

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI



**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK MATEMATİK
YAZILIMI DESTEKLİ ORTAMDA DÖRTGENLERİ
GENELLEME SÜREÇLERİ**

Yüksek Lisans Tezi

Havvanur EKİNCİ

Danışman

Doç. Dr. Rezan YILMAZ

SAMSUN
2023

TEZ KABUL VE ONAYI

Havvanur EKİNCİ tarafından, Doç. Dr. Rezan YILMAZ danışmanlığında hazırlanan “ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI DESTEKLİ ORTAMDA DÖRTGENLERİ GENELLEME SÜREÇLERİ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 8.8.2023 tarihinde yapılan sınav sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı Adı Soyadı Üniversitesi Ana Bilim/Ana Sanat Dalı	Sonuç
Başkan	Doç. Dr. Gönül YAZGAN SAĞ Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret
Üye	Doç. Dr. Rezan YILMAZ Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret
Üye	Doç. Dr. Esen ERSOY Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen ve yukarıda adları yazılı jüri üyeleri tarafından uygun görülmüştür.

Prof. Dr. Ahmet TABAK
Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinin bütün aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara riayet ettiğimi, çalışmada doğrudan veya dolaylı olarak kullandığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin Kaynaklar'da gösterilenlerden oluştuğunu, her unsurun enstitü yazım kılavuzuna uygun yazıldığını ve TÜBİTAK Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Yönetmeliği'nin 3. bölüm 9. maddesinde belirtilen durumlara aykırı davranılmadığını taahhüt ve beyan ederim.

Etik Kurul Gerekli mi?

Evet ☒

Hayır ☐

30/08/2023
Havvanur EKİNCİ

TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI

Tez Başlığı : ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI DESTEKLİ ORTAMDA DÖRTGENLERİ GENELLEME SÜREÇLERİ

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışması için şahsım tarafından 30.08.2023 tarihinde intihal tespit programından alınmış olan özgünlük raporu sonucunda;

Benzerlik oranı : % 14

Tek kaynak oranı : % 4 çıkmıştır.

30/08/2023
Doç. Dr. Rezan YILMAZ

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI DESTEKLİ ORTAMDA DÖRTGENLERİ GENELLEME SÜREÇLERİ

Havvanur EKİNCİ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Yüksek Lisans, Ağustos/2023

Danışman: Doç. Dr. Rezan YILMAZ

Bu araştırmanın genel amacı ortaokul öğrencilerinin dinamik matematik yazılımı destekli ortamda dörtgenleri genelleme süreçlerinin incelenmesidir. Bu kapsamda katılımcılara dörtgenler ve aralarındaki ilişkileri sorgulayacakları ortam GeoGebra ile desteklenmiş ve süreç genelleme taksonomisine göre incelenmiştir.

Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile desenlenmiştir. Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören ve matematik akademik başarıları düşük, orta ve yüksek olan her bir sınıf seviyesinden üç olmak üzere toplam dokuz öğrencidir. Araştırmada veri toplama aracı olarak hazırlanan ve uzman görüşleri ile düzenlenen GeoGebra etkinlikleri ve yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanılmıştır. Birinci etkinlikte genelleme eylemlerinin ilişkilendirme aşamasının gerçekleşme durumları incelenmiştir. İkinci etkinlik ile genelleme eylemlerinin araştırma ve genişletme ile yansıma genellemelerinin belirleme veya açıklama, tanımlama ve etki aşamaları incelenmiştir. Her bir görüşmenin ses ve video kayıtlarının transkriptlerinden elde edilen veriler betimsel analiz ile değerlendirilmiştir.

Araştırmanın sonucunda 6. sınıf düzeyinde matematik dersi akademik başarıları yüksek olan katılımcının genelleme eylemlerinin tümünü ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden betimsel düzeyi gösterdiği; matematik dersi akademik başarıları orta olan katılımcının genelleme eylemlerinden ‘ilişkilendirme’ ve ‘araştırma’ aşamalarını ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden görsel düzeyi gerçekleştirirken betimsel düzeyde gelişim gösterdiği; matematik dersi akademik başarıları düşük olan katılımcının ise genelleme eylemlerinde sadece ‘ilişkilendirme’ aşamasını gerçekleştirdiği ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden görsel düzeyi gerçekleştirirken betimsel düzeyde gelişim gösterdiği görülmüştür. 7. sınıf düzeyinde matematik dersi akademik başarıları yüksek olan katılımcı genelleme eylemlerinin tümünü, yansıma genellemesinin ‘belirleme veya açıklama’ aşamasını ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden betimsel düzeyi gerçekleştirirken basit çıkarım düzeyinde ilerleme gösterdiği; akademik başarıları orta olan öğrencinin genelleme eylemlerinden ‘ilişkilendirme’ ve ‘araştırma’ aşamalarını ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden betimsel düzeyde olduğu; akademik başarıları düşük olan katılımcının ise genelleme eylemlerinde sadece ‘ilişkilendirme’ aşamasını gerçekleştirdiği ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden görsel düzeyde olduğu görülmüştür. 8. sınıf düzeyinde akademik başarıları yüksek olan katılımcı genelleme eylemlerinin ve yansıma genellemelerinin tümünü ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden çıkarım düzeyinde; akademik başarıları orta olan öğrencinin ise genelleme eylemlerinden tümünü ve Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden betimsel düzeyde; akademik başarıları düşük olan katılımcının ise genelleme

eylemlerinden sadece ‘iliřkilendirme’ ve ‘arařtırma’ ařamalarını gerçekleřtirdiėi ve Van Hiele geometri dūřınme dūzeylerinden betimsel dūzeyde olduėu gōrūlmūřtır.

Arařtırma sonucunda genel olarak GeoGebra’nın genelleme yaparken oldukça etkili olduėu ve Van Hiele geoometri dūřınme geliřimini desteklediėi gōrūlmūř, ileride yapılacak arařtırmalara yōnelik ōnerilerde bulunulmuřtur.

Anahtar Sōzcūkler: Matematiksel Genelleme, Dinamik Matematik Yazılımı, GeoGebra, Dōrtgenler, Geometri Őėretimi, Ortaokul Őėrencileri, Van Hiele Geometri Dūřınme Dūzeyleri



ABSTRACT

MIDDLE SCHOOL STUDENTS' GENERALIZATION PROCESS OF QUADRILATERALS IN DYNAMIC MATHEMATICS SOFTWARE BASED ENVIRONMENT

Havvanur EKİNCİ
Ondokuz Mayıs University
Institute of Graduate Studies
Department of Math and Science Education
Mathematics Education Programme
Master, August/2023
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Rezan YILMAZ

This research examines middle school students' generalization processes of quadrilaterals in a dynamic mathematics software-based environment. In this context, the environment where participants will question quadrilaterals and the relationships between them were supported by GeoGebra, and the processes were examined according to the generalization taxonomy.

The research participants are nine students, three from each grade, studying in the 6th, 7th, and 8th grades, determined by the purposive sampling method, and with lower-intermediate, intermediate, and advanced mathematical academic achievements. The research was designed with a case study, one of the qualitative research methods. The research used GeoGebra activities and semi-structured interview forms as data collection tools. The first activity examined the realization situations of the relating stage of generalizing actions. The second activity examined the stages of searching and extending of generalizing actions, and the identification or statement, definition and influence of reflection generalizations. The data obtained from the transcripts of the audio and video recordings of each interview were analyzed descriptively.

As the results of the research, in the 6th grade, the advanced participant showed all of the generalizing actions and 'descriptive' level of Van Hiele geometry thinking level; the intermediated participant showed 'visual' level and improvement at the 'descriptive' level of Van Hiele geometry thinking levels while performing the 'relating' and 'searching' stages of the generalizing actions; the lower intermediated participant showed 'visual' level and improvement at the 'descriptive' level of Van Hiele geometry thinking levels and only 'relating' stage of generalizing actions. In the 7th grade, the advanced participant showed all of the generalizing actions and the 'identification or explanation' stage of the reflection generalization, and 'descriptive' level and improvement at the 'informal deduction' level of Van Hiele geometry thinking levels; the intermediated participant showed the 'relating' and 'searching' stages of the generalizing actions, and 'descriptive' level of Van Hiele geometry thinking levels; the lower intermediated participant showed only 'relating' stage of generalizing actions and 'visual' level of Van Hiele geometry thinking levels. In the 8th grade, the advanced participant showed all of the generalizing actions and reflection generalization and 'formal logic' level of Van Hiele geometry thinking levels; the intermediated participant showed all of the generalizing actions and 'descriptive' level of Van Hiele geometry thinking levels; the lower intermediated participant showed the 'relating' and 'searching' stages of the generalizing actions and 'descriptive' level of Van Hiele geometry thinking levels.

According to the research results, GeoGebra was quite effective in generalization and supported improving the Van Hiele geometry thinking levels. Suggestions were made for future research.

Keywords: Mathematical Generalization, Dynamic Mathematics Software, GeoGebra, Quadrilaterals, Geometry Teaching, Middle School Students, Van Hiele Geometry Thinking Levels



ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmamın tüm sürecinde bana destek olan, her daim motive eden, büyük sabır gösteren değerli danışmanım Doç. Dr. Rezan YILMAZ hocama, tez savunması süreci boyunca tezime katkıda bulunan Doç. Dr. Esen ERSOY ve Doç. Dr. Gönül YAZGAN SAĞ'a sonsuz teşekkür ediyorum. Ayrıca çalışmam boyunca bana her türlü desteği sağlayan okul idareme ve meslektaşlarıma teşekkür ederim.

Yüksek lisans sürecine birlikte başladığımız arkadaşım Yeşim GÜR'e tüm destekleri ve fikirleri için çok teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca hep yanımda olan ve beni destekleyen biricik aileme her şey için çok teşekkür ederim. Bu zorlu süreçte gösterdiği sabır ile yanımda olan, beni motive eden ve destekleyen sevgili eşim Mehmet Fatih EKİNCİ'ye sevgilerimi ve teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmama katılan tüm öğrencilerime sonsuz teşekkür ederim.

Havvanur EKİNCİ

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAYI	i
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI	ii
TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
TABLolar DİZİNİ	xvi
1. GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Amacı	2
1.2. Araştırma Problemi	4
1.3. Araştırmanın Önemi	4
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları	7
1.5. Araştırmanın Varsayımları	7
1.6. Tanımlar	7
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE	9
2.1. Matematiksel Genelleme	9
2.1.1. Genelleme Türleri	11
2.1.2. Genelleme Seviyeleri	13
2.1.3. Genelleme Sınıflandırması	14
2.2. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri	21
2.3. Dörtgenler	28
2.3.1. Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması	31
2.4. Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi (BDÖ)	34
2.4.1. GeoGebra (GGB)	36
3. YÖNTEM	39
3.1. Araştırmanın Modeli ve Deseni	39
3.2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi	39
3.3. Pilot Çalışma	40
3.4. Katılımcılar	42
3.5. Veri Toplama Araçları	43
3.5.1. Görüşmeler	43
3.5.2. GGB Etkinlikleri	44
3.6. Etkinlikler ve Veri Toplama Süreci	47
3.7. Verilerin Analizi	48
3.8. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği	49

4. BULGULAR VE YORUM.....	54
4.1. 6. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular	55
4.1.1. Kare-Dikdörtgen İlişkisi	55
4.1.1.1. Genelleme Eylemleri.....	55
4.1.1.2. Yansıma Genellemeleri.....	60
4.1.2. Kare-Eşkenar Dörtgen İlişkisi	60
4.1.2.1. Genelleme Eylemleri.....	60
4.1.2.2. Yansıma Genellemeleri.....	64
4.1.3. Dikdörtgen-Paralelkenar İlişkisi	64
4.1.3.1. Genelleme Eylemleri.....	64
4.1.3.2. Yansıma Genellemeleri.....	67
4.1.4. Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar İlişkisi	67
4.1.4.1. Genelleme Eylemleri.....	67
4.1.4.2. Yansıma Genellemeleri.....	69
4.1.5. Paralelkenar-Yamuk İlişkisi	70
4.1.5.2. Yansıma Genellemeleri.....	73
4.1.6. Yamuk-Dörtgen İlişkisi	74
4.1.6.1. Genelleme Eylemleri.....	74
4.1.6.2. Yansıma Genellemeleri.....	77
4.2. 7. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular	78
4.2.1. Kare-Dikdörtgen İlişkisi	78
4.2.1.1. Genelleme Eylemleri.....	78
4.2.1.2. Yansıma Genellemeleri.....	83
4.2.2. Kare-Eşkenar Dörtgen İlişkisi	84
4.2.2.1. Genelleme Eylemleri.....	84
4.2.2.2. Yansıma Genellemeleri.....	89
4.2.3. Dikdörtgen-Paralelkenar İlişkisi	90
4.2.3.1. Genelleme Eylemleri.....	90
4.2.3.2. Yansıma Genellemeleri.....	93
4.2.4. Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar	94
4.2.4.1. Genelleme Eylemleri.....	94
4.2.4.2. Yansıma Genellemeleri.....	96
4.2.5. Paralelkenar-Yamuk İlişkisi	97
4.2.5.1. Genelleme Eylemleri.....	97
4.2.5.2. Yansıma Genellemeleri.....	101
4.2.6. Yamuk-Dörtgen	102

4.2.6.1. Genelleme Eylemleri.....	102
4.2.6.2. Yansıma Genellemeleri.....	105
4.3. 8. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular	107
4.3.1. Kare-Dikdörtgen İlişkisi	107
4.3.1.1. Genelleme Eylemleri.....	107
4.3.1.2. Yansıma Genellemeleri.....	113
4.3.2. Kare-Eşkenar Dörtgen İlişkisi	114
4.3.2.1. Genelleme Eylemleri.....	114
4.3.2.2. Yansıma Genellemeleri.....	118
4.3.3. Dikdörtgen-Paralelkenar İlişkisi	119
4.3.3.1. Genelleme Eylemleri.....	119
4.3.3.2. Yansıma Genellemeleri.....	123
4.3.4. Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar İlişkisi	124
4.3.4.1. Genelleme Eylemleri.....	124
4.3.4.2. Yansıma Genellemeleri.....	126
4.3.5. Paralelkenar-Yamuk İlişkisi	128
4.3.5.1. Genelleme Eylemleri.....	128
4.3.5.2. Yansıma Genellemeleri.....	131
4.3.6. Yamuk-Dörtgen İlişkisi	133
4.3.6.1. Genelleme Eylemleri.....	133
4.3.6.2. Yansıma Genellemeleri.....	137
4.4. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Genelleme Süreçleri ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki	139
4.4.1. Düzey 1 (Görsel Düzey)	139
4.4.2. Düzey 2 (Betimsel Düzey).....	140
4.4.3. Düzey 3 (Basit Çıkarım Düzeyi)	145
4.4.4. Düzey 4 (Çıkarım Düzeyi).....	146
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	148
5.1. Sonuç ve Tartışma	148
5.1.1. 6. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçlerine Ait Sonuçlar.....	148
5.1.2. 7. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçlerine Ait Sonuçlar.....	151
5.1.3. 8. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçlerine Ait Sonuçlar.....	154
5.1.4. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçleri ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkiye Ait Sonuçlar	159

5.2. Öneriler.....	161
KAYNAKLAR	163
EKLER.....	172
ÖZ GEÇMİŞ.....	207



SİMGELER VE KISALTMALAR

CCSSI	: Common Core State Standards Initiative (Ortak Temel Devlet Standartları Girişimi)
BDÖ	:Bilgisayar Destekli Öğretim
DGY	:Dinamik Geometri Yazılımı
GGB	:GeoGebra
MEB	:Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	:National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Beş özel dörtgenin sınıflandırılması.....	33
Şekil 3.1. GGB Ortamında Etkinlik 1'in Genel Görünümü.....	44
Şekil 3.2. GGB ortamında Etkinlik 1'deki Kare, Dikdörtgen ve Eşkenar Dörtgen Modeli....	45
Şekil 3.3. GGB Ortamında Etkinlik 1'deki Paralelkenar, Yamuk ve Dörtgen Modeli.....	45
Şekil 3.4. GGB Ortamında Etkinlik 2'deki Kare Modeli.....	47
Şekil 4.1. Bulgular Sistematığı.....	54
Şekil 4.2. Ö1'in Oluşturduğu Kare	56
Şekil 4.3. Ö2'nin Oluşturduğu Kare	56
Şekil 4.4. Ö3'ün Oluşturduğu Kare	56
Şekil 4.5. Ö1'in Oluşturduğu Dikdörtgen.....	58
Şekil 4.6. Ö2'nin Oluşturduğu Dikdörtgen.....	58
Şekil 4.7. Ö3'ün Oluşturduğu Dikdörtgen.....	58
Şekil 4.8. Ö2'nin Oluşturduğu Dikdörtgen.....	58
Şekil 4.9. Ö1'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	61
Şekil 4.10. Ö2'nin Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	61
Şekil 4.11. Ö3'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	61
Şekil 4.12. Ö2'nin Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	61
Şekil 4.13. Ö2'nin Oluşturduğu Paralelkenar.....	65
Şekil 4.14. Ö3'ün Oluşturduğu Paralelkenar.....	66
Şekil 4.15. Ö1'in Oluşturduğu Paralelkenar.....	68
Şekil 4.16. Ö1'inYamuğun Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	70
Şekil 4.17. Ö1'in Oluşturduğu Yamuk 1	71
Şekil 4.18. Ö2'nin Oluşturduğu Yamuk 1	71
Şekil 4.19. Ö3'ün Oluşturduğu Yamuk 1	71
Şekil 4.20. Ö1'in Oluşturduğu Yamuk 2	72
Şekil 4.21. Ö2'nin Oluşturduğu Yamuk 2	72
Şekil 4.22. Ö3'ün Oluşturduğu Yamuk 2	72
Şekil 4.23. Ö1'in Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	75
Şekil 4.24. Ö1'in Oluşturduğu Dörtgen.....	76
Şekil 4.25. Ö4'ün Karenin Kenarlarının Paralelliği ile İlgili Temsili.....	79
Şekil 4.26. Ö4'ün Oluşturduğu Kare	79
Şekil 4.27. Ö5'in Oluşturduğu Kare	79
Şekil 4.28. Ö5'in Dikdörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	80
Şekil 4.29. Ö4'ün Oluşturduğu Dikdörtgen.....	81
Şekil 4.30. Ö5'in Oluşturduğu Dikdörtgen.....	81
Şekil 4.31. Ö6'nın Oluşturduğu Dikdörtgen.....	81

Şekil 4.32. Ö4'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	82
Şekil 4.33. Ö4'ün Etkinlik 1'deki Şekil 3 ve Şekil 4'ü Karşılaştırmasına Dair Görsel.....	85
Şekil 4.34. Ö6'ün Eşkenar Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü Temsili.....	86
Şekil 4.35. Ö4'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	87
Şekil 4.36. Ö5'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen 1	87
Şekil 4.37. Ö6'nın Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	87
Şekil 4.38. Ö5'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen 2	87
Şekil 4.39. Ö5'in Paralelkenarın Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili....	90
Şekil 4.40. Ö4'ün Oluşturduğu Paralelkenar 1	91
Şekil 4.41. Ö5'in Oluşturduğu Paralelkenar 1	91
Şekil 4.42. Ö6'nın Oluşturduğu Paralelkenar.....	91
Şekil 4.43. Ö5'in Oluşturduğu Paralelkenar 2	92
Şekil 4.44. Ö4'ün Oluşturduğu Paralelkenar 2	95
Şekil 4.45. Ö4'ün Yamuğun Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	98
Şekil 4.46. Ö5'in Oluşturduğu Yamuk 1	99
Şekil 4.47. Ö4'ün Oluşturduğu Yamuk.....	99
Şekil 4.48. Ö6'nın Oluşturduğu Yamuk.....	99
Şekil 4.49. Ö5'in Oluşturduğu Yamuk 2	99
Şekil 4.50. Ö6'nın Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	103
Şekil 4.51. Ö5'in Oluşturduğu Dörtgen.....	103
Şekil 4.52. Ö6'nın Oluşturduğu Dörtgen.....	103
Şekil 4.53. Ö4'ün Oluşturduğu Dörtgen.....	104
Şekil 4.54. Ö4'ün Oluşturduğu Kavram Haritası.....	107
Şekil 4.55. Ö7'nin Karenin Kenarlarının Paralelliği ile İlgili Temsili.....	108
Şekil 4.56. Ö7'nin Oluşturduğu Kare	109
Şekil 4.57. Ö8'in Oluşturduğu Kare	109
Şekil 4.58. Ö9'un Oluşturduğu Kare	109
Şekil 4.59. Ö8'in Dikdörtgenin Kenarlarının Paralelliği ile İlgili Temsili.....	110
Şekil 4.60. Ö7'nin Oluşturduğu Dikdörtgen.....	110
Şekil 4.61. Ö8'in Oluşturduğu Dikdörtgen.....	111
Şekil 4.62. Ö9'un Oluşturduğu Dikdörtgen.....	111
Şekil 4.63. Ö9'un Eşkenar Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü Temsili.....	115
Şekil 4.64. Ö7'nin Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	116
Şekil 4.65. Ö8'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	116
Şekil 4.66. Ö9'un Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	116
Şekil 4.67. Ö9'un Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen.....	116
Şekil 4.68. Ö8'in Paralelkenarın Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili....	120

Şekil 4.69. Ö7'nin Oluşturduğu Paralelkenar 1	121
Şekil 4.70. Ö8'in Oluşturduğu Paralelkenar 1	121
Şekil 4.71. Ö9'un Oluşturduğu Paralelkenar.....	121
Şekil 4.72. Ö7'nin Oluşturduğu Paralelkenar 2	121
Şekil 4.73. Ö8'in Oluşturduğu Paralelkenar 2	125
Şekil 4.74. Ö8'in Yamuğun Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	129
Şekil 4.75. Ö7'nin Oluşturduğu Yamuk 1	129
Şekil 4.76. Ö8'in Oluşturduğu Yamuk.....	129
Şekil 4.77. Ö9'un Oluşturduğu Yamuk.....	129
Şekil 4.78. Ö7'nin Oluşturduğu Yamuk 2	130
Şekil 4.79. Ö8'in Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili.....	134
Şekil 4.80. Ö7'nin Oluşturduğu Dörtgen.....	135
Şekil 4.81. Ö8'in Oluşturduğu Dörtgen.....	135
Şekil 4.82. Ö9'un Oluşturduğu Dörtgen.....	135
Şekil 4.83. Ö7'nin Kavram Haritası.....	138

TABLÖLER DİZİNİ

Tablo 2.1. Genelleme Eylemleri.....	17
Tablo 2.2. Yansıma (Refleksiyon) Genellemeleri.....	19
Tablo 2.2.1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Ellis Genelleme Eylemleri İlişkisi.....	28
Tablo 3.1. Araştırma Planı.....	40
Tablo 3.2. Katılımcı Bilgileri.....	42
Tablo 3.3. Araştırmada Sağlanan Geçerlik ve Güvenirlik Kavramları.....	50
Tablo 4.1. Katılımcıların Bulundukları Düzeyler	139



1. GİRİŞ

Matematik, bilimde olduğu kadar günlük yaşamımızdaki problemlerin çözülmesinde kullandığımız önemli araçlardan biridir (Baykul, 2020). Buradaki “problem” kelimesi sadece matematiksel problemleri değil, hayatın içinde “sorun” olarak adlandırdığımız problemleri de kapsar. Hızla gelişen ve değişen dünyada, bireylerden beklenen beceriler de değişmektedir. Bireylerin sadece bilgiye sahip olması yeterli olmamakla birlikte, var olan bilgiyi kullanan, sorgulayan, araştıran, üreten bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Matematik eğitiminde de sadece matematik bilen öğrenciler değil, matematik bilgilerini günlük yaşamda kullanabilen, kavramlar arası ilişkiler kurabilen, matematiksel bilgiler üreten, matematikle uğraşmaktan zevk alan ve iletişim kurabilen bireyler yetiştirmek esas olmalıdır. Bunun için öğrenciler sürekli düşünmeye, sorgulamaya, eleştirel bakmaya, araştırmaya teşvik edilmeli, hiçbir matematiksel bilgi hazır şekilde verilmemeli ve öğretimde matematiksel bilginin keşfettirilmesi sağlanmalıdır.

Matematik eğitimi sayıları ve dört işlemi öğretmek, günlük hayatta kullanılabilecek hesaplama becerilerini kazandırmak gibi işlevlerden öte, bireylerin olaylar arasında bağ kurmasında yardımcı olma, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme gibi önemli yetileri de kazandırmaktadır. Alan yazında bu düşünme matematiksel düşünme olarak adlandırılmakta olup üst düzey beceriler gerektiren bir düşünme halidir. Gerçek yaşam problemlerinin çözümünde kaçınılmaz olarak kullanılan matematiksel düşünmenin matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olduğu (Stacey, 2006), ve bu nedenle matematik eğitiminin önemli amaçları arasında yer aldığı vurgulanmaktadır (Geçiçi, 2022). Matematiksel düşünme yetisinin gelişmesi ile bireyler daha önce kazandıkları matematiksel bilgileri ve kavramları kullanarak hipotez kurup test etme, tahminde bulunma, kanıtlama, betimleme ve soyutlama yollarıyla bir genellemeye ulaşırlar. Tall (1991), “matematiksel düşünmenin soyutlama, sentezleme, genelleme, modelleme, problem çözme ve ispat gibi bileşenleri kapsadığını” belirtmektedir. Liu (2003) ise matematiksel düşünmeyi, “tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, özelleme, genelleme, analogi, formal ve informal olmayan akıl yürütme, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşimi” olarak tanımlar. Tall (1991) ve Liu’nun (2003) tanımından yola çıkarak genellenenin matematiksel düşünme için önemli bir süreç olduğu söylenebilir. Yani matematiksel düşünme, matematiksel kavramları tanımlayarak onlar arasında bir

ilişki kurmayı içerirken, genellemeler ise bu ilişkileri kurmanın sonucunda meydana gelen bir süreçtir (Yılmaz ve Argün, 2013). Matematikte başarı elde etmek, matematiksel olarak düşünmek ve öğrenmek için ise genellemenin rolü büyüktür (Çayır, 2013).

Genelleme aşamalı olarak ilerleyen bir süreç olup bu süreçte gözlemlenen olayın açıklanması, bireylerin daha önce edindikleri bilgilerden yola çıkarak bir düzeni ya da örüntüyü fark etmesi sürecinde yaptıkları eylemler ve söyledikleri ifadeler genelleme olarak belirtilmektedir (Mason, Burton ve Stacey, 1985; Polya, 1957). Malara'ya (2012) göre örüntü belirlemek, benzer olan nesneleri tanımlamak ve bu nesneler arasında ilişki kurmak genelleme sürecinin temelini oluşturur. Krutestki (1976) genellemeyi yüksek bilişsel yeteneklerden biri olarak görmüştür. Dolayısıyla genellemenin matematiksel düşünmenin önemli bir süreci olduğu ve diğer birçok sürecin oluşumuna ve gelişimine hizmet ettiği düşünülmektedir.

Hızla gelişen teknoloji, matematik eğitimi de etkilemiş ve dinamik matematik yazılımları öğrencilerin varsayımda bulunmasını, muhakeme etmesini ve genelleme yapmasını sağlayan önemli bir araç haline gelmiştir. Böylece öğrenciler bu araçlarla düşüncelerini test edebilecek ve sahip oldukları matematiksel bilgilerle yeni matematiksel bilgilere ulaşabilecekleri genellemeler yapabileceklerdir.

1.1. Araştırmanın Amacı

Matematiğin en önemli amaçlarından biri, bireylerin karşılaştıkları problemler karşısında gerekli olan matematiksel bilgiyi ayırt etmenin yanında problem çözmede başarılı ve bu çözümleri genelleme de iyi olacak şekilde eğitmektir (NCTM, 2000; MEB, 2018). Teknolojinin sürekli gelişmesi, hesaplamaların yapılması ve denklemlerin çözümünü kolaylaştırması ile birlikte problem çözme ve genelleme yapmanın önemi daha da artmıştır. Genelleme yapma süreci çocukluk yıllarından itibaren başlar (Van de Walle, 1980). Skemp (1986), matematiksel genellemenin sofistike ve güçlü bir aktivite süreci olduğunu belirtir. Ortaokul matematik dersi öğretim programına bakıldığında ise öğrencilerin problem çözme sürecinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilmeleri, mantıksal tümevarım ve tümdengelimle ilgili çıkarımlar yapabilmeleri ve farklı problem çözme stratejileri geliştirerek bunları günlük hayattaki başka problemlere genellemeleri beklenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı-MEB, 2018).

Geometrik kavramlardan dörtgenler ve aralarındaki ilişkilerin öğrenilmesi geometri öğretiminde önemli bir yere sahiptir. Matematiksel genellenmenin matematik yapmadaki önemi ile beraberinde düşünüldüğünde bu ilişkilerin genellenmesi, hem bu kavramların öğrenilmesinde hem de birçok matematiksel beceriyi beraberinde getirebilecektir. Böylece yalnızca uzamsal düşünme ve görselleştirme becerilerini geliştirmek için önemli bir araç sağlamakla kalmaz, aynı zamanda genelleme, tümdengelimli akıl yürütme ve kanıtlama yeteneklerini geliştirmek için de büyük bir fırsat sağlar (Battista, 2007; Fujita ve Jones, 2007; Royal Society, 2001). Ancak geometrik kavramların öğrenciler tarafından nasıl algılandığı, bulunduları sınıf seviyelerine ve bilişsel gelişimlerine göre değişebilmektedir (Van Hiele, 1999).

MEB (2018)'nın matematik dersi öğretim programında dörtgenler konusu 1. sınıfta öğrencilerin kare ve dikdörtgenin kenar ve köşelerinin tanınması; 2. sınıfta kare ve dikdörtgenin benzer ve farklı yönlerini açıklaması; 3. sınıfta kare ve dikdörtgeni cetvel kullanarak çizmesi ve köşegenlerini oluşturması; 4. sınıfta karenin ve dikdörtgenin köşelerini ve kenarlarını adlandırması, kare ve dikdörtgenin kenar özelliklerini belirlemesini içermektedir. Ortaokul seviyesinde ise alan ölçümü ile ilgili kazanımlar dışında 5. sınıfta dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanlarını belirleme ve çizme ve 7. sınıfta dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıma, açı özelliklerini belirleme üzerinedir.

Dörtgen çeşitleri temelinde incelendiğinde ilkokulda kare ve dikdörtgen üzerinde durulduğu görülmektedir. Diğer dörtgen çeşitleri ise 5. sınıf düzeyinde 2. dönem öğretilmeye başlanmaktadır. Araştırmada dörtgen çeşitleri olarak kare, dikdörtgen, yamuk, eşkenar dörtgen ve paralelkenar ele alınmış ve katılımcıların bu dörtgen çeşitlerini daha önceden görmüş olması kriter olarak belirlenmiştir. Ayrıca araştırmada görüşmelerin birinci dönem yapılacak olması nedeniyle 5. sınıflar bu konuyu görmediği için katılımcılar arasına alınmamıştır.

Bu araştırmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin (6., 7. ve 8. sınıflar) dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında dörtgenleri matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesi olarak belirlenmiştir. Bu kapsamda öğrencilere dörtgenler ve aralarındaki ilişkileri sorgulayacakları ortam GeoGebra ile desteklenmiş, katılımcıların dörtgenler ve özellikleri arasındaki ilişkilendirmeler beraberinde genelleme süreçlerinin Ellis (2007) tarafından geliştirilen genelleme

sınıflandırılmasına göre incelenmesi amaçlanmıştır.

1.2. Araştırma Problemi

Araştırmada ortaokul öğrencilerinin GeoGebra destekli ortamda genelleme süreçlerinin sınıf seviyelerine göre gösterdiği farklılıklara odaklanılmaktadır. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın problem cümlesi “*Ortaokul öğrencilerinin GeoGebra destekli öğretim ortamında dörtgenleri genelleme süreçleri nasıldır?*” şeklinde ele alınmıştır.

Araştırmanın alt problemleri ise:

1. 6. sınıf öğrencilerinin GeoGebra destekli ortamda dörtgenleri genelleme süreçleri nasıldır?
2. 7. sınıf öğrencilerinin GeoGebra destekli ortamda dörtgenleri genelleme süreçleri nasıldır?
3. 8. sınıf öğrencilerinin GeoGebra destekli ortamda dörtgenleri genelleme süreçleri nasıldır?
4. 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin GeoGebra destekli ortamda dörtgenleri genelleme süreçleri ve Van Hiele geometri düşünme düzeyleri arasındaki ilişki nasıldır?

şeklinde ele alınmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Genellenenin matematik başarısı, matematiksel düşünme ve öğrenme konusunda rolü oldukça büyüktür. Mason (1996) genellemeyi matematiğin özü, kalbi olarak görür. Matematik öğretimi, matematiksel uygulamalarla gelişir ve genelleme bu matematiksel uygulamalardan biridir. Matematik hem bir ürün hem de bir süreçtir ve bir süreç olarak matematik, bir ürün olan matematikten daha önemlidir (Kapur, 1976). Aynı şekilde bazı araştırmacılar genellemeyi bir ürün olarak görürken (örneğin, Kirwan, 2013; Stacey, 1989), bazıları da bir süreç olarak görür (örneğin, Becker ve Rivera, 2006; Radford, 1999). Örüntüleri belirlemek, benzer ilişkileri bulmak, benzer özellikleri ilişkilendirmek ve tahminde bulunmak genelleme sürecinin temelini oluşturur. Bu süreçte asıl unsur durumlar arasındaki benzerlikleri belirlemek değil, bu benzerlikleri genişletme ve uyarılmanın yanı sıra ilgiyi özel durumlardan tüm durumlara değiştirmektir (Ayber, 2017). Ayrıca Amerika Birleşik

Devletleri eğitim sisteminde önemli yere sahip olan Ortak Temel Devlet Standartları Girişimi (Common Core State Standards Initiative-CCSSI, 2010)'nde matematik öğretiminin, matematiksel uygulamalarla geliştiği genellenenin bu matematiksel uygulamalardan biri olduğu vurgulanmıştır. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematic-NCTM, 2000) ve CCSSI (2010) standartlarında; bireylerin oluşturdukları genellemeyi ifade etmek için farklı stratejiler geliştirmeye, oluşturdukları genellemeye benzer diğer kavramlarla ilişkilendirmeye, matematiksel özellikleri keşfetmek için ters işlemler yapmaya olanak sağlayan genelleme durumlarının cebirsel düşünme bağlamında önem arz ettiği vurgulanmaktadır. Mason ve Johnston-Wilder'a (2004) göre, öğretmenler genellenenin öneminin farkına varmadıkça, öğrencilerinin kendi genellemelerini oluşturabilecekleri etkinlikler vermedikleri sürece matematiksel düşünme gerçekleşemez ve dolayısıyla öğrencilere genelleme olanağı sunulmayan bir ders matematik dersi olamaz.

Genellemelerin tümü cebirsel olmak zorunda değildir (Radford, 2010). Yapılan çalışmalara bakıldığında çoğunlukla örüntü genellemeleri çalışılmıştır (örneğin, Çayır, 2013; Sucuoğlu, 2015; Peker, 2020). Ancak matematiğin içerisinde geometri, bireylerin eleştirel düşünmesine, görselleştirme becerilerinin artmasına, tümdengelimsel ve tümevarımsal çıkarımlar yapmasına ve ispat yapma becerilerinin gelişmesine imkân sağlar (Battista, 2007). Hoffer'a (1981) göre geometri öğretiminde görsel beceriler, sözel beceriler, mantık becerileri, çizim becerileri ve uygulama becerileri bireylerde kazandırılması gereken beş temel beceridir. Dörtgenler konusu bu beş temel becerinin en iyi şekilde incelenebileceği zengin bir geometrik şekil çeşitliliğine sahiptir. Öğretim programında yer alan ilgili kazanımlar ve ders kitapları incelendiğinde beşinci ve yedinci sınıf düzeyinde öğrencilerden özel dörtgenleri tanımaları; temel elemanlarını belirlemeleri ve çizimleri, açılar, kenar ve köşegen özelliklerini belirlemeleri beklenmektedir. Öğrencilerin dörtgenleri, aralarındaki özel/genel ilişkiyi ortaya koyan, hiyerarşik sınıflamaya olanak sağlayan kapsayıcı tanımlar (örneğin dikdörtgeni kareyi de kapsayacak şekilde tanımlama) aracılığı ile ifade etmeleri hedeflenmiş ve dörtgenlere ait tanım oluşturma önemli görülmüştür (Durmuş ve İpek, 2019; MEB, 2018). Alan yazında yapılan çalışmalara baktığımızda, öğrencilerin dörtgenlere ilişkin kullandıkları matematik dilinde eksikliklerin ve kavram yanlışlarının olduğu, dörtgenlere ait özellikleri araştırırken aşırı özelleme yaptıkları ve bu nedenle dörtgenleri hiyerarşik bir şekilde

ilişkilendiremedikleri görülmüştür (Aktaş ve Aktaş, 2012; Ayaz, 2016; Ergün, 2010; Özkan ve Bal, 2017; Yeşil, 2015). Ayrıca yapmış oldukları tanımların gerek ve yeter koşullardan yoksun, ekonomiklik ilkesinden uzak, kavramlarla ilgili alışagelmış oldukları prototip çizimleri tarif eder nitelikte ifadeler kullandıkları görülmüştür.

Prototip, belirli bir kavram için akla ilk gelen ve örnek niteliği taşıyan şekiller olarak tanımlanabilir. Geometride öğrencilere kavramı anlatmak için akla ilk gelen şekilleri kullanırız. Ancak öğrencilerin prototip şekillere maruz kalması aşırı özelleme yapmalarına, diğer şekilleri tanımlarını zorlaştırmaya ve şekiller arası ilişkileri görmemelerine sebep olmaktadır. Bu yüzden derslerde prototiplerin en aza indirgenmesi gerekmektedir. Dinamik matematik yazılımları sürüklenme aracı yardımıyla nesneleri hareket ettirerek onların değişen ve değişmeyen özelliklerin gözlemlenmesine, nesneler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesine, tümdengelimsel ve tümevarımsal çıkarımlar yapmaya imkân sağlar. Dinamik matematik yazılımları öğrencilerin soyut kavramları somutlaştırmasına, kavramların görselleştirilmesine, sayısal problemleri çözebilmeye, genelleme yapmaya ve formül oluşturmaya imkân verir (Clements ve Sarama, 1997; Presmeg, 2006). Yapılan araştırma, bu imkânları sağlayan dinamik geometri yazılımlarından GeoGebra ile hazırlanan etkinlikler ve araştırmacı tarafından geliştirilen sorular ile ilerletilecektir. Böylelikle, öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini belirlerken nelere dikkat ettikleri, hangi düşünce süreçlerinden geçtikleri, aşama aşama ilerleyen sorular ile dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi genelleme durumları incelenecektir.

Alan yazında genelleme ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında, genelleme sürecinde sergilenen davranışlar, izlenen adımlar, kullanılan genelleme stratejileri (örneğin, Akyüz, 2016; Amit ve Neria, 2008; Chua ve Hoyles, 2010; Çayır, 2013; Çayır ve Akyüz, 2015; Lee ve Lee, 2015; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2014; Stacey, 1989) araştırılırken çoğunlukla cebirsel örüntü (örneğin, Çayır, 2013; Girit ve Akyüz, 2016; Hargreaves, 1998; Lee ve Lee, 2015; Şahin, Akkoç ve Yeşildere, 2017; Tanışlı ve Köse, 2013) üzerine yapılan çalışmalar görülmektedir. Dörtgenler konusu ile ilgili alan yazına bakıldığında ise farklı öğretim ortamlarında (örneğin, Genç, 2010; Gülbağcı, 2019; Okumuş, 2011) ve farklı öğretim yöntemleri (örneğin, Dışbudak, 2017; Özkuzukıran, 2020; Tekin, 2018) kullanılarak dörtgenler konusunun gelişimine; öğrencilerin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının dörtgenler konusu ile ilgili var olan kavram yanlışlarının tespiti (örneğin, Başışık, 2010; Özkan ve Bal,

2012; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017) üzerine çalışmaların olduğu görülmektedir. Ayrıca yapılan çalışmalarda dinamik geometri yazılımı kullanılarak dörtgenlerin genelleme süreçlerinin incelenmesine dair bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu yüzden yapılan araştırmanın alandaki boşluğu kapatmada önemli olduğu düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu çalışmada öğretim ortamı dinamik matematik yazılımlarından GeoGebra kullanılarak hazırlanmış ve araştırma coronavirus pandemi sürecine rastlamıştır. Araştırmada genelleme sürecini ortaya çıkaracağı düşünülen araştırmaya özgü tasarlanmış sorular ve GeoGebra’da hazırlanmış etkinlikler sınırlı sayıda öğrenciye uygulanmış ve genelleme süreçlerinin betimlenmesinde Ellis (2007)’in taksonomisi kullanılmıştır.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde, araştırmaya katılan öğrencilerin gerçek fikirlerini ortaya koydukları varsayılmaktadır. Araştırma grubundaki katılımcıların performanslarını olabildiğince iyi derecede sergiledikleri düşünülmekte, davranışlarının içinde bulundukları şartlardan eşit düzeyde etkilendikleri varsayılmaktadır. Araştırma için kullanılan veri toplama araçlarının, araştırmanın amacını gerçekleştirecek yeterlikte ve geçerli bilgileri yansıtacak nitelikte olduğu varsayılmaktadır.

1.6. Tanımlar

Matematiksel Genelleme. Temelde örüntünün hissedilmesi ile başlayan, benzer olan nesneleri tanımlayıp bu nesneler arasında ilişki kurarak nesnelerin tüm özelliklerini kapsayacak şekilde bir ifade oluşturmak amacıyla aşamalı olarak ilerleyen üst bilişsel bir süreçtir (Dörfler, 1991; Krutestki, 1976; Mason, Burton ve Stacey, 1985; Polya, 1957).

GeoGebra. Geometri, cebir ve analizi birleştiren, ilkokuldan üniversiteye kadar her kademe de matematik öğrenme ve öğretmede kullanılabilen bir dinamik matematik yazılımıdır (Hohenwarter ve Fuchs, 2004).

Dörtgen. Kenarları doğru parçası olan ve tüm köşeleri aynı düzlem üzerinde bulunan, üç köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekildir (Pereira-Mendoza, 1993).

Yamuk. En az bir çift kenarı paralel olan dörtgendir (De Villiers, 1994).

Paralelkenar. Karşılıklı iki çift kenar uzunlukları eşit olan dörtgendir (Toprakçı ve Çakıroğlu, 2015).

Eşkenar Dörtgen. Bir çift komşu kenarı eşit uzunluklu ve karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir (Toprakçı ve Çakıroğlu, 2015).

Dikdörtgen. Karşılıklı kenarları paralel ve en az bir açısı 90° olan dörtgendir (Toprakçı ve Çakıroğlu, 2015).

Kare. Bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgendir (Toprakçı ve Çakıroğlu, 2015).



2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Araştırmanın bu bölümünde matematiksel genelleme, dörtgenler, Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve dinamik matematik yazılımı ile ilgili kavramsal çerçeveye yer verilecektir.

2.1. Matematiksel Genelleme

Matematiksel düşünme, üst düzey beceriler gerektiren bir düşünme sürecidir. Bu süreçte bireylerden daha önce kazandıkları matematiksel bilgileri, sembolleri ve kavramları kullanarak hipotez kurup test etmeleri, tahminde bulunabilmeleri, kanıtlama, betimleme, genelleme ve soyutlama yapabilmeleri beklenmektedir. Matematiksel düşünme matematiksel kavramları tanımlayarak onlar arasında ilişki kurmayı içerir ve genellemeler bu ilişkiler sonucunda meydana gelen bir süreçtir (Yılmaz ve Argün, 2013). Matematik alanında başarı elde etmek, matematiksel olarak düşünmek ve öğrenmek için genellenmenin rolü büyüktür. Mason'a (1996) göre "Genelleme matematiğin özüdür". Matematik öğretiminde bireylerin "özelde geneli görme" ve "genelde özeli görme" olmak üzere iki farklı bakış açısına sahip olmaları gerekmektedir (Mason, 1996).

Polya'ya (1957) göre genelleme aşamalı olarak ilerleyen bir süreçtir. Bu süreçte gözlemlenen olayın açıklanması, konuya dair örneklerin verilmesi ve daha sonra özel örneklerin incelenmesi beklenmektedir. Ayrıca, genellenmenin mutlaka bir matematiksel ispatla son bulması gerekmektedir.

Krutestki (1976), öğrencilerin genellemeleri doğru formüle edebilmeleri için nesneleri spesifik içeriklerden soyutlamaları, benzer yapıları ve ilişkileri seçmeleri gerektiğini belirtmiş ve genellemeyi yüksek bilişsel yeteneklerden biri olarak sınıflandırmıştır. Ayrıca genellenmenin iki yönden dikkate alınması gerektiğini vurgulamıştır. Genellemeye sayı sembollerinin ya da harflerin kullanılıp benzer özelliklerin keşfedilmesi ve genelleştirilmiş çözüm ya da ispatın ortaya konması olarak bakarken, her iki durumda da nesne veya işlemlerin arasından benzerliklerden yola çıkarak gerekli ve genel olanı seçip genelleme yapmak gerektiğini aktarmıştır. Mason, Burton ve Stacey (1985) genellenmenin dile getirilmese bile, temelde örüntünün hissedilmesi ile başladığını, bireylerin edinmiş oldukları bilgilerden yola çıkarak bir düzenin ya da örüntünün fark edilmesi sürecinde yaptıkları eylemlerin

veya söyledikleri ifadelerin genelleme olduğunu belirtmektedirler. Purwanto (2020) genellemeyi her bir örnek veya durumdan benzerlikler bulma süreci olarak tanımlar.

Malara (2012)'ya göre örüntüyü belirlemek, benzer olan nesneleri tanımlamak ve bu nesneler arasında ilişki kurmak genelleme sürecinin temelini oluşturur. Bu süreçte asıl unsur nesneler arasındaki benzerlikler değil, bu benzerlikleri genişletme ve uyarılmanın yanı sıra nesneyi özel durumlardan olası tüm durumlara değiştirmektir.

Genelleme, nesnelerin tüm özelliklerini kapsayacak şekilde bir ifade oluşturmak amacıyla bilgiyi aktarmanın bir yolu olarak görülebilir. “genelleme” ve “genelleme yapma” kavramları farklı anlamlarda düşünülebilir. Genelleme, bilişsel yapıların yerini tutan ürünleri ortaya çıkaran kişisel algının içinde psikolojik bir süreçken; genelleme yapma, mevcut veya genel durumların ortaya çıkmasını sağlayan sosyal-bilişsel bir süreçtir (Dörfler, 1991).

Kaput (1999) genelleme kavramını, örnek durum veya durumların ötesinde akıl yürüterek veya iletişim kurarak örnek durumlar arasındaki ortak özelliklerin belirlenmesi veya açığa çıkarılması ya da akıl yürütme ve iletişim kurma eylemlerini örnek durumların kendilerine değil, daha çok kalıplar, prosedürler üzerinde olduğu bir düzeye yükseltmek, örüntüler arasındaki bir örüntüye, yapıya veya ilişkiye taşımak şeklinde tanımlar.

Kirwan (2015), genişleme, soyutlama, işlem ve nesne olmak üzere genellenenin dört özelliği olduğunu belirtmiştir. İşlem özelliğine göre genelleme bir nesne değil, bir eylem veya faaliyettir. Görünüşte işlem özelliğine aykırı olan nesne özelliğini bir sürecin sonucu olarak tanımlamıştır .

Mitchelmore (2002), genellenenin farklı anlamları olduğunu belirterek genellemeyi G1, G2 ve G3 olmak üzere üç kategoriye ayırmıştır.

G1, soyutlama veya kavram ile eş anlamlılıktır. Birçok araştırmacı genellemeyi soyutlama ile eş anlamlı olarak kabul eder. Örneğin, Dreyfus (1991) genellemeyi soyutlamanın ilk aşaması olarak görür.

G2, mevcut bir kavramın genişlemesidir. G2, ampirik genişleme, matematiksel genişleme ve matematiksel buluş olmak üzere üç alt başlığa ayrılmıştır. Ampirik genişleme, birey mevcut kavramın ya da şemanın geçerli olduğu başka bağlamlar bulduğu zaman ortaya çıkar. Örneğin, birey ders kitabında sadece dörtgene dair

diyagramları görmesine rağmen, karenin, dikdörtgenin ya da paralelkenarında dörtgen olduğunu kabul eder. Matematiksel genişleme, bir matematiksel nesne sınıfı (örneğin tam sayılar) farklı bir benzerliğe dayanan daha geniş bir nesne sınıfına (örneğin rasyonel sayılar) gömüldüğünde ortaya çıkar. Bu durumda ilk sınıfın elemanları ile benzerlik, daha geniş bir sınıfın elemanları ile ilişkilendirmek için yeniden yapılandırılmalıdır. Matematiksel buluş, birey bildiği bir kavramın özelliklerini kasıtlı olarak bir veya birden fazlasını değiştirerek ya da çıkartarak daha genel bir kavram oluşturduğunda ortaya çıkar. Örneğin, paralellik aksiyomlarını değiştirerek Öklid dışı geometrinin icadıdır. G3, mevcut kavramları ilişkilendiren bir teorem olarak adlandırılan bu kategoride genelleme terimi genellikle bazı nesne kümelerinin tüm üyeleri arasında geçerli olan bir ilişkiyi ifade eder. Bu genelleme anlamının tipik örneği olarak “köpekler insanlar kadar uzun yaşamaz” verilebilir.

2.1.1. Genelleme Türleri

Genellemeyi, verilen bir argümanın daha geniş bir bağlamda ifade edilmesi olarak tanımlayan Harel ve Tall (1991), bireyin zihinsel yapısına bağlı üç farklı genelleme türü olduğundan bahsetmektedirler. *Kapsamlı genelleme (expansive generalization)*, birey mevcut bir şemayı yeniden yapılandırmadan uygulanabilirlik alanını genişlettiğinde meydana gelir. *Yapılandırmacı genelleme (reconstructive generalization)*, birey mevcut bir şemayı yeniden yapılandırıp uygulanabilirlik alanını genişlettiğinde meydana gelir. *Ayrıştırıcı genelleme (disjunctive generalization)*, birey bildiği bir bağlamdan yenisine geçerken, yeni bağlamla başa çıkabilmek için yeni ayrık bir şema oluşturup, bu oluşturduğu ayrık şemayı mevcut şemalar dizisine eklediğinde meydana gelir. Kapsamlı ve yapılandırmacı genellemeler bilişsel gelişim için çok daha uygundur ve bunlardan kapsamlı genelleme yapılandırmacı genellemeden bilişsel olarak daha kolaydır. Bununla birlikte kapsamlı genelleme kısa vadede daha kolay olsa da, uzun vadede bilginin yeniden düzenlenmesi, yeni bilgilerin ortaya çıkması bakımından yapılandırmacı genellenenin daha uygun olduğu görülmüştür. Ayrıştırıcı genelleme bireyin daha geniş bir matematiksel yelpazesıyla başa çıkmasına imkân sağlarken, aynı zamanda bireyin daha genel problem sınıfını çözmek için ihtiyaç duyduğu prosedür sayısını arttırmaktadır. Ancak başarılı bir genelleme olduğu düşünülse de genele ait özel bir örneği içermediğinden zayıf öğrenciler için başarısızlık olarak görülmektedir (Harel ve Tall, 1991).

Genellemeye didaktik bir bakış açısıyla bakan Radford (1996), genellenenin genelleştirdiğimiz matematiksel nesnelere bağlı olduğunu ve genellenenin bağlamdan bağımsız bir etkinlik olamayacağını belirtmiştir. Geometrik ve sayısal örüntülerin genelleştirilmesindeki amaç yeni bir sonuç elde etmektir. Bu biçimde düşünüldüğünde genelleme bir kavram değildir. Bir teori dahilinde ve belirli sonuçlardan başlayarak yeni sonuçların üretilmesine izin veren prosedürdür. Genellenenin altında yatan mantık bireyin matematiksel düşüncesine bağlı olarak farklılık gösterebilir.

Radford (2003)'a göre genellemeler *olgusal (factual) genelleme*, *bağlamsal (contextual) genelleme* ve *sembolik (symbolic) genelleme* olarak üç aşamadan oluşmaktadır: İlk aşama olan olgusal genellemede eylemler işlemsel olarak yürütülürken genelleme fiziksel boyutta kalmaktadır. Genelleme sürecinin başlangıcı olan bu aşamada belirsizlikler isimsiz kalırken, genelleme sayılar üzerinde gerçekleştirilen eylemlere dayanır. Eylemler burada sözcüklerden, jestlerden ve algısal etkinliklerden oluşmaktadır. İkinci aşama olan bağlamsal genelleme olgusal genellenenin aksine yalnızca sayısal eylemleri genellemez. Burada birey dilin işlevselliğini kullanarak nesneleri somutlaştırıp bir betimleme yoluyla adlandırır. Bununla birlikte birey gördüğü nesnelerden yola çıkarak bir sonraki kavram hakkında yorum yapabilmektedir. Üçüncü aşama olan sembolik genellemede ise harflerin kullanılarak cebirsel gösterimlerin yapıldığı aşamadır. Formülü oluşturan harfler bireyin olgusal ve bağlamsal genellemelerde söylediklerine işaret eden dizinlerin rolünü oynar. Yani belirsiz olan isim bulmaktadır (Radford, 2003; 2010).

Radford ve Peirce (2006) genelleme sürecini *aritmetik genelleme* ve *cebirsel genelleme* olarak ele almaktadır. Aritmetik genellemede verilen örüntüye dair ortak özelliklerin fark edilmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi beklenirken tüm terimler için geçerli olacak bir ifadenin yazılması beklenmez. Cebirsel genelleme de ise örüntüde fark edilen ortak yönlerden ve ilişkilerden yararlanarak her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılması beklenir.

Dörfler (1991) ise genellemeyi *ampirik genelleme* ve *teorik genelleme* olarak ele almaktadır. Ampirik genelleme, bazı nesnelerin veya durumların dış görünüşlerinin karşılaştırılması ile ortak özelliklerinin bulunması ve bu özelliklerin nesne veya durumların genel özelliği olarak nitelendirmeyi gerektirir. Örneğin, dörtgen kavramını oluşturmak için birey dörtgen olan ve olmayan nesneleri

kıyaslayıp, dörtgen olan nesnelerin ortak özelliklerini fark eder. Daha sonra bir nesnenin dörtgen olabilmesi için gerekli olan özellikleri (dört kenarlı, dört köşeli gibi) zihinde somutlaştırması gerekir. Böylelikle somutlaştırılan bu nesneler, diğer nesnelerden soyutlanarak dörtgen kavramı oluşturulur. Ancak ampirik genelleme nesnelerin dış görünüşlerine bağlı olduğu için sınırlıdır. Teorik genelleme ise oluşturulan kavramı ortak özelliklerinden çıkarımlarda bulunarak genelleme yapmaktan ziyade kavramın bütün elemanları arasındaki ilişkilerden yola çıkarak kavramın soyutlanmasını gerektirir.

Stacey (1989) genellemeyi *yakın genelleme* ve *uzak genelleme* olarak ikiye ayırır. Yakın genelleme, şekil ya da sayı örüntülerinde bir sonraki adımın bulunmasını içerir. Uzak genelleme ise verilen örüntüye ait genel bir kuralın oluşturulması ve kullanılmasıdır.

2.1.2. Genelleme Seviyeleri

Garcia-Cruz ve Martinon (1998) yaptıkları çalışmada genelleme seviyelerini *prosedürel aktivite*, *prosedürel anlayış* ve *küresel genelleme* olarak üç aşamada incelemişlerdir (aktaran; Yılmaz, 2011).

Seviye-1 (Prosedürel Aktivite)

Bu seviyede birey örüntünün yinelemeli ve özyinelemeli özelliklerini fark etmektedir. Bu stratejiler genelleştirilemezler ancak değişkenlerin sabit farkını görmede önemlidirler. Bu rutin davranışlar daha sonra geliştirilen kuralların değerlendirilmelerini kontrol ederken kullanılmaktadır.

Seviye-2 (Prosedürel Anlayış, Yerel Genelleme)

Verilen herhangi bir yeni problemde resim veya sayısal dizi üzerinde gerçekleştirilen eylemin sonucunda bir değişmezin kurulmasıdır. Bu problemde probleme farklılık göstermektedir. Değişmezin kurulmasından kasıt belirli bir terimi hesaplamak için yapılan işlemler sonucunda elde edilen kuralın, aynı veya benzer problem ve durum içinde başka herhangi bir hesaplama uygulanması anlamına gelmektedir. Burada genelleştirilmiş olan, bir hesap için özel kural belirlenmesidir. Bu kuralın her zaman değişken olan ve olmayan öğeleri vardır ve bu kurala verilen karakter ve değişken unsurlar bir genelleme olarak ele alınmaktadır. Burada öğrenci yerel bir genelleme yapmaktadır.

Seviye-3 (Kavramsal Anlayış, Küresel Genelleme)

Burada birey bir stratejiyi genellemiştir. Bireyin yeni ama benzer problemde benzer eylemi gerçekleştirip genelleme ürünü olarak bir strateji ortaya koymaktadır. Daha önce bir problemde geliştirilen ve kullanılan kural, artık bir eylem için bir uyarıcı görevi gören nesnedir. Bu uyaran özümseyip zihinde uygun olan bir şemaya yerleştirilmektedir. Böylece bireyin süreç içerisindeki bütün eylemleri dikkate alınarak strateji oluşturulmaktadır. Oluşturulan strateji, benzer problemlerde kullanılmaktadır.

2.1.3. Genelleme Sınıflandırması

Genelleme, yalnızca doğru bir matematiksel kural veya ilkenin üretimi değil, aynı zamanda matematikçilerin belirli bir bağlamda matematiksel olarak yararlı olduğunu önceden belirledikleri bir kuralın üretimi olarak da görülmektedir (Ellis, 2007). Genellemeyi bir süreç olarak ele alan Ellis (2007), yaptığı çalışmanın sonucunda genellenin bir sınıflandırmasını oluşturmuş ve genellemeyi *genelleme eylemleri* ve *yansıma genellemeleri* olarak ikiye ayırmıştır.

Genelleme Eylemleri

Genelleme eylemleri, bireyin hareketleri ve söylemleri içinde ortaya çıkan zihinsel eylemlerdir. Bireyin bir problemi çözerken kullandığı matematiksel işlemler ve ifadeler, görünürdeki matematiksel odağı, kullandığı özellikler ve ilişkiler veya oluşturduğu stratejiler gibi problem çözme davranışlarının incelenmesi, genelleme girişimlerinde bireyin kullandığı zihinsel eylem çeşitlerinin tanımlamasıdır. Davranışların kendisi genelleme eylemlerini oluşturmazken bireyin ne tür bir genelleme eylemini gerçekleştirdiğini belirlemede araştırmacıya yardımcı olur. Genelleme eylemi kavramı, belirli davranışlarla sonuçlanabilecek temel bir süreci anlamlandırmanın yalnızca bir yoludur.

Ellis (2007) genelleme eylemlerini, ilişkilendirme, araştırma ve genişletme olarak üç ana kategoriye ayırmıştır. Taksonomi bu üç eylemi birbirinden ayırarak, birey genelleme yaptıkça oluşan zihinsel etkinliklerdeki farklılıkları açıklar. Bu kategoriler kesin çizgilerle birbirinden ayrılmaz. Bireyin eylemleri, akıl yürütürken ilk odaklarına göre belirli bir kategoriye girecek şekilde sınıflandırma yapılmıştır.

İlişkilendirme

İki veya daha fazla durum, problem, fikir veya nesne arasında bir ilişki veya bağlantı kurulduğunda gerçekleşir. Bireyin bu kategoride yaptığı eylemler amaçlı olmaktan ziyade rastgeledir. Birey ilişki kurmaya başladığında iki veya daha fazla durum arasında bir benzerlik ilişkisi algılar ancak durumların nasıl bağlantılı olduğunu tam olarak açıklayamaz. İlişkilendirme iki alt kategoriye ayrılmaktadır: durumları ilişkilendirme ve nesneleri ilişkilendirme.

Durumları ilişkilendirme, iki veya daha fazla sorun veya durum arasında bir ilişki kurulmasını içerir. Burada neyin durum olduğu öğrencinin algısına bağlıdır. Bir problemi çevreleyen bağlama veya belirli bir zamandaki koşulların birleşimine bağlı olarak değişebilir. Bu nedenle, bir öğrenci iki durumu farklı algılayıp daha sonra bunlar arasında bir benzerlik ilişkisi kurarsa, bağlamlar her ne kadar araştırmacı açısından özdeş görünse bile durumları ilişkilendiriyor olabilir. Öğrenci karşılaştığı durumu, daha önce karşılaştığı bir örnek ya da problemle ilişkilendirerek *geri bağlantı* yapıyor olabilir. Öğrenci eğer karşılaştığı durumdan yola çıkarak benzer bir durum ortaya çıkarıyorsa *yeni oluşturma* yapıyor olabilir.

Nesneleri ilişkilendirme, öğrenci matematiksel nesneler arasında bir ilişki kurar. Öğrenciler, denklemler, grafikler, tablolar veya diğer matematiksel temsiller gibi iki veya daha fazla matematiksel nesne arasında benzer *özelliklere* dayanarak ilişki kurarlar ya da matematiksel nesnelerin görsel veya şekilsel olarak yani *formlarına* dayanarak ilişki kurabilirler. Önceki durumları ilişkilendirme kategorisinin aksine, nesneleri ilişkilendiren öğrenciler nesnelerin farklı bağlamlar veya durumlarla ilişkili olduğunu düşünmezler ve sorudaki nesnelerle ilişkilendirirler. Örneğin, bir eşitliğin farklı bir eşitlikle aynı yapıya sahip olduğunun veya iki grafiğin benzer özelliklere sahip olduğunun farkına varır (Yılmaz, 2011).

Araştırma

Öğrenci araştırma yaparken benzer unsurların çıkıp çıkmayacağını belirlemek için tekrarlanan eylemi gerçekleştirecektir. Burada yapılan eylemler daha amaçlıdır. Öğrenciler birden çok sayı çifti üzerinde bir oran hesaplamasına giderek aynı eylemleri gerçekleştirirler. Bu tekrarlanan eylem yoluyla bir benzerlik unsuru bulmaya çalışarak öğrencinin amacı aynılık ögesini bulmaktır. Öğrenci bir benzerlik ilişkisinin var olup olmadığını veya ne olabileceğini bilemeyebilir ancak araştırarak

en az bir tane bulabileceğini tahmin eder. Böylece öğrenci araştırma eylemleriyle bir benzerlik ilişkisi ortaya çıkarmaktan ziyade daha önce var olan bir *aynı ilişkiyi* birden çok örnekte bulmayı amaçlar. Öğrenci bulduğu ilişkinin tüm durumlar için geçerli olup olmadığına bakmak için *aynı prosedürü* farklı durumlarda araştırır. *Aynı ilişkiyi araştırma* ve *aynı prosedürü araştırma* birbirine benzemektedir ve araştırmacının ayırt etmesi zor olabilir. Ancak araştırmacının bu ikisi arasında ayırım yapabilmesi için öğrencinin konuyu anladığına dair yargısına dayanır. Öğrenci, verilen bir örüntü de örüntünün sabit kalıp kalmadığını araştırabilir. Bu durum *aynı örüntüyü araştırma* olarak kodlanır. Bu üç kategori öğrencinin yaptığı işlemler üzerinde odaklanmaktadır. Öğrenci aynı prosedür, ilişki veya örüntü aracılığıyla aynılık arayışına girdiklerinde odak noktaları bu eylemlerin sonucundan çok kendini tekrarlayan eylemlere odaklanırlar. Bunun aksine *aynı çözümü araştırdıklarında*, eylemlerinin sonucuna odaklanırlar.

Genişletme

Öğrenci, verilen durumlarda sadece örüntü veya benzerlik ilişkisini fark etmekle kalmayıp, bu örüntüleri ya da benzer ilişkileri daha genel bir yapıya genişletirse, genelleme eylemi genişletme kategorisine girer. Genişletme sırasında birey yaptığı muhakemeyi durumun ötesine geçecek şekilde genişletir ve bu eylem aracılığıyla birey ilk baştaki durum için yeni bir geçerlilik alanı, bir sınıfın yeni elemanı, yeni bir ilişki, yeni bir yapı veya genel bir fenomenin yeni bir açıklaması gibi yeni bir şey üretir. Yani verilen durum, ona sebep olan olayın ötesinde daha geniş durumlara uygulanırsa *uygulanabilirlik alanını genişletmek* olarak adlandırılır. Bazen de yapılan genellemelerden küresel bir durum ortaya çıkarmak için özellikleri, ilişkileri veya başka bir fenomeni tanımlarından bazı bağlamsal *ayrıntıları uzaklaştırırlar*. Daha sonra belirli nesnelerin bir sınıfını ve bu sınıftaki her bir nesne için geçerli olacak genel bir fenomen tanımlanmaya devam edilir. Birey ilişki veya örüntüler üzerinde işlemler yaparak bir fenomenin örneklerini genişletiyorsa ve bu genişletme sonucunda işlemler ilişkiyi, örüntüyü veya temsilleri değiştiriyorsa *işlem ile genişletme* yapılmış olur. Birey verilen örüntüyü değiştirmeden tekrar tekrar uygularsa örüntüyü veya fikri *devam ettirmektedir*. Burada odak noktası örüntüye neden olan ilişki üzerinedir.

Tablo 2. 1. Genelleme Eylemleri (Ellis, 2007; akt. Yılmaz, 2011)

İLİŞKİLENDİRME	1.Durumları İlişkilendirme: İki veya daha fazla durum arasındaki bir çağrışımın oluşması (Örneğin; karenin gerek ve yeter koşulları belirlenirken kenar uzunluğu, açı ölçüsü gibi kriterlerle belirlenmesi.)	Geri Bağlantı: Mevcut bir durum ve daha önce karşılaşılan bir durum arasındaki bir bağlantının oluşumu.
	2. Nesneleri İlişkilendirme: İki veya daha fazla mevcut nesne arasındaki benzerliklerin bir çağrışımının oluşması (Örneğin, farklı prototiplere sahip karelerin gerek ve yeter koşullarının her zaman aynı olduğunun fark edilmesi.)	Yeniye Oluşturma: Mevcut duruma benzer olan yeni bir durumun ortaya çıkarılması. Özellik: Her ikisine benzer özellikler üzerine odaklanarak nesnelerin çağrışımı. Form: Benzer formları üzerine odaklanarak nesnelerin çağrışımı
ARAŞTIRMA	1.Aynı İlişkiyi Araştırma: İki veya daha fazla nesne arasındaki sabit ilişkiyi belirlemek için tekrarlayan bir hareketin performansı. (Örneğin; kare ile dikdörtgen arasındaki ortak özelliklerin belirlenmesi.)	
	2.Aynı Prosedürü Araştırma: Tüm durumlar için geçerli olup olmadığını test etmek için bir prosedürün tekrarlanan performansı. (Örneğin; verilen bir örüntü sorusunda örüntünün sabit kalıp kalmadığını araştırır.)	
	3.Aynı Örüntüyü Araştırma: Belirlenmiş bir örüntünün karşılıklı tüm durumlar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek için tekrarlanan performans. (Örneğin; keşfedilen bir örüntü kuralının her zaman geçerli olup olmadığını kontrol etmek için örüntünün farklı adımlarında kuralı kontrol etmek.)	
	4.Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma: Hareketin sonucunun her zaman eşit olup olmadığını belirlemek için tekrarlanan bir hareketin performansı. (Örneğin; kare ile dikdörtgen arasındaki ortak özelliklerin her zaman geçerli olduğunu farklı kare ve dikdörtgenler oluşturarak belirlenmesi.)	
GENİŞLETME	1.Uygulanabilirlik Alanını Genişletme: Bir fenomenin, durumların orijinalinden daha geniş bir alanda uygulanması. (Örneğin; dikdörtgendeki tüm özelliklerin karede olduğunun keşfedilmesi.)	
	2.Ayrıntıları Uzaklaştırma: Global bir durum elde etmek için aynı içeriksel detayların uzaklaştırılması. (Örneğin; dikdörtgen ile karenin arasındaki farklı özelliklerin keşfedilmesi.)	
	3.İşlem: Yeni durumlar ortaya çıkarmak için bir nesne üzerinde işlem hareketi. (Örneğin, verilen bir $a:b$ oranını kişi c gibi bir sabitle çarpıyorsa mevcut oranın temsilini değiştirmiş ve $ca:cb$ şeklinde ifade etmiş olur.)	
	4.Devam Ettirme: Yeni durumlar ortaya çıkarmak için ortadaki bir örüntüyü tekrarlama hareketi. (Örneğin; verilen bir örüntünün farklı adımdaki değeri bulmak için keşfedilen örüntü kuralını kullanmak yerine ritmik olarak artış ya da azalışlar “ikişer artıyor, üçer azalıyor gibi” yapıp değeri bulmaya çalışır.)	

Yansıma (Refleksiyon) Genellemeleri

Bireylerin genellemedeki düşüncelerine ait son ifadeleridir. Genelleme süreci sonunda bireylerin ortaya çıkardıkları ürünü yani genelleme ifadesini belirtmektedir. Yani birey burada açıkça bilinen bir özellik, örüntü veya benzerliklerin ilişkilerini belirtmektedir. Hatta bu sürecin sonunda bir örüntü, kural ya da tanımın ortaya konması beklenir. Ancak birey sözlü ya da yazılı bir durumu ortaya koymadan, yeni bir problem için önceki durumlardan edindiği bir fikri uyguluyorsa yani genelleştirmenin sonucunu kullanıyorsa bu süreçte yansıma genellemesi olarak ifade edilir (Yılmaz, 2011).

Ellis (2007) yansıma genellemelerini, belirlemeye veya açıklama, tanımlama ve etki olmak üzere üç kategoriye ayırmıştır.

Belirleme veya Açıklama

Birey bir genelleme belirlediğinde, genel bir örüntüye, özelliğe, kurala veya stratejiye atıfta bulunabilir ya da farklı durumlarda, problemlerde ortak bir unsuru açıkça tanımlayabilir. Tanımlar veya ifadeler ortaya koyan bireyler, genellemelerinin sonucunda elde ettiklerini sözlü veya yazılı olarak, bir tanımlama veya matematiksel bir ifade ile açıklarlar. Belirleme veya açıklama üç alt kategoriye ayrılır; fenomeni devam ettirme, özdeşlik ve genel prensip.

Fenomeni devam ettirme, tipik olarak belirli bir durumun ötesine uzanan özellikleri, bir süreklilik, hareket veya dinamik bir ilişki duygusu ile karakterize eder. Yani bireyler, “devam ediyor”, “her ne olursa olsun değişmiyor” veya “her *a* için *b*’yi görürüz” ifadelerini kullanırlar.

Özdeşlik, bireyler iki veya daha fazla durumu veya nesneyi birbirine bağlayan özelliği algıladıklarında, özelliği açıkça tanımlarlar. Bazen benzer olarak algılanan *ortak özellik* üzerinde odaklanılır, bazen de aynı olarak algılanan *nesneler*, *temsiller* veya *durumlar* üzerinde odaklanılır (Yılmaz, 2011).

Genel prensipte, bireyler genel kuralları, örüntüleri, stratejileri ve global kuralları belirlerler. Bu ifadeler cebirsel bir biçimde ortaya çıktığında birçok araştırmacının aradığı veya geçerli olarak kabul ettiği genelleme türünü temsil eder. Matematiksel ilişkileri tanımlayan kuralların, sözlü veya yazılı açıklamaları ya da cebirsel tanımlamaları olarak *genel kurallar*; sözlü veya yazılı bir matematiksel örüntü tanımlandığında *genel örüntüler*; stratejiler artık belirli bir durumda

gerçekleştirilen eylemlerle sınırlı olmayan şekillerde tanımlandığında *genel stratejiler veya prosedürler*; matematiksel nesnelerin veya fikirlerin anlamı hakkında (örneğin, doğrusallığı neyin oluşturduğu veya eğimin neyi temsil ettiği gibi genel bir fikir anlayışı) genellemeler tanımlandığında *global kurallar* ortaya çıkar.

Tanımlama

Bireylerin bir örüntünün, ilişkinin, sınıfın veya başka bir olgunun temel karakterini aktaran ifadelerde bulundukları durumlar tanımlama olarak nitelendirilir. Bir özelliği veya ilişkiyi genişleten birey, özelliğin veya ilişkinin uygulandığı bir sınıfı tanımlayabilir. Ancak oluşturulan bu sınıf matematiksel olarak bütün sınıfı temsil etmeyebilir, bireyin gözünde özelliğin veya ilişkinin uygulandığı sınıf olması yeterlidir (Oflaz, 2017).

Etki

Bireylerin daha önceden geliştirdikleri genellemeleri yeni problemlerde veya bağlamlarda uyguladıkları durumlarda ortaya çıkar. Eğer daha önceden geliştiren genellenmenin uygulaması yapılıyorsa *önsel fikir*; yeni bir problemle veya durumla karşılaştığında yapılan genelleme uyarlanmaya çalışılıyorsa *modifiye edilmiş fikir* veya *strateji* olarak adlandırılır.

Tablo 2. 2. Yansıma (Refleksiyon) Genellemeleri (Ellis, 2007; akt. Yılmaz, 2011)

BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA	1.Fenomeni Devam Ettirme: Spesifik bir durumun ötesinde dinamik bir özelliğin genişlemesinin saptanması. (Örneğin; karenin bir dikdörtgen olduğunun belirtilmesi.)	Ortak Özellik: Objeler veya durumlar için ortak özellik saptanması.
	2.Özdeşlik: Benzerlik veya ortaklık durumu (Örneğin; daha önce iki çokgen arasında belirlenen bir oranın farklı çokgenlerde de geçerli olup olmadığının belirlenmesi.)	Objeler veya Temsiller: Benzer veya özdeş olan objelerin saptanması.
		Durumlar: Benzer veya özdeş olan durumların saptanması.
	3.Genel Prensi: Genel bir fenomenin durumu (Örneğin; dikdörtgenin kenar uzunluklarının birbirine eşit olması durumunda kare oluşur.)	Kural: Genel bir formül veya olay tanımlaması. Örüntü: Genel bir örüntü tanımlaması. Strateji ve Prosedür: Spesifik bir durumun ötesinde bir metot genişlemesinin tanımlaması

Global Kural: Bir obje veya fikrin anlamının durumu.

TANIMLAMA	1.Objeler Sınıfı: Verilen bir ilişki, örüntü veya diğer fenomenlerin tümünü sağlayan bir objeler sınıfının tanımlanması. (Örneğin, kare kenar uzunlukları eşit bir dikdörtgendir.)
ETKİ	1.Önsel Fikir veya Strateji: Daha önce geliştirilen bir genellenmenin uygulanması (Örneğin, dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfedip, kare bir dikdörtgen olduğu için aynı zamanda kare bir paralelkenardır genellemesinin yapılması.) 2.Modifiye Edilmiş Fikir veya Strateji: Ortadaki bir genellenmenin yeni bir problem veya durumun uyarlanması. (Örneğin, özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkinin keşfedilmesi sonucunda bunu kavram haritası ile gösterilmesi.)

Alan yazında genelleme konusu ile ilgili çalışmalara baktığımızda, öğrencilerin genelleme yaparken kullandığı stratejilerin belirlenmeye çalışıldığı (örneğin; Akyüz, 2016; Amit ve Neria, 2008; Chua ve Hoyles, 2010; Çayır, 2013; Çayır ve Akyüz, 2015; Lee ve Lee, 2015; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2014; Stacey, 1989) ve bu çalışmaların sonucunda yinelemeli strateji (örneğin; Amit ve Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2014), belirgin strateji ve orantı stratejisi (örneğin; Çayır ve Akyüz, 2015; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2014), kuralı bulma, örüntüyü yakın ve sonlu bir adıma devam ettirme (örneğin; Çayır, 2013), görsel ve sayısal strateji (örneğin; Lee ve Lee, 2015), sayma stratejisi, farkın çarpım stratejisi ve bütüne genişletme stratejisi (örneğin; Stacey, 1989) kullandıkları görülmüştür. Araştırmacılar genellemeyi matematiksel sürecin içinde alıp incelemişlerdir (örneğin; Göl, 2017; Tosun, 2019; Yıldırım ve Köse, 2018). Ortaokul öğrencileri ile çalışan Yıldırım ve Köse (2018), öğrencilerin yapmış oldukları genellemeleri sözel olarak açıklayabilmelerine rağmen cebirsel olarak açıklamakta zorlandıklarını, genelleme yaparken sayısal ve geometrik yaklaşımlar kullandıklarını ve sayısal yaklaşım kullanan öğrencilerin genellemelerini daha kolay açıkladıklarını belirtmiştir. 12. sınıflarla çalışan Göl (2017), soruların zorlukları arttıkça genelleme başarısının düştüğünü ve genellemede başarılı olan öğrencilerin Radford ve Pierce (2006) tarafından tanımlanmış genelleme hiyerarşisinde sembolik genellemeye ulaştıklarını belirtmiştir. 9. sınıf öğrencileri ile çalışan Tosun (2019) öğrencilerin genelleme aşamasındaki sorularda zorlanmadığını ve yaptıkları genellemeyi sözel olarak açıklayabildiklerini belirtmiştir. Genelleme ile ilgili yapılan yaygın çalışmalardan biri de örüntü genellemeleridir (örneğin; Çayır, 2013; Girit ve Akyüz, 2016;

Hargreaves, 1998; Lee ve Lee, 2015; Şahin, Akkoç ve Yeşildere, 2017; Tanışlı ve Köse, 2013). Aynı zamanda alan yazında öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan genelleme çalışmalarına rastlanmıştır (örneğin; Akkan ve Öztürk, 2017; Çekirdekçi ve Çekirdekçi, 2020; Demircioğlu, 2020; Özel, 2019; Tanışlı, Köse ve Camci, 2017; Yeşildere ve Akkoç, 2011; Zaskis ve Liljedahl, 2002). Lannin (2005) altıncı sınıflar ile yaptığı çalışmada geometrik şemaları kullanan öğrencilerin genelleme yapmada daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Çelebi (2013) ise ortaokul öğrencileri ile yaptığı çalışmada genelleme yaparak öğrencilerin problemlerin matematiksel yapısını daha iyi anladıklarını ve problem çözme yeteneklerinin geliştiğini belirtmiştir. Oflaz (2017) sekizinci sınıflarda yaptığı çalışmada, DNR tabanlı bir öğretim deneyi geliştirmiş ve bunu Ellis (2007) tarafından geliştirilen genelleme taksonomisini kullanarak yorumlamış; öğrencilerin genelleme taksonomisinde genelleme eylemlerini gerçekleştirdiklerini belirtmiştir. Aynı zamanda Oflaz (2017) taksonomide yer almayan otorite ile ilişkilendirme ve aynı parça araştırma kategorilerini de eklemiştir.

2.2. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri

Van Hiele'nin geliştirmiş olduğu bu model, bireylerin geometrik düşüncelerini karakterize eder. Modele göre bireyler geometri öğrenirken *görsel*, *betimsel*, *basit çıkarım*, *çıkartım* ve *sistemik düşünme düzeyi* olarak adlandırılabilen beş düzeyden geçerler. Düzeyler ne kadar bilgi sahibi olduğumuza değil, geometri alanında ne kadar farklı fikir sahibi olduğumuza ve geometriyi nasıl düşündüğümüze ilgilidir. Düzeyler bireylerin kavrama şekilleri bakımından birbirinden ayrılmakta ve modelde yer alan ardışık düzeyler bütünsel bir algıdan parçaları analiz etmeye, daha sonra matematiksel soyut çıkarımlarda bulunmaya doğru ilerlemektedir (Duarte Pakso, 2016).

Model, düzeylerin yanında birtakım ilkelere de sahiptir (Fuys, Gedders ve Tischler, 1988; Mason, 2019; Usiskin, 1982).

- Düzeyler ardışık olarak ilerlemektedir. Birey bulunduğu düzeyi halletmeden bir üst düzeye geçemez.
- Her düşünme seviyesinde, önceki seviyede içsel olan mevcut seviyede dışsal hale gelir.
- Her düşünme seviyesinin kendi dilsel sembolleri ve bu sembolleri birbirine bağlayan kendi ilişkiler sistemi vardır.

- Bir seviyeden bir sonraki seviyeye ilerleme yaş ve olgunlaşmadan çok eğitim deneyimlerine bağlıdır. Yani bir lise ikinci sınıf öğrencisi ile altıncı sınıf öğrencisi aynı seviyede olabilir.
- Farklı seviyelerde akıl yürüten iki kişi birbirini anlayamaz. Yani bir öğretmen öğrencilerine “kare bir paralelkenardır” bilgisini verdikten sonra herhangi bir açıklama yapmazsa, öğrenci bunu algılayamaz ve sadece ezberler.
- Eğer birey dörtgenlerden çok üçgenlere çalışmışsa, üçgenler hakkında yamuk gibi alışılmadık bir şekle göre daha sofistike bir şekilde düşünebilir. Bununla birlikte bir öğrenci bir içerik dizisinde belirli bir düşünce düzeyine ulaştığında, diğer alanlarda da bu düzeyde düşünmesi daha kolaydır. Çünkü şekiller ve özellikler arasındaki ilişkileri aramayı öğrenmiştir.

Düzey 1. Görsel Düzey (Visual Level)

Bu düzeyde geometrik şekiller dış görünüşlerine göre değerlendirilir. Bireyler şekilleri yalnızca görünüşleri ile veya daha önceden bilinen genel bir prototiple karşılaştırarak tanırlar (Mason, 2009). Ancak bu tanıma, şeklin özelliklerden (örneğin, kenar uzunluklarının birbirine eşit olması, kenarların birbirine paralel olması) yola çıkarak değildir. Geometrik şeklin bütününe odaklanırlar, özelliklerini algılayamazlar. Bu nedenle geometrik şekillerin boyutları, sayfadaki duruş yönü, konumu gibi unsurlar bireyler için anlamlıdır. Bir geometrik şekil verildikten sonra aynı şekli farklı bir konumda verildiğinde birey şekli tanımayabilir. Fuys, Gedders, ve Tischler (1988) yaptıkları çalışmanın sonucunda görsel düzey ile ilgili aşağıdaki göstergeleri tanımlamışlardır.

- ✓ Verilen bir şekli bütün olarak görünüşüne göre tanır.
 - Çok basit çizimlerin içinden,
 - Farklı pozisyonlarda,
 - Karmaşık bir yapının içerisinde.
- ✓ Bir şekli çizer, inşa eder veya kopyalar.
- ✓ Geometrik şekiller için standart veya standart olmayan isimler koyar.
- ✓ Geometrik şekilleri bir bütün olarak görünüşlerine göre karşılaştırır.
- ✓ Geometrik şekilleri görünüşlerine göre sözel olarak tanımlar.
- ✓ Rutin problemleri çözerken, şeklin özelliklerini dikkate almadan çözer.

- ✓ Geometrik şeklin parçalarını tanımlar ancak şeklin bileşenleri açısından incelemeyi, özelliklerin bir şekil sınıfını karakterize ettiğini düşünmez.

Düzey 2. Betimsel Düzey (Descriptive Level)

Bu düzeyde geometrik şekillerin analizi başlar. Bireyler gözlem veya deney yoluyla şekillerin özelliklerini fark ederler. Ancak bu özellikler arasındaki ilişkileri göremezler. Özellikler arasındaki ilişkiyi göremedikleri için bir şekle ait gerek ve yeter şartı içeren tanımlar yapamazlar (Duarte Paksu, 2016). Ayrıca bireyler şekilleri ait oldukları sınıflara göre değerlendirebilseler de bir şeklin başka bir sınıfında alt kümesi olabileceğini fark edemezler (Güven, Öztürk ve Bülbül, 2019). Fuys, Gedders, ve Tischler (1988) yaptıkları çalışmanın sonucunda betimsel düzeyi ile ilgili aşağıdaki göstergeleri tanımlamışlardır.

- ✓ Geometrik şeklin bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler ve test eder.
- ✓ İlişkiler ve geometrik şeklin bileşenleri için uygun ifadeleri hatırlar ve kullanır.
- ✓ Verilen iki geometrik şekli bileşenleri arasındaki ilişkilere göre karşılaştırır.
- ✓ Verilen geometrik şekillerin özelliklerini göz önünde bulundurarak seçim yapabilir.
- ✓ Geometrik şekli özelliklerine göre sözel olarak yorumlar, açıklar ve bu özelliklere göre şekli çizebilir.
- ✓ Geometrik şeklin özelliklerini görsel ve sözel olarak ifade eder ve bu özellikleri uygular.
- ✓ Geometrik şekillerin özelliklerini ampirik yollarla keşfeder ve bu özellikleri şekiller sınıfı için geneller.
- ✓ Geometrik şeklin özelliklerine dayanarak bir şekil sınıfını oluşturur.
- ✓ Verilen bazı özelliklerinden yararlanarak geometrik şeklin ne olduğunu ifade eder.
- ✓ Bir şekil sınıfını karakterize etmek için kullanılan özelliklerin başka bir şekil içinde geçerli olduğunu belirler ve özelliklerine göre şekil sınıflarını karşılaştırır.
- ✓ Farklı şekil sınıflarının özelliklerini keşfeder.
- ✓ Bir geometrik problemi şekillerin bilinen özelliklerini kullanarak çözer.

Düzey 3. Basit Çıkarım Düzeyi (Informal Deduction Level)

Birey bu düzeyde hem şekiller içinde hem de şekiller arasında özelliklerin birbiriyle olan ilişkisini kavramaya başlar. Böylece özellikler arasındaki ilişkileri görebildikleri için gerek ve yeter şartları içeren tanımlar yapabilirler ve bir kavramın birden fazla tanımı olabileceğinin farkındadırlar. Bu düzeydeki bireyler tanımlarının rolünü ve anlamını kavrayabilirler ve informal ifadeler kullanarak bildikleri ilişkilerden diğer ilişkileri çıkarabilirler (Duarte Paksu, 2016). Ancak bu düzeydeki birey, bir bütün olarak tümdengelimlin önemini veya aksiyomların rolünü kavrayamaz (Crowley, 1987). Bu yüzden matematiksel anlamda tümdengelimli bir çıkarımda bulunamazlar ve kendi ispatlarını oluşturamazlar. Fuys, Gedders, ve Tischler (1988) yaptıkları çalışmanın sonucunda mantıksal çıkarım öncesi ile ilgili aşağıdaki göstergeleri tanımlamışlardır.

- ✓ Bir şekil sınıfını karakterize eden farklı özellik kümelerini tanımlar ve bunların yeterli olup olmadığını test eder.
- ✓ Bir geometrik şekli tanımlamak için gerek ve yeter şartları belirler.
- ✓ Geometrik şekillerin bulunduğu sınıf için tanımları oluşturur ve kullanır.
- ✓ İnfomal çıkarımlarda bulunur.
 - Verilen bilgilerden bir sonuç çıkardıktan sonra, mantıksal ilişkiler kurarak sonucu doğrular.
 - Geometrik şekil sınıflarını sıralar.
 - İki özelliği karşılaştırarak sıralar.
 - Tümdengelim yoluyla yeni özellikler keşfeder.
- ✓ İnfomal olarak tümdengelimsel çıkarımlarda bulunur.
 - Tümdengelimsel bir çıkarımın aşamaların takip edebilir ve bu aşamalar hakkında fikirlerini paylaşabilir.
 - Tümdengelimsel bir çıkarımı kendi cümleleri ile ifade edip özetleyebilir.
- ✓ Bir şeyi kanıtlamak için birden fazla açıklama yapar ve bu açıklamaları diyagram kullanarak gerekçelendirir.
- ✓ İnfomal olarak bir ifade ile onun tersi arasındaki farkı anlar.
- ✓ Problemleri çözmek için stratejilere başvurur ve muhakeme yapar.
- ✓ Tümdengelimli çıkarımların rolünü anlar ve problemlere tümdengelimli yaklaşıp.
 - Tümdengelimlin anlamını aksiyomatik olarak kavrayamaz.

- Bir ifade ile onun tersi arasında mantıksal olarak bir ayrım yapamaz.

Düzey 4. Çıkarım Düzeyi (Formal Logic/Deduction Level)

Bu düzeyde birey tanımsız terimlerin, aksiyomların, tanımların, postulatların, teoremlerin ve ispatın birbiri ile olan rollerini kavrar ve aralarındaki ilişkiyi keşfederek aksiyomatik bir düşünme yapısı geliştirir. Birey sadece ezberlemekle kalmaz, kanıtlar oluşturabilir (Crowley, 1987), daha önce kanıtlanmış teorem ve aksiyomlardan yararlanarak tümdengelimle başka teoremleri ispatlayabilirler (Duatepe Paksu, 2016). Bir geometrik kavramın farklı tanımlarının yapılabileceğinin farkındadır. Verilen bir ifade ile onun tersi arasında mantıksal bir ayrım yapılabilir. Fuys, Gedders, ve Tischler (1988) yaptıkları çalışmanın sonucunda mantıksal çıkarım düzeyi ile ilgili aşağıdaki göstergeleri tanımlamışlardır.

- ✓ Tanımsız terimlerin, tanımların ve postulatların gerekliliğini fark eder.
- ✓ Formal bir tanımın özelliklerini (gerekli ve yeterli koşullar) belirler ve eşdeğer tanımlar yapar.
- ✓ Üçüncü düzeyde informal olarak açıklanan ilişkileri aksiyomatik bir ortamda kanıtlar.
- ✓ Bir teorem ile bu teoremin tersi arasındaki ilişkileri fark eder ve her iki teoremi de ispatlar.
- ✓ Teoremler arasındaki karşılıklı ilişkileri fark eder.
- ✓ Farklı teorem ispatlarını karşılaştırır ve aralarındaki farkları açıklar.
- ✓ Bir tanımlı veya önermenin mantıksal bir sırayla değiştirmenin etkilerini açıklar.
- ✓ Farklı teoremleri birleştiren temel prensiplere karar vererek yeni ilkeler ortaya koyabilir.
- ✓ Basit aksiyom kümelerinden kanıtlar oluşturur.

Düzey 5. SistematiK Düşünme Düzeyi (The Nature of Logical Laws/Rigor Level)

Bu düzey bireyin geometrik düşünme sürecindeki ulaşabileceği en üst düzeydir. Birey çeşitli aksiyomatik sistemlerde çalışabilir, bunlar üzerinden tanım ve teoremler oluşturabilir. Birey Öklid (Euclid) geometrisinde öğrendiklerini Öklid dışı geometride de geçerli olup olmadığını araştırır. Soyut çıkarımlar yapar. Fuys,

Gedders, ve Tischler (1988) yaptıkları çalışmanın sonucunda en üst düzey ile ilgili aşağıdaki göstergeleri tanımlamışlardır.

- ✓ Farklı aksiyomatik sistemlerde teoremler kurar.
- ✓ Aksiyomatik sistemleri karşılaştırır; aksiyomlardaki değişikliklerin ortaya çıkan geometriyi nasıl etkilediğini kendiliğinden araştırır.
- ✓ Bir aksiyomun tutarlılığını, bağımsızlığını ve farklı aksiyomlara denkliğini anlar ve aksiyomatik bir sistem oluşturur.
- ✓ Problem sınıflarını çözmek için genelleştirilmiş yöntemler üretir.
- ✓ Bir matematik teoreminin veya ilkesinin uygulanabileceği en geniş bağlamı arar.
- ✓ Mantıksal çıkarsamaya yönelik yeni anlayışlar ve yaklaşımlar geliştirmek için konu üzerinde derinlemesine çalışmalar yapar.

Yukarıda Van Hiele'nin geliştirmiş olduğu geometrik düşünme süreçleri açıklanmıştır. Bu açıklamalar ışığında Ellis'in geliştirmiş olduğu genelleme sınıflandırılmasındaki aşamaların hangi Van Hiele geometri düşünme düzeyine karşılık geldiğine bakılacaktır.

Ellis'in (2007) taksonomisinde genelleme eylemlerinden ilişkilendirme basamağına baktığımızda birey matematiksel nesneleri birbiri ile ilişkilendirir. Örneğin kenar, köşe ve dörtgen matematiksel nesneler olsun. Verilen geometrik şekil dört kenar veya dört köşeye sahipse birey bunu dörtgenle ilişkilendirir. Yani onun için dört kenarı ve dört köşesi olan geometrik şekil dörtgendir. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde *betimsel* düzeye baktığımızda verilen geometrik şekilleri bileşenleri ile ilişkilendirir özelliği ile *ilişkilendirme* basamağının paralel olduğunu görürüz.

Araştırma basamağında matematiksel nesneler arasındaki ortak özelliklere bakar. Bu ortak özellikleri araştırırken karşılaştırma yolunu izler. Örneğin birey karedeki özelliklerin dikdörtgende olup olmadığına bakar ya da dikdörtgendeki özelliklerin karede olup olmadığına bakar. Böylelikle ortak özellikleri seçer. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde *betimsel* düzeye baktığımızda “Verilen iki geometrik şekli bileşenleri arasındaki ilişkiye göre karşılaştırır ve bir şekil sınıfını karakterize etmek için kullanılan özelliklerin başka bir şekil içinde geçerli olduğunu

belirler ve özelliklerine göre şekil sınıflarını karşılaştırır” özellikleri ile *araştırma* basamağının paralel olduğunu görürüz.

Genişletme basamağında birey bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığına bakarak uygulanabilirlik alanını genişletir. Aynı zamanda belirli nesnelerin bir sınıfını ve sınıftaki her nesne için doğru olabilecek genel bir fenomeni tanımlar (Yılmaz, 2011). Van Hiele düşünme düzeylerinden *betimsel* düzeye baktığımızda “Geometrik şekillerin özelliklerini ampirik yollarla keşfeder ve bu özellikleri şekiller sınıfı için geneller” özelliği ile *genişletme* basamağının paralel olduğunu görürüz.

Yansıma genellerime geldiğimizde belirme ve açıklama basamağında birey artık matematiksel nesneler arasında bir ilişki olduğunu farkındadır. Bu ilişkiyi bir kural ya da tanımla açıklar. Örneğin, karenin bir dörtgen olduğunu belirtir ve nedenleri ile açıklar. Van Hiele düşünme düzeylerinden *basit çıkarım* düzeyine baktığımızda “Bireyler şekil sınıfları arasında ilişki kurarak sınıflar arası hiyerarşiyi oluşturmaya başlarlar” özelliği ile *belirleme veya açıklama* basamağının paralel olduğunu görürüz.

Tanımlama basamağında, bir özelliği veya ilişkiyi genişleten birey, özelliğin veya ilişkinin uygulandığı bir sınıfı tanımlamak için gerekli ve yeter şartları belirleyebilir. Van Hiele düşünme düzeylerinden *çıkarım* düzeyine baktığımızda “Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter şartlarını) belirler ve eşdeğer tanımlar yapar” özellikleri ile *tanımlama* basamağının paralel olduğunu görürüz.

Etki basamağında birey, daha önceden geliştirdiği genellemeleri yeni problemlerde veya bağlamlarda uygular. Örneğin birey geometrik şekiller arasındaki ilişkiyi bir kavram haritasında ya da dikdörtgenin bir paralelkenar olması bilgisi ile karenin de bir paralelkenar olduğunu gösterebilir. Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *çıkarım* düzeyine baktığımızda “Farklı teoremleri birleştiren temel prensiplere karar vererek yeni ilkeler ortaya koyabilir; Teoremler arasındaki farklı ilişkileri fark eder” özellikleri ile *etki* basamağının paralel olduğunu görürüz.

Aşağıda Ellis (2007) Genelleme Sınıflandırması ile Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri arasındaki ilişkiyi gösteren tablo verilmiştir.

Tablo 2. 2. 1. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Ellis'in Genelleme Eylemleri İlişkisi

Genelleme Eylemleri	İlişkilendirme	Düzy 2. Betimsel Düzy
	Araştırma	
	Genişletme	
Yansıma Genellemeleri	Belirleme veya Açıklama	Düzy 3. Basit Çıkarım Düzyi
	Tanımlama	Düzy 4. Çıkarım Düzyi
	Etki	

2.3. Dörtgenler

Tanımların inşası, problem çözme, varsayımlarda bulunma, genelleme yapma, kanıtlama gibi süreçler kadar önemli bir matematiksel aktivitedir (De Villiers, 1998). Bir kavramı tanımlarken yeterli tanımlayıcı özelliklerin kullanılması gerekir. Aksi takdirde kavramı karakterize etmeye yetmemekte ve istenen kavram yerine başka kavramların anlaşılmasına sebep olabilmektedir. Bu nedenle yapılan tanımların herkesin ortak bir yargıya varacağı özellikte olmalıdır.

Matematikte dörtgenleri tanımlamak kolay değildir. Örneğin, Pereira-Mendoza (1993) yaptığı bir çalışmada dörtgenin farklı tanımlarından bahsetmiştir:

- ✓ Dört kenarı olan şekildir. (Bu tanıma göre kenarlar doğrusal olmayabilir)
- ✓ Kenarları doğru parçası olan dört kenarlı şekildir. (Bu tanımda çokgenlerin kapalılık özelliği ihlal edilmiştir)
- ✓ Kenarları doğru parçası olan dört kenarlı kapalı şekildir. (Bu tanımda üç köşenin doğrusal olma olasılığı vardır)
- ✓ Kenarları doğru parçası üzerinde olan ve üç köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekildir. (Bu tanım düzlem yerine uzay için düşünüldüğünde farklı bir şekil ortaya çıkma olasılığı vardır)

Yukarıdaki tanımlara baktığımızda bir kavramı tanımlamaya çalışırken ne kadar çok kritere dikkat etmemiz gerektiği görülmektedir. Bundan dolayı bir kavramın açık ve doğru bir şekilde ifade edilmesinin, gerekli ve yeter şartları sağlayarak bir tanımın yapılmasının önemi daha iyi anlaşılmaktadır.

Usiskin ve Griffin (2008) yaptıkları bir çalışmada harici tanımlar ve kapsayıcı tanımlar olmak üzere iki çeşit tanımdan bahsederler. Bir tanım diğer bir tanımın

içeriğini kapsamıyorsa bu tanıma *harici* tanım denir. Harici tanımlar, kavramları diğer kavramlardan soyutlayarak ve kavramlar arasındaki ilişkiyi göz ardı ederek oluştuğu için zihinde prototip kavram şekillerinin oluşmasına ve dolayısıyla bireylerin kavramlar arasındaki ilişkiyi anlamlandıramamasına neden olabilir. Eğer bir tanım diğer bir tanımın içeriğini kapsıyorsa bu tanıma *kapsayıcı* tanım denir. Fujita ve Jones'a (2007) göre kapsayıcı tanımların daha ekonomik ve fonksiyonel olduğunu ve hiyerarşik ilişkileri daha iyi görmeye neden olduğunu belirtmektedirler. Çünkü bir kavram için doğru olan özellik, onun alt kümesinde yer alan bir kavram için de doğru olacaktır. Böylelikle özelliğin diğer kavram için ispatlanmasına ya da tekrar ele alınmasına gerek kalmaz.

De Villiers'e (1994) göre, harici ve kapsayıcı tanımların ikisi de araştırmacılar tarafından kabul görmüş ve her iki tanım da matematiğin içinde kullanılmıştır. Yani her ikisi de doğrudur. Bu tanımlardan hangisinin kullanılacağı öğrenmenin amacına ya da kişinin kendi tercihinine bağlıdır.

Matematik öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde ortaokul seviyesindeki alan ölçümleri dışındaki kazanımlar

M.5.2.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanlarını belirler ve çizer.

- a) *Açı, kenar ve köşegen özellikleri üzerinde durulur.*
- b) *Kareli ve izometrik kâğıtların yanı sıra dinamik geometri yazılımları ile özel dörtgenlerin dinamik incelemelerine yönelik sınıf içi çalışmalara yer verilebilir.*
- c) *Kare, dikdörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır.*
- ç) *Yamuk tanıtılırken kenar çiftlerinden en az birinin paralel olduğu vurgulanır.*
- d) *Yamuk çeşitlerine girilmez.*

M.6.3.2.2. Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

- a) *Noktalı veya kareli kâğıtta paralelkenarın bir kenarına ait yüksekliği çizmeye yönelik çalışmalara yer verilir.*
- b) *Paralelkenarın alan bağıntısı oluşturulurken dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanılabilir.*
- c) *Kare ve dikdörtgenin, paralelkenarın özel durumları olduğu vurgulanır.*

M.6.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer.

Üçgen, dikdörtgen ve paralelkenardan oluşan bileşik şekillerin (örneğin açık zarf) alanlarını içeren problemlere yer verilir.

M.7.3.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler.

a) Kenarların oluşturduğu açılarla birlikte eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenlerin oluşturduğu açılar da incelenir.

b) Kare, dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır. Bunun yanı sıra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel hâlleri olarak ele alınır. Ayrıca dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar da yamuğun özel durumları olarak ele alınır.

M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

M.7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer.

a) Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir.

b) Dikdörtgenin çevre uzunluğuyla alanını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara yer verilir. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları incelenir.

şeklinde belirlenmiştir.

Belirlenen kazanımlara bakıldığında yamuğun tanımı yapılırken “kenar çiftlerinden en az birinin paralel olduğu” şeklinde yapılması gerektiği vurgulanmaktadır. Bu da yamuğun tanımını kapsayıcı tanım kullanarak vermemiz gerektiğini göstermektedir. Aynı şekilde M.7.3.2.3. kazanımının b maddesine baktığımızda dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiye de değinilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Araştırmamızda dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin oluşturulması ile bireylerden genellemeler yapılması beklenmektedir. Bundan dolayı dörtgenlerin kapsayıcı tanımları temel alınacaktır.

Dörtgen için Pereira-Mendoza (1993) yaptığı çalışmanın soncunda “Kenarları doğru parçası olan ve tüm köşeleri aynı düzlem üzerinde bulunan, üç köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekil” olarak tanımlama yapmıştır.

Yamuk, en az bir çift kenarı paralel olan dörtgendir.

Paralelkenar Usiskin ve Griffin’e (2008) göre, bir dörtgenin paralelkenar olabilmesi için “Karşılıklı kenar çiftlerinin her ikisi de aynı uzunluğa sahip; açı ölçüleri eşit olan karşıt ters açılar; köşegenleri birbirini ortalar; dönme simetrisine sahip; bir çift kenarı paralel ve eşit uzunlukta; iki çift komşu açı bütünler; köşegen,

dörtgeni aynı yönelime sahip iki eş üçgene böler” şartlarından birini sağlaması yeterlidir. Buradan yola çıkarak paralelkenarı “Karşılıklı iki çift kenar uzunlukları eşit olan dörtgendir; iki çift kenarı paralel olan dörtgendir; köşegenleri birbirini ortalaayan dörtgendir; köşegenleri birbirini ortalaayan yamuktur” şeklinde tanımlayabiliriz.

Eşkenar Dörtgen için “Bütün kenarları eşit uzunlukta olan dörtgendir; bir çift komşu kenarı eşit uzunluklu ve karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir; köşegenleri birbirini dik ortalaayan yamuktur; bütün kenar uzunlukları eşit olan paralelkenardır; köşegenleri dik kesişen paralelkenardır” olarak farklı kapsayıcı tanımlar yapılabilir.

Dikdörtgen için “ Bütün açıları dik olan dörtgen; Karşılıklı kenarları paralel ve en az bir açısı 90° olan dörtgendir; Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortalaayan dörtgendir; Bir açısının ölçüsü 90° olan paralelkenardır; Köşegenleri eşit uzunlukta olan paralelkenardır; Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortalaayan yamuktur” olarak farklı kapsayıcı tanımları yapılabilir.

Kare için “Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve dik kesişerek birbirini ortalaayan dörtgen; köşegenleri eşit uzunlukta olan ve dik kesişen paralelkenar; köşegenlere ve kenarların orta dikmelerine göre simetrik olan dörtgen; köşegenlerine göre simetrik olan ve köşegenleri eşit uzunlukta olan dörtgen; bütün kenarlarının uzunluğu eşit olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan dörtgen; karşılıklı kenarları paralel olan, üç ardışık kenarı eşit uzunlukta olan ve bir açısının ölçüsü 90° olan yamuk; köşegenleri eşit uzunlukta olan eşkenar dörtgen; bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgen; kenar uzunlukları eşit olan dikdörtgen; tüm kenar uzunlukları ve iç açıları eşit olan, köşegenleri eşit uzunlukta ve dik kesişen paralelkenar” olarak farklı kapsayıcı tanımlar yapılabilir.

2.3.1. Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması

Fujita ve Jones (2007) dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması için kavramlar ve şekiller arasındaki ilişkiyi anlamlandırabilmek için mantıksal çıkarımların yapılabilmesi gerektiğini ve bu yüzden sınıflandırmanın zor olduğunu belirtmektedir. Dörtgenler ve arasındaki hiyerarşik ilişkilerin öğrenilmesi, bireylere mantıksal akıl yürütme becerilerini geliştirmesi için imkân sağlar (Fujita ve Okazaki, 2007). “Herhangi bir kavram kümesinin sınıflandırılması tanımlama sürecinden bağımsız

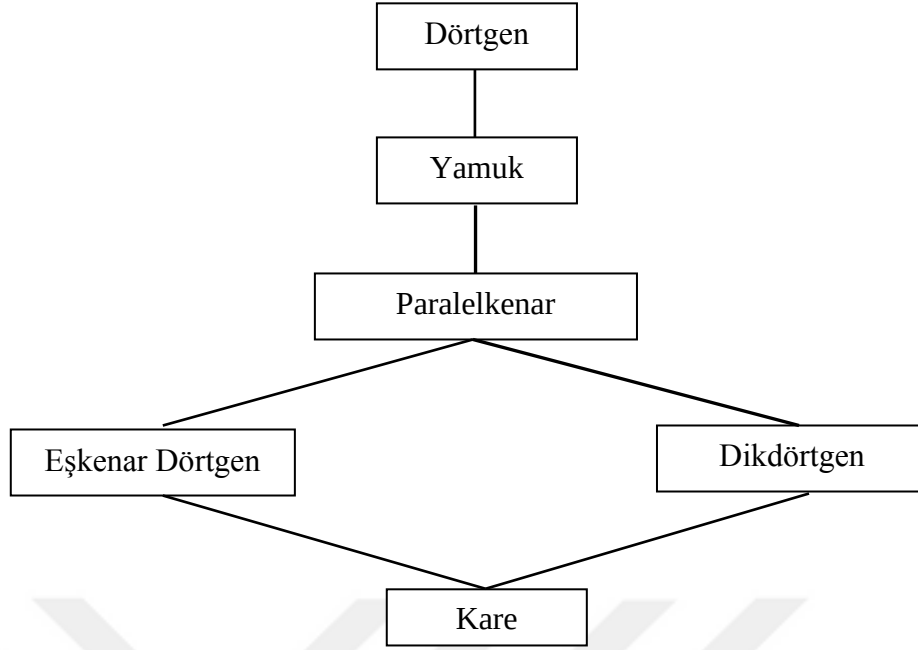
olarak gerçekleştirilemez”, diyen De Villiers (1994) hiyerarşik sınıflandırmanın önemini şu maddelerle açıklamıştır:

- ✓ Kavramların daha ekonomik tanımlarının yapılmasına ve teoremlerin formülasyonuna imkân sağlar.
- ✓ Daha özel kavramların özelliklerinin tümdengelimli sistematikleştirilmesini ve türetilmesini basitleştirir.
- ✓ Genellikle problem çözme sırasında yararlı bir kavramsal şema sağlar.
- ✓ Bazen alternatif tanımlar ve yeni önermeler sunar.
- ✓ Kullanışlı bir global perspektif sağlar.
- ✓ Hiyerarşik bir sınıflandırılmanın akılda tutulması bazen belirli sonuçların genelleştirilmesine imkân sağlayabilir.

Fujita ve Jones (2007) hiyerarşik ilişkileri anlamada olması gereken becerileri aşağıdaki gibi sıralamıştır:

- ✓ Bir şekli farklı olarak sınıflandırma ve farklı isimlerle söyleme. (Örneğin bir kareyi, dikdörtgen olarak da, paralelkenar olarak da veya yamuk olarak da adlandırabilir)
- ✓ Kavramlar arasındaki geçişli ilişkileri anlama. Bu özelliğin adı aynı zamanda geçişliliklidir. (Örneğin, dikdörtgen bir paralelkenarsa, kare bir dikdörtgen olduğu için kare de bir paralelkenardır)
- ✓ Şekiller arasındaki ilişkilerin asimetrisini anlama. Bu özelliğin bir diğer adı asimetrikliktir. (Örneğin, her kare bir paralelkenarken, her paralelkenarın bir kare değildir)
- ✓ Şekil kavramlarının kritik özelliklerinin zıt asimetrisini anlama. Bu özelliğin diğer adı zıt asimetrikliktir. (Örneğin, eşkenar dörtgenin özellikleri karede varken, karenin özelliklerinin eşkenar dörtgende olması şart değildir)

Aşağıda dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi gösteren bir şema verilmiştir.



Şekil 2.1. Beş özel dörtgenin sınıflandırılması. (Usiskin ve Griffin (2008)’den uyarlanmıştır)

Dörtgenler konusu ile ilgili alan yazına bakıldığında farklı öğretim ortamlarında ve farklı öğretim yöntemleri kullanılarak dörtgenler konusunun gelişimine bakılmıştır. Örneğin; Genç (2010), 5. sınıfların GeoGebra ile dörtgenler konusunun öğretiminin erişkiye, kalıcılığa ve tutuma etkisini; Gülbağcı (2019), 7. sınıf öğrencilerinde Geometer’s Sketchpad yazılımının dörtgenlerin özelliklerini ve dörtgenler arasındaki ilişki kurmalarına etkisini; Okumuş (2011), Geometry Cabri ve Geometric Supposer yazılımlarını kullanarak 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanıyabilme, sınıflandırabilme ve dörtgenler arasındaki mantıksal çıkarım yapabilme becerilerini; Gürhan (2015), Geometer’s Sketchpad yazılımının 5. sınıf öğrencilerinde dörtgenlerin hiyerarşik yapısının yapılandırılmasına etkisini; Dışbudak (2017), aktivite temelli öğrenme ortamında GeoGebra yazılımı kullanarak 5. sınıf öğrencilerinde dörtgenler konusundaki başarısını; Tekin (2018) ters yüz sınıf modelinin 10. sınıf öğrencilerinde dörtgenler ve çokgenler konusundaki başarısına etkisini; Özkuzukıran (2020), öyküleme yönteminin 5. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki başarısını nasıl etkilediğini; Dağdelen (2012), 5. sınıf öğrencilerinin origami etkinlikleri sonucunda özel dörtgenler konusundaki yeterliliklerinde nasıl bir değişim olduğunu incelemişlerdir. Ayrıca alan yazında dörtgenler konusunun farklı sınıf düzeylerindeki kavram yanılgısı çalışmaları da bulunmaktadır (örneğin, Başışık, 2010; Doğan ve diğerleri, 2012; Özkan, 2012; Özkan ve Bal, 2017; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017; Öksüz ve Başışık, 2019). Yılmaz (2019), GeoGebra yazılımı

kullanarak 6. sınıf öğrencilerinde bilişsel çelişkiler oluşturarak kavram yanlışlarının giderilmesini amaçlamıştır. Aktaş ve Aktaş (2012) çalışmalarında dörtgenlerdeki hiyerarşinin ders kitaplarında nasıl işlendiğini incelemiştir. Ayrıca alan yazında dörtgenler konusunda öğretmen ve öğretmen adaylarının kavram yanlışları araştırılmıştır (örneğin, Akkaş, 2014; Arıkan, 2019; Erdoğan ve Dur, 2014; Karakuş ve Erşen, 2016; Türnüklü ve diğerleri, 2018; Yurtyapan, 2018).

2.4. Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi (BDÖ)

Bilim ve teknolojideki çağdaş gelişmeler öğretim teknolojisinin de farklı boyut ve hızda gelişimine neden olmuştur. Yeni teknolojilerin ortaya çıkıp öğrenme ve öğretme süreçlerinde yer almaya başlamaları ile eğitimdeki değişim ve gelişimler hızlanmış olup sürekli kendini yenileyerek yeni öğrenme ortamlarının oluşmasına yol açmıştır (Özerbaş, 2022). Maddin (2002), öğretim teknolojilerinin kâğıt-kalemde interaktif videoya kadar olan her şeyi kapsadığını belirtmektedir. Geleneksel sınıf ortamlarında teknolojinin gelişimi ile birlikte kâğıt-kalem uygulamalarının yerine bilgisayarın gelmesi ve teknolojinin sürekli gelişmesi derslerin öğretmen merkezli bir eğitim anlayışından öğrenci merkezli bir eğitim anlayışa geçişi kolaylaştırmıştır. Bilgisayarın öğrenme ve öğretme sürecine dâhil olması ile “Bilgisayar Destekli Öğretim” (BDÖ) kavramı ortaya çıkmıştır. Baki (2002), “öğrencinin karşılıklı etkileşim yoluyla eksiklerini ve performansını keşfetmesini, dönütler alarak kendi öğrenmesini kontrol altına almasını, grafik, animasyon ve şekiller yardımıyla derse olan ilgisini arttırmak amacıyla eğitim-öğretim sürecinde bilgisayardan yararlanma yöntemine bilgisayar destekli öğretim” olarak tanımlar.

BDÖ’ın öğretim ortamlarında daha etkin kullanılması için ilk olarak teknoloji ile öğrenci arasındaki etkileşime bakılıp öğrenme süreçlerinin nasıl oluştuğunu gösteren teorik yapılar oluşturulmuş, sonra bazı öğrenme amaçlarını karşılamak için gerekli olan görevlerin nasıl tasarlanacağı araştırılmış, daha sonra teknolojide öğretmenin rolüne bakılıp teknolojinin öğretmen uygulamasına nasıl entegre edilebileceği belirlenmeye çalışılmış ve son olarak teknoloji ve yazılım özelliklerine bakılıp öğretmenin öğrencilerin çalışmalarını nasıl organize ettiğı ve öğretim ortamına nasıl müdahale edilebileceğı belirlenmeye çalışılmıştır (Ağaçdiken, 2021). Bu yapılan çalışmaların amaçları aşağıdaki şekilde sıralanabilir (Baki, 2002; Barker ve Yeates, 1985; Seferoğlu, 2006; Uşun, 2004).

- Öğretmen merkezli geleneksel öğretim yöntemlerinde daha etkili yöntemlere geçişi sağlamak,
- Ucuz ve etkili bir öğretimi gerçekleştirmek için zengin materyal sağlamak,
- Öğrencilerin mantık yoluyla problem çözme becerilerini, kendi kendilerine öğrenme ve bilimsel düşünme yeteneklerini geliştirmeye yardımcı olmak,
- Bireysel öğretimi gerçekleştirmek,
- Hipotez kurmaya cesaretlendirmek,
- Öğretimde sürekli olarak niteliğin artmasını sağlamak,
- Derslerde klasik öğretim ile zihinde oluşturmakta zorlandıkları kavramları görsel olarak daha kolay anlamalarını sağlamak,
- Öğrenme ve öğretme süreçlerini daha verimli hale getirmek için öğrenci yeteneklerine göre yeniden düzenlemeye yardımcı olmak.

Bütün bunlara dayalı BDÖ'in farklı disiplinlerde öğrenmeyi destekleyen araçlar olarak kullanılması gerekliliğini ortaya çıkarır. Örneğin, bilgisayar hesaplama aleti olarak kullanılabilirken en etkili özelliği soyut matematik kavramlarını somutlaştırıp ekrana taşıyabilmesidir. Dolayısıyla teknoloji yalnızca hesaplama ve grafik çizmeyi kolaylaştırmanın yanında matematikteki önemli problemlerin doğasını ve matematikçilerin araştırma yöntemlerini de değiştirmiş, matematikte formüllerin, ilişkilerin ve prosedürlerin ekrana taşınabilmesi analitik anlamayı kolaylaştıran sembolik ve grafiksel geçişleri olanaklı hale getirmiş ve bu durum matematikçilerde matematiksel çözümleri ve analizleri görsel yollarla kolaylaştırma eğilimini de ortaya çıkarmıştır (Baki, 1996).

Matematiğin önemli dallarından biri olan geometri, şekillerin tanınması, özelliklerinin belirlenmesi ve yorumlanması bakımından öğrencilere yardımcı olan bir alandır. Ancak geometrik kavramların zihinde canlandırılmasının zor olması sebebi ile bireyler soyut olan kavramları somut ve kolay anlaşılabilirliği için çeşitli cisimlerden, şekillerden, somut materyaller ve görsellerden yararlanmaktadır. Geometrik etkinlikleri geliştirmenin yollarından biri olarak teknolojik ortamlar kolaylık sağlamaktadır (Laborde vd., 2006). Dinamik geometri yazılımları (DGY) geometriyi statik olmasına neden olan kâğıt-kalem sürecinden kurtarıp bilgisayar ekranında dinamik bir hale getirerek, öğrencilerin varsayımda bulunmalarına, teorem ve ilişkileri keşfetmelerine ve bunları test etme imkânı sağlamaktadır (Baki, Güven ve Karataş, 2003). Chan vd. (2014), DGY'nın dinamik işlevlerinin, geometrik

nesneler üzerindeki eylemlerin arkasındaki bilişsel süreçlerin net bir şekilde görselleştirilmesi için kullanıcıların görüntülenen geometrik nesneleri taşıma, çoğaltma ve döndürme gibi esnek bir şekilde manipüle etmelerini desteklediğini belirtmişlerdir.

Goldenberg vd.'ne (1996) göre bilgisayar, öğrencinin test etmesini, varsayımda bulunmasını, muhakeme etmesini ve genelleme yapmasını sağlayan bir araç olarak kullanılmasıdaki amacın, öğrencinin var olan matematiksel bilgiler hakkında fikir sahibi olmasını ve bir matematikçinin sonuçlara ulaşırken geçtiği adımları geçerek kendine özgü matematiksel düşünme yapısını geliştirmesini sağlamaktadır. DGY ile şekiller oluşturulabilir ve bu şekillerin ölçümleri yapılabilir. Şekillerin inşa edilmesi sırasında hangi elemanların gerekli ve yeterli olduğunu keşfetmesine yardımcı olur. Şekiller sürüklenerek daraltılıp genişletilebilir, döndürülerek konumları ve duruşları değiştirebilir. Böylelikle öğrenci geometrik şekle bağlı olan nesnelerin değişimi gözlemleyebilir, bu nesneler ve geometrik şekil arasındaki ilişkilerin değişmediğini görerek genellemeler yapabilir, varsayımlarda bulunabilir ve bu varsayımları birçok örnekle destekleyebilir veya reddedebilir.

Geometri öğrenme ve öğretmenin farklı boyutlarını çalışmak amacıyla Cabri, Geometer's Sketchpad, Cinderella ve GeoGebra gibi çeşitli dinamik geometri yazılımları kullanılmaktadır.

2.4.1. GeoGebra (GGB)

GGB, 2001-2002 yıllarında Markus Hohenwarter'ın matematik eğitiminde cebir ve geometriyi birleştirmek için tasarladığı bir yazılım sistemidir. Çok platformlu, açık kaynaklı dinamik matematik yazılımı olan GGB, dinamik geometri yazılımının kullanım kolaylığını bilgisayar cebir sistemlerinin çok yönlü olanaklarıyla birleştirmeye çalışır. Yazılımın temel fikri, diğer paketlerin ayrı ayrı ele aldığı geometri, cebir ve hesabı, ilkokuldan üniversite düzeyine kadar matematik öğrenmek ve öğretmek için kullanımı kolay bir yazılımda birleştirmektir (Hohenwarter vd., 2008). Doğrudan internet üzerinden kullanımı sağlayan ve Java destekli herhangi bir internet tarayıcısı ile kullanılabilen GGB ile dinamik çalışma sayfaları oluşturabilir ve oluşturulan bu etkinlikler "www.geogebra.org" sitesinde ortak paylaşımına açılabilir (Hohenwarter ve Fuchs, 2004).

Öğretim sırasında örnekler GGB ile birkaç dakika içinde hatta anında oluşturulabilir (Hohenwarter vd., 2008). GGB’da cebir ve geometri olmak üzere iki pencereden oluşmaktadır. Programda cebir penceresinde oluşturulan matematiksel ifadenin geometri penceresinde bir nesneye karşılık gelmesi ve bunun tersinin de mümkün olması GGB’nın en önemli özelliklerinden biridir. Böylece GGB, öğrencilerin matematiğe deneysel bir şekilde yaklaşmalarını sağlamaktadır. Örneğin, bir çemberin denkleminin parametrelerini çemberi fare ile sürükleyerek inceleyebilir, öte yandan öğrenciler denklemi doğrudan manipüle ederek değişen çemberi geometri penceresinde görebilir. Ayrıca cebir penceresi ilk oluşturan matematiksel nesne ile son oluşturulan matematiksel nesneye kadar geçen tüm matematiksel süreçleri kaydederek gözlemeyi sağlar ve bunun sonucunda öğrenciler matematiksel nesneler arasındaki ilişkileri daha kolay görebilir, muhakeme yapabilir, genellemeler oluşturabilir ve bir sonraki adım hakkında tahminlerde bulunabilir. Etkileşim özelliği, yapıları herhangi bir zamanda yeniden yapmayı, yeni öğeler eklemeyi ve hatta geri dönüp bakıldığında sırasını değiştirmeyi mümkün kılar (Hohenwarter ve Fuchs, 2004).

Alan yazında yapılan çalışmalara baktığımızda GGB’nın farklı konuların öğretiminde akademik başarıya etkisi ve öğrenmedeki kalıcılığa etkisinin araştırıldığı görülmektedir. Bunların dönüşüm geometrisi (örneğin, Akgül, 2014; Barçın, 2019; Çetin, 2018 ve Küçük, 2017), çember ve daire (örneğin, Acar, 2017; Çolakoğlu, 2018 ve Topuz, 2017), çokgenlerin ve dörtgenlerin özellikleri (örneğin, Cengiz, 2017; Dışbudak, 2017; Genç, 2010; Hot, 2019; Orçanlı, 2017 ve Yüksel, 2018), bir üçgen inşa etme (örneğin, Şengün, 2017), geometrik cisimler (örneğin, Öz, 2015; Taş, 2016 ve Uysal, 2013) gibi konularda yapıldığı görülmektedir. Aynı zamanda GGB kullanılarak öğrencilerin problem kurma ve çözme süreçlerinin (örneğin, Aparı, 2019 ve Kocalar, 2019) ve öğrencilerin kavram yanılgılarının (örneğin, Yılmaz, 2019) incelendiği görülmüştür. Ayrıca farklı öğrenme ortamlarında GGB kullanılarak araştırmaların yapıldığı görülmektedir (örneğin, Çetin, 2018; Dışbudak, 2017; Taş, 2016). Yapılan bu çalışmaların sonucunda öğrencilerin akademik başarılarında olumlu katkı sağladığı (örneğin, Acar, 2017; Genç, 2010; Hot, 2019 ve Topuz, 2017), GGB ile yapılan öğretimin geleneksel öğretime göre daha başarılı olduğu (örneğin, Akgül, 2014; Barçın, 2019; Orçanlı, 2017; Öz, 2015), öğrencilerin problem kurma ve çözme becerilerini geliştirdiği (örneğin, Aparı, 2019; Kaya, 2015

ve Kocalar, 2019), matematiksel ilişkileri keşfetmeye ve akıl yürütmeye, çıkarımlar yapmaya ve varsayımlarda bulunmaya, modelleme yapmaya katkı sağladığı (örneğin, Çetin, 2018 ve Filiz, 2009) görülmüştür.



3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli ve deseni, araştırmanın tasarlanması ve yürütülmesi, pilot çalışma, katılımcılar, veri toplama araçları, uygulama, veri analizi ve çalışmanın geçerlik ve güvenirliği hakkında bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli ve Deseni

Bu araştırmada ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin GGB destekli ortamda dörtgenleri matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Matematiksel genelleme süreci aşamalı olarak ilerleyen, dinamik ve karmaşık bir yapıya sahip olmasından dolayı sürecin çözümlenmesi ve derinlemesine incelenmesi için bu araştırma nitel araştırma yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırmayı süreç olarak gören Yıldırım ve Şimşek (2018, s. 41) “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve ortamların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” olarak tanımlarlar.

Araştırmanın deseni durum çalışması olarak belirlenmiştir. Ele alınan durumlar 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileridir. Durum çalışması, ‘nasıl’ veya ‘niçin’ sorularını temel alan, belli bir konuyu veya problemi en iyi şekilde anlamak için durum veya durumları derinlemesine incelemeyi amaçlayan bir araştırma yöntemidir (Creswell, 2021; Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmamızda ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel genelleme sürecini nasıl sürdürdükleri bütüncül bir yaklaşımla ortaya konulmaya çalışılmıştır.

3.2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi

Bu araştırmada ilk olarak araştırmanın yapılacağı sınıf düzeyleri belirlenmiş, matematiksel genelleme sürecinin ortaya çıkarılacağı GGB destekli etkinlikler ve görüşme soruları oluşturulmuştur. Ardından pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın sonucunda asıl araştırmanın yapılacağı ortam ve katılımcılar belirlenmiştir. Araştırma planına Tablo 3.1’de yer verilmiştir.

Tablo 3.1. Araştırma Planı

Tarih	Yapılan Çalışmalar
2020-2021	Genelleme ortamlarının tasarlanması
Bahar Dönemi	Veri toplama araçlarının uzman görüşleriyle birlikte hazırlanması
2020- 2021	Pilot çalışma için katılımcıların belirlenmesi
Bahar Dönemi	Pilot çalışmanın yapılması
2021-2022	Veri toplama araçlarının revize edilmesi ve gerekli düzenlemelerin yapılması
Güz Dönemi	Asıl katılımcıların belirlenmesi
	Çalışmanın uygulanması

3.3. Pilot Çalışma

Asıl araştırma gerçekleşmeden önce hazırlanan GGB etkinliklerinin ve görüşme sorularının, veriyi toplama ve analiz etme süreçlerinde ortaya çıkabilecek eksikliklerin veya hataların tespit edilip düzeltmek ve araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini arttırmak için pilot çalışma yapılmıştır. Yapılan pilot çalışmanın GGB'nin kullanılması ve verilerin analiz edilme sürecinde genelleme taksonomisinden yararlanma konusundaki güçlü ve zayıf yönleri ortaya çıkaracağı, zayıf yönleri giderilmesinde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Pilot çalışmada katılımcılar Karadeniz bölgesinde bir ile bağlı olan bir ilçenin devlet okulunda öğrenim gören, akademik başarıları düşük, orta ve yüksek olan üç 8. sınıf öğrencisidir. Pilot çalışmada 8. sınıfların yer almasının sebebi 5. ve 7. sınıflarda dörtgenler konusunun işlenmiş olması ve bu sınıf seviyesindeki öğrencilerin hazırlanan görüşme sorularının hepsine cevap verebileceklerinin düşünülmesidir. Böylelikle hazırlanan her bir sorunun geçerliği üzerine çalışılmıştır. Ayrıca pilot çalışmaya katılan katılımcıların seçilmesinde matematik derslerine giren bir başka matematik öğretmenin görüşleri de alınmıştır. Matematik öğretmeni, matematik dersi akademik başarısı yüksek olan öğrenci için “okulda dersleri en iyi olan öğrenci, sorulara farklı bakış açısı ile bakabiliyor ve açık sözlü biri”; orta düzeyde olan öğrenci için “derslerde oldukça çaba gösteriyor ancak sınavlarda bunun karşılığını alamıyor. Derse katılımı oldukça aktiftir”; düşük olan öğrenci için “derslerde bazen farklı bakış açıları gösterebiliyor, ancak sınav notları oldukça düşük” ifadelerini kullanmıştır. Veli onayı ile izin alınmış ve öğrenciler gönüllü olarak araştırmaya katılmışlardır.

İlk uygulama akademik başarısı düşük olan öğrenci ile Zoom programı üzerinden gerçekleştirilmiştir. Görüşme 82 dakika sürmüştür. Çalışmanın, Zoom programı üzerinden yapılmasının sebebi coronavirus pandemi sürecinde sokağa çıkma yasağının olmasıdır. Yapılan çalışmada öğrencilerin GGB'yi kendisinin kullanımı sırasında aksaklıklar meydana gelmiş ve araştırmacı öğrencinin yönlendirmesine göre GGB'da etkinlikleri ilerletmiştir. Bu da araştırmanın Zoom programı üzerinden yapılmasında aksaklıklara sebep olabileceğini ve araştırmanın yüz yüze yapılmasını daha sağlıklı olacağını göstermiştir. Bundan dolayı diğer çalışmalar okulların yüz yüze eğitime başladığı haziran ayında yapılmıştır. Ayrıca yapılan çalışmada öğrencinin düşündüklerini not etmemesi öğrencinin daha önce verdiği cevapları hatırlamasında zorluklar yaşamasına sebep olmuştur.

Matematik dersi akademik başarısı orta ve yüksek olan birer öğrenci ile pilot çalışma haziran ayında yapılmıştır. Orta düzeydeki katılımcı ile görüşme 89 dk sürerken yüksek düzeydeki katılımcı ile 92 dakika sürmüştür. Katılımcılara çalışmanın başında GGB programında bir doğruya paralel ve dik doğruların nasıl çizileceği, açı ölçülerinin nasıl bulunacağı ve sürüklemeye özelliği hakkında kısa bilgilendirmeler yapılarak öğrencinin programı kullanırken aktif olması sağlanmaya çalışılmıştır. Böylelikle katılımcılar istedikleri zaman geometrik şekiller üzerinde değişiklikler yapabilmişlerdir. Ayrıca görüşmeler sırasında öğrenciler not tutması konusunda yönlendirilmiştir. Bu da katılımcının düşündüklerini görmesinde yardımcı olmuştur. Katılımcılar görüşme soruları cevaplarırken GGB üzerinden deneme yanılma yolu ile cevaplarını oluştururken programın sağladığı sürüklemeye özelliği ile geometrik şekillerin özelliklerini daha iyi gördükleri gözlemlenmiştir.

Pilot çalışmanın sonucunda yapılacak görüşmelerin yüz yüze yapılmasının daha etkili olduğu ve asıl çalışmaların yüz yüze yapılması gerektiği görülmüştür. Katılımcılara süreç boyunca düşündüklerini not etmesi tavsiye edilmiş ve görüşmeler sırasında katılımcılara yoruldukları zaman ara vermelerine müsaade edilmesi gerektiği görülmüştür. Uygulanacak etkinlikler pilot çalışma sonucunda revize edilmiştir. Ayrıca yapılan görüşmelerde araştırmacı, katılımcılar ile etkili bir iletişim kurma becerisi geliştirmiş ve süreç ilerlerken öğrencilere nasıl rehberlik etmesi gerektiği konusunda fikir edinmiştir.

3.4. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını Karadeniz bölgesinde bulunan bir ilin ilçesinin ortaokulunda öğrenim gören 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden üçer kişi olmak üzere 9 öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcılar “Ö1, Ö2, ..., Ö9” şeklinde kodlanmıştır. Katılımcıların okulu, araştırmacının öğretmen olarak görev yaptığı okul olarak seçilmiştir. Bunun nedeni, öğrenme ortamının amacına uygun olarak daha planlı ve kolay hazırlanabilmesi ve katılımcılarla ilgili daha fazla bilgiye sahip olunmasıdır. Dolayısıyla okul seçimi amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesiyle gerçekleştirilmiştir. 7. ve 8. sınıf öğrencileri araştırmacının matematik dersi öğrencileri olup, 6. sınıf öğrencileri diğer bir matematik öğretmeninden ders almaktadır. Okul, öğrenci mevcudu az olduğundan araştırmacı 6. sınıf öğrencilerini de daha önceden tanımaktadır. Çalışmada durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını bulmaya çalışmak ve problemin farklı boyutlarını ortaya koymak için katılımcıların seçimi amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesiyle gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar seçilirken bir önceki sınıf seviyelerinin 2020-2021 eğitim öğretim yılı matematik dersi akademik başarılarına göre düşük, orta ve yüksek olarak seçilmiş olup, katılımcıların düşüncelerini açık şekilde ifade edebilen, matematiğe karşı ilgisi bulunan ve tamamen gönüllü olan öğrencilerden oluşmaktadır. Matematik dersi yıl sonu ortalaması 45-70 arası düşük, 70-85 arası orta, 85-100 arası yüksek düzey olarak belirlenmiştir. Katılımcılara ait bilgiler Tablo 3.2’de yer almaktadır.

Tablo 3. 2. Katılımcı Bilgileri

Katılımcılar	Sınıf Düzeyi	Cinsiyet	2020-2021 Eğitim Öğretim Yılı Matematik Dersi Yıl Sonu Ortalaması	Matematik Dersi Akademik Başarısı
Ö1	6	K	97,52	Y
Ö2	6	E	78,76	O
Ö3	6	K	53,98	D
Ö4	7	E	96,43	Y
Ö5	7	K	80,09	O
Ö6	7	E	67,43	D
Ö7	8	K	98,78	Y
Ö8	8	E	79,65	O
Ö9	8	K	64,77	D

Kız: K, Erkek: E, Düşük: D, Orta: O, Yüksek: Y

3.5. Veri Toplama Araçları

Çalışmanın veri toplama araçları uzman görüşleri alınarak hazırlanmış olan görüşme soruları ve GGB etkinliklerinden oluşmaktadır.

3.5.1. Görüşmeler

Yapılan araştırmanın geçerliğini arttırmak, süreç ile ilgili derinlemesine bilgi sağlamak, ortamın kontrolünü sağlamak ve veri kaynağını teyit edebilmek için görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler gerçekleştirilmeden önce araştırma problemine yönelik tüm detayları kapsayacak genelleme taksonomisi ve bu taksonominin her basamağına göre yarı-yapılandırılmış sorular hazırlanmıştır. Matematiksel genelleme bir süreç olduğundan sürecin gidişatına göre sorular eklenmiş ya da bazı sorulara sırası gelmeden katılımcı daha önceden cevap vermişse sorulmama ihtimaline karşın yarı-yapılandırılmış sorular tercih edilmiştir. Sorular hazırlanırken kolay anlaşılabilir olmasına, odaklı, açık uçlu, yönlendirmeden kaçınan, çok boyut içermeyen, mantıklı bir şekilde ilerleyen ve farklı türden sorular olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca soruların hazırlanma sürecinde akademisyen matematik eğitimi alan uzmanı ve farklı devlet okullarında görev yapmakta olan üç matematik öğretmenin görüşleri alınmış ve görüşme soruları tekrar revize edilmiştir. Daha sonra yapılan pilot çalışmanın sonucunda görüşme sorularının son hali verilmiştir (EK 1, EK 2, EK 3, EK 4, EK 5, EK 6, EK 7, EK 8).

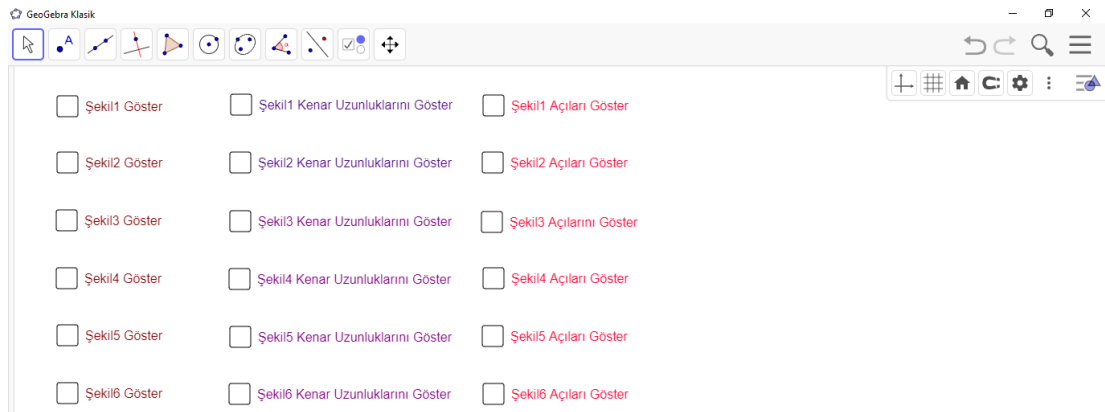
Görüşmeler araştırma yapılan okulun kütüphanesinde sessiz ve dış etkenlerden uzak bir şekilde yapılmıştır. Görüşme başlamadan önce katılımcılara sürecin ses ve ekran kaydının alınacağı, bu kayıtların sadece veri analizinde kullanılacağı ve kimliklerinin gizli kalacağı belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilere süreç boyunca zihinlerinden geçen her türlü düşünciyi söylemeleri gerektiği, düşüncelerinin doğruluğuna ya da yanlışlığına bakılmayacağı, sadece sesli düşünerek ne düşündüklerini öğrenmeye çalıştığımızı, düşüncelerini belirtmesi için süre sıkıntısının olmadığı, sürecin ders notlarına etki etmeyeceği belirtilmiştir. Böylelikle katılımcılar rahatlatılmaya çalışılmıştır. Her bir katılımcı ile ayrı ayrı görüşülmüş ve görüşmeler ortalama bir ile bir buçuk saat aralığında gerçekleşmiştir.

Görüşme süresince bilgisayar ortamında hazırlanan etkinlikler hazır şekilde durmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşme soruları araştırmacı tarafından adım adım

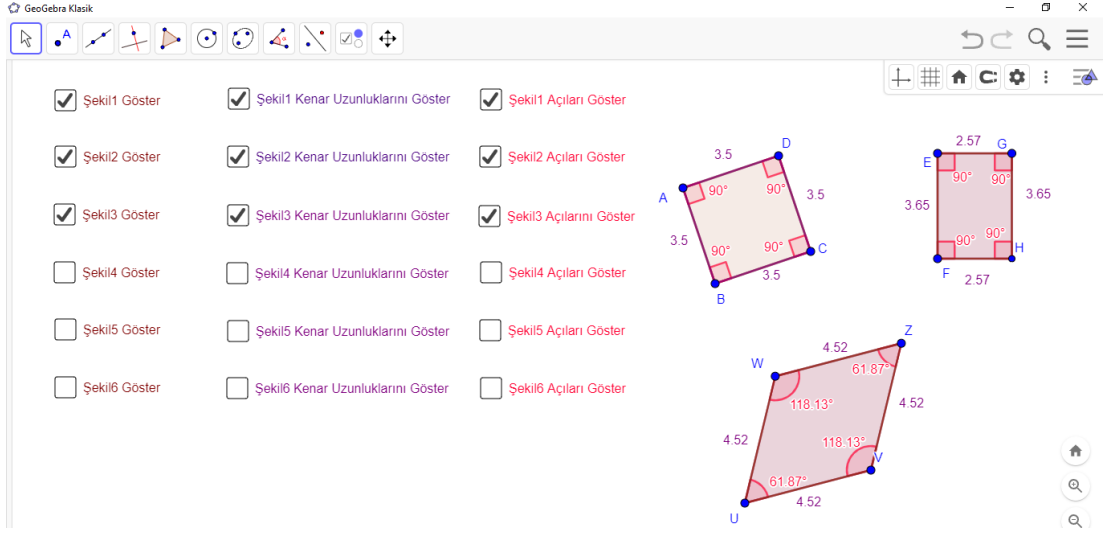
sorulmuş ve katılımcıya herhangi bir etkinlik kağıdı verilmemiştir. Araştırmacı katılımcının cevaplarına göre farklı sorular da yönelmiştir.

3.5.2. GGB Etkinlikleri

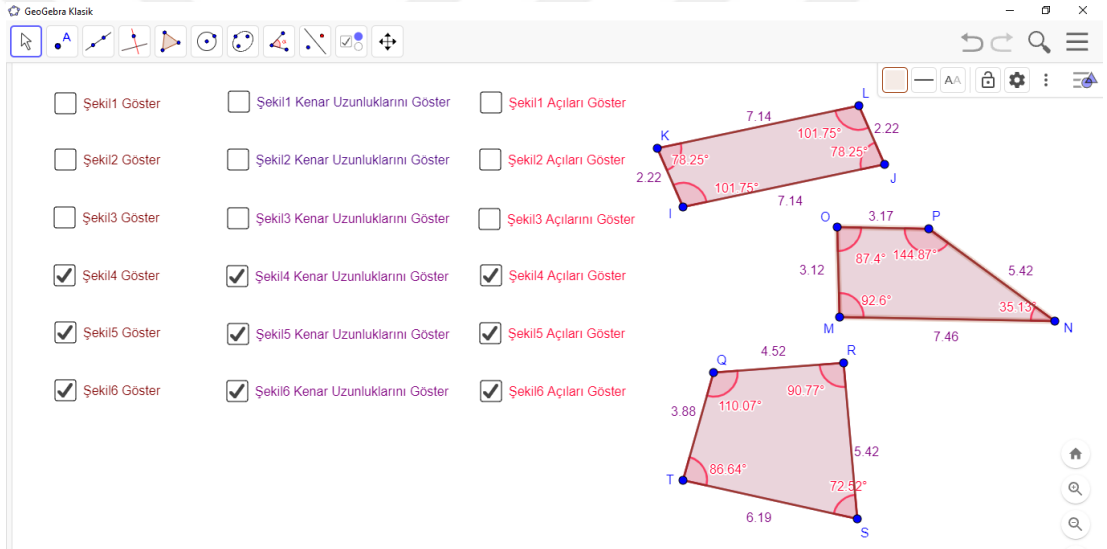
Katılımcıların görüşme sırasında sorulara cevap verebilmesini kolaylaştırmak, görsel kaynak sunmak ve dinamik geometrik şekillerle uğraşarak genelleme sürecini gerçekleştirebilmeleri için GGB ortamında hazırlanan iki etkinliğe yer verilmiştir. Birinci etkinlikte (Etkinlik 1) genelleme sınıflandırmasında genelleme eylemlerinin *ilişkilendirme* aşamasının gerçekleşme durumlarına bakılmıştır. Bu etkinlik sürecinde Görüşme soruları-1 uygulanmıştır. Buradakatılımcıların sırası ile şekilleri açarak ilk önce hangi çokgen olduğunu tahmin etmeleri istenmiş daha sonrasında kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini görmeleri istenmiştir. Ardından her bir dörtgenin ayrı ayrı özelliklerinin keşfedilmesi amaçlanmıştır. Daha sonra katılımcılardan farklı şekiller oluşturarak söylediklerinin geçerliliğini kontrol etmeleri istenmiştir. Bu etkinlikte kavram yanılgılarının oluşmaması için dörtgenlerin farklı prototiplerinin verilmesine dikkat edilmiş ve katılımcıların GGB'nin sürüklemeye özelliğini kullanarak farklı prototiplerde dörtgenler oluşturması sağlanmıştır. Ayrıca işaret kutuları oluşturularak katılımcıların özellikleri daha rahat görmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Etkinliğe ait görsellere Şekil 3.1, Şekil 3.2, Şekil 3.3'te yer verilmiştir.



Şekil 3.1. GGB Ortamında Etkinlik 1'in Genel Görünümü



Şekil 3.2. GGB ortamında Etkinlik 1’deki Kare, Dikdörtgen ve Eşkenar Dörtgen Modeli



Şekil 3.3. GGB Ortamında Etkinlik 1’deki Paralelkenar, Yamuk ve Dörtgen Modeli

GGB ortamındaki Etkinlik 2, genelleme sınıflandırmasının *araştırma, genişletme, belirleme veya açıklama, tanımlama ve etki* aşamalarına yönelik hazırlanmıştır. Burada Görüşme Sorularından 2,3,4,5,6 ve 7 uygulanmıştır.

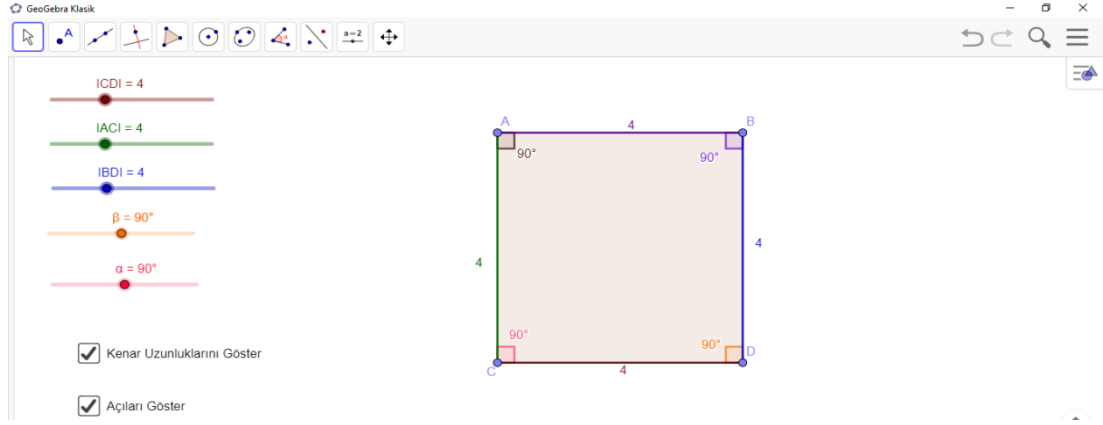
Görüşme sorularının her biri taksonomide bir basamağa karşılık gelmektedir. Buna dair örnekler aşağıda verilmiştir.

1. “Dikdörtgenin karşılıklı kenarların uzunluklarını değiştirmeden iç açılarını eşit olacak şekilde değiştiriniz. Elde etmiş olduğunuz çokgen nedir? Neden?” sorusu *ilişkilendirme* basamağını teyit etmek amacıyla sorulmuştur.
2. “Dikdörtgendeki özellikler paralelkenarda var mıdır? Neden?” sorusu *araştırma* basamağının *aynı ilişkiyi araştırma* alt başlığı için sorulmuştur.

3. “Paralelkenardaki özellikler dikdörtgende var mıdır? Neden?” sorusu *araştırma* basamağının *aynı ilişkiyi araştırma* alt başlığı için sorulmuştur.
4. “Dikdörtgen ile paralelkenar arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?” sorusu *araştırma* basamağının *aynı ilişkiyi araştırma* alt başlığı için sorulmuştur.
5. “Dikdörtgendeki ve karedeki ortak özellikler tüm dikdörtgenler ve paralelkenarlar için geçerli midir? Neden?” sorusu *araştırma* basamağının *aynı çözüm veya sonucu araştırma* alt başlığı için sorulmuştur.
6. “Dikdörtgen ile paralelkenar arasında farklılıklar var mıdır? Neden?” sorusu *genişletme* basamağının *ayrıntıları uzaklaştırma* alt başlığı için sorulmuştur.
7. “Dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?” sorusu *belirleme veya açıklama* basamağının *fenomeni devam ettirme* alt başlığı için sorulmuştur.
8. “Paralelkenardaki hangi özellik ya da özellikler değişirse dikdörtgen oluşur? Neden?” sorusu *belirleme veya açıklama* basamağının *genel prensip* alt başlığı için sorulmuştur.
9. “Paralelkenara bağlı dikdörtgen tanımı yapar mısınız?” sorusu *tanımlama* basamağı için sorulmuştur.
10. “Kare ve paralelkenar arasında bir ilişki var mıdır? Neden?” sorusu *etki* basamağının *önsel fikir veya strateji* alt başlığı için sorulmuştur.

Görüşme sorusu-8’de ise katılımcılardan dörtgenler arasındaki hiyerarşiyi gösteren bir kavram haritası çizmeleri istenmiştir. Bu soruda *etki* basamağının *modifiye edilmiş fikir veya strateji* alt başlığı için sorulmuştur.

Katılımcıların dörtgenler arasındaki ilişkileri anlamlandırması ve hiyerarşik ilişkileri oluşturmaları amaçlanmıştır. Bunun için öğrenciler etkinlikte yer alan sürgüler ile verilen geometrik şekillerin uzunluklarını ve açılarını değiştirerek farklı bir özel dörtgene geçiş yapmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada ilk önce araştırmacı tarafından oluşturulan kare verilmiştir. Etkinliğe ait görsel Şekil 3.4’te verilmiştir.



Şekil 3.4. GGB Ortamında Etkinlik 2’deki Kare Modeli

3.6. Etkinlikler ve Veri Toplama Süreci

Katılımcıların matematiksel genelleme süreçlerini ortaya çıkarabilmek için Etkinlik 1’de katılımcıların her bir şekli ayrı ayrı açıp verilen geometrik şeklin ne olduğunu ve özelliklerini belirtmesi istenmiştir. Ardından belirtilen özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını sorgulanması istenmiştir. Böylelikle bir geometrik şeklin oluşması için yeter şartları belirlemesi beklenmiştir. Örneğin, ilk verilen şekil karedir. Burada katılımcının kareye ait gördüğü özellikleri söylenmesi istenmiştir (Örneğin, dört kenar ve köşeye sahiptir. Tüm kenar uzunlukları birbirine eşit, tüm açıları 90° , iç açıları toplamı 360° ve karşılıklı kenarları paraleldir). Daha sonra belirtmiş olduğu bu özelliklerin tüm kareler için geçerli olup olmadığını nedeni ile açıklanması istenmiştir. Burada katılımcılar kareyi farklı konumlarda ve boyutlarda görerek, değişmeyen özellikleri belirleyip kareyi kare yapan özellikleri tüm karelere genellemesi beklenmektedir. Bu aşama, sırası ile dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve genel dörtgen için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir.

Etkinlik 2’de katılımcılardan kare ve dikdörtgen arasındaki hiyerarşiyi keşfedebilmeleri için Görüşme soruları 2 uygulanmıştır. Süreç aşağıdaki şekilde ilerlemiştir.

1. İlk önce karenin karşılıklı birbirine paralel olan iki kenarını seçmeleri ve bu seçilen kenarların uzunlukları eşit olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir.
2. Katılımcılardan karede olan özelliklere dikdörtgende incelemeleri, sonrasında dikdörtgenin özelliklerine karede incelemeleri istenmiştir.
3. Ardından kare ve dikdörtgenin ortak özelliklerini ve farklılıklarını bulmaları, buldukları bu özelliklerin tüm kare ve dikdörtgenler için geçerli olup olmadığını test etmeleri için GGB’de kontrol etmelerine imkân verilmiştir.

4. Daha sonra, kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri (karenin bir dikdörtgen olduğunu) beklenmiştir.
5. Dikdörtgenden yola çıkarak bir kare tanımı yapmaları istenmiştir.

Diğer dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi keşfetmeleri için Görüşme soruları 3,4,5,6 ve 7 uygulanmıştır. Süreç aşağıdaki sıra ile ilerlemiştir.

1. Karenin kenar uzunluklarını değiştirmeden karşılıklı iki açısını eşit olacak şekilde değiştirerek eşkenar dörtgeni,
2. Dikdörtgenin kenar uzunluklarını değiştirmeden karşılıklı iki açısını eşit olacak şekilde değiştirerek paralelkenarı,
3. Eşkenar dörtgenin birbirine paralel iki kenarını seçip bu kenarların uzunluklarını eşit olacak şekilde değiştirerek paralelkenarı,
4. Paralelkenarın birbirine paralel iki kenarının seçilip bunların paralellliğini bozarak yamuğu,
5. Yamuğun birbirine paralel olan diğer iki kenarının da paralelliklerini bozarak genel dörtgeni oluşturmaları istenmiştir.

Yukarıda verilen adımlarda kare ve dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi keşfetme sürecindeki sorular sorulmuştur.

Ayrıca etki basamağı için kare-paralelkenar, kare-yamuk, kare-(genel) dörtgen, eşkenar dörtgen-yamuk, eşkenar dörtgen-(genel) dörtgen ve paralelkenar-(genel) dörtgen ikilileri arasındaki ilişkileri de düşünmeleri istenmiştir.

Son olarak katılımcılardan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri göstermeleri için kavram haritası çizmeleri istenmiştir. Etkinlikler süresince katılımcıların ihtiyaç duymalarına karşın kâğıt ve kalem hazır şekilde bulundurulmuştur. Genelleme sürecini oluşturan şemanın organizasyonu ise EK 9, EK 10, EK 11, EK 12, EK 13 ve EK 14'te verilmiştir.

3.7. Verilerin Analizi

Görüşmelerin video kayıtları transkript edilmiş ve genelleme sürecini derinlemesine incelemek için videolarda bulunan görsel veriler birçok kez izlenmiştir. Transkriptlerin analizi ve görüntülerin tekrar izlenmesi farklı zamanlarda yinelenerek veri kaybının önlenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca katılımcılar tarafından alınan notlar ve kavram haritaları da analize dâhil edilmiştir.

Bu çalışmada, görüşme sürecinde elde edilen veriler betimsel şekilde analiz edilmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e (2018) göre betimsel analiz;

1. Tematik çerçeve oluşturma,
2. Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi
3. Bulguların tanımlanması,
4. Bulguların yorumlanması

olmak üzere dört aşamadan oluşmaktadır. Bu araştırmada verilerin analizinden önce dörtgenlerin genellenmesine ait genelleme çatısına dair bir çerçeve oluşturulmuş ve verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiştir. Bu çatıya göre, elde edilen yeni veriler kod listesine eklenmiştir. Elde edilen verilerin anlamlı ve doğru bir şekilde kodlanması amacıyla, elde edilen veriler birçok kez incelenmiş ve karşılaştırmalar yapılarak tümevarımcı anlayışa göre kodlandıktan sonra temalaştırılmıştır. Temalar ile altında yer alan verilerin veya farklı temaların kendi aralarında bir bütün oluşturup oluşturmadığına karar vermek için analiz sürecinde matematik eğitimi alanında farklı uzmanlar ile çalışılmış ve mutabakat sağlanmıştır.

6. sınıf öğrencilerinin sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 15, EK 16, EK 17, EK 18, EK 19 ve EK 20'de; 7. sınıf öğrencilerinin sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 21, EK 22, EK 23, EK 24, EK 25 ve EK 26'da; 8. sınıf öğrencilerinin sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 27, EK 28, EK 29, EK 30, EK 31 ve EK 32'de verilmiştir.

3.8. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Sonuçların inandırıcılığı, bilimsel araştırmaların en önemli ölçütlerinden biridir. Bu yüzden “geçerlik” ve “güvenirlik” bu açıdan araştırmalarda en yaygın kullanılan ölçüttür (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Nitel araştırmada geçerlik araştırmacının araştırdığı olguyu olduğu biçimiyle ve olabildiğince tarafsız gözlemesi anlamına gelmektedir (Kirk ve Miller, 1986). Araştırmacının, araştırma alanına olan yakınlığı, yüz yüze görüşmeler yoluyla ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplaması, gözlemler yoluyla doğrudan ve olayın gerçekleştiği doğal ortam içinde uzun süreli bilgi toplaması, elde edilen bulguların teyit edilmesi için alana geri gidebilmesi ve ek bilgi toplama olanağının olması nitel araştırmada geçerliği oluşturmayı sağlayan önemli özelliklerdir. Ayrıca toplanan verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi ve araştırmacının sonuçlara nasıl ulaştığını açıklaması nitel

araştırmada geçerliğin önemli ölçütleri arasında yer almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Araştırma sonuçlarının inandırıcılığı açısından güvenilirlik konusunun nitel araştırmalar için farklı bir anlamı vardır. Le Compte ve Goetz (1982), güvenilirliğin sağlanması için araştırmacının öncelikle araştırma sürecindeki kendi konumunu açık bir biçimde tanımlaması, araştırma sürecinde oluşan sosyal ortamların ve süreçlerin tanımlanması, elde edilen verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçevenin ve varsayımların tanımlanması, veri toplama ve analiz yöntemleri ile ilgili ayrıntılı açıklamaların yapılması, toplanan verilerin betimsel bir yaklaşımla doğrudan sunulması, aynı araştırmaya birden fazla araştırmacının dâhil edilmesi, gözlem yoluyla elde edilen bulguların görüşmeler yoluyla teyit edilmesi, verilerin analizinde başka araştırmacıları kullanması ve ayrıntılı olarak tanımlanmış bir kavramsal çerçeveye bağlı olarak verilerin analizinin yapılması gibi önlemlerin alınması gerektiğini savunmaktadır.

Lincoln ve Guba (1985), nicel araştırmada kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkarılan “geçerlik” ve “güvenirlik” kavramları çerçevesinde değil nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceğini düşündükleri alternatif kavramlarla yapmışlardır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu kavramlar ve çalışmadaki gerçekleştirilme durumları Tablo 3.3’de karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Tablo 3.3. Araştırmada sağlanan geçerlik ve güvenilirlik kavramları (Erlandson, Skipper ve Allen (1993); akt. Yıldırım ve Şimşek (2018)’den uyarlanmıştır.)

Ölçüt	Nicel Araştırma	Nitel Araştırma	Kullanılan Yöntem	Gerçekleştirilme Durumu
Araştırma sonuçları yoluyla gerçeğin doğru temsili	İç geçerlik	İnandırıcılık	Uzun süreli etkileşim	✓
			Derinlik odaklı veri toplama	✓
			Çeşitleme	✓
			Uzman incelemesi	✓
			Katılımcı teyidi	x
Sonuçların uygulanması	Dış geçerlik	Aktarılabirlik	Ayrıntılı betimleme	✓
			Amaçlı örnekleme	✓
Tutarlılığı sağlama	Dış geçerlik (genelleme)	Tutarlılık	Tutarlılık incelemesi	✓
Nesnel, yansız olma	Dış güvenilirlik (tekrar edilebilirlik)	Teyit Edilebilirlik	Teyit incelemesi	✓

Nitel bir araştırma da yukarıda belirtilen özelliklerden en az ikisinin sağlanması durumunda yapılan çalışmanın geçerli ve güvenilir olduğu belirtilmiştir (Creswell, 2021). Bahsedilen dokuz özellikten sekizinin sağlandığı bu araştırma ile ilgili geçerlik ve güvenilirlik durumları aşağıda verilmiştir.

Uzun süreli etkileşim, araştırmacı veri kaynakları (katılımcılar, gözlenen ortam, dokümanlar, vb.) ile uzun süreli etkileşim içinde olarak veri kaynakları üzerinde kendi varlığından ve öznel algılarından kaynaklanabilecek etkiyi görebilir. Ayrıca araştırmacının gözlem yaptığı ortamda kalma süresini uzatması, araştırmacının gözlenen ortam ya da gözlem ortamında bulunan bireyler üzerindeki başlangıç etkisini azaltacak, gözlem sayısı ve süresi uzadıkça gözlenen süreç kendi doğal ortamına dönecektir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bundan dolayı araştırmada görüşmelerin yapılacağı katılımcılar mümkün olduğunca araştırmacının matematik dersine girdiği öğrencilerden seçilmiş olup, öğrencilerin matematiksel gelişimleri hakkında detaylı bilgiye sahip olunmuştur. Araştırmacının matematik dersine girmediği katılımcıların dersine giren diğer öğretmen ile öğrencilerin seçimi için detaylı görüşmeler yapılmış, öğrencilerin matematiksel gelişimleri hakkında bilgiler alınmıştır. Yapılan çalışmaların süre bakımında bir ile bir buçuk saat arasında sürmesi öğrencilerin süreç içerisinde gittikçe daha doğal tepkiler vermesine, daha açık fikirli olmasına neden olmuştur.

Derinlik odaklı veri toplamada, araştırmacının topladığı verilere eleştirel bir gözle bakması, bu verilerin araştırma sorularına yanıt vermede yeterliliğini sorgulaması ve elde ettiği sonuçları birbiriyle sürekli olarak karşılaştırarak, yorumlayarak ve kavramsallaştırarak, araştırmaya katılanların bile açık bir şekilde farkında olmadıkları bazı örüntüleri ortaya çıkarması, ayrıca ulaştığı sonuçların gerçeğe uygun olup olmadığını gerekirse ek veri toplayarak teyit etmesi beklenir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada katılımcıların matematiksel genelleme süreçlerini derinlemesine incelemek için veri toplama araçlarının etkililiğini artırmak ve derinleştirmek için GGB ortamındaki görüntüler, katılımcıların tuttukları notlar ve gözlemler sürece dahil edilmiştir. Böylelikle derinlemesine veri toplanmış ve araştırmanın inandırıcılığına katkı sağlanmıştır.

Çeşitleme, gerçeğin farklı yönlerini ve oluşumlarını öğrenebilmek için araştırmacı, araştırdığı olay ve olguya ilişkin farklı bakış açılarını, farklı anlamları, farklı göstergeleri ve kaynakları ortaya çıkarmalıdır. Yapılan araştırmada

katılımcıların GGB ortamındaki performanslarının gözlenmesi ve veri yapılandırılmış görüşme soruları ile yapılan görüşmeler olmak üzere iki ayrı veri toplama yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca GGB üzerinde yapılan etkinliklere ait kayıtlar, ekran görüntüleri, görüşme transkriptleri, katılımcıların tuttukları notlar, görüşme sorularına verilen cevaplar ve gözlemler sırasında elde edilen notlar veri toplama süreçleri zenginleştirilmiştir.

Uzman incelemesi, araştırma konusu hakkında genel bilgiye sahip ve nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerden, yapılan araştırmayı çeşitli yönlerden incelemesinin istenmesi inandırıcılık konusunda alınabilecek önlemlerden biridir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan çalışmada nitel çalışma konusunda uzman bir matematik eğitimcisi ile değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır. Süreç içerisinde yaşanan eksiklikler tartışılarak giderilmesi için gerekli yerlerde yeniden düzenlemeler yapılmıştır.

Ayrıntılı betimleme, ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğunca sadık kalınarak aktarılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu amaçla doğrudan alıntılar araştırmacılar tarafından sık kullanılmaktadır. Yapılan araştırmada katılımcıların belirlenme süreci ve özellikleri, çalışmanın yapılacağı ortamın belirlenmesi, çalışmada elde edilen bulgulara doğrudan yer verilmesi, veri toplama araçlarının oluşturulması, veri toplama sürecinden bahsedilmesi gibi başlıklara detaylı bir şekilde yer verilmiştir. Sürecin betimlenmesinde ise katılımcılardan direkt alıntılara da yer verilmiştir.

Amaçlı örnekleme, nitel araştırmalarda aktarılabilirliği arttırmak için hem tipik olarak karşımıza çıkan olay ve olguları hem de bunların değişkenlik gösteren özelliklerini ortaya koymayı yani nitel araştırmada genele ait bilgileri ortaya koymak yerine hem genele hem de özele ait bilgilere ulaşmayı amaçlar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada olay, olgu veya duruma ait değişkenlik ve çeşitlilik okuyucunun kendi uygulamasında var olabilecek değişkenliği ve çeşitliliği anlaması ve araştırma sonuçlarının karşılaştırılması için amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik ile katılımcılar belirlenmiştir.

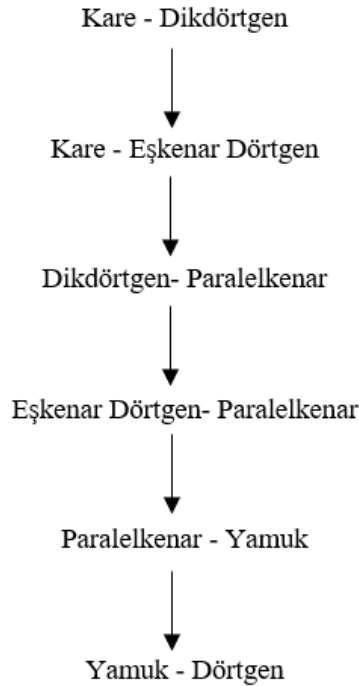
Tutarlılık incelemesi, araştırmacıya dışarıdan bir gözle bakılması ve araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma etkinliklerinde tutarlılığı

davranıp davranmadığını ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada katılımcıların matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesi amacı doğrultusunda araştırma desenini, veri toplama yöntemi ve araçlarını belirlenen kuramsal çerçeve içerisinde matematik eğitimi uzmanı iki araştırmacı incelemiştir. Bu süreçte iki uzman dışarıdan bir gözle olayı değerlendirmiş, elde edilen verilerin analizi ve yorumlanması aşamasında araştırmacıya yön vererek gerekli tutarlık incelemesi yapılmıştır.

Teyit incelemesi, dışarıdan bir uzman araştırmada ulaşılan yargıların, yorumların ve önerilerin ham verilere geri gidildiği zaman teyit edilip edilmediğine ilişkin bir değerlendirme yapılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada bu nedenle tüm veri toplama araçları (görsel, yazılı ve ses kayıtları, transkriptler, görüşme notları vb.), ham veriler, analiz aşamasında yapılan kodlamalar ve rapora temel oluşturan notlar oluşabilecek farklı bakış açılarıyla tekrar değerlendirilebilecek şekilde muhafaza edilmiştir.

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırmada elde edilen verilerin analiziyle ulaşılan bulgulara ve yorumlara yer verilecektir. Dört araştırma alt problemi ayrı ayrı değerlendirilerek elde edilen veriler ayrıntılı olarak sunulmuştur. Ayrıca dörtgenlerin ilişkilendirilmesinde izlenen sıralamanın sistematığı Şekil 4.1’de verilmiştir. Verilerden elde edilen bulgular bu sistematığe göre yorumlanmıştır. Böylece her bir sınıf seviyesinde elde edilen veriler kare-dikdörtgen, kare-eşkenar dörtgen, dikdörtgen-paralelkenar, eşkenar dörtgen-paralelkenar, paralelkenar-yamuk ve yamuk-dörtgen olmak üzere altı başlık altında incelenmiştir. İlişkilendirmelerde ilgili dörtgen daha önce incelenmiş ve yorumlanmışsa (örneğin kare-dikdörtgen ilişkisi), diğer ilişkilendirmelerde (örneğin kare-eşkenar dörtgen ilişkisi) bu dörtgenin (örneğin kare) incelenmesine tekrar yer verilmemiştir. Bu başlıklar altında ise önce genelleme eylemlerinin ilişkilendirme basamağı için hazırlanan Etkinlik 1 ve daha sonra genelleme eylemlerinden araştırma ve genişletme basamakları ile yansıma genellemeleri için hazırlanan Etkinlik 2 uygulamaları sonucunda elde edilen bulgular detaylandırılmıştır.



Şekil 4.1. Bulgular Sistematığı

Her aşamada bulgular katılımcıların sınıf seviyelerine ve akademik düzey başarılarına göre ayrı ayrı belirtilmiş ve katılımcıların kullandığı ifadeler tırnak

işareti içinde, bu ifadelerin süreçlerdeki parçalanmaları ise italik şekilde yazılarak verilmiştir.

4.1. 6. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular

6. sınıf seviyesinde bulunan matematik dersi akademik başarı düzeyleri yüksek (Ö1), orta (Ö2) ve düşük (Ö3) olan üç katılımcıya Etkinlik 1’deki kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgen şekilleri verilmiştir. Bu geometrik şekiller arasındaki ilişkileri bulmaları istenmiştir. Katılımcılarla yapılan tek oturum halindeki görüşmeler yaklaşık olarak, Ö1 ile 77 dakika, Ö2 ile 83 dakika ve Ö3 ile 70 dakika sürmüştür.

4.1.1. Kare-Dikdörtgen İlişkisi

4.1.1.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere önce GGB’de kare ve dikdörtgen verilip bunların özellikleri sorulmuştur. Etkinlik 2’de kare ile dikdörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenerek devam edilmiştir.

Kare

Katılımcılara verilen kare üzerinden bu çokgenin özellikleri sorulmuş ve söyleyecekleri bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirlemeleri istenmiştir. Katılımcılar karenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı karelerden yola çıkarak tüm kareler için bu özelliklerin geçerli olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen kareyi incelediklerinde;

Ö1: 4 kenarı var, açıları 90° , iç açıları toplamı 360.

Ö2: Kenar uzunluklarının birbirine eşit olması, 4 köşesi ve 4 kenarı var.

Ö3: Bütün kenarları eşit, hepsi 90° , 4 kenarı, 4 köşesi var.

ifadelerini kullanmışlardır. Ayrıca söylemiş oldukları özellikleri bir kâğıda not etmiş ve bunların dışında Ö1 “4 köşesi var, kenarları eşit uzunlukta, karşılıklı kenarlar birbirlerine paralel”; Ö2 “tüm açıları 90° , açılardan toplamı 360° , kenar uzunlukları değişebilir” ve Ö3 ise “iç açıları toplamı 360° ” özelliklerini eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir.

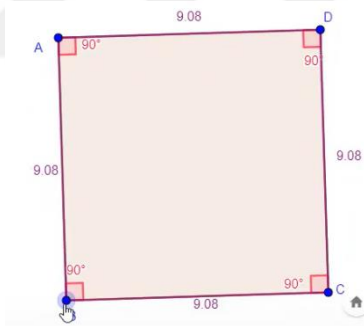
Katılımcıların tümü söyledikleri özelliklerin tüm karelerde geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı kareler oluşturmuş,

Ö1: Geçerlidir, yani karelerin hepsinin iç açıları toplamı 360, kenarları eşit uzunlukta, hepsinin 4 köşesi, 4 kenarı var. Böyle işledik, gördük, nedenini sorgulamadım.

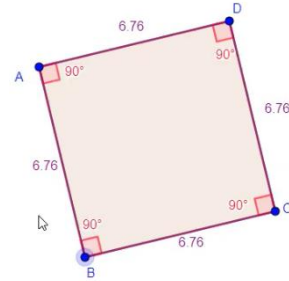
Ö2: Şu 90°'ler geçerli, sadece şuradaki kenar uzunlukları farklı olabilir. Sadece uzunlukları değişiyor. Değişmiyor özellikler.

Ö3: Evet, yani aslında değildir gibi de olabilir. Yani kenarları daha kısa, daha uzun olabilir. Hayır, yine kenarları eşit, yine 90°, iç açıları toplamı 360°. Evet, çünkü kare ne olursa olsun kenarları eşit.

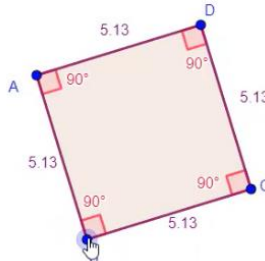
ifadelerini kullanmışlardır. Ö3 ilk önce geçerli olacağını söylemiş, ardından kenar uzunluklarının değişmesinden ötürü kafa karışıklığı yaşamış ve GGB'de farklı kareler oluşturup sonuç olarak belirttiği özelliklerin her zaman geçerli olacağı kanısına varmıştır. Ö1 ise farklı kareler oluşturduğu halde nedenini açıklayamamış ve daha önceki bilgilerine dayanarak cevap vermiştir. Katılımcıların hepsinin *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ö1'in Şekil 4.2'de, Ö2'nin Şekil 4.3'te ve Ö3'ün Şekil 4.4'te oluşturdukları farklı karelere ilişkin örnekler verilmiştir.



Şekil 4.2. Ö1'in Oluşturduğu Kare



Şekil 4.3. Ö2'nin Oluşturduğu Kare



Şekil 4.4. Ö3'ün Oluşturduğu Kare

Dikdörtgen

Katılımcılara GGB'de bir dikdörtgen verilmiş ve bu çokgenin özellikleri ve söyledikleri bu özelliklerin her zaman geçerli geçerli olup olmadığı sorulmuştur.

Katılımcılar dikdörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı dikdörtgenlerden yola çıkarak tüm dikdörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen dikdörtgeni incelediklerinde;

Ö1: Karşılıklı kenarları birbirine eşit, açısı 90° , 4 köşesi, 4 kenarı var.

Ö2: Bir kenarı diğer kenardan büyük veya küçük oluyor hocam, 4 köşesi var, uzun olan büyük kısa olan küçük, açılarının toplamı 360° , GE ile HF, GH ile EF eşit hocam. 4 kenarı var, karşısındaki kenar diğerine eşit.

Ö3: İki kenarı farklı yani yan kenarı farklı öbür kenarı farklı, bir kenarı kısa ikisinde ama kısa, bunlar uzun.

ifadelerini kullanmışlardır. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri bir kâğıda not etmiş ve Ö1 “*iç açıları toplamı 360° , karşılıklı kenarlar birbirine paralel*”; Ö2 “*tüm açıları 90° , uzun olan büyük, kısa olan küçüktür, kenar uzunlukları değişebilir*” ve Ö3 ise “*uzun kenarları aynı, kısa kenarları aynı, iç açısı 90° , açılarının toplamı 360° , 4 kenarı, 4 köşesi vardır*” özelliklerini de eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür.

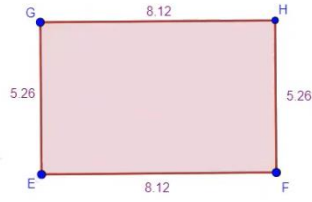
Katılımcıların hepsi söyledikleri özelliklerin tüm dikdörtgenlerde geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı dikdörtgenler oluşturarak:

Ö1: Evet, nedenini bilmiyorum ama böyle öğrendik.

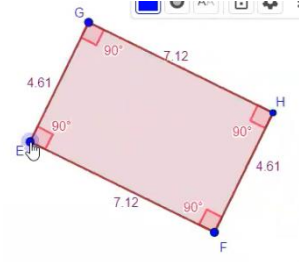
Ö2: Sadece şey kenar uzunlukları değişebilir, geçerli. Açıları değişmiyor ama uzunlukları değiştiği için bir şey olmaz. Evet, dikdörtgen oldu.

Ö3: Evet, burada da kısa kenarları var aynı zamanda uzun kenarları var. Açıları 90° , toplamı 360, 4 kenarı ve 4 köşesi var.

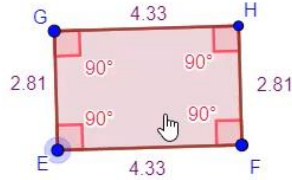
ifadelerini kullanmışlardır. Ö2 ve Ö3 cevaplarını nedenleri ile açıklayıp cevaplarından emin olduklarını göstererek, Ö1 ise daha önceden edindiği bilgilerden yararlanarak ezbere bir cevap vermiş olup, katılımcıların *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ö1’in Şekil 4.5’te, Ö2’nin Şekil 4.6’da ve Ö3’ün Şekil 4.7’de oluşturdukları farklı dikdörtgenlere ilişkin örnekler verilmiştir.



Şekil 4.5. Ö1'in Oluşturduğu Dikdörtgen

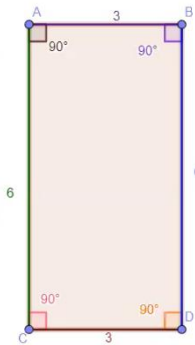


Şekil 4.6. Ö2'nin Oluşturduğu Dikdörtgen



Şekil 4.7. Ö3'ün Oluşturduğu Dikdörtgen

Etkinlik 2'de katılımcılara GGB'de bir kare verilmiştir. Katılımcılara gördükleri çokgenin ne olduğu sorularak kareyi kavrayıp kavrayamadıkları gözlenmeye çalışılmıştır. Katılımcılar şeklin kare olduğunu belirtmiş olup, kare için ilişkilendirme basamağı teyit edilmiştir. Katılımcılardan karşılıklı iki kenar seçmeleri ve karenin karşılıklı kenarlarının paralelliği ile açılarını bozmadan seçtiği kenarların uzunlukları eşit olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Katılımcıların hepsi istenilen çokgeni elde etmiştir. Ö2'nin oluşturduğu dikdörtgen örneği Şekil 4.8'de verilmiştir.



Şekil 4.8. Ö2'nin Oluşturduğu Dikdörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda, dikdörtgen olduğunu Ö1 “*karşılıklı kenarları birbirine eşit, açıları 90°*”; Ö2 “*çünkü yeşil ile mavi 6 ama bordo ve turuncu 3 hocam, diğer şey kenarı AC uzun, CD kısa olduğu için*” ve Ö3 ise “*uzun kenarları ve kısa kenarları var, karşılıklı kenarları aynı*” şeklinde

nedenleri ile açıklayarak dikdörtgen için *ilişkilendirme* basamağının gerçekleştirdikleri görülmüştür.

Katılımcılara karedeki özelliklerin dikdörtgende geçerli olup olmadığı ve dikdörtgendeki özelliklerin karede geçerli olup olmadığı sorularak kare ve dikdörtgenin ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Katılımcıların tümü bu iki soru içinde ortak özellikleri belirtmişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö1: İkisinde de 90° , iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları paralel, 4 köşesi, 4 kenarı var.

Ö2: Açılar 90° , açıların toplamı 360° 'dir. Kenar uzunlukları değişebilir, 4 köşeleri var, 4 kenarları var.

Ö3: Açılar 90° , açıların toplamı 360° 'dir. 4 kenar, 4 köşesi var.

şeklinde belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve katılımcılar,

Ö1: Geçerli, Çünkü. Eee... karede yine 90° açılar. İç açıları toplamı 360'tır. 4 kenarı, 4 köşesi var. Bunlar karede değişmez. Dikdörtgende de açılar 90° , iç açıları toplamı 360. Karşılıklı kenarlar birbirine paralel. 4 köşe 4 kenarı var. Dikdörtgende de değişmez bu özellikler. İkisinde de bu özellikler olduğu için.

Ö2: Geçerlidir, çünkü hocam kare ve dikdörtgen oluşturmak için illaki bu özelliklere uymamız gerekiyor. Hocam bir açının 90° olması lazım. Tüm açıların toplamı 360. Karede tüm kenarlarına eşit olması lazım. 4 kenarı olması lazım. Dört köşesi olması lazım dikdörtgende de Şey karşısındaki kenarın ikisinin birbirine eşit olması lazım.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö3 ise bilmediğini söylemiştir. Ö1 ve Ö2 yaptıkları *araştırmanın* sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her kare ve dikdörtgen için geçerli olduğunu aldıkları notlardan yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö1 ve Ö2'nin bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir. Ö3 ise kare ve dikdörtgen arasındaki *aynı ilişkiyi* bulmaya çalışmış ancak bulduğu ortak özellikleri genellemediği düşünülmektedir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö1: Karenin tüm kenarları eşitken, dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit.

Ö2: Dikdörtgende büyük ve küçük kenar var, ama şey de karede tüm kenarları birbirine eşit.

Ö3: Karede bütün kenarları eşit, dikdörtgende sadece karşılıklı olarak eşit.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların tümünün kare ve dikdörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir.

4.1.1.2. Yansıma Genellemeleri

Bu aşamada katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak karenin bir dikdörtgen olduğunu keşfetmeleri ve dikdörtgeni kullanarak bir kare tanımı yapmaları beklenmiştir. Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda tüm katılımcılar ilişkiyi bulamamıştır. Dikdörtgene dayalı bir tanım yapabilmeleri için katılımcılara dikdörtgende neleri değiştirdiklerinde kare oluşacağı sorulmuş ve katılımcılar bilmediklerini belirtmişlerdir.

4.1.2. Kare-Eşkenar Dörtgen İlişkisi

4.1.2.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de kare ve eşkenar dörtgen verilip bunların özellikleri sorulmuştur. Etkinlik 2’de kare ile eşkenar dörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Karenin özelliklerine daha önce “Kare-Dikdörtgen” başlığı altında Genelleme Eylemlerindeki ilişkilendirme basamağına ait bulgularda yer verilmiştir.

Eşkenar Dörtgen

Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir eşkenar dörtgen verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı sorulmuştur. Katılımcılar eşkenar dörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı eşkenar dörtgenlerden yola çıkarak tüm eşkenar dörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını Ö1 ve Ö2 belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılardan Ö1 ve Ö2’nin genelleme eylemlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan hem *durumları* hem de *nesneleri ilişkilendirdiği*, Ö3’ün ise sadece ilişkilendirme basamağında *durumları ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılardan Ö1, Etkinlik 1’deki 3. şekli ilk başta dörtgen olarak isimlendirmiş ve geometrik şeklin özelliklerini “4 köşesi var, karşılıklı açıları birbirine eşit, kenar uzunlukları birbirine eşit, 4 kenarı var, iç açıları toplamı 360” olarak belirtmiştir. Ancak Ö1 geometrik şeklin özel adını koyamamış ve araştırmacı “Acaba

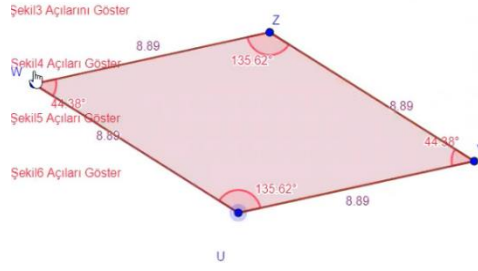
kenarlarının özelliklerinden dolayı bir ismi olabilir mi?” sorusunu sorduktan sonra Ö1 düşünüp eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir. Katılımcılardan Ö2, etkinlikteki şekli paralelkenar olarak adlandırmış ve geometrik şeklin özelliklerini “bununda kenarları eşit, karşısındaki kenar birbirine eşit, 4 kenarı var, karşısındaki açı değeri eşit” olarak belirtmiştir. Ö2 şeklin özel adını söylememiş ve araştırmacı adını söylemiştir. Katılımcılardan Ö3 ise bu şekli ilk önce kare olarak adlandırıp, ardından açılarını gördüğünde “açısı 90° değil” ifadesini kullanarak kare olmadığını fark etmiş ve şeklin özelliklerini “4 kenarı, 4 köşesi var, bütün kenar uzunlukları eşit, iç açıları toplamı 360” olarak belirtmiştir. Ö3 şeklin özel adını söylememiş ve araştırmacı adını söylemiştir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri bir kâğıda not etmiş ve Ö1 daha önceki bilgilerine dayanarak “karşılıklı kenarlar birbirine paralel” ve Ö2 “4 köşesi var, açıları toplamı 360°, açı değerleri değişebilir, kenar uzunlukları da değişebilir” özelliklerini de eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden durumları ilişkilendirerek genelleme yaptıkları düşünülmüştür.

Katılımcıların tümü söyledikleri özelliklerin tüm eşkenar dörtgenler için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı eşkenar dörtgenler oluşturarak,

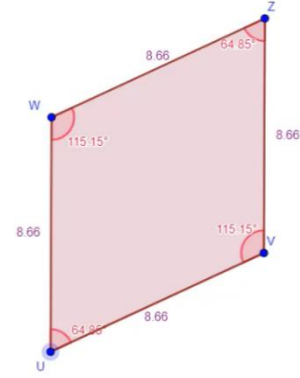
Ö1: Geçerlidir, evet.

Ö2: Geçerlidir, kenar ve açıları değiştirilebiliyor ama hep 360 kalıyor.

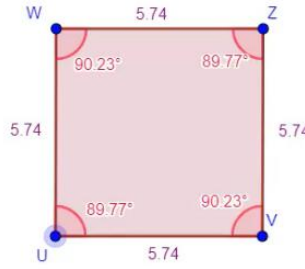
ifadelerini kullanmışlardır. Ö2 cevabını nedeni ile belirterek söylerken, Ö1 oluşturduğu eşkenar dörtgenlere bakarak sadece cevabını belirtmiştir. Ö3 ise ilk önce “evet, yine aynıdır diye düşünüyorum” demiş ve ardından farklı bir eşkenar dörtgen oluşturunca “değilmiş, açıları değişiyor, iç açıları toplamı 360, bütün kenarları eşit, 4 kenarı var, 4 köşesi var” ifadelerini kullanmıştır. Ancak Ö3 burada kesin kararını “aynıdır” olarak belirtmiştir. Bu durumun katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu gösterdiği ve *nesneleri ilişkilendirerek genelleme yaptıklarını* düşündürmektedir. Ö1’in Şekil 4.9, Ö2’nin Şekil 4.10 ve Ö3’ün Şekil 4.11’de oluşturdukları farklı eşkenar dörtgenlere ilişkin örnekleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.9. Ö1'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

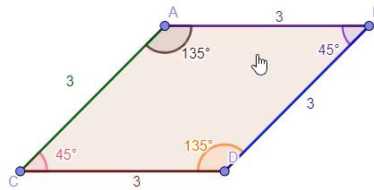


Şekil 4.10. Ö2'nin Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen



Şekil 4.11. Ö3'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

Araştırmacı tarafından katılımcılara GGB'de bir kare verilmiş ve karşılıklı iki açı seçmeleri istenmiştir. Kenar uzunluklarını ve karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki açıyı aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Katılımcıların tümü istenilen çokgeni elde etmiştir. Ö2'nin oluşturduğu eşkenar dörtgen örneği Şekil 4.12 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.12. Ö2'nin Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda eşkenar dörtgen olduğunu Ö1, “Kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı açıları birbirine eşit.”; Ö2, “Çünkü buradaki C ile B iki açı eşit, tüm kenarları eşit” ve Ö3 ise aldığı notlardan kontrol ederek “Yazdığım bilgilerle aynı” şeklinde nedenleri ile açıklamış ve katılımcıların ilişkilendirme basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği görülmüştür.

Katılımcılara karedeki özelliklerin eşkenar dörtgende ve eşkenar dörtgendeki özelliklerin karede olup olmadığı sorulmuş ve böylece kare ve eşkenar dörtgenin ortak özelliklerini keşfetmeleri beklenmiştir. Ancak katılımcıların tümü iki durum için de ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö1: 4 köşesi, 4 kenarı var, iç açıları toplamı 360, kenar uzunlukları aynı, karşılıklı kenarlar birbirine paralel.

Ö2: Kenar uzunlukları eşit, açılar toplamı 360, kenar uzunlukları değişebilir.

Ö3: İç açıları toplamı 360, 4 kenarı, 4 köşesi var. Kenar uzunlukları birbirine eşit.

olarak belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve katılımcılar ellerindeki notlardan yararlanarak,

Ö1: Geçerli, karede 4 köşe 4 kenar var. iç açıları toplamı 360. Karşılıklı kenarları birbirine eşit. Eşkenar dörtgenin de 4 köşesi, 4 kenarı var, iç açıları toplamı 360. Karşılıklı kenarlar birbirine paralel. Kare ve eşkenar dörtgen olması için bu özelliklerin olması gerekiyor o yüzden geçerli.

Ö2: Geçerlidir hocam, çünkü hocam şey, tüm açılar ve kenarlarda aynı oluyor. Evet hocam, çünkü tüm açılar toplamı hep 360 kenarlarını da eşit olması lazım.

Ö3: Evet, bilmiyorum.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö1 ve Ö2 yaptıkları *araştırmanın* sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her kare ve eşkenar dörtgen için geçerli olduğu yani *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö1 ve Ö2'nin bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir. Ö3 ise söylediği ortak özelliklerin her zaman geçerli olduğunu belirtmesine rağmen nedeni sorulduğunda cevaplayamamıştır. Bu yüzden kare ve eşkenar dörtgen arasındaki *aynı ilişkiyi* bulmaya çalıştığı ancak bulduğu ortak özellikleri genellemediği düşünülmektedir.

Katılımcılara kare ve eşkenar dörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö1: Açılar 90° karede ama eşkenar dörtgende karşılıklı açılar birbirine eşit.

Ö2: Vardır, açılar farklı hocam 90° değil. Karede tüm açılar 90° olması lazım ama eşkenar dörtgende karşılıklı açılar eşit.

Ö3: Karenin bütün açılar 90° .

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların hepsinin kare ile eşkenar dörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir.

4.1.2.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve eşkenar dörtgeni kullanarak bir kare tanımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara kare ve eşkenar dörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda bir ilişki kuramamışlardır. Aynı zamanda eşkenar dörtgene dayalı bir tanım yapabilmeleri için eşkenar dörtgende neler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorulmuş ve bilmediklerini belirtmişlerdir. Bu da katılımcıların genişletme eyleminde ayrıntıları uzaklaştırma basamağını tam olarak gerçekleştiremediklerini göstermektedir.

4.1.3. Dikdörtgen-Paralelkenar İlişkisi

4.1.3.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de dikdörtgen ve paralelkenar verilip bunların özellikleri sorulmuştur. Etkinlik 2’de dikdörtgen ve paralelkenarın ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Dikdörtgenin özelliklerine “Kare-Dikdörtgen” başlığı altında Genelleme Eylemlerindeki ilişkilendirme basamağına ait bulgularda yer verilmiştir.

Paralelkenar

Katılımcılara GGB’de bir paralelkenar verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özellikleri ve bu özellikler her zaman geçerli olup olmadığı sorulmuştur. Katılımcılar paralelkenarın özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı paralelkenarlardan yola çıkarak tüm paralelkenarlar için bu özelliklerin geçerli olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların Genelleme Eylemlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen paralelkenarı incelediklerinde,

Ö1: Açıları karşılıklı birbirine eş, iç açıları toplamı 360, 4 köşesi ve 4 kenarı vardır.

Ö2: Karşısındaki kenar diğerine eşit, 4 köşesi var, 4 kenarı var, açılarının toplamı 360, kenar uzunlukları değişebilir, açılarının değerleri değişebilir ama hep 360 olması lazım, karşısındaki açı ölçüleri eşit.

Ö3: Dört kenarı, dört köşesi var, uzun kenarları var, kısa kenarları var.

ifadelerini kullanmışlardır. Ayrıca söylediklerinin dışında aldıkları notlardan Ö1, “*karşılıklı kenarlar eşit, karşılıklı kenarlar birbirine paralel*” ve Ö3 “*4 kenarı, 4 köşesi var; iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarlar eşit*” özelliklerini eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür.

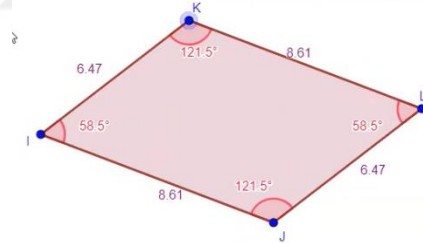
Katılımcılardan Ö1 ve Ö3 daha önceki bilgilerinden yola çıkarak, Ö2 söyledikleri özelliklerin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı paralelkenarlar oluşturarak,

Ö1: Evet, eee... yani hepsinde karşılıklı kenarlar eşit, hepsinin iç açıları toplamı 360.

Ö2: Geçerlidir, çünkü hocam bu kenarların hepsini, bu kenarların hepsinin şey olmadı lazım karşısındakine eşit olması lazım, açı değerlerinin toplamının 360 olması lazım.

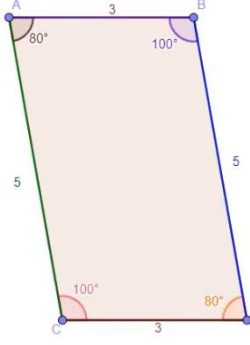
Ö3: Aynıdır, yine iç açıları 360’tır. 4 köşesi ve 4 kenarı var. Karşılıklı kenarları eşit.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların hepsi cevaplarını nedenleri ile açıklamış ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıklarını düşündürmektedir. Ö2’nin Şekil 4.13’te oluşturduğu paralelkenara ait örnek aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.13. Ö2’nin Oluşturduğu Paralelkenar

Etkinlik 2’de ise katılımcılardan dikdörtgenin karşılıklı iki açısını seçmeleri ve kenar uzunlukları ile karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki açıyı aynı kalacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Ö3’ün oluşturduğu paralelkenar örneği Şekil 4.14’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.14. Ö3'ün Oluşturduğu Paralelkenar

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda Ö1, “Paralelkenar, karşılıklı kenarları birbirine eşit. Karşılıklı kenarlar birbirine paralel. 4 köşesi, 4 kenarı var. Karşılıklı açılar birbirine eşit.” ve Ö2, “Paralelkenar, çünkü karşılıklı iki kenar birbirine eşit, A ile D karşılıklı yani iki açı da karşılıklı oluyor eşit” olarak ifade etmişlerdir. Ö3 ise ilk önce “dikdörtgen” demiş nedeni sorulduğunda “iç açıları 90° ” cevabını vermiştir. Ardından şekle tekrar bakıp açılarının 90° olmadığını fark edip “dikdörtgen değil, yamuk da değil, yamuk diyeceğim yaa, ama yamukta kenarları farklı demişim yamuk değil” ifadelerini kullanmıştır. Daha sonra yazdıklarına tekrar bakarak “paralelkenar, çünkü yazdıklarım ile aynı” cevabını vermiştir. Bu yüzden Ö1 ile Ö2’nin Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını gerçekleştirdikleri ancak Ö3’ün paralelkenarı tam olarak ilişkilendirmediği düşünülmektedir.

Katılımcılara dikdörtgendeki özelliklerin paralelkenarda ve paralelkenardaki özelliklerin dikdörtgende olup olmadığı sorularak dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ancak katılımcıların hepsi bu iki soru içinde ortak özellikleri saymışlardır. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö1: Açılarının toplamı 360° , 4 kenarı ve 4 köşesi var, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarlar birbirine paralel.

Ö2: Büyük ve küçük kenarları var hocam, açılarının toplamı 360, 4 kenarı ve 4 köşesi var. Kenar uzunlukları değişebilir ve açı değerleri değişebilir.

Ö3: Karşılıklı kenarları eşit, iç açıları toplamı 360. Özellikleri aynı.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların hepsinin *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş,

Ö1: Geçerlidir, Paralelkenarın işte paralelkenar olması için karşılıklı kenarlarının birbirine eşit, iç açılarının toplamı 360 olması gerekiyor. 4 köşesi, 4 kenarı olması gerekiyor. Karşılıklı kenarların birbirine paralel olması gerekiyor. Dikdörtgende de karşılıklı kenarları birbirine eşit, paralel. 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları toplamı 360° olması gerekiyor. İkisinde de bu özellikler olmadan dikdörtgen ve paralelkenar olmuyor.

Ö2: Evet, çünkü biz bunları oynatsak da oynatmasak da hep aynı sonuç çıkıyor.

Ö3: Evet, çünkü her zaman öyledir. Yani her zaman 4 köşesi ve 4 kenarı var, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları eşit.

ifadelerini kullanmışlardır. Bu aşamanın sonucunda katılımcıların tümü kendilerince ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her dikdörtgen ve paralelkenar için geçerli olduğunu ellerindeki notlardan da yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö1: Dikdörtgende tüm açılar 90°, paralelkenarda karşılıklı açılar birbirine eşit.

Ö2: Farklılıklar var, paralelkenarda tüm açılar 90° değil.

Ö3: İç açıları dikdörtgenin 90°.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların hepsinin dikdörtgen ve paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir.

4.1.3.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve paralelkenarı kullanarak bir dikdörtgen tanımları yapmaları istenmiştir.

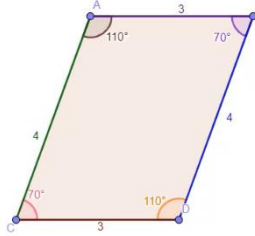
Katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki ilişki olduğu sorulduğunda bir ilişki kuramamışlardır. Aynı zamanda katılımcılara paralelkenara dayalı bir dikdörtgen tanımları yapabilmeleri için paralelkenarda neler değiştirilirse dikdörtgen oluşacağı sorulmuş ve bilmediklerini belirtmişlerdir.

4.1.4. Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar İlişkisi

4.1.4.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de eşkenar dörtgen ve paralelkenar verilip bunların özelliklerinin neler olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de eşkenar dörtgen ve paralelkenarın ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Etkinlik 2’de katılımcılardan eşkenar dörtgenin karşılıklı iki kenarını seçmeleri ve açıların değerleri ile karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki kenarın uzunlukları aynı kalacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Ö1’in oluşturduğu paralelkenar örneği Şekil 4.15’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.15. Ö1’in Oluşturduğu Paralelkenar

Katılımcıların tümü paralelkenarı oluşturabilmiştir. Oluşturdukları geometrik şekil sorulduğunda Ö1, “*Paralelkenar, karşılıklı kenarları paralel ve eşit uzunlukta, karşılıklı açılar birbirine eşit, iç açıları toplamı 360°*”; Ö2, “*Paralelkenar, karşısındaki kenar uzunlukları eşit, 4 köşesi var, 4 kenarı var, açılarının toplamı 360. Kenar uzunlukları değişebilir, açı değerleri değişebilir ama açılarının toplamı 360 olması lazım. Karşısındaki açı ölçüsü diğeriyle eşittir*” ve Ö3 ise önce oluşan çokgeni “*dörtgen*” olarak isimlendirmiş, ardından yazdığı özelliklere bakıp “*paralelkenar*” olarak adlandırmıştır. Nedenini ise “*Çünkü iç açıları 90° değil*” olarak belirtmiştir. Burada Ö1 ve Ö2’nin Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını gerçekleştirdikleri ancak Ö3’ün hala paralelkenarı tam olarak ilişkilendiremediği düşünülmektedir.

Katılımcılara eşkenar dörtgendeki özelliklerin paralelkenarda ve paralelkenardaki özelliklerin eşkenar dörtgende olup olmadığı sorularak eşkenar dörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Katılımcıların tümü ortak özellikleri belirtmişler, yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö1: İç açıları toplamı 360, 4 köşesi ve 4 kenarı var. Karşılıklı kenarı birbirine paralel, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit.

Ö2: 4 köşeleri var. 4 kenarları var. Açılarının toplamı 360. Kenar uzunlukları değişebilir. Açı değerleri değişebilir ama karşısındaki açı ölçüsü ile değeri eşit olacak.

Ö3: 4 kenarı ve 4 köşesi var. İç açıları toplamı 360.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş,

Ö1: Geçerli, Eşkenar dörtgen olması için karşılıklı kenarları birbirine eşit, kenar uzunlukları aynı, 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları birbirine paralel olması gerekiyor. Paralelkenarda da karşılıklı açılar eşit, karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, 4 köşesi 4 kenarı ve karşılıklı kenarların birbirine paralel olması gerekiyor. Yani ikisini de yani evet ikisine de geçerli.

Ö2: Evet, çünkü şekilleri değişse de değişmese de paralelkenar ve eşkenar dörtgen oluyor.

Ö3: Evet, çünkü her zaman öyle kalıyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların tümü yaptıkları araştırmalar sonucunda kendilerince ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her eşkenar dörtgen ve paralelkenar için geçerli olduğunu ellerindeki notlardan yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö1: Paralelkenarda iki farklı uzunluk var ama karşılıklı kenarlarının uzunlukları aynı ama eşkenar dörtgende tüm kenar uzunlukları aynı.

Ö2: Eşkenar dörtgende kenarlar eşit ama paralelkenarda kenarlar eşit değil. Karşısındaki kenar uzunluğu eşit ama eşkenarda hepsi eşit.

Ö3: Eşkenar dörtgende kenar uzunlukları aynı ama paralelkenarda sadece karşılıklı kenarların uzunlukları eşit.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların tümü eşkenar dörtgen ve paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir.

4.1.4.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfetmeleri ve paralelkenarı kullanarak bir eşkenar dörtgen tanımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda bir ilişki kuramamışlardır. Aynı zamanda katılımcılara paralelkenara dayalı bir eşkenar dörtgen tanımı yapabilmeleri için paralelkenarda neler değiştirildiğinde eşkenar dörtgen oluşacağı sorulmuş ve bilmediklerini belirtmişlerdir.

4.1.5. Paralelkenar-Yamuk İlişkisi

4.1.5.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de paralelkenar ve yamuk verilip bunların özelliklerinin neler olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de paralelkenar ve yamuğun ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Yamuk

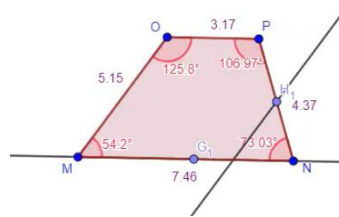
Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir yamuk verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özellikleri neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar yamuğun özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı yamuklardan yola çıkarak tüm yamuklar için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların enelleme eylemlerinin *ilişkilendirme* basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen yamuğu incelediklerinde,

Ö1: 4 köşesi, 4 kenarı var. Kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iç açıları birbirine eşit değil, iç açıları toplamı 360.

Ö2: Uzunlukları birbirine eşit değil, iç açıları toplamı 360, 4 kenarı ve 4 köşesi var, kenar uzunlukları ve açıları değişebilir, kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil.

Ö3: Kenar uzunluğunun hiçbirisi aynı değil, yine 4 köşesi ve 4 kenarı var, iç açıları toplamı 360.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılardan Ö1 kenarların paralelliğini kontrol etmek için GGB’yi kullanarak “*iki kenarı birbirine paralel, iki kenarı birbirine paralel değil*” demiştir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö1’in kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.16’da aşağıda verilmiştir



Şekil 4.16. Ö1’inYamuğun Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

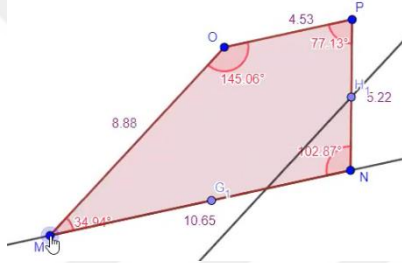
Katılımcılar söyledikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı yamuklar oluşturarak,

Ö1: Geçerlidir, çünkü yamuk olması için iki kenarı paralel iki kenarı paralel olmaması lazım.

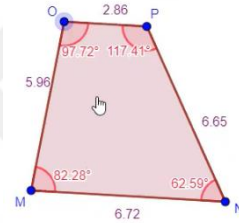
Ö2: Bence geçerlidir, çünkü hocam tüm yamukların kenar ve açıları farklı oluyor.

Ö3: Evet, yine 4 köşesi 4 kenarı olacak, açıları birbirinden farklı olacak, iç açıları toplamı 360 olacak. Yine kenarları farklı oluyor.

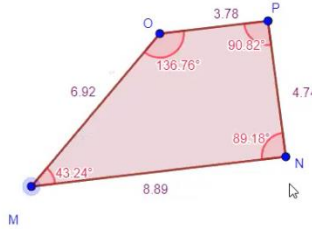
ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların hepsi cevaplarını nedenleri ile açıklamış ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ö1'in Şekil 4.17'de, Ö2'nin Şekil 4.18'de ve Ö3'ün Şekil 4.19'da oluşturdukları farklı paralelkenarlara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.17. Ö1'in Oluşturduğu Yamuk 1

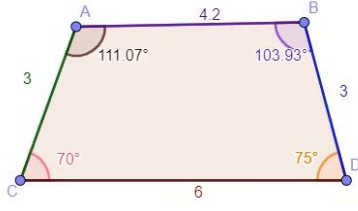


Şekil 4.18. Ö2'nin Oluşturduğu Yamuk 1

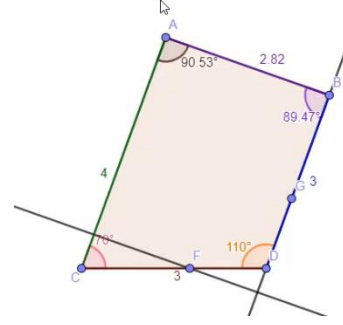


Şekil 4.19. Ö3'ün Oluşturduğu Yamuk 1

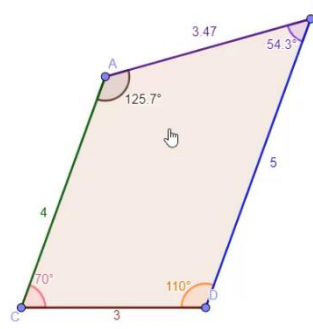
Etkinlik 2'de ise katılımcılardan paralelkenarın karşılıklı iki kenarını seçmeleri ve diğer iki kenarın paralelliği bozulmadan seçtiği kenarların paralelliğini değiştirmeleri istenmiştir. Katılımcılardan Ö1 kenarların paralelliğini kontrol edebilmek için GGB'de paralellik sekmesinden yararlanırken diğer katılımcılar paralellik kontrolü yapmadan şekli oluşturmaya çalışmışlardır. Ö1'in Şekil 4.20'de, Ö2'nin Şekil 4.21'de ve Ö3'ün Şekil 4.22'de oluşturdukları geometrik şekiller aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.20. Ö1'in Oluşturduğu Yamuk 2



Şekil 4.21. Ö2'nin Oluşturduğu Yamuk 2



Şekil 4.22. Ö3'ün Oluşturduğu Yamuk 2

Oluşan çokgenlere bakıldığında sadece Ö1'in yamuğu oluşturduğu görülmektedir. Ö2 ve Ö3 paralelliği kontrol etmedikleri için birer dörtgen oluşturmuşlardır. Katılımcılara oluşturdukları çokgenin ne olduğu sorulduğunda Ö1 “Yamuk, iki kenarı birbirine paralel, iki kenarı birbirine paralel değil” dolarak ifade etmiştir. Ö2 önce yamuk olarak belirtmiş ardından notlarına bakarak “bu dörtgen, çünkü hocam bunun dörtgen olmasının sebebi bu açılarının hepsi birbirine eşit değil ve kenarlarının da hepsi birbirine eşit değil” demiştir. Daha sonra Ö2 fikrini “galiba bu yamuk” diyerek değiştirmiştir. Ö2'nin yamuğun özelliklerini eksik öğrendiği görülmektedir. Ö3 ise oluşturduğu çokgeni yamuk olarak adlandırmış ve nedeni sorulduğunda “Burada yazdığım bilgilerle aynı, kenar uzunlukları birbirinden farklı. 4 kenarı ve 4 köşesi var. İç açıları toplamı 360” demiştir. Ö3'ün de yamuğun özelliklerini eksik öğrendiği görülmektedir. Bu yüzden Ö2 ve Ö3'ün yamuk ve dörtgen için ilişkilendirme basamağını gerçekleştiremedikleri düşünülmektedir. Bu bölümde Ö2 ve Ö3'ün oluşturdukları çokgenin dörtgen olmasına rağmen yamuk olarak adlandırdıkları için ona göre sorular yöneltilmiştir.

Katılımcılara paralelkenardaki özelliklerin yamukta ve yamuktaki özelliklerin paralelkenarda olup olmadığı sorularak yamuk ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Katılımcılar bu iki soru için ortak özellikleri

söylemişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö1: İç açıları toplamı 360, 4 köşesi ve 4 kenarı var.

Ö2: Vardır. Çünkü 4 kenarı var, 4 köşesi var. Açıların ölçülerini toplamı 360 kenar uzunluklar ve açı ölçüleri değişebilir. Açılar toplamı 360 yani bu yüzden ortak özellikleri vardır.

Ö3: 4 kenarı ve 4 köşesi vardır. İç açıları toplamı 360.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcılardan Ö1'in *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştığı düşünülmektedir. Ö2 ve Ö3 çokgeni yanlış oluşturup ve oluşturdukları çokgeni yanlış adlandırdıkları için *aynı ilişkiyi araştırma* basamağında başarısız olarak kabul edilmiştir. Ayrıca katılımcılara belirtmiş oldukları bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve:

Ö1: Yamukta çünkü 4 köşe ve 4 kenar olması lazım. İç açıları toplamı 360 olması gerekiyor. Paralelkenarda da aynı.

Ö2: Geçerlidir. Çünkü hocam, ikisinde de açı değerlerini değiştirsek de hep 4 kenarları kalıyor, 4 köşeleri oluyor, açıların toplamı hep 360 oluyor. Gene açı ölçüleri değişebiliyor.

Ö3: Evet.

ifadelerini kullanmışlardır. Bu ifadeler neticesinde katılımcılardan Ö1'in *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalıştığı düşünülmektedir. Ö2 ve Ö3 çokgeni yanlış oluşturup ve oluşturdukları çokgeni yanlış adlandırdıkları için *aynı çözüm veya sonucu araştırma* basamağında başarısız olarak kabul edilmiştir.

Katılımcılara paralelkenar ve yamuk arasındaki farklar sorulduğunda:

Ö1: Yamukta açılar birbirine eşit değil ama şey paralelkenarda karşılıklı açılar birbirine eşit. Yamukta kenarlar eşit değil ama paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine eşit. Yamukta iki kenarı paralel iki kenarı paralel değil ama paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine paralel.

Ö2: Paralelkenarda karşılıklı kenar uzunlukları eşit ama yamukta kenar uzunlukları birbirine eşit değildir.

Ö3: Yamukta kenar uzunlukları farklı, paralelkenarın sadece karşılıklı kenarları eşit.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö1'in paralelkenar ve yamuğun farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdığı* düşünülmektedir. Ö2 ve Ö3 çokgeni yanlış oluşturup ve oluşturdukları çokgeni yanlış adlandırdıkları için *ayrıntıları uzaklaştırma* basamağına ulaşamadıkları düşünülmektedir.

4.1.5.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak paralelkenarın bir yamuk olduğunu keşfetmeleri ve yamuğu kullanarak bir paralelkenar tanımı yapmaları istenmiştir. Ayrıca *etki* kategorisi için katılımcılara kare ile yamuk, dikdörtgen ile yamuk ve eşkenar dörtgen ile yamuk arasındaki ilişkileri daha önce keşfettikleri bilgilerden yola çıkarak bulmaları istenmiştir.

Katılımcılara paralelkenar ve yamuk arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda bir ilişki kuramamışlardır. Aynı zamanda katılımcılara yamuğa dayalı bir paralelkenar tanımı yapabilmeleri için yamukta hangi özellikler değişirse paralelkenar oluşacağı sorulmuş ve bilmediklerini belirtmişlerdir. Katılımcılar paralelkenar ve yamuk arasında bir ilişki kuramadıkları için kare ile yamuk, dikdörtgen ile yamuk ve eşkenar dörtgen ile yamuk arasındaki ilişkileri de kuramamışlardır.

4.1.6. Yamuk-Dörtgen İlişkisi

4.1.6.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de yamuk ve dörtgen verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de yamuğun ve dörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Dörtgen

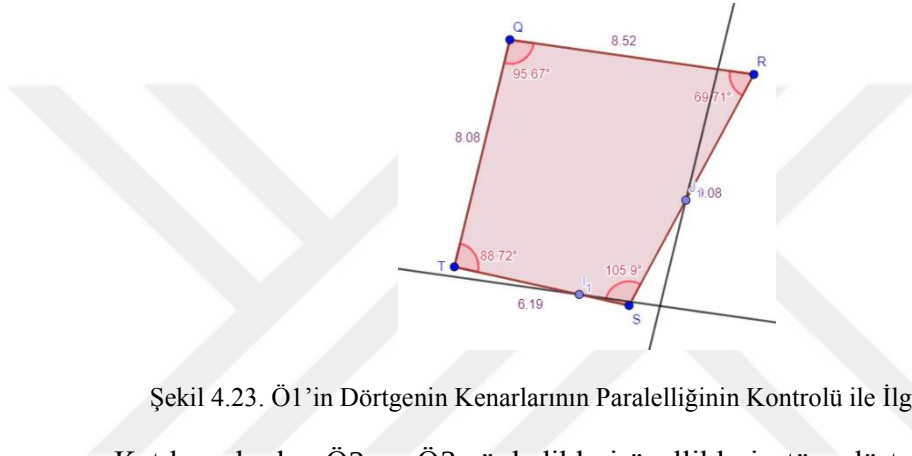
Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir dörtgen verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar dörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı dörtgenlerden yola çıkarak tüm dörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen dörtgeni incelediklerinde;

Ö1: Kenar uzunlukları farklı, açıları da farklı. 4 köşesi, 4 kenarı var.

Ö2: İç açıları toplamı 360° , 4 köşesi, 4 kenarı var. Açı ölçüleri eşit değildir. Kenar uzunlukları eşit değildir.

Ö3: Dört kenarı var, dörtgen.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılardan Ö1, şeklin kenarlarının paralelliği hakkında “iki kenarı paralel” dedikten sonra GGB’de kontrol ederek “aaa..., değil, hiçbirine birbirine paralel değil” demiştir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri bir kâğıda not etmişlerdir ve söylediklerinin dışında Ö2 “açıları değişebilir ama toplamı hep 360° ’dir” ve Ö3 “iç açıları toplamı 360, kenar uzunlukları birbirinden farklı, 4 köşesi var” özelliklerini eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden durumları ilişkilendirerek genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö1’in kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel olan Şekil 4.23 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.23. Ö1'in Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

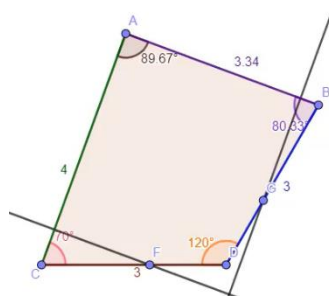
Katılımcılardan Ö2 ve Ö3 söyledikleri özelliklerin tüm dörtgenler için geçerli olup olmadığını ellerindeki notlardan yararlanarak,

Ö2: Evet, geçerlidir. Çünkü kenarların hep farklı olması lazım. Bir de bu açılarının hepsinin toplam 360 olması lazım.

Ö3: Yani değiştirsem bile yine iç açıları toplamı 360 olur. 4 kenarı 4 köşesi olur. Tüm kenar uzunlukları farklı olur.

ifadelerini kullanırken Ö1 “eşkenar dörtgen karşılıklı kenarlar birbirine paralel, kenar uzunlukları eşit, eşkenar dörtgende bir dörtgen” diyerek burada daha önceki edindiği bilgilerden yola çıkarak eşkenar dörtgeninde bir dörtgen olduğunu ama uygulama esnasında dediği şeylerle çeliştiğini düşünerek burada katılımcı kararsız kalmıştır. Araştırmacı “Bir çokgeni dörtgen olarak adlandırmak için hangi özelliklerin kesinlikle olması lazım” sorusunu yöneltmiş ve Ö1 “4 köşesi, 4 kenarı olmalı, yeterli” cevabını vermiştir. Ardından katılımcı söylediği özelliklerin tüm dörtgenler için geçerli olduğunu belirtmiştir. Katılımcıların cevaplarını nedenleri ile açıklayarak nesneleri ilişkilendirerek genelleme yaptıkları düşünülmektedir.

Etkinlik 2’de ise katılımcılardan yamuğun karşılıklı paralel olan kenarlarının paralellliğini bozmaları istenmiştir. Ö1’in oluşturduğu dörtgen örneği olan Şekil 4.24. aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.24. Ö1’in Oluşturduğu Dörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda Ö1 “dörtgen, kenarları birbirine paralel değil, 4 kenarı ve 4 köşesi var, iç açıları toplamı 360”; Ö2 “yamuk, açıları birbirine eşit değil, açılarının toplamı 360, 4 kenarı ve 4 köşesi var, kenar uzunlukları ve açı ölçüleri değişebilir”; Ö3 ise “dörtgen, iç açıları toplamı 360, kenar uzunlukları farklı, 4 kenar ve 4 köşesi var” ifadelerini kullanmışlardır. Ö1’in genelleme eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği; Ö2’nin dörtgen kavramını tam oluşturamadığı ve Ö3’ün ise bir önceki bölümde de dörtgen oluşturmuş olup ona yamuk demesi ile buradaki şekle dörtgen demesi çelişkili olmasından ötürü onun da zihninde yamuk ve dörtgenin gerek yeter şartlarını belirleyemediği düşünülmektedir. Bu yüzden Ö2 ve Ö3’ün *ilişkilendirme* basamağını gerçekleştiremedikleri düşünülmektedir. Ö2’nin cevabının yamuk olmasından dolayı görüşmesi burada sonlandırılmıştır. Diğer sorular Ö1 ve Ö3’e sorulmuştur.

Ö1 ve Ö3’e yamuktaki özelliklerin dörtgende ve dörtgendeki özelliklerin yamukta olup olmadığı sorularak yamuk ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Her iki katılımcı da bu iki soru için ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö1: 4 köşesi ve 4 kenarı var. İç açıları toplamı 360. Açıları birbirine eşit değil. Kenar uzunlukları birbirine eşit değil.

Ö3: İç açıları toplamı 360, kenar uzunlukları birbirinden farklı. 4 köşesi ve 4 kenarı var. Aynılar.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcılardan Ö1'in *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştığı, Ö3'ün ise yamuğun ve dörtgenin gerek yeter şartlarını belirleyememesinden dolayı bir ilişki kuramadığı düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve ellerindeki notlardan yararlanarak,

Ö1: Geçerli, yamuğun yamuk olması için 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları 360 olması gerekiyor. İç açılarının birbirine eşit olmaması gerekiyor. Kenar uzunluklarının eşit olmaması gerekiyor. Dörtgende de kenar uzunlukları birbirine eşit olmaması gerekiyor. Açılar farklı olması gerekiyor. 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları toplamı 360° olması gerekiyor. İkisinde de bu özellikler olduğu için ortak.

Ö3: Evet, çünkü yine uzunlukları birbirinden farklı olacak. Yine 4 kenarı ve 4 köşesi olacak. İç açıları toplamı 360 olacak.

olarak belirtmişlerdir. Ö1 yaptığı araştırmalar sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her yamuk ve dörtgen için geçerli olduğunu elindeki notlardan yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmıştır ve bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir. Ancak Ö3, yamuk ve dörtgenin gerek yeter şartlarını doğru bir şekilde belirleyememesinden dolayı bir ilişki kuramadığı düşünülmektedir.

Ö1 ve Ö3'e yamuk ve dörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö1: Yamuğun 2 kenarı birbirine paralel, 2 kenar birbirine paralel değil ama dörtgen de hiçbir kenar paralel değil.

Ö3: Yoktur.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö1 yamuk ve dörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdığı* düşünülmektedir. Ö3 ise yamuk ile dörtgen arasında bir fark görememiştir ve ayrıntıları uzaklaştıramamıştır.

4.1.6.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak yamuğun bir dörtgen olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve dörtgeni kullanarak bir yamuk tanımı yapmaları istenmiştir. Ayrıca *etki* kategorisi için katılımcılara kare ile dörtgen, dikdörtgen ile dörtgen, eşkenar dörtgen ile dörtgen ve paralelkenar ile dörtgen arasındaki ilişkileri daha önce keşfettikleri bilgilerden yola çıkarak bulmaları istenmiştir.

Ö1 ve Ö3'e yamuk ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda bir ilişki kuramamışlardır. Aynı zamanda Ö1 ve Ö3'e dörtgene dayalı bir yamuk tanımı

yapabilmeleri için dörtgende neler değiştirildiğinde yamuk oluşacağı sorulmuş ve bilmediklerini belirtmişlerdir. Katılımcılar yamuk ve dörtgen arasında bir ilişki bulamadığından kare ile dörtgen, dikdörtgen ile dörtgen, eşkenar dörtgen ile dörtgen ve paralelkenar ile dörtgen arasındaki ilişkileri de kuramamışlardır.

4.2. 7. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular

7. sınıf seviyesinde bulunan matematik dersi akademik başarı düzeyleri yüksek (Ö4), orta (Ö5) ve düşük (Ö6) olan üç katılımcıya Etkinlik 1’deki kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgen şekilleri verilmiştir. Bu geometrik şekiller arasındaki ilişkileri bulmaları istenmiştir. Katılımcılarla yapılan tek oturum halindeki görüşmeler yaklaşık olarak, Ö4 ile 90 dakika, Ö5 ile 110 dakika ve Ö6 ile 76 dakika sürmüştür.

4.2.1. Kare-Dikdörtgen İlişkisi

4.2.1.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de kare ve dikdörtgen verilip bunların özellikleri sorulmuştur. Etkinlik 2’de kare ile dikdörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Kare

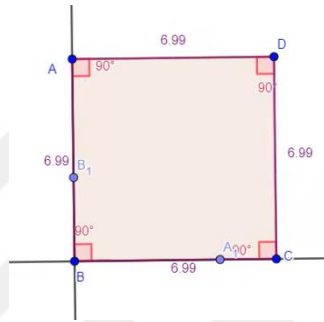
Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir kare verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özellikleri ve söyleyecekleri bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı sorulmuştur. Katılımcılar karenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı karelerden yola çıkarak tüm kareler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcıların hepsi araştırmacının verdiği kare dışında başka kareler oluşturmuşlardır. Katılımcılar kendilerine verilen kareyi incelediklerinde,

Ö4: Dört kenarı da birbirine eşit, açıları birbirine eşit, 4 tane kenar ve 4 tane köşesi var, iç açıları toplamı 360.

Ö5: Eş kenarları var, açıları da eşit. Şurası komşu açı oluyor, mesela A-B, A-D, B-C, C-D toplamı 180, dört tane kenarı var, dört köşesi var, tek bir açısı 90 oluyor.

Ö6: Bütün kenarları eşit, açıları eşit, dört kenar, dört köşesi var.

ifadelerini kullanmışlardır ve katılımcılar karenin kenarlarının paralellliğini GGB’de kontrol ederek Ö4 “*karşılıklı kenarları birbirine paralel*”, Ö5 “*AD ile BC, AB ile DC kenarları paralel oluyor*” ve Ö6 ise “*AD kenarıyla BC kenarı paralel, AB ile CD’de*” olarak ifade etmişlerdir. Ayrıca söylemiş oldukları özellikleri bir kâğıda not etmiş ve söylediklerinin dışında Ö4 “*her bir açısı 90°*”, Ö5 “*karşılıklı kenarları eşit, iç açıları toplamı 360°*” ve Ö6 “*iç açıları 90°, iç açıları toplamı 360°*” özelliklerini eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ö4’ün kenarların paralellliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4. 25’de aşağıda verilmiştir.



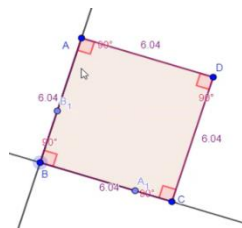
Şekil 4.25. Ö4’ün Karenin Kenarlarının Paralellliği ile İlgili Temsili

Katılımcılardan Ö4 ve Ö5, söyledikleri özelliklerin tüm karelerde geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı kareler oluşturarak,

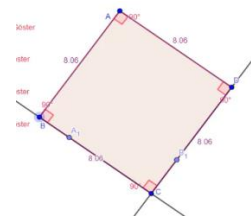
Ö4: Evet, yani köşelerin teri değişse bile yani uzunlukları aynı kalıyor, iç açıları aynı kalıyor, iç açıları toplamı 360 ya da bütün kenarları eşit oluyor.

Ö5: Evet, hepsi için geçerli. Çünkü zaten karenin hepsinin kenarları birbirine eşit olmalı kare olması için. İç açıları da eşit oluyor gene.

şeklinde belirtmişler, Ö6 ise daha önce öğrendiği bilgilerden hatırladıklarına dayanarak “*geçerlidir, tüm kareler aynı*” ifadesini kullanmışlardır. Katılımcıların *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğu düşünülmektedir. Ö4’ün Şekil 4.26’da ve Ö5’in Şekil 4.27’de oluşturdukları farklı karelere ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.26. Ö4’ün Oluşturduğu Kare



Şekil 4.27. Ö5’in Oluşturduğu Kare

Dikdörtgen

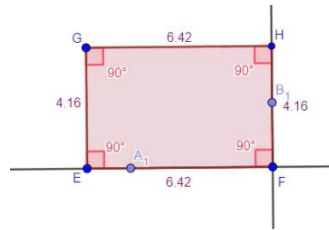
Katılımcılara GGB’de bir dikdörtgen verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı sorulmuştur. Katılımcılar dikdörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı dikdörtgenlerden yola çıkarak tüm dikdörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen dikdörtgeni incelediklerinde,

Ö4: İç açıları toplamı 360, kenar uzunlukları da karşılıklı kenarları birbirine eşit.

Ö5: Uzun ve kısa kenarları yani eşit değil, dört kenarı var, G-E komşu açı, H-F de komşu açı, G-H komşu açı tekrardan, iç açıları toplamı 360° , dört kenarı, dört köşesi var, G-E 180° oluyor.

Ö6: Bütün açıları 360° ’a eşit dört köşeyi topladım, köşe sayısı dört, GE kenarlarıyla HF kenarları eşit, GH ile EF kenarları eşit.

ifadelerini kullanmışlar ve hepsi dikdörtgenin kenarlarının paralelliğini GGB’de kontrol ederek “*karşılıklı kenarların birbirine paralel*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri bir kâğıda not etmiş ve Ö4 “*her bir açısı 90° , dört kenarlı, paralellikleri değişmez, dört köşeli*”; Ö5 “*bir iç açısı 90° , E-F komşu açı, karşılıklı kenarları eşit*” ve Ö6 ise “*yan kenarlarla üst ve alt kenarlar farklı, dört kenarı var, bir açıları 90°* ” özelliklerini de eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö5’in kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.28’de aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.28. Ö5’in Dikdörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

Katılımcılar söyledikleri özelliklerin tüm dikdörtgenlerde geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı dikdörtgenler oluşturarak,

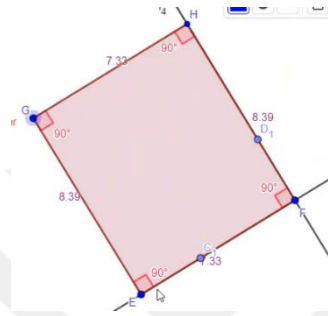
Ö4: Yine aynı oluyor. Gene karşılıklı kenarları paralel eşit, iç açıları toplamı hep 360 oluyor. Yani hocam özellikler değişmiyor.

Ö5: Evet, çünkü zaten dikdörtgen olarak adlandırmamız için kısa ve uzun kenarları olmalı. Onlarda hep eşit oluyor birbirine. İç açıları her zaman 90 olur

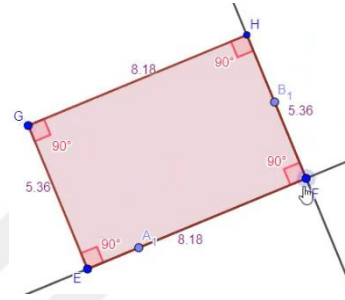
ve toplamda 360 olur. Paralellik, köşe, kenarlar yani komşu açıları 180 oluyor her zaman.

Ö6: Evet.

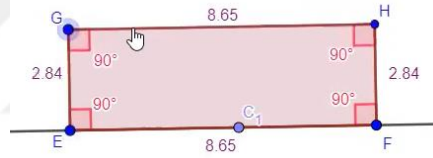
ifadelerini kullanarak geçerliğini belirtmişlerdir. Ö4 ve Ö5 cevaplarını nedenleri ile açıklayarak cevaplarından emin olduklarını göstermiş, Ö6 ise daha önceden edindiği bilgilerden yararlanarak ezbere bir cevap vermiş ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yapmışlardır. Ö4'ün Şekil 4.29'da, Ö5'in Şekil 4.30'da ve Ö6'nın Şekil 4.31'de oluşturdukları farklı dikdörtgenlere ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.29. Ö4'ün Oluşturduğu Dikdörtgen

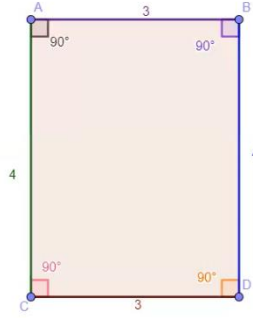


Şekil 4.30. Ö5'in Oluşturduğu Dikdörtgen



Şekil 4.31. Ö6'nın Oluşturduğu Dikdörtgen

Etkinlik 2'de katılımcılara GGB'de bir kare verilmiştir. Gördükleri çokgenin ne olduğu sorularak kareyi kavrayıp kavrayamadıkları gözlenmiştir. Katılımcılar ekrandaki şeklin kare olduğunu belirtmiş olup kare için *ilişkilendirme* basamağı teyit edilmiştir. Katılımcılardan karşılıklı iki kenar seçmeleri ve karenin karşılıklı kenarlarının paralelliği ile açılarını bozmadan seçtiği kenarların uzunlukları eşit olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Katılımcıların hepsi istenilen çokgeni elde etmiştir. Ö4'ün oluşturduğu dikdörtgen örneği Şekil 4.32'de aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.32. Ö4'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda, dikdörtgen olduğunu Ö4 “karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360° , dört kenarlı ve dört köşeli”; Ö5 “uzun kenar ve kısa kenar olduğu için farklı yani kenarları, AB ile CD eşit, AC ile BD eşit, iç açıları toplamı 360, dört kenarı ve dört köşesi var”; Ö6 ise “üst kenarları yan kenarlarına göre daha uzun” şeklinde nedenleri ile açıklamış ve dikdörtgen için ilişkilendirme basamağının gerçekleştirdikleri görülmüştür.

Katılımcılara karedeki özelliklerin dikdörtgende ve dikdörtgendeki özelliklerin karede olup olmadığı sorularak kare ve dikdörtgenin ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Katılımcıların bu iki soru içinde ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak aynı ilişkiyi araştırmaya çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö4: İki de dörtgen, ortak özellikleri var. İç açıları 360° toplamı da, karşılıklı kenarları birbirine eşittir, her bir açıları 90° , dört kenarlı ve dört köşeli.

Ö5: Karşılıklı paralel kenarları var, iç açıları toplamı 360, komşu açıları var, dört tane köşesi ve dört tane kenarı var ikisinde. Komşu açıları toplamı 180. Karşılıklı kenarları eşit.

Ö6: Açıların eşit olması, açılarının toplamının eşit olması, dört kenarlı olması, dört köşesinin olması.

olarak belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve katılımcılardan Ö5, GGB’de farklı kare ve dikdörtgen oluşturarak, Ö4 ve Ö6 ise ellerindeki notlardan yararlanarak;

Ö4: Bir karenin kenar uzunluklarını değiştirsek bile ya da dikdörtgenin hep aynı kalır iç açıları toplamı, açıları 90° oluyor, karşılıklı kenarları birbirine eşit oluyor.

Ö5: Hayır, değişmez. Kare hep aynıdır.

Ö6: Açıklayamam.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 yaptıkları *araştırmanın* sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her kare ve dikdörtgen için geçerli olduğunu, Ö4 elindeki notlardan yararlanarak ve Ö5 ise farklı kare ve dikdörtgen oluşturarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö4 ve Ö5'in bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir. Ö6 ise kare ve dikdörtgen arasındaki *aynı ilişkiyi* bulmaya çalışmış ancak bulduğu ortak özellikleri genellemediği düşünülmektedir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasındaki farklar sorulduğunda:

Ö4: İşte farklı birer dörtgen, karede bütün kenarları birbirine eşit ama dikdörtgende karşılıklı kenarlar birbirine eşit.

Ö5: Var, mesela karede kenarlarının hepsi birbirine eşit, dikdörtgende sadece karşılıklı kenarları eşit.

Ö6: Kenarları eşit değil, yan kenarlarındakilerle eşit değil dikdörtgenin.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların kare ve dikdörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö4, “*Dikdörtgendeki özellikleri kare de bulabiliyoruz*” diyerek dikdörtgenin özelliklerinin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö4'ün hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma* basamaklarını gerçekleştirmiş olup *genişletme* yaptığı düşünülmektedir.

4.2.1.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak karenin bir dikdörtgen olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve dikdörtgeni kullanarak bir kare tanımları istenmiştir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda Ö4 önce ikisinin de dörtgen olduğunu belirtmiş ve kare ile dikdörtgen arasında başka bir ilişki bulamamıştır. Ancak görüşme de dörtgen ve kare arasında ilişkiye bakarken dörtgenin tüm özelliklerinin kare olduğunu görmüş ve karenin bir dörtgen olduğunu “*dikdörtgendeki bütün özellikler karede var ve o zaman kare bir dikdörtgendir*” ifadesi ile belirterek *fenomeni devam ettirmiştir*. Ö5 kare ve dikdörtgen arasında bir ilişki kuramazken, Ö6 ise dikdörtgenin bir kare olduğunu söyleyerek yanlış bir genelleme yapmıştır.

Katılımcılara dikdörtgene dayalı bir tanım yapabilmeleri için dikdörtgende neler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorulmuş ve

Ö4: Karşılıklı kenarlarından birinin uzunluğu kısalsın ve bütün kenarları birbirine eşit olursa kare olur. Çünkü dikdörtgende karşılıklı kenarlardan biri farklı boyutta olduğu için karedeki gibi bütün hepsini eşit yaparsak kareye dönüşür.

Ö5: Karşılıklı kenarları değil de bütün kenarları birbirine eşit olursa kare oluşur.

Ö6: Yan kenarları üst ve alt kenarlara eşit olursa.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılar kurdukları cümlelerde dikdörtgenin bütün kenarları birbirine eşit olursa kare oluşur demeye çalışmış ancak doğru matematiksel ifadeler kuramamışlardır.

Katılımcılardan dikdörtgenden yola çıkarak bir kare tanımı yapmaları istenmiş ve Ö4 “*Kare dikdörtgen gibi dört kenardan oluşan bir çokgendir*” tanımını yapmıştır. Ö4 burada sadece kare ve dikdörtgenin ortak özelliğini söyleyerek bir tanım yapmaya çalışmış ancak katılımcıdan beklenen dikdörtgen ile kare arasındaki farktan yola çıkarak bir tanım yapmasıdır. Bu yüzden katılımcılar herhangi bir tanım yapamadığı düşünülmüştür.

4.2.2. Kare-Eşkenar Dörtgen İlişkisi

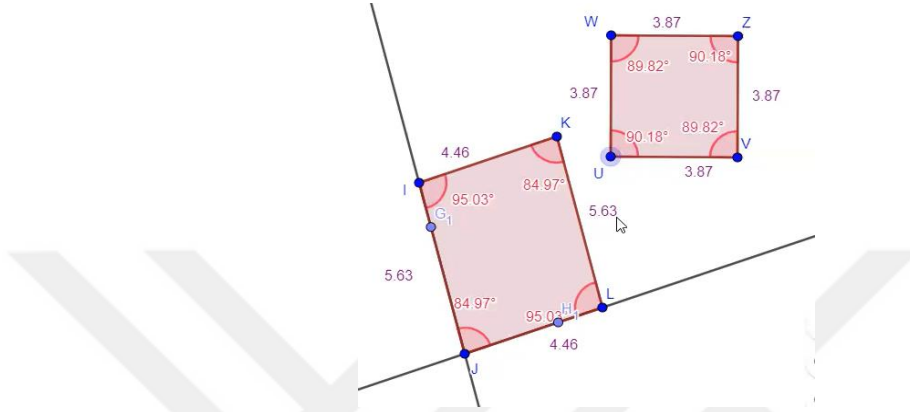
4.2.2.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de kare ve eşkenar dörtgen verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de kare ile eşkenar dörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Eşkenar Dörtgen

Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir eşkenar dörtgen verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özelliklerinin neler ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar eşkenar dörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı eşkenar dörtgenlerden yola çıkarak tüm eşkenar dörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılardan Etkinlik1’deki Şekil 3’ü önce dörtgen olarak isimlendirmiş ve geometrik şeklin özellikleri için “*karşılıklı kenarları paralel, iç açıları toplamı 360°, karşılıklı kenarları birbirine*

eşit, çapraz açıları da birbirine eşit, hepsi eşit kenar uzunluklarının” diyerek paralelkenar olarak adlandırmıştır. Daha sonra dikdörtgen-paralelkenar ilişkilendirmesi sürecinde 4. şekil ekranda açıldığında bir çelişkiye düşüp “*paralel dörtgen olabilir mi ya da paralelkenar, Şekil 3’e tekrar bakabilir miyiz?*” diyerek ekranda iki geometrik şekli karşılaştırmaya başlamıştır. Ö4’ün 3. ve 4. şekli incelemesine dair görsel Şekil 4.33’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.33. Ö4’ün Etkinlik 1’deki Şekil 3 ve Şekil 4’ü Karşılaştırmasına Dair Görsel

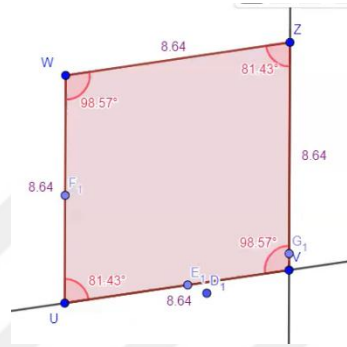
Katılımcı, “*özellikleri aynı hocam. İç açıları toplamı 360 ikisininde. İkisi de dörtgen. Karşılıklı kenarları ikisininde birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel ikisininde.*” demiş ve daha sonra kenarlar ile ilgili farklı bir durum fark edip “*yok, şekilleri farklı Şekil 3’ün kenar uzunlukları farklı. Yani Şekil 3’ün kenar uzunlukları eşit, Şekil 4’ün eşit değil, sadece karşılıklı kenar uzunlukları eşit*” diyerek Şekil 4’ün paralelkenar olduğunu belirtmiştir. Katılımcı bu durumda Şekil 3’ün özel bir adı olmalı diye düşünerek “*eşkenar dörtgen*” olduğunu hatırlamış ve dikdörtgen-paralelkenar altında tekrardan eşkenar dörtgeni yapılandırmaya başlamıştır. Katılımcılardan Ö5 ve Ö6 ise ilk önce geometrik şeklin özelliklerini belirtmişler ancak bir isimlendirme yapamamışlardır. Bu süreçte araştırmacı Şekil 3’ün özel adının eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiş ve katılımcılar kendilerine verilen eşkenar dörtgeni incelediklerinde,

Ö4: Karşılıklı kenarları birbirine eşit yani gerçi tüm kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, karşılıklı açıları birbirine eşit.

Ö5: İç açıları eşit değil, W ile V açıları eşit, U ile Z eşit, dört kenarı var, dört köşesi var, W ve U komşu, komşu açılar 180°, karşılıklı kenarları birbirine eşit, çapraz açıları da birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, tüm kenarları eşit.

Ö6: Baklava dilimi, kenar uzunlukları eşit, dört kenarlı, açıları eşit değil.

ifadelerini kullanmışlardır ve katılımcılar eşkenar dörtgenin kenarlarının paralelliğini GGB’de kontrol ederek “*karşılıklı kenarların birbirine paralel*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri kâğıda not etmiş ve Ö4 “*çapraz açılar birbirine eşit, dört köşeli, dört kenarlı*” ve Ö6 ise “*köşe sayısı dört, iç açıları toplamı 360°* ” söylediklerinden farklı özellikler de eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden durumları *ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö6’nın kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.34’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.34. Ö6’nın Eşkenar Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

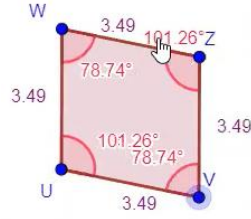
Katılımcılar söyledikleri özelliklerin tüm eşkenar dörtgenler için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı eşkenar dörtgenler oluşturarak,

Ö4: Özellikleri değişmez, çünkü karşılıklı kenarları birbirine eşit olur, köşelerinin yerini, şeklini, kenar uzunluklarını değiştirsek bile değişmez.

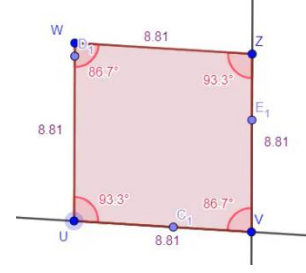
Ö5: Evet, yine aynı.

Ö6: Evet.

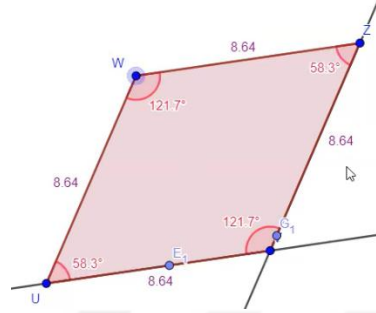
ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 cevabını nedeni ile belirterek söylerken, Ö5 ve Ö6 oluşturdukları eşkenar dörtgenlere bakarak sadece cevaplarını belirtmişlerdir. Bu durum katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermekte ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ö4’ün Şekil 4.35’te, Ö5’ün Şekil 4.36’de ve Ö6’nın Şekil 4.37’de oluşturdukları farklı eşkenar dörtgenlere ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.35. Ö4'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

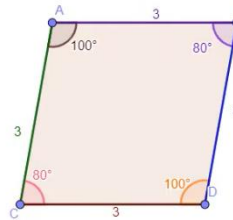


Şekil 4.36. Ö5'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen 1



Şekil 4.37. Ö6'nın Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

Araştırmacı tarafından Etkinlik 2'de katılımcılara GGB'de bir kare verilmiştir. Katılımcılardan karşılıklı iki açı seçmeleri istenmiştir. Kenar uzunluklarını ve karşılıklı kenarların paralelliğini değiştirmeden seçtikleri iki açıyı aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Katılımcılar istenilen çokgeni elde etmiştir. Ö5'in oluşturduğu eşkenar dörtgen örneği Şekil 4.38'de aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.38. Ö5'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen 2

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda eşkenar dörtgen olduğunu Ö4 “*Bütün kenarları birbirine eşit çünkü. Karşılıklı açıları birbirine eşit, karşılıklı kenar uzunlukları yani bütün kenar uzunlukları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360°*”, Ö5 “*karşılıklı kenarları eşit*” ve Ö6 ise “*Kenarları eşit, açıları eşit değil, Yani AB ile CD paralel, kenar sayısı dört, köşe sayısı dört, açıları toplamı 360°*” şeklinde nedenleri ile açıklayarak *ilişkilendirme* basamağının başarılı bir şekilde gerçekleştiği görülmüştür.

Katılımcılara karedeki özelliklerin eşkenar dörtgende ve eşkenar dörtgendeki özelliklerin karede olup olmadığı sorularak kare ve eşkenar dörtgenin ortak

özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Katılımcılar bu iki soru için de ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö4: İki de birer dörtgen ortak özellikleri var. İkisinde bütün kenarları birbirine eşit, İki de 360° iç açıları toplamı, ikisinde karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, ikisi de dört kenarlı ve köşeli, karşılıklı kenarları paralel.

Ö5: Dört kenar ve dört köşesi var, paralel kenarları var, komşu açıları toplamı 180, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları eşit, kenarları eşit, AB//AC ve BD//DC.

Ö6: Kenar sayısı ve köşe sayısı aynı, açılar toplamı 360, kenarları eşit.

olarak belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve katılımcılardan Ö5 GGB’de farklı kare ve eşkenar dörtgen oluşturarak, Ö4 ve Ö6 ise notlarından yararlanarak,

Ö4: Evet, eşkenar dörtgenin açıları değişse bile gene özellikleri değişmez. Yani kenar uzunlukları aynı kalır, iç açıları toplamı 360 olur. Karşılıklı kenarları birbirine paralel olur.

Ö5: İki de geçerlidir. Her türlü paralel kenarları oluyor, iç açıları da eşit oluyor.

Ö6: Evet ama açıklayamıyorum.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 yaptıkları *araştırmanın* sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her kare ve dikdörtgen için geçerli olduğunu belirtmiş, Ö4 elindeki notlardan yararlanarak Ö5 ise farklı kare ve eşkenar dörtgen oluşturarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö4 ve Ö5’in ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir. Ö6 ise kare ve eşkenar dörtgen arasındaki *aynı ilişkiyi* bulmaya çalışmış ancak bulduğu ortak özelliklerin her zaman geçerli olduğunu belirtmesine rağmen nedenini açıklayamamasından dolayı genelleyemediği düşünülmektedir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö4: Eşkenar dörtgende her bir açı 90° değildir, karede her bir açı 90° bir farklılık bu var.

Ö5: Karenin her bir açısı 90° oluyor, yani açılar hepsi eşit. Eşkenar dörtgende sadece karşılıklı açıları eşit.

Ö6: Açıları eşit değil.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılardan Ö4 ve Ö5’in kare ile dikdörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Ö6’ya hangi durumlarda açılar eşit olmadığı, neden böyle düşündüğü soruları yöneltildiğinde

bir cevap verememiştir. Ayrıca Ö4 “*eşkenar dörtgendeki özellikleri karede de bulabiliriz*” diyerek eşkenar dörtgene ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö4 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup *genişletme* yaptığı düşünülmektedir.

4.2.2.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve eşkenar dörtgeni kullanarak bir kare tanımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara kare ve eşkenar dörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda Ö4 önce ikisinin de dörtgen olduğunu belirtmiş ve kare ile eşkenar dörtgen arasında başka bir ilişki bulamamıştır. Ancak görüşmede dörtgen ve kare arasında ilişkiyi incelerken dörtgenin tüm özelliklerinin karede olduğunu fark ederek karenin bir dörtgen olduğunu belirtmiş ve *fenomeni* nasıl devam ettireceğini kavradığını düşündürmüştür. Böylelikle Ö4 karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu ifade etmiştir. Ö5 ve Ö6 ise kare ve eşkenar dörtgen arasında bir ilişki kuramamıştır.

Katılımcılara eşkenar dörtgene dayalı bir tanım yapabilmeleri için eşkenar dörtgende neler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorulmuş ve

Ö4: Eşkenar dörtgenin iç açıları 90° olursa kare olur. Çünkü karenin hepsi 90° açıları o yüzden.

Ö5: Bütün açıları eşit olursa.

Ö6: Açıları eşit olursa.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların eşkenar dörtgenin kare olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Ö4 ve Ö5’ten eşkenar dörtgene dayalı bir kare tanımı yapmaları istendiğinde Ö4 “*Kare eşkenar dörtgen gibi iç açıları toplamı 360° olan bir çokgendir, dörtgendir*” olarak tanımlama yapabilmıştır. Ancak katılımcıdan paralelkenara dayalı bir tanım yapması istendiğinden katılımcıların doğru bir tanım yapamadığı düşünülmüştür.

4.2.3. Dikdörtgen-Paralelkenar İlişkisi

4.2.3.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de dikdörtgen ve paralelkenar verilip bunların özellikleri sorulmuştur. Etkinlik 2’de dikdörtgen ve paralelkenarın ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Paralelkenar

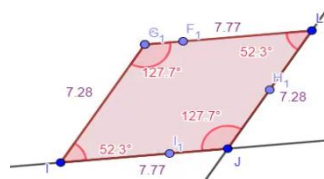
Katılımcılara GGB’de bir paralelkenar verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar paralelkenarın özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı paralelkenarlardan yola çıkarak tüm paralelkenarlar için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların Genelleme Eylemlerinin *ilişkilendirme* basamağında bulunan *durumları ilişkilendirdiği* ancak *nesneleri ilişkilendirmeyi* Ö4 ve Ö5’in yaptığı görülmüştür. Katılımcılar kendilerine verilen paralelkenarı incelediklerinde,

Ö4: Karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, çapraz karşılıklı açıları birbirine eşit.

Ö5: Karşılıklı kenarları eşit, dört kenarı ve dört açısı var, iç açıları eşit değil, karşılıklı açıları eşit, komşular 180 oluyor, kenar uzunlukları eşit değil, GL ile IJ eşit, GI ile de LJ eşit.

Ö6: Dört kenarı var, dört köşesi var, kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil, iç açıları toplamı 360.

ifadelerini kullanmışlardır ve katılımcıların hepsi paralelkenarın kenarlarının paralelliğini GGB’de kontrol ederek “*Karşılıklı kenarların birbirine paralel*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri kâğıda not etmişler ve söylediklerinin dışında Ö4 ile Ö5 “*iç açıları toplamı 360*” özelliklerini eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö5’in kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.39’de aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.39. Ö5’in Paralelkenarın Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

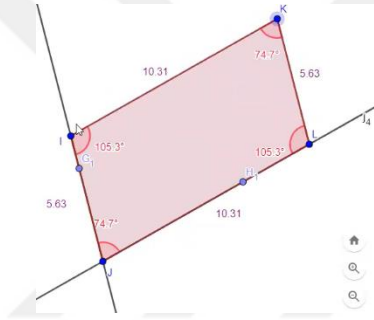
Katılımcılar söyledikleri özelliklerin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı paralelkenarlar oluşturarak,

Ö4: Evet, özellikleri aynı kalır. Şeklini değiştirsek de hep yani hocam açıları toplamı 360 olur ya da karşılıklı açıları eşit olur.

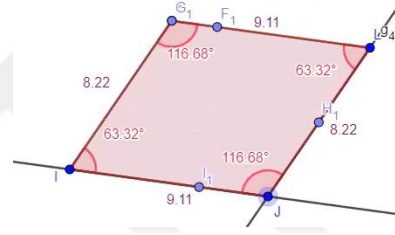
Ö5: Evet, tekrardan aynı oluyor, hep aynı gibi. Aynı kenar uzunlukları yani mesela GL ile IJ aynı. Komşu açılar toplamı 180 oluyor. Hep aynı ki.

Ö6: Geçerlidir.

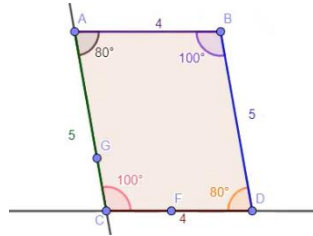
ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 cevaplarını nedenleri ile açıklayarak *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıklarını düşündürmektedir. Ö6 ise nedenini açıklayamamış ve “bilmiyorum” diyerek nesneleri ilişkilendiremediği düşünülmektedir. Ö4’ün Şekil 4.40’ta, Ö5’in Şekil 4.41’de ve Ö6’nın Şekil 4.42’de oluşturdukları farklı paralelkenarlara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.40. Ö4’ün Oluşturduğu Paralelkenar 1

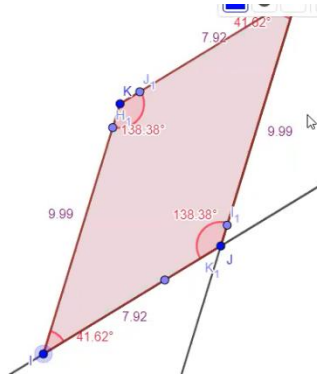


Şekil 4.41. Ö5’in Oluşturduğu Paralelkenar 1



Şekil 4.42. Ö6’nın Oluşturduğu Paralelkenar

Etkinlik 2’de ise katılımcılardan dikdörtgenin karşılıklı iki açısını seçmeleri ve kenar uzunlukları ile karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki açıyı aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Ö5’in oluşturduğu paralelkenar örneği Şekil 4.43’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.43. Ö5'in Oluşturduğu Paralelkenar 2

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda Ö4 “*Paralelkenar, çünkü karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360°* ” ve Ö5 “*Paralelkenar, kenarları eşit değil, karşılıklı açıları eşit, paralel kenarları eşit oluyor, komşu açılar toplamı 180, iç açıları toplamı 180°* ” şeklinde ifade etmişlerdir. Böylece Ö4 ile Ö5'in Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiklerini düşündürmektedir. Ö6 ise “*Yamuk, kenar uzunlukları eşit değil, dört kenarı, dört köşesi var, açıları eşit değil, açıları toplamı 360° , $AC//BD$* ” ifadelerini kullanarak çokgenin özel adını yanlış söylemiş ve süreci diğer katılımcılardan farklı ilerlemiştir. Bu kısımda Ö4 ve Ö5'in araştırma, genişletme ve yansıma genellemeleri süreçleri önce verilip, daha sonra Ö6 ayrı bir şekilde bahsedilecektir.

Ö4 ve Ö5'e dikdörtgendeki özelliklerin paralelkenarda ve paralelkenardaki özelliklerin dikdörtgende olup olmadığı sorularak dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö4 dikdörtgendeki özellikleri paralelkenarda arayarak “*dikdörtgenin iç açıları toplamı 360° 'dir paralelkenarında, dikdörtgendeki gibi paralelkenarında karşılıklı kenarları birbirine eşittir*” ifadelerini kullanmıştır. Ö5 ise notlarından ortak olarak düşündüklerini söylemeyi yeğlemiştir. Katılımcılar burada dikdörtgen ve paralelkenar arasında *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışarak dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri için,

Ö4: İkinin de iç açıları toplamı 360° , ikisinde karşılıklı kenarları birbirine eşit, ikisi de dört kenarlı ve dört köşeli bir dörtgen

Ö5: İç açıları toplamı 360, komşu açıları 180° toplamı, dört kenarı ve dört köşesi var, paralel kenarları eşit, karşılıklı açıları eşit.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde Ö4 ve Ö5'in *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve

Ö4: Evet, şekilleri değişse bile paralelkenarın açıları değişse bile karşılıklı kenarları birbirine eşit olur, karşılıklı kenarları birbirine paralel olur.

Ö5: Evet, hepsini değiştirsek de, açıları değiştirse tekrardan yani eşit olduğu sürece tekrar dikdörtgen olur, açıları eşit ama kenarları farklı olduğu sürece. Paralelkenarda da sadece karşılıklı açılar eşit olduğu sürece tekrardan paralelkenar olur ve kenarları farklı olduğu sürece bu ve ikisinde komşu açıları, dört köşesi, dört kenarı ve paralel kenarları olmalı.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 kendilerince ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her dikdörtgen ve paralelkenar için geçerli olduğunu notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö4 ve Ö5'in bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Ö4 ve Ö5'e dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö4: Dikdörtgende tüm açılar 90° , paralelkenarda ise karşılıklı kenarlar birbirine eşit.

Ö5: Dikdörtgende bütün açıları 90° , paralelkenarda sadece karşılıklı açıları eşit.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 dikdörtgen ve paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Ayrıca Ö4 "*paralelkenardaki özellikler dikdörtgende de var*" diyerek paralelkenara ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö4 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden *genişletme* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.2.3.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve paralelkenarı kullanarak bir dikdörtgen tanımı yapmaları istenmiştir.

Ö4 ve Ö5'e dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda Ö4 önce "*ikisi de dörtgendir, dörtgenin özelliklerini taşırlar*" olarak belirtmiş ve katılımcılar dikdörtgen ile paralelkenar arasında başka bir ilişki bulamamıştır. Ancak görüşmede Ö4 dörtgen ve kare arasında ilişkiyi incelerken

dörtgenin tüm özelliklerinin kare olduğunu ve karenin bir dörtgen olduğunu belirterek *fenomeni devam ettirmiştir*. Böylelikle Ö4 “*dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu*” ifade etmiştir.

Ö4 ve Ö5’e paralelkenara dayalı bir dikdörtgen tanımı yapabilmeleri için paralelkenarda nelerin değiştirildiğinde dikdörtgen oluşacağı sorulduğunda Ö4 “*İç açılarının hepsini 90° yaparsak dikdörtgen oluşur*” cevabını verirken Ö5 soruyu cevaplayamamıştır. Ö4’ün paralelkenarın dikdörtgen olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturduğu düşünülmektedir. Ö4 ve Ö5’ten paralelkenara dayalı bir dikdörtgen tanımı yapmaları istendiğinde Ö4 “*Dikdörtgen paralelkenar gibi olan karşılıklı kenarları birbirine eşit olan bir dörtgendir*” olarak tanımlama yapabilmiştir. Ancak katılımcılardan paralelkenara dayalı bir tanım yapması istendiğinden katılımcıların doğru bir tanım yapmadığı düşünülmektedir.

Ö6 ise paralelkenara yamuk dedikten sonra bir çelişkiye düşüp notlarına bakarak “*hocam, dörtgen*” diyerek süreci bu şekilde devam ettirmiştir. Ö6’ya dikdörtgendeki özelliklerin karede ve dörtgendeki özellikler dikdörtgende olup olmadığı soruları yöneltilerek dikdörtgen ve dörtgen arasındaki ortak özellikleri keşfetmesi beklenmiştir. Katılımcı notlarına bakarak gördüğü ortak özellikleri “*dört kenarı ve dört köşesi var, kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit*” olarak belirtmiştir. Burada katılımcı açıları eşit olarak ifade etmesine rağmen henüz hatasını fark etmemiştir. Ardından söylediği bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve katılımcı evet cevabını vermiştir. Dikdörtgen ve dörtgen arasındaki farklılıklar sorulduğunda “*dörtgenin iç açıları toplamı 360, kenarları paralel değil*” ifadesini kullanmıştır. Daha sonra dörtgen ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda cevap verememiştir. Dolayısı ile Ö6 için dikdörtgen-paralelkenar ile ilgili görüşme bitirilmiştir.

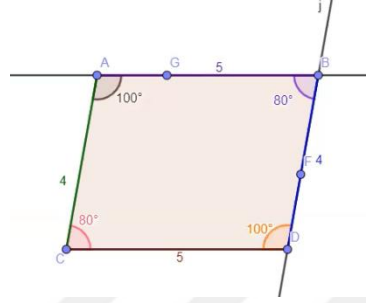
4.2.4. Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar

4.2.4.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de eşkenar dörtgen ve paralelkenar verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de eşkenar dörtgen ve paralelkenarın ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Paralelkenar

Etkinlik 2’de katılımcılardan eşkenar dörtgenin karşılıklı iki kenarını seçmeleri ve açılarının değerleri ile karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki kenarın uzunlukları aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Ö4’ün oluşturduğu paralelkenar örneği Şekil 4.44’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.44. Ö4’ün Oluşturduğu Paralelkenar 2

Katılımcılar paralelkenarı oluşturabilmiştir. Oluşan çokgenin özel ismini Ö4 ve Ö5 söyleyebilmiştir. Ancak Ö6 ise “*dörtgen, kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil, iç açıları toplamı 350°*” demiş ve çokgeni yanlış isimlendirmiştir. Bu yüzden Ö6’nın süreci eşkenar dörtgen-paralelkenar başlığının en sonunda bahsedilecektir. Eşkenar dörtgendeki özelliklerin paralelkenarda ve paralelkenardaki özelliklerinin eşkenar dörtgende olup olmadığı sorularak eşkenar dörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri keşsettirilmeye çalışılmıştır. Her iki katılımcı da bu iki soru için ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar yazdıkları notlardan yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö4: İkisinin de karşılıklı kenarları eşit, ikisinin de iç açıları toplamı 360°, ikisi de birer dörtgen, ikisinin de karşılıklı kenarları birbirine paralel, dört kenarlı ve dört köşeli.

Ö5: Komşu açıları vardır, ikisinin de komşu açıları 180°’dir ve iç açıları toplamı 360°’dir, paralel kenarları vardır, karşılıklı açıları eşit, dört kenar ve dört köşesi var.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve

Ö4: Geçerlidir, eee iç açıları değiştirsek bile ya da kenar uzunluklarını he aynı kalır özellikleri, iç açıları toplamı 360 olur gibi.

Ö5: Evet.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 yaptıkları araştırmalar sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her eşkenar dörtgen ve paralelkenar için geçerli olduğunu notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö4 ve Ö5'in bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Ö4 ve Ö5'e eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö4: Aslında.. bir dakika. Eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasında bir farklılık yok aslında.” demiş ardından bunun nedeni sorulduğunda katılımcı tekrar notlarına bakarak “ farklılık var, paralelkenarda bütün kenar uzunlukları eşit değil, eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları birbirine eşit.

Ö5: Vardır, eşkenar dörtgende kenarların uzunlukları eşit paralelkenarda değil, sadece karşılıklı kenarların uzunlukları eşit paralelkenarda.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5'in eşkenar dörtgen ve paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö4 burada özelliklere bakarken *eşkenar dörtgendeki özelliklerin hepsini paralelkenarda sayabiliyoruz* demiş ve nedeni sorulduğunda “*sayabiliyoruz ama ikisi de birbirinde sayılmaz ki, sayamıyoruz hocam*” diyerek bir çelişkiye düşmüştür. Ardından “*çünkü hocam eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları birbirine eşit, paralelkenarda değil. Ama paralelkenardakini de sayamayız onda da karşılıklı kenarları eşit.*” dedikten sonra “*aaa..., paralelkenardaki özelliklerin tümünü eşkenar dörtgende sayabiliriz*” diyerek paralelkenara ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Ö4 ve Ö5'in yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö4 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden *genişletme* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.2.4.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve paralelkenarı kullanarak bir eşkenar dörtgen tanımı yapmaları istenmiştir.

Ö4 ve Ö5'e dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda Ö4 “*ikisi de dörtgenler, ikisinin de iç açıları toplamı 360°'dir, ikisinde karşılıklı kenarları eşit, özellikleri neredeyse aynı, birbirinin özelliklerini taşıyorlar*” demiş ve önce bir ilişki kuramamıştır. Ancak süreç ilerledikçe *fenomeni*

nasıl devam ettireceğini yamuk-dörtgen bölümünde keşfetmiş ve “*eşkenar dörtgen bir paralelkenardır*” olarak belirtmiştir.

Ö4 ve Ö5’e paralelkenara dayalı bir eşkenar dörtgen tanımı yapabilmeleri için paralelkenarda neler değiştirilirse eşkenar dörtgen oluşacağı sorusu sorulduğunda Ö4 “*Paralelkenarın tüm kenarlarını birbirine eşitlesek*” ve Ö5 “*Paralelkenarın kenarlarını eşit yaparsak eşkenar dörtgen olur*” ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5’in paralelkenarın eşkenar dörtgen olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Ö4 ve Ö5’ten paralelkenara dayalı bir dikdörtgen tanımı yapmaları istendiğinde ise Ö4 “*Eşkenar dörtgen paralelkenardaki gibi çapraz açıları birbirine eşit olan bir dörtgendir*” olarak tanımlama yapabilmiştir. Oysaki katılımcıdan paralelkenara dayalı bir tanım yapması istenmiştir. Bu yüzden katılımcılar doğru bir tanım yapamamıştır.

Ö6 paralelkenara dörtgen dedikten sonra süreç eşkenar dörtgen ve dörtgen arasında ilişki üzerinden yürütülmüştür. Araştırmacı eşkenar dörtgendeki özelliklerin dörtgende dörtgendeki özelliklerin eşkenar dörtgende olup olmadığı sorularını yöneltmiştir. Ö6 ise ortak özellikleri “*kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil, iç açıları toplamı 360°, kenar sayısı dört, köşe sayısı dört*” olarak belirtmiştir. Söylemiş olduğu özelliklerin tüm eşkenar dörtgen ve dörtgenler için geçerli olup olmayacağı sorulduğunda bilmediğini belirtmiştir. Katılımcı bu aşamadan sonra bu ilişkilendirme için sorulan her soruya bilmiyorum cevabını vermiştir. Bu da Ö6’nın paralelkenarın, yamuğun ve dörtgenin *Genelleme Eylemlerinden ilişkilendirme* basamağında sıkıntı yaşadığını düşündürmektedir.

4.2.5. Paralelkenar-Yamuk İlişkisi

4.2.5.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de paralelkenar ve yamuk verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de paralelkenar ve yamuğun ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir

Yamuk

Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir yamuk verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özellikleri ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltmiştir. Katılımcılar yamuğun özelliklerini söylemiş ve GGB

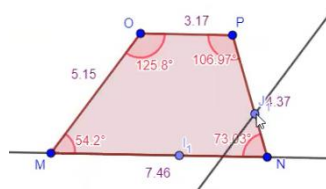
üzerinde oluşturdıkları farklı yamuklardan yola çıkarak tüm yamuklar için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılardan Ö4 Etkinlik 1’deki Şekil 4’ün adını hatırlamış, Ö5 ile Ö6 ise hatırlayamamıştır. Araştırmacı bu iki katılımcı şeklin özelliklerini söyledikten sonra yamuk olduğunu belirtmiştir. Katılımcılar kendilerine verilen yamuğu incelediklerinde,

Ö4: İç açıları toplamı 360, dört kenarlı, dört köşesi var.

Ö5: Kenarları eşit değil, iç açıları toplamı 360, dört tane kenarı, dört tane köşesi var, açıları eşit değil.

Ö6: Kenar uzunlukları eşit değil, dört kenarı var, dört köşesi var, açıları eşit değil, açıların toplamı 180°.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların hepsi yamuğun kenarlarının paralelliğini GGB’de kontrol etmiş ve Ö4 “*bir karşılıklı kenarı paralel*”, Ö5 ile Ö6 “*OP//MN*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri not etmiş ve söylediklerinin dışında Ö5 “*O-M komşu açı, O-P komşu açı, P-N komşu açı, N-M komşu açı, O-M 180 ve P-N 180*” özelliklerini eklemiştir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö4’ün kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.45’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.45. Ö4’ün Yamuğun Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

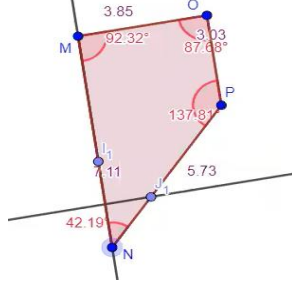
Katılımcıların hepsi söyledikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı yamuklar oluşturarak,

Ö4: Evet, başka bir yamuğunda mesela karşılıklı kenar uzunlukları farklı olabilir, iç açıları farklı olabilir, bu yamuğunda bir karşılıklı kenarı paraleldir, iç açıları toplamı 360’tır, dört köşelidir ve dört kenarlıdır.

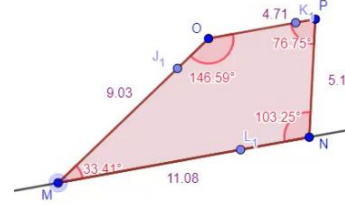
Ö5: Evet, kenarları tekrardan eşit değil, O ve M açılarının toplamı 180 ediyor, yine iç açıların toplamı 360, MN ile OP paralel, fark yok ki. Hep aynı oluyor.

Ö6: Geçerlidir.

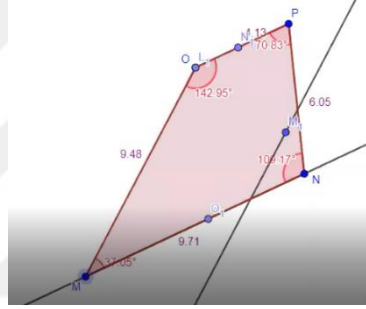
ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 cevaplarını nedenleri ile açıklayarak *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıklarını düşündürmektedir. Ö6 ise nedenini açıklayamamış ve “*bilmiyorum*” diyerek nesneleri ilişkilendiremediği düşünülmektedir. Ö4’ün Şekil 4.46’da, Ö5’in Şekil 4.47’de ve Ö6’nın Şekil 4.48’de oluşturdukları farklı paralelkenarlara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.46. Ö5'in Oluşturduğu Yamuk 1

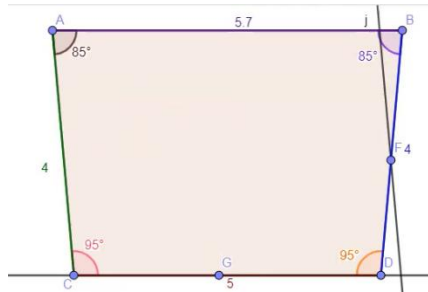


Şekil 4.47. Ö4'ün Oluşturduğu Yamuk



Şekil 4.48. Ö6'nın Oluşturduğu Yamuk

Etkinlik 2’de ise katılımcılardan paralelkenarın karşılıklı iki kenarını seçmeleri ve diğer iki kenarın paralelliği bozulmadan seçtiği kenarların paralelliğini değiştirmeleri istenmiştir. Ö5’in oluşturduğu yamuk örneği Şekil 4.49’da aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.49. Ö5'in Oluşturduğu Yamuk 2

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda Ö4 ve Ö5 gerekçeleri ile yamuk olduğunu belirtmiştir. Bu da Ö4 ve Ö5’in Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiklerini düşündürmektedir.

Ö6 ise “bilmiyorum, dörtgen mi, yamuk mu? Hocam kenarları eşit değil, dört kenarı var, açıları eşit değil, iç açıları 360. Hocam bilmiyorum. Çıkaramadım” diyerek çokgeni tanımlayamamıştır. Ö6’nın yamuğu tanımlayamamasından dolayı görüşme süreci bitirilmiştir.

Ö4 ve Ö5’e paralelkenardaki özelliklerin yamukta ve yamuktaki özelliklerin paralelkenarda olup olmadığı sorularak yamuk ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ancak her iki katılımcı da bu iki soru için ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar notlarından yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri,

Ö4: İkinin de iç açıları toplamı 360, ikisi de dört kenarlı ve dört köşeli, ikisi de dörtgendir.

Ö5: İkinin de komşu açıları var, yamukta komşu açıların iki tanesi 180 ediyor. Paralelkenarda hepsi ediyor. Dört kenarı ve dört köşesi var her ikisinde. Paralel kenarları var, yamukta bir tane, paralelkenarda iki tane. İkininde iç açıları eşit değil, iç açıları toplamı 360 ikisinde.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve katılımcılar,

Ö4: “Bir yamuğun iç açılarını, kenarlarını değiştirsek bile gene iç açıları toplamı 360° olur, dört kenarı ve dört köşesi olur. Paralelkenarda da aynı şekilde”

Ö5: “Evet, yamukta kenarları eşit olmadığı sürece ve komşu açılardan sadece iki tanesi eşit olduğu sürece geçerli oluyor”

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5 yaptıkları araştırmalar sonucunda ortak özellikleri keşfetmiş, bu ortak özelliklerin her paralelkenar ve yamuk için geçerli olduğunu notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Ö4 ve Ö5’in bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Ö4 ve Ö5’e paralelkenar ve yamuk arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö4: Yamuğun karşılıklı kenarları birbirine eşit değil, çapraz açıları birbirine eşit değil yamukta, karşılıklı kenarları birbirine paralel değil, bir tanesi paralel, paralelkenarda hepsi paralel.

Ö5: Paralelkenarda karşılıklı açılar birbirine eşit, yamukta değil. Paralelkenarda iki tane paralel kenarları yani yamukta bir tane var.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5’in paralelkenar ve yamuğun farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö4

paralelkenar ve yamuk için “*ikisi de dörtgenin özellikleri taşıyor, yamuktaki tüm özellikler paralelkenarda var*” diyerek yamuğa ait özelliklerin uygulanabilirlik alanını genişletmeye çalıştığı düşünülmektedir. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında, Ö4 hem uygulanabilirlik alanını genişletme hem de ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden genişletme basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.2.5.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak paralelkenarın bir yamuk olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve yamuğu kullanarak bir paralelkenar tanımı yapmaları istenmiştir. Ayrıca etki kategorisi için katılımcılara kare ile yamuk, dikdörtgen ile yamuk ve eşkenar dörtgen ile yamuk arasındaki ilişkileri daha önce keşfettikleri bilgilerden yola çıkarak bulmaları istenmiştir.

Ö4 ve Ö5’e paralelkenar ve yamuk arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda Ö4 önce bir ilişki bulamamıştır. Ancak süreç ilerledikçe *fenomeni* nasıl devam ettireceğini yamuk-dörtgen ilişkisinde keşfetmiş ve “*paralelkenar bir yamuk*” olarak belirtmiştir. Ö5 ise herhangi bir ilişki bulamamıştır.

Ö4 ve Ö5’e yamuğa dayalı bir paralelkenar tanımı yapabilmeleri için yamukta neler değiştirildiğinde paralelkenar oluşacağı sorusu sorulduğunda Ö4 “*yamuğun karşılıklı açıları eşit olursa ve karşılıklı kenarları eşit olursa ve paralel olursa o zaman paralelkenar olur*” ve Ö5 “*yamukta paralelkenarları iki tane olursa ve komşu açılarının toplamı 180 olursa, bir de karşılıklı açılar eşit olursa paralelkenar oluşur*” ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5’in yamuğun paralelkenar olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturmaya çalıştıkları düşünülmektedir. Ö4 ve Ö5’ten yamuğa dayalı bir paralelkenar tanımı yapmaları istendiğinde Ö4 “*Paralelkenar yamuk gibi dört kenarlı bir çokgendir*” olarak tanımlama yapabilmiştir. Oysaki katılımcıdan yamuğa dayalı bir tanım yapması istenmiştir. Bu yüzden hiçbir katılımcı doğru bir tanım yapamamıştır.

Katılımcılardan Ö4’e kare ile yamuk, dikdörtgen ile yamuk ve eşkenar dörtgen ile yamuk arasında bir ilişki olup olmadığı sorulmuştur. Kare ve yamuk için önce “*ikisi de birer dörtgen, ikisinin iç açıları toplamı 360°’dir. İkisi de dört kenarlı ve dört köşelidir*” diyerek aralarındaki ilişkiyi keşfedememiştir. Dikdörtgen ve yamuk için “*ilişkisi var, ikisinin iç açıları toplamı 360°’dir, ikisi de dört kenarlı ve dört*

köşelidir, ikisinde bir karşılıklı kenarı birbirine paralel. Yamuktaki özellikleri dikdörtgene uyarladım. O zaman yamuğun özelliğini taşıyan bir dörtgendir” diyerek aralarındaki ilişkinin tam olarak adını koyamamıştır. Eşkenar dörtgen ve yamuk içinse *“İkisinin de karşılıklı kenarı birbirine paralel, ikisi de dört kenarlı ve dört köşeli, ikisinde iç açıları toplamı 360° ’dir, yamuğun özellikleri eşkenar dörtgende”* demiş ve aralarındaki ilişkinin farkına varamamıştır. Ancak yamuk-dörtgen bölümünde *fenomeni* nasıl devam ettireceğini keşfettiğinde *“yamuktaki tüm özellikler karede vardır ve kare bir yamuktur. Yamuktaki özellikler dikdörtgende de var ve dikdörtgen bir yamuktur. Yamuktaki tüm özellikler eşkenar dörtgende de var ve eşkenar dörtgen bir yamuk”* genellemelerini yaparak *önsel fikir ve strateji* geliştirdiği düşünülmektedir.

4.2.6. Yamuk-Dörtgen

4.2.6.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de yamuk ve dörtgen verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de yamuğun ve dörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Dörtgen

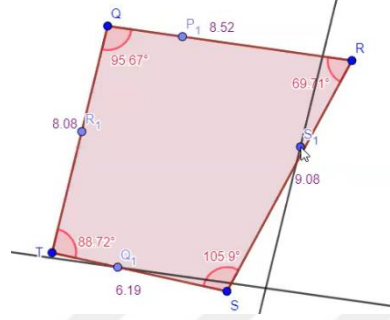
Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir dörtgen verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar dörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı dörtgenlerden yola çıkarak tüm dörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* düşünülmektedir. Katılımcılar kendilerine verilen dörtgeni incelediklerinde;

Ö4: İç açıları toplamı 360, dört kenarlı, dört köşeli.

Ö5: Kenarları eşit değil, Komşu açılar var, komşu açıları eşit değil, dört kenarı, dört köşesi var, iç açıları eşit değil, paralel kenarı yok.

Ö6: Dört kenarı var, dört köşesi var, kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil, açıları toplamı 360.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılar yamuğun kenarlarının paralellliğini GGB’de kontrol ederek birbirine paralel olan kenarların olmadığını görmüşlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Ö6’nın kenarların paralellliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.50’de aşağıda verilmiştir.



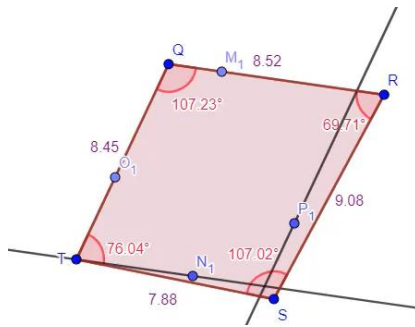
Şekil 4.50. Ö6’nın Dörtgenin Kenarlarının Paralellığının Kontrolü ile İlgili Temsili

Katılımcılardan Ö5 ve Ö6 söyledikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı yamuklar oluşturarak

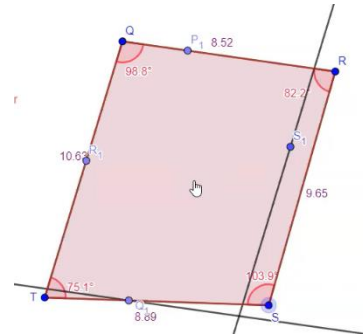
Ö5: Evet, yine eşit kenarları yok, iç açıları 360 yapıyor.

Ö6: Geçerli.

ifadelerini kullanırken, Ö5 ise daha önceden hatırladığı bilgilerle görüşme sürecindeki bilgileri karşılaştırarak “*Evet, çünkü farklı bir dörtgende kenar uzunlukları açıları farklı olan bir dörtgende de iç açıları toplamı 360’tır ya da dört kenarlı ya da dört köşelidir*” ifadesini kullanmıştır. Ö4 ve Ö5 cevaplarını nedenleri ile açıklamış ve böylece *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Ö6 ise nedenini açıklayamamış ve “*bilmiyorum*” diyerek nesneleri ilişkilendiremediği düşünülmektedir. Ö5’in Şekil 4.51’de ve Ö6’nın Şekil 4.52’de oluşturdukları farklı paralelkenarlara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

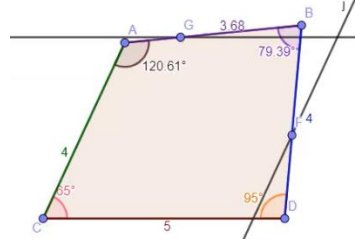


Şekil 4.51. Ö5’in Oluşturduğu Dörtgen



Şekil 4.52. Ö6’nın Oluşturduğu Dörtgen

Etkinlik 2’de ise Ö4 ve Ö5’ten yamuğun karşılıklı paralel olan kenarlarının paralellliğini bozmaları istenmiştir. Ö4’ün oluşturduğu dörtgen örneği Şekil 4.53’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.53. Ö4’ün Oluşturduğu Dörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda Ö4 ve Ö5 “*dörtgen, iç açıları toplamı 360°, dört kenarı ve dört köşesi var*” açıklamasını yaparak dörtgen olduğunu belirtmişlerdir. Bu da Ö4 ve Ö5’in Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiklerini düşündürmektedir.

Ö4 ve Ö5’e yamuktaki özelliklerin dörtgen ve dörtgendeki özelliklerin yamukta olup olmadığı sorularak yamuk ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Her iki katılımcı da bu iki soru için ortak özellikleri söylemişlerdir. Katılımcılar notlarından yararlanarak *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışmış ve ortak özellikleri

Ö4: İç açıları toplamı 360°’tir. İki de dört köşeli ve dört kenarlıdır.

Ö5: İkisinin de kenarları eşit değil, komşu açıları var, iç açıları toplamı 360°, dört kenarı ve dört köşesi var ikisinininde. İç açıları eşit değil.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve notlarından yararlanarak,

Ö4: Geçerlidir, bir dörtgenin açılarını ve kenar uzunluklarını değiştirsek bile iç açıları toplamı 360° olur, dört kenarı olur.

Ö5: Evet, dörtgende paralel kenarları olmadığı sürece ve kenarları eşit olmayacak şekilde, komşu açılarda eşit olmayacak şekilde hep dörtgen olur. Yamukta da iç açıları her türlü eşit olmaması lazım ve kenarları eşit olmaması lazım, paralel kenarında da sadece bir tanesi paralel olmalı kenarlardan, o şekil.

olarak belirtmişlerdir. Ö4 ve Ö5 yaptıkları araştırmalar sonucunda kendilerinde ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her yamuk ve dörtgen için geçerli olduğunu notlardan yararlanarak ifade etmişler ve *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya*

çalışmışlardır. Ö4 ve Ö5'in bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Ö4 ve Ö5'e yamuk ve dörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö4: Karşılıklı kenarları birbirine paralel değil dörtgende, yamukta bir kenarı paralel.

Ö5: Dörtgende komşu açıları eşit değil, yamukta iki tanesi eşit. Yamukta paralel kenar var ama dörtgende yok.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5'in yamuk ve dörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö4, yamuk ve dörtgen için önce *“ikisi de yamuğun bütün özelliklerini dörtgen taşıyor”* demiş ardından *“aaa..., bulamıyoruz hepsini, o zaman dörtgendeki bütün özellikleri yamukta bulabiliriz”* diyerek dörtgene ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalıştığı düşünülmektedir. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö4 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden *genişletme* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.2.6.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde düşündüklerinden yola çıkarak yamuğun bir dörtgen olduğunu keşfetmeleri ve dörtgeni kullanarak yamuk tanımları yapmaları istenmiştir. Ayrıca *etki* kategorisi için katılımcılara kare ile dörtgen, dikdörtgen ile dörtgen, eşkenar dörtgen ile dörtgen ve paralelkenar ile dörtgen arasındaki ilişkileri daha önce keşfettikleri bilgilerden yola çıkarak bulmaları istenmiştir.

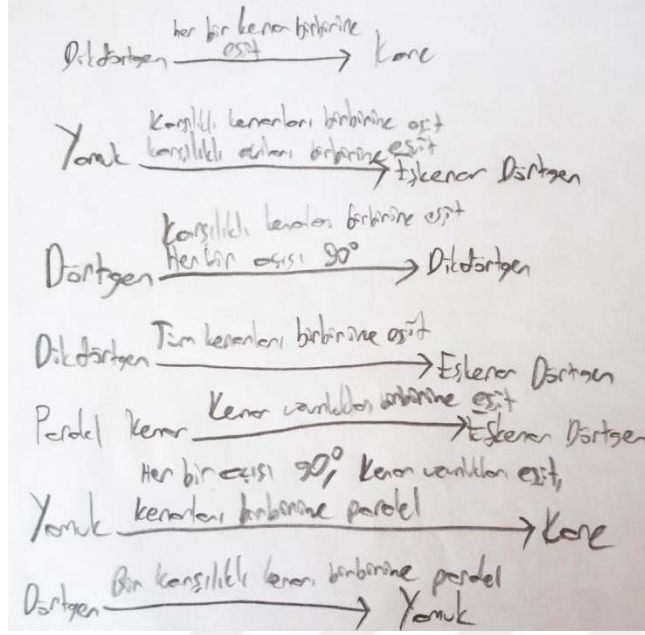
Ö4 ve Ö5'e yamuk ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulduğunda Ö5 herhangi bir ilişki kuramamıştır. Ö4 ise önce *“ikisinin de iç açıları toplamı 360°'dir, ikisi de dört kenarlı ve dört köşelidir”* şeklinde ortak özelliklerinden bahsetmiştir. Bunun üzerine araştırmacı tarafından dörtgenin tüm özelliklerinin yamuk için geçerli olup olmadığı sorusu yöneltildiğinde, Ö4 *“hayır, dörtgen de karşılıklı kenarı bir karşılıklı kenarı paralel değil”* olarak cevaplamıştır. Daha sonra Ö4 *“hocam, mesela dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare birer dörtgen olarak sayılmaz mı? O zaman yamuk için sayabiliriz hepsini”* demiş ve nedeni sorulduğunda *“mesela dikdörtgen üzerinden bakarsak ikisinin de iç açıları toplamı 360, ikisinin de bir kenarı karşılıklı paralel, dört kenarlı ve dört köşeli. Yani yamuktaki bütün özellikleri*

dikdörtgende bulabiliriz. O zaman dikdörtgen bir yamuk” diyerek fenomeni nasıl devam ettireceğini keşfetmiştir. Böylelikle Ö4 yamuk ve dörtgen için “*dörtgendeki bütün özellikleri yamukta bulabiliriz, o zaman yamuk bir dörtgen*” ifadesini kullanarak bir genelleme yapabilmektedir.

Ö4 ve Ö5’e dörtgene dayalı bir yamuk tanımı yapabilmeleri için dörtgende neler değiştirildiğinde yamuk elde edilebileceği sorusu sorulduğunda, Ö4 “*bir karşılıklı kenarı paralel olursa yamuk olur*” ve Ö5 “*dörtgen, eğer bir tane paralel kenarı olursa yamuk oluşur, bir de komşu açılar*” ifadelerini kullanmışlardır. Ö4 ve Ö5’in dörtgenin yamuk olması için kendilerince gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturmaya çalıştıkları düşünülmektedir. Ö4 ve Ö5’ten dörtgene dayalı bir yamuk tanımı yapmaları istendiğinde, Ö4 “*Yamuk, dörtgen gibi dört köşeli bir çokgendir*” olarak tanımlama yapabilmektedir. Oysaki katılımcıdan yamuğa dayalı bir tanım yapması istenmiştir. Bu yüzden hiçbir katılımcı doğru bir tanım yapamamıştır.

Ö4’e kare ile dörtgen, dikdörtgen ile dörtgen, eşkenar dörtgen ile dörtgen ve paralelkenar ile dörtgen arasında bir ilişki olup olmadığı sorulduğunda kare ve dörtgen için “*dörtgenin bütün özelliklerini karede bulabiliyoruz, kare o zaman bir dörtgen*”; dikdörtgen ve dörtgen için “*dörtgenin tüm özellikleri dikdörtgende var o zaman dikdörtgen dörtgendir*”; eşkenar dörtgen ve dörtgen için “*dörtgendeki tüm özellikler eşkenar dörtgende var o zaman eşkenar dörtgen dörtgendir*”; paralelkenar ve dörtgen için “*dörtgendeki bütün özellikler paralelkenarda da var, paralelkenar dörtgen*” genellemelerini yaparak *önsel fikir* ve *strateji* geliştirdiği düşünülmektedir.

Son olarak Ö4’ten kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgen arasındaki ilişkileri gösteren bir kavram haritası çizimleri istenmiştir. Ö4’ün oluşturduğu kavram haritası Şekil 4.54’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.54. Ö4'ün Oluşturduğu Kavram Haritası

4.3. 8. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular

8. sınıf seviyesinde bulunan matematik dersi akademik başarı düzeyleri yüksek (Ö7), orta (Ö8) ve düşük (Ö9) olan üç katılımcıya Etkinlik 1'deki kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgen şekilleri verilmiştir. Katılımcıların bu geometrik şekiller arasındaki ilişkileri bulmaları istenmiştir. Katılımcılardan Ö7 ile iki oturum, Ö8 ve Ö9 ile tek oturum halinde görüşmeler yapılmış ve yapılan görüşmeler yaklaşık olarak, Ö7 ile iki görüşmenin toplamı 112 dakika, Ö8 ile 108 dakika ve Ö9 ile 101 dakika sürmüştür.

4.3.1. Kare-Dikdörtgen İlişkisi

4.3.1.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1'de katılımcılara GGB'de kare ve dikdörtgen verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2'de kare ile dikdörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Kare

Katılımcılara GGB'de bir kare verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özellikler her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar karenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı karelerden yola çıkarak tüm kareler için bu özelliklerin geçerli olacağını

belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılar verilen kare dışında başka kareler de oluşturmuşlardır.

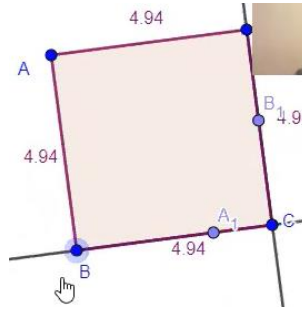
Katılımcılar kendilerine verilen kareyi incelediklerinde;

Ö7: Kenar uzunlukları eşit, iç açıları toplamı 360° , bir iç açısı 90° , yine bir dış açısı 90° .

Ö8: Kenar uzunlukları aynı, 90° iç açıları toplamı 360, kenarları paralel, köşeden çizdiğimiz zaman üçgen oluyor, üçgenin alanı falan aynı eşit, köşelerinden çizdiğimiz de oluşan üçgenler eşit.

Ö9: Dört köşesi var, kenarları birbirine eşit, 90° 'lik açılar, toplamı 360° iç açıların.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö7 ile Ö9 karenin kenarlarının paralellliğini GGB'de kontrol ederek "*kenarların birbirine paralel*" olduğunu belirtmişlerdir. Ö8 ise kenarların paralel olması durumunun geçmiş bilgilerinde yola çıkarak yani *geri bağlantı* kurarak söylediği düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri kâğıda not etmiş ve söylediklerinin dışında Ö7 "*komşu açılar toplamı 180° 'dir, dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır.*", Ö8 "*köşegen uzunlukları eşit.*" ve Ö9 "*dört kenarı vardır*" şeklinde özellikleri söylemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö7'nin kenarların paralellliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.55'te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.55. Ö7'nin Karenin Kenarlarının Paralelliği ile İlgili Temsili

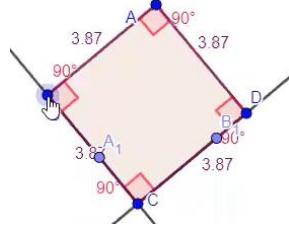
Katılımcıların hepsi söyledikleri özelliklerin tüm karelerde geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı kareler oluşturarak

Ö7: Evet, geçerli bence.

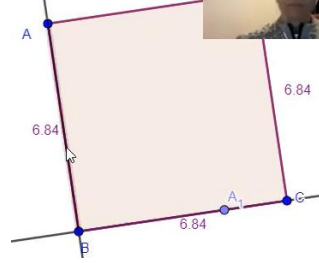
Ö8: Geçerlidir, çünkü her karenin özelliği, kare olması için zaten bu özellikleri taşıması gerekir.

Ö9: Evet, çünkü yine kenarları birbirine eş, yine paralel duruyor, dört kenarı var, iç açıları toplamı da 360° .

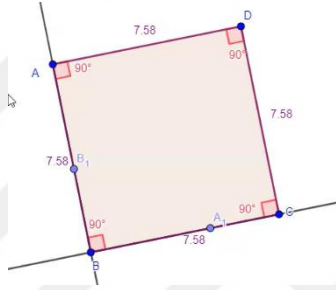
ifadelerini kullanmışlar ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Bu durum katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermektedir. Ö7'nin Şekil 4.56'da, Ö8'in Şekil 4.57'de ve Ö9'un Şekil 4.58'de oluşturdukları farklı karelere ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.56. Ö7'nin Oluşturduğu Kare



Şekil 4.57. Ö8'in Oluşturduğu Kare



Şekil 4.58. Ö9'un Oluşturduğu Kare

Dikdörtgen

Katılımcılara GGB'de araştırmacı tarafından bir dikdörtgen verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar dikdörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı dikdörtgenlerden yola çıkarak tüm dikdörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür.

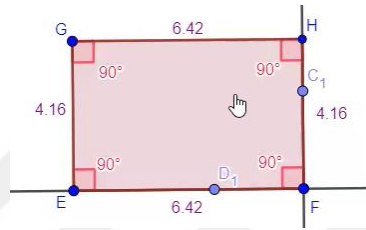
Katılımcılar kendilerine verilen dikdörtgeni incelediklerinde,

Ö7: İç açıları dik, karşılıklı kenarları eşit ve paralel gibi duruyor.

Ö8: Karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit, yine açıları 90° , iç açıları toplamı 360° , köşegenlerin kesişim noktası dikdörtgenin içinde.

Ö9: Daha çok böyle uzunlamasına gidiyor, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, karşılıklı olanlar birbirine eşit, açıları eşit, dört kenarı var, toplamı 360° açıların.

ifadelerini kullanmışlardır ve dikdörtgenin kenarlarının paralellliğini GGB’de kontrol ederek “*Karşılıklı kenarları birbirine paralel*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri not etmiş ve Ö7 “*iç açıları toplamı 360° , bir iç açısı 90° , komşu açılarının toplamı 180° , dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır, karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.*”, Ö8 ise “*köşegen uzunlukları birbirine eş, iç açıları eşit*” şeklinde farklı özelliklerde eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö8’in kenarların paralellliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.59’da aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.59. Ö8’in Dikdörtgenin Kenarlarının Paralellliği ile İlgili Temsili

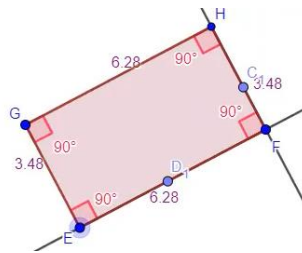
Katılımcıların söyledikleri özelliklerin tüm dikdörtgenler için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı dörtgenler oluşturarak,

Ö7: Yani bu dikdörtgende de yine karşılıklı kenarları eşit, iç açıları toplamı 360, bir iç açısı 90, karşılıklı kenarları birbirine paralel, o yüzden evet.

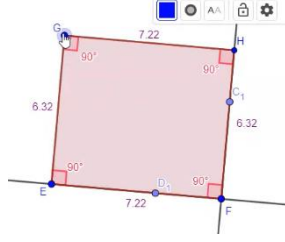
Ö8: Kareyle aynı yani yine bir dikdörtgen olması için bu özellikleri taşıması lazım, evet hala aynı.

Ö9: Geçerli, özellikleri aynı gibi geliyor bana.

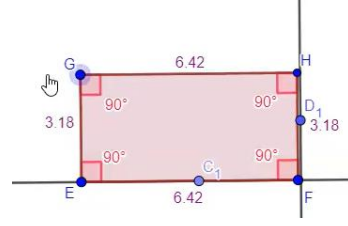
ifadelerini kullanmışlardır ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Bu durum katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermektedir. Ö7’in Şekil 4.60’da, Ö8’in Şekil 4.61’de ve Ö9’un Şekil 4.62’de oluşturdukları farklı dikdörtgenlere ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.60. Ö7’nin Oluşturduğu Dikdörtgen



Şekil 4.61. Ö8'in Oluşturduğu Dikdörtgen



Şekil 4.62. Ö9'un Oluşturduğu Dikdörtgen

Araştırmacı tarafından Etkinlik 2'de katılımcılara GGB'de bir kare verilmiştir. Katılımcılara gördükleri çokgenin ne olduğu sorularak kareyi kavrayıp kavrayamadıkları gözlenmiştir. Katılımcılar ekrandaki şeklin kare olduğunu belirtmiş olup kare için *ilişkilendirme* basamağı teyit edilmiştir. Katılımcılardan karşılıklı iki kenar seçmeleri ve karenin karşılıklı kenarlarının paralelliği ile açılarını bozmadan seçtiği kenarların uzunlukları eşit olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda dikdörtgen olduğunu Ö7 “*karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, bir iç açısı 90°*”; Ö8 “*karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı kenarları eşit, tüm açıları dik*”; Ö9 “*Buradan baktığımızda birazcık daha doğru uzunlamasına gidiyor. Karşılıklı kenarları birbirine eşit, açıları da birbirine eşit, açılarının derecesi 90°, karşılıklı kenarları birbirine paralel*” şeklinde nedenleri ile açıklayarak dikdörtgen için *ilişkilendirme* basamağının başarılı bir şekilde gerçekleştirdikleri görülmüştür.

Katılımcılara karedeki özelliklerin dikdörtgende ve dikdörtgende özelliklerin karede olup olmadığı sorularak kare ve dikdörtgenin ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö7 önce karedeki özellikleri dikdörtgende arayarak “*Hepsi yoktur. Mesela karede bütün kenarları eşitken dikdörtgende sadece karşılıklı kenarları eşit.*” derken, sonra dikdörtgende özellikleri karede arayarak “*Yani iç açıları toplamı da ikisi de 360, bir iç açıları 90°, karşılıklı kenarları birbirine paralel yani evet vardır.*” ifadelerini kullanmıştır. Ö8 ise aynı şekilde önce karedeki özellikleri dikdörtgende arayarak “*Hayır, çünkü karenin tüm kenarları eşit dikdörtgenin tüm kenarları eşit değil.*” derken daha sonra dikdörtgende özellikleri karede arayarak “*Evet, mesela dikdörtgende karşılıklı kenar uzunlukları eşit birbirine paralel karede de aynı şekilde, iç açıları toplamı 360, iç açıları işte 90° karede de. Köşegen uzunlukları birbirine eş. Köşegenlerin kesişim noktası dikdörtgeninde karede de aynı yani içinde. Ama işte karenin tüm kenarları eşit dikdörtgenin değil*” ifadelerini kullanmıştır. Ö9 ise sadece dikdörtgende özellikleri karede arayıp “*Evet, vardır. Onun da birbirine*

benzerlikleri olduğu için. Dikdörtgende de açılar birbirine eşittir karede de. 360° 'dir dikdörtgende de karede de 360° 'dir, birbirine benziyorlar.” ifadelerini kullanmıştır. Katılımcılar kare ve dikdörtgende arasında *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışarak kare ve dikdörtgenin ortak özellikleri için,

Ö7: Vardır, iç açıları 90° , iç açıları toplamı 360° , karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel.

Ö8: Vardır, karşılıklı kenarları paralel, iç açıları yine dik, 90° ve eşit, köşegen uzunlukları eşit, karşılıklı kenar uzunlukları eşit, karşılıklı açıları, komşu açıları eşit.

Ö9: Vardır, onun da dört kenarı vardır, bunun da dört kenarı vardır. Dikdörtgende de 90° 'dir karede de 90° 'dir. Birbirine aynı özellikleri vardır.

olarak belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve Ö7 ile Ö9 bu aşama da GGB’de farklı kare ve dikdörtgenler oluşturarak, Ö8 ise notlarından yararlanarak,

Ö7: Evet, çünkü bunda da yine bir açısı 90° , karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel, iç açıları toplamı 360° .

Ö8: Evet, çünkü kareyi değiştirdiğimiz zaman yani sadece kenar uzunluklarını değiştirebiliriz veya bir açıyı farklı yaptığımız zaman o kare olmaz artık. Dikdörtgende de aynı şekilde. Dikdörtgenin yani iç açıları 90° dik olacak. Eğer bir tanesi farklı olursa açılardan dikdörtgen olmaz. Bu durumda da sadece büyüklüğünü değiştirmiş oluruz. Karenin büyüklüğü, dikdörtgenin genişliği ya da yüksekliğini değiştiririz. Ama yine özellikler sabit kalır.

Ö9: Ortaklarının nedeni zaten yine değiştirdiğimde yine açıları 90° , toplamı 360° . Küçültsek de büyültsek de hep aynı kalıyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılar yaptıkları *araştırmanın* sonucunda ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her kare ve dikdörtgen için geçerli olduğunu, Ö7 ve Ö9 farklı kare ve dikdörtgenler oluşturarak, Ö8 ise notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö7: Karenin bütün kenar uzunlukları birbirine eşitken dikdörtgende sadece karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit.

Ö8: Hııı.. Karenin tüm kenar uzunlukları eşit ama dikdörtgenin değil.

Ö9: Görünüşleri, mesela biri aynı kare ve küp gibi böyle birisi uzunlamasına yanlamasına gidiyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların kare ve dikdörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Ö7 “*Dikdörtgenlerin bütün*

özellikleri karede var ama karenin bütün özellikleri dikdörtgende yok” ve Ö8 “Dikdörtgendeki özellikler karede vardır ama karedeki özellikler dikdörtgende yoktur” diyerek dikdörtgenin özelliklerinin uygulanabilirlik alanını genişletmeye çalışmışlardır. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö7 ve Ö8 hem uygulanabilirlik alanını genişletme hem de ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını gerçekleştirmiş olup genişletme yaptıkları düşünülmektedir.

4.3.1.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak karenin bir dikdörtgen olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve dikdörtgeni kullanarak bir kare tanımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve

Ö7: Var, kare özel bir dörtgen. Çünkü yani eee.. Nasıl açıklayabilirim bilemiyorum şu an. Bir dikdörtgen. Karşılıklı kenarları birbirine eşit, 360° toplamı, bir iç açısı 90° olan özel bir dikdörtgen bence.

Ö8: Çoğu özellik bakımından eşit zaten. İç açıları birbiri ile orantılı.

Ö9: Birbirine benzer bir ilişki, birbirlerinin özellikleri aynı, görünüşleri farklı oluyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Burada Ö7 karenin bir dikdörtgen olduğunu keşfetmişken, Ö8 ve Ö9 kare ve dikdörtgenin aralarında bir ilişki olduğunu sezmekte ama adını koyamamaktadırlar. Bu da Ö7'nin *fenomeni devam ettirdiğini* düşündürmektedir.

Katılımcılara dikdörtgende hangi özellikler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorusu sorulduğunda,

Ö7: İlk başta ekrandaki dikdörtgenden örnek vererek “AB kenarı ve CD kenarları kısaltılırsa bir kare oluşur.” açıklama yapıp daha sonra “Dikdörtgenin kenarlarını birbirine eşit olacak şekilde değiştirirsek kare oluşturabiliriz.

Ö8: Komşu kenarları eşit olursa eğer o zaman kare olabilir.

Ö9: Boyu kısaltılırsa.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö7 ve Ö8'in dikdörtgenin kare olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Ö9 verdiği cevaba yönelik bir açıklama yapamamış ve bir *genel prensip* oluşturamamıştır.

Katılımcılardan dikdörtgenden yola çıkarak bir kare tanımı yapmaları istenmiştir. Sadece Ö7 “Kare dikdörtgenin kenar uzunluklarının eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir.” şeklinde tanımlama yapabilmıştır.

4.3.2. Kare-Eşkenar Dörtgen İlişkisi

4.3.2.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de kare ve eşkenar dörtgen verilip bunların özelliklerinin ne olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de kare ile eşkenar dörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Eşkenar Dörtgen

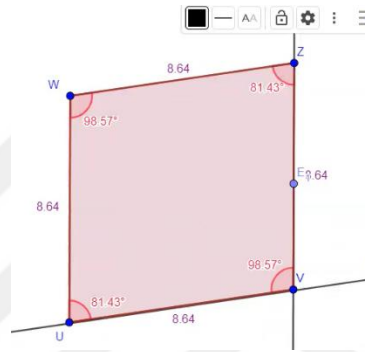
Katılımcılara GGB’de araştırmacı tarafından bir eşkenar dörtgen verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar eşkenar dörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı eşkenar dörtgenlerden yola çıkarak tüm eşkenar dörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür. Katılımcılardan Ö7 eşkenar dörtgenin ismini bilirken, Ö8 ve Ö9 eşkenar dörtgenin ismini ilk başta hatırlamamışlardır ve araştırmacının rehberliğinde isimlendirebilirmişlerdir. Ö8 etkinlikteki 3. şekli önce paralelkenar diyerek adlandırmış ve özellikleri ona göre yapılandırmıştır. Ancak 4. şekle geçildiğinde de paralelkenar olarak adlandırmış olup bir önceki şekilde söylediği özelliklerle karşılaştırıp bir çelişkiye düşmüştür. Ö8 “4. Şekil kenar uzunlukları bakımından dikdörtgene benziyor. 3. Şekil kenar uzunlukları bakımından kareye benziyor. Buradan da olur mesela. Bir tanesi paralelkenar ama hangisi?” düşüncesiyle zihinsel süreçlerinden geçtikten sonra 4. şeklin paralelkenar olduğuna karar verirken, 3. şeklin ismini hatırlamamıştır. Burada araştırmacı “Biz çokgenleri neye göre isimlendiriyorduk? Peki bu çokgende kenarların özelliğini de düşünerek nasıl adlandırırsın?” soruları ile rehberlik ederek katılımcı 3. şekle “Eş dörtgen, eş paralel dörtgen ya da eşkenar dörtgen miydi?” diyerek ‘eşkenar dörtgen’ olmasında karar almıştır. Ö9 ise 3. şekli isimlendirememiştir ve araştırmacı çokgenin ismini söylemiştir. Katılımcılar kendilerine verilen eşkenar dörtgeni incelediklerinde,

Ö7: Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açıları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360° , komşu açıları toplamı 180° .

Ö8: Tüm kenarları eş birbirine eşit, komşu açıları toplamı 180° , iç açıları toplamı 360° , tüm açılardan ikişer tanesi aynı.

Ö9: Dört kenarı var, karşılıklı kenarları birbirine eşit, açılardan zıt olanları birbirine eşit çapraz, iç açıları toplamı 360, kenar uzunlukları birbirine eşit, kareye benziyor, açıları farklı.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların hepsi eşkenar dörtgenin kenarlarının paralelliğini GGB’de kontrol ederek “*Karşılıklı kenarların birbirine paralel*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri not etmişler ve Ö7 “*dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır.*” özelliğini de eklemiş, diğer katılımcılar ise söyledikleri özellikleri yazmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö9’un kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.63’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.63. Ö9’un Eşkenar Dörtgenin Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

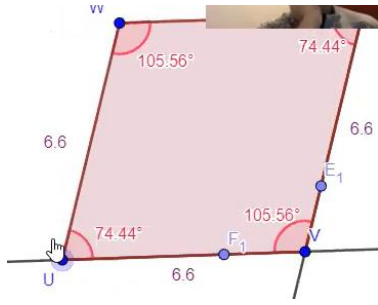
Katılımcıların söyledikleri özelliklerin tüm eşkenar dörtgenler için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı eşkenar dörtgenler oluşturarak,

Ö7: Yaptığım eşkenar dörtgende de sağlıyor, kenar uzunlukları birbirine eşit, 111 komşu açılar toplamı 180, karşılıklı açılar aynı, paralellikler aynı.

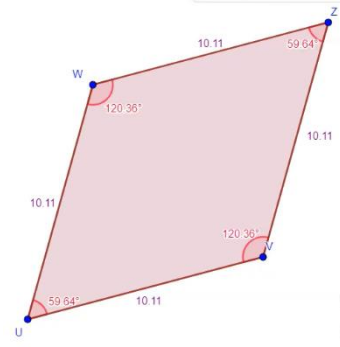
Ö8: Eşkenar dörtgenin özelliği eşkenar dörtgen olması için taşıması gereken özellikler. Yani büyüklüğü özellikleri etkilemiyor.

Ö9: Evet, değiştiresek bile aynı. Kenarları sabit kalıyor. Açıları aynı kaldı.. Şekli değiştiresek bile özellikleri aynı.

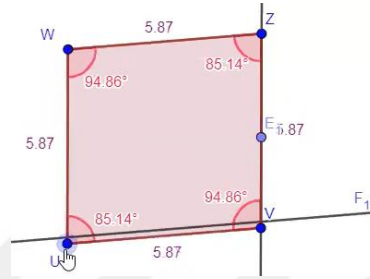
ifadelerini kullanmışlardır ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Bu durum katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermektedir. Ö7’nin Şekil 4.64’te, Ö8’in Şekil 4.65’de ve Ö9’un Şekil 4.66’da oluşturdukları farklı eşkenar dörtgenlere ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.64. Ö7'nin Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

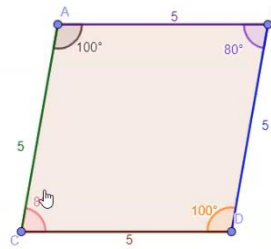


Şekil 4.65. Ö8'in Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen



Şekil 4.66. Ö9'un Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

Etkinlik 2'de katılımcılara GGB'de bir kare verilmiştir. Katılımcılardan karşılıklı iki açı seçmeleri istenmiştir. Kenar uzunluklarını ve karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki açıyı aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Katılımcıların hepsi istenilen çokgeni elde etmiştir. Ö9'un oluşturduğu eşkenar dörtgen örneği Şekil 4.67 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.67. Ö9'un Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda eşkenar dörtgen olduğunu Ö7 “*Bütün kenar uzunlukları eşit, karşılıklı açılar yine birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°*” ve Ö9 “*Dört kenarı var, karşılıklı kenarları eşit, çapraz açıları eşit, açılar toplamı 360°*” nedenleri ile açıklayarak ilişkilendirme basamağının başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği görülmüştür. Ö8 ise önce oluşan çokgeni ‘paralelkenar’ olarak adlandırmış ve nedeni sorulduğunda “*Tüm kenarları eşit, karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı açıları eşit*” açıklamasını yaparak diğer

süreçleri çokgeni paralelkenar olarak düşünüp öyle cevaplamıştır. Daha sonra dikdörtgen-paralelkenar bölümüne geçildiğinde “*Ama ben çok yanlış söylemişim. Önceki eşkenar dörtgendir. Tekrar dönebilir miyiz?*” diyerek kare-eşkenar dörtgen ilişkisini tekrar araştırmaya başlamıştır. Buradan Ö8’in eşkenar dörtgeni ilk etkinlikte tam yapılandıramadığı ancak sonrasında yanlışının fark edip düzeltmesi *ilişkilendirme* basamağını gerçekleştirdiğini düşündürmektedir.

Katılımcılara karedeki özelliklerin eşkenar dörtgende ve eşkenar dörtgendeki özelliklerin karede olup olmadığı sorularak kare ve eşkenar dörtgenin ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö7 eşkenar dörtgendeki özellikleri karede arayarak “*Var ama yine hepsi yok. Çünkü eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları eşit karede de, eşkenar dörtgende de karşılıklı açılar birbirine eşit karede de, Komşu açılar toplamı da eşit eşkenar dörtgende de karede de, karşı kenarlar karede de paralel eşkenar dörtgende de.*” ifadelerini kullanmıştır. Ö8’de aynı şekilde karedeki özellikleri eşkenar dörtgende arayarak “*Yoktur, yani hepsi yoktur. Çünkü karede 90° iç açıları yani tüm açıları eşit eşkenar dörtgende değil.*” derken daha sonra eşkenar dörtgendeki özellikleri karede arayarak “*Yoktur, çünkü eşkenar dörtgende köşegen uzunlukları farklı karede aynı. Karenin farklı özellikleri bulunduğu için taşımaz.*” ifadelerini kullanmıştır. Ö9 ise karedeki özellikleri eşkenar dörtgende arayarak “*Vardır, ikisinin kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, iç açıları da birbirine eşit*” ifadesini kullanmıştır. Katılımcılar burada kare ve eşkenar dörtgende arasında *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışarak kare ve eşkenar dörtgenin ortak özellikleri için,

Ö7: Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180° , karşılıklı kenarları birbirine paralel.

Ö8: Karenin kenarları eşit eşkenar dörtgeninde eşit kenarları, eşkenar dörtgenin iç açıları toplamı 360, karenin de 360, köşegenlerin kesişim noktası içeride karenin de içeride, karşılıklı kenarları paralel.

Ö9: Kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, iç açıları eşit, iç açıları toplamı 360° .

olarak belirtmişlerdir. Burada katılımcılar önce karedeki özellikleri eşkenar dörtgende arayarak, sonrasında eşkenar dörtgendeki özellikleri karede de arayarak *aynı ilişkiyi araştırmışlar* ve ortak özellikleri söylemişlerdir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve Ö7 ile Ö9 bu aşama da GGB’de farklı kare ve dikdörtgenler oluşturarak, Ö8 ise notlarından yararlanarak,

Ö7: Yani kenar uzunluklarını uzatalım mesela, bu da bir eşkenar dörtgen. Yine karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı açılar aynı, komşu açılar toplamı 180 ve bütün kenar uzunlukları birbirine eşit. Ortak özellikler aynı.

Ö8: Evet, çünkü sadece sayıları değiştiriyoruz, eğer yine eşkenar dörtgende karşılıklı açılar birbirine eş olmazsa ya da karede köşegen uzunlukları birbirine eşit olmazsa o zaten eşkenar dörtgen ya da kare olmaz. Onun için sadece büyüklüğünü değiştiriyoruz ve sadece sayılar değişiyor yine aynı.

Ö9: Geçerlidir, çünkü büyültsek de küçültsek de hep aynı kalıyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Yaptıkları araştırmanın sonucunda katılımcılar kendilerince ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her kare ve dikdörtgen için geçerli olduğunu Ö7 farklı bir eşkenar dörtgen oluşturarak, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinin *araştırma basamağını* gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö7: Karede bütün iç açılar aynı iken eşkenar dörtgen de sadece karşılıklı açılar birbirine eşit.

Ö8: Eşkenar dörtgende köşegen uzunlukları farklı.

Ö9: Karede açılar 90° .

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların kare ve eşkenar dörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö7 “*Eşkenar dörtgendeki özellikleri kare içinde sayabiliyorum*” diyerek eşkenar dörtgene ait özelliklerinin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö7 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup *genişletme* yaptığı düşünülmektedir.

4.3.2.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve eşkenar dörtgeni kullanarak bir kare tanıımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve

Ö7: Kare eşkenar dörtgenin aynısı. Kare bir eşkenar dörtgendir, biraz daha özelleştirilmiş hali.

Ö8: Bilmiyorum.

Ö9: Birbirine benzer bir ilişki özellikleriyle, görünüşleri farklı.

ifadelerini kullanmışlardır. Burada sadece Ö7 daha önceki söylediklerinden yola çıkarak *fenomeni devam ettirip* karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu söyleyebilmiştir.

Katılımcılara eşkenar dörtgene dayalı bir tanım yapabilmeleri için eşkenar dörtgende neler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorusu sorulmuş ve

Ö7: Eşkenar dörtgenin kare olabilmesi için iç açılarının değiştirilmesi gerekiyor.

Ö8: İç açılarının aynı olması lazım.

Ö9: Açıların.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö9 açıların nasıl değişeceğini GGB üzerinden açıları 90° yaparak göstermiş ve nedenini de “*karenin iç açılarının 90° olması gerek*” diye belirtmiştir. Katılımcıların eşkenar dörtgenin kare olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Katılımcılardan eşkenar dörtgene dayalı bir kare tanımı yapmaları istendiğinde sadece Ö7 “*Kare bir eşkenar dörtgenin iç açılarının eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir.*” olarak tanımlama yapabilmıştır.

4.3.3. Dikdörtgen-Paralelkenar İlişkisi

4.3.3.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de öğrencilere GGB’de dikdörtgen ve paralelkenar verilip bunların özelliklerinin neler olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de dikdörtgen ve paralelkenarın ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Paralelkenar

Katılımcılara GGB’de bir paralelkenar verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar paralelkenarın özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı paralelkenarlardan yola çıkarak tüm paralelkenarlar için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların Genelleme Eylemlerinin *ilişkilendirme* basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür.

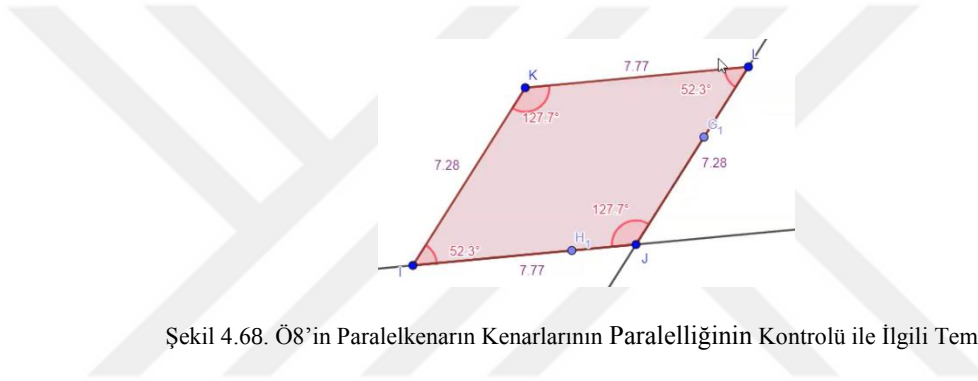
Katılımcılar kendilerine verilen paralelkenarı incelediklerinde;

Ö7: Karşılıklı kenar uzunlukları eşit burada, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180 ediyor.

Ö8: Karşı kenarları eş, karşılıklı açıları da birbirine eş, komşu açıları toplamı 180° ve iç açıları toplamı 360° .

Ö9: Dört kenarı var, daha çok eğik duruyor, karşılıklı açıları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360° 'dir.

ifadelerini kullanmışlardır ve katılımcıların hepsi paralelkenarın kenarlarının paralelliğini GGB'de kontrol ederek “*Karşılıklı kenarların birbirine paralel*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri not etmişlerdir ve söylediklerinin dışında Ö7 “*dört kenar, dört köşe ve dört açı vardır*” ve Ö9 “*karşılıklı kenarları birbirine eşit*” özelliklerini eklemişlerdir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö7'nin kenarların paralelliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.68 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.68. Ö8'in Paralelkenarın Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

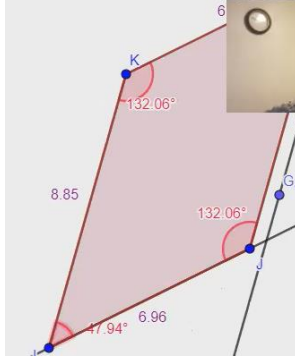
Katılımcıların söyledikleri özelliklerin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı paralelkenarlar oluşturarak,

Ö7: Yani bu paralelkenarda da karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açıları birbirine eşit, komşu açıların toplamı yine 180° , karşılıklı kenarları paralel birbirine.

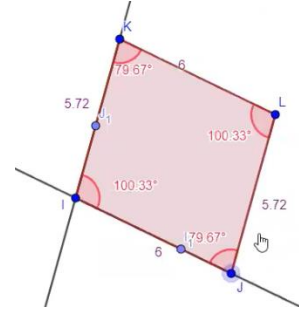
Ö8: Çünkü sadece büyüklüğünü değiştiriyoruz. Sadece duruşu değişmiş oluyor, hiç değişmiyor. Hani kenarları büyütüyoruz, kenarları ne kadar büyük olursa olsun eşit oluyor bu.

Ö9: Evet, değiştirsek de bence her şey aynı kalıyor. Açıların şeyleri sayıları değişiyor. Değişmiyor. Bununda dört kenarı var, açıları toplamı 360° , değişmiyor.

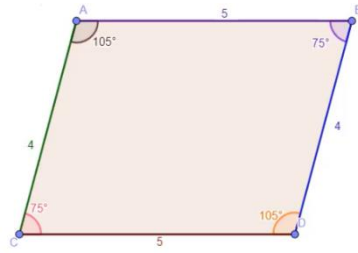
ifadelerini kullanmışlardır ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Bu durum katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermektedir. Ö7'nin Şekil 4.69'da, Ö8'in Şekil 4.70'te ve Ö9'un Şekil 4.71'de oluşturdukları farklı paralelkenarlara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.69. Ö7'nin Oluşturduğu Paralelkenar 1

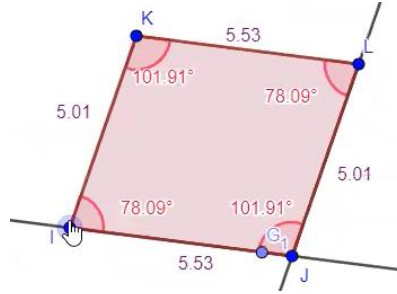


Şekil 4.70. Ö8'in Oluşturduğu Paralelkenar 1



Şekil 4.71. Ö9'un Oluşturduğu Paralelkenar

Etkinlik 2'de ise katılımcılardan dikdörtgenin karşılıklı iki açısını seçmeleri ve kenar uzunlukları ile karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki açıyı aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Ö7'nin oluşturduğu paralelkenar örneği Şekil 4.72 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.72. Ö7'nin Oluşturduğu Paralelkenar 2

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda nedeni ile paralelkenar olduğunu, Ö7 “*karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit ve karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°*”; Ö8 “*karşılıklı kenarları paralel, sadece karşılıklı kenarların uzunlukları birbirine eş, karşı açılar birbirine eşit*” ve Ö9 ise “*karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı açıları da birbirine eşit, iç açıları toplamı 360° ve dört kenarı var*” ifade etmişler ve bu da katılımcıların Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiklerini düşündürmektedir.

Katılımcılara karedeki özelliklerin paralelkenarda ve paralelkenardaki özelliklerin karede olup olmadığı soruları sorularak dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö7 dikdörtgendeki özellikleri paralelkenarda arayarak “bazıları var, bazıları yok.” demiş ve neler var olduğu sorulduğunda “karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, komşu açıları toplamı 180° , iç açıları toplamı 360° .” derken, daha sonra paralelkenardaki özellikleri dikdörtgende arayarak aynı cevapları vermiştir. Ö8 ise dikdörtgendeki özelliklere bakıp paralelkenarda olmayanı “Yoktur, çünkü dikdörtgenin iç açıları eşit ve 90° paralelkenarın sadece karşılıklı açıları eşit” özellikleri söyledikten sonra paralelkenarın özelliklerine bakıp dikdörtgende olmayanı “Paralelkenarın köşegen uzunlukları farklı dikdörtgenin aynı.” şeklinde ifade etmiştir. Ö9 ise notlarından ortak olarak gördüklerini söylemeyi yeğlemiştir. Katılımcılar dikdörtgen ve paralelkenar arasında aynı ilişkiyi araştırmaya çalışarak dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özelliklerini,

Ö7: Karşılıklı kenarları eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı açılar birbirine paralel, komşu açı toplamı 180° , bütün iç açıları toplamı 360° .

Ö8: Karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı kenarların uzunlukları eşit, komşu açılar toplamı 180° , iç açıları toplamı 360° .

Ö9: Benzer özellikler var, dört kenarının olması, açılarının toplamının 360° olması, karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olması.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların aynı ilişkiyi araştırmaya çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve Ö7 bu aşamada GGB’de oluşturduğu farklı paralelkenardan, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yola çıkarak;

Ö7: Yani kenarları kısalttığım zaman bu da bir paralelkenar, yine karşı kenarları birbirine eşit yani uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180° , iç açıları toplamı 360° .

Ö8: Geçerlidir. Şimdi dikdörtgenin özellikleri her dikdörtgen için geçerli zaten paralelkenarın özellikleri de aynı şekil, ... onun için zaten ortak. Yani sadece biz yine sayıları değiştiriyoruz. Karşılıklı kenar uzunluklarını ile aynı o yüzden geçerlidir.

Ö9: Evet, kenarlarını uzatsak da kısaltsak da aynı kalıyor çünkü.

ifadelerini kullanmışlardır. Yaptıkları araştırmanın sonucunda katılımcılar ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her dikdörtgen ve paralelkenar için geçerli olduğunu Ö7 farklı bir paralelkenar oluşturarak, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yararlanarak aynı çözüm veya sonucu araştırmaya çalışmışlardır. Katılımcıların bu

ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö7: Dikdörtgende bir iç açı 90° olmak zorundayken paralelkenarda değiştirebiliriz. Yani dikdörtgenin bütün açıları 90° iken paralelkenarın karşılıklı açıları birbirine eşit ve 90° değiller.

Ö8: Dikdörtgenin yine köşegen uzunlukları eşit paralelkenarın farklı, dikdörtgenin iç açıları eşit paralelkenarın farklı sadece karşılıklı açılar eşit.

Ö9: Dikdörtgen açıları 90° paralelkenarda değil.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların dikdörtgen ve paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Ö7 “*Paralelkenar için saydığım tüm özellikleri dikdörtgen içinde sayabiliyorum*” diyerek paralelkenara ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö7 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden *genişletme* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.3.3.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve paralelkenarı kullanarak bir dikdörtgen tanımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve

Ö7: Dikdörtgen bir paralelkenar.

Ö8: Bilmiyorum.

Ö9: Benzer ilişki, görünüşleri benzemese de özellikleri bazı özellikleri birbirine benziyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Burada sadece Ö7 daha önceki söylediklerinden yola çıkarak *fenomeni devam ettirip* dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu söyleyebilmiştir. Ö9 ise dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki ortak özelliklerin olduğunu bahsetmekte ve dikdörtgen ile paralelkenarı aşırı özelleme yaptığından genelleme yapamadığı düşünülmektedir.

Katılımcılara paralelkenara dayalı bir dikdörtgen tanımı yapabilmeleri için paralelkenarda neler değiştirildiğinde dikdörtgen oluşacağı sorusu sorulmuş ve

Ö7: İç açı değerleri değişirse, iç açıları 90° olacak şekilde değiştirsek.

Ö8: Paralelkenarın iç açılarını eşit olması lazım ve 90° olması lazım.

Ö9: Açıları.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö9 açılarının nasıl değişeceğini GGB üzerinden açıları 90° yaparak göstermiş ve nedenini de “*dikdörtgenin açısı 90° çünkü*” diye belirtmiştir. Katılımcıların paralelkenarın dikdörtgen olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Katılımcılardan paralelkenara dayalı bir dikdörtgen tanımı yapmaları istendiğinde sadece Ö7 “*Bir dikdörtgen paralelkenarın iç açılarının 90° 'ye eşitlenmiş yani eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir.*” şeklinde *tanımlama* yapabilmıştır. Ayrıca katılımcılara kare ve paralelkenar arasında bir ilişki olup olmadığı sorulmuş ve Ö8 ile Ö9 bir yanıt verememiştir. Ö7 ise önce kare ve paralelkenar arasındaki “*Karşılıklı kenarları birbirine eşit paralel, karşılıklı açılar birbirine eşit, yani komşu açılar toplamı 180°* ” şeklinde ifade ettiği ortak özellikleri *araştırdığı* düşünülmektedir. Aynı zamanda Ö7 “*Mantıklı düşünmeye çalıştığım zaman kare ile dikdörtgen arasında bir bağlantı var ve dikdörtgen ile paralelkenar arasında bir bağlantı var. O yüzden paralelkenar ile kare arasında bir bağlantı vardır. Kare bir paralelkenar.*” diyerek daha önce keşfettiği sonuçlardan yola çıkarak bir *önsel fikir* veya *strateji* oluşturduğu düşünülmektedir.

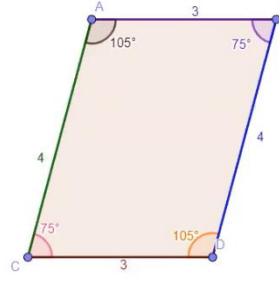
4.3.4. Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar İlişkisi

4.3.4.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de eşkenar dörtgen ve paralelkenar verilip bunların özelliklerinin neler olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de eşkenar dörtgen ve paralelkenarın ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir

Paralelkenar

Etkinlik 2’de katılımcılardan eşkenar dörtgenin karşılıklı iki kenarını seçmeleri ve açılarının değerleri ile karşılıklı kenarların paralellliğini değiştirmeden seçtikleri iki kenarın uzunlukları aynı olacak şekilde değiştirmeleri istenmiştir. Ö8’in oluşturduğu paralelkenar örneği Şekil 4.73. aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.73. Ö8'in Oluşturduğu Paralelkenar 2

Katılımcılara karedeki özelliklerin eşkenar dörtgende ve eşkenar dörtgendeki özelliklerin karede olup olmadığı soruları sorularak kare ve eşkenar dörtgenin ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö7 önce eşkenar dörtgendeki özellikleri paralelkenarda arayarak “*Hepsi olmasa da evet. Eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları eşitken paralelkenarda bütün kenar uzunlukları değil de karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit.*” demiş ve daha sonra paralelkenarın özelliklerini eşkenar dörtgende arayarak “*Evet, yine eşkenar dörtgende karşılıklı kenar uzunlukları eşit paralelkenarda da, açılar birbirine eşit ikisinde de, komşu açılar toplamı 180° , karşılıklı kenarları birbirine paralel*” ifadelerini kullanmıştır. Ö8 ise eşkenar dörtgendeki özellikleri paralelkenarda arayarak “*Yoktur, çünkü eşkenar dörtgenin tüm kenarları eş, paralelkenarın sadece karşılıklı kenarları eş*” derken paralelkenardaki özellikleri eşkenar dörtgende ararmış ve benzer şekilde “*Yoktur, çünkü paralelkenarın sadece karşılıklı kenarları eş, eşkenar dörtgenin tüm kenarları eş*” ifadelerini kullanmıştır. Ö9 ise eşkenar dörtgendeki özellikleri paralelkenarda arayarak “*Eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar birbirine paralel, paralelkenarda da aynı. Eşkenar dörtgende açılar toplamı 360° paralelkenarda da.*” ifadelerini kullanmıştır. Katılımcılar burada kare ve dikdörtgenler arasında *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışarak kare ve dikdörtgenin ortak özellikleri için,

Ö7: Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar dereceleri birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180° , iç açıları toplamı 360° , karşılıklı kenarları birbirine paralel.

Ö8: Karşılıklı açılar eş, iç açıları toplamı 360° , komşu açılar toplamı 180° .

Ö9: Kenar uzunlukları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360° , kenarları birbirine paralel, çapraz açıları birbirine eşit.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve Ö7 bu aşamada GGB’de oluşturduğu farklı paralelkenardan, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yola çıkarak,

Ö7: Evet, mesela bu farklı bir paralelkenar yine karşılıklı kenar uzunluğu birbirine eşit, açılarının dereceleri de birbirine eşit, komşu açılarının toplamı 180° , yani karşılıklı kenarları birbirine paralel.

Ö8: Geçerlidir, çünkü sadece kenar uzunluğu değişir. Diğer özellikleri kalmak zorunda.

Ö9: Açığı küçültsek de büyültsek de özellikleri aynı kalıyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Yaptıkları araştırmanın sonucunda katılımcılar kendilerince ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her eşkenar dörtgen ve paralelkenar için geçerli olduğunu Ö7 farklı bir paralelkenar oluşturarak, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasındaki farklar sorulduğunda

Ö7: Eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları birbirine eşitken paralelkenarda sadece karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit.

Ö8: Eşkenar dörtgen için kenarları eşit, paralelkenarın sadece karşılıklı kenarları eşit.

Ö9: Yoktur, imm.. ikisinde de çünkü aynı özellikler var hiçbir yerinde farklı özellik yok.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılardan Ö7 ve Ö8 eşkenar dörtgen ve paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö7 “*Paralelkenardaki özelliklerin hepsini eşkenar dörtgen için sayabiliyorken, eşkenar dörtgendeki bütün özellikleri paralelkenarda saymıyoruz.*” diyerek paralelkenara ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalışmıştır. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö7 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma* basamaklarını gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden *genişletme* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.3.4.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve paralelkenarı kullanarak bir eşkenar dörtgen tanımı yapmaları istenmiştir.

Katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve

Ö7: Eşkenar dörtgen bir paralelkenar.

Ö8: Bilmiyorum.

Ö9: Birbirlerine benziyorlar, özellikleri de benziyor şekilleri de biraz benziyor.

ifadelerini kullanmışlardır. Burada sadece Ö7 daha önceki söylediklerinden yola çıkarak *fenomeni devam ettirip* eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu söyleyebilmiştir.

Katılımcılara eşkenar dörtgene dayalı bir tanım yapabilmeleri için eşkenar dörtgende neler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorusu sorulmuş ve

Ö7: Kenar uzunlukları birbirine eşitlenirse eşkenar dörtgen oluşur.

Ö8: Paralelkenarın eğer tüm kenar uzunlukları eşit olursa diğer özellikleri sabit kalabilir o zaman eşkenar dörtgen oluşur.

ifadelerini kullanmışlardır. Ö9 ise ilk önce açılarının değiştirilmesi gerektiğini söyleyerek GGB’de paralelkenar üzerinde değişiklikler yapmaya başlamış ve dikdörtgen oluşturmuştur. Ancak katılımcı dikdörtgene kare demiş ve nedeni sorulduğunda “*açıları dik*” ifadesini kullanmıştır. Daha sonra şekli tekrar incelediğinde “*paralelkenar olabilir, dörtgen olabilir*” diye belirtmiş, ardından notlarına bakıp oluşturduğu çokgenin ismini söylememiştir. Bu nedenle Ö9’un dikdörtgeni ve onu oluşturan matematiksel nesneleri *ilişkilendiremediği*, aynı şekilde kare, paralelkenar ve dörtgeni anlamlandıramadığı düşünülmektedir. Araştırmacı burada müdahale edip katılımcıya hangi şekli oluşturmak istediğini sormuş ve “*eşkenar dörtgen*” cevabını almıştır. Buradan yola çıkarak katılımcıya rehberlik edip eşkenar dörtgeni oluşturmalarını sağlamıştır. Ancak katılımcı yine paralelkenarda neler değiştiğinde eşkenar dörtgen oluşacağını açıklayamamıştır.

Bu ifadeleri neticesinde Ö7 ve Ö8’in paralelkenarın eşkenar dörtgen olması için gerekli şartları söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdıkları düşünülmektedir. Katılımcılardan paralelkenara dayalı bir eşkenar dörtgen tanımı yapmaları istendiğinde sadece Ö7 “*Paralelkenarın kenar uzunluklarının eşit şekilde değiştirilmiş haline eşkenar dörtgen denir.*” şeklinde *tanımlama* yapabilmıştır.

4.3.5. Paralelkenar-Yamuk İlişkisi

4.3.5.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de paralelkenar ve yamuk verilip bunların özelliklerinin neler olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de paralelkenar ve yamuğun ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Yamuk

Katılımcılara GGB’de bir yamuk verilmiş ve katılımcılara bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar yamuğun özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı yamuklardan yola çıkarak tüm yamuklar için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan *durumları* ve *nesneleri ilişkilendirdiği* görülmüştür.

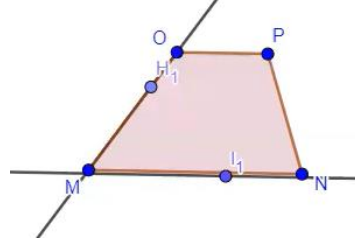
Katılımcılar kendilerine verilen yamuğu incelediklerinde,

Ö7: Kenar uzunlukları eşit değil, iç açıları da eşit değil, paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180.

Ö8: Tüm kenarları birbirinden farklı, açıları da farklı, karşılıklı açılar toplamı da farklı, İç açıları toplamı 360.

Ö9: Karşılıklı açılar birbirine paralel değil, eşit değil kenarları, iç açıları eşit değil, iç açıların toplamı 360°, birinin kenarı uzun, birinin kenarı kısa, dört kenarı var.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcılar yamuğun kenarlarının paralellliğini GGB’de kontrol ederek Ö7 “*OP ve MN kenarları birbirine paralelken, OM ve PN kenarları paralel değil.*”; Ö8 “*Karşılıklı kenarlardan bir tanesi paralel*”; Ö9 ise “*Karşılıklı kenarların biri paralel biri paralel değil*” olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca söylemiş oldukları özellikleri not etmiş ve Ö7 söyledikleri dışında “*karşılıklı bir çift kenarı birbirine paraleldir, dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır, içi açıları toplamı 360°’dir.*” özellikleri de eklemiştir. Katılımcıların bu ifadelerinden *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö8’in kenarların paralellliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.74’te aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.74. Ö8'in Yamuğun Kenarlarının Paralelliğinin Kontrolü ile İlgili Temsili

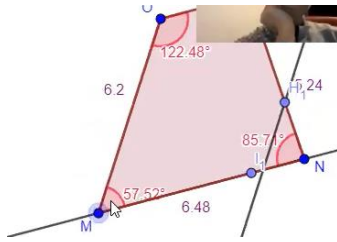
Katılımcıların söyledikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı yamuklar oluşturarak

Ö7: Örneğin bu yamukta yine paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180 ediyor. Kenar uzunlukları yine aynı değil. İç açılar toplamı 360.

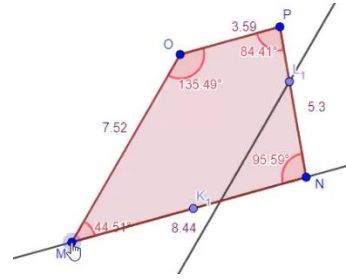
Ö8: Evet, yine sadece sayılar değişiyor, özellikleri aynı. Sadece büyüklüğünü işte açıları değiştirmiş oluyoruz. Kenar uzunlukları değişiyor ya kenarları paralel ama yine bir tanesini çekeyim. Her özelliği aynı yine öncekinde de bunun içinde.

Ö9: Evet, yine dört kenarlı ve biri paralel biri paralel değil. Açılar toplamı 360. Değiştirdim kenarlarını büyüterek.

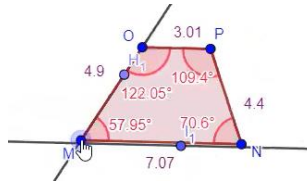
ifadelerini kullanmışlar ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Katılımcıların verdikleri cevaplara baktığımızda vardıkları sonuçları nedeni ile açıklamışlardır. Bu durum verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermektedir. Ö7'in Şekil 4.75'te, Ö8'in Şekil 4.76'da ve Ö9'un Şekil 4.77'de oluşturdukları farklı yamuklara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.75. Ö7'nin Oluşturduğu Yamuk 1



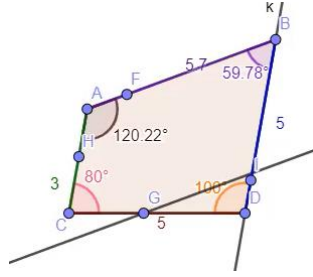
Şekil 4.76. Ö8'in Oluşturduğu Yamuk



Şekil 4.77. Ö9'un Oluşturduğu Yamuk

Etkinlik 2'de ise katılımcılardan paralelkenarın karşılıklı iki kenarını seçmeleri ve diğer iki kenarın paralelliği bozulmadan seçtiği kenarların paralelliğini

değiştirmeleri istenmiştir. Ö7'nin oluşturduğu yamuk örneği şekil 4.78 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.78. Ö7'nin Oluşturduğu Yamuk

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğuunda hepsi nedeni ile yamuk olduğuunu belirtmiştir. Bu da katılımcıların Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekteştirdiklerini düşündürmektedir.

Katılımcılara paralelkenardaki özellikler yamukta ve yamuktaki özelliklerin paralelkenarda olup olmadığu soruları sorularak yamuk ve paralelkenarın ortak özellikleri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö7 önce paralelkenardaki özellikleri yamukta arayarak “Evet bazıları, mesela paralelkenarda komşu açılar toplamı 180 iken yamukta sadece paralelkenarlar arasındaki komşu açılarının toplamı 180° ama yine komşu açılarının toplamı 180 ediyor.” derken yamuktaki özellikleri paralelkenarda arayarak “Vardır, yamuğun karşılıklı bir çift kenarı paralel yine paralelkenarda da bunlar var, iç açıları toplamı 360°.” ifadelerini kullanmıştır. Ö8 ise paralelkenardaki özellikleri yamukta arayarak “Yoktur, paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel ikisi de ama yamuğun sadece teki paralel, paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine eş ama yamuğun karşılıklı kenarlarının uzunlukları birbirinden farklı.” ifadesini kullanmıştır. Ö9 ise notlarından bakarak direkt ortak özellikleri belirtmiştir. Katılımcılar burada paralelkenar ve yamuk arasında *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışarak paralelkenar ve yamuğun ortak özelliklerini,

Ö7: Paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180°, iç açıları toplamı 360°ediyor.

Ö8: İç açıları toplamı 360°, komşu açıları 180°.

Ö9: Açılarının toplamı 360° olması ve dört kenarının olması.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman

geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve Ö7 bu aşamada GGB’de oluşturduğu farklı bir yamuktan, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yola çıkarak,

Ö7: Mesela burada farklı bir yamuk var. Yine karşılıklı bir çiftte olsa kenarları birbirine paralel, paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180° . Bence evet geçerli.

Ö8: Geçerlidir, yamuğun sadece nasıl diyeyim görünüşü değişir. Büyüklüğü ya da yani küçüklüğü değişir. Paralelkenarında aynı şekilde ama özellikleri sabit kalır.

Ö9: Evet, çünkü hepsi aynı oluyor. Mesela değiştirsek bile yine açılar toplamı 360° , yine dört kenarı olacak.

ifadelerini kullanmışlardır. Yaptıkları araştırmanın sonucunda katılımcılar ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her paralelkenar ve yamuk için geçerli olduğunu; Ö7 farklı bir yamuk oluşturarak, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara paralelkenar ve yamuk arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö7: Eee... paralelkenarda karşılıklı bütün kenarları birbirine paralelken yamukta sadece bir çift kenar birbirine paralel, paralelkenarda bütün komşu açılar toplamı 180° iken yamukta sadece paralelkenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180° .

Ö8: Yamuğun hiçbir kenar uzunluğu eş değil, paralelkenarın karşılıklı kenar uzunlukları eş.

Ö9: Paralelkenarda karşılıklı kenarları birbirine paraleldir yamukta değildir. Paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine eşittir ama yamukta değildir. Paralelkenarda karşılıklı açıları eşittir ama yamukta değildir.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların paralelkenar ve yamuğun farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö7 “*Paralelkenar yamuğun yine birbirine benzer şeyler oldu ama daha özel hali.*” diyerek yamuğa ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalıştığı düşünülmektedir. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö7 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup Genelleme Eylemlerinden *genişletme* basamağını gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

4.3.5.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak paralelkenarın bir yamuk olduğunu keşfetmeleri beklenmiş ve yamuğu kullanarak bir paralelkenar tanımı yapmaları istenmiştir. Ayrıca etki kategorisi için katılımcılara

kare ile yamuk, dikdörtgen ile yamuk ve eşkenar dörtgen ile yamuk arasındaki ilişkileri daha önce keşfettikleri bilgilerden yola çıkarak bulmaları istenmiştir.

Katılımcılara paralelkenar ve yamuk arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve

Ö7: Paralelkenar bir yamuktur.

Ö8: Bilmiyorum.

Ö9: Sadece görünüşü ve açılarının toplamı vardır.

ifadelerini kullanmışlardır. Burada sadece Ö7 daha önceki söylediklerinden yola çıkarak *fenomeni devam ettirip* paralelkenarın bir yamuk olduğunu söyleyebilmiştir.

Katılımcılara yamuğa dayalı bir paralelkenar tanımı yapabilmeleri için eşkenar dörtgende neler değiştirildiğinde kare oluşacağı sorusu sorulmuş ve

Ö7: Eee.. iç açılarına karşısındaki açı yine eşit olacak şekilde ve kenarlarını karşısındaki kenar uzunluğu ile eşit olacak şekilde değiştirirsek paralelkenar elde ederiz.

Ö8: Yamuğun karşılıklı kenarları birbirine eş ve paralel olursa.

Ö9: Kenarlarının paralelliği.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların bu ifadeleri neticesinde Ö7 ve Ö8'in yamuğun paralelkenar olması için gerekli şartları nedenleri ile söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Katılımcılardan yamuğa dayalı bir paralelkenar tanımı yapmaları istendiğinde sadece Ö7 "*Paralelkenar bir yamuğun karşılıklı açıları eşit olacak ve karşılıklı kenarları eşit olacak şekilde özelleştirilmiş halidir.*" olarak *tanımlama* yapabilmıştır.

Katılımcılara kare ile yamuk, dikdörtgen ile yamuk ve eşkenar dörtgen ile yamuk arasında bir ilişki olup olmadığı sorulduğunda sadece Ö7 aralarındaki ilişkiyi bulabilmiştir. Ö7 kare ve yamuk için önce "*yine karede de karşılıklı bütün kenarları birbirine paralel olsa da en az bir çifti birbirine paralel, dört kenar, dört köşe ve dört açısı var, paralel kenarlar arasında kalan komşu açılarının toplamı 180° , iç açıları toplamı 360°* " şeklinde ortak özelliklerine bakmış bunlardan yola çıkarak "*kare bir yamuktur*" genellemesini yaparak *önsel fikir* ve *strateji* geliştirdiği düşünülmektedir. Ö7 kare ve dikdörtgen için önce "*dikdörtgende de karşılıklı iki çift kenarı birbirine paralel olsa da en az bir çift kenarı birbirine paralel, dört kenar, dört köşe ve dört açısı var, paralel kenarlar arasında kalan komşu açılarının toplamı 180° , iç açıları toplamı 360°* " şeklinde ortak özelliklerine bakmış ve bunlardan yola çıkarak "*dikdörtgen bir yamuktur*" genellemesini yaparak *önsel fikir* ve *strateji*

geliştirdiği düşünülmektedir. Ö7 eşkenar dörtgen ve yamuk için ise önce “Eşkenar dörtgende de en az karşılıklı bir çift kenarı birbirine paralel yani eşkenar dörtgende hepsi birbirine paralel ama karşılıklı kenarları birbirine paralel, yani sonuçta en az bir tanesi birbirine paralel, dört kenar, dört köşe ve dört açısı var, paralel kenarlar arasında kalan komşu açılar toplamı 180° , iç açıları toplamı 360° ” şeklinde ortak özelliklerine bakmış ve bunlardan yola çıkarak “eşkenar dörtgen bir yamuktur” genellemesini yaparak önsel fikir ve strateji geliştirdiği düşünülmektedir.

4.3.6. Yamuk-Dörtgen İlişkisi

4.3.6.1. Genelleme Eylemleri

Etkinlik 1’de katılımcılara GGB’de yamuk ve dörtgen verilip bunların özelliklerinin neler olduğu sorulmuştur. Etkinlik 2’de yamuğun ve dörtgenin ortak ve farklı özelliklerini bulmaları, bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığını belirtmeleri istenmiştir.

Dörtgen

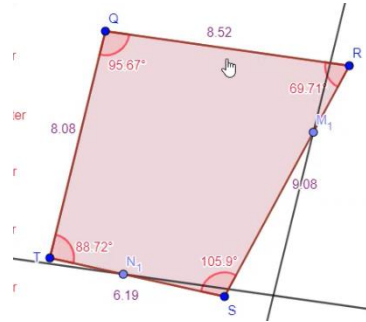
Katılımcılara GGB’de bir dörtgen verilmiş ve bu çokgenin özelliklerinin neler olduğu ve bu özelliklerin her zaman geçerli olup olmadığı soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar dörtgenin özelliklerini söylemiş ve GGB üzerinde oluşturdukları farklı dörtgenlerden yola çıkarak tüm dörtgenler için bu özelliklerin geçerli olacağını belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme basamağında bulunan durumları ve nesneleri ilişkilendirdiği görülmüştür.

Katılımcılar kendilerine verilen dörtgeni incelediklerinde Ö7 ilk başta çokgeni yamuğa benzetmiştir. Ardından yamuğun özelliklerine bakıp yamuk olmadığına karar vererek “düzgün olmayan dörtgen” olarak adlandırmıştır. Araştırmacının “Düzgün olmayan ile neyi kastediyorsun?” sorusuna karşılık Ö7 “İç açıları birbirine eşit olmayan, kenar uzunlukları birbirine eşit olmayan, karşılıklı ya da kenarları paralel olmayan.” cevabını vermiş ve çokgenin adını önce koyamamıştır. Ancak katılımcı gördüğü özellikleri söylemeye başlayınca adını “dörtgen” olarak belirtmiş ve bunun sebebini “dört kenarı, dört köşesi, dört açısının olması” olarak açıklamıştır. Verilen çokgeni inceleyerek “Hiçbir açısı eşit değil, hiçbir kenarı eşit değil yani kenar uzunlukları eşit değil, dört kenarı var, dört açısı, dört köşesi.” ifadelerini kullanmıştır.

Daha sonra Ö8 “Dört kenarı var. Açıları farklı, iç açıları toplamı 360. Tüm kenarları farklı, Hiçbir paralel kenar yok. Tüm açıları farklı. Bir şeye bakmam lazım.” ifadelerini kullanmış sonrasında açıları incelemeye başlamıştır. “Açılardan mutlaka ikisi dar, ikisi de geniş oluyor.” demiş ve farklı bir dörtgen oluşturup “Şimdi üçü geniş bir tanesi dar oldu. Her türlü açı çeşidi oluyor iç açılarında. İki geniş iki dar. Dört açı da yanı anda geniş olamıyor. İç açıları toplamı 360’tan fazla olur. Dört dar açı olursa toplamları 360’tan küçük olur.” şeklinde ifade ederek açılar ile ilgili bir kural bulmaya çalışmıştır.

Ö9 ise “Kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iç açıları birbirine eşit değil. İç açıları toplamı 360°.” diyerek bu özellikleri belirtmesine rağmen çokgenin adını koyamamıştır. Bu yüzden çokgenin adını araştırmacı söylemiştir.

Katılımcıların dörtgenin kenarlarının paralellliğini GGB’de kontrol ederek Ö7 “Karşılıklı kenarları birbirine paralel değil”; Ö8 “Hiçbir kenarı paralel değil, yamuktan farklı bir özelliği var.”; Ö9 ise “Hiçbiri birbirine paralel değil” şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar söylemiş oldukları özellikleri not etmiş ve Ö8 söylediklerinden farklı olarak “karşılıklı açılar toplamı farklıdır” özelliğini eklemiştir. Katılımcıların bu ifadelerinden durumları ilişkilendirilerek genelleme yaptıkları düşünülmüştür. Katılımcılardan Ö8’in kenarların paralellliğini kontrol ettiği görsel Şekil 4.79 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.79. Ö8’in Dörtgenin Kenarlarının Paralellüğünün Kontrolü ile İlgili Temsili

Katılımcılardan Ö7 ve Ö8 ekledikleri özelliklerin tüm dörtgenler için geçerli olup olmadığını teyit etmek için farklı yamuklar oluşturarak,

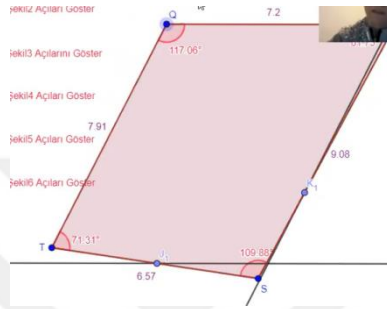
Ö7: Yani mesela bu dörtgende yine bu kenar uzunlukları eşit değil, iç açıları eşit değil, kenarları birbirine paralel değildir. Yani bence bu da bir dörtgendir.

Ö8: Evet, yine aynı aslında. Sadece açılar değişiyor, kenar uzunlukları değişiyor, özellikler yine sabit.

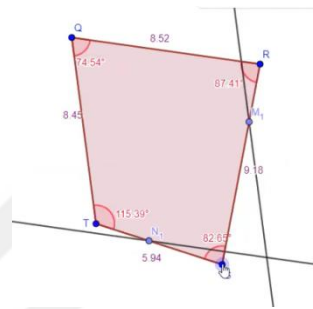
şeklinde, Ö9 ise sadece fikir yürüterek

Ö9: Evet, küçültsek de büyültsek de özellikler birbirine eşit.

ifadelerini kullanmışlardır ve *nesneleri ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları düşünülmektedir. Katılımcıların verdikleri cevaplara baktığımızda vardıkları sonuçları nedeni ile açıklamışlardır. Bu durum katılımcıların verdikleri cevaptan emin olduğunu göstermektedir. Ö7'nin Şekil 4.80'de ve Ö8'in Şekil 4.81'de oluşturdukları farklı yamuklara ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

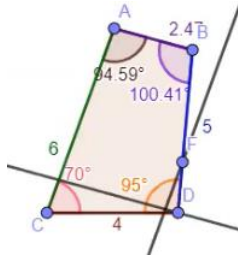


Şekil 4.80. Ö7'nin Oluşturduğu Dörtgen



Şekil 4.81. Ö8'in Oluşturduğu Dörtgen

Etkinlik 2'de ise katılımcılardan yamuğun karşılıklı paralel olan kenarlarının paralelliğini bozmaları istenmiştir. Ö9'un oluşturduğu dörtgen örneği Şekil 4.82 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.82. Ö9'un Oluşturduğu Dörtgen

Oluşan çokgenin ne olduğu katılımcılara sorulduğunda Ö7 “dört köşe, dört kenar ve dört açısı olduğu için”, Ö8 “iç açıları toplamı 360°” ve Ö9 ise “kenarları birbirine paralel değil, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, açıları birbirine eşit değil” şeklinde nedenleri ile dörtgen olduğunu belirtmişlerdir. Bu da katılımcıların Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* basamağını başarılı bir şekilde gerçekleştirdiklerini düşündürmektedir.

Katılımcılara yamuktaki özelliklerin dörtgende ve dörtgendeki özelliklerin yamukta olup olmadığı soruları sorularak yamuk ve paralelkenarın ortak özellikleri

keşfettirilmeye çalışılmıştır. Ö7 dörtgenin özelliklerini yamukta arayarak “*Eee... yine dört kenarı, dört köşesi ve dört açısı var yamuğunda*” ifadesini kullanmıştır. Ö8 dörtgendeki özellikleri yamukta arayarak “*Yoktur, dörtgenin hiçbir kenarı paralel değil, yamuğun karşı kenarlarından teki paralel.*” ifadesini kullanmıştır. Ö9 da dörtgenin özelliklerini yamukta arayarak “*Vardır, çünkü dörtgende de kenar uzunlukları birbirine eşit değil yamukta da. Dörtgende de iç açıları eşit değildir yamukta da.*” ifadelerini kullanmıştır. Katılımcılar burada yamuk ve dörtgen arasında *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalışarak yamuğun ve dörtgenin ortak özelliklerini,

Ö7: İkinin de dört kenarı, dört köşesi ve dört açısı var.

Ö8: Yamuğun hiçbir kenarı eş değil yani uzunluk olarak dörtgeninde, açılar da aynı şekil, farklı birbirinden tüm açılar.

Ö9: Hmm.. kenar uzunlukları eşit değil ikisinde de, ikisinde de açılar eşit değil.

olarak belirtmişlerdir. Bu ifadeler neticesinde katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırmaya* çalıştıkları düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılara bu ortak özelliklerin her zaman geçerli olup olmayacağı sorulmuş ve Ö7 bu aşamada GGB’de oluşturduğu farklı bir dörtgenden, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yararlanarak,

Ö7: Mesela bu da yine bir dörtgen, dört açı, dört kenar ve dört açısı var, yani yamukla aynı özellikler var bence.

Ö8: Geçerlidir, çünkü yamuğun ve dörtgenin sadece büyüklüğü ya da işte görünüşünü değiştiririz, özellik bakımından sabit kalır, sabit kalmak zorunda zaten. Bunun içinde aynı kalır.

Ö9: Evet, çünkü görüntüsünü, uzunluklarını değiştirsek bile aynı kalıyor bence.

ifadelerini kullanmışlardır. Bu araştırmanın sonucunda katılımcılar kendilerince ortak özellikleri keşfedip bu ortak özelliklerin her yamuk ve dörtgen için geçerli olduğunu Ö7 farklı bir dörtgen oluşturarak, Ö8 ve Ö9 ise notlarından yararlanarak *aynı çözüm veya sonucu araştırmaya* çalışmışlardır. Katılımcıların bu ifadelerinden Genelleme Hareketlerinden *araştırma* eylemini gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

Katılımcılara yamuk ve dörtgen arasındaki farklar sorulduğunda,

Ö7: Bir çift kenarda olsa bir paralellik var ama bu dörtgende mesela hiç yok. Orada paralel kenarlar arasında kalan 180° iken burada bir komşu açının toplamı 180° etmiyor.

Ö8: Yamuğun karşılıklı kenarlarından teki paraleldir, dörtgenin hiçbir kenarı paralel değildir.

Ö9: Yamukta karşılıklı kenarlardan biri birbirine paralel değil, dörtgende hepsi birbirine paralel.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların yamuk ve dörtgenin farklı özelliklerini söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırdıkları* düşünülmektedir. Katılımcılardan Ö7 “*Yamuk bir dörtgenin daha özelleştirilmiş hali.*” diyerek dörtgene ait özelliklerin *uygulanabilirlik alanını genişletmeye* çalıştığı düşünülmektedir. Katılımcıların yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö7 hem *uygulanabilirlik alanını genişletme* hem de *ayrıntıları uzaklaştırma basamaklarını* gerçekleştirmiş olup Genelleme Hareketlerinden *genişletme* eylemini yaptığı düşünülmektedir.

4.3.6.2. Yansıma Genellemeleri

Katılımcılardan genelleme eylemlerinde söylediklerinden yola çıkarak yamuğun bir dörtgen olduğunu keşfetmeleri ve dörtgeni kullanarak bir yamuk tanımlamaları istenmiştir. Ayrıca etki kategorisi için katılımcılara kare ile dörtgen, dikdörtgen ile dörtgen, eşkenar dörtgen ile dörtgen ve paralelkenar ile dörtgen arasındaki ilişkileri daha önce keşfettikleri bilgilerden yola çıkarak bulmaları istenmiştir.

Katılımcılara yamuk ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş ve

Ö7: Yamuk bir dörtgendir.

Ö8: Bilmiyorum.

Ö9: Yarı benzer ilişki.

ifadelerini kullanmışlardır. Burada sadece Ö7 daha önceki söylediklerinden yola çıkarak *fenomeni devam ettirip* yamuğun bir dörtgen olduğunu söyleyebilmiştir.

Katılımcılara dörtgene dayalı bir yamuk tanımlamaları için “*Dörtgende neleri değiştirirsek bir yamuk elde ederiz?*” sorusu sorulmuş ve

Ö7: Karşılıklı bir çift kenarı paralel olacak şekilde yerleştirilse bir yamuk oluşur.

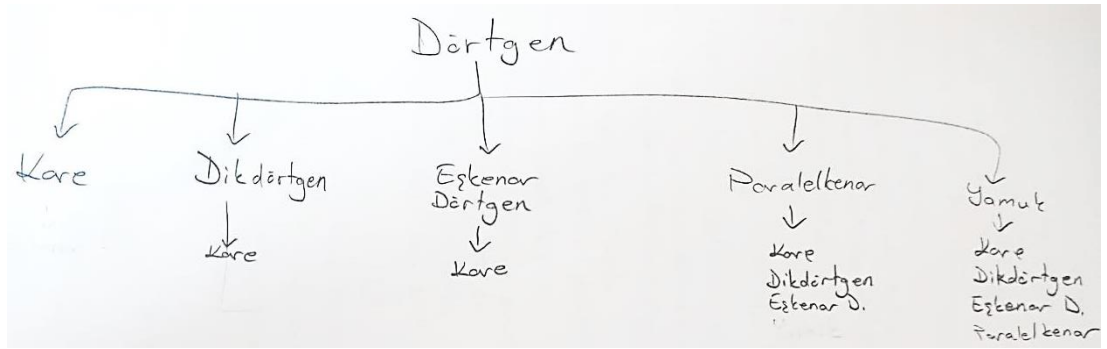
Ö8: Dörtgenin eğer karşılıklı kenarlarından teki paralel olursa.

Ö9: Kenarlarının paralelliği.

ifadelerini kullanmışlardır. Katılımcıların bu ifadeleri neticesinde Ö7 ve Ö8’in dörtgenin yamuk olması için gerekli şartları nedenleri ile söyleyerek bir *genel prensip* oluşturdukları düşünülmektedir. Dörtgene dayalı bir yamuk tanımlamaları istendiğinde sadece Ö7 “*Dörtgenin karşılıklı bir çift kenarının paralel olacak şekilde yerleştirilmesiyle yamuk oluşur.*” şeklinde *tanımlama* yapabilmıştır. Katılımcılara kare ile dörtgen, dikdörtgen ile dörtgen, eşkenar dörtgen ile dörtgen ve paralelkenar ile dörtgen arasında bir ilişki olup olmadığı sorulduğunda ise sadece Ö7 aralarındaki

ilişkiyi bulabilmiştir. Ö7 kare ve dörtgen için ilk önce “ikisinde de dört kenar, dört köşe ve dört açısı var, iç açıları toplamı 360° ” ortak özelliklerine bakmış bunlardan yola çıkarak “kare bir dörtgendir” genellemesini yaparak önsel fikir ve strateji geliştirdiği düşünülmektedir. Ö7 kare ve dörtgen için ilk önce “ikisinde de iç açıları toplamı 360° , dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır.” diyerek ortak özelliklerine bakmış ve bunlardan yola çıkarak “dikdörtgen bir dörtgendir” genellemesini yaparak önsel fikir ve strateji geliştirdiği düşünülmektedir. Ö7 eşkenar dörtgen ve dörtgen için ilk önce “ikisinde de iç açıları toplamı 360° , dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır” şeklinde ortak özelliklerine bakmış ve bunlardan yola çıkarak “eşkenar dörtgen bir dörtgendir” genellemesini yaparak önsel fikir ve strateji geliştirdiği düşünülmektedir. Ö7 paralelkenar ve dörtgen için ise ilk önce “dört kenar, dört köşe ve dört açısı var ikisinde de, ikisinde de iç açıları toplamı 360° ” şeklinde ortak özelliklerine bakmış ve bunlardan yola çıkarak “paralelkenar bir dörtgendir” genellemesini yaparak önsel fikir ve strateji geliştirdiği düşünülmektedir.

Son olarak katılımcılara kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgen arasındaki ilişkileri gösteren bir kavram haritası çizmeleri istenmiştir. Kavram haritasını sadece Ö7 çizmeye çalışmıştır. Ö7’ye ait kavram haritası Şekil 4.84 aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 83. Ö7’nin Kavram Haritası

4.4. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Genelleme Süreçleri ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki

6. sınıf, 7. sınıf ve 8. sınıf düzeyinde farklı akademik seviyelerde olan katılımcıların Ellis'in (2007) Genelleme Taksonomisine ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerine göre ulaştıkları aşamalar aşağıdaki Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Katılımcıların Bulundukları Düzeyler

Sınıf	Katılımcı	Akademik Başarı	Genelleme Taksonomisine Göre Bulunduğu Aşama	Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyi
6	Ö1	İyi	Tüm Genelleme Eylemleri	Düzey 2
	Ö2	Orta	İlişkilendirme /Araştırma	Düzey 1 / Düzey 2
	Ö3	Düşük	İlişkilendirme	Düzey 1 / Düzey 2
7	Ö4	İyi	Tüm Genelleme Eylemleri / Belirleme veya Açıklama	Düzey 2 / Düzey 3
	Ö5	Orta	İlişkilendirme / Araştırma	Düzey 2
	Ö6	Düşük	İlişkilendirme	Düzey 1
8	Ö7	İyi	Tüm Genelleme Eylemleri / Tüm Yansıma Genellemeleri	Düzey 4
	Ö8	Orta	Tüm Genelleme Eylemleri	Düzey 2
	Ö9	Düşük	İlişkilendirme / Araştırma	Düzey 2

4.4.1. Düzey 1 (Görsel Düzey)

Araştırmada görsel düzey için, 1. Etkinlikte araştırmacı tarafından verilen geometrik şekillerin kenar uzunlukları ve açı ölçüleri verilmeden gösterilmiş ve katılımcıların bu geometrik şekillerin ne olduğunu söylemeleri beklenmiştir. Katılımcıların hepsi kare ve dikdörtgeni hemen tanımışlar ve Kare için “*çünkü kenar uzunlukları eşit gibi duruyor*” cevabını verirken; dikdörtgen için “*çünkü bir kısa bir uzun kenarı var*” cevabını vermişlerdir. Eşkenar dörtgen verildiğinde katılımcılardan Ö1, Ö4 ve Ö7 şekli tanırken, diğer katılımcılar eşkenar dörtgeni tanıyamamıştır ve araştırmacı adını söylemiştir.

Paralelkenarda ise katılımcıların hepsi tanımış ve nedeni sorulduğunda “*eğik duruyor, karşılıklı kenarları birbirine paralel gibi*” cevapları vermişlerdir. Yamuğu ise Ö1, Ö2, Ö4, Ö7 ve Ö8 hatırlarken diğer katılımcılar hatırlayamamıştır. Ö1, Ö2, Ö4, Ö7 ve Ö8’e nedeni sorulduğunda “*yamuk duruyor, çünkü iki kenarı paralel gibi, hiçbir kenarı gözüme eşit gelmiyor*” gibi cevaplar vermişlerdir. Dörtgeni ise Ö1, Ö2 ve Ö7 hatırlarken diğer katılımcılar hatırlayamamıştır. Ö1, Ö2 ve Ö7’ye nedeni sorulduğunda “*dört kenarı var, dört köşesi var, kenarları paralel gibi değil*” cevaplarını vermişlerdir. Araştırmanın ilerleyen sürecinde katılımcılar bu altı şeklin kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini açıp özelliklerini belirlemeye çalışmışlardır. 2. Etkinlikte katılımcılardan dörtgenler arasında geçiş yapmaları istenmiştir. Bu geçişler sırasında her oluşturdukları dörtgen çeşidinin ne olduğu sorularak teyit edilmeye çalışılmıştır. Katılımcıların hepsi kare ve dikdörtgeni hemen tanımışlardır. Katılımcılardan Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9 eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgeni süreç içerisinde tanımışlardır. Ancak Ö2 yamuk ve dörtgeni; Ö3 ve Ö6 ise paralelkenar, yamuk ve dörtgeni süreç içerisinde tam olarak ifade edememişlerdir.

Elde edilen bulgular ışığında katılımcılardan Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9 görsel düzeyi gerçekleştirirken, Ö2, Ö3 ve Ö6’nın görsel düzeyde eksik olduğu düşünülmektedir.

4.4.2. Düzey 2 (Betimsel Düzey)

Betimsel düzey genelleme sınıflandırmasında ilişkilendirme, araştırma ve genişletme basamaklarına paralellik göstermektedir. Bu düzeyde katılımcılardan dörtgenlerin her biri için özellikleri belirlemeleri ve bu özellikleri genellemeleri istenerek ilişkilendirme basamağını gerçekleştirmeleri beklenmektedir.

Katılımcılardan Ö1 kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarın özelliklerini doğru bir şekilde belirtmiş ve “*Örneğin kare için, 4 kenarı var, açıları 90°, iç açıları toplamı 360, 4 köşesi var, kenarları eşit uzunlukta, karşılıklı kenarlar birbirlerine paralel*” şeklinde ifade etmişlerdir. Yamuk ve dörtgen için özellikleri söylerken “*dört kenarı var, dört köşesi var*” gibi doğru ifadeler kullanırken aynı zamanda “*kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil*” gibi yamuk ve dörtgene ait olmayan ifadeleri de kullanmıştır. Ö1 yamuk ve dörtgenin özelliklerinde yanlış ifadelerde bulunsa da kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar için

özellikleri doğru söyleyebilmiştir. Bu yüzden Ö1'in betimsel düzeyde gelişmekte olduğu düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö2, kare için *“tüm açıları 90° , açılarının toplamı 360° , Kenar uzunluklarının birbirine eşit olması, 4 köşesi ve 4 kenarı var”*, eşkenar dörtgen için *“karşısındaki kenar birbirine eşit, 4 kenarı var, karşısındaki açı değeri eşit”* ve paralelkenar için *“Karşısındaki kenar diğerine eşit, 4 köşesi var, 4 kenarı var, açılarının toplamı 360° ”* şeklinde özellikleri doğru bir şekilde ifade etmiştir. Dikdörtgen, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullanmasına rağmen dikdörtgen için *“bir kenarı diğerinden daha büyük”*, yamuk ve dörtgen için *“kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil”* gibi ifadeler kullanarak yanlış özellikleri de söylediği görülmektedir. Ö2 dikdörtgen, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde yanlış ifadelerde bulunsa da kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar için özellikleri doğru söylebilmiştir. Bu yüzden Ö2'nin betimsel düzeyde gelişmekte olduğu düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö3, kare için *“bütün kenarları eşit, hepsi 90° , 4 kenarı, 4 köşesi var, iç açıları toplamı 360° ”* ve eşkenar dörtgen için *“4 kenarı, 4 köşesi var, bütün kenar uzunlukları eşit, iç açıları toplamı 360° ”* şeklinde özellikleri doğru bir şekilde söylemiştir. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullanmasına rağmen dikdörtgen için *“iki kenarı farklı”*, paralelkenar için *“uzun kenarları var, kısa kenarları var”*, yamuk ve dörtgen için *“kenar uzunlukları hiçbirisi aynı değil, açıları aynı değil”* gibi ifadeler kullanarak yanlış özellikleri de söylediği görülmektedir. Ö3 dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde yanlış ifadelerde bulunsa da kare ve eşkenar dörtgen için özellikleri doğru söylebilmiştir. Süreç içerisinde Ö3'ün aynı zamanda yamuk ve dörtgenin özelliklerinde paralellikten bahsetmemesinden dolayı bu iki dörtgeni karıştırdığı, hatta yamuk ve dörtgen için söylediği özelliklerin aynı olduğu görülmektedir. Bu yüzden Ö3'ün Görsel ve Betimsel düzeyde gelişim göstermeye devam ettiği düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö4, kare için *“Dört kenarı da birbirine eşit, açıları birbirine eşit, 4 tane kenar ve 4 tane köşesi var, iç açıları toplamı 360° , karşılıklı kenarları paralel”*, dikdörtgen için *“İç açıları toplamı 360° , kenar uzunlukları da karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel”*, eşkenar dörtgen için *“Karşılıklı kenarları birbirine eşit yani gerçi tüm kenarları birbirine eşit, iç açıları*

toplamı 360, karşılıklı açıları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel”, paralelkenar için “Karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, çapraz karşılıklı açıları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel”, yamuk için “iç açıları toplamı 360, dört kenarlı, dört köşesi var, bir karşılıklı kenarı paralel” ve dörtgen için “iç açıları toplamı 360, dört kenarlı, dört köşeli” şeklinde özelliklerini doğru bir şekilde ifade ettiği bu yüzden betimsel düzeyde gelişim gösterdiği düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö5, kare için *“eş kenarları var, açıları da eşit, açıları 90, dört kenarı ve dört köşesi var”* şeklinde özelliklerini doğru ifade etmiş, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullanmasına rağmen dikdörtgen için *“uzun ve kısa kenarları yani eşit değil”,* eşkenar dörtgen için *“iç açıları eşit değil”,* paralelkenar ve yamuk için *“iç açıları ve kenarları eşit değil”,* dörtgen için *“kenarları eşit değil, komşu açıları eşit değil, paralel kenarı yok”* gibi ifadeler kullanarak yanlış özellikleri de söylediği görülmektedir. Ö5 dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde yanlış ifadelerde bulunsa da dörtgen çeşitlerinin hepsinde doğru özellikleri de söylebilmiştir. Bu yüzden Ö5’in betimsel düzeyde olduğu düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö6, kare için *“Bütün kenarları eşit, açıları eşit, dört kenar, dört köşesi var, iç açıları 90°, iç açıları toplamı 360”* şeklinde özelliklerini doğru söylemiş, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullanmasına rağmen dikdörtgen için *“yan kenarlarla üst ve alt kenarlar farklı”,* eşkenar dörtgen için *“açıları eşit değil”,* paralelkenar için *“kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil”,* yamuk ve dörtgen için *“kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil”* gibi ifadeler kullanarak yanlış özellikleri de söylediği görülmektedir. Ö6’nın düşünme sürecine bakıldığında paralelkenarı, yamuğu ve dörtgeni ayırt edemediği yani özelliklerini kavrayamadığı düşünülmektedir. Ayrıca Ö6 süreç içerisinde dörtgenlerin özelliklerini söylerken zorlandığı görülmüştür. Bu yüzden Ö6 betimsel düzeyde olmadığı düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö7, kare için *“Kenar uzunlukları eşit, iç açıları toplamı 360°, bir iç açısı 90°, yine bir dış açısı 90°, komşu açılar toplamı 180°’dir, dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır”,* dikdörtgen için *“iç açıları toplamı 360°, bir iç açısı 90°, komşu açılarının toplamı 180°, dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır,*

karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir, karşılıklı kenarları birbirine paralel”, eşkenar dörtgen için “Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açıları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360°, komşu açılar toplamı 180, dört kenar, dört köşe ve dört açısı vardır, karşılıklı kenarları birbirine paralel” ve paralelkenar için “Karşılıklı kenar uzunlukları eşit burada, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180 ediyor, dört kenar, dört köşe ve dört açı vardır, karşılıklı kenarları birbirine paralel” şeklinde özelliklerini doğru söylemiş, yamuğun ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullanmasına rağmen yamuk için “kenar uzunlukları eşit değil” ve dörtgen için “hiçbir açısı eşit değil, hiçbir kenarı eşit değil yani kenar uzunlukları eşit değil” gibi yanlış özellikler belirtmiştir. Ancak Ö7 süreç içerisinde yamuk ve dörtgenin gerek yeter koşullarını belirleyebilmiştir. Bu yüzden Ö7’nin betimsel düzeyde olduğu düşünülmektedir.

Katılımcılardan Ö8, kare için *“Kenar uzunlukları aynı, 90° iç açıları toplamı 360, kenarları paralel, köşegen uzunlukları eşit”, dikdörtgen için “Karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit, yine açıları 90°, iç açıları toplamı 360°, köşegen uzunlukları birbirine eş, iç açıları eşit, karşılıklı kenarları paralel”, eşkenar dörtgen için “Tüm kenarları eş birbirine eşit, komşu açıları toplamı 180, iç açıları toplamı 360°, tüm açılardan ikişer tanesi aynı, karşılıklı kenarları birbirine paralel ve paralelkenar için “Karşı kenarları eş, karşılıklı açıları da birbirine eş, komşu açıları toplamı 180° ve iç açıları toplamı 360°, karşılıklı kenarları birbirine paralel” şeklinde özelliklerini doğru söylemiş, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullansa da yamuk için “Tüm kenarları birbirinden farklı, açıları da farklı, karşılıklı açılar toplamı da farklı” ve dörtgen için “Açıları farklı, tüm kenarları farklı, hiçbir paralel kenar yok” gibi yanlış özellikler de belirtmiştir. Ö8 yamuk ve dörtgenin özelliklerinde yanlış ifadelerde bulunsa da dörtgen çeşitlerinin hepsinde doğru özellikleri de söylemiştir. Bu yüzden Ö8’in betimsel düzeyde olduğu düşünülmektedir.*

Katılımcılardan Ö9, kare için *“Dört köşesi var, dört kenarı var, kenarları birbirine eşit, 90°’lik açılar, toplamı 360° iç açılardan, kenarları birbirine paralel”* şeklinde özelliklerini doğru söylerken, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde doğru ifadeler kullansa da dikdörtgen için *“daha çok böyle uzunlamasına gidiyor, kenar uzunlukları eşit değil”, eşkenar dörtgen için “açıları farklı”, paralelkenar için “daha çok eğik duruyor”, yamuk için “Karşılıklı*

açılar birbirine paralel değil, eşit değil kenarları, iç açıları eşit değil, birinin kenarı uzun, birinin kenarı kısa” ve dörtgen için “Kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iç açıları birbirine eşit değil” gibi yanlış özellikler söylemiştir. Ö9 dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerinde yanlış ifadelerde bulunsa da dörtgen çeşitlerinin hepsinde doğru özellikleri de söylemiştir. Bu yüzden Ö9’un betimsel düzeyde olduğu düşünülmektedir.

Genelleme sınıflandırmasının araştırma basamağında katılımcıların ortak özellikleri belirlemeleri ve bu ortak özellikleri genellemeleri beklenmiştir. Aynı zamanda Van Hiele Geometri Düşünme düzeylerinden betimsel düzeyde katılımcılardan verilen iki geometrik şekli bileşenleri arasındaki ilişkiye göre karşılaştırması ve ortak özellikleri bulması beklenmektedir. Araştırmada Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9 özel dörtgenleri karşılaştırarak ortak özellikleri keşfedebilmişlerdir. Örneğin, Ö1 kare ve dikdörtgenin ortak özellikleri için *“İkisinde de 90°, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları paralel, 4 köşesi, 4 kenarı var”*, Ö4 kare ve eşkenar dörtgenin ortak özellikleri için *“İkisi de birer dörtgen ortak özellikleri var. İkisininde bütün kenarları birbirine eşit, ikisi de 360° iç açıları toplamı, ikisininde karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, ikisi de dört kenarlı ve köşeli, karşılıklı kenarları paralel”*, Ö5 dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri için *“İç açıları toplamı 360, komşu açıları 180° toplamı, dört kenarı ve dört köşesi var, paralel kenarları eşit, karşılıklı açıları eşit”*, Ö7 eşkenar dörtgen ve paralelkenarın ortak özellikleri için *“Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılarının dereceleri birbirine eşit, komşu açılarının toplamı 180°, iç açıları toplamı 360°, karşılıklı kenarları birbirine paralel.”*, Ö8 paralelkenar ve yamuğun ortak özellikleri için *“İç açılar toplamı 360°, komşu açıları 180°”*, Ö9 yamuk ve dörtgenin ortak özellikleri için *“İkisinin de dört kenarı, dört köşesi ve dört açısı var”* ifadelerini kullanmışlardır. Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9’un verilen iki geometrik şeklin ortak özelliklerini karşılaştırarak ifade edebildikleri ve bu yüzden betimsel düzeyde gelişim gösterdikleri düşünülmektedir.

Genelleme Eylemlerinde genişletme basamağında katılımcılardan ortak özelliklerden yola çıkarak uygulanabilirlik alanını genişletmesi (örneğin, dikdörtgenin tüm özelliklerini karede olduğunu söylemesi) ve verilen iki dörtgenin arasındaki farkları söylemesi beklenmektedir. Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerinden betimsel düzeyde geometrik şekillerin ortak özelliklerini belirleyerek bunları farklı şekil sınıfı için genellemesi ve verilen iki geometrik şekil arasındaki farklı özellikleri

keşfetmesi beklenmektedir. Araştırmada Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9'un verilen dörtgenler arasındaki farklı özellikleri belirlediği görülmüştür. Örneğin kare ile dikdörtgen arasındaki farkı Ö8 "*Karenin tüm kenar uzunlukları eşit ama dikdörtgenin değil*", kare ile eşkenar dörtgen arasındaki farkı Ö9 "*Karede açılar 90°* ", dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı Ö7 "*Dikdörtgende bir iç açı 90° olmak zorundayken paralelkenarda değiştirebiliriz. Yani dikdörtgenin bütün açıları 90° iken paralelkenarın karşılıklı açıları birbirine eşit ve 90° değildir*", eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı Ö5 "*Vardır, eşkenar dörtgende kenarların uzunlukları eşit paralelkenarda değil, sadece karşılıklı kenarların uzunlukları eşit paralelkenarda*", paralelkenar ile yamuk arasındaki farkı Ö4 "*Yamuğun karşılıklı kenarları birbirine eşit değil, çapraz açıları birbirine eşit değil yamukta, karşılıklı kenarları birbirine paralel değil, bir tanesi paralel, paralelkenarda hepsi paralel*" ve yamuk ile dörtgen arasındaki farkı Ö1 "*Yamuğun 2 kenarı birbirine paralel, 2 kenar birbirine paralel değil ama dörtgen de hiçbir kenar paralel değil*" ifadelerini kullanarak belirtmişlerdir. Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9 verilen iki geometrik şeklin özelliklerini karşılaştırarak farklı özellikleri ifade edebildikleri ve bu yüzden betimsel düzeyde gelişim gösterdikleri düşünülmektedir.

Ö4 ve Ö7 dikdörtgenin özelliklerini karenin, eşkenar dörtgenin özelliklerini karenin, paralelkenarın özelliklerinin eşkenar dörtgenin, dikdörtgenin ve karenin, yamuğun özelliklerini karenin, dikdörtgenin, eşkenar dörtgenin ve paralelkenarın, dörtgenin özelliklerini karenin, dikdörtgenin, eşkenar dörtgenin, paralelkenarın ve yamuğun da taşıdığını keşfedebilmişlerdir. Ö4 ve Ö7 Genelleme Eylemlerinin tüm sürecinde ilerledikleri görülmüş ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerinde Görsel düzey ve Betimsel düzeyi gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

4.4.3. Düzey 3 (Basit Çıkarım Düzeyi)

Yansıma genellemesinin belirme veya açıklama basamağında katılımcıların matematiksel nesneler arasında bir ilişki olduğunu fark etmeleri ve bu ilişkiyi bir kural ya da tanımla açıklamaları beklenmektedir. Örneğin, karenin bir dörtgen olduğunu belirtip ve nedenleri ile açıklamaları beklenmiştir. Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *basit çıkarım* düzeyinde katılımcılardan şekil sınıfları arasında ilişki kurarak sınıflar arası hiyerarşiyi oluşturmaları beklenmektedir. Bu yüzden belirleme veya açıklama basamğı ile basit çıkarım düzeyi paralellik

göstermektedir. Araştırmada Ö4 ve Ö7 karenin bir dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olduğunu, dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu, eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu, paralelkenarın bir yamuk olduğunu, yamuğun bir dörtgen olduğunu söylemişlerdir. Bundan dolayı bu katılımcılar belirleme veya açıklama basamğını gerçekleştirirken Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden basit çıkarım düzeyini de gerçekleştirdikleri düşünülmektedir.

4.4.4. Düzey 4 (Çıkarım Düzeyi)

Tanımlama basamağında, katılımcılardan yaptıkları genellemelerden yola çıkarak bir tanımlama yapmaları beklenmektedir. Ayrıca bu tanımlamaları yapabilmeleri için “*Şu dörtgende neler değişirse bu dörtgen oluşur?*” tarzında sorular sorularak dörtgenler arasındaki farktan yararlanmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Böylelikle dörtgenlerin farklı tanımlarını yapabilmeleri beklenmiştir. Örneğin, karenin tanımını yaparken dikdörtgeni temel alması istenmiş ve “*kare, kenar uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgendir*” gibi tanımları yapabilmeleri beklenmiştir. Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden çıkarım düzeyine baktığımızda “*Bir formal tanımın özelliklerini (gerek ve yeter şartlarını) belirler ve eşdeğer tanımlar yapar*” özellikleri ile tanımlama basamağının paralel olduğunu görürüz. Araştırmada Ö7 farklı dörtgenlerden yararlanarak tanımlar yapabilmektedir. Örneğin, “*Kare dikdörtgenin kenar uzunluklarının eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir, kare bir eşkenar dörtgenin iç açılarının eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir, paralelkenarın kenar uzunluklarının eşitlenecek şekilde değiştirilmiş haline eşkenar dörtgen denir, dörtgenin karşılıklı bir çift kenarının paralel olacak şekilde yerleştirilmesiyle yamuk oluşur*” gibi tanımlamalar yapabilmektedir. Bu yüzden Ö7’nin çıkarım düzeyinde olduğu düşünülmektedir. Ö4 ise doğru tanımlamalar yapamamıştır. Etki basamağında katılımcılardan daha önceden geliştirdikleri genellemeleri kullanarak farklı genellemeler elde etmeleri beklenmiştir. Örneğin, dikdörtgenin bir paralelkenar olması bilgisi ile daha önce keşfettiği karenin bir dikdörtgen olması genellemesini kullanarak, karenin de bir paralelkenar olduğunu gösterebilir. Aynı zamanda burada katılımcılardan hiyerarşik ilişkileri kullanarak bir kavram haritası oluşturmaları beklenmiştir. Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden çıkarım düzeyine baktığımızda “*Farklı teoremleri birleştiren temel prensiplere karar vererek yeni ilkeler ortaya koyabilir, teoremler arasındaki farklı*

ilişkileri fark eder” özellikleri ile etki basamağının paralel olduğunu görürüz. Araştırmada Ö4 ve Ö7, daha önce keşfettikleri genellemelerden, karenin bir paralekenar, yamuk ve dörtgen olduğunu, dikdörtgenin bir yamuk ve dörtgen olduğunu, eşkenar dörtgenin bir yamuk ve dörtgen olduğunu, paraleleknarın bir dörtgen olduğunu keşfedebilmişler ve nedeni ile açıklamışlardır. Aynı zamanda yapılan kavram haritalarına bakıldığında Ö7 kavram haritasını kategori ve alt başlık şeklinde düşünerek, Ö4 ise ikili dörtgen grupları oluşturup bunlar arasındaki farkları yazarak oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Her ne kadar düzgün bir kavram haritası oluşturmamasalar da ilişkileri göstermeye çalışmışlardır. Bu yüzden Ö4 ve Ö7 çıkarım düzeyinde gelişim gösterdikleri düşünülmektedir.



5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmada ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin GGB ortamında dörtgenleri matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçla öğrencilere dörtgenler ve aralarındaki ilişkileri sorgulayacakları ortam GGB ile desteklenmiştir. Katılımcıların dörtgenler ve özelliklerini aralarındaki ilişkilendirmeler beraberinde genelleme süreçleri Ellis (2007) tarafından geliştirilen genelleme sınıflandırılmasına göre incelenmiştir. Bu bölümde bulgular ışığında ortaya çıkan sonuçlar, araştırma soruları ve ilgili literatür çerçevesinde sunulmuştur.

5.1.1. 6. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçlerine Ait Sonuçlar

Araştırmaya katılan 6. sınıf katılımcıları Etkinlik 1’de kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerini keşfetmeye çalışmışlardır.

Araştırmada katılımcılar kareyi kare yapan gerek ve yeter şartları belirlemişlerdir. Ö1 diğerlerinden farklı olarak GGB’de karenin karşılıklı kenarlarının paralellliğini kontrol ederek bunu teyit etmiştir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm kareler için aynı olacağını belirtmiştir. Böylelikle katılımcılar kare kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Dikdörtgeninin özelliklerini belirlerken Ö1 gerek ve yeter şartları belirlemiştir. Ancak Ö2 ve Ö3 ise gerek ve yeter şartları belirlerken bazı özellikleri doğru söylemelerine rağmen dikdörtgenin kenar uzunluklarına bakarak “*kısa ve uzun kenarlar*” tabirini kullanmışlar ve dikdörtgeni aşırı özelleştirdikleri için kavram yanılgısına sahip olduğu düşünülmüştür. Bu durum Ayaz (2016), Başışık ve Öksüz (2010) ve Ergün (2010)’ün araştırmalarında bahsettikleri aşırı özelleme fikri ile paralellik göstermektedir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm dikdörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı dikdörtgenler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm dikdörtgenler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar dikdörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Araştırmada katılımcılardan Ö1 ve Ö2, eşkenar dörtgenin gerek ve yeter şartlarını belirlerken, Ö3'ün eşkenar dörtgenin özellikleri için söylediği özelliklerin kare için de geçerli olduğunu görülmektedir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm eşkenar dörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB'de farklı eşkenar dörtgenler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm eşkenar dörtgenler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar eşkenar dörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Ö1 ve Ö2, paralelkenarın gerek ve yeter şartlarını belirlemiş, Ö3 ise bazı özellikleri doğru söylemesine rağmen paralelkenarın kenar uzunluklarına bakarak *“kısa ve uzun kenarları var”* demiştir. Bu nedenle Ö3'ün paralelkenar için kavram yanlışlığının olduğu düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB'de farklı paralelkenarlar oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm paralelkenarlar için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar paralelkenar kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Ö1, yamuk için gerek ve yeter şartları oluşturmuş ancak yamuğun kenarlarının paralelliğinden bahsederken *“iki kenarı birbirine paralel, iki kenarı birbirine paralel değil”* diyerek aşırı özelleme yapmış ve kavram yanlışlığına sahip olduğunu düşündürmüştür. Ö2 ve Ö3 ise yamuğun özelliklerini belirlerken paralellikten hiç bahsetmemişler ve hatta *“kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil”* gibi ifadeler kullanmışlardır. Bundan dolayı Ö2 ve Ö3'ün yamuk kavramı ile ilgili kavram yanlışlıklarının olduğu görülmektedir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB'de farklı yamuklar oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm yamuklar için genellemişlerdir. Ancak Etkinlik 2'de Ö2 ve Ö3 verilen yönergeler doğrultusunda genel birer dörtgen oluşturmuş ve bunları yamuk olarak ifade etmişlerdir. Bunun nedeninin ise yamuğun karşılıklı kenarlarının paralelliğini kontrol etmedikleri ve gerek ve yeter şartları oluşturmadıkları için olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle Ö1 yamuk için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirirken, Ö2 ve Ö3 gerçekleştirememiştir.

Katılımcıların tümü dörtgenin gerek ve yeter şartları söylemiş ancak bu şartlar dışında *“kenar uzunlukları farklı, açıları farklı”* gibi ifadelerde bulunmuşlardır. Katılımcıların burada aşırı özelleme yaparak kavram yanlışlığına sahip oldukları

görülmektedir. Ayrıca katılımcılardan Ö1, belirttiği özelliklerin tüm dörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı dörtgenler oluşturarak, Ö2 ve Ö3 ise notlarından yararlanarak söyledikleri özellikleri tüm dörtgenler için genellemişlerdir. Ancak Etkinlik 2’de Ö2 ve Ö3’ün dörtgen ile yamuk kavramını karıştırdığı görülmüştür. Bunun nedeni ise dörtgen ve yamuğun gerek ve yeter şartlarının doğru bir şekilde oluşturulamamasıdır. Bu yüzden Ö1 dörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirirken, Ö2 ve Ö3 gerçekleştirememiştir.

Etkinlik 2’de katılımcılardan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kurmaları beklenmiştir. Bunun için katılımcılar ilk önce kare ile dikdörtgenin ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ancak Ö1 söylediği ortak özellikleri tüm kare ve dikdörtgenler için genellerken, Ö2 ve Ö3 genelleyememiştir. Bu yüzden kare ile dikdörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* sadece Ö1 gerçekleştirebilmiştir. Ardından kare ile eşkenar dörtgenin ortak özelliklerini tüm katılımcılar söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiştir. Ö1 ve Ö2 söyledikleri ortak özellikleri tüm kare ve eşkenar dörtgenler için genelleyebilirken, Ö3 genelleyememiştir. Bu yüzden Ö1 ve Ö2 kare ile eşkenar dörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Sonrasında dikdörtgen ile paralelkenarın ortak özelliklerini tüm katılımcılar söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve katılımcıların hepsi söyledikleri ortak özellikleri tüm dikdörtgen ve paralelkenarlar için genellemişlerdir. Böylelikle tüm katılımcılar dikdörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmişlerdir. Daha sonra eşkenar dörtgen ile paralelkenarın ortak özelliklerini tüm katılımcılar söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve katılımcıların hepsi söyledikleri ortak özellikleri tüm eşkenar dörtgen ve paralelkenarlar için genellemişlerdir. Böylelikle tüm katılımcılar eşkenar dörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmişlerdir. Etkinlik 2’nin başında Ö2 ve Ö3 söyledikleri ortak özellikleri genelleyemezken, süreç ilerledikçe gelişme katettikleri görülmüştür. Bu aşamadan sonra katılımcılar paralelkenar ile yamuk arasındaki ortak özellikleri belirtmişlerdir. Ancak burada Ö2 ve Ö3, yönergeler doğrultusunda yamuk oluşturmak yerine, bir dörtgen oluşturup yanlış adlandırmada bulundukları için yamuğu ilişkilendirmede başarısız olarak kabul edilmiştir. Ö1 ise paralelkenar ile

yamuğun ortak özelliklerini belirtip bunları aynı zamanda genelleyerek Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirmiştir. Son olarak katılımcılar yamuk ile dörtgen ilişkisine geçtiklerinde Ö2 oluşan çokgene yamuk dediği için görüşme süreci sonlandırılmış, Ö3 yamuk ve dörtgen kavramlarının gerek ve yeter şartlarını oluşturamadığı için dörtgenin ilişkilendirmesinde başarısız sayılmıştır. Ö1 ise yamuk ile dörtgenin ortak özelliklerini belirtip bunları aynı zamanda genelleyerek Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirmiştir.

Yansıma (Refleksiyon) Genellemelerinde kare ile dikdörtgen, kare ile eşkenar dörtgen, dikdörtgen ile paralelkenar, eşkenar dörtgen ile paralelkenar, paralelkenar ile yamuk ve yamuk ile dörtgen arasında olan ilişkileri 6. sınıf seviyesinde hiçbir katılımcı keşfedememiştir. Bunun sebebinin ise katılımcılara sorulan karedeki özelliklerin dikdörtgende, dikdörtgendeki özelliklerin karede, paralelkenardaki özelliklerin yamukta, yamuktaki özelliklerin paralelkenarda olup olmadığı sorularına ve benzeri sorulara katılımcıların her seferinde özel dörtgenler için ortak özellikleri söylemeleri, gerek ve yeter şartları oluşturamamaları ve özel dörtgenleri kendi içinde aşırı özellemleri olarak düşünülmektedir.

5.1.2. 7. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçlerine Ait Sonuçlar

Araştırmaya katılan 7. sınıf öğrencileri Etkinlik 1’de kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerini keşfetmeye çalışmışlardır. Katılımcılar kareyi kare yapan gerek ve yeter şartları belirlemişlerdir. Ayrıca belirttikleri özelliklerin tüm kareler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı kareler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm kareler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar kare kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Dikdörtgeninin özelliklerini belirlerken Ö4 gerek ve yeter şartları belirlemiştir. Ancak Ö5 ve Ö6 gerek ve yeter şartları belirlerken bazı özellikleri doğru söylemelerine rağmen, dikdörtgenin kenar uzunluklarına bakarak “*uzun ve kısa kenarları yani eşit değil, yan kenarlarla, alt ve üst kenarlar farklı*” ifadelerini kullanmışlar ve dikdörtgeni aşırı özelledikleri için kavram yanılgısına sahip oldukları düşünülmüştür. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm dikdörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı dikdörtgenler

oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm dikdörtgenler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar dikdörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Katılımcılar eşkenar dörtgenin gerek ve yeter şartlarını belirlemişlerdir. Ö5 eşkenar dörtgen için *“iç açıları eşit değil”* ifadesini kullanırken Ö6 ise eşkenar dörtgeni *“baklava dilimine”* benzetmiştir. Ayrıca belirttikleri özelliklerin tüm eşkenar dörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı eşkenar dörtgenler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm eşkenar dörtgenler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar eşkenar dörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Ö4 ve Ö5 paralelkenarın gerek ve yeter şartlarını belirlerken bazı özellikleri doğru söylemelerine rağmen *“iç açıları eşit değil, kenar uzunlukları eşit değil”* ifadelerini kullanmışlardır. Bu nedenle Ö4 ve Ö5’in paralelkenarla ilgili kavram yanlışlığının olduğu düşünülmektedir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı paralelkenarlar oluşturmuş ve Ö4 ile Ö5 söyledikleri özellikleri tüm paralelkenarlar için genellerken Ö6 genelleyememiştir. Bu yüzden Ö4 ve Ö5 paralelkenar kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirirken, Ö6 gerçekleştirememiştir.

Araştırmada katılımcılar yamuk kavramı için gerek ve yeter şartların bazılarını doğru söylerken Ö4 *“bir karşılıklı kenarı paralel”* diyerek harici bir özellik kullanmış, Ö5 ve Ö6 ise *“kenarları eşit değil, açıları eşit değil”* ifadelerini kullanarak aşırı özelleme yapmışlar ve bu da kavram yanlışlığına neden olmuştur. Ayrıca belirttikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı yamuklar oluşturmuş ve Ö4 ile Ö5 özellikleri tüm yamuklar için genellerken, Ö6 genelleyememiştir. Bu yüzden Ö4 ve Ö5 yamuk kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirirken, Ö6 gerçekleştirememiştir.

Ö4 dörtgen için gerek yeter şartları oluştururken, Ö5 ve Ö6 gerek ve yeter şartları doğru şekilde belirtememişlerdir. Ö5 *“kenarları eşit değil, komşu açıları eşit değil, iç açıları eşit değil, paralel kenarı yok”* ve Ö6’ da *“kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil”* gibi ifadeler kullanarak ekonomiklik ilkesine uymamışlardır

dahası bu durum kavram yanlışlarının olduğunu göstermektedir. Ayrıca Ö5 belirttiği özelliklerin tüm dörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı dörtgenler oluşturarak, Ö4 ise notlarından yola çıkarak söyledikleri özellikleri tüm dörtgenler için genellemişlerdir. Ancak Ö6 belirttiği özellikleri genelleymemiştir. Bu yüzden Ö4 ve Ö5 dörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirebilmiştir.

Etkinlik 2’de katılımcılardan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kurmaları beklenmiştir. Bunun için katılımcılar ilk önce kare ile dikdörtgenin ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ancak Ö4 ve Ö5 söylediği ortak özellikleri tüm kare ve dikdörtgenler için genellerken, Ö6 genelleymemiştir. Bu yüzden kare ile dikdörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* Ö4 ve Ö5 gerçekleştirebilmiştir. Ardından kare ile eşkenar dörtgenin ortak özelliklerini tüm katılımcılar söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiştir. Ö4 ve Ö5 söyledikleri ortak özellikleri tüm kare ve eşkenar dörtgenler için genelleyebilirken Ö6 genelleymemiştir. Bu yüzden Ö4 ve Ö5 kare ile eşkenar dörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Sonrasında Ö4 ile Ö5 dikdörtgen ile paralelkenarın ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri ortak özellikleri tüm dikdörtgen ve paralelkenarlar için genellemişlerdir. Ö6 ise yönergeler doğrultusunda bir paralelkenar oluşturmaya rağmen bu şekli yamuk olarak adlandırdığı için süreci farklı ilerlemiştir. Bu yüzden sadece Ö4 ve Ö5 dikdörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmişlerdir. Daha sonra Ö4 ve Ö5 eşkenar dörtgen ile paralelkenarın ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve katılımcılar söyledikleri ortak özellikleri tüm eşkenar dörtgen ve paralelkenarlar için genellemişlerdir. Böylelikle Ö4 ve Ö5 eşkenar dörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmişlerdir. Bu aşamadan sonra Ö4 ve Ö5 paralelkenar ile yamuk arasındaki ortak özellikleri söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri ortak özellikleri tüm paralelkenar ve yamuklar için genellemişlerdir. Bundan ötürü Ö4 ve Ö5 paralelkenar ve yamuk için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Son olarak Ö4 ve Ö5 yamuk ile dörtgenin ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri ortak

özellikleri tüm yamuk ve dörtgenler için genellemişlerdir. Bundan dolayı Ö4 ve Ö5 yamuk ve dörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirmiştir.

Katılımcıların hepsi kare ile dikdörtgen, kare ile eşkenar dörtgen arasındaki farkları söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırırken*, Ö4 ve Ö5 dikdörtgen ile paralelkenar, eşkenar dörtgen ile paralelkenar, paralelkenar ile yamuk ve yamuk ile dörtgen arasındaki farkları söyleyerek *ayrıntıları uzaklaştırmışlardır*. Aynı zamanda Ö4 tüm dörtgenlerin *uygulanabilirlik alanlarını genişleterek* Genelleme Eylemlerinden *genişletmeyi* gerçekleştirmiştir.

Yansıma (Refleksiyon) Genellemelerinde dörtgenler arasındaki ilişkileri sadece Ö4 keşfedebilmiştir. Ö5 ve Ö6'nın hiyerarşik ilişkileri bulamamalarının sebebinin ise katılımcılara sorulan karedeki özelliklerin dikdörtgende, dikdörtgendeki özelliklerin karede, paralelkenardaki özelliklerin yamukta, yamuktaki özelliklerin paralelkenarda olup olmadığı soruları ile benzeri sorularda katılımcıların özel dörtgenler için ortak özellikleri söylemeleri, gerek ve yeter şartları oluşturamamaları ve özel dörtgenleri kendi içinde aşırı özellemleri olarak düşünülmektedir.

Ö4 kare ile dikdörtgen, kare ile eşkenar dörtgen, dikdörtgen ile paralelkenar, eşkenar dörtgen ile paralelkenar, paralelkenar ile yamuk ve yamuk ile dörtgen arasında olan ilişkileri keşfederek *fenomeni devam ettirmiştir*. Aynı zamanda bu ilişkilerden yola çıkarak bir *önsel fikir veya strateji* oluşturmuş ve karenin hem paralelkenar, hem yamuk, hem de bir dörtgen olduğunu, eşkenar dörtgenin hem yamuk hem de bir dörtgen olduğunu, dikdörtgenin hem yamuk hem de dörtgen olduğunu ve paralelkenarın bir dörtgen olduğunu belirtmiştir. Ancak katılımcıların hiçbiri *tanımlama* yapamamıştır.

5.1.3. 8. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçlerine Ait Sonuçlar

Araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencileri Etkinlik 1'de kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerini keşfetmeye çalışmışlardır. Katılımcılar kareyi kare yapan gerek ve yeter şartları belirlemişlerdir. Ayrıca belirttikleri özelliklerin tüm kareler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB'de farklı kareler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm kareler için genellemişlerdir. Böylelikle kare kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Ö7 ve Ö8 dikdörtgenin gerek ve yeter şartlarını belirlemiştir. Ö9 ise gerek ve yeter şartları belirlerken “*daha çok böyle uzunlamasına gidiyor, kenar uzunlukları birbirine eşit değil*” ifadesini kullanmış ve bu da kavram yanlışlığının olduğunu düşündürmektedir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm dikdörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı dikdörtgenler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm dikdörtgenler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar dikdörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Araştırmada katılımcılar eşkenar dörtgenin gerek ve yeter şartlarını belirlemişlerdir. Ayrıca katılımcılar belirttikleri özelliklerin tüm eşkenar dörtgenler için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı eşkenar dörtgenler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm eşkenar dörtgenler için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar eşkenar dörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Katılımcılar paralelkenarın gerek ve yeter şartlarını belirlemişlerdir. Ancak Ö9 “*daha çok eğik duruyor*” ifadesini kullanmış ve bu da paralelkenar için kavram yanlışlığının olduğu düşündürmektedir. Ayrıca belirttikleri özelliklerin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı paralelkenarlar oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm paralelkenarlar için genellemişlerdir. Böylelikle katılımcılar paralelkenar kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Araştırmada katılımcılar yamuk kavramı için gerek ve yeter şartların bazılarını doğru söylerken yamuğa ait olmayan özellikler de söylemişler ve bu da yamuk ile ilgili kavram yanlışlığı olduğunu düşündürmektedir. Ayrıca belirttikleri özelliklerin tüm yamuklar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı yamuklar oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm yamuklar için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcılar yamuk kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirmeyi* gerçekleştirmişlerdir.

Dörtgenin özellikleri ile ilgili yaptıkları açıklamalara baktığımızda katılımcıların “*kenar uzunlukları eşit değil, açıları eşit değil, kenarların hiçbirisi paralel değil*” ve benzeri cümleler kullandığı görülmektedir. Katılımcılar dörtgenin gerek ve yeter şartlarını doğru belirtmedikleri için bu çokgeni

isimlendirememişlerdir. Bu da dörtgen kavramına dair kavram yanılgılarının olduğunu göstermektedir. Sadece Ö7 gerek ve yeter şartları söylemiştir. Ayrıca katılımcıların hepsi belirttikleri özelliklerin tüm dörtgenlerde geçerli olup olmadığını kontrol etmek amacıyla GGB’de farklı dörtgenler oluşturmuş ve söyledikleri özellikleri tüm dörtgenler için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcılar dörtgen kavramı için Genelleme Eylemlerinden *ilişkilendirme* aşamasını gerçekleştirmişlerdir.

Etkinlik 2’de katılımcılardan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kurmaları beklenmiştir. Bunun için katılımcılar ilk önce kare ile dikdörtgenin ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri ortak özellikleri tüm kare ve dikdörtgenler için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcıların hepsi kare ile dikdörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırma* basamağını gerçekleştirebilmiştir. Katılımcılar kare ile dikdörtgenin farklı özelliklerini söyleyip *genişletme* aşamasında *ayrıntıları uzaklaştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca Ö7 ve Ö8 dikdörtgendeki özelliklerin karede olduğunu keşfetmiş ve *uygulanabilirlik alanını genişletmeyi* gerçekleştirmişlerdir. Böylece Ö7 ve Ö8 kare ile dikdörtgen için Genelleme Eylemlerinden *genişletmeyi* gerçekleştirmişlerdir. Ö7 daha sonra *fenomeni devam ettirerek* karenin bir dikdörtgen olduğunu belirtmiş, dikdörtgende nelerin değişeceğini belirleyerek bir *tanım* yapabilmıştır. Bu yüzden Ö7 kare ile dikdörtgen için Yansıma Genellemelerinde *belirleme veya açıklama ve tanımlamayı* gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 kare ile dikdörtgen arasında bir ilişki kuramamışlardır.

Kare ile dikdörtgenden sonra kare ile eşkenar dörtgene geçildiğinde katılımcılar kare ile eşkenar dörtgenin ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri bu ortak özellikleri tüm kare ve eşkenar dörtgenler için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcıların hepsi kare ile eşkenar dörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Katılımcılar kare ile eşkenar dörtgenin farklı özelliklerini söyleyip *genişletme* aşamasında *ayrıntıları uzaklaştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca Ö7 eşkenar dörtgendeki özelliklerin karede olduğunu keşfetmiş ve *uygulanabilirlik alanını genişletmeyi* gerçekleştirmiştir. Ancak Ö8 *uygulanabilirlik alanını genişletmeyi* bir önceki kare ile dikdörtgen durumunda yaparken burada yapamamıştır. Ö7 aynı zamanda *fenomeni devam ettirerek* karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiş, eşkenar dörtgende nelerin değişeceğini belirleyerek bir *tanım* yapabilmıştır. Bu yüzden Ö7 kare ile

eşkenar dörtgen için Yansıma Genellemelerinde *belirleme veya açıklama ve tanımlamayı* gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 ise kare ile eşkenar dörtgen arasında ilişki kuramamışlardır.

Kare ile eşkenar dörtgenden sonra dikdörtgen ile paralelkenara geçildiğinde katılımcılar dikdörtgen ile paralelkenarın ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri bu ortak özellikleri tüm dikdörtgen ve paralelkenarlar için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcılar dikdörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Katılımcılar dikdörtgen ile paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyip *genişletme* aşamasında *ayrıntıları uzaklaştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca Ö7 paralelkenardaki özelliklerin dikdörtgende olduğunu keşfetmiş ve *uygulanabilirlik alanını genişleterek* dikdörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *genişletmeye* gerçekleştirmiştir. Ö7 aynı zamanda *fenomeni devam ettirerek* dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu belirtmiş, paralelkenarda nelerin değişeceğini belirleyerek bir *tanım* yapabilmıştır. Bu yüzden Ö7 dikdörtgen ile paralelkenar için Yansıma (Refleksiyon) Genellemelerinde *belirleme veya açıklama ve tanımlamayı* gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 kare ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişki kuramamışlardır. Ayrıca Ö7 daha önceki düşüncelerinden yola çıkıp karenin bir paralelkenar olduğunu söyleyerek bir *önsel fikir veya strateji* oluşturmuş ve böylelikle Yansıma (Refleksiyon) Genellemelerinden *etkiyi* gerçekleştirmiştir.

Katılımcılar eşkenar dörtgen ile paralelkenarın ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri bu ortak özellikleri tüm eşkenar dörtgen ve paralelkenarlar için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcıların hepsi eşkenar dörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Katılımcılardan Ö7 ve Ö8 eşkenar dörtgen ile paralelkenarın farklı özelliklerini söyleyip *genişletme* aşamasında *ayrıntıları uzaklaştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ö9 ise ikisinde aynı olduğunu belirterek aralarındaki farkı görememiştir. Ayrıca Ö7 paralelkenardaki özelliklerin eşkenar dörtgende olduğunu keşfetmiş ve *uygulanabilirlik alanını genişleterek* eşkenar dörtgen ile paralelkenar için Genelleme Eylemlerinden *genişletmeyi* gerçekleştirmiştir. Ö7 aynı zamanda *fenomeni devam ettirerek* eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu belirtmiş ve paralelkenarda nelerin değişeceğini belirleyerek bir eşkenar dörtgen *tanımı* yapabilmıştır. Bu yüzden Ö7 eşkenar dörtgen ile paralelkenar için Yansıma

Genellemelerinde *belirleme veya açıklama ve tanımlamayı* gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasında bir ilişki kuramamışlardır.

Katılımcılar paralelkenar ile yamuğun ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri bu ortak özellikleri tüm paralelkenar ve yamuklar için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcıların hepsi paralelkenar ile yamuk için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Katılımcılar paralelkenar ile yamuğun farklı özelliklerini söyleyip *genişletme* aşamasında *ayrıntıları uzaklaştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca Ö7 yamuktaki özelliklerin paralelkenarda olduğunu keşfetmiş ve *uygulanabilirlik alanını genişleterek* paralelkenar ile yamuk için Genelleme Eylemlerinden *genişletmeyi* gerçekleştirmiştir. Ö7 aynı zamanda *fenomeni devam ettirerek* paralelkenarın bir yamuk olduğunu belirtmiş, yamukta nelerin değişeceğini belirleyerek bir paralelkenar tanımı yapabilmıştır. Bu yüzden Ö7 paralelkenar ile yamuk için Yansıma Genellemelerinde *belirleme veya açıklama ve tanımlama* aşamalarını gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasında bir ilişki kuramamışlardır. Ayrıca Ö7 daha öncedeki düşünmelerinden yola çıkarak karenin, eşkenar dörtgenin ve dikdörtgenin birer yamuk olduğunu söyleyerek bir *önsel fikir veya strateji* oluşturmuş ve böylelikle Yansıma (Refleksiyon) Genellemelerinden *Etkiyi* gerçekleştirmiştir.

Katılımcılar yamuk ile dörtgenin ortak özelliklerini söyleyerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* gerçekleştirmiş ve söyledikleri bu ortak özellikleri tüm yamuk ve dörtgenler için genellemişlerdir. Bu yüzden katılımcılar yamuk ile dörtgen için Genelleme Eylemlerinden *araştırmayı* gerçekleştirebilmiştir. Katılımcılar yamuk ile dörtgenin farklı özelliklerini söyleyip *genişletme* aşamasında *ayrıntıları uzaklaştırmayı* gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca Ö7 dörtgendeki özelliklerin yamukta olduğunu keşfetmiş ve *uygulanabilirlik alanını genişleterek* yamuk ile dörtgen için Genelleme Eylemlerinden *genişletmeyi* gerçekleştirmiştir. Ö7 aynı zamanda *fenomeni devam ettirerek* yamuğun bir dörtgen olduğunu belirtmiş, dörtgende nelerin değişeceğini belirleyerek bir yamuk *tanımı* yapabilmıştır. Bu yüzden Ö7 yamuk ile dörtgen için Yansıma Genellemelerinde *belirleme veya açıklama ve tanımlamayı* gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 ise yamuk ile dörtgen arasında bir ilişki kuramamışlardır. Ayrıca Ö7 daha önceki düşünmelerinden yola çıkarak karenin, eşkenar dörtgenin, dikdörtgenin ve paralelkenarın birer dörtgen olduğunu söyleyerek

bir *önsel fikir veya strateji* oluşturmuş ve böylelikle Yansıma (Refleksiyon) Genellemelerinden *Etkiyi* gerçekleştirmiştir.

5.1.4. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin GGB Destekli Ortamda Dörtgenleri Genelleme Süreçleri ve Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkiye Ait Sonuçlar

Yapılan araştırmada 6. sınıf katılımcıları kareyi, dikdörtgeni, eşkenar dörtgeni, paralelkenarı, yamuğu ve dörtgeni görüşlerine göre tanımışlardır. Bu da onların Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *Görsel Düzeyi* gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Aynı zamanda katılımcılar süreç içerisinde geometrik şekillerin bileşenleri ile arasındaki ilişkileri belirlemişler ve geometrik şekillerin bileşenleri arasındaki ilişkilere göre karşılaştırmalar yapmaya çalışmışlardır. Ancak katılımcılardan Ö2 ve Ö3 her aşamaya bunları yapamamışlardır. Çünkü dörtgen ve yamuğu ayırt edecek özelliği belirleyememişlerdir. Bu da süreç içerisinde yanlış ilerlemelerine sebep olmuştur. Bu yüzden Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *Betimsel Düzeyi* Ö1 gerçekleştirebilirken, Ö2 ve Ö3 geometrik şekillerin özelliklerini belirlemede sıkıntı yaşadıkları için bu düzeyde hâlâ gelişim göstermeye çalışmaktadırlar.

7. sınıf katılımcılarından Ö4 ve Ö5 kareyi, dikdörtgeni, eşkenar dörtgeni, paralelkenarı, yamuğu ve dörtgeni görüşlerine göre tanımlamışlardır. Bu da onların Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *Görsel Düzeyi* gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Ancak Ö6'nın *ilişkilendirme* yaparken paralelkenarı, yamuğu ve dörtgeni görüşlerine göre ayırt edemediği ve özelliklerini kavrayamadığı görülmüştür. Yani Ö6 Görsel Düzey de hâlâ gelişim göstermektedir. Aynı zamanda Ö4 ve Ö5 süreç içerisinde geometrik şekillerin bileşenleri ile arasındaki ilişkileri belirlemişler ve geometrik şekillerin bileşenleri arasındaki ilişkilere göre karşılaştırmalar yapmaya çalışmışlardır. Bu yüzden Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden *betimsel düzeyi* gerçekleştirmektedirler. Ayrıca Ö4 dörtgenler arasındaki hiyerarşiyi keşfetmiştir. Bu da Ö4'ün Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden *Basit Çıkarım Düzeyinde* ilerleme katettiğini göstermektedir.

8. sınıf katılımcıları kareyi, dikdörtgeni, eşkenar dörtgeni, paralelkenarı, yamuğu ve dörtgeni görüşlerine göre tanımlamışlardır. Bu da onların Van Hiele

geometri düşünme düzeylerinden *Görsel Düzeyde* olduklarını göstermektedir. Aynı zamanda katılımcılar süreç içerisinde geometrik şekillerin bileşenleri ile arasındaki ilişkileri belirlemişler ve geometrik şekillerin bileşenleri arasındaki ilişkilere göre karşılaştırmalar yapmaya çalışmışlardır. Bu yüzden Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *Betimsel Düzeye* de ulaştıkları söylenebilir. Ayrıca Ö7 dörtgenler arasındaki hiyerarşiyi keşfetmiştir. Bu da Ö7'nin Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *Basit Çıkarım Düzeyine* ilerlediğini göstermektedir. Ö7 dörtgenlerin gerek ve yeter koşulları belirleyerek farklı şekillerde (karenin tanımını dikdörtgene dayanarak yapma gibi) tanımlayabilmekte ve bu da Ö7'nin Van Hiele geometri düşünme düzeylerinden *Çıkarım Düzeyinde* olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak matematik dersi başarısı yüksek düzeyde olan 6. sınıf öğrencisi genelleme eylemlerinin (*ilişkilendirme, araştırma, genişletme*) hepsini, 7. sınıf öğrencisi genelleme eylemlerinin (*ilişkilendirme, araştırma, genişletme*) hepsini ve yansıma genellemelerinin *belirleme veya açıklama* basamaklarını ve 8. sınıf öğrencisi genelleme eylemlerinin ve yansıma genellemelerinin tüm aşamalarını gerçekleştirmiştir. Matematik başarısı orta düzeyde olan 6. sınıf ve 7. sınıf öğrencileri genelleme eylemlerinin *ilişkilendirme* ve *araştırma* basamaklarını, 8. sınıf öğrencisi ise genelleme eylemlerinin (*ilişkilendirme, araştırma, genişletme*) hepsini gerçekleştirmiştir. Matematik başarısı düşük düzeyde olan 6. sınıf ve 7. sınıf öğrencileri genelleme eylemlerinden sadece *ilişkilendirme* basamağını gerçekleştirirken, 8. sınıf öğrencisi genelleme eylemlerinde *ilişkilendirme* ve *araştırma* basamaklarını gerçekleştirmiştir.

Yapılan araştırma da katılımcıların sınıf seviyelerindeki farklılıklara bakıldığında 8. sınıfların genelleme yapmada 6. ve 7. sınıflara göre, 7. sınıfların da 6. sınıflara göre daha iyi olduğu görülmektedir. Ayrıca her sınıfın kendi içerisinde matematik dersi akademik başarısına göre karşılaştırdığımızda başarı arttıkça genelleme yapma sürecinin daha iyi ilerletildiği görülmektedir. Bu sonuçlar Alkan ve Bukova Güzel (2005), Amit ve Neria (2008), Dindyal (2007), Ercan Özdemir (2014) ve Zaman'ın (2011) çalışmaları ile paralellik göstermektedir.

Yapılan araştırmanın sonucunda katılımcıların birçok araştırmada olduğu gibi kavram yanılgıları olduğu için dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi keşfedemedikleri görülmüştür (örneğin; Aktaş ve Aktaş, 2012; Ayaz, 2016; Başışık

ve Öksüz, 2010; Gülbağcı, 2019). Katılımcılardan bazıları dikdörtgeni kısa ve uzun kenarlar olarak kategori ederek zihinlerinde tuttukları için karenin bir dikdörtgen olduğunu görememişlerdir. Aynı şekilde Ayaz (2016), Başışık ve Öksüz (2010) ve Ergün (2010)'ün da çalışmalarında aynı sonuca rastlanmıştır.

Araştırma süresince 7. ve 8. sınıf katılımcıları GeoGebra'nın birçok özelliğini kullanırken 6. sınıf öğrencileri sadece şekli hareket ettirme özelliğini kullanmışlardır. Bu da süreç içerisinde verilen geometrik şekillerin özelliklerini keşfetmede etkili olmuştur. Örneğin 7. ve 8. sınıflar kenarların paralellliğini kontrol ederek geometrik şekillerin ortak özelliklerini, farklarını daha kolay ayırt edebilirken 6.sınıf katılımcıları bu süreçte zorlanmıştır. Bunun nedeni ise araştırmacının daha önceden 7. ve 8. sınıflarda dersinde kullanmış olmasının, 6. sınıfların matematik dersine giren öğretmenin GGB'yi kullanmamasının bir etkisi olduğu düşünülmektedir. Yapılan araştırmaya ve alanyazında yapılmış olan birçok araştırmalara (Dışbudak, 2017; Genç, 2010; Gülbağcı, 2009; Gürkan, 2015; Okumuş, 2011; Orçanlı ve Orçanlı, 2016; Yılmaz, 2019) bakıldığında GGB'nin derslerde kullanımının öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarını olumlu yönde etkilediği, bakış açılarını genişlettiği, geometri konularını daha iyi anlamlandırdıkları görülmüştür.

GeoGebra öğrencilerin soyut nesneleri somut hale getirmesine, şekiller arasındaki ilişkileri daha kolay görmelerine ve zamanda tasarruf sağlamaktadır. Katılımcılar yazılımın sağladığı sürükleme özelliği ile yeni şekiller oluşturarak ve şekiller arası geçişler yaparak değişiklikleri daha kolay takip etmiş ve varsayımlarını test etme imkânı bulmuşlardır. Benzer sonuçlar Atay (2015), Dışbudak (2017), Dikovic (2009), Doktoroğlu (2013), Furner ve Marinas (2013), Genç (2010), Güven (2012), Hannafin, Truxaw, Vermillion ve Liu (2008), Hohenwarter vd. (2008), Healy ve Hoyles (2002), Işıksal ve Askar (2005), Lu (2008), Pierce ve Stacey (2005), Reis ve Özdemir (2010), Reimer ve Moyer (2005), Shadaan ve Leong (2013) çalışmalarında da görülmektedir.

5.2. Öneriler

Çalışmanın sonucunda katılımcıların daha önceki edindikleri bilgilerde eksiklikler ve kavram yanlışlarının olduğu görülmüştür. Derslerde dörtgen konusuna geçmeden önce öğrencilerin kenar, köşe, açı ve düzlemde iki doğrunun birbirine göre konumları (paralellik, dik kesişme, çakışık) konularında eksiklerinin olmaması

yönünde öğretmenlerin dikkatli olması gerektiği görülmüştür. Aynı zamanda kavram yanlışlığı olan öğrencilerin bazıları “biz böyle gördük, öğretmenimiz böyle anlattı” gibi tabirler yer almakta ve buradan da öğretmenin dörtgenler konusunu anlatırken dörtgenlerin tek bir örnek üzerinden değil farklı prototiplerle de anlatması gerektiği, teknolojiyi aktif kullanması gerektiği önerilebilir.

Araştırma da genelleme süreci kareden dörtgene doğru ilerletilmiştir. Süreç içinde 7. Sınıflardan bir öğrencinin kare ile dikdörtgen arasındaki bağı ilk başta kuramayıp dörtgen ile kare arasında bir ilişki kurarak süreci ilerletmiştir. Bu yüzden öğrencilerin karşılaştırılacak iki unsurun özellikleri ne kadar çok varsa aralarındaki ilişkiye odaklanmalarının daha zor olduğu görülmüştür. Bu yüzden bu araştırma Ellis (2007)’in hazırlamış olduğu genelleme taksonomisine göre dörtgenden kareye doğru yol izlenerek dörtgenleri genelleme süreci incelenebilir. Ayrıca farklı öğrenme ortamlarında dörtgenlerin dörtgenden kareye doğru bir anlatımla öğrencilerin hiyerarşik ilişkileri kurup kuramadıklarına bakılabilir.

Araştırma da katılımcılardan tanımlar yapmaları istenmiştir. Katılımcılar tanım yapmak yerine şekillerin özelliklerini belirtmiştir. Bu yüzden derslerde dörtgenlerin kapsayıcı ve ayırt edici özellikleri üzerinde durulması gerektiği önerilmektedir. Ayrıca sınıf içerisinde kavram tanımlarına yönelik etkinliklerin yapılması önerilmektedir.

Matematiksel genelleme etkinlikleri bireylerin eleştirel düşünmesini, olaylara daha ayrıntılı bakmasını, tümdengelimsel ve tümevarımsal çıkarımlar yapmasına ispat becerilerinin gelişmesine katkı sağlar. Bu yüzden derslerde öğretmenlerin matematiksel genelleme etkinliklerine yer vermeleri önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- Acar, M. (2017). *7. sınıf bazı konuların dinamik geometri yazılımı ile öğretiminin akademik başarıya ve kalıcılığa etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.
- Ağaçdiken, F. (2021). *5. sınıf öğrencilerinin alan kavramını dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında oluşturma süreçleri: dikdörtgen durumu*, Yüksek Lisans tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Akgül, M. B. (2014). *The effect of using Dynamic geometry software on eight grade students' achievement in transformation geometry, gometric thinking and toward mathematics and technology*, Yüksek Lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Akkan, Y., Öztürk, M., & Akkan, P. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının örüntüleri genelleme süreçleri: stratejiler ve gerekçelendirmeler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(3), 513-550.
- Akkaş, E. (2014). *Ortaokul 5. ve 7. sınıf matematik öğretmenlerinin geometri öğretme süreçlerinin ve geometrik-pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*, Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Aktaş, M. C. & Aktaş, D. Y. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik öğretim programı, ders ve öğrenci çalışma kitaplarında dörtgenler arasındaki ilişkilerin anlatımının incelenmesi. *e-Journal of New World Science Academy*, 7(2), 848-858.
- Alkan, H., & Bukova Güzel E. (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi, GÜ, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.
- Amit, M., & Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40, 111-129.
- Aparı, B. (2019). *Geogebra destekli problem kurma temelli öğrenme sürecinin öğrencilerin problem kurma becerisine ve özyeterlik inancına etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.
- Arıkan, S. S. (2019). *Bir ortaokul matematik öğretmenin dörtgenler konusundaki söylemlerinin değişiminin incelenmesi*, Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Ataş, Y. (2019). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Geometri ve Ölçme Problemlerini Çözme Süreçlerindeki Cebirsel Düşünme Becerileri*, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Ayaz, Ü. B. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları*, Yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Ayber, G. (2017). *Cebirsel düşünmenin genelleme aracılığıyla geliştirilmesi perspektifinde ortaokul matematik ders kitaplarının incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Baki, A. (1996). Matematik öğretiminde bilgisayar her şey midir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 135-143.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: Ceren Yayınları.
- Baki, A., Güven, B., & Karataş, İ., (2004). Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek matematik öğrenme. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Kitabı*, 2, 884-891.
- Barçın, H. (2019). *Matematik dersi dönüşüm geometrisi konusunun geogebra yazılımı ile anlatımının öğrencilerin başarısına, kaygısına ve tutumuna etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

- Barker, P. G., & Yeates, H. (1985). *Introducing Computer Assisted Learning*. Englewood Cliffs; London: Prentice-Hall.
- Başışık, H. (2010). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Battista, M. T. (2007). *The development of geometric and spatial thinking*. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: NCTM/Information Age Publishing.
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Becker, J.R., & Rivera, F. (2006). Sixth Graders' Figural and Numerical Strategies for Generalizing Patterns in Algebra. In Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A.(Eds). *Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 95-101, Merida, Mexico.
- Cengiz, N. (2017). *Teknoloji destekli matematik öğretiminin öğrencilerin matematik başarısına ve matematik kaygısına etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.
- Chan, T. W., Kong, S.C. & Cheng, H. N. H. (2014). Learning environments in Mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. (pp. 348-353). Dordrecht.
- Chua, B. L., & Hoyles, C. (2010). *Teacher And Student Choices Of Generalising Strategies: A Tale Of Two Views?* 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Tokyo.
- Clements, D. H. & Sarama, J., (1997). *Children's mathematical reasoning with the turtle programming metaphor*. In Lyn D. English (Ed.), *Mathematical reasoning analogies, metaphors, and images* (ss.313-337). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC.
- Creswell, J. W. (2021). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. Bütün, M. ve Demir, S. B. (çev.), Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometry thought. In M. M. Lindquist (Ed.), *Learning and Teaching Geometry K-12 - 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.1-16). Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (1), 457-475.
- Çayır, M. Y. (2013). *9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının ve kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Çayır, M. Y., & Akyüz, G. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2).
- Çekirdekçi, S., & Çekirdekçi, N. (2020). Sınıf öğretmeni adaylarının paralelkenar ile dikdörtgenin çevre ve alanını bulmaya ilişkin düşüncelerinin incelenmesi. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 6(1), 53-66.
- Çelebi, Ö. (2013). *Matematik problemlerinin çözümünde genellemeler yapmanın ve genellemelerin sınırlılıklarını irdelemenin problem çözme becerisi üzerindeki etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.

- Çetin, O. (2018). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı geogebra ile dönüşüm geometrisi öğrenin süreçlerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Mersin Üniversitesi, Mersin.
- Çolakoğlu, S. (2018). *Çember konusunun geogebra yazılımıyla öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin yaratıcı düşünme becerilerine etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Bayburt Üniversitesi, Bayburt.
- Dağdelen, M. G. (2012). *İlköğretim 5. Sınıf geometri öğretiminde özel dörtgenlerin kavratılmasında origaminin etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Demircioğlu, H., & Tuncay, H. A. (2020). Genelleme sürecinin çember ve noktalar problemi bağlamında incelenmesi. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, 8, 244-258.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of Quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14(1), 11-18.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? In A.Oliver & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 248-255.
- Dikovic, L. (2009). Implementing Dynamic Mathematics Resources with GeoGebra at the College Level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 1(3), 183 – 187.
- Dışbudak, Ö. (2017). *The effects of using concrete manipulative and geogebra on fifth grade students' achievement in quadrilaterals*, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Dindyal, J. (2007). High school students' use of patterns and generalisations. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 236 - 245): MERGA Inc.
- Doğan, A., Özkan, K., Çakır, N., Baysal, D., & Gün, P. (2012). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanılgıları ve bu yanılgıların seviyelerine göre değişimi, *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 104-116.
- Doktoroğlu, R. (2013). *The Effects of Teaching Linear Equations with Dynamic Mathematics Software on Seventh Grade Students' Achievement*. Doctoral dissertation, Middle East Technical University.
- Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen & J. V. Dormolen (Eds), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp.63-85). Dordrecht: Kluwer A.P.
- Duatepe Paksu, A. (2016). Van hiele geometrik düşünme düzeyleri. Bingölbalı, E., Arsaln, S. ve Zembat, İ. Ö. (ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (265-275). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Durmuş, S., & İpek, A. S. (Ed.) (2019). *Ortaokul Matematik Ders Kitabı 5*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Ellis, A. B. (2007). A taxonomy for categorizing generalizations: generalizing actions and reflection generalizations. *The Journal of The Learning Sciences*, 16 (2), 221– 262.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri*, Yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Filiz, M. (2009). *Geogebra ve cabri geometri II dinamik geometri yazılımlarının web destekli ortamlarda kullanılmasının öğrenci başarısına etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.

- Furner, J. M., & Marinas, C. A. (2013, March). Learning math concepts in your environment using photography and GeoGebra. In *Electronic Proceedings of the Twenty-fifth Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics Boston, Massachusetts*.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents (Monograph Number 3)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Garcia-Cruz, J. A., & Martinon, A. (1998). *Levels of generalizations in linear patterns*. Paper presented at the Proceeding of the 22 nd Sonference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (2), (pp. 329- 336). University of Stellenbosch, South Africa.
- Geçici, M. E. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin geometri problemlerinde görsel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Genç, G. (2010). *Dinamik geometri yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının kavratılması*, Yüksek Lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Girit, D. & Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik, Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 243-272.
- Goldenberg, E. P., Cuoco, A., & Mark, June. (1996). Habits of mind: an organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 375-402.
- Göl, R. (2017). *12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Uşak.
- Gülbağcı, H. (2019). *İlköğretim 7. Sınıf dörtgenler konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Gürhan, S. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflandırmaya dair kavramsal anlayışlarının bilgisayar destekli ortamlarda geliştirilmesi*, Yüksek Lisans tezi, Mevlâna Üniversitesi, Konya.
- Güven, B. (2012). Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(2).
- Hannafin, R. D., Truxaw, M. P., Vermillion, J. R., & Liu, Y. (2008). Effects of spatial ability and instructional program on geometry achievement. *The Journal of Educational Research*, 101(3), 148-157.
- Harel, G., & Tall, D. (1991). The general, the abstract, and the generic in advanced mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 11(1), 38-42.
- Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D., & Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns. *Educational Studies*, 24(3), 315-331.
- Healy, L., & Hoyles, C. (2002). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 235-256.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. In Computer algebra systems and dynamic geometry systems in mathematics teaching conference*.
- Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2008). *Geogebra resmi kullanım kılavuzu* M.Doğan & E. Karakırık (çev.), Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

- Hot, M. E. (2019). *Matematik öğretiminde dinamik geometri yazılımları kullanımının öğrencilerin matematik başarısına etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya.
- Işıksal, M., & Aşkar, P. (2005). The effect of spreadsheet and dynamic geometry software on the achievement and self-efficacy of 7th-grade students. *Educational Research*, 47 (3), 333-350.
- Kapur, J. N. (1976). Proposal for a course on the nature of mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Educational in Science and Technology*, 7(3), 287-296.
- Kaput, J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra', in E. Fennema and T. Romberg(eds.), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*, Erlbaum, Mahwah, NJ, pp. 133-155.
- Karakuş, F., & Erşen, Z. B. (2016). Sınıf öğretmen adaylarının bazı dörtgenlere yönelik tanımlama ve sınıflandırma incelemesi. *Karaelmas Journal of Educational Science*, 4, 38-49.
- Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme*, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Kirk, J., & Miller, M. L. (1986). *Reliability and validity in qualitative research*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Kirwan, J. V. (2015). *Preservice secondary mathematics teachers' knowledge of generalization and justification on geometric-numerical patterning tasks*. Doctoral Dissertation, Illinois State University, USA.
- Kocalar, E. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin çember ile ilgili problemlerde kullandıkları sürükleme türleri*, Yüksek Lisans tezi, Eskişehir Üniversitesi, Eskişehir.
- Krutetski, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Küçük, K. (2017). *Geogebra destekli dönüşüm geometrisi öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin başarılarına, inançlarına ve tutumlarına etkisinin incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Bartın Üniversitesi, Bartın.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 275-304). Brill Sense.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.
- Lecompte, M. D. & Goetz, J. P. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of Educational Research*, 52, 31-60.
- Lee, C., & Lee, S. Y. (2015). The process of pattern generalization and the pattern generalization strategies of the early 7. grade students in Korea. *Far East Journal of Mathematical Education*, 14(2), 137.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Establishing trustworthiness. *Naturalistic Inquiry*, 289(331), 289-327.
- Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?. *Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421. <https://doi.org/10.5951/MT.96.6.0416>
- Lu, Y.W. A. (2008). *"Linking Geometry and Algebra: A Multiple-Case Study of Upper-Secondary Mathematics Teachers' Conceptions and Practices of GeoGebra in England and Taiwan"*, Master's thesis, University of Cambridge, UK.
- Maddin, E.A. (2002). *Factors That Influence Technology Integration In Elementary Instruction*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Cincinnati, USA.
- Malara, N. A. (2012). Generalization processes in the teaching/learning of algebra: students behaviours and teacher role. In: Maj-Tatsis B., Tatsis K. (Eds.) *Generalization in*

mathematics at all educational levels, Wydawnictwo Uniwersitetu Rzeszowskiego, Rzeszów (Poland), 57-90.

- Mason, J. (1996). *Expressing generality and roots of algebra*. In N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp 65-86). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Mason, J. & Johnston-Wilder, S. (2004). *Fundamental constructs in mathematics education*. Psychology Press.
- Mason, M. (2009). The Van Hiele levels of geometric understanding. *Professional Handbook for teachers, geometry: Explorations and applications*. Boston: McDougal Inc.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. MEB Basımevi.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Mitchelmore, M. (2002). *The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge*. Paper presented at the Proceeding of The East Asia Regional Conference on Mathematics Education (2 nd) and The Southeast Asian Conference on Mathematics Education (9 th, Singapore, May, pp.27–31).
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Oflaz, G. (2017). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin genelleme süreçlerine ilişkin düşünme ve anlama yollarının belirlenmesi; DNR tabanlı bir öğretim deneyi*, Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In H. Woo, K. Park & D. Seo (Eds.), *Proceedings of The 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.
- Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Orçanlı, H. (2015). *Bilgisayar destekli geometri öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin başarısına etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Başkent Üniversitesi, Ankara.
- Öksüz, C., & Başışık, H. (2019). 5. Sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularında sahip oldukları kavram yanlışlarının belirlenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 20, 413-430.
- Öz, M. (2015). *Ortaokul 7. sınıf matematik dersi “geometrik cisimler” alt öğrenme alanının öğretiminde dinamik matematik yazılımı geogebra 5.0 kullanımının öğrenci başarısına etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Özdemir, E., Dikici, R. & Kültür, M.N. (2014). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sınıf örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 523-548.
- Özdemir Erdoğan, E., & Dur, Z. (2014). Preservice Mathematics Teachers’ Personal Figural Concepts and Classifications About Quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(6), 107-133.
- Özel, Z. (2019). *Investigation into prospective middle school mathematics teachers’ noticing of students’ algebraic thinking within the context of pattern generalization*, Yüksek Lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

- Özerbaş, M. (2022). Sınıf Öğretmenlerinin Dijital Eğitim Platformlarını Kullanma Durumlarının İncelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 22 (1), 1-14.
- Özkan, M. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin çokgenlerde ve özel dörtgenlerde yaptıkları kavram yanlışlarının incelenmesi, Yüksek Lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Özkan, M., & Bal, A. P. (2017). Analysis of the misconceptions of 7. grade students on polygons and specific quadrilaterals. *Eurasian Journal of Educational Research*, 67, 161-182.
- Peker, S. (2020). Ortaöğretim öğrencilerinin genelleme becerilerinin incelenmesi, Yüksek Lisans tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.
- Pereira- Mendoza, L. (1993). What is Quadrilateral? *Mathematic Teacher*, 86(9), 774-776.
- Pierce, R., Stacey, K., & Ball, L. (2005). Mathematics from Still and Moving Images. *Australian Mathematics Teacher*, 61(3), 26-31.
- Polya, G. (1957). *Nasıl Çözmeli?*. Feryal Halatçı (çev.), İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutierrez & P. Boero. (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present, and Future* (pp. 205–235). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (1996). *Some reflections on teaching algebra through generalization. Approaches to algebra* (pp. 107–111). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical thinking and learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L. & Peirce, C. S. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, North American chapter (Vol. 1, pp. 2-21).
- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. In P. Brosnan, D. B. Erchickk, & L. Flevares (Eds.). *32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 37–62, Columbus: PME-NA.
- Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5-25.
- Reis, Z. A., & Ozdemir, S. (2010). Using GeoGebra as an information technology tool: Parabola teaching. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 9, 565-572.
- Seferoğlu, S. S. (2019). *Öğretim teknolojileri ve materyal tasarımı*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Shadaan, P., & Leong, K. E. (2013). Effectiveness of Using GeoGebra on Students' Understanding in Learning Circles. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1-11.
- Skempt, R. (1986). *The Pphysiology of Learning Mathematics* (2nd. Ed.). Harmondsworth: Penguin.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164.
- Stacey, K. (2006). *What is mathematical thinking and why is it important?* APECTsukuba International Conference, Tokyo and Sapporo, Japan. Erişim adresi: https://www.researchgate.net/publication/254408829_what_is_mathematical_thinking_and_why_is_it_important
- Stacey, K., Burton, L. & Mason, J. (1985). *Thinking mathematically*. England: Addison-Wesley Publishers.

- Sucuoğlu, D. (2015). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişen örüntülere ilişkin genelleme stratejileri*, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Şengün, K. Ç. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin kâğıt-kalem ve dinamik geometri ortamında üçgeni inşa etme süreçlerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Tall, D. (1991). (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Tanişlı, D. & Yavuzsoy Köse, N. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: Bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(44), 255-283.
- Tanişlı, D., Yavuzsoy Köse, N. & Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 5(3), 195-222.
- Taş, S. (2016). *Geometrik cisimler konusunun öğretiminde geogebra kullanımının akademik başarıya etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Tekin, O. (2018). *Ters yüz sınıf modelinin matematik dersinde uygulanması; bir karma yöntem çalışması*, Doktora tezi, Gazi Osmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- Toprakçı, S. & Çakıroğlu, E. (2015). Dörtgenler. İ. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır, A. Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* (s. 251-272). Pegem Akademi.
- Topuz, F. (2017). *Çember ve daire konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımı geogebra kullanımının yedinci sınıf öğrencilerinin başarılarına, geometriye yönelik tutumlarına ve öğrenmedeki kalıcılık düzeylerine etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Uşak Üniversitesi, Uşak.
- Tosun, N. (2019). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin açığortay konusunda matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Türnüklü, E., Gündoğdu Alaylı, E & Akkaş, E. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- Ulupınar Özkuzukıran, P. (2020). *5. Sınıf matematik dersi üçgenler ve dörtgenler konusunun öyküleme yoluyla öğretimin akademik başarı ve kalıcılığa etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Ulusoy, F.,
- Usiskin, Z., & Griffin, J., 2008. The classification of quadrilaterals: A study of definition. A Volume is Research in Mathematics Education, Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Uysal, Y. (2013). *İlköğretim 6. sınıf matematik derslerinde geometrik cisimler konusunun dinamik matematik yazılımı ile öğretiminin öğrenci başarısına ve matematik dersine yönelik tutumlarına olan etkisinin belirlenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Van de Walle, J. A. (1980). *Elementary School Mathematics (Teaching Developmentally)*. New York ve London: Longman.
- Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching children mathematics*, 5(6), 310-316.
- Yeşil, D. K. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımları: sentaks ve semantik bileşenler*, Yüksek Lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 141-153.
- Yeşildere İmre, S., Akkoç, H., & Baştürk Şahin, B. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerini Kullanarak Matematiksel Genelleme Yapma Becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 103-129.

- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yıldırım, D., & Yavuzsoy Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (1), 605-633.
- Yılmaz, H. Z. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konusundaki kavram yanılgılarının geogebra ile bilişsel çelişki oluşturarak giderilme sürecinin incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel Soyutlama ve Genelleme Süreçlerinde Görselleştirme ve Rolü*. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yılmaz, R. & Argün, Z. (2013). Matematiksel genelleme sürecinde görselleştirme ve önemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(2), 564-576.
- Yurtyapan, M. İ. (2018). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.
- Yüksel, M. (2018). *Çokgenler konusunda tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi*, Yüksek Lisans tezi, Bayburt Üniversitesi, Bayburt.
- Zaman, A. (2011). *Relationship between mathematical thinking and achievement in mathematics among secondary school students of North West Frontier Province, Pakistan*. Doctoral Thesis, International Islamic University, Islamabad.
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379- 402.

EKLER

EK 1. Kare, didkörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin özelliklerini tanımaya yönelik sorular

GÖRÜŞME SORULARI-1

1. Şekil 1'deki çokgen nedir? Hangi özellikler bu çokgeni böyle adlandırmanıza neden oldu?
2. Bu özellikler belirtmiş olduğunuz çokgen için her zaman geçerli midir? Neden?
3. Şekil 2'deki çokgen nedir? Hangi özellikler bu çokgeni böyle adlandırmanıza neden oldu?
4. Bu özellikler belirtmiş olduğunuz çokgen için her zaman geçerli midir? Neden?
5. Şekil 3'teki çokgen nedir? Hangi özellikler bu çokgeni böyle adlandırmanıza neden oldu?
6. Bu özellikler belirtmiş olduğunuz çokgen için her zaman geçerli midir? Neden?
7. Şekil 4'teki çokgen nedir? Hangi özellikler bu çokgeni böyle adlandırmanıza neden oldu?
8. Bu özellikler belirtmiş olduğunuz çokgen için her zaman geçerli midir? Neden?
9. Şekil 5'teki çokgen nedir? Hangi özellikler bu çokgeni böyle adlandırmanıza neden oldu?
10. Bu özellikler belirtmiş olduğunuz çokgen için her zaman geçerli midir? Neden?
11. Şekil 6'deki çokgen nedir? Hangi özellikler bu çokgeni böyle adlandırmanıza neden oldu?
12. Bu özellikler belirtmiş olduğunuz çokgen için her zaman geçerli midir? Neden?

GÖRÜŞME SORULARI -2

1. Karenin iki tane karşılıklı kenarını seçiniz. Seçtiğiniz bu kenarların paralelliğini bozmadan uzunluklarını eşit şekilde değiştiriniz. Elde etmiş olduğunuz çokgen nedir? Neden?
2. Karedeki özellikler dikdörtgende var mıdır? Neden?
3. Dikdörtgende özellikler karede var mıdır? Neden?
4. Kare ve dikdörtgen arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?
5. Karedeki ve dikdörtgende ortak özellikler tüm kare ve dikdörtgenler için geçerli midir? Neden?
6. Kare ile dikdörtgen arasında farklılıklar var mıdır? Neden?
7. Kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
8. Dikdörtgende hangi özellik ya da özellikler değişirse kare oluşur? Neden?
9. Dikdörtgene bağlı kare tanımı yapar mısın?

GÖRÜŞME SORULARI -3

1. Karenin kenar uzunluklarını değiştirmeden karşılıklı açılarını eşit olacak şekilde değiştiriniz. Elde etmiş olduğunuz çokgen nedir? Neden?
2. Karedeki özellikler eşkenar dörtgende var mıdır? Neden?
3. Eşkenar dörtgendeki özellikler karede var mıdır? Neden?
4. Kare ile eşkenar dörtgen arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?
5. Karedeki ve eşkenar dörtgendeki ortak özellikler tüm kareler ve eşkenar dörtgenler için geçerli midir? Neden?
6. Kare ile eşkenar dörtgen arasında farklılıklar var mıdır? Neden?
7. Kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
8. Eşkenar dörtgendeki hangi özellik ya da özellikler değişirse kare oluşur? Neden?
9. Eşkenar dörtgene bağlı kare tanımı yapar mısın?

GÖRÜŞME SORULARI -4

1. Dikdörtgenin karşılıklı kenarların uzunluklarını değiştirmeden iç açılarını eşit olacak şekilde değiştiriniz. Elde etmiş olduğunuz çokgen nedir? Neden?
2. Dikdörtgendeki özellikler paralelkenarda var mıdır? Neden?
3. Paralelkenardaki özellikler dikdörtgende var mıdır? Neden?
4. Dikdörtgen ile paralelkenar arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?
5. Dikdörtgendeki ve karedeki ortak özellikler tüm dikdörtgenler ve paralelkenarlar için geçerli midir? Neden?
6. Dikdörtgen ile paralelkenar arasında farklılıklar var mıdır? Neden?
7. Dikdörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
8. Paralelkenardaki hangi özellik ya da özellikler değişirse dikdörtgen oluşur? Neden?
9. Paralelkenara bağlı dikdörtgen tanımını yapar mısın?
10. Kare ve paralelkenar arasında bir ilişki var mıdır? Neden?

GÖRÜŞME SORULARI -5

1. Eşkenar dörtgenin karşılıklı iki tane kenarını seçiniz. Seçmiş olduğunuz kenarların paralelliğini bozmadan kenar uzunluklarını eşit olacak şekilde değiştiriniz. Elde etmiş olduğunuz çokgen nedir? Neden?
2. Eşkenar dörtgendeki özellikler paralelkenarda var mıdır? Neden?
3. Paralelkenardaki özellikler eşkenar dörtgende var mıdır? Neden?
4. Eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?
5. Eşkenar dörtgendeki ve paralelkenardaki ortak özellikler tüm eşkenar dörtgenler ve paralelkenarlar için geçerli midir? Neden?
6. Eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasında farklılıklar var mıdır? Neden?
7. Eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
8. Paralelkenardaki hangi özellik ya da özellikler değişirse eşkenar dörtgen oluşur? Neden?
9. Paralelkenara bağlı eşkenar dörtgen tanımı yapar mısın?
10. Sizce kare ve paralelkenar arasında bir ilişki var mıdır? Neden?

GÖRÜŞME SORULARI -6

1. Paralelkenarın karşılıklı iki kenarını seçiniz. Seçtiğiniz kenarlar paralel olmazsa elde etmiş olduğunuz çokgen ne olur? Neden?
2. Paralelkenardaki özellikler yamukta var mıdır? Neden?
3. Yamuktaki özellikler paralelkenarda var mıdır? Neden?
4. Paralelkenar ile yamuk arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?
5. Paralelkenardaki ve eşkenar dörtgendeki ortak özellikler tüm paralelkenarlar ve yamuklar için geçerli midir? Neden?
6. Paralelkenar ile yamuk arasında farklılıklar var mıdır? Neden?
7. Paralelkenar ve yamuk arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
8. Yamuktaki hangi özellik ya da özellikler değişirse paralelkenar oluşur? Neden?
9. Yamuğa bağlı paralelkenar tanımı yapar mısın?
10. Kare ve yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Neden?
11. Dikdörtgen ve yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Neden?
12. Eşkenar dörtgen ve yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Neden?

GÖRÜŞME SORULARI -7

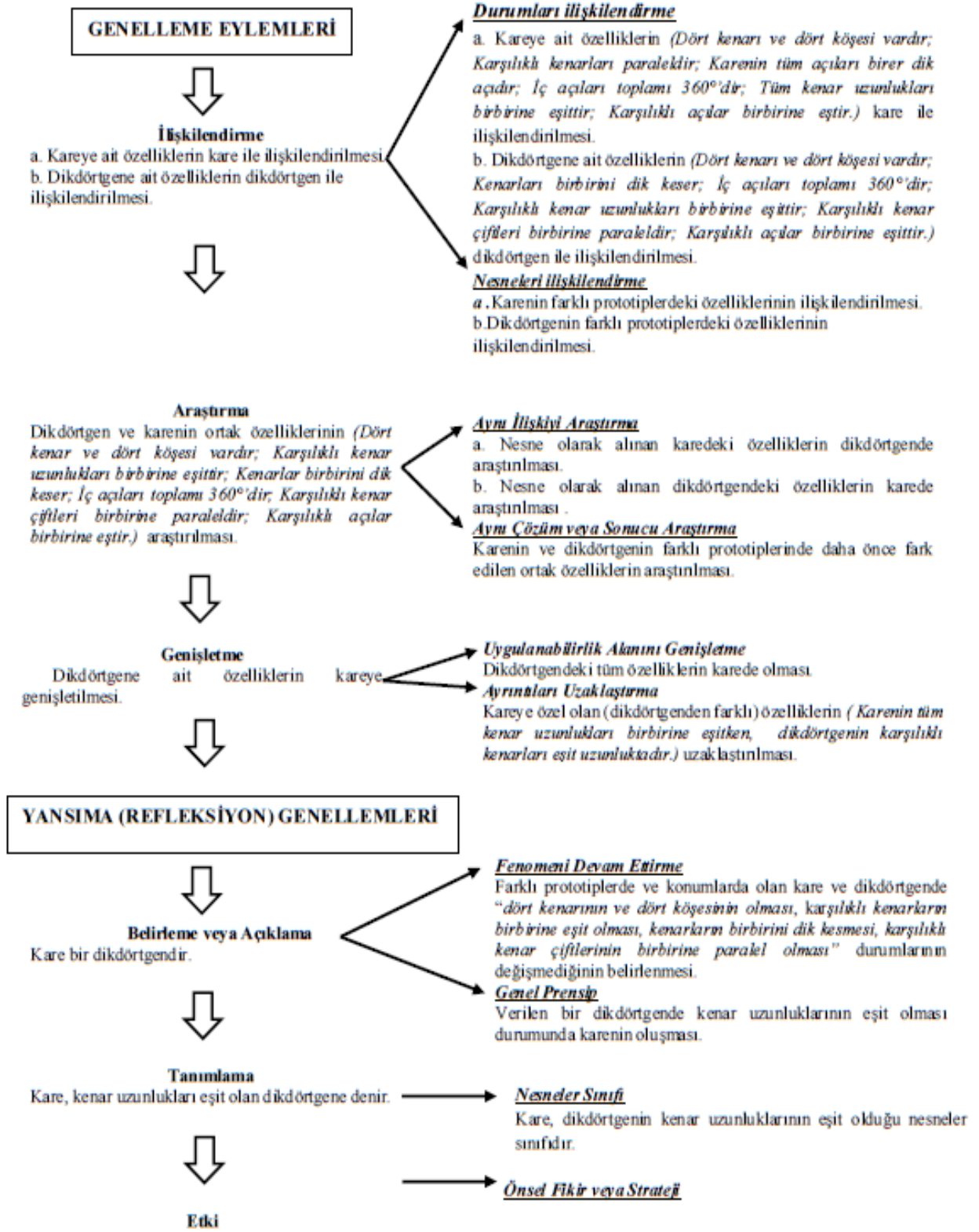
1. Yamuktaki karşılıklı iki paralel kenarı seçiniz. Seçtiğiniz kenarlar paralel olmadığında elde ettiğiniz çokgen ne olur? Neden?
2. Yamuktaki özellikler dörtgende var mıdır? Neden?
3. Dörtgendeki özellikler yamukta var mıdır? Neden?
4. Yamuk ile dörtgen arasında ortak özellik ya da özellikler var mıdır? Neden?
5. Yamuktaki ve paralelkenardaki ortak özellik ya da özellikler tüm yamuklar ve dörtgenler için geçerli midir? Neden?
6. Yamuk ile dörtgen arasında farklılıklar var mıdır? Neden?
7. Yamuk ile dörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır?
8. Dörtgendeki hangi özellik ya da özellikler değişirse yamuk oluşur? Neden?
9. Dörtgene bağlı yamuk tanımı yapar mısın?
10. Kare ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
11. Dikdörtgen ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
12. Eşkenar dörtgen ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?
13. Paralelkenar ve dörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Neden?

GÖRÜŞME SORULARI -8

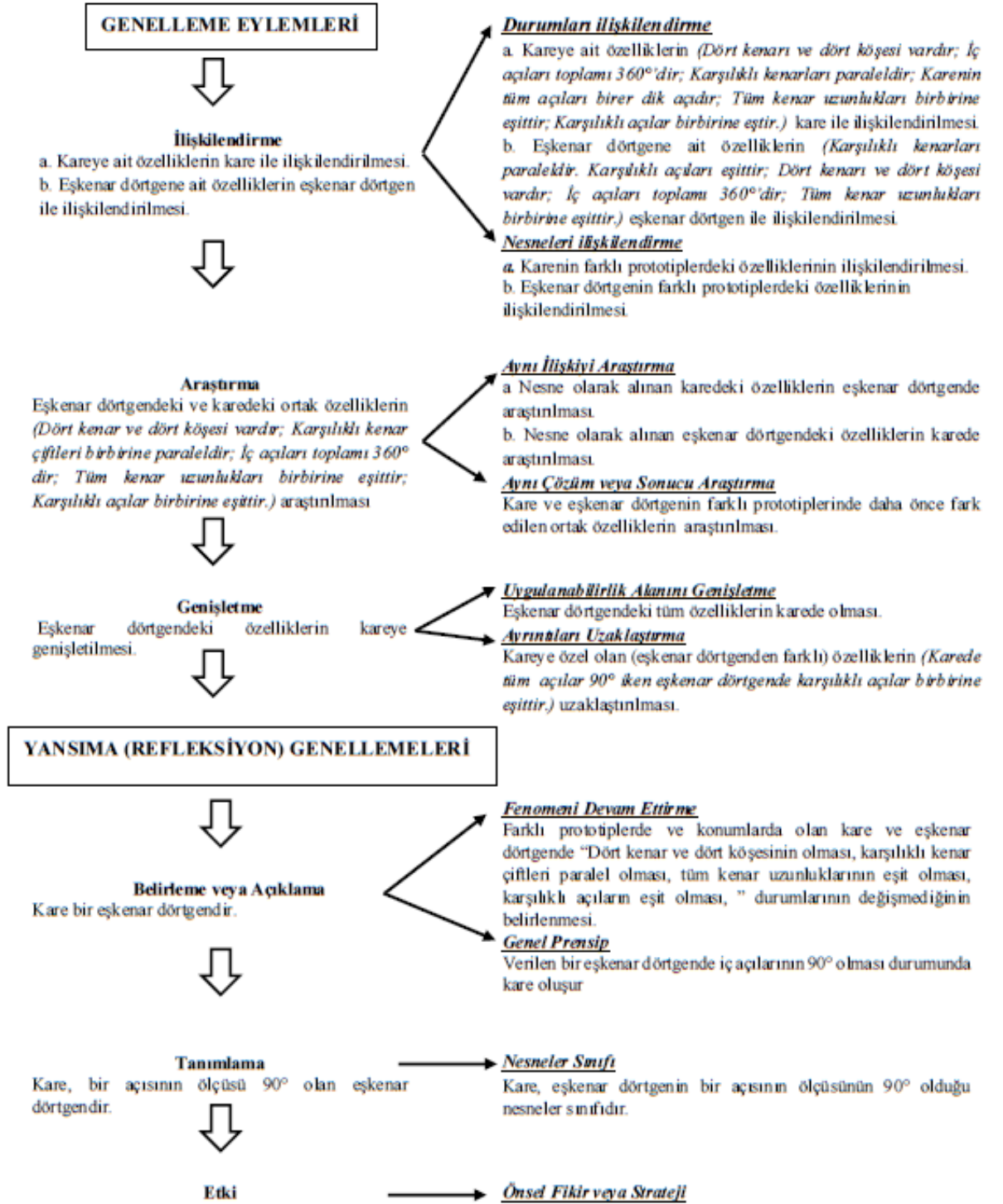
Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk ve dörtgenin aralarında olan ilişkiyi gösteren bir kavram haritası hazırlayınız.



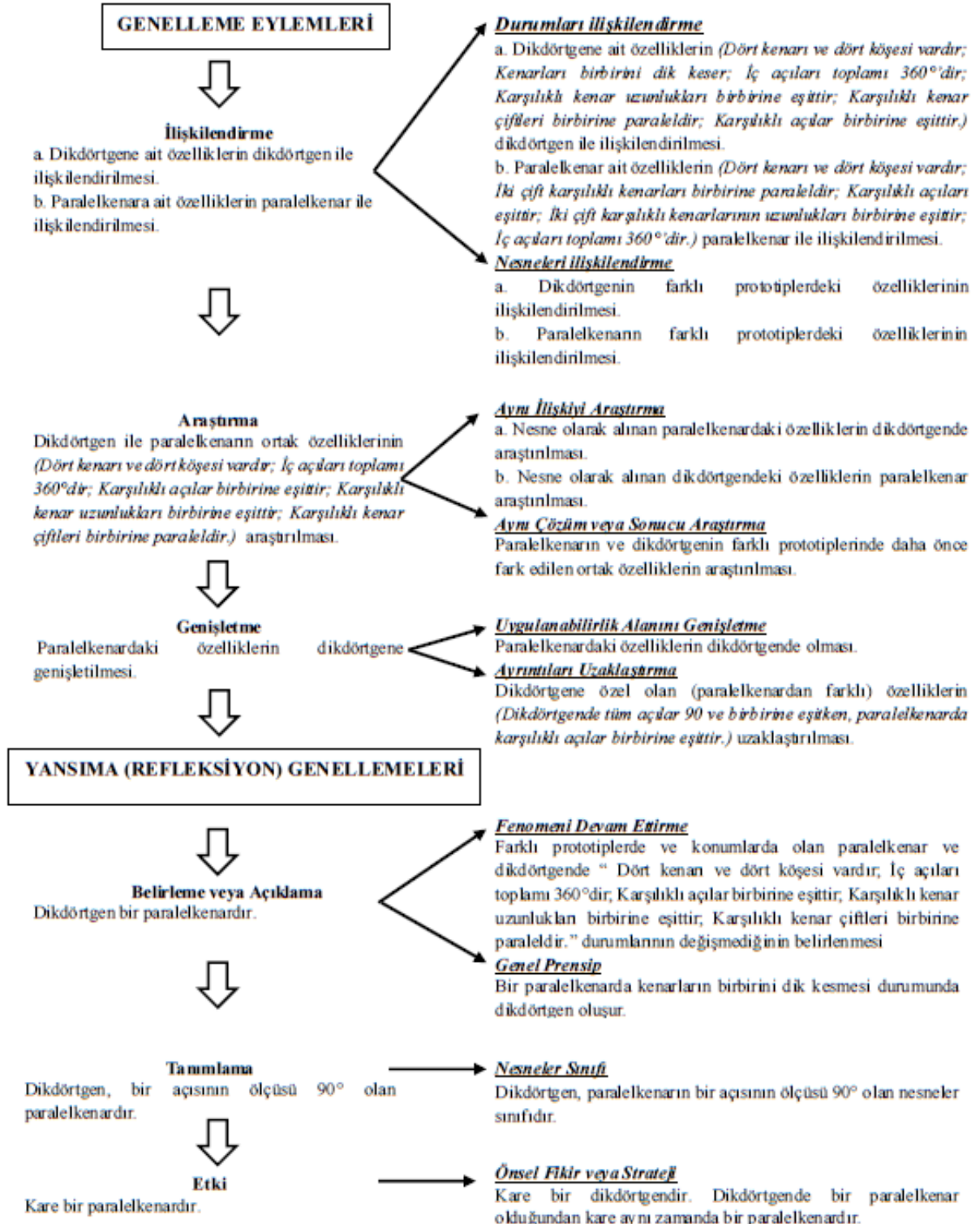
EK 9. Genelleme Süreci İçin Oluşturulan Kare-Dikdörtgen Şemasının Organizasyonu



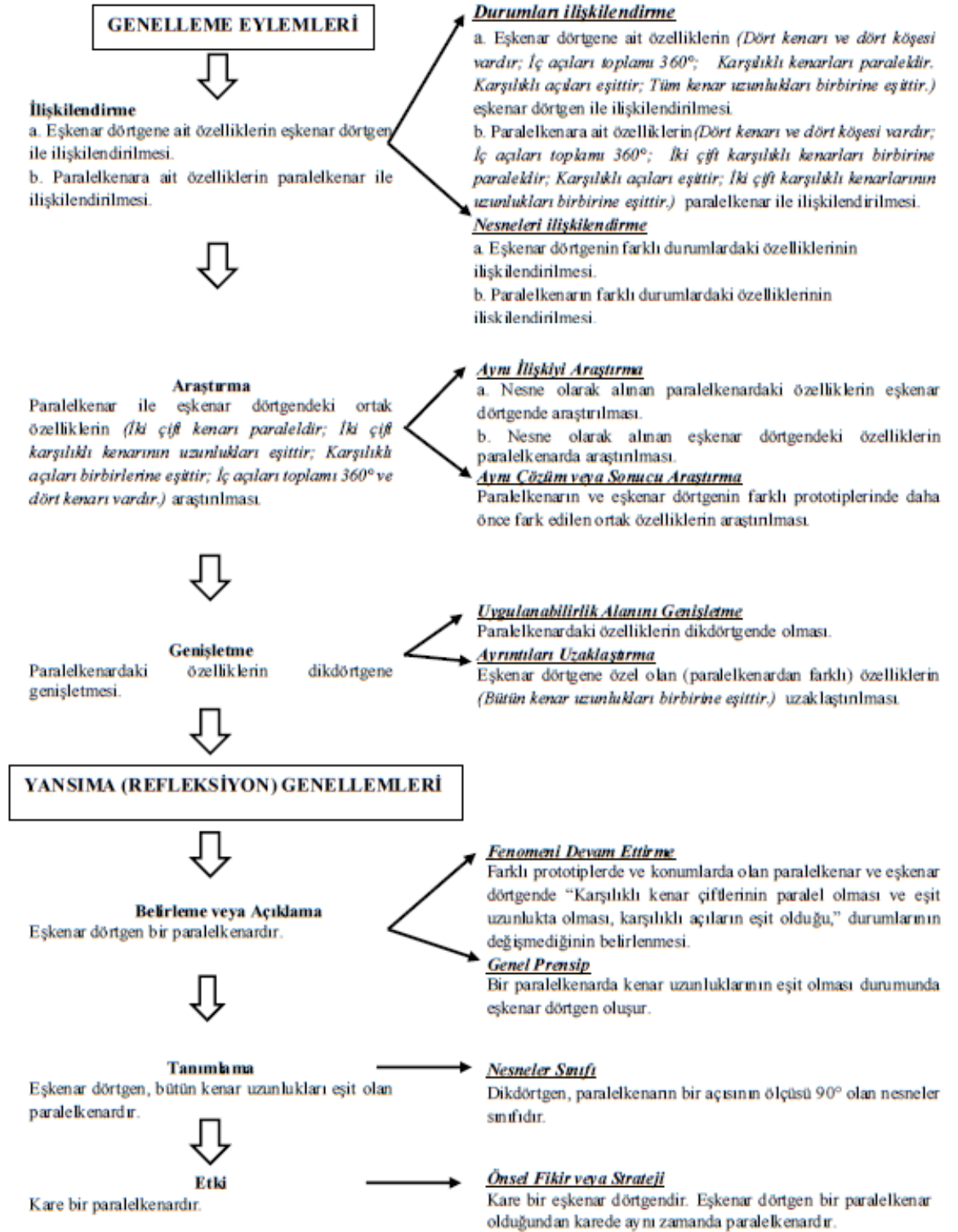
EK 10. Genelleme Süreci İçin Oluşturulan Kare-Eşkenar Dörtgen Şemasının Organizasyonu



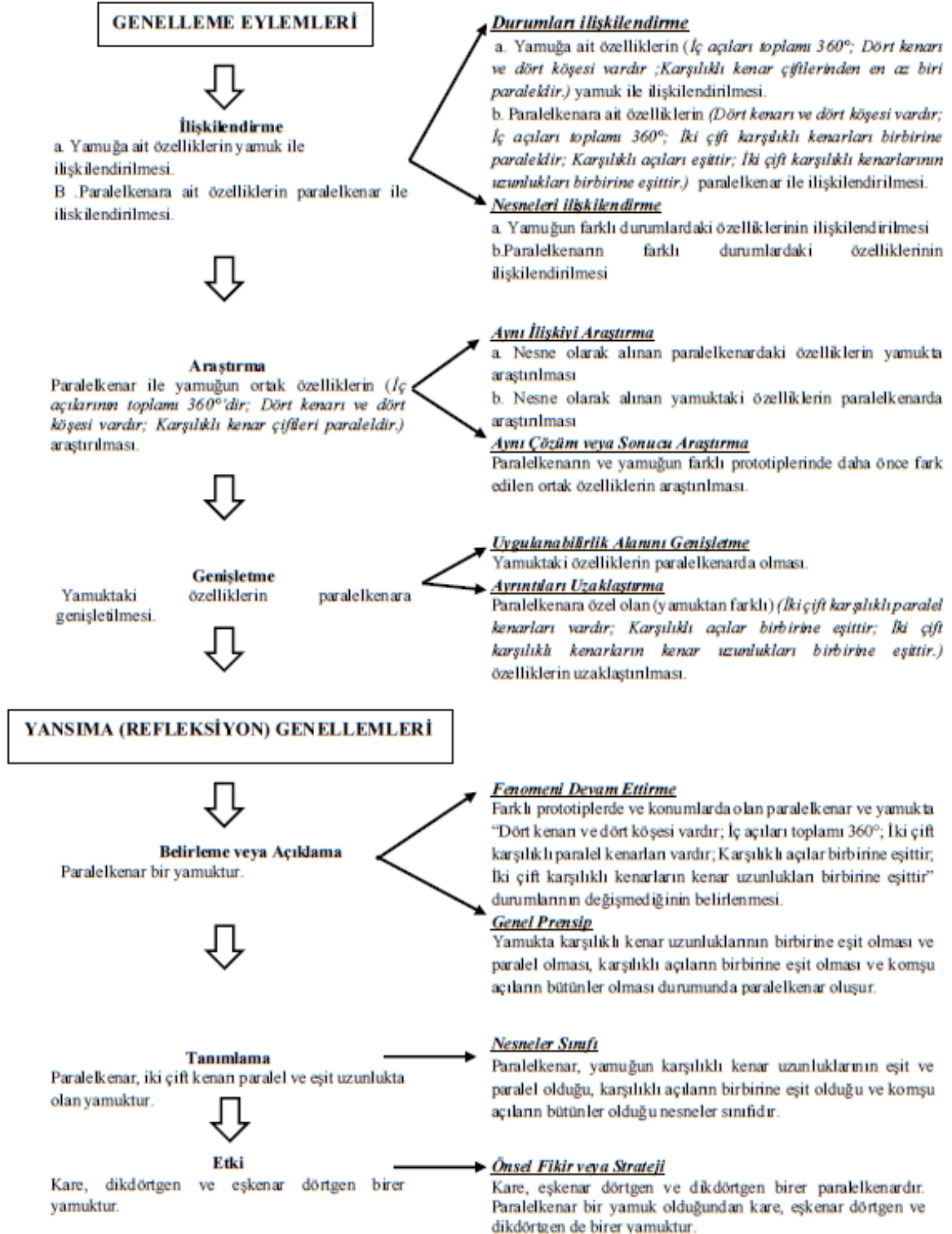
EK 11. Genelleme Süreci İçin Oluşturulan Dikdörtgen-Paralelkenar Şemasının Organizasyonu



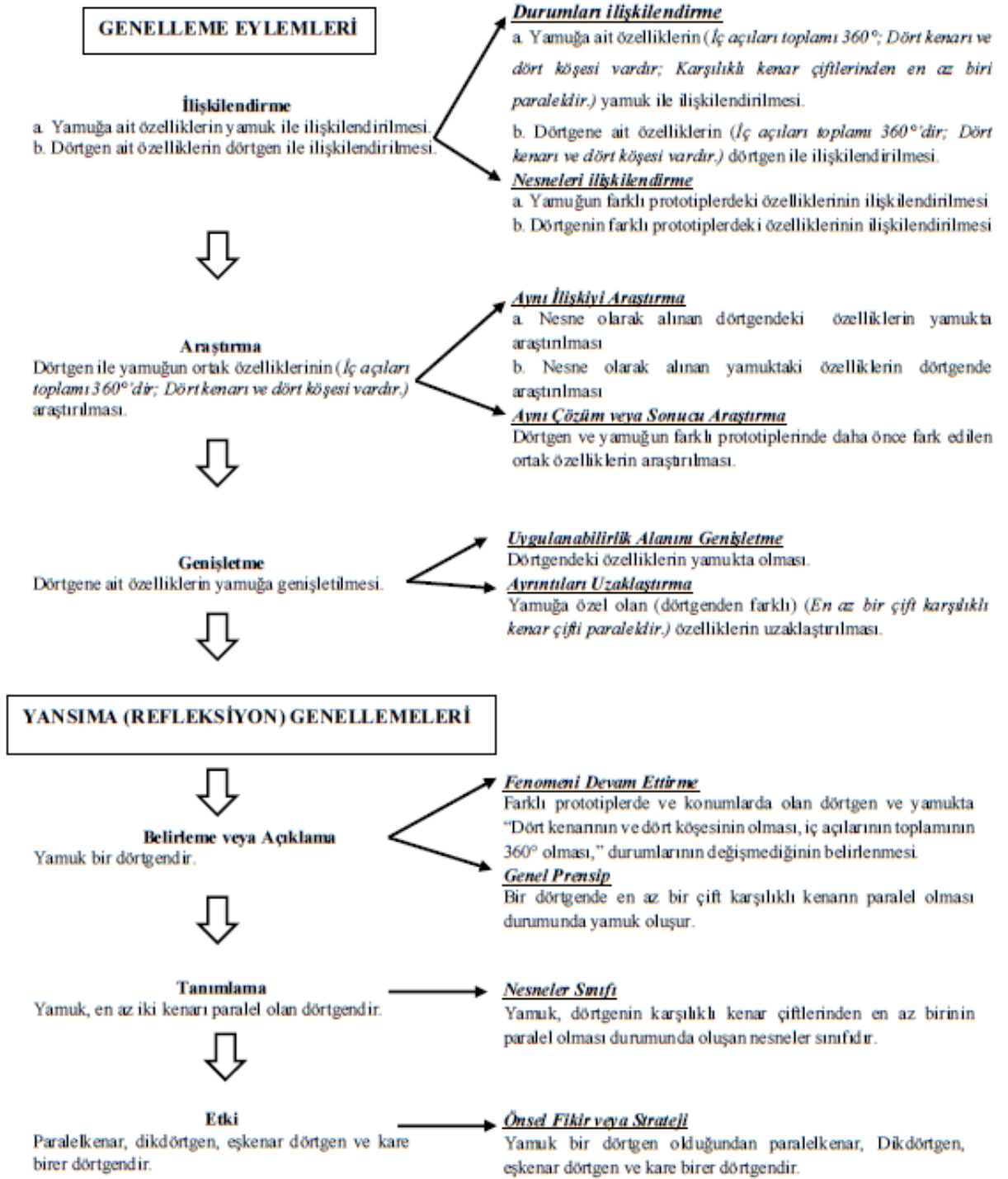
EK 12. Genelleme Süreci İçin Oluşturulan Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar Şemasının Organizasyonu



EK 13. Genelleme Süreci İçin Oluşturulan Yamuk-Paralelkenar Şemasının Organizasyonu



EK 14. Genelleme Süreci İçin Oluşturulan Yamuk-Dörtgen Şemasının Organizasyonu



EK 15. 6. Sınıf Öğrencilerinin Kare-Dikdörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Kare – Dikdörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... 4 kenarı olduğu için, kenarların aynı uzunlukta olması gerekiyor...(Ö1) (Kare) ... Kenar uzunlukları birbirine eşit, açılar toplamı 360, 2 köşegeni var... (Ö2) (Kare) ... Bütün kenarları eşit, 4 köşesi var... (Ö3) (Kare) ... Karşılıklı kenarı eşit, açısı 90°, 4 köşesi, 4 kenarı var.(Ö1) (Dikdörtgen) ... Bir kenarı diğer kenardan büyük veya küçük oluyor, GE ile HF; GH ile EF eşit,...(Ö2) (Dikdörtgen) ... İki kenarı farklı yani yan kenarı farklı öbür kenarı farklı...(Ö3) (Dikdörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Böyle işledik gördük. Nedenini sorgulamadım.(Ö1) (Kare) ... Şu 90°'ler geçerli hocam, şuradaki kenar uzunlukları farklı olabilir... (Ö2) (Kare) ... Kare ne olursa olsun kenarları eşit.(Ö3) (Kare) ... Açılar değişmiyor ama uzunlukları değiştiği için bir şey olmaz, bir kenarı büyük bir kenarı küçük olduğu için değişmez. (Ö2) (Dikdörtgen) ... Evet, burada da aynı kısa kenarları var, aynı uzun kenarları var. (Ö3) (Dikdörtgen)	Nesneleri İlişkilendirme		
... Dikdörtgendeki özellikler karede var,. İkisinde de 90°, iç açıları toplamı 360, Karşılıklı kenarları paralel, 4 kenarı, 4 köşesi var. (Ö1)	Aynı İlişkiyi Araştırma		
... Geçerli, karede yine 90°, iç açıları toplamı 360, 4 kenarı, 4 köşesi var. Bunlar karede değişmez. Dikdörtgende de açılar 90, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarlar birbirine paralel, 4 köşe, 4 kenarı var, dikdörtgende de değişmez bu özellikler. (Ö1) ... Geçerlidir, çünkü dikdörtgen oluşturmak için illaki bu özelliklere uymamız gerekiyor. (Ö2) ... Bilmiyorum. (Ö3)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	ARAŞTIRMA	
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Karenin tüm kenarları eşitken dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit. (Ö1) ... Dikdörtgende büyük ve küçük kenar var ama şeyde karede tüm kenarları eşit. (Ö2)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELEİ
... Kenar uzunlukları eşit olursa. (Ö1) ... Büyük olan kenar küçük olana eşitlenirse. (Ö2) ... Karşılıklı kenarları yani kısa kenarları uzun kenarlara, uzun kenarları kısa kenarlara hepsinin birbirine eşit olması kareyi verir. (Ö3)	Genel Prensiptir		

EK 16. 6. Sınıf Öğrencilerinin Kare-Eşkenar Dörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Kare - Eşkenar Dörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... 4 kenarı olduğu için, kenarların aynı uzunlukta olması gerekiyor... (Ö1) (Kare) ... Kenar uzunlukları birbirine eşit, açılar toplamı 360, 2 köşegeni var... (Ö2) (Kare) ... Bütün kenarları eşit, 4 köşesi var... (Ö3) (Kare) ... Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit... (Ö1) (Eşkenar Dörtgen) ... Kenarları eşit, iç açılar toplamı 360°, karşısındaki açı birbirine eşit... (Ö2) (Eşkenar Dörtgen) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, kenar uzunlukları aynı... (Ö3) (Eşkenar Dörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Böyle işledik gördük. Nedenini sorgulamadım. (Ö1) (Kare) ... Şu 90°'ler geçerli hocam, şuradaki kenar uzunlukları farklı olabilir... (Ö2) (Kare) ... Kare ne olursa olsun kenarları eşit. (Ö3) (Kare) ... Geçerlidir, kenarlarında açılarında şeyi değiştirebiliyor ama hep 360 kalıyor... (Ö2) (Eşkenar Dörtgen) ... Yine aynıdır diye düşünüyorum; değilmiş... (Ö3) (Eşkenar Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... 4 köşesi, 4 kenarı var, İç açılar toplamı 360, kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı kenarlar birbirine paralel. (Ö1) ... Bazıları vardır, kenar uzunlukları değişebilir... (Ö2)	Aynı İlişkiyi Araştırma		
... Kare ve eşkenar dörtgen olması için bu özelliklerin olması gerekiyor bu yüzden geçerli. (Ö1) ... Geçerlidir, tüm açılar ve kenarlarda aynı oluyor. Çünkü tüm açılar toplamı hep 360, kenarlarının da eşit olması lazım. (Ö2) ... Bilmiyorum. (Ö3)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	ARAŞTIRMA	
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Açıları 90° karede ama eşkenar dörtgende karşılıklı açılar birbirine eşit. (Ö1) ... Açılar farklı 90° değil. (Ö2) ... Karenin bütün açıları 90°. (Ö3)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Açıları 90° yaparsak kare oluşur. (Ö1)	Genel Prensiptir		

EK 17. 6. Sınıf Öğrencilerinin Dikdörtgen-Paralelkenar Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Dikdörtgen – Paralelkenar)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... Karşılıklı kenarı eşit, açısı 90°, 4 köşesi, 4 kenarı var.(Ö1) (Dikdörtgen) ... Bir kenarı diğer kenardan büyük veya küçük oluyor, GE ile HF; GH ile EF eşit,...(Ö2) (Dikdörtgen) ... İki kenarı farklı yani yan kenarı farklı öbür kenarı farklı...(Ö3) (Dikdörtgen) ... Açılar karşılıklı birbirine eşit...(Ö1) (Paralelkenar) ... Karşıdaki kenar diğerine eşit, açılar toplamı 360...(Ö2) (Paralelkenar) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, uzun kenarları var, kısa kenarları var...(Ö3) (Paralelkenar)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Açılar değişmiyor ama uzunlukları değiştiği için bir şey olmaz, bir kenarı büyük bir kenarı küçük olduğu için değişmez. (Ö2) (Dikdörtgen) ... Evet, burada da aynı kısa kenarları var, aynı uzun kenarları var. (Ö3) (Dikdörtgen) ... Evet, hepsinde karşılıklı kenarlar eşit, hepsinin toplamı 360°...(Ö1) (Paralelkenar) ... Bu kenarların hepsi karşıdakine eşit olması lazım, değerlerin toplamı 360 olması lazım...(Ö2) (Paralelkenar) ... Aynıdır...(Ö3) (Paralelkenar)	Nesneleri ilişkilendirme		
... 4 kenarı, 4 köşesi var, karşılıklı kenarlar birbirine eşit, karşılıklı kenarlar birbirine paralel...(Ö1) ... Büyük ve küçük kenarları var, açılar toplamı hep 360, kenar uzunlukları değişebilir, açı değerleri değişebilir...(Ö2) ... Özellikleri aynı...(Ö3)	Aynı İlişkiyi Araştırma		
... İkisinde de bu özellikler olmadan dikdörtgen ve paralelkenar olmuyor...(Ö1) ... Biz bunları oynatsak da oynatmasak da hep aynı sonuç çıkıyor.(Ö2)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	ARAŞTIRMA	
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Dikdörtgende tüm açılar 90°, paralelkenarda ise karşılıklı açılar birbirine eşit. (Ö1) ... Tüm açılar 90° değil, dikdörtgende karşıdaki açı diğer karşıdaki açıya eşit değil.(Ö2) ... Dikdörtgenin iç açıları 90°. (Ö3)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Paralelkenarda açılar 90° yaparsam olur. (Ö1)	Genel Prensip		
	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 18. 6. Sınıf Öğrencilerinin Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Eşkenar Dörtgen – Paralelkenar)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açıları birbirine eşit... (Ö1) (Eşkenar Dörtgen) ... Kenarları eşit, iç açıları toplamı 360°, karşısındaki açı birbirine eşit... (Ö2) (Eşkenar Dörtgen) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, kenar uzunlukları aynı... (Ö3) (Eşkenar Dörtgen) ... Açıların karşılıklı birbirine eşit... (Ö1) (Paralelkenar) ... Karşısındaki kenar diğerine eşit, açıların toplamı 360°... (Ö2) (Paralelkenar) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, uzun kenarları var, kısa kenarları var... (Ö3) (Paralelkenar) ... Geçerlidir, kenarlarında açılarında şeyi değişebiliyor ama hep 360 kalıyor... (Ö2) (Eşkenar Dörtgen) ... Yine aynıdır diye düşünüyorum; değilmiş... (Ö3) (Eşkenar Dörtgen) ... Evet, hepsinde karşılıklı kenarlar eşit, hepsinin toplamı 360°... (Ö1) (Paralelkenar) ... Bu kenarların hepsi karşısındakine eşit olması lazım, değerlerin toplamı 360 olması lazım... (Ö2) (Paralelkenar) ... Aynıdır... (Ö3) (Paralelkenar) ... Karşılıklı açıları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı kenarlar birbirine eşit... (Ö1) ... Açılar değeri değişebilir, kenar uzunlukları da değişebilir... (Ö2) ... Hayır, eşkenar dörtgende tüm kenar uzunlukları aynı, ama burada sadece karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, 4 kenarı, 4 köşesi ve iç açıları toplamı 360. (Ö3) ... Eşkenar dörtgen olması için karşılıklı kenarları birbirine eşit, kenar uzunlukları aynı, 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları birbirine paralel olması gerekiyor. Paralelkenarda da karşılıklı açıları eşit, karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, 4 köşesi 4 kenarı ve karşılıklı kenarların birbirine paralel olması gerekiyor. Yani ikisini de yani evet ikisine de geçerli. (Ö1) ... her zaman öyle kalıyor. (Ö3)	Durumları ilişkilendirme Nesneleri ilişkilendirme Aynı ilişkiyi Araştırma Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	İLİŞKİLENDİRME ARAŞTIRMA GENİŞLETME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Paralelkenarda iki farklı uzunluk var ama karşılıklı kenar uzunlukları aynı ama eşkenar dörtgende tüm kenar uzunlukları aynı. (Ö1) ... Eşkenar dörtgende kenarlar birbirine eşit ama paralelkenarda kenarlar birbirine eşit değil. (Ö2) ... Eşkenarda kenar uzunlukları aynı ama paralelkenarda sadece karşılıklı kenarların uzunlukları eşit. (Ö3)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme Ayrıntıları Uzaklaştırma	GENİŞLETME	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELERİ
... Paralelkenarın kenar uzunluklarını eşitlersek eşkenar dörtgen oluşur. (Ö1) ... Tüm kenar uzunlukları eşit olursa.	Fenomeni Devam Ettirme Genel Prensiptir	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELERİ
	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 19. 6. Sınıf Öğrencilerinin Paralelkenar-Yamuk Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Paralelkenar – Yamuk)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... Açılarının karşılıklı birbirine eşit... (Ö1) (Paralelkenar) ... Karşısındaki kenar diğerine eşit, açılarının toplamı 360... (Ö2) (Paralelkenar) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, uzun kenarları var, kısa kenarları var... (Ö3) (Paralelkenar) ... 4 köşesi, 4 kenarı var, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iki kenarı birbirine paralel değil, iki kenarı birbirine paralel... (Ö1) (Yamuk) ... Açılarının toplamı 360, açılar eşit değil... (Ö2) (Yamuk)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Evet, hepsinde karşılıklı kenarlar eşit, hepsinin toplamı 360°... (Ö1) (Paralelkenar) ... Bu kenarların hepsi karşısındakine eşit olması lazım, değerlerin toplamı 360 olması lazım... (Ö2) (Paralelkenar) ... Aynıdır... (Ö3) (Paralelkenar) ... Geçerlidir, yamuk olması için iki kenarının paralel iki kenarının paralel olmaması lazım... (Ö1) (Yamuk) ... Evet, tüm yamukların kenar ve açıları farklı oluyor... (Ö2) (Yamuk) ... Yine kenarları farklı oluyor, iç açıları 360 olmuştur, yine 4 kenarı ve 4 köşesi var... (Ö3) (Yamuk)	Nesneleri ilişkilendirme		
... İç açıları toplamı 360, 4 kenarı ve 4 köşesi var. (Ö1) ... Kenar uzunlukları ve açı ölçüleri değişebilir. (Ö2)	Aynı İlişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Yamukta çünkü 4 köşe kenar olması gerekiyor. İç açıları toplamı 360 olması gerekiyor. Paralelkenarda da aynı (Ö1) ... Geçerlidir. Çünkü hocam, ikisinde de açı yerlerini değiştirsek de hep 4 kenarları kalıyor, 4 köşeleri oluyor, açılarının toplamı hep 360 oluyor, Gene açı ölçüleri değişebiliyor. (Ö2) ... Evet, çünkü her zaman öyle kalıyor. (Ö3)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
... Yamuktaki tüm özellikler paralelkenarda da var. (Ö4)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	YANISMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Yamukta açılar birbirine eşit değil ama şey paralelkenarda karşılıklı açılar birbirine eşit. Yamukta kenarlar eşit değil ama paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine eşit. Yamukta iki kenarı paralel iki kenarı paralel değil ama paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine paralel. (Ö1) ... Paralelkenarda karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, ama yamukta kenar uzunlukları birbirine eşit değildir. (Ö2) ... Yamukta Kenar uzunlukları farklı paralelkenarın sadece karşılıklı kenarları eşit. (Ö3)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... Karşılıklı açılar eşitlersek, kenarları karşılıklı aynı olacak şekilde yaparsak. (Ö1) ... kenar uzunlukları karşısındaki kenar uzunluklarına eşitlenirse. Uzunlukları birbirine eşitlenirse ve karşısındaki açı ölçüsü diğer açı ölçüsü ile eşit olursa. (Ö2)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	
	Genel Prensiptir		
	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	ETKİ
	Onsel Fikir ve Strateji		

EK 20. 6. Sınıf Öğrencilerinin Yamuk-Dörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Yamuk – Dörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... 4 köşesi, 4 kenarı var, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iki kenarı birbirine paralel değil, iki kenarı birbirine paralel... (Ö1) (Yamuk) ... Açılarının toplamı 360, açıları eşit değil... (Ö2) (Yamuk) ... Hiçbiri birbirine paralel değil, 4 köşesi, 4 kenarı var... (Ö1) (Dörtgen) ... Açılarının ölçüleri eşit değildir, kenar uzunlukları eşit değildir... (Ö2) (Dörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Geçerlidir, yamuk olması için iki kenarının paralel iki kenarının paralel olmaması lazım... (Ö1) (Yamuk) ... Evet, tüm yamukların kenar ve açıları farklı oluyor... (Ö2) (Yamuk) ... Yine kenarları farklı oluyor, iç açıları 360 olmuştur, yine 4 kenarı ve 4 köşesi var... (Ö3) (Yamuk) ... Evet, çünkü bunların hep farklı olması lazım, bir de bu açıların hepsinin toplam 360 olması lazım... (Ö2) (Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... 4 köşesi, 4 kenarı var. İç açıları toplamı 360. Açıları birbirine eşit değil. Kenar uzunlukları birbirine eşit değil. (Ö1) ... Yine 4 Kenar 4 köşesi var. Uzunlukları birbirlerinden farklı. O şekilde yani iç açıların toplamı 360. Aynılar. (Ö3)	Aynı İlişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Yamuğun yamuk olması için 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları 360 olması gerekiyor. İç açıların birbirine eşit olmaması gerekiyor. Kenar uzunluklarının eşit olmaması gerekiyor. Dörtgende de kenar uzunlukları birbirine eşit olmaması gerekiyor. Açıları farklı olması gerekiyor. 4 köşesi, 4 kenarı, iç açıları toplamı 360° olması gerekiyor. İkisinde de bu özellikler olduğu için ortak. (Ö1) ... Çünkü yine uzunlukları birbirinden farklı olacak. Yine 4 kenarı 4 köşesi olacak. İç açıların toplamı 360 olacak. (Ö3)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Yamuğun iki kenarı birbirine paralel iki kenar birbirine paralel değil ama dörtgen de hiçbir kenar paralel değil. (Ö1) ... Yoktur. (Ö3)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANISMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Bir kenarı diğer kenara paralel yaparsak yamuk oluşur. (Ö1)	Genel Prensiptir		
	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 21. 7. Sınıf Öğrencilerinin Kare-Dikdörtgen Genelleme Kod Tablosu

KOD (Kare – Dikdörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... 4 tane kenar, 4 köşesi var, her kenarı eşit, bütün açıları da eşit, 90° hepsi, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları paralel. (Ö4) (Kare) ... Eş kenarları var, A-B / A-D / B-C / C-D komşu açı, komşu açıları toplamı 180, AD ile BC ve AB ile CD birbirine paralel, tek bir açısı 90°. (Ö5) (Kare) ... İç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel. (Ö4) (Dikdörtgen) ... Uzun ve kısa kenarları var, yani eşit değil, 4 kenar var, GH//EF ve GE//HF, 4 köşesi var. (Ö5) (Dikdörtgen) ... Üst kenarları daha uzun, alt kenarları biraz daha kısa, açıları 4 tane, GE kenarlarıyla HF kenarları eşit, GH ile EF kenarları eşit. (Ö6) (Dikdörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Evet, yani köşelerin yeri değişse bile yani uzunlukları aynı kalıyor, iç açıları aynı kalıyor, iç açıları toplamı 360, bütün kenarları eşit oluyor. (Ö4) (Kare) ... Hepsi için geçerli. Zaten karenin hepsinin kenarları birbirine eşit olmalı kare olması için. İç açıları da eşit oluyor gene. (Ö5) (Kare) ... Tüm kareler aynı. (Ö6) (Kare) ... Yine aynı oluyor. Gene karşılıklı kenarları paralel eşit, iç açıları hep 360 oluyor, yani özellikleri değişmiyor. (Ö4) (Dikdörtgen) ... Evet, çünkü zaten dikdörtgen olarak adlandırmamız için kısa ve uzun kenarlı olmalı. Hep aynı oluyor. (Ö5) (Dikdörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Her ikisi de dörtgen, ortak özellikleri var. Karede de karşılıklı kenarları eşit, dikdörtgende de, iç açıları toplamı 360°, 4 kenarlı ve 4 köşelidir. (Ö4) ... Karşılıklı paralel kenarları var ikisinde de, komşu açıları var... (Ö5) ... Açılarının eşit olması, açılarının toplamının eşit olması, dört kenarlı olması, dört köşesinin olması. (Ö6)	Aynı İlişkiyi Araştırma		
... Evet, bir karenin kenar uzunluklarını değiştirsek bile ya da dikdörtgenin hep aynı kalır. (Ö4) ... Hayır, değişmez. Kare hep aynıdır. (Ö5)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
... Dikdörtgendeki özellikleri karede bulabiliyoruz. (Ö4)	Uygulanabilir İlk Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... İkisi de farklı birer dörtgen. Karede bütün kenarları birbirine eşit ama dikdörtgende karşılıklı kenarları birbirine eşit. (Ö4) ... Mesela karede kenarların hepsi birbirine eşit dikdörtgende sadece karşılıklı kenarları eşit (Ö5) ... Kenarları eşit değil, yan kenarındakilerle eşit değil dikdörtgenin. (Ö6)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... İkisi de dörtgendir. Kare bir dikdörtgendir. (Ö4) ... Dikdörtgen kareye benziyor. (Ö6)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELERİ
... Karşılıklı kenarlarından birinin uzunluğu kısalırsa ve bütün kenarları birbirine eşit olursa kare olur. (Ö4) ... Sadece karşılıklı kenarları değil de bütün kenarları birbirine eşit olursa kare oluşur. (Ö5) ... Yan kenarları üst ve alt kenarlara eşit olursa. (Ö6)	Genel Prensipten		
... Kare dikdörtgen gibi dört kenardan oluşan bir çokgendir. (Ö4)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 22. 7. Sınıf Öğrencilerinin Kare-Eşkenar Dörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Kare - Eşkenar Dörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
...4 tane kenar, 4 köşesi var, her kenarı eşit, bütün açıları da eşit, 90° hepsi, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarları paralel. (Ö4) (Kare) ... Eş kenarları var, A-B / A-D / B-C / C-D komşu açı, komşu açılar toplamı 180, AD ile BC ve AB ile CD birbirine paralel, tek bir açısı 90°. (Ö5) (Kare) ... Karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı kenarları birbirine eşit, çapraz açıları da birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, tüm kenarları eşit. (Ö4) (Eşkenar Dörtgen) ... Komşu açılar 180°, 4 kenarı, 4 köşesi var, W ile U komşu açı V ile Z komşu açı. (Ö5) (Eşkenar Dörtgen) ... Baklava dilimi, açılan eşit değil, kenarları eşit... (Ö6) (Eşkenar Dörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Evet, yani köşelerin yeri değişse bile yani uzunlukları aynı kalıyor, iç açılan aynı kalıyor, iç açıları toplamı 360, bütün kenarları eşit oluyor... (Ö4) (Kare) ... Hepsi için geçerli. Zaten karenin hepsinin kenarları birbirine eşit olmalı kare olması için. İç açıları da eşit oluyor gene... (Ö5) (Kare) ... Tüm kareler aynı. (Ö6) (Kare) ... Özellikleri değişmez... (Ö4) (Eşkenar Dörtgen) ... Yine aynı. (Ö5) (Eşkenar Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... İkisi de 360° iç açıları toplamı, ikisinin de karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, ikisi de dört kenarlı ve köşeli... (Ö4) ... AB//CD ve AC//BD, komşu açıları toplamı 180. (Ö5) ... Kenar sayısı ve köşe sayısı aynı... (Ö6)	Aynı ilişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Eşkenar dörtgenin açıları değişse bile gene özellikleri değişmez, yani kenar uzunlukları aynı kalır, iç açılan toplamı 360 olur, karşılıklı kenarları birbirine paralel olur. (Ö4) ... Her türlü paralel kenarları oluyor, iç açıları da eşit olur. (Ö5)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
... Eşkenar dörtgendeki özellikleri karede bulabiliriz. (Ö4)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Eşkenar dörtgende her bir açı 90° değildir, karede her bir açı 90°. (Ö4) ... Karenin her bir iç açısının bir tanesi 90° oluyor, eşkenar dörtgende sadece karşılıklı açılan birbirine eşit. (Ö5) ... Açıları eşit değil. (Ö6)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... Kare bir eşkenar dörtgen. (Ö4)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... İç açıları 90° olursa kare olur. (Ö4) ... Bütün iç açıları eşit olursa. (Ö5)	Genel Prensip		
... Kare eşkenar dörtgen gibi, iç açıları toplamı 360° olan bir çokgendir. (Ö4)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 23. 7. Sınıf Öğrencilerinin Dikdörtgen-Paralelkenar Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Dikdörtgen – Paralelkenar)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... İç açılan toplamı 360, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel. (Ö4) (Dikdörtgen) ... Uzun ve kısa kenarları yani eşit değil, 4 kenarı var, GH/EF ve GE/HF, 4 köşesi var. (Ö5) (Dikdörtgen) ... Üst kenarları daha uzun, alt kenarları biraz daha kısa, açılan 4 tane, GE kenarlarıyla HF kenarları eşit, GH ile EF kenarları eşit. (Ö6) (Dikdörtgen) ... Bu da bir dörtgen. Paralel dörtgen. Karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açılan toplamı 360, çapraz karşılıklı açıları birbirine eşit... (Ö4) (Paralelkenar) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, iç açılan eşit değil, komşular 180 oluyor, kenar uzunlukları eşit değil, GL ile LJ eşit, GI ile LJ eşit ... (Ö5) (Paralelkenar) ... KL ile LJ paralel... (Ö6) (Paralelkenar)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Yine aynı oluyor. Gene karşılıklı kenarları paralel eşit, iç açılan hep 360 oluyor, yani özellikleri değişmiyor. (Ö4) (Dikdörtgen) ... Evet, çünkü zaten dikdörtgen olarak adlandırmamız için kısa ve uzun kenarlı olmalı. Hep aynı oluyor. (Ö5) (Dikdörtgen) ... Özellikleri aynı kalır. Şeklini değiştirsek de hep açılan toplamı 360 olur ya da karşılıklı kenarları birbirine eşit olur. (Ö4) (Paralelkenar) ... Tekrardan aynı oluyor. Hep aynı ki... (Ö5) (Paralelkenar) ... Geçerlidir. (Ö6) (Paralelkenar)	Nesneleri ilişkilendirme		
... İkisinde iç açılan toplamı 360°, ikisinde kenar uzunlukları karşılıklı kenarları birbirine eşit, ikisi de 4 kenarlı 4 köşeli... (Ö4) ... Komşu açılan toplamı 180, karşılıklı açılan eşit... (Ö5)	Aynı ilişkiyi Araştırma		
... Şekilleri değişse bile biz paralelkenarın açılan değişse bile karşılıklı kenarları birbirine eşit olur. İç açıları toplamı yine 360° olur. Karşılıklı kenarları birbirine paralel olur. (Ö4) ... Hepsini değiştirsek de açılan değiştirsek dikdörtgen tekrardan yani eşit olduğu sürece tekrar dikdörtgen olur, açılan eşit ama farklı olduğu sürece. Paralelkenarda da eşit olduğu sürece tekrardan paralelkenar olur ve kenarları farklı olduğu sürece bu ve ikisinin de komşu açılan, 4 kenar, 4 köşesi ve paralel kenarları olmalı... (Ö5)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Paralelkenardaki özellikler dikdörtgende de var. (Ö4)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Dikdörtgende tüm açılar 90°, paralelkenarda ise karşılıklı açılar birbirine eşit. (Ö4) ... Dikdörtgende tek bir iç açısı 90° olur, paralelkenarda sadece karşılıklı açılan eşit oluyor. (Ö5)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... İkisi de dörtgendir. Dikdörtgen bir paralelkenar.	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELERİ
... Açılann hepsini 90° yaparsak dikdörtgen oluşur. (Ö4)	Genel Prensiptir		
... Dikdörtgen paralelkenar gibi karşılıklı kenarları birbirine eşit olan bir dörtgendir. (Ö4)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
... Paralelkenardaki özellikleri karede de bulabiliriz. Kare bir paralelkenardır. (Ö4)	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 24. 7. Sınıf Öğrencilerinin Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Eşkenar Dörtgen – Paralelkenar)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... Karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı kenarları birbirine eşit, çapraz açıları da birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, tüm kenarları eşit. (Ö4) (Eşkenar Dörtgen) ... Komşu açılar 180°, 4 kenarı, 4 köşesi var, W ile U komşu açı V ile Z komşu açı. (Ö5) (Eşkenar Dörtgen) ... Baklava dilimi, açılan eşit değil, kenarları eşit... (Ö6) (Eşkenar Dörtgen) ... Bu da bir dörtgen. Paralel dörtgen. Karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, çapraz karşılıklı açıları birbirine eşit... (Ö4) (Paralelkenar) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, iç açıları eşit değil, komşular 180 oluyor, kenar uzunlukları eşit değil, GL ile LJ eşit, GI ile LJ eşit ... (Ö5) (Paralelkenar) ... KL ile LJ paralel... (Ö6) (Paralelkenar)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Özellikleri değişmez... (Ö4) (Eşkenar Dörtgen) ... Yine aynı. (Ö5) (Eşkenar Dörtgen) ... Özellikleri aynı kalır. Şeklini değiştirsek de hep açıları toplamı 360 olur ya da karşılıklı kenarları birbirine eşit olur. (Ö4) (Paralelkenar) ... Tekrardan aynı oluyor. Hep aynı ki... (Ö5) (Paralelkenar) ... Geçerlidir. (Ö6) (Paralelkenar)	Nesneleri ilişkilendirme		
... İkisinde karşılıklı kenarları birbirine eşit, ikisinde iç açıları toplamı 360°, ikisinde karşılıklı açıları birbirine eşit, ikisi de birer dörtgen. (Ö4) ... İkisinin de komşu açıları 180°'dir... (Ö5)	Aynı İlişkiyi Araştırma		
... Geçerlidir, iç açıları değiştirsek bile ya da kenar uzunluklarını hep aynı kalır... (Ö4)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Paralelkenardaki özellikleri eşkenar dörtgende var. (Ö4)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Farklılık var, paralelkenarda bütün kenar uzunlukları eşit değil, eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları eşit. (Ö4) ... Eşkenar dörtgende kenar uzunlukları eşit paralelkenarda değil, sadece karşılıklı kenarların uzunlukları eşit paralelkenarda. (Ö5)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... Eşkenar dörtgen bir paralelkenardır. (Ö4)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Paralelkenarın kenarlarını eşit yaparsak eşkenar dörtgen olur. (Ö5)	Genel Prensiptir		
... Eşkenar dörtgen paralelkenardaki gibi çapraz açıları birbirine eşit olan bir dörtgendir. (Ö4)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
... Paralelkenardaki özellikleri karede de bulabiliriz. Kare bir paralelkenardır. (Ö4)	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 25. 7. Sınıf Öğrencilerinin Paralelkenar-Yamuk Genellemesi Kod Tablosu

GENELLEME EYLEMLERİ

YANSIYA (REFLEKSİYON)
GENELLEMLERİ

KOD (Paralelkenar – Yamuk)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... Bu da bir dörtgen. Paralel dörtgen. Karşılıklı kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360, çapraz karşılıklı açıları birbirine eşit... (Ö4) (Paralelkenar) ... 4 kenarı, 4 köşesi var, iç açıları eşit değil, komşular 180 oluyor, kenar uzunlukları eşit değil, GL ile IJ eşit, GI ile LJ eşit ... (Ö5) (Paralelkenar) ... KL ile IJ paralel... (Ö6) (Paralelkenar) ... Şu ve şu birbirine paralel diğerleri değil, iç açıları toplamı 360, 4 kenarlı, 4 köşesi var ... (Ö4) (Yamuk) ... OP/MN, kenarları eşit değil, komşu açıları toplamı 180, açıları eşit değil... (Ö5) (Yamuk)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Özellikleri aynı kalır. Şeklini değiştirsek de hep açıları toplamı 360 olur ya da karşılıklı kenarları birbirine eşit olur. (Ö4) (Paralelkenar) ... Tekrardan aynı oluyor. Hep aynı ki... (Ö5) (Paralelkenar) ... Geçerlidir. (Ö6) (Paralelkenar) ... Evet, başka bir yamukta mesela karşılıklı kenar uzunlukları farklı olabilir, iç açıları farklı olabilir. Yamukta bir karşılıklı kenar paraleldir, iç açıları toplamı 360'tır, 4 köşelidir, 4 kenarlıdır... (Ö4) (Yamuk) ... Kenarları tekrardan eşit değil, yine iç açıları toplamı 360, aynı oluyor... (Ö5) (Yamuk)	Nesneleri ilişkilendirme		
... İkisinin de iç açıları toplamı 360, ikisi de 4 kenarlı ve 4 köşelidir. (Ö4) ... İkisinde komşu açıları var, paralel kenarları var, ikisinde iç açıları eşit değil... (Ö5)	Aynı ilişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Bir yamukun iç açılarını, kenarlarını değiştirsek bile gene iç açıları toplamı 360° olur, 4 kenarlı ve 4 köşesi olur. Paralelkenarda da aynı şekilde. (Ö4) ... Yamukta kenarları eşit olmadığı sürece ve komşu açılardan sadece iki tanesinin eşit olduğu sürece geçerli oluyor. (Ö5)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
... Yamuktaki tüm özellikler paralelkenarda da var. (Ö4)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Yamukun karşılıklı kenarları birbirine eşit değil, çapraz açıları birbirine eşit değil. Yamukta karşılıklı kenarları paralel değil bir tanesi paralel, paralelkenarda hepsi paralel. (Ö4) ... Paralelkenarda karşılıklı açıları eşit yamukta değil. Paralelkenarda iki tane paralel kenarları yani yamukta bir tane var. (Ö5)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... İkisi de dörtgenin özelliğini taşıyor. Yamuktaki özellikler paralelkenarda da var. (Ö4)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIYA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Yamukun karşılıklı açıları eşit olursa ve karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel olursa o zaman paralelkenar olur. (Ö4) ... Yamukta iki tane paralel kenarları olursa ve komşu açıların hepsinin toplamı 180 olursa, bir de karşılıklı açıları eşit olursa paralelkenar oluşur. (Ö5)	Genel Prensiptir		
... Paralelkenar yamuk gibi dört kenarlı bir çokgendir. (Ö4)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
... Yamuktaki tüm özellikler eşkenar dörtgende de var, eşkenar dörtgen bir yamuk. (Ö4) ... Yamuktaki özellikler dikdörtgende de var, dikdörtgen bir yamuktur. (Ö4) ... Yamuktaki tüm özellikler karede de vardır, kare bir yamuktur. (Ö4)	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 26. 7. Sınıf Öğrencilerinin Yamuk-Dörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Yamuk – Dörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA	
... Şu ve şu birbirine paralel diğerleri değil, iç açıları toplamı 360, 4 kenarlı, 4 köşesi var ... (Ö4) (Yamuk) ... OP/MN, kenarları eşit değil, komşu açılan toplamı 180, açılan eşit değil... (Ö5) (Yamuk) ... Karşılıklı kenarları paralel değil, iç açıları toplamı 360, 4 kenarlı... (Ö4) (Dörtgen) ... Komşu açılar eşit değil... (Ö5) (Dörtgen) ... 4 köşesi var, kenar uzunlukları eşit değil, açılan eşit değil... (Ö6) (Dörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ	
... Evet, başka bir yamukta mesela karşılıklı kenar uzunlukları farklı olabilir, iç açıları farklı olabilir. Yamukta bir karşılıklı kenar paraleldir, iç açılan toplamı 360°'dir, 4 köşelidir, 4 kenarlıdır... (Ö4) (Yamuk) ... Kenarları tekrardan eşit değil, yine iç açıları toplamı 360, aynı oluyor... (Ö5) (Yamuk) ... Farklı bir dörtgende kenar uzunlukları, açıları farklı olan bir dörtgende de iç açıları toplamı 360 ya da 4 kenar ya da 4 köşelidir. (Ö4) (Dörtgen) ... Evet, yine eşit kenarları yok... (Ö5) (Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme			
... Dörtgendeki gibi yamukta da iç açıları toplamı 360°'dir, ikisi de 4 kenarlı ve 4 köşelidir. (Ö4) ... İkisinde komşu açılan var, kenarları eşit değil ikisinde, iç açıları eşit değil... (Ö5)	Aynı ilişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA		
... Geçerlidir, bir dörtgenin açılarını ve kenar uzunluklarını değiştirsek bile iç açıları toplamı 360° olur, 4 kenar olur. (Ö4) ... Evet, dörtgende paralel kenarları olmadığı sürece ve kenarları eşit olmayacak şekilde, komşu açılan eşit olmayacak şekilde hep dörtgen oluşur. Yamukta iç açılan her türlü eşit olmaması lazım ve kenarları da eşit olmaması lazım. Paralelkenarında sadece bir tanesi paralel olmalı kenarlardan... (Ö5)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma			
... Dörtgendeki bütün özellikleri yamukta bulabiliriz. (Ö4)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME		
... Karşılıklı kenarları birbirine paralel değil dörtgende yamukta bir kenarı paralel. (Ö4) ... Dörtgende komşu açılar eşit değil, yamukta iki tanesi eşit. Yamukta paralelkenar var ama dörtgende yok. (Ö5)	Ayrıntıları Uzaklaştırma			
... Yamuk bir dörtgendir. (Ö4)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA		YANISMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Bir karşılıklı kenarı paralel olursa yamuk olur. (Ö4) ... Dörtgen eğer bir tane paralel kenarı olursa yamuk oluşur bir komşu açılar. (Ö5)	Genel Prensiptir			
... Yamuk dörtgen gibi 4 köşeli bir çokgendir. (Ö4)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA		
... Dörtgendeki bütün özellikler dikdörtgende var o zaman dikdörtgen dörtgendir. (Ö4) ... Dikdörtgendeki özellikler eşkenar dörtgende de var. Eşkenar dörtgen dörtgendir. (Ö4) ... Dörtgendeki bütün özellikler paralelkenarda da var. Paralelkenar dörtgen. (Ö4) ... Dörtgenin tüm özellikleri karede var. Kare bir dörtgen. (Ö4)	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ		

EK 27. 8. Sınıf Öğrencilerinin Kare-Dikdörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Kare-Dikdörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
Kenar uzunlukları eşit, iç açıları toplamı 360° , bir açısı 90° . Yine bir dış açısı 90° . Kenarları birbirine paralel. (Ö7) (Kare) İç açıları dik olduğu için. Karşılıklı kenarları eşit ve paralel... (Ö7) (Dikdörtgen) Kenar uzunlukları aynı, açıları aynı 90° . İç açıları toplamı 360° . Karşılıklı kenarları paralel. Köşegen çizdiğimiz zaman üçgen oluyor. Üçgenin alanı falan aynı eşit. Köşelerinde çizdiğimizde oluşan üçgenler eşit. (Ö8) (Kare) Karşılıklı kenarlarının kenar uzunlukları eşit. Karşılıklı kenarları yine paralel. Yine açıları 90° . İç açıları toplamı 360° . Köşegenlerin kesişim noktası dikdörtgenin içinde. (Ö8) ... 4 tane köşesi var, kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, iç açıları toplamı 360° , açıları 90° . (Ö9) (Kare) ... Daha çok böyle uzanmasına gidiyor, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, karşılıklı kenarları birbirine eşit, açıları eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, toplamı 360° . (Ö9) (Dikdörtgen)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Bu dikdörtgende yine karşılıklı kenarları eşit, iç açıları toplamı 360° , bir iç açısı 90° , karşılıklı kenarları birbirine paralel... (Ö7) (Dikdörtgen) ... Her karenin bir özelliği. Kare olması için zaten bu özellikleri taşıması gerekir. (Ö8) ... Yine bir dikdörtgen olması için bu özellikleri taşıması lazım. (Ö8) ... Yine kenarları birbirine eşit, yine paralel duruyor, 4 kenarı var, iç açıları toplamı da 360° . (Ö9) (Kare)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Karede bütün kenarları eşitken dikdörtgende sadece karşılıklı kenarları eşit. İç açıları toplamı ikisi de 360° . Bir iç açısı 90° . Karşılıklı kenarları birbirine paralel. (Ö7) ... Dikdörtgen karşılıklı kenar uzunlukları eşit birbirine paralel, karede de aynı şekilde. İç açıları toplamı 360° , iç açıları işte 90° karede de. Köşegen uzunlukları da birbirine eş. Köşegenlerin kesişim noktası dikdörtgenin de karede de aynı yani içinde. Komşu açıları eşit. (Ö8) ... Onunda dört kenarı vardır bununda dört kenarı vardır. Dikdörtgende de 90° 'dir karede de 90° 'dir. Birbirinin aynı özellikleri vardır. (Ö9)	Aynı ilişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Bunda da yine bir iç açısı 90° . Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel. İç açıları toplamı 360° . (Ö7) ... Karenin büyüklüğü, dikdörtgenin genişliği ya da yüksekliğini değiştiririz ama yine özellikler sabit kalır. (Ö8) ... Ortaklarının nedeni zaten yine değiştirdiğimizde yine açıları 90° toplamı 360° . Küçültsek de büyütsek de hep aynı kalıyor. (Ö9)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
... Dikdörtgenin bütün özellikleri karede var ama karenin bütün özellikleri dikdörtgende yok. (Ö7)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Karenin bütün kenarları birbirine eşitken kenar uzunlukları eşitken, dikdörtgenin sadece karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit. (Ö7) ... Karenin tüm kenar uzunlukları eşit ama dikdörtgenin değil. (Ö8) ... Görünüşleri, mesela biri aynı kare ve küt gibi böyle birisi uzanmasına yanlamasına gidiyorlar. (Ö9)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... Var. Zaten kare özel bir dikdörtgen. (Ö7) ... Çoğu özellik bakımından eşit zaten. İç açıları bile orantılı. (Ö8) ... Birbirine hep aynılar sadece görünüşleri farklı, açıları, kenarları birbirine benzer. (Ö9)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Dikdörtgenin kenarlarını birbirine eşit olacak şekilde değiştirirsek kare oluşturabiliriz. (Ö7) ... Komşu kenarları eşit olursa eğer yani mesela AB ile AC eşit olursa kenarları buna bağlı olarak CD'ninde değişmesi lazım O zaman kare olabilir. (Ö8) ... Boyu kısaltırsa. (Ö9)	Genel Prensip		
... Bütün kenarları birbirine eşit, iç açıları toplamı 360° olan karşılıklı kenarları birbirine paralel olan bir geometrik şekil. (Ö7) ... Kare dikdörtgenin kenar uzunluklarının eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir. (Ö7)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 28. 8. Sınıf Öğrencilerinin Kare-Eşkenar Dörtgen Genelleme Kod Tablosu

KOD (Kare-Eşkenar Dörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
...Kenar uzunlukları eşit, iç açılar toplamı 360°, bir açısı 90°. Yine bir dış açı 90°. Kenarları birbirine paralel. (Ö7) (Kare) ...Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, iç açılar toplamı 360°. Komşu açılar toplamı 180°. (Ö7) (Eşkenar Dörtgen) ... Karşılıklı kenarları paralel. Köşegen çizdiğimiz zaman üçgen oluyor. Üçgenin alanı falan aynı eşit. Köşelerinde çizdiğimizde oluşan üçgenler eşit. (Ö8) (Kare) ... Tüm kenarları eş, birbirine eş, karşılıklı kenarları yine paralel, komşu açılar toplamı 180°, iç açılar toplamı 360°. Tüm açılardan diğer tanesi aynı. (Ö8) (Eşkenar dörtgen) ...4 tane kögesi var, kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, iç açılar toplamı 360°, açılar 90°. (Ö9) (Kare) ... 4 kenarı var, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, zıt olanlar birbirine eşit açılar, çapraz, iç açılar toplamı 360°, kenar uzunlukları birbirine eşit, açılar farklı. (Ö9) (eşkenar dörtgen)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
Yaptığım eşkenar dörtgende de sağlıyor. Kenar uzunlukları birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°, karşılıklı açılar aynı, paralellikler aynı. (Ö7) (eşkenar dörtgen) ... Her karenin bir özelliği. Kare olması için zaten bu özellikleri taşıması gerekir. (Ö8) ... Eşkenar dörtgen olması için taşıması gereken özellikler. Yani büyüklüğü özelliklerini eklemiyor. (Ö8) ... Yine kenarları birbirine eşit, yine paralel duruyor, 4 kenarı var, iç açılar toplamı da 360°. (Ö9) (Kare) ... Şekil değiştirsek bile özellikleri aynı. (Ö9) (Eşkenar Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları eşit karede de, eşkenar dörtgende de karşılıklı açılar birbirine eşit karede de, komşu açılar toplamı da eşit eşkenar dörtgende de karede de, karşılıklı kenarlar birbirine paralel. (Ö7) ... Karenin kenarları eşit eşkenar dörtgeninde eşit kenarları, eşkenar dörtgenin iç açılar toplamı 360° karenin de 360°, Köşegenlerin kesişim noktası içeride, karşılıklı kenarları paralel. (Ö8) ... İkisinde kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, iç açılar eşit, iç açılar toplamı 360°. (Ö9)	Aynı ilişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Yine karşılıklı kenarları birbirine paralel karşılıklı açılar aynı, komşu açılar toplamı 180° ve bütün kenar uzunlukları birbirine eşit. (Ö7) ... Sadece sayıları değiştiriyoruz. ... Onun için sadece büyüklüğünü değiştiriyoruz ve sadece sayılar değiştiriyor yine aynı. (Ö8) ... Kenarları küçültsek de büyültsek de hep aynı kalıyor. (Ö9)	Aynı Çözüm veya Sonuç Araştırma		
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELERİ
... Karede bütün iç açılar aynı iken eşkenar dörtgende sadece karşılıklı açılar birbirine eşit. (Ö7) ... Köşegen uzunlukları farklı. (Ö8) ... Karede açılar 90°. (Ö9)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... Kare eşkenar dörtgenin iç açılarını değiştirilmiş şekilde biraz daha özelleştirilmiş hali. Kare eşkenar dörtgenin aynısı. (Ö7) ... Birbirine benzer bir ilişki özellikleriyle. (Ö9)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	
... Hepsinin aynı olması gerekiyor. Eşkenar dörtgenin kare olabilmesi için iç açılarının değiştirilmesi gerekiyor. (Ö7) ... Bir kere iç açılarının hepsi aynı olması lazım. (Ö8) ... Açılarını değiştirerek. (Ö9)	Genel Prensiptir		
... Kare bir eşkenar dörtgenin iç açılarının eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir. (Ö7)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELERİ
	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 29. 8. Sınıf Öğrencilerinin Dikdörtgen-Paralelkenar Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Dikdörtgen-Paralelkenar)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... İç açılan dik olduğu için. Karşılıklı kenarları eşit ve paralel... (Ö7) (Dikdörtgen) ... Karşılıklı kenar uzunlukları eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°, karşılıklı kenarlar birbirine paralel (Ö7) (Paralelkenar) ... Karşılıklı kenarlarının kenar uzunlukları eşit. Karşılıklı kenarları yine paralel. Yine açılar 90°. İç açılar toplamı 360°. Köşegenlerin kesişim noktası dikdörtgenin içinde. (Ö8) (Dikdörtgen) ... Yine karşı kenarları birbirine eş, karşılıklı açılan da eş, komşu açılar toplamı 180°, iç açılar toplamı 360°. (Ö8) (Paralelkenar) ... Daha çok böyle uzunlamasına gidiyor, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, karşılıklı kenarları birbirine eşit, açılan eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, toplamı 360°. (Ö9) (Dikdörtgen) ... 4 kenar var, karşılıklı kenarları birbirine paralel, daha çok eğik duruyor, karşılıklı açılar birbirine eşit, iç açılar toplamı 360°. (Ö9) (Paralelkenar)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Bu dikdörtgende yine karşılıklı kenarları eşit, iç açılar toplamı 360, bir iç açı 90, karşılıklı kenarları birbirine paralel... (Ö7) (Dikdörtgen) ... Bu paralelkenarda da karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı yine 180, karşılıklı kenarlar birbirine paralel. (Ö7) (Paralelkenar) ... Yine bir dikdörtgen olması için bu özellikleri taşıması lazım. (Ö8) (Dikdörtgen) ... Sadece büyüklüğünü değiştiriyorsunuz. Sadece duruşu değişmiş oluyor. Hiç değişmiyor. Hani kenarları büyütüyorsunuz. Kenarları ne kadar büyük olursa olsun eşit oluyor bu. (Ö8) (Paralelkenar) ... Değiştirsek de bence her şey aynı kalıyor. (Ö9) (Paralelkenar)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı açılar birbirine paralel, komşu açı toplamı 180°, bütün iç açılarının toplamı 360°. (Ö7) ... Karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı kenarlarının uzunlukları ile eşit, komşu açılar 180° toplamı, iç açılar toplamı 360°. (Ö8) ... Benzer özellikleri var. 4 kenarın olması, açılarının toplamının 360° olması, karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olması. (Ö9)	Aynı ilişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Kenarları kısalttığım zaman bu da bir paralelkenar. Yine karşılıklı kenarları birbirine eşit yani uzunlukları birbirine eşit paraleller, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°, iç açılar toplamı 360°. (Ö7) ... Dikdörtgenin özellikleri her dikdörtgen için geçerli, zaten paralelkenarın özellikleri de aynı şekil. Onun için ortak. Yani sadece biz yine sayılarını kenar uzunluklarının değiştiririz. Karşılıklı kenar uzunlukları aynı o yüzden geçerlidir. (Ö8) ... Kenarlarını uzatsak da kısaltsak da aynı kalıyor. (Ö9)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
... Paralelkenarda saydığım özellikleri dikdörtgende de sayabiliyorum. (Ö7) ... Paralelkenardaki özellikleri dikdörtgende sayabilirken dikdörtgende bütün özellikleri paralelkenarda saymıyorum. (Ö7)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Dikdörtgende bir iç açının 90° olmak zorundayken paralelkenarda değiştirebiliriz. (Ö7) ... Dikdörtgenin yine köşegen uzunlukları eşit paralelkenarın farklı. Dikdörtgenin iç açılarını eşit paralelkenarın farklı, sadece karşılıklı açılarını eşit. (Ö8) ... Dikdörtgeni açılan 90° paralelkenarda değil. (Ö9)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Dikdörtgen paralelkenarın daha özelleştirilmiş yani daha özel hali. Dikdörtgen bir paralelkenar. (Ö7) ... Benzer özellikler eşit. (Ö9)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	
... Paralelkenar dikdörtgenin iç açılarının değiştirilmiş hali. (Ö7) ... İç açılan değişirse, yani dik açı yapacak şekilde aynı yapmaya çalışıyorum. (Ö7) ... Paralelkenarın iç açılarının eşit olması lazım ve 90° olması lazım. (Ö8) ... Açılarını kısaltırsak. (Ö9)	Genel Prensiptir		
Bir dikdörtgen paralelkenarın iç açılarının 90°'ye eşitlenmiş yani eşit olacak şekilde değiştirilmiş halidir. (Ö7)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
... Kare ve dikdörtgen arasında bir bağlantı var ve dikdörtgen paralelkenar arasında bir bağlantı var. O yüzden paralelkenar ile kare arasında bağlantı vardır. (Ö7)	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 30. 8. Sınıf Öğrencilerinin Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
... Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, iç açıları toplamı 360. Komşu açılar toplamı 180. (Ö7) (Eşkenar Dörtgen) ... Karşılıklı kenar uzunlukları eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180, karşılıklı kenarlar birbirine paralel (Ö7) (Paralelkenar) ... Tüm kenarları eş, birbirine eş, karşılıklı kenarları yine paralel, komşu açılar toplamı 180, iç açıları toplamı 360°. Tüm açılardan ikisi tane aynı. (Ö8) (Eşkenar dörtgen) ... Yine karşı kenarları birbirine eş, karşılıklı açılar da eş, komşu açılar toplamı 180°, iç açıları toplamı 360°. (Ö8) (Paralelkenar) ... 4 kenarı var, karşılıklı kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel, zıt olanlar birbirine eşit açılar, çapraz, iç açıları toplamı 360°, kenar uzunlukları birbirine eşit, açılar farklı. (Ö9) (Eşkenar dörtgen) ... 4 kenarı var, karşılıklı kenarları birbirine paralel, daha çok eğik duruyor, karşılıklı açılar birbirine eşit, iç açıları toplamı 360°. (Ö9) (Paralelkenar)	Durumları ilişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Yapılan eşkenar dörtgende de sağlıyor. Kenar uzunlukları birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180, karşılıklı açılar aynı, paralellikler aynı. (Ö7) (eşkenar dörtgen) ... Bu paralelkenarda da karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı yine 180, karşılıklı kenarlar birbirine paralel. (Ö7) (Paralelkenar) ... Eşkenar dörtgen olması için taşıması gereken özellikler. Yani büyüklüğü özelliklerini eklemiyor. (Ö8) (Eşkenar dörtgen) ... Sadece büyüklüğünü değiştiriyoruz. Sadece duruşu değişmiş oluyor. Hiç değişmiyor. Hani kenarları büyütüyoruz. Kenarları ne kadar büyük olursa olsun eşit oluyor bu. (Ö8) (Paralelkenar) ... Şekil değiştirsek bile özellikleri aynı. (Ö9) (Eşkenar Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılarının dereceleri birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°, iç açıları toplamı 360°, karşılıklı kenarları birbirine paralel. (Ö7) ... Karşılıklı açılar birbirine eş, iç açıları toplamı 360°, komşu açılar toplamı 180°. (Ö8) ... İkisinde de toplam açıları 360°, karşılıklı kenarları eşit, kenarları birbirine paralel, çapraz açılar da birbirine eşit. (Ö9)	Aynı ilişkiyi Araştırma		
... Bu farklı bir paralelkenar yine karşılıklı kenar uzunluğu birbirine eşit, açılar derecede birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180°, karşılıklı kenarları birbirine paralel. (Ö7) ... Sadece kenar uzunluğu değişir. Diğer türlü özellikler kalmak zorunda. Zaten paralelkenar ya da eş dörtgen olması için o yüzden eşittir. Yani aynıdır. (Ö8) ... Aynı küçültsek de büyültsek de özellikleri aynı kalıyor. (Ö9)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Paralelkenardaki özelliklerin hepsini eşkenar dörtgende sayabilirken, eşkenar dörtgende bütün özellikleri paralelkenarda sayamıyoruz. (Ö7)	Uygulanabilirlik Alanını Geniştirme	GENİŞLETME	
... Eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları birbirine eşitken paralelkenarda sadece karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit. (Ö7) ... Eşkenar dörtgen için kenarları eşit, paralelkenarın karşılıklı kenarları eşit. (Ö8) ... İkisinde de aynı özellikler var, hiçbir yerinde farklı özellik yok. (Ö9)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
... Eşkenar dörtgen önce paralelkenarın özelleştirilmiş hali. Eşkenar dörtgen bir paralelkenar. (Ö7)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMLERİ
... Kenar uzunlukları birbirine eşitlenirse eşkenar dörtgen oluşur. (Ö7) ... Paralelkenarın eğer tüm kenar uzunlukları eşit olursa diğer özellikleri sabit kalabilir o zaman eşkenar dörtgen oluşur. (Ö8)	Genel Prensip		
... Paralelkenarın kenar uzunluklarının eşitlenecek şekilde değiştirilmiş haline eşkenar dörtgen denir. (Ö7)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
... Karede paralelkenarın özel yani ekstra özel hali. Kare bir paralelkenar. (Ö7)	Özel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 31. 8. Sınıf Öğrencilerinin Paralelkenar-Yamuk Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Paralelkenar-Yamuk)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
Karşılıklı kenar uzunlukları eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı 180, karşılıklı kenarlar birbirine paralel (Ö7) (Paralelkenar) Kenar uzunlukları eşit değil, iç açılar da eşit değil. OP ve MN kenarları paralelkenar, OM ve PN kenarları paralel değil. Komşu açılar toplamı 180. Paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180. (Ö7)(Yamuk) ... Yine karşı kenarları birbirine eş, karşılıklı açılar da eş, komşu açılar toplamı 180°, iç açılar toplamı 360°. (Ö8) (Paralelkenar) ... Tüm kenarları birbirinden farklı, açılar da farklı, karşılıklı açılar toplamı farklı, iç açılar toplamı 360, karşılıklı kenarlardan bir tanesi paralel. (Ö8) (Yamuk) ... 4 kenar var, karşılıklı kenarları birbirine paralel, daha çok eğik duruyor, karşılıklı açılar birbirine eşit, iç açılar toplamı 360°. (Ö9) (Paralelkenar) ... Karşılıklı kenarların bir paralel biri paralel değil, eşit değil kenarları, iç açılar eşit değil, iç açılar toplamı 360°, birinin kenar uzun birinin kenar kısa. (Ö9) (Yamuk)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Bu paralelkenarda da karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, komşu açılar toplamı yine 180, karşılıklı kenarlar birbirine paralel. (Ö7) (Paralelkenar) ... Bu yamukta yine paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180... (Ö7) (Yamuk) ... Sadece büyüklüğünü değiştiriyoruz. Sadece duruşu değişmiş oluyor. Hiç değişmiyor. Hani kenarları büyütüyoruz. Kenarları ne kadar büyük olursa olsun eşit oluyor bu. (Ö8) (Paralelkenar) ... Yine sadece sayılar değişiyor, özellikleri aynı. Sadece büyüklüğünü işte açılarını değiştirmiş oluyoruz. (Ö8) (Yamuk) ... Şekil değiştirsek bile özellikleri aynı. (Ö9) (Eşkenar Dörtgen) ... Yine 4 kenarlı ve biri paralel biri paralel değil, açılar toplamı 360°. (Ö9) (Yamuk)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Karşılıklı bir çift yamukta birbirine paralel, paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180°, iç açılar toplamı 360°... (Ö7) ... İç açılar toplamı 360°'dir. Komşu açılar 180°. (Ö8) ... Açılar toplamını 360° olması ve 4 kenarının olması. (Ö9)	Aynı İlişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Mesela burada farklı bir yamuk var. Yine karşılıklı bir çiftte olsa kenarları birbirine paralel, paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180°... (Ö7) ... Yamuğun sadece görüntüsü değişir. Büyüklüğü ya da küçüklüğü değişir. Paralelkenarında aynı şekilde ama özellikleri sabit kalır. (Ö8) ... Değiştirsek bile yine açılarının toplamı 360°, yine 4 kenarı olacak. (Ö9)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Paralelkenarda karşılıklı bütün kenarları birbirine paralelkenar yamukta sadece bir çift kenar birbirine paralel, paralelkenarda bütün komşu açılar toplamı 180° iken yamukta sadece paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180°. (Ö7) ... Yamuğun hiçbir kenarı kenar uzunluğu eş değil, paralelkenarın kenar uzunlukları eş. (Ö8) ... Paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine eşittir ama yamukta değildir. Paralelkenarda bütün açılar eşittir ama yamukta değildir. (Ö9)	Ayrıntıların Uzaklaştırma		
... Paralelkenar yamunun yine birbirine benzer şeyler oldu ama daha özel hali. Paralelkenar bir yamuktur. (Ö7)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANSIMA (REFLEKSİYON) GENELLEMELEİ
... Açılarını karşısındaki açı yine eşit olacak şekilde ve kenarlarını karşısındaki kenar uzunluğu ile eşit olacak şekilde değiştirirsek paralelkenar elde ederiz. (Ö7) ... Yamuğun karşılıklı kenarları birbirine eş ve paralel olursa paralelkenar olur. (Ö8)	Genel Prensi		
... Paralelkenar yamunun bir yamunun karşılıklı açılar eşit olacak ve karşılıklı kenarları eşit olacak şekilde özelleştirilmiş halidir. (Ö7)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
Yamukta kenar uzunluklarını, iç açılarını değiştirerek kare elde edebilirsiniz. Yani iç açılarını, bir iç açısını 90°, kenar uzunluklarını eşit olacak şekilde. Kare bir yamuk. (Ö7) Yamunun iç açılarını 90° olacak şekilde ve karşılıklı kenarları birbirine eşit olacak şekilde değiştirdiğimiz zaman dikdörtgen elde ederiz. Dikdörtgende bir yamuk. (Ö7) ... Yine tüm kenarları eşit olacak şekilde ama bu sefer sadece karşılıklı açılar eşit olsaydı yamunun şeklinin kenarlarını ve açılarını değiştirirsek bir eşkenar dörtgen elde ederiz. Eşkenar dörtgen yamuk. (Ö7)	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 32. 8. Sınıf Öğrencilerinin Yamuk-Dörtgen Genellemesi Kod Tablosu

KOD (Yamuk-Dörtgen)	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
...Kenar uzunlukları eşit değil, iç açıları da eşit değil. OP ve MN kenarları paralelken, OM ve PN kenarları paralel değil. Komşu açılar toplamı 180. Paralel kenarlar arasındaki komşu açılar toplamı 180. (Ö7)(Yamuk) ...Düzgün olmayan bir dörtgen. (Ö7) Karşılıklı kenarları birbirine paralel değil. Hiçbir açısı eşit değil. ... Yine hiçbir kenar eşit değil yani kenar uzunlukları eşit değil. 4 kenarı, 4 açısı 4 köşesi (Ö7) ... Tüm kenarları birbirinden farklı, açıları da farklı, karşılıklı açılar toplamı farklı, iç açıları toplamı 360, karşılıklı kenarlardan bir tanesi paralel. (Ö8) (Yamuk) ... Hiçbir kenar paralel değil, 4 kenar var, açıları farklı, iç açıları toplamı 360, açılardan mutlaka ikisi dar ikisi de geniş oluyor. Dört açıda aynı anda geniş olamıyor. (Ö8) (dörtgen) ... Karşılıklı kenarların bir paralel biri paralel değil, eşit değil kenarları, iç açıları eşit değil, iç açıları toplamı 360°, birinin kenar uzun birinin kenar kısa. (Ö9) (Yamuk) ... Hiçbiri birbirine paralel değil, kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iç açıların toplamı 360°. (Ö9) (Dörtgen)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME EYLEMLERİ
... Mesela bu dörtgende yine bu kenar uzunlukları eşit değil, iç açıları eşit değil, kenarları birbirine paralel değildir... (Ö7) ... Yine sadece sayılar değişiyor, özellikleri aynı. Sadece büyüklüğünü işte açılarını değiştirmiş oluyoruz. (Ö8) (Yamuk) ... Yine aynı zamanda sadece açıları değişiyor. Kenar uzunlukları değişiyor özellikler yine sabit. (Ö8) (Dörtgen) ... Yine 4 kenarlı ve biri paralel biri paralel değil, açılar toplamı 360°. (Ö9) (Yamuk) ... Küçültsek de büyültsek de özellikler birbirine eşit. (Ö9) (Dörtgen)	Nesneleri ilişkilendirme		
... Evet ikisinde dörtgen olması. Yamuk da bir dörtgen. İkisinde dört kenar, dört köşe ve dört açısı var. (Ö7) ... Yamuğun hiçbir kenarı eş değil, yani uzunluk olarak dörtgeninde aynı. Açılar da aynı şekil. (Ö8) ... Kenar uzunlukları eşit değil ikisinde de, ikisinde de açıları eşit değil. (Ö9)	Aynı İlişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
... Bu da bir yine dörtgen dört açısı, dört kenar ve dört köşesi var. Yani yamukta da aynı özellikler var bence. (Ö7) ... Yamuğun ve dörtgenin sadece büyüklüğü ya da görünüşünü değiştiririz. Özellik her bakımdan sabit kalır, sabit kalmak zorunda zaten. (Ö8) ... Görüntüsünü, uzunluklarını değiştirsek bile aynı kalıyor bence. (Ö9)	Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma		
	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
... Bir çift kenarda olsa bir paralellik var ama bu dörtgende mesela hiç yok. Orada paralel kenarlar arasında kalan 180° iken burada hiçbir komşu açının toplamı 180° etmiyor. (Ö7) ... Yamuğun karşılıklı kenarlarından teki paraleldir. Dörtgenin hiçbir kenar paralel değildir. (Ö8) ... Yamukta karşılıklı kenarlardan biri paralel biri paralel değil. Dörtgende hepsi birbirine paralel değil. (Ö9)	Ayrıntıların Uzaklaştırma		
... Yamuk bir dörtgen. Daha özelleştirilmiş hali. (Ö7) ... Yan benzer ilişki. (Ö9)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VE AÇIKLAMA	YANINDA (REFLEKSİYON) GENELLEMELEİ
Karşılıklı bir çift kenarı paralel olacak şekilde yerleştirilirse yamuk oluşur. (Ö7) ... Dörtgenin eğer karşılıklı kenarlarından teki paralel olursa herhangi bir tanesi o zaman yamuk oluşur. (Ö8) ... Kenarların paralellığı biri paralel olacak. (Ö9)	Genel Prensiptir		
Dörtgenin karşılıklı bir çift kenarının paralel olacak şekilde yerleştirilmesiyle yamuk oluşur. (Ö7)	Nesneler Sınıfı	TANIMLAMA	
... İkisinde 4 kenar, 4 köşesi ve 4 açısı var. Yine dörtgendeki bazı özellikleri değiştirerek kare elde edebiliriz. İç açıların hepsini ve kenar uzunluklarının hepsini aynı şekilde olacak şekilde değiştirerek ve kenarlarını paralel olmasını sağlayarak. Kare bir dörtgen. (Ö7) ... Kareden farklı olarak sadece karşılıklı kenarların eşit olması yeterlidir. Yine iç açıları bir iç açısı 90°, karşılıklı kenarları birbirine paralel olması. ... Dikdörtgen bir dörtgen. (Ö7) ... Dörtgende 4 kenar, 4 köşe ve 4 açısı var, eşkenar dörtgende de bunlar var. Dörtgenin kenarları eşit olacak ama sadece karşılıklı açıları eşit olacak şekilde.	Önsel Fikir ve Strateji	ETKİ	

EK 33. Veli Onay Formu

Sayın Veli;

Çocuğumuzun katılacağı bu çalışma, "Ortaokul Öğrencilerinin Bilgisayar Destekli Öğretim Ortamında Dörtgenleri Genelleme Süreçleri" adıyla, 06/09/2021 – 31/12/2021 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: ortaokul öğrencilerinin (6., 7. ve 8. sınıflar) bilgisayar destekli öğretim ortamında dörtgenleri genelleme süreçlerinin incelenmesidir.

Araştırma Uygulaması: Anket / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğumuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğumuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğumuzun katılımı tamamen sizin isteğinize bağlıdır, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğumuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğumuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğumuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı :

İletişim bilgileri :

Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi

*.....'ın yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*)*

---/---/---

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK 34. Etik Kurul Kararı



**ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURUL KARARLARI**

KARAR TARİHİ	TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI
23.09.2020	8	2020/541

KARAR NO: 2020/541
Üniversitemiz Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yüksek Lisans öğrencisi Havvanur KESKİN' in Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ danışmalığında "Ortaokul Öğrencilerinin Bilgisayar Destekli Öğretim Ortamında Dörtgenleri Genelleme Süreçleri" isimli Yüksek Lisans Tezine ilişkin Mülakat, Gözlem, Bilgisayar Ortamında Test Uygulamak, Video/ Filim Kaydı Ve Ses Kaydı çalışmalarını içeren 27408 sayılı dilekçesi okunarak görüşüldü.

Üniversitemiz Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yüksek Lisans öğrencisi Havvanur KESKİN' in Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ danışmalığında "Ortaokul Öğrencilerinin Bilgisayar Destekli Öğretim Ortamında Dörtgenleri Genelleme Süreçleri" isimli Yüksek Lisans Tezine ilişkin Mülakat, Gözlem, Bilgisayar Ortamında Test Uygulamak, Video/ Filim Kaydı Ve Ses Kaydı çalışmalarının kabulüne oy birliği ile karar verildi.

EK 35. MEB Uygulama İzni



T.C.
BARTIN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-64441482-605.01-32140592
Konu : Araştırma İzni (Havvanur KESKİN)

16.09.2021

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi : a) Bakanlığımızın (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 1563890 sayılı yazısı ekindeki 2020/2 No'lu Genelge.
b) Müdürlük Makamının 29.04.2020 tarihli ve E.6638422 sayılı Araştırma Değerlendirme Komisyonu Kurulması Oluru.
c) Samsun On Dokuz Mayıs Üniversitesi'nin bila tarihli ve Müdürlüğümüz kayıtlarına 09.09.2021 tarihli ve E.29801982 sayılı ile giren yazısı.

İlgi (c) yazıda; Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Havvanur KESKİN, Dr. Öğr. Üyesi Rezan YILMAZ danışmanlığında yürüttüğü **"Ortaokul öğrencilerinin bilgisayar destekli öğretim ortamında dörtgenleri genelleme süreçleri"** başlıklı tez çalışmasına veri toplamak amacıyla Müdürlüğümüze bağlı resmi ortaokullarda mülakat, gözlem, bilgisayar ortamında test uygulama, video/film ve ses kaydı içerikli araştırmayı uygulayabilmesi için gerekli izinlerin verilmesi istenmekte olup başvuru evrakları ilgi (a) Genelge doğrultusunda Ar-Ge Birimi Araştırma ve Değerlendirme Komisyonu tarafından değerlendirilmiş ve uygun bulunmuştur.

Yukarıda açıklanan araştırma uygulamaya ilişkin, onaylı bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ve uygulama sırasında da mühürlü ve imzalı örnekten çoğaltılan veri toplama araçlarının eğitim öğretimi ve kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında örgün eğitimin tam olarak başlamasıyla birlikte denetimi il/ilçe Millî Eğitim Müdürlüklerinde ve okul/kurum idaresinde olmak üzere İl Millî Eğitim Müdürlüğümüze bağlı tüm resmi ortaokullarda uygulanmasında sakınca olmadığı Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

İsa KIRAL
İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı

Ek:
Araştırma Değerlendirme Komisyonu
Değerlendirme Onayı ve Ekleri (46 Sayfa)

OEUR
Oğuzhan ACAR
İl Millî Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır. [Belge Doğrulama Adresi: https://www.bartın.gov.tr/meb-ibve](https://www.bartın.gov.tr/meb-ibve)
Adres: Bartın İl Millî Eğitim Müdürlüğü, Gölbaşıağı Mah. Çarşıbaşı Cad. No: 6/1 Merkez/BARTIN
Belge Kimi: Eimc:5A0161 (Dahil:219)
Telefon No: 03728122768-93 E-posta: Menevş
E-posta: atgenc@44ncl.gov.tr E-posta: Menevş
Fax Adresi: meclis@44ncl.gov.tr E-posta: Menevş
Bu belge güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır. <https://www.samsun.gov.tr> adresinden 45dc-756b-36cb-b348-05f1 kodu ile doğrulanabilir.



ÖZ GEÇMİŞ

Havvanur EKİNCİ, Giresun İMKB Anadolu Öğretmen Lisesi’ni bitirdikten sonra Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden 10.06.2019 tarihinde mezun oldu. 2019 yılında OMÜ LEE Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programına girdi. Mezuniyetinden bu yana İlköğretim Matematik Öğretmeni olarak görev yapan Havvanur EKİNCİ, orta derecede İngilizce bilmektedir.

İletişim Bilgileri

ORCID ID : 0000-0003-1635-1115

Yayınlar:

1. Keskin, H., & Yılmaz, R. (2021). 8th Grade Students’ Generalization Process of Quadrilaterals in Dynamic Mathematics Software Based Learning Environment. *5th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education (Turkbilmat)*. October 28-30, Alanya/Antalya, Turkey.
2. Keskin Ekinci, H., & Yılmaz, R. (2023). Generalization Processes of 7th Grade Students in a Dynamic Mathematics Software-Supported Environment. *4th International Acharaka Congress on Humanities and Social Sciences*. July 15-18, İzmir, Turkey.