadeler birleştirerek kullandıkları yanıtlara da rastlanmıştır. 100 öğrenciden 65 kişi, ifadelerinde terimleri matematiksel olarak ifade edebilirken, 23 kişi ise, bir çokgeni oluşturmak için gereken temel araçları matematiksel ifadelerle verememiş ya da hiç cevap sunmamışlardır. 12 kişi ise

matematiksel terimleri ve matematiksel olmayan terimleri birlikte kullanmışlardır. Terimleri matematiksel olarak doğru kullanabilen 65 öğrenciden 39 kişi, çokgen oluşturmak için gereken terimleri tam olarak sunabilmişlerdir. Kategoriler, Tablo-9'da sunulmuştur.

Tablo 9. Çokgeni oluşturmak için gereken geometrik kavramlara ilişkin frekanslar

Alt Tema	***f***
Matematiksel olarak doğru terim kullanabilenler	65
Çokgen oluşturmak için gereken terimleri tam olarak yazabilenler	39
Matematiksel olarak doğru terim kullanamayanlar	21
Matematiksel olan ve olmayan terimleri birlikte kullananlar	12
Cevapsız	2

Öncelikle, cevaplarında çokgeni oluşturmak için gereken temel bileşenlere uysun ya da uymasın, uygun bir matematiksel dille verilen, yani matematiksel olarak uygun terimler kullanan cevaplardan (65 kişi) en çok verilen cevap örnekleri aşağıda sunulmuştur:

[Z.S.K]: "Kenar, köşe, açı"

[A.T]: "Köşe, köşegen, açı ve kanar."

[S.S.Ç]: "Köşe, Açı, Doğru parçası, Köşegen."

[A.S]: "Ayrıt, ışın, doğru."

[B. T]: "Yükseklik, Taban, Kenar."

Diğer yandan, terimleri matematiksel olarak doğru kullanamayan cevaplardan örnekler, aşağıda sunulmuştur.

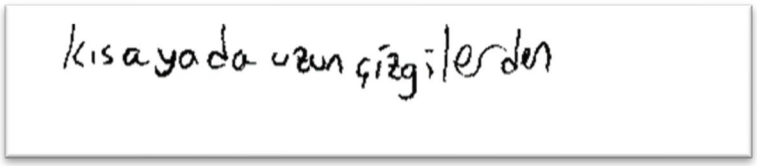
[S. T]: "Çizgi ve çubuklar."

[K.P]: "Çizgiler"

[B.G]: "Çizgi ve yuvarlak."

[A.Ö]: "Cetvel, Pergel."

[S. N. A]:



Diğer yandan, ilk iki kategorinin bir karışımı diyebileceğimiz, yine çokgen kavramına uysun ya da uymasın matematiksel olan ve olmayan terimleri birlikte kullanan cevaplardan örnekler, aşağıda sunulmuştur.

[B.G]: "köşe, çizgi, yuvarlak"

[A.Ö]: "Cetvel, Kenar"

[R.Ç]: "Çizgi, köşe"

[R.E.E]: "Çizgi ve nokta."

Yukarıdaki yanıtlara bakıldığında, bazı katılımcıların matematiksel olan terimler yerine, matematiksel dilin doğru kullanılmadığı, matematiksel olmayan terimleri (çizgi, yuvarlak, çubuk terimleri gibi) yanıtlarında sundukları görülebilir.

Tablo-9'da verilen, ilk kategoride açıkladığımız matematiksel olarak doğru terimler yazabilen toplam 65 kişi arasından, çokgen oluşturmak için gereken terimleri doğru olarak sunabilen katılımcıların sayısının 39 kişi olduğu tespit edilmiştir. Bu cevaplardan (39 kişi) örnekler, karşılaşılma sıklığına göre aşağıda sunulmuştur. Burada "*kenar ve nokta"* ya da "*kenar ve köşe"* ya da "*kenar, köşe ve açı"* kavramlarını birlikte kullanan cevaplar uygun yanıt olarak kabul edilmiştir. Bunun yanında sayıca az olsa da "*doğru parçası ve nokta"* gibi kavramları birlikte kullanan doğru cevaplara da rastlanmıştır.

[H.U]: "Köşe, Kenar" (soruya uygun cevap verenler arasında en çok sunulan)

[F. D]: "Nokta, açı, kenar" (soruya uygun cevap verenler arasında 2.en çok sunulan yanıt)

[Z.S.K]: "Kenar, köşe, açı" (soruya uygun cevap verenler arasında en çok sunulan 3. yanıt

[A.T]: "Köşe, köşegen, açı ve kenar"

[C.Ş]: "Doğru parçası, nokta, açı."

[M.A]: "Kenar, nokta, doğru parçası."

[S.S.Ç]: "Köşe, Açı, Doğru parçası, Köşegen."

[E.S.K]: "Kenar, köşe, köşegen."

Diğer yandan aşağıdaki örnek öğrenci cevapları, çokgen oluşturmak için gereken doğru terimler olarak değerlendirilmemiştir. Bunun yanında, tek başına "*kenar"* cevabı da tam bir yanıt sayılmamıştır.

[K.P]: "Ayrıt" (yanlış cevaplar arasından en çok sunulan yanıt)

[B.S.S]: "Işın."

[A.S]: "Ayrıt, ışın, doğru"

[M.T.D]: "Ayrıt ve yüzey."

[B. T]: "Yükseklik, Taban, Kenar."

[İ.E.L]: "Ayrıt, yüz."

Yukarıdaki cevaplardan, bazı bireylerin 3 boyutlu cisimlere ait bazı kavramları çokgeni oluşturan terimler için de kullandıkları, ya da ışın, doğru, doğru parçası gibi kavramları kavramsal olarak ayırt etmede sorun yaşadıkları görülebilir. Aşağıda, *Ö5* isimli bir katılımcı ile yapılan klinik mülakattan bir kesit, bu durumu destekler niteliktedir ve bireyin doğru-ışın ya da ayrıt-kenar gibi isimlendirmeler arasında bir fark olmayacağına yönelik hatalı fikirlere sahip olduğu anlaşılmaktadır.

[A]: "Çokgeni oluşturan geometrik terimlerin neler olduğu sorusuna ayrıt, ışın ve doğru yazmışsın. Çokgen bu terimlerden mi oluşur?"

[Ö5]: "Evet ışın ya da doğruların birleşimi şeklinde olur. Ayırtlardan oluşur."

[A]: "Işınlardan mı yoksa doğrulardan mı oluşur?"

[Ö5]: "Bence ikisi de olabilir."

[A]: "Peki kenar mı deriz çokgeni oluşturan parçalara yoksa ayrıt mı deriz?"

[Ö5]: "Kenarı aynı zamanda ayrıt olarak da isimlendiririz, fark etmez bence. Mesela bir beşgen çizsem ayrıtlardan oluşmaz mı? Kenarları ayrıt olur."

Mülakat gerçekleştirilen 15 birey arasından, yukarıdaki Ö5'in mülakat kesitinde olduğu gibi, toplamda 3 bireyin kenar ile ayrıt terimleri arasında bir fark olmayacağını, ikisinin de aynı anlama geldiğinden ötürü çokgenin kenarlarının ayrıt olarak da isimlendirilebileceğini savundukları tespit edilmiştir.

4.1.3. ÇMF-1'in 3. sorusuna verilen yanıtların analizi

Çokgen Muhakeme Formundaki 3. Sorusu, katılımcılardan 3 farklı dörtgen çiziminin istendiği ve bu çizdikleri dörtgenlerin birbirinden farklı olma gerekçesinin de belirtilmesinin gerektiği bir sorudur. Sorunun sorulma amacı, öğrencilerin zihinlerindeki dörtgen şekillerine ait baskın prototipleri ve çizdikleri dörtgen şekillerinin hangi sebeplerle (kavramsal ya da şekilsel-görüntüsel) zihinde farklılaştığını araştırmaktır. Aşağıdaki Tablo-10'da verilen yanıtlar ve öğrencilerin sundukları gerekçeler, kategoriler halinde sunulmuştur.

Tablo 10. Çizilen dörtgen üçlülerine göre dağılımlar

Alt Tema	***f***
Kare, dikdörtgen, paralelkenar	26
Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen	21
Dikdörtgen, dikdörtgen, dikdörtgen	12
Kare, dikdörtgen, yamuk	10
Kare, dikdörtgen, dikdörtgen	6
Kare, yamuk, paralelkenar	5
Dikdörtgen, paralelkenar ve yamuk	5
Dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar	4
Dikdörtgen, dikdörtgen, kare	2
Dikdörtgen, kare, üçgen	1
Kare, dikdörtgen, prizma	1
Kare, kare, kare	1
Hiç çizim yok	6

Tablo-10'a bakıldığında, 3 farklı dörtgen çiziminin istendiği soruda, öğrenciler tarafından en çok çizilen dörtgen üçlüleri Kare-dikdörtgen-paralelkenar üçlüsü olmuştur. Bundan sonra en çok çizilen kategori ise, Kare-dikdörtgen-eşkenar dörtgendir. Üçüncü en çok çizilen dörtgen üçlüsü ise, 3 tane farklı şekilde dikdörtgen çiziminin yapılmasıdır. Daha sonra

en çok çizilen dörtgen üçlüsü Kare-dikdörtgen ve yamuk üçlüsüdür. Verilere bakıldığında 3 farklı dörtgen çizimi talep edildiğinde, öğrencilerin zihinsel imgeleri açısından en çok akla gelen dörtgen imgelerinin kare, dikdörtgen ve paralelkenar üçlüsü olduğu görülebilir. Bu durum, öğretimden kaynaklı zihindeki dörtgen algıları ya da aşina olunan prototipler ile de yakından alakalı olabilir. Diğer yandan, Tablo-10'da da görülebileceği gibi, 1 öğrenci cevabında prizma çizimine rastlanmıştır.

Fakat, bu soru özelinde dikkat çekici ve önemli olan husus, öğrencilerden aynı zamanda bu çizdikleri dörtgen üçlülerinin hangi gerekçe ile birbirinden farklı olduğunun izahının istenmesidir. Öğrenciler tarafından verilen gerekçe kategorileri Tablo-11'de sunulmuştur.

Tablo 11. Çizilen dörtgen üçlülerinin öğrenciler tarafından sunulan farklılaşma gerekçeleri

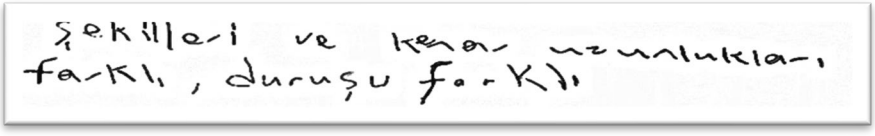
Alt Tema	***f***
Şekil ve duruşları farklı olduğu için	31
Boyları ve görünüşü-yönü farklı	17
Çizim ve şeklinden dolayı farklı	3
Kare'nin bütün kenarları eşit, diğerlerinin kenarları eşit değil	10
Karenin ve eşkenar bütün kenarları eşit, dikdörtgenin karşıklık kenarları eşit	7
Dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit, karenin tüm kenarları eşit, yamuğun kenarları eşit değil	6
Dikdörtgen-eşkenar dörtgen- paralelkenarın özellikleri farklıdır. Dikdörtgende tüm açıları 90 derecedir	2
Kenar uzunlukları ve açıları farklı	5
Kenar uzunlukları ve boyutları farklı	4
İç açıları toplamı farklı	1
Köşegen uzunlukları farklı	1
Kenarlarının birbirine paralel olma durumları farklı	1
Karenin kenarı aynı, dikdörtgenin farklı, prizma ise, dikdörtgen ve karenin birleşimi	1
Gerekçe yok	11

Katılımcılar tarafından çizilen üç farklı dörtgenin hangi gerekçe ile birbirinden farklılaştığı noktasında Tablo 11 incelendiğinde, en çok verilen gerekçelerin "şekil ve duruşları farklı olduğu için", "boyları, görünüşü-farklı olduğu için" ya da "çizim ve şeklinden dolayı farklı olduğu için" cevapları olduğu görülmektedir. Bu 3 kategorinin 100 öğrenci cevabı içerisinde %50'den fazla olduğu Tablo 11'den görülebilir. Bu da bizi, öğrencilerin, çizdikleri dörtgenlerin hangi nedenle birbirinden farklılaştığı noktasında, dörtgenlerin kendilerine has kavramsal özelliklerine odaklanmaktan ziyade, çoğunlukla şekil bilgisine ve şekil görünümüne daha fazla odaklanıldığı yorumuna götürür. Tablo 11'de görülebileceği gibi, görece az sayıda öğrenci çizdiği dörtgenlerin münferit kavramsal özelliklerine odaklanmayı seçmiştir. Bu kişiler arasında, özellikle dikdörtgen-kare ve yamuk üçlüsünü tercih edenler bir farklılık göstermekte ve üzerinde durulması önem arz etmektedir. Bu tez çalışmasının farklı bölümlerinde daha sonra göreceğimiz gibi, yamuğa atfedilen hatalı düşünceler, uygun olmayan imgeler ya da dilden kaynaklı durumlar, yamuğun mutlaka tüm kenarlarının birbirinden farklı olduğu şeklinde bir algıya ya da bireylerin yamuğun düzensiz bir şekil olması algısına sahip olmalarına neden olmaktadır. Nitekim bu soruda da Tablo 11'de görüldüğü gibi, *"dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit, karenin tüm kenarları eşit yamuğun ise kenarları eşit değil"* gerekçesi, bu algıdan izler taşımaktadır. Tablo 11'de görülebileceği gibi 1 öğrenci cevabında, dörtgenlerin iç açılarının farklı olduğu gibi hatalı kavramsal bilgiye rastlanmıştır. Bunun yanında 100 katılımcı arasından çizdikleri dörtgen üçlüsünün niçin birbirinden faklı olduğuna ilişkin herhangi bir gerekçe belirtmeyen 11 öğrenciye de rastlanmıştır.

Aşağıda, daha detaylı bir analiz için, bazı öğrenci gerekçelerinden örnekler resmedilmiştir.

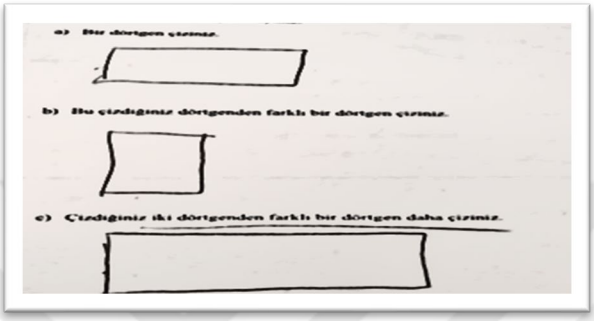
[B. G]:

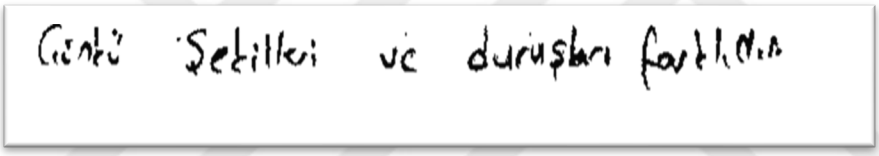
[A.Ö]:



Yukarıdaki örnek gerekçelere bakıldığında, öğrenciler tarafından çizilen dörtgen üçlülerinin birbirinden farklılaşma noktaları, kavramsal özelliklerden ziyade bireylerin şekil görünümü üzerinden yaptıkları vurgu ile ilerlemiştir. Aşağıda ise, öğrenciler tarafından sunulan çizim ve gerekçe örnekleri birlikte sunulmuştur.

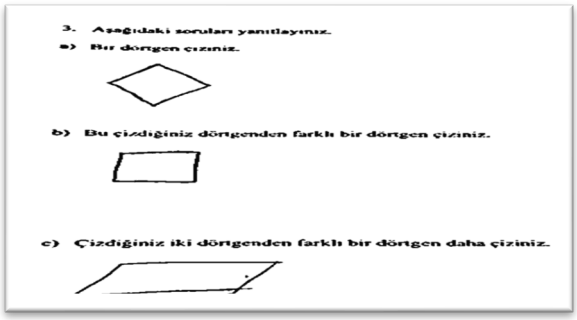
[K.P]:

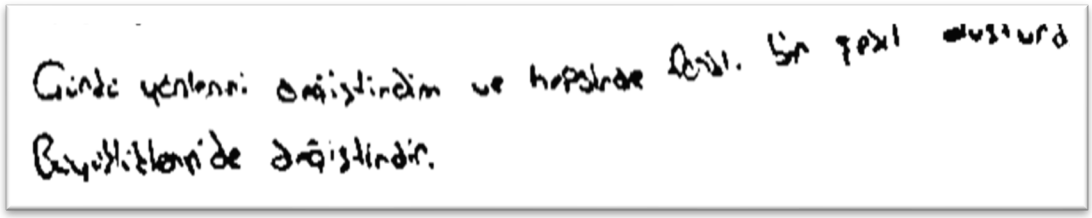




Yukarıdaki *K.P.*'nin örnek yanıtına bakıldığında, kavramsal özelliklerden ziyade, çizilen şekillerin duruşları üzerinden yapılan yorum, net bir şekilde gözükmektedir. Örneğin, yukarıdaki birey, bir kare prototipi ve iki dikdörtgen prototipi çizmiş olmasına rağmen, şekil ve duruş gibi özelliklerinden ötürü bu şekillerin birbirinden farklı olduğu algısına sahiptir. Bu da Fischbein'in şekilsel kavram teorisine göre, şekil bilgilerinin kavramsal bilgileri yönettiği ya da önüne geçtiği bir muhakeme biçiminin varlığını işaret eder. Bu muhakeme biçimi de bu araştırmanın farklı bölümlerinde görülebileceği gibi, geometrik görevlerin çözümünde hatalı muhakemelerin oluşmasına neden olmaktadır.

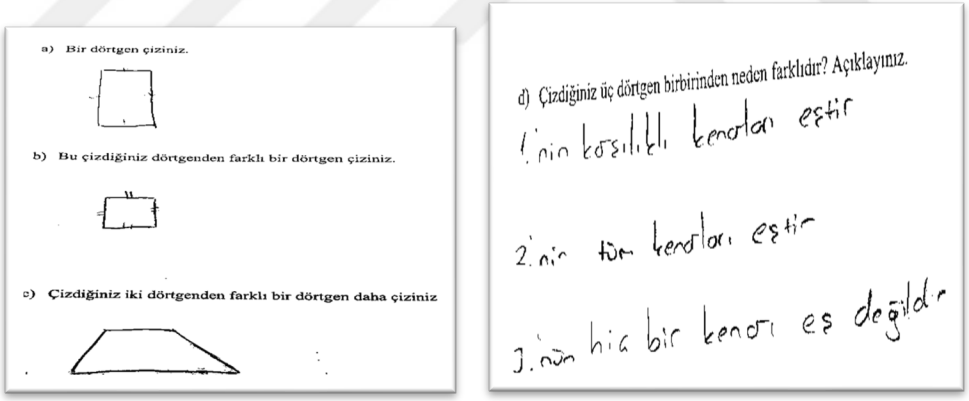
[N.C.Ç]:





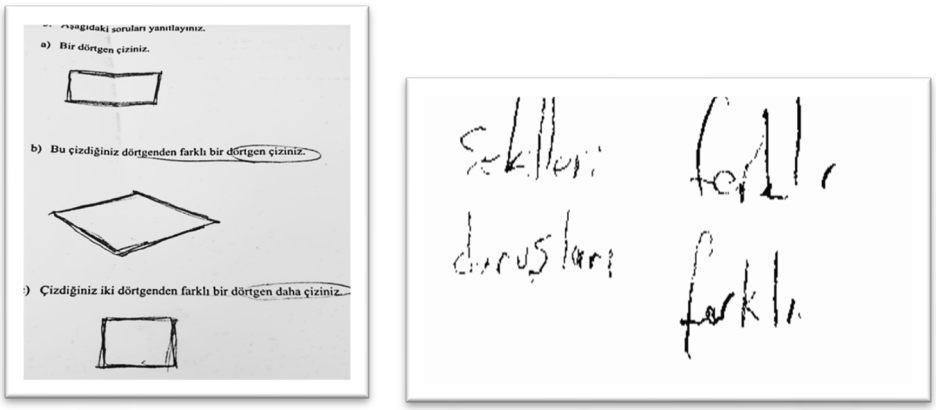
Benzer biçimde, yukarıdaki N.C.Ç isimli bireyin yaptığı çizimlere (eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve paralelkenar prototipi) ve *"Çünkü yönlerini değiştirdim"* gerekçesine bakıldığında, birey çizdiği şekillerin sadece yönlerinin değişmesi ile yani döndürülmesi ile, farklı bir dörtgen elde edileceğini düşünmektedir. Bu da Fischbein'in yaklaşımında, şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir muhakeme biçimini yansıtmaktadır. Fakat, geometrik akıl yürütmedeki en yüksek seviye, sadece şekilsel görünümlere odaklanmaktan ziyade, şekilsel ve kavramsal bileşenlerin, şekilsel-kavram denen şeyde, mükemmel bir şekilde birleştiği ve karşılıklı etkileşimde bulunulduğu seviyedir (Fischbein ve Nachlieli, 1998).

[E.H]:



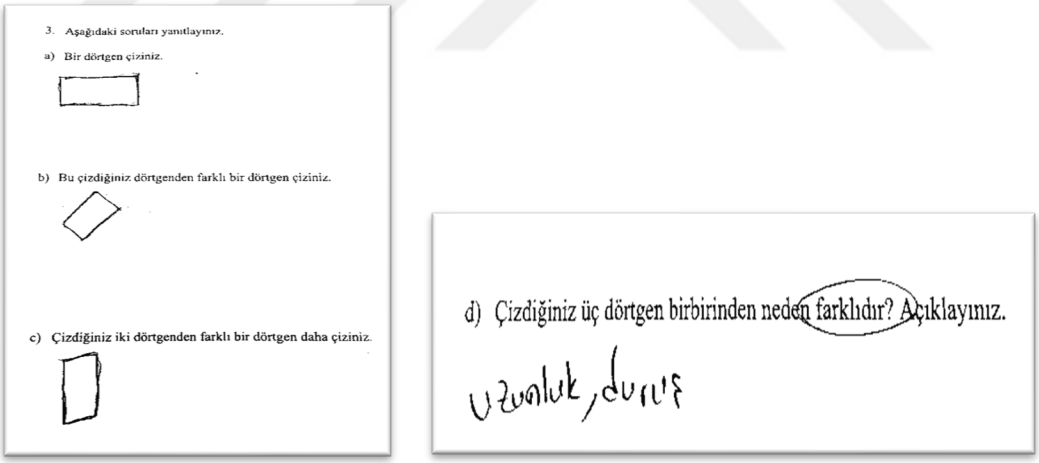
Yukarıdaki *E.H.*'nin örnek yanıtı, cevaplarında kare-dikdörtgen ve yamuk üçlüsünü çizen bireylerin, bu şekillerin neden farklı olduğuna ilişkin gerekçesini göstermektedir. Tablo 11'de görüldüğü gibi, 6 kişi yamuğun bütün kenarlarının birbirinden farklı olması niteliği ile tanımlandığını düşünmektedir. Bu noktada çalışmanın farklı yerlerinde de göreceğimiz üzere yamuğa yönelik hem prototip algılarından hem de Türkçedeki kelime anlamından, yani dilsel nedenlerden ötürü böyle bir muhakeme söz konusudur. Bu nokta da yamuğa ait şekil bilgisinin, yamuk kavramını domine ettiği bir düşünce yapısıdır ve öğrencilerin kendilerine has bireysel şekilsel-kavramlarının, formal şekilsel-kavramdan farklılaşmasına ve hatalı muhakemelere işaret eder.

[S.K]:



Yukarıdaki, *S.K.*'nin çizim ve gerekçesi ile, aşağıdaki *A.Y*'nin çizim ve gerekçesi de, Fischbein'in yaklaşımına göre, şekil bilgisinin kavramsal bilgiyi yönetmesinin ve önüne geçmesinin bir diğer örneğidir. Kavramsal özellikler, geri plana atılmıştır.

[A.Y]:



Tablo 11'de görülebileceği gibi, 100 katılımcı arasında yalnızca 37 kişi, dörtgenlerin kavramsal özelliklerine vurgu yaparak çizdikleri dörtgen üçlülerinin birbirinden farklılaştığı vurgusu yapabilmiştir. Özetle, çoğu katılımcının kavramsal niteliklerden ziyade, çizdikleri dörtgenlerin görünüş ve duruşlarına göre yorum yaptıkları, şekil bilgilerinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir muhakeme biçimini yansıttıkları görülmektedir.

4.1.4. ÇMF-1'in 4.sorusuna verilen yanıtların analizi

Çokgen Muhakeme Formunun 4. Sorusu, katılımcılardan günlük hayattan çokgen örnekleri vermelerinin istendiği bir görevdir. Sorunun sorulma amacı, öğrencilerin

zihinlerindeki prototiplere ve zihinlerindeki somut örneklere ilişkin fikir edinmektir. Bu sayede çokgenleri, kendi yaşantıları içinde nasıl gördüklerinden yola çıkarak, günlük hayattan ilişki kurma, somutlaştırma ve muhakemeleri hakkında bilgi sahibi olunmak istenmiştir. Aşağıda en çok verilen yanıtlardan örnekler sunulmuştur. Yanıtlar, uygun çokgen örneklerinin sunulup sunulamamasına göre kategorize edilmiştir. Bunun yanında öğrenci cevapları incelendiğinde, katılımcılardan bazılarının sundukları örnekler içerisinde, boyut ayrımının (2 ve 3) net yapılamadığı görülmektedir. Bu nokta önemli bir husustur çünkü bu çalışma içerisinde farklı bölümlerde, Duval'in bilişsel modeli üzerinden değerlendirilen sorularda görüldüğü üzere, görsel algılar noktasında boyut kavramının doğru olarak anlaşılıp anlaşılmamasını etkileyebilmektedir.

Tablo 12. Günlük yaşamdan çokgen örneği sunup sunamamaya göre frekanslar

Alt Tema	***f***
Günlük hayattan uygun bir çokgen örneği sunabilenler	88
Günlük hayattan uygun bir çokgen örneği sunamayanlar	12
Yanıtlarında 3 boyutlu nesneleri de dahil edenler	46

Cevaplar incelendiğinde, Tablo-12'de görüldüğü üzere, 88 kişinin cevaplarında en az 1 tane günlük hayattan somut, uygun bir çokgen örneği verebildikleri görülürken, 12 kişinin ise hiç cevap vermedikleri ya da çokgen örneği sayılamayacak cevaplar verdikleri göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencilerin çok büyük bir kısmının, çokgeni günlük hayat ile ilişkilendirirken, dörtgen örnekleri üzerinden ilişkilendirme yaptıkları ortaya çıkarılmıştır.

Günlük yaşamdan dörtgen örneği sunabilen kişi cevaplarından örnekler aşağıda sunulmuştur.

[S.E.G]: "Sınıftaki dikdörtgen tabela, dikdörtgen tablo."

[Z.Ü]: "Dezenfektanın arkasındaki dikdörtgen kural tablosu, kare saatler"

[İ.E.L]: "Masa yüzeyi, A4 Kâğıt."

[O.S.E]: "A4 Kâğıt, Dikdörtgen Pano, Pencere Camı."

[O.C.Y]: "Masanın ön yüzü, Sınıftaki Kırmızı Pano"

[M.T.D]: "Sınıftaki Atatürk Tablosu, yerdeki kare mermerler"

[M.G]: "Koronavirüs uyarı tablosu, Atatürk ve İstiklal marşı tabloları"

[K.A]: "Bilgisayar ekranı, uç kutusunun dikdörtgen yüzü."

[M.E.Y]: "Altıgen gözlük"

[A.A]:

Diğer yandan, Tablo-12'de görüldüğü gibi, günlük yaşamdan uygun bir çokgen örneği veremeyen 12'nin kişinin, cevaplarında aşağıdaki ifadeler ya da buna benzer ifadeler yer almıştır. Bu 12 kişi arasından 5 kişi soruyu yanıtsız bırakmıştır.

"Kare, dikdörtgen"

"Yamuk"

"Küp"

Öbür taraftan, Tablo-12'de görüldüğü gibi, toplamda 46 kişinin yanıtlarında, uygun bir çokgen örneğinin yanında, en az 1 tane üç boyutlu nesneyi de dahil ettikleri görülmüştür. Bazı katılımcılarda, prizma şekline dahil olan yanıtlar mevcuttur. Bu cevaplardan örnekler aşağıda verilmiştir:

[S.Ç]: "Pano, Pencere, Dolap, Kutu."

[R.D]: "Dolap, Tablo, Çerçeve, Pencere."

[M.Y.Ö]: "Kâğıt, Laptop Ekranı, Dolap"

[B.N.G]: "Giysi dolapları, A4 kâğıt, Akıllı tahta ekranı."

[R.Ç]: "Okul sıralarımız ve dolaplar,"

[K.P]: "Kredi kartı, futbol sahası, televizyon ekranı, bulaşık makinası, çamaşır makinası"

[İ.U]: "Kutu, yağ tenekesi"

[T.B]:

ÇMF-1'in 4. Sorusuna verilen yanıtlar değerlendirildiğinde, yukarıda da gösterildiği gibi, öğrencilerin çoğunlukla günlük hayattan çokgen örneği sunmada zorlanmamalarına karşın, önemli sayıda öğrencinin (46 kişi) boyut ayrımı hususuna dikkat etmeden ilişkilendirme yaptıkları, üç boyutlu nesneleri de çokgen örneği olarak sundukları tespit edilmiştir. Bazı katılımcıların ise özellikle bu duruma dikkat ederek yanıt verdikleri görülmüştür. Örneğin, yukarıdaki örnek cevaplarda da yer alan, *"kibrit kutusunun tabanı, ilaç kutularının yüzleri"* ifadesini yanıtında sunan bir birey, günlük hayattan çokgen örneği verirken boyut ayrımına dikkat eden bir vurgu yapmıştır.

4.1.5. ÇMF-1'in 5.sorusuna verilen yanıtların analizi

Çokgen Muhakeme Formunun 5. Sorusu, öğrencilerden kare, paralelkenar, dikdörtgen, beşgen, altıgen ve yamuk tanımlarının istendiği ve buna ek olarak, her bir kavram için bir örnek şekil çiziminin gerektirdiği sorudur. Bu sorunun sorulma amacı, Öğrencilerin zihnindeki Kare, Dikdörtgen, Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen, Beşgen, Altıgen ve Yamuk kavramlarında ait temel unsurların ortaya konulması hem kavram tanımlarını hem de şekle ait örneklerle imgelerin ortaya çıkarılmasını ve yorumlanmasını içermektedir. Öğrencilerin zihinlerindeki imgelerin alışılagelmiş standart şekiller olup olmadığına ek olarak bu özel dörtgenlere ilişkin kavram tanımlarındaki ana unsurların da ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu soruya verilen yanıtlar, kavramlar münferit olarak incelenerek analiz edilmiştir ve aşağıda alt başlıklar halinde sunulmuştur.

4.1.5.1. Kare tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF-1'in 5.sorusunun kare ile ilgili olan kısmına verilen yanıtlar, Tablo-13'te sunulmuştur.

Tablo 13. Kare tanımının niteliği

Alt Tema	*f*
Uygun tanımlar	
4 kenarı eşit ve açıları 90 derece olan şekil	17
Tüm kenarları birbirine eş olan özel dikdörtgen	3
4 kenarı da eşit, açıları 90 derece olan ve karşılıklı kenarları birbirine paralel olan şekil	1
Uygun olmayan tanımlar	
4 kenarı da birbirine eşit olan şekil	62
4 kenarı olan şekil	4
4 köşesi olan şekil	3
Tüm kenarları eşit ve paralel olan dörtgen	1
4 köşesi olan ve karşılıklı kenarları aynı olan kapalı çokgendir	1
4 kenarlı olup, karşılıklı kenarları birbirine eşit olan şekil	1
4 kenardan oluşan, küp cismini oluşturan dörtgen	1
Bir dörtgen türü	1
4 kenarı eşit olan cisim	1
Tanım sunmayanlar	4

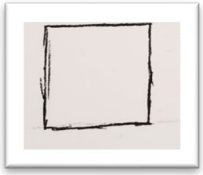
Öğrenciler tarafından kare tanımının ve örnek bir şekil çiziminin istendiği ÇMF-1'nin 5. Sorusunun kare ile ilgili kısmına verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (62 kişi) Tablo-13' de görüldüğü üzere, "*kareyi 4 kenarının birbirine eşit olan şekil"* olarak tanımladıkları görülmektedir. Kareyi "*hem 4 kenarı eşit hem de bütün açıları dik"* vurgusuyla daha net ve doğru tanımlayan öğrenci sayısı görece az olup, sadece 17 kişidir. Kareyi "*sadece 4 kenarı olan şekil ya da sadece 4 köşesi olan şekil"* olarak tanımlayan, kare tanımını karşılamayan, daha yüzeysel ve eksik tanımlar hâkim olan yanıtlardır. 100 katılımcı arasından sadece 1 öğrencinin cevabında kare, "4 kenarı da eşit, açıları 90 derece olan ve karşılıklı kenarları birbirine paralel olan şekil" gibi daha ayrıntılı şekilde ve gerekenden fazla özellik vererek ayrıntılı tanımlanmıştır. Tablo-13'te görüldüğü üzere, diğer tanımların, kareyi daha yüzeysel olarak nitelediği, bu yüzden hatalı tanımlar olduğu ve diğer özel dörtgenlerden kareyi farklılaştırmayan özellikler içerdikleri görülmektedir. Örneğin 4 kenarı olup, karşılıklı kenarları birbirine eşit olan şekil tanımı, dikdörtgenin de bir kare olması sonucuna götürecektir. Benzer şekilde, tüm kenarları eşit ve paralel olan dörtgen tanımı, eşkenar

dörtgenin bir kare olması sonucunu doğuracaktır. 1 öğrencinin yanıtı da "4 kenarı eşit olan cisim" ifadesi ile bittiği için, matematiksel dilin hatalı kullanıldığı ve 3 boyutlu cisimlerin dörtgene genellendiği hatalı bir tanım olarak değerlendirilebilir.

Tablo 13 incelendiğinde, 3 öğrencinin cevabı, "*Tüm kenarları birbirine eş olan özel dikdörtgen"* şeklinde tanım içererek, diğer cevaplardan, dikdörtgen şekli ile ilişki kurularak izah edilen, karenin özel bir dikdörtgen olduğu vurgusunu içeren kapsayıcı bir tanımdır. Bu tanım dörtgenlerin hiyerarşik ilişkileri dikkate alındığında, özel dörtgenler arasında ilişkileri görmek açısından önem arz etmektedir. Diğer yandan, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi göz önüne alındığında bu çalışmanın farklı kısımlarında daha sonra göreceğimiz gibi, bu tür dörtgen ilişkilerini içeren tanımlar yapabilmek, öğrencilerin geometrik şekilleri ayırt etmede ya da geometrik tasklar içerisinde şekil bilgisinin, kavramsal bilginin önüne geçmemesini sağlayarak bireylerin uygun muhakemeleri geliştirmeleri noktasında kolaylık sağlamaktadır.

Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008), özel dörtgenlerin karşılıklı ilişkileri dikkate alınmaksızın, münferit olarak tanımlandıklarında bunu harici tanımlar (exclusive definition) olarak açıklamışlardır. Diğer yandan, kapsayıcı tanımları (inclusive definiton), bir tanımın diğer dörtgenin tanımı da kapsaması olarak ifade etmişlerdir. Dörtgenlerdeki hiyerarşik ilişkileri belirlemede, kapsayıcı tanımlar bu noktada ön plana çıkmaktadır. Schwarz ve Hershkowitz (1999), "*Brakes or Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer Tools"* isimli çalışmalarında, kavramsal öğrenmede prototiplerin rolünü araştırmışlardır. Bu noktada Prototiplerin, kavramsal öğrenmede yeni örneklerle başa çıkmak için referans noktası olması açısından faydalı olduğunu ancak, Bununla birlikte, prototiplerin kavramsal öğrenmeye zarar verebileceğini de belirtmişlerdir. Harici tanımlar bir noktadan bakıldığında öğrencilerin zihinlerinde şekle ait tek tip bir prototipin belirmesinden ötürü, dörtgenler arasındaki ilişkileri anlama noktasında zorluk oluşturabilir. Çünkü Fischbein (1993)'ün şekilsel kavram teorisi bağlamından bakıldığında bu prototipler, şekle bağlanmayı artırarak, kavramsal bilginin önüne geçebilirler.

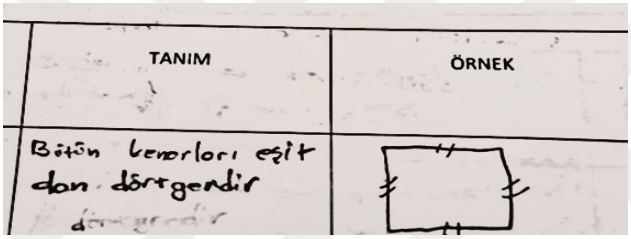
Kare tanımına karşılık, verilen örnek şekillere bakıldığında, öğrenciler tarafından çizilen örneklerin büyük bir bölümünde (94 kişi), beklenilebileceği gibi, yaygın kare prototipi olarak adlandırabileceğimiz tipte şekil (Şekil-15) kullanılmıştır.



Şekil 15. Kare prototipi

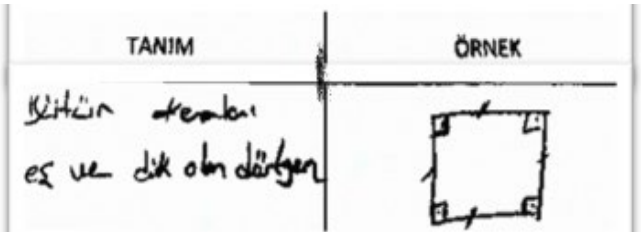
Ancak uygun bir kare çizimi örneği sunabilen 94 katılımcı arasından, Tablo 14'te görülebileceği gibi, 59 kişi çizimlerinde aşağıdaki örnekte olduğu gibi, kenarların eş olmasını vurgulayarak çizim yapmıştır. Kalan kişiler, şekilde yalnızca Şekil-15'tekine benzer biçimde vurgu olmadan, düz bir kare çizimi sunmuşlardır. Bu durumlar, ayrıca notasyonsuz, kısmi notasyon kullanımı ve tam notasyon kullanımı şeklinde isimlendirilmiştir. Örneğin çizimlerinde Şekil-15'teki gibi, hiçbir vurgu yapmayan bireylerin notasyonsuz kare çizimi yaptıkları, aşağıdaki *Y.S.C.*'nin örneğinde olduğu gibi sadece bütün kenarlarının eş olduğunu göstermeleri, kısmi notasyon kullanımı, *Z.D.*'nin örneğinde olduğu gibi hem kenarlarının eşliğini hem de açıların dikliğini sembolik olarak göstererek bir kare çizimi yapmaları da tam notasyon kullanımı olarak değerlendirilmiştir.

[Y.S.C]:



Tablo-14'te gösterildiği üzere, kenarlarının eş olması vurgusuna ek olarak, aşağıdaki örnek cevapta olduğu gibi, Açıların da 90 derece ya da dik olması vurgusunu çizimlerinde gösteren öğrenci sayısı görece daha azdır (17 kişi). Toplamda 6 kişi ise herhangi bir kare çizimi yapmamıştır.

[Z.D]:



Burada fark edilebilir bir nokta da kare tanımını eksiksiz sunan bireylerin, şekil çizimlerine de yansıttıkları yani Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında kavramın ve şeklin birbirini uyumlu olarak yönettiği bir muhakeme biçimini yansıttıkları görülmektedir. Diğer yandan kareyi çoğunlukla 4 kenarı eşit olan şekil olarak tanımlayan bireylerin, zihinlerindeki kare prototiplerinin tanıma yansıması ile şekil bilgisine dayalı hareket ettikleri,

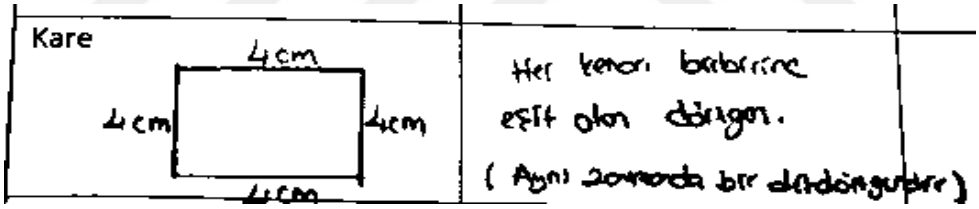
kavramsal özellik olan açıların eşit ve 90 derece olması noktasını geri plana attıkları söylenebilir.

Tablo 14.Kare çiziminin niteliği

Alt Tema	***f***
Kare çiziminde hem kenarlarının eş hem de açıların dikliğinin gösterilmesi (tam notasyon kullanımı)	17
Kare çiziminde sadece kenarlarının eş olduğunun gösterilmesi (kısmi notasyon kullanımı)	59
Düz, vurgusuz kare çizimi (notasyonsuz)	18
Çizim sunmayanlar	6

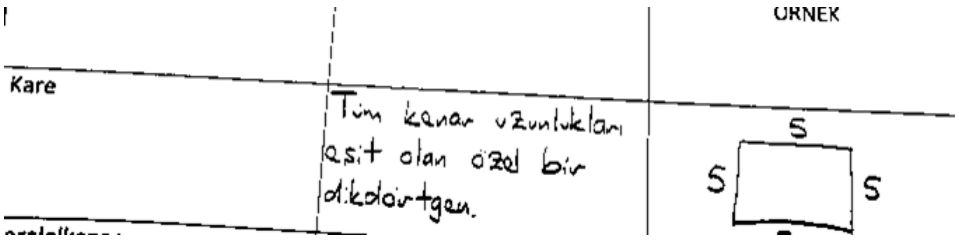
Kare tanımı ve çizimine ilişkin bazı öğrenci bazı cevapları aşağıda örnek teşkil etmesi açısından resmedilmiştir.

[M.N.C]:



Yukarıdaki örnek yanıt (*M.N.C*) ve aşağıdaki örnek yanıt (*K.A*) incelendiğinde, bireylerin görece az bir kısmının (3 kişi) kareyi dikdörtgen ile ilişkilendiren hiyerarşik ilişkinin vurguladığı bir tanım sundukları görülmüştür.

[K.A]:



Özetle, kare tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik katılımcı yanıtlarına bakıldığında, 100 katılımcının, oldukça az bir kısmı (17 kişi), hem karenin tam ve eksiksiz bir tanımını hem de

şekil çiziminde tam bir notasyon kullanarak kare çizimi sunabilmişlerdir. Öğrencilerin büyük bir kısmının sundukları kare tanımları, eksik ve hatalı tanımlamalardır.

4.1.5.2. Paralelkenar tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF-1'in 5.sorusunun paralelkenar ile ilgili olan kısmına verilen yanıtlar, Tablo 15 ve Tablo 16'da sunulmuştur. Tablo 17 ise, tanımla beraber katılımcıların çizdikleri paralelkenar örneklerinin niteliği gösterilmiştir.

Tablo 15.Paralelkenar tanımının niteliğine cevaplar 1.kısım (Paralelkenarın kavramsal özelliklerine vurgu yapan tanımlar)

Alt Tema	***f***
Karşlıklı kenarları birbirine paralel olan şekil	25
Karşılıklı kenarları birbirine eşit olan şekil	13
Karşılıklı kenarları birbirine eş ve paralel olan şekil	6
Karşılıklı kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgen	5
Karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit olan karşılıklı açıları eşit olan dörtgen	5
Karşılıklı açıları eşit olan çokgen	3
Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan ve açıları 90 derece olmak zorunda olmayan şekil	2
Karşılıklı kenarları eşit olan, açıları 90 derece olmak zorunda olmayan şekil, kare de bir örneğidir	1

Yukarıdaki Tablo 15, paralelkenarı tanımlarken, kavramsal özelliklerini ön plana çıkaran tanımları içermektedir. Sadece zihinlerdeki paralelkenar şekillerine ve prototiplere göre hareket etmeyip, paralelkenarın kendine has özelliklerine vurgu yapıldığı bu tanımların yer aldığı Tablo 15 incelendiğinde, katılımcıların büyük bir kısmının paralelkenarı *"karşılıklı kenarları paralel olan şekil"* olarak tanımladığı görülmüştür. Bu ifadenin, paralelkenarı karşılayan uygun bir tanım olduğu söylenebilir. Bu tanımın görece daha fazla sayıda kişi tarafından verilmesi, Türkçedeki paralelkenar isimlendirmesinin çağrıştırdığı anlamdan da kaynaklı olabileceği düşünülmüştür. Nitekim aşağıdaki *Ö8* ve *Ö10* ile yapılan mülakat kesitleri, bu durumu destekler niteliktedir.

[A]: "Paralelkenarı karşılıklı kenarları paralel olan şekil olarak ifade etmişsin. Bu tanımı neden seçtiğini açıklayabilir misin?"

[Ö8] ve [Ö10]: "Yani isminden, paralelkenardan dolayı. Kenarlarının paralel olması lazım"

[A]: "Yani paralelkenar kelimesinden gelen, paralel olması anlamından ötürü mü"

[Ö8] ve [Ö10]: "Evet, kenarlarının paralel olması lazım, yoksa paralelkenar olmazlar"

Yukarıdaki Tablo 15 incelenmeye devam edildiğinde, az sayıda katılımcının *"Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan ve açıları 90 derece olmak zorunda olmayan şekil"* ve *"Karşılıklı kenarları eşit olan, açıları 90 derece olmak zorunda olmayan şekil, kare de bir örneğidir."* tanımlarındaki paralelkenarda açıların 90 derece olmak zorunda olmaması vurgusu, ya da kare ile ilişki kurulması, paralelkenara dair doğru bir farkındalık taşıyan yanıtlardır ve belli kalıplar ve zihinsel prototipler tarafından sınırlandırılmayarak diğer dörtgenlerle doğru bir ilişki kurulmasını destekleyen tipte betimlemelerdir. Tablo 16 ise, paralelkenar kavramını, kavramdan ziyade, prototip algıların yönettiği uygun olmayan tanımları göstermektedir.

Tablo 16.Paralelkenar tanımının niteliğine göre cevaplar 2.kısım (prototip algılardan etkilenen tanımlar)

Alt Tema	***f***
Sadece 2 kenarı aynı uzunlukta olan çokgen	3
Kısa kenarları ve uzun kenarları birbirine eşit olan ve biraz yatay olan şekil	3
Sadece iki kenarı birbirine paralel dörtgen	3
Yamuk dikdörtgen	2
Yan yana 2 eşit çizgiden oluşur	1
Uzun ve kısa kenarları eşit olan yamuk dörtgendir	1
Kenarları eşit olmavan biraz yamuk olan şekil	1
Birbirine paralel sonsuza kadar giden çizgiler	1
Alt ve üst kenarları birbirine paralel şekil	1
4 kenarlı çokgen	1
3 kenarı olan ve üçgene benzeyen şekiller	1
2 kısa kenarı birbirine paralel olan dörtgen	1
Hiç tanım sunamayanlar	21

Öğrenciler tarafından paralelkenar tanımının ve örnek bir şekil çiziminin istendiği ÇMF-1'nin 5. Sorusunun paralelkenar ile ilgili kısmına verilen yanıtlar, 2 tablo halinde sunulmuştur. Tablo 15'de görüldüğü üzere, paralelkenar tanımına ilişkin en çok verilen öğrenci cevabının (25 kişi) Paralelkenarı tanımlarken sadece paralellik vurgusu yapan *"Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan şekil"* yanıtı olduğu görülmektedir. Diğer yandan, bundan sonraki en çok verilen tanım sadece karşılıklı kenarların eşitliği vurgusunu yapan *"Karşılıklı kenarlarının birbirine eşit olan şekil"* yanıtıdır (13 kişi). Hem paralellik hem kenar eşitliği hem de karşılıklı açı vurgularını dahil eden "*Karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit olan karşılıklı açıları eşit olan şekil"* cevabının (5 kişi) görece çok daha az olduğu görülebilir. Bu tanım da gerekenden fazla özellik verilerek sunulan bir tanımdır. Öztoprakçı ve Çakıroğlu (2013)'e göre, paralelkenarı, "iki çift kenarı paralel olan dörtgen" ya da "iki çift karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgen" olarak tanımlayabiliriz. Bu tanımlar dikkate alındığında, Tablo 15 haricindeki tanımlar uygun bir tanım olarak kabul edilmezse, 100 katılımcının %40'ının uygun bir paralelkenar tanımı sunamaması, dikkate değerdir ki Tablo 15'deki tanımlamalardan bazıları da bütünüyle eksiksiz değildirler. Örneğin bazı tanımlarda kenar sayısı vurgusunun hiç yapılmadığı görülebilir. "Karşılıklı kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgen" ve "Karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit olan karşılıklı açıları eşit olan dörtgen" tanımlamaları bu yönüyle tam eksiksiz bir tanım olarak değerlendirilebilir. Fakat yine de Tablo 15'deki tanımlar, paralelkenarın doğru kavramsal özelliklerinin ön plana çıkarıldığı tanımlardır.

Tablo 16'deki tanımlar incelendiğinde ise, bu tanımların öğrencilerin zihinsel prototiplerinden oldukça etkilendiği söylenebilir. Nitekim bu yanıtlarda, kısa ve uzun kenar söylemlerinin kullanılması, yamuk dikdörtgen ya da yamuk dörtgen ibaresi, paralelkenarın biraz yatay bir şekil olduğunun tasviri, paralelkenarı tasvir ederken alt ve üst kenar söylemlerinin kullanımı, paralelkenarın birbirine paralel olan sonsuza kadar giden çizgilerden oluştuğu ifadesi bunu destekler niteliktedir ve bu tanımlar paralelkenarın uygun birer tanımı değildirler. Benzer şekilde, "sadece iki kenarı birbirine paralel olan dörtgen" ve "sadece 2 kenarı aynı uzunlukta olan çokgen" ifadeleri de hatalı tanımlardır. 1 kişinin ise, paralelkenar kavramı için 3 kenarlı olan ve üçgene benzeyen şekiller gibi hatalı algıya sahip olduğu görülmektedir. 21 kişinin ise, hiçbir şekilde tanım veremediği gözükmektedir.

Burada önemli olan başka bir husus, tanımlarda yer alan üst paragraftaki söylemlerin (Tablo 16'daki tanımlamaların) geometrik görevlerde, dörtgenler arası ilişki kurmada ve kavramsal anlamada engel teşkil etme potansiyellerinin bulunmasıdır. Örneğin kısa ve uzun

kenar söylemi, bu çalışmada daha sonra göreceğimiz gibi Fischbein'in şekilsel kavram teorisi temelinde incelenen sorularda, şeklin kavram üzerinde baskın olmasını, prototip algılara aşırı bağımlılığı doğurmakta ve geometrik görevlerde uygun geometrik muhakemenin oluşmasında sınırlayıcı ve engelleyici rol üstlenebilmektedir. Paralelkenarın biraz yatay bir şekil olma algısı da buna dahildir. Bunlar aynı zamanda Fujita ve Jones (2006)'nın isimlendirdiği haliyle, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi zemininde, öğrencilerin zihinlerindeki bireysel şekilsel kavramlar ile formal şekilsel kavramlar arasındaki boşluğun bir sonucudur.

Burada ayrı bir parantez açılması gereken nokta, Öğrenciler tarafından sunulan paralelkenar tanımları arasında, aslında bir dörtgen olan yamuk kavramının, sırf Türkçe'deki kelime anlamı dolayısıyla, ona atfedilen anlamdan ötürü (örneğin eğri ya da yana yatık anlamı) sıfat olarak tanımda kullanıldığı gözükmektedir. Bu husus aslında, çokgen konusundaki zihinsel imgelerin, hem bu hususta paralelkenar tanımı üzerinde, hem de daha sonra görüleceği üzere yamuk kavram tanımı üzerindeki küçümsenemeyecek etkisini bize gösterirken, dörtgenleri isimlendirmeden yani dilsel yapıdan kaynaklanan bir sonucun tezahürüdür.

Ö1 ile gerçekleştirilen paralelkenar ve yamuk üzerinden yürütülen bir mülakatın, aşağıdaki verilen kesiti, yamuğun kavramsal yönünün geri plana atılmasını, yamuk kelimesine yüklenen düzensiz bir şekil algısını destekler biçimdedir. Metinde araştırmacı A harfi ile gösterilmiştir.

[A]: "ÇMF-1 testinin 5.sorusunda, paralelkenarı, kenarları eşit olmayan ve biraz yamuk olan şekil olarak tanımlamışsın. Burada ne demek istedin yani, sana göre, her paralelkenar aynı zamanda bir yamuk mudur? Yani kâğıt üzerine çizdiğimiz bir paralelkenarı, biz aynı zamanda yamuk diye adlandırabilir miyiz?"

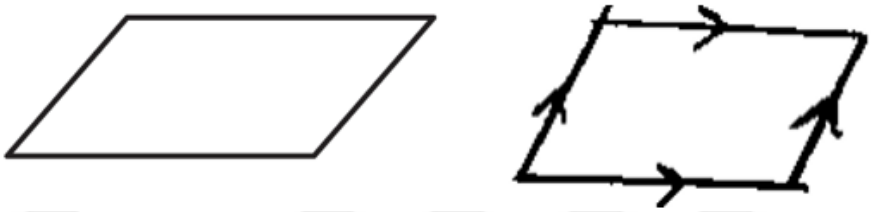
[Ö1]: "Hayır, yamuk diyemeyiz çünkü paralelkenar deyince kenarları birbirine eş, karşılıklı duruyor fakat yamukta öyle bir şey yok. Hepsi birbirinden bağımsız, farklı."

[A]: "Peki neden paralelkenara biraz yamuk bir şekil dedin?"

[Ö1]: "Çünkü paralelkenar deyince, biraz yamuk, yana doğru yatık durduğu için"

Paralelkenar tanımına karşılık olarak öğrenciler tarafından verilen çizim örneklerine bakıldığında (Tablo 17) verilen örneklerin büyük bir bölümünde (62 kişi) Şekil-16'daki alışılagelmiş paralelkenar prototipleri kullanılmıştır. Öğrenciler tarafından sunulan uygun paralelkenar örneklerinin 32 tanesinde, aşağıdaki gibi sadece karşılıklı kenarların paralelliğini vurgulayan semboller kullanılmıştır. Bunlar notasyonlu ve notasyonsuz (düz vurgusuz

paralelkenar çizimi) paralelkenar çizimleri olarak adlandırılabilir. Notasyonsuz paralelkenar çiziminde hiçbir şekilde kenar paralelliğini ya da eşitliği gösteren matematiksel bir sembol kullanılmamıştır. Yani, doğru bir paralelkenar çizimi sunabilen kişilerin bir kısmının notasyonsuz bir çizim yaptığı ortaya çıkarılmıştır. Fakat katılımcıların büyük bir bölümünün paralelkenar çiziminde ya kenar eşitliği ya da paralelliği belirten bir sembol kullandıkları ortaya çıkarılmıştır.



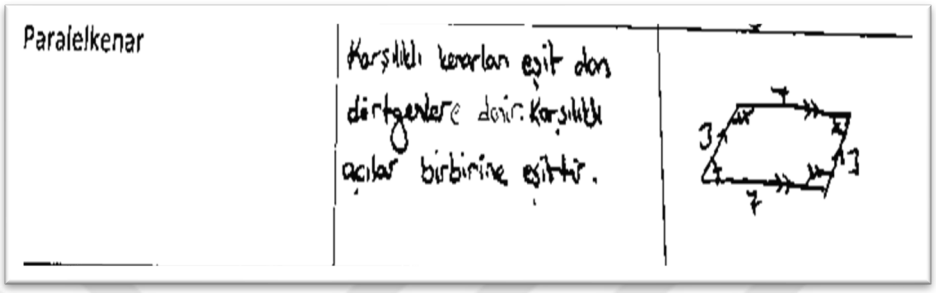
Şekil 16. notasyonsuz ve notasyonlu paralelkenar çizimleri

Tablo 17.Paralelkenar çiziminin niteliği

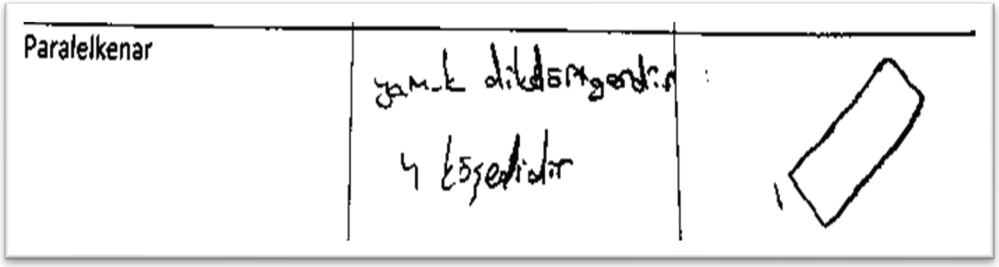
Alt Tema	***f***
Paralelkenar çiziminde sadece kenarlarının parallel olduğunun gösterilmesi	32
Paralelkenar çiziminde yalnızca karşılıklı kenarların eş olduğunun gösterilmesi	11
Düz, vurgusuz paralelkenar çizimi	10
Paralelkenar çiziminde hem kenarlarının paralel hem de karşılıklı açıların eş olduğunun gösterilmesi	7
Paralelkenar çiziminde hem kenarlarının paralel hem de eş olduğunun gösterilmesi	2
Paralelkenar çiziminde dikdörtgen prototipi kullananlar	5
Çizimi paralelkenar olmayanlar ya da çizim yapamayanlar	33

Tablo 17'de gösterildiği üzere hem kenarların paralel hem de karşılıklı açılarının eş olduğu vurgusunu çizimlerinde gösteren öğrenci sayısı görece daha azdır (7 kişi). 10 kişinin çiziminde ise herhangi bir notasyon kullanılmamıştır. 5 kişinin çiziminde ise, paralelkenar olarak dikdörtgen prototipi sunulmuştur. Katılımcıların yarısından fazlası, çizimlerinde bir sembol kullanarak paralelkenar çizimlerini belli bir notasyon içinde verebilmişlerdir. Toplamda 33 kişi ise herhangi bir paralelkenar çizimi yapmamış ya da yaptıkları çizimler

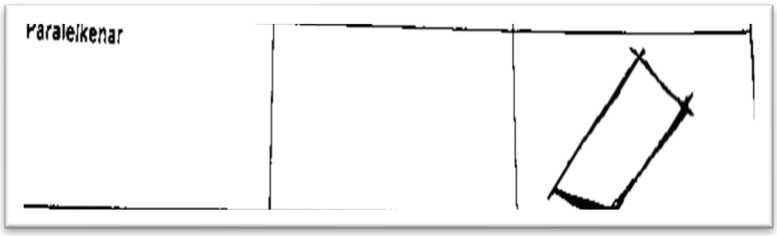
uygun bir paralelkenar örneği değildir. Örnek teşkil etmesi ve daha iyi anlaşılması açısından öğrencilerin çizimlerinden bazı örnekler aşağıda resmedilmiştir. Örneğin aşağıdaki örnek tanımlar, uygun birer tanım örneğidir ve çizimlerde de notasyon kullanılarak karşılıklı kenarların paralelliği ya da açıların eşitliği vurgulanmıştır.



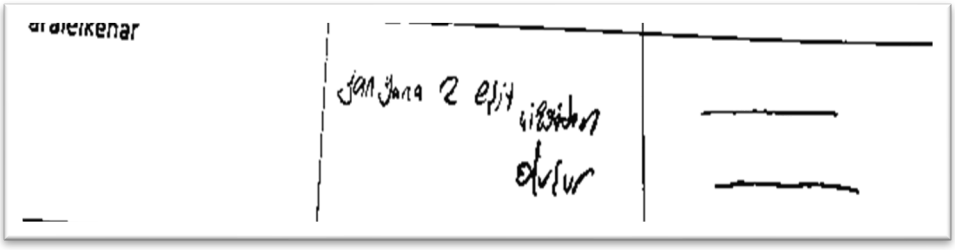
Aşağıdaki örnek cevap da yamuk kelimesi, paralelkenarı niteleyen bir sıfat gibi kullanılmıştır. Paralelkenarın biraz yatık ya da eğimli durması algısı, çizime de yansımıştır.



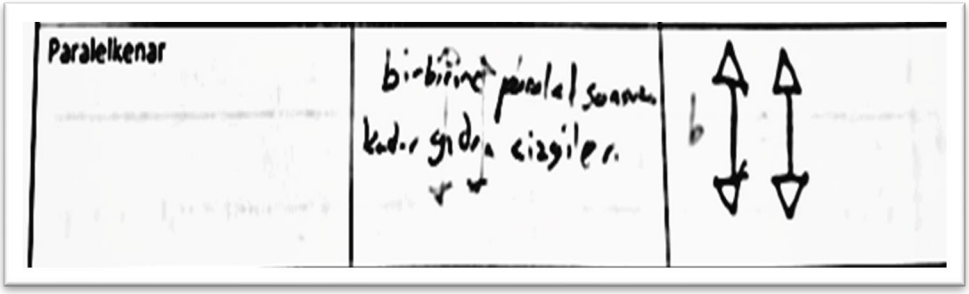
Benzer şekilde, aşağıdaki 2 örnek yanıt da paralelkenar olmayan çizimleri yansıtmaktadır. Dikkat edilirse, bunlarda herhangi bir tanım da sunulmamıştır.



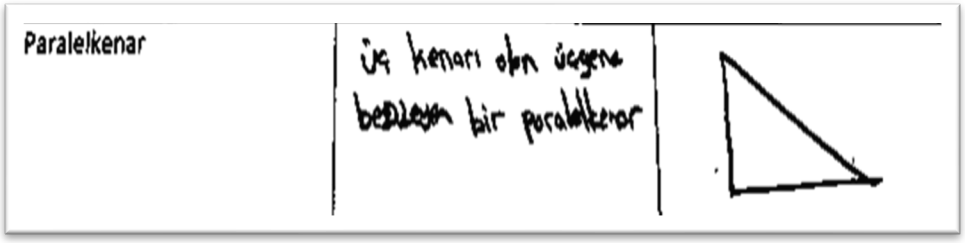
Bazı öğrenci yanıtları da aşağıdaki gibi, birbirine paralel çizgilerin paralelkenar olduğu algısı taşımaktadır. Bu noktada paralelkenar kelimesinden kaynaklanan dilsel etkilenmelerden tanımaya yansıyan hatalı algılar bulunmakta ve bunlar, şekil çizimine de yansımaktadır yorumu yapılabilir. Bu örnekler, şekilsel-kavram teorisine göre katılımcıların bireysel şekilsel kavramlarındaki (personal figural concepts) güçlü imgelerin etkisi altında olduğunun bir işaretidir. Bu öğrencilerin muhakemelerini tanımdan ziyade şekil algıları yönetmektedir.



Aşağıdaki örnek yanıt da yukarıdakine benzer bir hatalı tanım ve çizimi yansıtmaktadır.



Paralelkenarı üçgen ve üçgene benzeyen şekiller olarak değerlendiren aşağıdaki gibi bir örnek yanıta da rastlanmıştır.



Genel olarak bakıldığında, öğrencilerin uygun bir paralelkenar tanımı sunmada, uygun bir kare tanımı sunmaya göre daha iyi bir performans sergiledikleri görülmektedir. Bu durum belki de paralelkenar kelimesinin dilsel olarak çağrıştırdığı bir anlamın katkısının bir sonucudur.

4.1.5.3. Dikdörtgen tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF'nin 5. Sorusunun dikdörtgen ile ilgili kısmına verilen yanıtlar, kategorize edilerek Tablo 18 ve Tablo 19'de sunulmuştur.

Tablo 18.Dikdörtgen tanımının niteliği'ne cevaplar (dikdörtgenin kavramsal özelliklerine vurgu yapan yanıtlar)

Alt Tema	***f***
Karşlıklı kenarları birbirine eşit olan şekil	30
Karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olan şekil	17
Bütün açıları dik olan şekil	1
Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan şekil	1

Görüldüğü üzere, Tablo 18 'deki yanıtlar, dikdörtgen tanımında en azından kavramsal özelliklere vurgu yapan tanımlar olarak değerlendirilebilir. Kavramsal özelliklere vurgu yapan tanımlarda bile, dikdörtgen tanımına ilişkin en çok verilen öğrenci cevabının (30 kişi) dikdörtgeni tanımlarken sadece karşılıklı kenarların eşliği vurgusu yapan *"Karşılıklı kenarları birbirine eşit olan şekil"* yanıtı olduğu görülmektedir. Bu tanım, dikdörtgenin tüm kritik özelliklerini içermediği için, dikdörtgenin doğru bir tanımı değildir. Dikdörtgenin kavramsal özelliklerine vurgu yaparak tanımlayan bireyler arasında bile verilen tanımların eksik olduğu görülmektedir. Hem karşılıklı kenarların eşit hem de açıların dik olduğu vurgusuyla tanım yapan öğrenci sayısı görece daha azdır (17 kişi). Özetle, şeklin dikdörtgen olması için kritik

nitelikleri tanımlarında tam olarak verebilen *("karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olan şekil")* bireylerin sayısının oldukça az olması (sadece 17 kişi), dikkat çekici bir husustur.

Tablo 19.Dikdörtgen tanımının niteliğine cevaplar (prototip algılardan etkilenen tanımlar)

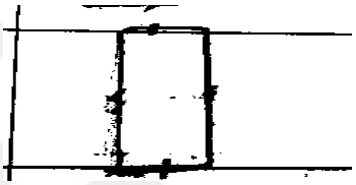
Alt Tema	***f***
İki kenarı uzun, iki kenarı kısa şekil	28
Kısa kenarı kısa kenarına, uzun kenarı uzun kenarına eşit olan şekiller	4
Karenin daha ince ve uzun hali	3
Kareden daha uzun olan şekiller	3
İki kısa iki uzun çizgiden oluşan dörtgen	3
Yanları kısa, alt ve üstleri uzun olan şekil	2
Kareden farklı olarak kenarları eşit olmayan şekil	2
Karşılıklı kenarları eşit fakat komşu kenarları farklı olan dörtgen	2
Karşılıklı kenarları birbirine eş olan karenin özel hali	2
Üst altı ve sağı solu eşit olan uzun şekiller	1
Üst ve Alt kenarı daha uzun olan çokgen	1

Diğer yandan, yukarıdaki Tablo 19'daki tanımlar, dikdörtgenin kavramsal özelliklerden ziyade katılımcıların prototip şekil algılarına ve bireysel şekilsel-kavramlarına dayalı yaptıkları tanımlardır. 28 kişiyle, ikinci en çok verilen tanım olan *"iki kenarı uzun, iki kenarı kısa şekil"* ifadesi, üzerinde durulması gereken bu türde bir yanıttır. Çünkü bu yanıt zihinde belli bir prototipin hâkim olduğu ve bundan dolayı, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında düşünüldüğünde şekil algılarının kavramsal bilginin önüne geçtiği, dörtgenler arasındaki ilişkileri anlamada ve yorumlamada sorunlar oluşturma potansiyelini taşırken, aynı zamanda Duval'in bilişsel modeli açısından, geometrik görevlerde görsel algılara bağımlı kılarak, uygun geometrik muhakemelerinin elde edilmesinde engelleyici rol üstlenebilir. Nitekim tanımlarda yer alan "*Karenin daha ince ve uzun hali"* "*Kareden daha uzun olan şekiller"*, "*Üst ve Alt kenarı daha uzun olan çokgen"*, "*Yanları kısa, alt ve üstleri uzun olan şekil"* ve "*Üst altı ve sağı solu eşit olan uzun şekiller"* ve buna benzer dikdörtgen nitelemeleri de bu duruma dahildir. Öğrenciler tarafından verilen cevaplarda görece oldukça az sayıda bulunan "*Karşılıklı kenarları birbirine eş olan karenin özel hali"* şeklindeki

dörtgenler arası ilişkileri vurguluyor görünen tanım ise, yanlış ilişkilendirmeden dolayı hatalı bir tanımdır.

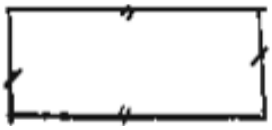
Dikdörtgen tanımının yanında öğrenciler tarafından verilen dikdörtgen çizim örneklerine bakıldığında, Tablo 20'de görülebileceği üzere, verilen örneklerin büyük bir bölümünde (81 kişi) Şekil-17'deki tipte dikdörtgen prototipi kullanılmıştır. 6 kişinin dikdörtgen çizimleri ise, Şekil-18'deki bir örnek öğrenci cevabındaki gibi alışılagelmiş prototipin biraz dışında farklı bir görünümde verilmiştir. 39 kişinin cevabında, düz ve vurgu olmadan yapılan notasyonsuz dikdörtgen çizimi sunulmuştur.

Şekil 17. dikdörtgen prototipi



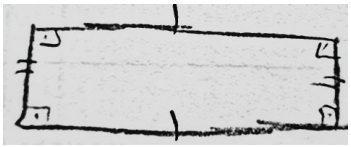
Şekil 18. Katılımcının örnek dikdörtgen çizimi

Öğrenciler tarafından sunulan 87 dikdörtgen çiziminin 27 tanesinde, Şekil-19'daki bir örnek öğrenci cevabındaki gibi, sadece karşılıklı kenarların eşitliğini vurgulayan notasyon (kısmi notasyon) kullanılmıştır.



Şekil 19.Dikdörtgen çiziminde kısmi notasyon kullanımı

Öğrenci çizimlerinde, tam notasyon kullanan yani, karşılıklı kenarların eş olması vurgusuna ek olarak, açıların da dik olduğunu gösterenlerin sayısı ise 20 kişidir (Şekil-20). Yani, Tablo 20'de gösterildiği üzere, Şekil-20'deki gibi dikdörtgen çiziminde hem karşılıklı kenarların eş olduğunu hem de açıların dik olduğu gösterimi yapan, çizimi tam bir notasyon ile eksiksiz verebilen öğrenci sayısı görece daha azdır (20 kişi).

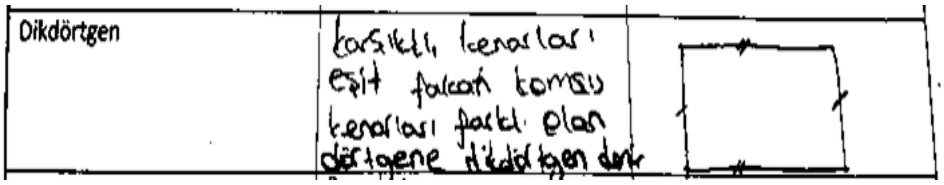


Şekil 20. Tam notasyon kullanımı

Tablo 20.Dikdörtgen çiziminin niteliği

Alt Tema	***f***
Düz, vurgusuz dikdörtgen çizimi	39
Dikdörtgen çiziminde sadece karşılık kenarlarının eş olmasının gösterilmesi	27
Dikdörtgen çiziminde hem karşılıklı kenarların eş hem de açıların dik olduğunun gösterilmesi	20
Dikdörtgen çiziminde sadece açıların dikliğinin gösterimi	1
Dikdörtgen olmayan çizimler ya da çizim sunamayanlar	13

Örnek teşkil etmesi ve daha iyi anlaşılması açısından aşağıda bir örnek öğrenci yanıtı görsel olarak sunulmuştur.



Bu örnek cevapta, dikdörtgen şekli sadece karşılıklı kenarların eşitliği üzerinden gösterilmiştir. Buna karşılık verilen tanımın prototip algılardan etkilenen ve kişilerin kendi zihinlerindeki bireysel şekilsel-kavramlara göre hareket eden bir tanımdır. Şekil bilgisi, kavramsal bilginin önünde yer alan bir muhakeme biçimidir. Örneğin bu öğrenci, kareyi, bir dikdörtgen olarak saymayabilir. Bu yüzden Tablo 19'da sunulan tanımların, geometrik görevlerde bilişsel açıdan bireyleri hatalı muhakemelere sürükleme potansiyeli yüksektir. Genel olarak bakıldığında, öğrencilerin dikdörtgen tanımını eksiksiz vermede oldukça zorlandıkları (100 katılımcı arasından sadece 17 kişi eksiksiz bir tanım sunabilmiştir) fakat çizim örneği sunmada görece fazla sorun yaşamadıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu da yine dikdörtgen özelinde, öğrencilerin şekil bilgilerini kavramsal bilgiye göre daha iyi yönetmelerinin bir sonucudur. Fakat doğru bir dikdörtgen tanımı sunabilme açısından

katılımcıların sorun yaşamaları dikkate değer bir noktadır ve öğrencilerin bireysel şekilsel kavramları ile (personal figural concept), formal şekilsel kavram (formal figural concept) arasındaki boşluğun bir belirtisidir ve bu boşluk, farklı geometrik görevlerde uygun olmayan muhakemelere yol açabilmektedir.

4.1.5.4. Beşgen ve Altıgen tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF'nin 5. Sorusunun beşgen ve altıgen kısmına ilişkin yanıtlar, bu bölümde özetlenmiştir.

4.1.5.4.1. Beşgen tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF-1'in 5.sorusunda, katılımcıların sundukları beşgen tanımları, aşağıda Tablo 21 ve 22'de sunulmuştur.

Tablo 21.Beşgen tanımının niteliğine göre cevaplar (yalnızca kavramsal özelliklere göre uygun tanımlar)

Alt Tema	***f***
5 tane kenarı olan geometrik şekil	31
5 tane köşesi olan geometrik şekil	14
5 kenar ve 5 köşeden oluşan geometrik şekil	6
5 kenarlı aynı veya farklı kenar uzunluklarına sahip şekil	4

Yukarıdaki Tablo 21, beşgen tanımını beşgenin kavramsal özellikleri göre hareket ederek tanımlayan bireyleri göstermektedir. Bu yanıtlarda verilen tanımlar, beşgenin genel çerçevesini çizebilen tanımlardır ve tüm katılımcıların yarısından biraz fazlasının cevabını oluşturmaktadır (55 kişi). Aşağıdaki Tablo 22 ise, beşgenin kavramsal özelliklerine dayalı vurgular da yaptığı halde, genel bir beşgen tanımlarını yansıtmayan, beşgen tanımını kısıtlayıcı imgelerin devreye girdiği, katılımcıların kendi bireysel şekilsel-kavramlarına göre hareket ettiği tanımlardır ve 100 katılımcı arasından 45 kişinin beşgen kavram tanımını genel olarak yansıtan bir tanım sunamaması dikkate değerdir. Tablo 22'deki *"5 kenarlı ve iç açıları toplamı 360 derece olan şekiller", "5 kenarlı ve iç açıları birbirine eşit olmayan şekiller", "5 kenarı olan ve kenarları hizalı olmayan şekiller", "5 kenarlı ve kenarları eşit olmayan sadece uzun kenarları eşit olan şekil", "5 kenarı olan ve kenarları farklı olan şekil"* ve *"Elmasa benzeyen bir şekil"* tanımlarına bakıldığında, katılımcıların bireysel şekilsel-kavramlarındaki imgelerine göre yapılan tanımlar olduğu görülebilir. Burada bazı kişilerin zihinlerindeki dörtgen imgelerini beşgene genelleyerek iç açılarının toplamını 360 derece olarak hatalı

değerlendirdikleri görülmektedir. Nitekim bazı öğrencilerin de beşgeni kenarlı hizalı olmayan şekil olarak ya da elmasa benzeyen şekil olarak değerlendirmeleri, zihinsel prototiplerin baskısı altında tanımlardır ve Fischbein'in şekilsel-kavram teorisine göre, şekil bilgilerinin ve şekil algılarının kavramı yönettiği tanımlardır. Burada üzerinde durulması gereken önemli bir nokta, Tablo 22'deki kategorilerden arasından en çok verilen yanıt olan (23 kişi), bazı kişilerin beşgeni sadece düzgün beşgen algısından hareketle, kenarlarının mutlaka eşit olması gerektiğine yönelik düşünceyle tanımlamalarıdır ve önemli diyebileceğimiz sayıda öğrencinin imgelerinde yer almaktadır. Benzer şekilde bazı bireyler de beşgene ilişkin kenarları farklı olan şekil algılarıyla tam tersi şekilde hatalı tanımlar yapmışlardır. Bu cevaplar, çalışmada daha sonra da göreceğimiz gibi, zihinde tek tip bir algıya yol açmakta, bu yüzden öğrencilerin şekilsel kavram teorisi bağlamında şekle olan bağlılığı kuvvetlendirerek öğrencilerin farklı geometrik görevlerde esnek düşünmesini engelleyici rol oynamaktadır. Bu kategorideki cevaplar, aşağıda örnek olarak verilmiştir.

[R.Ç]: "5 eş kenardan oluşan şekil."

[T.B]: "5 eş kenarın birleşmesiyle oluşan şekillere beşgen denir."

[F.D]: "5 kenardan oluşan ve kenarları aynı olmak zorunda olan şekiller"

Tablo 22.Beşgen tanımının niteliğine göre cevaplar (kavramsal özellikler de vurgulanmasına rağmen, prototip algılardan etkilenen tanımlar)

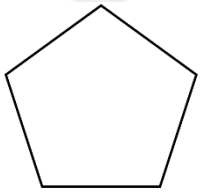
Alt Tema	***f***
5 eş kenardan oluşan şekil	23
5 kenarlı ve iç açıları toplamı 360 derece olan şekiller	4
5 kenarlı ve iç açıları birbirine eşit olmayan şekiller	3
5 kenarı olan ve kenarları hizalı olmayan şekillerdir	1
5 kenarlı ve kenarları eşit olmayan sadece uzun kenarları eşit olan şekil	1
5 kenarı olan ve kenarları farklı olan şekil	1
Elmasa benzer bir şekil	1
Tanım sunamayanlar	11

Katılımcıların sundukları beşgen tanımlarına karşılık, çizdikleri beşgen şekilleri ise, aşağıda Tablo 23'te sunulmuştur.

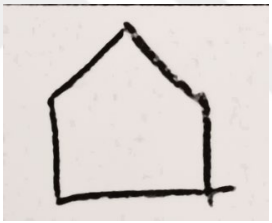
Tablo 23.Beşgen çiziminin niteliğine göre frekanslar

Alt Tema	***f***
Düzgün beşgen prototipinin çizilmesi	59
Farklı tipte bir beşgen çizimi (Şekil-22)	27
Çizimi Beşgen olmayanlar	2
Beşgen çizimi sunamayanlar	12

Tablo 23'e bakıldığında, Öğrencilerin büyük bir bölümünün (59 kişi) yaygın beşgen prototipi diyebileceğimiz (düzgün beşgen) Şekil-21'deki şekli beşgen örneği olarak çizdikleri tespit edilmiştir. Bu aslında bir düzgün beşgen prototipidir. 27 kişinin çizimleri ise, Şekil-22'deki bir örnek öğrenci cevabındaki gibi alışılagelmiş prototipin dışındadır. 12 öğrenci ise, herhangi bir beşgen çizimi sunamamıştır.

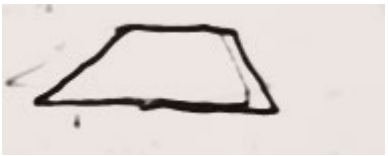


Şekil 21. beşgen prototipi



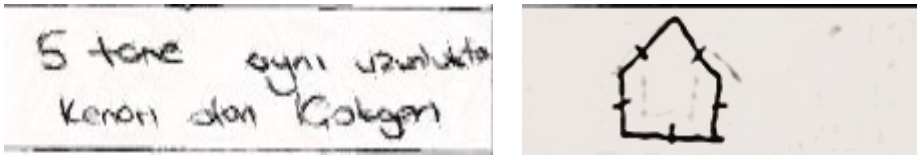
Şekil 22. Öğrencinin beşgen çiziminin tipi

Tablo 23'de gösterilen 2 öğrencinin çizdiği şekiller, aşağıdaki örnek öğrenci çizimlerinde olduğu gibi beşgen değildir.



Öğrenciler tarafından çizilen beşgen çizimleri noktasında dikkat çekici başka bir nokta da çizimlerinde Şekil 22'deki tipte bir beşgen sunan **27** kişi arasından **7** kişinin beşgen tanımlarında düzgün beşgenden yola çıkarak kenarlarının eşit olması gerektiği vurgusuyla tanım yapmalarıdır. Aşağıda buna ilişkin bir örnek öğrenci yanıtı gösterilmiştir (Şekil-23).

[T.B]:



Şekil 23. Kenar eşitliği ile verilen tanım ve tanıma uygun olmayan beşgen çizimi

Bu noktada bu 7 öğrencinin, şekilsel kavram teorisi açısından bakıldığında, zihinsel imgelere fazlasıyla bağlı kalarak, şekil bilgilerinin kavramsal bilginin önüne geçtiği görülmektedir. Çünkü yaptıkları tanımda (düzgün beşgen tanımı) iç açıların eşit ve geniş açı olduğuna odaklanmadıkları bunun yerine çizimlerinde açılara dikkat etmeden belli zihinsel kalıplara bağlı kalarak çizim yaptıkları görülmektedir.

4.1.5.4.2. Altıgen tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF-1'in 5.sorusunda, katılımcıların sundukları altıgen tanımları Tablo 24 ve 25'de sunulmuştur. Tablo 24, altıgeni, altıgenin kavramsal özellikleri göre hareket ederek tanımlayan bireyleri göstermektedir. Bu yanıtlarda verilen tanımlar, altıgenin genel çerçevesini çizebilen tanımlardır.

Tablo 24.Altıgen tanımının niteliğine göre cevaplar (yalnızca kavramsal özelliklere göre uygun tanımlar)

Alt Tema	***f***
6 tane kenarı olan geometrik şekil	33
6 tane köşesi olan geometrik şekil	14
6 kenar ve 6 köşeden oluşan geometrik şekil	6
6 kenarlı aynı veya farklı kenar uzunluklarına sahip şekil	4

Aşağıdaki Tablo 25 ise, altıgenin kavramsal özelliklerine dayalı vurgular da yaptığı halde, genel bir altıgen tanımlarını yansıtmayan, altıgen tanımını kısıtlayıcı imgelerin devreye girdiği, katılımcıların kendi bireysel şekilsel-kavramlarına göre hareket ettiği tanımlardır. 100 katılımcı arasından 43 kişinin altıgen kavramını genel olarak yansıtan bir tanım sunamaması dikkate değerdir. Bu kişilerin yanıtlarının belli bir zihinsel kalıba göre sınırlandırıldığı görülebilir.

Tablo 25.Altıgen tanımının niteliğine göre cevaplar (kavramsal özellikler vurgulanmasına rağmen, prototip algılardan etkilenen tanımlar)

Alt Tema	***f***
6 eş kenardan oluşan şekil	23
6 kenarlı ve iç açıları birbirine eşit olmayan şekiller	3
6 kenarlı ve iç açıları toplamı 360 derece olan şekiller	3
6 kenarı olan, 4'ü paralel olmayan 2'si altlı üstlü aynı hizada olan şekiller	1
Beşgenden daha çok köşesi olan şekil.	1
Tanım sunamayanlar	12

Tablo 25'deki *"6 kenarlı ve iç açıları toplamı 360 derece olan şekiller", "6 kenarlı ve iç açıları birbirine eşit olmayan şekiller", "6 kenarı olan 4'ü paralel olmayan 2'si altlı üstlü aynı hizada olan şekiller"* ve *"Beşgenden daha çok kenarı olan şekil"* tanımlarına bakıldığında altıgene ilişkin bireyin kendi şekilsel-kavramlarındaki imgelerine göre yapılan tanımlar olduğu görülebilir. Üstelik, burada bazı kişilerin zihinlerindeki dörtgen imgelerini altıgen kavramına genelleyerek iç açılarının toplamını 360 derece olarak hatalı değerlendirdikleri görülmektedir. Nitekim bazı öğrencilerin de altıgen için verdikleri, düzgün altıgen prototipinden hareketle, "*6 kenarı olan ve 4'ü paralel olmayan 2'si altlı üstlü aynı hizada olan şekil"* tanımları, zihinsel prototiplerin baskısı altında tanımlardır. Ancak burada öne çıkan husus, altıgeni kenarlarının eş olması algısıyla hareket eden, düzgün altıgene odaklanarak cevap veren bireylerin sayıca oldukça kayda değer olmasıdır (23 kişi). Bu bireylerde altıgen denildiğinde kenarların mutlaka eşit olması algısı bulunabileceğinden ötürü, ileride göreceğimiz gibi beşgen ve altıgen şekillerine ilişkin tek tip bir prototipin zihinde yer etmesine yol açma potansiyeli taşımaktadırlar. Öğrencilerin prototiplere bağlı kalan çizimleri de kenarları eşit olacak şekilde yapıldığı için, esnek bir muhakeme biçimi yönünden sınırlayıcı rol üstelenebilirler. Bu kategoriye giren bazı öğrenci cevapları, örnek teşkil etmesi açısından aşağıda verilmiştir:

[R.Ç]: "6 eş kenardan oluşan şekil."

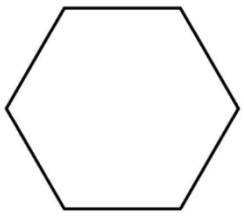
[T.B]: "6 eş kenarın birleşmesiyle oluşan şekillere altıgen denir."

[F.D]: "6 kenardan oluşan ve kenarları aynı olmak zorunda olan şekiller"

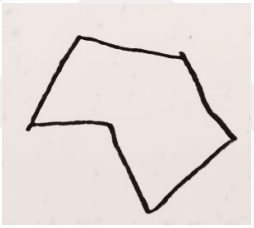
Altıgen tanımına karşılık olarak öğrenciler tarafından verilen çizim örneklerine bakıldığında, Tablo 26'da görülebileceği üzere, verilen örneklerin büyük bir bölümünde (85 kişi) Şekil-24'teki yaygın altıgen şekli (düzgün altıgen prototipi) kullanılmıştır. 5 kişinin çizimlerinin altıgen olmadığı tespit edilirken, 3 kişinin çizimleri ise, Şekil-25'deki bir örnek öğrenci cevabındaki gibi alışılagelmiş prototipin dışındadır. 7 öğrenci ise, herhangi bir altıgen çizimi sunamamıştır.

Tablo 26.Altıgen çiziminin niteliğine göre frekanslar

Alt Tema	***f***
Düzgün altıgen prototipinin çizilmesi	85
Farklı tipte altıgen çizenler	3
Çizimi altıgen olmayanlar	5
Altıgen çizimi sunmayanlar	7



Şekil 24. altıgen prototipi

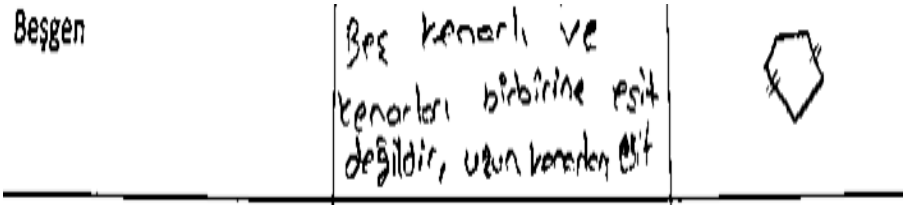


Şekil 25. öğrencinin altıgen çizimi

Genel olarak bakıldığında, beşgen ve altıgen denildiğinde çizim olarak sunulan cevaplarda düzgün beşgen ve düzgün altıgen prototiplerinin fazlasıyla baskın olması önemli bir noktadır. Bu husus, çalışmanın farklı yerlerinde de görebileceğimiz gibi, şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçmesiyle farklı geometrik görevlerde, uygun olmayan muhakemelerin gelişmesine ya da çokgenler arası ilişkilerin anlaşılmasında sorun olabilmektedir. Beşgen ve altıgene ilişkin diğer bir husus da Tablo 23 ve Tablo 26 incelendiğinde, katılımcılar arasında, altıgen çizimi sunabilen kişi sayısı, beşgen çizimi sunabilen kişisi sayısından göreli olarak daha fazladır. Beşgen çiziminde altıgen çizimi sunmaya göre daha fazla zorlandıkları yorumu yapılabilir.

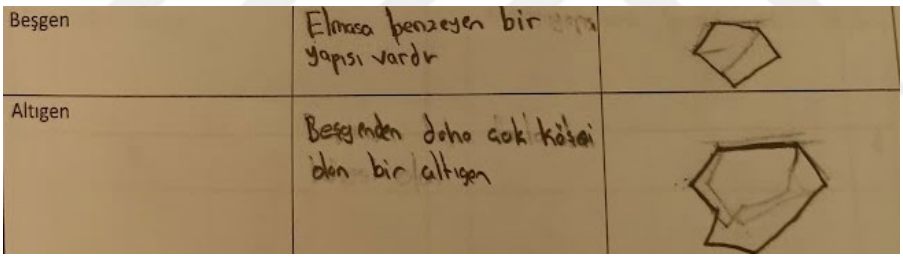
Örnek teşkil etmesi açısından beşgen ve altıgen kavramlarına ilişkin 2 öğrenci yanıtı aşağıda resmedilmiştir:

[E.C]:



Yukarıdaki *E.C.*'nin örnek yanıtına bakıldığında, kendi zihnindeki bireysel şekilsel kavramında yer alan imgelere göre tanım yaptığı ve şekle de bu tanımını yansıttığı gözükmektedir. Diğer yandan aşağıdaki *S.T.* isimli öğrencinin, örnek yanıta bakıldığında, beşgenin elmas şekli üzerinden yani belli bir zihinsel prototip üzerinden tanımladığı, Altıgeni ise beşgenden daha çok köşesi olan şekil olarak tanımlayarak, aslında bir yedigen şekli sunduğu görülmektedir. Burada bireylerin verdikleri tanımın niteliğinin, oldukça önemli bir husus olduğu, net bir biçimde görülmektedir.

[S.T]:



Genel olarak bakıldığında, diğer dörtgenlere göre görece daha kolay olacağı umulabilecek beşgen ve altıgen tanımı sunma konusunda, katılımcıların yarıya yakının beşgen ve altıgenin genel çerçevesini sunan bir tanım sunamamaları önemli bir hususdur.

4.1.5.5. Yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular

ÇMF'nin 5. Sorusunun yamuk ile ilgili kısmına verilen yanıtlar, bu bölümde verilmiştir. Aşağıdaki Tablo 27, tanımlarda yamuğun kritik özelliği olan paralellik vurgusunu verebilen yanıtlardır. Tanımlarında yamuk kavramında 2 kenarın paralel olması kritik özelliğini verebilen katılımcı sayısının oldukça az olması, ilk dikkat çekici hususdur.

Tablo 27.Yamuk tanımının niteliğine göre cevaplar 1.kısım (tanımlarında kritik özellik olan paralellik vurgusu bulunanlar)

Alt Tema	***f***
Karşılıklı 2 kenarı paralel olan çokgen	4
İki kenarı paralel olan şekil	2
Sadece üstteki ve alttaki kenarları birbirine paralel olan dörtgen	1
Kenar uzunlukları birbirinden farklı, üstteki ve alttaki kenarları birbirine paralel olan dörtgen	1
Karşılıklı üst ve alt kenarları birbirine paralel ve yan kenarları ile kesişen dörtgen	1
Sadece birbirine paralel olmayan kenarları eşit olan çokgen	1

Aşağıdaki Tablo 28 ve Tablo 29 ise, paralellik vurgusunu hiçbir biçimde tanımlarında veremeyen bireylerin yanıtlarını ve frekansları göstermektedir.

Tablo 28.Yamuk tanımının niteliğine göre cevaplar 2.kısım (paralellik vurgusu olmayan bireysel şekilsel kavramlarındaki imgelere dayalı yanıtlar)

Alt Tema	***f***
Kenar uzunlukları farklı olan şekil	18
Çizimi yamuk olan dörtgen	10
Tüm açıları ve kenarları farklı olan şekiller	8
Birbirine eş kenarı olmayan şekil	5
İsminden dolayı, kenarları yamuk olan şekiller	5
Karenin yamuk hali	3
2 kenarının aşağı ya da yukarı doğru eğimlenmesi	1
4'den fazla köşesi olan kenar uzunlukları birbirinden farklı kapalı şekil	1

Hem yukarıdaki Tablo 28, hem de aşağıdaki Tablo 29 incelendiğinde, ilk etapta dikkat çekici noktanın, belli zihinsel kalıpların ve dilsel etkilerin sınırlamaları altında yapılan uygun olmayan yamuk tanımlamaları olduğu görülebilir.

Tablo 29.Yamuk tanımının niteliğine göre cevaplar 3.kısım (paralellik vurgusu olmayan bireysel şekilsel kavramlarındaki imgelere dayalı yanıtlar)

Alt Tema	***f***
İç açıları toplamı 360 dereceden büyük olan çokgen	4
Eğimli bir şekil	3
Dairenin yamuk hali	2
Karşılıklı kenarların ikisi eşit, ikisi farklı olan çokgen	1
İç açıları toplamı 360 derece olan çokgen.	1
Düzensiz bir şekildir, iç açıları toplamı bilinemez.	1
Dört köşesi birbirine farklı açılarla bağlanan dörtgen	1
4 kenarı ve 4 köşesi olan diğer dörtgenlere benzemeyen şekil	1
İki kenarı aynı, üst ve alt kenarları farklı olan şekil	1
Kenar uzunlukları farklı ve biçimsiz olan şekil	1
Kısa kenarlarının uzunlukları aynı olan, dikdörtgenin yamuk versiyonu	1
Köşesi olmayan yamuk çizgi	1
Bir kenarı düz olmayan şekillere denir	1
Dik üçgen şeklinde sağ kenarı yamuk olan şekil	1
Hiçbir cinse benzemeyen şekiller	1
4 kenarlı ve birbirine paralel hiçbir kenarı olmayan şekiller	1
Üst kenarı, alt kenarından kısa olan geometrik şekiller	1
Yan kenarları birbirine eşit olan şekiller	1
Tanım sunmayanlar	15

Yamuk tanımının ve örnek bir şekil çiziminin istendiği ÇMF'nin 5. Sorusunun yamuk ile ilgili kısmına verilen yanıtlar, kategorize edilerek 3 kısım halinde Tablo 27, Tablo 28 ve Tablo 29'da sunulmuştur. Tablo 28 ve Tablo 29'un bölünme nedeni, pratik sebeplerden ötürüdür. İki Tablo da yamuğun paralellik özelliğini veremeyen hatalı öğrenci tanımlamalarını göstermektedir. Öncelikle yamuk kavramı, Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008)'in çalışmalarında *"en az bir çift paralel kenarı olan dörtgen"* olarak tanımlanmıştır. Bu noktada

en az vurgusu oldukça önemlidir, çünkü *"sadece 2 kenarı paralel olan dörtgen"* tanımının hatalı bir tanım olacağı ve diğer özel dörtgenleri yamuktan dışlayacağı unutulmamalıdır.

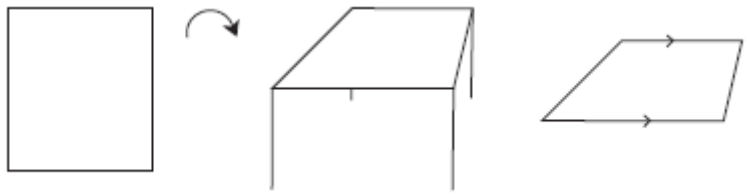
Veriler incelendiğinde 100 katılımcı arasından, yukarıda verilen yamuğun eksiksiz tanımını yansıtamayan fakat, yamuk tanımlarında bir ölçüde kenar paralelliğini vurgulayan yanıtlar, sadece 10 kişidir. Bu yanıtlar Tablo 27'de görülebilir. Ancak bu yanıtlarda en az kelimesi kullanılmamış, 2 tane paralel kenarının bulunması vurgusu öğrenciler tarafından verilmiştir ki katılımcılar tarafından ortaokul 8. Sınıf düzeyinde bu eksiksiz tanımın verilmesinin olasılıkla beklenilemeyeceği varsayılabilir. Fakat bu tanımlar içerisinde bile, yamuğun genel tanımını sınırlayan, *"Sadece üstteki ve alttaki kenarları birbirine paralel olan dörtgen", "Kenar uzunlukları birbirinden farklı, üstteki ve alttaki kenarları birbirine paralel olan dörtgen", "Karşılıklı üst ve alt kenarları birbirine paralel ve yan kenarları ile kesişen dörtgen"* ve *"sadece birbirine paralel olmayan kenarları eşit olan çokgen"* şeklinde zihinsel prototip algılara dayanan tanımlar da olduğu görülebilir. Örneğin *"sadece birbirine paralel olmayan kenarları eşit olan çokgen"* tanımı, ikizkenar yamuk şekli düşünülerek elde edilen, bireysel şekilsel-kavramlardaki imgeye bağlı bir tanım örneğidir.

Tablo 28 ve 29'da sunulan diğer yanıt kategorileri, tanımlarda yamuk tanımında olması gereken "*en az 2 kenarın paralel olması durumunu"* hiçbir şekilde vurgulamayan hem yamuk kelimesinin çağrıştırdığı dilsel anlamdan hem de zihindeki şekil algılarından etkilenen uygun olmayan cevaplardır.

Görüldüğü üzere, tüm tablolar tahlil edildiğinde, yamuk tanımına ilişkin en çok verilen öğrenci cevabının (toplamda 34 kişi), tanımlarında ***yamuğun kenar uzunluklarının birbirinden farklı*** **olması'** vurgusu içeren tanımlar olduğu görülmektedir. İkinci en çok vurgulanan nitelik ise, ***"çizimi ya da şekli yamuk"*** cevabıdır. Yani yanıtlarında **yamuk kelimesini biçimsiz anlamında** sıfat olarak kullanan kişilerin sayısının toplamda 23 kişi olduğu görülmüştür. Kenarlarının ***eğimli*** olduğunu vurgulayan yanıtların sayısı ise 4'tür. Yamuğun düzensiz ve biçimsiz bir şekil olması algısı, bazı bireyleri yamuğu tanımlarken, iç açıları toplamı bilinemez yargısına götürdüğü de görülmüştür (Tablo 29'daki *"düzensiz bir şekildir, iç açıları toplamı bilinemez"* tanımı). Benzer şekilde, *yamuğun iç açıları toplamının 360 derecen büyük olduğunu savunan, yamuğu dairenin yamuk hali şeklinde niteleyen, yamuğu köşesi olmayan yamuk çizgi olarak tanımlayan, hiçbir cinse benzemeyen şekil olarak tanımlayan* yanıtlar, yamuğun dilsel kelime anlamının etkisi altındadır. Yani yamuk kelimesinden ileri gelen, semantik bir durumdan kaynaklanan bir zihinsel karışıklık söz konusudur ve yamuk kavramı bireylerde biçimsiz, düzensiz ve eğik nitelemelerini

çağrıştırmaktadır. Bu semantik durum, aşağıda biraz daha detaylandırılmış, daha sonra bu çalışmadaki tartışma-sonuç bölümünde ilerletilmiştir.

Yamuk kelimesinin İngilizce karşılığı, "trapezoid" kelimesidir. Trapezoid, Yunanca masa anlamına gelen "trapeza" kelimesinden ve benzemek anlamına gelen "-oid" son ekinden gelmektedir (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore, 2008). Belki de bu durum, dikdörtgen bir masaya önden bakıldığında (ön ve arka tarafları paralel olan ancak diğer tarafları paralel olmayan bir dörtgen şeklinde görünmesi gerçeğinden kaynaklanmaktadır. (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore, 2008). Aşağıda bu durumun görsel bir sunumu verilmiştir.



Şekil 26.Bir yamuğu yansıtmak için döndürülmüş dikdörtgen bir masanın görselleştirmesi (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore, 2008'den uyarlanmıştır)

Yamuğun, İngilizcedeki dilsel orijini de aslında yukarıdakilere benzer sıkıntılara yol açabilme potansiyeli taşımakla beraber, yukarıda verilen İngilizce kelimenin kökeni düşünüldüğümde, nispeten Türkçedeki yamuk kelimesi kadar sorunlu olmayabilir. Bu husus, bu çalışmanın tartışma ve sonuç bölümünde ilerletilmiştir.

Yamuk tanımına yönelik yanıtlar incelendiğinde, 3 tablodan da fark edilebileceği üzere, öğrencilerin yaptıkları yamuk tanımları, hem zihindeki prototip algıdan direkt olarak etkilenmekte hem de yamuk kelimesinin zihinde çağrıştırdığı anlamdan (örneğin, TDK (2022)'ye göre, "Bir yana doğru eğik olan" şeklinde tanımlanmıştır) etkilenmektedir. Fischbein'nin şekilsel-kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde, yamuk durumunda, öğrencilerin kavram tanımlarındaki eksiklikler göze çarpmaktadır. Bu da bizi, yamuk kavramında zihinsel kontrolün kavrama ait olmadığı, muhakeme sürecinde şekillerin ve yamuk tanımının çağrıştırdığı anlamın zihinsel imge üzerinde yaratmış olduğu şekil algısının çok kuvvetli bir şekilde etkin olduğu yorumuna götürür.

Diğer yandan, Tablo 27, Tablo 28 ve Tablo 29 incelenmeye devam edildiğinde, *"Karenin yamuk hali"*, *"Dairenin yamuk hali", "Kısa kenarlarının uzunlukları aynı olan, dikdörtgenin yamuk versiyonu"* ve *"Dik üçgen şeklinde sağ kenarı yamuk olan şekil"*

cevapları da üzerinde durulması dikkate değer tanımlardır. Çünkü bu yanıtlarda, yamuk kavramı sanki başka dörtgen ya da geometrik kavramlar ile ilişki kurulmuş gibi gözükmesine rağmen, zihinde tek tip prototiplerin ve hatalı algıların oluşmasına neden olacak türde ve yamuğun dilsel kelime anlamının yarattığı ikilemden etkilenen yanıtlardır. Örneğin "*dik üçgen şeklinde sağ kenarı yamuk olan şekil"* algısı, dik yamuk prototipinin zihinde yerleşmesine ve geometrik görevlerde esnek düşünme biçiminin sınırlanmasına ya da hatalı muhakemelerin meydana gelmesine neden olabilir. Benzer şekilde, dikdörtgenin yamuk versiyonu değerlendirmesi de zihindeki prototip baskıların bir sonucu olup, yamuğun kavramsal yönüne atıfta bulunmaz ve dilsel etkinin de devrede olduğu bir nitelemedir.

Ö1 ile gerçekleştirilen mülakatın, aşağıdaki verilen bir kesiti, yamuk tanımı ile ilgili verilen yukarıdaki yazılı verileri destekler biçimdedir.

[A]: "Peki, yamuk denildiğinde ne aklına geliyor yani bir şekle yamuk diyebilmemiz için hangi şartı sağlaması gerekir?"

[Ö1]: "Yamuk denilince kenarları birbirinden farklı olan şekiller aklıma geliyor."

[A]: "Peki, yamuk olması için olmazsa olmaz bir kural var mı?"

[Ö1]: "Kenarları birbirinden farklı olmalı bence"

[A]: "Peki, 2 kenarının mutlaka paralel olması gerekir şeklinde bir kural biliyor musun yamuk için?"

[Ö1]: "Mesela dik yamuk çizmek istiyorum. Bir dik yamuk çizdim. Mesela buna bakınca evet alt ve üst kenarlar paralel gibi duruyor, ama mutlaka olması gerekir mi bilmiyorum."

[A]: Peki, o halde yamuk için mutlaka 2 kenar paralel olması gerekir desem, ilk sorduğum soruyu nasıl yanıtlarsın?"

[Ö1]: "Yine diyemem çünkü mesela paralelkenarda bütün kenarlar paraleldir, ama yamukta öyle olmaz. Altlar ve üstler paralel olsa bile, yanlar paralel olmuyor. En basitinden dik yamuğu düşünüyorum."

[A]: "Peki, genelde yamuk kelimesini duyduğunda, yamuk denildiğinde hep dik yamuk mu canlanıyor? Bunu mu düşünüyorsun?"

[Ö1]: "Evet çoğunlukla"

Diğer yandan, *Ö2* isimli öğrenci ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmenin, aşağıdaki verilen bir kesiti, yamuk kavramına ilişkin öğrencilerin zihinlerindeki daha düzensiz bir şekil olması algısını, daha net ortaya koyan bir nitelik taşımaktadır.

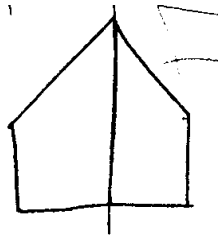
[A]: "Sence, kare aynı zamanda bir yamuk mudur? Buna nasıl cevap verirsin?"

[Ö2]: "Hayır, yamuk özel bir şekil. Bir de karede tüm kenarlar eşit bir şekil."

[A]: "Peki, hangi özelliği sağladığından dolayı özel?"

[Ö2]: Mesela, nasıl desem? Kenarları böyle aşağıda doğru eğik olması lazım. Bu onu özel kılıyor. O yüzden kareye yamuk diyemem."

Diğer yandan, *Ö1* ile gerçekleştirilen ve beşgen kavramı üzerinden yürütülen klinik mülakatta, *Ö1*'e önündeki kâğıt üzerine düzgün beşgen çizmesi istenmiş, daha sonra da bu düzgün beşgeni, tek bir doğru ile ya da tek bir çizim yaparak nasıl 2 eş parçaya ayırabileceği sorulmuştur. *Ö1* tarafından çizilen ilk şekil aşağıdaki gibi olmuştur.



Şekil 27. Ö1 kodlu öğrenci tarafından çizilen ilk şekil.

Daha sonra öğrenciye çizdiği şeklin düzgün beşgen olup olmadığı sorulduğunda ise, tereddüt yaşadığı görülerek, aşağıdaki sorular yöneltilmiştir.

[A]: "Peki, bu çizdiğin şekil, düzgün beşgen oldu mu? Ya da şöyle sorsam, düzgün beşgen denildiğinde ne anlıyorsun?"

[Ö1]: "Karşılıklı kenarlarının hepsi eşit mi?"

[A]: "Artık burada karşılıklı kenar mı denir?"

[Ö1]: "Hayır, tamam bütün kenarları eşit olan"

[A]: "Peki, bu çizdiğin şekil, düzgün beşgen mi?"

[Ö1]: "Hayır, değil gibi."

[A]: "O halde başka bir çizim yapabilir misin?"

Şekil 28. Ö1 kodlu öğrenci tarafından çizilen ikinci şekil.

[A]: "Peki, bu şeklin kenarlarını eşit kabul edelim, çizdiğin ikinci şekilde, oluşan 2 parça nasıl adlandırılır?"

[Ö1]: "2 tane yamuk oluşur."

[A]: "Peki, cevabından emin misin?"

[Ö1]: "Evet, ikisi de yamuk olur. Çünkü yamuğa benziyorlar."

[A]: "Peki, ilk çizdiğin şekilde(Şekil-27) oluşan 2 parça ne olur?"

[Ö1]: "Fark etmiyor bence, onlar da yamuktur."

Görüldüğü gibi, bazı öğrencilerin çokgenler hususunda uygun olmayan matematiksel dile de sahip olduğu söylenebilir ki yukarıdaki diyalogda bu durum düzgün beşgeni tanımlarken bütün kenarlarının eş olması ifadesi yerine, karşılıklı kelimesini kullanmasından fark edilebilir. Ayrıca düzgün beşgeni Şekil-27'deki gibi çizmesi, bu çalışmadaki **Beşgen ve Altıgen tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular alt** başlığı altında sunulan veriler ile uyumlu olup, Fischbein'in yaklaşımı açısından, şekil bilgisinin ve kavramsal bilginin uygun bir armonide birleşmediği bir muhakeme biçimidir. Çünkü birey, düzgün beşgenin kavramsal özelliği olan iç açıların eşit olması noktasına hiç dikkat etmeden bir çizim sunmuştur. Diğer yandan, öğrencinin son çizdiği şekilde de (Şekil-28) oluşan parçalara, kenarların paralelliğine hiç dikkat etmeden yamuk olarak adlandırması, yamuk kavramı hususunda zihnindeki algılara ışık tutarken, öğrencilerin yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine ilişkin vermiş oldukları yazılı yanıtlarından elde edilen yukarıdaki bulguları da destekler

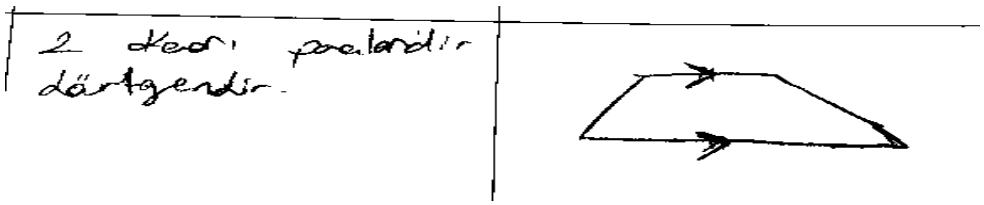
niteliktedir. Benzer şekilde, *Ö2* ile yapılmış mülakattan sunulan yukarıdaki görüşme kesiti de bazı öğrencilerdeki, örneğin yamuğun kareden çok farklı bir şekil olduğu düşüncesini yani yamuğun düzensiz ve eğimli bir şekil olduğu algısını ortaya koyan ayrıntılara sahiptir.

Tablo 30.Yamuk çiziminin niteliğine göre frekanslar

Alt Tema	***f***
Uygun bir yamuk çizimi sunabilenler	32
Uygun bir yamuk çizimi sunamayanlar veya yanıtsız	68

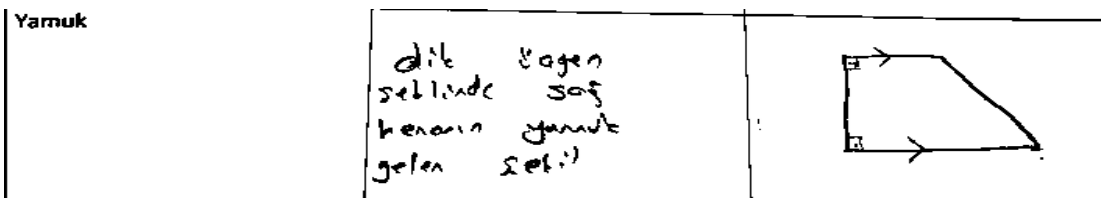
Öğrenciler tarafından sunulan yamuk tanımlarına karşılık, çizilen yamuk örneklerine bakıldığında ise, Tablo 30'da görüldüğü üzere, 100 katılımcı arasında, görece az sayıda öğrenci (32 kişi) uygun bir yamuk çizimi sunabilmiştir. Uygun bir yamuk tanımı verebilenlerin sayısı görece çok daha az olmasına karşın, yamuk çizimi sunmada nispeten daha fazla sayıda öğrenci başarılı olabilmiştir. Fakat yamuk çizimlerinde **notasyona dikkat ederek** yani, kenar paralelliğini sembolik olarak vurgulayarak (*R.C.C*'nin örnek çiziminde olduğu gibi) yamuk çizimi sunabilenlerin sayısı yalnızca **12** kişidir. Aşağıda öncelikle uygun bir yamuk çizimi sunabilen bireylerin cevaplarından bazı örnekler resmedilmiştir.

[R.C.C]:

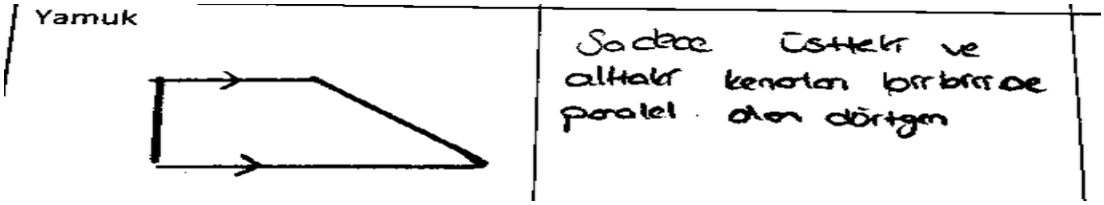


Yukarıdaki örnek tanım ve çizime bakıldığında, kişinin tanımında paralellik vurgusunu, çizimine de yansıtabildiği görülmektedir. Diğer yandan, aşağıdaki 2 örnek yanıt (*O.S.E* ve *E.S.K*'nın yanıtları), çizimi dik yamuk prototipi üzerinden yürüten yanıtlardır.

[O.S.E]:

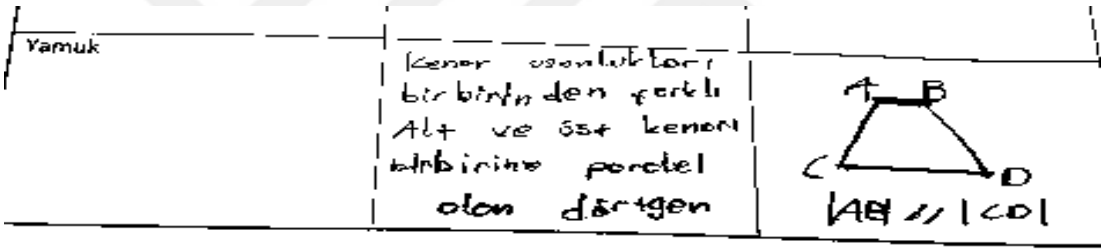


[E.S.K]:



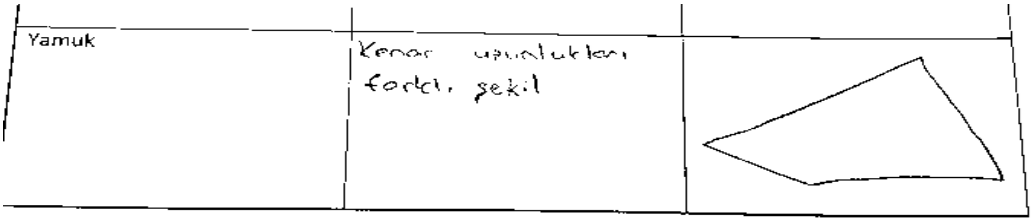
Aşağıdaki öğrenci yanıtı da yamuktaki paralellik vurgusunu yapabilmesine karşın, yine de kenarların birbirinden faklı olması algısından kurtulamayan, bireysel şekilsel-kavramındaki zihinsel imgelerinden bir ölçüde etkilenen bir tanıma örnektir. Fakat birey, çizimde ve tanımında oldukça iyi bir şekilde paralelliği vurgulamış, hatta matematiğin sembolik dilini de başarıyla kullanarak bunu ifade etmiştir.

[Y.S.C]:



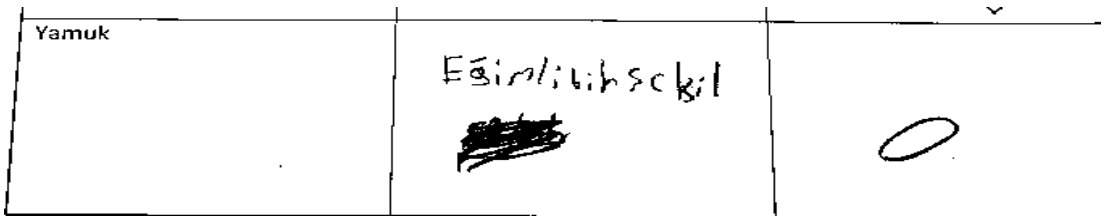
Aşağıda ise, uygun bir yamuk çizimi yapamayan bireylerin yanıtlarından örnekler sunulmuştur. Fischbein'in teorisi bağlamında bakıldığında, öğrencilerin bireysel şekilsel kavramlarındaki güçlü imgeleri ve yamuk kelimesinin çağrıştırdığı dilsel anlam, hem tanım hem de çizimin hatalı olmasına yol açmıştır.

[E.A]:



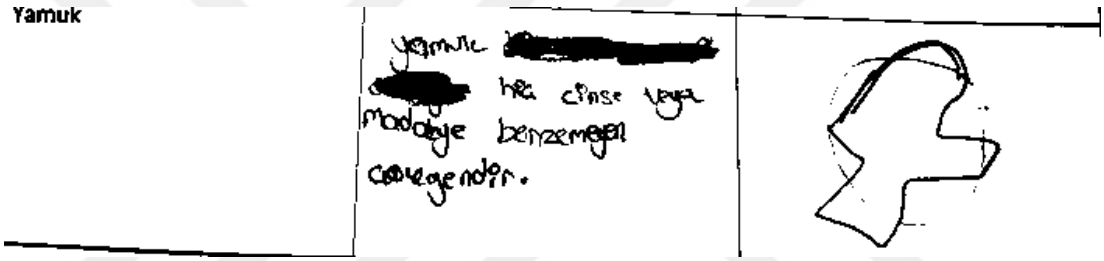
Yukarıdaki örnek yanıt, yamuğun bütün kenarlarının birbirinden farklı olması gerektiği algısıyla yönetilen bir bireysel şekilsel-kavram örneğidir.

[H.B]:



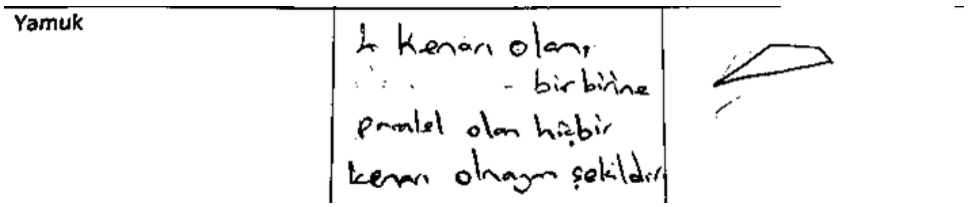
Yukarıdaki *H.B*'nin ve aşağıdaki *Z.Ü* isimli bireylerin örnek yanıtları ise, yamuğun dilsel etkilerden kaynaklı, eğimli ve biçimsiz bir şekil olması algısıyla yönetilen bir bireysel şekilsel-kavram örneğidir.

[Z.Ü]:



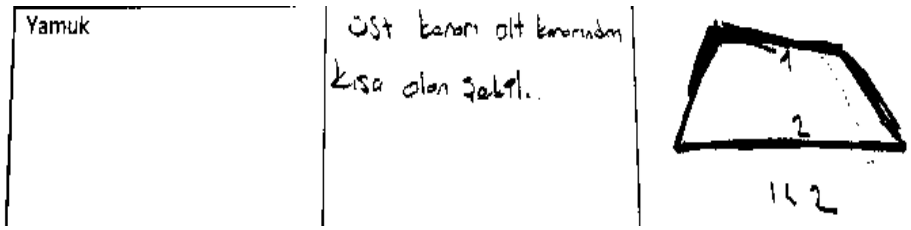
Aşağıdaki *R.Ç*'nin yanıtı ise, yamuğun en önemli kavramsal yönü olan paralellik vurgusunun tam zıt niteliği olan kenarların paralel olmaması vurgusu ile yamuğu tanımlayan bir bireyin yanıtıdır. Yamuğun düzensiz bir şekil olması algısı burada da devreye girmektedir.

[R.Ç]:



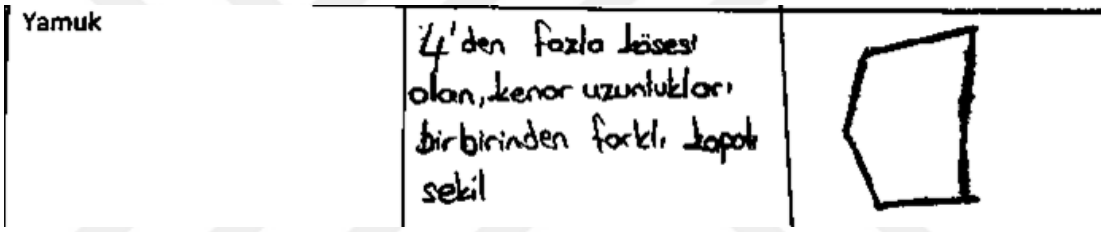
Aşağıdaki *Z.S.K*'nın örnek yanıtı, yamuğun üst kenarının alt kenarından kısa olması algısı taşıyani zihinsel prototiplerin etkisi alıntıda bir tanımlama ve çizim örneğidir. Hüçbir şekilde kritik özellik olan paralel olma vurgusu tanım ve çizimde mevcut değildir.

[Z.S.K]:



Aşağıdaki örnek yanıt ise, yamuğun 4 kenardan fazla kenarı olduğunu tanımında vurgulayan, yine kenar uzunlukları farklı şekil algısının da yer aldığı, aslında beşgen olan çizimini yamuk olarak sunan bir bireyin örnek yanıtıdır. Bir önceki bölümde vurgulandığı gibi, öğrencilerin genel olarak zihinlerindeki beşgen prototiplerinin düzgün beşgen şeklinde olması, bu şekli beşgenden ayırt edemeyerek, yamuk olarak sunmasına katkı sağlamış olabilir.

[H.Ö]:



Genel olarak bakıldığında, öğrencilerin doğru bir yamuk tanımı sunmada oldukça zorlandıkları ve başarısız oldukları söylenebilir. Çünkü bakıldığında 100 katılımcının sadece %10'u yamuk tanımında kritik olan paralellik özelliğini verebilirken, %12'si çizimlerinde paralellik sembolünü kullanarak, iki kenarın paralel olduğunu yamuk çiziminde vurgulayabilmişlerdir.

4.1.6. ÇMF-1'in 6.sorusuna verilen yanıtların analizi sonucunda oluşan bulgular

Çokgenlerde Muhakeme Formu-1 (ÇMF-1)'in 6. Sorusu, öğrencilerden kare ve paralelkenarın benzerlik ve farklılarının yazılmasının istendiği sorudur. Bu sorunun sorulma amacı, oldukça temel nosyonlar olan kare ve paralelkenar kavramlarına ait öğrencilerin kavrayışlarının ortaya konulmasını ve yorumlanmasını, öğrencilerin kare ve paralelkenarın kavramsal özelliklere göre mi yoksa şekilsel algılara göre mi hareket ettiklerini belirlemeyi içermektedir. Öncelikle, aşağıda iki şeklin benzer yanlarına verilen cevaplar sunulmuş, daha sonra da farklı niteliklerine ilişkin verilen öğrenci yanıtları ve analizlere yer verilmiştir.

4.1.6.1. Kare ve paralelkenarın benzer yönlerine ilişkin verilen cevapların analizi

Kare ve paralelkenarın benzerlikleri kısmında öğrencilerin verdikleri cevapların aşağıdaki gibi olduğu tespit edilmiştir.

"İkisinin de 4 kenarı bulunur." (86 yanıt) (en çok verilen yanıt)

"İkisinin de 4 köşesi bulunur." (35 yanıt) (en çok verilen 2.yanıt)

"İkisi de dörtgendir." (31 yanıt) (en çok verilen 3.yanıt)

"İkisinin de iç açıları toplamı 360 derecedir" (30 yanıt) (en çok verilen 4.yanıt)

"İkisinin de karşılıklı kenarları paralel" (17 yanıt) (en çok verilen 5.yanıt)

"İkisinin de karşılıklı kenarları eşittir." (17 yanıt)

"İkisi de çokgendir." (11 yanıt)

"İkisinin de 4 açısı vardır" (4 yanıt)

"İkisinin de 2 köşegeni bulunur." (4 yanıt)

"İkisinin de ardışık açıları toplamı 180 derecedir." (2 yanıt)

"İkisinin de dış açıları toplamı 360 derecedir." (1 yanıt)

"İkisi de dikdörtgenin özel hali" (1 yanıt)

"İkisinin de köşegenler dik keser." (1 yanıt)

"İkisinde de köşegenler şekli 2 eş parçaya ayırır." (1 yanıt)

"İkisinin de karşılıklı açıları eşittir" (1 yanıt)

"İkisinin de alt kenarları düzdür." (1 yanıt)

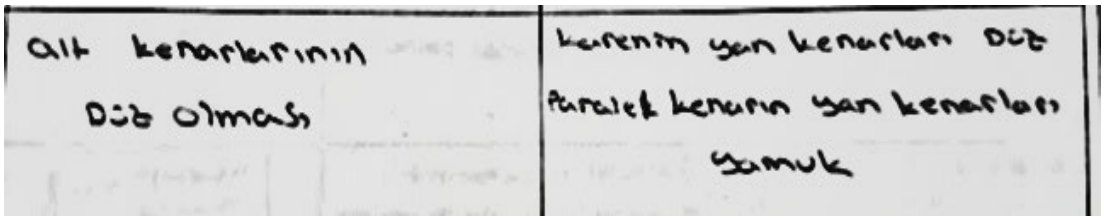
Kare ve paralelkenarın benzer yönlerine ilişkin verilen yanıtlar analiz edildiğinde, en çok verilen yanıtların iki dörtgenin de en temel nitelikleri üzerinden (kenar sayısı, köşe sayısı, dörtgen olmaları, iç açıları toplamı gibi) verilen cevaplar olduğu görülebilir. Daha sonraki en çok verilen ortak yön ise, karşılıklı kenarlarının paralel ve eşit olmasıdır. Kare ve paralelkenar özelinde bu iki şeklin benzer yönlerine ilişkin, açı temelinde verilen bazı yanıtların sayıca azlığı (ikisinin de karşılıklı açıların eş olması, ikisinin de ardışık açıların toplamının 180 derece olması gibi) dikkat çekici bir husustur. Buna sebep olarak, karenin bütün açılarının eş

olmasının, öğrencileri paralelkenarda açıların birbirinden farklı olması gerektiğine yönelik bir algıya itmesi etmesi gösterilebilir. Hatta bu durum, dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri görmede anahtar hususlardan biri sayılabilir.

Diğer yandan, 1 öğrenci tarafından verilen yanıtlarda "ikisi de dikdörtgenin özel hali" yanıtı kare açısından doğru fakat, paralelkenar açısından uygun bir yanıt değildir. Çünkü paralelkenar dikdörtgenin değil, dikdörtgen paralelkenarın özel halidir. Ayrıca yanıtlardan görülebileceği gibi, bazı öğrenci yanıtlarında "paralelkenarda da köşegenler, birbirini dik keser" gibi uygun olmayan muhakemeler de mevcuttur.

Cevaplar incelendiğinde, kare ve paralelkenarın ortak yönü olarak ikisinin de alt kenarları düz cevabını veren bir öğrencinin zihinsel prototiplerinin belli bir kalıpta olması da dikkate değer bir husustur. Çünkü aşağıda aynı öğrencinin kare ve paralelkenarın benzer ve farklı yönlerine aşağıdaki yanıtı sunduğu görülmüştür. "Karenin yan kenarları düz, Paralelkenarın yan kenarları yamuk" cevabı, zihindeki prototiplerden kaynaklı, Fischbein'in yaklaşımı açısından bakıldığında, şekil bilgisinin kavramsal bilgiye baskın olduğu ve uygun olmayan muhakemelerin ve dörtgen ilişkilerinin hatalı kavrayışına neden olma potansiyeli taşımaktadır. Burada, yamuk kelimesinden kaynaklanan dilsel etkiler de söz konusudur.

[Ç.K]:



4.1.6.2. Kare ve paralelkenarın farklı yönlerine ilişkin verilen cevapların analizi

Kare ve paralelkenarın farklılıkları kısmında öğrencilerin verdikleri cevapların aşağıdaki gibi olduğu tespit edilmiştir.

"Kare düz (düzgün) bir şekildir, Paralelkenar biraz eğri ya da eğik bir şekildir" (35 yanıt) (en çok verilen yanıt)

"Karenin tüm kenarları eşittir, paralelkenarın birbirine eşit değildir" (25 yanıt) (en çok verilen 2. yanıt)

"Şekillerin duruşu-görünümleri farklıdır." (18 yanıt) (en çok verilen 3. yanıt)

"Karenin tüm kenarları eşittir, paralelkenarın karşılıklı kenarları eşittir." (17 yanıt) (en çok verilen 4. yanıt)

"Karenin iç açılarının hepsi 90 derece, paralelkenarda 90 derece değil" (16 yanıt) (en çok verilen 5. yanıt)

"Açıları birbirinden faklıdır. Karede tüm açılar eşittir, paralelkenarda çapraz açılar eşittir." (14 yanıt)

"Karenin tüm kenarları eşittir, paralelkenarın kısalar eşit, uzunlar birbirine eşittir" (10 yanıt)

"Köşegen uzunlukları farklıdır, Paralelkenarda köşegenler daha uzundur" (9 yanıt)

"Karenin tüm kenarları dik açılıdır, paralelkenarın dar ve geniş açılıdır. (6 yanıt)

"Alan ve çevre formülleri farklıdır." (6 yanıt)

"Karenin iç açıları 90 derecedir, paralelkenarda 90 dereceden fazladır." (3 yanıt)

"İç açılar toplamı farklıdır." (3 yanıt)

"Kare kısadır, paralelkenar ise daha uzun bir şekildir." (3 yanıt)

"Paralelkenarın 2 uzun 2 kısa kenarı varken, Karenin kenarları ya uzundur ya da kısadır. (2 yanıt)

"Karede köşegenler dik keser, paralelkenarda kesmez." (2 yanıt)

"Kare küpü oluşturur, ama paralelkenar eğik olduğu için bir şey oluşturmaz." (1 yanıt)

"Hacimleri farklıdır." (1 yanıt)

"Yükseklikler aynı yerden çizilmez." (1 yanıt)

"Kare, ince dikdörtgendir. Paralelkenar ise her zaman biraz yamuk dikdörtgen şeklindedir." (1 yanıt)

"Kareyi çizmesi kolay, paralelkenarı ise çizmesi zordur." (1 yanıt)

"Paralelkenar aynı zamanda bir dikdörtgendir, kare değildir." (1 yanıt)

"Kare, özel bir dikdörtgendir, paralelkenar değildir." (1 yanıt)

"Karenin yan kenarları düz, paralelkenarın yan kenarları yamuktur" (1 yanıt)

"Karede birbirine çapraz olan açılar toplamı 180 derece iken, paralelkenar 180 olmak zorunda değildir." (1 yanıt)

"Dış açılarının toplamı farklıdır." (1 yanıt)

"Karenin 4 kenarı vardır, paralelkenarın 4 kenardan fazladır." (1 yanıt)

"Karenin dış açıları yoktur, paralelkenarın vardır." (1 yanıt)

"Kareyi ikiye bölersek simetrik olur ancak paralelkenarda olmaz." (1 yanıt)

"Karenin köşegenleri eşittir ama paralelkenarın köşegenleri eşit değildir." (1 yanıt)

"Köşegenler çizildiğinde, paralelkenarda karşılıklı üçgenler eşit, karede oluşan tüm üçgenler eşittir." (1 yanıt)

Kare ve paralelkenarın farklı yönlerine ilişkin verilen yanıtlar analiz edildiğinde, en çok verilen yanıtın "*Kare düz (düzgün) durur, Paralelkenar biraz eğri ya da eğik durur"* cevabı olması, üzerinde durulması önem arz etmektedir. Bu tarz muhakemeler, kavram bilgisinden çok şekil bilgisinin zihinde aşırı kullanımı sonucu oluşan, hem özel dörtgenler arası ilişkileri anlamada engelleyici hem de şekil içinde başka şekillerin çizildiği karmaşık geometrik görevlerde, uygun muhakemeleri kısıtlayıcı rol üstlenmektedir. Benzer biçimde *"Şeklin görüntüsü ve duruşu-görünümleri farklıdır."* ifadesi de bu türden bir yanıttır. Diğer yandan *"Karenin yan kenarları düz, paralelkenarın yan kenarları yamuktur.", "Kare, paralelkenara göre daha düzgün bir şekildir.", "Kare, ince dikdörtgendir. Paralelkenar ise her zaman biraz yamuk dikdörtgen şeklindedir."* ve *"Kare kısadır, paralelkenar ise daha uzun bir şekildir."* tarzı ifadeler de bu hususta değerlendirilebilir. Bu tarz muhakemeler ya da bu tipteki bireysel şekilsel-kavramlar, bireylerin zihinlerindeki tek tip bir şeklin yani prototiplerin dominant olmasıyla, kavramlar arası ilişkilileri engelleyici görevler görürler. *"Köşegen uzunlukları farklıdır, Paralelkenarda köşegenler daha uzundur"* cevabı da geometrik muhakemede şekil bilgisinin kavramsal özelliklere göre aşırı dominant olduğu bir diğer yanıttır. Çünkü öğrenciler zihinlerindeki tekil paralelkenar ve kare prototipine göre,

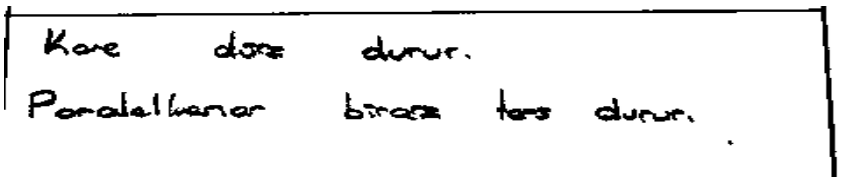
paralelkenarın kareden daha uzun bir şekil olarak algılanması temelinde paralelkenarın köşegeninin kareden daha uzun olacağı şeklinde hatalı bir değerlendirme yapmaktadırlar.

"Paralelkenar aynı zamanda bir dikdörtgendir, kare değildir", "Karede birbirine çapraz olan açılar toplamı 180 derece iken, paralelkenar 180 olmak zorunda değildir", "Dış açılarının toplamı farklıdır.", "Karenin 4 kenarı vardır, paralelkenarın 4 kenardan fazladır." ve *"Karenin dış açıları yoktur, paralelkenarın vardır."* gibi hatalı dörtgen özelliklerinin varlığı da tespit edilmiştir. Özellikle **karenin düz bir şekil olması algısından** hareketle, karenin dış açılarının olmadığının düşünülmesi, oldukça ilginç bir düşünüş biçimidir. Bu yüzden, *"Karenin dış açıları yoktur, paralelkenarın vardır."* düşüncesi üzerinde önemle durulması gereken bir muhakeme biçimidir. Karenin dik-düz bir şekil, paralelkenarın biraz yatay ve eğimli bir şekil olarak algılanması, karenin dış açıların olmayacağı, paralelkenarın eğimli durmasından ötürü dış açıların olabileceği algısını doğurmuş olabilir. Fischbein2in yaklaşımı temelinde, şekil bilgisinin kavramsal bilgi tarafından yönetilemediği bir düşünüş söz konusudur. *"Karenin bütün kenarları paraleldir, paralelkenarın yan kenarları paraleldir."* yanıtı da bu muhakeme türünden bir yanıttır.

Diğer yandan bazı bireyler, bu şekillere yönelik "*hacimleri farklıdır"* ifadesini kullanarak, 3 boyut cisimlere ait olan hacim kavramının hatalı olarak çokgenler içinde kullanılabileceği düşüncesine sahiptirler.

Kare ve paralelkenarın farklılıkları üzerine bu iki şeklin kavramsal farklılıklarından ziyade şekil prototiplerine bağlı kalınarak verilen cevapların sayıca fazla olmasının, kavramsal bilginin şekil bilgisine göre geri plana atılması huşunda konuyu özetleyen cevap, bir öğrenci tarafından verilen *"Kareyi çizmesi kolay, paralelkenarı ise çizmesi zordur."* ifadesidir denebilir. Aşağıdaki örnek öğrenci cevabı da kare ve paralelkenarın farklı nitelikleri konusunda verilen baskın cevapların portresi niteliğindedir.

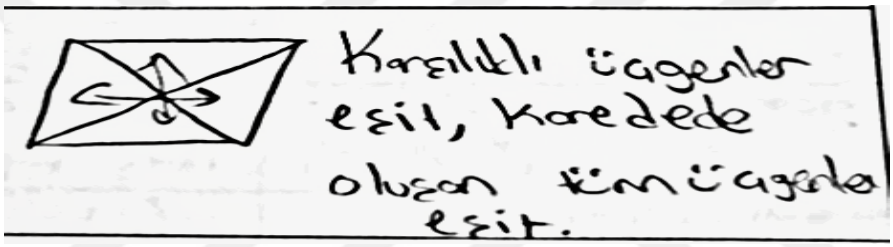
[Ö.F.C]:



Yukarıda görsel olarak örnek yanıt, kare ve paralelkenarın farklılığını belirtilmesinde en çok temel alınan muhakeme örneğini yansıtmakta ve kare ve paralelkenarın farklılığına

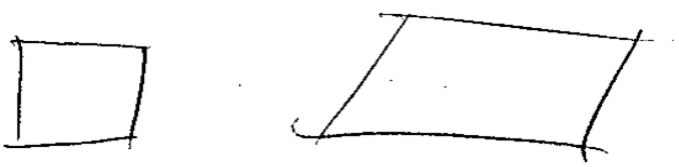
yönelik yukarıda yazılan öğrenci yanıtlarının oluşumuna zemin hazırlamaktadır. Aşağıdaki *S.Ç*'nin örnek yanıtı da tam tersine kavramsal özelliklerin derinlemesine tahlil edilerek sunulduğu bir örnek öğrenci yanıtıdır. Ancak bu tür muhakemeler yukarıdaki baskın yanıtlara göre, daha nadir gerçekleşmektedir zira, bireyler genel olarak kare ve paralelkenarın görünümü üzerinden yorum yapmaktadırlar. Bir nevi kare ve paralelkenar denildiğinde kavram akla gelmemekte, baskın görsel temsiller akla gelmektedir. Halbuki, Fischbein (1993)'e göre, kognitif psikolojide yer alan kavram-şekil ayrımı, geometride geçerli olamaz. Şekil ve kavram birbirinden ayrılamaz. Eğer zihinde ayrılırsa, yukarıdaki hatalı değerlendirmeler meydana gelir.

[S.Ç]:



Diğer bir üzerinde durulması gereken husus, kare ve paralelkenarın benzerliklerini yazabilen fakat, hiç farklılık belirtemeyen **16** öğrencinin mevcut olmasıdır. Çünkü benzerlikler, kenar sayısı ve köşe sayısı üzerinden daha kolay yazılabilirken, farklılıklar, şekil bilgisinden ziyade daha net kavramsal özelliklerin fark edilmesini gerektirir. Fischbein'e göre bu farkındalık, geometride erişilen daha üst düzey muhakemelerdir.

Ayrıca, bu soruya verilen yazılı yanıtların araştırmacı tarafından analizi yapılırken, öğrencilerin kare ve paralelkenarın benzer ve farklı özelliklerini belirtmede, genel olarak ilgili sorunun bir köşesine aşağıdaki Şekil-29'daki prototipleri çizdikleri ve bunun üzerinden benzerlik ve farklılıkları yazdıkları görülmüştür. Bu da şeklin, kavrama göre dominant olmasının ip uçlarını vermekte, yukarıdaki bulguların arka planını da gösteren bir nitelik taşımaktadır.



Şekil 29. öğrencinin kare ve paralelkenar çizimi

4.1.7. ÇMF'nin 7.sorusuna verilen yanıtların analizi sonucunda oluşan bulgular

Çokgen Muhakeme Formunun 7. Sorusu, öğrencilerden dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin benzerlik ve farklılarının yazılmasının istendiği sorudur. Bu sorunun sorulma amacı, benzer sınıfın içinde bulunan dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar ile alakalı öğrencilerin zihnindeki kavramlarına ait kavrayışların ortaya konulmasını ve yorumlanmasını içermektedir.

4.1.7.1. Dikdörtgen, Paralelkenar ve Eşkenar dörtgenin benzer yönlerine ilişkin verilen yanıtların analizi

Dikdörtgen, Paralelkenar ve Eşkenar dörtgenin benzerlikleri kısmında öğrencilerin verdikleri cevapların aşağıdaki gibi olduğu tespit edilmiştir.

"Hepsi 4 kenarlıdır." (82 yanıt) (en çok verilen yanıt)

"Hepsi dörtgendir." (39 yanıt) (en çok verilen 2. yanıt)

"Hepsi 4 köşelidir." (36 yanıt) (en çok verilen 3. yanıt)

"Hepsinin iç açıları toplamı eşit ve 360 derecedir." (35 yanıt) (en çok verilen 4. yanıt)

"Hepsinin karşılıklı kenarları eşittir." (15 yanıt) (en çok verilen 5. yanıt)

"Hepsinin karşılıklı kenarları paraleldir" (11 yanıt)

"Hepsi çokgendir." (10 yanıt)

"Hepsinde karşılıklı açılar (çapraz açıları) eşittir" (6 yanıt)

"Hepsinin 2 köşegeni vardır" (5 yanıt)

"Hepsinde köşegenler dik kesişir" (5 yanıt)

"Hepsinin çevre uzunlukları aynı şekilde bulunur" (5 yanıt)

"Hepsinin dış açıları toplamı 1080 derecedir." (5 yanıt)

"Hepsinin 4 açısı vardır." (4 yanıt)

"Hepsi kapalı şekillerdir." (3 yanıt)

"Hepsinin de en az 2 kenarı eşit uzunluktadır" (3 yanıt)

"Hepsinin dış açılar toplamı eşit ve 360 derecedir" (2 yanıt)

"Hepsi dikdörtgenin özel halidir." (2 yanıt)

"Hepsi de prizmadır" (2 yanıt)

"Hepsinin karşılıklı açıları toplamı 180 derecedir" (1 yanıt)

"Hepsinde de tüm kenarları eşit değildir" (1 yanıt)

Dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin benzer yönlerine ilişkin verilen yanıtlar analiz edildiğinde, en çok verilen yanıtların üç dörtgenin de en temel nitelikleri üzerinden (kenar sayısı, köşe sayısı, dörtgen ya da çokgen olmaları, iç açıları toplamı gibi) verilen cevaplar olduğu görülebilir. Daha sonraki en çok verilen ortak yönler ise, karşılıklı kenarlarının paralel ya da eşit olmasıdır. Bu noktada, karşılıklı açıların üç dörtgende de eşit olması hususu daha az verilen bir yanıttır. "*Hepsi de prizmadır*" gibi 3 boyutlu cisimler ile çokgenlerin karıştırıldığı yanıtlar da tespit edilmiştir. Bunun yanında *"hepsinde köşegenler dik kesişir"* şeklinde hatalı kavramsal değerlendirmeler de mevcuttur. "*Hepsinin de en az 2 kenarı eşit uzunluktadır"* gibi uygun muhakeme biçimlerinin ve söylemlerin daha az sayıda belirtilmesi dikkat çekicidir. Bunun yanında *"Hepsinin Dış açıları toplamı 1080 derecedir."* Şeklinde dış açılara ilişkin uygun olmayan yanıtlar da tespit edilmiştir. Katılımcıların iç açılar toplamı konusunda daha az sorun yaşamalarına karşın, bazı bireylerin dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarın dış açıları konusunda hatalı kavrayışlara sahip oldukları görülmektedir. Bunun yanında boyut hususunda hatalı değerlendirmede bulunup bu şekilleri prizma olarak isimlendiren cevaplara da rastlanmıştır. Bazı bireylerin *"Hepsi dikdörtgenin özel halidir."* şeklindeki yanıtları, bu üç dörtgen arasında ilk bakışta uygun bir ilişkisel hiyerarşik bir kavrayış geliştirmiş gibi gözükmelerin rağmen, bu konuda hatalı değerlendirmeler yaptıkları gözükmektedir. Yani bazı katılımcıların paralelkenar daha genel bir sınıf olduğunun farkında olmadıkları söylenebilir. Bir başka deyişle, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeninin, paralelkenardan daha özel bir şekil olduğu, paralelkenarın daha genel bir şekil sınıfı olduğu fark edilememektedir. Esas zorluk noktası, biraz sonra da göreceğimiz gibi, bu dörtgenlerin benzer yönlerinden ziyade, bu üç dörtgenin farklı yönlerinin ifade edilmesi noktasındadır.

4.1.7.2. Dikdörtgen, Paralelkenar ve Eşkenar dörtgenin farklı yönlerine ilişkin verilen yanıtların analizi

Dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin farklılıkları kısmında öğrencilerin verdikleri cevapların aşağıdaki gibi olduğu tespit edilmiştir.

"Eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşittir, diğerlerinde kenarlar eşit değildir" (30 yanıt) (en çok verilen yanıt)

"Şekillerin çizimleri ve duruşları farklıdır" (18 yanıt) (en çok verilen 2. yanıt)

"Dikdörtgenin tüm açıları 90 derecedir, diğerlerinde 90 derece değildir." (12 yanıt) (en çok verilen 3. yanıt)

"Dikdörtgen ve paralelkenarın 2 uzun 2 kısa kenarı vardır, eşkenar dörtgende öyle değildir." (11 yanıt) (en çok verilen 4. yanıt)

"Dikdörtgen ve eşkenar dörtgende kenarlar tam düzdür, paralelkenarda ise kenar eğimlidir." (9 yanıt) (en çok verilen 5. yanıt)

"Eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin açıları 90 derece ve eşittir, paralelkenarda açılar farklıdır." (8 yanıt)

"Dikdörtgenin tüm iç açıları eşittir, eşkenar dörtgen ve paralelkenarda iç açılar farklıdır." (7 yanıt)

"Dikdörtgen düz, diğerleri yan ya da çevrilmiş şekildedir." (7 yanıt)

"Eşkenar dörtgen baklava şeklindedir, diğerleri değildir." (6 yanıt)

"Paralelkenar ve eşkenar dörtgenin tüm kenar uzunlukları eşittir, dikdörtgenin kenar uzunlukları farklıdır." (5 yanıt)

"Dikdörtgen ve paralelkenarda köşegenler daha uzundur, eşkenar dörtgende daha kısadır" (5 yanıt)

"Paralelkenarın geniş açısı vardır, diğerlerinin yoktur." (4 yanıt)

"Dikdörtgende tüm açılar 90 derecedir, paralelkenar ve eşkenar dörtgende iki açı geniş, iki açı dardır." (4 kişi)

"Paralelkenar yamuk dörtgendir, diğerleri öyle değildir." (3 yanıt)

"Paralelkenar aynı zamanda bir dikdörtgendir, ama eşkenar dörtgen aynı zamanda bir karedir." (3 yanıt)

"Dikdörtgenin çevre uzunluğu, paralelkenardan farklı yolla bulunur." (3 yanıt)

"Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşittir, paralelkenar ve eşkenar dörtgende eşit değildir." (3 yanıt)

"Eşkenar dörtgende köşegenler dik keser, diğerlerinde kesmez." (2 yanıt)

"Dikdörtgenin alanı, kenarlarının çarpımı olduğundan diğerlerinden farklı yolla bulunur" (2 yanıt)

"Paralelkenar ve eşkenar dörtgenin yükseklikleri içinden çizilir, dikdörtgende çizilmez." (1 yanıt)

"Dikdörtgen ve paralelkenarda karşılıklı kenarları paralel, eşkenar dörtgende değildir." (1 yanıt)

"Dikdörtgen ve paralelkenar yatay, eşkenar dörtgen dikey durur." (1 yanıt)

"Dış açıları toplamı farklıdır." (1 yanıt)

"Dikdörtgen ve paralelkenar uzun, eşkenar dörtgenin üçgensi yapısı vardır." (1 yanıt)

Köşegenler çizildiğinde, eşkenar dörtgende oluşan tüm üçgenler eşitken, dikdörtgen ve paralelkenarda karşılıklı üçgenler eşittir." (1 yanıt)

"Eşkenar dörtgen ve dikdörtgeni 2'ye bölersek simetrik olur, ama paralelkenar eğik olduğu için simetrik olmaz" (1 yanıt)

"Kapalı şekilleri farklıdır" (1 yanıt)

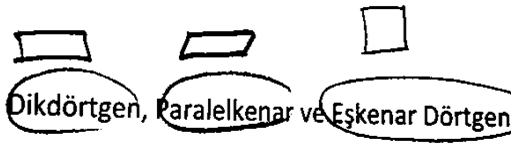
Dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin farklı yönlerine ilişkin verilen yanıtlar analiz edildiğinde, en çok verilen yanıtın *"Eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşittir, diğerlerinde eşit değildir"* cevabı olmasına rağmen, *"Şekillerin çizimleri, duruşları farklıdır", "Dikdörtgen ve eşkenar dörtgende kenarlar tam düzdür, paralelkenarda ise aşağı veya yukarı doğru eğilir.", "Eşkenar dörtgen baklava şeklindedir, diğerleri değildir.", "Dikdörtgen düz, diğerleri yan ya da çevrilmiş şekildedir.", "Paralelkenar yamuk dörtgendir, diğerleri öyle değildir.", "Eşkenar dörtgen çevrilmiş, diğerleri düz durur.", "Dikdörtgen ve paralelkenar yatay, eşkenar dörtgen dikey durur."* ve *"Dikdörtgen ve paralelkenar uzun, eşkenar dörtgenin*

üçgensi yapısı vardır." yanıtları zihinsel prototiplerden direkt olarak etkilenen ve bundan doyalı kavramsal özelliklerin geri planda kaldığı yanıtlar olup aslında bu cevapların toplamının sayıca fazlalığı ön plana çıkmaktadır. *"Dikdörtgen ve paralelkenarda köşegenler daha uzundur, eşkenar dörtgende daha kısadır"* yanıtı da direkt şekil prototipleri ve şekil bilgileri üzerinden yapılan, kavramsal özelliklerin geri plana atıldığı bir muhakeme örneğidir. *"Dikdörtgen ve paralelkenarda karşılıklı kenarları paralel, eşkenar dörtgende değildir."* yanıtı da şekil bilgisinin kavramın önüne geçerek, hatalı muhakemenin gerçekleştirildiği bir yanıttır çünkü eşkenar dörtgen, baklava şekli olarak düşünüldüğü için, kenarları paralel değilmiş gibi algılanabilmektedir.

Diğer yandan bazı bireylerin de dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarı birbiriyle ilişkilendirip kıyaslamaya çalıştıkları fakat bu konuda yanılgılara sahip oldukları görülmektedir. Nitekim yanıtlar arasındaki *"Paralelkenar aynı zamanda bir dikdörtgendir, ama eşkenar dörtgen aynı zamanda bir karedir."* ifadesi bunu göstermektedir.

Yine bu noktada, dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin benzerliklerini yazıp, herhangi bir farklılık belirtemeyen 14 kişinin olması da önemli bir husustur. Çünkü benzerlikler kenar ve köşe sayısı, dörtgen-çokgen olmaları üzerinden öğrenciler tarafından daha kolay ifade edilmelerine karşılık, farklılıklar daha ince kavramsal niteliklerin fark edilmesini gerektirdiği için böyle bir durumun meydana gelmesine zemin hazırlamaktadır.

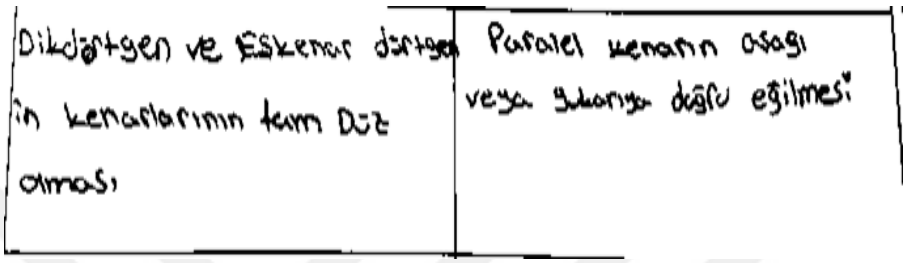
Şekil 30.öğrencinin dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen çizimi



Şekil 31. Farklı bir öğrencinin dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen çizimi

Yazılı veriler araştırmacı tarafından analiz edilirken, dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin kavramsal olarak benzerlik ve farklılıklarının ifade edilmesi noktasında, katılımcıların yukarıda verilen Şekil 30 ve Şekil 31'de verilen prototipleri sorunun bir köşesine

çizerek yorum yaptıkları da tespit edilmiştir. Dikkat edilirse, bazı öğrenciler tarafından eşkenar dörtgen, baklava şekli (döndürülmüş kare) olarak, bazı öğrenciler tarafından da kare prototipinde algılanmaktadır. Bu durum da bu dörtgenlerin farklılıkları üzerine yukarıda verilen görünümler üzerinden yürütülen cevapların hâkim sayıda olmasına yol açmakta, öğrencilerin büyük bir kısmı tarafından sunulan aşağıdaki örnek cevaba benzer kalıpların oluşmasını desteklemektedir.

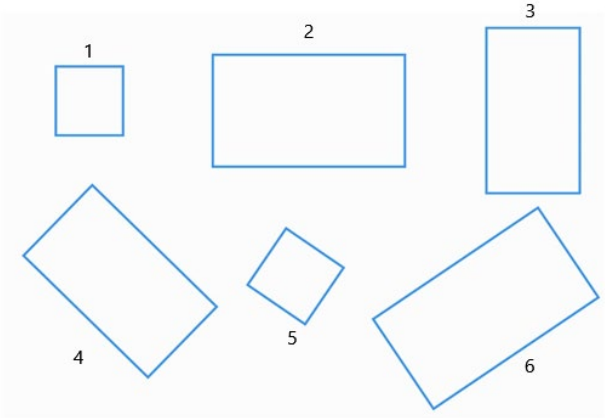


4.2. Çokgen Muhakeme Formu-2 (ÇMF-2)'ye verilen öğrenci yanıtlarının analizi

Bu bölümde, ÇMF-2'de bulunan 10 soruya verilen öğrenci yanıtları, her soru için ayrı ayrı analiz edilerek sunulmuştur.

4.2.1. ÇMF-2'nin 1.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 1. Sorusu olan "Aşağıdaki şekillerin (Şekil-32) hangisi ya da hangileri dikdörtgendir? İşaretleyiniz, cevabınızı ayrıntılı olarak açıklayınız ve gerekçenizi yazınız" sorusuna verilen yanıtlar incelendiğinde, toplam 100 öğrenci arasından görece olarak oldukça az sayıda katılımcı (18 kişi), tüm şekilleri dikdörtgen olarak belirleyebilmiştir. Bütün seçimler, Tablo 31'de seçim numarasına göre kategorik olarak sunulmuştur.



Şekil 32. ÇMF-2'nin 1. Sorusu

Tablo 31. Dikdörtgen olan şekillerin belirlenmesine yönelik kategoriler

Dikdörtgen olarak seçilen şekillere göre frekanslar	***f***
1, 2, 3, 4, 5, 6	18
2, 3, 4, 6	67
2,3	12
1, 2, 3 ve 5	2
2	1

Aşağıdaki Tablo 32 ise, seçtiği şekilleri niçin dikdörtgen olarak seçtiğinin gerekçesini veren bireyleri göstermektedir. 87 kişi, bir gerekçe sunarken, 13 kişi herhangi bir gerekçe sunmamıştır. Bu gerekçeler, yukarıdaki seçim durumuna göre, aşağıda metin içinde ayrıntılı açıklanmış ve analiz edilmiştir.

Tablo 32. Dikdörtgen olan şekillerin seçilme gerekçelerini sunma durumu

Dikdörtgen olarak seçilen şekillere gerekçe sunma frekansları	***f***
Gerekçe sunanlar	87
Hiç gerekçe sunmayanlar	13

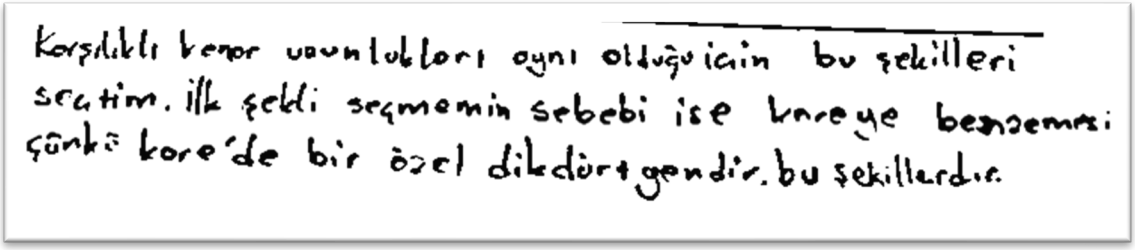
Tablo-31'de görüldüğü gibi, bütün şekilleri dikdörtgen olarak doğru belirleyebilen, 18 kişinin, en çok sundukları gerekçelerden bazıları aşağıda belirtilmiştir.

"Hepsi birer dikdörtgendir, çünkü 1 ve 5 kare şeklinde olsa da kare de özel dikdörtgendir."

"Karşılıklı kenarların uzunlukları aynı ve kenarları paralel olduğu için hepsi dikdörtgendir"

Aşağıda ise, katılımcılardan *K.A* isimli bireyin örnek yanıtı, görsel olarak resmedilmiştir.

[K.A]:


Karşılıklı kenar uzunlukları aynı olduğu için bu şekilleri seçtim. İlk şekli seçmemin sebebi ise kareye benzemesi çünkü kare'de bir özel dikdörtgendir. bu şekillerdir.

Bütün şekilleri dikdörtgen olarak seçen öğrencilerin sundukları gerekçelere bakıldığında bu bireylerin, karenin de özel bir dikdörtgen olduğunun farkında oldukları ayrıca dikdörtgenin konum ya da yönündeki değişikliklerden etkilenemeyen, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde, kavramsal bilgilerinin şekil bilgilerini uygun biçimde yönettiği muhakeme yapısına sahip oldukları söylenebilir. Yani; 1,2,3,4,5 ve 6 numaralı şekillerin hepsini seçen öğrencilerde, dikdörtgen kavramı özelinde, öğrencinin muhakemesini dikdörtgen şeklinden ziyade, dikdörtgen nosyonu yönetmektedir. Şekilde uzamsal olarak gerçekleşen konumsal değişimler, zihindeki prototip algıların sınırlayıcı etkisinde olmadığı için, bu bireyler bütün şekilleri dikdörtgen olarak belirleyebilmektedir.

Tablo-31'de görüldüğü gibi soruya en çok verilen yanıt olan, 2, 3, 4 ve 6 numaralı şekilleri seçerek 1 ve 5 numaralı şekilleri dışlayan ve dikdörtgen olarak seçmeyen 67 öğrencinin yanıtlarına en çok sundukları gerekçe kategorileri aşağıda verilmiştir.

"2 kısa 2 uzun kenarı olanları seçeriz" (en çok sunulan gerekçe)

"Bir kenarı uzun bir kenarı kısa olanlar dikdörtgendir."

"Her yeri ya da her şeyi aynı olan dikdörtgen olamaz"

"Boyu uzunları seçeriz. Kareden daha uzun olanlara dikdörtgen denir."

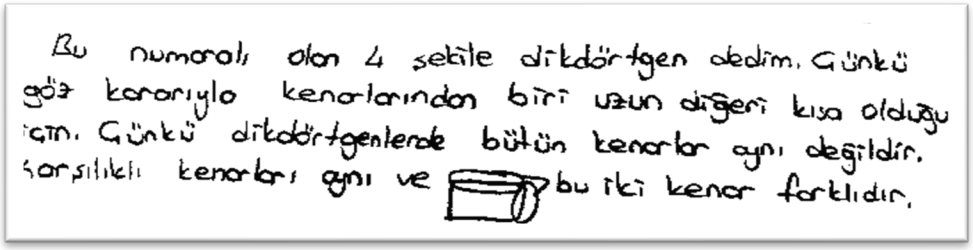
"Kenar uzunluklarının hepsi birbirine eşitse kare, kenar uzunluklarının karşılıklı olan iki tanesi birbirine eşitse dikdörtgendir."

"Kenarları birbirine eşit olmayanlar dikdörtgen olur"

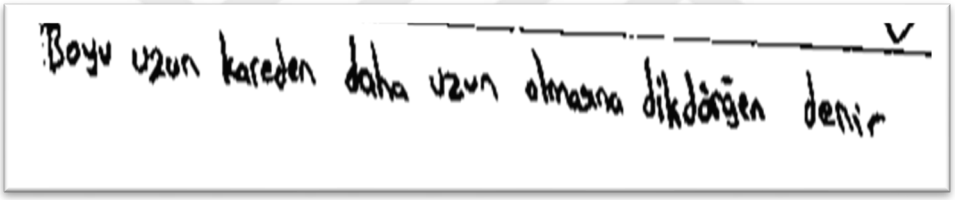
"1 ve 5 kare, 2 tam bir dikdörtgen, 4 ve 6 ise dikdörtgenin yamuğa benzer çevrilmiş halleridir."

Aşağıda ise, bu katılımcıların örnek yanıtları, görsel olarak resmedilmiştir.

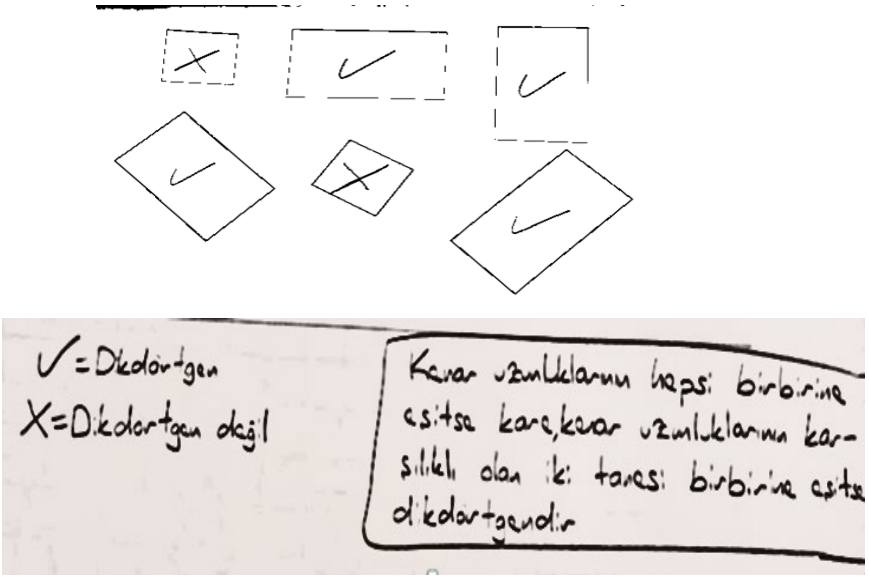
Aşağıdaki örnek yanıt, öğrencinin neden 1 ve 5 numaralı şekilleri dikdörtgen olarak değerlendirmediğini, uzun ve kısa kenar algısı üzerinden net olarak göstermektedir. Bireyin açıklaması, şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne nasıl geçtiğinin sözel bir ifadesidir.

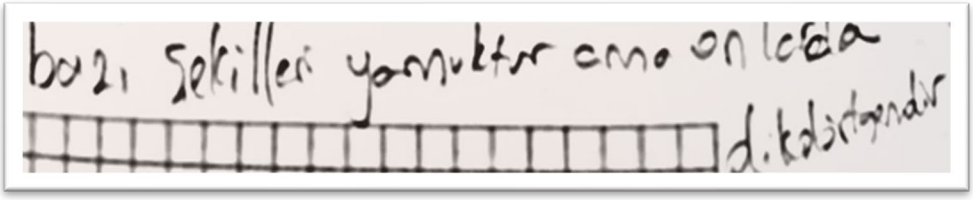


Aşağıdaki örnek yanıt ise, dikdörtgenin her zaman kareden boy olarak daha uzun olması algısına dayanmakta, kavramdan ziyade, şekil bilgisinin muhakemeyi nasıl domine ettiğini göstermektedir.

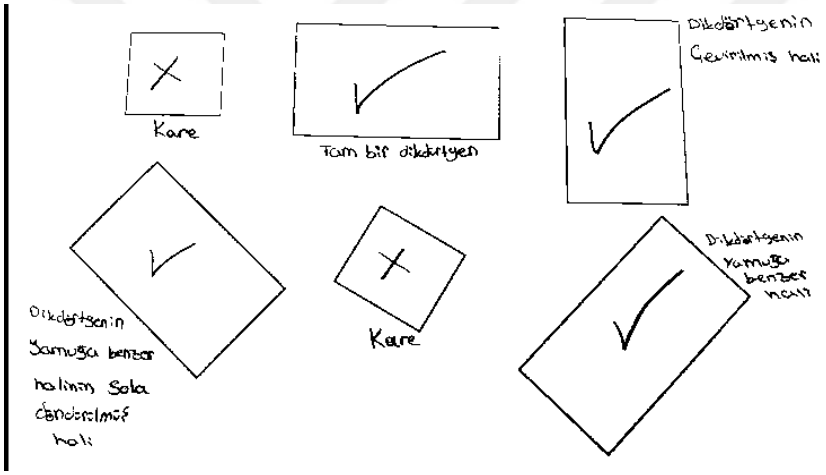


Aşağıdaki örnek yanıt ise, dikdörtgeni değerlendirirken, sadece "karşılıklı kenar" söylemine dayanmakta, bu yüzden karenin dikdörtgen olarak değerlendirilmemesine neden olmaktadır.





Yukarıdaki örnek yanıt ile, aşağıdaki örnek öğrenci cevabında görülebileceği gibi, yamuk kelimesinin dilsel olarak eğik ya da eğri anlamını bir niteleme olarak kullanmaktadır. Dikdörtgenin çevrilmiş hali (pozisyon değişimi) muhakemeyi bozmamasına karşın, çalışmadaki yamuk kavramına ilişkin bulgularda da görülebileceği gibi, yamuğun dilsel anlamından etkilenen bu söylemin, uygun olmayan muhakemelerin gelişmesine farklı görevlerde zemin hazırlayabilme potansiyeli taşımaktadır.



Tablo 31'de görüldüğü gibi, 2 ve 3 numaralı şekilleri dikdörtgen olarak seçen 12 kişinin cevaplarında sundukları gerekçe kategorileri aşağıda verilmiştir. Bu bireylerin hem kareyi dikdörtgen olarak değerlendirmedikleri hem de muhakemelerinde şekilsel bilgilerinin kavramsal bilgilerine ağır basarak, şekillerin konumlarından (pozisyon değişiminden) etkilendikleri, yana çevrilmiş şekilde olan şekilleri dikdörtgen olarak muhakeme edemedikleri görülmektedir.

"2 ve 3 numaralı şekiller dikdörtgendir. Çünkü kenarları farklı ve düz (yatay)."

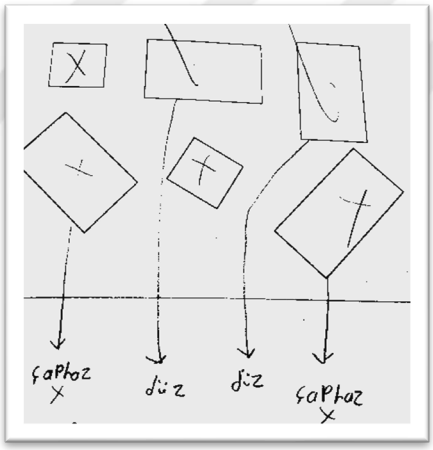
"İki kenarı kısa iki kenarı uzun ve aynı doğrultuda olmalı."

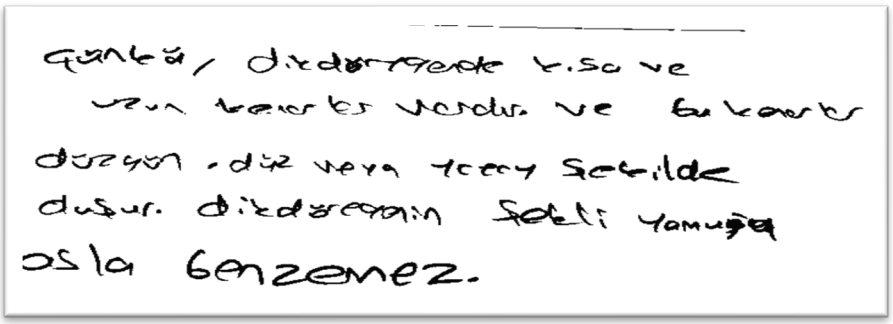
"Dikdörtgende kısa ve uzun kenarlar vardır ve düz veya yatay olmak zorundadır. Dikdörtgenin şekli, yamuğa benzemez."

"2 ve 3 numaralı şekiller dikdörtgendir. Çünkü 1 ve 5 kare, 4 ve 6 yamuktur. Geriye ikisi kalır."

"Dikdörtgen bir düzlem üzerinde olmak zorundadır." (x ve y eksenleri boyunca çizilmesi gerektiği vurgusu)

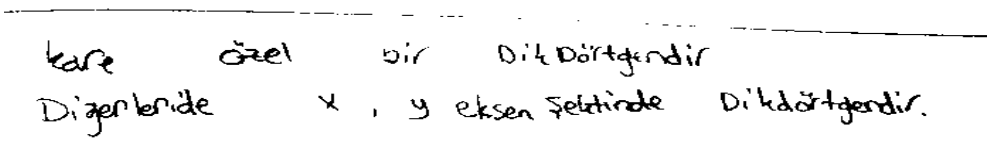
Bu muhakemelerde, şeklin dikdörtgen olması için yalnızca yatay ya da dikey pozisyonda (x veya y ekseni doğrultusunda) verilmesinin gerektiği algısı bulunmakta, hatta bazı bireyler tarafından dikdörtgenin çevrilmiş durumları, yamuk olarak değerlendirilmektedir. Aşağıda bu durumu açıklayan bir örnek öğrenci yanıtı, görsel olarak sunulmuştur. Bireyin ifadesindeki "dikdörtgenin şekli asla yamuğa benzemez" söylemi, çevrilmiş dikdörtgenin yamuk olarak değerlendirilmesinin bir yansımasıdır. Yine yamuk kelimesine ait dilsel etkiler de vardır.



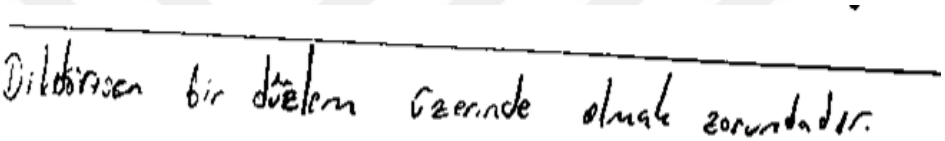


Tablo-31'de görüldüğü gibi sadece 1, 2, 3 ve 5 numaralı şekilleri dikdörtgen olarak seçen 2 öğrencinin olduğu görülmektedir. Bu kişilerin kareyi dikdörtgen olarak

belirleyebildikleri fakat, pozisyon değişiminden olumsuz yönde etkilendikleri görülmüştür. Dikdörtgenin x ve y ekseni boyunca verilmesi gerektiği algısı burada da vardır. Bu öğrencilerin yanıtları aşağıda görsel olarak verilmiştir.



Aşağıda örnek yanıt, yukarıdaki ile benzer bir nitelik taşımaktadır. Dikdörtgenin çevrilmiş halin dikdörtgen olarak değerlendirmeme (dikdörtgen bir düzlem üzerinde olmak zorundadır) hatası söz konusudur.

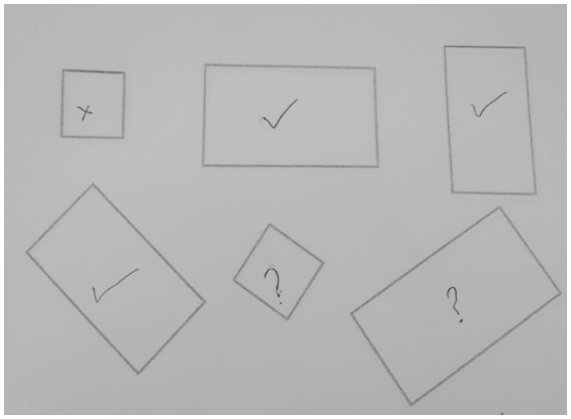


Tablo-31'de de görüldüğü gibi, Yalnızca 2 numaralı şekli seçen bir öğrencinin ise, soruya herhangi bir gerekçe sunmadığı görülmüştür. Fakat, sadece alışılagelmiş dikdörtgen prototipini seçtiği için, yalnızca prototip algıya dayalı bir muhakeme söz konusudur denebilir.

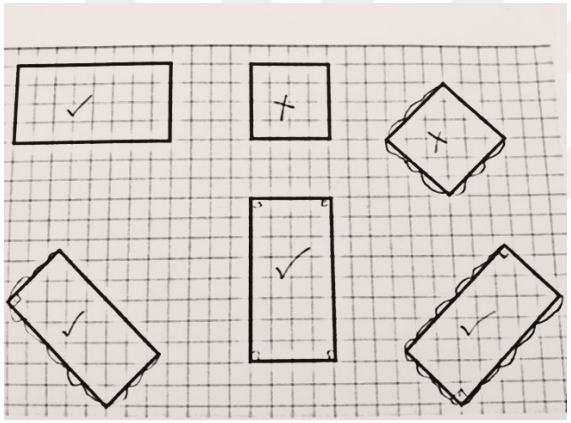
4.2.1.1 ÇMF-2'nin 1-a sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin yukarıdaki 1. Sorusu, katılımcıların verilen şekillere bakarak, paralellikler ve diklik durumları tam olarak algılayamaması olasılığı bertaraf etmek amacıyla, tercihlerinin değişip değişmeyeceğini anlayabilmek için ***aynı soru 1-a*** olarak kareli arka planda tekrar sorulmuştur. Aynı sorunun kareli kâğıt versiyonunda ise, değişim yaşayan öğrenci sayısı oldukça az olup, sadece 1 kişi tespit edilmiştir. Cevabına gerekçe sunan bir öğrencinin açıklamalarına bakıldığında ise, aşağıdaki örnek cevapta olduğu gibi, sorunun ilk biçiminde bazı şekilleri tam olarak belirleyememiş, 1-a versiyonunda ise kareli kâğıt üzerinde daha net cevap vermiştir. Ancak verdiği yanıtta, sonuç olarak kareyi bir dikdörtgen olarak değerlendirmemiştir. Yani sorunun dip metinindeki muhakeme biçimi aslında değişmemiştir.

[K.P]: (normal versiyon)



[K.P]: (kareli versiyon)



(K.P isimli öğrencinin ÇMF-2'in 1 ve 1-a sorularına verdiği 2 farklı cevabı)

ÇMF-2'nin 1.sorusı olan bu geometrik göreve ilişkin, *Ö12* ve *Ö5* isimli öğrenciler ile yapılan mülakattan aşağıdaki kesitler, 2 farklı muhakemeyi yansıtır niteliktedir. *Ö5*, kareyi uzun ve kısa kenar söyleminden dolayı dikdörtgen olarak saymazken, *Ö12*, karenin de bir dikdörtgen olduğunun farkında olup, aynı zamanda pozisyon değişiminden de etkilenmeyen bir muhakeme biçimine sahiptir.

[A]: "Verilen şekilleri dikdörtgen olarak belirlerken, 1 ve 5 numaralı şekilleri, dikdörtgen olarak seçmemişsin. Bunun sebebini açıklayabilir misin?"

[Ö5]: "Çünkü 2, 3, 4 ve 6 numaralı şekillerin dikdörtgen olduğu belli. Ama 1 ve 5 kare onlara o yüzden dikdörtgen seçmedim"

[A]: "Peki, kare aynı zamanda bir dikdörtgen olmaz mı? Dikdörtgenin özelliklerini sağlamıyor mu? Mesela karşılıklı kenarlar karede de eşit sayılmaz mı?"

[Ö5]: "Evet, karenin de karşılıklı kenarları eşit böyle düşünürsek olur ama sonuçta dikdörtgen dememiz için kısa ve uzun kenarlar olmalı."

[A]: "Verilen şekillerin hepsini dikdörtgen olarak belirlemişsin. Bunun nasıl düşündün, açıklayabilir misin?"

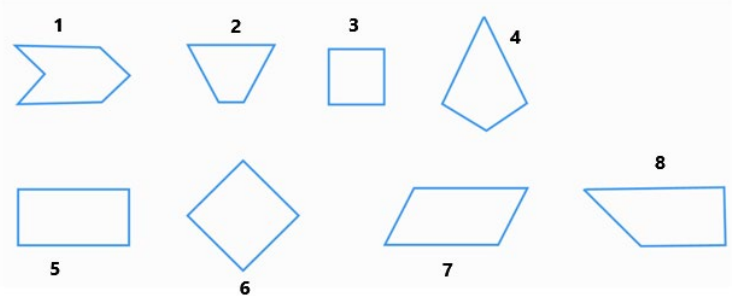
[Ö12]: "1 ve 5 kare, ama kare de özel bir dikdörtgendir. O yüzden onları da seçtim."

[A]: "Peki 4 ve 6 numaralı şekilleri de dikdörtgen olarak seçtin. Bunlar sağa ya da dola döndürülmüş biçimde verilmiş. Bunlara da dikdörtgen diyebilir miyiz? Etkiler mi sence dikdörtgen olup olmamasını?"

[Ö12]: "Bence etkilemez, çünkü mesela şu anda oturduğumuz masa bir dikdörtgen şeklinde. Bu masayı çevirirsek, yine dikdörtgen olur yani. Değişmez bence."

4.2.2. ÇMF-2'nin 2.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 2. sorusu olan *"Aşağıdaki şekillerin (Şekil-33) paralelkenar olanları işaretleyiniz. Cevabınızın nedenini ayrıntılı olarak açıklayınız."* sorusuna verilen yanıtlar incelendiğinde, toplam 100 öğrenci arasından oldukça az sayıda kişi (sadece **13** kişi), **3, 5, 6, 7 numaralı şekillerini seçerek,** paralelkenar olanları eksiksiz olarak belirleyebilmiştir. Öğrenciler tarafından yapılan bütün şekil seçimleri, Tablo 33'de seçim numaralarına göre kategorik olarak sunulmuştur. Ayrıca seçilen şekil grupları için öğrenciler tarafından sunulan gerekçeler de aşağıda doğrudan alıntı ve görsel cevaplarla ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bazı öğrenciler seçimleri için hiçbir gerekçe sunmamıştır. Bu durum da Tablo 34'de gösterilmiştir.



Şekil 33. ÇMF-2'nin 2. Sorusu

Tablo 33. Paralelkenar olan şekillerin belirlenmesine yönelik kategoriler

Paralelkenar olarak seçilen şekiller	***f***
7	28
1, 3, 5, 6 ve 7	14
3,5, 6 ve 7	13
1,2, 3, 5, 6, 7, 8	9
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	5
1, 3, 4, 5, 6, 7	5
2 ve 7	5
1 ve 7	4
6 ve 7	3
1,4 ve 7	2
3,5 ve 7	2
5 ve 7	2
2, 4, 6 ve 7	2
4,5 ve 7	1
2, 3, 5, 6, 7 ve 8	1
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	1
1,4 ve 8	1
1, 2, 4, 6, 7 ve 8	1
1, 2, 3, 4, 5, 6	1

Tablo 34 ise, seçimlerini neden paralelkenar olarak seçtiğinin gerekçesini veren bireyleri göstermektedir. 86 kişi, bir gerekçe sunarken, 14 kişi herhangi bir gerekçe sunmamıştır. Bu gerekçeler seçim durumuna göre, metin içinde ayrıntılı açıklanmış ve gerekli detaylandırmalar yapılmıştır.

Tablo 34. Dikdörtgen olan şekillerin seçilme gerekçeleri

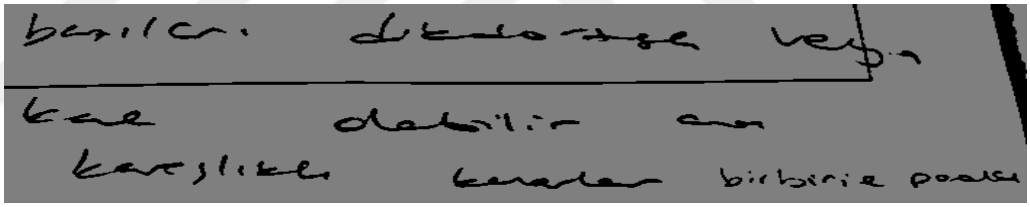
Dikdörtgen olarak seçilen şekillere gerekçe sunma frekansları	***f***
Gerekçe sunanlar	86
Hiç gerekçe sunmayanlar	14

Tablo 33'de görüldüğü gibi, **3,5, 6 ve 7** numaralı şekilleri paralelkenar olarak eksiksiz ve doğru belirleyebilen, **13** kişinin en çok sundukları gerekçelerden bazıları aşağıda belirtilmiştir.

"Çünkü karşılıklı kenarları paralel ve eşit olanların hepsini seçeriz" (göreve doğru yanıt verenler arasında en çok sunulan gerekçe)

"Karşılıklı kenarları eş ve aynı doğrultuda olanları seçeriz"

"Dikdörtgen ve kare de paralelkenardır, çünkü karşılıklı kenarları paraleldir"



Uygun şekilleri **(3-5-6-7)** paralelkenar olarak seçen öğrencilerin sundukları gerekçelere ve yukarıda görsel olarak sunulan örnek yanıta bakıldığında bu bireylerin paralelkenar, kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkiyi uygun bir şekilde muhakeme edebildikleri ve şekilsel-kavram teorisi açısından bakıldığında, sadece şekil bilgilerine güvenmeyerek, diğer şekillerdeki paralellik durumlarının kendilerini yanılgıya sürüklemelerine izin vermedikleri söylenebilir.

Diğer yandan, en çok yapılan hatalı seçim olan, **sadece 7 numaralı şekli** paralelkenar olarak seçen kişilerin sundukları gerekçe kategorileri ve görsel olarak sunulan 2 yanıt aşağıda sunulmuştur.

"Çünkü paralelkenar bu şekilde (7.şekildeki) gibi olur."

"Çünkü kenarları paralel olmalı, iç açıları dik olmamalı."

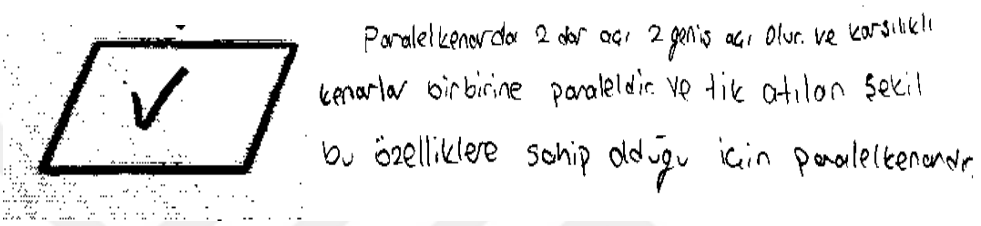
"Çünkü paralelkenarda 2 dar açı, 2 de geniş açı olur ve karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir."

"Karşılıklı kenarları eşit ve kısa kenarları çapraz durmalı."

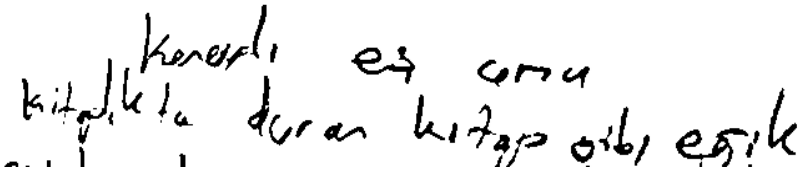
"4 kenarı vardır ama sağa veya sola yatık olur"

"Paralelkenar, Kenarları eş ama kitaplıkta duran kitap gibi eğiktir."

[P.P]:



[M.E.Y]:



Görüldüğü gibi, yalnızca 7 numaralı şekli, paralelkenar olarak belirleyen bazı öğrenciler, yukarıdaki gerekçelerden görülebileceği gibi, paralelkenarda iç açıların kesinlikle dik olmaması gerektiğine yönelik hatalı kavramsal bilgiye sahipken, şeklin hafifçe eğilmiş ya da yatık durması gerektiğine yönelik zihinsel imgelerin aşırı etkisinde kalan ve muhakemelerinin kavramdan ziyade şeklin kontrolünde olduğu bir düşünüş biçimine sahiptirler. Bu öğrencilerin muhakemelerini, aslında yukarıdaki *M.E.Y*'nin yanıtı (*Paralelkenar, kenarları eş ama kitaplıkta duran kitap gibi eğiktir)* oldukça iyi şekilde özetlemektedir.

Diğer yandan Tablo 33'de de görüldüğü gibi **1, 3, 5, 6 ve 7** numaralı şekilleri seçen yani aslında paralelkenar olan şekillerin hepsini belirleyebilen fakat bu seçimlerine ek olarak hatalı bir biçimde 1 numaralı şekli de ekleyen 14 öğrencinin soruya verdikleri bazı gerekçeler aşağıdaki gibi olmuştur.

"Karşılıklı kenarları paralel ve eşit olanları seçeriz."

"Karşılıklı kenarları simetrik olanlar paralelkenardır, dikdörtgen ve kare bir paralelkenardır."

Bu noktada dikkat çekici olan husus, paralelkenara ilişkin yukarıdaki bireylerin uygun bir kavramsal bilgiye sahip olmalarına karşın**, zihinlerindeki aşırı paralellik algıları**, 1 numaralı şeklin de dahil edilmesine neden olmuş ve paralelkenarın en temel özelliği olan 4 kenarlı olması kriterini dikkate almalarını baskılamıştır. 1 numaralı şekil, gerçekte bir altıgen olmasına rağmen, bu çalışmanın bulgular kısmında da sunulan altıgene ilişkin baskın zihinsel prototipin düzgün altıgen şekli olmasından ötürü, öğrencilerin 1 numaralı şekle ilişkin "altıgendir, paralelkenar olamaz" muhakemesini yapmalarını zorlaştırmış olabilir. Buna ek olarak, 1 numaralı şekil, ortadan bölündüğünde aslında iki paralelkenarın birleşimi olduğundan, öğrencilerin şekil algıları kavramsal bilgilerinin bu noktada önüne geçmiş olabilir. 1 numaralı şeklin, içbükey bir yapıda olması ve öğrencilerin öğretimde daha az karşılaşmış olmaları da olasıdır. Bu yüzden altıgen olarak isimlendirmede zorlanmış olabilirler.

Tablo 33'de de görülebileceği gibi **1, 2, 3, 5, 6, 7 ve 8** numaralı şekilleri paralelkenar olarak seçen 9 öğrencinin soruya verdikleri bazı gerekçeler yine aşağıda sunulmuştur.

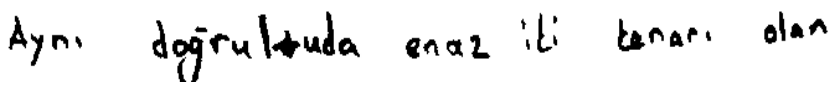
"4 şekli dışında hepsi paralelkenar çünkü diğerlerinin hepsinin kenarları birbirine paraleldir."

"Aynı doğrultuda, paralel en az 2 tane kenarı bulunanlar, paralelkenardır."

"Paralelkenarda karşılıklı kenarlar çakışmaz, düz bir doğruda ilerler. Ama bir yamukta (4. şekil) doğrular çakışır."

"Kenarları karşılıklı duran şekillere paralelkenar denir."

[M.T.D]:



Bu noktada gerekçelerden de görülebileceği gibi, **1, 2, 3, 5, 6, 7 ve 8** numaralı şekilleri paralelkenar olarak seçen yani 4 numaralı şekil haricindeki bütün şekilleri paralelkenar olarak

adlandıran öğrencilerin yaptıkları muhakemelere bakıldığında karşılıklı kenar çiftlerinin paralelkenar olması şartından ziyade, **en az 2 kenarın paralel olmasını**, paralelkenar için yeterli bulmaktadırlar. Bu yüzden yamuk olan şekilleri de paralelkenar olarak seçmişlerdir. Bunun yanında 1 numaralı şekli de daha önce bahsettiğimiz gibi altıgen olarak isimlendiremeyip, paralelkenar yorumu yapmışlardır. Ayrıca 4 numaralı şekli, yamuk olarak değerlendiren gerekçelere de rastlanmıştır. Daha biçimsiz halde duran şekillerin yamuk olarak algılanması durumuna burada da rastlanmıştır.

Tablo 33'de görülebileceği gibi, bütün şekilleri **(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8)** paralelkenar olarak seçen 5 öğrenci tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin ise cevaplarına herhangi bir gerekçe sunmadıkları tespit edilmiştir.

Yine Tablo 33'de görülebileceği gibi, cevaplarına 4 numaralı şekli de dahil eden öğrenci sayısı (toplamda 19 kişi) kayda değerdir. 4 numaralı şekli paralelkenar olarak değerlendiren öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun gerekçelerinde *"Karşılıklı herhangi 2 kenarı eşit olanlar paralelkenardır"* yorumunun olduğu tespit edilmiştir. Bu noktadaki sorun, öğrencilerin şekil duruşundan dolayı, eşit gibi görünen kenarların karşılıklı kenar olduğunu düşünmeleridir. Ayrıca bu şekilde kenarlar özelinde herhangi bir paralellik de bulunmamaktadır. Aslında bu durum benzer biçimde Fischbein (1993)'ün ortaya koymuş olduğu şekilsel kavram teorisine göre, şekil bilgisinin ya da algısının kavramsal bilgilerin önünde geçtiği durumun başka bir örneğidir. Diğer yandan Tablo 33'den görülebileceği gibi, 1 numaralı şekli de paralelkenar olarak değerlendiren kişilerin toplam sayısının neredeyse tüm katılımcıların yarısına denk gelmesi de (43 kişi) kayda değer bir noktadır. 1 ve 4 numaralı şekli, paralelkenar olarak seçen bir öğrenci *(Ö10)* ile yapılan mülakattan aşağıdaki kesit, ilginç bir diğer noktayı da ortaya koyan niteliktedir.

[A]: "1 ve 4 numaralı şekli, neden paralelkenar olarak seçtiğini açıklar mısın?"

[Ö10]: "Adı üstünde paralelkenar, karşılıklı kenarlı simetrik durur"

[A]: "Yani, paralelkenar denildiğinde, bunu simetrik olarak mı düşünmek gerekir?

[Ö10]: "Evet, paralelkenar olması için kenarların simetrik durması gerekir ya da bu şekilleri ortadan bölersek, oluşan şekiller, üst üste simetrik durur."

Yukarıdaki görüşme diyaloglarından görülebileceği gibi, bazı bireylerin muhakemelerinde belki de paralelkenar kelimesinden türetilebilecek simetrik ve düzenli bir şekil anlamı ve algısı olabilir. Bu durum, daha önce de bahsedilen aynı yamuk kelimesinden gelen eğri-eğik anlamı

gibi, paralelkenar için de dilin semantik yapısının daha fazla araştırılmaya ihtiyaç duyulabileceğini göstermektedir.

Tablo 33 incelenmeye devam edilirse, ilgi çekici başka bir noktanın da 2 ve 7 numaralı şekilleri seçen 5 öğrencinin bulunmasıdır. Bu öğrencilerin soruya sunduğu gerekçeler, aşağıdaki gibi olmuştur.

"Paralelkenarda yanlar biraz yatıktır."

"Paralelkenarın biraz yatay bir şekli vardır ve kısa ve uzun kenarlar (yanlar) hafif yatık görünür."

Görüldüğü üzere, bu öğrencilerin paralelkenar muhakemeleri, şeklin yan kenarlarının hepsinin eğimli gözükmesi algısından temel almıştır. Yaygın paralelkenar prototipinin seçilmesine ek olarak (7 numaralı şekil), aslında bir yamuk olan 2 numaralı şekli de paralelkenar olarak değerlendirmişlerdir. 8 numaralı şekil de yamuk olmasına karşın, bir kenarı dik durduğu için paralelkenar saymamışlardır.

2, 3, 5, 6, 7 ve 8 numaralı şekillerini paralelkenar olarak seçen bir öğrencinin ise muhakemesi aşağıdaki gibi olmuştur.

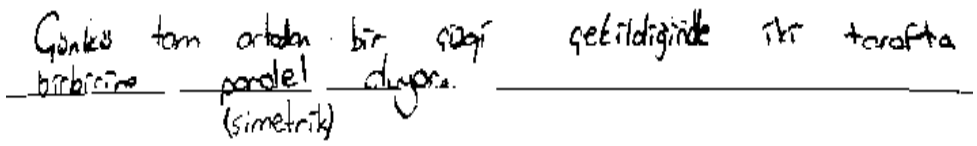
"2 ve 8 yamuktur paralelkenarın özel halidir. 3 karedir, paralelkenarın özel halidir. 5 dikdörtgendir, paralelkenarın özel halidir.", 6 eşkenar dörtgendir ve paralelkenarın özel halidir. 7 zaten paralelkenardır"

Bu noktada, üzerinde durulması gereken husus, yukarıdaki gerekçeyi sunan birey açısından kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen kavramlarını paralelkenar ile ilişkilendirmede bir sorun yokken, yamuğun paralelkenarın özel bir hali olarak değerlendirilip, paralelkenar sayılmasıdır. Tam tersine paralelkenarı bir yamuk olarak değerlendirmek yerine bazı öğrenciler tarafından, yamuk bir paralelkenar olarak değerlendirilmektedir. Paralelkenarın tüm kenarlarının ikişer ikişer paralel olması gerektiği hususu geri plana atılarak uygun olmayan bir ilişkilendirme yapılmaktadır.

1, 2, 3, 4, 5, ve 6 numaralı şekilleri paralelkenar olarak seçen öğrencinin gerekçesi de ilgi çekicidir. Paralelkenar kelimesinden gelen simetrik anlam (dilin semantik yapısının etkisi) burada da vardır.

"Çünkü tam ortadan bir çizgi çekildiğinde iki taraf da birbirine simetrik olur"

[A.S]:



Yanıtlarında sadece **5 ve 7** şekillerini paralelkenar olarak dahil eden öğrencilerin de aşağıdaki gerekçede görüldüğü gibi, yalnızca dikdörtgen ve paralelkenarı birbiri ile ilişkilendirebildiği gözükmektedir. Dikdörtgen ve paralelkenar prototiplerinin, şekil olarak ince ve uzun görüntüsü buna katkı sağlamış olabilir.

"Paralelkenar dikdörtgenin yatmış şeklidir, yani özel dikdörtgendir."

Yanıtlarında sadece **4, 5 ve 7** şekillerini paralelkenar olarak atfedenlerin gerekçesi de aşağıdaki gibi olmuştur. Görüldüğü üzere, kavram özelliklerden ziyade, şekil bilgisine aşırı bağlılık durumu söz konusudur.

[R.Ö]:

Sorunun geneline verilen cevaplara bakıldığında, 1 ve 4 numaralı şekillerini cevabına paralelkenar olarak dahil eden öğrenci sayısının fazlalığı, bizi şekilsel özelliklerin kavramsal özelliklerden daha fazla ön planda tutulduğu yorumuna da götürmektedir. Ayrıca paralelkenar kelimesinden ileri gelen dilsel bir anlamın (paralel-simetrik- düzenli bir şekil anlamı) etkisiyle, bazı katılımcılar, paralelkenar olmayan şekilleri de paralelkenar olarak belirlemişlerdir. Aynı yamuk kelimesinin dilsel olarak çağrıştırdığı eğri, biçimsiz anlamında olduğu gibi, paralelkenar kelimesinden de ileri gelem semantik etkilerin varlığı söz konusu olup, bu semantik durumların daha fazla araştırılmaya ihtiyacı vardır.

4.2.2.1 ÇMF'nin 2-a sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF'nin yukarıdaki 2. Sorusu, Öğrencilerin verilen şekillere bakarak, paralellikler ve kenar eşitliği gibi durumları tam olarak algılayamaması olasılığı bertaraf etmek amacıyla, tercihlerinin değişip değişmeyeceğini anlayabilmek için ***Soru 2-a*** olarak kareli arka planda tekrar sorulmuştur. Aynı sorunun kareli kâğıt versiyonunda ise, değişim yaşayan öğrenci sayısı oldukça az olup, sadece 1 kişi tespit edilmiştir. Bu öğrencinin cevabına bakıldığında ise, Sorunun ilk biçiminde 1 numaralı şekli dahil etmediği fakat, sorunun kareli kâğıt versiyonunda 1 numaralı şekli de ekleyerek **1, 3, 5, 6, 7** numaralı şekilleri cevabına dahil ettiği görülmüştür. Genele bakıldığında ise katılımcıların cevaplarında, sorunun 2 ve 2-a versiyonu için paralelkenar seçimlerinde herhangi bir değişmenin olmadığı tespit edilmiştir.

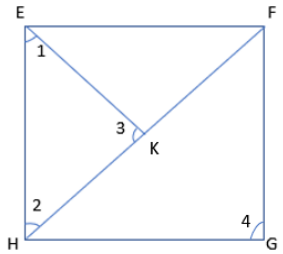
4.2.3. ÇMF-2'nin 3.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 3. Sorusundaki geometrik görev, verilen karedeki (Şekil-34) bilgilerden yola çıkarak karedeki köşegen olma durumunun ve oluşan açıların muhakemesinin öğrenciler tarafından nasıl ortaya konduğunu irdeleyen bir sorudur. İlk değerlendirmede, soruya verilen cevaplara göre, 100 katılımcı arasından toplamda 70 kişinin b ve c şıklarını seçerek doğru yanıt verdikleri tespit edilmiştir. Fakat burada önemli olan husus, öğrencilerin yanıtlarına bir gerekçe sunup sunmaması ve hangi gerekçe ve düşünüşlerle yanıt verdikleridir. Aşağıdaki Tablo 35, sorudaki her bir şık için geometrik olarak uygun bir gerekçe ile doğru yanıt verme durumu göstermektedir.

Tablo 35. Şıklara göre uygun bir gerekçe ile yanıt verme frekansları

Şıklara göre doğru bir muhakeme (gerekçe) sunabilenler	***f***
a)	21
b)	21
c)	67
d)	36

3) Verilen EFGH karesinde, [EK], [FH] 'yi orta noktasından kesmektedir.



Buna göre;

a) 1 açısı dik açıdır.
b) 3 açısı dik açıdır.
c) 4 açısı dik açıdır.
d) 2 açısı dik açıdır.

Şekil 34. ÇMF-2'nin 3. soru

Tablo 36. Şıklara göre uygun bir gerekçe olmadan yanıt verme frekansları

Şıklara uygun doğru gerekçe olmadan doğru yanıt sunabilenler	***f***
a)	69
b)	49
c)	19
d)	54

Yukarıdaki Tablo 36 ise, şıklara göre uygun bir gerekçe sunmadan doğru yanıt verme sayılarını göstermektedir.

Tablo 37. Soruya yanıt vermeyenler ya da yanlış cevap verenlerin frekansı

Şıklara göre yanıtsız ya da hatalı cevap	***f***
a)	10
b)	30
c)	14
d)	10

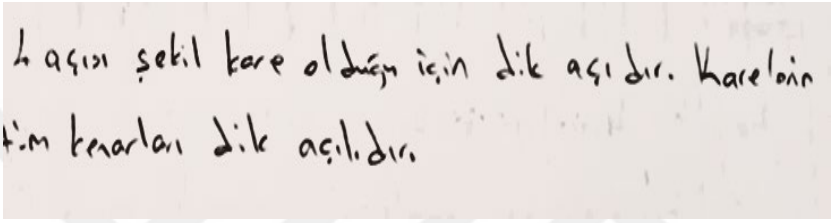
Tablo 37 ise, şıklara göre soruyu yanıtsız bırakanlar veya hatalı cevap verenlerin frekansı sunulmuştur.

Tablolar incelendiğinde ilk göze çarpan husus, sorunun c şıkkında 4 açısının 90 derece olması muhakemesinde katılımcıların büyük çoğunluğu (86 kişi), gerekçeli ya da gerekçesiz doğru yanıt verirken, 67 kişinin uygun bir gerekçe ile yanıt verebilmeleridir. Uygun bir gerekçe sunarak yanıt verenlerin sundukları gerekçeler, aşağıdaki gibi olmuştur.

"4 dik açıdır, çünkü karede iç açılar 90 derecedir."

"4 açısı 90 derecedir, karede köşeler diktir."

[R.Ç]:

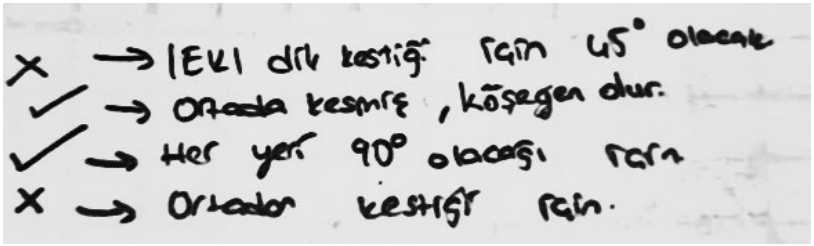


Ancak bu noktada, anahtar olan husus, sorunun b şıkkındaki 3 açısının muhakemesindedir. 3 açısında, 100 katılımcı arasından yalnızca **21** kişi, verilen karede, FH doğru parçası, EK tarafından 2 eş parçaya ayrıldığından ötürü köşegen olma muhakemesini yapabilmişlerdir (Tablo 35). 3 açısı konusunda Uygun bir gerekçe sunabilen cevaplardan örnekler, aşağıda görsel olarak da sunulmuştur.

"Tam ortadan kestiği için köşegen olur."

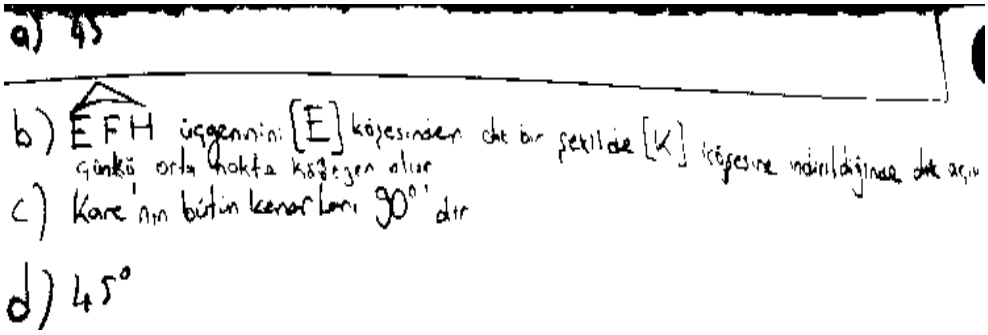
"Orta noktasından kestiği için köşegen olur, karede köşegenler dik keser."

[E.S.K]:



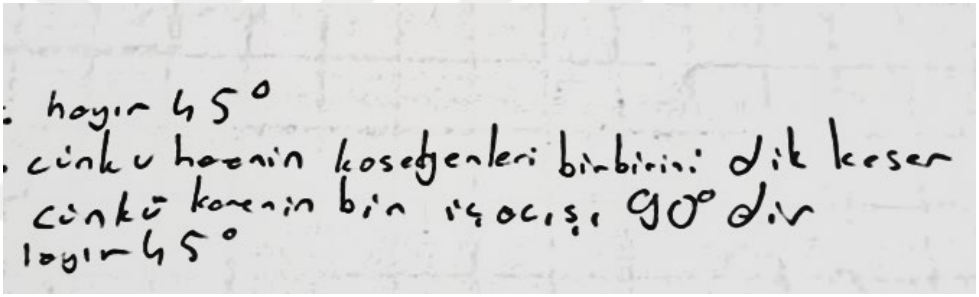
Yukarıdaki *E.S.K*'nın ve aşağıdaki *Y.S.A*'nın yanıtlarına bakılırsa, soruda verilen FH'nin EK'yı ortadan kestiği bilgisini kullanabildikleri, yani karede köşegenlerin dik kesişmesinden ötürü 3 numaralı açının dik olacağı muhakemesini başarıyla gerekçelendirebildikleri görülmektedir.

[Y.S.A]:



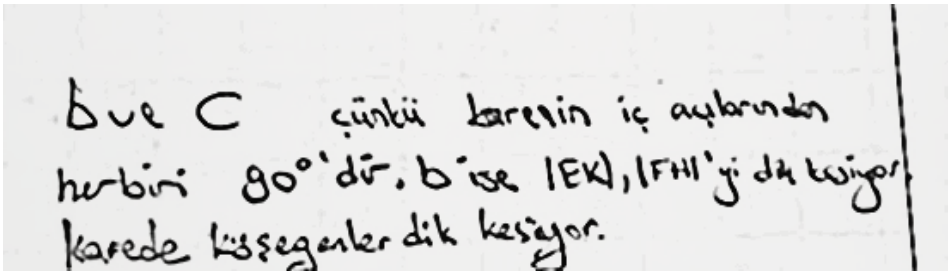
Benzer şekilde, aşağıdaki *K.A*'nın örnek yanıtı, EK doğru parçasının, köşegenin bir parçası olduğu muhakemesini içermektedir.

[K.A]:



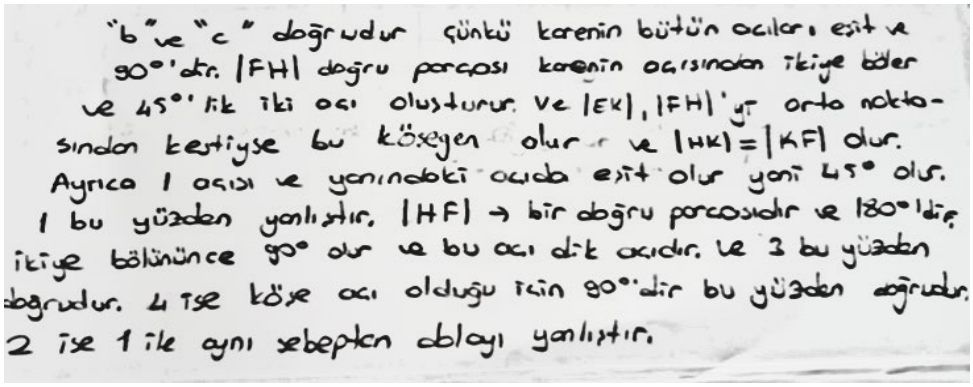
İ.E.L'nin örnek yanıtı da benzer şekilde, sezgisel bir yanıttan ziyade, EK'nın FH'yi dik keserek, köşegen olma çıkarımının yapılabildiği doğru bir gerekçelendirmeyi içermektedir.

[İ.E.L]:



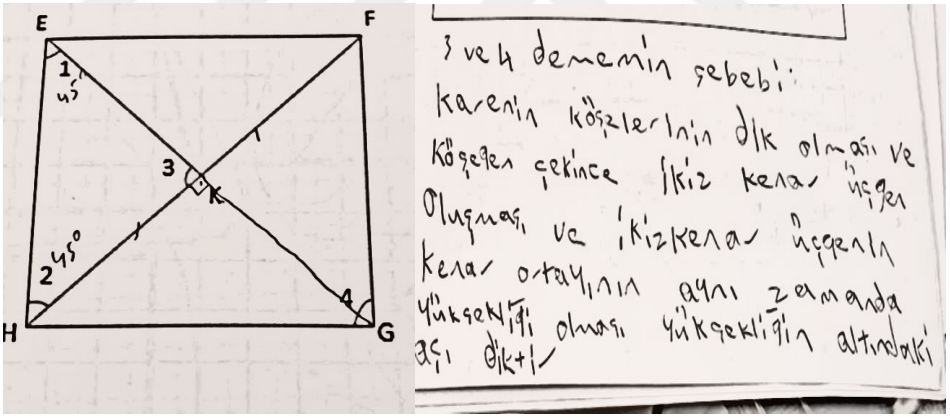
Aşağıdaki *A.A*'örnek yanıtı da benzer şekilde, EK'nın FH'yi dik keserek, köşegen olma çıkarımının yapılabildiği, oldukça ayrıntılı bir izahın sunulduğu bir yanıttır. Ayrıntılı ve başarılı bir ispat örneği sunulmuştur.

[A.A]:



Aşağıdaki örnekte, EK'nın köşegenin bir parçası olduğu muhakemesi başarı bir şekilde yapılabilmiş, hatta birey tarafından ek çizim yapılarak yani EK doğru parçası uzatılarak köşegenler tamamlanabilmiştir.

[M.Y.Ö.]:



Bu noktada, FH iki eş parçaya ayrıldığı için, köşegen olma muhakemesini yapanların, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi açısından değerlendirildiğinde, sadece şekil bilgisi ekseninde cevap vermedikleri, kavramsal bilgilerini harekete geçirerek muhakeme geliştirdikleri görülmektedir. Yani bu **21** kişinin gerekçelerinde, kavram şekli yöneterek, daha üst düzey bir muhakemeyi doğurmuştur. Fakat bakıldığında, 3 numaralı açının 90 derece olduğu konusunda, kavramın şekli yönettiği üst düzey bir muhakemeyi gerçekleştirebilenlerin sayısının görece olarak oldukça düşük olduğu görülmektedir. Çoğu bireyin, sadece şekilsel bilgilerine güvenerek sezgisel boyutta kalan bir muhakeme geliştirdikleri, ya da sadece şekil görünümü üzerinden yorum yaptıkları tespit edilmiştir. Aslında bu geometrik görev, bir bütün olarak karenin yani Gestalt'in, bireylerin şeklin alt parçalarını tanımlama yeteneği üzerindeki etkisini bize göstermektedir. Dış şeklin kare olma bilgisi, köşegenlerin iki eşit parçaya

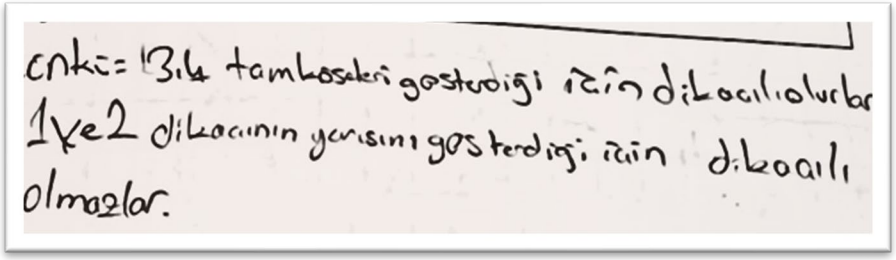
ayrılmasının da etkisiyle, şeklin içindeki alt parçaları köşegen olarak belirlemeyi harekete geçirmiştir ki bu husus, kavramsal bir bilginin kullanımını gerektirir. Fischbein'in şekilsel-kavram teorisine göre, sadece şekil görüntüsü ile yapılacak yorumlar, sezgisel ve eksik kalmaya mahkûm olacaktır. Anahtar nokta, 4 açısının yer aldığı dik açılı üçgenin tanınması gibi, EKH üçgenin de köşegen bilgisiyle dik açılı üçgen olarak fark edilebilmesidir. 3 numaralı açının dikliği konusunda köşegen bilgisine dayalı muhakeme yapabilenlerin, doğal olarak 1 ve 2 açılarının 45 derece olmasını ve 4 açısının da kareden ötürü 90 derece olmasını da muhakeme ettikleri de görülmektedir ki bu doğal denilebilecek bir sonuçtur. Fakat, bu geometrik görevde, 4 numaralı açının, kareden ötürü 90 derece olduğu muhakemesini yapmanın nispeten kolay gözükmesine rağmen aynı muhakemeyi şeklin alt parçalarına da uyarlayarak, 3 açısının da dik açı olduğunu uygun bir gerekçe ile belirleyebilme noktasındaki zorluk, Tablo 35'deki verilerle desteklenmektedir.

Üzerinde durulması gereken başka bir nokta da köşegen olma muhakemesini yapamayanların (katılımcıların büyük bir çoğunluğunun), 1 ve 2 açılarının dik olmaması muhakemesini, sadece şeklin görüntüsü üzerinden sezgisel bir mantıkla yaptıkları gözükmektedir. Bu bireylerin çoğunluğu, 1 ve 2 açılarını ya uygun bir gerekçe sunmadan, sezgisel yolla 45 derece olarak açıklamışlar, ya da bu açıları karenin 90 derecelik açıları olan E ve H açılarının 2'ye ayrılmasından ötürü, 1 ve 2 açılarının 90 dereceden daha az bir kısım kapladıkları düşüncesiyle dar açılı olarak sayılarak 90 derece olmadığını (90 dereceden küçük olacağını) sezgisel bir mantıkla belirtmişlerdir. Bu kişilerin aşağıdaki örnek cevapları bunu yansıtmaktadır.

"1 ve 2 açıları karenin köşesini tam kaplamadığı için dik değildir"

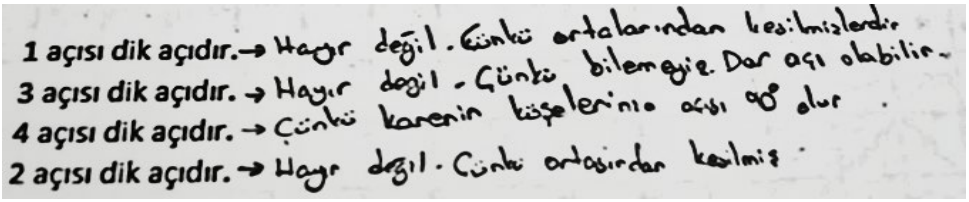
"Dik açı bölündüğünden dolayı 1 ve 2 numaralı açılar dik olmaz"

[R.Ö]:



Yukarıdaki *R.Ö* ve aşağıdaki *H.K* isimli öğrencilerin yanıtları, bu minvaldeki sezgisel muhakemeleri özetlemektedir.

[H.K]:



Aşağıda, 3 açısının muhakemesi hususunda uygun bir gerekçe olmadan sadece şekil görüntüsünden ve sezgilerden yola çıkarak cevap veren öğrencilerden örnek yanıtlar aşağıda sunulmuştur.

"Şekle bakarsak, dik olduğunu biliriz, EK'yi uzatırsak, köşeye denk gelir gözüküyor." (3 açısını sezgisel olarak 90 derece kabul edenler arasında en çok verilen yanıt)

"Karenin ortası olduğu için dik olmalı"

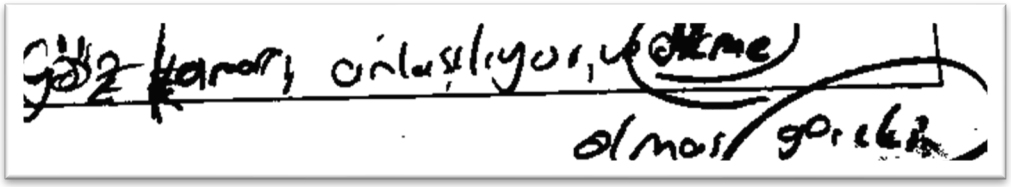
"3 diktir çünkü EK yükseklik gibi"

"EKH dik açılı üçgen şekline benzediği için"

"90 derecenin karşısındaki kenar en uzun kenar olduğu için 3 açısı 90 derece"

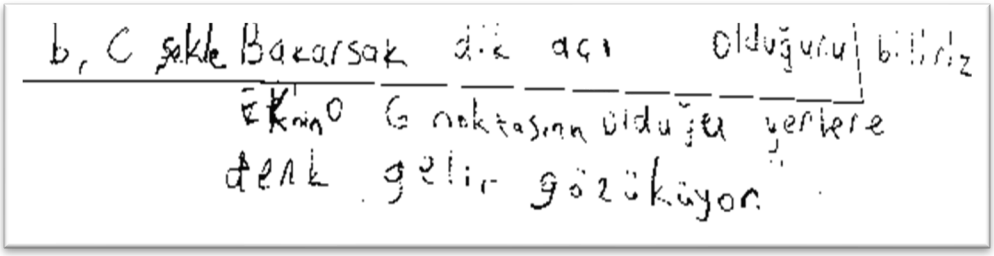
"Tam ortadan düz bir çizgi ile kesilmiş"

[M.A]:



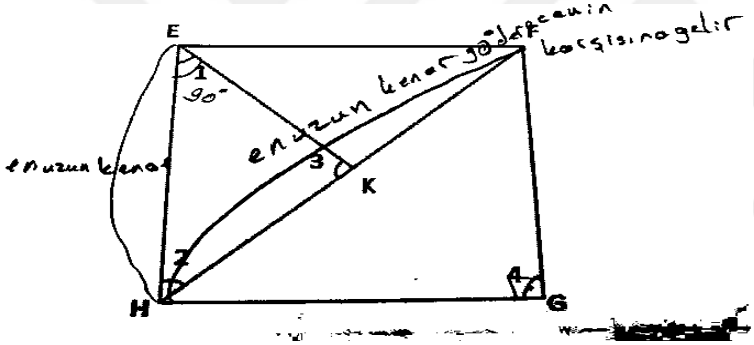
Örneğin yukarıdaki 3 açısının dikliği konusunda, uygun bir gerekçe sunamadan cevap veren bireylerin muhakeme biçimlerini, *M.A*'nın cevabındaki *"göz kararı anlaşılıyor"* ifadesi özetlemektedir. Bireyin gerekçesinde, tam bir kesinlik hissinin olmadığı görülmektedir. Aşağıdaki *A.T*'nin örnek yanıtında da sadece şekil bilgisinden hareketle sorudaki EK parçası uzatıldığında, G noktasına denk gelir gözüküyor ifadesi, Fischbein'in yaklaşımında göre, sadece şekil bilgisine dayanan, sezgisel bir muhakemeyi göstermektedir.

[A.T]:



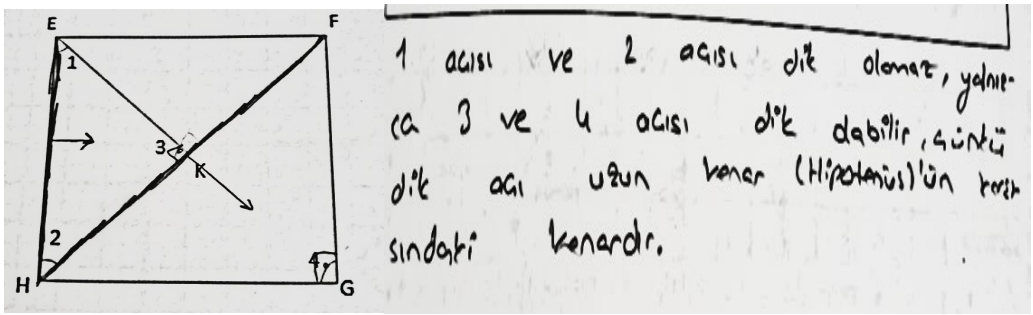
Aşağıdaki *O.C.Y*'nin örnek yanıtı da 3 açısının muhakemesi noktasında, *"en uzun kenarın karşısındaki açı 90 derece olur"* şeklindeki uygun olmayan, stereotipik bir yargıya dayanmaktadır.

[O.C.Y]:



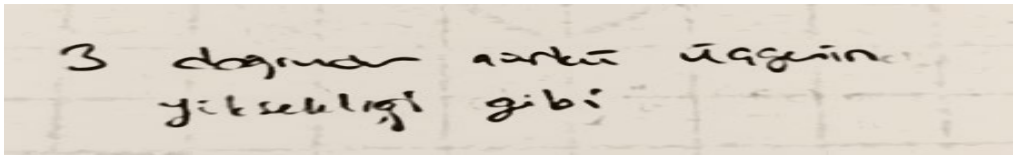
Aşağıdaki *E.C.A*'nın örnek yanıtı da yukarıdakine benzer bir muhakemenin *(en uzun kenarın karşısındaki açı 90 derece olur)* tezahürüdür.

[E.C.A]:



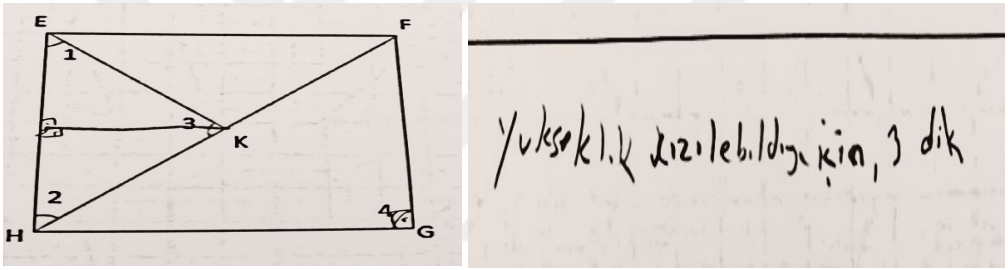
Bazı bireylerin de 3 açısının 90 derece olduğu konusunda, EK doğru parçasının yükseklik olabileceği varsayımına dayanarak, uygun bir gerekçelendirme oluşturamadıkları görülmüştür. Aşağıda buna ilişkin 2 örnek yanıt verilmiştir.

[H.U]:



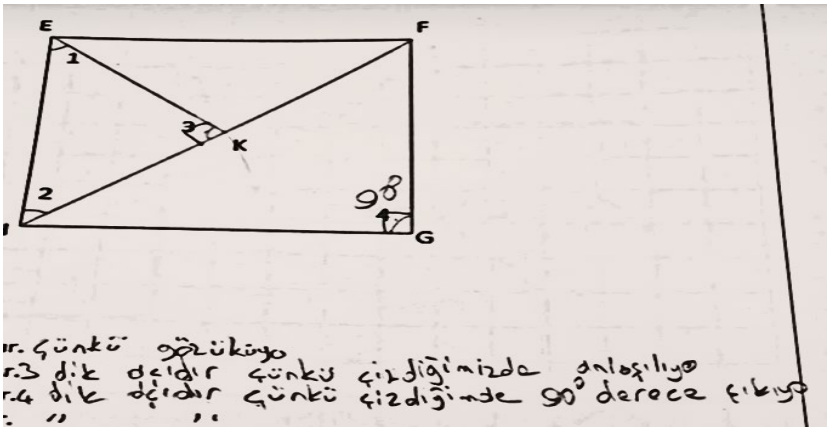
Yukarıdaki *H.U*'nun, ve aşağıdaki *Ü.O*'nun örnek muhakemeleri de sezgisel olarak yapılan uygun olmayan bir gerekçelendirme niteliği taşımaktadır. Örneğin, *H.U*'nun yanıtındaki "*üçgenin yüksekliği gibi"* ifadesi, sadece şekil görünümü üzerinden yapılan varsayımsal bir nitelik taşırken, *Ü.O*'nun gerekçesi ise, yükseklik çizimine dayalı, zihindeki şekilsel prototiplerin etkisi altında yapılan bir açıklamadır.

[Ü.O]:



Aşağıdaki, *R.E.E*'nin gerekçesi de yine uygun bir geometrik gerekçenin olmadığı, 3 açısının dik olması konusunda görevde verilen bilgilerden hareketle yapılmayan, sezgisel bir muhakemenin tezahürüdür.

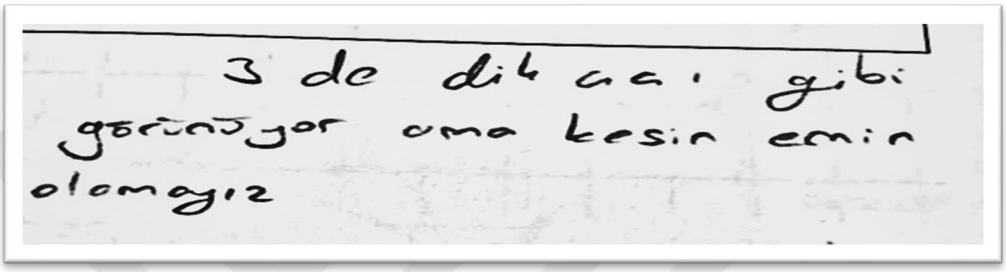
[R.E.E]:



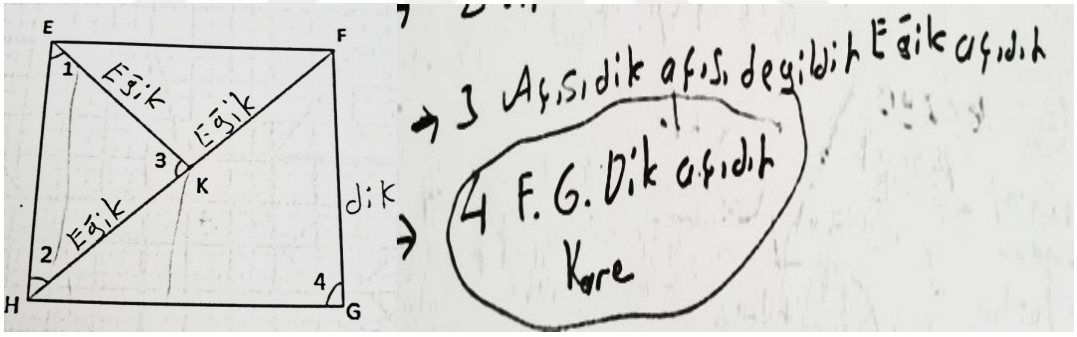
Diğer yandan, soruda verilen 3 numaralı açının, şeklin görüntüsünden ötürü dar açılı olması gerektiğini savunan ya da 90 derece olup olmayacağının bilinemeyeceğini söyleyen öğrenci

cevaplarının varlığı da tespit edilmiştir. Bu açıklamaların, benzer şekilde kavramsal bilgilerin, şekil bilgilerini yönetmediği muhakemeler olduğu söylenebilir. Bu görevde toplamda **18** kişinin, sorudaki 3 açısını, şeklin görüntüsüne güvenerek dar açılı olduğunu savundukları tespit edilmiştir. Bu da diğer bir dikkat çekici detaydır. Aşağıda bu bireylerden örnek yanıtlar görsel olarak sunulmuştur.

[E.H]:



[H.B]:



Diğer yandan, Tablo 37'de de gösterilen, soruya yanıt vermeyen ya da hatalı yanıt veren öğrencilere odaklanılırsa, Karenin en temel niteliklerinden biri olan bütün açılarının dik açı olduğu muhakemesini yapamayan ve 4 açısını dik açı olarak belirtemeyen **10** öğrencinin bulunması da dikkat çekici bir detaydır.

Aynı geometrik görev, 3 numaralı açının muhakemesi noktasında, Duval'in bilişsel modeli temelinde de incelenebilir. Bu görevde, 3 açısının muhakemesini şeklin ilk bakışta görüntüsüne göre yaparak dar açı olduğunu savunan öğrencilerin (**18 kişi**), Duval (1995)'in şekle bakma süreçlerinden biri olan, sadece görsel algılara göre hareket ettikleri söylenebilir. Diğer yandan soruda verilen bilgiden hareketle EK'nın FH'yi orta noktasından kesmesine dikkat edip, KH ve FK doğru parçalarının eşitliği üzerinden sorunun çözümüne dair geometrik bir kuralı kullanarak (karenin köşegeni) çözüme başlamaları, sözel algının etkin bir şekilde

kullanıldığını gösterir. Ancak sadece görsel algı ile yorumda bulananların, EK'nın FH doğru parçasını orta noktasından kesmesine hiç odaklanmadıkları görülmüştür. 3 açısına sadece şekil görüntüsüne göre dar açı diyen 18 kişinin ve 90 derece olması muhakemesini uygun bir gerekçe olmadan sezgisel olarak yapan 49 kişinin (Tablo 38) yani toplamda 67 kişinin, yalnızca görsel algının kullanıldığı düşünme biçimine sahip oldukları söylenebilir. Buradan çıkarılan sonuç, görsel algının kimi zaman sezgisel olarak doğru cevabı sunma konusunda, bireylere yardımcı olmasına rağmen, bazen de hatalı bir muhakemenin oluşmasına neden olmasıdır. Nitekim 18 kişinin 3 numaralı açıyı dar açı olarak değerlendirmeleri, bunun sonucudur.

Tablo 38. 3 numaralı açının muhakemesi hususunda Duval'in algısal süreçlerine göre bireylerin soruyu ele alış biçimleri

Algısal süreç	***f***
Yalnızca Görsel algı'nın kullanımı	67
Sözel algı'yı kullanıma koyabilenler	21

Diğer yandan sorunun b şıkkı için yani 3 açısının nasıl bir açı olduğuna yönelik verilen öğrenci yanıtlarına bakıldığında, K noktasının orta nokta olduğunun farkına varanların ve bu farkındalıkla EK'yı köşegen olarak değerlendirip, karede köşegenler dik keser muhakemesini yapabilen ve EK'nın kenarortay-açıortay olduğunu görebilenlerin, bir geometrik kurala ve teoreme dayalı muhakeme gerçekleştirdikleri açıktır. Bu kişilerin sayısı ise 21 kişidir. Bu kişilerin, sadece görsel algılara göre hareket etmeyip, sözel algılarını da kullanarak soruya yaklaştıkları söylenebilir. Ancak bu kişilerin sayısının tüm katılımcılar arasında görece az olması, önemli bir noktadır. Bu noktada, Fischbein'in yaklaşımına göre kavramsal bilgilerinin şekil bilgilerini yönettiği üst düzey muhakemeyi gerçekleştirenlerin, aslında Duval'in modelindeki sözel algıyı kullanabilen bireylere karşılık geldiği söylenebilir.

Bu geometrik görevde, yazılı cevabında, 3 numaralı açının uygun bir gerekçe ile dik açı olduğunu belirten *Ö11* isimli bir katılımcı ile yapılan mülakattan aşağıdaki kesit, bireyin mülakat sırasında biraz tereddüt yaşadığı görülse de şekil görünüşünden etkilenmeyip, kavramsal bilgilere göre nasıl hareket ettiğini destekler niteliktedir. Bu görevde mülakat yapılan çoğu bireyin, soruda verilen EK doğru parçasının FH doğru parçasını orta noktasından kesmesi bilgisine hiç dikkat etmedikleri tespit edilmiştir. *Ö11*'in görüşme kesiti ise, tam

tersine bu bilgiyi dikkat edip çözümde kullanan bir katılımcının muhakemesini yansıtmaktadır.

[A]: "Bu soruda 3 numaralı açının dik olduğunu nasıl açıklarsın? Nereden bu sonuca vardın?"

[Ö11]: "Diğer taraftan köşegen geçtiği için bu da (EK'yı işaret ediyor) dik iner diye düşündüm."

[A]: "Sence 3 numaralı açı, dar açı gibi durmuyor mu? Yani sorudan öyle anlaşılmıyor mu? Mesela 60 derece gibi gözükmüyor mu? Dik olduğundan emin olabilir misin?"

[Ö11]: "Yani evet böyle şekle ilk baktığımızda bilemeyiz gibi. Ama, EK, FH'yi eşit şekilde ayırmış, yani köşegen olur."

[A]: "Mesela, şunu merak ediyorum. EK doğru parçasını uzattığında, Karenin G köşesine denk geleceğinden nasıl emin olabiliyorsun?

[Ö11]: "K hem orta nokta hem de EK köşegen olacağından denk gelir."

[A]: "Peki soruda, EK doğru parçasının FH'yi 2 eşit parçaya ayırdığı bilgisi verilmeseydi, emin olabilir miydin? Yani bu bilgi olmasa da her zaman köşegen mi olurdu?

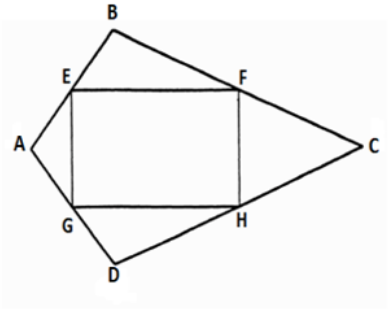
[Ö11]: "Hayır diyemeyiz. Bu bilgiye göre söyleriz"

Özetle, ÇMF-2'nin 3.sorusu olan bu geometrik görevde, bireylerin sadece %21'inin soruda verilen EK doğru parçasının FH doğru parçasını orta noktasından kesmesi bilgisini kullanarak köşegen muhakemesini yapabildiği görülmüştür. Katılımcıların büyük bir bölümünün, sadece şekil bilgisi üzerinden muhakeme gerçekleştirdikleri, soruda verilen bilgiyi dikkate almadıkları görülmüştür. Yani çoğu katılımcının, şekil bilgileri ve kavramsal bilgileri uygun bir dengede değildir ve şekil bilgileri kavramsal bilgilerini yönetmektedir. Bunun yanında, sadece şekil bilgisi üzerinden yorum yapanların, ellerinde bir kanıt yokken, doğru parçalarını yükseklik olarak varsaydıkları ya da "en uzun kenarın karşındaki açı 90 derece olur" şeklinde stereotipik yargılara sahip olup, hatalı genellemeler yaptıkları ortaya çıkarılmıştır.

4.2.4. ÇMF-2'nin 4.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 4. Sorusundaki geometrik görev, verilen ABCD dörtgeni içerisinde kenarların orta noktasının işaretlenmesiyle oluşan dörtgenin (Şekil-35) muhakemesinin

öğrenciler tarafından nasıl ortaya konduğunu irdeleyen bir sorudur. İlgili görevde, öğrencilere yazılı olarak, *"EFGH, dikdörtgen, paralelkenar ya da başka bir şekil olarak adlandırılır mı? Şeklin ne olduğunu, nasıl belirlersiniz? Ayrıntılı olarak, çizerek ve göstererek açıklayınız."* sorusu sorulmuştur. Öncelikle 100 katılımcıdan elde edilen yazılı öğrenci cevaplarının analizi sunulmuştur. Daha sonra bir öğrenciyle yapılan klinik mülakat kesiti verilmiştir. Soruya verilen yazılı cevaplara göre, toplam 100 katılımcı arasından 41 kişi cevaplarında şeklin direkt olarak dikdörtgen olduğunu belirtmiştir. 22 kişi ise paralelkenar olacağını savunmuştur. 12 kişi ise, dikdörtgen olduğu için aynı zamanda paralelkenardır yorumunda bulunmuştur. Toplamda 9 kişi ise, paralelkenar değildir yanıtını verirken bunlar arasından 3 kişi ise, paralelkenar değildir ama dikdörtgen olup olmadığı bilemeyiz yanıtı vermişlerdir. 16 kişi ise bu geometrik göreve herhangi bir yanıt sunamamıştır. Bu veriler, Tablo 39'da sunulmuştur.



Şekil 35. ÇMF-2'nin 4. Sorusu

Tablo 39.EFGH dörtgeninin muhakemesi

EFGH'n muhakemesi	***f***
Dikdörtgendir	41
Paralelkenardır	22
Dikdörtgen olduğu için paralelkeanardır	12
Paralelkenar değildir	6
Paralelkenar değildir, ama dikdörtgen olup olmadığından emin olamayız	3
Yanıt sunmayanlar	16

Tablo 40 ise, cevaplarında ortadaki şeklin paralelkenar olduğunu savunan kişiler arasından (22 kişi), uygun bir gerekçe ya da bir ispata yaklaşan çözümler sunan kişilerin sayısını göstermektedir.

Tablo 40.EFGH dörtgenine direkt olarak paralelkenar diyenler arasından bir matematiksel gerekçe ya da ispata yaklaşan çözümler sunabilenlerin sayısı

EFGH'ın muhakemesi	***f***
Uygun bir gerekçe-ispata yakın çözüm sunanlar	8
Uygun bir gerekçe sunamayanlar	14

ÇMF-2'nin 4. Sorusundaki geometrik göreve ilişkin bulgulara bakıldığında ilk göze çarpan husus, şeklin dikdörtgene benzemesinden ötürü dikdörtgen olarak atfedilmesidir. Bu öğrenci cevapları, soruda verilen anahtar bilgi olan kenarların orta noktasının alınma bilgisini görmezden gelerek, zihinsel kontrolün şeklin muhakemesinde olduğu yanıtlardır. Dikdörtgen olduğu için paralelkenardır yanıtı, yine muhakemeyi kavramsal özelliklerden çok şeklin yönettiği cevaptır. Fakat en azından, dikdörtgeni paralelkenar ile ilişkilendirme söz konusu olduğu için, kısmen bu iki dörtgen arasındaki ilişkilerin farkındalığını taşıyan da bir muhakemedir.

İlgili görevde şeklin paralelkenar olduğunu savunan kişiler arasında, yine sadece şekil bilgisine dayanarak yorumda bulunan kişilerin sayısı Tablo 40'de görüldüğü gibi 14'tür. Bu yüzden bu yanıtlar, tam olarak uygun bir gerekçe olarak değerlendirilmemiştir. Aşağıda bu kişiler arasından en çok sunulan yanıt kategorileri verilmiştir.

"Evet, çünkü karşılıklı kenarları paralel duruyor."

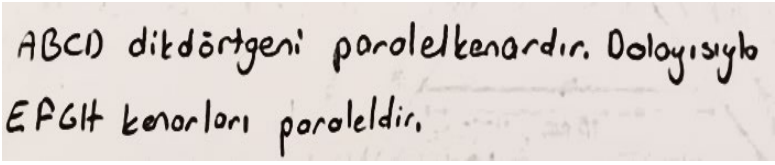
"Evet, çünkü paralelkenarda karşılıklı kenarlar eşit olur, burada aynı uzunlukta gibi."

"Evet paralelkenardır çünkü karşılıklı kenarları eşit ve paralel yerleştirilmiştir."

"Paralelkenardır, çünkü EF ile GH kenarları paralel konulmuştur"

"Paralelkenardır, çünkü şekilde F ile G açıları, E ile H açıları eşit gibidir"

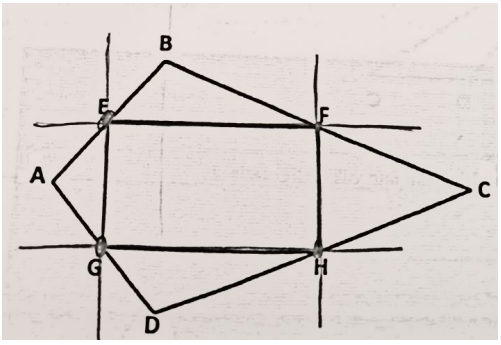
"Dıştaki ABCD şekli paralelkenar olduğu için, EFGH da paralelkenardır."

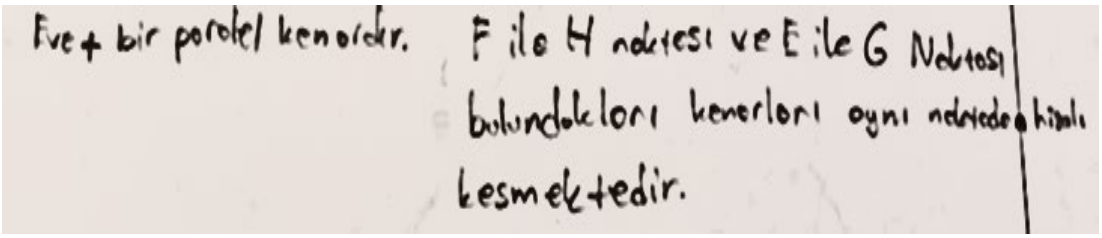


Ortadaki şeklin, paralelkenar olması noktasında uygun bir gerekçe olarak sayılmayan yukarıdaki örnek yanıtlara bakıldığında, yalnızca şeklin çizimine veya şeklin görüntüsüne güvenerek hareket eden gerekçelendirmelerin verildiği görülmektedir. Hatta bazı bireylerin, EF ve GH kenarlarının paralel olmasının şeklin paralelkenar olması için yeterli olduğu muhakemesini bile yaptıkları görülmüştür. Hatırlanacağı gibi, bu çalışmanın, paralelkenar tanımı ve örnek şekil çiziminde yer alan bulgularda, bazı kişilerin paralelkenarı *"sadece 2 kenarı paralel olan çokgen"* olarak tanımladıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu husus düşünüldüğünde yapılan bu muhakemenin, bu tanım durumu ile ilişkili olduğu söylenebilir. Bazı bireylerin ise, dıştaki ABCD dörtgeni paralelkenar olduğu için içteki şeklin de paralelkenar olduğunu düşünmeleri de ilginç bir noktadır ki, yine hatırlanacağı gibi, bu çalışmanın verilen şekiller arasından paralelkenar olanların seçilmesi sorusunda (ÇMF-2'nin 2. Sorusu) bazı bireylerin paralelkenar şeklini ayrıt edemediği, deltoide benzeyen yukarıdaki şeklin, ortadan bölündüğünde simetrik olmasından ötürü paralelkenar sayılabileceğine dair hatalı muhakemelerine yer verilmiştir. Bu durumun da bu hususla ilişkili olduğu söylenebilir.

Diğer yandan, uygun bir gerekçe ya da ispata yakın bir cevap olarak değerlendirilen 8 kişinin sundukları yanıtlardan örnekler, aşağıda görsel olarak verilmiştir.

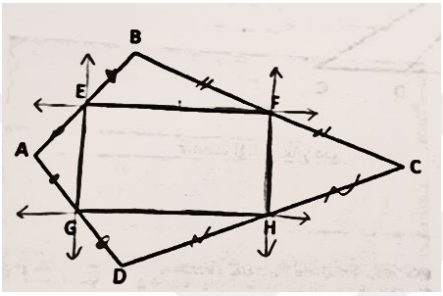
[Y.S.C]:

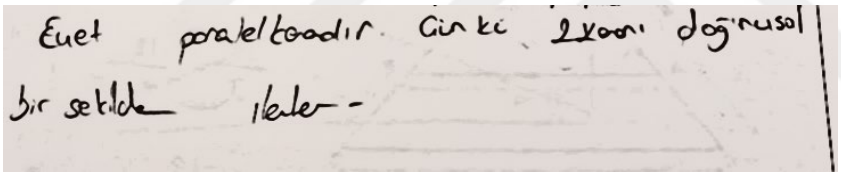




Örneğin yukarıdaki yanıt, tam olarak teoreme dayalı formal bir ispat olmasa da kenar orta noktalarının farkındalığını içeren bir muhakemedir ki katılımcıların büyük bir kısmının soruda verilen E, F, G ve H noktalarının kenar orta noktası olması bilgisine hiç dikkat etmeden muhakeme geliştirdikleri görülmüştür. Aşağıdaki *Z.D*'nin yanıtı da kenar orta noktalarının farkındalığını içeren türde bir yanıttır. Bireyin gerekçesinde, kenar orta noktalarından ötürü, karşılıklı kenarların doğrusal bir şekilde olacağının muhakemesi yer almıştır.

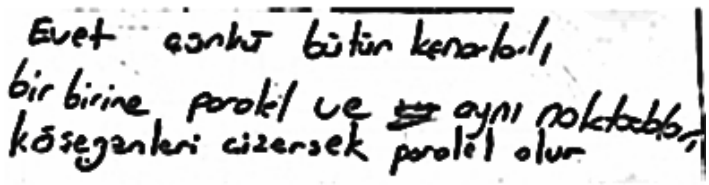
[Z.D]:





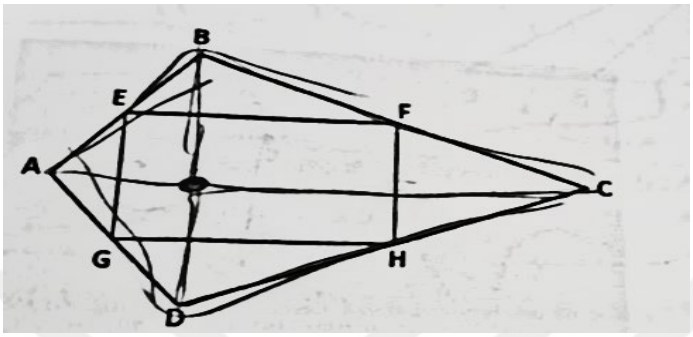
Aşağıdaki *S.S.Ç*'nin yanıtında da biraz daha üst düzey bir muhakeme söz konusudur ki ek olarak dıştaki şeklin köşegenlerini çizerek bütün kenarların aynı noktalardan (hizalı noktalar) paralel olduğunu ifade edebilmiştir.

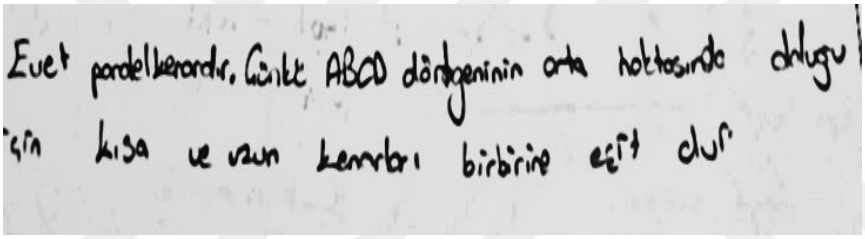
[S.S.Ç]:



Aşağıdaki *M.A*'nın örnek yanıtında da ek olarak köşegen çizimi yapılmıştır.

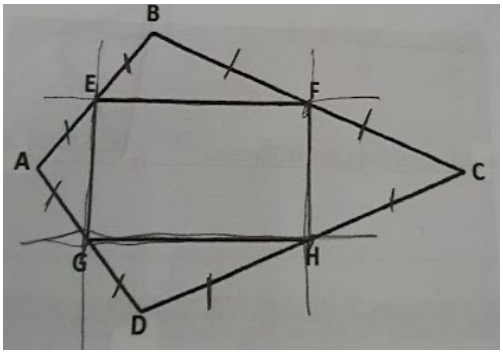
[M.A]:

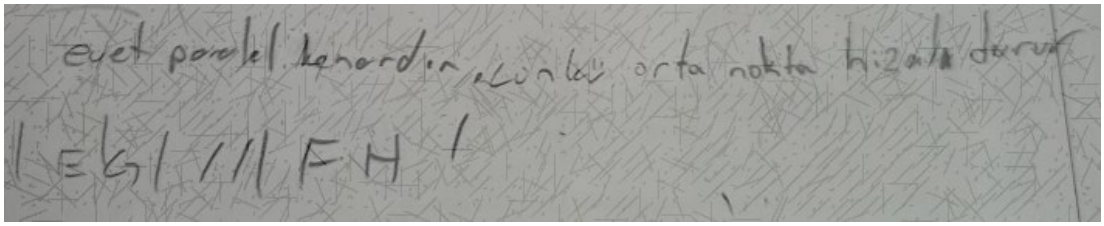




Aşağıdaki *K.A*'nın örnek yanıtı, direkt benzerlik teoremi kullanılarak yapılan formal bir ispat olmasa da kenar orta noktalarının farkındalığını içeren, bu yüzden kenarların aynı hizada (paralel) durması gerektiğini belirten hatta bunu sembolik dille de ifade eden bir örnek öğrenci yanıtıdır.

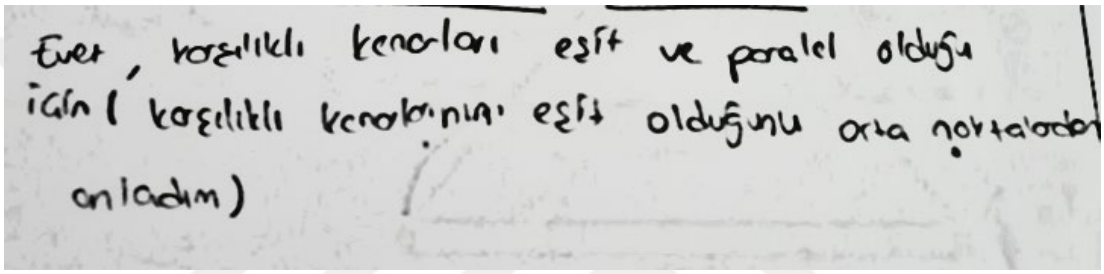
[K.A]:





Aşağıdaki *E.S.K*'nın yanıtı da kenar orta noktalarının farkındalığı üzerinden yapılan bir muhakeme biçimidir.

[E.S.K]:



Direkt olarak temel benzerlik teoreminin kullanıldığı formal bir ispat sayılamasalar da en azından, uygun bir gerekçe ya da ispata yakın çözümler sayılabilecek yukarıdaki cevaplara bakıldığında, diğer öğrenci yanıtlarından farklı olarak, ispata sezgisel bir adım atabildikleri ve E, F, G, H noktalarının kenarların orta noktası olduğuna odaklandıkları (bu bilginin farkında oldukları) görülmektedir. Muhakemelerinde zihinsel kontrolün sadece şekilde olmasına dayanmadıkları, ek çizim ve bilgilerden, kavramsal sonuçlara yakın çıkarımlar yapabildikleri söylenebilir. Fakat bu bireylerin sayısının tüm katılımcılar arasında oldukça az sayıda olduğu, Tablo 40'dan görülebilir.

Diğer yandan, Tablo 39'da görülen ortadaki şeklin paralelkenar olmadığını savunan ve dikdörtgen olup olmayacağından da emin olmayan kişilerin (3 kişi), aşağıdaki verilen örnek yanıtları, yukarıdaki muhakeme biçimleri arasındaki farkı net olarak göstermektedir. Ancak burada üzerinde durulması gereken bir nokta söz konusudur. En azından bu bireyler, paralelkenar olacağına dair bir muhakeme geliştiremeseler de direkt şekil bilgisinden etkilenerek yani dikdörtgen prototipi üzerinden yorum yapmayarak dikdörtgen olup olmayacağı da bilinemez muhakemesi yapmışlardır. Fakat yine de paralelkenar olmayacağı konusunda şekil bilgisinden hareket etmişler, zihinlerindeki bireysel şekilsel-kavramlarındaki prototip imgelere dayalı da hareket etmişlerdir. Örneğin kısa kenarlarının çapraz ya da eğik durmaması, onları içteki şeklin paralelkenar olmayacağına ikna etmiştir.

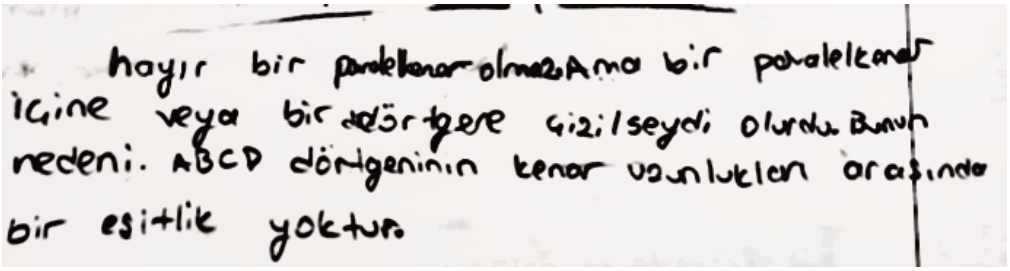
"Paralelkenar değildir, kısa kenarları çapraz değildir, dikdörtgen olur mu emin değilim"

"Paralelkenar değil, çünkü eğik olması gerek dik gözüküyor, ama dikdörtgen olup olmadığı kesin bilinemez"

"Paralelkenar değildir, çünkü ABCD dörtgeni yamuktur. Yamuğun içine çizilen dörtgen paralelkenar olmaz. Dikdörtgen olup olmadığından emin değilim"

Bu noktada, yukarıdaki 3. gerekçe üzerinde ve içteki şeklin paralelkenar olmadığını savunan aşağıdaki *P.P*'nin örnek yanıtı üzerinde önemle durulması gerekir. Çünkü bu örnek yanıtlarda, içteki EFGH'ın paralel olmayacağı bilgisi, dıştaki şeklin durumuna bağlanmıştır. *P.P* isimli öğrenci tarafından dıştaki şekil, bir paralelkenar veya dikdörtgen olursa, içteki şeklin ancak paralelkenar olabileceği vurgulanmıştır. Bunun sebebi olarak da bireyler tarafından dıştaki şeklin kenar uzunluklarının eşit olmaması gösterilmiştir. Yalnızca şekil bilgisi üzerinden kavramsal bilgilerin baskılandığı bir durum söz konusudur. *"Paralelkenar değildir, çünkü ABCD dörtgeni yamuktur. Yamuğun içine çizilen dörtgen paralelkenar olmaz. Dikdörtgen konusunda emin değilim"* yanıtı sunan yukarıdaki bireyde ise dıştaki şeklin yamuk olduğu ve düzensiz bir şekil olduğu algısı söz konusudur. Bu çalışmada, bireylerin yamuk şeklini kavramsallaştırmasında ve tanımlamada oldukça zorlandıklarının ortaya çıkarılması ve büyük ölçüde dilsel durumlardan da etkilenen sıkıntılar yaşamaları, bu geometrik görevde kendisini göstermiştir. Yamuk kelimesinden gelen dilsel karışıklık ve yamuğu kavramsallaştırmadaki zorluklar, aslında hemen hemen bu çalışmadaki çoğu geometrik görevde bireylerin muhakemesini bozan bir rol oynamaktadır.

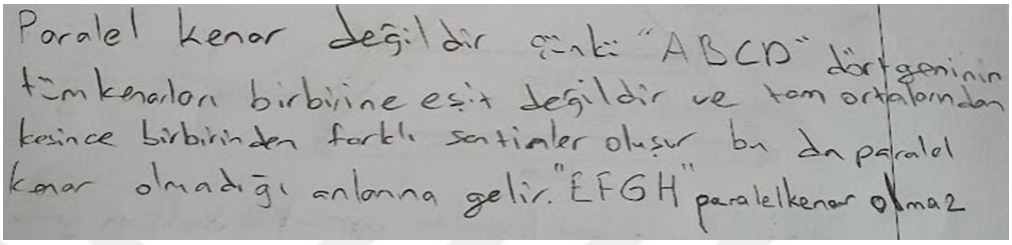
[P.P]:



Aşağıdaki *R.Ç*'nin yanıtı ise Tablo 39'da gösterilen verilen içteki şeklin paralelkenar olmadığı savunan bireyler (6 kişi) arasından bir kişinin örnek cevabı olup, yine içteki şeklin paralelkenar olamacağı iddiasını, dıştaki şeklin görünütüsüne ve görünümüne bağlayan bir yorumdur. Bazı öğrencilerin, içteki şeklin paralelkenar olup olmamasının, aslında dıştaki şekilden bağımsız

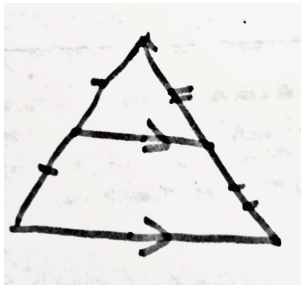
olduğunu kavrayamadıkları görülmektedir. Kavramsal bir muhakemeden ziyade, şekil üzerinden yapılan bir değerlendirme söz konusu olup, şeklin kısıtlayıcı etkisinin muhakemeye yansıması söz konusudur. Eğer tam tersine, kavramsal kontrol baskın olsaydı, bu kısıtlamayı bertaraf edebilirdi.

[R.Ç]:



ÇMF-2'nin 4.sorusu için *Ö8* isimli öğrenci ile yapılan klinik mülakatta elde edilen aşağıdaki kesitler, bu soruya yazılı olarak verilen yukarıdaki yanıtları, oldukça iyi detaylandıran bir nitelik taşımaktadır.

[A]: "Temel benzerlik teoremini düşünelim. Mesela, aşağıda şekilde verilen Tales Teoremini hatırlayacak olursak, bu teoremi daha önceden biliyordun değil mi?"



Şekil 36. Araştırmacı tarafından çizilen şekil ile üçgende temel benzerlik teoreminin katılımcılara hatırlatılması ve kenar orta noktalarından paralel olan doğru parçalarının gösterilmesi

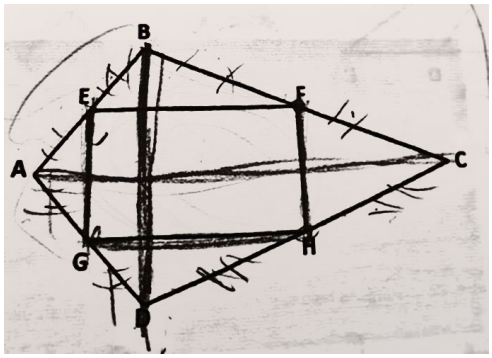
[Ö8]: "Evet bu kuralı biliyorum"

[A]: "Peki, bu bilgiyi kullanarak, ortada oluşan şeklin kenarlarının paralel olduğunu gösterebilir misin?"

[Ö8]: "Hayır gösteremem, yani nasıl olacak ki bilmiyorum."

[A]: "Peki dıştaki ABCD dörtgeninin köşegenleri çizmeni istesem, çizebilir misin?

[Ö8]: "Evet çizebilirim"



Şekil 37. Öğrenci tarafından dıştaki şeklin köşegenlerinin çizilmesi

[A]: "Peki, bu şekilde, yukarıda verdiğimiz benzerlik teoremini kullanarak bir yorum yapabilir misin? Mesela, köşegenlerin oluşturduğu BAC ya da DAC üçgenine odaklanırsan ya da ABD ve CBD üçgenlerine baktığında."

[Ö8]: "Hayır, mesela BAC üçgenine bakarsam yukarıdaki benzerlik kuralını nasıl uygularım bilemiyorum."

[A]: "Nenden peki? BAC üçgenine baktığında, E ve F noktaları orta noktalar değil mi? Buradan paralelliği gösteremez misin?"

[Ö8]: "Hayır, gösteremem, çünkü yukarıdaki kuralda (benzerlik teoremi) verilen üçgenler ile (Şekil-36) bu dörtgenin içindeki üçgen, mesela BAC üçgeni aynı değil. Bu sorudaki şekil içindeki BAC üçgeni ve BEF üçgeni daha geniş ve uzun bir şekil"

[A]: "Yani, aynı kural burada uygulanamaz mı?"

[Ö8]: "Hayır, yapamayız"

ÇMF-2'nin 4.sorusu için, yukarıdaki Ö8 ile yapılan bir örneği verilen klinik mülakat, toplamda 15 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakat gerçekleştirilen 15 kişiden 13 katılımcının, yukarıdaki Şekil-36'da gösterilen, temel benzerlik teoremini daha önceden bildikleri ortaya çıkarılmıştır. Fakat 15 katılımcı arasından yalnızca **6** kişi, araştırmacı tarafından öğrencilere ABCD'nin köşegenleri çizdirildikten, yani bu ipucu verildikten sonra, bu teoremin soruda uygulanabileceğini idrak edebilmiş ve dörtgen içinde oluşan EFGH'ın paralelkenar olacağının muhakemesini formal olarak yapabilmişlerdir. Yukarıda verilen örnek görüşme diyaloglarından görülebileceği üzere, öğrencilere Tales teoremi (temel benzerlik teoremi) üzerinden üçgende benzerlik kurallarının hatırlatılmasına ve öğrencilerin büyük bir

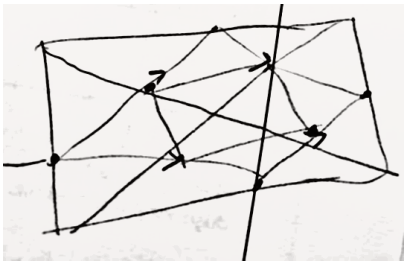
bölümün büyük bir kısmının bu benzerlik kuralını bildikleri fark edilmesine rağmen, çoğu birey, yine Şekil 36'da verilen imgesel görüntüye bağlı kalarak, verilen geometrik görevde bu teoremi nasıl uygulayacağını bilememiştir. Öğrencilere köşegen çizdirilse bile, bazı öğrencilerin ifadelerinde, ***"soruda verilen şeklin içinde yer alan üçgenlerde bu kural uygulanamaz çünkü üçgenler daha geniş bir görünüyor, Şekil-37'deki kurala benzemiyor"*** algısının olduğu tespit edilmiştir. Muhakemelerde, prototip baskıların ve görsel algıların o kadar çok etkisi vardır ki, bireylerin uygun muhakeme geliştirmelerini engelleyici bir etki söz konusudur denebilir. Yani burada, şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir muhakeme söz konusudur. Diğer yandan Şekil 36'da verilen benzerlik teoreminin uygulanabileceğini fark edip, araştırmacı tarafından köşegen ipucunun verilmesi ile, ispatı başarıyla anlayabilen **6** kişinin hepsine de aşağıdaki ek soru yöneltilmiştir.

[A]: "Dıştaki şekil (ABCD) soruda verilen şekilde değil de kare, dikdörtgen, paralelkenar ya da yamuk olsaydı, kenarların orta noktalarının alınmasıyla oluşan içteki şekil yine bir paralelkenar olur muydu? Bunu tekrar kontrol etmek, ispatını yapmak gerekir miydi?"

Mülakat yürütülen katılımcılar arasından, ispatı anlayabilen **6** katılımcıdan yalnızca **2**'si yukarıdaki durumların bir fark yaratmayacağını, dıştaki şekil, paralelkenar da olsa, yamuk da olsa, dikdörtgen de olsa, içte oluşan şeklin her zaman paralelkenar olacağını belirtirken, **4** öğrenci ise, kenarların paralel olup olmayacağının tekrar kontrol edilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Burada yine şekillere olan bağlılık, kavramsal bilginin önüne geçmekte, bireylerin, geometrik bir genellemeye ulaşmasında (herhangi bir dörtgenin kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle içinde oluşturulan şekil, her zaman paralelkenardır) sorun çıkarmaktadır. Aşağıda bu hususa ilişkin, örnek teşkil etmesi açısından, *Ö7* ile yapılan mülakattan alınan bir kesit gösterilmiştir.

[A]: "Dıştaki şekil (ABCD) soruda verilen şekilde değil de kare, dikdörtgen, paralelkenar ya da yamuk olsaydı, kenarların orta noktalarının alınmasıyla oluşan içteki şekil yine bir paralelkenar olur muydu? Bunu tekrar kontrol etmek, ispatını yapmak gerekir miydi?"

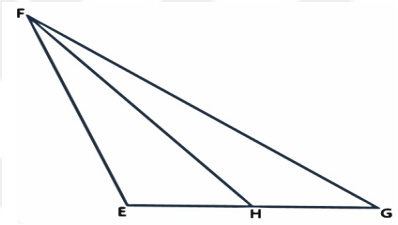
[Ö7]: "Bence değişmez gibi ama, yine kontrol etmek gerekir." Mesela aşağıdaki gibi, dikdörtgenin içine şekilleri iç içe çizsem, ama bakınca yine yukarıdaki benzerlik kuralına göre (Şekil-36) yine kenarlar paralel olur gibi ama tam olarak emin değilim"



Şekil 38. Ö7 tarafından çizilen şekil

4.2.5. ÇMF-2'nin 5.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 5.sorusu, üçgende yüksekliğin nasıl algılandığını ve şeklin bu konuda etkisini ortaya koymak amacıyla sorulan bir soru olup, Fischbein (1993)'den uyarlanmıştır.



Şekil 39. ÇMF-2'nin 5.sorusundaki geniş açılı üçgen

Aşağıdaki Tablo 41'de, FH'nin yükseklik olup olmamasını konusunda yargıda bulunan öğrenci sayıları görülmektedir. Görüldüğü üzere, katılımcıların büyük bir kısmı, FH'nin yükseklik olduğunu düşünmemektedir.

Tablo 41. FH'nin yükseklik olup olmadığının muhakemesi

EFGH'ın muhakemesi	***f***
FH yüksekliktir	19
FH yükseklik değildir	78
Cevapsız	3

Tablo 42 ise, FH'yi yükseklik olarak değerlendirmeyen cevaplar (78 kişi) arasında, verilen şekil için uygun bir yüksekliğin çizilip çizilememesinin durumunu göstermektedir.

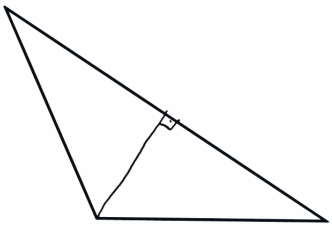
Tablo 42.FH yükseklik değil diyenler arasında şekil için uygun bir yükseklik çizimi yapabilme durumu

EFGH'ın muhakemesi	***f***
Uygun bir yükseklik çizebilenler	67
Uygun bir yükseklik çizemeyenler	11

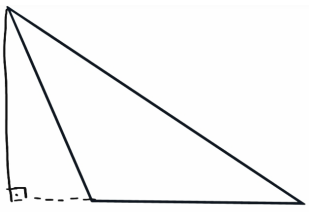
Tablo 43 ise, öğrenciler tarafından üçgen için çizilen yükseklik tipinin Şekil-40, Şekil-41, Şekil-42, Şekil-43 ve Şekil-44'den hangisi olduğunu göstermektedir.

Tablo 43. FH yükseklik değil diyenler arasında şekil için tercih edilen yükseklik tipi

Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi	***f***
Şekil-40	4
Şekil-41	67
Şekil-42	3
Şekil-43	2
Şekil-44	2

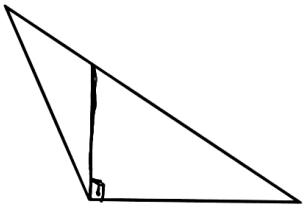


Şekil 40. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-1

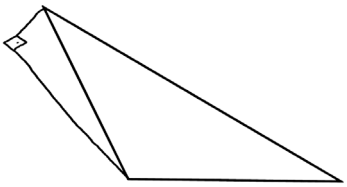


Şekil 41. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-2

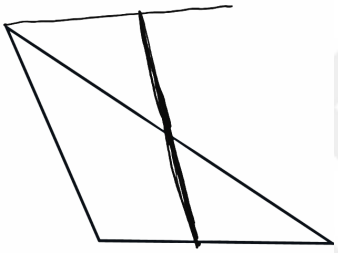
Yukarıdaki, örnek çizimler, bu geometrik görevde, öğrenciler tarafından EG kenarına ait en çok çizilen yükseklik tiplerini göstermektedir. Aşağıdaki diğer yükseklik tipleri ise, katılımcılar tarafından çizilen ve daha az sayıda olan diğer yükseklik tiplerini belirtmektedir.



Şekil 42. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-3



Şekil 43. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi-4



Şekil 44. Öğrenciler tarafından çizilen yükseklik tipi -5

Görüldüğü gibi, 67 katılımcının EG kenarına ait Şekil 41'deki yüksekliği doğru olarak çizebildikleri, bazı katılımcıların ise hatalı yükseklikler çizdikleri görülmektedir. FH'nin yükseklik olmadığını savunan katılımcı sayısı daha fazla olmasına karşın (78 kişi), uygun yükseklik çizimi yapabilen katılımcıların (67 kişi) görece daha az sayıda olması da dikkat çekicidir.

Tablo 41'e bakıldığında, FH'nin yükseklik olduğunu savunan 19 öğrenci olduğu görülürken, 78 öğrenci FH yükseklik değildir yorumu yapmıştır. 3 öğrenci ise, soruyu tamamen yanıtsız bırakmışlardır. Bu noktada önemli olan husus, öğrenciler tarafından verilen gerekçelerdir.

Soruda FH'nin yükseklik olmadığı muhakemesini yaparken, katılımcıların sundukları gerekçe kategorileri ise, Tablo 44'de verilmiştir. Bu gerekçelerin analizleri, aşağıda metin içinde ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 44. FH'nin yükseklik olmadığına yönelik sunulan gerekçeler

Öğrenciler tarafından sunulan gerekçeler	***f***
Yükseklik değildir, çünkü yüksekliğin dik olarak inmesi gerekir	17
Yükseklik değildir, çünkü geniş açılı üçgen olduğundan yükselik dıştan çizilir	25
Yükseklik değildir, kenarortaydır	10
Yükseklik değildir, açıortaydır	6
Yükseklik değildir, çapraz olduğu için yükseklik olmaz	3
Yükseklik değildir, açıortay ya da kenarortaydır	1
Yükseklik değildir, bu tür üçgenlerde dıştan hayali bir çizgi çizilir	1
yükseklik değildir, çünkü yükseklik, bir köşenin bir kenara en yakın olduğu uzaklıktır	1
Yükseklik değildir, geniş açılı üçgenlerde bazı kenarların yüksekliği dışarıdan çizilir	1
Gerekçe yok	8

Soruda FH'nin yükseklik olduğu savunan katılımcıların sundukları gerekçe kategorileri ise, Tablo 45'te verilmiştir.

Tablo 45.FH'nin yükseklik olduğuna yönelik sunulan gerekçeler

Öğrenciler tarafından çizilen sunulan gerekçeler	***f***
Yüksekliktir, FH yukarıdan aşağıya tam şekilde inmiştir	8
Yüksekliktir, çünkü yükseklik çizilen şekli ortadan ikiye böler	3
Açıortay olur, o da bir yüksekliktir	1
Gerekçe yok	12

Tablo 44'e bakıldığında, FH'nin yükseklik olmadığına yönelik en çok sunulan yanıtın geniş açılı üçgende yüksekliğin dışarıdan çizilmesi gerekçesi olduğu görülmektedir. Daha sonra en çok sunulan gerekçe ise, yüksekliğin dik inmesi gerektiğinden ötürü FH'ın yükseklik olamayacağının savunulmasıdır. Bunlar, kabul edilebilir gerekçelerdir. Aslında verilen

gerekçelere bakıldığında muhakemenin kavramsal olarak en doğru ve kapsamlı olduğu ifade, *"Yükseklik değildir, geniş açılı üçgenlerde bazı kenarların yüksekliği dışarıdan çizilir"* gerekçesidir. Bu tür muhakemeler, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, kavramsal bilginin şekil bilgisini uygun şekilde yönetebildiği muhakemelerdir. Diğer yandan, *"Yükseklik değildir, çünkü yükseklik, bir köşenin bir kenara en yakın olduğu uzaklıktır."* gerekçesi de bu geometrik görevdeki geniş açılı üçgende, hatalı yükseklik çiziminin fark edilmesi noktasında faydalı bir tanımlama olsa da yüksekliğin doğru bir formal tanımı değildir. Tablo 44'te gösterilen, "*Yükseklik değildir, bu tür üçgenlerde dıştan hayali bir çizgi çizilir"* gerekçesine bakıldığında ise, geniş açılı üçgende yüksekliğin dışarıdan çizilmesi gerektiğinin farkındalığını taşıyan bir muhakeme olmasına karşın, hayali bir çizgi ifadesiyle uygun matematiksek dilin kullanılamadığı bir açıklamadır. Kapsayıcı bir yükseklik tanımından çok, bir nevi şekil prototiplerine göre hareket de söz konusudur denebilir.

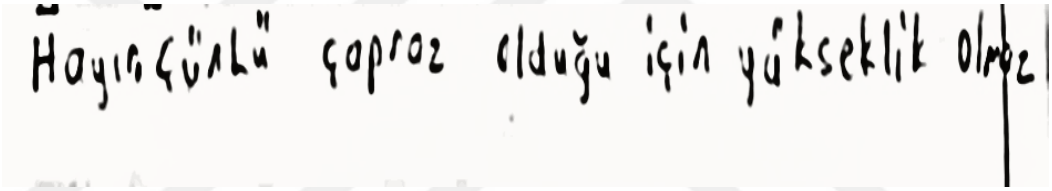
Ancak diğer gerekçeler bakıldığında, özellikle *FH'nin kenarortay ve açıortay olduğundan dolayı ya da çapraz olduğu için yükseklik olamayacağına* yönelik gerekçeler, sadece şekil bilgisinin etkisine kalan, uygun olamayan muhakemelerdir. Bu muhakemeler dışarıdan doğru gibi gözükmesine rağmen (sadece şekil görünümüne bakıldığında), şekle bağlı kalan sezgisel muhakemeler olup, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi çerçevesinden bakıldığında, şekil bilgisinin kavramsal bilgiye baskın olduğu muhakeme örnekleridir. Çünkü bu geometrik görevde ek herhangi bir bilgi verilmemesine karşın, FH'ın şekil görüntüsünden ötürü bazı bireyler tarafından hatalı bir şekilde kenarortay ya da açıortay olarak varsayımı söz konusudur. Yine Tablo 45'te görülebileceği gibi, bir öğrenci yanıtında "*Açıortay olur, o da bir yüksekliktir"* gerekçesi sunulmuştur. Bunu destekleyecek herhangi bir kanıt olmamasına karşın, bu muhakeme yine şekil görüntüsüne göre bağlı olan, FH'ın açıortay olarak varsayılmasına dayanmaktadır ki ek olarak açıortayın yükseklik olması, her üçgende doğru olan bir durum değildir. Hatalı bir genelleme de söz konusudur denebilir.

Diğer yandan, bu görevde hatalı bir şekilde, FH'nin yükseklik olduğunu savunan öğrencilerin gerekçelerine bakıldığında, Tablo 45'te görüldüğü üzere, verilen şekilde FH'nin yukarıdan aşağıya tam şekilde inmesini ya da yüksekliğin çizilen şekli 2 parçaya bölmesini, yükseklik kriteri olarak öne süren öğrencilerde de şekilsel algıların dominantlığı ve bu hatalı algıların muhakemeyi bozması söz konusudur. Bu hatalı muhakemeler, üçgenlerde yüksekliğin hatalı belirlenmesine yol açma potansiyeli taşımaktadırlar.

FH'ın yükseklik olmadığını belirten öğrenciler arasında, şekle ait yükseklik çizimlerine bakıldığında ise, Tablo 43'te görüldüğü üzere, katılımcıların genel olarak Şekil-

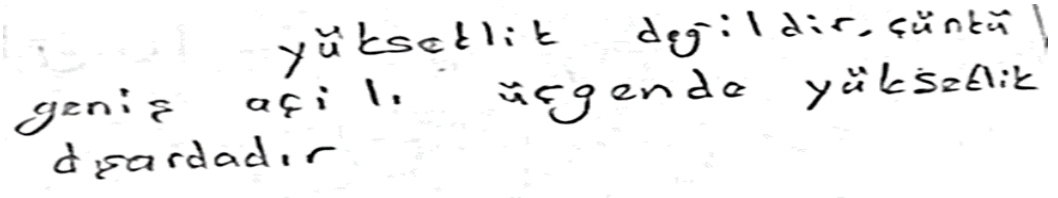
41'deki yükseklik tipini seçerek uygun bir yanıt verebildikleri görülmektedir. Fakat bazı bireyler tarafından yapılan Şekil 40, Şekil 42, Şekil 43 ve Şekil 44'teki yükseklik çizimleri, yükseklik kavramına ilişkin ne şekil bilgisinin ne de kavramsal bilginin uygun kullanılamadığını göstermektedir. Ayrıca "*Geniş açılı üçgenlerde yükseklik dıştan çizilir"* gerekçelerini cevaplarında sunabildiği halde yükseklik çiziminde Şekil 40, Şekil 42, Şekil 43 ya da Şekil 44'deki çizimleri yapan katılımcıların da olduğu tespit edilmiştir. Uygun kavramsal bilgiyi bilmelerine karşın geometrik görevde yine de uygun olmayan çizimler gerçekleştirdikleri göz önünde alındığında, bu bireylerin Fischbein'in şekilsel-kavram teorisine göre, şekil bilgilerini kavramsal bilgileriyle uygun bir bağlamda birleştiremedikleri yorumu yapılabilir. Geometrik şeklin, muhakemeyi kısıtlayıcı etkisi söz konusudur. Aşağıda bazı öğrenciler tarafından sunulan gerekçe örnekleri görsel cevaplar şeklinde sunulmuştur.

[A.T]:



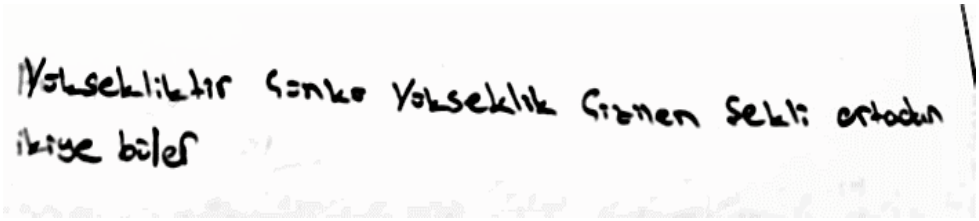
Örneğin yukarıdaki örnek yanıtta, yüksekliği kavramsal niteliklerden ziyade, çapraz görünmesi üzerinden yükseklik olamayacağı yorumu yapıldığı görülürken, aşağıdaki örnek yanıtta ise, geniş açılı üçgende yüksekliğin dışarıdan çizilmesi kavramsal bilgisi üzerine kurulu bir doğru bir gerekçe sunulmuştur.

[M.T.D]:



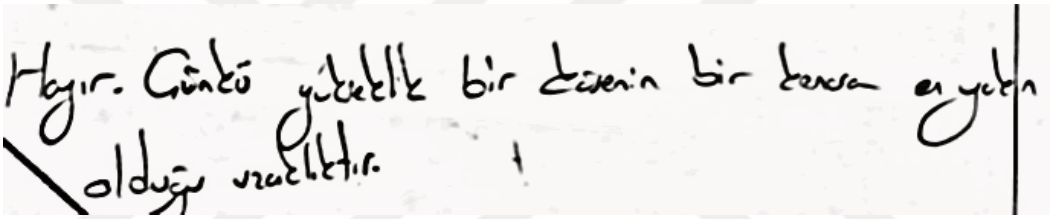
Aşağıdaki *Ç.K*'nın örnek yanıtında ise yüksekliğin çizilen şekli iki parçaya ayırmasından doyalı FH yükseklik kabul edilmiştir. Prototiplere dayalı hatalı bir muhakeme vardır.

[Ç.K]:



Aşağıdaki örnek yanıt ise, yüksekliğe ilişkin en azından bu görevde doğru muhakemenin oluşmasını sağlayan türde bir gerekçedir. Yüksekliğin bir köşenin bir kenara en yakın olduğu uzaklıktır şeklinde yapılan bir muhakeme, bu görevde, şekil algılarının kısıtlayıcı etkisi bertaraf edebilmiştir. Fakat, bütünüyle yüksekliğin tam bir formal tanımı olarak değerlendirilemez.

[H.Ö]:



Bu geometrik göreve ilişkin, *Ö5* kodlu bir katılımcı ile gerçekleştirilen klinik mülakattan bir kesit aşağıda sunulmuştur.

[A]: "Bu soruda, FH'ın Kenarortay olduğundan ötürü yükseklik olmadığını belirtmişsin. Neden böyle düşündüğünü açıklayabilir misin?"

[Ö5]: "Çünkü üçgenin EG kenarı 2 parçaya ayrılmış, parçaların uzunlukları da eşit."

[A]: "Peki soruda böyle bir bilgi verilmemiş bize. Parçaların eşit olduğundan nasıl eminsin?

[Ö5]: "tam bir şey diyemem aslında ama, eşit gibi duruyor bakınca o yüzden kenarortay diye düşündüm"

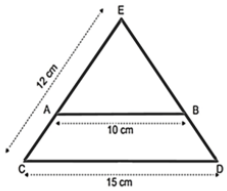
[A]: "Peki kesin kenarortay olması için, soruda öyle bir bilginin verilmesi gerekir mi? Yoksa, EH ve EG parçalarını mesela yanında cetvel olsa ve cetvel kullanarak ölçüm yapsan daha mı kesin olurdu sana göre kenarortay olması?

[Ö5]: "Bence cetvelle ölçseydik daha kesin olur, aynı santim olup olmadığına bakarım"

Yukarıdaki mülakat kesitinden de görüldüğü gibi, öğrencinin muhakemesini kavramsal bir bilgiden çok, şekil algıları ve görünümleri yönetmektedir. Hatta öğrencinin, soruda ek bir bilgi verilip verilmediğine bakılmaksızın, cetvelle ölçüm yaptığında daha emin olacağını düşünmesi de geometrik şeklin görüntüsel olarak doğrulama nesnesi işlevi olduğunu göstermektedir. Verilen geometrik şekli birey, teorik ideal bir nesne olarak görmemektedir. Bu da yalnızca şekil algılarına göre yapılan hatalı muhakemelere ve varsayımlara neden olmaktadır.

4.2.6. ÇMF-2'nin 6.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 6. Sorusundaki geometrik görev, temel benzerlik teoremi hakkındaki kavrayışın yamuk kavramı üzerinden nasıl muhakeme edildiğine ilişkin bir görevdir. Bu görevde öğrencilere aşağıda verilen şekilde (Şekil 45) BD kenarının uzunluğunu bulmaları ve çözüme yönelik düşüncelerini ifade etmeleri istenmiş, daha sonra da ABDC'nin ikizkenar yamuk olmasının cevabı nasıl etkileyeceğinin muhakemesi yazılı olarak sorulmuştur. 100 katılımcının verdikleri cevaplar, aşağıdaki Tablo 46'da kategorize edilmiştir. İlgili görevde, Tablo 46 incelendiğinde öğrencilerin büyük bir bölümünün bir şekilde BD kenarının soruda verilenlerle bulunabileceğini düşünerek BD kenarının uzunluğunu vermeleri, ilginç bir noktaya işaret etmektedir.



Şekil 45. ÇMF-2'nin 6. Sorusu

Tablo 46. BD kenarının uzunluğuna ilişkin muhakemeler

Öğrenciler tarafından sunulan yanıt kategorileri	***f***
AC uzunluğunu benzerlik kuralı ile doğru bulup BD ye eşit kabul edenler	22
Benzerlik kuralı ile sadece AC uzunluğunun bulunabileceğini düşünenler ve AC'yi doğru bulanlar	23
AC uzunluğunu hatalı bulup, BD'ye eşit kabul edenler	18
AEB üçgenini eşkenar üçgen kabul edip BD'yi benzerlik ile bulanlar	4
BD uzunluğunu özel üçgenler olan (6-8-10) ve (9-12-15) üzerinden 3 cm bulanlar	9
Soruyu yanıtsız bırakanlar	24

Tablo 46'daki yanıt kategorileri analiz edildiğinde ise, 100 katılımcı arasından 22 kişi AC uzunluğunu temel benzerlik teoremini (Tales Teoremi) uygun bir şekilde şekle uygulayarak AC uzunluğunu doğru olarak (4 cm) bulabilmelerine karşın, bu bireyler, BD uzunluğunu, AC'ye eşit kabul ederek BD'nin 4 cm olduğu yanıtını sunmuştur. Aynı zamanda AC uzunluğunu hatalı olarak bulup, BD'ye eşit kabul eden 18 kişinin olduğu da görülmektedir. Bu kişilerin Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, şeklin etkisinde kaldıkları, şekil bilgilerinin kavramsal bilgilerinin önüne geçtiği görülmektedir. Nitekim aynı sorunun devamında öğrencilere yöneltilen, ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması cevabı değiştirmez diyen bireylerin görece fazlalığı (53 kişi) bu bulguyu desteklemektedir. Benzer şekilde, ilgili görevde şeklin algılanışındaki görüntüsünden ötürü, BD uzunluğunu AEB üçgenini eşkenar üçgen olarak kabul edip BD'yi benzerlik ile bulmaya çalışan dört kişinin olduğu görülmüştür. Görevde herhangi bir açı değeri verilmemesine karşın, BD uzunluğunu özel üçgen varsayma yanılgısıyla (6-8-10 üçgeni) 3 cm olarak bulan bireylerin bulunması (dokuz kişi) da kavramsal bilginin şekilsel kısıtlamaların baskısı altında kalındığını göstermektedir. Çünkü bu bireyler, BD uzunluğu, sorudaki bilgilerle hiçbir şekilde bulunamaması gerçeğine karşın, soruda verilen ölçülerden dolayı, verilen üçgenleri 6-8-10 ve 9-12-15 üçgeni varsayarak işlem yapmaktadırlar.

Bunun yanında, aşağıdaki Tablo 47 ve Tablo 48'de ise, ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmamasının cevabı değiştirip değiştirmeyeceğine yönelik sunulan gerekçe kategorileri sunulmuştur. Tablo 48'e bakıldığında, katılımcıların yarısından fazlasının (53 kişi) ilgili soruda ikizkenar yamuk bilgisinin verilip verilmemesinin bir fark yaratmayacağını, her koşulda BD uzunluğunun bulunabileceğini düşünmektedirler. Tablo 48'deki gerekçelere bakıldığında, öğrencilerin her durumda, bu yamuğun zaten ikizkenar yamuk gibi durduğunu ve AC ile BD doğru parçalarının zaten eşit olacağı gerekçelerini sunmaları manidardır. Yani çoğu katılımcının Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, şeklin etkisinde kaldıkları, şekil bilgilerinin kavramsal bilgilerinin önüne geçtiği görülmektedir. Geometrik görevdeki muhakemeleri, yalnızca şekil etkisinde yürütülmektedir. Soruda verilebilecek ek kavramsal bilgi, onlar için bu yüzden fark yaratmamaktadır. Tüm katılımcılar arasında, görece az sayıda bireyin, ikizkenar yamuk ek bilgisi verilmezse, BD uzunluğunun bulunamayacağını muhakemesini yapabildikleri görülmektedir (Tablo 47).

Tablo 47. ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması cevabı değiştirir diyenlerin (23 kişi) sundukları gerekçeler

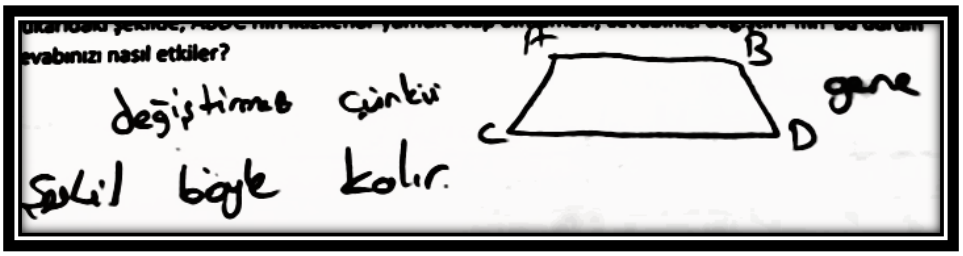
Öğrenciler tarafından çizilen sunulan gerekçeler	***f***
İkizkenar olmazsa cevabı (BD'yi) bulunamaz	14
Bir kenarı bulursak, ikizkenar yamuk ise diğer kenarı da (BD) buluruz	6
İkizkenar olmasından yola çıkarak cevabı buluruz. Çünkü normal yamukta bütün kenarlar farklıdır	1
İkizkenar yamuk olursa, AEB üçgeni de eşkenar olur.	1
Cevabım kesinleşir ve 4 olur	1

Tablo 48. ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması cevabı değiştirmez diyenlerin (53 kişi) sundukları gerekçeler

Öğrenciler tarafından çizilen sunulan gerekçeler	***f***
İkizkenar yamuk gibi durmaktadır	13
Her türlü AC ve BD eşit	5
Değiştirmez şekil aynı kalır*	1
Gerekçe olmadan, yalnızca değiştirmez ifadesini yazanlar	34

Bu görev özelinde Tablo 48'de işaretli olarak da verilen "Değiştirmez, şekil aynı kalır" gerekçesi üzerinde durulması gereken bir durumdur. Bu gerekçeyi sunan öğrencinin cevabı aşağıda sunulmuştur:

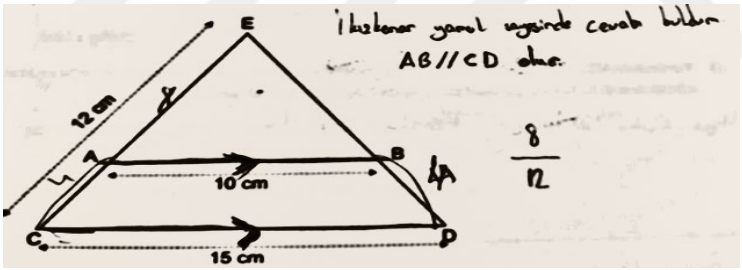
[R.Ç]:



Bu muhakeme incelendiğinde, şekil ya da prototip bilgilerinin zihinde kavramı nasıl baskıladığı daha net bir şekilde görülmektedir. Bu birey, ikizkenar yamuk bilgisi verilmese bile, yukarıdaki gibi görüntüsel olarak şeklin yine aynı kalacağından ötürü, BD kenarının bulunabileceğini düşünmektedir. Bu noktada, ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması

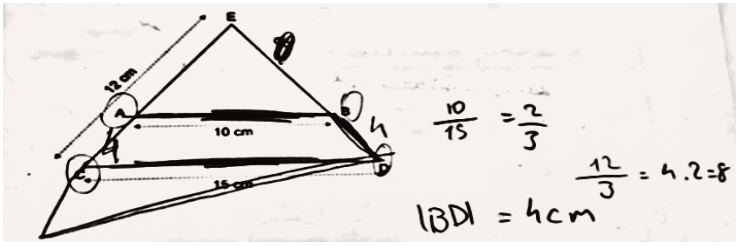
cevabı değiştirir diyenlerin Tablo 47'de kategorik olarak sunulan gerekçeleri incelendiğinde ise, bazı bireylerin ABDC ikizkenar yamuk olmazsa, cevabın kesinleşmeyeceğini ya da bulunamayacağını düşünmeleri, bu öğrencilerin kavramsal bilgilere göre hareket edebildiklerini gösterirken, yine de bu cevaplar arasından "İkizkenar olmasından yola çıkarak cevabı buluruz. Çünkü normal yamukta bütün kenarlar farklıdır" ve "İkizkenar yamuk olursa, AEB üçgeni de eşkenar olur" Gerekçelerini sunan bireylerin de kavramsal bilgiye ilişkin hatalı muhakemelerde bulunduğunu göstermektedir. Çünkü AEB'nin eşkenar üçgen olması varsayımı vardır. İkizkenar olmayan yamukta bütün kenarların birbirinden farklı olduğunun düşünülmesi de bu çalışmanın **4.1.5.5. Yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular** bölümünde sunulan yamuğun prototip algıların ve yamuğun kelime anlamının etkisinde kalınarak, bireyler tarafından bütün kenarları birbirinden farklı şekil ve düzensiz bir şekil olması şeklinde algılanması bulgusunu da destekler niteliktedir ve bu geometrik görevde yapılan muhakeme biçimine yansımıştır. Aşağıda öncelikle, göreve uygun bir muhakeme biçimini geliştirebilen örnek öğrenci yanıtları sunulmuştur.

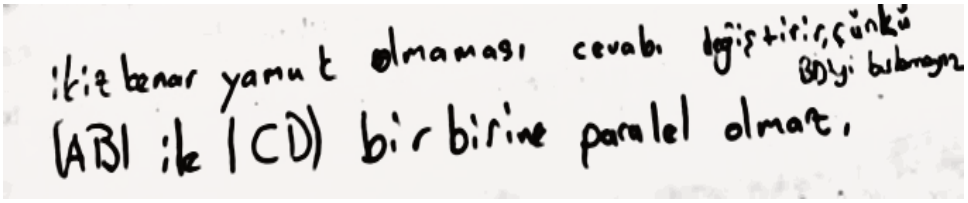
[D.K]:



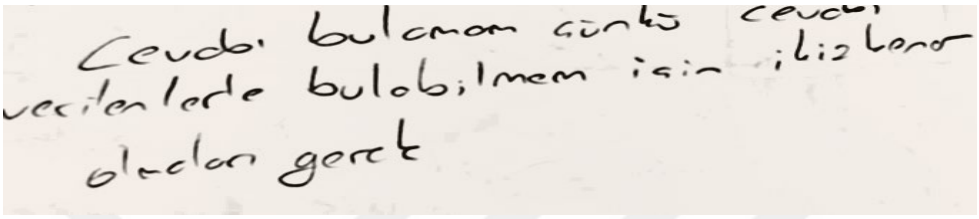
Yukarıdaki *D.K*'nın örnek yanıtına ve aşağıdaki *M.T.D* ve *E.H*'ın örnek yanıtlarına bakıldığında hem benzerlik teoremini kullanarak sonucu doğru buldukları, hem de BD'nin ikizkenar yamuk olması bilgisiyle bulunabilineceği düşündükleri görülmektedir.

[M.T.D]:



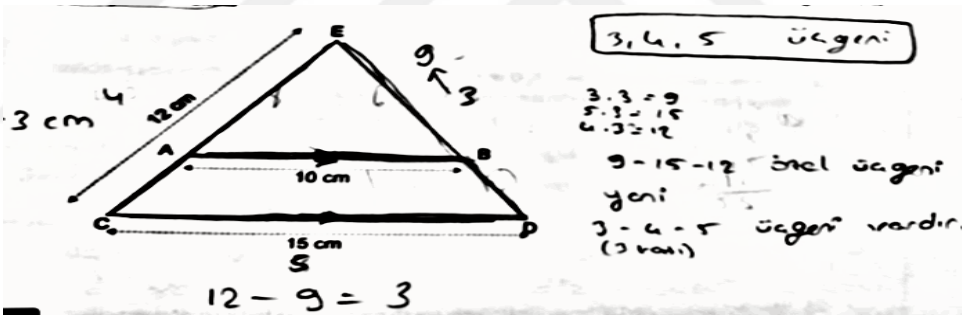


[E.H]:



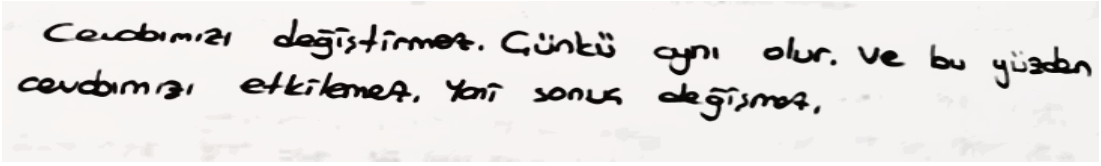
Benzer şekilde, aşağıda göreve uygun bir muhakeme biçimini geliştiremeyen örnek öğrenci yanıtları sunulmuştur.

[E.C.A]:



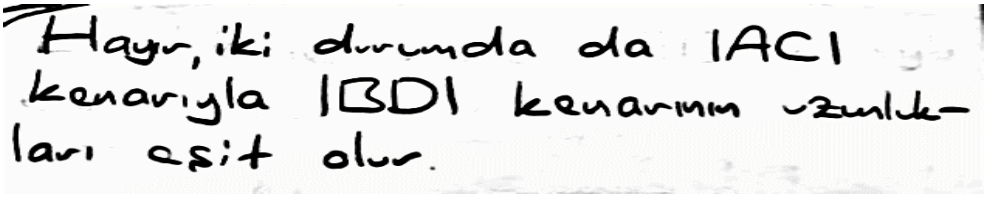
Yukarıdaki *E.C.A*'nın yanıtına bakıldığında, verilen üçgenleri özel üçgen varsayarak hatalı bir muhakeme gerçekleştirdiği görülmektedir. Aşağıdaki *A.S.C*'nin yanıtında ise, ikizkenar yamuk bilgisinin verilmesinin bir fark yaratmayacağı çıkarımını yaptığı görülmektedir.

[A.S.C]:



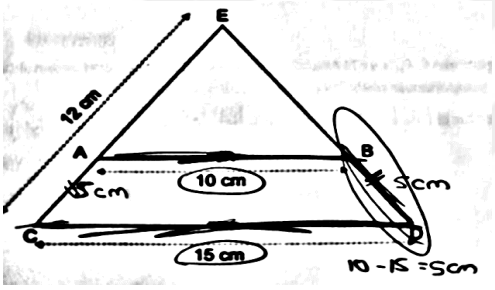
Aşağıdaki *A.A*'nın yanıtında ise, yine benzer şekilde her durumda AC ve BD doğru parçalarının eşit olacağını, ikizkenar yamuk ek bilgisinin bir değişim yaratmayacağına yönelik şekil bilgisine güvenen, kavramsal bilgisinin geri plana atıldığı bir muhakeme söz konusudur.

[A.A]:



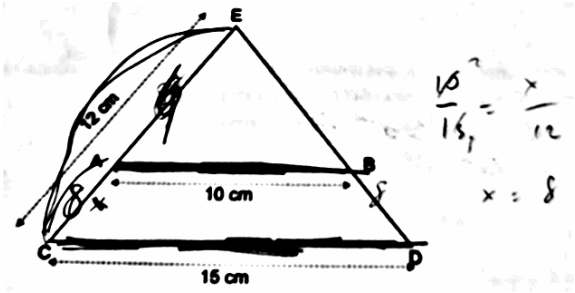
Bu görevde, Tablo 46'da gösterilen AC uzunluğunu hatalı bulup, BD'ye eşit kabul edenlerin yanıtları incelendiğinde, bazı katılımcıların temel benzerlik teoremi hatalı kurdukları, ya da paralel olan doğru parçalarının uzunlukları farkının (CD-AB), AC ve BD doğru parçalarının uzunluğuna eşit olacağını düşündükleri görülmektedir. Katılımcıların temel benzerlik teoremini hatalı kurarken, alt kenar parçasından başladıkları ve AC'yi 8 cm buldukları göze çarpmaktadır. Aşağıda bu hususlara ilişkin iki örnek öğrenci cevabı gösterilmiştir.

[R.D]:



Yukarıdaki örnek cevapta bireyin AC ve BD doğru parçalarının uzunluğunun paralel olan CD ve AB parçalarının farkına eşit olduğuna yönelik hatalı kavramsal bilgiye sahip olduğu görülmektedir.

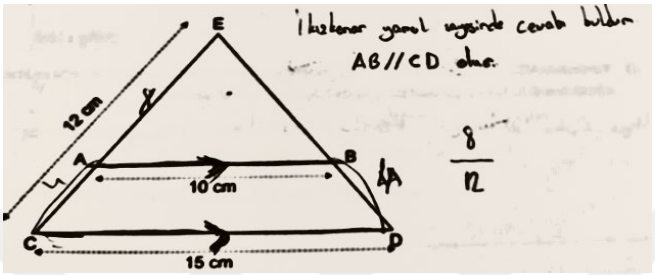
[O.S.E]:



O.S.E isimli öğrencinin yanıtına bakıldığında ise, temel benzerlik teoremini kurarken, AC doğru parçasından başladığı, orantıyı kurarken 10/15 oranını, AC/EC'ye eşitlediği ve sonucu hatalı bulduğu görülmektedir.

Bu geometrik göreve ilişkin daha detaylı irdelemelere ulaşmak amacıyla *Ö9* ile yapılan klinik mülakat yapılan ilişkin kesit aşağıda sunulmuştur.

[A]: "Bu soruda, temel benzerlik teoremini doğru uygulayarak, AC doğru parçasının uzunluğunu 4 cm olarak bulmuşsun. Peki benzerlik teoremini soruda verilen bir bilgiye göre mi uyguladın?"



[Ö9]: "Yani, daha önceden bu kuralı sınıfta görmüştük. AB'nin CD ye oranını alarak benzerlik kuralını uyguladım."

[A]: "Fakat bu kuralı uygulayabilmen için, şeklin içindeki AB ve CD doğru parçalarının paralel olarak verilmesi gerekmiyor mu? Paralel olarak verilmezse uygulayabilir misin?"

[Ö9]: "Evet, AB ve CD paralel olmalı, ama zaten paralel değil mi?"

[A]: "Paralel olduğunu nereden biliyorsun? Soruda paralel olduğu bilgisi verilmemiş"

[Ö9]: "Evet, öyle bir bilgi yok gibi."

[A]: "Peki, soruda ABDC yamuk bilgisi verilmiş. Bunu fark ettin mi?"

[Ö9]: "Evet, fark ettim."

[A]: "Peki yamuk olduğu bilgisi bir işe yarar mı? Paralellik bilgisini bize verir mi?"

[Ö9]: "Yani bilemiyorum, yamukta kenarlar farklıdır"

[A]: "Peki, soruda ABDC yamuk demeseydi, sadece herhangi bir dörtgen deseydi, bu kuralı (benzerlik kuralını) uygulayabilir miydin?

[Ö9]: "Uygulardım, bir şey değişmez bence, yine aynı şekilde bulurdum."

Yukarıdaki görüşme diyaloglarında da görülebileceği gibi, *Ö9*'un, soru kökünde verilen yamuk bilgisini hiç dikkate almadan benzerlik kuralını uyguladığını, şeklin yamuk

olarak verilip verilmemesinin hiçbir fark yaratmayacağını düşündüğü görülmektedir. Bilhassa yamuğu, kenarları birbirinden farklı şekil olarak düşündüğü, yamukta iki kenarının paralel olması kavramsal bilgisine sahip olmadığı için, şeklin yamuk olarak verilmesinin, soruda verilen AB ve CD doğru parçalarının paralel olmasını sağlayacağından ötürü benzerlik kuralının uygulanabileceği çıkarımını yapamadığı görülmektedir. Çalışmada bu göreve ilişkin, klinik mülakat yürütülen 15 katılımcıdan sadece **3** kişinin bu yamuk bilgisinin paralelliği sağlayacağının farkında olduğu, kalan **12** kişinin sadece şekil görüntüsüne güvenerek AB ve CD doğru parçalarını paralel varsayarak benzerlik kuralını uyguladıkları tespit edilmiştir. Bu durum da Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi açısından bakıldığında, şekil bilgisinin geometrik görevlerde kavramsal bilginin önüne geçerek, bireylerin muhakemelerinin sadece sezgilere dayanmasına yol açacağını gösteren bir detaydır.

4.2 7. ÇMF-2'nin 7.sorusuna verilen yanıtların analizi

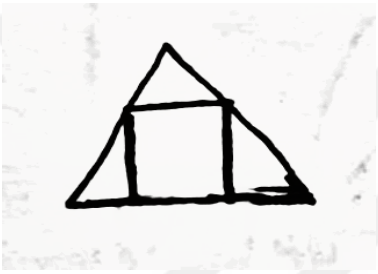
ÇMF-2'nin 7. Sorusundaki geometrik görev, öğrencilerin görevde verilen sözel ifadelerden ve yönergelerden görsel durumlara dönüşüm yapılarak, adım adım çizim gerçekleştirilmesi ile muhakeme edilmesinin gerektiği durumlarda, yani şeklin verilmediği sadece sözel ifadelerin verildiği geometrik görevlerde, muhakeme süreçlerinde bireylerin Fischbein'in öne sürdüğü şekil-kavram ilişkilerini nasıl yönettikleri ve Duval'in şekle bakma süreçleri olarak tanımladığı süreçlerden bazılarına yönelik nasıl kavrayışlar geliştirildiği ortaya çıkarmak için yöneltilen bir sorudur. Bu görevde katılımcılardan bir üçgen çizmeleri ve bu üçgenin içerisine, iki köşesi bu üçgenin iki kenarı üzerinde, bir kenarı ise, bu üçgenin üçüncü kenarı üzerine gelecek şekilde bir dörtgen çizimi sunmaları istenmiş ve daha sonra üçgenin içinde oluşan şeklin nasıl isimlendirilebileceği hususunda soru yöneltilmiştir. Aynı geometrik görev klinik mülakat yürütülerek de detaylandırılmıştır.

Tablo 49'da görüldüğü üzere, Duval (1995)'in şekle bakma süreçleri olarak ortaya koyduğu algılardan sıralı algılarını uygun biçimde kullanabilen 100 katılımcıdan 58 kişinin verilen sorudaki ifadeleri, soruya uygun bir şekilde görsel bir gösterimle çizebildikleri tespit edilmiştir. Toplamda 42 kişinin ise, sıralı algılarını uygun biçimde yönetemeyerek soruda verilen geometrik çizim talimatlarını ya da yönergelerini doğru olarak görselleştiremeyerek uygun çizim yapamadığı ya da hiç çizim sunamadıkları tespit edilmiştir. Çünkü Duval'in modelinde sıralı algı, her ne kadar çeşitli geometrik araçların kullanımıyla çizim yapma ile ilişkilendirilse de geometrik görevlerde soruda verilen talimatlara uygun biçimde şeklin inşa edilmesi de sıralı algıdan sayılabilir.

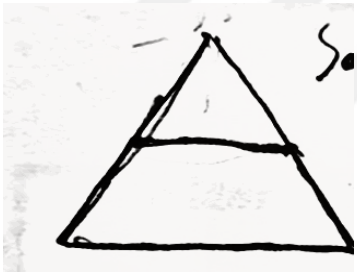
Tablo 49. Sorudaki görevdeki yönergelere uygun bir gösterim yapabilme durumu

Öğrenciler tarafından sunulan çizimin niteliği	***f***
Uygun bir gösterim sunabilenler	58
Uygun bir gösterim sunamayanlar	37
Hiç çizim sunamayanlar	5

Sorudaki yönergelere uyan doğru bir çizim yapabilen bu 58 katılımcı arasından en çok çizilen doğru çizim örnekleri aşağıda (Şekil-46, Şekil-47) sunulmuştur.

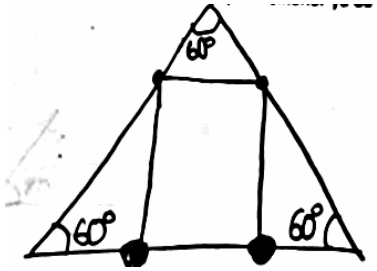


Şekil 46. ÇMF-2'nin 7. Sorusundaki geometrik görevde öğrencilerin en çok verdikleri yanıt

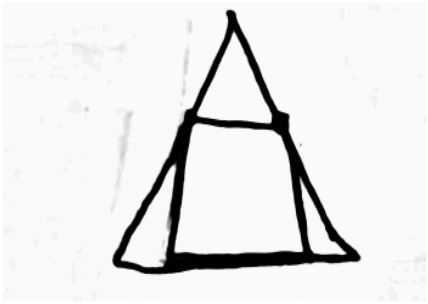


Şekil 47. ÇMF-2'nin 7. Sorusundaki geometrik görevde öğrencilerin en çok verdikleri ikinci yanıt

Yukarıdaki şekillerden sonra, katılımcılar tarafından en çok yapılan çizim örnekleri Şekil-48, Şekil-49'da verilmiştir.

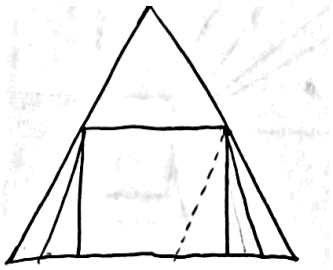


Şekil 48

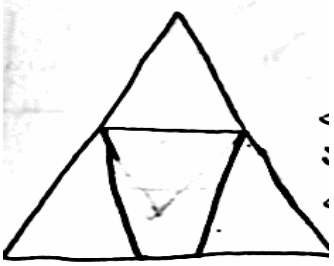


Şekil 49

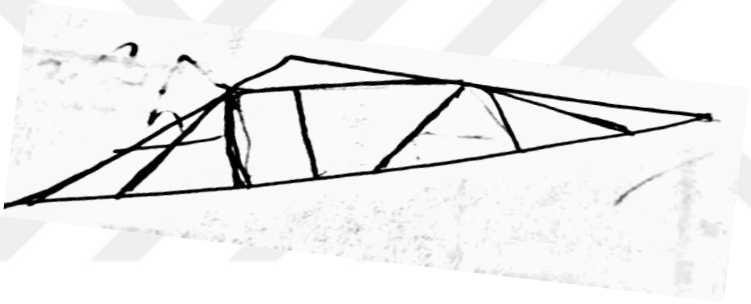
Diğer yandan, katılımcıların cevapları incelendiğinde, Şekil 50, Şekil-51 ve Şekil-52'deki örnek doğru çizimler de tespit edilmiştir.



Şekil 50



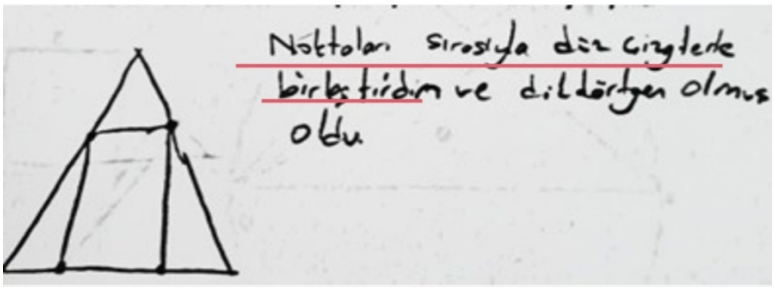
Şekil 51



Şekil 52

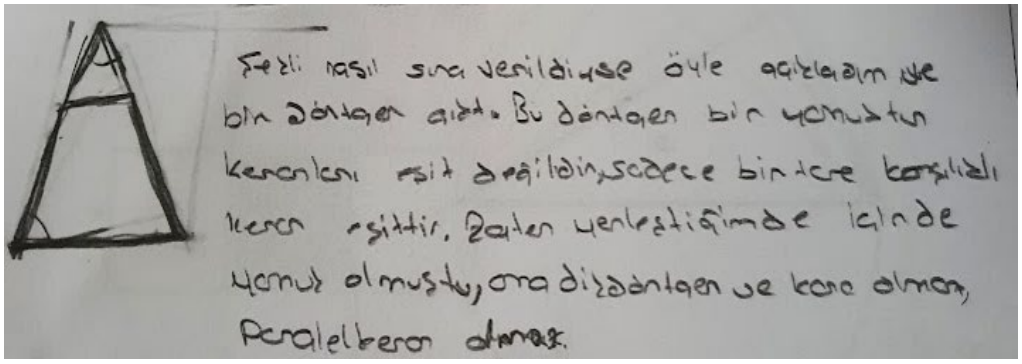
Uygun çizim yapabilenler arasında aşağıdaki verilen örnek öğrenci yanıtları, bazı bireyler tarafından sıralı algının uygun biçimde nasıl harekete geçirilebildiğini ayrıntılı olarak göstermektedir. Çünkü bu kişiler, ek olarak çizimi nasıl yaptıklarını da tarif etmişlerdir.

[L.S.E]:



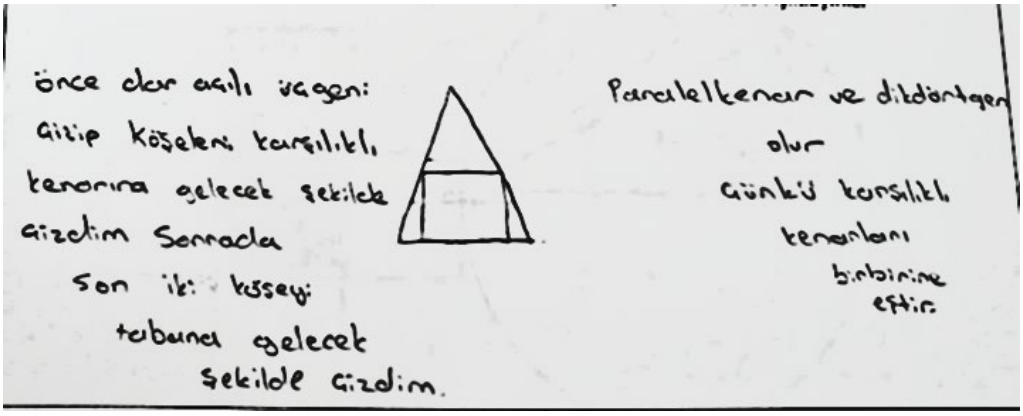
Yukarıdaki *L.S.E*'nin yanıtı ile aşağıdaki *N.C.Ç*'nin yanıtı, çizimin nasıl doğru şekilde yapıldığının bireyler tarafından izah edildiği örneklerdir. Bu çizim ve açıklamalar, Duval'in şekle bakma süreçlerinden sıralı algının uygun biçimde kullanılabildiğini işaret etmektedir.

[N.C.Ç]:



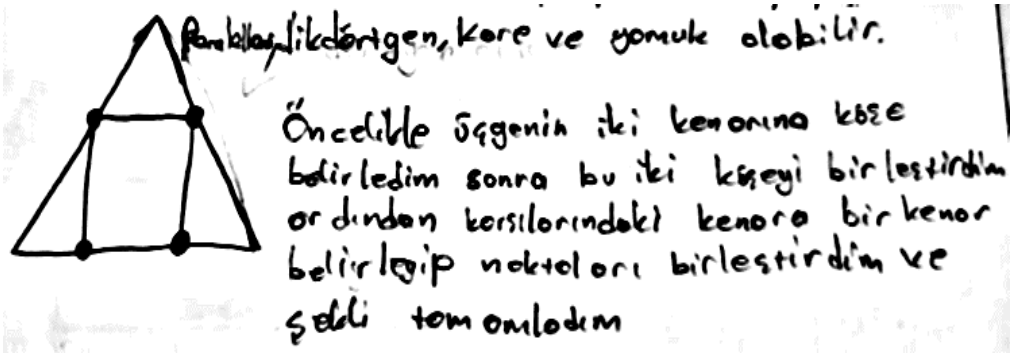
N.C.Ç' nin yanıtında, şeklin soruda nasıl sıra verildiyse öyle oluşturulduğu birey tarafından izah edilmektedir. Benzer şekilde, aşağıdaki *N.E*'nin örnek yanıtında şeklin bu oluşum sürecini ayrıntılı açıklanmaktadır. Fakat yukarıdaki yanıt, şekil içinde sadece tek bir çizimin oluşacağını yani sadece yamuk çizilebileceğini vurguladığı için, Duval'in şekle bakma sürecindeki işlevsel algının uygun biçimde birey tarafından kullanılamadığını gösterir. Benzer şekilde, aşağıdaki *N.E*'nin muhakemesinde de sadece paralelkenar ve dikdörtgen oluşabileceği vurgulandığı için yine işlevsel algının tam olarak kullanılamadığını göstermektedir.

[N.E]:



Tam tersine, aşağıdaki *Y.S.C* isimli bireyin sunduğu örnek yanıt, sıralı ve işlevsel algının birlikte nasıl uygun biçimde kullanılabildiğinin bir örneğidir. Çünkü birey, şekli oluşturma sürecini oldukça iyi bir biçimde tarif ederek oluşturabilmiş, ek olarak üçgen içinde aslında bütün şekillerin çizilebileceğinin de farkındalığını taşımaktadır. Soruda sorulan şekillerin hepsinin de (paralelkenar, dikdörtgen, kare ve yamuk) üçgen içinde oluşturulabileceğini belirtmektedir.

[Y.S.C]:



Bu görevde yukarıda bazı cevaplarından örnekleri de sunulan, sıralı algılarını başarılı bir şekilde devreye koyarak, uygun bir çizim yapabilen 58 katılımcının (Tablo 49) hepsi de yanıtlarına bir gerekçe de sunmuş ve üçgenin içinde oluşan şekil hakkında aşağıdaki muhakemelerin yapıldığı görülmüştür. Bu yanıtlar, frekanslara göre aşağıda sıralı halde verilmiştir.

"Sadece bir dikdörtgen olabilir. Çünkü oluşan şeklin 2 kenarı kısa ve 2 kenarı uzundur" (19 kişi) (en çok sunulan gerekçe)

"Sadece yamuk olur, çünkü kenarları farklıdır, birbirine eşit değildir" (7 kişi) (en çok ikinci sunulan gerekçe)

"Yerleştirilen şekil, herhangi bir dörtgen olabilir çünkü yerleştirilen noktaların yerine bağlıdır" (6 kişi) (en çok sunulan üçüncü gerekçe)

"Sadece yamuk olur çünkü düz bir şekil değildir" (6 kişi)

"Hepsi olabilir çünkü bu üçgenin içine şekli büyültüp küçülterek her türlü şekli çizebiliriz" (5 kişi)

"Dikdörtgen veya kare olur" (4 kişi)

"Sadece kare olur çünkü açıları diktir" (3 kişi)

"Paralelkenar ve dikdörtgen veya kare olur, çünkü karşılıklı kenarları eşittir, yamuk şekli yamuk olduğu için olmaz." (3 kişi)

"Sadece dikdörtgen olur, çünkü duvarın içine kapı çizilmiş gibi durur." (2 kişi)

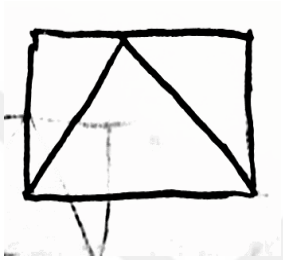
"Paralelkenar ve dikdörtgen olur, çünkü karşılıklı kenarları eşittir" (2 kişi)

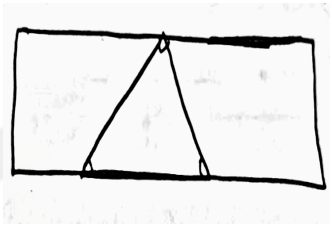
"Hepsi olabilir, örnek olarak kenarların orta noktası olursa ve üçgen eşkenar olursa, içinde kare oluşur." (1 kişi)

Yukarıdaki gerekçe kategorileri incelendiğinde, görece az sayıda öğrencinin görevde üçgenin içinde soruda sorulan kare, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuk şekillerinden hepsinin de çizilebileceğini **(toplamda 12 kişi)** fark ederek, esnek bir muhakeme biçimi geliştirebildikleri (işlevsel algılarını kullanabildikleri) gözükmektedir. Örneğin Şekil-50 ve Şekil-52'deki örnek öğrenci çizimleri bu esnekliği gösterir. Çünkü bu bireyler, tek bir çizime bağlı kalmayarak, noktaların yer değiştirilebileceğini kullanarak diğer şekillerin de oluşabileceğini fark edebilmiş ve bu şekilleri çizerek de gösterebilmişlerdir. Bu bireylerin aslında Duval'in tanımladığı şekle bakma süreçleri içerisinden işlevsel algılarını uygun biçimde yönetebildikleri görülmektedir. Çünkü Duval (1995)'e göre, işlevsel algı, şekil içindeki belirli noktalara, şeklin parçalarında odaklanarak, şekli manipüle ederek, şekli değiştirebilerek mantıksal sıçramayı yapabilmek için uygun bir çözüme giden yolu inşa eder. Diğer yandan, yukarıdaki *"Sadece bir dikdörtgen olabilir. Çünkü oluşan şeklin 2 kenarı kısa ve 2 kenarı uzundur", "Sadece yamuk olur çünkü düz bir şekil değildir"* ve *"Sadece dikdörtgen olur, çünkü bir nevi duvarın içine kapı çizilmiş gibi durur."* türünden yanıtlar ile sadece dikdörtgen, sadece kare ya da paralelkenar şekillerinin oluşabileceğini belirten yanıtlar, işlevsel algının bireyler tarafından kullanılamadığını, bu katılımcıların üçgen içinde oluşan şeklin muhakemesini tek başına görsel algı ile yürüttüklerini göstermektedir. Yani **58 kişi soruya uygun bir çizim sunabilmesine rağmen, bu bireylerin büyük bir bölümünün yani 46 kişinin** işlevsel algılarını tam olarak kullanamadıkları söylenebilir. Bu nokta da sıralı algının kullanılarak şekli oluşturabilmenin, işlevsel algıyı her zaman harekete geçirmeyebileceğini göstermektedir.

Yukarıdaki geometrik göreve, **Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi** açısından da yaklaşılabilir. Soruda verilen yönergelere uygun bir çizim gerçekleştirebilen öğrencilere bakıldığında, büyük bir kısmının üçgenin içerisinde oluşturdukları şekil hakkında kavramsal bilgilerden çok şekil bilgisi üzerinden muhakeme gerçekleştirdikleri görülmektedir. Örneğin dikdörtgen olmasını 2 kısa kenar ve 2 uzun kenarı olması ya da dikdörtgenin bir kapıya benzemesi üzerinden, yamuk olmasını bütün kenarları farklı olan, düzensiz (yamuk) bir şekil ya da düz bir şekil olmaması algısı üzerinden nitelemeleri buna örnek verilebilir. Bu noktada çoğu bireyin şekil bilgisinin kavramsal bilgiye göre dominant olduğu bir muhakeme biçimine sahip oldukları görülmektedir.

Tablo 49’ da gösterildiği gibi, toplamda 42 kişinin ise, sıralı algılarını uygun biçimde yönetemeyerek soruda verilen geometrik çizim talimatlarını ya da yönergelerini doğru olarak resmedemediği ve uygun bir çizim inşa edemediği ortaya çıkarılmıştır ki bu kayda değer bir sayıdır. Bu öğrencilerin soruda verilen çizim talimatlarına uygun adım adım bir çizim oluşturamadıkları görülmektedir. En çok sunulan hatalı gösterim örnekleri aşağıda (Şekil-53 Şekil-54 ve Şekil 55) sunulmuştur.

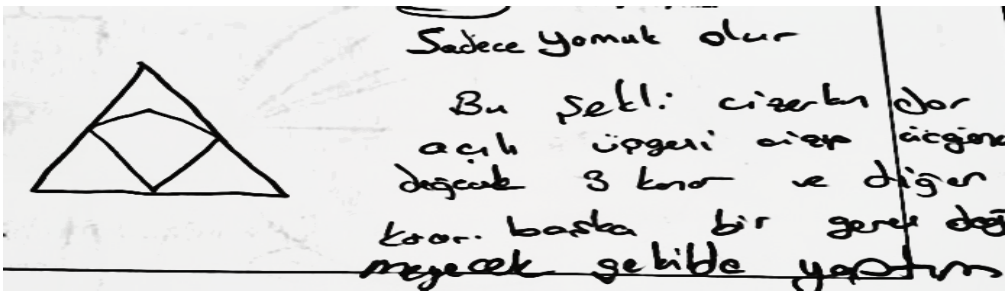




Şekil 53. hatalı gösterim örneği-1 Şekil 54. hatalı gösterim örneği-2 Şekil 55. hatalı gösterim örneği-3

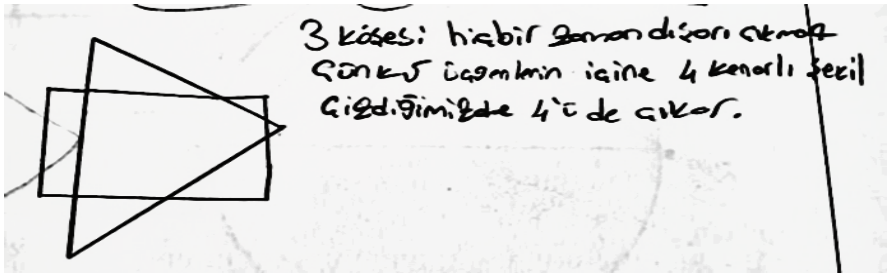
Uygun bir gösterim oluşturamayan yani sıralı algılarını etkin biçimde kullanamayan katılımcı gerekçelerinden bazı örnekler aşağıda verilmiştir. Bu örnek cevaplardan sıralı algının nasıl uygun biçimde kullanılamadığı daha net anlaşılmaktadır.

[A.P]:



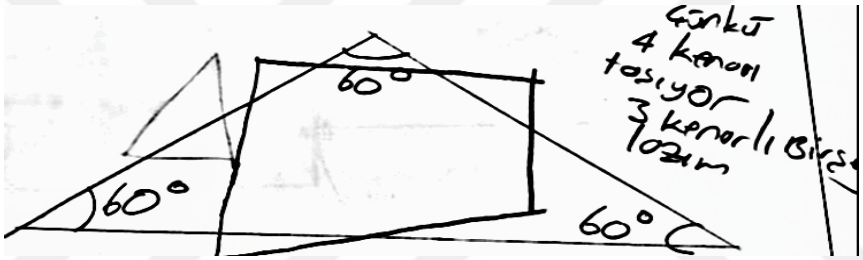
Görüldüğü gibi, yukarıdaki birey, sorudaki yönerge ve bilgileri sırasıyla birleştirememiş ve uygun bir çizim oluşturamamıştır. Hatta üçgenin içinde oluşturduğu çizim yamuk olmamasına karşın, **yamuk algısı, düzensiz ve biçimsiz şekil olduğu için**, bu şeklin yamuk olduğunu düşünmektedir. Aşağıdaki örneklerde de benzer bir durum söz konusudur ve şekil doğru inşa edilememiştir.

[N.K]:



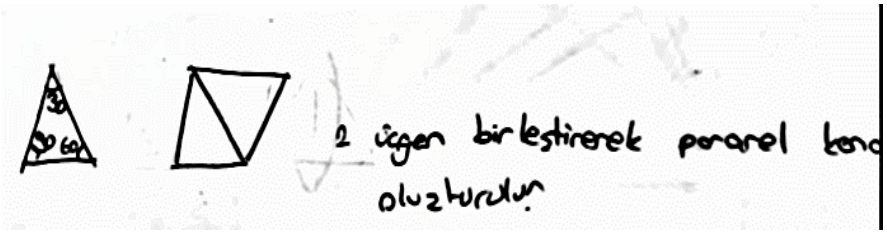
Yukarıdaki *N.K*'nın ve aşağıdaki *S.S.Ç*'nin yanıtları, üçgen içinde herhangi bir şekil inşa edilemeyeceğini savunmaktadır.

[S.S.Ç]:



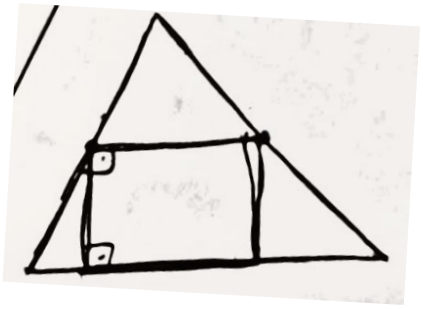
Benzer şekilde, aşağıdaki *A.A*'nın yanıtı da verilen yönergelerle hiçbir bağlantısı olmayan bir oluşumu göstermektedir.

[A.A]:



Yukarıdaki geometrik göreve ilişkin, *Ö4* ve *Ö5* isimli katılımcılar ile yürütülen klinik mülakattan aşağıdaki örnek kesit, ilgili görevdeki muhakemeleri daha net biçimde detaylandırmaktadır.

[A]: "Bu geometrik görevde, üçgen içerisinde aşağıdaki gibi (Şekil-56) dikdörtgen şekli oluşturmuşsun. Nasıl çizim yaptığını açıklar mısın?"



Şekil 56. Öğrenci tarafından oluşturan şekil

[Ö4]: "Önce iki kenar üzerine noktaları yerleştirdim, sonra üçgenin alt kenarına çizdiğim çizgi ile noktaları birleştirdim. Bu açıları dik olarak düşündüm ve dikdörtgen olur dedim."

[A]: "Peki, çizdiğin şekilde, diklikler, dikdörtgen olması için yeterli olur mu? Yani bu şekli kesin olarak dikdörtgen olarak adlandırabilmemiz için ne gereklidir?"

[Ö4]: "Yani tam olarak anlayamadım"

[A]: "Yani mesela, dikdörtgen olması için kenarların paralel de olması gerekmez mi?"

[Ö4]: "Evet, dikdörtgen için gerekir."

[A]: "Peki bu noktaları yani şekil üzerinde işaretlediğin noktaları rastgele mi işaretlenmen gerekir? Yoksa belli bir kurala mı uyması lazım paralellik durumu için?"

[Ö4]: "Eğer, mesela üçgenin üzerindeki noktaları (sağ ve sol kenarlardaki 2 nokta) tam ortadan alırsam, alt ve üst kenarlar paralel olabilir."

[A]: "Noktaları ortadan aldığında neden paralel olur peki neye göre?"

[Ö4]: "Yani ½ olur"

[A]: "Yani benzerlik kuralından mı?

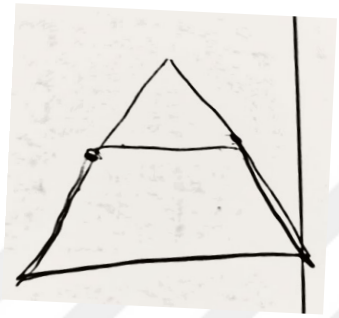
[Ö4]: "Evet, kurala göre ½ olur oran"

Yukarıda *Ö4* ile gerçekleştirilen mülakattan görüldüğü gibi, birey, üçgen içinde oluşan şeklin dikdörtgen olması için başta sadece açıların dik olmasına dayansa da sonradan da farkına varılabileceği gibi, şekil görüntüsüne güvenerek hareket etmemiş, paralelliğin sağlanması için

en azından alınan noktalar kenarların orta noktalar olursa, bu şartın sağlanabileceğinin farkına varabilmiş, kavramsal bilgisini de belli bir ölçüde kullanabilmiştir.

Diğer yandan, aşağıda ise *Ö5* ile yapılan mülakattan bir kesit sunulmuştur.

[A]: "Bu geometrik görevde, üçgen içerisinde aşağıdaki gibi (Şekil-57) yamuk şekli oluşturmuşsun. Nasıl çizim yaptığını açıklar mısın?"



Şekil 57. Öğrenci tarafından oluşturulan şekil

[Ö5]: "Önce iki kenar üzerine noktaları yerleştirdim, sonra üçgenin alt kenarı ile birleştirdim"

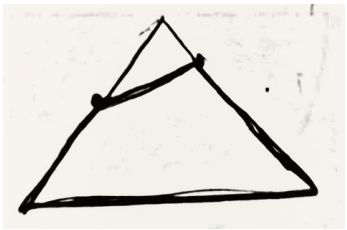
[A]: "Peki, çizdiğin şekle kesin olarak yamuk diyebilmen için ne gerekir?

[Ö5]: "Yani bu şekil zaten yamuk olmaz mı?"

[A]: "Yamuk olması için bir şart bir kural olması gerekmez mi sence?"

[Ö5]: "Bence gerekmez"

[A]: "Peki bu noktaları yani şekil üzerinde işaretlediğin noktaları rastgele mi işaretlenmen gerekir? Mesela bu noktalar yukarıdaki şekildeki gibi aynı hizada mı olmalı? Yoksa aşağıdaki gibi çizersem farklı noktalardan alsam, yine yamuk diyebilir misin?"



Şekil 58. Araştırmacı tarafından çizilen şekil

[Ö5]: "Bence yine yamuk olur."

[A]: "Paralel olması gerekmez diyorsun yani?"

[Ö5]: "Evet, gerekmiyor bence bu da yamuktur."

Yukarıdaki *Ö5* ile yapılan görüşme diyaloglarından görülebileceği gibi, bireyin yamuk kavramında en az 2 kenarın paralel olma durumunu göz ardı ettiği, yamuk kavramını yorumlarken, zihinsel prototiplerin etkisi altında kaldığı ve şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçtiği görülmektedir. Bu durum bir kez daha yamuk kavramına ilişkin bireylere yer alan hatalı düşüncelere ışık tutarken, bazı katılımcıların bireysel şekilsel-kavramlarındaki güçlü imgelerin, formal şekilsel kavramdan oldukça uzaklaşılmasına neden olabileceği sonucuna bizi götürmektedir. Mülakat yapılan 15 birey arasından yukarıdaki Ö4'ün mülakat kesiti örneğindeki gibi, üçgen içine çizdikleri şekillerin özel dörtgen olmasını sağlaması için benzerlik kuralına vurgu yapabilen, sadece 3 kişi olduğu tespit edilmiştir.

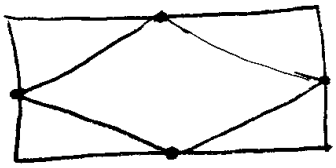
4.2 8. ÇMF-2'nin 8.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin sekizinci sorusu olan, dikdörtgen içinde kenarların orta noktaları alınarak şekil oluşturulmasını gerektiren görevde, öğrenciler tarafından sorudaki yönergelere uygun hareket ederek uygun bir gösterim yapabilme durumu Tablo 50'de gösterilmiştir. Bu örnek görev, şekilsiz olarak verilen görevlerde bireylerin sözel ifadeleri uygun geometrik şekillere nasıl dönüştürdüğü ve muhakeme ettiklerini ortaya çıkarmak amacıyla yöneltilen bir soru örneğidir.

Tablo 50. Sorudaki görevdeki yönergelere uygun bir gösterim yapabilme durumu

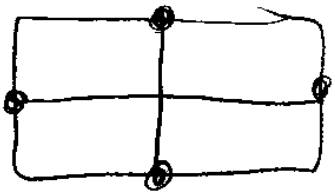
Öğrenciler tarafından sunulan çizimin niteliği	***f***
Uygun bir gösterim sunabilenler	48
Uygun bir gösterim sunamayanlar	44
Hiç çizim sunamayanlar	8

ÇMF-2'nin sekizinci sorusu olan, "Bir dikdörtgen düşünün. Her bir kenarın orta noktalarını işaretleyin. Ardışık kenarların orta noktalarını birleştirdiğinizde, oluşan şekil hakkında ne söyleyebilirsiniz? Şekli çizerek gösteriniz ve ayrıntılı olarak açıklayınız." görevine verilen yanıtlar analiz edildiğinde, 100 katılımcıdan 48 kişinin Şekil-59'da olduğu gibi, verilen sorudaki ifadeleri, soruya uygun bir şekilde görsel bir gösterimle çizebildikleri tespit edilmiştir.

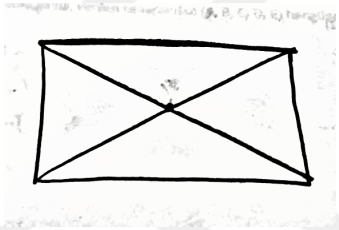


Şekil 59. uygun bir gösterim örneği

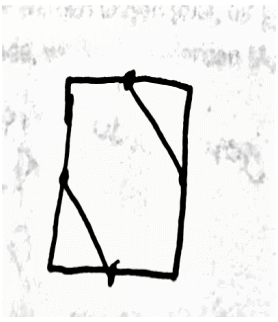
Toplamda 52 kişinin ise, soruda verilen geometrik çizim talimatlarını ya da yönergelerini doğru olarak görselleştiremeyerek uygun çizim yapamadığı ve Şekil 60, Şekil 61, Şekil-62 ya da Şekil-63'deki gibi, görevdeki yönergelere uygun olmayan gösterimler sundukları ya da hiç çizim sunamadıkları tespit edilmiştir.



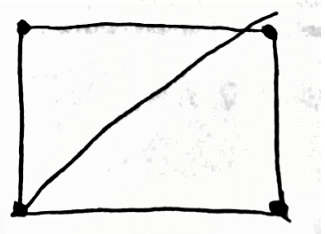
Şekil 60



Şekil 61



Şekil 62



Şekil 63

(Şekil 61, 62,63 ve 64. Uygun olmayan gösterim örnekleri)

Duval'in modelinde tanımladığı şekle bakma süreçlerinden sıralı algıya uygun hareket edebilen 48 öğrencinin olduğu görülmektedir. Çünkü bu bireylerin, geometrik görevde verilen talimatlara uygun biçimde adım adım şeklin inşa edilmesi noktasında sorun yaşamadıkları görülürken, 44 öğrencinin ise sıralı algılarını etkin bir biçimde kullanamayarak uygun bir çizim sunamadıkları görülmüştür. Toplamda 52 kişinin uygun bir çizim oluşturamadığı

dikkate alındığında, katılımcıların yarısından fazlasının şekilsiz verilen bu görevde, sözel ifadeleri görsel olarak dönüştürmede zorluk yaşadıkları görülmektedir.

Aşağıdaki Tablo 51'de ise, soruya uygun bir çizim gösterebilenler arasında, dikdörtgen içinde oluşan şeklin muhakemesine ilişkin şeklin bireyler tarafından nasıl adlandırıldığı gösterilmiştir. Burada esas önemli olan biraz sonra ayrıntılı olarak açıklanacağı gibi, bireylerin, bu adlandırmaları hangi gerekçe ile yaptıklarıdır.

Tablo 51. Uygun bir gösterim çizebilenler arasında, dikdörtgen içinde oluşan şeklin muhakemesi

Dikdörtgen içinde oluşan şeklin adlandırılması	***f***
Kare	3
Yamuk	5
Eşkenar dörtgen	21
Eşkenar dörtgen ya da paralelkenar	4
Paralelkenar	14
Dikdörtgen	1

Uygun bir çizim yapabilen 48 katılımcı arasından Tablo 51'de görüldüğü gibi, dikdörtgen içinde oluşan şekil hakkında üç öğrencinin kare yorumu yaptıkları, beş öğrencinin yamuk yorumu, 21 öğrencinin eşkenar dörtgen yorumu, 14 öğrencinin paralelkenar yorumu, bir öğrencinin ise, dikdörtgen yorumu yaptıkları tespit edilmiştir. Bu noktada önemli olan husus, öğrencilerin uygun bir neden ya da ispata yakın bir ifade sunabildikleri ve şeklin muhakemesini gerekçelendirebilmeleridir. Aşağıda, uygun bir gösterim sunabilen bu öğrencilerin yanıtlarına sunmuş oldukları gerekçeler verilmiştir.

"Eşkenar dörtgene benziyor" (8 kişi) (en çok sunulan gerekçe)

"Eşkenar dörtgene benziyor. Çünkü baklava dilimi şeklinde." (7 kişi) (en çok sunulan ikinci gerekçe)

"Paralelkenar olur çünkü karşılıklı kenarlar paralel durmaktadır" (6 kişi) (en çok sunulan üçüncü gerekçe)

"Yamuk olur, çünkü düz durmuyor" (5 kişi) (en çok sunulan dördüncü gerekçe)

"Eşkenar dörtgendir, çünkü bütün kenarları eşittir" (4 kişi)

"Eşkenar dörtgen ya da paralelkenar olabilir" (3 kişi)

"Paralelkenar olur çünkü karşılıklı kenarları eşit olur ama her kenar eşit olmaz hiçbir açısı 90 derece olmaz, dar açı olur" (3 kişi)

"Kare olur, bütün kenarları eşittir" (2 kişi)

"Pisagor'dan bütün kenarların hepsi (hipotenüs) eşittir. Yani Eşkenar dörtgendir" (2 kişi)

"Paralelkenar olur, karşılıklı kenarları eşit ve çapraz açıları eşittir" (3 kişi)

"Paralelkenardır, karşılıklı kenarları eşit ve paraleldir" (2 kişi)

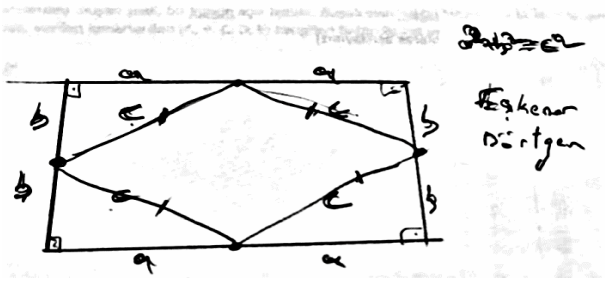
"Dıştaki şekil kare olursa, içteki şekil de kare olur, çünkü orta noktalarından çizilmiştir" (1 kişi)

"Eşkenar dörtgen ve aynı zamanda paralelkenar olur, karşılıklı açıları eşittir, ortadan çizgi çekilirse 2 eş üçgene ayrılır" (1 kişi)

"Oluşan şekil yine bir dikdörtgen olur" (1 kişi)

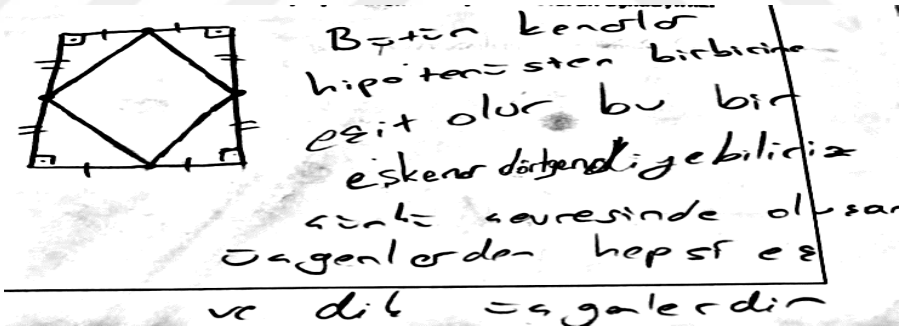
Yukarıdaki gerekçelere bakıldığında, 21 öğrencinin dikdörtgen içinde oluşan şekle ilişkin, eşkenar dörtgendir diyerek doğru bir şekilde muhakeme edebilmelerine karşın (Tablo 51), görece fazla sayıda öğrencinin şekli inşa ettikten sonra şekil ile ilgili ilk intibalara dayandığı yani yalnızca Duval (1995)'in tanımladığı görsel algılara dayanarak hareket ettikleri görülmektedir. Bu durum öğrencilerin *"Eşkenar dörtgene benziyor. Çünkü baklava dilimi.", "Eşkenar dörtgen ya da paralelkenara benziyor"* şeklindeki ifadelerinden anlaşılabilir. Diğer yandan, eşkenar dörtgen için gerekçelendirmelerinde *"Eşkenar dörtgendir bütün kenarları eşittir", "Pisagor'dan bütün kenarların hepsi (hipotenüs) eşittir, Eşkenar dörtgendir"* ve *"Eşkenar dörtgen ve aynı zamanda paralelkenar olur, karşılıklı açıları eşittir, ortadan çizgi çekilirse 2 eş üçgene ayrılır"* gibi şekil üzerinde uygun gösterimler yaparak, şeklin kavramsal özelliklerinden referans alan ve matematiksel ispata yakın gerekçelendirmelere ulaşabilen öğrencilerin ise, sözel algılarını ve uygun biçimde harekete geçirebildikleri görülmüştür. Fakat bu katılımcıların sayısının sayıca daha az olduğu görülmektedir. Aşağıda bazı öğrencilerin cevaplarından örnekler sunulmuştur.

[M.S]:



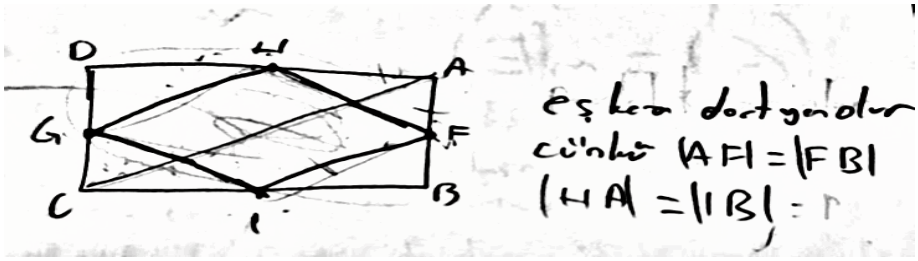
Yukarıdaki *M.S*'nin örnek yanıtında, Pisagor bağıntısından yararlanarak, matematiğin sembolik dilinin de kullanıldığı bir muhakeme söz konusudur. Birey, sözel algılarını uygun biçimde devreye koyabilmiş ve bu sayede sadece şekil görüntüsüne bağlı bir muhakeme değil, kenarların eşitliğini de göstererek, eşkenar dörtgen yorumu yapabilmiştir. Aşağıdaki *R.D*'nin örnek yanıtı da buna benzer bir muhakemeyi göstermektedir. Sözel algıların kullanıldığı bir muhakeme söz konusudur. Birey, hipotenüsten kenarlarının eş olacağı çıkarımını yapabilmektedir.

[R.D]:



Aşağıdaki *K.A*'nın örnek yanıtında da kenar orta noktalarının farkındalığını içeren bir muhakeme söz konusudur. Sadece şekil görüntüsüne göre değil, belli doğru parçalarının eşitliği üzerinden gerçekleştirilen bir çıkarım vardır.

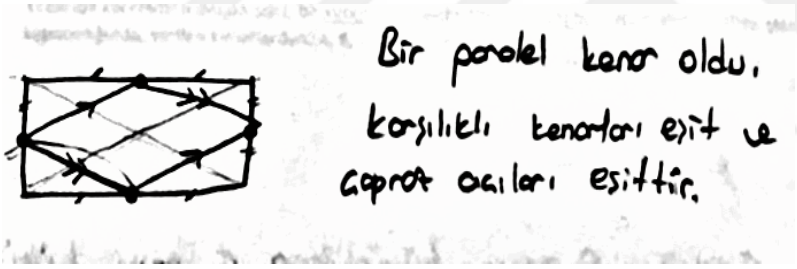
[K.A]:



Özetle, bu örnek cevaplardan da görülebileceği gibi, köşelerdeki dik üçgenler üzerinden Pisagor teoremi temelinde hipotenüslerin eşitliği üzerinden hareket eden bireylerin, sadece şeklin duruşuna göre muhakemelerini temellendirmediği, en azından, kenar eşitliği yakalayarak eşkenar dörtgen çözümüne ulaştıkları görülmektedir.

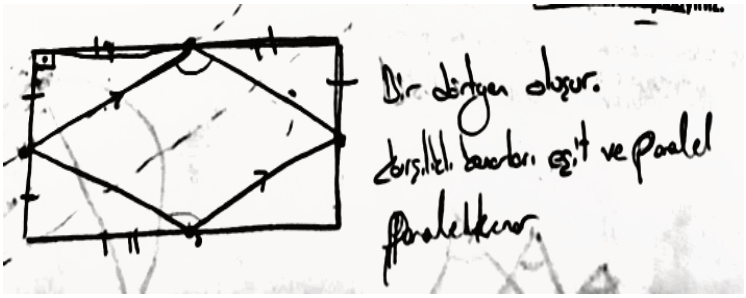
Diğer yandan, paralelkenar yorumu yapan katılımcılar arasından da çoğu katılımcının paralelkenar yorumunu, yalnızca şeklin karşılıklı kenarlarının duruşundan ve görüntüsünden hareketle bu yorumu yaptıkları görülmektedir. Görece daha az sayıda katılımcı aşağıdaki örnek öğrenci cevaplarındaki gibi şeklin kavramsal özelliklerine ve geometrik özelliklere göre bir referans noktası oluşturmuşlardır. Direkt olarak, formal bir ispat sunamasalar da en azından şekildeki doğru parçalarının eşitliğine dikkat ettikleri ya da ek çizim yani dikdörtgenlerin köşegenlerinin çizimini gerçekleştirerek, sezgisel anlamda kavramsal özelliklere vurgu yaparak paralelkenar yorumunda bulunabilmişlerdir.

[A.A]:



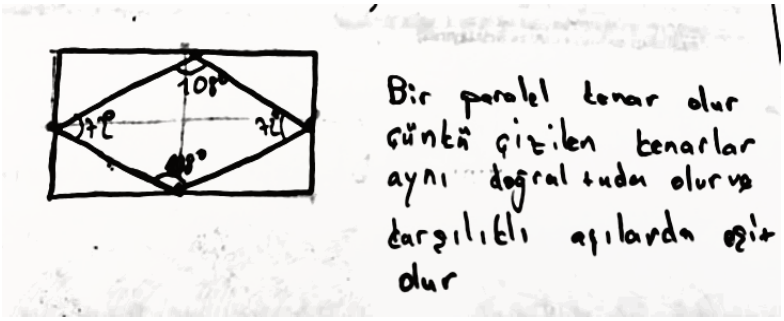
Yukarıdaki örnek yanıta dikkat edildiğinde, köşegen ek çiziminin yapıldığı ve paralelkenarın kavramsal özellikleri üzerinden yapılan bir yorum olduğu görülebilir.

[H.Ö]:



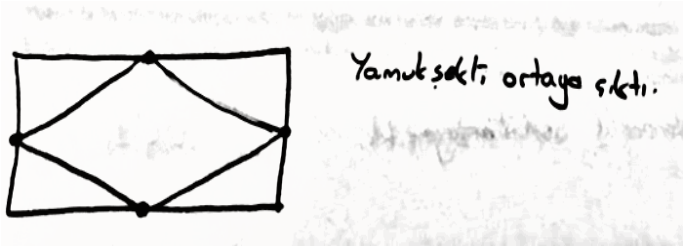
Yukarıdaki *H.Ö*'nün ve aşağıdaki *M.T.D*'nin muhakemelerinde de kavramsal özelliklere vurgu yapılan muhakemeler söz konusudur.

[M.T.D]:



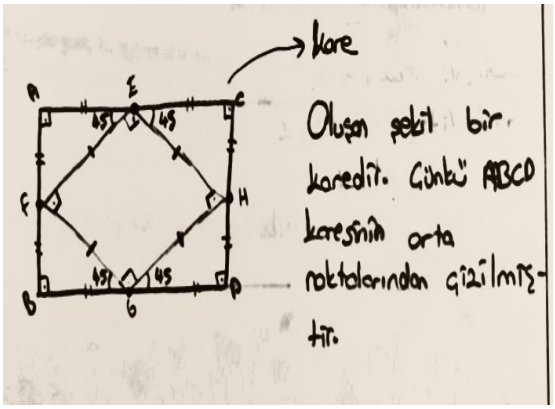
Diğer yandan, Tablo 51'de gösterildiği gibi, yamuk yorumunda bulunan öğrencilerin, yamuğun herhangi bir kavramsal özelliğini hiçbir şekilde referans almayarak sadece dikdörtgen içinde oluşan şeklin düz bir durumda durmamasına göre davranmaları, Duval'in bilişsel teorisi temelinde, sadece görsel algılarına dayanmasının ötesinde, Fischbein'in şekilsel kavram teorisine göre şekil bilgilerinin baskın olduğu bir muhakeme biçimini benimsemelerini ve bu çalışmanın **4.1.5.5. Yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular** kısmındaki verileri destekler biçimde hareket ettiklerini göstermektedir. Aşağıda buna ilişkin bir öğrenci yanıtı görülmektedir. Çünkü yamuğun dilsel anlamının çağrıştırdığı düz bir şekil olmaması algısı burada da mevcuttur.

[S.N.A]:



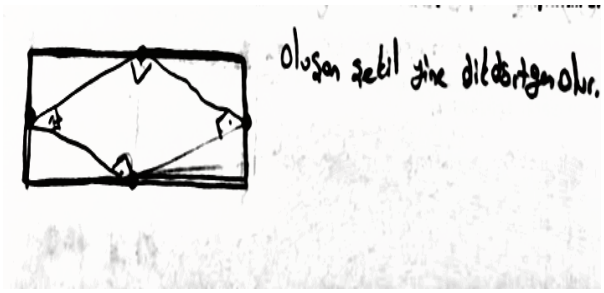
İlgili görevde, *"Dıştaki şekil kare olursa, içteki şekil de kare olur, çünkü orta noktalarından çizilmiştir"* ve *"Oluşan şekil yine bir dikdörtgen olur"* gerekçelerini sunan bireylerin yanıtları, üzerinde durulması dikkate değer muhakemelerdir. Aşağıda buna ilişkin 2 örnek yanıt sunulmuştur.

[A.S]:



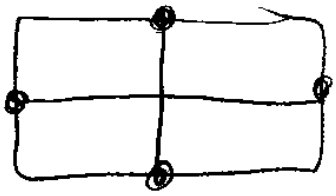
Öncelikle A.S isimli öğrencinin yanıtı, verilen görevde esnek bir geometrik düşünme biçimini oldukça iyi yansıtan, dörtgenler arası ilişkilerin farkında olunduğu bir muhakeme biçimidir. Çünkü bu birey, karenin de bir dikdörtgen olduğundan hareketle, dıştaki şekli kare olarak tercih etmiş, buna binaen orta noktalar alındığı için içteki şeklin de kenarları eşit ve açıları 90 derece yani kare olduğunun bilincinde hareket etmiştir. Kavramsal bilgisinin şekil bilgisini koordine edebilmesinin yanında, Duval (1995)'in tanımladığı sözel algıyı uygun bir biçimde kullanabilmiştir.

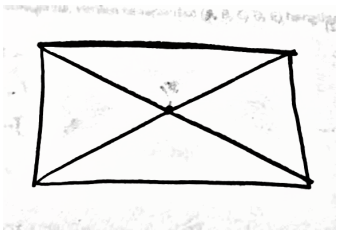
[B.N.G]:



Tam tersine yukarıdaki *B.N.G* isimli öğrencinin yanıtı da daha sezgisel ve sadece görsel algılara dayanan bir muhakeme biçimidir. Çünkü elinde yeterli kanıt olmamasına karşın, içteki şeklin açıları 90 derece varsayılarak, dikdörtgen olarak varsayılmıştır.

Diğer yandan, ilgili göreve ve Şekil 60, Şekil 61, Şekil-62 ve Şekil 63'deki gibi uygun bir gösterim sunamayan öğrencilerin yanıtları da üzerinde durulması gereken ilginç nitelikler taşımaktadır. Örneğin aşağıdaki örnek öğrenci çizimlerinde olduğu gibi, soruya uygun bir çizim yapamayan öğrenciler arasında bile, şeklin içinde oluşan şekillerin muhakemesi hakkında aşağıdaki gibi yorumların yapıldığı ortaya çıkarılmıştır.





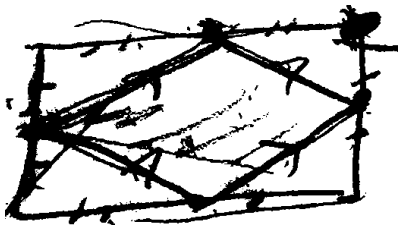
"4 tane eşit üçgen oluşur."

"4 tane kare oluşur"

Bu yanıtlar incelendiğinde farkına varılması gereken şey, yukarıda da bahsedildiği gibi, bu bireylerin bu görevde görevdeki talimatlara uygun çizim yapamayarak, sıralı algılarını uygun biçimde kullanamamaları bir yana, yukarıdaki şekillerde dikdörtgenin köşegenlerini çizip 4 eşit üçgen yorumunda bulunan ya da orta noktalarını karşılıklı birleştirerek 4 tane kare oluşur yorumunda bireylerin, şeklin kavramsal özelliklerini arka plana atarak sadece görselleştirmeye dayalı bir muhakeme biçimini net bir biçimde yansıttıkları görülmektedir. Çünkü görevde başka bir bilgi ya da verilen bir olgu olmamasına karşın, oluşan şekiller, kare, ya da 4 eşit üçgen olarak varsayılmıştır. Bunlar, sadece şekil bilgilerine göre yapılan varsayımsal muhakemelerdir.

Yukarıdaki geometrik görevde, *Ö2* ile yürütülen klinik mülakattan aşağıdaki örnek kesit, ilgili görevdeki muhakemeleri daha net biçimde detaylandırmaktadır. Dikdörtgen içinde oluşan şekli yamuk olarak adlandırılan *Ö2* adlı bir öğrenci ile yapılan mülakatta, öğrenciye cevabının arkasındaki akıl yürütmeyi ve algıları ortaya çıkarmak için daha detaylı sorular sorulmuştur. İlgili kesit aşağıda sunulmuştur.

[A]: "Çokgen testinin beşinci sorusunda bir dikdörtgen çizdiğimiz ve kenarlarının orta noktasını alıp birleştirdiğimiz soruda, ortada oluşan şekli neden yamuk olarak isimlendirdin?"



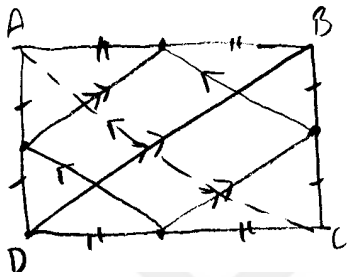
Şekil 64.Ö2 tarafından çizilen ve üzerinde düşünülen şekil

[Ö2]: "Şeklin duruşundan dedim. Bu aslında eşkenar dörtgen de olabilir, sanki eşkenar dörtgen daha doğru gibi. Direkt düz bakarsak eşkenar dörtgen, ama öbür türlü bakarsak, sanki paralelkenar da olabilir gibi, emin değilim."

[A]: "Peki, bu şekli her zaman ne diye isimlendirirsem kesin doğru olur?"

[Ö2]: "Eşkenar dörtgen gibi."

[A]: "Peki, sana aşağıdaki ispatı versem ne düşünürsün?

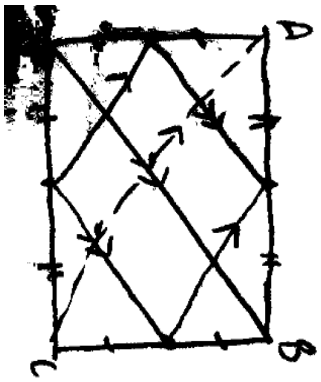


Şekil 65.Araştırmacı tarafından öğrenciye çizdirilen, köşegen çizdirerek ve üçgenlerde benzerlikten yararlanarak, paralel olan kenarların gösterilmesine dayanan gösterim ve ispat

[A]: "Burada, dikdörtgenin köşegenlerinin çizilmesiyle, üçgende benzerlik teoreminden, kenarların orta noktaları alındığı için kenarların paralel olduğunu görebilirsin"

[Ö2]: "Kenarlar paralel oluyor. O zaman buna Paralelkenar denilebilir."

[A]: "Kesin mi peki? Emin misin bu noktada? Mesela bu yukarıdaki çizdiğim şekli aşağıdaki gibi (Şekil-66) 90 derece çevirsem ve aynı soruyu sorsam, içerideki şeklin hangi dörtgen olduğu değişir miydi?"



Şekil 66.Araştırmacı tarafından Şekil-65'deki şeklin çevrilmesiyle oluşan şekil

[Ö2]: "Değişmez gibi, ama şimdi böyle bakınca her türlü eşkenar dörtgen oluyor. Yani yukarıdaki kurala göre paralelkenar da oluyor ama eşkenar dörtgen demek daha doğru."

[A]: "Peki, kenarların eşit olduğunu nereden biliyorsun?"

[Ö2]: "Çünkü öyle görünüyor, eşkenar dörtgenleri böyle çizmez miyiz?"

Yukarıdaki görüşme ile de desteklenen verilerde, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında değerlendirilme yapıldığında, bazı bireylerin zihinsel algılarını kavram tanımlarından ziyade, şeklin yönettiği daha net görülebilir. Çokgenlere ilişkin algılarda ve yapılan muhakemelerde, yukarıda verilen *Ö2*'nin ifadelerinde de görülebileceği üzere, şekil görünümleri ve pozisyonlarının muhakemeyi bozmasının etkisi de açık bir biçimde görülmektedir.

Diğer yandan, ÇMF-2 testinin 8. Sorusunu oluşturan bu geometrik görevin, ÇMF-2 testindeki hangi soru ile benzerlik taşıdığı, klinik mülakat gerçekleştirilen 15 katılımcıya da sorulmuştur. Mülakat yapılan **15 bireyin sadece 4'ü, ÇMF-2'nin 8. Sorusunun, aslında yine ÇMF-2'de yer alan 4. Soruya benzediği çıkarımını** yapabilmiştir. Diğer 11 katılımcı, herhangi bir yorumda bulunamamıştır. Çünkü her iki görev de aslında, bir dörtgende kenar orta noktalarının birleştirilmesiyle, dörtgenin içinde oluşan şekil hakkındaki muhakemeyi değerlendiren sorulardır. İki sorunun da aslında benzer tipte soru olduğuna yönelik bu muhakemeyi yapabilmek, sadece şekil görünümleri üzerinden hareket eden bireylerin gerçekleştirebileceği türde bir muhakeme değildir. Bunun için, verilen geometrik şeklin teorik ideal bir nesne olarak görülmesi gerekir. Yalnızca şekil ve şekil görünümü doğrulama nesnesi olarak görülürse, iki soru hakkında böyle bir ilişkilendirilme yapılamaz.

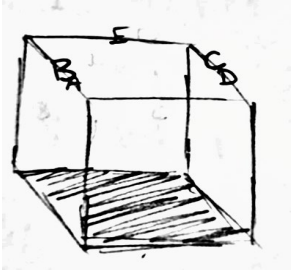
4.2 9. ÇMF-2'nin 9.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin dokuzuncu sorusu olan, altı tane kare ile açık hali verilmiş şeklin küp haline getirilerek üç boyutta nasıl algılandığını ortaya çıkarma amaçlı görev, aslında ÇMF-3 testindeki ikinci ve üçüncü sorulardaki boyut kavramına ilişkin bulguları detaylandırmak ve hedefiyle de sorulmuş olup, görevde öğrencilerin hangi kenarların şeklin kapalı durumunda üstü üste geldiğine yönelik muhakemeleri aşağıdaki Tablo 52'de sunulmuştur.

Tablo 52. Şeklin kapalı durumunda üst üste gelen kenarlara ilişkin muhakemeler

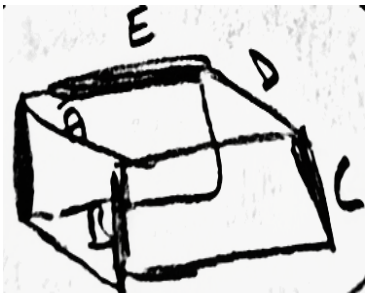
Hangi kenarların üst üste geleceğine yönelik seçimler	***f***
A-B ve C-D	54
A-D ve B-C	21
A-D, B-E ve C-E	6
A-B, C-D, A-E ve E-D	3
B-C	3
A-D	1
B-E, C-E	1
A-B, C-D ve A-D	1
A-B, C-D, B -E ve C-E	1
A-B, C-D, B -E, C-E, B-E ve A-D	1
Hiçbiri üst üste gelmez	2
Tamamen cevapsız	6

Tablo 52'de de görülebileceği gibi, soruda küpün kapalı halinde, 54 kişi A ile B ve C ile D kenarlarının üst üste geldiğini doğru olarak muhakeme edebilmiştir. Toplamda 46 kişi ise, bu muhakemeyi doğru şekilde gerçekleştirememiştir. Aslında seçimlerinde A-B ve C-D ikilisini bulunduran katılımcılar da olmasına rağmen, bu bireylerin seçimlerinde ek olarak başka kenar çiftleri de yer almıştır. Seçimlerinde bir sorun yaşamayan bu 54 bireyin bazıları soruyu muhakeme ederlerken, küp şekli de çizmişlerdir. Bu çizimleri, aşağıdaki örnek şekildeki gibi (Şekil-67) olmuştur. Görüldüğü gibi bu katılımcılar, karelerden oluşan açık şekli uygun şekilde manipüle ederek küp haline getirildiğinde, çakışan kısımları şeklin ve kavramın birbirini uyumlu olarak yönettiği bir bağlama oturtabilmişlerdir.



Şekil 67.öğrencinin doğru küp çizimi

Diğer yandan, bu muhakemeyi gerçekleştiremeyen ve A-D ve B-C seçimini yapan bireylerin, genellikle çizdikleri şekil aşağıdaki örnek çizim gibi olmuştur (Şekil-68).

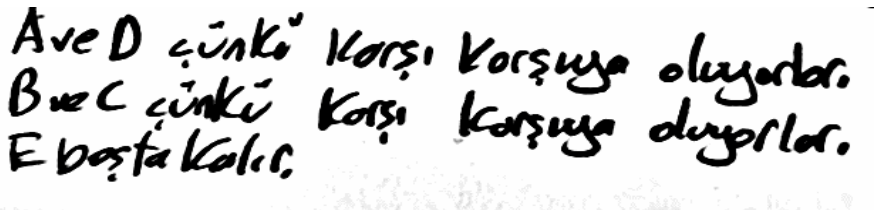


Şekil 68.öğrencinin hatalı küp çizimi

Şekilsel ve Kavramsal bilgi arasındaki eşgüdüm ile incelikli bir zihinsel çaba gereken bu görevde görüldüğü gibi, A-D ve B-C seçimlerinden ikisini ya da herhangi birini cevaplarına dahil eden bu katılımcılar (Tablo 52'de toplamda 33 kişinin olduğu görülebilir) şekli uygun şekilde manipüle edemeyerek, şekilsel bilgileri ile kavramsal bilgileri uygun bir bağlamda birleştirememişlerdir. Bu bireylerden bazıları (toplamda 8 kişi) yanıtlarında gerekçe olarak aşağıdaki gibi bir muhakemeyi sunmuşlardır. Ek olarak, görsel halde verilen bir öğrenci yanıtı aşağıda gösterilmiştir.

"*A-D ve B-C çünkü karşı karşıya durmaktalar. Yine karşılıklı duranlar şekil kapatılırsa üst üste gelir"*

[D.H]:

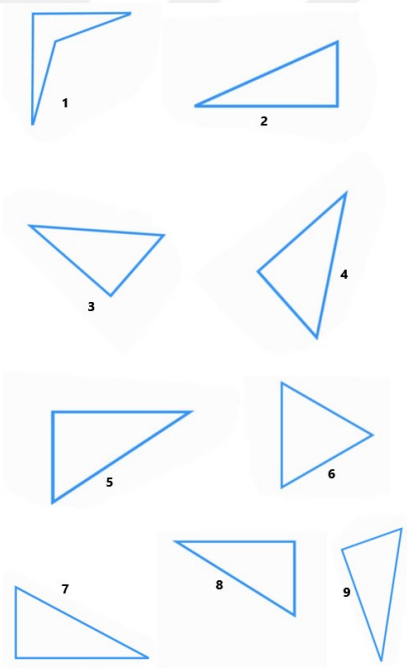


Görüldüğü üzere, şekilde açık olarak verilen yüzlerin katlanması, ilk bakışta genel olarak kolay bir görev gibi durmasına karşın, şeklin açık halinde özellikle kenarlar birbirinden uzak olarak verilmişse, hangi kenarların üst üste geleceğine yönelik şekilsel ve kavramsal bileşenleri birleştirmek aslında zorlu bir görevdir. Yani katılımcıların yarıya yakınının (toplamda 46 kişinin) doğru bir muhakeme gerçekleştirmedikleri dikkate alınırsa, Fischbein'in şekilsel kavram teorisine göre açık halde verilen şeklin görüntüsünün, üç boyutta muhakemeyi baskıladığı bir durum söz konusudur.

İlgili görevde, E kenarı hiçbir şekilde diğer verilen kenarlarla bağlantılı olmamasına rağmen, E kenarını yanıtlarına dahil eden öğrencilerin sayısı (**12 kişi**) dikkat çekicidir. E olarak verilen kenar parçası, bu noktada kafa karıştırıcı bir şekil bileşeni görevi görmektedir. Fakat bireylerin bu kenarı da yanıtlarına dahil etmeleri, 3 boyutta uygun muhakemeyi gerçekleştiremediklerini göstermektedir.

4.2.10. ÇMF-2'nin 10.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-2'nin 10. Sorusu, verilen 9 adet üçgen içerisinden dik üçgen olanların belirlenmesine ilişkin bir görev olup, pozisyon değişiminin, şeklin çevrilmesinin ve şekilsel bilgilerin kavramsal bilgiyle dik üçgen özelinde ne derece koordine edildiğinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.



Bu görevde, katılımcıların dik üçgen olarak seçtikleri şekiller, numaralı şekilde gruplanarak, Tablo 53'te gösterilmiştir. Daha sonra ise, soruya ek olarak gerekçe de sunan öğrencilerin sunmuş oldukları ifadeler verilmiştir. Bu bilgiler bütünleştirilerek veriler yorumlanmaya çalışılmıştır. Genel olarak dik açı kavramının çok temel düzeyde bir husus olduğu varsayılsa da bir üçgende dik açıyı belirlemek sadece kavramsal değil, bireylerin algısal yönlerinin de devreye girdiği bir görevdir. Birazdan göreceğimiz gibi, verilen şekillere bağlı olarak bazı zihinsel çelişkiler ortaya çıkabilmektedir. İlk dikkat çeken bulgu, hemen hemen her seçimde yer alan 2 ve 7 numaralı şekillerdir. Dik üçgen prototipinin genel olarak

zihinlerde bu şekilde olması, önemli bir faktördür denebilir. Bir başka deyişle, prototip etkisinin muhakeme üzerindeki yansımasıdır.

Tablo 53. Dik üçgen olarak belirlenen şekillerin muhakemesi

Dik üçgen olarak seçilen şekiller	***f***
2-3-4-5-7-8-9	42
2-5-7-8	20
1-2-3-4-5-7-8-9	13
1-2-5-7-8	5
2-3-4-5-7-8	3
1-2-4-5-7-8-9	3
2-5-7-8-9	3
1-2-5-7-8-9	2
2-5-6-7-8	2
1-2-4-5-7-9	1
2-3-5-7-8-9	1
2-3-5-6-7-8	1
1-2-4-5-6-9	1
2-6-7-9	1
4-6-7	1
Cevapsız	1

Tablo 53'te görüldüğü gibi, toplamda 42 öğrenci 2, 3, 4, 5, 7, 8, ve 9 numaralı şekilleri seçerek dik üçgen olanların hepsini eksiksiz olarak belirleyebilmiştir. Diğer açıdan bakıldığında tam olarak doğru yanıt sunamayan 58 kişinin olması oldukça dikkat çekicidir. Bunun yanında 2, 5, 7 ve 8 numaralı şekillerin, en çok seçilen ikinci şekil grubu olması, daha temel ve daha sık rastlanan dik üçgen prototiplerinin muhakemeyi baskılamasının bir tezahürüdür denebilir. Üçüncü sırada ek çok seçilen şekil grupları ise, Tablo 53'te görüldüğü gibi 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 ve 9 numaralı üçgenlerdir. Burada aslında bu katılımcıların uygun dik üçgenleri doğru belirleyebilmelerine karşın 1 numaralı şekli de seçimlerine dahil ederek muhakeme yapmaları, önemli bir husustur. Bu bireyler, bir dörtgen olan 1 numaralı şeklin sadece şekil görüntüsünün

ya da duruşunun dik olmasına göre yorum yaparak çelişkiye düşmüşler, şekilsel bilgilerinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir muhakeme biçimini yansıtmışlardır. En nihayetinde bakıldığında, 1 numaralı şekli seçimlerine dahil eden kişi sayısının Tablo 53'ten 25 kişi olduğu görülmektedir. Bu çalışmanın bulgular kısmındaki **4.1.1. ÇMF-1'in 1.sorusuna verilen yanıtların analizi** bölümünde sunulan görüşmede de görülebileceği gibi, bazı bireylerin çokgeni prototip olarak dış bükey olarak algılamaları, içe bükümlü olmayan yani dışbükey şeklinde çizilmiş çokgenler ile daha fazla aşina olmaları, buna ayrıca bir neden olarak gösterilebilir. Bu kısımda diğer bir dikkat çekici bulgu, şekilde pozisyon değişiminin etkisidir. 3, 4 ve 9 numaralı şekillerin, 2, 5, 7 ve 8 numaralı şekillere kıyasla daha az sayıda katılımcı tarafından dik üçgen olarak seçimlere dahil edilmeleri, pozisyon değişiminin ya da farklı bir deyişle şekillerin belli bir açıda döndürülmesinin muhakemeye olumsuz etkisi olarak değerlendirilebilir. Diğer yandan dik üçgen olmamasına karşın 6 numaralı şekli de yanıtlarına dahil eden altı öğrencinin olduğu ortaya çıkarılmıştır.

İlgili göreve bazı katılımcılar ek olarak gerekçe de sunmuşlardır. Sunulan gerekçeler aşağıda verilmiştir.

"Bir kenarı diğerini dik kesenleri seçeriz" (15 kişi) (en çok sunulan gerekçe)

"İçinde bir tane 90 derecelik açı olanları seçeriz." (13 kişi) (en çok sunulan ikinci gerekçe)

"Bir köşesi 90 derece olanları seçeriz" (11 kişi) (en çok sunulan üçüncü gerekçe)

"İki kenarı birbirine dik olanları seçeriz. 1 numaralı şekil, 3 kenarlı olmadığı için dik üçgen olmaz" (9 kişi)

"Bir açısı 90 derece olanları seçeriz. 1 numaralı şekil üçgen değil, dörtgendir" (3 kişi)

"İçinde hepsi dar açı olanlar haricindekiler dik üçgendir" (3 kişi)

"İki kenarı dik olanları seçeriz, 1 numaralı şekli ortadan 2'ye böldüğümüzde 2 üçgen olur o yüzden seçilmez" (1 kişi)

"Bir köşesine kare ve nokta işaretini koyabiliyorsak dik üçgendir" (1 kişi)

"Bir dikdörtgenin yarısı gibi duranları dik üçgen olarak seçeriz" (1 kişi)

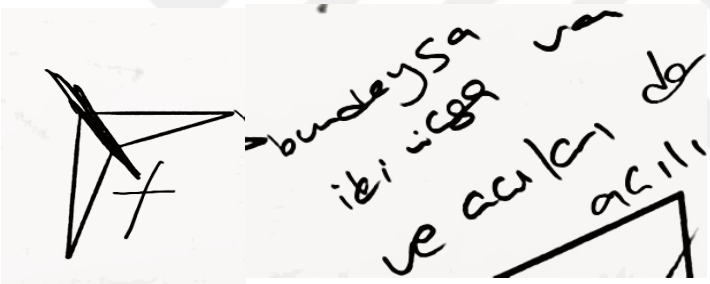
"Dik üçgende kısa kenar, uzun kenar ve hipotenüs vardır" (1 kişi)

"Kâğıdı çevirerek, dik üçgene benzeyenleri seçeriz" (1 kişi)

"Yüksekliği dik olarak inen ve alt kısımla birleşip hipotenüs oluşturanları seçeriz" (1 kişi)

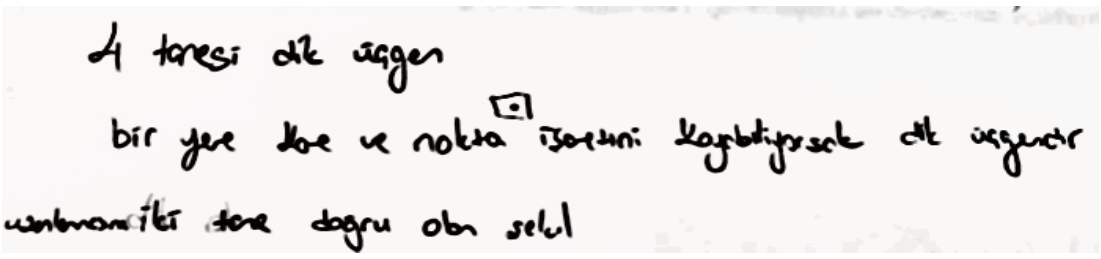
Gerekçelere etraflıca bakıldığında, en çok sunulan üç gerekçe, tahmin edilebilir gerekçeler olarak değerlendirilebilir. Fakat bakıldığında görece az sayıda öğrencinin 1 numaralı şeklin 3 kenardan fazla kenara sahip olduğunu izah ettikleri görülmektedir. Bunun yanında 1 numaralı şeklin ortadan bölündüğünde 2 üçgen oluştuğunun farkına varan bir öğrencinin esnek bir düşünme biçimine sahip olduğu görülmektedir. Aslında bu birey, Duval'in tanımladığı süreçlerden tek başına görsel algılara göre hareket etmeyerek, yaptığı ek çizimle işlevsel algısını etkin biçimde kullanarak 1 numaralı şeklin dik üçgen olarak değerlendirilmesi yanılgısından kurtulabilmiştir. Aşağıda bu kişinin örnek cevabı sunulmuştur.

[R.T.B]:



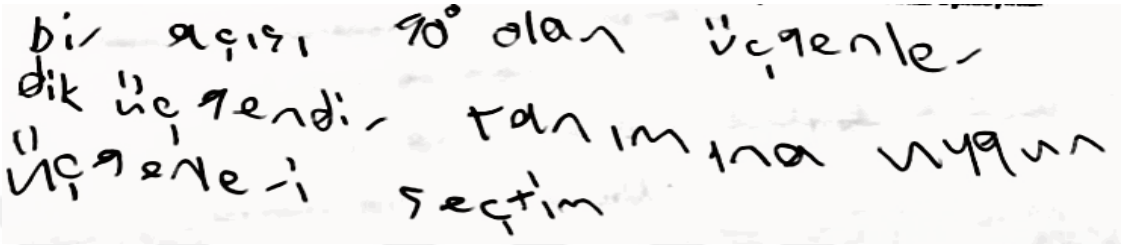
Bu noktada diğer dikkat çekici nokta, *"Bir köşesine kare ve nokta işaretini koyabiliyorsak dik üçgendir", "Bir dikdörtgenin yarısı gibi duranları dik üçgen olarak seçeriz"* ve *"Dik üçgende kısa kenar, uzun kenar ve hipotenüs vardır"* gerekçelerini sunan bireylerin, 2, 5, 7 ve 8 numaralı şekilleri seçmeleridir. Bu bireylerin Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde, zihinlerindeki prototip algılarının işe koyulmasıyla, kavramsal bilgilerini yönetemedikleri görülmektedir. *H.U* isimli katılımcının örnek yanıtı aşağıda sunulmuştur.

[H.U]:



Tam tersine, aşağıdaki gibi bir gerekçeyi sunan bireylerin genel olarak dik üçgen seçiminde sorun yaşamadıkları görülmektedir. Çünkü sadece şekil algılarına göre değil, kavramsal bilgilere dayalı da uygun bir muhakeme mevcuttur. Belli bir tanıma göre hareket söz konusudur.

[M.Y.Ö]:



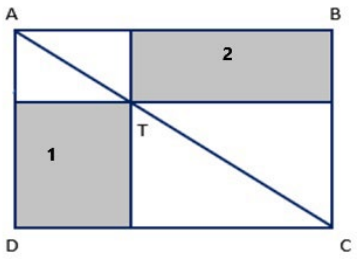
Bu noktada**, *"Bir dikdörtgenin yarısı gibi duranları dik üçgen olarak seçeriz"*** gerekçesi üzerinde önemle durulmalıdır. Bu gerekçe, dik üçgeni belirlemede, hatalı bir nedensellik ilişkisi sunmaktadır. Bu durumda, alışılagelmiş dikdörtgen prototipinden ötürü ortaya çıkan dik üçgen tiplerinin hatalı muhakemeye götürmesi olasılığı vardır. Çünkü dikdörtgen ortadan bölündüğünde ortaya çıkacak olan üçgenlerin hipotenüs haricindeki kenarları sadece yatay ve dikey pozisyonda kalacağı için, seçimlerde pozisyona aşırı bağlılık oluşacak ve belli bir açıda çevrilmiş üçgenler, bireyler tarafından dik üçgen olarak algılanmayacak yani dışlanacaktır.

4.3. Çokgenlerde Muhakeme Formu (ÇMF-3)'e verilen öğrenci yanıtlarının analizi

Bu bölümde, ÇMF-3'de bulunan 11 soruya verilen öğrenci yanıtları, her soru için ayrı ayrı analiz edilerek sunulmuştur.

4.3.1. ÇMF-3'nin 1.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'nin 1. Sorusu olan aşağıdaki dikdörtgen içindeki (Şekil-69) taralı alanların (bir ve iki numaralı alanlar) kıyaslanmasını içeren soruya katılımcılar verilen yanıtlar, Tablo 54'de sunulmuştur.



Şekil 69. ÇMF-3'nin 1. Sorusu

Tablo 54. Dikdörtgen içindeki taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler

Dikdörtgen içindeki bir ve iki numaralı taralı alanların ilişkisi	***f***
1>2	27
1=2	38
2 >1	20
Cevapsız	15

Tablo 54 incelendiğinde, bir numaralı bölgenin alanının iki numaralı alandan büyük olduğu cevabına 27 öğrencide rastlanırken, 38 kişi alanların eşit olduğu yorumunda bulunmuştur. 20 öğrenci ise, iki numaralı bölgenin alanının bir numaralı bölgeden büyük olduğu yanıtı vermiştir. 1 bölgesinin alanının 2 numaralı bölgeden büyük olduğu ya da küçük olduğu yorumunu yapanların, doğal bir söylem ya da kurala dayalı bir gerekçeden ziyade, çoğunlukla şekil görünümünden ötürü sezgisel boyutu aşamayan bir muhakeme gerçekleştirdikleri, başka bir deyişle görsel algının baskın olduğu bir yorumlama biçimi ile sonuca gitmeye çalıştıkları görülmüştür. Bir ve iki numaralı bölgelerin eşit olduğunu belirten öğrencilerden bazılarının ise, soruda verilen [AC]'nin köşegen olması bilgisine dikkat ederek hareket ettikleri görülmektedir. Aşağıda, bahsedilen bu ilk göze çarpan sonuçlar, daha fazla detaylandırılmıştır.

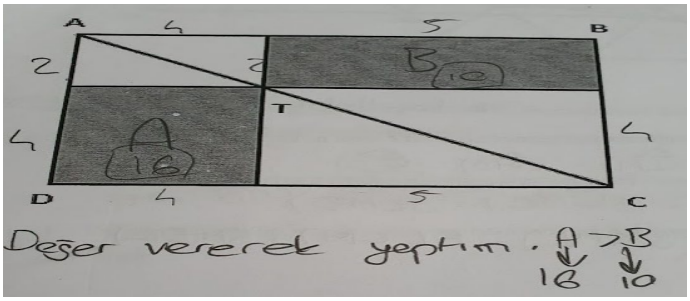
Dikdörtgen içindeki taralı alanların ilişkisine yönelik bu kıyaslamalara ilişkin öğrenciler tarafından sunulan gerekçeler, bu hususta kilit nokta oynamaktadır. Çünkü muhakemenin arka planında hangi algılara ve geometrik kavrayışlara göre hareket edildiğini, bu gerekçeler gün yüzüne çıkarmaktadır. Aşağıda her bir kıyas kategorisine ait gerekçeler, kategorik olarak sunulmuştur.

4.3.1.1. 1 numaralı bölgenin alanının 2 numaralı bölgeden büyük olmasına ilişkin gerekçeler (27 kişi)

"Kenar parçalarına tahmini değerler atayarak yorum yapma 1>2"

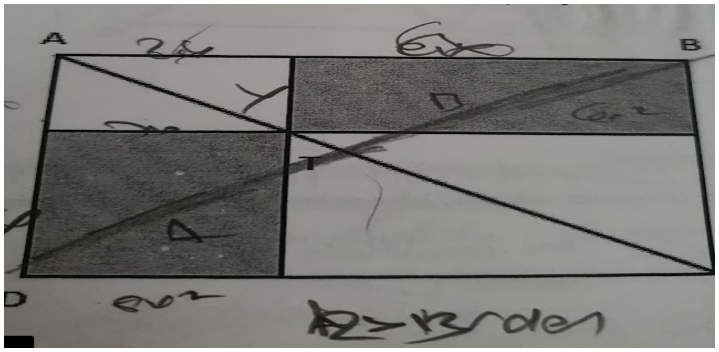
Bu kategorideki bireyler, verilen dikdörtgenin kenar parçalarına tahmini sayısal değerler vererek, 1 ve 2 numaralı bölgeleri kıyaslamaya girişmişler ve 1 numaralı bölgenin 2 numaralı bölgeden büyük olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu tahmini sayısal değerler, şeklin ilksel olarak algılanan görüntüsüne bağlı olarak verilmiştir. 1 numaralı bölgenin 2 numaralı bölgeden büyük olduğu yorumunda bulunan 27 kişi arasından **14 kişi** bu kategoride muhakeme gerçekleştirmişlerdir. Örneğin aşağıda verilen örnek öğrenci cevabında (*B.G*'nin yanıtı), öğrenci tarafından 5 birim olarak atanan kısım, 4 birim olarak atanan kısımdan, şekilsel olarak da büyük olarak algılandığı için, birey bu tahmini sayısal değerler üzerinden yorum yapmaktadır. Kısaca, Duval'in modelindeki görsel algıya dayanarak şekil görünümünü aşamayan bir muhakeme yürütülmektedir. Fakat sonuç olarak doğru bir muhakemeye ulaşılamamıştır. Çünkü verilen değerler, görüntüye bağlı keyfi atamalardır. Bu bireyler için verilen şekil, teorik ideal bir nesne değildir. Şekil görünümü, bir doğrulama nesnesidir.

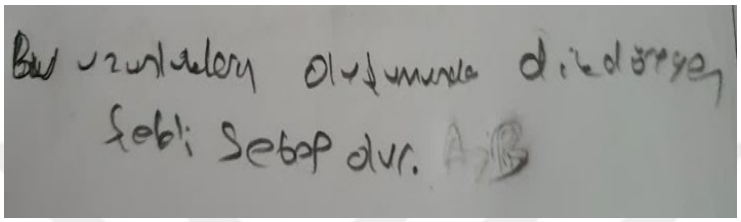
[B.G]:



Aşağıdaki *S.E.G* isimli öğrencinin örnek yanıtını ve ek açıklamasında da benzer şekilde sadece dikdörtgen şekli üzerinden işlem yürütülmektedir. Üst kısımdaki dikdörtgen şeklinin kenar uzunluğunun daha büyük algılanmasından hareketle sadece görsel algılara dayanan sezgisel bir muhakeme gerçekleştirilmiştir. Öğrencinin açıklamasındaki *"bu uzunlukların oluşumuna dikdörtgen şekli sebep oldu"* ifadesi dikkat çekicidir ve muhakemenin dip metnini oluşturmaktadır.

[S.E.G]:





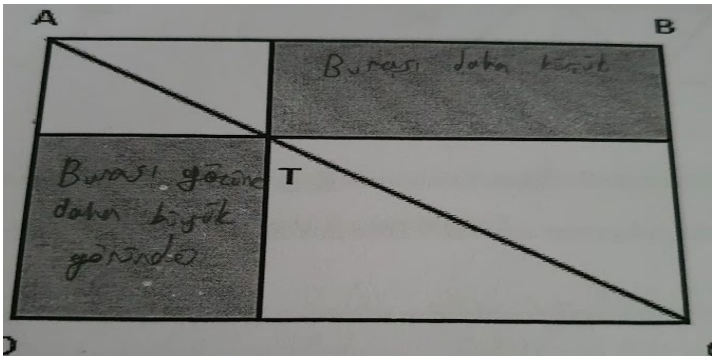
"Görsele göre yorum yapma 1>2"

Bu kategorideki bireyler, verilen şekil parçalarına tahmini sayısal değerler vermemişler fakat, taralı bölgelerin daha büyük ya da daha küçük algılanmasından hareketle muhakeme gerçekleştirmişler ve 1 numaralı bölgenin 2 numaralı bölgeden büyük olduğu sonucuna ulaşmışlardır. 1 numaralı bölgenin 2 numaralı bölgeden büyük olduğu yorumunda bulunan 27 kişi arasından **13 kişi** bu kategoride muhakeme gerçekleştirmişlerdir. Örneğin aşağıda hem görsel olarak hem de açıklama olarak verilen örnek öğrenci cevaplarında, yalnızca Duval'in modelindeki görsel algı aracılığıyla yapılan sezgisel muhakeme örnekleri sunulmuştur.

"Alttaki geniş ve daha büyük, üstteki ise uzun ama geniş değil"

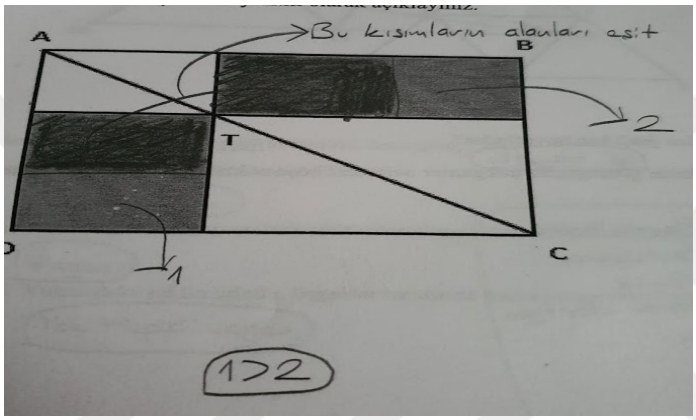
"Alttaki şekil, üstteki şekilden büyük görünmektedir."

[F.D]:



Yukarıdaki *F.D*'nin muhakemesinin sadece şekil görünümü üzerinden yapıldığı, aşağıdaki parçaya yönelik yaptığı, *"göze daha büyük göründü"* ifadesinden anlaşışmaktadır. Aşağıdaki *A.S.C*'nin muhakemesinde ise birey, çizdiği bölgelerin alanlarını eşit varsaymış, kalan bölgelerden 1 numaları bölge 2'den büyük gözüktüğü için 1>2 varsayımına ulaşmıştır. Aslında şekli parçalayarak işlevsel algısını harekete geçirmeye çalışmış, fakat görsel algının baskısı altında hatalı bir muhakeme gerçekleştirmiştir.

[A.S.C]:



4.3.1.2. 2 numaralı bölgenin alanının 1 numaralı bölgeden büyük olmasına ilişkin gerekçeler (20 kişi)

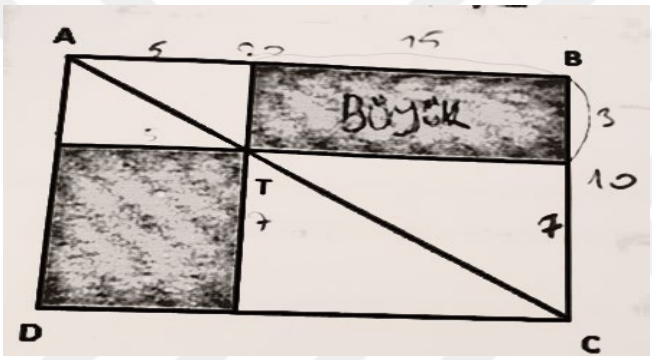
"Kenar parçalarına tahmini değerler atayarak yorum yapma 2>1"

Bu kategorideki bireyler, yukarıdaki 1 numaralı bölgenin 2'den büyük olduğunu belirten öğrenci yanıtlarında olduğuna benzer şekilde, verilen dikdörtgenin kenar parçalarına yine tahmini sayısal değerler vererek, 1 ve 2 numaralı bölgeleri kıyaslamaya girişmişler fakat bu kez, 2 numaralı bölgenin 1 numaralı bölgeden büyük olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Aşağıdaki örnek öğrenci cevapları bunu yansıtmaktadır.

[R.Ç]:

Görüldüğü gibi, hem *R.Ç*'nin hem de *M.E.Y*'nin yanıtları, kenar parçalarına tahmini değerler verilmesiyle gerçekleştirilen, şekil görünümü üzerinden yani görsel algı ile yürütülen muhakemeleri yansıtmaktadır. Fakat *R.Ç'*nin yanıt üzerinde durulması gereken türde bir yanıttır. Çünkü bu birey, taralı olmayan üçgenlerin alanlarının birbirine eşit olduğunun farkındadır. Hatta matematiğin sembolik dilini de kullanarak hangi üçgenlerin birbirine eş olduğuna da belirtmiştir. Fakat, kenar parçalarına keyfi değerler ataması doğru bir sonuca ulaşmasını engellemiştir. Duval'in bilişsel modeli açısından bakıldığında yapılan çıkarım, görsel algının, işlevsel ve sözel algının tam olarak harekete geçirilmesini engellemesidir.

[M.E.Y]:

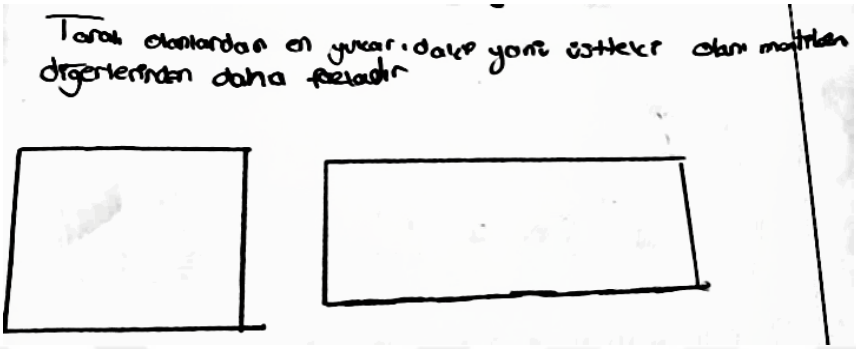


2 numaralı bölgenin 1 numaralı bölgeden büyük olduğu yorumunda bulunan 20 kişi arasından **9 kişi**, bu kategoride muhakeme gerçekleştirmişlerdir

"Görsele göre yorum yapma 2>1"

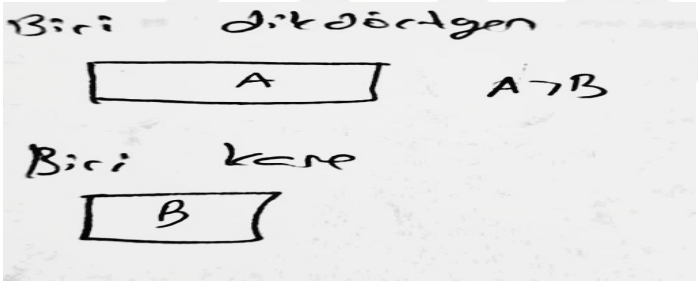
Bu kategorideki bireyler, verilen şeklin ilksel algılanmasına yönelik, kenarlara tahmini sayısal değerler vermemişler fakat, taralı bölgelerin daha büyük ya da daha küçük algılanmasından hareketle muhakeme gerçekleştirmişler ve 2 numaralı bölgenin 1 numaralı bölgeden büyük olduğu sonucuna ulaşmışlardır. 2 numaralı bölgenin 1 numaralı bölgeden büyük olduğu yorumunda bulunan 20 kişi arasından kişi 11 bu kategoride muhakeme gerçekleştirmişlerdir. Bu kategoride bireylerdeki en ilgi çekici sonuç, 2 numaralı bölgenin dikdörtgen şekli olarak, 1 numaralı bölgenin ise kare şekli olarak algılanarak, dikdörtgenin şeklinin alanının kare şeklinden daha büyük olması gerektiği muhakemesi yapılmasıdır. Aşağıda buna ilişkin örnek öğrenci cevapları verilmiştir. Dikdörtgen şeklinin doğal olarak kareden büyük olması gerektiğine yönelik bu yanılgı, sadece görsel algılara dayanan bir muhakeme biçiminin özel bir tezahürüdür. Dikdörtgenin daha uzun ve geniş bir şekil olarak algılanması, buna zemin hazırlamıştır denebilir. Bu şekilde, 7 katılımcının varlığı tespit edilmiştir.

[Z.Ü]:



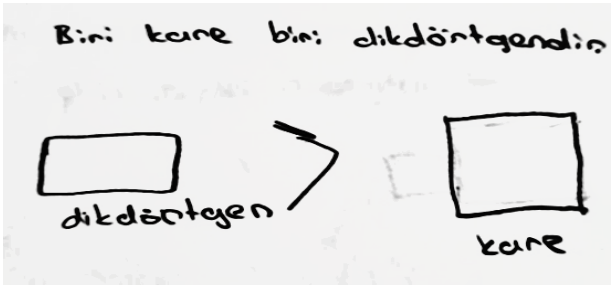
Görüldüğü gibi, yukarıdaki bireyin yaklaşımında, sadece görsel algı ile soru ele alınmış, üstteki bölgenin alanının alttakinden büyük olacağı çıkarımı yapılmıştır.

[E.C.A]:



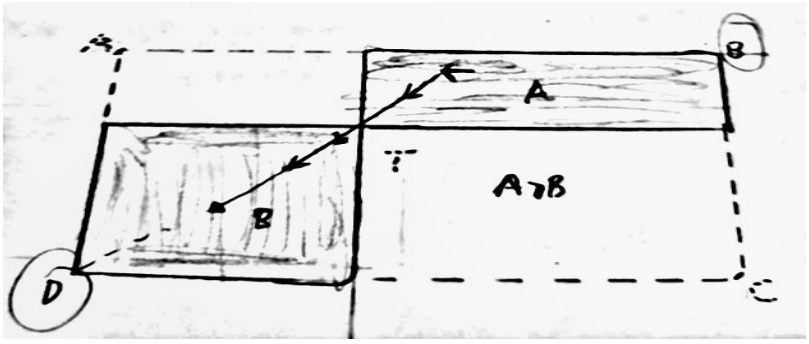
Yukarıdaki *E.C.A*'nın ve aşağıdaki *N.E*'nin muhakemeleri ise, dikdörtgen olarak algılanan şeklin alanının kareden büyük olacağına yönelik benzer muhakemeleri göstermektedir.

[N.E]:



Aşağıdaki *H.B'*nin muhakemesi de, görsel algılamalara göre yapılan ve şekil görünüşünü aşamayan benzer bir çıkarımı göstermektedir.

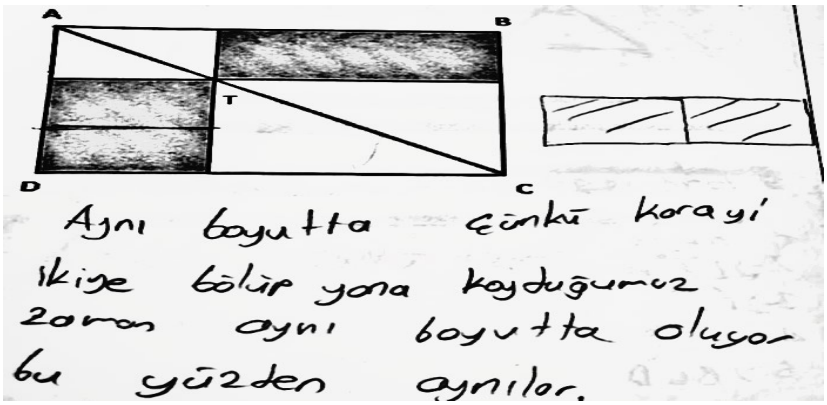
[H.B]:



4.3.1.3 1 numaralı bölgenin alanının 2 numaralı bölgeye eşit olmasına yönelik gerekçeler

Tablo 54'te de gösterilen, 1 numaralı bölgenin alanı ile, 2 numaralı bölgenin alanının eşit olduğu yorumunu yapan bireylerin **(38 kişi)** gerekçelerine bakıldığında, bu katılımcılar bir kısmının sadece sezgisel boyutta kalan yanıtlar sunarak, ikna edici bir kanıt oluşturamadıkları görülürken, 13 kişinin ise, Duval'in bilişsel modelindeki sözel ve işlevsel algıların devreye girmesiyle geometrik bir ispata ya da ispata yakın gerekçeler oluşturabildikleri görülmektedir. Örneğin bu bireylerden bazılarının, şekil içinde bölgeleri parçalara ayırarak soruya yaklaştıkları yani işlevsel algılarını kullanarak görevi ele almaya çalıştıkları, fakat görsel algılarının baskın olmasıyla, doğru bir gerekçe oluşturamadıkları, çözümlerinin sezgisel kaldığı görülmektedir. Aşağıdaki *S.S.Ç*'nin yanıtı bu durumu göstermektedir.

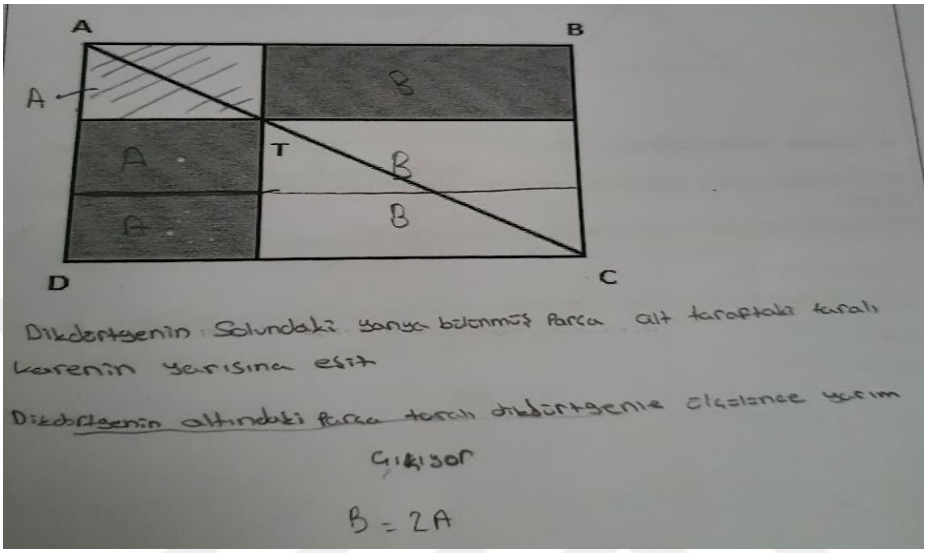
[S.S.Ç]:



Aşağıdaki, Ç.K'nın örnek çözümü de, şeklin parçalara ayırarak muhakeme geliştirmeye çalışıldığının başka bir örneğidir. Fakat, sorunun çözümü için ipucu olabilecek

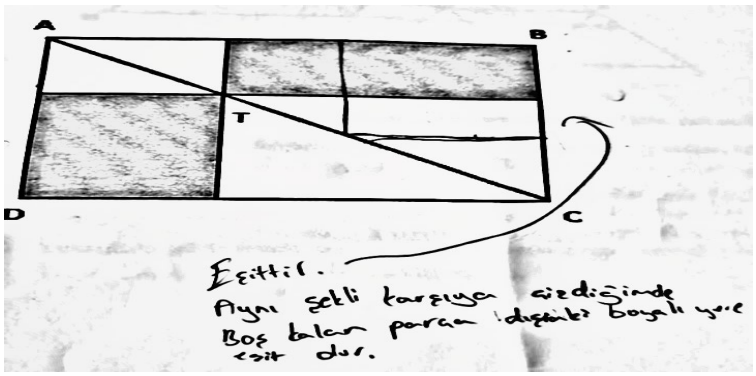
anahtar değişiklikler gerçekleştirilememiş, görevin cevabını doğru olarak bulsa da birey görsel algılarının baskısı altında kalarak tahmini bir çözüm gerçekleştirmiştir.

[Ç.K]:



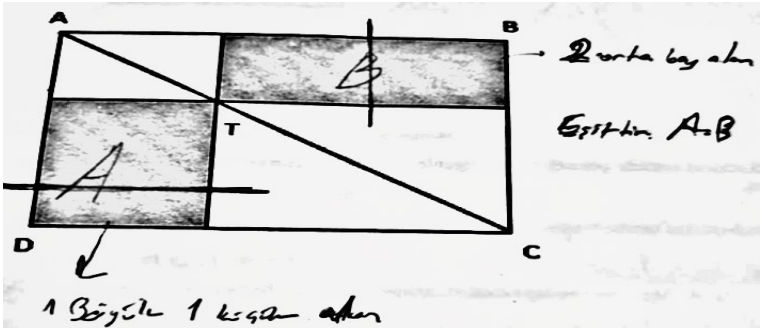
Aşağıdaki *F.Ş*'nin örnek çözümünde, verilen şeklin alt parçasını, farklı bir konuma taşıyarak işlevsel bir muhakeme gerçekleştirmeye çalışılmış, fakat sorunun çözümü köşegen bilgisinin yani sözel algıların kullanımını da gerektirdiği için, net bir gerekçe olarak sayılmamıştır. Eğer, köşegen bilgisi üzerinden bir muhakeme gerçekleştirilseydi, farklı anahtar parçalara (boyalı olmayan alanlar) odaklanılarak, uygun bir muhakeme gerçekleştirilebilirdi.

[F.Ş]:



Aşağıdaki *Y.B*'nin yanıtı ise, benzer şekilde görsel algıya dayanan tahmini bir çözüm örneğidir.

[Y.B.B]:



[A.P]:

"Alttaki alanda iki uzun kenar var, üstteki alanda bir uzun bir kısa kenar var yani birbirine eşit olur ve Bir kenarın uzunluğu arttığında diğer kenar azalır yani alanlar eşit çıkar"

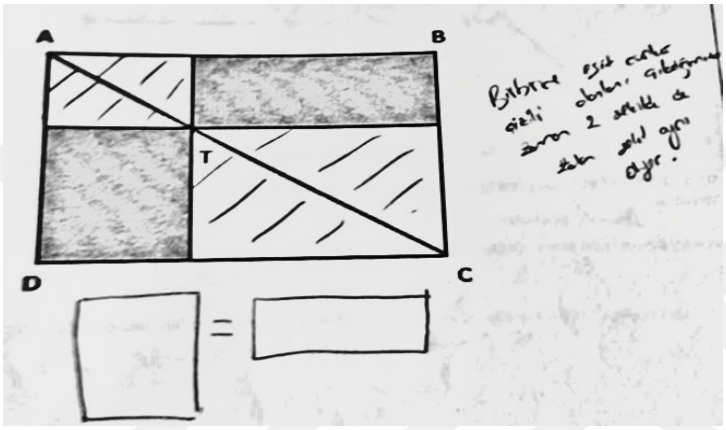
Yukarıdaki *A.P*'nin yanıtına bakıldığında ise, öğrencinin gerekçesinde ifade ettiği üzere, muhakemesi sezgisel bir nitelik taşıdığı için teorik bir boyuta erişememekte, yine görsel algıların devreye girdiği tahmini bir çözüm gelişmektedir.

Yukarıdaki örnek öğrenci yanıtlarının geneli incelendiğinde, aslında bireylerin bir kısmının Ç.K ya da F.Ş isimli öğrencilerin cevabında olduğu gibi, şeklin alt parçalarında odaklanarak, Duval'in işlevsel algı boyutunda mereologic, yani parça-bütün olarak isimlendirdiği birtakım değişlikler yapabildikleri görülmektedir. Ancak bu yapılan değişiklikler, sezgisel olarak cevabın doğru bulunmasına yardım etse de teorik bir kanıt ya da söylem oluşturmamaktadır. Bu noktada, işlevsel algının doğru bir cevaba ulaşmada bazen sezgisel anlamda faydalı olduğu fakat, her zaman uygun bir yanıta ulaşmayı garanti altına almadığı söylenebilir. Çünkü görsel algının da devreye girdiği ve muhakemenin ilerletilemediği bir durum söz konusudur.

Taralı alanların eşit olduğunu belirterek soruya doğru yanıt veren bazı katılımcıların ise, yukarıdaki gibi, çözümlerini görsel algıya dayandırmadığı, doğal söylemsel sürecin kullanıldığı muhakemeyi benimsedikleri görülmektedir. Mesquita (1998), geometride üç çeşit gösterim (register) olduğunu belirtmiştir. Bunları, doğal dil ile gösterim (natural language), sembolik dil ile gösterim (symbolic language), ve şekilsel gösterim (figurative register) olarak isimlendirmiştir. Duval'in modelindeki doğal söylemsel süreç ise, geometrik görevin çözümünde Mesquita'nın ifade ettiği doğal dil ile gösterim ya da şekilsel gösterimin kullanıldığı bir yorumlama biçimine karşılık gelmektedir. Aşağıda bir bölgesinin alanının 2

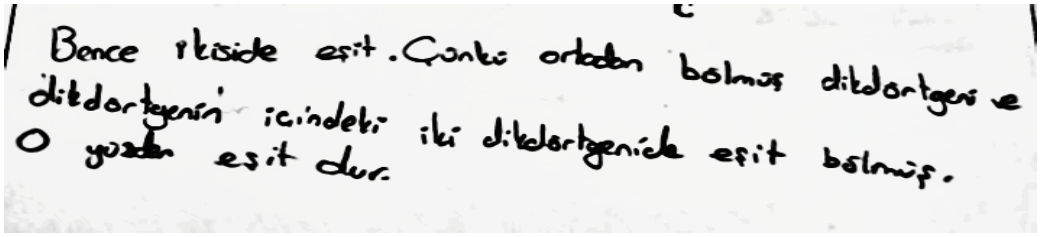
bölgesine eşit olduğunu belirten bazı katılımcıların doğal söylemsel süreç vasıtasıyla yaptıkları örnek çözümler gösterilmektedir. Doğal söylemsel sürecin kullanıldığı bu çözümler, direkt olarak teorik bir ispat sayılmasalar da matematiğin doğal dilinin kullanıldığı ya da bir ölçüde şekilsel gösterimin yapıldığı doğru muhakemelerdir. Aynı zamanda bu bireyler, alt parçalara doğru bir şekilde odaklanarak işlevsel algılarını da başarıyla kullanabilmişlerdir.

[H.U]:



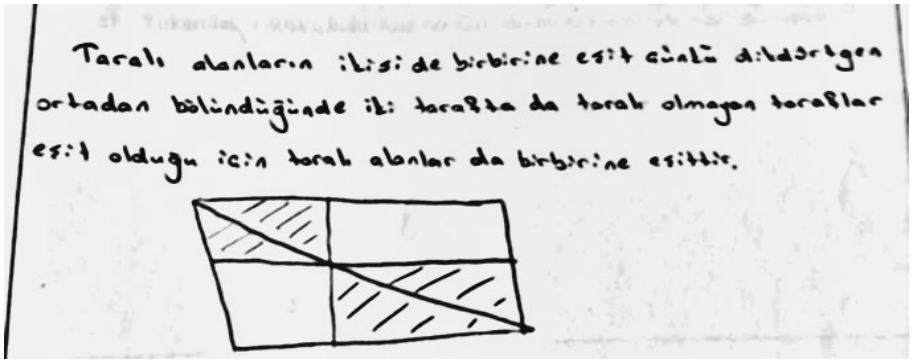
Yukarıdaki *H.U*'un yanıtına bakıldığında, direkt köşegen vurgusu yapmasa da ifadesinde de belirttiği gibi, çizili alanlar çıkarıldığı zaman kalan alanların eşitliği üzerinden yapılan şekilsel gösterimin kullanıldığı bir muhakeme biçimini göstermektedir. Aşağıdaki *İ.Ü*'nün gerekçesinde ise, şekilsel gösterimin yapılmadığı bir temsil biçimi benimsenmiş, birey, doğal dil ile gösterim yaparak bir çözüm gerçekleştirmiştir.

[İ.Ü]:



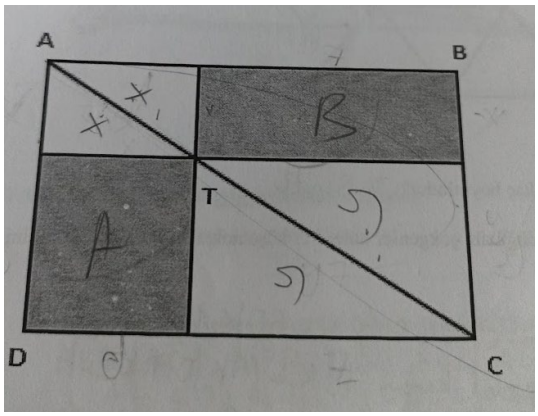
Aşağıdaki *S.*S isimli öğrencinin muhakemesinde ise, dikdörtgen ortadan bölündüğünde, iki tarafta da taralı olmayan kısımlar (sonradan taradığı kısımlar) eşit olduğu için, soruda taralı olarak verilen alanların eşit olduğunu, doğal bir söylem kullanarak ifade edilmiştir.

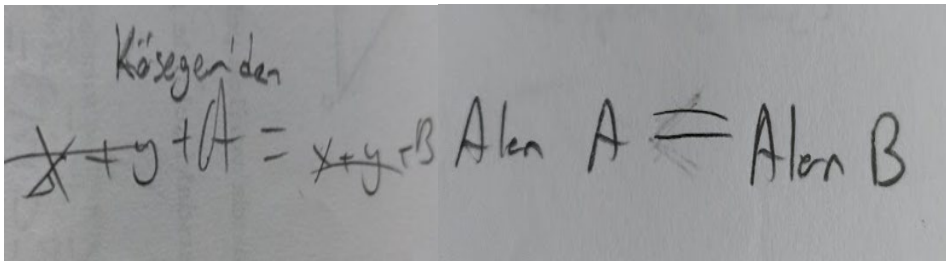
[S.S]:



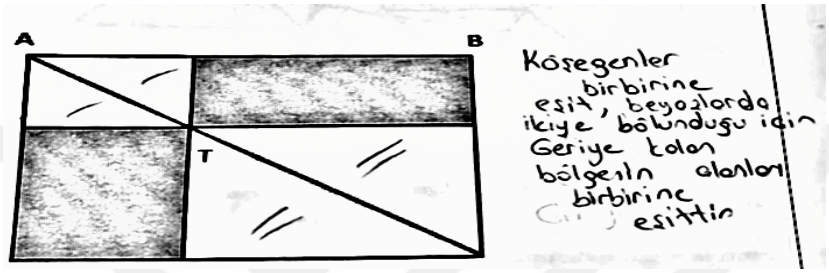
Diğer yandan hem işlevsel algının kullanımı hem de sözel algıların devreye girmesiyle bir özellik ve tanım kullanımı ya da teorik bir kuraldan bahsedilmesi ile yapılan teorik söylemsel süreç vasıtasıyla yapılan aşağıdaki çözümler, daha sağlam bir çözüm gerekçesi oluşturmada ve kanıta yakın çözümler sunmaktadır. Alanların eşit olduğunu doğru olarak belirten 38 katılımcı arasından, **görece az sayıda kişinin (13 kişi)** bu şekilde, köşegen vurgusunu ön plana çıkararak, bu muhakeme biçimini benimsedikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu geometrik görev özelinde, köşegen kavramından yola çıkılarak yapılan bu çözümler bu sınıfa dahil edilmiştir. Bu yanıtlarda köşegen vurgusu yapıldığı için ve bu kavramın tanımı, çıkış noktası yapılarak muhakemeler yürütüldüğü için, teorik söylemsel sürece yakın yanıtlar olarak değerlendirilmiştir. Özellikle, aşağıdaki *K.A* isimli öğrencinin yanıtı, matematiğin sembolik dilinin de kullanıldığı teorik söylemsel sürecin uygun bir tezahürüdür.

[K.A]:



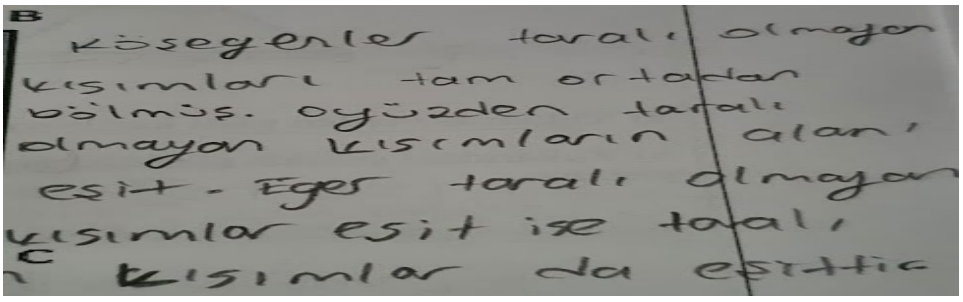


[M.N.C]:



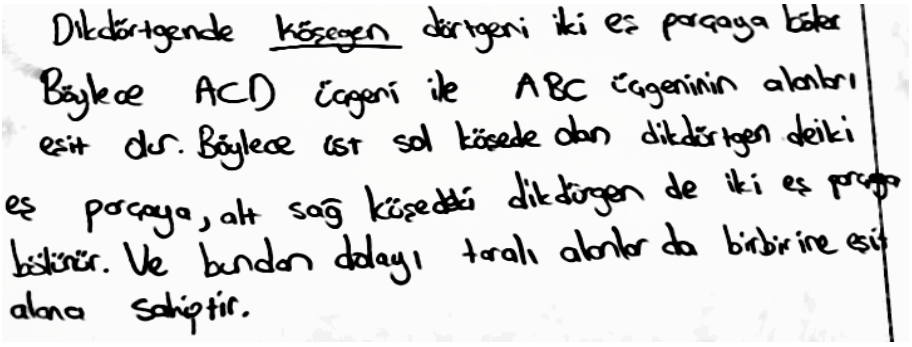
Yukarıdaki *M.N.C*'nin ve aşağıdaki *P.P*'nün çözümleri ise, yine köşegen vurgusunun yapıldığı, sözel algıların devreye alınarak, teorik bir söylemin (köşegen vurgusu) ile gerçekleştirilen uygun muhakemeleri göstermektedir.

[P.P]:



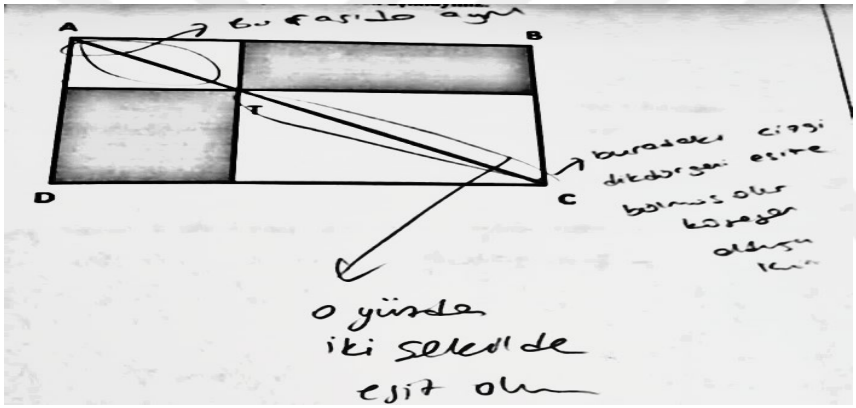
Aşağıdaki, *S.Ç*'nin çözümü de görülebileceği gibi, köşegen kavramının bir niteliği olan dikdörtgenleri iki eş parçaya ayırması özelliğinden temel alan teorik söylemsel sürece yaklaşan bir muhakeme biçimini göstermektedir. Köşegen kavramından yola çıkıldığı için, sözel algının başarılı bir şekilde kullanıldığı bir muhakeme söz konusudur.

[S.Ç]:



Benzer şekilde, bu göreve ilişkin aşağıdaki örnek öğrenci yanıtı, hem sözel ve işlevsel algıların devreye girmesiyle yapılan başarılı bir muhakeme biçimini göstermektedir.

[R.T.B]:

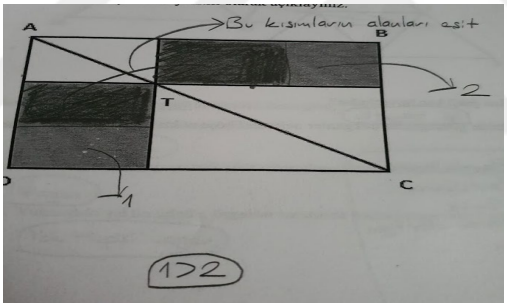


Bu geometrik görevden elde edilen verileri özetleyecek olursak, katılımcıların büyük bir çoğunluğunun, sadece görsel algılarına güvenerek bir çözüm oluşturmaya çalıştığı, bu bireylerden bir kısmının işlevsel algılarını da kısmen harekete geçirdikleri fakat, görsel algının baskısı altında uygun bir çözüme ulaşamadıkları, bazı bireylerin de alanların eşit olduğu muhakemesini yapabilmesine karşın, çoğunlukla sezgilere dayalı tam bir gerekçe oluşturamadıkları tespit edilmiştir. Görece az sayıda bireyin işlevsel ve sözel algılarını devreye sokarak doğal bir söylem ya da teorik bir söyleme yakın gerekçeler sunabildikleri söylenebilir. Bu bireylerinden bir kısmının çözümlerini şekilsel gösterim ile yaptıkları, bazı bireylerin ise doğal dil ile gösterimi tercih ettikleri görülmüştür. Her iki gösterimi kullanan bireyler de işlevsel algılarının harekete geçirerek bunu başarabilmiştir. Bu noktada, işlevsel algının geometrik görevlerde keşifsel (heuristic) bir rol oynadığını söylenebilir. Çoğu katılımcının şekle bakıldığındaki ilk intibayı içeren görselleştirme sürecine takılı kaldıkları görülmüştür. Bu durum onların işlevsel ve sözel algılarını harekete geçirmede engelleyici bir rol üstlenmiştir denebilir. Kenar parçalarına keyfi değer atama ile gerçekleştirilen çözümler, görsel algı ile

yapılan yorumlamalara karşılık gelmektedir. Çünkü bu bireyler için verilen şekil, teorik ideal bir nesne değil, şeklin kendisi bir doğrulama nesnesidir. Ek olarak işlevsel algının kullanılmasının her zaman doğru çözümü garanti altına almayacağı söylenebilir. Görsel algı, diğer muhakemelerin oluşmasında olumsuz bir rol oynamaktadır.

Yukarıdaki bu geometrik göreve ilişkin öğrenci muhakemelerini detaylandırmak amacıyla, aşağıda *Ö8* isimli bir öğrenci ile yapılan klinik mülakattan bir kesit sunulmuştur. Bir numaralı bölge, iki numaralı bölgeden büyüktür yanıtını veren *Ö8* isimli öğrenci ile gerçekleştirilen mülakattan alınan aşağıdaki kesitten de Duval'in bilişsel modelinde belirtilen görselleştirme sürecine takılı kalmanın, uygun olmayan bir muhakeme biçimine yol açmasının etkisi daha net görülmektedir. Birey işlevsel algılarını da harekete geçirecek ek çizim ve parçalanışlar yapmasına rağmen, görsel algının dominant olması muhakemeyi bozmaktadır.

[A]: "Peki, ÇMF-3'ün 1.sorusuna baktığımızda neden bir numaralı bölge iki numaralı bölgeden büyüktür cevabı verdin?"



Şekil 70. Ö8 tarafından verilen yanıt

[Ö8]: "Çünkü bir numaralı bölgeyi alt kısımdan biraz kesip, küçültsek bile her türlü iki numaralı bölgeden büyük durur. Zaten hiçbir şey yapmasak bile her türlü büyük."

[A]: "Peki, soruda [AC] köşegen olarak vermiş, bu bilgiyi kullanırsak bir yorum yapamaz mıyız?"

[Ö8]: "O zaman köşegense, beyazlar birbirine eşit olur. Ortadan ikiye böler, ama aşağıdaki siyah renkli alan, yine de üstteki siyah alandan büyük bence."

[A]: "Peki, T noktasını aşağı doğru biraz kaydırsam, böyle AC köşegeninin tam ortasına doğru götürsem, aynı şekli T noktası ortadayken çizersek, taralı alanlar değişir miydi?"

[Ö8]: "Eğer tam ortaya kaydırırsak, o zaman bir ve iki numaralı alanlar eşit olabilirdi."

[A]: "Neden böyle düşündün, çizerek gösterebilir misin?"

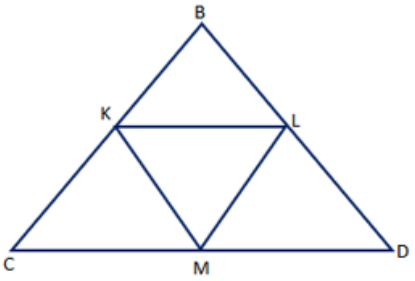
[Ö8]: "Böyle yaparsak, T en ortada olursa o zaman alanlar eşit oluyor."

Şekil 71. Ö8 tarafından T noktası ortaya getirilerek çizilen şekil

Mülakat yapılan 15 öğrenciye, şekildeki T noktası ortaya kaydırıldığında, taralı alanların değişip değişmeyeceği sorulmuş, öğrencilerden yalnızca 5'i bir fark oluşturmayacağını belirtmiştir. 10 öğrenci ise, T noktası tam ortada olursa ancak alanların kesin olarak eşit olacağını belirtmiştir.

4.3.2. ÇMF-3'nin 2.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'ün 2. sorusu olan aşağıda verilen üçgen içinde (Şekil-72) hangi çokgenlerin olduğu ve boyut kavramına ilişkin katılımcı fikirlerinin araştırıldığı soruya verilen yanıtlar, Tablo 55 ve Tablo 56'da sunulmuştur.



Şekil 72. ÇMF-3'ün 2. Sorusu

Tablo 55, verilen üçgen içerisinde katılımcılar tarafından hangi şekillerin algılandığını ifade ederken, Tablo 56 verilen şeklin bireyler tarafından kaç boyutlu olarak değerlendirildiğine yönelik muhakemeleri göstermektedir.

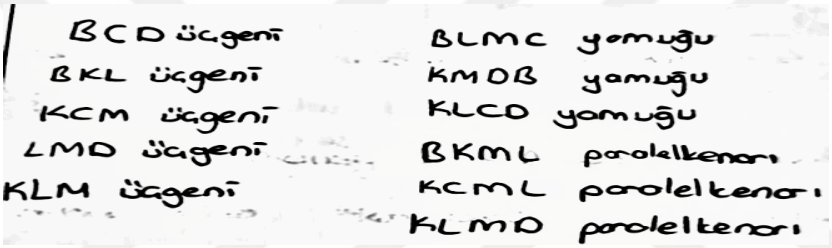
Tablo 55. Üçgen içinde yer alan şekillerin muhakemesine ilişkin yanıtlar

Üçgen içerisinde bireyler tarafından algılanan şekiller	***f***
Sadece Üçgen	43
Üçgen, paralelkenar ve yamuk	20
Üçgen ve paralelkenar	12
Üçgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen	9
Üçgen ve yamuk	6
Üçgen ve eşkenar dörtgen	3
Üçgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar	2
Üçgen ve dörtgen	2
Paralelkenar ve Kare	1
Üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen	1
Cevapsız	1

Tablo 55'e bakıldığında, **43** kişiyle, katılımcıların önemli bir kısmı verilen şekilde sadece üçgenlerin yer aldığını belirtmiştir. Verilen şekilde, üçgen, paralelkenar ve yamuk şekillerin yer aldığını olduğunu belirten **20** kişi yer alırken, Üçgen ve paralelkenar olduğunu belirten **12**, üçgen, yamuk, paralelkenar ve eşkenar dörtgen olduğunu belirten de **dokuz** kişi yer almaktadır. Duval (1995) tarafından şekle bakma süreçleri olarak isimlendirilen algılardan görsel algının yani geometrik bir görevde şekle ilk bakıldığında algılanan şekillerin muhakemesinin araştırıldığı bir soruda, 100 katılımcı arasından, azımsanamayacak sayıda katılımcının (**43**) şeklin sadece üçgenlerden oluştuğunu savunmaları, çarpıcı bir noktadır. Görsel algı, tek başına doğru muhakemelerin oluşmasında yeterli değilse de geometrik görevlerde başarılı bir çözümün sunulmasında ilk devreye giren şekle bakma süreci olarak değerlendirebilir ve bu açıdan önem arz eder. Bu açıdan bakıldığında, verilen bir geometrik figürde bütün şekillerin bireyler tarafından eksiksiz algılanması önemlidir. Aynı zamanda, verilen şeklin içindeki alt şekilleri de belirtebilmek, Duval modelindeki görsel algı bileşeni içinde yer alır. Bu soruda verilen şekilde, üçgen-paralelkenar-yamuk ya da üçgen-yamuk-paralelkenar-eşkenar dörtgen şekil gruplarının olduğunu belirtebilen yani bütün şekilleri eksiksiz belirtebilen bireylerin sayısının Tablo 55'den toplamda **29** kişi olduğu görülmektedir. Toplamda **55** katılımcının ister üçgen ister paralelkenar ya da yamuk olsun, gördükleri şekilleri köşe noktaları ile birlikte belli bir notasyonla yazabildikleri tespit edilmiştir. Kalan bireyler

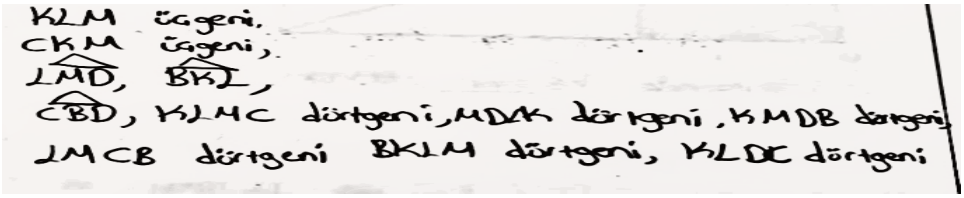
(**45** kişi) ise sadece sözel ifadelerle bu şekillerin yer aldığını belirtmişler, köşe noktaları ile birlikte gördükleri dörtgenleri bir gösterimle sunmamışlardır. Bunun yanında bahsedilen bu şekil gruplarının hepsini algılayarak, aşağıda verilen örnek öğrenci cevaplarında görülebileceği gibi, belli bir notasyonla yazabilen kişi sayısının ise sadece **20** kişi olduğu görülmüştür. Bireylerin büyük bir çoğunluğu BKML dörtgenini paralelkenar olarak değerlendirirken, bazı bireyler (**13 kişi**) ise eşkenar dörtgen olarak değerlendirmiştir. **Bir** kişi ise, BKML'yi kare olarak düşünmüştür. Görsel algılar genellikle kişiden kişiye farklılaştığı için bu şekilde farklı yorumların olması doğaldır. Önemli olan bu şekil gruplarını hangi sayıda bireyin eksiksiz olarak görebildiğidir.

[A.A]:



Yukarıdaki A.A'nın yanıtı, verilen üçgen içindeki bütün şekil gruplarını görebilen ve aynı zamanda bunu köşe noktalarını da kullanarak belli bir notasyon içinde verebilen katılımcılar arasından bir örnek yanıtı göstermektedir. Benzer şekilde, aşağıdaki *S.S*'in yanıtı da bu gördüğü şekilleri özel olarak isimlendirmese de (paralelkenar, yamuk gibi) bütün alt şekilleri belli bir notasyon içinde verebilen örnek bir öğrenci yanıtıdır.

[S.S]:



Özetle, Tablo 55'e bakıldığında üçgen-paralelkenar-yamuk ya da üçgen-paralelkenar-yamuk-eşkenar dörtgen şekil gruplarının hepsini cevabında tam olarak belirtemeyen toplamda **69 kişinin** olduğu dikkate alındığında, bireylerin genel olarak verilen figürü, görsel algı açısından yüzeysel olarak kavradıkları göze çarpmaktadır. Daha az sayıda katılımcıların gördükleri bütün şekilleri ifade edebildiği görülmüştür. Aynı geometrik görevde,

katılımcılardan bir de verilen şeklin kaç boyutlu olduğunu belirtmeleri istenmiş ve yanıtlar Tablo 56'da gösterilmiştir.

Tablo 56. Verilen şeklin boyut sayısına yönelik muhakemeler

Verilen şeklin boyutu	***f***
1 boyutludur	18
2 boyutludur	44
3 boyutludur	15
4 boyutludur	12
5 boyutludur	6
6 boyutludur	3
Cevapsız	2

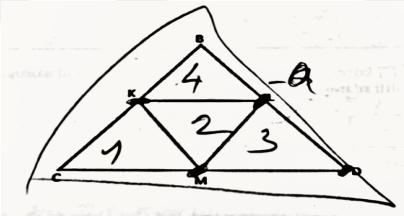
Tablo 56'ya bakıldığında katılımcılardan **44** tanesinin verilen şekli 2 boyutlu olarak değerlendirmeleri, **18** kişiyle, bundan sonra en çok verilen yanıtın 1 boyutludur olması, oldukça önemli bir sonuçtur. Hatta verilen şekli 3, 4, 5 ya da 6 boyutlu olarak değerlendiren azımsanmayacak sayıda birey bile mevcuttur. Bu açıdan değerlendirildiğinde göze çarpan ilk bulgu, bireylerin boyut kavramı konusunda bilgi eksikliği ya da zihinsel karışıklık yaşadıkların ortaya çıkarılmasıdır. Aslında temel bir kavram olarak düşünülen boyut kavramı, çok fazla tartışmaya sebep olan hususlardan biridir. MEB (2009), program kitabında alan kavramını 2 boyutlu nesneler ile, hacim kavramını ise 3 boyutlu nesneler ile ilişkilendirmiştir. Doğruların, açıların, doğru parçalarının, çokgenlerin ve çemberlerin **bir boyutlu nesneler** oldukları belirtilmiş, gerekçe olarak da uzunluk, genişlik ve yükseklikten sadece birine sahip oldukları ifade edilmiştir. Diğer yandan aynı programda, düzlemin, yüzeylerin, çokgensel bölgenin ve dairenin **2 boyutlu nesneler** olduğu, uzunluk, genişlik ve yükseklikten herhangi ikisine sahip olmaları gerekçesiyle belirtilmiştir. Benzer şekilde geometrik cisimlerin **3 boyutlu** oldukları ayrıca vurgulanmıştır.

Yukarıdaki tanımlar ele alındığında ise, MEB (2009)'un boyut yaklaşımı, önemli bir noktayı ortaya çıkarmaktadır. Çünkü bu tanıma göre çokgen- çokgensel bölge gibi iki farklı kavram meydana çıkmaktadır. Bu tanımlara göre üçgen, dörtgen ya da çokgenin kendisi 1 boyutlu, üçgensel bölge, dörtgensel bölge ya da çokgensel bölge gibi kavramlar 2 boyutlu olacaktır. Yani MEB (2009) açısından değerlendirildiğinde verilen görevde verilen şekil 1

boyutludur. Ancak Öklid geometrisine göre, düzlem üzerinde verilen bu şekil, 2 boyutludur denebilir. Bu husus, çalışmanın tartışma ve sonuç bölümünde ilerletilmiştir.

Tablo 56'ya bakıldığında ise, verilen şekli 2 boyutlu olarak değerlendiren **44** kişinin bazılarının cevaplarında *"şeklin sadece bir yüzü gözükmekte"* gerekçesini sundukları fark edilmiştir. Diğer yandan başka bir çarpıcı sonuç, bireylerin soruda verilen şeklin (Şekil-72) içinde dört parça üçgen olduğunu ve bu yüzden şeklin 4 boyutlu olduğunu söylemeleridir. Bundan dolayı **12** kişi, şeklin 4 boyutlu olduğunu savunmuştur. Aşağıda buna ilişkin bir örnek öğrenci yanıtı sunulmuştur.

[B.K]:



5 boyutlu olduğunu savunanların bir kısmı ise gerekçe olarak şekilde, dıştaki BCD üçgeni ile birlikte toplam 5 üçgen olmasını göstermektedirler. 6 boyutlu cevabını veren **üç** kişinin de şekilde verilen noktaların (B, K, L, C, M, D) sayısının altı olmasından ötürü, verilen çokgeni 6 boyutlu olarak değerlendirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin boyut kavramı konusunda hatalı kavrayışlara ve zihinsel karışıklıklara sahip oldukları, bir şeklin boyutunu belirlerken farklı kriterleri dikkate aldıkları ve bu kriterlerin hatalı olduğu görülmektedir. Aşağıda, *Ö6* ile yapılan bir mülakat kesiti sunulmuştur. Bu mülakat kesitinden de görülebileceği gibi, bazı bireylerin boyut kavramı konusunda hatalı fikirlere ve yanılgılara sahip oldukları görülmektedir. Mülakat gerçekleştirilen diğer öğrenciler arasından, şekli 2 boyutlu olarak belirtenler, şekil 3 boyutlu olmadığı için, 2 boyutlu olduğu gerekçesini sunmuşlardır. 3 boyutlu olarak belirten bir öğrenci ise, şeklin piramidin açılımı olduğu belirtmiştir.

[A]: "Peki, verilen şekil 4 boyutlu demişsin. Gerekçe olarak da şeklin içinde 4 üçgen olduğunu belirtmişsin. Bunu açıklar mısın neden böyle düşündün?"

[Ö6]: "Evet içindeki üçgenleri sayarsak 4 üçgen var yani 4 boyutlu."

[A]: "Boyut denildiğinde böyle mi belirlenir peki? Şeklin içindeki şekil sayısı mı demek boyut?"

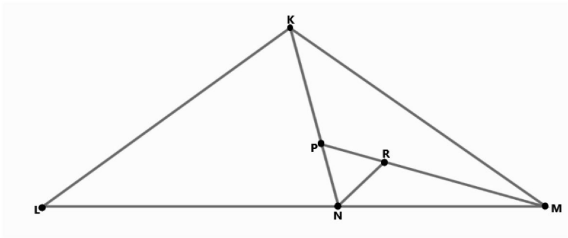
[Ö6]: "Evet ben böyle biliyorum."

[A]: "O halde şeklin içinde 5 şekil olsa 5 boyutlu, 6 şekil olsa 6 boyutlu, 7 şekil olsa 7 boyutlu mu derdin?"

[Ö6]: "Evet içindeki üçgenleri sayardım."

4.3.3. ÇMF-3'nin 3.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'nin 3. sorusu olan aşağıda verilen üçgen içinde (Şekil-73) hangi çokgenlerin olduğu ve boyut kavramına ilişkin katılımcı fikirlerinin araştırıldığı soruya verilen yanıtlar, Tablo 57 ve Tablo 58'de sunulmuştur. Ayrıca bu geometrik göreve ilişkin yapılan klinik mülakattan bir örnek de yine bu bölüm içerisinde verilmiştir. Bu sorunun diğer sorudan farkı, şekilde üçgen haricinde yer alan şekillerin fark edilmesinin ek bir çaba gerektirmesi ve yine şeklin boyutuna yani boyut kavramına ilişkin verilen öğrenci yanıtlarını, ÇMF-3'ün 2. Sorusu ile karşılaştırmaktır.



Şekil 73. ÇMF-3'nin 3. Sorusu

Tablo 57. Üçgen içinde yer alan şekillerin muhakemesine ilişkin yanıtlar

Üçgen içerisinde bireyler tarafından algılanan şekiller	***f***
Sadece üçgenler vardır	75
KPRNL beşgeni	8
KLNPM beşgeni ve KPML dörtgeni	3
KPM yamuğu	2
KNM yamuğu	2
KNRM şekilsiz çokgeni	2
KPRNM beşgeni	2
Üçgen, Dörtgen ve Beşgen vardır	1
Cevapsız	5

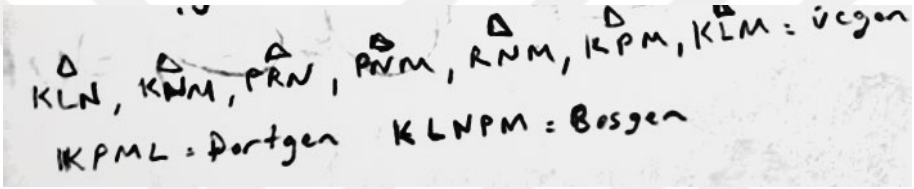
Tablo 57'ye bakıldığında, Duval'in tanımladığı şekle bakma süreçlerinden görsel algıların araştırıldığı bu görevde, verilen geometrik figürde (Şekil-73) katılımcıların büyük bir çoğunluğunu (75 kişi) sadece üçgen şekillerinin yer aldığını savunmuşlardır. Bu öğrencilerden arasında ek olarak gerekçe de belirtenlerin bazı bireylerin yanıtları incelendiğinde *"Şekle baktığımda üçgenden başka şekil göremiyorum"* yanıtını sundukları görülmüştür. Bu katılımcılar arasında ise sadece **40 kişi** algıladıkları üçgenlerin hepsini belli bir notasyonla eksiksiz olarak yazabilmişlerdir. (Aşağıdaki *R.Ç*'nin yanıtı) Kalan katılımcıların bazıları ya bazı üçgenleri cevaplarında yazmamışlar ya da köşe noktaları ile birlikte belli bir notasyon kullanmadan sadece üçgenlerden oluşmaktadır yanıtı vermişlerdir. Algılanan üçgenlere genel olarak bakıldığında en çok KLM ya da KNM üçgenlerinin unutularak yazılmadığı görülmüştür. Katılımcılar genel olarak, direkt KLM üçgeni içinde yer alan 4 parça üçgene odaklanıp, bunları algılayarak yazmışlardır. Aşağıda şekilde yer alan bütün üçgenleri (yedi adet üçgen) uygun bir notasyonla yazabilen bir örnek öğrenci yanıtı sunulmuştur.

[R.Ç]:

Tablo 57 incelendiğinde, üçgen haricinde şekillerin yer aldığını savunan, toplamda 20 kişi olduğu görülmektedir. Fakat 20 kişi içerisinden, verilen şekilde KPM yamuğu olduğu savunan 2 kişi ile, KNM yamuğu olduğunu savunan 2 kişinin yani toplamda 4 kişinin yamuk olarak öne sürdükleri şekillerin, yamuk olmadığı aslında üçgen oldukları görülmektedir. Bu üçgenlerin hafifçe yana eğimli durmaları, öğrencilerin bu şekilleri yamuk olarak adlandırmalarına neden olmuştur. Aslında Duval'in modelindeki görsel algının araştırıldığı bu görevde, bazı bireylerin üçgen şeklini bile yamuk olarak adlandırmaları, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi altında değerlendirilebilir. Bu çalışmanın **4.1.5.5. Yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular** bölümünde sunulan yamuğun prototip algıların etkisinde kalınarak, bireyler tarafından, bütün kenarları birbirinden farklı, düzensiz bir şekil olması ya da yamuğun dilsel anlamından kaynaklı çizimi yamuk olan şekiller şeklinde algılanması hususu burada da devreye girmektedir ve bu geometrik görevde yapılan muhakeme biçimine yansımıştır. Öğrencilerin bir dörtgen olan yamuğun kavram tanımını dikkate almaksızın 3 kenarlı bir şekli yamuk olarak adlandırmaları, muhakemelerinde şekil bilgilerinin kavramsal bilgilerinin önüne geçtiğini göstermektedir.

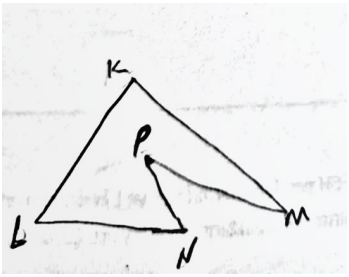
Diğer yandan, ilgili görevde, yanıtlarında üçgen şekillerine ek olarak KPRNL beşgeni, KLNPM beşgenini, KNRM çokgeni, KPRNM beşgeni ya da KPML gibi dörtgenlerin yer aldığını belirten bireylerin sayıca az olması, hem verilen geometrik görevde görsel algılarla ilinti olarak bu şekillerin algılanmasının görece zor olması ve ekstra bir geometrik dikkat gerektirmesi, hem de çokgenlerin genellikle öğretimde dışa bükümlü olarak belirtilmesinin bir sonucu olarak değerlendirebilir. Bireylerin bunun sonucu olarak çokgenleri iç bükey olarak da algılaması zorlaşmaktadır. Aşağıda görsel algılarını kullanarak üçgenlerle birlikte bu şekilleri de görebilen bir öğrenci yanıtı sunulmuştur.

[K.A]:

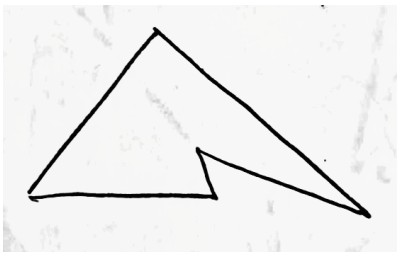


Benzer şekilde aşağıdaki örnek öğrenci yanıtlarında da üçgen haricinde gördükleri şekilleri, beşgen olarak isimlendirip, verilen şekilden çıkararak, bu şekillerin çizimlerini de yapan öğrenci yanıtları sunulmuştur. Görüldüğü gibi bu öğrencilerin iç bükey çokgenleri de algılayarak isimlendirebildikleri görülmektedir. Görece oldukça az sayıda katılımcının bu şekilleri algılayabildikleri görülmüştür.

[M.S.Y]:

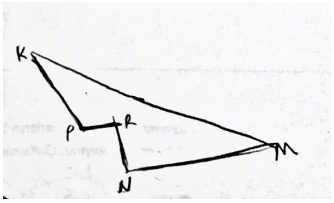


[H.Ö]:



Yukarıdaki *M.S.Y* ve *H.Ö*'ün yanıtları ile, aşağıdaki *E.S.K*'nın gösterimleri, üçgen haricinde algılanan şekilleri, verilen geometrik şekilden çıkararak gösteren öğrenci örnekleridir.

[E.S.K]:



Aynı geometrik görevde aynı zamanda bireylerden verilen geometrik şeklin kaç boyutlu olduğu da sorulmuş, bireylerin yanıtları, Tablo 58'de sunulmuştur. Tabloya bakıldığında, sadece 16 kişinin verilen şekli tek boyutlu değerlendirdikleri görülmektedir. ÇMF-3'nin 2. Sorusundaki gibi bu görevde de en çok verilen yanıtın, 2 boyutlu cevabı olduğu ön plana çıkmaktadır. Diğer yandan, 3 boyutludur yanıtı veren 8 kişi, 4 boyutludur yanıtı veren 15 kişi yer almıştır. Bireylerin benzer şekilde boyut kavramı konusunda zihinsel karışıkları olduğu görülmektedir. Yukarıda, ÇMF-3'nin 2. Sorusunda da boyut kavramı etraflıca tartışılmıştır. MEB (2009)'a göre, verilen çokgen, sadece doğru parçalarından oluştuğu, herhangi bir alan, bölge içermediği için bir boyutludur. Ancak 3 boyutlu olmayan ve kâğıt üzerine çizilebilen şekillerin 2 boyutlu olarak algılanması burada da görülmektedir ki bu da Öklid geometrisinin temel bir sonucudur. Benzer şekilde şeklin ilk bakışta 4 parça şekilde oluşmasına dair intiba, burada da devreye girmiş ve bazı bireyleri şekli 4 boyutlu olarak düşünmeye itmiştir. Nitekim bazı bireylerin gerekçelerinde bunu öne sürdükleri görülmüştür. Yine görsel algı açısından şekilde 6 noktanın yer alması (K, L, M, P, N, R) bazı bireyleri ÇMF-3'nin 2. Sorusunda olduğu gibi bu görevde de şekli 6 boyutlu olarak düşünmeye itmiştir. Tablo 58'de görüldüğü gibi 2 kişi boyut hususunda soruyu yanıtsız bırakmışlardır.

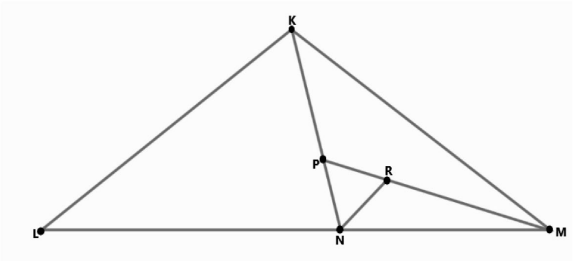
Tablo 58. Verilen şeklin boyutlu sayısına yönelik muhakemeler

Verilen şeklin boyutu	***f***
1 boyutlu	16
2 boyutlu	46
3 boyutlu	8
4 boyutlu	15
5 boyutlu	7
6 boyutlu	6
Cevapsız	2

Fakat, ilginç olan nokta ÇMF-3'nin 2. Sorusu ile ÇMF-3'nin 3. Sorusuna boyut sayısı açısından bazı bireylerin farklı yanıtlar sunmalarıdır. Bu 2 soruya boyut olarak farklı cevaplar veren kişilerin olduğu tespit edilmiştir. Bu bireylerin farklılıklarına bakıldığında en çok değişim yaşanan nokta, ÇMF-3'ün 2. Sorusunda katılımcılardan 15 kişi soruyu 3 boyutludur diye yanıtlarken, bu görevde bu sayının 8'e düşmesidir. Bunun sebebi olarak, Duval'in modelindeki verilen şekil hakkındaki ilk intibaları içeren görsel algının bazen anlık olması, yani statik bir nitelik taşıyabilmesidir. Diğer bir sebep de ÇMF-3'ün ikinci sorusundaki şeklin (Şekil-72), üç boyutlu bir şeklin açılımı gibi durması olabilir. Çünkü, ÇMF-3'ün 2. Sorusundaki şekil, görsel algı olarak sanki üçgen piramidin yani 4 yüzlünün açık hali gibi algılanabileceğinden daha fazla bireyi 3 boyutlu bir şekil yanılgısına sürüklemiş olabilir ki bu durum mülakat yapılan bazı öğrencilerde ortaya çıkarılarak (aşağıdaki mülakatta verilen *Ö10* isimli öğrencideki gibi) desteklenmiştir. Nitekim diğer boyut kategorileri sayıca çok fazla değişim göstermemiştir. Fakat her halükârda, iki görevde de boyut kavramı konusunda bireylerin kavramsal bilgisi noktasında eksikliklere ve zihinsel karışıklıklara sahip oldukları görülmektedir.

Bu iki görev hususunda *Ö10* isimli katılımcı ile yapılan klinik mülakattan bir kesit aşağıda sunulmuştur. Bu görüşmeden de görülebileceği gibi, çokgen denildiğinde bireylerin iç bükey şeklindeki çokgenleri çok fazla düşünmedikleri, boyut kavramı konusunda da bazı zihinsel karışıklıkların olduğu görülmektedir.

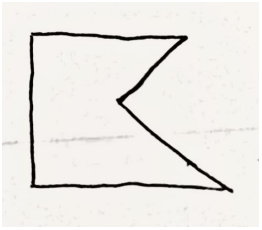
[A]: "Bu sorudaki verilen şekilde (Şekil-73), üçgen haricinde başka şekil yok diye yanıtlamışsın. Sence üçgen haricinde başka şekiller de tespit edemez miyiz dikkatlice bakarsak?"



(Şekil-73)

[Ö10]: "Bence yoktur."

[A]: "Peki çokgenler, örneğin, aşağıdaki çizdiğim şekil gibi de olabilir mi? Bunlara da çokgen diyebilir miyiz?"



Şekil 74. Araştırmacı tarafından çizilen şekil

[Ö10]: "Bence olabilir, kapalı bir şekil."

[A]: "Peki sence, Şekil-73'de, üçgen haricinde başka şekil yok mudur? Bu şekilde içe bükümlü çokgenleri de düşündüğünde?"

[Ö10]: "Evet olabilir, ama ben hiç öyle düşünmemiştim."

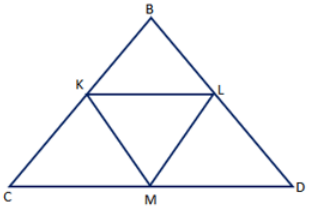
[A]: "Peki, gösterebilir misin?"

[Ö10]: "Evet mesela, KNRM'yi düşünürsek olur."

[A]: "Peki, cevabında, Şekil -73'e 2 boyutludur yazmışsın neden böyle düşündün?

[Ö10]: "2 boyutlu bence, nasıl desem, sınıfta gördüğümüz 3 boyutlu şekiller gibi değil"

[A]: "Peki, ÇMF-3'ün 2.sorusundaki şekle (aşağıdaki şekil) neden 3 boyutlu dedin?"



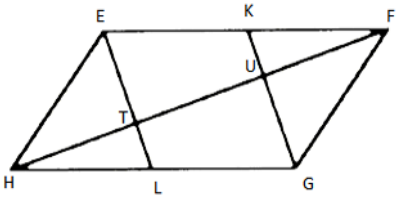
[Ö10]: "Çünkü katlanırsa piramit gibi 3 boyutlu olur diye düşündüm."

[A]: "Yani, soruda sadece üçgendir denmiş, başka bilgi verilmemiş ama sen piramidin açık hali gibi mi düşündün bu şekli?"

[Ö10]: "Evet o şekilde düşündüm."

4.3.4. ÇMF-3'nin 4.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'ün 4. Sorusuna karşılık gelen ve Duval (1998)'den uyarlanan bu geometrik görevde, aşağıda verilen paralelkenar içindeki (Şekil-75) doğru parçalarının bireyler tarafından uzunluk bakımından kıyaslanması istenmiş ve katılımcıların görsel, işlevsel ve sözel algıları ortaya konarak yorumlanmak amaçlanmıştır. Soruya verilen yanıtlar, öğrenci sayılarına göre, Tablo-59'de sunulmuştur.



Şekil 75. ÇMF-3'ün 4. Sorusu

Tablo 59. Muhakemeler HT, TU, UF doğru parçalarının kıyaslanmasına yönelik muhakemeler

HT, TU VE UF'nin ilişkisi	***f***
HT= TU= UF	35
HT= UF <TU	36
HT<UF<TU	5
HT ve UF eşit, TU bilinemez	6
Cevapsız	18

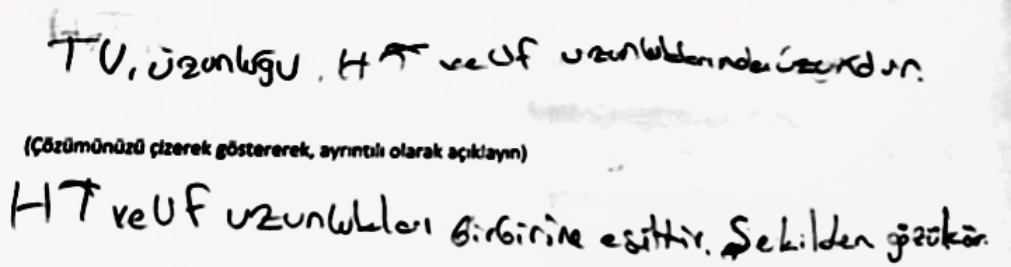
HT= UF <TU yanıtının analizi (35 kişi)

Öncelikle, Tablo 59'da görülebileceği gibi, en çok verilen yanıt olan HT ve UF doğru parçalarının uzunluklarının eşit ve TU' dan küçük olduğunu savunan, yani HT= UF<TU cevabını veren (35 kişi) bireylerin yanıtlarına sunmuş oldukları gerekçe kategorileri aşağıda verilmiştir. Bu yanıtı veren bireylerin yanıtları incelendiğinde ilk dikkati çeken nokta, geometrik bir kural ya da kanıt sunumundan ziyade bu bireylerin sadece görsel algıya göre hareket ederek bu uzunlukları geometrik grevde verilen şekle ait ilksel intibalara dayanarak kıyaslama yapmalarıdır. Bu yanıtı verenler arasından, 4 öğrencinin, görsel algıya göre şekil parçalarına tahmini değer atayarak bir çözüm göstermeye çalıştıkları tespit edilmiştir. HT= UF<TU yanıtını veren öğrenciler arasından sadece 5 katılımcı, yanıtlarında işlevsel algılarını da devreye sokmuş, fakat soru çözümü için yeterli olmamıştır. Bu da Duval'in şekle bakma

süreçleri olarak tanımladığı algılardan biri olan işlevsel algının, görsel algı ile birlikte her zaman uygun çözüme ulaşmak anlamına gelmeyebileceğini, görsel algının diğer algılar üzerinde engelleyici rol üstlenebileceğini bize göstermektedir. Aşağıda ***HT= UF <TU*** yanıtına karşılık olarak verilen gerekçelere göre, örnek öğrenci cevapları ile birlikte ayrıntılı olarak sunulmuştur.

- ***HT ve UF birbirinin aynısı iken, TU diğerlerinden daha uzun gözükmektedir. (13 kişi)***

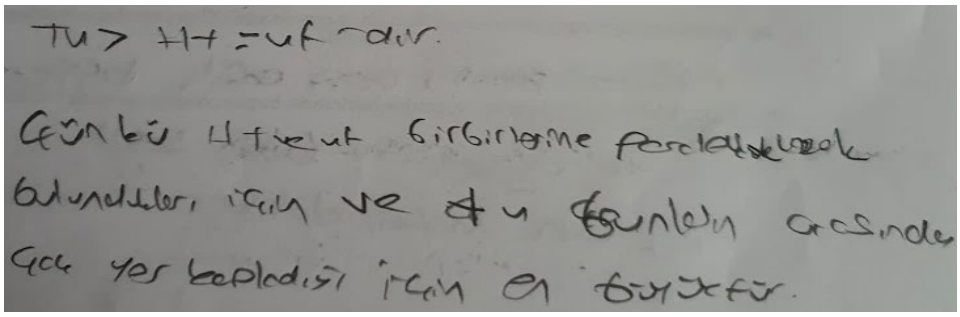
  [R.Ö]:



Yukarıdaki *R.Ö*'nün yanıtlarına bakıldığında, görevin çözümüne sadece görsel algı ile yaklaştığı, şekil görünümünün ötesine geçen bir muhakeme biçimi oluşturamadığı görülmektedir.

- ***HT ve UF birbirinden uzak şekilde durmakta, TU ise bunların arasında daha çok yer kaplamaktadır (5 kişi)***

  [S.E.G]:



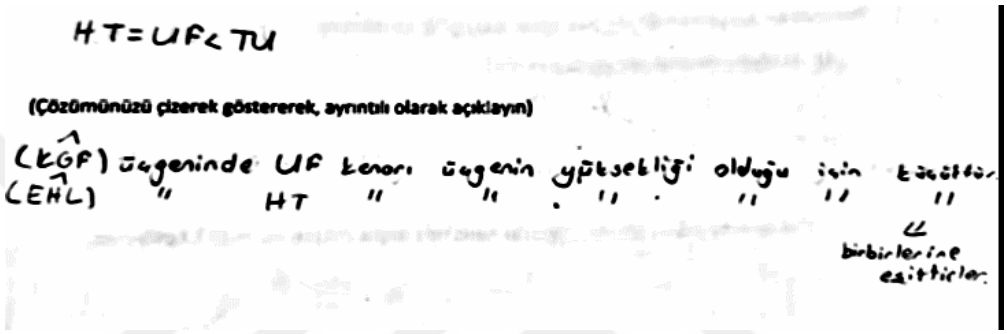
Bu kategorideki bireyler de yukarıdaki *S.E.G*'nün yanıtında olduğu gibi, benzer biçimde, yalnızca şekil görünümü üzerinden bir muhakeme gerçekleştirmişlerdir.

- ***HT ve UF üçgene ait bir parçadır, TU ise yamuğa ait bir parçadır ve daha büyüktür (3 kişi)***

Bu kategorideki bireyler, yine şekle bakışta elde edilen ilk intibaya göre hareket etmişler, şekil içindeki bazı parçaları yamuk, üçgen şeklinde adlandırmalarına rağmen, görünüşten öteye geçemeyen bir muhakemeyi benimsemişlerdir.

- ***HT ve UF bulundukları üçgenlerin yükseklikleridir ve TU parçasına göre daha küçüktürler (1 kişi)***

[R.S.C]:

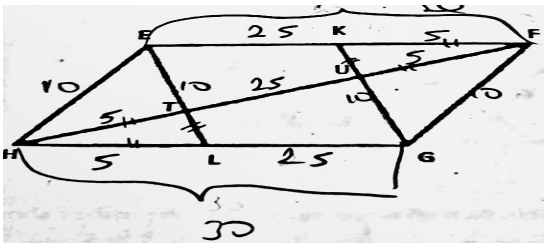


Yukarıdaki örnek gerekçeyi sunan katılımcıların, soruda bunu destekleyecek bir bilgi olmamasına karşın, HT ve UF parçalarını yükseklik olarak varsaydıkları yine yalnızca şekil görünümü üzerinden hareketle TU'nun daha büyük olduğunu, sezgisel olarak çıkarsadıkları görülmektedir. Yukarıdaki *R.S.C*'nin yanıtı bunu göstermektedir.

- ***Şekil parçalarına görsele göre tahmini sayısal değer atama (4 kişi)***

Bu kategorideki bireyler de şekil parçalarına tahmini sayısal değerler atayarak, sundukları tek bir örnekten genelleme yapmaya giriştikleri için doğru bir muhakemeye ulaşamamışlardır. Bu da sadece görsel algılara göre yapılan bir muhakemenin tezahürüdür.

[Z.D]:

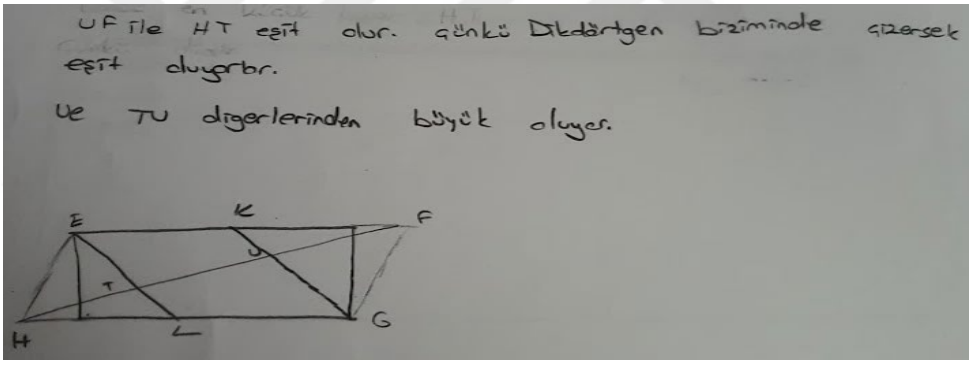


Yukarıdaki yanıtlara genel olarak bakıldığında, HT= UF<TU yanıtını veren ve gerekçe sunan bireylerin görsel algıya dayanarak, şekil görünüşü aşamayan çözümler sundukları

görülmektedir. Ancak burada üzerinde durulması gereken kategori, HT ve UF'nin üçgene ait bir parça, TU'nun ise yamuğa ait bir parça olduğunu söyleyen aslında görsel algıları içinde şekil içindeki parçaları fark eden fakat, yamuğa ait bir parçanın üçgene ait bir parçadan daha büyük olacağı kanısına varıp, görsel algıyı daha ileriye örneğin işlevsel algıya götüremeyen bireylerin muhakemesidir. Benzer şekilde soruda bu konuda herhangi bir bilgi olmamasına karşın, şekil görüntüsünden dolayı HT ve UF'yi üçgenlerin yükseklikleri olarak yorumlayan bireyler de görsel algı içerisine sıkışan ve muhakemeyi ilerletemeyen bireylerdir.

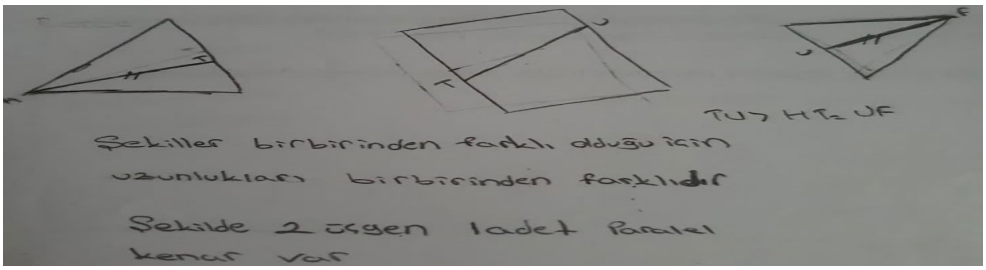
Diğer yandan, HT= UF<TU yanıtını sunmasına karşın, cevaplarında aslında görsel algı ile birlikte işlevsel algıyı da kısmen kullanan, hatta sözel algılarını da işe katan, ama bunu ilerletemediği için doğru bir çözüme ulaşamayan bazı bireyler tespit edilmiştir. Bu cevaplardan bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

[A.S]:



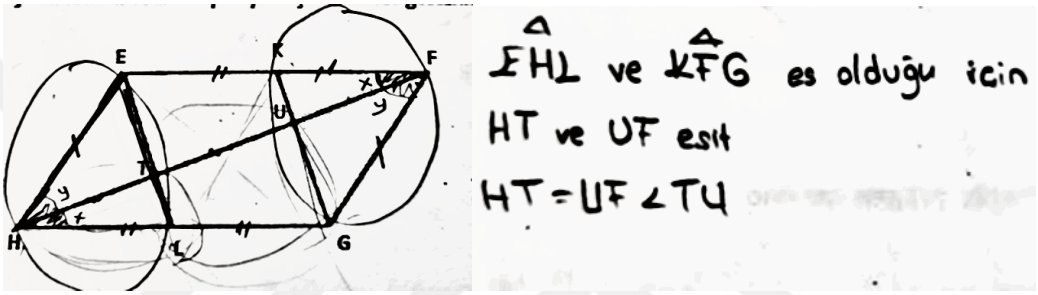
Yukarıdaki *A.S*'nin yanıtına bakıldığında, şekli dikdörtgen biçiminde tamamlayarak işlevsel algısını harekete geçirmeye çalışmış, fakat muhakemesinde anahtar parçalara odaklanmadığı ve görsel algının baskısı altında kaldığı için uygun bir çözüme ulaşamamıştır. Aşağıdaki *Ç.K*'nın yanıtında ise, işlevsel algının kısmen devreye girmesiyle odaklanılan bazı alt parçaların tespiti yapılmış fakat, görsel algı muhakemeye baskın gelerek doğru bir çözüme ulaşamamıştır.

[Ç.K]:



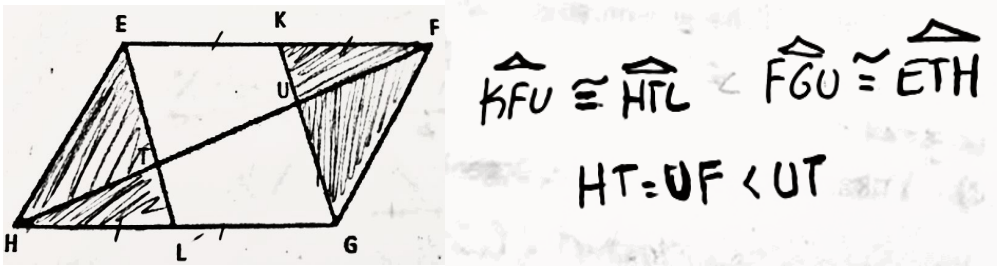
Yukarıdaki cevaplarda da görüldüğü üzere, bazı bireyler, ilgili görevde ek çizimler yaparak ya da alt parçalanışların bazılarının farkına vararak, kısmen işlevsel algılarını kullanabilmelerine karşın, görsel algıları, nihayetinde engelleyici bir rol üstlenmiştir. Aşağıdaki örnek cevaplar da ilgili soruda işlevsel algılarını kısmen devreye sokan ve bunun yanında belli noktalarda geometrik kural ya da tanımlardan yani eş üçgenlerden yararlanıp, sözel algılarını da işe katabilen fakat nihayetinde TU doğru parçasına ilişkin görsel algının da işin içine girdiği ve uygun çözümün sağlanamadığı muhakemeleri yansıtmaktadır.

[H.Ö]:



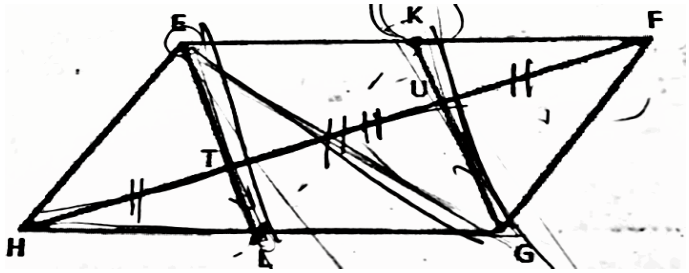
Yukarıdaki *H.Ö*'nün ve aşağıdaki *R.D*'nin yanıtlarında, şeklin bazı alt parçalarının işlevsel algı ile fark edilmesi ve sözel algının da kullanılarak, yani benzer üçgenlerden yararlanarak bazı doğru çıkarımlar yapılmasına karşın, UT parçasının, diğer parçalardan büyük olması sonuca ulaşılmış, çünkü görsel algının devreye girmesi ile gerekli muhakemenin yapılması zorlaşmıştır ve sonuç olarak tam olarak doğru bir yanıta ulaşılamamıştır.

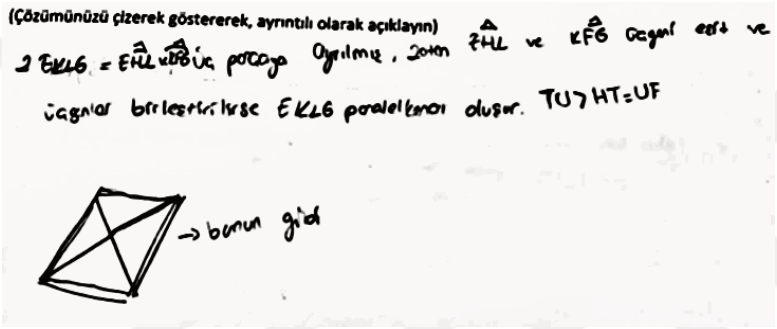
[R.D]:



Aşağıdaki E.S.K isimli bireyin yanıtında da benzer şekilde, eş üçgenlerin fark edilip, HT ve UF parçalarının eşit olduğu muhakemesi başarıyla yapılabilirken, TU doğru parçasına ilişkin sadece görsel algı ile hareket vardır.

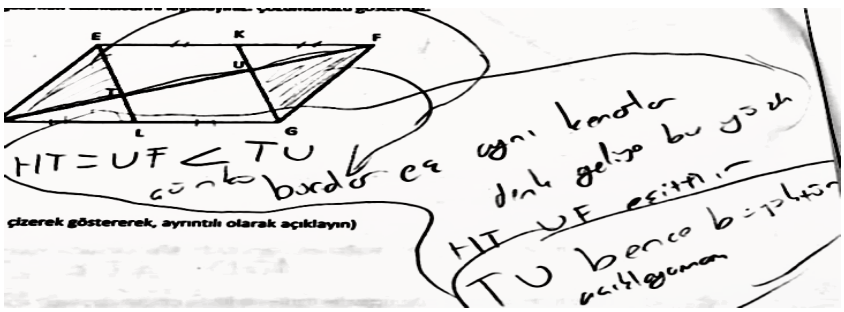
[E.S.K]:





E.S.K'nın yanıtında EHL ve KFG üçgenlerinin benzerliği üzerinden yorum yapılmış, hatta birey işlevsel algısını da kısmen devreye koyarak, bazı alt parçaları paralelkenar olarak birleştirmeye çalışsa da muhakemesi görsel algının kısıtlaması altında doğru sonucu vermemiştir. Aşağıdaki *E.H* isimli bireyin yanıtında da benzer bir durum oluşmuş, fakat ifadesinde de görüldüğü gibi TU parçasının muhakemesini şeklin görüntüsüne göre belli bir temellendirme olmadan gerçekleştirmiş, hatta yine ifadesinde "bu durumu açıklayamamam" diyerek, sezgisel cevabına bir temellendirme sunamamıştır.

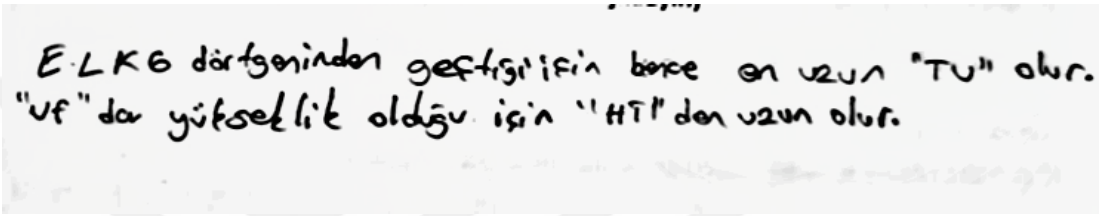
[E.H]:



HT<UF <TU yanıtının analizi (5 kişi)

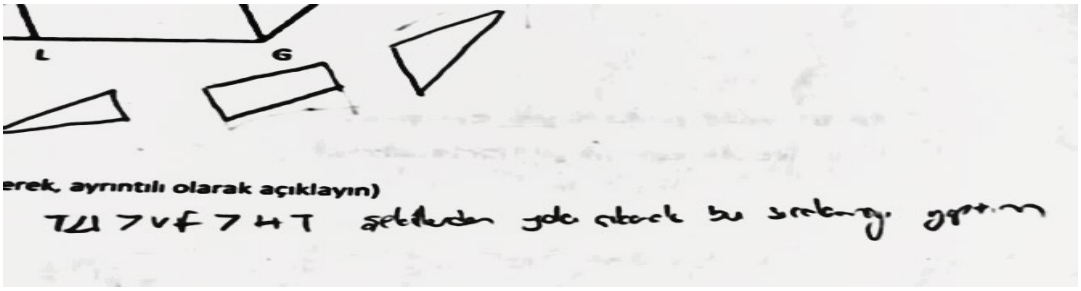
İlgili göreve, **HT<UF <TU** cevabını veren, 5 katılımcının (Tablo 59) yanıtları analiz edildiğinde ise, bu bireylerin sadece görsel algılara göre hareket ettikleri saptanmıştır. Görsel algı kişiden kişiye değişen bireysel nitelikler taşıdığı ve sadece görsel algı ile girişilen muhakemenin eksik ve hatalı kalabileceği dikkate alınırsa, ilgili göreve bu şekilde farklı yanıtların verilmesi doğaldır. Aşağıda bu cevaba ilişkin, örnek öğrenci yanıtları sunulmuştur.

[K.P]:



Örnek olarak yukarıdaki *K.P*'nin yanıtı, bazı parçaların varsayımsal ve sezgisel olarak yükseklik sayıldığı ve görsel algının ötesine geçemeyen bir muhakemeyi yansıtmaktadır. *H.U*'nun da yanıtı benzer biçimde, şekil parçalarının görünüşünün ve bireyler tarafından algılanan büyüklüğünün ötesine geçemeyen, temellendirilemeyen bir muhakemeyi göstermektedir.

[H.U]:



HT ve UF eşit, TU bilinemez yanıtının analizi

İlgili göreve, **HT ve UF eşit, TU bilinemez** cevabını veren, 6 katılımcının (Tablo 59) yanıtlarında aşağıdaki ifadeleri kullandıkları tespit edilmiştir. Görülebileceği üzere yanıtları, bazı eş üçgenlerin farkındalığına da içermesine rağmen, görsel algının kullanıldığı, sezgisel bir nitelik taşımaktadır. Sözel algılar ilerletilememiş, görsel algının baskısı altında kalmıştır.

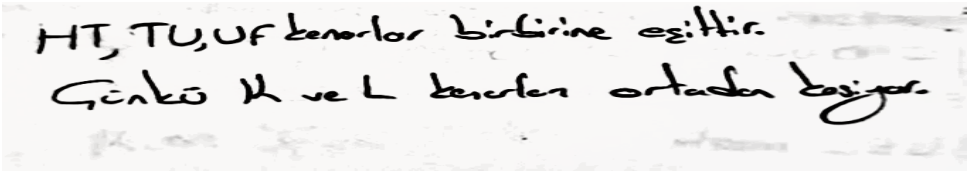
"HTL ve KUF üçgenleri birbirinin aynısıdır, ama TU kenarını bilemeyiz."

"HT ve UF eş üçgenlerden eşittir, ancak TU büyük ya da küçük olabilir."

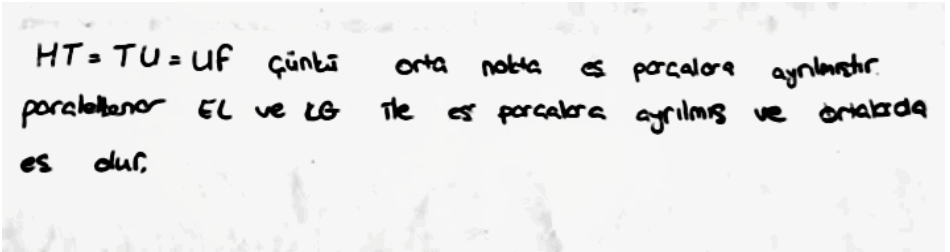
HT= UF=TU yanıtının analizi

Tablo 59'da da görülebileceği gibi, ilgili geometrik görevin doğru çözümü olan, **HT=UF=TU** muhakemesini yapabilen 35 katılımcının yanıtları analiz edildiğinde ise bu katılımcılardan 15 kişinin HF=UF=TU yanıtına herhangi bir gerekçe sunmadığı, 12 kişinin ise, kısmen doğru yönleri olan cevaplar sundukları yani tam olarak uygun bir cevap sunamadıkları görülürken, **7** kişinin yanıtı ise, işlevsel ve sözel algıların birlikte devreye girdiği uygun bir gerekçenin sunulduğu cevaplar olarak değerlendirilmiştir. 1 kişinin ise, özel üçgen varsayımı yaparak, kenar parçalarına keyfi sayısal değerler vererek çözüme ulaştığı görülmüştür. Kısmen uygun bir yanıt diyebileceğimiz yanıtlarda, HF'nin köşegen olmasının vurgulandığı ve K ve L'nin orta noktalar olduğu için sezgisel olarak 3 doğru parçasının da eşit bölünmesi gerektiğine dair vurguların yer aldığı görülmüştür. Aşağıda bazı örnek yanıtlar sunulmuştur.

[H.Ö]:



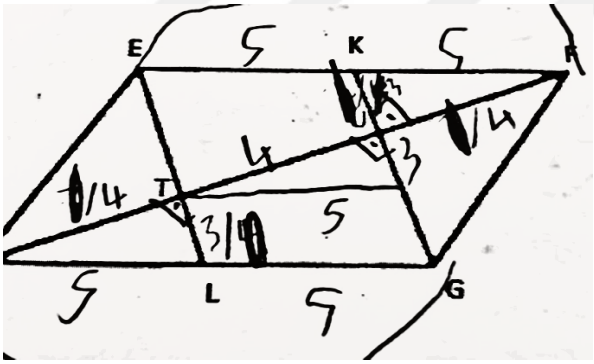
[R.P.İ]:

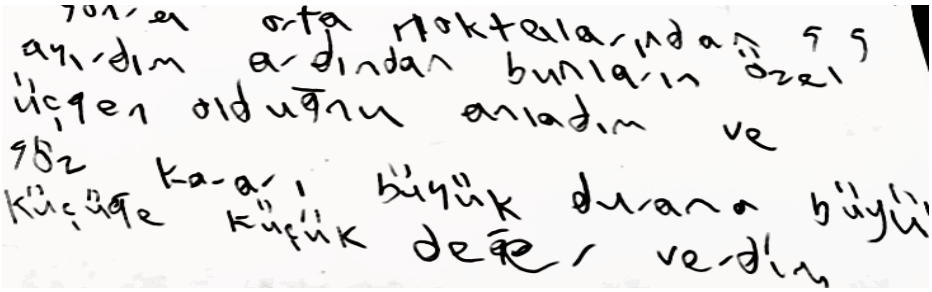


Görüldüğü gibi, yukarıdaki örnek yanıtlara bakıldığında K ve L'nin orta nokta olması vurgusu ön plana çıkarılmış, bu bilgiden hareketle, parçaların eşit bölünmesi gerektiği belirtilmiş fakat net bir gerekçe sunulamamıştır. Aslında bu noktada, yukarıdaki cevapların tam tersine **görsel algılar, bu sefer, doğru çözüm için ipucu sağlayan bir nitelik taşımıştır.**

Fakat, doğru cevaba ulaşılsa da sezgisel olarak bu doğru parçalarının eşit olması gerektiği hissi bulunmaktadır. Aşağıdaki *M.Y.Ö* isimli öğrencinin yanıtında ise, yine K ve L'nin orta nokta olmasının farkındalığı vardır fakat bu sefer bireyin 3-4-5 özel üçgeninden etkilenip, kenar parçalarının 3, 4, ve 5 birim olacağı ve bazı açıların dik olacağı varsayımı yapılarak, sezgisel bir çözüm sunulmuştur. Bu yüzden ilgili göreve doğru yanıt vermesine karşın, tam uygun olarak sayılabilecek bir yanıt değildir. Ayrıca katılımcının açıklamasında yer alan *"kenar parçalarına göz kararı büyük durana büyük değer verdim"* ifadesi, görsel algının bir tezahürüdür. Bu tez çalışmasının bulgular kısmındaki **4.2.6. ÇMF-2'nin 6.sorusuna verilen yanıtların analizi** bölümünde de hatırlanacağı gibi, özel üçgen varsayımı ile ilgili göreve çözüm sunan öğrenciler olduğu tespit edilmiştir. Geometrik görevlerde özel üçgenler varsayımı ile yapılan çözümlerin her zaman doğru sonuca ulaştıramayacağı hatta muhakemeyi bozabileceği olgusunun dikkate alınması ve üzerinde durulması, önem arz eden bir husus olarak değerlendirebilir.

[M.Y.Ö]:

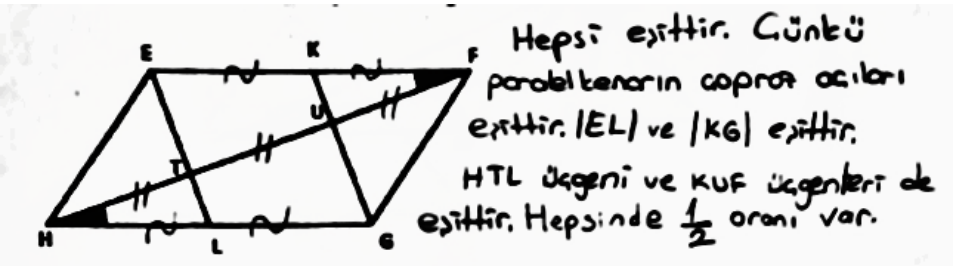


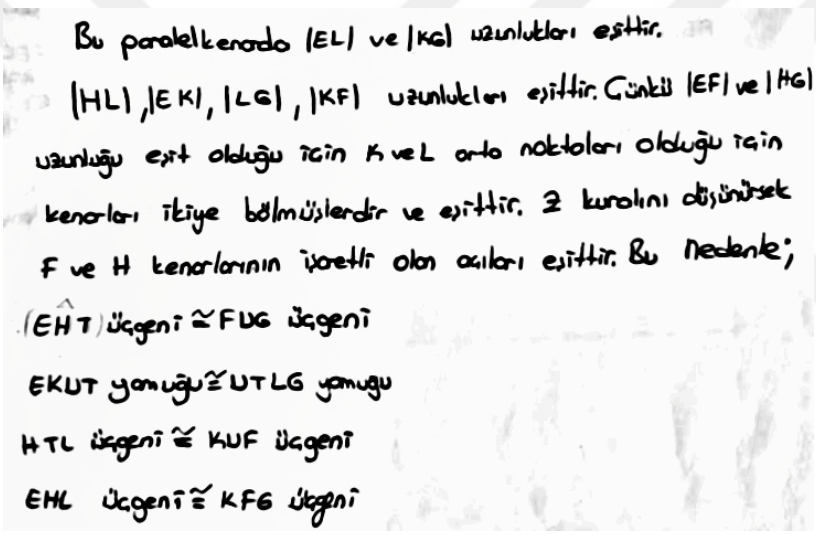


İlgili görevde, görece oldukça az sayıda kişinin (6 kişi) işlevsel ve sözel algılarını kullanarak, diğer çözümlerden farklılaştığı ve teorik bir ispata yakın çözümler sunabildikleri görülmüştür. Bu bireylerin örnek yanıtları aşağıda sunulmuştur. Çünkü bu cevaplar incelendiğinde bu bireylerin soru çözümüne yardım edebilecek türden şekil içindeki kritik parçalanmaları görebildiği ve geometrik bir kurala dayalı çözüm gerekçeleri (örneğin eş ve

benzer üçgenler ya da benzerlik teoremi) sayılabilecek türden yanıtlar sunabildikleri görülmüştür.

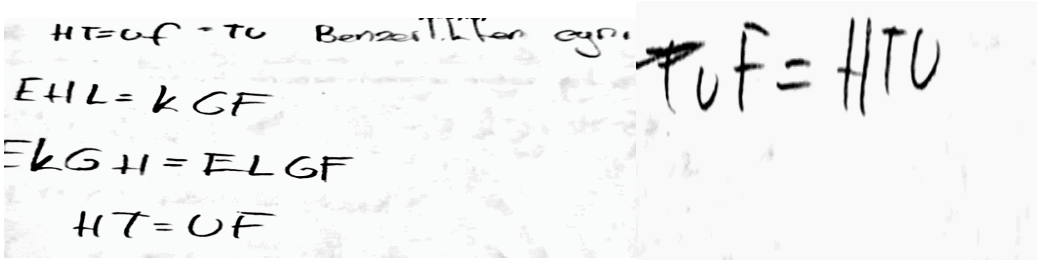
[A.A]:





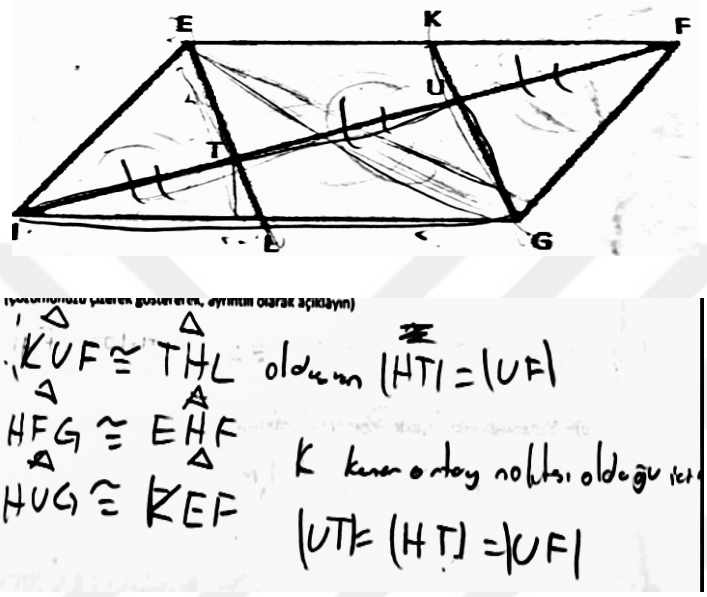
Örneğin yukarıdaki *A.A*'nın yanıtı oldukça ayrıntılı bir yanıttır. Benzerlik teoreminin tümüyle eksiksiz bir biçimde kullanıldığı bir ispat olmasa da buna yakın değerlendirilebilecek türden bir yanıttır. Şeklin alt parçaları arasındaki ilişkiler daha net fark edilmiş benzerlik kuralından yararlanılarak, sadece görsel algıyla sınırlı kalmayan, görünüşün ötesine geçen bir muhakemeyi yansıtmıştır.

[S.K]:



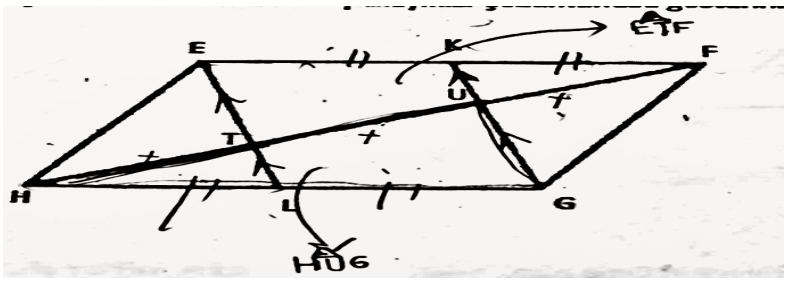
Yukarıdaki *S.K*'nın yanıtı da aşağıdaki *K.A*'nın çözümü de benzerlik kuralına vurgu yapan türde bir yanıtlardır. Sözel algılar devreye alınarak, şekil görünüşünün ötesine geçen bir çıkarım yapılmıştır.

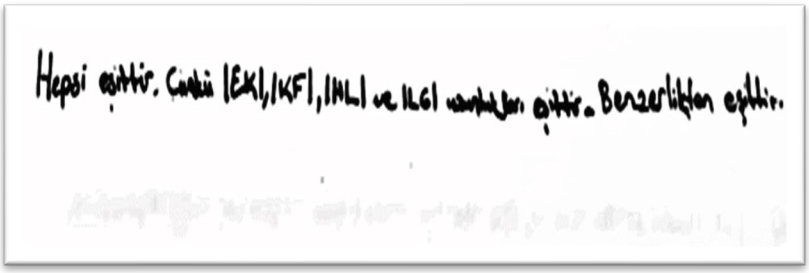
[K.A]:



İ.E.L isimli katılımcının aşağıdaki örnek cevabı ise, sorunun çözümü için görsel algının ve şekil görünümlerinin ötesine geçen uygun başka bir yanıt örneğidir. Çünkü kritik alt parçalanışların işlevsel algı ile tespit edilip, benzerlik kuralının doğru bir uygulamasını içermektedir. İşlevsel algı açısında HUG ve ETF üçgenlerinin şekilden fark edilmesini ve benzerlikten uzunlukların eşit olduğu çıkarımının yapılmasını oldukça iyi bir şekilde resmetmektedir. Öğrencinin parçalarının eşit olduğuna dair açıklamasında "benzerlikten eşittir" ifadesi yer almıştır. Hem işlevsel algı hem de sözel algının kullanıldığı, sadece görsel algı ile çözüme yaklaşılmadığı bir muhakemedir. Tales teoreminin başarılı bir uygulaması söz konusudur.

[İ.E.L]:





ÇMF-3'ün 4.sorusuna verilen yanıtların geneline bakıldığında, sadece 6 katılımcının matematiğin sembolik dili de belli ölçüde kullanılarak çözümler sunulduğu için, Duval'in modelindeki muhakeme süreci içerinde teorik söylemsel sürecin de yansıtıldığı çözümleme biçimleri olarak değerlendirilebilir. Bu bireyler işlevsel ve sözel algılarını da uygun biçimde yansıtabilmişlerdir. Fakat görüldüğü gibi oldukça az sayıda bireyin şekil görünüşünün ötesine geçen çıkarımlar yapabildikleri, çoğu bireyin sadece görsel algılara göre yorum yaptıkları, bazı bireylerin işlevsel algı ve sözel algı ile çözüme adım atsalar da görsel algılarının kısıtlamalarına takıldığı görülmektedir. Bu nokta da görsel algı görevin çözümünde işe karıştığında, diğer algıların geliştirilmesini ve sürdürülmesini engelleyici bir rol oynayıp, hatalı bir muhakemenin oluşmasını neden olma potansiyeli taşıyabilir çıkarımını yapabilmemizi sağlar. Bu geometrik görevde de görüldüğü gibi, bazen sorunun doğru cevabına sezgisel olarak bir temel sağlasa da ve doğru yanıta ulaşılmasını sağlasa da çoğunlukla sadece görsel algılara göre hareket eden bireylerin hatalı yanıtlar elde ettikleri tespit edilmiştir.

4.3.5. ÇMF-3'nin 5.sorusuna verilen yanıtların analizi

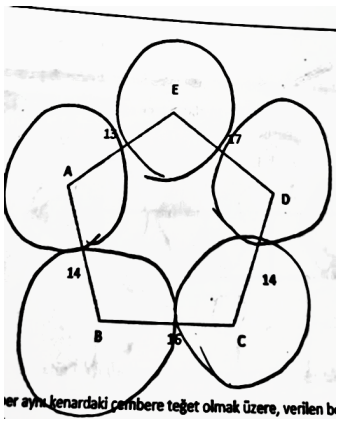
ÇMF-3'nin 5.sorusu olan beşgenin köşeleri üzerinde teğet çemberlerin çizilmesinin istendiği soruya verilen katılımcı yanıtları analiz edilerek bu bölümde sunulmuştur.

Tablo 60. Soruda belirtilen yönergeye uygun olarak çizim yapabilenlerin sayısı

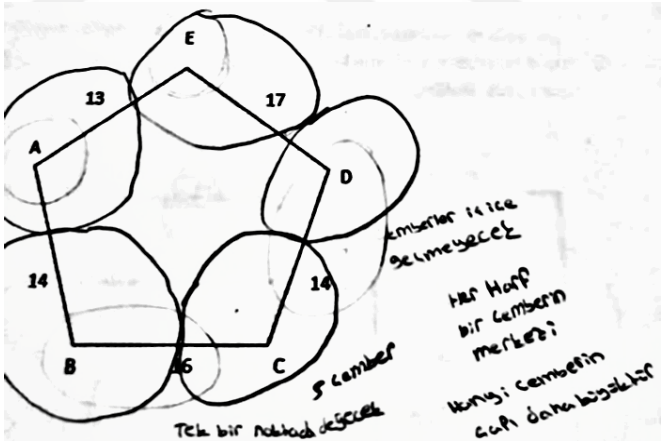
Uygun bir çizim-gösterim yapabilme durumu	***f***
Uygun bir çizim sunabilenler	47
Uygun bir çizim sunamayanlar	35
Cevapsız	18

Yukarıda verilen Tablo 60'da görülebileceği gibi, 100 katılımcı arasından 47 kişi, geometrik görevde verilen yönergeleri kullanarak, adım adım beşgenin köşeleri üzerinde teğet koşulunu sağlayacak biçimde soruya uygun bir çizim sunabilmişlerdir. Bu bireylerin Duval'in şekle bakma süreçleri olarak tanımladığı algılardan, sıralı algılarını uygun biçimde devreye sokabildikleri görülmektedir. Çünkü bu görevde, herhangi bir geometrik araç (pergel, cetvel vb.) kullanılmasa da çemberlerin uygun çizimlerle teğet durumunu sağlayacak biçimde, adım adım oluşturulması söz konusu olduğu için, bu çizimler, bu çalışmanın teorik çerçeve kısmında da açıklanan, Duval'in bilişsel modelindeki sıralı algıya karşılık olarak değerlendirebilir. Soruda öğrencilerin çözüme ulaşmak için yaptıkları çizimlere bakıldığında, Duval'in modelindeki sıralı algıyı etkin biçimde kullanamamaları ile uyumlu olarak, 35 katılımcının soruda doğru bir çözüme ulaşmak için yaptıkları çizimler ya da ek çizimlerin, uygun olmadığı görülmüştür. Toplamda 18 katılımcı ise, soruya herhangi bir yanıt sunamamışlardır. Bu açıdan bakıldığında, katılımcıların yarısından fazlasının soruda sözel olarak verilen ifadeyi uygun bir şekle aktaramadığı göze çarpmaktadır. Aşağıda öncelikle uygun bir gösterim yapabilen katılımcılardan örnek çizimler sunulmuştur.

[A.P]:



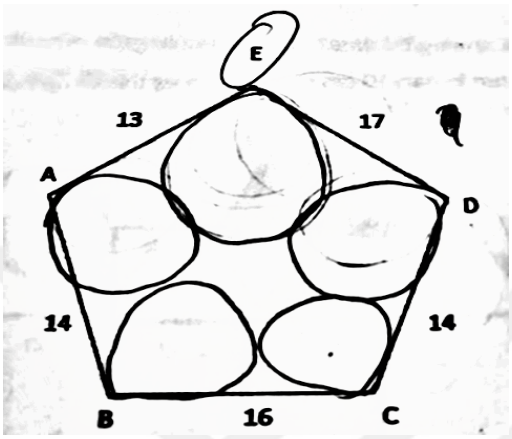
[Ç.K]:



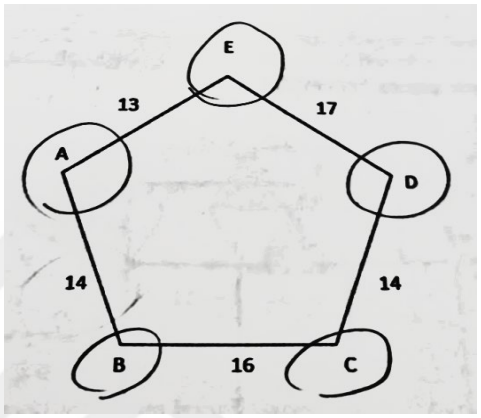
Yukarıdaki Ç.K isimli öğrencinin yanıtına bakıldığında, "ç*emberler iç içe geçmeyecek", "her harf bir çemberin merkezi olacak" ve "çemberler tek bir noktada değecek"* ifadelerinden sıralı algısını soruda istenenlere uygun bir biçimde kullanabildiği görülmektedir.

Aşağıda ise, Duval'in modelindeki sıralı algıyı etkin biçimde kullanamamaları ile uyumlu olarak, uygun bir çizim sunamayan bireylerin verdikleri çizim örneklerinden en çok karşılaşılan iki çizim örneği sunulmuştur.

[R.S.C]:

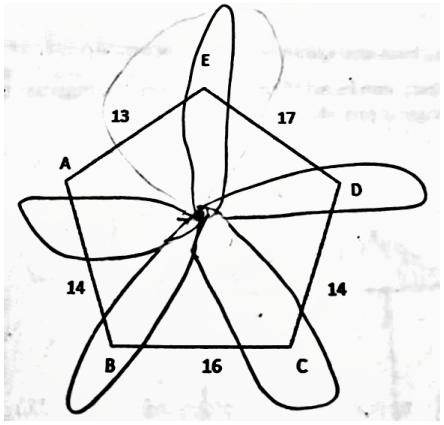


[R.T.B]:

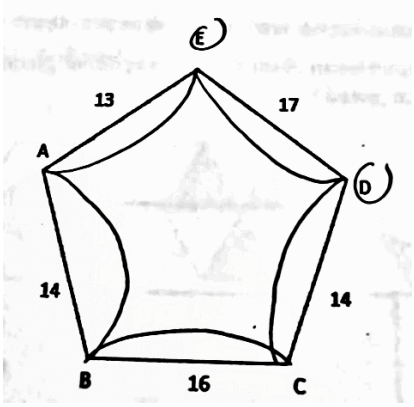


Bu çizim örneklerinden sonra en çok verilen hatalı çizim örnekleri aşağıdaki gibidir.

[R.E.E]:

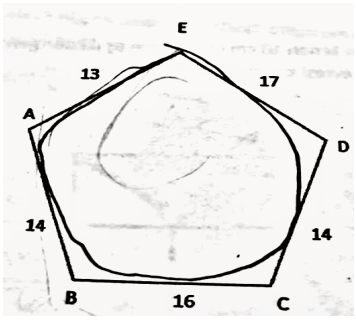


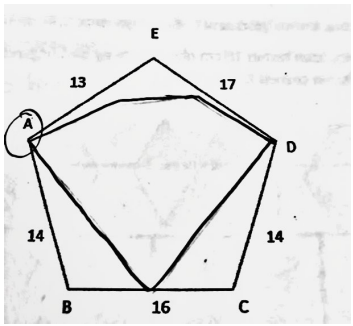
[D.H]:



Aşağıdaki *S.E.G* ve *M.D*'nin örnek çizimlerinde de görülen hatalı çizim türlerinin de yapıldığı tespit edilmiştir. Görüldüğü gibi, bazı bireylerin, sözel olarak verilen ifadeleri, uygun bir gösterime aktaramadığı anlaşılmaktadır.

[S.E.G]: *[M.D]*:





İlgili görevde, sıralı algıyı uygun biçimde harekete geçirebilmek, oldukça önemli bir hususdur. Çünkü bir kez çizim hatalı inşa edildiğinde, bireylerin beşgenin kenarları ile çemberlerin yarıçapları arasındaki ilişkiyi fark etmeleri hemen hemen olanaksız olmaktadır. Hatalı çizim sunan bireyler, soruya bir yanıt verseler de bu yanıtları, oldukça sezgisel olarak kalacak ve bahsedilen ilişkiyi kuramamalarına yol açacağı için, yalnızca görsel algı ile ilgili probleme yaklaşım yapılacak ve muhakemeleri eksik ya da hatalı olacaktır. Aşağıda ayrıca 2 farklı tablo sunulmuştur. Tablo 61'de hem uygun çizim yapan hem de hatalı çizim yapan bireylerin tümünün en büyük çemberin merkezini belirlemeye ilişkin cevapları birlikte dahil edilerek sunulmuştur. Fakat bizim burada odaklanmamız gereken esas olarak Tablo 62 olacaktır.

Tablo 61. Beşgen üzerinde çizilen çemberler içerisinden en büyük çemberin belirlenmesine yönelik kategoriler

En büyük çemberin merkezi olan nokta	***f***
D	33
E	19
B	17
B veya C	3
A	4
C	2
E veya D	1
ED kenarının orta noktası	1
Bütün çemberler eşittir	2

Aşağıdaki Tablo 62'de de sıralı algıya uygun çizim yapanlar arasından en büyük çemberin merkezine yönelik verilen yanıtlar sunulmuştur.

Tablo 62. Uygun bir çizim sunabilenler çerisinden en büyük çemberin belirlenmesine yönelik kategoriler

En büyük çemberin merkezi olan nokta	***f***
D	18
B	16
E	10
B veya C	3

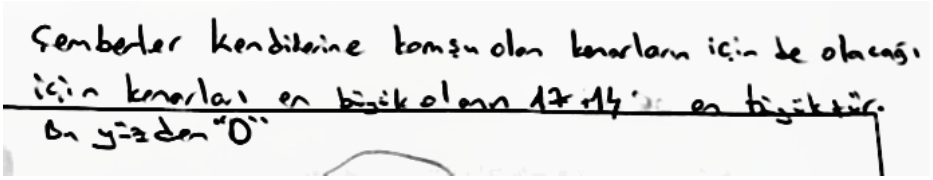
Aşağıda ise, öğrencilerin en büyük çemberin merkezi için seçtikleri noktalara yönelik verdikleri gerekçeleri ve örnek yanıtları sunularak, analizi verilmiştir.

D noktasını en büyük çemberin merkezi kabul eden bireylerin gerekçeleri

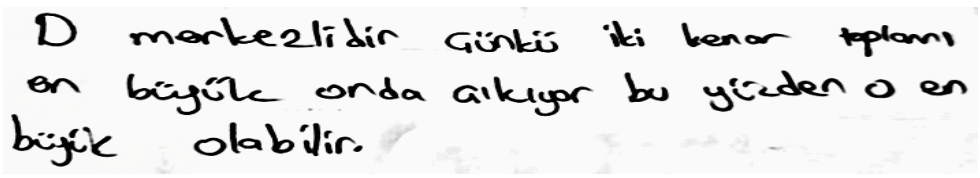
Uygun bir çizim sunabilen bireylerin en büyük çemberin merkezini belirlemelerine ilişkin öğrenci gerekçeleri incelendiğinde ise, en çok verilen yanıt olan D noktası cevabına ilişkin verilen gerekçe kategorileri ve örnek öğrenci yanıtları aşağıdaki gibi olmuştur

"Toplamı en büyük olan iki kenarın (17 ve 14) kesişim noktası olan D noktası en büyük çemberin merkezidir."

[R.Ç]:



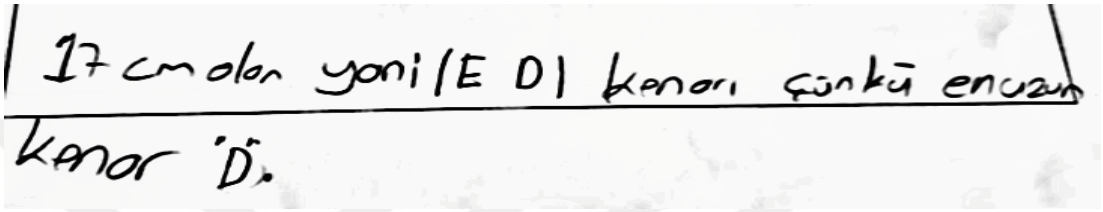
[S.Ç]:



Bu gerekçe kategorisine giren cevaplar incelendiğinde, bireylerin geometrik çözüme ulaşmak için sadece beşgenin en uzun 2 kenar parçasına odaklandıkları bunların toplamı en büyük olduğu için, kesişim noktası olan D'yi en büyük çemberin merkezi olarak düşünmüşlerdir, yani yalnızca Duval2in tanımladığı görsel algılara göre hareket ettikleri görülmektedir.

"17 birim kenardan (beşgenin en uzun kenarı) ötürü D noktasıdır"

[S.S.Ç]:



Bu gerekçe kategorisine göre hareket eden bireylerin benzer şekilde yalnızca görsel algılarla soruya yaklaşarak, en uzun kenar olan ED'ye odaklandıkları, bu yüzden yanıtlarında D noktasını en büyük çemberin merkezi olarak seçtikleri görülmektedir.

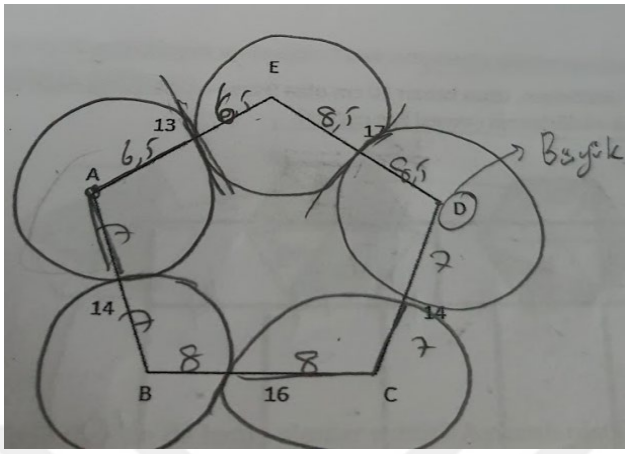
"Beşgenin en büyük açısı, yani D açısı en büyük olduğu için, D noktasıdır."

Bu gerekçe kategorisine giren 1 öğrenci olduğu tespit edilmiştir. Bu bireyin benzer şekilde şekle ilk baktığında görsel algılarla en büyük açının D noktasındaki açı olarak algıladığı görülmektedir. Duval'a göre, görsel algılar, bireysel ve statik bir nitelik taşıdığı için böyle farklı yanıtların olması şaşırtıcı değildir.

"Yarıçap eşitliğini dikkate almama sonucu direkt beşgenin kenarlarını ikiye bölme ve en büyük çemberin merkezini D olarak belirleme"

Yanıtları bu gerekçe kategorisine giren 3 öğrenci olduğu tespit edilmiştir. Bu bireylerin soruya yalnızca görsel algı ile yaklaşmadıkları anlaşılmaktadır. Fakat uygun bir çizim oluşturduktan sonra, işlevsel algılarını tam olarak devreye koyamadıkları, dolayısıyla, işlevsel algılarını soruya uygun biçimde yansıtamamaları sonucunda, en büyük çemberin merkezini belirlerken direkt olarak beşgenin kenar uzunluklarını basit bir bölme işlemi ile ikiye böldükleri görülmektedir. *H.Ö*'nün aşağıdaki örnek yanıtı bunu yansıtmaktadır. **Bu bireylerin, bir çemberin yarıçaplarının her zaman eşit ve tek bir sonucu olması gerektiğini, böyle olmazsa o şeklin çember olamayacağını fark edemedikleri görülmektedir**.

[H.Ö]:



E noktasını en büyük çemberin merkezi kabul eden bireylerin gerekçeleri

Uygun bir çizim sunabilen bireylerin en büyük çemberin merkezini belirlemelerine ilişkin öğrenci gerekçeleri incelendiğinde ise, E noktası cevabına ilişkin verilen gerekçe kategorilerinin aşağıdaki gibi olduğu tespit edilmiştir.

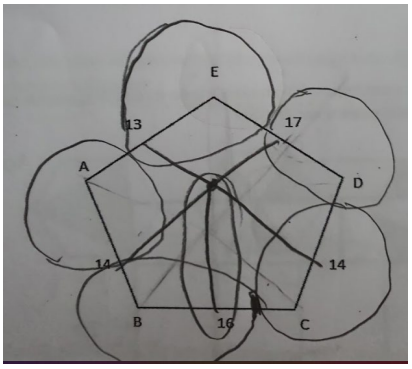
"17 birim kenardan ötürü E noktasıdır"

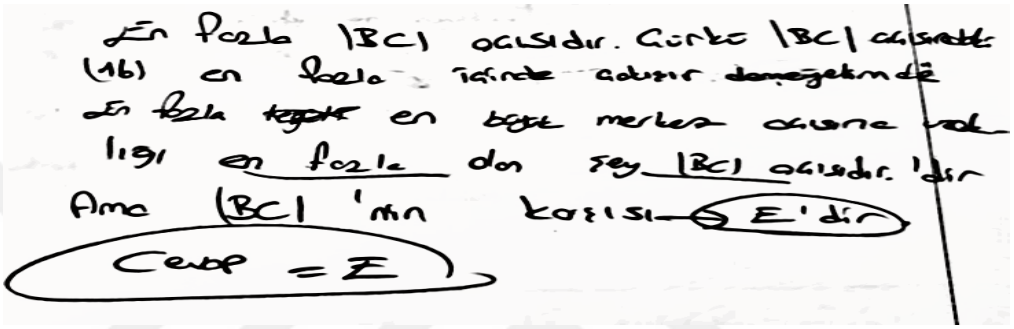
"En üstteki nokta ve en uzun kenar uzunluğu olan 17'ye bitişik olduğundan E noktasıdır"

"En kısa ve En uzun kenarlardan dolayı E noktasıdır"

Yukarıdaki gerekçe kategorilerine bakıldığında ise, aynı D noktası cevabında olduğu gibi, en büyük çemberin merkezine E noktası cevabını veren bireylerin de benzer şekilde, görsel algılarla en uzun ve en kısa kenarlara ya da en üstteki nokta olmasından ötürü çemberin E köşesine odaklanarak geometrik göreve uygun bir cevap oluşturamadıkları görülmektedir. Görünüşün ötesine geçemeyen bir muhakeme söz konusudur. Bu kategoriye giren cevaplarda beşgenin kenarını açı olarak isimlendiren yani matematiksel dilin doğru kullanılamadığı bir yanıta da rastlanmıştır. Aşağıda bir örnek cevap verilmiştir.

[Ş.İ]:





B veya C noktalarını çemberin merkezi kabul eden bireylerin gerekçeleri

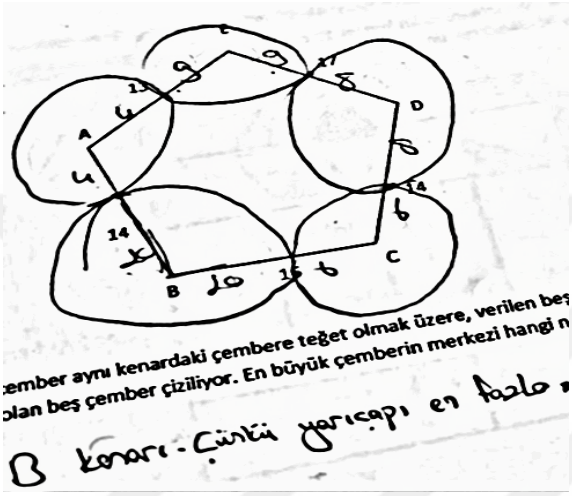
İlgili soruda Tablo 62'de de görülebileceği gibi, 2 katılımcı çemberin eşit kenarları olan 14' e odaklanarak, en büyük çemberin merkezinin **B veya C** olacağını belirtmiştir. Gerekçelerinde ise 14 birim olan eşit iki kenardan dolayı B veya C olabileceğini yazmıştır. Bu kişilerden biri ile yapılan görüşmede de *Ö11* isimli birey, *"her çemberin eşit ve iki yarıçapı vardır bu yüzden bu soruda beşgenin eşit olan kenarlarına odaklandım"* yanıtını sunmuştur. Bir çemberin sonsuz sayıda yarıçapının olabileceği bilgisinin bilinmemesi, akla Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisini getirebilir. Çünkü bireylerin çembere ilişkin düşüncelerinin prototip çember çizimlerinden etkilendikleri söylenebilir. Şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir durum söz konusudur ve bu yüzden, bu bölümde bu ayrıntıdan metin içinde bahsedilmiştir. Bu birey ile yapılan mülakat kesiti, bu bölümün sonunda verilmiştir.

B noktasını en büyük çemberin merkezi kabul eden bireylerin gerekçeleri

İlgili göreve doğru yanıt vererek, B noktasını en büyük çemberin merkezi olarak belirleyen **16** katılımcının yanıtları incelendiğinde ise, bu katılımcılardan **12** tanesinin **çemberlerin ikişer ikişer yarıçap toplamlarının beşgenin kenarlarına eşit olmasına dayanan** uygun-işlevsel muhakemeyi yapabildikleri görülmüştür. B noktasını seçerek, geometrik göreve doğru yanıt veren bireylerin çoğunluğunun Duval'in modelindeki işlevsel algıyı uygun bir biçimde kullanabildikleri söylenebilir. Çünkü bu öğrencilerin, çemberlerin

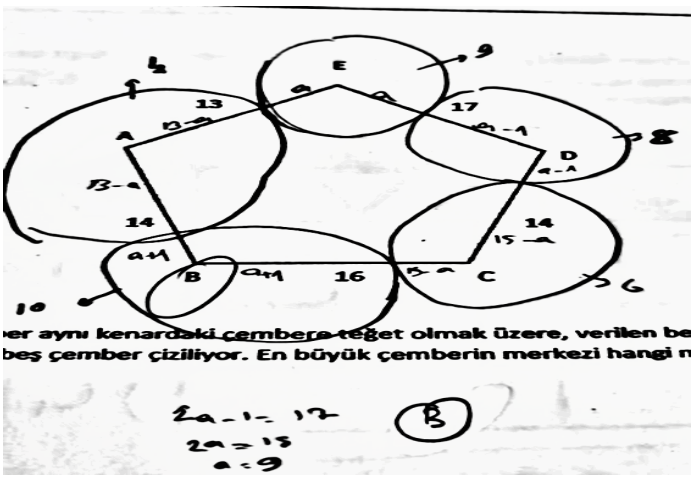
yarıçaplarının denk geldiği beşgenin kenarlarına odaklanabildikleri ve çizilen beş çemberin de ikişer ikişer yarıçap uzunluklarının toplamının, beşgenin her bir kenarına eşit olması gerektiği muhakemesini, yani bu mantıksal sıçramayı yapabildikleri görülmektedir. Aşağıda bu mantıksal sıçramayı yapabilen bireylerin cevaplarından örnekler sunulmuştur.

[İ.E.L]:



Yukarıdaki örnek yanıta bakıldığında, birey çemberlerin yarıçaplarının toplamını kenar parçalarına denk gelecek biçimde beşgenin kenarlarını parçalayabilmiş ve en büyük çemberin merkezinin B olduğunu belirleyebilmiştir. Birey, işlevsel algısını başaralı bir şekilde göreve yansıtabilmiştir.

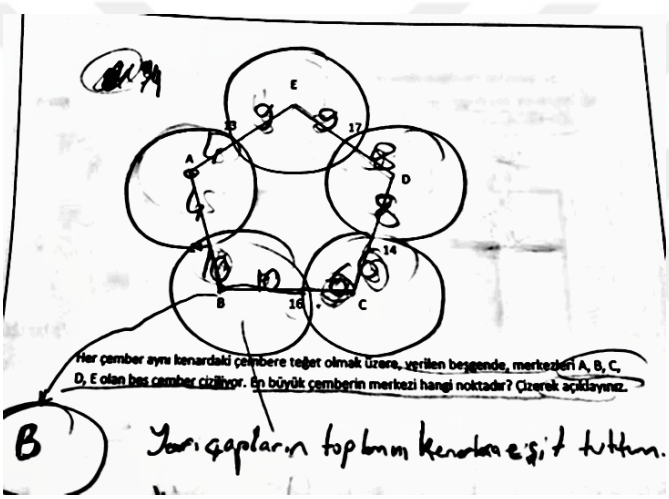
[N.E]:



Benzer şekilde yukarıdaki *N.E* isimli öğrencinin cevabında çember çizimleri büyüklük bakımından orantılı olmamasına karşın hem işlevsel algının devreye girdiği hem de

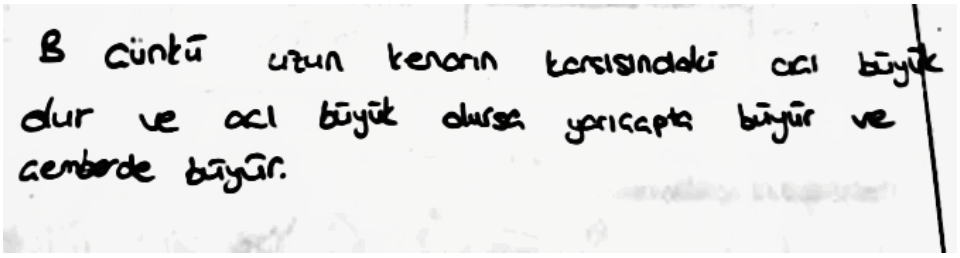
matematiğin sembolik dilinin kullanıldığı yani Duval'in modelindeki sözel algının çözüme yansıtıldığı bir örnek cevaptır. Matematiğin sembolik dilinin de kullanıldığı, Mesquita (1998)'in ifade ettiği gibi, sembolik dil ile gösterimin yapıldığı bir muhakemedir. Benzer şekilde, aşağıdaki *S.K* isimli öğrencinin cevabı, sözel olarak yazdığı gerekçesinden de anlaşılabileceği gibi sadece görsel algının etkisinde kalmayıp, işlevsel algı ile çözüme yaklaşarak uygun çözüme ulaşan diğer bir yanıttır. Hatta çözümündeki *"Yarıçapların toplamını, kenarla eşit tuttum"* ifadesi, işlevsel algının başarılı bir şekilde kullanıldığının bir tezahürüdür.

[S.K]:



İlgili göreve doğru yanıt verdiği halde, cevapları uygun bir muhakemeye dayanmayan **4** öğrenci olduğu tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden 2 tanesi uygun bir çizim yapabildiği halde çözümünde herhangi bir mantıksal gerekçe sunmadan B noktası cevabını verirken, diğer ikisi en uzun kenarın tam karşı noktası olduğundan dolayı B noktasının en büyük çemberin merkezi olacağını belirtmiştir. Aşağıda buna ilişkin bir örnek yanıt verilmiştir.

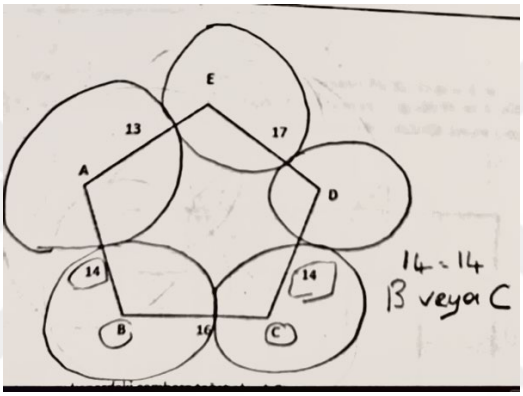
[R.P.İ]:



Yukarıdaki *R.P.İ* isimli bireyin yanıtına bakıldığında, "*en uzun kenarın karşısındaki açı en büyük olur ve açı büyük olursa yarıçap da büyür, bu yüzden en büyük çemberin merkezi B olur"* muhakemesini yaptığı görülmektedir. Bu bireyin **üçgende açı kenar bilgisini hatalı bir şekilde genelleyerek** beşgene uyguladığı görülmektedir.

Bu görevde, Ö11 isimli katılımcı ile yapılan mülakattan aşağıdaki örnek kesit, ilgili görevin analizini, ayrıntılandırmaktadır.

[A]: "Bu soruda, Aşağıdaki gibi (Şekil-76) en büyük çemberin merkezi B veya C olur demişsin. Neye göre bunu dedin? Açıklayabilir misin?"



Şekil 76. Öğrenci tarafından çizilen yanıt

[Ö11]: "Evet çemberde 2 tane eşit yarıçap vardır. Onun için beşgenin eşit iki kenarına baktım.14 cm olan kenarların köşeleri B ve C oluyor. Ondan En büyük çemberler, B veya C olur dedim."

[A]: "Peki, her çemberin 2 tane mi yarıçapı vardır? Daha fazla değil midir?"

[Ö11]: "Evet yani çemberlerin 2 tane yarıçapı olmaz mı? Birleştirince çap olur."

[A]: "Peki bu soruda başka yorum yapamaz mısın en büyük çemberin merkezini bulurken, beşgenin bütün kenarlarından yararlanamaz mısın?"

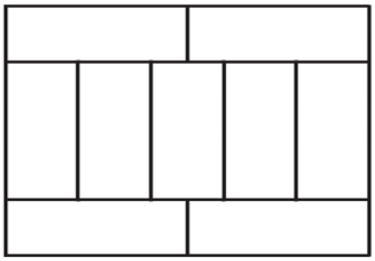
[Ö11]: "Bilmiyorum başka bir şey yapamam galiba. Böyle olur bence"

Yukarıdaki görüşme diyaloğundan görülebileceği gibi, öğrencinin "her çemberin eşit ve iki yarıçapı vardır bu yüzden bu soruda beşgenin eşit olan kenarlarına odaklandım" yanıtını sunduğu görülmektedir. Bir çemberin sonsuz sayıda yarıçapının olabileceği bilgisinin bilinmemesi, akla Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisini getirebilir. Çünkü bireylerin

çembere ilişkin düşüncelerinin prototip çember çizimlerinden etkilendikleri söylenebilir. Şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir durum söz konusudur. Buna ek olarak *Ö11*'in soruda işlevsel algısını kullanarak, doğru bir muhakemeye ulaşamadığı, çemberlerin ikişer ikişer yarıçaplarının toplamının beşgenin kenarlarına eşit olacak şekilde, beşgenin kenar parçalarını bölemediği gözükmektedir.

4.3.6. ÇMF-3'ün 6.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'nin 6.sorusu olarak verilen aşağıda 9 eş alt dikdörtgenden oluşan dikdörtgenin (Şekil-77) çevresinin bulunmasını istenen görevde, katılımcı yanıtları analiz edilerek bu bölümde sunulmuştur.



Şekil 77. ÇMF-3'nin 6.sorusu

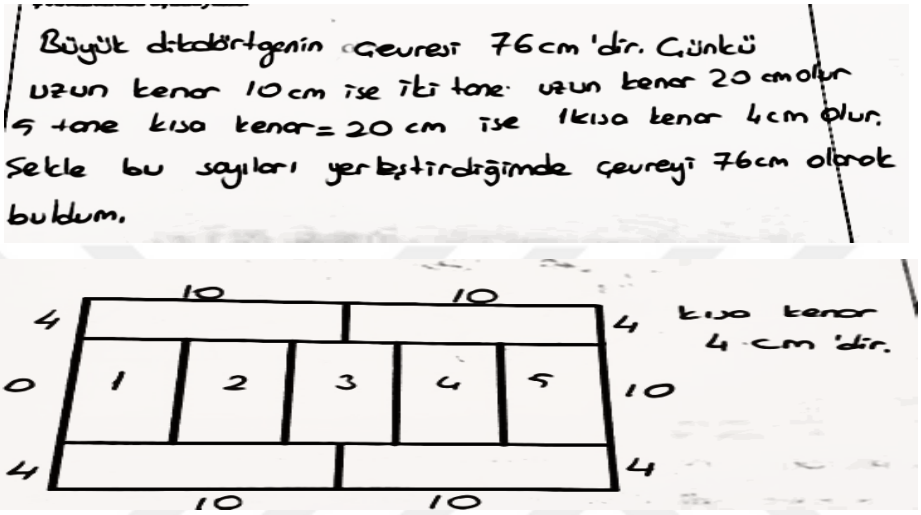
Tablo 63. Büyük dikdörtgenin çevresinin bulunmasına ilişkin muhakemeler

Dikdörtgen ve alt parçaları ile olan ilişkisi	***f***
Alt parçalanışlar olan 5 dikey dikdörtgenin fark edilerek kullanılması	64
Çevre formülünün başarılı bir şekilde uygulanması	54
Soruda verilen bilgilerin hatalı kullanılması	23
Görsel algı ile yaklaşma- kısmen işlevsel algı	2
Cevapsız	11

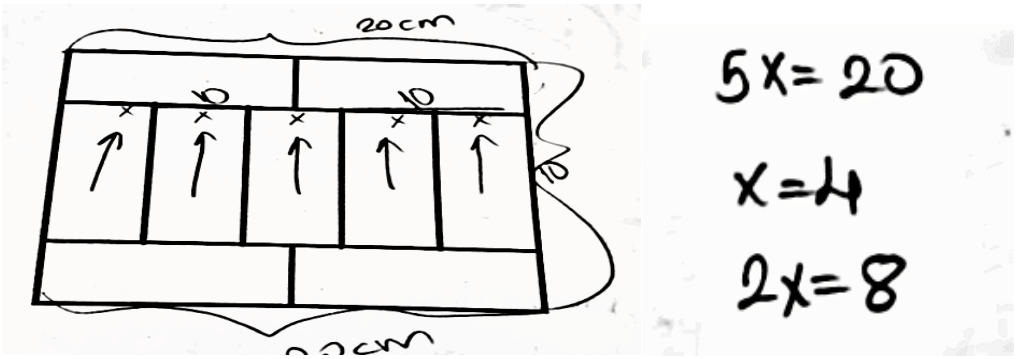
Tablo 63'e bakıldığında, 100 katılımcıdan 64 kişinin dikdörtgenin içindeki alt parçalanışlar olan 5 dikey dikdörtgeni sorunun muhakemesinde ana noktaya oturtarak, dikdörtgenin kenar parçalarını doğru olarak bulabildikleri görülmektedir. Buna karşın, sözel algıyı ile soruya başarı bir şekilde yaklaşabilen 54 kişi olduğu ve dikdörtgenin çevresini doğru olarak bulabildikleri görülmektedir. Toplamda 34 (23+11) kişinin ise, dikdörtgenin içindeki 5 dikey dikdörtgeni işlevsel olarak uygun şekilde kullanamadığı, soruda verilen bilgileri hatalı kullandıkları ya da soruya cevap veremedikleri tespit edilmiştir.

Öncelikle, hem alt parçalanışlar olan 5 dikey dikdörtgeni sorunun muhakemesine oturtabilen (işlevsel algılarını kullanabilen) ve aynı zamanda çevre hesabını da doğru yapan bireylerin cevaplarından örnekler aşağıda sunulmuştur.

[A.A]:

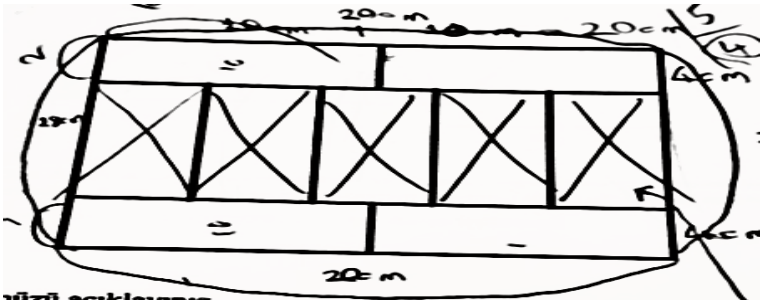


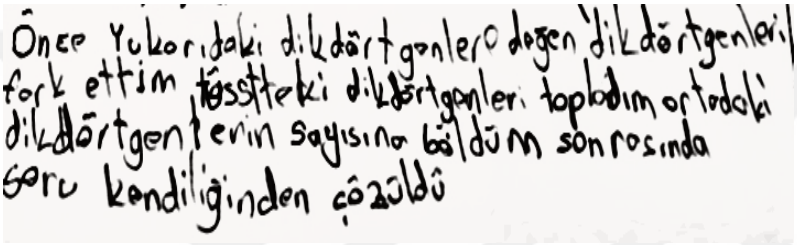
[S.Ç]:



Yukarıdaki bireylerin yanıtlarına bakıldığında, ortadaki 5 dikey dikdörtgene özellikle odaklanarak işlevsel algılarını kullanabildikleri ve aynı zamanda sözel algıları ile uygun bir biçimde çevre formülünü başarı olarak uygulayabildikleri görülmektedir. Aşağıdaki *A.Ş* isimli bireyin cevabı da işlevsel algının etkin biçimde göreve nasıl yansıtıldığını ayrıntılı olarak yansıtır niteliktedir. Bireyin yanıtındaki dikdörtgenlere değen dik dikdörtgenleri fark ettim ifadesi bunu göstermektedir.

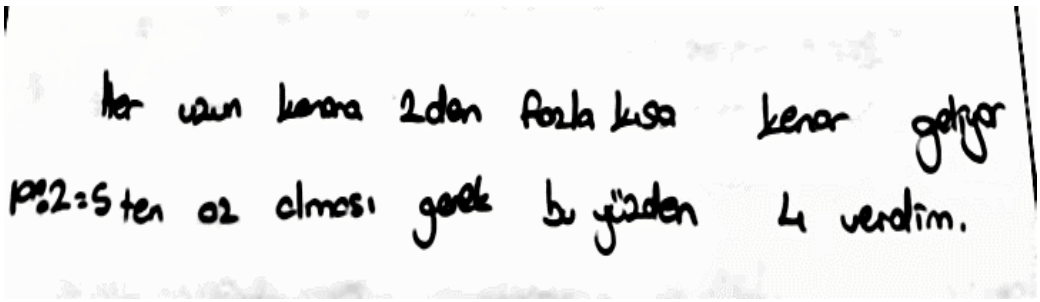
[A.Ş]:





İlgili görevde, Tablo 63'te de görülebileceği gibi, 2 katılımcı işlevsel algılarını kısmen soruda devreye sokabilmiş, görsel algının da birlikte işlediği bir muhakeme biçimini benimseyerek sezgilerin daha ön planda olduğu bir muhakeme biçimi benimsemişlerdir. Aşağıda buna ilişkin bir örnek cevap sunulmuştur.

[A.S]:



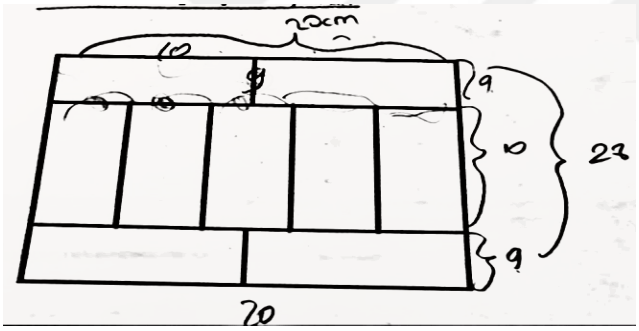
Görüldüğü gibi birey, alt parçalanışlardaki dikdörtgenlerin kısa kenar uzunluklarının toplamının yatay dikdörtgenlerin uzun kenarlarının toplamına eşit olması gerektiğinin farkında olup, işlevsel algısı ile sorunun çözümünü gerçekleştirecekken, çözümünü görsel algılarına da dayandırmakta, cevabı doğru olmasına karşın, sezgisel tahmini bir yanıt sunmaktadır. Çünkü görsel algısı, işlevsel algısının tam olarak harekete geçirilmesini belli ölçüde bozmaktadır.

İlgili görevde, Tablo 63'te gösterilen sorudaki bilgileri hatalı kullananlar kategorisi, bu alt parçalanışlar olan 5 dikey dikdörtgenin anahtar nokta olmasını muhakemelerine yansıtamayarak, kenar parçalarına hatalı yaklaşan bireyleri göstermektedir. Bu bireylerin çözümlerinin aşağıdaki yanıt kategorilerine uydukları saptanmış ve her kategori örneklerle açıklanmıştır.

"9 eş dikdörtgenin kısa kenar uzunluğunun 9 cm algılanması"

Çözümleri bu kategoriye giren 9 kişi tespit edilmiştir. Bu bireyler, sorudaki verilen uzun kenarı 10 cm olan 9 eş dikdörtgen bilgisini kullanamayarak, 9 eş dikdörtgenin kısa kenar uzunluklarını, alt dikdörtgen sayısı olan 9'u baz alarak, 9 cm olarak ele almışlar ve aynı zamanda 5 dikey dikdörtgenin işlevsel yanını muhakemelerine yansıtamamışlardır. Aşağıdaki *T.B* isimli bireyin yanıtı bunu göstermektedir.

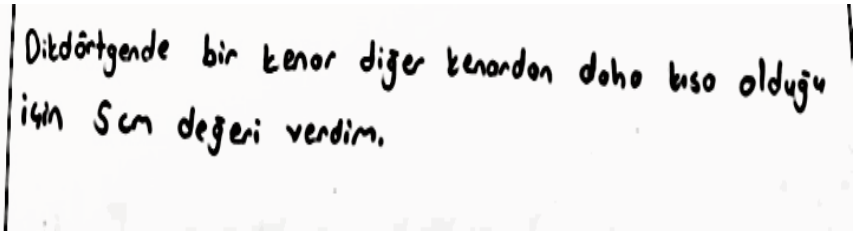
[T.B]:

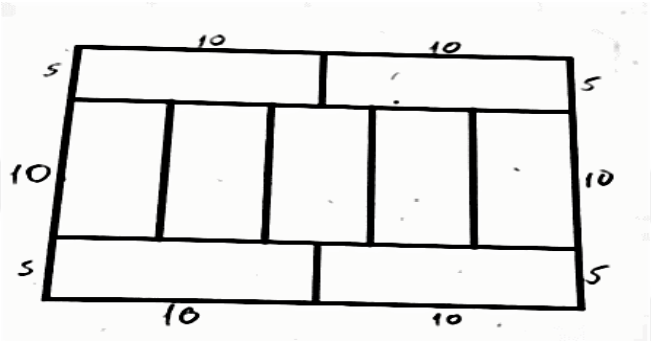


"Eş dikdörtgenlerin kısa kenarını uzun kenarın yarısı olarak 5 cm varsayma"

Çözümleri bu kategoriye giren 8 kişi tespit edilmiştir. Bu bireyler, benzer şekilde, 5 dikey dikdörtgenin işlevsel yanını muhakemelerine yansıtamamışlar, eş dikdörtgenlerin kısa kenarlarını, şekil görüntüsünden yola çıkarak, uzun kenarlar olan 10 cm'nin yarısı olarak ele almışlardır. Aşağıdaki *R.S.C* isimli bireyin yanıtı, bu çözümü yansıtmaktadır. Çözümde bireyin sadece görsel algısı ile göreve yaklaştığı için, sezgisel varsayımlarda bulunarak, hatalı muhakemeye ulaştığı görülmektedir. Sadece şekil görünümü üzerinden gerçekleştirilen yorumların, yani görsel algı ile yapılan çözümlerde bireylerin aslında verilen şekli, teorik ideal bir nesne olarak görmeyip, doğrulama nesnesi olarak görmeyip, şekil görünümünün doğrulama nesnesi olarak ele alındığı söylenebilir.

[R.S.C]:

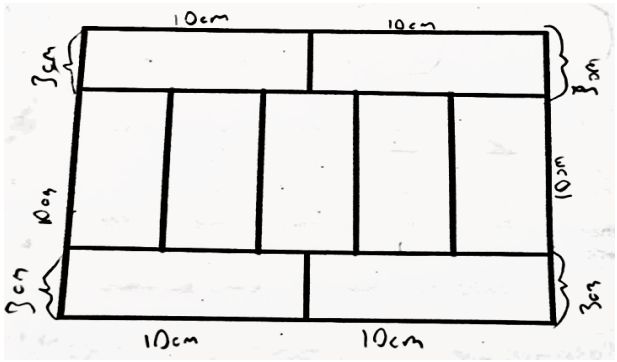


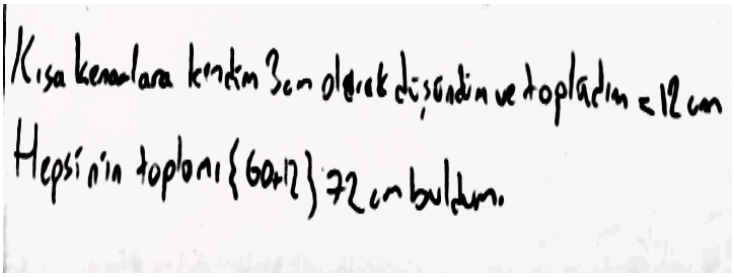


"Eş dikdörtgenlerin kısa kenarını 3 cm olarak varsayma"

Çözümleri bu kategoriye giren 2 kişi tespit edilmiştir. Bu bireyler, benzer şekilde, 5 dikey dikdörtgenin işlevsel yanını muhakemelerine yansıtamamışlar, sadece görsel algıları ile soruya yaklaşarak eş dikdörtgenlerin kısa kenarlarını, şekil görüntüsünden yola çıkarak, uzun kenarlar olan 10 cm kıyaslamışlar ve 3 cm olarak varsaymışlardır. Aşağıdaki örnek yanıt, bunu göstermektedir. Görsel algının kişiden kişiye değişen doğası ve soru çözümü için tek başına teorik bir çözüme ulaşmayı sağlamaması dikkate alınırsa, bazı bireylerin görünüme aldanarak kısa kenarı 5, bazılarının da 3 cm olarak varsaymaları, doğal bir sonuçtur denebilir.

[S.N.A]:





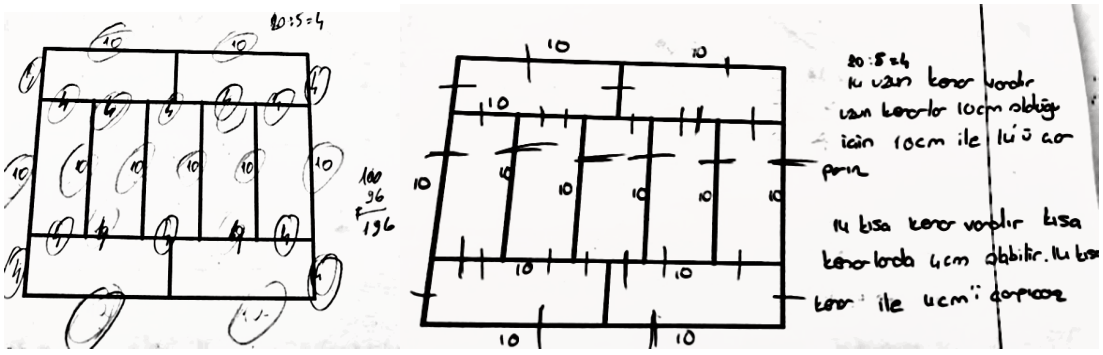
"10x9 çözümü"

İlgili görevde, uygun bir muhakeme oluşturamayarak, çözümlerine direkt olarak 10 x 9 hesabı ile yaklaşan bireylerin sayısının 4 olduğu tespit edilmiştir.

Bu görevde, işlevsel algılarını kullanarak kenar parçalarını doğru bulabildiği halde, sözel algıları ile soruya uygun şekilde yaklaşamayan bir başka deyişle çevre uzunluğunu hatalı bulan bireylerin olduğu tespit edilmiştir. Bu görevde çevreyi hatalı bulan 10 kişi tespit edilmiştir. Çünkü Tablo 63 incelenirse, kenar parçalarının uzunluğunu doğru bulduğu halde (64 kişi), çevre uzunluğunu 54 kişinin doğru hesapladığı görülmektedir. Bu bireylerin çözümleri analiz edildiğinde içteki şekilleri çevreye dahil ettikleri ya da dikdörtgenin çevre uzunluğunu karenin çevre uzunluğu gibi hesapladıkları tespit edilmiştir. Aşağıda bu hata kategorileri, örnek öğrenci cevapları üzerinden açıklanmıştır.

"Kenar parçalarının doğru bulunmasına karşın, Çevre kuralının hatalı uygulanması (içteki şekilleri de çevreye dahil etme)"

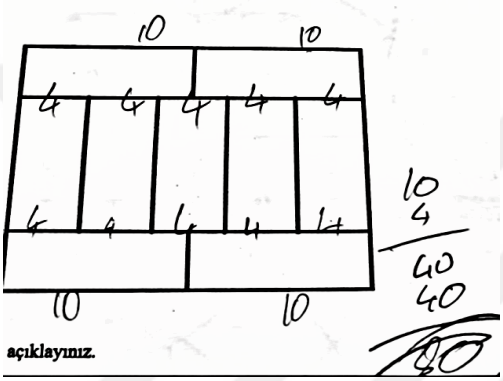
Bahsedilen bu bireyler, işlevsel algılarını kullanarak kenar parçalarını doğru hesaplamalarına karşın, büyük dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulurken, dıştaki şeklin çevre hesabına dahil olmayan içteki şekillerin kenar uzunluklarını da hesaplarına sahil etmişlerdir. Bu şekilde 7 kişi olduğu tespit edilmiştir. Aşağıdaki örnek çözümler bunu yansıtmaktadır.



"Kenar parçalarının doğru bulunmasına karşın, Çevre kuralının hatalı uygulamaması (Dikdörtgenin çevre uzunluğunu hesaplarken kare gibi hesaplama")

Bu kategorideki bireyler, benzer şekilde, işlevsel algılarını kullanarak kenar parçalarını doğru hesaplamalarına karşın, aşağıdaki örnek cevapta olduğu gibi, büyük dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulurken dikdörtgeni kare gibi düşünüp çevre hesabı yapmışlardır. Bu şekilde 3 kişi olduğu tespit edilmiştir.

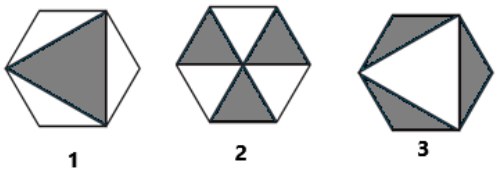
[B.K]:



Bu geometrik görevden de anlaşılacağı üzere, katılımcıların yarısından fazlasının, uygun alt parçalanışları kullanarak işlevsel algılarını kullanabildiği halde, bazı bireylerin nihai çözüme ulaşamadıkları görülmektedir. İşlevsel algının tek başına her zaman geometrik görevin çözümünde yeterli olmayacağı, geometrik görevin nihayetinde çoğu zaman sözel algının yani bir geometrik kuralın başarı ile uygulanmasını gerektirdiği dikkate alınmalıdır. Aynı zamanda, görsel ve işlevsel algının birlikte işlediği durumlarda, görsel algının baskın gelip, işlevsel algıyı bozması ihtimali de vardır. Tek başında görsel algı ile yaklaşım ise, bu göreve verilen yanıtların genelinin gösterdiği gibi, çoğunlukla hatalı çözüme götürmektedir. Örneğin bu sorudaki çevre uzunluğu hesaplama görevine tek başında görsel algı ile yaklaşan bireylerin, işlevsel algılarını kullanamadıkları zaman, kenar parçalarına sezgisel tahmini değerler verdikleri ve hatalı çözüm geliştirdikleri görülebilir. Bu durum onların, sözel algılarının da negatif yönde bozulmasına neden olmaktadır. Çünkü geometrik kuralı (çevre uzunluğu hesaplama) bilseler bile, kenar parçalarına hatalı bulacakları için çözümleri eksik kalacaktır. İşlevsel algının, oldukça anahtar bir bileşen olduğu buradan da anlaşılabilir. Ancak tek başına sözel algılar devreye alınmadan, uygun bir çözüme götürme garantisi de vermez.

4.3.7. ÇMF-3'nin 7.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'ün 7.sorusu olan görevde, aşağıda verilen eş altıgenlerin içindeki taralı alanların katılımcılar tarafından kıyası istenmiş ve bireylerin işlevsel algılarını ne derede kullanarak soruya yaklaşım yaptıkları detaylandırılmak istenmiştir. Veriler öncelikle Tablo-64'te özetlenmiştir.



Tablo 64. Altıgenler içerisindeki taralı alanların ilişkisine yönelik muhakemeler

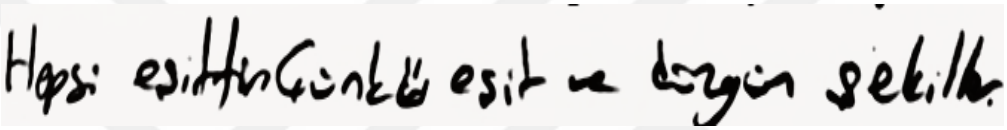
Taralı alanların birbirleriyle ilişkisi	***f***
1=2=3	21
2=3 <1	19
1=3 <2	12
3 <2<1	9
3 <1=2	7
3 <1 <2	6
1< 2 <3	5
2 <3=1	5
Cevapsız	16

Tablo 64 incelendiğinde, 100 katılımcı arasından 21 kişi, 1, 2 ve 3 taralı alanlarının birbirine eşit olduğunu belirtirken, 19 kişi 2 ve 3 alanlarının eşit olduğunu 1 alanının bunlardan büyük olduğu belirtmiştir.12 kişi ise, 1 ve 3 alanlarını birbirine eşit ve 2 alanının bu alanlardan büyük olduğunu belirtmiştir. Tüm cevaplar, frekansları birlikte tabloda belirtilmiştir. 16 kişi ise soruya herhangi bir yanıt sunamamıştır. Aşağıda her bir yanıt kategorisine ilişkin öğrenci muhakemeleri, örnek öğrenci yanıtları ile birlikte ayrıntılı olarak sunulmuştur. Öncelikle bu görevin doğru muhakemesi olan tüm alanların birbirine eşit olması yanıtı detaylandırılmıştır.

“1=2=3 yanıtı”

Tablo 64’ten de görülebileceği gibi, yanıtlarında tüm alanların eşit olduğunu belirten katılımcıların (21 kişi) cevapları incelendiğinde 5 kişinin doğru yanıtı vermesine karşın, aşağıdaki örnek öğrenci yanıtında olduğu gibi, cevaplarını destekleyecek bir gerekçe ya da kanıt oluşturamadıkları, sezgisel yanıtlar verdikleri görülmüştür. Sadece görsel algı ile yapılan bir çözümdür. Doğru cevaba ulaşmada bu görevde yardım etse de tek başına görsel algı ile yaklaşma, biraz sonra başka öğrenci yanıtlarında da görülebileceği gibi çoğunlukla hatalı muhakemelere götürmektedir.

[L.S.E]:

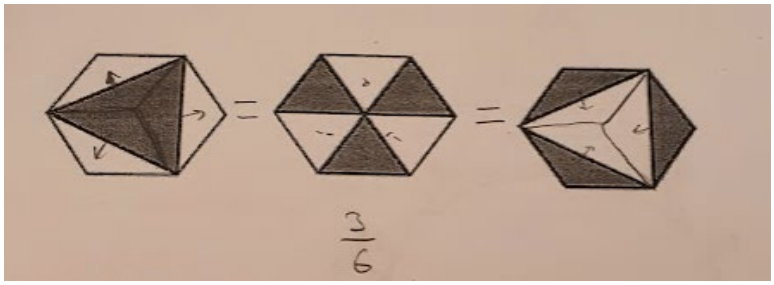


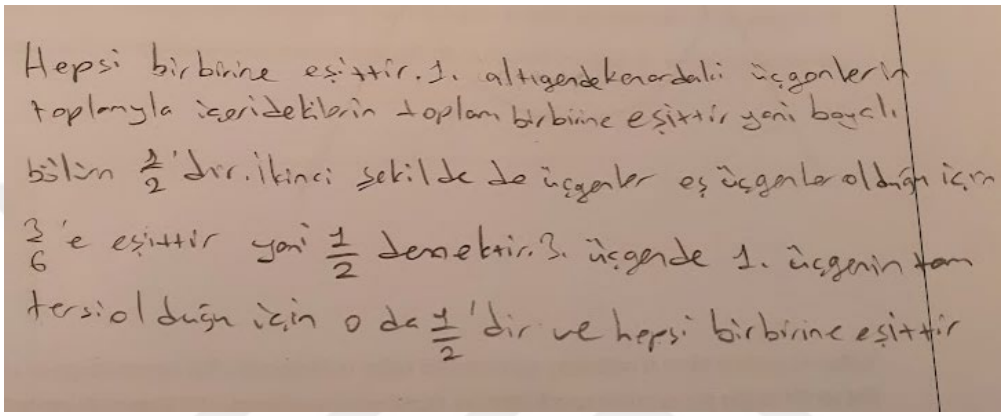
16 kişinin ise, cevaplarını uygun bir gerekçe ile destekledikleri tespit edilmiştir. Bu görevde taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin, sadece görsel algılar ile soruya yaklaşım yapıldığında uygun çözümün gerçekleşmesinin oldukça zor olduğu bir durum söz konusudur. O yüzden bireylerin, özelikle işlevsel algılarını muhakemelerine yansıtmaları anahtar bir husustur. Çünkü taralı alanların birbiriyle ilişkisi değerlendirilirken, alt parçaların taşınması, yer değiştirilmesi, birleştirilmesi gibi Duval’in şekle bakma süreçleri olarak isimlendirdiği işlevsel algıya dahil olan mereologic (parça-bütün) değişiklikler yapma gibi şekil üzerinde uygun oynamaların yapılması gerekmektedir. Aşağıda bu değişiklikleri görebilen ve uygulayabilen bireylerin yanıtları, çözüm biçimine göre sunulmuştur.

“İşlevsel ve sözel algıların devreye girdiği çözüm örnekleri”

Yanıtları bu kategoriye dahil olan bireyler, aşağıdaki örnek yanıttaki gibi, hem işlevsel algılarını uygun biçimde kullanarak soruya yaklaşabilmiş hem de sözel algıları ile soruya yaklaşarak, köşegen bilgisi kullanımı ya da eş üçgenlerden yararlanarak, uygun bir muhakeme biçimini yansıtabilmişlerdir. Hem işlevsel algısı ile soruya yaklaşan hem de sözel algılarını da kullanarak açıklamalarını bu şekilde ayrıntılı yapan **7** öğrenci olduğu görülmüştür.

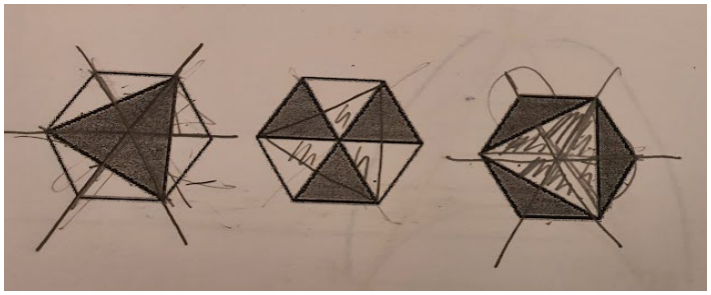
[R.Ç]:

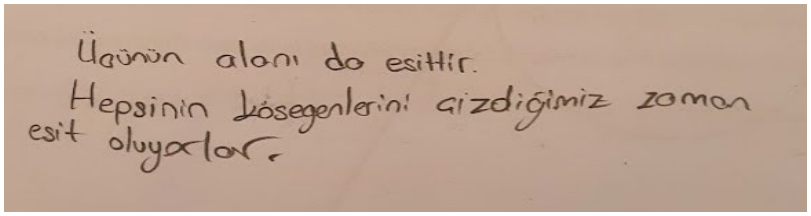




Yukarıdaki örnek yanıt incelendiğinde, birey şekil üzerinde gerekli dönüşümleri yapabilmiş, özellikle 1 ve 3. Şekillerde ek çizimler yapıp, alanları uygun yere taşıyabilmiştir. Bu sayede işlevsel algısını kullanarak (mereologic değişiklikler yaparak) ve ifadelerinde eş üçgenlerden yararlanarak sözel algıları ile de çözüme yaklaşmış, uygun bir muhakeme örneği sunabilmiştir. Nitelik olarak bu muhakeme biçimine benzer diğer yanıtlardan örnekler aşağıda sunulmuştur.

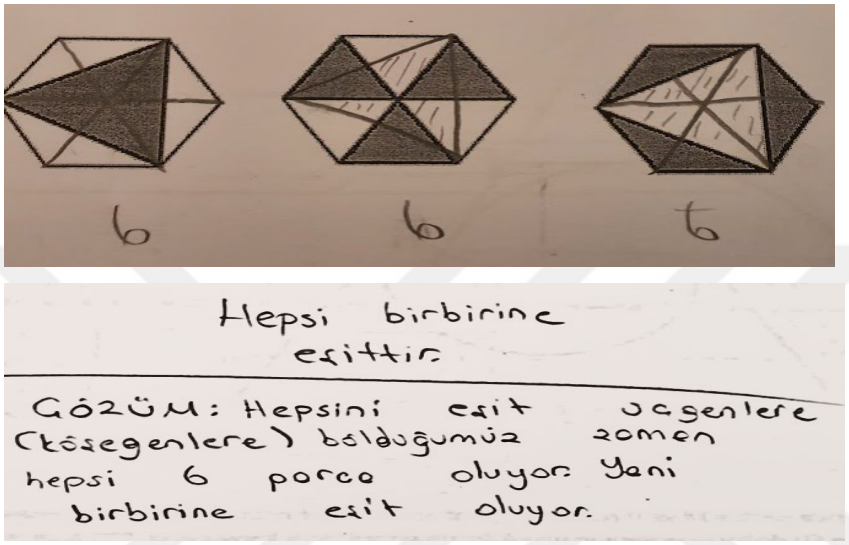
[H.Ö]:





Yukarıdaki *H.Ö*'nün ve aşağıdaki *K.A*'nın yanıtlarına bakıldığında, köşegen bilgisinin (bir geometrik kavram ve kuralın) kullanımı ve ilgili parçaların taşınıp birleştirilmesi gibi hem işlevsel hem de sözel algının kullanıldığı uygun bir muhakeme biçimi gelişmiştir.

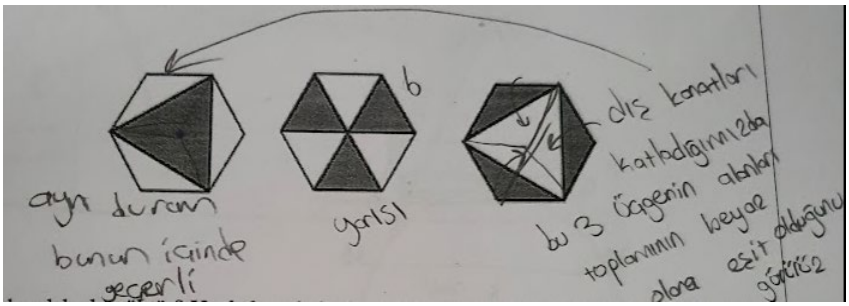
[K.A]:

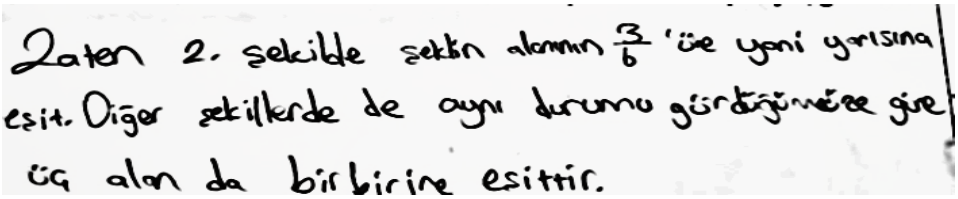


"İşlevsel algı ile çözüm örnekleri"

Yanıtları bu kategoriye dahil olan bireyler (9 kişi) göreve sadece işlevsel algıları ile uygun bir çözüme ulaşabilmişlerdir. Parça taşıyarak ya boyalı (taralı) bölgeleri bir yerde toplayabilmişler, ya da ek çizimler yaparak taralı alanların birbiriyle ilişkisini görebilmişlerdir. Yani işlevsel algıları ile soruya yaklaşarak, mereologic değişiklikleri yapabilmişlerdir. Aşağıda yalnızca işlevsel algıları ile soruya uygun bir muhakeme geliştirip, doğru çözüme ulaşabilen kişilerden örnekler yanıtlar sunulmuştur.

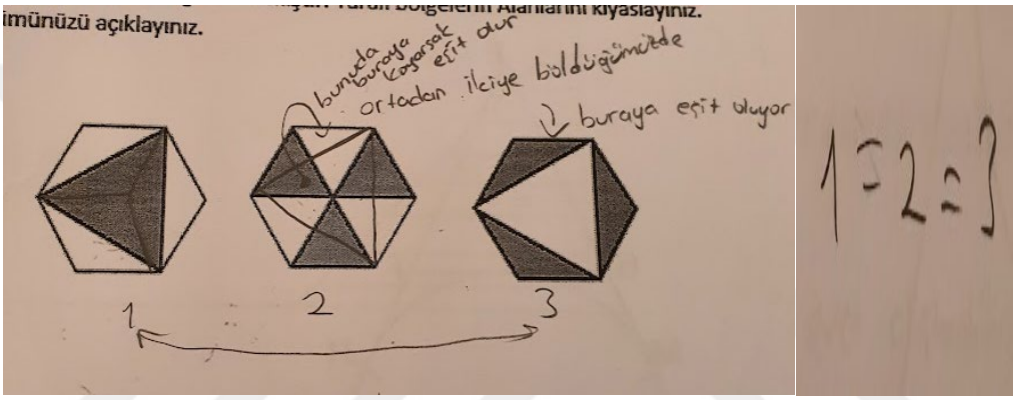
[S.Ç]:





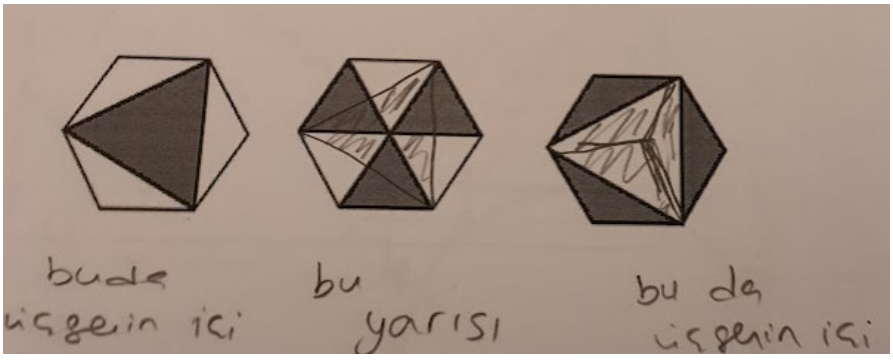
Yukarıdaki *S.Ç*'nin ve aşağıdaki *B.T*'nin örnek çözümleri, işlevsel algının harekete geçirilecek doğru bir çözüme ulaşıldığını göstermektedir.

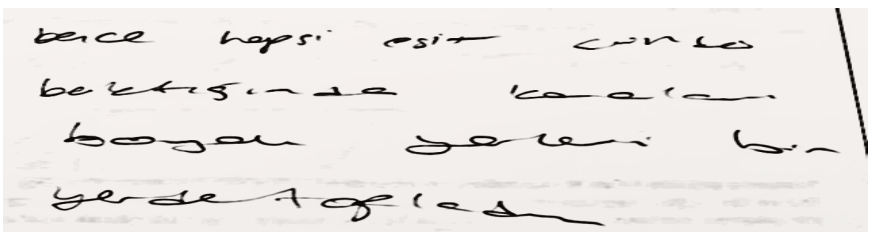
[B.T]:



Aşağıdaki *R.T.B*'nin yanıtı da işlevsel algı başarı ile çözüme ulaşan bir yanıttır. Öğrencinin ifadesindeki *"Boyalı yerleri, bir yerde topladım"* ifadesi, işlevsel algı bileşeninde yer alan mereologic değişikliğin uygulanabildiğinin tezahürüdür.

[R.T.B]:

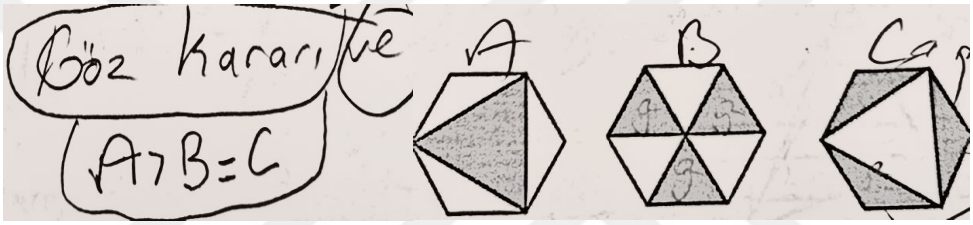




“2=3<1 yanıtı”

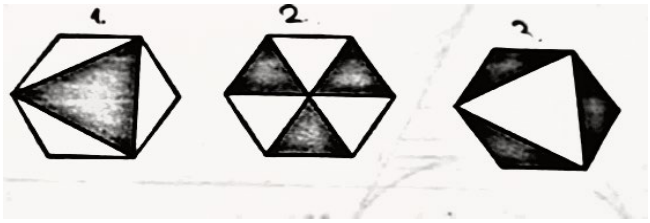
Yanıtları bu kategoriye dahil olan bireyler (19 kişi), 1=2=3 cevabından sonra en çok verilen yanıt olan taralı alanların birbiriyle **2=3<1** ilişkisinde olduğu yanıtını sunmuşlardır. Bu kategorideki katılımcılardan hepsinin de ilgili göreve yalnızca görsel algıları ile yaklaşarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Yani bu bireylerin yaptıkları muhakemeler, **tahmini görsel algı çözümü** olarak adlandırılabilir. Bu bireyler kenar parçalarına tahmini değerler yükleyerek ya da alanlara göz kararı yaklaşarak yanıt vermeye girişmişlerdir. Aşağıda buna ilişkin örnek öğrenci yanıtları sunulmuştur.

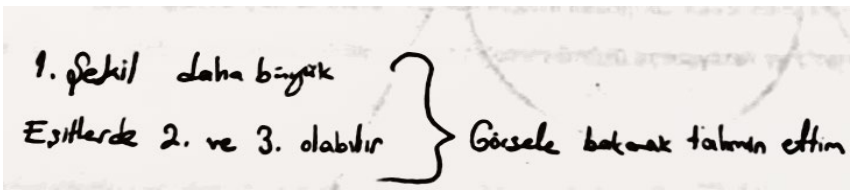
[M.E.Y]:



Yukarıdaki *M.E.Y*’nin yanıtı ile, aşağıdaki *Y.S.A* isimli öğrencinin yanıtındaki “Göz kararı” ve “Görsele bakarak tahmin ettim” ifadeleri, sadece görsel algı ile çözüme yaklaşıldığı oldukça iyi yansıtmaktadır.

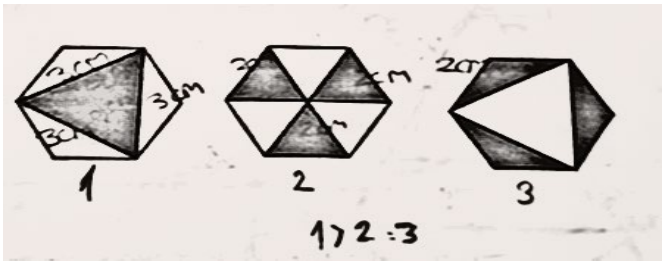
[Y.S.A]:

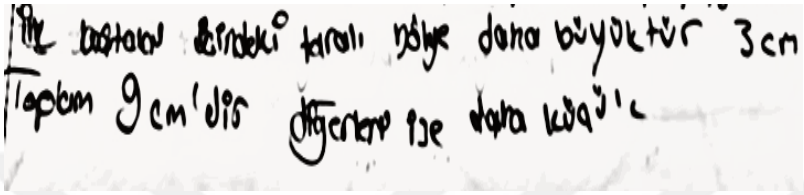




Aşağıdaki, *H.B*’nin yanıtı da görünüşün ötesine geçemeyen bir muhakemeyi yansıtmaktadır. Kenarlara tahmini sayısal değerler atayarak bir çözüm yapılmaya çalışılmış fakat doğru bir çıkarımda bulunulamamıştır. İşlevsel algı kullanılmadan, alanları hesaplamak hemen hemen olanaksızdır, çünkü karmaşık bir trigonometrik bir çözüm gerektirmektedir.

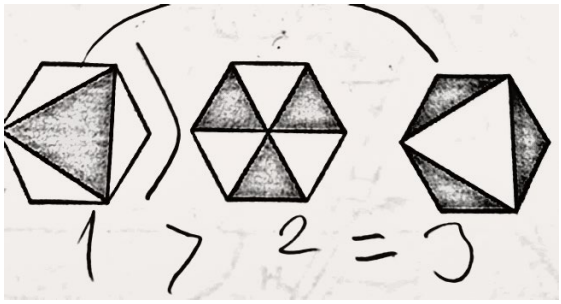
[H.B]:

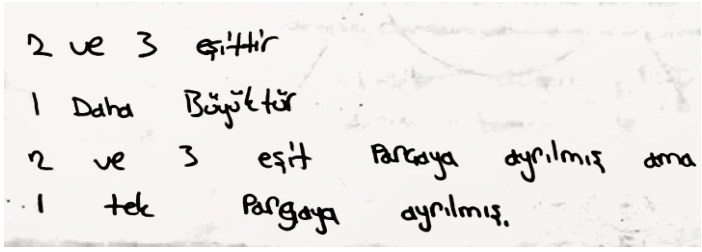




Fakat, 2=3<1 bireylerin bir kısmında, **taralı olarak verilen parça sayılarının sayılması ve tek parça olarak verilen taralı alanın diğerlerinden büyük olacağı şeklinde bir düşünme biçimi** tespit edilmiştir. Aşağıda bu düşünme biçimini yansıtan bir örnek yanıt sunulmuştur. Bütün halde duran parçanın alan olarak büyük olacağını düşünme şeklinde adlandırabileceğimiz bu yanılgı, görsel algının bazen uygun muhakemenin gelişmesinde engelleyici role bürünebileceğinin bir örneğidir. Duval (1995) de bir şeklin algısal olarak kavranması ile matematiksel algı ile kavranması arasında potansiyel bir uyumsuzluk olduğunu ifade etmektedir.

[B.S.S]:

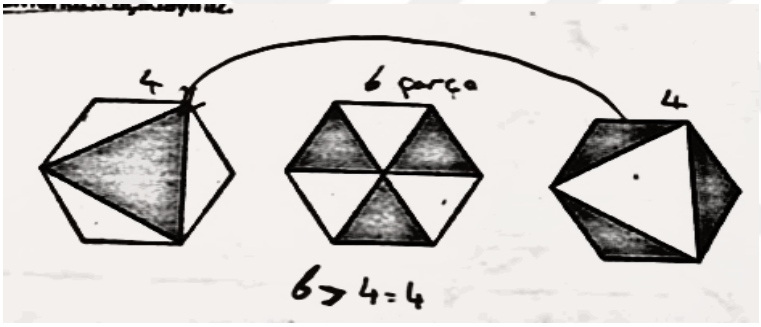


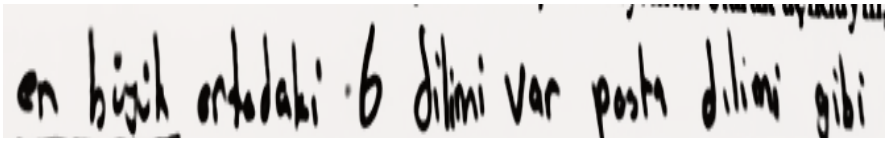


“1=3<2 yanıtı”

Tablo 64’te de görülebileceği gibi, taralı alanların ilişkisine yönelik üçüncü olarak en çok verilen yanıt (12 kişi), 1 ve 3 numaralı alanların eşit ve 2 numaralı alandan küçük olduğu yanıtıdır. Bu bireylerin gerekçeleri ve çözümleri incelendiğinde ise bir kısmının benzer şekilde sadece görsel algılarına güvenerek sezgisel çözümler oluşturmaya çalıştıkları görülürken, büyük bir kısmının (8 kişi) yine görsel algılar içinde değerlendirilebilecek **“alt parça sayısı yanılgısı”** olarak adlandırabileceğimiz düşünme biçimine göre hareket ederek 1=3<2 yanıtını sundukları görülmüştür. Bu bireyler, direkt olarak 1 ve 3. şekillerde 4 alt parça şekil, ikinci şekilde 6 alt parça şekil olduğunda dolayı 1=3<2 yanıtını sunmuşlardır. Aşağıda bunu resmeden bir örnek katılımcı cevabı görülmektedir.

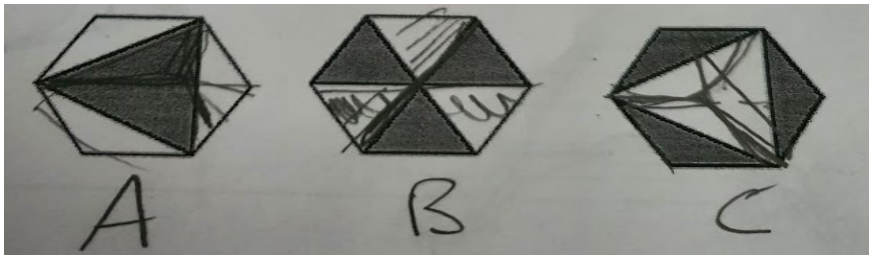
[S.T]:

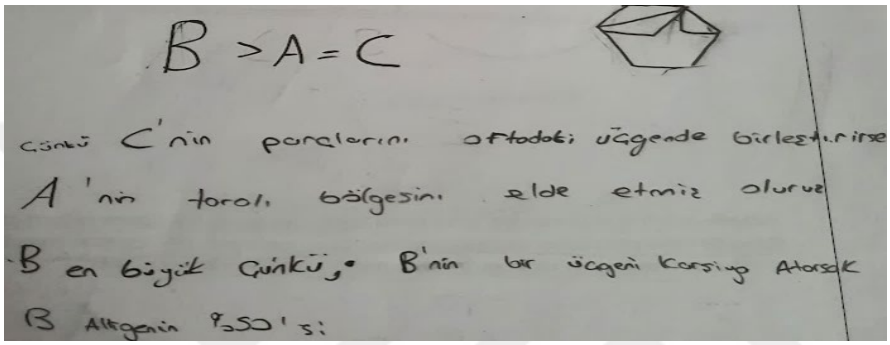




“1=3<2” yanıtını veren sadece 1 kişinin, işlevsel algı ile parçaların pozisyon değişimi ve taşınması yoluyla soruya yaklaştığını ancak yine görsel algının engelleyici durumuna takıldığı görülmüştür. Yani bu birey, aşağıdaki gibi, kısmen işlevsel algı diyebileceğimiz işlevsel ve görsel algının birlikte işlediği bir çözüm sunmuştur. Çözümde dikkat edilecek olursa, işlevsel algı başarı ile kullanılmasına rağmen, ortadaki şekil ile doğru ilişkilendirme yapılamadığı görülmektedir. Çünkü öğrenci, A ve C olarak adlandırdığı şekilleri, işlevsel algı ile görünüm üzerinden kıyaslarken, parça bütün ilişkisini tam olarak görememekte, A ve C’nin altıgenin yarısı olacağını fark edememektedir. Görsel algı, işlevsel algınının ilerletilerek çözüme ulaşılmasında engelleyici rol oynamıştır.

[H.E]:





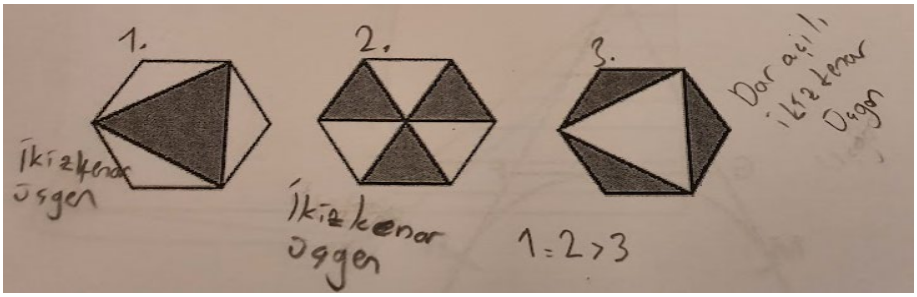
"3 <2<1 yanıtı"

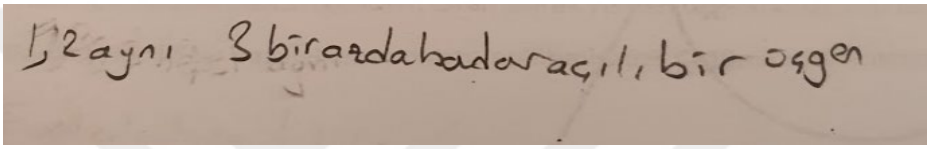
İlgili göreve dördüncü en çok verilen cevap (9 kişi) olan 3<2<1 yanıtını veren bireylerin çözüm yollarına bakıldığında ise, sadece görsel algı ile yaklaşarak "şekle baktığımızda 1 en çok yer kaplayan, 3 ise en az yer kaplayan şekil" gerekçesini sundukları görülmüştür.

"3 <1=2 yanıtı"

Bu göreve beşinci sırada en çok verilen cevap (7 kişi) olan 3<1=2 yanıtını veren bireylerin çözüm yollarına bakıldığında ise, farklı tarzda 2 hatalı düşünme biçimi geliştirdikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu 7 kişiden 2'si, aşağıdaki örnek cevapta olduğu gibi, şekillerin görsel algı ile ilk algılanışlarına göre şekil içindeki üçgenlere odaklanarak, dar açılı üçgenin alanın daha az olacağını varsayma şeklinde bir akıl yürütmeye başvurmuşlardır. Bu yanıt, görsel algının bireysel yönünü, yani şekle görsel algı ile bakma sürecinde, kişiden kişiye çok farklı anlamlar çıkabileceği sonucunu destekler.

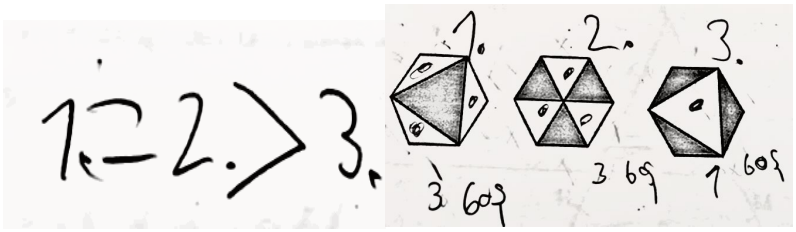
[S.N.A]:





3<1=2 yanıtını veren diğer 5 kişinin ise, taralı olan alanlar yerine, boş alanları (taralı olmayan alanlar) sayarak, soruya yanıt vermişlerdir.

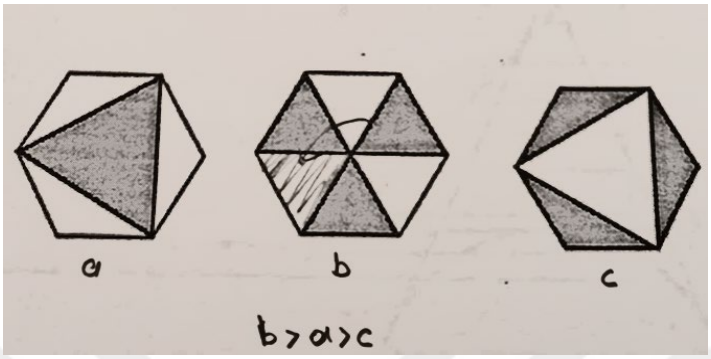
[O.B.K]:



“3 <1 <2 yanıtı”

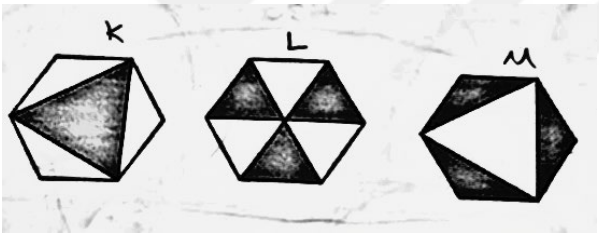
Bu göreve altıncı sırada en çok verilen cevap (6 kişi) olan 3<1=2 yanıtını veren bireylerin çözüm yollarına bakıldığında ise, bir kısmının sadece görsel algı ile soruya yanıt verdikleri, bazılarının ise kısmen işlevsel algı ile soruya yaklaştıkları, yani işlevsel ve görsel algının iç içe geçtiği bir muhakeme biçimini benimsedikleri görülmüştür. Bazı bireylerin ortadaki şekli (2 numaralı şekli) parça taşıma ile görebildikleri fakat, 1 ve 3. Şekiller hakkında uygun bir muhakeme geliştiremedikleri tespit edilmiştir. Aşağıda bunu yansıtan bir örnek öğrenci yanıtı sunulmuştur.

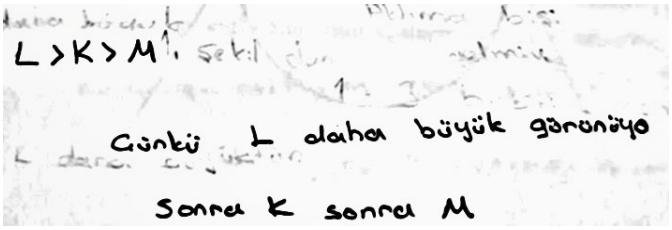
[R.S.C]: (işlevsel ve görsel algı)



Aşağıdaki *K.P*'nin yanıtı, şekil görünüşünü aşamayan bir muhakeme örneğini yansıtmaktadır.

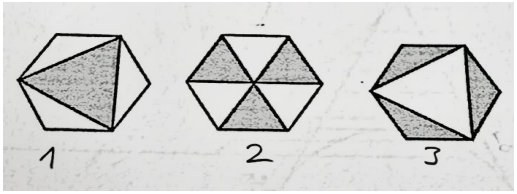
[K.P]: (sadece görsel)

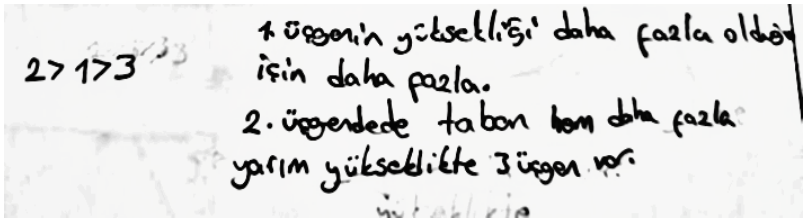




Aşağıdaki *N.E*'nin yanıtı ise üçgen yükseklikleri üzerinden yapılan, fakat şekil görünüşüne dayalı varsayımsal bir muhakemeyi göstermektedir.

[N.E]: *(görsel)*



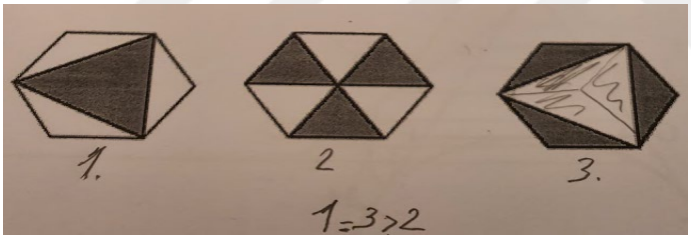


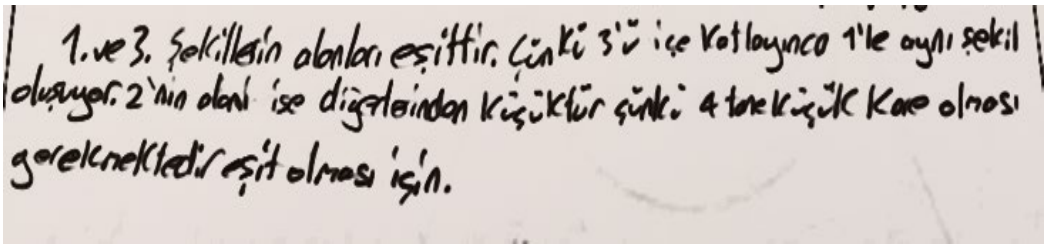
Bu göreve verilen diğer yanıtlar, Tablo 64'te de görülebileceği gibi, 1<2<3 ve 2<3=1 yanıtları olmuştur.

"2<3=1 yanıtı"

2 <3=1 yanıtı veren bireylerden 2 kişinin sadece görsel algı ile soruya yaklaştıkları görülürken, bir kısmının (3 kişi) ise, aşağıdaki örnek katılımcı yanıtında olduğu gibi, işlevsel algının kısmen kullanıldığı ve görsel algıyla iç içe geçtiği bir geometrik düşünme biçimine başvurdukları görülmüştür. 1 ve 3 alanlarının işlevsel algının kullanımı ile doğru muhakeme edilebildiği, fakat 2 numaralı alanın doğru muhakeme edilemediği görülmektedir.

[D.H]:

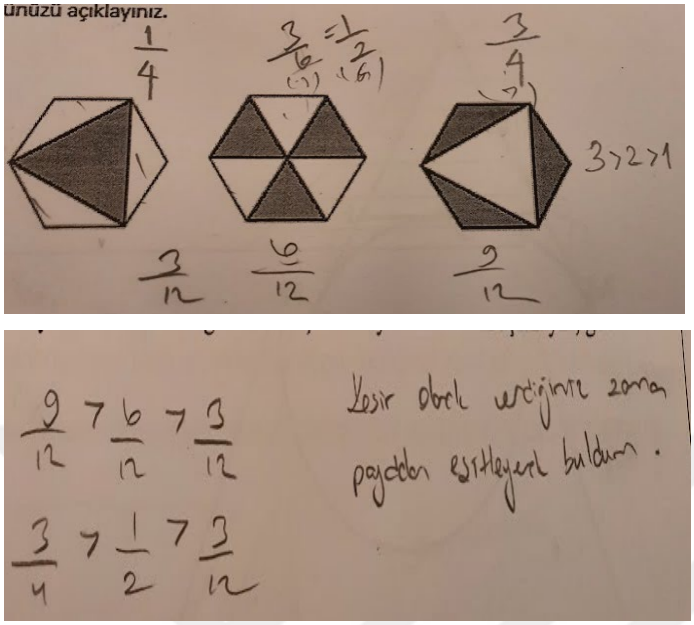




"1<2<3 yanıtı"

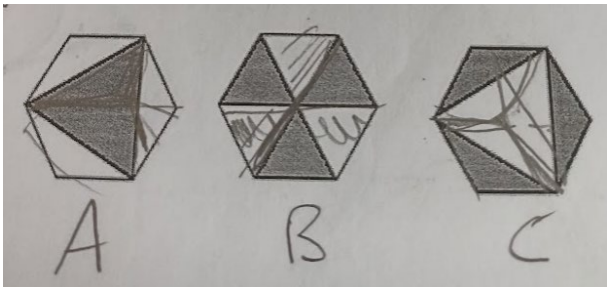
Bu yanıtı veren 5 kişinin düşünme biçimleri, üzerinde durulması gereken bir yorumlama tarzıdır **çünkü çokgenlere ilişkin alan kavramı üzerindeki farklı görevlerde, bu çözüm biçiminin genellenmesi ihtimalinin kuvvetli olduğu düşünülmektedir**. Bu yanıtı veren bireylerin, taralı bölgeleri işlevsel olarak değerlendiremeyerek, direkt taralı parça sayısını toplam parça sayına bölerek, ortaya çıkan oranları kıyaslama hatasına düştükleri görülmektedir. Aşağıda bunu resmeden bir örnek yanıt sunulmuştur.

[H.U]:



Bu göreve ilişkin, *Ö2* isimli birey ile yapılan aşağıdaki klinik mülakattan kesit, elde edilen bulguları daha iyi detaylandırır niteliktedir.

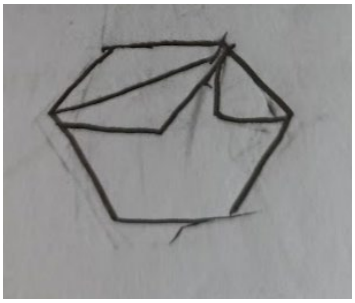
[A]: "Bu soruya aşağıdaki gibi ortadaki şeklin alanının diğerlerinden büyük olacağı cevabını (B> A=C) vermişsin. Çözümünü ayrıntılı açıklayabilir misin?"



[Ö2]: "C'dekileri ters çevirip ortaya getirirsek, A'nınki gibi olur. Yani eşit A ve C olur."

[A]: "Peki, B nasıl büyük oluyor?"

[Ö2]: "C'dekilerin hepsini toplarsak altıgenin yarısını doldurmaz bence. Böyle kalır (Şekil-78) A'da da doldurmaz. Ama B'de altıgenin yarısı."



Şekil 78.Altıgen içindeki alanların kıyaslanmasında öğrenci tarafından çizilen şekil

[A]: "Peki parçaları saysan olmaz mı?

[Ö2]: "C'deki parçaları ortada toplarsam, A'nın aynısı olur ve büyük bir üçgen A'daki gibi olur. B'deki şekildeki parçaları bir yerde toplarsam, büyük bir yamuk olur. Yamuk daha büyük olur mantıken A ve C'deki büyük üçgenlerden"

[A]: "B'deki taralı alan şeklin yarısı dedin ama A ve C'deki parçalar da şeklin yarısı olmaz mı?

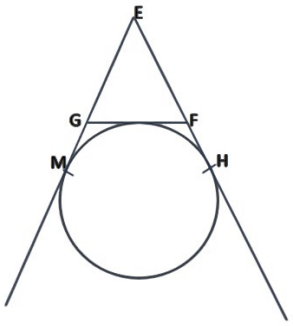
[Ö2]: "Olmaz, yamuk büyük olur bence."

Yukarıdaki görüşme diyaloglarından görülebileceği gibi, Ö2 isimli öğrenci kısmen işlevsel algısını harekete geçirip, parça taşıma ve birleştirme yaparak (mereologic değişiklikler) bazı doğru çıkarımlara ulaşsa da her üç şekildeki alanların da altıgenin yarısı olacağını görememiş, görsel algısının baskın olması, işlevsel algının tam olarak kullanılamamasına neden olmuştur. Nitekim B şeklindeki parçalar birleştirildiğinde oluşan yamuk şeklinin, her türlü A şeklindeki taralı üçgenden büyük olacağını düşünmektedir. Görsel algıya takılı kalması, işlevsel algının tam olarak harekete geçirilmesini geriletmiş, uygun muhakemeye götürememiştir. Görsel algının, aslında işlevsel algının harekete geçirilmesinde faydalı olsa da (şekle dair ilk içgörü edinmede), çoğunlukla şekil görünüşlerinden öteye geçemeyen bir muhakemeye yol açabilen, engelleyici ve kısıtlayıcı bir etkisi vardır.

4.3.8. ÇMF-3'nin 8.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'ün 8.sorusu olan görevde, aşağıda verilen şekildeki (Şekil-79) üçgenin çevre uzunluğu ile EM ve EH doğru parçalarının toplamının katılımcılar tarafından birbiriyle kıyaslanması istenmiş ve bireylerin Duval tarafından orta konulan şekle bakma süreçlerini

nasıl yansıttıkları ve soruya nasıl yaklaşım yaptıkları detaylandırılmak istenmiştir. Veriler öncelikle Tablo 65'te özetlenmiştir.



Şekil 79.ÇMF-3'ün 8.sorusu

Tablo 65. EGF üçgenine yönelik muhakemeler

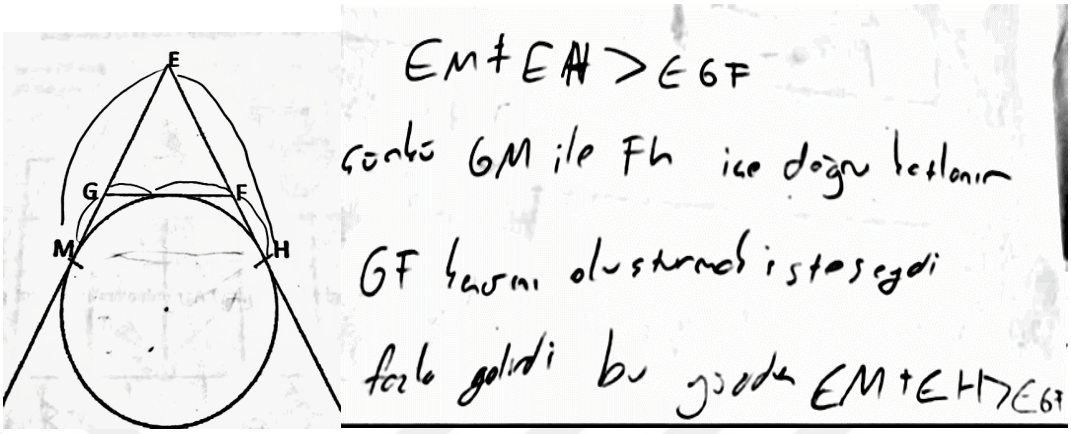
EGF üçgeninin çevresi ile EM+EH'ın ilişkisi	***f***
EM+ EH = Ç(EGF)	21
EM+ EH < Ç(EGF)	19
EM+ EH > Ç(EGF)	29
Cevapsız	31

Tablo 65'e bakıldığında, 100 katılımcı arasından, EM ile EH parçalarının toplamının EGF üçgeninin çevresine eşit olacağını belirten 21 katılımcı tespit edilmiştir. En çok verilen yanıtın ise, EM ve EH parçalarının toplamının, EGF üçgeninin çevresinden büyük olduğunu savunan EM+ EH> Ç(EGF) cevabı olduğu görülmektedir. Soruyu yanıtsız bırakan toplam 31 kişinin olması, bizi ilgili görevin bireyler tarafından görece biraz daha zorlu bulunduğu sonucuna ulaştırabilir. Aşağıda her bir yanıt için verilen gerekçe kategorileri, verilerin daha iyi anlaşılması adına, en çok verilen yanıttan başlanarak, örnek öğrenci cevapları ile birlikte sunulmuştur.

EM+ EH >Ç(EGF) yanıtı ile birlikte sunulan gerekçeler

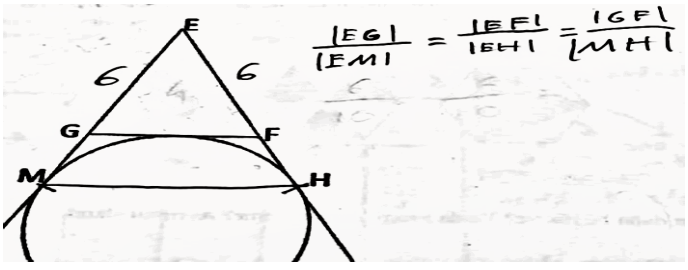
Bu yanıtı sunan 29 kişi arasından 3 kişi, aşağıdaki örneklerde olduğu gibi, işlevsel ya da sözel algılarını kısmen muhakemelerine yansıtmaya çalışmış fakat, uygun yanıta ulaşmak için mantıksal sıçramayı gerçekleştirememişlerdir. Aşağıda bu kişilerin örnek yanıtları sunulmuştur.

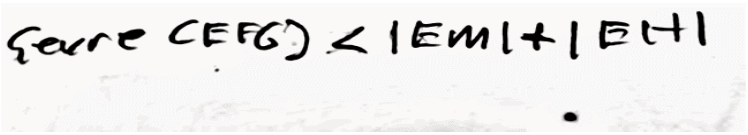
[E.H]:



Yukarıdaki *E.H* isimli bireyin yanıtına bakıldığında, GM ile FH parçalarının GF ile olan ilişkisine dair işlevsel algısı, kısmen harekete geçmesine karşın *("GM ve FH içe doğru katlanır ve GF kenarını oluşturmak isteseydi, fazla gelirdi" ifadesi*) görsel algıları çözüme hâkim olduğu için doğru bir muhakemenin oluşmadığı görülmektedir. Aşağıdaki örneklerde ise benzerlik kuralından yola çıkılarak ve ek çizimler yapılarak, işlevsel ve sözel algılarla kısmen soruya yaklaşılmaya çalışılmış, fakat sorunun çözümün için gereken ileri muhakeme gerçekleştirilememiştir. Çünkü anahtar parçalara odaklanma yoktur.

[Y.S.C]:

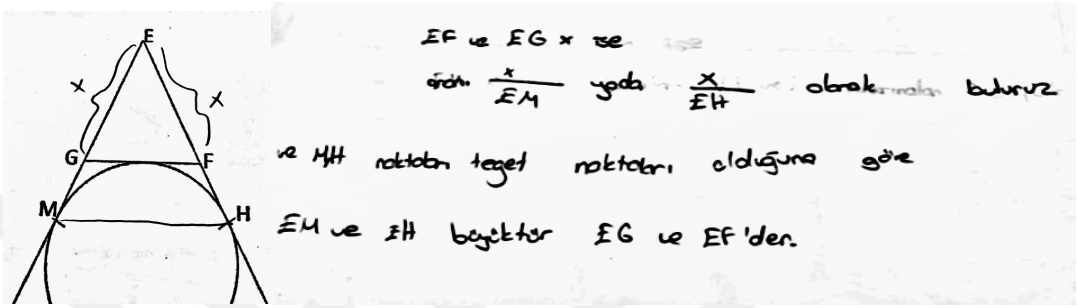




Yukarıdaki *Y.S.C*'nin ve aşağıdaki *A.S*'nin yanıtlarında ise, mutlaka bir kural ya da teorem kullanma ihtiyacı hissetmenin bazen gerekli işlevsel algının kullanılamamasına neden olabileceği görülmektedir. Çünkü Duval'in bilişsel süreçlerinden muhakeme sürecinin fazlasıyla baskın olması, yani mutlaka ek bir teoremden yararlanılmasına fazlasıyla

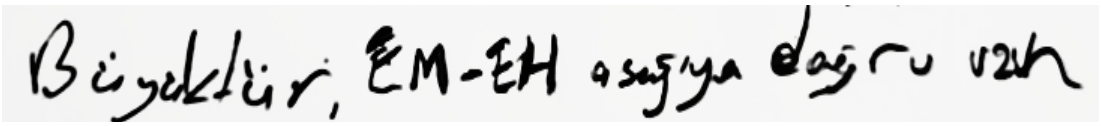
şartlanılmış olması, uygun işlevsel algının gerçekleştirilememesine neden olmuştur denebilir. Bu önemli bir noktadır çünkü bazı durumlarda aşırı şekilde bir kurala takılma ya da mutlaka belli teoremlerin kullanılması gerektiğine yönelik aşırı his, tam tersine geometrik görevde uygun muhakemenin gelişmesini engelleyebilir.

[A.S]:

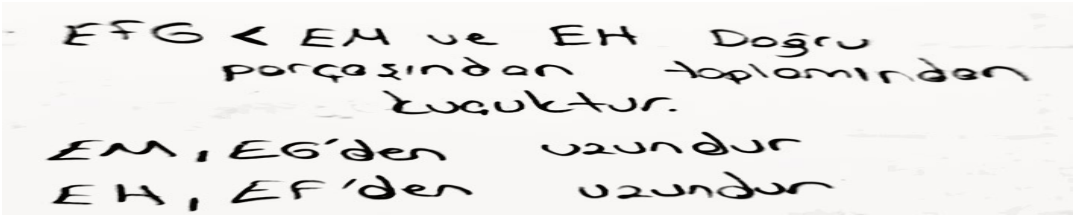


EM+ EH >Ç(EGF) yanıtını veren kalan 26 kişinin ise, gerekçelerine bakıldığında, sadece görsel algıları ile soruya yaklaştıkları, mantıksal uygun bir çözüm yöntemi geliştiremedikleri görülmektedir. Bu kişilerin, bir kısmı aşağıdaki *B.G* isimli öğrencinin yanıtında olduğu gibi, kenar parçalarına görsel algılarıyla uyumlu olarak tahmini sayısal değerler vererek çözüme ulaşmaya çalışırlarken, büyük bir kısmı ise, yalnızca görsel algı ile yaklaşmaları ve GF kenarına yönelik işlevsel algılarını kullanamamaları ile uyumlu olarak ***"EM+EH toplamı daha büyüktür, çünkü EM ve EH aşağıya doğru uzun"*** gerekçesine paralel yanıtlar sundukları tespit edilmiştir. Aşağıda örnek katılımcı yanıtları görülmektedir.

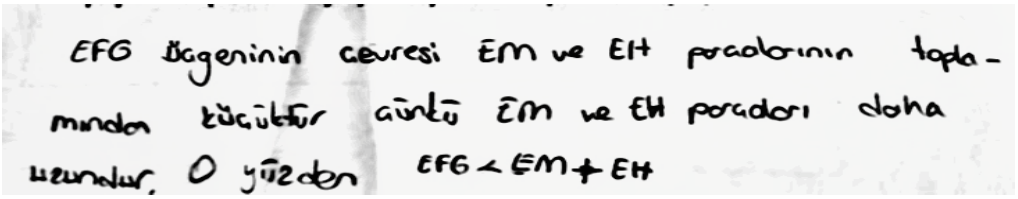
[A.Y]:



[M.N.C]:

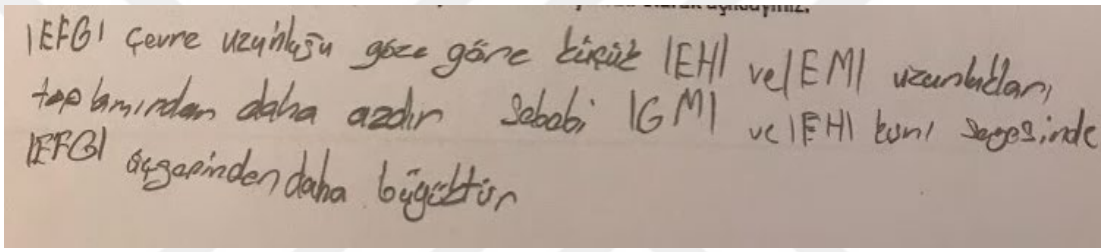


[M.D]:



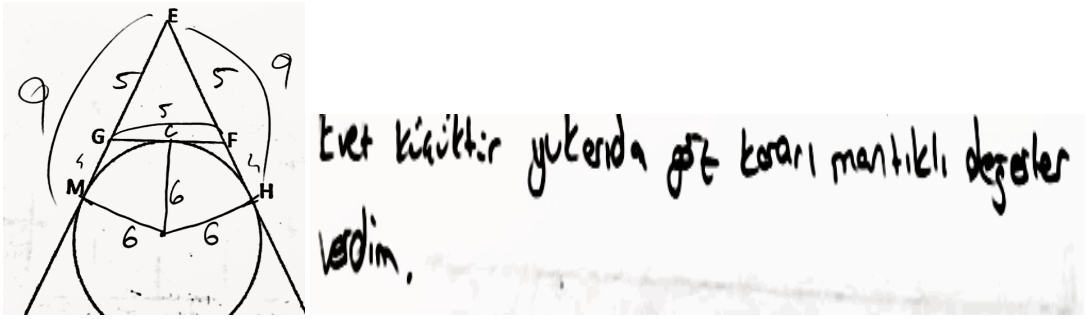
Yukarıdaki *A.Y*, *M.N.C* ve *M.D*'nin yanıtları ve aşağıdaki *B.K*'nin yanıtı, sadece görsel algı ile yaklaşmanın, görünüşten öteye geçemeyen çıkarımların oluştuğu çözümlemelerdir.

[B.K]:



Aşağıdaki *B.G* örneği ise, görsel algılarla uyumlu olarak, kenar parçalarına görünüşe göre keyfi sayısal değer atamanın bir örneğidir.

[B.G]:



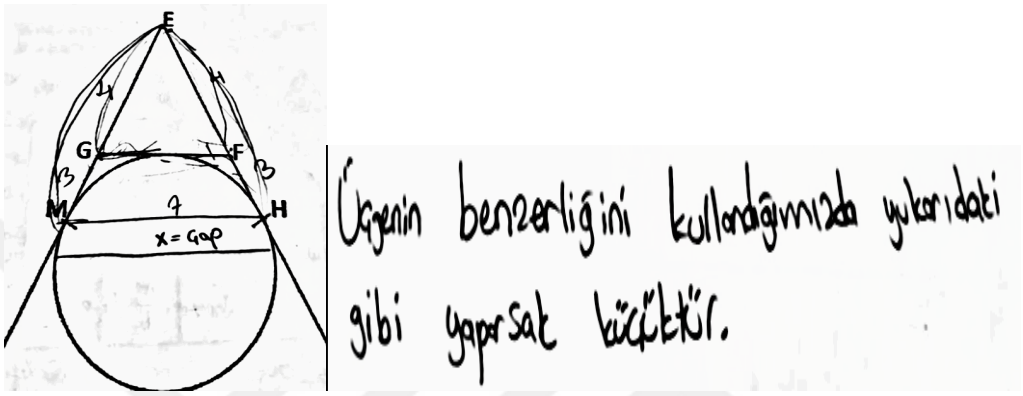
EM+ EH <Ç(EGF) yanıtı ile birlikte sunulan gerekçeler

EM+EH<Ç(EGF) yanıtı sunan 19 kişi arasından yalnızca 1 kişi, ek çizimler ve üçgen benzerliği yardımıyla işlevsel ve sözel algılarını kısmen muhakemelerine yansıtmaya çalışmış fakat, uygun yanıta ulaşmak için mantıksal sıçramayı gerçekleştirememişlerdir, çünkü görsel algının halen baskın olduğu görülmektedir. Ayrıca yukarıda bahsedildiği gibi, bazı durumlarda

aşırı şekilde bir kurala takılma ya da mutlaka belli teoremlerin kullanılması gerektiğine yönelik aşırı his, tam tersine geometrik görevde uygun muhakemenin gelişmesini engelleyebilir.

Aşağıda bu bireyin örnek yanıtı sunulmuştur.

[S.Ç]:

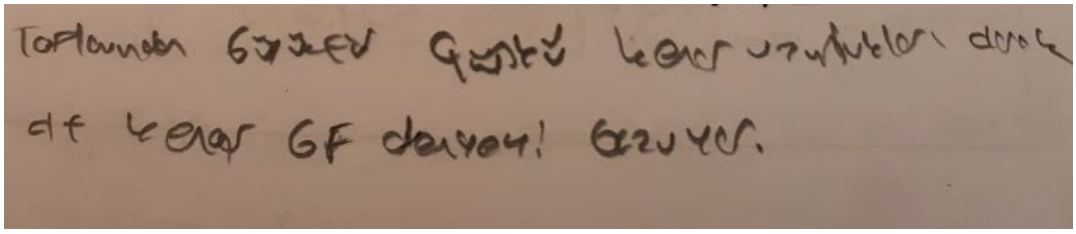


EM+EH<Ç(EGF) yanıtı sunan kalan 18 kişinin tamamı ise, soruya yalnızca görsel algıları ile yaklaşmışlardır. Bu kişilerin bir kısmı (6 kişi), kenar parçalarına şekilde görünen büyüklük algılarına göre tahmini sayısal değerler atayarak çözüm yaparken, diğer 12 katılımcı aslında dikkatli bakıldığında benzer anlamlara gelen aşağıdaki 2 gerekçeyi yanıtlarında sunarak, EM+EH<Ç(EGF) cevabına ulaşmışlardır.

"Üçgende fazladan GF kenarı var"

"Çünkü kenar uzunlukları bakımından alt kenar GF dengeyi bozuyor"

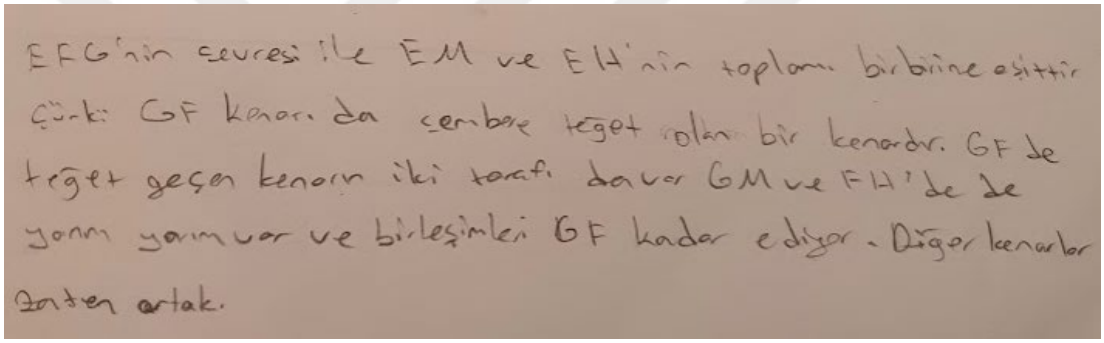
[S.E.G]:



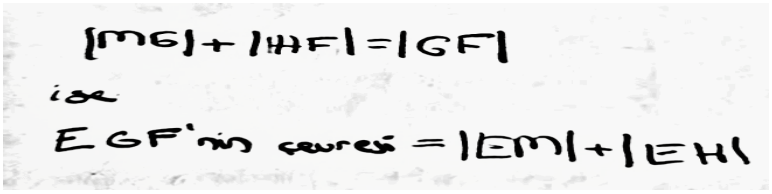
EM+ EH =Ç(EGF) yanıtı ile birlikte sunulan gerekçeler

Tablo 65'te de görüldüğü üzere, ilgili göreve, EM+ EH =Ç(EGF) şeklinde doğru yanıt veren bireylerin (21 kişi) cevaplarına ve gerekçelerine bakıldığında ise, **9** kişinin doğru yanıt vermesine rağmen ya gerekçe sunamadığı ya da kenar parçalarına tahmini değerler vererek çözüm yaptıkları veya ispatlarına başlarken, **şekildeki EGF üçgenini, şekil görüntüsünden dolayı eşkenar üçgen olarak varsaydıkları** görüldüğü için bu kişilerin doğru yanıtlarına uygun mantıksal bir gerekçe oluşturamadıkları tespit edilmiştir. Kalan 12 kişinin ise, aşağıdaki örnek cevaplarda olduğu gibi, işlevsel algının uygun kullanımı ile sorudaki kritik mantıksal sıçramayı yapabildikleri ve EM+ EH = Ç(EGF) yanıtını verdikleri görülmüştür.

[R.Ç]:

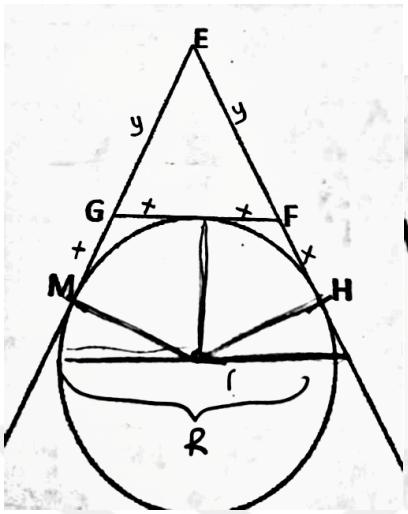


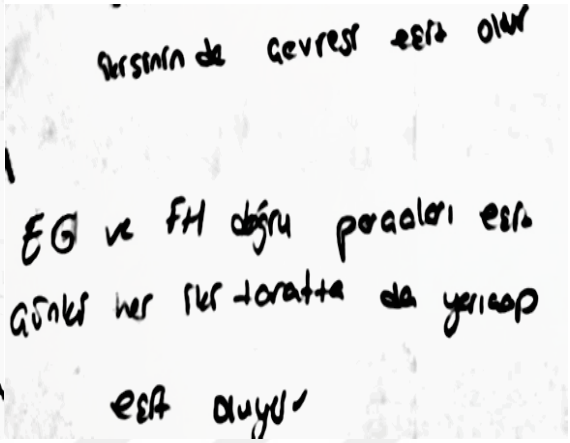
[K.P]:



Yukarıdaki *R.Ç, K.P* ve aşağıdaki E.S.K ve *K.A* gibi yanıtlar hem işlevsel algının hem de belli bir geometrik kural kullanımı ile sözel algılar ile soruya yaklaşıp, uygun bir muhakeme oluşturabilen bireylerin yanıtlarından örnekleri teşkil etmektedir. Aynı zamanda teğet bilgisinin kullanımı yer aldığından, matematiğin sembolik dilinin kullanıldığı, teorik söylemsel sürecin yansıtıldığı muhakeme örnekleridir.

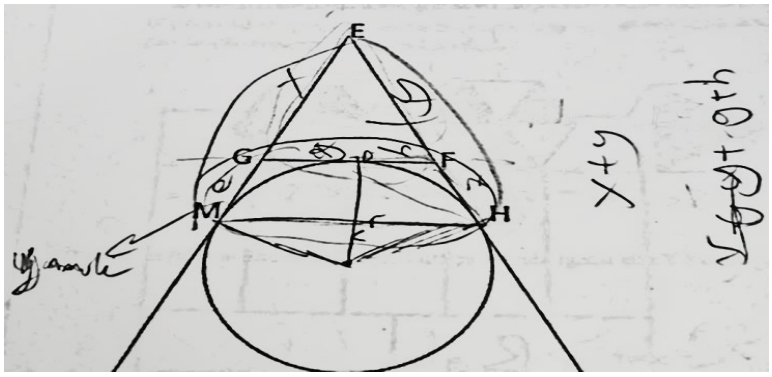
[E.S.K]:

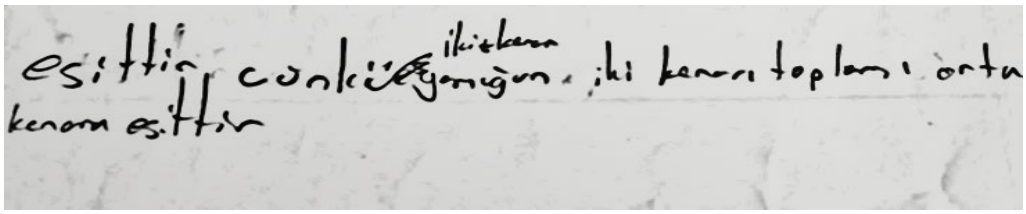




Aşağıdaki *K.A*'nın yanıtında, işlevsel algının kullanımı ile GM ve FH doğru parçalarının toplamının GF'ye eşit olduğu muhakemesi yapılmış, aynı zamanda x, y atamaları ile sembolik dil gösterimi yapılarak çözüm yürütülmüştür.

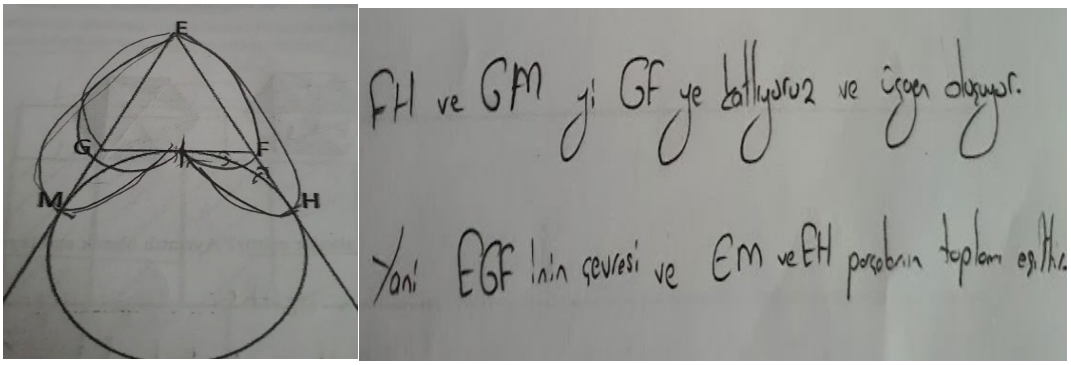
[K.A]:





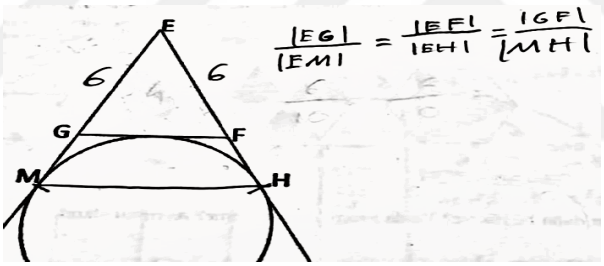
Aşağıda verilen *H.Ö*'nün yanıtı ise, kenar parçaları arasındaki mereologic ilişkinin fark edilerek sadece işlevsel algının kullanılması (FH ve GM parçalarını GF'ye katlama) ile doğru yanıta ulaşan bir bireyin örnek cevabıdır.

[H.Ö]:



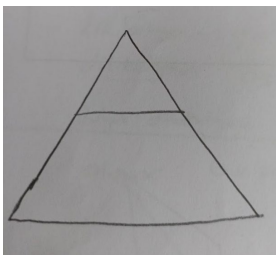
Yukarıdaki göreve ilişkin, *Ö14* isimli bir katılımcı ile yapılan klinik mülakattan aşağıdaki kesit, ilgili sorudaki muhakemeleri detaylandırır niteliktedir.

[A]: "Bu geometrik görevde, aşağıdaki gibi benzerlik kuralı uygulamaya çalışmışın. Neden böyle hareket ettiğini açıklaya bilir misin?



[Ö14]: "Yani burada, şeklin duruşundan, benzerlik kuralına benzer diye düşündüm"

[A]: "Yani benzerlik kuralının, aşağıda çizdiğim şekil (Şekil-80) gibi yerlerde uygulandığını bildiğin için, sen de soruyu buna mı benzetmeye çalıştın?"



Şekil 80.Araştırmacı tarafından çizilen şekil

[A]: "Bu yüzden mi M ve H noktalarını birleştirip çizdin?"

[Ö14]: "Evet"

[A]: "Peki, illa ki bu kural kullanılmalı mı? Yani başka türlü bir şey yapamaz mısın?"

[Ö14]: "Yani bence, buradan gidilir ama ben bulamadım"

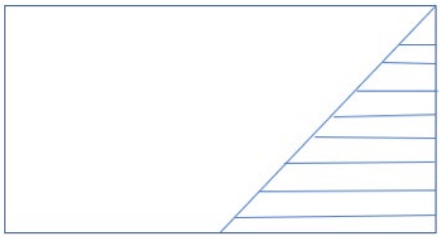
[A]: "Farklı parçalara odaklasan olmaz mı mesela bu örnekte?"

[Ö14]: "Başka türlü bilmiyorum nasıl yapılır. Yani, doğru yaptığımı düşünüyorum ama benzerliği tam yapamadım"

Yukarıdaki mülakat kesitinden de görülebileceği gibi, bazen belli bir kural ya da teoremin mutlaka kullanılması ihtiyacı hissetmenin (örneğin bu örnekte benzerlik teoremi), kimi zaman gerekli işlevsel algının harekete geçirilemeyerek, gerekli ilişkilerin fark edilememesine neden olabileceği anlaşılmaktadır. Aynı zamanda görsel algı, bazen işlevsel algının harekete geçirilmesinde faydalı olsa da bu örnek görevde olduğu gibi çoğu zaman hatalı varsayımların yapılmasına, işlevsel algının harekete geçirilmesinin engellenmesine ve görünüşten öteye geçilemeyen bir muhakemenin oluşmasına neden olabileceği sonucuna ulaşılabilir. Öğrencinin benzerlik teoremine dair zihnindeki imge ve prototipin, Şekil-80 'deki gibi olması, Fischbein'in yaklaşımı açısından değerlendirildiğinde, şekil bilgisine aşırı bağlanmanın muhakemenin kısıtlanmasına yol açtığı görülürken, Duval'in yaklaşımı açısından değerlendirildiğinde de görsel algının, işlevsel algıyı kısıtlayarak uygun muhakeme adımının atılamamasına neden olduğu söylenebilir.

4.3.9. ÇMF-3'nin 9.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'nin 9.sorusu olan görevde, aşağıda verilen dikdörtgenden (Şekil-81) taralı üçgenin kesilmesi ile elde edilen 2 parça şekil ile katılımcılara paralelkenar elde edip edemeyecekleri sorulmuş, çizim ve açıklama yaparak, çözümlerini ayrıntılandırmaları istenmiştir. Bireylerin dikdörtgen yamuk ve paralelkenar arasındaki ilişkileri nasıl muhakeme ettiklerinin ve Duval'in şekle bakma süreçlerinden işlevsel algının katılımcılar tarafından ne derece kullanılabildiği detaylandırılmak istenmiştir. Veriler öncelikle Tablo 66'da sunulmuştur.



Şekil 81. ÇMF-3'nin 9.sorusu

Tablo 66. Paralelkenarın inşa edilmesine yönelik muhakemeler

Paralelkenar oluşturabilme durumu	***f***
Paralelkenar inşa edemeyenler	54
İşlevsel algıyı kullanarak paralelkenar oluşturabilenler	44
Cevapsız	2

ÇMF-3'ün 9.sorusu olan göreve ilişkin Tablo 66'ya bakıldığında, toplam 100 katılımcı arasından 44 kişi parçalar ile bir paralelkenar oluşturabilirken, katılımcıların yarısından fazlasının, yani 54 kişinin oluşturamadıkları görülmüştür. 2 kişi ise soruya bir yanıt vermemiştir. Aslında, kabaca bakıldığında, okuyucuya basit ve çok temel gibi gelebilecek bir görevde, katılımcıların çoğunluğunun şekli oluşturamaması, Duval (1994)'ün belirttiği gibi işlevsel algının değeri fark edilemeyen anahtar yapıda şekle bakma süreçlerinden biri olduğunu ve bazı bireyin işlevsel algıyı, geometrik görevlerdeki muhakemelerine yansıtmakta güçlük çekebileceğini göstermektedir. Aşağıda, öncelikle şekli inşa edemeyen bireylerin örnek yanıtları ve ayrıca bu inşayı yapamayanlar arasından ek olarak soruya gerekçe de sunanların gerekçeleri verilmiştir.

Paralelkenar inşa edemeyenlerin çizimleri ve gerekçeleri

İlgili görevde, paralelkenar oluşturamayan (54 kişi) kişilerden bir kısmının, soruda vermiş oldukları gerekçelere bakıldığında, aşağıdaki yanıtları sundukları tespit edilmiştir.

"Paralelkenar oluşturamayız" (12 kişi)

"Hayır, paralelkenar oluşturulamaz, çünkü parçanın biri yamuktur" (6 kişi)

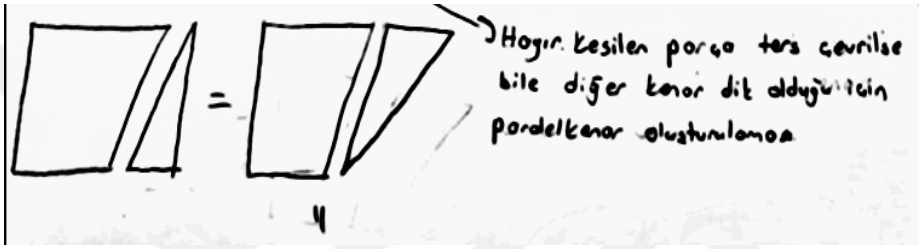
"Oluşturamayız, parça ters çevrilse bile diğer kenar dik olduğu için paralelkenar oluşturamayız" (2 kişi)

"Bir şey yapılmasına gerek yoktur, dikdörtgen zaten bir paralelkenardır" (1 kişi)

Yukarıdaki gerekçelere bakıldığında, üzerinde durulması gereken nokta, 12 kişinin paralelkenar oluşturulamayacağını savunmalarından ziyade, 6 kişinin oluşan 2 parçadan biri yamuk olduğu için paralelkenar oluşamayacağını belirtmesidir. Bu durum, bu çalışmanın bulgular bölümünde de daha önce verilmiş olan, yamuk kavramının bireyler tarafından diğer dörtgenlerden çok farklı, düzensiz, biçimsiz şekil olarak algılanması bulgusu ile paralel niteliktedir. Bir kere daha, bu çalışmanın farklı yerlerinde de görüldüğü gibi, yamuk

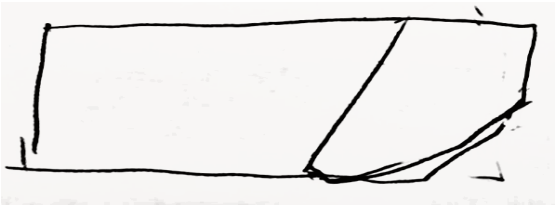
kavramına iliştirilen, dilsel ve semantik nedenlerden de kaynaklanan düzensiz ve biçimsiz şekil olması algısı, geometrik görevlerde uygun muhakemenin oluşmasında bozucu bir rol oynamaktadır. *Parça ters çevrilse bile diğer kenar dik olduğu için paralelkenar oluşturamayız* gerekçesi, işlevsel algısını görevde kullanamayan bireyleri yansıtırken, bir kişinin ise, dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki sınıf ilişkisinin farkında olmasına karşın, bu bireyin yine de işlevsel algıyı uygun biçimde soruya yansıtamadığını göstermektedir. Aşağıda paralelkenar inşa edemeyen bireylerin, yanıtlarından örnekler çizimler sunulmuştur.

[R.S.C]:



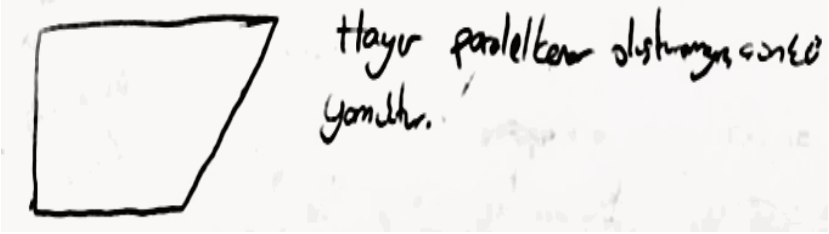
Yukarıdaki *R.S.C*'nin ve aşağıdaki *H.U*'nun yanıtlarına bakıldığında, işlevsel algılarını kullanamadıkları, uygun mereologic değişiklikleri (parça-bütün) gerçekleştiremedikleri görülmektedir.

[H.U]:



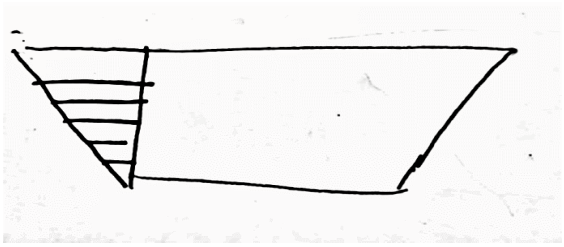
Aşağıdaki *L.S.E*'nin yanıtı da yamuktan doyalı paralelkenarın inşa edilemeyeceğini belirten, yine işlevsel algının kullanılamadığı bir muhakemedir.

[L.S.E]:

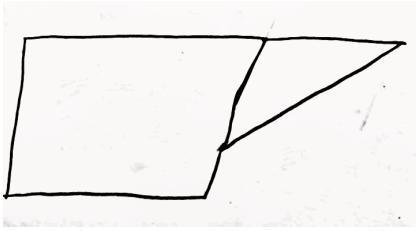


Benzer şekilde, aşağıdaki *H.K, Z.D* ve *B.T*'nin yanıtları da işlev algı bileşeni içindeki mereologic değişikliklerinin yapılamadığını göstermektedir.

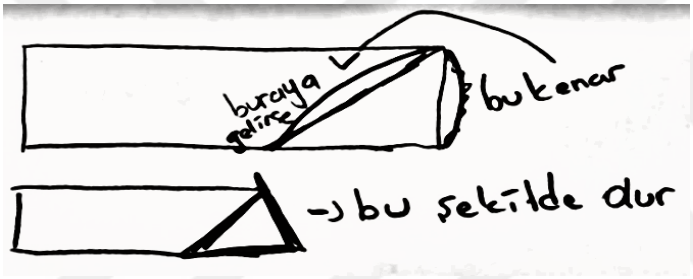
[H.K]:



[Z.D]:



[B.T]:



Paralelkenar inşa edebilenlerin çizimleri ve gerekçeleri

İlgili görevde, paralelkenar inşa edebilen kişilerin yanıtlarına bakıldığında ise, aşağıdaki gerekçeleri, uygun çizimleri ile birlikte sundukları ortaya çıkarılmıştır.

"Parçayı sol tarafa yerleştirdiğimizde alan korunur ve paralelkenar olur" (3 kişi)

"Sol tarafa yerleştirilirse, karşılıklı kenarlar yine paralel olur" (3 kişi)

"Sol tarafa yerleştirildiğinde karşılıklı açılar ve karşılıklı kenarlar yine birbirine eş olur" (2 kişi)

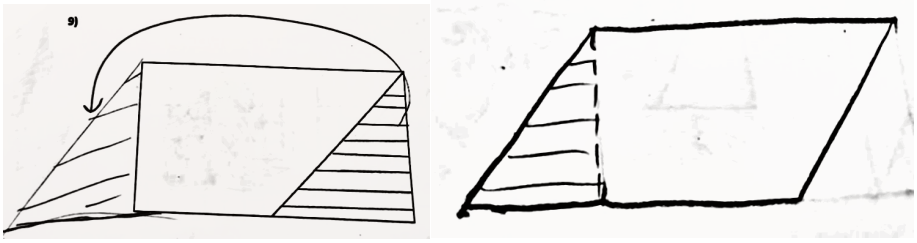
"Üçgeni sol tarafa yerleştirdiğimizde paralelkenar elde ederiz" (2 kişi)

"Kesilen parça, AC kenarına dik konulursa paralelkenar elde edilir." (2 kişi)

Yukarıdaki ilk 3 gerekçeye bakıldığında, bazı bireylerin (7 kişi) işlevsel algılarını etkin biçimde kullanarak paralelkenar inşa ederlerken, aynı zamanda sözel algıları ile paralelkenara ait kavramsal özelliklere de vurgu yaparak, oluşan şeklin niçin paralelkenar

olacağını cevaplarında belirttikleri görülmektedir. Aşağıda paralelkenar inşa edebilen bireylerin (44 kişi) en çok verdikleri çizim örneği (42 kişi) gösterilmiştir (*B.N.G*'nin yanıtı).

[B.N.G]:

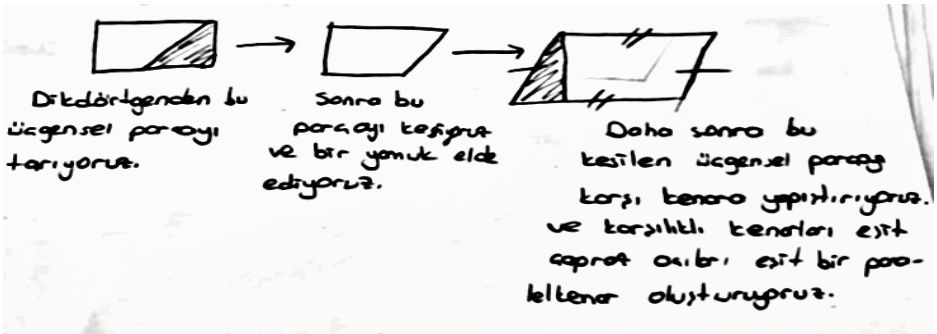


Sadece 2 bireyin, en çok verilen yanıtın aksine, üçgeni taşıyarak birleştirmek yerine, aşağıdaki örnek cevapta olduğu gibi (*Y.S.A*'nın yanıtı), yamuğu taşıyarak paralelkenar elde ettikleri görülmüştür. Bu kişilerin de işlevsel algılarını esnek biçimde kullanabildikleri, mereologic (parça-bütün) değişikliklerini yapabildikleri görülmektedir.

[Y.S.A]:

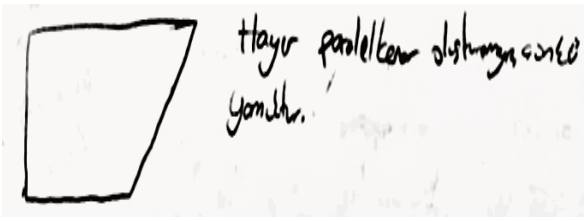
İlgili göreve verilen doğru yanıtlar arasından, 1 katılımcının aşağıdaki örnek yanıtı, işlevsel, sözel ve sıralı algının nasıl etkin biçimde kullanıldığının bir portresini çizmektedir. Çünkü şeklin adım adım oluşturulması oldukça iyi tarif edilmiş, aynı zamanda parçanın uygun yere taşınması ile işlevsel, paralelkenarın kavramsal özelliklerinden bahsedilerek geometrik bir kurala vurgu yapılması ile de sözel algıları yansıtmaktadır.

[A.A]:



Bu geometrik göreve ilişkin, yamuktan dolayı, paralelkenar oluşturamayan bir katılımcı *(Ö9)* ile yapılan klinik mülakattan bir kesit, analizi detaylandırmak amacıyla aşağıda sunulmuştur.

[A]: "Bu görevde aşağıdaki gibi yamuktan ötürü paralelkenar oluşturamayız demişsin sebebini açıklayabilir misin?"



[Ö9]: "Yani bence, oluşmaz, çünkü üçgeni kesersek, yamuk ve üçgen kalıyor. Yamuk ile bir şey yapamayız. Şekli yamuk zaten."

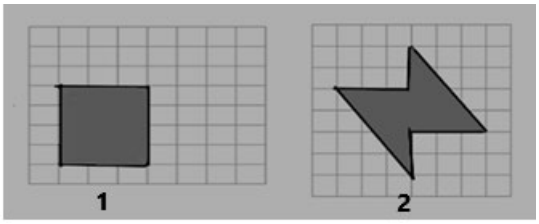
[A]: "Yani genelde yamuk şekilleri bir işe yaramaz mı?"

[Ö9]: "Yani yarar ama, başka bir şekil mesela paralelkenar oluşturamayız. Yamuk çünkü sonuçta."

Yukarıdaki mülakat kesiti, bu çalışmanın farklı yerlerinde de daha önce bahsedildiği üzere, bireylerin yamuğa ilişkin biçimsiz, düzensiz şekil olması algısı taşımaları, bu örnekte de olduğu gibi, nasıl işlevsel algının harekete geçirilmesini engelleyerek, uygun muhakemelerin oluşmasını kısıtlayabileceğini bize göstermektedir. Biçimsiz görünen her şeklin yamuk olarak adlandırılması, kimi zaman verilen geometrik göreve ilişkin bireylerde çözülemeyecek bir soru hissiyatı bile oluşturabilir.

4.3.10. ÇMF-3'nin 10.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'ün 10.sorusu olan görevde, aşağıda verilen 2 alanın (Şekil-82) öğrenciler tarafından kıyası istenmiş, katılımcıların nasıl bir çözüm yolu seçtikleri tespit edilmeye ve Duval'in şekle bakma süreçleri olarak tanımladığı algılardan hangilerini nasıl kullandıkları ortaya konulmaya çalışılmıştır



Şekil 82.ÇMF-3'ün 10.sorusu

Tablo 67. Taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler

Taralı alanların birbirleriyle ilişkisi	***f***
1=2	48
1<2	35
1>2	8
Cevapsız	9

Tablo 67'ye bakıldığında, toplam 52 katılımcının yani katılımcıların yarısından fazlasının taralı alanların eşit olduğu muhakemesini yapamadıkları görülmektedir. Aşağıda öncelikle, taralı alanların eşit olduğu muhakemesini yapamayan öğrencilerin yanıtları sunulmuştur.

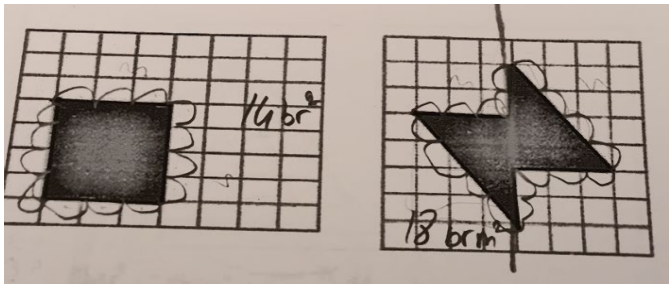
1<2 yanıtı

Bu yanıtı sunan bireylerin (toplamda 35 kişi) parçaları taşıyarak işlevsel muhakemeyi gerçekleştiremedikleri ve bu yüzden aşağıdaki gerekçe kategorilerine uyan yanıtlar sundukları görülmüştür.

"Alan hesaplarını hatalı yapanlar"

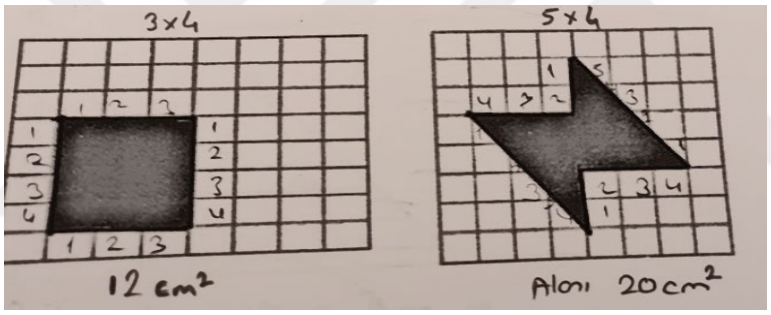
Alan hesaplarını hatalı yapan ve 1 <2 yanıtını sunan 28 kişi olduğunu tespit edilmiştir. Bu 28 katılımcı arasından ise, **22** kişi 1.şeklin alanını doğru, 2.şeklin alanını hatalı olarak hesaplamışlardır. Bu durum, bölgelerin alanlarının hesabı gibi geometrik göreve göre karmaşık sayılabilecek hususlar konusunda, işlevsel algının muhakemelerde nasıl kolaylaştırıcı rol oynayabileceğini göstermektedir. Çünkü verilen görevde, 2. Şeklin alanını hesaplamak, alansal bölgelere etraflıca bir yaklaşım gerektirmekte, bu yüzden bireylerin alan hesabını hatalı olarak yapmalarına neden olabilmektedir. Fakat biraz sonra göreceğimiz gibi işlevsel algılarını kullanarak parça bütün ilişkileri görebilen ve parçaları uygun yere taşıyabilen bireylerin, bu hatalara düşmedikleri anlaşılacaktır. Bu kategoriye giren diğer **6** kişi, görevde yine alan hesabını hatalı yapmışlar çünkü alan hesabı yerine çevre formülü ile bölgelerin çevrelerini hesaplamaya girişmişlerdir. Aşağıda örnek katılımcı yanıtları sunulmuştur.

[T.B]:



Yukarıdaki örnek yanıta bakıldığında, birey alan yerine birimleri sayarak çevre hesabı yapmaya girişmiştir. Aşağıdaki örnek yanıtta ise, beklenilebileceği gibi, birey 1. şeklin alanını doğru, 2. şeklin alanını hatalı hesaplamıştır.

[R.D]:



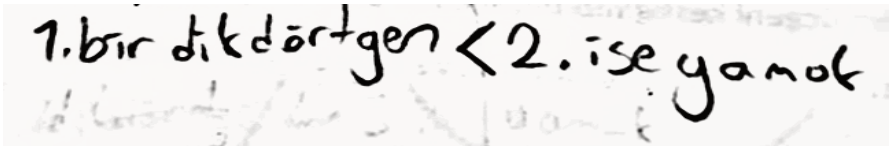
"Sadece görsel algı ile yaklaşım"

Diğer yandan, cevaplarında 1<2 yanıtını sunan 35 kişi arasından, 7 kişinin aşağıdaki yanıtları sunarak, bu cevaba ulaştıkları görülmüştür. Sadece görsel algı ile göreve yaklaşım yapılmasının hatalı sonuca götürdüğü görülmektedir.

"1<2'dir çünkü 2. Şekilde iki üçgen vardır. Daha büyük yer kaplar."

"1<2'dir, çünkü 2. Şekil yamuktur, dikdörtgenden daha büyüktür."

[S.N.A]:



İşlevsel algıyı kullanamayan fakat alan hesabı gibi işlemlerde de bulunmayıp, sadece görsel algıları ile soruya yaklaşan yukarıdaki bireylerin, "*2. Şekilde iki üçgen vardır. Daha büyük yer kaplar," 2. Şekil yamuktur, dikdörtgenden daha büyüktür"* ifadeleri, yalnızca görsel algıları ile soruya yaklaşarak, şekil görünüşünün ötesine geçemeyen muhakeme oluşturdukları göstermektedir. Ayrıca burada dikkat çekici 2 husus bulunmaktadır. Birincisi **yamuk şeklinin alanının dikdörtgenden daha büyük olacağını** düşünme, ikincisi ise, soruda verilen 2 numaralı şekil, yamuk değil, altıgen olmasına rağmen, yamuğun kendine has kavramsal özellikleri göz ardı edip, görüntü olarak daha biçimsiz, düzensiz ve farklı duran nesnelerin direkt yamuk olarak algılanması yanılgısıdır ve bu çalışmanın yamuk ile ilgili olan kısmındaki bulgulara paralel bir bulgudur. Bu nokta da Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisini akla getirmektedir, çünkü dip metinde, şekil bilgisinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir muhakeme söz konusudur.

1>2 yanıtı

İlgili görevde, Tablo 67'de görülebileceği gibi, bu yanıtı sunan bireylerin 8 kişi olduğu görülmektedir. Bu katılımcılar, yukarıdaki bulgulara benzer şekilde yine alan hesabını hatalı yaparak, 1. şeklin alanını doğru olarak bulup, 2. Şeklin alanını hatalı hesapladıkları ve 1>2 yanıtına ulaştıkları tespit edilmiştir. Bazı bireylerin ise, alan hesabı yapmadan sadece görsel algıları ile 1. Şekil daha fazla yer kaplar yanıtını sundukları tespit edilmiştir.

1=2 yanıtı

Tablo 67'de görülebileceği üzere, bu geometrik görevde doğru çözüm geliştirerek, "1=2 yanıtı sunan katılımcıların (48 kişi) yanıtlarına bakıldığında ise, aşağıda belirtilen 3 farklı strateji ile soruya yaklaştıkları tespit edilmiştir.

"Parçayı taşıma ve uygun yere yerleştirerek birleştirme" (23 kişi)

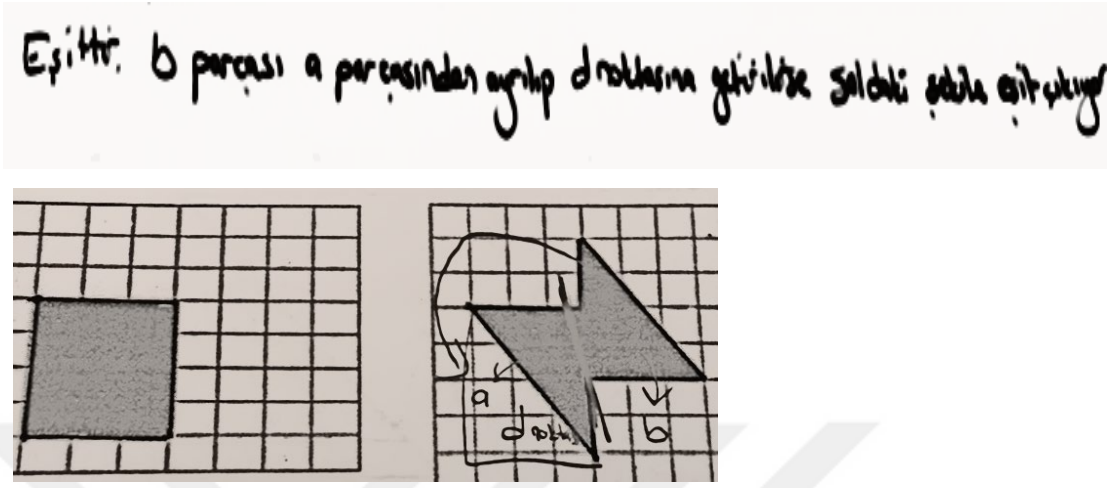
"Yalnızca Birimleri hesaplayarak, alan hesabını doğru olarak yapma" (16 kişi)

"Hem parça taşıma- yerleştirme hem de birim ile alan hesabı yapma" (8 kişi)

"Büyük dikdörtgene tamamlayarak eksik parçaların alanlarını çıkarma" (1 kişi)

"Parçayı taşıma ve uygun yere yerleştirerek birleştirme" ile soruya yaklaşan bireylerin, işlevsel algılarını uygun biçimde kullanarak çözüm yolu sundukları görülmüştür. Aşağıda buna ilişkin iki örnek öğrenci yanıtı sunulmuştur.

[İ.E.L]:

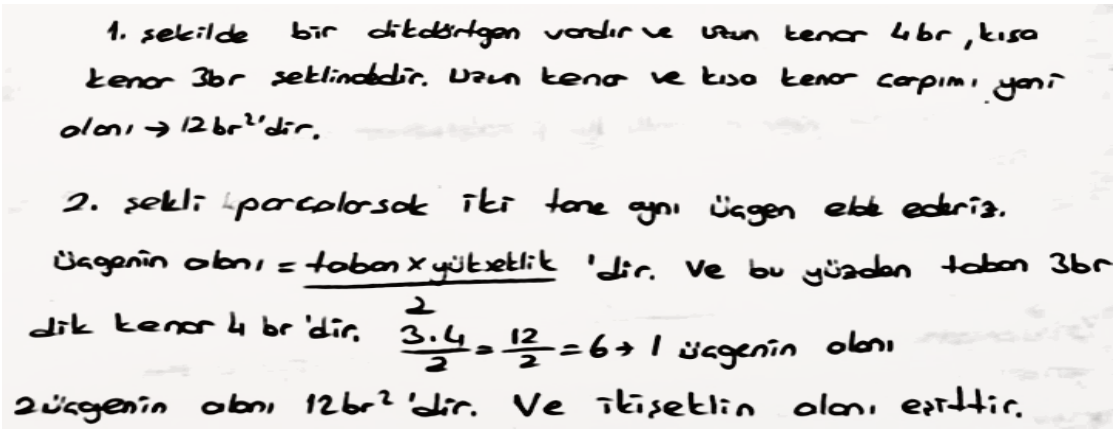


Yukarıdaki örnek yanıtta da aşağıdaki örnek yanıtta da bireylerin işlevsel algıyı ile soruya doğru biçimde yaklaştıkları, herhangi sayısal bir işlem yapmadan alanların eşitliğini Duval'in işlevsel algı bileşeni içerisindeki mereologic değişiklikler ile gerçekleştirebildikleri görülmektedir.

[H.E]:

"Yalnızca Birimleri hesaplayarak alan hesabını doğru olarak" yapabilenlerin (16 kişi) ise herhangi bir parça taşıma işlemi yapmadıkları fakat, gerekli formülleri başarı ile uygulayabildikleri, bu yüzden sözel algıları ve teorik söylemsel süreci de yansıtarak bir muhakeme yoluna gittikleri görülmüştür. Aşağıda buna ilişkin bir örnek öğrenci yanıtı sunulmuştur.

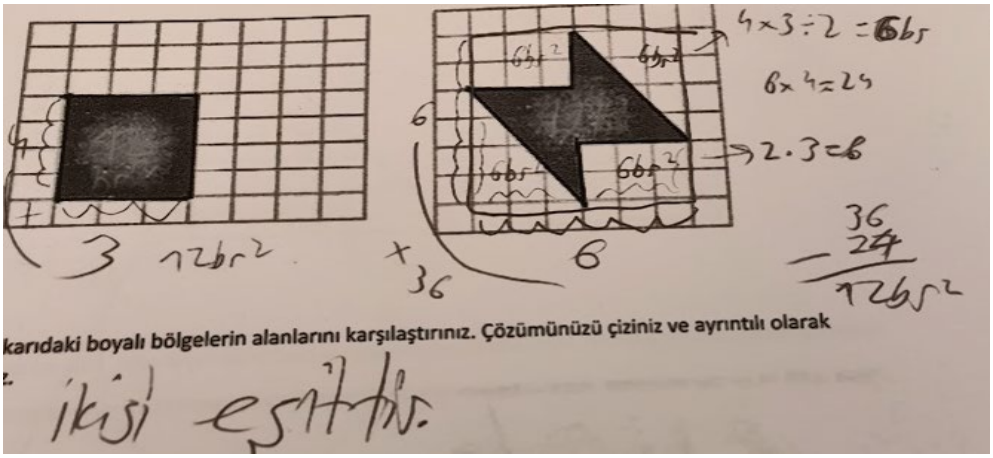
[A.A]:



İlgili görevde, *"Hem parça taşıma ve yerleştirme hem de birim ile alan hesabı yapma"* kategorisinde değerlendirilen bireylerin (8kişi), hem yukarıdaki örnek yanıtlarda olduğu gibi parça taşıyarak, hem de ek olarak alan hesabı ile bunu destekledikleri görülmüştür. Bu katılımcıların hem işlevsel hem de sözel algıları ile soruya yaklaştıkları ve uygun yanıta ulaştıkları tespit edilmiştir.

Diğer yandan, katılımcılar arasından bir bireyin, *"Büyük dikdörtgene tamamlayarak eksik parçaların alanlarını çıkarma"* stratejisini kullanarak farklı tarzda bir çözüm geliştirdiği görülmüştür. Aşağıda buna ilişkin bir örnek yanıt, özellikle diğer katılımcılardan farklı tarzda soruya yaklaştığı için özellikle verilmiştir.

[R.B]:



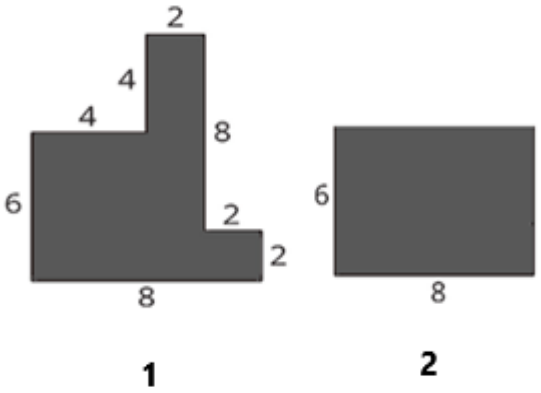
Yukarıdaki örnek yanıtta bakıldığında öğrencinin, birimleri hesaplayarak ve alan formüllerini başarılı bir şekilde uygulayarak soruya doğru yanıt verdiği ancak bunu yaparken aynı zamanda 2.şekildeki görseli büyük bir dikdörtgene tamamladığı ve daha sonra büyük dikdörtgenin

alanından, alt parçalardaki boyalı olmayan kısımların alanını çıkardığı görülmektedir ki bu da oldukça esnek bir biçimde işlevsel algısını ortaya koyduğunu göstermektedir.

ÇMF-3'ün 10.sorusuna verilen yanıtların geneline bakıldığında, işlevsel algıları ile soruya yaklaşamayan adayların bazılarının alanları doğru hesaplayamayarak soruya uygun yanıt veremedikleri görülürken, bu durum, sadece görsel algı ile geometrik şekillere yaklaşmanın, bireyleri yanılgıya sürükleyebileceğini, işlevsel algının geometrik görevlerde çözüme ulaşmak için nasıl anahtar rol oynadığını göstermektedir.

4.3.11. ÇMF-3'ün 11.sorusuna verilen yanıtların analizi

ÇMF-3'ün son sorusu olan görevde, aşağıda verilen iki alanın (Şekil-83) öğrenciler tarafından kıyası istenmiş, katılımcıların nasıl bir çözüm yolu seçtikleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bunun yanında bireylerin işlevsel algıları ile göreve yaklaşıp yaklaşamadıkları ortaya çıkarılmak istenmiştir. Ancak bu görevin, aynı formdaki alan sorusu olan 10. Görevden farkı, bu sefer işlevsel algıyı kullanmadan alanları kıyaslamanın mümkün olmamasıdır. Çünkü 1.şekildeki alandan parça kesip taşıma işlemi yapılmazsa ya da 1.şekilde verilen alan, bölgelere uygun bir şekilde ayrılmazsa, alan hesabının doğru yapılamayacağı görülmektedir. Bu yüzden işlevsel algının olmazsa olmaz yönü, ilgili görevin bir özelliğidir.



Şekil 83. ÇMF-3'ün son sorusu

Tablo 68. Taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler

Bölgelerin alanlarının birbirleriyle ilişkisi	***f***
1=2	39
1<2	12
1>2	40
Cevapsız	9

Tablo 68'e bakıldığında 1 ve 2 bölgesinin alanlarını eşit olarak belirleyebilen 39 kişi bulunurken, 100 katılımcı arasından toplam 52 kişinin yani katılımcıların yarısından fazlasının soruya hatalı cevap vererek, 1<2 ya da 1>2 yanıtlarını sundukları ortaya çıkarılmıştır. Bunun temel sebebi, işlevsel algının uygun biçimde harekete geçirilerek kullanılamamasıdır. Aşağıda öncelikle soruya doğru cevap veremeyip, 1<2 ve 1>2 yanıtlarını sunan bireylerin çözümleri analiz edilmiş, daha sonra 1=2 olarak doğru yanıt verebilen bireylerin çözümleri açıklanmıştır. İlk olarak en çok verilen yanıt olan 1>2 yanıtının analizi sunulmuştur.

"1>2 yanıtı"

Bu geometrik göreve Tablo 68'de görüldüğü gibi, 1>2 yanıtını veren bireylerin (40 kişi), aşağıda verilen gerekçe kategorilerine göre hareket ettikleri görülmüştür. Bu kategorilerin aşağıda izahı yapılmış ve örnek öğrenci yanıtları ile detaylandırılmıştır.

"1.şeklin alanının hatalı hesaplanması ya da şekli bölgelere uygun bir şekilde ayıramama (genellikle 80>48 durumu)" (19 kişi)

"1.şekil, üst ve yandaki parçalardan dolayı daha büyüktür gerekçesi" (10 kişi)

"Alan yerine çevre hesabı yapma" (9 kişi)

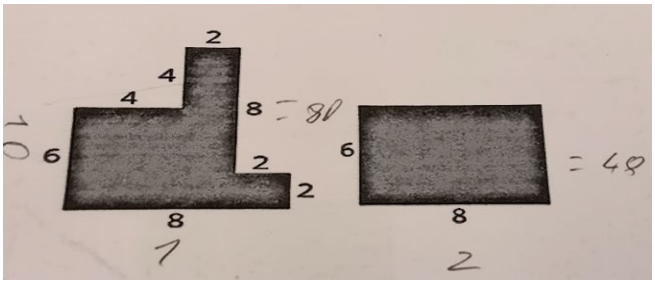
"Yamuğun alanı (1.şekil), dikdörtgenden büyüktür gerekçesi" (2 kişi)

"1.şeklin alanının hatalı hesaplanması ya da şekli bölgelere uygun bir şekilde ayıramama"

1>2 yanıtını sunan ve 1.şeklin alanının hatalı hesaplayan ya da şekli bölgelere uygun bir şekilde ayıramayan 19 kişinin, işlevsel algılarını soruda uygun biçimde kullanamadıkları için, 1>2 yanıtına ulaştıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu kişilerin genellikle 1. Bölgenin alanını uygun

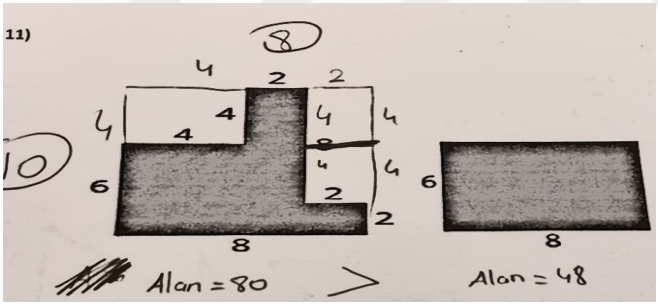
alt parçalara ayıramadan 80 br^2 olarak hesapladıkları görülmüştür. Aşağıda iki örnek öğrenci yanıtı gösterilmiştir.

[A.T]:



Yukarıdaki *A.T*'nin ve aşağıdaki *B.T*'nin örnek yanıtlarına bakılırsa, taralı alanların uygun bir parçalanması ya da parça taşıma ve birleştirme işlemi yapılamadığı için alan hatalı olarak hesaplanmıştır.

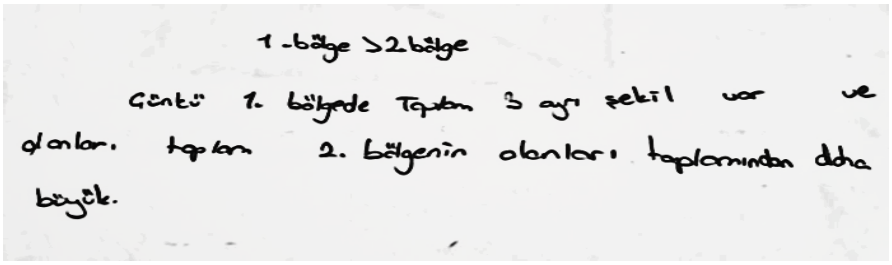
[B.T]:



"1.şekil, üst ve yandaki parçalardan dolayı daha büyüktür gerekçesi"

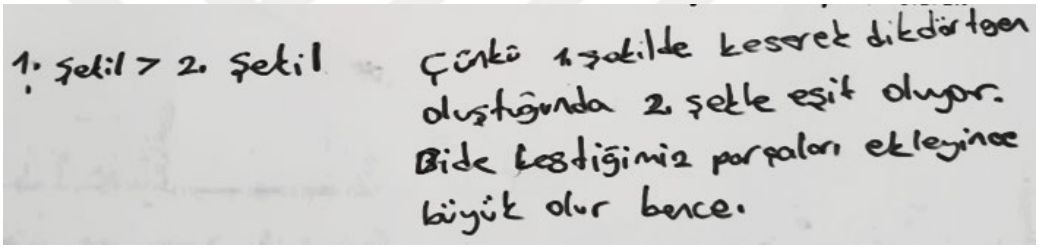
1>2 yanıtını sunan bazı katılımcılar ise, sadece görsel algıları ile ilgili göreve yaklaştıkları için, 1. Şeklin, üst ve yandaki parçalarından ötürü, 1.şeklin alanının 2. Şekilden büyük olacağını savunmuşlardır. Aşağıdaki *A.S*'nin yanıtı, bu düşünme biçimini özetlemektedir. Bu örnek yanıttan da görülebileceği gibi, tek başına görsel algı ile soruya yaklaşım, şekil görünümünün ötesine geçemeyen hatalı muhakemelerin oluşmasına neden olabilmektedir. Öğrencinin yanıtında, üç parça olan 1 numaralı şeklin alanının parça sayısından ötürü, tek parça olan 2 numaralı şeklin alanında büyük olduğu muhakemesi yapılmıştır. Görsel algının, işlevsel algının harekete geçmesini engellediği görülmektedir. Çünkü birey şekil görüntüsüne güvenerek alanları parçalama ya da taşıma işlemini akla getirememektedir.

[A.S]:



Aşağıdaki *K.P*'nin örnek yanıtı ise, işlevse algı bileşenin yer alan mereologic değişikliğin öğrenci tarafından görülemediği ve görsel algıya dayandırılan hatalı bir muhakemeyi yansıtmaktadır.

[K.P]:



"Alan yerine çevre hesabı yapma"

1>2 yanıtını sunan bazı bireylerin (9 kişi) işlevsel algılarını kullanamadan göreve yaklaştıklarından ötürü, **alan hesabı yerine çevre hesabı yaparak** hataya düştükleri de tespit edilmiştir.

"Yamuğun alanı (1.şekil), dikdörtgenden büyüktür gerekçesi"

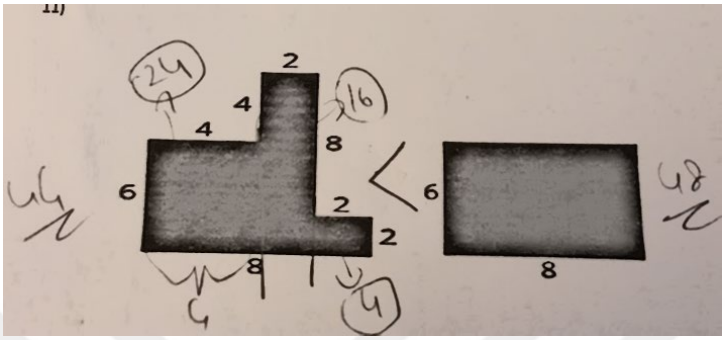
Diğer yandan, 1> 2 yanıtını sunan bazı katılımcılar, 1.şeklin yamuk olduğunu düşünmüş ve yamuk alanının dikdörtgenden büyük olacağını savunarak 1>2 yanıtını vermişlerdir. Şekli yamuk olarak adlandırdıkları için, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisine göre, şekilsel bilgileri, kavramsal bilgisinin önüne geçen bu bireyler, aynı zamanda görsel algının bir ürünü olarak yamuk alanının dikdörtgenden büyük olduğu algısına sahiptir. Bu şekilde 2 öğrenci tespit edilmiştir.

"1<2 yanıtı"

Tablo 68'de görüldüğü gibi, 1 alanının, 2'den küçük olduğunu savunan 12 kişi olduğu tespit edilmiştir. Bu bireylerin, hepsinin de 1. Bölgeyi uygun alt alanlara ayıramadıkları ve

alanı hatalı hesapladıkları, fakat bu kez 1<2 yanıtını sundukları görülmüştür. 2. bölgenin alanını ise doğru hesaplamışlardır. Aşağıda örnek öğrenci yanıtı verilmiştir.

[M.N.C]:



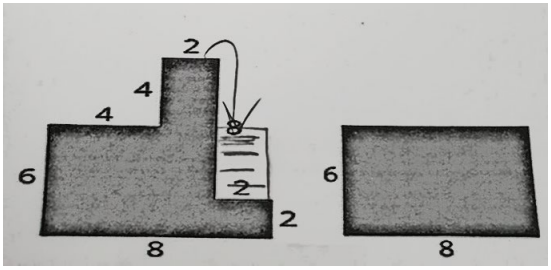
"1=2 yanıtı"

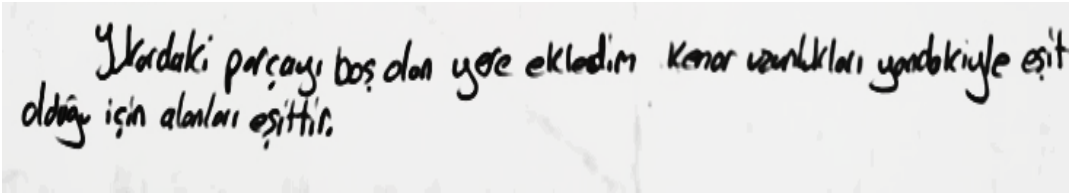
Tablo 68'de görüldüğü gibi ilgili göreve, doğru cevap olan 1=2 yanıtını veren bireylerin (39 kişi), muhakemeleri incelendiğinde ise, parça taşıma değişiklikleri ya da şekli alt parçaları uygun şekilde bölme ile işlevsel daha sonra da geometrik kuralı uygulayarak, sözel algılarını, uygun biçimde soruya yansıttıkları ve aşağıda detaylı olarak açıklanan 3 farklı çözüm stratejisini benimsedikleri görülmüştür.

"İşlevsel algı ile üst parçayı taşıma sonucu 2.şekilden yola çıkarak direkt sonucu bulma"

Soruya 1=2 yanıtını verenler içerisinde, bu şekilde çözüm yöntemi sunan bireylerin (16 kişi), işlevsel algılarını uygun biçimde kullanarak, aşağıda verilen örnek yanıtta olduğu gibi, 1.şeklin üst kısımdaki parçasını, şeklin sağ tarafına taşıyarak, iki şeklin alanlarının eşit olduğu muhakemesini başarılı şeklide yansıttıkları görülmüştür. Ayrıca bireyin açıklamasındaki parçayı boş yere ekledim ifadesi, bu anahtar işlemi yapabildiğini izah etmektedir.

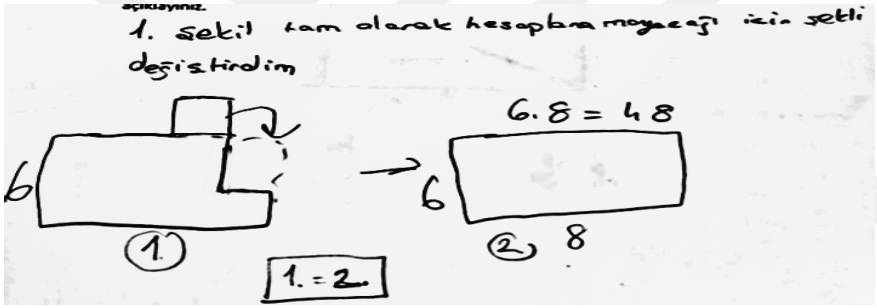
[D.H]:





Aşağıdaki örnek yanıt, yukarıdakine benzer şekilde bu çözüm yöntemini muhakemesine yansıtan bireylerden bir örnektir. Şekil üzerindeki uygun işlevsel değişikliğin yapılabildiği görülmektedir. Bireyin ifadesindeki *"1.şekil tam olarak hesaplanamadığı için şekli değiştirdim"* ifadesi, işlevsel algı ile soruya yaklaşarak, şekil üzerinde uygun modifikasyonları yapabildiği, şekli manipüle edebildiğine işaret etmektedir. Mereologic değişiklik yapılabilmiştir.

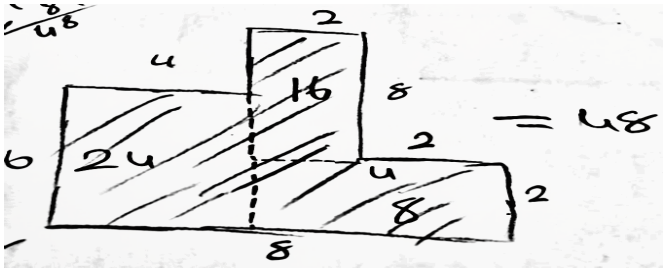
[B.G]:

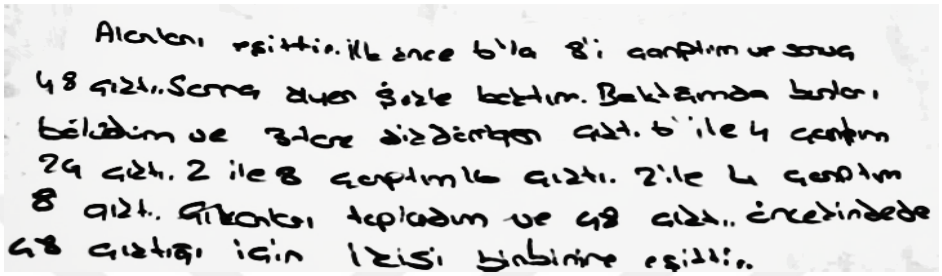


"İşlevsel algı ile parça taşımadan, mevcut şekli doğru parçalayarak daha uzun sayısal işlemler ile sonucu doğru bulma"

Soruya 1=2 yanıtını verenler içerisinde, bu şekilde çözüm yöntemi sunan bireylerin (18 kişi), yine işlevsel algılarını kullanabildikleri fakat, parça taşıma yöntemi yerine, mevcut şeklin alt parçalanmalarını doğru bir şekilde görerek, alanları uygun şekilde bölebildikleri, bir başka deyişle Duval'in işlevsel algı olarak isimlendirdiği şekle bakma sürecini, parça-bütün ilişkilerini (mereologic) anlayarak, çözümlerine yansıttıkları görülmektedir. Aşağıdaki *Ç.Ş* isimli öğrencinin örnek yanıt bunu göstermektedir. Öğrenci, açıklamasında da alanları doğru şekilde parçalayarak alanları toplama işlemini nasıl yaptığı ayrıntılı olarak izah etmiştir.

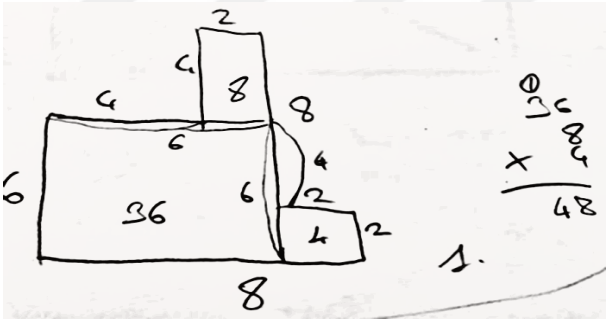
[Ç.Ş]:





Aşağıdaki örnek yanıt ise, farklı bir parçalanma ile yukarıdakine benzer bit muhakemeyi yansıtmaktadır.

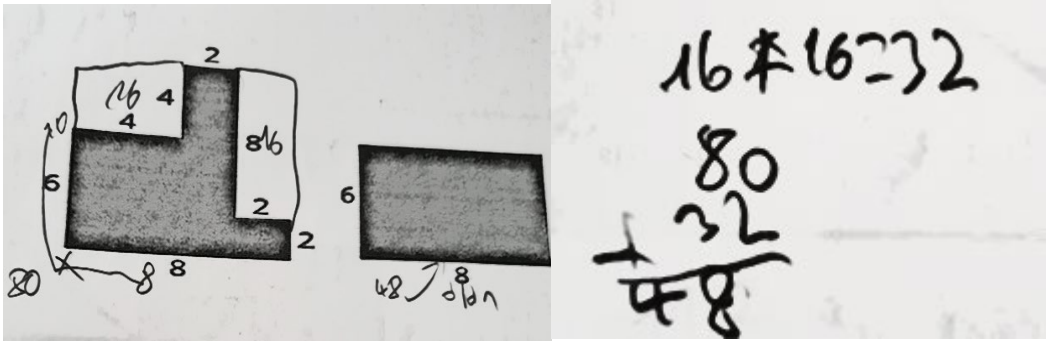
[B.G]:



"İşlevsel algı ile 1. Şekli daha büyük bir dikdörtgene tamamlayarak eksik parçaları alandan çıkarıp sonucu bulma"

Soruya 1=2 yanıtını verenler içerisinde, bu şekilde çözüm yöntemi sunan bireylerin (5 kişi), parça taşıma ya da var olan bölgeyi direkt uygun alt parçalara ayırmak yerine, 1. Şekli daha büyük bir dikdörtgene tamamlayarak, taralı olmayan alanları büyük dikdörtgenin alanından çıkararak sonuca ulaştıkları görülmüştür. Aşağıdaki örnek öğrenci yanıtı, bu muhakemeyi yansıtmaktadır. Fakat yine işlevsel algıyı farklı şekilde esnek bir biçimde kullanma söz konusudur.

[R.E.E]:



ÇMF-3'ün 11. Sorusuna ilişkin, görevde işlevsel algısını kullanamayan *Ö1* isimli öğrenci ile yapılan mülakattan bir kesit, yukarıdaki analizleri detaylandırmak adına aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

[A]: "ÇMF-3'ün 11.sorusuna neden 1. Şeklin alanının 2. Şekilden büyük yanıtı verdin?"

[Ö1]: "1. Bölgenin alanını tam hesap edemedim, ama fazla şekiller olduğu için büyüktür dedim."

[A]: "Nasıl fazla şekiller?"

[Ö1]: "Üstten ve yandan parçalar var, büyük olur bence"

[A]: "Peki mesela üstteki başka bir yere taşır isen, buradan hareket ederek, başka bir fikir yürütebilir misin?

[Ö1]: "Nereye taşıyabilirim?

[A]: "Biraz düşün istersen"

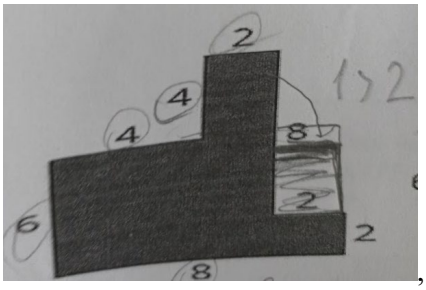
[Ö1]: "Tamam, şekle tekrar bakayım."

[A]: "Mesela dikdörtgenin sağ tarafına taşısan, oradaki boş yere taşısan, olmaz mı?

[Ö1]: "Orası büyük bir yer. Oraya taşınmaz bence"

[A]: "Oraya taşımayı deneyebilir misin peki? Çizerek göstermeni istiyorum."

[Ö1]: "Yani denerim, ama tam olarak bilemiyorum.



Şekil 84. Öğrenci tarafından parçanın taşınmasıyla oluşan şekil

[A]: "Sence oldu mu?"

[Ö1]: "Oraya taşısam bile tam sığmaz. Orası daha büyük kalıyor. Üstte bir parça eksik oluyor"

Yukarıdaki mülakat kesitinden görülebileceği, gibi öğrencinin şekle yönelik görsel algısı, şekilsel kısıtlamanın da devreye girmesiyle, uygun bir işlevsel algı geliştirmesine engel olmaktadır. Nitekim soruya verdiği yazılı cevabında da 1. Şeklin parça sayısı fazlalığından ötürü daha büyük alanı olduğunu savunmuştur. Bu örnek, görsel algı, kimi durumda şekle ilişkin ilk içgörüler elde etmede faydalı olsa da bazen, hatta çoğu zaman, diğer algıların devreye girmesini engellemektedir. Nitekim işlevsel algıyı uygun biçimde kullanıp, bu görme işini yapamayan bir birey, formül kullanıp, alan hesabına da geçemediği için, bu durum sözel algıları da kısıtlanmaktadır. Bu noktada, işlevsel algının bazı görevlerde olmazsa olmaz bir şekle bakma süreci olduğunu gösterir. Çünkü bu görev özelinde, işlevsel algı ile soruya yaklaşılamazsa, sözel algılar da harekete geçemeyecek, bireyler sadece görsel algının kısıtlamaları altında, şekil görünüşünün aşılamadığı ya da tahmini sezgisel cevapların sunulduğu hatalı muhakemeler geliştirecektir.

4.4. Çokgenler ile ilgili ek görüşme sorularına verilen öğrenci yanıtlarının analizi

Bu bölümde, ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3 testleri ile alakalı olarak, bulgular bölümünde bu testlerdeki yer alan sorulara yönelik öğrenciler ile gerçekleştirilen ve bulgular bölümünde metin içinde verilen mülakatlara ek olarak, Ek-9'da verilen Çokgen Görüşme Formu (ÇGF)'deki görüşme soruları da katılımcılara (15 kişi) yöneltilmiştir. Dolayısıyla, bu bölümde ÇMF-1, ÇMF-2 ve ÇMF-3 testi haricinde yöneltilen sorulara ilişkin, katılımcılardan elde edilen bulgular sunulmuştur.

4.4.1.Dörtgenler arasındaki ilişkiler hakkında yöneltilen sorulara ilişkin bulgular

Mülakat yapılan öğrencilere (15 kişi) dörtgenler arasındaki ilişkilere yönelik, ÇGF'de A bölümünde verilen 8 adet kısa soru yöneltilmiş (Ek-9) ve yanıtlar özetlenerek, bu bölümde sunulmuştur.

- ✓ ***Her kare aynı zamanda bir dikdörtgen midir? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrenciden 13 kişi her karenin bir dikdörtgen olduğunu,** gerekçe olarak karenin de dikdörtgenin de açılarının dik ve kenarlarının paralel olduğunu belirtmişlerdir. **2 öğrenci ise, karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olmadığını** savunmuştur. Gerekçe olarak da birbirinden farklı olduklarını, karenin her kenarının eşit olduğunu ama dikdörtgenin olmadığını, sadece karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu söylemişlerdir. Yöneltilen bu soruya ilişkin örnek olarak, 2 farklı mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti-1:

[A]: "Sence, her kare, aynı zamanda bir dikdörtgen midir?"

[Ö5]: "Bence değildir."

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö5]: "Çünkü karenin her kenarı eşittir, ama dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşittir, her kenar aynı olmaz."

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti-2:

[A]: "Sence, her kare, aynı zamanda bir dikdörtgen midir?"

[Ö3]: "Evet, kare özel dikdörtgendir."

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö3]: "Çünkü ikisinin de açıları 90 derecedir ve kenarları paraleldir."

- ✓ ***Her kare, aynı zamanda bir yamuk olur mu? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrencinin 4'ü her karenin aynı zamanda bir yamuk olduğunu** belirtmişlerdir. Bu 4 öğrenciden 3 'ü sebep

olarak, yamukta iki kenarın paralel olması gerektiğini, karenin de karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu belirtmişlerdir. Karenin aynı zamanda yamuk olduğunu belirten 1 öğrenci ise, yamuğun her şekle girebileceğini, bu yüzden karenin de bir yamuk olduğunu ifade etmiştir. **11 öğrenci ise, karenin aynı zamanda bir yamuk olmadığını** savunmuştur. Karenin yamuk olmadığını savunan bu **11** kişiden **6**'sı, gerekçe olarak da karenin kenarlarının eşit olduğunu, yamuğun ise kenarlarının birbirine eşit olmadığını belirtmiştir. **4** kişi ise, karenin düz bir şekil olduğunu, yamuğun ise, düzensiz ve eğri-eğik bir şekil olduğunu belirtmiştir. **1** kişi ise, karede bütün kenarların paralel olduğunu, yamukta ise, sadece iki kenarın (alt ve üst taban) paralel olması gerektiğini belirtmiştir. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Sence, her kare, aynı zamanda bir yamuk olur mu?"

[Ö13]: "Bence evet."

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö13]: "Bence yamuk her şekle girebilir."

[A]: "Nasıl yani?"

[Ö13]: "Adı üstünde yamuk, her şeye yamuk diyebiliriz bence çünkü değişik bir şekil"

- ✓ ***Her eşkenar dörtgen aynı zamanda bir yamuk olur mu? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrencinin 7'si her eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir yamuk olduğunu** belirtmiştir. Bu **7** öğrenciden **3**'ü, sebep olarak da yamukta iki kenarının paralel olduğunu, eşkenar dörtgende de kenarların paralel olduğunu gerekçe olarak belirtmiştir. Eşkenar dörtgene aynı zamanda yamuk diyen **3** öğrenci ise, eşkenar dörtgenin şeklinin de eğik durduğunu ifade etmiştir. Eşkenar dörtgene yamuk diyen **1** öğrenci ise, yamuğun her şekle girebileceğini, bu yüzden de eşkenar dörtgenin bir yamuk olduğunu ifade etmiştir**. 8 öğrenci ise, eşkenar dörtgenin yamuk olmadığını** belirtirken, bu kişilerden **7**'si, eşkenar dörtgenin kenarlarının eşit olduğunu, yamuğun ise kenarlarının eşit olmadığını vurgulamıştır. **1** kişi ise, eşkenar dörtgende bütün kenarların paralel olduğunu, yamukta ise, sadece iki kenarın (alt ve üst taban) paralel olması gerektiğini belirtmiştir. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Sence, her eşkenar dörtgen, aynı zamanda bir yamuk mudur?"

[Ö6]: "Bence evet"

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö6]: "Çünkü eşkenar dörtgen baklava şekli gibidir yani yamuk gibidir."

[A]: "Nasıl yani yamuk gibi?

[Ö6]: "Eğik gibi durur yani ikisi de"

- ✓ ***Her paralelkenar aynı zamanda bir yamuk olur mu? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrencinin 7'si her paralelkenarın aynı zamanda bir yamuk olduğunu** belirtmiştir. Bu **7** öğrenciden **3**'ü, sebep olarak da yamukta iki kenarının paralel olduğunu, paralelkenarda da kenarların paralel olduğunu gerekçe olarak belirtmiştir. Paralelkenara aynı zamanda yamuk diyen **3** öğrenci ise, paralelkenarların şeklinin de eğik durduğunu ifade etmiştir. Paralelkenara aynı zamanda yamuk diyen **1** öğrenci ise, yamuğun her şekle girebileceğini, bu yüzden paralelkenarın da bir yamuk olduğunu ifade etmiştir**. 8 öğrenci ise, paralelkenarın yamuk olmadığını** belirtmiştir. Bu **8** öğrenciden **7**'si, paralelkenarda karşılık kenarların eşit olduğunu, fakat yamukta eşit olmadığını ifade ederken, **1** kişi, paralelkenarda bütün kenarların paralel olduğunu, yamukta ise, sadece iki kenarın (alt ve üst taban) paralel olması gerektiğini belirtmiştir. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Sence, her paralelkenar, aynı zamanda bir yamuk mudur?"

[Ö14]: "Bence hayır"

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö14]: "Paralelkenar da bütün kenarlar paralel. Yamukta ise sadece alt ve üst taban paralel olur."

- ✓ ***Her kare, aynı zamanda bir eşkenar dörtgen olur mu? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrencinin 13'ü her karenin aynı zamanda bir eşkenar dörtgen olduğunu**, buna sebep olarak da karede ve eşkenar dörtgende kenarlarının eşit olduğunu belirtmişlerdir. **2 öğrenci ise, karenin eşkenar dörtgen olmadığını** belirtmiştir. Gerekçe olarak da karenin bütün açılarının dik, eşkenar dörtgende açıların dik olmadığı belirtmişlerdir. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Sence, kare aynı zamanda bir eşkenar dörtgen midir? Neden?"

[Ö11]: "Bence hayır"

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö11]: "Karede açılar dik, eşkenar dörtgende dik değildir. Bazı açılar geniştir, o yüzden olmaz."

- ✓ ***Her dikdörtgen aynı zamanda bir paralelkenar mıdır? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrencinin 13'ü her dikdörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu**, buna sebep olarak da dikdörtgende de paralelkenarda da karşılıklı kenarların paralel olduğunu belirtmişlerdir. **2 öğrenci de dikdörtgenin paralelkenar olmadığını** savunmuştur. Dikdörtgenin paralelkenar olmadığını belirten bu **2** kişi arasından, 1 öğrenci, gerekçe olarak dikdörtgenin bütün açılarının dik, paralelkenarın ise dik olmadığını belirtmişlerdir. 1 öğrenci ise, gerekçe olarak, dikdörtgenin düz bir şekil olduğunu, paralelkenarın ise yan kenarlarının eğik olduğunu bu yüzden yamuk bir şekil olduğunu belirtmiştir. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Sence, her dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?"

[Ö15]: "Bence olmaz."

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö15]: "Çünkü dikdörtgen dik ve düz bir şekil, paralelkenarda ise yan kenarları eğik durur, yani yamuk bir şekildir."

- ✓ ***Her kare aynı zamanda bir paralelkenar olur mu? Neden?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrencinin 11'i her karenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu**, buna sebep olarak da karenin de paralelkenarın da kenarların paralel olduğunu belirtmişlerdir. **4 öğrenci de karenin paralelkenar olmadığını** savunmuştur. Bu **4** öğrenci arasından 3 kişi, karede bütün kenarların eşit, paralelkenarda ise karşılıklı kenarların eşit olduğunu belirtirken, 1 öğrenci ise, gerekçe olarak, karenin düz bir şekil olduğunu, paralelkenarın ise yan kenarlarının eğik olduğunu bu yüzden yamuk bir şekil olduğunu belirtmiştir. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Sence, her kare bir paralelkenar mıdır?"

[Ö4]: "Olmaz bence"

[A]: "Neden böyle düşündün?"

[Ö4]: "Çünkü karede bütün kenarlar eşit, paralelkenarda karşılıklı kenarlar eşit"

[A]: "Ama, ikisinde de kenarlar paralel değil mi?"

[Ö4]: "Paralel ama, karede bütün kenarların hepsi eşit o yüzden farklı."

- ✓ ***Yamuk denildiğinde, kenarları birbirinden farklı mı olmalıdır? Sizce böyle bir şart ya da kural var mıdır? Bir şeklin yamuk olması için ne gereklidir?***

Bu görüşme sorusuna verilen yanıtlara bakıldığında, mülakat yapılan **15 öğrenci arasından, 6 kişi yamuk denildiğinde bütün kenarlarının farklı olması gerektiğini** belirtirken, **5 öğrenci**, **sadece iki kenarının (alt ve üst tabanlar) farklı olması gerektiğini, diğer iki kenarın aynı olabileceğini belirtmiş**, **4 öğrenci de böyle bir şartın olmadığını**, **bütün kenarların eş olabileceğini, karenin de yamuk olabileceği örneğini vererek** açıklamışlardır. Ayrıca, yamuk için gerekli şartın ne olduğu sorulduğunda, 15 öğrenci

arasından yalnızca **4** kişi, kritik özellik olan **paralellik vurgusunu** belirtebilmiştir. Bu 4 öğrenci arasından da **3** öğrenci en az iki kenarın paralel olması gerektiğini belirtirken, **1** öğrenci ise yamukta sadece iki kenarın paralel olması gerektiğini, diğer iki kenarın paralel olmayacağını savunmuştur. Aşağıda soruya ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

Soruya ilişkin örnek mülakat kesiti:

[A]: "Yamuk denildiğinde kenarları birbirinden farklı mı olmalıdır? Sence böyle bir şart ya da kural var mıdır?"

[Ö5]: "Bence 2 kenarı farklıdır ama 2 kenarı aynı olabilir"

[A]: "Nasıl yani?"

[Ö5]: "Alt ve üstler (tabanlar) kesin farklı olur, ama yanlar düşününce eşit olabilir"

[A]: "Yanlar eşit olunca özel bir ismi var mı yamuğun?"

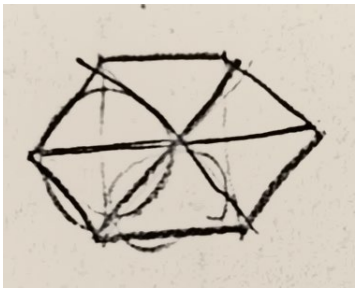
[Ö5]: "Eşkenar yamuk galiba"

4.4.2. Beşgeni ve altıgeni alt parçalara ayırmaya ilişkin bulgular

Mülakat yapılan öğrencilere (15 kişi) beşgen ve altıgeni alt parçalara ayırmaya yönelik, ÇGF'de B bölümünde verilen 5 adet soru yöneltilmiş (Ek-9) ve yanıtlar özetlenerek, bu bölümde sunulmuştur. Bu sorularda, mülakat esnasında, öğrencilerin önünde bulunan kağıtlara çizim yapmaları istenmiştir.

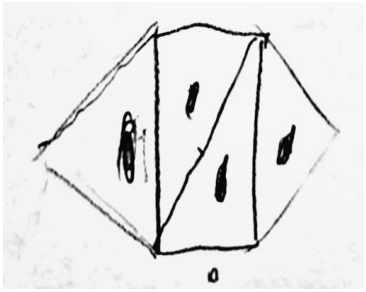
- ✓ ***Bir düzgün altıgen çizebilir misin? Bu şekli altı eş üçgene nasıl ayırırsın? Bu üçgenler tür üçgenlerdir?***

Bu görevde mülakat yapılan 15 katılımcıdan **11** kişi düzgün altıgeni aşağıdaki örnek öğrenci çizimindeki gibi (Şekil-85), köşegenleri ile altı eş üçgene ayırabilmiştir.



Şekil 85.Düzgün altıgenin altı eş üçgene ayrılması

4 kişi ise, düzgün altıgenin altı eş üçgene ayrılamayacağını savunmuştur. Düzgün altıgeni doğru bir şekilde ayıramayan bir öğrenci örneği aşağıda verilmiştir (Şekil-86).



Şekil 86. Düzgün altıgeni altı eş üçgene ayıramayan bir öğrenci yanıtı

Daha sonra, düzgün altıgeni, altı eş üçgene ayırabilen **11** katılımcıya, bu üçgenlerin ne tür üçgenler olduğu sorulmuştur. **5** kişi **eşkenar üçgen** olduğunu belirtirken, eşkenar üçgen olduğunu belirten bu 5 kişi arasından **4** kişi, aşağıdaki örnek mülakat kesitinde gösterildiği gibi (Şekil-87), açıların 60 derece olduğunun ispatını verebilmiş, **1** kişi ise, herhangi bir gerekçe sunamamıştır. Toplamda **6** kişi ise oluşan üçgenlerin **ikizkenar olduğunu** belirtmiş, üçgenlerin ikizkenar üçgene benzemesinden hareketle bu cevabı verdiklerini belirtmişlerdir.

[A]: "Düzgün altıgen içinde oluşturduğun bu üçgenler ne tür üçgenlerdir?"

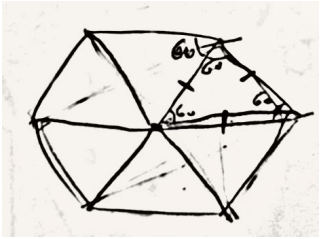
[Ö7]: "Eşkenar üçgendir bence"

[A]: "Peki neye göre bunu söyledin?"

[Ö7]: "Bütün kenarları eşit olmaz mı?"

[A]: "Peki nasıl gösterirsin bunu?"

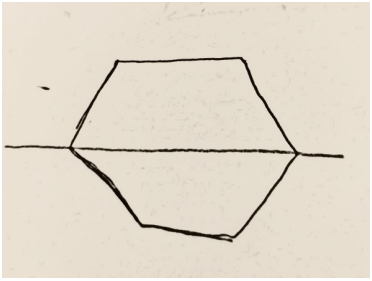
[Ö7]: "Altıgenin iç açısı 120 olduğu için 60 derece olarak ayrılır. Bütün açıları eşit olur"



Şekil 87. Ö7 tarafından, altıgen içindeki üçgenlerin eşkenar üçgen olduğunun gösterimi

✓ ***Bir düzgün altıgen, iki eş yamuğa ayrılabilir mi? Ayrılırsa nasıl ayrılır?***

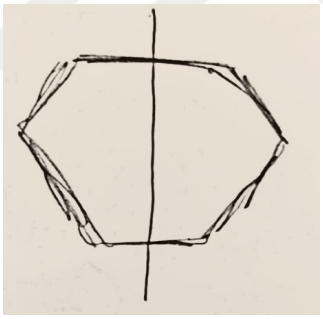
Bu görevde görüşme yapılan 15 katılımcıdan **12** kişi, düzgün altıgeni aşağıdaki gibi (Şekil-88) 2 eş yamuğa ayırabilmiştir.



Şekil 88.Düzgün altıgenin iki eş yamuğa ayrılması

3 kişi ise, aşağıdaki örnek mülakat kesitinde gösterilen, şekil 89'daki gibi düzgün altıgeni ikiye ayırmışlar, oluşan şekiller beşgen olmasına rağmen, yamuk olarak isimlendirmişlerdir.

[A]: "Düzgün altıgen aşağıdaki gibi ayırdın, peki bu oluşan şekiller ne olur sence?"



Şekil 89.Düzgün altıgenin Ö5 tarafından iki parçaya ayrılması

[Ö5]: "Yamuk olur"

[A]: "Peki neye göre bunu söyledin?"

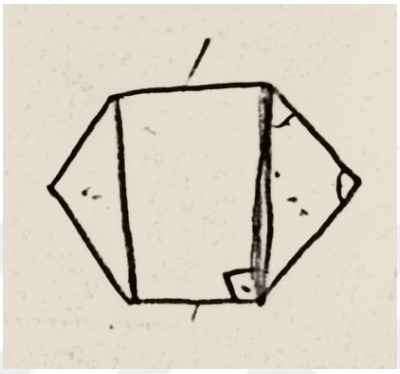
[Ö5]: "Şekli yamuk çünkü. Yamuk diyebiliriz o yüzden."

[A]: "Peki altıgeni Şekil-88'deki gibi ayırsam oluşan şekiller ne olur?"

[Ö5]: "Evet bunlar da yamuk olur"

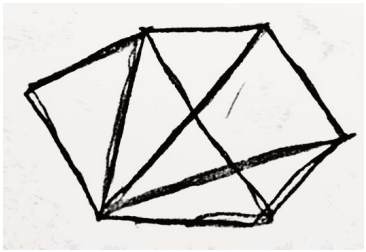
✓ ***Düzgün altıgen bir dikdörtgen ve iki eş üçgene ayrılabilir mi? Ayrılırsa nasıl ayrılır?***

Bu görevde görüşme yapılan 15 katılımcıdan **13** tanesi aşağıdaki gibi, düzgün altıgeni bir dikdörtgen ve iki üçgene ayırabilmişlerdir. Şekli doğru parçalayabilen **13** kişiye, oluşan şeklin dikdörtgen olduğunu nasıl anlarız diye sorulduğunda ise, **5** kişi dikdörtgenin açılarını 90 derece olarak gösterebilirken (Şekil-92), **8** kişi duruşundan ötürü zaten dikdörtgen yanıtı vermiş, herhangi bir kavramsal gerekçe sunamamışlardır.



Şekil 90. Düzgün altıgenin bir dikdörtgen ve iki eş üçgene ayrılması

2 kişi, ise aşağıdaki bir örnek öğrenci çiziminde olduğu gibi (Şekil-91), düzgün altıgeni bir dikdörtgen ve iki eşit üçgene ayıramamıştır.



Şekil 91. Öğrenci tarafından düzgün altıgenin hatalı parçalanması

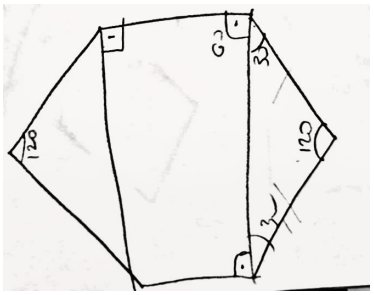
Aşağıda bu göreve ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

[A]: "Düzgün altıgeni bir dikdörtgen ve 2 eş üçgene parçalayabildin. Peki bu oluşan şeklin, dikdörtgen olduğundan nasıl emin oluruz? Bunu kanıtlayabilir misin"

[Ö10]: "Nasıl yani?"

[A]: "Mesela, açıların dik olduğunu nasıl biliriz?"

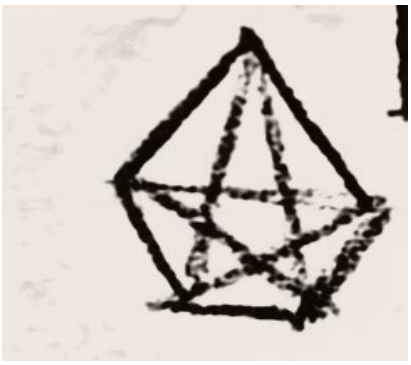
[Ö10]: "Altıgenin iç açısı 120 derece. Üçgendeki açılar 30 derece olur. 120'den de çıkarırsak, 90 derece kalıyor."



Şekil 92.Altıgen içerisinde oluşan dikdörtgenin açılarının Ö10 tarafından 90 derece olduğunun gösterimi

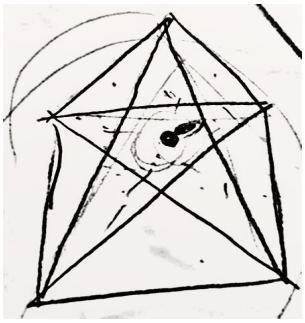
- ✓ ***Düzgün beşgenin tüm köşegenleri ile bir yıldız şekli oluşturabilir misin? Bu şekil içinde en ortada oluşan şekil ne olur?***

Bu görevde görüşme yapılan 15 katılımcıdan **11**'i düzgün beşgenin tüm köşegenlerini çizerek aşağıdaki Şekil-93'teki gibi bir yıldız şekli (pentagram yıldızı) oluşturabilmiştir.



Şekil 93. Düzgün beşgenin köşegenleri ile oluşan pentagram yıldızı

Görüşme yapılan 15 katılımcıdan **4**'ü ise, düzgün beşgeni, aşağıdaki Şekil-94'deki gibi hatalı çizmişlerdir. Bu bireylerin, düzgün beşgenin iç açılarının eşit olması gerektiğine dikkat etmeden, şekilsel bilgilerinin kavramsal bilgilerinin önüne geçtiği bir muhakeme biçimine sahip oldukları görülmektedir.

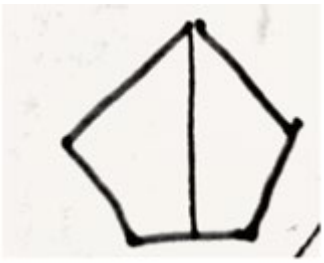


Şekil 94. Düzgün olmayan beşgen çizimi

Katılımcılara, mülakat esnasında ek olarak, çizdikleri yıldız şeklinin ortasında oluşan şekli nasıl adlandıracaklarına yönelik soru da yöneltilmiştir. Mülakat yapılan katılımcılardan, **14** kişi beşgen olduğunu belirtirken, **1** kişi, hatalı bir biçimde, yamuk olarak adlandırmıştır.

- ✓ ***Düzgün beşgeni tek bir doğruyla (tek bir çizimle) iki eşit parçaya nasıl ayırırsın? Oluşan parçalar hakkında ne söyleyebilirsin?***

Bu görevde, mülakat yapılan **15** öğrenci arasından, çizimleri düzgün beşgen olan **11** katılımcı olduğu tespit edilmiştir (Şekil-95). **4** kişinin ise çizimleri, bir düzgün beşgen değildir (Şekil-96). Bu durumlara ilişkin örnek öğrenci çizimleri aşağıda sunulmuştur. Düzgün beşgeni doğru olarak çizen **11** katılımcı arasından oluşan, Şekil-95 içerisinde oluşan şekillerin nasıl adlandırılacağı sorulmuş, bu katılımcılar içerisinden **8** kişi, Şekil-95'deki oluşan parçaları hatalı biçimde yamuk olarak adlandırmıştır. **3** kişi ise, dörtgen olarak isimlendirmişlerdir. Aşağıda buna ilişkin bir örnek mülakat kesiti verilmiştir. Yamukta en az iki kenarın paralel olduğunu bilen **1** öğrencinin ise, bu bilgiyi bildiği halde, Şekil-95'te oluşan şekilleri yamuk olarak adlandırması dikkat çekicidir ve Fischbein'in teorisi açısından bakıldığında, kavramsal bilgisi ile şekil bilgisini uyumlu biçimde yönetemediği söylenebilir.

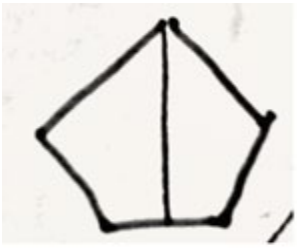


Şekil 95.Doğru düzgün beşgen çizimi

Şekil 96. Hatalı düzgün beşgen çizimi

Aşağıda bu göreve ilişkin bir örnek mülakat kesiti sunulmuştur.

[A]: "Düzgün beşgeni aşağıdaki gibi çizip, 2 parçaya ayırdın. Peki, bu oluşan parçaları nasıl isimlendirirsin?"



[Ö3]: "2 tane yamuk oluşur."

[A]: "Peki, cevabından emin misin?"

[Ö3]: "Evet, ikisi de yamuk olur. Çünkü şekli yamuk."

[A]: "Peki, yamuk şartlarını sağlar mı? Ya da şöyle ifade edeyim, yamuk olması için ne gereklidir?"

[Ö3]: "Bence bir şey olmasına gerek yoktur. Yamuk düzensiz bir şekildir, kenarları farklıdır."

Yukarıdaki **4.4.** alt başlığında sunulan, çokgenler ile ilgili ek görüşme sorularına verilen öğrenci yanıtlarının geneline bakıldığında, altıgen ve beşgen şekillerini uygun alt parçalara ayıramayan bireylerin, Duval'in bilişsel modeline göre, işlevsel algılarını harekete geçiremedikleri, işlevsel algılarını harekete geçirebilen bireylerin bile çoğunluğunun, altıgen ya da beşgen içinde oluşan şekilleri, yalnızca görsel algılarına göre yorumladıkları, kavramsal gerekçeler ileri süremedikleri görülmektedir. Görsel algının baskın olması, bireylerin sözel algılara dayalı sağlam kavramsal gerekçeler oluşturmasını da engellemektedir. Bunun yanında, özellikle yamuk kavramına ilişkin hatalı kavrayışların ağırlıklı olduğu görülmektedir. Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde ise, mülakat yapılan çoğu bireyin, altıgen ve beşgen içinde oluşan şekillerin kavramsal bilgilere göre değil, şekil bilgisinin dominant olduğu muhakeme biçimine göre hareket ederek sağlam geometrik gerekçeler oluşturamadıkları ortaya çıkarılmıştır.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, önceki bölümde sunulmuş olan bulgular baz alınarak, ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki geometrik muhakemeleri ilişkin ortaya çıkan sonuçlar, ilgili literatür temelli tartışılmıştır. Buna paralel olarak da ortaya çıkan sonuçlara ilişkin çeşitli öneriler sunulmuştur.

5.1. Tartışma

5.1.1. ÇMF-1'e Ait Bulgulara İlişkin Tartışma

Bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin çokgenler hakkında algıları, düşünüşleri ve çokgenleri kavrayışları ile geometrik görevlerde soruya yaklaşımları, düşünme biçimleri ve muhakemelerin doğası ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucunda ortaokul öğrencilerinin çokgenler temelinde farklı görüşleri, kavrayışları ve muhakeme biçimlerini yansıttıkları görülmüştür.

ÇMF-1'in 1. sorusundaki bireylerden çokgen tanımının yapılmasının istendiği görevde, öğrencilerin yalnızca %24'ünün uygun bir çokgen tanımı verebildikleri, büyük bir bölümünün tam bir kavram tanımı sunamadıkları ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin çokgenlere ilişkin kendilerine has bireysel şekilsel-kavramlara sahip oldukları ve bu bireysel kavram tanımlarının, zihinlerindeki prototip çokgen algılarından etkilendiği görülmektedir. Aynı zamanda bireylerin önemli bir bölümünün çokgeni tanımlarken, sadece üçgen ve dörtgen gibi şekillerden ibaret olduklarını belirttikleri görülmektedir. Ayrıca bazı bireylerin de çokgen denildiğinde özel dörtgenleri baz alarak tanım yaptıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu durum da zihinlerdeki prototip dörtgen algılarının, sundukları çokgen tanımını önemli ölçüde etkilemesinin bir sonucudur. Benzer şekilde, bazı bireylerin de 5 ve üzeri kenara sahip olan şekillerden itibaren, yani beşgenden sonraki (beşgen dahil) şekillerin çokgen olarak adlandırılmaya başladığına yönelik hatalı algılara sahip oldukları görülmüştür. Bu bireylerin, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisine göre, şekil algıları ve şekil bilgilerinin kavram bilgisinin önüne geçmesinin bir sonucu olarak, kendilerine has bireysel şekilsel kavramlar geliştirdikleri söylenebilir (Fujita ve Jones, 2007). Bu bahsedilen durumlar, Ergün (2010)'un çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama durumlarını incelediği çalışmasındaki, bazı kişilerin çokgenlerin kenarlarının mutlaka eşit olması gerektiğine dair algılara sahip olması, bazı bireylerin ise çokgen kavramını sadece dörtgen kavramı üzerinden yorumladıkları bulguları ile, Akuysal (2007)'nin çokgen olma şartı olarak, bir şeklin en az 5 kenarının

bulunmasının gerektiğine yönelik algılara sahip olmaları bulgusu ve Fujita ve Jones (2007)'nin bazı bireylerin, geçmiş yaşantılarından gelen bilgileriyle bireysel şekilsel-kavramlarına ait imgelerin güçlü bir etkisinde oldukları bulgularıyla uyumludur. Bunun yanında, bu araştırmada mülakat yapılan bazı bireylerin çokgenlerin içe doğru bükük olarak (içbükey) verildiğinde, o şekillerin çokgen olup olmaması noktasında tereddüde düşmeleri, öğrencilerin genel olarak öğretimde dışbükey şeklinde verilen çokgenlerle aşina olmasının bir sonucu olarak değerlendirilebilir. Ergün (2010) çalışmasında da öğrencilerin sundukları çizim örneklerinin tamamının dışbükey çokgen örneği olduğunu ve içbükey çokgenlere yönelik hatalı algılara sahip olduklarını belirtmektedir. Buna ilaveten, araştırmamızda bazı bireylerin çokgenin kenarlarının doğru parçalarından oluşması yani doğrusal olması gerektiğine yönelik zihinsel karışıklıklarının olduğu görülmektedir. Genel olarak bakıldığında, katılımcıların büyük bir çoğunluğunun çokgeni doğru olarak tanımlama noktasında büyük bir güçlük yaşadığı söylenebilir.

ÇMF-1'in 2. Sorusu olan bireylerin çokgenin hangi geometrik terimlerden oluştuklarını ifade etmelerinin istendiği soruda, öğrencilerin görece daha azının (%39), bir çokgeni oluşturan terimleri eksiksiz olarak verebildikleri (kenar, doğru parçası, nokta ya da köşe gibi) görülmüştür. Bunun yanında, çoğu bireyin çokgeni oluşturan bütün terimleri belirtemedikleri ve bazı bireylerin de çokgeni oluşturan terimleri ifade ederken, matematiksel dili doğru kullanamayarak matematiksel olmayan ifadeler (çizgi, çubuk gibi) kullandıkları da görülmüştür. Yine bazı öğrencilerin doğru parçası yerine çokgeni oluşturan terim olarak ışın ve doğru kavramlarını sundukları görülmüştür. Bu noktalar, öğrencilerin kenar, doğru parçası, nokta gibi kavramlara ilişkin daha önceki bilgilerindeki eksikliklerden kaynaklı olarak, bu kavramların tanımlarını tam olarak yapılandıramamalarına yorulabilir. Çalışmadaki bu husus, Kiriş (2008)'in ortaokul öğrencilerinin nokta, doğru, doğru parçası ve düzlem konularında yeterli bilgilere sahip olmadıkları ve bu geometrik terimlere ilişkin oldukça fazla sayıda kavram yanılgılarına sahip olmaları bulgusu ile Öksüz (2010)'un ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin nokta, doğru, doğru parçası ve ışını kavramsallaştırmada güçlük çektikleri bulgusunu destekler niteliktedir. Ayrıca, bazı bireylerin ayrıt, yüzey, taban, yüz gibi terimleri kenar, doğru parçası ile birbirine karıştırarak çokgen oluşturmak için gereken terimler olarak belirledikleri tespit edilmiştir. Çokgeni oluşturmak için gereken temel geometrik terimlerden kenar ve ayrıtın özellikle birbiri yerine kullanıldığı göze çarpmakta, bunun yanında 3 boyutlu cisimlere ilişkin olan ayrıt terimi ile beraber, yüzey, taban, yüz gibi terimlerin de çokgeni oluşturan geometrik terimler olarak kullanıldığı, çalışmamızda ortaya çıkarılmıştır. Bu husus, Dane, Çetin, Bekdemir, Okur, Baş, Kanbolat ve Sağırlı (2012)'nin öğrencilerin geometrik

nesneleri isimlendirmelerinde kare, dikdörtgen gibi düzlemsel şekiller ile küp, dikdörtgenler prizması gibi geometrik cisimleri birbirine karıştırmaları ile kenar-ayrıt, kenar-yüzey gibi kavramları birbirleri yerine kullanmaları bulgusunu destekler niteliktedir. Oberdorf ve Taylor-Cox (1999) da çocukların geometrik kavramlara yönelik çok sayıda kavram yanılgısına sahip olabilecekleri göstermiş, bunun nedeni olarak uygun matematiksel dile maruz kalmama, ebeveynlerden alınan uygun olmayan algılar ve deneyimlerindeki yetersizlikler olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca alt yaş grubundaki çocukların 2 boyutlu şekiller ve 3 boyutlu cisimler için birbirinin yerine kullanılabilecek sözcükler kullanabileceklerini ancak eğiticilerin daima kavramlara ilişkin doğru isimleri kullanmaları gerektiğini belirtmişlerdir. ÇMF-1'in 2. Sorusu ile ilgili diğer dikkat çekici bir nokta da bireylerin daha büyük bir bölümünün, çokgeni hangi terimlerin oluşturduğu bilgisine sahipken, çalışmamızdaki ÇMF-1'in birinci sorusunda da görüldüğü gibi, görece daha az bir kısmının uygun bir çokgen tanımı verebilmeleri hususudur. Bu nokta da Fischbein (1993)'ün şekilsel-kavram teorisi temelinde değerlendirildiğinde, çokgen kavramına ilişkin şekilsel bilgi ile kavramsal bilginin uygun bir dengede tutulamadığını, tanım yapmanın, daha zorlu ve kompleks bir durum olması ile yorumlanabilir.

ÇMF-1'in 3. Sorusunda katılımcılardan 3 farklı dörtgen çizimi yapmaları ve bunların birbirlerinden farklılaşma gerekçelerini sunmaları istenmiştir. Bu noktada, bireylerin, büyük çoğunluğunun, çizdiklerinin şekillerin kavramsal özelliklerine vurgu yapmak yerine, çizdikleri şekillerin görünüm, duruşları ve yönleri üzerinden muhakeme geliştirdikleri görülmektedir. Bu nokta, Fischbein (1993)'ün, geometride şekil ve kavram arası ilişkilerde şeklin kavramı yönettiği yani şekil-kavram armonisinin sağlanamadığı durumlara işaret etmektedir. Bahsedilen bu durum, Walcott, Mohr ve Kastberg (2009)'un öğrencilerin geometrik şekiller arasında benzerlik ve farklılıkları belirtirken, genel olarak şekillerin aynı görünmesi ya da farklı görünmesi üzerinden yorumlarda bulunmaları, seçimlerini kavramsal niteliklerden çok, sahip oldukları dinamik şekil algılarına göre belirledikleri bulgusuyla, Berkün (2011)'in bazı öğrencilerin çokgenleri sınıflarken, duruş, görünüm ve yönlerine göre işlem yaptıkları bulgusunu destekler niteliktedir. Aynı zamanda, bu soruda çizim olarak yamuk şeklini de sunan bireylerin, yamuğun bütün kenarlarının birbirinden farklı olması algısı taşıdıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu durum da Ergün (2010)'un çalışmasındaki bazı öğrencilerin yamuğu bütün kenarları birbirinden farklı şekil olarak algılamaları bulgusuyla uyumludur.

ÇMF-1'in 4.sorusundaki katılımcılardan günlük hayattan çokgen örneklerinin verilmesinin istendiği görevde, dikkat çekici nokta, katılımcıların büyük bir kısmının günlük hayattan en az 1 tane çokgen örneği sunabilmelerine karşın, %46'sının cevaplarına en az 1 tane 3 boyutlu cisimleri de dahil ettikleri, günlük hayatla ilişkilendirme yaparken boyut

hususuna dikkat etmedikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu nokta ortaokul öğrencilerinin boyut kavramı konusunda zihinsel ikilemler yaşamaları ile yakından alakalı olup, Skordoulis, Vitsas, Dafermos ve Koleza (2009)'in öğrencilerin genel olarak, çeşitli nesnelerin boyut değerlerini belirlemede yanlış tahminler sundukları ve boyut kavramı ile ilgili kafa karışıklıklarına ve ikilemlere sahip olduğu bulguları ile paralel niteliktedir.

ÇMF-1'in 5.sorusu olan katılımcılardan kare, paralelkenar, dikdörtgen, beşgen, altıgen ve yamuk tanımlarının istendiği ve buna ek olarak, her bir kavram için bir örnek şekil çiziminin talep edildiği görevde, oldukça zengin sonuçlara ulaşılmıştır. Öncelikle bireylerin kare prototipi sunmada, zorlanmamalarına rağmen, karenin kavramsal yönüne ilişkin sıkıntılar yaşadıkları, bilhassa karenin doğru bir kavram tanımını vermede oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir. 100 katılımcı arasından sadece %17'sinin öğrencinin kareyi 4 kenarı birbirine eşit olan ve bütün açıları 90 derece olan şekil tanımlayabildikleri, çoğu öğrencinin kareyi genellikle açılara hiç vurgu yapmadan, sadece 4 kenarı eşit olan şekil olarak tanımladıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin "sadece 4 kenarı eşit olan şekil" tanımının kare şeklini tek başına karşılamadığının fakında olmadıkları söylenebilir. Bu noktada kare çizimi sunmada genel olarak sorun yaşamadıkları dikkate alınırsa, katılımcıların büyük bir çoğunluğunun, şekil bilgilerinin kavramsal bilgiyle uygun bir bağlam içinde olmadığı söylenebilir. Diğer yandan kare çizimi sunarken, uygun bir notasyon ile kenarlarının hem eş olduğunu hem de bütün açılarının dik olduğunu da vurgulayabilenlerin sayısının, katılımcıların sadece %17'lik bir kısmını oluşturduğu ortaya çıkarılmıştır. Kare tanımı ve çizimine ilişkin bu bulgular, Altıparmak ve Gürcan (2021)'in çalışmada yer alan, öğrencilerin görece az bir kısmının kare tanımını doğru olarak sunabildikleri bulgusunu destekler niteliktedir. Ayrıca Altıparmak ve Gürcan (2021)'in çalışmasında kareye ilişkin öğrencilerinin az bir kısmının hiyerarşik bir tanım sunabilmesi bulgusu, bu çalışmadaki ÇMF-1'in 5. Sorusunun kare ile ilgili olan kısmında sadece 3 öğrencinin dikdörtgen ile ilişkili kare tanımı sunması, kareyi çoğunlukla dört kenarı eşit olan dörtgen şeklinde eksik ve hatalı tanımlamaları bulguları ile de paralel bir yön taşımaktadır. Fujita ve Jones (2007)'nin çalışmasında, öğretmen adaylarının bile, kendilerine has bireysel şekilsel-kavramların (personal figural concept) güçlü etkisinde olduklarını, kareye ait uygun bir çizim yapabilmelerine karşın, katılımcıların %62'sinin kareyi hatalı tanımladığı bulgusu dikkate alınırsa, bireylerin eğitim yaşantısı boyunca ilköğretim ve orta öğretimden başlayan, yani önceki öğretim kademelerinden gelen prototiplere bağlılığın ve kavramsal yönlerin geri plana atılmasının, her yaşta tanım yapabilme becerisi üzerindeki olumsuz etkisinden bahsetmek mümkün olabilir.

ÇMF-1'in 5. Sorunun paralelkenar ile ilgili olan kısmında, katılımcıların önemli bir kısmının (%40) uygun bir paralelkenar tanımı sunamadığı görülmüştür. Öğrencilerin bir kısmının kendi zihinlerindeki bireysel şekilsel kavramlara göre tanım oluşturdukları yani zihindeki prototip algılardan etkilendikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu bulgu, Bayram ve Duatepe Paksu (2018)'in sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin imajları ve tanımları ortaya koydukları çalışmasında yer alan bazı bireylerin paralelkenarı tanımlamada paralelkenara ait gerekli özellikleri belirleyemedikleri, önemli anahtar özellikleri ayırt edemedikleri bulgularıyla uyumludur. Benzer şekilde Okazaki ve Fujita (2007), öğrencilerin paralelkenara ilişkin kavramsal ilişkilerin anlaşılmasında zorluklar yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Yavuzsoy-Köse, Yılmaz, Yeşil ve Yıldırım (2019) da paralelkenar ailesine ait dörtgenler için verilen sözel tanımları inceledikleri çalışmalarında, sekizinci sınıf öğrencilerinin akıl yürütme sürecinde, öğrencilerin büyük çoğunluğunun verilen bir tanımı diğer dörtgenlerle karşılaştırarak karar verdiğini ve çok az öğrencinin bir tanımı seçme sebeplerini doğrudan açıklayabildiği göstermişlerdir. Ayrıca tanımları yanlış yorumlayan öğrencilerin düşünme süreçlerinde prototip dörtgen görüntülerin etkili olduğu belirlenmişlerdir. Ayaz (2016) da ortaokul öğrencilerin dörtgenlere yönelik imgelerini araştırdığı çalışmasında, bazı bireylerin paralelkenar kavramına yönelik kavram tanımlarını sunmada zorluklar yaşadıklarını ve kavramları tanımlarken prototip algılardan etkilen ifadeler kullandıklarını ortaya koymuştur. Yine de kare tanımı ile kıyaslandığında, çalışmamızdaki öğrencilerin daha büyük bir kısmının paralelkenar tanımını verebildikleri görülmektedir. Bu durum, karenin daha özel bir şekil olmasıyla ilişkili olarak yorumlanabilir. Çünkü karenin kritik özelliklerinin birden fazla olması (tüm açılarının 90 derece ve bütün kenarların eşit olması) ve bu niteliklerin tanımda ikisinin birden bulunmasının gerekmesi, karenin kavram tanımını vermenin daha incelikli ve dikkat gerektiren bir görev olmasıyla açıklanabilir. Bunun yanında, paralelkenarın Türkçedeki kelime çağrışımından kaynaklanan paralellik anlamı, paralelkenar tanımını vermeyi daha kolay hale getirebilir. Çünkü paralelkenar daha genel bir şekil olup, tanımda karşılıklı kenar çiftlerinin paralel olmasının vurgulanması, paralelkenar tanımı vermede yeterli olmaktadır. Yani tanım yapma becerisi üzerinde dilin semantik etkisinin varlığı söz konusudur denebilir. Ayrıca çalışmamızdaki bazı öğrencilerin, paralelkenarı "yamuk dikdörtgen" ya da "yamuk dörtgen" olarak tanımladıkları ortaya çıkarılmıştır. Aslında bir dörtgen olan yamuk kavramının, Türkçe'deki kelime anlamından ileri gelen, ona atfedilen eğri, eğik ya da yana yatık anlamından ötürü, sıfat olarak paralelkenar tanımında kullanıldığı gözükmektedir. Bu husus, dilsel yapının ve dilin, geometrik kavramlar üzerindeki küçümsenemeyecek etkisinin varlığını göstermektedir.

ÇMF-1'in 5.sorusunun dikdörtgen ile ilgili olan kısmında, öğrencilerin dikdörtgen kavramını karşılayan yeterli bir tanım sunmada zorlandıkları, yalnızca %17'sinin "Karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olan şekil" tanımını verebildikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu tanımı sunabilenler kişilerin bile en temel nitelik olan 4 kenarlı olması vurgusunu yapmadıkları görülmüştür. Fischbein'in yaklaşımı açısından değerlendirildiğinde, öğrencilerin verdikleri tanımların yarısından fazlası (%51), dikdörtgenin kavramsal özelliklerden ziyade prototip şekil algılarına, Fujita ve Jones (2007)'nin isimlendirmesiyle, kişilerin bireysel şekilsel-kavramlarına dayalı tanımlardır. Çünkü katılımcıları tarafından verilen tanımlar genelde, "iki kenarı uzun, iki kenarı kısa şekil", "karenin daha ince ve uzun hali", "kareden daha uzun olan şekiller", "üst ve alt kenarı daha uzun olan çokgen", "yanları kısa, alt ve üstleri uzun olan şekil" ve "üstü-altı ve sağı solu eşit olan uzun şekiller" şeklindeki nitelemelere dayalıdır. Bu söylemler, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi temelinde değerlendirildiğinde, geometrik görevlerde, şeklin kavram üzerinde baskın olmasını, prototip algılara aşırı bağımlılığı doğurmakta, uygun geometrik muhakemenin oluşmasında sınırlayıcı ve engelleyici rol üstlenebilmektedir. Dikdörtgen kavramına ilişkin bu durumlar, Kawasaki (1989)'un çalışmasındaki öğrencilerin çok küçük bir bölümünün dikdörtgenin kavram tanımını doğru olarak yazabildiğini, bireylerin genellikle dikdörtgene ait kendi kavram tanımı imajlarını ortaya koyduğunu belirten vurgularla uyumludur (Kawasaki, 1989; Fujita ve Jones, 2007'den alıntı). Diğer yandan, bir dikdörtgen çizimi sunmada büyük bir bölümünün genel olarak, sorun yaşamamaları, katılımcıların yaygın dikdörtgen prototipini sunmaları ile ilişkili olup, kavramsal olarak tanım vermede zorlanmaları, dikdörtgen özelinde kavramsal bilgilerini şekil bilgileriyle uygun olarak yönetememelerine bağlanabilir. Dikdörtgen şekli sunabilmelerine karşın, oldukça az bir kısmı (%21), notasyonlara dikkat ederek çizim yapabilmiş (çizimde karşılıklı kenarların eş olması vurgusuna ek olarak, açıların da dik olduğunu göstermeleri), büyük bir bölümü notasyona dikkat etmeden düz, vurgusuz bir dikdörtgen çizimi sunmuşlardır. Çalışmada ortaya çıkarılan bu durum, Yıldız ve Güleş (2021) çalışmalarında, GeoGebra yazılımı destekli bir öğretim yapılmadan önce, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin büyük bir kısmının dörtgen çizimlerinde notasyon kullanmadıklarına ilişkin bulgular ile uyumludur. Erşen ve Karakuş (2013) da çalışmalarında öğretmen adaylarının bile dörtgen çizimlerinde notasyon olarak eksiklikler olduğu, dörtgenler arasındaki ilişkiler hakkında bilgi eksikliklerinin çizimlerine yansıdığını vurgulamışlardır.

ÇMF-1'in 5.sorusunun beşgen ve altıgen ile ilgili olan kısmında, öğrencilerin genellikle bir beşgen ve altıgen tanımı sunmada ya da beşgen ve altıgen çizimi vermede zorlanmadıkları, ancak önemsiz sayılamayacak bir kısmının da beşgeni (%34) ve altıgeni

(%31) bireysel şekilsel-kavramlarında yer alan imgelerin etkisinde tanımladıkları ortaya çıkarılmıştır. Örneğin bu çalışmada, *"6 kenarı olan 4'ü paralel olmayan 2'si altlı üstlü aynı hizada olan şekiller"* niteliğinde bir altıgen tanımının sunulduğu tespit edilmiştir. Bunun yanında, genel olarak öğrencilerin çoğunluğunun beşgen ve altıgen çizimleri düzgün beşgen ve düzgün altıgen prototipleri üzerinden gerçekleşmiştir. Bu durum, şekilsel kavram teorisi temelinde, şekle olan bağlılığı artırıp, kavramsal özelliklerin geri planda kalmasına neden olacağından, bireylerin geometrik görevlerde hatalı muhakemeler gerçekleştirmesine yol açma potansiyeli taşımaktadır. Benzer şekilde, Öksüz ve Başışık (2019) da öğrencilerin beşgen ve altıgen kavramlarında bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları, klasik yani prototip formda verilmeyen beşgen ve altıgeni ayrıt etmede zorlandıklarını belirtmiştir. Ayrıca, bu araştırmada, bazı bireylerin beşgeni ve altıgenin bütün kenarlarının eş olması gerektiği algısı üzerinden, bazı bireylerin de beşgen ve altıgenin kenarlarının ve açılarının farklı olması gerektiği üzerinden genel bir beşgen ve altıgen tanımı yerine, sınırlayıcı tanımlarda bulundukları tespit edilmiştir. Bu bulgular, Ergün (2010)'un çalışmasındaki çokgenlerin tüm kenar ve açılarının eşit olacağı algısı taşımaları ve öğrencilerin bilhassa beşgen ve altıgen çiziminde düzgün çokgen şekli sunmaları ile paralellik taşımaktadır. Beşgen kavramına ilişkin katılımcılardan bir kısmının (%7), beşgen tanımlarında düzgün beşgenden yola çıkarak kenarlarının eşit olması gerektiği vurgusuyla tanım yaptıkları halde, beşgen çizimlerinde düzgün beşgen şekli çizmedikleri, açılara dikkat etmeden çizim yaptıkları görülmüştür (beşgen tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik bulgular, Şekil-23). Bu nokta da Fischbein (1993)'e göre, şekil algılarının kavramsal bilgilerinin önüne geçtiği bir muhakeme örneğidir.

ÇMF-1'in 5.sorusunundaki bulgulara genel olarak bakıldığında, bireylerin en çok zorlandıkları hususun, doğru bir yamuk tanımı verme noktasında olduğu görülmüştür. Yani öğrencilerin doğru bir yamuk tanımı vermede, son derece güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Nitekim katılımcıların yalnızca %10'unun yamuk tanımlarında kenarların paralel olması kritik özelliğini verebildikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu noktada, yamuk çizimi sunmada tanım sunabilmeye kıyasla görece olarak daha başarılı oldukları görülmüştür (%32). Fakat yamuk çizimlerinde de uygun bir notasyon ile paralellik vurgusu yapabilenlerin sayısının oldukça az olduğu tespit edilmiştir (%12). Özellikle Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında ele alındığında, zihinsel prototiplerinin baskısı altında şekil bilgilerinin kavramsal bilginin önüne geçtiği bir muhakeme biçimini son derece kuvvetli bir şekilde yansıttıkları görülmüştür. Fakat yamuk özelinde öğrencilerin yaşadıkları güçlük, sadece bu nokta ile açıklanırsa, yetersiz kalabilir. Yamuk özelindeki hatalı imgelerinin temel dayanak noktası, yamuğun Türkçedeki kelime anlamında yer alan eğimli bir şekil, çarpık ve biçimsiz bir şekil algısından ileri

gelmektedir denebilir. Örneğin çalışmamızdaki bireylerin çoğunluğunun yamuk kavramını, çizimi ve şekli yamuk olan şekiller olarak tanımlamaları, dairenin yamuk hali şeklinde nitelemeleri, köşesi olmayan yamuk çizgi olarak tanımlamaları, hiçbir cinse benzemeyen şekil olarak tanımlamaları, yamuğu dikdörtgenin yamuk versiyonu olarak betimlemeleri, hatta yamuğu, hiçbir kenarı paralel olmayan ve kenarları birbirinden farklı şekil olarak belirtmeleri, hep yamuğun dilsel kelime anlamının etkisi altındadır. Ay ve Başbay (2017) da çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin yamuk kavramını tanımlarken, yamuğun geometrik özellikleri üzerinden değil, günlük dildeki anlamı üzerinden tanımlar yaptıkları belirlenmiştir. Bütün bu durumlar, semantik bir durumdan kaynaklanan bir sıkıntının varlığına işaret etmektedir. Bu yüzden etraflıca yaklaşılması bazı detaylar bulunmaktadır. Yamuk kelimesinin İngilizce karşılığı, "trapezoid" kelimesidir. Trapezoid, Yunanca masa anlamına gelen "trapeza" kelimesinden ve benzemek anlamına gelen "-oid" son ekinden gelmektedir (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore 2008). Belki de bu durum, dikdörtgen bir masaya önden bakıldığında (ön ve arka tarafları paralel olan ancak diğer tarafları paralel olmayan bir dörtgen şeklinde görünmesi gerçeğinden kaynaklanmaktadır (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore 2008). Yamuğun İngilizcedeki dilsel orijini de aslında yukarıdakilere benzer sıkıntılara yol açabilme potansiyeli taşımakla beraber, nispeten Türkçedeki yamuk kelimesi kadar sorunlu olmayabilir. Nitekim, Avcu (2022) çalışmasında, benzer noktalara vurgu yapmıştır. Çalışmasında, trapezoid kelimesinin sözdizimsel (sentaks) olarak içi dolu olmasa da anlamsal olarak "trapeza" sözcüğüyle bağlantılı olduğunu vurgulamış, böylece, anadili İngilizce olan bireylerin, bu anlamsal mesaj sayesinde yamuk kavramını tanımlamada daha iyi performans göstermelerinin mümkün olabileceğini belirtmiştir. Durkin ve Shire (1991), bu şekilde kafa karıştırıcı kelimeleri ***"lexically ambiguous words"*** (sözcüksel olarak muğlak kelimeler) olarak adlandırmıştır (Durkin ve Shire, 1991; Avcu, 2022'den alıntı). Bu tür kelimeler, yamuk örneğinde olduğu gibi zihinsel çatışmaya yol açabilmektedir. Bu konuda literatür incelendiğinde yapılan çalışma sayısı yok denecek azdır. Bekli yamuk örneğinde olduğu gibi bu tür matematiksel kavramlar için muğlaklığı ortadan kaldıracak yeni kelime önerilerinin yapılması gerekmektedir (Turton, 2010). Fakat, yeni kelime önerisi yapılmasının oldukça zor olacağı tahmin edilebilir. Çünkü 20. yüzyılın en etkili filozoflarından Ludwig Wittgenstein'a göre, dilin tek işlevi nesneleri adlandırmak değildir. Dil kamusaldır ve kişiye özel bir dil olamaz. Dil, konuşanların pratik yaşamlarına bağlı birtakım etkinlikler dizisidir (Warburton, 2019). Bu yüzden yeni bir kelime önerisi yerine, yamuk özelindeki dilden kaynaklı zihinsel çatışmaları minimuma indirmek adına, öğretimde yamuk kavramı ile Türkçe'deki eğri ve biçimsiz anlamına gelen yamuk kelimesinin, birbiriyle hiçbir bağlantısının olmadığının

özellikle üzerinde durularak, prototip olmayan yamuk örnekleri ile öğretim zenginleştirilebilir ve yamuğun diğer özel dörtgenleri de kapsayan genel bir şekil sınıfı olduğu vurgulanabilir. Bu bahsedilen son durum da basite indirgenebilecek bir nokta değildir. Çünkü Monaghan (2000) çalışmasında, öğrencilerin Vygotsky'in ortaya koyduğu türden bir bilişsel çatışmaya tabi tutulmadıkları sürece, yamuğun, kare, paralelkenar, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenden daha kapsayıcı bir şekil olduğunu fark etmelerini sağlayacak ileri muhakemeler geliştirmelerinin pek olası olmadığı ifade etmiştir.

ÇMF-1'in 5.sorusuna genel olarak bakıldığında, öğrencilerin dörtgen ve çokgenleri tanımlamada yani tanım yapmada oldukça zorlandıkları ve çoğunlukla uygun olmayan tanımlar sundukları görülmektedir. Herbst, Gonzalez ve Macke (2005) de, öğrencilerinin öğrenme ortamına gelmeden önce sahip oldukları bilgilerin tanım yapmalarını zorlaştırdığını vurgulamışlardır. Öğrencilerin bir kelimeyi tanımlamanın ne anlama geldiğine yönelik bu ilksel bilgilerinin, yetişkin dünyasındaki sözel deneyimlerden geldiğini ve bu durumun öğrenme ortamı içerisinde tanım yapma hususunda zorluklara neden olabileceğini ifade etmişlerdir. Diğer yandan önceki paragrafta da bahsedildiği gibi, öğrencilerin kare, paralelkenar, dikdörtgen, yamuk ve beşgen-altıgen kavramlarına yönelik tanımlamaları ve çizimlerine ilişkin en kötü performansın, açık ara farkla yamuk tanımı yapma ve yamuk çizimi sunma noktasında olduğu görülmüştür. Çalışmanın bulgular kısmındaki farklı noktalarda değinildiği gibi, öğrencilerin beşgen olan şekilleri bile, yamuk olarak isimlendirdikleri ortaya çıkarılmıştır. Bu bahsedilen bulgular ve yukarıdaki paragrafta belirtilen hususlar, Ulusoy (2015)'in çalışmasındaki Türkçede yamuk kelimesinin aynı zamanda eğik-eğri anlamında gelmesinden ötürü öğrencilerin yamuğun kavramsal özelliklerine göre değil, dilsel faktörlerin etkisi altında çizimlerde bulundukları ve ayrıca bundan dolayı 4 kenardan fazla kenar sayısına sahip çokgenlerin de yamuk olarak adlandırmaları bulgularıyla uyumludur. Ayrıca, ÇMF-1'in 5.sorusuna ilişkin önceki paragraflarda tartışılan bulgular, Ayaz (2016)'nın ortaokul öğrencilerin dörtgenlere yönelik imgelerini araştırdığı çalışmasındaki bireylerin dörtgen, yamuk, paralelkenar kavramlarına yönelik kavram tanımlarını sunmada zorluklar yaşamaları ve kavramları tanımlarken prototip algılardan etkilen ifadeler kullanmaları bulgusuyla da uyumludur. Ayrıca öğretmen adaylarının bile en çok zorlandıkları ve hataya düştükleri durumun yamuk tanımı yapma ve yamuk çizimi vermek noktasında olduğu alan yazında belirtilmiştir (Fujita ve Jones, 2006; Türnüklü, Gündoğdu Alaylı ve Akkaş, 2013).

ÇMF-1'in 6.sorusu olan, katılımcılardan kare ve paralelkenarın benzerlik ve farklılıkların neler olduğu belirtmelerinin istendiği soruda, öğrencilerin kare ve paralelkenarın benzerliklerini en temel nitelikleri üzerinden kolayca sunabildikleri fakat, farklılıkları

noktasında şekil prototipleri üzerinden değerlendirmeler yaptıkları ve bu şekillerin görünümleri üzerinden yorumda bulundukları, kavramsal özellikleri geri planda atarak bu şekiller arası ilişkileri, kavramsal açıdan netleştiremedikleri ortaya çıkarılmıştır. Özellikle "Kare düz (düzgün) durur, Paralelkenar biraz eğri ya da eğik durur" ve "Şekillerin görüntüsü ve duruşu-görünümleri farklıdır." yanıtlarının bu açıdan kare ve paralelkenarın farklı yönlerini ifade ederken ön plana çıkarıldıkları görülmüştür. Mutluoğlu ve Erdoğan (2020) çalışmalarında kare, paralelkenar ve dikdörtgen kavramlarına ilişkin, bazı bireylerin genel olarak prototip imgelerden etkilenerek muhakeme geliştirdikleri, orta ve üst seviyede başarıya sahip öğrencilerin sadece şekil bilgisi yerine, kavramsal bilgilerini de ön plana çıkardıkları ancak bazı durumlarda yine de prototip algılardan kurtulamadıkları bulgularıyla da benzerlik taşımaktadır.

ÇMF-1'in 7.sorusu olan, katılımcılardan dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin benzer yönlerinin ve farklı yönlerinin ifade etmelerinin istendiği soruda, benzer şekilde bireylerin dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin benzerliklerini en temel nitelikleri üzerinden (kenar sayısı, köşe sayısı, dörtgen ya da çokgen olmaları gibi) verebildikleri, fakat bu şekillerin farklılıklarını belirtmede zorlandıklarının tespit edilmesi, önemli bir husustur. Çünkü benzerlikler kenar ve köşe sayısı, dörtgen-çokgen olmaları üzerinden öğrenciler tarafından daha kolay ifade edilmelerine karşılık, farklılıklar daha ince kavramsal niteliklerin fark edilmesini gerektirdiği için böyle bir durumun meydana gelmesine zemin hazırlamakta, farklılıkların ifade edilmesinde, şekil görünümleri ve prototiplere bağlılık ön plana çıktığı için, dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen arası kavramsal ilişkilerin kurulması zorlaşmaktadır. Öğrencilerin özellikle bu şekillerin farklı yönlerini belirtirken yorum yapmada zorluk yaşadıkları görülmektedir. Benzer şekilde, Akuysal (2007)'nin çalışmasında öğrenciler tarafından dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasındaki kavramsal özelliklerin tam olarak anlaşılamadığı, öğrencilerin dikdörtgenin ya da eşkenar dörtgenin paralelkenar olamayacağına yönelik düşünceler taşıdıkları vurgulanmıştır. Diğer yandan, yine Akuysal (2007)'nin çalışmasında, öğrencilerin bir sonuca ulaşmalarının yanında ek olarak bunun sebebinin de izah edilmesinin istendiği görevlerde sıkıntılar yaşadıkları, bir başka deyişle yorum yapmada güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmamızdaki yukarıdaki tartışılan bulgular, Okazaki ve Fujita (2007) çalışmalarındaki, öğrencilerin dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar ilişkin kavramsal ilişkilerin anlaşılmasında sorunlar yaşadıkları bulgusunu da destekler niteliktedir. Monaghan (2000) de çalışmasında, bireylerin çokgenleri nasıl ayırt ettikleri noktası üzerinde durmuştur. Bireylerin şekilleri

tanımlama ve ayırt etme aracı olarak, şekillerin standart gösterimlerine, aşırı derecede güvendikleri ve şekil görünümü üzerinden ilişki kurduklarını ifade etmiştir.

5.1.2. ÇMF-2'ye Ait Bulgulara İlişkin Tartışma

ÇMF-2'in 1. Sorusunda bireylerden verilen şekil gurubu (bulgular bölümü, Şekil-32) içerisinden dikdörtgen olan şekillerin belirlenmesinin ve aynı zamanda yanıtlarına gerekçe de belirtmelerinin istendiği soruda, 100 kişi arasından, katılımcıların sadece %18'inin bütün şekilleri dikdörtgen olarak seçerek doğru muhakeme yapabildikleri görülmüştür. Görece oldukça fazla sayıda bireyin (%80), kareyi dikdörtgen olarak saymadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bazı bireylerin, dikdörtgenin döndürülmüş hallerini dikdörtgen olarak saymadıkları, bu durum da pozisyon değişikliğinin muhakeme üzerinde etkilerini (the impact of position) göstermektedir (Fischbein ve Nachieli, 1998). Öğrencilerin seçtikleri şekilleri neden seçtiğine yönelik gerekçeleri incelendiğinde ise, bütün şekilleri dikdörtgen olarak belirleyebilen az sayıda bireyin (18 kişi) karenin özel bir dikdörtgen olduğu gerekçesini sundukları, yani kare ve dikdörtgen arası ilişkiyi kurabildikleri görülmüştür. Bütün şekilleri dikdörtgen olarak seçen öğrencilerin sundukları gerekçelere bakıldığında bu bireylerin, karenin de özel bir dikdörtgen olduğunun farkında oldukları ayrıca dikdörtgenin konum ya da yönündeki değişikliklerden etkilenemeyen, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde, kavramsal bilgilerinin şekil bilgilerini uygun biçimde yönettiği muhakeme yapısına sahip oldukları söylenebilir. Kareyi dikdörtgen olarak saymayan bireylerin ise, en çok "2 kısa ve 2 uzun kenarı olanları seçeriz" gerekçesini sundukları dikkate alınırsa, öğrencilerin kendi bireysel şekilsel-kavramlarındaki güçlü imgelerden negatif etkilendikleri ve prototiplere bağlı kaldıkları görülmektedir. Bu soruda "Her yeri ya da her şeyi aynı olan dikdörtgen olamaz" gerekçesini veren bireylerin de aslında bu prototiplere bağlı kalma durumunu özetler nitelikte bir muhakeme biçimini yansıttıkları söylenebilir. Çalışmadaki bazı katılımcıların ise hem kareyi dikdörtgen olarak değerlendirmedikleri hem de çevrilmiş yani pozisyonu değiştirilmiş dikdörtgenleri de dikdörtgenden saymadıkları tespit edilmiştir. Hatta bazı bireylerin, çevrilmiş dikdörtgenleri, yamuk olarak nitelemeleri, yamuğun Türkçedeki semantik bir durumdan kaynaklanan dilsel olarak kafa karıştırıcı yönünün, muhakemeleri negatif yönde bozmasına bir diğer örnektir. Bazı bireylerin döndürülmüş ya da çevrilmiş dikdörtgenlerin dikdörtgen olmamasına yönelik sundukları, "x ve y ekseni boyunca çizilmiş olanlar dikdörtgendir o yünden çevrilmiş şekiller, dikdörtgen olamaz" ya da "dikdörtgen bir düzlem üzerinde olmak zorundandır" yanıtları, çalışmadaki önemli bir diğer bulgudur. Öksüz ve Başışık (2019) da çalışmalarında öğrencilerin çokgenlerin döndürülmüş hallerini anlamakta sıkıntılar yaşadıklarını belirtmiştir. Bu durum da Fischbein'in teorisi bağlamında, kavramsal niteliklerin

muhakemede baskın olmadığı bir muhakeme biçiminin diğer bir örneğidir. Muhakemeler, şekilsel kısıtlamaların etkisi altındadır. Bahsedilen bu bulgular, Monaghan (2000)'in bireylerin şekli tanıma aracı olarak figürlerin standart gösterimlere aşırı derecede güvenmeleri vurgusunu destekler niteliktedir. Aynı zamanda Ubuz (2017)'nin çalışmasında yer alan, 7.sınıf öğrencilerinin kare ile dikdörtgen arası ilişkiyi anlama ve içselleştirme noktasında büyük sorunlar yaşamaları bulgusu ile de paralellik taşımaktadır ki, çalışmamızda 100 katılımcı arasından sadece 18 kişi bütün şekilleri dikdörtgen olarak belirleyebilmiştir. Ayrıca Fujita ve Jones (2006), 158 öğretmen adayı ile yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının bile sadece %12,7'sinin karenin bir dikdörtgen olduğunu bildiklerini vurgulaması, bu konuda dikkat çekici bir husustur.

ÇMF-2'in 2. Sorusunda bireylerden verilen şekil gurubu (bulgular bölümü, Şekil-33) içerisinden paralelkenar olan şekillerin belirlenmesinin ve aynı zamanda yanıtlarına gerekçe de belirtmelerinin istendiği soruda, 100 katılımcının sadece %13'ünün verilen şekiller arasından paralelkenar olanları doğru seçebildikleri görülmüştür. Bu bireylerin dikdörtgen ve karenin de karşılıklı kenarları eş ve paralel olduğundan ötürü paralelkenar olduğu muhakemesini başarı ise yürütebildikleri tespit edilirken, şekillerin pozisyon değişikliklerinden etkilenmeyerek, Fischbein'in şekilsel kavram bağlamında kavramın şekli yönettiği üst düzey muhakemelere erişebildikleri görülmüştür. Paralelkenar olarak en çok belirlenen şeklin, yaygın olarak karşılaşılan paralelkenar prototipi olması olgusu ise, öğrencilerin paralelkenarı belirlemede oldukça zorlandıklarını ve zihinlerindeki bireysel şekilsel kavramlarındaki prototiplerin güçlü bir etkisi altında olduklarını göstermektedir. Bu hususta bireylerin seçtikleri şekiller için, ek olarak sundukları gerekçeler içerisinden tespit edilen *"Paralelkenar, kenarları eş ama kitaplıkta duran kitap gibi eğiktir."* yanıtı, bahsedilen bu durumu oldukça iyi bir şekilde özetleyen bir gerekçedir. Ubuz (2017) de çalışmasında 7.sınıf öğrencilerinin en çok paralelkenarın belirlenmesinde sıkıntılar yaşadıklarını vurgulamıştır. ÇMF-2'nin 2.sorusunda, genel olarak çoğu katılımcının, paralelkenarda iç açıların kesinlikle dik olmaması gerektiği algısına sahip oldukları ve bu yüzden açılarının mutlaka dar ve geniş açı olması gerektiği yönünde hatalı bir algılara sahip oldukları, paralelkenarın hafifçe eğilmiş ya da yatık durması gerektiğine yönelik zihinsel imgelerin aşırı etkisinde kalan ve muhakemelerinin kavramdan ziyade şeklin kontrolünde olduğu bir düşünüş biçimini benimsedikleri ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca bazı bireylerin yamuğu da paralelkenar olarak saydıkları buna gerekçe olarak sundukları *"herhangi 2 kenarın paralel olması yeterlidir"* şeklinde hatalı kavramsal bilgilere sahip oldukları da tespit edilmiştir. Bunun yanında yamuğun, paralelkenarın özel bir hali olduğu şeklinde hatalı dörtgen ilişkilerinin

kurulduğu yanıtlara da rastlanmıştır. Bazı öğrencilerin, yamuğun daha genel bir şekil sınıfı olduğunu bilmedikleri ortaya çıkarılmıştır. Bazı bireylerin de içbükey şeklinde verilen altıgeni (aşağıdaki 1 numaralı şekil), paralelkenar olarak saydıkları, bunu yaparken kenar sayısına dikkat etmeden sadece kenarların paralellik durumlarını kontrol ettikleri bulgusu, bu çalışmadaki öğrencilerin büyük bir bölümünün altıgen örneği olarak düzgün altıgen prototipi sunmaları bulgusuyla oldukça yakından ilişkili bir durum olarak değerlendirilebilir ve Fischbein'in teorisi temelinde, şekil bilgisinin kavramsal bilgiyi baskıladığı bir durum olarak ele alınabilir. Benzer şekilde bazı katılımcıların ise, aşağıdaki 1 ve 4 numaralı şeklin paralelkenar olduğu savundukları, bunu da ortadan bir çizgi ile bölündüğünde simetrik olurlar hatalı muhakemesi ile gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bu durum belki paralelkenarın kelimesinden türetilebilecek simetrik ve düzenli bir şekil algısından kaynaklanabilir ki, bu çalışmada bu yanıtı sunan bir öğrenciyle yapılan mülakatta, "*adı üstünde paralelkenar, karşılıklı kenarlı simetrik durur"* gerekçesini sunduğu tespit edilmiştir. Bu da daha önce, yamuk kavramında da tartışılan, geometrik kavramlara ilişkin dilin semantik yapısının daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyması hususunu akla getirmektedir.

Buna ek olarak, bazı öğrencilerin "1 numaralı şeklin, ortadan bölündüğünde aslında iki paralelkenarın birleşimi olması" gerekçesi ile bu altıgenin, paralelkenar olduğunu savundukları görülmüştür ki, bu bireylerin şekil algıları yine kavramsal bilgilerinin bu noktada önüne geçmiştir. Yukarıdaki paralelkenarın seçimine ilişkin anlatılan bu sonuçlar, Karpuz, Koparan ve Güven (2014)'ün öğrencilerin şekil ve kavram bilgilerini inceledikleri çalışmasında yer alan bireylerin şekil bilgisini, kavramsal bilgiye göre daha rahat kullandıkları ve kavram bilgisinin yetersizliğinin geometrik görevlerde, bireylerin bazı güçlükler yaşamalarına neden olduğu bulgularını da destekler niteliktedir. Ayrıca, Nakahara (1995) de, öğrencilerin oldukça zorlandıkları bir hususun da paralelkenar ve dikdörtgen arası ilişkiyi belirleme noktasında olduğunu belirtmiştir ki ÇMF-2'nin 2.sorusunda katılımcıların %46'sının, dikdörtgeni paralelkenar olarak değerlendirmedikleri ortaya çıkarılmıştır. Diğer yandan, Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) çalışmalarında prototiplerin muhakemelerde önemli etkisi vurgulanmış ve bireylerin paralelkenar olmayan şekilleri de paralelkenar olarak seçerek aşırı genellemelere düştüklerini ortaya çıkarmışlardır. Ulusoy ve Çakıroğlu (2017)'nin bu

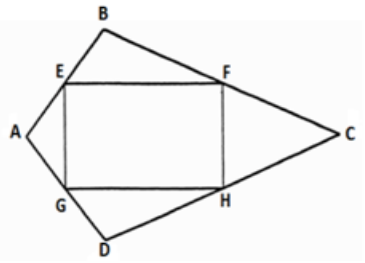
çalışmasında, bazı öğrencilerinin paralelkenar olmamasına rağmen yamuk ve altıgeni de paralelkenar olarak adlandırdıkları belirtmeleri, yukarıdaki bulguları destekleyen bir nitelik taşımaktadır.

ÇMF-2'nin 3. Sorusunda bireylerden verilen kare içindeki açıların ölçülerine ilişkin, köşegen bilgisine dayanarak nasıl muhakeme gerçekleştirdikleri araştırılmıştır. Öğrencilerin büyük bir bölümünün (%70), soruda doğru yanıt sunmaları karşın, muhakemelerin şekil görünümü üzerinden sezgisel olarak yapıldığı ortaya çıkarılmıştır. Örneğin ilgili sorudaki 3 numaralı açı, bazı bireyler tarafından gerekçe olmadan 90 derece kabul edilmiş, bazı bireyler tarafından da şekil görünümünde dar açı gibi göründüğü ve böyle algılandığı için, görünüme bağlı olarak, öğrenciler tarafından dar açı kabul edilmiştir. 1 ve 2 açılarının dar ve 45 derece olduğunu, 3 açısının dik açı olduğunu, sadece sezgilere ve şekil görünüşüne güvenmeden, karede köşegen kavramı üzerinden ispat ederek gerekçelendiren bireylerin sayısının 100 katılımcı arasından sadece %21'lik bir kısma denk geldiği ortaya çıkarılmıştır. Katılımcıların çoğunluğunun, sadece şekilsel bilgileri kullanarak ve şekil görünüşünden temel alarak, kavramsal bilginin devreye girmediği bir muhakeme biçimini benimsedikleri ortaya çıkarılmıştır. Sadece karenin iç açısı olan 4 numaralı açının 90 derece olduğu muhakemesini uygun bir gerekçe vererek yapabilme oranı %67'dir ki bu muhakemeyi yapmak için de karenin bir açısının 90 derece olduğunu bilmek yeterlidir. 100 katılımcının %14'ünün, 4 numaralı açıyı yani karenin bir iç açısının ölçüsünün 90 derece olduğunu gerekçe olarak belirtememeleri dikkat çekicidir. Bu noktada, "karenin köşegenleri birbirini ortalar" muhakemesini yapabilenlerin, sayıca az olduğu (%21) ve bu kişilerin muhakemeleri, Fischbein'in şekilsel kavram teorisi açısından değerlendirildiğinde, sadece şekil bilgisi ekseninde cevap vermedikleri, kavramsal bilgilerini harekete geçirerek muhakeme geliştirdikleri görülmektedir. Aslında bu geometrik görev, bireylerin şeklin alt parçalarını tanımlama yeteneği üzerinde, bir bütün olarak karenin yani Gestalt (bütün şeklin)'in etkisini bize göstermektedir. Dış şeklin kare olma bilgisinden hareketle, köşegenlerin iki eşit parçaya ayrılmasının bilgisiyle, şeklin içindeki alt parçaları köşegen olarak tanımlama yeteneği, kavramsal bir bilgi gerektirir. Sadece şekil görüntüsü ile yapılacak yorumlar, Fischbein (1993)'e göre, sezgisel ve eksik kalmaya mahkûm olacaktır. Bu geometrik görevde açıların muhakemesini yaparken, öğrencilerin sunmuş oldukları "Göz kararı anlaşılıyor", "tam ortadan kesilmiş gibi duruyor" tarzı yanıtlar, şekil bilgisine dayalı, eksik muhakemelerdir. Bu geometrik görev özelinde, sorudaki şekilde verilen 3 numaralı açının muhakemesi, Duval'in şekle bakma süreçlerine göre de incelenmiştir. Buna göre, 3 numaralı açıyı, görünümden değil

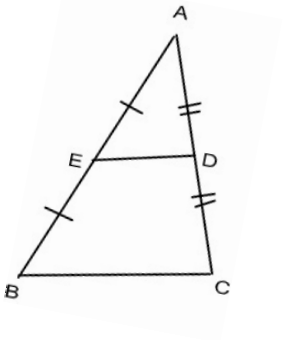
de köşegen kavramı üzerinden bir geometrik kurala dayalı açıklayan bireylerin sadece 21 kişi olduğu görülmüştür. Yani Duval'in modeline göre sözel algıları ile sorudaki 3 numaralı açıya uygun biçimde yaklaşabilen kişilerin %21'e denk geldiği anlaşılmaktadır. Duval'in bilişsel modelindeki şekle bakma süreçlerinden sözel algı kullanımı, Fischbein'in modelinde kavramsal bilginin şekil bilgisinin önünde geçtiği muhakeme biçimine karşılık gelir. 3 numaralı açıyı uygun bir gerekçe olmadan 90 derece olarak sunan öğrenciler ile şekil görünümünden ötürü dar açı olduğunu savunan bireylerin, Duval'in modelindeki görsel algılara göre soruya yaklaştıkları söylenebilir ki, bu bireylerin sayısının katılımcıların yarısından fazlası olduğu görülmüştür. Bu görevdeki katılımcı verilerinden yapılan çıkarım, sadece görsel algı ile geometrik şekillere yaklaşmak, bazı bireylerin sezgisel olarak doğru yanıta ulaşmalarına neden olabilir, fakat aynı zamanda çoğunlukla hatalı muhakemelerin oluşmasına da neden olur. Bu da aslında görsel algının doğasına uygun bir durumdur çünkü görsel algı bazen sezgisel anlamda muhakeme yardım edebilirken, bazen de doğru muhakemenin oluşmasında engelleyici rol üstlenir. Aslında görsel algıya ilişkin bu durum, Gal ve Linchevski (2010)'un görsel algının bir sonucu olarak geometrik görevlerde bireylerin muhakemelerinin şekle ilk bakıştan öteye geçememesi, görsel algının bireylerin geometrik kavramları ve özelliklerini kavrayışını engelleyebileceği ya da sınırlandırabileceği bulgusunu da destekler. Ayrıca bu görevde, bazı bireylerin sadece şekil bilgisi ya da şekil görünümü üzerinden yorum yaparken, yani ellerinde yeterli bir kanıt-ipucu yokken, geometrik şekildeki doğru parçalarını yükseklik olarak varsaydıkları ya da *"en uzun kenarın karşındaki açı 90 derece olur"* şeklinde stereotipik yargılara sahip oldukları ve hatalı genellemeler yaptıkları ortaya çıkarılmıştır. Bu geometrik görevde, öğrencilerin büyük bir kısmının, yanıtlarını sağlam temeller üzerine oturtup, kavramsal olarak gerekçelendirmede sıkıntılar yaşadıkları söylenebilir. Zeybek-Şimşek ve Üstün (2019) da yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin ispat seviyelerini araştırdıkları çalışmasında, öğrencilerin ispat yaparken, gerekçe ya da argüman oluşturmakta sıkıntılar yaşadıklarını ortaya koyulmuştur.

ÇMF-2'nin 4. Sorusunda, kenarların orta noktasının birleştirilmesi ile oluşan herhangi bir dörtgende, içte oluşan şekil hakkındaki bireylerin muhakemelerinin incelendiği soruda, oldukça az sayıda öğrenci, kenar orta noktası bilgisini dikkate alarak, ispata yakın bir gerekçelendirme sunabilmişlerdir. Büyük çoğunlukta katılımcı (%76) ise bilhassa, içteki şeklin şekil görüntüsüne güvenerek yanıtlar vermişlerdir. Öğrencilerin görev için sundukları gerekçeler arasında, içteki şeklin kavramsal bir özelliğine vurgu yapmadan dikdörtgen şekline benzemesi üzerinden yorumlar, paralelkenarın kenarlarının eğik ya da çapraz durması gerektiğine yönelik algılar, dış şekil yamuk olmamasına rağmen, bu şeklin biçimsiz durması

algısından hareketle yamuk olarak adlandırılması gibi, hatalı kavramsal gerekçelendirmeler söz konusudur. Öğrencilerin büyük bir bölümünün muhakemesinde, şekil bilgisinin kavramsal bilgiyle uyum halinde olmadığı ve prototiplerin kavramsal bilgiyi baskıladığı bir durum söz konusudur. 15 öğrenci üzerinden yürütülen klinik mülakatta ise, öğrencilere Thales teoremi üzerinden aşağıdaki gibi (Şekil-98) üçgende temel benzerlik teoremi hatırlatılmış ve öğrencilerin büyük bir kısmının bu benzerlik kuralını bildikleri anlaşılmıştır. Fakat az sayıda katılımcının Şekil-97'de verilen şeklin içinde yer alan dörtgenin paralelkenar olduğunu değerlendirirken, bu kuralı verilen şekilde uygulayabildikleri, çoğu öğrencinin, aşağıdaki şekil üzerinden (Şekil-98) verilen imgesel görüntüye bağlı kalarak, verilen geometrik görevdeki şekilde (Şekil-97), bu teoremi nasıl uygulayacağını anlayamadığı ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilere köşegen çizdirilse bile, bazı öğrencilerin, soruda verilen şeklin (Şekil-97) içinde yer alan üçgenlerde bu kural uygulanamaz çünkü üçgenler daha geniş bir görünüyor, Şekil-98'deki kurala benzemiyor gerekçesini sundukları tespit edilmiştir. Şekil algılarının, prototiplere bağımlılığın ve görsel algıların muhakemede oldukça baskın bir etkinliği söz konudur ki bu örnekteki gibi, bireylerin uygun muhakeme geliştirmelerini engelleyici bir etki yapmaktadır. Fischbein (1993)'ün de ifade ettiği gibi, geometrik görevlerde bu ve buna benzer durumlarda meydana gelen şey, çoğu zaman, şekilsel kısıtlamaların, kavramsal kontrolün etkisinden kurtularak, düşünce yapısında, şekilsel olarak tutarlı görünen, ancak kavramsal özelliklere tabi olmayan yorumları gün yüzüne çıkarmasıdır ve uygun muhakemenin gelişmesini engellemesidir. Fischbein (1993)'e göre, şekil ve kavram arasındaki bütünleşme gerçekleşmelidir, ancak geometrik görevlerde kurulan ilişkileri tamamen yönetmesi etmesi gereken kavramsal organizasyondur. Eğer, kavramsal özellikler geometrik görevlerde hâkim pozisyonda olursa, bir matematikçinin zihninde gerçekleştirilebilecek türde ideal bir durum yaratılmış olur. Burada ayrıca, öğrencilerin verilen geometrik şekli teorik ideal bir nesne olarak ele alamadıkları bunun yerine şeklin kendisinin münferit olarak doğrulama nesnesi olduğu yani öğrencilerin büyük bir kısmının, Houdement ve Kuzniak (1999)'un ifade ettiği gibi, doğal geometri paradigmasında oldukları görülmektedir. Diğer yandan, Yazıcı ve Ulusan (2020), eşlik ve benzerlik kavramlarının öğretiminde doğru, doğru parçası ve ışın gibi kavramların eşlik ve benzerliğinden başlamak yerine, 2 boyutlu nesnelerin ve 3 boyutlu cisimlerin benzerliğinden sezgisel olarak başlanması gerektiğini ve doğru, doğru parçası, üçgen ve çokgenlerin eşlik ve benzerliğinin sınıfta fikir tartışması yürütülerek ve öğrenciler tarafından keşfedilerek öğretilmesinin daha uygun olacağını belirtmişlerdir. Yukarıdaki belirtildiği gibi, bu geometrik görevde temel benzerlik teoreminin uygulanmasında öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin giderilmesi hususu, bu açıdan da değerlendirilebilir.



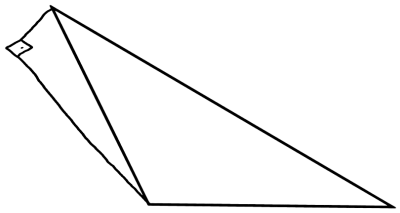
Şekil 97.ÇMF-2'nin 4.sorusundaki görev



Şekil 98. Thales teoremi

ÇMF-2'nin 5. Sorusu olan bireylerin bir üçgendeki yükseklik kavramına ilişkin zihinsel algıları ve muhakemelerinin araştırıldığı geometrik görevde geniş açılı şekilde verilen bir üçgenin içinde çizilen doğru parçasının yükseklik olup olmadığına yönelik fikirleri araştırılmış, aynı zamanda öğrencilerden üçgendeki tabana ait bir yükseklik çizimi yapmaları istenmiştir. Çıkan sonuçlara bakıldığında, genel olarak katılımcıların (%78) geniş açılı üçgen içinde çizilen parçanın yükseklik olmadığı muhakemesini yapabildikleri ve çok fazla zorluk yaşamadıkları görülmüştür. Ancak katılımcıların %78'i, verilen parçanın yükseklik olmadığını doğru olarak belirlemelerine karşın, üçgene ait uygun bir yükseklik çizebilme durumlarına bakıldığında, performans görece daha düşüktür (%67). Bu durum, şekilsel kısıtlamaların, muhakeme üzerindeki olumsuz etkisi olarak değerlendirilebilir. Şekilde verilen doğru parçasının (FH) yükseklik olduğunu savunan kişilerin oranı (%19)'dur. Hatalı bir şekilde yükseklik olduğunu savunan bu kişilerin ise, **yükseklik yukarıdan aşağıya tam şekilde iner, yükseklik verilen şekli ortadan ikiye böler** gibi stereotipik yargılara dayanan, prototip algılara sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu durumlar, Cutogno ve Spagnola (2002)'nin çalışmalarındaki bazı öğrencilerin üçgenlere yönelik kavrayışta prototip algılara göre hareket ettiklerini, yüksekliğin üçgenin içinde olması gerektiği ve yüksekliğin üçgeni mutlaka 2 eş parçaya bölmesi gerektiği gibi hatalı algılara sahip oldukları bulgusuyla paralellik taşımaktadır. Öğrencilerin yüksekliğe yönelik prototip algıları, üçgenin içinde ve yatay bir tabana dik olan bir doğrudur. Bu durumun, öğrencilerin yüksekliğin üçgenin içinde olduğu ve dikey olduğu çok sayıda üçgen ile karşılaşırlarken, farklı tarzda çok az üçgen ile karşılaşmalarının bir sonucu olduğunu yani, öğrenci deneyime dayandığını vurgulamışlardır. Bu noktada, bireylerin çoğunluğunun, genel olarak geniş açılı bir üçgenin yüksekliğini üçgenin dışarısından uygun bir şekilde çizebildikleri halde, katılımcıların %14'ü, herhangi bir yükseklik çizimi sunamamış ya da yükseklik çizerken bile yine şeklin içinden çizimler

yapmaya girişmişlerdir. Ayrıca "Geniş açılı üçgenlerde yükseklik dıştan çizilir" ya da "yükseklik dik inmesi gerekir" gerekçelerini cevaplarında sunabildiği halde, çizimi hatalı yapan bireylerin de bulunduğu tespit edilmiştir. Uygun kavramsal bilgiyi bilmelerine karşın geometrik görevlerde yine de uygun olmayan çizimler gerçekleştiren kişilerin olduğu göz önünde alındığında, şekil bilgisinin kavramsal bilgilerle uygun bir bağlamda birleştireme durumunun söz konusu olduğu yorumu yapılabilir. Daha da açarsak, Geniş açılı üçgende yüksekliğin dıştan çizileceğini bilgisine sahip öğrenciler arasında bile aşağıdaki şekilde olduğu gibi (Şekil-99) üçgenin dışından yapılan başarısız çizimler ve üçgenin içerisinden yapılan hatalı çizimlerin olduğu tespit edilmiştir ki, Fischbein (1993) bu durumu, öğrenciler bir kavramın tanımına ilişkin niteliklerin farkında olsalar bile, geometrik görevlerde uygun çizimler yapma konusunda sorunlar yaşayabileceklerini, geometrik görevlerde şeklin baskılayıcı faktörlerinin etkisi altında, tanım bilgisinin ya da kavramsal bilginin ihmal edilebilme olasılığının her zaman var olabileceğini belirterek açıklamıştır. Çünkü, geometrik görevlerde muhakeme gerçekleştirirken, şekil bileşeni, kendini formal kontrolden, yani kavramsal kontrolden serbestleştirmek ister. Ayrıca, Vinner ve Hershkowitz (1980) de, öğrencilerin yüksekliğin tabana uzatılmasından ziyade, ulaşması gerektiğini düşünme eğiliminde olduklarını ve bu nedenle geniş açılı olan bir üçgende bile yüksekliği üçgenin içine çizdiklerini ifade etmişlerdir. Bu nokta da hatalı çizimlere bir neden olarak değerlendirilebilir.

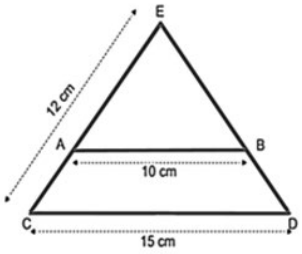


Şekil 99. Öğrencinin geniş açılı üçgende yükseklik çizimi

Aynı soruda, öğrencilerin geniş açılı üçgenin içinden çizilen doğru parçasının yükseklik olup olmadığı muhakemesini nasıl yaptıkları soruşturulurken, aynı zamanda katılımcılardan gerekçe de sunmaları istenmiştir. Öğrencilerin büyük bir bölümünün yükseklik değil muhakemesini yapabildikleri ve yine büyük bir kısmının doğru bir yükseklik çizimi yapabildiği görülmesine rağmen, yanıtına uygun bir gerekçe sunabilenler, tüm katılımcılar arasında sadece %45'tir. Bu uygun gerekçelerin, genel olarak "geniş açılı üçgenlerde yükseklik dıştan çizilir" bilgisine ya da "yüksekliğin dik olması gerekmesi" bilgisine dayandığı ortaya çıkarılmıştır. Uygun bir gerekçe sunamayanlar öğrencilerden bazılarının, şekilde ek bir bilgi sunulmamasına karşın, şekil görüntüsünden hareketle üçgenin içinde

verilen doğru parçasının açıortay ya da kenarortay olduğunu iddia ettikleri görülmüştür. Bu da sadece şekilsel bilgilere göre ya da sadece Duval'in modelindeki görsel algılara göre hareket edildiğinde kavramsal bilginin geri planda atıldığı bir muhakemenin oluşmasının bir başka deyişle, şekilsel kısıtlamaların, geometrik muhakemeyi baskılamasının bir örneğidir. Aslında üçgene ait yükseklik şu şekilde tanımlanırsa, bazı prototip cevaplara bağlı hatalı çizimlerin önüne geçilebilir: "üçgenin yüksekliği, bir köşeden, karşı kenara ya da karşı kenarı içeren doğru uzantısına çizilen dik doğru parçasıdır" (Serra, 2003; Cunningham ve Roberts, 2010'dan alıntı). Diğer yandan, bir köşeden bir kenara çizilen dik doğru parçası şeklindeki tanım, eksik bir tanım olarak değerlendirilebilir. Elbette, bu tanım öğrencilere verilirken, karşıt durumları da içeren yeterli görsel örneklerle desteklenip sunulması gerekmektedir.

ÇMF-2'nin 6. Sorusu olan görevde, katılımcıların temel benzerlik teoremine ilişkin kavrayışlarının yamuk kavramı üzerinden araştırıldığı soruda, öğrencilerin görece az bir kısmı (%23), sadece soruda verilen bilgilere dayalı olarak hareket etmiş ve temel benzerlik teoremini başarı ile uygulayarak, sorudaki bilgilerle bulunamayacak olan doğru parçası uzunluğunun, sadece ikizkenar yamuk ek bilgisi verilirse bulunabileceğini belirtmişlerdir. Çoğu katılımcı (%53), soruda ek bilgi verilmese bile yamuğun ikizkenar olarak görünmesinden hareketle sezgisel olarak hareket etmiş ve şekil bilgisine aşırı bağlı kalarak muhakemelerini yürütmüşlerdir. Ayrıca şekil görüntüsünden hareketle soruda verilen üçgeni (AEB) direkt olarak, eşkenar varsayma, soruda böyle bir bilgi verilmese bile sorudaki üçgenleri 9-12-15 üçgeni, 6-8-10 üçgeni gibi özel üçgenler olarak varsayma gibi hatalı genellemeler yapılması şeklinde durumlar da ortaya çıkarılmıştır. Bahsedilen bu durumların hepsi, şeklin etkisinde kalarak kavramsal bilgilerin geri plana atıldığı muhakemelerdir ve katılımcıların büyük çoğunluğunun muhakeme tipini oluşturmaktadır. Ayrıca bu soruya ilişkin öğrencilerle yapılan mülakatta, en dikkat çekici husus, öğrencilerin soruda temel benzerlik teoremini uygularken, doğru parçalarının paralel olduğunu varsaymaları, görüşme yapılan 15 öğrenciden sadece 2 tanesinin soruda ABDC'nin yamuk olarak verilme bilgisinden hareketle aşağıdaki şekilde AB ve CD doğru parçalarının paralel olduğu sonucuna ulaşarak temel benzerlik teoremini uyguladıkları ortaya çıkarılmıştır. Yani genel olarak bu görevde bireyler, hiçbir şekilde yamuk bilgisine dikkat etmeden şekil görüntüsünden AB ve CD doğru parçalarını paralel olarak varsaymışlar ve benzerlik kuralını uygulamışlardır. Öğrencilerin büyük bir kısmı, eğer ABDC yamuk olarak verilmese, benzerlik teoremini uygulayamayacaklarının farkında değildirler. Bu da şekil bilgisinin ve şekil algılarının kavramsal bilgiyi nasıl baskıladığının başka bir net örneğidir.



Aslında bu çalışmada, bulgular kısmında da verildiği gibi, 100 katılımcıdan sadece %10'unun yamuk tanımda paralellik vurgusunu belirtebilmeleri, bireylerin yamuk içeren geometrik görevlerde, uygun muhakemeleri gerçekleştirmesinin çok güç olacağının bir işaretidir. Karpuz, Koparan ve Güven (2014) çalışmalarında da öğrencilerin şekil bilgilerini kavramsal bilgiye göre daha rahat kullandıklarını, kavramsal bilgideki yetersizliklerin geometrik görevlerde bazı bireylerin yanılgılara düşmelerine yol açtığını vurgulamışlardır.

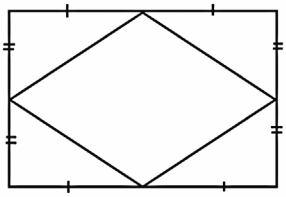
ÇMF-2'nin 7. Sorusu olan görevde, katılımcıların şekil çiziminin verilmediği ve sadece sözel ifadelerin verildiği görevlerde, sorudaki sözel ifadelerden ve yönergelerden görsel durumlara dönüşüm yapılarak, uygun bir çizim sunup sunamadıkları ve muhakemelerini nasıl ilerlettiklerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Çıkan sonuçlara bakıldığında, %42'sinin uygun bir çizim sunamadığı tespit edilmiştir. Ancak uygun bir çizim yapabilen kişiler (58 kişi) arasından sadece 12 kişinin şeklin içine kare, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuk şekillerinin hepsinin de çizilebileceği muhakemesine ulaşabilmişlerdir. Bu kişilerin esnek bir muhakeme biçimi geliştirebildikleri gözükmektedir. Çoğu bireyin Duval'in tanımladığı görsel algılara göre hareket ettiği ortaya çıkarılmıştır. İşlevsel algılarını kullanabilen görece az sayıdaki bu bireyler, tek bir çizime bağlı kalmayarak, çizimdeki noktaların yer değiştirilebileceğini ve taşınabileceğini fark ederek, diğer şekillerin de oluşabileceğini fark edebilmiştir. Bu bireylerin aslında Duval'in tanımladığı şekle bakma süreçleri içerisinden işlevsel algılarını uygun biçimde yönetebildikleri görülmektedir. Özetle ilgili görevde soruda verilen sözel talimatları çizime başarı şekilde yansıtarak, sıralı algılarını doğru biçimde kullanan görece daha çok sayıda birey olmasına karşın, işlevsel algılarını kullanabilen bireylerin sayısı çok daha azdır. Buradan, sıralı algının her zaman işlevsel algının oluşumunu desteklemediği sonucuna ulaşılabilir. Duval (1994)'e göre de işlevsel algı, sıralı algıdan farklılaşmaktadır çünkü şeklin çizimine bağlı sınırlılıklardan kurtulabilme durumu söz konusudur. Yani bu örnekte sadece sıralı algıya göre tek tip bir şekil oluşturan birey eğer, sadece o oluşturduğu şekle bağlı kalırsa, esnek bir muhakeme biçimi oluşturamayabilir, eğer işlevsel algısı ile geometrik göreve yaklaşamazsa, diğer şekillerin de üçgenin içinde çizilebileceğinin farkına varamaz. Çünkü Duval (1995)'e göre, işlevsel algı, şekil içindeki

belirli noktalara, şeklin parçalarında odaklanarak, şekli manipüle ederek, şekli değiştirebilerek mantıksal sıçramayı yapabilmek için uygun bir çözüme giden yolu inşa eder. Diğer yandan bu geometrik görevde, üçgen içinde şekil inşa ederken, işlevsel algılarını kullanamayan bireylerin genel olarak sundukları "Sadece bir dikdörtgen olabilir. Çünkü oluşan şeklin 2 kenarı kısa ve 2 kenarı uzundur", "Sadece yamuk olur çünkü düz bir şekil değildir" ve "Sadece dikdörtgen olur, çünkü bir nevi duvarın içine kapı çizilmiş gibi durur." türünden yanıtları da inşa ettikleri çizimlere tek başına görsel algılar üzerinden yaklaşılarak yapılan muhakeme çeşitleri gösterir çünkü sadece şekil görüntüsüne ve bazı prototip algılara bağlı kalınarak yapılan esnek olmayan muhakeme biçimlerini yansıtır. Bu durum, Panaoura ve Gagatsis (2009)'un çalışmalarında yer alan bazı ortaokul öğrencilerinin geometrik probleme yaklaşırken, Duval'in şekle bakma süreçlerinden görsel algıya göre hareket ederek hatalı yanıtlara ulaştıkları bulgusuyla paralel bir nitelik taşımaktadır. Bu geometrik göreve, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi açısından da yaklaşılabilir. Soruda verilen yönergelere uygun bir çizim gerçekleştirebilen öğrencilere bakıldığında, büyük bir kısmının üçgenin içerisinde oluşturdukları şekil hakkında kavramsal bilgilerden çok şekil bilgisi üzerinden muhakeme gerçekleştirdikleri görülmektedir. Örneğin dikdörtgen olmasını 2 kısa kenar ve 2 uzun kenarı olması ya da dikdörtgenin bir kapıya benzemesi üzerinden, yamuk olmasını bütün kenarları farklı olan, düzensiz bir şekil ya da düz bir şekil olmaması algısı üzerinden nitelemeleri buna örnek verilebilir. Bu noktada çoğu bireyin şekil bilgisinin kavramsal bilgiye göre dominant olduğu bir muhakeme biçimine sahip oldukları görülmektedir. Bu durum da esnek ve doğru bir muhakemenin gelişmesini engelleyici ve kısıtlayıcı bir etki oluşturmaktadır. Ayrıca az sayıda denilemeyecek kadar katılımcının (42 kişi), sorudaki sözel ifadelere uygun biçimde çizememesi, bireylerin şekilsel olarak verilmeyen sorularda zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Aydın, Kertil, Yılmaz ve Topçu (2006) çalışmalarında, yalnızca sözel ifadelerle sunulan şeklin verilmediği görevlerde bireylerin, sözel ifadeleri, uygun şekil çizerek aktarmakta zorlandıkları ve doğru cevaba ulaşmada sıkıntılar yaşadıkları görülmüş, geometri öğretiminde şekillere ve temsillere aşırı vurgu ile yapılan bir öğretimin yani şekillere bağlılığın, bireylerin uzamsal yeteneklerinin gelişmesini engelleyici nitelikte olduğu ortaya çıkarılmıştır. Yukarıdaki bulgu, bu açıdan da değerlendirilebilir.

ÇMF-2'nin 8.Sorusu olan görev, ÇMF-2'nin 7.sorudaki göreve benzer şekilde şekil çiziminin verilmediği, sadece sözel talimatların verildiği bir görevdir. Bu görevde bireylerin sorudaki talimatlara göre dikdörtgen içinde şekli nasıl oluşturdukları incelenmiş, ayrıca Fischbein'in şekilsel kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli temelinde değerlendirildiğinde oluşan şekil hakkında muhakemelerini nasıl ilerlettikleri araştırılmıştır. Çıkan sonuçlara

bakıldığında, 100 katılımcının sadece %48'i verilen sözel ifadelere uygun bir çizim sunabilmiştir. Öğrencilerin sözel ifadelerle verilen geometrik görevleri, çizime aktarmakta ve muhakeme geliştirmekte güçlük yaşadıkları, büyük bir kısmının Duval'in şekle bakma süreçleri olarak tanımladığı algılardan sıralı algılarını uygun biçimde yönetemedikleri görülmüştür. Her ne kadar Duval'in tanımladığı sıralı algı, geometrik bir araç kullanarak şekli inşa etme sürecini içerse de sorudan verilen talimatları sırasıyla kullanıp, ilgili çizime yansıtabilme de sıralı algı açısından değerlendirilebilir. Diğer yandan soruya ilişkin aşağıdaki örnek çizimde (Şekil-100) olduğu gibi, uygun bir çizim sunabilen bireylerin şekli nasıl muhakeme ettikleri incelendiğinde ise, sadece %21'i eşkenar dörtgen olduğu muhakemesini yapabilirken, bunlar içerisinden de yanıtlarına uygun bir gerekçe sunarak eşkenar dörtgen muhakemesini yapabilme durumuna bakıldığında, az sayıda bireyin kenarlarının eşit olmasını Pisagor bağıntısı temelinde matematiksel olarak gösterebildiği, çoğunluğun şeklin duruşuna bağlı, yani Duval'in görsel algısı temelinde muhakeme geliştirdiği görülmüştür. Bu örnekte, bazı bireylerin, sadece görsel algılara bağlı sezgisel olarak yorum yapmalarının, dikdörtgenin içine çizilen şeklin adlandırılmasını genel olarak etkilemediği görülmüştür. Çünkü dikdörtgen içinde oluşan şekil, eşkenar dörtgen prototipine benzemektedir. Fakat, yalnızca görsel algılara göre yorum yapmanın her zaman doğru bir sonuca ulaştıramayacağı açıktır. Örneğin bu görevdeki cevaplardan ortaya çıkarılan şekli sadece görsel algılara göre yorumlayan "Yamuk olur, çünkü düz durmuyor" şeklindeki bir muhakeme, tam tersine hatalı çözüme götürecektir. Nitekim, bu durum, Michael (2013)'ün de ortaya koyduğu gibi, görsel algıların bazı durumlarda, geometrik görevleri çözümlemede öğrencileri uygun olmayan yanıtlara ve hatalı muhakemelere götürebileceği sonucunu destekler niteliktedir. Gal ve Linchevski (2010) da aslında görsel algının bir sonucu olarak geometrik görevlerde bireylerin muhakemelerinin şekle ilk bakıştan öteye geçememesi durumun ortaya çıkabileceğini belirtmiştir. Şekli paralelkenar olarak yorumlayan bazı öğrencilerin ise kenar paralelliğini tam olarak gösteremeyerek yine kenarların paralel olarak durması ve gözükmesi algısına göre gerekçelendirme sundukları tespit edilmiştir. Kısaca, geometrik görevde en azından bir teorem ya da kural kullanarak dahası sözel algılara göre içteki şekle yaklaşım yapabilen bireylerin oldukça az sayıda olduğu görülmektedir. Duval'in modeli temelinde sadece görsel algı ile soruya yaklaşım, Fischbein'in teorisi temelinde de yalnızca şekil bilgisi ve zihinsel prototiplerin kullanımı ile göreve yaklaşım, öğrenciler arasında hâkim olan muhakeme biçimleridir. Bu görev ile ilgili yapılan klinik mülakat da (bulgular bölümünde görülebileceği üzere), aşağıdaki şeklin (Şekil-100) 90 derece döndürülmesi ile oluşan görüntünün eşkenar dörtgen olarak yorumlanma ihtimalini kuvvetlendirdiğini ve uygun geometrik bir sonuca

ulaşmayı engelleyebileceğini göstermiştir. Bu da Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında değerlendirilme yapıldığında, çoğu bireyin muhakemelerini ve algılarını kavramsal niteliklerden ziyade, şeklin yönettiğini daha net ortaya çıkarmaktadır ve şekilsel kısıtlamaların sorudaki uygun kavramsal muhakemeyi baskıladığını göstermektedir. Hatta, klinik mülakatta ispat öğrenciye verilip, öğrencinin muhakemeyi içselleştirdiği görüldükten sonra bile, şekil döndürüldüğünde bireyin tekrardan tereddüde düştüğü görülmüştür ki, bu durum da görsel algının, sözel algının tam olarak etkin hale gelmesini engelleyebileceğini göstermektedir. Michael (2013), çalışmasında da benzer bir biçimde, görsel algının, sözel algıların oluşmasını engelleyebileceğini belirtmiştir.



Şekil 100. ÇMF-2'nin 9. sorusundaki şekil

ÇMF-2'nin 9.sorusu olan görevde bireylerin bir küpün açılımı şeklinde verilen karelerden oluşan bir şeklin üzerinde işaretlenen kenarların, şekil kapatılıp küp haline getirildiğinde nasıl yorumlandığı incelemekte ve öğrencilerin hem 3 boyuta geçişteki muhakemeleri hem de uzamsal düşünüşleri üzerinde şeklin etkisi araştırılmıştır. Çıkan sonuçlara bakıldığında, katılımcıların %54'ü şekil kapatılıp üç boyutlu yapıldığında, şeklin açılımında yer alan kareler üzerinde işaretlenen kenarlardan hangilerinin üst üste gelebileceğini doğru olarak muhakeme edebilmişlerdir. Öğrencilerin hemen hemen yarıya yakını diyebileceğimiz bir kısmın doğru muhakemeyi yapamadıkları, şeklin 2 boyuttaki görüntüsüne göre hareket ettikleri, Fischbein'in şekilsel kavram teorisine göre şekilsel kısıtlamaların aşırı etkisi altında kaldıkları tespit edilmiştir. Görüldüğü üzere, şekilde açık olarak verilen yüzlerin katlanması genel olarak kolay bir durum sayılmasına karşın, özellikle kenarlar birbirinden uzak olarak verilmişse hangi kenarların çakışacağında yönelik şekilsel ve kavramsal bileşenleri birleştirmek daha zordur. Yani Fischbein'in şekilsel kavram teorisine göre iki boyuttaki şeklin görüntüsünün, üç boyutta kavramsal olarak muhakemeyi baskıladığı bir durum söz konusudur. Burada üzerinde durulması gereken nokta, Sharma (2019)'un da belirttiği gibi, Fischbein'in şekilsel kavramlar teorisine dayanan çalışmaların, büyük ölçüde iki boyutlu şekillerin özelliklerine odaklandığı için üç boyutlu şekillerin kavramsal gelişimi için alan yazında çok fazla detay sunulmadığını belirtmesidir.

ÇMF-2'nin 10.sorusu olan geometrik görevde, verilen şekil grubu içinden dik üçgenlerin belirlenmesinin istendiği geometrik görevde de çıkan sonuçlar şaşırtıcıdır denebilir. İlk bakışta düzey olarak kolay bir görev gibi görünen bu soru, farklı muhakemelerin ve sonuçların ortaya çıkartılmasını sağlamıştır. Çünkü dik üçgenin belirlenmesinde, örneğin, paralelkenar ya da yamuk seçiminde olduğu gibi farklı şekil sınıfları ile ilişki kurulması, yamuk ve paralelkenara karşılık gelen örnek durumların fazlalığı gibi zorluklar çok fazla yoktur. Fakat çıkan sonuçlara bakıldığında, öğrencilerinin %58'inin, dik üçgen olan şekilleri eksiksiz olarak belirleyemedikleri, %42'sinin dik üçgen olanlar şekillerin hepsini doğru olarak seçebildiği görülmektedir. Dik üçgen olan şekillerin hepsini tam olarak belirleyemeyen bireylerin seçimlerine bakıldığında, özellikle dik üçgenin sadece döndürülmemiş hallini seçtikleri yani prototiplere bağlı kaldıkları görülmüştür. Fakat dörtgen olarak verilen şeklin de azımsanmayacak kadar birey (%25) tarafından dik üçgen olarak seçilmesi, bireylerin sadece şekilsel görüntüye bağlı kalarak göreve yaklaştıklarını, kavramsal bilginin geri plana atıldığını gösterirken, bu durumun bir sebebinin de dörtgenin içbükey olarak verilmesinin, bireylerin zihinde hâkim olan dörtgen prototiplerinin dışbükey olması durumuna aykırı olması ve bir çatışma oluşturması olduğu düşünülmüştür. Bazı bireylerin gerekçelerinde yer alan "Bir köşesine kare ve nokta işaretini koyabiliyorsak dik üçgendir", "Bir dikdörtgenin yarısı gibi duranları dik üçgen olarak seçeriz" ve "Dik üçgende sadece kısa kenar, uzun kenar ve hipotenüs vardır" gerekçeleri, dik üçgene ilişkin bireylerin zihinlerinde oluşturdukları bireysel şekilsel kavramlarındaki oldukça güçlü imgelerin muhakemeyi nasıl bozabileceğinin örnekleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Özellikle katılımcıların bazıları tarafından sunulan "Bir dikdörtgenin yarısı gibi duranları dik üçgen olarak seçeriz" gerekçesi, dik üçgeni belirlemede oldukça önemli bir hatalı nedensellik ilişkisi sunmaktadır. Bu durumda, yaygın dikdörtgen prototipinden ötürü ortaya çıkan dik üçgen tiplerinde üçgenin hipotenüs haricindeki kenarları sadece yatay ve dikey pozisyonda kalacağı için, seçimlerde pozisyona aşırı bağlılık oluşacak ve belli bir açıda çevrilmiş dik üçgenleri dışlayacaktır. Yukarıda anlatılanlar ile, alan yazındaki bazı çalışmalar arasında paralellik söz konusudur. Örneğin, Mutluoğlu ve Erdoğan (2020)'nin şekilsel-kavram teorisine dayandırdıkları çalışmalarında, alt düzey başarıya sahip öğrencilerin muhakemelerinde çoğunlukla prototiplerin etkisinde kaldıkları, üst düzey başarıya sahip bireylerin ise, muhakemelerini kavramın kontrolünde yapabilmelerine karşın, yine de geometrik görevlerde prototip şekil baskısından kurtulamadıkları vurgulanmıştır. Diğer yandan, Fischbein (1993)'e göre, dik açı kavramının belirlenmesi, sadece şekil-kavram çatışması değil, algısal-ayırt edici (algısal yetenekleri ayırt eden) bir problemdir ve yaşla birlikte bu yetenek de gelişim göstermektedir. Fakat çalışmamızdaki görevde ortaya çıkan

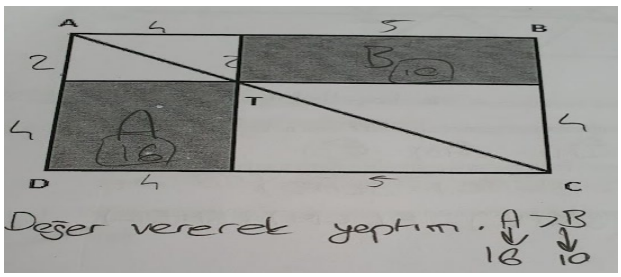
sonuçlar, tam tersine prototiplere bağlılığı ortaya çıkarmış, algısal yeteneklerdeki ayrımdan çok, şekil ve kavramsal bilgi arasındaki uyumsuzluğu sonuçlara yansıtmıştır.

5.1.3. ÇMF-3'ye Ait Bulgulara İlişkin Tartışma

ÇMF-3'ün 1. Sorusunda bireylerden verilen dikdörtgen içindeki taralı alanların kıyaslanması istenmiş, öğrencilerin alanları kıyaslarken Duval'in ortaya koyduğu şekle bakma süreçleri olan algılardan hangilerine göre hareket ettikleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. Bunun yanında muhakeme sürecinde bireylerin doğal söylemsel süreç ve teorik söylemsel sürece göre nasıl hareket ettikleri irdelenmek hedeflenmiştir. Çıkan sonuçlara bakıldığında, katılımcıların sadece %38'inin dikdörtgen içindeki alanları doğru tahlil ederek alanların eşit olduğu muhakemesini yapabildikleri, bu kişilerin arasından da işlevsel ve sözel algıların devreye girdiği ikna edici bir kanıt sunabilen bireylerin sayısının ise tüm katılımcıların %13'ünü oluşturduğu tespit edilmiştir. Genel olarak bakıldığında, görece az sayıda bulunan öğrenciler dışında, katılımcıların işlevsel algı ile soruya yaklaşamadıkları görülmüştür. Duval (1995)'e göre, işlevsel algı, diğer algılara göre daha az bilinir fakat, gerekli muhakemeye ulaşmak için ipucu sağlar ve bu açıdan can alıcıdır çünkü bir şekle bakarken bir çözüme dair bir içgörü elde edebilmemiz için gereklidir. Tek başına görsel algı ile çözüme yaklaşmak, çoğu zaman doğru olmayan sonuçların ya da sadece sezgisel düzeyde kalan tahminlere yol açar. Sezgi de bir geometrik görevin çözümünde çok faydalı olsa da geometrik bir çözüm geliştirmek, işlevsel ya da sözel algıların kullanımı gerektirir. Bu görev üzerindeki yanıtlar incelendiğinde katılımcıların sadece görünüşten etkilenmeyen bir çözüme ulaşmada genel olarak başarısız oldukları ortaya çıkarılmıştır. Öncelikle çıkan sonuçlar arasında önemli olan husus, bilhassa mülakat verileri ile de desteklenen şey, az sayıda bireyin ilgili soruda verilenleri kullandığı, büyük bir kısmının soruda verilen kavramsal bilgi parçalarını geri plana atarak, görsel algılamaları ile, tahmini sezgilerle göreve yaklaşmaları ve genel olarak hatalı sonuçlar elde etmeleri ve görünüşten etkilenmeyen bir muhakemeye ulaşamamalarıdır. Bu durum, Gal ve Linchevski (2010)'un görsel algının bir sonucu olarak geometrik görevlerde bireylerin muhakemelerinin şekle ilk bakıştan öteye geçememesi, görsel algının bireylerin geometrik kavramları ve özelliklerini kavrayışını engelleyebileceği vurgusuyla uyumludur. Öğrencilerin bu sorudaki taralı alanların kıyaslanmasını içeren alan probleminde, verilen taralı alanları kıyaslarken, genel olarak kullandıkları stratejiler, "kenar parçalarına şekil görünüşündeki uzunluklara göre tahmini sayısal değerler atayarak aritmetiksel işlemlerle sonuca ulaşma", tahmini sayısal değerlen atamadan alanların büyüklüğüne göre yani "görsele göre yorum yapma", "işlevsel algıyı kısmen kullanarak alanları ve bölgeleri parçalara ayırma ya da taşıma

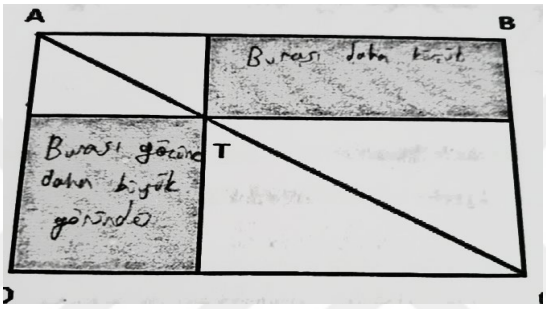
yapabilme fakat görsel algının ötesine geçememe", "görsel algılar ile yaklaşım yaparken, dikdörtgen olarak algılanan bölgelerin alanının kare olarak algılanan bölgeden genellikle büyük olacağını düşünme" şeklinde çözüm yöntemleri geliştirdikleri görülmüştür. Aslında bu stratejiler soruda herhangi bir sayısal değerin verilmediği farklı geometrik görevlerdeki alan sorularında da öğrencilerin tercih ettikleri yöntemler olabilir yani farklı tip alan sorularına da genellenebilir ki bu çalışmadaki farklı alan sorularında da bu stratejilerle karşılaşılmıştır. Bu çözüm stratejileri kısaca aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- ***"Kenar parçalarına şekil görünüşündeki uzunluklara göre tahmini sayısal değerler atayarak aritmetiksel işlemlerle sonuca ulaşma":*** bu çözüm yöntemini kullanan kişiler, alanları kıyaslarken, ilgili geometrik soruda sözel olarak verilen kavramsal bilgi parçacıklarını geri plana atarak, geometrik şekildeki doğru parçalarına ve kenarlara çoğunlukla şekil görünüşüne ve algılanışa göre tahmini sayısal değerler vererek birtakım aritmetiksel işlemlerle çözüm yoluna giderler ve çözümleri nadir olarak doğru sonucu verse de, çözümleri yalnızca görsel algıya bağımlı kaldığı için, çoğunlukla hatalı sezgisel sonuçlara ulaşma ihtimalleri daha fazladır. Sonuçta görünüşten etkilenmeyen bir çözüm gelişmez. Bu bireylerin, görsel algıları ile çözüme sayısal değer atayarak başlamaları, aslında Houdement ve Kuzniak (1999)'un ifade ettiği gibi, *doğal geometri paradigmasında* oldukları göstermektedir. Çünkü bu bireyler için verilen geometrik nesne, akıl yürütmeyi ve şekilsel-kavramı destekleyen teorik ideal bir nesne değildir, bunun yerine şeklin kendisi bir doğrulama nesnesidir. Bu bireyler, mutlaka sayısal değerlerle yapılacak çözümün daha sağlam olacağını düşünme eğilimi taşımaktadırlar. Panaoura ve Gagatsis (2009) da geometrik görevlere yalnızca görsel algılara göre yaklaşan bireylerin, doğal geometri paradigmasında oldukları için, tümdengelimsel çıkarımlar yapamadıkları belirtmektedir. Çünkü, doğal geometri paradigması davranışı sergileyen bireylerin, sezgileri algılarına bağlı olup, yaptıkları muhakemeler de görsel deneye bağlıdır.



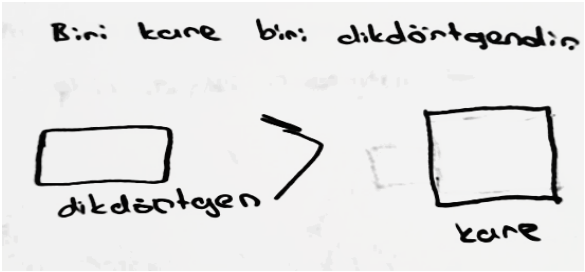
Şekil 101. Kenar parçalarında tahmini değerler atama örneği

- ***"Görsele göre yorum yapma":*** bu çözüm yöntemini kullanan bireyler, kenar parçalarına tahmini sayısal değerlerler vermeden yani aritmetiksel işlemler yapmadan, sadece şeklin ilk görünüşüne göre örneğin şekle bakıldığında taralı alanların bıraktığı ilk intiba ile taralı alanları kıyaslarlar. Kısaca, göze büyük ya da küçük görünme temelli bir yaklaşım vardır. Muhakemede retinal görüntü temel alınır. Bu bireyler de sadece görsel algı ile çözüme yaklaştıkları ve görsel algı da oldukça subjektif olduğu için, çoğunlukla görünüşten öteye geçemeyen bir muhakemeyi yansıtırlar, hatta görsel algı statik-anlık bir yapıda olduğu için, şekle başka bir zamanda baktıklarında faklı yorum yapma olasılıkları da vardır.



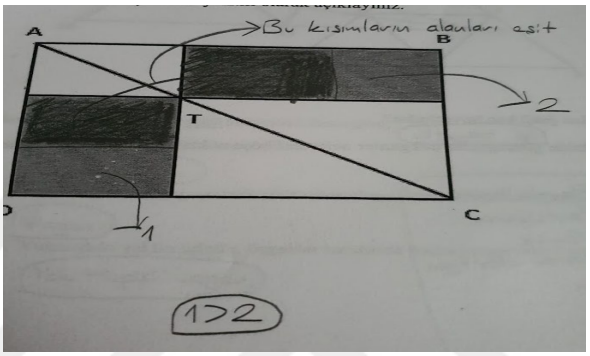
Şekil 102. Retinal görüntüye bağlı hareket

- ***"Görsel algılar ile yaklaşım yaparken, dikdörtgen olarak algılanan bölgelerin alanının kare olarak algılanan bölgeden genellikle büyük olacağını düşünme":*** Bu çözüm yöntemini kullanan bireyler, yukarıdaki gibi sadece görsel algılarındaki göze büyük ya da küçük gelme şeklinde çözüme girişirler fakat genel olarak dikdörtgen olarak algılanan bölgeler, kare olarak algılanan bölgelerden daha büyükmüş ya da daha büyük bir alana sahipmiş gibi varsayım yapılır.



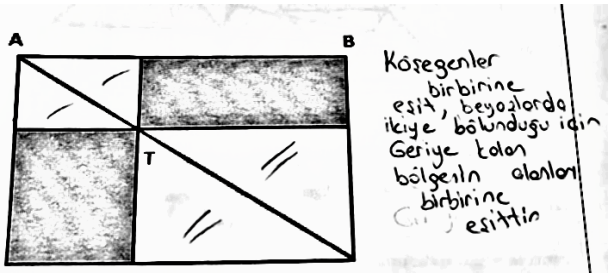
- ***"İşlevsel algıyı kısmen kullanarak alanları ve bölgeleri parçalara ayırma ya da taşıma yapabilme fakat görsel algının ötesine geçememe":*** Bu çözüm yöntemini kullanan bireyler, çözümlerine ilk bakıldığında işlevsel algının doğasında bulunan taralı bölgeleri ya da şeklin alt parçalarını bölme, parçaları başka bir yere taşıma gibi

işlemsel yaptıkları görülse de sonuç olarak göreve görsel algılar aşırı baskın geldiğinden ötürü muhakemeleri, uygun bir çözüme götürecek nitelik taşımaz. Ya çoğunlukla ilgilendikleri alt şekiller ve parçalar gerçekten işlevsel değildir yani çözüm için gerekli olan esas ilişkileri ve anahtar parçaları fark edemezler ya da fark etseler bile görsel algının baskısı altında geri plana atılırlar. Bu durum da şu anlama gelebilir: işlevsel algı, sözel algının oluşması ya da teorik bir gerekçelendirmenin yapılmasını her zaman sağlamayabilir.



Şekil 103. Görsel algının, işlevsel algının harekete geçmesini engellemesi

- ***"Soruda verilen bilgileri baz alarak görsel, işlevsel ya da sözel algıları ile gerekli anahtar parçaları görme ve kullanma:*** Geometrideki alan sorularında bu çözüm yöntemini kullanan bireyler, görsel algılarını sorunun çözümünü engellemeyecek biçimde kullanırlar yani sadece görse algıları ile çözüme gitmezler, işlevsel algılarını uygun biçimde kullanabilirler ve gerekli anahtar parçalanışların farkında olabilirler. Çözümler ya görsel algının provoke ettiği işlevsel algıya göre yürütülerek doğru sonuç bulunur ya da işlevsel ve sözel algı birlikte kullanılarak teorik söylemsel sürecin yürütüldüğü daha formal bir çözüm yöntemi sunulur.



Şekil 104. İşlevsel ve sözel algı ile hareket

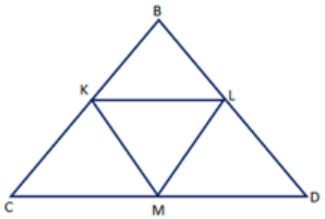
ÇMF-3'ün 2. sorusu, bir görsel algı görevi olup, bireylerin alt şekillere nasıl odaklandığı hangi şekilleri genel olarak ne ölçüde belirleyebildiklerini irdeleyen aynı zamanda da bireylerin boyut kavramını nasıl kavradıklarını ortaya çıkaran görevdir. İlginç ve zengin sonuçlara ulaşılmıştır. Örneğin, ÇMF-3'ün 2.sorusunda verilen şekilde (Şekil-105), bireylerin %43'ü şeklin sadece üçgenlerden oluştuğunu savunmuştur. Üçgen-paralelkenar-yamuk ya da üçgen-paralelkenar-yamuk-eşkenar dörtgen cevaplarını veren katılımcıların sayısı, toplamda %29'luk bir kesimi oluşturmaktadır. Yamuk içeren cevapların sayıca azlığı (%35) bireylerin yamuk şeklini tanımada zorluk yaşamaları şeklinde yorumlanabilir. Genel olarak bakıldığında öğrencilerin büyük bir bölümünün görsel algıları ile soruya yaklaşırken, alt şekilleri eksiksiz biçimde tespit edip göremedikleri ya da belirleyemedikleri ortaya çıkarılmıştır. Tespit ettikleri şekilleri, köşe noktalarını belirterek belli bir notasyonla yazmada da bazı bireylerin sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Örneğin katılımcıların yarına yakını (%45), gördükleri şekilleri sadece üçgen, dörtgen, paralelkenar vb. şeklinde yazmış fakat şekillerin köşe noktalarını kullanarak belli bir gösterim (notasyon) içinde sunamamışlardır. Görsel algı, her ne kadar diğer algıları engelleyici bir yöne sahip olsa da (özellikle, sorulara sadece görsel algılar ile yaklaşıldığında), aslında diğer şekle bakma süreçlerinin özellikle de işlevsel algının harekete geçirilmesi için gereklidir. Çünkü geometrik şekle iyi bir ilk bakış, alt şekillerin daha net farkına varılmasını sağlayarak, şekil üzerindeki uygun değişiklikler yapabilmeyi içeren işlevsel algının harekete geçirilmesine katkıda bulunabilir. Örneğin, Michael (2013)'ün çalışmasında görsel algının, işlevsel algıların harekete geçirilmesine katkıda bulunduğu vurgulanmıştır. Diğer yandan verilen şeklin kaç boyutlu olduğuna yönelik öğrenci cevapları incelendiğinde, katılımcıların %44'i 2 boyutlu yanıtını sunarken, 1 boyutlu yanıtını sunarak cevap verenlerin oranı %18'dir. Burada ilginç olan husus, öğrencilerin boyut kavramı konusunda kafa karışıklarına ve hatalı bilgilere sahip olduğunun tespit edilmiş olmasıdır. Baki (2008) geometri öğrenme alanının hedeflerinden birini düzlemde (yani 2 boyutta) ve üç boyutlu uzayda geometrik kavramları tanıma, kavramlar ya da nesneler arasındaki ilişkileri belirtme olarak değerlendirmiştir. Bu açıdan bakıldığında temel bir kavram olan boyut kavramının anlaşılması önemlidir.

Aslında temel bir kavram olarak düşünülen boyut kavramı, çok fazla tartışmaya sebep olan hususlardan biridir. MEB (2009), program kitabında alan kavramını 2 boyutlu nesneler ile, hacim kavramını ise 3 boyutlu nesneler ile ilişkilendirmiştir. Doğruların, açıların, doğru parçalarının, çokgenlerin ve çemberlerin bir boyutlu nesneler oldukları belirtilmiş, gerekçe olarak da uzunluk, genişlik ve yükseklikten sadece birine sahip oldukları ifade edilmiştir. Diğer yandan aynı programda, düzlemin, yüzeylerin, çokgensel bölgenin ve dairenin 2 boyutlu

nesneler olduğu, uzunluk, genişlik ve yükseklikten herhangi ikisine sahip olmaları gerekçesiyle belirtilmiştir. Benzer şekilde geometrik cisimlerin 3 boyutlu oldukları ayrıca vurgulanmıştır. Öklid geometrisinde ise, nokta 0 boyutludur. Bir geometrik nesnenin uzunluğu, genişliği ve yüksekliği varsa 3 boyutlu, sadece uzunluk ve genişliği varsa 2 boyutludur. Tek başına uzunluğu varsa, 1 boyutludur (Peker ve Karakuş, 2013). Örneğin Öklid'in Elementler eserinde yüzeyin sadece uzunluk ve genişliğe sahip olduğu belirtmiştir. Öklid'in boyut kavramını tanımlamasında da benzer şekilde 1 boyutlu şeklin sınırı noktalardan, 2 boyutlu şeklin sınırı doğru parçalarından oluşur (Peker ve Karakuş, 2013).

Diğer yandan, Freudenthal (1983)'e göre boyut kavramı, düzlem geometri, analitik geometri ya da topoloji gibi farklı yaklaşımlar açısından ayrı ayrı değerlendirilmelidir. Çünkü her yaklaşımda tanımsal ve kavramsal farklılıklar bulunacaktır. Örneğin topolojik olarak homeomorfizma kavramı (şekillerin parça koparmaksızın birbirine dönüşümü) işe dahil olacağı için, çember ve üçgen kavramları aynı doğru gibi 1 boyutludur (Peker ve Karakuş, 2013).

Yukarıdaki tanımlar ele alındığında ise, MEB (2009)'un boyut yaklaşımı, önemli bir noktayı ortaya çıkarmaktadır. Çünkü bu tanıma göre çokgen- çokgensel bölge gibi iki farklı kavram meydana çıkmaktadır. Bu tanımlara göre üçgen, dörtgen ya da çokgenin kendisi 1 boyutlu, üçgensel bölge, dörtgensel bölge ya da çokgensel bölge gibi kavramlar 2 boyutlu olacaktır. Nitekim ÇMF-3'ün 2.sorusunda aşağıda verilen şekil, MEB (2009) açısından değerlendirildiğinde, aslında 2 boyutlu değil, 1 boyutludur. Ancak, Öklid'in boyut yaklaşımına göre, düzlemsel bir şekil olup 2 boyutludur. Çünkü sınırı doğru parçalarından oluşmaktadır.



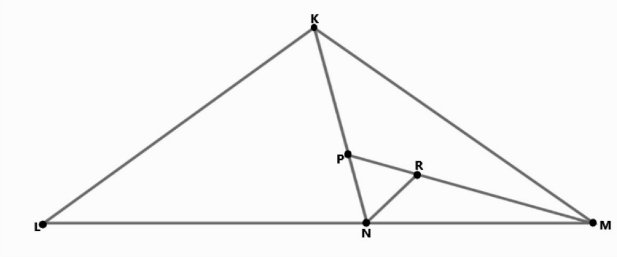
Şekil 105. ÇMF-3'ün 2.sorusundaki üçgen şekli

Bu geometrik görevde ilginç olan noktalardan biri de bazı öğrencilerin boyut kavramını, şeklin içindeki parçalar ya da parça sayısının yönetmesidir. Örneğin öğrencilerin %12'si, yukarıda verilen şeklin alt parçalarına saydıkları ve 4 alt parça bulunduğundan ötürü, 4 boyutludur yanıtını sunmuşlardır. Bazı kişiler de dıştaki üçgeni de sayarak, toplamda 5 üçgen olduğunu belirtip, 5 boyutlu yanıtını sunmuşlardır. Bazı bireylerin ise, şekildeki noktaların sayısını sayarak şeklin 6 boyutlu olduğunu savunmuştur. Görüldüğü gibi, ortaokul

öğrencilerinde boyut konusunda kavramsal olarak önemli sıkıntıların olduğu gözükmektedir. Boyut kavramı, bir şekilde bulunan alt şekillerin (parçaların) sayısı gibi ya da şekilde verilen nokta (köşe) sayısı olarak algılanmaktadır. Bu çalışmamızın önemli sonuçlarından biridir. Nitekim, Duatepe Paksu, Musan, İymen ve Pakmak (2012) çalışmalarında sınıf öğretmeni adaylarının bile, boyut kavramına dair bilgilerinin yetersiz olduğunu, boyut sayısını belirlemede kenar, köşe sayısı, köşegen sayısı gibi ölçütleri temel aldıklarını ortaya çıkarmışlardır. Ural (2011) çalışmasında öğretmen adaylarının bile, bir nesnenin boyutuna karar verirken çok farklı ölçütler kullandıklarını bazı bireylerin yanlış ölçüt belirlediklerini, doğru ölçüt belirleyenlerin bile boyut sayısını ifade ederken hatalı kararlar verdiklerini ortaya çıkarmıştır. Bu durumların geometri öğretim sürecinde terminolojinin yanlış kullanımından kaynaklanabileceği vurgulanmıştır. Boyut kavramı konusunda öğrenci kavrayışlarının daha net ortaya konması adına hem ortaokul hem lise hem de üniversite düzeyinde ek araştırmalar yapılması gerekebilir. Bunun yanında, geometri öğretiminde MEB (2009)'un boyut kavramı konusunda yaptığı üçgen-üçgensel bölge, çokgen-çokgensel bölge ayrımının yapılması, tek başına doğru parçası, çember, üçgen, dörtgen, çokgenin 1 boyutlu, üçgensel bölge, dörtgensel bölge, çokgensel bölge ve dairenin 2 boyutlu olduğuna yönelik vurgu ve ayrımın yapılması faydalı olabilir. Ancak bu ayrımın yapılmasının, boyut konusu kavrayışında ek birtakım ikilemlere ve yanılgılara sürüklemesi ihtimali de her zaman mevcuttur. Çünkü temel Öklid geometrisindeki sezgilere aykırı bir durumun öğrenci zihinde çağrıştırılması olasılığı vardır.

ÇMF-3'ün 3.sorusunda da 2.soruya benzer şekilde birer görsel algı görevi olup, bireylerin alt şekillere nasıl odaklandığı hangi şekilleri genel olarak ne ölçüde belirleyebildiklerini irdeleyen aynı zamanda da bireylerin boyut kavramını nasıl kavradıklarını ortaya çıkaran görevdir. Bu soruda öncekinden farklı olarak çok az sayıda bireyin, soruda verilen şekildeki (Şekil-106) alt parçalarda yer alan içbükey şeklinde olan beşgen ve dörtgenleri fark edebildiği ve belirleyebildiği ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun verilen şeklin sadece üçgenlerden oluştuğunu düşünmektedirler. Bu durum genelde öğretimde karşılaşılan çokgen prototiplerinin dışbükey olması hem de verilen geometrik görevde görsel algılarla ilinti olarak bu şekillerin algılanmasının görece zor olması ve ekstra bir geometrik dikkat ve özen gerektirmesi ile açıklanabilir. Boyut konusunda yaşanan sıkıntılar burada da ortaya çıkmış, bireylerin boyut sayısını belirlerken, şeklin içindeki parça sayısından, köşe ve nokta sayısından etkilendikleri ve bunları boyutu belirlerken kriter olarak aldıkları tespit edilmiştir. ÇMF-2'nin 2.sorusu ile ilgili tek fark, 2. Soruda (Şekil-105) daha fazla kişinin 3 boyutlu yanıtı sunmasıdır. Bu durum da 2.soruda verilen şeklin bir üçgen piramidin açık haline daha fazla benzemesi, bireylerin bu şekilde algılamasına bağlanmış ve

yapılan mülakat ile de desteklenmiştir. Aslında burada da Fischbein'in şekilsel kavram teorisi açısından bakıldığında, şekilsel bileşene güvenme, prototip algılara aşırı bağlılık söz konusudur. Çünkü görevde, bir geometrik cismin açık hali olduğuna ilişkin, hiçbir şekilde ek bir bilgi verilmemiştir.



Şekil 106. ÇMF-3'ün 3.sorusundaki üçgen şekli

ÇMF-3'ün 4.sorusunda, bireylerin paralelkenar içindeki doğru parçalarının uzunluklarını kıyaslarken kullandıkları muhakemeler ve stratejiler araştırılmıştır. Çıkan sonuçlara göre, öğrencilerin büyük çoğunluğunun sadece görsel algılara göre hareket ettikleri, yalnızca görünüşten etkilenmeyen, diğer algıların da devreye girdiği uygun bir çözüm sunmakta başarısız oldukları tespit edilmiştir. Hatta bazen görsel algılarının da işlevsel ve sözel algılarını engellediği görülmüştür. Bazı bireylerin verilen doğru parçalarının uzunluklarını kıyaslarken, şeklin uygun alt parçalanışlarını kullanarak hatta benzerlik kuralı temelinde sözel algılarını da devreye sokabildikleri, fakat nihayetinde görsel algının baskısı altında kalarak, uygun olmayan yanıta ulaştıkları tespit edilmiştir ki bu da Michael (2013)'ün, görsel algının geometrik görevde çözüme götürebilecek uygun algı türlerini engelleyecek şekilde öğrenci muhakemelerine karışmasının, öğrencileri hatalı muhakemelere sürükleyebileceği bulgusuyla uyumludur. Verilen şekildeki kenarlara veya şekil parçalarına görsel olarak algılanışlarında göre, tahmini sayısal değer atayarak kenar parçalarını karşılaştıran bireylerin de olduğu tespit edilmiştir ve çoğunlukla görsel algının etkisinde hatalı muhakemelere ulaştıkları görülmüştür. Bu bireylerin muhakemeleri, sayı ve ölçümlerin olduğu argümanları daha güvenilir bulmaları, belli bir örnek durumu temel alarak genellemelere gitmelerinin bir sonucudur. Bu sonuç, Zeybek-Şimşek ve Üstün (2019)'un yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin ispat seviyelerini araştırdıkları çalışmasındaki bazı öğrencilerin matematiksel ifadeleri ispatlarken, gerekçe ya da argüman oluşturmakta sıkıntılar yaşadıklarını ve deneysel ispat şemalarını kullanarak hareket ettikleri bulgusuyla da uyumludur. Aslında bu husus, bireylerin verilen geometrik nesneyi, teorik ideal bir nesne olarak görmekten çok, doğrulama nesnesi olarak değerlendirmelerinin bir tezahürüdür denebilir. Diğer yandan, bazı bireylerin Duval'in muhakeme sürecindeki teorik söylemsel

sürece göre belli bir teori ve kural ile doğru çözüme ulaştıkları fakat bu bireylerin sayısının oldukça az olduğu tespit edilmiştir. Bu tez çalışmasının bulgular kısmındaki **(4.2.6. ÇMF-2'nin 6.sorusuna verilen yanıtların analizi)** bölümünde de hatırlanacağı gibi, özel üçgen varsayımı ile geometrik görevde çözüm sunan öğrenciler olduğu tespit edilmiştir. ÇMF-3'ün 4.sorusundaki görevde de bazı katılımcıların paralelkenar içindeki üçgenleri özel üçgen gibi varsayıp hatalı çözümler geliştirdikleri görülmüştür. Geometrik görevlerde özel üçgen varsayımı ile yapılan çözümlerin her zaman doğru sonuca ulaştıramayacağı hatta muhakemeyi bozabileceği olgusunun dikkate alınması ve üzerinde durulması, önem arz eden bir husus olarak değerlendirilmelidir.

ÇMF-3'ün 5.sorusunda beşgenin köşeleri üzerinde teğet çemberlerin çizilmesinin istendiği soruda ortaya çıkan sonuçlar değerlendirildiğinde, bireylerin yarısından fazlasının sorudaki sözel ifadelerde verilen talimatlara uygun biçimde soruyu görselleştiremediği görülmüştür. Bireylerin benzer şekilde, daha çok sözel olarak verilen ve çizim yapılarak bir şeklin oluşturulmasının gerektiği görevlerde çok fazla başarılı olamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun, şekilsiz verilen sorularda, geometrik talimatların soruda sözel olarak verildiği görevlerde Duval'in modelindeki sıralı algılarını uygun biçimde harekete geçiremeyerek uygun şekli inşa edemedikleri görülmüştür. Bu durum da geometri öğretiminde görsel temsillere aşırı vurgu yapılarak bir öğretimin tercih edilmesinden kaynaklanabilir. Nitekim, Aydın, Kertil, Yılmaz ve Topçu (2006) çalışmalarında, yalnızca sözel ifadelerle sunulan şeklin verilmediği görevlerde bireylerin, sözel ifadeleri, uygun şekil çizerek aktarmakta zorlandıkları ve doğru cevaba ulaşmada sıkıntılar yaşadıkları görülmüş, geometri öğretiminde şekillere ve temsillere aşırı vurgu ile yapılan bir öğretimin yani şekillere bağlılığın, bireylerin yeteneklerinin gelişmesini engelleyici nitelikte olduğu ortaya çıkarılmıştır. Karpuz, Koparan ve Güven (2014) de, çalışmalarında öğrencilerin şekilsiz görevlerde kavramsal olarak verilen bilgileri temsil eden şekli çizmekte zorlandıklarını ya da hatalı şekiller çizdiklerini ortaya çıkarmışlardır. Bu çalışmalardaki bahsedilen bulgularla bir paralellik söz konusudur. Bu görev, soruya uygun bir çizim yapmanın, sıralı algıyı etkin biçimde kullanmanın, uygun bir muhakemeye erişmede çok önemli bir rol oynadığını ifade eden bir görevdir. Çünkü soruya uygun bir çizim yapılamaması, direkt olarak uygun bir muhakemenin oluşmamasına neden olacaktır. Hatalı çizim sunan bireyler, soruya bir yanıt verseler de bu yanıtları, oldukça sezgisel olarak kalacak ve bahsedilen ilişkiyi kuramamalarına yol açacağı için, yalnızca görsel algı ile ilgili probleme yaklaşım yapılacak ve muhakemeleri eksik ya da hatalı olacaktır. İlgili sorudaki sonuçlara bakıldığında, doğru çizim yapabilenler arasında bile çemberin yarıçaplarının ikişer ikişer toplamının beşgenin kenarlarına eşit olacağı

muhakemesini yapabilenlerin ya da işlevsel algıyı etkin biçimde kullanabilenlerin sayısının oldukça az olduğu görülmüştür. Bireylerin büyük çoğunluğunun beşgenin en büyük kenarları üzerinde en büyük çemberin olacağını düşünmeleri, bireylerin sadece görsel algılar ile çözüme yaklaşmalarının bir tezahürüdür. Bazı bireylerin ise, üçgendeki açı kenar bilgisini (en büyük açının karşısında en büyük kenar bulunur) genelleyerek beşgene uyguladığı ve beşgenin en uzun kenarı karşısında en büyük açı bulunur şeklinde bir muhakeme geliştirdikleri görülmüştür. Bir öğrencinin ise, her çemberin eşit ve sadece 2 yarıçapı vardır şeklinde hatalı kavramsal bilgiler sahip oldukları görülmüştür ki bu durum da şekilsel-kavram teorisine göre, prototiplere ve hatalı zihinsel imgelere aşırı bağlı kalınmasının bir sonucudur. Diğer yandan, özellikle şekilsiz olarak sunulan geometrik görevlerde, soruda verilen yazılı ifadeleri uygun bir görsele aktaramamanın, yani şekle uygun bir çizim yapamamanın, bir başka deyişle, sıralı algıyı uygun biçimde harekete geçirememenin hem görsel hem işlevsel hem de sözel algıyı engelleyebileceği sonucuna varılabilir.

ÇMF-3'ün 6.sorusunda, 9 eş dikdörtgenden oluşan şekilde büyük dikdörtgenin çevresinin uzunluğunun bulunmasının istendiği görevde, öğrencilerin %64'ünün gerekli alt parçaları fark ederek işlevsel algılarını kullanabildikleri ortaya çıkarılmıştır. Buna rağmen dikdörtgenin çevresini doğru olarak bulabilme durumu, %54'tür. Yani işlevsel algının tek başına kullanımı, her zaman doğru sonuca götürmeyebilir. Doğru sonuca ulaşmak genellikle tanım ve teoremlerin doğru kullanımını yani sözel algıları başarılı bir şekilde işleme koymayı gerektirir. Kenarlardaki doğru parçalarının uzunluklarını doğru bulmalarına karşın, çevre hesabını hatalı yapanların genel olarak, şeklin iç kısmında bulunan parçaları da çevre hesabına dahil ettikleri görülmüştür. Bazı bireylerin de kenar uzunluklarını doğru bulmalarına karşın, dikdörtgenin çevresini karenin çevresi gibi hesapladıkları tespit edilmiştir. Görüldüğü gibi, işlevsel algı tek başına doğru çözüm için yeterli olmayabilir. Bireylerin geometrik şekillerin çevresi konusunda birtakım kavram yanılgılarına sahip olması, sözel algının uygun bir şekilde kullanılmasını etkileyebilmektedir. Bazı katılımcıların ise, dikdörtgen içindeki uygun alt parçaları kullanarak doğru çözüme ulaşmalarına yani işlevsel algılarını kullanabilmelerine karşın, görsel algının devreye girerek işlevsel algıyı bozması ve nihayetinde görsel algının baskısı altında sonuca gittikleri görülmüştür. Bu kişiler, doğru sonuca ulaşsalar da yanıtları kısmen sezgisel nitelik taşıdığı için farklı bir geometrik görevde hatalı sonuçlara ulaşma olasılıkları her zaman bulunmaktadır. Michael (2013) çalışmasında da görsel algının bazı durumlarla muhakemeye karışarak, diğer algı türlerinin bozulmasına ve uygun olmayan muhakemelere götürebileceğini belirtmiştir. Gürhan ve Tapan-Broutin (2017) de, görsel ve

işlevsel algının bazen geometrik görevlerin çözümünü zorlaştırabileceğini, fakat sözel algının ya da sözel kavrayışın, çözümü doğru ve kolay hale getirdiğini belirtmişlerdir.

ÇMF-3'ün 7.sorusunda altıgen içindeki taralı alanların kıyaslanmasını içeren görevde de zengin sonuçlar elde edilmiştir. 100 katılımcı arasından %21'inin taralı alanların eşit olduğu muhakemesini yapabildikleri fakat tüm katılımcıların %16'sının işlevsel algılarını tam biçimde kullanabildikleri görülmüştür. Katılımcıların görece daha az bir kısmının ise, işlevsel ve sözel algılarını kullanarak teorik söylemsel bir sürecin yansıtıldığı bir muhakeme biçimini ortaya koydukları ortaya çıkarılmıştır. Sözel algıların ve teorik söylemsel sürecin kullanımı, işlevsel algıdan farklı olarak geometrik kural ya da teoreme dayalı bir gerekçelendirme gerektirdiği için, sadece işlevsel algılarını kullanarak doğru sonuca ulaşan katılımcılara kıyasla, daha az sayıda bireyin teorik bir söylemin kullanıldığı gerekçe sunabilmeleri olağan kabul edilebilir. Ancak bu görev özelinde önemli olan nokta, işlevsel algının kullanılmadan sadece sözel algılarla veya teorik bir söylem ile soruyu çözebilmenin, ortaokul sekizinci sınıf düzeyine göre hemen hemen olanaksız olmasıdır çünkü trigonometrinin de kullanıldığı ileri düzeyde alan formüllerinin ve matematiğin sembolik dilinin kullanımı gerekmektedir. Nitekim bu görevde bazı kişilerin alanları hesaplama yoluna giderek birtakım aritmetiksel işlem yaptığı tespit edilmiş fakat sonuçları hatalı olmuştur. Bu durum da işlevsel algının bazı geometrik durumlarda olmazsa olmaz bir şekilde önemine işaret etmektedir. Çünkü normalde Duval (1995)'in tanımladığı şekle bakma süreçleri birbirinden bağımsız da gelişebilmektedir. Örneğin, sadece sözel algılarla soruya yaklaşılarak, diğer algılar (görsel, işlevsel vb.) devreye girmeden çözüm gerçekleşebilir ve uygun sonuca ulaşılabilir, fakat bu örnek, ortaokul düzeyinde işlevsel algı olmadan, diğer algıların tek başına devreye konularak uygun çözüme ulaşılamayacağını göstermesi açısından değerlidir ve işlevsel algının çok önemli bir şekle bakma süreci olduğunu ortaya koymaktadır. Nitekim Duval (1995) de, işlevsel algının geometrik görevlerde anahtar bir husus olduğunu belirtilmiştir. Deliyianni, Gagatsis, Monoyiou, Kalogirou and Kusniak (2011)'in de çalışmalarında geometrik bir problemi kavramanın görsel algı ve sıralı algıdan daha çok işlevsel algı ile yakından ilişkili olduğunu belirtmeleri, bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca ÇMF-3'ün 7.sorusunda ayrıca işlevsel algıyı başarı ile kullanabilen bireylerin, mereologic (parça-bütün) değişikliklerini de başarı ile yapabildiği görülmektedir. Ayrıca bu görev, mereologic değişiklikler yapabilmenin özellikle çokgenlerdeki alan sorularında, bölgelerin alanlarının kıyaslanmasında tek başına çözüme ulaşmada ne kadar anahtar bir faktör olduğunu göstermektedir. Ayrıca bu görev özelinde, işlevsel algılarını kullanıma koyamayan bireylerin, t**aralı olarak verilen parça sayılarının sayılması ve tek parça olarak verilen taralı alanın, parçalı olarak verilen alanlardan her**

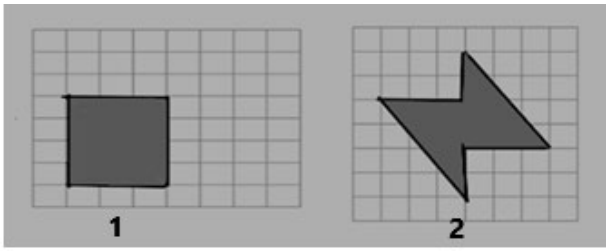
zaman büyük olacağı şeklinde birtakım yanılgılara da sahip oldukları ortaya konulmuştur. Çokgenlere ilişkin alan sorularında, İşlevsel algının önemi bir kez daha anlaşılmaktadır.

ÇMF-3'ün 8.sorusundaki sonuçlar da bazı durumlarda görsel algının muhakemeye karışmasının işlevsel ve sözel algıları devreden çıkarabileceğini ya da bu algıları kısıtlayarak uygun bir muhakeme ulaşmasını engelleyebileceğini göstermiştir. Sözel algı ile soruya tam olarak yaklaşılamadığı bazı durumlarda İşlevsel algı bileşeni içindeki mereologic değişikliğin yapılabilmesinin soru çözümünde anahtar bir faktör olduğu da ortaya çıkarılmıştır ve işlevsel algının kullanımı ile ilişkili olarak bu değişikliği görece az sayıda bireyin yapabildiği, çoğu kişinin görsel algı ile şekil görünüşünden öteye geçemeyen hatalı muhakemeler yaptıkları görülmüştür. Yine bazı katılımcıların soruda yer alan doğru parçalarına görünüşlerine göre tahmini sayısal değerler atayarak, aritmetik işlemler sonucu çözüme gitmeye çalıştıkları ve başarısız oldukları, bazı bireylerin ise soruda verilen üçgeni şekil görünüşünden ötürü eşkenar üçgen varsayarak çözüme başladıkları görülmüştür. Geometrik şekillere yer alan alt parçalara belli özel üçgenler varsayımıyla başlanması (örneğin eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ya da 6-8-10 üçgeni gibi) çalışmamızın farklı sorularında da karşılaşılan bir durumdur ve geometrik muhakemeyi bozmaktadır. Duval'in tanımladığı şekle bakma süreçlerinden sadece görsel algılar ile soruya yaklaşım ve yorum yapılması bu görevde de söz konusudur ve çoğu katılımcının tercih ettiği bir yaklaşımdır. Bu durumu Harel ve Sowder (1998), bireylerin algısal ispat şemasında olmalarına bağlamaktadır ve bu bireyler şekli statik durumda algılayarak tek bir görüntüye bağlı kalmakta ve esnek düşünme biçimini yansıtmakta zorlanmaktadırlar (Karpuz, 2018). Aslında bu durum Fischbein'in şekilsel kavram teorisi açısından şekil bilgisinin kavramsal bilgiye baskın gelmesi ve zihinde yer alan prototip kalıpların da muhakemeyi negatif yönde etkileyebilmesi ile de açıklanabilir. Ayrıca bu görevde bazı bireylerin mutlaka bir teorem ya da kural kullanma ihtiyacı hissederek, yani benzerlik teoremini işe katarak çözüm yapmada giriştikleri ve gerekli işlevsel algıyı harekete geçiremedikleri de görülmüştür. Özellikle soruda verilen şeklin (Şekil-79) görüntüsünün, temel benzerlik teoremindeki üçgen prototiplerini (Şekil-98) hatırlatması, bu sonucu doğurmuştur ki bu durum, mülakat verileriyle de desteklenmiştir. Buradan, sadece sözel algılara dayanarak mutlaka bir teorem kullanma ihtiyacı hissetmenin bazen, doğru muhakemeyi saptırdığı, anahtar işlevsel algının ya da soru çözümü için gerekli olan başka teoremlerin ya da kuralların kullanılmasını engelleyebileceği ve uygun sonuca ulaşmayı etkileyebileceği sonucu da çıkarılabilir.

ÇMF-3'ün 9.sorusundaki geometrik görevde çıkan sonuçlar, tahmin edilebilecek olan durumun tersidir denilebilir. İlk başta bakıldığında zorluk düzeyi olarak oldukça makul

denebilecek bu görevde verilen dikdörtgen üçgen ve yamuk şekillerine kesildikten sonra, oluşan parçalarla bireylerin nasıl paralelkenar oluşturabilecekleri incelenmiştir. Bireylerin yarısından fazlasının işlevsel algıları uygun biçimde kullanamayarak paralelkenar oluşturamamaları, kayda değer bir sonuçtur. Bu görevde, paralelkenar oluşturmak için Duval'in şekle bakma süreçlerinden işlevsel algının kapsamına giren şekil üzerinde parça-bütün değişikliğinin (mereologic değişiklikler) yapılması gerekmektedir. Görevin çözümü için gereken bu olmazsa olmaz değişiklik, Duval (1994)'ün belirttiği gibi işlevsel algının değeri fark edilemeyen anahtar yapıda şekle bakma süreçlerinden biri olduğunu göstermekte ve bireylerin geometrik görevlerde bu algıyı kullanıp kullanamamasının ne kadar önemli olduğunu ortaya çıkarmaktadır. İlgili görevde, daha da ilginç olan noktalara ulaşılmıştır. Bazı bireylerin, paralelkenar oluşturulamayacağını savunmaları bunu da parçalardan birinin yamuk olmasına dayandırmaları üzerinde durulması gereken bir noktadır. Çünkü yamuk kavramı, çalışmada daha önce de bahsedildiği gibi, bireylerin tarafından biçimsiz ve düzensiz bir şekil olarak algılanmaktadır. Bu durum büyük ölçüde yamuk kelimesinin çağrıştırdığı anlamdan ileri gelmekte ve semantik durumlardan kaynaklanmaktadır. Aynı zamanda bazı bireylerin yamuğa ilişkin bireysel şekilsel-kavramlarındaki "hiçbir şeye benzemeyen şekiller" tasvirine karşılık gelen bu güçlü imge, bu görevde işlevsel algı bozmuş ve bu bireylerin görevde başarısız olmasına neden olmuştur denebilir. Biçimsiz görünen her şeklin yamuk olarak adlandırılması, kimi zaman verilen geometrik göreve ilişkin bireylerde çözülemeyecek bir soru hissiyatı bile oluşturabilir. Görevde işlevsel algılarını devreye koyarak başarılı bir şekilde paralelkenar inşa edebilen bireylerinden bir kısmının ise açıklamalarını paralelkenarın kavramsal özelliklere dayandırmaları, işlevsel algı ile birlikte sözel algılarını da devreye koyduklarının bir işaretidir. Ama bu bireylerin sayısının bu görevde oldukça az olması, **işlevsel algı ile çözüme ulaşmanın yeterli olduğu geometrik sorularda, sözel algının harekete geçme ihtimalinin, çok olası olmadığı yorumuna götürebilir**. Ayrıca işlevsel algı ile oluşturulan şekil, bireylerin görsel algılarına uydukları için (paralelkenar prototipine benzemesi), katılımcıların şeklin paralelkenar olup olmadığına dair ekstra bir doğrulamaya girişmedikleri de kuvvetle muhtemeldir. Bu durum da aslında bir kez daha dip metinde, görsel algının, genellikle bireyler tarafından geometrik görevlerin çözümünde bir doğrulama ve ikna aracı görevi görmesi, özellikle sözel algı üzerinde engelleyici bir rol üstlenmesine işaret etmektedir. Bu, Gal ve Linchevski (2010)'un aslında görsel algının geometrik görevlerde bireylerin muhakemelerinin şekle ilk bakıştan öteye geçememesi, görsel algının bireylerin geometrik kavramları ve özelliklerini kavrayışını sınırlandırabileceği bulgusuyla uyumludur.

ÇMF-3'ün 10.sorusundaki geometrik görevde bireylerin verilen alanları kıyaslamaları istenmiş, katılımcıların nasıl bir çözüm yolu seçtikleri, tespit edilmeye çalışılmıştır. Geometrik görevde soruya doğru yanıt veren bireyler (%48) arasından yarısından fazlasının çözüm için sayısal işlemlerle hesap yapmayı tercih ettikleri görülmüştür. Diğer yandan alan hesabı yaparken, soruya hatalı yanıt veren öğrencilerin de büyük bölümünün sayısal işlemleri tercih ettikleri hesaba katıldığında, Özellikle öğrencilerin, şekil üzerinde herhangi bir sayısal değerin verilmediği sorularda, işlevsel algıyı kullanmakta güçlük çekebilecekleri ve kendi atadıkları sayısal değerlerle işlem yapmaya eğilimli oldukları görülmektedir. Zeybek-Şimşek ve Üstün (2019) da dörtgenlere ilişkin ispat seviyelerini araştırdığı çalışmasında, 7.sınıf öğrencilerinin sayı ve ölçümlerin olduğu argümanları daha ikna edici olarak değerlendirdikleri vurgulanmıştır. Bu açıdan, bu çalışmadaki bulguyla paralel bir nitelik söz konusudur. Fakat, özellikle şekil üzerinde bir sayısal değerin verilmediği sorularda bazı bireylerin, hesaplamaları bu görevde olduğu gibi hatalı yapmaları, aslında işlevsel algının nasıl kritik bir bileşen olduğunu göstermektedir. Çünkü bazı geometrik şekillerin alan hesabının yapması, diğer şekillere göre zordur, örneğin bu görevde aşağıdaki Şekil-107'de verilen 2 numaralı şekli, 1 'e göre hesaplamak daha zordur. Bu durum, aslında Gestalt algı ilkelerinin de bir etkisidir. Çünkü 2.şekli, iki ayrı üçgen olarak zeminden eksiksiz biçimde ayırt edip, uygun birimlerle hesaplamak daha zordur. Çünkü koyu bölgedeki birimler, şeklin çevre kısımlarındaki beyaz bölgedeki birimler kadar net hesaplanmayabilir. Bu durum, şekil-zemin ilişkisine dayandırılabilir. Fakat, işlevsel algı kullanıldığı taktirde, sonucun çok daha basit olacağı görülebilir. Bu durum Deliyianni vd. (2011)'in, geometrik bir şekli kavramada ve çözümlemede en önemli destek sağlayan algının, işlevsel algı olması bulgusuyla da uyumludur.

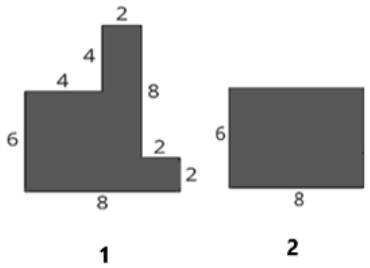


Şekil 107. ÇMF-3'ün 10.sorusu

Ayrıca bu görevde de hem herhangi bir alan hesabı yapmaya girişmeden, hem de parça taşıma ve birleştirme yoluyla işlevsel algılarını da kullanamayan bireylerin, direkt olarak alan kıyaslamalarını görünüm üzerinden yaptıkları ve hatalı sonuçlara ulaştıkları da görülmüştür.

Öğrencilerin *"2. Şekilde iki üçgen vardır. Daha büyük yer kaplar"* gibi söylemleri, şekil görünüşünün ötesine geçemeyen söylemler olup, görsel algının, bireyleri hatalı muhakemelere sürüklemelerinin bir sonucudur. Diğer yandan bu görevde verilen 2 numaralı şekli yamuk olarak adlandıran ve *"yamuğun alanı dikdörtgenden büyüktür*" söylemi geliştiren bireylerin de olduğu görülmüştür ki, bu durum bir kez daha yamuk kavramı konusunda bireylerin hatalı kavrayışlarına ve dilsel ve semantik durumların varlığına işaret eder.

ÇMF-3'ün 11.sorusundaki geometrik görev, bireylerin ÇMF-3'ün 10. Sorusu ile benzer şekilde taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin bir görevdir, fakat farklı olarak, anahtar olan husus, işlevsel algı kullanılmadığı taktirde hiçbir şekilde alanları kıyaslamanın mümkün olmamasıdır. Çünkü aşağıda şekilde (Şekil-108), 1 numaralı alandan parça kesip taşıma işlemi yapılmazsa ya da verilen alanın bölgelere uygun bir şekilde ayrılmazsa alan hesabı yapılamayacağı görülmektedir. Her iki durum da işlevsel algının kullanımını gerektirdiği için, işlevsel algının olmazsa olmaz yönü, ilgili görevin bir özelliğidir. Çıkan sonuçlar, işlevsel algı kullanılamadığı taktirde, çözümün sezgisel kalacağının ya da hatalı alan hesabına yol açacağını göstermektedir. Nitekim katılımcıların %61'i iki alanın da birbirine eşit olacağı sonucuna ulaşamayarak hataya düşmüşlerdir. Ayrıca bazı katılımcıların alan hesabı ve çevre hesabını karıştırdıkları, alan hesabı yerine çevre hesabı yaptıkları tespit edilmiştir. Bunun yanında, Şekil-108'de verilen 1 numaralı şekli, yamuk olarak adlandırılan bireylere de rastlanması, düzenli olmayan bir şeklin yamuk olarak adlandırılması bulgusunu da akla getirmektedir. Bazı bireylerin de 1 numaralı şeklin, üst ve yanda ekstra parçaları olması algısı ile daha fazla yer kapladığı ve daha fazla alana sahip olacağı düşüncesinde olmaları, tek başına görsel algının, işlevsel ve sözel algıları bozması, görünüşün ötesine geçemeyen bir muhakeme aracı görevi görmesine neden olmaktadır. Michael-Chrysanthou ve Gagatsis (2013) de görsel algının, bireylerin işlevsel algıyı kullanmalarını engelleyebileceğini ifade etmişlerdir. Gürhan ve Tapan-Broutin (2016) da ilk etapta geometrik şekle görsel algı ile yaklaşılırsa, işlevsel algının engellendiğini belirtmiştir. Görsel algının ötesine geçemeyen bir muhakemede geometrik şekil, heuristic (keşifsel) bir rol oynamaz. İşlevsel algı, bu görevde de olduğu gibi, çözüm için heuristic ve olmazsa-olmaz bir görev görür.



Şekil 108. ÇMF-3'ün 11.sorusu

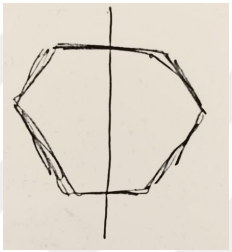
Bulguların 4.4. bölümünde verilen çokgenler ile ilgili ek görüşme sorularına verilen öğrenci yanıtlarındaki bulgulara bakıldığında ise, çoğu bireyin kare-dikdörtgen, kare-paralelkenar, kare-eşkenar dörtgen, dikdörtgen-paralelkenar arası ilişkileri bilmelerine rağmen, yamuk kavramı söz konusu olduğunda büyük bir zorluk çektikleri görülmektedir. En çok hata yapılan husus, kare ve yamuk arası ilişkiyi anlayama noktasındadır. Nitekim mülakat yapılan 15 öğrencinin yaklaşık %74'ünün karenin bir yamuk olmadığı savundukları ortaya çıkmıştır. Buna sebep olarak sunulan gerekçelerin, karenin düz ve tüm kenarları birbirine eşit şekil iken, yamukta kenarların eşit olmadığı ve yamuğun düzensiz ve biçimsiz şekil olması algısı olduğu görülmüştür. Bazı bireylerin ise, yamuk kavramına ilişkin kritik özellik olan paralelliği bilmelerine karşın, yamukta sadece 2 kenarın paralel olması gerektiğine yönelik hatalı algılar taşıdıkları, yamuğun en az iki kenarının paralel olması kriterini bilmedikleri görülmüştür. Ayrıca çoğu bireyin, yamuk prototipine dayanarak, yamukta 2 kenarın mutlaka farklı olması gerektiği gibi uygun olmayan algılar taşıdıkları tespit edilmiştir. Bu hatalı algılar, öğrencilerin paralelkenar-yamuk, eşkenar-dörtgen yamuk gibi kavramların da birbiriyle ilişkili olmadığını düşünmelerine yol açmıştır. Doğan, Özkan, Çakır, Baysal ve Gün (2012) de, öğrencilerin yamuk konusunda hatalı kavrayışlarının olduğunu, kare, dikdörtgen ve paralelkenar gibi dörtgenlerin yamuk olmadıklarını düşündüklerini belirtmiştir.

Ayrıca bireylerin genel olarak, özel dörtgenleri birbiri ile ilişkilendirirken, farklı farklı kriterleri baz aldıkları görülmüştür. Örneğin dikdörtgenin paralelkenar olmasını, karenin paralelkenar olmasına göre daha fazla kişinin muhakeme edebildiği ortaya çıkarılmıştır, çünkü dikdörtgen ve paralelkenarda karşılıklı kenarlar eşit olarak düşünülürken, kare de tüm kenarların eşit olması kriteri baz alınmakta, bu durum da karenin paralelkenar olarak değerlendirilmesini olumsuz etkileyebilmektedir. Aynı zamanda paralelkenarın yan kenarlarının eğik olarak düşünülmesi, eşkenar dörtgenin eğik bir şekil olarak düşünülmesi, öğrencilerin paralelkenar ve eşkenar dörtgeni yamuk da olarak adlandırmalarını

kolaylaştırmaktadır. Karenin yamuk olarak düşünülmesi ise, karenin düz bir şekil olmasından, yani prototiplere bağlılıktan dolayı da zorlaşmaktadır. Bütün bu durumlar, bazı bireylerin özel dörtgenleri ilişkilendirirken prototip şekil algılarına göre hareket ettiklerini, Fischbein (1993)'ün şekilsel-kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde, dörtgenleri ilişkilendirmede şekil bileşeninin dikkate alınarak, kavramsal özelliklerin geri plana atıldığını göstermektedir. Fakat aynı zamanda, bireylerin genel olarak, özel dörtgenleri birbiri ile ilişkilendirirken, farklı farklı kriterleri baz almaları, bu kavramların tanımlarını tam olarak bilmediklerini ve içselleştiremediklerini de gösterir ve Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008) tarafından öne sürülen kapsayıcı tanımların (bir dörtgenin, diğer bir dörtgenin tanımını da içermesi) öğretimdeki önemine de vurgu yapar.

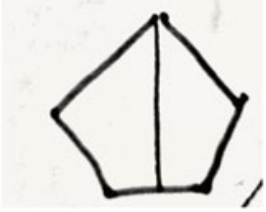
Diğer yandan, Bulguların 4.4. bölümünde de verilen, mülakat yapılan 15 öğrencinin, düzgün beşgen ve düzgün altıgeni alt parçalara ayırırken ve bu parçalar hakkında muhakeme yaparken, bazı bireylerin oluşan parçaların sadece görünüşleri üzerinden (görsel algılara dayalı) hareket ederek, doğru bir kavramsal gerekçelendirme sunamayarak hareket ettikleri görülmüştür. Örneğin, altıgeni altı eş üçgene ayırma görevinde, mülakat yapan öğrencilerden büyük bir bölümü (%73), düzgün altıgeni 6 eş üçgene ayırabilirken, yani işlevsel algılarını doğru biçimde harekete geçirebilirken, aynı bireylerin oluşan üçgenlerin türü hakkındaki yaptığı muhakemeler, çoğunlukla açıların 60 derece eşit olduğunu ispatlamaya dayalı değil, yani sözel algılara göre değil, üçgenlerin görünümleri üzerinden yürütülmüştür. Diğer yandan, benzer şekilde düzgün altıgeni bir dikdörtgen ve 2 eşit üçgene parçalama görevinde katılımcıların %87'si işlevsel algılarını kullanıp, düzgün altıgeni uygun şekilde parçalayabildiği halde, düzgün altıgenin iç açılarından yararlanıp, oluşan dikdörtgenin açılarını 90 derece olarak gösterebilme yani sözel algıları ile çözüme yaklaşabilen kişilerin sayısının, çok daha az olduğu, genelde görsel algı ile yorum yapılarak dikdörtgene benzemesi üzerinden hareket edildiği ortaya çıkarılmıştır. Görüldüğü gibi, işlevsel algının kullanımı önemli ve anahtar bir bileşen olsa da sözel algı her durumda harekete geçmemekte, tek başına işlevsel algı doğru bir matematiksel gerekçelendirmeyi sağlamamaktadır. Ayrıca bu görevlerde işlevsel algı ile düzgün beşgen ya da düzgün altıgen parçalanırken, zihinde hazır durumda bulunan görsel algı bileşeni aktif hale geldiğinde, yani geometrik görevin çözümüne karıştığında, sözel algının harekete geçmesini engellemektedir denebilir. Aslında düzgün altıgeni 6 eş üçgene ayırma ve düzgün altıgeni 2 eş üçgen bir dikdörtgene parçalama görevlerinde, görsel algının 2 türlü fonksiyonu bulunmaktadır. Şekli doğru olarak alt şekillere parçalarken, işlevsel algının harekete geçmesini olumlu yönde desteklemektedir, fakat aynı zamanda, oluşan alt parçalar hakkında geometrik bir kural ve gerekçe sunarken ise, şekil

görünümleri üzerinden muhakemenin yapılmasına yani sözel algının harekete geçmesini engelleyici rol üstlenmektedir. Diğer yandan düzgün altıgeni 2 eş yamuğa ayırma görevinde, bazı bireylerin düzgün altıgeni hatalı biçimde dikey şekilde ayırarak (Şekil-109) oluşan parçaları görsel algıya dayanarak yamuk olarak adlandırmaları, yamuk kavramına ilişkin uygun olmayan algılara da ışık tutarken, görsel algının işlevsel algıyı bozduğu (hatalı parçalama) bir durum da söz konusudur. Michael (2013) de, görsel algının işlevsel algıyı destekleyebileceğini, fakat görevlerde aynı zamanda, işlevsel ve sözel algının oluşmasını baskılayabileceğini belirtmiştir. Yukarıdaki anlatılan hususlar, bu çalışmadaki sonuç ile bu açıdan bir paralellik söz göstermektedir.



Şekil 109.Düzgün altıgenin hatalı parçalanması

Diğer yandan, bazı öğrencilerin düzgün beşgeni, açıların eşitliğini hiç hesaba katmadan hatalı olarak çizmeleri, bazı bireylerin ise doğru çizseler bile, beşgeni iki eş parçaya ayırırken, oluşan parçalar hakkında hatalı biçimde yamuk yorumunda bulunmaları (Şekil-110), Fischbein (1993)'ün şekilsel kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde ise, altıgen ve beşgen içinde oluşan şekillerin kavramsal bilgilere göre değil, şekil bilgisinin dominant olduğu muhakeme biçimine göre hareket edilerek yorumlandığı göstermektedir. Bu da bireylerin zihinlerinde oluşturdukları bireysel şekilsel kavramlarındaki (personal figural concept) hatalı prototip imgelerin muhakemede baskın olmasına işaret eder.



Şekil 110.Düzgün beşgeni 2 eşit parçaya ayırma

5.2. Sonuç ve Öneriler

Ortaokulda öğrenim gören öğrencilerin çokgenlere ilişkin geometrik muhakeme süreçlerinin Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli temelinde incelendiği bu araştırmada, sonuç olarak bireylerin kendi zihinlerindeki bireysel şekilsel-kavramlarında yer alan güçlü imgelerin etkisi altında oldukları, bu yüzden çokgenlere ilişkin tanım vermede büyük ölçüde sorun yaşadıkları ya da verilen şekil grupları arasından kavrama uyan örnekleri belirlemede, prototip imgelerin baskısı altında kaldıkları için zorlandıkları ve hatalı muhakemeler geliştirdikleri, bu güçlüğün özellikle yamuk kavramı hususunda zirve yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak yarısından fazlasının, özel dörtgenlere ilişkin bir tanım veremediği, bu oranın yamuk kavramında %90'a vardığı tespit edilmiştir. Tanımları görece daha kolay sayılabilecek beşgen ve altıgen kavramlarında bile, bazı bireylerin sadece düzgün beşgen ve düzgün altıgene dayalı tanım ve çizimler oluşturmaları, prototiplerin kavramsal öğrenmede ilk adımı atarken faydalı olsa da genel olarak çokgen kavramlarını etraflıca öğrenmede ve kavram tanımına uygun olarak muhakemelerin geliştirilmesinde bir el freni görevi gördüğünü göstermektedir. Ayrıca, bireylerin zihinlerindeki bireysel şekilsel-kavramlarında yer alan prototiplerin ve imgelerinin, Fischbein'in yaklaşımı açısından değerlendirildiğinde, geometrik görevlerde şeklin kavramı yönettiği bir muhakeme biçimine yol açtığı görülmüştür. Bu durumun da çoğunlukla muhakemelerinin sezgisel boyutta kalmasına ya da uygun olmayan muhakemelerin oluşmasına zemin hazırladığı tespit edilmiştir. Fischbein (1993)'ün ortaya koyduğu şekilsel-kavram teorisi açısından değerlendirildiğinde geometride üst düzey muhakemelerin, kavramın şekli yönettiği ya da şekil ve kavramın uygun bir armoni içinde olduğu muhakemeler olduğu açıktır. Bu yönden değerlendirildiğinde, prototip algıların ya da geometrik görevlerde şekil bileşeninden temel olan görünüşe dayalı muhakemelerin, bu çalışmada olduğu gibi, çoğu bireyin üst düzey bir muhakemeye erişmesine ve geometrik görevlerde başarılı çözümler oluşturmasına engel olduğu söylenebilir. Nitekim Schwarz ve Hershkowitz (1999) da prototiplerin, kavramsal öğrenmede yeni örneklerle başa çıkmak için referans noktası olması açısından faydalı olduğunu ancak, Bununla birlikte, prototiplerin kavramsal öğrenmeye zarar verebileceğini de belirtmişlerdir. Bu açıdan, Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008)'in belirttiği gibi, harici tanımlar yerine kapsayıcı tanımların kullanılması faydalı olabilir.

Duval'in bilişsel modeli açısından bakıldığında ise, çalışmada çoğu katılımcının geometrik görevlere yaklaşırken sadece görsel algılara göre hareket ederek, şekil görünümünün ötesine geçemeyen, hatalı muhakemeler geliştirdikleri görülmüştür. Genel olarak, görsel algının, işlevsel ve sözel algıların harekete geçirilmesinde engelleyici ve

kısıtlayıcı bir etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanında, işlevsel algının bazı geometrik görevlerin çözümünde olmazsa olmaz bir etkisinin olduğu yani çözüme ulaşılmasında anahtar rol oynadığı, fakat bazı geometrik görevlerde de sözel algı olmaksızın, tek başına harekete geçirilmesinin çözüm için yeterli olamayabileceğini de ortaya konulmuştur. Bilhassa, görsel algı ile işlevsel algının birlikte etkin olduğu durumlarda, sorunu çözümü çoğunlukla olumsuz anlamda, görsel algı lehine ilerlemekte, muhakeme ya kavramsal olarak temellendirilemeyen halde ve sezgisel olarak kalmakta ya da hatalı muhakemeyle sonuçlanmaktadır.

Diğer yandan, herhangi bir geometrik şeklin verilmediği, sadece sözel ifadelerle verilen geometrik görevlerde, katılımcıların yaklaşık yarısının şekli inşa etmede sorun yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin, geometrik görevde, sözel olarak verilen çizim talimatlarına uygun hareket edemeyerek, sözel ifadeleri, uygun şekil çizerek aktarmakta zorlandıkları ve doğru cevaba ulaşmada sıkıntılar yaşadıklarının tespit edilmesi, çalışmadaki bir diğer önemli sonuçtur. Ayrıca bu durum, bazı bireylerin sıralı algılarını da etkin olarak kullanmakta zorlandıklarını göstermektedir. Aydın, Kertil, Yılmaz ve Topçu (2006) da çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmış, geometri öğretiminde şekillere ve temsillere aşırı vurgu ile yapılan bir öğretimin yani şekillere bağlılığın, bireylerin uzamsal yeteneklerinin gelişmesini engelleyici nitelikte olduğu belirtmişlerdir. Bu yüzden sadece şekillere dayalı yapılan bir öğretimin, yani geometri öğrenme ortamlarında şekle dayalı aşırı vurgunun, geometrik görevlerde bireylerin üst düzey muhakemeler oluşturmasına engel olacağı söylenebilir. Bu husus, bu yüzden oldukça değerlidir.

Ayrıca çalışmada, yamuk kelimesinin dilsel açıdan bireylerde yarattığı ikilemin, geometrik görevin ana odak noktası olsun olmasın, çoğu görevde işe karıştığı ve bireylerin sorunlar yaşamasına neden olduğu görülmüştür. Özellikle Türkçedeki yamuk kelimesinden ileri gelen semantik noktaların, yamuğun eğri, biçimsiz anlamı taşımasının, yamuğa ilişkin bireylerin "düzensiz, eğik, biçimsiz, bir şeye benzemeyen şekil" algıları taşımasına neden olmaktadır. Yani bireylerin yamuk kavramına ilişkin kendi bireysel şekilsel-kavramlarının, formal şekilsel kavramdan oldukça farklılaşmasına ve hatalı muhakemelere neden olmaktadır. Bu çalışmada, geometrik görevlerde simetrik olarak görünmeyen, daha biçimsiz görünen hemen hemen her şeklin yamuk olarak algılandığı da görülmüştür. Bu durumun bireylerin, Duval'in modelindeki görsel algı bileşenine takılı kalmalarına, şekil görünüşünün ötesine geçemeyen çıkarımlar yapmalarına ve işlevsel bir çözümü geliştirememelerine neden olduğu görülmüştür. Bu hususta, biçimsiz görünen her şeklin yamuk olarak adlandırılması ile verilen geometrik görev hakkında kimi zaman bireylerde çözülemeyecek bir soru hissiyatının bile oluşabileceği söylenebilir. Çünkü çalışmada, bazı bireylerin yamuğa ilişkin iç açılarını

bilinemeyen ya da hesaplanamayan düzensiz bir şekil fikirleri taşıdığı bile görülmüştür. Dilsel açıdan benzer durum, farklı bir şekilde paralelkenar kavramında da tespit edilmiştir. Bazı bireylerin paralelkenarı, paralel kelimesinin çağrıştırabileceği bir anlam olan simetrik bir şekil olarak algılamaları, ya da ortadan bölündüğünde 2 eşit parçaya ayrılan ya da parçaları simetrik görünen herhangi bir geometrik şeklin paralelkenar olarak adlandırılacağına dair hatalı muhakemelere sahip olduklarının tespit edilmesi, yine dörtgen ve çokgen kavramlarına ilişkin dilsel açıdan yürütülebilecek semantik çalışmaların aydınlatıcı ve önemli olabileceği sonucuna götürmektedir.

Mesquita (1998)'nin çalışmasında da vurguladığı gibi, aslında geometrideki temel sorun, geometrik nesnelerin temsilidir. Poincare (1902)'ye göre geometrik uzay, temsil-şekil uzayından farklı doğalara sahiptir (Poincare, 1902; Mesquita, 1998'den alıntı). Örneğin bir dikdörtgenin, geometrik tanımını belirtirken, geometrik bir uzaydan bahsederiz. Buna karşılık dikdörtgenin bir temsilini yani dikdörtgen şeklini kâğıt üzerine çizerken, temsili uzaydan bahsederiz. Bu şekil uzayıdır. Eğer, bu iki uzay arasında zihinsel bağlantı sağlanamazsa, uygun bir geometrik muhakemenin gelişimi engellenebilir, çünkü bireyler kâğıt üzerine şekil çizerken ya da çizilmiş şekilleri yorumlarken, temsil-şekil uzayında kalmaktadır. Geometrik uzay geri plana atılmaktadır. Eğer geometri öğretiminde tanımlar ihmal edilip, aşırı derecede şekillere dayalı bir öğretim gerçekleştirilirse, bu durum, bireylerin temsil-şekil uzayında kalıp, geometrik uzayı geri plana atmalarına neden olabilir, çünkü bu durumda prototiplere ve şekil görünüşlerine aşırı bağlılık oluşabilir ve kavramsal öğrenme zarar görebilir. Çalışmanın giriş bölümünde de belirtildiği gibi, Kant, "sentetik a priori" kavramı ile, soyut matematiksel dil ile, somut fiziksel evreni izah etmedeki bu problemi çözmeye çalışmıştır (Küçükaslan, 2021). Kant, Öklid geometrisinin, uzayın a priori sezgisi temelinde sentezlendiği vurgulamıştır (İzard, Pica, Spelke ve Dehaene, 2011). Hatta İzard vd. (2011)'in çalışmalarında, matematik eğitimi almamış amazon yerlerinin bile bir üçgenin iç açılarına ilişkin tahminlerinin 180 dereceye yaklaştığını, insanların çocukluk döneminde, matematik eğitimi olmasa bile, Öklid geometrisinin ilkeleriyle kendiliğinden uyum sağlayan a priori geometrik sezgiler geliştirebileceklerini belirtmişlerdir. Bu da Kant'ın fikirlerini doğrulamaktadır. Kant'a göre, bir şekli doğrudan doğruya gözlem yoluyla, ona ilişkin tek ve objektif bir yargıya varılması mümkün değildir. Yani geometrik kurgu, ayrı ayrı geometrik şekillerden önce gelir, çünkü tekil geometrik şekillerin anlamı, önceden a priori olarak oluşturulan bu kurgu vasıtasıyla kavranır (Cassirer, 1998). Buradan çıkarılacak sonuç, aslında geometrideki tanımların tartışılmaz önemidir. Tanımın geri plana atılıp, aşırı derecede şekil ve temsillere bağlı gerçekleştirilecek bir öğretim, geometrideki bireylerde zaten bulunan ve a priori olan saf

görünün gelişimini engelleyebilir. Kant'a göre, *matematiksel tanımlar asla yanılmazlar* (Kant, 1998). Bu yüzden geometrik kavramların tanımlarının bilhassa üzerinde durulup, örneklerle zenginleştirildiği dengeli bir geometri öğretimi faydalıdır. Platon'a göre de temsil yani şekil uzayına çizilen hiçbir geometrik nesne kusursuz değildir, bunların mükemmel halleri ancak matematikçinin zihninde mevcuttur. Mükemmel hal dediğimiz şey ise, aslında geometrik kurgular yani tanımlardır. Diğer yandan, öğrencilerin geometrik bir ispat yapmaya başlamadan önce, kavramsal bilgilerinin kritik bir bileşen olduğu da göz önünde bulundurulabilir. Kavramsal bilgilerin eksik olması ve bu konuda yeterli hazır bulunuşluğun olmaması geometrik görevlerde, kavramsal gerekçelendirme sıkıntısını doğuracaktır. Bu eksiklik, öğretimde kavram tanımlarına gereken önemim verilmesiyle giderilebilir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara dayanarak, aşağıda yer alan ek önerilerde bulunulmuştur.

Öncelikle aşağıda, ortaokul düzeyinde geometri öğretimine yönelik birtakım öneriler sunulmuştur.

- Çokgen konusundaki kavramlara yönelik yapılan öğretimde, şekillere ve temsillere aşırı bağlı kalınarak yapılan bir öğretim yerine, tanım yapma ve tanımlar üzerinde etraflıca durulmasına ağırlık verilebilir, öğrencilerin geometrik kavramlara ilişkin tanım yapma becerileri güçlendirilebilir.
- Prototiplerin, kavramsal öğrenmenin ilk adımı olduğu akılda tutulmalı fakat, aynı zamanda kavramsal öğrenme için engelleyici bir el freni görevi gördüğü dikkate alınmalıdır. Bir geometrik kavrama karşılık gelen farklı örneklerin verildiği öğretim planında, ayrıca bir kavrama ilişkin örnek olmayan durumların, örnek durumlara çevrilmesine yönelik etkinliklere yer verilebilir.
- Öğrencilerin, bireysel şekilsel kavramlarının, formal şekilsel kavramlarla uyumluluğunu artırmak, kavramın şekli yönettiği muhakemeleri desteklemek adına, tanımlar üzerinde titizlikle durulabilir, Fischbein'in de belirttiği gibi, kavram ve şekil etkileşimini artıracak geometrik etkinliklere yer verilebilir.
- Geometride öğretiminde sadece şekillere ve temsillere vurgunun ağırlıklı olduğu bir öğretim yerine, şeklin verilmediği, sadece sözel ifadelerle verilen ve şekil çiziminin talep edildiği etkinliklere özellikle yer verilebilir.
- Dil, öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili bilgi, beceri ve imajlarını etkilediğinden ötürü, geometrik kavramlara ilişkin matematiksel dilin doğru kullanımının öğretimde önemli bir husus olduğu akılda tutulabilir, semantik açıdan dilsel ikilem yaratabilecek kavramlara ilişkin kavram tanımlarının bilhassa üzerinde

durulabilir ve kavramı bozabilecek yan anlamların bertaraf edilmesi, şekil-kavram birlikteliğini sağlayacak etkinliklerle sağlanabilir.

- Yamuk kavramının, diğer özel dörtgenleri kapsayan bir dörtgen olduğunu, kavram tanımlarını üzerinden sebepleri ile birlikte açıklanabilir. Yamuk özelindeki dilden kaynaklı zihinsel çatışmaları minimuma indirmek adına, öğretimde yamuk kavramı ile Türkçedeki eğri ve biçimsiz anlamına gelen yamuk kelimesinin, birbiriyle hiçbir bağlantısının olmadığının özellikle üzerinde durularak, prototip olmayan yamuk örnekleri ile öğretim zenginleştirilebilir ve yamuğun diğer özel dörtgenleri de kapsayan genel bir şekil sınıfı olduğu vurgulanabilir. Yamuğun özellikle 2 kenarının paralel olması niteliği yerine, "en az 2 kenarının paralel olması vurgusu" yapılabilir. Yamuğun kenarlarının birbirinden farklı olan şekil olması algısı ile yamuk ve biçimsiz olması algısını yıkmak adına, prototip yamuk çiziminin yanında, prototip olmayan yamuk çizimlerinin de öğretimde sunulması faydalı olabilir. Bunun yanında, yamuk kavramını karşılamayan şekiller sunulup, öğrencilerin yamuk kavramına uyacak biçimde çizip, dönüştürmeleri sağlanabilir.
- Temel benzerlik teoremi öğretimde sunulurken, yamuk kavramı da içerecek şekilde, paralellik şartının üzerinde durulabilir.
- Özel dörtgenler sunulurken, kısa kenar, uzun kenar, alt kenar, üst kenar, yan kenar gibi öğrenci söylemlerinin giderilmesi, bunun yerine kavram tanımlarındaki vurguların ön plana alınması, prototiplere bağlılığı azaltmak adına faydalı olabilir.
- Geometrik görevlerde özel üçgen varsayımı ile yapılan çözümlerin her zaman doğru sonuca ulaştıramayacağı hatta muhakemeyi bozabileceği olgusunun dikkate alınması ve üzerinde durulması, önem arz eden bir husus olarak değerlendirilmelidir. Bu yüzden geometri öğretimde, geometrik görevlerin çözümünde bireylerin, verilen geometrik şekillerde yer alan her üçgeni özel üçgen olarak algılamalarının ve bu şekilde varsayım yapmalarının önüne geçilmesi faydalı olabilir.
- Öğrencilerin, geometrik görevlerde doğal geometri paradigmasından doğal aksiyomatik geometriye geçiş yapmaları, verilen geometrik şekli teorik ideal bir nesne olarak görmeleri ile mümkündür denebilir. Bu durum da geometrik şekillere sadece Duval'in tanımladığı görsel algı bileşeni yaklaşmamaları ile mümkündür. Bu yüzden öğrencilerin, herhangi bir sayısal değer verilmeyen geometrik şekillerin yer aldığı sorularda, kenar uzunluklarına ve parçalarına mutlaka sayısal bir değer vererek çözmelerinin önüne geçilmesi, verilen geometrik şeklin bir doğrulama nesnesi olmadığının fark edilmesini sağlayabilir. Bu vurgu özellikle geometri öğrenme

ortamında öğrencilere anlatılırsa, uygun geometrik muhakemelerin gelişmesini destekleyebilir. Bunun yanında, şekil görüntüsünün soruyu çözmek adına tek başına faydalı olmadığı, hatta aldatıcı olabileceği de öğrencilere bilhassa vurgulanabilir.

- Boyut kavramı konusunda öğrencilerin kavramsal yanılgılarını ve hatalı fikirleri ortadan kaldırmak adına, verilen şekillerin boyutlarının tahmin edilmesini içeren, çeşitli geometrik etkinliklerin tasarlanması da önerilebilir. Özellikle bir şeklin boyutunu belirlerken, boyut kavramının, verilen geometrik şeklin alt parçalarında yer alan şekil sayısına ya da şekilde yer alan nokta sayısı gibi kriterlerle bir ilişkisinin olmadığının vurgulanması faydalı olabilir. Bunun yanında, boyut kavramı anlatılırken, üçgen-üçgensel bölge, dörtgen-dörtgensel bölge, çokgen-çokgensel bölge gibi ayrımların da sunulması, faydalı olabilir.
- Sadece görsel algılara dayanan, yani şekil görünümünün ötesine geçemeyen hatalı muhakemelerin ortadan kaldırması adına, öğrencilerin işlevsel ve sözel algılarının harekete geçirilmesinin sağlanması için, origami destekli etkinlikler gerçekleştirilmesi ve dinamik geometri yazılımlarından yararlanılması önerilebilir.
- Geometri içerikli ders kitaplarının sadece geometrik şekillere aşırı vurgu yapılarak hazırlanması yerine, kavram ve şekil uyumunu birlikte artıracak etkinliklerle zenginleştirilmesi önerilebilir.
- Çalışmada görsel algının çoğunlukla diğer algıları engellediği ve şeklin ilk görünüşünden öteye geçemeyen muhakemelerin oluşmasına neden olduğu ortaya çıkarılsa da öğrencilerin geometrik bilgi ve muhakemelerinin geliştirilmesi için, geometri öğrenme ortamları, bireylerin görsel algılarını kuvvetlendiren ve keskinleştiren etkinlikleri de içermelidir. Bunun için, sınıf ortamında verilen geometrik şekillerin hangi parçalardan ya da hangi alt şekillerden oluştuğuna yönelik görsel algıları keskinleştiren ve geliştiren geometri etkinlikleri yapılmalıdır. Çünkü görsel algı, verilen geometrik bir şeklin ayrıştırılarak şeklin içindeki parçaların da belirlenmesini de içerir. Bu sayede geometrik bir şekil görüldüğünde alt parçalanışların daha iyi fark edilmesi sağlanarak, işlevsel algının harekete geçirilmesi desteklenebilir.
- Öğrencilerin görsel algılarının keskinleştirilmesine ek olarak, verilen geometrik şeklin parça bütün değişikliklerinin (mereologic değişikliklerin) gerçekleştirilmesini sağlayacak geometrik görevlere öğretimde bilhassa yer verilmelidir. Çünkü bu değişiklikler, geometride görme dediğimiz beceriyi (geometri görme sanatıdır manasında) kuvvetlendirecektir. Aynı zamanda öğretimde, mereologic değişikliklere

yer veren geometri sorularının kullanımı, bireylerin teorem ya da kural kullanımı gerektiren sözel algı ile görevlere yaklaşımdaki eksikliği belli ölçüde telafi edebilir.

- Geometri öğretiminde öğrencilere verilen şekil grupları arasından belli şekilleri ayırt etme görevleri sıklıkla verilmelidir. Bu sayede, geometride görme dediğimiz becerinin geliştirilmesi, kavramsal öğrenimin desteklenmesi ve prototiplere bağlılığın önüne geçilmesi sağlanabilir.
- Duval'in bilişsel modelindeki görsel, işlevsel, sözel ve sıralı algılar arasındaki ilişkileri vurgulayan bir öğretim planının geliştirilmesinin yanı sıra, çokgen kavramının anlaşılmasını desteklemek için geometri öğretiminde öğrencilere hem çokgen örnekleri hem de çokgen olmayan örneklerin birlikte sunulması önerilebilir. Ek olarak, çokgen örneği olmayan şekiller ilk başta öğrencilere verilerek, bunların öğrenciler tarafından geometrik kavramların örneklerine (açıkla, çiz ve dönüştür) dönüştürülmesinin talep edilmesi de kavramsal öğrenme açısından oldukça faydalı olabilir. Çünkü bu durum, işlevsel ve sözel algıların gelişimini destekleyecektir.

Üniversite düzeyinde geometri öğretimi için ise, aşağıdaki gibi bir öneri sunulabilir.

- Duval'in bilişsel modelindeki şekle bakma süreçleri olan görsel, işlevsel, sözel ve sıralı algıların matematik öğretmen adaylarına da üniversite öğretim planı içerinde anlatılması, öğrenmen adaylarının, öğrencilerin geometrik görevlere nasıl yaklaştıklarına yönelik farkındalıklarının artırılmasına sağlayarak, ileride geometrik muhakeme açısından daha donanımlı bireyler yetiştirmelerini destekleyebilir.

Araştırmacılar için aşağıdaki önerilerde bulunulabilir.

- Duval'in bilişsel modeli temelinde, çokgenlere ilişkin, üniversitelerde öğrenim gören öğretmen adayları ile çalışmaların yürütülmesi, geometrik muhakemenin doğasının daha etraflıca anlaşılması adına faydalı olabilir.
- Geometrik kavramlara ilişkin dilin rolünü inceleyen araştırmaların yapılması ve geometrik kavramlara yönelik semantik çalışmaların gerçekleştirilmesi faydalı olabilir.
- Duval'in tanımladığı algılar (görsel algı, sıralı algı, işlevsel algı ve sözel algı) göz önünde bulundurularak, öğrencilerin geometrik görevlere yaklaşımının bu algılarla ilişkisi değerlendirilerek, Duval'in modeline göre düzenlenecek geometrik öğrenme ortamlarının tasarlanması ve buna yönelik deneysel çalışmaların yapılması önerilebilir.

KAYNAKÇA

Akarsu, Ö ve Ural, Ş. (2007). *Kant'ın Newtoncu kozmolojisi ve modern yıldız kuramının temellerinin atılışı*. XV. Ulusal Astronomi Kongresi Bildiri Kitabı. İstanbul: İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları.

Aktaş, M. C. ve Aktaş, D. Y. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik öğretim programı, ders ve öğrenci alışma kitaplarında dörtgenler arasındaki ilişkilerin anlatımının incelenmesi. *E-Journal of New World Sciences Academy, 7*(2), 848-858.

Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları* (Yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi, Konya.

Altıparmak, K. ve Gürcan, G. (2021). Examination of 4th Grade Students' Definitions for Square, Rectangle and Triangle Geometric Shapes. *Education Quarterly Reviews, 4*(3).

Arastaman, G., Öztürk Fidan, İ. ve Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik: Kuramsal bir inceleme. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *15*(1), 37-75.

Arslan, A. (2021). *İlkçağ Felsefe Tarihi 2: Sofistlerden Platon'a*. İstanbul: İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları.

Atebe, H. U. ve Schäfer, M. (2008). "As soon as the four sides are all equal, then the angles must be 90° each". Children's misconceptions in geometry. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education,* 12(2), 47-65.

Avcu, R. (2022). Pre-service middle school mathematics teachers' personal concept definitions of special quadrilaterals. *Mathematics Education Research Journal*, 1-46.

Ayaz, Ü. B. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları* (Yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Ay, Y. ve Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi, 18*(1), 83-104.

Aydın, E., Kertil, M., Yılmaz, K., ve Topçu, T. (2006). Geometri Öğreniminde Bağlamsal Desteğin Öğrenci ve Soru Seviyesi Açısından İncelenmesi.

VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 07-09 Eylül 2006, Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Ankara.

Baki, A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*,149, 26-31.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 7*(1), 231-274.

Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi, *DEUHFED, 9*(1), 23-28.

Battista, M. T., (2007). The development of geometric and spatial thinking, In F.K. Lester Jr. (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age.

Baykul, Y. (2009). İlköğretimde matematik öğretimi: 6.-8. sınıflar için. Ankara: Pegem Akademi.

Bayram, G., ve Duatepe-Paksu, A. (2018). Sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin oluşturdukları örnekler bağlamında kavram imajları ve yaptıkları tanımlar. April 18-22, 2018, *27th International Conference on Educational Sciences*, Antalya.

Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Bernabeu, M., Moreno, M., ve Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Educational Studies in Mathematics, 106*(2), 251–270.

Brittan, G. (1978). *Kant's Theory of Science*. Princeton: Princeton University Press.

Burger, W. ve Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal For Research in Mathematics Education*, *17*, 31- 48.

Bütüner, S. Ö. ve Filiz, M. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerinin incelenmesi. *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi, 2*(2), 43-56.

Büyüköztürk, Ş. (2005). Anket geliştirme. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(2), 133–151.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak E., Akgün Ö.E., Karadeniz Ş. ve Demirel F. (2013). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (15.baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Cantürk Günhan, B. (2014). A case study on the investigation of reasoning skills in geometry. *South African Journal of Education, 34*(2), 01-19.

Cassirer, E., (1988), *Kant'ın Yaşamı ve Öğretisi*, Çev: Doğan Özlem, İzmir: Ege Üni. Edebiyat Fakültesi Yayınları.

Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial understanding. *Handbook of research mathematics teaching and learning.* (Edt: D. A. Grouws). New York: McMillan Publishing Company. pp. 420- 465.

Coxeter, H. S. M, ve Greitzer, S. L. (1967). *Geometry revisited*. New York: Random House.

Cunningham, F. ve Roberts, A. (2010). Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers. *IUMPS The Journal, 1*, 117.

Cutugno, P. ve Spagnolo, F.Ç. (2002). Misconception about triangle in elementary school, http://www.math.unipa.it/grim/SiCutugnoSpa.PDF.

Çakar, S. (2018). *5E öğrenme modelinin 8. sınıf öğrencilerinin üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarını oluşturma sürecine etkisi: Bir eylem araştırması* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Çalışkan Dedeoğlu, N. (2016). Geometrik Paradigmalar. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 291-306), Ankara: Pegem Akademi.

Çomarlı, S. K. (2018). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin veri işleme öğrenme alanına ilişkin problem kurma becerilerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Bartın Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Dane, A., Çetin, Ö. F., Bekdemir, M., Okur, M., Baş, F., Kanbolat, O. ve Sağırlı, M. Ö. (2012). Rectangular Prism Perceptions of Primary and Secondary School Students by Models. *The International Journal of Research in Teacher Education, 3*(1), 1-12.

Delice, A. ve Karaaslan, G. (2015). The reflection of the activities prepared on the polygons and dynamic geometry softwares to the perceptions of the teachers and the students' performances. *Karaelmas Journal of Educational Sciences, 3*(2), 133–148.

Deliyianni, E., Elia, I., Gagatsis, A., Monoyiou, A., and Panaoura, A. (2009). A theoretical model of students' geometrical figure understanding. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 696-706). January 28th-February 1st 2009, Lyon, France.

Deliyianni, E., Gagatsis, A., Kalogirou, P. ve Kusniak, A. (2011). Towards a comprehensive theoretical model of students' geometrical figure understanding and its relation with proof. *Proceedings VII of European Research in Mathematics Education CERME 7* (pp. 598-607).

De Villers, M. (1994). The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics, 14(1)*, 11-18.

Doğan, A, Özkan, K, Çakır, N. K, Baysal, D. ve Gün, P. (2012). İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Yamuk Kavramına Ait Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Sınıf Seviyelerine Göre Değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi,5*(1), 103-115.

Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 265-275), Ankara: Pegem Akademi.

Duatepe-Paksu, A. (2018). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Çokgenlerin Kritik Özelliklerine İlişkin Alan Bilgisi*, E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi, 9*(3), 34-46.

Duatepe-Paksu, A., Musan, M., İymen, E. ve Pakmak, G. S. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının boyut konusundaki kavram görüntüleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 34*, 53-68.

Duval, R. (1994). Les Differents fonctionnements d'une figure dans une demarche geometrique, *Repères-IREM,* 17, 121-138.

Duval, R. (1995). Geometrical pictures: kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 142-157). Berlin: Springer-Verlag.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. (edit. C. Mammana, V. Villani) *Perspctives on the teaching of geometry for 21 st century* (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Duval, R. (1999). Presentations, vision and visualization: Cognitive functioning in mathematical thinking. *Proceedings of the North America chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 21st, Cuernavaca, Morelos, Mexico.

Ergün, S. (2010*). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Erşen, Z. ve Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 124-146.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, *24 (2)*, 139-162.

Fischbein, E. ve Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20 (10), 1193-1211.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.

Fujita, T. ve Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in scotland. In J. Novotana, H. Moraova, K. Magdelena & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of The 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,3,* 14-21.

Fujita, T. ve Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing, *Research in Mathematics Education*, *9*(1-2), 3-20.

Gal, H. ve Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, *74(2)*, 163-183.

Goldin, G. (1998). Observing mathematical problem solving through task-based interviews. In A. Teppo (ed.), *Qualitative Research Methods in Mathematics Education, Journal for Research in Mathematics Education Monograph No. 9*, Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 40–62.

Gürhan, S. ve Broutin, M. S. T. (2017). Bir matematiksel problem durumu: Kesik üçgenler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 8*(3), 408-437.

Güven, B. ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik Muhakeme: Bilişsel Perspektifler. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 245-263), Ankara: Pegem Akademi.

Hacısalihoğlu, H. H., Hacıyev, A., Kalantarov, V., Sabuncuoğlu, A, Brown, L. M., İbikli, E. ve Brown S. (2009). Matematik Terimleri Sözlüğü. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Harel, G. ve Sowder, L. (1998). Students' proof schemes. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld,& J. Kaput (Eds.), Research on collegiate mathematics education (Vol. III, pp 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Heinze, A. ve Ossietzky, C. (2002). "...Because a square is not a rectangle" students' knowledge of simple geometrical concepts when starting to learn proof. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of The 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 81-88.

Herbst, P., Gonzalez, G. ve Macke, M. (2005). How Can Geometry Students Understand What It Means to Define in Mathematics?. *The Mathematics Educator,* 15(2).

Hoffer, A. (1977). *Mathematics resource project: Geometry and visualization*. Palo Alto: Creative Publication.

Houdement, C. ve Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour létude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics 40*, 283–312.

Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S., ve Dehaene, S. (2011). Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene group. *Proceedings of the National Academy of Sciences,108*(24), 9782–9787

Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 18* (1-2), 29-34.

Kaleli-Yılmaz, G. (2015). Durum çalışması. M. Metin (Ed.), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (s. 261-287), Ankara: Pegem Akademi.

Kant, I. (1998). *Critique of Pure Reason*. Trans. Paul, G. & Allen, W. W., New York: Cambridge University Press.

Karakarçayıldız, R. Ü. (2016). *7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflama becerileri ve aralarındaki ilişki* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Karasar, N. (2008). Bilimsel Araştırma Yöntemi, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online, 2*(2), 2-9.

Karpuz, Y. (2018). *Duval'in bilişsel modeline uygun tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* (Doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Karpuz, Y., Koparan, T. ve Güven, B. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *5*(2), 108-118.

Kiris, B. (2008). *İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin "nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem" konularında sahip oldukları kavram yanılgıları ve bu yanılgı nedenlerinin belirlenmesi* (Yüksek lisans tezi). Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.

Klemer, A. ve Rapoport, S. (2020). Origami and GeoGebra Activities Contribute to Geometric Thinking in Second Graders. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 16*(11), 3–12.

Küçükaslan, A. (2021). Kant'ta Sentetik A Priori'nin Matematiğin Gerçekliğindeki Rolü. *Danişname Beşeri ve Sosyal Bilimler Dergisi, 1*(2).

Lincoln, Y. S. ve Guba, E. A. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.

Memnun, D.S. ve Altun, M. (2012). RBC+ C Modeline Göre Doğrunun Denklemi Kavramının Soyutlanması Üzerine Bir Çalışma: Özel Bir Durum Çalışması. *Cumhuriyet International Journal of Education,* 1(1).

Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *Journal of Mathematical Behaviour,* 17 (2)*,* 183-195.

Michael-Chrysanthou, P. ve Gagatsis, A. (2013). Geometrical figures in geometrical task solving: An obstacle or heuristic tool? *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics, 13*, 17-32.

Michael, P. (2013). *Geometrical figure apprehension: cognitive processes and structure.* Unpublished Doctoral Thesis). The University of Cyprus, Department of Education, Cyprus.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*. T.C. Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2020). *TIMMS 2019 Türkiye Ön Raporu*. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi No:15. Ankara.

Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.

Mutluoğlu, A. (2019). *6. sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanında geliştirilen bir sanal manipülatif takımının (MATMAP) öğrencilerin akademik başarılarına, geometriye yönelik tutumlarına ve geometrik muhakeme süreçlerine etkisi.*

(Yayınlanmamış Doktora Tezi), Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Mutluoğlu, A. ve Erdoğan, A. (2020). 6. sınıf öğrencilerinin dörtgenler hakkındaki geometrik muhakeme süreçleri. *OPUS -Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi, 16* (27), 236-265.

Nakahara, T. (1995). Children's Construction Process of the Concepts of Basic Quadrilaterals in Japan. *Proceedings of the 19th Conference of the Internatıonal Group for the Psychology of Mathematics Education,* 3, 27-34.

Nasibov, F. ve Kaçar, A. (2005). Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi.* 13(2), 339-346.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Newton, I. (1687). *Philosophiae naturalis principia mathematica*. London: William Dawson & Sons Ltd.

Newton, I. (2004). *Isaac Newton: Philosophical writings*. In Janiak A. (Ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Oberdorf, C. D. ve Taylor-Cox, J. (1999). Shape up! *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 340-345.

Okazaki, M. ve Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. *In Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48).

Öksüz, C. (2010). İlköğretim yedinci sınıf üstün yetenekli öğrencilerin "nokta, doğru ve düzlem" konularındaki kavram yanılgıları. *İlköğretim Online, 9*(2), 508-525.

Öksüz, C. ve Başışık, H. (2019). 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularında sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, (20)*, 413-430.

Özdemir, M. (2014). *Kant'ta Aritmetiğin Sentetik A Priori Olarak Olanaklılığının Matematik Felsefesi Açısından Önemi ve Matematik Eğitimine Yapabileceği Katkılar*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Maltepe Üniversitesi, İstanbul.

Özkan, M. ve Bal, A. P. (2018). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları hakkında öğretmen görüşlerinin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 14*(1), 81-106.

Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İsmail Özgür Zembat, Mehmet Fatih Özmantar, Erhan Bingölbali, Hakan Şandır ve Ali Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* içinde (s. 249-272). Ankara: Pegem Akademi.

Panaoura, G. ve Gagatsis, A. (2009). The geometrical reasoning of primary and secondary school students. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 746-755). Lyon: INRP.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (Çev. Ed.: Bütün, M. ve Demir, S. B). Ankara: Pegem Akademi.

Peker, M. ve Karakuş, F. (2013). Matematiksel anlamda boyut kavramı. İsmail Özgür Zembat, Mehmet Fatih Özmantar, Erhan Bingölbali, Hakan Şandır ve Ali Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* içinde (s. 185-195). Ankara: Pegem Akademi.

Pickreign, J. (2007). Rectangles and Rhombi: How Well Do Preservice Teachers Know Them?. *Issues in the undergraduate mathematics preparation of school teachers*, V(1), 1-7.

Rouse Ball, W.W. *A History of the Study of Mathematics at Cambridge.* Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1889.

Robinson, D. ve Groves, J. (2018). *Felsefe: Antik Yunan'dan Postmodern Dünyaya Düşünce Tarihini Daha İyi Anlamak İçin Çizgibilim.* (Çev. Berna Asuman Uzun). İstanbul: Say Yayınları.

Russell, B. (2021). *Batı felsefesi tarihi. 3. Cilt: Modern felsefe*. (Çev. Ahmet Feti). İstanbul: Alfa Yayınları.

Sancar, M., & Koparan, T. (2019). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesinde kavram karikatürlerinin etkisinin incelenmesi. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, *7* (2019), 101-122.

Schwarz, B. B. ve Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(4), 362-389.

Sharma, S. (2019). Use of theories and models in geometry education research: A critical review. *Waikato Journal of Education*, 24 (1), 43-54.

Shir, K. ve Zalavsky, O. (2001). What Constitutes a (good) Definition? The Case of a Square. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 4, (161-168). Utrecht (The Netherlends): Utrecht University.

Skordoulis, C., Vitsas, T., Dafermos, V. ve Koleza, E. (2009). The system of coordinates as an obstacle in understanding the concept of dimension. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*(2), 253-272.

Sönmez, V. ve Alacapınar, F. G. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Spinoza, B. D. (2021) *Ethica*. çev. Çiğdem Dürüşken, 11. Basım, İstanbul: Alfa Yayınları.

Şengör, A. M. C. (2017). *Bilgiyle Sohbet: Popüler Bilim Yazıları*. İstanbul: İş Bankası Yayınları.

Tapan-Broutin, M. S. (2016). Çizim-geometrik şekil-geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasını etkileyen faktörler. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 307-322), Ankara: Pegem Akademi.

Turton, A. (2010). Quadrilateral quarrels. In M. Westbrook, D. Treeby, C. Sexton, A. Kilpatrick, A. Mcnamara, & M. Huggan (Eds.). *Proceedings of the 47th Annual Conference of the Mathematical Association of Victoria*, 54–62. Brunswick: The Mathematical Association of Victoria.

Tutan, S. (2019). *Geometrik muhakeme süreçleri bağlamında ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri içerikli derslerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Türk Dil Kurumu (2022), *Türk Dil Kurumu Sözlükleri*, 2 Mayıs 2022 tarihinde, https://sozluk.gov.tr/ adresinden alındı.

Türnüklü, E., Gündoğdu Alaylı, F. ve Akkaş, E.N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(2), 1213-1232.

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17: 95-104.

Ubuz, B. (2017). Dörtgenler arasındaki ilişkiler: 7. sınıf öğrencilerinin kavram imajları. *Yaşadıkça Eğitim Dergisi, 31*(1), 55–68.

Ubuz, B. ve Üstün, I. (2003). Figural and conceptual aspects in identifying polygons. Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, USA, 1, 328.

Ulusoy, F. (2015). A meta-classification for students' selections of quadrilaterals: the case of trapezoid. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 598-607). Charles University in Prague: Faculty of Education and ERME.

Ulusoy, F. ve Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,17* (1), 457-475.

Ural, A. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Boyut Ölçütleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 13-25.

Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D. ve Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Ünal Çoban, G. (2009). *Modellemeye dayalı fen öğretiminin öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerine, bilimsel süreç becerilerine, bilimsel bilgi ve varlık anlayışlarına etkisi: 7. sınıf ışık ünitesi örneği*. (Doktora Tezi) Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Üstündağ Pektaş, Y. (2017). *Ortaokul matematik 8. sınıf ders kitabı*, Ankara: Öğün Yayınları.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.

Vinner, S. ve Hershkowitz, R. (1980) Concept images and some common cognitive paths in the development of some simple geometric concepts, *Proceedings of the 4th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 177-184.

Walcott, C., Mohr, D. ve Katsberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior, 28*, 30-40.

Warburton, N. (2019). Felsefenin Kısa Tarihi. (Çev. Güçlü Ateşoğlu). İstanbul: Alfa Yayınları.

Yalçın, Ş. (2003). Kant'ta Matematiğin Felsefi Temelleri. *Felsefe Dünyası,37(1).*

Yavuzsoy-Kose, N., Yilmaz, T. Y., Yesil, D. ve Yildirim, D. (2019). Middle school students' interpretation of definitions of the parallelogram family: Which definition for which parallelogram? *International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 5* (1), 157-175.

Yazıcı, E. ve Ulusan, S. (2020). Geometride Eşlik-Benzerlik ve Öğretimi. E. Ertekin ve M. Ünlü (Editörler), Geometri ve Ölçme Öğretimi içinde (s.291-323), Ankara: Pegem Akademi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (1991). *Bilim Felsefesi*, İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, C. (2019). *Matematiksel Düşünme*, İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri [Mathematical thinking processes of secondary school students in polygon problems]. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(1), 605-633.

Yıldız, M. ve Güleş, E. (2021). Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerinin öğretiminde GeoGebra yazılımı kullanımının 8. sınıf öğrencilerinin erişi düzeylerine etkisi, *Trakya Eğitim Dergisi, 12*(1), ss. 451-474.

Yüksel, M. (2018). *Çokgenler konusunda tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi* (Yüksek lisans tezi). Bayburt Üniversitesi, Bayburt.

Zeybek Şimşek, Z. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflandırma düzeylerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10(3)*, 680-710.

Zeybek Şimşek, Z. ve Üstün, A (2019). 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki ispat seviyelerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 13*(1), 196-216.

EKLER

EK 1. ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Mustafa AKDEMİR		
E-postası/Web Sayfası			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı	Matematik Eğitimi		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm/ ABD	Yıl
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı	2009-2013
Yüksek Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Anabilim Dalı/ İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2013-2016
YL Tez Başlığı	Sıralama Bağıntısı ile İlişkilendirme Bağlamında İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Sıralama Kavramına Yönelik Öğrenme Güçlüklerinin İncelenmesi		
YL Tez Danışmanı	Prof. Dr. Serkan NARLI		
Akademik Eserler (Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.) Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
Akdemir, M. Narlı, S. ve Kaşıkçı, M. (2015). The transitionfrom informal to formal understanding of the concept of order in abstract mathematics. In K. Krainer& N. Vondrová (Eds.), *Proceedingsof CERME 9* (pp. 2271-2272). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. Akdemir, M. ve Narlı, S. (2022) *. Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Algılarının İncelenmesi. *Uluslararası Karamanoğlu Mehmetbey Eğitim Araştırmaları Dergisi, 4*(1), 74-92.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			
İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı İkinciliği (2013)			

EK 2. UYGULAMA İZİNLERİ

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
HUKUK MÜŞAVİRLİĞİ

ACELE
07.02.2022

Sayı : E-87347630-659-189897
Konu : Araştırma İzni-Mustafa AKDEMİR

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) 20.12.2021 tarihli ve E-67493393-302.08.01-162367 sayılı yazımız.
b) Karaman Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 24.01.2022 tarihli ve E-99371540-605.01-41884831 sayılı yazısı.

İlgi (a)'da kayıtlı yazınız ile bildirilen Enstitünüz lisansüstü öğrencisi Mustafa AKDEMİR'in "Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi (İnvestigation Of Secondary School Students' Geometrical Reasoning On The Polygons)" konulu çalışması kapsamında uygulama yapma talebine ilişkin Karaman Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğünden alınan ilgi (b)'de kayıtlı yazı, işbu yazımız ekinde sunulmaktadır.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr.Uğur MALAYOĞLU
Rektör V.

Ek: İlgi (b)'de kayıtlı yazı ve ekleri.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Doğrulama Kodu: 69ED942C-6D9E-4CA5-BA78-848CEB1B72AE Doğrulama Adresi: https://turkiye.gov.tr/dokuz-eylul-universitesi-ebys
Adres: Kültür Mahallesi, Cumhuriyet Blv No:144, 35220 Konak/İzmir
KEP Adresi : dokuzeyluluniversitesi@hs01.kep.tr
Bilgi için:Merve ÇÜRÜK
Bilgisayar İşletmeni

HİZMETE ÖZEL

EK 3. ETİK İZİN

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
HUKUK MÜŞAVİRLİĞİ

ACELE
03.01.2022

Sayı : E-87347630-659-171758
Konu : Mustafa AKDEMİR

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 20.12.2021 tarihli ve E-67493393-302.08.01-162367 sayılı yazınız.

İlgide kayıtlı yazınıza istinaden Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 28.12.2021 tarihli toplantısında alınan 22 sayılı karar ile Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı öğrencisi Mustafa AKDEMİR'in "Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi (İnvestigation Of Secondary School Students' Geometrical Reasoning On The Polygons)" başlıklı çalışması kapsamında yapacağı uygulamanın etik açıdan uygun olduğuna karar verilmiş olup, alınan karar Makamımızca onaylanmıştır.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Nükhet HOTAR
Rektör

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Doğrulama Kodu: FEEDD7E5-0B3D-407E-876C-F5EEE63C5065 Doğrulama Adresi: https://turkiye.gov.tr/dokuz-eylul-universitesi-ebys

Adres: Kültür Mahallesi, Cumhuriyet Blv No:144, 35220 Konak/İzmir
Bilgi için:Merve ÇÜRÜK
Bilgisayar İşletmeni

EK 4. OKUL İZİNLERİ

T.C.
KARAMAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99371540-605.01-41884831 24.01.2022
Konu : Mustafa AKDEMİR (Araştırma İzni)

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Hukuk Müşavirliği)

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığının (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi
b) 03.01.2022 tarihli ve 171772 sayılı yazınız.
c) Valilik Makamının 21.01.2022 tarihli ve 41760567 sayılı Oluru.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı öğrencisi Mustafa AKDEMİR ***"Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi (İnvestigation Of Secondary School Students' Geometrical Reasoning On The Polygons)"*** konulu anket çalışması kapsamında Müdürlüğümüze bağlı resmi ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik ilgi (b) yazı doğrultusunda çalışma yapmak istemektedir. Bu bağlamda,

Müdürlüğümüze bağlı resmi ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik ilgi (b) yazıda adı geçen öğrencinin anket yapma çalışma talebi Valilik Makamının ilgi (c) onayı ile uygun görülmüştür.

Bu kapsamda, anket çalışmasının Valilik Makamının ilgi (c) onayında belirtilen şartlar doğrultusunda yapılması ve sonuç raporlarının Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine gönderilmesi hususunda;

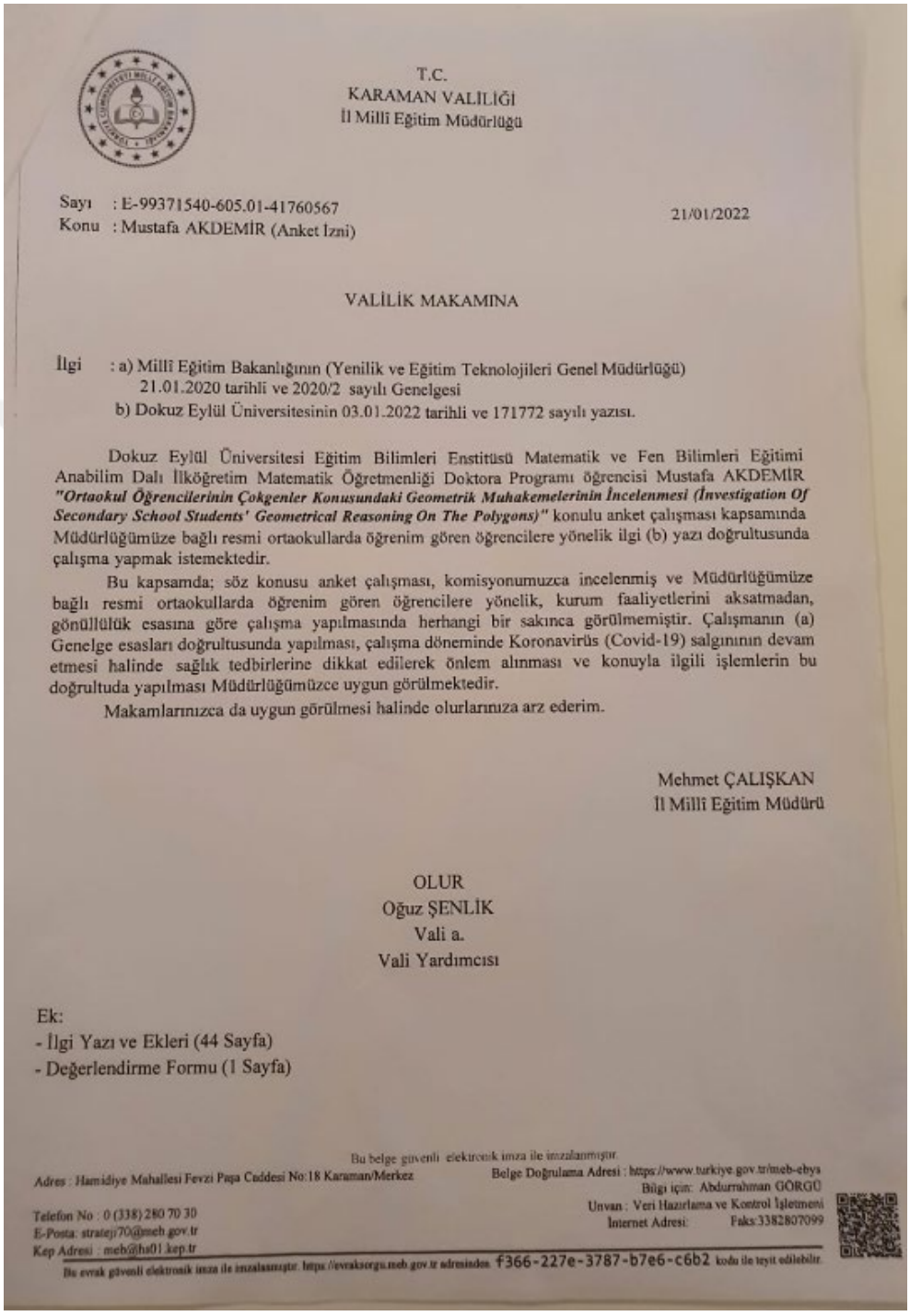
Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Mehmet ÇALIŞKAN
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek: İlgi (c) Valilik Oluru (1 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Hamidiye Mahallesi Fevzi Paşa Caddesi No:18 Karaman/Merkez
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Abdurrahman GÖRGÜ
Telefon No : 0 (338) 280 70 30
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
E-Posta: strateji70@meb.gov.tr
İnternet Adresi: Faks:3382807099
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 8336-0dd0-3549-89aa-f143 kodu ile teyit edilebilir.

EK 5. ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULANMA İZİNLERİ



T.C.
KARAMAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99371540-605.01-41760567
Konu : Mustafa AKDEMİR (Anket İzni)

21/01/2022

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığının (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi
b) Dokuz Eylül Üniversitesinin 03.01.2022 tarihli ve 171772 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı öğrencisi Mustafa AKDEMİR ***"Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi (İnvestigation Of Secondary School Students' Geometrical Reasoning On The Polygons)"*** konulu anket çalışması kapsamında Müdürlüğümüze bağlı resmi ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik ilgi (b) yazı doğrultusunda çalışma yapmak istemektedir.

Bu kapsamda; söz konusu anket çalışması, komisyonumuzca incelenmiş ve Müdürlüğümüze bağlı resmi ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre çalışma yapılmasında herhangi bir sakınca görülmemiştir. Çalışmanın (a) Genelge esasları doğrultusunda yapılması, çalışma döneminde Koronavirüs (Covid-19) salgınının devam etmesi halinde sağlık tedbirlerine dikkat edilerek önlem alınması ve konuyla ilgili işlemlerin bu doğrultuda yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mehmet ÇALIŞKAN
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
Oğuz ŞENLİK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
- İlgi Yazı ve Ekleri (44 Sayfa)
- Değerlendirme Formu (1 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Hamidiye Mahallesi Fevzi Paşa Caddesi No:18 Karaman/Merkez
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Abdurrahman GÖRGÜ
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
Telefon No : 0 (338) 280 70 30
İnternet Adresi: Faks:3382807099
E-Posta: strateji70@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@ha01.kep.tr
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden f366-227e-3787-b7e6-c6b2 kodu ile teyit edilebilir.

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

EK 6. ÇOKGEN MUHAKEME FORMU-1 (ÇMF-1)

1. Çokgen nedir? Çizmeden tanımlayınız, anlatınız.

2. Bir çokgeni oluşturmak için hangi geometrik terimlere ihtiyaç vardır? Ayrıntılı olarak açıklayınız.

3. Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

a) Bir dörtgen çiziniz.

b) Bu çizdiğiniz dörtgenden farklı bir dörtgen çiziniz.

c) Çizdiğiniz ilk iki dörtgenden farklı bir dörtgen daha çiziniz.

d) Çizdiğiniz üç dörtgen birbirinden neden ve hangi özelliklerinden dolayı farklıdır? Ayrıntılı olarak açıklayınız.

4. Çevrenizden çokgen örnekleri veriniz. En az 3 örnek yazınız.

5) Aşağıdaki Çokgen çeşitlerini tanımlayıp, her biri için birer örnek çiziniz.

Geometrik Şekil	TANIM	ÖRNEK
Kare		
Paralelkenar		
Dikdörtgen		
Beşgen		
Altıgen		
Yamuk		

6) Kare ve paralelkenarın benzerlik ve farklılıklarını, aşağıya ayrıntılı olarak yazınız.

	Benzerlikler	**Farklılıklar**
1		
2		
3		
4		
5		

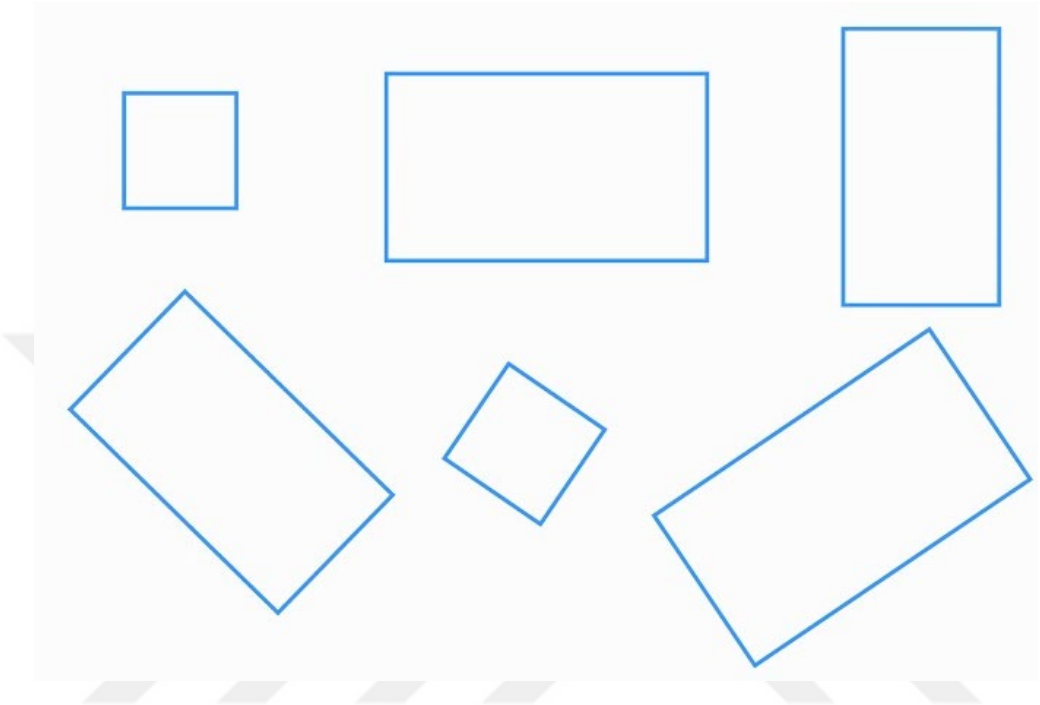
7) Dikdörtgen, Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgenin benzerlik ve farklılıklarını aşağıya ayrıntılı olarak yazınız.

	Benzerlikler	**Farklılıklar**
1		
2		
3		
4		
5		

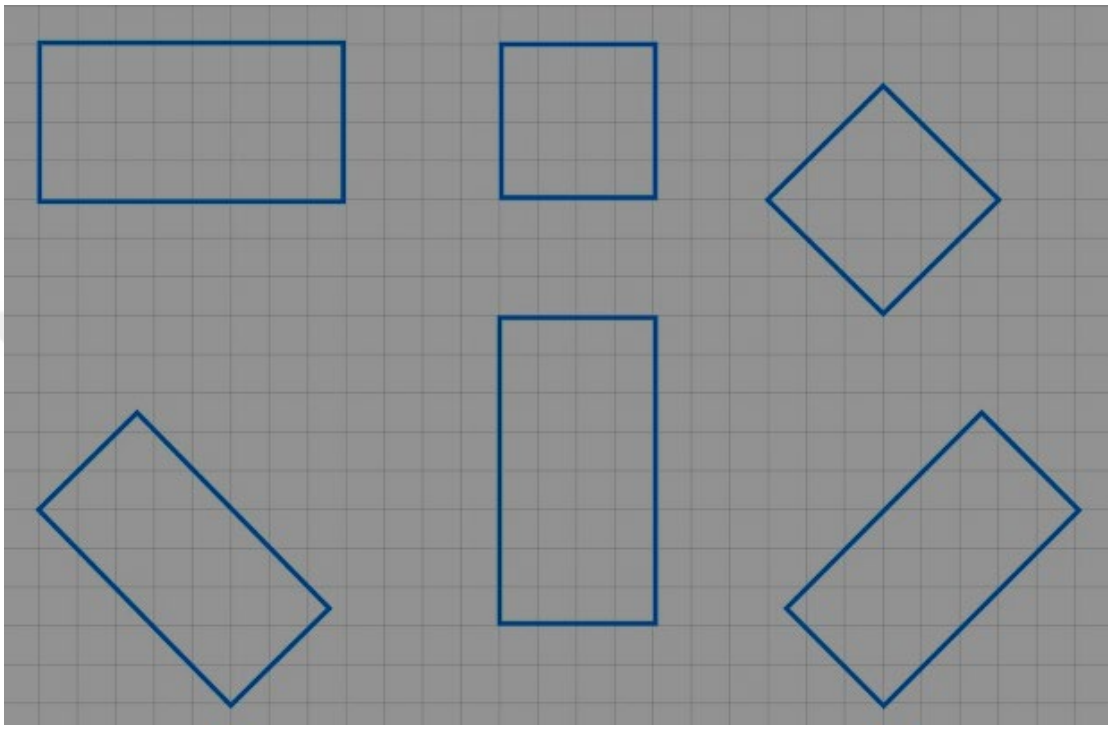
[Bu test içindeki sorulardan, 2. ve 3. sorular, Fischbein ve Nachlieli (1998)'den, 4. ve 9. sorular, Fischbein (1993)'den, 7.soru ise Duval (1998)'den uyarlanmıştır.]

EK 7. ÇOKGEN MUHAKEME FORMU-2 (ÇMF-2)

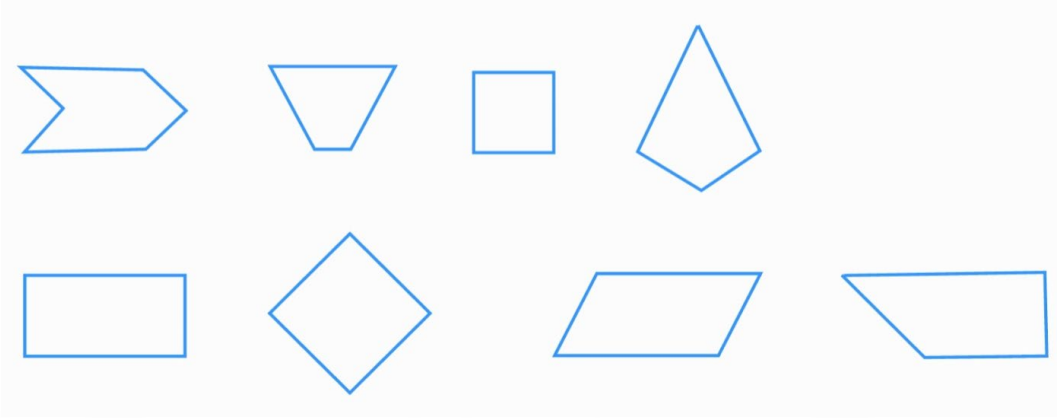
1) Aşağıdaki şekillerin hangisi ya da hangileri dikdörtgendir? İşaretleyiniz, Cevabınızı ayrıntılı olarak açıklayınız ve gerekçenizi yazınız.



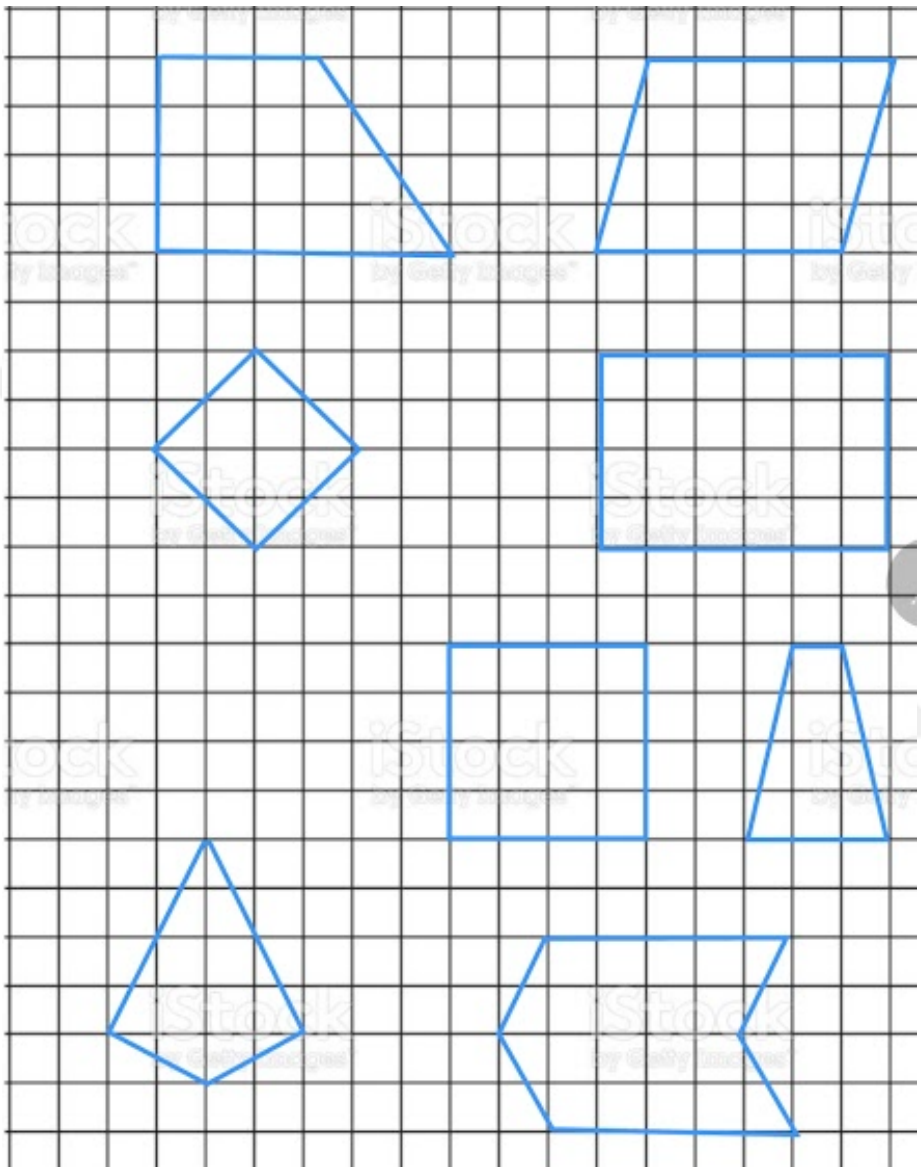
1.a Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgendir? İşaretleyiniz ve Cevabınızı ayrıntılı olarak açıklayınız.



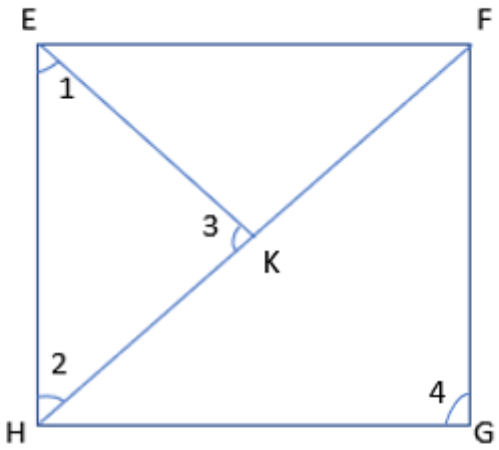
2) Aşağıdaki şekillerden paralelkenar olanları işaretleyiniz. Cevabınızın nedenini ayrıntılı olarak açıklayınız.



2.a Aşağıdaki şekillerden paralelkenar olanları işaretleyiniz. Seçimlerinizi ayrıntılı açıklayınız.



3) Verilen EFGH karesinde, [EK], [FH] 'yi orta noktasından kesmektedir.

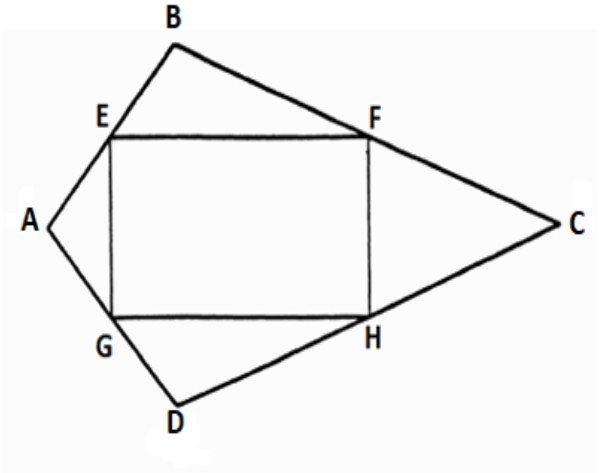


Buna göre;

a) 1 açısı dik açıdır.
b) 3 açısı dik açıdır.
c) 4 açısı dik açıdır.
d) 2 açısı dik açıdır.

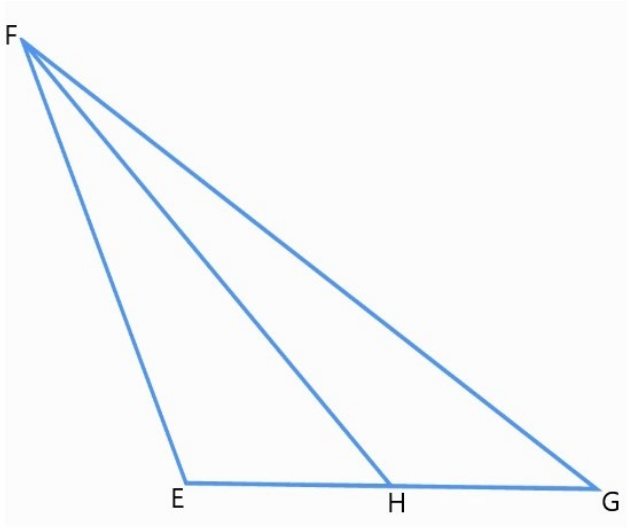
İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur? Her bir şık için gerekçenizi ayrıntılı olarak açıklayınız.

4)



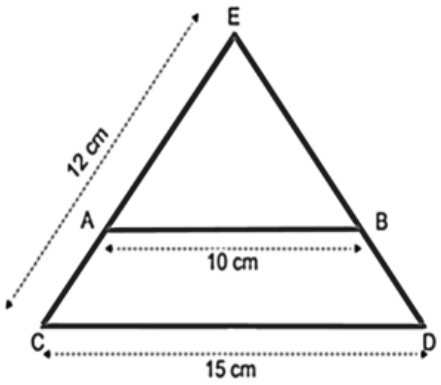
Yukarıdaki ABCD dörtgeninde E, F, G ve H noktaları, bulundukları kenarların orta noktaları ise, EFGH, dikdörtgen, paralelkenar ya da başka bir şekil olarak adlandırılır mı? Şeklin ne olduğunu, nasıl belirlersiniz? Ayrıntılı olarak, çizerek ve göstererek açıklayınız.

5) Verilen üçgende, FH bir yükseklik midir? Nedeni ile birlikte Açıklayınız.



Yukarıdaki üçgen için EG kenarına ait yüksekliği çiziniz.

6)Aşağıdaki şekilde, ABDC yamuktur. BD uzunluğunu bulunuz. Cevabınız için yürüttüğünüz geometrik düşünceyi açıklayınız.

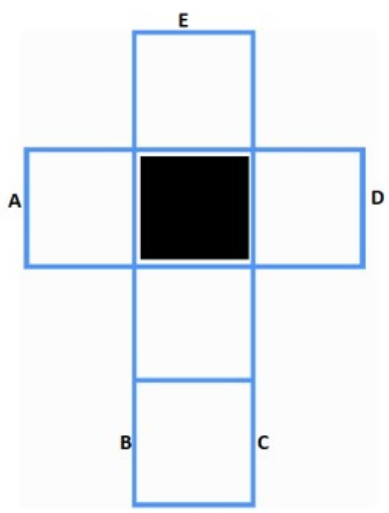


Yukarıdaki şekilde, ABDC'nin ikizkenar yamuk olup olmaması, cevabınızı değiştirir miydi? Bu durum cevabınızı nasıl etkilerdi? Açıklayınız.

7) Bir üçgen çiziniz. Bu üçgenin içerisinde, iki köşesi, çizdiğiniz üçgenin iki kenarı üzerinde, bir kenarı ise, üçgenin üçüncü kenarı üzerinde olacak şekilde bir dörtgen oluşturunuz. Şekli nasıl inşa ettiğinizi ayrıntılı olarak açıklayanız. Üçgenin içerisine çizdiğiniz dörtgen hakkında ne söyleyebilirsiniz? Sizce, üçgenin içine yerleştirdiğiniz şekil bir dikdörtgen, kare, paralelkenar ya da yamuk olur mu? Bunlardan hangileri çizilebilir? Oluşturduğunuz şekli ya da şekilleri çizerek gösteriniz ve açıklayınız.

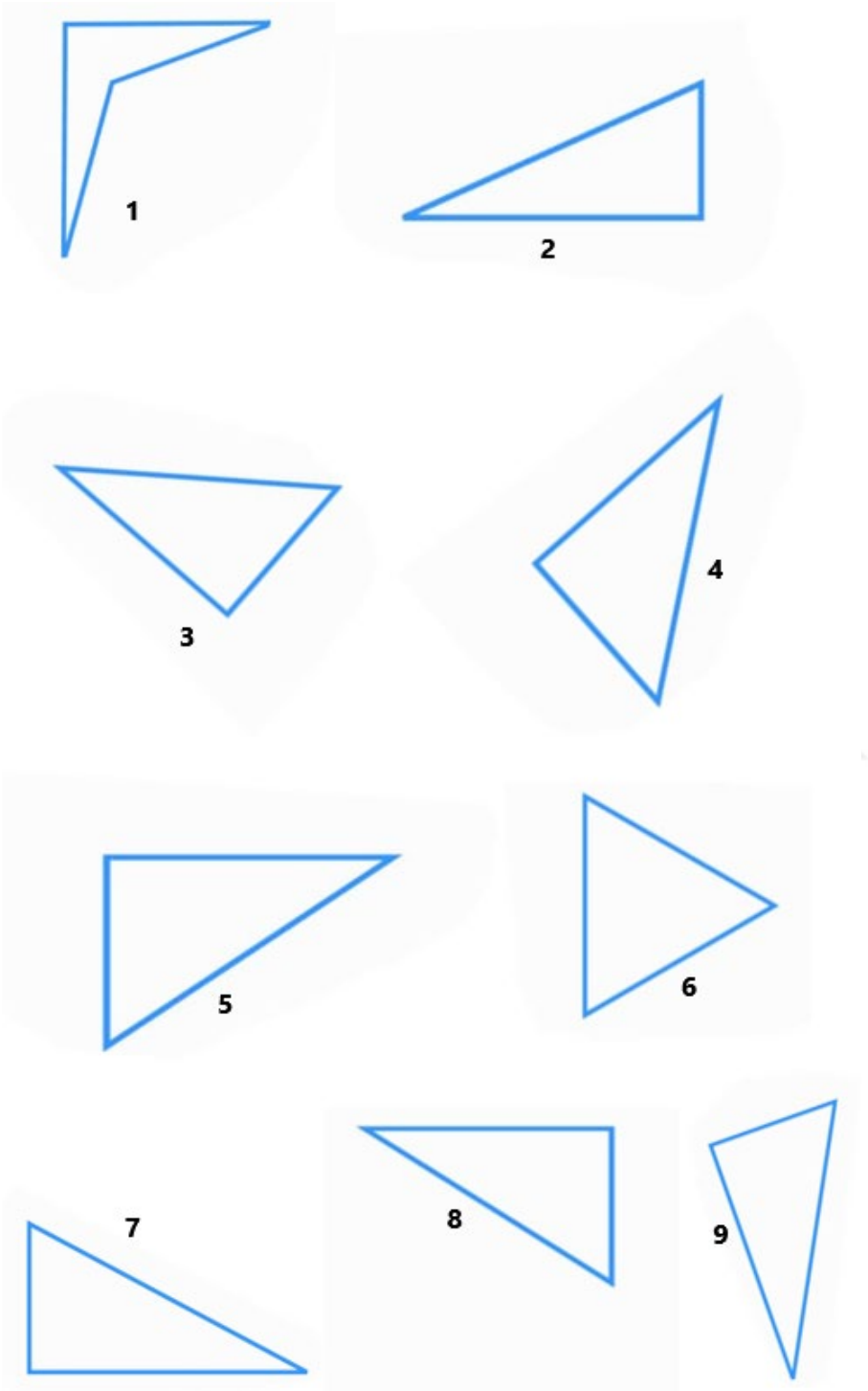
8) Bir dikdörtgen düşünün. Her bir kenarın orta noktalarını işaretleyin. Ardışık kenarların orta noktalarını birleştirdiğinizde, dikdörtgen içinde oluşan şekil hakkında ne söyleyebilirsiniz? Şekli çizerek gösteriniz ve ayrıntılı olarak açıklayınız.

9)



Yukarıdaki karelerden oluşan şekil, bir küpün açık halidir. Boyalı alan küpün tabanı olacak şekilde kapatıldığında, verilen kenarlardan (A, B, C, D, E) hangileri birbiri ile üst üste gelir? Yanıtınızı ve nasıl düşündüğünüzü ayrıntılı olarak açıklayınız.

10)

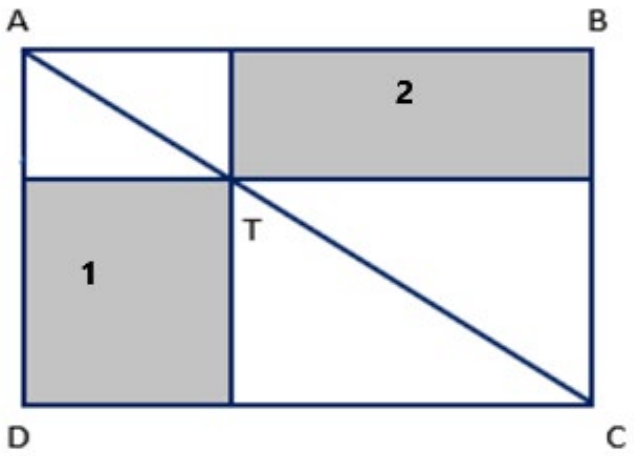


Yukarıdaki üçgenlerden hangisi ya da hangileri dik üçgendir? İşaretleyiniz ve cevabınız için gerekçenizi ayrıntılı olarak yazınız.

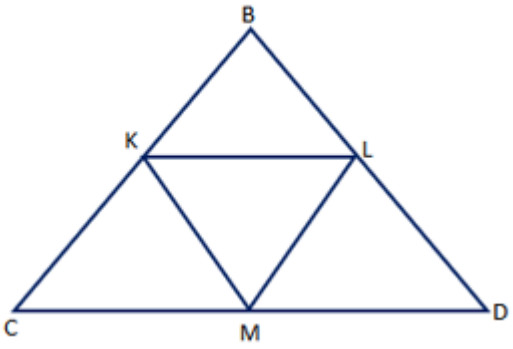
[Bu test içindeki sorulardan 1. Soru Duval (1995)'den, 3.soru Karpuz (2018)'den, 4.soru Duval (1998)'den, 8. Soru ise Duval (1999)'dan uyarlanmıştır.]

EK 8. ÇOKGEN MUHAKEME FORMU-3 (ÇMF-3)

1) ABCD dikdörtgeninde, [AC] köşegen olmak üzere, taralı dikdörtgensel bölgelerin alanlarını karşılaştırınız. Çözümünüzü çizerek ve ayrıntılı şekilde ifade ederek açıklayınız.



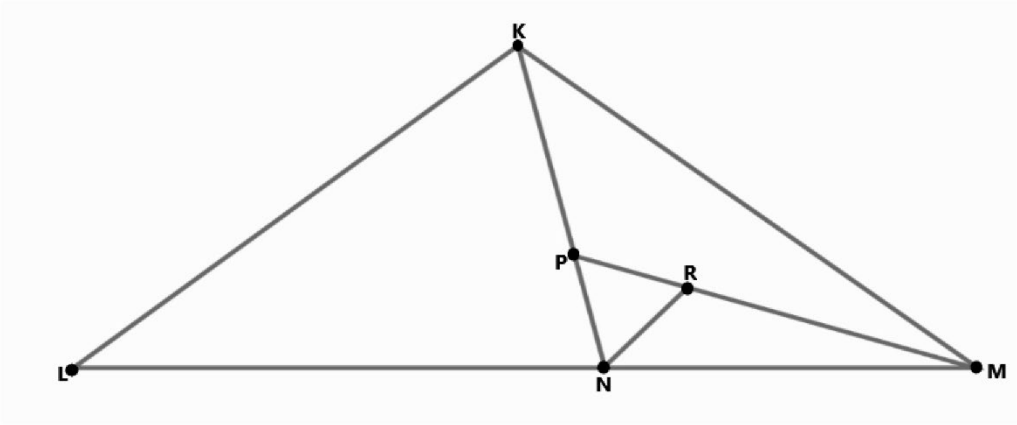
2)



a) Yukarıda verilen BCD üçgenini inceleyiniz. Sizce, verilen şekil kaç boyutludur?

b) Yukarıdaki şekilde gördüğünüz çokgenler nelerdir? Köşe noktaları ile birlikte hepsini yazınız ve isimlendiriniz.

3)



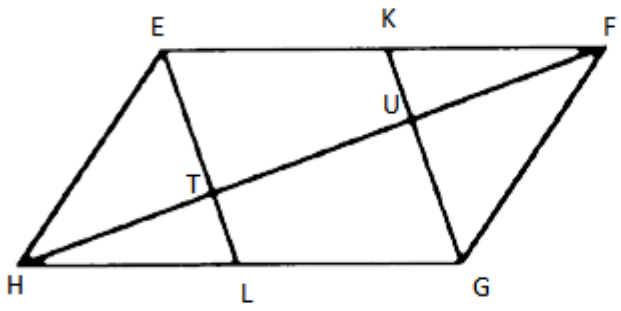
Yukarıda verilen KLM üçgenini inceleyiniz.

a) Buna göre, verilen şekil, kaç boyutludur?

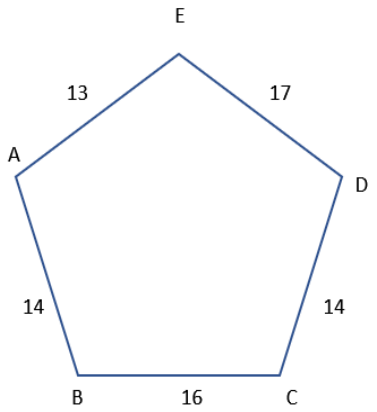
b) Verilen şekil, hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır? Gördüğünüz şekilleri köşe noktaları ile birlikte yazınız ve isimlendiriniz.

c)Yukarıdaki şeklin içinde, üçgenler haricinde başka çokgen var mıdır? Eğer varsa, köşe noktaları ile birlikte yazınız.

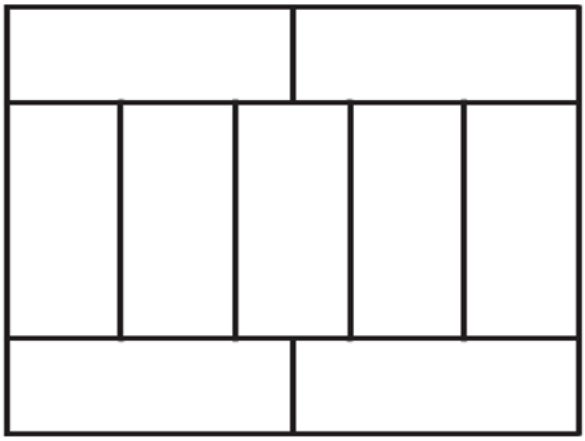
4)Aşağıdaki, EFGH paralelkenarında, K ve L kenarların orta noktalarıdır. Buna göre, HT, TU ve UF parçalarının uzunluklarını kıyaslayınız. (Çözümünüzü çizerek gösteriniz ve ayrıntılı olarak açıklayınız)



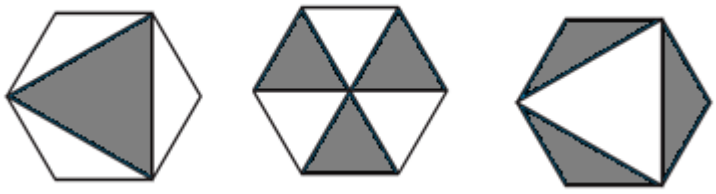
5) Her çember, aynı kenardaki çembere teğet olmak üzere, aşağıda verilen beşgende merkezleri A, B ,C, D, E olan beş çember çiziliyor. En büyük çemberin merkezi hangi nokta olur? Çizerek açıklayınız.



6) Büyük bir dikdörtgen, uzun kenarı 10 cm olan 9 tane eş dikdörtgenden oluşmuştur. Buna göre büyük dikdörtgenin çevresi kaç cm'dir?

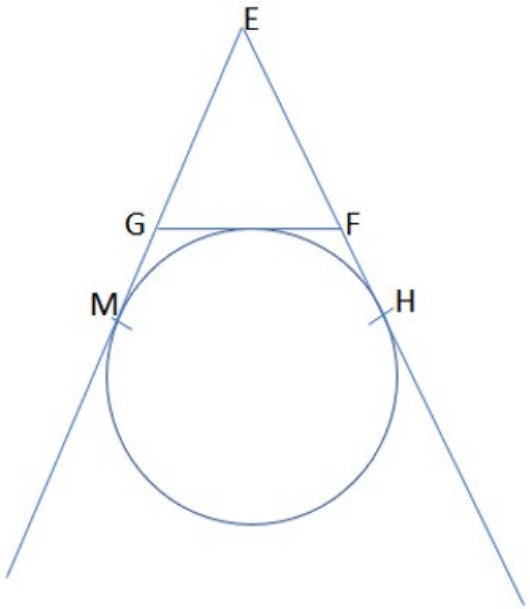


Çözümünüzü ayrıntılı olarak açıklayınız ve gerekçenizi ifade ediniz.



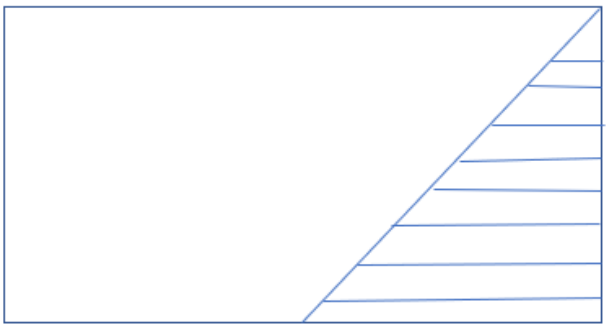
7) Yukarıda üç tane eş düzgün altıgen verilmiştir. Taralı bölgelerin alanlarını kıyaslayınız. ayrıntılı olarak çözümünüzü açıklayınız.

8)



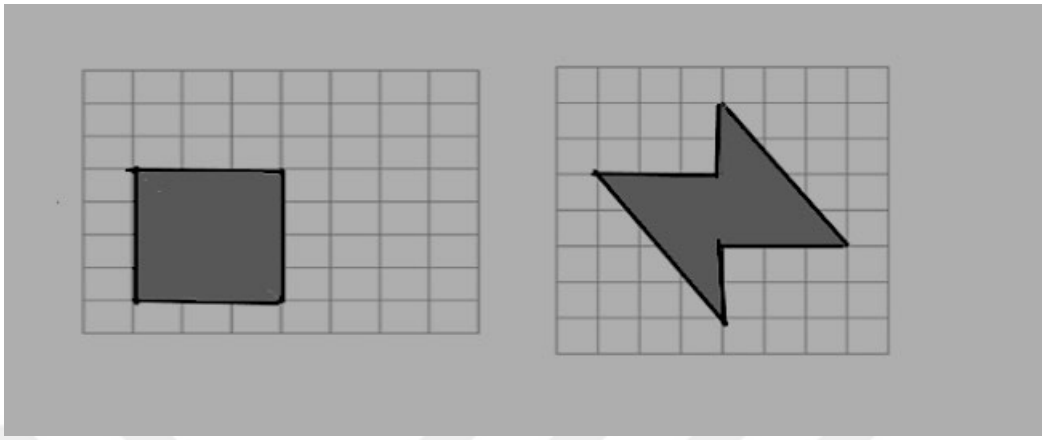
Yukarıdaki verilen şekilde M ve H noktaları, çemberdeki teğet noktalardır. EFG üçgenin çevre uzunluğu ile EM ve EH doğru parçalarının uzunlukları toplamını kıyaslayınız. Çözümünü ayrıntılı olarak (çizerek ve yazılı şekilde ifade ederek) açıklayınız.

9)



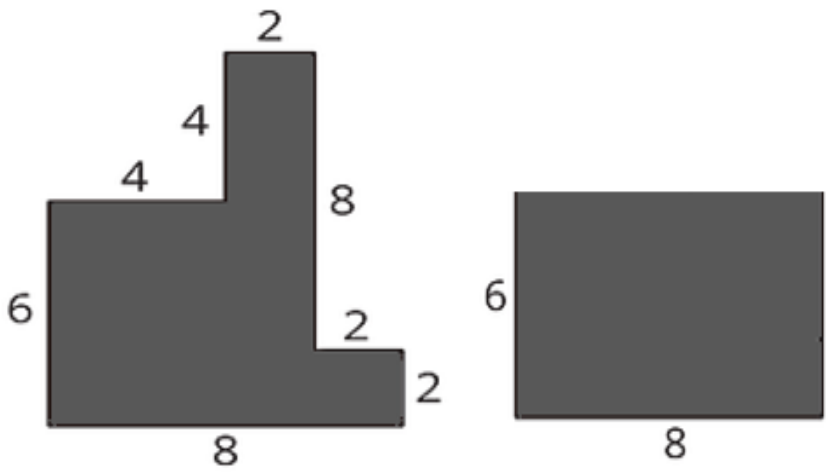
Yukarıda verilen dikdörtgenden, taralı olarak verilen üçgeni kestiğinizi hayal edin. Elde ettiğiniz iki parça şekil ile bir paralelkenar oluşturabilir misiniz? Çözümünüzün nedenini açıklayarak ve çizerek gösteriniz.

10)



Yukarıdaki boyalı bölgelerin alanlarını karşılaştırınız. Çözümünüzü çiziniz ve ayrıntılı olarak açıklayınız.

11)



Yukarıdaki verilen bölgelerin (2. Şekil bir dikdörtgendir) alanlarını karşılaştırınız. Çözümünüzü çizerek, ayrıntılı olarak açıklayınız.

EK 9. ÇOKGEN GÖRÜŞME FORMU (ÇGF)

A) Dörtgenler arasındaki ilişkiler hakkında kısa sorular

- ✓ Her kare aynı zamanda bir dikdörtgen midir? Neden?
- ✓ Her kare aynı zamanda bir yamuk olur mu? Neden?
- ✓ Her eşkenar dörtgen aynı zamanda bir yamuk olur mu? Neden?
- ✓ Her paralelkenar aynı zamanda bir yamuk olur mu? Neden?
- ✓ Her kare aynı zamanda bir eşkenar dörtgen olur mu? Neden?
- ✓ Her dikdörtgen aynı zamanda bir paralelkenar mıdır? Neden?
- ✓ Her kare aynı zamanda bir paralelkenar olur mu? Neden?
- ✓ Yamuk denildiğinde, kenarları birbirinden farklı mı olmalıdır? Sizce böyle bir şart ya da kural var mıdır? Bir şeklin yamuk olması için ne gereklidir?

B) Beşgen ve Altıgeni alt parçalara ayırmaya ilişkin sorular

- ✓ Bir düzgün altıgen çizebilir misin? Bu şekli altı eş üçgene nasıl ayırırsın? Bu üçgenler ne tür üçgenlerdir?
- ✓ Düzgün altıgen iki eş yamuğa ayrılır mı? Ayrılırsa nasıl ayrılır?
- ✓ Düzgün altıgen bir dikdörtgen ve iki eş üçgene ayrılabilir mi? Ayrılırsa nasıl ayrılır?
- ✓ Düzgün beşgenin tüm köşegenleri ile bir yıldız şekli oluşturabilir misin? Bu şekil içinde en ortada oluşan şekil ne olur?
- ✓ Düzgün beşgeni tek bir doğruyla (tek bir çizimle) iki eşit parçaya nasıl ayırırsın? Oluşan parçalar hakkında ne söyleyebilirsin?

EK 10. GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU

Mustafa AKDEMİR tarafından yürütülen "Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi" başlıklı **araştırmaya** davet edilmiş bulunuyorsunuz. Bu araştırmaya katılıp katılmama kararını vermeden önce, araştırmanın neden ve nasıl yapılacağını bilmeniz gerekmektedir. Bu nedenle bu formun okunup anlaşılması büyük önem taşımaktadır. Eğer anlayamadığınız ve sizin için açık olmayan şeyler varsa, ya da daha fazla bilgi isterseniz sorabilirsiniz. Bu çalışmaya katılmak tamamen **gönüllülük** esasına dayanmaktadır. Çalışmaya **katılmama** veya katıldıktan sonra herhangi bir anda çalışmadan **çıkma** hakkında sahipsiniz. **Çalışmayı yanıtlamanız, Araştırmaya katılım için onam verdiğiniz** biçiminde yorumlanacaktır. Size verilen **formlardaki** soruları yanıtlarken kimsenin baskısı veya telkini altında olmayın. Bu formlardan elde edilecek bilgiler tamamen araştırma amacı ile kullanılacaktır.

Araştırmayla İlgili Bilgiler:

Araştırmanın Amacı: Geometrik Muhakeme'ye bilişsel yaklaşımlar temelinde ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki geometrik düşünme biçimlerini ortaya çıkarmak ve ortaya çıkan sonuçların yorumlanarak öğrenme süreçlerinin gelişimine, planlanmasına ve bu konudaki güçlüklerin tespitine katkıda bulunulması amaçlanmaktadır.
Araştırmanın Nedeni: □ Bilimsel araştırma xTez çalışması
Araştırmanın Öngörülen Süresi: Bir eğitim-öğretim yılı
Araştırmanın Yapılacağı Yer(ler): Karaman ilinin Merkez ilçesinde MEB'e bağlı olan Mevlana Ortaokulu.

Çalışmaya Katılım Onayı:

"Yukarıda yer alan ve araştırmadan önce gönüllüye / katılımcıya verilmesi gereken bilgileri gösteren Aydınlatılmış Onam Formu adlı metni kendi anadilimde okudum ya da bana okunmasını sağladım. Bu bilgilerin içeriği ve anlamı, yazılı ve sözlü olarak açıklandı. Aklıma gelen bütün soruları sorma olanağı tanındı ve sorularıma doyurucu cevaplar aldım. Çalışmaya katılmadığım ya da katıldıktan sonra çekildiğim durumda, hiçbir yasal hakkımdan vazgeçmiş olmayacağım. Bu koşullarla, söz konusu araştırmaya hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın gönüllü olarak katılmayı kabul ediyorum. Bu metnin imzalı bir kopyasını aldım."

Katılımcının (Kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı:.....

İmzası:

(Varsa) Velayet veya Vesayet Altında Bulunanlar İçin;

Veli veya Vasisinin (kendi el yazısı ile)

Adı-Soyadı:.....

İmzası:

Not: *Bu form, iki nüsha halinde düzenlenir. Bu nüshalardan biri imza karşılığında gönüllü kişiye verilir, diğeri araştırmacı tarafından saklanır.*

EK 11. EBEVEYN ONAM FORMU

Sayın Ebeveyn;

Bu çalışma, Geometrik Muhakemeye bilişsel yaklaşımlar temelinde ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki geometrik düşünme biçimlerini ortaya çıkarmak ve ortaya çıkan sonuçların yorumlanarak öğrenme süreçlerinin gelişimine, planlanmasına ve bu konudaki güçlüklerin tespitine katkıda bulunulması amacıyla planlanmıştır. Bu çalışmada çocuğunuza toplam 28 açık uçlu sorudan oluşan üç araştırma formu ve yarı yapılandırılmış bir mülakat formu uygulanacaktır. Çocuğunuzun araştırmaya katılımı sizin olur vermenize ve çocuğunuzun isteğinize bağlıdır. Araştırma sürecinde istediğiniz zaman, bir cezaya ya da yaptırıma maruz kalmaksızın ve hiçbir hakkınızı kaybetmeksizin, çocuğunuzun araştırmaya katılmasını reddedebilir veya çocuğunuzu araştırmadan çekebilirsiniz. Çocuğunuzu ve sizi ortaya koyacak kayıtlar gizli tutulacaktır; kamuoyuna açıklanamaz; araştırma sonuçlarının yayımlanması halinde bile kimliğiniz gizli kalacaktır.

Araştırma Süresince 24 saat ulaşılabilecek kişi Adı / Soyadı / Telefonu:

MUSTAFA AKDEMİR

GÖNÜLLÜ OLURU

"Bilgilendirilmiş Gönüllü Olur Formundaki tüm açıklamaları okudum. Bana, yukarıda konusu ve amacı belirtilen araştırma ile ilgili yazılı ve sözlü açıklama, aşağıda adı belirtilen sorumlu araştırmacı tarafından yapıldı. Araştırmaya çocuğumun gönüllü olarak katıldığını, istediğimiz zaman gerekçeli veya gerekçesiz olarak araştırmadan ayrılabileceğini ve kendi isteğimize bakılmaksızın araştırmacı tarafından araştırma dışı bırakılabileceğimi biliyorum. Söz konusu araştırmaya, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın çocuğumun benim rızamla katılmasını kabul ediyorum."

Ebeveyn Adı Soyadı :

İmzası :

Tarih :

Açıklamaları Yapan Kişinin Adı Soyadı : MUSTAFA AKDEMİR

İmzası :

Tarih :

Yasal Temsilcinin Adı Soyadı (gerekiyorsa):

İmzası :

Tarih :