ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMLARINDA SÜSLEMELER ARACILIĞIYLA GEOMETRİK KAVRAMLARI ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMLARINDA SÜSLEMELER ARACILIĞIYLA GEOMETRİK KAVRAMLARI ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Habip Mehmet SEVGİ

DOKTORA TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Şubat 2025

Eskişehir

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Habip Mehmet SEVGİ'nin "ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMLARINDA SÜSLEMELER ARACILIĞIYLA GEOMETRİK KAVRAMLARI ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ" başlıklı tezi 10/01/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik Eğitimi Ana Bilim dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

		Ünvanı Adı Soyadı	**İmza**
Üye (Danışman)	**:**	**Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE**	**.....**
Üye	**:**	**Prof. Dr. Dilek TANIŞLI**	**.....**
Üye	**:**	**Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN**	**.....**
Üye	**:**	**Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ**	**.....**
Üye	**:**	**Doç. Dr. Candaş UYGAN**	**.....**

Prof. Dr. Nafiz Öncü CAN

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMLARINDA SÜSLEMELER ARACILIĞIYLA GEOMETRİK KAVRAMLARI ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Habip Mehmet SEVGİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Şubat 2025

Danışman: Prof. Dr., Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın genel amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla çeşitli geometrik kavramlarındaki gelişimi incelemektir. Nitel türdeki bu çalışmada öğretim deneyi modeli kullanılmıştır. Araştırma Konya iline bağlı Akşehir ilçesinde sosyo-ekonomik durumu orta-düşük seviyedeki bölgede yer alan bir devlet ortaokulunda 15 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler arasından, yedi öğrenci odak katılımcılar olarak seçilmiştir. Odak katılımcılarla uygulama öncesi yarı yapılandırılmış yapılmıştır. Çalışma kapsamında öğrencilere öncelikle 5 hafta süren GeoGebra dinamik geometri programı tanıtımı yapılmıştır. Ardından öğrencilere süslemelerle ilgili 15 hafta öğretim uygulanmıştır. Çalışma yaprakları eşliğinde bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilen öğretimlerde öğrencilerin öncelikle süsleme fotoğrafını incelemeleri istenmektedir. Ardından öğrencilerin süslemeyi örüntü blokları ile oluşturması, GeoGebra'da inşa etmesi beklenmektedir. En son süslemeyi noktalı/izometrik kâğıda çizen öğrencinin süslemedeki tekrar birimini, bir köşe noktasındaki açılar arasındaki ilişkiyi ve süslemedeki dönüşümleri söylemesi istenmektedir. Her bir öğretim sonunda öğrencinin o günkü süreç ile ilgili günlük tutması zorunludur. Öğretimler esnasında sınıf video kaydı ve odak öğrencilerinin bilgisayar video kaydı alınmaktadır. Ayrıca öğretim süreçlerini yürüten araştırmacı da haftalık günlük tutmaktadır. Bu sayede olası veri kaybı minimuma

düşürülmeye çalışılmıştır. 14. haftada ise öğrencilerin yaşam alanlarından bir süsleme örneğini belirleyip inşa edecekleri gezi etkinliği gerçekleştirilmiştir. Bu öğretim haftasında öğrencilerin matematikle kültür arasında ilişki kurmaları beklenmiştir. Öğrenciler tarihi Akşehir sokaklarında gezip süsleme örnekleri belirlemişler ve bilgisayarda süslemelerini inşa etmişlerdir. 15. haftada ise öğrenciler kişiye özgü bir süsleme inşa etmeye çalışmışlardır. Öğretim süreci bitiminde odak öğrencilerle son görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerin ön görüşme ve son görüşme verileri karşılaştırıldığında uygulama sonrasında kavram bilgilerinin geliştiği, çokgen oluşturmadaki eksiklerini çoğunlukla giderdikleri, geometrik dönüşüm bilgilerinde ve süsleme analiz süreçlerinde ilerleme kaydettikleri görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Süslemeler, Etnomatematik, Öğretim deneyi, Dinamik geometri yazılımı.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS' LEARNING PROCESSES OF GEOMETRIC CONCEPTS THROUGH TESSELLATIONS IN DYNAMIC GEOMETRY ENVIRONMENTS

Habip Mehmet SEVGİ

Department of Mathematics and Science Education

Programme in Mathematics Education (PhD)

Graduate School of Anadolu University, February 2025

Supervisor: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The general purpose of this research is to examine the development of secondary school 8th grade students' various geometric concepts through geometric decorations created in dynamic geometry environments. In this qualitative study, the teaching experiment model was used. The research was conducted with 15 students from a public middle school located in a socio-economically mid-to-low-level area in Akşehir, a district of Konya. Among these students, seven students were selected as focus participants. Semi-structured interviews were conducted with the focus participants before the application. Within the scope of the study, the students were first introduced to the GeoGebra dynamic geometry program, which lasted 5 weeks. Then, students were taught about decorations for 15 weeks. In the teaching carried out in the computer laboratory accompanied by worksheets, students are first asked to examine the ornament photo. Then, students are expected to create the ornament with pattern blocks and construct it in GeoGebra. The student who draws the last ornament on dotted/isometric paper is asked to state the repetition unit in the ornament, the relationship between angles at a corner point and the transformations in the ornament. At the end of each teaching session, the student is required to keep a diary about that day's process. During the teaching sessions, classroom video recordings and computer video recordings of the focus students are taken. In

addition, the researcher, who conducts the teaching processes, keeps a weekly diary. In this way, possible data loss has been reduced. In the 14th week, a field trip activity was held in which students would identify and build an example of decoration from their living spaces. This teaching week, students were expected to establish a connection between mathematics and culture. Students walked around the historical streets of Akşehir, identified examples of decorations and built their decorations on the computer. In the 15th week, students tried to build an original decoration. At the end of the teaching process, final interviews were held with the focus students.

When the pre-interview and post-interview data of the students were compared, it was seen that their conceptual knowledge improved after the application, they mostly eliminated their deficiencies in creating polygons, and progress was made in their geometric transformation knowledge and ornament analysis processes.

Keywords: Tessellations, Ethnomathematics, Teaching experiment, Dynamic geometry software.

07/02/2025

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "Bilimsel İntihal Tespit Programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

.....

(İmza)

Habip Mehmet SEVGİ

07/02/2025

STATEMENT OF COMPLIANCE WITH ETHICAL PRINCIPLES AND RULES

I hereby truthfully declare that this thesis/dissertation is an original work prepared by me; that I have behaved in accordance with the scientific ethical principles and rules throughout the stages of preparation, data collection, analysis and presentation of my work; that I have cited the sources of all the data and information that could be obtained within the scope of this study, and included these sources in the references section; and that this study has been scanned for plagiarism with "Scientific Plagiarism Detection Program" used by Anadolu University, and that "it does not have any plagiarism" whatsoever. I also declare that, if a case contrary to my declaration is detected in my work at any time, I hereby express my consent to all the ethical and legal consequences that are involved.

.....

(Signature)

Habip Mehmet SEVGİ

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim boyunca bana bilimsel anlamda ve öğretmenlik mesleği alanında katkılar sağlayan, karşılaştığım olumsuzluklarda bana umut veren ve cesaretlendiren, pozitif yaklaşımı ile akademik gelişimime yön veren, her daim saygı duyduğum, örnek aldığım çok kıymetli danışmanım Sayın Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye minnettarım. Akademik hayatımdaki en büyük şanslarımdan biri sizsiniz, doktora sürecimde her zaman yanımda olup varlığınızı hissettirdiğiniz ve bana bu süreçte danışmanlık yaptığınız için çok teşekkür ederim.

Tez izleme komiteleri ve savunma jürime katılarak değerli yorum ve önerileriyle tezime katkı sağlayan her zaman görüşlerini çok önemsediğim çok değer verdiğim Sayın Prof. Dr. Dilek TANIŞLI hocama teşekkür ederim.

Tez izleme komitelerimin tümüne katılan ancak üniversiteden emekli olduğu için tez savunma toplantısında bulunamayan değerli yorum ve önerileriyle tezime katkı sağlayan ve manevi olarak beni destekleyen, motive eden Sayın Dr. Öğr. Üyesi Özlem ESEN hocama teşekkür ederim.

Tez savunma jürime katılarak önemli görüş ve değerlendirmeleri ile ufkumu açan Sayın Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ, Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜHNAN ve Doç. Dr. Candaş UYGAN hocalarıma da sonsuz teşekkür ederim. İyi ki sizleri tanıdım hocalarım.

Tez konum olan geometrik desenlerle ilgili çok kıymetli çalışmaları olan, bu çalışmalarından istifade ettiğim ve tezimdeki süsleme örneklerini seçme noktasında kendisinden destek aldığım Sayın Dr. Serap EKİZLER SÖNMEZ hocama teşekkür ederim.

İlkokul yıllarımda, sınıf öğretmenim sayın Meral KONAR hocamın kıymetli yönlendirmesi ile başlayan matematik sevdamda bugünlere gelmemde üzerimde emeği olan tüm ortaokul ve lise öğretmenlerime, üniversitedeki hocalarıma teşekkür ederim.

Uygulama okulunda iki yıl boyunca bana her konuda destek olan, işlerimi kolaylaştıran o dönem okul müdürü olan Sayın Ömer ARHAN'a, müdür yardımcısı Sayın Mehmet AKYURT'a ve kıymetli öğrencilerime teşekkür ederim.

Doktora öğrenim sürecinde sağladığı burs ile bana maddi destek veren Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) Bilim İnsanı Destek Programları Başkanlığı'na teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın her döneminde sevgi ve desteklerini hissettiğim, emeklerini hiçbir şekilde ödeyemeyeceğim canım annem Ayşe SEVGİ, canım babam Ahmet SEVGİ ve değerli ağabeyim Fatih SEVGİ'ye hep yanımda oldukları için tüm kalbimle teşekkür ederim.

Benimle birlikte mücadele eden, her zaman yanımda olan, zor anlarımda varlığıyla hayatımı anlamlandıran, sevgisini her daim hissettiğim canım eşim Tuba SEVGİ'ye sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak bu süreçte kendilerine yeterince vakit ayıramadığım çocuklarım, oğlum Ahmet Eren ve kızım Yaren sizleri çok seviyorum… İyi ki varsınız…

07/02/2025

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI

Bu tez çalışmasının hazırlanması, yürütülmesi, verilerin analizi vb. aşamalarının herhangi birinde üretken yapay zekâ programlarından yaralanmadığımı beyan ederim.

Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

.....

(İmza)

Habip Mehmet SEVGİ

07/02/2025

DECLARATION OF GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE USAGE

I declare that I have not used generative artificial intelligence programs at any stage of the preparation, execution, data analysis, etc. of this study.

I also declare that, if a case contrary to my declaration is detected in my work at any time, I hereby express my consent to all the ethical and legal consequences that are involved.

.....

(Signature)

Habip Mehmet SEVGİ

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI……İ

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI..... İİ

ÖZET. ..... İİİ

ABSTRACT..... V

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ..... Vİİ

STATEMENT OF COMPLIANCE WITH ETHICAL PRINCIPLES AND RULES ……Vİİİ

TEŞEKKÜR .....İX

ETİK KURUL BEYANNAMESİ .....HATA! YER İŞARETİ TANIMLANMAMIŞ.

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI .....Xİ

DECLARATION OF GENERATIVE ARTIFICIAL INTELLIGENCE USAGE ……..Xİİ

1 GİRİŞ 1

1.1 Problem Durumu 1

1.2 Araştırmanın Amacı 5

1.3 Araştırmanın Önemi..... 5

1.4 Sınırlılıklar..... 12

1.5 Tanımlar 12

1.6 Kavramsal Çerçeve 13

1.6.1 Örüntü..... 13

1.6.2 Süsleme..... 14

1.6.2.1 İslami Geometrik Süslemeler 22

1.6.3 Dinamik Geometri Ortamları 26

1.6.4 İlgili Araştırmalar 29

2 YÖNTEM 34

2.1 Araştırma Deseni..... 34

2.2 Araştırmanın Katılımcıları 35

2.3 Araştırmacının Rolü 36

2.4 Araştırma Ortamı 37
2.5 Veri Toplama Araçları 40
2.5.1 Video kayıtları 40
2.5.2 Ön-Son Görüşme 42
2.5.3 Çalışma Kâğıtları 45
2.5.4 Araştırmacı/Öğrenci Günlükleri 45
2.6 Araştırma Süreci 46
2.6.1 Pilot çalışma 46
2.6.2 Esas çalışma 50
2.7 Araştırma Verilerinin Analizi 51
2.8 Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları 53
3 BULGULAR 55
3.1 Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Ön Görüşmelerin Analizi 55
3.1.1 Kavramlar 55
3.1.2 Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama 63
3.1.3 Çokgen oluşturma / çizme 68
3.1.4 Dönüşümler-1 (Dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, simetri) 80
3.1.5 Dönüşümler-2 (Simetrik şekillerde simetri doğrusunu belirleme, dikey-yatay eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini çizme) 89
3.1.6 Dönüşümler-3 (öteleme ve noktaya göre simetri) 114
3.1.7 Etnomatematik 125
3.1.8 Süslemeler (Örüntü blokları ile süsleme oluşturma, periyodik süsleme analizi, periyodik olmayan süsleme analizi) 127
3.2 Öğretim Süreci 153
3.2.1 Öğretim haftası 1 154
3.2.1.1 Analiz aşaması 155
3.2.1.2 Oluşturma aşaması 157
3.2.1.3 Çizim aşaması 161
3.2.1.4 Sorgulama aşaması 162

3.2.2 Öğretim haftası 2 ..... **166**
3.2.2.1 Analiz aşaması **167**
3.2.2.2 Oluşturma aşaması **170**
3.2.2.3 Çizim aşaması **175**
3.2.2.4 Sorgulama Aşaması **176**
3.2.3 Öğretim haftası 4 ..... **180**
3.2.3.1 Analiz aşaması **181**
3.2.3.2 Oluşturma aşaması **183**
3.2.3.3 Çizim aşaması **194**
3.2.3.4 Sorgulama aşaması **195**
3.2.4 Öğretim Haftası 7 ..... **200**
3.2.4.1 Analiz aşaması **201**
3.2.4.2 Oluşturma aşaması **203**
3.2.4.3 Çizim aşaması **212**
3.2.4.4 Sorgulama aşaması **215**
3.2.5 Öğretim haftası 10 ..... **225**
3.2.5.1 Analiz aşaması **226**
3.2.5.2 Oluşturma aşaması **228**
3.2.5.3 Çizim aşaması **242**
3.2.5.4 Sorgulama aşaması **242**
3.2.6 Öğretim Haftası 15 ..... **248**
3.2.6.1 Analiz aşaması **250**
3.2.6.2 Oluşturma aşaması **250**
3.2.6.3 Çizim aşaması **265**
3.2.6.4 Sorgulama aşaması **266**
3.3 Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Son Görüşmelerin Analizi **270**
3.3.1 Kavramlar **270**
3.3.2 Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama **277**
3.3.3 Çokgen Oluşturma / Çizme **291**

3.3.4 Dönüşümler-1 (Dönüşüm Bilgisi, Yansıma, Öteleme, Simetri) 299

3.3.5 Dönüşümler-2 (Simetrik şekillerde simetri doğrusunu belirleme, dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini çizme) 313

3.3.6 Dönüşümler-3 (öteleme ve noktaya göre simetri) 336

3.3.7 Etnomatematik 352

3.3.8 Süslemeler (Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma, Periyodik Süsleme Analizi, Periyodik Olmayan Süsleme Analizi) 354

4 SONUÇ 375

5 TARTIŞMA 390

6 ÖNERİLER 395

KAYNAKÇA 397

EKLER

ÖZ GEÇMİŞ

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1 Geometriksel Figürlerin Sanata Yansıması 1

Şekil 1.2 Düzenli Süsleme Örnekleri 15

Şekil 1.3 Yarı Düzenli Süsleme Örnekleri 16

Şekil 1.4 Kenar Kenara Süslemelere Örnekler 16

Şekil 1.5 Duvar kâğıdı grupları için beş olası kafes tipi 17

Şekil 1.6 p1 grubuna ait süsleme 18

Şekil 1.7 pm grubuna ait süsleme 19

Şekil 1.8 pmm simetri grubuna ait süsleme 19

Şekil 1.9 On yedi simetri grubundan örnekler 21

Şekil 1.10 Bir simetri grubunun matematiksel analizi 21

Şekil 1.11 Taç Mahal 22

Şekil 1.12 Alhambra 23

Şekil 1.13 İstanbul Şehzade Camii ve Sultan Ahmet Camii'nden örnekler 23

Şekil 1.14 Süslemenin oluşumu ve analizi 24

Şekil 1.15 Ebu'l Vefa'nın yedigen çizimi verdiği yaklaşık konstrüksiyon 25

Şekil 1.16 GeoGebra Klasik 5 ara yüzü 27

Şekil 2.2 Ana Uygulamanın Gerçekleştirildiği Bilgisayar Laboratuvarının Krokisi ve Öğrencilerin Oturma Düzeni 39

Şekil 2.1 Araştırma süreci 46

Şekil 3.2.1 Süsleme Etkinliklerine Ait Öğretim Döngüsü 154

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.2.1 Esas Çalışmadaki Öğrencilere Ait Bazı Bilgiler 36

Tablo 2.5.1.1 Öğretim Dizilerine Ait Video Kayıt Bilgileri 41

Tablo 2.5.2.1 Odak Öğrencilerle Yapılan Görüşme Süreleri 44

Tablo 2.6.2.1 Öğretim Haftalarında Ele Alınan Geometrik Kavramlar 51

Tablo 3.1.1 Odak Öğrencilerin Çokgen Kavramı ile İlgili Ön Bilgileri 56

Tablo 3.1.2 Odak Öğrencilerin Düzgün Çokgen Kavramı ile İlgili Ön Bilgileri 57

Tablo 3.1.3 Odak Öğrencilerin Üçgenin Yardımcı Elemanları ile İlgili Ön Bilgileri 60

Tablo 3.1.4 Odak Öğrencilerin Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama ile İlgili Ön Bilgileri 64

Tablo 3.1.5 Odak Öğrencilerin Düzgün Beşgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme ile İlgili Ön Bilgileri 65

Tablo 3.1.6 Odak Öğrencilerin Eşkenar Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda Eşkenar Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Ön Bilgileri 69

Tablo 3.1.7 Odak Öğrencilerin İkizkenar Dik Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda İkizkenar Dik Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Ön Bilgileri 72

Tablo 3.1.8 Odak Öğrencilerin Dönüşümlerle İlgili Ön Bilgileri 80

Tablo 3.1.9 Öğrencilerin Simetrik Şekillerde Simetri Doğrularını Belirleme ile İlgili Ön Bilgileri 89

Tablo 3.1.10 Odak Öğrencilerin Şekillerin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 97

Tablo 3.1.11 Odak Öğrencilerin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsünü ve Noktaya Göre Simetriğini Çizme ile İlgili Ön Bilgileri 114

Tablo3.1.12 Odak Öğrencilerin Etnomatematik ile İlgili Ön Bilgileri 125

Tablo3.1.13 Odak Öğrencilerin Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma ile İlgili Ön Bilgilerinin Analizi 127

Tablo 3.1.14 Odak Öğrencilerin Periyodik Süsleme ile İlgili Ön Bilgileri 137

Tablo 3.1.15 Odak Öğrencilerin Periyodik Olmayan Süsleme ile İlgili Ön Bilgileri 149
Tablo 3.2.1 İlk Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri 156
Tablo 3.2.3.1 Dördüncü Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri 182
Tablo 3.2.4.1. Yedinci Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri 202
Tablo 3.2.5.1 Onuncu Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri 227
Tablo 3.3.1 Odak Öğrencilerin Çokgen Kavramı ile İlgili Son Bilgileri 272
Tablo 3.3.2 Odak Öğrencilerin Düzgün Çokgen Kavramı ile İlgili Son Bilgileri 273
Tablo 3.3.3 Odak Öğrencilerin Üçgenin Yardımcı Elemanları ile İlgili Son Bilgileri 275
Tablo 3.3.4 Odak Öğrencilerin Son Görüşmelerdeki Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama ile İlgili Bilgileri 279
Tablo 3.3.5 Odak Öğrencilerin Düzgün Dokuzgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme ile İlgili Son Bilgileri 280
Tablo 3.3.6. Odak Öğrencilerin Eşkenar Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda Eşkenar Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Son Bilgileri 293
Tablo 3.3.7 Odak Öğrencilerin İkizkenar Dik Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda İkizkenar Dik Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Son Bilgileri 297
Tablo 3.3.8 Odak Öğrencilerin Dönüşümlerle İlgili Son Bilgileri 302
Tablo 3.3.9 Öğrencilerin Simetrik Şekillerde Simetri Doğrularını Belirleme ile İlgili Son Bilgileri 314
Tablo 3.3.10 Odak Öğrencilerin Şekillerin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 320
Tablo 3.3.11 Odak Öğrencilerin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsünü ve Noktaya Göre Simetriğini Çizme ile İlgili Son Bilgileri 337
Tablo 3.3.12. Odak Öğrencilerin Etnomatematik ile İlgili Son Bilgileri 353
Tablo3.3.13 Odak Öğrencilerin Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma ile İlgili Son Bilgilerinin Analizi 355
Tablo3.3.14 Odak Öğrencilerin Periyodik Süsleme ile İlgili Son Bilgileri 364

Tablo 3.3.15 Odak Öğrencilerin Periyodik Olmayan Süsleme ile İlgili Son Bilgileri 370

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 2.1 Ana Uygulamanın Gerçekleştirildiği Bilgisayar Laboratuvarından Fotoğraflar 38
Görsel 3.1.1.1 Ramazan'ın Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri 59
Görsel 3.1.1.2 Naz'ın Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri 59
Görsel 3.1.1.3 Dilber'in Açıortay Çizimi 60
Görsel 3.1.1.4 Vedat'ın Kenarortay Çizimi 60
Görsel 3.1.1.5 Vedat'ın Yükseklik Çizimi 61
Görsel 3.1.1.6 Naz'ın açıortay ve kenarortay çizimleri 62
Görsel 3.1.1.7 Naz'ın yükseklik çizimi 63
Görsel 3.1.2.1 Naz ve Hatice'nin Düzgün Beşgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme Çizimleri 64
Görsel 3.1.2.2 Naz'ın, Hatice'nin ve Eylül'ün Düzgün Beşgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri 65
Görsel 3.1.2.3 Vedat, Teslime, Eylül ve Ramazan'ın Düzgün Altıgenin İçerisine Eşkenar Üçgen Yerleştirme ile İlgili Çizimleri 66
Görsel 3.1.2.4 Naz'ın Düzgün Altıgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri 67
Görsel 3.1.2.5 Naz, Vedat, Dilber, Hatice ve Eylül'ün Düzgün Altıgenin İçerisini Eşkenar Üçgenlerle Süsleme Çizimleri 67
Görsel 3.1.2.6 Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Karenin İçine Eşkenar Üçgen Çizimleri 68
Görsel 3.1.3.1 Vedat, Eylül, Dilber, Hatice ve Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 69
Görsel 3.1.3.2 Vedat, Eylül, Dilber, Hatice, Ramazan ve Naz'ın Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgenlerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 70
Görsel 3.1.3 Naz'ın Örüntü bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 71
Görsel 3.1.3.4 Naz'ın Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 72

Görsel 3.1.3.5 Vedat, Hatice, Teslime, Dilber, Naz ve Hatice'nin Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 73
Görsel 3.1.3.6 Vedat, Hatice, Teslime, Dilber, Naz ve Hatice'nin İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 73
Görsel 3.1.3.7 Naz'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 75
Görsel 3.1.3.8 Naz'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 76
Görsel 3.1.3.9 Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 78
Görsel 3.1.3.10 Ramazan'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 78
Görsel 3.1.3.11 Dilber'in Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 79
Görsel 3.1.3.12 Dilber'in İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 79
Görsel 3.1.4.1 Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 81
Görsel 3.1.4.2 Eylül'ün Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 82
Görsel 3.1.4.3 Ramazan, Dilber, Hatice ve Teslime'nin Sağa 3 Birim; Vedat'ın Sağa 5 Birim Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 84
Görsel 3.1.4.4 Naz'ın Örüntü Örnekleri 85
Görsel 3.1.4.5 Naz, Vedat, Hatice ve Eylül'ün Simetri Örnekleri 87
Görsel 3.1.4.6 Dilber ve Teslime'nin Simetri Örnekleri 88
Görsel 3.1.5.1 Naz'ın Karenin Simetri Eksenleri Hakkındaki Çizimleri 91
Görsel 3.1.5.2 Naz'ın İkizkenar Dik Üçgenin Simetri Doğrusu Hakkındaki Çizimi 93
Görsel 3.1.5.3 Naz'ın Dikdörtgenin Simetri Doğruları Hakkındaki Çizimleri 95
Görsel 3.1.5.4 Hatice'nin Dikdörtgenin Simetri Doğruları Hakkındaki Çizimleri 96

Görsel 3.1.5.5 Dilber, Teslime ve Eylül'ün Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 97
Görsel 3.1.5.6 Naz, Vedat ve Hatice'nin Dikey Yansıma Doğrusuna Göre Dörtgenin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 99
Görsel 3.1.5.7 Ramazan, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Simetri Doğrusu ile Çakışık Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 101
Görsel 3.1.5.8 Vedat ve Dilber'in Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 102
Görsel 3.1.5.9 Vedat'ın Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 102
Görsel 3.1.5.10 Hatice ve Eylül'ün Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 104
Görsel 3.1.5.11 Dilber'in Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Çizimi 105
Görsel 3.1.5.12 Naz'ın Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 107
Görsel 3.1.5.13 Ramazan'ın Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 107
Görsel 3.1.5.14 Vedat'ın Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntüsünü Çizimi 108
Görsel 3.1.5.15 Teslime'nin Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 109
Görsel 3.1.5.16 Naz, Ramazan ve Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 110
Görsel 3.1.5.17 Dilber, Hatice ve Teslime'nin Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 110
Görsel 3.1.5.18 Naz'ın Eğik Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 111
Görsel 3.1.5.19 Ramazan'ın Eğik Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 112
Görsel 3.1.5.20 Vedat'ın Eğik Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 113

Görsel 3.1.6.1 Dilber, Teslime ve Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 115
Görsel 3.1.6.2 Vedat'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 116
Görsel 3.1.6.3 Naz'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 117
Görsel 3.1.6.4 Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Çizimi 118
Görsel 3.1.6.5 Hatice'nin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 119
Görsel 3.1.6.6 Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime, Eylül ve Naz'ın Noktaya Göre Simetri Çizimleri 120
Görsel 3.1.6.7 Ramazan'ın Noktaya Göre Simetri Çizimleri 121
Görsel 3.1.6.8 Vedat'ın Noktaya Göre Simetri Çizimleri 122
Görsel 3.1.6.9 Naz'ın Çokgeni Dışındaki Bir Noktaya Göre Yansıtma Görüntüsü Çizimi 125
Görsel 3.1.8.1 Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler 128
Görsel 3.1.8.2 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Eşkenar Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler 130
Görsel 3.1.8.3 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgen Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler 131
Görsel 3.1.8.4 Naz'ın Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Birinci Süsleme Denemesinden Örnekler 134
Görsel 3.1.8.5 Naz'ın Örüntü Blokları ile Oluşturduğu İkinci Süsleme Denemesinden Örnekler 134
Görsel 3.1.8.6 Naz'ın Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Üçüncü Süsleme Denemesi 135
Görsel 3.1.8.7 Naz'ın Düzgün Altıgenlerle Oluşturduğu Süsleme Örneği 135
Görsel 3.1.8.8 Naz'ın Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Süsleme 135
Görsel 3.1.8.9 Naz'ın Örüntü blokları ile Oluşturduğu Üçüncü Süsleme Denemesinden Resimler 136
Görsel 3.1.8.10 Ön Görüşmedeki Periyodik Süsleme Örneği 137
Görsel 3.1.8.11 Naz'ın Periyodik Süslemedeki Tekrar Birimi Hakkındaki Görüşleri 140
Görsel 3.1.8.10 Odak Öğrencilerin Periyodik Süslemedeki Tekrar Birimi Hakkındaki Görüşleri 140

Görsel 3.1.8.11 Naz'ın Yatay Doğruya Göre Yansıtma ile İlgili Çizimleri 141
Görsel 3.1.8.12 Naz'ın Dikey Doğruya Göre Yansıtma ile İlgili Çizimleri 141
Görsel 3.1.8.13 Naz'ın Noktaya Göre Döndürme ile İlgili Çizimleri 142
Görsel 3.1.8.14 Naz'ın Örüntü Blokları Yardımıyla Döndürme Dönüşümü Gösterimi 142
Görsel 3.1.8.15 Vedat ve Dilber'in Süsleme Oluşundaki Dönüşümler Hakkındaki Çizimleri 144
Görsel 3.1.8.16 Teslime'nin Süsleme Oluşundaki Dönüşümler Hakkındaki Açıklamaları 145
Görsel 3.1.8.17 Naz'ın Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açıların Ölçüleri Hakkındaki Görüşü 146
Görsel 3.1.8.18 Dilber'in Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açıların Ölçüleri Hakkındaki Görüşü 147
Görsel 3.1.8.19 Ön Görüşmedeki Periyodik Olmayan Süsleme Örneği 148
Görsel 3.1.8.20 Öğrencilerin Süslemenin Tekrar Birimi ile İlgili Görüşleri 150
Görsel 3.1.8.21 Öğrencilerin Süslemedeki Dönüşümlerle İlgili Görüşleri 151
Görsel 3.1.8.22 Ramazan'ın Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açılarla İlgili Görüşleri 152
Görsel 3.1.8.23 Vedat, Dilber ve Eylül'ün Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açılarla İlgili Görüşleri 152
Görsel 3.2.1 Akşehir Ulu Cami Mihrabı ve Mihraptan Seçilen Süsleme Fotoğrafı 154
Görsel 3.2.2 Süsleme 1'deki Tekrar Birimi ile İlgili Cevaplar 156
Görsel 3.2.3 Süsleme 1'deki Açı Bilgisi ile İlgili Görüşler 157
Görsel 3.2.4 Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri 158
Görsel 3.2.5 Naz'ın GeoGebra'da Süslemeyi İnşa Aşamaları 159
Görsel 3.2.6 Hatice'nin GeoGebra'da Süslemeyi İnşa Aşamaları 160
Görsel 3.2.7 Dilber ve Teslime'nin GeoGebra'da Süslemeyi İnşa Aşamaları 160
Görsel 3.2.8 Miraç ve Muhammet'in GeoGebra'da Süsleme İnşası 161
Görsel 3.2.8 Naz, Miraç ve Hatice'nin Noktalı/İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimleri 162
Görsel 3.2.9 Eylül'ün İlk Öğretim Haftasına Ait Günlüğü 165

Görsel 3.2.2.1 Akşehir Taş Medrese Cami Mihrabı ve Mihraptan Seçilen Süsleme Fotoğrafı 166
Görsel 3.2.2.2 Süsleme 2'deki Tekrar Birimi ile İlgili Odak Öğrenci Görüşleri 169
Görsel 3.2.2.3 Süsleme 2'deki Açı Bilgisi ile İlgili Dilber'in Görüşü 169
Görsel 3.2.2.4 Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri 170
Görsel 3.2.2.5 Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da Öteleme Dönüşümü ile İnşa Aşamaları 171
Görsel 3.2.2.6 Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da Yansıma Dönüşümü ile İnşa Aşamaları 171
Görsel 3.2.2.7 Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da Dönme Dönüşümü ile İnşa Aşamaları 172
Görsel 3.2.2.8 Furkan'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 173
Görsel 3.2.2.9 Hatice'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 173
Görsel 3.2.2.10 Ramazan ve Vedat'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 174
Görsel 3.2.2.11 Teslime'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 175
Görsel 3.2.2.12 Dilber'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 175
Görsel 3.2.2.13 Ramazan ve Teslime'nin İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimleri 176
Görsel 3.2.3.1 Bursa ili İznik Yeşil Cami Minaresi ve Minaresinden Seçilen Süsleme Fotoğrafı 180
Görsel 3.2.3.2 Süsleme 4'teki Tekrar Birimi ile İlgili Odak Öğrenci Görüşleri 182
Görsel 3.2.3.3 Süsleme 4'teki Açı Bilgisi ile İlgili Dilber'in Görüşü 183
Görsel 3.2.3.4 Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri 183
Görsel 3.2.3.5 Miraç'ın Süslemedeki Düzgün Sekizgeni İnşa Aşamaları 184
Görsel 3.2.3.6 Eylül'ün Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 185
Görsel 3.2.3.7 Hatice'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 186
Görsel 3.2.3.8 Ramazan'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 187
Görsel 3.2.3.9 Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'daki İnşa Denemesi 188
Görsel 3.2.3.10 Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 189
Görsel 3.2.3.11 Naz'ın Süslemeyi Öteleme ve Dönme Dönüşümleri Çoğaltma Aşamaları 191
Görsel 3.2.3.12 Ali Alper ve Mustafa'nın GeoGebra'daki Süsleme Fotoğrafı 191
Görsel 3.2.3.13 Dilber'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 193

Görsel 3.2.3.14 Muhammet'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 194
Görsel 3.2.3.15 Vedat, Muhammet ve Ramazan'ın İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimleri 195
Görsel 3.2.3.16 Eylül'ün Dördüncü Öğretim Haftasına Ait Günlüğü 200
Görsel 3.2.4.1 Mardin İli Şehidiye Medresesi Dış Duvarından Seçilen Süsleme Fotoğrafı 200
Görsel 3.2.4.2 Süsleme 7'deki Tekrar Birimi ile İlgili Odak Öğrenci Görüşleri 202
Görsel 3.2.4.3 Süsleme 7'deki Açı Bilgisi ile İlgili Ramazan'ın Görüşü 203
Görsel 3.2.4.4 Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri 204
Görsel 3.2.4.5 Miraç'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları 205
Görsel 3.2.4.6 Abdil'in Süslemedeki Tekrar Birimi Çizimi 205
Görsel 3.2.4.7 Mustafa'nın Süslemeyi İnşa Aşamaları 206
Görsel 3.2.4.8 Eylül'ün Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 206
Görsel 3.2.4.9 Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 209
Görsel 3.2.4.10 Teslime ve Dilber'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 210
Görsel 3.2.4.11 Hatice'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşası 211
Görsel 3.2.4.12 Ramazan'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları 212
Görsel 3.2.4.13 Naz'ın İzometrik ve Noktalı Kâğıda Süsleme Çizimleri 213
Görsel 3.2.4.14 Ramazan'ın İzometrik ve Noktalı Kâğıda Süsleme Çizimleri 213
Görsel 3.2.4.15 Vedat'ın İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimi 214
Görsel 3.2.4.16 Ali Alper, Miraç ve Mustafa'nın İzometrik/Noktalı Kâğıda Süsleme Çizimleri 214
Görsel 3.2.4.17 Düzgün Altıgene Uygulanan Dönme Dönüşümleri 218
Görsel 3.2.4.18 Düzgün Onikigen İnşa Aşamaları 218
Görsel 3.2.4.19 Düzgün Onikigen İnşa Aşamaları 219
Görsel 3.2.4.20 Süslemenin Yansıma Dönüşümü ile Oluşturulması Aşamaları 221
Görsel 3.2.4.21 Süslemenin Öteleme Dönüşümü ile Oluşturulması Aşamaları 222
Görsel 3.2.4.22 Süslemenin Dönme Dönüşümü ile Oluşturulması Aşamaları 222
Görsel 3.2.4.23 Ramazan'ın Günlüğünden GeoGebra'da İnşa Aşamaları Tarifi 224
Görsel 3.2.5.1 Mescit-i Aksa'nın Dış Duvarından Seçilen Süsleme Fotoğrafı 225

Görsel 3.2.5.2 Süsleme 10'daki Tekrar Birimi ile İlgili Öğrenci ve Araştırmacı Görüşleri 227
Görsel 3.2.5.3 Süsleme 10'deki Açı Bilgisi ile İlgili Ali Alper'in Görüşü 228
Görsel 3.2.5.4 Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri 229
Görsel 3.2.5.5 Abdil ve Furkan'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları 230
Görsel 3.2.5.6 Hatice'nin Süslemeyi İnşa Aşamaları 231
Görsel 3.2.5.7 Eylül'ün Süslemeyi İnşa Aşamaları 232
Görsel 3.2.5.8 Dilber'in Süslemeyi İnşa Aşamaları 234
Görsel 3.2.5.9 Naz'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları 236
Görsel 3.2.5.10 Ramazan'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları 239
Görsel 3.2.5.11 Vedat'ın Süsleme İnşası 240
Görsel 3.2.5.12 Teslime'nin Süslemeyi İnşa Aşamaları 241
Görsel 3.2.5.13 Vedat ve Ramazan'ın Süsleme Çizimleri 242
Görsel 3.2.5.14 Naz'ın Günlüğü 246
Görsel 3.2.5.15 Ramazan'ın Günlüğü 247
Görsel 3.2.6.1 Öğrencilerin Kişiye Özgü Süsleme Tasarımları 248
Görsel 3.2.6.2 Muhammet'in Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 251
Görsel 3.2.6.3 Naz'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 252
Görsel 3.2.6.3 Eylül'ün Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 254
Görsel 3.2.6.4 Teslime'nin Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 255
Görsel 3.2.6.5 Hatice'nin Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 258
Görsel 3.2.6.6 Dilber'in Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 260
Görsel 3.2.6.7 Ramazan'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 262
Görsel 3.2.6.8 Vedat'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 264
Görsel 3.2.6.9 Ali Alper'in Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları 265
Görsel 3.2.6.10 Öğrencilerin (Muhammet, Ali Alper, Eylül, Teslime ve Hatice) Kişiye Özgü Süslemelerindeki Belirgin Tekrar Birimleri 267
Görsel 3.2.6.10 Araştırmacının Düzgün Beşgen ile Oluşturduğu Süsleme Önerisi 268
Görsel 3.3.1.1 Ramazan'ın Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri 273
Görsel 3.3.1.2 Dilber'in Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri 274
Görsel 3.3.1.3 Ramazan'ın Açıortay Çizimi 275
Görsel 3.3.1.4 Teslime'nin Kenarortay Çizimi 276

Görsel 3.3.1.4 Dilber'in Kenarortay Çizimi 276
Görsel 3.3.1.5 Naz'ın Yükseklik Çizimi 277
Görsel 3.3.2.1 Hatice(a) ve Teslime'nin (b-c) Düzgün Dokuzgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme Çizimleri 278
Görsel 3.3.2.2 Düzgün Dokuzgenin Bir Köşesinden Köşegenler Yardımıyla Çizilebilecek Üçgenlerin Temsili Çizimi 280
Görsel 3.3.2.3 Dilber ve Hatice'nin Düzgün Dokuzgenin İçine Köşegen Yardımıyla Yerleştirdiği Üçgen Çizimleri 281
Görsel 3.3.2.4 Naz'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri 282
Görsel 3.3.2.5 Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimi 282
Görsel 3.3.2.6 Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Üçgen Çizimi 283
Görsel 3.3.2.7 Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Kenarı 2 Birim Olan Eşkenar Üçgen Çizimi 283
Görsel 3.3.2.8 Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Kenarı 2 Birim Olan Eşkenar Üçgenler Çizimi 283
Görsel 3.3.2.9 Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Kenarı 1 Birim Olan Eşkenar Üçgenler Çizimi 284
Görsel 3.3.2.10 Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Köşelerden Geçen Eşkenar Üçgen Çizimi 284
Görsel 3.3.2.11 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri 285
Görsel 3.3.2.12 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgenin İçerisini Eşkenar Üçgenlerle Süsleme Çizimleri 286
Görsel 3.3.2.13 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Karenin İçine Eşkenar Üçgen Çizimleri 286
Görsel 3.3.2.14 Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi Denemesi 287
Görsel 3.3.2.15 Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi Denemesi 288

Görsel 3.3.2.16 Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi 288
Görsel 3.3.2.17 Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi 289
Görsel 3.3.2.18 Naz'ın Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi Denemesi 290
Görsel 3.3.2.19 Naz'ın Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi 290
Görsel 3.3.3.1 Dilber, Vedat, Hatice, Teslime, Ramazan, Naz, Eylül'ün Örüntü Bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 293
Görsel 3.3.3.2 Naz, Ramazan, Vedat, Teslime, Dilber ve Eylül'ün Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgenlerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 293
Görsel 3.3.3.3 Eylül'ün Örüntü Bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 295
Görsel 3.3.3.4 Eylül'ün Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerinin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 295
Görsel 3.3.3.5 Dilber, Ramazan, Teslime, Naz, Vedat, Teslime, Hatice, Dilber ve Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 297
Görsel 3.3.3.6 Dilber, Ramazan, Teslime, Naz, Vedat, Teslime, Hatice, Dilber ve Ramazan'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 297
Görsel 3.3.3.7 Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri 299
Görsel 3.3.3.8 Ramazan'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri 299
Görsel 3.3.4.1 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 302
Görsel 3.3.4.2 (Esma)Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün İsimlerinin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 303
Görsel 3.3.4.3 Teslime'nin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 304
Görsel 3.3.4.4 Teslime'nin İsminin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 305

Görsel 3.3.4.5 Vedat'ın Yansıma Dönüşümü Altındaki Hatalı Görüntü Çizimi 305
Görsel 3.3.4.6 Vedat'ın Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 306
Görsel 3.3.4.7 Vedat'ın İsminin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 306
Görsel 3.3.4.8 Dilber'in Sağa 5 Birim Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 307
Görsel 3.3.4.9 Ramazan'ın Sağa 5 Birim Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 308
Görsel 3.3.4.10 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 308
Görsel 3.3.5.1 Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül'ün Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 320
Görsel 3.3.5.2 Naz, Ramazan ve Hatice'nin Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 322
Görsel 3.3.5.3 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Dikey Yansıma Doğrusu Belirleme Çizimleri 324
Görsel 3.3.5.4 Hatice'nin Simetri Doğrusu ile Çakışmayan Yatay Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 326
Görsel 3.3.5.5 Naz, Ramazan, Dilber, Teslime ve Eylül'ün Simetri Doğrusu ile Çakışmayan Yatay Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 327
Görsel 3.3.5.6 Vedat'ın Simetri Doğrusu ile Çakışmayan Yatay Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 328
Görsel 3.3.5.7 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime'nin Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 328
Görsel 3.3.5.8 Hatice ve Teslime'nin Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 329
Görsel 3.3.5.9 Eylül'ün Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi 330
Görsel 3.3.5.10 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime'nin Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri 331

Görsel 3.3.5.11 Eylül'ün Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Hatalı Görüntü Çizimi 333
Görsel 3.3.5.12 Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi (İlk Aşama) 334
Görsel 3.3.5.13 Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi (İkinci Aşama) 335
Görsel 3.3.5.14 Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi (Son Aşama) 335
Görsel 3.3.6.1 Hatice'nin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi 337
Görsel 3.3.6.2 Hatice'nin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklini Çizme Denemesi 337
Görsel 3.3.6.3 Dilber'in Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklini Çizme Süreci 338
Görsel 3.3.6.4 Dilber'in Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi 339
Görsel 3.3.6.5 Vedat, Teslime ve Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimleri 340
Görsel 3.3.6.6 Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Hatalı Çizimi 341
Görsel 3.3.6.7 Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi 342
Görsel 3.3.6.8 Naz'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi 344
Görsel 3.3.6.9 Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizim Aşamaları-1 345
Görsel 3.3.6.10 Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizim Aşamaları-2 345
Görsel 3.3.6.11 Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi 346
Görsel 3.3.6.12 Dilber, Ramazan, Vedat, Eylül, Naz, Hatice ve Teslime'nin Noktaya Göre Simetri Çizimleri 347

Görsel 3.3.6.13 Dilber'in Bir Şeklin Noktaya Göre Yansıma Görüntüsü Çizim Aşaması 348
Görsel 3.3.6.14 Teslime'nin Bir Şeklin Noktaya Göre Yansıma Görüntüsü Çizimi 351
Görsel 3.3.8.1 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler 356
Görsel 3.3.8.2 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Kare Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler 357
Görsel 3.3.8.3 Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgen Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler 358
Görsel 3.3.8.4 Dilber'in Oluşturduğu Süsleme ile İlgili Tekrar Birimi Görüşü 360
Görsel 3.3.8.5 Son Görüşmedeki Periyodik Süsleme Örneği 362
Görsel 3.3.8.5 Odak Öğrencilerin Periyodik Süslemedeki Tekrar Birimi Hakkındaki Görüşleri 365
Görsel 3.3.8.6 Naz'ın Periyodik Süslemedeki Öteleme Dönüşümü Yapılacak Vektör Görüşleri 367
Görsel 3.3.8.7 Ramazan'ın Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açıların Ölçüleri Hakkındaki Görüşü 368
Görsel 3.3.8.8 Son Görüşmedeki Periyodik Olmayan Süsleme Örneği 369
Görsel 3.3.8.9 Öğrencilerin Periyodik Olmayan Süslemenin Tekrar Birimi ile İlgili Görüşleri 371
Görsel 3.3.8.10 Vedat'ın Süslemedeki Dönüşümler ile İlgili Görüşleri 372
Görsel 3.3.8.10 Ramazan'ın Süslemedeki Dönüşümle ile İlgili Görüşü 373
Görsel 3.3.8.11 Teslime'nin Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açılarla İlgili Görüşü 374
Görsel 6.1 Selçuklu Süsleme Setindeki Geometrik Şekiller 395
Görsel 6.2 Karatay Medresesinden Bir Süsleme Örneği 396

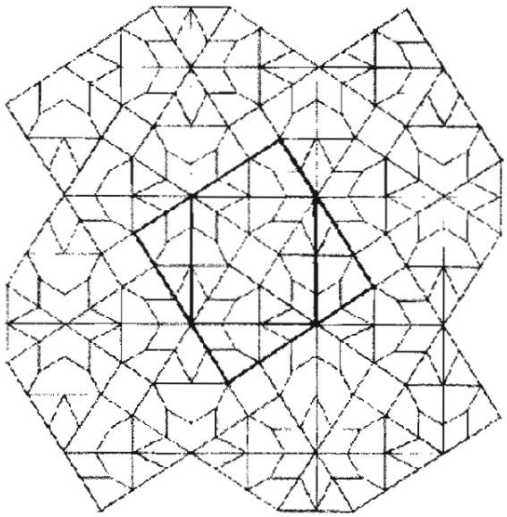
1 GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi ile kavramsal çerçeveye yer verilecektir.

1.1 Problem Durumu

Matematiğin şekillerle olan ilişkisine şahit olduğumuz alanlardan biri de sanattır. Sanatta matematikteki güzelliklerin yansımaları vardır. Bu yansımaların birçok örneğini sanatın birçok dalında görmek mümkündür. Örneğin Türk İslam mimarisinde geometrik model ve figürler sıkça kullanılmıştır. Ebu'l Vefa tarafından yazılan "Sanatkârın ihtiyaç duyduğu geometrik çizimler" ve anonim "İç içe geçen benzer veya karşılıklı şekiller" isimli kaynaklar incelendiğinde geometrik figürlerin sanata yansıması örneklendirilebilmektedir (Bkz. Şekil 1.1).

Şekil 1.1
Geometrik Figürlerin Sanata Yansıması



Bu iki kaynaktan yapılan alıntılarda, matematikçilerin sanatkârlara "Kes Yapıştır" yöntemiyle geometri öğretirken, öğretilenlerin bezeme/süsleme sanatında da kullanılabilir olmasına özen gösterdikleri görülmektedir. Şekil 1'de eşkenar üçgen, kare, yamuk gibi geometrik şekillerin Türk İslam mimarisinde ne denli ustalıkla kullanıldığı görülmektedir (Duru ve İşleyen, 2005).

Türkiye'de birçok ilimizde bulunan, özellikle Selçuklu dönemine ait cami, medrese, darüşşifa gibi binalar İslami geometrik desen veri tabanı gibi araştırılmayı beklemektedir

(Şen, 2013). Matematiğin (geometrinin) sanatın ve yaratıcılığın birleştiği İslami geometrik süslemelerdeki eşsiz örneklere öğrencilerin dikkatini çekmek önemlidir. Bu önem doğrultusunda öğrencilerin İslami süslemeleri tanıyarak ve oluşturarak geometrik kavram bilgilerinin gelişebileceği düşüncesi bu araştırmanın çıkış noktasıdır. Ayrıca İslami geometrik desenlerdeki oluşumları inceleyen öğrencilerin geometrik okuryazarlık düzeylerinin de gelişebileceği söylenebilir. Yağcı, Bozyokuş ve Ezentaş (2016) çeşitli görüntülerde, piktogramlarda, sembollerde ve işaretlerde iki ve üç boyutlu geometrik şekilleri algılayabilme, kullanabilme ve geometrik açıdan düşünebilme becerisi olarak Geometrik Okuryazarlığı tanımlamışlardır. Sanat eserlerinde kullanılan işaret, sembol gibi yapılar geometrik şekillerin kullanılması ile oluşturulmuştur. İki ve üç boyutlu geometrik şekilleri bir sanat eserinde görüp, algılama da görsel okuryazarlık olarak ifade edilebilir.

M.C. Escher (1898-1972)'in bezemelerinde simetri grubunun sanatsal örneklerine rastlamak mümkündür. Düzlem simetri grupları bazen bir alanı tümden kaplamak için kullanılabilir. Bu durumda duvar kâğıdı örüntüleri ismiyle anılırlar (Baloglou, 2006'dan aktaran ÇeziktürkKipel, 2016). Bir düzlemi dolduran şekillerin kaynağının kare, dikdörtgen, eşkenar üçgen veya altıgen olması gereklidir. Kare, bir köşesinin 180°döndürülmesiyle aynı forma geri dönerken, aynı kare, köşegenlerinin kesişim noktasından 90°'lik açı ile döndürülebilir (Baloglou, 2006'dan aktaran ÇeziktürkKipel, 2016). Düzgün altıgen dönme simetrisine sahiptir ve 60°'lik açılarla döndürülebilir. Eşkenar üçgen de 120°'lik açı ile döndürülebilir. Dönme simetrisi iki tur, üç tur, dört tur veya altı tur şeklinde olabilir. Örneğin bir düzgün altıgen 6 tur aynı nokta etrafında dönse de yine aynı şekilde görünecektir. Bu düzlemsel şekiller yan yana bir alanı bezemeleri için kullanıldığında dönme, öteleme ve ötelemeli yansıma özellikleri kullanılarak boşluksuz olarak alanı doldururlar. İspanya'daki Alhambra sarayında (Granada) bulunan 17 çeşit düzlem simetri grubunun 17'ye sınırlandırılması kristalografik sınıflandırma olarak da bilinir (Schattschneider, 1978; Baloglou, 2006'dan aktaran Çeziktürk Kipel, 2015). Bu simetri gruplarının öğretim ortamlarına yansıması sayesinde öğrencilerin uzamsal muhakeme ve geometrik düşünceleri geliştirilebilir. Köse'ye (2015) göre de geometrik dönüşümler üzerine çalışma uzamsal muhakemenin ve geometrik düşüncenin gelişimine katkı sağlar. Amerika Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) (2000), öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin geliştirilmesi için tekrarlayan, doğrusal ve

doğrusal olmayan (kuadratik) örüntü genelleme aktiviteleri yapmasının gerekli olduğunu vurgulamıştır.

Örüntü ve süslemelerin öğretimi; öğrencilerin akıl yürütme, ilişkilendirme, cebirsel düşünme, fonksiyonel düşünme gibi pek çok beceriyi geliştirmesinde önemli role sahiptir (Öztürk ve Güler, 2020). Altınışık vd.'ne (2022) göre öğrencilerin günlük yaşamda doğada, mimaride, sanatta ve çeşitli alanlarda sıkça karşılaştıkları süslemeler (kaplamalar), onların problem çözme ve matematiği keşfetme becerilerini geliştirmeleri için uygun bir ortam sağlar. Ayrıca süslemelerle ilgili çalışmalarda sayısal becerilere sahip olmak şart değildir. Bu nedenle, süslemeler farklı yeteneklere sahip öğrencilerin de ilgisini çeker ve onlar için uygun bir öğrenme ortamı sunar. Matematik öğretiminde konuların günlük hayatla ilişkisinin yanı sıra diğer disiplinlerle ilişkisinin de ortaya konması önemlidir (MEB, 2010a; 2010b; 2011; 2018a; 2018b). Süslemeler konusu bu anlamda da zengin ilişkilere sahiptir. Doğa, mimari, sanat, dini ve tarihi eserler, kristalografi, kültür gibi çeşitli alanlarla iç içe olan süslemeler konusunda öğrenciler sadece süslemelerin yapısını anlamlandırmakla kalmaz, görüp de farkında olmadığı farklı disiplinlerle olan ilişkisini problem çözme ile keşfeder (Altınışık vd., 2022).

Sherard (1981), geometrinin neden okulda öğretilmesi gerektiğine dair yedi neden belirtmiştir: (1) geometri iletişim için önemli bir yardımcıdır, (2) geometrinin gerçek yaşam problemlerine yönelik önemli uygulamaları vardır, (3) geometrinin temel matematik konularında (aritmetik, cebirsel ve istatistiksel kavramlarla) önemli uygulamaları vardır, (4) geometri, yüksek matematik ve fen bilimlerindeki derslerde ve matematiksel beceriler gerektiren çeşitli kariyerler için değerli bir hazırlık sağlar, (5) geometri, mekânsal algıyı geliştirmek için fırsatlar sağlar, (6) geometri, genel düşünme becerilerini ve problem çözme becerilerini teşvik etmek ve uygulamak için bir araç olarak hizmet edebilir ve (7) geometri çalışmalarından türetilecek kültürel ve estetik değerler vardır. Tüm bu nedenler doğrultusunda geometrik kavramların öğrenme-öğretme sürecinde etkili öğretimi için uygun teknik ve yöntemler seçilmeli ve uygulanmalıdır. Geometrik kavramların ezberlenmesinden ziyade öğrencilerin çeşitli araç ve teknolojiler kullanarak deneyimler yaşamaları vegeometrikavramlarını öğrenmeleri sağlanmalıdır. Bu öğrenme deneyimini sağlayacak çok sayıda etkileşimli geometri yazılımları (Geometer's Sketchpad (GSP), Cabri, Thales, Cinderella, DrGeo, KDE Interactive Geometry (KIG), GeoGebra vb.) mevcuttur. Bu çalışmada da bu yazılımlardan biri olan

ücretsiz GeoGebra yazılımı seçilmiş, öğrencilerin geometrik desenlerdeki inşaları dinamik geometri yazılımı ile oluşturma süreçleri incelenmiştir.

Dinamik geometri yazılımları, öğrencilere araştırma, inşa etme ve parçalara ayırma, çizimler oluşturma ve çizme ile çevrelerindeki dünyadaki şekiller hakkında gözlem yapma fırsatı sağlamak için yararlı bir araçtır (İsmail ve Kasmin, 2007). Ayrıca alan yazın incelendiğinde de dinamik yazılımlar kullanılarak yapılan öğretimin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini artırmada oldukça etkili olduğu vurgulanmaktadır (Bell, 1998; Abdullah ve Mohamed, 2008; Anapa ve ark., 2010; Yıldırım ve Anapa-Saban, 2014; Kaleli-Yılmaz ve Koparan, 2016). Vatansever'in (2007) çalışmasında, geleneksel sınıf ortamlarının aksine, Geometer's Sketchpad kullanılarak oluşturulan dinamik geometri ortamlarında öğrencilerin yazılımın sürükleme özelliği ile geometrik şekilleri hareket ettirerek, biçimlerini değiştirerek ve ölçümler yaparak şekillerin özelliklerini keşfedip ilişkilendirebilecekleri ve böylece öğrenci merkezli bir öğrenme ortamı sağlanabileceği vurgulanmaktadır. Erdener ve Gür (2019)'e göre de Geometr's Sketchpad kullanımının öğrencilerin matematik dersine yönelik görüşlerini olumlu yönde değiştirdiği ve bu yazılımının kullanımının öğrencilerin geometrik kavramları öğrenmesini kolaylaştırdığı ve öğrenilen kavramların kalıcılığını artırdığı görülmüştür.

Bu çalışmada dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla öğrencilerin çeşitli geometrik kavramlarındaki (çokgen, düzgün çokgen ve dönüşümler) gelişim incelenmiştir. Bir öğretim deneyi biçiminde gerçekleştirilen çalışmada dinamik geometri ortamlarının öğretimdeki avantajlarından (Bell, 1998; İsmail ve Kasmin, 2007; Abdullah ve Mohamed, 2008; Anapa ve ark., 2010; Yıldırım ve Anapa-Saban, 2014; Kaleli-Yılmaz ve Koparan, 2016) faydalanılmıştır. Bu sayede öğrenciler tarafından çokgen, düzgün çokgen, üçgenin yardımcı elemanları, yansıma, öteleme ve dönme dönüşümleri, simetri gibi kavramların öğreniminin kolaylaşması (Erdener ve Gür, 2019) ve gelişmesi ile öğrencilerin geometrik düşüncelerinin gelişimine katkı sağlanması (Köse, 2015) hedeflenmiştir. Uygulamada ayrıca, çeşitli tarihi yapılardaki süslemelerin kültürümüzle ilişkisi de ele alınmıştır. Dolayısıyla çalışma matematiğin kültürel unsurlarla birleştirildiği etnomatematik kavramı ile ilişkilendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin yaşam alanlarında bulunan tarihi yapılardaki süslemeler ve bu süslemelerin matematik dersinde ele alınmasının öğrencilerin matematiğe karşı bakış açılarını nasıl etkilediği nitel çalışmalarla ortaya konulmuştur.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın genel amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla çeşitli geometrik kavramlarındaki (çokgen, düzgün çokgen ve dönüşümler) gelişimi incelemektir. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1) Öğrencilerin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla geometrik kavram bilgileri (çokgen, düzgün çokgen ve dönüşümler) nasıl gelişmektedir?
2) Öğrenciler uygulama sonrası kişiye özgü bir geometrik deseni nasıl oluşturmaktadır?

1.3 Araştırmanın Önemi

Ülkemizde süsleme ve geometriyi ilişkilendiren çok az çalışma bulunmaktadır. Bunun nedeni 2005-2006 öğretim yılına kadar ilköğretim birinci basamak matematik dersi öğretim programında yer almaması olabilir. Ancak, Türkiye'de ilk kez 2005-2006 öğretim yılında uygulanmaya başlayan ilköğretim matematik dersi öğretim (1.-5. sınıflar) programında her sınıf düzeyinde süsleme konusuna, "örüntü ve süslemeler" alt öğrenme alanında yer verildiği görülmektedir (Kılıç vd. 2007). Ancak programa konulan *süslemeler* konusu gerektiği değeri görmemiştir. Öğretmenler tarafından süslemeler konusu, kodları ile ifade edilerek ele alınan bir konu olarak algılanmıştır. Daha sonrasında da programdan kaldırılmıştır. Süsleme konusunun matematik programlarındaki sınırlı düzeydeki mevcut durumunu incelersek;

- Süsleme konusu ilk olarak Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB,2018b) İlkokul 2. sınıf, "Geometri" öğrenme alanı, "Geometrik Cisimler ve Şekiller" alt öğrenme alanı M.2.2.1.2. kazanımın c maddesinde karşımıza çıkmaktadır.

> **M.2.2.1.2.** Şekil modelleri kullanarak yapılar oluşturur, oluşturduğu yapıları çizer.
>
> **a)** Öğrencilerin öncelikle tek tür şekil modelleriyle çalışmaları daha sonra farklı şekil modelleri kullanarak da çalışmalar yapmaları sağlanır.
>
> **b)** Cisimlerin yüzeyleri kullanılarak elde edilen şekillerle noktalı kâğıt üzerinde çizim çalışmaları yapılabilir.

c) Öğrencilerin farklı medeniyetlere ait sanat eserlerindeki süslemeleri fark etmeleri sağlanır.

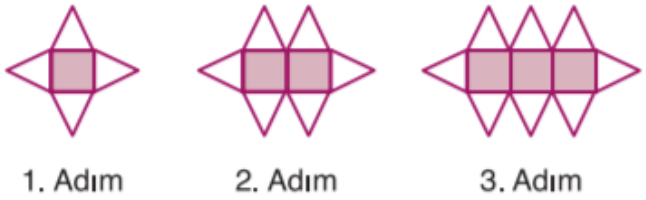
- Süsleme konusu ikinci olarak Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB,2018b) Ortaokul 5. sınıf, "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanı, "Doğal Sayılar" alt öğrenme alanı M.5.1.1.3. kazanımın b maddesinde karşımıza çıkmaktadır.

M.5.1.1.3. Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur.

a) Sadece adımlar arasındaki farkı sabit olan örüntülerle sınırlı kalınır.

Örneğin 7'den başlayarak üçer ilave etmek suretiyle oluşan sayı örüntüsünün 6. adımını bulunuz. Koleksiyonuna birinci haftada 7 bilye ile başlayan Büşra, sonraki her hafta 3 bilye ilave ederse 5 hafta sonra koleksiyonunda kaç bilye olur?

Örneğin aşağıdaki şekil örüntüsünde kare ve üçgen sayılarını sayı örüntüsü olarak belirtmeye veya istenilen adımda kaç tane kare veya üçgen olacağını bulmaya yönelik çalışmalara yer verilir.



b) Şekil örüntülerine tarihî ve kültürel eserlerimizden örnekler (mimari yapılar, halı süslemeleri, kilim vb.) verilir

- Süsleme konusu üçüncü olarak Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB,2018b) Ortaokul 8. sınıf, "Geometri" öğrenme alanı, "Dönüşüm Geometrisi" alt öğrenme alanı M.8.3.2.1., M.8.3.2.2. ve M.8.3.2.3. kazanımlarında ilişkili olarak karşımıza çıkmaktadır.

M.8.3.2. Dönüşüm Geometrisi

Terimler veya kavramlar: yansıma, öteleme, görüntü, simetri doğrusu.

M.8.3.2.1. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizer.

a) Kareli veya noktalı kâğıt, koordinat sistemi üzerinde çalışmalar yapılır.

b) Dinamik geometri yazılımları ile yapılacak çalışmalara da yer verilebilir.

c) Ötelemede şekil üzerindeki her bir noktanın aynı yönde hareket ettiği ve şekil ile görüntüsünün eş olduğu fark ettirilir.

M.8.3.2.2. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur.

a) Kareli veya noktalı kâğıt, koordinat sistemi üzerinde çalışmalar yapılır.

b) Dinamik geometri yazılımları ile yapılacak çalışmalara da yer verilebilir.

c) Yansımada şekil ile görüntüsü üzerinde birbirlerine karşılık gelen noktaların simetri doğrusuna dik ve aralarındaki uzaklıkların eşit olduğu bu nedenle şekil ile görüntüsünün eş olduğu fark ettirilir.

ç) Simetri doğrularının üzerinde olan şekillerle de çalışmalar yapılır.

M.8.3.2.3. Çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur.

a) En çok iki ardışık öteleme veya yansımaya yer verilir.

b) Desen, motif ve benzeri görsellerde öteleme veya yansıma dönüşümlerini belirlemeye yönelik çalışmalara yer verilir.

c) Geleneksel sanatlarımızdan (çini, seramik, dokuma vb.) örnekler de dikkate alınır.

- Süsleme konusu ayrıca Matematik Uygulamaları Dersi Öğretim Programı (MEB, 2018c) Ortaokul 8. sınıf, "Geometri ve Ölçme" öğrenme alanı, "Dönüşüm Geometrisi" alt öğrenme alanı MU.8.3.2.1. kazanımının a, b ve c maddelerinde de karşımıza çıkmaktadır.

  MU.8.3.2.1. Dönüşüm geometrisinin uygulama alanlarını belirler.

  a) Dönüşümleri kullanarak süslemeler oluşturur.

  b) Süsleme etkinliklerinde kâğıt katlama, çizim yaptırma, bilgi ve iletişim teknolojileri vb. uygulamalara yer verilir.

  c) Öğrencilerin kendilerine özgü tasarım ve süsleme yapmaları teşvik edilir.

  ç) Ötelemenin kullanıldığı şifreleme örnekleri inceletilir.

- **Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli**; Türkiye'nin eğitim sistemini modernize etmeyi, dijitalleşmeyi artırmayı ve milli değerlere dayalı bireyler yetiştirmeyi amaçlayan kapsamlı bir eğitim reform modelidir (MEB, 2024a). Bu model, 2024-2025 eğitim-öğretim yılından itibaren okul öncesi, ilkokul 1. sınıf, ortaokul 5. sınıf, lise hazırlık ve 9. sınıf düzeylerinde uygulanmaya başlanmıştır. Bu model kapsamında yayınlanan öğretim programları incelendiğinde süslemeler konusuna 4 farklı sınıf (2, 5, 7 ve 8) düzeyinde yer verildiği görülmüştür:

  i. İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2024b) 2. Sınıf "Nesnelerin Geometrisi" teması MAT.2.3.3. kodlu öğrenme çıktısının a süreç

bileşeninde “Geometrik yapılardaki geometrik şekilleri belirler” becerisi yer almaktadır. Bu becerinin hayata nasıl geçirileceği yani süreç bileşenin derste nasıl ele alınacağı ise “öğrenme-öğretme uygulamaları” kısmında “Öğrencilere içerisinde üçgen, kare, dikdörtgen ve çemberin yer aldığı çeşitli geometrik şekiller ve dairesel modeller gösterilerek bu modelleri incelemeleri sağlanır. Görsel sanatlar dersi ile ilişkilendirilerek gerek kendi kültürümüze gerekse farklı kültürlere ait üzerinde geometrik şekillerin olduğu desenler (kilim, mozaik vb.) incelenir” şeklinde açıklanmıştır. Bu açıklamada “farklı kültürlere ait üzerinde geometrik şekillerin olduğu desenler (kilim, mozaik vb.)” şeklindeki ifade ile süsleme konusundan söz edilmiştir.

ii. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2024c) 5. Sınıf “Geometrik Şekiller” teması MAT.5.3.7. kodlu öğrenme çıktısı “Matematiksel araç ve teknoloji yardımıyla düzlemde iki noktada kesişen çember çiftinin merkezleri ve kesişim noktalarından biri ile inşa edilen üçgenlerin kenar özelliklerine yönelik muhakeme yapabilme” şeklinde yer almaktadır. Bu öğrenme çıktısındaki becerinin hayata nasıl geçirileceği yani derste nasıl ele alınacağı ise “öğrenme-öğretme uygulamaları” kısmında “Öğrencilerin kesişen iki çemberin merkezleri ve kesişim noktalarından biri ile inşa edebilecekleri üçgenlerin kenar özelliklerine dair varsayımlarda bulunmaları beklenir. Öğrencilerin yaratıcı düşünme yollarının teşvik edilmesi için günlük hayatta kesişen çemberleri içeren logo ve süsleme örneklerini (örneğin yaşam çiçeği) dikkate almaları ve farklı logoların veya süslemelerin yer aldığı estetik tasarımlar üzerine düşünmeleri sağlanarak estetik değerini kazanmaları desteklenir (D7.1. Duyusal derinliği anlamak, E3.3. Yaratıcılık, OB4. Görsel Okuryazarlık [OB4.2. Görseli Yorumlama ve OB4.3. Görsel Hakkında Eleştirel Düşünme]).” şeklinde açıklanmıştır. Bu açıklamadaki “süsleme örneklerini (örneğin yaşam çiçeği) dikkate almaları ve farklı logoların veya süslemelerin yer aldığı estetik tasarımlar üzerine düşünmeleri sağlanarak estetik değerini kazanmaları desteklenir” şeklindeki ifade ile süslemelere yer verilmiştir.

Ayrıca MAT.5.3.7. kodlu öğrenme çıktısın ait “Farklılaştırma” basamağında ise akranlarından daha ileri düzeydeki öğrencilere genişletilmiş ve derinlemesine öğrenme fırsatları sunmaya, onların bilgi ve becerilerini

geliştirmelerine yönelik öneriler "Zenginleştirme" basamağında sunulmuştur. Bu önerilerin ikincisi "Tarihî mekânlardaki geometrik süslemelerde kullanılan çokgenler üzerine araştırmalar yaparak çektikleri fotoğrafları ve tespit ettikleri çokgenlerin isimlerini içeren portfolyolar hazırlamaları beklenebilir." şeklinde olup burada da tarihi mekânlardaki geometrik süslemelere değinilmiştir. Bu önerilerin beşincisi ise "Eşkenar üçgen veya ikizkenar üçgenin inşa adımlarının tekrarlanmasıyla süsleme çalışmalarının yapılması sağlanabilir." şeklinde olup öğrencileri eşkenar üçgenlerle ve ikizkenar üçgenlerle süsleme yapmaya yönlendirerek süslemeye bir kez daha yer verilmiştir.

iii. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2024c)7. Sınıf "Dönüşüm" teması MAT.7.3.1. kodlu öğrenme çıktısı "Şekillerin yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin oluşturulmasına dair çıkarım yapabilme" şeklinde yer almaktadır. Bu öğrenme çıktısındaki becerinin hayata nasıl geçirileceği yani derste nasıl ele alınacağı ise "öğrenme-öğretme uygulamaları" kısmında "… Ülkemizde kültürümüze ait halı ve kilim desenlerini inceleyerek desenlerin bölgelere göre değiştiğini fark etmeleri sağlanır. Bu desenlerdeki yansıma dönüşümüne yönelik benzerlik ve farklılıkların incelenmesini içeren çalışmalar yaptırılabilir (OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5, OB5. Kültür Okuryazarlığı [OB5.1. Kültürü Kavrama]). Öğrencilerin matematiksel araç ve teknolojiden yararlanarak (matematik yazılımındaki yansıma dönüşümü aracının kullanımı (OB2. Dijital Okuryazarlık [OB2.2. Dijital İletişimi Anlama])) yansıma dönüşümünü içeren özgün ve estetik süsleme çalışmaları yapmaları sağlanabilir ve yapılan çalışmalar gözlem formu ile değerlendirilerek öğrencilere dönüt verilerek estetik değerinin kazanılması desteklenebilir (D7. Estetik [D7.1. Duyusal derinliği anlamak]). …" şeklinde açıklanmıştır. Bu açıklamadaki "halı ve kilim desenleri" örneğinde süslemeler kastedilmiştir. Yine açıklamadaki "yansıma dönüşümünü içeren özgün ve estetik süsleme çalışmaları yapmaları sağlanabilir" önerisi ile öğrencilere süsleme çalışması yaptırılması tavsiyesinde bulunulmuştur.

Ayrıca MAT.7.3.1.kodlu öğrenme çıktısın ait "Farklılaştırma" basamağında ise akranlarından daha ileri düzeydeki öğrencilere genişletilmiş ve

derinlemesine öğrenme fırsatları sunmaya, onların bilgi ve becerilerini geliştirmelerine yönelik öneriler "Zenginleştirme" basamağında sunulmuştur. Bu önerilerin ilki "Bir şeklin, kendisi ile kesişen bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün çizildiği çalışmalar yapılabilir. Eğik doğrulara göre tekrarlı yansımalar yaparak özgün desen oluşturma çalışmaları yapılabilir. Süreçte öğrencilere matematik yazılımındaki yansıma dönüşümü aracını kullanma fırsatı da verilebilir." şeklinde olup "özgün desen oluşturma çalışmaları ile süslemelere değinilmiştir. Bu önerilerin üçüncüsünde "Verilen bir süslemedeki yansıma dönüşümlerini belirlemeye yönelik çalışmalara yer verilebilir. Yansımayı içeren mandala kültürünü tanımaları ve bu bağlamda kültürümüzde yer alan çini sanatını fark ederek desenlerdeki benzerlik ve farklılıkları ayırt etmeleri beklenebilir. Bu çalışmalar aracılığıyla görsel sanatlar, sosyal bilgiler ve matematik disiplinleri arasında ilişki kurulabilir." şeklinde olup öğrencileri süslemedeki yansıma dönüşümünü bulmaya yönlendirerek süslemeye bir kez daha yer verilmiştir.

iv. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2024c)8. Sınıf "Dönüşüm" teması MAT.8.5.1. ve MAT.8.5.3. kodlu öğrenme çıktıları sırasıyla "Matematiksel araç ve teknoloji yardımıyla öteleme dönüşümünü çözümleyebilme" ve "Öteleme ve yansıma dönüşümlerini içeren problemleri çözebilme" şeklinde yer almaktadır. Bu öğrenme çıktılarının değerlendirilmesi ile uygun ölçme ve değerlendirme araçlarının ifade edildiği "Öğrenme Kanıtları (Ölçme ve Değerlendirme)" kısmında "…Öğrencilere Escher (Eşer)'in eserleri sunularak eserin içerdiği dönüşümleri inceledikleri, kendi orijinal ve estetik tasarımlarını bir desen üzerinden geliştirerek süslemeler yaptıkları bir performans görevi verilebilir. …" şeklinde ifadeler yer almaktadır. Bu kısımda öğrencilere süslemelerle ilgili performans görevi verilebileceği belirtilerek süslemeler konusuna atıfta bulunulmuştur.

Ayrıca MAT.8.5.1. ve MAT.8.5.3. kodlu öğrenme çıktıları ile eğilimler, programlar arası bileşenler ve öğrenme kanıtları arasında kurulan ve anlamlı ilişkilere dayanan öğrenme öğretme sürecini ifade eden "Öğrenme-Öğretme Yaşantıları" bölümündeki "Köprü Kurma" bileşeni için "Öteleme dönüşümüne ilişkin günlük hayattan (satranç taşları, teleferik gibi) örnekler

verilebilir. Sanatçılar, zanaatkârlar, müzisyenler, kareograflar gibi farklı alanlarda uzmanlığı olan kişilerin öteleme dönüşümüne dayalı çalışmalarından örnekler sunulabilir. Ayrıca Türk İslam sanatındaki süsleme çalışmaları (örneğin Anadolu halı ve kilim motifleri, mimari eserlerdeki geometrik süslemeler) arasında çeşitli geometrik dönüşümleri içeren eserlerin öğrenciler tarafından incelenmesi için uygun öğrenme ortamı oluşturulabilir." şeklinde bir açıklamaya yer verilmiştir. Bu açıklamada "Türk İslam sanatındaki süsleme çalışmaları (örneğin Anadolu halı ve kilim motifleri, mimari eserlerdeki geometrik süslemeler)" incelenerek öğrencinin öteleme konusundaki becerileri ile günlük hayat deneyimleri arasında bağ kurmayı ifade ederken yine süslemelerden söz edilmiştir.

MAT.8.5.3. kodlu öğrenme çıktısındaki becerinin hayata nasıl geçirileceği yani derste nasıl ele alınacağı ise "öğrenme-öğretme uygulamaları" kısmında "Yansıma ve öteleme dönüşümü ile ilgili çeşitli bağlamlardan (örneğin satranç, süslemeler, haritalar) seçilen problemlerden yararlanılır. … Escher (Eşer)'in eserlerini inceleyen ve eserin içerdiği dönüşümleri keşfeden öğrencilere, bir desen üzerinden kendi orijinal ve estetik tasarımlarını geliştirerek süslemeler yapmaları için performans görevi verilebilir. …" şeklinde açıklanmıştır. Bu açıklamada iki yerde süslemeden söz edilmiştir.
MAT.8.5.2. kodlu öğrenme çıktısındaki MAT.8.5.3. kodlu öğrenme çıktısına ait "Farklılaştırma" basamağında ise akranlarından daha ileri düzeydeki öğrencilere genişletilmiş ve derinlemesine öğrenme fırsatları sunmaya, onların bilgi ve becerilerini geliştirmelerine yönelik öneriler "Zenginleştirme" basamağında sunulmuştur. Bu önerilerin ilki "Öğrencilerin yansıma ve öteleme dönüşümü ile ilişkili doğadan ve sanattan seçilen görselleri matematik yazılımındaki dik koordinat sisteminde incelemeleri sağlanabilir. Yapılan incelemelerden hareketle öğrencilerin matematik yazılımında öteleme ve yansıma dönüşümlerinden biri veya ikisini de içeren özgün görseller ve süslemeler oluşturmaları istenebilir." şeklinde olup öğrencileri öteleme ve yansıma dönüşümlerinden faydalanarak özgün süsleme oluşturmaya yönlendirmektedir. Bu yönlendirmede de süslemelere yer verilmiştir.

Araştırmada uygulanacak süsleme etkinlikleri sonucunda öğrencilerin geometrik kavramlarının gelişebileceği öngörülmektedir. Yapılan etkinlikler aracılığıyla öğrenciler süslemelerdeki çokgenleri, düzgün çokgenleri ve geometrik dönüşümleri analiz eder ve dinamik geometri ortamında bu süreci deneyimler duruma gelebileceklerdir. Öğrenciler süslemelerin oluşumundaki çokgenlerin açı-kenar ilişkilerini görebilir, süslemelerdeki tekrar birimlerini fark edebilir ve süslemenin oluşabilmesi için gerekli dönüşümleri gerçekleştirebilir duruma gelebileceklerdir. Öğrenciler yaşam alanlarındaki geometrik süslemeleri ve matematiğin günlük hayatla olan ilişkisini fark ederek kültürel değeri de olan süslemelerle ilgili kişiye özgü bir uygulama ile kendi tasarımını yapabilirler.

Bu çalışma, hem kültürümüze ve tarihi miraslarımıza hitap eden hem matematiğin estetik yönüne hitap eden hem de eğlenceli bir öğrenme ortamı oluşturan ve aynı zamanda da öğrencilerin kavram gelişimlerini sağlayan bir konu olduğu için önemlidir. Ayrıca çalışma sonuçlarının ilerleyen süreçte Ortaokul Matematik Öğretim Programına yansıyabileceği ve süslemeler konusuna programda yeniden daha ayrıntılı yer verileceği düşünülmektedir.

1.4 Sınırlılıklar

Araştırma, 2022-2023 eğitim öğretim yılında Konya'da bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 8. sınıf öğrencilerinden elde edilen veriler ile sınırlıdır. Bu çalışmada ele alınacak geometrik kavramlar:

- Çokgen (eşkenar üçgen, ikizkenar dik üçgen, kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen)
- Düzgün çokgen (altıgen, sekizgen ve onikigen)
- Dönüşümler (yansıma, öteleme, döndürme (somut materyal üzerinde)) ile sınırlıdır.

1.5 Tanımlar

Çokgen: Birinin bitim noktası diğerinin başlangıç noktası ile çakışan doğru parçalarının oluşturduğu basit kapalı şekle çokgen denir (Baykul, 2009, s.378).

Düzgün Çokgen: Tüm kenar uzunlukları ve açı ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir (Grigorieva, 2013, s.113).

Dönüşüm Geometrisi: Bir nesnenin görüntüsünü oluşturabilmek için nesnenin şeklinde ve uzunluklarında değişiklik yapmadan hareket ettirilmesi işlemini içeren değişimlerdir (Demir ve Kurtulmuş, 2019).

Dinamik Geometri Ortamları: Dinamik geometri ortamları, geometrik şekillerin oluşturulmasını ve bu geometrik şekillerin yapısındaki çeşitli ilişkilerin belirlenmesini sağlar (Köse, 2008, s.12).

1.6 Kavramsal Çerçeve

Bu bölümde örüntü, süsleme, geometrik süslemeler ve ilgili araştırmalar başlıklarına yer verilmiştir.

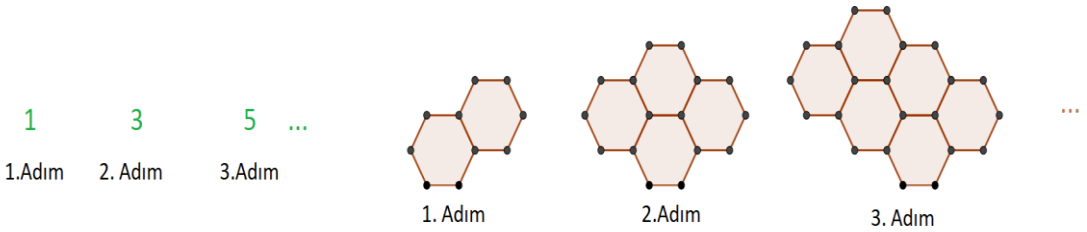
1.6.1 Örüntü

Türk Dil Kurumu'nun güncel sözlüğüne göre örüntü "olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi" şeklinde tanımlanmıştır. Alan yazında ise örüntünün pek çok tanımı daha karşımıza çıkmaktadır:

- Zihin tarafından kabul edilen düzenliliğin herhangi bir çeşididir (Sawer,1995'ten aktaran Tanışlı 2015, s.659).
- Sayısal, uzamsal ya da mantıksal ilişkiler içeren öngörülebilen bir düzenliliktir (Mulligan, 2010'dan aktaran Tanışlı 2015, s.659).
- Belirli bir düzene sahip matematiksel nesnelerin (sayılar, geometrik şekiller vb.) öğeleri ve yapıları arasındaki bir ilişkidir (Tanışlı, 2015).
- Tüm öğeleri belirli bir kuralla ilişkili olan nesneler kümesidir (Tanışlı, 2015).
- Düzenli dizilmiş nesne ya da şekillerin oluşturduğu manzumedir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2007).

- Herhangi bir geometrik veya topolojik uzayda elemanların herhangi bir şekilde konumlanmış veya harmanlanmış biçimidir (Argün ve diğerleri, 2014).
- Dünyadaki bir düzenlilik, insan yapımı tasarım veya öngörülebilir bir şekilde tekrarlanan soyut fikirlerdir (Uddin, 2019).

Tüm tanımlardan örüntünün belirli bir düzenliliğe sahip olduğunu söyleyebiliriz. Matematikte örüntüler *tekrarlanan* ve *değişen* olmak üzere iki grupta ele alınabilir. Tekrarlanan örüntü terimleri düzenli bir şekilde tekrar ederek devam eden örüntülerdir. Değişen örüntüler ise terimler arası ilişkinin genişlediği ya da daraldığı örüntülerdir (Tanışlı, 2015).

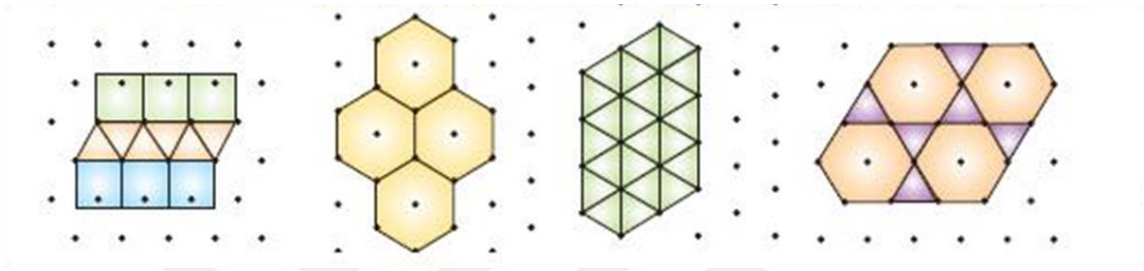


1.6.2 Süsleme

Örüntü kavramının geometri öğrenme alanındaki yansıması ise süslemelerdir (Tanışlı, 2015). Süsleme genel olarak, "karo (karo; düzlem kaplayıcı şekil anlamında kullanılmaktadır. Ancak günlük dildeki anlamının aksine, süsleme yapmakta kullanılan karoların dörtgen olma şartı yoktur.)" olarak adlandırılan sonlu alan (ya da hacim) parçalarını içine alan uzayın bir bölümüdür. Matematiksel olarak süsleme (T) ise boşluk kalmadan ya da örtüşmeden bir düzlemi kaplayan kapalı kümelerin sayılabilen bir ailesi olarak tanımlanabilir. $T = \{t_1, t_2, \ldots\}$ olmak üzere, t_i kapalı kümeler T'nin karolarıdır ve düzlemin alt bölümleridir (Martin, 1982; Ling, 2004).

Süslemelerin sistematik düzenliliği ve tekrarlanabilir olması süslemeyi örüntü yapan temel bir özelliktir. Dolayısıyla süsleme bir yüzeyin kaplandığı tekrarlanan örüntüler (Van de Walle, 2004) olarak ifade edilebilir. Diğer bir deyişle, Öklid düzleminde süslemeler, genellikle tek bir karonun kopyalanmasıyla oluşturulur. İzometrilerin (uzaklık ve özellik koruyan geometrik dönüşümler) karolara uygulanmasıyla düzlem

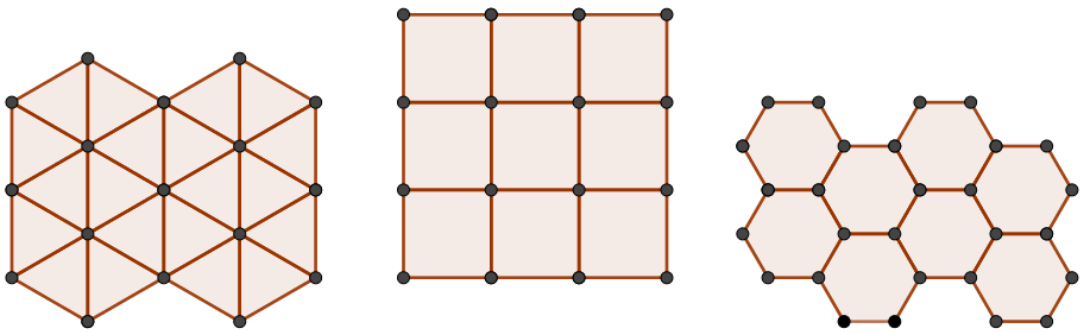
üzerinde bir örüntü meydana getirilir (Barth, 2007). Yani örüntülerin tekrar birimlerinin öteleme, dönme, yansıma ve ötelemeli yansıma dönüşümlerinden bir ya da birkaçı kullanılarak süslemeler gerçekleştirilir. Öteleme dönüşümünde tekrar birimi düzlem üzerinde bir doğrultu boyunca kaydırılır, dönme dönüşümünde düzlem üzerinde bir merkez nokta etrafında dairesel bir hareketle döndürülür, yansıma dönüşümünde düzlem üzerinde tanımlanan bir doğruya göre yansıtılır ve ötelemeli yansıma dönüşümünde ise tekrar birimine aynı anda hem öteleme hem de yansıma dönüşümleri uygulanır (Tanışlı, 2015).



Matematikte süslemeler düzenli, yarı düzenli ve kenar kenara süsleme olmak üzere üç şekilde ele alınabilir. ***Düzenli süslemeler*** tek bir düzgün çokgenin tekrarlanmasıyla oluşturulan süslemelerdir. Şekil 1.2'de görüldüğü gibi, bu süslemeler sadece eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgen ile oluşturulabilir:

Şekil 1.2

Düzenli Süsleme Örnekleri

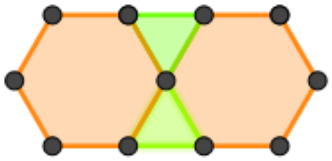


Yarı düzenli süslemeler ise, her biri düzgün çokgen olan iki ya da daha fazla karodan yapılan süslemelerdir. Yarı düzenli bir süslemenin her bir köşesinde aynı düzgün çokgen grubu aynı şekilde bir araya gelir. Herhangi bir köşe (ve dolayısıyla tamamlanmış yarı düzgün süsleme), o köşede birleşen şekil dizileri yardımıyla tanımlanabilir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Bu şekil dizisi süslemelerin kodunu oluşturur.

Süsleme kodu, herhangi bir köşeyi çevreleyen her bir düzgün çokgenin kenar sayısı ile belirlenir (Tanışlı, 2015). Örneğin Şekil 1.3'te görüldüğü gibi bir köşeyi çevreleyen eşkenar üçgen, düzgün altıgen, eşkenar üçgen ve düzgün altıgenden oluşan yarı düzenli bir süslemenin kodu (3.6.3.6) biçiminde ifade edilir:

Şekil 1.3

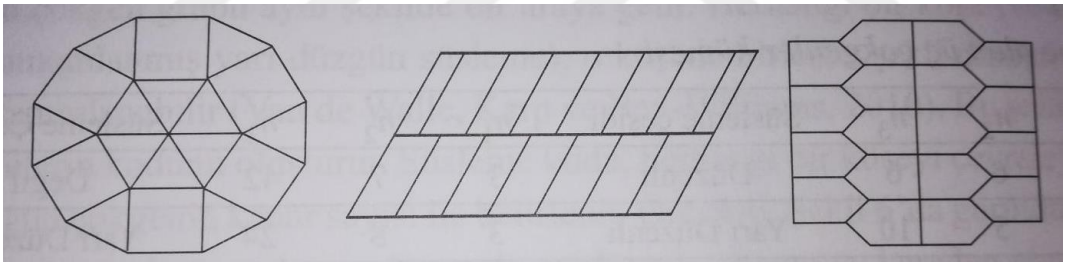
Yarı Düzenli Süsleme Örnekleri



Kenar kenara süslemeler Şekil 1.4'te görüldüğü gibi, her köşesi aynı düzgün çokgenler ile çevrilmeyen ya da dikdörtgen, eşkenar dörtgen, beşgen, paralelkenar gibi bir ya da birden fazla düzgün olmayan çokgen ile oluşturulan süslemelerdir (Tanışlı, 2015).

Şekil 1.4

Kenar Kenara Süslemelere Örnekler



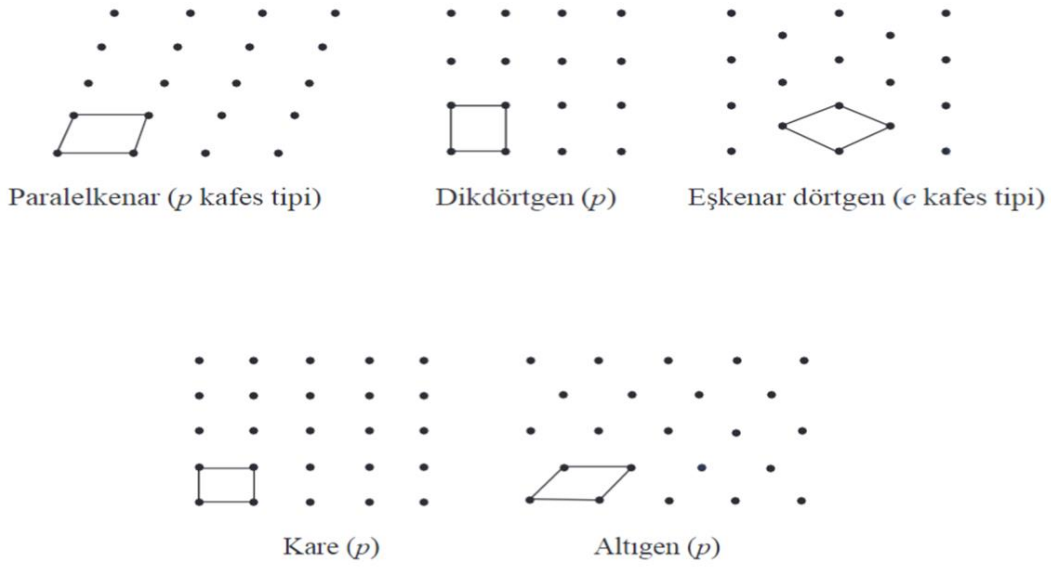
Süslemelerde kullanılan şekil ve bunların örüntüsüne bağlı olarak periyodik ve periyodik olmayan, simetrik ve asimetrik ve fraktal gibi başka sınıflandırmalar da yapılabilir. Örneğin matematikçilerin duvar kâğıdı grupları, simetri grupları ya da düzlemsel kristalografik gruplar olarak adlandırdığı süslemeler periyodik süslemeler kapsamında ele alınabilir. Yukarıda tartışılan süslemelerin hepsi belirli duvar gruplarının örnekleridir (Tanışlı, 2015).

Duvar grupları diğer bir ifade ile simetri grupları, öteleme simetrisi olan süslemeler olarak da nitelendirilir ve bunlardan sadece 17 tane vardır. Bu grupların tam olarak anlaşılması için iyi bir soyut cebir altyapısına ve öteleme, dönme, yansıma dönüşümlerine dair bilgilere ihtiyaç vardır. Simetri gruplarının çoğunda öteleme ya da düz bir doğru boyunca bir yerden bir yere kaydırma söz konusudur. Diğerlerinde ise, bir noktaya göre dönme,

bir noktaya ya da bir doğruya göre yansıma gözlemlenir. Örüntü ve süslemeler matematikçilerin izometri olarak ifade ettikleri dönüşümler ile oluşur. İzometri noktalar arasındaki uzaklığı olduğu gibi koruyan noktasal dönüşümlerdir. İzometrilerin bileşkeleri de izometrilerdir. Örneğin, ötelemeli yansıma merkez bir doğruda eş zamanlı öteleme ve yansımadır. Ötelemeli yansıma kavramını örneklemek için kullanılan genel bir örnek ayak izi ile oluşturan örüntülerdir. Simetri gruplarının her biri izometrilerin aynı kümesine eşlenen örüntülerin bir kümesinden oluşmaktadır. 17 tane simetri grubunun dışında kalanların tamamı ise izomorfiktir. Bunların tam olarak matematiksel bir açıklaması zordur ve karışıktır (Cerrone, 2006).

Her simetri örüntüsü tek ve her yöne sonsuz dönüşen biçimlenmiş bir karo (temel alan) ile oluşturulabilir. Ancak, tekrarlanan örüntülerin hepsi simetri örüntüsü değildir. Bir örüntünün simetri örüntüsü olup olmadığını belirlemenin anahtar özelliklerinden biri periyodik olmasıdır. Periyodik olma, örüntünün özdeş parçalarını tutmak için oluşturulabilen bir kafes olduğu anlamına gelir. Bir kafes, paralel iki küme içeren (mutlaka dikey ya da yatay değil), eşit aralıklı çizgilerden oluşan bir ızgaradır (bkz. Şekil 1.5) (Cerrone, 2006).

Şekil 1.5
Duvar kâğıdı grupları için beş olası kafes tipi



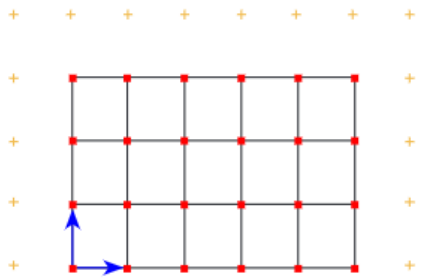
Simetri gruplarında; kafes tipi, dönme simetrisinin derecesi ve yansıma eksenlerine göre dört sembol kullanılır (*p1, p2, pm, pg, cm, pmm, pmg, pgg, cmm, p4, p4m, p4g, p3, p31m, p3m1, p6, p6m*). Birinci semboller kafes tipini gösterir. Örneğin *p* sembolü, Şekil 5'te

tanımladığımız paralelkenar, kare, dikdörtgen ve altıgen, c sembolü ise eşkenar dörtgen kafes tipini belirtir. İkinci sembol "*n*", dönme simetrisinin derecesine aittir. Dönme simetrisinin olduğu yerde ise sadece 1, 2, 3, 4, 6 kat dönme olasıdır. Üçüncü sembol yansıma eksenlerini gösterir. Yansıma eksenleri öteleme eksenlerinden birine paralel, diğerine diktir. Örneğin m sembolü yansıma, g sembolü ise ötelemeli yansıma eksenleri için kullanılır. Dördüncü sembol ise, dönme derecesi n' ye bağlı n 1, 2, 3, 4, 6 ve α = 360 / n olmak üzere öteleme eksenlerinden biri ile α açısı yapan bir yansıma eksenini gösterir (Cerrone, 2006). Aşağıda seçilen bazı simetri grupları verilen süsleme örnekleri üzerinde ayrıntılı olarak açıklanmaktadır (Tanışlı, 2015).

p1 en basit simetri grubu sadece ötelemelerden oluşmaktadır. Bu simetri grubunda yansımalar, dönmeler ya da ötelemeli yansımalar bulunmamaktadır. Örneğin Şekil 1.6'te görülen düzenli süsleme *p*1 grubuna aittir. Bu süslemenin kafes tipi dikdörtgendir ve tek bir karo ya da temel alan (yani kare) kafes boyunca vektörler doğrultusunda ötelenir. Bu süslemede 360°'lik bir dönme de söz konusu olup dönme simetrisinin derecesi 1'dir (Tanışlı, 2015).

Şekil 1.6

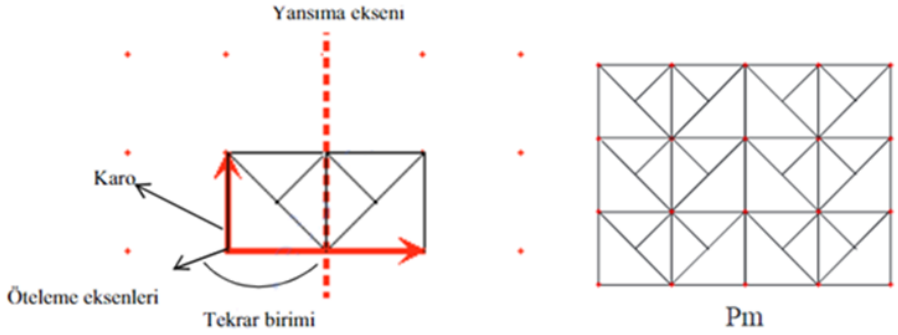
p1 Grubuna Ait Süsleme



*p*1 in temel alanı alınıp 180°, 120°, 90° ya da 60°'lik bir dönme açısı uygulanırsa sırasıyla *p*2, *p*3, *p*4 ve *p*6 olan simetri grupları elde edilir. Diğer taraftan *pm* simetri grubu ise, yansımalar içermektedir. Yansıma eksenleri, öteleme vektörlerinden birine paralel, diğerine diktir. Bu simetri grubunda dönmeler ya da ötelemeli yansımalar yoktur. *pm* simetri grubuna ilişkin bir örnek Şekil 1.7'de verilmiştir. Bu süsleme oluşturulurken öncelikle tek bir karonun ya da temel alanın yansıması alınarak süslemenin tekrar birimi yani ötelenecek alan elde edilir (Şekil 1.7a). Daha sonra tekrar birimi vektörler doğrultusunda bir birim yukarı, iki birim sağa ötelenerek süsleme tamamlanır (Şekil 1.7a) (Tanışlı, 2015).

Şekil 1.7

pm Grubuna Ait Süsleme

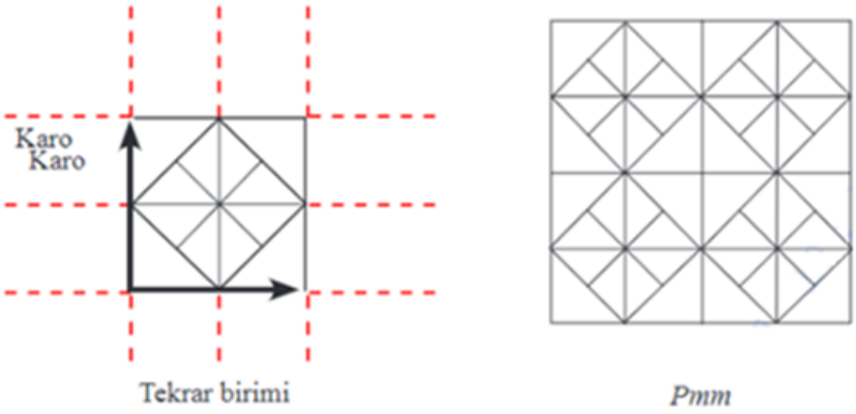


(a) (b)

Simetri gruplarından *pmm* ise yatay ve dikey birbirine dik yansıma eksenleri içermektedir. Bu eksenlerin kesiştiği noktalarda ise 180°'lik dönmeler söz konusu olduğundan bu simetri grubu *p2mm* biçiminde gösterilebilmektedir. Bu gruba ait örnek Şekil 1.8'de sunulmaktadır. Kafes tipi kare olan bu süsleme oluşturulurken, tek bir karonun yatay ve dikey iki eksene göre yansıması alınarak tekrar birimi elde edilir (Şekil 1.8a). Nitekim tekrar birimi yansıma eksenlerinin kesiştiği noktalarda 180°'lik dönmelerle oluşturulabilir. Daha sonra tekrar birimi vektörler doğrultusunda iki birim yukarı, iki birim aşağı ötelenerek süsleme tamamlanır (Şekil 1.8b) (Tanışlı, 2015).

Şekil 1.8

pmm Simetri Grubuna Ait Süsleme



(a) (b)

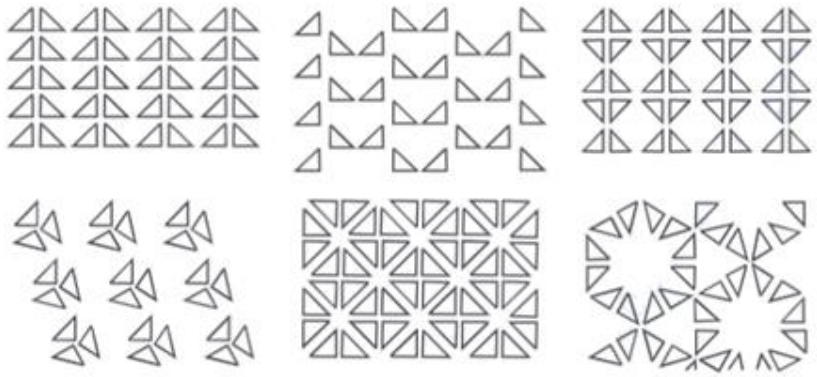
İki boyutlu Öklid düzlemini süslemenin yanı sıra, başka *n*-boyutlu uzayları da süslemek mümkündür. Örneğin n-boyutlu Öklid uzayda küpler kullanılarak kübik süslemeler oluşturulabilir. n-boyutlu eliptik uzayda (küresel süsleme, küresel çokyüzlü süsleme) ya

da n-boyutlu gerçek izdüşümsel uzayda (eliptik süsleme, izdüşümsel çok yüzlü süsleme) ya da n-boyutlu hiperbolik uzayda süslemeler yapılabilir. Örneğin, M. C. Escher'in Circle Limit III eseri, birbirine benzer balık gibi şekiller ile hiperbolik düzlemde oluşturulan bir süslemedir (Tanışlı, 2015).

Günlük hayatımızda sıkça karşılaştığımız simetri kavramına dönersek, bu kavramın aslında iki temel anlamı olduğunu görülecektir. Bu anlamlardan birincisi geometrik analizinden ve yorumundan söz edilebilecek, geometrik ve cebirsel temsillerinin sunulduğu, doğruya göre simetrinin vurgulandığı matematiksel anlamıdır. İkinci anlamı ise denge ve oran düşüncesini içeren, bir bütünün içindeki çeşitli parçaların bir uyumla birleşimini belirtmek için kullanılan anlamıdır. Bu son anlamda simetri estetik, güzellik, mükemmellik, sıralama ve uyum ile bağlantılıdır. Bu bağlantı ise en açık ve net biçimde birer sanat eseri olan süslemelerde görülebilmektedir (Yavuzsoy Köse, 2015).
Weyl (1952, s. 103) düzlemdeki süslemeler için 17 temel farklı simetri çeşidi olduğundan ve bu simetri çeşitlerinin tüm örneklerinin de eski çağlardaki, özellikle de eski Mısır dönemi süslemelerindeki dekoratif örüntülerde bulunabildiğinden söz etmektedir. Bu örüntülerde bize yansıyan geometrik hayal gücünün ve yaratıcılığın derinliği oldukça çarpıcıdır. Bu örüntülerin oluşumu matematiksel olarak önemli olduğundan süsleme sanatının, bilinen eski yüksek matematiği ortaya çıkaran gizli parçalar içerdiği söylenebilir. Bu durum bizi, özellikle 19. yüzyıldan önce dönüşüm gruplarının ispatlanmadığı düşünüldüğünde, Mısırlı sanatçıların tüm olasılıkları detaylı bir biçimde inceledikleri ve 17 simetri grubunu bildikleri sonucuna ulaştırmaktadır. Günlük yaşamımızda bizi çevreleyen bu simetri grupla duvar kâğıtlarında, halı ve kilimlerde, fayans zeminlerde, çinilerde, parkelerde, her türlü giysi kumaşı gibi çeşitli nesnelerde karşılaşılmaktadır. Peki, hemen her gün çevremizde gördüğümüz, düzenli tekrarlayan örüntüler ile oluşturulan çeşitli süslemelerde hayran kalınan bu simetriler nasıldır? Bu sorunun yanıtı ve simetrinin disiplinler arası bir kavram olduğunun kanıtı çeşitli dallardaki bilim insanlarının çalışmalarında (Weyl, 1952; Schattschneider, 1978; Thomas ve Hann, 2007) gizlidir. Özellikle kristallerin moleküler yapısı üzerine olan bilimsel araştırmalardan ortaya çıkan simetri grupları üzerine Polya (1888-1985) ve Weyl (1885-1955) gibi pek çok matematikçinin çalışması ve bu simetrilerin temelindeki dönüşümleri incelemeleri bu duruma verilebilecek en güzel örnekler arasındadır. Şekil 1.9'da bu on yedi simetri grubundan seçilen bazı örneklere yer verilmiştir (Yavuzsoy Köse, 2015).

Şekil 1.9

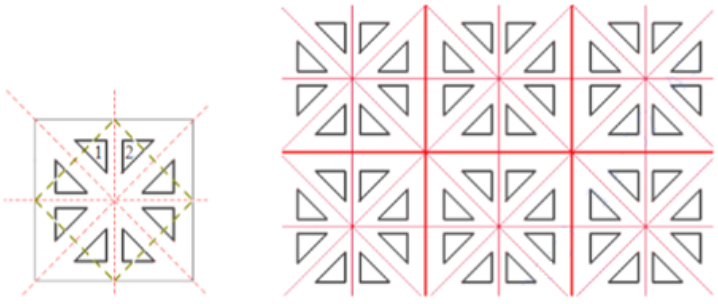
On Yedi Simetri Grubundan Örnekler



Şekil 1.9'daki örneklerin oluşumunun temelinde yansıma, dönme, öteleme ve ötelemeli yansıma olmak dört ana dönüşüm uygulaması söz konusudur ve uygulanan dönüşümlerde yansıma bir ya da birden fazla doğruya göre olabildiği gibi, yansıma diğer dönüşümlerle birleştirilerek de uygulanabilmektedir. Bu dönüşümleri görebilmek için örneklerden birinin detaylı olarak incelenmesi yeterli olacaktır. Örneğin Şekil 1.10'da sunulan simetri grubunda tekrar biriminin kare içine alınan şekil grubu olduğu görülmektedir. Bu birimin oluşturulmasında ise yatay, dikey ve köşegen konumundaki doğrulara göre bir üçgenin yansıması alınmıştır. Peki, bu tekrar birimi yansıma dönüşümünün yanı sıra hangi dönüşüm ya da dönüşümlerden yararlanılarak da oluşturulabilir? Bu sorunun yanıtlarından biri çözüm yolu olarak sunulsun. Yansıma doğrularının kesişim noktası dönme merkezi kabul edildiğinde 1 ve 2 numaralı üçgenlerin 90°, 180° ve 270° dönmeleri sonucunda tekrar birimi oluşturulabilir. Simetri grubunun tamamının oluşumunda ise tekrar birimindeki yansıma doğrularından yararlanılabileceği gibi daha kalın biçimde belirtilen yatay ve dikey konumlardaki doğrulara göre de tekrar biriminin yansıması alınabilir (Yavuzsoy Köse, 2015).

Şekil 1.10.

Bir Simetri Grubunun Matematiksel Analizi



On yedi düzlem simetri grubunun sınıflandırılması ilk kez 1891 yılında kristal bilimcisi olan E. S. Ferodov tarafından yapılmakla birlikte, bu sınıflamayı şekilsel olarak gösteren ilk çalışma George Pólya'nın 1924 yılındaki çalışmasıdır (Schattschneider, 1987). Bu çalışmalardan ilk etkilenenlerden biri, ünlü Hollandalı grafik sanatçısı Maurits Cornelis Escher'dir. Escher'den çok daha önce, bu simetri çeşitlerinin İslami geometrik süslemelerde var olduğu söylenebilir. Bu geometrik örüntüler, sanat, matematik ve yaratıcılığın birleştiği eşsiz örnekler sunar. Özellikle yıldız motifinin temel alındığı bu örneklerde, son derece zarif ve iç içe geçmiş geometrik şekillerin bir harmonisi görülmektedir (Yavuzsoy Köse, 2015).

1.6.2.1 İslami Geometrik Süslemeler

İslam sanatının matematikle ilişkisini yansıtan örneklerler 700-1500 yılları arasındaki İslami süslemelerde yer alan geometrik desenlerdir. Daha çok camilerin iç ve dış yüzeylerinde, halı tasarımlarında ve Kur'an-ı Kerim sayfalarında karşılaşılan bu geometrik süslemeler hem Müslüman dünyasındaki tasarımcıların hem de Avrupalı tasarımcıların sanatında uygulanmış ve kabul görmüştür. Eski tasarımlardan Hindistan'daki Tac Mahal ve İspanya'daki Alhamra gibi yapılarda birkaç yüzyıl boyunca hayatta kalan önemli eserlerdendir (Hakkı, 2014; İsmail ve Kasmin, 2007; Tanışlı, 2015).

Şekil 1.11

Taç Mahal.

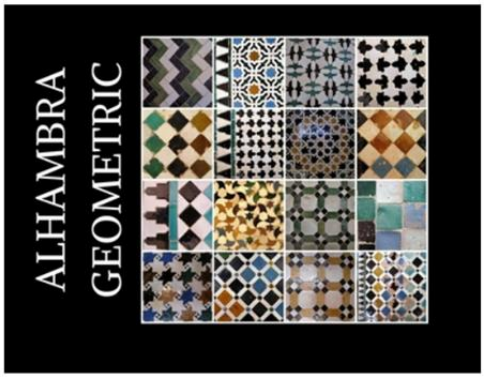
IND 0409: Tac Mahal, Agra

Katalog No	IND 0409
Anıt	taç Mahal
İlçe	Agra
Bölge	Hindistan
Hanedan	Babür
CE	1626
AH	1036
Canon	Geometrik Desen
Özellik	Kafes ve Delikli Ekranlar
Orta	Oyma Duvarcılık ve Taş Kabartma

Kaynak: https://patterninislamicart.com/archive/browse/monuments/52/taj-mahal/ind0409 (Erişim tarihi: 09.01.2021)

Şekil 1.12

Alhambra.



Kaynak: https://www.goodreads.com/book/show/54029679-alhambra-geometric (Erişim tarihi: 09.01.2021).

İslami geometrik süslemeler açısından çok zengin olan ülkemizden Şekil 1.13'te İstanbul'daki iki ayrı camiden örnekler sunulmuştur (Yavuzsoy Köse, 2015).

Şekil 1.13

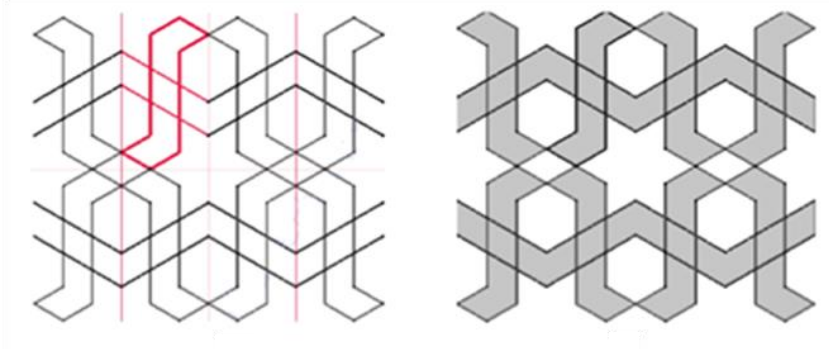
İstanbul Şehzade Camii ve Sultan Ahmet Camii'nden örnekler

(a) (b)

Sultan Ahmet Cami'sinde yer alan süsleme ayrıntılı olarak incelendiğinde aslında tekrar eden tek bir şeklin olduğu görülebilecektir. Bu şekil, Şekil 1.14a'daki kırmızı doğrular arasında kenarları kırmızı ile belirtilen şekildir. Bu şeklin dikey ve yatay konumdaki doğrulara göre yansıması alınarak süsleme oluşturulmuş (Şekil 1.14b), ortada kalan boşluklarda kendiliğinden bir yıldız motifi ortaya çıkmıştır (Yavuzsoy Köse, 2015).

Şekil 1.14

Süslemenin Oluşumu ve Analizi



(a) (b)

İslam sanatında dört tür süsleme sanatı bulunmaktadır: *hat sanatı*, *figürlü formlar* (insan ve hayvan), *bitkisel motifler* ve *geometrik desenler*. Bu desenler, tek tek veya birleşik olarak, her tür yüzeyi süsleyerek karışık ve karmaşık düzenlemeler oluşturur (The Metropolitan Museum of Art, 2004). Pek çok İslam âlimi, insanların ve hayvanların sanatsal temsilini onaylamadıkları için, İslam sanatı daha çok geometrik desenler ve hat sanatı etrafında gelişmiştir (İsmail and Kasmin, 2007).

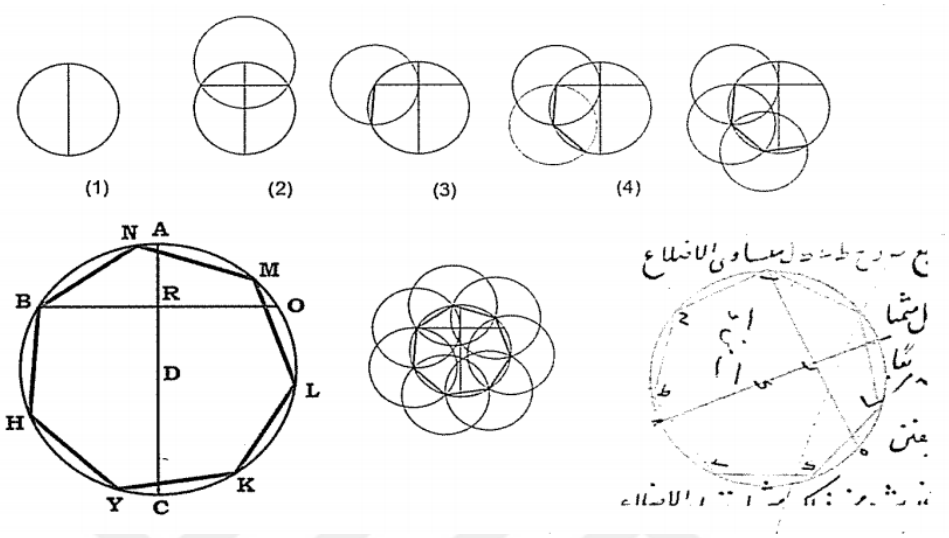
Geometrik süsleme İslam dünyasında bir zirveye ulaşmış olsa da Bizans ve Sasani imparatorluklarında temel şekillerin ve karmaşık desenlerin kaynakları geç antik dönemde zaten mevcuttu. İslami sanatçılar, klasik geleneğin temel unsurlarını benimsemiş, daha sonra birliğin, mantığın ve düzenin önemini vurgulayan yeni bir dekorasyon biçimi icat etmek için bunları detaylandırmıştır (The Metropolitan Museum of Art, 2004).

Ortaçağ geometri ilminde, İslami geometrik desenlerle alakalı olarak, özellikle eş kenarlı çokgenlerin çizim yöntemleri oldukça önemlidir. Bu konuda Yunan dönemi matematiğinden devralınan yöntemlere İslam dönemi matematikçileri önemli katkıda bulunmuş, zaman zaman eski yöntemleri beğenmeyerek yeni yöntemler geliştirmişlerdir. Mesela Ebu'l Vefa el-Buzcânî, bu konuyla alakalı olarak yazmış olduğu eserinde eşkenarlı bir beşgenin, pergel açısını sadece bir kez sabitleştirerek nasıl çizilebileceğinin yöntemini vermiştir (daha sonra bu yöntemi "küflü pergel yöntemi" olarak adlandırılmıştır). Buna ilaveten eş kenarlı çokgenlerin çizim yöntemleri arasında özellikle eşkenarlı 7 gen ve 9 genler önemli bir problem teşkil etmektedir. Lakin bu iki çokgeni "pergel cetvel konstrüksiyonu" adıyla adlandırılan yöntemle çizmek mümkün olmadığı

için İslam medeniyetinin matematikçileri özel olarak yedigen ve dokuzgen çizimini konu alan eserler kaleme almışlardır (Şen, 2013).

Şekil 1.15

Ebu'l Vefa'nın yedigen çizimi verdiği yaklaşık konstrüksiyon



Çizimler: Hüseyin Şen.

Resim: Süleymaniye Kütüphanesi, Ayasofya 2753, S. 3 (Varak 13)

Kaynak: Şen, H., (2013), İslam Sanatında Geometrik Desenler, *Türk İslam Medeniyeti Akademik Araştırmalar Dergisi*, Türk İslam Medeniyeti Akademik Araştırmalar Enstitüsü, Konya.

İslam sanatının ve mimarisinin hemen hemen her alanında İslami geometrik desenlerle karşılaşmamıza rağmen, bu desenlerin nasıl ve niçin yapıldığı sorularına ışık tutabilecek kaynaklar oldukça azdır. Yazılı kaynak olarak günümüze, 3'ü tomar, 2'si yazma olmak üzere, sadece 5 farklı kaynak ulaşmıştır (Şen, 2013):

1. Sanatkârların ihtiyacı olan geometrik konstrüksiyonlar hakkında kitap - Kitabfimayahtajuilayhi al-sanimina'mal al-handasa, Ebu'l Vefa el-Buzcanî (Farklı nüshaları mevcut)

2. Topkapı Parşömeni (Topkapı Sarayı Müzesi Kütüphanesi)

3. Taşkent Parşömenleri (Doğu Araştırmaları Enstitüsü)

4. Mirza Akbar Parşömenleri (Victoria and Albert Müzesi, Londra)

5. İç içe geçen benzer veya karşılıklı şekiller hakkında, Fi tadakhul el-eşkal el-muteşabihe ev mutevafike, Anonim, Farsça, 40 varak (Bibliotheque Nationale, Paris).

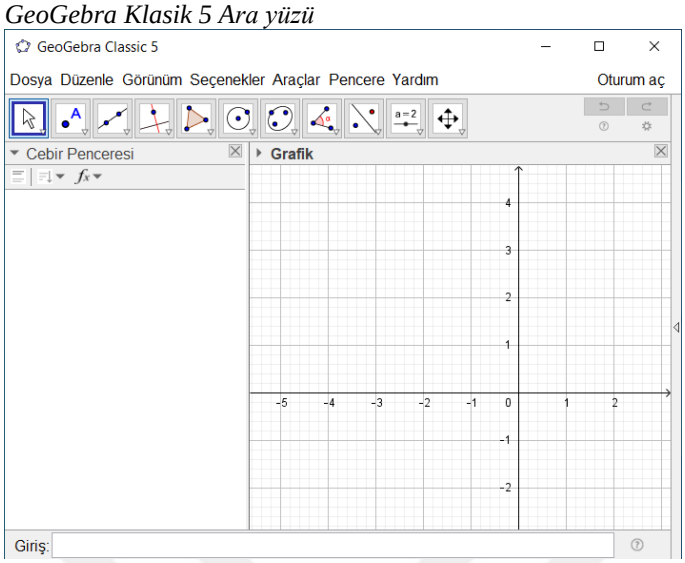
1.6.3 Dinamik Geometri Ortamları

Geometri yoluyla öğrenciler geometrik şekiller ve yapıların özelliklerini ve ilişkilerini nasıl analiz edeceklerini öğrenirler (NCTM, 2000, s. 41). Öğrencilerin geometrik şekilleri ve aralarındaki ilişkileri kalıcı olarak öğrenebilmeleri için somut materyal ve çizimler kullanılmaktadır. Son zamanlarda da teknolojik ürünler (grafik hesap makineleri, dinamik geometri yazılımları, sanal manipülatifler, elektronik tablolar, bilgisayarlı cebir sistemleri ve artırılmış gerçeklik uygulamaları vb.) öğretimi kolaylaştırmaktadır. Bu teknolojik ürünler sayesinde öğrenciler matematiği, genellemeleri ve ilişkileri açıklamak için tahminlerini kontrol edebildikleri ve teori geliştirebildikleri bir bilim laboratuvarı haline dönüştürmüştür (Köse, 2008, s.12). Baki (2000, s.193), matematikteki kavram ve ilişkilerin görselleştirilerek somutlaştırılmasında teknolojilerin uygun ve etkili bir biçimde kullanıldığı durumlarda, öğretme ve öğrenmeyi olumlu yönde etkileyeceğini belirtmiştir. Benzer şekilde Gürbüz ve Gülburnu (2013, s.234), geometri öğretiminde kullanılacak teknoloji destekli araçların, öğrencinin geometrik cisimleri tanımasını ve görselleştirmesini kolaylaştırmakta ve uzamsal beceriyi geliştirmekte etkili bir yöntem olduğunu belirtmiştir. Abdullah ve Mohamed (2008)'e göre de öğrencilerin geometrik öğrenme deneyiminin daha anlamlı bir şekilde değiştirilmesi için etkileşimli dinamik geometri yazılımlarından (Geometer's Sketchpad, Cabri, Thales, Cinderella, Dr. Geo, KDE Interactive Geometry (KIG), GeoGebra vb.) faydalanılmalıdır.

Geometri, cebir ve hesaplamayı bir yazılımda birleştirme fikriyle geliştirilen GeoGebra, Avusturya Salzburg Üniversitesi'nde Markus Hohenwarter'ın yüksek lisans tez projesi olarak tasarlanmıştır (Hohenwarter ve Lavicza, 2007, s. 49). Açık kaynak kodlu bir yazılım olan GeoGebra yalnızca Java eklentisi gerektirdiğinden neredeyse tüm işletim sistemlerinde çalıştırılabilir (Hohenwarter ve Lavicza, 2007, s. 51). GeoGebra ücretsiz ve kullanıcı dostu ara yüzü olduğu için matematik ve geometri ile ilgilenen herkes için tercih edilebilir bir yazılımdır.

Şekil 1.16

GeoGebra Klasik 5 Ara yüzü



GeoGebra'nın dinamik geometri yazılımı (DGY) ve bilgisayar cebir sistemi (BCS) olmak üzere iki karakteristik özelliği bulunmaktadır. Noktalar, doğrular, doğru parçaları ve konik kesitleri içermesiyle bir DGY olmasının yanında, fonksiyon noktalarını bulma, denklemlerin doğrudan girişiyle görselleştirmeye yardımcı olduğu için aynı zamanda BCS'dir (Hohenwarter ve Jones, 2007, s. 126-127; Diković, 2009, s. 192). Dinamik geometri yazılımlarının ortak yönü olan sürükleme özelliğiyle birlikte öğrenciler matematiksel kavramları veya şekilleri matematiksel yapısı bozulmadan araştırabilir ve arasındaki ilişkileri belirleyebilir. Yazılımın içinde bulundurduğu bir diğer önemli özellik "sürgü" aracı, parametreleri dinamik olarak düzenlemeyi sağlar. Bu araç ile noktalar veya vektörlerin koordinatları, doğruların veya konik kesitlerinin denklemlerinin ve fonksiyonların sayısal ve açısal değerlerini dinamik olarak ayarlamayı mümkün kılmaktadır (Hohenwarter ve Jones, 2007, s. 128).

Dikovic (2009, s. 192-193) GeoGebra yazılımının kullanımının avantajlarını aşağıdaki şekilde listelemiştir:

- Kullanıcı dostu ara yüzü ve birçok dile çevrilebilen menüler, komutlar ve yardım bölümü sunar.
- Bireysel veya rehber eşliğinde keşfederek öğrenmeyi destekler.
- Ara yüzü kişiselleştirilebilir olduğundan yazı tipi, boyutu, çizgi kalınlığı, çizgi stili gibi özellikler isteğe göre ayarlanabilir.

- Anlamlı matematiksel öğrenmeyi sağlamak için sürükleme işlevi ve "sürgü" aracını kullanarak bağımsız nesneleri değiştirebilirler. Bağımsız nesneleri değiştirdiklerinde bağımlı nesnelerin nasıl etkileneceğini gözlemleyebilirler.
- İşbirlikçi öğrenme stratejisi için fırsat sağlar.
- Cebir girişi bölümüyle kullanıcıların komut satırını kullanarak yeni nesneler oluşturma ve mevcut nesneleri değiştirebilme imkânı sağlar.
- Matematiğin görselleştirilmesi, araştırma yapma ve etkileşimli matematik dersler oluşturma gibi alanlarda öğretmenleri teknoloji kullanmaya teşvik eder.

Bu çalışmada ise GeoGebra dinamik geometri yazılımının kullanılmasının birden çok nedeni bulunmaktadır. GeoGebra'nın kullanıcı dostu ara yüzü olması, öğrencilerin bu ara yüze kolaylıkla alışabilmesi ve ara yüzü kişiselleştirebilmesi, programdaki birçok dil desteğinden birinin de Türkçe dil desteği olması, ücretsiz bir uygulama olması, neredeyse tüm işletim sistemlerinde çalıştırılabilen bir program olması, okullardaki donanımı düşük bilgisayarlarda bile çalışıyor olması bu nedenlerden bazılarıdır. Esas neden ise araştırma kapsamında ele alınan süslemeleri inşa etmeye müsait bir program olmasıdır. Öğrenciler GeoGebra'da farklı yollarla süslemelerin tekrar birimlerini inşa edebilmektedirler. Bu tekrar birimlerini GeoGebra'nın sürükleme özelliği ile taşıyabilmekte, küçültüp büyültebilmektedirler. Ayrıca tekrar birimine çeşitli dönüşümler (yansıma, öteleme, döndürme) uygulayarak süslemedeki desenlere uygun dönüşümleri deneyerek bulabilmekte ve süslemeyi istediği gibi renklendirebilmektedir. Ayrıca öğrenci GeoGebra'da oluşturduğu süslemenin inşa mı çizim mi olduğunu süslemedeki bağımsız noktalardan birini taşıyarak anlayabilmektedir. Eğer öğrenci bir süsleme inşası gerçekleştirmiş ise şekilleri matematiksel yapısı bozulmadan taşıyabilmektedir. GeoGebra yazılımının bu özellikleri sayesinde öğrenciler soyut kavramları daha iyi anlayabilmekte ve kendi öğrenme süreçlerini kontrol edebilmektedirler. Süslemelerdeki renkli desenler dersin daha ilgi çekici hale gelmesini ve öğrencilerin dikkatinin canlı tutulmasını da sağlamaktadır. Bu nedenlerle, süslemeler aracılığıyla geometrik kavramların oluşturulduğu bu çalışmada GeoGebra vazgeçilmez bir araç olarak kabul edilmektedir. Ayrıca GeoGebra, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Matematik Öğretim Programlarındaki birçok etkinlik için de oldukça kullanışlı bir program olarak karşımıza çıkmaktadır.

1.6.4 İlgili Araştırmalar

Bu bölümde alan yazındaki süslemelerle ilgili diğer yayın ve araştırmalar yer almaktadır.

Altınışık vd. (2022) "Süslemelerin Öğretimi: Şerit Süslemeler ve Kaplamalar" isimli kitap bölümü çalışmasında tarihsel ve sanatsal zenginlikler göz önünde bulundurularak, şerit süslemeler ve düzlem kaplamaların düzlemde dönüşümler, izometriler ve simetriler bağlamında matematiksel incelenmesi yapılmıştır. Matematiksel incelemede mümkün olduğunca matematiksel dilin de öne çıkarılması hedeflenmiş olup, şerit süsleme ve kaplamaların sadece görsel yönünü değil aynı zamanda matematiksel yönünü de vurgulamışlardır. Bölümün diğer kısmında ise, şerit süslemelerin ve kaplamaların öğretimine yönelik yaklaşımlar, ilkokul, ortaokul ve lise düzeyinde örnek teşkil edecek etkinlik önerileri ele alınmıştır.

Karakuş (2020) Örüntü, Süsleme, Fraktallar ve Öğretimi adlı çalışmasında örüntü, süsleme ve fraktallarla ilgili teorik bilgiler vermiştir. Ardından bu konuların yıllara göre öğretim programlarındaki değişimini incelemiştir. Konuların öğretimine yönelik etkinlik örnekleri paylaşmıştır. Süsleme konusu ile ilgili "Çokgensel bölge modelleriyle bir bölgeyi döşeyerek süsleme yapar" kazanımına yönelik öğretim etkinliği paylaşmıştır. Etkinlik Eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen, düzgün altıgen, düzgün yedigenden oluşan kartlarla gerçekleştirilmektedir. Süslemelerde bir köşe noktasındaki açıların ölçüleri toplamının 360 dereceye =, >, < olması durumları incelenmiştir. Etkinlik sonunda da düzgün sekizgen, dokuzgen ve ongen ile düzgün olmayan çokgenlerle süsleme yapılıp yapılmayacağı değerlendirilmiştir.

Yüksel (2015) "Ortaokul 7. sınıf matematik dersi dönüşüm geometrisi ve örüntü-süslemeler alt öğrenme alanlarının görsel sanatlar dersi ile desteklenmesinin öğrenci başarıları ve tutumlarına etkisi" adlı çalışmasında "görsel sanatlar dersi ile desteklenerek ders işlemenin, öğrencilerin akademik başarılarını ve tutumlarını arttırmada, yapılandırmacı yaklaşım ile ders işlemeye göre daha etkili olduğu görülmüştür" sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı çalışmasında 7. sınıf matematik dersi *Dönüşüm Geometrisi* ve *Örüntü Süslemeler* kazanımlarını verirken Mozaiklerin simetri eksenlerini çizdirme, Logo tasarlama, Sulu boya ile ip baskısı yapma, Kes-yapıştır vb etkinliklerle matematik dersini Görsel Sanatlar dersi ile desteklemiştir.

Bursalıoğlu (2010) "Örüntü ve süsleme etkinliklerinin, analizle öğretim yöntemiyle öğretimin 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ve akademik başarıları üzerine etkisi" adlı nicel çalışmasında analizle öğretim yöntemiyle uygulanan örüntü ve süsleme etkinliklerine bağlı olarak deney grubunun matematiğe yönelik tutumlarında ve akademik başarılarında olumlu gelişmeler sağlamıştır. Uyguladığı etkinliklerde süsleme konusu ile ilgili etkinlikte noktalı kâğıt ve izometrik kağıt kullanılmış. Hazır çizilmiş çokgenleri kullanarak öğrencinin öteleme ile süsleme yapılması istenmiştir.

Kılıç, Köse, Tanışlı ve Özdaş (2007) "İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Süsleme Etkinliklerindeki Van Hiele Geometrik Düşünce Düzeylerinin Belirlenmesi" adlı nitel araştırmasında ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme konusunda Van Hiele geometrik düşünce düzeylerinden görsel ve analitik düzeyde yer aldıkları tespit etmiştir. Ayrıca, öğrencilerin matematik dersi başarı düzeyleri ile süsleme etkinliklerindeki Van Hiele geometrik düşünce düzeyleri arasında bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Callingham (2004) tarafından Avustralya'da bir ilköğretim okulunda 5. ve 6. sınıfa devam eden toplam 26 öğrenciyle gerçekleştirilen "İlköğretim Öğrencilerinin Mozaikleme Anlayışı: İlk Keşif" adlı araştırmada, öğrencilere 8 düzenli, yarı düzenli ve düzensiz süslemelerden oluşan çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Daha sonra öğrencilerden bu çalışma yapraklarında yer alan süslemelerdeki şekilleri tanımlamaları ve süslemeyi oluştururken kullandıkları dönüşümleri olabildiğince detaylı bir şekilde yazmaları istenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin düzey olarak görsel, analitik ve soyutlama düzeyinde yer aldığı ve bir kısım öğrencinin de ilgisiz olarak atandığı görülmüştür.

Johnson ve Kashef (1996) tarafından yapılan "Teknoloji Eğitimi Sınıflarında Süslemeler" adlı çalışmada süslemenin matematikte alternatif ve ilgi çekici bir etkinlik olanağı sağladığı belirtilmiştir. Matematik programında, problem çözme becerilerinde ve diğer konuları kavramada kolaylık sağladığı gibi resim, fen ve tarih alanlarında da öğrencilerin bilgilerini arttırdığı saptanmıştır. Teknoloji sınıflarında gerek el ile gerekse bilgisayar ile yapılan çizimler yani süsleme etkinlikleri, öğrencilere yeni ve farklı bir şeyler katarak büyük bir zevk almalarını sağlamıştır.

Türkiye'nin dört bir yanında binlerce örnekleriyle karşılaştığımız İslami geometrik desenler konusunda Türkiye'de son on yılda İstanbul'da çeşitli çalıştaylar (Uluslararası

İslam Sanatında Geometrik Desenler Çalıştayı, https://istanbultasarimmerkezi.org/faaliyetler.php) ve kongreler(https://ibridgeconference.org/) düzenlenmiştir. Bu alana ilgi duyan insanlara kurslar (https://istanbultasarimmerkezi.org/persian-decagonal-geometric-pattern-design_OE9.html) verilmektedir. Kıymetli eserler ortaya konmuştur (Serap Ekizer Sönmez, Anadolu Selçuklu Sanatının Geometrik Dili Seti-3 Kitap Takım-300. Özel Kitap 2020, Ketebe Yayınları; Serap Ekizer Sönmez, Mimar Sinan Camileri ve İslam Sanatında Geometrik Desenler 2017 Klasik Yayınları; Serap Ekizer Sönmez, Mimar Sinan Cami Minberlerinde Beşgen Geometrik Desenler 2016 İstanbul Tasarım Yayınları). Yabancı bazı yazarların eserleri Türkçeye çevrilmiştir (Broug, 2019).

İslami geometrik süslemelerle ilgili yapılan çalışmaları ikiye ayırabiliriz. Bunlardan birincisi süslemelerin eskisi gibi çizilmeye oluşturulmaya çalışıldığı çalışmalardır. Bu çalışmalarda pergel ve cetvel kullanılmaktadır. Örneğin Broug (2019) kitabında dünyanın farklı yerlerinde bulunan yapılardaki süslemelerin daireler yardımıyla adım adım nasıl çizildiğini 23 örnekte kolay/orta/zor seviyeleri ile sınıflandırarak tarif etmiştir. Ekizler Sönmez'in (2016, 2017 ve 2020) kitaplarında birçok şehirdeki çeşitli mimari yapılarda yer alan desenlerin analizi yapılmış ve bunların nasıl ortaya çıktığını adım adım izah edilerek binin üzerinde çizimde desenler gösterilmiştir. Seçilen bazı desenlerin hem cetvel-pergel konstrüksiyonu ile hem çokgen (poligonal) sistemleriyle hem de geometrinin izin verdiği farklı perspektiflerle üretimi sağlanmıştır. Ayrıca son kitabında desenler arasındaki akrabalık ilişkilerine de dikkat çekmiş ve yeni tasarımlar oluşturmak için yönlendirici yaklaşımlarda bulunmuştur. Bu yönüyle bakıldığında kitabın analizi yapılan desen sayısından çok daha fazla tasarım içerdiği söylenebilir. New York Metropolitan Sanat Müzesi yayını olan İslam Sanatı ve Geometrik Tasarım (2004) adlı kitapta ise Metropolitan Müzesi'nin koleksiyonundaki İslam sanatının güzel örneklerinden örnekler tanıtılmış. Ardından 11 etkinlikle bu örneklerden bazılarının pergel ve cetvel yardımıyla nasıl oluşturulacağı çizimlerle anlatılmıştır. Matematik öğretmelerinin bu etkinlikleri geometrik ilkeleri pekiştirmek için kullanabileceği söylenmektedir. Ayrıca öğrencilerin etkinlikler sonrasında kendi kalıplarını yaratabilecekleri vurgulanmıştır.

İslami Geometrik desenler incelendiğinde süslemelerin pergel ve ölçüsüz cetvel konstrüksiyonu ile gerçekleştirildiği görülmektedir (Ekizler Sönmez, 2020) ve süslemeler

daireler yardımıyla çeşitli inşa prosedürleri ile oluşturulmaktadır. Sadece dini motiflerde değil diğer kültürel unsurlarda da geometrik desenlerle karşılaşmak mümkündür. Çeşmelerde, halılarda, süs eşyalarında, çeşitli yapılarda geometrik süslemeler bulunmaktadır. Süslemeler kültürel olarak mesajlar vermektedir. Matematiğin kültürel unsurlarla birleştirildiği etnomatematik uygulamaları, öğrencilerin öğrenme katılımını, ilgisini motivasyonunu arttırmakta ve yaratıcılığını geliştirmektedir (Verner vd., 2013; Verner vd., 2019).

İslami geometrik süslemelerle ilgili yapılan diğer çalışmalarda ise dinamik geometrik yazılımları kullanılmaktadır. Örneğin İsmail &Kasmin (2007) çalışmasında KDE etkileşimli geometri (KIG) programı yardımıyla öğrencilere bazı tasarımların nasıl çizileceğini talimatlarla açıklamaktadır. Ayrıca çalışmada yaratıcı öğrencilerin çalışmalarından bazı örnekler de paylaşılmıştır. Araştırmanın sonucu "Etkileşimli geometrik yazılım kullanarak İslam sanatı yaratma görevi, öğrencilere matematiğin güzelliğini takdir etmeyi öğretir. İkinci olarak, matematiğin ve kültürün birbirinden ayrılamayacağının farkına varırlar. Üçüncüsü, matematiksel özellikleri, kalıpları ve ilişkileri keşfetmek için yeni fikirleri keşfedip deneyerek daha zengin bir perspektiften geometrik fikirleri görebilirler. Bunun dışında ve en önemlisi, birçok araştırmanın gösterdiği gibi, etkileşimli geometrik ortamda çalışmak, çeşitli geometrik düşünme seviyelerine ulaşmalarına yardımcı olabilir." şeklindedir.

Majewski (2011) çalışmasında İstanbul'dan seçilmiş geometrik süslemeleri ele almıştır. Süslemelerin yapısını inceleyerek ve bunları çizmek için kullanılan ızgaraların nasıl inşa edildiğini göstermiştir. Bu ızgaraları ve eksiksiz süsleri oluşturmak için Geometer's Sketchpad bilgisayar programı kullanmış. Ayrıca yazar bu örnekleri oluştururken öğrencilerin yapıcı geometride bir dizi önemli konuyu, örneğin düzenli çokgen yapıları, bir daire içine çizilmiş veya çizilen şekillerin yapıları, açıların ve parçaların belirli sayıda parçaya bölünmesi, şekillerin dönüşümleri vb. öğrenebileceğini vurgulamıştır.

Rønning (2009) çalışmasında Cabri II plus, sürüm 1.4.3 kullanılarak sıkça karşılaşılan İslami desenlerden bazılarının çizimine yer vermiştir. Çalışmada hangi desenlere İslami geometrik desen denileceği ile ilgili bazı alan yazın tespitlerine de yer verilmiştir. Ayrıca desenlerdeki tekrar birimlerinin hareketleri de simetriler kullanılarak açıklanmıştır. Simetri gruplarına da değinilmiştir. Wichmann (2009) da çalışmasında en çok kullanılan

simetri örneği ve diğer örnekleri fotoğraflarıyla, linkler eşliğinde ve simetri kodları ile (birçok İslami geometrik desenlerin simetri kodlarını da) birlikte vermiştir.

Abas ve Salman (1992) makalelerinde İslami desenler için klasik geometrik yöntemlerin evrimini tartışıyor ve modern bilgisayar grafikleri kullanarak tüm kristalografik tekrar modellerinin verimli bir şekilde üretilmesi için grup teorisine dayalı algoritmalar geliştirmeyi tartışmaktadır. Çalışmada CAD (2D ve 3D CAD için orijinal AutoCAD® yazılımı) paketi kullanımı öneriliyor.

llktürk (2008) yüksek lisans tez çalışmasında matematik ve görsel sanatları birleştirmek istemiştir. Çalışmasında El-Sad ve Parman (1976) İslami geometrik desenlerin geometrik şekillerdeki oranlara dayalı 3 ana sınıflamasından söz etmiştir: Karekök 2, Karekök 3 ve Karekök 5 İlişkilerin Sınıfı. Ayrıca çalışmasında 3ds Max yazılımı ile İslami geometrik desenler oluşturmuştur. Hatta desenlere ekler yapmış ve çalışma sonunda özgün birçok geometrik desen örnekleri paylaşmıştır.

2 YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın deseni, araştırmanın katılımcıları, araştırma ortamı, veri toplama araçları ve araştırma verilerinin analizi başlıklarına yer verilmiştir.

2.1 Araştırma Deseni

Ortaokul öğrencilerinin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla çeşitli geometrik kavramlarındaki gelişiminin incelendiği bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi deseni benimsenmiştir. Creswel'e (2009, s.4) göre nitel araştırma bireylerin veya grupların insani bir problemin anlamını keşfetmek ve anlamak için katılımcıların doğal ortamında veri toplamayı, toplanan verileri temalarına göre tümevarımsal olarak analizinin ardından araştırmacının bu verileri yorumladığı bir araştırma türüdür. Nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde fen ve matematik eğitimi araştırmalarının doğasına uygunluğu ve gelişimin izlenmesine olanak sağlaması açısından tercih edilen yöntemlerden biri de öğretim deneyidir (Kızıltoprak, 2020).

Öğretim deneyi, yapılandırmacı kurama dayanan bir yöntem olarak (Simon, 1995), öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini ve öğrenme sürecinin nasıl geliştirilebileceğini inceleyen, öğretim sürecinde öğretmenlere rehberlik eden öğretim temelli deneysel bir araçtır (Czarnocha ve Maj, 2008). Yöntem olarak öğretim deneyi, araştırma sorularının cevaplarını bulmaya ve matematik öğreniminin doğasını ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin gelişimini araştırmaya hizmet etmektedir (Kızıltoprak, 2020). Öğretim deneyi klinik görüşme yönteminden türetilmiş olmakla birlikte öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini geliştirecek yollar tasarlamayı da içerdiği için klinik görüşmeden daha kapsamlıdır (Steffe, Thompson ve Glasersfeld, 2000). Steffe ve Thompson (2000), öğretim deneyi yönteminin kullanılmasındaki temel amacın, öğrencilerin matematik öğrenimlerini ve muhakeme süreçlerini birinci elden deneyimlemek olduğunu belirtmektedir. Steffe ve Thompson (2000) ayrıca öğretim deneyine yönelik standart bir yapı tanımlanamamaktadır. Çünkü öğretim deneyi araştırmacının çalıştığı bağlama dayalı olarak farklı biçimlerde tasarlanabilmektedir (Uygan, 2016). Bu noktada Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer ve Schauble (2003) öğretim deneyinin küçük bir öğrenci grubunu kapsayan "birebir öğretim deneyi" türünde

uygulanabileceği gibi; bir sınıf ortamındaki tüm öğrencilerin katıldığı "sınıf öğretim deneyi" türünde de tasarlanabileceğini belirtmektedir.

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen öğretim deneyi ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla çeşitli geometrik kavramlarındaki gelişiminin incelendiği bir sınıf öğretim deneyidir.

2.2 Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırmanın katılımcıları, bir ortaokulda öğrenimini sürdüren öğrenciler arasından amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. Büyüköztürk vd.'e (2019, s.94) göre ölçüt örnekleme yönteminde gözlem birimleri daha önceden belirlenmiş niteliklere sahip kişiler, olaylar, nesneler veya durumlardan oluşturulur. Bu araştırmadaki katılımcılar pilot uygulamaya ve ana uygulamaya katılan öğrenciler olmak üzere toplam 29 kişiden oluşmaktadır. Pilot uygulama bir devlet okulunda Matematik Uygulamaları dersinde, 2021-2022 eğitim öğretim yılında 8. sınıfta öğrenim gören 14 kişi ile yapılmıştır. Yine aynı okulda 2022-2023 eğitim öğretim yılında 8. sınıfta öğrenim gören 15 kişi ile de ana uygulama gerçekleştirilmiştir. Öğretim uygulamaları tüm katılımcılar ile gerçekleştirilirken ön ve son görüşmeler seçilen odak öğrenciler ile yapılmıştır. Odak öğrenci seçiminde 7. Sınıf yılsonu matematik ders notunun en az 50 puan olması ve öğrencinin süsleme öğretim etkinliklerine katılım konusunda istekli olması kriterleri dikkate alınmıştır. Ana uygulamada bu kriterlere uyan 7 öğrenci odak öğrenci olarak seçilmiştir. Ana uygulamaya katılan öğrencilerin yaşları ve 7. sınıf matematik dersi yılsonu ortalamaları Tablo 2.2.1'de sunulmuştur. Belirlenen odak öğrenciler tabloda "*" sembolü kullanılarak işaretlenmiştir. Çalışmada ise odak öğrenciler ve Araştırmacı, isimlerinin baş harfine göre kodlanarak tablolarda belirtilmiştir: Naz (N), Ramazan (R), Dilber (D), Vedat (V), Hatice (H), Teslime (T), Eylül (E), Araştırmacı (A). Diğer katılımcı öğrenciler ise Miraç, Ali Alper, Muhammet, Batuhan, Abdil, Furkan, Mustafa, Aslani'dir. Batuhan ve Aslani'nin çoğunlukla devamsızlık yaptığı görülmektedir.

Tablo 2.2.1

Esas Çalışmadaki Öğrencilere Ait Bazı Bilgiler

Sıra No	Öğrencinin Adı	Yaşı	7. sınıf Matematik dersi yılsonu not ortalaması
1.	Ramazan*	11	99.6667
2.	Esma Naz*	12	95,0000
3.	Dilber*	12	70.3334
4.	Miraç	12	66.1112
5.	Hatice*	12	64.7500
6.	Mustafa	12	62.5556
7.	Vedat*	12	61.5000
8.	Hira Eylül*	12	57.9445
9.	Teslime*	11	55.7500
10.	Furkan	11	52.8333
11.	Aslani	15	51.2222
12.	Ali Alper	12	46.5556
13.	Muhammet	12	44.1111
14.	Batuhan	12	42.7778
15.	Abdil	13	30,6667

2.3 Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, katılımcılarla yürütülen öğretim deneyi sürecine hem öğretmen hem de araştırmacı rolü ile dahil olmuştur. Araştırmacının bu kararı almasında hem pilot çalışmadaki ders öğretmeninin hem de esas çalışmadaki ders öğretmenin GeoGebra programını bilmiyor olması etkili olmuştur. Öğretmenlere GeoGebra programı eğitimi verilebilecek yeterli sürenin bulunmasından dolayı araştırmacı aynı zamanda öğretmen rolünü üstlenmiştir. Araştırmacı tez süreci öncesinde GeoGebra kullanımına yönelik iki farklı kursa katılmıştır. Ancak araştırmacının bilgisayar destekli geometri öğretimi bağlamında daha önce bir tecrübesi bulunmamaktadır. Araştırmacının 2006-2011 yılları arasında Millî Eğitim Bakanlığına bağlı 3 farklı ortaokulda ve 1 lisede beş yıllık öğretmenlik tecrübesi bulunmaktadır. Ayrıca araştırmacının 2012-2025 yılları arasında

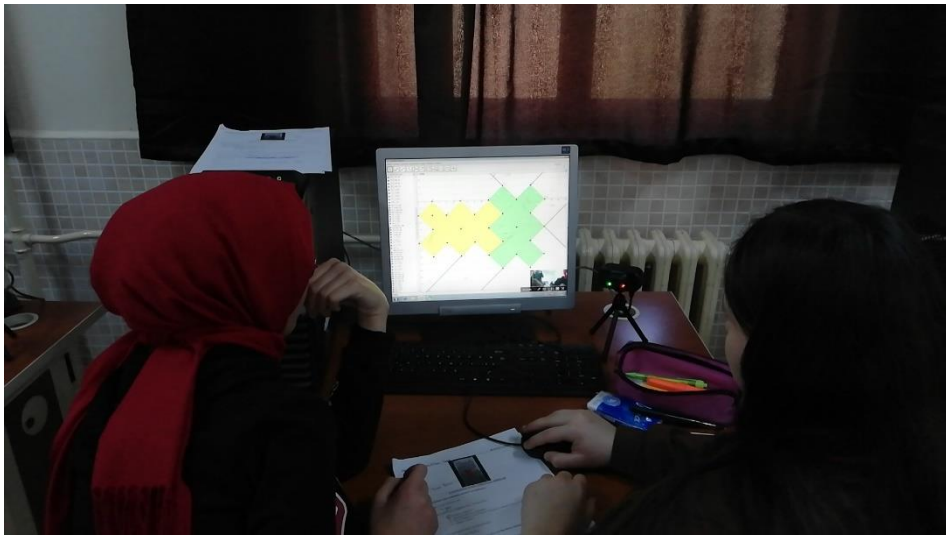
da bir üniversitede ön lisans ve lisans programlarında öğretim görevlisi olarak ders verme tecrübesi bulunmakta ve halen bu görevini sürdürmektedir.

2.4 Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması 2022-2023 eğitim öğretim yılı Güz döneminde Konya ili Akşehir ilçesindeki sosyo-ekonomik durumu orta-düşük seviyedeki bölgede yer alan bir devlet ortaokulunda gerçekleştirilmiştir. Okul araştırmacının işyerine yakın olması bakımında daha uygun olacağı düşünülmüştür. Okulda her sınıf seviyesinden birer şube olacak şekilde toplam 4 sınıf bulunmaktadır. Uygulama tek şube olan 8A sınıfı ile gerçekleştirilmiştir. Okulda bağımsız bilgisayar laboratuvarı bulunmaktadır ve uygulama bu laboratuvarda gerçekleştirilmiştir. Araştırma öncesi laboratuvarın fiziksel koşulları araştırmacı ve okul idaresi tarafından etkileşime en uygun olacak şekilde düzenlenmiştir. Laboratuvarın krokisi ve öğrencilerin oturma biçimi Şekil 2.1'de sunulmuş olup Görsel 2.1'de de ilgili fotoğraflar yer almaktadır. Sınıfta 9 masaüstü bilgisayarı bulunmakta olup öğrenciler tarafından kullanılmaktadır. Akıllı tahtaya bağlı bir dizüstü bilgisayar ise öğretmen masasında bulunmakta ve araştırmacı tarafından kullanılmaktadır. Pencere tarafındaki masaüstü bilgisayarların ilk 4'ünde webcam bulunmaktadır ve bilgisayarlar odak öğrenciler tarafından kullanılmaktadır. Sınıfta ayrıca arka tarafta bulunan masanın üzerinde bir tripot yardımıyla sabitlenmiş kamera sınıfın tamamını görecek şekilde konumlandırılmıştır. Öğretimler esnasında kamera bulunduğu tripottan çıkartılıp öğrenciler, öğrencilerin örüntü blokları oluşumları, öğrencilerin süsleme inşaları çekilmiştir.

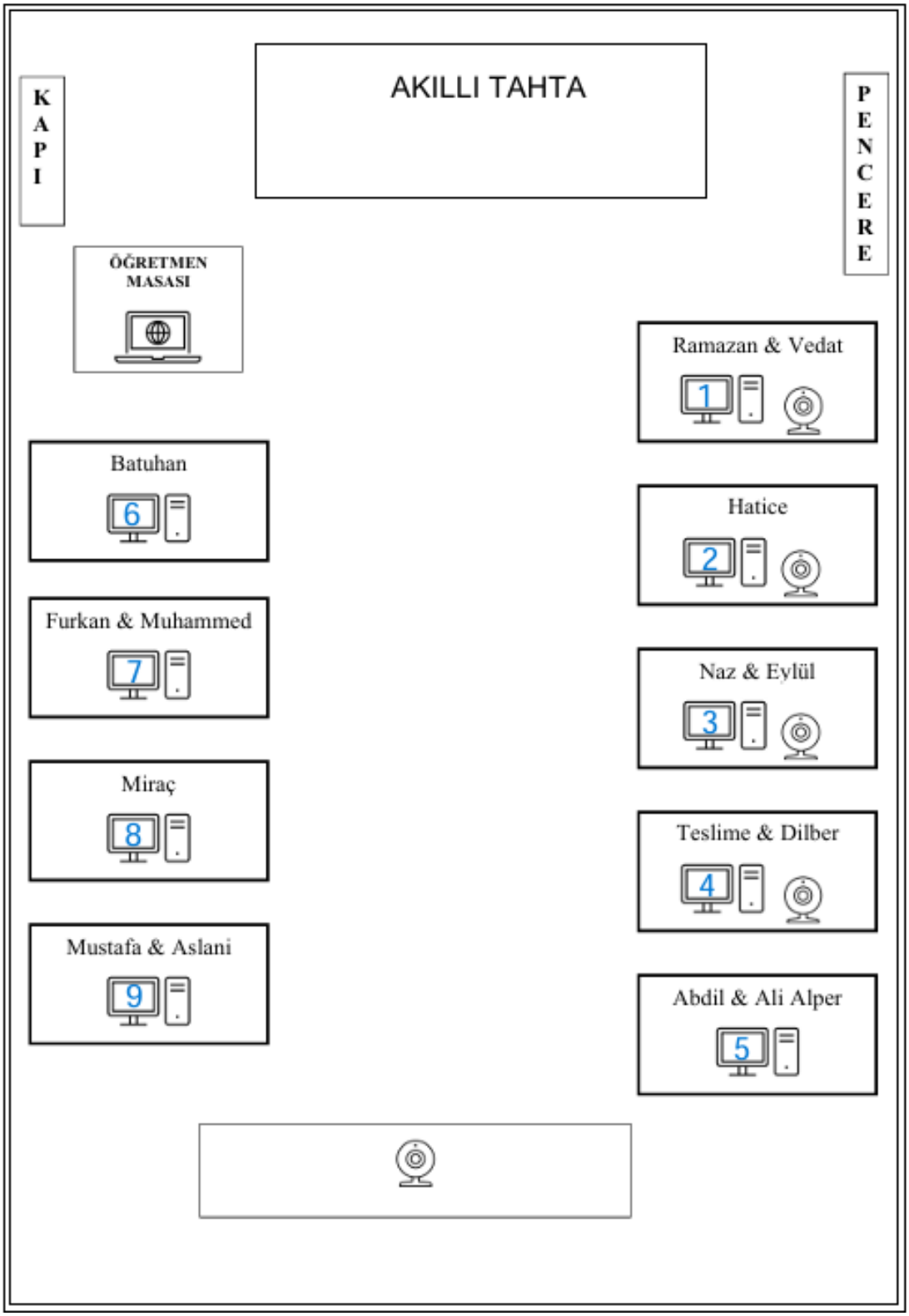
Görsel 2.1

Ana Uygulamanın Gerçekleştirildiği Bilgisayar Laboratuvarından Fotoğraflar



Şekil 2.1

Ana Uygulamanın Gerçekleştirildiği Bilgisayar Laboratuvarının Krokisi ve Öğrencilerin Oturma Düzeni



2.5 Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada araştırma sorularına yanıt aramak üzere veri toplama aracı olarak video kayıtları ve ön görüşme-son görüşme ve araştırmacı/öğrenci günlükleri kullanılmıştır.

2.5.1 Video kayıtları

Öğrencilerle gerçekleştirilen 15 haftalık öğretim dizisi daha sonra analiz edilmesi için video kaydı altına alınmıştır. Video kayıtları araştırmacının süreç içerisinde gözden kaçırdığı önemli noktaların olması durumunda analiz sürecinde tekrardan inceleyebilmek için önemli veriler sağlamaktadır. 15 haftalık öğretim süreci 39 ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Toplamda 1153 dakikalık sınıf kamera kaydı alınmıştır. Ayrıca odak öğrencilerin bilgisayar ekranı ile masa üstünün video kaydının aldığı kayıtlara ilişkin bilgiler Tablo 2.4.1.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.5.1.1

Öğretim Dizilerine Ait Video Kayıt Bilgileri

	1. Öğretim Haftası	**2. Öğretim Haftası**	**3. Öğretim Haftası**	**4. Öğretim Haftası**	**5. Öğretim Haftası**
Tarih	3 Kasım 2022	10 Kasım 2022	24 Kasım 2022	1 Aralık 2022	6 Aralık 2022
Sınıf Kayıt	53 dakika	86 dakika	91 dakika	67 dakika	40 dakika
Ders Saati	40+40	40+40+40	40+40+40	40+40	40+40
Naz-Eylül	51 dakika	96 dakika	81 dakika	64 dakika	50 dakika
Ramazan-Vedat	53 dakika	88 dakika	79 dakika	75 dakika	44 dakika
Hatice	54 dakika	87 dakika	85 dakika	77 dakika	45 dakika
Teslime-Dilber	40 dakika	75 dakika	76 dakika	67 dakika	62 dakika

	6. Öğretim Haftası	**7. Öğretim Haftası**	**8. Öğretim Haftası**	**9. Öğretim Haftası**	**10. Öğretim Haftası**
Tarih	6 Aralık 2022	8 Aralık 2022	13 Aralık 2022	15 Aralık 2022	20 Aralık 2022
Sınıf Kayıt	54 dakika	100 dakika	99 dakika	87 dakika	62 dakika
Ders Saati	40+40	40+40+40	40+40+40	40+40+40	40+40+40
Naz-Eylül	30 dakika	Ayrı katılım	Ayrı katılım	Ayrı katılım	Ayrı katılım
Naz	-	Veri kaybı	Veri kaybı	75 dakika	73 dakika
Eylül	-	58 dakika	57 dakika	62 dakika	67 dakika
Ramazan-Vedat	Veri kaybı	39 dakika	81 dakika	85 dakika	73 dakika
Hatice	34 dakika	98 dakika	101 dakika	75 dakika	54 dakika
Teslime-Dilber	13 dakika	34 dakika	53 dakika	74 dakika	Ayrı katılım
Teslime	-	-	-	-	77 dakika
Dilber	-	-	-	-	57 dakika

	11. Öğretim Haftası	**12. Öğretim Haftası**	**13. Öğretim Haftası**	**14. Öğretim Haftası**	**15. Öğretim Haftası**
Tarih	22 Aralık 2022	22 Aralık 2022	27 Aralık 2022	3 Ocak 2023	10 Ocak-13 Ocak 2023
Sınıf Kayıt	107 dakika	81 dakika	59 dakika	74 dakika	93 dakika
Ders Saati	40+40+40	40+40	40+40	40+40	(40+40+40) +(40+40)
Naz	86 dakika	57 dakika	31 dakika	25 dakika	65 dakika
Eylül	63 dakika	53 dakika	40 dakika	43 dakika	75 dakika
Ramazan-Vedat	62 dakika	51 dakika	39 dakika	41 dakika	70 dakika
Hatice	61 dakika	38 dakika	32 dakika	69 dakika	91 dakika
Teslime-Dilber	57 dakika	55 dakika	34 dakika	44 dakika	83 dakika

Tablo 2.5.1.1'de görüldüğü gibi 6. öğretim haftasında Ramazan ve Vedat'a ait video kaydı ile 7. ve 8. öğretim haftasında Naz'a ait video kaydı açılamamıştır. Tabloda "Veri Kaybı" şeklinde belirtilmiştir. Ancak bu kayıp sınıf ders kaydından ve ilgili haftalardaki öğrencilere ait GeoGebra kayıt dosyasından telafi edilmiştir. Ayrıca 7. Haftadan itibaren Naz ile Eylül ayrı bilgisayarlarda öğretim haftalarına katılmışlardır. Aynı bilgisayarı ortak kullanan Dilber ile Teslime de sadece 10. haftada farklı bilgisayarlarda öğretim haftalarına katılmışlardır. Diğer haftalarda yeniden ortak bilgisayar kullanmaya devam etmişlerdir.

2.5.2 Ön-Son Görüşme

Öğrencilerle öğretim öncesi ve sonrası olmak üzere her birinde 22 soru bulunan yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme formunda bulunan sorular öğrencilerin çokgenler, düzgün çokgenler, dönüşümler ve süsleme konusundaki gelişimlerini ortaya koymaya yönelik hazırlanmıştır (Ek 1 ve Ek 2).

Görüşme soruları araştırmacı ile matematik eğitimi uzmanı tarafından hazırlanmıştır. Daha sonra hazırlanan görüşme soruları hakkında biri ortaokulda görevli 16 yıllık deneyime sahip bir ilköğretim matematik öğretmeninin, diğeri lisede görevli 17 yıllık deneyime sahip yüksek lisans tez aşamasında olan lise matematik öğretmeninin görüşleri alınmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ardından 2021-2022 öğretim yılı güz döneminin sonunda 7. Sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye görüşme soruları uygulanmıştır. Görüşme 79 dakika sürmüştür. Araştırmacı ile Matematik eğitimi uzmanı tarafından öğrencinin cevapları incelenmiş ve çeşitli düzenlemelerin ardından görüşme sorularına son hali verilmiştir.

Görüşme esnasında katılımcıların verdiği yanıtları netleştirmek, derinleştirmek veya önceki yanıtlarıyla ilişki kurmak ek bilgi almak için görüşmelerde sonda soruları da kullanılmıştır. Araştırma kapsamında 7 odak öğrenci ile ön görüşmelerde 441 dakikalık ve son görüşmelerde 617 dakikalık görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu süreler Tablo 2.5.2.1'de sunulmuştur.

Ön görüşmelerde odak öğrencilere 22 adet soru yöneltilmiştir (Ek 1). Sorularda öncelikle öğrencilerin çokgen, düzgün çokgen, dönüşümler, süsleme gibi konulardaki kavram bilgisi sorgulanmıştır. Ardından düzgün beşgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen

çizmeleri istenmiştir. Yine düzgün beşgenin, düzgün altıgenin ve karenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirmeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin çokgenlerin iç bölgelerini (eşkenar) üçgenlerle kaplayıp kaplayamadıklarını görmelerini sağlamaktır. Daha sonra örüntü blokları yardımıyla öğrencilerin çokgen oluşturmaları ve noktalı/izometrik kâğıtlara oluşturdukları çokgenleri çizmeleri istenmiştir. Buradaki amaç ise de öğrencilerin süsleme oluşturmasıdır. Dönüşüm ile ilgili sorularda ilk aşamada öğrencilerin dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, süsleme ve simetri kavramları ile ilgili ön bilgileri sorgulanmıştır. İkinci aşamada simetri doğrularının belirlendiği ve dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin çizdirildiği sorulara yer verilmiştir. Ön görüşmelerde bir şeklin uzun kenarına göre (dikey) yansıma görüntüsünü çizme sorusunun yerine son görüşmelerde bir şeklin uzun kenarına göre (yatay) yansıma görüntüsünü çizme sorusu sorulmuştur. Üçüncü aşamada ise dikey yansıma, öteleme ve noktaya göre simetri dönüşümü altındaki görüntüsü çizme sorularına yer verilmiştir. Ardından etnomatematik ile ilgili bir yorum sorusu bulunmaktadır. Bu sorudaki amaç öğrencinin kültür ile süslemeler arasında ilişki kurmasını sağlamaktır. Ön görüşmenin son kısımlarında ise süslemeler üç aşamada ele alınmıştır. İlk aşamada örüntü blokları ile süsleme oluşturma sorularına yer verilmiştir. İkinci aşamada periyodik bir süslemenin analizine üçüncü aşamada da periyodik olmayan bir süslemenin analizine yer verilmiştir.

Son görüşmelerde de odak öğrencilere 22 adet soru tekrar yöneltilmiştir (Ek 2). Ancak son görüşmelerde Araştırmacı ile Matematik eğitimi uzmanının değerlendirmesi ile ön görüşmelerdeki bazı sorular değiştirilmiş bazı sorular ise aynı şekilde sorulmuştur. Çokgen, düzgün çokgen, dönüşümler, süsleme gibi konulardaki kavram bilgisi soruları değiştirilmemiştir. Düzgün beşgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen çizme sorusu, düzgün dokuzgen ile değiştirilerek sorulmuştur. Yine düzgün beşgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirme sorusu düzgün dokuzgen ile sorulmuştur. Düzgün altıgenin ve karenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirme soruları değiştirilmemiştir. Örüntü blokları yardımıyla öğrencilerin çokgen oluşturmaları ve noktalı/izometrik kâğıtlara oluşturdukları çokgenleri çizme soruları da ön görüşmedeki gibi sorulmuştur. Dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, süsleme ve simetri kavramları ile ilgili sorular değiştirilmemiştir. Simetri doğrularının belirlendiği ve dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin çizdirildiği sorulardaki şekiller değiştirilmiştir. Yine dikey yansıma, öteleme ve noktaya göre simetri dönüşümü altındaki görüntüsü çizme

sorularında ön görüşmelerde kare, ikizkenar dik üçgen ve dikdörtgen şekline yer verilmişken, son görüşmelerde bu şekiller eşkenar dörtgen, eşkenar üçgen ve düzgün altıgen ile değiştirilmiştir. Ayrıca öteleme sorusunun yapısı da değiştirilmiştir. Ön görüşmelerde öteleme dönüşümü sonundaki şeklin görüntüsü sorulmuşken, son görüşmelerde öteleme dönüşümü altındaki şeklin görüntüsü verilmiş esas şekil sorulmuştur. Ön görüşmelerdeki dikey yansıma görüntüsünü çizme sorusuna, son görüşmelerde dikey yansıma doğrusunu belirleme sorusu da eklenmiştir. Noktaya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme sorusu son görüşmelerde de aynı şekilde sorulmuştur. Etnomatematik ile ilgili yorum sorusu değiştirilmemiştir. Örüntü blokları ile süsleme oluşturma soruları da değiştirilmemiştir. Periyodik süsleme analizi ve periyodik olmayan süsleme analizi sorularındaki süsleme desenleri ön görüşmede ve son görüşmelerde birbirinden farklı desenler olacak şekilde belirlenmiştir.

Tablo 2.5.2.1

Odak Öğrencilerle Yapılan Görüşme Süreleri

	Ön Görüşme	**Son Görüşme**
Naz	26 Ekim 2022, 66 dakika	18 Ocak 2023, 74 dakika
Ramazan	24 Ekim 2022, 58 dakika	18 Ocak 2023, 88 dakika
Vedat	24 Ekim 2022, 66 dakika	17 Ocak 2023, 85 dakika
Dilber	25 Ekim 2022, 65 dakika	19 Ocak 2023, 95 dakika
Hatice	27 Ekim 2022, 70 dakika	19 Ocak 2023, 85 dakika
Teslime	25 Ekim 2022, 60 dakika	17 Ocak 2023, 84 dakika
Eylül	24 Ekim 2022, 56 dakika	19 Ocak 2023, 106 dakika
Toplam	**441 dakika**	**617 dakika**

2.5.3 Çalışma Kâğıtları

Araştırma süresi boyunca ön ve son görüşmeler ile öğretim bölümlerinde bireysel çalışma kâğıtları verilmiştir. Katılımcılara yöneltilen sorular araştırmacı ve bir alan uzmanı tarafından tasarlanmış, farklı kaynaklardan doğrudan alınmış ya da uyarlanmıştır. Tüm öğrencilerin çalışma kâğıtları ön ve son görüşmeler ile öğretimlerden sonra araştırmacı ve bir alan uzmanı tarafından incelenerek değerlendirilmiştir.

2.5.4 Araştırmacı/Öğrenci Günlükleri

Araştırmacı, öğretim süreci boyunca hem öğretmen hem de gözlemci rolündedir. Araştırmacı araştırmanın başlangıcından itibaren hem GeoGebra Tanıtım etkinlikleri sürecinde hem de her öğretim bölümü sonrasında araştırmacı günlüğü notları ile veri toplamıştır. Araştırmacı günlüğü Çelik, Başer Baykal ve Kılıç Memur (2020, s.4)'e göre "Araştırmacının araştırma sürecinde kodlar, kategoriler, kavramlar ve istediği tüm detaylarla ilgili notlar almasıdır". Araştırmacı günlükleri araştırma sürecinde destek veri olarak kullanılmıştır.

Ayrıca her bir matematik uygulaması dersi sonrasında tüm öğrencilerin, derse katılamayan bir arkadaşlarına o günkü dersi nasıl anlatacaklarını ve o günkü derste ele alınan tanımları açıklayacakları bir öğrenci günlüğü (Zeybek ve Açıl, 2018) doldurulması sağlanmıştır. Öğrenciler günlük tutmaya GeoGebra Tanıtım Etkinlikleri sürecinde başlamışlardır. Pilot uygulamada sadece öğretim bölümlerinden sonra tutulmaya başlanan öğrenci günlükleri amacına hizmet etmemiştir. Öğrenciler günlüklere ne yazacakları konusunda tereddütte kalmışlardır. Dolayısıyla ilk 2-3 öğretim haftasının günlükleri oldukça kısa yazılmıştır. Bu yüzden araştırmacı ana çalışmada GeoGebra Tanıtım Etkinlikleri sürecinden itibaren tüm öğrencilerin günlük tutmalarını sağlamıştır. İlk birkaç haftadan sonra günlük tutmaya günlük yazmaya alışan öğrencilerin öğretim haftalarında tuttukları günlükler daha ayrıntılı ve daha açıklayıcı olmuştur. Öğrencilerden ayrıca genel bir değerlendirme yapması adına dönem sonunda da günlük tutmaları istenmiştir. Öğrenci günlüklerinden öğrencilerin duygu ve düşüncelerini anlamak, görüşmelerde ve öğretimlerde yaşamış oldukları zorlukları tespit edebilmek adına yararlanılmıştır. Öğrenci günlükleri araştırma sürecinde destek veri olarak kullanılmıştır.

2.6 Araştırma Süreci

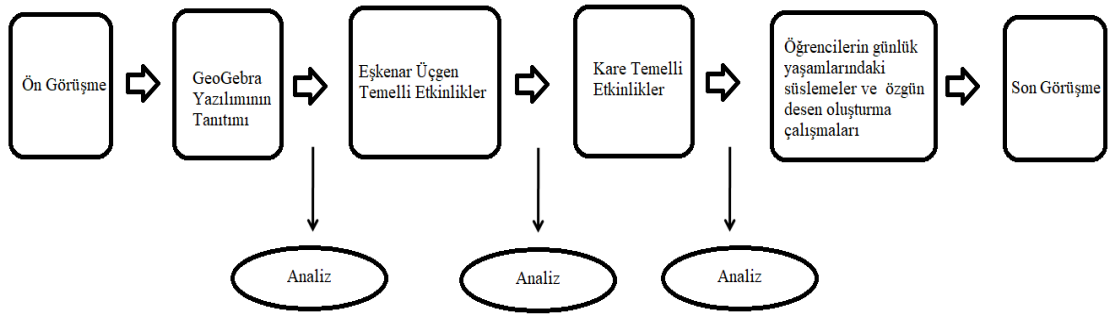
Araştırmanın pilot çalışması 2021-2022 öğretim yılında, esas çalışması ise 2022-2023 öğretim yılında gerçekleştirilmiştir.

2.6.1 Pilot çalışma

Pilot çalışma kapsamında gerçekleştirilen araştırma sürecinin şeması Şekil 2.2'de gösterilmektedir:

Şekil 2.2:

Araştırma Süreci



Pilot çalışması kapsamında odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön görüşmeler sonrasında GeoGebra tanıtım etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Sonrasında öğretim haftalarının ilk 5 haftasında eşkenar üçgen temelli süslemeler ele alınmıştır. Ardından 8 hafta kare temelli süslemelerle öğretim deneyine devam edilmiştir. 14. öğretim haftasında öğrencilerin günlük yaşam alanlarındaki süslemeleri inceleyecekleri gezi gerçekleştirilmiştir. Son öğretim haftasında ise öğrencilerden kişiye özgü süsleme oluşturmaları istenmiştir.

Ön Görüşme Uygulama: Araştırma sürecinin bu aşamasında odak öğrencilerle Ek 1'deki görüşme formu yardımıyla yarı yapılandırılmış ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

GeoGebra Yazılımının Tanıtımı: Öğretim deneyi kapsamında yürütülen Dinamik Geometri Yazılımı destekli öğretim sürecinde GeoGebra yazılımından yararlanılmıştır. Ücretsiz kullanıma açık ve Türkçe dil seçeneği sunan GeoGebra yazılımını tanıtmak haftada 2'şer saat olan Matematik Uygulamaları dersinin 5 haftasını kapsayacak şekilde gerçekleştirilmiştir. İlgili haftalarda Ek 3'te başlıklar halinde sunulan etkinliklere yer verilmiştir. Bu etkinlikler daha çok süsleme inşasına yönelik uygulamalardır.

Eşkenar Üçgen Temelli Etkinlikler: Araştırma sürecinin bu aşamasında öğrencilerin daha çok eşkenar üçgen temelli süslemelere odaklanması istenmiştir. Öğrenci süslemelerdeki tekrar birimi görüp önce somut materyalle (örüntü blokları) süslemeyi oluşturacak, daha sonra aynı süslemeyi dinamik geometri yazılımında farklı şekillerde inşa edecektir. Bu öğretim kısmında bu şekilde 5 uygulamaya yer verilmiştir. Bu süreçte aşağıdaki Matematik Uygulamaları dersi 8. sınıf Dönüşüm Geometrisi konusunun kazanımları dikkate alınmıştır:

> MU.8.3.2.1. Dönüşüm geometrisinin uygulama alanlarını belirler.
>
> a) Dönüşümleri kullanarak süslemeler oluşturur.
>
> b) Süsleme etkinliklerinde kâğıt katlama, çizim yaptırma, bilgi ve iletişim teknolojileri vb. uygulamalara yer verilir.
>
> c) Öğrencilerin kendilerine özgü tasarım ve süsleme yapmaları teşvik edilir.
>
> ç) Ötelemenin kullanıldığı şifreleme örnekleri inceletilir.

Bu öğretim bölümü 5 hafta sürmüştür.

Kare Temelli Etkinlikler: Araştırma sürecinin bu aşamasında da öğrencilerin daha çok kare temelli süslemelere odaklanması istenmiştir. Öğrenci süslemelerdeki tekrar birimi görüp önce somut materyalle (örüntü blokları) süslemeyi oluşturacak, daha sonra aynı süslemeyi dinamik geometri yazılımında farklı şekillerde inşa edecektir. Bu öğretim kısmında bu şekilde 8 uygulamaya yer verilmiştir. Bu süreçte Matematik Uygulamaları dersi 8. sınıf Dönüşüm Geometrisi konusunun kazanımları MU.8.3.2.1. dikkate alınmıştır. Bu öğretim bölümü 8 hafta sürmüştür.

Öğrencilerin günlük yaşamlarındaki süslemeler ve kişiye özgü desen oluşturma çalışmaları: Araştırma sürecinin bu aşamasında öğrencilerden çevrelerinde bulunan süslemelerden birinin fotoğrafını sınıfa getirerek analiz etmelerini, örüntü blokları yardımıyla süslemeyi oluşturmalarını ve GeoGebra'da süslemeyi çizmeleri istenmiştir. Son olarak ise öğrenciler kişiye özgü bir tasarım inşa etmişlerdir.

Son Görüşme: Araştırma sürecinin bu aşamasında öğrencilerle Ek 2'de bulunan yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışma sonucunda aşağıdaki kararlar alınmıştır:

- Pilot çalışmada odak öğrencilerin seçiminde iki kriter belirlenmiştir. Bunlardan ilki öğrencilerin 7.sınıf matematik dersi yıl sonu başarı ortalamasının 50 puanın üstünde olması, diğeri ise ders öğretmeninin öğrenciler hakkındaki görüşleridir. Bu iki kritere bakılarak odak öğrenciler belirlenmiştir. Ancak öğrencilerin etkinliklere istekli katılımları ve bilgisayarı temel düzeyde kullanmalarının da kriter olarak belirlenmesi gerektiğine karar verilmiştir. Nitekim odak öğrencilerin GeoGebra programı tanıtımı esnasında belirlenmesinin bu diğer kriterlerin de yerine getirilmesi için en uygun zaman olacağına karar verilmiştir. Bu sayede öğrencilerin etkinliklere istekli katılımları gözlemlenebilecektir. Esas çalışmada odak öğrenciler GeoGebra tanıtım etkinlikleri sürecinin ikinci ve üçüncü haftasında 7.sınıf matematik dersi yıl sonu başarı ortalamasına ve GeoGebra etkinliklerine katılımdaki istekliliğine göre belirlenmiştir.
- Pilot çalışmada öğrenci günlüklerine öğretim çalışmaları ile başlanmıştır. Ancak tutulan birinci ve ikinci hafta günlüklerinde eksiklikler gözlenmiştir. Öğrenciler ilk haftalarda nasıl günlük tutacakları konusunda bocalamışlardır. Daha zengin veri elde edebilmek adına öğrenci günlüklerinin esas çalışmada GeoGebra tanıtım etkinlikleri ile birlikte tutulmasına karar verilmiştir. Bu sayede günlük tutmaya GeoGebra tanıtım etkinliklerinde alışan öğrencilerin öğretim haftasında daha zengin içeriği olan günlükler tutması sağlanmıştır.
- Pilot çalışmada öğrenci günlüklerinin bazı haftalarda vakit kısıtlığından dolayı daha sonraya (örneğin eve ödev olarak) bırakıldığı olmuştur. Ancak günlüklerin geri teslimindeki aksaklıklardan dolayı esas çalışmada günlüklerin ilgili öğretim etkinliğinin sonunda doldurulup teslim edilmesi, ona göre zaman planlaması yapılmasına karar verilmiştir.
- Pilot çalışmada öğretim sürecinde önce eşkenar üçgen temelli süslemeler sıra ile ele alınmıştır. Daha sonra da kare temelli süslemeler sıra ile ele alınmıştır. Ancak öğrencilerin bu şekildeki sıralamada ezbere başlangıçlar yaptıkları görülmüştür. Esas çalışmada bu sıralama zorluk derecesine göre basitten karmaşığa doğru olacak şekilde değiştirilmiştir. Nitekim ilk öğretim haftasına kare temelli sade bir süsleme ile başlanmıştır. Bu süsleme sadece bir çokgen (kare) ile

oluşturulabilmektedir. İkinci öğretim haftasında eşkenar üçgen temelli bir süsleme ile devam edilmiştir. Bu süsleme de sadece eşkenar üçgenlerle oluşturulabilmektedir. Süslemede eşkenar üçgenler ve düzgün altıgenler kullanılmaktadır. Üçüncü öğretim haftasında eşkenar üçgen, düzgün altıgen ve eşkenar dörtgenden oluşan bir eşkenar üçgen temelli süsleme ele alınmıştır. Dördüncü öğretim haftasında kare temelli bir süsleme yer almaktadır. Bu öğretim haftasında öğrencinin kare inşasındaki adımları kullanarak sekizgen inşa etmesi beklenmektedir. Süsleme düzgün sekizgen ve karelerden oluşmaktadır. Beşinci hafta süslemesinde ise düzgün sekizgenin farklı konumlandırılması ile oluşturulan bir süsleme ele alınmaktadır. Altıncı hafta süslemesinde kare temelli ve sekiz köşeli yıldız figürü bulunan bir desen ele alınmaktadır. Yedinci haftada ise öğrencilerin hem kare temelli hem de eşkenar üçgen temelli inşa gerçekleştirebilecekleri bir süsleme ele alınmıştır. Süslemede eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgenler ile onikigen oluşturulabilmektedir. Sekizinci haftada düzgün sekizgen inşası ile oluşturulabilecek bir süsleme yer almaktadır. Süslemede ayrıca kare ve ince eşkenar dörtgenler bulunmaktadır. Dokuzuncu haftadaki süslemede ise birer kenarları kesişen iki eşkenar üçgen ile oluşmuş kalın eşkenar dörtgenler ve daire kullanılmaktadır. Onuncu haftadaki süslemede de kalın eşkenar dörtgenler ve kareler bulunmaktadır. On birinci haftada ise ince eşkenar dörtgenler ile kareler kullanılarak süsleme oluşturulmaktadır. On ikinci haftada ise sadece karelerle oluşturulan karmaşık bir süslemeye yer verilmiştir. On üçüncü haftada düzgün sekizgenin köşe noktaları kullanılarak oluşturulan karmaşık bir süsleme daha bulunmaktadır. Bu süsleme somut materyal olan örüntü blokları kullanılarak oluşturulamamaktadır. Öğretim haftalarında ele alınan süslemelerin esas çalışmada bu şekilde basitten karmaşığa doğru ele alınmasına karar verilmiştir.

- Pilot çalışma sonucunda öğretim haftalarında kullanılan çalışma yaprağında bazı değişiklikler yapılmış ve Ek 4'teki örnek çalışma yaprağının esas çalışmadaki öğretim haftalarında kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca her bir öğretim haftasından sonra öğrencilerin neyi doğru neyi hatalı yaptıklarına dair bir cevap anahtarının Ek 5'teki gibi oluşturulmasının ve öğretim haftasının hemen sonunda ya da bir sonraki öğretim haftasının başlangıcında cevap anahtarının sınıfta akıllı tahtadan yansıtılarak tartışılmasına karar verilmiştir.

- Pilot çalışmada 14. öğretim haftasında öğrencilerin yaşam alanlarından bir süslemeyi belirleyip sınıfta GeoGebra'da inşa etmesi istenmiştir. Bu amaçla Akşehir'deki tarihi mekanlar, müzeler, camiler, mescitler, kiliseler ve tarihi sokaklar gezilmiştir. Bu gezi amaçlı bir gezi olup etkinlik sonrasında öğrencilerin bir süsleme belirlemesi gerekmektedir. Pilot çalışma sonrasında öğrenciler tarafından belirlenen süslemelerle ile ilgili bazı açıklamaların yapılabilmesi için çalışma kağıdına farklı soruların sorulması gerektiği düşünülerek esas çalışmada Ek 6'da sunulan çalışma kağıdının kullanılması kararlaştırılmıştır.

- Pilot çalışmada 15. öğretim haftası kapsamında öğrencilerin kişiye özgü süsleme tasarımları tişörte bastırılmıştır. Ancak tişörtlerdeki beden uyuşmazlıklarından dolayı esas çalışmada kişiye özgü süsleme tasarımları bardak baskısı olarak değiştirilmiştir. Buradaki amaç öğretim deneyinin sonuna gelen öğrencilerin motivasyonlarını yükseltmektir.

2.6.2 Esas çalışma

Araştırmadaki esas çalışma verileri 2022-2023 öğretim yılında toplanmıştır. Pilot çalışmada alınan kararlar dikkate alınarak öğretim süreci gerçekleştirilmiştir. Daha sonra elde edilen veriler analiz edilmiştir. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen öğretim deneyinde öğrencilere öğretim haftalarında Tablo 2.6.2.1'deki geometrik kavramlar verilmeye çalışılmıştır.

Tablo 2.6.2.1

Öğretim Haftalarında Ele Alınan Geometrik Kavramlar

Öğretim Haftası	Çokgenler	Diğer Kavramlar
1	Kare	Diklik, dönüşümler
2	Eşkenar üçgen, düzgün altıgen	Dönüşümler
3	Eşkenar üçgen, düzgün altıgen, eşkenar dörtgen	Dönüşümler
4	Kare, düzgün sekizgen	Diklik, açıortay, orta nokta, dönüşümler
5	Düzgün sekizgen	Diklik, açıortay, orta nokta, dönüşümler
6	Kare, sekiz köşeli yıldız	Diklik, açıortay, orta nokta, dönüşümler
7	Eşkenar üçgen, kare, düzgün altıgen, düzgün onikigen	Açıortay, orta nokta, dönüşümler
8	Kare, eşkenar dörtgen, düzgün onikigen	Diklik, orta nokta, açıortay, dönüşümler
9	Eşkenar dörtgen, düzgün sekizgen	Diklik, orta nokta, açıortay, dönüşümler
10	Eşkenar dörtgen, kare	Diklik, açıortay, dönüşümler
11	Eşkenar dörtgen, kare	Diklik, açıortay, orta nokta, dönüşümler
12	Kare	Diklik, orta nokta, dönüşümler
13	Düzgün sekizgen	Diklik, açıortay, orta nokta, dönüşümler
14	Öğrenciye özgü	Etnomatematik
15	Öğrenciye özgü	Öğrenciye özgü

Öğrencilerin öğretim haftalarında çokgenleri tanımaları, çokgenlerin özelliklerini belirlemeleri ve GeoGebra'da inşa etmeleri beklenmektedir. Öğrenciler ayrıca diklik, açıortay, orta nokta, dönüşümler gibi kavramları kullanarak geometrik kavram bilgilerini geliştirebilmektedirler.

2.7 Araştırma Verilerinin Analizi

Araştırma sorularına cevap vermesi amacıyla video kayıtları, araştırmacı/öğrenci günlükleri ve ön görüşme-son görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde tematik içerik analizi kullanılmıştır. Çalık ve Sözbilir'e (2014, s.34) göre tematik içerik analizi, "aynı konu üzerine yapılan araştırmaların tema veya ana şablonlar oluşturularak eleştirel bir bakış açısıyla sentezlenmesi ve yorumlanmasını içermektedir." Braun ve Clarke'e

(2019, s.875) göre tematik içerik analizi ise verileri küçük boyutlarda düzenlemeyi ve derinlemesine betimlemeyi sağlar.

Boyatzis (1998) ise tematik analizi, nitel ve nicel yöntemleri kullanan araştırmacılar için bir çevirmen olarak görmektedir. Ona göre tematik analiz, verideki kalıpları (temaları) belirlemek, analiz etmek ve raporlamak amacıyla kullanılan bir nitel analiz yöntemidir. Bu yöntem, veri kümesini ayrıntılı ve zengin bir şekilde düzenleyip tanımlamanın yanı sıra, çoğu durumda araştırma konusunun farklı yönlerini derinlemesine yorumlamayı da içerir.

Çarıkçı vd.'ne (2024) göre tematik analiz, yorumlardan yararlanarak keşif yapmayı amaçlayan çalışmalar için en uygun yöntemlerden biri olarak görülmektedir. Bu analiz yöntemi, veri analizinde araştırmacıya sistematik bir yaklaşım sunar. Tematik analiz, yalnızca açıkça belirtilen kelimelerin veya ifadelerin sayılmasının ötesine geçerek hem gizli hem de açık fikirleri belirlemeye ve açıklamaya odaklanır. Analiz sürecinde, fikirler veya temalar için geliştirilen kodlar, ham veriyle ilişkilendirilir veya bu veriler üzerine uygulanır. Bu süreç, veri kümesindeki temaların veya konuların göreceli sıklıklarının karşılaştırılmasını, kodların birlikte ne sıklıkla ortaya çıktığını analiz etmeyi veya kodlar arasındaki ilişkileri grafiksel olarak görselleştirmeyi içerebilir. (Namey vd., 2008). Bu analiz araştırmacının kavramlar arasındaki ilişkileri önceden belirlemesine ve bunları çoğaltılmış verilerle karşılaştırmasına olanak tanır. Tematik analiz kullanılarak, öğrencilerin çeşitli kavram ve düşüncelerini birbirine bağlamak ve bunları farklı durumlarda farklı zamanlarda toplanan verilerle karşılaştırmak mümkündür (Alholjailan, 2012).

Güvenilir bir tematik analiz yapma süreci Braun ve Clarke (2006) tarafından belli başlı aşamalarla betimlenmiştir. Bunlar; verileri toplama, başlangıç kodları oluşturulma, temaları arama, temaları gözden geçirme, temaları tanımlama ve isimlendirme, raporlaştırma şeklinde olmak üzere altı aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalarda yapılması gerekenler analiz için oldukça önemlidir (Çarıkçı vd., 2024).

Bu araştırmada, her bir odak öğrenci ile birebir olarak gerçekleştirilen ve video ile kayıt altına alınan ön görüşmenin öncelikle dökümü yapılmıştır. Verilerin dökümü yapılırken; videolarda görülen ve duyulan hiçbir monolog ve diyalog üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmadan, olduğu gibi Word ortamına aktarılmıştır. Ayrıca katılımcıların

gerçekleştirdikleri incelemelerin ve yaptıkları çizimlerin anlık olarak ekran görüntüleri alınarak görsellere de monolog/diyalog-görsel sırası değiştirilmeden yer verilmiştir. Daha sonra uzman matematik eğitimcisiyle katılımcıların verdiği yanıtlar analiz edilmiş ve tema, alt tema ve kodlar belirlenmiştir. Elde edilen veriler tablolar ile açıklanmıştır. Daha sonra aynı işlemler son görüşmeler ve öğretim bölümleri için de gerçekleştirilmiştir.

Veri analizinin son aşamasında ise ön görüşmeler, öğretim bölümleri, son görüşmeler, araştırmacı ve öğrenci günlüklerinden elde edilen çıkarımlar bir bütün olarak ele alınmıştır. Bu doğrultuda yapılan çıkarımlar birbirleriyle karşılaştırılmış ve aralarındaki ilişkiler incelenmiştir. Bulguların sunulmasında elde edilen çıkarımlar günlük, çalışma yaprağı, ön-son görüşmeler gibi farklı veri toplama kaynaklarından elde edilen veriler ile desteklenerek bütüncül olarak sunulmuştur.

2.8 Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Kullanılan araştırma yönteminden bağımsız bir şekilde araştırma sonuçlarının bilimsel olarak kabul edilebilmesi için geçerlik ve güvenirlik kavramları önemli bir ölçüt olarak karşımıza çıkmaktadır. Geçerlik, bir araştırmanın sonuçlarının doğruluğu ile ilgiliyken güvenirlik araştırma sonuçlarının tutarlılığı ve tekrar edilebilirliğiyle ilgilidir (Kızıltoprak, 2020). Fakat nicel araştırmalarda kullanılan geçerlik ve güvenirlik kavramlarının nitel araştırmalarda aynı anlamı taşımamaktadır. Bu sebeple Guba ve Lincoln (1982, s. 246) nitel araştırmalar için geçerlik ve güvenirlik kavramlarının; 1) inanılırlık (iç geçerlilik), 2) aktarılabilirlik (dış geçerlilik), 3) güvenilirlik ve 4) onaylanabilirlik (nesnellik) olarak toplamda dört bileşen altında ele alınabileceğini belirtmiştir. Guba ve Lincoln (1982, 246-248)'e göre inanılırlık bileşeninin sağlanabilmesi için uzun süreli etkileşim, sürekli gözlem, akran bilgilendirmesi, çeşitleme (triangulation), referans yeterlilik malzemeleri ve katılımcı kontrolleri; aktarılabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için amaçlı örnekleme ve detaylı betimleme; güvenilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için örtüşme yöntemlerinin kullanımı, kademeli çoğaltma ve güvenirlik denetimi; onaylanabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için ise çeşitleme, araştırmacı önyargılarını azaltma ve doğrulanabilirlik denetimi unsurlarının bulunması gerekmektedir.

Bu araştırmanın inanılırlığının sağlanabilmesi için katılımcılarla gerçekleştirilen öğretim haftalarındaki sınıf içi tartışmalar aracılığıyla uzun süreli etkileşimler kurulmuş, öğretim haftalarında katılımcılarla ile ilgili araştırmacı günlüğü notları tutularak sürekli gözlem sağlanmış, yorumların doğruluğunu kontrol etmek amacı ile bir alan uzmanına danışılıp öğretmen-araştırmacının ötesinde bir yorum içeren akran bilgilendirmesi yapılmış, sadece tek bir veri kaynağı kullanılmayıp çeşitleme yapılarak öğretim haftalarının her biri video kaydı altına alınmıştır. Araştırmanın aktarılabilirliğinin sağlanabilmesi için araştırmanın amacına uygun olan sınıf düzeyi belirlendikten sonra gönüllü katılım esas alınarak amaçlı örnekleme yapılmış, öğretim haftalarındaki video kayıtlarından ve öğretmen-araştırmacının günlük notlarından yola çıkılarak katılımcılar ve ortam detaylı bir şekilde betimlenmiştir. Güvenilirlik bileşeninin sağlanabilmesi için ise kullanılacak olan araştırma yöntemi detaylı olarak açıklanmış, elde edilen veriler öğretmen-araştırmacının yanı sıra bir başka alan uzmanı tarafından da analiz edilmiştir. Ve son olarak onaylanabilirlik bileşeninin sağlanabilmesi adına yukarıda belirtildiği gibi çeşitleme yapılmış, öğretmen-araştırmacının ve alan uzmanı olan diğer araştırmacının rolleri net bir şekilde ortaya koyularak araştırmacı önyargıları azaltılmış, araştırma bulgularının nasıl elde edildiği detaylı bir şekilde açıklanarak araştırma bulguları bölümünde katılımcı kâğıtlarına ve sözel ifadelerine yer verilerek doğrulanabilirlik denetimi yapılmasına imkân tanınmıştır.

3 BULGULAR

Bu bölümde öğrencilerin yarı yapılandırılmış görüşmelerde yanıtlamış oldukları sorulara yönelik açıklamalar, bu açıklamaların yapıldığı öğrenci çalışma yaprakları, ders içi etkinlikler ve etkinliklerde öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ile öğrenci çalışma yaprakları, öğrenci günlükleri ve araştırma günlükleri ile desteklenerek sunulmuştur. Bulgular, odak öğrencilerle ön görüşmelerden elde edilen bulgular, öğretimlerden elde edilen bulgular ve son görüşmelerden elde edilen bulgular olmak üzere üç başlıkta ele alınmıştır.

3.1 Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Ön Görüşmelerin Analizi

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön görüşmelerde öğrencilerin çokgen, düzgün çokgen, dönüşümler, süsleme gibi konulardaki bilgi, deneyim ve görüşleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çerçevede ön görüşme soruları aşağıdaki sekiz başlıkta ele alınacaktır:

a. Kavramlar (Çokgen, düzgün çokgen, üçgenin yardımcı elemanları)
b. Çokgen içine üçgen yerleştirme / arama
c. Çokgen oluşturma / çizme
d. Dönüşümler-1 (Dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, simetri)
e. Dönüşümler-2 (Simetrik şekillerde simetri doğrusunu belirleme, dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin çizme)
f. Dönüşümler-3 (Dikey yansıma, öteleme ve noktaya göre simetri)
g. Etnomatematik
h. Süslemeler (Örüntü blokları ile süsleme oluşturma, Periyodik Süsleme Analizi, Periyodik olmayan Süsleme Analizi)

3.1.1 Kavramlar

Odak öğrencilerinin ön bilgileri ile ilgili ilk ele alınan kavram **çokgen** kavramıdır. Bu doğrultuda öğrencilere “çokgeni tanımlar mısınız?” sorusu sorulmuş ve alınan yanıtlar Tablo 3.1.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1.1

Odak Öğrencilerin Çokgen Kavramı ile İlgili Ön Bilgileri

Çokgen	Tanım Bilgisi	Doğru Tanım Bilgisi (R)
		Hatalı Tanım Bilgisi (D, H, T, E)
		Yönlendirme ile Açıklama (N, V)
	Örneklendirme	Örnek Verebilme (N, R, V, D, H, T, E)
	Temel Elemanlarını Belirleme	Belirleme (R)
		Belirleyememe (N, V, D, H, T, E)

Tablo 3.1.1 incelendiğinde odak öğrencilerden sadece Ramazan'ın çokgen için "En az 3 köşesi ve 3 kenarı olacak. Kenarları birbirini tamamlayacak." şeklinde doğru bir tanım yapabildiği görülmüştür. Diğer 4 öğrenci (Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) hatalı tanım yapmıştır. Örneğin Dilber'in hatalı tanımı "Çok köşesi olan. Açıları aynı olan. Birbirine eşit olacak." şeklindedir. İki öğrenci ise (Naz ve Vedat) yönlendirme ile açıklama yapabilmişlerdir. Vedat'ın çokgen tanımı ile ilgili görüşmesi örnek olarak sunulabilir.

Araştırmacı : Bana çokgen kavramını açıklar mısın? Çokgen ne demek?
Vedat : Çokgen birden fazla kenarı olan.
Araştırmacı : İki kenarlı çokgen olur mu?
Vedat : Hayır
Araştırmacı : O zaman çokgenin en az kaç kenarı olması lazım?
Vedat : Üç kenar.
Araştırmacı : Ben sana şöyle bir şekil çizeyim (kapalı olmayan üç kenarlı bir şekil çizildi). Bu bir çokgen olur mu?
Vedat : Olmaz hocam.
Araştırmacı : O zaman çokgen olabilmesi için bir şart daha var. Hadi bir toparlayalım.
Vedat : 4
Araştırmacı : Bir daha çizelim şöyle (kapalı olmayan dört kenarlı bir şekil çizildi). Bu çokgen oldu mu?
Vedat : Olmadı. Hocam direk birleştirsek?
Araştırmacı : Ha o zaman birleştireceğiz. Yani kenarlar ne yapacak birleşecek.
Vedat : Evet.
Araştırmacı : Tamam bir daha toparlayalım o zaman.
Vedat : En az 3 kenarı birleşerek çokgen oluşuyor.
Araştırmacı : Kenarlar birleşecek tamam. Birleştirerek oluşturduğumuz nasıl bir şekle biz çokgen deriz? Şöyle açık bir şekil değil de...

Vedat : Kapalı.

Araştırmacı : Bir şekle çokgen diyoruz. Harika.

Görüşmeden de açıkça Vedat'ın "En az 3 kenarı birleşerek çokgen oluşuyor. Kapalı." şeklinde yönlendirme ile çokgeni tanımladığı görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu, çokgenin en az 3 kenarının olması gerektiğini ve kapalılık özelliğini yönlendirme ile fark edebilmişlerdir.

Öğrencilerin tamamı çokgen için üçgen (Naz, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime, Eylül), kare (Naz, Dilber, Hatice, Teslime, Eylül), dikdörtgen (Naz, Ramazan, Vedat, Hatice, Teslime), paralelkenar (Dilber), beşgen (Hatice, Teslime) ve sekizgen (Ramazan) şeklinde örnekler vermişlerdir. Ayrıca öğrencilerin çoğunluğunun çokgenin temel elemanlarını belirleyemediği söylenebilir. Ramazan çokgenin "köşe, açı ve kenar" temel elemanları ile ilişkisi hakkında, çizdiği sekizgeni isimlendirirken kenarlarını sayarak sekizgen olduğunu söylemiştir. Yani çokgeni isimlendirirken kenar sayısına göre bir isimlendirme yapmıştır. Diğer altı öğrencinin ise ezbere isimlendirmeler yaptığı, çokgeni isimlendirirken çokgenin temel elemanları ile ilişki kurmadıkları söylenebilir.

Odak öğrencilerinin çokgen ve düzgün çokgen konusundaki ön bilgileri ile ilgili ikinci ele alınan kavram **düzgün çokgendir.** Öğrencilere "düzgün çokgeni tanımlar mısınız?" sorusu sorulmuş ve alınan yanıtlar Tablo 3.1.2'de sunulmuştur.

Tablo 3.1.2

Odak Öğrencilerin Düzgün Çokgen Kavramı ile İlgili Ön Bilgileri

Düzgün Çokgen	Tanım Bilgisi	Doğru Tanım Bilgisi(N)
		Hatalı Tanım Bilgisi (H)
		Yönlendirme ile Açıklama (R, V, D, T, E)
	Örneklendirme	Düzgün Çokgen Örneği Verme (N, R, V, D, H, T, E)
		Düzgün Çokgen Olmayan Örnek de Verme (N, R)

Tablo 3.1.2 incelendiğinde odak öğrencilerden sadece Naz'ın doğru tanım bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Naz'ın düzgün çokgen tanımı ile ilgili görüşmesi aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Peki, bana düzgün çokgen tanımını yapar mısın? Düzgün çokgen ne demek acaba?

Naz : Tüm kenarları yani uzunlukları eş olan çokgene denir.

Araştırmacı : Sadece kenarlarının eş olması yeterli mi?

Naz **:** İç açılarının da eş olması lazım.

Görüşmeden de açıkça görüleceği üzere Naz'ın düzgün çokgeni kenar uzunlukları ve iç açıları eşit olan çokgenler şeklinde doğru tanımladığı görülmektedir.

Öğrencilerden Hatice'nin ise hatalı tanım bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Hatice düzgün çokgenlerin kenarlarının birbirine eş olması gerektiğini söylemekte, ancak açılarının da birbirine eş olması gerektiğini bilmemektedir.

Tablo 3.1.2 incelendiğinde 5 öğrencinin (Ramazan, Vedat, Dilber, Teslime ve Eylül) yönlendirme ile açıklama yapabildikleri görülmektedir. Vedat'ın düzgün çokgen tanımı ile ilgili görüşmesi örnek olarak aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi bana düzgün çokgeni tanımlar mısın? Bir düzgün çokgen deyince ne aklına geliyor?

Vedat **:** Kenarları eşit, köşeleri olan, birleşik.

Araştırmacı **:** Sadece kenarlarının eşit olması yeterli mi?

Vedat **:** Sadece kenarların... Yani...

Araştırmacı **:** Mesela bana buraya çiz düzgün bir çokgen. En küçük (en az kenarlı) hangisi olur düzgün çokgende?

Vedat **:** Kare.

Araştırmacı **:** Çiz mesela kareyi.

Vedat **:** (Bir kare çizdi.)

Araştırmacı **:** Bu karenin neleri eşit?

Vedat **:** Kenarları.

Araştırmacı **:** Kenarları eşitse şöyle (eşliği gösteren çentikler) çizebilir miyiz? Başka karenin eşit olan bir şeyi var mı?

Vedat **:** Açıları.

Araştırmacı **:** Tamam güzel onları da işaretle. Kaçar derece?

Vedat **:** 90

Araştırmacı **:** Yaz onları da. Karenin başka bildiğin özellikleri var mı?

Vedat **:** Başka hatırlayamadım hocam şu anda.

Araştırmacı **:** Bana başka düzgün çokgen çizebilir misin? Mesela üç kenarlı düzgün çokgen var mı? Yani üçgenlerin arasında düzgün olanı var mı?

Vedat **:** Düzgün bir üçgen? (Biraz düşündü ve üçgen çizdi.)

Araştırmacı **:** Tamam güzel. Bunun düzgün olabilmesi için kenarlarının

Vedat **:** Eşit

Araştırmacı **:** Aynı olması gerekir başka?

Vedat **:** Ee başka. Açılarının.

Araştırmacı **:** Artık düzgün çokgeni tanımlayabilir misin?

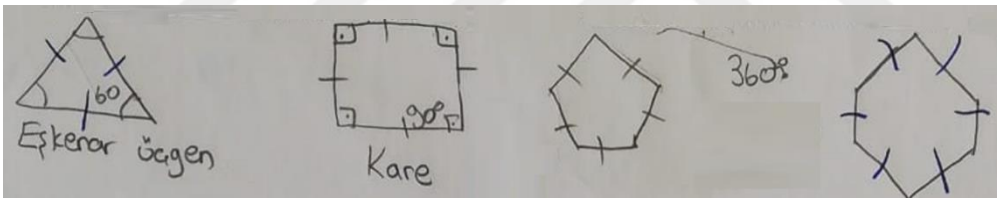
Vedat **:** Kenarlarının eşit olması lazım. Bir de açılarının eşit olması lazım.

Araştırmacı **:** Bu şekildeki çokgenlere "düzgün çokgen" denir.

Öğrencilerin çoğunluğunun düzgün çokgeni tanımlarken hem kenarların hem de açıların eşit olması gerektiğini birlikte söyleyemedikleri görülmektedir. Buna karşın tüm öğrenciler düzgün çokgenlere eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen şeklinde örnekler verebilmişlerdir. İki öğrenci ise (Naz ve Ramazan) düzgün olmayan çokgenlere dikdörtgen (Naz ve Ramazan), paralelkenar (Naz) ve eşkenar dörtgen (Naz) örneğini vermişlerdir. Düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüleri ile ilgili, eşkenar üçgeni tüm öğrenciler; kareyi Teslime hariç diğer altı öğrenci, düzgün beşgeni ve düzgün altıgeni de sadece Naz hesaplayabilmişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğunun düzgün çokgenlerin açılarını hesaplamada eksikleri bulunmaktadır. Düzgün çokgende kenarların eşliği ile ilgili Hatice ve Teslime hariç diğerleri doğru bilgiler vermişlerdir. Kenarlarının eşliğini Naz ve Ramazan çizimleri üzerinde de belirtirken; Vedat, Dilber ve Eylül kenarların eşliğini sadece sözlü olarak belirtmişlerdir.

Görsel 3.1.1.1

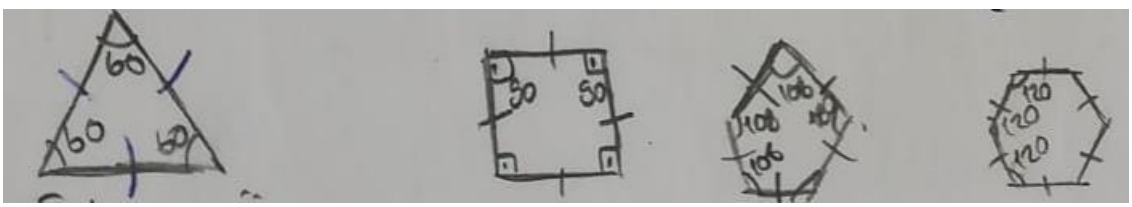
Ramazan'ın Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri



Hem tanım bilgisi hem örneklendirmede yeterli bilgiye sahip olan Naz'ın düzgün çokgenleri temel elemanlarla ilişkilendirme düzeyi oldukça kuvvetlidir. Buna rağmen düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüsünü hesaplarken ezbere işlem yaptığı görülmektedir. Naz düzgün çokgenlerin iç açılar toplamındaki genellemeyi açıklayamamış ancak düzgün çokgenlere verdiği tüm örneklerin iç açılarını doğru bir şekilde ifade etmiştir. Ancak diğer öğrencilerin düzgün çokgenin açıları ile ilgili yeterli muhakeme yapamadıkları söylenebilir.

Görsel 3.1.1.2

Naz'ın Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri



Odak öğrencilerin **üçgenin yardımcı elemanları** konusundaki ön bilgilerine, üçgenin temel elemanları sorgulanarak başlanmıştır. Naz ve Vedat üçgenin temel elemanlarına açı ve kenar şeklinde doğru yanıt verirken; Dilber, Hatice ve Teslime eksik cevap vermişlerdir. Ramazan ise üçgenin temel elemanlarını söyleyememiştir. Öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili yanıtları da Tablo 3.1.3'te sunulmuştur.

Tablo 3.1.3

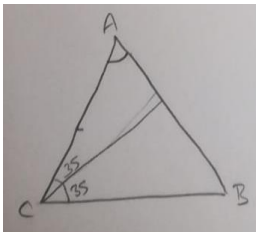
Odak Öğrencilerin Üçgenin Yardımcı Elemanları ile İlgili Ön Bilgileri

Üçgenin Yardımcı Elemanları	Açıortay Bilgisi	Açıklama (N, D)
		Çizme (N, D)
	Kenarortay Bilgisi	Açıklama (-)
		Çizme (-)
		Kenar orta nokta ile eşleştirme (N, V)
	Yükseklik Bilgisi	Açıklama (N, R, V, D)
		Çizme (N, R)
		Prototip çizim (V, D, H, E)

Tablo 3.1.3 incelendiğinde odak öğrencilerden sadece ikisinin (Naz ve Dilber) üçgenin açıortayı ile ilgili ön bilgiye sahip olduğu ve doğru çizim yapabildiği görülmüştür.

Görsel 3.1.1.3

Dilber'in Açıortay Çizimi

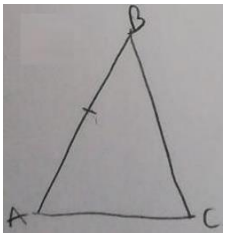


D: Direkt açılardan gelen böyle bir çizgiydi sanırım (C köşesinden AB kenarına bir doğru parçası çizdi). Tam ortadan.

Öğrencilerin hiçbiri kenarortay bilgisine sahip değilken sadece iki öğrenci (Naz ve Vedat) kenarortayı, kenar orta nokta ile eşleştirmiştir. Diğer bir deyişle bu iki öğrenci (Naz ve Vedat) kenarortay ile kenar orta noktayı hatalı bir şekilde ilişkilendirmişlerdir.

Görsel 3.1.1.4

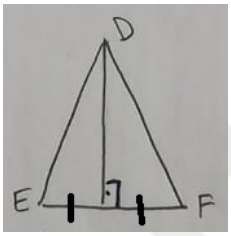
Vedat'ın Kenarortay Çizimi



Yükseklik bilgisi ile ilgili de dört öğrencinin (Naz, Ramazan, Vedat ve Dilber) açıklama yapabildiği; bu dört öğrenciden ikisinin (Naz ve Ramazan) doğru çizim yapabildiği; dört öğrencinin (Vedat, Dilber, Hatice ve Eylül) ise yüksekliği prototip çizdiği görülmüştür. Prototip çizim yapan öğrenciler, yüksekliğin ikizkenar üçgende olduğu gibi taban kenarını ortadan ikiye bölecek şekilde çizileceğini düşünmüşlerdir. Bir öğrenci (Teslime) ise yükseklik ile ilgili herhangi bir görüş belirtememiştir.

Görsel 3.1.1.5

Vedat'ın Yükseklik Çizimi



V: Tam ortadan şöyle dik olacak.

Araştırmacı ile Naz arasında, **üçgenin yardımcı elemanları** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

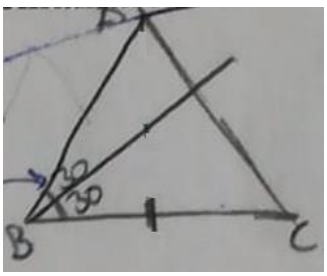
Araştırmacı	**:** Bir üçgeni çizebilmemiz için nelere ihtiyacımız var?
Naz	**:** Kenarlara.
Araştırmacı	**:** Başka?
Naz	**:** Köşelere.
Araştırmacı	**:** Başka? Açılara.
Naz	**:** Evet.
Araştırmacı	**:** Biz bunlara üçgenin temel elemanları diyoruz. Bir de yardımcı elemanlar var. Bunlar da neymiş? Kenarortay, Açıortay ve Yükseklik. Bana acaba bir üçgenin kenarortayı ne demek açıklayabilir misin?
Naz	**:** Kenarortay neydi hocam?
Araştırmacı	**:** Adından.
Naz	**:** Kenarı ortadan bölen mi?
Araştırmacı	**:** Olabilir. Bana bir üçgen çiz. Hatta A, B ve C diye isimlendir. Bir kenarına ait kenarortayı çizmeye çalış.
Naz	**:** (ABC üçgeni çizdi.)
Araştırmacı	**:** BC kenarına ait kenarortayı çizer misin?
Naz	**:** (Önce BC kenarının ortasını işaretledi.) Böyle mi olacak?
Araştırmacı	**:** Sen kenarın orta noktasını işaretlemiş oldun. Ben kenarortayı çizmeni istiyorum.
Naz	**:** Hocam hatırlayamadım.

Araştırmacı	**:** Tamam. Sıkıntı yok. Açıortayı düşünelim. Mesela B köşesine ait açıortay nasıl çizilir?
Naz	**:** Şöyle eşitse tam ortadan gidiyordu (B köşesinden DC kenarına bir doğru çizdi.).
Araştırmacı	**:** Peki bana buradaki açıortayı biraz açıklayabilir misin? Niye öyle çizdik?
Naz	**:** Hocam mesela burası 60^0 ise otuz otuz ayırıyoruz. Bu da (açıortay doğrusu) onu ortadan böldüğü için açıortay diyoruz.
Araştırmacı	**:** Kenarortaya bir daha geri dönsek o zaman. Kenarortay için ne diyebiliriz? Açıortayda açıyı ortadan ikiye bölüyoruz.
Naz	**:** Kenarortayda da kenarı mı ortadan ikiye bölüyoruz?
Araştırmacı	**:** Aynen öyle. O zaman kenarortayı çizersek:
Naz	**:**(A köşesinden BC kenarının ortasına bir doğru çizdi.)
Araştırmacı	**:** Bir de yükseklik diyelim. Bir üçgen daha çizelim. D, E ve F diye köşelerini isimlendirelim.
Naz	**:**(DEF üçgenini çizdi.)
Araştırmacı	**:** Bana EF kenarına ait yüksekliği çizebilir misin?
Naz	**: (**Kâğıdı yan çevirip baktı.) Şöyleydi galiba hocam (Yüksekliği çizdi. Dik açıyı çizerek belirtti).
Araştırmacı	**:** Başka ne diyebiliriz? Yükseklik için.
Naz	**:** Üçgenin alanını bulmamızı sağlıyor.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen görüşme incelendiğinde, öğrencinin üçgenin temel elemanlarını bildiği ancak üçgenin yardımcı elemanlarını adlarından yola çıkarak sezgisel olarak açıklayabildiği görülmektedir. Kenarortayı bilmediğini söyleyen Naz "kenarı ortadan bölen mi?" diye sormuş ve sonrasında bir ABC üçgeninin BC kenarına ait kenarortayı çizerken sadece BC kenarının orta noktasını işaretlemiştir. Kenarortay doğrusunu çizmemiş/çizmeyi düşünememiştir. Naz daha sonrasında B köşesine ait açıortayı çizmiştir. Hatta çizimini açıklarken B açısının ölçüsünü 60° almış ve bu açıyı 30° ayıracak şekilde açıortay doğrusunu çizdiğini söylemiştir (Görsel 3.1.1.6).

Görsel 3.1.1.6

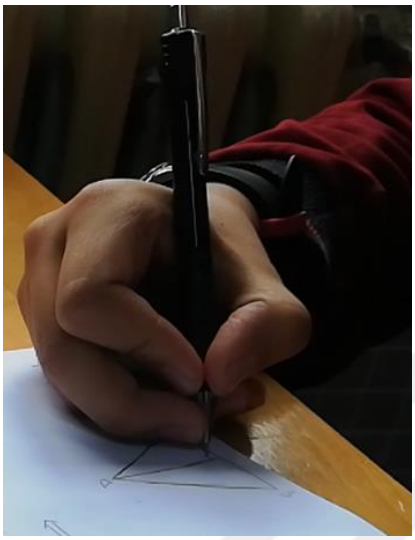
Naz'ın açıortay ve kenarortay çizimleri



Daha sonra bir DEF üçgeni çizen Naz, D köşesinden EF kenarına dik olacak şekilde bir doğru parçasını yükseklik olarak çizip göstermiştir (Görsel 3.1.1.7). Yüksekliğin dik olması gerektiğini ve üçgenin alanını bulurken kullanıldığını sözlerine eklemiştir.

Görsel 3.1.1.7

Naz'ın yükseklik çizimi



Odak öğrencilerin çoğunluğunun kenarortay bilgisinin olmadığı, açıortay bilgisinin ise sınırlı olduğu söylenebilir. Üçgenin yardımcı elemanları arasında daha çok bilinen eleman yüksekliktir.

3.1.2 Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama

Öğrencilere çokgen, düzgün çokgen ve üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili soruların ardından bu kavramları nasıl ilişkilendirdiklerini belirleyebilmek amacıyla onlardan düzgün beşgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen çizmeleri istenmiştir. Düzgün beşgenin, düzgün altıgenin ve karenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirmeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin çokgenlerin iç bölgelerini (eşkenar) üçgenlerle kaplayıp kaplayamadıklarını görmelerini sağlamaktır.

Tablo 3.1.4

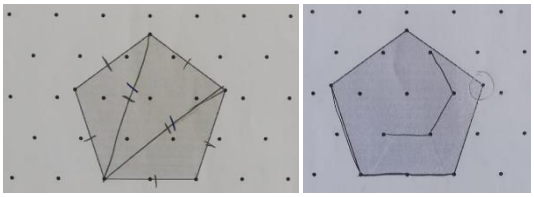
Odak Öğrencilerin Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama ile İlgili Ön Bilgileri

Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama	Düzgün beşgenin içine köşegen yardımıyla ikizkenar üçgen yerleştirme	Yerleştirme (N, R, V, E)
		Yönlendirme ile Yerleştirme(T)
		Yerleştirememe (D, H)
	Düzgün beşgenin içine eşkenar üçgen yerleştirme	Doğru Yerleştirme (N, V, D, H, T, E)
		Yerleştirememe (R)
	Düzgün altıgenin bir kenarını ve merkezini kullanarak eşkenar üçgen yerleştirme	Doğru Yerleştirme (N, V, D, H, T, E)
		Yerleştirememe(R)
	Düzgün altıgenin içini eşkenar üçgenlerle süsleme	Doğru Yerleştirme (N, V, D, H, E)
		Yerleştirememe (R, T)
	Karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta kenara sahip eşkenar üçgen oluşturma	Oluşturdu (-)
		Oluşturamadı (N, R, V, D, H, T, E)

Odak öğrencilerden, izometrik kâğıda çizilmiş olan bir düzgün beşgenin içine, bir köşegen yardımıyla üçgen çizmeleri istenmiştir. Tablo 3.1.4'te de görüldüğü gibi beş öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat, Teslime ve Eylül) düzgün beşgenin içine köşegenleri yardımıyla ikizkenar üçgenler yerleştirebilmişlerdir. Sadece iki öğrenci (Dilber ve Hatice) köşegen kavramını bilmedikleri için uygun çizim yapamamışlardır (Görsel 3.1.2.1).

Görsel 3.1.2.1

Naz ve Hatice'nin Düzgün Beşgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme Çizimleri



Tablo 3.1.5

Odak Öğrencilerin Düzgün Beşgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme ile İlgili Ön Bilgileri

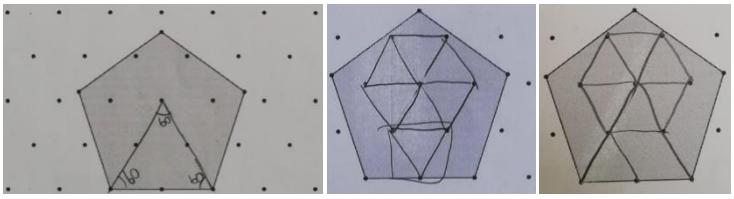
Düzgün beşgenin içine köşegen yardımıyla ikizkenar üçgen yerleştirme	İki köşegen kullanılarak oluşturulan üçgen	İkizkenar üçgen	Söyleyebilme (N, R, T)
			Yönlendirme ile söyleme (V, E)
		Dar açılı üçgen	Söyleyebilme (R, T)
			Yönlendirme ile söyleme (V, E)
	Bir köşegen yardımıyla oluşturulan üçgen	İkizkenar üçgen	Söyleyebilme (N)
			Yönlendirme ile söyleme (R, V, T, E)
		Geniş açılı üçgen	Söyleyebilme (R)
			Yönlendirme ile söyleme (V, E)
		Eş iki üçgen olduğunu fark etme	Fark edebilme (N, R, T)
			Yönlendirme ile fark etme (E)
			Fark Edememe (V)

Düzgün beşgenin içine üçgen yerleştiren beş öğrencinin (Naz, Ramazan, Vedat, Teslime ve Eylül) çizdikleri üçgenlerin özellikleri ile ilgili verdikleri cevaplar Tablo 3.1.5'te verilmiştir. Öğrenciler çizdikleri üçgenlerin kenarlarına göre çeşitleri konusunda çoğunlukla ikizkenar üçgen şeklinde doğru cevap vermişlerdir. Ramazan hariç diğer öğrenciler üçgenleri açılarına göre çeşitlendirirken zorlanmışlardır. Öğrencilerin açılarına göre üçgen sınıflandırmasında eksikleri bulunmaktadır. Üçgenlerdeki açıları dar ve geniş şeklinde söyleyebilen öğrenciler (Naz) bile, bu bilgilerini üçgen sınıflandırmasında kullanamamışlardır. Çizilen üç üçgenden; kenarlarda kalan ikisinin, eş olduğunu üç öğrenci (Naz, Ramazan ve Teslime) doğrudan fark ederken, bir öğrenci (Eylül) yönlendirme ile fark etmiş, bir öğrenci (Vedat) ise eş üçgenleri fark edememiştir.

Düzgün beşgenin içine eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili Tablo 3.1.4 incelendiğinde ise bir öğrenci (Ramazan) hariç diğer öğrencilerin düzgün beşgenin içine eşkenar üçgen yerleştirebildikleri görülmüştür.

Görsel 3.1.2.2

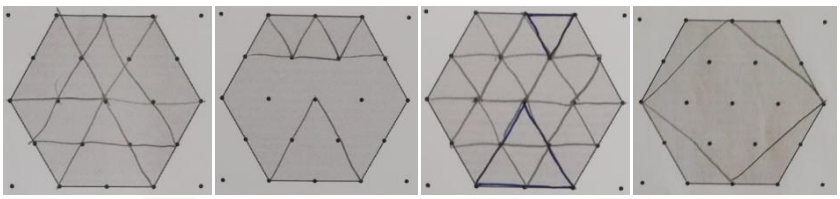
Naz'ın, Hatice'nin ve Eylül'ün Düzgün Beşgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri



Düzgün altıgenin bir kenarını ve merkezini kullanarak eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili Tablo 3.1.4 incelendiğinde bir öğrenci (Ramazan) hariç diğer öğrencilerin düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirebildikleri görülmüştür. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.1.2.3'te sunulmuştur.

Görsel 3.1.2.3

Vedat, Teslime, Eylül ve Ramazan'ın Düzgün Altıgenin İçerisine Eşkenar Üçgen Yerleştirme ile İlgili Çizimleri



Araştırmacı ve Naz arasında, düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

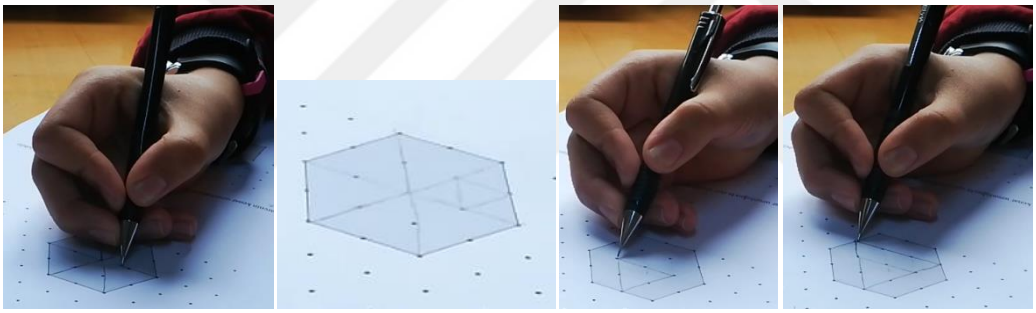
Araştırmacı	**:** Bir düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi?
Naz	**:** Gene aynı olur hocam (bir önceki soruda verdiği cevabın aynısını çizdi kenarı 2 birim olan eşkenar üçgen) (Görsel 3.1.2.4a).
Araştırmacı	**:** Başka olur mu?
Naz	**:** Bütün köşelere olur (altıgeni merkezinden tüm köşelerine doğru parçalara ayırarak çizdi) (Görsel 3.1.2.4b).
Araştırmacı	**:** Başka farklı çizilebilir mi?
Naz	**:** Şunlar (ilk çizdiği eşkenar üçgenin içine, kenar uzunluğu 1 birim olan eşkenar üçgen çizdi) olur hocam küçük olsa da. Gene burada bütün hepsi olur (diğer taraflarda da benzer eşkenar üçgenlerin çizilebileceğini gösterdi).
Araştırmacı	**:** Daha farklı olabilir mi? Çizdiklerini silip yeniden bakabilirsin.
Naz	**:** Böyle de olur hocam (bir köşesi altıgenin üç kenarının orta noktasıyla kesişen kenar uzunluğu 2 birimlik eşkenar üçgen çizdi) (Görsel 3.1.2.4c).
Araştırmacı	**:** Daha büyüğü olur mu?
Naz	**:** Daha büyük? Şöyle de gider hocam (son çizdiği üçgeni uzatarak kenar uzunluğu 3 birim olan eşkenar üçgen çizdi) (Görsel 3.1.2.4d).
Araştırmacı	**:** Tamam, harika! Benim de görmeni istediğim şey o idi.

Düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili Araştırmacı ve Naz arasındaki görüşme dökümü incelendiğinde, Naz'ın düzgün altıgenin içerisine üç farklı büyüklükte eşkenar üçgen yerleştirdiği görülmektedir. Naz çizimlerine bir önceki soruya verdiği cevaptaki çiziminin aynısı ile başlamıştır. Daha sonra da düzgün altıgenin tüm

köşelerinden merkezine doğru parçaları çizerek Görsel 3.1.2.4a'daki gibi kenar uzunlukları 2 birim olan 6 eş eşkenar üçgen elde etmiştir. Daha küçük bir eşkenar üçgen çizmek isteyen Naz ardından bu altı üçgenin her birinin ortasına da kenar uzunluğu 1 birim olan eşkenar üçgeni Görsel 3.1.2.4b'deki gibi çizmiş ve bu üçgenlerden daha çok çizilebileceğini kalemiyle işaret ederek göstermiştir. Naz kenar uzunluğu 2 birim ve 3 birim olan eşkenar üçgenleri ise Görsel 3.1.2.4c ve Görsel 3.1.2.4d'deki gibi çizmiştir. Naz kenar uzunluğu 2 birim olan yedi farklı eşkenar üçgen çizmiştir. Bunlardan altısını düzgün altıgeni eş parçalara ayırarak elde eden Naz, yedincisini ise düzgün altıgenin iç kısmına ayrıca çizmiştir. Kenar uzunluğu 1 birim olan tek eşkenar üçgen çizmiştir ancak daha farklılarının da çizilebileceğinin farkındadır. Kenar uzunluğu 3 birim olan ise tek eşkenar üçgen çizmiştir. Sadece altıgenin ardışık kenarlarını birleştirilerek çizilecek eşkenar üçgeni fark edememiş diğer tüm eşkenar üçgenleri çizebilmiştir.

Görsel 3.1.2.4

Naz'ın Düzgün Altıgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri

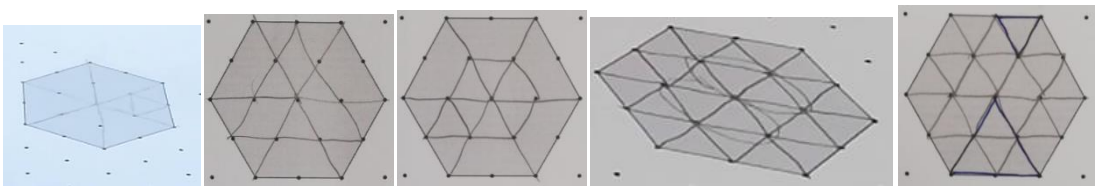


(a) (b) (c) (d)

Düzgün altıgenin içini eşkenar üçgenlerle süsleme ile ilgili Tablo 3.1.4 incelendiğinde iki öğrenci (Ramazan ve Teslime) hariç diğer öğrencilerin düzgün altıgenin içini eşkenar üçgenlerle kaplayabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.1.2.5'te sunulmuştur.

Görsel 3.1.2.5

Naz, Vedat, Dilber, Hatice ve Eylül'ün Düzgün Altıgenin İçerisini Eşkenar Üçgenlerle Süsleme Çizimleri

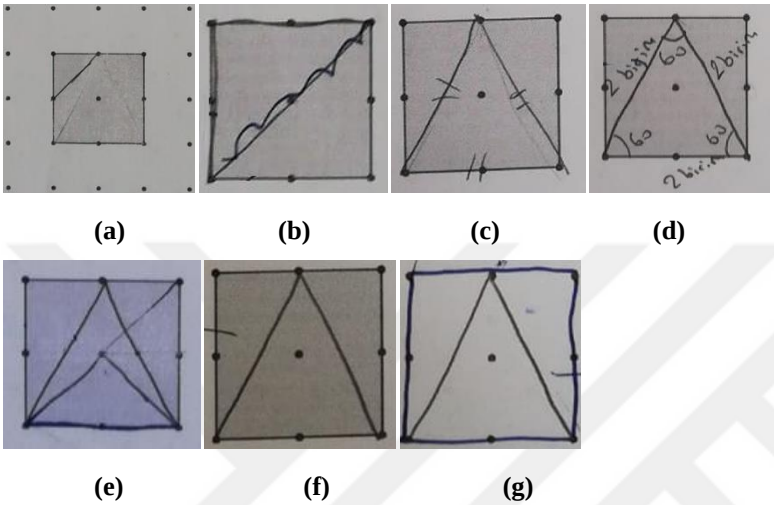


Karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta bir eşkenar üçgen oluşturma ile ilgili Tablo 3.1.4 incelendiğinde öğrencilerin tamamının eşkenar üçgeni oluşturamadığı

görülmektedir. Bu öğrencilerin noktalı kâğıttaki işaretli noktalara yani karenin üzerindeki ve içindeki işaretli noktalara odaklandıkları; sadece bu noktalar aracılığıyla eşkenar üçgenin çizilebileceğini düşündükleri saptanmıştır. Bu durumu destekleyen öğrencilerin çizimleri Görsel 3.1.2.6'da sunulmuştur.

Görsel 3.1.2.6

Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Karenin İçine Eşkenar Üçgen Çizimleri



(a) **(b)** **(c)** **(d)**

(e) **(f)** **(g)**

Öğrencilerden dördü (Naz, Görsel 3.1.2.6a; Ramazan, Görsel 3.1.2.6b; Teslime, Görsel 3.1.2.6f ve Eylül, Görsel 3.1.2.6g) karenin içine eşkenar üçgenin çizilemeyeceğini düşünmektedir. Bir öğrenci (Hatice) ise karenin içine eşkenar üçgen çizilip çizilmeyeceği konusunda tereddütte kalmıştır (Görsel 3.1.2.6e). Kalan iki öğrenci (Vedat ve Dilber) ise karenin içine Görsel 3.1.2.6c ve Görsel 3.1.2.6d'deki gibi eşkenar üçgen çizilebileceğini düşünmektedirler. Bu iki öğrencinin geometrik olarak mümkün olmayan imkânsız çizim yaptıkları söylenebilir. Görsel 3.1.2.6'daki tüm çizimler incelendiğinde hiçbir öğrenci doğru çizimi yapamamıştır.

3.1.3 Çokgen oluşturma / çizme

Örüntü bloklarından sadece eşkenar üçgenler yardımıyla hangi çokgenler oluşturulabileceğinin ve izometrik kâğıda eşkenar üçgenlerle hangi çokgenlerin çizilebileceğinin sorgulandığı kısımda öğrencilerin yanıtları Tablo 3.1.6'da sunulmuştur.

Tablo 3.1.6

Odak Öğrencilerin Eşkenar Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda Eşkenar Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Ön Bilgileri

	Eşkenar üçgenlerle,	**İzometrik kâğıda,**
Eşkenar Üçgenlerle Çokgen Oluşturma (Örüntü Blokları ile) Ve İzometrik Kâğıda Çizme	Düzgün altıgen oluşturma (N, R, V, D, H, T, E)	Düzgün altıgen çizme (N, R, V, D, H, T, E)
	Daha büyük eşkenar üçgen oluşturma (N, R, D, E)	Büyük eşkenar üçgen çizme (N, R D, E)
	Yamuk oluşturma (R, D)	Yamuk çizme (R, D)
	Eşkenar dörtgen oluşturma (N, R, D, H, E)	Eşkenar dörtgen çizme (N, R, D, H, E)
	Paralelkenar oluşturma (R)	Paralelkenar çizme (N, R)

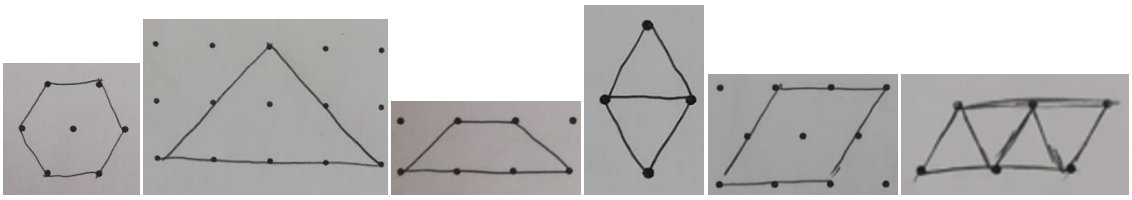
Tablo 3.1.6 incelendiğinde öğrencilerin tamamı ilk olarak eşkenar üçgen örüntü blokları ile düzgün altıgen oluşturmuşlar ve izometrik kâğıda çizebilmişlerdir. Devamında öğrencilerin eşkenar üçgen bloklarla farklı geometrik şekiller oluşturdukları da saptanmıştır. Dört öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber ve Eylül) eşkenar üçgen blokları ile daha büyük bir eşkenar üçgen oluşturmuş, iki öğrenci (Ramazan ve Dilber) yamuk oluşturmuş, beş öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber, Hatice ve Eylül) ise eşkenar dörtgen oluşturmuş ve bu öğrenciler oluşturdukları şekilleri izometrik kâğıda çizebilmişlerdir. Sadece 1 öğrenci (Ramazan) eşkenar üçgen blokları ile paralelkenar oluşturmuş ancak iki öğrenci (Naz ve Ramazan) izometrik kâğıda paralelkenar çizebilmiştir (Görsel 3.1.3.1 ve Görsel 3.1.3.2).

Görsel 3.1.3.1

Vedat, Eylül, Dilber, Hatice ve Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri

Görsel 3.1.3.2

Vedat, Eylül, Dilber, Hatice, Ramazan ve Naz'ın Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgenlerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



Araştırmacı ile Naz arasında, örüntü bloklarındaki **eşkenar üçgenler yardımıyla çokgen oluşturma** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Sadece eşkenar üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturmanı istiyorum. Bunların (örüntü bloklarının) içinde eşkenar üçgenleri seçelim.

Naz **:** Altıgen oldu hocam bir tane.

Araştırmacı **:** Altıgen olur dedin. Güzel. Başka ne şekil oluşturulabilir?

Naz **:** Bence olmuyor yani. (İki eşkenar üçgeni birer kenarından kesiştirdi. Ama bir şekil elde ettiğini fark etmedi). Üçgen oldu hocam (Dört eşkenar üçgenden daha büyük bir eşkenar üçgen elde etti.).

Araştırmacı **:** Evet güzel, daha büyük bir eşkenar üçgen oldu. Başka?

Naz **:** Hocam ben beşgen yapmayı amaçlamıştım ama?

Araştırmacı **:** Eşkenar üçgenlerden beşgen oluyor mu?

Naz **:** Eşkenar dörtgen olabilir hocam (8 tane eşkenar üçgen ile oluşturdu).

Araştırmacı **:** Güzel.

Naz **:** Şöyle de olur mesela (sadece iki eşkenar üçgeni birer kenarı kesişecek şekilde yerleştirerek eşkenar dörtgen oluşturdu.).

Araştırmacı **:** Tamam. Bunların isimlerini şuraya yazabilir miyiz acaba?

Naz **:** (Altıgen, eşkenar üçgen, eşkenar dörtgen yazdı).

Araştırmacı **:** Şimdi de bunları şuraya (izometrik kâğıda) çizmeni istiyorum.

Naz **:** (Düzgün altıgen, eşkenar üçgen ve eşkenar dörtgen çizdi).

Araştırmacı **:** Orada (izometrik kâğıtta) düşündüğün yeni gördüğün bir şey varsa onu da çizebilirsin oraya?

Naz **:** Nerede hocam?

Araştırmacı **:** Yani eşkenar üçgenlerle. Bunların (izometrik kâğıdın) arka planı eşkenar üçgen. Eşkenar üçgenle başka çizilebilecek bir şey varsa onu da çizebilirsin. Biz çokgen çizmeye çalışıyoruz. Eşkenar üçgenler kullanarak.

Naz **:** Paralelkenar olabilir mi hocam?

Araştırmacı **:** Hadi dene.

Naz **:** (Bir deneme yaptı ama kenarların paralel olmadığını görünce sildi. Tekrar denedi. Paralelkenarı çizdi). Biraz küçük oldu hocam.

Araştırmacı **:** Tamam olsun. Aslında kaç tane eşkenar üçgenle oluşturmuş oluyorsun?

Naz **:** (Paralelkenarı eşkenar üçgenlere böldü) Dört.

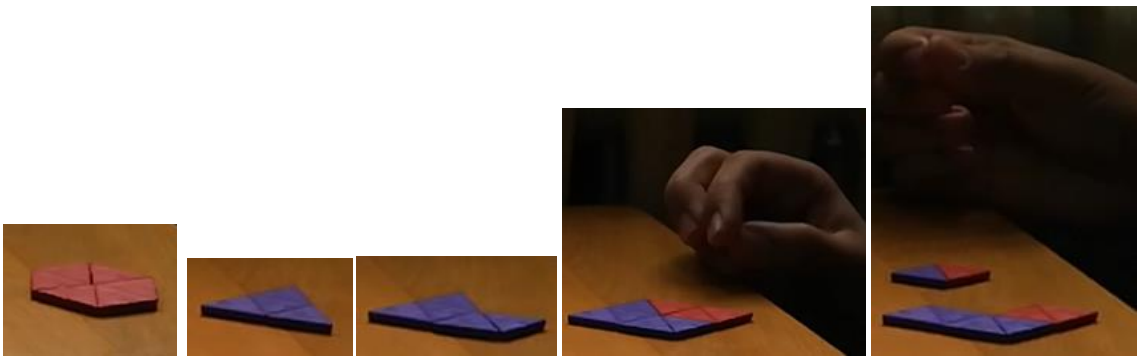
Araştırmacı **:** Başka eklemek istediğin bir şey var mı?

Naz **:** Yok.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Naz'ın sadece eşkenar üçgen bloklarla öncelikle düzgün altıgen oluşturduğu görülmektedir (Görsel 3.1.3.3a). 6 tane eşkenar üçgenle düzgün altıgen oluşturan Naz bu kez 4 eşkenar üçgenle daha büyük bir eşkenar üçgen oluşturmuştur (Görsel 3.1.3.3b). Beşgen yapmayı amaçladığını söyleyen öğrenci düzgün olmayan bir beşgen elde etmiştir (Görsel 3.1.3.3c). Oluşturduğu büyük eşkenar üçgenin simetriğini çokgenin altına yerleştirerek eşkenar dörtgen oluşturmuştur (Görsel 3.1.3.3d). Son olarak Naz sadece iki eşkenar üçgeni birer kenarından kesiştirerek de eşkenar dörtgen oluşturulabileceğini de söylemiştir (Görsel 3.1.3.3e). Somut materyal yardımıyla çokgen oluşturan Naz eşkenar üçgenler yardımıyla 4 farklı çokgeni 5 farklı şekilde oluşturabilmiştir.

Görsel 3.1.3

Naz'ın Örüntü bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri

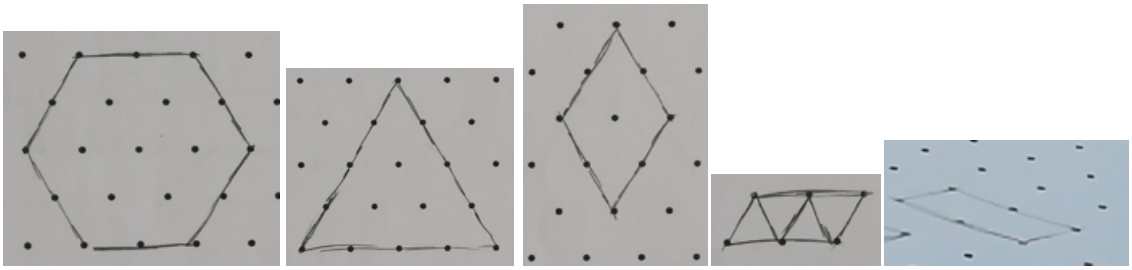


(a) (b) (c) (d) (e)

Naz izometrik kâğıda eşkenar üçgenler yardımıyla çokgen çizerken de öncelikle düzgün altıgen (Görsel 3.1.3.4a), sonra eşkenar üçgen (Görsel 3.1.3.4b) ve eşkenar dörtgen (Görsel 3.1.3.4c) çizmiştir. İzometrik kâğıda ayrıca örüntü blokları ile düşünemediği paralelkenar çizimini de eklemiştir (Görsel 3.1.3.4d). Paralelkenarı, önce bir bütün olarak çizen (Görsel 3.1.3.4e) Naz sonra paralelkenarı eşkenar üçgenlere ayırmıştır (Görsel 3.1.3.4d).

Görsel 3.1.3.4

Naz'ın Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c) (d) (e)

Örüntü bloklarından **sadece ikizkenar dik üçgenler** yardımıyla hangi çokgenler oluşturulabileceğinin ve noktalı kâğıda ikizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenlerin çizilebileceğinin sorgulandığı kısımda öğrencilerin yanıtları Tablo 3.1.7'de sunulmuştur.

Tablo 3.1.7

Odak Öğrencilerin İkizkenar Dik Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda İkizkenar Dik Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Ön Bilgileri

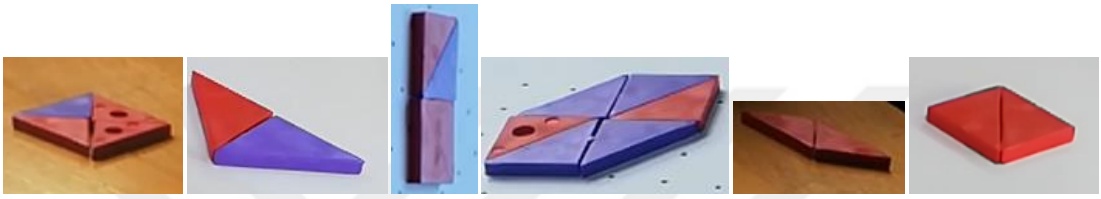
	İkizkenar Dik Üçgenlerle;	**Noktalı kâğıda;**
İkizkenar Dik Üçgenlerle Çokgen Oluşturma (Örüntü Blokları ile) ve Noktalı Kâğıda Çizme	Kare oluşturma (N, R, V, D, H, T, E)	Kare çizme (N, R, V, D, H, T, E)
	Büyük ikizkenar dik üçgen oluşturma (R, V, H)	Büyük ikizkenar dik üçgen çizme (R, H)
	Dikdörtgen oluşturma (R, V, T, E)	Dikdörtgen çizme (R, V, T, E)
	Altıgen oluşturma (N, R, D)	Altıgen çizme (D)
	Paralelkenar oluşturma (N)	Paralelkenar çizme (N)
	Eşkenar dörtgen oluşturma (D, H)	Eşkenar dörtgen çizme (N, D, H)

Tablo 3.1.7 incelendiğinde öğrencilerin tamamının ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile öncelikle kare oluşturduğu ve noktalı kâğıda çizdiği görülmektedir. İkizkenar dik üçgen örüntü blokları ile üç öğrencinin (Ramazan, Vedat ve Hatice) daha büyük bir ikizkenar dik üçgen oluşturduğu ancak bu üçgeni iki öğrencinin (Ramazan ve Hatice) noktalı kâğıda çizdiği bir öğrencinin (Vedat) çizemediği saptanmıştır. Dört öğrencinin (Ramazan, Vedat, Teslime ve Eylül) dikdörtgen oluşturduğu ve çizebildiği, üç öğrencinin (Naz, Ramazan ve Dilber) ise altıgen oluşturduğu ancak bunlardan sadece bir öğrencinin (Dilber) noktalı kâğıda çizim yapabildiği görülmüştür. Yalnız bir öğrenci (Naz) ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile paralelkenar oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir. Noktalı

kâğıda ikizkenar dik üçgenlerle eşkenar dörtgen çizen üç öğrenciden (Naz, Dilber ve Hatice) biri (Naz) ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile eşkenar dörtgen oluşturamamış diğer iki öğrenci (Dilber ve Hatice) ise ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile de eşkenar dörtgen oluşturabilmişlerdir (Görsel 3.1.3.5 ve Görsel 3.1.3.6). Yani bir öğrenci (Naz) örüntü blokları ile eşkenar dörtgen oluşturamadığı halde noktalı kâğıda çizimini yapabilmiştir.

Görsel 3.1.3.5

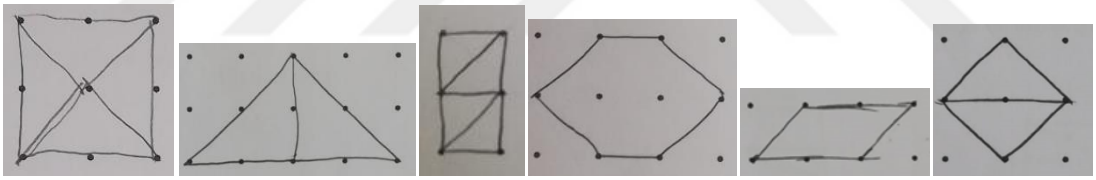
Vedat, Hatice, Teslime, Dilber, Naz ve Hatice'nin Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Görsel 3.1.3.6

Vedat, Hatice, Teslime, Dilber, Naz ve Hatice'nin İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Örüntü bloklarındaki **ikizkenar dik üçgenler yardımıyla** Naz, Ramazan ve Dilber'in oluşturdukları çokgenler izleyen paragraflarda daha ayrıntılı açıklanmıştır:

Araştırmacı ile Naz arasında, örüntü bloklarındaki **ikizkenar dik üçgenler yardımıyla çokgen oluşturma** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı	**:** Şimdi şunu okur musun hızlıca?
Naz	**:** Sadece ikizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturunuz.
Araştırmacı	**:** Şimdi de senden.
Naz	**:** İkizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir?
Araştırmacı	**:** Ben sana ikizkenar dik üçgenleri ayırdım. Onlarla bana çokgen oluşturmaya çalışacaksın.
Naz	**:** Kare olur hocam (4 dik üçgenden kare oluşturdu) (Görsel 3.1.3.7a).

Araştırmacı **:** Tamam güzel. Harika!

Naz **:** Böyle de olur hocam (2 dik üçgenden kare oluşturdu) (Görsel 3.1.3.7b).

Araştırmacı **:** Güzel. Başka? Bak burada diğerleri de var. Bir yan yana getirmeye çalış bakalım neler çıkacak?

Naz **:** Altıgen oldu hocam (Görsel 3.1.3.7c).

Araştırmacı **:** Değişik bir altıgen oldu değil mi?

Naz **:** Gene değişik bir kare olacak sanırım hocam.

Araştırmacı **:** Tamamen senin bakış açınla değişecek şeyler. Deneyelim bakalım. Sadece kare mi oluyor acaba?

Naz **:** Kare oluyor ama.

Araştırmacı **:** Daha büyük bir kare yani. Tamam güzel. Şunları yazabilir miyiz oraya?

Naz **:** Kare, daha büyük bir kare (Görsel 3.1.3.7d).

Araştırmacı **:** Şimdi bunları şuraya (kareli kâğıda) çizmeni isteyeceğim hızlıca.

Naz **:**(8 tane ikizkenar dik üçgen ile oluşturulmuş büyük bir kare çizdi. 2 tane ikizkenar dik üçgeni hipotenüslerinden kesiştirerek oluşturulmuş bir kare çizdi.)

Araştırmacı **:** Başka ne çizmiştin?

Naz **:** Bu da var aslında (4 tane ikizkenar dik üçgen ile oluşturulmuş büyük bir kare çizdi.)

Araştırmacı **:** Tamam, güzel. Öncekilerden hariç burada (noktalı kâğıtta) düşündüğün yeni bir şekil olabilir. Bir bak bakalım. Ne çizilebilir?

Naz **:** (İlk çizdiği büyük karenin ortasındaki şekli göstererek) hocam böyle bakınca eşkenar dörtgen de olabiliyor ama?

Araştırmacı **:** Tamam o zaman onu da yaz altına.

Naz **:** Çiziyim mi hocam?

Araştırmacı **:** Çizebilirsin.

Naz **:** (Çizmeye başlarken çapraz konumdaki iki noktayı birleştirdi) Hocam aslında ikisiyle de oluyor.

Araştırmacı **:** İkisiyle ne oluyor?

Naz **:** Paralelkenar (Görsel 3.1.3.7e).

Araştırmacı **:** Güzel harika. Uğraştıkça yeni şeyler görüyor insan.

Naz **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** Onu da çiz o zaman.

Naz **:** Çizeyim hocam.

Araştırmacı **:** Tamam.

Naz **:** (Eşkenar dörtgeni çizmeden önce açıklıyor) eşkenar (dörtgen) olmuyor sanki kare ile aynı o zaman. Karenin yan dönmüşü gibi hocam. Şöyle çapraz.

Araştırmacı **:** Sanki eşkenar dörtgen gibi. Sen yine de onu da çiz.

Naz **:** Eş olmadı hocam.

Araştırmacı **:** Tamam. Teşekkürler.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Naz'ın ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile öncelikle iki farklı kare oluşturduğu görülmektedir. Bunlardan ilki 4 tane ikizkenar dik üçgenle (Görsel 3.1.3.7a), ikincisini de 2 tane ikizkenar dik üçgenin hipotenüslerini kesiştirerek (Görsel 3.1.3.7b) oluşturmuştur. Ardından 6 tane ikizkenar dik üçgenle düzgün olmayan bir altıgen (Görsel 3.1.3.7c) oluşturmuştur. Daha sonra yine bir kare oluşturmuştur ancak bu kare diğer iki kareden daha büyük ve 8 tane ikizkenar dik üçgenle oluşturulmuştur (Görsel 3.1.3.7d). Somut materyal yardımıyla çokgen oluşturan Naz ikizkenar dik üçgenler yardımıyla 3 farklı çokgeni 4 farklı şekilde oluşturabilmiştir.

Görsel 3.1.3.7

Naz'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri

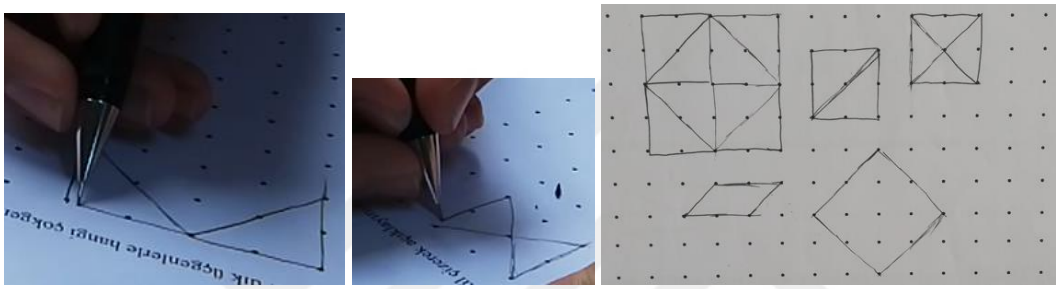
(a) (b) (c) (d) (e)

Naz noktalı kâğıda ikizkenar dik üçgenler yardımıyla çokgen çizerken de öncelikle 8 eş ikizkenar dik üçgenden oluşturduğu büyük kareyi çizmiştir. Kareyi çizerken önce bir ikizkenar dik üçgen çizmiş. Sonra diğer bir ikizkenar dik üçgeni daha çizmiştir (Görsel 3.1.3.8a). Bu şekilde ikizkenar dik üçgenleri ekleyerek büyük kareyi oluşturmuştur. Diğer iki karenin çiziminde de aynı yolu takip etmiştir (Görsel 3.1.3.8b). Yani örüntü bloklarındaki parçaları bir araya getirdiği gibi noktalı kâğıtta da aynı küçük parçalardan yola çıkarak çokgeni çizmiştir. Bu çizimler örüntü blokları ile oluşturduğu çokgenlerdi. Sadece düzgün olmayan altıgeni çizmemiştir/unutmuştur. Noktalı kâğıtta örüntü blokları ile düşünemediği farklı çizimler olabilir mi diye sorulduğunda Naz'ın noktalı kâğıda ilk çizdiği (Görsel 3.1.3.8c'deki soldaki büyük kare) kareye dikkat kesildiği görülmektedir. Karenin içindeki kalan 4 ikizkenar dik üçgenin eşkenar dörtgene benzer bir şekil oluşturduğunu sezgisel olarak fark eden Naz bu konuda emin olamamıştır. Bu şeklin kare mi eşkenar dörtgen mi olduğu konusunda tereddüt yaşamıştır. "Eşkenar dörtgen değil karedir, karenin yan döndürülmüşüdür" şeklinde görüş belirtmiştir. Naz karenin aynı zamanda eşkenar dörtgen de olabileceğini bu aşamada fark edememiştir. Son olarak araştırmacı Naz'a yine de eşkenar dörtgen olarak görmediği yan döndürülmüş kare diye informal bir dille açıklamaya çalıştığı şekli kareli kâğıda da çizmesini istedi. Bu çizime

başlarken Naz çapraz konumdaki iki noktayı birleştirmiştir. Bu esnada paralel kenar oluşturulabileceğini (Görsel 3.1.3.8e sol alttaki resim) sezgisel olarak fark eden Naz bu düşüncesini Görsel 3.1.3.7e'dekigibi örüntü blokları yardımı ile (somut malzeme ile) de göstermiştir. Sonuç olarak noktalı kâğıt aracı ile farklı bir şekil daha çizilebileceğini keşfeden Naz 3 farklı büyüklükte kare, 1 paralelkenar, 1 yan döndürülmüş kare (eşkenar dörtgen), 1 de düzgün olmayan altıgen oluşturmuştur. Naz ikizkenar dik üçgenler yardımıyla 4 farklı çokgeni 6 farklı şekilde oluşturabilmiştir.

Görsel 3.1.3.8

Naz'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c)

Araştırmacı ile Ramazan arasında, örüntü bloklarındaki **ikizkenar dik üçgenler yardımıyla çokgen oluşturma** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Sadece ikizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturalım. Biraz önce eşkenar üçgenler için yaptığımız işlemin aynısını şimdi ikizkenar dik üçgenler için yapacağız. Hadi buyur bakalım.

Ramazan **:** Üçgen olur hocam. (İki tane ikizkenar dik üçgenle daha büyük bir üçgen oluşturdu.) (Görsel 3.1.3.9a).

Araştırmacı **:** Nasıl bir üçgen?

Ramazan **:** İkizkenar

Araştırmacı **:** İkizkenar hatta...

Ramazan **:** Geniş açılı

Araştırmacı **:** Emin misin? (Diklik görülecek şekilde oluşturduğu dik üçgenin yönünü değiştirdi.)

Ramazan **:** Geniş açılı değil hocam.

Araştırmacı **:** Geniş açılı değilse nasıl açılı?

Ramazan **:** 90 derece. ("İkizkenar üçgen" dedi "ikizkenar dik üçgen" diyemedi.)

Araştırmacı **:** Tamam. Hadi o zaman noktalı kâğıda çizelim.

Ramazan **:** (İkizkenar üçgeni noktalı kâğıda çizdi.) (Görsel 3.1.3.10a). Kare oluyor hocam (4 tane ikizkenar dik üçgen kullanarak bir kare oluşturdu). (Görsel 3.1.3.9b). (Aslında bir önceki elde ettiği ikizkenar üçgenin aynısını oluşturdu ve hipotenüslerinden kesiştirerek kare oluşturmuş oldu).

Araştırmacı **:** Tamam güzel. Noktalı kâğıda çizelim.

Ramazan **:** (Noktalı kâğıda bir kenar uzunluğu 2 birim olan bir kare çizdi.) (Görsel 3.1.3.10b).

Araştırmacı **:** Başka ne oluşturabiliriz?

Ramazan **:** (Son oluşturduğu karenin altına karenin aynısını ekleyerek dikdörtgen oluşturdu.) Dikdörtgen oluyor hocam (Görsel 3.1.3.9c).

Araştırmacı **:** Tamam. Hadi bunun da şeklini çizelim.

Ramazan **:** (Noktalı kâğıda dikdörtgen çizdi. Kısa kenarı 2 birim uzun kenarı 4 birim olacak şekilde) (Görsel 3.1.3.10c).

Araştırmacı **:** Başka ne oluşturabiliriz?

Ramazan **:** (4 tane dik üçgenden bir dikdörtgen oluşturdu. Sonra bu dikdörtgenin üstüne üçgen yerleştirdi. Oluşturduğu şekil bir evi andırıyordu. Düzgün olmayan bir beşgen şeklindeydi. Ama bunun bir çokgen olmayacağını düşündü.) (Görsel 3.1.3.9d). Bu olmuyor hocam.

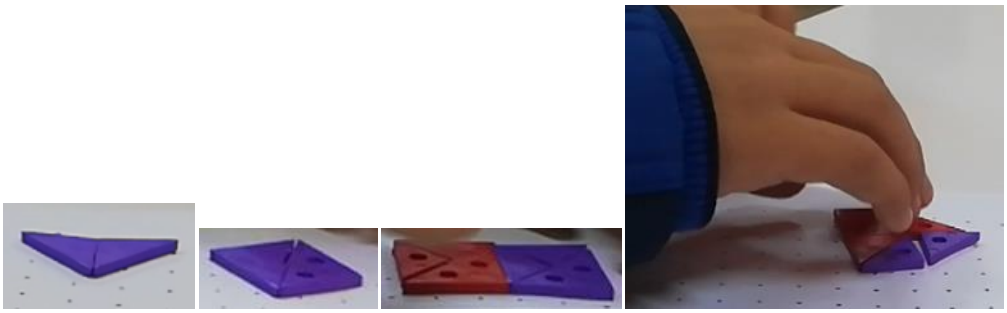
Araştırmacı **:** Tamamdır. Teşekkür ederim

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Ramazan'ın ikizkenar dik üçgen örüntü bloklarının iki tanesi ile daha büyük bir ikizkenar dik üçgen oluşturduğu görülmektedir (Görsel 3.1.3.9a). Oluşturduğu üçgeni "ikizkenar üçgen" şeklinde ifade eden Ramazan, üçgendeki dik açıyı 90° olarak belirtmesine rağmen üçgenin çeşidini "ikizkenar dik üçgen" şeklinde söyleyememiştir. Ardından noktalı kâğıda büyük bir ikizkenar dik üçgen çizmiştir (Görsel 3.1.3.10a). Ramazan oluşturduğu ikizkenar dik üçgenin aynısından bir tane daha oluşturmuş ve bu iki üçgeni hipotenüslerinden kesiştirerek "kare" oluşturmuştur (Görsel 3.1.3.9b). Yani dört ikizkenar dik üçgen ile bir kare oluşturan Ramazan ardından noktalı kâğıda kareyi çizmiştir (Görsel 3.1.3.10b). Bir önceki kare oluşumunda olduğu gibi bu kez de Ramazan, son oluşturduğu kareden bir tane daha oluşturup iki kareyi birer kenarından kesiştirmiş ve bir dikdörtgen oluşturmuştur (Görsel 3.1.3.9c). Yani sekiz ikizkenar dik üçgen ile bir dikdörtgen oluşturan Ramazan ardından noktalı kâğıda dikdörtgen çizmiştir (Görsel 3.1.3.10c). Ramazan oluşturduğu dikdörtgene iki tane ikizkenar dik üçgen eklemiştir (Görsel 3.1.3.9d). Aslında bir beşgen oluşturan Ramazan oluşumun bir çokgen olmayacağını söylemiş ve beşgen oluşturmaktan vazgeçmiştir. Sonuç olarak Ramazan ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile daha büyük bir ikizkenar

dik üçgen, kare, dikdörtgen ve beşgen oluşturmuştur. Noktalı kâğıda da büyük bir ikizkenar dik üçgen, kare ve dikdörtgen çizmiştir. Ramazan ikizkenar dik üçgenler yardımıyla 4 farklı çokgen oluşturup 3 farklı çokgen çizimi yapabilmiştir.

Görsel 3.1.3.9

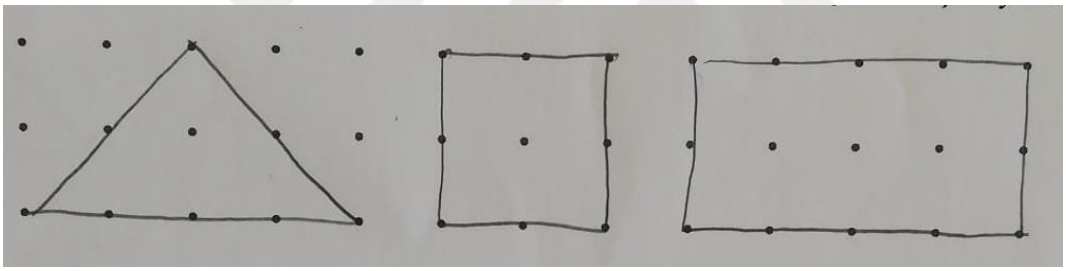
Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri



(a) (b) (c) (d)

Görsel 3.1.3.10

Ramazan'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c)

Araştırmacı ile Dilber arasında, örüntü bloklarındaki **ikizkenar dik üçgenler yardımıyla çokgen oluşturma** ile ilgili de şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı	**:** İkizkenar dik üçgen örüntü blokları ile hangi çokgenler oluşturulabilir? İkizkenar dik üçgenler şunlar.
Dilber	**:** Altıgen hocam. (Görsel 3.1.3.11a)
Araştırmacı	**:** Düzgün olmayan bir altıgen oluşturdun.
Dilber	**:** Evet.
Araştırmacı	**:** Hadi bunu noktalı kâğıda çizelim.
Dilber	**:** (Bir çizim yaptı) (Görsel 3.1.12a).
Araştırmacı	**:** Başka ne oluşturabiliriz acaba?
Dilber	**:** Kare. (Dört ikizkenar dik üçgen bloğu ile kare oluşturdu.) (Görsel 3.1.3.1b).
Araştırmacı	**:** Hadi bunu da noktalı kâğıda çizelim.
Dilber	**:** (Çizimini yaptı.) (Görsel 3.1.12b).
Araştırmacı	**:** Başka ne oluşturabiliriz?

Dilber **:** Hocam böyle olur mu? (Görsel 3.1.3.11c).

Görsel 3.1.3.11

Dilber'in Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri

(a) (b) (c)

Araştırmacı **:** Tamam olur. Bu hangi şekil? Ona biz ne diyoruz? Baklava dilimi.

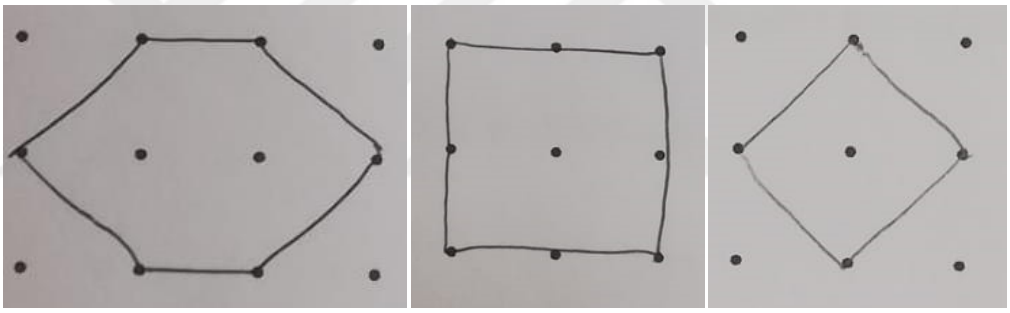
Dilber **:** İzometrik.

Araştırmacı **:** İzometrik değil de "eşkenar dörtgen" mi diyoruz sanki? İsmini hatırlamıyorsam da noktalı kâğıda çizimini yap.

Dilber **:** (Çizimini yaptı.) (Görsel 3.1.12c).

Görsel 3.1.3.12

Dilber'in İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c)

Araştırmacı **:** Başka bir şekil oluşturabilir misin?

Dilber **:** Hayır hocam.

Araştırmacı **:** Tamam teşekkür ederim.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Dilber'in ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile öncelikle düzgün olmayan bir altıgen oluşturduğu görülmektedir (Görsel 3.1.3.11a). Altı ikizkenar dik üçgen ile altıgen oluşturan Dilber, daha sonra noktalı kâğıda bir altıgen çizmiştir (Görsel 3.1.3.12a). Diğer çokgen denemesinde ise dört ikizkenar dik üçgen ile kare oluşturan (Görsel 3.1.3.11b) Dilber, noktalı kâğıda da bir kare çizmiştir (Görsel 3.1.3.12a). Son olarak da oluşturduğu kareyi farklı şekilde konumlandırarak eşkenar dörtgen (Görsel 3.1.3.11c) oluşturmuştur. Ancak Dilber eşkenar dörtgeni "izometrik" diye yanlış isimlendirmiştir. Ama noktalı kâğıda eşkenar dörtgen çizebilmiştir (Görsel 3.1.3.12a). Sonuç olarak Dilber ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile altıgen, kare ve

eşkenar dörtgen oluşturmuştur. Noktalı kâğıda da altıgen, kare ve eşkenar dörtgen çizmiştir. Dilber ikizkenar dik üçgenler yardımıyla 3 farklı çokgen oluşturup 3 farklı çokgen çizimi yapabilmiştir.

3.1.4 Dönüşümler-1 (Dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, simetri)

Ön görüşmelerde dönüşüm ile ilgili sorularda ilk aşamada öğrencilerin dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, süsleme ve simetri kavramları ile ilgili ön bilgileri sorgulanmıştır. Odak öğrencilere bu kavramların ne olduğu sorulmuş, örnek vermeleri istenmiş ve örnek uygulama çizimleri ile ön bilgileri Tablo 3.1.8'deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 3.1.8

Odak Öğrencilerin Dönüşümlerle İlgili Ön Bilgileri

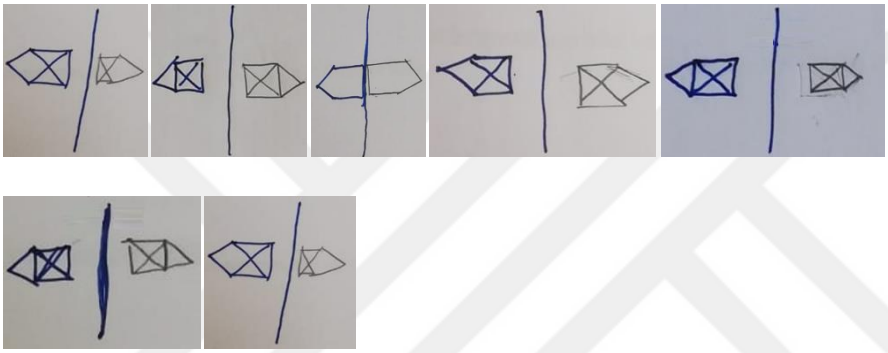
Dönüşümler	**Yansıma**	Tanımlama	Doğru tanım bilgisi (-)
		Özelliklerini belirleme	Yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün yönünü doğru belirleme (N, R, V, D, H, T, E)
			Görüntünün yansıma doğrusuna uzaklığını doğru belirleme (N, H, T)
			Yansıma dönüşümünde eşliği koruma (N, R, V, D, H, T)
		Hatalar	Yansıma dönüşümünü öteleme dönüşümü gibi çizme (-)
	Öteleme	Tanımlama	Doğru tanım bilgisi (-)
			İnformal tanım yapma (N, V, D, H, T)
		Özelliklerini belirleme	Esas şekil ile görüntünün boyutu ve yönü korunur (R, V, D, H, E)
		Hatalar	Esas şekildeki en yakın noktayı referans alarak hatalı öteleme yapma (R, V, D, H, T)
	Süsleme	Tanımlama	Doğru tanımlama (-)
			Hatalı tanımlama (V, H, T)
			Tanımlayamama (R, D, E)
		İlişkilendirme	Süsleme örüntü ilişkisi kurma(N)
	Simetri	Tanımlama	Tanımladı (R)
			Tanımlayamadı (D, T, E)
		Hatalar	Simetriyi yansıma dönüşümü gibi algılama (N, V, H, E)
			Simetriyi öteleme dönüşümü gibi algılama (V, D, T)

Dönüşümlerle ile ilgili ilk olarak öğrencilere "dönüşüm ne demek? Dönüşümlerle ilgili bilgin var mı?" soruları sorulmuş, odak öğrencilerinin hiçbiri dönüşüm kavramının

tanımını yapamamıştır. Nitekim bu durum yansıma dönüşümü ve öteleme dönüşümü özelinde de geçerlidir. Bununla birlikte bazı öğrencilerin örnek üzerinde kısıtlı açıklamalar yaptığı görülmüştür. Örneğin Dilber yansıma ile ilgili olarak "bir şey mesela gölge yansıyor." ve "bu (örnek şekil) sol tarafa bakıyorsa bu (çizdiği yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü) sağ tarafa bakıyor" demiştir. Dilber ve diğer tüm öğrencilerin örnek bir şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerken görüntüsünün yönünü doğru belirledikleri görülmektedir (Görsel 3.1.4.1).

Görsel 3.1.4.1

Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



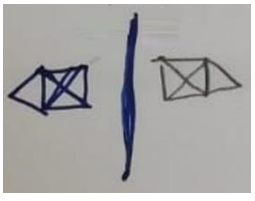
Yansıma dönüşümü ile ilgili Tablo 3.1.8 incelendiğinde öğrencilerin üçünün (Naz, Hatice ve Teslime) yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün yansıma doğrusuna dik uzaklığını doğru belirlediği görülmektedir. Öğrenciler çizimlerinde çizgisiz kâğıt kullandığı için buna dikkat etmemiş olsalar da sözlü olarak bu mesafenin aynı olması gerektiğini söylemiştir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Teslime arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki "yansıma" deyince ne anlıyorsun?

Teslime **:** Bir cismin başka bir yere yansıması.

Araştırmacı **:** O zaman ben buraya bir şekil çizsem, bu şeklin şu doğruya göre yansımasını çizer misin?

Teslime **:** (Yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizdi)



Araştırmacı **:** Şekil sol tarafa bakıyor, görüntüsünü ise sağ tarafa bakacak şekilde çizdin. Neden?

Teslime **:** Hocam öyle oluyor.

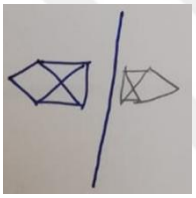
Araştırmacı **:** Şeklin doğruya olan uzaklığı ile görüntünün doğruya uzaklığı nasıl?

Teslime **:** Aynıdır.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Teslime'nin yansıma dönüşümünde, esas şekil ile yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün, yansıma doğrusuna eşit uzaklıkta (aynı) olması gerektiğini söylediği görülmektedir. Ayrıca yansıma dönüşümü ile ilgili öğrencilerin Eylül hariç hepsinin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün boyutunu doğru çizdiğini, diğer bir deyişle eşliği dikkate aldıkları söylenebilir. Eylül ise görüntüyü olması gerekenden daha küçük çizmiştir (Görsel 3.1.4.2).

Görsel 3.1.4.2

Eylül'ün Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



Tablo 3.1.8 incelendiğinde öteleme ile ilgili beş öğrencinin (Naz, Vedat, Dilber, Hatice ve Teslime) informal tanım yaptıkları görülmektedir. Öteleme ile ilgili Naz "ittirme"; Vedat "sağa koyacağız"; Dilber "kaydırma", "direk geçer" "(şekil) tam olarak kalır"; Hatice "sağa kayacak"; Teslime "sağ tarafa kayacak" şeklinde informal açıklamalar yapmışlardır. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Dilber arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki öteleme için ne söylersin?

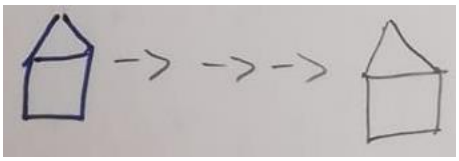
Dilber **:** Çok duymadım. Bilmiyorum.

Araştırmacı **:** Ben şuraya bir ev çizsem. Bu evi 3 birim sağa ötele desem. Ne düşünürsün?

Dilber **:** Kaydırma mı? Gerçekte kaydırdığınızda ev doğal olarak bozulur ama çizim olduğu için tam olarak kalır.

Araştırmacı **:** Çizim olarak düşünelim.

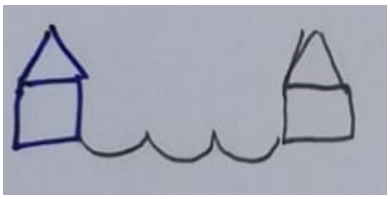
Dilber **:** Direkt geçer o zaman. (Şekli öteledi ve çizdi.)



Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Dilber'in ötelemeyi "kaydırma", "direk geçer" ve "(şekil) tam olarak kalır" şeklinde informal bir dille tanımladığı görülmektedir.

Öteleme dönüşümünün özellikleri ile ilgili beş öğrenci (Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice ve Eylül) **öteleme**de esas şekil ile görüntüsünün boyutunun ve yönünün korunduğunu belirttikleri saptanmıştır. Bu durumu Ramazan "aynı olur"; Vedat "yine aynısı"; Dilber "tam olarak kalır, direk geçer"; Hatice "sağa kayacak ve sadece uzakta"; Eylül "aynı kalır" diyerek ifade etmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Hatice arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de öteleme dediğimiz bir kavram var. Matematik de öteleme.
Hatice **:** Bilmiyorum.
Araştırmacı **:** Ben sana bir örnek vereyim. Şuraya bir ev şekli gitsek. Bu evi 3 birim sağa ötelesek.
Hatice **:** Yani sağa kayacak.
Araştırmacı **:** Tamam evi sağa kaydıralım. 3 birim.
Hatice **:** (3 birim işaretledi.) Burada olacak o zaman.
Araştırmacı **:** Tamam çizelim.
Hatice **:** (Çizdi.)

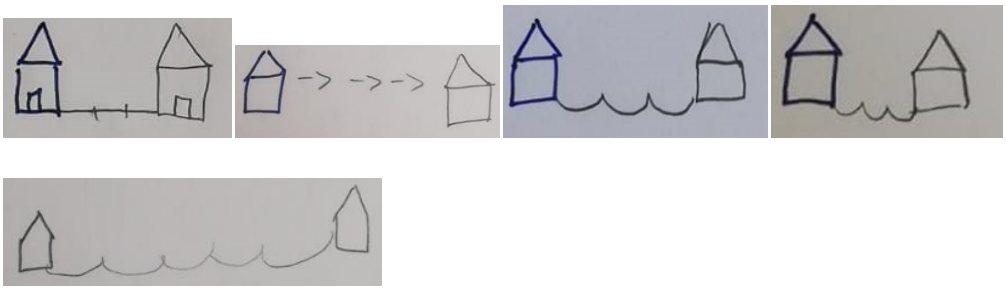


Araştırmacı **:** Ötelemenin yansımadan farkı ne?
Hatice **:** Yansımada ters duruyordu. Ters görünüyordu. Ama burada(ötelemede) sadece uzakta.
Araştırmacı **:** Bunun (ötelemenin) sadece konumu
Hatice **:** Farklı

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Hatice'nin ötelemede görüntünün "sağa kayacağını" ve "sadece uzakta" çizileceğini, sadece konumun "farklı" olacağını söyleyerek ötelemede esas şekil ile görüntünün boyutu ve yönünün korunduğunu ifade ettiği söylenebilir. Ancak çiziminin hatalı olduğu da saptanmıştır. Hatice'nin yanı sıra diğer dört öğrencinin de (Ramazan, Vedat, Dilber ve Teslime) şekli ötelerken hatalı çizim yaptıkları görülmektedir. Bu beş öğrenci esas şekildeki en yakın noktayı referans alarak hatalı öteleme yapmışlardır. Bu durumla ilgili örnekler Görsel 3.1.4.3'te sunulmuştur.

Görsel 3.1.4.3

Ramazan, Dilber, Hatice ve Teslime'nin Sağa 3 Birim; Vedat'ın Sağa 5 Birim Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



Dönüşümlerle ilgili Tablo 3.1.8 incelendiğinde odak öğrencilerin tamamının **süsleme** ile ilgili bilgisi olmadığı görülmektedir. Üç öğrencinin (Vedat, Hatice ve Teslime) süsleme ile ilgili hatalı tanım bilgisi bulunmaktadır. Bu durumlarla ilgili görüşmeler aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı : Süsleme diye bir kavram duydun mu daha önce?
Vedat : Süsleme deyince "eşkenar dörtgenler, çokgenler" falan geliyor aklıma.
Araştırmacı : Niye eşkenar dörtgen?
Vedat : Hani şey demiştiniz ya burası mesela süslüyoruz.
Araştırmacı : Yüzey kaplıyoruz. Yüzey kaplarken aslında süslemeleri kullanıyoruz. Güzel.

Araştırmacı : Gelelim süslemeye.
Hatice : Örnek verir misiniz süslemeye?
Araştırmacı : Süslemeyi derste işlemeye başladık. Süsleme çalışması yapıyoruz.
Hatice : Boyama.

Araştırmacı : Süsleme ne demek acaba?
Teslime : (Cevap Yok)
Araştırmacı : Matematikteki "süsleme" ne acaba? Günlük hayatta "süslenme" var. Mesela bayanlarda süslenme var. Ama süsleme ne demek acaba? Biz mesela duvarı süsleriz.
Teslime : Bir cisme başka bir cisim yani şekil uygulayarak başka bir cisim yapmak.

Yukarıdaki görüşmeler incelendiğinde Vedat'ın süslemeleri çokgenlerle ilişkilendirdiğini, Hatice'nin süslemeyi "boyama" olarak düşündüğünü ve Teslime'nin ise süslemeyi "bir cisme başka bir cisim yani şekil uygulayarak başka bir cisim yapmak" şeklinde tanımladığı görülmektedir. Öğrencilerin süsleme konusunda "yüzey kaplama" gibi ya da "aralarında boşluk kalmadan oluşturulan şekiller" gibi bir açıklama

yapmadıklarını görülmektedir. Yani bu üç öğrenci süsleme ile ilgili hatalı tanım yapmaktadırlar. Ancak diğer bir öğrencinin (Naz) süslemeyi örüntü kavramı ile ilişkilendirdiği görülmektedir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Naz arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Süsleme deyince aklına ne geliyor?

Naz **:** 23 Nisan.

Araştırmacı **:** Süslemeler matematikle ilişkili bir şey.

Naz **:** Örüntü gibi bir şey olabilir.

Araştırmacı **:** Örüntüden kastın ne? Bana buraya yazar mısın ya da çizer misin?

Naz **:** 3,5,7 mesela örüntüler arasında bir bağ oluyor. Mesela bu 2'şer 2'şer artıyorsa 2'şer 2'şer devam etmesi gerekiyor.

Araştırmacı **:** Bir de şekille gösterebilir misin bana bunu? Yani şekillerin içerisinde bir örüntü olur mu acaba?

Naz **:** Var hocam.

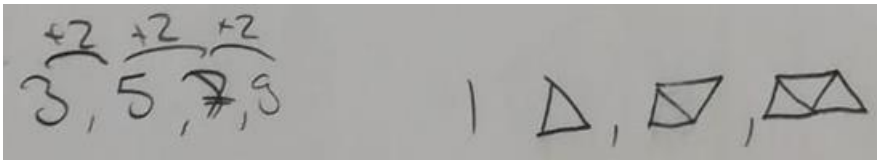
Araştırmacı **:** Nasıl?

Naz **:** Ne yapayım mesela? (Bir eşkenar üçgen çizdi. Sonra ikinci adımda aynı eşkenar üçgene iki kenar daha ekleyip şekli paralelkenara benzeterek iki eşkenar üçgen oluşturdu. Sonra üçünce adımda bir eşkenar üçgen daha ekleyerek yamuğa benzer üç eş eşkenar üçgenle bir şekil elde etti).

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Naz süsleme kavramını açıklarken "örüntü gibi bir şey olabilir" diyerek süslemeyi örüntü ile ilişkilendirmiştir. Örüntüye de Görsel 3.1.4.4'teki gibi iki örnek vermiştir:

Görsel 3.1.4.4

Naz'ın Örüntü Örnekleri

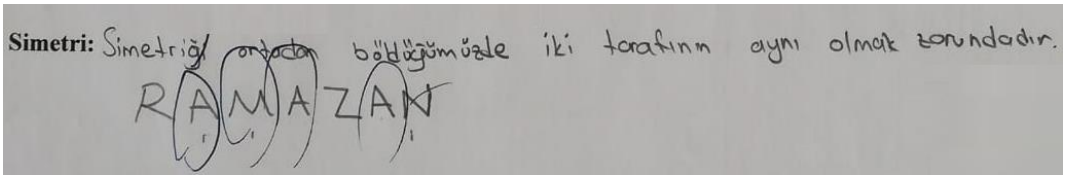


Süslemelerdeki periyodiklik düşünüldüğünde Naz'ın aklına gelen örneklerle süslemeler arasında ilişki kurulabilir.

Yine Tablo 3.1.8 incelendiğinde üç öğrencinin (Ramazan, Dilber ve Eylül) süslemeler konusunda bilgilerinin olmadığını ve dolayısıyla tanım yapamadıkları görülmektedir. Tüm öğrencilerin görüşlerine bakıldığında öğrencilerin süslemelerle ilgili sınırlı bilgiye sahip oldukları söylenebilir.

Dönüşümlerle ile ilgili Tablo 3.1.8 incelendiğinde odak öğrencilerden sadece birinin (Ramazan)**simetri** kavramını tanımlayabildiği görülmektedir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki, simetri konusunda ne düşünüyorsun?
Ramazan **:** Simetri hocam, nasıl anlatayım?
Araştırmacı **:** Simetride bir şeklin simetrisini çizebilir miyiz?
Ramazan **:** Simetride ortadan böldüğümüzde iki tarafının da aynı olmak zorundadır.
Araştırmacı **:** RAMAZAN yazar mısın? Burada simetrik bir harf var mı?



Ramazan **:** A, M ve N hocam. N olmaz hocam.
Araştırmacı **:** Z olmaz mı?
Ramazan **:** Olmaz hocam.
Araştırmacı **:** Tamam teşekkür ederim. Harika.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Ramazan'ın simetri kavramını ile ilgili "Simetride ortadan böldüğümüzde iki tarafının da aynı olmak zorundadır" şeklinde açıklama yaptığı görülmektedir. Yani Ramazan simetride şeklin tam ortadan ikiye bölündüğünün farkındadır. Bu farkındalığını ismindeki A ve M harfleri ile örneklendirmiştir. N ve Z harflerinin de simetrik olmadığını söylemiştir. Ramazan simetri konusunda yeterli bilgiye sahiptir.

Yine Tablo 3.1.8 incelendiğinde üç öğrencinin (Dilber, Teslime ve Eylül) simetriyi tanımlayamadıkları görülmektedir. Bu durumlarla ilgili görüşmeler aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Peki simetri deyince ne anlıyorsun?
Dilber **:** Simetri böyle düz olmasıyla ilgiliydi sanırım. Simetri hastalığı falan vardı.

Araştırmacı **:** "Simetri" hakkında ne dersin?
Teslime **:** Simetri her yani bir şeyin düzgün olması. Bütün açılarının aynı olması.

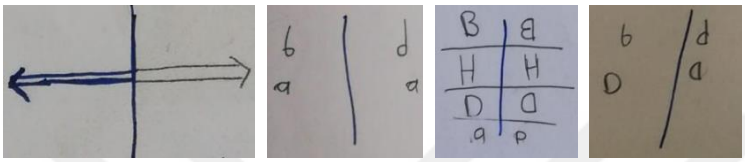
Araştırmacı **:** Peki, simetri ile ilgili?
Eylül **:** Çok değil duydum ama tam olarak değil.

Yukarıdaki görüşmeler incelendiğinde Dilber'in simetriyi "düz olması" şeklinde; Teslime'nin "bir şeyin düzgün olması" ve "bütün açıların aynı olması" şeklinde hatalı yorumlamaya çalıştıkları; Eylül'ün ise simetriyle ilgili tanım yapamadığı görülmektedir.

Yine Tablo 3.1.8 incelendiğinde dört öğrencinin (Naz, Vedat, Hatice ve Eylül) simetriyi yansıma gibi algıladıkları yani yansıma-simetri eşleşmesi yaşadıkları görülmektedir. Bu durum ile ilgili öğrenci örnekleri Görsel 3.1.4.5'te sunulmuştur.

Görsel 3.1.4.5

Naz, Vedat, Hatice ve Eylül'ün Simetri Örnekleri



(a) (b) (c) (d)

Bu durumlarla ilgili Araştırmacı ile Naz arasındaki görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Peki "simetri" konusunda ne düşünüyorsun?
Naz **:** Yansıma aynı şey. Simetri yansımadır.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Naz simetri ile yansımayı aynı şey olarak gördüğünü söylemektedir. Vedat, Hatice ve Eylül sözel olarak simetri ile yansıma aynı şeydir demeseler de çizdikleri çizimlerden bu öğrencilerin simetri ile yansımayı aynı gördükleri anlaşılmaktadır. Burada sadece Vedat'ın simetriyi hem yansıma ile hem de öteleme ile eşleştirdiği verdiği simetri örneği çiziminden anlaşılmaktadır. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Vedat'ın görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Peki bana simetri konusunda ne diyebilirsin?
Vedat **:** Mesela hocam ortada bir şey var bir çizgi olsun. Aynısının aynı şekilde. Yani burada altıgen var hocam ya, karşı tarafta da bir altıgen.
Araştırmacı **:** Tamam o zaman ben sana şuraya bir şekil çizeyim. Sen onun simetrisini bana çizer misin? Mesela şuraya bana bir α yazsana.
Vedat **:** Tamam.
Araştırmacı **:** Bunun simetrikliği hakkında ne söylersin?
Vedat **:** Yansıma olmayacak yani?
Araştırmacı **:** Bilmiyorum. Simetrisi.
Vedat **:** Direk α (Aynısını çizdi. Hatalı.).
Araştırmacı **:** Buraya bir tane de küçük b yaz. Bunun simetrikliği hakkında ne söylersin?
Vedat **:** Ayna gibi yani?

Araştırmacı **:** Bir çiz bakalım. Önce çiz, ondan sonra konuşalım.

Vedat **:** (Küçük d gibi bir çizim yaptı)

Araştırmacı **:** Ama ilk çizdiğinle şimdiki çizdiğim farklı. Hangisi doğru hangisi yanlış? Ya da ikisi de mi doğru? Ya da ikisi de mi yanlış?

Vedat **:** Şimdi şey gibi düşündüm hocam. Aynaya baksa şey bu tarafa gelecek ya hocam.

Araştırmacı **:** O zaman α'da bir değişiklik olması gerekiyor mu gerekmiyor mu?

Vedat **:** α'da gerekmiyor

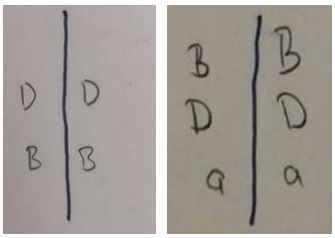
Araştırmacı **:** O zaman b'nin niye yönünü değiştirdin? Sence hangisi doğru?

Vedat **:** α

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde çeşitli harflerin simetrik olup olmadığı ile ilgili "b" harfi örneğinde Vedat yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerek hatalı cevap vermiştir. Sonrasında "α" harfi örneğinde de Vedat öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerek yine hatalı cevap vermiştir. Araştırmacının sorusu üzerine "b" örneğinin görüntüsünün yanlış olduğunu söylemiştir. Yani Vedat b ve α harfinin simetrik olup olmadığını söylemek yerine öteleme dönüşümü yapmıştır. Vedat'ın simetriyi öteleme dönüşümü ile ilişkilendirdiği görülmektedir (Görsel 3.1.4.5b). Vedat ile benzer şekilde iki öğrencinin (Dilber ve Teslime) daha simetriyi öteleme dönüşümü gibi algıladıkları görülmektedir (Görsel 3.1.4.6a ve Görsel 3.1.4.6b).

Görsel 3.1.4.6

Dilber ve Teslime'nin Simetri Örnekleri



(a) (b)

Tüm öğrencilerin simetri kavramı ile ilgili görüşleri incelendiğinde, Ramazan haricinde diğer öğrencilerin simetri konusundaki bilgilerinin oldukça sınırlı olduğu anlaşılmaktadır.

3.1.5 Dönüşümler-2 (Simetrik şekillerde simetri doğrusunu belirleme, dikey-yatay eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini çizme)

Ön görüşmelerde dönüşüm ile ilgili ikinci aşamada simetrik şekillerin simetri doğrularının belirlendiği ve dikey-yatay-eğik doğrulara göre şekillerin yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin çizdirildiği sorulara yer verilmiştir. Bu doğrultuda simetrik şekillerden karenin, ikizkenar dik üçgenin ve dikdörtgenin simetri doğrularını belirlemeleri ve çeşitli geometrik şekillerin dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini çizmeleri odak öğrencilerden istenmiştir. Odak öğrencilerin **simetrik şekillerde simetri doğrularını belirleme** ile ilgili ön bilgileri Tablo 3.1.9'da sunulmuştur.

Tablo 3.1.9

Öğrencilerin Simetrik Şekillerde Simetri Doğrularını Belirleme ile İlgili Ön Bilgileri

SİMETRİ (Simetrik şekillerde simetri doğrularını belirleme)	Karenin simetri doğrularını belirleme	Belirleme (R)
		Simetriyi yansıma gibi algılama (N, H)
		Yönlendirmeden sonra belirleme (N, V, D, H, T)
		Yönlendirmeden sonra eksik belirleme (E)
	İkizkenar dik üçgenin simetri doğrularını belirleme	Belirleme (N, R, V, H, T, E)
		Hatalı belirleme(D)
	Dikdörtgenin simetri doğrularını belirleme	Belirleme (N, E)
		Hatalı belirleme (R, V, D, H, T)

Tablo 3.1.9 incelendiğinde, ilk örnek olan karenin simetri doğrularını belirleme sorusuna sadece Ramazan'ın doğru cevap verdiği görülmektedir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Ramazan'ın görüşme metni aşağıdaki gibidir:

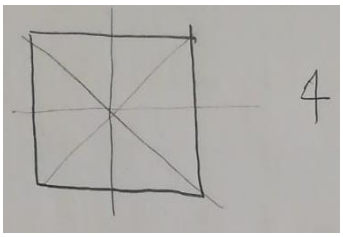
Araştırmacı : Şuradaki boşluğa bir kare çizer misin?
Ramazan :(Bir kare çizdi.)
Araştırmacı : Bana bu karenin simetri doğrusunu çiz ve kaç tane olduğunu yanına yaz.
Ramazan : Nasıl yani hocam?
Araştırmacı : Simetri doğrusu...
Ramazan : Şöyle ortadan ikiye böldüğümüzde (dikey simetri doğrusunu çizdi).
Araştırmacı : Evet. Güzel. Başka?
Ramazan : İki tane olur hocam. Bir de yatay olur (yatay simetri doğrusunu çizdi).
Araştırmacı : Başka?
Ramazan : Çaprazlama olur (eğik simetri doğrusundan birini çizdi).

Araştırmacı **:** Başka var mı?

Ramazan **:** Böyle de var hocam (diğer eğik simetri doğrusunu da çizdi).

Araştırmacı **:** Toplam kaç tane oldu?

Ramazan **:** 4 tane simetri doğrusu çizdim.



Araştırmacı **:** Güzel.

Görüşme sürecinde Ramazan'ın en başta "simetri doğrusu" ifadesini tam anlamlandıramadığı ama sonrasında istenilen çizimleri doğru bir şekilde yaptığı görülmektedir. Naz ve Hatice'nin ise simetriyi yansıma gibi algıladıkları (yansıma-simetri eşleşmesi) söylenebilir. Araştırmacının öğrencileri "öyle bir doğru çizmelisiniz ki kareyi simetrik bir şekilde ayırsın" şeklindeki yönlendirmesi sonunda öğrencilerin beşinin (Naz, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime) simetri doğrularını belirledikleri sadece bir öğrencinin (Eylül) eksik belirlediği görülmüştür. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Naz'ın görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Senden öncelikle bir kare çizmeni istiyorum. Sonra da çizdiğin karenin simetri doğrusunu çizmeni istiyorum.

Naz **:** (Bir kare çizdi.) Simetri doğruları derken simetrisini mi çizeyim?

Araştırmacı **:** Simetrisi deyince ne aklına geliyor? Bana bir çiz. Simetrisi deyince sen ne çizersin mesela oraya?

Naz **:** Aynısını yani tersini. Ama kare olunca zaten bir şey fark etmiyor (Bir kare çizdi. Yanına bir yansıma doğrusu çizdi. Daha sonra da bu doğruya göre karenin yansımasını çizdi.).

Araştırmacı **:** Hımm. Sen yine yanına bir kare daha çiz. Ben sana anlatayım ne çizeceğimizi.

Naz **:** Şöyle çizdim.

Araştırmacı **:** Şimdi bana öyle bir doğru çizmelisin ki kareyi simetrik bir şekilde ayıracak.

Naz **:** Şöyle mi hocam? (Karenin ortasından geçen dikey bir doğru çizdi.)

Araştırmacı **:** Tamam harika. Başka böyle doğru var mıdır?

Naz **:** (Karenin ortasından geçen yatay bir doğru çizdi.)

Araştırmacı **:** Güzel. Başka var mıdır?

Naz **:** (Karenin ortasından geçen çapraz iki doğru çizdi.)

Araştırmacı **:** Kare olduğu için bunlar da (çapraz iki doğru) var mıdır?

Naz **:** Evet hocam.

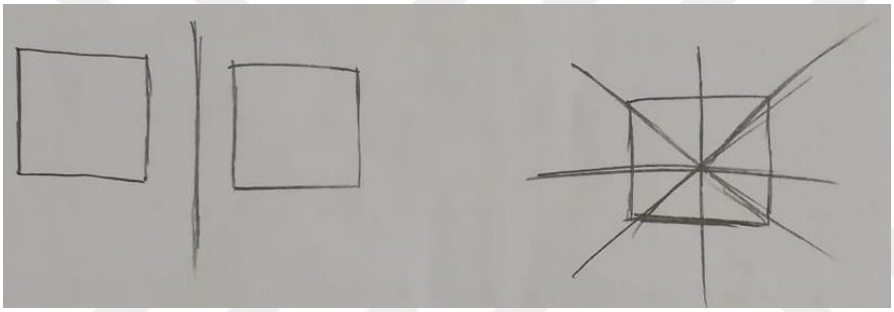
Araştırmacı **:** O zaman karenin kaç tane simetri doğrusu varmış?

Naz **:** 4 tane.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde, Naz'ın simetri ve simetri doğrusu kavramını bilmediği görülmektedir. Naz'a karenin simetri doğrusunu çizmesi istendiğinde Naz Görsel 3.1.5.1a'daki gibi bir çizim yapmıştır. Simetri kavramını bilmeyen Naz simetri kavramı ile yansımayı eşleştirmiştir. Naz'ın daha sonra araştırmacının simetri doğruları ile ilgili "kareyi simetrik bir şekilde ayıracak" şeklindeki yönlendirmesi ile simetri doğrularını doğru bir şekilde çizdiği saptanmıştır (Görsel 3.1.5.1b).

Görsel 3.1.5.1

Naz'ın Karenin Simetri Eksenleri Hakkındaki Çizimleri



(a) (b)

Karenin simetri doğrularını belirleme ile ilgili Eylül ve Araştırmacı arasındaki görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Ben senden bir kare çizmeni istiyorum oraya bir kare çizelim sonra da bu karenin bana simetri doğrusunu çizmeni istiyorum

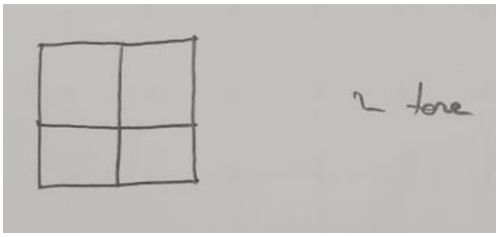
Eylül **:** Simetri doğrusu ben hiç bilmem ki.

Araştırmacı **:** Simetri doğrusunu birazcık açıklayayım. Biz kareyi parçalara ayıracağız ama ayırdığımız parça simetrik olacak simetrik bir şekilde ayıracağız.

Eylül **:** Yani ortadan ikiye böleceğiz. Şöyle (dikey simetri doğrusunu çizdi).

Araştırmacı **:** Tamam harika eksenlerden birisi bu. Başka böyle var mıdır?

Eylül **:** (Yatay simetri doğrusunu da çizdi).



Araştırmacı **:** Tamam güzel. Başka var mıdır?

Eylül **:** Yoktur.

Araştırmacı **:** Tamam yazalım o zaman iki tane.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde, Eylül'ün simetri doğrusu kavramını bilmediği görülmektedir. Araştırmacının simetri eksenleri ile ilgili "kareyi parçalara ayıracağız ama ayırdığımız parça simetrik olacak simetrik bir şekilde ayıracağız" şeklindeki yönlendirmesi ile Eylül, dikey ve yatay simetri doğrularını çizmiş ancak eğik simetri doğrularını belirleyememiştir.

Simetri doğrularını belirleme ile ilgili ikinci örnek olan **ikizkenar dik üçgenin simetri doğrularını belirleme** sorusuna sadece Dilber'in hatalı yanıt verdiği diğer altı öğrencinin (Naz, Ramazan, Vedat, Hatice, Teslime, Eylül) doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Naz'ın görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Şimdi de bana buraya bir ikizkenar dik üçgen çizmeni istiyorum. Sonra da çizdiğin ikizkenar dik üçgenin simetri doğrusunu çizmeni istiyorum.

Naz **:** (Bir üçgen çizdi.)

Araştırmacı **:** Bunun dikliği neresi?

Naz **:** Şurası (dik açıyı gösterdi).

Araştırmacı **:** İkiz olan kenarları hangileri?

Naz **:** (Dik kenarları birer çentikle işaretledi. İkiz kenarları göstermiş oldu.)

Araştırmacı **:** Şimdi bunun (ikizkenar dik üçgenin) simetri doğrusunu çizmeni istiyorum.

Naz **:** Simetri doğrusu… (Dik açının olduğu köşeden geçecek şekilde uygun simetri doğrusunu çizdi.)

Araştırmacı **:** Başka simetri doğrusu var mı?

Naz **:** Başka yok hocam.

Araştırmacı **:** Emin misin?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Simetrik şekilde ayıran bir doğru başka var mıdır?

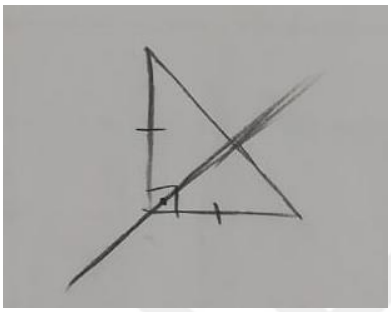
Naz **:** Yok hocam.

Araştırmacı **:** Tamam o zaman 1 tane simetri doğrusu çizmiş oldun.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma metni incelendiğinde, Naz'ın ikizkenar dik üçgeni uygun şekilde çizebildiğini ve üçgenin özelliklerini ifade edebildiği (dik açı ve ikizkenarlar) söylenebilir. Ayrıca Naz Görsel 3.1.5.2'te sunulduğu gibi ikizkenar dik üçgenin simetri doğrusunu doğru bir şekilde çizebilmiş, ikizkenar dik üçgenin başka simetri doğrusunun olmayacağını da belirtmiştir.

Görsel 3.1.5.2

Naz'ın İkizkenar Dik Üçgenin Simetri Doğrusu Hakkındaki Çizimi



Diğer yandan ikizkenar dik üçgenin simetri doğrusunu belirleme ile ilgili, Araştırmacı ile Dilber arasında geçen görüşme metni de aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Şimdi de senden ikizkenar dik üçgen çizmenizi istiyorum. İkizkenar dik üçgen.

Dilber **:** Şöyle tam. (Bir dik üçgen çizdi.)

Araştırmacı **:** İkiz kenar oldu mu?

Dilber **:** Evet oldu.

Araştırmacı **:** Ben sana örüntü bloklarından ikizkenar dik üçgeni vereyim. Bak bu ikizkenar dik üçgen.

Dilber **:** Bunun neresi 90^0?

Araştırmacı **:** Bak şurası.

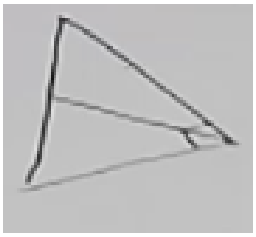
Dilber **:** Ha tamam. Buna bakarak yeniden çizsem olur mu?

Araştırmacı **:** Tabii ki. Çiz bakalım. İkiz kenarları nereler?

Dilber **:** Şura ile şurası.

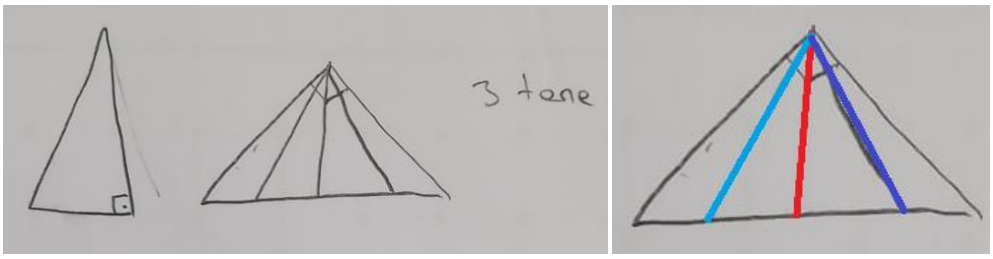
Araştırmacı **:** Tamam güzel. Şimdi bu şeklin simetri doğrularını çizelim.

Dilber **:** Şimdi bunu ortadan böldük.



Araştırmacı **:** Evet başka var mı?

Dilber **:** Böyle de var. Bunlar eşit oluyor. Bir de böyle var bunlar da eşit oluyor.



Araştırmacı **:** Tamam kaç tane o zaman?

Dilber **:** 3 tane

Araştırmacı **:** Tamam.

Araştırmacı ile Dilber arasında geçen konuşma metni incelendiğinde, Dilber'in araştırmacının yönlendirmesi ile ikizkenar dik üçgeni çizdiği görülmektedir. Daha sonra da üçgenin simetri doğrusunu doğru bir şekilde çizmiştir. Ancak Araştırmacının "başka simetri doğrusu var mı?" sorusuna "evet" yanıtı vererek ikizkenar dik üçgenin simetri doğrusunun sağını ve solunu yine ikiye ayıracak şekilde doğrular çizmiştir. Toplamda üç simetri doğrusu çizen Dilber, simetri doğrusu belirlemek yerine "eş parçalara ayırmaya" odaklanmıştır.

Simetri doğrularını belirleme ile ilgili üçüncü örnek olan **dikdörtgenin simetri doğrularını belirleme** sorusuna iki öğrenci (Naz ve Eylül) doğru cevap vermişlerdir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Naz'ın görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Şimdi de bir dikdörtgen çizmeni istiyorum. Sonra da çizdiğin dikdörtgenin simetri doğrusunu çizmeni istiyorum.

Naz **:** (Dikdörtgeni çizdi. Sonra önce dikey sonra yatay simetri doğrularını çizdi.) Buradan bölünce (eğik çizilebilecek ekseni kastederek) olmaz hocam.

Araştırmacı **:** Emin misin?

Naz **:** Evet çapraz bölünce olmaz.

Araştırmacı **:** O zaman dikdörtgenin simetri doğrusu 2 tanedir. Tamam, güzel.

Naz **:** Bir dakika hocam şöyle bir denesem? Çaprazlar olmuyor gibi (dikdörtgenin köşegenlerinden geçecek doğruyu çizdi). Sanki aynı olmuyor gibi evet hocam.

Araştırmacı **:** O zaman dikdörtgenin simetri doğrusu 2 tanedir değil mi?

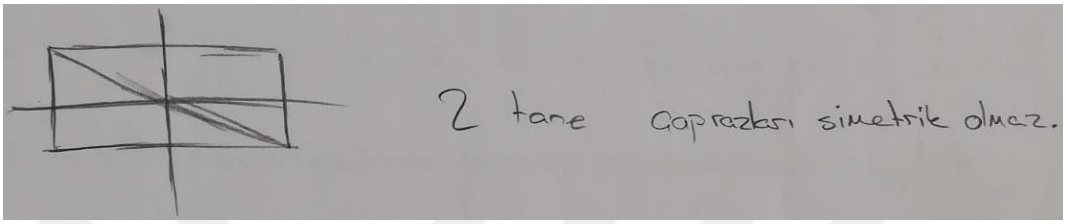
Naz **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** Tamam, güzel.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz'ın dikdörtgeni çizdiğini ve bir dikey bir yatay olacak şekilde simetri doğrularını çizdiği görülmektedir. Ayrıca dikdörtgenin simetri doğrusu ile ilgili aykırı örnek olarak "çapraz bölünce olmaz" demiş ve dikdörtgenin köşegenlerinden geçecek doğruların simetri doğrusu olmayacağını da söylemiştir (Görsel 3.1.5.3).

Görsel 3.1.5.3

Naz'ın Dikdörtgenin Simetri Doğruları Hakkındaki Çizimleri



Dikdörtgenin simetri doğrularını belirleme sorusunda diğer beş öğrenci (Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime) simetri doğrularını belirlemede hata yapmışlardır. Örneğin Ramazan, Vedat, Dilber ve Hatice dikdörtgenin simetri doğrularını tıpkı karenin simetri doğruları gibi çizmişlerdir. Teslime ise dikdörtgenin simetri doğrularını biri dikey ikisi çapraz olacak şekilde toplam 3 simetri doğrusu biçiminde çizmiştir. Hatalı çizim yapan öğrencilerin çokgeni eş parçalara ayırmaya odaklandıkları söylenebilir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Hatice'nin görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Son olarak dikdörtgen için aynı işlemi (simetri doğrularını belirleme) yapacağız.

Hatice **:** (Bir dikdörtgen çizdi. Sonra dikey ve yatay simetri doğrularını çizdi. Sonra iki doğru daha çizerek dikdörtgeni 4 eş parçaya ayırdı.) (Görsel 3.1.5.4a).

Araştırmacı **:** Onlar olur mu?

Hatice **:** Olmaz (Hatalı çizimlerini sildi) (Görsel 3.1.5.4b).

Araştırmacı **:** Çapraz olur mu?

Hatice **:** Olmaz herhalde hocam.

Araştırmacı **:** Bir bak istersen?

Hatice **:** (Çapraz simetri doğrularını çizdi) oluyormuş hocam (Görsel 3.1.5.4c).

Araştırmacı **:** Peki simetrik oluyor mu?

Hatice **:** Oluyor hocam.

Araştırmacı : Peki toplam kaç tane simetri doğrusu var?

Hatice : 6 tane.

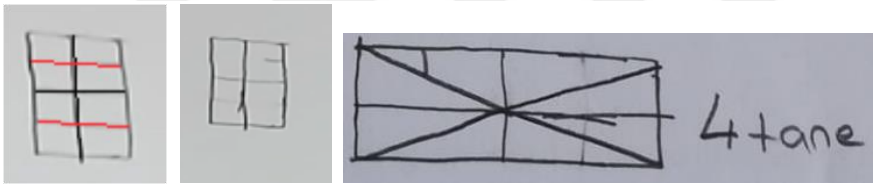
Araştırmacı : Teker teker sayalım

Hatice : 4 tane.

Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma incelendiğinde, Hatice'nin dikdörtgenin bir dikey bir yatay olacak şekilde simetri doğrularını çizdiği görülmektedir. Ardından çizime devam eden Hatice Görsel 3.1.5.4a'daki gibi dikdörtgeni eş parçalara ayırmaya devam etmiştir. Araştırmacının sorusu üzerine tekrar düşünen Hatice çizimini düzeltmiştir (Görsel 3.1.5.4b). Araştırmacının "eğik simetri doğrusu olur mu?" sorusundan sonra eğik simetri doğrularını da ekleyen Hatice dikdörtgen için, tıpkı karedeki gibi 4 simetri doğrusu belirlemiştir (Görsel 3.1.5.4c).

Görsel 3.1.5.4

Hatice'nin Dikdörtgenin Simetri Doğruları Hakkındaki Çizimleri



(a) (b) (c)

Simetrik şekillerde (kare, ikizkenar dik üçgen ve dikdörtgen) simetri doğrularını belirlerken öğrencilerin çoğunlukla eş parçalara ayırmaya odaklandıkları görülmektedir. Bu durum simetri kavramının öğrenciler tarafından tam anlaşılmadığının göstergesidir. Öğrenciler simetrik parçaların eş olduğunu fark etmişler ancak, her eş şeklin simetrik olamayacağını düşünememişlerdir.

Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin **dikey, yatay ve eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** sorularına öğrencilerin verdiği yanıtların analizi Tablo 3.1.10'da sunulmuştur.

Tablo 3.1.10

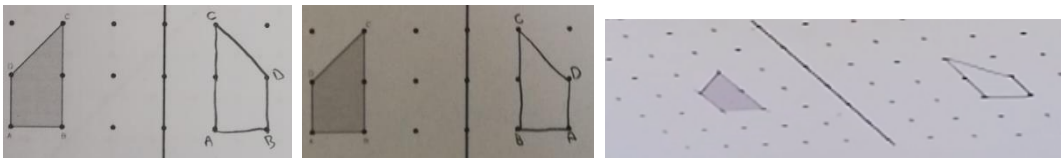
Odak Öğrencilerin Şekillerin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri

DÖNÜŞÜMLER-2	DİKEY yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme	Simetri doğrusu ile çakışmayan	Global düzey (D, T, E)
			Yarı Analitik düzey (R)
			Analitik düzey (N, V, H)
			Analitik-Sentetik düzey (-)
		Simetri doğrusu ile çakışan	Global düzey (R, H, T, E)
			Yarı Analitik düzey (V, D)
			Analitik düzey (-)
			Analitik-Sentetik düzey (N)
	YATAY yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme		Global düzey (H, E)
			Yarı Analitik düzey (D)
			Analitik düzey (N, R, V, T)
			Analitik-Sentetik düzey (-)
	EĞİK yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme		Global düzey (D, H, T, E)
			Yarı Analitik düzey (N, R, V)
			Analitik düzey (-)
			Analitik-Sentetik düzey (-)

Öğrencilerin yansıma dönüşümü altındaki görüntü çizimleri Aksoy ve Bayazid (2010)'in "Global Düzey, Yarı Analitik Düzey, Analitik Düzey ve Analitik-Sentetik düzey" şeklindeki dört yaklaşımına göre değerlendirilmiştir. Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, öğrencilerin tamamının şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü belirlerken global ve yarı analitik düzeylere uygun yaklaşımlar sergilediği saptanmıştır. Şekillerin simetri doğrusu ile çakışmayan **dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** sorusunda üç öğrenci (Dilber, Teslime ve Eylül) Global düzeydedir. Bu öğrencilerin çizimleri için "Simetri doğrusuna en yakın kenarı referans alarak şeklin görüntüsünü simetri doğrusuna yakın/uzak olacak şekilde hatalı çizdi" denilebilir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.1.5.5 sunulmuştur.

Görsel 3.1.5.5

Dilber, Teslime ve Eylül'ün Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b) (c)

Dilber ve Teslime'nin şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerken doğruya olan uzaklıklara dikkat etmedikleri görülmektedir (Görsel 3.1.5.5a, Görsel 3.1.5.5b, Görsel 3.1.5.5c). Bu durumla ilgili araştırmacı ile Dilber arasında şu konuşma geçmiştir:

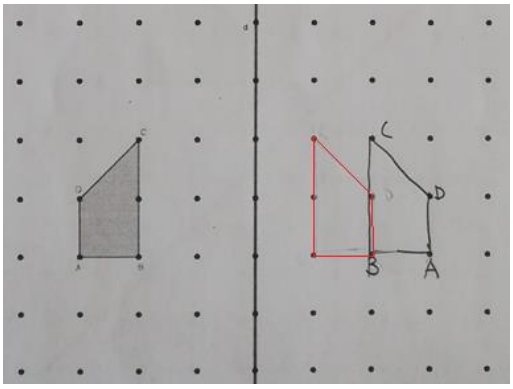
Araştırmacı **:** Şimdi de ben senden ABCD dörtgeninin d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeni istiyorum.
Dilber **:** (Görüntüyü doğruya bir birim uzaklıkta çizdi) (Görsel 3.1.5.5a).
Araştırmacı **:** Tamam. A, B, C, D noktalarını da yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünde işaretleyebilir misin?
Dilber **:** (İşaretledi).
Araştırmacı **:** Tamam. Sence doğru mu çizdin?
Dilber **:** Herhalde doğru çizdim.
Araştırmacı **:** Tamam o zaman teşekkür ederim.

Dilber dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntünün konumunu hatalı biçimde belirleyerek 1 birim uzaklıkta çizmiştir (Görsel 3.1.5.5a).

Dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme sorusunda bir öğrenci (Ramazan) Yarı Analitik düzeydedir. Bu öğrenci için "simetri doğrusuna en yakın dikey kenarı referans alarak şeklin görüntüsünü birkaç hatalı denemeden sonra doğru bir şekilde çizdi" denilebilir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Burada bir dörtgen var. Dörtgenin (dikey) doğruya göre yansımasını çizmeni istiyorum.
Naz **:** (Yansıma doğrusuna en yakın kenardan çizimine başladı) Harflerini de yazayım mı hocam?
Araştırmacı **:** Yaz tabii ki.
Naz **:** (Dörtgeni sırası ile C, D, A, B şeklinde isimlendirdi.)

Araştırmacı **:** Bu (ABCD dörtgeninin) şeklin d doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizebilir misin?
Ramazan **:** (Görüntüsünü doğruya 1 birim uzaklıkta çizdi.) Harflerini de yazayım mı hocam?
Araştırmacı **:** Yaz tabii ki. Peki, çizimin doğru mu?
Ramazan **:** Değil. (Sildi ve görüntüsünü doğruya 2 birim uzaklıkta çizdi.)
Araştırmacı **:** A noktası daha uzakta görüntüsü ise daha yakında. Öyle mi?
Ramazan **:** A ile B'yi karıştırmışım (dörtgenin A ve B köşe noktalarının yansımalarını yanlış isimlendirmiş ve düzeltti.)



Araştırmacı **:** Peki, şekille yansıma görüntüsü arasında nasıl farklar var?

Ramazan **:** Sadece yönleri farklı.

Araştırmacı **:** Boyutları değişiyor mu büyüyor mu küçülüyor mu?

Ramazan **:** Bunların görüntüleri aynı kalıyor.

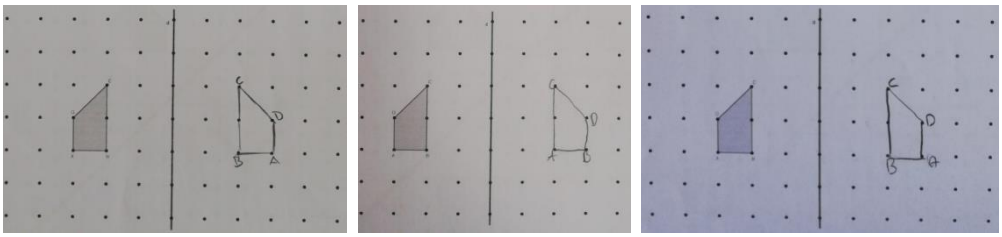
Araştırmacı **:** Tamam teşekkür ederim.

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeye, ilk olarak yansıma doğrusuna en yakın BC kenarından başlamıştır. Ramazan şeklin görüntüsünü 1 birim uzaklıkta hatalı bir şekilde çizmiştir. Araştırmacının sorusu üzerine hatasını fark eden Ramazan yine BC kenarını referans alarak çizimini düzeltmiştir. Daha sonra dörtgenin görüntüsünü isimlendirmiştir. Ancak isimlendirmede A ve B noktasının yansıma görüntülerini karıştırmıştır. Araştırmacının uyarısı üzerine yine hatasını anlayan Ramazan şeklin yansıma görüntüsünün isimlendirmesini de düzeltmiştir. Ramazan yansıma dönüşümünde şeklin boyutunun ve uzaklığının korunduğunu sadece yönünün değiştiğini bilmektedir.

Dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme sorusunda üç öğrenci (Naz, Vedat ve Hatice) ise Analitik düzeydedir. Bu üç öğrenci için de "Simetri doğrusuna en yakın dikey kenarı referans alarak şeklin görüntüsünü doğru bir şekilde çizdi" denilebilir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.1.5.6'da sunulmuştur.

Görsel 3.1.5.6

Naz, Vedat ve Hatice'nin Dikey Yansıma Doğrusuna Göre Dörtgenin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri

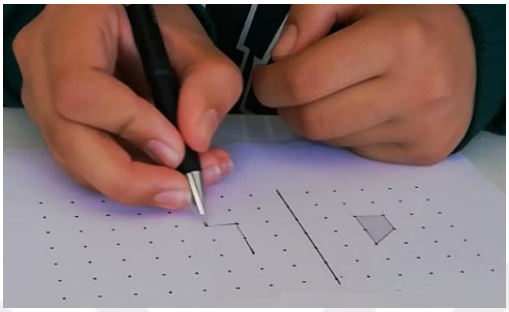


(a) (b) (c)

Dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme ilgili Araştırmacı ile Naz arasında şu görüşme gerçekleşmiştir:

Araştırmacı **:** Burada bir dörtgen var. Dörtgenin (dikey) doğruya göre yansımasını çizmeni istiyorum.

Naz **:** (Yansıma doğrusuna en yakın kenardan çizimine başladı) Harflerini de yazayım mı hocam?



Araştırmacı **:** Yaz tabii ki.

Naz **:** (Dörtgeni sırası ile C, D, A, B şeklinde isimlendirdi.)

Araştırmacı **:** Tamamdır. Niye buraya (d doğrusunun 1 birim ilerisine) değil de buraya (d doğrusunun 2 birim ilerisine) çizdin?

Naz **:** İki (birim) boşluk var burada (şekil ile yansıma doğrusu arasındaki mesafeyi göstererek) hocam.

Araştırmacı **:** Yani ne kadar boşluk (uzaklık) varsa (görüntüsü) o kadar uzağa gidecek değil mi?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Bütün noktalar için de aynısı mı geçerli?

Naz **:** Nasıl yani hocam?

Araştırmacı **:** Yansıtırken dörtgenin tüm noktaları yansıma doğrusuna ne kadar uzakta ise görüntüleri de o kadar uzakta mı olur?

Naz **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** 2 birim uzakta ise 2 birim; 3 birim uzakta ise 3 birim öyle mi?

Naz **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** Tamamdır teşekkür ederim.

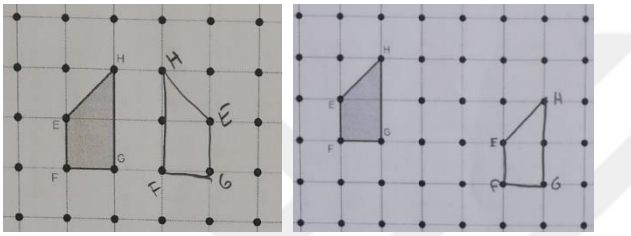
Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeye, ilk olarak yansıma doğrusuna en yakın BC kenarından başlamıştır. Daha sonra çizimini tamamlamış ve dörtgenin görüntüsünü isimlendirmiştir (Görsel 3.1.5.6a). Naz bir dörtgenin dikey doğruya göre görüntüsünü başarılı bir şekilde çizmiştir. Dörtgenin köşelerinin yansıma doğrusuna

uzaklığı ne kadarsa görüntülerinin de o kadar uzakta çizileceğinin farkındadır. Yani Naz yansımada uzaklığın korunduğunu bilmektedir.

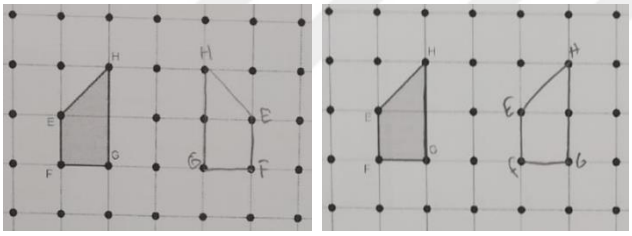
Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, **simetri doğrusu ile çakışan dikey doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme** sorusunda dört öğrenci (Ramazan, Hatice, Teslime ve Eylül) Global düzeydedir. Bu öğrencilerin referans noktası belirlemeden hatalı çizimler yaptığı söylenebilir. Öğrencilerin dörtgenin uzun kenarına göre yansıma görüntüsü çizimleri Görsel 3.1.5.7'de sunulmuştur.

Görsel 3.1.5.7

Ramazan, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Simetri Doğrusu ile Çakışık Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b)



(c) (d)

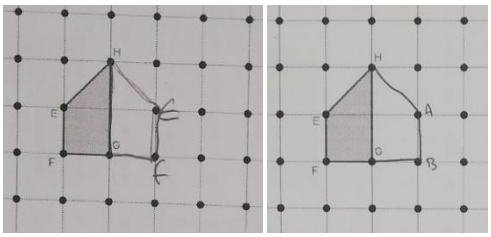
Ramazan ve Teslime'nin çizdikleri yansıma dönüşümü altındaki görüntü hayali bir doğru düşünülerek çizilmiştir (Görsel 3.1.5.7a ve Görsel 3.1.5.7c). Ayrıca Ramazan'ın yansıma görüntüsünün köşelerini isimlendirirken F ve G noktalarının yansımalarında da hata yaptığı görülmektedir. Hatice ile Eylül ise verilen şekillere yansıma dönüşümü yerine öteleme dönüşümü uygulamıştır (Görsel 3.1.5.7b ve Görsel 3.1.5.7d).

Yine Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, simetri doğrusu ile çakışan dikey doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda iki öğrenci (Vedat ve Dilber) Yarı Analitik düzeydedir. Bu öğrencilerin başlangıçta yansıma doğrusunu belirlemede zorlandıkları ve yansıma görüntüsünün yerini belirlemede tereddüt yaşadıkları görülmektedir. Daha sonra öğrencilerin HG kenarının yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerek diğer kenarları bu kenarı referans alarak tamamladıkları söylenebilir. Öğrencilerin dörtgenin

HG kenarına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsüne ait çizimleri Görsel 3.1.5.8'de sunulmuştur.

Görsel 3.1.5.8

Vedat ve Dilber'in Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



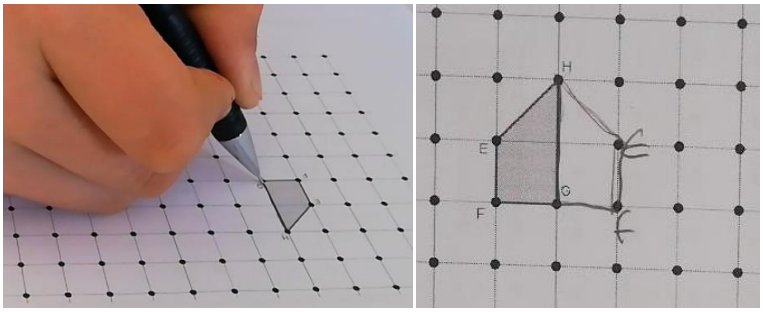
(a) (b)

Araştırmacı ile Vedat arasında, dörtgenin bir kenarı ile çakışık doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı	**:** Şimdi de EFGH dörtgeninin uzun kenarına göre yansıma görüntüsünü çizmeni istiyorum.
Vedat	**:** (Çizimine nereden başlayacağını bilemedi.)
Araştırmacı	**:** İstersen uzun kenarını işaretle. Uzun kenarı neresi?
Vedat	**:** (HG kenarını gösterdi.)
Araştırmacı	**:** Uzun kenarını işaretle ve ona göre yansımasını çiz.
Vedat	**:** Direkt bu tarafta mı? (Şeklin sağ tarafını işaret etti.)
Araştırmacı	**:** Bilemem.
Vedat	**:** (Çizimini yaptı).
Araştırmacı	**:** Aynen öyle. Köşelerini de isimlendir.

Görsel 3.1.5.9

Vedat'ın Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı ile Vedat arasında geçen konuşma incelendiğinde, Vedat'ın başlangıçta yansıma doğrusunu belirlemede ve yansıma görüntüsünü referans alacağı noktayı

belirlemede tereddüt yaşadığı, daha sonra HG kenarını referans alarak (Görsel 3.1.5.9a) çizimini doğru bir biçimde tamamladığı görülmektedir (Görsel 3.1.5.9b).

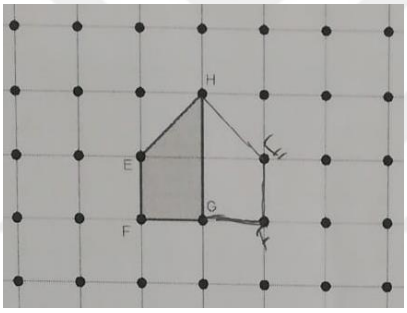
Yine Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, simetri doğrusu ile çakışan dikey doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda bir öğrenci (Naz) Analitik-Sentetik düzeydedir. Öğrencinin seri bir şekilde yansıma görüntüsünü çizdiği ve şeklin köşe noktalarını işaretlediği söylenebilir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Naz arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi de bu şeklin(dörtgenin) HG kenarına göre yansımasını (çizmeni) istiyorum.

Naz **:** (HG kenarı zaten dörtgen ile görüntüsünde çakışık olduğu için o kenar çizmeden HE kenarını çizerek görüntüyü çizmeye başladı. Görüntüyü çizdi.)

Araştırmacı **:** Harflendirmeyi de yap istersen.

Naz **:** (E ve F harflerini yazdı. H ve G zaten çakışık diye yeniden yazmadı.)



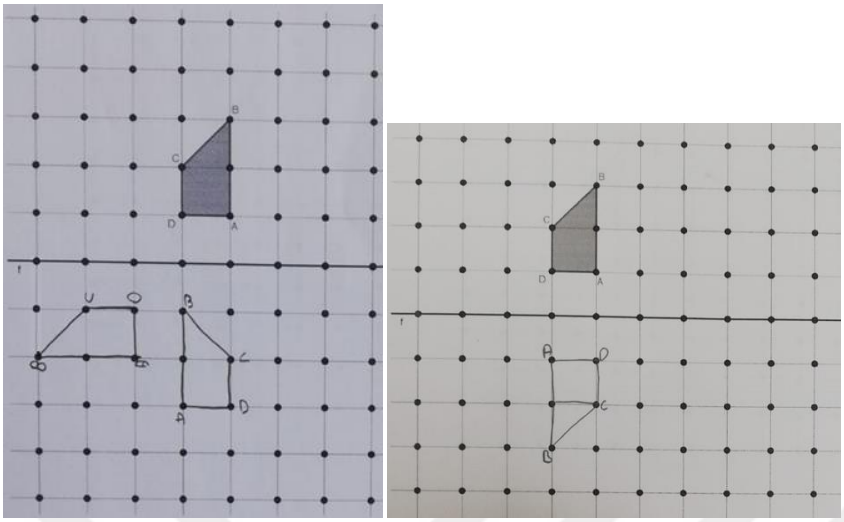
Araştırmacı **:** Tamam harika.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz'ın hızlı bir şekilde çizimini yaptığını ve çakışık kenarı yeniden çizmeksizin yansıma görüntüsünü doğru biçimde tamamladığı görülmektedir (Görsel 3.1.5.8a).

Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, **yatay doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** sorusunda iki öğrenci (Hatice ve Eylül) Global düzeydedir. Bu öğrenciler çizimlerinde görüntünün yönünü ve/veya konumunu hatalı çizmişlerdir (Görsel 3.1.5.10).

Görsel 3.1.5.10

Hatice ve Eylül'ün Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



Görsel 3.1.5.10'dan da açıkça görüldüğü gibi Hatice yatay doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntü çiziminde uzaklık, konum ve yönde hatası yapmıştır. Eylül ise yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü hatalı çizmiştir. Eylül'ün çizimi AD doğru parçası için doğru başlamakla birlikte noktaların konumlarını hatalı belirlediği için f doğrusu üzerindeki bir noktaya göre 180° dönme dönüşümüne benzer bir çizim gerçekleştirmiştir.

Yine Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda bir öğrenci (Dilber) Yarı Analitik düzeydedir. Bu öğrencinin hatalı birkaç denemeden sonra simetri doğrusuna en yakın yatay kenardan başlayarak şeklin görüntüsünü çizdiği söylenebilir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Dilber arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi de yatay f doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizmeni istiyorum.

Dilber **:** (sanki yine dikey doğruya göre yansıma görüntüsü çiziyormuş gibi bir çizim yaptı). Hocam sanırım yanlış çizdim. (Görsel 3.1.5.11a).

Araştırmacı **:** Tamam. Şu doğruya göre. Bu çizimin dursun. f doğrusuna göre yansıma görüntüsü çiz bakalım.

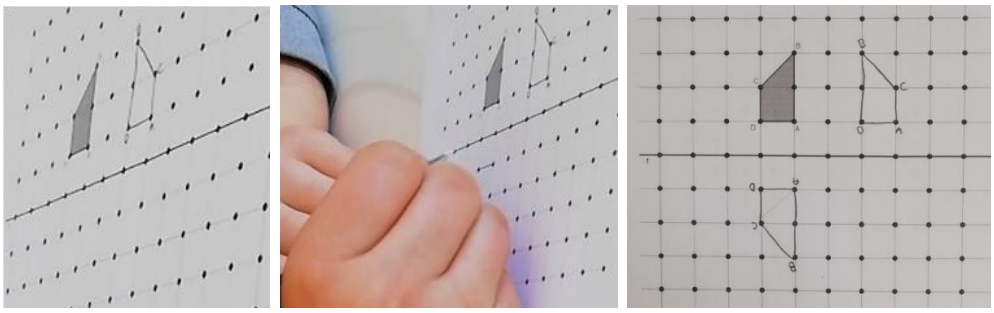
Dilber **:** Böyle ters mi çizmem gerekiyor?

Araştırmacı **:** Bir önceki çizimine bir daha bakalım. Bak burada ABCD dörtgeninin dikey d doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizdik. Şimdi ise yatay f doğrusuna göre yansımasını çizeceğiz. O zaman görüntümüz nerede olacak?

Dilber **:** Burada. (Doğru yeri işaret etti.) (Çizime başladı. Önce öteleme gibi çizim yapmaya başladı. Sonra hatasını fark etti ve çizimini sildi. Sonra da doğru çizimini yaptı.) Evet böyle olur hocam. (Görsel 3.1.5.11c).

Görsel 3.1.5.11

Dilber'in Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Çizimi



(a) (b) (c)

Dilber'in yatay doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün çizimi incelendiğinde, ilk olarak dikey yansımaya benzer şekilde bir çizim yapmıştır (Görsel 3.1.5.11a). Daha sonra çiziminin hatalı olduğunu anlamış ve tekrar çizim yapmak istemiştir. Görüntünün yönünü ve konumunu tam netleştiremeyen Dilber önce çizimini sanki şekli 4 birim aşağıya ötelenmiş gibi çizim yapmaya başlamıştır. Ardından hatasını anlayan Dilber çizimini silmiş ve doğru çizimi yapmıştır. Çiziminde önce simetri doğrusuna en yakın kenar olan DA kenarının yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmiştir (Görsel 3.1.5.11b). Sonrasında şeklin geri kalan kısmını tamamlamıştır. En sonunda da köşe noktalarını isimlendirmiştir. Şeklin görüntüsünün köşe noktalarının isimlendirilmesinde kullanılan harflerin de yansıma dönüşümünü alarak çizmeye çalışan Dilber harflerin yansıma görüntüsünde hatalı çizimler yapmıştır (Görsel 3.1.5.11d). Dilber bir dörtgenin yatay doğruya göre görüntüsünü hatalı iki denemeden sonra başarılı bir şekilde çizmiştir. Dilber ayrıca yansımada görüntünün boyutunun korunduğunu bilmekte ancak yönünün değiştiğini birkaç denemeden sonra netleştirebilmiştir.

Yine Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda dört öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat ve Teslime) Analitik düzeydedir. Bu

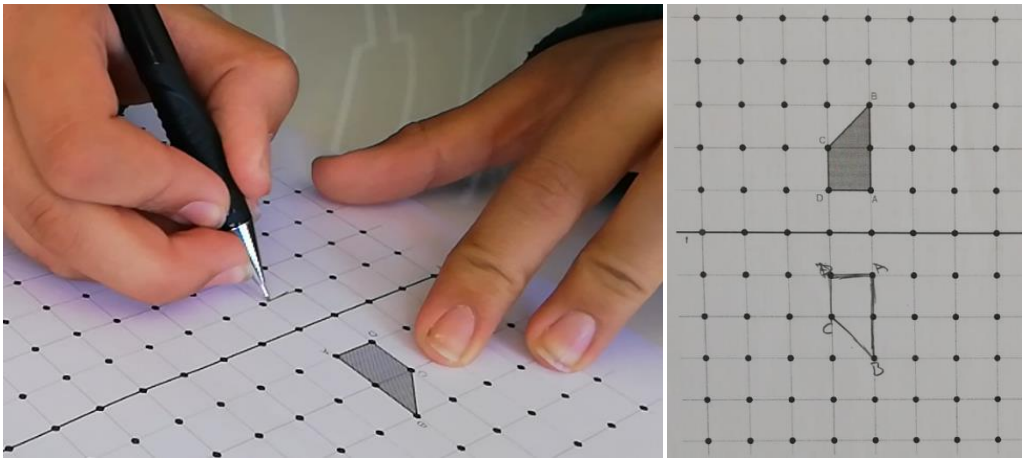
öğrenciler simetri doğrusuna en yakın yatay köşeden/köşelerden/kenardan başlayarak şeklin görüntüsünü çizmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile öğrenciler arasında şu konuşmalar geçmiştir:

Araştırmacı	**:** Şimdide yatay bir f doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizeceğiz. Hadi bakalım.
Naz	**:** (Öncelikle yansıma doğrusuna en yakın kenardan başlayarak yansıma görüntüsü çizdi.).
Araştırmacı	**:** Harflendirmeyi de yapalım.
Naz	**:** (B, A, D, C sırasında dörtgeni harflendirmeyi yaptı).
Araştırmacı	**:** Tamam güzel. Yansıma (görüntüsünde) şekil nasıl değişiyor? Bir de onu soralım sana.
Naz	**:** Nasıl hocam yani?
Araştırmacı	**:** Yönü değişiyor mu? Aynı mı kalıyor?
Naz	**:** Yönü değişiyor hocam.
Araştırmacı	**:** Tamam. Şeklin büyüklüğü değişiyor mu?
Naz	**:** Hayır.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz yatay doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüyü çizmeye, ilk olarak yansıma doğrusuna en yakın AC kenarından başlamıştır (Görsel 3.1.5.12a). Yalnızca bir kenarı referans alarak çizimini tamamlamış ve dörtgenin görüntüsünü isimlendirmiştir (Görsel 3.1.5.12b). Naz bir dörtgenin yatay doğruya göre görüntüsünü başarılı bir şekilde çizmiştir. Naz dörtgenin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizilirken şeklin büyüklüğünün aynı kaldığını ancak şeklin yönünün değiştiği söylemiştir. Yani Naz yansımada görüntünün boyutunun korunduğunu ve yönünün değiştiğini bilmektedir.

Görsel 3.1.5.12

Naz'ın Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı **:** Bir önceki soruda dikey doğruya göre bir dörtgenin yansımasını çizmiştik. Şimdi ise yatay bir doğruya göre bir dörtgenin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizeceğiz. Hadi buyur bakalım.

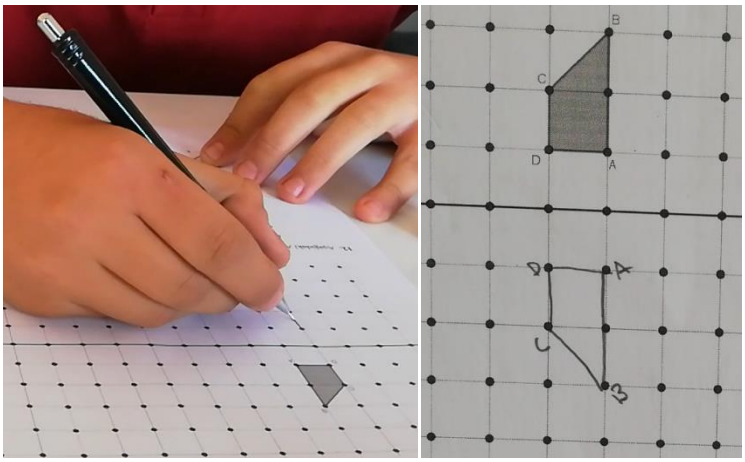
Ramazan **:** (ABCD dörtgeninin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü uygun şekilde çizdi.)

Araştırmacı **:** Buradaki yansımada ne değişmiyor?

Ramazan **:** Yansıma da şekil değişmiyor.

Görsel 3.1.5.13

Ramazan'ın Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan'ın yatay doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeye, ilk olarak yansıma doğrusuna en yakın D köşesinden başlamıştır (Görsel 3.1.5.13a). Yalnızca bir noktayı referans alarak çizimini tamamlamış ve dörtgenin görüntüsünü isimlendirmiştir (Görsel

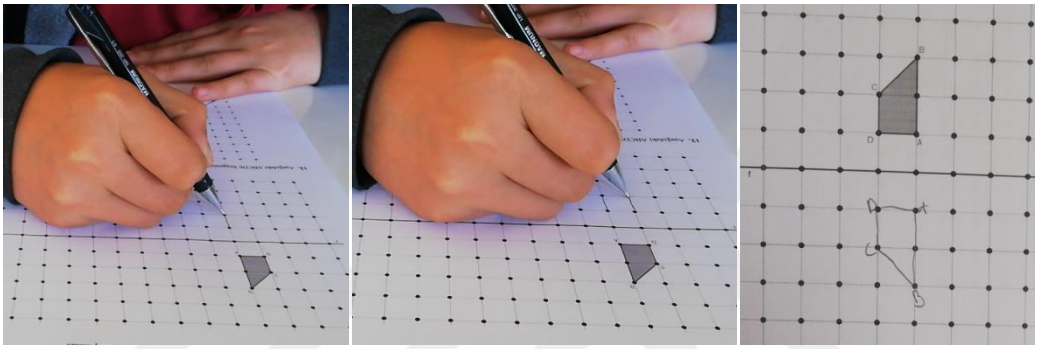
3.1.5.13b). Ramazan bir dörtgenin yatay doğruya göre görüntüsünü başarılı bir şekilde çizmiştir. Ramazan dörtgenin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizilirken şeklin değişmediğini sadece yönünün değiştiğini söylemiştir. Yani Ramazan da yansımada görüntünün şeklinin (boyutunun) korunduğunu ancak yönünün değiştiğini bilmektedir.

Araştırmacı **:** Şimdi de yatay bir f doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeni istiyorum.

Vedat **:** (Uygun görüntüyü adım adım çizdi ve sonra görüntüyü isimlendirdi.)

Görsel 3.1.5.14

Vedat'ın Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntüsünü Çizimi



(a) (b) (c)

Vedat'ın yatay doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü çizimi incelendiğinde, ilk olarak yansıma doğrusuna en yakın A **köşesinden** başlayıp 1 birimlik bir doğru çizmiştir (Görsel 3.1.5.14a). Daha sonra yansıma doğrusuna en yakın B **köşesinden** başlayıp 1 birimlik bir doğru daha çizmiştir (Görsel 3.1.5.14b). Birden fazla kritik noktayı referans alarak çizimini tamamlamış ve dörtgenin görüntüsünü isimlendirmiştir (Görsel 3.1.5.13c). Vedat bir dörtgenin yatay doğruya göre görüntüsünü başarılı bir şekilde çizmiştir. Vedat ayrıca yansımada görüntünün boyutunun korunduğunu ancak yönünün değiştiğini bilmektedir.

Araştırmacı **:** Biraz önce dikey d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmiştik. Şimdi de yatay f doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeni istiyorum.

Dilber **:**(Sanki yine dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü çiziyormuş gibi bir çizim yaptı). Hocam sanırım yanlış çizdim.

Araştırmacı **:** Tamam. Bu çizimin dursun. f doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çiz bakalım.

Dilber **:** Böyle ters mi çizmem gerekiyor?

Araştırmacı **:** Bir önceki çizimine bir daha bakalım. Bak burada ABCD dörtgeninin dikey d doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizdik. Şimdi ise yatay f doğrusuna göre yansımasını çizeceğiz. O zaman görüntümüz nerede olacak?

Dilber **:** Burada. (Doğru yeri işaret etti.) (Çizime başladı. Önce öteleme gibi çizim yapmaya başladı. Sonra hatasını fark etti ve çizimini sildi. Sonra da doğru çizimini yaptı.) Evet böyle olur hocam.

Araştırmacı **:** Tamam güzel.

Araştırmacı **:** Şimdi de ABCD dörtgeninin f doğrusuna göre yansımasını çizmeni istiyorum.

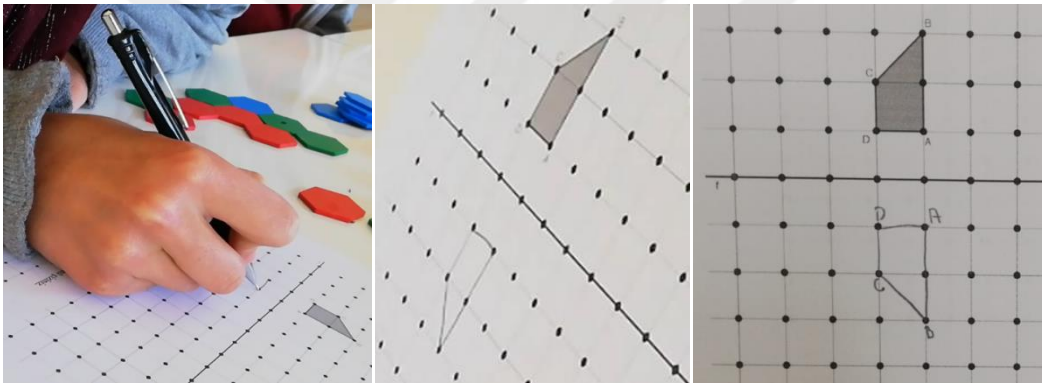
Teslime **:** (Yansımasını çizdi)

Araştırmacı **:** Bir de harflerini yerleştir.

Teslime **:** (Harflendirdi).

Görsel 3.1.5.15

Teslime'nin Yatay Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b) (c)

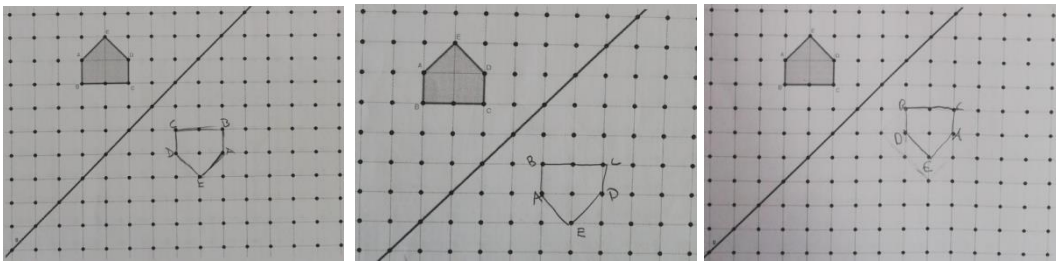
Teslime'nin yatay doğruya göre yansıma görüntüsü çizimi incelendiğinde, ilk olarak simetri doğrusuna en yakın kenar olan DA kenarının yansıma görüntüsünü çizmiştir (Görsel 3.1.5.15a). Ardından diğer kenarların yansıma görüntülerini çizerek şekli tamamlamıştır (Görsel 3.1.5.15b). En sonunda görüntünün köşelerini isimlendirmiştir (Görsel 3.1.5.15c). Teslime bir dörtgenin yatay doğruya göre görüntüsünü başarılı bir şekilde çizmiştir.

Tablo 3.1.10'da görüldüğü gibi, **eğik simetri doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizme** sorusunda dört öğrenci (Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) Global düzeyde iken, üç öğrenci (Naz, Ramazan ve Vedat) Yarı Analitik düzeydedir. Öğrencilerden global düzeyde olanların bazılarının (Dilber, Hatice ve Teslime) rastgele çizimler yaptığı, Eylül'ün ise hiçbir çizim yapamadığı, yarı analitik düzeydeki öğrencilerin ise (Naz,

Ramazan ve Vedat) tek bir noktayı referans alarak hatalı çizimler yaptığı söylenebilir (Görsel 3.1.5.16).

Görsel 3.1.5.16

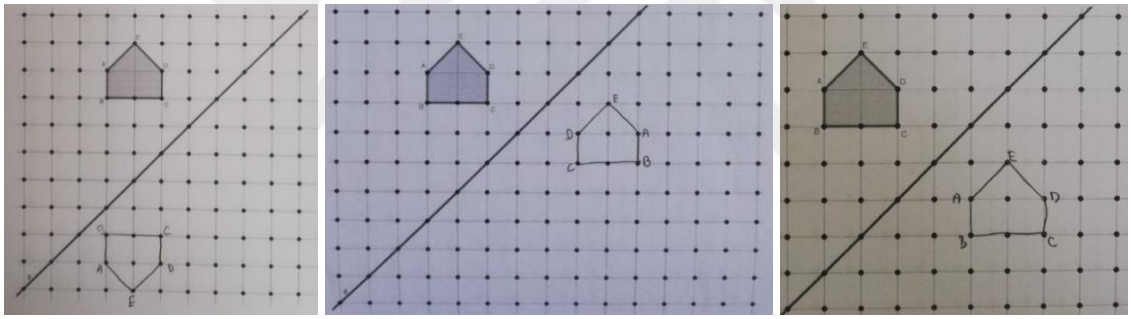
Naz, Ramazan ve Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b) (c)

Görsel 3.1.5.17

Dilber, Hatice ve Teslime'nin Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b) (c)

Araştırmacı ile Naz arasında, **beşgenin eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

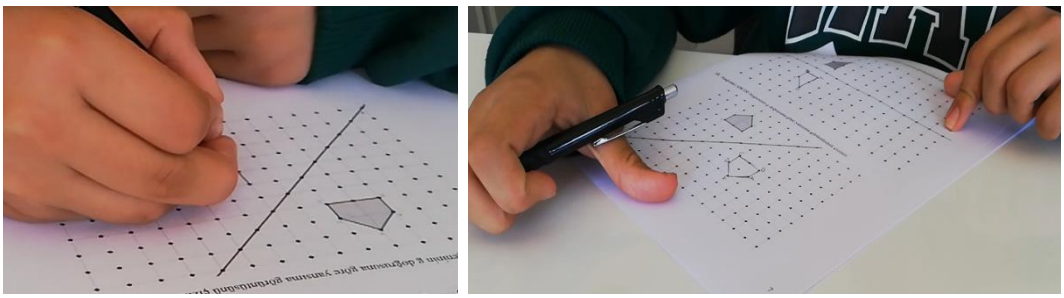
Araştırmacı	**:** Burada da çapraz bir yansıma doğrusu var. Bu doğruya göre yansıması nasıl çizilmeli?
Naz	**:**(Bir müddet düşündü.)
Araştırmacı	**:** Bir dene istersen. Olmadı diye düşünürsen silersin. Silgimiz var.
Naz	**:** Bu da ters olacak galiba hocam.
Araştırmacı	**:** Tamam.
Naz	**:**(Çizimine DC kenarından başladı. Ancak doğruya dik olacak şekilde çizmedi. Sanki yatay bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü çizer gibi çizdi). (Dörtgeni sırasıyla C, B, A, D ve E şeklinde isimlendirdi.). (Çizim yaptığı kâğıdı ters çevirdi. Dörtgenin yansımasına baktı). Tamam, hocam böyle olacak.

Araştırmacı **:** Tamam güzel teşekkürler.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz'ın bu çizimde daha çok vakit harcamıştır. Naz şeklin simetri doğrusuna en yakın noktasına yani C noktasına odaklanmıştır. Sonra da eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeye CD kenarından başlamıştır (Görsel 3.1.5.18a). Diğer noktaları çizerken de C noktasının esas şekildeki konumunun tam tersini, görüntüsünü çizerken kullanmıştır. Örneğin esas şekilde C noktasının 1 birim yukarısında D noktası varken; görüntüsünde C noktasının 1 birim aşağısında D noktasını çizmiştir. Esas şekilde C noktasının 2 birim solunda B noktası varken; görüntüsünde C noktasının 2 birim sağında B noktasını çizmiştir. Naz şeklin eğik doğruya yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü değil de C noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmiştir. C noktasını belirledikten sonra bu noktayı referans olarak şeklin yansıma görüntüsünü çizen Naz, hatalı çizim yapmıştır. Hatalı çizimini, kâğıdı ters çevirerek kontrol etmiş, çizimin bu şekilde olacağını söylemiştir (Görsel 3.1.5.18b). Naz yansımada, şeklin her noktasının görüntüsünün, yansıma doğrusu ile eşit mesafede ve ters olması gerektiğini bilmektedir ancak, bu mesafeleri simetri doğrusuna dik uzaklıklar şeklinde belirlemeyip C noktasını referans alarak hatalı belirlemektedir.

Görsel 3.1.5.18

Naz'ın Eğik Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı ile Ramazan arasında, beşgenin eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de çapraz yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizelim. Hadi buyur bakalım.

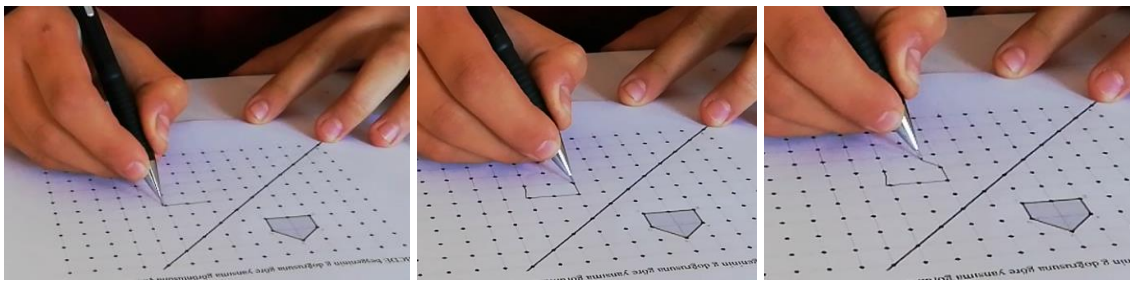
Ramazan **:** (Şeklin doğruya en yakın noktasından başlayarak görüntüsünü çizmeye başladı. Çiziminden sonra görüntünün köşelerini isimlendirdi.)

Araştırmacı **:** Buradaki yansımada değişen ne?

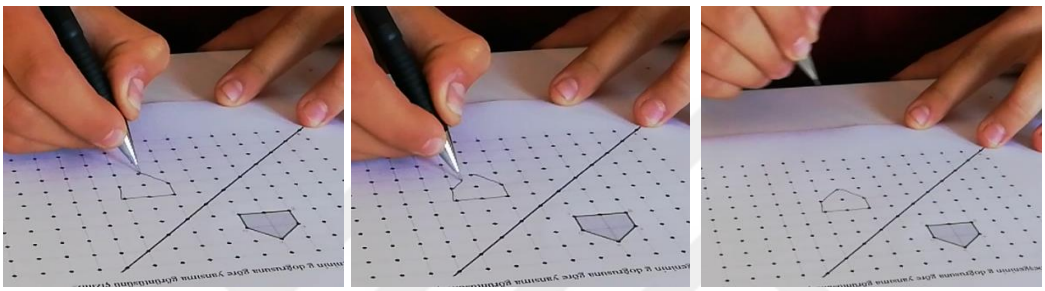
Ramazan **:** Yine şekil ters.

Görsel 3.1.5.19

Ramazan'ın Eğik Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b) (c)



(d) (e) (f)

Ramazan da Naz gibi şeklin simetri doğrusuna en yakın noktasına yani C noktasına odaklanmıştır. Sonra da eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeye BC kenarından başlamıştır (Görsel 3.1.5.19a). Diğer noktaları çizerken de C noktasının esas şekildeki konumunun tam tersini, görüntüsünü çizerken kullanmıştır. (Görsel 3.1.5.19b, Görsel 3.1.5.19c, Görsel 3.1.5.19d, Görsel 3.1.5.19e). Ramazan şeklin eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü değil de C noktasına göre yansıma görüntüsünü çizmiştir. Tek bir referans noktasına bağlı kalarak hatalı çizim yapmıştır (Görsel 3.1.5.19f). Ramazan çizimden sonra şeklin görüntüsünün köşelerinin isimlendirmesini de hatalı yapmıştır (Görsel 3.1.5.16b). Ramazan da Naz gibi yansımada, şeklin her noktasının görüntüsünün, yansıma doğrusu ile eşit mesafede ve ters olması gerektiğini bilmekte ancak, bu mesafeleri simetri doğrusuna dik uzaklıklar şeklinde belirlemeyi bilmemektedir.

Araştırmacı **:** Şimdi de ABCDE beşgeninin çapraz g doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizelim.

Vedat **:** (g doğrusuna en yakın nokta olan C noktasının görüntüsünü belirleyerek başladı (Görsel 3.1.5.20a). (Bir çizim yaptı) Büyük oldu (Görsel 3.1.5.20b).

Araştırmacı **:** Normalde büyük olmaz mı, aynısı mı olur?

Vedat **:** Evet hocam.

Araştırmacı : Aynısı olur tamam.

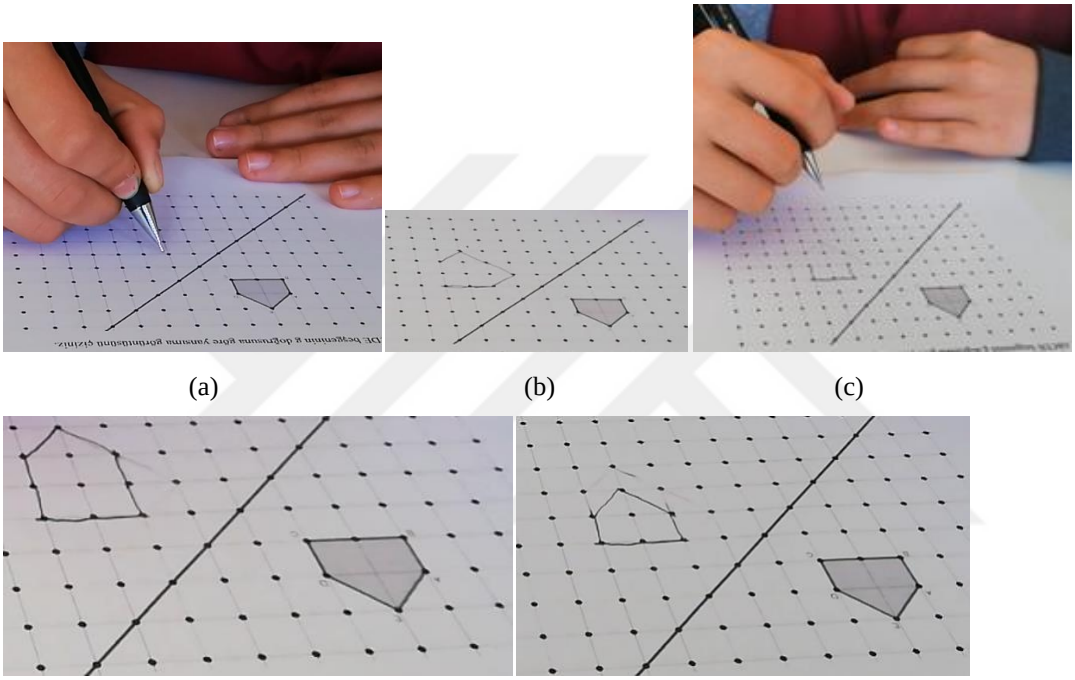
Vedat : (Çizimini sildi.) Çapraz yansıma. (Başka bir çizim daha denedi). (Görsel 3.1.5.20d) Ters mi düşer ki? (Bazı kenarların uzun olduğunu fark edip sildi. Yeniden bir çizim daha yaptı.) (Görsel 3.1.5.20e).

Araştırmacı : Oldu mu? Olduysa köşelerini de isimlendirelim.

Vedat : Yani hocam doğruysa düşündüğüme göre E, A, D, C, B şöyle işaretlenir. (Görsel 3.1.5.16c)

Görsel 3.1.5.20

Vedat'ın Eğik Yansıma Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b) (c)

(d) (e)

Vedat da Ramazan ve Naz gibi şeklin simetri doğrusuna en yakın noktasına yani C noktasını referans alarak önce Görsel 3.1.5.20b'deki gibi bir çizim yapmıştır. Ardından yine C noktasından başlayarak bu kez aşağıya doğru bir çizim yapmıştır (Görsel 3.1.5.20c ve Görsel 3.1.5.20d). Bazı kenarların olması gerekenden uzun çizdiğini fark edip silip düzeltmiştir (Görsel 3.1.5.20e). Çok emin olmadığını "düşündüğüme göre doğruysa" diye ifade etmiş ve görüntünün köşelerini isimlendirmiştir. Ancak Vedat hem çizimde hem isimlendirmede hata yapmıştır. Vedat'ın çizim denemeleri incelendiğinde ilk denemesinde bir referans noktası (C noktası) ile başlamış ancak hatalı çizim yapmış, diğer iki denemesinde (Görsel 3.1.5.20c ve Görsel 3.1.5.20e) ise referans noktasını kaydırdığı ve yine hatalı çizim yaptığı saptanmıştır.

Öğrencilerin eğik simetri doğrusuna göre yansıma görüntüsü çizme sorusunda zorlandıklarını ve nereden çizime başlayacaklarını bilemedikleri görülmüştür. Öğrenciler Dikey ve Yatay yansıma doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizmede simetri doğrularına en yakın köşeyi/kenarı daha kolay belirleyebilirken, eğik yansıma doğrusuna göre yansıma görüntüsü çizmede en yakın referans noktasını belirlemede öğrenciler zorlanmışlar ya da tek bir referans noktasına bağlı kalarak hatalı çizim yapmışlardır.

3.1.6 Dönüşümler-3 (öteleme ve noktaya göre simetri)

Dönüşümlerle ile üçüncü aşamada verilen şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme ve noktaya göre simetriğini çizme sorularının analizine yer verilmiştir.

Tablo 3.1.11

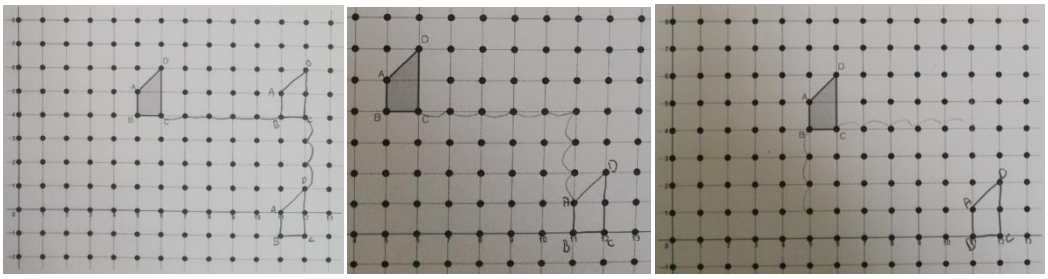
Odak Öğrencilerin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsünü ve Noktaya Göre Simetriğini Çizme ile İlgili Ön Bilgileri

DÖNÜŞÜMLER-3	Öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme	Global düzey (D, T, E)
		Yarı Analitik düzey (N, V)
		Analitik düzey (R, H)
		Analitik-Sentetik düzey (-)
	Noktaya göre simetriğini çizme	Global düzey (R, V, D, H, T, E)
		Yarı Analitik düzey (-)
		Analitik düzey (N)
		Analitik-Sentetik düzey (-)

Tablo 3.1.11'de görüldüğü gibi, bir şeklin **öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** sorusunda üç öğrenci (Dilber, Teslime ve Eylül) Global düzeydedir. Bu öğrenciler şekil üzerinde öteleme yapılacak yöne en yakın olan bir noktayı (C noktası) belirleyip sadece bu noktayı referans alarak hatalı çizim yapmışlardır. Ötelemeyi, belirledikleri referans noktası ile görüntüsü arasında gerçekleştirmişlerdir. (Görsel 3.1.6.1). Şeklin boyutlarını ötelemede dikkate almamışlardır.

Görsel 3.1.6.1

Dilber, Teslime ve Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



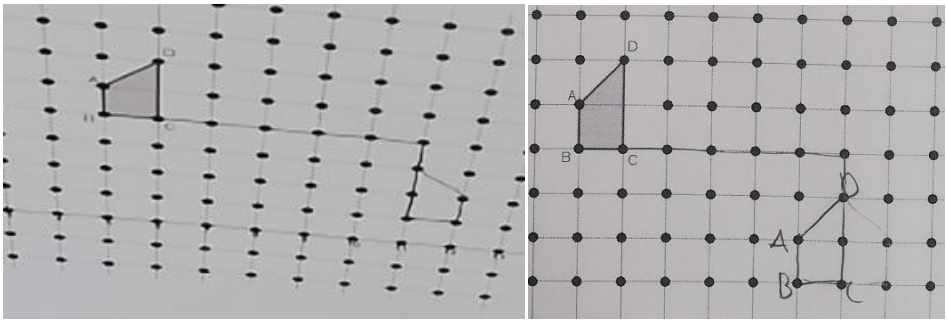
(a) (b) (c)

Yine Tablo 3.1.11'de görüldüğü gibi, **öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** sorusunda iki öğrenci (Naz ve Vedat) Yarı analitik düzeydedir. Bu öğrencilerden Vedat şekil üzerinde bir referans noktası belirleyerek uygun öteleme dönüşümünü birkaç denemeden sonra yapabilmiştir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Vedat arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de ABCD dörtgeni 5 birim sağa 3 birim aşağıya ötele.
Vedat **:** Götüreceğim.
Araştırmacı **:** Evet, öteleme yapmanı istiyorum.
Vedat **:** 5 birim sağa. (5 birim saydı.)
Araştırmacı **:** Çizerek işaretleyerek gösterebilirsin.
Vedat **:** (5 birim sağa doğru C noktasını öteledi.)
Araştırmacı **:** 3 birim aşağıya.
Vedat **:** 1-2-3. Burası. (Öteledi̇ği C noktasını 3 birim aşağıya öteledi. Sonra şeklin görüntüsünü yansıma gibi çizdi.) (Görsel 3.1.6.2a).
Araştırmacı **:** Tamam. Öteleme böyle mi?
Vedat **:** Evet.
Araştırmacı **:** Öteleme de yön falan değişir mi?
Vedat **:** Yani. Yön değişmez hocam. Orayı şey yapmışım. Karıştırmışım (Hatalı çizimini düzeltti.)
Araştırmacı **:** Şimdi doğrusunu çizdin sanırım?
Vedat **:** Evet hocam.
Araştırmacı **:** Köşelerini de isimlendirir misin?
Vedat **:** D, A, B, C. (İsimlendirmeyi yaptı.) (Görsel 3.1.6.2b)

Görsel 3.1.6.2

Vedat'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı ile Vedat arasında geçen konuşma incelendiğinde, Vedat öteleme yapılacak yöne en yakın nokta olan C noktasını referans almış ve bu noktayı5 birim sağa 3 birim aşağıya ötelemiştir. Vedat daha sonra şeklin kalan kısmını başka referans noktaları belirlemeden hatalı çizmiştir. Görüntü başlangıçtaki şeklin dikey yansıması şeklindedir. Araştırmacının "ötelemede yön değişir mi?" şeklindeki sorusu üzerine hatasını fark eden Vedat daha sonra doğru çizimi yapmıştır. Yani Vedat öteleme dönüşümü sonucunda şeklin yönünün değişmeyeceğini bilmektedir. Öteleme dönüşümü sonucunda şeklin sadece konumunun değiştiğini ifade etmemiştir.

Araştırmacı ile Naz arasında da öteleme dönüşümü altındaki görüntüyü çizme ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de öteleme. Bu şekli 5 birim sağa 3 birim aşağıya öteleyebilir misin?

Naz **:** 5 birim sağa, 3 birim aşağıya. (Şeklin en alt köşesindeki C noktasının öteleme sonrası görüntüsünü belirlemek için bu noktadan başlayarak önce 5 birim sağa, sonra 3 birim aşağıya kılavuz çizgiler çizdi.)

Araştırmacı **:** Tamam güzel. Şekli nasıl çizeceğiz şimdi?

Naz **:** Burada mı olacak burada mı olacak? (Şeklin görüntüsünü nereye çizeceğine karar veremedi.)

Araştırmacı **:** Sen şimdi hangi noktayı taşıdın?

Naz **:** Şu noktayı (C noktasını gösterdi).

Araştırmacı **:** O zaman o nokta orada olacak.

Naz **:** Ha tamam. (Şeklin görüntüsünü çizdi. Sırasıyla B, C, A, D şeklinde isimlendirmeyi yaptı.)

Araştırmacı **:** Ötelemede durum ne oluyor? Yansımada şeklin yönü değişiyor demiştin.

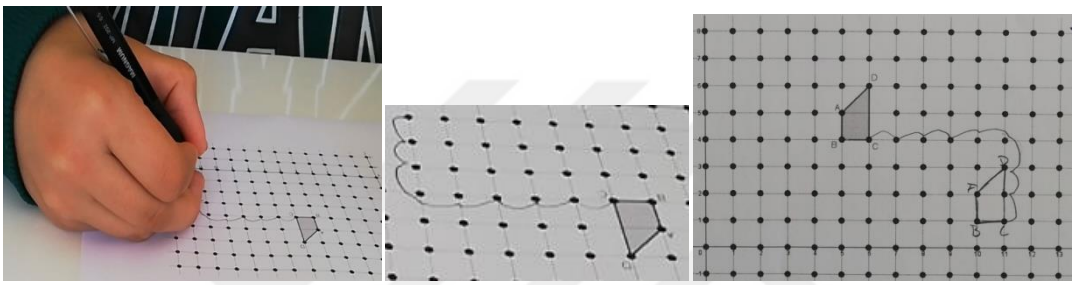
Naz **:** (Ötelemede) sadece şeklin yeri değişiyor.

Araştırmacı **:** Tamam harika.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde Naz, öteleme yapılacak yöne en yakın nokta olan C noktasını referans almış ve öteleme dönüşümüne başlamıştır (Görsel 3.1.6.3a). ABCD dörtgenindeki C noktasının öteleme sonrası konumunu (Görsel 3.1.6.3b) belirleyen Naz daha sonra şekli nasıl çizeceği noktasında tereddüt yaşamış ama sonrasında doğru bir çizim yapmıştır (Görsel 3.1.6.3c). Naz öteleme dönüşümünü bir tek noktayı referans alarak tamamlamıştır. Naz öteleme dönüşümünde şeklin sadece yerinin değiştiğinin, yönünün ve boyutunun değişmediğinin farkındadır.

Görsel 3.1.6.3

Naz'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b) (c)

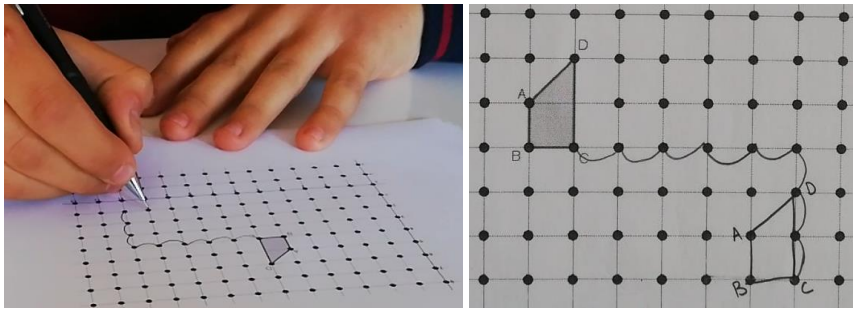
Yine Tablo 3.1.11'de görüldüğü gibi, öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme sorusunda iki öğrenci (Ramazan ve Hatice) Analitik düzeydedir. Bu öğrencilerin öteleme dönüşümü yapılacak yöndeki bir köşe noktasına dönüşümü uygulayarak noktanın görüntüsünü elde ettiği görülmektedir. Daha sonra öğrenciler bu noktayı referans noktası kabul ederek uygun öteleme dönüşümünü tek seferde gerçekleştirmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki bu ABCD dörtgenini 5 birim sağ 3 birim aşağı öteleyebilir misin?

Ramazan **:** (Önce ABCD dörtgenin sağ alt köşesindeki C noktasını 5 birim sağa 3 birim aşağıya olacak şekilde öteledi. Yani C noktasının dönüşüm sonrası konumunu belirledi (Görsel 3.1.6.4a). Sonra sırasıyla CB, BA, AD ve DC doğru parçalarını çizdi. Sırasıyla da D, A, B ve C köşelerini harflendirdi (Görsel 3.1.6.4b)).

Görsel 3.1.6.4

Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı **:** Ötelemede şekil değişiyor mu?

Ramazan **:** Değişmiyor.

Araştırmacı **:** Yansımada?

Ramazan **:** Değişiyor.

Araştırmacı **:** Burada sadece değişen ne?

Ramazan **:** Yeri değişiyor.

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde Ramazan ötelemeye, öteleme yapılacak yöne en yakın nokta olan C noktasını referans alarak başlamıştır. ABCD dörtgenindeki C noktasının öteleme sonrası konumunu (Görsel 3.1.6.4a) belirleyen Ramazan sırasıyla CB, BA, AD ve DC doğru parçalarını çizip öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü elde etmiştir ve görüntüyü isimlendirmiştir (Görsel 3.1.6.4b). Ayrıca Ramazan öteleme dönüşümünde şeklin yönünün ve boyutunun değişmediğinin sadece yerinin (konumun) değiştiğinin farkındadır.

Araştırmacı ile Hatice arasında da öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

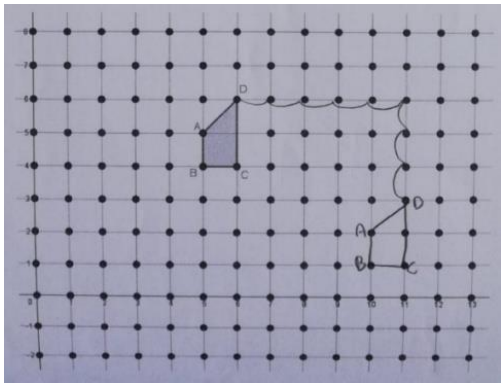
Araştırmacı **:** Şimdi de öteleme sorusuna geldik. Bu şekli 5 birim sağa 3 birim aşağıya ötelemeni istiyorum.

Hatice **:** (D noktasından 5 birim sağa, 3 birim aşağıya işaretleyerek saydı. Sonra şekli çizdi. İsimlendirdi.)

Araştırmacı **:** Şurası1-2-3-4-5 ve şurası da 1-2-3. Tamam. D noktasını önce 5 birim sağa sonra 3 birim aşağıya ötelenmişsin. Sonra da şekli çizmişsin. Gayet güzel.

Görsel 3.1.6.5

Hatice'nin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi

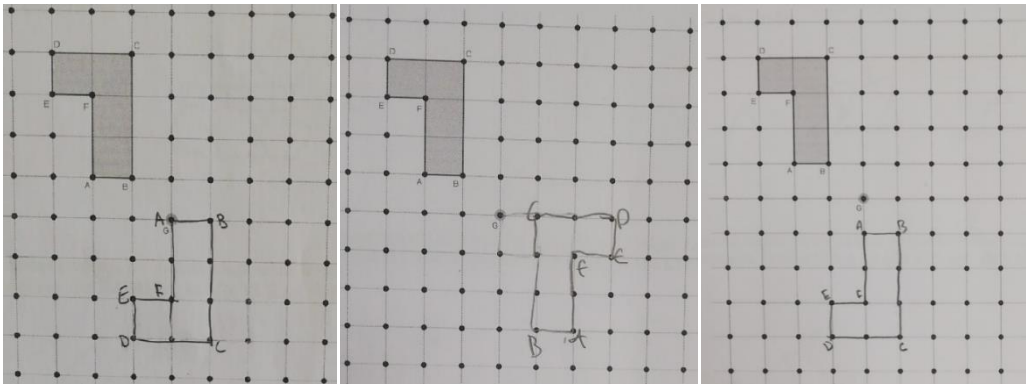


Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma ve Görsel 3.1.6.5 incelendiğinde, Hatice'nin diğer öğrencilerden (Naz, Ramazan ve Vedat) farklı olarak referans noktası olarak D noktasını seçmiştir. Bu nokta da öteleme yapılacak yöne yakın bir noktadır. ABCD dörtgenindeki D noktasının öteleme sonrası konumunu belirleyen Hatice sırasıyla DC, CB, BA ve AD doğru parçalarını çizip şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü elde etmiştir ve görüntüyü isimlendirmiştir. Ayrıca Hatice'nin çizdiği öteleme dönüşümü görüntüsüne göre ötelemede, şeklin yönünün ve boyutunun değişmediğinin sadece yerinin değiştiğini görebilmekteyiz ancak bunları Hatice dile getirmemiştir.

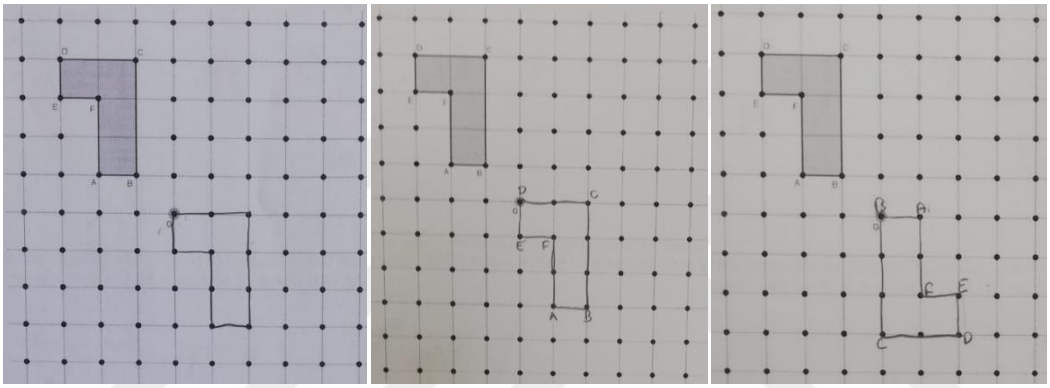
Yine Tablo 3.1.11'de görüldüğü gibi, **noktaya göre simetriğini çizme** sorusunda altı öğrenci (Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) Global düzeydedir. Bu öğrencilerin noktaya göre simetriği yerine farklı dönüşümler uyguladığı ve referans noktasını doğru belirleyemedikleri için hatalı çizim yaptıkları belirlenmiştir. Bir öğrenci ise (Naz) Analitik düzeydedir. Naz'ın şeklin görüntüsünü A'B' kenarını referans alarak doğru çizdiği söylenebilir. Tüm öğrencilerin noktaya göre yansıma görüntüsü çizimleri Görsel 3.1.6.6'da sunulmuştur.

Görsel 3.1.6.6

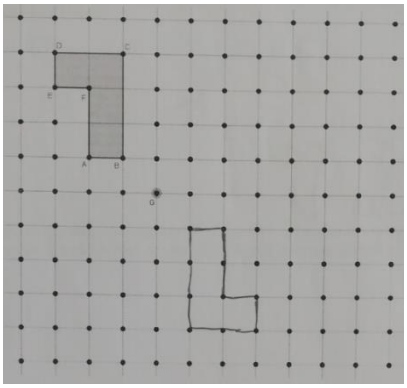
Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime, Eylül ve Naz'ın Noktaya Göre Simetri Çizimleri



(a) (b) (c)



(d) (e) (f)



(g)

Görsel 3.1.6.6 incelendiğinde Ramazan (Görsel 3.1.6.6a) ve Dilber'in (Görsel 3.1.6.6c) yatay yansımaya benzer şekilde bir dönüşüm yaptığını görülmektedir. Vedat ise (Görsel 3.1.6.6b) dikey yansıma ile ötelemeye benzer bir çizim yapmıştır. Hatice (Görsel 3.1.6.6d) ve Teslime'nin (Görsel 3.1.6.6e) çizimleri ise öteleme (4 birim aşağıya 3 birim sağa) biçimindedir. Yani Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice ve Teslime'nin noktaya göre simetri dönüşümü dışında farklı bir dönüşüm yaptıkları söylenebilir. Eylül ise doğru referans noktasını belirlemeden çizim yapmıştır (Görsel 3.1.6.6f). Eylül'ün yansıma

dönüşümü altındaki görüntüsü doğru olsa da konum hatası yaparak çizimini hatalı gerçekleştirmiştir. Naz'ın ise doğru çizim yaptığı görülmektedir (Görsel 3.1.6.6g). Bu durumlarla ilgili örnek görüşmeler aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Bu şeklin G noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeni istiyorum. Doğruya göre yansıma yapmıştık şimdi de noktaya göre simetri yapacağız.

Ramazan **:**(Önce G noktasından başlayarak yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizdi. Çizdiği yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü doğru idi ancak başladığı nokta yanlıştı.) (Görsel 3.1.5.70a)

Araştırmacı **:** Bir de harflendirmesini yapar mısın?

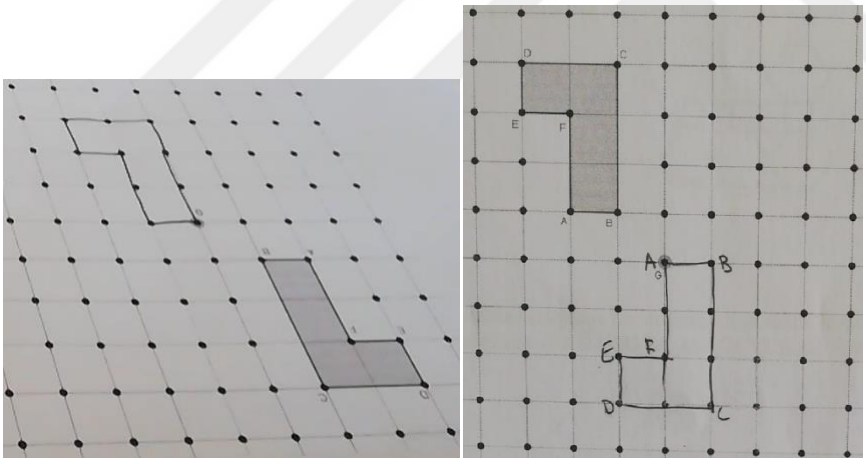
Ramazan **:** Hocam diğer tarafa mı olacak yoksa?

Araştırmacı **:** Bilemem.

Ramazan **:**(Yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün şeklini değiştirdi. Ancak bu kez hatalı çizim yaptı.) (Görsel 3.1.5.70b)

Görsel 3.1.6.7

Ramazan'ın Noktaya Göre Simetri Çizimleri



(a) (b)

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan'ın doğru referans noktasını belirlemeden çizim yaptığı görülmektedir. (Görsel 3.1.6.7a). İlk çiziminde konum hatası yapmıştır. Bu çiziminden sonra tereddütte kalan Ramazan yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün yönü ile ilgili "Hocam diğer tarafa mı olacak yoksa?" şeklinde soru sormuş ve sonrasında çizimini değiştirmiştir (Görsel 3.1.6.7b). Sonuç olarak Ramazan, noktaya göre simetriğini yatay yansımaya benzer şekilde bir dönüşüm yaparak hatalı çizmiştir.

Araştırmacı **:** Bir çokgenimiz var. Bu defa çokgeni G noktasına göre yansıtacağız. Yani ABCDEFG çokgeninin G noktasına göre yansımasını çizmeni istiyorum.

Vedat **:** (önce 3 birim sağa 4 birim aşağıya olacak şekilde öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü çizdi.) (Görsel 3.1.6.8a).

Araştırmacı **:** Köşe noktalarını da isimlendirelim.

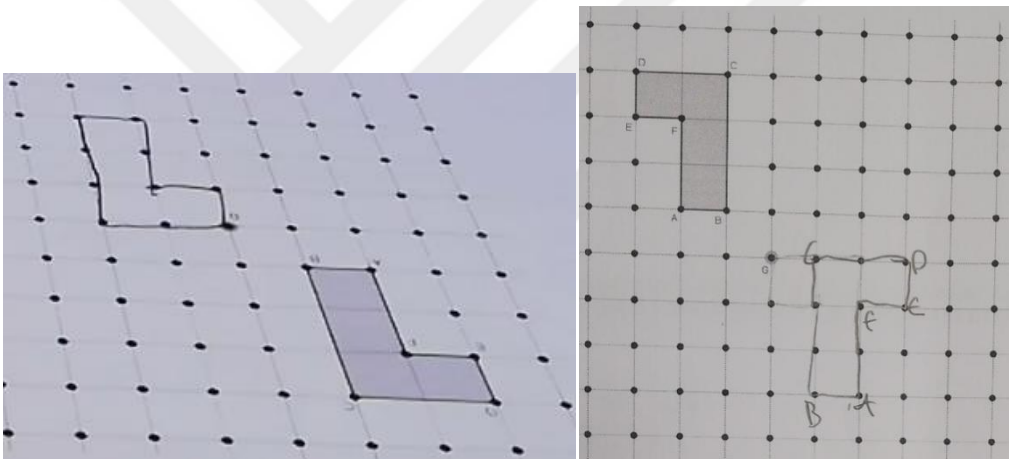
Vedat **:** Ama yansıması. G yazıyor. Yansıyınca ters oluyordu. Yanlış çizmişim. G noktasından da mı geçecek hocam?

Araştırmacı **:** Yansıtacağız. G noktasına göre yansıtacağız. Biraz öncekileri düşün istersen. Onlarda ne yapmıştık? Bak istersen diğer yaptığın sorulara dikey yatay çapraz(eğik) doğruya göre yansımaları bu şekilde yapmıştın. Şimdi de noktaya göre simetri dönüşümü altındaki görüntüsü çizeceksin.

Vedat **:** (Son çiziminde bazı düzeltmeler yaptı.) A, B, F, C, D, E. (Görsel 3.1.6.8b).

Görsel 3.1.6.8

Vedat'ın Noktaya Göre Simetri Çizimleri



(a) (b)

Araştırmacı ile Vedat arasında geçen konuşma incelendiğinde, Vedat'ın doğru referans noktasını belirlemeden çizim yaptığı görülmektedir (Görsel 3.1.6.8a). İlk çizimini öteleme dönüşümü gibi yapan Vedat, bu çiziminde hata olduğunu düşünmüş ve "Yansıyınca ters oluyordu. Yanlış çizmişim" diyerek çizimini değiştirmiştir (Görsel 3.1.6.8b). Sonuç olarak Vedat, noktaya göre simetri dönüşümü altındaki görüntüsünü dikey yansıma ile öteleme şeklinde bir dönüşüm yaparak hatalı çizmiştir.

Araştırmacı **:** Şimdi de noktaya göre simetri sorusunda sıra. Bu çokgeni G akşam noktasına göre yansıtabilir misin? Biraz önce doğruya göre yansıma çizdik şimdi noktaya göre simetri çizeceğiz.

Hatice **:** Suradan (G noktasından) mı başlayacağım çizmeye?

Araştırmacı **:** Onu bilemem. Ona sen karar vereceksin.

Hatice **:** (Şekli G noktasından başlayarak çizdi) (Görsel 3.1.6.9d).

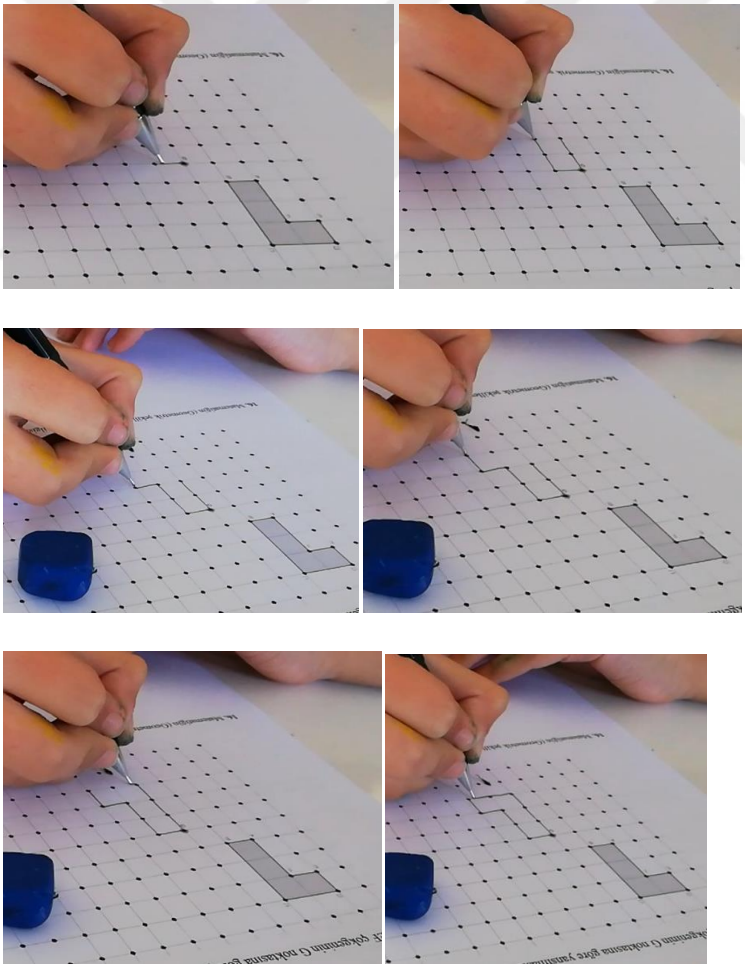
Araştırmacı **:** Bu şeklin G noktasına göre yansıması böyle olacak diye düşündün?

Hatice **:** Evet.

Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma incelendiğinde, Hatice noktaya göre simetriye nereden başlayacağını kestirememiştir. Yani Hatice doğru referans noktasını belirlemeden çizim yapmıştır (Görsel 3.1.6.6d). Hatice, noktaya göre simetriğini öteleme dönüşümüne benzer şekilde bir dönüşüm yaparak hatalı çizmiştir.

Araştırmacı **:** Bu şekli şuradaki G noktasına göre yansıt.

Eylül **:** Emin değilim ama (G noktasından başlayarak görüntüsünü çizdi). (Önce AB doğrusunun görüntüsünü G noktasından başlayarak hatalı çiziyor. Hatalı A'B' kenarını referans alarak önce BC kenarının bir kısmını (BC'nin AF kadar olan kısmını) sonra sırasıyla AF, FE, ED, BC (ED kadar olan kısmını yani geriye kalan kısım), CD kenarlarının görüntüsünü çizdi).



Araştırmacı **:** Tamam olsun deneyeceğiz benim sorularıma şu anda yüzde yüz doğru cevap vermenizi beklemiyoruz zaten. Tamam, güzel köşelerini de isimlendirir misin?

Eylül **:** Yanlış oldu (Köşe noktalarının görüntülerini işaretlerken A' ile B''nü karıştırdı. Sonra düzeltti) (Görsel 3.1.6.6f).

Araştırmacı **:** Tamam.

Araştırmacı ile Eylül arasında geçen konuşma incelendiğinde, Eylül'ün yansıma görüntüsü çizimine AB kenarının görüntüsünü çizerek başlamak istediği görülmektedir. Ancak hatalı bir A'B' doğrusu çizen Eylül bu hatalı yansıma doğrusunu referans alarak şeklin kalan kısmını sırasıyla BC kenarının bir kısmını (BC'nin AF kadar olan kısmını) sonra AF, FE, ED, BC (ED kadar olan kısmını yani geriye kalan kısım), CD kenarlarının görüntüsünü çizmiştir. Şeklin köşelerini isimlendirerek yansıma görüntüsünü tamamlayan Eylül konum hatası yaptığı için hatalı çizim gerçekleştirmiştir (Görsel 3.1.6.6f).

Yine Tablo 11'de görüldüğü gibi, noktaya göre simetriğini çizme sorusunda sadece bir öğrenci (Naz) analitik düzeydedir. Naz noktaya göre simetriğini doğru bir şekilde çizmiştir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Naz arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de şekli bu defa noktaya göre yansıtmanı istiyorum. Biraz önce doğruya göre yansıma çizdin şimdi noktaya göre simetri. Hadi bakalım.

Naz **:** Nasıl yani hocam?

Araştırmacı **:** Bu şeklin bu noktaya göre simetrisini. Yine yansıma (görüntüsü) çizeceğiz. Noktaya göre simetri nasıl olacak acaba? Biraz önce doğruyu baz alıyorduk. Şimdi de noktayı baz alarak bir yansıma.

Naz **:** O zaman ters olarak mı çizeceğiz hocam?

Araştırmacı **:** İşte bilemem. Yansıma olacak. Bir dene bakalım.

Naz **:** (Öncelikle şeklin AB kenarının yansımasını çizdi. Sonra sırasıyla BC kenarının, CD kenarının, DE kenarının, EF kenarının ve FA kenarının yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizdi.) Çapraz ki gibi oluyor sanki.

Araştırmacı **:** Bunu çizerken nasıl düşündün? Niye böyle çizdin yani? Mesela bu (ilk şekil) bu tarafa bakıyordu ama şimdi görüntüsü bu tarafa (ters tarafa) bakıyor.

Naz **:** Hocam ters çevirince aynı yöne bakmış oluyor.

Araştırmacı **:** (Kâğıdı döndürdü/180^{o} döndürdü) Şöyle öyle mi?

Naz **:** Evet.

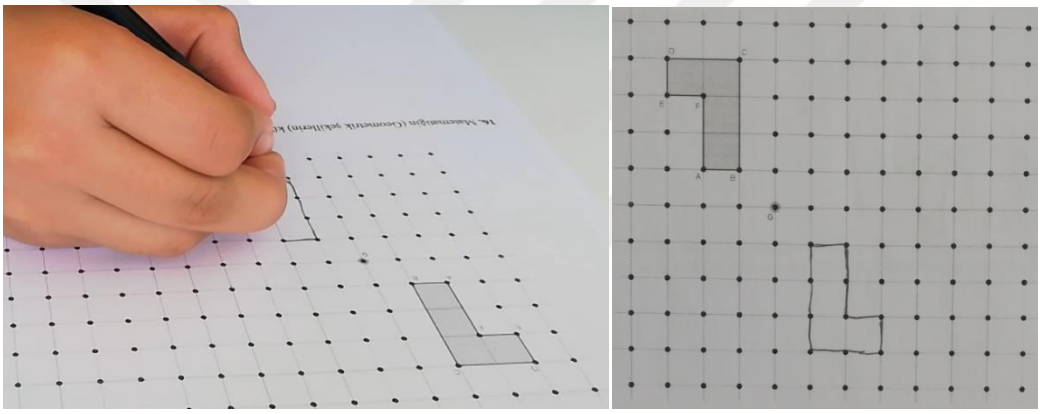
Araştırmacı **:** Tamam teşekkür ederim.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz'ın doğru bir çizim yaptığı görülmektedir. Naz yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizmeye G noktasına en yakın kenar olan AB kenarından başlamıştır (Görsel 3.1.6.9a). Naz daha

sonra A'B' kenarını referans alarak sırasıyla BC, CD, DE, EF ve FA kenarlarının görüntüsünü çizmiştir (Görsel 3.1.6.9b). Ancak çokgenin noktaya göre simetriğini çizerken görüntüsünün köşelerini isimlendirmemiştir. Görüntüyü çizerken "çapraz ki gibi oluyor sanki" diyerek, çiziminin eğik yansıma doğrusundaki çizime benzediğini ifade etmiştir. Görüntüyü nasıl çizdiğini açıklarken de kâğıdı "ters çevirince aynı yöne bakmış oluyor" diyerek çiziminin doğruluğunu kanıtlamak istemiştir. Düzlemde şeklin dışındaki bir noktaya göre simetri dönüşümü altındaki görüntüsü çizmek aslında şekli 180° döndürmek demektir. Naz ABCDEF çokgeninin G noktasına göre simetriğini doğru bir şekilde çizmiştir.

Görsel 3.1.6.9

Naz'ın Çokgeni Dışındaki Bir Noktaya Göre Yansıtma Görüntüsü Çizimi



(a) (b)

3.1.7 Etnomatematik

Ön görüşmede etnomatematik ile ilgili sorudaki amaç öğrencinin kültür ile süslemeler arasında ilişki kurmasını sağlamaktır. Öğrencilere "Matematiğin (geometrik şekillerin) kültürümüzle bir ilgisi var mıdır?" diye sorulmuş ve Tablo 3.1.12'deki gibi cevaplar alınmıştır:

Tablo3.1.12

Odak Öğrencilerin Etnomatematik ile İlgili Ön Bilgileri

Kültür ile süslemeler arasında ilişki kurma (etnomatematik)	Örnekler vererek süsleme-kültür ilişkisini açıklama (N, R, V, D, H)
	İlişkiyi fark edememe (T, E)

Ön görüşmelerde matematik ile kültür arasındaki ilişki konusunda öğrencilerin ön bilgileri sorgulanmıştır. Tablo 3.1.12 incelendiğinde öğrencilerin beşinin (Naz, Ramazan, Vedat, Dilber ve Hatice) matematik ile kültür arasında ilişki kurmaya çalıştıkları ve çeşitli örnekler (cami ve müzedeki süslemeler, halı desenleri, çevredeki geometrik şekiller, ev eşyaları) verdikleri görülmektedir. Örneğin Naz süslemelerin camilerde ve müzelerde kullanıldığını, Ramazan halı desenlerinde süslemelere rastlandığını, Vedat işyerlerinde ve çeşitli binalarda geometrik şekillerin kullanıldığını, Dilber ve Hatice tarihi birçok eserde geometrik şekillerin kullanıldığını söylemiştir. Bu karşın iki öğrenci (Teslime ve Eylül) ise matematik ile kültür arasında herhangi bir ilişki kuramamışlardır. Bu durumlarla ilgili görüşmeler aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Senden şunu istiyoruz: Matematiğin kültürümüzle bir ilgisi var mı? Bu sorunun cevabını istiyoruz. Matematik derken biz şu an geometrik şekiller çalıştığımız için şuradaki şekillerde olduğu gibi. Acaba bu geometrik şekiller bizim kültürümüzde kullanılıyor mu?

Naz **:** Camilerde kullanılıyor mesela.

Araştırmacı **:** Harika. Başka?

Naz **:** Müzelerde kullanılıyor.

Araştırmacı **:** Müze gezdin mi hiç Akşehir'de?

Naz **:** Batı Karargâhı Müzesini gezdim ama orada pek (geometrik şekil) yoktu.

Araştırmacı **:** Çeşitli savaş malzemeleri var orada. Biz sizinle gezeceğiz oraları. Müzeleri, camileri, tarihi eserleri gezeceğiz sınıfça. Tamam. Genel olarak kültürümüzde geometri ve matematik kullanılıyor diyebiliriz değil mi?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Mesela camilerde derken neyi kastediyorsun? Caminin neresinde var geometri ya da matematik?

Naz **:** Duvarlarında var. Süslemelerinde var.

Araştırmacı **:** Müzede nerede var?

Naz **:** Müzede de genelde süslemelerinde oluyor.

Araştırmacı **:** Tamam harika.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz'a göre camiler ile müzelerin duvarlarında ve çeşitli süslemelerinde geometrik şekiller kullanılmaktadır. Yani Naz matematiğin geometrik şekillerin kültür ile olan ilgisini çevresindeki tarihi yapılardan örneklerle açıklayabilmektedir.

Araştırmacı **:** Matematiğin geometrik şekillerin kültürümüzle bir ilgisi var mıdır? Bana açıklar mısın?

Eylül **:** Kültürümüz

Araştırmacı : Kültür deyince ne anlıyoruz biz?

Eylül : (Cevap yok).

Araştırmacı : Kültür derken mesela geleneklerimiz-göreneklerimiz, törelerimiz, oturmamız-kalkmamız, yememiz-içmememiz aslında bunların hepsi bize has olan birçok şeye biz kültür diyoruz. Acaba geometri matematik bu kültürde nerde? Bir ilgisi var mı? Kullanıyor muyuz geometri matematiği bana birkaç örnek verebilir misin?

Eylül : Tarihimizde eskiden şeyler varmış matematik bilimciler varmış.

Araştırmacı : Tamam, ünlü matematikçiler var. Güzel. Peki, biz kültürümüzde bu matematiği kullanıyor muyuz? İşte annemiz babamız kullanıyor mu? Babaannemiz anneannemiz farkında olmadan kullanıyorlar mı? Böyle bir uygulama var mı? Varsa bir tane örnek verir misin bana?

Eylül : Şimdi burada da gelmez ki aklıma.

Araştırmacı : Tamam olsun sıkıntı yok. Sonraki aşamada gelebilir belki tamam.

Araştırmacı ile Eylül arasında geçen konuşma incelendiğinde, Eylül'ün matematiği kültür ile ilişkilendiremediği görülmektedir.

3.1.8 Süslemeler (Örüntü blokları ile süsleme oluşturma, periyodik süsleme analizi, periyodik olmayan süsleme analizi)

Öğrencilerin süslemeler ile ilgili ön bilgileri, örüntü blokları ile süsleme oluşturma, periyodik bir süslemenin analizi ve periyodik olmayan bir süslemenin analizi başlıklarında incelenmiştir. Örüntü blokları ile süsleme oluşturma sorularının analizleri Tablo 3.1.13'te özetlenmiştir:

Tablo3.1.13

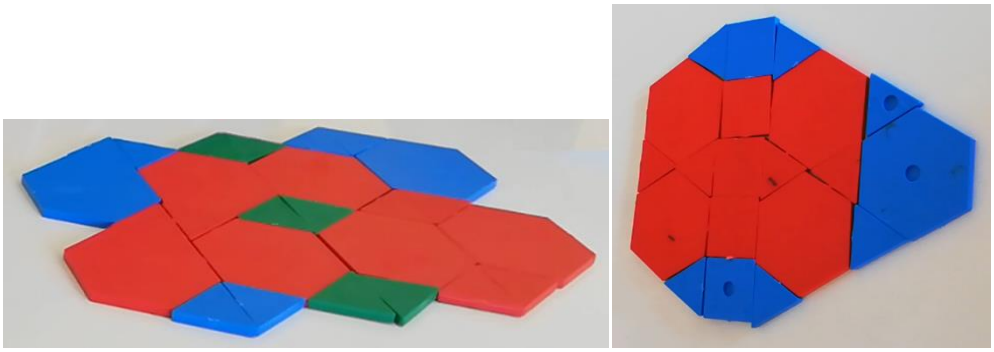
Odak Öğrencilerin Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma ile İlgili Ön Bilgilerinin Analizi

Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma	**Kişiye Özgü Bir Süsleme Örneği Oluşturma**	**Oluşturma**	**Düzgün Süsleme (V)**
			Yarı Düzgün Süsleme (N, R, D, E)
		Oluşturamama (H, T)	
	Süsleme Oluşturma	Düzgün Süsleme Oluşturma	Sadece eşkenar üçgenler ile oluşturma (N, R, V, D, H, T, E)
			Sadece düzgün altıgenler ile oluşturma (N, R, V, D, H, T, E)
	Süsleme Oluşturamama	Süslemenin oluşmayacağını fark etme	Sadece düzgün beşgenler kullanma (N, R, V, D, H, T, E)

Öğrencilerden örüntü blokları yardımıyla bir süsleme oluşturmaları istendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun (Naz, Ramazan, Dilber ve Eylül) birden fazla düzgün geometrik şekil kullanarak **yarı düzgün** süslemeler oluşturdukları görülmektedir. Öğrencilerden biri (Vedat)de tek bir geometrik şekil (kare) kullanarak **düzgün** bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.1.8.1c). İki öğrenci (Hatice ve Teslime) ise herhangi bir süsleme oluşturamamıştır (Görsel 3.1.8.1g). Örneğin Naz, birkaç süsleme denemesinden sonra düzgün altıgen ve eşkenar üçgenlerle yarı düzgün ve süsleme kodu 6,6,3,3 olan bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.1.8.1a). Ramazan ise başta kare, eşkenar üçgen ve düzgün altıgenlerle 4,3,6,4 süsleme koduna sahip bir süsleme oluştursa da süslemeyi çoğaltırken kareleri kullanmamıştır ve süslemesini 6,3,6,3 süsleme kodunda bir süslemeye dönüştürmüştür (Görsel 3.1.8.1b). Dilber düzgün altıgen ve eşkenar üçgenlerle yarı düzgün ve 6,3,6,3 süsleme koduna sahip bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.1.8.1d). Hatice düzgün altıgen, kare, eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgenlerle hatalı bir denemeden (Görsel 3.1.8.1e) sonra ikizkenar üçgenin yerine iki tane eşkenar üçgen yerleştirerek bir süsleme denemesinde bulunmuş ancak çokgenler arasında boşluk kaldığından süsleme oluşturamamıştır (Görsel 3.1.8.1f). Eylül ise kare, eşkenar üçgen ve düzgün altıgenle süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.1.8.1h).

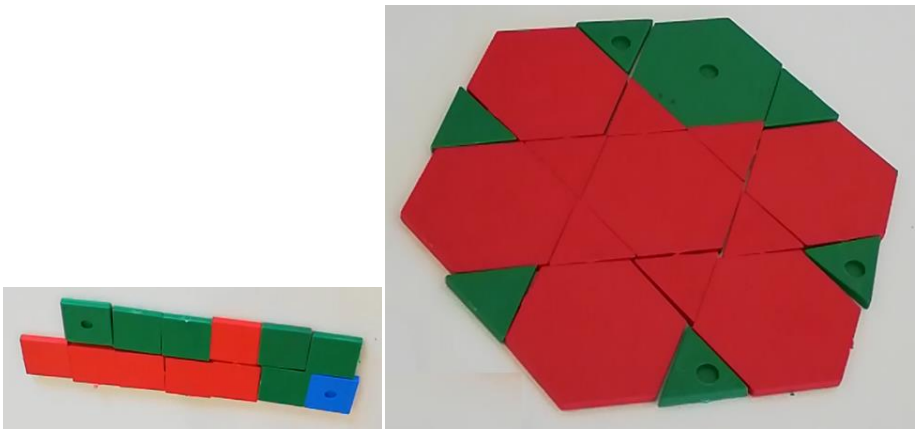
Görsel 3.1.8.1

Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler

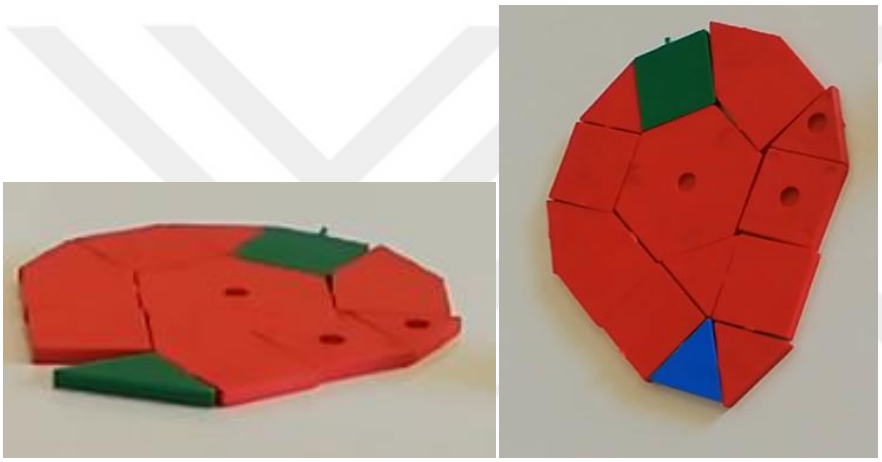


(a) (b)

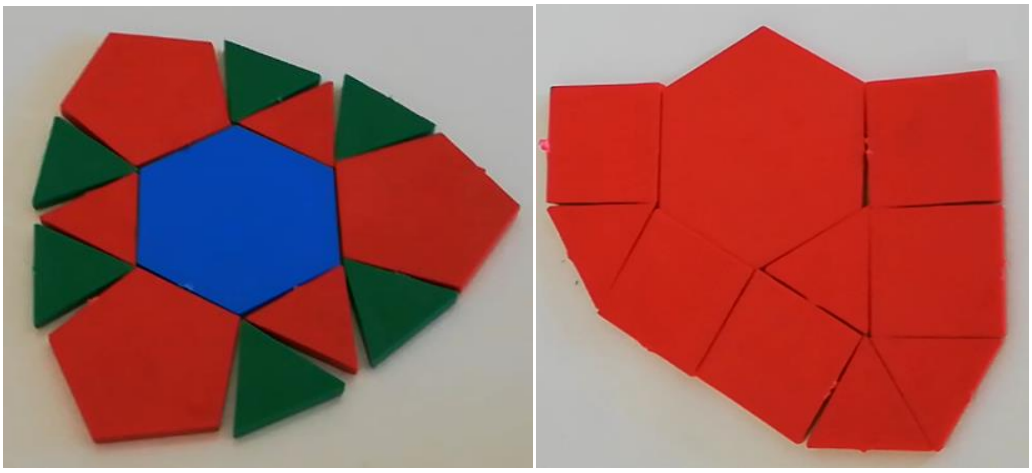
Görsel 3.1.8.1 (Devam)



(c) (d)



(e) (f)



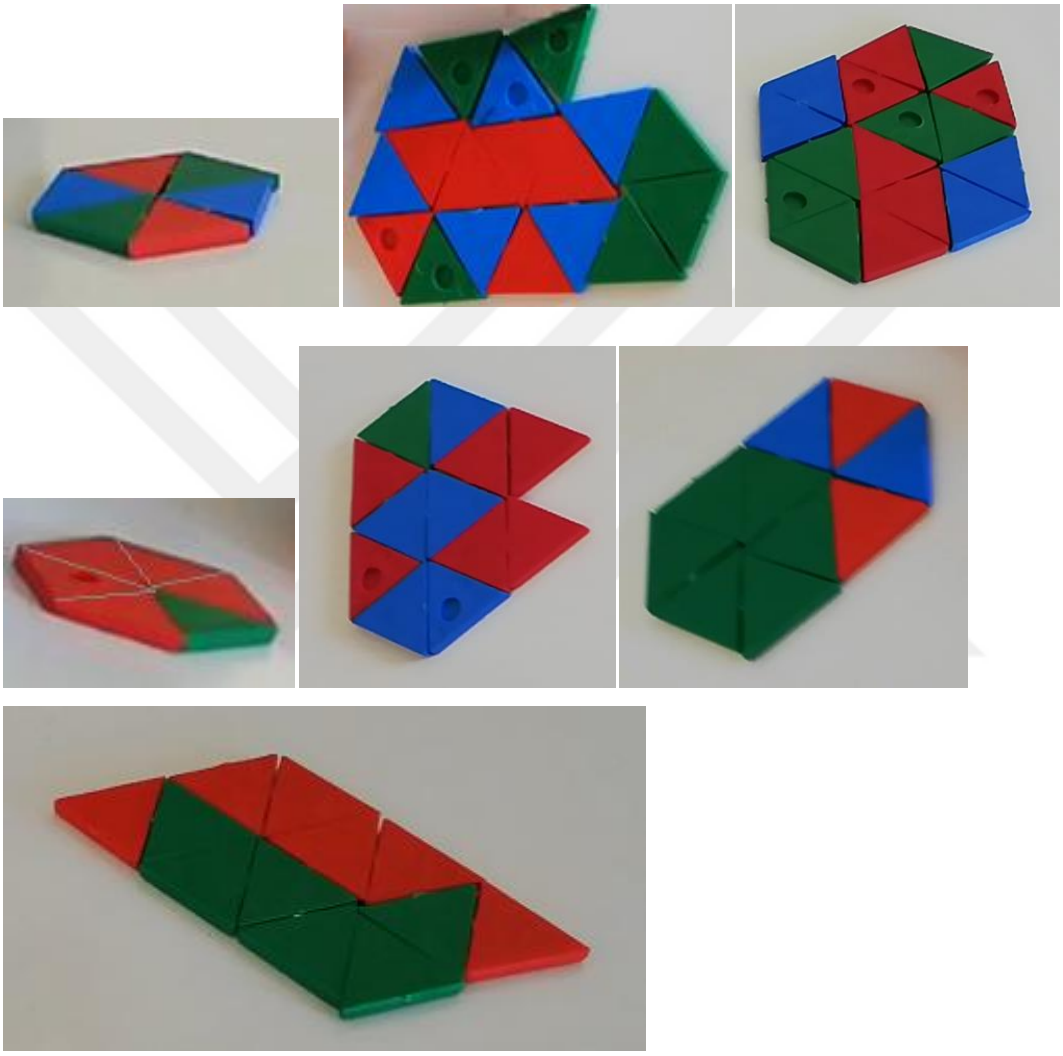
(g) (h)

Tablo 3.1.13 incelendiğinde odak öğrencilerin tümünün sadece eşkenar üçgenlerle (Görsel 3.1.8.2) ve sadece düzgün altıgenlerle (Görsel 3.1.8.3) süsleme oluşturdukları

görülmektedir. Yine odak öğrencilerin tümü sadece düzgün beşgenlerle bir süsleme oluşturulamayacağını deneyerek görmüşlerdir.

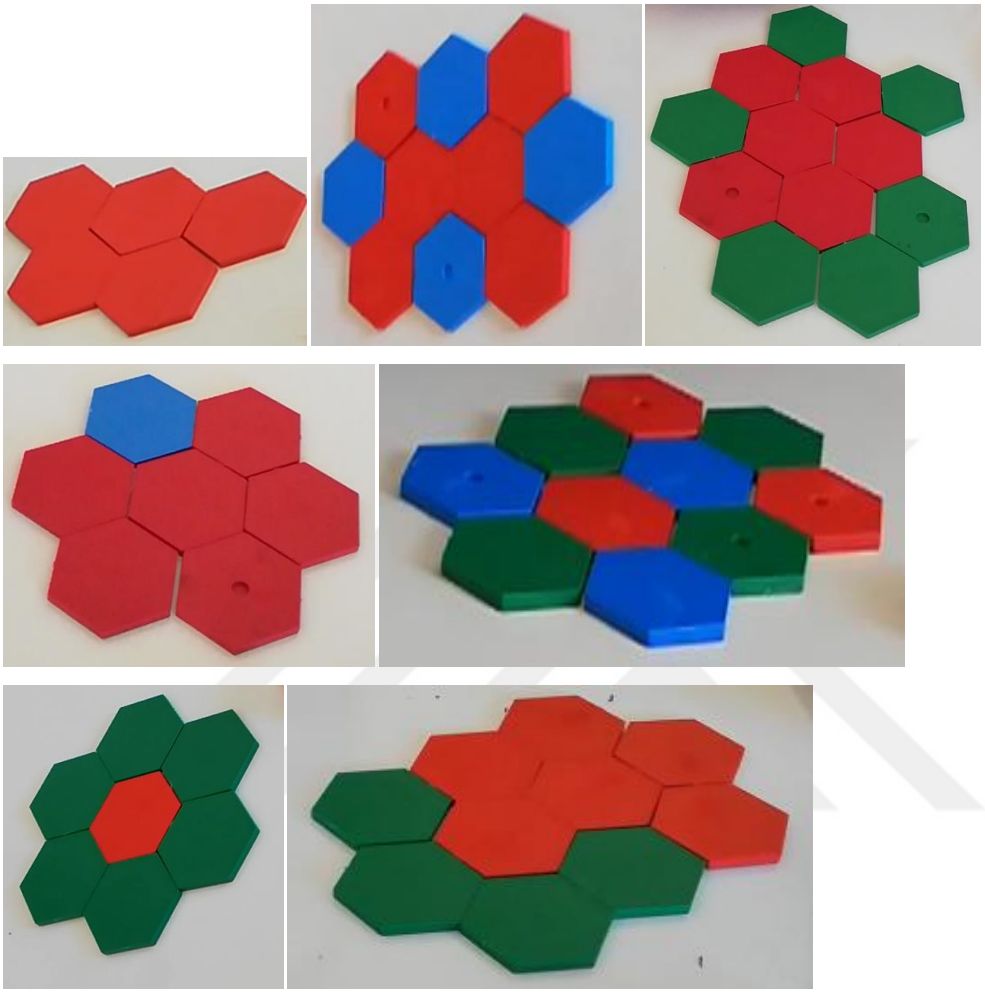
Görsel 3.1.8.2

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Eşkenar Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler



Görsel 3.1.8.3

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgen Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler



Araştırmacı ile Naz arasında, **örüntü blokları ile süsleme oluşturma** hakkında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Elimizde eşkenar üçgen, dik üçgen, kare, düzgün beşgen, düzgün altıgen, düzgün sekizgenden, vs. istediğiniz kadar var. Bu çokgenleri kullanarak süsleme yapmanı istiyorum. Süslemenin ne demek olduğunu genel olarak biliyorsunuz diye düşünüyorum.

Naz **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** Süsleme derken yüzey kaplayacağız. Mesela şurada (masanın üstünü göstererek) bir yüzey var. Burada bir süsleme yapmanı istesem şu malzemeleri (düzgün çokgenlerden oluşan örüntü blokları) kullanarak. Hangisini ya da hangilerini seçersin? Nasıl bir süsleme yaparsın? Bana bir denemesini yapar mısın? Zaten sınıf ortamında örüntü blokları ile oynuyordunuz. Görüyordum sizi. Senden benzer bir örnek süsleme yapmanı istiyorum. Bir yüzey

kaplayacağız biz. Sanki biz bir fayans ustasıyız. Bizim bunlar (örüntü blokları) fayanslarımız gibi düşün. Biz bir duvarı kaplayacağız. Nasıl bir kaplama yaparsın?

Naz **:** (Kareyi aldı. Etrafına 4 eşkenar üçgeni yerleştirdi. Sonra düzgün altıgen alıp süslemeye devam etmek istedi.) Tam olmuyor galiba hocam.

Araştırmacı **:** Sanki tam olmuyor arada boşluk kalıyor gibi.

Naz **:** (Düzgün altıgeni çıkardı bu kez düzgün beşgeni koydu.) Bu da olmuyor. (Sonra düzgün beşgeni de çıkardı. Karenin etrafındaki eşkenar üçgenleri de çıkardı.)

Araştırmacı **:** Aynı malzemelerle de farklı malzemelerle de (süsleme) olabilir. Buna sen karar vereceksin.

Naz **:** (Kareyi de çıkardı. Bu kez düzgün beşgeni aldı. Etrafını 5 tane kare ile tamamladı. Karelerin aralarına da eşkenar üçgenler doldurmak istedi. Denemesini yaptı. Ancak yine arada boşluk kaldığını gördü. Eşkenar üçgeni çıkardı. Bu kez eşkenar üçgenleri karelerin dışta kalan kenarlarıyla kesişecek şekilde yerleştirdi.) Çok değişik bir şey oldu hocam.

Araştırmacı **:** Değişik bir şey oldu ama biz bununla bir duvarı kaplayabilir miyiz? Bir şey oluşturduk ama aralarını nasıl kaplayacağız? Aralarını nasıl doldurursun?

Naz **:** (Tekrardan bir eşkenar üçgen aldı.)

Araştırmacı **:** Elimizdeki örüntü blokları malzemeleri ile araları doldurulabilir mi?

Naz **:** Eşkenar üçgenlerle yine tam olmuyor hocam.

Araştırmacı **:** Tam olmuyor (boşluk kalıyor). Orada bazı değişikliler yapmak gerekiyor sanırım. Neyi değiştirelim?

Naz **:** Hepsini. (Süsleme denemesindeki çokgenleri çıkarttı. Sadece düzgün beşgeni bıraktı. Yanına bir düzgün beşgen sonra bir düzgün beşgen daha ekledi.

Araştırmacı **:** Bu benim sorularımdan birisi idi. Sadece düzgün beşgenlerle süsleme oluşturulabilir mi?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Aralarında boşluk kalıyor mu?

Naz **:** Evet kalıyor.

Araştırmacı **:** O zaman süsleme olur mu?

Naz **:** Hayır olmuyor.

Araştırmacı **:** Yani sadece düzgün beşgenler süsleme oluşturulamaz değil mi?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Başka ne yapalım?

Naz **:** Altıgenle yapalım hocam.

Araştırmacı **:** Hadi o zaman sadece düzgün altıgenlerle süsleme oluşturulur mu bakalım.

Naz **:**(Önce iki tane altıgeni yan yana getirdi. Sonra üçüncü altıgeni üstüne yerleştirdi.) Oluyor hocam altıgenle.

Araştırmacı **:** Tamam altıgenlerle oluyor. Olmasının nedeni ne? Beşgen ile altıgen arasındaki fark ne acaba?

Naz **:** Ne olabilir hocam?

Araştırmacı **:** Beşgenlerle süsleme olmadı. Ama altıgenlerle süsleme oldu. Bunun nedeni ne acaba? Beşgenin nesiyle altıgenin nesiyle alakalı olabilir?

Naz **:** Kenar sayılarıyla.

Araştırmacı **:** Kenar sayısı kaç olursa süsleme olur kaç olmazsa süsleme olmaz? Nasıl düşüneceğiz biraz açıklar mısın? Yani düzgün altıgen ile süsleme oluşturulabiliyor. Ama düzgün beşgenlerle süsleme oluşturulmuyor. Çünkü aralarında boşluklar kalıyor. Bunu nedeni ne acaba?

Naz **:** (Açıklayamadı) (Soruyu okudu) Hocam eşkenar üçgenlerle diyor.

Araştırmacı **:** Tamam hadi eşkenar üçgenlerle süsleme yapmayı deneyelim.

Naz **:** Oluyor hocam onlarla. Hatta altıgen yapmıştık. (Kırmızı eşkenar üçgenin karşısına kırmızı, mavi eşkenar üçgenin karşısına mavi, yeşil eşkenar üçgenin karşısına yeşil eşkenar üçgen gelecek şekilde bir düzgün altıgen oluşturdu.)

Araştırmacı **:** Tamam. Şimdi gelelim biz kendi süslememize. Nasıl bir süsleme tasarlayabiliriz? Birkaç deneme yaptık onlar olmadı. Hangi çokgenleri seçerek başlayalım.

Naz **:** Altıgen seçeriz hocam. (Altıgenin yanına düzgün beşgeni yerleştirdi. Sonra bir altıgen daha ekledi. Olmadığını gördü. Beşgeni kenara ayırdı.)

Araştırmacı **:** Beşgen?

Naz **:** Beşgen olmuyor hocam.

Araştırmacı **:** Tamam.

Naz **:** (İki düzgün altıgeni bir kenarından kesiştirdi. Sonra altıgenlerin aralarına ikişer eşkenar üçgen yerleştirdi. Bir süsleme oluşturdu.) (Görsel 3.1.8.9a).

Araştırmacı **:** Tamam güzel. Şimdi bu süslemeyi çoğaltmanı istiyorum. Sağa doğru sola doğru çoğalt. Farklı renkte malzemeleri de kullanabilirsin.

Naz **:** (Düzgün altıgenlerin yanına iki tane daha altıgen yerleştirdi. Sonra da aralarına ikişer eşkenar üçgenleri yerleştirdi.) (Görsel 3.1.8.9b).

Araştırmacı **:** Süslemenin alt tarafı nasıl devam eder?

Naz **:** (Süslemenin alt kısımlarını da benzer şekilde tamamladı.) Üçgen bitti hocam (Görsel 3.1.8.9c).

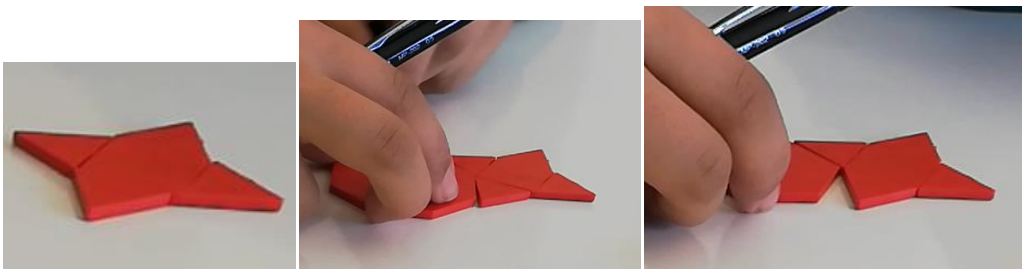
Araştırmacı **:** Tamam güzel. Nasıl bir süsleme yapacağını anladım. Teşekkür ederim.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, başlangıçta Naz'ın örüntü bloklarını kullanarak bir süsleme oluşturamadığı görülmektedir. Naz ilk süsleme denemesinde bir karenin etrafına eşkenar üçgenleri yerleştirmiştir (Görsel 3.1.8.4a). Ardından eşkenar üçgenlerin aralarına düzgün altıgen yerleştirmek istemiştir (Görsel 3.1.8.4b). Çokgenlerin arasında boşluk kaldığını gören Naz altıgenin yerine düzgün

beşgeni koymayı denemiştir (Görsel 3.1.8.4c). Naz daha sonra bu süsleme denemesinden vazgeçmiştir.

Görsel 3.1.8.4

Naz'ın Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Birinci Süsleme Denemesinden Örnekler

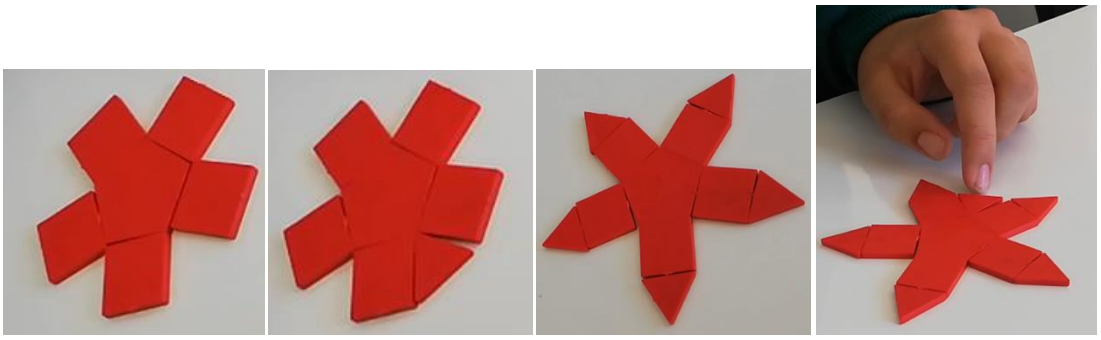


(a) (b) (c)

Naz ikinci süsleme denemesine düzgün beşgenle başlamıştır. Beşgenin etrafına beş tane kare yerleştirmiştir (Görsel 3.1.8.5a). Ardından karelerin aralarına eşkenar üçgen yerleştirmek istemiştir (Görsel 3.1.8.5b). Çokgenlerin arasında boşluk kaldığını gören Naz eşkenar üçgenleri karelerin dışta kalan kenarlarıyla kesişecek şekilde yerleştirmiştir (Görsel 3.1.8.5c). Naz'ın "çok değişik bir şey oldu" diye ifade ettiği şekildeki aralarındaki boşlukları doldurmak için eşkenar üçgenleri kullanmıştır (Görsel 3.1.8.5d). Çokgenler arasında yine boşluklar kaldığını fark eden Naz "tam olmuyor" diyerek bu süsleme denemesinden de vazgeçmiştir.

Görsel 3.1.8.5

Naz'ın Örüntü Blokları ile Oluşturduğu İkinci Süsleme Denemesinden Örnekler



(a) (b) (c) (d)

Naz daha sonra düzgün beşgenlerle süsleme oluşturmaya çalışırken araştırmacı tarafından diğer soruya (sadece düzgün beşgenlerle süsleme oluşur mu?) yönlendirilmiştir. Naz sadece düzgün beşgenlerle süsleme oluşmayacağını aralarında boşluk kalacağını deneyerek görmüştür (Görsel 3.1.8.6).

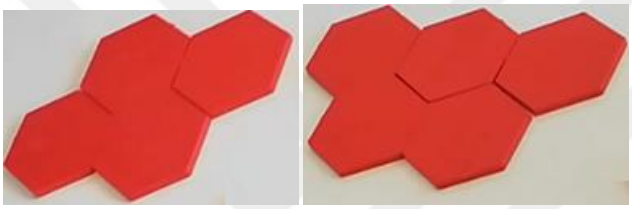
Görsel 3.1.8.6

Naz'ın Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Üçüncü Süsleme Denemesi

Naz düzgün altıgenlerle süsleme oluşturma ile ilgili örüntü blokları aracılığıyla Görsel 3.1.8.7'teki gibi deneme yapmış ve sadece düzgün altıgenlerle süsleme oluşturulabileceğini görmüştür.

Görsel 3.1.8.7

Naz'ın Düzgün Altıgenlerle Oluşturduğu Süsleme Örneği

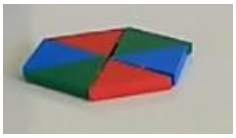


Araştırmacı daha sonra Naz'a "düzgün beşgenlerle süsleme oluşturamazken neden düzgün altıgenlerle süsleme oluşturabiliyoruz?" diye sormuş Naz "kenarlarından dolayı" demiştir. Ama bu cevabını açıklayamamıştır. Naz süslemedeki bir köşenin etrafındaki çokgenlerin iç açılarının toplamının 360° olması gerektiğini fark etmemiştir. Yani Naz süslemelerdeki açı ilişkisini bilmemektedir.

Naz sadece eşkenar üçgenlerle süsleme oluşturma ile ilgili "Oluyor hocam onlarla. Hatta altıgen yapmıştık" demiştir. Ardından da örüntü blokları aracılığıyla Görsel 3.1.8.8'daki gibi bir deneme yapmış ve sadece eşkenar üçgenlerle süsleme oluşturulabileceğini göstermiştir. Eşkenar üçgenlerle süsleme yaparken üçgenlerin renklerindeki uyum dikkat çekicidir.

Görsel 3.1.8.8

Naz'ın Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Süsleme



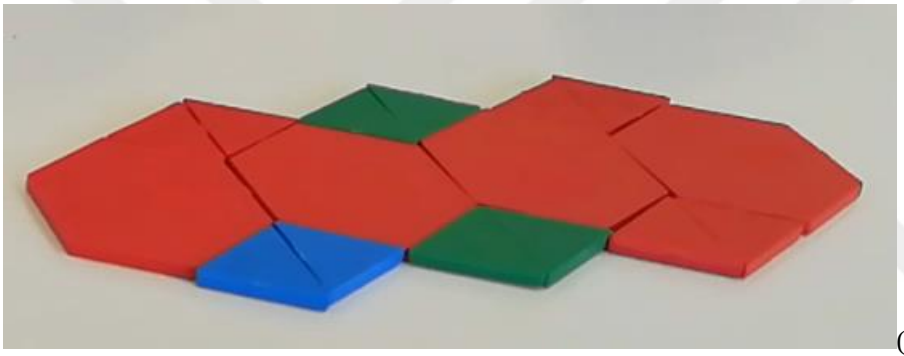
Son olarak Naz kendisinin oluşturacağı süslemesi için bu kez düzgün altıgeni seçmiştir. Ardından bir düzgün beşgen ve bir düzgün altıgen daha seçmiş süsleme oluşturmayı

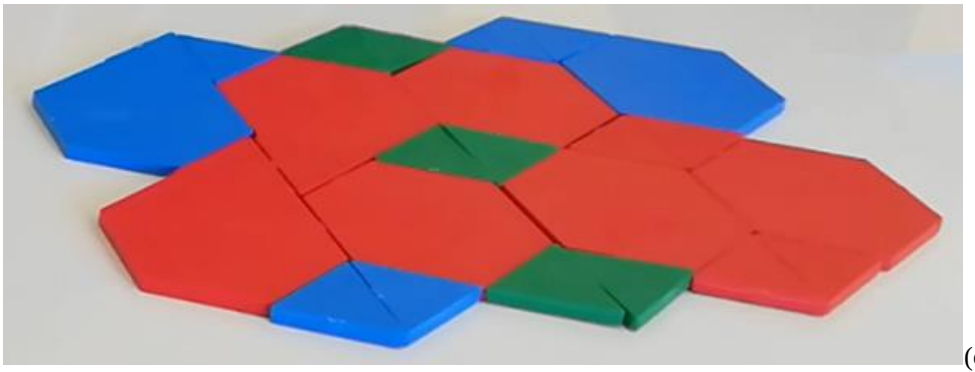
denemiştir. Süsleme olmayacağını anlamış “beşgenle olmuyor” demiştir. Ardından iki düzgün altıgen ile eşkenar üçgenleri kullanarak Görsel 3.1.8.9a’daki gibi bir süsleme oluşturmuştur. Daha sonrasında süslemeyi sağa doğru Görsel 3.1.8.9b’de gösterildiği gibi çoğaltmıştır. En sonunda süslemeyi aşağıya doğru Görsel 3.1.8.9c’degösterildiği gibi çoğaltmıştır. Naz’ın oluşturduğu süsleme incelendiğinde, süslemenin çok tipli, 6,6,3,3 süsleme koduna sahip yarı düzgün bir süsleme oluşturduğu görülmektedir.

Görsel 3.1.8.9

Naz’ın Örüntü blokları ile Oluşturduğu Üçüncü Süsleme Denemesinden Resimler

(a)

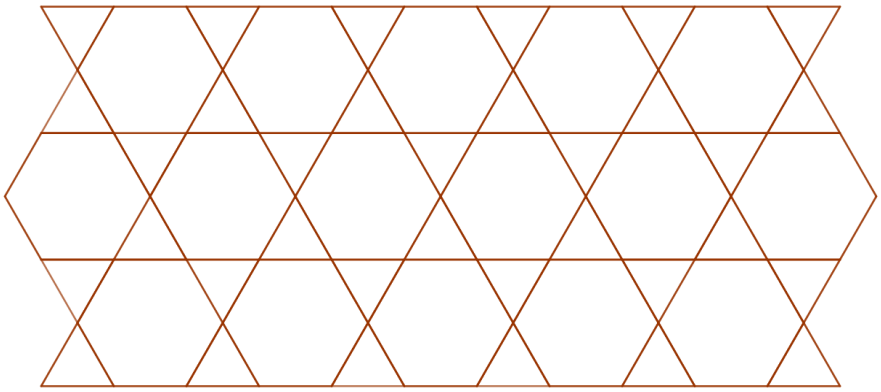

(b)


(c)

Süslemelerle ilgili ikinci aşamada öğrencilere Görsel 3.1.8.10’deki süsleme fotoğrafı inceletilmiş ve öğrencilere süsleme ile ilgili sorular sorulmuştur.

Görsel 3.1.8.10

Ön Görüşmedeki Periyodik Süsleme Örneği



Odak öğrencilerin **periyodik süsleme** ile ilgili görüşlerinin analizi Tablo 3.1.14'tesunulmuştur.

Tablo 3.1.14

Odak Öğrencilerin Periyodik Süsleme ile İlgili Ön Bilgileri

Periyodik Süsleme Analizi	**Şekil Bilgisi**	**Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, V, D, T, E)**
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (H)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (N, R, H, T, E)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (V, D)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini doğru belirleme (N, R, V)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (D, H)
		Tekrar birimi hakkında bilgisi yok (T, E)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (N, R, V, D, H, T)
		Öteleme ile (N, R, D, T)
		Dönme ile (N, T)
		Dönüşüm Bilgisi Yok (E)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, R, H, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (V, D, T)

Tablo 3.1.14 incelendiğinde bir öğrenci (Hatice) hariç tüm öğrencilerin süslemedeki **şekil bilgisi**nin doğru olduğu görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu süslemede eşkenar üçgen ve düzgün altıgen kullanıldığını söylemişlerdir. Hatice ise süslemede üçgen ve altıgenin kullanıldığını söylemiş ancak çokgenlerin düzgün çokgen olduğunu fark edememiştir. Süslemedeki çokgenlerin **yerleştirme/kaplama biçimi** ile ilgili beş öğrencinin (Naz,

Ramazan, Hatice, Teslime ve Eylül) periyodik bir süsleme olduğuna yönelik görüşler belirttikleri görülmektedir. Bu görüşleri aşağıdaki gibidir:

"N: Örüntülü. Belli bir kurala göre oluşturulan."

"R: Belli bir kurala göre.",

"H: Aynı şeyi tekrarlamış. Örüntü gibi gitmiş."

"T: Düzenli yerleştirilmiş. Yan yana sıralanmış. Örüntülü."

"E: Bir kurala göre yerleştirilmişler. Bir sonraki aşamada neyin geleceği belli."

Öğrenciler süslemedeki periyodiklikle daha önceden karşılaştıkları "örüntü" kavramını eşleştirmişlerdir. Periyodikliği ifade ederken daha çok "örüntülü" demeyi tercih etmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Araştırmacı **:** Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiş? Bir düzen içinde mi? Nasıl?

Teslime **:** Düzenli yerleştirilmiş.

Araştırmacı **:** Düzenliden kastın ne?

Teslime **:** Yan yana sıralanmış. Boşluk kalmamış. Örüntülü.

Araştırmacı **:** Örüntüde sayılar nasıl yerleşir? Belli bir kurala göre. Peki bu süslemede bir kural var mı?

Teslime **:** Orada nasıl aralarında kaç tane sayı varsa burada da şekiller var.

Araştırmacı **:** Bir sonraki aşamada adımda hangi şeklin geleceği belli mi burada?

Teslime **:** Belli.

Araştırmacı **:** Mesela birini inceleyelim. Şurada altıgen var. Altıgenden sonra üçgenler gelmiş.

Teslime **:** Eşkenar üçgen.

Araştırmacı **:** Sonra?

Teslime **:** Bir daha altıgen.

Araştırmacı **:** Sonra?

Teslime **:** Eşkenar üçgen.

Araştırmacı **:** Altıgen eşkenar üçgen, altıgen eşkenar üçgen. Aşağıya doğru gitsek de çapraz gitsek de sağa sola gitsek de hep bir düzen var. Tamam güzel.

Teslime **:** Evet.

Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma incelendiğinde, Teslime süslemedeki çokgenlerin düzenli yerleştirildiğini, bir sonraki adımda hangi şeklin geleceğinin belli olduğunu söylemiştir. Sonuç olarak Teslime süslemedeki periyodikliğin farkındadır.

Yine Tablo 3.1.14 incelendiğinde öğrencilerin üçünün (Naz, Ramazan ve Vedat) süslemedeki **tekrar birimi**ni fark ettikleri söylenebilir. Naz ve Vedat süslemenin tekrar birimini tek bir eşkenar üçgen olarak belirtmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Araştırmacı **: "**Tekrar birimi" diye bir kavramamız var bizim bu süslemelerimizde. Acaba bu süslemenin tekrar eden en küçük parçası ne? Bu süslemeye baktığımızda bunu belirlemek istiyoruz. Bu en küçük parça yansıtılarak, döndürülerek, ötelenerek süslemenin tamamı oluşturulabilir mi acaba? Biz bu en küçük parçaya tekrar birimi diyoruz. Anlatabildim mi bilmiyorum? Ben bu süslemenin tekrar birimini işaretlemeni hatta süslemede üstünü taramanı istiyorum.

Naz **:** (Şeklin sol üst köşesindeki eşkenar üçgeni tekrar birimi olarak taradı) (Görsel 3.1.8.11a).

Araştırmacı **:** Yani ben sadece bu eşkenar üçgeninin şeklini tamamını yapabilirim mi diyorsun?

Naz **:** (Örüntü blokları ile) şekillerle yapayım mı hocam?

Araştırmacı **:** Kâğıt üzerinde gösteremez misin? Tekrar biriminden yola çıkarak biz bu süslemeyi nasıl oluşturabiliriz?

Naz **:** (Seçtiği eşkenar üçgene komşu altıgeni 6 eşkenar üçgene bölerek) Bunların hepsi eşkenar hocam (Görsel 3.1.8.11b).

Araştırmacı **:** Tamam o zaman şu eşkenar üçgeni tekrar birimi dedin. Peki, sence GeoGebra'da sadece bu eşkenar üçgeni çizerek şeklin tamamı oluşturabilir mi?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Tamam güzel.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz süslemenin tamamını tek bir eşkenar üçgenden faydalanarak oluşturabileceğini söylemiştir (Görsel 3.1.8.11a). Süslemedeki altıgeni eşkenar üçgenler yardımıyla nasıl oluşturabileceğini altıgeni merkezinden altı eş parçaya ayırarak açıklamıştır (Görsel 3.1.8.11b). Yani Naz süslemenin tekrar birimini tek bir eşkenar üçgen olarak belirlemiştir.

Görsel 3.1.8.11

Naz'ın Periyodik Süslemedeki Tekrar Birimi Hakkındaki Görüşleri

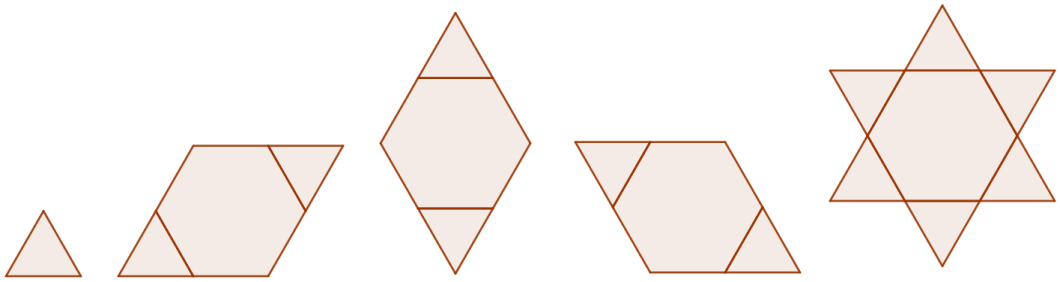
(a)

(b)

Ramazan'ın tekrar birimi ile ilgili görüşü ise "bir altıgen ve iki eşkenar üçgen" şeklindedir (Görsel 3.1.8.10c).

Görsel 3.1.8.10

Odak Öğrencilerin Periyodik Süslemedeki Tekrar Birimi Hakkındaki Görüşleri



(a) (b) (c) (d) (e)

Dilber ve Hatice ise süslemenin tekrar birimini bir altıgen ve etrafındaki altı eşkenar üçgen şeklinde seçmişlerdir (Görsel 3.1.8.10e). Ancak seçilen tekrar birimi ile süsleme oluşmamaktadır. Hatalı bir seçim yapmışlardır.

Süslemenin tekrar birimi ile ilgili Teslime hiçbir şeklin süslemenin tekrar birimi olamayacağını belirtmiş ve Eylül ise tekrar birimini göremediğini söylemiştir.

Süslemenin tekrar birimi ile ilgili öğrencilerin çoğunluğunun kısıtlı bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Öğrencilerin düzgün altıgen ve iki eşkenar üçgen şeklinde seçilebilecek üç farklı tekrar biriminden (Görsel 3.1.8.10b, Görsel 3.1.8.10c ve Görsel 3.1.8.10d) sadece birini Ramazan düşünebilmiştir (Görsel 3.1.8.10c). Hatice ile Naz'ın tekrar birimi (Görsel 3.1.8.10a) doğru olsa da çok kullanışlı değildir.

Yine Tablo 3.1.14 incelendiğinde süsleme oluşumundaki **dönüşüm bilgisi** ile ilgili altı öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice ve Teslime) yansıma ile, dört öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber ve Teslime) öteleme ile ve iki öğrenci (Naz ve Teslime) dönme ile süslemenin oluşturulabileceğini söylemişlerdir. Bir öğrencinin (Eylül) ise dönüşümlerle ilgili bilgisi bulunmamaktadır.

Araştırmacı ile Naz arasında, süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki tekrar birimi dediğin eşkenar üçgenden faydalanarak süslemeyi nasıl oluşturabilirsin? Hangi dönüşümleri kullanman gerekir? Yansıma mı, öteleme mi, döndürme mi?

Naz **:** (Cevap yok)

Araştırmacı **:** (Tekrar birimi diye işaretlediği eşkenar üçgeni) Şunu GeoGebra'da çizdik diyelim. Bundan faydalanarak altındaki üçgeni nasıl oluşturabiliriz?

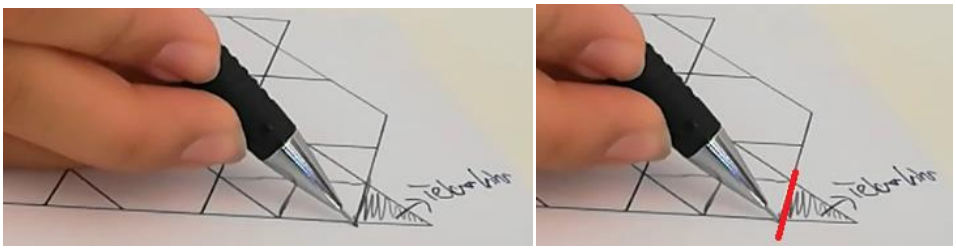
Naz **:** Yansıma ile hocam.

Araştırmacı **:** Neye göre yansıtacağız?

Naz **:** Şu çizgiye göre (eşkenar üçgenin bir kenarından geçen yansıma doğrusunu çizdi) (Görsel 3.1.8.11).

Görsel 3.1.8.11

Naz'ın Yatay Doğruya Göre Yansıtma ile İlgili Çizimleri



Araştırmacı **:** "Doğruda yansıt" aracını kullanacağız o zaman. Güzel. Şunu (altıgenin içerisindeki bir diğer eşkenar üçgeni) nasıl oluşturabiliriz?

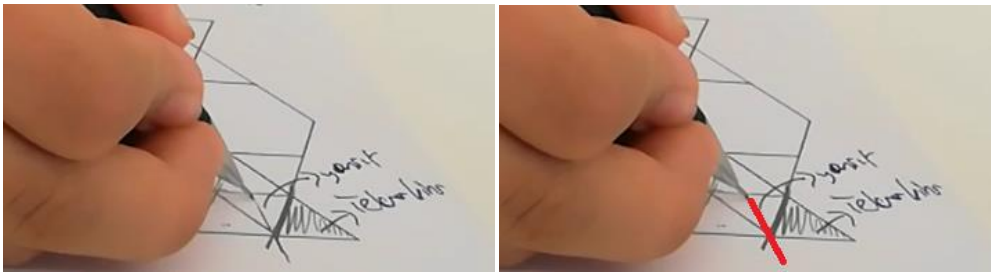
Naz **:** O da yansıma ile olur hocam.

Araştırmacı **:** Nasıl olacak?

Naz **:** (Dik bir yansıma doğrusu çizdi) şöyle yansıttığımızda (Görsel 3.1.8.12).

Görsel 3.1.8.12

Naz'ın Dikey Doğruya Göre Yansıtma ile İlgili Çizimleri



Araştırmacı : **“**Dik bir doğru belirleriz. Ona göre yansıtırız” diyorsun.

Naz : Evet.

Araştırmacı : Peki bunun (son yansıttığı eşkenar üçgenin) şekli değişmiş oluyor mu? Yansıttığımızda şekli değişmiş oluyor mu?

Naz : Hayır.

Araştırmacı :O zaman yansımada bu şekil değişmiş olmuyor. Yansıma haricinde başka dönüşümlerle bu şekli (en son yansıttığı eşkenar üçgeni) oluşturabilir miyiz?

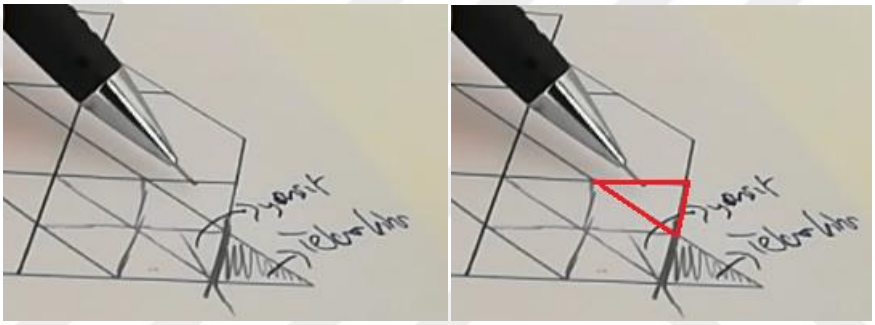
Naz : Öteleme.

Araştırmacı : Yansıma ile oluyor. Öteleme ile de oluyor. Güzel.

Naz : Döndürmede şu (tekrar birimi diye belirlediği eşkenar üçgenin altındaki üçgeni gösterdi) (Görsel 3.1.8.13).

Görsel 3.1.8.13

Naz'ın Noktaya Göre Döndürme ile İlgili Çizimleri



Araştırmacı : Mesela bunu (tekrar birimi eşkenar üçgeni) nasıl döndürürüz?

Naz : Nasıl yani hocam?

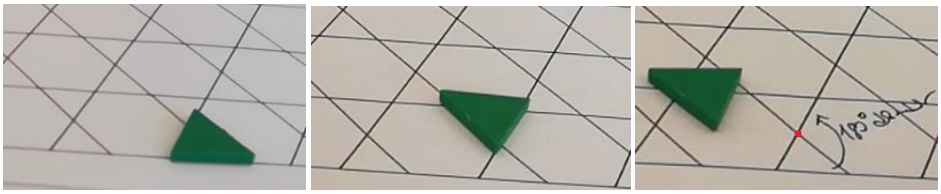
Araştırmacı : (Tekrar birimini) Bunu nasıl döndürerek şunu (aşağısındaki eşkenar üçgeni) oluşturacağız? Döndüreceğiz dedin ya, kaç derecelik açı ile döndüreceğiz? Açıyı bir kenara bırakalım şimdi. Nereye göre döndüreceğiz?

Naz :90° herhalde. Yok 180°.

Araştırmacı : (Somut materyal yani örüntü bloklarından bir eşkenar üçgen aldı) Mesela bu üçgeni nasıl döndürürsek aşağıdaki üçgen oluşur? (Görsel 3.1.8.14a).

Görsel 3.1.8.14

Naz'ın Örüntü Blokları Yardımıyla Döndürme Dönüşümü Gösterimi



(a) (b) (c)

Naz : 180°olacak.

Araştırmacı : Nasıl döndüreceğiz? Gösterebilir misin?

Naz : (Eşkenar üçgeni aldı ve noktaya göre180°döndürdü) (Görsel 3.1.8.14b).

Araştırmacı : Bunda “180°döndür” yapılır dedin. Tamam, güzel (Görsel 3.1.8.14c).

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, süslemenin tekrar birimini küçük bir eşkenar üçgen olarak belirleyen Naz, bu tekrar biriminden yola çıkarak yatay doğruya göre yansıtma (Görsel 3.1.8.12), dikey doğruya göre yansıtma (Görsel 3.1.8.13), noktaya göre döndürme (Görsel 3.1.8.14) ve öteleme dönüşümleri ile süslemenin oluşturulabileceğini düşünmektedir. Bu düşüncesini süsleme üzerinde örneklerle açıklayabilmiştir. Dönme dönüşümünde açının 180°olması gerektiğini de sözlerine eklemiştir. Naz'ın süsleme oluşumundaki gerekli dönüşümlerin farkında olduğu ve ilgili dönüşümleri uygulayabildiği söylenebilir.

Süslemedeki dönüşümlerle ilgili Ramazan'ın çeşitli görüşleri olsa da bunları süsleme üzerinde gösterememiş ve açıklayamamıştır. Ramazan'ın Araştırmacı ile olan konuşması aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Peki ben bu parçayı tekrar birimi kabul etsem yanındaki altındaki üstündeki benzer parçaları hangi dönüşümlerle oluşturabilirim? Yansımayı kullanarak oluşturabilir miyim?

Ramazan **:** Evet.

Araştırmacı **:** Öteleme?

Ramazan **:** Olur hocam.

Araştırmacı **:** Bunu (tekrar birimini) öteleyerek diğerlerini oluşturabilir miyim?

Ramazan **:** Evet olur.

Araştırmacı **:** Peki döndürerek olur mu?

Ramazan **:** Döndürsek değişmez ki hocam.

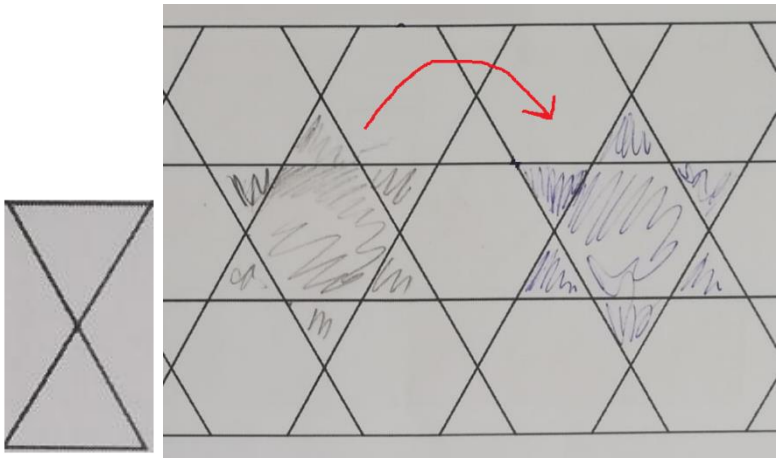
Araştırmacı **:** Döndürerek derken kendi etrafında diye düşünme. Bir nokta etrafında da döndürme olabilir.

Ramazan **:** (Tereddüt etti. Cevap veremedi.)

Süslemedeki dönüşümlerle ilgili Vedat ve Dilber'in birkaç örnek verdikleri, ancak dönüşümler konusunda tereddütlü görüşler belirtmişlerdir. Örneğin Vedat, süslemedeki alt alta olan iki eşkenar üçgen için yansıma dönüşümü ile şeklin oluşturulabileceğini söylemiştir (Görsel 3.1.8.15a). Döndürme ve öteleme ile de süslemenin oluşturulabileceğini söyleyen Vedat bu konuda açıklama yapamamıştır. Dilber ise süslemeyi hatalı belirlediği tekrar birimi üzerinden örneklendirmiştir (Görsel 3.1.8.15b). Bu tekrar birimini yansıtarak süslemeyi oluşturabileceğini düşünen Dilber, aynı tekrar biriminin ötelenerek ve döndürülerek de çoğaltılabileceğini söylemiştir. Ancak en sonunda bu dönüşümler sonunda arada boşluklar kaldığını fark etmiş ve belirttiği dönüşümlerle süslemenin oluşmayacağını anlamıştır.

Görsel 3.1.8.15

Vedat ve Dilber'in Süsleme Oluşundaki Dönüşümler Hakkındaki Çizimleri



(a) (b)

Dilber ile aynı tekrar birimini seçen Hatice de dönüşümlerle ilgili süslemenin sadece yansıma ile oluşturulabileceğini, öteleme ile oluşturulamayacağını, döndürme ile oluşturulup oluşturulamayacağı konusunda fikrinin olmadığını belirtmiştir. Seçtiği tekrar biriminde ve belirttiği dönüşümde bir hata olduğunu fark eden Hatice "Sanki şekil bir ara bozulacak gibi geldi de" diyerek tereddüdünü ifade etmiştir.

Araştırmacı ile Teslime arasında da süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki bu süsleme oluşturulurken dönüşümlerden yansıma, öteleme, döndürme kullanılmış mıdır acaba?

Teslime **:** Evet. Yansıma.

Araştırmacı **:** Mesela hangisi gösterir misin?

Teslime **:** Şu ile şu (iki eşkenar üçgen ve altıgenin birini sonra yanındaki iki eşkenar üçgen ve altıgeni gösterdi) (Görsel 3.1.8.16a). Buraya yanına. Olmuyor ki.

Araştırmacı **:** Tekrar birimini anladın mı? Biz acaba bu şekillerden hangisini seçersek tekrar birimini yansıtarak, döndürerek, öteleyerek süslemeyi oluşturabiliriz? Biz GeoGebra'da tekrar birimini çizeceğiz sonra bunu yansıtarak, döndürerek, öteleyerek süslemeyi oluşturacağız. O ilk çizeceğiz şekil ne olmalı? Biz ona tekrar birimi diyoruz işte.

Teslime **:** Hocam şu üçgen olsa (Görsel 3.1.8.16b)?

Araştırmacı **:** Ama şu üçgen dersek aynısı yukarısındaki üçgende de var. Çakışmış oluyor.

Teslime **:** Şu ikisi var diyeceğim de?

Araştırmacı **:** Tamamdır sıkıntı yok. Peki, bu işlem yapılırken hangi dönüşümler yansıma öteleme döndürme hangileri kullanılmış olabilir?

Teslime **:** Yansıma.

Araştırmacı **:** Öteleme olur mu?

Teslime **:** Olur.

Araştırmacı **:** Nasıl?

Teslime **:** Burada kaç birim varsa burada da olur.

Araştırmacı **:** Aynısını buraya öteleyerek olur diyorsun. Peki, döndürme olur mu? Döndürerek de bu şekiller oluşur mu?

Teslime **:** Oluşmaz bence.

Araştırmacı **:** Tamam.

Teslime **:** Bunu (eşkenar üçgeni) döndürürsek aynısı olur.

Araştırmacı **:** Tamam dönünce oluyor mu yani?

Teslime **:** Evet.

Araştırmacı **:** Yani bu şekli (eşkenar üçgeni) döndürerek bu şekli (üstündeki eşkenar üçgeni) oluşturabilir miyiz? Hangi noktadan, hangi köşeden, hangi kenardan?

Teslime **:** Buradan döndürürsek (Görsel 3.1.8.16c).

Araştırmacı **:** O zaman bu şekli buradan döndürürsek şu üstündeki şekil oluşur diyorsun. O zaman döndürme de oluyor mu?

Teslime **:** Evet.

Görsel 3.1.8.16

Teslime'nin Süsleme Oluşundaki Dönüşümler Hakkındaki Açıklamaları

(a) (b) (c)

Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma incelendiğinde, süslemenin tekrar birimini doğru seçemeyen Teslime'nin dönüşümlerle ilgili hatalı görüşler belirttiği görülmektedir. Tekrar birimini doğru seçemeyen Teslime yine de süsleme oluşumundaki dönüşümleri yansıma, öteleme ve döndürme şeklinde belirtmiştir. Süslemede yansıma ve ötelemeye uygun örnek veremeyen Teslime döndürmeye örnek verebilmiştir. Küçük eşkenar üçgenin noktaya göre döndürme ile çoğaltılabileceğini göstermiştir (Görsel 3.1.8.16c).

Öğrencilerin çoğunluğunun süsleme oluşumundaki dönüşümler konusunda kısıtlı bilgiye sahip oldukları ve belirttikleri dönüşümlere örnek veremedikleri ezbere görüş bildirdikleri söylenebilir.

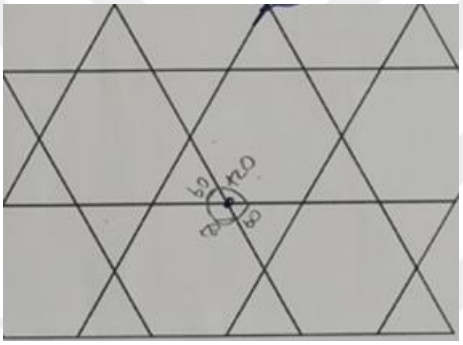
Tablo 3.1.14 incelendiğinde öğrencilerin süsleme oluşumundaki **açı bilgisi** ile ilgili olarak dört öğrenci (Naz, Ramazan, Hatice ve Eylül) süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları doğru hesaplamışlardır. Üç öğrenci ise (Vedat, Dilber ve Teslime) süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları eksik hesaplamıştır. Örneğin Naz ile Araştırmacı arasındaki konuşma aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Son olarak süslemede bir nokta belirlemek istiyorum. Mesela şu noktanın etrafındaki çokgenlerin açılarının ölçülerini belirler misin bana?

Naz **:**(Önce altıgenin açısını 120°, sonra yanındaki eşkenar üçgenin açısını 60°, sonra 120° sonra 60° yazdı) (Görsel 3.1.8.17).

Görsel 3.1.8.17

Naz'ın Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açıların Ölçüleri Hakkındaki Görüşü



Araştırmacı **:** Güzel. Peki, burası toplam kaç derece oldu?

Naz **:** 360° oldu.

Araştırmacı **:** Teşekkür ederim.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları Naz'ın kolaylıkla hesapladığı görülmektedir. Ayrıca Naz süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıların ölçülerinin toplamının 360°olduğunu bilmektedir.

Araştırmacı ile Dilber arasında da süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açılarla ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Son olarak süslemede çokgenlerin kesiştiği bir noktayı seçmeni istiyorum.

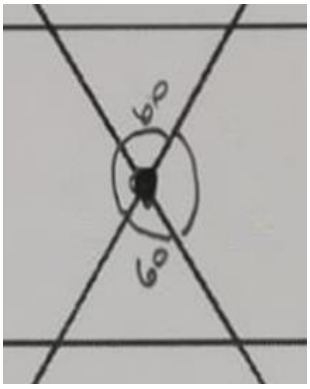
Dilber **:** (Süslemede bir köşe noktası belirledi).

Araştırmacı **:**O noktanın etrafındaki açıların ölçülerini bana söyleyebilir misin? Orada hangi açı var kaç derece?

Dilber **:** 60. Şöyle. 60.

Görsel 3.1.8.18

Dilber'in Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açıların Ölçüleri Hakkındaki Görüşü



Araştırmacı **:** Niye 60 yazdın oraya?

Dilber **:** Bunların ikisi de aynı.

Araştırmacı **:** Hangi çokgenlerin açıları?

Dilber **:** Üçgenin.

Araştırmacı **:** Üçgen nasıl bir üçgendi?

Dilber **:** Eşkenar.

Araştırmacı **:** Eşkenar üçgenin bir açısı60°olduğu için 60 yazdın. Peki, altıgenin açıları kaç derecedir?

Dilber **:** Altıgenin 620 idi sanırım. Tam hatırlamıyorum.

Araştırmacı **:** 720

Dilber **:** Burayı bölünce orası kaç olur hatırlamıyorum.

Araştırmacı **:** 620 mi 720 mi bu ne? Toplamları mı?

Dilber **:** Bütün kenarları. Evet. Onu 6'ya böldüğümüzde bir kenarını buluyoruz.

Araştırmacı **:** 620 ya da 720'yi 6'ya bölünce açıyı bulabiliriz dedin ama hangisi hatırlayamadın sanırım.

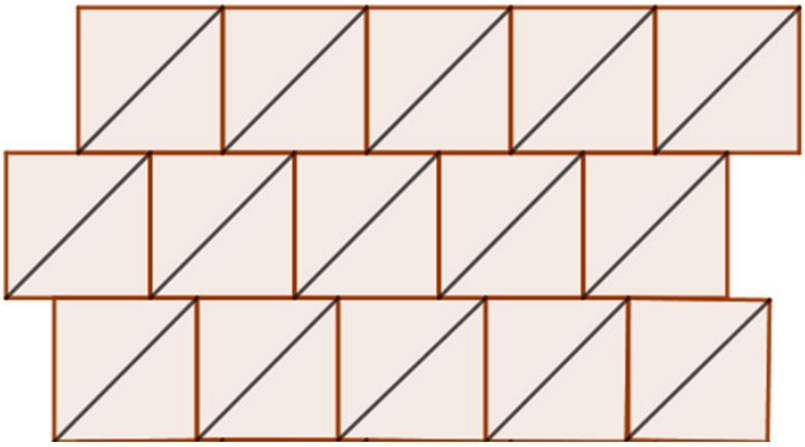
Dilber **:** Evet hatırlayamadım.

Araştırmacı ile Dilber arasında geçen konuşma incelendiğinde, süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıların ölçülerini Dilber'in eksik hesapladığı görülmektedir. Dilber eşkenar üçgenin iç açısının ölçüsünü hesaplarken, düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünü hesaplayamamıştır.

Süslemelerle ilgili üçüncü aşamada öğrencilere Görsel 3.1.8.10'daki süsleme fotoğrafı inceletilmiş ve öğrencilere süsleme ile ilgili sorular sorulmuştur.

Görsel 3.1.8.19

Ön Görüşmedeki Periyodik Olmayan Süsleme Örneği



Odak öğrencilerin **periyodik olmayan süsleme** ile ilgili görüşlerinin analizi Tablo 3.1.15'te sunulmuştur.

Tablo 3.1.15

Odak Öğrencilerin Periyodik Olmayan Süsleme ile İlgili Ön Bilgileri

Periyodik Olmayan Süsleme Analizi	Şekil Bilgisi	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (V, H)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (N)
		Periyodik olmayan (R)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (V, D, H, T, E)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini doğru belirleme (N, R, V, D, H, T, E)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (-)
		Tekrar birimi hakkında bilgisi yok (-)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (N, R, V, D, H, T, E)
		Öteleme ile (N, D, E)
		Dönme ile (N, V, D, E)
		Dönüşüm Bilgisi Yok (-)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, R, H, T)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (V, D, E)

Tablo 3.1.15 incelendiğinde iki öğrenci (Vedat ve Hatice) hariç tüm öğrencilerin süslemedeki **şekil bilgisi**nin yeterli olduğu görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu süslemede ikizkenar dik üçgenin kullanıldığını söylemişlerdir. Ancak Vedat ile Hatice süslemede üçgen kullanıldığını söylemişler ancak ikizkenar dik üçgen olduğunu fark

edememişlerdir. Öğrencilerin tümü süslemede düzgün olmayan çokgenin kullanıldığını söylemişlerdir.

Tablo 3.1.15'e göre süslemedeki çokgenlerin **yerleştirme/kaplama biçimi** ile ilgili bir öğrenci (Ramazan) periyodik olmayan bir süsleme olduğuna yönelik görüş belirtmiştir. Bu görüşe ise bir önceki sorudaki süslemeyi karşılaştırarak karar vermiştir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma şu şekildedir:

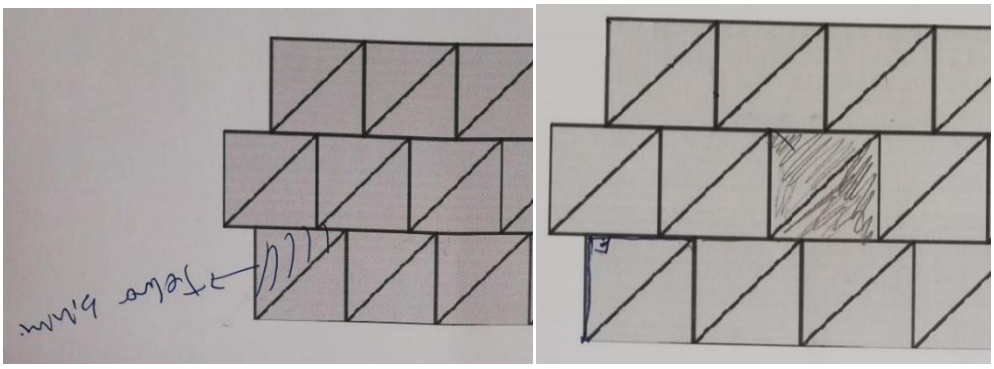
Araştırmacı	**:** Bu süsleme oluşturulurken bir düzen var mı? (Bir önceki süsleme fotoğrafı ile bu süslemenin fotoğraflarını yan yana koyarak sordu) Süslemede aşağıya sağa sola doğru gittiğimizde hangi şeklin geleceği belli mi?
Ramazan	**:** Belli hocam (Bir önceki süsleme fotoğrafı için cevap verdi).
Araştırmacı	**:** Bu şekiller arasında sağa sola aşağıya gittiğimizde ne çizileceği belli mi süslemede? (Bir önceki süsleme fotoğrafı için tekrar sordu)
Ramazan	**:** Belli hocam.
Araştırmacı	**:** Peki burada (bu süslemeyi göstererek) belli mi?
Ramazan	**:** Belli değil hocam.

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan'ın son süslemedeki çokgenlerin yerleştirilme biçimi için "belli değil" diyerek periyodik olmayan bir süsleme olduğunu söylemeye çalışmaktadır. Ramazan bu süslemede sağa sola, aşağıya yukarıya doğru giderken ne şekil geleceğinin belli olmadığını yani süslemenin periyodik olmayan bir süsleme olduğunu belirtmeye çalışmıştır. Süslemedeki çokgenlerin **yerleştirme/kaplama biçimi** ile ilgili Naz bir önceki sorudakine benzer şekilde "örüntülü" cevabını vermiştir. Naz hatalı cevap vermiştir. Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül ise süslemenin periyodik olup olmadığıyla ilgili kesin bir görüşü yoktur.

Öğrencilerin çoğunluğunun periyodik olmayan süslemedeki çokgenlerin yerleştirme/kaplama biçimi ile ilgili hatalı bilgilerinin olduğu söylenebilir. Buna rağmen öğrencilerin tümünün süslemenin **tekrar birimini** doğru şekilde belirledikleri görülmektedir. Naz, Vedat, Hatice ve Teslime'ye göre bir tek ikizkenar dik üçgen (Görsel 3.1.8.20a) tekrar birimi iken; Ramazan, Dilber ve Eylül'e göre iki tane ikizkenar dik üçgenin birleşimi ile oluşan kare (Görsel 3.1.8.20b) süslemenin tekrar birimidir.

Görsel 3.1.8.20

Öğrencilerin Süslemenin Tekrar Birimi ile İlgili Görüşleri



(a) (b)

Tekrar birimi için her iki görüş de doğru olmakla birlikte Görsel 3.1.8.20b'deki görüş daha kullanışlı bir tekrar birimidir.

Tablo 3.1.15'e göre süsleme oluşturulurken kullanılabilecek **dönüşümlerle** ilgili öncelikle tüm öğrencilerin yansıma dönüşümünü belirtmişlerdir. Üç öğrenci (Naz, Dilber ve Eylül) öteleme dönüşümü ile; dört öğrenci (Naz, Vedat, Dilber ve Eylül) de dönme dönüşümü ile süslemenin oluşturulabileceğini söylemişlerdir. Bu durumlarla ilgili Araştırmacı ile Naz'ın arasında geçen konuşma metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Süslemenin tekrar birimi sence ne?

Naz **:** İkizkenar dik üçgen.

Araştırmacı **:** Mesela hangisi?

Naz **:** Bu.

Araştırmacı **:** Şu en baştaki. Bu ikizkenar dik üçgen aracılığıyla bu süslemenin tamamını oluşturabiliriz öyle mi?

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Tamam. GeoGebra'da bu ikizkenar dik üçgeni çizmiş olsak. Hangi dönüşümleri kullanarak biz bu süslemeyi oluşturabiliriz? Yansıtarak, döndürerek, öteleyerek süslemeyi oluşturabilir miyiz? İkizkenar dik üçgeni çoğaltarak.

Naz **:**(Cevap yok).

Araştırmacı **:** Mesela (tekrar birimi olan ikizkenar dik üçgeni göstererek) bu üçgenden yanındaki üçgeni nasıl elde ederiz?

Naz **:** Yansıtarak

Araştırmacı **:** Evet

Naz **:** Döndürerek de olur hocam.

Araştırmacı **:** Döndürme nasıl olacak? Örnek gösterebilir misin? (Örüntü bloklarından ikizkenar dik üçgeni verdi).

Naz **:** (Noktaya göre döndürme yaptı.)

Araştırmacı **:** Evet.

Naz **:** Yine 180°olur.

Araştırmacı **:** O zaman yansıtma oldu, döndürme oldu, peki öteleme olur mu?

Naz **:** Olur hocam.

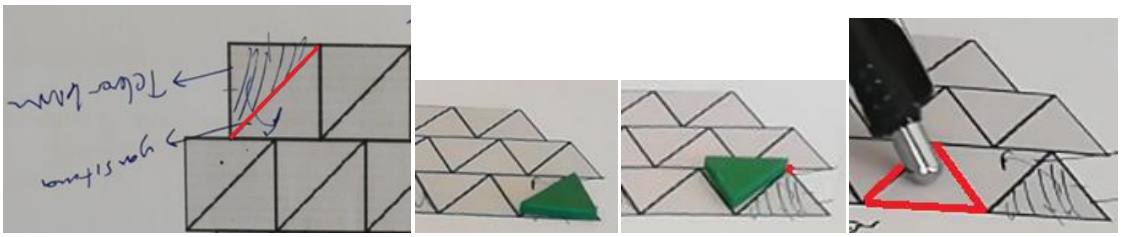
Araştırmacı **:** Nasıl örneklendirir misin?

Naz **:** Şu ikisi.

Araştırmacı **:** Tamam. Öteleme de var.

Görsel 3.1.8.21

Öğrencilerin Süslemedeki Dönüşümlerle İlgili Görüşleri



(a) (b) (c) (d)

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde Naz, Görsel 3.1.8.20a'daki tekrar biriminden yola çıkarak eğik doğruya göre yansıtma (Görsel 3.1.8.21a), noktaya göre döndürme (Görsel 3.1.8.21b ve Görsel 3.1.8.21c) ve öteleme (Görsel 3.1.8.21d) dönüşümleri ile süslemenin oluşturulabileceğini düşünmektedir. Bu düşüncesine süslemeden örnekler verebilmiştir. Dönme dönüşümünde açının yine180°olması gerektiğini de sözlerine eklemiştir.

Yine Tablo 3.1.15 incelendiğinde öğrencilerin süsleme oluşumundaki **açı bilgisi** ile olarak dört öğrenci (Naz, Ramazan, Hatice ve Teslime) süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları doğru hesaplamışlardır. Üç öğrenci ise (Vedat, Dilber ve Eylül) süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları eksik hesaplamışlardır. Örneğin Ramazan ile Araştırmacı arasındaki konuşma aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Süslemede bir nokta belirleyelim. Bunun etrafındaki açıları bana hesaplar mısın?

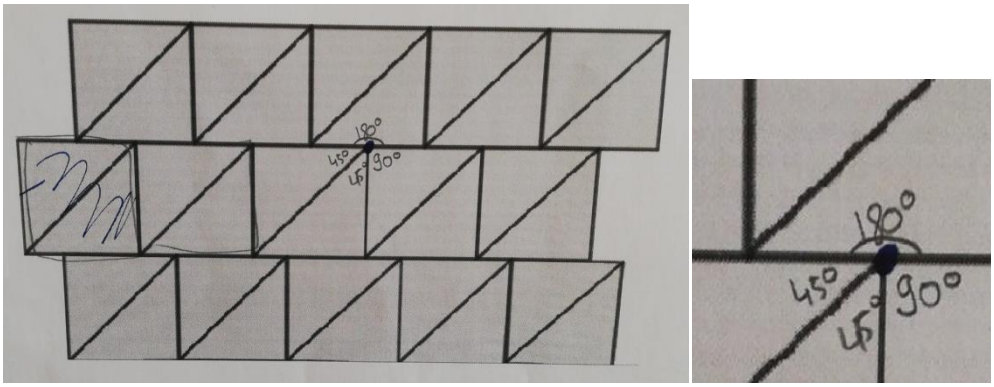
Ramazan **:** 45,45,90

Araştırmacı **:** Yukarısında da bir açı var mı?

Ramazan **:** 180.

Görsel 3.1.8.22

Ramazan'ın Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açılarla İlgili Görüşleri

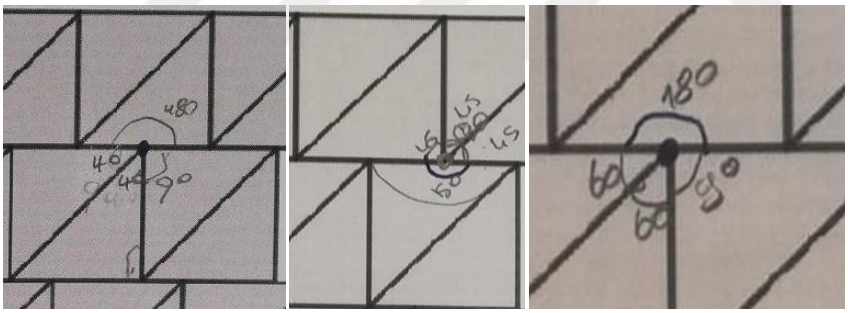


(a) (b)

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları doğru bir şekilde hesaplamıştır. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları eksik/hatalı hesaplayan Vedat Görsel 3.1.8.23a'daki gibi; Dilber 3.1.8.23b'deki gibi ve Eylül 3.1.8.23c'deki gibi açıları hesaplamışlardır.

Görsel 3.1.8.23

Vedat, Dilber ve Eylül'ün Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açılarla İlgili Görüşleri



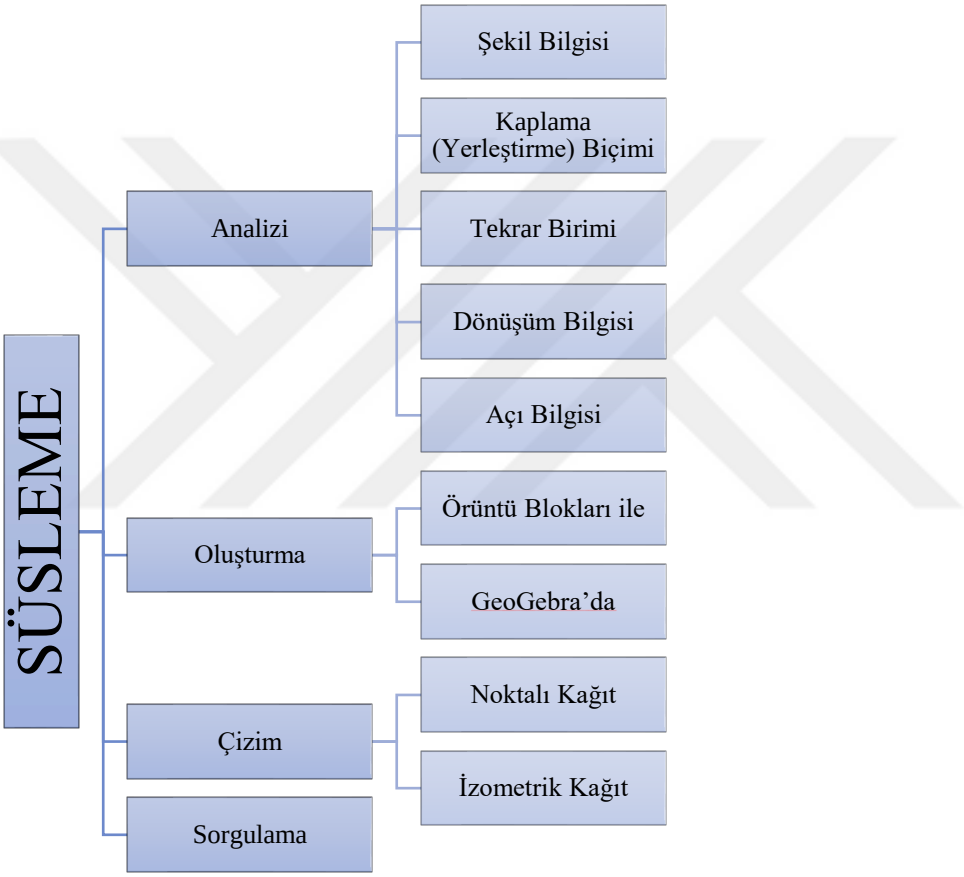
(a) (b) (c)

3.2 Öğretim Süreci

Araştırmanın öğretim deneyi süreci toplam 15 Hafta olarak gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde sadece 1, 2, 4, 7, 10 ve 15. haftalara ait bulgular sunulmuş, diğer haftalarda kullanılan süsleme örnekleri Ek 7'de sunulmuştur. Öğretim sürecindeki haftalık süsleme etkinlikleri benzer ve aşamalı bir süreç içermektedir ve Şekil 3.2.1'de gösterilmiştir.

Şekil 3.2.1

Süsleme Etkinliklerine Ait Öğretim Döngüsü



Şekil 3.2.1'de görüldüğü gibi süsleme etkinliklerine ait öğretim döngüsü hiyerarşik bir yapıdadır. Süslemeler "Analiz, Oluşturma, Çizim ve Sorgulama" şeklinde dört aşamada analiz edilmektedir. **Analiz** aşamasında süslemede kullanılan çokgenler, çokgenlerin yerleştirilme biçimi, süslemenin tekrar birimi, süslemede kullanılan dönüşümler ve süslemedeki bir köşe etrafındaki açılar ele alınmaktadır. **Oluşturma** aşamasında öğrenciler tarafından süslemelerin örüntü blokları ile oluşturulması istenmektedir. Buradaki amaç öğrencinin örüntü blokları ile süslemenin tekrar birimini görmesini sağlamaktır. Ardından süslemenin GeoGebra'da inşa aşamasına geçilir. **Çizim**

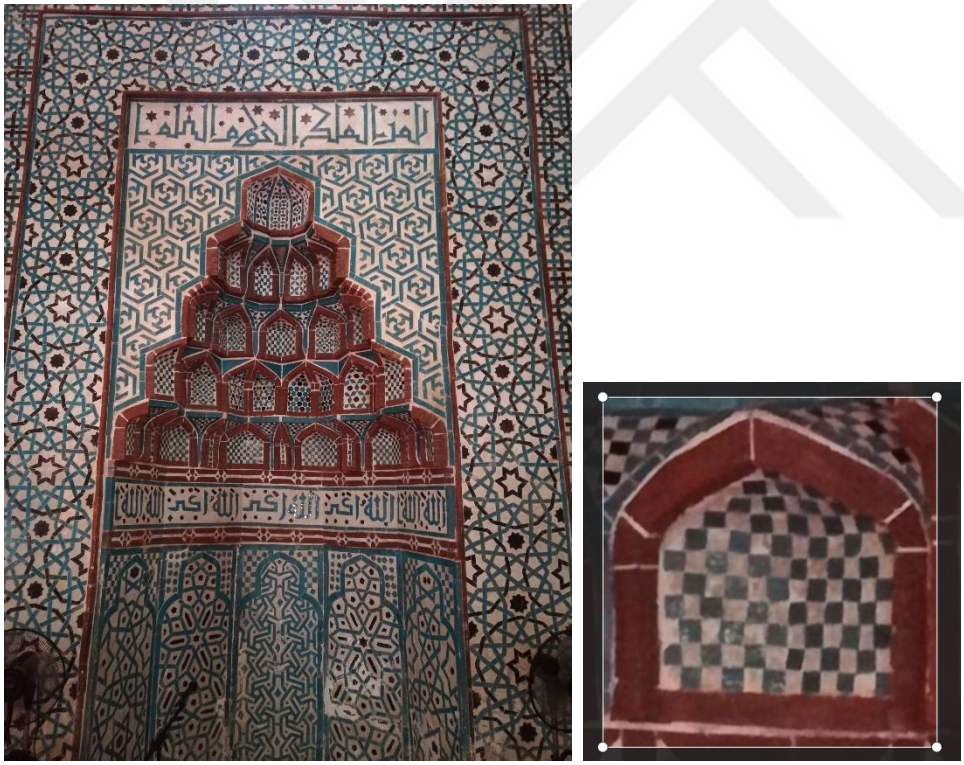
aşamasında süsleme, çalışma yaprağındaki noktalı ve/veya izometrik kâğıda çizdirilir ve çoğaltılır. Bu noktada öğrencilerden tekrar birimini yeniden işaretlemesi istenmektedir. **Sorgulama** aşamasında da süslemedeki kaplama (yerleştirilme) biçimine, tekrar biriminin seçimine, süsleme oluşturulurken kullanılan dönüşüm bilgisine, süsleme çizimindeki bir köşe noktasının etrafındaki açıların ilişkisine dair sorulara ve süsleme analizine yönelik sorulara yer verilmektedir.

3.2.1 Öğretim haftası 1

Öğrenciler ile gerçekleştirilen öğretim deneyine, Konya ili Akşehir ilçesinde bulunan Ulu Caminin mihrabından sade bir süsleme ile başlanmıştır (Görsel 3.2.1b).

Görsel 3.2.1

Akşehir Ulu Cami Mihrabı ve Mihraptan Seçilen Süsleme Fotoğrafı



(a) (b)

Görsel 3.2.1b'deki süsleme örneği **çalışma yaprakları** aracılığıyla öğrencilere dağıtılmıştır. Ayrıca süslemenin fotoğrafı akıllı tahtadan sınıfla paylaşılmış olup süslemelere ait fotoğraflar öğrencilerin bilgisayarlarında da bulunmaktadır. Öğrencilerden ilk olarak süsleme fotoğrafını incelemeleri, ardından çalışma yaprağındaki soruları sırasıyla cevaplamaları istenmiştir.

İlk öğretim haftasındaki sınıf öğretim sürecine odak öğrenciler (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ile diğer altı öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Mustafa, Batuhan ve Furkan) toplamda 13 öğrenci katılım sağlamıştır. Ramazan ve Vedat; Naz ve Eylül; Teslime ve Dilber; Miraç ve Muhammet ortak bir bilgisayar kullanmışlardır. Ali Alper, Hatice, Furkan, Mustafa ve Batuhan ise bireysel çalışmışlardır.

3.2.1.1 Analiz aşaması

Çalışma yaprağında öncelikle süslemede hangi şekillerin kullanıldığı sorulmuş ve öğrencinin fotoğraftan süslemedeki örüntüleri ve şekilleri keşfetmesi beklenmiştir. Daha sonra süslemedeki şekillerin nasıl yerleştirildiği ve süslemedeki tekrar biriminin nasıl oluşturulduğu ile ilgili öğrencilerin düşünceleri sorgulanmıştır. Diğer bir deyişle ilk başta, öğrencinin verilen fotoğraf üzerinde süslemeyi analiz etmesi istenmiştir.

Bu analizde süslemedeki geometrik şekillere, örüntüye, çokgenlerin nasıl yerleştiğine, tekrar birimine hangi dönüşümler uygulanarak süslemenin oluşturulduğuna bakılmaktadır.

Tablo 3.2.1

İlk Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri

Süsleme 1: *Konya Akşehir Ulu Camii Mihrabı*	**Şekil Bilgisi**	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (-)
	Yerleştirme / Kaplama Biçimi	Periyodik (N, D, T, E)
		Periyodik Değil (-)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (R, V, H)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini belirleme (-)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (V, T, H, E)
		Öteleme ile (N, R, V, T, H, E)
		Dönme ile (N, R, V, T)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (D, H, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (N, R, V)

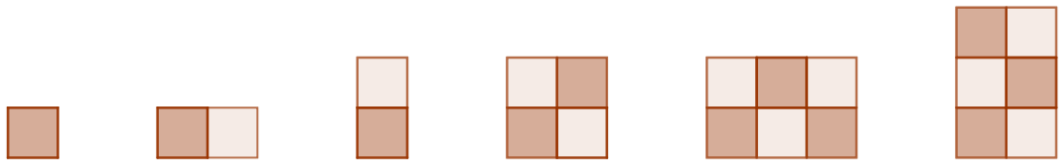
Sınıftaki öğretim sürecinde süslemeyi inceleyen iki öğrenci (Miraç ve Muhammet) süslemeyi satranç tahtasına benzetmişlerdir. Süslemedeki şekil bilgisi ile ilgili ise tüm öğrenciler (Mustafa, Miraç, Muhammet, Naz, Ramazan, Vedat, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) süslemede kullanılan çokgeni "kare" olarak doğru belirlemişlerdir. Ancak süslemede kullanılan çokgenin düzgün çokgen olduğu ile ilgili bilgiye sadece beş öğrenci (Naz, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) doğru cevap vermiştir. Dört öğrenci (Mustafa, Muhammet, Ramazan ve Vedat) çokgenlerin "hem düzgün hem de düzgün olmayan çokgenler" olduğunu ve bir öğrenci (Miraç) ise süslemedeki çokgenin "düzgün olmayan çokgen" olduğunu düşünerek hatalı yanıt vermiştir.

Altı öğrenci (Miraç, Muhammet, Naz, Dilber, Teslime ve Eylül)süslemedeki çokgenlerin periyodik kaplandığını fark etmişlerdir. Ancak diğer dört öğrenci (Mustafa, Ramazan, Vedat ve Hatice)süslemenin periyodik olup olmadığını fark edememişlerdir.

Süslemedeki tekrar birimi ile ilgili dört öğrenci (Mustafa, Miraç, Muhammet ve Vedat) Görsel 3.2.2a'daki gibi; iki öğrenci (Naz ve Dilber) Görsel 3.2.2b'deki gibi; bir öğrenci (Teslime) 3.2.2c'deki gibi; bir öğrenci (Hatice) 3.2.2d'deki gibi; bir öğrenci (Eylül) 3.2.2e'deki gibi ve bir öğrenci (Ramazan) 3.2.2f'deki gibi bir seçim yapıp tekrar birimi olarak söylemişlerdir. Bu görüşler incelendiğinde süslemenin tekrar birimi Görsel 3.2.2d şeklinde belirlenirse süsleme dönüşümlerle kolaylıkla çoğaltılabilmektedir. Yani süslemedeki tekrar birimi ile ilgili sadece Hatice doğru yanıt vermiştir.

Görsel 3.2.2

Süsleme 1'deki Tekrar Birimi ile İlgili Cevaplar



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

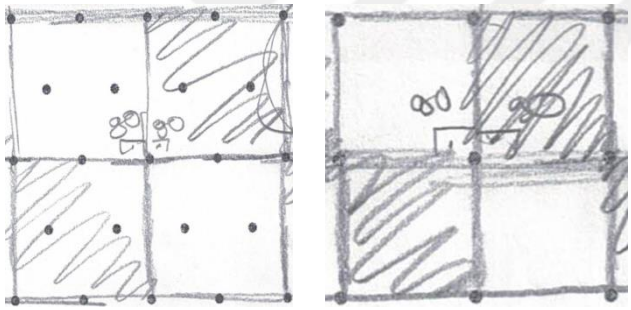
Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgiliyeydi öğrenci (Mustafa, Miraç, Muhammet, Vedat, Teslime, Hatice ve Eylül)yansıma dönüşümü ile, altı öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat, Teslime, Hatice ve Eylül) öteleme dönüşümü ile, dört öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat ve Teslime) dönme dönüşümü ile süslemenin çoğaltılabileceğini söylemiştir.

Süslemedeki açı bilgisi ile ilgili dört öğrenci (Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamış ve üç öğrenci (Naz, Ramazan ve Vedat) ise açıları eksik hesaplamıştır. Naz açıları Görsel 3.2.3a ve Görsel 3.2.3b'deki gibi eksik hesaplamıştır ve aralarındaki ilişkiye değinmemiştir. Ramazan ve Vedat ise açıları hesaplamamışlar ancak açılar arasındaki ilişkiyi "R: Açılar toplamı 360°'dir" ve "Etrafındaki açıların toplamı 360° oluyor" şeklinde belirtmişlerdir. Muhammet, Dilber, Hatice ve Teslime de açılarla ilgili "M: Hepsi aynı 90°", "D: Hepsi 90°'dir", "H: Aynı hepsi 90°" ve "T:90°" şeklinde belirtmişlerdir. Eylül ise "E: Köşelerin her biri 90°'dir. Hepsi birbirine eşit. Toplam 360°" şeklinde görüş belirtmiştir. Sadece bir öğrencinin (Eylül)hem süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesapladığı hem de açılar arasındaki ilişkiyi doğru açıklayabildiği görülmektedir. İki öğrenci (Mustafa ve Miraç) ise açılarla ilgili görüş belirtmemiştir.

Görsel 3.2.3

Süsleme 1'deki Açı Bilgisi ile İlgili Görüşler

N:



(a) (b)

R: Açıları toplamı 360° 'dir.

E: Köşenin her biri 90° 'dir = Toplamı 360°
Hepsi birbirine eşittir.

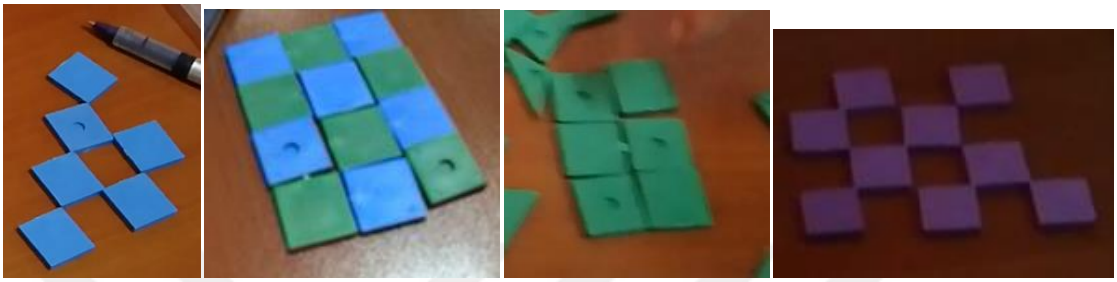
3.2.1.2 Oluşturma aşaması

Bu aşamada öncelikle öğrencilerden örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Hatice'nin Görsel 3.2.4a ve Görsel 3.2.4b'deki gibi iki farklı şekilde

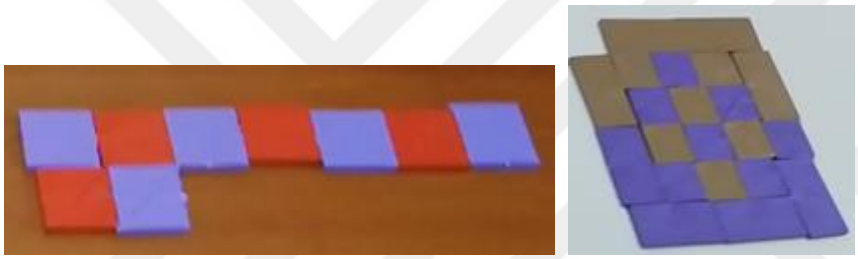
süslemeyi oluşturduğunu; Teslime ile Dilber'in Görsel 3.2.4c'deki gibi; Ramazan ile Vedat'ın Görsel 3.2.4d'deki gibi; Naz ile Eylül'ün de Görsel 3.2.4e'deki gibi; Miraç ve Muhammet'in Görsel 3.2.4f'deki gibi süslemeyi örüntü blokları ile oluşturdukları görülmektedir.

Görsel 3.2.4

Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri



(a) (b) (c) (d)

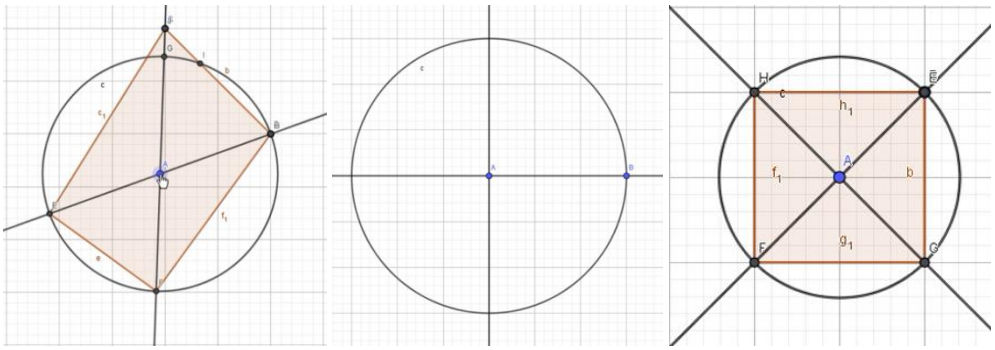


(e) (f)

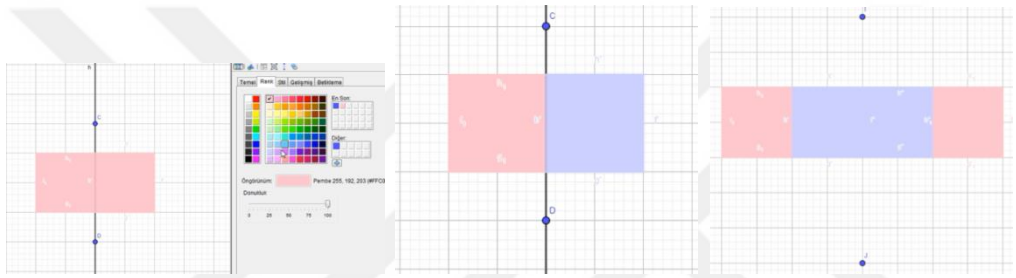
Oluşturma aşamasında daha sonra GeoGebra'da süslemenin inşa aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada Naz bir inşa yapmak istediği için öncelikle kare elde etmeye çalışmıştır. İlk denemesinde dik doğru aracını kullanmadan bir kare çizen Naz'ın karesi sürüklendiğinde bozulmaktadır (Görsel 3.2.5a). Daha sonra dik doğru aracını kullanarak çemberi dört eş parçaya ayıran (Görsel 3.2.5b) Naz, kareyi inşa edebilmiştir (Görsel 3.2.5c). Naz daha sonra inşa ettiği kareyi renklendirmiş ve "Doğruda yansıt" aracı ile yansıma görüntüsünü elde etmiştir (Görsel 3.2.5d). Ardından karenin yansıma görüntüsünün rengini değiştirmiştir (Görsel 3.2.5e). Sonrasında elde ettiği iki kareyi yeniden "Doğruda yansıt" aracı ile yansıtmıştır (Görsel 3.2.5f). Renklerdeki hatayı düzelterek süslemeyi çoğaltmaya devam etmiştir. Süsleme inşası Görsel 3.2.5g'de sunulmuştur.

Görsel 3.2.5

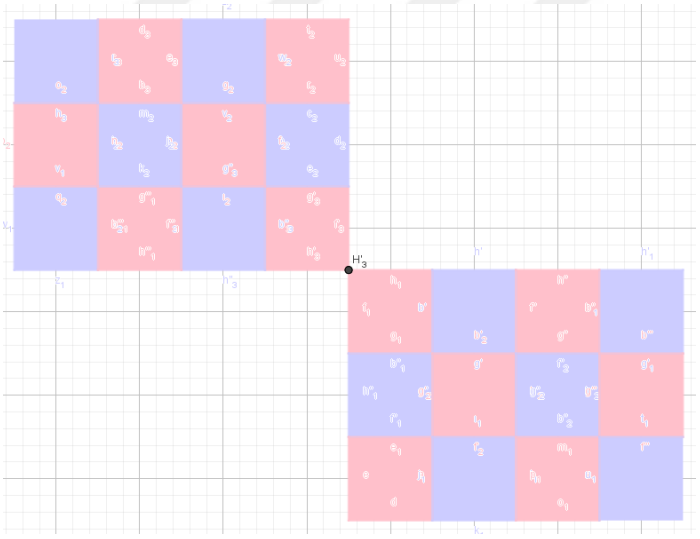
Naz'ın GeoGebra'da Süslemeyi İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)



(d) (e) (f)

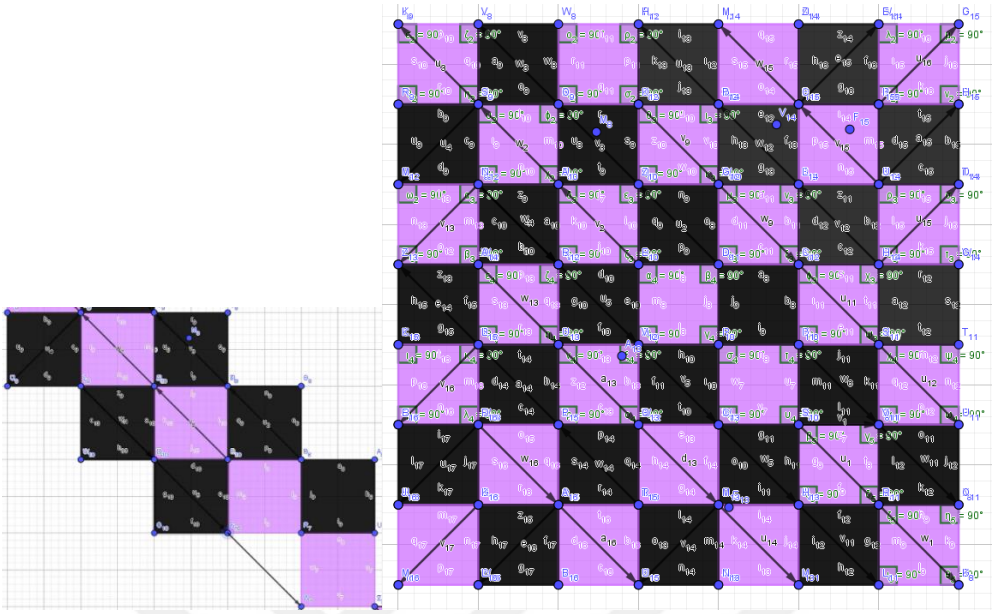


(g)

Hatice de bir kare inşa ettikten sonra, kareyi "Vektörle Ötele" aracı ile ötelemiştir (Görsel 3.2.6a). Ötelemede eğik vektörleri kullanan Hatice, bir kareyi renklendirdikten sonra o kareyi vektör boyunca çoğaltmıştır. Aynı işlemi ilgili karenin hemen yanındaki karenin rengini değiştirerek de uygulamıştır. Sonuçta süslemeyi Görsel 3.2.6b'teki gibi inşa etmiştir.

Görsel 3.2.6

Hatice'nin GeoGebra'da Süslemeyi İnşa Aşamaları

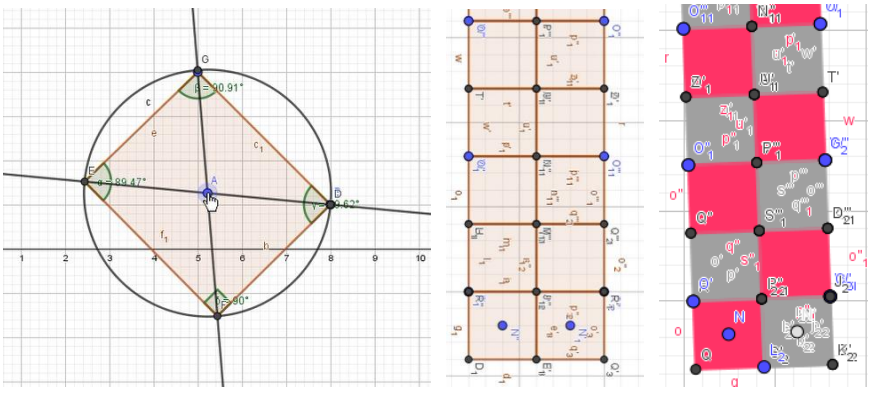


(a) (b)

Dilber ve Teslime'nin ise kareyi inşa edemedikleri için süslemeyi GeoGebra'da inşa edemedikleri saptanmıştır. Çemberi dört eş parçaya ayırırken GeoGebra programında arka plandaki ızgaralardan faydalanmışlardır (Görsel 3.2.7a). Bu noktada araştırmacıdan yardım isteyen öğrenciler kare inşasından sonra doğruda yansıt aracı ile kareleri çoğaltmışlar (Görsel 3.2.7b) ve daha sonra da süslemeye benzer şekilde karelerin renklerini değiştirmişlerdir (Görsel 3.2.7c).

Görsel 3.2.7

Dilber ve Teslime'nin GeoGebra'da Süslemeyi İnşa Aşamaları



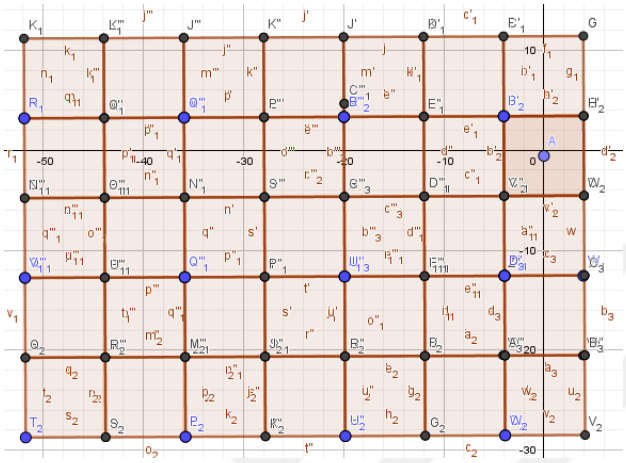
(a) (b) (c)

Ramazan ile Vedat'ın da kare inşa edemedikleri için süslemeyi GeoGebra'da inşa edemedikleri görülmektedir. Çemberi dört eş parçaya ayırırken "dik doğru" aracını uygun

şekilde kullanamayan öğrenciler bu adımda süsleme oluşturamamışlardır. Miraç ile Muhammet'in de süslemeyi GeoGebra'da inşa edemedikleri görülmektedir. Araştırmacı yönlendirmesiyle kare inşa eden Miraç ile Muhammet'in daha sonra "doğruda yansıt" aracı ile kareleri çoğalttığı belirlenmiştir(Görsel 3.2.8).

Görsel 3.2.8

Miraç ve Muhammet'in GeoGebra'da Süsleme İnşası



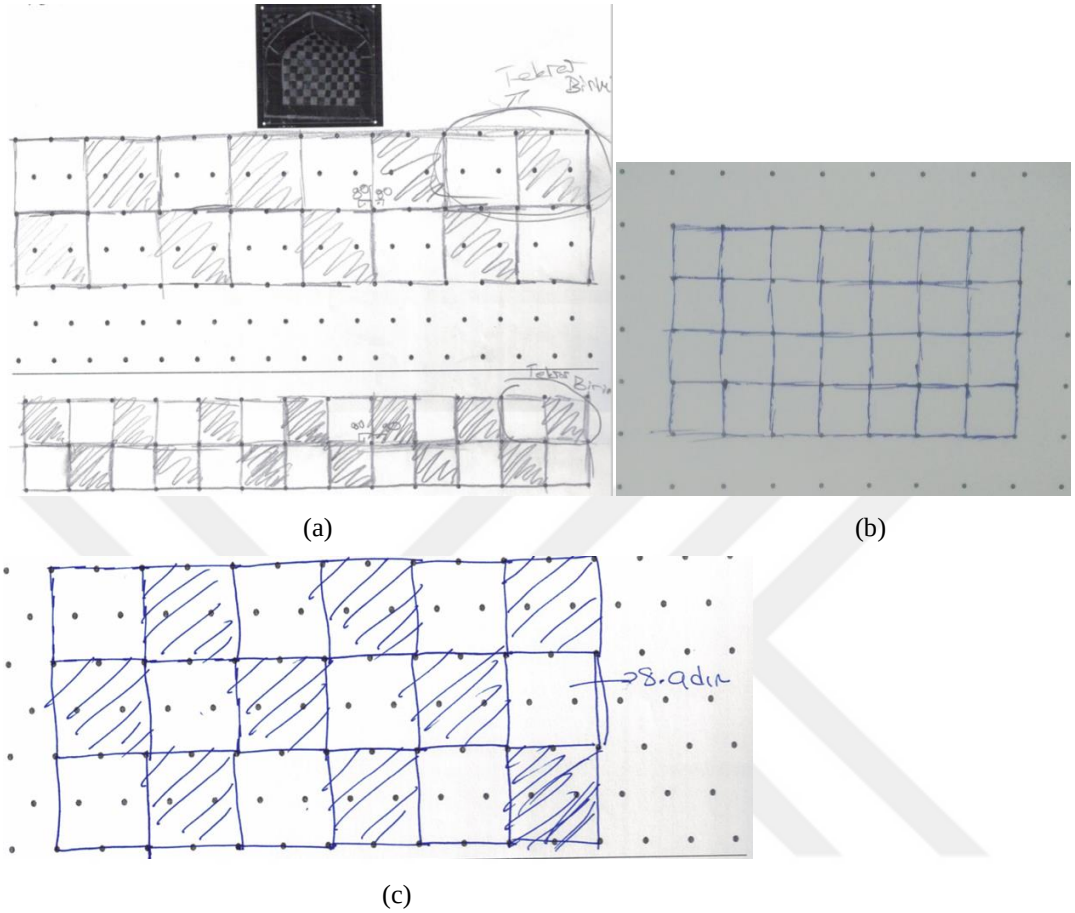
3.2.1.3 Çizim aşaması

Bu aşamada öğrencilerden süslemeyi noktalı kâğıda ya da izometrik kâğıda çizmeleri istenmiştir. Naz (Görsel 3.2.8a) ile Eylül'ün hem izometrik kâğıda hem de noktalı kâğıda çizim yaptıkları; Ramazan, Vedat, Dilber, Teslime, Miraç (Görsel 3.2.8b) ve Muhammet'in sadece noktalı kağıda çizim yaptığıve Hatice'nin (Görsel 3.2.8c) ise sadece izometrik kağıda çizim yaptığı saptanmıştır.

Bu aşamada çizimlerin üstüne tekrar biriminin yeniden işaretlenmesi istenmektedir ancak Naz ve Dilber dışındaki öğrenciler tekrar birimini belirtmemişlerdir.

Görsel 3.2.8

Naz, Miraç ve Hatice'nin Noktalı/İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimleri



(a) (b)

(c)

3.2.1.4 Sorgulama aşaması

İlk öğretim haftasında öğrencilerin süslemedeki çokgenleri doğru belirledikleri görülmektedir. Süslemenin tekrar birimini belirlerken neredeyse tüm öğrenciler hata yapmıştır. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları öğrencilerin çoğunluğu sözel olarak ifade etmiş ancak şekil üzerinde göstermemiştir. Açıların ölçüleri toplamının 360^o olduğunu ise 3 öğrenci ifade etmiştir.

Öğrencilerin öncelikle örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin örüntü blokları ile süslemenin tekrar birimini görmesini sağlamaktır. Tekrar birimini fark eden öğrenci süslemeyi GeoGebra'da daha kolay inşa edebilecektir. Öğrencilerin süslemeyi örüntü blokları ile farklı şekillerde oluşturdukları görülmektedir. GeoGebra'daki inşası aşamasında öğrenciler daha çok kare inşa etmekte zorlanmıştır. Ekran kayıtları incelendiğinde öğrencilerin bazılarının (Furkan, Ramazan, Vedat, Dilber

ve Teslime) GeoGebra'nın arka planındaki ızgaraları referans alarak kare çizmelerinden dolayı başlangıçta süslemeyi inşa edemedikleri saptanmıştır. Daha sonra kareyi çember ve dik doğru aracı ile inşa eden öğrenciler "doğruda yansıt" ve "vektör ile ötele" araçlarını kullanarak süslemeyi çoğaltmışlardır. Süslemeyi çoğaltırken öğrenciler, belirledikleri tekrar birimini değil de bir tek kareden yola çıkarak süslemeyi çoğaltmayı tercih etmişlerdir.

Öğrenciler süslemenin dönüşüm bilgisi ile ilgili farklı görüşler sunmuşlar ancak, seçtikleri tekrar birimine uygun bir dönüşümü belirtememişlerdir. Örneğin Eylül, süslemenin tekrar birimini Görsel 3.2.2e'deki gibi belirtmiştir. Süslemeyi oluşturacak dönüşümler için de "Ötelemeli Yansıma" şeklinde görüş belirtmiştir. Seçtiği tekrar birimi ile belirttiği dönüşümler altında süsleme oluşmamaktadır. Diğer bir örnekte ise Naz, süslemenin tekrar birimini Görsel 3.2.2b'deki gibi belirtmiştir. Süslemeyi oluşturacak dönüşümler için de "Öteleyince oluyor" ve "Döndürünce oluyor" şeklinde görüş belirtmiştir. Seçtiği tekrar birimi ile belirttiği dönüşümler altında süsleme oluşmamaktadır. Öğrencilerin süslemeyi oluştururken en başta renk tekrarlarına dikkat etmediği söylenebilir. Bu durum ile ilgili Teslime günlüğünde ilk olarak çemberlerden yararlanarak kare çizdiğini, sonrasında bu kareleri "noktada yansıt" ve "doğruda yansıt" aracı ile çoğalttıklarını ve en son kareleri renklendirdiklerini belirtmiştir. Dolayısıyla öğrenciler süslemedeki renklere ilk başta dikkat etmemişler kareleri çoğaltmaya odaklanmışlardır.

Çizim aşamasında öğrencilerin çoğunluğu doğru çizim yapmışlardır. Sadece Miraç ve Muhammet'in süslemedeki deseni oluşturmadan noktalı kâğıda çizim yaptıkları görülmektedir (Görsel 3.2.b). Bu iki öğrencinin GeoGebra'daki süsleme inşasında da kareleri boyamadan süslemeyi inşa ettiği görülmektedir. Miraç'ın örüntü blokları ile süslemeyi oluştururken de (Görsel 3.2.4f) renklere dikkat etmediği görülmektedir.

SORGULAMAYA YÖNELİK ÖĞRETMEN SORULARI

Öğrencilerin süslemeyi fotoğraf üzerinden analiz etmede, örüntü blokları ile süsleme oluşturmada ve süslemeyi noktalı ya da izometrik kâğıda çizmede zorlanmadıkları görülmektedir. Ancak GeoGebra'da süsleme inşasına başlarken çalışan tüm öğrencilerin kare inşa etmede zorlandıkları görülmektedir. GeoGebra'da süsleme inşası esnasında

öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalardan bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Naz : Hocam çemberle yapıyorduk değil mi kareyi?

Araştırmacı : Evet, kareleri mümkünse çemberle yapacağız. "Düzgün çokgen" aracını bu süreçte kullanmayacağız. Çoğaltma işlemini de dönüşümlerle yapacağız.

…

Araştırmacı : Kare inşasında problem yaşayanlar akıllı tahtaya baksınlar. Önce GeoGebra'da "Merkez ve Nokta ile Çember" aracı ile bir çember çiziyoruz. Sonra çemberin çapını "Doğru" aracı ile oluşturuyoruz. Daha sonra "Dik Doğru" aracı ile çemberin merkezinden geçen bir dik doğru çiziyoruz. Biz bu esnada aslında ne yapmış oluyoruz?

Naz **:** Kare.

Araştırmacı **:** Bir daha düşünelim. Çemberin içinde biz aslında karenin nelerini çizmiş oluyoruz?

Ramazan **:** Köşegenlerini.

Araştırmacı **:** Evet. Peki, karenin köşegenleri nasıl yerleşmektedir?

Ramazan **:** Çapraz.

Naz **:** Dik.

Araştırmacı **:** Evet dik. O yüzden biz diklik aracını kullanıyoruz. Çember ile çizilen doğrular "Kesiştir" aracı ile kesiştirilir. Daha sonra bu dört nokta birleştirildiğinde kare inşa edilmiş olacaktır.

Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde çemberin iç kısmında aslında karenin köşegenlerinin çizilmeye çalışıldığını Ramazan fark etmiştir. Bu köşegenlerin ise birbirini dik kestiğini Naz belirtmiştir. Bu süreçte aslında çember 4 eş parçaya ayrılmaktadır. Bununla ilgili Teslime GeoGebra Tanıtım Etkinlikleri sürecindeki günlüğünde şunları yazmıştır: "Çemberle kare inşasında çembere doğru yaptık. Bir de dik doğru yaptım. 4 parça oldu. Daha sonra noktaları kesiştirdik ve çokgenden kare yapmış oluyoruz. Açılarına bakıyoruz. Uzunluklarına bakıyoruz. Değişmiyor.". Yani Teslime kare inşası esnasında çemberin 4'e bölündüğünün farkındadır. Araştırmacı öğrencilerin kareyi inşa etmede zorlandıklarını fark edince "GeoGebra Tanıtım Etkinlikleri"nde ele alınan kare inşasını hatırlatmak istemiştir.

Bu öğretim haftasında GeoGebra'da süsleme inşası yapmak isteyen öğrenci, GeoGebra'da ilk başta şekli bir inşa çalışmasıyla başlatmalıdır. Bunun ise iki yolu görünmektedir: İlki "Düzgün Çokgen" aracını kullanmak. İkincisi ise çember ya da eş

çemberler yardımıyla çokgen inşa etmektir. Öğrencinin bu öğretim haftasında GeoGebra inşa aşamasına bir inşa ile başlaması gerektiğini fark etmiş olması beklenmektedir.

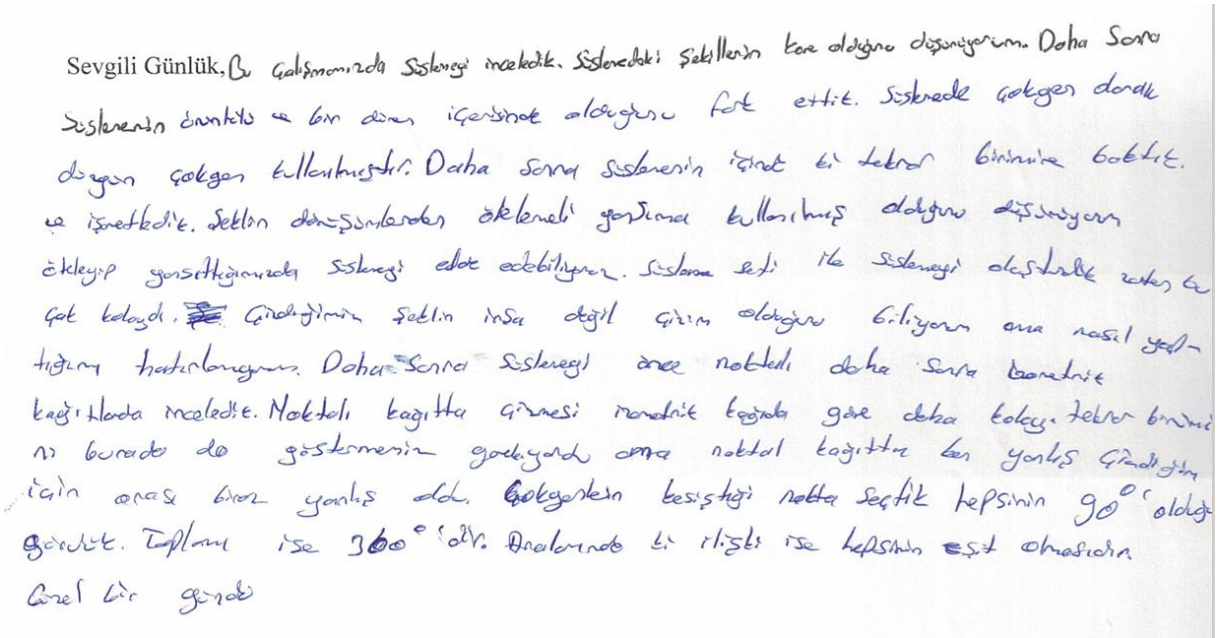
GeoGebra'da süsleme inşasında tekrar birimini belirlemek ve tekrar birimine dönüşüm uygulamak daha uygun bir yol olacaktır. Ancak öğrencilerin tekrar birimini doğru fark etmelerinin ilerleyen öğretim haftalarında gerçekleşeceği düşünülmektedir. Bu öğretim haftasında öğrenciler tekrar birimine değil tekrar biriminin parçalarına odaklanarak dönüşüm yapmışlardır. Bu sorunun da ilerleyen öğretim haftalarında çözülmesi beklenmektedir.

GÜNLÜKLERDEN

Öğrenciler ilk öğretim haftasında oldukça eğlenceli bir ders süreci geçirdiklerini günlüklerinde belirtmişlerdir (Miraç, Muhammet, Vedat, Hatice ve Eylül). Ramazan GeoGebra programını daha iyi kullanmaya başladığını ifade etmiştir. Naz, Teslime ve Eylül ders sürecinde ne yaptıklarını ayrıntılı anlatmışlardır. Özellikle Eylül'ün günlüklerinde ders sürecini sistematik şekilde aktardığı yazıya dökebildiği görülmektedir. Eylül'ün günlüğü Görsel 3.2.9'tesunulmuştur.

Görsel 3.2.9

Eylül'ün İlk Öğretim Haftasına Ait Günlüğü



Sevgili Günlük, Bu çalışmamızda süsleyi inceledik. Süslerdeki şekillerin kare olduğunu düşünüyorum. Daha sonra süslerenin üçgen ve bir daire içerisinde olduğunu fark ettik. Süslerde çokgen dördü düzgün çokgen kullanmıştır. Daha sonra süslerenin içinde ki tekrar birimine baktık. ve işaretledik. Şeklin dönüşümlerden öğrenmeli yazılımda kullanılmış olduğunu düşünüyorum öğleyip yansıttığımızda süsleyi elde edebiliyoruz. Süsleme şekli ile süsleyi oluşturduk zaten çok fark kalmıştı. Çizdiğimiz şeklin inşa değil çizim olduğunu biliyorum ama nasıl yaptığımı hatırlamıyorum. Daha sonra süsleyi önce noktalı daha sonra bomboş kağıtlarda inceledik. Noktalı kağıtta çizmesi normalde kağıda göre daha kolay. tekrar birimini burada da göstermemiz gerekiyordu ama noktalı kağıttan çok yanlış çizdiğimiz için onası biraz yanlış oldu. Çokgenlerin kesiştiği nokta seçtik hepsinin 90° olduğu gördük. Toplamı ise 360° dir. Aralarında ki ilişki ise hepsinin eşit olmasıdır. Güzel bir gündü

Araştırmacı, günlüğünde ise GeoGebra Tanıtım Etkinliklerinden sonra ilk öğretim haftasına süsleme etkinlikleriyle başlandığını belirtmiştir. Tanıtım etkinliklerin süslemeler konusuna hiç değinilmemiştir. Bu yüzden bu derste süsleme, tekrar birimi,

çoğaltma gibi kavramların ilk kez duyulduğu bir öğretim haftası olmuştur. Öğrenciler tekrar birimini anlamaya ve belirlemeye çalışmışlardır. Çokgenleri çoğaltarak süsleme oluşturmayı denemişlerdir. GeoGebra Tanıtım etkinliklerinde yansıma, dönme ve öteleme şeklinde gördükleri ve uygulama yaptıkları dönüşümleri bu kez süslemeyi oluşturma amaçlı kullanmışlardır. Genel olarak süsleme konusunda fikir sahibi oldukları bir öğretim süreci olmuştur.

3.2.2 Öğretim haftası 2

İkinci öğretim haftasında, yine öğrencilerin yaşam alanı olan Konya ili Akşehir ilçesinde bulunan Taş Medrese Caminin mihrabından bir süsleme ile devam edilmiştir (Görsel 3.2.2.1).

Görsel 3.2.2.1

Akşehir Taş Medrese Cami Mihrabı ve Mihraptan Seçilen Süsleme Fotoğrafı

(a) (b)

Görsel 3.2.2.1b'deki süsleme örneği çalışma yaprakları aracılığıyla öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilerden ilk olarak süsleme fotoğrafını incelemeleri, ardından çalışma yaprağındaki soruları sırasıyla cevaplamaları istenmiştir.

İkinci öğretim haftasındaki sınıf öğretim sürecine odak öğrenciler (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ile diğer dört öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Furkan ve Batuhan) yani toplamda 11 öğrenci katılım sağlamıştır. Ramazan ve Vedat; Naz ve Eylül; Teslime ve Dilber; Muhammet ve Ali Alper ortak birer bilgisayar kullanmışlardır. Hatice, Furkan ve Batuhan ise bireysel çalışmışlardır.

3.2.2.1 Analiz aşaması

Öğrencilerin çalışma yaprağındaki sorulara cevap vererek, süslemeyi fotoğraf üzerinden incelediği görüşlerin analizi Tablo 3.2.2.1'de verilmiştir.

Tablo 3.2.2.1

İkinci Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri

Süsleme 2: *Konya Akşehir Taş Medrese Camii Mihrabı*	**Şekil Bilgisi**	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, H, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (V)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (N, R, D, V, H, T, E)
		Periyodik Değil (-)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (-)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini belirleme (N, D, V, T, E)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (R, H)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (N, D, V, H, T, E)
		Öteleme ile (N, V, E)
		Dönme ile (R, T)
		Ötelemeli Yansıma ile (R)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, D, H, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (R, V)

Sınıftaki öğretim sürecinde Furkan süslemenin İsrail bayrağına benzediğini söylemiş ve süslemeyi çizmek istememiştir. Bunu üzerine Araştırmacı süslemedeki sembolün tarihte pek çok medeniyette kullanıldığını söylemiş, "Süleyman mührü" ve "Davut yıldızı"

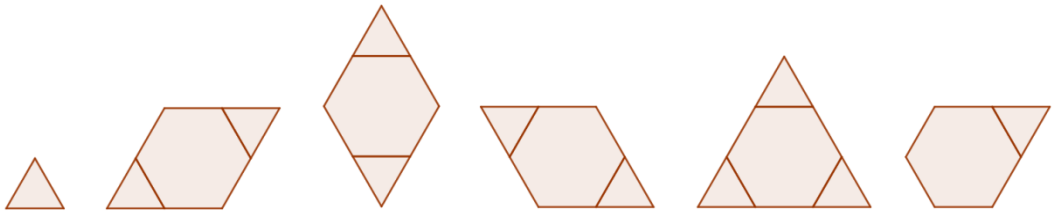
örneklerini vermiştir. Süslemedeki şekil bilgisi ile ilgili üç öğrenci (Ali Alper, Muhammet ve Batuhan)süslemede kullanılan çokgenleri eksik/hatalı belirlemişlerdir. Diğer sekiz öğrenci (Furkan, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ise süslemede kullanılan çokgenleri "altıgen ve eşkenar üçgen" olarak belirlemişlerdir. Vedat süslemedeki çokgenlerin "hem düzgün hem de düzgün olmayan çokgenler" olduğunu belirterek hatalı yanıt vermiştir. Diğer on öğrenci (Ali Alper, Muhammet, Batuhan, Furkan, Naz, Ramazan, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) ise süslemedeki çokgenlerin "düzgün çokgenler" olduğunu belirterek doğru cevap vermişlerdir.

Sekiz öğrenci (Ali Alper, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) süslemedeki çokgenlerin periyodik kaplandığını fark etmişlerdir. Örneğin Teslime süslemede şekillerin "bir düzen içerisinde, mesela altıgenin yanına üçgen geleceğini biliyorum ve bir örüntü içinde" şeklinde yerleştiğini, Eylül ise süslemedeki şekillerin "bir düzen içerisinde bir sonraki adımda ne olacağı belli. Yani bir örüntü içinde" diyerek süslemenin periyodikliğini açıklamaktadırlar. Ancak diğer üç öğrenci (Furkan, Batuhan ve Muhammet) süslemenin periyodik olup olmadığını fark edememişlerdir.

Süslemedeki tekrar birimi ile ilgili beş öğrenci (Naz, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) tekrar birimini doğru belirlemişlerdir. Vedat Görsel 3.2.2.2a'daki gibi; iki öğrenci (Naz ve Eylül) Görsel 3.2.2.2b'deki gibi; üç öğrenci (Naz, Dilber ve Teslime) Görsel 3.2.2.2c'deki gibi; bir öğrenci (Eylül) Görsel 3.2.2.2d'deki gibi bir seçim yapıp tekrar birimi olarak söylemişlerdir. Bu görüşler incelendiğinde süslemenin tekrar birimi Görsel 3.2.2.2b, Görsel 3.2.2.2cveya Görsel 3.2.2.2d şeklinde belirlenirse süsleme dönüşümlerle kolaylıkla çoğaltılabilmektedir. İki öğrenci (Ramazan ve Hatice) ise tekrar birimini hatalı belirlemişlerdir. Ramazan Görsel 3.2.2.2e şeklinde, Hatice ise Görsel 3.2.2.2f şeklinde hatalı görüş belirtmişlerdir. Diğer dört öğrenci (Furkan, Batuhan, Muhammet ve Ali Alper) ise tekrar birimi ile ilgili görüş belirtmemişlerdir.

Görsel 3.2.2.2

Süsleme 2'deki Tekrar Birimi ile İlgili Odak Öğrenci Görüşleri



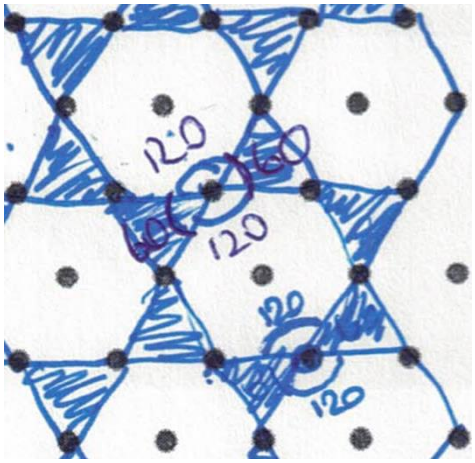
(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili yedi öğrenci (Furkan, Naz, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) yansıma dönüşümü ile, dört öğrenci (Furkan, Naz, Vedat ve Eylül) öteleme dönüşümü ile, iki öğrenci (Ramazan ve Teslime) dönme dönüşümü ile, bir öğrenci (Ramazan) ötelemeli yansıma ile süslemenin çoğaltılabileceğini söylemiştir. Üç öğrenci (Batuhan, Muhammet ve Ali Alper) ise dönüşümlerle ilgili görüş belirtmemiştir.

Süslemedeki açı bilgisi ile ilgili beş öğrenci (Naz, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamış ve diğer altı öğrenci ise (Ramazan, Vedat, Furkan, Batuhan, Muhammet ve Ali Alper) açılarla ilgili görüş belirtmemişlerdir. Dilber'in açılarla ilgili çizimi Görsel 3.2.2.3'te sunulmuştur.

Görsel 3.2.2.3

Süsleme 2'deki Açı Bilgisi ile İlgili Dilber'in Görüşü

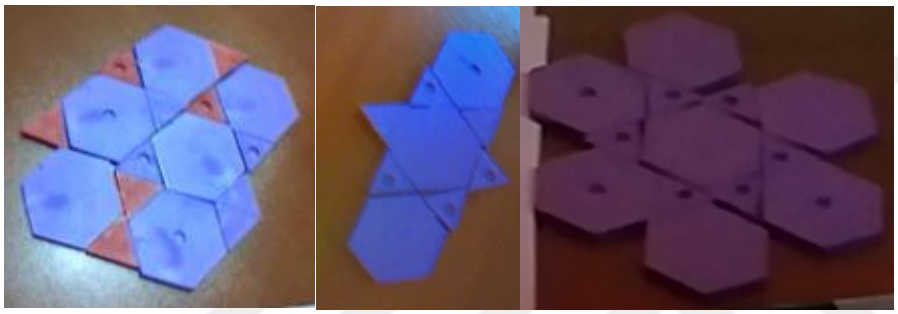


3.2.2.2 Oluşturma aşaması

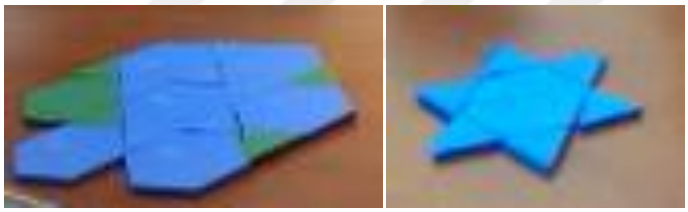
Bu aşamada öncelikle öğrencilerden örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Hatice'nin Görsel 3.2.2.4a'daki gibi; Ramazan ve Vedat'ın Görsel 3.2.2.4b ve Görsel 3.2.2.4c'deki gibi iki farklı şekilde süslemeyi oluşturduğu; Naz ve Eylül'ün Görsel 3.2.2.4d'deki gibi süslemeyi örüntü blokları ile oluşturdukları görülmektedir. Ancak Teslime ve Dilber'in Görsel 3.2.2.4e'deki gibi süslemenin bir kısmını oluşturdukları ve süslemeyi çoğaltmadıkları görülmektedir.

Görsel 3.2.2.4

Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri



(a) (b) (c)

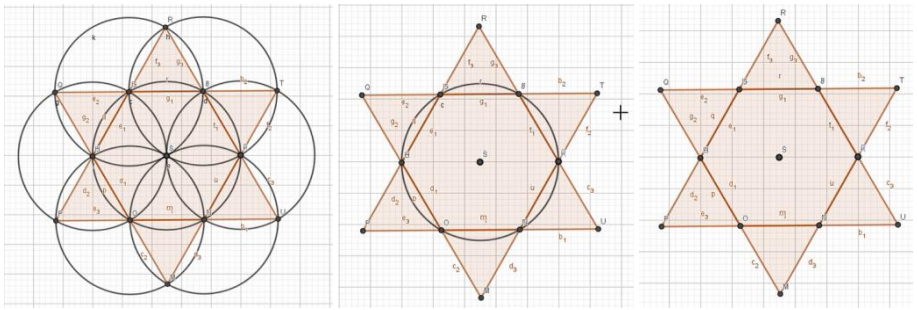


(d) (e)

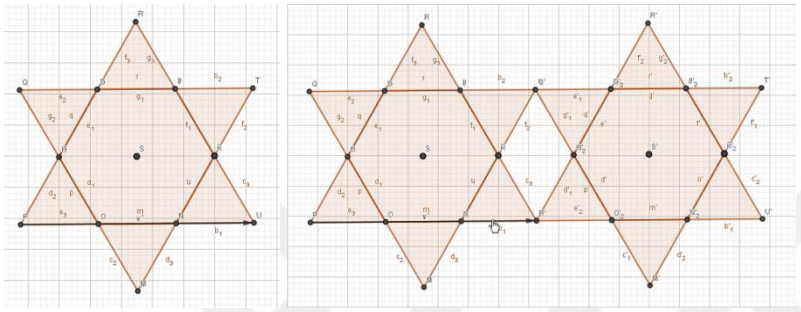
Oluşturma aşamasında daha sonra GeoGebra'da süslemenin inşa aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada Naz öncelikle eş çemberler (Görsel 3.2.2.5a) aracılığı ile düzgün altıgen ve 6 eşkenar üçgenden (Görsel 3.2.2.5b) oluşan Davut yıldızını (Görsel 3.2.2.5c) inşa etmiştir. Davut yıldızını süslemenin tekrar birimi olarak düşünen Naz, döndürme ile, doğruda yansıtma ile ve öteleme ile süslemeyi oluşturmaya çalışmıştır. Örneğin, Naz Davut yıldızının sol alt köşesinden başlayan ve sağ alt köşesine kadar uzanan bir u vektörü çizmiştir (Görsel 3.2.2.5d). Bu vektöre göre Davut yıldızını öteleyen Naz süslemeyi oluşturamamıştır (Görsel 3.2.2.5e).

Görsel 3.2.2.5

Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da Öteleme Dönüşümü ile İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

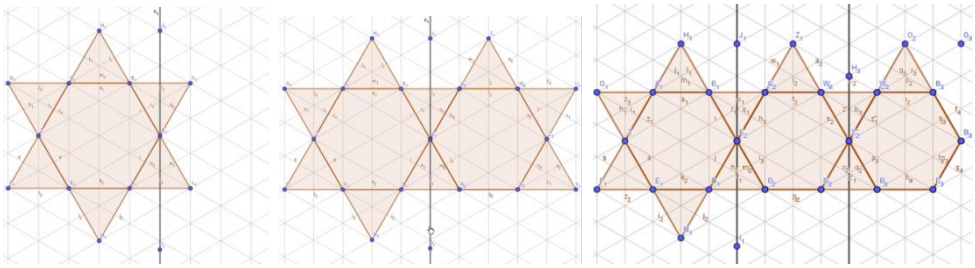


(d) (e)

Naz GeoGebra'nın arka planındaki karelerden oluşan "Ana Izgara Çizgileri" adındaki ızgara türünü eşkenar üçgenlerden oluşan "İzometrik" ızgara türü ile değiştirmiştir. Bu kılavuz çizgilerinden yararlanarak altıgen çizmiş ve etrafına eşkenar üçgenler yerleştirmiştir (Görsel 3.2.2.6a). Bu defa GeoGebra'daki "doğruda yansıt" aracı ile n_1 dikey doğrusuna göre yansıma dönüşümünü uygulamıştır (Görsel 3.2.2.6b). Daha sonra diğer belirlediği dikey doğru ile tekrar yansıma dönüşümünü uygulamıştır. Süslemedeki çakışmaları gören ve seçtiği tekrar birimi ile süslemeyi oluşturamayacağını anlayan Naz, Araştırmacıdan yardım istemiştir.

Görsel 3.2.2.6

Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da Yansıma Dönüşümü ile İnşa Aşamaları

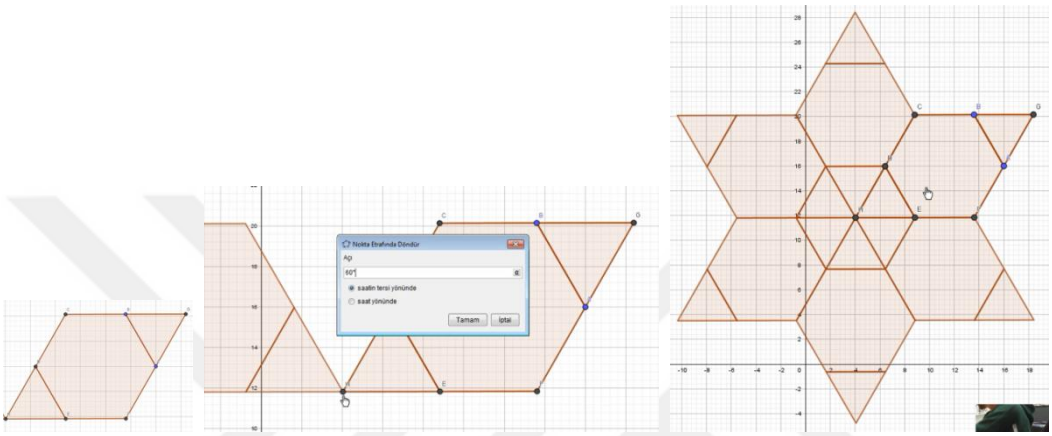


(a) (b) (c)

Araştırmacının düzgün altıgen ve iki eşkenar üçgen şeklindeki tekrar birimi önerisinden sonra Naz, yeni belirlediği tekrar birimine (Görsel 3.2.2.7a) dönme dönüşümü uygulamıştır (Görsel 3.2.2.7b). Dönme dönüşümlerini tekrarlayan Naz sonuçta hatalı bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.2.2.7c).

Görsel 3.2.2.7

Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da Dönme Dönüşümü ile İnşa Aşamaları



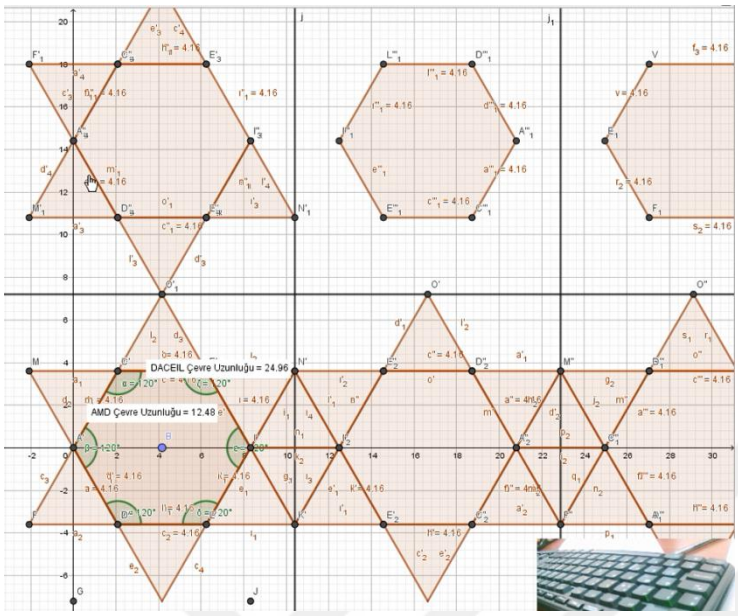
(a) (b) (c)

Tüm denemelerine rağmen Naz süslemeyi GeoGebra'da oluşturamamıştır. Naz ile aynı bilgisayarı kullanan Eylül GeoGebra'da süslemeyi oluşturmamıştır.

Furkan eş çemberler aracılığı ile düzgün altıgen ve 6 eşkenar üçgenden oluşan Davut yıldızını inşa etmiştir. Davut yıldızını tekrar birimi olarak belirleyen Furkan dikey ve yatay doğruya göre yansıma altındaki görüntüleri elde ederek süslemeyi oluşturmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır (Görsel 3.2.2.8).

Görsel 3.2.2.8

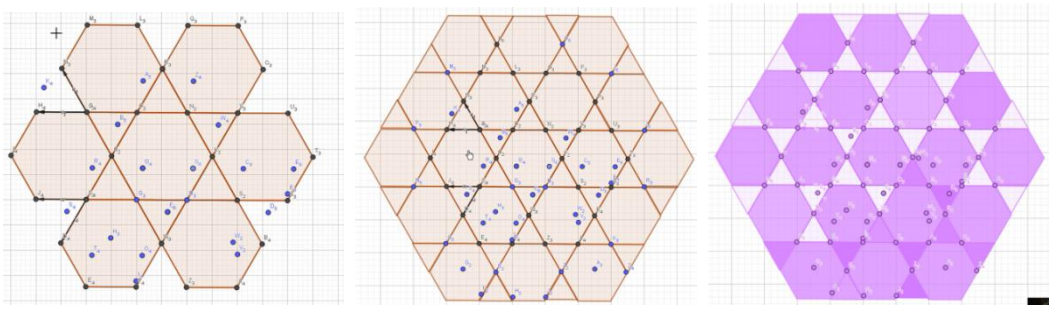
Furkan'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



Hatice'nin düzgün çokgen aracını kullanarak Davut yıldızını inşa ettiği görülmektedir. Daha sonra Davut yıldızını oluşturan düzgün altıgeni ve çevresindeki eşkenar üçgenleri öteleme ve doğruda yansıtma aracı ile çoğaltan (Görsel 3.2.2.9a) Hatice, noktada yansıt aracı ile süslemenin dış kısımlarını tamamlamıştır (Görsel 3.2.2.9b). Hatice son olarak süslemeyi renklendirmiştir (Görsel 3.2.2.9c). Hatice'nin süslemeyi bir tek tekrar birimi ile çoğaltmadığı görülmektedir. Süslemeyi oluşturan çokgenleri uygun dönüşümler (öteleme ve yansıtma) kullanarak süslemeyi oluşturmuştur.

Görsel 3.2.2.9

Hatice'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

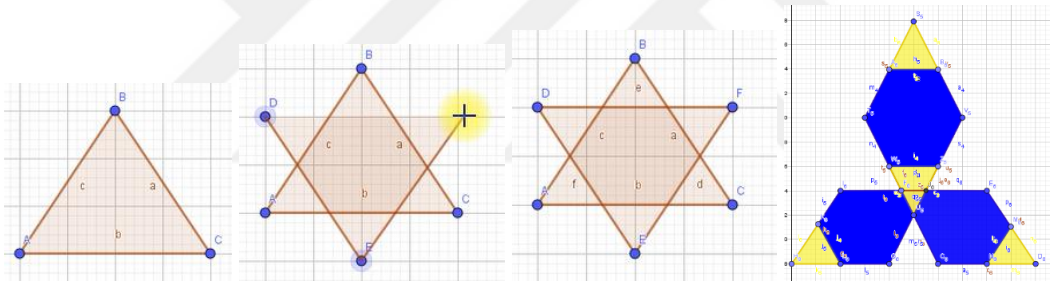
Ortak bir bilgisayar kullanan Ramazan ve Vedat'tan ilk olarak Ramazan çokgen aracı ile bir üçgen çizmiştir (Görsel 3.2.2.10a). Diğer bir üçgeni de ilk üçgenin üstüne (Görsel

3.2.2.10b) Davut yıldızını elde edebilecek şekilde yerleştirmiştir (Görsel 3.2.2.10c). Ancak süslemeyi oluşturamamıştır. Süsleme yerine farklı bir tasarım yapmıştır (Görsel 3.2.2.10d). Ramazan'ın Davut yıldızındaki iki üçgeni fark etmiş olması onun diğer arkadaşlarından daha farklı bir bakış açısı ile süslemeye yaklaştıklarını göstermektedir. Ancak çeşitli denemeleri sonucunda Ramazan'ın süslemeyi inşa edemediği görülmektedir.

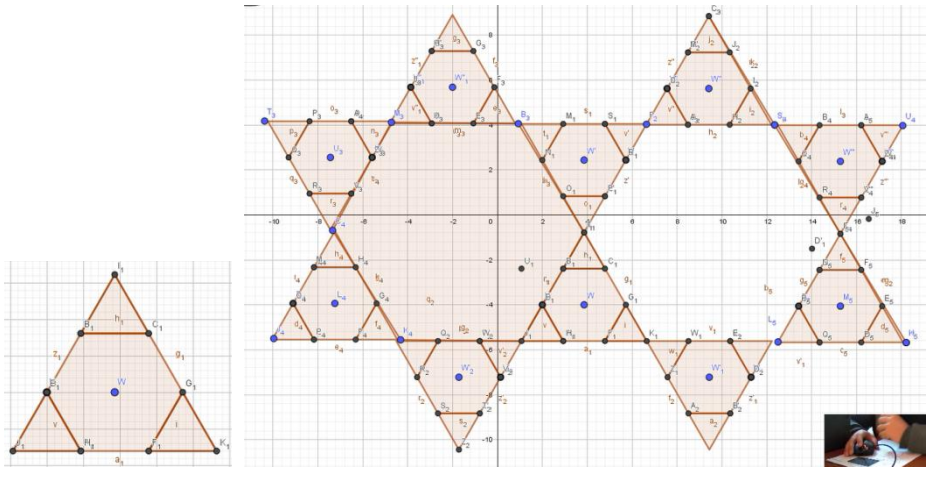
Daha sonra eş çemberler ile düzgün altıgen inşa eden Vedat, altıgenin üç kenarına Görsel 3.2.2.10e'deki gibi eşkenar üçgen yerleştirmiştir. Süslemenin tekrar birimi Görsel 3.2.2.10e'deki gibi düşünen Vedat noktada yansıt aracı ile süslemeyi Görsel 3.2.2.10f'deki gibi oluşturmaya çalışmıştır. Ancak oluşturduğu süsleme bir çizim olmuştur. Ayrıca çizmeye çalışılan süslemeden farklıdır. Yani Vedat da Ramazan gibi uygun süslemeyi, inşa edememiştir.

Görsel 3.2.2.10

Ramazan ve Vedat'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c) (d)

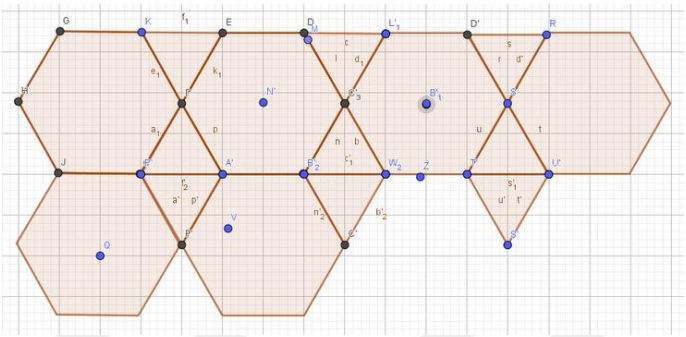


(e) (f)

Teslime'nin düzgün çokgen aracı ile altıgen ve üçgen çizdiği görülmektedir. Daha sonra doğruda yansıt aracı ile çokgenleri çoğaltmıştır. Ancak istenilen süsleme desenini oluşturamamıştır (Görsel 3.2.2.11). Süsleme inşası hatalıdır.

Görsel 3.2.2.11

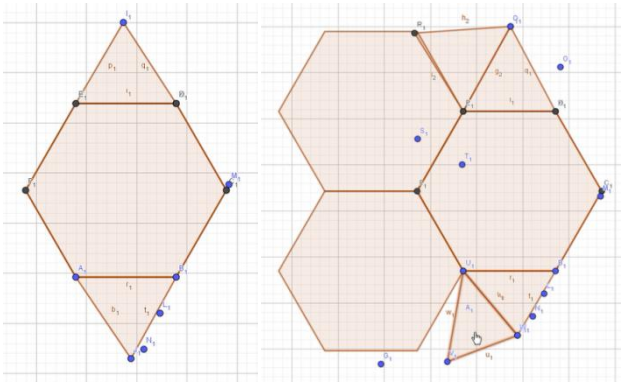
Teslime'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



Dilber ise bir altıgen ve iki üçgeni tekrar birimi olarak belirlemiştir (Görsel 3.2.2.12). Ancak tekrar birimi bir çizimdir. Bu çizimi de çokgenleri teker teker seçerek doğruda yansıt aracı ile çoğaltmaya çalışan Dilber, çiziminde başarısız olmuştur (Görsel 3.2.2.12). Süsleme inşası hatalıdır.

Görsel 3.2.2.12

Dilber'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b)

3.2.2.3 Çizim aşaması

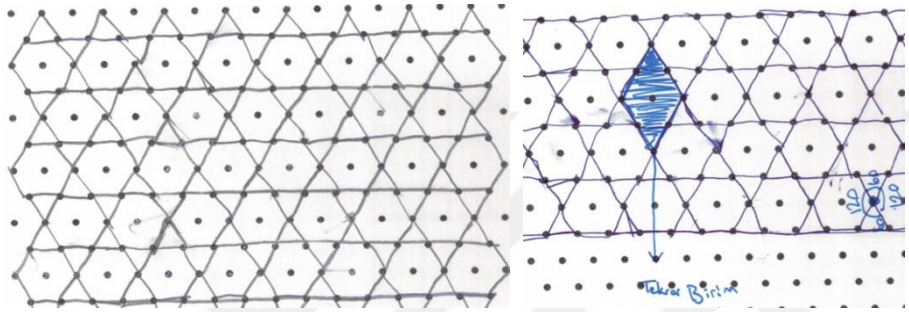
Bu aşamada öğrencilerden süslemeyi noktalı kâğıda ya da izometrik kâğıda çizmeleri istenmiştir. Öğrenciler süslemeyi çizerken izometrik kâğıdı tercih etmişlerdir. Çizimler incelendiğinde beş öğrencinin (Naz, Ramazan, Dilber, Teslime ve Eylül) doğru çizim

yaptığı, üç öğrencinin (Vedat, Hatice ve Furkan) hatalı çizim yaptıkları görülmektedir. Diğer üç öğrenci ise (Batuhan, Muhammet ve Ali Alper) çizim yapmamışlardır.

Bu aşamada çizimlerin üstüne tekrar biriminin yeniden işaretlenmesi istenmektedir. Öğrencilerden beşi (Naz, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) çizimlerinin üstünde tekrar birimini belirtmişlerdir. Örneğin Teslime'nin Görsel 3.2.2.13b'deki gibi çizim yaptığı ve tekrar birimini çizim üzerinde işaretlediği görülmektedir.

Görsel 3.2.2.13

Ramazan ve Teslime'nin İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimleri



(a) (b)

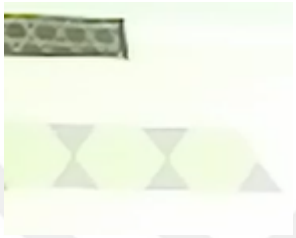
3.2.2.4 Sorgulama Aşaması

İkinci öğretim haftasında öğrencilerin çoğunluğunun süslemedeki çokgenleri doğru belirledikleri görülmektedir. Odak öğrencilerin tümü ve bir diğer öğrenci süslemenin periyodik olduğunu fark etmişlerdir. Süslemenin tekrar birimi ile ilgili 5 öğrenci doğru görüş bildirmiştir ancak 4 öğrencinin görüşü daha kullanışlıdır. Yani Vedat süslemenin tamamını bir tek eşkenar üçgenle oluşturabileceğini söylemiştir. Diğer 4 öğrenciye göre ise iki eşkenar üçgen ve bir düzgün altıgen ile süsleme oluşturulabilmektedir. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları odak öğrencilerden 5'i doğru hesaplayabilmiştir. Diğer öğrenciler açılar ile ilgili görüş belirtmemiş ya da hatalı görüş belirtmişlerdir.

İkisi hariç odak öğrencilerin tümünün süslemeyi örüntü blokları ile oluşturdukları görülmektedir. GeoGebra'da süsleme inşasında ise sadece bir öğrenci (Hatice) başarılı olmuştur. Hatice'nin de süslemeyi GeoGebra'daki "düzgün çokgen" aracını kullanarak inşa ettiği görülmektedir. Süslemedeki altıgeni ve eşkenar üçgenleri teker teker uygun dönüşümlerle çoğaltmış ve en sonunda süslemeyi renklendirmiştir. Tüm öğrencilerin

GeoGebra'daki inşa denemelerine bakıldığında öğrencilerin çalışma yaprağında daha önceden belirttikleri tekrar birimi görüşlerinden bağımsız inşalar denedikleri görülmektir. Ayrıca öğrenciler çoğunlukla süslemeyi inşa edememişlerdir. Bunun üzerine Araştırmacı "iki eşkenar üçgen ve bir düzgün altıgenle" süslemeyi oluşturabilecekleri konusunda öğrencileri yönlendirmiştir. Bu esnada Araştırmacı ile öğrenciler arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalardan bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Ramazan **:** Hocam yukarıya nasıl yapacağız?



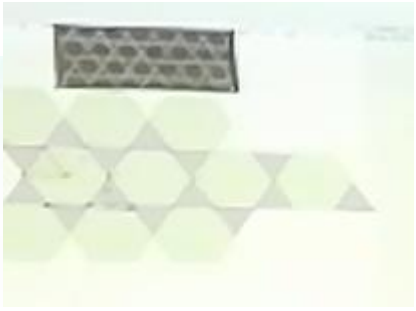
Araştırmacı **:** Harika. Çok doğru bir soru. Süslemeyi yukarıya ya da aşağıya nasıl çoğaltacağız? Deneyerek bulalım.

Furkan **:** Doğruda yansıt ile.

Hatice **:** Ben de öyle diyecektim.

Araştırmacı **:** Deneyerek doğruda yansıt ile olup olmayacağını görürüz. Noktada yansıt aracını da deneyelim. Ötelemeyi de deneyelim.

Ramazan **:**



Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde Araştırmacının yönlendirmesini ile süslemeyi inşa etmeye çalışan Ramazan'ın tekrar birimini çoğaltırken hangi dönüşümü kullanacağına karar veremediği görülmektedir. Bu noktada Furkan ve Hatice "doğruda yansıtma" önerisinde bulunmuşlardır. Araştırmacı bunu öneriyi öğrencilerin denemelerini söylemiştir. Ayrıca "noktada yansıtma" ve "öteleme" dönüşümlerini de denemelerini söyleyen Araştırmacı, Hatice'den akıllı tahtada süslemeyi inşa etmesini istemiştir. Hatice önerilen dönüşümlerden "vektör ile öteleme" dönüşümü ile süslemeyi inşa etmiştir.

Ekran kayıtları incelendiğinde öğrencilerin süslemeyi GeoGebra'da inşada zorlandıkları görülmektedir. Hatice dışındaki hiçbir öğrenci süslemeyi inşa edememiştir. Örneğin Naz süslemeyi iki farklı tekrar birimi ile inşa etmeye çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Furkan da yanlış belirlediği tekrar birimine doğruda yansıtma dönüşümü uygulamış ancak süslemeyi inşa edememiştir. Ramazan ise diğer öğrencilerden farklı bir yolla iki üçgen yardımıyla Davut yıldızını oluşturmuştur ancak istenilen süslemeyi inşa edememiştir. Vedat da hatalı belirlediği tekrar birimi ile uygun süslemeyi inşa edememiştir.

Bazı öğrencilerin çalışma yaprağının 4.adımındaki tekrar birimi sorusuna verdikleri doğru cevaplardan farklı tekrar birimleri belirleyerek GeoGebra'da inşa denemeleri yaptıkları görülmektedir. Örneğin Vedat çalışma yaprağının 4.adımında Görsel 3.2.2.2a'daki bir tek eşkenar üçgen yardımıyla süslemenin tamamının inşa edilebileceğini belirtmiş olsa da GeoGebra'daki süsleme inşasında öncelikle eş çemberlerden düzgün altıgen inşa etmiş ve altıgene Görsel 3.2.2.10e'deki gibi üç eşkenar üçgen eklemiştir. Bu şekilde elde ettiği tekrar birimine daha sonra dönüşümler uygulamış ancak istenilen süslemeyi inşa edememiştir.

Teslime de süslemenin tekrar birimini en başta Görsel 3.2.2.2c'deki belirtmiş olsa da GeoGebra'daki inşa aşamaları incelendiğinde sadece bir düzgün altıgen ve bir eşkenar üçgen olacak şekilde tekrar birimini belirlediği ve süslemeyi inşa etmeye çalıştığı görülmektedir. Ancak tekrar birimine uyguladığı dönüşümlerle hatalı bir süsleme inşa etmiştir.

Naz da süslemenin tekrar birimini Görsel 3.2.2.2b ve Görsel 3.2.2.2c'deki belirtmiş olsa da GeoGebra'daki inşa aşamaları incelendiğinde öncelikle bir Davut yıldızı inşa ettiği ve daha sonrada Görsel 3.2.2.5e ve Görsel 3.2.2.6b'deki gibi öteleme ve doğruda yansıtma dönüşümleri ile süslemeyi inşa etmeye çalıştığı görülmektedir. Hatalı süslemeler inşa etmiştir. Daha sonra Araştırmacının yönlendirmesini dikkate alan Naz başlangıçta da belirttiği Görsel 3.2.2.2b'deki gibi tekrar birimi inşa etmiş ve dönme dönüşümü ile Görsel 3.2.2.7c'deki gibi süsleme inşa etmiştir. Ancak Naz'ın inşa ettiği süsleme istenilen süslemeden farklıdır. Yani Naz istenilen süslemeyi inşa edememiştir.

Hatice'nin ise süslemedeki çokgenleri (altıgen ve eşkenar üçgen) "düzgün çokgen" aracı ile oluşturduğu ve sonrasında bu çokgenleri teker teker uygun dönüşümlerle (öteleme ve yansıtma) çoğaltarak süslemeyi inşa ettiği görülmektedir.

Çizim aşamasında, öğrencilerin yarıya yakını doğru çizim yapmışlardır. Çizim esnasında öğrenciler izometrik kâğıdı tercih etmişlerdir. Öğrencilerden çoğunluğunun ise örüntü blokları ile süslemeyi oluşturdukları görülmektedir.

SORGULAMAYA YÖNELİK ÖĞRETMEN SORULARI

Öğrencilerin GeoGebra'da süsleme inşasında, tekrar biriminin yerine tekrar birimini oluşturan çokgenleri teker teker seçip dönüşümler ile çoğalttıkları görülmektedir. Durum Araştırmacı tarafından incelendiğinde GeoGebra programının bu duruma daha müsait olduğu görülmektedir. Yani süslemeyi çoğaltırken çokgenleri teker teker seçip çoğaltmak, tekrar birimini seçip çoğaltmaktan daha pratik olmaktadır.

Öğrencilerin GeoGebra'da süsleme inşasında zorlanmaları üzerine Araştırmacı öğrencilere tekrar birimi önerisinde bulunmuştur. Ancak yine de inşa aşamasında zorlanan öğrenciler olmuş ve Araştırmacı inşa aşamasında kullanılacak dönüşümler ile ilgili de yönlendirme yapmıştır. Ancak Hatice haricinde süsleme inşasını doğru yapan öğrenci olmamıştır. Bunun üzerine Araştırmacı Hatice'den süslemeyi akıllı tahtada inşa etmesini istemiştir.

GÜNLÜKLERDEN

İlk öğretim haftasında günlüğünde ders sürecini sistematik bir şekilde anlattığı için Eylül ikinci öğretim haftasının başında Araştırmacı tarafından ödüllendirilmiştir. İkinci öğretim haftasında ise Eylül ile diğer öğrencilerin (Furkan, Naz, Dilber, Hatice ve Teslime) de daha sistematik bir şekilde günlüklerini yazdıkları görülmektedir. Araştırmacı günlüğünde bu öğretim haftasında tekrar birimini bulan daha çok öğrenci olduğunu not edilmiştir. Örneğin öğrenci günlüklerinde Naz'ın süslemenin tekrar birimi için "eşkenar dörtgen veya paralelkenar" şeklinde olduğunu ve Eylül'ün de tekrar birimi için "eşkenar dörtgen" şeklinde olduğunu belirttikleri dikkat çekmektedir. Furkan GeoGebra'da süsleme inşasında eş çemberlerle yaşam çiçeği yapar gibi altıgen elde etmiş ve altıgenin etrafına eşkenar üçgenler yerleştirdiğini belirtmiş sonuçta Davut yıldızı elde etmiştir. Öğrenciler süslemeyi çoğaltırken daha çok "noktada yansıt" ve "vektör ile öteleme"

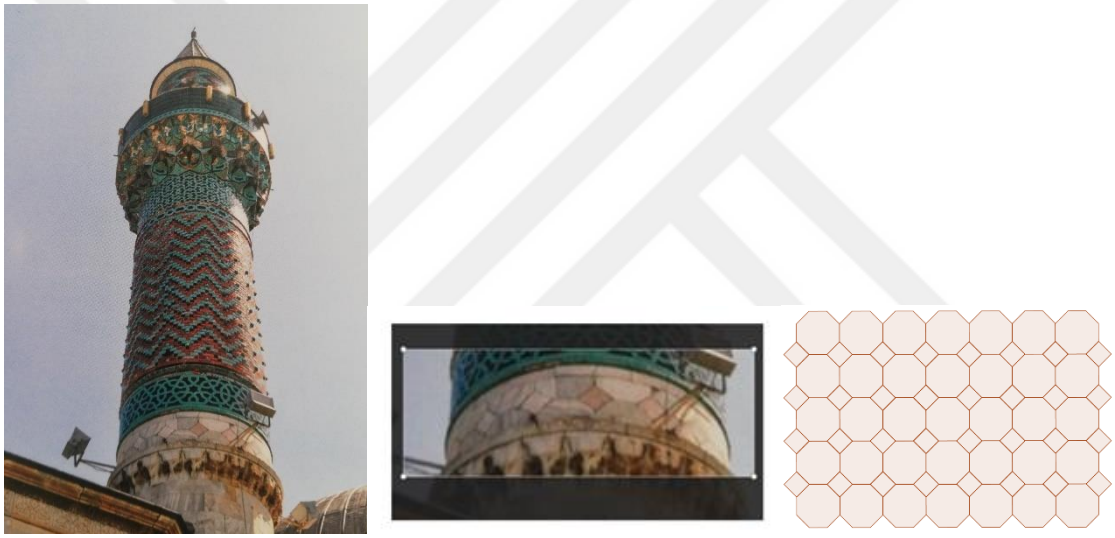
dönüşümlerini kullandıklarını belirtmişlerdir. Bir bilgisayarı tek başına kullanan Hatice için Araştırmacı günlüğünde "Hatice kendi halinde güzel işler çıkartıyor" demiştir. Gerçekten de süslemeyi GeoGebra'da inşa eden sadece Hatice'dir.

3.2.3 Öğretim haftası 4

Dördüncü öğretim haftasına, Bursa ilinde bulunan İznik Yeşil Caminin minaresinden bir süsleme ile devam edilmiştir (Görsel 3.2.3.1).

Görsel 3.2.3.1

Bursa ili İznik Yeşil Cami Minaresi ve Minaresinden Seçilen Süsleme Fotoğrafı



(a) (b) (c)

Kaynak: Ekizler Sönmez, S. (2020). *Anadolu Selçuklu Sanatının Geometrik Dili Seti*. İstanbul: Ketebe Yayınları, s.110.

Görsel 3.2.3.1b'deki süsleme örneği ve süsleme fotoğrafı çalışma yaprakları aracılığıyla öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilerden ilk olarak süsleme fotoğrafını incelemeleri, ardından çalışma yaprağındaki soruları sırasıyla cevaplamaları istenmiştir.

Dördüncü öğretim haftasındaki sınıf öğretim sürecine odak öğrenciler (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ile diğer beş öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil ve Mustafa) toplamda12 öğrenci katılım sağlamıştır.

3.2.3.1 Analiz aşaması

Öğrencilerin çalışma yaprağındaki sorulara cevap vererek, süslemeyi fotoğraf üzerinden incelediği görüşlerin analizi Tablo 3.2.3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.2.3.1

Dördüncü Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri

Süsleme 4: *İznik Yeşil Camii Minaresi*	**Şekil Bilgisi**	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (-)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (N, R, D, T, E)
		Periyodik Değil (-)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (V, H)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (-)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (N, D, V, H, T, E)
		Öteleme ile (N, R, D, T)
		Dönme ile (N, D, V)
		Ötelemeli Yansıma ile (-)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, D, H, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (R, V)

Sınıftaki öğretim sürecinde süslemedeki şekil bilgisi ile ilgili sadece bir öğrenci (Mustafa) süslemede kullanılan çokgenleri eksik/hatalı belirlemiştir. Diğer on bir öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ise süslemede kullanılan çokgenleri "sekizgen ve kare" olarak belirlemişlerdir. Tüm öğrenciler (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Mustafa, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) süslemedeki çokgenlerin "düzgün çokgenler" olduğunu belirterek doğru cevap vermişlerdir.

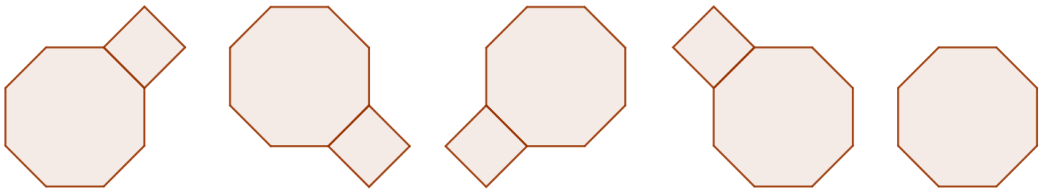
Dokuz öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Mustafa, Naz, Ramazan, Dilber, Teslime ve Eylül) süslemedeki çokgenlerin periyodik kaplandığını fark etmişlerdir. Örneğin Ali Alper süslemede şekillerin "düzenli, örüntülü" bir şekilde yerleştirildiğini, Eylül süslemeler "bir düzen içerisinde yerleştirilmiştir. Örüntülü de diyebiliriz. Yani rastgele değil" şeklinde açıklamış ve Dilber ise süslemeler "bir düzen içerisinde yerleşmiştir. Bir sonraki adımda ne geleceği bellidir. Örüntülü ve kurallıdır." diyerek

süslemenin periyodikliğini açıklamaktadırlar. Ancak diğer iki öğrenci (Vedat ve Hatice) süslemenin periyodik olup olmadığını fark edememişlerdir ve şekillerin nasıl yerleştirildiği sorusuna süslemenin "yansıtılarak" yerleştirildiği cevabını vermişlerdir.

Süslemedeki tekrar birimi ile ilgili öğrenci görüşleri incelendiğinde sekiz öğrencinin (Miraç, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) tekrar birimini doğru belirlediği görülmüştür. Örneğin iki öğrenci (Naz ve Dilber) Görsel3.2.3.2a'daki gibi; dört öğrenci (Ramazan, Vedat, Eylül ve Miraç) Görsel 3.2.3.2b'deki gibi; bir öğrenci (Teslime) Görsel 3.2.3.2c'deki gibi; bir öğrenci (Hatice) Görsel 3.2.3.2d'deki gibi bir seçim yapıp tekrar birimi olarak söylemişlerdir. Bu görüşler incelendiğinde belirtilen tüm görüşlerin süslemenin tekrar birimi olarak belirlenirse süsleme dönüşümlerle kolaylıkla çoğaltılabilmektedir. İki öğrenci (Ali Alper ve Mustafa) ise tekrar birimini hatalı belirlemişlerdir. Ali Alper ve Mustafa Görsel 3.2.3.2e şeklinde hatalı görüş belirtmişlerdir. Diğer iki öğrenci (Muhammet ve Abdil) ise tekrar birimi ile ilgili görüş belirtmemişlerdir.

Görsel 3.2.3.2

Süsleme 4'teki Tekrar Birimi ile İlgili Odak Öğrenci Görüşleri



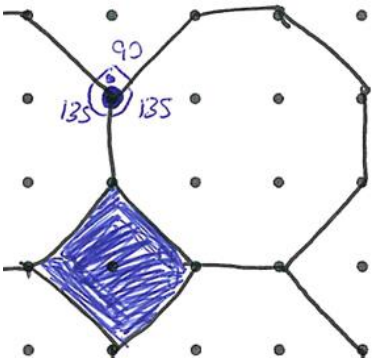
(a) (b) (c) (d) (e)

Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili on öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Mustafa, Naz, Dilber, Vedat, Hatice ve Eylül) yansıma dönüşümü ile, beş öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber ve Teslime) öteleme dönüşümü ile, üç öğrenci (Naz, Dilber ve Vedat) dönme dönüşümü ile süslemenin çoğaltılabileceğini söylemiştir.

Süslemedeki açı bilgisi ile ilgili yedi öğrenci (Muhammet, Miraç, Naz, Dilber, Hatice, Teslime ve Eylül) bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamış ve diğer beş öğrenci ise (Ramazan, Vedat, Ali Alper, Abdil, Mustafa) açılarla ilgili görüş belirtmemişlerdir. Dilber'in açılarla ilgili çizimi Görsel 3.2.3.3'te sunulmuştur.

Görsel 3.2.3.3

Süsleme 4'teki Açı Bilgisi ile İlgili Dilber'in Görüşü



3.2.3.2 Oluşturma aşaması

Bu aşamada öncelikle öğrencilerden örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Muhammet ve Abdil'in Görsel 3.2.3.4a'daki gibi; Ramazan ve Vedat'ın Görsel 3.2.3.4b'deki gibi; Naz'ın Görsel 3.2.3.4c'deki gibi süslemeyi örüntü blokları ile oluşturdukları görülmektedir. Miraç ve Eylül'ün Görsel 3.2.3.4d'deki gibi; Hatice'nin ise Görsel 3.2.3.4e'deki gibi süslemeyi boşluk bırakarak oluşturmuşlardır. Ayrıca Teslime ve Dilber'in Görsel 3.2.3.4f'deki gibi süslemenin bir kısmını oluşturdukları ancak süslemeyi çoğaltmadıkları görülmektedir.

Görsel 3.2.3.4

Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri

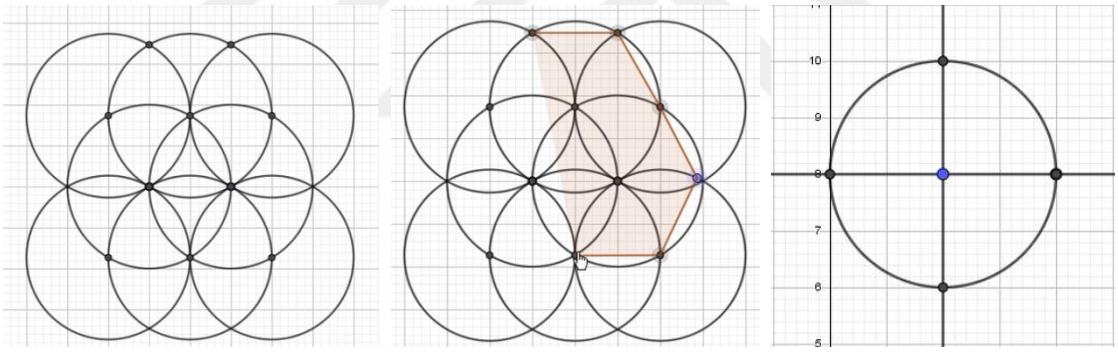
(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

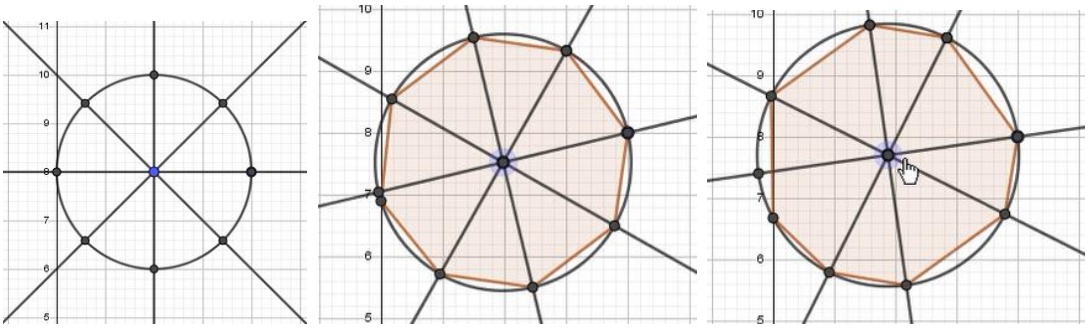
Oluşturma aşamasında daha sonra GeoGebra'da süslemenin inşa aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada Miraç öncelikle eş çemberler aracılığıyla sekizgen inşa etmeye çalışmıştır (Görsel 3.2.3.5a). Ancak çeşitli denemeler sonucunda başarılı olamamış sekizgen inşa edememiştir (Görsel 3.2.3.5b). Daha sonra "Merkez ve Nokta ile Çember" aracı ile bir çember çizen Miraç çemberin çapını kesen bir doğru ve bu doğruyu dik kesecek ikinci bir doğruyu GeoGebra uygulamasındaki arka plan ızgaralarından yararlanarak çizmiştir (Görsel 3.2.3.5c). Çemberi 4 eş parçaya bölen Miraç çemberin merkezinden geçen doğrularla yaklaşık çizimler yapmaya çalışsa da başarılı olamamıştır. Araştırmacıdan yardım istemiştir. Araştırmacı "Açı Ortay" aracını kullanabileceğini söylemiştir. Açı Ortay aracını kullanarak çemberi 8 eş parçaya ayıran (Görsel 3.2.3.5d) Miraç daha sonra çemberi kesen noktaları "Çokgen" aracını kullanarak birleştirmiştir (Görsel 3.2.3.5e). Bir düzgün sekizgen inşa edip edemediğini kontrol eden Miraç hatalı bir çizim yaptığını fark etmiştir (Görsel 3.2.3.5f).

Görsel 3.2.3.5

Miraç'ın Süslemedeki Düzgün Sekizgeni İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)



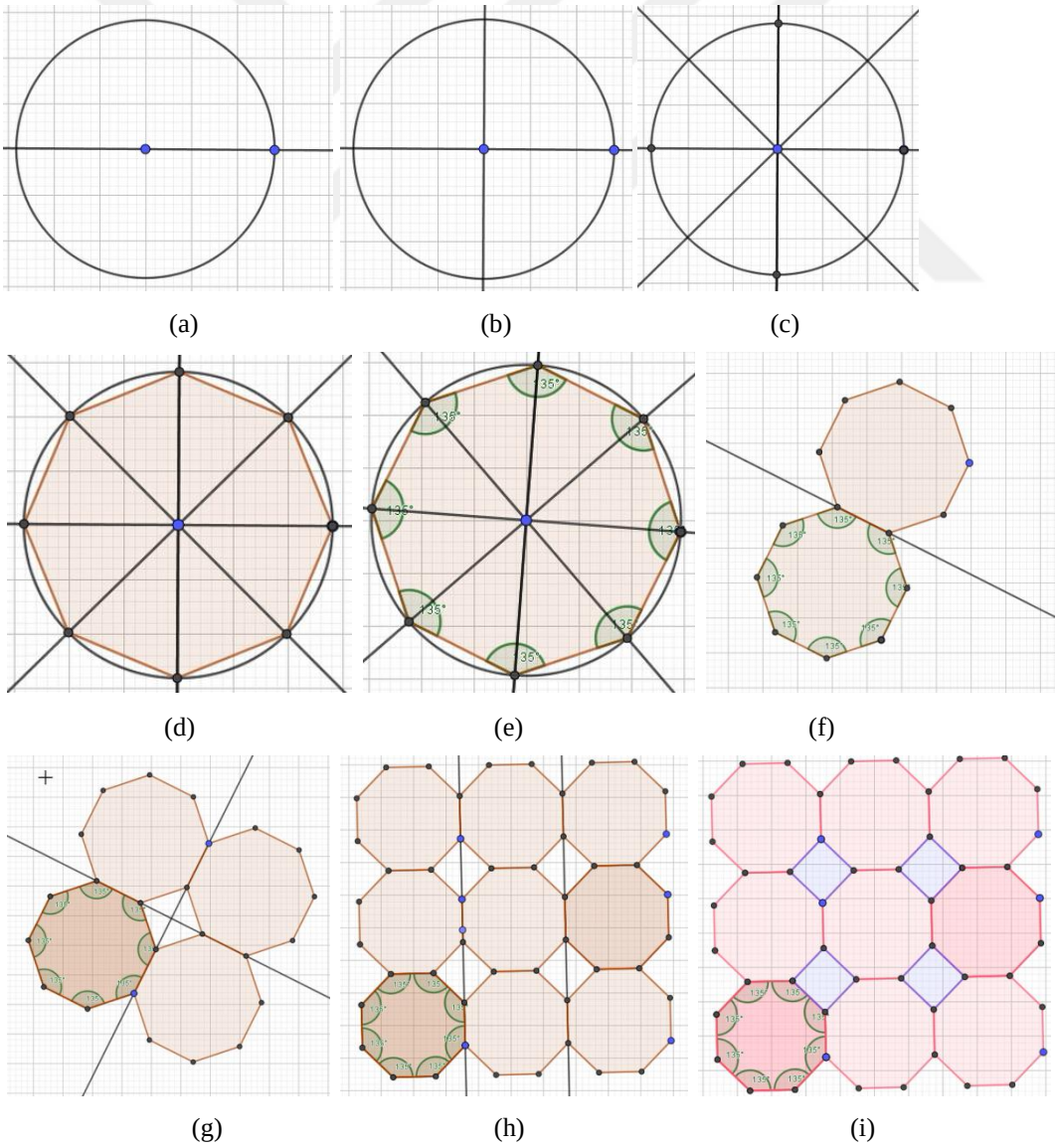
(d) (e) (f)

Bu etkinlik haftasında Miraç ile aynı bilgisayarı kullanan Eylül, Miraç'ın çizimindeki hatanın "Dik Doğru" aracını kullanmamaktan kaynaklandığını fark etmiş ve yeniden çember ile sekizgen inşasına başlamıştır. Öncelikle bir çember ve merkezinden geçen bir

doğru çizmiştir (Görsel 3.2.3.6a). Ardından "Dik Doğru" aracı ile çemberin çapını merkezinden dik kesen bir doğru daha çizmiştir (Görsel 3.2.3.6b). Ardından "Açı Ortay" aracını kullanarak çemberi 8 eş parçaya ayırmıştır (Görsel 3.2.3.6c). "Çokgen" aracı ile çember üzerindeki noktaları birleştiren (Görsel 3.2.3.6d) Eylül, düzgün sekizgen inşa edip etmediğini kontrol etmiştir (Görsel 3.2.3.6e). Bir sekizgen inşa ettiğini sekizgenin açılarını da ölçerek gören Eylül, daha sonra "Doğru yansıt" aracı ile sekizgeni çoğaltmıştır (Görsel 3.2.3.6f). Çoğaltma işlemine dikey doğru ile de devam eden (Görsel 3.2.3.6g) Eylül çoğaltma işlemlerine diğer dikey ve yatay doğrularla ilerlemiştir (Görsel 3.2.3.6h). Daha sonra sekizgenler arasında kalan kareleri "çokgen" aracı ile işaretleyen Eylül, çokgenlerin rengini değiştirerek süsleme inşasını bitirmiştir (Görsel 3.2.3.6i).

Görsel 3.2.3.6

Eylül'ün Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

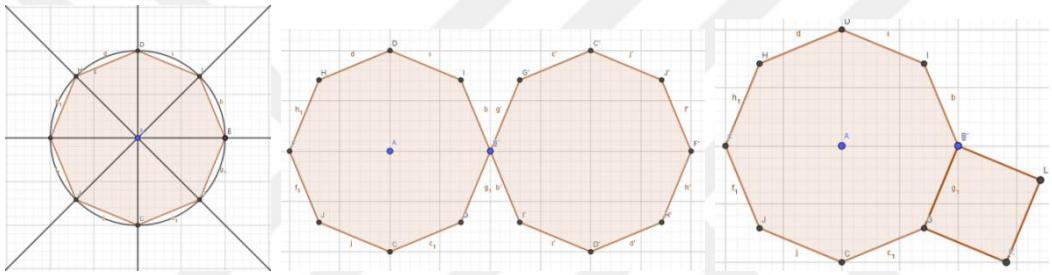
(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

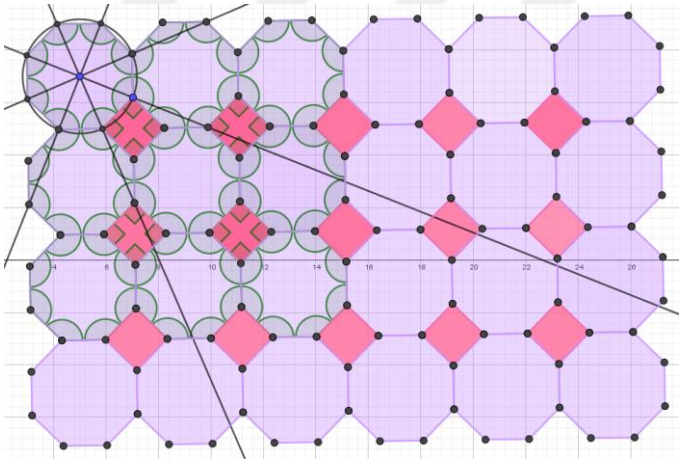
Kare ve ardından sekizgen inşa etmede zorlanan Hatice, Araştırmacının sınıf içi tartışması esnasındaki yönlendirmeleri ile "Dik Doğru" aracını ve "Açı Ortay" aracını kullanarak çemberi sekiz eş parçaya ayırmış ve düzgün sekizgen inşa etmiştir (Görsel 3.2.3.7a). Daha sonra "Noktada Yansıt" aracı ile sekizgeni çoğaltmıştır (Görsel 3.2.3.7b). Süslemedeki desene uygun bir çoğaltma yapmadığını anlayan Hatice çoğalttığı sekizgeni silmiştir. Ardından sekizgene "Düzgün Çokgen" aracı ile kare eklemiştir (Görsel 3.2.3.7c). Daha sonra süslemeyi oluşturacak şekilde "Düzgün Çokgen" aracı ile kare ve sekizgenler ekleyerek süslemeyi tamamlamıştır (Görsel 3.2.3.7d). Ancak inşa sürecinde dönüşümlerden herhangi birini kullanmamıştır.

Görsel 3.2.3.7

Hatice'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)



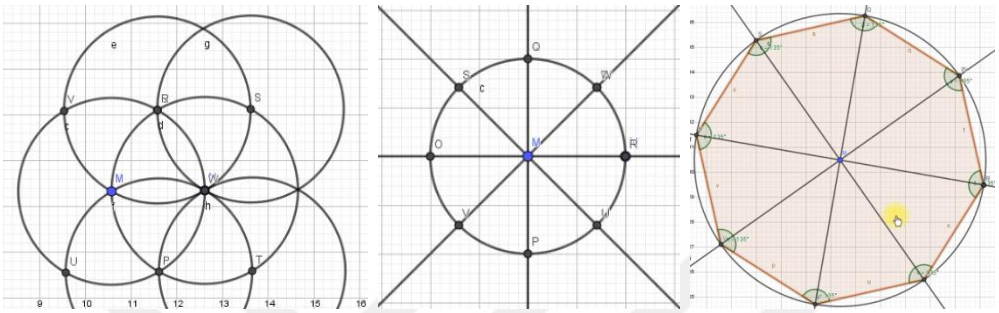
(d)

Ramazan ise eş çemberler ile düzgün sekizgen inşa etmeye çalışmıştır. Yaşam çiçeğine benzer bir şekil oluşturmuş (Görsel 3.2.3.8a) ve düzgün sekizgen elde edemeyeceğini düşünüp silmiştir. Daha sonra sınıf içi tartışmada Araştırmacının yönlendirmesini dikkate alan Ramazan "Merkez ve Nokta ile Çember" aracı ile çember çizmiştir. Ardından çemberin merkezinden geçen bir doğru ve bu doğru ile çemberin merkezinden dik kesişen başka bir doğru çizmiştir (Görsel 3.2.3.8b). Dört çember yayını "Açı Ortay" aracını kullanarak ikiye bölen Ramazan sonuçta çemberi sekiz eş parçaya ayırmış ve düzgün

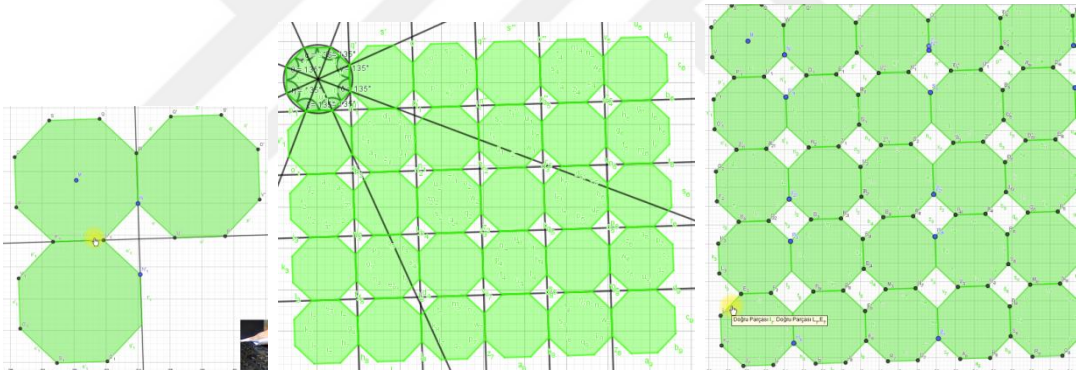
sekizgen inşa etmiştir (Görsel 3.2.3.8c). Ardından sekizgeni dikey ve yatay doğrulara göre Görsel 3.2.3.8d'deki gibi yansıtarak çoğaltan Ramazan süslemeyi Görsel 3.2.3.8e'deki gibi oluşturmuştur. Ramazan'ın Görsel 3.2.3.8f'deki süslemeyi inşa etmiştir ancak süslemedeki kareleri çizmemiştir. Ramazan ile aynı bilgisayarı kullanan Vedat'ın GeoGebra'da süsleme inşası yapmadığı görülmektedir.

Görsel 3.2.3.8

Ramazan'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

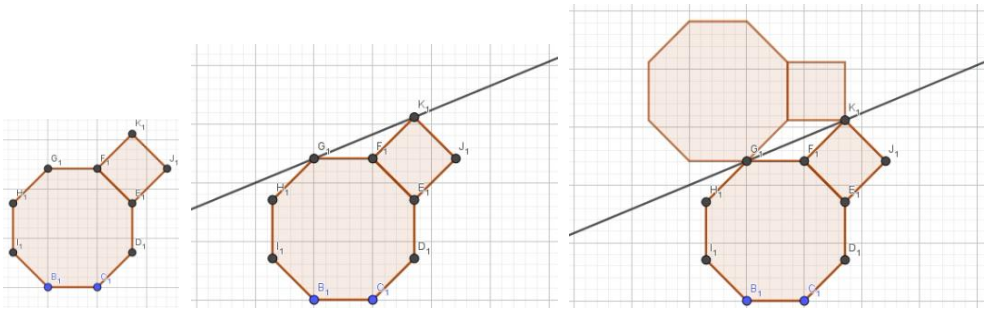


(d) (e) (f)

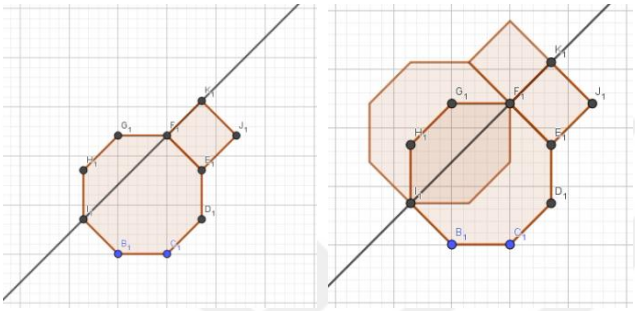
Naz ise ilk başta "Düzgün Çokgen" aracını kullanarak bir sekizgen ve kare çizmiş (Görsel 3.2.3.9a) ardından elde ettiği tekrar birimine bir doğru aracılığı ile (Görsel 3.2.3.9b) yansıma dönüşümü uygulamış ve Görsel 3.2.3.9c'deki gibi tekrar birimini çoğaltmıştır. Ancak süslemedeki uygun dönüşümü elde edemediği için yansıma doğrusunu önce Görsel 3.2.3.9d'deki gibi ardından Görsel 3.2.3.9f'deki gibi değiştirip yansıma dönüşümü uygulamıştır. Ancak her iki denemesinde de süslemedeki uygun dönüşümü (Görsel 3.2.3.9e, Görsel 3.2.3.9g) elde edememiştir.

Görsel 3.2.3.9

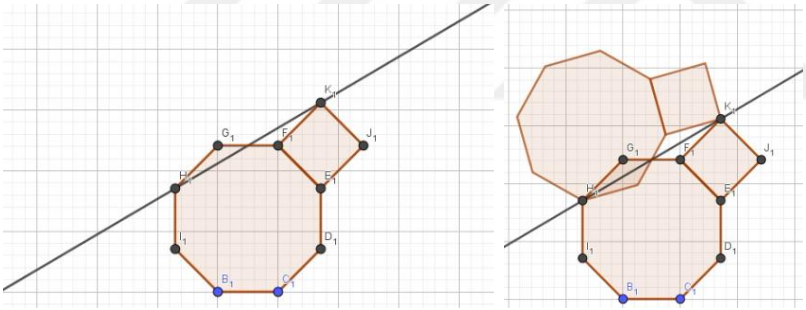
Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'daki İnşa Denemesi



(a) (b) (c)



(d) (e)



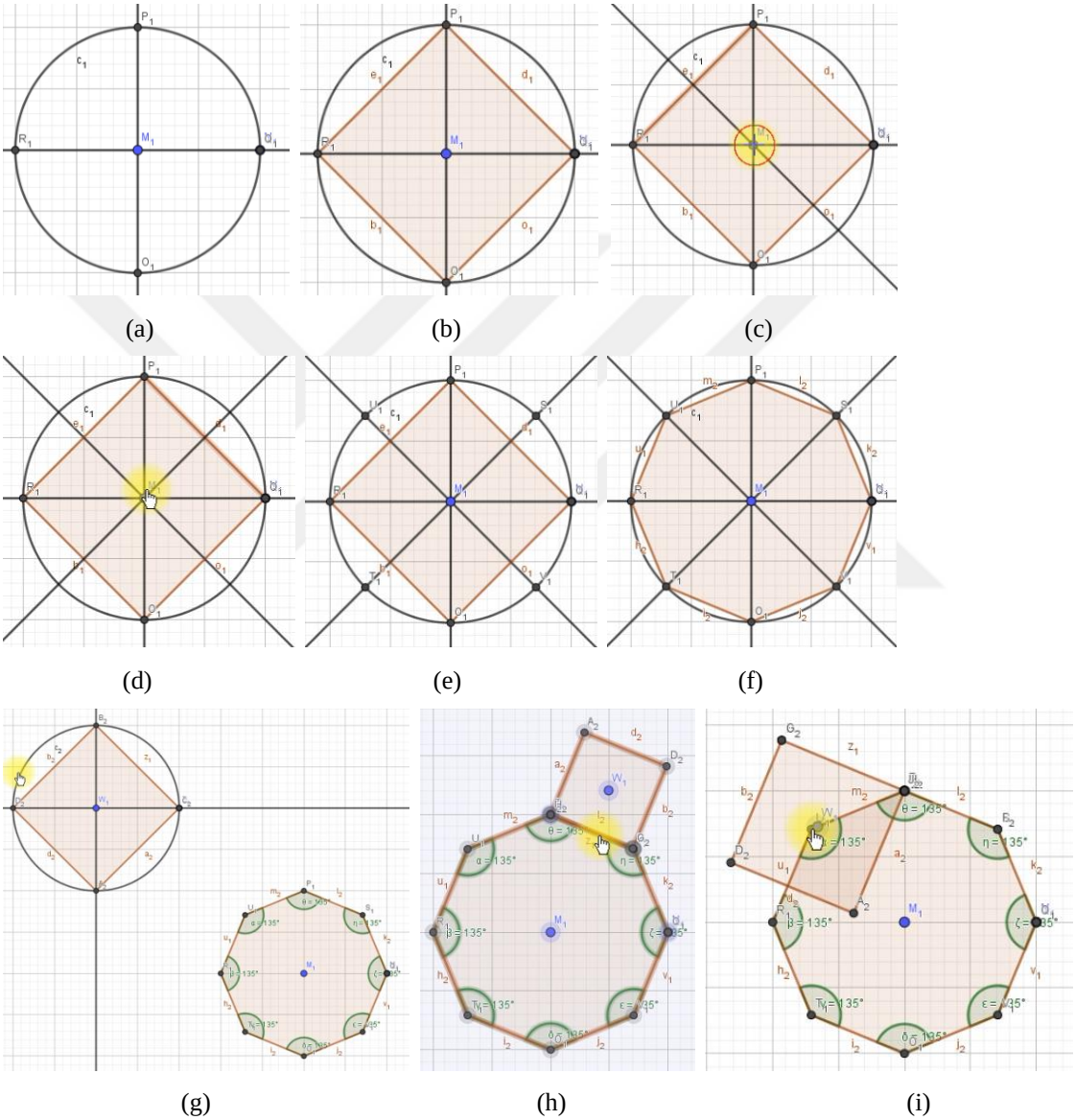
(f) (g)

Daha sonra Naz, Araştırmacının sınıf içi tartışmasındaki yönlendirmesini dikkate alarak önce kare inşa etmiştir (Görsel 3.2.3.10a ve Görsel 3.2.3.10b). Daha sonra karenin kenarlarına çemberin merkezinden geçen dik doğrular çizmiştir (Görsel 3.2.3.10c ve Görsel 3.2.3.10d). Çizdiği dik doğrularla çemberi kesiştiren (Görsel 3.2.3.10e) Naz sonuçta çemberi 8 eş parçaya ayırmış ve bu noktaları birleştirerek sekizgen inşa etmiştir (Görsel 3.2.3.10f). Ardından sekizgen inşasından sonra farklı bir noktada kare inşa eden (Görsel 3.2.3.10g) Naz, inşa ettiği kare ile sekizgeni süslemenin tekrar birimi olacak şekilde konumlandırmaya çalışmıştır (Görsel 3.2.3.10h). Ancak sekizgen ile kareyi birbirine bağlayamayan (Görsel 3.2.3.10i) Naz bu şekilde bir inşa çalışmasını yapamayacağını düşüp kareyi silmiştir. Naz inşa ettiği düzgün sekizgeni "Doğruda Yansıt" aracı ile sekizgenin bir kenarından yansıtarak çoğaltmıştır (Görsel 3.2.3.10j).

Daha sonra süslemedeki desene uygun olacak şekilde aynı işlemi tekrar uygulamıştır (Görsel 3.2.3.10k). Naz süslemeyi Görsel 3.2.3.10l'deki gibi çoğaltmış ve sekizgenlerin arasında kalan kareleri teker teker seçerek (Görsel 3.2.3.10m) süslemeye son halini vermiştir (Görsel 3.2.3.10n).

Görsel 3.2.3.10

Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları

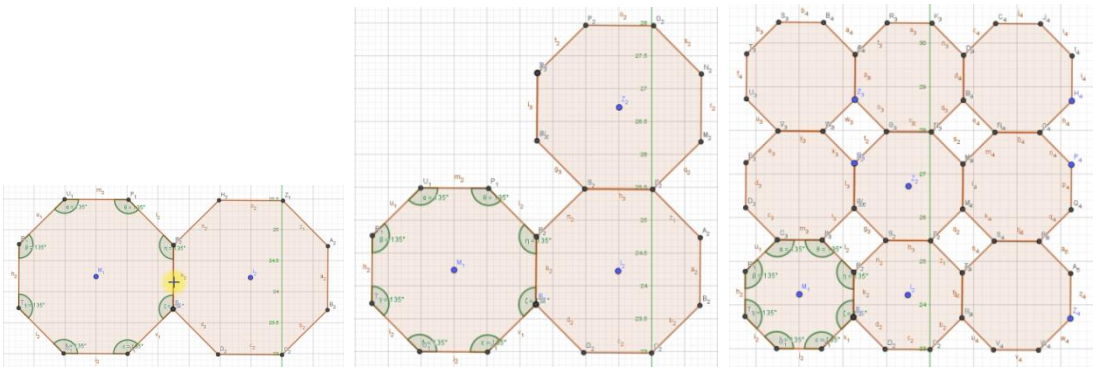


(a) (b) (c)

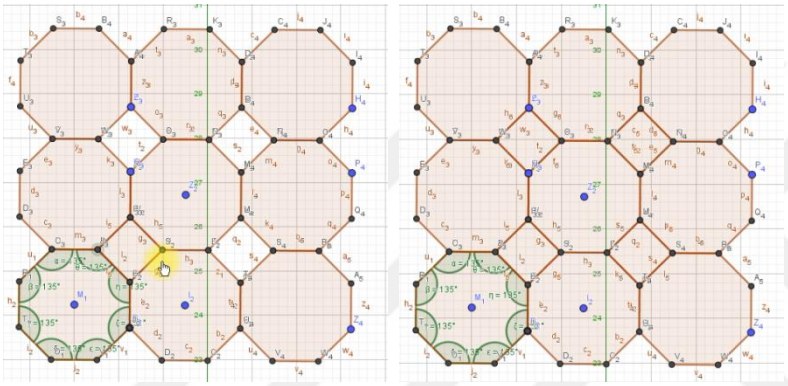
(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

Görsel 3.2.3.10 (Devam)



(j) (k) (l)

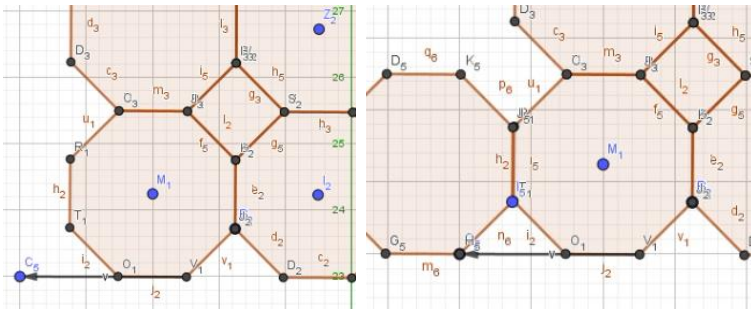


(m) (n)

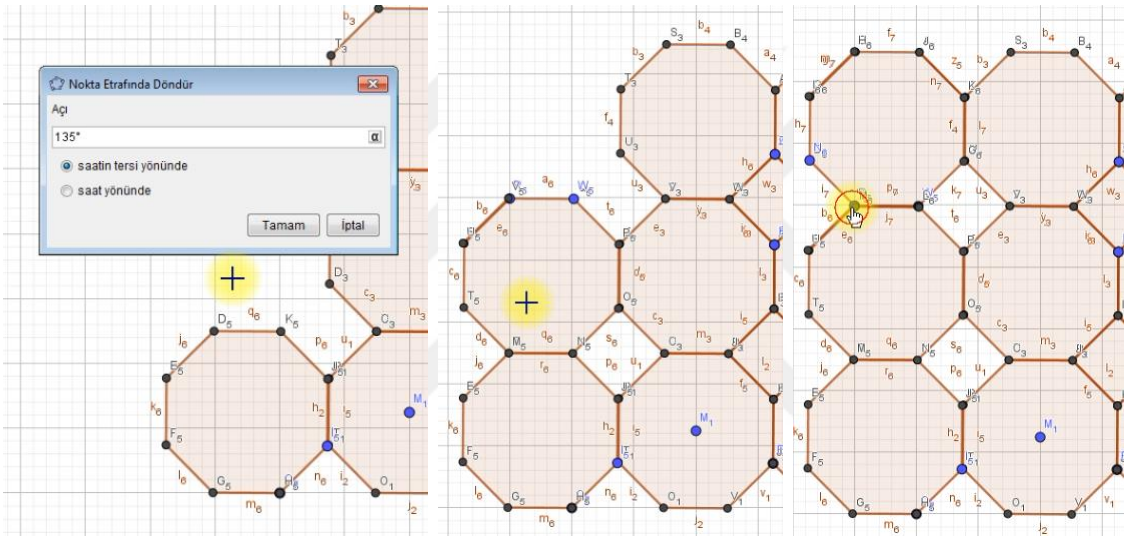
Çalışma kâğıdı 5.adımdaki dönüşümlerle ilgili soruları deneyerek cevaplamaya çalışan Naz öncelikle sekizgeni vektör ile çoğaltıp çoğaltamayacağını denemiş (Görsel 3.2.3.11a) ve başarılı olmuştur (Görsel 3.2.3.11b). Daha sonra nokta etrafında dönme dönüşümü ile sekizgeni çoğaltıp çoğaltamayacağını 45, 90, 120, 125, 130 ve 135°'lik açılarla deneyen Naz, uygun dönme açısının 135° (Görsel 3.2.3.11c) olduğu anlamıştır (Görsel 3.2.3.11d). Sekizgeni bir kez daha çoğaltan Naz dönme dönüşümünün doğruluğundan emin olmuştur (Görsel 3.2.3.11e).

Görsel 3.2.3.11

Naz'ın Süslemeyi Öteleme ve Dönme Dönüşümleri Çoğaltma Aşamaları



(a) (b)

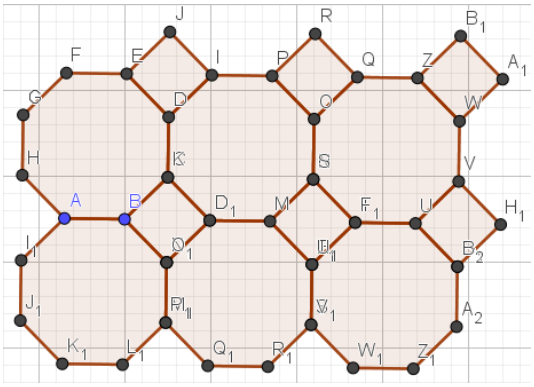


(c) (d) (e)

Ortak bir bilgisayar kullanan Ali Alper ve Mustafa'nın "Düzgün Çokgen" aracılığıyla süslemeyi oluşturdukları ve herhangi bir dönüşüm kullanmadıkları görülmektedir (Görsel 3.2.3.12).

Görsel 3.2.3.12

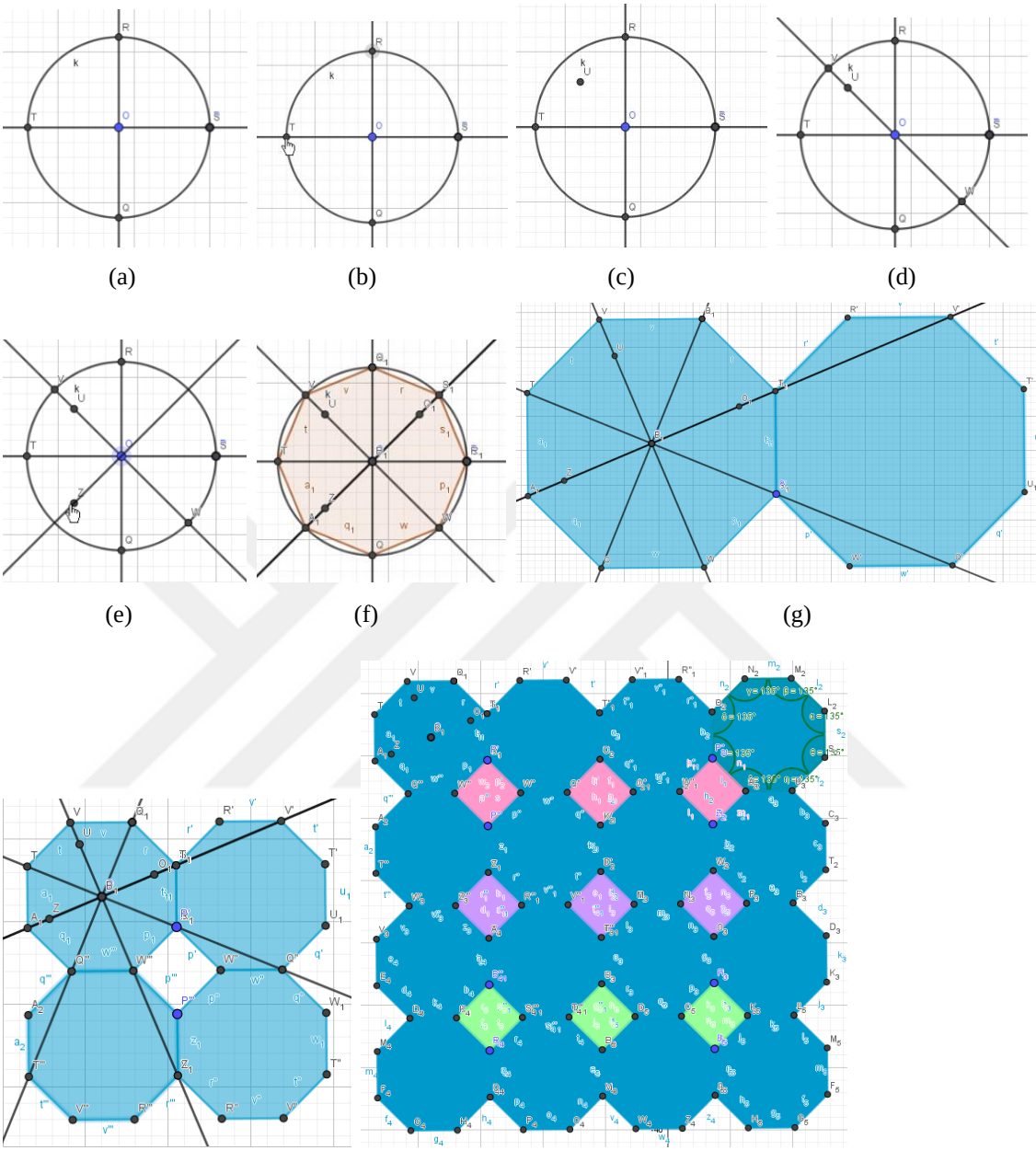
Ali Alper ve Mustafa'nın GeoGebra'daki Süsleme Fotoğrafı



Ortak bir bilgisayar kullanan Teslime ile Dilber ise düzgün sekizgeni inşa ederken öncelikle çemberi 4 eş parçaya ayırmışlardır (Görsel 3.2.3.13a). Sınıf içi tartışma esnasında kare inşasındaki çember yaylarını eş parçalara ayırmak için Teslime orta noktayı kullanabileceklerini söylemiştir. Bunun üzerine Teslime'nin öncelikle çemberin tamamını seçerek "Orta Nokta veya Merkez" aracını kullandığı ve GeoGebra programının ise çemberin merkezini işaretlediği görülmektedir. Bu hatalı işaretlemeden sonra Dilber çember üzerindeki ardışık noktaları seçmeyi önermiştir (Görsel 3.2.3.13b) ve Teslime bu şekilde noktaların orta noktasını belirlemiştir (Görsel 3.2.3.13c). Ardından Teslime bu orta nokta ile çemberin merkezini bir doğru ile birleştirmiştir (Görsel 3.2.3.13d). Daha sonra da bu işlemi diğer çember yayı için de gerçekleştirmiştir (Görsel 3.2.3.13e). Bu şekilde çemberi 8 eş parçaya ayıran Dilber ve Teslime daha sonra bu noktaları birleştirip sekizgen inşa etmişlerdir (Görsel 3.2.3.13f). Sekizgeni bir kenarına göre "Doğruda Yansıt" aracı ile çoğaltan (Görsel 3.2.3.13g) Teslime ve Dilber bu işlemi tekrar etmişlerdir (Görsel 3.2.3.13h). Sekizgenlerin arasındaki oluşan kareleri de ayrıca seçen Teslime ve Dilber en sonunda Görsel 3.2.3.13i'deki gibi süslemeyi inşa etmiş ve renklendirmişlerdir.

Görsel 3.2.3.13

Dilber'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c) (d)

(e) (f) (g)

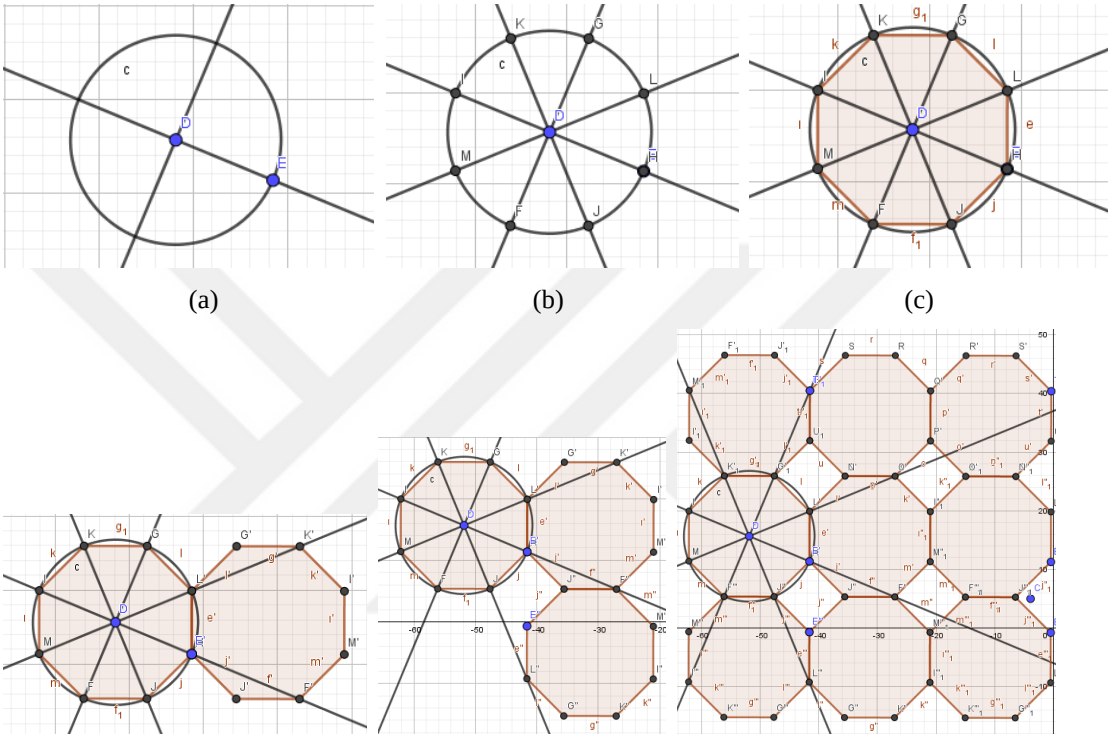
(h) (i)

Sınıf içi tartışmada çember yardımıyla kare inşasında "Dik Doğru" aracının kullanılması gerektiğini ve düzgün sekizgen inşasında ise kare için 4 eş parçaya ayrılan çemberi yeniden eş parçalara "Açı Ortay" aracı ile ayırmak gerektiğini öğrenen Muhammet, öncelikle çemberi "Dik Doğru" aracını kullanarak 4 eş parçaya ayırmıştır (Görsel 3.2.3.14a).Daha sonra oluşan çember yaylarını eş parçalara ayırmak için "Açı Ortay" aracını kullanan Muhammet böylelikle çemberi 8 parçaya ayırmıştır(Görsel 3.2.3.14b).Çember üzerindeki 8 noktayı birleştirerek sekizgen inşa etmiştir(Görsel

3.2.3.14c).Sekizgeni bir kenarına göre "Doğruda Yansıt" aracı ile çoğaltan (Görsel 3.2.3.14d)Muhammet bu işlemi tekrar etmiştir (Görsel 3.2.3.14e). Ancak Muhammet sekizgenlerin arasında oluşan kareleri seçmeden süslemeyi tamamlamıştır (Görsel 3.2.3.14f).

Görsel 3.2.3.14

Muhammet'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

3.2.3.3 Çizim aşaması

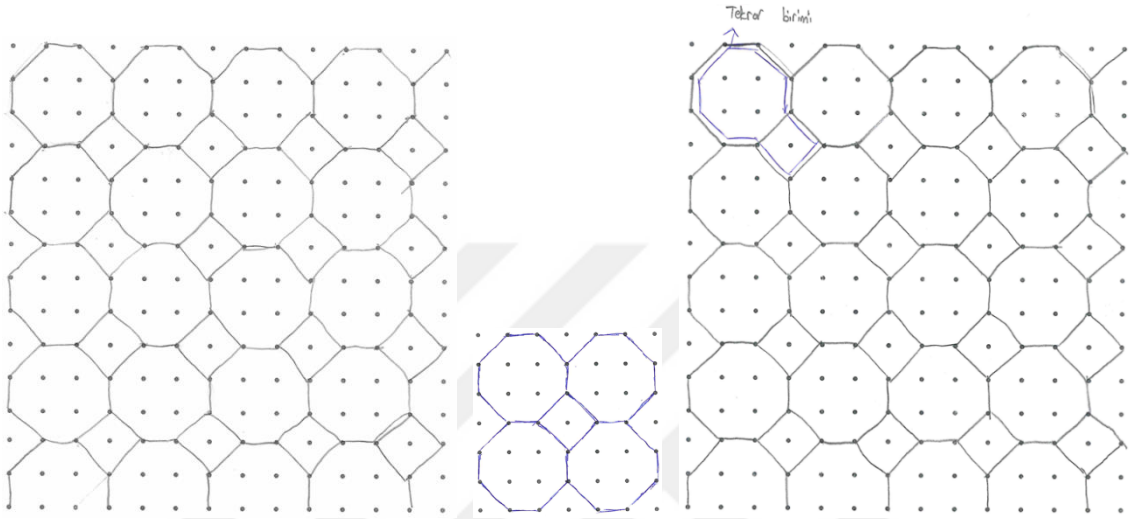
Bu aşamada öğrencilerden süslemeyi noktalı kâğıda ya da izometrik kâğıda çizmeleri istenmiştir. Öğrenciler süslemeyi çizerken noktalı kâğıdı tercih etmişlerdir. Çizimler incelendiğinde 11 öğrencinin (Ali Alper, Miraç, Mustafa, Abdil, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) doğru çizim yaptığı, bir öğrencinin (Muhammet)eksik çizim yaptığı görülmektedir (Görsel 3.2.3.15b).

Bu aşamada çizimlerin üstüne tekrar biriminin yeniden işaretlenmesi istenmektedir. Öğrencilerden dördü (Ramazan, Dilber, Hatice ve Teslime) çizimlerinin üstünde tekrar birimini belirtmişlerdir. Örneğin Ramazan'ın Görsel 3.2.3.15c'deki gibi çizim yaptığı ve tekrar birimini çizim üzerinde işaretlediği görülmektedir.

Tüm öğrenci çizimleri-doğru çizimler gibi görünse de-aslında yaklaşık çizimlerdir. Çünkü izometrik ve noktalı kâğıdın işaretli noktalarını kullanarak bu süslemenin çizimini yapmak mümkün değildir. Öğrencilerin de yaptığı gibi yaklaşık çizimin noktalı kâğıda çizilmesi daha uygundur.

Görsel 3.2.3.15

Vedat, Muhammet ve Ramazan'ın İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimleri



(a) (b) (c)

3.2.3.4 Sorgulama aşaması

Dördüncü öğretim haftasında sadece biri hariç diğer tüm öğrencilerin süslemedeki çokgenleri doğru belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu süslemenin periyodik olduğunu fark etmişlerdir. Süslemenin tekrar birimi ile ilgili dört farklı doğru görüşü tüm odak öğrenciler ile bir diğer öğrenci yani toplamda 8 kişi bildirmiştir. Bu dört farklı doğru görüşün hepsi bir düzgün sekizgen ve bir kareden oluşmaktadır. Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili görüşlerin çoğunluğunu yansıma dönüşümü oluşturmaktadır. GeoGebra'daki inşa aşamalarında da yansıma dönüşümünün daha sık kullanıldığı görülmektedir. Yani öğrencilerin daha çok süslemeyi çoğaltırken sekizgeni yansıtma yolunu tercih ettikleri ardından sekizgenler arasında oluşan kareleri teker teker -dönüşüm kullanmaksızın- seçtikleri söylenebilir. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları odak öğrencilerden 5'i ve diğer 2 öğrenci yani toplamda 7 öğrenci doğru hesaplamıştır. Kalan5 öğrenci ise açılar ile ilgili görüş belirtmemiş ya da hatalı görüş belirtmişlerdir.

Öğrencilerden 5'i örüntü blokları ile süslemeyi doğru bir şekilde oluşturmuşlardır. 5 öğrencinin de örüntü blokları ile süslemeyi eksik oluşturdukları görülmektedir. 2 öğrenci ise örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmamışlardır.

Öğrencilerin GeoGebra'daki süsleme inşaları incelendiğinde öğrencilerden bir kısmının (Miraç, Hatice, Naz, Ali Alper, Mustafa, Teslime ve Dilber) öncelikle düzgün çokgen aracı ile süslemenin tamamını oluşturdukları görülmektedir. Araştırmacının çember aracılığı ile çokgen inşası yapılması önerisi ile çemberi önce 4 eş parçaya bölmek isteyen öğrencilerden (Miraç, Eylül, Ramazan, Naz, Teslime, Dilber ve Muhammet) sadece biri (Miraç) dik doğru aracını kullanmadığı için çemberi 4 eş parçaya bölememiştir. Diğer öğrenciler ise bölme işlemini doğru gerçekleştirmiş ve çember üzerinde 4 eş çember yayı elde etmişlerdir. Ardından bu çember yaylarını da 2 eş parçaya bölmeye çalışan öğrencilerden dördü (Eylül, Hatice, Ramazan ve Muhammet) bu işlemi "Açı Ortay" aracını kullanarak; bir öğrenci (Naz) "Dik Doğru" aracını kullanarak ve iki öğrenci (Teslime ve Dilber) "Orta Nokta veya Merkez" aracını kullanarak gerçekleştirmiştir. Sonuçta çemberi 8 eş parçaya ayıran öğrenciler (Eylül, Ramazan, Hatice, Naz, Teslime, Dilber ve Muhammet) düzgün sekizgen inşa ederek süslemeyi oluşturmuşlardır. Süslemedeki düzgün sekizgenlere sadece yansıma dönüşümü uygulanarak (Eylül, Ramazan, Teslime, Dilber ve Muhammet) süsleme oluşturulmuştur. Hatice'nin ise süslemedeki sekizgenleri ve kareleri, dönüşümleri kullanmadan teker teker "Düzgün Çokgen" aracı ile ekleyerek çoğalttığı görülmektedir.

GeoGebra'da süsleme inşasında Ramazan ve Muhammet'in sekizgenlerin arasında oluşan kare şeklindeki boşlukları seçmeden süslemeyi tamamladıkları görülmektedir. Eylül, Hatice, Naz, Dilber, Ali Alper ve Mustafa ise sekizgenlerin arasında oluşan boşluklara kare inşa etmişler ve sonrasında süslemeyi çoğaltarak tamamlamışlardır.

Çizim aşamasında, öğrencilerin biri hariç diğer tüm öğrenciler doğru çizim yapmışlardır. Tüm öğrenci çizimleri -doğru çizimler gibi görünse de- aslında yaklaşık çizimlerdir. Çünkü izometrik ve noktalı kâğıdın işaretli noktalarını kullanarak bu süslemenin çizimini yapmak mümkün değildir. Çizim esnasında öğrenciler noktalı kâğıdı tercih etmişlerdir. Öğrencilerin de yaptığı gibi yaklaşık çizimin noktalı kâğıda çizilmesi daha uygundur.

SORGULAMAYA YÖNELİK ÖĞRETMEN SORULARI

GeoGebra tanıtım etkinliklerinde kare inşası çalışması yapılmış olsa da öğrencilerin kareyi inşa ederken (bir çemberi 4 eş parçaya ayırırken) GeoGebra programındaki arka plan ızgaralarını kullanarak doğrular belirledikleri görülmektedir. "Dik Doğru" aracı kullanılmadan çizilen doğrular birbirini dik kesmediği için çember üzerindeki dört noktayı birleştirilerek elde edilen şekil hareket ettirildiğinde karenin bozulduğu görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu GeoGebra'daki süsleme inşasının başlangıcında bu hatayı yapmaktadır. Bu durum ile ilgili öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalarından bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Gençler süslemedeki sekizgeni mümkünse "Düzgün Çokgen" aracından değil de çember aracılığıyla inşa edelim. Peki nasıl?

Naz : Çemberi 4 eş parçaya bölerek başlayabiliriz.

Araştırmacı : Peki, bir çemberi 4 eş parçaya nasıl bölüyorduk?

Hatice : Doğru parçasıyla.

Abdil : Kesişgen parça ile.

Araştırmacı : Evet doğru parçası ile. Ama o doğru parçalarını nasıl yerleştirmemiz gerekiyor? Hatırlayan var mı? GeoGebra tanıtım etkinliklerinde ele almıştık. Kareyi oluştururken çemberi 4 parçaya ayırıyorduk. Biz onu nasıl yapıyorduk?

Naz : Hocam böyle mi? (Çemberi "Dik Doğru" aracını kullanarak 4 eş parçaya böldü.)

Araştırmacı : Evet güzel. Karede ne var?

Naz : Diklik var.

Araştırmacı : Evet, doğru parçalarını birbirine dik olacak şekilde yerleştirerek kare inşa ediyoruz. Kare süslememizde var.

Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde Naz çemberi 4 eş parçaya ayırmak için "dik doğru" aracını kullanmak gerektiğini söylemiştir. Bu şekilde çember merkezinden geçen 2 dik doğru ile çember 4 eş parçaya ayrılmıştır.

Kare inşasından sonra çemberi 8 parçaya ayırma ile ilgili öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalarından bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Kare elde ettik. Ancak ben sekizgen çizmek istiyorum. Ne yapmalıyım?

Naz : Bir daha mı böleceğiz hocam?

Eylül : Bir dört parça daha eklemeliyiz.

Araştırmacı : Evet ama nasıl?

Eylül : Böleceğiz.

Araştırmacı : Peki ama nasıl böleceğiz?

Dilber : Çapraz.

Araştırmacı : Peki o çapraz bölme nasıl olmalı?

Ali Alper : Doğru parçasından.

Eylül : Doğruya göre değil mi?

Araştırmacı : 4 eş parçaya ayırdığımız çemberin her bir çember yayını nasıl ayıracağız?

Eylül : Açıyı ölçerek yapsak?

Araştırmacı : Açıyı ölçerek yapabiliriz. Peki açının nesini belirlemeliyiz?

Eylül : Açının ortasını.

Araştırmacı : Evet yani açıortayını. GeoGebra'da bu özellik var: "Açı Ortay". Eğer siz dik açının açıortayını belirlerseniz siz çember yayının ortasını belirlemiş olursunuz.

Teslime : (Çember yayının) ortasını orta noktayı bul (aracı) ile de bulabiliriz.

Araştırmacı : Evet haklısın. Matematikte muhakkak başka bir yol bulunabilir. Aferin Teslime. Gençler Teslime haklı. Başka yollarla da (çember yayını 2 eş parçaya ayırma işlemi) yapılabilir. Mesela "Orta Nokta veya Merkez" aracı da kullanılabilir. Çemberi 8 parçaya bölmek için açıortay özelliği veya orta noktayı bulma özelliğini kullanılabilirsiniz.

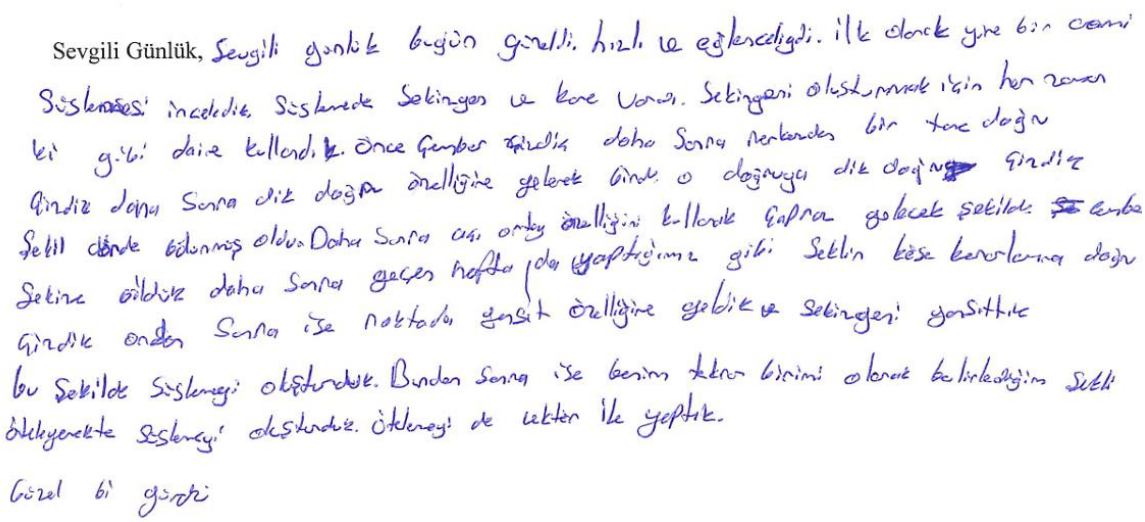
Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde kare inşasında çemberi 4 eş parçaya ayıran öğrencilerden Naz, oluşan çember yaylarını tekrar bölerek sekizgen oluşturabileceğini söylemiştir. Bu bölme işleminin de Eylül açıortaylarla ve Teslime orta nokta ile gerçekleştirilebileceğini söylemiştir. Öğrencilerin ekran kayıtları incelendiğinde açıortay ve orta nokta dışında "dik doğru" aracı ile de Naz'ın çember yaylarını iki eş parçaya ayırdığı görülmektedir. Öğrenciler çemberi 8 eş parçaya ayırdıktan sonra çokgen aracı ile çember üzerindeki noktaları birleştirerek düzgün sekizgen inşa etmişlerdir.

GÜNLÜKLERDEN

Dördüncü öğretim haftasında odak öğrencilerin haricindeki diğer öğrencilerin (Abdil, Mustafa, Muhammet, Ali Alper ve Miraç) günlükler incelendiğinde kısa anlatımlarla sekizgen ve kare kullanılarak süsleme yapıldığı, dönüşümlerden öteleme ve yansımadan faydalanıldığı görülmektedir. Odak öğrencilerin günlükleri incelendiğinde daha ayrıntılı açıklamalarla karşılaşılmaktadır. Örneğin Naz bir cami minaresinden süslemeyi inşa ederken düzgün çokgen aracı kullanmadan sekizgeni nasıl inşa ettiğini "çemberden kare yaptık. Karenin kenarlarının orta noktasını bulduk. O nokta ve karenin merkezinden doğrular çizdik. Kesiştirdik ve noktalardan çokgen aracılığı ile sekizgen çizdik" şeklinde açıklamıştır. Yine Naz bu sekizgeni yansıtarak süslemeyi oluşturduğunu günlüğünde belirtmiştir. Ramazan ise günlüğünde ayrıntıya girmeden örüntü blokları ile süslemeyi oluşturduğunu GeoGebra'da inşa ettiğini söylemektedir. Dilber süslemeyi inşa ederken çember ve doğru kullandığını, çemberi doğrularla böldüğünü ve çokgen aracı ile bölünen noktaları birleştirdiğini yani sekizgeni inşa ettiği adımları sıralamıştır. Ardından dönüşümlerden yansıma ve dönmeyi kullandığını da belirtmiştir. Dilber'e göre gerçekleştirilen öğretim uygulamaları Dilber'in matematik dersinde daha iyi olmasını sağlamaktadır. Hatice günlüğünde süslemeyi GeoGebra'da inşa ederken farklı yollar denediğini ancak sonunda çemberde sekizgen elde ettiğini ve sekizgeni yansıtarak çoğalttığını söylemektedir. Teslime de günlüğünde çemberi önce 4'e daha sonra dik doğrularla 8'e böldüğünü, bu noktaları birleştirerek sekizgen inşa ettiğini, sekizgeni de yansıtarak süslemeyi oluşturduğunu, GeoGebra'daki özellikler kısmından süslemeyi renklendirdiğini belirtmiştir. En ayrıntılı ve sistematik günlük tutan Eylül ise, süslemeyi incelediğini, süslemede sekizgen ve kare gördüğünü, sekizgen oluşturmak için çemberden yararlandığını, dik doğru aracı ile çemberi önce 4'e sonra da açıortay aracını kullanarak çemberi 8'e böldüğünü, çember üzerindeki noktaları doğrularla birleştirerek sekizgen elde ettiğini, sekizgeni de noktada yansıtma ile süslemeyi oluşturduğunu söylemektedir. Ayrıca Eylül süslemeyi tekrar birimini öteleyerek de oluşturduğunu günlüğüne eklemiştir.

Görsel 3.2.3.16

Eylül'ün Dördüncü Öğretim Haftasına Ait Günlüğü


Sevgili Günlük, Sevgili günlük bugün güzeldi. hızlı ve eğlenceliydi. ilk olarak yine bir cami süslemesi inceledik. Süslemede sekizgen ve kare vardı. Sekizgeni oluşturmak için her zaman ki gibi daire kullandık. Önce çember çizdik daha sonra merkezden bir tane doğru çizdik daha sonra dik doğru özelliğine gelerek çizdiğimiz o doğruyu dik doğrultuda çizdik şekil elde edilmiş oldu. Daha sonra açı ortay özelliğini kullanıp çapraz gelecek şekilde çizdik daha sonra geçen hafta da yaptığımız gibi sekizin köşe kenarlarına doğru çizdik ondan sonra ise noktada genişt özelliğine gelip sekizgeni genişlettik bu şekilde süslemeyi oluşturduk. Bundan sonra ise benim tekrar birimi olarak belirlediğim şekli ötelemekte süslemeyi oluşturduk. ötelemeyi de cetvel ile yaptık.

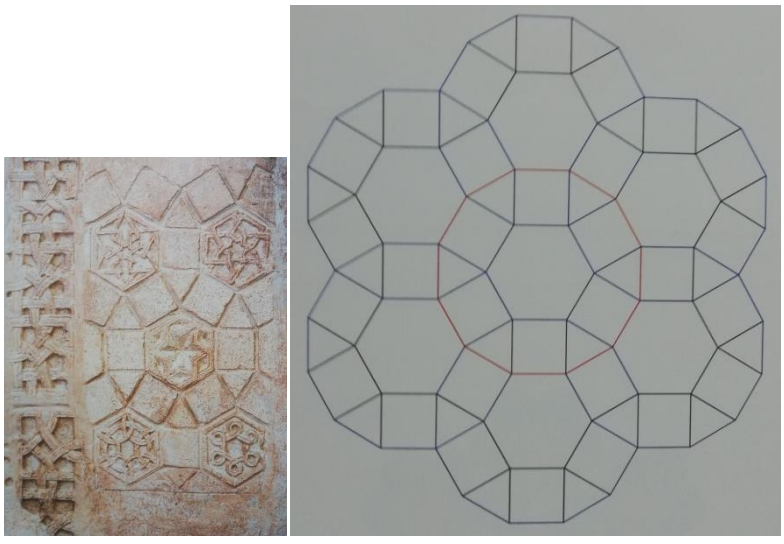
Güzel bi günü

3.2.4 Öğretim Haftası 7

Yedinci öğretim haftasına, Mardin ilinde bulunan Şehidiye Medresesi dış duvarından bir süsleme ile devam edilmiştir (Görsel 3.2.4.1).

Görsel 3.2.4.1

Mardin İli Şehidiye Medresesi Dış Duvarından Seçilen Süsleme Fotoğrafı



(a) (b)

Kaynak: Ekizler Sönmez, S. (2020). *Anadolu Selçuklu Sanatının Geometrik Dili Seti*. İstanbul: Ketebe Yayınları, s.408 ve s.411.

Görsel 3.2.4.1'deki süsleme fotoğrafı ve süsleme örneği çalışma yaprakları aracılığıyla öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilerden ilk olarak süsleme fotoğrafını incelemeleri, ardından çalışma yaprağındaki soruları sırasıyla cevaplamaları istenmiştir.

Yedinci öğretim haftasındaki sınıf öğretim sürecine odak öğrenciler (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ile diğer beş öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil ve Mustafa) toplamda12 öğrenci katılım sağlamıştır. Ramazan ve Vedat; Teslime ve Dilber; Muhammet ve Ali Alper ortak bir bilgisayarı kullanmışlardır. Naz, Eylül, Hatice, Mustafa, Miraç ve Abdil ise bireysel çalışmışlardır.

3.2.4.1 Analiz aşaması

Öğrencilerin çalışma yaprağındaki sorulara cevap vererek, süslemeyi fotoğraf üzerinden incelediği görüşlerin analizi Tablo 3.2.4.1'de verilmiştir.

Tablo 3.2.4.1.

Yedinci Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri

Süsleme 7: *Mardin Şehidiye Medresesi Dış Duvarı*	**Şekil Bilgisi**	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (-)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (R, D, V, H, T, E)
		Periyodik Değil (N)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (-)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini belirleme (N, R, D, V, T)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (H, E)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (N, R, D, V, H, T, E)
		Öteleme ile (N)
		Dönme ile (D, V, T)
		Ötelemeli Yansıma ile (N)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (R, D, V, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (N, H)

Sınıftaki öğretim sürecinde süslemedeki şekil bilgisi ile ilgili sadece bir öğrenci (Mustafa) süslemede kullanılan çokgenleri eksik/hatalı belirlemiştir. Diğer on bir öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ise süslemede kullanılan çokgenleri "düzgün altıgen, eşkenar üçgen ve kare"

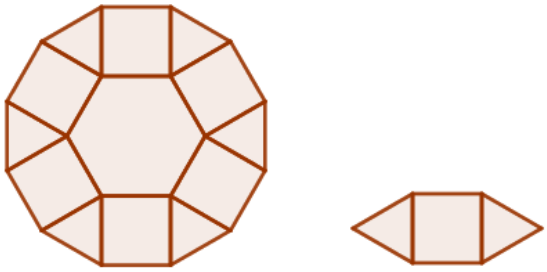
olarak belirlemişlerdir. Ayrıca süslemedeki düzgün onikigeni ise sadece dört öğrenci (Miraç, Naz, Dilber ve Teslime) fark etmiştir. Tüm öğrenciler (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Mustafa, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) süslemedeki çokgenlerin "düzgün çokgenler" olduğunu belirterek doğru cevap vermişlerdir.

Sekiz öğrenci (Ali Alper, Miraç, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) süslemedeki çokgenlerin periyodik kaplandığını fark etmişlerdir. Örneğin Ali Alper ve Miraç süslemede şekillerin "örüntülü" bir şekilde yerleştirildiğini, Ramazan süslemedeki şekillerin "belli bir düzen ve örüntü içinde" yerleştirildiğini ve Teslime şekillerin "örüntülü, kurallı ve düzenli bir şekilde yerleştiğini" söyleyerek süslemenin periyodikliğini açıklamaktadırlar. Bir öğrenciye (Naz) göre süsleme periyodik değildir. Diğer üç öğrenci (Abdil, Muhammet ve Mustafa) süslemenin periyodik olup olmadığını fark edememişlerdir.

Süslemedeki tekrar birimi ile ilgili öğrenci görüşleri incelendiğinde yedi öğrencinin (Ali Alper, Miraç, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat ve Teslime) tekrar birimini doğru belirlediği görülmüştür. Süslemenin tekrar birimi Görsel 3.2.4.2a'da sunulmuştur. Süslemenin tekrar birimi bu şekilde belirlenirse süsleme dönüşümlerle kolaylıkla çoğaltılabilmektedir. İki öğrenci (Hatice ve Eylül) ise tekrar birimini Görsel 3.2.4.2b şeklinde hatalı belirlemişlerdir. Diğer üç öğrenci (Muhammet, Mustafa ve Abdil) ise tekrar birimi ile ilgili görüş belirtmemişlerdir.

Görsel 3.2.4.2

Süsleme 7'deki Tekrar Birimi ile İlgili Odak Öğrenci Görüşleri



(a) (b)

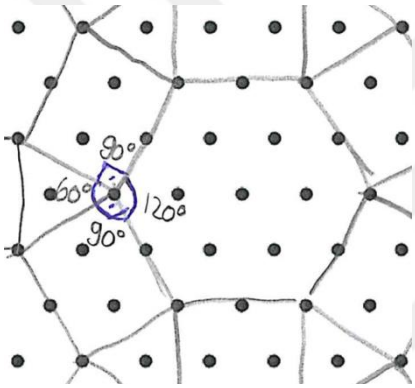
Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili tüm öğrenciler (Muhammet, Ali Alper, Miraç, Abdil, Mustafa, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) yansıma dönüşümü ile, bir öğrenci (Naz) öteleme dönüşümü ile, üç öğrenci (Dilber, Vedat ve

Teslime) dönme dönüşümü ile, bir öğrenci (Naz) ötelemeli yansıma ile süslemenin çoğaltılabileceğini söylemiştir.

Süslemedeki açı bilgisi ile ilgili sekiz öğrenci (Ali Alper, Miraç, Abdil, Ramazan, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamıştır. İki öğrenci (Naz ve Hatice) süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik/hatalı hesaplamıştır. Diğer iki öğrenci ise (Muhammet ve Mustafa) açılarla ilgili görüş belirtmemişlerdir. Ramazan'ın açılarla ilgili çizimi Görsel 3.2.4.3'te sunulmuştur.

Görsel 3.2.4.3

Süsleme 7'deki Açı Bilgisi ile İlgili Ramazan'ın Görüşü



3.2.4.2 Oluşturma aşaması

Bu aşamada öncelikle öğrencilerden örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Ancak öğrencilerin bir kısmının bu adımı atlayıp süslemeyi GeoGebra'da oluşturma eğiliminde oldukları görülmektedir. Örneğin GeoGebra'da süslemeye başlamış olan Eylül'ün Görsel 3.2.4.4a'daki gibi süslemeyi örüntü bloklarından faydalanarak onikigenlerle oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Ayrıca Eylül'ün başka bir süsleme denemesi daha vardır. Video kaydında net görünmese de Eylül örüntü blokları ile altıgenin etrafına altı tane kare ve altı tane eşkenar üçgen yerleştirerek süslemenin tekrar birimini elde etmiştir. Ancak örüntü blokları ile süslemeyi oluşturma işlemini GeoGebra'da inşa çalışmasından sonra gerçekleştirmiştir.

Hatice'nin ekran kaydı incelendiğinde de örüntü blokları ile süsleme oluşumunu GeoGebra'da süslemeyi oluşturduktan sonra yaptığı görülmektedir. Hatice'nin iki farklı

renkteki örüntü bloklarındaki altıgen, kare ve eşkenar üçgenleri ayırdığı görülmektedir. Ancak örüntü blokları süsleme oluşumu ekran kaydında net görülmemektedir. Hatice'nin sadece tekrar birimini örüntü blokları ile oluşturduğu tahmin edilmektedir.

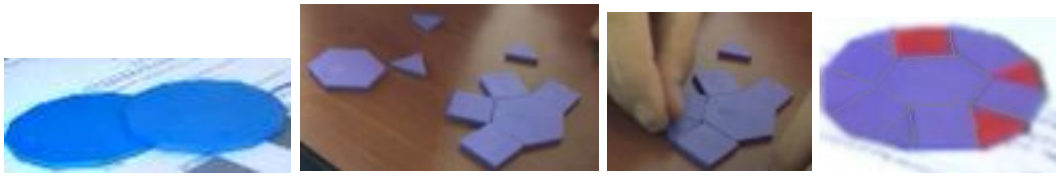
Diğer bazı öğrencilerin aksine Ramazan çalışma kâğıdındaki sırayı bozmamış ve öncelikle örüntü blokları ile süsleme oluşturmaya çalışmıştır. Örüntü bloklarındaki eşkenar üçgenleri, kareleri ve düzgün altıgenleri ayıran Ramazan süslemenin tekrar biriminin bir kısmını oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.4b ve Görsel 3.2.4.4c). Ancak süslemenin tamamını oluşturmadan GeoGebra'da inşa aşamasına geçmiştir. Ramazan'la aynı masada oturan ve ortak bilgisayarı kullanan Vedat'ın örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmadığı görülmektedir.

Naz'ın süslemeyi GeoGebra'da oluşturmadan önce örüntü blokları ile süslemeyi oluşturduğu tahmin edilmektedir. Bu kısım ekran kayıtlarına yansımamıştır. Ancak sınıf kaydında Araştırmacı ile olan görüşmesinden tekrar birimini örüntü blokları ile oluşturduğu tahmin edilmektedir.

Teslime'nin süslemeyi GeoGebra'da oluşturmadan önce örüntü blokları ile süslemeyi oluşturduğu ekran kaydında görülmektedir. Teslime Görsel 3.2.4.4d'deki gibi süslemenin tekrar birimini oluşturmuştur. Teslime ile aynı masada oturan ve ortak bilgisayarı kullanan Dilber'in örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmadığı görülmektedir.

Görsel 3.2.4.4

Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri

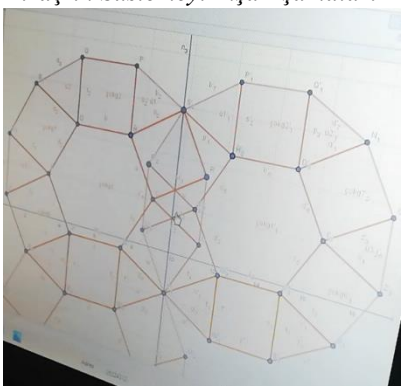


(a) (b) (c) (d)

Oluşturma aşamasında daha sonra GeoGebra'da süslemenin inşa aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada Miraç, "düzgün çokgen" aracı ile altıgen çizmiştir. Sonra süslemedeki tekrar birimini oluşturacak şekilde altıgenin etrafına eşkenar üçgenler ve kareler eklemiştir. Ardından elde ettiği tekrar birimini doğruda yansıt aracı ile çoğaltmaya çalışan Miraç'ın yanlış yansıma doğrusu seçtiği görülmektedir (Görsel 3.2.4.5). Miraç çeşitli denemeler sonucunda da başarılı olamamış ve süslemeyi oluşturamamıştır.

Görsel 3.2.4.5

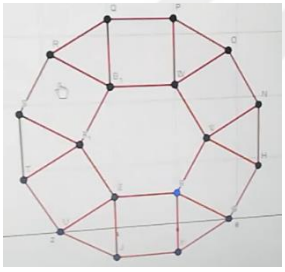
Miraç'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları



GeoGebra'da süslemeyi oluşturma aşamasında Abdil de Miraç gibi "düzgün çokgen" aracı ile süslemenin tekrar birimini oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.6). Ancak süslemeyi nasıl çoğaltacağına karar veremeyen Abdil, Araştırmacıya "Yansıtma yapmayacak mıyız?" diye sormuştur. Araştırmacı da "Buna sen karar ver" diyerek cevap vermiştir. Abdil'in çeşitli denemeler sonucunda süslemeyi oluşturamadığı görülmektedir.

Görsel 3.2.4.6

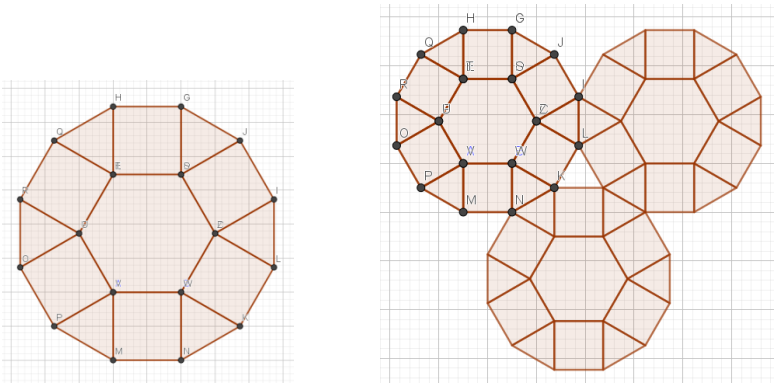
Abdil'in Süslemedeki Tekrar Birimi Çizimi



GeoGebra'da süslemeyi oluşturma aşamasında Mustafa'nın da Miraç ve Abdil'le benzer şekilde "düzgün çokgen" aracı ile süslemenin tekrar birimini oluşturduğu görülmektedir (Görsel 3.2.4.7a). Ardından doğruda yansıtma dönüşümü yapan Mustafa'nın yanlış yansıma doğrusu seçtiği için süslemedeki tekrar birimini uygun şekilde çoğaltamadığı görülmektedir (Görsel 3.2.4.7b).

Görsel 3.2.4.7

Mustafa'nın Süslemeyi İnşa Aşamaları



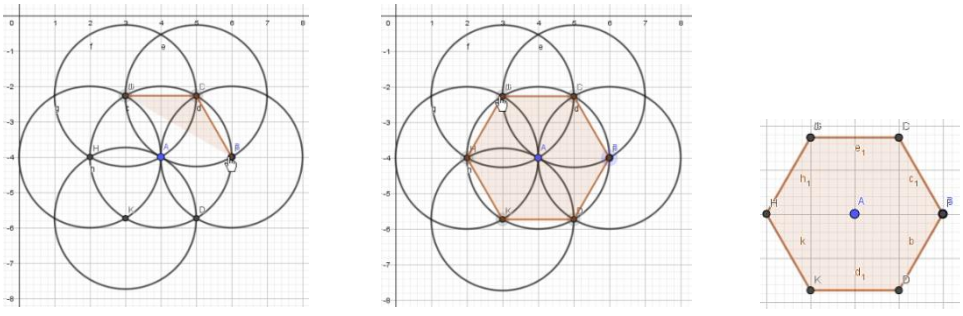
(a) (b)

Ortak bir bilgisayar kullanan Ali Alper ve Muhammet GeoGebra'da çemberler yardımıyla düzgün altıgen inşa ettiklerini günlüklerinde belirtmişlerdir. Ancak süslemenin diğer adımları ile ilgili bilgi günlüklerinde yer almamaktadır.

Odak öğrencilerden Eylül GeoGebra'da süsleme inşasına eş çemberler yardımıyla düzgün altıgen inşa ederek başlamıştır (Görsel 3.2.4.8a, Görsel 3.2.4.8b ve Görsel 3.2.4.8c). Ardından altıgenin etrafına "Düzgün Çokgen" aracı ile kareler (Görsel 3.2.4.8d) ve eşkenar üçgenler (Görsel 3.2.4.8e) yerleştirerek süslemedeki tekrar birimini oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.8f). Tekrar birimine doğruda yansıt dönüşümü uygulayan Eylül Görsel 3.2.4.8g'deki gibi belirlediği yansıtma doğrusu ile hatalı bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.8h). Eylül ikinci denemesinde Görsel 3.2.4.8i'deki gibi belirlediği yansıtma doğrusu ile yine hatalı bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.8j). Eylül üçüncü denemesinde Görsel 3.2.4.8k'daki gibi belirlediği yansıtma doğrusu ile uygun şekilde tekrar birimini çoğaltmıştır (Görsel 3.2.4.8l). Eylül diğer yansıtma doğrularını da belirleyip süslemeyi oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.8m).

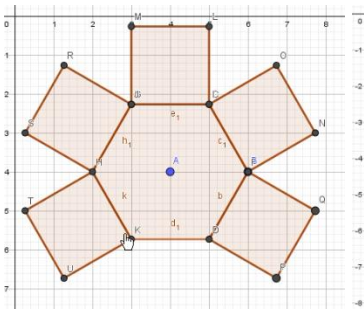
Görsel 3.2.4.8

Eylül'ün Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları

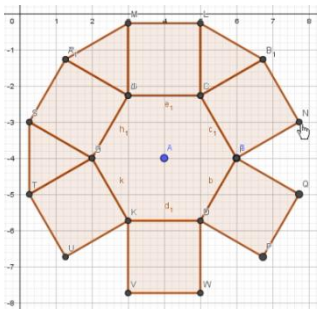


(a) (b) (c)

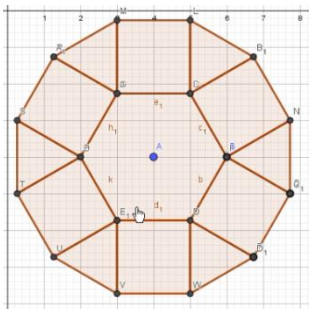
Görsel 3.2.4.8 (Devam)



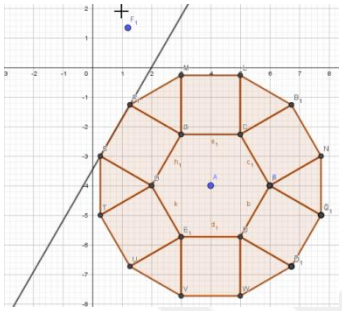
(d)



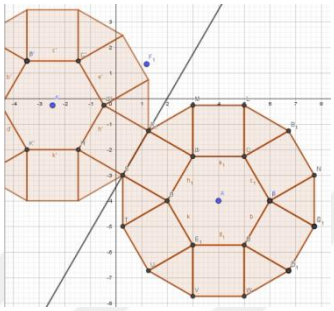
(e)



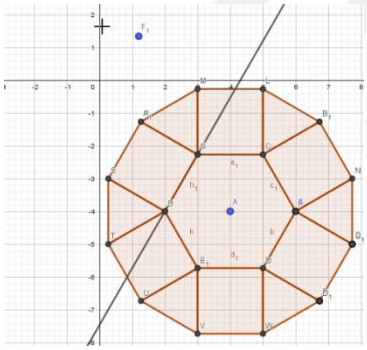
(f)



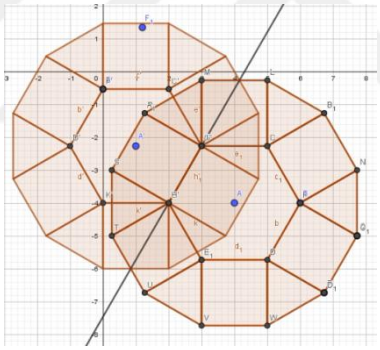
(g)



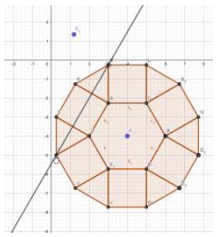
(h)



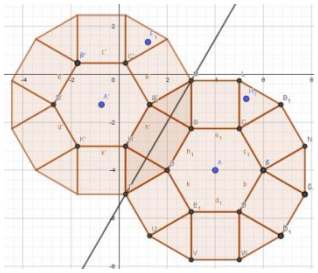
(i)



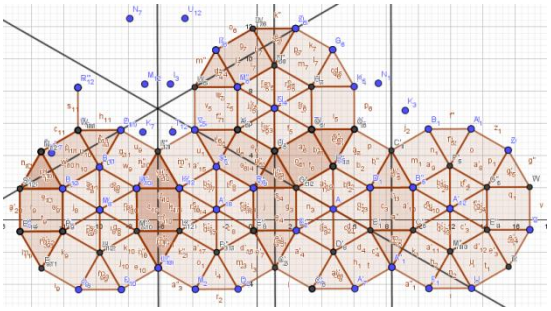
(j)



(k)



(l)



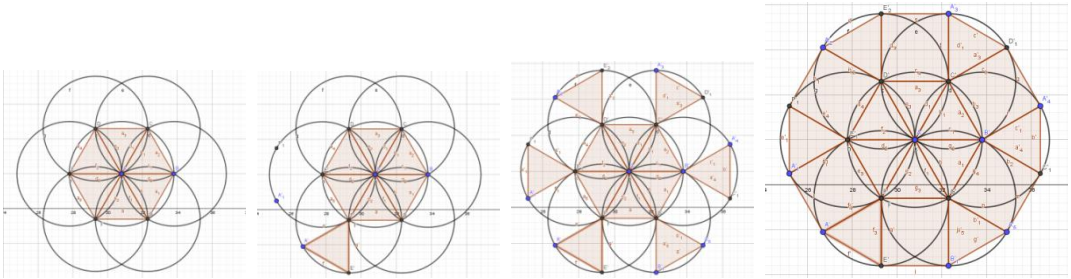
(m)

Odak öğrencilerden Naz da GeoGebra'da süsleme inşasına eş çemberlerden başlamıştır ancak düzgün altıgeni 6 eş eşkenar üçgen ile oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.9a). Eşkenar üçgenlerden birini seçen Naz "Nokta Etrafında Döndür" aracı ile 210^0 üçgeni döndürerek

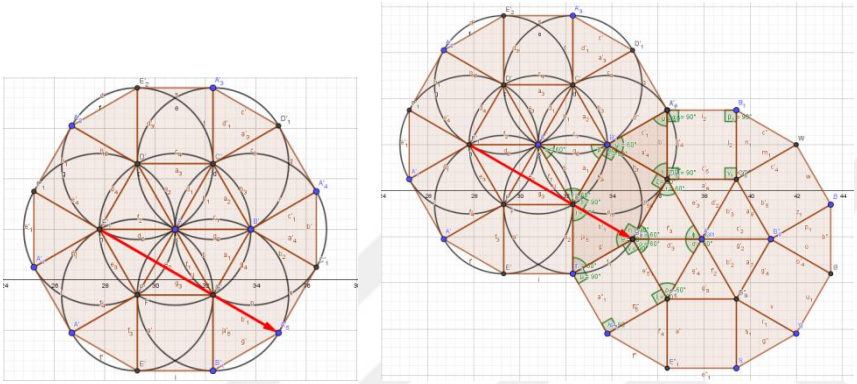
çoğaltmıştır (Görsel 3.2.4.9b). Çoğalttığı yeni eşkenar üçgeni seçen Naz bu defa altıgenin merkezine göre 60^0'lik döndürmelerle Görsel 3.2.4.9c'deki gibi eşkenar üçgenleri çoğaltmıştır. Naz eşkenar üçgenlerin arasına "Düzgün Çokgen" aracı ile kareler ekleyerek süslemenin tekrar birimini inşa etmiştir (Görsel 3.2.4.9d). Naz tekrar birimini hem vektör ile öteleme ile hem de doğruda yansıt aracı ile çoğaltmıştır. Vektör ile öteleme yaparken Naz'ın birkaç deneme sonunda uygun vektörü belirlediği (Görsel 3.2.4.9e) ve tekrar birimini çoğalttığı (Görsel 3.2.4.9f) görülmektedir. Doğruda yansıt ile dönüşümünde Naz'ın da Eylül'ün denemelerine (Görsel 3.2.4.8g ve Görsel 3.2.4.8i) benzer şekilde hatalı yansıma doğrusu seçimleri yaptığı görülmektedir. Ardından uygun yansıma doğrularını belirleyen Naz süslemeyi oluşturmuştur (Görsel 3.2.4.9g ve Görsel 3.2.4.9h).

Görsel 3.2.4.9

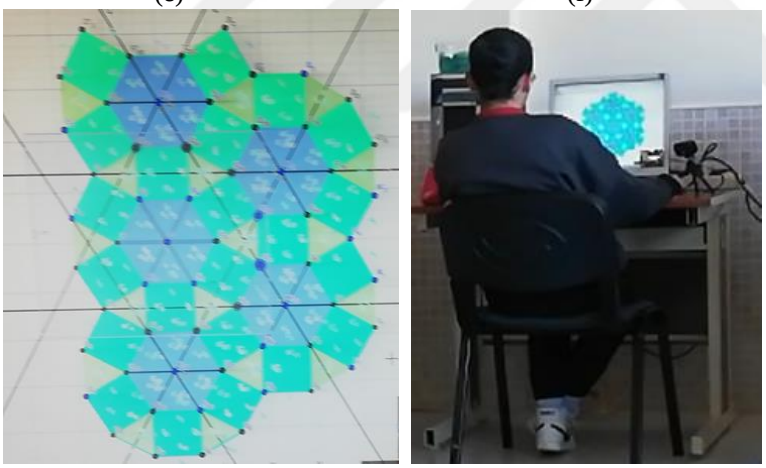
Naz'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c) (d)



(e) (f)

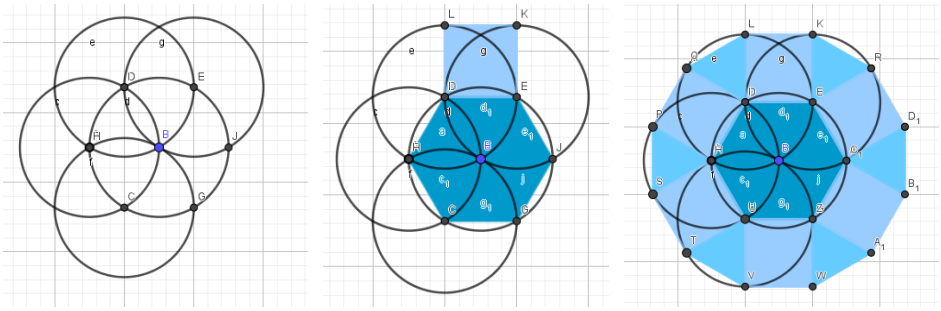


(g) (h)

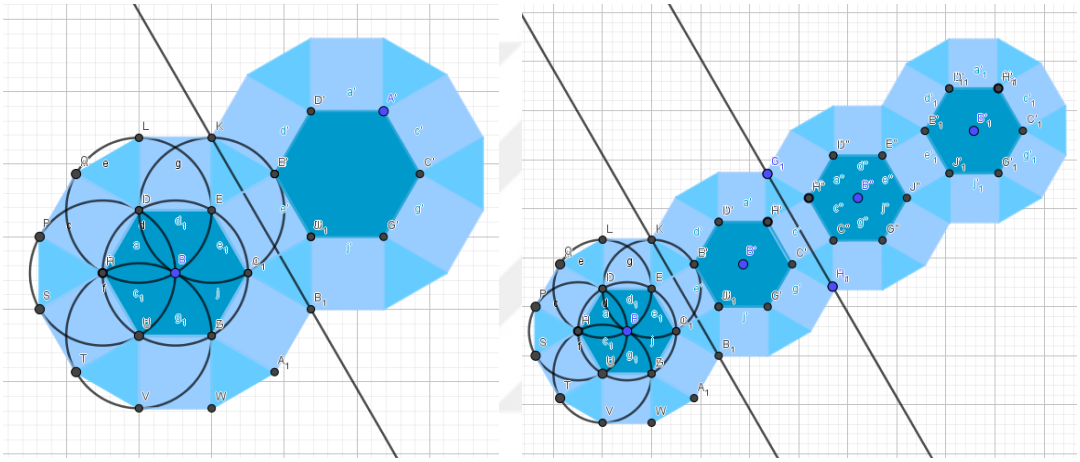
Odak öğrencilerden Teslime ve Dilber ortak bir bilgisayarı kullanmakta ve GeoGebra'daki süsleme inşasını da birlikte gerçekleştirmektedirler. Öncelikle eş çemberler yardımıyla düzgün altıgen (Görsel 3.2.4.10a) inşa eden Teslime ve Dilber, daha sonra altıgenin etrafına "Düzgün Çokgen" aracı ile önce kare (Görsel 3.2.4.10b) sonra da eşkenar üçgenler yerleştirerek tekrar birimini oluşturmuşlardır (Görsel 3.2.4.10c). Tekrar birimine "Doğruda Yansıt" aracı ile dönüşüm (Görsel 3.2.4.10d) uygulayan Teslime ve Dilber süslemeyi aynı doğrultudaki doğrularla çoğaltmışlardır (Görsel 3.2.4.10e). Ancak Teslime ve Dilber'in tekrar birimini başka yönlerdeki doğrulara göre çoğaltamadıkları ekran kaydından görülmektedir.

Görsel 3.2.4.10

Teslime ve Dilber'in Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

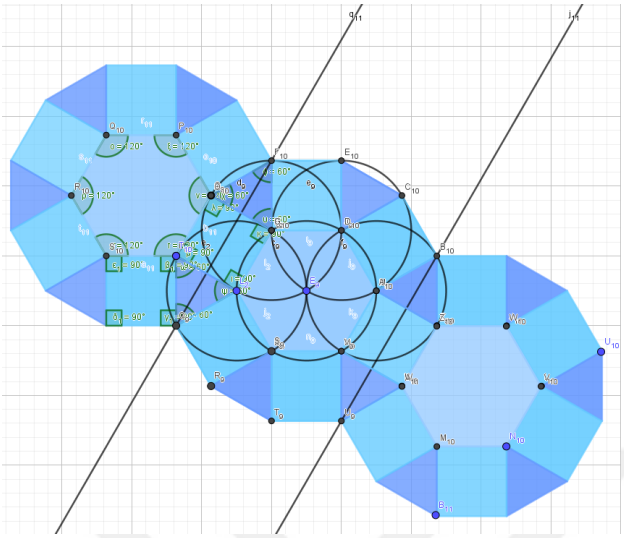


(d) (e)

Odak öğrencilerden Hatice de GeoGebra'da süsleme inşasına eş çemberler yardımıyla düzgün altıgen inşa ederek başlamıştır. Hatice daha sonra altıgenin etrafına "Düzgün Çokgen" aracı ile kare ve eşkenar üçgenler eklemiştir. Bu şekilde elde ettiği tekrar birimine, paralel iki doğru ile yansıma dönüşümü uygulayan Hatice süslemeyi tamamlamıştır (Görsel 3.2.4.11).

Görsel 3.2.4.11

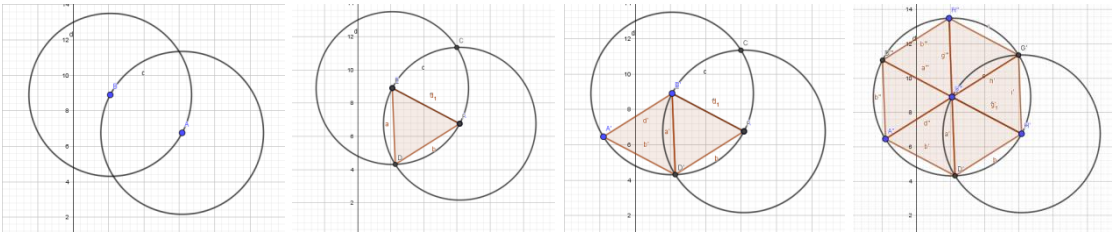
Hatice'nin Süslemeyi GeoGebra'da İnşası



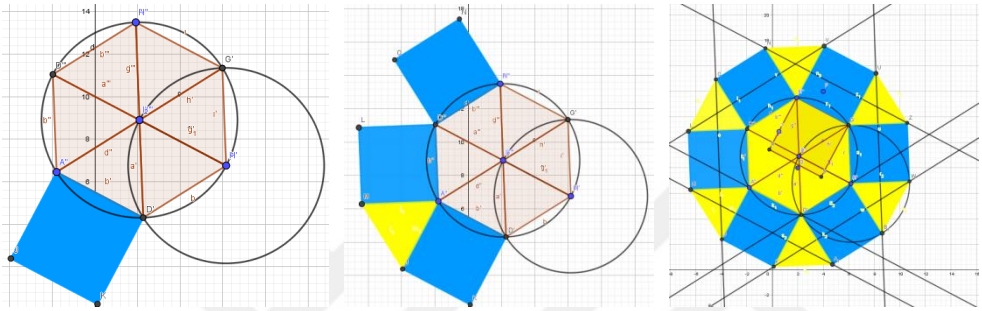
Odak öğrencilerden Ramazan ise GeoGebra'da süsleme inşasına Naz'ın inşasına benzerlik gösterecek şekilde bir tek eşkenar üçgen inşa ederek başlamıştır (Görsel 3.2.4.12b). Bu inşa için merkezlerinden çakışık iki eş çember kullanmıştır (Görsel 3.2.4.12a). Ardından bu eşkenar üçgeni "Doğruda Yansıt" aracı ile kenarına göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.4.12c). Bu işlemi tekrarlayan Ramazan bir düzgün altıgen elde etmiştir (Görsel 3.2.4.12d). Ardından "Düzgün Çokgen" aracı ile altıgen etrafına kare (Görsel 3.2.4.12e) ve eşkenar üçgen (Görsel 3.2.4.12f) yerleştiren Ramazan süslemenin tekrar birimini elde etmiştir (Görsel 3.2.4.12g). Ramazan'ın doğruda yansıtma için farklı doğrular belirlediği ancak tekrar birimini çoğaltmadığı ekran kaydında görülmektedir. Ramazan ile aynı bilgisayarı paylaşan Vedat GeoGebra'da inşa çalışmasına katılmamıştır.

Görsel 3.2.4.12

Ramazan'ın Süslemeyi GeoGebra'da İnşa Aşamaları



(a) (b) (c) (d)



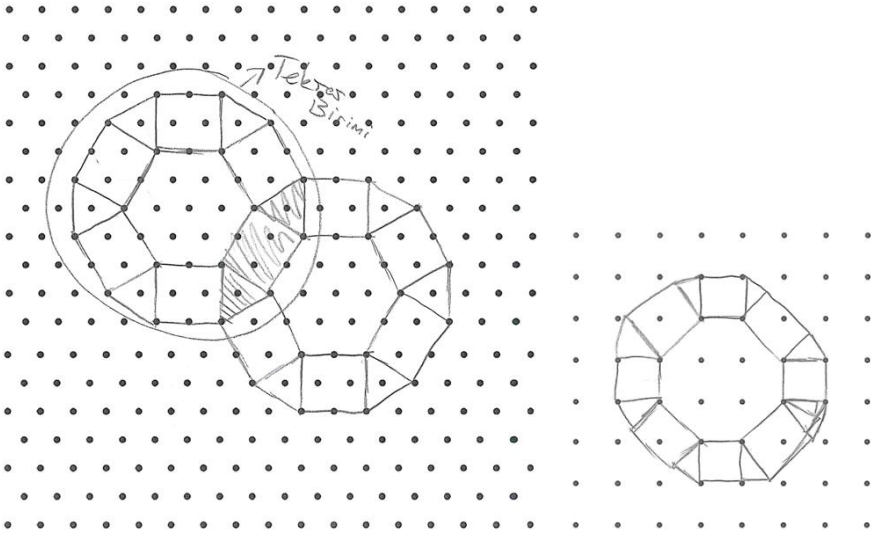
(e) (f) (g)

3.2.4.3 Çizim aşaması

Bu aşamada öğrencilerden süslemeyi noktalı kâğıda ya da izometrik kâğıda çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun süslemeyi çizemediği ya da hatalı çizim yaptığı görülmektedir. Çok az öğrenci ise doğru çizim yapabilmiştir. Örneğin Naz Görsel 3.2.4.13a'daki gibi izometrik kâğıda çizim yapmıştır. Naz ayrıca Görsel 3.2.4.13b'deki gibi noktalı kâğıda hatalı çizim yapmıştır.

Görsel 3.2.4.13

Naz'ın İzometrik ve Noktalı Kâğıda Süsleme Çizimleri

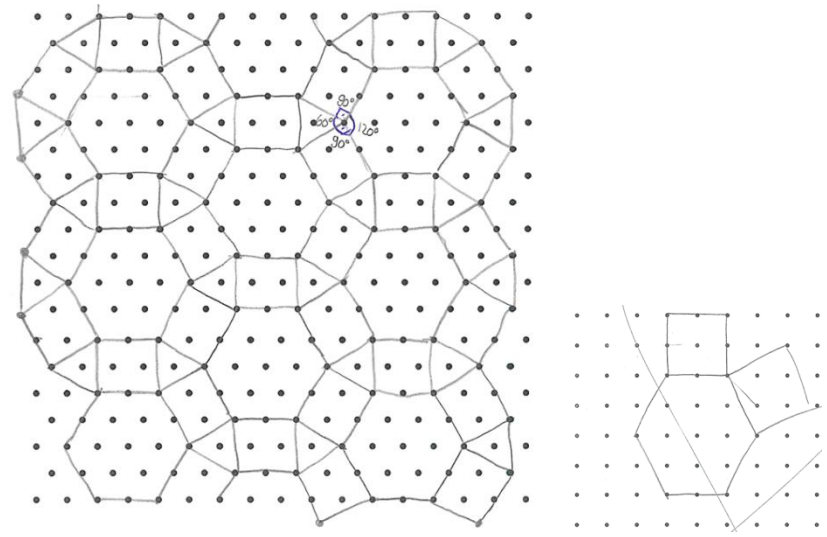


(a) (b)

Ramazan ilk başta izometrik kâğıda süslemeyi doğru bir şekilde çizmiştir (Görsel 3.2.4.14a). Ardından noktalı kâğıda da çizim yapmaya çalışan Ramazan çiziminin hatalı olduğunu düşünüp süsleme çizimini yarım bırakmıştır (Görsel 3.2.4.14b). Ramazan'ın ikinci çizimine de doğru bir şekilde başladığı ama çizimi devam ettirmediği görülmektedir.

Görsel 3.2.4.14

Ramazan'ın İzometrik ve Noktalı Kâğıda Süsleme Çizimleri

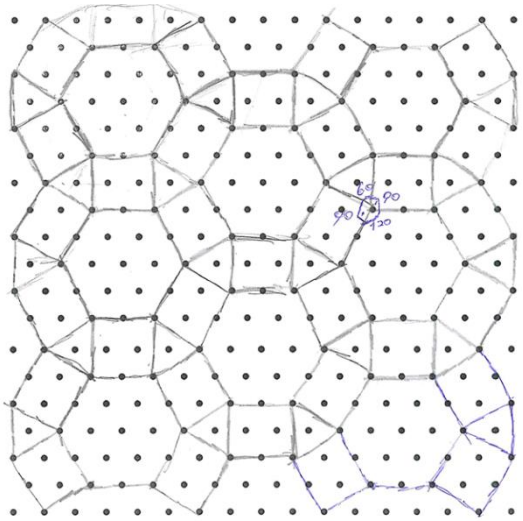


(a) (b)

Vedat'ın sadece izometrik kâğıda süslemeyi çizdiği ve kâğıdın tamamını süsleme ile kapladığı görülmektedir (Görsel 3.2.4.15). Vedat'ın süslemeyi doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir.

Görsel 3.2.4.15

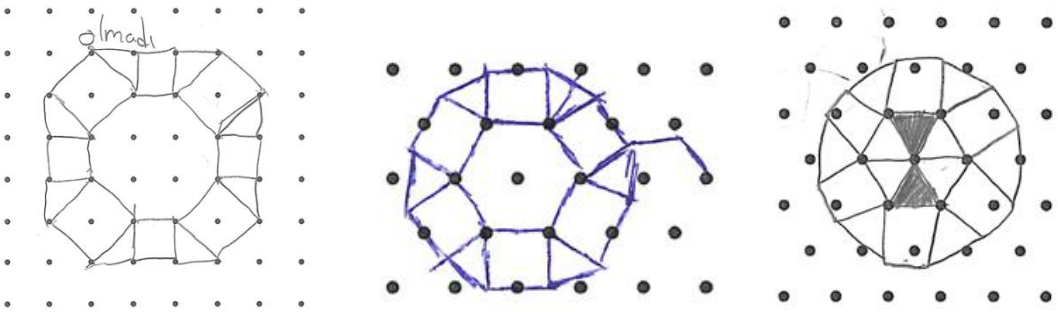
Vedat'ın İzometrik Kâğıda Süsleme Çizimi



Ali Alper'in noktalı kâğıda hatalı bir çizim denemesi olmuştur (Görsel 3.2.4.16a). Miraç'ın ise izometrik kâğıda çizim denemesi başarılı ancak çizim tekrar birimi ile sınırlıdır (Görsel 3.2.4.16b). Mustafa da Miraç'ın çizimine benzer bir çizimi izometrik kâğıda çizmiş ancak çizimi eksik kalmıştır (Görsel 3.2.4.16c).

Görsel 3.2.4.16

Ali Alper, Miraç ve Mustafa'nın İzometrik/Noktalı Kâğıda Süsleme Çizimleri



(a) (b) (c)

Öğrencilerden diğerlerinin (Dilber, Hatice, Teslime, Eylül, Abdil, Muhammet) ise çizim için noktalı ve izometrik kâğıda denemelerde bulundukları ancak süslemeyi çizemedikleri görülmektedir.

Süslemenin çizimi aşamasında, çizimlerin üstüne tekrar biriminin yeniden işaretlenmesi istenmektedir. Sadece bir öğrencinin (Naz) tekrar birimi ile ilgili bir işaretleme yaptığı görülmektedir (Görsel 3.2.4.13a).

Öğrencilerin süsleme çizimleri incelendiğinde çizimlerin bir kısmı doğru çizimler gibi görünse de aslında yaklaşık çizimlerdir. Çünkü izometrik ve noktalı kâğıdın işaretli noktalarını kullanarak bu süslemenin çizimini yapmak mümkün değildir. Bu süslemede yaklaşık çizimlerin hem izometrik kâğıda hem de noktalı kâğıda çizilmesi mümkündür.

3.2.4.4 Sorgulama aşaması

Yedinci öğretim haftasında sadece biri hariç diğer tüm öğrencilerin süslemedeki çokgenleri doğru belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu süslemenin periyodik olduğunu fark etmişlerdir. Süslemenin tekrar birimi ile ilgili iki farklı görüş olmakla birlikte bu görüşlerden sadece biri doğrudur. Doğru görüşü odak öğrencilerden beş kişi ile diğer öğrencilerden iki kişi yani toplamda 7 kişi bildirmiştir. Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili görüşlerin çoğunluğunu yansıma dönüşümü oluşturmaktadır. GeoGebra'daki inşa aşamalarında da yansıma dönüşümünün daha sık kullanıldığı görülmektedir. Öğrencilerin daha önceki süslemelerde olduğu gibi tekrar birimini oluşturan çokgenlere teker teker dönüşüm uygulamak yerine, tekrar biriminin tümüne dönüşüm uygulamaları dikkat çekicidir. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları odak öğrencilerden 5'i ve diğer 3 öğrenci yani toplamda 8 öğrenci doğru hesaplamıştır. Kalan4öğrenci ise açılar ile ilgili görüş belirtmemiş ya da hatalı görüş belirtmişlerdir.

Süslemenin örüntü blokları ile oluşturulması aşamasının öğrencilerin çoğunluğu tarafından sona bırakıldığı görülmektedir. Öğrencilerin çalışma yaprağındaki adımlardan bağımsız hareket ederek öncelikle süslemeyi GeoGebra'da inşa etmeye çalıştıkları görülmektedir. GeoGebra'daki inşa denemelerinden sonra öğrenciler çalışma yaprağındaki adımları okumaya ve uygulamaya çalışmışlardır. Çalışma yaprağındaki adımlara göre hareket eden öğrenci sayısı ise azdır (Ramazan, Naz ve Teslime). Örneğin çalışma yaprağındaki adımlara göre hareket eden Ramazan örüntü bloklarındaki altıgen, kare ve eşkenar üçgenleri ayırdıktan sonra süslemeyi Görsel 3.2.4.4c'deki oluşturmaya başlamıştır ama süslemeyi tamamlamamıştır. Naz ve Teslime ise süslemenin sadece tekrar birimini örüntü blokları ile oluşturmuştur. GeoGebra'da süsleme inşasından sonra

örüntü blokları ile süslemeyi oluşturan Eylül ise önce Görsel 3.2.4.4a'daki süslemeyi oluşturmuştur. Daha sonra süslemenin sadece tekrar birimini oluşturacak şekilde altıgen, kare ve eşkenar üçgenlerle süslemeyi oluşturmuştur. Eylül gibi süslemenin sadece tekrar birimini örüntü blokları ile oluşturan diğer öğrenciler Hatice, Miraç, Ali Alper, Muhammet ve Abdil'dir. Dilber, Vedat ve Mustafa ise örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmamışlardır.

GeoGebra'daki süsleme inşasında, tekrar birimini düzgün çokgen aracı ile inşa eden üç öğrenci (Miraç, Abdil ve Mustafa) vardır. Bu üç öğrencinin süslemeyi oluşturacak uygun dönüşümü yapamadıkları için süslemeyi oluşturamadıkları görülmektedir. Süslemeyi doğru şekilde inşa eden ise altı öğrenci (Eylül, Hatice, Teslime, Dilber, Naz ve Ramazan) vardır. Bu öğrencilerden dördünün (Eylül, Hatice, Teslime, Dilber) inşası birbirine benzemektedir. Bu dört öğrencinin öncelikle eş çemberlerle altıgen oluşturarak, altıgenin etrafına kare ve eşkenar üçgen ekledikleri ve tekrar birimini elde ettikleri görülmektedir. Ardından bu öğrenciler tekrar birimine doğruda yansıtma dönüşümü uygulamışlardır. Süslemeyi doğru şekilde inşa eden diğer iki öğrencinin (Naz ve Ramazan) ise süslemenin tekrar birimindeki altıgeni eşkenar üçgenlerle oluşturduğu görülmektedir. Naz altıgeni oluşturma işlemini6 eş çember ile Ramazan ise 2 eş çember ile gerçekleştirmiştir. Naz süslemenin tekrar birimine doğruda yansıtma dönüşümü ile vektör ile öteleme dönüşümü uygulamış ve süslemeyi iki farklı şekilde çoğaltmıştır. Ramazan'ın ise tekrar birimine doğruda yansıt dönüşümü yapacak şekilde altı farklı yansıma doğrusunu çizmiştir ancak çoğaltma işlemi yapmamıştır.

Çizim aşamasında, öğrencilerden üçü (Naz, Ramazan ve Vedat) doğru çizim yapmışlardır. Öğrencilerden ikisi (Miraç ve Mustafa) eksik çizim yapmışlardır. Diğer beş öğrenci (Eylül, Teslime, Hatice, Muhammet ve Ali Alper) ise hatalı çizim yapmışlardır. Ancak doğru/eksik çizim yapan öğrencilerin çizimleri aslında yaklaşık çizimlerdir. Çünkü izometrik ve noktalı kâğıdın işaretli noktalarını kullanarak bu süslemenin çizimini yapmak mümkün değildir. Bu öğretim haftasındaki süsleme hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda yaklaşık olarak çizilebilmektedir.

SORGULAMAYA YÖNELİK ÖĞRETMEN SORULARI

Öğrencilerin GeoGebra'da süslemenin tekrar birimini inşa ederken "Düzgün Çokgen" aracını kullanmamaları ile ilgili Araştırmacının uyarısı ile, öğrencilerin eş çemberlerle

süslemedeki altıgeni inşa etmeye çalıştıkları görülmektedir. Öğrenciler GeoGebra tanıtım etkinliklerinde yaşam çiçeği elde ederken çemberin 6 eş parçaya ayrıldığını daha önce görmüşlerdi. Bu aşamada bu bilgiyi hatırlayıp uygulamaya çalışmışlardır. Bu aşamada Araştırmacıdan yardım isteyen öğrenciler olmuştur.

Bu öğretim haftasında etkinlik sonunda süslemenin akıllı tahtada tartışıldığı esnada öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalarından bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Süslemeleri genelde küçük parçadan tekrar birimine doğru oluşturuyoruz. Acaba bu süslemede tam tersini yapsak olur mu? Bu süslemede küçük parçadan başladınız büyüğe doğru gittiniz.

Naz : Evet, üçgenden başladık. Altıgen oluşturduk.

Araştırmacı : Peki büyükten küçüğe doğru gitsek olmaz mı? Ne demek istiyorum yani?

Eylül : Onikigenden.

Naz : Onikigenden.

Araştırmacı : Teşekkür ediyorum. Evet, onikigenden başlayarak çizelim.

Eylül : Ben ilk öyle yapmaya çalıştım ama olmadı.

Araştırmacı : Harika. Peki, onikigeni nasıl çizeriz? Bana bir fikir verin bakalım.

Abdil : Sekizgen oluşturacağız önce hocam.

Ali Alper : Yaşam çiçeğinden.

Naz : Altıgeni döndürebilir miyiz hocam?

Araştırmacı : Harika. Hadi deneyelim. Bir altıgen çizelim. Altıgeni merkezine göre döndürelim. Kaç derece döndürmeliyiz?

Eylül : 45°

Araştırmacı : 45° döndürelim. Böyle bir şekil oluyor **(**Görsel 3.2.4.17a). Olmadı.

Naz : O zaman 60°.

Araştırmacı : Tamam bu şekli orta noktasına göre 60°döndürüyorum **(**Görsel 3.2.4.17b). Olmadı. Tekrar deniyorum. Saat yönünde ve saatin tersi yönünde döndürsem de değişen bir şey olmadı. Şekiller çakıştı.

Eylül : 80° denesek?

Araştırmacı : Deneyelim. Olmadı.

Dilber : 90° denesek hocam?

Araştırmacı : 90°'yi deneyelim **(**Görsel 3.2.4.17c). Evet oldu.

Naz : 45°'yi denesek? Saat yönünde desek?

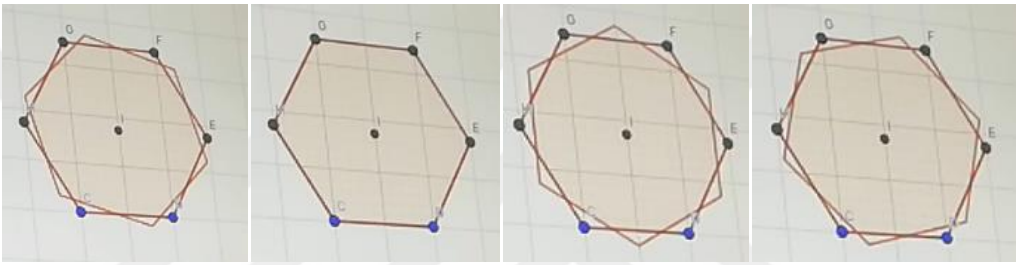
Araştırmacı : 45°'yi deneyelim **(**Görsel 3.2.4.17d). Olmadı.

Naz : 30°'yi denesek?

Araştırmacı : 30°'yi deneyelim **(**Görsel 3.2.4.17c). Oldu. 30°ve 90° oldu.

Görsel 3.2.4.17

Düzgün Altıgene Uygulanan Dönme Dönüşümleri



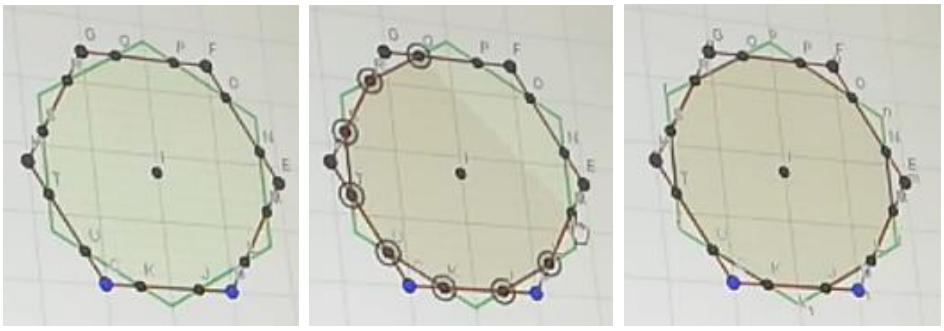
(a) (b) (c) (d)

Naz : Hocam o zaman 150°, 210° ve 270°'de de olur. 60° artıyor hepsinde.

Araştırmacı : Evet, Haklısın. Şimdi bu iki altıgeni kesiştirelim. Kesişen noktaları birleştirerek onikigen oluşturabiliyoruz **(**Görsel 3.2.4.18a, Görsel 3.2.4.18b ve Görsel 3.2.4.18c).

Görsel 3.2.4.18

Düzgün Onikigen İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde Araştırmacının süslemenin tekrar birimini parçadan bütüne değil de bütünden parçaya doğru oluşturma fikrini öğrencilerle tartıştığı görülmektedir. Süslemenin tekrar birimi olan onikigenden başlayarak süslemenin inşa edilebileceğini Naz ve Eylül ilk fark edenlerdendir. Eylül bu fikri daha önce düşündüğünü

fakat gerçekleştiremediğini söylemiştir. Daha önceki öğretimlerde karenin merkezinden döndürülerek düzgün sekizgen oluşturulabileceği sınıfta tartışılmıştı. Bu durumdan esinlendiği düşünülen Naz, altıgenin döndürülerek düzgün onikigen oluşturulabileceği fikrini ortaya atmıştır. Çeşitli dönme açıları denemesinden sonra 30° veya 90°dönme ile altıgen döndürülürse ve dönüşüm sonucunda elde edilen altıgenle ilk altıgen kesiştirilirse bir onikigen oluşturulabilmektedir. Öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışma aşağıdaki gibi devam etmiştir:

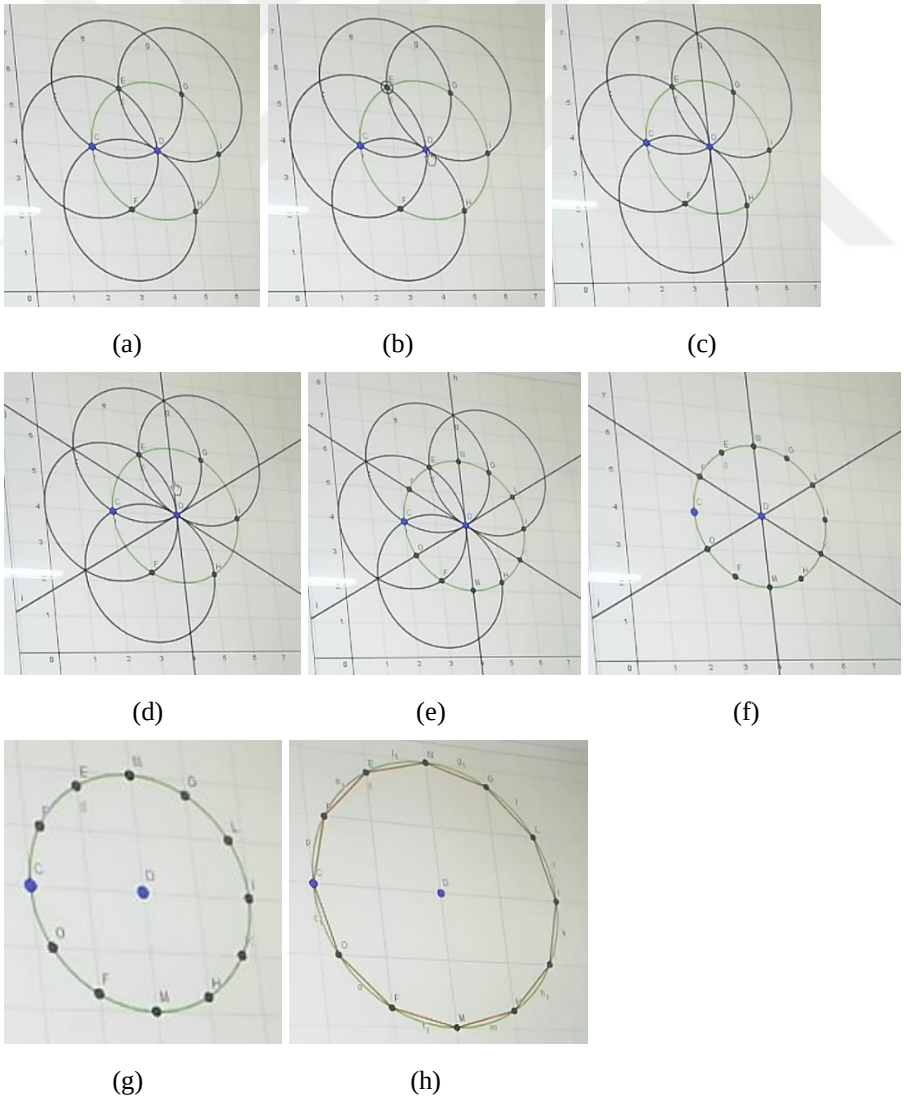
Araştırmacı : Acaba onikigeni çemberler yardımıyla oluşturabilir miyiz?

Eylül : Evet altıgeni açıortay ile bölebiliriz.

Araştırmacı : Harika, hadi akıllı tahtada oluşturalım:

Görsel 3.2.4.19

Düzgün Onikigen İnşa Aşamaları

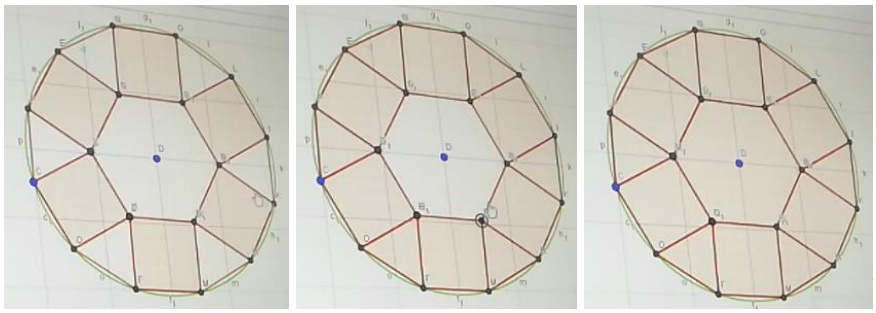


(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

(g) (h)

Görsel 3.2.4.19 (Devam)



(i) (j) (k)

Araştırmacı : Onikigeni inşa ettik. Şimdi de onikigenin içindeki çokgenleri "Düzgün Çokgen" aracı ile yerleştirelim (Görsel 3.2.4.19i, Görsel 3.2.4.19j ve Görsel 3.2.4.19k).

Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde Araştırmacının öğrencilere onikigenin eş çemberler aracılığı ile inşa edilip edilmeyeceğini sorduğu ve Eylül'ün açıortay ile çizilebileceğini söylediği görülmektedir. Araştırmacı eş çemberler yardımıyla çemberi 6 eş noktaya bölmüştür (Görsel 3.2.4.19c). Daha sonra Eylül'ün görüşü ile çember üzerindeki 6 nokta açıortay aracı ile eş parçalara ayrılmıştır (Görsel 3.2.4.19e). Sonuç olarak çember 12 eş parçaya bölünmüştür (Görsel 3.2.4.19g). Sonuçta onikigen farklı bir yolla daha elde edilmiştir (Görsel 3.2.4.19h).

Araştırmacı onikigenin içine "düzgün çokgen" aracı ile önce kareler (Görsel 3.2.4.19i) sonra eşkenar üçgenler (Görsel 3.2.4.19j) ve en son düzgün altıgen yerleştirmiştir (Görsel 3.2.4.19k). Bu şekilde süslemenin tekrar birimi inşa edilmiştir. Öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışma aşağıdaki gibi devam etmiştir:

Araştırmacı : Tekrar birimimizi oluşturduk. Şimdi süslemeyi nasıl çoğaltacağız?

Hatice : Doğruda yansıtla.

Araştırmacı : Doğruda yansıtla çoğaltabiliriz arkadaşlar. Bir doğru çizelim. Nereden nereye demiştik?

Eylül : Oradan oraya.

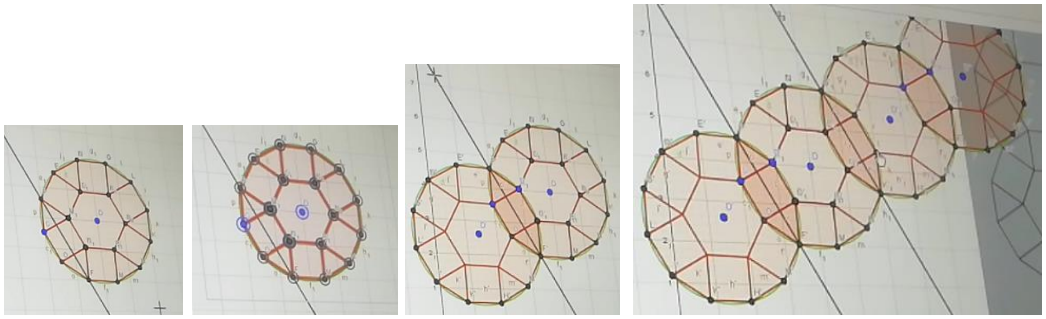
Araştırmacı : Evet şuradan şuraya (Görsel 3.2.4.20a).

Araştırmacı : "Doğruda Yansıt" aracını seçtim. Mouse'da sağ tıklayıp tekrar biriminin tümünü seçtim (Görsel 3.2.4.20b).

Araştırmacı : Doğruyu seçiyorum ve tekrar birimini çoğaltıyorum (Görsel 3.2.4.20c). İşlemi başka bir doğru ile daha tekrarlayalım (Görsel 3.2.4.20d).

Görsel 3.2.4.20

Süslemenin Yansıma Dönüşümü ile Oluşturulması Aşamaları



(a) (b) (c) (d)

Araştırmacı : Başka tekrar birimini nasıl çoğaltabiliriz? Vektörle öteleme ile de yapabilir miyiz?

Miraç : Evet.

Araştırmacı : Peki nereden nereye kadar çizmeliyiz vektörümüzü? Mesela şuradan başlasın şuraya kadar olsun (Görsel 3.2.4.21a). Doğru olacak mı bakalım.

Eylül : Üst üste gelmedi (Görsel 3.2.4.21b).

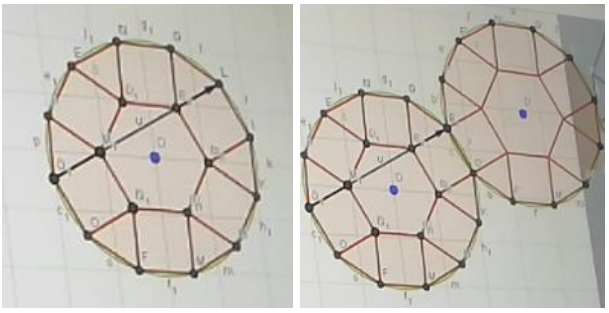
Araştırmacı : O zaman vektörü uzun çizdik. Nasıl çizmeliydik?

Ali Alper : Şuraya gelecek altıgenin ucuna kadar (Görsel 3.2.4.21c).

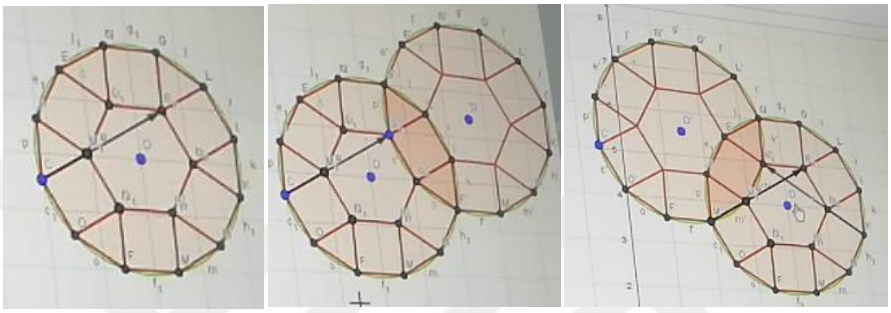
Araştırmacı : Evet. Hadi deneyelim (Görsel 3.2.4.21d). Evet oldu. Başka doğrultularda da deneyelim (Görsel 3.2.4.21e). Evet oldu.

Görsel 3.2.4.21

Süslemenin Öteleme Dönüşümü ile Oluşturulması Aşamaları



(a) (b)



(c) (d) (e)

Araştırmacı : Tekrar birimini başka nasıl çoğaltabiliriz? Döndürme ile de yapabilir miyiz? Hadi deneyelim. Karenin orta noktasını belirleyip döndürme işlemi yapmalıyız (Görsel 3.2.4.22a).

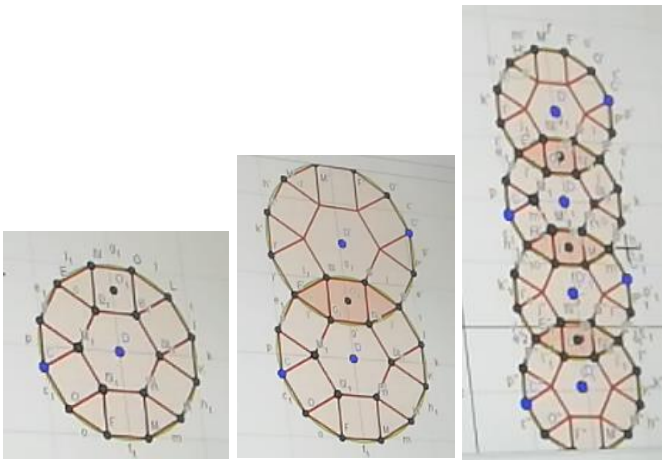
Dilber : Kaç derece döndüreceğiz?

Teslime :180° olması lazım.

Araştırmacı : Hadi deneyelim (Görsel 3.2.4.22b). Evet oldu. Bu işlemi yukarıya doğru tekrarlayalım (Görsel 3.2.4.22c).

Görsel 3.2.4.22

Süslemenin Dönme Dönüşümü ile Oluşturulması Aşamaları



(a) (b) (c)

Sınıf içi tartışma metninin devamı incelendiğinde Araştırmacının öğrencilerle dönüşümler konusunu tartıştığı görülmektedir. Dönüşümler konusunda ilk görüş Hatice'den gelmiş ve doğruda yansıma dönüşümünü kullanmayı önermiştir. Yansıma doğrusunun geçeceği noktaların yerini ise Eylül önermiştir. Yansıtma dönüşümü sonunda süslemedeki tekrar birimi Görsel 3.2.4.20c'deki gibi çoğaltılmıştır.

Dönüşümlerden vektör ile öteleme dönüşümünde ilk başta Araştırmacı hatalı bir dönüşüm yapmış ve vektörün uzunluğunu fazla belirlemiştir. Ancak daha sonra Ali Alper vektörün nereye kadar uzanacağını söylemiş (Görsel 3.2.4.21c) ve öteleme dönüşümü sonunda süslemedeki tekrar birimi Görsel 3.2.4.21d'deki gibi çoğaltılmıştır. Ardından Araştırmacı vektörü farklı doğrultuda belirleyip tekrar birimini çoğaltmıştır (Görsel 3.2.4.21e).

Dönme dönüşümünde ise Araştırmacı karenin orta noktasına göre döndürme işlemi yapılması gerektiğini söylemiştir (Görsel 3.2.4.22a). Dönme açısının ölçüsünü ise Teslime 180^0 olarak önermiştir. Dönme dönüşümü sonunda süslemedeki tekrar birimi Görsel 3.2.4.22b'deki gibi çoğaltılmıştır. Ardından bu işlem Araştırmacı tarafından tekrarlanmıştır (Görsel 3.2.4.22c).

GÜNLÜKLERDEN

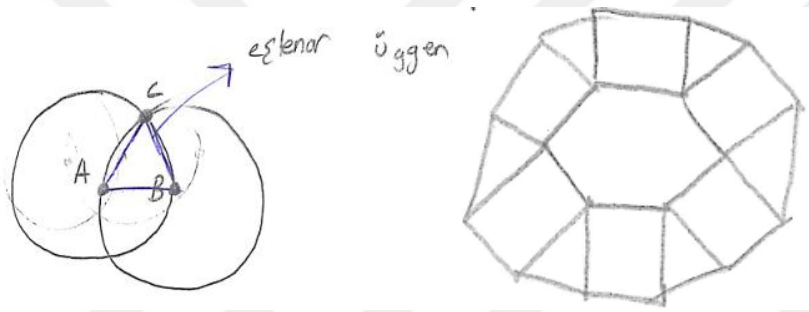
Yedinci öğretim haftasında odak öğrencilerin haricindeki diğer öğrencilerin (Abdil, Mustafa, Muhammet, Ali Alper ve Miraç) günlükleri incelendiğinde öğrencilerin başta altıgen çizdikleri sonra altıgene kare ve üçgen ekledikleri görülmektedir. Yani tekrar birimini elde eden öğrencilerin sonrasında doğruda yansıt aracını kullanarak tekrar birimini çoğalttıkları günlüklerden anlaşılmaktadır. Ancak öğrencilerin günlüklerde kısa ve özet ifadeler kullanmışlardır. Odak öğrencilerin çoğunluğunun ise günlüklerde süsleme oluşumlarını daha ayrıntılı anlattıkları görülmektedir. Örneğin Naz, Mardin Şehidiye Medresesi dış duvar süslemesini incelediği öğretim haftasında ilk başta çember aracılığı ile düzgün altıgen oluşturduğunu, ama altıgenleri eşkenar üçgenlerle oluşturduğunu, altıgeni oluşturan eşkenar üçgenleri 210° döndürerek altıgenin dışındaki üçgenleri oluşturduğunu, üçgenler arasındaki boşlukları birleştirdiğinde de kareleri oluşturduğunu söylemiştir. Naz ayrıca yansıma dönüşümünde karşılıklı üçgenlerin dışa bakan köşe noktalarından geçen bir doğru ile tekrar biriminin tümünü yansıttığını söylemektedir. Naz öteleme dönüşümünde de tekrar biriminin içerisindeki altıgenin köşe noktalarından bir vektör uzatarak şekli çoğalttığını günlüğüne eklemiştir. Naz'ın altıgeni

eşkenar üçgenlerle oluşturması ve bu eşkenar üçgenlere dönme dönüşümü uygulayarak altıgenin etrafındaki eşkenar üçgenleri oluşturması dikkat çekicidir.

Ramazan'ın da altıgen inşası Naz ile benzerlik göstermektedir. Ramazan bu durumu günlüğünde "çemberlerle eşkenar üçgen yaptık" diyerek ve Görsel 3.2.4.23'deki şekli çizerek anlatmaya çalışmıştır. Ramazan daha sonra eşkenar üçgene doğruda yansıt dönüşümü uygulayarak düzgün altıgen elde etmiş ve altıgenin etrafına Görsel 3.2.4.23'deki çokgenler eklemiştir. Ramazan günlüğünde süslemenin tekrar birimini nasıl elde ettiği ile ilgili bilgiler paylaşmış ancak tekrar birimine hangi dönüşümleri kullanıp nasıl uyguladığı ile ilgili bilgi vermemiştir.

Görsel 3.2.4.23

Ramazan'ın Günlüğünden GeoGebra'da İnşa Aşamaları Tarifi



(a) (b)

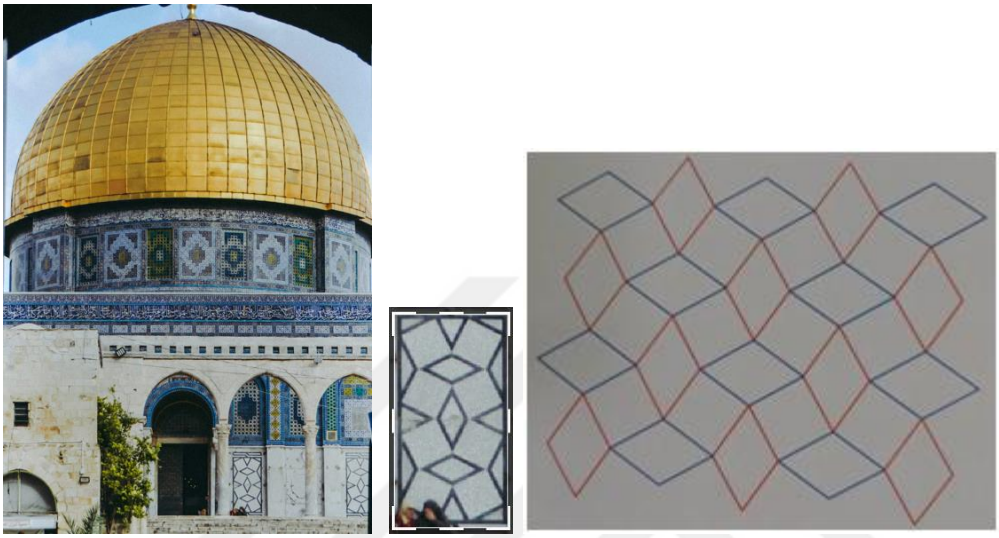
Dilber, Hatice ve Teslime günlüklerinde süslemeye yaşam çiçeği ile başladıklarını söylemişlerdir. Teslime bu şekilde çemberi 6 noktaya ayırdığını ve bu 6 nokta birleşince altıgen oluştuğunu söylemektedir. Dilber altıgenin etrafına düzgün çokgen aracı ile kare ve üçgenler yerleştirdiğini belirtmiştir. Eylül ise altıgenin etrafındaki şekilleri çemberlerle eklemek istediğini ama başarılı olamadığını o yüzden de "düzgün çokgen" aracını kullandığını söylemiştir. Eylül bu şekilde "süslemenin birazını oluşturmuş olduk" diyerek aslında tekrar birimini kastetmektedir. Tekrar birimine uygulanan dönüşümlerle ilgili Dilber, Teslime ve Vedat bilgi paylaşmamışlardır. Hatice ise tekrar birimine doğruda yansıt aracını uyguladığını ve tekrar birimini çoğalttığını "doğruda yansıt aracı ile etrafına yerleştirdik" şeklinde ifade etmiştir. Eylül ise tekrar birimine uyguladığı dönüşümü "üçgenin tam uç noktasından üçgen ve kareyi ikiye bölecek şekilde bir adet doğru çizdik. Daha sonra o doğruya göre şeklimizi doğruda yansıt özelliğini kullanarak yansıttık. Şeklin bir parçası üst üste geldi ama şekli oluşturduk" şeklinde ifade etmiştir.

3.2.5 Öğretim haftası 10

Onuncu öğretim haftasına, Mescit-i Aksa'nın dış duvarından bir süsleme ile devam edilmiştir (Görsel 3.2.5.1a).

Görsel 3.2.5.1

Mescit-i Aksa'nın Dış Duvarından Seçilen Süsleme Fotoğrafı



(a) (b) (c)

Kaynak: (a) ve (b) https://tr.wikipedia.org/wiki/Kubbet%C3%BC%27s-Sahre#/media/Dosya:Dome_of_the_Rock,_viewed_through_Bab_al-Mathara.jpg

Kaynak: (c) Kaynak: Ekizler Sönmez, S. (2020). *Anadolu Selçuklu Sanatının Geometrik Dili Seti*. İstanbul: Ketebe Yayınları, s.328.

Görsel 3.2.5.1'deki fotoğraf ve süsleme örneği çalışma yaprakları aracılığıyla öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilerden ilk olarak süsleme fotoğrafını incelemeleri, ardından çalışma yaprağındaki soruları sırasıyla cevaplamaları istenmiştir.

Onuncu öğretim haftasındaki sınıf öğretim sürecine odak öğrenciler (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ile diğer beş öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Abdil ve Furkan) toplamda 11 öğrenci katılım sağlamıştır. Ramazan ve Vedat; Furkan ve Abdil; Muhammet ve Ali Alper ortak birer bilgisayar kullanmışlardır. Naz, Eylül, Dilber, Teslime, Hatice ve Mustafa ise bireysel çalışmışlardır.

3.2.5.1 Analiz aşaması

Öğrencilerin çalışma yaprağındaki sorulara cevap vererek, süslemeyi fotoğraf üzerinden incelediği görüşlerin analizi Tablo 3.2.5.1'de verilmiştir.

Tablo 3.2.5.1

Onuncu Süsleme ile İlgili Odak Öğrencilerin Görüşleri

Süsleme 10: *Mescit-i Aksa'nın Dış Duvarından Bir Süsleme*	**Şekil Bilgisi**	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, V, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (H)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (N, R, D, V, H, T, E)
		Periyodik Değil (-)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (-)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini belirleme (-)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (N, R, V, D, H, T, E)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (N, R, D, V, H, T, E)
		Öteleme ile (N, V)
		Dönme ile (N, D, T)
		Ötelemeli Yansıma ile (N)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (-)

Sınıftaki öğretim sürecinde süslemedeki şekil bilgisi ile ilgili sadece iki öğrenci (Hatice ve Ali Alper) süslemede kullanılan çokgenleri eksik/hatalı belirlemiştir. Hatice eşkenar dörtgeni "düzgün üçgen" olarak tanımlamıştır. Hatice'nin bu şekilde düşünmesinin nedeni süslemedeki eşkenar dörtgenin iki eşkenar üçgenin birleşimi ile oluşuyor olması olabilir. Hatice ayrıca süslemedeki çokgenlerin hepsinin "düzgün çokgen" olduğunu söylemiştir. Ali Alper ise süslemedeki şekilleri "kare ve eşkenar dörtgen" doğru olarak belirtmiş ancak süslemedeki çokgenlerin hepsinin "düzgün çokgen" olduğunu söylemiştir. Yani Ali Alper eşkenar dörtgenin bir düzgün çokgen olduğunu düşünmektedir. Diğer dokuz öğrenci (Furkan, Abdil, Muhammet, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) ise süslemede kullanılan çokgenleri "kare ve eşkenar dörtgen" olarak belirlemişlerdir. Bu öğrencilerden Abdil'in eşkenar dörtgeni "eşkenarlı dörtgen" şeklinde ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca Dilber ve Teslime süslemedeki tekrar birimi olarak seçtikleri şeklin tamamını da bir çokgen olarak düşünmüşler ve süslemede "düzgün olmayan onikigen"nin de olduğunu söylemişlerdir. Dokuz öğrenci (Furkan,

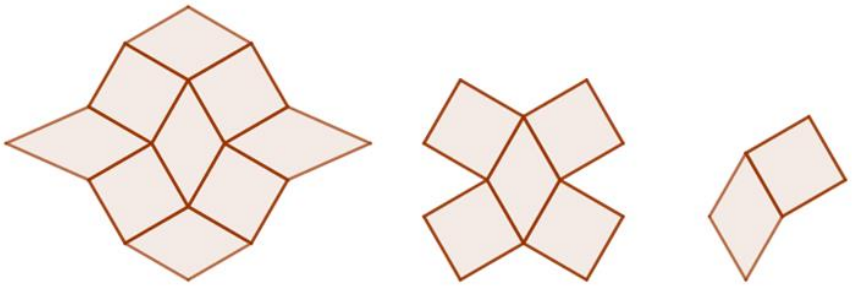
Abdil, Muhammet, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) süslemedeki çokgenlerin "hem düzgün hem de düzgün olmayan çokgenler" olduğunu belirterek doğru cevap vermişlerdir.

Tüm öğrenciler süslemedeki çokgenlerin periyodik kaplandığını fark etmişlerdir. Örneğin Furkan, Abdil, Vedat, Naz, Ramazan, Hatice, Teslime ve Eylül süslemede şekillerin "bir düzen içerisinde" yerleştirildiğini, Muhammet, Ali Alper, Dilber ve Teslime şekillerin "örüntülü" yerleştiğini; Dilber ve Ramazan ise şekillerin "periyodik şekilde" yerleştiğini söylemektedirler. Öğrenciler bu ifade ve tanımlamalarla süslemenin periyodikliğini açıklamaktadırlar.

Süslemedeki tekrar birimi ile ilgili öğrenci görüşleri incelendiğinde sadece bir (Hatice) öğrencinin tekrar birimini hatalı belirlediği görülmüştür. Hatalı tekrar birimi Görsel 3.2.5.2c'de sunulmuştur. Hatice'nin görüşü incelendiğinde süslemenin bu tekrar birimi ile oluşturulamadığı görülmektedir. Yedi öğrenciye (Ali Alper, Muhammet, Naz, Vedat, Dilber, Teslime ve Eylül) göre ise süslemenin tekrar birimi Görsel 3.2.5.2a'daki gibidir. Bu öğrenciler Süsleme 7'deki gibi tekrar biriminde dönüşümler esnasında çakışmalar olabileceğini düşünmüş olabilirler. İki öğrenciye (Furkan ve Ramazan) göre süslemenin tekrar birimi Görsel 3.2.5.2b'deki gibidir. Bu iki öğrenci ise Süsleme 4'teki gibi tekrar birimine uygulanacak dönüşümler esnasında aralarda oluşan boşlukların süslemeye sonradan dâhil edileceğini düşünmüş olabilirler. Diğer bir öğrenci (Abdil) ise tekrar birimi ile ilgili görüş belirtmemiştir.

Görsel 3.2.5.2

Süsleme 10'daki Tekrar Birimi ile İlgili Öğrenci ve Araştırmacı Görüşleri



(a) (b) (c)

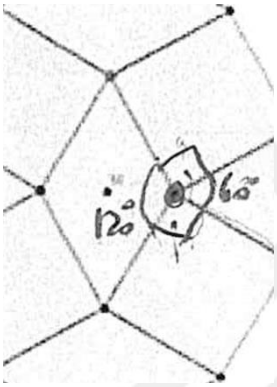
Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili tüm öğrenciler (Muhammet, Ali Alper, Abdil, Furkan, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) yansıma dönüşümü ile,

iki öğrenci (Naz ve Vedat) öteleme dönüşümü ile, altı öğrenci (Furkan, Muhammet, Ali Alper, Naz, Dilber ve Teslime) dönme dönüşümü ile, bir öğrenci (Naz) ötelemeli yansıma ile süslemenin çoğaltılabileceğini söylemiştir.

Süslemedeki açı bilgisi ile ilgili ise bir öğrenci dışında (Furkan) diğer on öğrenci (Muhammet, Ali Alper, Abdil, Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamıştır. Ali Alper'in açılarla ilgili çizimi Görsel 3.2.5.3'teki gibidir.

Görsel 3.2.5.3

Süsleme 10'deki Açı Bilgisi ile İlgili Ali Alper'in Görüşü

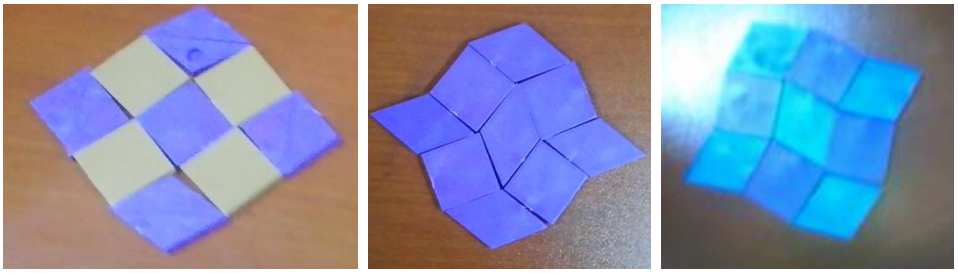


3.2.5.2 Oluşturma aşaması

Bu aşamada öncelikle öğrencilerden örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Çalışma yaprağındaki adımlara uygun hareket eden bazı öğrenciler (Dilber, Vedat ve Teslime) vardır. Ancak bazı öğrencilerin ise örüntü bloklarından önce GeoGebra'da süslemeyi oluşturmaya çalıştıkları görülmektedir (Hatice, Eylül, Naz, Ramazan). Bu öğrencilerin birkaç başarılı ya da başarısız GeoGebra inşası denemelerinden sonra çalışma yapraklarındaki adımlara geçtikleri sonrasında da örüntü blokları ile süslemeyi oluşturdukları gözlenmiştir. Örüntü blokları ile süsleme oluşturmada bir öğrencinin (Dilber) Görsel 3.2.5.4a'daki gibi hatalı bir oluşum yaptığı, diğer öğrencilerin ise (Naz, Ramazan, Vedat, Hatice, Teslime, Eylül) benzer oluşumlar yaptıkları görülmektedir. Teslime'nin örüntü blokları ile süsleme oluşumu Görsel 3.2.5.4b'de ve Ramazan'ın oluşumu ise Görsel 3.2.5.4c'de sunulmuştur.

Görsel 3.2.5.4

Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma Örnekleri

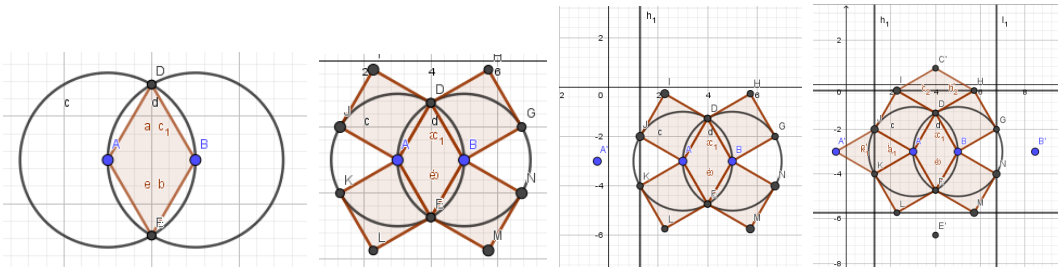


(a) (b) (c)

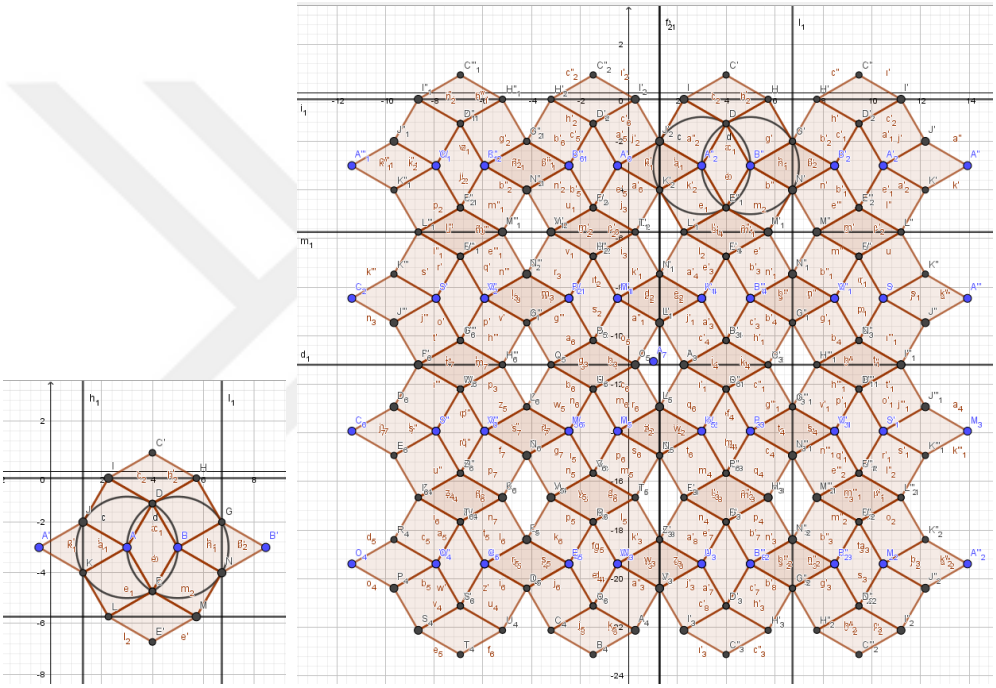
Oluşturma aşamasının ardından GeoGebra'da süslemenin inşa aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada Abdil ve Furkan iki eş çember ile bir eşkenar dörtgen inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.5a). Sonrasında "Düzgün Çokgen" aracı ile eşkenar dörtgene kareler eklemiştir (Görsel 3.2.5.5b). Bu şekilde elde ettiği şekle öncelikle sol uç noktalarından geçen doğru çizmiş ve şekildeki eşkenar dörtgenin A noktasını doğruya göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.5.5c). Daha sonra bu işlemi şeklin B, D ve E noktaları için de gerçekleştirmiştir (Görsel 3.2.5.5d) ve yansıtma sonucu elde ettiği noktaları da kullanarak şekle dört yeni eşkenar dörtgen daha eklemiştir (Görsel 3.2.5.5e). Bu şekilde tekrar birimini elde eden Furkan ve Abdil tekrar biriminin tamamına dikey ve yatay doğrulara göre yansıma dönüşümü uygulayıp süslemeyi oluşturmuştur (Görsel 3.2.5.5f). Süslemede bazı şekillerin üst üste geldiği yani çakıştığı görülmektedir. Ancak bu çakışmalar süslemeyi etkilememiştir. Ayrıca süslemede eşkenar dörtgenler oluşmuştur. Furkan ve Abdil'in süsleme inşasında sadece yansıma dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.5

Abdil ve Furkan'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları



(a) (b) (c) (d)



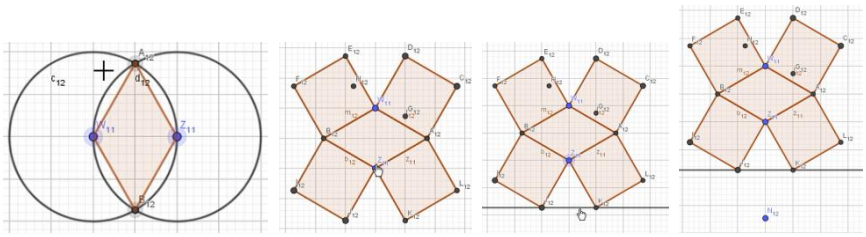
(e) (f)

GeoGebra'da süslemeyi oluşturma aşamasında Hatice, iki eş çember ile bir eşkenar dörtgen inşa etmiş (Görsel 3.2.5.6a), ardından "Düzgün Çokgen" aracı ile eşkenar dörtgenin etrafına kareler eklemiştir (Görsel 3.2.5.6b). Şeklin alt uç noktalarından geçen bir doğru çizmiş (Görsel 3.2.5.6c) ve eşkenar dörtgenin alt köşe noktasının bu doğruya göre yansıma görüntüsünü elde etmiştir (Görsel 3.2.5.6d). Bu noktayı kullanarak yeni eşkenar dörtgeni (Görsel 3.2.5.6e) elde eden Hatice bu eşkenar dörtgene de kareler eklemiştir (Görsel 3.2.5.6f). Son elde ettiği şeklin (Görsel 3.2.5.6g) tamamını seçen Hatice Görsel 3.2.5.6h'teki vektöre göre şekli ötelemiştir (Görsel 3.2.5.6i). Öteleme sonunda şekilde bazı çakışmalar olmuştur. Bu son şekli de Görsel 3.2.5.6j'teki yatay vektöre göre şekli öteleyen Hatice Görsel 3.2.5.6k'teki gibi şekli çoğaltmıştır. Şekilde

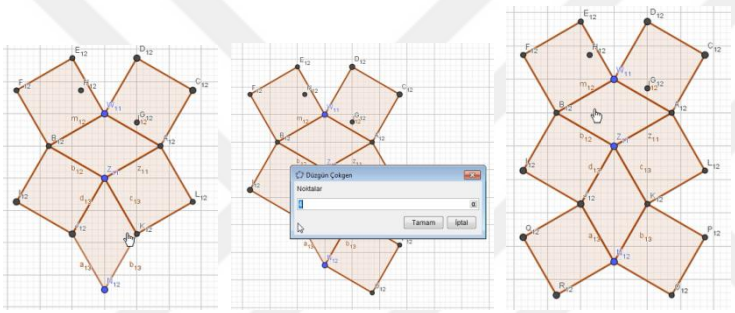
oluşan aradaki boşlukları da düzgün çokgen ile dolduran Hatice Görsel 3.2.5.6l'deki süslemeyi tamamlamıştır. Hatice'nin süslemeyi inşa ederken yansıma ve öteleme dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.6

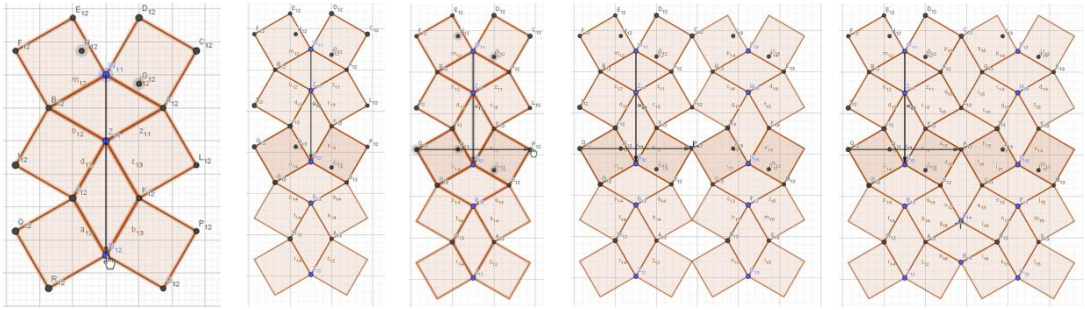
Hatice'nin Süslemeyi İnşa Aşamaları



(a) (b) (c) (d)



(e) (f) (g)



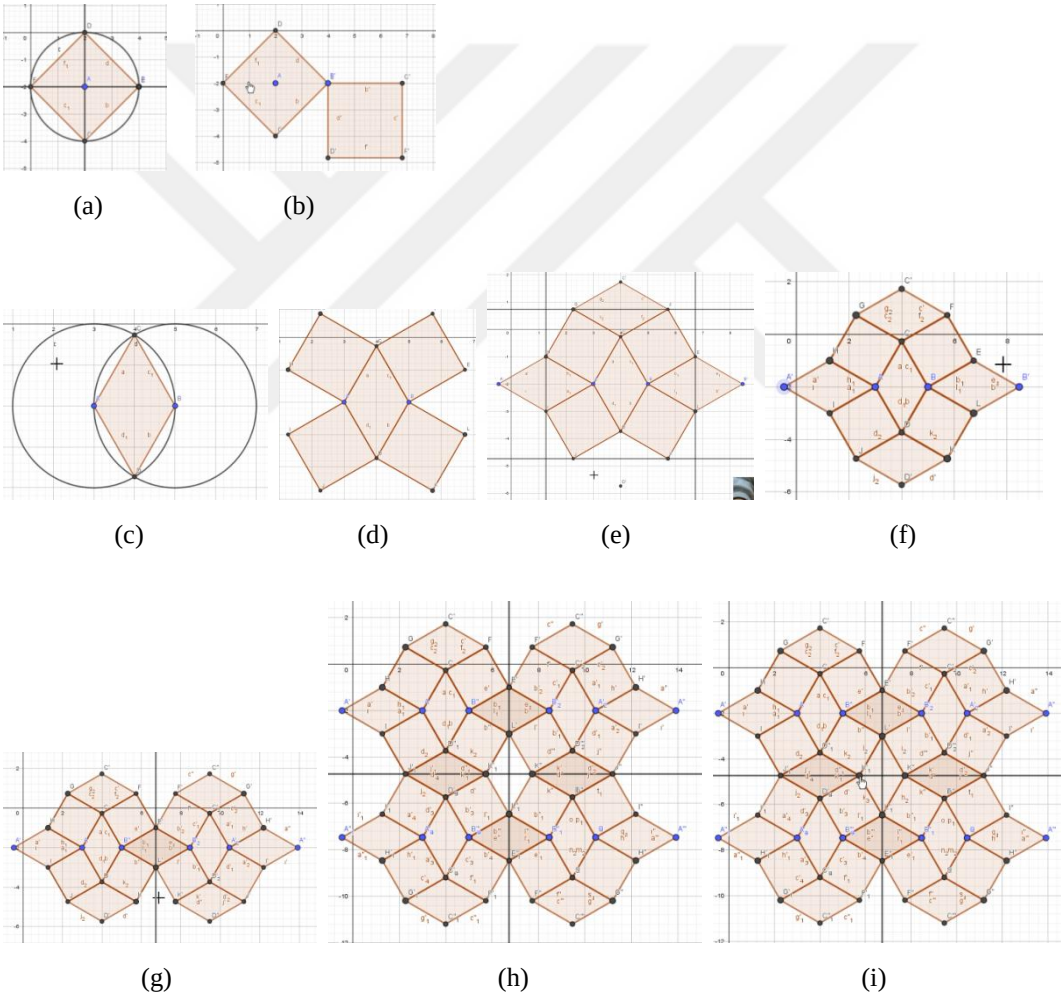
(h) (i) (j) (k) (l)

GeoGebra'da süslemeyi oluşturma aşamasında Eylül, çember yardımıyla öncelikle bir kare inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.7a). Sonrasında kareyi 135^0'lik açı ile E noktası etrafında döndürmüştür (Görsel 3.2.5.7b). Sırasıyla 45^0, 120^0, 180^0'lik açılarla kareyi döndürmüş ancak denemelerinde istediği dönüşümü elde edemeyerek bu yoldan vazgeçmiştir. Eylül daha sonra iki eş çember yardımıyla bu kez eşkenar dörtgen inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.7c). Ardından eşkenar dörtgene "Düzgün Çokgen" aracı ile kareler eklemiştir (Görsel 3.2.5.7d). Bu elde ettiği son şeklin sırasıyla sağ, sol, üst ve alt uç noktalarından

geçen doğrularla eşkenar dörtgenin köşe noktalarının yansıma görüntüsünü elde eden Eylül (Görsel 3.2.5.7e) bu noktaları da kullanarak şeklin etrafına 4 yeni eşkenar dörtgen eklemiştir (Görsel 3.2.5.7f). Bu şekilde tekrar birimini elde eden Eylül çeşitli doğruda yansıtma denemeleri sonunda Görsel 3.2.5.7g'deki gibi dikey bir doğruya göre ve Görsel 3.2.5.7h'deki gibi yatay bir doğruya göre yansıma dönüşümleri uygulamıştır. Görsel 3.2.5.7h'deki şekilde ortada oluşan eşkenar dörtgeni ise "Çokgen" aracı ile seçip süslemeye eklemiştir (Görsel 3.2.5.7i). Eylül'ün süslemeyi inşa ederken yansıma ve dönme dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.7

Eylül'ün Süslemeyi İnşa Aşamaları

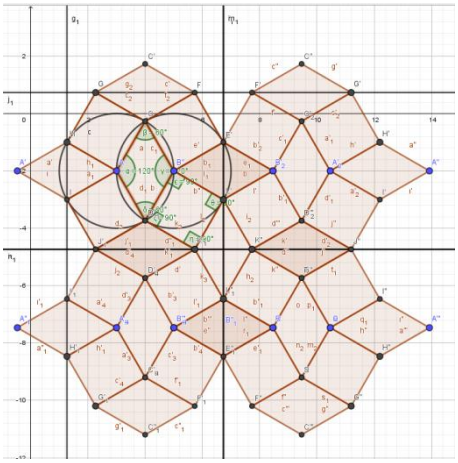


(a) (b)

(c) (d) (e) (f)

(g) (h) (i)

Görsel 3.2.5.7 (Devam)

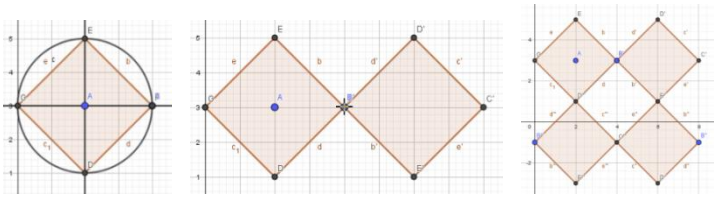


(j)

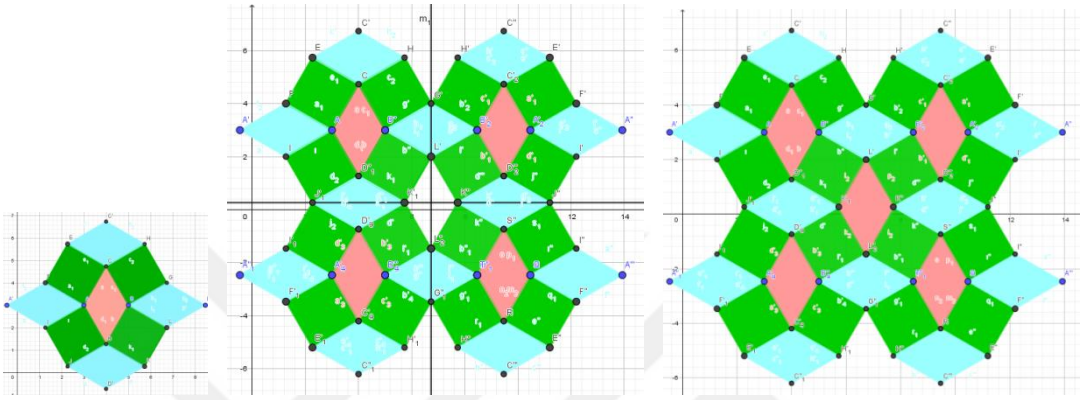
Dilber'in GeoGebra'da inşa aşamasına süsleme çizimden sonra başladığı görülmektedir. Dilber de tıpkı Eylül gibi önce çember ile kare inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.8a). Kareyi noktaya göre simetri ile çoğaltmış (Görsel 3.2.5.8b ve Görsel 3.2.5.8c) ama süslemedeki deseni elde edemeyince bu işlemlerden vazgeçmiştir. Dilber daha sonra Eylül'ün Görsel 3.2.5.7c, Görsel 3.2.5.7d, Görsel 3.2.5.7e ve Görsel 3.2.5.7f inşa adımlarında olduğu gibi süslemenin tekrar birimini oluşturmuş ve renklendirmiştir (Görsel 3.2.5.8d). Ardından Dilber tekrar birimine yatay ve dikey yansıma dönüşümü uygulayarak Görsel 3.2.5.8e'deki gibi çoğaltma işlemi yapmıştır. Görsel 3.2.5.8e'deki şekilde ortada oluşan eşkenar dörtgeni ise "Çokgen" aracı ile seçip süslemeye eklemiştir (Görsel 3.2.5.8f). Dilber'in süslemeyi inşa ederken sadece yansıma dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.8

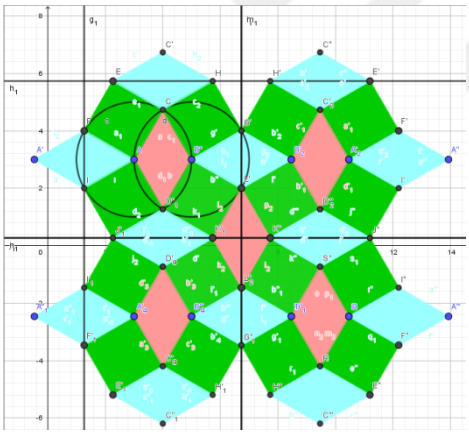
Dilber'in Süslemeyi İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)



(d) (e) (f)



(g)

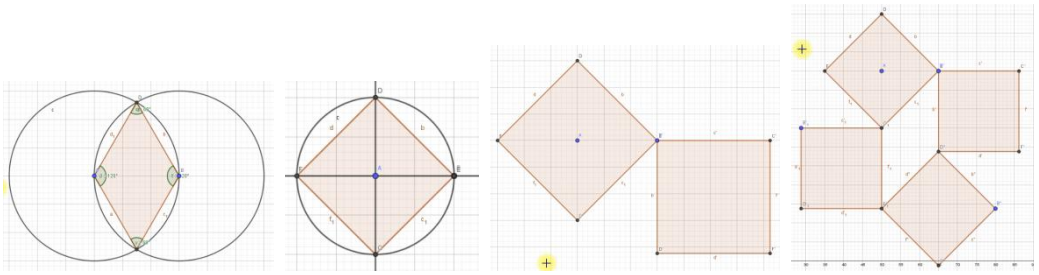
GeoGebra'da süslemeyi oluşturma aşamasında Naz, önce çemberler yardımıyla bir eşkenar dörtgen inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.9a). Sonra bu şekli silen Naz bir çember yardımıyla kare inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.9b). Kareye noktaya göre dönme dönüşümünü sırasıyla 90°, 45°,120° ve 135°'lik açılarla uygulayan Naz Görsel 3.2.5.9c'deki şekli elde etmiştir. Kareleri aynı dönüşümle Görsel 3.2.5.9d'deki gibi çoğaltan Naz, karelerin arasında oluşan eşkenar dörtgeni seçmiş ve eşkenar dörtgenin açılarını hesaplatmıştır (Görsel 3.2.5.9e). Naz son elde ettiği şeklin üst uç noktalarından geçen bir doğru çizerek şekildeki eşkenar dörtgenin köşe noktasını bu doğruya göre yansıtmıştır ve bu noktayı kullanarak şekle bir eşkenar dörtgen daha eklemiştir (Görsel 3.2.5.9f). Bu son işlemi

şeklin sağ, sol ve alt uç noktaları için de gerçekleştiren (Görsel 3.2.5.9g) Naz, şeklin tekrar birimini Görsel 3.2.5.9h'deki gibi elde etmiştir. Tekrar birimine önce dikey doğruya göre yansıma dönüşümü uygulayan (Görsel 3.2.5.9i) Naz, sonra yatay doğruya göre yansıma dönüşümünü de gerçekleştirerek çoğaltma işlemini bitirmiştir (Görsel 3.2.5.9j). Naz süslemedeki bazı nesneleri gizleyerek süslemeyi Görsel 3.2.5.9k'daki hale getirmiştir. Naz oluşturduğu süslemedeki eşkenar dörtgenin açılarının öğretim haftasındaki süslemeye uygun olmadığını anlayıp süsleme inşasını silmiştir.

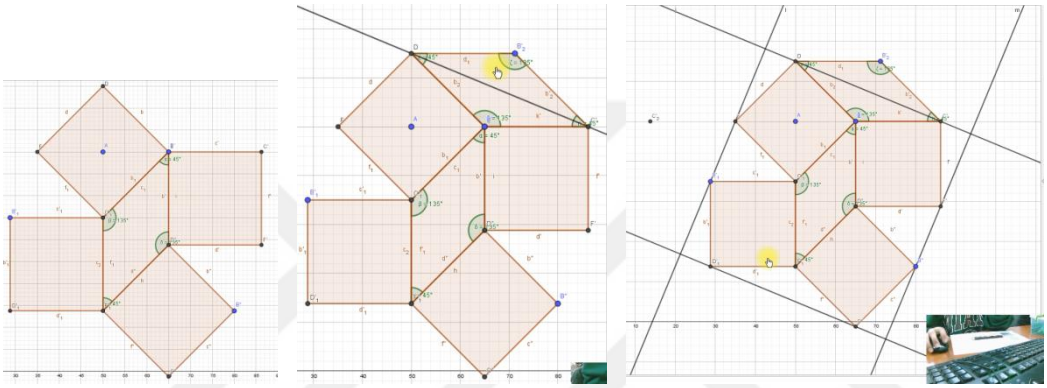
Naz yeniden başladığı süsleme inşasına bu kez eş çemberler yardımıyla oluşturduğu eşkenar dörtgen ile başlamıştır (Görsel 3.2.5.9l). Sonra eşkenar dörtgenin etrafına "Düzgün Çokgen" aracı ile dört kare eklemiştir (Görsel 3.2.5.9m). Elde ettiği Görsel 3.2.5.9m'deki şeklin köşelerinden geçen dikey ve yatay doğrularla şekildeki eşkenar dörtgenin köşe noktalarını yansıtmış ve bu yansıyan noktalar yardımıyla yeni dört eşkenar üçgen daha elde etmiştir (Görsel 3.2.5.9n). Bu şekilde süslemenin tekrar birimini oluşturan Naz dikey (Görsel 3.2.5.9o) ve yatay doğrulara göre tekrar birimini yansıtarak süslemeyi oluşturmuştur (Görsel 3.2.5.9p). Naz'ın süslemeyi inşa ederken yansıma ve dönme dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.9

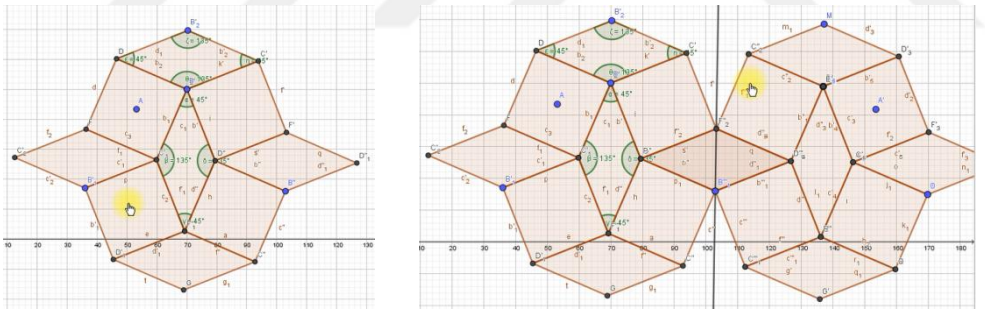
Naz'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları



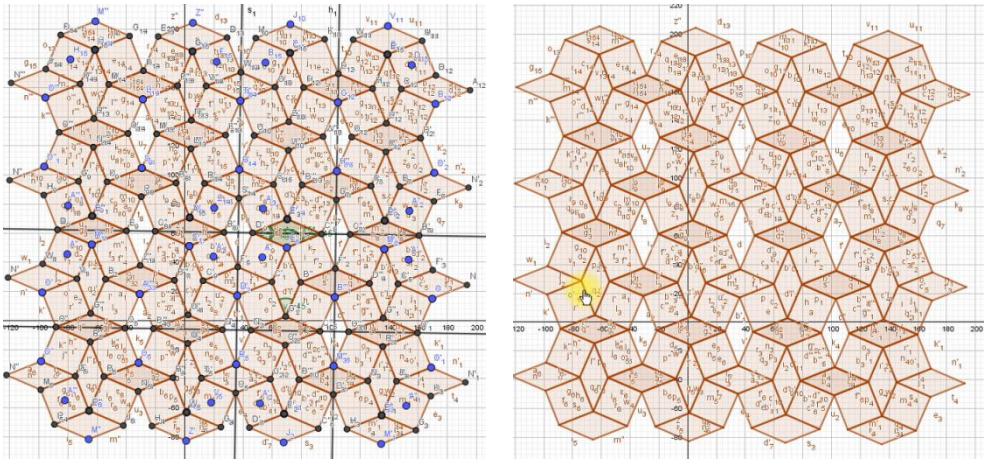
(a) (b) (c) (d)



(e) (f) (g)

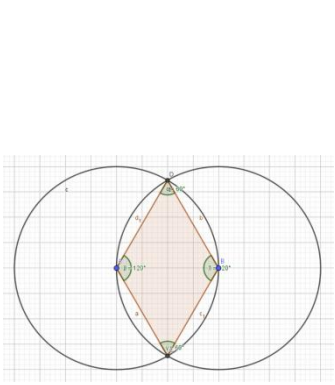


(h) (i)

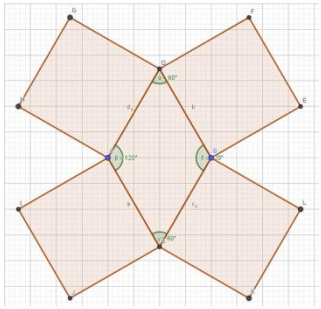


(j) (k)

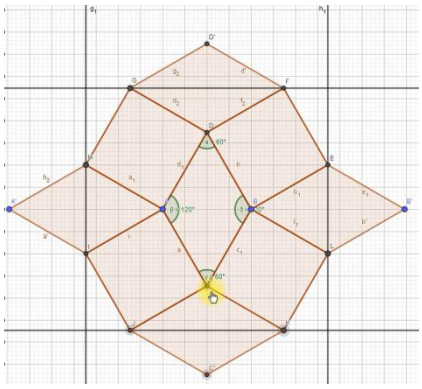
Görsel 3.2.5.9 (Devam)



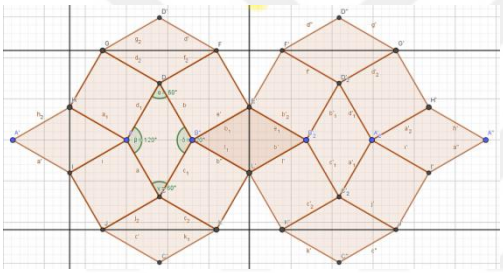
(l)



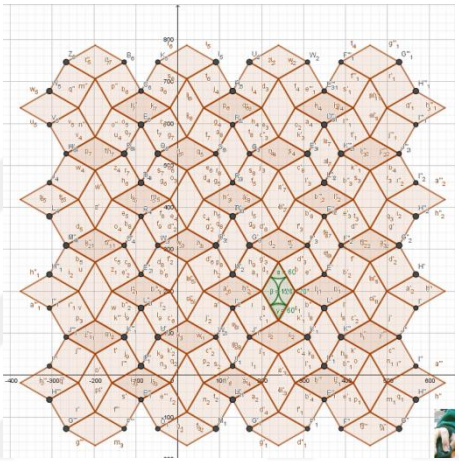
(m)



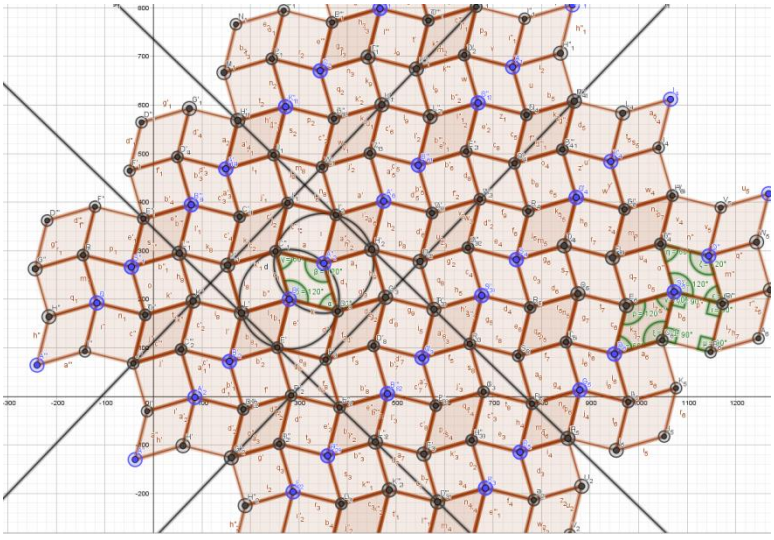
(n)



(o)



(p)



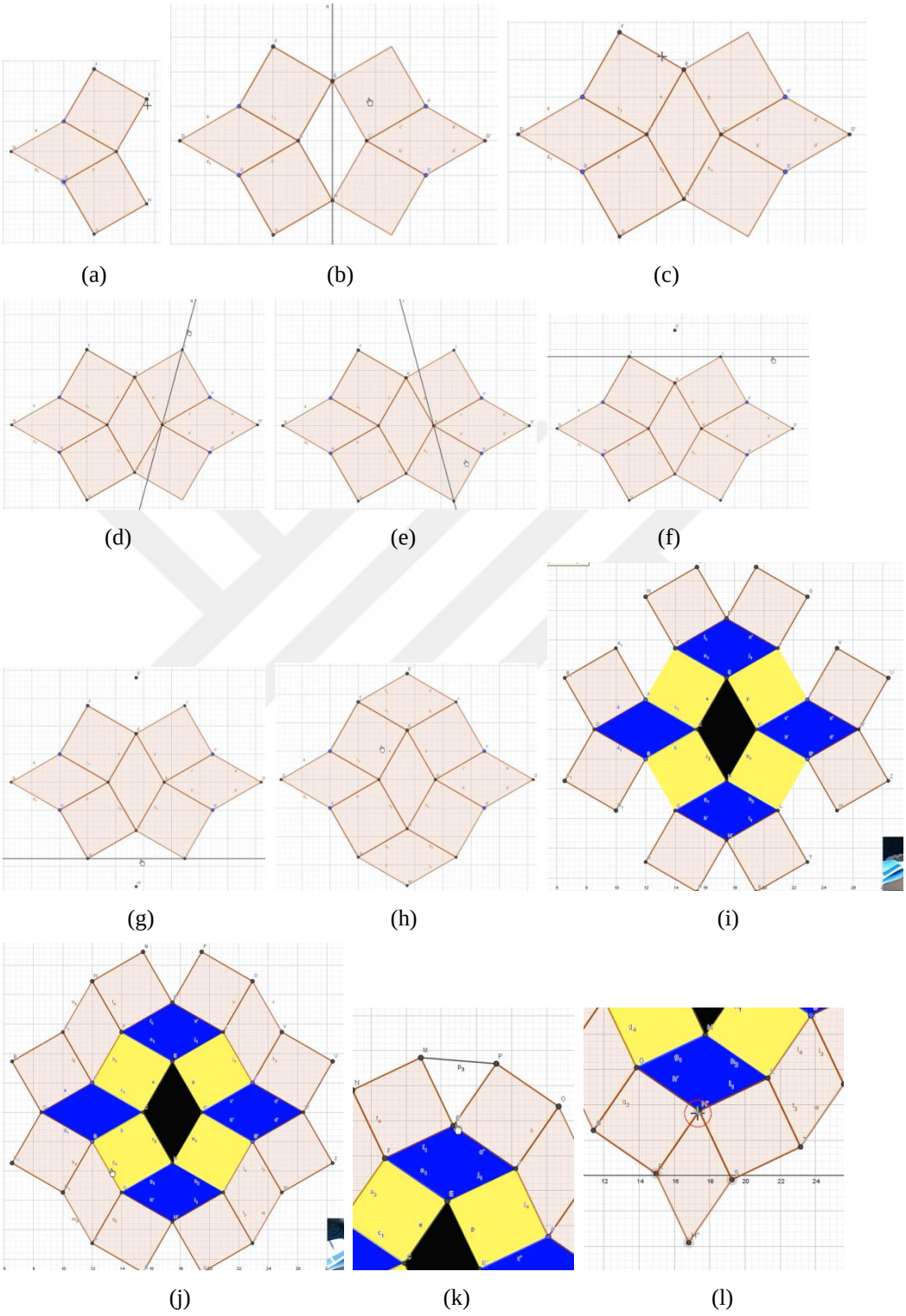
(r)

Ramazan'ın da GeoGebra'daki süsleme inşasına eş çemberlerle eşkenar dörtgen oluşturarak başladığı görülmektedir. Ramazan daha sonra "Düzgün Çokgen" aracı ile eşkenar dörtgene iki kare eklemiş (Görsel 3.2.5.10a) elde ettiği şeklin sağ uç

noktalarından geçen bir doğru ile şekli doğruya göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.5.10b). Yeni şeklin ortasında kalan eşkenar dörtgeni "Çokgen" aracı ile seçerek süslemeye eklemiştir (Görsel 3.2.5.10c). Elde ettiği son şeklin üst ve alt uç noktalarından geçen doğrular çizmek isteyen Ramazan, sonradan eklenen karelerin köşe noktalarının seçilmemiş olduğunu görünce "Açı Ortay" ve "Kesiştir" aracını kullanarak karelerin köşe noktasını belirlemiştir (Görsel 3.2.5.10d ve Görsel 3.2.5.10e). Ardından şeklin üst ve alt uçlarından geçen yatay doğrularla şeklin merkezindeki eşkenar dörtgenin üst ve alt köşelerinin yansıma görüntülerini elde etmiştir (Görsel 3.2.5.10f ve Görsel 3.2.5.10g). Bu yeni iki nokta ile şekle iki yeni eşkenar dörtgen Görsel 3.2.5.10h'deki gibi eklenmiştir. Elde edilen son şeklin etrafına "Düzgün Çokgen" aracı ile kareler ekleyen (Görsel 3.2.5.10i) Ramazan, "Çokgen" aracı ile de eşkenar dörtgenler eklemiştir (Görsel 3.2.5.10j). Şeklin üst ve alt kısımlarında eksik kalan çokgenleri ise, eşkenar dörtgenin noktalarının yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü yardımıyla yeni eşkenar dörtgenler elde etmiştir (Görsel 3.2.5.10k ve Görsel 3.2.5.10l) Ramazan sonrasında şekli renklendirmeye devam etmiştir (Görsel 3.2.5.10m). Ramazan son renklendirdiği şekli dikey doğrulara göre çoğalmış ve arada kalan boşlukları çokgen aracı ile süslemeye eklemiştir (Görsel 3.2.5.10n). Ramazan'ın süslemeyi inşa ederken sadece yansıma dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.10

Ramazan'ın Süslemeyi İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

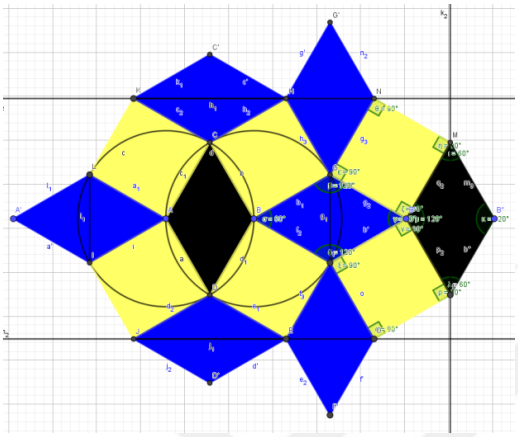
(j) (k) (l)

Vedat'ın GeoGebra'da süslemeyi oluşturma aşamasında Naz'ın süsleme adımlarındaki Görsel 3.2.5.9l, Görsel 3.2.5.9m, Görsel 3.2.5.9n'deki gibi süslemenin tekrar birimini oluşturduğu görülmektedir. Ancak Vedat bu adımdan sonra tekrar biriminin etrafına

“Düzgün Çokgen” aracı ile kareler eklemiştir. Yeni eşkenar dörtgenleri de yine noktaları doğruya göre yansıtarak elde etmektedir. Vedat’ın süsleme oluşumunun son hali Görsel 3.2.5.11’de sunulmuştur. Vedat’ın süslemeyi inşa ederken sadece yansıma dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.11

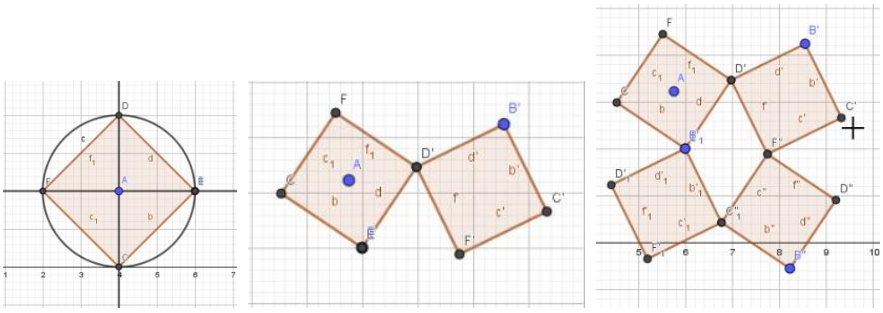
Vedat’ın Süsleme İnşası



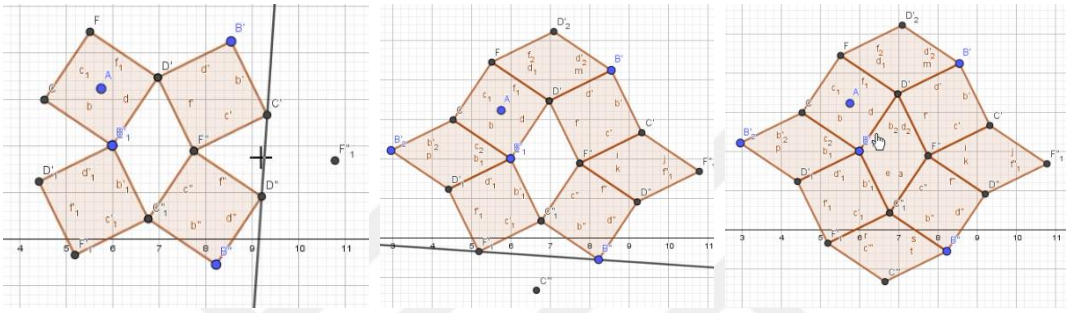
GeoGebra’da süslemeyi oluşturma aşamasında Teslime, öncelikle çember ile kare inşa etmiştir (Görsel 3.2.5.12a). Sonrasında kareye farklı açı denemelerinde bulunan Teslime, kareye 150°’lik dönme açısıyla “Nokta Etrafında Döndür” aracı ile dönüşüm uygulamıştır (Görsel 3.2.5.12b). Görsel 3.2.5.12b’den Görsel 3.2.5.12c’ye geçerken şekle eklenen kareler için de farklı açı denemelerinde bulunmuştur. Görsel 3.2.5.12c’deki şeklin sağ uç noktalarından geçen bir doğru çizerek şekildeki bir noktanın yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü elde etmiştir (Görsel 3.2.5.12d). Bu işlemi şeklin sol, üst ve alt kısımları (Görsel 3.2.5.12e) için de uygulayan Teslime bu noktalar yardımıyla şekle dört eşkenar dörtgen daha eklemiştir. Son olarak şeklin ortasında oluşan eşkenar dörtgeni de seçerek tekrar birimini oluşturmuştur (Görsel 3.2.5.12f). Tekrar birimine yatay (Görsel 3.2.5.12g) ve dikey (Görsel 3.2.5.12h) doğrularla yansıma dönüşümü uygulayan Teslime süslemeyi Görsel 3.2.5.12i’deki gibi tamamlamıştır. Teslime’nin süslemeyi inşa ederken yansıma ve dönme dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.5.12

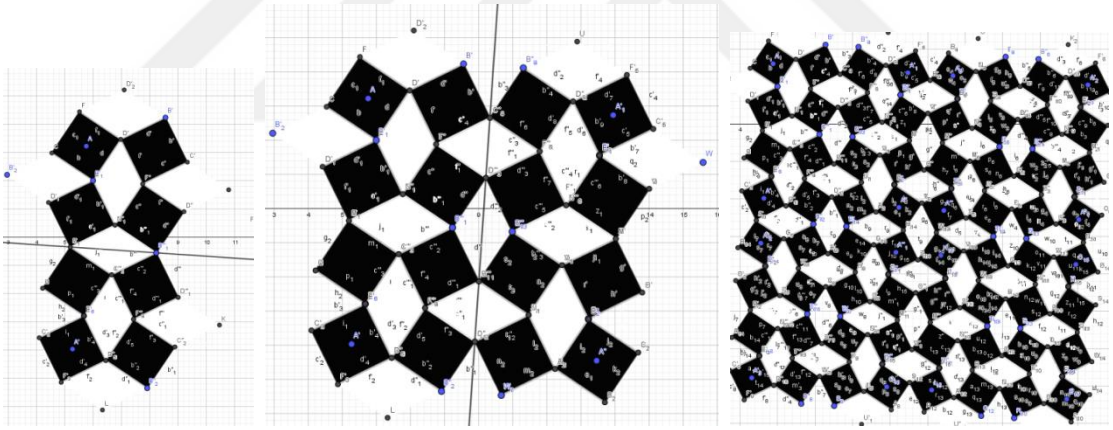
Teslime'nin Süslemeyi İnşa Aşamaları



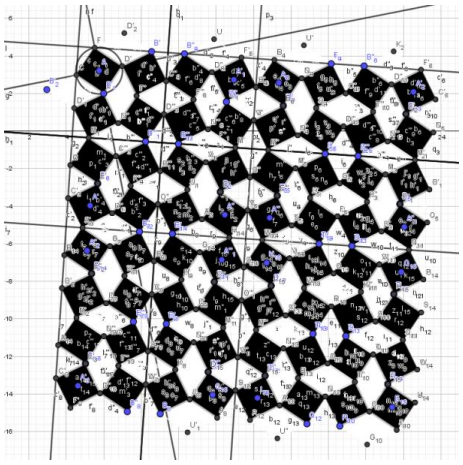
(a) (b) (c)



(d) (e) (f)



(g) (h) (i)



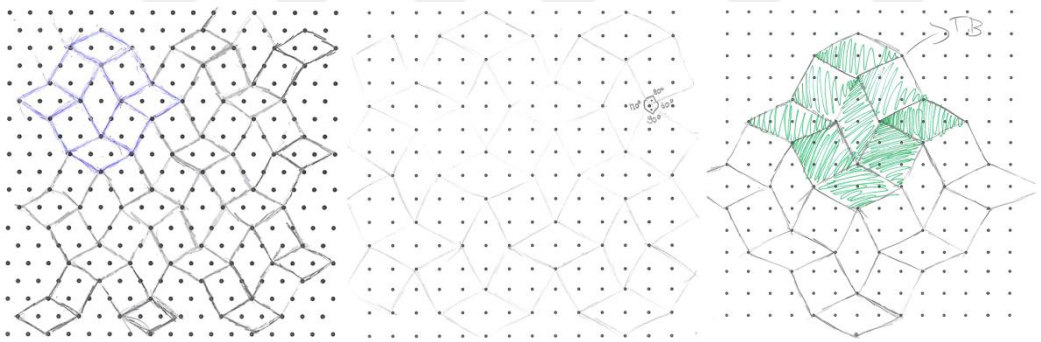
(j)

3.2.5.3 Çizim aşaması

Bu aşamada öğrencilerden süslemeyi noktalı kâğıda ya da izometrik kâğıda çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun süslemeyi çizdiği görülmektedir. Öğrencilerden dördü (Naz, Ramazan, Vedat ve Dilber) süslemeyi hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda çizmişlerdir. Örneğin Vedat Görsel 3.2.5.13a'daki gibi izometrik kâğıda çizim yapmıştır. Ramazan ise Görsel 3.2.5.13b'deki gibi noktalı kâğıda çizim yapmıştır. Eylül sadece izometrik kâğıda çizim yapmıştır. Eylül, Dilber ve Teslime çizimlerinin yaklaşık çizim olduğunu belirtmişlerdir. Muhammet hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda süslemenin sadece tekrar birimini çizmiştir. Teslime hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda çizim yapmaya çalışmıştır ancak çiziminde hatalar bulunmaktadır. Hatice ise sadece izometrik kâğıda süslemenin tekrar birimini çizmeye çalışmıştır ancak çizimi hatalıdır. Furkan ve Abdil'in çizimleri ise tamamen hatalıdır. Üç öğrencinin (Naz, Eylül ve Vedat) süsleme çiziminde tekrar birimini belirttiği görülmektedir. Naz'ın süsleme çizimindeki tekrar birimi 3.2.5.13c'de sunulmuştur.

Görsel 3.2.5.13

Vedat ve Ramazan'ın Süsleme Çizimleri



(a) (b) (c)

Öğrencilerin süsleme çizimleri incelendiğinde çizimlerin bir kısmı doğru çizimler gibi görünse de aslında yaklaşık çizimlerdir. Çünkü izometrik ve noktalı kâğıdın işaretli noktalarını kullanarak bu süslemenin çizimini yapmak mümkün değildir. Bu süslemede yaklaşık çizimlerin hem izometrik kâğıda hem de noktalı kâğıda çizilmesi mümkündür.

3.2.5.4 Sorgulama aşaması

Onuncu öğretim haftasında sadece iki öğrenci hariç diğer tüm öğrencilerin süslemedeki çokgenleri doğru belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu süslemenin

periyodik olduğunu fark etmişlerdir. Süslemenin tekrar birimi ile ilgili 3 farklı görüş olmakla birlikte bu görüşlerden biri hatalıdır. Diğer iki görüş ise ek bir açıklama ile kabul edilebilirdir. Öğrenciler diğer öğretim haftasındaki tekrar biriminden esinlenerek hata yapmış olabilirler. Süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili görüşlerin çoğunluğunu yansıma dönüşümü oluşturmaktadır. GeoGebra'daki inşa aşamalarında da yansıma dönüşümünün daha sık kullanıldığı görülmektedir. Öğrencilerin çoğunun daha önceki süslemelerde olduğu gibi tekrar birimini oluşturan çokgenlere teker teker dönüşüm uygulamak yerine, Süsleme 7'deki gibi tekrar biriminin tümüne dönüşüm uyguladıkları görülmektedir. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları odak öğrencilerin tamamı doğru hesaplamıştır.

Süslemenin örüntü blokları ile oluşturulması aşamasının öğrencilerin çoğunluğu tarafından sona bırakıldığı görülmektedir. Öğrencilerin çalışma yaprağındaki adımlardan bağımsız hareket ederek öncelikle süslemeyi GeoGebra'da inşa etmeye çalıştıkları sonrasında örüntü blokları ile süsleme oluşturdukları söylenebilir. Odak öğrencilerinden biri (Dilber) hariç diğer öğrencilerin süslemeyi örüntü blokları ile doğru oluşturdukları görülmektedir.

GeoGebra'daki süsleme inşasına, öğrencilerin eşkenar dörtgen veya kare inşa ederek başladıkları görülmektedir. Hatice, Ramazan, Vedat, Abdil ve Furkan eş iki çember yardımı ile eşkenar dörtgen inşa ederek süslemeye başlamışlardır. Teslime ise çember ile kare inşa ederek süslemeye başlamıştır. Eylül, Dilber ve Naz ise ilk başta çember ile kare inşa ederek süslemeye başlamışlar ancak bu şekilde uygun süslemeyi oluşturamayınca süslemeye eşkenar dörtgen inşa ederek devam etmişlerdir. Öğrencilerden Abdil ve Furkan, Eylül, Dilber, Naz, Ramazan ve Teslime'nin eşkenar dörtgen veya kare inşasından sonra uygun dönüşümlerle tekrar birimini elde ettikleri ve sonrasında tekrar birimine yansıma dönüşümü uygulayarak süslemeyi tamamladıkları görülmektedir. Hatice oluşturduğu şekle öteleme dönüşümü uygulayarak süslemeyi tamamlamıştır. Vedat'ın ise tekrar birimini oluşturduktan sonra herhangi bir dönüşüm uygulamadan şekle "Düzgün Çokgen" ve "Çokgen" aracı ile şekiller eklediği ve süslemeyi tamamladığı görülmektedir. GeoGebra'daki süsleme inşasında tüm öğrenci inşalarında süslemelerde çakışmalar ve boşluklar bulunmaktadır. Ancak çakışmalar süslemeyi bozacak nitelikte değildir ve boşluklar da süslemeye uygun olduğundan süsleme inşaları başarılıdır.

Çizim aşamasında, öğrencilerden dördü (Naz, Ramazan, Vedat ve Dilber) hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda süslemeyi çalışma kâğıdını tamamen dolduracak şekilde çizmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun süslemeyi noktalı ve izometrik kâğıdın en az birine çizdikleri görülmektedir. Dört öğrencinin (Teslime, Hatice, Abdil ve Furkan) çizimlerinde ise eksiklikler ve hatalar vardır. Ancak doğru/eksik çizim yapan öğrencilerin çizimleri aslında yaklaşık çizimlerdir. Eylül, Teslime ve Dilber yaklaşık çizim yaptıklarını çalışma kâğıdında belirtmiştir. İzometrik ve noktalı kâğıdın işaretli noktalarını kullanarak bu süslemenin çizimini yapmak mümkün değildir. Bu öğretim haftasındaki süsleme hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda yaklaşık olarak çizilebilmektedir.

SORGULAMAYA YÖNELİK ÖĞRETMEN SORULARI

Bu öğretim haftasında öğrenciler inşa aşamasında çoğunlukla benzer adımları takip ederek süslemeyi oluşturmuşlardır. Örneğin öğrencilerin çoğunluğu önce iki eş çember ile eşkenar dörtgen inşa ederek süslemeye başlamışlardır. Süslemedeki kareler için "Düzgün Çokgen" aracını kullanmışlardır. Şeklin dış kısımlardaki eşkenar dörtgenler için, içteki eşkenar dörtgenin köşe noktalarını doğruya göre yansıtarak yeni eşkenar dörtgenlerin köşe noktalarını belirlemişlerdir. Bu şekilde tekrar birimini oluşturan öğrencilerin çoğunluğunun yansıma dönüşümü ile süslemeyi çoğalttıkları görülmektedir.

Öğrencilerin GeoGebra'da inşa aşamasında bazı çokgenlerin şekle nasıl ekleneceği ile ilgili tereddütleri olmuştur. Bu aşamada öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalarından bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Gençler GeoGebra'da süslemeyi oluştururken öncelikle bir eşkenar dörtgen inşa ediyorsunuz. Bu eşkenar dörtgen aslında iki eşkenar üçgenden oluşuyor. Eylül bunu fark edip ona göre bir çizim yapmıştır. Sonra ne yapacağız?

Ramazan : Etrafına "Düzgün Çokgen" aracı ile kare ekleriz hocam.

Araştırmacı : Evet. Güzel. Peki, şekle başka eşkenar dörtgeni nasıl ekleyebiliriz?

Eylül : Hocam noktayı yansıtarak.

Araştırmacı : Hangi noktayı?

Ramazan : Eşkenar üzerindeki noktayı doğruya göre yansıtırız.

Araştırmacı : Evet. Harika. Göremeyenler Ramazan'ın görüşünü dikkate alsınlar. Eksik çokgenler için doğruda yansıt kullanılabilir.

Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde GeoGebra'da süsleme inşasında ilk başta öğrencilerin eşkenar dörtgen inşa ettikleri görülmektedir. Araştırmacı Eylül'ün eşkenar dörtgeni oluştururken iki eşkenar üçgenden faydalandığını söyleyerek, eşkenar dörtgenin açılarının 120° ve 60° olması gerektiğini vurgulamak istemektedir. Ardından eşkenar dörtgene düzgün çokgen aracı ile kareler eklenmiştir. Elde edilen şekle eklenmesi gereken düzgün olmayan çokgenlerle (eşkenar dörtgenlerle) ilgili Ramazan'ın görüşü ise noktayı yansıtma şeklindedir. Bu dönüşüm Eylül'ün inşasında Görsel 3.2.5.7e'de sunulmaktadır. Araştırmacı burada bazı öğrencilere sonradan eklenecek eşkenar dörtgenler için bir çizim önerisinde bulunmuştur.

GÜNLÜKLERDEN

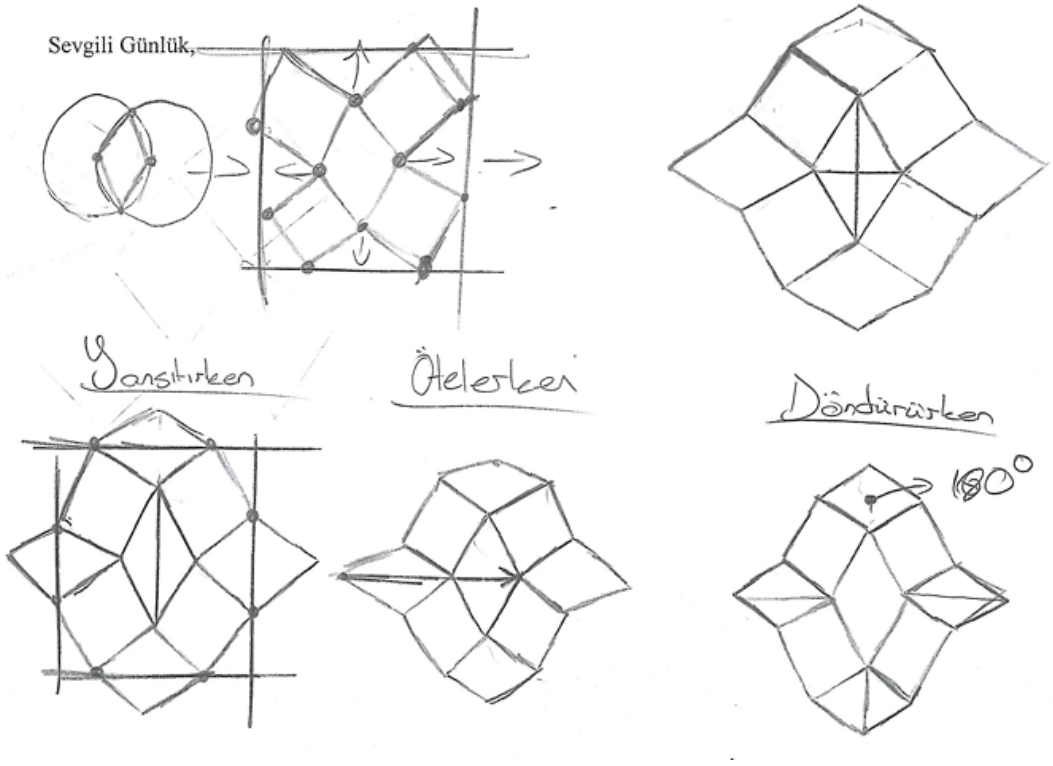
Onuncu öğretim haftasında günlükler incelendiğinde öğrencilerin daha çok GeoGebra'daki inşa adımları ile ilgili bilgiler verdikleri görülmektedir. Dokuz öğrenci süsleme inşasına eşkenar dörtgen oluşturarak başlamıştır. İki öğrenci (Teslime ve Muhammet) ise kare oluşturarak süsleme inşasına başlamıştır. Teslime başlangıçta zorlandığını sonrasında Muhammet'in yardımıyla süslemeyi inşa edebildiği söylemektedir. Teslime ve Muhammet çember ve dik doğru aracı ile kare inşa etmişlerdir. Sonra kareyi 150^0'lik açı ile nokta etrafında döndürmüşlerdir. Elde ettikleri iki karenin de köşelerinden geçen bir doğru ile kareleri yansıtmışlardır. Bu işlemi şeklin dört köşesi için tekrarlayan Teslime ve Muhammet, şeklin ortasında oluşan eşkenar dörtgenleri ise seçip şekli renklendirmişlerdir. Sonuç olarak Teslime ve Muhammet'in bu şekilde süslemenin tekrar birimini nasıl oluşturdukları ile ilgili günlüklerinde bilgiler verdikleri görülmektedir.

Süsleme inşasına eşkenar dörtgen oluşturarak başlayan öğrencilerin, günlüklere çizimler yaparak ya da sözel ifadelerle GeoGebra'daki adımları açıkladıkları görülmektedir. Örneğin, Naz çizimler yaparak günlüğünü yazmıştır. Naz'ın çizimleri Görsel 3.2.5.14'te sunulmuştur. Naz'ın günlüğünde eşkenar dörtgen inşasından, tekrar birimine geçişi resmetmiştir. Daha sonra ise tekrar birimine uygulanabilecek yansıma, öteleme ve dönme dönüşümlerinin nasıl gerçekleştirilebileceğini çizerek göstermiştir. Ramazan'ın da Naz'a benzer şekilde günlüğüne çizimler yaptığı ve ayrıca çizimleri açıkladığı görülmektedir. Ramazan'ın çizimleri Görsel 3.2.5.15'te sunulmuştur. Günlük incelendiğinde

Ramazan'ın süslemeyi 5 adımda inşa ettiği görülmektedir. İlk adımda eş çemberlerle eşkenar dörtgen yaptığını, ikinci adımda şekle kareler eklediğini, üçüncü adımda noktayı doğruya göre yansıttığını, dördüncü ve beşinci adımda ise yansıtma ile süslemeyi çoğalttığını açıklamaktadır. Furkan'ın da Ramazan'a benzer şekilde günlüğüne hem çizimler yaptığı hem de açıklamalar yazdığı görülmektedir.

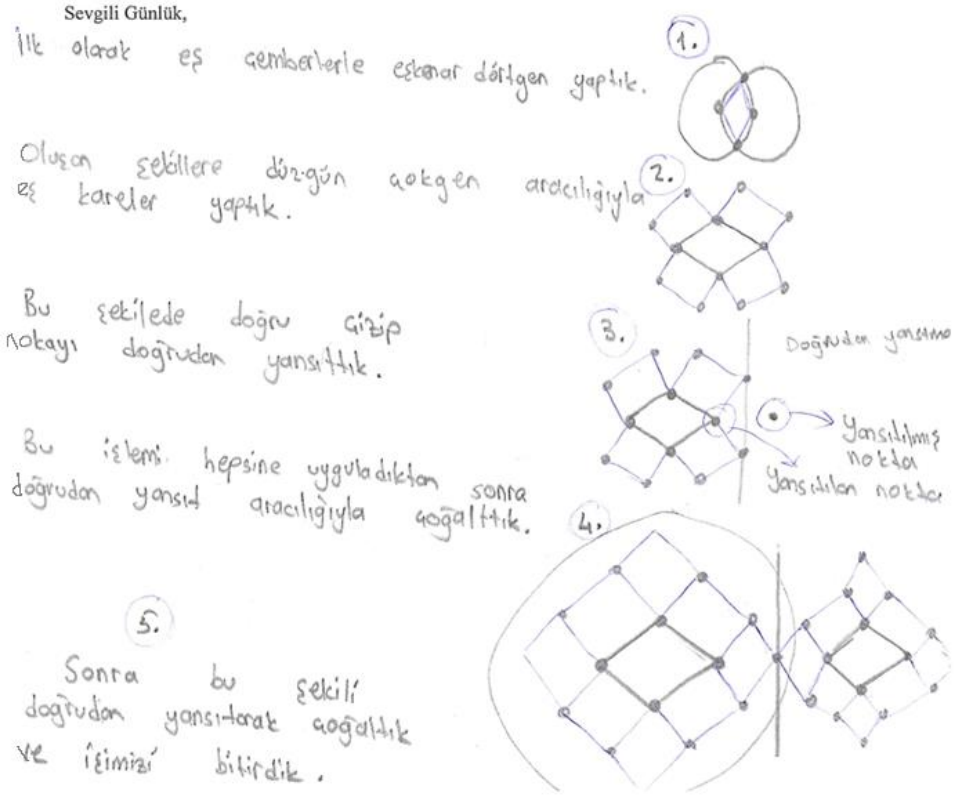
Görsel 3.2.5.14

Naz'ın Günlüğü



Görsel 3.2.5.15

Ramazan'ın Günlüğü



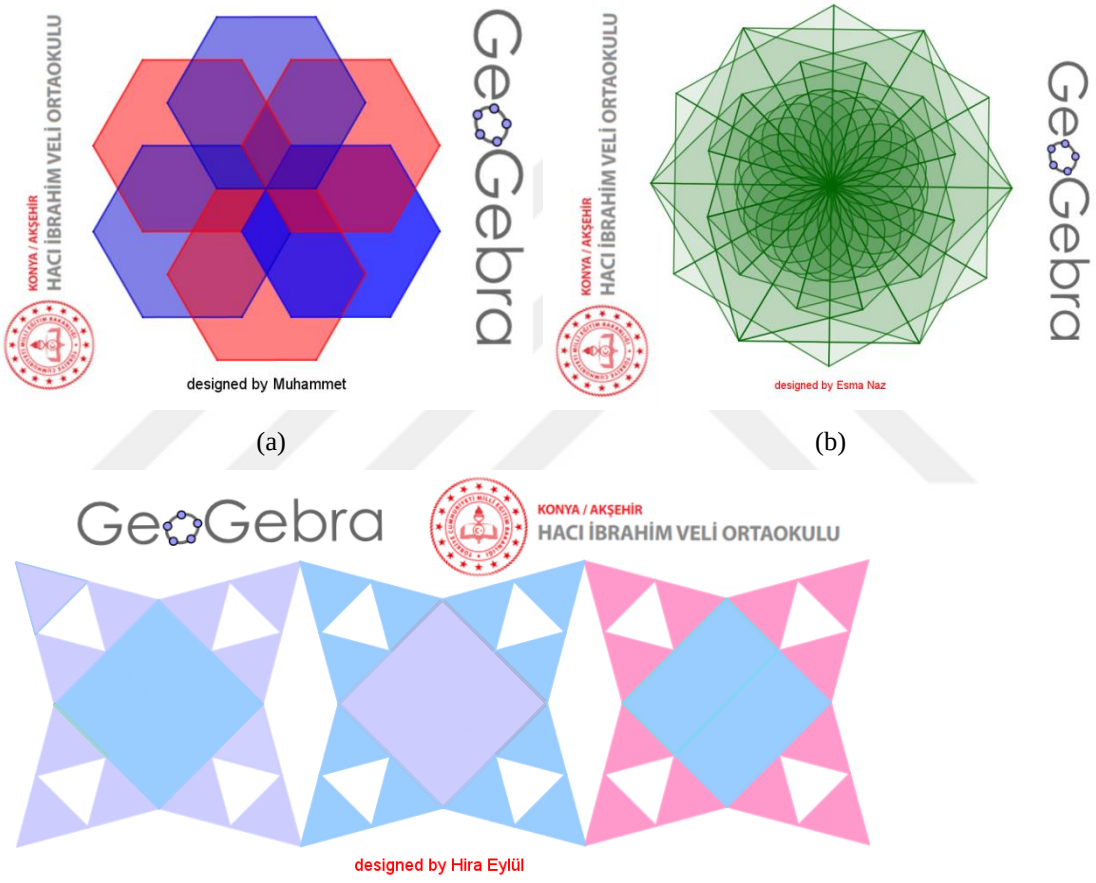
Dilber'in günlüğü incelendiğinde bu öğretim haftasında Dilber'in bireysel çalıştığı, kendi başına çalışmanın onu mutlu ettiği gözlenmektedir. Dilber de çember ile eşkenar dörtgen inşa etmiş, sonrasında düzgün çokgen aracı ile eşkenar dörtgenin kenarlarına kareler eklemiştir. Dilber daha sonra günlüğünde "Kareleri bitirdikten sonra şeklin köşelerinin birleştiği bir doğru çizdim. 2 karenin arasında kalan noktayı doğruda yansıttım. Çokgen ile köşeleri birleştirdim." demiştir. Dilber bu açıklamasıyla şekle yeni eşkenar dörtgenleri nasıl eklediğini tarif etmektedir. Ancak Dilber günlüğünde tekrar birimini nasıl çoğalttığı ile ilgili bilgi vermemiştir. Eylül'ün günlüğü incelendiğinde de Dilber ile benzer şekilde süslemenin tekrar birimini nasıl elde ettiği ile ilgili bilgiler yer almaktadır. Ayrıca Eylül günlüğünde süslemeyi yansıma dönüşümü ile çoğalttığını "Şekli çoğaltmak için ise önce en altta olan eşkenar dörtgenin ortasından geçen bir doğru çizdim. Daha sonra doğruya göre yansıttım." diyerek açıklamıştır. Eylül bu yansıma dönüşümü sonrasında bazı şekillerin üst üste geldiğini de günlüğüne eklemiştir.

3.2.6 Öğretim Haftası 15

On beşinci öğretim haftasına, **kişiye özgü desen** çalışmaları ile devam edilmiştir. Öğrencilerin bu öğretim haftasında GeoGebra'da kişiye özgü bir desen tasarlamaları istenmiştir. Öğretim haftası sonrasında bardak üstüne baskısı yapılan öğrenci tasarımları Görsel 3.2.6.1'de sunulmuştur.

Görsel 3.2.6.1

Öğrencilerin Kişiye Özgü Süsleme Tasarımları

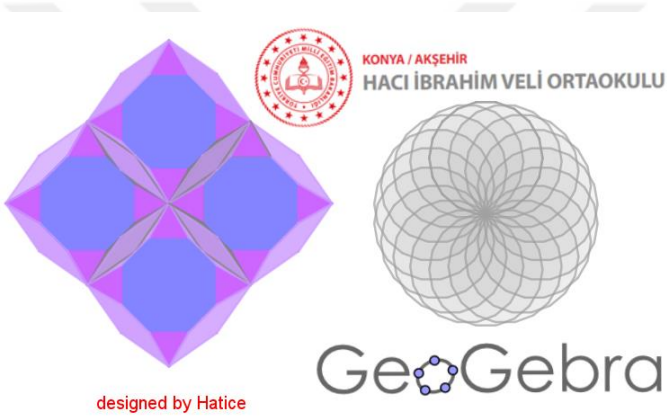


(a) (b)

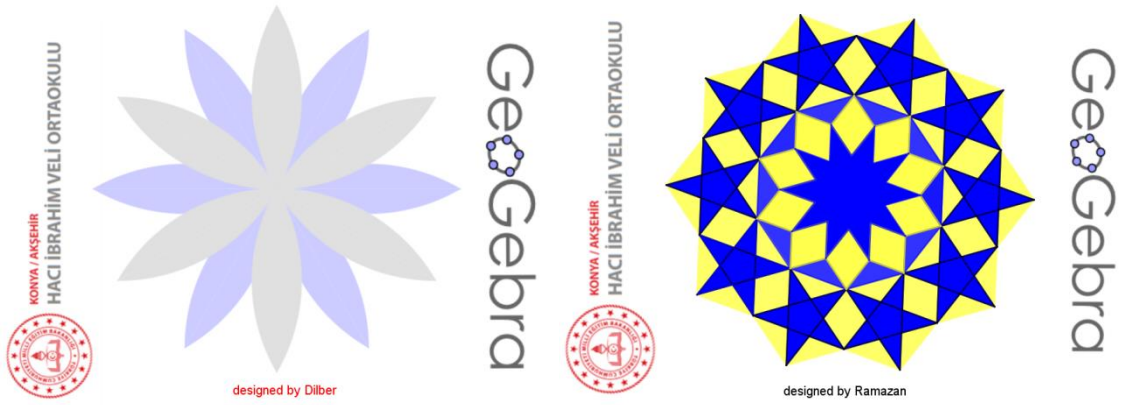
(c)

Görsel 3.2.6.1 (Devam)

(d)

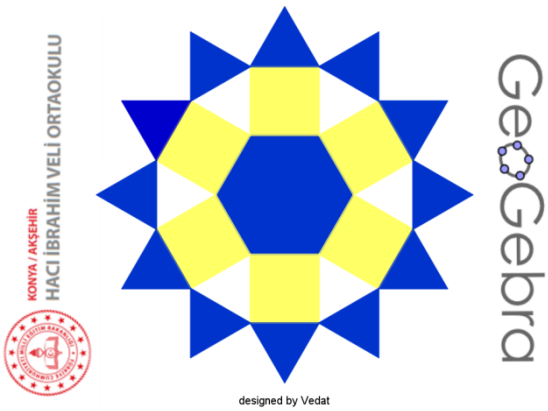


(e)



(f) (g)

Görsel 3.2.6.1 (Devam)



(h)

On beşinci öğretim haftasındaki sınıf öğretim sürecine odak öğrenciler (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) ile diğer dört öğrenci (Muhammet, Miraç, Ali Alper ve Furkan) toplamda 11 öğrenci katılım sağlamıştır. Tüm öğrenciler bu öğretim haftasında bireysel çalışmışlardır. Ancak öğretim haftası sonunda Miraç ve Furkan birkaç deneme yapmalarına rağmen kişiye özgü bir süsleme tasarımlarını oluşturamamışlardır. Ali Alper ise kişiye özgü bir süsleme tasarlamış ancak baskıya hazır hale getirmemiştir. Bu yüzden Ali Alper'in tasarımı Görsel 3.2.6.1'de yer almamaktadır.

3.2.6.1 Analiz aşaması

Bu öğretim haftasında, öğrenciler kişiye özgü tasarımlarını GeoGebra'da inşa ettikleri için analiz aşaması atlanmıştır.

3.2.6.2 Oluşturma aşaması

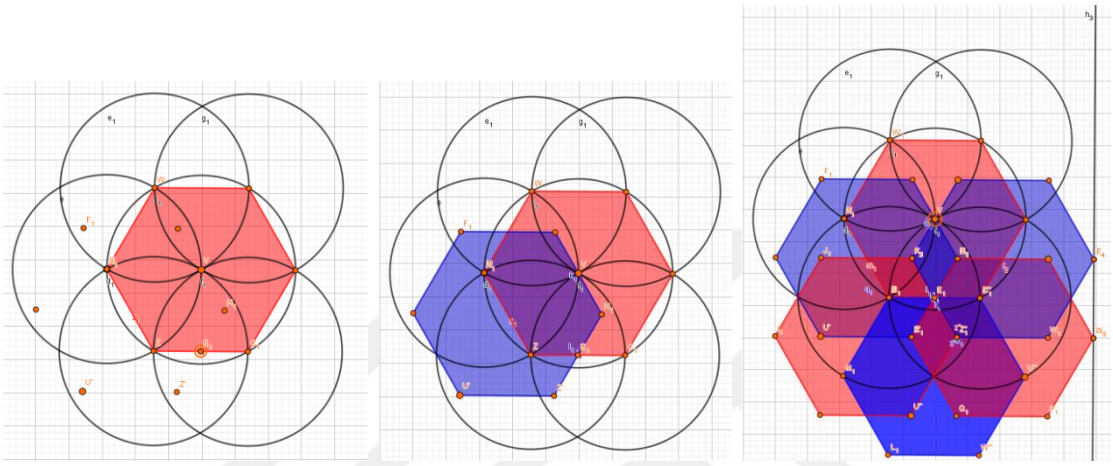
Bu öğretim haftasında kişiye özgü süsleme oluşturmaya odaklanıldığından sadece GeoGebra'da süsleme oluşturma aşaması ele alınmıştır. Dokuz öğrencinin kişiye özgü süsleme tasarımlarına ait inşa adımları aşağıda teker teker sunulmuştur:

Muhammet GeoGebra'daki kişiye özgü süsleme inşasına, öncelikle eş çemberler yardımıyla düzgün altıgen oluşturarak başlamıştır (Görsel 3.2.6.2a). Düzgün altıgenin alt kenarının orta noktasını işaretleyen Muhammet, bu noktaya göre altıgeni 600'lik açı ile döndürmüştür (Görsel 3.2.6.2b). Sonrasında aynı dönme dönüşümünü dört kez daha

tekrarlayan Muhammet süslemesinin tekrar birimini oluşturmuştur (Görsel 3.2.6.2c). Muhammet son olarak tekrar birimini dikey doğruya göre yansıtacak şekilde tekrar biriminin sağ uç noktalarından bir doğru çizmiştir. Ancak tekrar birimini çoğaltmamıştır. Muhammet'in süsleme inşasında sadece dönme dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.2

Muhammet'in Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

Naz ise GeoGebra'daki kişiye özgü süsleme inşasına, düzgün çokgen aracı ile on sekizgen çizerek başlamıştır. Daha sonra çokgenin bir kenarının orta noktasını işaretlemiştir (Görsel 3.2.6.2a). On sekizgeni belirlediği orta noktaya göre 20^0'lik açısı ile döndürmüştür (Görsel 3.2.6.2b). Bu dönüşümü yansıttığı her on sekizgene uygulayan Naz toplamda 17 kez bu dönme dönüşümünü tekrarlamıştır (Görsel 3.2.6.2c).

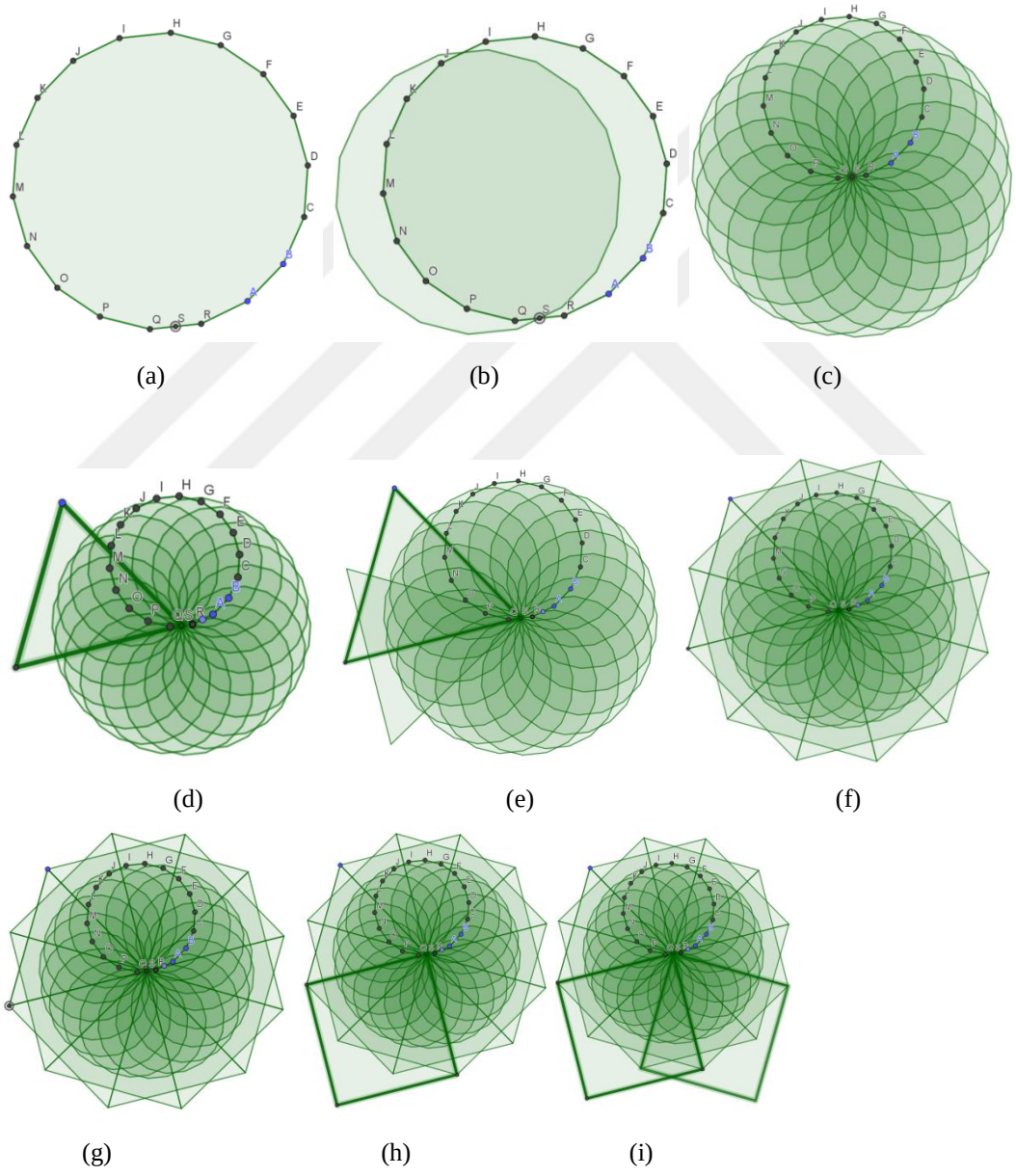
Daha sonra Naz oluşturduğu şeklin dış bölgesinden bir noktayı şeklin merkezi ile birleştiren bir eşkenar üçgen çizmiştir (Görsel 3.2.6.2d). Bu üçgeni de şeklin merkezine göre 30^0'lik açı ile döndürmüştür (Görsel 3.2.6.2e). Bu dönüşümü yansıttığı her eşkenar üçgen için uygulayan Naz toplamda 11 kez bu dönme dönüşümünü tekrarlamıştır (Görsel 3.2.6.2f).

Naz bu defa elde ettiği şeklin uç kısmındaki eşkenar üçgenin köşe noktası (Görsel 3.2.6.2g) ile şeklin merkezini köşe kabul eden bir kare çizmiştir (Görsel 3.2.6.2h). Bu kareyi de şeklin merkezine göre 60^0'lik açı ile döndürmüştür (Görsel 3.2.6.2i). Bu dönüşümü yansıttığı her kare için uygulayan Naz toplamda 5 kez bu dönme dönüşümünü tekrarlamıştır (Görsel 3.2.6.2j).

Naz son olarak, elde ettiği şeklin uç kısmındaki karenin köşe noktası (Görsel 3.2.6.2k) ile şeklin merkezini köşe kabul eden bir eşkenar üçgen daha çizmiştir (Görsel 3.2.6.2l). Bu eşkenar üçgeni de şeklin merkezine göre 30^0'lik açı ile döndürmüştür (Görsel 3.2.6.2m). Bu dönüşümü yansıttığı her bir eşkenar üçgen için uygulayan Naz toplamda 11 kez bu dönme dönüşümünü tekrarlamıştır (Görsel 3.2.6.2n). Süslemeyi tamamlayan Naz'ın süsleme inşasında sadece dönme dönüşümü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.3

Naz'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



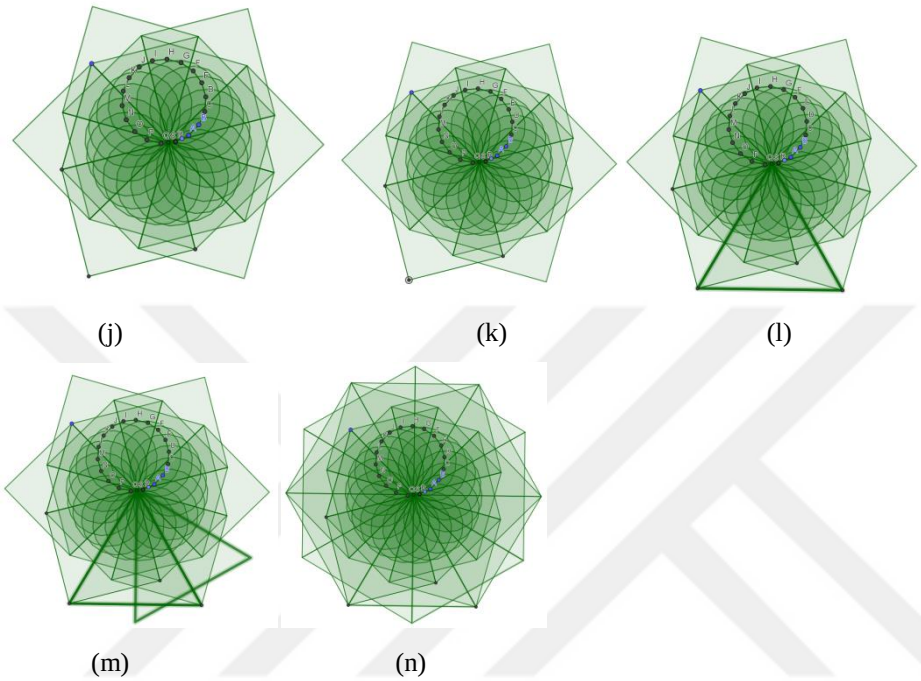
(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

(g) (h) (i)

Görsel 3.2.6.3 (Devam)

Naz'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



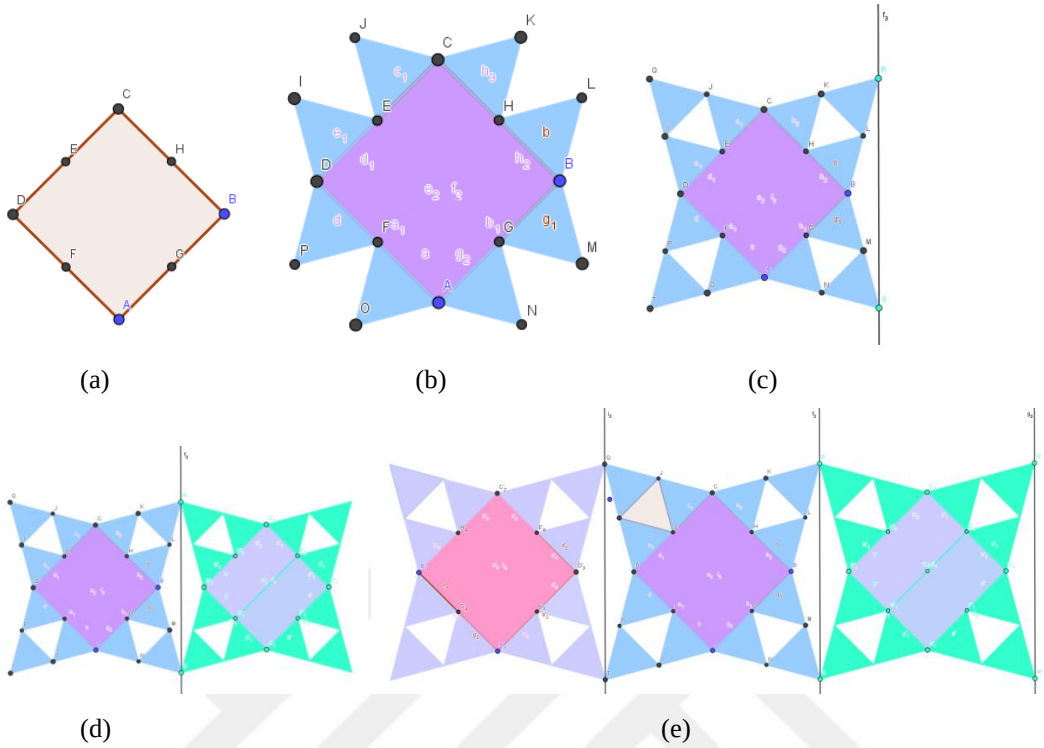
(j) (k) (l)

(m) (n)

Eylül GeoGebra'daki kişiye özgü süsleme inşasına, düzgün çokgen aracı ile kare çizerek başlamıştır. Eylül daha sonra karenin her bir kenarının orta noktasını belirleyerek (Görsel 3.2.6.3a) karenin etrafına düzgün çokgen aracı ile eşkenar üçgenler yerleştirmiştir (Görsel 3.2.6.3b). Bu eşkenar üçgenlerin şeklin dış tarafında kalan köşelerini birleştirerek şekle yeni eşkenar üçgenler daha ekleyen Eylül süslemenin tekrar birimini oluşturmuştur (Görsel 3.2.6.3c). Tekrar biriminin sağ köşelerinden geçen dikey doğru ile süslemeyi çoğaltan (Görsel 3.2.6.3d) Eylül bu dönüşümü bir kez daha tekrarlamıştır (Görsel 3.2.6.3e). Eylül'ün süsleme inşasında dönüşümlerden sadece yansıma dönüşümünü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.3

Eylül'ün Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



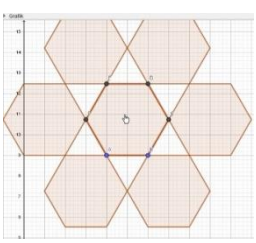
(a) (b) (c)

(d) (e)

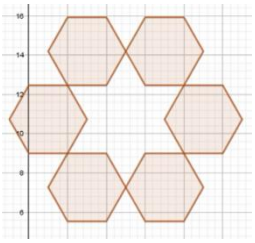
Teslime ise GeoGebra'daki kişiye özgü süsleme inşasına, "Düzgün Çokgen" aracı ile altıgen çizerek başlamıştır. Daha sonra altıgeni köşelerinden "Noktada Yansıt" aracı ile çoğaltmıştır (Görsel 3.2.6.4a). Şeklin ortasında kalan altıgeni "Nesne Göster" seçeneğinden gizlemiştir. Bu şekilde süslemenin tekrar birimini oluşturmuştur (Görsel 3.2.6.4b). Ardından Teslime şeklin sağ köşe noktasını işaretleyerek, şeklin tamamını bu noktaya göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.6.4c). Teslime şeklin alt uç noktalarından geçen yatay bir doğru ile süslemeyi yeniden çoğaltmıştır (Görsel 3.2.6.4d). Bu çoğaltma işlemini çizdiği dikey doğru için de gerçekleştiren (Görsel 3.2.6.4e) Teslime, yatay bir doğru ile yeniden süslemeyi çoğaltmıştır (Görsel 3.2.6.4f). Ardından süslemedeki altıgenleri 3 farklı renk ile boyayarak (Görsel 3.2.6.4g, Görsel 3.2.6.4h) süslemeyi tamamlamıştır (Görsel 3.2.6.4i). Teslime'nin süsleme inşasında noktaya göre simetriden ve dönüşümlerden yansıma dönüşümünü kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.4

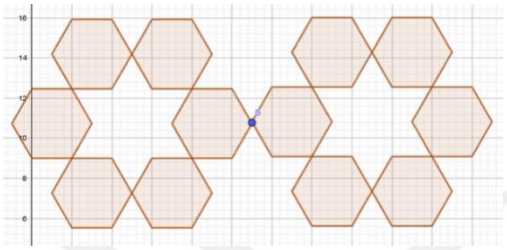
Teslime'nin Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



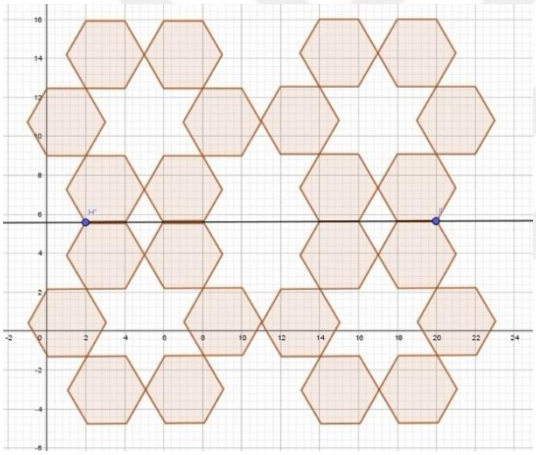
(a)



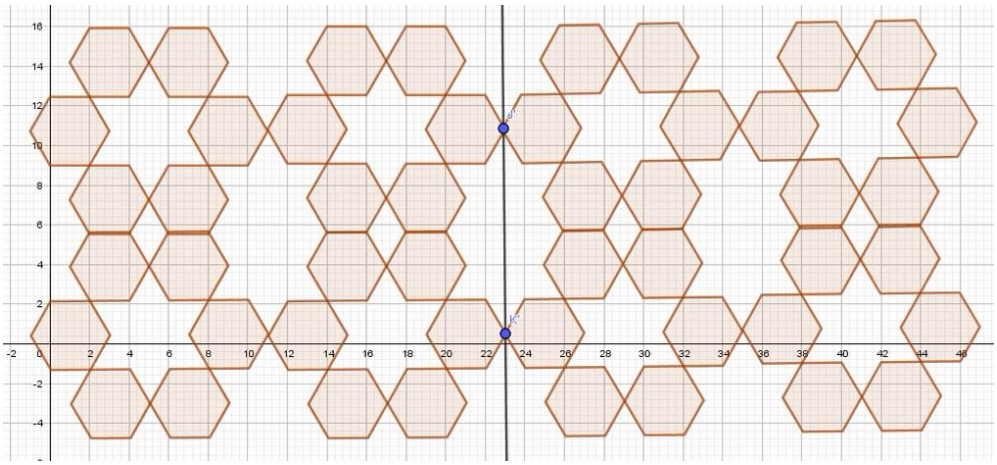
(b)



(c)

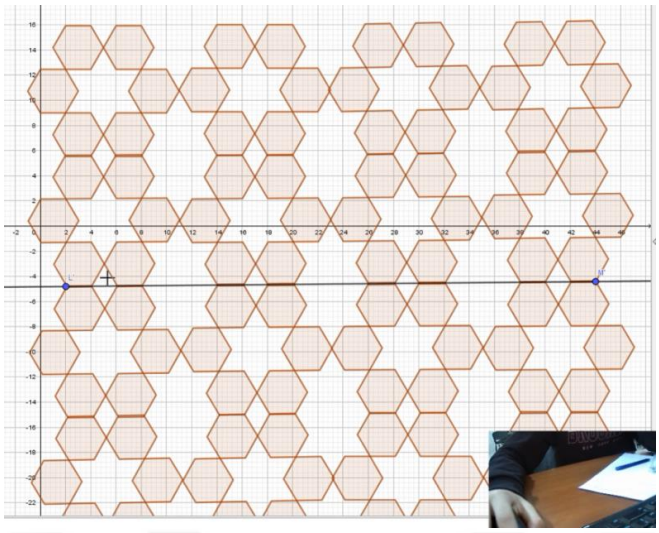


(d)

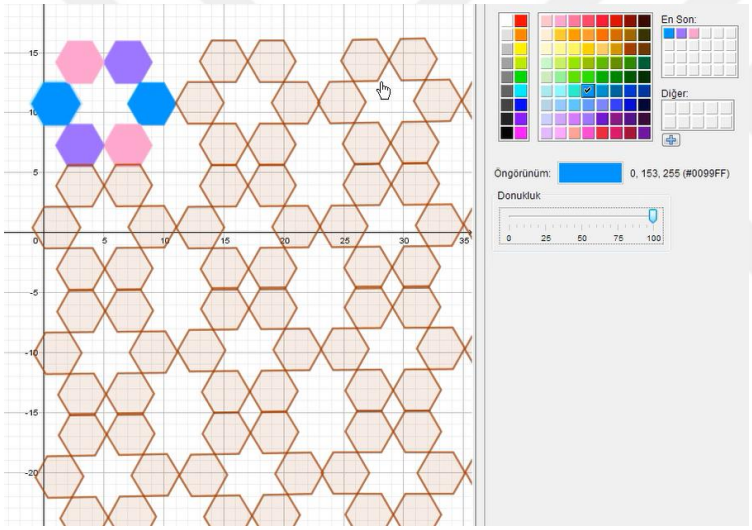


(e)

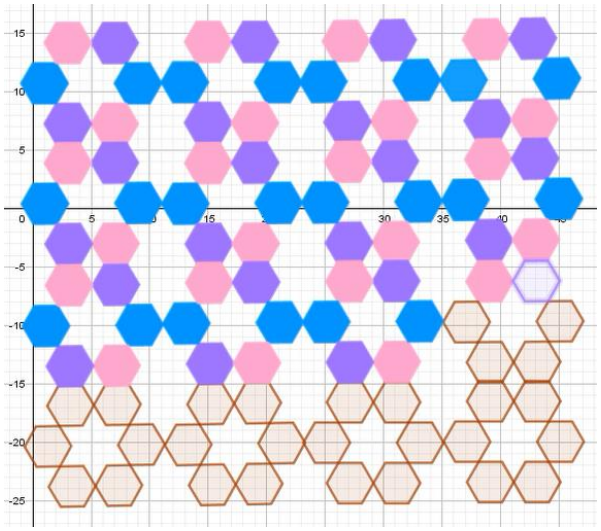
Görsel 3.2.6.4 (Devam)



(f)

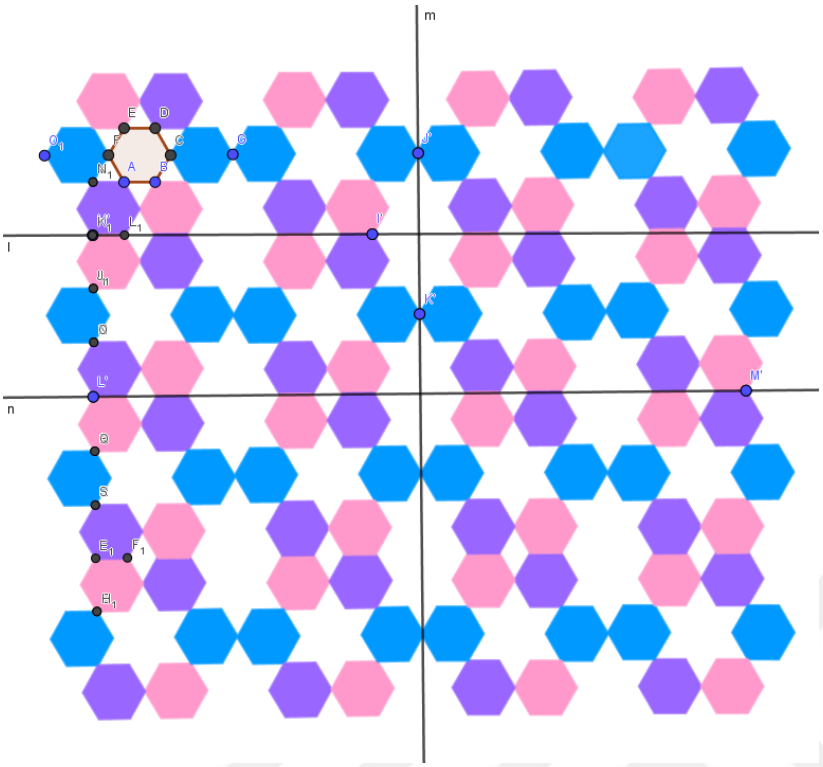


(g)



(h)

Görsel 3.2.6.4 (Devam)



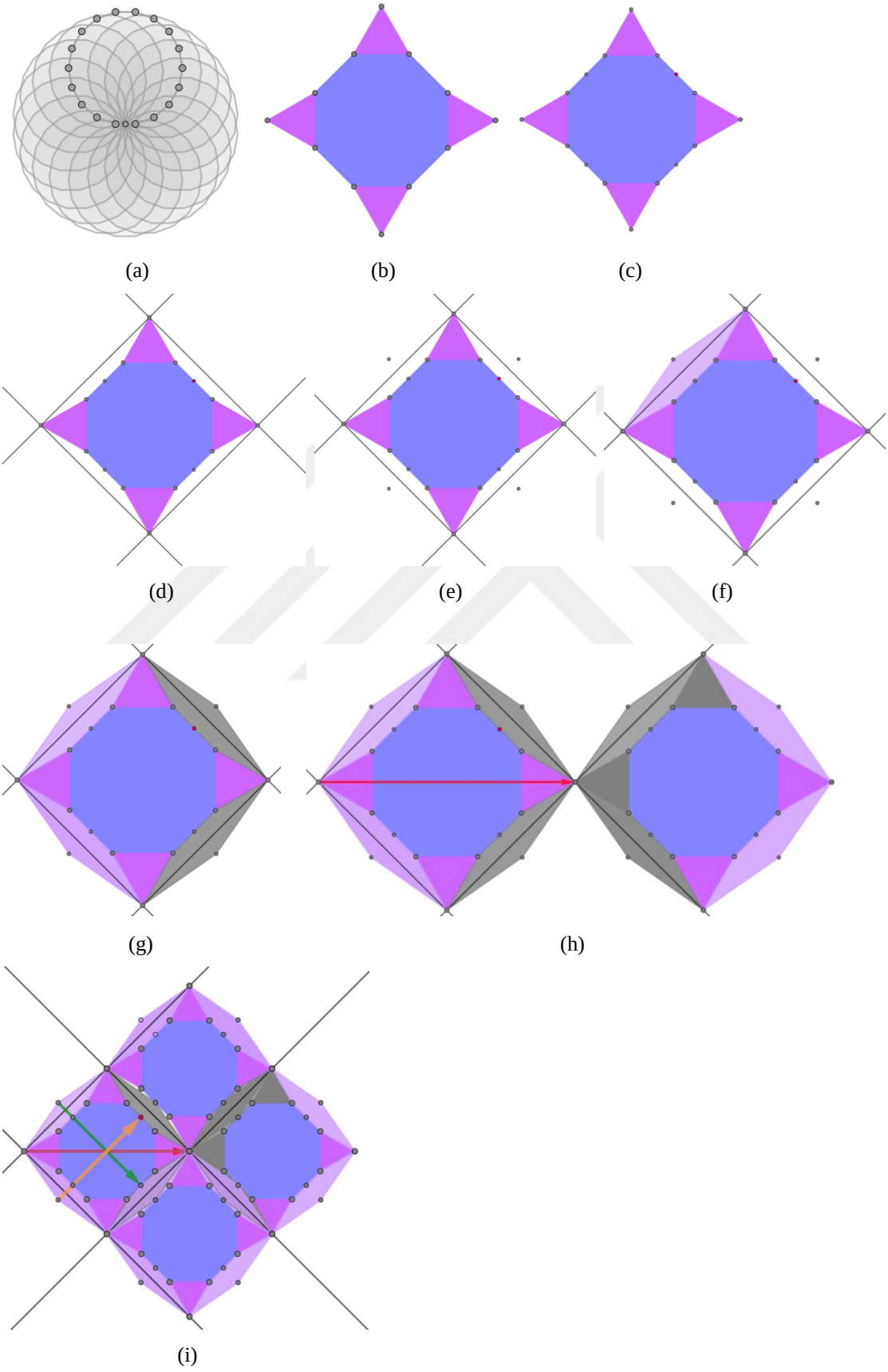
(i)

Hatice'nin GeoGebra'da iki kişiye özgü süsleme inşa ettiği görülmektedir. Bunlardan birincisi Naz'ın inşasında Görsel 3.2.6.2a, Görsel 3.2.6.2b ve Görsel 3.2.6.2c'de sunulmuş olan bir süslemedir. Hatice de Naz ile benzer şekilde süslemeyi inşa etmiştir (Görsel 3.2.6.5a).

Hatice ikinci süslemesinde ise "Düzgün Çokgen" aracını kullanarak bir sekizgen çizmiş ve sekizgenin dört kenarına eşkenar üçgen yerleştirmiştir (Görsel 3.2.6.5b). Daha sonra Hatice sekizgenin eşkenar üçgen yerleştirilmeyen kenarlarının orta noktasını işaretlemiştir (Görsel 3.2.6.5c). Hatice şeklin köşelerinden geçen dört tane doğru çizmiştir (Görsel 3.2.6.5d). Bu dört doğruya göre orta noktaları yansıtmıştır (Görsel 3.2.6.5e). Sonra noktalardan geçen altıgeni "Çokgen" aracı ile çizmiştir (Görsel 3.2.6.5f). Bu işlemi diğer bölgelerdeki noktalar içinde gerçekleştiren (Görsel 3.2.6.5g) Hatice süslemenin tekrar birimini elde etmiştir. Daha sonra sağa vektör ile öteleme (Görsel 3.2.6.5g), yukarıya ve aşağıya vektör ile öteleme dönüşümleri ile Hatice süslemeyi tamamlamıştır. Hatice'nin süslemeyi inşa ederken dönme, yansıma ve öteleme dönüşümlerini kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.5

Hatice'nin Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

(g) (h)

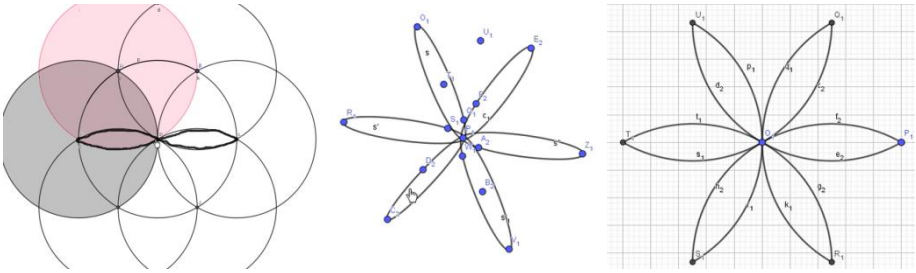
(i)

GeoGebra'da kişiye özgü süslemeyi oluşturma aşamasında Dilber, eş çemberler yardımıyla yaşam çiçeği çizmiştir. Dilber yaşam çiçeğinin iç bölgesinde çemberlerin kesiştiği kısmı seçmek istemiş ancak bu seçim bu hali ile mümkün olmamıştır (Görsel 3.2.6.6a). Arayışına devam eden Dilber sonrasında bir elips çizmiş ve elipsi üzerindeki bir noktadan 60^0'lik bir dönme dönüşümü ile çoğaltmıştır (Görsel 3.2.6.6b). Şekilden vazgeçen Dilber, Naz'dan yardım istemiştir. Naz ve Dilber bu defa yaşam çiçeğinin kesişim noktalarını referans alıp çember yayı aracını kullanarak yeni bir şekil daha oluşturmuşlardır (Görsel 3.2.6.6c). Bu yeni şekli merkezine göre 30^0'lik dönme açısı ile döndüren Naz ve Dilber Görsel 3.2.6.6d'deki gibi bir şekil elde etmişlerdir. Ancak bu denemelerinde şekli renklendiremeyen Dilber başka bir yol aramaya karar vermiştir.

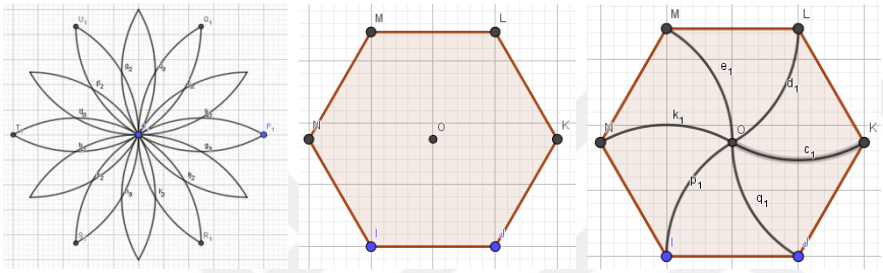
Dilber diğer derste öncelikle bir düzgün altıgen çizmiştir. Altıgenin merkezini "Orta Nokta veya Merkez" aracı ile işaretlemiştir (Görsel 3.2.6.6e). Sonrasında "Çember Yayı" aracı ile sırasıyla altıgenin bir köşesi, altıgenin merkezi ve altıgenin diğer köşesini seçen Dilber bu işlemi 6 kez tekrarlayarak Görsel 3.2.6.6f'deki şekli elde etmiştir. Her bir çember yayı seçilip "Donukluk" özelliği %100 yapıldığında sahte bir daire parçası oluşmaktadır (Görsel 3.2.6.6g). Bu daire parçasını altıgenin köşegenine göre yansıttığında Dilber çizmek istediği şeklin bir yaprağını oluşturmuştur (Görsel 3.2.6.6h). Bu işlemi tekrarlayan Dilber Görsel 3.2.6.6i'deki tekrar birimini elde etmiştir. Daha sonra tekrar birimini şeklin merkezine göre 90^0'lik açı ile döndürerek süslemeyi tamamlamıştır (Görsel 3.2.6.6j). Dilber'in süslemeyi inşa ederken dönme ve yansıma dönüşümlerini kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.6

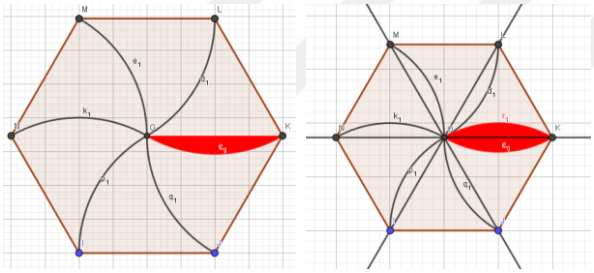
Dilber'in Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



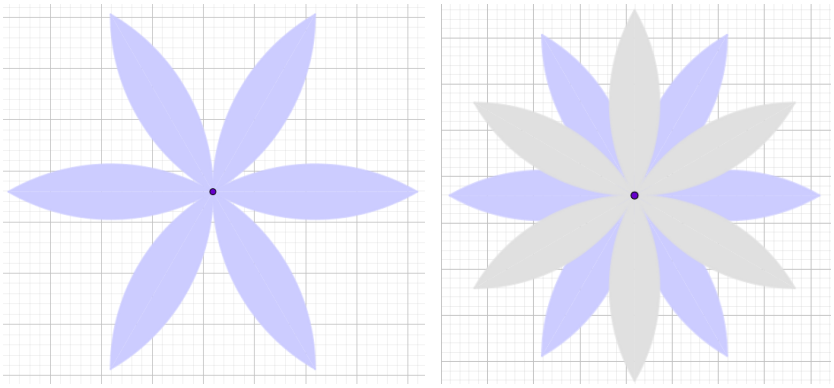
(a) (b) (c)



(d) (e) (f)



(g) (h)



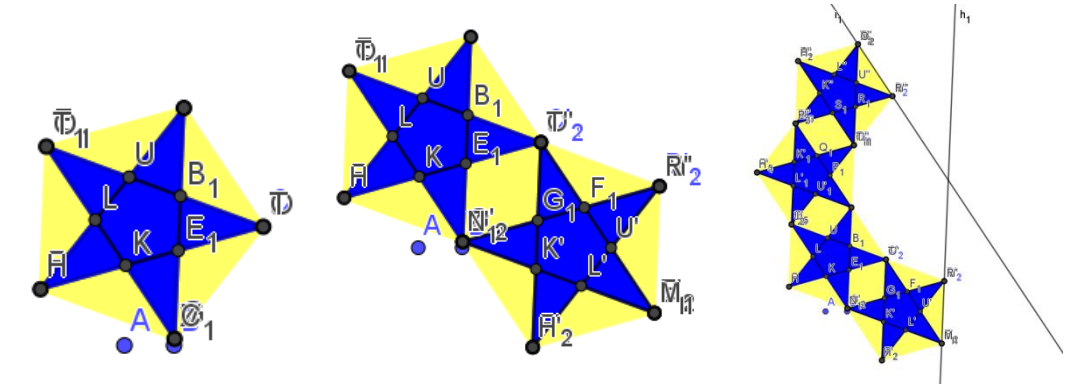
(i) (j)

Ramazan'ın GeoGebra'daki kişiye özgü süsleme inşasına, "düzgün çokgen" aracı ile beşgen çizerek başladığı görülmektedir. Ramazan beşgenin köşegenlerini çizip şekli

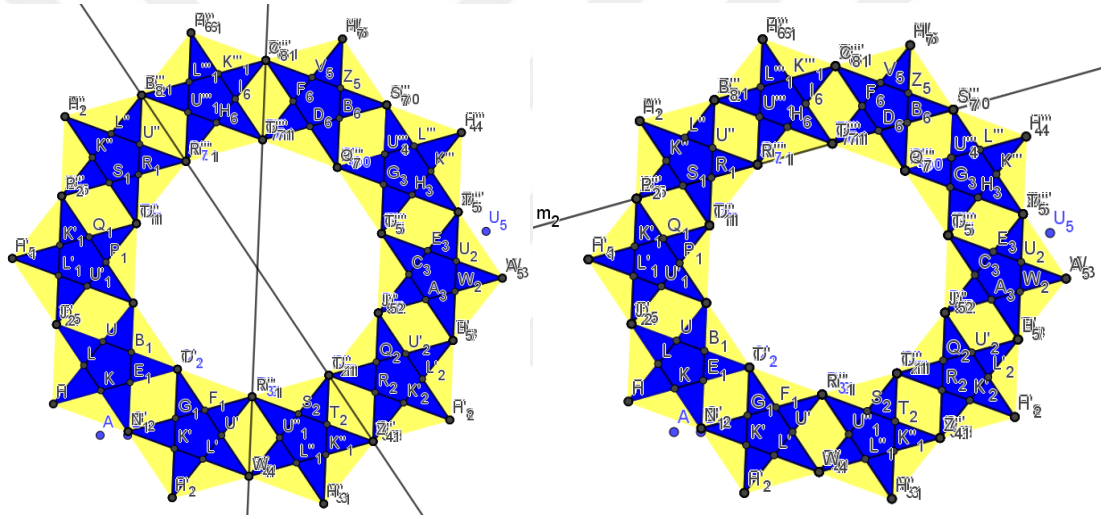
renklendirmiştir (Görsel 3.2.6.7a). Ardından şekli beşgenin bir kenarına göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.6.7b). Bu yansıtma işlemini iki kere daha gerçekleştirdikten sonra oluşan şekli daha kolay çoğaltabilmek için, uç kısımlardaki beşgenin köşelerinden iki doğru çizmiştir (Görsel 3.2.6.7c). Ramazan daha sonra bu doğrulara göre şekli yansıtarak şekli Görsel 3.2.6.7d'deki hale getirmiştir. Elde ettiği şeklin iç kısımlarını da doldurmak isteyen Ramazan, düzgün beşgenin şeklin iç kısmında yer alan köşelerinden geçen bir doğru çizmiştir (Görsel 3.2.6.7e). Ardından şeklin içindeki tüm beşgenlerin köşelerinden geçen doğruları çizmiştir (Görsel 3.2.6.7f). Şeklin iç kısmına beşgenlerin köşegenlerinin kesişim noktalarından en yakın olan noktaları son eklediği doğrulara göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.6.7g). Bu noktalarla şeklin iç kısmına üçgenler çizmiştir (Görsel 3.2.6.7h). Ramazan daha sonra şeklin iç kısmına çizdiği üçgenlerin ardışık köşe noktalarından geçen doğrular çizmiş ve beşgenin bir köşe noktasını bu doğruya göre yansıtmıştır (Görsel 3.2.6.7i). Bu yansıtma işlemini şeklin içinde tekrarlayan Ramazan şeklin iç kısmına yeni üçgenler çizmiştir (Görsel 3.2.6.7j). Son olarak şeklin ortasındaki boşlukta yer alan noktaları birleştirerek on köşeli yıldız biçiminde bir çokgen eklemiştir (Görsel 3.2.6.7k). Süslemeyi tamamlayan Ramazan'ın süslemeyi inşa ederken sadece yansıma dönüşümlerini kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.7

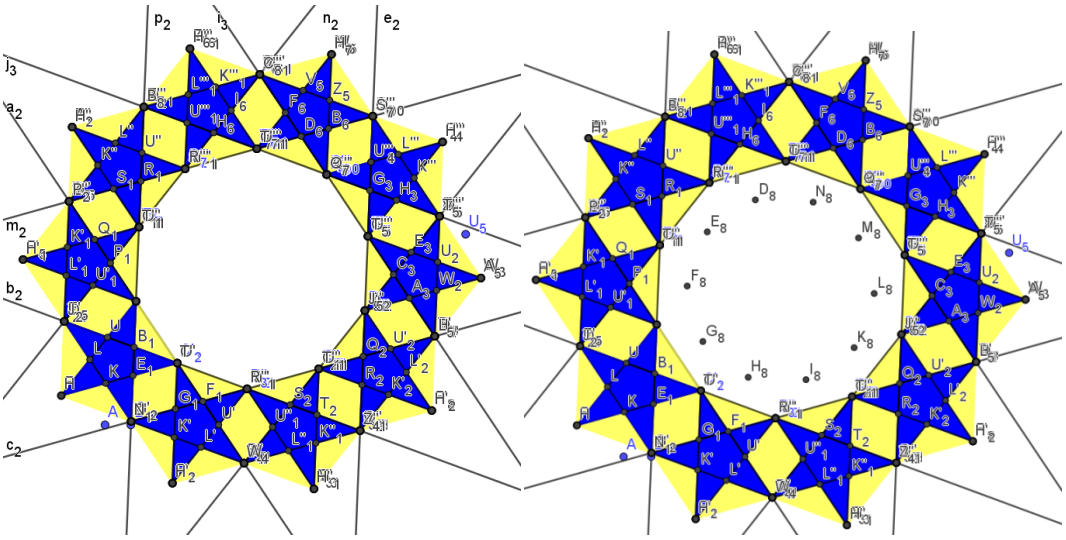
Ramazan'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



(a) (b) (c)

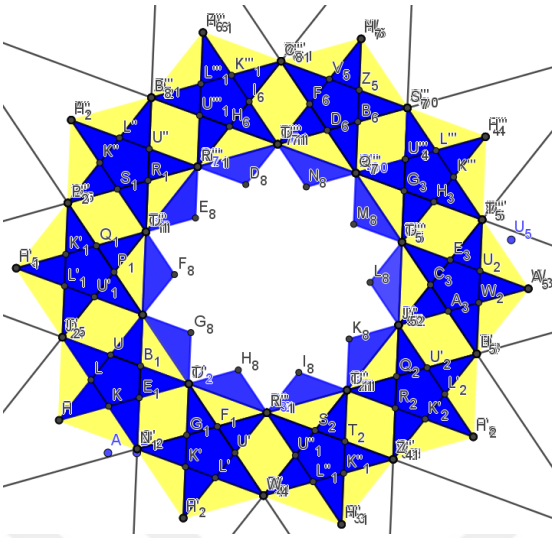


(d) (e)

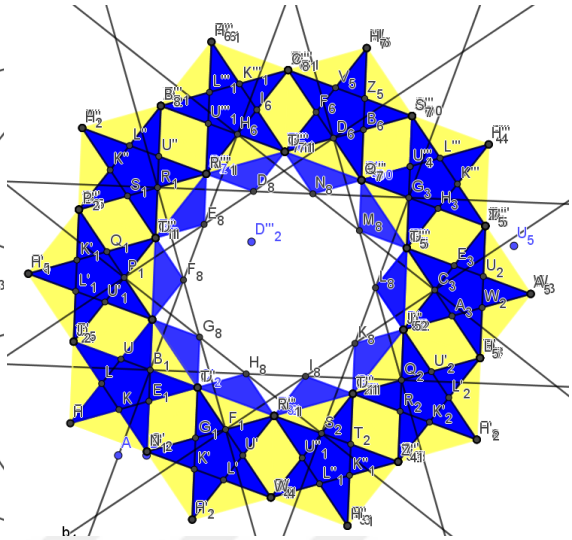


(f) (g)

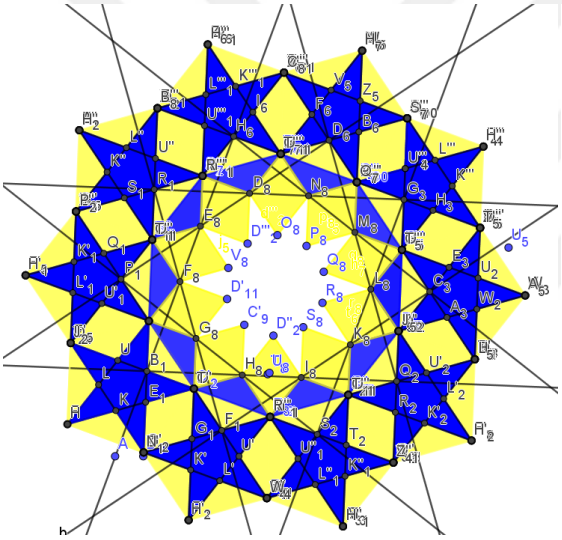
Görsel 3.2.6.7 (Devam)



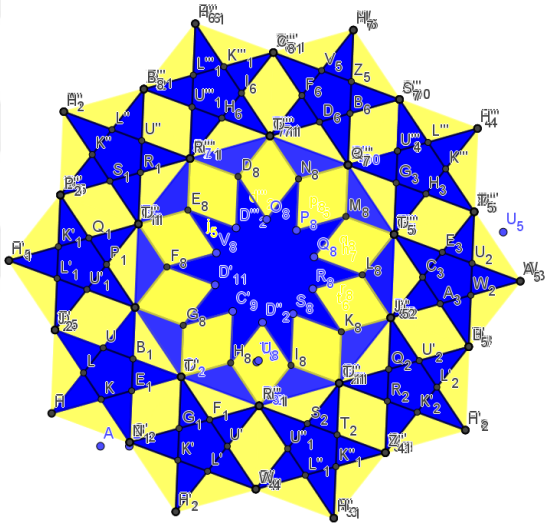
(h)



(i)



(j)

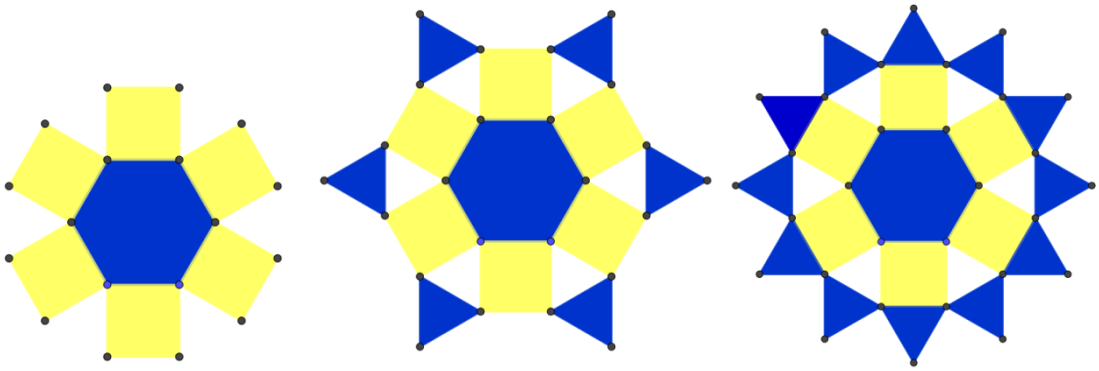


(k)

GeoGebra'da kişiye özgü süslemeyi oluşturma aşamasında Vedat "Düzgün Çokgen" aracını kullanarak önce bir altıgen çizmiş, sonra altıgenin her bir kenarına kareler eklemiştir (Görsel 3.2.6.8a). Vedat daha sonra oluşan şekle, şeklin ardışık köşelerinden geçen eşkenar üçgenler eklemiştir. Şekildeki karelerin bir kenarlarına da benzer şekilde eşkenar üçgenler yerleştiren Vedat süslemeyi tamamlamıştır. Vedat'ın süslemeyi inşa ederken dönüşüm araçlarını kullanmadığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.8

Vedat'ın Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları

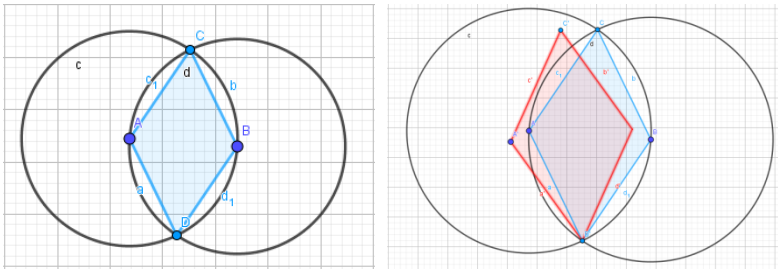


(a) (b) (c)

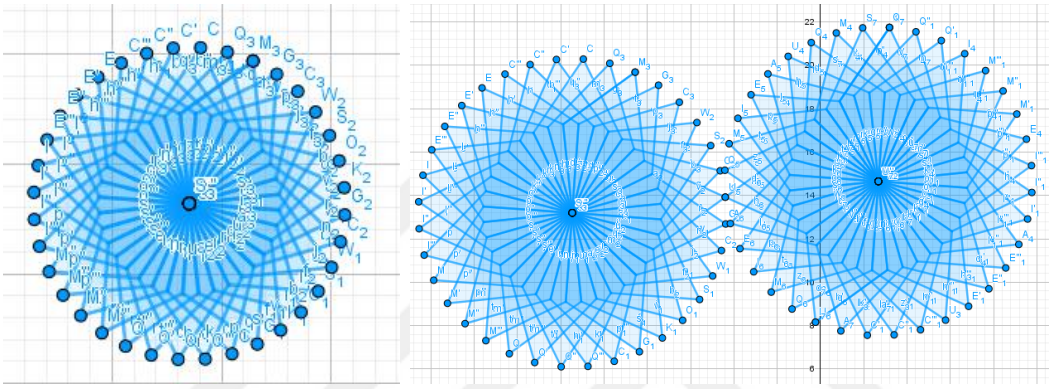
Ali Alper GeoGebra'da kişiye özgü süsleme oluşturma aşamasına iki eş çember yardımıyla bir eşkenar dörtgen inşa ederek başlamıştır (Görsel 3.2.6.8a). Daha sonra eşkenar dörtgeni, çokgenin alt köşe noktasına göre 10^0'lik dönme açısıyla döndüren (Görsel 3.2.6.8b) Ali Alper bu işlemi 35 kez tekrarlayarak Görsel 3.2.6.8c'deki tekrar birimini elde etmiştir. Ardından bu tekrar birimini şeklin en sağ noktasına göre "Noktada Yansıt" aracı ile yansıtmıştır (Görsel 3.2.6.8d). Daha sonra şekillerin alt uç noktalarından geçen yatay bir doğru ile şekli çoğaltmıştır (Görsel 3.2.6.8e). Süslemeyi tamamlayan Ali Alper'in süslemeyi inşa ederken dönme ve yansıma dönüşümlerini kullandığı görülmektedir.

Görsel 3.2.6.9

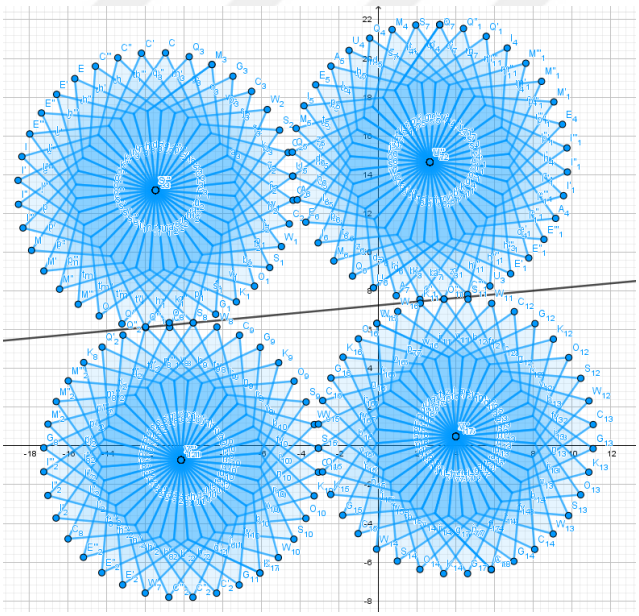
Ali Alper'in Kişiye Özgü Süsleme İnşa Aşamaları



(a) (b)



(c) (d)



(e)

3.2.6.3 Çizim aşaması

Bu öğretim haftasında öğrenciler kişiye özgü tasarımlarını GeoGebra'da inşa ettikleri için çizim aşaması atlanmıştır.

3.2.6.4 Sorgulama aşaması

On beşinci öğretim haftasında öğrencilerin çoğunluğunun GeoGebra'da kişiye özgü bir desen tasarladıkları görülmektedir. Öğrencilerin tamamı kişiye özgü tasarımlarını GeoGebra'da deneyerek oluşturmuşlardır. Öğrencilere kişiye özgü tasarımlarının bir bardağa baskısı yapılacağı söylenerek motivasyonları arttırılmıştır. Tasarımlarını baskıya hazır hale getiren 8 öğrenci olmuştur. Bir öğrenci ise kişiye özgü bir tasarım yapmış ancak baskıya hazır hale getirmek istememiştir. İki öğrenci ise çeşitli süsleme tasarımı denemelerinde bulunmuş ancak kişiye özgü bir tasarım oluşturamamışlardır.

Öncelikle öğrencilerin GeoGebra'da inşa aşamasına nasıl başladıkları incelenmiştir. Muhammet ve Ali Alper'in eş çemberler yardımıyla eşkenar dörtgen inşa ederek süslemeye başladıkları görülmektedir. Odak öğrenciler (Naz, Eylül, Teslime, Hatice, Dilber, Ramazan ve Vedat) ise süslemeye "Düzgün Çokgen" aracını kullanarak başlamışlardır.

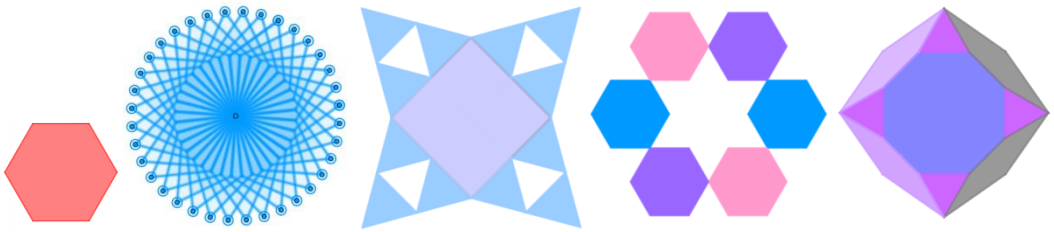
Öğrencilerin süslemede kullandıkları çokgenlerle ilgili 6 öğrencinin (Muhammet, Ali Alper, Naz, Eylül, Teslime ve Vedat) düzgün çokgen kullanarak süsleme oluşturduğu, 2 öğrencinin (Hatice ve Ramazan) hem düzgün hem de düzgün olmayan çokgenler kullanarak süsleme oluşturduğu görülmektedir. Bir öğrenci (Dilber) ise süslemesinde düzgün olmayan çokgen kullanmıştır.

Öğrencilerin tümünün kişiye özgü süslemelerinin periyodik süslemeler oldukları görülmektedir.

Öğrencilerin beşinin (Muhammet, Ali Alper, Eylül, Teslime, Hatice) süslemesinde belirgin bir tekrar birimi bulunmaktadır (Görsel 3.2.6.10).

Görsel 3.2.6.10

Öğrencilerin (Muhammet, Ali Alper, Eylül, Teslime ve Hatice) Kişiye Özgü Süslemelerindeki Belirgin Tekrar Birimleri



(a) (b) (c) (d) (e)

Öğrencilerin altısı (Eylül, Teslime, Hatice, Dilber, Ramazan ve Ali Alper) süslemesinde yansıma dönüşümü kullanmıştır. Öğrencilerin beşi (Muhammet, Naz, Hatice, Dilber ve Ali Alper) süslemesinde dönme dönüşümü kullanmıştır. Öteleme dönüşümünü kullanan ise sadece bir öğrenci (Hatice) vardır. Ayrıca beş öğrencinin (Muhammet, Naz, Eylül, Teslime ve ramazan) süsleme inşasında tek bir dönüşüm kullanarak süslemeyi oluşturdukları görülmektedir. İki öğrenci (Dilber ve Ali Alper) ise süsleme inşasında iki farklı dönüşüm kullanarak süslemeyi oluşturmuştur. Bir öğrenci (Hatice) ise üç dönüşümün hepsini kullanarak süslemeyi oluşturmuştur.

Öğrencilerin GeoGebra'daki süslemelerinin tamamının birer inşa çalışması olduğu görülmektedir.

SORGULAMAYA YÖNELİK ÖĞRETMEN SORULARI

Öğrencilerin GeoGebra'da kişiye özgü süsleme tasarımı yaparken bazı öğrenciler ne yapacaklarına karar verememişlerdir. Bu aşamada öğrencilerle Araştırmacı arasında gerçekleşen sınıf içi tartışmalarından bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Gençler GeoGebra'da süslemeyi oluştururken öğretim haftalarındaki süslemelerden esinlenebilirsiniz. Hatta isteyen önce örüntü blokları ile bir tasarım yapabilir. İsteyen noktalı ya da izometrik kâğıda çizim yapabilir. Öncelikle denemeler yapın. Sonrasında ne tasarlayacağınıza karar verirsiniz.

Furkan : "Düzgün Çokgen" aracını kullanabilir miyiz? Yoksa çemberlerle mi şekil çizeceğiz?

Araştırmacı : Buna siz karar verin. Süsleme sizin özgün bir çalışmanız olacak.

Dilber : Hocam ben yaşam çiçeğinin ortasını çizmek istiyorum.

Araştırmacı : Ortasını derken neyi kastediyorsun?

Dilber : Çemberlerin şu arasını.

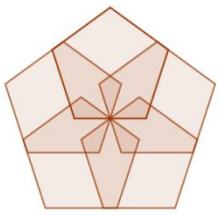
Araştırmacı : Evet. Anladım. Hadi bir dene bakalım. Ama o kısmı seçmek biraz zor olacaktır.

Dilber : Tamam hocam biz Teslime ile bir uğraşalım.

Araştırmacı : Birbirinizden yardım alabilirsiniz. Gençler size bir de farklı fikirler sunmak istiyorum. Akıllı tahtaya bakar mısınız? Şimdi düzgün bir beşgen çiziyorum. Beşgenin alt kenarının orta noktasını işaretliyorum. Sonra bu beşgeni bu noktaya göre 72^0 döndürüyorum. Döndürme işlemini tekrarlıyorum. Bakın nasıl bir süsleme çıkıyor ortaya:

Görsel 3.2.6.10

Araştırmacının Düzgün Beşgen ile Oluşturduğu Süsleme Önerisi



Araştırmacı : Bu süslemeyi başka çokgenlerle deneyebilirsiniz.

Sınıf içi tartışma metni incelendiğinde GeoGebra'da süsleme inşasında öğrencilerin başlangıçta ne yapacaklarına bir türlü karar veremedikleri görülmektedir. Furkan

“Düzgün Çokgen” aracı kullanıp kullanmayacaklarını sormuştur. Araştırmacı tercihi öğrenciye bırakmıştır. Dilber yaşam çiçeğinin ortasını seçerek bir süsleme yapmak istemektedir. Araştırmacı ile bu fikrini paylaşan Dilber’e Araştırmacı ilgili kısmı seçmenin ve renklendirmenin zorluğunu hatırlatmıştır. Araştırmacı ayrıca öğrencilere farklı bir süsleme örneği göstermiştir. Bu örnekten birçok öğrencinin etkilendiği görülmektedir. Örneğin Muhammet süslemesinde düzgün altıgenlerle benzer bir süsleme oluşturmuştur. Naz ve Hatice ise düzgün on sekizgen çizerek benzer şekilde süslemesini zenginleştirmiştir. Ali Alper ise bir eşkenar dörtgen bir köşesinden döndürerek bir süsleme oluşturmuştur. Yani toplamda dört öğrencinin Araştırmacının farklı fikrinden etkilendikleri söylenebilir.

GÜNLÜKLERDEN

On beşinci öğretim haftasında öğrenciler günlük tutmamışlardır. Ancak Araştırmacı günlüğünde bu hafta ile ilgili iki ders saatinin kişiye özgü süsleme için yeterli olmadığını belirtmiştir. Bu öğretim haftası 2+2 yani toplam 4 saat gerçekleştirilmiştir. Salı günü 2 saatlik derste uzunca süsleme denemeleri yapan öğrenciler perşembe günü 2 saatte süslemelerini netleştirmişlerdir. Araştırmacı, günlüğünde Dilber’in yaşam çiçeğinin yapraklarını seçme ile ilgili epey vakit harcadığını söylemektedir. Hatta bunun için Naz’dan da destek alan Dilber süsleme ile ilgili problemini çember yayları ile çözmüştür. Hatice’nin de 2-3 tasarım üzerinde uzun uzun çalıştığı görülmektedir. Furkan’ın da öncelikle yaşam çiçeği ile tasarıma başladığı ama sonrasında Karatay Medresesi Müzesinin dış kapı süslemesine benzer bir süslemeye odaklandığı görülmektedir. Miraç ise sekizgen ve kareden oluşan bir süsleme denemektedir ama süslemenin devamını getirmemiştir. Naz ise onikigenleri döndürerek ve üstüne eşkenar üçgen ile kare yerleştirerek bir süsleme yapmaktadır. Ramazan ise sekizgenin etrafına beşgen ve kare yerleştirmiştir. Vedat iki eşkenar üçgenin birleşimi ile oluşan eşkenar dörtgenlerden bir süsleme yapmıştır. Sonra süslemeye altıgeni de eklemiştir. Ama daha süslemesine son şeklini vermemiştir. Ali Alper ve Muhammet ise başlangıçta etkinliklere katılmayıp Furkan’ın ekranını izlemişlerdir.

Aynı haftanın diğer ders gününde Teslime, Hatice, Muhammet, Naz bir tek şekli çeşitli açılarla döndürerek süsleme oluşturmayı denemişlerdir. Teslime bunu evde defalarca denediğini söylemiştir. Örneğin Teslime düzgün altıgeni bir köşesinden 10^0 döndürerek süslemeler oluşturmuştur. Hatice ve Alper de Teslime’den etkilenmiştir. Hatice ve Ali

Alper farklı çokgenleri döndürerek süsleme oluşturmuşlardır. Günün sonunda öğrencilerin çoğunluğunun kişiye özgü süslemelerini belirledikleri ve sınıfta oluşturdukları görülmektedir.

3.3 Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Son Görüşmelerin Analizi

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen son görüşmelerde öğrencilerin çokgen, düzgün çokgen, dönüşümler, süsleme gibi konulardaki bilgi, deneyim ve görüşleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çerçevede son görüşme soruları aşağıdaki sekiz başlıkta ele alınmıştır:

a. Kavramlar (Çokgen, düzgün çokgen, üçgenin yardımcı elemanları)
b. Çokgen içine üçgen yerleştirme / arama
c. Çokgen oluşturma / çizme
d. Dönüşümler-1 (Dönüşüm bilgisi, yansıma, öteleme, simetri)
e. Dönüşümler-2 (Simetrik şekillerde simetri doğrusunu belirleme, dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin çizme)
f. Dönüşümler-3 (Dikey yansıma, öteleme ve noktaya göre simetri)
g. Etnomatematik
h. Süslemeler (Örüntü blokları ile süsleme oluşturma, Periyodik Süsleme Analizi, Periyodik olmayan Süsleme Analizi)

3.3.1 Kavramlar

Odak öğrenciler ile gerçekleştirilen son görüşmede ilk ele alınan kavram **çokgen** kavramıdır. Bu doğrultuda öğrencilere "çokgeni tanımlar mısınız?" sorusu sorulmuş ve alınan yanıtlar Tablo 3.3.1'de sunulmuştur.

Tablo 3.3.1

Odak Öğrencilerin Çokgen Kavramı ile İlgili Son Bilgileri

Çokgen	Tanım Bilgisi	Doğru Tanım Bilgisi (N, R, V)
		Hatalı Tanım Bilgisi (T)
		Yönlendirme ile Açıklama (D, H, E)
	Örneklendirme	Örnek Verebilme (N, R, V, D, H, T, E)
	Temel Elemanlarını Belirleme	Belirleme (N, R, V, D, T, E)
		Belirleyememe (-)

Tablo 3.3.1 incelendiğinde odak öğrencilerden 3 öğrencinin (Naz, Ramazan ve Vedat) çokgeni doğru tanımladığı görülmüştür. Örneğin Naz'ın çokgen tanımı "köşeleri birleşik, en az üç kenarı olan." şeklindedir. Bir öğrenci (Teslime)ise hatalı tanım yapmıştır. Teslime'nin hatalı tanımı "Çokgen açıları ve uzunlukları aynı olan" şeklindedir. Üç öğrenci ise (Dilber, Hatice ve Eylül) yönlendirme ile açıklama yapabilmişlerdir. Hatice'nin çokgen tanımı ile ilgili görüşmesi örnek olarak sunulabilir.

Araştırmacı : Hadi **çokgen**i tanımlayalım.
Hatice : Birden fazla şekilden oluşur.
Araştırmacı : Birden fazla şekil derken kenarları mı kastediyorsun, köşeleri mi kastediyorsun? Burada şekil dediğin ne?
Hatice : Ben kenarları kastetmiştim.
Araştırmacı : Birden fazla kenarı olan şekle dedin. Ama bu şeklin açık olması mı gerekiyor, kapalı olması mı gerekiyor? Ya da en az kaç tane kenarı olması gerekiyor? Çokgen olabilmesi için.
Hatice : En az üç tane hocam.
Araştırmacı : O zaman en az 3 kenarı olan. Şeklin açık mı olması gerekiyor? Kapalı mı?
Hatice : Kapalı olmalı.
Araştırmacı : Evet kapalı şekle çokgen denir.

Görüşme metninden de açıkça Hatice'nin "En az 3 kenarı olan, kapalı şekle çokgen denir." şeklinde yönlendirme ile çokgeni tanımladığı görülmektedir. Hatice çokgenin en az 3 kenarının olması gerektiğini ve kapalılık özelliğini yönlendirme ile fark edebilmiştir.

Öğrencilerin tamamı çokgen için üçgen (tüm öğrenciler), kare (Ramazan, Dilber, Hatice, Eylül), dikdörtgen (Dilber, Hatice, Teslime, Eylül), eşkenar dörtgen (Dilber, Hatice, eylül), beşgen (Dilber), altıgen (Ramazan, Vedat) ve yedigen (Naz) şeklinde örnekler vermişlerdir. Ayrıca öğrencilerin çoğunluğunun (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Teslime, Eylül) çokgenin temel elemanlarını belirleyebildikleri söylenebilir. Örneğin Vedat

çokgeni "en az üç kenarlı, birleşik, açıları olan şeydir." şeklinde tanımlarken çokgenin temel elemanlarından kenar ve açıyla ilişki kurarak tanımladığı görülmektedir.

Odak öğrencilerin düzgün çokgen konusundaki bilgileri ile ilgili "düzgün çokgeni tanımlar mısınız?" sorusu sorulmuş ve alınan yanıtlar Tablo 3.3.2'de sunulmuştur.

Tablo 3.3.2

Odak Öğrencilerin Düzgün Çokgen Kavramı ile İlgili Son Bilgileri

Düzgün Çokgen	Tanım Bilgisi	Doğru Tanım Bilgisi (N, R, V, D, T, E)
		Hatalı Tanım Bilgisi (-)
		Yönlendirme ile Açıklama (H)
	Örneklendirme	Düzgün Çokgen Örneği Verme (N, R, V, D, H, T, E)
		Düzgün Çokgen Olmayan Örnek de Verme(H)

Tablo 3.3.2 incelendiğinde odak öğrencilerin çoğunluğunun doğru tanım bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Eylül'ün düzgün çokgen tanımı ile ilgili görüşme metni aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı : Birde düzgün çokgeni tanımlayalım.
Eylül : En az üç kenarı olacak açıları ve kenarları eş olan

Görüşme metninden de açıkça görüleceği üzere Eylül'ün düzgün çokgeni kenarları ve iç açıları eş olan çokgenler şeklinde doğru tanımladığı görülmektedir. Öğrencilerden Hatice'nin ise yönlendirme ile düzgün çokgeni açıklamıştır. Hatice'nin düzgün çokgen tanımı ile ilgili görüşme metni aşağıda sunulmuştur:

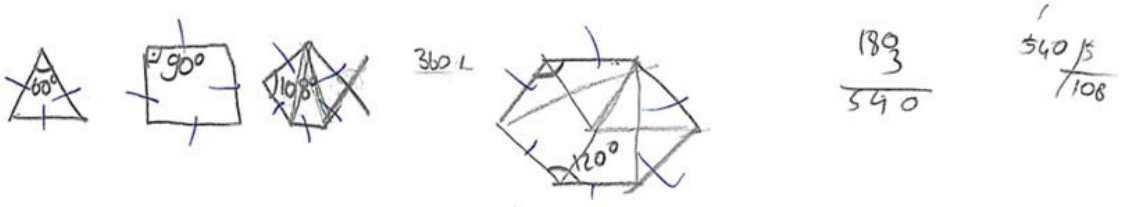
Araştırmacı : Şimdi de düzgün çokgeni tanımlayalım.
Hatice : Hocam kenarları birbirine eşit
Araştırmacı : Evet kenarları birbirine eş, başka?
Hatice : Bir de düzgün yani
Araştırmacı : Sadece kenarları yeterli mi? Mesela eşkenar dörtgen bir düzgün çokgen miydi?
Hatice : Hayır
Araştırmacı : Değildi niye?
Hatice : Çünkü açıları eşit değil.
Araştırmacı : Yani hem kenarları hem açıları eşit olan çokgenlere biz düzgün çokgenler diyoruz değil mi?
Hatice : Evet hocam.

Görüşme metninden de açıkça görüleceği üzere Hatice, düzgün çokgenlerin kenarlarının birbirine eş olması gerektiğini söylemekte, ancak açılarının da birbirine eş olması gerektiğini yönlendirme ile açıklamaktadır. Ayrıca Hatice eşkenar dörtgenin bir düzgün çokgen olmadığını da bilmektedir.

Öğrencilerin çoğunluğunun düzgün çokgeni tanımlarken hem kenarların hem de açıların eş olması gerektiğini birlikte söyleyebildikleri görülmektedir. Ayrıca tüm öğrenciler düzgün çokgenlere eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen şeklinde örnekler verebilmişlerdir. Bir öğrenci ise (Hatice) düzgün olmayan çokgenlere eşkenar dörtgen örneğini vermiştir. Düzgün çokgenlerden eşkenar üçgenin, karenin ve düzgün altıgenin iç açılarını tüm öğrenciler; düzgün beşgenin iç açılarını ise sadece Naz, Ramazan ve Dilber hesaplayabilmişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğunun düzgün beşgenin açılarını hesaplamada eksikleri bulunmaktadır.

Görsel 3.3.1.1

Ramazan'ın Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri

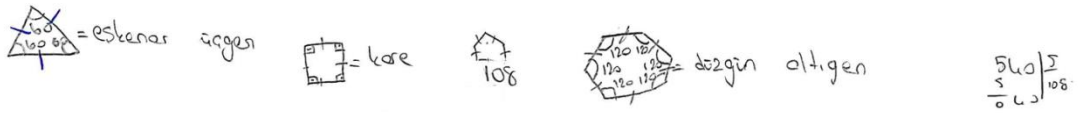


Hem tanım bilgisi hem örneklendirmede yeterli bilgiye sahip olan Ramazan'ın düzgün çokgenleri temel elemanlarla ilişkilendirme düzeyi oldukça kuvvetlidir. Ayrıca düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüsünü hesaplarken düzgün çokgenleri bir köşesinden üçgenlere ayıran Ramazan'ın doğru hesaplamalar yaptığı görülmektedir. Örneğin, Görsel 3.3.1.1 incelendiğinde düzgün beşgeni bir köşesinden 3 ayrı üçgene ayıran Ramazan'ın sonrasında 180° ile 3'ü çarpıp düzgün beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını 540° olarak hesapladığı görülmektedir. Ardından 540'ı 5'e bölen Ramazan düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsünü108° olarak hesaplamıştır. Ramazan ilk başta düzgün altıgenin bir iç açısını hatırlayamamış olsa da yine çokgeni bir köşesinden üçgenlere ayırarak düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünü iki tane 60°'nin toplamı yani 120° olarak hesaplayabilmiştir. Ramazan hariç diğer öğrencilerin düzgün altıgenin iç açısının ölçüsünü doğrudan 120° olarak belirttikleri görülmektedir. Ancak bu öğrencilerin ezbere işlem yaptıkları düşünülmektedir. Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsünü öğrencilerin

çoğunluğunun (Vedat, Hatice, Teslime, Eylül) hesaplayamamış olması da öğrencilerin ezbere işlem yaptıklarını kanıtlamaktadır. Naz, Ramazan ve Dilber haricindeki diğer öğrencilerin düzgün çokgenlerin açıları ile ilgili yeterli muhakeme yapamadıkları söylenebilir.

Görsel 3.3.1.2

Dilber'in Düzgün Çokgen Çizim Örnekleri



Odak öğrencilerin son görüşmelerde **üçgenin yardımcı elemanları** konusundaki bilgilerine, üçgenin temel elemanları sorgulanarak başlanmıştır. Öğrencilerin tamamı üçgenin temel elemanlarını açı ve kenar şeklinde doğru yanıtlamışlar, üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili yanıtları da Tablo 3.3.3'te sunulmuştur.

Tablo 3.3.3

Odak Öğrencilerin Üçgenin Yardımcı Elemanları ile İlgili Son Bilgileri

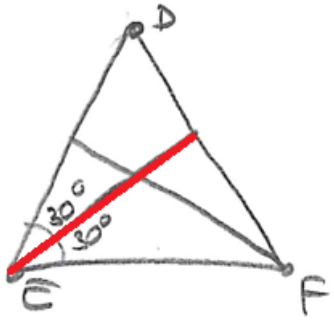
Üçgenin Yardımcı Elemanları	Açıortay Bilgisi	Açıklama (N, R, V, D, H, T, E)
		Çizme (N, R, V, D, T, E)
	Kenarortay Bilgisi	Açıklama (R, D, V)
		Çizme (R, D, V)
		Kenar orta nokta ile eşleştirme (N, H, T, E)
	Yükseklik Bilgisi	Açıklama (N, D, V, H, E)
		Çizme (N, D)
		Prototip çizim (V, H, E)

Tablo 3.3.3 incelendiğinde odak öğrencilerin tümünün üçgenin açıortayı ile ilgili bilgiye sahip olduğu ve doğru çizim yapabildiği görülmüştür. Ramazan'ın açıortay ile ilgili ile ilgili görüşme metni aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı **:** Peki, **açıortay**. Şurada da bir açıortay gösterelim.
Ramazan **:** Şöyle.

Görsel 3.3.1.3

Ramazan'ın Açıortay Çizimi



Araştırmacı **:** Güzel.

Ramazan **:** Açıortay.

Araştırmacı **:** Tamam güzel bir tanesini çizsen yeterli mesela burada neyi hangi unsuru ortalamış oluyor şu doğru parçası?

Ramazan **:** Açıyı.

Araştırmacı **:** Neredeki açıyı mesela

Ramazan **:** E noktası.

Araştırmacı **:** Tamam oradaki açı mesela 60° olsa onu kaç kaç ayıracak?

Ramazan **:** 30°, 30°.

Araştırmacı **:** 30 30 ayıracak tamam biz yani şu doğruya o zaman ne diyoruz?

Ramazan **:** Açıortay diyoruz.

Görüşme metninden de açıkça görüleceği üzere Ramazan üçgende açıortayı açıklayabilmekte ve çizebilmektedir. Ramazan açıortayı çizerken E köşesinden DF kenarına bir doğru çizmiştir. Çizdiği doğrunun E köşesindeki açıyı ortaladığının da farkındadır. Ayrıca Ramazan üçgende birden fazla açıortay olduğunu bilmektedir. Görsel 3.3.1.3'dekiçiziminde görüldüğü gibi DEF üçgenine ait 2 tane açıortay doğrusu çizmiştir. Diğer açıortay doğrusunu ise Araştırmacının uyarısı üzerine çizmekten vazgeçmiştir. Yani Ramazan üçgenin üçüncü açıortayının da farkındadır.

Tablo 3.3.3 incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun kenarortayı "kenar orta nokta" ile eşleştirdikleri görülmektedir. Bu durumla ilgili Teslime'nin görüşmesi örnek olarak sunulabilir.

Araştırmacı **:** Şimdi senden ABC üçgeninde AB kenarına ait kenarortay çizmeni istiyorum. Kenarortay ne demek Teslime?

Teslime **:** Bir kenarın tam ortası.

Araştırmacı **:** Çizerek gösterir misin?

Teslime **:**

Görsel 3.3.1.4

Teslime'nin Kenarortay Çizimi

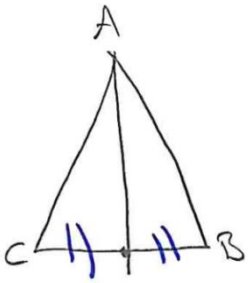
Araştırmacı **:** Bu kadar mı?

Teslime **:** Evet.

Görüşme metninden de açıkça görüleceği üzere Teslime kenarortayı "kenar orta nokta" ile eşleştirmiştir. AB kenarına ait kenarortayı AB kenarının orta noktası olarak düşünmektedir. Kenarortayı doğru çizen öğrencilerden Dilber ise Teslime gibi önce kenarın orta noktasını işaretlemiş ancak sonrasında işaretlediği noktayla karşı köşeyi birleştirerek kenarortayı elde etmiştir.

Görsel 3.3.1.4

Dilber'in Kenarortay Çizimi



Yükseklik bilgisi ile ilgili de 5 öğrencinin (Naz, Dilber, Vedat, Hatice ve Eylül) açıklama yapabildiği; bu dört öğrenciden ikisinin (Naz ve Dilber) doğru çizim yapabildiği; dört öğrencinin (Vedat, Hatice ve Eylül) ise yüksekliği prototip çizdiği görülmüştür. Prototip çizim yapan öğrenciler, yüksekliğin ikizkenar üçgende olduğu gibi taban kenarını ortadan ikiye bölecek şekilde çizileceğini düşünmüşlerdir. Bir öğrenci (Ramazan) ise yükseklik ile ilgili herhangi bir bilgi hatırlayamadığını söylemiş yani görüş belirtememiştir. Araştırmacı ile Naz arasında, yükseklik ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Bana (XYZ üçgeninde) bir yükseklik göster. Herhangi bir kenara ait yükseklik (olabilir).

Naz **:**

Görsel 3.3.1.5

Naz'ın Yükseklik Çizimi

Araştırmacı **:** Tamam altına da yükseklik yaz. Yüksekliği nerede kullanıyorduk biz?

Naz **:** Üçgenin alanını buluruz.

Araştırmacı **:** Üçgenin alanını bulurken kullanıyoruz. Neden dik illaki dik mi olması gerekiyor?

Naz **:** Evet

Araştırmacı ile Naz arasında geçen görüşme incelendiğinde, bir XYZ üçgeni çizen öğrencinin, X köşesinden YZ kenarına dik olacak şekilde bir doğru parçasını yükseklik olarak çizdiği görülmektedir (Görsel 3.3.1.5). Öğrenci yüksekliğin dik olması gerektiğini ve üçgenin alanını bulurken kullanıldığını da sözlerine eklemiştir.

Odak öğrencilerin kenarortay ve yükseklik bilgisinin sınırlı olduğu söylenebilir. Üçgenin yardımcı elemanları arasında daha çok bilinen eleman açıortaydır.

Öğrencilerin "üçgenin yardımcı elemanları" ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında öğrencilerin açıortay bilgilerinin geliştiği görülmektedir. Ön görüşmelerde hiçbir bilgi sahibi olunmayan kenarortay elemanının daha bilinir hale geldiği, ancak yükseklik bilgisinde ise belirgin bir ilerleme kaydedilmediği gözlenmektedir.

3.3.2 Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama

Öğrencilere çokgen, düzgün çokgen ve üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili soruların ardından bu kavramları nasıl ilişkilendirdiklerini belirleyebilmek amacıyla onlardan düzgün dokuzgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen çizmeleri istenmiştir. Düzgün dokuzgenin, düzgün altıgenin ve karenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirmeleri

istenmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin çokgenlerin iç bölgelerini (eşkenar) üçgenlerle kaplayıp kaplayamadıklarını görmelerini sağlamaktır.

Tablo 3.3.4

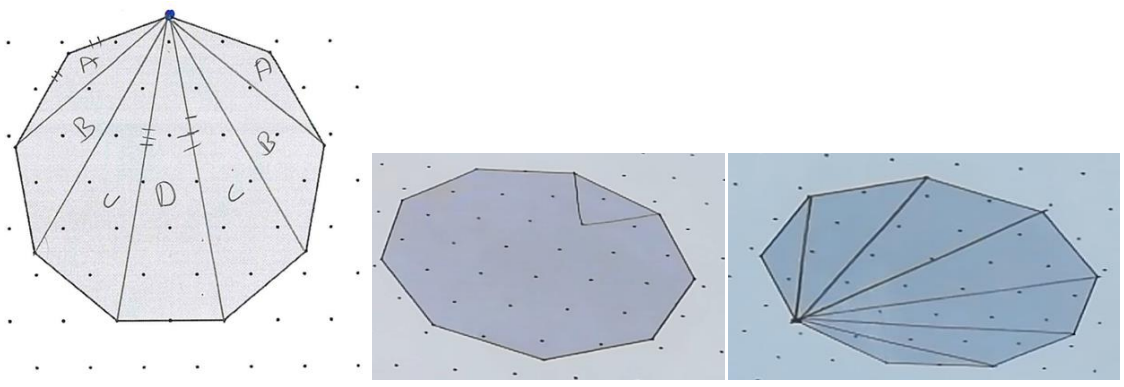
Odak Öğrencilerin Son Görüşmelerdeki Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama ile İlgili Bilgileri

Çokgen İçine Üçgen Yerleştirme / Arama	Düzgün dokuzgenin içine köşegen yardımıyla ikizkenar üçgen yerleştirme	Yerleştirme (N, R, D, V, H, E)
		Yönlendirme ile Yerleştirme(T)
		Yerleştirememe (-)
	Düzgün dokuzgenin içine eşkenar üçgen yerleştirme	Doğru Yerleştirme (N, R, D, V, H, T, E)
		Yerleştirememe (-)
	Düzgün altıgenin bir kenarını ve merkezini kullanarak eşkenar üçgen yerleştirme	Doğru Yerleştirme (N, R, D, V, H, T, E)
		Yerleştirememe (-)
	Düzgün altıgenin içini eşkenar üçgenlerle süsleme	Doğru Yerleştirme (N, R, D, V, H, T, E)
		Yerleştirememe (-)
	Karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta kenara sahip eşkenar üçgen oluşturma	Oluşturdu (N, E)
		Oluşturamadı (R, D, V, H, T)

Odak öğrencilerden, izometrik kâğıda çizilmiş olan bir düzgün dokuzgenin içine, bir köşegen yardımıyla üçgen çizmeleri istenmiştir. Tablo 3.3.4'te de görüldüğü gibi bir öğrenci (Teslime) hariç tüm öğrenciler düzgün dokuzgenin içine köşegen yardımıyla ikizkenar üçgenler yerleştirebilmişlerdir. Sadece bir öğrenci (Teslime) köşegen kavramını bilmeği için başlangıçta uygun çizim yapamamıştır (Görsel 3.3.2.1b). Teslime, Araştırmacının yönlendirmesinden sonra uygun üçgenleri çizebilmiştir (Görsel 3.3.2.1c).

Görsel 3.3.2.1

Hatice(a) ve Teslime'nin (b-c) Düzgün Dokuzgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme Çizimleri



(a) (b) (c)

Düzgün dokuzgenin içine üçgen yerleştiren tüm öğrencilerin çizdikleri üçgenlerin özellikleri ile ilgili verdikleri cevaplar Tablo 3.3.5'te verilmiştir.

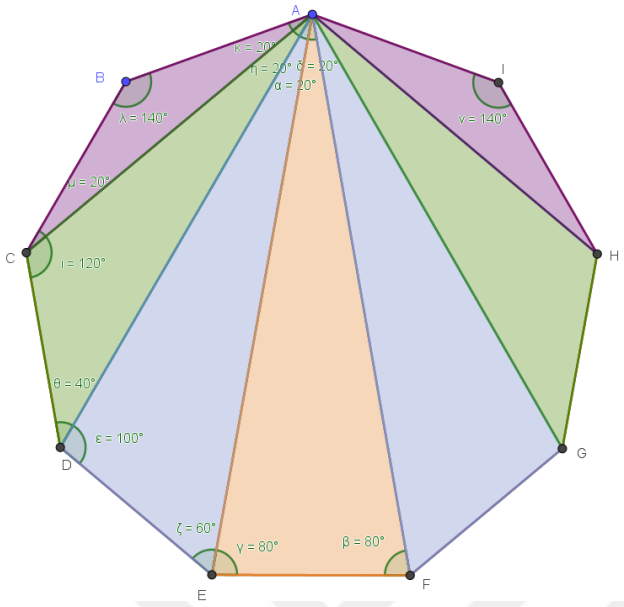
Tablo 3.3.5

Odak Öğrencilerin Düzgün Dokuzgenin İçine Köşegen Yardımıyla Üçgen Yerleştirme ile İlgili Son Bilgileri

Düzgün dokuzgenin içine köşegen yardımıyla üçgen yerleştirme	İki köşegen kullanılarak oluşturulan üçgen	İkizkenar üçgen AEF	Söyleyebilme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yönlendirme ile söyleme (-)
		Geniş açılı büyük üçgen ADE	Söyleyebilme (N, R, H, E)
			Yönlendirme ile söyleme (-)
			Dik üçgen ile ilişkilendirme (D, V, T)
		Geniş açılı küçük üçgen ACD	Söyleyebilme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yönlendirme ile söyleme (-)
		Eş üçgenleri fark etme	Fark edebilme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yönlendirme ile fark etme (-)
			Fark Edememe (-)
	Bir köşegen yardımıyla oluşturulan üçgen ABC-AIH	İkizkenar üçgen	Söyleyebilme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yönlendirme ile söyleme (-)
		Geniş açılı üçgen	Söyleyebilme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yönlendirme ile söyleme (-)
		Eş üçgenleri fark etme	Fark edebilme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yönlendirme ile fark etme (-)
			Fark Edememe (-)

Görsel 3.3.2.2

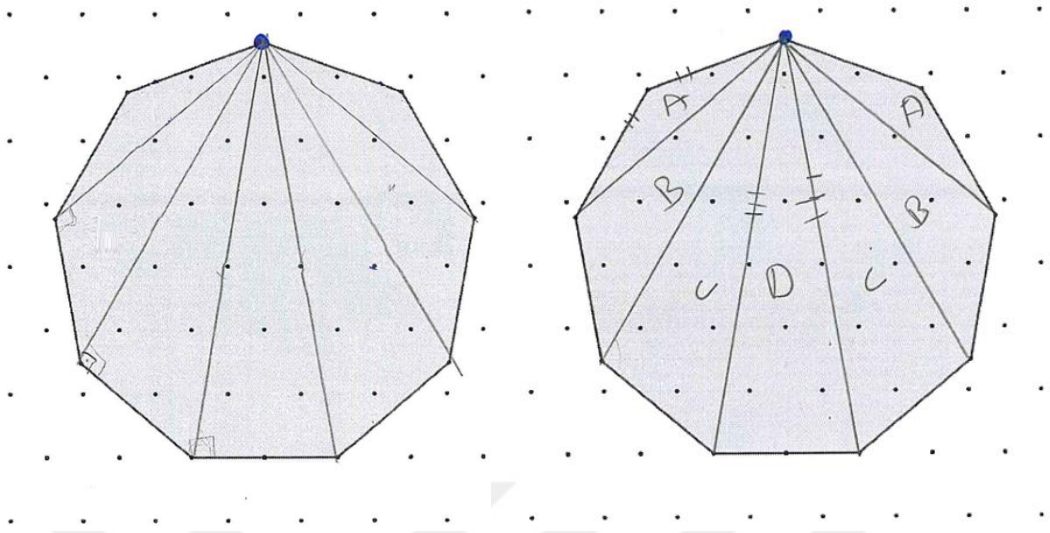
Düzgün Dokuzgenin Bir Köşesinden Köşegenler Yardımıyla Çizilebilecek Üçgenlerin Temsili Çizimi



Öğrencilerin görüşleri Görsel 3.3.2.2'deki temsili çizim üzerinden değerlendirilecek olursa, ABC üçgeninin geniş açılı bir ikizkenar üçgen ve AIH üçgeni ile eş bir üçgen olduğunu tüm odak öğrenciler belirtmiştir. Benzer şekilde ACD üçgeninin geniş açılı bir çeşitkenar üçgen ve AHG üçgeni ile eş bir üçgen olduğunu tüm odak öğrenciler belirtmiştir. Yine, AEF üçgeninin dar açılı bir ikizkenar üçgen olduğunu tüm odak öğrenciler belirtmiştir. ADE üçgeninin kenarlarına göre çeşitkenar üçgen olduğunu tüm odak öğrenciler belirtirken, açılarına göre çeşidini sadece 4 öğrenci (Naz, Ramazan, Hatice, Eylül) "geniş açılı üçgen" şeklinde doğru cevaplamıştır. 3 öğrenci (Dilber, Vedat, Teslime) ise ADE üçgeninin D köşesindeki açının 90° olduğunu düşünerek üçgenin dik açılı bir üçgen olduğunu belirtmişlerdir. Bu durumla ilgili Dilber'in hatalı dik üçgen çizimi Görsel 3.3.2.3a'da sunulmuştur. ADE üçgeni ile AGF üçgeninin eş üçgenler olduğunu tüm odak öğrenciler fark etmiştir. Dokuzgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen çizimini doğru bir şekilde gerçekleştiren Hatice'nin çizimleri Görsel 3.3.2.3b'de sunulmuştur.

Görsel 3.3.2.3

Dilber ve Hatice'nin Düzgün Dokuzgenin İçine Köşegen Yardımıyla Yerleştirdiği Üçgen Çizimleri



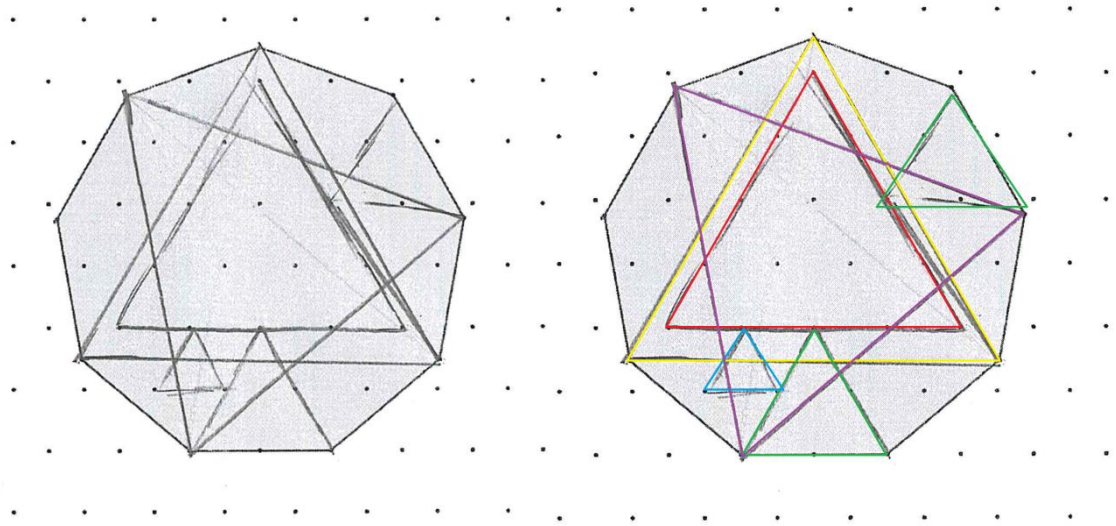
(a) (b)

Görsel 3.3.2.2'deki temsili çizim üzerinden düzgün dokuzgenin içine köşegen yardımıyla yerleştirilen üçgen çizimleri değerlendirilecek olursa, sadece ADE üçgeninin açılarına göre sınıflandırmasında 3 öğrenci üçgenin dik açılı üçgen olduğunu belirterek hata yapmıştır. Bunun dışındaki diğer üçgenlerin kenarlarına göre ve açılarına göre sınıflandırmalarında tüm öğrencilerin doğru cevap verdikleri görülmektedir. Ayrıca tüm odak öğrenciler dokuzgenin içine çizilen eş üçgenlerin hepsini fark edebilmişlerdir.

Düzgün dokuzgenin içine eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili Tablo 3.3.4 incelendiğinde tüm öğrencilerin düzgün dokuzgenin içine eşkenar üçgen yerleştirebildikleri görülmektedir. Naz'ın dokuzgenin içine yerleştirdiği eşkenar üçgenler Görsel 3.3.2.4a'da sunulmaktadır. Naz dokuzgenin içine kenar uzunluğu 1 birim, 2 birim ve 4 birim olan eşkenar üçgenler yerleştirmiştir. Ancak Görsel 3.3.2.4a'da sağ üstteki dokuzgenin bir kenarını ve izometrik kâğıdın noktalarını kullanarak çizmeye çalıştığı üçgen eşkenar üçgen değildir. Naz ayrıca dokuzgenin köşelerini kullanarak da 2 farklı eşkenar üçgen de çizmiştir (Görsel 3.3.2.4b).

Görsel 3.3.2.4

Naz'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri



(a) (b)

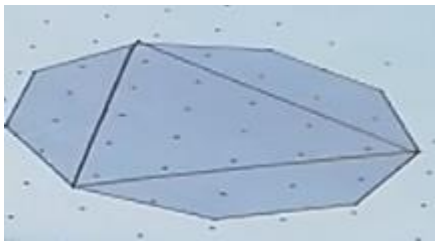
Araştırmacı ve Ramazan arasında, düzgün dokuzgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Tamam harika şimdi de ben düzgün dokuzgenin içerisine senden eşkenar üçgen yerleştirmeni istiyorum daha önce sen bunu başka bir çokgen için denemiştin. Onun (düzgün dokuzgenin) içerisine farklı nasıl eşkenar üçgenler yerleştirilebilir?

Ramazan **:**

Görsel 3.3.2.5

Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimi

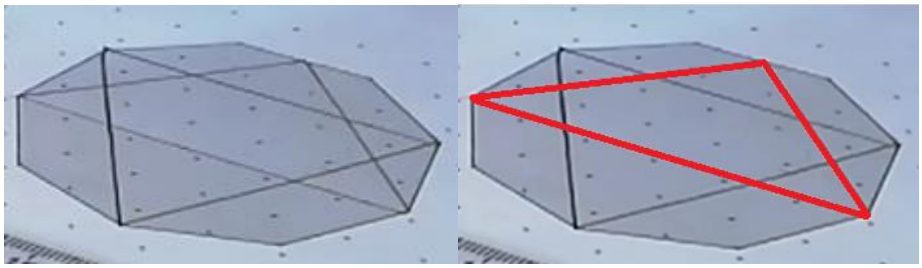


Araştırmacı **:** Tamam, harika aslında en zorunu en başta gördün buna benzer bir tane daha çizebilir miyiz?

Ramazan **:**

Görsel 3.3.2.6

Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Üçgen Çizimi



Araştırmacı **:** Bu eşkenar üçgen mi?

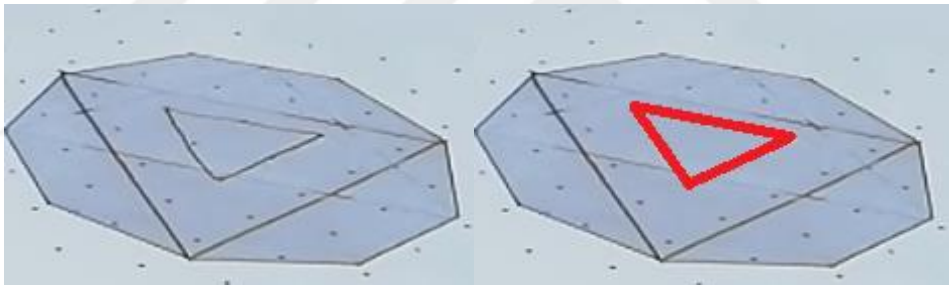
Ramazan **:** Bence değil. İkizkenar üçgen.

Araştırmacı **:** O zaman silelim evet başka daha küçüğü de olabilir daha büyüğü de olabilir illaki kenarlarına değecek diye de şart yok.

Ramazan **:**

Görsel 3.3.2.7

Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Kenarı 2 Birim Olan Eşkenar Üçgen Çizimi

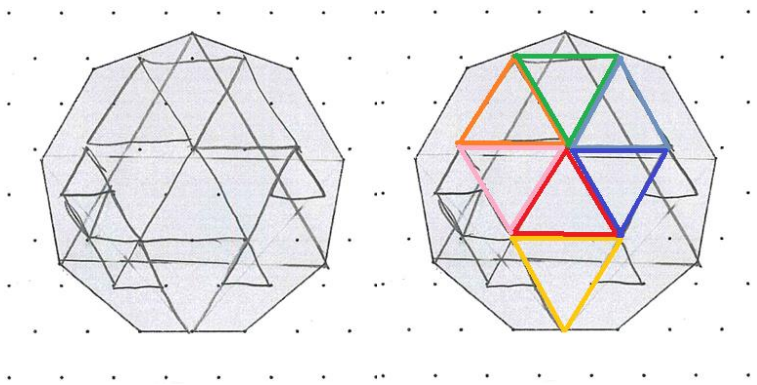


Araştırmacı **:** Tamam güzel. Tamam güzel. Tamam

Ramazan **:** Şurası şu mu? Neyse. (Kenar uzunluğu 2 birim olan eşkenar üçgenleri çizdi)

Görsel 3.3.2.8

Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Kenarı 2 Birim Olan Eşkenar Üçgenler Çizimi

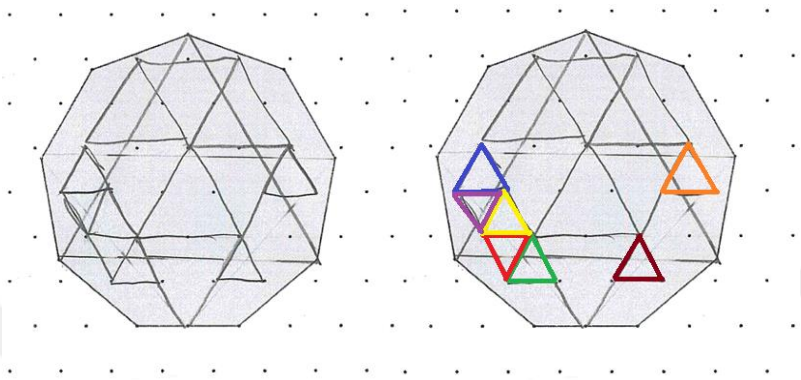


Araştırmacı : Anladım ben sıkıntı yok tamam. Daha küçüğü çizilebilir mi mesela?

Ramazan : Ha şunu çiziyorum evet. Sonra şu var. (Kenar uzunluğu 1 birim olan eşkenar üçgenleri çizdi.)

Görsel 3.3.2.9

Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Kenarı 1 Birim Olan Eşkenar Üçgenler Çizimi



Araştırmacı : Tamam gayet güzel epeyce bulduk başka eklemek istediğin var mı?

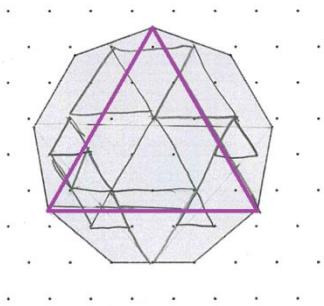
Ramazan : Yok hocam

Araştırmacı : Tamam şunu bir çizelim ama şu ilk başta çizdiğini, tamam bu kıymetli çünkü o pek görülen bir şey değil çünkü.

Ramazan :(İlk çizdiği eşkenar üçgenin üstünden geçti)

Görsel 3.3.2.10

Ramazan'ın Düzgün Dokuzgenin İçerisine Yerleştirdiği Köşelerden Geçen Eşkenar Üçgen Çizimi



Araştırmacı : Tamamdır. Güzel.

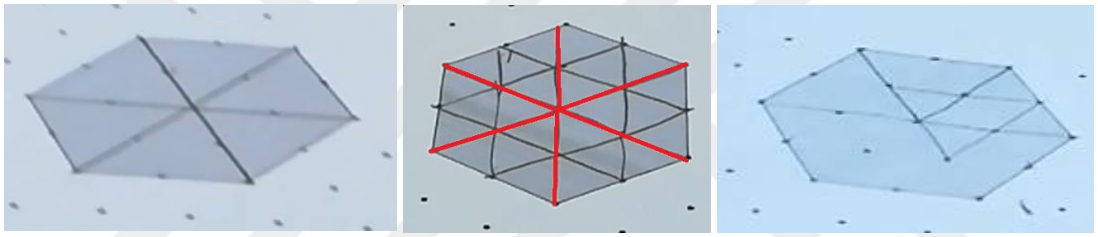
Düzgün dokuzgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili Araştırmacı ve Ramazan arasındaki görüşme dökümü incelendiğinde, Ramazan'ın üç farklı büyüklükte eşkenar üçgen yerleştirdiği görülmektedir. Öncelikle dokuzgenin köşelerini kullanarak Görsel 3.3.2.5'teki gibi bir eşkenar üçgen elde eden Ramazan, bu üçgene benzer başka üçgenler

çizmek istemiş ama başarılı olamamıştır (Görsel 3.3.2.6). Ardından izometrik kâğıdın noktalarını kullanarak kenar uzunluğu 2 birim olan Görsel 3.3.2.7'teki gibi eşkenar üçgen çizen Ramazan, bu üçgenlere benzer başka üçgenler daha çizmiştir (Görsel 3.3.2.8). Araştırmacının "daha küçük eşkenar üçgenler çizilebilir mi?" şeklindeki yönlendirmesi ile kenar uzunluğu 1 birim olan eşkenar üçgenleri de çizerek çizimini tamamlamıştır (Görsel 3.3.2.9).

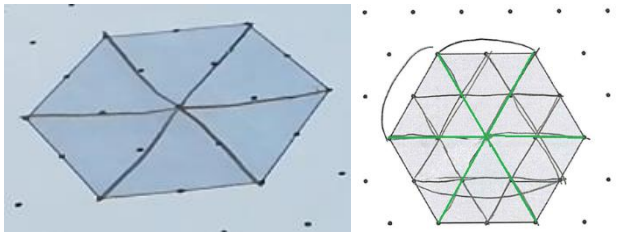
Düzgün altıgenin bir kenarını ve merkezini kullanarak eşkenar üçgen yerleştirme ile ilgili Tablo 3.3.4 incelendiğinde tüm öğrencilerin düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirebildikleri görülmüştür. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.2.11'de sunulmuştur.

Görsel 3.3.2.11

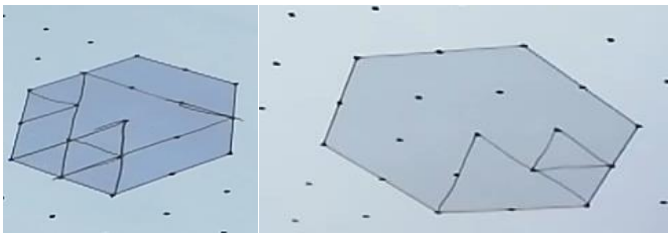
Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgenin İçerisine Yerleştirdiği Eşkenar Üçgen Çizimleri



(a) (b) (c)



(d) (e)

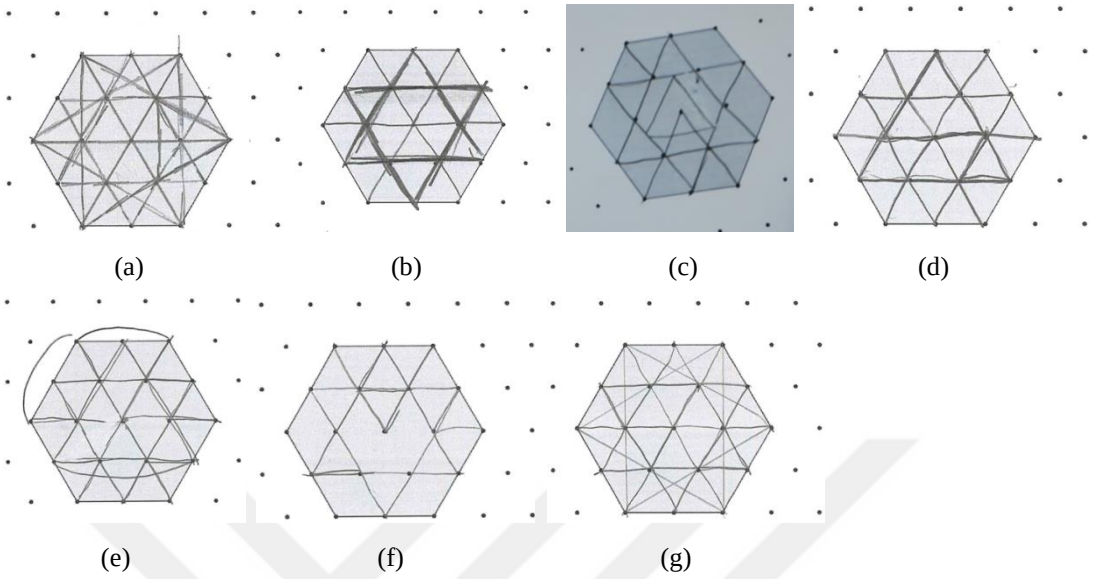


(f) (g)

Düzgün altıgenin içini eşkenar üçgenlerle süsleme ile ilgili Tablo 3.3.4 incelendiğinde tüm öğrencilerin düzgün altıgenin içini eşkenar üçgenlerle kaplayabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.2.12'te sunulmuştur.

Görsel 3.3.2.12

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgenin İçerisini Eşkenar Üçgenlerle Süsleme Çizimleri



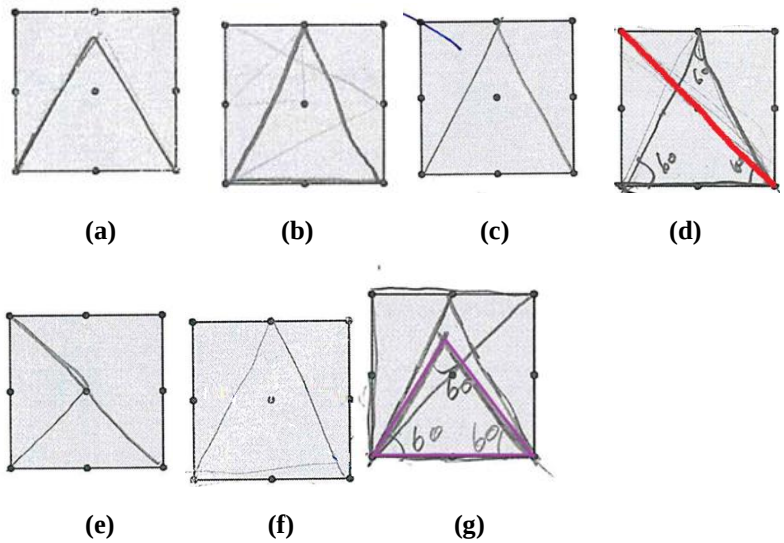
(a) (b) (c) (d)

(e) (f) (g)

Karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta bir eşkenar üçgen oluşturma ile ilgili Tablo 3.3.4 incelendiğinde öğrencilerden ikisinin (Naz ve Eylül) eşkenar üçgeni oluşturabildiği görülmektedir. Diğer öğrencilerin noktalı kâğıttaki işaretli noktalara yani karenin üzerindeki ve içindeki işaretli noktalara odaklandıkları; sadece bu noktalar aracılığıyla eşkenar üçgenin çizilebileceğini düşündükleri saptanmıştır. Öğrencilerin, karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta bir eşkenar üçgen oluşturma çizimleri Görsel 3.3.2.13'te sunulmuştur.

Görsel 3.3.2.13

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Karenin İçine Eşkenar Üçgen Çizimleri



(a) **(b)** **(c)** **(d)**

(e) **(f)** **(g)**

Naz çeşitli denemelerden sonra eşkenar üçgeni cetvel kullanarak çizmiştir. Eylül ise karenin bir kenarı ile karenin üst kenarının orta noktasını birleştirerek oluşturduğu üçgenin eşkenar üçgen olmadığını söylemiştir. Araştırmacının yönlendirmesi ile Eylül eşkenar üçgeni çizmiştir. Araştırmacı ve Eylül arasında, karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta bir eşkenar üçgen oluşturma ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi bunun (karenin) içerisine kenar uzunluğu karenin kenar uzunluğu ile aynı olacak şekilde bir eşkenar üçgen çizeceğiz. Karenin bir kenar uzunluğu kaç birim?

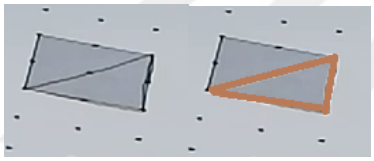
Eylül **:** Bir, iki.

Araştırmacı **:** İki birim olacak bir eşkenar üçgen çizeceğiz ama eşkenar olacak çizilebilir mi çizilebilirse çizelim çizilemez ise çizilemez diyelim

Eylül **:** İkizkenar değil mi yok eşkenar.

Görsel 3.3.2.14

Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi Denemesi



Araştırmacı **:** Eşkenar olabilmesi için tüm kenarların eşit olması lazım değil mi?

Eylül **:** Evet ama burası eşit mi değil galiba? Burası (karenin köşegeni) ile burası (karenin bir kenarı) eşit değil. (Görsel3.3.2.14'teki karenin köşegeni ve karenin iki kenarı ile oluşan üçgen

Araştırmacı **:** Şurası ile şurası eşit mi? (Görsel3.3.2.14'teki üçgenin, kare ile çakışan iki kenarların uzunluğunu sordu).

Eylül **:** Eşit.

Araştırmacı **:** Ama şurası ile şurası eşit mi? (Köşegen ile üçgenin kare ile çakışan kenarların uzunluğunu sordu).

Eylül **:** Eşit değil.

Araştırmacı **:** O zaman bu ikizkenar olur ama eşkenar olmaz değil mi?

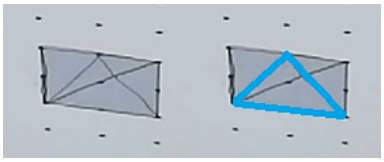
Eylül **:** Evet. (İkizkenar olur).

Araştırmacı **:** Başka türlü çizilebilir mi bir bak bakalım. Karenin dört kenarı eşit. Çizdiğini silebilirsin ya da nasıl istersen üstüne de çizebilirsin mesela ikinci çizdiğin olur mu böyle bir eşkenar üçgen olur mu?

Eylül : Olur. Böyle şurası eşit mi eşit galiba burası (karenin bir kenarı ile karşı kenarının orta noktasının birleşimi ile oluşan Görsel 3.3.2.15'teki üçgenin kenarları ile ilgili).

Görsel 3.3.2.15

Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi Denemesi



Araştırmacı : Şurası ile şurası (üçgenin yan kenarları) birbirine eşit gibi duruyor.

Eylül : Evet.

Araştırmacı : Peki aşağısı (üçgenin taban kenarı) bunlara eşit midir?

Eylül : Olabilir zaten iki birim ya orası

Araştırmacı : Burası iki birim o zaman şuralarda (üçgenin yan kenarları) mı iki birim?

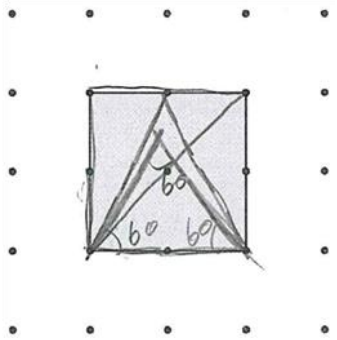
Eylül : Evet, olmaz mı? Ama eşit değil ki. Burası daha uzun gibi sanki.

Araştırmacı : Evet orası daha uzun, o zaman orayı nasıl çizmek lazım? Daha kısa çizmek lazım. Çizilebilir mi? İllaki noktalardan değil şeklin içinden de çizebilirsin.

Eylül : Şöyle çizdik.

Görsel 3.3.2.16

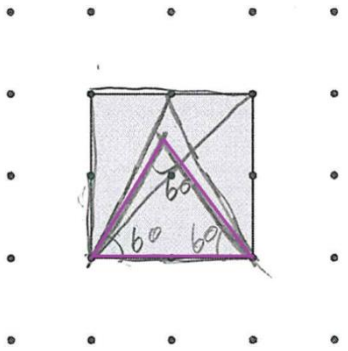
Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi



Araştırmacı : O zaman en son çizdiğin şurası diyorsun değil mi?

Görsel 3.3.2.17

Eylül'ün Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi



Eylül **:** Evet.

Araştırmacı **:** O zaman bir daha üzerinden gider misin en son çizdiğin kısmın tamam o eşkenar üçgen ise onun araları ne kadar olacak?

Eylül **:** 60°

Araştırmacı **:** Tamam onu da yaz o zaman 60°, 60°, 60° tamam.

Araştırmacı ve Eylül arasındaki görüşme dökümü incelendiğinde, Eylül'ün ilk çizim denemesinde karenin köşegenini kullanarak bir üçgen çizdiği görülmektedir (Görsel 3.3.2.14). Ancak Eylül bu üçgenin ikizkenar üçgen olduğunu fark etmiştir. İkinci denemesinde de karenin üst kenarının orta noktası ile karenin tabanını birleştirerek Görsel 3.3.2.15'teki gibi üçgen çizen Eylül, bu üçgenin eşkenar üçgen olmadığını yandaki kenarlarının 2 birimden daha uzun olduğunu söylemiştir. Bu noktada yan kenarların daha kısa çizilebileceğini söyleyen Araştırmacının yönlendirmesi ile Eylül, Görsel 3.3.2.15'teki gibi eşkenar üçgeni çizebilmiştir.

Karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta bir eşkenar üçgen çizen diğer öğrenci Naz ile Araştırmacı arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi gelelim şuna. Senden karenin içerisine kenar uzunluğu karenin kenar uzunluğuna eşit yani 2 birim olan bir eşkenar üçgen yerleştirmeni istiyorum.

Naz **:** Tam 2 birim olmuyor ama hocam.

Görsel 3.3.2.18

Naz'ın Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi Denemesi

Araştırmacı : İşte 2 birim olacak şekilde nasıl çizeriz? Karşı kenara değdirdiğimizde o bir eşkenar üçgen oluyor mu?

Naz : Hayır ikizkenar.

Araştırmacı : Olmuyor şu kenarlar mı büyük yoksa şu kenar mı büyük?

Naz : Şu kenarlar (yandaki ikiz kenarlar).

Araştırmacı : O kenarlar daha büyük olmuş evet. Yani o kenarlar daha küçük olacak şekilde eşkenar üçgen çizebilir miyiz? Noktalardan bağımsız olabilir.

Naz : Noktalardan bağımsız?

Araştırmacı : Yani illaki şu noktalar üst üste gelecek diye bir kaide yok tamam mı eşkenar üçgen çizerken.

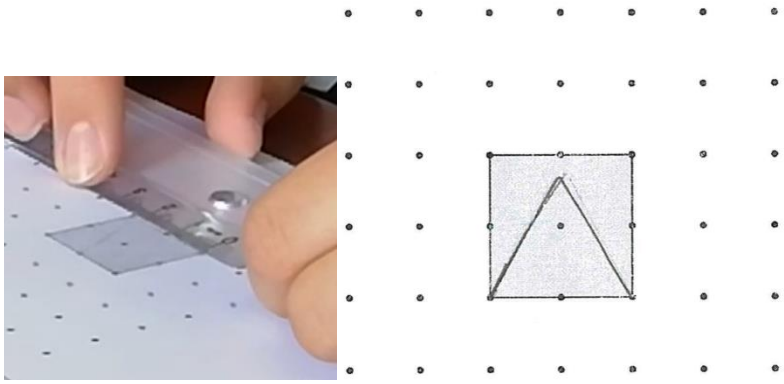
Naz : Tamam hocam. Cetvelle uzunluğunu ölçüp yapsam olur mu hocam?

Araştırmacı : Yap olur. Sonuçta elinde malzemen var dediğin gibi de olur yani.

Naz : Şöyle oluyor hocam. (Cetvel yardımıyla karenin içine kare ile aynı kenar uzunluğuna sahip eşkenar üçgen çizdi).

Görsel 3.3.2.19

Naz'ın Karenin İçine Karenin Kenar Uzunluğuna Eşit Uzunlukta Eşkenar Üçgen Çizimi



(a) (b)

Araştırmacı : Tamam güzel çünkü diyorsun ki şu kenarlar eğer karşıya değerse o zaman o kenar uzunluğu daha uzun olmuş oluyor yani eşkenar üçgen olmuş olmuyor o zaman hangi üçgen olmuş oluyor?

Naz : İkizkenar üçgen oluyor

Araştırmacı : İkizkenar üçgen olmuş oluyor ama birazcık daha aşağıya çizersek o zaman eşkenar üçgen çizilmiş oluyor. Harika.

Araştırmacı ve Naz arasındaki görüşme dökümü incelendiğinde, Naz'ın ilk çizim denemesinde karenin üst kenarının orta noktası ile karenin tabanını birleştirerek Görsel 3.3.2.18'teki gibi bir üçgen çizdiği görülmektedir. Ancak Naz bu üçgenin eşkenar üçgen olmayacağını, yan kenar uzunluklarının daha büyük olduğunu ve çizilen üçgenin bir ikizkenar üçgen olacağını söylemiştir. Yan kenarların daha küçük çizilip çizilemeyeceğini soran Araştırmacıdan sonra Naz cetvel kullanarak çizmeyi düşünmüştür. Araştırmacıdan cetvel kullanma izini alan Naz, karenin bir kenar uzunluğunu ölçerek en sonunda eşkenar üçgeni çizmiştir (Görsel 3.3.2.19b).

Karenin içine karenin kenar uzunluğuna eşit uzunlukta bir eşkenar üçgeni doğru oluşturamayan öğrencilerin çizimleri incelendiğinde Görsel 3.3.2.13b'deki gibi çizim denemesinde bulunan Ramazan, çizim denemesinde elde ettiği üçgenin bir eşkenar üçgen olmadığını, bir ikizkenar üçgen olduğunu, ikiz kenarların uzunluklarının ise taban uzunluğundan daha fazla olduğunu belirtmiştir. Görsel 3.3.2.13c'dekigibi çizim denemesinde bulunan Dilber ve Görsel 3.3.2.13f'dekigibi çizim denemesinde bulunan Teslime de Ramazan'la aynı görüştedirler. Görsel 3.3.2.13e'dekigibi çizim denemesinde bulunan Hatice ise, çizim denemesinde elde ettiği üçgenin bir eşkenar üçgen olmadığını, bir ikizkenar üçgen olduğunu, ikiz kenarların uzunluklarının ise taban uzunluğundan daha az olduğunu belirtmiştir. Ramazan, Dilber, Teslime ve Hatice izometrik kâğıdın noktalarına odaklandıkları için noktalardan bağımsız olacak şekilde eşkenar üçgenin üçüncü köşesinin yerini tespit edememişlerdir. Bu öğrencilere göre karenin içine karenin kenar uzunluğu ile aynı kenara sahip eşkenar üçgen çizilememektedir. Görsel 3.3.2.13d'deki gibi çizim yapan Vedat karenin taban kenarı ile karenin üst kenarının orta noktasını birleştirerek eşkenar üçgen oluşturduğunu düşünmektedir. Vedat'ın geometrik olarak mümkün olmayan imkânsız çizim yaptığı söylenebilir.

3.3.3 Çokgen Oluşturma / Çizme

Son görüşmelerde örüntü bloklarından sadece eşkenar üçgenler yardımıyla hangi çokgenler oluşturulabileceğinin ve izometrik kâğıda eşkenar üçgenlerle hangi çokgenlerin çizilebileceğinin sorgulandığı kısımda öğrencilerin yanıtları Tablo 3.3.6'da sunulmuştur.

Tablo 3.3.6.

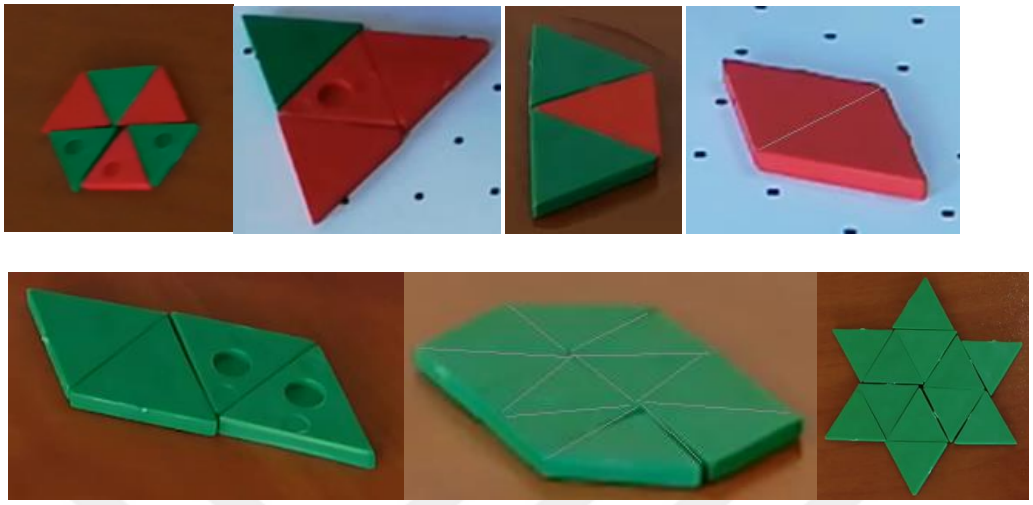
Odak Öğrencilerin Eşkenar Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda Eşkenar Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Son Bilgileri

	Eşkenar üçgenlerle,	**İzometrik kâğıda,**
Eşkenar Üçgenlerle Çokgen Oluşturma (Örüntü Blokları ile) ve İzometrik Kâğıda Çizme	Düzgün altıgen oluşturma (R, D, V, H, T, E)	Düzgün altıgen çizme (N, R, D, V, H, T, E)
	Daha büyük eşkenar üçgen oluşturma (N, R, V, E)	Büyük eşkenar üçgen çizme (N, R V, E)
	Yamuk oluşturma (N, R, D, V, H, T)	Yamuk çizme (N, R, D, V, H, T)
	Eşkenar dörtgen oluşturma (N, R, T, E)	Eşkenar dörtgen çizme (N, R, T, E)
	Paralelkenar oluşturma (N, R, D)	Paralelkenar çizme (N, D)
	Düzgün olmayan altıgen oluşturma (N, D)	Düzgün olmayan altıgen çizme (-)
	Altı köşeli yıldız oluşturma(E)	Altı köşeli yıldız çizme(E)

Tablo 3.3.6 incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğu ilk olarak eşkenar üçgen örüntü blokları ile düzgün altıgen oluşturmuşlar ve izometrik kâğıda çizebilmişlerdir. Devamında öğrencilerin eşkenar üçgen bloklarla farklı geometrik şekiller oluşturdukları da saptanmıştır. Dört öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat ve Eylül) eşkenar üçgen blokları ile daha büyük bir eşkenar üçgen oluşturmuş, altı öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime) yamuk oluşturmuş, dört öğrenci (Naz, Ramazan, Teslime ve Eylül) eşkenar dörtgen oluşturmuş, üç öğrenci (Naz, Ramazan ve Dilber) ise paralelkenar oluşturmuş ve bu öğrenciler oluşturdukları şekilleri izometrik kâğıda çizebilmişlerdir. Örüntü blokları ile paralelkenar oluşturan iki öğrenci (Naz ve Dilber) düzgün olmayan altıgen de oluşturmuş ancak izometrik kâğıda çizim yapmamışlardır. Sadece bir öğrenci (Eylül) altı köşeli yıldız oluşturmuş ve izometrik kâğıda çizebilmiştir (Görsel 3.3.3.1 ve Görsel 3.3.3.2).

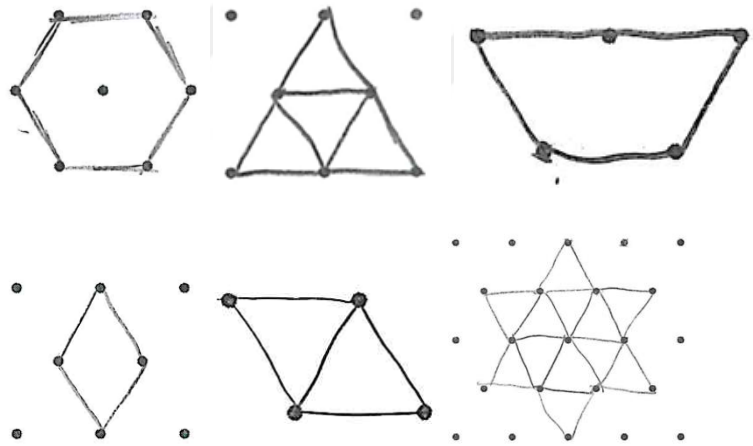
Görsel 3.3.3.1

Dilber, Vedat, Hatice, Teslime, Ramazan, Naz, Eylül'ün Örüntü Bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri



Görsel 3.3.3.2

Naz, Ramazan, Vedat, Teslime, Dilber ve Eylül'ün Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgenlerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



Araştırmacı ile Eylül arasında, örüntü bloklarındaki **eşkenar üçgenler yardımıyla çokgen oluşturma** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı	**:** Tamam eşkenar üçgenler ile sadece eşkenar üçgenlerle biz hangi çokgenleri oluşturabiliriz bunu soruyor
Eylül	**:** Altıgen.
Araştırmacı	**:** Evet altıgen mesela altıgenle başlayacağız
Eylül	**:** Altıgen (Görsel 3.3.3.3a ve Görsel 3.3.3.4a)
Araştırmacı	**:** Tamam o zaman şuraya yazalım "altıgen" sonra onunda şekli zaten orada mevcut, o altıgen düzgün mü değil mi?
Eylül	**:** Düzgün.

Araştırmacı **:** Tamam o zaman başına düzgünün d sini yazabilir misin? O ne şekli mesela bu daha büyük bir üçgen ama nasıl bir üçgen?

Eylül **:** Eşkenar (Görsel 3.3.3.3b ve Görsel 3.3.3.4b)

Araştırmacı **:** Daha büyük bir eşkenar üçgen onunda çizimini, altıgeni çizmemişiz şuraya.

Eylül **:** Çizeyim mi?

Araştırmacı **:** Altıgeni çizelim şuraya, tamamdır üçgeni de çizelim sonra başka varsa onları da çizelim. Ne yaptın ne çizdin başka?

Eylül **:** Üçgeni çizdim

Araştırmacı **:** Tamam, mesela o oluşturduğun şekil bir çokgen mi?

Eylül **:** Eşkenar üçgen pardon eşkenar dörtgen (Görsel 3.3.3.3c ve Görsel 3.3.3.4c).

Araştırmacı **:** Tamam hemen onu da yaz o zaman. Bir geometrik şekle çalışıyorsun sanırım.

Eylül **:** Evet onikigen oluşturmaya çalışıyorum (Görsel 3.3.3.3d ve Görsel 3.3.3.4d).

Araştırmacı **:** Tamam altı köşeli yıldız yani onikigen oluşturmaya çalışıyorsun.

Eylül **:** Evet

Araştırmacı **:** Tamam yaz oraya o zaman altı köşeli yıldız yani onikigen altı köşeli yıldız yani onikigen onun da fotoğrafını çekiyorum onu çizebilirsen buraya hemen çiz

Eylül **:** Böyle eşit olmuyor, olmadı

Araştırmacı **:** Bu şekil olmadı ama bak

Eylül **:** Nasıl?

Araştırmacı **:** Tamam oldu iki dört altı, altı köşeli. Başka var mı? Eşkenar dörtgen demiştin onu çizmemişsin ama onu da çiz.

Eylül **:** Eşkenar dörtgeni unutmuşum.

Araştırmacı **:** Ekleyeceğin var mı?

Eylül **:** Yok.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Eylül'ün sadece eşkenar üçgen bloklarla öncelikle düzgün altıgen oluşturduğu görülmektedir (Görsel 3.3.3.3a). Ayrıca 4 eşkenar üçgenle daha büyük bir eşkenar üçgen de oluşturmuştur (Görsel 3.3.3.3b). Eylül sadece iki eşkenar üçgeni birer kenarından çakıştırarak eşkenar dörtgen oluşturmuştur (Görsel 3.3.3.3c). Son olarak onikigen oluşturmaya çalıştığını söyleyen Eylül altı köşeli yıldız yani onikigeni eşkenar üçgen örüntü blokları ile oluşturmuştur (Görsel 3.3.3.3d). Somut materyal yardımıyla çokgen oluşturan Eylül eşkenar üçgenler yardımıyla 4 farklı çokgen oluşturabilmiştir.

Görsel 3.3.3.3

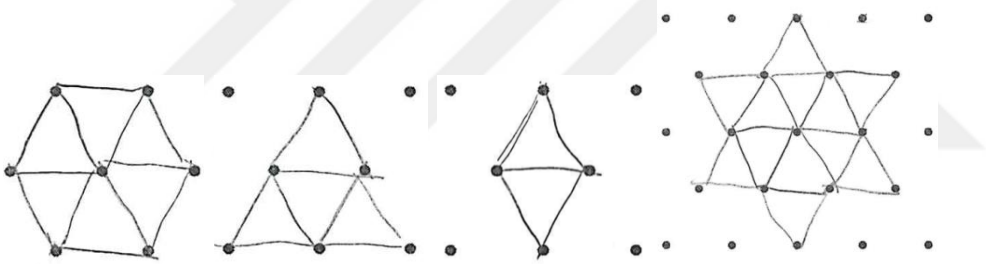
Eylül'ün Örüntü Bloklarındaki Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri

(a) (b) (c) (d)

Eylül, izometrik kâğıda eşkenar üçgenler yardımıyla çokgen çizerken de öncelikle düzgün altıgen (Görsel 3.3.3.4a) daha sonra büyük bir eşkenar üçgen (Görsel 3.3.3.4b), eşkenar dörtgen (Görsel 3.3.3.4c) ve altı köşeli yıldız (Görsel 3.3.3.4d) çizmiştir. Eylül eşkenar üçgenler yardımıyla izometrik kâğıda 4 farklı çokgen çizebilmiştir. Altı köşeli yıldız, odak öğrencilerden sadece Eylül'ün cevaplarında bulunmaktadır.

Görsel 3.3.3.4

Eylül'ün Eşkenar Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerinin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c) (d)

Son görüşmelerde örüntü bloklarından **sadece ikizkenar dik üçgenler** yardımıyla hangi çokgenler oluşturulabileceğinin ve noktalı kâğıda ikizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenlerin çizilebileceğinin sorgulandığı kısımda öğrencilerin yanıtları Tablo 3.3.7'de sunulmuştur.

Tablo 3.3.7

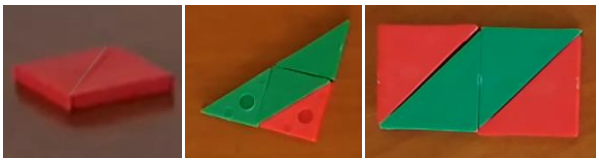
Odak Öğrencilerin İkizkenar Dik Üçgen Örüntü Blokları ile Çokgen Oluşturma ve İzometrik Kâğıda İkizkenar Dik Üçgenlerle Çokgen Çizme ile İlgili Son Bilgileri

	İkizkenar Dik Üçgenlerle;	**Noktalı kâğıda;**
İkizkenar Dik Üçgenlerle Çokgen Oluşturma (Örüntü Blokları ile) ve Noktalı Kâğıda Çizme	Kare oluşturma (N, R, V, D, H, T, E)	Kare çizme (N, R, V, D, H, T, E)
	Büyük ikizkenar dik üçgen oluşturma (N, R, T)	Büyük ikizkenar dik üçgen çizme (N, R, T)
	Dikdörtgen oluşturma (N, R, D, V, H, T, E)	Dikdörtgen çizme (N, R, D, V, H, T, E)
	Altıgen oluşturma (N, D)	Altıgen çizme (N, D)
	Paralelkenar oluşturma (N, R, V)	Paralelkenar çizme (N, R, V)
	Eşkenar dörtgen oluşturma (D, V, T)	Eşkenar dörtgen çizme (D, V, T)
	Daha büyük kare oluşturma (V, H, E)	Daha büyük kare çizme (E)
	Beşgen oluşturma (D)	Beşgen çizme (D)
	Yamuk oluşturma (R, T)	Yamuk çizme (R, T)

Tablo 3.3.7incelendiğinde öğrencilerin tamamının ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile öncelikle kare oluşturduğu ve noktalı kâğıda çizdiği görülmektedir. Ardından öğrencilerin tamamı ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile dikdörtgen oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir. İkizkenar dik üçgen örüntü blokları ile üç öğrencinin (Naz, Ramazan ve Teslime) daha büyük bir ikizkenar dik üçgen oluşturduğu ve noktalı kâğıda çizdiği görülmektedir. Öğrencilerden ikisi (Naz ve Dilber) altıgen oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir. Üç öğrenci (Naz, Ramazan ve Vedat) paralelkenar oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir. Öğrencilerden üçü (Dilber, Vedat ve Teslime) eşkenar dörtgen oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir. Üç öğrenci (Vedat, Hatice ve Eylül) daha büyük bir kare oluşturmuştur ancak bunlardan sadece bir öğrenci (Eylül) noktalı kâğıda çizim yapmıştır. Sadece bir öğrenci (Dilber) beşgen oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir. İki öğrenci (Ramazan ve Teslime) ise ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile yamuk oluşturmuş ve noktalı kâğıda çizmiştir.

Görsel 3.3.3.5

Dilber, Ramazan, Teslime, Naz, Vedat, Teslime, Hatice, Dilber ve Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri



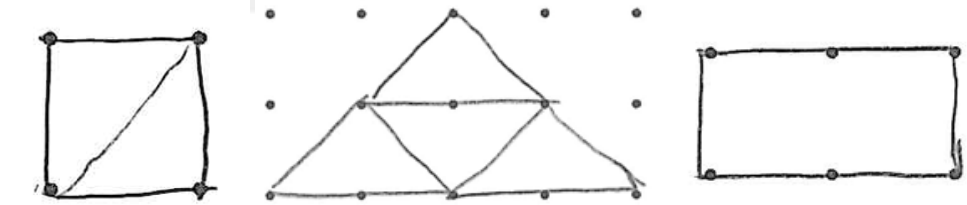
(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

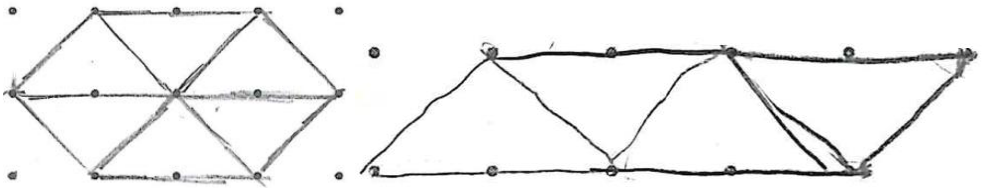
(g) (h) (i)

Görsel 3.3.3.6

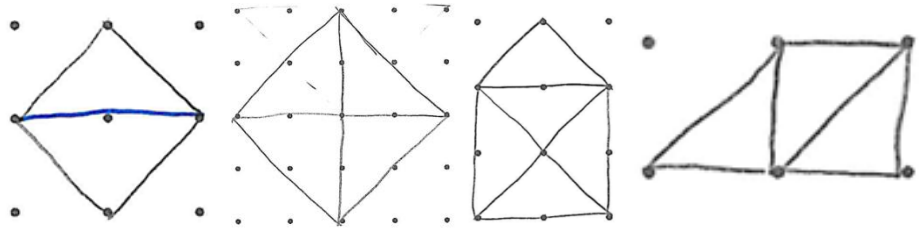
Dilber, Ramazan, Teslime, Naz, Vedat, Teslime, Hatice, Dilber ve Ramazan'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c)



(d) (e)



(f) (g) (h) (i)

Araştırmacı ile Ramazan arasında, örüntü bloklarındaki **ikizkenar dik üçgenler yardımıyla çokgen oluşturma** ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de aynı işlemi bu defa dik üçgenlerle yapacağız **ikizkenar dik üçgenlerle**. Ben sana söyle getiriyorum malzemeyi ikizkenar dik üçgenlerle acaba hangi çokgenler oluşturulabilir? Önce ona bir bakmanı istiyorum. O şeklimiz ne?

Ramazan **:** Kare (Görsel 3.3.3.7a).

Araştırmacı **:** Kare oluşturulabilir dedin.

Ramazan **:** Evet.

Araştırmacı **:** Onu noktalı kâğıda çizebilir miyiz? Tamam, başka ne olur acaba çokgen oluşturmaya çalışıyoruz.

Ramazan **:** Evet (Görsel 3.3.3.8a).

Araştırmacı **:** Onun ortasına da bir şekil koysak o zaman ne olmuş oluyor?

Ramazan **:** Üçgen hocam ama eşkenar olmuyor (Görsel 3.3.3.7b)

Araştırmacı **:** Açıları nelerdi? İkizkenar dik üçgenlerdi bu senin oluşturduğun da yine ne olur?

Ramazan **:** Üçgen

Araştırmacı **:** Üçgen ama nasıl bir üçgen? Dik üçgen mi?

Ramazan **:** İkizkenar üçgen

Araştırmacı **:** Dik üçgen mi?

Ramazan **:** Evet (Görsel 3.3.3.8b).

Araştırmacı **:** Evet hem dik üçgen hem de ikizkenar dik üçgen onu da yazalım o zaman ikizkenar dik üçgen diyelim. Tamam, harika teşekkür ederiz güzel başka ne oluşturabiliriz bir düşün bakalım. Mesela o şekilde bir şey çizilir mi acaba?

Ramazan **:** Dik yamuk olur (Görsel 3.3.3.7c ve Görsel 3.3.3.8c).

Araştırmacı **:** Tamam güzel yaz onu o zaman dik yamuk. Tamam, güzel harika başka var mı acaba ön görüşme de bir şekil daha yapmışsın bir düşün bakalım.

Ramazan **:** Paralel kenar da oluyor (Görsel 3.3.3.7d ve Görsel 3.3.3.8d).

Araştırmacı **:** Tamam yazalım paralelkenar harikasın. Evet, bir şekil daha hadi bakalım.

Ramazan **:** Dikdörtgen (Görsel 3.3.3.7e ve Görsel 3.3.3.8e).

Araştırmacı **:** Güzel onu da yazalım dikdörtgen. Bir düşün başka da bulursun belki. Tamam, var mı başka?

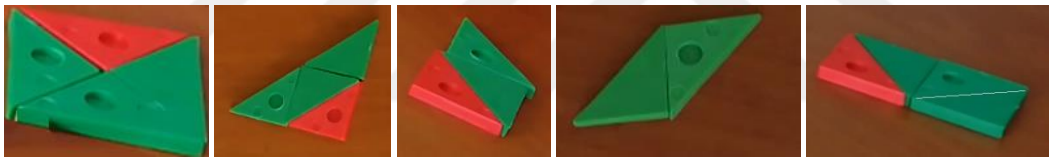
Ramazan **:** Başka yok.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Ramazan'ın öncelikle ikizkenar dik üçgen örüntü bloklarının dört tanesi ile kare oluşturduğu (Görsel 3.3.3.7a) ve noktalı kâğıda çizdiği (Görsel 3.3.3.8a) görülmektedir. Ramazan yine ikizkenar dik üçgen örüntü bloklarının dördü ile daha büyük bir ikizkenar dik üçgen oluşturmuş (Görsel 3.3.3.7b) ve noktalı

kâğıda çizmiştir (Görsel 3.3.3.8b). Oluşturduğu şeklin adını da Araştırmacının yönlendirmesi ile "İkizkenar dik üçgen" şeklinde söylemiştir. Son oluşturduğu büyük ikizkenar dik üçgenden bir bloğu çıkararak dik yamuk oluşturan (Görsel 3.3.3.7c) Ramazan sonrasında dik yamuğu noktalı kâğıda çizmiştir (Görsel 3.3.3.8c). Son oluşturduğu dik yamuktan bir bloğu çıkararak paralelkenar oluşturan (Görsel 3.3.3.7d) Ramazan sonrasında paralelkenarı da noktalı kâğıda çizmiştir (Görsel 3.3.3.8d). Ramazan ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile bir müddet denemeler yaptıktan sonra dört blokla bir dikdörtgen oluşturmuş (Görsel 3.3.3.7e) ve noktalı kâğıda çizmiştir (Görsel 3.3.3.8e). Sonuç olarak Ramazan ikizkenar dik üçgen örüntü blokları ile kare, daha büyük bir ikizkenar dik üçgen, dik yamuk, paralelkenar ve dikdörtgen oluşturmuştur. Noktalı kâğıda da kare, daha büyük bir ikizkenar dik üçgen, dik yamuk, paralelkenar ve dikdörtgen çizmiştir. Ramazan ikizkenar dik üçgenler yardımıyla 5 farklı çokgen oluşturup çizimi yapabilmiştir.

Görsel 3.3.3.7

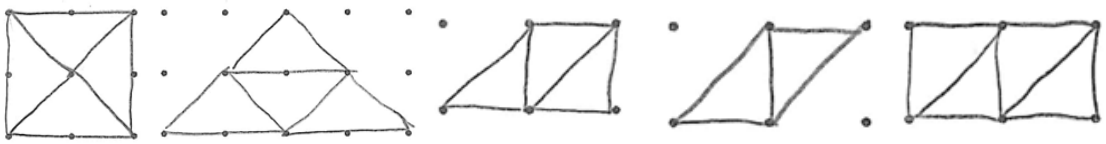
Ramazan'ın Örüntü Bloklarındaki İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örnekleri



(a) (b) (c) (d) (e)

Görsel 3.3.3.8

Ramazan'ın İkizkenar Dik Üçgenlerle Oluşturduğu Çokgen Örneklerin İzometrik Kâğıttaki Çizimleri



(a) (b) (c) (d) (e)

3.3.4 Dönüşümler-1 (Dönüşüm Bilgisi, Yansıma, Öteleme, Simetri)

Son görüşmelerde dönüşümlerle ile ilgili odak öğrencilere "dönüşüm nedir?", "dönüşümlerle ilgili bilginiz var mı?" ve "dönüşüm türleri nelerdir?" soruları sorulmuş ve aşağıdaki cevaplar alınmıştır.

Naz : Süslemeyi oluşturabilmek için yapmış olduğumuz işlemlerdir. Yansıma, öteleme ve döndürme.

Ramazan : Süslemeyi çoğaltmaya yarıyor. Yansıma, öteleme. Bir de? (Döndürmeyi hatırlayamadı.)

Dilber : Çoğaltma. Çoğaltma biçimi yani yöntemleri. Yansıma, öteleme, döndürme, ötelemeli yansıma.

Vedat : Yansıma, döndürme ve öteleme. Dönüşümler tekrar ediyor. (Süslemeleri) daha kolay bir şekilde yapıyoruz.

Hatice : Bir şekli çoğaltmaya yardım eden araçlar ya da unsurlardır. Yansıma, öteleme, döndürme, vektör ile öteleme.

Teslime : Şekillerde süslemelerde kullanılır. Yansıma, öteleme, döndürme ile şekilleri çoğaltırız.

Eylül : Dönüşümler süslemedeki tekrar birimini çoğaltmamızı sağlayan metotlardır. Yansıma, öteleme, döndürme, ötelemeli yansıma.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, tüm öğrencilerin dönüşüm kavramını süslemelerle ilişkilendirerek açıkladığı görülmektedir. Eylül'e göre dönüşümler süslemedeki tekrar birimini çoğaltmayı sağlayan metotlardır. Dilber'e göre ise dönüşüm türleri yansıma, öteleme, döndürme ve ötelemeli yansımadır.

Son Görüşmelere dönüşüm ile ilgili sorularda öğrencilerin yansıma, öteleme, süsleme ve simetri kavramları ile ilgili bilgileri sorgulanarak devam edilmiştir. Odak öğrencilere bu kavramların ne olduğu sorulmuş ve örnek vermeleri istenmiştir. Öğrencilerin örnek uygulama çizimleri ile yanıtları Tablo 3.3.8'deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 3.3.8

Odak Öğrencilerin Dönüşümlerle İlgili Son Bilgileri

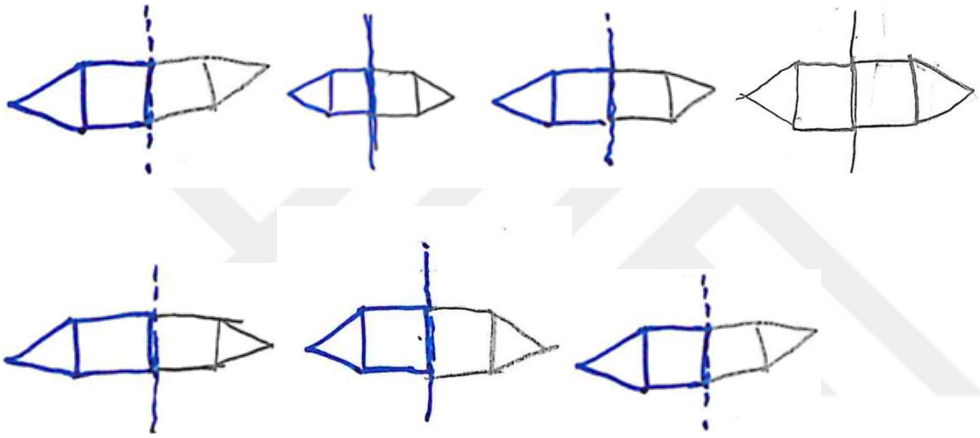
Dönüşümler	Yansıma	Tanımlama	Doğru tanım bilgisi (H, T)
		Özelliklerini belirleme	Yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün yönünü doğru belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
			Görüntünün yansıma doğrusuna uzaklığını doğru belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
			Yansıma dönüşümünde eşliği koruma (N, R, D, V, H, T, E)
		Hatalar	Yansıma dönüşümünü öteleme dönüşümü gibi çizme (-)
	Öteleme	Tanımlama	Doğru tanım bilgisi (-)
			İnformal tanım yapma (N, R, D, V, H, T, E)
		Özelliklerini belirleme	Esas şekil ile görüntünün boyutu ve yönü korunur (N, R, D, V, H, T, E)
		Hatalar	Esas şekildeki en yakın noktayı referans alarak hatalı öteleme yapma (V, D, H)
	Süsleme	Tanımlama	Doğru tanımlama (N, R, D, V, T, E)
			Hatalı tanımlama (H)
			Tanımlayamama (-)
		İlişkilendirme	Süsleme örüntü ilişkisi kurma (N, D)
	Simetri	Tanımlama	Tanımladı (R, D)
			Tanımlayamadı (N, V, H, T, E)
		Hatalar	Simetriyi yansıma dönüşümü gibi algılama (N, R, V, H, T, D)
			Simetriyi öteleme dönüşümü gibi algılama (D, E)

Yansıma dönüşümü ile ilgili iki öğrencinin (Hatice ve Teslime) doğru tanım yaptığı diğer öğrencilerin ise örnek üzerinde kısıtlı açıklamalar yaptığı görülmüştür. Hatice'ye göre yansıma dönüşümü bir şekli karşıya (simetri doğrusunun diğer tarafına)aynı şekilde ve sadece yönünü değiştirerek aktarmaktır. Teslime'ye göre ise bir şekil yansıtıldığında şeklin aynısından karşı tarafta (simetri doğrusunun diğer tarafında), yönü değişmiş olarak

ama boyutu aynı kalacak şekilde çoğaltılmasına denir. Hatice ve Teslime dışındaki diğer öğrencilerin ise tanım yapmak yerine örnek üzerinden yansımanın özelliklerini belirttikleri görülmektedir. Örneğin Naz yansıma örneğini doğru bir şekilde çizdikten sonra yansıma görüntüsünün yönünün değiştiğini ama boyutunun aynı kaldığını söylemektedir. Naz'la birlikte diğer tüm öğrencilerin de örnek bir şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerken görüntüsünün yönünü doğru belirledikleri görülmektedir (Görsel 3.3.4.1).

Görsel 3.3.4.1

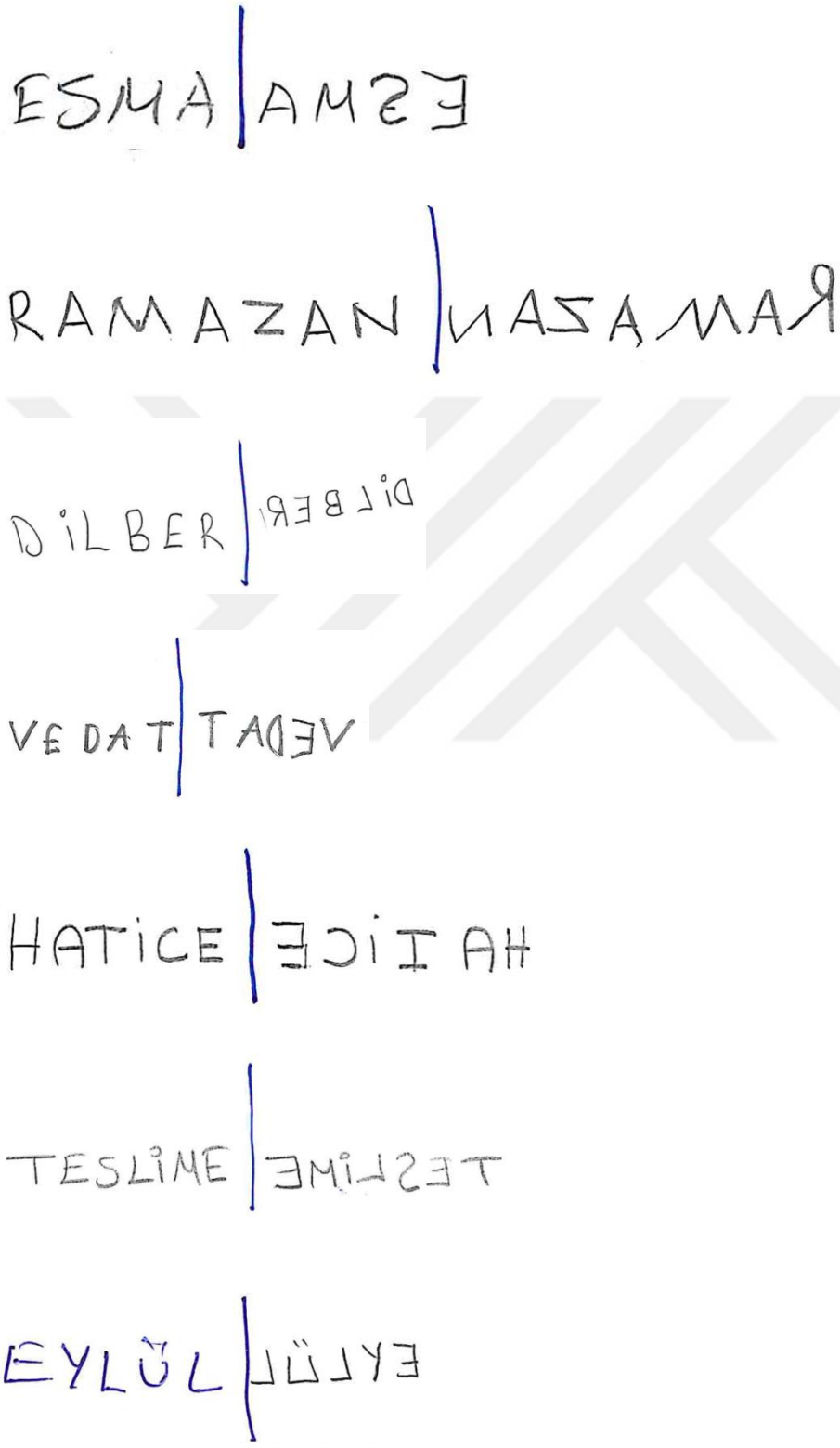
Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



Yansıma dönüşümü ile ilgili Tablo 3.3.8 incelendiğinde öğrencilerin tümünün yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün yansıma doğrusuna dik uzaklığını doğru belirlediği görülmektedir. Öğrenciler Görsel 3.3.4.1'deki çizimlerinde çizgisiz kâğıt kullandığı için buna dikkat etmemiş olsalar da sözlü olarak bu mesafenin aynı olması gerektiğini söylemişlerdir. Ayrıca her bir öğrencinin isminin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme sorusunda da öğrencilerin yansıma doğrusuna uzaklığa dikkat ederek çizim yaptıkları görülmektedir (Görsel 3.3.4.2). Bu soruda öğrencilerin tam olarak yanıtlarının doğruluğundan ziyade yön ve uzaklık ilişkisini kurup kurmadıklarına odaklanılmıştır.

Görsel 3.3.4.2

(Esma)Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün İsimlerinin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



Yansıma dönüşümü ile ilgili Araştırmacı ile Teslime arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı : Şimdi birinci dönüşümümüz **yansıma** hakkında ne söylersin?

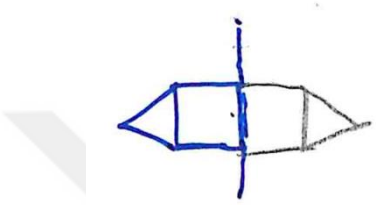
Teslime : Bir şekli yansıttığımızda aynısından karşı tarafta da olur.

Araştırmacı : Tamam o zaman ben şuraya bir şekil çizsem sen onun yansımasını buraya çizebilir misin? Şurada kare ve yanında eşkenar üçgen olsa sen yansımasını şu doğruya göre çizer misin?

Teslime : Şu şekilde.

Görsel 3.3.4.3

Teslime'nin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



Araştırmacı : Bu yansımada ne değişti?

Teslime : Aynısı karşı tarafa da oldu.

Araştırmacı : Şekilde bir değişiklik var mı?

Teslime : Çoğaldı.

Araştırmacı : Şekilde başka bir değişiklik var mı?

Teslime : Yok

Araştırmacı : Yönü değişmemiş mi?

Teslime : Evet o var.

Araştırmacı : Yansımada şeklin yönü değişir. Peki, niye ara verip çizmedin bunu (yansıma görüntüsünü)?

Teslime : Bu bunun şeyi.

Araştırmacı : Evet yansıma doğrusu bu olduğu için. Peki, şekli biraz daha niye büyük çizmedin?

Teslime : Aynısını yansıtıyoruz ya.

Araştırmacı : Yansımada şekil…

Teslime : Büyümez.

Araştırmacı : Toparlayacak olursak, yansımada şeklin boyutu değişmez. Aynı kalır. Sadece yönü değişir. Doğru mudur?

Teslime : Evet sadece şeklin yönü değişiyor.

Araştırmacı : Peki bana büyük harflerle ismini yazar mısın? İsmini şu doğruya göre yansıtsak nasıl bir görüntü çizersin?

Teslime :

Görsel 3.3.4.4

Teslime'nin İsminin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi

Araştırmacı : TESLİME yansıtılınca nasıl görünüyor?

Teslime : Bazıları değişiyor.

Araştırmacı : Hangi harfler onlar?

Teslime : E, S, L, E

Araştırmacı : Bu harflerin neyi değişiyor diyebiliriz?

Teslime : Yönleri.

Araştırmacı : Tamamdır. Var mı eklemek istediğin başka bir şey? Yansıma ile ilgili.

Teslime : Yok.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Teslime'nin yansıma dönüşümünde, esas şekil ile yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün, yönlerinin ters, yansıma doğrusuna eşit uzaklıkta ve aynı büyüklükte olması gerektiğini söylediği görülmektedir.

Yansıma dönüşümü ile ilgili Araştırmacı ile Vedat arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı : Peki **yansıma** dönüşümü için bana ne söylersin?

Vedat : Mesela bir süslemeyi doğru ile yansıtabiliriz.

Araştırmacı : Tamam olabilir. Oraya bize bir örnek yapabilir misin? Mesela bir süsleme çiz yansımasını yap.

Vedat : Normal bir kare çizeyim.

Araştırmacı : Tamam kare çiz. Yanına da şöyle bir üçgen çizmiş olalım. Şimdi ben sen den bunun **yansıması**nı istesem. Hatta şöyle bitişik olsun.

Vedat : Çizer

Görsel 3.3.4.5

Vedat'ın Yansıma Dönüşümü Altındaki Hatalı Görüntü Çizimi

Araştırmacı : Tamam yansıması dibinde mi olmalı yoksa birazcık arası olmalı mı?

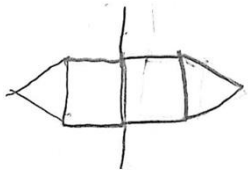
Vedat : Dibinde olmalı.

Araştırmacı : O zaman onu silelim hemen düzeltelim. Hemen dibinde çizelim.

Vedat :

Görsel 3.3.4.6

Vedat'ın Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



Araştırmacı : Büyüklüğü değişiyor mu yansımada?

Vedat : Hayır hocam.

Araştırmacı : Aynı kalıyor. Farkı ne bunun? Bundan buna dönüştürürken yansımada ne değişiyor?

Vedat : Hocam o taraf.

Araştırmacı : Ne değişiyor yani?

Vedat : Yönü değişiyor.

Araştırmacı : Tamamdır o zaman yansımada şeklin sadece yönü değişiyor doğru mudur?

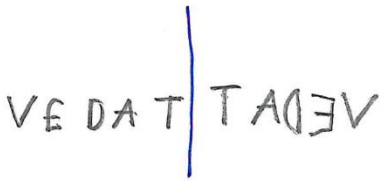
Vedat : Evet hocam.

Araştırmacı : Peki bana büyük harflerle ismini yazar mısın? İsmini şu doğruya göre yansıtsak nasıl bir görüntü çizersin?

Teslime :

Görsel 3.3.4.7

Vedat'ın İsminin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



Araştırmacı : VEDAT yansıtılınca nasıl görünüyor?

Teslime : Ters.

Araştırmacı : Hangi harflerin yönleri ters görünüyor?

Teslime : E ve D.

Araştırmacı : Tamamdır. Yansıma ile ilgili eklemek istediğin başka bir şey var mı?

Teslime : Yok.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Vedat'ın yansımayı süslemelerle ilişkilendirerek açıklamaya çalıştığı görülmektedir. Yansıma dönüşümüne örnek veren Vedat yansıma görüntüsünü yansıma doğrusuna eş uzaklıkta çizmemiştir (Görsel 3.3.4.5). Araştırmacının sorusu ile hatasını anlayan Vedat çizimini düzeltmiş (Görsel 3.3.4.6) ve dönüşümde görüntünün büyüklüğünün korunduğunu ve sadece görüntünün yönünün

değiştiğini söylemiştir. Ayrıca isminin yansıma görüntüsünde E ve D harflerinin yansıma görüntülerinin ters olduğunu da belirtmiştir.

Tablo 3.3.8 incelendiğinde öteleme ile ilgili doğru tanım yapan öğrencinin bulunmadığı görülmektedir. Öğrencilerin tamamı öteleme ile ilgili informal açıklamalar yapmışlardır. Öteleme ile ilgili Naz, Ramazan, Teslime ve Eylül "yer değiştirme"; Dilber "yana kayma"; Vedat ve Hatice "uzaklaşma" ifadelerini kullanmışlardır. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Dilber arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı : Şimdi gelelim ötelemeye. Öteleme ne demektir?
Dilber : Ötelemede şekil yana kayıyor.
Araştırmacı : Diyeyim ki ben sana yine aynı şekli çizsem bu şekli işte sağ tarafa doğru ötelesek, bu şekli bu tarafa doğru örneğin 5 birim ötelesek. (…)

Görsel 3.3.4.8
Dilber'in Sağa 5 Birim Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi

Araştırmacı : Tamam ötelemede ne değişiyor Dilber?
Dilber : Öteleme sadece aynı şekil hiçbir şekilde değişmeden yana kayıyor.
Araştırmacı : Tamam yazalım o zaman ötelemede sadece şekil kayar.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Dilber'in ötelemeyi "yana kayma" şeklinde informal bir dille tanımladığı görülmektedir. Dilber ötelemede şeklin aynı kaldığını yani boyutunun değişmediğini, sadece konumunun değiştiğini söylemektedir.

Öteleme dönüşümünün özellikleri ile ilgili tüm öğrencilerin ötelemede esas şekil ile görüntüsünün boyutunun ve yönünün korunduğunu belirttikleri saptanmıştır. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Tamam, peki **öteleme** ile ilgili ne söylersin? Öteleme ne demektir?
Ramazan **:** Öteleme. Yeri değişiyor.
Araştırmacı **:** Mesela hemen ben aynı şekli şuraya çizeyim sana bu şekli şu sağ tarafa doğru ötele mesela atıyorum beş birim ötelemiş olsak o şekli. Son hali son görüntüsü nasıl olur?
Ramazan **:** Aynı olur.
Araştırmacı **:** Yansımadaki gibi mi olur?
Ramazan **:** Yansımadaki gibi (ters) olmaz aynısı (gibi) gözükür.
Araştırmacı **:** Tamam çizebilir misin oraya, mesela beş birim sağa öteler misin?

Ramazan : Aynısını bir daha görürüz.

Görsel 3.3.4.9

Ramazan'ın Sağa 5 Birim Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi

Araştırmacı : Büyür mü şekil?

Ramazan : Hayır, aynı kalır.

Araştırmacı : Aynı kalır güzel şekil aynı kalır neyi değişmiş oluyor peki bunun?

Ramazan : Yeri değişmiş olur.

Araştırmacı : Şekil aynı kalır sadece yeri değişmiş olur öyle mi?

Ramazan : Evet hocam.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Ramazan'ın ötelemeyi "yeri değişiyor" şeklinde informal bir biçimde açıkladığı görülmektedir. Daha sonra Ramazan öteleme dönüşümü sonrasındaki görüntünün yönünün değişmeyeceğini, aynı kalacağını söylemektedir. Örnek bir öteleme dönüşümü gerçekleştiren Ramazan görüntüyü esas şekilden daha büyük çizmiştir. Bunun üzerine Araştırmacı görüntünün büyüyüp büyümediğini sorması üzerine Ramazan şeklin görüntüsünün aynı kalacağını sözlü olarak ifade etmiş ama çizimini düzeltmemiştir. Ramazan öteleme dönüşümü sonrasında sadece şeklin yerinin değişeceğini bilmektedir.

Görsel 3.3.4.10

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri

Dönüşümlerle ilgili Tablo 3.3.8 incelendiğinde odak öğrencilerin biri hariç (Hatice) tümünün **süsleme** ile doğru tanımlamalar yaptıkları görülmektedir. Bu tanımlar aşağıda sunulmuştur.

Naz : Belirli bir örüntüde oluşturduğumuz şekillerle zemin doldurmak
Ramazan : Arada boşluk kalmayacak şekilde geometrik şekillerin yerleştirilmesidir
Dilber : Arada boşluk kalmayacak şekilde bir alanın kaplanmasıdır.
Vedat : Düzgün bir sıra halinde yapılmış güzel şekillerle yüzey kaplamaktır.
Teslime : Şu şeklin aynısını ara olmadan (boşluk kalmadan) itmek(kaplamak)
Eylül : Aralarında boşluk kalmayacak şekilde tekrar birimlerin çoğalmasıyla oluşan desenlere **süsleme** denir.

Öğrencilerin süsleme tanımları incelendiğinde, süslemenin "aralarında boşluk bırakılmadan yüzey kaplamak" şeklinde tanımlandığı görülmektedir. Öğrencilerden ikisinin (Naz ve Dilber) süsleme ile örüntü kavramını ilişkilendirdiği saptanmıştır. Bu durumla ilgili Araştırmacı ve Naz arasında geçen konuşma metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi gelelim süslemelere. **Süslemeler** ile ilgili ne söyleyebiliriz? Süsleme ne demek? Artık daha bilinçli yaklaşabiliriz galiba bu kavrama.
Naz **:** Belirli bir örüntüde oluşturduğumuz şekiller.
Araştırmacı **:** Tamam bir şey daha eklemeni istiyorum oraya. Biz süslemeler ile ne yapıyoruz? Yani biz mesela burada (sınıfın zeminini göstererek) bir süsleme olarak ne yapmış oluyoruz?
Naz **:** Doldurmuş oluyoruz.
Araştırmacı **:** Evet. Burasını biz aslında ne diye kabul ediyoruz?
Naz **:** Zemin
Araştırmacı **:** Yüzey ya da zemin. Zemin diyelim o zaman. Zemini biz aslında ne yapmış oluyoruz?
Naz **:** Doldurmuş oluyoruz.
Araştırmacı **:** Baştan toparlarsak süslemelerle ilgili ne söyleyebiliriz?
Naz **:** Belirli bir örüntüde oluşturduğumuz şekiller. Süslemelerle zeminler doldurulmuş olur.
Araştırmacı **:** Evet, güzel.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Naz süsleme kavramını açıklarken, "belirli bir örüntüde oluşturduğumuz şekiller" diyerek süslemeyi örüntü ile ilişkilendirmiştir. Naz aslında süslemede bir kuralın olduğunu açıklamak istemekte ve bunu da örüntü kavramı

ile ilişkilendirerek ifade etmektedir. Naz'ın ayrıca süsleme ile ilgili "zemin doldurmak" şeklinde tanımlamalarının olduğu da görülmektedir. Bununla birlikte bir öğrencinin (Hatice) süsleme ile ilgili hatalı tanım bilgisi bulunmaktadır. Bu durumla ilgili görüşmeler aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Tamam şimdi gelelim **süsleme**lere. Eskiden süsleme deyince aklınıza bir şey gelmiyordu. Şimdi süsleme deyince ne aklına geliyor?
Hatice **:** Şekillerle farklı farklı süsleme.
Araştırmacı **:** Şekillerle tabanı (sınıfın zeminini gösterdi) süslüyoruz. GeoGebra'da ekranı süslüyoruz. Ne diyoruz süslemelerle ilgili? Bir tanım yapalım.
Hatice **:** Birden fazla şekille
Araştırmacı **:** Geometrik şekillerle
Hatice **:** Başka bir desen oluşturmak.
Araştırmacı **:** Tamam. O zaman yazalım.
Hatice **:** Birden fazla şekille desen oluşturmaya süsleme denir.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Hatice'nin süslemeyi "birden fazla şekille desen oluşturmak" şeklinde eksik tanımladığı görülmektedir. Öğrencinin süsleme konusunda "yüzey kaplama" gibi ya da "aralarında boşluk kalmadan oluşturulan şekiller" gibi bir açıklama yapmadığı için bu öğrencinin süsleme ile ilgili hatalı tanım yaptığı saptanmıştır.

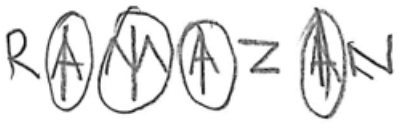
Dönüşümlerle ile ilgili Tablo 3.3.8 incelendiğinde odak öğrencilerden sadece ikisinin (Ramazan ve Dilber) **simetri** kavramını tanımlayabildiği görülmektedir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Peki **simetri** yukarıdaki dönüşümlerden hangisi ile ilgilidir? Simetri kavramı dönüşümlerle ilgili midir?
Ramazan **:** Yansıma.
Araştırmacı **:** Simetri için başka ne demek istersin?
Ramazan **:** Simetri ortadan kestiğimizde sağ ve sol taraflarında aynı görüntü olmalı.
Araştırmacı **:** Tamam, çok güzel. Mesela Ramazan yazabilir misin bana oraya büyük harflerle RAMAZAN.
Ramazan **:**(Yazdı)
Araştırmacı **:** Tamam güzel peki bu harflerin hangisi simetrik yuvarlak içerisine alsan?

Ramazan :

Araştırmacı : Evet başka. Bunların simetri doğrularını nasıl gösterirsin?

Ramazan :



Araştırmacı : Tamam, güzel. Şuraya ben birde şey çizmeni istiyorum A ve B tamam bunların da simetri doğrularını çiz

Ramazan :

Araştırmacı : Güzel tamam güzel teşekkür ederim harika. Birde rakamları yaz bana 0'dan 9'a kadar 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 hangisi simetrik?

Ramazan :

Araştırmacı : Tamam, evet başka?

Ramazan : Buda (8) simetrik dipten oluyor.

Araştırmacı : Tamam onu da yap o zaman güzel şunun (üçün) eki var mı?

Ramazan : Onun eki yok hocam

Araştırmacı : Yok

Ramazan : Şunun(sıfırın) var mı?

Ramazan : Onun var hocam yanında

Araştırmacı : Başka var mı?

Ramazan : Başka yok

Araştırmacı : Çaprazı olur mu bunun(sıfırın)?

Ramazan : Olur.

Araştırmacı : Onu da çiz o zaman. Tamam çok güzel.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Ramazan'ın simetri kavramını doğruya göre simetri olarak yansıma dönüşümü ile eşleştirdiği görülmektedir. Benzer ilişkilendirmeyi 5

öğrenci (Naz, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime) daha belirtmişlerdir. 2 öğrenci ise (Dilber ve Eylül) de simetri kavramını öteleme dönüşümü ile ilişkilendirdiğini belirtmektedir.

Ramazan ayrıca simetriyi "Simetri ortadan kestiğimizde sağ ve sol taraflarında aynı görüntü olmalı." şeklinde tanımlanıştır. Yani Ramazan simetride şeklin tam ortadan ikiye bölündüğünün farkındadır. Bu farkındalığını ismindeki A ve M harfleri ile örneklendirmiştir. Ramazan ayrıca B harfinin, 0, 3 ve 8 rakamlarının simetri doğrularını çizmiştir. R, N ve Z harflerinin ve 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9 rakamlarının simetrik olmadığını söylemiştir. Ramazan simetri konusunda yeterli bilgiye sahiptir.

Yine Tablo 3.3.8 incelendiğinde beş öğrencinin (Naz, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül) simetriyi tanımlayamadıkları görülmektedir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Hatice arasındaki görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi gelelim **simetri kavramı**na. Simetri nedir? Simetri kavramı dönüşümlerle ilgili bir kavram mıdır acaba?

Hatice **:** Bence doğruda yansıma ile ilgili.

Araştırmacı **:** Tamamdır. Peki, Hatice ben şuraya bir A harfi çizsem şuraya da bir B harfi çizsem bu A harfinin ve B harfinin senden simetri doğrularını çizmeni istesem?

Hatice **:** Ben simetriyi çok bilmiyorum hocam.

Araştırmacı **:** Şöyle bir küçük ipucu verelim o zaman, mesela bizim yüzümüz simetriktir.

Hatice **:** Ha eşit yani.

Araştırmacı **:** Şeklin üstünde simetrikliği göstermeni istiyorum.

Hatice **:** Şöyle mi yani?

Araştırmacı **:** Bu A harfini öyle bir doğruyla iki parçaya ayır ki simetrik olsun. Şu A harfinin üzerinde yapalım bunu. Biz buna simetri doğrusu diyeceğiz.

Hatice **:**

Araştırmacı **:** Ha tamam. B için bunu nasıl yaparız.

Hatice **:**

Araştırmacı **:** B'ninki de yatay olacak. Güzel. İşte bunlara simetri doğruları diyoruz Hatice. Şunu silelim. Simetri ekseni diyoruz. Bir de sen den isteğim şu HATİCE yazmanı istiyorum buraya büyük harflerle. Hatice kelimesindeki hangi harfler simetriktir? Yuvarlak içerisine al onları.

Hatice **:**(H, A ve E harfini yuvarlak içine aldı)

Araştırmacı **:** H simetrik A simetrik E simetrik. Başka var mı?

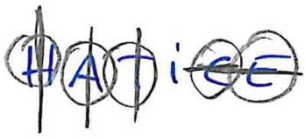
Hatice : C'yi ortadan bölersek

Araştırmacı : Evet o zaman o da var. Başka

Hatice : T'yi tam ortadan bölersek. Ama İ olmaz.

Araştırmacı : İ olmaz gibi sanki, tamam. H'nin nasıl çizilebilir?

Hatice : Şöyle.



Araştırmacı : Biraz büyükçe çiz. Yukarıdan aşağıya doğru. Çiz çiz. Ha tamam o öyle olabilir. Çiz yukarıya doğru. C yan olacak, E yan olacak dedin. Tamam, teşekkür ederim.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Hatice'nin simetriyi tanımlayamadığı ve doğruda yansıtma dönüşümü ile eşleştirdiği görülmektedir. Araştırmacının yönlendirmesi ile öğrenci simetrideki eş parçaları "eşit yani" şeklinde ifade etmiştir. Hatice ismindeki harflerden H, A, T, C ve E harflerinin simetrik olduğunu fark etmiştir.

3.3.5 Dönüşümler-2 (Simetrik şekillerde simetri doğrusunu belirleme, dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini çizme)

Son görüşmelerin ikinci aşamasında simetrik şekillerin simetri doğrularının belirlendiği ve dikey-yatay-eğik doğrulara göre şekillerin yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin çizdirildiği sorulara yer verilmiştir. Bu doğrultuda odak öğrencilerden simetrik şekillerden eşkenar dörtgenin, eşkenar üçgenin ve düzgün altıgenin simetri doğrularını belirlemeleri ve çeşitli geometrik şekillerin dikey-yatay-eğik yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini çizmeleri istenmiştir. Odak öğrencilerin **simetrik şekillerde simetri doğrularını belirleme** ile ilgili bilgileri Tablo 3.3.9'da sunulmuştur.

Tablo 3.3.9

Öğrencilerin Simetrik Şekillerde Simetri Doğrularını Belirleme ile İlgili Son Bilgileri

SİMETRİ (Simetrik şekillerde simetri doğrularını belirleme)	Eşkenar dörtgenin simetri doğrularını belirleme	Belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Eksik belirleme (-)
	Eşkenar üçgenin simetri doğrularını belirleme	Belirleme (N, R, D, V, T, E)
		Eksik belirleme (H)
	Düzgün altıgenin simetri doğrularını belirleme	Belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Eksik belirleme (-)

Tablo 3.3.9 incelendiğinde, ilk örnek olan eşkenar dörtgenin simetri doğrularını belirleme sorusuna odak öğrencilerin tümünün doğru cevap verdiği görülmektedir. Ancak üç öğrencinin (Dilber, Hatice ve Eylül) simetri doğrularına eğik simetri doğrusunu da eklemeyi düşündükleri görülmektedir. Araştırmacının soruları üzerine bu algılarının yanlışlığını üç öğrenci de fark ederek eğik doğruları çizimlerinden silmişlerdir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Hatice'nin görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Şimdi bir **eşkenar dörtgen** çizmeni istiyorum.

Hatice **:** (Çizer) (Kare çizdi)

Araştırmacı **:** Bu eşkenar dörtgen mi?

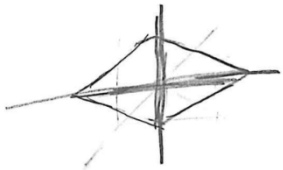
Hatice **:** Kare çizmişim.

Araştırmacı **:** Bu kare, eşkenar dörtgen biraz farklı. Karenin açıları 90°. Eşkenar dörtgenin karşılıklı açıları eşit.

Hatice **:** (Eşkenar dörtgeni çizdi)

Araştırmacı **:** Tamam güzel. Bu eşkenar dörtgenin simetri eksenlerini çizmeni istiyorum.

Hatice **:** (Çizer)



Araştırmacı **:** Tamam bu bir, bu iki. Başka var mı? Simetrik ikiye ayıracak. Tam ortadan ikiye ayıracak simetrik. Sağı ile solu aynı olacak.

Hatice **:**

Araştırmacı **:** Mesele aynı mı? Son iki çizdiğinde (eğik simetri doğruları) simetrik mi?

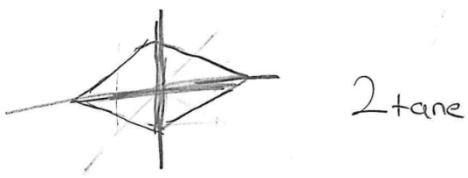
Hatice **:** Olmaz hocam. Simetrik olmaz.

Araştırmacı **:** Tamam, o zaman "olmaz" diyorsan onları silelim. "Olur" diyorsan kalabilir.

Hatice **:** Bir an olur sandım.

Araştırmacı **:** Sadece dikey yatay var çapraz (eğik) yok mu diyorsun? Dikey yatay dışında yoksa O zaman iki tane olduğunu yazalım.

Hatice **:**

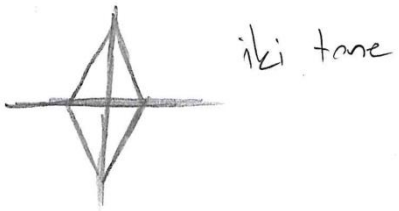


Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Hatice'nin başlangıçta eşkenar dörtgen yerine kare çizdiği, sonrasında Araştırmacının açıklamaları ile eşkenar dörtgeni çizebildiği görülmektedir. Daha sonra Hatice eşkenar dörtgenin simetri eksenlerini doğru bir şekilde çizmiştir. Araştırmacının başka simetri ekseni olup olmadığı sorusu üzerine Hatice çizimine eğik 2 simetri doğrusu daha eklemiştir. Araştırmacı bu iki eğik doğrunun simetri doğrusu olup olmadığı sorusu üzerine tereddüt yaşayan Hatice son eklediği iki eğik doğruyu silmiştir.

Eşkenar dörtgenin simetri doğrularını belirleme sorusunda odak öğrencilerden üç öğrenci hariç (Dilber, Hatice ve Eylül) diğer öğrencilerin doğrudan simetri doğrularını çizdikleri görülmektedir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Naz arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı **:** Bana bir **eşkenar dörtgen** çiz önce eşkenar dörtgen istersen malzemesini verebilirim. Tamam çizdin sıkıntı yok bunun **simetri eksenlerini çizmeni** istiyorum.

Naz **:**



Araştırmacı **:** Tamam, başka var mı? Yatay, dikey.

Naz **:** Çapraz olur.

Araştırmacı **:** Çapraz simetri ekseni olur mu olmaz mı? Olursa çiz olmaz ise çizme.

Naz **:** Tam ortadan falan bölüyor ama

Araştırmacı **:** Simetrik oluyor mu? Sağı ile solu.

Naz **:** Olmuyor.

Araştırmacı **:** Tamam o zaman yazalım yanına kaç tane simetri doğrusu vardır?

Naz **:** İki tane.

Yukarıdaki görüşme incelendiğinde Naz'ın hızlı bir şekilde eşkenar dörtgenin simetri doğrularını çizdiği görülmektedir. Araştırmacının "başka simetri doğrusu var mı?" sorusu üzerine eğik simetri doğrularının da olabileceğini düşünen Naz bu doğruların da "tam ortadan böldüğünü" söylemiştir. Bunun üzerine Araştırmacı bu doğruların simetrik olup olmadığını sormuştur. Naz simetrik olmadığını söyleyerek çizimini sonlandırmıştır. Yani Naz eşkenar dörtgene ait iki simetri doğrusunu doğru bir şekilde çizmiştir.

Simetri doğrularını belirleme ile ilgili ikinci örnek olan **eşkenar üçgenin simetri doğrularını belirleme** sorusuna sadece Hatice'nin eksik yanıt verdiği diğer altı öğrencinin (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Teslime, Eylül) doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Hatice'nin görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şuraya bir **eşkenar üçgen** çizmeni istiyorum şimdi.

Hatice **:** (Çizdi)

Araştırmacı **:** Tamam, şimdi de bunun simetri eksenleri çizmeni istiyorum.

Hatice **:**

Araştırmacı **:** Bu bak tam ortadan çizersen simetrik olmuş oluyor. Başka olur mu olmaz mı? Şöyle de bakabilirsin (örüntü bloklarından eşkenar üçgeni verdi). Bir dene bakalım. Olmadı dersen silebiliriz.

Hatice **:** Olmaz hocam

Araştırmacı **:** Olmaz diyorsan silebilirsin. Başka var mı? Yoksa diğerine geçelim.

Hatice **:** Yok hocam.

Araştırmacı **:** Yaz o zaman kenarına bir tane diye.

Hatice **:**

(Eşkenar üçgenin simetri eksenlerini eksik çizdi.)

Araştırmacı **:** Hatice ona geçmeden şununla (eşkenar üçgen örüntü bloğu)da çizer misin?

Hatice **:**(Eşkenar üçgen örüntü bloğu yardımıyla tekrar eşkenar üçgeni çizdi).

Araştırmacı **:** Şimdi bunun simetri eksenini çiz bakalım Hatice.

Hatice :

Araştırmacı : Başka simetri doğrusu var mı? Şu eşkenar üçgen için konuşuyoruz. Köşeden indirdin ya, köşeden şöyle baktığını düşün. Bunun bir simetri ekseni daha var mı?

Hatice : Yok hocam. Varsa da ben göremedim.

Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma metni incelendiğinde, Hatice'nin öncelikle eşkenar üçgenin dikey simetri doğrusunu çizdiği görülmektedir. Daha sonra Araştırmacı başka simetri doğrusu olup olmadığını sormuştur. Bunun üzerine yatay bir simetri doğrusu daha çizen Hatice bu doğrunun simetri doğrusu olmayacağını söylemiş ve bu doğruyu silmiştir. Araştırmacı, Hatice'nin kendi eşkenar üçgen çiziminden kaynaklı bir hata yapabileceğini düşünerek, örüntü bloklarından bir eşkenar üçgen yardımıyla öğrenciden yeniden eşkenar üçgen çizmesini istemiştir. Hatice yeni çizdiği eşkenar üçgenin de sadece dikey simetri doğrusunu çizebilmiştir. Diğer iki simetri doğrusunu Hatice görememiştir.

Eşkenar üçgenin simetri doğrularını belirleme sorusuna doğru cevap veren öğrencilerden Eylül ile Araştırmacı arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı : Şimdi de bir **eşkenar üçgen** çizmeni istiyorum eşkenar üçgenimiz burada (örüntü bloklarının içinde) var istersen kullanabilirsin.

Eylül : (Eşkenar üçgen çizdi)

Araştırmacı : Tamam bunun simetri eksenlerini çiz şimdi. Şunu (eşkenar üçgen örüntü bloğunu) gözünün önüne alabilirsin istersen.

Eylül : Şöyle de olur bu kadar

Araştırmacı : Kaç tane

Eylül : Üç tane

Araştırmacı : Başka var mı?

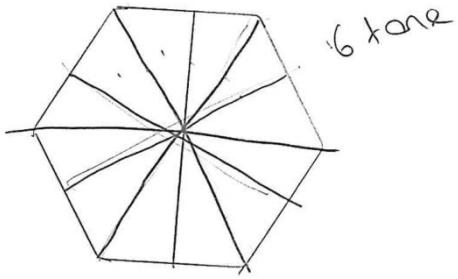
Eylül : Yok.

Konuşma metni incelendiğinde Eylül'ün bir eşkenar üçgen çizerek simetri doğrularını hızlıca belirlediği görülmektedir. Eylül eşkenar üçgenin tüm simetri doğrularını doğru bir şekilde çizmiştir.

Simetri doğrularını belirleme ile ilgili üçüncü örnek olan **düzgün altıgenin simetri doğrularını belirleme** sorusuna tüm odak öğrenciler doğru cevap vermişlerdir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Dilber arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Birde **düzgün altıgen** çizmeni istiyorum. Altıgen (örüntü bloğu) burada istersen onu kullan hata yapmayalım.
Dilber **:**(Altıgen örüntü bloğu ile düzgün altıgen çizdi)
Araştırmacı **:** Kâğıdı şöyle çevirerek de düşünebilirsin.
Dilber **:** Başka yok

Araştırmacı **:** Bir daha çevir kâğıdını
Dilber **:**



Araştırmacı **:** Tamam kaç tane oldu bir say bakalım yan tarafına yaz.
Dilber **:** Beş.
Araştırmacı **:** Beş tane mi saydın?
Dilber **:** Evet yanlış saymadıysam.
Araştırmacı **:** Birde birlikte sayalım bak şuradan başlayalım 1 2 3 4 5 6 şu 7. tekrar. Beş değil de 6 tane yanlış saydın.
Dilber **:** Evet hocam 6 tane.

Araştırmacı ile Dilber arasında geçen konuşma incelendiğinde, Dilber'in en başta altıgen örüntü bloğu ile düzgün altıgen çizdiği ve simetri doğrularını çizdiği görülmektedir. Dilber kâğıdı çevirerek eksik simetri doğrularını kontrol etmiştir. Dilber'in toplamda 6 simetri doğrusu çizdiği saptanmıştır. Dilber düzgün altıgenin tüm simetri doğrularını doğru bir şekilde çizebilmiştir.

Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin **dikey, yatay ve eğik doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** ve **yansıma doğrusunu bulma** sorularına öğrencilerin verdiği yanıtların analizi Tablo 3.3.10'da sunulmuştur.

Tablo 3.3.10

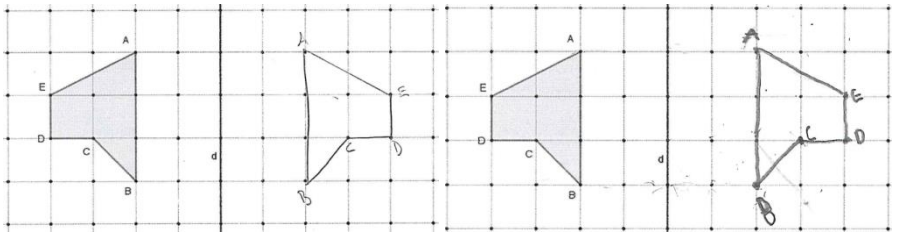
Odak Öğrencilerin Şekillerin Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri

DÖNÜŞÜMLER-2	DİKEY Yansıma	Dikey yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme	Global düzey (-)
			Yarı Analitik düzey (D, V, T, E)
			Analitik düzey (-)
			Analitik-Sentetik düzey (N, R, H)
		Dikey yansıma doğrusunu belirleme	Global düzey (-)
			Yarı Analitik düzey (-)
			Analitik düzey (N, R, D, V, H, T, E)
			Analitik-Sentetik düzey (-)
	YATAY yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme	Simetri doğrusu ile çakışmayan	Global düzey (-)
			Yarı Analitik düzey (N, R, D, H, T, E)
			Analitik düzey (V)
			Analitik-Sentetik düzey (-)
		Simetri doğrusu ile çakışan	Global düzey (H)
			Yarı Analitik düzey (N, R, D, V, T)
			Analitik düzey (E)
			Analitik-Sentetik düzey (-)
	EĞİK yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme		Global düzey (-)
			Yarı Analitik düzey (E)
			Analitik düzey (N, R, D, V, H, T)
			Analitik-Sentetik düzey (-)

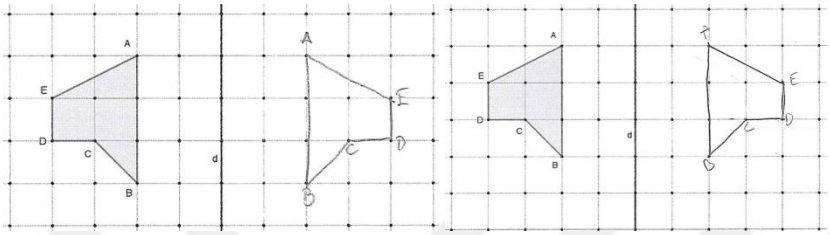
Tablo 3.3.10'da görüldüğü gibi, öğrencilerin tamamının şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü belirlerken global, yarı analitik, analitik ve analitik-sentetik düzeylere uygun yaklaşımlar sergilediği saptanmıştır. Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin **dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme** sorusunda üç öğrenci (Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) yarı analitik düzeydedir. Bu öğrenciler başta hatalı yansıma görüntüsü çizimi yapmışlardır. Ancak sonrasında yaptıkları hatayı fark etmişlerdir. Daha sonra da dikey yansıma görüntüsünün doğru çizimlerini gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.5.1 verilmiştir.

Görsel 3.3.5.1

Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül'ün Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b)

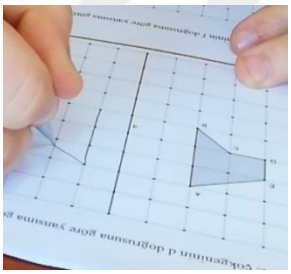


(c) (d)

Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin dikey doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili Araştırmacı ile Dilber arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şu doğruya göre (dikey) bu şeklin yansımasını çizeceğiz.

Dilber **:**(Yansıma görüntüsünü simetri doğrusuna 1 birim uzaklıkta hatalı çizmeye başladı).

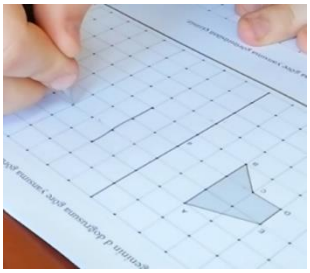


Araştırmacı **:** Yansımayı çizerken dikkat edeceğimiz hususlar nelerdi? Çizdiğimiz görüntü ile gerçek şekil arasında yönler farklı idi değil mi?

Dilber **:** Evet.

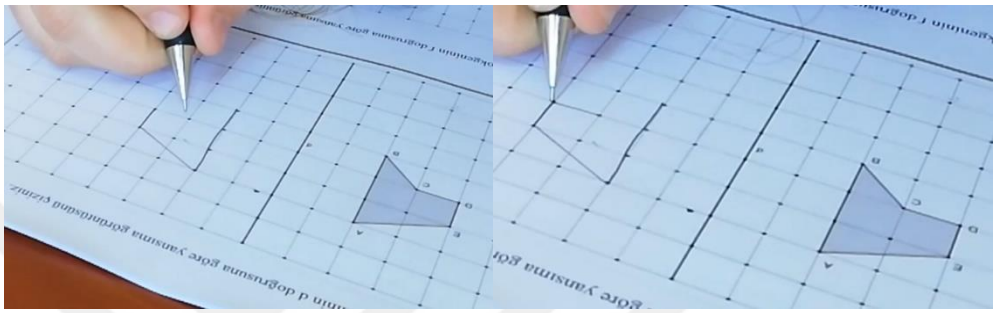
Araştırmacı **:** Peki, mesafeler?

Dilber **:** Aynı idi (Yansıma görüntüsünü simetri doğrusuna 1 birim uzaklıkta hatalı çizmişti. Hatasını fark etti. Silip yeniden çizmeye başladı. AB kenarının görüntüsünü çizdi).

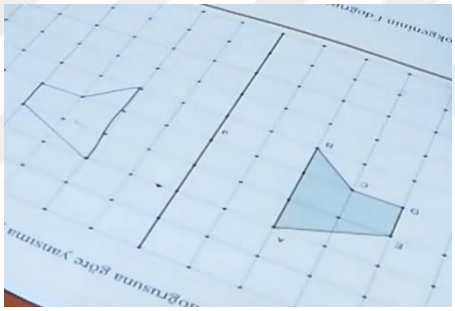


Dilber **:**(Eğik AE kenarının görüntüsünü çizmek için cetvel kullandı).

Dilber **:** (ED ve DC kenarının görüntüsünü çizdi).

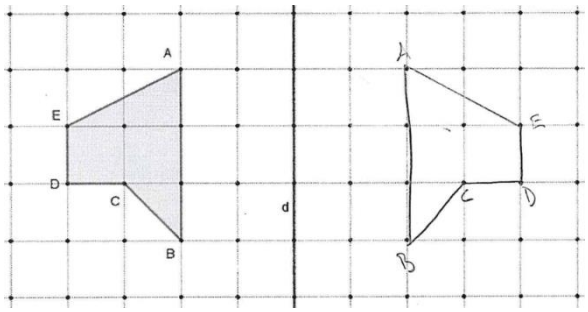


Dilber **:**(BC kenarının görüntüsünü yine cetvel kullanarak çizdi).



Araştırmacı **:** Tamam köşelerini de işaretleyebilir misin A nerede B nerede C nerede?

Dilber **:**(Şeklin yansısının köşe noktalarını belirledi ve çizimi tamamladı).



Araştırmacı **:** Tamamdır. Bu dikey yansıma idi.

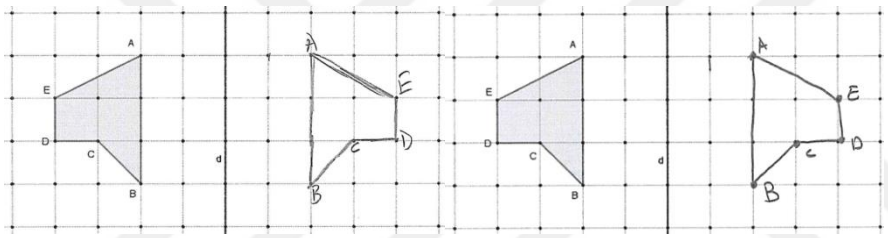
Araştırmacı ile Dilber arasında geçen konuşma incelendiğinde, Dilber'in ilk başta yansıma görüntüsünü simetri doğrusuna 1 birim uzaklıkta hatalı çizdiği görülmektedir. Araştırmacının dönüşümle ilgili soruları ile hatasını far eden Dilber çizimini düzeltmiştir. Dilber'in yansıma görüntüsünü çizerken yansıma doğrusuna en yakın dikey kenarı yani AB kenarını referans alarak çizime başlamış, sonra sırasıyla AE, ED, CD ve BC

kenarlarının yansıma görüntülerini çizmiştir. Dilber AB kenarının yansısını bulduktan sonra esas şeklin diğer parçalarının yansıma doğrusuna olan uzaklığını koruyarak görüntü çizimini tamamlamıştır. Dilber'in simetri algısının yarı analitik düzeyde olduğu saptanmıştır.

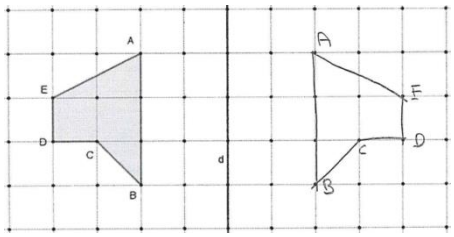
Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin dikey doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme sorusunda üç öğrenci (Naz, Ramazan ve Hatice) analitik-sentetik düzeydedir. Bu öğrencilerin çizimleri için "simetri doğrusuna en yakın kenarı referans alarak çizime başladı. Şeklin görüntüsünü -uzaklık, açı ve eğim faktörlerini dikkate alarak-şeklin geri kalan parçalarının simetriğini doğru bir şekilde çizerek tamamladı" denilebilir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.5.2'te sunulmuştur.

Görsel 3.3.5.2

Naz, Ramazan ve Hatice'nin Dikey Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b)



(c)

Naz, Ramazan ve Hatice'nin şeklin dikey yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizerken yansıma doğrusuna en yakın dikey kenar olan AB kenarını referans aldıkları görülmektedir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı **:** Şimdi de**(dikey) yansıma görüntüsünü** çizeceksin**.** Daha önce basit bir şekil vardı. Şimdi birazcık daha farklı bir şekil var. Yansımayı çizerken neye dikkat ediyorduk?

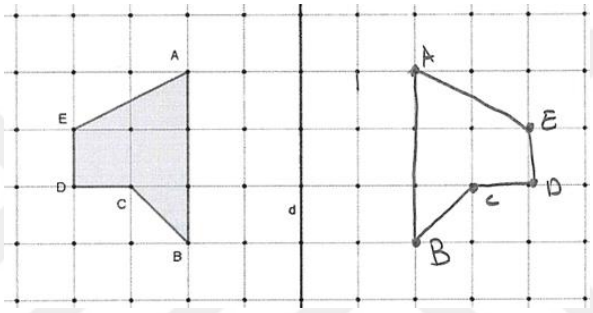
Ramazan **:** Uzaklığına.

Araştırmacı **:** Evet, uzaklığına. Neyin uzaklığına?

Ramazan **:** Cismin simetriye.

Araştırmacı **:** Evet. Cismin simetri eksenine uzaklığına yani yansıma doğrusuna uzaklığına. Görüntüsü ile cismin uzaklıkları nasıldır?

Ramazan **:** Aynı. (Çizimini tamamladı) (Görsel 3.3.5.1b).



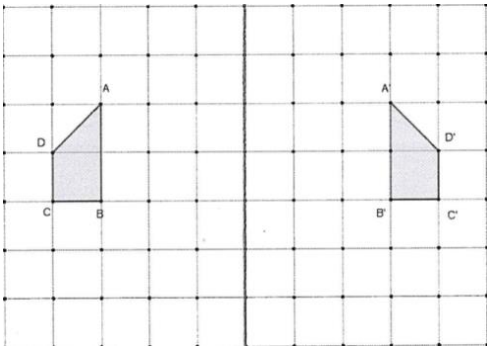
Araştırmacı **:** Hep aynı olacak güzel. Tamam harika.

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan'ın dikey yansıma görüntüsünü çizerken A noktasının görüntüsünden başlayarak AB kenarını çizdiği ve bu kenarı referans alarak çizimine devam ettiği görülmektedir. Ramazan daha sonra sırasıyla BC, CD, DE, EA kenarlarını çizerek şeklin yansıma görüntüsünü tamamlamıştır. Ramazan ayrıca yansıma görüntüsü çiziminde şeklin yansıma doğrusuna olan uzaklığı ile görüntünün yansıma doğrusuna uzaklığının aynı olması gerektiğini söylemektedir. Nitekim doğru çiziminden de bu anlaşılmaktadır. Bu işlemleri seri bir şekilde tamamlayan Ramazan'ın simetri algısının analitik-sentetik düzeyde olduğu saptanmıştır.

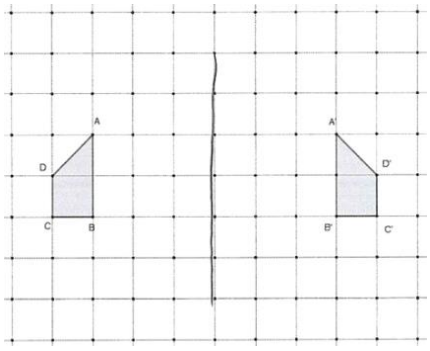
Tablo 3.3.10'da görüldüğü gibi, **dikey yansıma doğrusunu belirleme** sorusunda tüm öğrenciler Analitik düzeydedir. Öğrencilerin esas şekil ile görüntüsünün uzaklığını hesapladıktan sonra, uzaklığı eş iki parçaya ayıracak şekilde yansıma doğrusunu belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin yansıma doğrusu çizimleri Görsel 3.3.5.3'de sunulmaktadır.

Görsel 3.3.5.3

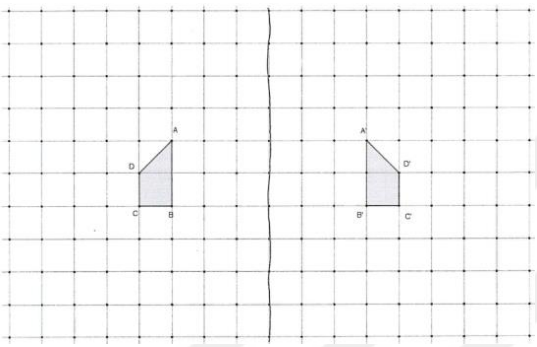
Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Dikey Yansıma Doğrusu Belirleme Çizimleri



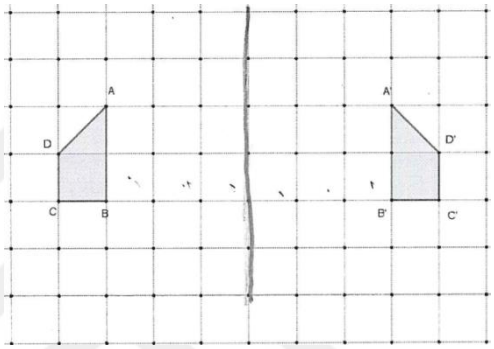
(a)



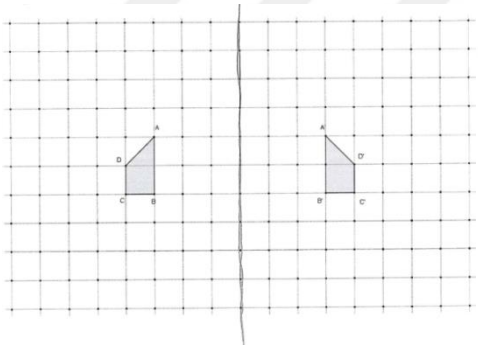
(b)



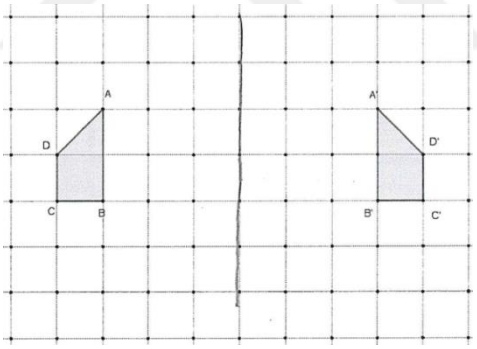
(c)



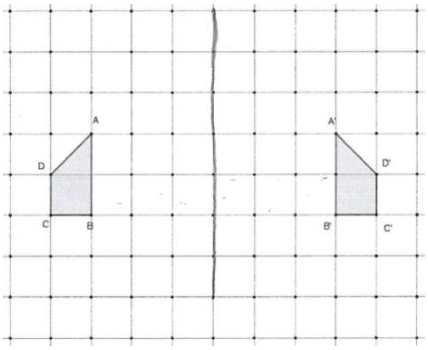
(d)



(e)



(f)

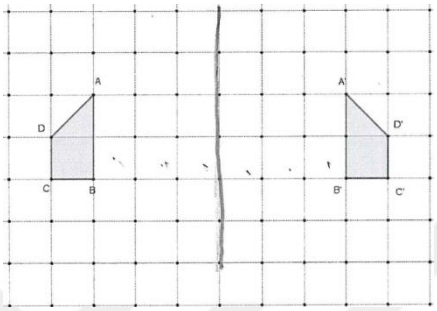


(g)

Yansıma doğrusunu belirleme ile ilgili Araştırmacı ile Vedat arasındaki görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı : Şimdi diyoruz ki ABCD dörtgeninin yansıması da A′B′C′D′ imiş. Acaba bu dönüşümün **yansıma doğrusu** nerededir, bunu çizer misin? Şekil nereye göre yansıtılmış olabilir?

Vedat : 1, 2, 3, 4, 5, 6. (Şekil ile görüntüsünün arasındaki uzaklığı saydı). Şurada hocam. (Yansıma doğrusunu çizdi).



Araştırmacı : Tamam, harika. Niye orada? Niye mesela bir birim sağ tarafta değil, ya da bir birim sol tarafta değil?

Vedat : Eşit hocam.

Araştırmacı : Eşit uzunlukta. Neye göre kontrol edelim mesela. A'ya (noktasına) göre kontrol edelim. Kaç birim uzaklıkta?

Vedat : 3

Araştırmacı : Görüntüsü kaç birim uzaklıkta?

Vedat : 3

Araştırmacı : Tamam.

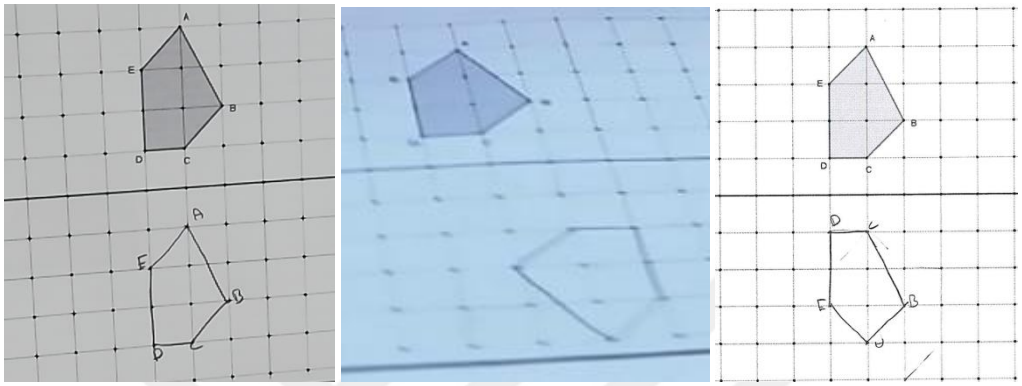
Araştırmacı ile Vedat arasında geçen görüşme incelendiğinde, Vedat'ın yansıma doğrusunu belirlemek için ilk başta şekil ile görüntüsünün arasındaki uzaklığı hesapladığı görülmektedir. Ardından bu mesafeyi eş iki parçaya ayıracak şekilde yansıma doğrusunu çizmiştir. Çizilen yansıma doğrusunun hem esas şekle hem de görüntüsüne "eşit" uzaklıkta olması gerektiğini söylemiştir. Ayrıca şeklin bir köşe noktası olan A noktasının yansıma doğrusuna olan uzaklığını kontrol etmiş ve 3 birim olarak ölçmüştür. Yine aynı noktanın görüntüsünün yani A' noktasının yansıma doğrusuna olan uzaklığını kontrol etmiş ve bunu da 3 birim olarak ölçmüştür. Vedat'ın yansıma doğrusunu doğru bir şekilde belirlediği saptanmıştır.

Tablo 3.3.10'da görüldüğü gibi, **simetri doğrusu ile çakışmayan yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme** sorusunda sadece bir öğrenci (Hatice) Global düzeydedir.

Bu öğrencinin üç kez yansıma görüntüsü çizmeye çalıştığı fakat denemelerinde başarılı olamadığı görülmektedir. Öğrencinin yansıma görüntüsü çizimleri Görsel 3.3.5.4'desunulmaktadır.

Görsel 3.3.5.4

Hatice'nin Simetri Doğrusu ile Çakışmayan Yatay Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b) (c)

Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin yatay doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili Araştırmacı ile Hatice arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Peki, yatay da (yatay doğruya göre yansıma) nasıl olur?
Hatice **:** (Çizer) (Görsel 3.3.5.4a). (Öteleme gibi çizdi.)
Araştırmacı **:** Tamam. Şimdi A noktasını bir kontrol edelim Hatice. A noktasının doğruya olan uzaklığı kaç birim?
Hatice **:** Bir.
Araştırmacı **:** Bir mi?
Hatice **:** Şöyle, dört oluyor.
Araştırmacı **:** Senin çizdiğin görüntüde kaç?
Hatice **:** Tam tersini çizmişim.
Araştırmacı **:** Öteleme gibi olmuş. Yansımasını çizeceğiz ya. Bence nokta nokta gitsen daha rahat edeceksin gibi geliyor.
Hatice **:** (Çizer) (Görsel 3.3.5.4b).
Araştırmacı **:** Böyle şekli kaydırmış olmadın mı? Yansıması bu mu?
Hatice **:** Değil hocam. (Silip yeniden çizer). (Görsel 3.3.5.4c).

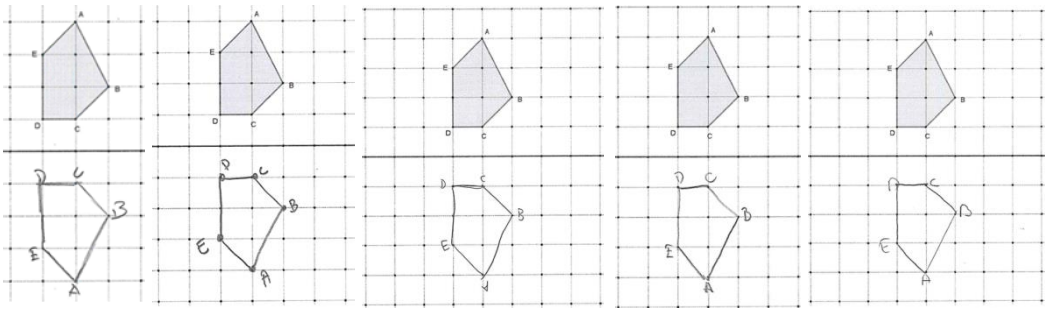
Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma incelendiğinde, Hatice'nin yatay doğruya göre yansıma görüntüsü çizerken ilk başta öteleme dönüşümü görüntüsü çizdiği görülmektedir (Görsel 3.3.5.4a). Araştırmacının soruları üzerine hatalı çizim yaptığını fark eden Hatice çizimini yenilemiştir. Ardından Hatice bir kez daha hatalı çizim

yapmıştır. Hatice'nin çizimi dikey doğruya göre yansıma görüntüsünün ötelenmiş haline benzemektedir (Görsel 3.3.5.4b). Hatice üçüncü denemesinde ise şekildeki A noktasının görüntüsünü işaretlemiştir. Daha sonra sırasıyla AE, ED ve DC kenarlarının yansıma görüntülerini doğru bir şekilde çizmiştir. Ancak eğik kenarları çizerken hata yapmıştır. Hatice eğik kenarları öteleme gibi çizmiştir. Hatice her ne kadar yansıma görüntüsünü çizerken şeklin kritik noktalarından birisi olan A noktasını referans alarak çizimini yapmaya çalışıyor olsa da çiziminde hatalar yapmıştır (Görsel 3.3.5.4c). Çizimler incelendiğinde Hatice'nin şekil ile yansıma görüntüsü arasında çoğunlukla görselliğe dayalı ilişkilendirmeler yaptığı, dolayısıyla Hatice'nin simetri algısının global düzeyde olduğu saptanmıştır.

Simetri doğrusu ile çakışmayan yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda beş öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber, Teslime ve Eylül) Yarı Analitik düzeydedir. Bu öğrencilerin önce yansıma doğrusuna en yakın kenar olan DC kenarının yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü çizdikleri ardından diğer kenarları bu kenarı referans alarak tamamladıkları söylenebilir. Öğrencilerin yansıma görüntüsü çizimleri Görsel 3.3.5.5'de sunulmaktadır.

Görsel 3.3.5.5

Naz, Ramazan, Dilber, Teslime ve Eylül'ün Simetri Doğrusu ile Çakışmayan Yatay Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



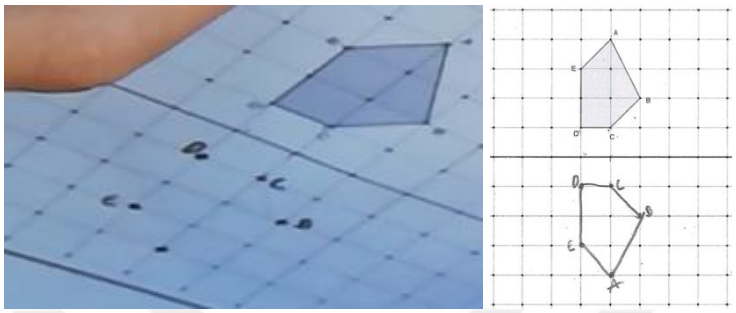
(a) (b) (c) (d) (e)

Simetri doğrusu ile çakışmayan yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda sadece bir öğrenci (Vedat) Analitik düzeydedir. Bu öğrencinin önce esas şeklin köşe noktalarının yansıma görüntülerini bulduğu, daha sonra bu noktaları doğru parçaları ile birleştirerek şeklin tamamının yansısını elde ettiği söylenebilir. Öğrencinin yansıma görüntüsü çizimleri Görsel 3.3.5.6'de sunulmaktadır. Vedat beşgenin köşe noktalarının

yansıma görüntülerini işaretlemiştir (Görsel 3.3.5.6a). Daha sonra bu noktaları doğru parçaları ile birleştirerek şeklin görüntüsünü elde etmiştir (Görsel 3.3.5.6b).

Görsel 3.3.5.6

Vedat'ın Simetri Doğrusu ile Çakışmayan Yatay Doğruya Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri

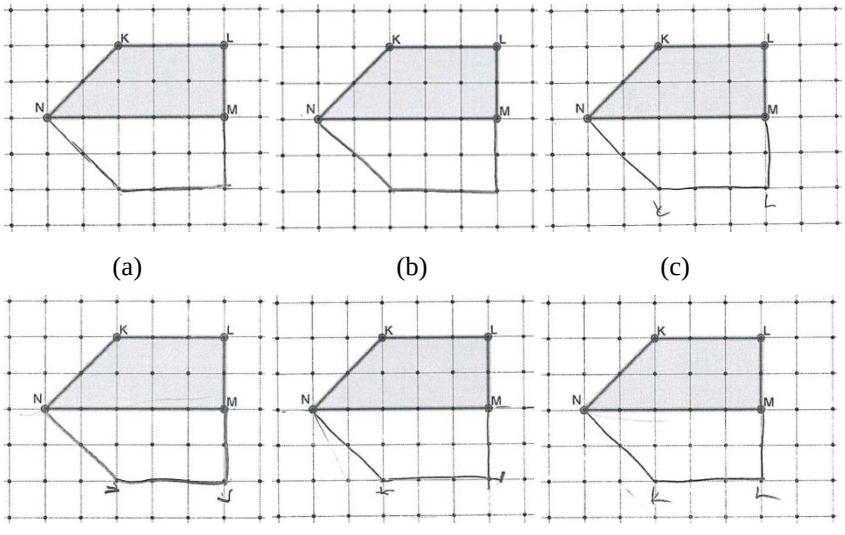


(a) (b)

Tablo 3.3.10'da görüldüğü gibi, **simetri doğrusu ile çakışan yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme** sorusunda altı öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime) Yarı Analitik düzeydedir. Bu öğrencilerin NM kenarını referans alarak diğer üç kenarın yansıma görüntüsünü çizdikleri ve şeklin yansısını tamamladıkları söylenebilir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.5.7'dasunulmuştur.

Görsel 3.3.5.7

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime'nin Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi



(a) (b) (c)

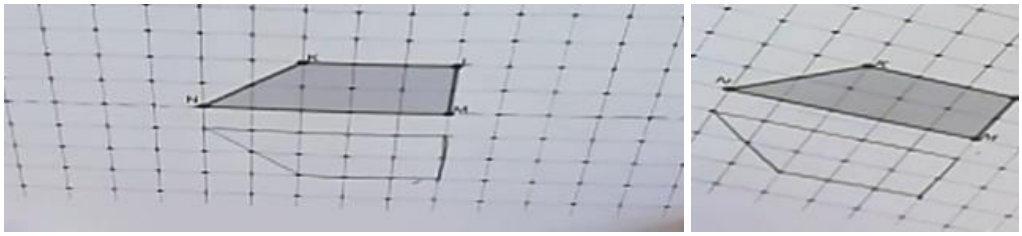
(d) (e) (f)

Bu altı öğrenciden dördünün (Naz, Ramazan, Dilber ve Vedat) yansıma görüntüsünü ilk denemelerinde çizdikleri görülmektedir. Diğer iki öğrenci (Hatice ve Teslime) ise bir hatalı denemeden sonra yansıma görüntüsünü çizebilmişlerdir. Hatice ve Teslime'nin ilk

denemelerinde şeklin görüntüsünü 1 birim aşağıda olacak şekilde çizdikleri görülmektedir. Öğrencilerin hatalı çizimleri Görsel 3.3.5.8'de sunulmuştur.

Görsel 3.3.5.8

Hatice ve Teslime'nin Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri



(a) (b)

Simetri doğrusu ile çakışan şekillerin yatay doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili Araştırmacı ile Hatice arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı	**:** Şimdi de bu şeklin uzun kenarını bana bir göster.
Hatice	**:** Şurası.
Araştırmacı	**:** Bu kenara göre yansımasını çizmek istiyoruz. Bu şeklin uzun kenarına göre yansımasını çiz. Yani simetri doğrusu uzun kenarıymış gibi düşünebilirsin.
Hatice	**:** (Çizer) (Görsel 3.3.5.8a).
Araştırmacı	**:** Şimdi kontrolünü yapalım. N noktasının simetri doğrusuna uzaklığı ile senin çizdiğinin (görüntünün) N noktasının simetri doğrusuna uzaklığı aynı mı?
Hatice	**:** Hayır. Yanlış çizmişim. (Silip yeniden çizdi).
Araştırmacı	**:** Tamam bir de bana harflerini yazabilir misin? N ile M belli ama diğerlerini yazıver.
Hatice	**:** (Çizimini tamamladı) (Görsel 3.3.5.7e).
Araştırmacı	**:** Tamam. Harika.

Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma incelendiğinde, Hatice'nin yansıma görüntüsünü ilk başta 1 birim aşağıda hatalı çizdiği görülmektedir. Daha sonra Araştırmacının bir sorusu üzerine hatasını anlayan Hatice çizimini düzeltmiştir. Hatice çiziminde sırasıyla NK, KL ve LM doğrularının yansıma görüntüsünü çizmiştir. NK doğrusunun yansıma görüntüsünde hata yaptığı fark eden Hatice çizimini düzeltmiş ve yansıma görüntüsünün köşe noktalarını işaretleyerek çizimini tamamlamıştır.

Simetri doğrusu ile çakışan yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusunda bir öğrenci (Eylül) ise Analitik düzeydedir. Öğrenci ile Araştırmacı arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi gelelim şuna. Buz burada da senden şunu istiyoruz bu **şeklin uzun kenarı** hangisi?

Eylül **:** Burası.

Araştırmacı **:** Ha o **uzun kenarına göre yansımasını** istiyoruz. Yani eksenimiz o uzun kenar olacak. Yansıma doğrumuz o uzun kenar olacak.

Eylül **:** Burası, arada boşluk olmayacak. (NM kenarını işaret ederek).

Araştırmacı **:** Evet güzel.

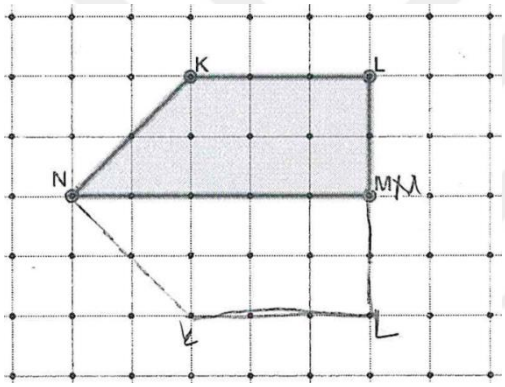
Eylül **:**(Çizdi).

Araştırmacı **:** Köşe noktalarını da işaretle.

Eylül **:** N yine aynı. K, L, M. (İşaretlemelerini yaptı ve çizimi tamamladı.)

Görsel 3.3.5.9

Eylül'ün Yansıma Doğrusu Dörtgenin Uzun Kenarı Olan Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi

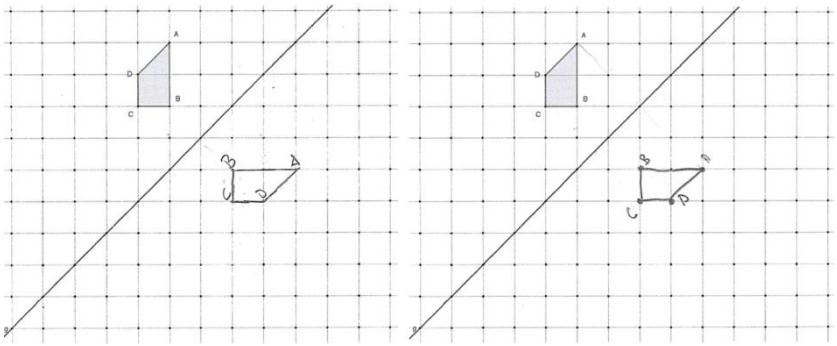


Eylül ile Araştırmacı arasında geçen konuşma incelendiğinde, Eylül'ün öncelikle şeklin uzun kenarını belirlediği, sonrasında bu kenarı referans alarak çizimine başladığı ve şekil ile görüntüsü arasında boşluğun olmayacağını söylediği görülmektedir. Eylül ardından sırasıyla NK, KL ve LM kenarlarının yansıma görüntülerini çizmiştir. Şeklin yansıma görüntüsünün köşelerini isimlendirerek çizimini tamamlamıştır (Görsel 3.3.5.9).

Tablo 3.3.10'da görüldüğü gibi, **eğik simetri doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çizme** sorusunda bir öğrenci (Eylül) Yarı Analitik düzeydedir. Diğer altı öğrenci (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime) ise analitik düzeydedir. Yarı Analitik düzeyde olan öğrencinin, şeklin bazı köşelerinin yansıma görüntüsünü elde edemediği için hatalı çizim yaptığı görülmektedir. Analitik düzeydeki öğrencilerin ise esas şeklin köşe noktalarının yansıma görüntülerini belirledikten sonra bu noktaları doğru parçaları ile birleştirerek şeklin görüntüsünü ettikleri söylenebilir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.5.10'desunulmuştur.

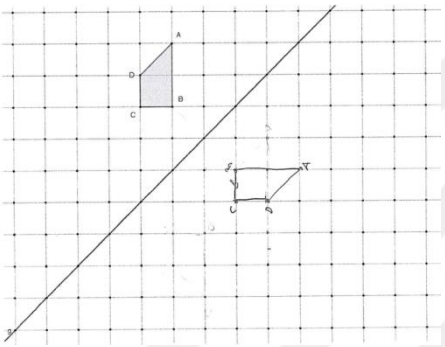
Görsel 3.3.5.10

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice ve Teslime'nin Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimleri

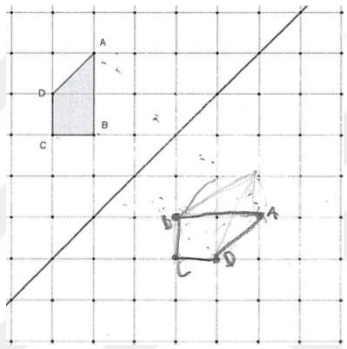


(a)

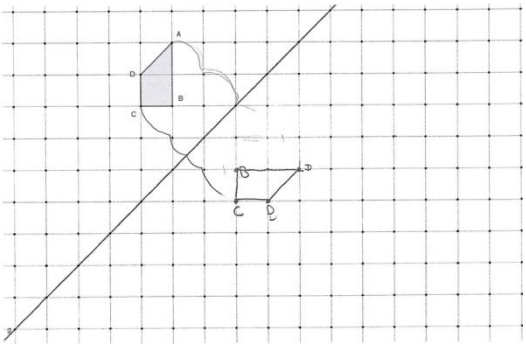
(b)



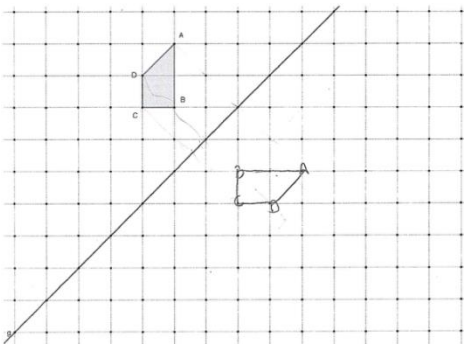
(c)



(d)



(e)



(f)

Eğik doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme ile ilgili Araştırmacı ile Eylül arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi de çapraz doğruya göre yansıma görüntüsü çizeceğiz. Baştan uyaracağım seni. Biraz daha dikkatli olmalısın.

Eylül **:** Tamamdır.

Araştırmacı **:** Yatayda ne kadar yapıyorsan burada da bir benzerini çaprazda yapacaksın. Nokta nokta gidersen hata yapmazsın sanki. Mesela B nerede?

Eylül **:** Burada.

Araştırmacı **:** Yaz oraya bir B tamam onu işaretle. Mesela sonra diğerine geç C nerde mesela?

Eylül **:** C burası.

Araştırmacı **:** İyi düşün bakalım.

Eylül **:** Çapraz olacak.

Araştırmacı **:** Çapraz olmayacak bak yatay ya zaten, sen düzmüş gibi bakıyorsun. Şimdi bu neredeyse bu da orada bu ne kadar uzaklıktaysa doğruya o kadar aşağıda olmayacak mı?

Eylül **:** Evet öyle olacaktı.

Araştırmacı **:** Cetvelini de kullanabilirsin istersen.

Eylül **:** Burası olacak her halde

Araştırmacı **:** Evet güzel. Şimdi D'ye geçelim D nerede olacak?

Eylül **:** Şu tarafta olacak burası.

Araştırmacı **:** Tamam güzel.

Eylül **:** Burasıda A.

Araştırmacı **:** A'yı bir daha düşün A ne kadar uzaklıkta doğruya? A'yı düşün doğruya ne kadar uzaklıkta ise o kadar ileride olacak.

Eylül **:** İki birim şurada mı burada mı?

Araştırmacı **:** Cetvelle bak istersen A'ya yansıma da ne değişiyordu? Bunu da düşünerek karar verebilirsin.

Eylül **:** Şunu böyle miydi? A'yı (noktanın yansımasını) bulamadım

Araştırmacı **:** A'yı bence bir daha yansıt. Sadece A noktasını cetvelle de yansıtabilirsin. Doğruya ne kadar uzaklıkta A?

Eylül **:** İki birim.

Araştırmacı **:** Tamam o zaman 2 birim ileriye gitmeyecek mi?

Eylül **:** Bir nasıl gidecek o nu anlamadım işte.

Araştırmacı **:** Şu birleştirme işlemini sil önce ondan sonra karar ver. Dur şunları bir silelim şimdi A'yı bir işaretle.

Eylül **:** B'nin üstünde olması lazım.

Araştırmacı **:** B ayrı A ayrı değerlendir. Önce A?

Eylül **:** Şurası mıydı?

Araştırmacı **:** Bir daha düşün istersen

Eylül **:** Şöyle gibi.

Araştırmacı **:** A hani diyorsun ya 2 birim ileriye doğru.2 birim sayarak belirle.

Eylül **:** Bir, iki.

Araştırmacı **:** Tamam işaretle A'yı

Eylül **:** Burası.

Araştırmacı **:** Ama kaydırıyorsun bak.

Eylül **:** Burası.

Araştırmacı **:** Yine kaydırıyorsun bak. A'yı hizala cetvelle A'yı hizala.

Eylül **:** Şuraya yukarıya çizelim yanına.

Araştırmacı **:** Bence o noktalar doğruydu onları silme

Eylül **:** Şurada A noktası.

Araştırmacı **:** Şuna göre yansıtacağımız için bunu baz alacağız cetvelini kullan bence.

Eylül **:** Evet kullanayım.

Araştırmacı **:** Al A'yı bir gör tam dik olacak şekilde.

Eylül **:** Şurası olmaz burası olur.

Araştırmacı **:** Tamam hangisini düşünüyorsan onun birini işaretle ve belirle. Yansımada ne değişiyordu şeklin sadece? Mesela ellerimiz bizim yansımamız.

Eylül **:** Yönü değişiyordu.

Araştırmacı **:** Yönü değişiyor yönü değişecek şekilde çizeceğiz.

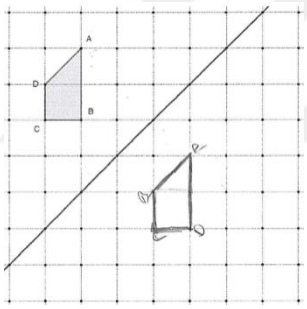
Eylül **:** Çizeyim bir. Yönü değişmiyor işte, şunda ne değişiyor. Şurada dik çıkacağız.

Araştırmacı **:** Tamam neyse yeterli.

Eylül **:**(Çizimini tamamladı). (Görsel 3.3.5.11).

Görsel 3.3.5.11

Eylül'ün Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Hatalı Görüntü Çizimi



Eylül ile Araştırmacı arasında geçen konuşma incelendiğinde, Eylül şeklin eğik yansıma doğrusuna en yakın nokta olan B noktasının görüntüsünü tespit ederek çizime başlamıştır. Daha sonra sırasıyla C ve D noktasının görüntüsünü tespit eden Eylül A noktasının yerini bulamamıştır. Görüntü çizimine bütün olarak bakıldığında şeklin öteleme dönüşümü altında görüntüsünün elde edildiği izlenimini vermektedir. Oysa şeklin köşe noktalarının isimlendirilmelerine bakılırsa B, C ve D noktalarının görüntüsün konumu doğrudur. Ancak A noktasının konumu hatalı belirlendiği için yansıma görüntüsü de hatalı olmaktadır (Görsel 3.3.5.11). Eylül'ün simetri algısının yarı analitik düzeyde olduğu saptanmıştır.

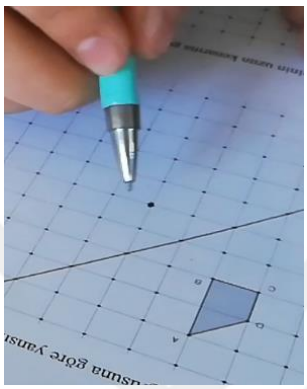
Eğik doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme ile ilgili Araştırmacı ile Vedat arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı : Bunda zorlanıyorduk (eğik simetri doğrusuna göre yansıma görüntüsü çizme), bakalım yapabilecek miyiz? Nokta nokta yapmaya çalışsan yine. Biraz önce ne yapmıştık? O simetri doğrusuna eşit uzaklıkta noktalar seçmiştik. Mesele şu D'den başla bakalım. Pardon orada ne yazıyor B. B nerede olacak mesela?

Vedat : Şurada olacak.

Görsel 3.3.5.12

Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi (İlk Aşama)



Araştırmacı : O orada olacak güzel, başka. Yanındaki C'ye geç mesela. C nasıl uzaklıktaysa görüntüsü C'de orada olacak.

Vedat : Şurada olacak.

Araştırmacı : Evet, Güzel. Sonra D'ye geç.

Vedat : Şurada.

Araştırmacı : Evet güzel. Sonra da A'ya geç. İyi bak bakalım. Yine A nerden nereyeyse aynı şekilde oradan oraya.

Vedat : Şuraya mı?

Araştırmacı : Ne kadar uzunluktaysa o kadar uzaklıkta olacak. Yansıma ya adı üstünde. Yansıtacağız.

Vedat : Şurası.

Araştırmacı : Bir daha düşün. Kaydırıyorsun gibi bak.

Vedat : Şurada hocam. 1-2, 1-2.

Araştırmacı : Tamam 2'nin neresinde olacak.

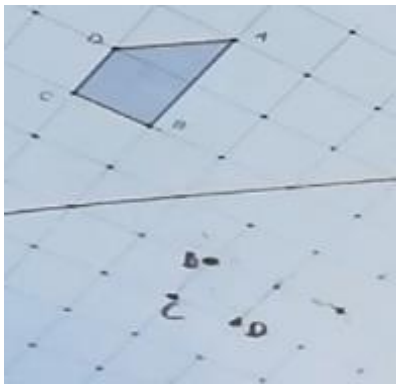
Vedat : Şurasında.

Araştırmacı : O zaman 1 olmuş oluyor. Şunları bir sil. Bak seni şuradaki noktalar kandırıyor. Şimdi A için bir daha düşün. Diğerlerini zaten belirledin. A için bir daha düşün. A'nın simetri eksenine uzaklığını belirle ondan sonra çiz?

Vedat : Şurası mı hocam?

Görsel 3.3.5.13

Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi (İkinci Aşama)



Araştırmacı : İşaretle bakalım. A de oraya. Şimdi birleştir bakalım. A ile B'yi, D ile de C'yi.

Vedat : Şu A'yı?

Araştırmacı : Şimdi A ne yapmış. Çapraz 2 birim gitmiş değil mi?

Vedat : Evet.

Araştırmacı : Görüntüsü de yine çapraz 2 birim gidecek.

Vedat : O zaman?

Araştırmacı : Doğru mu?

Vedat : Yanlış gibi de geliyor. Hocam başka tarafa da? (A noktasının yansıma görüntüsünü belirlemede zorlandı)

Araştırmacı : O zaman da şekil bozuluyor değil mi. Tamam.

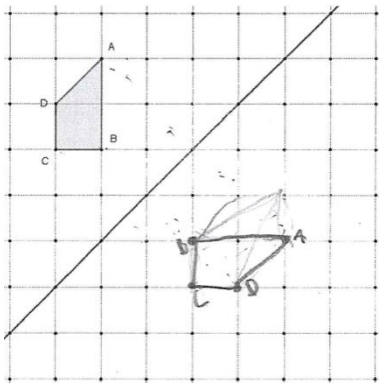
Vedat : Ne diyorsunuz hocam?

Araştırmacı : Bilmem sen bileceksin, sen karar vereceksin.

Vedat : Tamam hocam. (Çizimini tamamladı).

Görsel 3.3.5.14

Vedat'ın Eğik Simetri Doğrusuna Göre Yansıma Dönüşümü Altındaki Görüntü Çizimi (Son Aşama)



Vedat ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Vedat şeklin eğik yansıma doğrusuna en yakın nokta olan B noktasının görüntüsünü tespit ederek çizime başlamıştır (Görsel 3.3.5.12). Daha sonra sırasıyla C ve D noktasının görüntüsünü tespit eden Vedat A noktasının yerini bulmakta zorlanmıştır (Görsel 3.3.5.13). Vedat daha sonra bu noktaları doğru parçaları ile birleştirerek sırasıyla CD, BA, BC ve DA kenarlarını elde ederek görüntüyü tamamlamıştır (Görsel 3.3.5.14). Vedat'ın simetri algısının analitik düzeyde olduğu saptanmıştır.

3.3.6 Dönüşümler-3 (öteleme ve noktaya göre simetri)

Dönüşümlerle ile üçüncü aşamada öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme ve verilen şeklin noktaya göre simetriğini çizme sorularının analizine yer verilmiştir.

Tablo 3.3.11

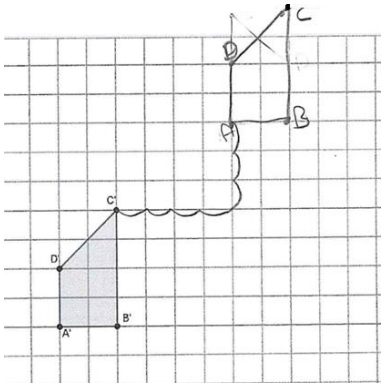
Odak Öğrencilerin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsünü ve Noktaya Göre Simetriğini Çizme ile İlgili Son Bilgileri

DÖNÜŞÜMLER-3	**Öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme**	**Global düzey (H)**
		Yarı Analitik düzey (D)
		Analitik düzey (V, T, E)
		Analitik-Sentetik düzey (N, R,)
	Noktaya göre simetriğini çizme	Global düzey (-)
		Yarı Analitik düzey (D)
		Analitik düzey (R, V, T, E)
		Analitik-Sentetik düzey (N, H)

Tablo 3.3.11'de görüldüğü gibi, **öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme** sorusunda bir öğrenci (Hatice) Global düzeydedir. Bu öğrencinin esas şekli bulmak yerine görüntüsüne yeniden öteleme dönüşümünü uyguladığı görülmektedir. Ancak öğrencinin bu öteleme dönüşümü de hatalıdır. Öğrencinin hatalı çizimi Görsel 3.3.6.1'de sunulmuştur.

Görsel 3.3.6.1

Hatice'nin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi



Araştırmacı ile Hatice arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi de farklı bir soru var şurada. Bir ABCD dörtgenimiz varmış. Bu dörtgeni dört birim sağa üç birim yukarıya ötelemişiz bu şekil oluşmuş. Acaba bu ABCD dörtgeni başlangıçta nerede olmalıdır? Bak tekrarlıyorum. Biz bunun ötelemesini istemiyoruz Hatice. Şekil varmış ötelemişiz buraya gelmiş. Bunun başlangıçtaki şekli nerede? Onu soruyoruz.

Hatice **:** Burada olur. (C noktasının belirliyor)

Araştırmacı **:** Bir çiz bakalım.

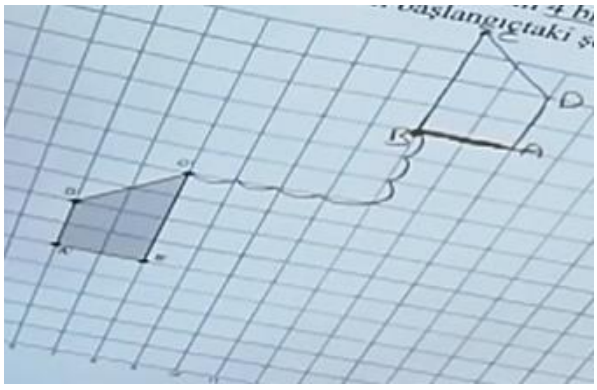
Hatice **:** Çizer

Araştırmacı **:** Şimdi bunun köşelerini de isimlendir. A, B, C, D noktalarını yaz bakalım.

Hatice **:** (Görsel 3.3.6.2).

Görsel 3.3.6.2

Hatice'nin Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklini Çizme Denemesi



Araştırmacı **:** Şimdi kontrol edelim. Buysa ABCD. A bu tarafa kaymış ama. Biz burada sadece öteleyeceğiz, yansıtma yok. İstersen bir daha düşün.

Hatice **:** (Yeniden çizer). (Görsel 3.3.6.1).

Hatice ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Hatice'nin görüntüsü verilen şeklin esas şeklini çizmek yerine şeklin görüntüsüne yeniden öteleme dönüşümü uygulamaya çalıştığı görülmektedir. Hatice'nin C' noktasına 4 birim sağa 3 birim yukarıya olacak şekilde öteleme dönüşümü uyguladığı görülmektedir. Ancak dönüşüm sonrasında belirlediği noktaya B noktasını yerleştirmiştir. Öteleme dönüşümü sonrasında çizdiği şekli dikey yansıma dönüşümü gibi çizmiştir (Görsel 3.3.6.2). Araştırmacının uyarısı ile hatasını anlayan Hatice öteleme dönüşümüne son halini vermiştir (Görsel 3.3.6.2). Hatice'nin çizimi hatalıdır. Hatice'nin simetri algısının global düzeyde olduğu saptanmıştır.

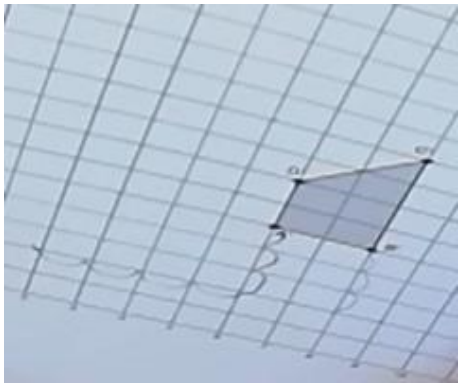
Bir şeklin **öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme** sorusunda bir öğrenci (Dilber) Yarı Analitik düzeydedir. Dilber'in öteleme dönüşümünde konum hatası yaptığı görülmektedir (Görsel 3.3.6.4). Araştırmacı ile Dilber arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi Dilber, burada bir şeklimiz varmış. Bu şekli biz ötelemişiz dört birim sağa üç birim yukarıya şu şekil oluşmuş. Öteledikten sonraki şeklimiz bu. **Başlangıçta bu şekil nerede** onu bilmiyoruz. Soruyu istersen birde sen kendin oku. Başlangıçta nerede olmalı ki şekil ötelendikten sonra burada konumlanmış olsun.

Dilber **:** Burada. (Şeklin alt köşelerinden 3'er birimlik aşağıya kılavuz çizgiler çizdi. Sonra sol tarafa 4 birimlik kılavuz çizgi çizdi. Sonra AD, BC, DC ve en son AB kenarını çizdi.)

Görsel 3.3.6.3

Dilber'in Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklini Çizme Süreci



Araştırmacı **:** Tamam

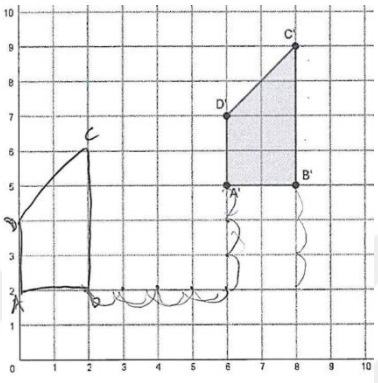
Dilber **:** Çizeyim mi?

Araştırmacı **:** Tamam çizelim. Çizdikten sonra şimdi bir kontrol etmeni istiyorum bu şekli gerçekten dört birim sağa üç birim yukarı çıkarttığımızda o şekil oluşuyor mu? Nokta nokta kontrol edersen daha hatasız yaparsın.

Dilber **:** Oldu gibi. (A noktasının ötelenmeden önceki yerini doğru belirledi. Ancak şekli çizerken A noktası yerine B noktasını çizdi. Konum hatası yaptı.)

Görsel 3.3.6.4

Dilber'in Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi

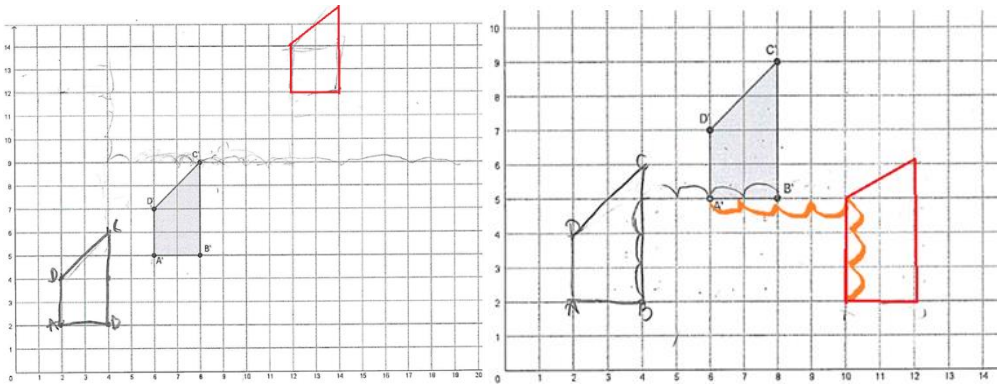


Dilber ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Dilber öncelikle öteleme dönüşümündeki öteleme doğrultularının tam tersini görüntüye uygulayarak şeklin başlangıçtaki yerini bulmak istemiştir. Bu amaçla A' noktasına 3 birim aşağı 4 birim sola olacak şekilde öteleme dönüşümü uygulamıştır (Görsel 3.3.6.3). Bu şekilde A' noktasını referans olarak A noktasının esas yerini bulması gerekirken Dilber'in şeklin tamamını çizerek ötelemede konum hatası yaptığı görülmektedir (Görsel 3.3.6.4). Araştırmacın çizimden sonra Dilber'in öteleme dönüşümünü kontrol etmesini istemesi üzerine Dilber B noktasından 4 birim sağa doğru 3 birim yukarıya doğru noktayı kılavuz çizgilerle ötelemiş ve şeklin öteleme dönüşümünün doğru olduğunu "oldu gibi" sözleriyle onaylamıştır. Ancak çizim şeklin genişliği kadar yani 2 birim solda hatalı çizilmiştir. Dilber öteleme dönüşümünü gerçekleştirirken A' noktasını referans alarak şeklin kalan parçalarının yerini belirlediği için simetri algısının yarı analitik düzeydedir.

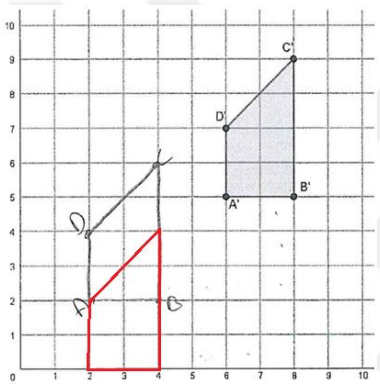
Öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme sorusunda üç öğrenci (Vedat, Teslime ve Eylül) Analitik düzeydedir. Bu öğrenciler bir hatalı denemeden sonra şekli bir referans noktasına göre çizmişler ve çizimlerinin doğruluğunu kontrol etmişlerdir. Öğrencilerin çizimleri Görsel 3.3.6.5'te sunulmuştur.

Görsel 3.3.6.5

Vedat, Teslime ve Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimleri



(a) (b)



(c)

Örneğin, Eylül'ün öteleme dönüşümünde B' noktasını referans alarak doğru çizim yaptığı görülmektedir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Eylül arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi Eylül birazcık daha farklı bir soru. Bizim bir şeklimiz varmış ama nerde olduğunu bilmiyoruz bu şeklimizi biz **dört birim sağa üç birim yukarıya ötelemişiz** bu şeklimizi şu şekil oluşmuş görüntüsü bu imiş. Bu şeklin başlangıçtaki hali hangisidir nasıldır? onu çizmeni istiyorum.

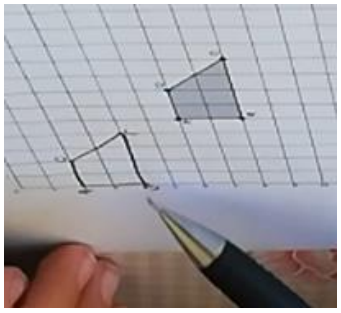
Eylül **:** Tamam. Bir iki üç dört, üç birim buradaymış

Araştırmacı **:** Tamam ona göre bir şekil çiz yine noktalara göre hareket edersen hata yapmazsın. Hangi noktayı nereye denk geliyor iyi bak ona göre şekli çiz

Eylül **:** Çizerken yön falan değişiyor muydu? Değişmiyordu. Bu böyle dik.

Görsel 3.3.6.6

Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Hatalı Çizimi



Araştırmacı **:** Tamam bir kontrol et bakalım gerçekten bu doğrumu mesela B noktasını bir kontrol et mesela gerçekten dört birim sağa üç birim yukarı olduğunda B, B''nün üstüne geliyor mu bir bak bakalım.

Araştırmacı **:** Bir iki üç dört olmuyor. O zaman birazcık…

Eylül **:** Daha yukarıya kaydıracağız. Dur dört birim sağa ama dört birim sağa.

Araştırmacı **:** Ha sağa doğru Bir iki üç.

Eylül **:** Sağa o yukarı gidiyorsun sen.

Araştırmacı **:** Bir iki üç bir tane eksik oldu.

Araştırmacı **:** Yok dört birim sağa B bir iki üç dört deyince buraya gelir. Üç birim yukarı dersek bir iki üç buraya gelir.

Eylül **:** Aşağıda kalıyor.

Araştırmacı **:** Aşağıda kalıyor o zaman sen ne yapacaksın?

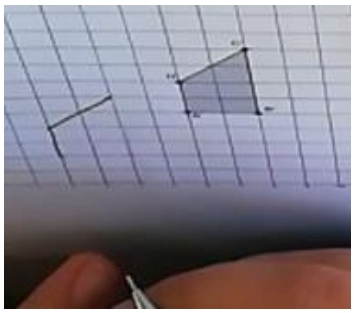
Eylül **:** Bir birim yukarı kaydıracağım

Araştırmacı **:** Bir birim mi iki birim mi ona iyi bak.

Eylül **:** Kendim böyle buldum da aşağıda çizmişim.

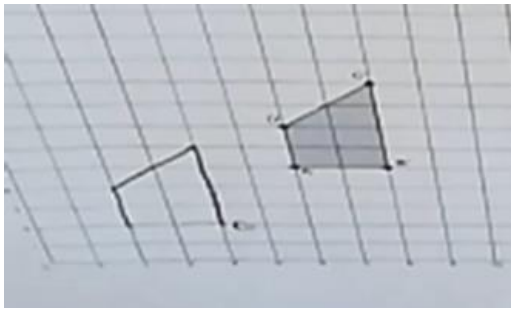
Araştırmacı **:** Şeklin yerini değiştirmiş oldun ama demin B şuradaydı, dördün olduğu hizadaydı.

Eylül **:** Şurası buradan başlıyor.



Araştırmacı **:** Bir uğraş bakalım. İstersen B'yi bir belirle ondan sonra yap. B'yi bir belirle. Tam nerede B?

Eylül **:** Bir dakika. Şurası B. Bir iki üç dört

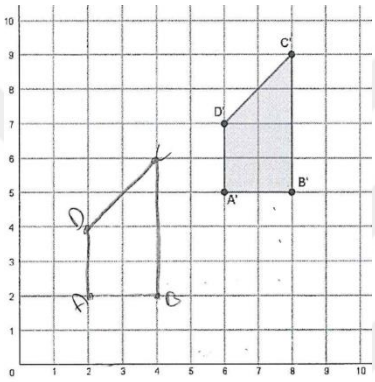


Araştırmacı **:** Tamam

Eylül **:** Bir iki üç doğru oluyor.

Görsel 3.3.6.7

Eylül'ün Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi



Eylül ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Eylül'ün ilk başta hatalı bir çizim denemesi olmuştur. Eylül dönüşümdeki öteleme doğrultularının tam tersini uygulayarak D' noktasını4 birim sola 3 birim aşağıya ötelemiştir. Bu şekilde D' noktasını referans olarak D noktasının esas yerini bulması gerekirken Eylül'ün şeklin tamamını çizerek ötelemede konum hatası yaptığı görülmektedir (Görsel 3.3.6.6). Araştırmacının çizimden sonra öteleme dönüşümünü kontrol etmesini istemesi üzerine öğrenci hatasını anlamıştır ve şekli aşağıda çizdiğini fark etmiştir. Çizimini tekrarlayan (Görsel 3.3.6.7) Eylül, B noktası referans alarak çizimini kontrol etmiştir. Eylül'ün ikinci denemesinde B' noktasını referans alarak doğru çizim yaptığı saptanmıştır.

Öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme sorusunda iki öğrenci (Naz ve Ramazan) Analitik-Sentetik düzeydedir. Öğrencilerin çizimlerini ilk denemelerinde başarılı bir şekilde gerçekleştirdikleri görülmektedir. Naz'ın öncelikle şeklin görüntüsünün köşe noktalarını ötelediği sonra bu noktaları doğru parçaları ile birleştirerek şeklin esas görüntüsünü tamamladığı görülmektedir. Ramazan'ın ise ötelemedeki iki adımlı hareketin ilki için bir çizim yapmıştır, sonrasında bu çizime diğer

öteleme hareketini uygulayarak esas görüntüsünü elde etmiştir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Naz arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi Naz bu soruyu tersten sormuşuz. Bir ABCD dörtgeni var bunu dört birim sağa üç birim yukarıya ötelediğimizde bu şekil (A'B'C'D') oluşmuş acaba başlangıçta bu dörtgen neredeydi?

Naz **:** Dört birim sağa.

Araştırmacı **:** Başlangıçta bu şekil neredeydi onu soruyoruz. Bu şekil ötelenmiş hali, başlangıçtaki şeklini soruyoruz.

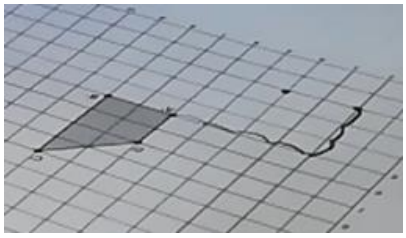
Naz **:**

Araştırmacı **:** Önce bir noktayı belirledin o noktayı niye A seçtin? Mesela niye D seçmedin seçmedin B seçmedin? A noktasından yola çıkarak şekli çizmeyi neden uygun gördün?

Naz **:** Ben öyle kolay olduğu için yaptım.

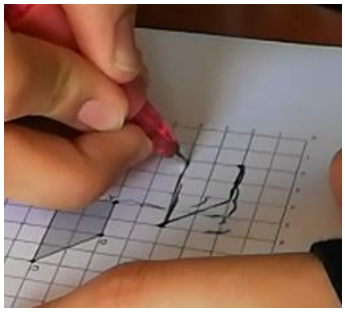
Araştırmacı **:** Tamam o zaman bir uç nokta seçtin sanırım değil mi?

Naz **:** Evet.



Araştırmacı **:** O uç noktayı seçtikten sonra diğerlerini zaten ötelemede şekil değişmediği için diğerlerini peyderpey yerleştiriyorsun.

Naz **:**



Araştırmacı **:** Şimdide kenarlarını çiziyorsun.

Naz **:** Evet.

Araştırmacı **:** Bir de kontrolünü yapalım mesela bu şekil gerçekten dört birim sağa üç birim yukarıya ötelediğimizde bu şekil oluşuyor mu?

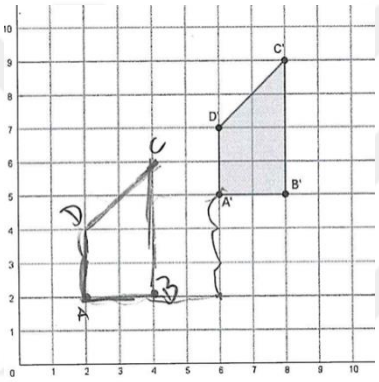
Naz **:** Bir iki üç dört üç birimde yukarı bir iki üç. Evet.

Araştırmacı **:** Evet gerçekten oraya geliyor A'nın haricinde diğer noktaları da yazabilir misin B, C, D?

Naz **:** (Görsel 3.3.6.8).

Görsel 3.3.6.8

Naz'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi



Araştırmacı **:** Tamam teşekkür ederim.

Naz ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Naz'ın öteleme yapacağı yöndeki A' noktasını referans aldığı ve öncelikle bu noktaya 4 birim sola 3 birim aşağıya olacak şekilde öteleme dönüşümü uyguladığı görülmektedir. Araştırmacı neden A' noktasını seçtiğini sormuş, öğrenci de o nokta ile başladığında daha kolay dönüşüm yapacağını söylemiştir. Naz A noktasının yerini belirledikten sonra şeklin diğer köşe noktalarını (B, C, D) da bu A noktasını referans alarak belirlemiştir. Öğrenci bu noktaları görüntüsüne uygun olacak şekilde doğru parçaları ile birleştirmiş ve esas şekli tamamlamıştır (Görsel 3.3.6.8). Naz ayrıca esas şekil ile görüntüsü arasındaki öteleme dönüşümü de kontrol etmiştir. Bu işlemleri seri bir şekilde gerçekleştiren Naz'ın simetri algısının Analitik-Sentetik düzeyde olduğu saptanmıştır.

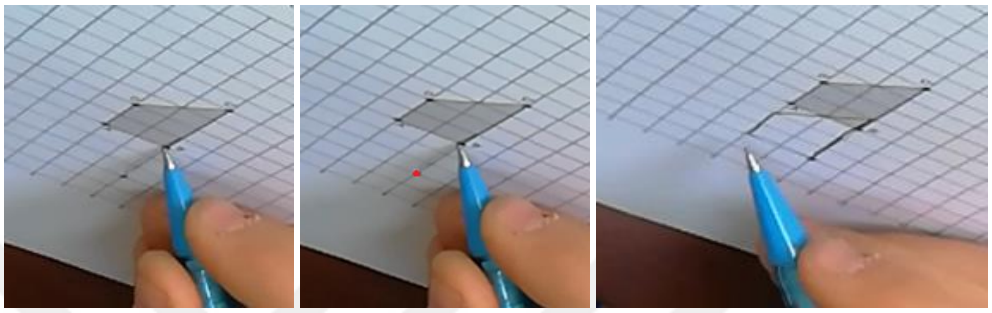
Öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme ile ilgili Ramazan ile Araştırmacı arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi Ramazan bu soruya birazcık dikkat etmeni istiyorum bu soru bir ABCD dörtgeninin dört birim sağ üç birim yukarıya ötelenerek çizilmiş hali. Acaba bu ABCD dörtgeninin başlangıçtaki şekli neredeydi? Onu soruyoruz. Ötelendikten sonraki şekli çizilmiş buraya başlangıçta nerede olması lazım acaba?

Ramazan **: (**Görsel 3.3.6.9)

Görsel 3.3.6.9

Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizim Aşamaları-1

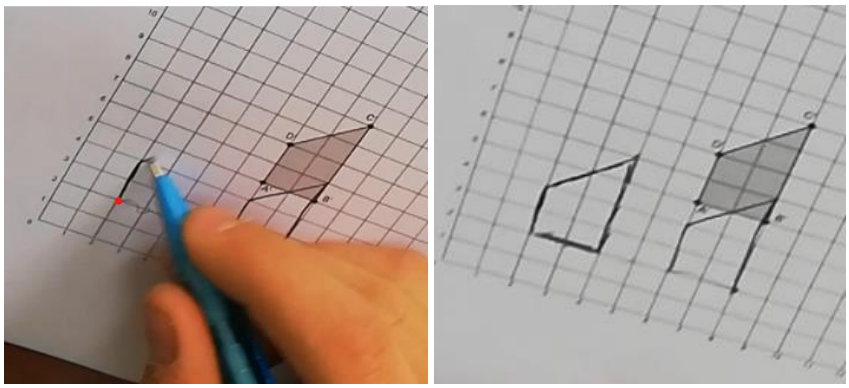


(a) (b) (c)

Ramazan **: (**Görsel 3.3.6.10)

Görsel 3.3.6.10

Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizim Aşamaları-2



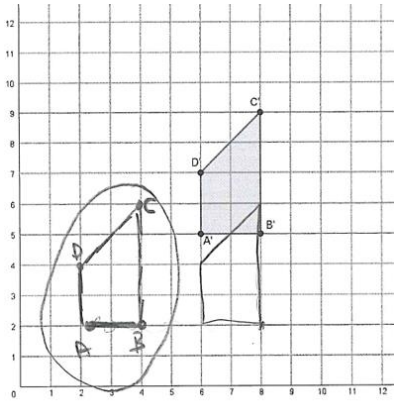
(a) (b)

Araştırmacı **:** Tamam o zaman onu ABCD diye işaretleyelim neresi A olacak neresi B olacak neresi C olacak.

Ramazan **: (**Görsel 3.3.6.11)

Görsel 3.3.6.11

Ramazan'ın Öteleme Dönüşümü Altındaki Görüntüsü Verilen Dörtgenin Esas Şeklinin Çizimi



Araştırmacı **:** Tamam şimdi birde kontrol etmeni istiyorum normalde A noktası gerçekten dört birim sağa üç birim yukarıya gittiğinde bu ilgili yere ulaşmış oluyor mu?

Ramazan **:** Evet hocam

Araştırmacı **:** Aynı şekilde C de ulaşmış oluyor mu?

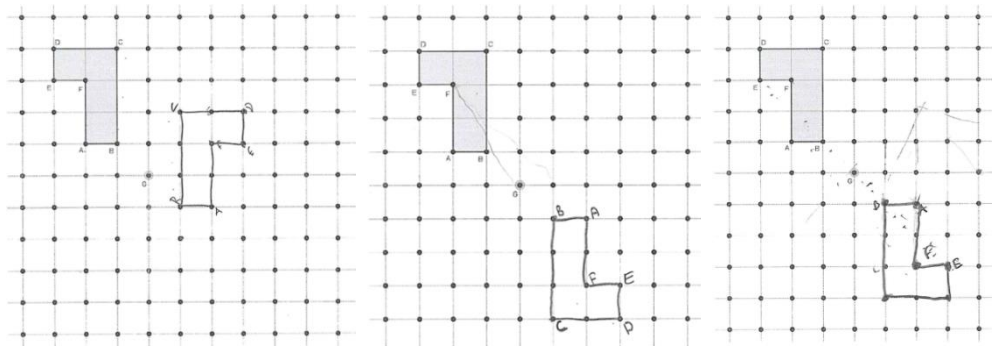
Ramazan **:** Oda doğru hocam.

Ramazan ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Ramazan 3 birim aşağıya ve 4 birim sola olacak şekilde tersine bir öteleme yapmayı düşünmüştür. Bu tersine işlemleri iki aşamada uygulamıştır. İlk aşamada 3 birim aşağıya ötelemeyi gerçekleştirmiştir. Ramazan öteleme yapacağı yöndeki en uç noktalardan biri olan B' noktasını referans alarak ve bu noktayı 3 birim aşağıya ötelemiştir **(**Görsel 3.3.6.9a ve Görsel 3.3.6.9b). Daha sonra Ramazan belirlediği bu yeni noktayı referans alarak şeklin tamamını çizmiştir (Görsel 3.3.6.9c). Ardından aynı işlemleri Görsel 3.3.6.9c'deki elde ettiği görüntüye uygulamıştır. Yani Görsel 3.3.6.9c'deki şeklin en sol alt ucundaki köşe noktasını4 birim sola ötelemiştir (Görsel 3.3.6.10a). Bu yeni belirlediği noktayı referans alarak şeklin tamamını çizmiştir (Görsel 3.3.6.10b). Esas şeklin köşe noktalarını da işaretleyerek çizimi tamamlamıştır (Görsel 3.3.6.11). Ramazan ayrıca esas şekil ile görüntüsü arasındaki öteleme dönüşümü de kontrol etmiştir. Bu işlemleri seri bir şekilde gerçekleştiren Ramazan'ın simetri algısının Analitik-Sentetik düzeyde olduğu saptanmıştır.

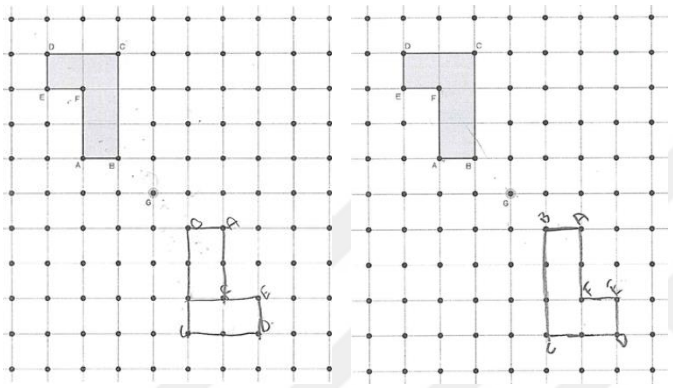
Tablo 3.3.11'de görüldüğü gibi, bir şeklin **noktaya göre simetriğini çizme** sorusunda bir öğrenci (Dilber) Yarı Analitik düzeyde, üç öğrenci (Ramazan, Vedat ve Eylül) Analitik düzeyde ve üç öğrenci (Naz, Hatice ve Teslime) Analitik-Sentetik düzeydedir. Öğrencilerin noktaya göre yansıma görüntüsü çizimleri Görsel 3.3.6.12'da sunulmuştur.

Görsel 3.3.6.12

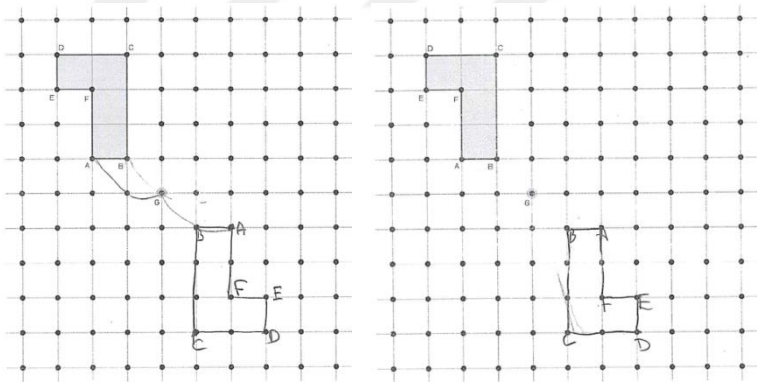
Dilber, Ramazan, Vedat, Eylül, Naz, Hatice ve Teslime'nin Noktaya Göre Simetri Çizimleri



(a) (b) (c)



(d) (e)



(f) (g)

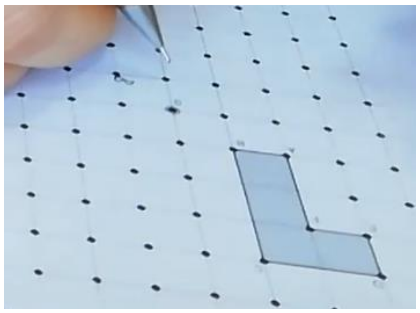
Görsel 3.3.6.12 incelendiğinde Dilber hariç diğer tüm odak öğrencilerin doğru çizimler yaptıkları görülmektedir. Bu durumla ilgili Dilber ile Araştırmacı arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi gelelim **noktaya göre yansıma**ya. Bu sefer doğru yok nokta var. Bu noktaya göre mesafelerine dikkat ederek yansımasını çizmeye çalışacaksın. Yine şeklin köşesindeki noktalara dikkat edersen sanki daha hızlı ve hatasız bir çizim yaparsın gibi geliyor bana.

Dilber **:**

Görsel 3.3.6.13

Dilber'in Bir Şeklin Noktaya Göre Yansıma Görüntüsü Çizim Aşaması



Araştırmacı **:** Mesela önce B noktasını belirleyerek bir başla. Tamam, yaz oraya B. Şimdi de diğer noktaları belirle.

Dilber **:** Burası A.

Araştırmacı **:** Noktaya göre olacak ama aman ona dikkat et. Noktaya göre ne kadar mesafede ise o kadar uzaklıkta diğer tarafta olmalı noktaya göre. Cetveli kullanabilirsin.

Dilber **:** Buraya mı geliyor? Buraya geliyor o zaman?

Araştırmacı **:** Tamam işaretle bakalım orası ne A tamam.

Dilber **:** Şurası B, olmadı.

Araştırmacı **:** Tamam sil bir daha dene. B doğru, ondan sonrakileri bir daha gözden geçir.

Dilber **:** A buraya mı?

Araştırmacı **:** Evet doğru güzel orası A.

Dilber **:** F.D.

Araştırmacı **:** Şu noktaya göre mesafeleri aynı olacak. Bu noktanın bu noktaya mesafesi ne kadar ise görüntüsü de o kadar uzaklıkta olacak. G ye göre. Cetveli kullanabilirsin istersen. Bak cetvel sana kolaylık sağlayabilir. Odak noktamız hep G olacak, G.

Dilber **:** Evet F burası olacak.

Araştırmacı **:** Tamam.

Dilber **:** E burası

Araştırmacı **:** Yaz bakalım oraya da E.

Dilber **:** Şuraya da C.

Araştırmacı **:** Tamam şimdi birleştir bakalım.

Dilber **:** Olmamış. Tamam, C'yi yanlış koymuşum C baya geride. (Çizimini tamamladı.) (Görsel 3.3.6.12a).

Araştırmacı **:** Tamamdır.

Dilber ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Dilber'in ilk olarak B noktasının yansıma görüntüsünü belirlediği görülmektedir (Görsel 3.3.6.13). Ardından A noktasının yansıma görüntüsünü belirlemede zorlanmıştır. Cetvel kullanarak A

noktasının yansıma görüntüsünü belirleyebilmiştir. Diğer köşe noktalarının (F, E, D ve C) yansıma görüntülerini hatalı belirleyen Dilber, noktaları doğru parçalarıyla birleştirerek çizimini tamamlamıştır (Görsel 3.3.6.12a). Dilber'in noktaya göre yansıma görüntüsü çizimi "şeklin dikey doğruya göre yansımasının, 2 birim aşağıya ötelenmiş hali"ne benzemektedir. Şekli bütün olarak algılamayan ancak şeklin bazı köşe noktalarının yansıma görüntülerini doğru bazılarını ise yanlış belirleyen Dilber'in yanlış çizim yaptığı görülmektedir. Dilber'in simetri algısının yarı analitik düzeyde olduğu saptanmıştır.

Noktaya göre yansıma görüntüsü çizimi Görsel 3.3.6.12b'de sunulmuş olan Ramazan'ın çiziminde kritik noktaların görüntüsünü belirlerken çoğunlukla cetvel kullandığı görülmektedir. Görüntü çizimi Görsel 3.3.6.12c'de sunulan Vedat ve görüntü çizimi Görsel 3.3.6.12d'de sunulan Eylül'de çizimlerinde cetvelden faydalanmışlardır. Bu durumla ilgili Ramazan ile Araştırmacı arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Evet Ramazan şimdi de şöyle bir noktaya göre yansıma çizimi yapacaksın. Biraz önce doğruya göre yansıma idi şimdi de noktaya göre yansıma. Yani şeklin üzerindeki bütün noktalar bu **noktaya göre yansıyacak.** Mesela bana hemen B noktasının yansıma görüntüsünü belirler misin?

Ramazan **:** B orada olur.

Araştırmacı **:** Tamam peki A nerede olur?

Ramazan **:** Burada olur.

Araştırmacı **:** Tamam güzel benzer şekilde F'yi deneyelim, mesela E'yi deneyelim. Noktaya göre G noktasına göre olacak. Doğruya göre değil. Cetvel kullanabilirsin istersen.

Ramazan **:** Şuralarda olur.

Araştırmacı **:** Cetvelin var nerede olduğuna tam karar ver. Evet dediğin gibi. Tamam.

Ramazan **:** F'yi buldum.

Araştırmacı **:** O nokta E noktası sanki.

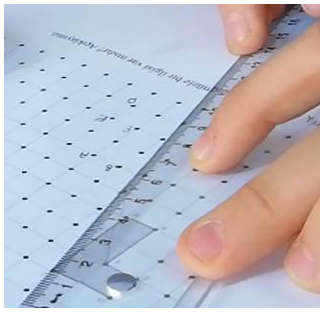
Ramazan **:** Evet

Araştırmacı **:** F olmaz o E. Orası mı emin ol. Ne kadar bir iki üç dört.

Ramazan **:** Olmaz.

Araştırmacı **:** Dört birim aşağıda.

Ramazan **:** Burası mı olur? (Noktaların görüntüsünü bulmak için cetvel kullandı).



Araştırmacı **:** Sanki orası gibi değil mi?

Ramazan **:** Tamam.

Araştırmacı **:** Şimdi, şekli bir çiz, şekli çizdiğinde daha iyi anlaşılır neresi olduğu.

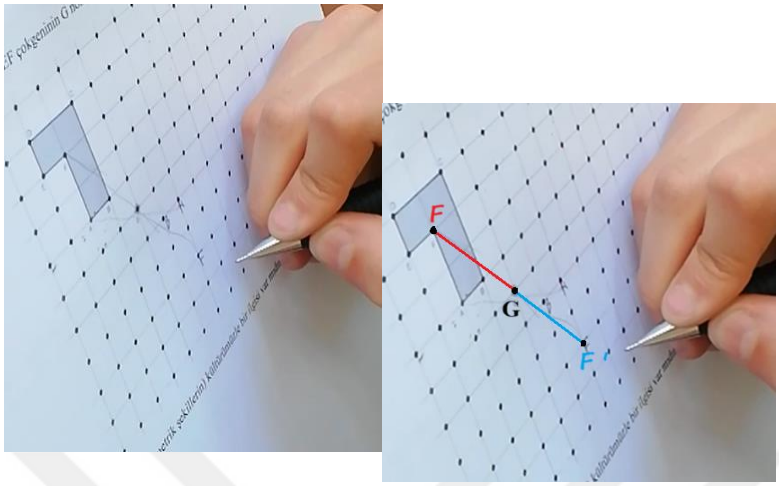
Ramazan **:** Tamam.

Ramazan ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Ramazan noktaya göre yansıma çiziminde B noktasının ve A noktasının görüntüsünü kolaylıkla belirlemiştir. Diğer noktaların görüntüsünü belirlerken zorlanan Ramazan cetvel kullanarak bu zorluğu aşmıştır. Ramazan birden fazla noktayı referans alarak şeklin tüm köşe noktalarının yansısını bulmuştur. Şekildeki tüm köşe noktalarının görüntüsünü belirleyen Ramazan bu noktaları doğru parçalarıyla birleştirmiş ve çizimini tamamlamıştır (Görsel 3.3.6.12b). Ramazan'ın simetri algısının analitik düzeyde olduğu saptanmıştır.

Noktaya göre yansıma görüntüsü çiziminde Analitik-Sentetik düzeyde olduğu tespit edilen öğrencilerden Teslime şeklin köşe noktalarının görüntüsünü belirlerken noktalı kâğıda kılavuz çizgiler çizerek köşe noktalarının yansıma görüntülerini belirlemiştir. Örneğin F noktasının G noktasına göre yansıma görüntüsünü belirlerken, F noktası ile G noktasını birleştiren bir kılavuz çizgi çizmiştir. Ardından aynı uzunluktaki kılavuz çizgiyi, aynı doğrultuda G noktasından uzatmıştır ve F' noktasını belirlemiştir (Görsel 3.3.6.14). Teslime bu şekilde şeklin tüm köşe noktalarının görüntüsünü belirlemiştir. Sadece C noktasının görüntüsünü belirlemede zorlanan Teslime cetvel yardımıyla bu zorluğu aşmıştır. Son olarak şeklin görüntüsünün köşe noktalarını doğru parçalarıyla birleştiren Teslime çizimini tamamlamıştır (Görsel 3.3.6.12g).

Görsel 3.3.6.14

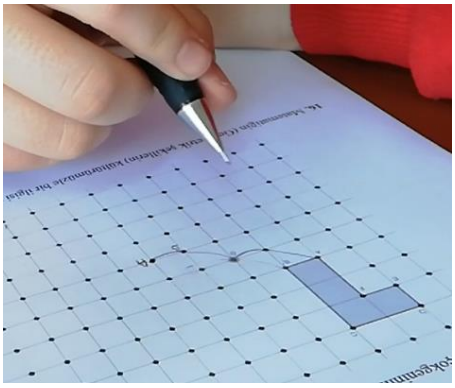
Teslime'nin Bir Şeklin Noktaya Göre Yansıma Görüntüsü Çizimi



Noktaya göre yansıma görüntüsü çiziminde Analitik-Sentetik düzeyde olduğu tespit edilen diğer iki öğrenci (Naz ve Hatice) ise şeklin köşe noktalarının görüntülerini uzaklık ve eğim faktörlerini dikkate alarak teker teker belirlemişlerdir. Ardından bu noktaları doğru parçaları ile birleştirerek şekli tamamlamışlardır. Hem Naz hem de Hatice noktaya göre simetrinin aslında bir dönme dönüşümü olduğunu söylemektedirler. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Hatice arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi de **noktaya göre yansıma**. Bu şekli bu noktaya göre yansıtmanı istiyorum. Önceden doğruya göre yansıtmıştık ya şimdi de noktaya göre yansıtacağız. Yani her bir nokta bu noktaya ne kadar uzaklıktaysa ona göre görüntüsü de o kadar uzaklıkta olacak. Nokta nokta gidersen rahat edersin diye düşünüyorum.

Hatice **:**



Araştırmacı **:** A'yı, B'yi belirlemişsin.

Hatice : (Çizimini tamamladı). (Görsel 3.3.6.12f). (A ve B noktasından sonra C noktasının görüntüsünü belirledi. C'D' kenarını çizdi. D'E' kenarını çizdi. EF, FA, BC ve en son BA kenarının görüntüsünü çizdi).

Araştırmacı : Tamam harika Hatice. Tek hamlede doğrusunu (doğru görüntüyü) çizdin. Bu (şeklin görüntüsü) bunun(şeklin) nesi Hatice?

Hatice : Döndürülmüş hali. (Noktaya göre yansımanın aslında döndürme olduğunu biliyor).

Araştırmacı : Burada döndürme var. Harika.

Hatice ile Araştırmacı arasında geçen görüşme incelendiğinde, Hatice'nin ilk başta şeklin köşe noktalarının yansıma görüntülerini belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Hatice A', B' ve C' noktalarının konumlarını belirledikten sonra CD kenarının görüntüsünü çizmiştir. Daha sonra sırasıyla DE, EF, AF, BC ve BA kenarının yansıma görüntüsünü çizerek çizimini tamamlamıştır (Görsel 3.3.6.12f). Çizim tamamlandıktan sonra Araştırmacı, Hatice'ye şekil ile noktaya göre yansıma görüntüsünü incelemesini istemiştir. Hatice görüntünün esas şeklin "döndürülmüş hali" olduğunu söyleyerek, noktaya göre yansımanın aynı zamanda özel bir dönme dönüşümü olduğunu fark etmiştir.

3.3.7 Etnomatematik

Son Görüşmede etnomatematik ile ilgili sorudaki amaç öğrencinin kültür ile süslemeler arasında ilişki kurmasını sağlamaktır. Öğrencilere "Matematiğin (geometrik şekillerin) kültürümüzle bir ilgisi var mıdır?" diye sorulmuş ve Tablo3.3.12'deki gibi cevaplar alınmıştır:

Tablo 3.3.12. *Odak Öğrencilerin Etnomatematik ile İlgili Son Bilgileri*

Kültür	Örnekler vererek süsleme-kültür ilişkisini açıklama (N, R, D, V, H, T, E)
Kültür ile süslemeler arasında ilişki kurma (etnomatematik)	İlişkiyi fark edememe (-)

Son Görüşmelerde matematik ile kültür arasındaki ilişki konusunda öğrencilerin son bilgileri sorgulanmıştır. Tablo 3.3.12 incelendiğinde öğrencilerin tümünün matematik ile kültür arasında ilişki kurmaya çalıştıkları ve çeşitli örnekler (cami ve müzedeki süslemeler, halı desenleri, çevredeki geometrik şekiller, ev eşyaları) verdikleri görülmektedir. Örneğin Naz süslemelerin cami, müze gibi tarihi eserlerde kullanıldığını,

Ramazan halı desenlerinde süslemelere rastlandığını, Vedat binalarda geometrik şekillerin kullanıldığını, Dilber zemin döşemelerinde, Teslime örgülerde, Hatice ve Eylül tarihi birçok eserde geometrik şekillerin kullanıldığını söylemiştir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi birkaç cümlede yazabilirsin oraya sözlü olarak ta söyleyebilirsin. Artık bu kadar etkinlikten sonra Akşehir tarihi gezisinden sonra bana **matematiğin** yani **geometrik şekillerin kültürümüzde** örf adet gelenek göreneklerimizde yaşam tarzımızda bir ilgisi var mı açıklayabilir misin?

Ramazan **:** Var.

Araştırmacı **:** Mesela nerelerde var?

Ramazan **:** Duvar şekillerinde

Araştırmacı **:** Duvar şekillerinde var evet başka?

Ramazan **:** Halı desenlerinde.

Araştırmacı **:** Başka?

Ramazan **:** Camilerde.

Araştırmacı **:** Camilerimizde var.

Ramazan **:** Evet.

Araştırmacı **:** Kiliselerde var.

Ramazan **:** Evet

Araştırmacı **:** Müzelerde var mı?

Ramazan **:** Evet var.

Araştırmacı **:** Değil mi müzelerde de gördük yani farkında olmadan matematik bizim birçok alanımıza girmiş ama biz bunun farkında değildik bu vesile ile farkında olduk sanki?

Ramazan **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** Peki bu süreçten sonra matematik hakkında çevrene farklı şekilde yaklaşıyor musun?

Ramazan **:** Evet.

Araştırmacı **:** Yani ne düşünüyorsun ya da bu yaptığımız etkinlikler seni etkiliyor mu günlük yaşamında?

Ramazan **:** Etkiliyor.

Araştırmacı **:** Mesela nasıl etkiliyor?

Ramazan **:** Daha dikkatli bakıyorum.

Araştırmacı **:** Daha dikkat ediyorsun o çevredeki onların varlığını daha güzel görüyorsun diye düşündük güzel teşekkür ederim.

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen görüşme incelendiğinde, Ramazan'a göre camiler ile müzelerin duvarlarında ve çeşitli ev eşyalarında örneğin halı desenlerinde

geometrik şekiller kullanılmaktadır. Yani Ramazan matematiğin geometrik şekillerin kültür ile olan ilgisini çevresindeki tarihi yapılardan örneklerle açıklayabilmektedir. Ramazan ayrıca sınıfta gerçekleştirilen öğretim etkinliklerinden sonra çevresindeki varlıklara daha dikkatli bakmaya başladığını ve günlük yaşamının birçok alanında matematikle karşılaştığını söylemiştir.

3.3.8 Süslemeler (Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma, Periyodik Süsleme Analizi, Periyodik Olmayan Süsleme Analizi)

Öğrencilerin süslemeler ile ilgili son bilgileri, örüntü blokları ile süsleme oluşturma, periyodik bir süslemenin analizi ve periyodik olmayan bir süslemenin analizi başlıklarında incelenmiştir. Örüntü blokları ile süsleme oluşturma sorularının analizleri Tablo 3.3.13'de özetlenmiştir:

Tablo3.3.13

Odak Öğrencilerin Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma ile İlgili Son Bilgilerinin Analizi

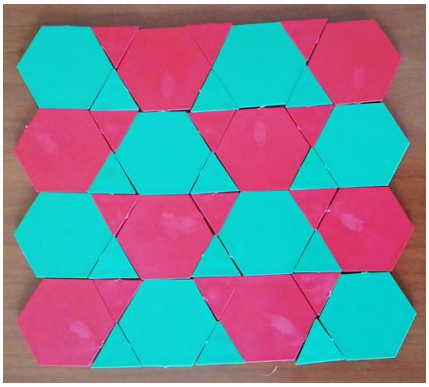
Örüntü Blokları ile Süsleme Oluşturma	Kişiye Özgü Bir Süsleme Örneği Oluşturma	Oluşturma	Düzgün Süsleme (H)
			Yarı Düzgün Süsleme (N, R, D, V, T, E)
		Oluşturamama (-)	
	Süsleme Oluşturma	Düzgün Süsleme Oluşturma	Sadece kareler ile oluşturma (N, R, D, V, H, T, E)
			Sadece düzgün altıgenler ile oluşturma (N, R, D, V, H, T, E)
	Süsleme Oluşturamama	Süslemenin oluşmayacağını fark etme	Sadece düzgün sekizgenler kullanma (N, R, D, V, T, E)
		Süslemenin oluşmayacağını fark edememe	Sadece düzgün sekizgenler kullanma (H)

Öğrencilerden örüntü blokları yardımıyla bir süsleme oluşturmaları istendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun (Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) birden fazla düzgün geometrik şekil kullanarak **yarı düzgün** süslemeler oluşturdukları görülmektedir. Öğrencilerden biri (Hatice) ise tek bir geometrik şekil (düzgün altıgen) kullanarak **düzgün** bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.1c). Ancak Hatice düzgün altıgeni iki yamuk ile oluşturmuştur. Örneğin Naz, düzgün altıgen ve eşkenar üçgenlerle yarı düzgün ve süsleme kodu 6,6,3,3 olan bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.1a). Ramazan ise kare, eşkenar üçgen ve düzgün altıgenlerle yarı düzgün bir süsleme oluşturmuştur (Görsel

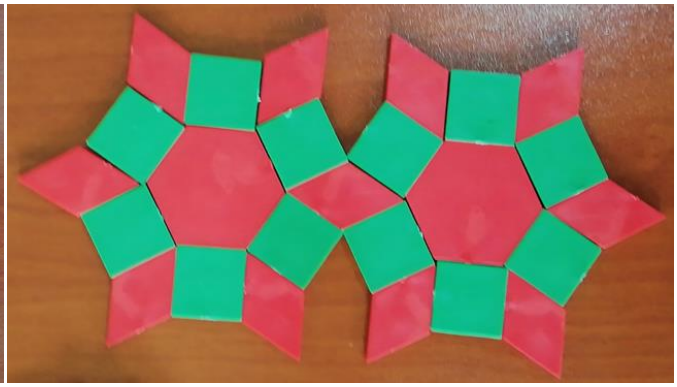
3.3.8.1b). Dilber düzgün sekizgen ve karelerle yarı düzgünve8, 4, 8 süsleme koduna sahip bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.1c). Vedat da Dilber'in süslemesine benzer bir süsleme oluşturmuştur ancak süslemedeki kareler ikizkenar dik üçgenlerle oluşturulmuştur (Görsel 3.3.8.1d). Hatice sadece iki yamuk ile oluşturulmuş düzgün altıgenlerle düzgün bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.). Hatice). Teslime eşkenar üçgen ve düzgün altıgenlerle yarı düzgün ve süsleme kodu 6, 3, 3 olan bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.1f). Eylül ise düzgün altıgen ve eşkenar üçgenlerle yarı düzgün bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.1g).

Görsel 3.3.8.1

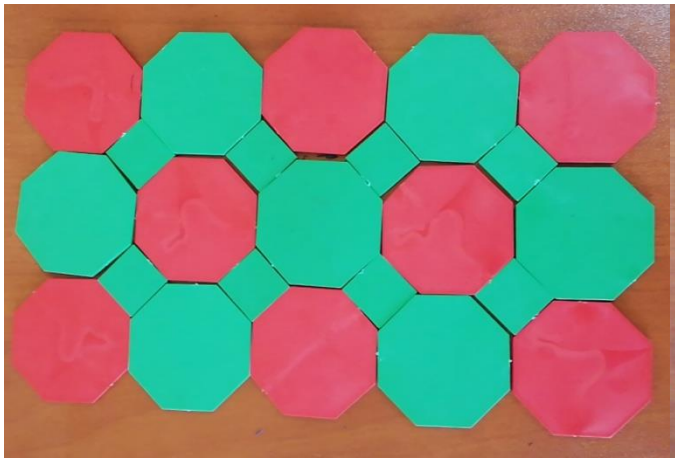
Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler



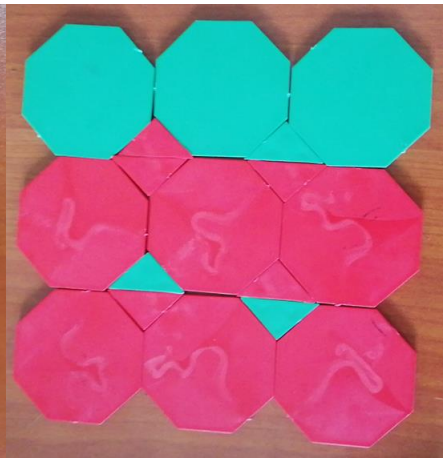
(a)



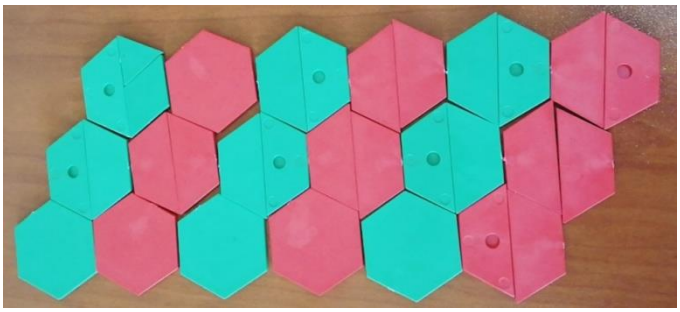
(b)



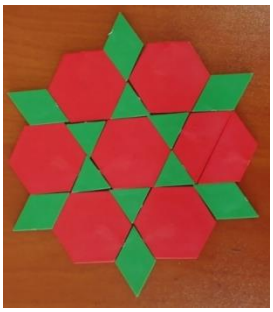
(c)



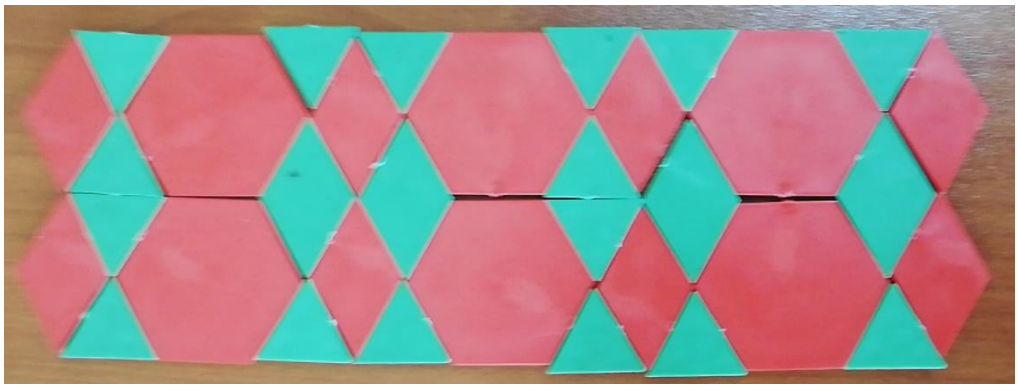
(d)



(e)



(f)

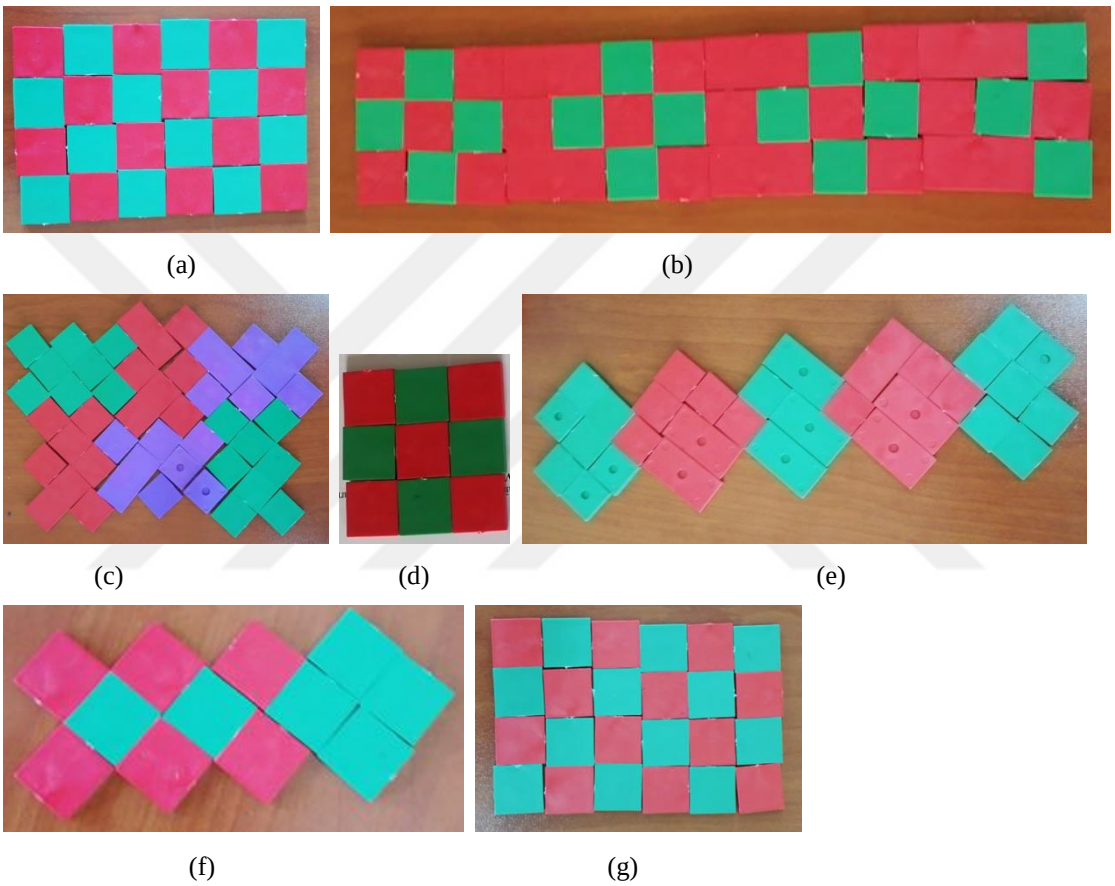


(g)

Tablo 3.3.13 incelendiğinde odak öğrencilerin tümünün sadece karelerle (Görsel 3.3.8.2) ve sadece düzgün altıgenlerle (Görsel 3.3.8.3) süsleme oluşturdukları görülmektedir. Odak öğrencilerden biri (Hatice) hariç diğerleri sadece düzgün sekizgenlerle bir süsleme oluşturulamayacağını deneyerek görmüşlerdir.

Görsel 3.3.8.2

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Kare Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler



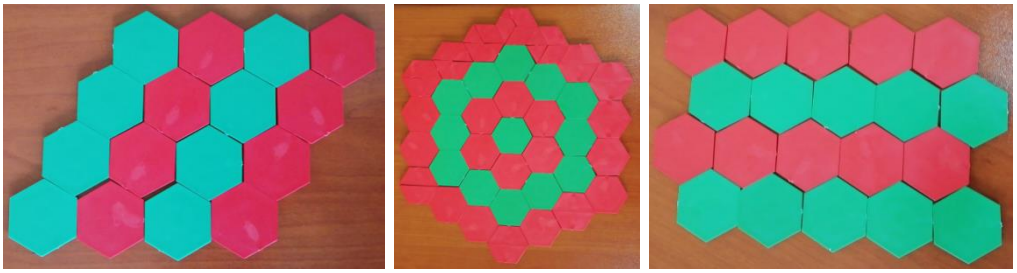
(a) (b)

(c) (d) (e)

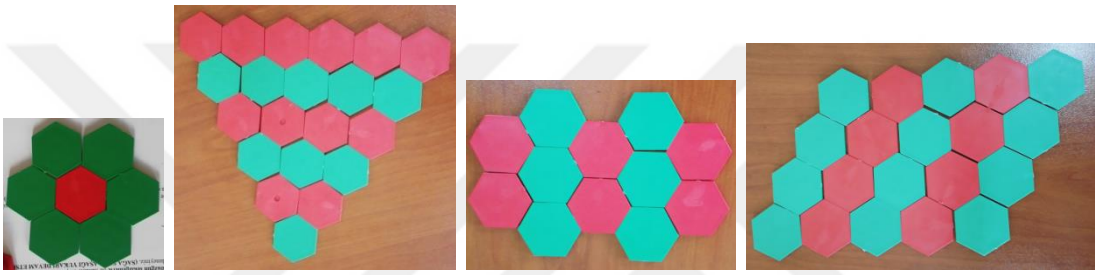
(f) (g)

Görsel 3.3.8.3

Naz, Ramazan, Dilber, Vedat, Hatice, Teslime ve Eylül'ün Düzgün Altıgen Örüntü Blokları ile Oluşturduğu Süslemeler



(a) (b) (c)



(d) (e) (f) (g)

Araştırmacı ile öğrenciler arasında, **örüntü blokları ile süsleme oluşturma** hakkında şu konuşmalar geçmiştir:

Araştırmacı : Teslime malzemelerimiz bunlar. Elinde düzgün birçok şekil eşkenar üçgen var, kare var, düzgün beşgen, altıgen, sekizgen ne istersen var. Bunları kullanarak **süsleme yapmanı** istiyoruz. Süsleme neydi yüzey kaplamaydı yani aralarda boşluk kalmadan yapılırdı. Kolayda olabilir yatkın olduğun bir şekilde olabilir. Sen den bir şekil oluşturmanı istiyoruz. Buyur bakalım ne kullanmak istiyorsun. Yüzey kaplayacağız arada boşluk kalmayacak.

Teslime : Yapmaya başlar.

Araştırmacı : Onu çoğaltabilir yapabilirsin. Birazcık aşağıya doğru da çoğaltmanı da istiyorum. Altıgenlerden de birazcık kullan. Devam et altıgenlerden biraz daha yerleştir. O kadar boşluk olur. Biz onların zaten uygun olduğunu biliyoruz.

Teslime : Çok kolay oluyor.

Araştırmacı : Kırmızı oluşturabiliriz. Şu ikisi.

Teslime : Şimdi bunların arasına şu yeşilleri koyalım.

Araştırmacı : Vay buyur.

Teslime : Şimdi buralara koyayım. (Görsel 3.3.8.3f).

Araştırmacı : Tamam ben bunun bir fotoğrafını çekeyim. Böyle bir süsleme yapılabilir dedin.

Teslime : Eve gidince bilgisayarda deneyeyim.

Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma incelendiğinde, Araştırmacının Teslime'den örüntü blokları ile bir süsleme oluşturmasını söylediği görülmektedir. Teslime eşkenar üçgen ve düzgün altıgenlerle yarı düzgün ve süsleme kodu 6, 3, 3 olan bir süsleme oluşturmuştur (Görsel 3.3.8.3f).

Araştırmacı **:** Şimdi sadece karelerle bana bir süsleme oluşturmanı istiyorum sadece karelerle, renklerine dikkat ederek bir süsleme oluşturmanı istiyorum. Zıt renkler kullanabilirsin istersen. Tamam, bir yüzey kaplayacaksın ama sen şu anda bir fayans ustasısın o karelerle bir yüzey kaplayacaksın ama tabi desenli bir şekilde kaplamanı istiyor evin sahibi hanımefendi. Hanımefendiyi üzmeyecek şekilde bana bir yüzey kapla. Tamam devam edelim daha malzememiz var. Yani orada bir kurallı süsleme yapmaya çalışacaksın onun bir benzerini biz sınıfta yapmıştık hatırlarsan.

Ramazan **:** Tamam.

Araştırmacı **:** Evet Ramazanım ne yaptın?

Ramazan **:** Şöyle bir şey yapıyorum.

Araştırmacı **:** Tamam, yani şöyle ortada bir yeşilden artı mı yapmaya çalışıyorsun, ya da şöyle bir desen mi yapmaya çalışıyorsun? Tamam, bu deseni o zaman devam ettiririz bana şöyle şu tarafa doğru bir adım daha yapabilirsek malzemelerimiz yeterse. Hatta ben sana tamam devam et devam et her halde yetecek gibi malzeme yetmeyecekse yine başka bulabiliriz. Evet, Ramazanım hadi.

Ramazan **:** Evet şöyle

Araştırmacı **:** Kırmızı mı lazım sana?

Ramazan **:** Evet.

Araştırmacı **:** Derhal kırmızı lazımsa sana sıkıntı yok. Şuradan iki taneyi aldım şöyle al sana buradan bak şunları da aldım tamam mı sana kırmızı çıkartabiliriz. Al şunları da çıkarttım al sana kırmızı tamam mı onlar sanki iki tane kare imiş gibi düşünelim tamam mı şimdi devam. Evet, şuraya ne gelecek şimdi evet hadi buyur. Tamam evet. Tamam mı?

Ramazan **:** Evet hocam.

Araştırmacı **:** Malzemenin hepsini kullandık mı?

Ramazan **:** Evet

Araştırmacı **:** İhtiyacın olan bir şey var mı?

Ramazan **:** Yok hocam

Araştırmacı **:** Şey vereyim mi sana kare vereyim mi kırmızı kare bak şunlardan da kırmızı kare oluşturabiliyoruz. Son bir adım daha burayı oluşturalım bitirelim ben sana bir tane daha vereyim bundan bak şöyle de bir kırmızı kare onun ucuna eklemen için ne gerekiyor?

Ramazan **:** Yeşil

Araştırmacı **:** Yeşil gerekiyor öyle mi? Yeşil de buluruz al şunlarda yeşil evet şöyle Ramazan bunlar da yeşil. Bitti mi?

Ramazan **:** Bitti hocam. (Görsel 3.3.8.2b)

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Araştırmacının Ramazan'dan sadece karelerle süsleme oluşturmasını istediği ancak renk uyumuna dikkat etmesi gerektiğini söylediği görülmektedir. Ramazan Görsel 3.3.8.2b'deki gibi bir süsleme oluşturmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi **düzgün altıgenlerle** süsleme olur mu?

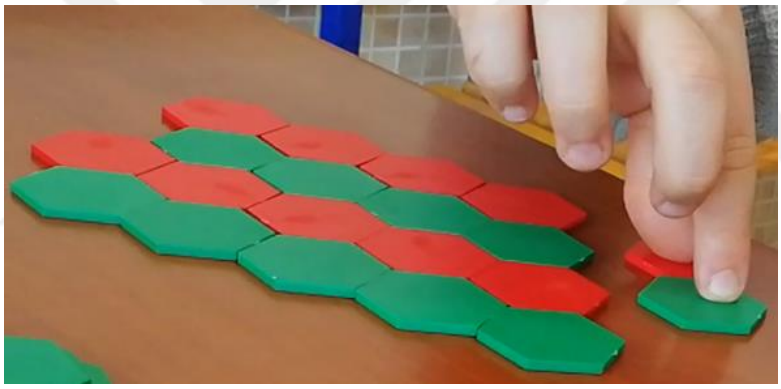
Dilber **:** Evet. (Görsel 3.3.8.3c).

Araştırmacı **:** Tamam güzel harika şöyle bir fotoğrafını çekeyim. Bu süslemenin tekrar birimi nedir?

Dilber **:** Şu ikisi

Görsel 3.3.8.4

Dilber'in Oluşturduğu Süsleme ile İlgili Tekrar Birimi Görüşü



Araştırmacı **:** O ikisi tekrar birimi tamam. Güzel harika!

Araştırmacı ile Dilber arasında geçen konuşma incelendiğinde, Araştırmacının Dilber'den sadece düzgü altıgenlerle süsleme oluşturmasını istediği ancak renk uyumuna dikkat etmesi gerektiğini söylediği görülmektedir. Dilber Görsel 3.3.8.3c'deki gibi bir süsleme oluşturmuştur. Ayrıca Dilber oluşturduğu süslemenin tekrar biriminin biri yeşil biri kırmızı iki altıgen olduğunu göstermiştir (Görsel 3.3.8.4).

Araştırmacı **:** Naz şimdide şunların hepsini ben şöyle alıyorum senden **sekizgenlerle bir süsleme yapmanı istiyorum** yapılabiliyor mu yapılamıyor mu bunun kararını vermeni istiyorum.

Naz **:** Sadece ondan olmuyor galiba aralarında boşluk kalıyor.

Araştırmacı **:** Sadece ondan olmuyor mesela aralarına bir daha koymaya çalış bakalım ya da üçünü ya da dördünü birleştirmeye çalış.

Naz **:** Olmuyor hocam.

Araştırmacı ile Naz arasında geçen konuşma incelendiğinde, Naz sadece düzgün sekizgenlerle süsleme yapılamayacağını söylemiştir. Çünkü aralarında boşluklar kalmaktadır. Naz ayrıca örüntü bloklarından düzgün sekizgenleri yan yana getirerek süslemenin oluşmayacağını göstermiştir. Aynı durum ile ilgili Araştırmacı ile Hatice'nin görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Şimdi de altıgenlerle yapmanı istiyorum. Şunlar altıgen. Bir süsüleme olsun renklerine dikkat ederek.

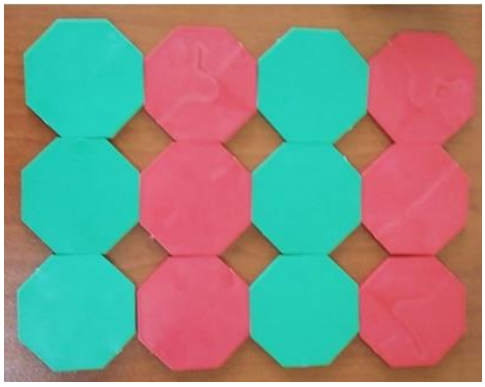
Naz **:** İlerleteyim mi hocam

Araştırmacı **:** Şimdi ben sana sekizgenleri veriyorum ben. Sen bunlarla sadece sekizgenlerle süsleme yapmaya çalışıyorsun. Sadece sekizgenleri kullanıyorsun.

Hatice **:** Olur şuraya koyuyorum.

Araştırmacı **:** Tamam şunların da yönlerini değiştiriver. Arkalarını önlerini değiştir. Tamam şöyle. Güzel.

Hatice **:**



Araştırmacı **:** Güzel.

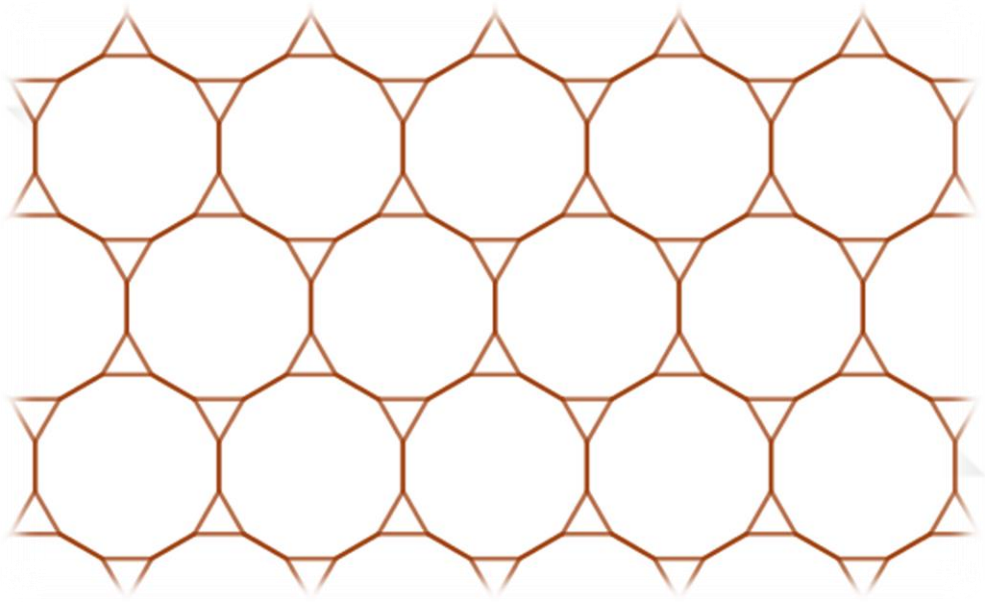
Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma incelendiğinde, Hatice sadece düzgün sekizgenlerle süsleme yapılacağını düşünmektedir. Ancak süslemede boşluklar

kalmaktadır. Yani bu şekilde bir yüzey kaplamak mümkün değildir. Hatice çokgenler arasındaki boşlukların eş ve düzenli oluşmasından kaynaklı bir hata yapmıştır. Yani Hatice sadece düzgün sekizgenlerle süsleme oluşacağını düşünerek hatalı görüş bildirmiştir.

Süslemelerle ilgili ikinci aşamada öğrencilere Görsel 3.3.8.8'deki **periyodik süsleme** fotoğrafı inceletilmiş ve öğrencilere süsleme ile ilgili sorular sorulmuştur.

Görsel 3.3.8.5

Son Görüşmedeki Periyodik Süsleme Örneği



Odak öğrencilerin **periyodik süsleme** ile ilgili görüşlerinin analizi Tablo 3.3.14'te sunulmuştur.

Tablo3.3.14

Odak Öğrencilerin Periyodik Süsleme ile İlgili Son Bilgileri

Periyodik Süsleme Analizi	Şekil Bilgisi	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (-)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (N, R, D, V, H, T, E)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (-)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini doğru belirleme (N, R, D, H, E)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (V, T)
		Tekrar birimi hakkında bilgisi yok(-)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (R, V)
		Öteleme ile (N, R, D, V, H, T, E)
		Dönme ile (V, T)
		Ötelemeli Yansıma (R, V, T)
		Dönüşüm Bilgisi Yok (-)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (-)

Tablo 3.3.14 incelendiğinde tüm öğrencilerin süslemedeki **şekil bilgisi**nin doğru olduğu görülmektedir. Öğrenciler süslemede eşkenar üçgen ve düzgün onikigen kullanıldığını söylemişlerdir. Süslemedeki çokgenlerin **yerleştirme/kaplama biçimi** ile ilgili tüm öğrencilerin periyodik bir süsleme olduğuna yönelik görüşler belirttikleri görülmektedir. Bu görüşler aşağıda sunulmuştur.

Naz : Belli bir örüntü içinde.
Ramazan : Belli bir düzen içinde ve periyodik biçimde sonra hangi şekil geleceği belli.
Dilber : Örüntülü, düzenli belli bir kurala göre.
Vedat : Düzenli. Bir sonraki adımda ne geleceği belli.
Hatice : Örüntülü.
Teslime : Örüntülü, periyodik ve düzenli.
Eylül : Bir örüntü içerisinde.

Öğrenciler süslemedeki periyodiklikle daha önceden karşılaştıkları "örüntü" kavramını eşleştirmişlerdir. Periyodikliği ifade ederken daha çok "örüntülü" demeyi tercih etmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Araştırmacı : Burada bir açıklama yapmama gerek yok sen bunu biliyorsun (Periyodik süsleme analizi).

Teslime : Onikigen ve eşkenar üçgen.

Araştırmacı : Bunlar düzgün mü değil mi?

Teslime : Düzgün.

Araştırmacı : Bunlar nasıl yerleştirilmiş. Bak bakalım. Neyin yanına hangi şeklin geleceği belli mi?

Teslime : Belli örüntülü.

Araştırmacı : Biz buna ne diyorduk örüntülü…

Teslime : Periyodik miydi?

Araştırmacı : Periyodik. Bir sonraki adımda ne geleceği belli.

Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma incelendiğinde, Teslime süslemedeki çokgenlerin düzenli yerleştirildiğini, bir sonraki adımda hangi şeklin geleceğinin belli olduğunu yani süslemenin periyodik olduğunu söylemiştir.

Yine Tablo 3.3.14 incelendiğinde öğrencilerin beşinin (Naz, Ramazan, Dilber, Hatice ve Eylül) süslemedeki **tekrar birimi**ni fark ettikleri söylenebilir. Öğrenciler süslemenin tekrar birimini düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgen olarak belirtmişlerdir. Bu durumla ilgili Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Araştırmacı **:** Şimdi Hatice tekrar birimimiz bu mu? Bunu nasıl çoğaltabiliriz tekrar birimini?

Hatice **:** Şuradan bir yansıtma yapabiliriz.

Araştırmacı **:** Ama doğrudan yansıtma yaparsak şekillerimiz üst üste gelir. Üst üste gelmeyecek şekilde bir şey yapabilir miyiz? Önce bir ötelemeyi düşünelim. Ötelemeyle bu şekli çoğaltacağımızı düşünsek. Şu üçü ve onikigen. Sen bunu hesapladın mı ondörtgen mi? Saydın mı bir daha say bakalım. Köşeleri değil kenarları sayıyoruz ona göre.

Hatice **:** Onikigen.

Araştırmacı **:** Onikigen var birde şuradaki üç tane üçgen olsa. Biz bunu şöyle ötelesek. Böyle ötelesek bunlar oluştu mu?

Hatice **:** Evet.

Araştırmacı **:** Yukarıya doğru düşünelim. Üç tanesi şöyle yukarıya doğru öteledik.

Hatice **:** Olur hocam.

Araştırmacı **:** O zaman şu üçü şurada vardı şurada var. Hakeza düşünmeni istiyorum.

Hatice **:** Şunu kaldırsak olur mu hocam?

Araştırmacı : Bir de öyle düşün bakalım. Şunu sildik. Şimdi tekrar düşün Hatice. Onikigen ve iki tane eş kenar üçgen. Oldu mu?

Hatice : Oldu.

Araştırmacı : Biz bunu yukarıya öteledğimizi düşünelim. Olur mu?

Hatice : Olur olur olur.

Araştırmacı : Peki şunlar?

Hatice : Şunlar olur.

Araştırmacı : Peyderpey şuradakilerde tamamlanıyor mu?

Hatice : Evet.

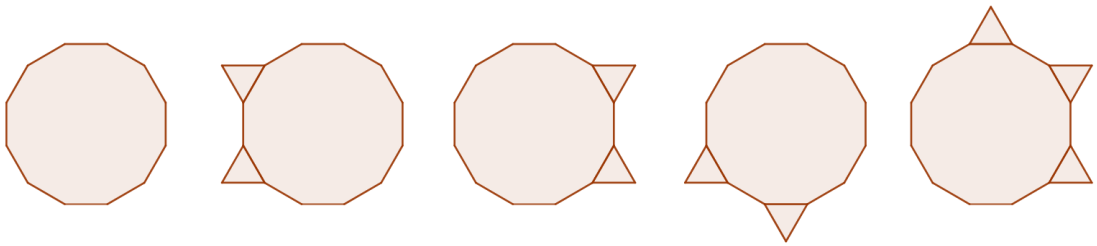
Araştırmacı : Tamamlanıyor. Bunlar derken sanki oldu gibi değil mi? O zaman şuraya yazalım. Tekrar birimimiz onikigen ve iki tane eşkenar üçgen.

Araştırmacı ile Hatice arasında geçen konuşma incelendiğinde, Hatice süslemenin tekrar birimini ilk başta sadece "onikigen" olarak düşünmüştür. Araştırmacının yönlendirmesi ile onikigene iki eşkenar üçgen eklemiştir (Görsel 3.3.8.5c). Sonrasında süsleme üzerinde kontrolünü yaparak tekrar biriminden emin olmuştur.

Naz'ın tekrar birimi ile ilgili görüşü ise "düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgen" şeklindedir (Görsel 3.3.8.5b). Ramazan'ın tekrar birimi ile ilgili görüşü ise "düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgen" şeklindedir (Görsel 3.3.8.5c). Dilber'in tekrar birimi ile ilgili görüşü ise "düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgen" şeklindedir (Görsel 3.3.8.5d). Vedat'ın tekrar birimi ile ilgili görüşü ise sadece "düzgün onikigen" şeklindedir (Görsel 3.3.8.5a). Teslime'nin tekrar birimi ile ilgili görüşü ise "düzgün onikigen ve üç eşkenar üçgen" şeklindedir (Görsel 3.3.8.5e). Eylül'ün tekrar birimi ile ilgili görüşü ise "düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgen" şeklindedir (Görsel 3.3.8.5b). Vedat'ın ve Teslime'nin tekrar birimi görüşleri hatalıdır.

Görsel 3.3.8.5

Odak Öğrencilerin Periyodik Süslemedeki Tekrar Birimi Hakkındaki Görüşleri



(a) (b) (c) (d) (e)

Süslemenin tekrar birimi ile ilgili öğrencilerin çoğunluğunun yeterli bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Öğrencilerin bir düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgenin birleşimiyle oluşan

üç farklı tekrar birimi belirledikleri görülmektedir (Görsel3.3.8.5b, Görsel 3.3.8.5c ve Görsel 3.3.8.5d).

Tablo 3.3.14 incelendiğinde süsleme oluşumundaki **dönüşüm bilgisi** ile ilgili iki öğrenci (Ramazan, Vedat) yansıma ile, tüm öğrenciler öteleme ile, iki öğrenci (Vedat ve Teslime) dönme ile ve üç öğrenci (Ramazan, Vedat ve Teslime) ötelemeli yansıma ile süslemenin oluşturulabileceğini söylemişlerdir.

Araştırmacı ile Dilber arasında, süslemedeki dönüşüm bilgisi ile ilgili şu konuşma geçmiştir:

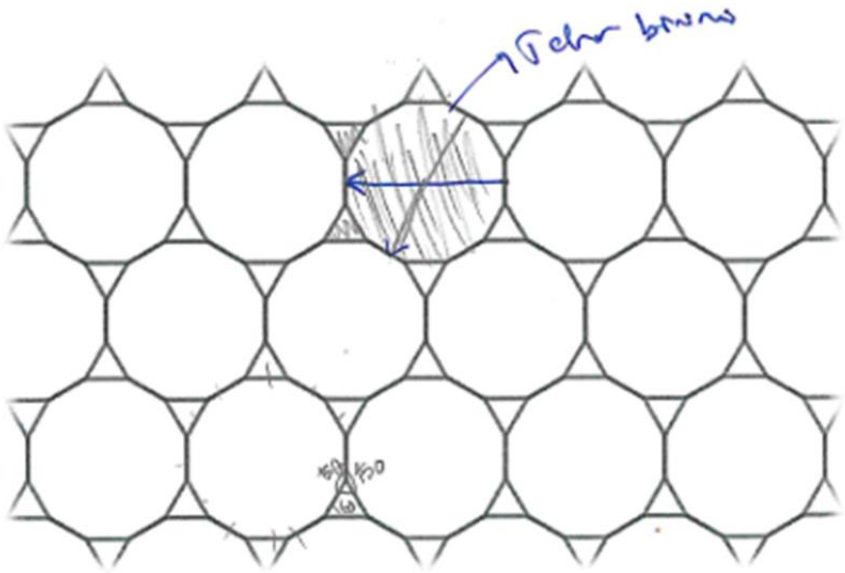
Araştırmacı **:** Yani tamam şimdi düzgün onikigen ve iki tane eşkenar üçgen tekrar birimi olsa biz bu tekrar birimini öteleyerek çoğaltabilir miyiz?
Dilber **:** Evet
Araştırmacı **:** Tamam o zaman öteleyerek olur. Peki yansıtarak olur mu?
Dilber **:** Evet yansıtabiliriz.
Araştırmacı **:** Bir düşünelim mesela nereye göre yansıtacağız şuraya göre mi?
Dilber **:** Buraya göre yansıttığımız zaman.
Araştırmacı **:** Şu üçgenlerde var işin içinde dikkatli ol.
Dilber **:** Şöyle üste yansıtsak böyle.
Araştırmacı **:** Yukarıya doğru olur.
Dilber **:** Evet
Araştırmacı **:** Ee o zaman şu aradakileri nasıl dâhil edeceğiz işin içine çünkü bizim tekrar birimimiz sadece şu üçü öteleyerek oldu güzel sıkıntı yok. Ama yansıtma olur mu?
Dilber **:** Olmuyor
Araştırmacı **:** Değil mi yansıtma olmuyor çarpı at o zaman.
Dilber **:** Döndürme de olmuyor
Araştırmacı **:** Döndürme de olmuyor dedin.
Dilber **:** Evet, öteleme ile yansıma da olmuyor
Araştırmacı **:** Tamam o da olmuyor dedin tamam. Şimdi döndürmeyi bir daha düşünelim. Döndürme dediğimizde neydi mesela şöyle döndürüyorduk. Döndürme olur mu?
Dilber **:** O zaman bu eşkenar üçgenlerin yeri değişmiş olur o yüzden sanki döndürme olmuyor.

Araştırmacı ile Dilber arasında gerçekleşen görüşme incelendiğinde Dilber'e göre tekrar birimi sadece öteleme dönüşümü ile çoğaltılabilmektedir. Düzgün onikigen ve iki eşkenar üçgen şeklinde tekrar birimini seçen Naz'a, Hatice'ye ve Eylül'e göre de tekrar birimini

çoğaltmanın tek yolu öteleme dönüşümüdür. Naz Görsel 3.3.8.6'daöteleme dönüşümü için tekrar birimine uygulanabilecek vektörleri belirtmektedir. Tekrar birimini sadece düzgün onikigen olarak belirleyen Vedat'a göre süsleme öteleme, yansıtma, döndürme ve ötelemeli yansıtma ile çoğaltılabilmektedir. Vedat'ın belirlediği tekrar birimine hangi dönüşüm uygulanırsa uygulansın süslemede boşluklar kalacaktır. Ramazan ve Teslime'ye göre ise belirledikleri tekrar birimi haricinde genel olarak düşünülürse süslemede öteleme, yansıma ve ötelemeli yansıma dönüşümleri bulunmaktadır. Örneğin düzgün onikigen herhangi bir kenarına göre yansıtılarak onikigenler çoğaltılabilmektedir. Nitekim süslemede öteleme ve yansıma varsa ötelemeli yansıma dönüşümü ile de süsleme çoğaltılabilmektedir.

Görsel 3.3.8.6

Naz'ın Periyodik Süslemedeki Öteleme Dönüşümü Yapılacak Vektör Görüşleri



Öğrencilerin çoğunluğunun süsleme oluşumundaki dönüşümler konusunda yeterli bilgiye sahip oldukları ve dönüşümlere örnek verebildikleri söylenebilir.

Tablo 3.3.14 incelendiğinde öğrencilerin süsleme oluşumundaki **açı bilgisi** ile tüm öğrenciler süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları doğru hesaplamışlardır. Örneğin Ramazan ile Araştırmacı arasında gerçekleşen görüşme metni aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı **:** Süslemenin içerisinden bir nokta seçebilir miyiz?

Ramazan **:** Seçeriz tabii ki.

Araştırmacı **:** Şu son soru için açılarını soracağım sana. Bir nokta seç, kesiştiği çokgenlerimizin kesiştiği nokta seç şeklin içerisinden ha o noktanın etrafındaki açıları bir belirleyelim.

Ramazan **:**60°

Araştırmacı **:** Orası 60° derece güzel

Ramazan **:** Bunlarda 150 hocam

Araştırmacı **:** 150° 150° niye?

Ramazan **:** E 360'dan 60 çıkardık

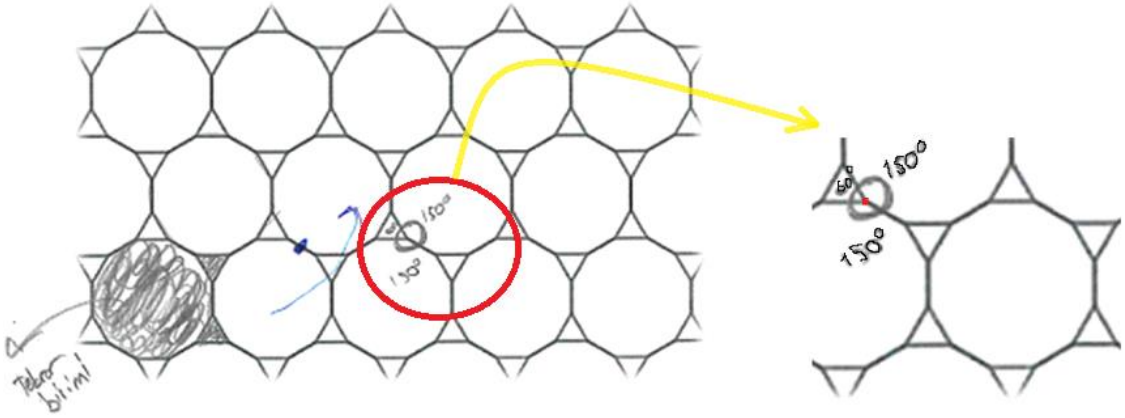
Araştırmacı **:** Sonra

Ramazan **:** İkiye böldük (Görsel 3.3.8.7).

Araştırmacı **:** İki tane olduğu için ikiye böldük şuraya da 150 150 yazalım. Güzel.

Görsel 3.3.8.7

Ramazan'ın Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açıların Ölçüleri Hakkındaki Görüşü

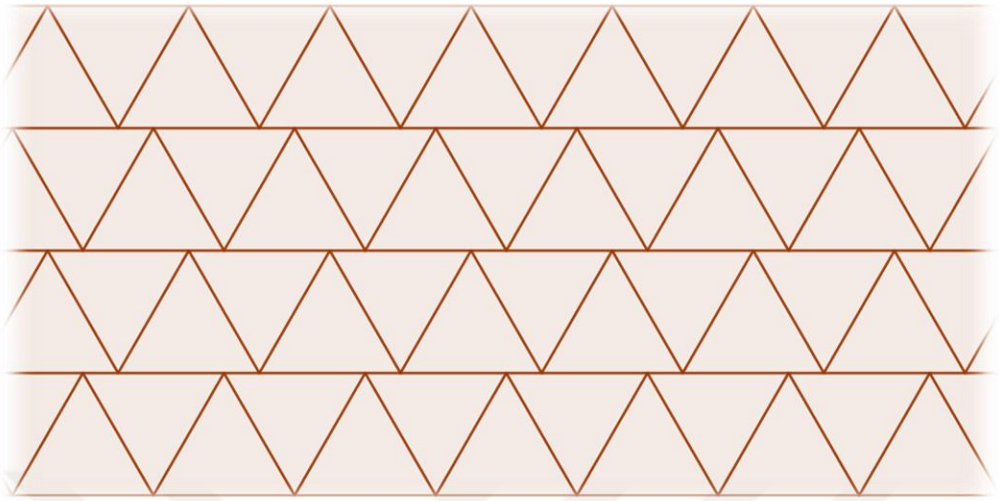


Araştırmacı ile Ramazan arasında gerçekleşen görüşme incelendiğinde Ramazan'ın Görsel 3.3.8.7'dekigibisüslemenin bir köşe noktası etrafındaki açıları 60°, 150° ve 150° olarak doğru bir şekilde belirlediği görülmektedir.

Süslemelerle ilgili üçüncü aşamada öğrencilere Görsel 3.3.8.8'daki **periyodik olmayan süsleme** fotoğrafı inceletilmiş ve öğrencilere süsleme ile ilgili sorular sorulmuştur.

Görsel 3.3.8.8

Son Görüşmedeki Periyodik Olmayan Süsleme Örneği



Odak öğrencilerin **periyodik olmayan süsleme** ile ilgili görüşlerinin analizi Tablo 3.3.15'te sunulmuştur.

Tablo 3.3.15

Odak Öğrencilerin Periyodik Olmayan Süsleme ile İlgili Son Bilgileri

Periyodik Olmayan Süsleme Analizi	Şekil Bilgisi	Süslemedeki çokgenleri belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki çokgenleri eksik belirleme (-)
	Yerleştirme/ Kaplama Biçimi	Periyodik (-)
		Periyodik olmayan (N, R, D, V, H, T, E)
		Periyodik olup olmadığının farkında değil (-)
		Yanlara doğru periyodik, aşağıya/yukarıya doğru periyodik olmayan (R, D, V, E)
	Tekrar Birimi	Tekrar birimini doğru belirleme (N, R, D, V, H, T, E)
		Tekrar birimi hatalı belirleme (-)
		Tekrar birimi hakkında bilgisi yok (-)
	Dönüşüm Bilgisi	Yansıma ile (D, V, H)
		Öteleme ile (N, R, D, V, T, E)
		Dönme ile (D, V, H)
		Ötelemeli Yansıma (D, V, H)
		Dönüşüm Bilgisi Yok (-)
	Açı Bilgisi	Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları hesaplama (N, R, D, V, H, T, E)
		Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları eksik hesaplama (-)

Tablo 3.3.15 incelendiğinde tüm öğrencilerin süslemedeki **şekil bilgisi**nin doğru olduğu görülmektedir. Öğrenciler süslemede eşkenar üçgenin kullanıldığını söylemişlerdir. Öğrencilerin tümü süslemede düzgün çokgenin kullanıldığını belirtmişlerdir.

Tablo 3.3.15'e göre süslemedeki çokgenlerin **yerleştirme/kaplama biçimi** ile ilgili tüm öğrenciler periyodik olmayan bir süsleme olduğuna yönelik görüş belirtmiştir. Ayrıca dört öğrenci (Ramazan, Dilber, Vedat ve Eylül) süslemenin yanlara doğru periyodik, aşağıya ve yukarıya doğru ise periyodik olmayan bir kaplama biçiminde olduğunu söylemişlerdir. Bu durum ile ilgili Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Araştırmacı **:** Şimdi iyi bir düşün. Süsleme bir kurala göre mi devam ediyor sağa sola yukarı aşağıya mı yoksa böyle bir kural yok mu? Bir düzen var mı yok mu?
Ramazan **:** Örüntü var hocam
Araştırmacı **:** Sağa doğru var mı?
Ramazan **:** Evet
Araştırmacı **:** Yukarı doğru var mı?
Ramazan **:** Evet
Araştırmacı **:** Mesela bir yukarıda ne olacağı bellimi?
Ramazan **:** Evet
Araştırmacı **:** Mesela şundan yola çıkarak şuradaki şekilden yola çıkarak bir yukarıda ne olacağı bellimi?
Ramazan **:** Belli değil.
Araştırmacı **:** Ha belli değil o zaman ne diyelim belirli bir düzen sağa doğru var ancak değil mi sağa doğru var ancak yukarıya doğru?
Ramazan **:** Yok
Araştırmacı **:** O zaman genel tümüne bir yorum yapacak olursak bu şekle örüntülü, periyodik, düzenli bir süsleme diyebilir miyiz?
Ramazan **:** Hayır
Araştırmacı **:** Tamam yazalım o zaman hangisini düşünüyorsan onu buraya yaz.
Ramazan **:** Belli bir düzen sağa doğru var, ancak yukarıya doğru yok. O yüzden periyodik değil.

Araştırmacı ile Ramazan arasında geçen konuşma incelendiğinde, Ramazan son süsleme örneğindeki çokgenlerin yerleştirilme biçimi için "belli değil" diyerek periyodik olmayan bir süsleme olduğunu söylemeye çalışmaktadır. Ramazan bu süslemede sağa sola doğru hangi şekillerin nasıl geleceği belli iken, aşağıya yukarıya doğru giderken hangi şekillerin geleceğinin belli olmadığını söylemektedir. Yani süslemenin tamamı düşünüldüğünde

"periyodik olmayan" bir süsleme olduğunu belirtmektedir. Süslemedeki çokgenlerin **yerleştirme/kaplama biçimi** ile ilgili Naz "örüntülü değil", Hatice "düzensiz", Teslime "periyodik değil" cevabını vermişlerdir.

Öğrencilerin tümünün periyodik olmayan süslemedeki çokgenlerin yerleştirme/kaplama biçimi ile ilgili yeterli bilgilerinin olduğu söylenebilir. Benzer şekilde öğrencilerin tümünün süslemenin **tekrar birimini** doğru şekilde belirledikleri görülmektedir. Beş öğrenci (Naz, Ramazan, Vedat, Teslime ve Eylül) süslemenin tekrar birimini Görsel 3.3.8.9b'deki gibi belirlemişlerdir. Üç öğrenci ise (Dilber, Vedat ve Hatice) ise süslemenin tekrar birimini Görsel 3.3.8.9a'deki gibi belirlemişlerdir. Ancak süsleme çoğaltılırken Görsel 3.3.8.9b'de sunulan tekrar birimi daha kullanışlıdır.

Görsel 3.3.8.9

Öğrencilerin Periyodik Olmayan Süslemenin Tekrar Birimi ile İlgili Görüşleri

(a) (b)

Tablo 3.3.15'e göre süsleme oluşturulurken kullanılabilecek **dönüşümlerle** ilgili öncelikle tüm öğrenciler öteleme dönüşümünü belirtmişlerdir. Odak öğrencilerden tekrar birimini Görsel 3.3.8.9b'deki gibi eşkenar dörtgen olarak belirleyen dört öğrenciye (Naz, Ramazan, Teslime ve Eylül) göre süsleme sadece öteleme ile oluşturulabilir. Odak öğrencilerden tekrar birimini Görsel 3.3.8.9a'daki gibi eşkenar üçgen olarak belirleyen öğrencilere (Dilber, Vedat ve Hatice) göre ise hem yansıma dönüşümü ile hem de döndürme dönüşümü ile süsleme oluşturulabilecektir. İki öğrenciye (Dilber ve Vedat) göre ötelemeli yansıma ile de süsleme oluşturulabilir. Bu durumlarla ilgili Araştırmacı ile Vedat arasında geçen konuşma metni aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı : Şimdi gelelim tekrar birimine?
Vedat : Üçgen.
Araştırmacı : Bir daha düşün bakalım.
Vedat : (Cevap yok)
Araştırmacı : Peki sadece eşkenar üçgenlerle bu şeklin tamamı oluşturulabilir mi?
Vedat : Evet oluşturulabilir.

Araştırmacı : Mesela şundan şuna nasıl geçmemiz lazım?

Vedat : Döndürme.

Araştırmacı : Döndürme olabilir. Daha da basiti?

Vedat : Yansıtma.

Araştırmacı : Mesela şu üçgenden şu üçgene hangi dönüşüm gerekir?

Vedat : Yansıma.

Araştırmacı : Tamam eğik bir doğruya göre yansıma olabilir. Peki daha basiti?

Vedat : Öteleme.

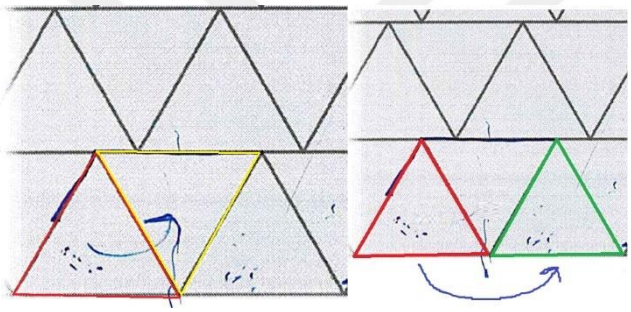
Araştırmacı : Evet. Peki ötelemeli yansıma? Önce ötelesek sonra yansıtsak olur mu?

Vedat : Olur.

Araştırmacı : Tamamdır tüm dönüşümler olabiliyor.

Görsel 3.3.8.10

Vedat'ın Süslemedeki Dönüşümler ile İlgili Görüşleri



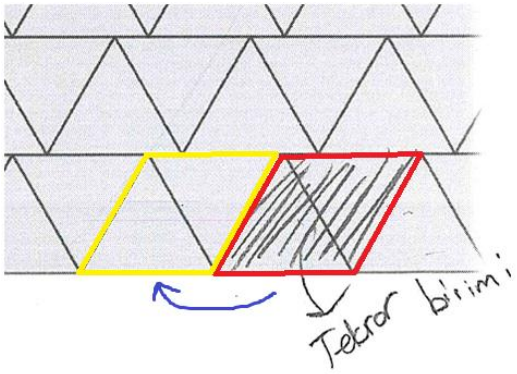
(a) (b)

Araştırmacı ile Vedat arasında geçen konuşma incelendiğinde, tekrar birimini eşkenar üçgen olarak belirleyen Vedat'a göre süsleme yansıma, öteleme, döndürme ve ötelemeli yansıma dönüşümleri ile oluşturulabilmektedir. Örneğin Vedat Görsel 3.3.8.10a'daki gibi eşkenar üçgenin bir kenarına göre yansıtılarak çoğaltılabileceğini söylemektedir. Aynı çoğaltma işleminin noktaya göre döndürme işlemi ile de yapılacağını ifade etmiştir. Ayrıca Vedat Görsel 3.3.8.10b'deki gibi eşkenar üçgenlerin vektör ile ötelenebileceğini göstermektedir. Ayrıca Vedat süsleme öteleme ve yansıma dönüşümü ile oluşturuluyor ise süslemenin ötelemeli yansıma ile de oluşturulabileceğini fark etmiştir. Sonuç olarak Vedat'ın süslemede tüm dönüşümlere örnekler verdiği görülmektedir.

Süslemenin tekrar birimini eşkenar dörtgen olarak belirleyen Ramazan ise süslemenin sadece öteleme ile oluşturulacağını belirtmektedir. Ramazan öteleme dönüşümünü Görsel 3.3.8.11'deki gibi süsleme üzerinde örneklendirmiştir.

Görsel 3.3.8.10

Ramazan'ın Süslemedeki Dönüşümle ile İlgili Görüşü

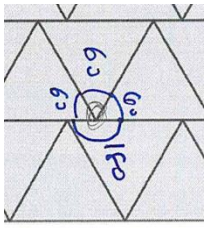


Yine Tablo 3.3.15 incelendiğinde öğrencilerin süsleme oluşumundaki **açı bilgisi** ile olarak tüm öğrencilerin süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları doğru hesapladıkları görülmektedir. Örneğin Teslime ile Araştırmacı arasındaki konuşma aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı	**:** Süslemede bir nokta belirleyelim. Bunun etrafındaki açıları bana hesaplar mısın?
Ramazan	**:** 45,45,90.
Araştırmacı	**:** Yukarısında da bir açı var mı?
Ramazan	**:** 180.
Araştırmacı	**:** Olmuyor güzel. Bir nokta belirleyelim şeklin üzerinde onun etrafındaki açıları belirleyelim.
Teslime	**:** Nokta koyar
Araştırmacı	**:** Şurada bir açı var kaç derece
Teslime	**:** 60
Araştırmacı	**:** Tamam yanındaki
Teslime	**:** 60
Araştırmacı	**:** Şurası
Teslime	**:** 60
Araştırmacı	**:** Peki ya şurada bir açı var? Şuraya hesaplayabilirsin.
Teslime	**:** 60+60+60=180°.360'dan 180 çıkınca geriye 180° kalıyor.
Araştırmacı	**:** Şurası da 180° yazalım o zaman. 60+60+60+180 toplamı kaç ediyor?
Teslime	**:** 360 derece.

Görsel 3.3.8.11

Teslime'nin Süslemedeki Bir Köşe Noktası Etrafındaki Açılarla İlgili Görüşü



Araştırmacı ile Teslime arasında geçen konuşma incelendiğinde, Teslime'nin süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açıları hesaplarken öncelikle eşkenar üçgenlerin iç açılarını işaretlediği görülmektedir. Diğer tarafta kalan doğru açının ölçüsünü de 360'dan diğer açıların ölçüler toplamını (60+60+60=180) çıkararak 180° olarak hesaplamıştır. Ayrıca Teslime, süslemenin bir köşe noktası etrafındaki açıların ölçüleri toplamının 360° olduğunu bilmektedir. Bu durum yaptığı hesaplamalardan anlaşılmaktadır.

4 SONUÇ

Öğrencilerin dinamik geometri ortamında oluşturdukları geometrik süslemeler aracılığıyla geometrik kavramlarındaki gelişimlerinin incelendiği bu çalışma kapsamında öğrencilerin ön bilgileri ve son bilgileri karşılaştırıldığında geometrik kavram bilgilerinin geliştiği çokgen, düzgün çokgen, üçgenin yardımcı elemanları ile ilgili daha fazla açıklamalar yapabildikleri görülmektedir. Öğrencilerin dönüşüm bilgilerinin hissedilir düzeyde geliştiği söylenebilir. Öğrencilerin açı kenar ilişkisi kurarken daha bilinçlendikleri ve süslemelerdeki açı kenar ilişkilerini belirlerken doğru cevaplar verebildikleri görülmektedir. Öğrencilerin örüntü blokları ile süslemeleri oluşturabildikleri ve bu süslemeleri izometrik/noktalı kâğıda çizebildikleri söylenebilir. Öğrencilerin süsleme analizi boyutunda oldukça gelişim gösterdikleri görülmektedir. Araştırma kapsamında süslemelerin DGY ortamında kullanımına ilişkin bir öğretim dizaynı ortaya çıkmıştır. Bu dizaynda öğrencilere çalışma yaprağı ile öncelikle süslemede hangi şekillerin kullanıldığı sorulmuş ve öğrencinin fotoğraftan süslemedeki örüntüleri ve şekilleri keşfetmesi beklenmiştir. Daha sonra süslemedeki şekillerin nasıl yerleştirildiği ve süslemedeki tekrar biriminin nasıl oluşturulduğu ile ilgili öğrencilerin düşünceleri sorgulanmıştır. Yani ilk başta, öğrencinin verilen fotoğraf üzerinde süslemeyi analiz etmesi istenmiştir. Bu analizde geometrik şekillere, örüntüye, çokgenlerin nasıl yerleştiğine, tekrar birimine hangi dönüşümler uygulanarak süslemenin oluşturulduğuna bakılmıştır. Daha sonra öğrencilerin örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmaları istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin örüntü blokları ile süslemenin tekrar birimini görmesini sağlamaktır. Ardından GeoGebra'da süslemenin inşa aşamasına geçilmiştir. İnşası gerçekleştirilen süslemeyi öğrencinin izometrik/noktalı kâğıda çizmesi istenmiştir. Bu aşamada öğrenciye hem noktalı kâğıt hem izometrik kâğıt verilmiş, hangi kâğıda çizmenin uygun olacağının tercihi öğrenciye bırakılmıştır. Süslemenin izometrik/noktalı kâğıda çiziminden sonra, süslemedeki şekillerin açı-kenar ilişkileri ile tekrar biriminin çizim üzerinde yeniden vurgulanması sağlanmıştır. Son olarak da günlük yazdırılarak ders tamamlanmıştır. Bu öğretim dizaynı 15 farklı öğretim haftasında kullanılmıştır. Bu haftalardan seçilen 6 öğretim haftası ile ilgili aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Sade bir süslemenin ele alındığı **birinci öğretim haftası**nda öğrencilerin en çok tekrar birimini belirlemede zorlandıkları görülmektedir. İlk kez süslemelerle karşılaşan öğrencilerin bazı zorluklar yaşaması beklendik bir durumdur. Araştırmacı günlüğünde

öğrencilerin tekrar birimini keşfetmeye çalıştıklarını ve öteleme, yansıtma ve döndürme dönüşümlerini deneyerek fikir sahibi olduklarını belirtmiştir. Öğrenciler ayrıca süslemenin tekrar birimi 6 farklı şekilde belirlemişlerdir. Başlangıç aşamasında bu durum gayet iyi olmakla birlikte, ilerleyen öğretim haftalarında bu durumun biraz daha azalması, tekrar birimin tek tiplere dönmesi beklenmiştir.5 hafta gibi uzun bir GeoGebra Tanıtım Etkinliklerine katılan öğrencilerin GeoGebra'da süsleme inşasında daha rahat hareket edebildikleri, programa hâkim vaziyette oldukları görülmüştür. Ancak öğrencilerin süslemeyi oluşturmak için hangi dönüşümü seçmeleri gerektiğini belirleyemedikleri gözlenmiştir. Öğrenciler bu zorluğu GeoGebra'nın dinamik yapısı ile aşmışlardır. Öğrenciler çeşitli denemelerden sonra süslemedeki dönüşümlere karar verebilmişlerdir. Öğrencilerin yansıma, öteleme ve dönme dönüşümlerini kullandıkları ancak öteleme dönüşümünü daha çok tercih ettikleri saptanmıştır. Süsleme inşasında 4 öğrenci (Naz, Hatice, Miraç ve Muhammet) çember ve dik doğru aracı ile kare inşa etmiştir. 2 öğrencinin (Dilber ve Teslime) ise "Düzgün Çokgen" aracını kullanarak kare inşa ettiği görülmektedir. Bu öğrencilerden beşi yansıma dönüşümü ile süslemeyi oluşturmuştur. Bir öğrenci (Hatice) ise öteleme dönüşümü ile süslemeyi oluşturmuştur. Öğrencilerin çizim aşamasında zorlanmadıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler süslemeyi daha çok noktalı kâğıda çizmeyi tercih etmişlerdir. Bu durumla ilgili Eylül günlüğünde "Süslemeyi önce noktalı kâğıtta sonra izometrik kâğıtta inceledik. Noktalı kâğıtta çizmesi izometrik kâğıda göre daha kolay" demiştir. Gerçekten de kare temelli süslemeyi noktalı kâğıda çizmek daha pratik olmaktadır. Öğrencilerden dördü süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamıştır.

İlk öğretim haftasının aksine **ikinci öğretim haftası**nda öğrencilerin çoğunluğunun (Naz, Dilber, Vedat, Teslime ve Eylül) doğru tekrar birimini belirlemiş olmaları öğrencilerin farkındalığının arttığını (gelişimini) göstermektedir. Ancak öğrencilerin hemen hepsinin tekrar biriminden yola çıkarak süslemeyi inşa edemedikleri görülmektedir. Öğrenciler tekrar birimine değil tekrar birimini oluşturan çokgenlere dönüşüm uygulamaktadırlar. Etkinlik sonunda süslemenin akıllı tahtada nasıl inşa edilmesi gerektiği açıklanmış ve eksikliklerin ilerleyen öğretim haftalarında azalması beklenmiştir. İkinci öğretim haftasında öğrencilerin yansıma, öteleme ve dönme dönüşümlerini kullandıkları ancak yansıma dönüşümü daha çok tercih ettikleri saptanmıştır. Süsleme inşasında düzgün altıgeni eş çemberlerle inşa eden 4 öğrenci (Naz, Furkan, Vedat, Ramazan)

bulunmaktadır. Düzgün altıgeni "Düzgün çokgen" aracı ile inşa eden ise 3 öğrenci (Hatice, Teslime ve Dilber) vardır. Ancak bu öğrencilerin uygun dönüşümü belirleyemedikleri için GeoGebra'da süslemeyi inşa edemedikleri saptanmıştır. İkinci öğretim haftasında öğrencilerin bir kısmının çizim aşamasında zorlandıkları hatalı çizim yaptıkları, bir kısmının ise çizim yapmadıkları gözlemlenmiştir. Çizim yapan öğrencilerin süslemeyi izometrik kâğıda çizmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerden beşi süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki açıları doğru hesaplamıştır.

Dördüncü öğretim haftasında öğrencilerin süslemeyi fotoğraf üzerinden analizlerinde daha başarılı oldukları görülmektedir. Örneğin süslemenin periyodikliğini öğrencilerin çoğunluğu fark etmiştir. Süslemenin tekrar birimini doğru belirleyen öğrencilerin 4 farklı tekrar birimi görüşü bulunmaktadır. Öğrencilerin çoğuna göre süsleme oluşturulurken yansıma dönüşümü kullanılmıştır. Öğrencilerin örüntü blokları ile süslemeyi oluştururken yarısının hem düzgün sekizgen hem kareyi kullandığı diğer yarısının ise sadece düzgün sekizgen kullandığı görülmektedir. Bazı öğrencilerin örüntü blokları ile süsleme oluşturmadaki tercihleri ile GeoGebra'daki süsleme inşası farklılık göstermektedir. Örneğin örüntü blokları ile süsleme oluşturmada hem düzgün sekizgen hem de kareyi kullanan öğrencilerden bazıları GeoGebra'da süslemeyi inşa ederken sadece düzgün sekizgeni kullanmışlardır. Yine örüntü blokları ile süsleme oluşturmada sadece düzgün sekizgeni kullanan öğrencilerden bazıları GeoGebra'da süslemeyi inşa ederken hem düzgün sekizgeni hem de kareyi kullanmışlardır. Öğrencilerin çoğunluğu GeoGebra'da süslemeyi oluştururken düzgün sekizgen inşası aşamasında zorlanmışlardır. Öğrencilerin düzgün sekizgen inşasında çemberi öncelikle "Dik Doğru" aracı ile 4 eş parçaya böldüğü sonrasında "Açı Ortay", "Orta Nokta ve Merkez" ve "Dik Doğru" araçlarını kullanarak çemberi 8 eş parçaya böldükleri görülmektedir. GeoGebra'da düzgün sekizgeni inşa eden öğrencilerin sekizgeni çoğaltırken zorlandıkları görülmektedir. Öğrencilerin süslemeyi tekrar birimi yerine sekizgeni çoğaltarak oluşturmaya çalıştıkları görülmektedir. Süslemeyi düzgün sekizgen ve kare şeklindeki tekrar birimi ile çoğaltmaya çalışan sadece bir öğrenci vardır. Bu öğrencinin ise denemesi başarısız olmuştur. Öğrencilerin hemen hepsinin süsleme çiziminde başarılı oldukları ve çizimde noktalı kâğıdı tercih ettikleri görülmektedir. Süslemedeki bir köşe noktası etrafındaki açı bilgisi ile ilgili öğrencilerin yarıdan fazlasının doğru cevap verdikleri görülmektedir.

Yedinci öğretim haftasında öğrencilerin yedisi süslemenin tekrar birimini doğru belirlemişlerdir. Öğretim haftaları ilerledikçe öğrencilerin tekrar birimi görüşlerinin birbirlerine benzemeye başladığı yani tek tip tekrar birimine dönüşmeye başladığı söylenebilir. Süsleme fotoğrafını inceleyen öğrencilerin çalışma yaprağındaki adımlardan bağımsız hareket ederek GeoGebra inşasına geçtikleri gözlemlenmiştir. Bu yüzden de öğrencilerden bir kısmı örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmamaktadır. Ayrıca öğrencilerin örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmada isteksiz oldukları görülmektedir. Öğretim haftaları ilerledikçe öğrencilerin süslemeleri bilgisayar programında bir an önce inşa etme istekleri de artmıştır. Öğrencilerin GeoGebra'da süsleme inşasını 3 farklı şekilde gerçekleştirdikleri söylenebilir:

1. Süslemedeki şekilleri "Düzgün Çokgen" aracı ile oluşturarak tekrar birimini elde eden ve dönüşümlerle tekrar birimini çoğaltıp süslemeyi oluşturanlar.
2. Süslemedeki altıgeni çemberler yardımıyla (yaşam çiçeği çizimindeki gibi) oluşturan ve altıgenin etrafına düzgün çokgen aracı ile kare ve eşkenar üçgenler yerleştirerek tekrar birimi elde eden ve dönüşümlerle tekrar birimini çoğaltıp süslemeyi oluşturanlar.
3. Çemberler yardımıyla eşkenar üçgen elde edip süslemedeki altıgeni oluşturan ve daha sonra süslemenin tekrar birimini elde eden ve dönüşümlerle tekrar birimini çoğaltıp süslemeyi oluşturanlar.

Bu üç yoldan birini tercih eden öğrencilerin hepsinin dönüşümler olarak "Doğruda Yansıt" dönüşümünü kullandıkları görülmektedir. Sadece bir öğrenci "Doğruda Yansıt" dönüşümün dışında "Vektör ile Öteleme" dönüşümünü ile de süslemeyi inşa etmiştir. Bu öğretim haftasındaki süslemede öğrencilerin tümünün tekrar biriminden hareketle yani tekrar birimini çoğaltarak süslemeyi oluşturdukları görülmektedir. Diğer süslemelerde genelde tekrar birimini oluşturan çokgenlere dönüşüm uygulayan öğrencilerin bu süslemede tekrar biriminin tamamına dönüşüm uyguladıkları dikkat çekmiştir. Öğrencilerin çizim aşamasında zorlandıkları görülmektedir. Hem noktalı kâğıda hem de izometrik kâğıda süsleme yaklaşık olarak çizilebiliyor iken sadece üç öğrenci doğru çizim yapabilmiştir.

Onuncu öğretim haftasında öğrencilerin sadece tekrar birimini örüntü blokları ile oluşturduğu süslemenin tamamını oluşturmadıkları görülmektedir. Bunun nedeni her öğrencinin örüntü bloklarındaki süsleme parçalarının sayısının sınırlı olması olabilir.

Ayrıca öğretim haftalarında ilerledikçe öğrencilerin süslemeleri bilgisayar programında bir an önce inşa etme istekleri de artmıştır. Öğrencilerin GeoGebra'da süsleme inşasını iki farklı şekilde gerçekleştirdikleri söylenebilir:

1. Süslemeye eşkenar dörtgen inşası ile başlayıp tekrar birimini elde eden ve dönüşümlerle tekrar birimini çoğaltıp süslemeyi oluşturanlar.
2. Süslemeye kare inşası ile başlayıp tekrar birimini elde eden ve dönüşümlerle tekrar birimini çoğaltıp süslemeyi oluşturanlar.

Öğrenciler çoğunlukla süsleme inşasında yansıma dönüşümünü kullanmışlardır. Bu öğretim haftasındaki süslemede de öğrencilerin tümünün tekrar biriminden hareketle yani tekrar birimini çoğaltarak süslemeyi oluşturdukları görülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğunun süslemeyi doğru bir şekilde hem noktalı hem de izometrik kâğıda çizdiği görülmektedir.

Son öğretim haftası olan kişiye özgü süsleme oluşturmada öğrencilerin ne oluşturacağına karar veremedikleri görülmektedir. Sade bir süsleme oluşturmak istemeyen öğrenciler GeoGebra'da birçok deneme yaptıktan sonra kişiye özgü süslemelerine karar vermişlerdir. Bu yüzden sadece 2 ders saatlik bir süre bu öğretim haftası için yeterli olmamıştır. Bu yüzden kişiye özgü süsleme oluşturma sürecine 2 saat daha eklenmiştir. Öğrenciler 4 saatlik dersin sonunda süslemelerini netleştirmişlerdir. GeoGebra'da kişiye özgü süsleme inşasında öğrencilerin çoğunluğu "Düzgün Çokgen" aracını kullanarak periyodik süslemeler oluşturmuşlardır. Öğrencilerin çoğunluğunun süslemesinde belirgin tekrar birimi bulunmaktadır. Öğrencilerin kişiye özgü süsleme inşasında daha çok yansıma dönüşümü kullandıkları görülmektedir. Dönme dönüşümünü kullanan öğrenci sayısı daha azdır. Öteleme dönüşümünü kullanan sadece bir öğrenci vardır. Yine öğrencilerin çoğunluğu tek bir dönüşüm ile süslemeyi inşa etmişlerdir. İki öğrencinin iki farklı dönüşümle süslemeyi inşa ettiği, bir öğrencinin ise üç farklı dönüşümü de kullanarak süslemeyi inşa ettiği görülmektedir. Öğrencilerin hepsinin GeoGebra'daki süslemeleri bir inşa çalışmasıdır.

15 haftalık öğretim süreci sonunda odak öğrencilerin kavram bilgilerinde, çokgen oluşturmasında, geometrik dönüşüm bilgilerinde ve süsleme analiz süreçlerinde çeşitli değişiklikler olmuştur. Bu değişikliklerin tespiti için öğrencilerin **ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında** aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Öğrencilerin "**çokgen**" ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında, çokgeni doğru tanımlayan öğrenci sayısı son görüşmelerde artmıştır. Ön görüşmelerde öğrencilerin 6 farklı (üçgen, kare, dikdörtgen, paralelkenar, beşgen ve sekizgen)son görüşmelerde ise 7 farklı (üçgen, kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, beşgen, altıgen ve yedigen) çokgen örneği verdiği görülmektedir. Ön görüşmelerdeki paralelkenar ile sekizgen örneğinin yerine son görüşmelerde eşkenar dörtgen, altıgen ve yedigen çokgen örneği eklenmiştir. Ön görüşmelerde çokgenin "köşe, açı ve kenar" temel elemanları ile ilişkisi hakkında sadece Ramazan görüş bildirmişken, son görüşmelerde öğrencilerin çoğunluğunun bu temel elemanlardan en az ikisini kullanarak çokgeni tanımladıkları görülmektedir. Son görüşmelerde tüm öğrencilerin çokgeni isimlendirirken çokgenin temel elemanları ile ilişki kurdukları saptanmıştır.

Öğrencilerin "**düzgün çokgen**" ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında ön görüşmelerde doğru tanım bilgisine sadece 1 öğrenci sahipken son görüşmelerde 6 öğrencinin doğru tanım yaptığı görülmektedir. Ön görüşmede de son görüşmelerde de öğrencilerin tümü 4 farklı (eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen) düzgün çokgen örneği vermişlerdir. Ön görüşmelerde 2 öğrenci (Naz ve Ramazan) düzgün çokgen olmayan çokgenlere (paralel kenar ve eşkenar dörtgen) örnekler verirken son görüşmelerde sadece 1 öğrenci (Hatice) düzgün çokgen olmayan çokgene (eşkenar dörtgen) örnek vermiştir. Ön görüşmelerde öğrencilerin çoğunluğunun düzgün çokgenin iç açılarının ölçülerini hesaplamada ezbere işlem yaptıkları görülüyorken, son görüşmelerde ise öğrencilerin bir kısmının (Naz, Ramazan ve Dilber)açıların ölçülerini muhakeme yaparak hesapladıkları görülmektedir.

Öğrencilerin "**üçgenin yardımcı elemanları**" ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında öğrencilerin açıortay bilgilerinin geliştiği görülmektedir. Ön görüşmelerde hiçbir bilgi sahibi olunmayan kenarortay elemanının daha bilinir hale geldiği, ancak yükseklik bilgisinde ise belirgin bir ilerleme kaydedilmediği gözlenmektedir.

Öğrencilerin "**düzgün çokgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen yerleştirme**" ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında öğrencilerin oldukça geliştikleri söylenebilir. Ön görüşmede üçgenlerin açılarına göre sınıflandırılmasında zorlanan öğrencilerin, son görüşmede sadece bir üçgenin açılarına göre sınıflandırılmasında eksiklerinin olduğu diğer üçgenlerin açılarına göre sınıflandırılmasında hata

yapmadıkları görülmektedir. Öğrenciler kenarlarına göre üçgen sınıflandırılmasında hem ön bilgilerinde hem son bilgilerinde doğru cevap vermişlerdir. Düzgün çokgenin içinde köşegenler yardımıyla oluşan üçgenlerin eşliği ile ilgili öğrencilerin ön bilgilerindeki eksiklikler son görüşmelerde görülmemiştir. Son görüşmelerde tüm öğrencilerin eş üçgenleri fark ettikleri de saptanmıştır.

Ön görüşmelerde **düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştir**emeyen 1 öğrenci (Ramazan) varken, son görüşmede tüm odak öğrencilerin düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirdiği görülmektedir. Son görüşmede Ramazan'ın dokuzgenin içerisine 3 farklı büyüklükte 15 eşkenar üçgen çizebilmesi Ramazan'ın süreçteki gelişimini göstermektedir.

Ön görüşmelerde **düzgün altıgenin içerisini eşkenar üçgenlerle süsleme**de 2 öğrencinin (Ramazan ve Teslime) süslemeyi gerçekleştiremediği görülmektedir. Son görüşmede ise tüm öğrencilerin düzgün altıgenin içerisini eşkenar üçgenlerle kapladığı görülmektedir.

Ön görüşmelerde **karenin içine karenin kenar uzunluğu ile aynı kenara sahip eşkenar üçgen çiz**en hiçbir öğrenci olmamıştır. Son görüşmelerde ise 2 öğrenci (Naz ve Eylül) uygun çizimi yapabilmiştir.

Ön görüşmelerde öğrenciler **eşkenar üçgen blokları ile** 5 farklı **çokgen oluşturup** izometrik **kâğıda çiz**mişlerdir. Son görüşmelerde ise öğrencilerin eşkenar üçgen blokları ile 7 farklı çokgen oluşturup izometrik kâğıda çizdikleri görülmektedir. Ön görüşmelerde Naz eşkenar üçgen bloklarla oluşturamadığı çokgeni (eşkenar dörtgen) izometrik kâğıda çizebilmiştir. Yine Naz'ın son görüşmelerde eşkenar üçgen bloklarla düzgün olmayan altıgen oluşturduğu ama izometrik kâğıda çizmediği görülmektedir. Son görüşmelerde Dilber'in eşkenar üçgen bloklarla düzgün olmayan altıgeni 2 farklı şekilde oluşturduğu ancak izometrik kâğıda çizmediği görülmektedir. Son görüşmelerde Eylül'ün eşkenar üçgen bloklarla bir onikigen yani altı köşeli bir yıldız oluşturduğu ve izometrik kâğıda çizdiği görülmektedir. Son görüşmelerde Naz, Dilber ve Eylül'ün ön görüşmelerdeki çokgenlerden farklı çokgenler oluşturarak diğer öğrencilerden daha farklı gelişim gösterdikleri saptanmıştır.

Ön görüşmelerde öğrenciler, **ikizkenar dik üçgen blokları ile** 6 farklı **çokgen oluştur**up izometrik kâğıda çizmişlerdir. Son görüşmelerde ise öğrencilerin ikizkenar dik üçgen blokları ile 9 farklı çokgen oluşturup izometrik kâğıda çizdikleri görülmektedir. Yani son

görüşmelerde öğrenciler "daha büyük bir kare, beşgen ve yamuk" şeklinde yeni çokgenler oluşturmuşlardır. Öğrenciler ikizkenar dik üçgen blokları ile çokgen oluşturma ve çizmede oldukça gelişim göstermişlerdir.

Ön görüşmelerde odak öğrencilerinin hiçbiri **dönüşüm** kavramının tanımını yapamamıştır. Son görüşmelerde ise tüm odak öğrencilerinin dönüşümü tanımladığı ve dönüşüm türlerine örnekler verdiği görülmektedir.

Ön görüşmelerde öğrenciler, **yansıma** dönüşümü ile ilgili tanım yapmak yerine bir örnek üzerinden kısıtlı açıklamalar yapmışlardır. Fakat öğrencilerin son bilgileri incelendiğinde ise öğrencilerden ikisinin yansıma ile ilgili doğru tanım yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin tümü hem ön görüşmelerde hem de son görüşmelerde yansıma görüntüsünün yönünü doğru belirlemiştir. Ön görüşmelerde Eylül hariç diğer öğrenciler şekil ile görüntünün eşliğini korumuşlardır. Son görüşmelerde ise tüm öğrenciler şekil ile görüntüsünün eşliğini korumuşlardır. Ön görüşmelerde görüntünün yansıma doğrusuna uzaklığını üç öğrenci doğru belirlerken, son görüşmelerde tüm öğrencilerin doğru belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin yansıma dönüşümü konusunda gelişim gösterdikleri söylenebilir.

Ön görüşmelerde öğrenciler, **öteleme** dönüşümü ile ilgili tanım yapmak yerine informal açıklamalar yapmışlardır. Son görüşmelerde de öğrencilerin tanım yapamadıkları, öteleme ile ilgili informal tanımlamalar yaptıkları görülmektedir. Ön görüşmelerde informal tanım yapan 5 öğrenci varken son görüşmelerde 7 öğrenci yani tüm odak öğrenciler informal tanım yapmışlardır. Ön görüşmelerde 5 öğrenci öteleme dönüşümünün özelliklerini belirleyebilmişken son görüşmelerde tüm öğrenciler ötelemede esas şekil ile görüntüsünün boyutunun ve yönünün korunduğunu belirtmişlerdir. Ön görüşmelerde bir örnek öteleme dönüşümünde 5 öğrenci hatalı çizim yapmışken, son görüşmelerde bu sayı 3'e düşmüştür. Genel anlamda öğrencilerin öteleme dönüşümünde gelişim gösterdikleri söylenebilir.

Ön görüşmelerde öğrencilerin **süsleme** kavramı ile ilgili sınırlı bilgiye sahip oldukları görülmektedir. Bunun aksine öğrencilerin son bilgilerine bakıldığında süsleme kavramı ile ilgili oldukça ilerleme kaydettikleri söylenebilir. Ön görüşmelerde süslemeyi tanımlayan öğrenci bulunamazken, son görüşmelerde 6 öğrencinin süslemeyi "aralarında boşluk kalmadan yüzey kaplamak" şeklinde tanımlayabildiği tespit edilmiştir. Ön görüşmelerde 3 öğrenci süsleme ile ilgili hatalı tanım bilgisine sahipken son

görüşmelerde bu sayı 1'e inmiştir. Genel anlamda öğrencilerin süsleme kavramı ile ilgili gelişim gösterdikleri söylenebilir.

Tüm öğrencilerin **simetri** kavramı ile ilgili ön bilgileri incelendiğinde, Ramazan haricinde diğer öğrencilerin simetri konusundaki bilgilerinin oldukça sınırlı olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin bir kısmın simetriyi yansıma dönüşümü gibi algıladıkları, diğer bir kısmının ise öteleme dönüşümü gibi algıladıkları saptanmıştır. Bu yanlış algılar öğrencilerin hem sözlü ifadelerinden hem de verdikleri örneklerden anlaşılmaktadır. Öğrencilerin son bilgileri incelendiğinde ise bu yanlış algıların sözlü ifadelerde yine yer aldığı görülmektedir. Ancak son bilgilerdeki verilen örneklerde bu algı hataları yer almamaktadır. Ön bilgilerde sadece 1 öğrencinin simetriyi doğru tanımladığı görülürken son görüşmelerde bu sayı 1 kişi daha artmıştır. Genel anlamda öğrencilerin simetri kavramı ile ilgili tanım boyutunda eksiklerinin bulunduğu ancak örneklendirme boyutunda gelişim gösterdikleri söylenebilir.

Tüm öğrencilerin simetrik şekillerin **simetri doğrularını belirleme** ile ilgili ön bilgileri incelendiğinde, karenin simetri doğrusunu doğru belirleyen 1 öğrenci, yönlendirmeden sonra doğru belirleyen 5 öğrenci bulunmaktadır. İkizkenar dik üçgenin simetri doğrusunu doğru belirleyen 6 öğrenci ve dikdörtgenin simetri doğrusunu doğru belirleyen 2 öğrenci bulunmaktadır. Tüm öğrencilerin simetrik şekillerin simetri doğrularının belirleme ile ilgili son bilgileri incelendiğinde ise, eşkenar dörtgenin simetri doğrularını doğru belirleyen 7 öğrenci, eşkenar üçgenin simetri doğrularını doğru belirleyen 6 öğrenci, düzgün altıgenin simetri doğrularını doğru belirleyen 7 öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin simetrik şekillerin simetri doğrularını belirleme ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında son bilgilerinde simetri doğrularını doğru belirleyen öğrenci sayısının oldukça arttığı yani öğrencilerin son bilgilerinde ciddi gelişme olduğu söylenebilir. Ancak simetriyi yansıma gibi algılayan ön görüşmelerde 2 öğrenci varken, bu yanlış algıya kapılan son görüşmelerde 3 öğrenci bulunmaktadır. Bu 3 öğrencinin tümü son görüşmelerdeki ilk baştaki hatalı algılarını düzelterek doğru simetri doğrularını belirleyebilmişlerdir. Ön görüşmelerde dikdörtgenin simetri doğrusunu belirleme sorusunda 4 öğrenci şekli eş parçalara ayırarak hatalı simetri doğruları belirlemişlerdir. Ancak son görüşmelerde simetri doğrularını belirlerken şekli eş parçaya ayırmaya odaklanan öğrenci bulunmamaktadır. Yani bu hatalı algıdan öğrenciler vazgeçmişlerdir.

Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin **dikey doğruya göre yansıma** dönüşümü ile ilgili odak öğrencilerin ön bilgileri incelendiğinde 3 öğrencinin global, 1 öğrencinin yarı analitik, 3 öğrencinin ise analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin son bilgileri incelendiğinde ise 4 öğrencinin yarı analitik, 3 öğrencinin analitik-sentetik düzeyde olduğu görülmektedir. Naz ve Hatice'nin analitik düzeyden analitik-sentetik düzeye; Ramazan'ın yarı analitik düzeyden analitik-sentetik düzeye; Dilber, Teslime ve Eylül'ün global düzeyden yarı analitik düzeye yükseldiği ancak Vedat'ın analitikten yarı analitiğe düştüğü saptanmıştır. Yani Naz, Hatice, Dilber, Telsime ve Eylül'ün bir düzey Ramazan'ın iki düzey yükseldiği ancak Vedat'ın bir düzey düştüğü söylenebilir. Öğrenciler çoğunlukla simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin dikey doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili gelişim göstermişlerdir.

Simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin **yatay doğruya göre yansıma** dönüşümü ile ilgili odak öğrencilerin ön bilgileri incelendiğinde 2 öğrencinin global, 1 öğrencinin yarı analitik, 4 öğrencinin ise analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin son bilgileri incelendiğinde ise 6 öğrencinin yarı analitik, 1 öğrencinin analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Hatice ve Eylül'ün global düzeyden yarı analitik düzeye yükseldiği, Dilber (yarı analitik) ve Vedat'ın (analitik) düzeyini koruduğu; Naz, Ramazan ve Teslime'nin analitik düzeyden yarı analitik düzeye düştüğü saptanmıştır. Yani Hatice ve Eylül'ün bir düzey yükseldiği; Dilber ve Vedat'ın düzeyini koruduğu ancak Naz, Ramazan ve Teslime'nin bir düzey düştüğü söylenebilir. Öğrenciler simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin yatay doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili sınırlı gelişim göstermişlerdir.

Simetri doğrusu ile çakışan şekillerle ilgili ön görüşmelerde dikey doğruya göre **yansıma görüntüsünü çizme** sorusu son görüşmelerde ise yatay doğruya göre yansıma görüntüsünü çizme sorusu sorulmuştur. Simetri doğrusu ile çakışan şekillerin dikey doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili odak öğrencilerin ön görüşmedeki yanıtları incelendiğinde 4 öğrencinin global, 2 öğrencinin yarı analitik, 1 öğrencinin ise analitik-sentetik düzeyde olduğu görülmektedir. Simetri doğrusu ile çakışan şekillerin yatay doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili odak öğrencilerin son görüşmedeki yanıtları incelendiğinde 1 öğrencinin global, 5 öğrencinin yarı analitik, 1 öğrencinin ise analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Simetri doğrusu ile çakışan şekillerin yatay/dikey doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili karşılaştırma yapılırsa Hatice'nin düzeyinde

değişiklik olmayıp hala global düzeyde olduğu; Ramazan ve Teslime'nin global düzeyden yarı analitik düzeye geçtikleri; Eylül'ün global düzeyden analitik düzeye geçtiği; Dilber ve Vedat'ın düzeylerini korudukları yani analitik düzeyde kaldıkları görülmektedir. Ancak Naz analitik-sentetik düzeyden yarı analitik düzeye gerilemiştir. Başka bir deyişle Ramazan ve Teslime 1 düzey, Eylül 2 düzey yükselmiştir. Hatice, Dilber ve Vedat'ın düzeyleri değişmemiştir. Naz'ın düzeyi ise 2 düzey gerilemiştir. Öğrencilerin simetri doğrusu ile çakışan şekillerin dikey/yatay doğruya göre yansıma dönüşümü ile ilgili bir kısım öğrencinin (Ramazan, Teslime ve Eylül) ilerleme kaydettiği, bir kısım öğrencinin (Hatice, Dilber ve Vedat) düzeylerini korudukları, bir öğrencinin düzeyinin ise gerilediği saptanmıştır. Yani öğrencilerin birbirlerinden farklı gelişimler gösterdikleri söylenebilir.

Eğik simetri doğrusuna göre yansıma dönüşümü ile ilgili odak öğrencilerin ön bilgileri incelendiğinde 4 öğrencinin global, 3 öğrencinin yarı analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin son bilgileri incelendiğinde ise 1 öğrencinin yarı analitik, 6 öğrencinin ise analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Eylül'ün global düzeyden yarı analitik düzeye; Dilber, Hatice ve Teslime'nin global düzeyden analitik düzeye; Naz, Ramazan ve Vedat'ın yarı analitik düzeyden analitik düzeye yükseldikleri görülmektedir. Başka bir ifade ile Eylül, Naz, Ramazan ve Vedat 1 düzey, Dilber, Hatice ve Teslime 2 düzey yükselmişlerdir. Bu yansıma dönüşümünde odak öğrencilerin tümü gelişim göstermişlerdir.

Ön görüşmelerde odak öğrencilere bir şeklin **öteleme dönüşümü** altındaki görüntüsünü çizme sorusu yöneltilmiştir. Son görüşmelerde ise öğrencilerden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizmeleri istenmiştir. Bir şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü çizme ile ilgili odak öğrencilerin ön görüşmedeki yanıtları incelendiğinde 3 öğrencinin global, 2 öğrencinin yarı analitik, 2 öğrencinin ise analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şekli çizme ile ilgili odak öğrencilerin son görüşmedeki yanıtları incelendiğinde 1 öğrencinin global, 1 öğrencinin yarı analitik, 3 öğrencinin analitik düzeyde, 2 öğrencinin ise analitik-sentetik düzeyde olduğu görülmektedir. Odak öğrencilerin her birinin öteleme dönüşümü ile ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında Dilber'in global düzeyden yarı analitik düzeye yükseldiği; Teslime ve Eylül'ün global düzeyden analitik düzeye yükseldiği; Vedat'ın yarı analitik düzeyden analitik düzeye yükseldiği, Naz'ın yarı

analitik düzeyden analitik-sentetik düzeye yükseldiği; Ramazan'ın analitik düzeyden analitik-sentetik düzeye yükseldiği görülmektedir. Ancak Hatice analitik düzeyden global düzeye gerilemiştir. Başka bir deyişle Dilber, Vedat ve Ramazan 1 düzey, Teslime, Eylül ve Naz 2 düzey yükselmiştir. Hatice'nin düzeyi ise 2 düzey gerilemiştir. Hatice hariç Odak öğrencilerin öteleme dönüşümü ile gelişim gösterdikleri söylenebilir. Hatice'nin simetri algı düzeyindeki gerilemenin son görüşmedeki sorunun ön görüşmedeki soruya nazaran daha fazla zihinsel işlem gerektiriyor olması olabilir. Hatice öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü verilen şeklin, esas görüntüsünü çizerken öteleme doğrultularının tam tersini uygulamayı düşünememiştir. Yani öteleme görüntüsüne yeniden öteleme dönüşümü uygulamaya çalışmıştır. Ancak bu dönüşümün de hatalı olduğu saptanmıştır. Öteleme dönüşümünde odak öğrencilerin çoğunluğu gelişim göstermişlerdir.

Noktaya göre yansıma görüntüsü çizme ile ilgili odak öğrencilerin ön bilgileri incelendiğinde 6 öğrencinin global, 1 öğrencinin analitik düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin son bilgileri incelendiğinde ise 1 öğrencinin yarı analitik, 4 öğrencinin analitik ve 2 öğrencinin ise analitik-sentetik düzeyde olduğu saptanmıştır. Dilber'in global düzeyden yarı analitik düzeye; Ramazan, Vedat, Teslime ve Eylül'ün global düzeyden analitik düzeye; Hatice'nin global düzeyden analitik-sentetik düzeye; Naz'ın ise analitik düzeyden analitik-sentetik düzeye yükseldikleri görülmektedir. Başka bir ifade ile Dilber ve Naz 1 düzey, Ramazan, Vedat, Teslime ve Eylül 2 düzey, Hatice ise 3 düzey yükselmişlerdir. Bu yansıma dönüşümünde odak öğrencilerin tümü gelişim göstermişlerdir. Ancak noktaya göre yansıma görüntüsü çiziminde Hatice simetri algı düzeyi en çok gelişen öğrenci olmuştur.

Etnomatematik ile ilgili odak öğrencilerin ön görüşmedeki ve son görüşmedeki yanıtları incelendiğinde ön görüşmelerde 5 öğrencinin örnek vererek kültür ile süslemeler arasındaki ilişkiyi açıkladıkları belirlenmiştir. Ön görüşmelerde 2 öğrenci (Teslime ile Eylül) ise kültür ile süslemeler arasındaki ilişkiyi fark edememişlerdir. Son görüşmelerde ise tüm odak öğrenciler kültür ile süslemeler arasındaki ilişkiyi örneklendirerek açıklamışlardır. Ön görüşmelerdeki örneklerin "cami ve müzelerdeki süslemeler, halı desenleri, çevredeki geometrik şekiller, ev eşyaları" olduğu, son görüşmelerde ise bu örneklere "zemin döşemeleri, tarihi eserlerde, kilise tavanında" gibi ifadelerin eklendiği tespit edilmiştir. Ayrıca son görüşmelerde, öğrenciler öğretim sürecinden sonra

çevrelerindeki varlıklara daha dikkatli baktıklarını ve günlük yaşamlarındaki matematiğin uygulama alanlarını daha bilinçli fark ettiklerini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin **örüntü blokları ile kişiye özgü süsleme oluşturma** ile ilgili ön görüşme yanıtları incelendiğinde 1 öğrencinin düzgün bir süsleme oluşturduğu, 4 öğrencinin yarı düzgün süsleme oluşturduğu görülmektedir. Ancak 2 öğrenci süsleme oluşturamamıştır. Öğrencilerin son görüşme yanıtları incelendiğinde ise süsleme oluşturamayan öğrencinin bulunmadığı saptanmıştır. Son görüşmede yine 1 öğrenci düzgün, 6 öğrenci ise yarı düzgün süsleme oluşturmuşlardır. Tüm öğrencilerin süslemede arada boşluk kalmayacak şekilde yüzey kaplandığını öğrendikleri söylenebilir. Ayrıca son görüşme yanıtlarındaki kişiye özgü süslemelerde öğrencilerin renk uyumuna dikkat ederek daha profesyonel süslemeler oluşturdukları saptanmıştır. Naz'ın yamuğu 2 eşkenar üçgen ve 1 düzgün altıgenle oluşturması; Vedat'ın kareyi 2 ikizkenar dik üçgen ile oluşturması, Hatice ve Eylül'ün düzgün altıgeni iki yamuk ile oluşturması dikkat çekicidir. Bu öğrencilerin bir yüzeyi kaplarken uygun çokgenleri farklı şekillerde belirleyebildikleri söylenebilir.

Öğrencilerin **örüntü blokları ile düzgün süsleme oluşturma** ile ilgili ön görüşme yanıtları incelendiğinde tüm öğrencilerin eşkenar üçgenlerle ve düzgün altıgenlerle süsleme oluşturdukları belirlenmiştir. Vedat ayrıca karelerle de bir düzgün süsleme oluşturmuştur. Öğrencilerin son görüşme yanıtları incelendiğinde ise tüm öğrencilerin kare ve düzgün altıgenlerle düzgün süsleme oluşturdukları görülmektedir. Renk uyumuna da dikkat eden öğrencilerin daha zengin desenlerle süslemeler oluşturdukları gözlenmiştir.

Öğrencilerin bazı (düzgün beşgen ve düzgün sekizgen) örüntü blokları ile **düzgün süsleme oluşturulamayacağını** görmeleri amaçlanan soruya ön görüşmelerde tüm öğrenciler doğru yanıt vermiştir. Nitekim tüm öğrenciler tek başına düzgün beşgen ile süsleme oluşturulamayacağını örüntü blokları yardımıyla deneyerek görmüşlerdir. Son görüşmelerdeki yanıtlar incelendiğinde ise Hatice haricinde tüm öğrencilerin doğru cevap verdikleri saptanmıştır. Hatice düzgün sekizgenlerin arasında oluşan karelerin de süslemenin bir parçası olduğunu düşünmüş olabilir. Diğer odak öğrenciler ise sadece düzgün sekizgenlerle süsleme oluşmayacağını çünkü aralarında boşluklar kaldığını belirtmişlerdir. Bu durum örneklendirilirse Teslime "arada boşluk kalıyor. Olmuyor. Denk gelmiyor." demektedir. Vedat ise sekizgenlerin aralarındaki boşluğu "Tam uyuşmuyor" şeklinde ifade etmektedir.

Periyodik süsleme analizinde öğrencilerin ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında tüm aşamalarda öğrencilerin gelişim gösterdiği görülmektedir. Örneğin, Hatice **şekil bilgisi** aşamasında ön görüşmelerde süslemedeki çokgenleri eksik belirlemişken son görüşmelerde süslemedeki çokgenleri doğru belirlemiştir. Süslemedeki şekillerin **yerleştirme biçimi** ile ilgili Dilber ve Vedat ön görüşmelerde süslemenin periyodikliğini fark edememişken, son görüşmelerde süslemenin periyodik olduğunu söylemişlerdir. Süslemenin **tekrar birimini** ön görüşmelerde Dilber ve Hatice hatalı belirlemişken, son görüşmelerde doğru belirlemişlerdir. Ön görüşmelerde tekrar birimi hakkımda bilgisi olmayan Eylül, son görüşmelerde tekrar birimini doğru belirlemiştir. Süslemedeki **dönüşümler**den öteleme dönüşümü ile ilgili ön görüşmelerde 4 kişi görüş belirtmişken, son görüşmelerde tüm öğrenciler süslemenin öteleme dönüşümü ile oluşturabileceğini söylemişlerdir. Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki **açıların ölçüsü**nü ön görüşmelerde sadece Naz, Ramazan, Hatice ve Eylül doğru hesaplamışken, son görüşmelerde ise tüm öğrenciler doğru hesaplamıştır.

Periyodik olmayan süsleme analizinde öğrencilerin ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında tüm aşamalarda öğrencilerin mevcut durumlarını korudukları ya da gelişim gösterdikleri görülmektedir. Örneğin, Hatice ve Vedat **şekil bilgisi** aşamasında ön görüşmelerde süslemedeki çokgenleri eksik belirlemişken son görüşmelerde süslemedeki çokgenleri doğru belirlemişlerdir. Süslemedeki şekillerin **yerleştirme biçimi** ile ilgili sadece Ramazan doğru cevap vermişken, son görüşmelerde tüm öğrenciler süslemenin periyodik olmadığını söylemişlerdir. Süslemenin **tekrar birimini** ön görüşmelerde de son görüşmelerde de tüm öğrenciler doğru belirlemişlerdir. Ön görüşmelerde tekrar birimi hakkımda bilgisi olmayan Eylül, son görüşmelerde tekrar birimini doğru belirlemiştir. Süslemedeki **dönüşümler**den öteleme dönüşümü ile ilgili ön görüşmelerde 3 kişi görüş belirtmişken, son görüşmelerde 6 öğrenci süslemenin öteleme dönüşümü ile oluşturabileceğini söylemişlerdir. Ön görüşmelerde tüm öğrenciler süslemenin yansıma dönüşümü ile oluşturulabileceğini söylerken, son görüşmelerde 3 öğrenci süslemenin yansıma dönüşümü ile oluşturulabileceğini belirtmişlerdir. Ön görüşmelerde 4 öğrenci süslemenin dönme dönüşümü ile oluşturulabileceğini belirtirken, son görüşmelerde 3 öğrenci süslemenin dönme dönüşümü ile oluşturulabileceğini söylemektedir. Süslemedeki bir köşe noktasının etrafındaki **açıların ölçüsü**nü ön

görüşmelerde sadece Naz, Ramazan, Hatice ve Teslime doğru hesaplamışken, son görüşmelerde ise tüm öğrenciler doğru hesaplamıştır.

Sonuç olarak odak öğrencilerin ön görüşme ve son görüşme verileri karşılaştırıldığında uygulama sonrasında kavram bilgilerinin geliştiği, çokgen oluşturmadaki eksiklerini çoğunlukla giderdikleri, geometrik dönüşüm bilgilerinde ve süsleme analiz süreçlerinde ilerleme kaydedildiği görülmektedir.

5 TARTIŞMA

Bu bölümde sonuçların kendi içlerinde ve alan yazındaki diğer araştırmaların sonuçları ile karşılaştırılması ve tartışılması amaçlanmıştır.

Öğrencilerin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla geometrik kavram bilgileri (çokgen, düzgün çokgen, üçgenin yardımcı elemanları, dönüşüm, yansıma, öteleme, süsleme ve simetri) gelişmiştir. Odak öğrencilerin öğretim deneyi sonrasında aşağıdaki kavram bilgilerinin geliştiği saptanmıştır:

- Çokgeni tanımlama, örnek verme ve temel elemanları ile ilişkilendirme
- Düzgün çokgeni tanımlama, örnek verme ve iç açısının ölçüsünü hesaplama
- Üçgenin yardımcı elemanlarından açıortay ve kenarortayı açıklama
- Dönüşümü süsleme kavramı ile açıklama
- Yansımayı tanımlama, özelliklerini belirleme ve örneklendirme
- Öteleme ile ilgili informal tanım yapma, özelliklerini belirleme
- Süslemeyi tanımlama

Buna rağmen odak öğrencilerin öğretim deneyi sonrasında bazı kavram bilgilerinde iyileşme gözlenmemiştir. Bu durumla ilgili aşağıdaki tespitler yapılmıştır:

- Üçgenin yardımcı elemanlarından yüksekliği açıklayamama, üçgenin yüksekliğini çizememe ya da yükseklik ile ilgili prototip çizim yapma
- Öteleme ile ilgili formal tanım yapamama
- Simetriyi tanımlayamama, simetriyi yansıma dönüşümü gibi algılama, simetriyi öteleme dönüşümü gibi algılama

Öğrencilerin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla çokgen, düzgün çokgen, dönüşüm, açıortay, kenarortay, yansıma, öteleme ve süsleme kavramlarının geliştiği saptanmıştır. Bunun aksine dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla öğrencilerin yükseklik ve simetri kavramı hakkında gelişim gösteremedikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin simetriyi yansıma dönüşümü veya öteleme dönüşümü gibi hatalı algıladıkları görülmektedir. Öğrencilere simetri kavramının daha etkili öğretimi için tek başına simetri kavramının ele alındığı çalışmalar (Savaş, 2023; Köse ve Özdaş, 2009) yapılmalıdır.

Odak öğrencilerin ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında düzgün çokgenin içine köşegenleri yardımıyla üçgen yerleştirme becerilerinin geliştiği gözlenmiştir. Ön görüşmelerde düzgün beşgenin içine hiç üçgen yerleştiremeyen öğrencilerin bile, son görüşmede düzgün dokuzgenin içine köşegen yardımıyla üçgenler yerleştirdikleri ve üçgenleri açılarına ve kenarlarına göre sınıflandırabildikleri eş üçgenleri belirleyebildikleri görülmektedir.

Karenin içine karenin kenar uzunluğu ile aynı kenara sahip eşkenar üçgen çizme ile ilgili ön görüşmelerde 2 (Vedat ve Dilber) öğrenci imkânsız çizimler yapmıştır. Yani geometrik olarak mümkün olmayacak bir çizim yapmışlardır. Diğer 4 öğrenci ise bu şekilde bir eşkenar üçgen çizilemeyeceğini düşünmektedirler. Son görüşmelerde ise 2 öğrenci istenilen eşkenar üçgeni oluşturabilmiştir. Bunlardan Naz cetvel kullanarak çizim yapmıştır. Eylül ise yaklaşık çizim yapmıştır. Ayrıca ön görüşmelerdeki imkânsız çizimi yapan öğrencilerden birinin (Dilber) son görüşmelerde bu görüşünden vazgeçtiği ama doğru çizimi de çizemediği bu şekilde bir eşkenar üçgen çizilemeyeceğini düşündüğü saptanmıştır. Ön görüşmelerde imkânsız çizim yapan diğer öğrenci (Vedat) ise son görüşmelerde de aynı imkânsız çizimi tekrarlamıştır. 2 doğru çizim yapan öğrencilerin dışındaki 5 odak öğrenci noktalı kağıttaki noktaları baz alarak çizim yapmaya odaklanmışlardır. Bu yüzden eşkenar üçgenin çizilemeyeceğini düşünmektedirler. Vedat'ın imkânsız çizimlerine geri dönülecek olursa alan yazında Kurnaz vd.'ne (2023) göre özel yetenekli öğrencilerin imkânsız figürleri algılayabiliyor olmaları onların özel yetenekli olduğunun bir işareti olarak değerlendirilebilir ve tanılamalarında göz önünde bulundurulabilir. Bu araştırma sonucuna göre imkânsız çizim hatası yapan bir öğrencinin matematik ya da geometri alanında özel yetenekli olmadığı sonucuna varılabilir.

Dinamik geometri ortamlarında süsleme çalışmalarından sonra öğrencilerin eşkenar üçgen örüntü blokları ile ikizkenar üçgen örüntü blokları ile daha fazla çokgen oluşturdukları ve oluşturdukları çokgenleri noktalı/izometrik kâğıda çizdikleri görülmektedir. Süsleme çalışmaları sonrasında böyle bir sonuç doğal olarak beklenmektedir.

Odak öğrencilerin ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında simetrik şekillerin simetri doğrularını belirleme ile ilgili ön görüşmelerde karenin, ikizkenar dik üçgenin ve dikdörtgenin simetri doğrularını belirlemede hata yapan öğrencilerin bile, son görüşmelerde eşkenar dörtgenin, eşkenar üçgenin ve düzgün altıgenin simetri doğrusunu

belirlerken neredeyse hiç zorlanmadıkları ve simetri eksenini çoğunlukla doğru belirledikleri saptanmıştır. Ayrıca ön görüşmelerde simetri eksenini çizerken eş parçalara ayırarak simetri eksenini hatalı çizen öğrencilerin bu hatalarını son görüşmelerde yapmadıkları görülmektedir. Konu ile ilgili alan yazın (Köse &Özdaş, 2009; Atasay ve Erdoğan, 2017; Hacısalihoğlu-Karadeniz vd., 2015; Durasi vd., 2019) incelendiğinde öğrencilerin çoğunlukla simetri eksenini belirlemede zorluk çektikleri ve hatalı çizimler yaptıkları görülmektedir. Bu çalışmada ise öğrencilerin son bilgilerinde neredeyse hiç hatanın olmaması öğretim deneyinin simetri eksenini çizme konusundaki pozitif katkısını göstermektedir.

Odak öğrencilerin dönüşümlerle ilgili ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında simetri doğrusu ile çakışmayan şekillerin dikey doğruya göre yansıma dönüşümünde ve eğik simetri doğrusuna göre yansıma dönüşümünde gelişim gösterdikleri ancak yatay doğruya göre yansıma dönüşümünde sınırlı düzeyde gelişim gösterdikleri saptanmıştır. Öğrenciler simetri doğrusu ile çakışan yatay/dikey doğruya göre yansıma görüntüsü çizmede birbirinden farklı gelişim göstermişlerdir. Noktaya göre yansıma görüntüsü çizme sorusunda ise tüm öğrencilerin gelişim gösterdikleri görülmüştür. Yavuzsoy Köse (2012) ilköğretim öğrencilerinin şeklin simetri doğrusu ile kesişmediği durumlarda verilen şeklin dikey ve yatay doğruya göre simetriğinin belirlenmesinde başarılı oldukları, ancak diğer tüm durumlarda çeşitli kavramsal hatalar yaptıklarını söylemektedir. Durmuş'ta (2017) noktaya göre simetri konusunda öğrencilerin eksikliklerinden söz etmektedir. Araştırmanın sonuçları Yavuzsoy Köse (2012) ile Durmuş'un (2017) sonuçlarıyla çoğunlukla örtüşmektedir.

Etnomatematik ile ilgili öğrencilerin ön bilgileri ile son bilgileri karşılaştırıldığında öğretim deneyi sonunda öğrencilerin tümünün ön bilgi eksikliklerini giderdikleri, matematikle kültür arasındaki ilişkiyi açıkladıkları ve süslemeler ile kültür arasındaki ilişkiyi örneklendirebildikleri saptanmıştır. Fouze ve Amit'e (2023) göre matematiği, soyut ve evrensel olduğu bahanesiyle kültürel bağlam olmadan öğretmek, öğrencilerin bu konudaki başarısızlığının nedenlerinden biridir. Ayrıca öğrenciler çeşitli kültürel bağlantılara maruz kaldıklarında ve bunlar üzerinde birlikte düşündüklerinde, öğrenme isteğini geliştirirler ve özgüvenleri artar. Etnomatematiksel bir müfredatın geliştirilmesi ve uygulanması önemlidir. Bu araştırmada da bir öğrencinin öğretim sürecinden sonra çevresindeki varlıklara daha dikkatli baktığını ve günlük yaşamdaki matematiğin

uygulama alanlarını daha bilinçli fark ettiğini söylemiştir. Sonuç olarak bu araştırmanın etnomatematik ilişkisi bağlamında öğrencilere zengin bir kültür farkındalığı sunduğu söylenebilir.

Öğrencilerin dinamik geometri ortamlarında oluşturulan geometrik süslemeler aracılığıyla geometrik kavram bilgilerinin geliştirilmeye çalışıldığı araştırma sonunda öğrencilerin hem periyodik hem de periyodik olmayan süslemeleri analiz ederken şekil bilgisi, yerleştirme biçimi, tekrar birimi, dönüşüm bilgisi ve açı bilgisi aşamalarında oldukça geliştikleri görülmüştür. Süslemeyi GeoGebra'da oluşturma aşamasında da oldukça zengin inşa çalışmaları gerçekleştiren öğrencilerin örüntü blokları ile süsleme oluşunu 7. Öğretim haftasından itibaren aksattıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin süslemeyi bir an evvel GeoGebra'da inşa etmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Yani 7. hafta itibari ile çalışma yapraklarından örüntü blokları ile süsleme oluşturma adımı çıkartılmalıdır. Süslemenin çizim aşamasında ise öğrencilerin süslemede kare inşası var ise noktalı kâğıdı süslemede eşkenar üçgen inşası varsa izometrik kâğıdı tercih ettikleri görülmektedir. Bazı durumlarda her iki kâğıda da çizim yapan öğrenci olabilmektedir.

Öğrencilerin dönem değerlendirme günlükleri incelendiğinde öğrencilerin öğretim sürecinden oldukça memnun oldukları anlaşılmaktadır. Akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin de akademik başarısı orta ve düşük düzeyde olan öğrencilerin de öğretim sürecinden oldukça faydalandıkları araştırmacı günlüğüne de yansımıştır. Altınışık vd.'ne (2022) göre kaplamalarla (süslemelerle) ilgili çalışmalarda öğrencilerin sayısal becerilere sahip olması şart değildir ve farklı becerilere sahip öğrencilerin de dikkatini çeker ve onlar için de uygun bir öğrenme ortamı sağlamaktadır. Süslemeler konusunun bir de dinamik geometri yazılı ile ele alınıyor olması, süslemelerdeki renkli desenler öğrencilerin dikkati çekmekte ve motivasyonlarını arttırmaktadır. Doğa, mimari, sanat, dini ve tarihi eserler gibi çeşitli alanlarla iç içe olan süslemeler birçok disiplinlerle olan ilişkileri ortaya koymakta ve anlamlı ve kalıcı öğrenme sağlamaktadır (Altınışık vd., 2022). Süsleme konusundaki bu zengin ilişkiler Türkiye Maarif Modelindeki öğretim programlarında da yerini almıştır. Türkiye Maarif Modeli kapsamında hazırlanan Lise Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2024d) incelendiğinde Hazırlık sınıfında "Geometrik Şekiller" temasının MAT.H.4.1., MAT.H.4.2., MAT.H.4.4., MAT.H.4.5. kodlu öğrenme çıktılarının, 9. Sınıf "Eşlik ve Benzerlik" temasının MAT.9.5.1.kodlu öğrenme çıktısının, 11. Sınıf "Geometrik Şekiller" temasının MAT.11.2.3. ve MAT.11.2.5 kodlu öğrenme

çıktılarının veya bu çıktılara ait süreç bileşenlerinin bu çalışmadaki becerilerle benzerlik gösterdiği örtüştüğü görülmüştür. Bu açıdan çalışmanın ilerleyen zamanlarda öğretmenlere süslemeler konusunda kılavuzluk edeceği düşünülmektedir.

Türkiye Maarif Modeli kapsamında hazırlanan Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2024c) ile Lise Matematik Dersi Öğretim Programlarında (MEB, 2024d) çeşitli öğrenme çıktılarına ait "Farklılaştırma" basamağında özgün süsleme tasarlanması ve Öğrenme Kanıtları (Ölçme ve Değerlendirme) basamağında ise yaşadığı çevreden süsleme örnekleri bulma ile ilgili performans ödevi hazırlaması öğrencilerden beklenmektedir. Bu çalışma kapsamında öğretim haftalarından 14.'sü yaşam alanından süsleme belirleyip süslemeyi inşa etme ve 15.'si kişiye özgü süsleme oluşturmadır. Bu açıdan da bu tez çalışmasının yeni eğitim modeli ile örtüştüğü söylenebilir.

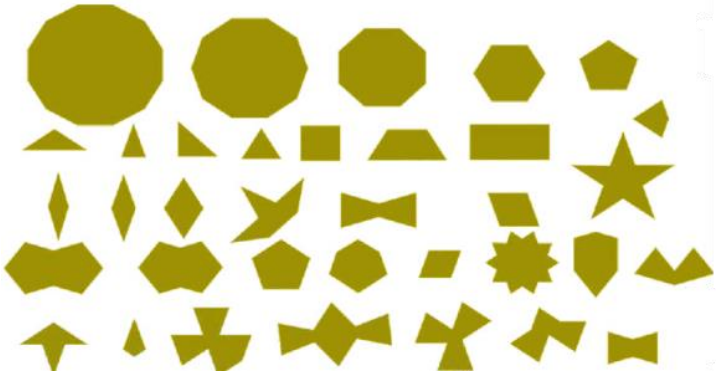
6 ÖNERİLER

Araştırma kapsamında dizayn edilen öğretim döngüsünün süslemelerle ilgili çalışma yapacak araştırmacılara faydalı olacağı öngörülmektedir.

Araştırmada daha çok düzgün geometrik şekillere odaklanılmıştır. Düzgün olmayan geometrik şekillerle (örneğin Selçuklu süsleme setindeki bazı geometrik şekillerle) benzer çalışmalar lise düzeyinde yapılarak farklı geometrik kavramların gelişimi incelenebilir.

Görsel 6.1

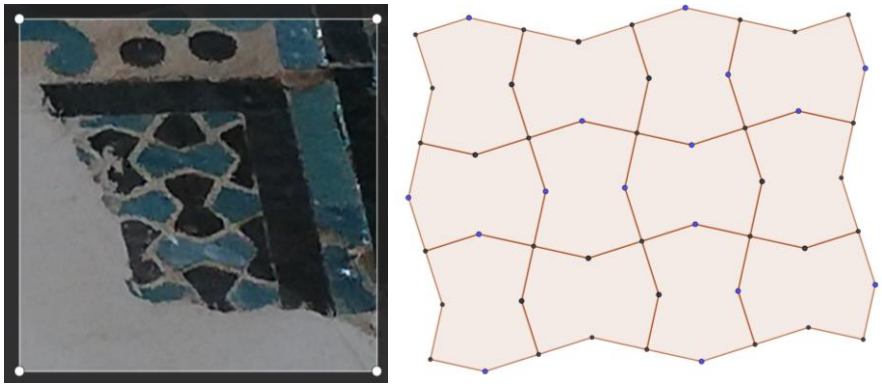
Selçuklu Süsleme Setindeki Geometrik Şekiller



Çalışmada öğretim deneyinin ortalarında yaklaşık olarak 7.öğretim haftasında öğrencilerin örüntü blokları ile süslemeyi oluşturmada isteksizleştikleri görülmüştür. Tam bu esnada öğrencilerin de dikkatlerini toplamak adına örüntü blokları malzemeleri ile oluşturulamayan ancak Selçuklu süsleme seti ile oluşturulabilecek süslemeler çalışmada değerlendirilebilir. Örneğin Karatay Medresesindeki Görsel 6.2'deki süsleme çalışmaya eklenebilir.

Görsel 6.2

Karatay Medresesinden Bir Süsleme Örneği



Ayrıca araştırmada kullanılan örüntü bloklarına ve başka çalışmalarda kullanılabilecek Selçuklu süsleme setine öğretmenlerin ve öğrencilerinin erişimi sağlanmalıdır. Okul idareleri tarafınca bu malzemeler temin edilmelidir ve bu hususta MEB Ders Aletleri Yapım Merkezi Müdürlüğü okul idarelerine gereken kolaylıkları sağlamalıdır.

Türkiye Maarif Modeli kapsamında hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programları incelendiğinde ortaokul seviyesinde öteleme ve yansıma dönüşümlerinin mevcut olduğu, dönme dönüşümüne ise lise seviyesinde (9.sınıf) yer verildiği görülmektedir. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen etkinlikler sonucunda dönme dönüşümünün de ortaokul seviyesinde (8.sınıf) verilebileceği öğrencilerin buna hazır oldukları kanaatine varılmıştır. Bu görüş program geliştiricilerin dikkatine sunulmuştur.

Süslemeler ile etnomatematik konusu daha ayrıntılı ele alınarak farklı çalışmalar yapılabilir. Öğrencilerin yaşam alanlarında bulunan tarihi eserlerde ve modern birçok yapıda süslemeleri görmek mümkündür. Öğrencilerin bunu fark etmesi ve matematikle ilişkilendirmesi önemlidir.

KAYNAKÇA

Abas, S. and Salman, A. (1992). Geometric and group-theoretic methods for computer graphics studies of Islamic symmetric patterns. Computer Graphics Forum. 11, 1, 43–53.

Abdullah, A. H. and Mohamed, M. (2008). The Use of Interactive Geometry Software (IGS) To Develop Geometric Thinking. JournalTecnology, 49(E), 93–107.

Alholjailan, M. I. (2012). Thematic Analysis: A critical review of its process and evaluation. West East Journal of Social Sciences, 1(1), 39-47.

Altınışık, E., Kandil, S., Yavuz, F. D., Akkuş, R. ve Bulut, S., (2022). Süslemelerin Öğretimi: Şerit Süslemeler ve Kaplamalar. *Geometri Öğretimi Bilgisi* (ss.521-558), Ankara: PEGEM.

Anapa, P., Bağdat, O., Girit, D. ve Karakoca, A. (2010, Eylül). Dinamik geometri yazılımı ile geometri öğretiminin öğrencilerin Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi. IX. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Arık, M. ve Sancak M. (2012). Pentapleks Kaplamalar. Ankara: Tübitak Popüler Bilim Kitapları.

Atasay, M. ve Erdoğan, A. (2017). Matematik ile sanatın ilişkilendirilmesi: Mandala desenlerinin simetri öğretiminde kullanımı. Journal of Instructional Technologies & Teacher Education, 6,2, 58-77.

Baki, A. (2000). Bilgisayar donanımlı ortamda matematik öğrenme. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 19(19), 186-193.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi:6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi.

Bell, M. D. (1998). Impact of an inductive conjecturing approach in a dynamic geometry enhanceden vironment (Unpublished doctoral dissertation). Georgia State University, USA.

Boyatzis, R. E.(1998). Transforming qualitative information: the matic analysis and code development. Thousand OAKS, CA: Sage.

Bozyokuş, H. (2018). İznik Yeşil Cami Çinilerine Geometrik Bakış. Uluslararası İnsan ve Sanat Araştırmaları Dergisi, 2018 EK SAYI, 9-19. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijhar/issue/55202/758259.

Braun, V. and Clarke, V. (2006). Using the matic analysis in psychology. Qualitative Research in Psychology, 3, 77-101.

Braun, V. ve Clarke, V. (2019). Psikolojide tematik analizin kullanımı (Çev.: S. N. Şad, N. Özer ve A. Atlı). Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 7(2), 873–898.

Broug, E. (2019). İslam Sanatında Geometrik Desenler, (çeviri Yasemin Darbaz Karaca), İstanbul: Klasik.

Bursalıoğlu, F. (2010). Örüntü ve süsleme etkinliklerinin analizle öğretim yöntemiyle öğretiminin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik

tutumlarına ve akademik başarıları üzerine etkisi. Yüksek Lisans, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2019). Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri (26.baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Callingham, R.(2004). "Primary students' understanding of tessellation: An initial exploration." Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol: 2. Bergen, Norway.

Creswell, J. W. (2009). Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (3. ed.). Los Angeles, London: SAGE.

Czarnocha, B. and Maj, B. (2008). Teaching experiment. B. Czarnocha (Ed.). Handbook of mathematics teaching-research -a tool for teacher- researchers (s.47-58). University of Rzeszow.

Çalık, M. ve Sözbilir, M. (2014). İçerik analizinin parametreleri. Eğitim ve Bilim, 39(174), 33–38.

Çarıkcı, K., Meral, H., Berkil, S., Çalışır, A., Önala, L. ve Arslan, Ö. (2024). Nitel araştırmalarda tematik analiz. *Socrates Journal of Interdisciplinary Social Studies, 10*(37), 127–140. https://doi.org/10.5281/zenodo.10509707

Çelik, H., Başer Baykal, N. ve Kılıç Memur, H. N. (2020). Nitel veri analizi ve temel ilkeleri. Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education, 8(1), 379-406. doi:10.14689/issn.2148-2624.1.8c.1s.16m

Çeziktürk Kipel, Ö. (2016). Simetri ve Dönme Eksenlerinin Düzlem Simetri Gruplarının Anlaşılmasındaki Önemi. Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 10(2).

Demir, Ö. ve Kurtulmuş A. (2019). Dönüşüm geometrisi öğretiminde 5E öğrenme modelinin 7. sınıf öğrencilerinin Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerine etkisi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.*

Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Compute Science and Information Systems,* 6(2), 191–203.

Durasi, E., Yalım, G., Karadeniz, K., Yalçıntuğ, O., Şahinler, S., İnce, S., Çetin, Y. Şahin Z., Kenar Z., Çeziktürk Kipel Ö. (2019). Matematik öğretmen adaylarında bilişsel stil, görsel matematik okuryazarlığı ve matematik başarısı ilişkisinin incelenmesi: Simetri örneği. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi, Özel Sayı,* 589-606. https://doi.org/10.21733/ibad.617869

Durmuş, S. (2017). Simetri konusunda hazırlanan animasyonların değerlendirilmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Rize: Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Duru, A. ve İşleyen T. (2005). Matematik ve Sanat. Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 11, 479-491.

Ekizler Sönmez, S. (2020). *Anadolu Selçuklu Sanatının Geometrik Dili Seti*. İstanbul: Ketebe Yayınları.

Ekizler Sönmez, S. (2016). Sihirli Üçgenler. İstanbul: İstanbul Tasarım Yayınları.

Ekizler Sönmez, S. (2017). Mimar Sinan Camileri ve İslam Sanatında Geometrik Desenler. İstanbul: Klasik Yayınları.

Erdener, K. ve Gür, H. (2019). Ortaokul matematik derslerinde dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad kullanımı ile ilgili öğrenci görüşleri. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 21 (1), 364-377. DOI:10.25092/baunfbed.548536

Fouze, A. Q. and Amit, M. (2023) The Importance of Ethnomathematics Education. *Creative Education*, 14, 729-740. https://doi.org/10.4236/ce.2023.144048

French, D. (2017). Geometri Öğretimi ve Öğrenimi. (Çev. Gökkurt Özdemir, B. Ve Uygun, T.). Ankara: Anı Yayıncılık.

Gürbüz, R. ve Gülburnu, M. (2014). 8. sınıf geometri öğretiminde kullanılan cabri 3d'nin kavramsal öğrenmeye etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 4(3), 224-241.

Hacısalihoğlu- Karadeniz, M., Baran, T., Bozkuş, F. ve Gündüz, N. (2015). İlköğretim Matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 6(1), 117-138.

Hakkı (2014). İslam Sanatı Tarihi. Blog Yazısı. http://hakkindabilgial.com/islam-sanati/ (Erişim tarihi: 11.01.2021).

Hohenwarter, M. and Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, UK: University of Northampton, 126-131.

Hohenwarter, M.andLavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an international GeoGebra institute. *Proceedings of the British Society forResearch into Learning Mathematics*, UK: University of Northampton, 49-54.

I. El-Said, A. Parman, Geometrical Concepts in Islamic Art, World of Islam Festival Publ. Co., London (1976).

llktürk, U. (2008). An Attempt to Combine Mathematics and Visual Arts a Research on Islamic Geometric Patterns. Master thesis. IT University of Göteborg ChalmersUniversity of Technology and University of Gothenburg Göteborg, Sweden.

İsmail, Z., and Kasmin, M.K. (2007). Creating Islamic art with interactive geometry software. 1st International Malaysian Educational Technology Convention.

Johnson, C.D. and Kashef, A. E. (1996) "Tessellations in the technology education classroom", The Technology Teacher, 56(3), 3-7

Kaleli-Yılmaz, G., and Koparan, T. (2016). The effect of designed geometry teaching lessons to the candidate teachers' Van Hiele geometric thinking level. Journal of Education and Training Studies, 4(1), 129-141.

Karakuş, F. (2020) Örüntü, süsleme, fraktal ve öğretimi. E. Ertekin ve M. Ünlü içinde, Geometri ve Ölçme Öğretimi (s. 345-382). Ankara: Pegem Akademi.

Kılıç Ç., Yavuzsoy Köse N., Tanışlı D., Özdaş A.(2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme etkinliklerindeki Van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesi. *Elementary Education Online*, 6 (1), 11-23.

Kızıltoprak, A. (2020). Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimi, Yayınlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Kurnaz, A., Koçlar, N., Kılıç, E., Özçelik, S. (2023). Özel Yetenekli Öğrencilerin İmkânsız Figürlere İlişkin Algılarının İncelenmesi. Eğitim Felsefesi ve Sosyolojisi Dergisi, 4(1), 37–56. https://doi.org/10.29329/JEPS.2023.561.3

Majewski, M. (2011). Geometric ornaments in İstanbul, https://atcm.mathandtech.org/EP2011/invited_papers/3272011_18798.pdf (Erişim tarihi: 11.01.2021).

Namey, E., Guest, G., Thairu, L. and Johnson, L. 2008. Data Reduction Techniques for Large Qualitative Data Sets. In: Handbook for team-based qualitative research. Rowman Altamira.

MEB (2010a). Ortaöğretim geometri dersi (9.-10. sınıflar) öğretim programı. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB (2010b). Ortaöğretim geometri dersi (11. sınıf) öğretim programı. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB (2011). Ortaöğretim geometri dersi (12. sınıflar) öğretim programı. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB (2018a). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı. Erişim adresi: https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201821102727101-OGM%20MATEMAT%C4%B0K%20PRG%2020.01.2018.pdf

MEB (2018b). İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar matematik dersi öğretim programı. Erişim adresi: https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf

MEB (2018c). *Matematik uygulamaları dersi öğretim programı (Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu 5,6,7 ve 8. sınıflar) öğretim programı.* Ankara.

MEB (2024a). *Türkiye yüzyılı maarif modeli öğretim programları ortak metni*. Erişim adresi: https://tymm.meb.gov.tr/upload/brosur/2024programortakmetinOnayli.pdf

MEB (2024b). *Türkiye yüzyılı maarif modeli ilkokul matematik dersi öğretim programı (1, 2, 3 ve 4. sınıflar)*. Erişim adresi: https://tymm.meb.gov.tr/upload/program/2024programmat1234Onayli.pdf

MEB (2024c). *Türkiye yüzyılı maarif modeli ortaokul matematik dersi öğretim programı (5,6, 7 ve 8. sınıflar)*. Erişim adresi: https://tymm.meb.gov.tr/upload/program/2024programmat5678Onayli.pdf

MEB (2024d). *Türkiye yüzyılı maarif modeli ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (hazırlık, 9, 10, 11 ve 12. sınıflar)*. Erişim adresi: https://tymm.meb.gov.tr/upload/program/2024programmath9101112Onayli.pdf

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2007). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Ankara: Maya Akademi.

Öztürk, M ve Güler, M. (2020). Örüntü ve Süslemelerin Öğretimi. Aydın, T. A. ve Demir B. K. (Editörler) Geometri ve Öğretimi. s.217-232. Ankara: Pegem Akademi.

Rønning, F. (2009). Islamic Patterns and Symmetry Groups. Philosophy of Mathematics Education Journal. Number: 24(Special Issue on Mathematics and Art) http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome24/ronning%20_geometry_and_Islamic_patterns.pdf

Savaş, G. (2023). *Öğrencilerin Dönel Simetri Kavramına İlişkin Gelişimlerinin ve Soyutlama Düzeylerinin İncelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi).

Sherard, W. (1981). Math Anxiety in the Classroom. The Clearing House. 55: 106-110.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for Research in Mathematics Education, 26, 114–145.

Şen, H., (2013), İslam Sanatında Geometrik Desenler, Türk İslam Medeniyeti Akademik Araştırmalar Dergisi, Türk İslam Medeniyeti Akademik Araştırmalar Enstitüsü, Konya.

Tanışlı, D. (2015). Matematikte Örüntülerin Keşfi. Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar (2. Baskı) içinde (s.659-679). Ankara: Pegem Akademi.

The Metropolitan Museum of Art (2004). Islamic Art and Geometric Design. New York.

Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 7(2), 792–825.

Vatansever, S. (2007). İlköğretim 7. sınıf geometri konularını dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad ile öğrenmenin başarıya, kalıcılığa etkisi ve öğrenci görüşleri. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Venema, A. G. (2018). İleri Öklid Geometrisinin GeoGebra ile Keşfi. (Çev. Aksoy, A. ve Koç, K.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Verner, I., Massarwe, K. and Bshouty, D. (2013). Constructs of engagement emerging in an ethnomathematically-based teacher education course. The Journal of Mathematical Behavior, Volume 32, Issue 3, September, Pages 494-507.

Verner, I., Massarwe, K. and Bshouty, D. (2019). Development of competencies for teaching geometry through an ethnomathematical approach. The Journal, Volume 56, December, Article 100708.

Wichmann, B. (2009). Symmetry in Islamic Geometric Art. http://www.tilingsearch.org/islamgrp.pdf (Erişim tarihi: 11.01.2021).

Yağcı, F., Bozyokuş, H. ve Ezentaş R. (2016). Grafik Tasarım Programlarında Geometrik Okuryazarlık. Journal of Current Research on Social Sciences (JoCReSS), 6(2), 57-64. http://www.jocress.com/Makaleler/270002817_6-2-3-ya%C4%9Fc%C4%B1-bozyoku%C5%9F-ezenta%C5%9F.pdf (Erişim tarihi: 13.01.2021).

Yavuzsoy Köse, N. (2008). İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: bir eylem araştırması. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yavuzsoy Köse, N. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencileri Geometrik Şekillerdeki Simetri Doğrularını Cabri Geometri Yazılımı Yardımıyla Nasıl Belirliyorlar? İlköğretim Online, 8(1), 159-175.

Yavuzsoy Köse, N. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2012 (42), 274-286.

Yavuzsoy Köse, N. (2015). Geometrik Dönüşümlerden Biri: Yansıma Dönüşümünü Anlamak. Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar (2. Baskı) içinde (s.613-628). Ankara: Pegem Akademi.

Yıldırım, A. ve Anapa-Saban, P. (2014). Euclidean reality geometri etkinliklerinin işitme durumuna göre öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine ve geometri başarılarına etkisi. E Journal of New World Sciences Academy, 9(4), 364-379.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (11. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yüksel, T. (2015). Ortaokul 7. sınıf matematik dersi dönüşüm geometrisi ve örüntü süslemeler alt öğrenme alanlarının görsel sanatlar dersi ile desteklenmesinin öğrenci başarıları ve tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Zeybek, Z. ve Açıl, E. (2018). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İfade Becerilerinin İncelenmesinde Yazma Aktiviteleri: Öğrenci Günlükleri. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 9 (3), 476-512. DOI: 10.16949/turkbilmat.367513

EKLER

EK-1: ARAŞTIRMA VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Ön Görüşme Soruları:

Öğrencinin Adı: Görüşme Tarihi …/…/2022

1. Aşağıdaki geometrik kavramların tanımlarını ve özelliklerini yazınız. Örnek veriniz.

Çokgen:

Düzgün çokgen:(özellikler ve örnek) (4 örnek üzerinden özelliklerini sor söylet.)

Dönüşümler:

Yansıma:

Öteleme:

Süsleme:

Simetri:

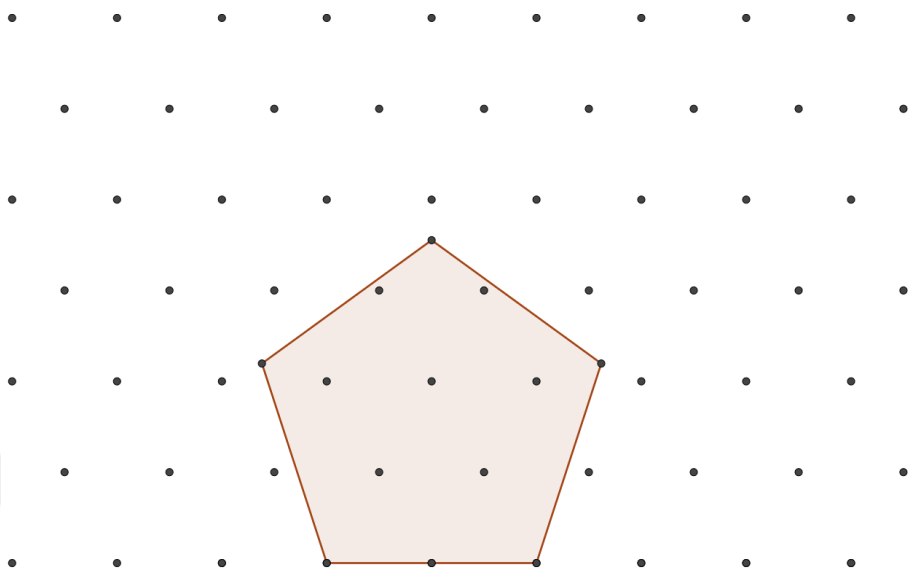
Üçgenin yardımcı elemanları:

Kenarortay:

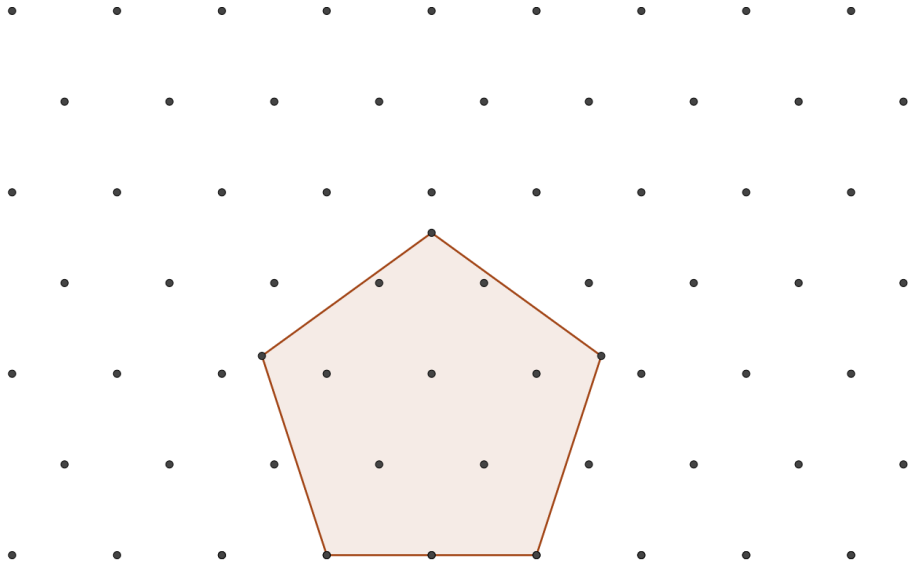
Açıortay:

Yükseklik:

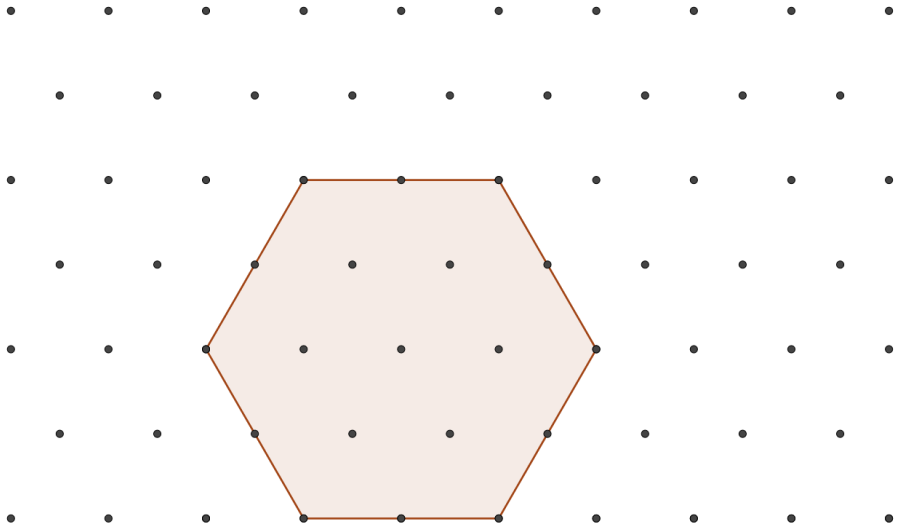
2. a) Bir düzgün beşgenin içine bir köşegen yardımıyla üçgen çizildiğini varsayalım. Bu üçgen nasıl bir üçgen olur? Bu üçgenin açı ve kenar özelliklerini açıklayınız.



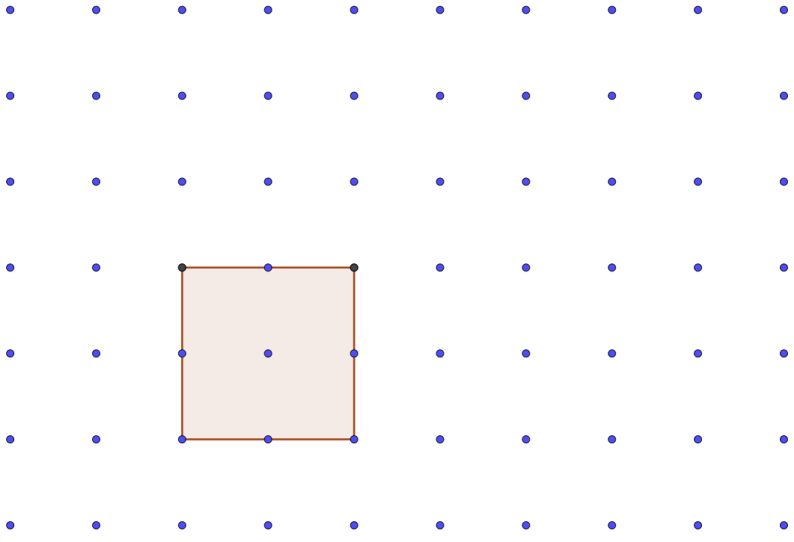
b) Bir düzgün beşgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi? Çizerek açıklayınız.



3. Bir düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi? Çizerek açıklayınız.

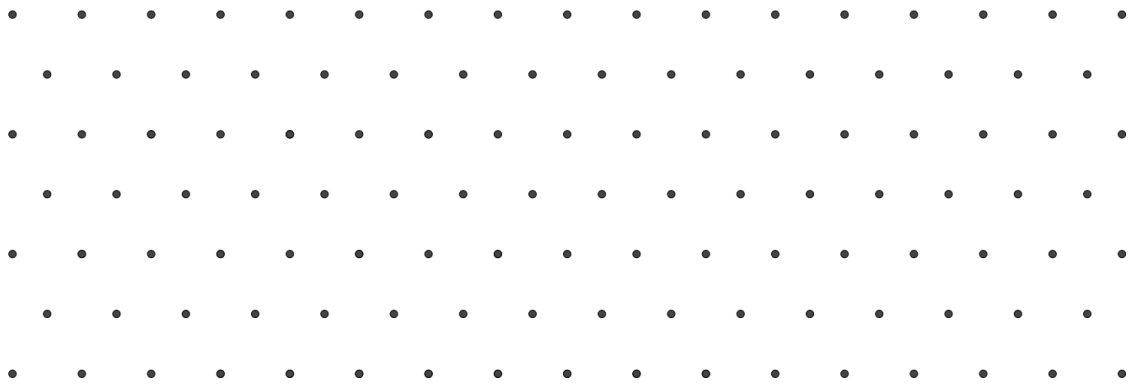


4. Karenin içerisine karenin kenar uzunluğuyla eşit uzunlukta kenara sahip bir eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi? Çizerek açıklayınız.



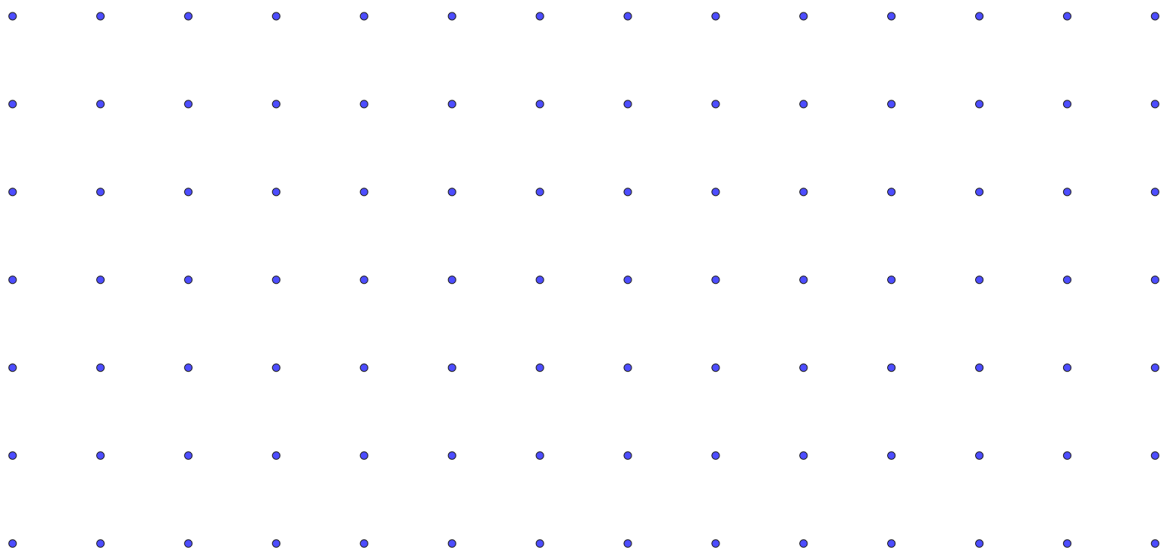
5. a. Sadece eşkenar üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturunuz.

5. b. Sadece eşkenar üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Şekil çizerek açıklayınız.



6. a. Sadece ikizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturunuz.

6. b. Sadece ikizkenar dik üçgenlerle hangi çokgenler oluşturulabilir? Şekil çizerek açıklayınız.

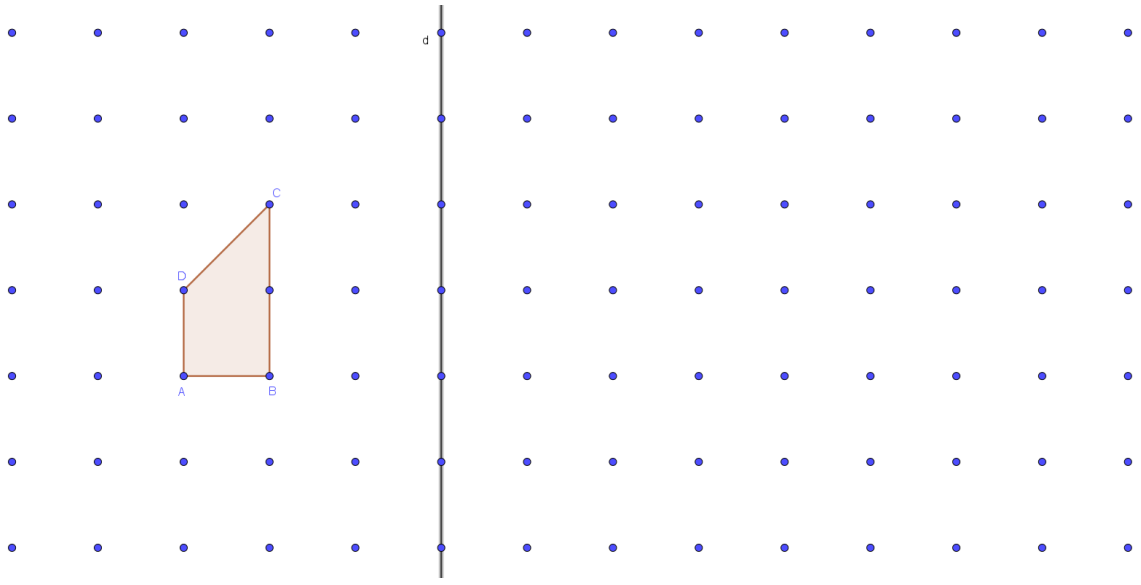


7. Aşağıdaki boşluğa bir kare çiziniz. Ardından şekil üzerinde karenin simetri eksenlerini çiziniz.

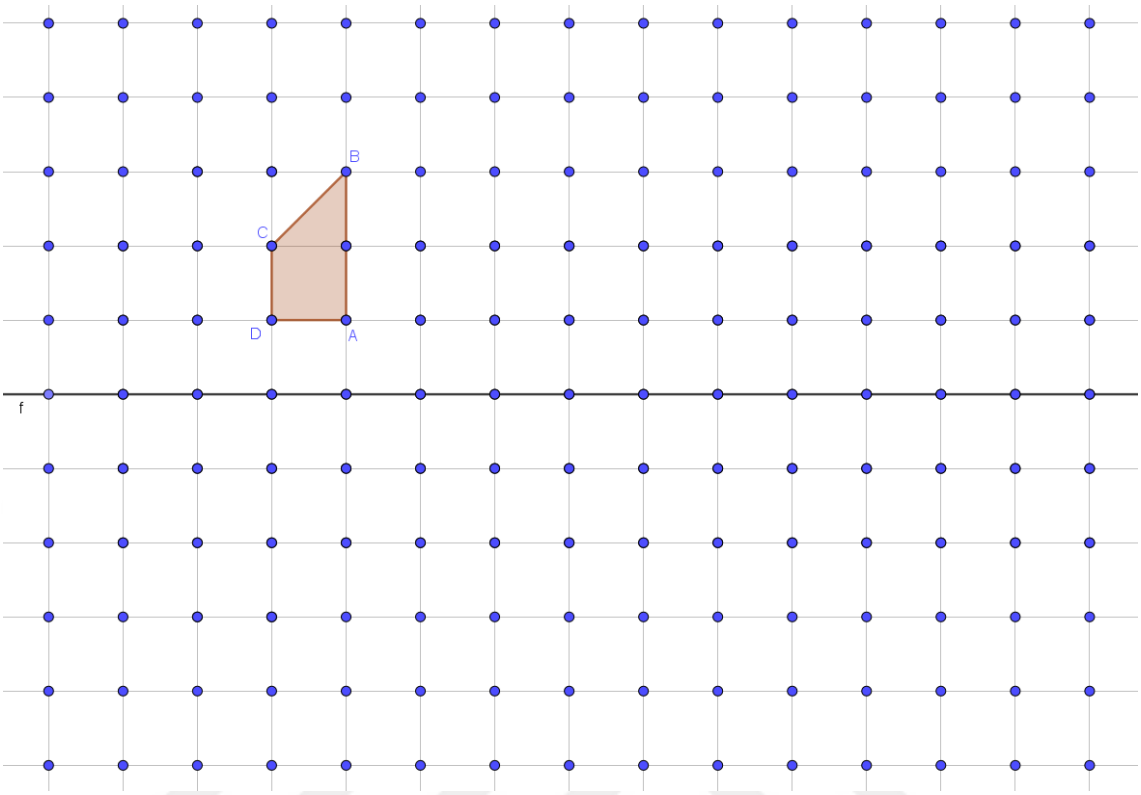
8. Aşağıdaki boşluğa bir ikizkenar dik üçgen çiziniz. Ardından şekil üzerinde ikizkenar dik üçgenin simetri eksenlerini çiziniz.

9. Aşağıdaki boşluğa bir dikdörtgen çiziniz. Ardından şekil üzerinde dikdörtgenin simetri eksenlerini çiziniz.

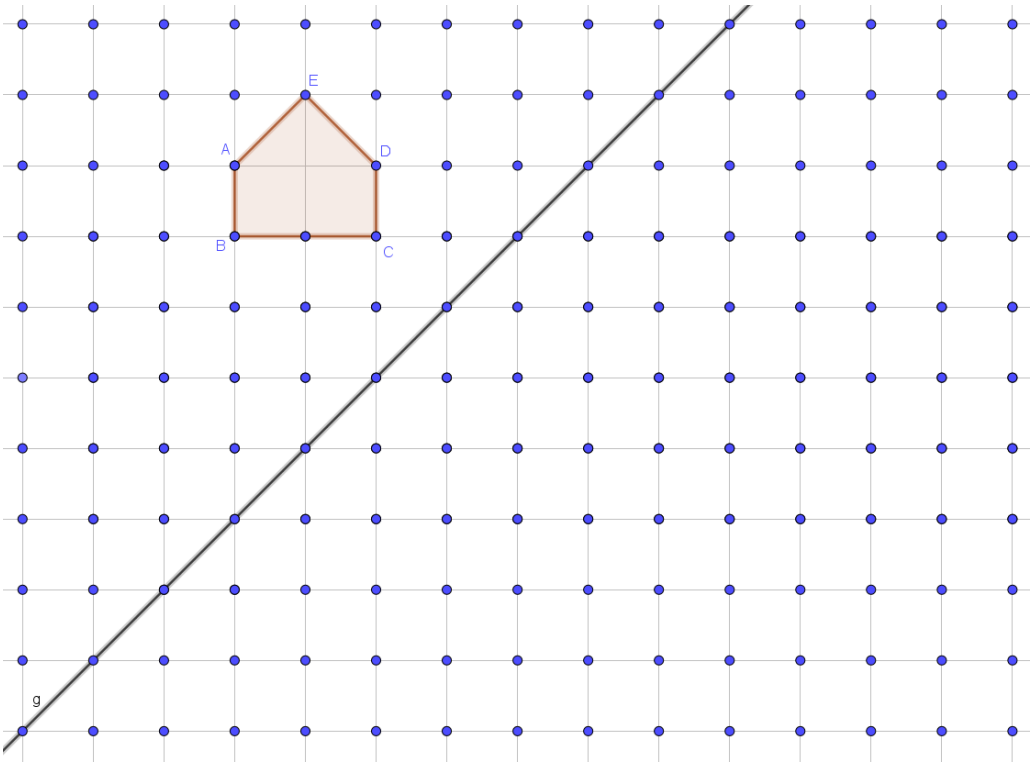
10. Aşağıdaki ABCD dörtgeninin d doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



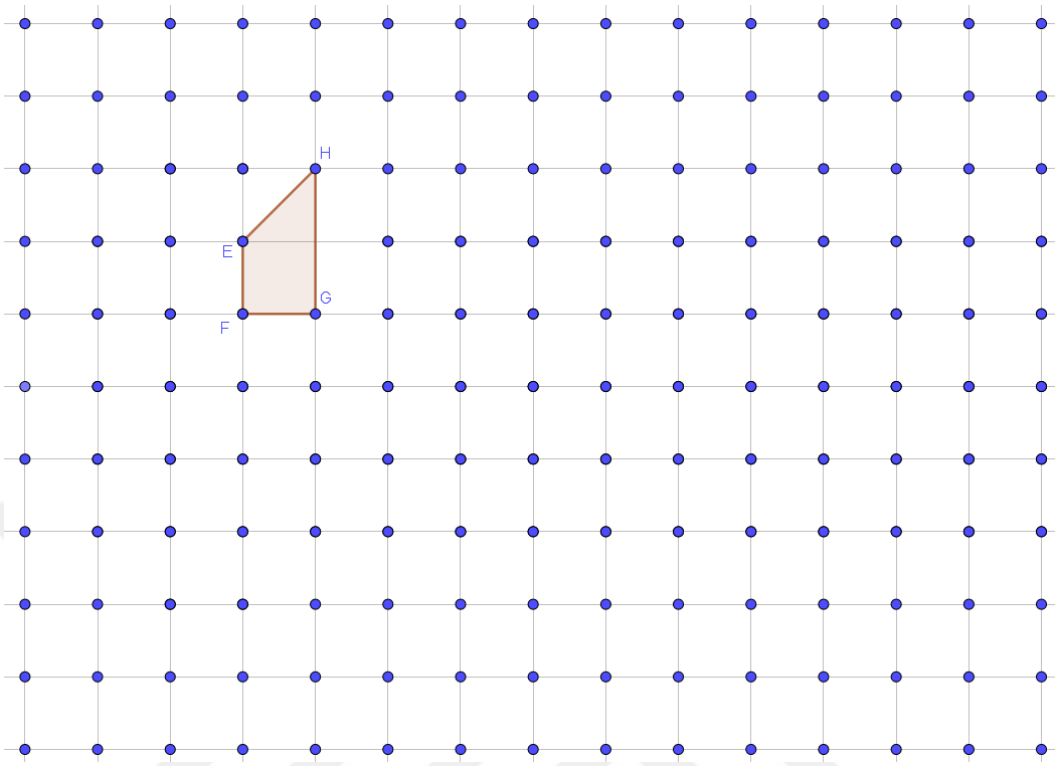
11. Aşağıdaki ABCD dörtgeninin f doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



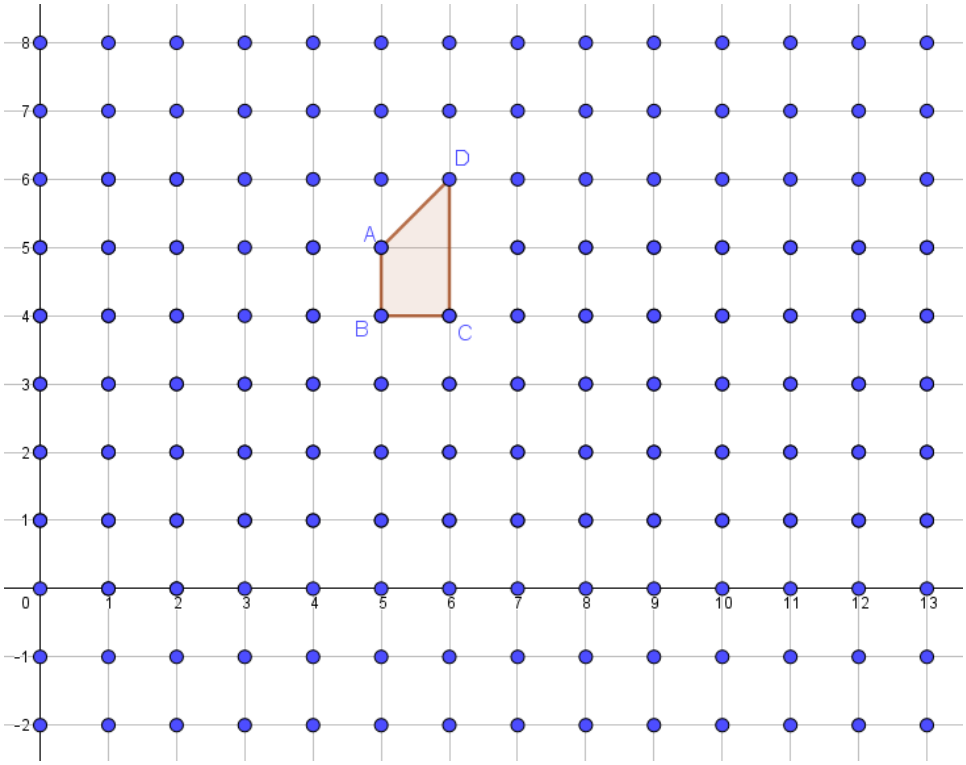
12. Aşağıdaki ABCDE beşgeninin g doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



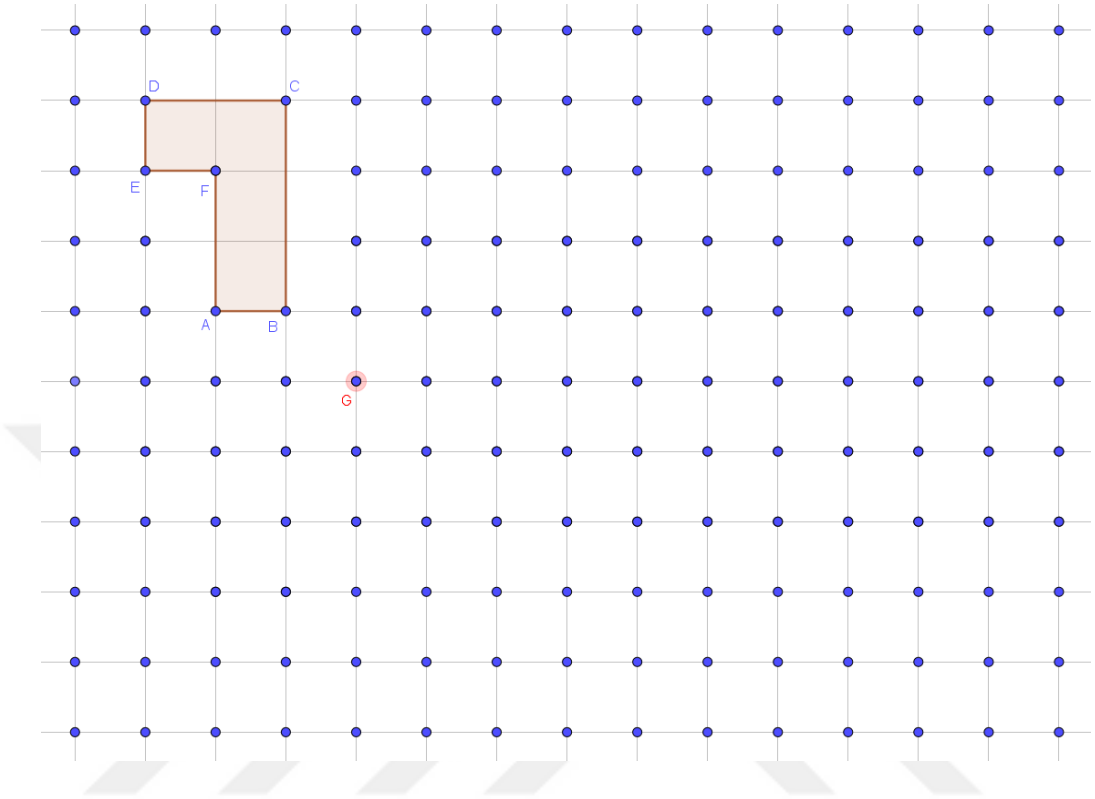
13. Aşağıda verilen EFGH dörtgeninin uzun kenarına göre yansımasını çiziniz.



14. Aşağıda koordinat sisteminde verilen ABCD dörtgenini 5 birim sağa 3 birim aşağıya öteleyiniz.



15. Aşağıdaki ABCDEF çokgeninin G noktasına göre yansımasını çiziniz.



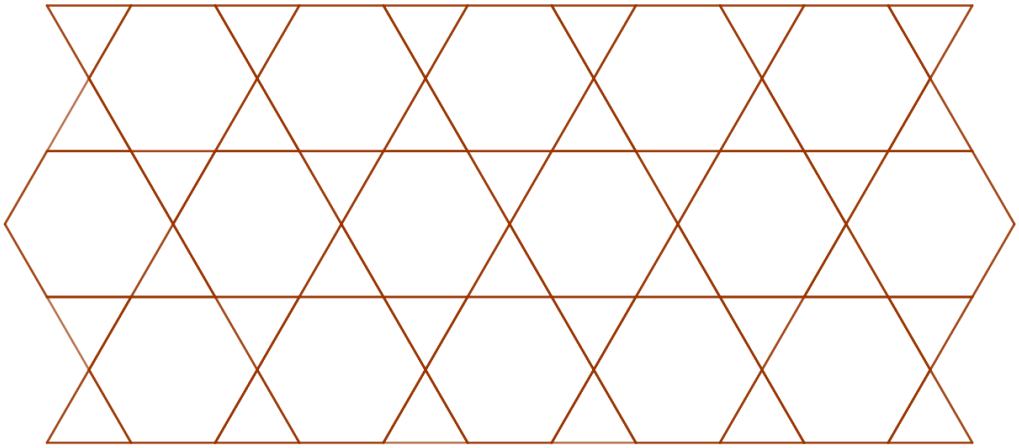
16. Matematiğin (Geometrik şekillerin) kültürümüzle bir ilgisi var mıdır? Açıklayınız.

17. Elinizde kenar uzunlukları eşit olan eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen, düzgün altıgen, düzgün sekizgenden istediğiniz kadar bulunuyor olsun. Bu çokgenleri kullanarak süsleme yapmanız istense nasıl bir süsleme oluştururdunuz? Örüntü blokları yardımıyla süslemenizi oluşturunuz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**

18. Sadece eşkenar üçgenlerle bir süsleme oluşturulabilir mi? Neden? Açıklayınız. Örüntü blokları yardımıyla deneyiniz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**

19. Sadece düzgün beşgenlerle bir süsleme oluşturulabilir mi? Neden? Açıklayınız. Örüntü blokları yardımıyla deneyiniz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**

20. Sadece düzgün altıgenlerle bir süsleme oluşturulabilir mi? Neden? Açıklayınız. Örüntü blokları yardımıyla deneyiniz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**



21. Yukarıdaki süsleme için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

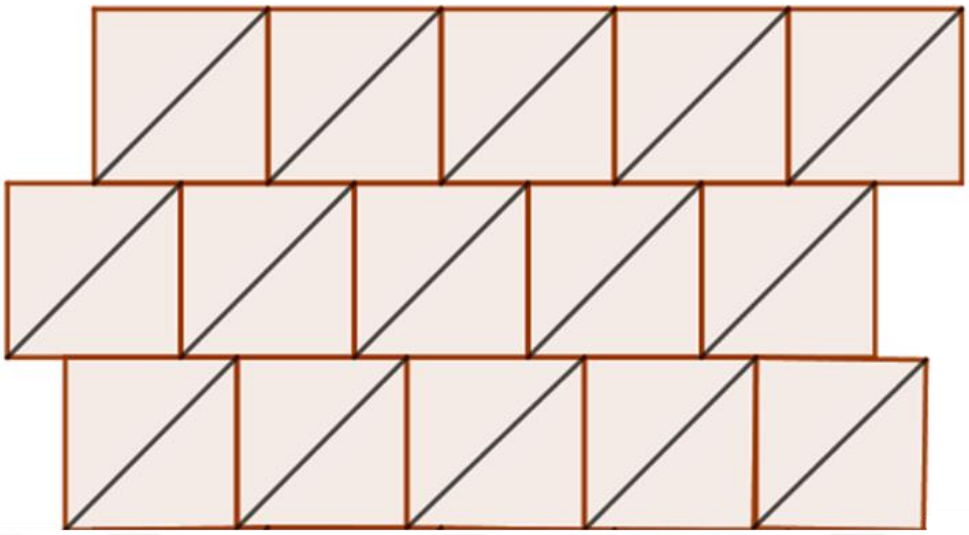
a. Süslemede ne gibi şekiller var?

b. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

c. Süsleme kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?
   A. Düzgün çokgenler
   B. Düzgün olmayan çokgenler
   C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış
   D. Diğer (Yazınız…….)

d. Süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye süslemede belirtiniz.

e. Süsleme oluşturulurken hangi **dönüşümler** (Yansıma, Öteleme, Döndürme vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?



22. Yukarıdaki süsleme için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Süslemede ne gibi şekiller var?

b. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

c. Süsleme kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?

A. Düzgün çokgenler

B. Düzgün olmayan çokgenler

C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış

D. Diğer (Yazınız……)

d. Süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye süslemede belirtiniz.

e. Süsleme oluşturulurken hangi **dönüşümler** (Yansıma, Öteleme, Döndürme vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?

EK-2: ARAŞTIRMA VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Öğrencinin Adı: Görüşme Tarihi …/…/2023

Son Görüşme Soruları:

1. Aşağıdaki geometrik kavramların tanımlarını ve özelliklerini yazınız. Örnek veriniz.

Çokgen:

Düzgün çokgen:(özellikler ve örnek) (4 örnek üzerinden özelliklerini sor söylet.)

Dönüşümler:

Yansıma:

Öteleme:

Süsleme:

Simetri:

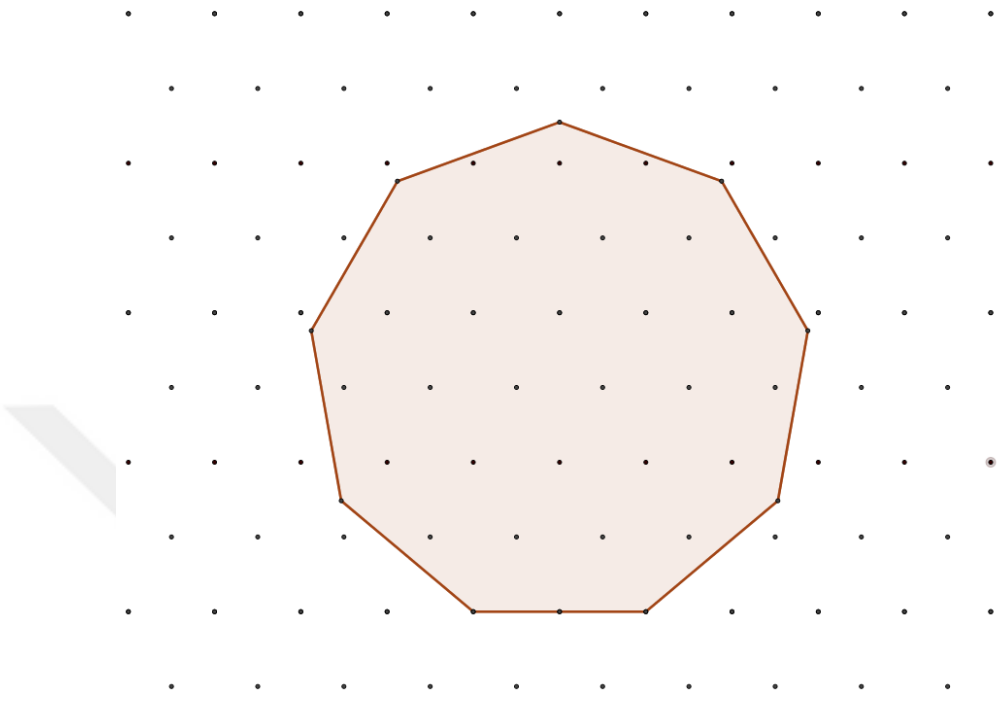
Üçgenin yardımcı elemanları:

Kenarortay:

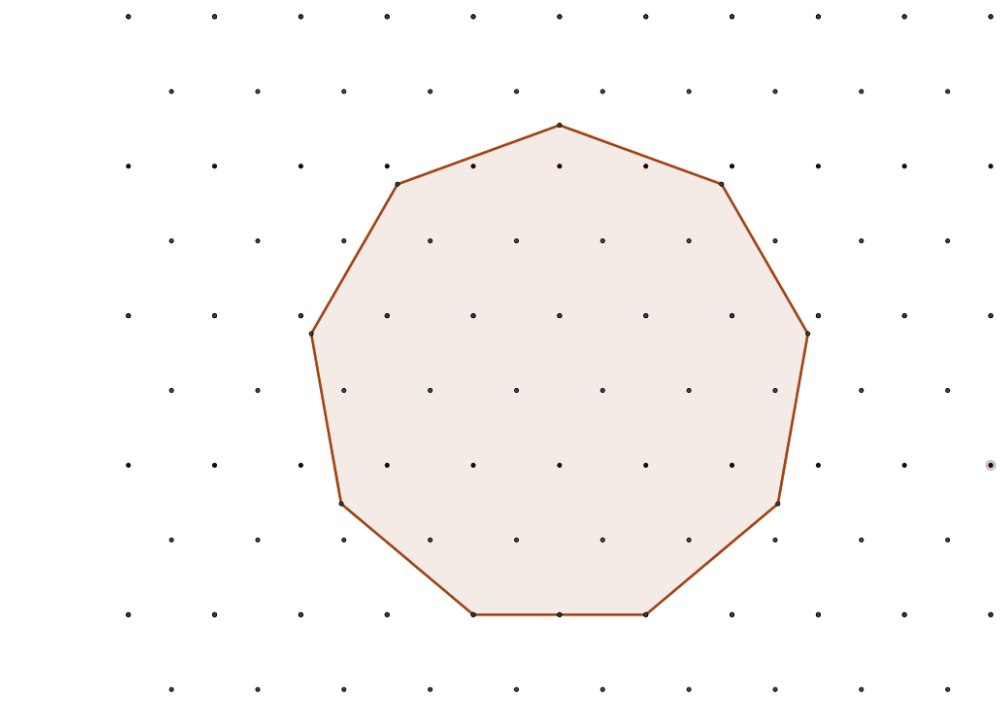
Açıortay:

Yükseklik:

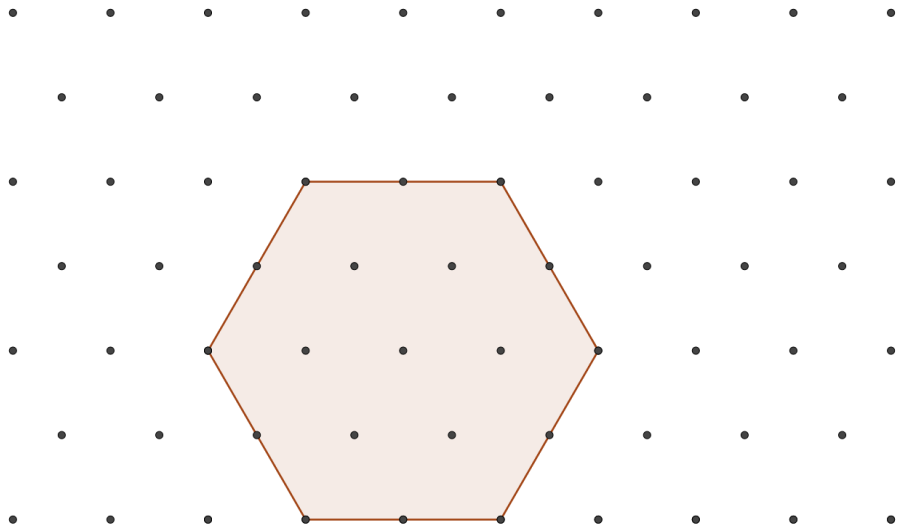
2. a) Bir düzgün dokuzgenin içine bir köşegen yardımıyla üçgen çizildiğini varsayalım. Bu üçgen nasıl bir üçgen olur? Bu üçgenin açı ve kenar özelliklerini açıklayınız.



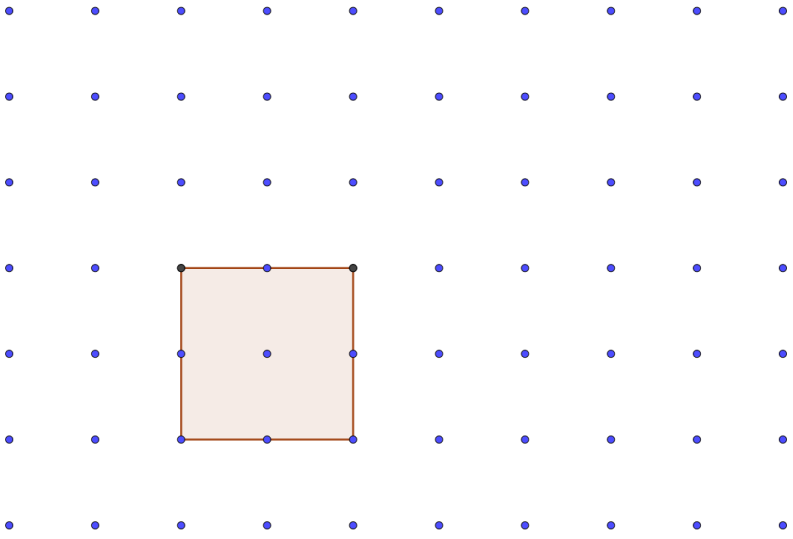
b) Bir düzgün dokuzgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi? Çizerek açıklayınız.



3. Bir düzgün altıgenin içerisine eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi? Çizerek açıklayınız.

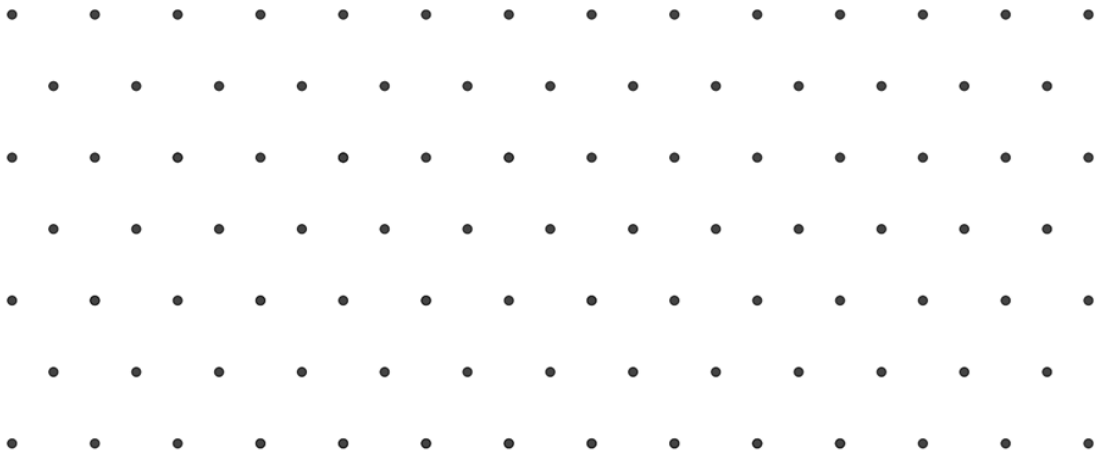


4. Karenin içerisine karenin kenar uzunluğuyla eşit uzunlukta kenara sahip bir eşkenar üçgen yerleştirilebilir mi? Çizerek açıklayınız.



5. a. Sadece **eşkenar üçgenlerle** hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturunuz.

5. b. Sadece **eşkenar üçgenlerle** hangi çokgenler oluşturulabilir? Şekil çizerek açıklayınız.



6. a. Sadece **ikizkenar dik üçgenlerle** hangi çokgenler oluşturulabilir? Örüntü blokları yardımıyla çokgenleri oluşturunuz.

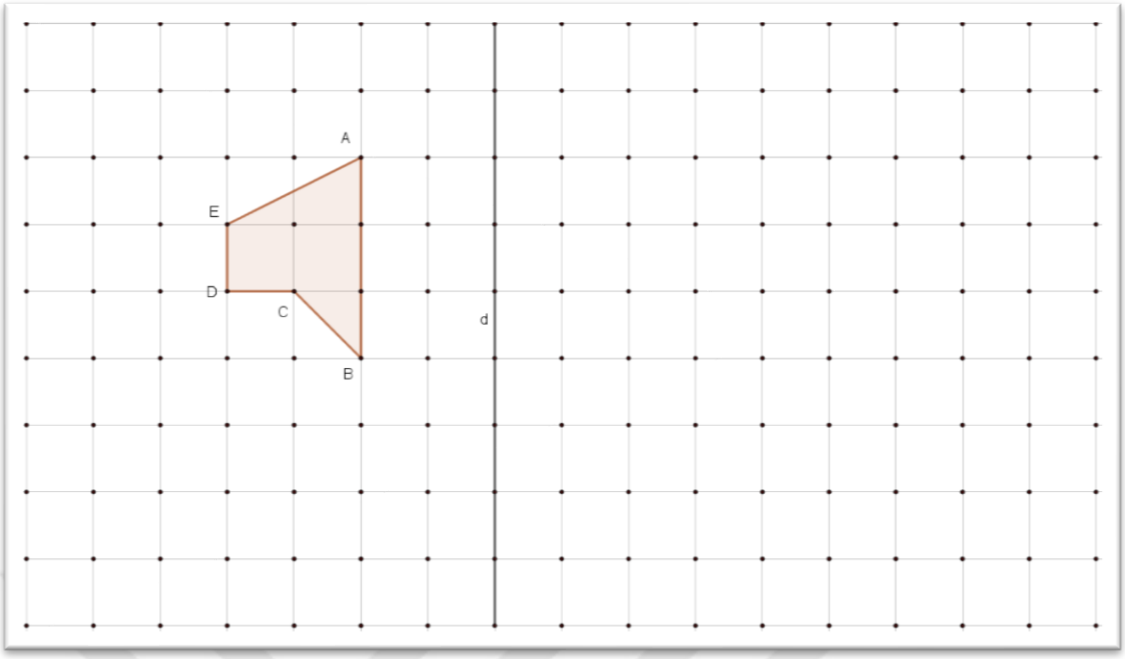
6. b. Sadece **ikizkenar dik üçgenlerle** hangi çokgenler oluşturulabilir? Şekil çizerek açıklayınız.

7. Aşağıdaki boşluğa **bir eşkenar dörtgen** çiziniz. Ardından şekil üzerinde eşkenar dörtgenin simetri eksenlerini çiziniz.

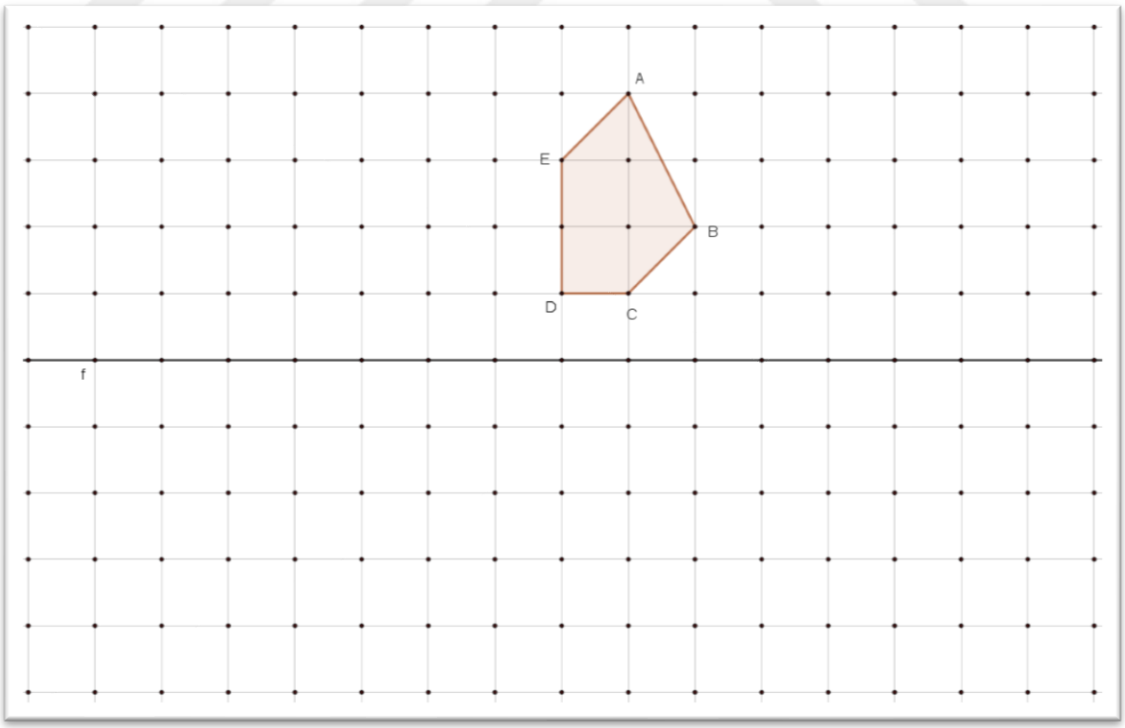
8. Aşağıdaki boşluğa **bir eşkenar üçgen** çiziniz. Ardından şekil üzerinde eşkenar üçgenin simetri eksenlerini çiziniz.

9. Aşağıdaki boşluğa **bir düzgün altıgen** çiziniz. Ardından şekil üzerinde düzgün altıgenin simetri eksenlerini çiziniz.

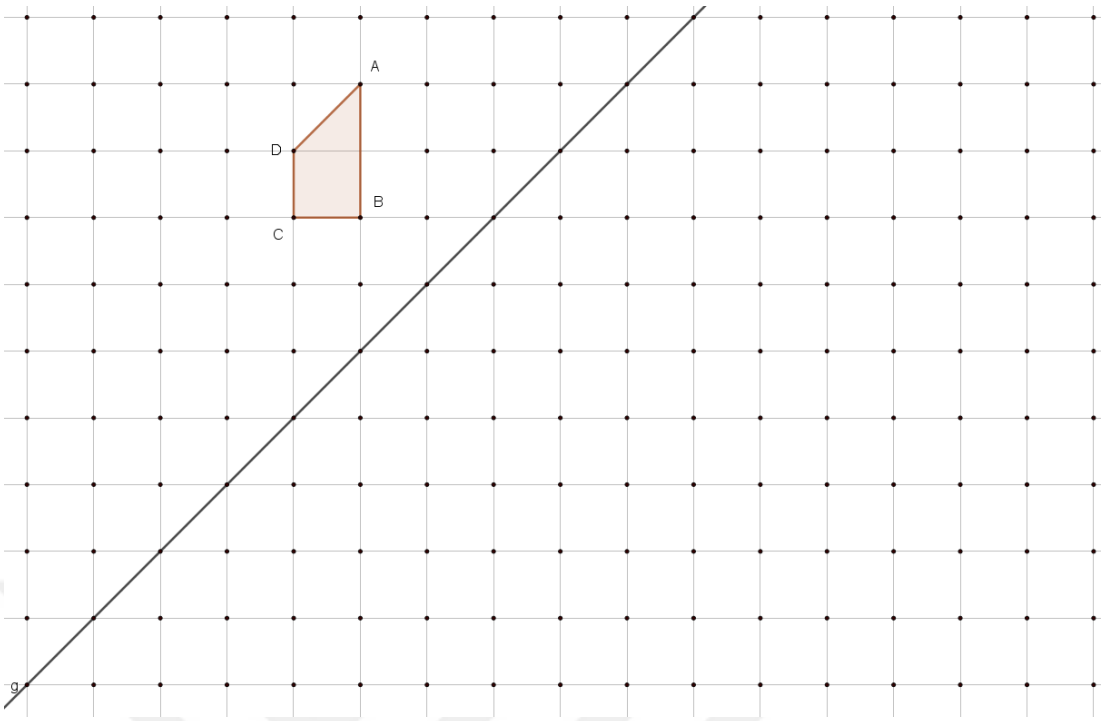
10. Aşağıdaki ABCDE çokgeninin d doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



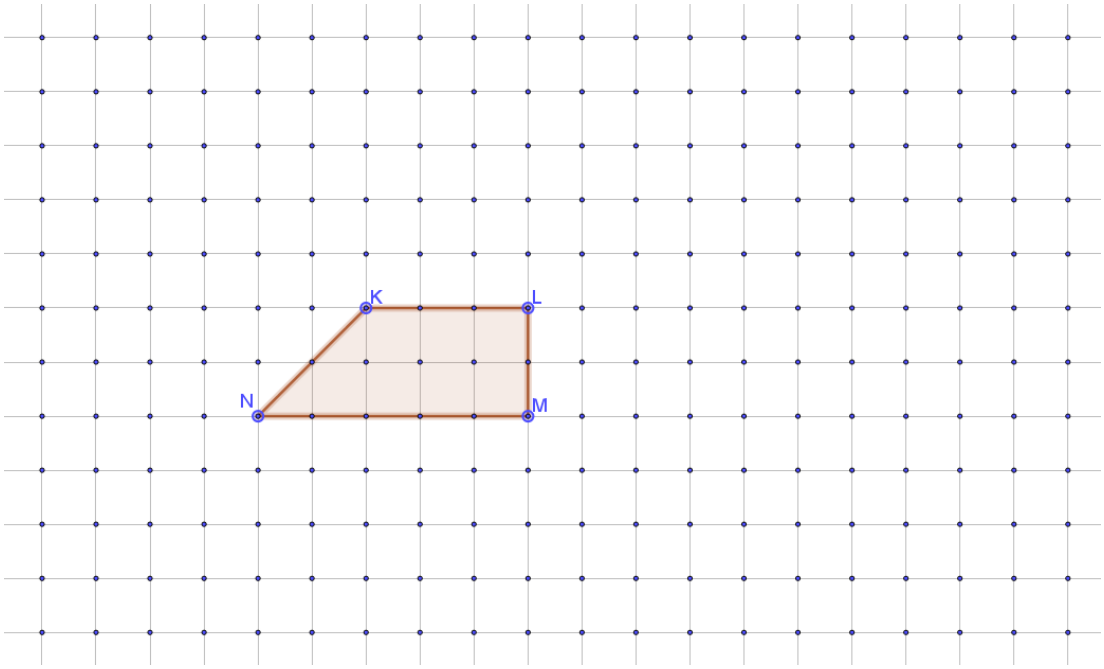
11. Aşağıdaki ABCDE çokgeninin f doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



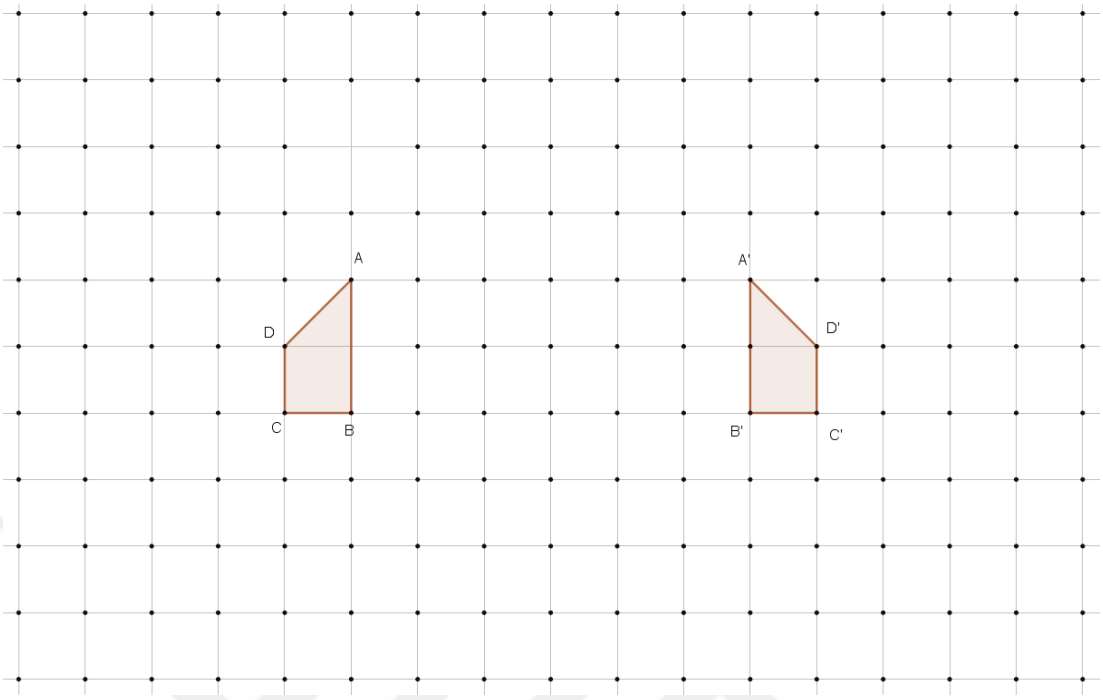
12. Aşağıdaki ABCD dörtgeninin g doğrusuna göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



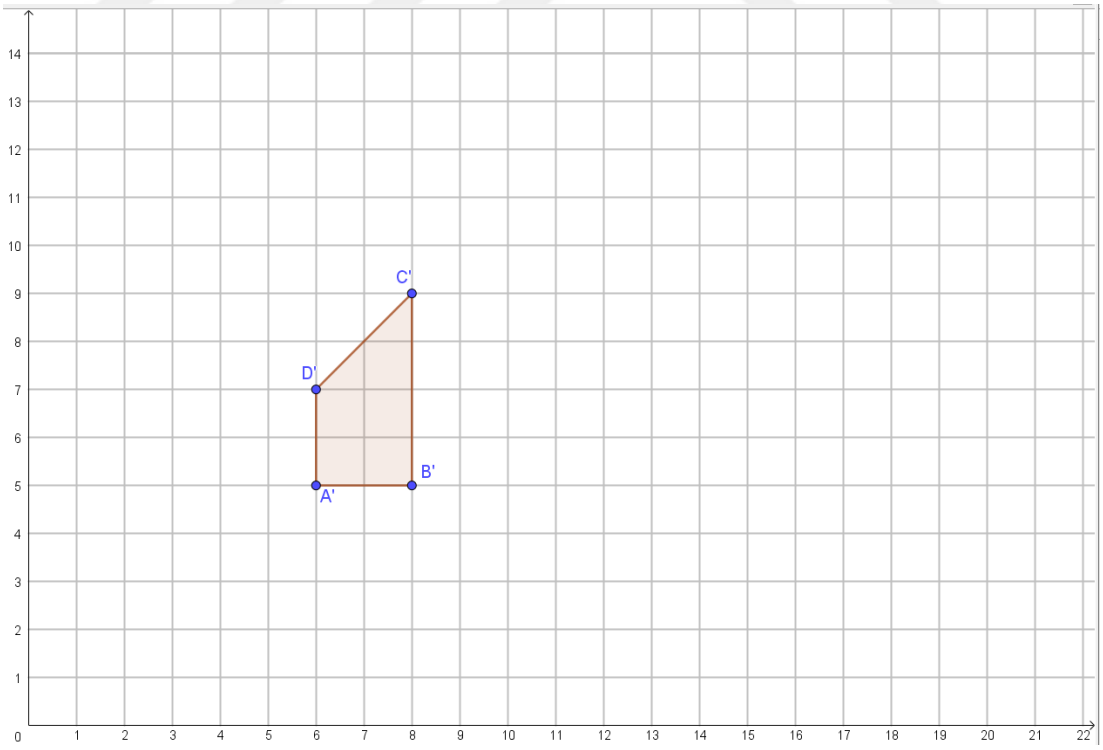
13. a. Aşağıda verilen KLMN dörtgeninin uzun kenarına göre yansıma görüntüsünü çiziniz.



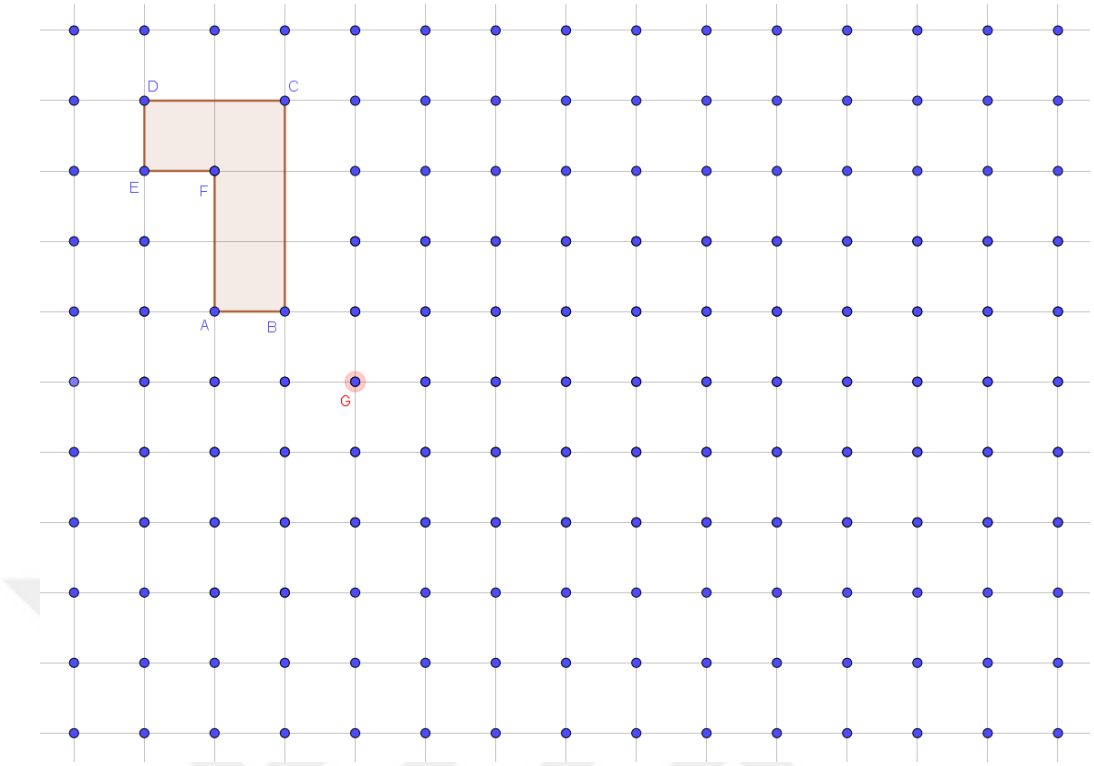
13. b. Aşağıda verilen ABCD dörtgeninin yansıma görüntüsü A'B'C'D' şeklinde çizilmiştir. Buna göre yansıma doğrusu nerededir? Çiziniz.



14. Aşağıda koordinat sisteminde verilen ABCD dörtgeninin <u>4 birim sağa 3 birim yukarıya</u> ötelenmiş görüntüsü $A'B'C'D'$ verilmiştir. ABCD dörtgeninin başlangıçtaki şeklini çiziniz.



15. Aşağıdaki ABCDEF çokgeninin G noktasına göre yansımasını çiziniz.



16. Matematiğin (Geometrik şekillerin) kültürümüzle bir ilgisi var mıdır? Açıklayınız.

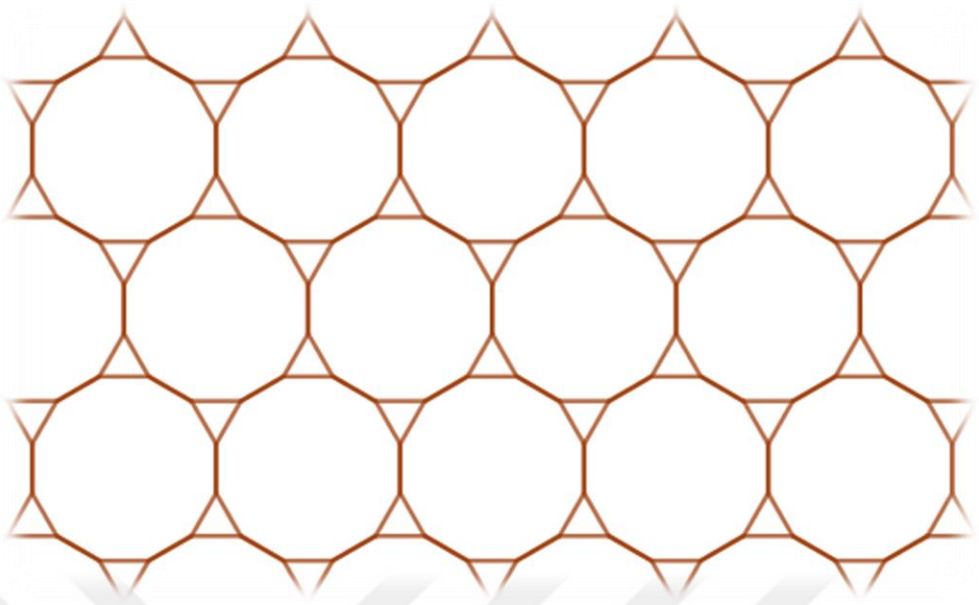
17. Elinizde kenar uzunlukları eşit olan eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen, düzgün altıgen, düzgün sekizgenden istediğiniz kadar bulunuyor olsun. Bu çokgenleri kullanarak süsleme yapmanız istense nasıl bir süsleme oluştururdunuz? Örüntü blokları

yardımıyla süslemenizi oluşturunuz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**

18. Sadece **karelerle** ile bir süsleme oluşturulabilir mi? Neden? Açıklayınız. Örüntü blokları yardımıyla deneyiniz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**

19. Sadece **düzgün sekizgenlerle** bir süsleme oluşturulabilir mi? Neden? Açıklayınız. Örüntü blokları yardımıyla deneyiniz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**

20. Sadece **düzgün altıgenlerle** bir süsleme oluşturulabilir mi? Neden? Açıklayınız. Örüntü blokları yardımıyla deneyiniz. **(SAĞA SOLA AŞAĞI YUKARI DEVAM ETSİN)**



21. Yukarıdaki süsleme için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Süslemede ne gibi şekiller var?

b. Süsleme kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?
   A. Düzgün çokgenler
   B. Düzgün olmayan çokgenler
   C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış
   D. Diğer (Yazınız……)

c. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

d. Süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye süslemede belirtiniz.

e. Süsleme oluşturulurken hangi dönüşümler (Yansıma, Öteleme, Döndürme vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?

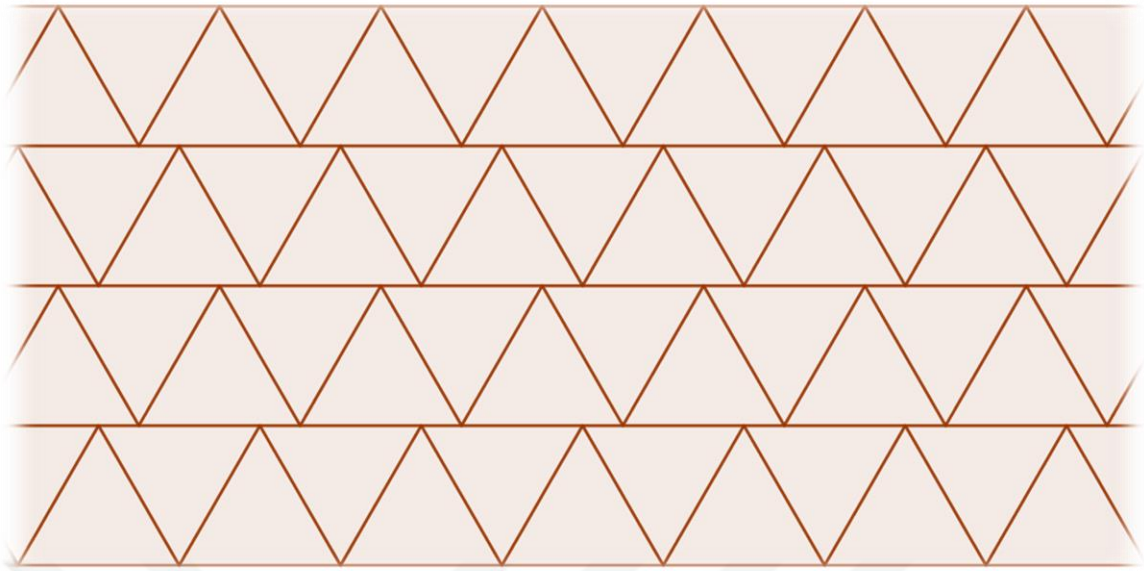
   i. Öteleme kullanılmıştır çünkü,

   ii. Yansıma kullanılmıştır çünkü,

   iii. Döndürme kullanılmıştır çünkü,

   iv. Ötelemeli Yansıma kullanılmıştır çünkü,

f. Süslemeyi oluşturan çokgenlerin her birinin kesiştiği köşe noktalarındaki açılar arasında nasıl bir ilişki vardır? Süslemede bir köşe noktası seç ve etrafındaki açıların ölçülerini bul.



22. Yukarıdaki süsleme için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Süslemede ne gibi şekiller var?

b. Süsleme kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?
   A. Düzgün çokgenler
   B. Düzgün olmayan çokgenler
   C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış
   D. Diğer (Yazınız……)

c. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

d. Süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye süslemede belirtiniz.

e. Süsleme oluşturulurken hangi dönüşümler (Yansıma, Öteleme, Döndürme vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?

   i. Öteleme kullanılmıştır çünkü,

   ii. Yansıma kullanılmıştır çünkü,

   iii. Döndürme kullanılmıştır çünkü,

   iv. Ötelemeli Yansıma kullanılmıştır çünkü,

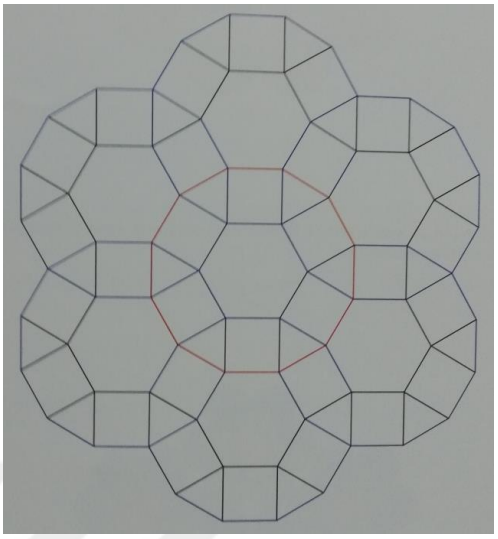
f. Süslemeyi oluşturan çokgenlerin her birinin kesiştiği köşe noktalarındaki açılar arasında nasıl bir ilişki vardır? Süslemede bir köşe noktası seç ve etrafındaki açıların ölçülerini bul.

EK-3: GEOGEBRA TANITIMI VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALAR

Haftalar	**Etkinlikler**
1.	• GeoGebra araçlarını tanıtma. • Nokta, doğru, doğru parçası, ışın araçlarını kullanma. • Çokgen ve düzgün çokgen aracı kullanma. • Sürgü aracı kullanma.
2.	• Çember ve pergel aracı kullanma. • Yarıçapı a birim uzunluğunda B merkezli çember inşası • Bir doğru parçasının orta noktasını bulma • Bir açının açıortay doğrusunu inşa etme
3.	• Bir doğruya üzerindeki bir noktadan dik çizme • Bir doğruya dışındaki bir noktadan dik çizme • Bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel bir doğru inşa etme / Paralelkenar inşası
4.	• Eş çemberler yardımıyla yaşam çiçeği oluşturma • Eş çemberler yardımıyla eşkenar üçgen inşası • Eş çemberler yardımıyla altıgen inşası • Eş çemberler yardımıyla ölçüsü verilen açının açıortayını oluşturma • Eş çemberler yardımıyla kare inşası • Eş çemberler yardımıyla sekizgen inşası
5.	• Öteleme, dönme ve yansıma gibi geometrik dönüşümleri uygulama. • Eş çemberler yardımıyla 90^o'lik bir açıyı 3 eş parçaya bölme/Onikigen oluşturma.

EK-4: ÖĞRETİM HAFTASI 7 ÇALIŞMA YAPRAĞI ÖRNEĞİ

Öğrencinin Adı Soyadı: 7. HAFTA ETKİNLİĞİ



ETKİNLİKTE TAKİP EDİLECEK ADIMLAR

Yukarıdaki süsleme için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Süslemede ne gibi şekiller var?

2. Süslemede kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?

A. Düzgün çokgenler
B. Düzgün olmayan çokgenler
C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış
D. Diğer (Yazınız……)

3. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

4. Süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye fotoğrafta/resimde belirtiniz.

5. Süsleme oluşturulurken hangi **dönüşümler** (Öteleme, Yansıma, Döndürme, Ötelemeli Yansıma, vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?

Öteleme kullanılmıştır çünkü,

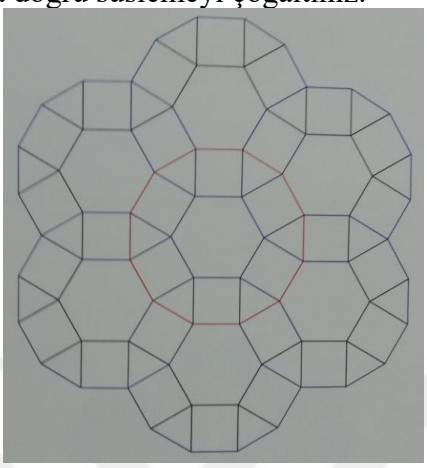
Yansıma kullanılmıştır çünkü,

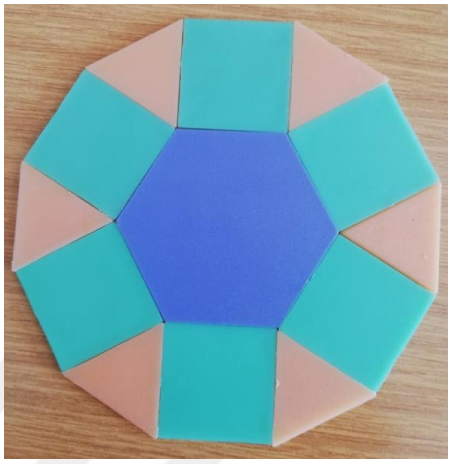
Döndürme kullanılmıştır çünkü,

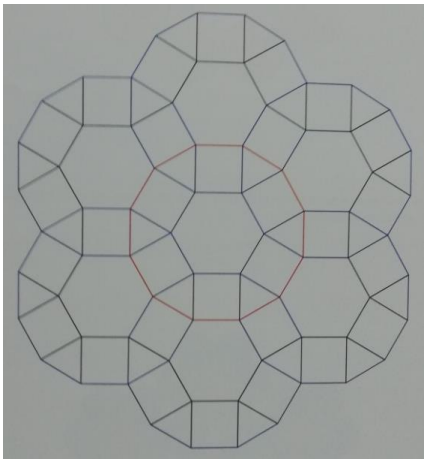
Ötelemeli Yansıma kullanılmıştır çünkü,

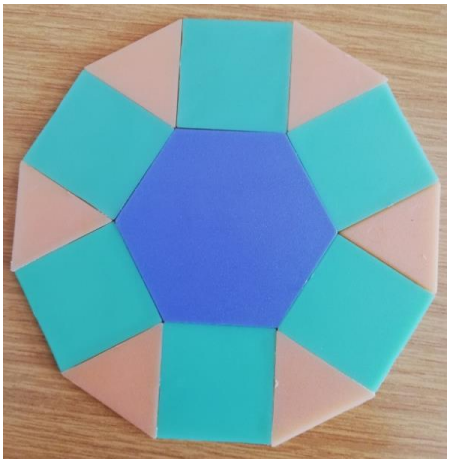
6. Süslemeyi örüntü blokları malzemeleri ile oluşturunuz.

7. SÜSLEMEYİ GeoGebra'da oluşturunuz. İNŞA mı ÇİZİM mi yaptınız? Nasıl yaptığınızı açıklar mısın?
8. Şimdi süslemeyi Noktalı ya da İzometrik kâğıda çiziniz ve sağa sola aşağıya yukarıya doğru süslemeyi çoğaltınız.









9. Noktalı ya da İzometrik kâğıtta oluşturduğunuz süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ 8.adımdaki ilgili yerde işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye belirtiniz.

10. Süslemeyi oluşturan çokgenlerin her birinin kesiştiği köşe noktalarındaki **açılar** arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız. Süslemede bir köşe noktası seçip ve etrafındaki açıların ölçülerini bulunuz.

11. Dersi bu derste olmayan birine anlatsaydınız nasıl anlatırdınız? Bugünkü etkinliğin GÜNLÜĞÜNÜ yazınız. Bugün siz ne öğrendiniz? Kendinizde bu etkinlikler sayesinde nelerin değiştiğini düşünüyorsunuz? vb. soruların cevapları günlükte olsun.

Sevgili Günlük,

EK-5: SÜSLEME ETKİNLİKLERİNDEN BİR ÖRNEK ÇALIŞMA

CEVAP ANAHTARI

Öğrencinin Adı Soyadı: → Tekrar Birimi **9. HAFTA ETKİNLİĞİ**

ETKİNLİKTE TAKİP EDİLECEK ADIMLAR

Yukarıdaki süsleme için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Süslemede ne gibi şekiller var?

Eşkenar dörtgen, daire, düzgün sekizgen, düzgün olmayan sekizgen

2. Süslemede kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?

A. Düzgün çokgenler
B. Düzgün olmayan çokgenler
C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış
D. Diğer(Yazınız.....)

3. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

Düzenli, örüntülü, periyodik, bir sonraki adımda hangi şekil gelecek belli.

4. Süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye fotoğrafta/resimde belirtiniz.

5. Süsleme oluşturulurken hangi **dönüşümler** (Öteleme, Yansıma, Döndürme, Ötelemeli Yansıma, vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?

Öteleme kullanılmıştır çünkü, Tekrar birimi eşkenar dörtgenin şekil içinde kalan köşesine göre vektör ile öteleme aracı ile çoğaltılabilir.

Yansıma kullanılmıştır çünkü, Eşkenar dörtgenin uzun kenarına göre tekrar birimi doğruda yansıt aracı ile çoğaltılabilir. Noktada yansıt ile de çoğaltılabilir.

Döndürme kullanılmıştır çünkü, Eşkenar dörtgenin köşegenlerinin kesişim noktasına göre nokta etrafında döndür (180°) aracı ile süsleme çoğaltılabilir.

Ötelemeli Yansıma kullanılmıştır çünkü, Hem öteleme, hem de yansıtma ile süsleme oluşturulabilir.

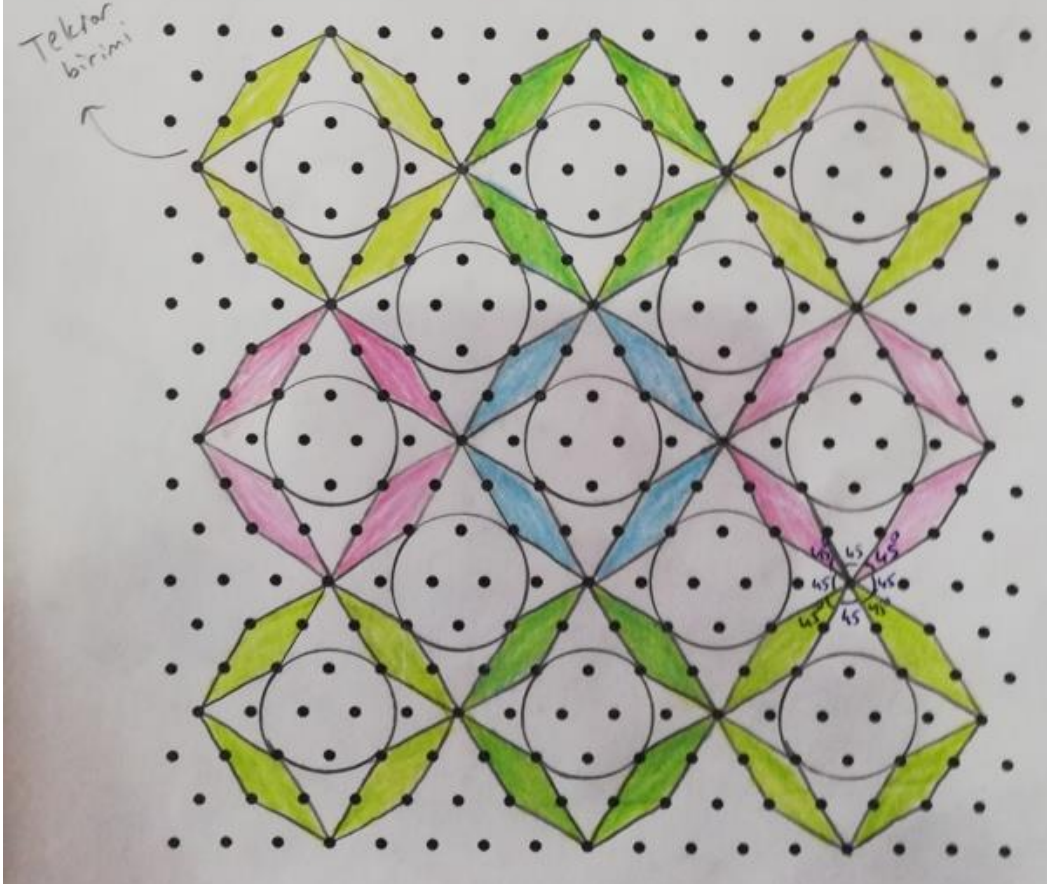
6. Süslemeyi SÜSLEME SETİ malzemeleri ile oluşturunuz.

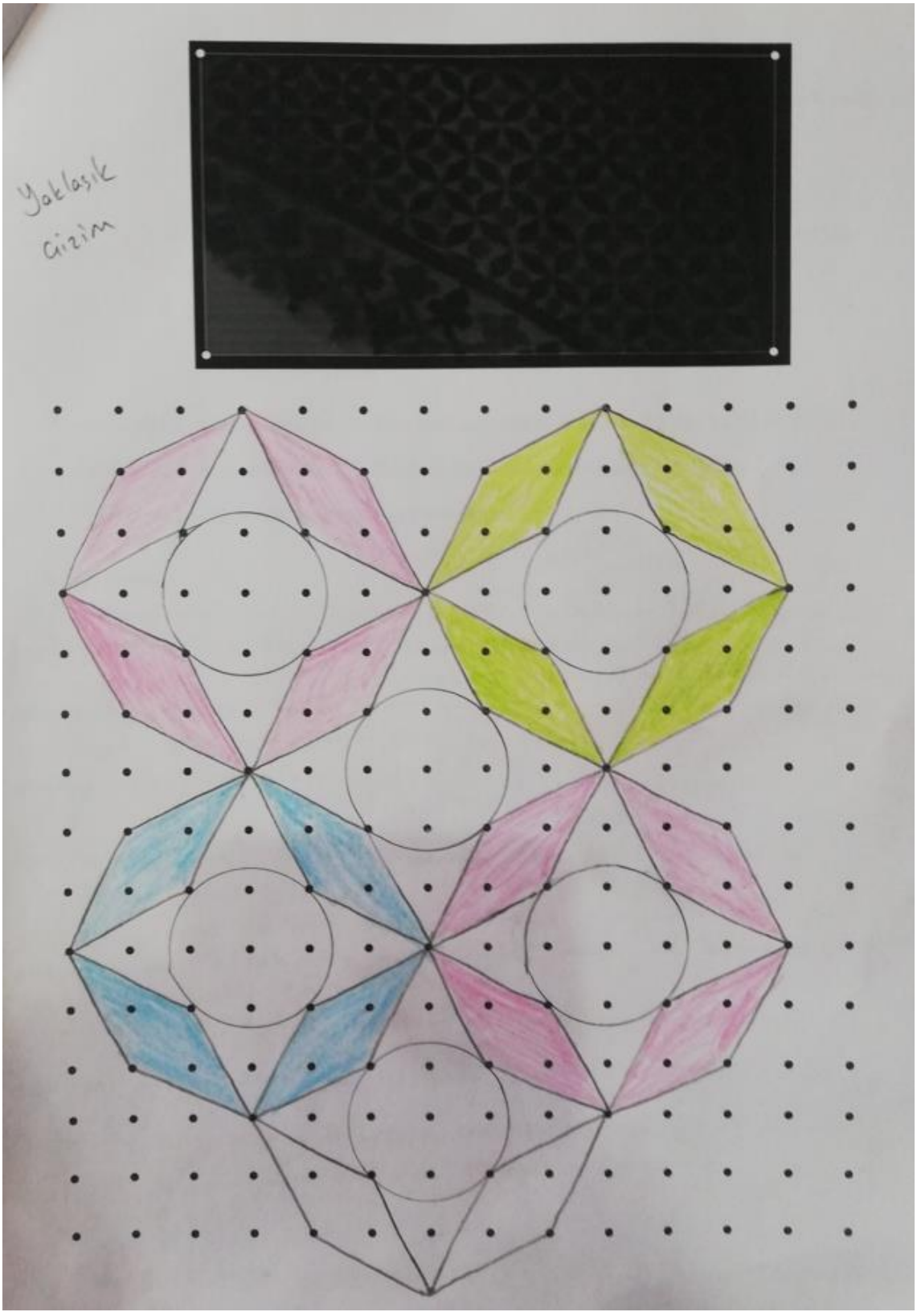
7. SÜSLEMEYİ GeoGebra'da oluşturunuz.

İNŞA mı ÇİZİM mi yaptınız? Nasıl yaptığınızı açıklar mısın?
Sekizgen cember yardımıyla oluşturursak İNŞA olacaktır.
Önceliğe eşkenar dörtgen oluşturmaya çalışarak başlanırsa ÇİZİM olabilir.

8. Şimdi süslemeyi Noktalı ya da İzometrik kağıda çiziniz ve sağa sola aşağıya yukarıya doğru süslemeyi çoğaltınız.

Yaklaşık çizim




Yaklaşık
çizim

9. Noktalı ya da İzometrik kağıtta oluşturduğunuz süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ 8.adımdaki ilgili yerde işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye belirtiniz.

Sekizgenler tekrar birimidir.

10. Süslemeyi oluşturan çokgenlerin her birinin kesiştiği köşe noktalarındaki **açılar** arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız. Süslemede bir köşe noktası seçip ve etrafındaki açıların ölçülerini bulunuz.

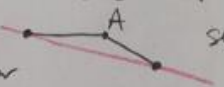
✓ $45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 45^\circ \Rightarrow 360^\circ$

11. Dersi bu derste olmayan birine anlatsaydınız nasıl anlatırdınız? Bugünkü etkinliğin GÜNLÜĞÜNÜ yazınız. Bugün siz ne öğrendiniz? Kendinizde bu etkinlikler sayesinde nelerin değiştiğini düşünüyorsunuz? vb. soruların cevapları günlükte olsun.

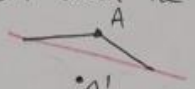
Öğrenci yorumuna bağlıdır.

Sevgili Günlük,

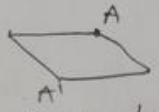
GeoGebra çizimi iki türlü yapılabilir: ① Sekizgenlerden başlayarak, çemberler yardımıyla önce kare sonra açıortaylar yardımıyla karenin kenarlarının orta noktası işaretlenerek çember üzerinde 8 nokta işaretlemiş oluruz ki sekizgen oluşturulmuş olur. Sonra



sekizgenin iç bölgesinde doğruda yansıt aracı ile eşkenar dörtgen oluşturmak için

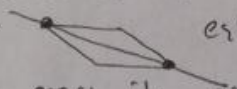


A noktasının yansıması A' işaretlenir.



eşkenar dörtgen elde edilir. Bu şekilde sekizgenin içine 4 tane eşkenar dörtgen oluşturulur. Sekizgenin ortasına da 3 noktadan geçen çember aracı ile çember çizilir. Tekrar birimi elde edilmiş olur.

Sonrasında

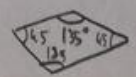


eşkenar dörtgenin uzun köşegenine göre doğruda yansıt aracı ile süsleme çoğaltılabilir.

Ya da

eşkenar dörtgenlerin kesiştiği noktaya göre noktada yansıt aracı ile süsleme çoğaltılabilir.

② Önce eşkenar dörtgen oluşturulur.



sonra uygun dönüşümler yapılır.

EK-6: ÖĞRETİM HAFTASI 14 ÇALIŞMA YAPRAĞI ÖRNEĞİ

Öğrencinin Adı Soyadı: 14. HAFTA ETKİNLİĞİ

GEZİ DEĞERLENDİRME FORMU

1. Aşağıdaki hangi Tarihi Yerleri ziyaret ettiniz?
   a. Taş Eserler Müzesi
   b. Taş Medrese Camii
   c. Ulu Camii
   d. İplikçi Camii
   e. Batı Karargâhı Müzesi
   f. Nasreddin Hoca Türbesi
   g. İmaret Camii

2. Gezerken en çok etkilendiğiniz yer neresi/nereler oldu? Yazınız.

3. Matematiğin kültürümüzle ilgisi olup olmadığı hakkında ne düşünüyorsunuz?

4. Süslemenizi hangi Tarihi Mekândan seçtiniz? Neden?

5. Seçtiğiniz süslemenin fotoğrafını **Matematik** WhatsApp grubunda isminizle paylaşınız.

6. Süslemenizde ne gibi şekiller var?

7. Süslemede kullanılan çokgenler nasıl çokgenlerdir?

A. Düzgün çokgenler
B. Düzgün olmayan çokgenler
C. Hem Düzgün Hem Düzgün Olmayan Çokgenler İkisi de Kullanılmış
D. Diğer (Yazınız…….)

8. Bu şekiller süslemede nasıl yerleştirilmiştir?

9. Süsleme oluşturulurken hangi **dönüşümler** (Öteleme, Yansıma, Döndürme, Ötelemeli Yansıma, vb.) kullanılmış olabilir? Örnek vererek açıklar mısın?

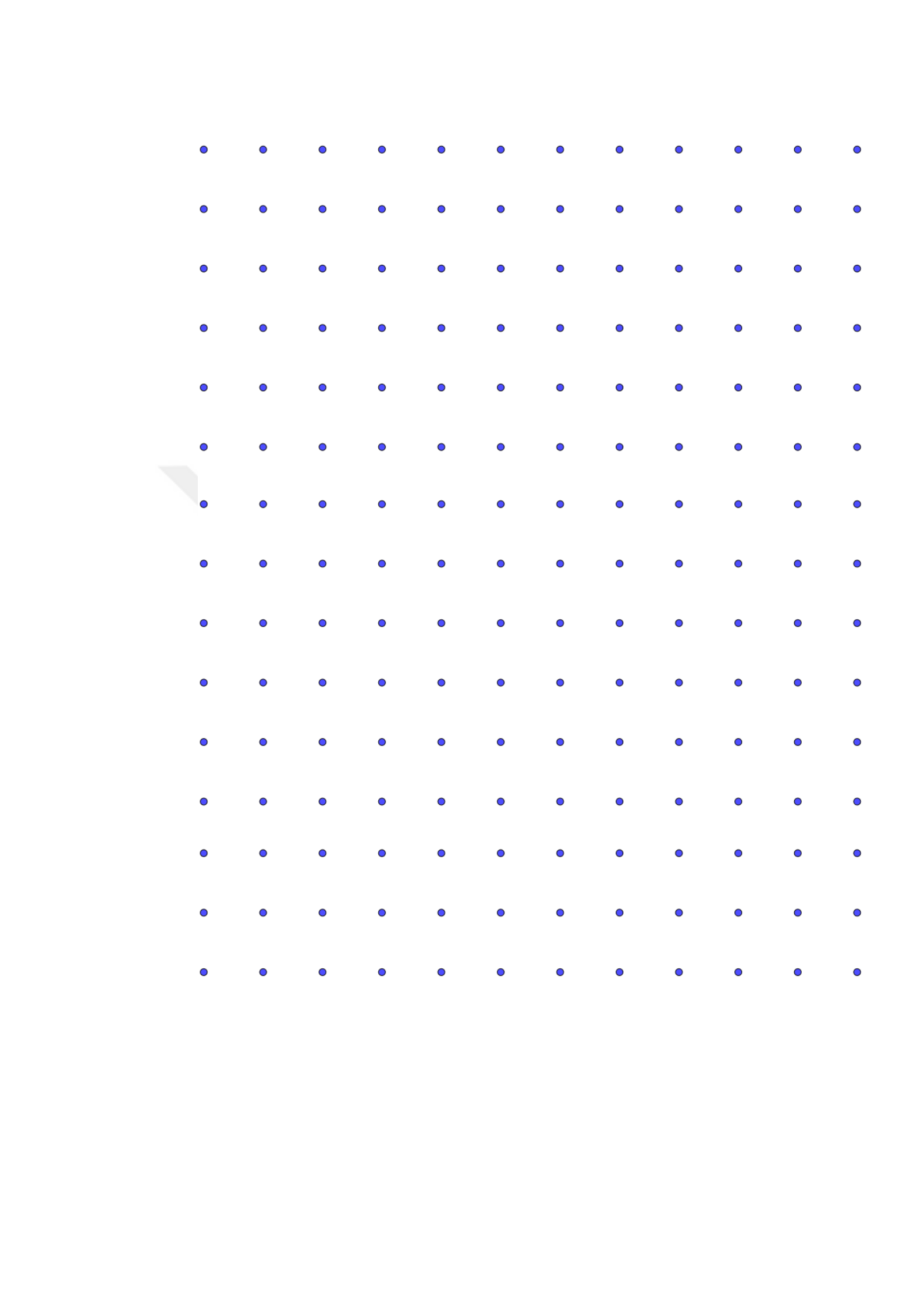
Öteleme kullanılmıştır çünkü,

Yansıma kullanılmıştır çünkü,

Döndürme kullanılmıştır çünkü,

Ötelemeli Yansıma kullanılmıştır çünkü,

10. Şimdi süslemeyi Noktalı ya da İzometrik kâğıda çiziniz ve sağa sola aşağıya yukarıya doğru süslemeyi çoğaltınız.



11. Gezimizin kısa bir günlüğünü yazınız. Sevgili Günlük,

GEZİ İLE İLGİLİ SINIFTA YAPACAKLARIMIZ

12. Süslemeyi ÖRÜNTÜ BLOKLARI malzemeleri ile oluşturunuz.

.

13. Seçtiğiniz süslemeyi GeoGebra'da inşa ediniz.

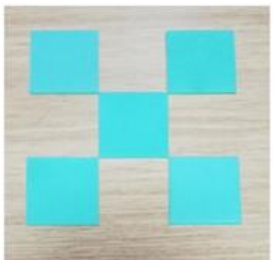
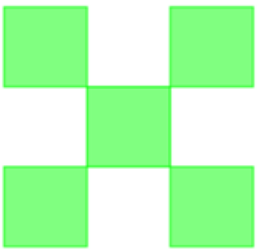
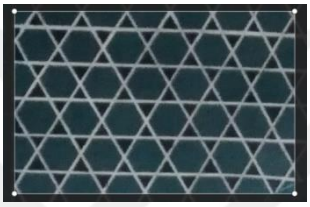
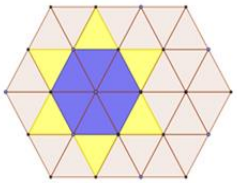
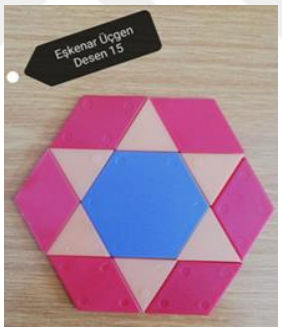
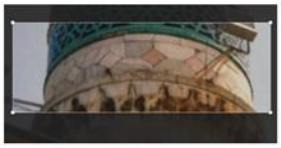
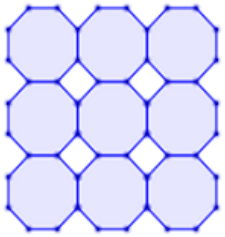
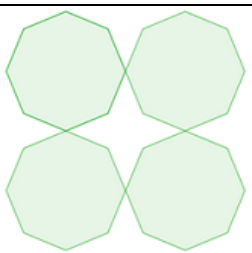
14. İNŞA mı ÇİZİM mi yaptınız? Nasıl yaptığınızı açıklar mısın?

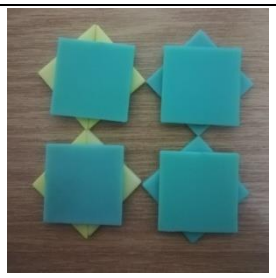
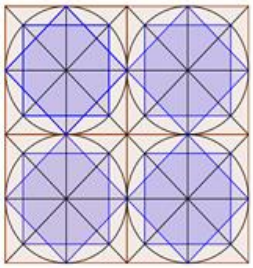
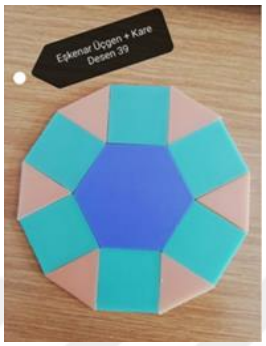
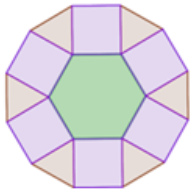
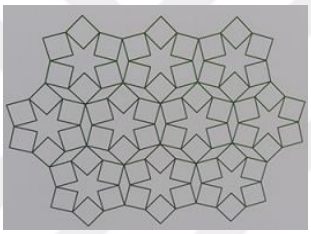
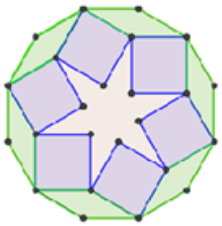
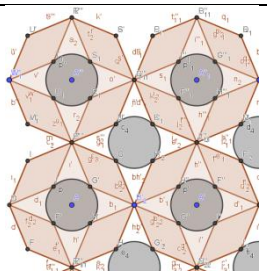
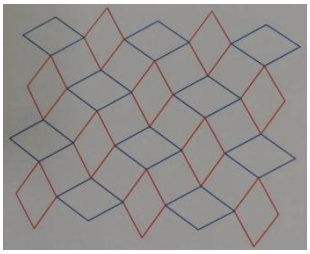
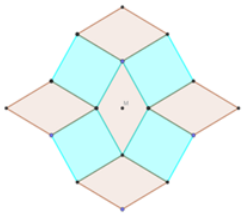
15. Noktalı ya da İzometrik kâğıtta oluşturduğunuz süslemenin TEKRAR BİRİMİNİ 10.adımdaki ilgili yerde işaretleyerek **bu tekrar birimidir** diye belirtiniz.

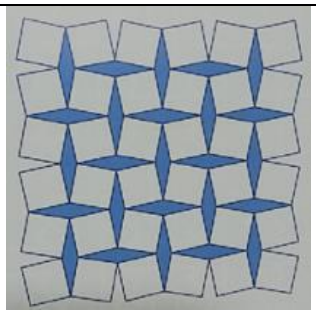
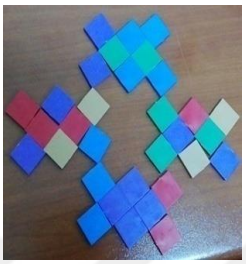
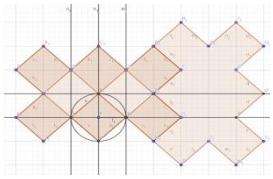
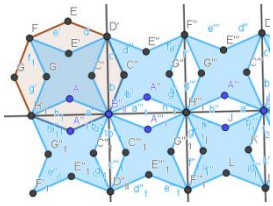
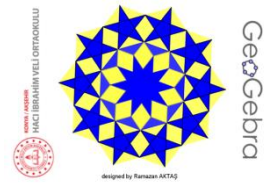
16. Süslemeyi oluşturan çokgenlerin her birinin kesiştiği köşe noktalarındaki **açılar** arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız. 10.adımdaki çizimdeki süslemede bir köşe noktası seçip ve etrafındaki açıların ölçülerini bulunuz.

17. Gezi ve seçtiğiniz süslemeyi çizme/inşa etme ile ilgili paylaşmak istediğiniz bir şey varsa yazınız.

EK-7: ÖĞRETİM HAFTALARINDAKİ SÜSLEMELER LİSTESİ

Öğretim Haftaları	Süslemenin Görseli	Örüntü Bloğu ile Modelleme	GeoGebra'da Oluşumu
1			
2			
3			
4			
5			

6			
7			
8			
9			
10			

11			
12			
13		-	
14	Öğrencinin yaşam alanlarında bulunan yapılardan bir süsleme çalışması (Akşehir Tarihi Mekânlar Gezisi) 	-	-
15	Öğrencinin uygulama sonrası kişiye özgü bir geometrik süsleme çalışması (Kişiye Özgü Süsleme)	-	

EK-8: ETİK KURUL KARAR BELGESİ

Evrak Kayıt Tarihi: 13.01.2022	Protokol No: 248308	Tarih: 27.01.2022

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Öğrencilerin Dinamik Geometri Ortamlarında Süslemeler Aracılığıyla Geometrik Kavramları Oluşturma Süreçleri
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE
TEZ YAZARI:	Habip Mehmet SEVGİ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

EK-9: ARAŞTIRMA İZNİ

T.C.
KONYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-83688308-605.99-43608689 16.02.2022
Konu : Araştırma İzni (Habip Mehmet SEVGİ)

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığının (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi.
b) 08/02/2022 tarihli ve E-63784619-605.01-264914 sayılı yazınız.
c) 15/02/2022 tarihli Araştırma İzinleri Değerlendirme Komisyonu Tutanağı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Programı öğrencisi Habip Mehmet SEVGİ'nin "Öğrencilerin Dinamik Geometri Ortamlarında Süslemeler Aracılığıyla Geometrik Kavramları Oluşturma Süreçleri" konulu araştırmasını uygulama talebi incelenmiştir.

Araştırmanın, Akşehir ilçesinde bulunan [redacted] Ortaokulu ve [redacted] Ortaokulunda görevli öğretmenler ile eğitim gören 7. sınıf öğrencilerine eğitim öğretimi aksatmamak ve ilgi (a) Genelgede belirtilen açıklamalara uyulması kaydıyla gerçekleştirilmesi ilgi (c) komisyon tutanağı ile uygun görülmektedir. Müdürlüğümüze bağlı eğitim kurumlarındaki çalışmaların 2021-2022 eğitim öğretim yılı içerisinde tamamlanması zorunludur. Araştırma kapsamında yürütülecek çalışmaların 2021-2022 eğitim öğretim yılında tamamlanmaması durumunda Müdürlüğümüzden tekrar izin alınması gerekmektedir.

Araştırmada Müdürlüğümüz tarafından onaylanarak gönderilen veri toplama araçlarının kullanılması, elde edilecek kişisel verilerin gizliliği hususuna dikkat edilmesi ve araştırma sonucunun çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde bir adet kitapçık ve istatistik42@meb.gov.tr adresine gönderilmesi gerekmektedir.

Arz ederim.

Mustafa KURT
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek:
1-Genelge (3 Sayfa)
2-Veli Onam Formu (1 Sayfa)
3-Gönüllü Katılım Formu (Öğretmen) (1 Sayfa)
4-Gönüllü Katılım Formu (Öğrenci) (1 Sayfa)
5-Görüşme Soruları (58 Sayfa)

EK-10: ARAŞTIRMA İZNİ (UZATMA)

T.C.
KONYA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-83688308-605.99-52459079 22.06.2022
Konu : Araştırma İzni (Habip Mehmet SEVGİ)

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığının (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi.
b)16/02/2022 tarihli ve E.83688308-605.99-43608689 sayılı yazımız.
c) 21/06/2022 tarihli ve 52315034 sayılı dilekçeniz.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında yürütmekte olduğunuz "Öğrencilerin Dinamik Geometri Ortamlarında Süslemeler Aracılığıyla Geometrik Kavramları Oluşturma Süreçleri" konulu doktora çalışmanıza ilgi (b) yazımızla Müdürlüğümüz tarafından verilmiş olan uygulama izninin uzatılmasına ilişkin talebiniz incelenmiştir.

Araştırmanın, Akşehir ilçesinde bulunan [redacted] Ortaokulu Müdürlüğü ve [redacted] Ortaokulu Müdürlüğünde görevli öğretmenler ile eğitim gören 8. sınıf öğrencilerine eğitim öğretimi aksatmamak ve ilgi (a) Genelgede belirtilen açıklamalara uyulması kaydıyla gerçekleştirilmesi ilgi (c) komisyon tutanağı ile uygun görülmektedir. Müdürlüğümüze bağlı eğitim kurumlarındaki çalışmaların 2022-2023 eğitim öğretim yılı içerisinde tamamlanması zorunludur. Araştırma kapsamında yürütülecek çalışmaların 2022-2023 eğitim öğretim yılında tamamlanmaması durumunda Müdürlüğümüzden tekrar izin alınması gerekmektedir.

Araştırmada Müdürlüğümüz tarafından ilgi (b) yazımız ekinde onaylanarak gönderilen veri toplama araçlarının kullanılması, elde edilecek kişisel verilerin gizliliği hususuna dikkat edilmesi ve araştırma sonucunun çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde elektronik ortamda istatistik42@meb.gov.tr e-posta adresine ve bir adet kitapçık olarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Rica ederim.

Mustafa KURT
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Dağıtım:
Gereği:
Sayın Habip Mehmet SEVGİ
Selçuk Üniversitesi Akşehir Meslek Yüksekokulu
Kozağaç Mevkisi Akşehir Konya

Bilgi:
Akşehir İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne

ÖZ GEÇMİŞ

Adı Soyadı **:** Habip Mehmet SEVGİ

Yabancı Dil **:** İngilizce

Eğitim Bilgileri:

- Yüksek Lisans: 2006-2010, Selçuk Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü / İlköğretim Anabilim Dalı / Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Lisans: 2002-2006, Selçuk Üniversitesi / Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi / Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü / İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı (İÖ).

Mesleki Geçmişi:

- Öğretim Görevlisi: 2012- … , Selçuk Üniversitesi, Akşehir Meslek Yüksekokulu.
- Öğretmen-Kadrolu: 2011-2012, Millî Eğitim Bakanlığı, Konya, Meram Telafer İlköğretim Okulu
- Öğretmen-Kadrolu: 2009-2011, Millî Eğitim Bakanlığı, Konya, Yunak Teknik Endüstri Meslek Lisesi.
- Öğretmen-Kadrolu: 2009-2011, Millî Eğitim Bakanlığı, Konya, Yunak İMBK Yatılı Bölge İlköğretim Okulu.
- Öğretmen-Kadrolu: 2006-2009, Millî Eğitim Bakanlığı, Konya, Çumra Uzunkuyu İlköğretim Okulu

Yayınları:

- **Sevgi, H. M.** (2024). Çevrim İçi Ders Sürecinin Öğretici (Matematik Öğretmeni) Bakış Açısıyla Değerlendirilmesi. *Selçuk Üniversitesi Akşehir Meslek Yüksekokulu Sosyal Bilimler Dergisi* (*17*), 68-83.
- Göktürk, İ. E., **Sevgi H. M.** (2022). Matematik Bilgisi Muhasebe Başarısında Etkili Midir? Öğrencilerin Sayısal, Sözel ve Eşit Ağırlık Başarı Puanlarının Muhasebe Başarısına Etkisine Yönelik Bir Araştırma. *Mesleki Eğitimde ve Ekonomide Güncel Yaklaşımlar*, 186-198, Detay Yayıncılık.
- **Sevgi, H. M.** (2016). Üniversite Öğrencilerinin Bilimsel Araştırma Eğilimlerinin Belirlenmesi. *Selçuk Üniversitesi Sosyal ve Teknik Araştırmalar Dergisi* (*12*), 44-53.
- Yatgın, S., **Sevgi, H. M.**, & Uysal, S. (2015). Sınıf Öğretmenlerinin, Kaynaştırma Eğitimine İlişkin Görüşleri ve Çeşitli Değişkenlere Göre Mesleki Tükenmişliklerinin İncelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 167-180. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2015.15.0-5000128650