



**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN  
DÖRTGENLERE İLİŞKİN GEOMETRİK  
MUHAKEMELERİNİN GELİŞİMİ**

**Doktora Tezi**

**Ayhan KIZILTOPRAK**

**Eskişehir 2020**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLERE İLİŞKİN GEOMETRİK  
MUHAKEMELERİNİN GELİŞİMİ**

**Ayhan KIZILTOPRAK**

**DOKTORA TEZİ**

**Matematik Eğitimi Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE**

**Eskişehir**

**Anadolu Üniversitesi**

**Eğitim Bilimleri Enstitüsü**

**Temmuz 2020**

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI



## ÖZET

### ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLERE İLİŞKİN GEOMETRİK MUHAKEMELERİNİN GELİŞİMİ

Ayhan KIZILTOPRAK

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Temmuz 2020

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın amacı, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlere (yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare) ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimini incelemektir. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiş ve bu bağlamda öğretim deneyi kullanılmıştır. Araştırmanın uygulaması, 2017-2018 öğretim yılında Eskişehir il merkezinde sosyo-ekonomik durumu orta-düşük düzeydeki bölgede yer alan bir devlet ortaokulundaki 26 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu öğrenciler arasından seçilen dokuz öğrenci araştırmanın odak katılımcılarını oluşturmaktadır. Araştırma sürecinde ön klinik ve son klinik görüşmelerle birlikte 25 ders saati süren sekiz öğretim bölümü tasarlanmıştır. Öğretim bölümlerinin ilk haftasında tanım yapma ve tanım yapmanın özelliklerine ağırlık verilmiştir. Daha sonraki haftalarda öğrencilerin tanım özelliklerini fark etmesi ile birlikte dörtgen çeşitlerini sınıflandırabildikleri görülmüştür. Öğretim sürecinin son bölümünde uygulanan bilardo oyunu etkinlikleri ile öğrencilerin hem bilişsel süreçlerinin hem de kavrama türlerinin açıkça ortaya çıkarılabildiğini göstermiştir. Araştırma sonunda öğrencilerin Duval'ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin kavramalarının söylemsel kavrama türüne yaklaştığı görülmüştür. Bununla birlikte dörtgen öğretiminde Duval'ın ortaya koymuş olduğu kavrama türlerine uygun etkinliklerin sınıf içi uygulamalarındaki etkilerinin son klinik görüşmelere anlamlı derecede yansıdığı belirlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Geometrik Muhakeme, Tanım, Dörtgen Öğretimi, Kavrama türleri



## ABSTRACT

### DEVELOPMENT OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' GEOMETRIC REASONING IN THE CONTEXT OF QUADRILATERALS

Ayhan KIZILTOPRAK

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, July 2020

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The aim of this study is to investigate the development of geometrical reasoning of seventh grade students associated with quadrilaterals (trapezoid, parallelogram, rhombus, rectangular, square). In the research, qualitative research methods were adopted in collecting, analyzing and interpreting the data and teaching experiment was used in this context. The application of the study was carried out with 26 students in a public secondary school located in the middle-low level region of socio-economic status in Eskişehir city center in 2017-2018 academic year. Nine students selected from these students are the focus participants of the research. In the research process, pre-clinical and post-clinical interviews and eight teaching episodes which lasted for 25 lessons were designed. In the first teaching episode, emphasis was given to the features of definitions and making definitions. In the following teaching episodes, it was observed that the students were able to classify the types of quadrilaterals when they conceptualized the definition features. It has been shown that both the cognitive and perceptual processes of the students can be revealed clearly with the billiard game activities applied in the last part of the teaching process. At the end of the research, it was seen that students' apprehensions of geometric problems which were prepared according to apprehension types suggested by Duval, approached the discursive apprehension type. In addition, it has been determined that classroom activities prepared appropriately for the apprehension types revealed a significant impact on post clinical interviews.

**Key Words:** Geometric Reasoning, Definition, Teaching of Quadrilaterals, Apprehension Types

## ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı” yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.



Ayhan KIZILTOPRAK

## ÖNSÖZ

Öğretmenlik mesleğimdeki gelişimi bir adım öteye taşıyabilmek için 2011 yılında başlamış olduğum bu serüvenin son noktasına varabilmek benim için bir umut ve gurur kaynağı olmuştur. Yaklaşık altı yıllık emeğin sonucunda ortaya çıkan bu tezde ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimi incelenmiştir.

Bu çalışmanın başlangıcından itibaren beni destekleyen, cesaretlendiren, karşılaştığım olumsuzluklarda bana umut veren, düştüğüm anda tekrar ayağa kalkmamı sağlayan ve konu seçiminden tezin sonuçlanmasına kadar katkısını her zaman hissettiğim değerli öğretmenim ve danışmanım Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye sonsuz teşekkür ederim. Lisans yıllarımdan itibaren kendisini idol olarak benimsediğim çok değerli öğretmenim Ahmet ARIKAN'a minnettarım. Cebirsel düşünmeye ilgi duymamı sağlayan aynı zamanda tez jürimde yer alarak değerli görüş ve önerileriyle tezime katkıda bulunan Prof. Dr. Dilek TANIŞLI' ya teşekkür ederim. Tez jürimde olmayı kabul eden Prof. Dr. Çiğdem KILIÇ'a ve Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a zaman ayırdığı ve değerlendirmeleri ile tezime katkıda bulundukları için teşekkür ederim.

Doktora eğitimim boyunca bana vermiş oldukları kıymetli katkılarından dolayı derslerini almış olduğum Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi bölümündeki tüm hocalarıma teşekkür ederim. Altı sene boyunca beraber yürüdüğümüz bu yolda her zaman desteğini hissettiğim Mehmet DUR'a ve yardımlarını esirgemeyen değerli dostum Ömer Faruk AYDIN'a teşekkür ederim. Bu tezin yazılmasında en az benim kadar istekli olan, yardımlarını esirgemeyen okulumun öğretmen ve idarecilerine teşekkürü bir borç bilirim. Bu çalışmanın kamera çekimlerinde ve sınıf ortamının fiziksel şartlarının hazırlanmasında emeklerinden dolayı idarecilerim İsmail Hakkı CERAN, Özlem GÜLBAŞ ve öğrencim Begüm ÖZCAN'a teşekkür ederim.

Beni bugünlere getiren, daima desteklerini hissettiğim, varlığımı borçlu olduğum sevgili annem Ayşe KIZILTOPRAK'a, babam Hacı KIZILTOPRAK'a ve abim Gökhan KIZILTOPRAK'a sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak ilk günden son güne kadar daima yanımda olan, sevgisini ve desteğini her zaman hissettiğim biricik eşim Dr. Fatma KIZILTOPRAK'a teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

|                                                                         | <u>Sayfa</u> |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------|
| BAŞLIK SAYFASI .....                                                    | i            |
| JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI .....                                             | ii           |
| ÖZET .....                                                              | iii          |
| ABSTRACT .....                                                          | iv           |
| ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ .....                       | v            |
| ÖNSÖZ .....                                                             | vi           |
| İÇİNDEKİLER .....                                                       | vii          |
| TABLolar DİZİNİ .....                                                   | x            |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....                                                   | xii          |
| GÖRSELLER DİZİNİ .....                                                  | xiv          |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....                                    | xxi          |
| 1.GİRİŞ .....                                                           | 1            |
| 1.1. Problem Durumu .....                                               | 1            |
| 1.2. Araştırmanın Amacı .....                                           | 5            |
| 1.3. Araştırmanın Önemi ve İhtiyaç .....                                | 5            |
| 1.4. Kuramsal Çerçeve .....                                             | 6            |
| 1.4.1. Geometrik muhakeme .....                                         | 6            |
| 1.4.2. Van Hiele' in geometrik düşünme çerçevesi .....                  | 7            |
| 1.4.3. Fischbein' in bilişsel modeli .....                              | 9            |
| 1.4.4. Duval' in bilişsel modeli .....                                  | 10           |
| 1.4.4.1. Algısal kavrama .....                                          | 13           |
| 1.4.4.2. İşlevsel kavrama .....                                         | 14           |
| 1.4.4.3. Sıralı kavrama .....                                           | 17           |
| 1.4.4.4. Söylemsel kavrama .....                                        | 18           |
| 1.4.5. Tanım, tanım özellikleri ve dörtgenlerde tanımlama türleri ..... | 20           |
| 1.4.6. Dörtgenler .....                                                 | 21           |
| 1.4.7. İlgili araştırmalar .....                                        | 26           |
| 1.5. Varsayımlar .....                                                  | 31           |
| 1.6. Sınırlıklar .....                                                  | 31           |

|                                                                             |            |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>2. YÖNTEM .....</b>                                                      | <b>32</b>  |
| <b>2.1. Araştırma Modeli .....</b>                                          | <b>32</b>  |
| <b>2.2. Katılımcılar .....</b>                                              | <b>33</b>  |
| 2.2.1. Odak öğrenciler .....                                                | 33         |
| 2.2.2. Araştırmacı-öğretmen .....                                           | 35         |
| <b>2.3. Pilot Uygulama .....</b>                                            | <b>35</b>  |
| <b>2.4. Verilerin Toplanması .....</b>                                      | <b>36</b>  |
| <b>2.5. Araştırma Süreci .....</b>                                          | <b>38</b>  |
| <b>2.6. Araştırma Ortamı .....</b>                                          | <b>39</b>  |
| <b>2.7. Veri Toplama Araçları .....</b>                                     | <b>40</b>  |
| 2.7.1. Klinik görüşme görevleri/ Klinik görüşmeler .....                    | 40         |
| 2.7.2. Öğretim bölümleri .....                                              | 50         |
| 2.7.3. Çalışma kâğıtları .....                                              | 57         |
| 2.7.4. Öğrenci günlükleri .....                                             | 58         |
| 2.7.5. Araştırmacı günlüğü .....                                            | 58         |
| <b>2.8. Verilerin Analizi .....</b>                                         | <b>59</b>  |
| <b>2.9. Geçerlik ve Güvenirliliğe İlişkin Konular .....</b>                 | <b>64</b>  |
| <b>3. BULGULAR .....</b>                                                    | <b>66</b>  |
| <b>3.1. Odak Öğrencilerin Ön Görüşmelerinden Elde Edilen Bulgular .....</b> | <b>66</b>  |
| 3.1.1. Birinci bölüm: Tanımlar .....                                        | 66         |
| 3.1.2. İkinci bölüm: Duval'ın kavrama türleri .....                         | 70         |
| 3.1.2.1. <i>Dörtgeni tanıma, adlandırma ve belirleme soruları</i> .....     | 71         |
| 3.1.2.2. <i>Oluşum soruları</i> .....                                       | 84         |
| 3.1.2.3. <i>Parça/ Bütün soruları</i> .....                                 | 102        |
| 3.1.2.4. <i>Gerekçelendirme gerektiren sorular</i> .....                    | 111        |
| 3.1.3. Üçüncü bölüm: Söylemsel kavrama türü .....                           | 118        |
| <b>3.2. Öğretimler .....</b>                                                | <b>127</b> |
| 3.2.1. Birinci öğretim bölümü .....                                         | 129        |
| 3.2.2. İkinci öğretim bölümü .....                                          | 132        |
| 3.2.3. Üçüncü öğretim bölümü .....                                          | 135        |
| 3.2.4. Dördüncü öğretim bölümü .....                                        | 142        |
| 3.2.5. Beşinci öğretim bölümü .....                                         | 150        |
| 3.2.6. Altıncı öğretim bölümü .....                                         | 158        |

|                                                                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.2.7. Yedinci öğretim bölümü .....                                                                                                                                         | 167 |
| 3.2.8. Sekizinci öğretim bölümü .....                                                                                                                                       | 176 |
| 3.3. Odak Öğrencilerin Son Görüşmelerinden Elde Edilen Bulgular .....                                                                                                       | 195 |
| 3.3.1. Birinci bölüm: Tanımlar .....                                                                                                                                        | 195 |
| 3.3.1.1. <i>Dörtgen tanımları</i> .....                                                                                                                                     | 196 |
| 3.3.1.2. <i>Dörtgenlere Ait Hiyerarşik Sınıflandırma</i> .....                                                                                                              | 199 |
| 3.3.2. İkinci bölüm: Duval'ın kavrama türleri .....                                                                                                                         | 208 |
| 3.3.2.1. <i>Dörtgeni tanıma, adlandırma ve belirleme soruları</i> .....                                                                                                     | 208 |
| 3.3.2.2. <i>Oluşum soruları</i> .....                                                                                                                                       | 221 |
| 3.3.2.3. <i>Parça/bütün, konum ve optik soruları</i> .....                                                                                                                  | 233 |
| 3.3.2.4. <i>Gerekçelendirme gerektiren sorular</i> .....                                                                                                                    | 251 |
| 3.3.3. Üçüncü bölüm: Söylemsel kavrama türü .....                                                                                                                           | 260 |
| 4.SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER .....                                                                                                                                         | 271 |
| 4.1. Sonuçlar .....                                                                                                                                                         | 271 |
| 4.1.1. Öğrencilerin ön ve son görüşmelerdeki dörtgen tanımlamalarına ilişkin sonuçlar .....                                                                                 | 271 |
| 4.1.2. Öğrencilerin ön ve son görüşmelerde Duval'ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin ortaya çıkan kavrama türleri ile ilgili sonuçlar ..... | 272 |
| 4.1.2.1. <i>Dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırmayla ilgili sonuçlar.</i> ..                                                                                          | 273 |
| 4.1.2.2. <i>Oluşum görevleri ile ilgili sonuçlar</i> .....                                                                                                                  | 275 |
| 4.1.2.3. <i>Parça/bütün, konum ve optik görevleri ile ilgili sonuçlar</i> .....                                                                                             | 276 |
| 4.1.2.4. <i>Gerekçelendirme gerektiren görevler ile ilgili sonuçlar</i> .....                                                                                               | 278 |
| 4.1.2.5. <i>Söylemsel kavrama türündeki görevler ile ilgili sonuçlar</i> .....                                                                                              | 279 |
| 4.1.3. Öğretim bölümlerine ilişkin sonuçlar .....                                                                                                                           | 281 |
| 4.2. Tartışma .....                                                                                                                                                         | 285 |
| 4.3. Öneriler .....                                                                                                                                                         | 289 |
| 4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler .....                                                                                                                      | 289 |
| 4.3.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler .....                                                                                                                       | 290 |
| KAYNAKÇA .....                                                                                                                                                              | 291 |
| EKLER                                                                                                                                                                       |     |
| ÖZGEÇMİŞ                                                                                                                                                                    |     |

## TABLÖLAR DİZİNİ

|                                                                                         | <u>Sayfa</u> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>Tablo 1.1.</b> Bir şeklin farklı kavramaları .....                                   | 12           |
| <b>Tablo 2.1.</b> Odak öğrencilerin kod isimleri ve özellikleri.....                    | 34           |
| <b>Tablo 2.2.</b> Veri toplama takvimi.....                                             | 37           |
| <b>Tablo 2.3.</b> Öğretim bölümleri ve klinik görüşmelerin içerikleri .....             | 39           |
| <b>Tablo 2.4.</b> Ön klinik görüşmede yer verilen görevler ve türleri .....             | 41           |
| <b>Tablo 2.5.</b> Son klinik görüşmede yer verilen görevler ve türleri.....             | 47           |
| <b>Tablo 2.6.</b> Odak öğrencilerle yapılan klinik görüşme süreleri .....               | 50           |
| <b>Tablo 2.7.</b> Öğretim bölümlerinde yer verilen etkinlikler ve kavrama türleri ..... | 51           |
| <b>Tablo 2.8.</b> Kavrama türlerinin ortaya çıkarılmasına ilişkin analiz örnekleri..... | 61           |
| <b>Tablo 3.1.</b> Ön görüşmedeki dörtgen tanımları.....                                 | 67           |
| <b>Tablo 3.2.</b> Öğrencilerin dörtgen belirlemeleri .....                              | 73           |
| <b>Tablo 3.3.</b> Ön görüşmede dörtgenleri belirlemede başvurulacak doğrulamalar .....  | 78           |
| <b>Tablo 3.4.</b> Birinci haftaya ait öğretimler: Tanım.....                            | 129          |
| <b>Tablo 3.5.</b> Birinci haftaya ait öğretimler: Çokgende açı .....                    | 133          |
| <b>Tablo 3.6.</b> Üçüncü haftaya ait öğretimler: Düzgün çokgen.....                     | 136          |
| <b>Tablo 3.7.</b> İkinci haftaya ait öğretimler: Dörtgen ve yamuk .....                 | 143          |
| <b>Tablo 3.8.</b> Üçüncü haftaya ait öğretimler: Paralelkenar ve eşkenar dörtgen.....   | 150          |
| <b>Tablo 3.9.</b> Üçüncü haftaya ait öğretimler: Dikdörtgen ve kare .....               | 158          |
| <b>Tablo 3.10.</b> Dördüncü haftaya ait öğretimler: Yamuk ve eşkenar dörtgen .....      | 167          |
| <b>Tablo 3.11.</b> Beşinci haftaya ait öğretimler: Birinci Bilardo etkinliği .....      | 177          |
| <b>Tablo 3.12.</b> Beşinci haftaya ait öğretimler: İkinci Bilardo etkinliği.....        | 184          |
| <b>Tablo 3.13.</b> Beşinci haftaya ait öğretimler: Üçüncü Bilardo etkinliği.....        | 187          |
| <b>Tablo 3.14.</b> Beşinci haftaya ait öğretimler: Dördüncü Bilardo etkinliği .....     | 190          |
| <b>Tablo 3.15.</b> Son görüşmedeki dörtgen tanımları .....                              | 196          |
| <b>Tablo 3.16.</b> Öğrencilerin dörtgen belirlemeleri .....                             | 210          |

|                    |                                                                        |     |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Tablo 3.17.</b> | Öğrencilerin dörtgenleri belirlemede başvurdukları doğrulamalar.....   | 214 |
| <b>Tablo 4.1.</b>  | Öğrencilerin dörtgen tanımlamalarına ilişkin ana sonuçlar .....        | 271 |
| <b>Tablo 4.2.</b>  | Dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırmaya ilişkin ana sonuçlar.... | 273 |
| <b>Tablo 4.3.</b>  | Oluşum görevleri ile ilgili ana sonuçlar .....                         | 275 |
| <b>Tablo 4.4.</b>  | Parça/bütün, konum ve optik görevler ile ilgili ana sonuçlar.....      | 277 |
| <b>Tablo 4.5.</b>  | Gerekçelendirme gerektiren görevler ile ilgili ana sonuçlar .....      | 278 |
| <b>Tablo 4.6.</b>  | Söylemsel kavrama ile ilgili ana sonuçlar .....                        | 280 |
| <b>Tablo 4.7.</b>  | Öğretilere ilişkin ana sonuçlar .....                                  | 282 |





## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

|             |                                                                    |     |
|-------------|--------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 2.1.  | Veri toplama sürecinde izlenen adımlar.....                        | 38  |
| Şekil 2.2.  | Veri analizi sürecinin aşamaları ve kapsamı .....                  | 60  |
| Şekil 3.1.  | Ön görüşmede 1-A görevine ilişkin bulgular.....                    | 72  |
| Şekil 3.2.  | Ön görüşmede 1-B görevine ait bulgular .....                       | 81  |
| Şekil 3.3.  | Ön görüşmede 2-A görevine ait bulgular.....                        | 85  |
| Şekil 3.4.  | Ön görüşmede 2-B görevine ilişkin bulgular .....                   | 95  |
| Şekil 3.5.  | Ön görüşmede 3-A görevine ilişkin bulgular.....                    | 103 |
| Şekil 3.6.  | Arda ve Asu'nun eş yamuklara ayırma basamakları .....              | 105 |
| Şekil 3.7.  | Ön görüşmede 3-B görevine ilişkin bulgular .....                   | 108 |
| Şekil 3.8.  | Ön görüşmede 4-A sorusu.....                                       | 112 |
| Şekil 3.9.  | Ön görüşmede 4-B görevine ilişkin bulgular .....                   | 116 |
| Şekil 3.10. | Ön görüşmede üçüncü bölümün birinci görevine ilişkin bulgular..... | 119 |
| Şekil 3.11. | Ön görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevine ilişkin bulgular ..... | 122 |
| Şekil 3.12. | Ön görüşmede üçüncü bölümün üçüncü görevine ilişkin bulgular.....  | 124 |
| Şekil 3.13. | Ön görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevine ilişkin bulgular ..  | 126 |
| Şekil 3.14. | Öğretim bölümlerinde izlenen sıra.....                             | 128 |
| Şekil 3.15. | Öğretim sürecinin adımları .....                                   | 129 |
| Şekil 3.16. | İskoç koyunları.....                                               | 130 |
| Şekil 3.17. | Dörtgenlere ait öğrenci sınıflandırmaları .....                    | 199 |
| Şekil 3.18. | Dörtgenlerin köşegen sınıflandırılması .....                       | 204 |
| Şekil 3.19. | Son görüşmede 1-A görevine ilişkin bulgular .....                  | 209 |
| Şekil 3.20. | Son görüşmede 1-B görevine ilişkin bulgular.....                   | 218 |
| Şekil 3.21. | Son görüşmede 2-A görevine ilişkin bulgular .....                  | 222 |
| Şekil 3.22. | Son görüşmelerde 2-B görevine ilişkin bulgular .....               | 228 |
| Şekil 3.23. | Son görüşmelerde 3-A görevine ilişkin bulgular .....               | 234 |

|                    |                                                                      |     |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Şekil 3.24.</b> | Son görüşmede Rana'nın 3-A çözümü .....                              | 237 |
| <b>Şekil 3.25.</b> | Son görüşmede Zara'nın 3-A çözümü .....                              | 238 |
| <b>Şekil 3.26.</b> | Son görüşmede Asu'nun 3-A çözümü .....                               | 238 |
| <b>Şekil 3.27.</b> | Son görüşmede Burcu'nun 3-A çözümü .....                             | 239 |
| <b>Şekil 3.28.</b> | Son görüşmede Burcu'nun 3-A çözümü ikinci aşaması .....              | 239 |
| <b>Şekil 3.29.</b> | Son görüşmelerdeki 3-B görevine ilişkin bulgular .....               | 242 |
| <b>Şekil 3.30.</b> | Son görüşmede 3-C görevine ilişkin bulgular.....                     | 249 |
| <b>Şekil 3.31.</b> | Son görüşmede 4-A görevine ilişkin bulgular .....                    | 251 |
| <b>Şekil 3.32.</b> | Son görüşmede 4-B görevine ilişkin bulgular.....                     | 256 |
| <b>Şekil 3.33.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün birinci görevine ilişkin bulgular ..... | 261 |
| <b>Şekil 3.34.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevine ilişkin bulgular.....   | 264 |
| <b>Şekil 3.35.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün üçüncü görevine ilişkin bulgular .....  | 265 |
| <b>Şekil 3.36.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevine ilişkin bulgular..    | 267 |
| <b>Şekil 4.1.</b>  | Ölçmenin kullanım amacı .....                                        | 285 |

## GÖRSELLER DİZİNİ

### Sayfa

|                     |                                                                        |    |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Görsel 1.1.</b>  | Geometrik çalışmaların içerdiği bilişsel etkileşim süreci .....        | 11 |
| <b>Görsel 1.2.</b>  | Geometrik şekilleri göreceli olarak belirlemeyle ilgili görevler ..... | 13 |
| <b>Görsel 1.3.</b>  | Algısal kavrama türünde örnekler .....                                 | 14 |
| <b>Görsel 1.4.</b>  | İşlevsel kavramayla ilgili görevler .....                              | 15 |
| <b>Görsel 1.5.</b>  | Sıralı kavramayla ilgili görevler.....                                 | 17 |
| <b>Görsel 1.6.</b>  | Söylemsel kavramayla ilgili görevler.....                              | 19 |
| <b>Görsel 1.7.</b>  | Hiyerarşik ve parçalı sınıflama .....                                  | 23 |
| <b>Görsel 1.8.</b>  | Özel dörtgenlerin kapsayıcı sınıflandırması.....                       | 23 |
| <b>Görsel 1.9.</b>  | Köşegen özellikleri ile ilgili “dörtgenler sınıflaması”.....           | 24 |
| <b>Görsel 2.1.</b>  | Ön görüşmenin birinci bölümünde yer alan görevler.....                 | 42 |
| <b>Görsel 2.2.</b>  | Ön görüşmenin ikinci bölüm birinci sorusundaki görevler.....           | 42 |
| <b>Görsel 2.3.</b>  | Ön görüşmenin ikinci bölüm ikinci sorusundaki görevler .....           | 43 |
| <b>Görsel 2.4.</b>  | Ön görüşmenin ikinci bölüm üçüncü sorusundaki görevler.....            | 44 |
| <b>Görsel 2.5.</b>  | Ön görüşmenin ikinci bölüm dördüncü sorusundaki görevler .....         | 45 |
| <b>Görsel 2.6.</b>  | Ön görüşmenin üçüncü bölümünde yer alan görevler .....                 | 46 |
| <b>Görsel 2.7.</b>  | Son görüşme 1-B sorusu .....                                           | 48 |
| <b>Görsel 2.8.</b>  | Son görüşme 3-B ve 3-C soruları.....                                   | 49 |
| <b>Görsel 2.9.</b>  | Öğretim bölümleri birinci ve ikinci alan soruları.....                 | 53 |
| <b>Görsel 2.10.</b> | Öğretim bölümleri üçüncü ve dördüncü alan soruları.....                | 54 |
| <b>Görsel 2.11.</b> | Öğrencilerin bilardo oyun çalışmaları.....                             | 55 |
| <b>Görsel 2.12.</b> | Birinci bilardo sorusuna ait animasyon.....                            | 56 |
| <b>Görsel 2.13.</b> | Üçüncü bilardo sorusuna ait animasyon.....                             | 57 |
| <b>Görsel 2.14.</b> | Dördüncü bilardo sorusuna ait animasyon .....                          | 57 |
| <b>Görsel 3.1.</b>  | Ön görüşmede Damla'nın eşkenar dörtgen tanımı .....                    | 68 |
| <b>Görsel 3.2.</b>  | Ön görüşmede Onur'un dörtgen tanımı .....                              | 68 |

|                     |                                                                         |     |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.3.</b>  | Ön görüşmede Zara'nın dörtgen tanımı.....                               | 68  |
| <b>Görsel 3.4.</b>  | Ön görüşmede Damla'nın dörtgen tanımı.....                              | 69  |
| <b>Görsel 3.5.</b>  | Ön görüşmede Yaz'ın dörtgen tanımı .....                                | 69  |
| <b>Görsel 3.6.</b>  | Ön görüşmede Burcu'nun kare tanımı.....                                 | 70  |
| <b>Görsel 3.7.</b>  | Ön görüşmede 1-A görevi .....                                           | 71  |
| <b>Görsel 3.8.</b>  | Ön görüşmede Nil'in kâğıdına farklı yönlerden bakışı.....               | 77  |
| <b>Görsel 3.9.</b>  | Ön görüşmede 1-B görevi .....                                           | 81  |
| <b>Görsel 3.10.</b> | Ön görüşmede Arda'nın kareleri bulma yöntemi.....                       | 83  |
| <b>Görsel 3.11.</b> | Onur'un kareleri bulma yöntemi .....                                    | 83  |
| <b>Görsel 3.12.</b> | Onur'un köşegen özelliklerinden yararlanarak kareleri belirlemesi ..... | 84  |
| <b>Görsel 3.13.</b> | Ön görüşme 2-A görevi.....                                              | 84  |
| <b>Görsel 3.14.</b> | Yaz'ın çizimi .....                                                     | 87  |
| <b>Görsel 3.15.</b> | Asu'nun çizimi .....                                                    | 88  |
| <b>Görsel 3.16.</b> | Burcu'nun çizimi.....                                                   | 89  |
| <b>Görsel 3.17.</b> | Onur'un çizim görüntüsü .....                                           | 91  |
| <b>Görsel 3.18.</b> | Onur'un çizimi .....                                                    | 91  |
| <b>Görsel 3.19.</b> | Rana'nın çizim görseli .....                                            | 92  |
| <b>Görsel 3.20.</b> | Rana'nın çizimi .....                                                   | 93  |
| <b>Görsel 3.21.</b> | Zara'nın çizimi .....                                                   | 94  |
| <b>Görsel 3.22.</b> | Ön görüşmede 2-B görevi .....                                           | 95  |
| <b>Görsel 3.23.</b> | Burcu'nun paralelkenar çizimi .....                                     | 97  |
| <b>Görsel 3.24.</b> | Rana'nın paralelkenar çizimi .....                                      | 98  |
| <b>Görsel 3.25.</b> | Onur'un paralelkenar çizimi.....                                        | 101 |
| <b>Görsel 3.26.</b> | Zara'nın açıklaması .....                                               | 101 |
| <b>Görsel 3.27.</b> | Zara'nın paralelkenar çizimi .....                                      | 102 |
| <b>Görsel 3.28.</b> | Yaz'ın paralelkenar çizimi .....                                        | 102 |
| <b>Görsel 3.29.</b> | Ön görüşmede 3-A görevi .....                                           | 103 |

|                     |                                                                      |     |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.30.</b> | Damla'nın eş yamuklara ayırması .....                                | 104 |
| <b>Görsel 3.31.</b> | Yaz'ın eş yamuklara ayırması .....                                   | 105 |
| <b>Görsel 3.32.</b> | Asu'nun eş yamuklara ayırma basamakları .....                        | 106 |
| <b>Görsel 3.33.</b> | Burcu'nun eş yamuklara ayırma basamakları .....                      | 106 |
| <b>Görsel 3.34.</b> | Zara'nın eş yamuklara ayırma basamakları .....                       | 107 |
| <b>Görsel 3.35.</b> | Ön görüşmede 3-B sorusu .....                                        | 108 |
| <b>Görsel 3.36.</b> | Rana'nın çevre uzunluklarını karşılaştırması .....                   | 110 |
| <b>Görsel 3.37.</b> | Ön görüşmede 4-A sorusu.....                                         | 111 |
| <b>Görsel 3.38.</b> | Nil'in paralelkenar ve dikdörtgen görseli.....                       | 113 |
| <b>Görsel 3.39.</b> | Onur'un paralelkenar görseli.....                                    | 114 |
| <b>Görsel 3.40.</b> | Ön görüşmede 4-B görevi .....                                        | 115 |
| <b>Görsel 3.41.</b> | Burcu'nun eş açıları bulma yöntemi .....                             | 117 |
| <b>Görsel 3.42.</b> | Ön görüşmede üçüncü bölümün birinci görevi .....                     | 118 |
| <b>Görsel 3.43.</b> | Asu'nun eşkenar dörtgen değerlendirmesi .....                        | 120 |
| <b>Görsel 3.44.</b> | Ön görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevi .....                      | 121 |
| <b>Görsel 3.45.</b> | Asu'nun dikdörtgen değerlendirmesi .....                             | 123 |
| <b>Görsel 3.46.</b> | Ön görüşmede üçüncü bölümün üçüncü görevi .....                      | 123 |
| <b>Görsel 3.47.</b> | Ön görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevi .....                    | 125 |
| <b>Görsel 3.48.</b> | Yaz'ın çokgen yorumu .....                                           | 131 |
| <b>Görsel 3.49.</b> | Didem'in göstermiş olduğu iç açı ve dış açılar .....                 | 134 |
| <b>Görsel 3.50.</b> | Asu'nun göstermiş olduğu çokgende iç ve dış açı .....                | 134 |
| <b>Görsel 3.51.</b> | Araştırmacını iç açı sorusu .....                                    | 135 |
| <b>Görsel 3.52.</b> | Hatalı düzgün çokgen çizimleri.....                                  | 138 |
| <b>Görsel 3.53.</b> | Rana'nın hatalı düzgün sekizgen çizimi için yazmış olduğu günlük ... | 138 |
| <b>Görsel 3.54.</b> | Onur'un düzgün sekizgen içinde kare çizimi .....                     | 138 |
| <b>Görsel 3.55.</b> | Ali ve Yaz'ın çember çizme deneyimleri.....                          | 139 |
| <b>Görsel 3.56.</b> | Düzgün çokgen oluşturma etkinliğinde kullanılan düzgün çokgenler .   | 140 |

|                     |                                                                      |     |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.57.</b> | Aykut'un düzgün çokgen oluşturma etkinliğine ait çalışma yaprağı.... | 140 |
| <b>Görsel 3.58.</b> | Gül'ün düzgün çokgen oluşturma etkinliğine ait çalışma yaprağı.....  | 141 |
| <b>Görsel 3.59.</b> | Rana'nın dış açılı ölçüleri toplamından yararlanması.....            | 141 |
| <b>Görsel 3.60.</b> | Burcu'nun düzgün çokgen oluşturma etkinliğine ait günlük.....        | 142 |
| <b>Görsel 3.61.</b> | Nil ve Asu'nun yeni bir dörtgen oluşturma.....                       | 145 |
| <b>Görsel 3.62.</b> | Farklı üçgen çeşitleri ile yamuk çeşitlerini oluşturma .....         | 147 |
| <b>Görsel 3.63.</b> | Yarım altıgen etkinliği .....                                        | 148 |
| <b>Görsel 3.64.</b> | Rana'nın yarım altıgen etkinliğine ait çözümü .....                  | 149 |
| <b>Görsel 3.65.</b> | Asu'nun yarım altıgen etkinliğine ait çözüm önerisi .....            | 149 |
| <b>Görsel 3.66.</b> | Yamuk çeşitleri çalışma kâğıdı .....                                 | 151 |
| <b>Görsel 3.67.</b> | Damla'nın paralelkenar çizimi.....                                   | 152 |
| <b>Görsel 3.68.</b> | Rana'nın paralelkenar oluşumu .....                                  | 153 |
| <b>Görsel 3.69.</b> | Düzgün beşgenler ile eşkenar dörtgen öğretimi .....                  | 155 |
| <b>Görsel 3.70.</b> | Rana'nın eşkenar dörtgen oluşturma etkinliğine ait günlük .....      | 157 |
| <b>Görsel 3.71.</b> | Arda'nın dikdörtgen oluşumu .....                                    | 159 |
| <b>Görsel 3.72.</b> | Gaye'nin dikdörtgen oluşumu .....                                    | 160 |
| <b>Görsel 3.73.</b> | Burcu'nun niceleyiciler hakkında tutmuş olduğu günlük .....          | 163 |
| <b>Görsel 3.74.</b> | En büyük kare etkinliği .....                                        | 163 |
| <b>Görsel 3.75.</b> | Damla'nın kare oluşumu.....                                          | 164 |
| <b>Görsel 3.76.</b> | Zülal'in dörtgen sınıflaması.....                                    | 164 |
| <b>Görsel 3.77.</b> | Ali'nin dörtgen sınıflaması .....                                    | 165 |
| <b>Görsel 3.78.</b> | Arzu'nun dörtgen sınıflaması .....                                   | 165 |
| <b>Görsel 3.79.</b> | Rana'nın tanımlar ile ilgili tuttuğu günlük .....                    | 166 |
| <b>Görsel 3.80.</b> | Birinci değerlendirme etkinliği .....                                | 170 |
| <b>Görsel 3.81.</b> | Damla'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü .....         | 170 |
| <b>Görsel 3.82.</b> | Rana'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü .....          | 171 |
| <b>Görsel 3.83.</b> | Zara'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü .....          | 171 |

|                      |                                                                 |     |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.84.</b>  | Aslı'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü .....     | 172 |
| <b>Görsel 3.85.</b>  | Burcu'nun birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü .....    | 172 |
| <b>Görsel 3.86.</b>  | İkinci değerlendirme etkinliği .....                            | 173 |
| <b>Görsel 3.87.</b>  | Üçüncü değerlendirme etkinliği .....                            | 174 |
| <b>Görsel 3.88.</b>  | Rana'nın üçüncü değerlendirme etkinliğe ait çözümü.....         | 174 |
| <b>Görsel 3.89.</b>  | Dördüncü değerlendirme etkinliği .....                          | 175 |
| <b>Görsel 3.90.</b>  | Burcu'nun bilardo oyunu ile ilgili tutmuş olduğu günlük .....   | 176 |
| <b>Görsel 3.91.</b>  | Birinci bilardo problemine ait problem durumu .....             | 178 |
| <b>Görsel 3.92.</b>  | Arzu'nun birinci bilardo etkinliği çözümü .....                 | 181 |
| <b>Görsel 3.93.</b>  | Burcu'nun birinci bilardo etkinliği çözümü.....                 | 182 |
| <b>Görsel 3.94.</b>  | Onur'un birinci bilardo etkinliği çözümü .....                  | 183 |
| <b>Görsel 3.95.</b>  | Rana'nın birinci bilardo etkinliği hakkında tuttuğu günlük..... | 183 |
| <b>Görsel 3.96.</b>  | İkinci bilardo problemine ait problem durumu .....              | 185 |
| <b>Görsel 3.97.</b>  | Yaz'ın ikinci bilardo etkinliği çözümü .....                    | 186 |
| <b>Görsel 3.98.</b>  | Onur'un ikinci bilardo etkinliği çözümü.....                    | 187 |
| <b>Görsel 3.99.</b>  | Üçüncü bilardo problemine ait problem durumu .....              | 188 |
| <b>Görsel 3.100.</b> | Nil'in bilardo masasının merkezini bulma çalışması.....         | 188 |
| <b>Görsel 3.101.</b> | Burcu'nun üçüncü bilardo etkinliği çözümü.....                  | 189 |
| <b>Görsel 3.102.</b> | Dördüncü bilardo problemine ait problem durumu.....             | 191 |
| <b>Görsel 3.103.</b> | Nuri'nin dördüncü bilardo etkinliği çözümü .....                | 192 |
| <b>Görsel 3.104.</b> | Aykut'un dördüncü bilardo problem çözümü.....                   | 192 |
| <b>Görsel 3.105.</b> | Ali'nin dördüncü bilardo problem çözümü .....                   | 193 |
| <b>Görsel 3.106.</b> | Dördüncü bilardo etkinliği farklı çözümü.....                   | 193 |
| <b>Görsel 3.107.</b> | Damla'nın yamuk oluşumu için yapmış olduğu denemeler .....      | 195 |
| <b>Görsel 3.108.</b> | Son görüşmede Yaz'ın yamuk tanımı .....                         | 196 |
| <b>Görsel 3.109.</b> | Damla ve Nil'in özelliklere dayalı tanımları.....               | 198 |
| <b>Görsel 3.110.</b> | Asu'nun özelliklere dayalı tanımı .....                         | 198 |

|                      |                                                                      |     |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.111.</b> | Arda'nın dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması.....   | 201 |
| <b>Görsel 3.112.</b> | Burcu'nun dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması ..... | 201 |
| <b>Görsel 3.113.</b> | Nil'in dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması.....     | 201 |
| <b>Görsel 3.114.</b> | Onur'un dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması.....    | 202 |
| <b>Görsel 3.115.</b> | Yaz'ın dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması .....    | 203 |
| <b>Görsel 3.116.</b> | Nil'in köşegen özelliklerine göre dörtgen sınıflandırması .....      | 205 |
| <b>Görsel 3.117.</b> | Burcu'nun köşegen özelliklerine göre sınıflandırması.....            | 207 |
| <b>Görsel 3.118.</b> | Yaz'ın köşegen özelliklerine göre dörtgen sınıflandırması.....       | 207 |
| <b>Görsel 3.119.</b> | Son görüşmede 1-A görevi.....                                        | 208 |
| <b>Görsel 3.120.</b> | Onur'un ABCD dikdörtgenini belirlemesi.....                          | 211 |
| <b>Görsel 3.121.</b> | Yaz'ın AFGH paralelkenarını belirlemesi .....                        | 212 |
| <b>Görsel 3.122.</b> | Arda'nın dörtgenleri belirleme çözüm kâğıdı .....                    | 213 |
| <b>Görsel 3.123.</b> | Son görüşmede 1-B görevi.....                                        | 217 |
| <b>Görsel 3.124.</b> | Asu'nun belirlemiş olduğu kareler .....                              | 218 |
| <b>Görsel 3.125.</b> | Son görüşmede 2-A görevi.....                                        | 221 |
| <b>Görsel 3.126.</b> | Son görüşmelerde Arda'nın 2-A soru çözümü.....                       | 223 |
| <b>Görsel 3.127.</b> | Son görüşmelerde Nil'in 2-A soru çözümü.....                         | 224 |
| <b>Görsel 3.128.</b> | Son görüşmelerde Onur'un 2-A soru çözümü.....                        | 225 |
| <b>Görsel 3.129.</b> | Son görüşmelerde Asu'nun 2-A soru çözümü .....                       | 226 |
| <b>Görsel 3.130.</b> | Son görüşmelerde Rana'nın 2-A soru çözümü .....                      | 227 |
| <b>Görsel 3.131.</b> | Son görüşmelerde 2-B görevi.....                                     | 227 |
| <b>Görsel 3.132.</b> | Son görüşmelerde Zara'nın 2-B çözümü .....                           | 229 |
| <b>Görsel 3.133.</b> | Son görüşmelerde Burcu'nun 2-B çözümü .....                          | 230 |
| <b>Görsel 3.134.</b> | Son görüşmelerde Yaz'ın 2-B çözümü .....                             | 231 |
| <b>Görsel 3.135.</b> | Son görüşmelerde Nil'in 2-B çözümü.....                              | 231 |
| <b>Görsel 3.136.</b> | Son görüşmelerde Nil'in 2-B son çözümü .....                         | 232 |
| <b>Görsel 3.137.</b> | Son görüşmelerde Onur'un 2-B çözümü.....                             | 233 |



|                      |                                                                 |     |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.138.</b> | Son görüşmelerde Rana'nın 2-B çözümü.....                       | 233 |
| <b>Görsel 3.139.</b> | Son görüşmelerde 3-A görevi .....                               | 234 |
| <b>Görsel 3.140.</b> | Son görüşmede Damla'nın 3-A çözümü .....                        | 235 |
| <b>Görsel 3.141.</b> | Son görüşmede Arda'nın 3-A çözümü.....                          | 235 |
| <b>Görsel 3.142.</b> | Son görüşmede Yaz'ın 3-A çözümü .....                           | 236 |
| <b>Görsel 3.143.</b> | Son görüşmede Rana'nın 3-A çözümü.....                          | 236 |
| <b>Görsel 3.144.</b> | Son görüşmede Nil'in 3-A çözümü.....                            | 237 |
| <b>Görsel 3.145.</b> | Son görüşmelerde 3-B görevi.....                                | 241 |
| <b>Görsel 3.146.</b> | Son görüşmede Rana'nın 3-B/a çözümü .....                       | 243 |
| <b>Görsel 3.147.</b> | Son görüşmede Burcu'nun 3-B/b çözümü .....                      | 246 |
| <b>Görsel 3.148.</b> | Son görüşmede 3-C görevi .....                                  | 248 |
| <b>Görsel 3.149.</b> | Son görüşmede 4-A görevi.....                                   | 251 |
| <b>Görsel 3.150.</b> | Son görüşmede Onur'un 4-A çözümü.....                           | 253 |
| <b>Görsel 3.151.</b> | Son görüşmede Nil'in 4-A çözümü.....                            | 253 |
| <b>Görsel 3.152.</b> | Son görüşmede 4-B görevi .....                                  | 255 |
| <b>Görsel 3.153.</b> | Son görüşmede Onur'un 4-B soru çözümü .....                     | 258 |
| <b>Görsel 3.154.</b> | Son görüşmede Asu'nun 4-B soru çözümü.....                      | 259 |
| <b>Görsel 3.155.</b> | Son görüşmede Burcu'nun 4-B soru çözümü .....                   | 260 |
| <b>Görsel 3.156.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün birinci görevi.....                | 261 |
| <b>Görsel 3.157.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevi .....                | 263 |
| <b>Görsel 3.158.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün üçüncü görevi.....                 | 265 |
| <b>Görsel 3.159.</b> | Son görüşmede Rana'nın üçüncü bölüm üçüncü görevinin çözümü ... | 266 |
| <b>Görsel 3.160.</b> | Son görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevi .....              | 267 |
| <b>Görsel 3.161.</b> | Son görüşmede Rana'nın üçüncü bölüm dördüncü görevinin çözümü   | 270 |

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

**MEB:** Milli Eğitim Bakanlığı

**NCTM:** National Council Teacher of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

**OECD:** Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü)

**PISA:** The Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

**YGS:** Yükseköğretime Geçiş Sınavı



# 1. GİRİŞ

## 1.1. Problem Durumu

Matematik, günlük yaşamın her alanında karşımıza çıkan insanlık tarihinin en eski bilim dallarından biridir. Bu kadim bilim dalının öğretimi de hiç şüphesiz tüm ulusların önceliğidir. İktisadi İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organization for Economic Co-operation and Development [OECD]) tarafından yürütülen Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) ve Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (The Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]) gibi yapılan uluslararası değerlendirme çalışmalarında öğrencilerin gelecekte üretken birer vatandaş olabilmeleri için önemle vurgulanan yetkinlik alanlarından biri matematiksel bilgi ve becerilerin kazanılmış ve günlük yaşamda kullanılabiliyor olmasıdır. Matematiğin öğrenimine bu derece önem verildiği halde, değerlendirme çalışmalarının sonuçları Türkiye'deki öğrencilerin matematik performansının uluslararası ortalamaların altında kaldığını göstermektedir. Türkiye'nin PISA sınavlarında almış olduğu sonuçlara bakıldığında öğrencilerin ortalamanın altında bir performans sergiledikleri görülmektedir. (OECD, 2004; 2007; 2010). Matematiğin önemli öğrenme alanlarından biri olan geometrideki öğrenci performansları ise diğer alt alanlara göre daha düşüktür.

Eğitim sistemindeki matematik öğrenimine yönelik öğretmenden, programdan ya da sınav sistemlerinden kaynaklanan ezberci yaklaşımların özellikle geometri öğrenimini ve uluslararası sınavlardaki matematik başarılarını engellediği görülmektedir. PISA 2018 değerlendirme sonuçlarına bakıldığında Türkiye'nin 79 ülke arasında 42. sırada yer aldığı ve Türkiye'deki öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansının OECD ortalamasının altında kaldığı görülmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2019). Türkiye'deki öğrencilerin 2003'de göstermiş olduğu matematik başarısı (423 puan) ile 2018 yılı başarısı (459 puan) arasında artış olsa da bu farkın çok büyük olmadığı görülmektedir. Eğitim sistemimizin tüm basamaklarına bakıldığında ise öğrencilerin başarı gösteremediği öğrenme alanları arasında geometrinin önemli bir yer tuttuğu görülmektedir (Avcı vd., 2014). Geometri günlük yaşam problemlerini içeren ve diğer disiplinlerle de kullanılan matematiğin önemli bir alanıdır (Duartepe-Paksu, 2013). PISA gibi uluslararası sınavlarda öğrencilerin geometriyi günlük yaşamla ilişkilendirememeleri matematik eğitimi ile ilgilenen tüm paydaşlar açısından dikkat çekicidir.

Amerika Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council Teacher of Mathematics [NCTM]) (2000), geometrinin öğrencilerin akıl yürütme ve karar verme becerilerini geometrik teoremleri kanıtlayarak geliştirebilecekleri doğal bir öğrenme alanı olduğunu ifade etmektedir. Geometri, bireylerin içinde yaşadıkları çevrenin matematiksel modellerini oluşturmasını ve ortaya çıkan problemlerle baş etmesini kolaylaştırmaktadır. Çok eski çağlardan beri insanlar çeşitli amaçlarla geometriyi kullanmış ve gelişimine katkıda bulunmuşlardır. Geometri öğretiminin temel amaçlarından biri ise öğrencilerin geometrik düşüncelerini geliştirmektedir. Geometrik düşünme, geometrik durumlar üzerinde düşünme ve çıkarım yapabilme yeteneğidir (van de Walle, Karp and Bay-Williams, 2010). Geometrik düşünme kavramlar arasında ilişki kurmada ve anlamlandırmada öğrenciler için temeldir. Matematikte olduğu gibi geometride de bilgilerin sadece kazanılmış olması karşılaşılan problem durumlarında kullanılabilir olduğu anlamına gelmez. Öğrencilerin karşılaştıkları problemleri çözebilmeleri için geometri bilgileri kadar geometrik düşüncelerinin de gelişmiş olması gerekmektedir (Duval, 1998).

Geometrik düşünme, doğal çevremizin geometrik nesnelerle donatılmış olmasının getirdiği gereksinimlerden doğan günlük yaşam problemlerini çözmede önemli bir bileşen olarak karşımıza çıkmaktadır. Geometri alanı bağlamında öğrenciler genellikle geometrik şekiller ve yapılar ile bunların karakteristik özelliklerini ve birbirleriyle olan ilişkilerini öğrenmektedir. Bir geometrik şekli iki ya da üç boyutlu uzayda zihinden oluşturabilmek ve değişik açılardan bakabilmek ise geometrik düşünmenin en önemli bileşenlerinden biridir (Driscoll, 2007). Bunların yanı sıra genellemeye kapı açan ilişkilendirmelerde bulunmak, iki ve üç boyut arasında geçiş yapabilmek, nesnelerin değişen ve değişmeyen özelliklerini belirlemek ve geometrik şekilleri farklı şekiller elde edebilmek amacıyla parçalara ayırmak ve yeniden düzenlemek geometrinin çalışma alanlarından bazılarıdır. Öğrencilerin bu alanlara ilişkin muhakeme süreçleri ve kavramları anlamlandırmaları ise matematik eğitimcilerinin odak noktasındadır. Bu odak doğrultusunda geometrik muhakemenin incelendiği farklı kavramsal çerçevelerin geliştirildiği (Duval, 1988; Fischbein, 1993; van Hiele, 1986) görülmektedir.

Geometrik düşünmenin doğasına ilişkin ileri sürülen kuramsal çerçeveler gelişimsel ve bilişsel modeller olarak sınıflanmaktadır. Gelişimsel çerçeveler geometrinin belirli düzeylere ayrıldığı ve düzeyler arasında aşamalı ve hiyerarşik bir ilişkinin bulunduğu modellerdir. Bu modellerden en çok bilineni van Hiele'in ortaya koyduğu

geometrik düşünme modelidir. Gerek NCTM (2000) standartlarındaki gerek MEB (2009) ilkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programlarındaki geometri öğrenme alanındaki kavramların hiyerarşik sunuluşunun van Hiele modeline dayalı oluşturulması bu durumu destekler niteliktedir. Öğrencilerin geometrik kavramları nasıl algıladıklarını ortaya koyması bakımından van Hiele Modeli günümüz geometri öğretiminde önemli bir yer tutmaktadır.

Bilişsel modeller ise geometriyi hiyerarşik ve aşamalı bir yapı olarak ele almazlar. Şekilsel algı ile birlikte kavrama türlerinin de var olması gerektiğini savunurlar. van Hiele'in modeli geometrinin kavramsal boyutuna vurgu yapmadığı için eleştirilmekte ve yetersiz olduğu düşünülmektedir. Bilişsel modeller olarak Fischbein'in şekilsel kavram yaklaşımı ve Duval'in bilişsel modeli alanyazında sık başvurulan modellerdir. Fischbein (1993) geometrik şekilleri diğer şekillerin zihinsel kategorisinden farklı tutarak şekilsel kavram teorisini ileri sürmüştür. Duval (1988) ise bir geometrik şeklin kavrama türlerini dörde ayırarak geometrik muhakemenin bilişsel analizini ileri sürmüştür. Bu noktada matematiksel nesneler ve onların temsilleri arasında karmaşa yaşanmaması geometride anlamlandırmayı sağlayan en önemli faktörlerden biri olarak ele alınmaktadır (Duval, 1999, 2000, 2006). Duval'in bilişsel modeli ise Fischbein' in şekilsel kavram yaklaşımını da içermekte ve daha kapsayıcı bir model olarak karşımıza çıkmaktadır.

van Hiele modelinde geometrik muhakeme şekilsel bir süreçle başlayarak kavramsal bir sürece doğru ilerlemektedir. van Hiele'den farklı olarak Duval şekilsel ve kavramsal süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olmadığını söylemektedir (Güven ve Karpuz, 2016). Bu iki model arasında benzerlikler bulunmakla birlikte farklılıklar da söz konusudur. Duval bilişsel ve kavramsal süreci kendi içinde etkileşimli olmakla birlikte ayrı birer süreç olarak ele almış şekilsel süreçlerin yapısını genişleterek kavrama türlerini de dâhil etmiştir (Güven ve Karpuz, 2016). Duval (1995) kavrama türlerini (algısal, işlevsel, sıralı, söylemsel) şekli kavrama süreci olarak ele almış ve bu süreçler arasında bir aşama ya da sıranın olmadığını belirtmiştir. Kavrama türleri bir geometrik problemin çözümünde şekle ait bir bilginin sezilmesine olanak sağladığı gibi problemin çözümünde de birbiriyle etkileşimli olarak hareket etmektedir (Güven ve Karpuz, 2016).

Yapılan çalışmalar (Duartepe-Paksu, İymen ve Pakmak, 2012; İncikabı ve Kılıç 2013; Törnüklü, Alaylı ve Akkaş 2013) öğrencilerin geometri bilgisine sahip olsalar da problem durumlarında bu bilgiyi kullanamadıklarını göstermektedir. Bu nedenle öğrencilerin geometrik yetkinliklerinin artırılması için Duval'in vurguladığı gibi

öğrencilerin bilişsel süreçleri ile birlikte kavrama türlerinin de kendi içinde ayrı ayrı ve etkileşimli olarak geliştirilmesi gerektiği iddiası dikkate değerdir. Duval'ın Bilişsel Modeli temel alınarak yürütülen az sayıdaki çalışmanın çoğunlukla lise ve üzerindeki düzeylerde eğitim gören öğrencilerle yapıldığı görülmektedir. Üstelik bu çalışmalar nicel desenler kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Alanyazın incelendiğinde öğrencilerin muhakemelerinin ilk elden değerlendirilmesine fırsat sağlayan öğretim deneyi deseni kullanılarak yürütülen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Daha önce yapılan çalışmalarda öğrencilerin bilişsel süreç ve kavrama türleri gelişimlerinde önemli bir farklılığın ortaya çıkmadığı görülmüştür (Karpuz, 2018). Öğrencilerin şekil hakkında düşündüklerini söyleyebilme, şeklin özelliklerini fark edebilme ve şeklin parçalarını ortaya koyarak yeni bir şekil oluşturabilme açısından kavrama türlerinin geometri öğretiminde önemli bir yeri olduğu düşünülmektedir. Bu sürecin dörtgenler alt öğrenme alanı bağlamında incelenmesi uygun bir öğretim ortamının tasarlanmasına olanak sağlayabilir.

7. sınıfta özellikle dörtgenler öğrenme alanının kazanımları dikkate alındığında bu sınıf düzeyindeki öğrencilerin dörtgen ve dörtgen özelliklerinde zorlandıkları çeşitli araştırma sonuçları (Duatepe-Paksu, İymen ve Pakmak, 2012; Fischbein and Nachlieli, 1998; Fujita, 2012; Köse vd., 2019) ile saptanmıştır. Öğrencilerin yaşadıkları zorluklardan bazılarının dörtgenler ile bu dörtgenlerin özellikleri arasında bağlantı kurmada güçlük çekme, dörtgenleri tanımlamak yerine özelliklerini belirterek tarif etme ve tanımlardaki hiyerarşik ilişkiyi çözememe olarak sıralanabilir (Fujita, 2012; Fujita and Jones, 2007; Monaghan, 2000). Öğrencilerin dörtgenler ile ilgili yaptıkları hiyerarşik tanımları tam/doğru olsa dahi tanımla ilişkili çeşitli şekilleri görmekte sıkıntı yaşadıkları ortadadır. Son yıllarda son derece popüler bir araştırma konusu olan dörtgenlerin öğrenciler için hala sorunlu olması kullanılan kuramsal çerçeve ile de ilişkilendirilebilir. Bu bağlamda Duval'ın şekilleri kavrama biçimlerine yönelik oluşturduğu kavramsal çerçevesinin dörtgenlerin anlamlandırılması ve ilişkilendirilmesinde etkili bir öğretim ortamı sunacağı düşünülmektedir. Kavrama türlerini de içine alan bir öğretim tasarımı ile dörtgenler alt öğrenme alanındaki karmaşıklığın giderilebileceği ve dörtgenlerin sınıflamasının daha anlaşılır olacağı varsayımları bu araştırmanın odak düşüncelerindendir. Bu doğrultuda bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlamaları ve sınıflandırmaları incelenerek Duval'ın ortaya koymuş olduğu kavrama türlerinin sınıf içi yansımalarına ve örneklerine odaklanılacaktır.

## 1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın genel amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlere (yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare) ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimini incelemektir. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Öğrencilerin ön görüşmelerdeki dörtgen tanımlamaları nasıldır?
2. Öğrencilerin ön görüşmelerde Duval'ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin ortaya çıkan kavrama türleri nelerdir ve bu kavrama türlerine ilişkin düşüncelerini doğrulamaları nasıldır?
3. Duval'ın kavrama türlerinin dikkate alındığı bir öğretim süreci nasıl gerçekleştirilmiştir? Gerçekleştirilen öğretim sürecinde;
  - a. Etkinliklerin ve sınıf tartışmaların odağı nedir?
  - b. Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri nelerdir?
  - c. Etkinliklerde hangi kavrama türleri ortaya çıkmıştır?
4. Öğrencilerin son görüşmelerdeki dörtgen tanımlamaları ve sınıflandırması nasıldır?
5. Öğrencilerin son görüşmelerde Duval'ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin ortaya çıkan kavrama türleri nelerdir ve bu kavrama türlerine ilişkin düşüncelerini doğrulamaları nasıldır?

## 1.3. Araştırmanın Önemi ve İhtiyaç

İlköğretim öğrencilerinin geometride kazanmış oldukları deneyimler onların ortaöğretim geometrisinde yüksek muhakeme gösterebilmelerine olanak sağlamaktadır (Carroll, 1998). Öğrencilerin genelde matematik özelde ise geometri alanında öğrenme güçlükleri yaşadığı pek çok araştırma sonucunda ortaya konulmuştur (Monaghan, 2000, Ubuz ve Üstün, 2003). Yapılan ulusal ve uluslararası değerlendirmelerin sonuçlarında da görüldüğü gibi öğrencilerin geometrik düşünme ve muhakemelerinin geliştirilmesi önemli bir gereksinimdir. Bu çalışma ile öğrencilerin geometrik muhakemelerinin bilişsel kuramlar temel alınarak nasıl geliştirilebileceği ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Matematik öğretim programlarında süregelen van Hiele geometrik düşünme modelinin öğrencilerin geometrik düşüncelerini geliştirmede sınırlı etkiye sahip olduğu görülmektedir. Bu bağlamda farklı kuramsal modeller temel alınarak öğrencilerin geometrik muhakemelerinin geliştirilmesine yönelik gerçek sınıf ortamında yürütülen alan çalışmalarının önemi ortaya çıkmaktadır. Böyle bir çalışmanın gelecekte politika

yapıcılara matematik öğretim programlarının geliştirilmesinde ışık tutacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra matematik öğretmenlerinin geometri öğreniminde kavrama türlerinin farkına varması ve öğretimlerinde bu süreçleri vurgulamasına yardımcı bir kaynak olarak bu çalışma önemli bir yer tutacaktır. Öğretmenler çalışma sürecinde tasarlanan öğretim etkinliklerini sınıf içi uygulamalarında kullanabileceklerdir. Daha da önemlisi ulusal alanyazında Duval'ın bilişsel modelinde vurguladığı düşünme süreçlerinin incelendiği sınırlı sayıda çalışmanın olması, gerçek sınıf ortamında yürütülmüş bu araştırmanın kuramsal alanyazına da katkı sağlayacağını düşündürmektedir. Alanyazına bakıldığında kavrama türlerinin ortaya çıkarılması ile ilgili yalnızca nitel yaklaşımının kullanıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Dolayısıyla bu çalışmanın bulgularının ve sonuçlarının alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Ortaokulda dörtgenlerin özelliklerini derinlemesine ortaya koyarak üst düzey düşünme becerileri göstermesi beklenen öğrencilerin şekli algısal olarak kavramalarından dolayı diğer kavrama türlerini ortaya çıkarmakta zorlandıkları söylenebilir. Algısal kavrama ile söylemsel kavrama arasında uçurum olmakla birlikte (Duval, 1998) söylemsel kavramaya geçişte ne tür zorlukların yaşandığını tespit edebilmek ve bu zorlukların çözümüne uygun bir öğretim tasarlayabilmek dörtgenler öğretiminde önemli bir yer tutabilir. Bu noktadan hareketle genelde geometrinin özelde ise dörtgenlerin öğretiminde öğrenci muhakemelerini Duval'ın kavrama türleri açısından incelemesi gelecekte yapılacak araştırmalara ışık tutabilir.

#### **1.4. Kuramsal Çerçeve**

Bu başlık altında araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan geometrik muhakeme, geometrik muhakeme modelleri ve dörtgenler alt öğrenme alanı tanıtılarak ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

##### **1.4.1. Geometrik muhakeme**

Matematiğin önemli çalışma alanlarından biri olarak kabul edilen ve diğer alt alanlarından ayrı tutulan geometriyi Bishop (1983) “uzayın matematiği” olarak betimlemiştir. Geometrinin matematiğin diğer alt alanlarından ayrı tutulmasının bir nedeni, fiziksel uzayın bir modeli olarak görülmesi ve çalışma konusu olarak ele aldığı nesnelerin (nokta, doğru, vs.) matematiğin diğer alanlarından farklı olarak, doğrudan



duyusal deneyimlerle kazanılabileceği varsayımına dayalı olmasıdır (Parzysz, 1991). NCTM (2000) geometriyi ve uzayın algılanmasını, doğal çevremizi yansıtmaya ve yorumlama yolları sağladığı için matematiğin öğreniminde anahtar bileşenler olarak nitelendirmektedir. Bunun yanı sıra geometri öğrencilerin akıl yürütme ve karar verme becerilerini, geometrik teoremleri kanıtlayarak geliştirebilecekleri doğal bir alandır (NCTM, 2000). Bu nedenle matematiksel düşünmenin temelini oluşturduğu kabul edilmekte ve okul matematiğinin ayrılmaz bir parçası olarak görülmektedir (Güven ve Karpuz, 2016).

Geometrik düşünme, şekillerin özellikleri ile ilgili muhakemeleri içermektedir (Herbst vd., 2010). Özen (2015) ise geometrik düşünmenin geometrik muhakemeler, ilişkiler ve genellemelere bağlı sonuca varma ile geliştirilebileceğini belirtmiştir. Öğrencilerin geometrik kavramlar arası ilişkileri araştırdığı, geometrik nesnelerin özelliklerine ilişkin üretken fikirler oluşturduğu ve bu fikirleri doğruladığı süreçler geometrik muhakeme çatısı altında ele alınmaktadır (Jones, Fujita and Kunimune, 2012; NCTM, 2000). Geometrik muhakeme matematikte olduğu kadar fen, teknik ve mesleki alanlarda da çok önemli olduğundan, öğrencilerin geometrik muhakeme becerilerinin geliştirilmesi, matematik eğitiminin temel amaçlarından biri olmuştur. Bazı matematik eğitimcileri geometrik muhakemeyi farklı kavramsal çerçevelere dayalı olarak incelemişlerdir (Duval, 1988; Fischbein, 1993; van Hiele, 1986). Çocuklarda geometrik muhakemenin gelişiminin incelendiği, en bilindik çerçeve van Hiele (1986) tarafından ortaya koyulan hiyerarşik ve beş aşamalı bir yapı sergileyen geometrik düşünme çerçevesidir. Fischbein (1993) geometrik şekilleri diğer şekillerin zihinsel kategorisinden farklı tutarak şekilsel kavram teorisini ileri sürmüştür. Duval (1988) ise bir geometrik şeklin kavrama türlerini dörde ayırarak geometrik muhakemenin bilişsel analizini ileri sürmüştür. Bu noktada matematiksel nesneler ve onların temsilleri arasında karmaşa yaşanmaması geometride anlamlandırmayı sağlayan en önemli faktörlerden biri olarak ele alınmaktadır (Duval, 1999).

#### **1.4.2. Van Hiele' in geometrik düşünme çerçevesi**

Beş düzeyi olan bu modele göre her bir düzey bir önceki düzeylerin gereksinimlerini içerecek şekilde birbirleriyle bağlantılıdır (van Hiele, 1986). Modelde her bir düzey için öğrencilerin geometrik kavramları farklı olarak anlamlandırdıkları açıklanmaya çalışılmıştır (Billstein, Libeskind and Lott, 2004). Model düzeylerin

isimlendirilmesine paralel olarak geometriyi açıklamaya yönelmiştir. Modelin düzeyleri sırasıyla görsel düzey, analiz düzeyi, informal çıkarım düzeyi, formal çıkarım düzeyi, en üst düzey olarak adlandırılmaktadır (Altun, 2002).

İlk düzey olan görsel düzeyde uzamsal düşünmeden bahsedilebilir. Bu düzeyin tipik özelliği öğrencilerin geometrik kavramları fiziksel görünüşlerine göre ayırt edebilmelerine rağmen kavramları tanımlayamamalarıdır (Ususkin, 1982). Bu düzeyde çocuklar geometrik şekil ve cisimleri bir bütün olarak algırlar. Çocuk için “kare karedir”. Karenin tanımını ve özelliklerini kavrayamazlar. Örneğin karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu anlayamazlar. Çocuk bu safhada özellik ve ayrıtları bütüne yapışık olarak algılamaktadır (Baykul, 2006).

İkinci düzey olan analiz düzeyinde geometrik uzamsal düşünmeden bahsedilebilir. Bu düzeyde öğrenciler şekillerin özelliklerini analiz etmeye başlarlar ve şekillerin özelliklerini tümüyle açıklayabilirler (Pesen, 2008). Bununla birlikte öğrencilerin kavramları minimum özellikleri ile tanımlamak yerine genellikle yanlış ya da yetersiz tanımlama eğiliminde oldukları görülmektedir. Özellikle tanımlamalarında “ve, veya, en az, yalnızca” gibi kelimeleri kullanamadıkları veya yanlış yerde kullandıkları belirtilmektedir (Altun, 2002).

Üçüncü düzey olan informal çıkarım düzeyinde matematiksel geometrik düşünmeden bahsedilebilir. Bu düzey şekil sınıfları arasında bağ kurabilmenin geliştiği düzeydir. Örneğin "Yamuk iki kenarı paralel olan dörtgendir"; dikdörtgen açıları 90'ar derece olan paralelkenardır". Bu düzeyde öğrenciler bir şekli onun karakteristik özelliklerini kullanarak sınıflayabilirler, fakat aksiyomatik sistemi kullanamaz ve usule uygun çıkarım yapamazlar (Altun, 2002). Geometrik bir ispatı takip edebilir ama kendi kendilerine ispat yapamazlar (van de Walle, Karp and Bay-Williams, 2010). Bu düzeye ulaşması istenen öğrencilerin kavramların geometrik özelliklerini birbiri ile ilişkilendirmesi ve kavramlar arasında mantıksal çıkarım yapabilmesi gereklidir. Bu doğrultuda öğrenciler geometrik kavramlara dair gerekli ve yeterli özellikleri kullanarak doğru tanımlama yapabilmelidir.

Dördüncü düzey olan formal çıkarım düzeyinde geometrik düşünmenin anlamı incelemidir. Bu düzeyde öğrenciler bir aksiyomatik yapıyı kullanabilirler ve bu sistem içinde kendi kendilerine ispat yapabilirler ve bir teoremin farklı uygulamalarını görebilirler. Bu düzeyde bir çocuk için şekillerin özellikleri şekil ve cisimden bağımsız bir obje haline gelir.

Beşinci düzey olan en üst düzeyde ise mantıksal matematiksel düşünmeden bahsedilebilir. Bu düzeydeki öğrenciler farklı iki aksiyomatik sistem arasındaki ilişkileri ve ayrılıkları görebilirler. Öğrenciler bu düzeyde geometriyi bir bilim olarak ele alıp çalışabilirler.

van Hiele'in geometrik düşünme düzeylerinin dinamik geometri yazılımları ile desteklenen öğrenme ortamlarında da incelendiği ve bu kullanıma dayalı olarak düzeyler arası geçişin araştırıldığı görülmektedir. Bu model erken çocukluktaki geometri algısına ilişkin bilgi sağlamadığı konusunda eleştirilmektedir (Duarte-Paksu, 2016). Geometrik muhakemenin analiz edilebildiği modellerden bir diğeri ise “Fischbein'in Bilişsel Modeli”dir.

#### **1.4.3. Fischbein'in bilişsel modeli**

Fischbein, kavram ve şekil düşüncesini ilk olarak 1963'te bir bilişsel kuram olarak geliştirmiş ancak bu düşüncesini Matematikte Eğitim Çalışmaları (Educational Studies in Mathematics) dergisinde 1993 yılında yayımlanan “Şekilsel Kavramlar Teorisi” adlı makalesinde geometrik şekilleri karakterize etmek için uygulamıştır. Fischbein geometrik şekilleri, aynı anda hem kavramsal hem de şekilsel özelliklere sahip zihinsel varlıklar olarak yorumlamaya çalışmıştır. Fischbein, geometrik bir şeklin özünde kavramsal özelliklere sahip olarak tanımlanabildiğini, bunun yalnızca bir kavram olmadığını, aynı zamanda bir şekil olduğunu gözlemlemiştir (Micheal, 2013).

Fischbein (1993), geometrik şekillerin yalnızca kavram olarak ele alınamayacağını şeklin doğasına özgü özelliklerinin de olduğunu ve bu nedenle iki farklı kategori olarak düşünülmesi gerektiğini öne sürmüştür. Bir geometrik şekil, şekilsel kurallara (kapalılık, yakınlık, sınırlılık) tabi olan uzamsal bir duyuşsal temsildir, oysa bir kavram, bir dizi aksiyomatik koşulla tanımlanan soyut bir fikirdir. Geometrik şekillerin bu iki tür özelliğinin karşılıklı etkileşimi, geometri şekillerinin ya da kavramlarının kavramsal olarak anlaşılmasına neden olur (Sharma, 2019). Fischbein (1993) için geometrik şekiller aynı zamanda kavramlar ve uzamsal temsillerdir. Geometrik bir şekil aynı zamanda şekil, konum ve büyüklük gibi uzamsal özelliklere de sahiptir (Fischbein and Nachlieli, 1998).

Geometrik bir şekil nesne kategorisinin genel bir temsili olan soyut bir varlıktır. Nokta, doğru, düzlem, daire, kare, küp vb. gibi geometrik kavramlar maddi tutarlılık, ağırlık, renk, yoğunluk vb. gibi özellikleri içermedikleri için soyut kalırlar. Ancak

kavramsal özelliklerinin yanı sıra uzamsal özelliklere de sahip oldukları için saf kavramlar değildirler (Fischbein and Nachlieli, 1998).

Şekil özellikleri, şeklin kavramsal özelliklerine uygun değil ise geometrik bir şekli kavramsallaştırmada zorluk ortaya çıkabilir (Sharma, 2019). Örneğin; öğrenciler paralelkenarın kavramsal özellikleri hakkında bilgi sahibi olsalar dahi dikdörtgenin bir paralelkenar olabileceğini fark edemeyebilirler (Fujita and Jones, 2007).

Kavramın soyut ve genel bir yapıyı temsil ettiği bilinse de zihinde oluşan şeklin bu soyut ve genel yapının somut hali olduğunu söylenebilir (Karpuz, 2018). Örneğin bilardo masasının şekli sorulduğunda daha önceden bilardo masasını görmemiş ve bilardo oynamamış bir kişinin zihninde herhangi bir şekil oluşmayabilir ya da farklı şekiller düşünebilir. Ancak daha önce bilardo oynamış biri için bilardo masasının şekli dikdörtgen olarak algılanır. Bilardo masası bir kavram, masanın zihinde oluşan görüntü ise şekli temsil etmektedir. Dolayısıyla şekil ve kavram ayrı kategorilerde kalmaktadır. Aynı zamanda farklı bilardo masası şekilleri görmüş ya da bu masalarda oynamış biri için zihinde oluşan görüntü de farklılık göstermektedir. Bu nedenle Fischbein (1993) kavram ve şekil bilgisinin dışında üçüncü bir kategorinin olabileceğini söylemiştir.

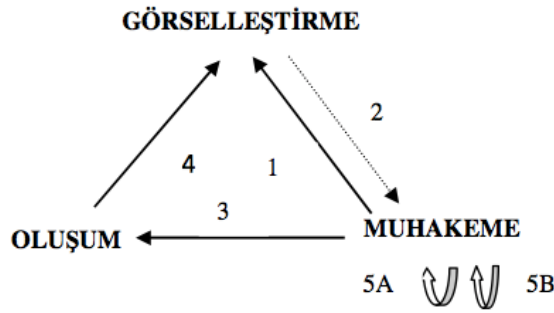
Şekilsel kavram teorisi geometri kavramlarının, kavramsal gelişiminde dilin rolünden söz edilmeden yalnızca bilişsel kavramlar olarak kabul eder. Aynı zamanda Fischbein'in şekilsel kavramlar teorisine dayanan çalışmalar çoğunlukla iki boyutlu şekillerin özelliklerine odaklanmış ve üç boyutlu şekillerin kavramsal gelişimine ait önemli bir içerik sağlayamamıştır (Sharma, 2019). Duval'in bilişsel modeli incelendiğinde iki boyutlu ve üç boyutlu şekiller üzerinde, iki boyuttan üç boyuta geçiş sürecinde bilişsel ve kavramsal boyutta tanımlamalar olmakla birlikte dilin de önemi görülmektedir.

#### **1.4.4. Duval'in bilişsel modeli**

Duval geometrik muhakemeyi bilişsel ve kavramsal boyutlar üzerinden incelemeye çalışmış ve bu boyutlara ilişkin bazı süreçler ortaya koymuştur (Jones,1998). Duval (1998), geometrik şekillere odaklanılırken geometrik şekilleri incelemenin farklı yollarını da ayırtmıştır. Geometrik muhakeme için görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreci olmak üzere üç bilişsel süreç tanımlanmıştır (Duval, 1988). Görselleştirme süreci, geometrik ifadenin görsel temsili ya da karmaşık geometrik bir durumun sezgisel ya da deneysel keşfidir. Bu süreç aynı zamanda şekle bakma sürecidir (Duval, 1995). Oluşum

süreci, geometrik araçların kullanımıyla geometrik yapıların oluşturulmasıdır. Bu süreç temsil edilen ve sunulan yapılarla ilgili gözlenen sonuçlar üzerine gerçekleştirilen eylemleri içermektedir. Muhakeme süreci ise, bilginin açıklanması, kanıtlanması ve içeriğinin genişletilmesi gibi eylemleri içeren söylemsel süreçleri içine almaktadır (Duval, 1998).

Duval (1998) bu süreçlerin birbirinden bağımsız gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Örneğin, görselleştirme mutlaka oluşum sürecine bağlı değildir. Oluşum görselleştirmeye yol açsa dahi oluşum süreçleri yalnızca matematiksel özellikler ve kullanılan araçların teknik özellikleri arasındaki ilişkilere bağlı bir süreçtir. Diğer yandan görselleştirme bir kanıtın bulunması için bazen gerekli sezgisel bir yardım sağlasa bile muhakeme yalnızca uygun olan önermelerin bütününe (tanımlar, aksiyomlar ve teoremler) dayanmaktadır. Bazı durumlarda ise, görselleştirme yanıltıcı ya da olanaksız olabilir. Ancak Duval bilişsel süreçlerin bu üç çeşidinin birbiriyle yakından ilişkili olduğunu ve onların bağıllığının bilişsel olarak geometrideki yeterlilikler için gerekli olduğunu savunmaktadır. Görsel 1.1’de bu üç bilişsel sürecin birbiriyle olan ilişkisi daha açık görülmektedir.



**Görsel 1.1.** Geometrik çalışmaların içerdiği bilişsel etkileşim süreci (Duval, 1998)

Görsel 1.1’de bilişsel sürecin bir çeşidi ile temsil edilen her ok herhangi bir geometri etkinliğinde bir sürecin diğer süreçleri desteklediğini göstermektedir. Noktalı olarak gösterilen ok görselleştirmenin her zaman muhakemeye yardımcı olmadığını, 5A ve 5B okları ise muhakeme yapmanın, oluşumdan ya da görselleştirmeden bağımsız bir biçimde gelişebildiğini örneklemektedir. Diğer taraftan 2-5B-3 yönü verilen bir sekil için oluşum sıralamasını bulma, 4-2-5A ya da 5B yönü oluşum sıralamasını betimleme yolunu temsil edebilir (Duval, 1998).

Bilgide meydana gelen değişim ya da genişleme belirli temsiller üzerinden gerçekleşmekte ve her bir temsil muhakeme sürecine farklı yönleri ile etki etmektedir (Duval, 1998). Bu bağlamda geometride doğal dil, sembolik dil ve şekille gösterim olmak üzere üç çeşit temsil söz konusudur (Mesquita, 1998). Duval (1998) bahsedilen bu temsillerin özelliklerine göre ortaya çıkan muhakeme süreçlerini doğal söylemsel süreç ve teorik söylemsel süreç olarak ikiye ayırmıştır. Bu süreçlerin kazanımında sınıf içinde yapılan etkinlikler büyük önem taşımaktadır. Duval (1998) öğretmenlerin sınıf içinde yaptıkları çalışmaların çoğunda doğal söylemsel süreç ile teorik söylemsel süreç arasındaki farklılıkların bilincinde olmadıklarını söylemiştir. Bilginin doğal bir dil ve şekil ile yorumlanarak devam eden muhakeme süreci doğal söylemsel süreç, bilginin sembolik bir temsili üzerinden tümdengelimsel ilişki bağını ortaya koyan muhakeme süreci ise teorik söylemsel süreç olarak adlandırılabilir (Duval,1998).

Geometrik anlamda bir şekli anlamak için, bilişsel kavramaları uyandırmaya yönelik sezgisel olarak hareket etmelidir (Duval, 1995). Görsel 1.1’de 5A ile gösterilen ok isimlendirme, tarif etme ya da argümantasyon için doğal söylemi (içsel ya da dışsal) temsil ederken 5B söylemin tümdengelimsel bir düzenlemesi için tanımların, teoremlerin teorik durumları ile ilgili önermelerin kullanıldığı süreci betimlemektedir. Bilişsel süreçlerin yanında kavramsal boyutu da ele alan Duval bir şeklin kavrama türlerini Tablo 1.1’deki gibi algısal, işlevsel, sıralı ve söylemsel kavrama olmak üzere dört başlıkta ele almıştır. (Duval 1994, 1995).

**Tablo 1.1.** *Bir şeklin farklı kavramaları (Duval 1994, 1995)*

| Kavrama Türleri   | İlgili Bilişsel Göstergeler                                                                                      | Epistemolojik İşlev |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| Algısal kavrama   | Bilinçsiz bütünleştirme<br>Gestalt düzenleme yasalarının ve şekiller arası göstergelerin işe koşulması           | Belirleme           |
| İşlevsel kavrama  | Şekilsel değişimler<br>Bir şekli değiştiren işlevler (mereologic (parça/bütün), optic (optik), position (konum)) | Keşfetme            |
| Sıralı kavrama    | Enstrümantal<br>Şeklin oluşumu                                                                                   | Model               |
| Söylemsel kavrama | Tümdengelimsel muhakeme<br>Tanım, aksiyom ve teoremlerin kullanımı                                               | Kanıt               |

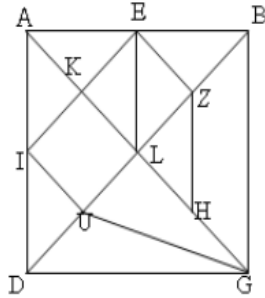
#### 1.4.4.1. Algısal kavrama

Bir düzlemde ya da uzayda bulunan şeklin ilk bakıştaki tanınması ya da belirlenmesine ilişkin kavrama algısal kavrama olarak adlandırılır. Genel olarak algısal kavrama bir düzlemdeki ya da uzaydaki nesne ya da şeklin tanınmasına ve belirlenmesine hatta isimlendirilmesine izin veren kavrama olarak tanımlanabilir. Epistemolojik işlevi belirleme olan algısal kavramada bilinçsizce gerçekleşen şekilsel organizasyon kuralları ve resimsel ipuçları önemli bir rol oynar (Duval, 1994). Görsel 1.2’de algısal kavramayı ortaya çıkarmaya yönelik örnek görevler verilmiştir (Gagatsis vd., 2010).

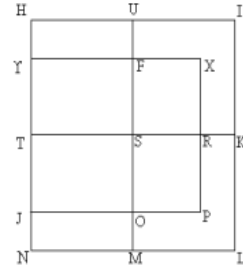
Görsel 1.2’deki görevler, öğrencilerin geometrik şekilleri algılama yeteneğini ve geometrik şekilleri göreceli olarak belirleme yeteneklerini ilgilendiren görevleri içermektedir.

1. Aşağıdaki şekilleri belirleyiniz:

KEZL, IEZU, EZHL, IKGU, LGU, BIL



2. Verilen şekildeki kareleri isimlendiriniz.



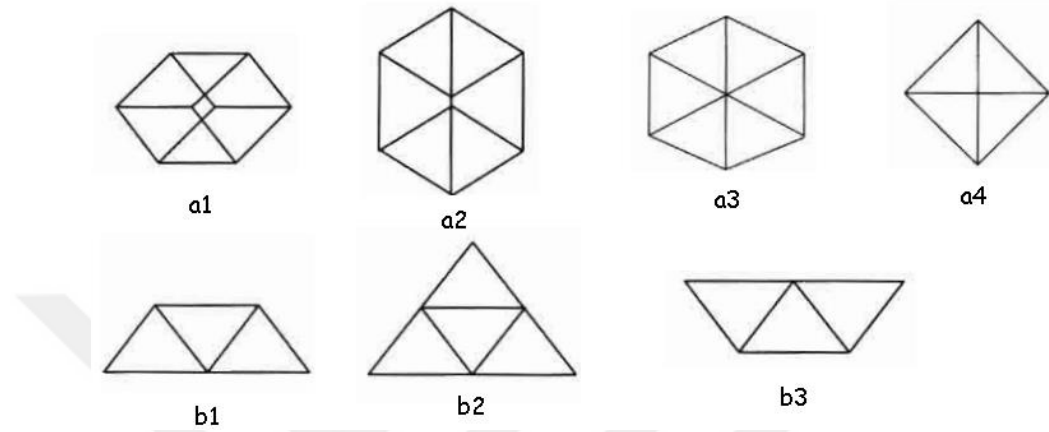
(Belirleme yetenek görevi, Deliyianni vd., 2009)

(Algısal yetenek görevi, Deliyianni vd., 2009)

**Görsel 1.2.** Geometrik şekilleri göreceli olarak belirlemeyle ilgili görevler (Gagatsis vd., 2010)

Birinci görevin amacı öğrencilerin şekle baktığındaki ilk görüşlerini ölçmektir. Şeklin adını ve geometrik elemanlarını söyleyebilme, şekil hakkında bilgi verme ve şeklin içinde oluşan alt şekilleri isimlendirebilmesidir. Öğrenci ifadeleri ve tanımlamaları önemli olmakla birlikte esas olan öğrencinin şekil hakkındaki algısını ortaya koyabilmektir. Örneğin ikinci verilen şekilde FSXR dörtgeninin ilk bakışta öğrencide nasıl bir algı uyandırdığı önemlidir. Şeklin kare olduğunu çünkü kareye benzediğini söyleyen bir çocuk ile şeklin uzunluklarını farklı yorumlayarak dikdörtgen olduğunu söyleyen çocuğun tanımlamaları da benzer olabilmektedir (Micheal, 2013). Algısal kavrama çizime ilk olarak bakıldığı anda temsil edilen nesne ile ilgili ilk isimlendirmeyi içermektedir. Görsel 1.3’te a1 ve a4 şekil serisi iki boyut ya da 3 boyutlu bir şeklin

düzenlenmesinde simetri yasalarının rolünü göstermektedir. b1 ve b3 şekil serisi bir şeklin belirlenmesinde sınırların önemini ve tamamlama yasasının rolünü gösterirken b1 ve b3'ü hemen tanımak b2'ye göre daha zor olabilmektedir. Çünkü bu iki şekil bütün olarak görünmediği için karşılaştırılması zordur (Duval, 1994).



**Görsel 1.3.** Algısal kavrama türünde örnekler (Duval, 1994).

Algısal kavramanın epistemolojik işlevi iki ya da üç boyuttaki nesnelerin belirlenmesidir. Bu kavrama otomatik olarak ya da bilinçsizce etkilenen bilişsel işlemler tarafından gerçekleştirilir. Bu nedenden dolayı ilk bakışta, bir şeklin ya da şekli oluşturanların biçimi algılanır (Duval, 1994). Dolayısıyla algısal kavrama şekil hakkında genel bir karar vermemizi sağlamaktadır. Bu nedenle şekil hakkında daha fazla bilgi edinebilmek için farklı kavrama türlerini de açığa çıkarmak gerekmektedir.

#### 1.4.4.2. İşlevsel kavrama

Duval (1994) işlevsel kavramayı değeri bilinmeyen bir kavrama türü olarak nitelendirmiştir. İşlevsel kavrama şeklin ilk görünümünü üzerinden onu parçalara ayırmayı, yönünü değiştirmeyi, uzamsal olarak başka yerlere ya da başka şekillerde yerleştirilmesi ile problemin çözümüne ilişkin bir içgörü elde edilmesini içermektedir (Sharma, 2019). İşlevsel kavrama verilen bir şeklin fiziksel ya da zihinsel olarak farklı biçimlerde düzenlenmesini içeren kavramadır. Epistemolojik işlevi keşfetme olan bu kavramada bir problemin çözümü ya da kanıtı için şeklin değişimi/dönüşümü söz konusudur. Bu değişim parça-bütün (mereologic), optik (optic) ve konumsal (position) olmak üzere üç farklı biçimde gerçekleşebilir (Duval, 1995). Mereolojik (parça-bütün) değişiklikler bir şeklin parçalarının bir başka şekilde yeniden birleştirilmesi için parçalanmasını; optik



değişiklikler şekilleri büyütme, küçültme ya da biçiminde değişikliğe gidilmesi, konumsal değişiklikler şeklin düzlemde ya yer değiştirmesini ya da düzlemin şekle göre yer değiştirmesini (Örneğin, bir şeklin eğik biçimde verilen bir simetri doğrusuna göre yansımalarının alınmasında düzlem döndürülerek doğru dikey bir konuma getirilebilir.) içermektedir (Duval, 1994).

Görsel 1.4'teki görevler, öğrencilerin bir geometrik şekil üzerindeki işlevsel kavramalarını incelemektedir. Özellikle bu grup verilen bir şeklin değiştirilmesinde öğrencilerin mereolojik, optik ve konumsal yollarının incelendiği görevleri içermektedir.

1. Doğru cümlelerin altını çiziniz:

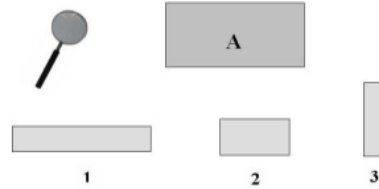


- a) A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan daha büyüktür.
- b) A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğuna eşittir.
- a) A şeklinin çevre uzunluğu B şeklinin çevre uzunluğundan daha küçüktür.

(Değişim görevinin mereolojik yolu, Elia vd., 2009)

2. Ahmet defterine bir dikdörtgen çizmiştir.

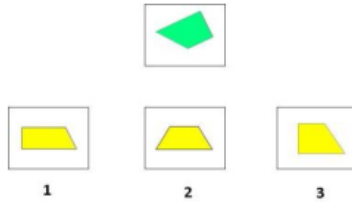
A şekli dikdörtgenin büyüteçle bakıldığında görüntüsüdür. Ahmet'in defterine çizdiği dikdörtgeni gösteren şekli işaretleyiniz.



(Değişim görevinin optik yolu, Elia vd., 2009)

3. Ayşe aynı şekle sahip kartları eşleştirmelidir.

Ayşe'nin kartındaki ile tamamen aynı şekle sahip sarı kartı daire içine alınız.



(Değişim görevinin konumsal yolu, Elia vd., 2009)

**Görsel 1.4.** İşlevsel kavramayla ilgili görevler (Gagatsis vd., 2010)

Birinci görevde öğrenciler iki tane çeyrek çemberin farklı biçimlerini/konumlarını fark ederek bir yarım çemberin çevresine eşit olduğunu görebilir ve şeklin çevresinin değişmediğini söyleyebilir. Aynı zamanda çember parçalarını ayırarak tekrar bir bütün elde etmeye çalışabilirler. İkinci görevde öğrencilerden beklenen şekillerin ilk görünümü

üzerinde değişiklikler yaparak şekillerin özelliklerini ortaya çıkarabilmeleridir (Micheal, 2013). A dikdörtgeninin büyüteçle bakılmadan önceki şeklini belirleyebilmek için öğrencinin ölçme yapması gerekebilir ya da optik değişikliklere odaklanabilir. Üçüncü görevde verilen şeklin konumunun değiştğini fark edebilmeleri önemlidir. Dörtgenleri döndürebilir, farklı yönlerden bakabilir, yer değiştirebilirler.

Duval (1994) bütün şekillerin materyallerle çizilmiş ya da sadece hayal edilmiş olsalar bile işlevsel kavramada açıklanan (mereolojik, optik ve konumsal değişiklikler) üç çeşit değişikliğe de elverişli olduğunu belirtmiştir. Örneğin, verilen bir şekilde algılanabilir alt şekiller diğer şekillerden ayrılabilir ve sonra yeni bir düzenleme içinde tekrar birleştirilebilirler. Böylelikle başlangıçtaki şekle göre yeni bir şekil gibi görünümü sağlanır. Mereolojik olarak isimlendirilen bu değişiklikler bir şekil ile alt şekillerden biri ya da şekilsel parçaların biri arasında ayırt edilebilen bütün/parça işlevlerini gerçekleştirir. Bir şekil eşit oranda büyütebilir ya da bölünebilir, üzerinde çizilmiş düzlem eğik konuma getirilebilir ya da farklı biçimlerde çizilmiş düzlemler yer değiştirebilir. Tüm bu değişiklikler temelde iki özellik sunarlar (Duval, 1994):

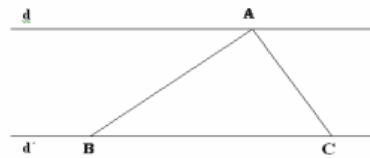
1. Verilen bir şekildeki tüm değişiklikler teorik sınırlamalar olmaksızın ya da uyulacak tekniklerden uzak özgürce gerçekleştirilebilen işlevler ile sonuçlanabilir. Burada işlevsel kavrama söylemsel kavramadan ve sıralı kavramadan farklılaşır. İşlevsel kavramanın söylemsel kavramadan farklılaşmasının nedeni teoremleri ya da tanımları hareket geçirmedeki bağılıktır. Bu bağılık verilen durumda tanımların ve teoremlerin uygulama koşullarına uymak zorundadır. İşlevsel kavramanın sıralı kavramadan farklılaşmasının nedeni bir oluşum enstrümanının kullanımına bağı bir sınırlılığının olmamasıdır. Bu değişikliklerin gerçekleşmesi sadece bir gösterim değeridir.
2. Verilen bir şeklin değişikliğinde sadece bir şeklin düzenlenmesini belirleyen kurallar ve parametreler rol oynamaktadır. Çünkü tüm şekiller pek çok öğenin, çizimlerin, uyarıların birleşimidir ve öğelerin aynı bir birlikteliği için farklı düzenlemeler yapılmalı, böylece şekiller görsel olarak farklılaşacaklardır. Bir şeklin düzenlenmesini belirleyen kurallar ve parametreler algısal kavramaya komut eden kurallar ve parametrelerdir.

#### 1.4.4.3. Sıralı kavrama

Öğretim alanında en iyi biçimde dikkate alınan kavrama türü sıralı kavramadır (Duval, 1994). Duval (1995) bir şeklin oluşumunun açıklamasına ihtiyaç duyulduğunda sıralı kavramanın gerekli olduğunu belirtmiştir. Öyle ki; şeklin oluşumu ile ortaya çıkan farklı şekiller de belirli bir sırayla ortaya çıkar. Bu kavrama bir şeklin oluşum sıralaması ile ilgilidir. Bu sıralama sadece oluşturulan şeklin matematiksel özelliklerine göre değişmez, aynı zamanda kullanılan enstrümanların (pergel-çizgeç, bir yazılımın komut menüsü gibi) teknik kısıtlamalarına göre de değişir. Oluşumun başarılı olabilmesi için başlangıçta matematiksel özellikler ile olası enstrüman teknikleri arasındaki birliğe/ortaklığın anlamlı olması beklenir. Sıralı kavramanın işlevi modellemedir ve bu işlev çeşitli oluşum yazılımları ile net olarak görünmektedir (Duval, 1994).

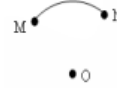
Görsel 1.5'te sunulan görevler öğrencilerin bir geometrik şekli sıralı kavramalarını incelemektedir. Bunlar öğrencilerin şekilleri yapılandırmaları ve şekil yapılandırmalarının tanımlamaları ile ilgili görevleri içerir.

1. d ve d' birbirlerine paralel doğrulardır. Öyle iki M ve N noktası belirleyiniz ki AMCN dörtgeni alanı ABC üçgeninin alanına eşit olan bir paralelkenar olsun.



Şekli nasıl yapılandırdığınızı açıklayınız.(Şekil oluşumunun oluşturulması ve tanımlanması).

2. O merkezli MN yayına eş, C merkezli bir AB yayı çiziniz.



Şekli nasıl yapılandırdığınızı açıklayınız. (Şekil oluşumunun oluşturulması ve tanımlanması).

**Görsel 1.5.** Sıralı kavramayla ilgili görevler (Gagatsis vd., 2010)

Öğrenci burada geometrik bir enstrüman kullanmak isteyebilir. Örneğin cetvel kullanarak düzlemleri iki eş parçaya ayırabilir ve şeklin simetrik özelliklerine bakarak şeklin matematiksel özelliklerini ortaya koyabilir. Başka bir öğrenci ise dinamik geometri

yazılımı (DGY) kullanmak isteyebilir ve şeklin değişmeyen özelliklerini kontrol edebilir. Öğrencilerin farklı enstrüman kullanmaları şekle ait algılarını değiştirebilir ve şekil hakkında kendinden daha emin bir biçimde bilgiler verebilir. Enstrüman kullanımı sayesinde öğrenciler oluşumlarını açıklayabilir ve tanımlamalarda bulunabilirler. Her iki görevde de oluşumlar ile geometrik özellikler arasındaki ilişkileri ortaya çıkarabilecek bir sıralamanın olması gerekmektedir. Bu sıralamada öğrenci geometrik bir enstrüman kullanabilirken, kağıt katlama gibi yöntemlerden yararlanabilir.

#### **1.4.4.4. Söylemsel kavrama**

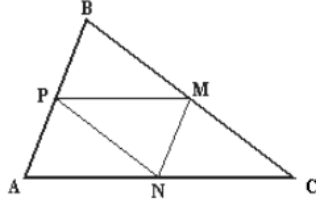
Bir çizim içerisinde gösterilen matematiksel özellikler algısal algı yolla tanımlanamaz (Duval, 1994). Torregrosa ve Quesada (2008) verilen şekil üzerinden tanım, aksiyom ve teorem gibi matematiksel çıkarımlar yapma sürecini söylemsel kavrama türünde değerlendirmişlerdir.

Eğer söylemsel bir tanımlama olmaksızın bir çizim üzerinden matematiksel özellikler gözlemlenirse, aşağıdaki gibi bir sınıf durumu ile karşı karşıya kalınabilir (Duval, 1994):

Bazı öğrenciler bir çizimin iyi bir açıklaması olarak “Bu iki doğru neredeyse paraleldir.” ifadesini iddia edebilir. Sonuç olarak bu sorun çizimdeki bazı izlerin belirlenmesindeki ilk sözel muhakemeye dayalıdır. Herhangi bir geometrik temsildeki geometrik özelliklerin algısal tanımlanması durumların kontrolü altında kalmalıdır. Şeklin ne temsil ettiğini belirleyen durumlar arasında tümdengelimsel bağlılık vardır. Burada şeklin ne gösterdiği ve neyi temsil ettiği arasında bir farklılık vardır.

Görsel 1.6’daki görevler öğrencilerin söylemsel kavramalarını incelemektedir. Burada özellikle iki tür geometrik kanıt görevi vardır. Bunlar çözümleri bir tanıma dayalı olan görevler ve çözümleri bir kanıt prosedürüne dayalı olan görevlerdir.

1. M, N, P noktaları ABC üçgeninin orta noktalarıdır. APMN, BMNP, ve CNPM dörtgenlerinin paralelkenar olduğunu gösteriniz.



(Tanıma dayalı kanıt görevi)

2. Aşağıda bir öğrencinin bir üçgenin iç açılarının toplamının neden  $180^\circ$  olduğuna ilişkin açıklamalarını okuyunuz.

“Üç tane iç açıyı ölçtüm ve ölçülerini topladım.

$$50^\circ + 53^\circ + 77^\circ = 180^\circ$$

Böylece, bir üçgenin iç açılarının toplamının  $180^\circ$  olduğunu buldum.”

Bu öğrenciye katılıyor musunuz? Yanıtınızı açıklayınız.

(Prosedürlere dayalı kanıt görevi)

**Görsel 1.6.** Söylemsel kavramayla ilgili görevler (Gagatsis vd., 2010)

Söylemsel kavrama türündeki görevlerde öğrenciler verilen bilgilerden yola çıkarak şeklin tanımını yapabilir, şekil hakkında varsayımlarda bulunabilir ve şekil ile ilgili teoremleri ortaya koyabilir. Örneğin birinci görevde kenarların orta noktalarının birleştirilmesi halinde oluşacak dörtgen üzerinden bir genellemeye varabilirler ve farklı dörtgen çeşitlerinin oluşumu için açıklamalarda bulunabilirler. Ancak algısal olarak bakıldığında bir çıkarımda bulunmak zordur (Duval, 1994). Bununla birlikte şekil hakkında geometrik düşüncelerini ortaya koyarak bir ilişkilendirme yapabilen hatta şekil üzerinden kanıtlama yapabilen bir öğrenci şekli nasıl yapılandırıldığını açıklayabilir. Burada öğrencilerden beklenen geometrik bir oluşumla birlikte çıkarımlarda bulunarak kanıt yapma sürecine girebilmesidir (Duval, 1994).

Yukarıda verilen görevler incelendiğinde en çok kullanılan geometrik şeklin dörtgen olduğu görülmektedir. Fujita ve Jones (2007) dörtgenlerin tanımlanmasının ve sınıflandırılmasının öğretim programlarının önemli bir bileşeni olarak görülmesine rağmen aslında birçok öğrenci için anlaşılması güç bir alt öğrenme alanı olduğunu belirtmiştir. Dörtgenleri tanımlayabilme, sınıflandırabilme, dörtgenler arası ilişkiler kurabilme ve dörtgen türleri arasındaki geçişi sağlayabilme diğer geometrik alt alanları da etkilemekte olup dörtgenlerin öğretimi de bu noktada önem teşkil etmektedir.

#### 1.4.5. Tanım, tanım özellikleri ve dörtgenlerde tanımlama türleri

Türk Dil Kurumu (TDK)'ye (2020) göre tanım, bir kavramın niteliklerini eksiksiz olarak belirtme ya da açıklama, tariftir. Bir tanımın tercih edilebilir ya da zorunlu özelliklerine ve rollerine ilişkin görüşlerine dayanarak, insanlar bir dizi eşdeğer ifade arasında neyin "iyi" ya da "kabul edilebilir" bir tanım oluşturduğuna ilişkin fikir ve tercihler oluştururlar (Zaslavsky and Shir, 2005). Poincare'e (2007) göre filozof ya da bilim insanı için iyi bir tanım, tanımlanacak tüm nesneler için geçerli ve yalnızca onlar için geçerli olan bir tanımdır; mantık kurallarını karşılayandır. Ancak eğitimde öğrenciler tarafından anlaşılanlar tanımı oluşturur (Poincare, 2007). Dolayısıyla tanımlar matematik ve matematik eğitiminde temel kabul edilir (Zaslavsky and Shir, 2005). Çakıroğlu (2013) matematiksel kavramların tanımına yönelik belirli ölçütlerin olması gerektiğini söylemiş bu ölçütleri şu şekilde belirlemiştir.

- Hiyerarşik kavram yapısını dikkate alması
- Var olan/olabilen bir olguyu tanımlaması
- Aynı kavrama yönelik farklı tanımların eşdeğer olduğunun ispatlanabilir olması
- Aksiyomatik yapıya uyması
- Gerekli ve yeterli koşulları belirtmesi
- Ekonomik olması

Tanım ölçütlerine bakıldığında iyi bir tanımın sade ve herkeste aynı kavramı uyandıracak nitelikte olması beklenir. De Villiers (1998) aksi takdirde kavrama ait bir tanım yapmak yerine kavramı tarif etme yoluna gidildiğini söylemiştir. Dolayısıyla geometrik bir kavramın tanımını yaparken de kavrama ait geometrik özelliklerin tamamının belirtilmesine gerek yoktur. Fujita ve Jones (2007) tüm özelliklerin verilmesi yerine kavramı karşılayan özelliklerin verilmesinin yeterli ve gerekli olduğunu belirtmiştir. Yeter ve gereklilik şartı dörtgen sınıflamasında da ön plana çıkmaktadır (Usiskin and Griffin, 2008). Köse vd. (2019) tanımlama ve dörtgen sınıflandırması arasında ortak bir ilişkinin olduğunu belirtmiştir. Usiskin and Griffin (2008) dörtgenlere ait farklı sınıflandırmaların kapsayıcı tanım ve harici tanımlardan kaynaklandığını belirtmektedirler. Bir tanım diğer tanımı da içine alıyorsa bu tanıma kapsayıcı tanım, içine almıyorsa harici tanım denir. Kapsayıcı ve harici tanımın her ikisi de doğru olmakla birlikte, kapsayıcı tanımlarda dörtgenler arasında hiyerarşik bir sınıflandırma ortaya çıkarılırken, harici tanımlar ile dörtgenler birbirinden bağımsız bir biçimde sınıflandırılabilmektedir. Dörtgenlere ait kapsayıcı tanımlardaki sözel ifadeler, belirttiği

dörtgen sınıfından daha geniş bir şekil sınıfını ya da şekil sınıflarını göstermektedir (Köse vd., 2019). Ortaokul öğrencilerinin dörtgen ve dörtgen çeşitlerini tanımlamada ve hiyerarşik sınıflandırmada zorlandıklarını gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Aktaş ve Aktaş, 2012; De Villiers, 1994; Fujita, 2012; Fujita and Jones, 2007; Köse vd., 2019; Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013). Dolayısıyla öğrencilerin dörtgen ve dörtgen çeşitlerinin tanımını ve sınıflandırmalarını yapabilmelerinde dörtgenlerin öğretiminin önemli olduğu düşünülmüştür.

#### 1.4.6. Dörtgenler

Ülkemizde 2018 yılında yenilenen matematik dersi öğretim programında geometri kazanımları tüm sınıf seviyelerinde yer almaktadır. Öğretim programı incelendiğinde beşinci sınıf öğrencilerinin çokgenleri isimlendirmeleri ve temel elemanlarını tanımları amaçlanmıştır (MEB, 2018). Beşinci sınıf seviyesindeki öğrencilere yönelik kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel özelliklerini anlamaları ile ilgili kazanımlara da yer verilmiştir. Yedinci sınıfta düzgün çokgenler, düzgün çokgenlerin iç ve dış açıları ele alınmakta olup dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgen incelenerek yamuk ve eşkenar dörtgene ait alan bağıntıları oluşturularak ilgili problemlerin çözülmesi beklenmektedir (MEB, 2018).

Öğretim programında yer alan özel dörtgenlerin birbirleri ile ilişkisini kavrayabilmek için nasıl tanımlandıklarına bakılması gerekmektedir (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013). Alanyazına bakıldığında kapsayıcı tanımların daha çok destek gördüğü görülmektedir (De Villiers, 1994; Fujita and Jones, 2007, Kondratieva and Radu, 2009; Öztoprakçı and Çakıroğlu, 2013; Schwarz and Hershkowitz, 1999; Usiskin and Griffin, 2008 ). De Villiers (1994) hem kapsayıcı tanımın hem de harici tanımın matematik eğitiminde kullanılabileceğini ancak kapsayıcı tanımın daha ekonomik bir tanım olmasından dolayı problem çözmede kolaylık sağlayacağını belirtmiştir. Bununla birlikte küçük yaş gruplarında harici tanımın kullanılmasının daha uygun olduğu çalışmalar da vardır (De Villiers, 1994).

Kapsayıcı tanımın önemli özelliklerinden biri tanımın gerekli ve yeterli şartları taşımasıdır. Örneğin; dörtgeni dört kenarı olan geometrik şekil olarak tanımladığımızda eksik bilgi verilmiş olur. Çünkü kenarların doğrusal olmama durumu olasıdır. Aynı zamanda kapalılık özelliği de göz ardı edilmiştir. Bu doğrultuda dörtgen *“Kenarları doğru parçası olan ve tüm köşeleri aynı düzlem üzerinde bulunan, 3 köşesi aynı doğru*

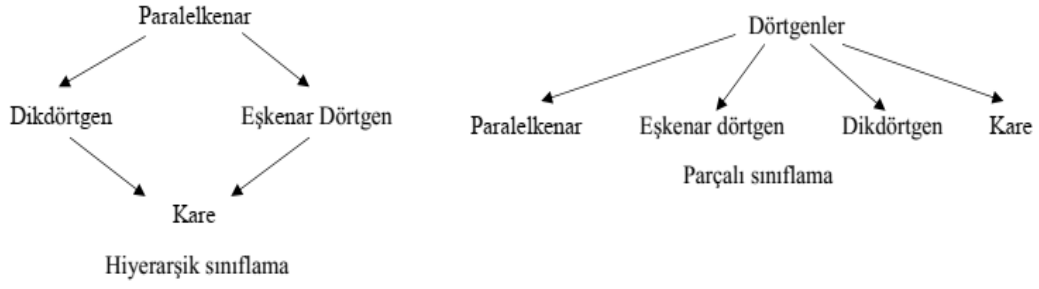
üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekil” olarak tanımlanabilir (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013). Özel dörtgenlerin tanımında da aynı zorluklarla karşılaşılabilir. Bu nedenle dörtgen ve dörtgen çeşitlerinin tanımlarını hem kapsayıcı hem de harici tanım üzerinden incelemek yararlıdır. Nitekim Öztoprakçı ve Çakıroğlu (2013) çalışmalarında özel dörtgenlerin harici ve kapsayıcı tanımlarına yer vermiştir. Bu çalışmada yer alan bazı tanımlar Tablo 1.2’de sunulmuştur.

**Tablo 1.2.** Özel dörtgenlerin kapsayıcı ve harici tanımları (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013)

| Dörtgen çeşitleri      | Kapsayıcı tanım                                                                                                                | Harici tanım                                                                                                                                    |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Yamuk</b>           | En az bir çift kenarı paralel olan dörtgendir. (Paralelkenarı içine alır.)                                                     | Bir çift kenarı paralel olan dörtgendir. (Paralelkenarı içine almaz.)                                                                           |
| <b>Paralelkenar</b>    | İki çift kenarı paralel olan dörtgendir. (Kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni kapsar.)                                        | Köşegenleri birbirini ortaltayan ancak eşit uzunlukta olmayan ve birbirini dik kesmeyen dörtgendir. (Yalnızca paralelkenarı temsil eden tanım.) |
| <b>Eşkenar dörtgen</b> | Bütün kenar uzunlukları eşit olan dörtgendir. (Kareyi kapsar.)                                                                 | Bütün kenarları eşit uzunlukta olan ancak dik açısı bulunmayan paralelkenardır. (Kareyi kapsamaz)                                               |
| <b>Dikdörtgen</b>      | Karşılıklı kenarları paralel olan ve en az bir açısının ölçüsü $90^0$ olan dörtgendir.                                         | Üç açısının ölçüsü $90^0$ olan, köşegenleri dik kesilmeyen dörtgendir.                                                                          |
| <b>Kare</b>            | Bütün kenar uzunlukları eşit olan ve bir iç açısının ölçüsü $90^0$ olan dörtgendir. (Kare diğer dörtgen çeşitlerini kapsamaz.) |                                                                                                                                                 |

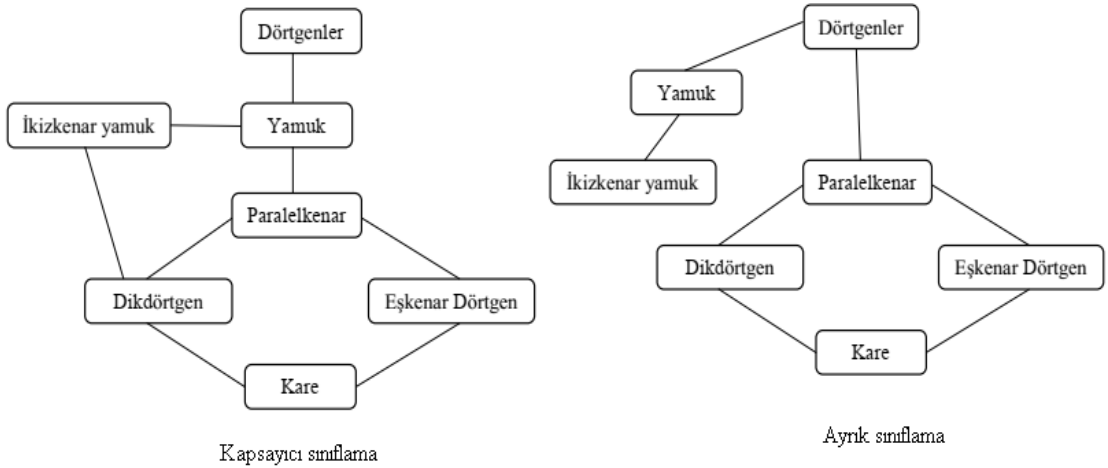
Farklı tanımlar aynı zamanda farklı sınıflandırmaları da ortaya çıkarmıştır (Athanasopoulou, 2008). Örneğin; Usiskin ve Griffin (2008) kapsayıcı ve harici dörtgen tanımlarına uygun hiyerarşik ilişkiyi gösteren sınıflandırmalar yaparken Graumann (2005) aç, kenar, köşegen ve simetri özelliklerini içinde barındıran daha kapsamlı sınıflandırmalar oluşturmuştur. De Villiers (1994) dörtgenleri hiyerarşik sınıflandırmanın dışında parçalı sınıflama yoluna da gitmiştir. Kavramların sınıflanması hiyerarşik sınıflama anlamındayken kavramın çeşitli alt sınıflarının diğerlerinden bağımsız olarak algılanması parçalı sınıflamayı oluşturmaktadır. Hiyerarşik sınıflamaya göre kare aynı zamanda bir dikdörtgen, dikdörtgen ise bir paralelkenardır. Parçalı sınıflamada ise kare dikdörtgenin özel hali değildir. Parçalı ve hiyerarşik sınıflama Görsel 1.7’de sunulmuştur.





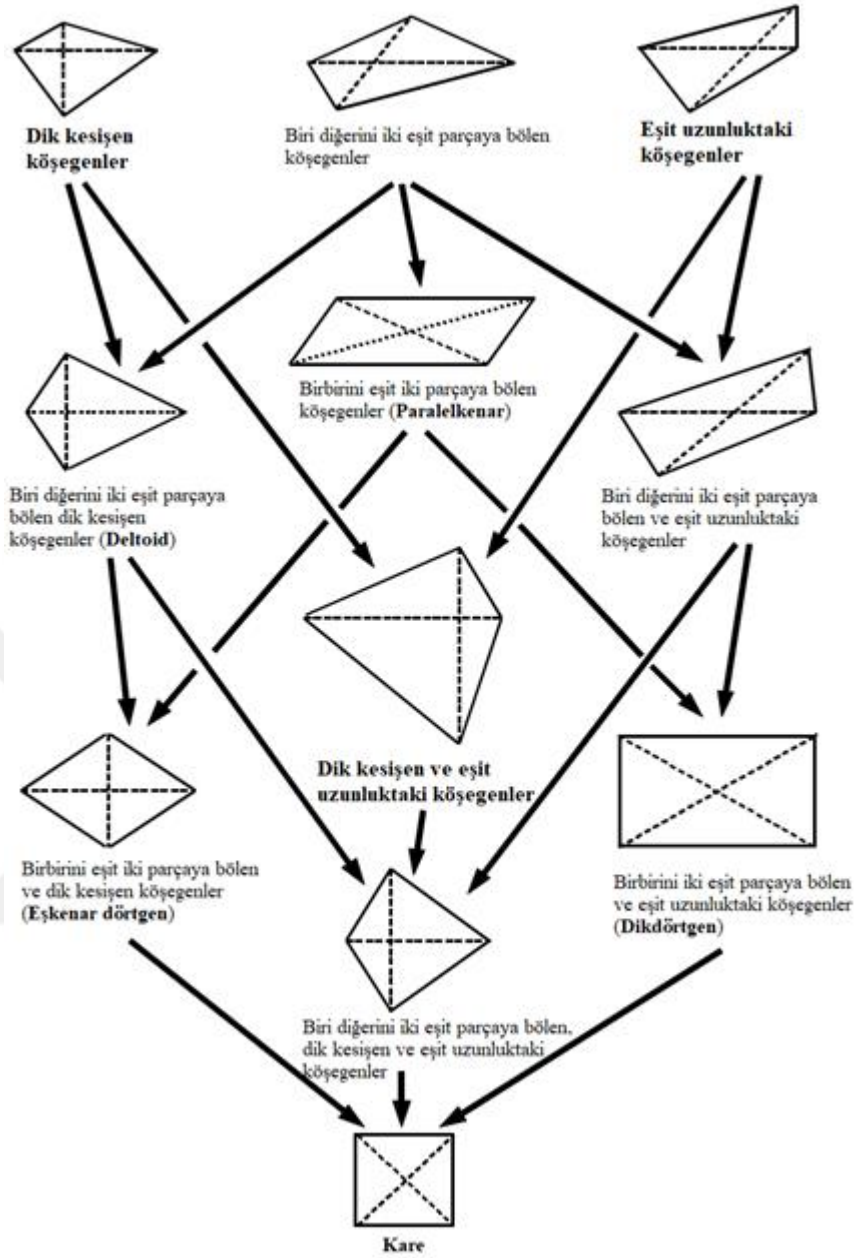
**Görsel 1.7.** *Hiyerarşik ve parçalı sınıflama (De Villiers, 1994)*

Usiskin ve Griffin (2008) yamuğun kullanımı ile birlikte sekiz çeşit özel dörtgenle iki farklı hiyerarşik sınıflama oluşturmuştur. Hiyerarşik sınıflama kapsayıcı yamuk tanımına uygun şekilde hazırlanmıştır. Yamuğun diğer özel dörtgenleri kapsamayan tanımına uygun şekilde hazırlanan sınıflama ise ayrık sınıflama olarak isimlendirilmiştir. Öğretim programında deltoid ve kirişler dörtgeni yer almadığından Görsel 1.8’ de sunulan sınıflandırmalara alınmamıştır.



**Görsel 1.8.** *Özel dörtgenlerin kapsayıcı sınıflandırması (Usiskin ve Griffin, 2008)*

Dörtgenlerin farklı özelliklerine göre sınıflamalar yapılabileceğini söyleyen Graumann (2005) dörtgenlerin köşegen özelliklerine göre sınıflandırmasını Görsel 1.9’da sunulduğu gibi yapmıştır.



**Görsel 1.9.** Köşegen özellikleri ile ilgili “dörtgenler sınıflaması” (Graumann, 2005)

Öğretim programının önemli bir bileşeni olan dörtgenler alt öğrenme alanı öğrencilerin geometrik kavramlara yönelik sınıflama, tanımlama, mantıksal çıkarım yapabilme becerilerini inceleme ve gelişimini test etme adına geometride kullanılabilecek en uygun öğrenme alanlarından biridir (Okumuş, 2011). Dolayısıyla dörtgenlerin tanımı ve dörtgen sınıflandırması dörtgenlerin öğretiminde önemli bir noktadadır. Fujita ve Jones’a (2007) göre kapsayıcı tanımlar hiyerarşik sınıflama için daha kullanışlıdır. Bu doğrultuda kapsayıcı tanımların öğrenimi harici tanımların öğrenimine göre daha üst düzey düşünme becerileri kazandırmada daha fazla ön plandadır (Öztoprakçı ve

Çakıroğlu, 2013). Bu bağlamda öğrencilerin üst düzey geometrik muhakemeye ulaşabilmesi için doğru ve kapsayıcı tanım yapma ile dörtgenler arasında hiyerarşik sınıflandırmayı yapabilmeleri beklenmektedir. Dolayısıyla genelde geometride özelde ise dörtgenler alt öğrenme alanında iyi tanım yapabilen öğrenciler geometrik muhakeme bağlamında daha ileri bir boyuta geçebilir. Bu nedenle dörtgenler öğretiminin tasarlanması ve öğretimi de önemli görülmektedir.

Dörtgenler üzerine yapılan çalışmalar çoğunlukla dörtgenlerin sınıflandırılması, dörtgen tanımları ve dörtgen prototipi (tek tip) üzerinedir (Fujita and Jones, 2006; Köse vd., 2019; Monaghan, 2000; Nakahara, 1995; Okumuş, 2011; Ubuz ve Üstün, 2003). Fujita ve Jones (2006) öğrencilerin dörtgen tanımlamalarını inceledikleri araştırmalarında kare, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuk arasından öğrencilerin en çok paralelkenar tanımlamalarında başarılı oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Bu durumun nedenlerinden biri olarak paralelkenar isminin paralel çizgileri hatırlatıyor olabileceğini ileri sürmüşlerdir. Tanımların değerlendirilmesine yönelik bir çalışmada (Köse vd., 2019) öğrencilerin en iyi paralelkenar tanımını yapabildikleri üstelik kapsayan tanımları belirleyebildikleri de ulaşılan sonuçlardandır. Monaghan (2000) ise ortaokul ve lise öğrencilerinin çoğunlukla dikdörtgenin dikey kenar uzunluğunu yatay kenar uzunluğundan daha büyük olarak algıladığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin yamukla ilgili prototip algıları üzerine yürüttüğü çalışmada Nakahara (1995) öğrencilerin yamukla ilgili yanlış imgelere sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır. Bu durumun yamuk tanımında bulunan “en az” niceleyicisinin kullanımından da kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Ubuz ve Üstün (2003) araştırmalarında dörtgenlerin tanımlanmasında kavramsal ve şekilsel yönler arasındaki bağlantı sürecini araştırmıştır. Görüşmelerin analizi sonucunda öğrencilerin sıklıkla prototip figürleri kullandıkları ve bunları genel şekil olarak algıladıkları; kavramın şekilde verilen kritik olmayan niteliklerinin kavram örneklerini tanımlamada güçlüklerle neden olduğu belirlenmiştir. Okumuş (2011) 7. sınıf öğrencileriyle çalıştığı çalışmada öğrencilerin dörtgenleri tanımlayabilme, sınıflandırabilme ve dörtgenler arası mantıksal çıkarım yapabilme becerilerini inceleyerek van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden 3. düzeye çıkabilmedeki dinamik geometri ortamlarının rolünü araştırmıştır. Araştırma sonuçları dinamik geometri ortamlarında öğrenim gören öğrencilerin dörtgenleri tanımlayabilme, sınıflandırma, dörtgenler arası mantıksal çıkarım yapabilme açısından kontrol grubundaki öğrencilere göre daha yüksek performans sergilediklerini ortaya koymuştur. Dörtgenlerle

ilgili yapılan çalışmalarda öğretmenlerin/öğrencilerin dörtgenlerle ilgili muhakemesinin gelişimi ve dörtgenlerin oluşumuna ait kavramsal süreçleri içeren bir çalışma ile karşılaşılmamıştır. Bu nedenle bu çalışmanın alanyazına önemli bir katkı oluşturacağı düşünülmektedir.

#### **1.4.7. İlgili araştırmalar**

Mutluoğlu ve Erdoğan (2020) yaptıkları araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin dörtgenler alt öğrenme alanındaki geometrik düşünme süreçlerini Fischbein'in (1993) şekilsel kavram teorisi çerçevesine göre incelenmişlerdir. Dörtgenler kapsamında paralelkenar, dikdörtgen ve kare kavramlarını ele almışlardır. İç içe geçmiş tekli durum çalışması deseninde yürüttükleri araştırmada matematik başarısı açısından alt orta ve üst olmak üzere üç gruba ayırdıkları öğrencilerden beş öğrenci ile çalışmışlardır. Öğrencilerden yarı yapılandırılmış görüşmelerde sunulan çeşitli dörtgenler arasından paralelkenar, dikdörtgen ve kare olanları belirlemeleri ve belirlemelerini hangi özelliklere göre yaptıklarını açıklamaları istenmiştir. Araştırma sonuçları alt başarı düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerinde prototip şekil etkisinde kaldığını ve bunun öğrencilerin temel geometrik kavramlar ve dörtgenlerle ilgili kavramsal bilgi eksiğinden kaynaklandığını ileri sürmüşlerdir.

Kaleli-Yılmaz ve Yüksel (2019) yaptıkları araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini arttırmak amacıyla çokgenler alt öğrenme alanı bağlamında farklı öğrenme ortamları tasarlayarak yapılan öğretimlerin etkililiğini incelemişlerdir. Yarı deneysel desen kullanılan çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinden oluşan üç şubeden ikisi deney grubu, üçüncü şube ise kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Bilgisayar grubu olarak adlandırılan birinci deney grubunda bilgisayar laboratuvarında yapılandırmacı yaklaşıma uygun çalışma yapraklarıyla birlikte Geogebra dinamik geometri yazılımı kullanılarak bilgisayar destekli bir öğrenme ortamında dersler yürütülmüştür. Manipülatif grup olarak adlandırılan ikinci deney grubunda geleneksel sınıf ortamında çalışma yapraklarıyla birlikte somut materyaller kullanılarak dersler işlenmiştir. Geleneksel grup olarak adlandırılan kontrol grubunda ise özel bir öğretim tasarlanmamış öğretmen rutin bir şekilde derslerini yürütmüştür. Tüm gruplarda aynı öğretmen tarafından dersler işlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri “van Hiele Geometrik Düşünme Testi” kullanılarak belirlenmiş ve testten elde edilen veriler klinik görüşmelerle desteklenmiştir. Araştırma sonucunda her üç grupta da

geometrik düşünme düzeylerinde önemli bir oranda artış olduğu, ancak en fazla artışın bilgisayar grubunda meydana geldiği görülmüştür.

Karpuz ve Atasoy (2019) yaptıkları araştırmada 9. sınıf öğrencilerinin geometrik şekilleri kavrama türlerini incelemiştir. Nitel araştırma deseninde yürütülen bu araştırmada araştırmacılar tarafından Şekil Kavrama Bilişsel Süreçler Testi (FACPT) oluşturulmuş ve klinik görüşme yöntemiyle 51 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin yarısından fazlasının algısal, söylemsel ve işlevsel kavramalarının lise geometrisi için yeterli düzeyde olmadığı bulunmuştur. Öğrencilerin birçoğunun geometrik bir şekil içinde yer alan çeşitli alt figürleri tanımada, sözlü bilgiyi görsel bilgiye dönüştürmede, görsel bilgiye dayalı sözlü bilgiye ulaşmada, görünüşten etkilenmeden sonuçlara varmada ve geometrik figürlerin ayrıştırılması ve yeniden oluşturulmasında başarısız olduğu bulunmuştur. Bu, öğretmenlerin geometri derslerinde sadece kavramsal bilgiye değil, aynı zamanda öğrencilerin şekil kavrama süreçlerinin yapısına da odaklanması gerektiğini göstermektedir.

Köse vd., (2019) yapmış oldukları çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin öğrencilerin paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kareye ait sözel olarak verilen tanımları nasıl yorumladıklarını ve bu yorumlama sürecindeki muhakemelerini incelemiştir. Bu amaçla iki farklı devlet ortaokulunda öğrenim gören 16 sekizinci sınıf öğrencisi ile çalışmışlardır. Nitel araştırma deseninde yürütülen bu araştırmada klinik görüşme ile toplanan veriler tematik analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Bu çalışmada harici tanımların ve kapsayıcı tanımların verilmesine odaklanılmış olup hiyerarşik tanımlamalara yer verilmemiştir. Verilerin analizi sonucunda paralelkenarda kenara dayalı kapsayıcı tanım ve harici tanım, dikdörtgen ve eşkenar dörtgende harici tanımlar, karede ise köşegene dayalı tanımın öğrenciler tarafından daha anlaşılır bulunduğunu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin çoğunun sunulan tanımı diğer dörtgenlerle karşılaştırarak karar verdiği görülmüştür. Prototip dörtgen imajının etkili olduğu öğrencilerin hatalı belirlemeler yaptıkları belirlenmiştir.

Uzun (2019) yaptığı çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin van Hiele geometri düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumlarını incelemiştir. Nicel araştırma deseninde yürütülen bu çalışmada keşfedici korelasyonel araştırma modeli tercih edilmiştir. Araştırma iki farklı ilin yedi ortaokulunda bulunan 429 öğrenci üzerinde uygulanmış ve verilerin analizinde SPSS24 paket programı kullanılmıştır. Çalışmadan

elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile uzamsal yetenek puanları arasında pozitif yönlü orta düzeyde bir ilişki bulunmuştur. Geometriye yönelik tutum puanları ile van Hiele geometri düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutum puanları ile uzamsal yetenek puanları arasında pozitif yönlü zayıf düzeyde bir ilişki olduğu ve bu ilişkilerin istatistiksel olarak manidar olduğu görülmüştür. Geometriye yönelik tutum puanları sabit tutulduğunda ise van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile uzamsal yetenek puanları arasında pozitif yönlü orta düzeyde ve istatistiksel olarak manidar bir ilişki olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Karpuz (2018) doktora tez çalışmasında Duval'ın bilişsel modelini inceleyerek ortaya koyduğu ilkelerin belirlenmesini ve bu ilkelerden hareketle bir öğrenme ortamının tasarlanmasını ve değerlendirilmesini amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda nicel araştırma desenlerinden yarı deneysel desen, nitel araştırma yöntemlerinden yarı yapılandırılmış mülakatlar ve alan notları kullanarak araştırmasını gerçekleştirmiştir. Bu doğrultuda bir devlet lisesinde daha önceden oluşturulmuş sınıflardan rastgele seçilen iki 9.sınıftan birine deney grubu olarak tasarlanan modelle öğretim verilmiş kontrol grubu olarak atanan diğerine ise geleneksel öğretim yapılmıştır. Bu öğrenme ortamlarının öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerine nasıl etki ettiği incelenmiştir. Araştırmanın verileri; teorik muhakeme ve şekle bakma bilişsel süreç testleri, yarı yapılandırılmış mülakatlar ve alan notları aracılığıyla elde edilmiştir. Uygulanan testler geliştirilen kategorik puanlama cetveline göre değerlendirilmiş ve elde edilen veriler üzerinde istatistiksel analizler yapılmıştır. Nitel verilerin analizi için betimsel analiz yöntemine başvurulmuştur. Araştırmanın sonuçları tasarlanan öğrenme ortamının geleneksel öğrenme ortamına göre öğrencilerin teorik muhakemelerinin geliştirilmesinde daha etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır. Buna karşın iki öğrenme ortamı arasında öğrencilerin şekle bakma süreçlerinin gelişimi açısından bir farklılaşma olmadığı belirlenmiştir. Bu durumun nedeni olarak teorik muhakemenin gelişiminin şekle bakma süreçlerinin gelişimini baskı altına almasından kaynakladığı ve iki sürecin eş zamanlı geliştirilmemesi gerektiği ileri sürülmüştür.

Ramatlapana ve Berger (2018) yapmış oldukları çalışmada matematik öğretmen adaylarının geometri içerik bilgisine dayalı bir göreve yönelik çözümlerinde ortaya çıkan düşünceleri incelemiştir. Çalışmada görevin başarıyla tamamlanması, şekillerin belirlenmesi, tanımlanması ve geometrik temsilleri, özellikleri ve teoremleri arasında bağlantılar kurmayı gerektirmektedir. Araştırmacılar verilen bir geometrik görevi

değerlendiren üç farklı matematik öğretmenine odaklanmışlardır. Duval'ın sunduğu algısal ve söylemsel kavrama türleri öğretmenlerin vermiş olduğu yanıtlarla bağdaştırılmıştır. Matematik öğretmen adayları verilen görevde bilişsel sürecin görselleştirme ve muhakeme bağlantılarını kurmada zorluklarla karşılaşmışlardır. Öğretmenlerin algısal ve söylemsel kavramaları arasındaki bağlantıyı açıklamada Geometri Görevlerini Çözmede Bağlantı Tipolojisi (Typology of Connections in Solving Geometry Tasks [TCGT]) modeli kullanılmıştır. Çalışmada öğretmenlerin daire geometrisi hakkında kısmi bilgiye sahip oldukları anlaşılmıştır. Bu araştırmanın sonunda Gagatsis vd. (2010) ile Micheal ve Gagatsis'in (2013) çalışmalarına benzer biçimde öğretmen adaylarının algısal kavramalarının söylemsel kavrama üzerine etkisi olduğu anlaşılmıştır.

Michael (2013) doktora tezi çalışmasında öğrencilerin geometrik görevlerin çözümü sırasında etkinleştirdikleri bilişsel süreçleri ve kavrama türlerini belirlemeyi ve bu seçimin uygun bir “bakma” yoluna yol açıp açmadığını incelemiştir. Bu çalışmada farklı sınıf düzeylerindeki lise öğrencilerinin geometrik şekillerin kavramasındaki bilişsel süreçlerinin ve geometrik şekilleri kavrama yapılarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Duval'ın Kavrama Türleri (1988) ve Houdement ve Kuzniak'ın (2003) Geometrik Paradigmalar çerçeveleri temel alınarak araştırma tasarlanmıştır. Nicel ve nitel yaklaşımların bir arada kullanıldığı çalışmada nicel veriler, kentsel ve kırsal bölgelerdeki okullarda öğrenim gören 9,10 ve 11. sınıf düzeyindeki 881 öğrenciye uygulanan 16 görevden oluşan bir test ile toplanmıştır. Nitel veriler ise, testte yer alan dört görevin çözümüne yönelik klinik görüşmeler yoluyla elde edilmiştir. Verilerin analizinde ilk olarak yapısal eşitlik modelleri kullanılarak öğrencilerin geometrik şekilleri kavramalarıyla ilgili yapı oluşturulmuştur ve doğrulanmıştır. Bu aşamanın sonuçları oluşturan yapının farklı sınıf düzeylerindeki öğrenciler için değişmezlik özelliğine sahip olduğunu göstermiştir. Bunun yanı sıra geometrik muhakemede görselleştirmenin önemini ortaya çıkaran işlevsel ve söylemsel kavrama türleri arasında güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür. Ayrıca muhakeme sürecinde ve bir oluşumda matematiksel özelliklerinin bilgisinin önemine vurgulayan söylemsel ve sıralı kavrama türleri arasında da manidar ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunlara ek olarak, algısal kavramanın söylemsel ve işlevsel kavramanın harekete geçirilmesinde önemli bir rolü olduğu görülmüştür. Araştırma sonucunda bir sınıf düzeyden üst düzeye geçtikçe öğrencilerin geometrik şekilleri kavramalarının da geliştiğini ve öğrencilerin algısal ve işlevsel

kavramaya yönelik görevleri daha kolay çözebilirken, en çok sıralı ve kavramsal kavramaya yönelik görevlerin çözümünde güçlük çektiklerini ortaya çıkarmıştır. Buna ek olarak, algısal kavramanın uygun kavrama türünü geçersiz kılacak şekilde görevlerin çözümüne karışması, öğrencileri yanlış cevaplara veya yanlış çözüm sürecine yönlendirmiştir. Öğrenci hatalarının çoğunlukla algısal kavrama ile ilişkili olduğu görülmüştür.

Aktaş ve Aktaş (2012) yaptıkları çalışmada 8. Sınıf öğrencilerinin köşegenlerin farklı durumlarda kesişmesi durumunda oluşan özel dörtgenleri belirlemelerini ve özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflamalarını anlamalarını incelemişlerdir. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması üzerinde desenlenmiş, biri pilot diğeri 24 öğrencinin bulunduğu uygulama sınıfı olmak üzere iki sınıf üzerinde yürütülmüştür. Çalışmaya ait veriler çalışma yaprakları, grup içi tartışmalar ve yapılandırılmış gözlemler ile toplanmıştır. Verilerin analizinde elde edilen veriler araştırma soruları çerçevesinde betimlenerek yorumlanmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin ölçme yaparak özel dörtgenleri belirleyebildiklerini ancak özel dörtgenlere ait hiyerarşiyi istenilen düzeyde ortaya koyamadıklarını göstermektedir.

Deliyanni vd. (2010) Duval'ın ortaya koymuş olduğu kavrama türlerinden algısal, söylemsel ve işlevsel kavramanın geometrik şekil algısındaki rolünü incelemişlerdir. Bu kapsamda ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik şekli anlamalarının bakımından benzerlikleri ve farklılıkları ile ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin algısal, söylemsel ve işlevsel kavrama ile ilgili görevlerin çözümleri sırasındaki davranış biçimleri arasındaki farklılıklar araştırılmıştır. Nicel araştırma yaklaşımlarının kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını yaşları 10-14 arasında olan 5 ve 6. sınıf öğrencileri (ilkokul) ile 7 ve 8. sınıf (ortaokul) öğrencilerinden oluşan 1086 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmanın verileri üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümdeki iki görev öğrencilerin algısal şekil yeteneği ve onları tanıma yeteneği ile ilgilidir. İkinci bölümde alan ve çevre ölçümüne ait görevler bulunmaktadır. Bu görevlerden üçü verilen bir şeklin yeniden yapılandırılmasını gerektirirken, dördüncü görev çözülmesi için verilen iki şeklin yeni bir şekilde değiştirilmesini gerektirmektedir. Üçüncü bölümdeki görevler sözel problemleri içermekle birlikte söylemsel şekil kavrama türüne uygundur. Görevlere ait öğrenci yanıtları doğru ise 1 puan, doğru değilse ya da yanıtlanmamışsa 0 puan verilerek değerlendirilmiştir. Verilerin analizinde geometrik şekli anlama yapılarının incelenmesi



için üç düzeyli doğrulayıcı faktör analizi ile birlikte çok değişkenli varyans analizi (MANOVA) kullanılmıştır. Veri analizinde EQS ve C.H.I.C paket programlarından yararlanılmıştır. Araştırma sonuçları ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin performansı ile görevlerin çözümü sırasında davranış biçimleri arasındaki farklılıkları ortaya koymuştur. Ortaokul öğrencilerinin performanslarının daha yüksek çıktığı bu çalışmadan yola çıkarak öğrencilerdeki performans gelişimi ile bilişsel gelişimin ilişkilendirilebileceği söylenebilir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde Duval'ın kavrama türlerini ortaya koyacak biçimde ortaokul öğrencilerine yönelik çalışmaların eksikliği göze çarpmaktadır. Aynı zamanda doğrudan dörtgen öğretimlerinin tasarlandığı ve tanım ile kavrama türlerini ortaya çıkaracak bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda bu çalışmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

### **1.5. Varsayımlar**

Araştırmaya ilişkin varsayımlar şunlardır:

1. Veri toplama ve öğretim deneyi sürecinde tüm öğrenciler bilgi ve becerilerini içtenlikle yansıtmışlardır.
2. Öğrenciler klinik görüşmelerde ve öğretim bölümleri sürecinde kendi doğal hallerini yansıtmışlardır. Bununla birlikte öğrenciler rahat davranarak bildiklerinin tamamını aktarmışlar ve maksimum performans sergilemişlerdir.

### **1.6. Sınırlılıklar**

Araştırmaya ilişkin sınırlılıklar şunlardır:

1. Bu araştırma araştırmacı-öğretmenin yedi aylık bir sürede gerçekleştirdiği öğretim deneyinde toplanan verilere dayanmaktadır.
2. Bu araştırma 2017-2018 öğretim yılında Eskişehir iline bağlı bir devlet ortaokulunun 7. sınıflarından birinde öğrenimlerine devam etmekte olan 26 öğrenciyle ve bunlar arasından seçilen dokuz odak öğrenci ile sınırlıdır.
3. Bu çalışmada Duval'ın Bilişsel Modeli'ne uygun tasarlanan öğrenme ortamı 7. sınıf çokgenler, çokgende açı, dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve bu dörtgenlerin alanları ile sınırlıdır.

## 2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, katılımcılar, kullanılan veri toplama araçları, öğretim sürecinin ayrıntılı açıklaması ve elde edilen verilerin toplanması ve analizine ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

### 2.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin geometrik muhakemelerinin Duval'in kavrama türleri çerçevesi temel alınarak dörtgenler alt öğrenme alanı bağlamında incelenmesi ve geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla öğrencilerin geometrik muhakemelerinin gelişim sürecinin doğrudan gözlenmesi ve yansıtılması hedeflendiğinden bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Yorumlayıcı ya da alan araştırması olarak da adlandırılmakta olan nitel araştırmalar, var olan durumların kendi doğal ortamında manipüle edilmeden olduğu gibi gözlenmesi ve yorumlanması gerektiğini savunmaktadır. Nitel araştırmacılar inceledikleri kişi ya da durumları kendi doğal ortamları içerisinde anlamlandırarak ve yorumlayarak araştırmaktadır (Bogdan and Biklen, 2007; Creswell, 2007; Denzin and Lincoln, 2005). Nitel araştırmalar bir ortamın ya da sosyal yaşamın bir bölümüyle uzun ve yoğun bir süreci birlikte gerçekleştirilir (Miles and Huberman, 1994). Nitel yaklaşımlar ele alınan konuların derin ve ayrıntılı bir biçimde çalışılmasına olanak sağlarken önceden belirlenmiş kategorilerle sınırlandırılmadan verilerin analiz edildiği bir alan çalışması nitel araştırmanın derinliğini, açıklığını ve detaycılığını desteklemektedir (Patton, 2014). Günümüzde ise matematik eğitiminde özellikle öğrenmenin ve matematiksel düşünmenin nedenlerine ve nasıllarına ışık tutulmak istenilen çalışmalarda sık sık başvurulan yaklaşımlardan biri haline gelmiştir. Bu yaklaşım çerçevesinde fen ve matematik eğitimi araştırmalarının doğasına uygunluğu ve gelişimin izlenmesine olanak sağlaması açısından tercih edilen yöntemlerden biri de öğretim deneyidir.

Öğretim deneyinin yapılandırıcı yaklaşımla eş zamanlı gelişen bir yöntem olduğu söylenebilir. Steffe ve Thompson (2000) öğretim deneyinin öğrencilerin matematiksel etkinliklerinin açıklanması ve keşfedilmesi için tasarlanmış bir yöntem olduğunu belirtmektedir. Czarnocha ve Maj (2008) ise öğretim deneyini bir yandan matematik öğretiminin bir aracı bir yandan da sınıflarda yürütülen matematik eğitimi araştırmalarının bir yöntemi olarak tanımlamaktadır. Yöntem olarak öğretim deneyi, araştırma sorularının cevaplarını bulmaya ve matematik öğreniminin doğasını ve

öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin gelişimini araştırmaya hizmet etmektedir. Öğretim deneyi klinik görüşme yönteminden türetilmiş olmakla birlikte öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini geliştirecek yollar tasarlamayı da içerdiği için klinik görüşmeden daha kapsamlıdır (Steffe, Thompson and Glasersfeld, 2000). Steffe ve Thompson (2000), öğretim deneyi yönteminin kullanılmasındaki temel amacın, öğrencilerin matematik öğrenimlerini ve muhakeme süreçlerini birinci elden deneyimlemek olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerinin incelenmesine ve geliştirilmesine ve süreç boyunca elde edilen verilere dayalı olarak öğretimlerin düzenlenmesine olanak sağlaması açısından öğretim deneyi yönteminin kullanmasının uygun olduğu düşünülmüştür.

## **2.2. Katılımcılar**

Nitel araştırmaların öncelikli amacı genelleme olmadığından (Başkale, 2016) araştırma sonucunda elde edilen bulguların araştırmanın katılımcılarıyla sosyal, kültürel, ekonomik, bilişsel ve duyuşsal özellikler gibi çeşitli özellikler açısından benzerlik gösteren gruplar için geçerli olabileceği göz önünde tutulmalıdır. Araştırmada öğrencilerin geometrik muhakemelerinin “dörtgenler” alt öğrenme alanı bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Dörtgenler alt öğrenme alanına ortaokul 7. sınıf matematik öğretim programında yer verilmektedir. Bu nedenle araştırmanın ortaokul 7. sınıf öğrencileri ile yürütülmesine karar verilmiştir. Bu doğrultuda bir devlet okulunun 12 tane 7. sınıf şubelerinden birinde öğrenim görmekte olan öğrenciler araştırmanın katılımcılarını oluşturmaktadır. Şubenin seçimi odak öğrencilerin seçimi başlığı altında açıklanmıştır. Araştırmanın yürütüldüğü okul sosyo-ekonomik durum bakımından orta-düşük seviyedeki bir bölgede bulunmaktadır. Öğrenci velilerinin çoğunlukla işçi ve memurlardan oluştuğu bilinmektedir.

### **2.2.1. Odak öğrenciler**

Nitel araştırmalarda örneklemin araştırmanın amacına en iyi hizmet edecek şekilde seçimine amaçlı örnekleme denilmektedir. Amaçlı örneklemin mantığı ve gücü derinlemesine anlama üzerine yaptığı vurgudan kaynaklanmaktadır ve böylelikle çalışmanın derinleştirilebilmesi için zengin bilgi içeren durumların seçimine öncülük eder (Patton, 2014). Bu araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan

ölçüt örnekleme yoluyla seçilmiştir. Bu doğrultuda uygulamanın yapılacağı şubenin seçiminde üç temel ölçüt dikkate alınmıştır. Bu ölçütlerden ilki araştırmacının öğretmen olarak görev yapmış olduğu dolayısıyla tanıdığı ve önceden gözlemlemiş olduğu şubelerden biri olmasıdır. İkinci ölçüt şubedeki öğrencilerin matematik başarı durumları açısından çeşitlilik göstermesi diğer bir deyişle başarı açısından heterojen bir dağılım göstermesidir. Üçüncü ölçüt ise seçilen şubedeki öğrencilerin sınıf tartışmalarında kendilerini sözlü olarak ifade edebilmeleridir. Ayrıca seçilen öğrencilerin gönüllü olması dikkate alınmıştır. Bu ölçütler doğrultusunda seçilen şubede 17 kız 9 erkek olmak üzere 26 öğrenci bulunmaktadır. Öğretim bölümleri şubedeki tüm öğrencilerle gerçekleştirilmiş olmasına karşın, ön ve son klinik görüşmeler üç farklı başarı düzeyinden (geliştirilebilir-temel-gelişmiş düzey) seçilen odak öğrencilerle yürütülmüştür. Bu doğrultuda toplam dokuz odak öğrenci ile çalışılmıştır. Tablo 2.1.'de bu öğrencilerin kod isimleri ve başarı düzeyleri açıklanmıştır.

**Tablo 2.1.** *Odak öğrencilerin kod isimleri ve özellikleri*

| Gruplar                       | Odak öğrencilerin kod isimleri | Odak öğrencilerin özellikleri                                                                                                             |
|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Grup (geliştirilebilir düzey) | Arda                           | Geometrik muhakeme becerileri geliştirilebilir düzeydedir. Geometri alanında kendine güveni azdır.                                        |
|                               | Yaz                            | Geometrik kavramlar açısından kavram yanılgılarına sahiptir. İstekli ve gelişime açıktır.                                                 |
|                               | Zara                           | Geometrik temel bilgi eksiği olmakla birlikte işlemsel becerileri hızlıdır.                                                               |
| Grup (temel düzey )           | Asu                            | Sözlü iletişimi güçlü ve geometrik bilgi ve becerileri temel düzeydedir.                                                                  |
|                               | Burcu                          | Geometrik bilgi ve becerileri temel düzeydedir. Bununla birlikte geometrik enstrümanları iyi bir şekilde kullanabilmektedir.              |
|                               | Rana                           | Geometrik bilgi ve becerileri temel düzeydedir. Sözlü iletişimi güçlüdür ve problem çözmeye sistematik yaklaşabilmektedir.                |
| Grup (gelişmiş düzey)         | Damla                          | Geometrik bilgi ve becerileri temel düzeyin üzerindedir. Geometrik kavramlara özel bir ilgisi vardır.                                     |
|                               | Nil                            | Geometrik bilgi ve becerileri temel düzeyin üzerindedir. Geometrik şekilleri analiz edebilmektedir.                                       |
|                               | Onur                           | Geometrik bilgi ve becerileri temel düzeyin üzerindedir. Rutin olmayan geometri problemlerine farklı çözüm stratejileri önerebilmektedir. |

Bu araştırma öğretim deneyi desenine bağlı olarak tasarlandığından araştırmacı-öğretmen ve gözlemci de birer katılımcı olarak araştırma sürecinde yer almıştır.

### **2.2.2. Araştırmacı-öğretmen**

Araştırmacı-öğretmen araştırmanın hem katılımcısı hem de bir veri toplama aracı olarak araştırma sürecinde etkin bir rol oynamıştır. Öğretim bölümleri ve kinik görüşmeler araştırmacı-öğretmen tarafından yürütülmüştür. Araştırmacı-öğretmen lisans eğitimini ilköğretim matematik öğretmenliği üzerine almıştır ve 15 yıldır MEB'e bağlı ortaokullarda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Matematik eğitimi alanında yüksek lisans eğitimini tamamlamış aynı alanda doktora eğitimine devam etmektedir. Araştırmacı-öğretmen yüksek lisans tez çalışmasını öğretim deneyi deseninde 5. sınıf öğrencilerinin ilişkisel düşünme becerilerinin geliştirilmesi üzerine yapmıştır. Ayrıca araştırmacı-öğretmen matematik eğitimi alanındaki eğitimi süresince geometrik düşünme, geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımları, Öklidyen ve Öklidyen olmayan geometri, geometri öğrenimi ve öğretimi üzerine çeşitli dersler de almıştır.

### **2.3. Pilot Uygulama**

Pilot çalışmanın amacı, görüşme ve öğretim bölümlerinde yer verilen soruların net olarak belirlenebilmesi ve tekrar uygulanabilir olmasıdır. Böylece dilde hatalı kullanımlar ve matematiksel hatalı anlamalar giderilerek, beklenmedik durumlara karşı önlemler alınır (Goldin, 1997).

Araştırmacı uygulamanın yapılacağı ortamın fiziksel ve sosyal koşullarını gözden geçirmek, hazırlanan veri toplama araçlarını test etmek, tasarlanan öğretim etkinliklerinin güçlü ve zayıf yönlerini belirlemek ve ihtiyaç duyulan süreyi saptamak gibi çeşitli amaçlarla pilot uygulama yapmıştır. İlk olarak öğretim bölümlerinde kullanılmak için hazırlanan etkinliklerin pilot çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla aynı okulda öğrenim gören matematik başarı performansı açısından seçilen şubedekine benzer şekilde heterojen bir dağılım gösteren bir 8. sınıf şubesi seçilmiştir. Öğretim bölümlerindeki etkinliklerin pilot çalışmalarının dörtgenler alt öğrenme alanı öğrenmiş öğrencilerle gerçekleştirilmesinin daha uygun olacağı düşünüldüğünden bu çalışmalar 8. sınıf öğrencileriyle yapılmıştır. Pilot uygulamada öğretim etkinliklerinin gerçekleştirilmesi sürecinde öğrencilere daha önceden öğretimi yapılmış olan Geogebra dinamik geometri yazılımından yararlanılmıştır. Pilot çalışma uygulaması sonucunda öğrencilerden gelen

istek ve öneriler de dikkate alınarak bazı etkinliklerde çeşitli düzenlemeler yapılırken bazı etkinlikler öğrenmeye yeterli katkı sağlamadığı ya da uygun veri elde edilemediği için öğretimlerden tamamen çıkarılmıştır. Ayrıca bu istek ve önerilerin araştırmacının öğretim bölümlerini tasarlaması sürecinde yararlı olduğu görülmüştür. Etkinlikler için yapılan düzenlemeler arasında öğrencilere sağlanan materyallerle ve anlamayı güçleştiren ifadelerin düzenlenmesi ile ilgili değişiklikler söz konusudur. Etkinliklerin süresinin 20-40 dakika arasında değiştiği görülmüştür. Öğretim bölümlerinin asıl uygulamaya hazır hale getirilmesinin ardından ön klinik görüşmelerde kullanılacak veri toplama araçlarının test edilmesine yönelik pilot çalışmaya geçilmiştir.

Ön klinik görüşme sorularının test edilmesi için katılımcı olarak seçilen öğrencilerle matematik performansı açısından benzerlik gösteren başka 7. sınıf şubelerinde öğrenim gören her bir performans düzeyinden ikişer olmak üzere toplam altı öğrenci ile çalışılmıştır. Bu pilot görüşme sonucunda elde edilen veriler analiz edilerek, sorularda anlaşılmayan bölümler düzeltilmiş ve bazı şekiller üzerinde noktaların büyüklüğünün değiştirilmesi gibi biçimsel değişiklikler yapılmıştır. Ön klinik görüşmelerin 80-100 dakika arasında gerçekleştirilmesinin uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Bu pilot çalışmanın ardından asıl ön klinik görüşmelerin ve öğretim bölümlerinin uygulamasına geçilmiştir. Son klinik görüşmelere yönelik pilot çalışma ise öğretim bölümleri tamamlandıktan sonra yürütülmüştür. Bu kapsamda ön klinik görüşmelerin pilot uygulamasına benzer şekilde matematik performansı açısından benzerlik gösteren başka 7. sınıf şubelerinde öğrenim gören her bir performans düzeyinden birer olmak üzere toplam üç öğrenci ile çalışılmıştır. Bu pilot uygulamada ise sadece son klinik görüşmeler için hazırlanan veri toplama aracında olan ve ön klinik görüşme veri toplama aracında olmayan problemler üzerinde durulmuştur. Bu çalışma sonucunda herhangi bir soruna rastlanmadığı için son klinik görüşme veri toplama aracında herhangi bir değişikliğe gidilmemiştir. Son klinik görüşmelerin pilot uygulamada 60-80 dakika arasında sürdüğü görülmüştür.

## **2.4. Verilerin Toplanması**

Nitel araştırmalarda bulguların “inanılabilirliğini” artırmak için kullanılabileceği çeşitli stratejiler vardır (Başkale, 2016). Işık ve Semerci (2019) nitel araştırmalarda yanlış algılamayı ve sonuçların geçersizliğini en aza indirmek için üçgenleme stratejisinin kullanılabileceğini belirtmiştir. Üçgenleme ile iki ya da daha fazla veri toplama yöntemi

(görüşmeler ve gözlemler gibi) ya da iki ya da daha fazla veri kaynağı (farklı grup üyeleriyle bireysel görüşmeler gibi) ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması amaçlanmaktadır (Başkale, 2016; Mayring, 2011). Bu sayede çalışmadaki büyük resim ortaya konarak çalışmanın derinlemesine anlaşılması sağlanır (Işık ve Semerci, 2019). Bu nedenler ışığında toplanan verilerin çözümlenmesinde üçgenleme stratejisi benimsenmiştir.

Bu araştırmanın verileri ön ve son klinik görüşmeler, öğretim bölümleri, bireysel çalışma kâğıtları, araştırmacı ve öğrenci günlükleri ile toplanmıştır. Ön ve son klinik görüşmelerde odak katılımcıların dörtgen tanımları ve kavrama türlerine ilişkin veriler toplanmıştır. Öğretim bölümlerinde tüm katılımcıların dörtgen öğrenme sürecindeki sınıf içi tartışmalarla birlikte kavrama türlerinin değişim süreçleri incelenmiştir. Araştırma verilerinin toplanma süresi yaklaşık dört ay sürmüştür. Araştırma verilerinin toplanmasına ilişkin takvim Tablo 2.2’de sunulmuştur.

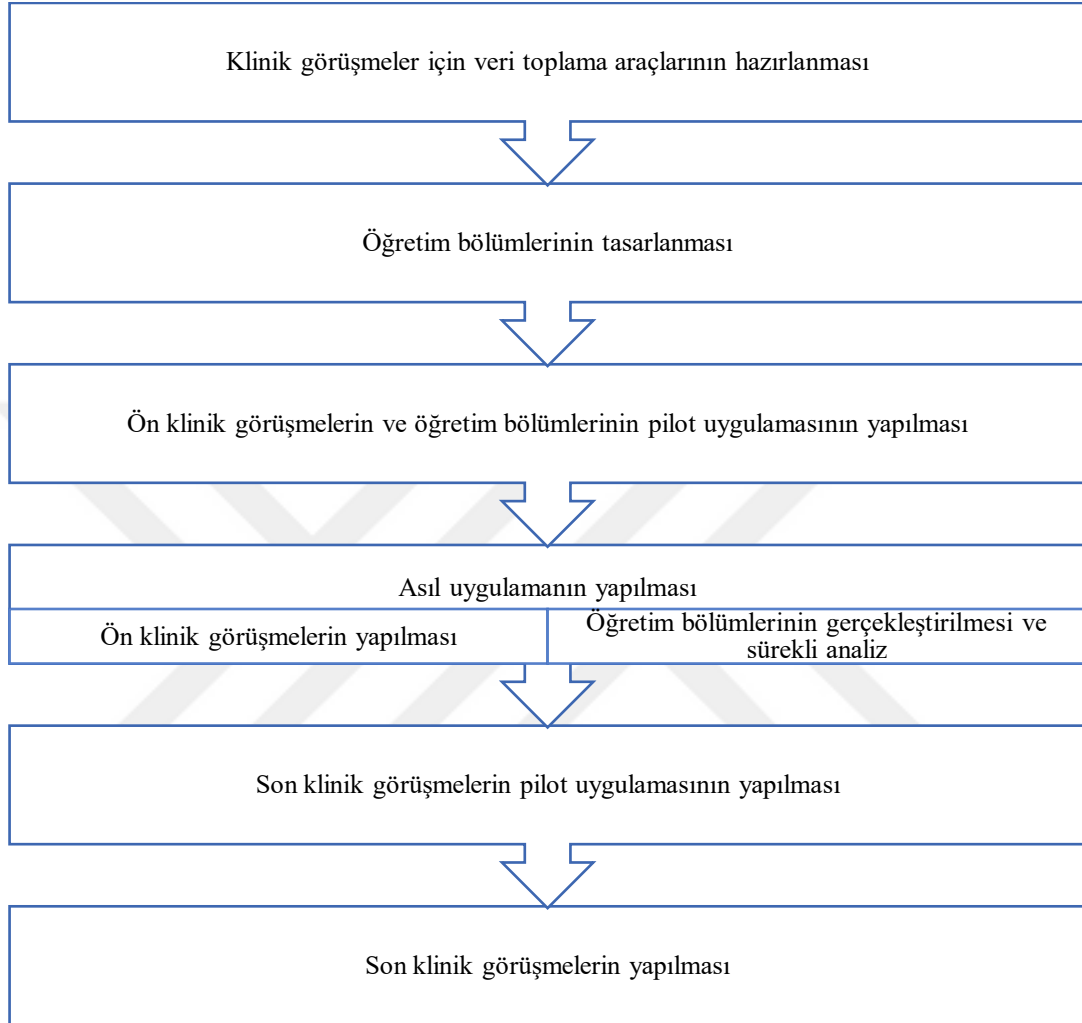
**Tablo 2.2.** *Veri toplama takvimi*

| Veri Toplama Adımları                                                                                                     | Tarih                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| Öğretim etkinliklerinin ve ön klinik görüşmelerin pilot uygulamasının yapılması ve veri toplama araçlarının güncellenmesi | 14.12.2017- 11.01.2018 (4 hafta) |
| Odak öğrencilerin seçimi ve ön klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi                                                     | 15.01.2018-19.01.2018 (1 hafta)  |
| Öğretim bölümlerinin yürütülmesi ve sürekli analiz                                                                        | 24.04.2018-25.05.2018 (5 hafta)  |
| Son klinik görüşmelerin pilot uygulamasının yapılması                                                                     | 28.05.2018-30.05.2018 (1 hafta)  |
| Son klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi                                                                                | 07.06.2018-13.06.2018 (1 hafta)  |

Tablo 2.2’de görüldüğü gibi öğretim bölümlerinin tamamlanması ile son klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi arasında, öğrencilerin yılsonu sınavları ve son klinik görüşmelerin pilot uygulamasının yapılması nedeniyle bir süre boşluk bırakılmıştır. Araştırmacı-öğretmen veri analizinde kullanmak üzere süreçte toplanan verileri video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına almıştır.

## 2.5. Araştırma Süreci

Araştırma sürecine ilişkin izlenen genel adımlar Şekil 2.1’de sunulmuştur.



**Şekil 2.1.** Veri toplama sürecinde izlenen adımlar

Araştırma sürecinde öğretim deneyi kapsamında sırasıyla ön klinik görüşmeler, öğretim bölümleri ve son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte sekiz öğretim bölümü 25 saatlik sürede gerçekleştirilmiştir. Tablo 2.3’de araştırma sürecindeki öğretim bölümleri ve klinik görüşmelerin içerikleri sırasıyla sunulmuştur.



**Tablo 2.3.** Öğretim bölümleri ve klinik görüşmelerin içerikleri

| No | Uygulama                 | Tarih                 | İçerik                                                                                                              |
|----|--------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Ön klinik görüşme        | 15.01.2018-19.01.2018 | Odak katılımcıların dörtgen tanımlarının, geometrik muhakemelerinin, kavramsal ve bilişsel süreçlerinin incelenmesi |
| 2  | Birinci öğretim bölümü   | 24.04.2018            | Tanım özelliklerinin tanımlanması ve iyi bir tanım yapabilme, çokgenin tanımlanması                                 |
| 3  | İkinci öğretim bölümü    | 25.04.2018            | Çokgende açı ve açı ölçüsünün kavranması                                                                            |
| 4  | Üçüncü öğretim bölümü    | 02.05.2018            | Düzgün çokgenlerin elemanlarının ve özelliklerinin belirlenmesi                                                     |
| 5  | Dördüncü öğretim bölümü  | 03.05.2018            | Dörtgenin ve yamuğun elemanlarının ve özelliklerinin belirlenmesi                                                   |
| 6  | Beşinci öğretim bölümü   | 08.05.2018            | Paralelkenar ve eşkenar dörtgenin elemanlarının ve özelliklerinin belirlenmesi                                      |
| 7  | Altıncı öğretim bölümü   | 09.05.2018            | Dikdörtgen ve karenin elemanlarının ve özelliklerinin belirlenmesi                                                  |
| 8  | Yedinci öğretim bölümü   | 15.05.2018-17.05.2018 | Yamuk ve eşkenar dörtgende alan bağıntısının oluşturulması                                                          |
| 9  | Sekizinci öğretim bölümü | 22.05.2018-24.05.2018 | Bilardo etkinlikleriyle özel dörtgenlerin oluşturulması                                                             |
| 10 | Son klinik görüşme       | 07.06.2018-13.06.2018 | Odak katılımcıların dörtgen tanımlarının, geometrik muhakemelerinin, kavramsal ve bilişsel süreçlerinin incelenmesi |

Öğretim bölümlerinin yürütülmesinde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra programı kullanılmıştır. Bu yazılımın Türkçe ara yüzünün olması ve sınıflardaki etkileşimli tahtalarda bulunması ve böylelikle öğrencilerin yazılımla ilgili deneyim sahibi olmaları nedeniyle Geogebra yazılımı tercih edilmiştir.

## 2.6. Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması 2017-2018 öğretim yılı güz döneminde Eskişehir ili merkezindeki bir ortaokulda gerçekleşmiştir. Okulun aynı zamanda araştırmacının kendi

öğretmenliğini de yapmış olduğu okul olması bakımından daha uygun olacağı ve rahat hissedeceği düşünülmüştür. Sınıf seçiminde normal sınıfların aksine bu sınıfta öğrencilerin ders iletişimini güçlendirebilecek materyallerin bulunması ve sınıfın etkinlikler yapabilmek için uygun olması gibi ölçütlere dikkat edilmiştir. Seçilen dersliğin fiziksel koşulları araştırmacı tarafından etkileşime en uygun şekilde düzenlenmiştir. Etkileşimli tahta ve internetin olması etkinliklerin uygulanmasında DGY gibi enstrümanların rahat kullanımını sağlamıştır.

## **2. 7. Veri Toplama Araçları**

Öğretim deneyi kapsamında veriler odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşme videoları, sınıf öğretim dersleri videoları, öğrenci dokümanları, öğrenci günlükleri ve araştırmacı günlüğü aracılığıyla toplanmıştır.

### **2.7.1. Klinik görüşme görevleri/ Klinik görüşmeler**

Ön ve son klinik görüşmelerde kullanılan veri toplama araçları EK-1a ve EK-1b’de sunulmuştur. Klinik görüşme formlarında yer verilen görevlerden bazıları araştırmacı tarafından hazırlanırken bazıları görsel olarak uyarlanmış, bazıları da doğrudan alınarak kullanılmıştır. Klinik görüşme görevleri belirlenirken ya da tasarlanırken görevlerin Duval’in Bilişsel Model’indeki kavrama türlerini açığa çıkarmaya olanak sağlayacak nitelikte olması göz önünde tutulmuştur. Öğrencilerin görevleri çözerken istedikleri araç ve gereçleri (açıölçer, pergel ve cetvel gibi) kullanmalarına ve ölçme yapmalarına izin verilmiştir. Her iki veri toplama aracında yer verilen görevler üç bölüme ayrılmıştır. Tablo 2.4’te ön klinik görüşmede yer verilen görevler ve görevlerin türleri sunulmuştur.

**Tablo 2.4.** Ön klinik görüşmede yer verilen görevler ve türleri

| Bölüm                                   | Görevler | Görev Gereksinimi                                   | Alt Görevler                                                                                                            |
|-----------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Birinci Bölüm (tanımlar)                | 1. Soru  | Dörtgen ve özel dörtgenleri tanımlama               | Dörtgeni tanımlama<br>Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kareyi tanımlama                              |
| İkinci Bölüm (Duval'ın Kavrama Türleri) | 1. Soru  | Algısal kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme   | a-) Verilen bir dörtgen içerisindeki özel dörtgenleri belirleme<br>b-) Verilen bir kare içerisindeki kareleri belirleme |
|                                         | 2. Soru  | Sıralı kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme    | a-) 3 eş çembere eş bir çember çizerek kare oluşturma<br>b-) Üçgenin alanına eşit olan paralelkenarlar oluşturma        |
|                                         | 3. Soru  | İşlevsel kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme  | a-) Verilen bir şekli eş yamuklara ayırma<br>b-) İki farklı çember şeklinin çevre uzunluklarını yorumlama               |
|                                         | 4. Soru  | Söylemsel kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme | a-) Dörtgen içinde paralelkenar oluşturma<br>b-) Eş açıları gösterme                                                    |
| Üçüncü Bölüm (Söylemsel Kavrama)        | 1. Soru  | Paralelkenarı belirleme                             | a-) Köşegen özelliklerinden yararlanma                                                                                  |
|                                         | 2. Soru  | Eşkenar dörtgeni belirleme                          | b-) Köşegen uzunlukları ve köşegenlerin oluşturduğu açılardan yararlanma                                                |
|                                         | 3. Soru  | Dikdörtgeni belirleme                               | c-) Açortay ve köşegen özelliklerinden yararlanma                                                                       |
|                                         | 4. Soru  | İkizkenar yamuğu belirleme                          | d-) Çemberin merkezinden ve köşegen uzunluklarından yararlanma                                                          |

Ön klinik görüşmenin birinci bölümünde yer alan görevlerde araştırmacı öğrencilerin dörtgen ve özel dörtgenlerin tanımına yönelik bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu görevler Görsel 2.1'de sunulmuştur. Bu amaçla bu bölümde öğrencilerin dörtgen, paralelkenar, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ve yamuğu tanımlamaları istenmiştir. Bunun yanı sıra klinik görüşme sürecinde öğrencilerin yaptıkları tanımlara bağlı olarak tanımın özelliklerine ilişkin bilgileri sonda sorular ile sorgulanmıştır.

```

101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 1040 1041 1042 1043 1044 1045 1046 1047 1048 1049 1050 1051 1052 1053 1054 1055 1056 1057 1058 1059 1060 1061 1062 1063 1064 1065 1066 1067 1068 1069 1070 1071 1072 1073 1074 1075 1076 1077 1078 1079 1080 1081 1082 1083 1084 1085 1086 1087 1088 1089 1090 1091 1092 1093 1094 1095 1096 1097 1098 10
```

[illegible]

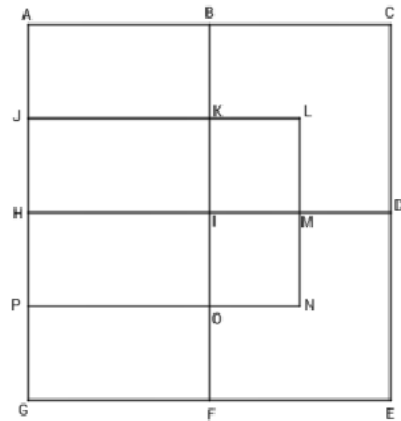
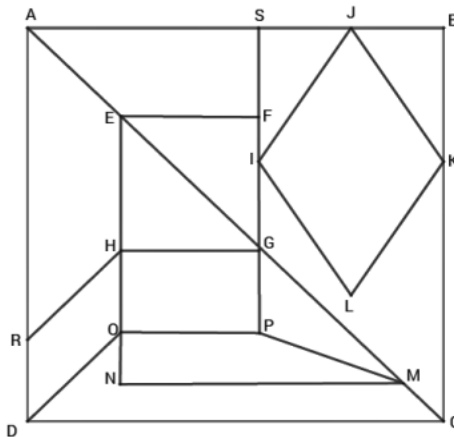
Dikdörtgen :

```
Kare :  
-----  
-----  
-----  
-----
```

**Eşkenar dörtgen:**

İkinci bölümde her biri ikişer alt görev içeren dört grup soru bulunmaktadır. Bu görevlerin çözümü için öğrencilerin dörtgen ayırt etme, tanıma, tanımlama ve dörtgen oluşturma gibi becerilerini etkinleştirmesi beklenmektedir. Bu görevlerle öğrencilerin kavrama türleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. İkinci bölümdeki ilk soru iki alt görev içermektedir. Bu görevler öğrencilerin algısal kavramalarını ve karmaşık bir şeklin içindeki alt şekilleri ayırt etme, tanıma ve adlandırma becerilerini incelemektedir. Bu görevlerden ilkinde dörtgen çeşitlerini ayırt etme ve tanıma, ikincisinde ise kare olan dörtgenleri tanıma gerektiren iki alt görev bulunmaktadır. Bu bölümdeki görevlerden ilki uyarlanarak ikincisi değişiklik yapılmadan Deliyianni vd.'den (2010) alınmıştır. Bu görevler Görsel 2.2'de sunulmuştur.

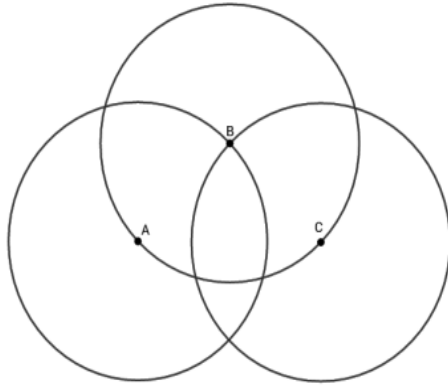
B-) Aşağıda verilen şekildeki karelerin isimlerini yazınız.



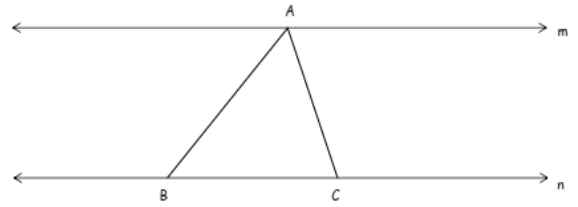
42

İkinci bölümdeki ikinci soru iki alt görev içermektedir. Bu görevler öğrencilerin sıralı kavramalarını ve verilen bilgilere dayanarak görevde belirtilen koşulları karşılayacak bir şekil oluşturma becerilerini ve oluşturma sürecine ilişkin açıklamalarını incelemektedir. Bu görevlerden ilkinde kare oluşturacak şekilde görevde verilen eş çemberlere eş bir çember çizme, ikincisinde ise şekilde verilen üçgenin alanına eşit alanlı olacak şekilde paralelkenarlar çizme gerektiren iki alt görev bulunmaktadır. Öğrencilerden yaptıkları çizimlerin rastgele olup olmadığını ve matematiksel bir süreç izleyip izlemediklerini belirlemek için geometrik şekilleri çizim süreçlerini açıklamaları istenmiştir. Bu bölümdeki görevlerden ilki araştırmacı tarafından hazırlanmışken ikincisi değişiklik yapılmadan Gagatsis vd.'den (2010) alınmıştır. Bu görevler Görsel 2.3'te sunulmuştur.

A-) Şekildeki A, B ve C merkezli çemberler eşdir. Bu çemberlere eş, D merkezli bir çember çizerek ABCD karesini oluşturunuz.



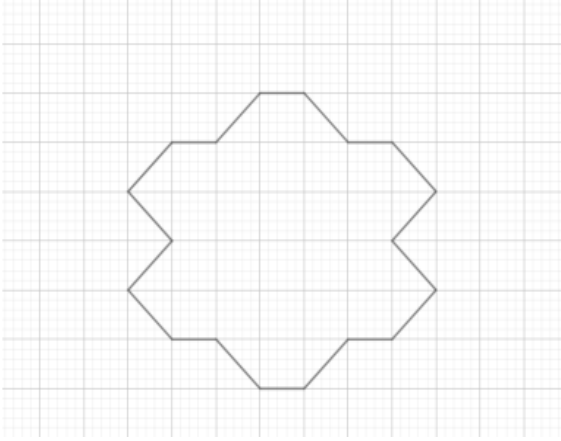
B-) Aşağıda verilen m ve n doğruları paraleldir. ABC üçgeninin alanına eşit olacak biçimde bir ACDE paralelkenarı oluşturabilmek için D ve E isimli iki nokta belirleyiniz. Bulduğunuz çözüm stratejinizi anlatınız.



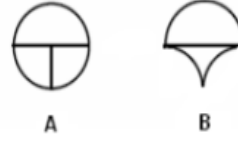
**Görsel 2.3.** Ön görüşmenin ikinci bölüm ikinci sorusundaki görevler

İkinci bölümdeki üçüncü soru iki alt görev içermektedir. Bu görevler öğrencilerin işlevsel kavramalarını ve görevde belirtilen koşulları karşılayacak şekilde verilen şekli parçalara ayırma becerilerini ve parçalara ayırma sürecine ilişkin açıklamalarını incelemektedir. Bu görevlerden ilkinde bir geometrik şeklin eş yamuklara ayrılıp ayrılamayacağı ikincisinde ise verilen şekillerin çevre uzunluklarının karşılaştırılması yoluyla işlevsel kavramanın mereolojik değişiklikler olarak ifade edilen bütün-parça ilişkisi boyutuna yönelik iki alt görev bulunmaktadır. Öğrencilerden ileri sürdükleri iddialarını desteklemeleri ve çözüm süreçlerini açıklamaları istenmiştir. Bu bölümdeki görevlerden ilki araştırmacı tarafından hazırlanmışken ikincisi Elia vd.'den (2009) uyarlanmıştır. Bu görevler Görsel 2.4'te sunulmuştur.

**Soru 3: A-)** Aşağıda verilen şekil eş yamuklara ayrılabilir mi?  
Çözümünüzü anlatınız.



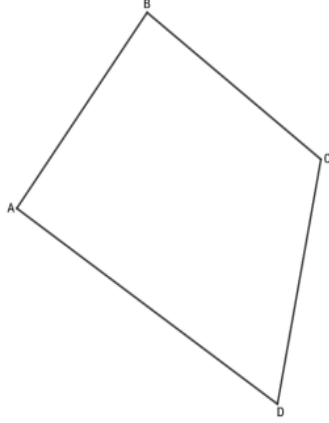
**B-)** Aşağıda verilen şekillerin çevre uzunluklarını karşılaştırınız.



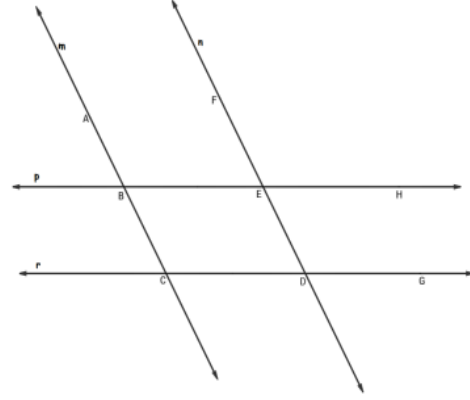
**Görsel 2.4.** Ön görüşmenin ikinci bölüm üçüncü sorusundaki görevler

İkinci bölümdeki dördüncü soru iki alt görev içermektedir. Bu görevler öğrencilerin verilen geometrik şekillere ilişkin söylemsel kavramalarını ve görevde belirtilen koşulları karşılayacak şekilde çıkarımlarda bulunmalarını incelemektedir. Bu görevlerden ilkinde bir dörtgenin orta noktalarının birleştirilmesiyle oluşan şekli tanımaya, ikincisinde ise verilen şeklin özelliklerinden yola çıkarak açılarının ölçülerine ilişkin çıkarımlarda bulunmaya yönelik iki alt görev bulunmaktadır. Öğrencilerden ileri sürdükleri çıkarımlarını desteklemeleri ve çözüm süreçlerini açıklamaları istenmiştir. Bu bölümdeki görevlerin doğası matematiksel kanıta dayalı olup alanyazında (örn. Gagatsis vd., 2010; Michael, 2013) tanıma dayalı kanıt görevleri olarak geçmektedir. Bu bölümdeki görevlerin ikisi de geometri öğretiminde ders kitaplarında dahi kullanılan yaygın örneklerdir. Bu görevlerde araştırmacı söylemsel kavramanın varlığına ilişkin göstergeleri oluşturan öğrenci çıkarımlarına odaklanmıştır. Bu görevler Görsel 2.5'te sunulmuştur.

**A-)** Şekildeki ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bulduğunuz noktaları birleştirerek yeni bir dörtgen oluşturunuz. Oluşan dörtgen nasıl bir dörtgendir? Nedenleri ile açıklayınız.



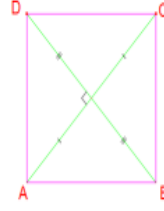
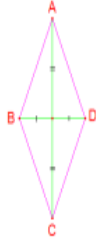
**B-)** Aşağıda verilen şekilde m ve n doğruları ile p ve r doğruları birbirine paralel olarak verilmiştir. Buna göre ABE açısının ölçüsü ile EDG açısının ölçüsü eşit midir? Çözümünüzü açıklayınız.



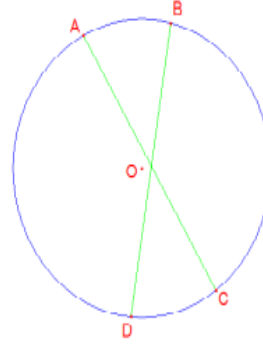
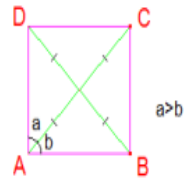
**Görsel 2.5.** Ön görüşmenin ikinci bölüm dördüncü sorusundaki görevler

Üçüncü bölümde toplam dört görev bulunmaktadır. Bu görevlerin çözümü için öğrencilerin temel ve yardımcı elemanlarına ilişkin bilgiler verilen dörtgenleri tanıma becerileri ve çıkarımlarda bulunmaları beklenmektedir. Bu görevlerin tamamı öğrencilerin muhakeme becerilerini açıkça gösterecek biçimde söylemsel kavramalarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Bunun için çoğunlukla köşegen özelliklerinden yararlanılması ve ölçme yapılmaması amaçlandığından görseller büyük boyutta verilmemiştir. Söylemsel kavramanın doğası gereği bu görevlerin bir yönüyle tanıma dayalı kanıt görevleridir. Bu bölümdeki görevlerin tamamı araştırmacı ve gözlemci tarafından hazırlanmıştır. Bu görevler Görsel 2.6'da sunulmuştur.

1. Verilen ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Düşünceni nedenleri ile açıklar mısın?
2. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıklar mısın?



3. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıklar mısın?
4. Aşağıda A, B, C ve D noktaları çember üzerindedir. O çemberin merkezidir. AC ile BD bir dörtgenin eş uzunluktaki köşegenleri ise bu ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir?



**Görsel 2.6.** Ön görüşmenin üçüncü bölümünde yer alan görevler

Son klinik görüşmede kullanılan veri toplama aracı ön klinik görüşmede kullanılan soruların büyük bölümünü içermekle birlikte, ikinci bölümden bir görev çıkarılmış (3-B) ve yerine iki görev (3-B, 3-C) eklenmiştir. Ayrıca bazı sorularda (1-A, 1-B) şekilsel değişiklikler yapılmıştır. Tablo 2.5'te son klinik görüşmede yer verilen görevler ve görevlerin türleri sunulmuştur.



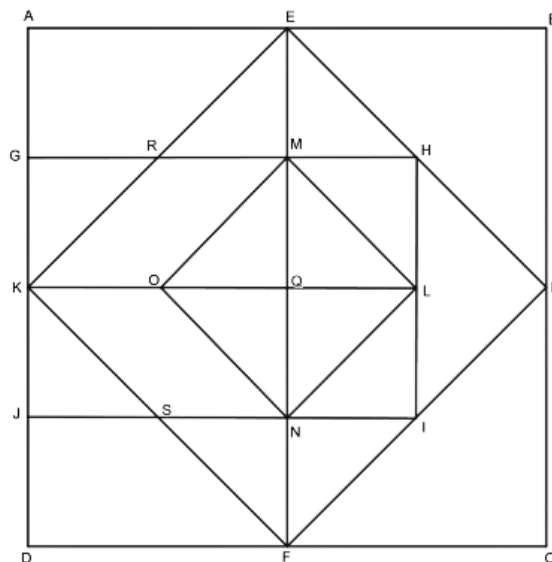
**Tablo 2.5.** Son klinik görüşmede yer verilen görevler ve türleri

| Bölüm                                   | Görevler | Görev Gereksinimi                                   | Alt Görevler                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Birinci Bölüm (tanımlar)                | 1. Soru  | Dörtgen ve özel dörtgenleri tanımlama               | Dörtgeni tanımlama<br>Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kareyi tanımlama                                                                              |
| İkinci Bölüm (Duval'ın Kavrama Türleri) | 1. Soru  | Algısal kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme   | a-) Verilen bir dörtgen içerisindeki özel dörtgenleri belirleme<br>b-) Verilen bir kare içerisindeki kareleri belirleme                                                 |
|                                         | 2. Soru  | Sıralı kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme    | a-) 3 eş çembere eş bir çember çizerek kare oluşturma<br>b-) Üçgenin alanına eşit olan paralelkenarlar oluşturma                                                        |
|                                         | 3. Soru  | İşlevsel kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme  | a-) Verilen bir şekli eş yamuklara ayırma<br>b-) Çember merkezlerinin birleşimi oluşan özel dörtgenleri belirleme<br>c-) Dikdörtgenlerin orantısal değişimini fark etme |
|                                         | 4. Soru  | Söylemsel kavramaya uygun tasarlanan soruları çözme | a-) Dörtgen içinde paralelkenar oluşturma<br>b-) Eş açıları gösterme                                                                                                    |
| Üçüncü Bölüm (Söylemsel Kavrama)        | 1. Soru  | Paralelkenarı belirleme                             | a-) Köşegen özelliklerinden yararlanma                                                                                                                                  |
|                                         | 2. Soru  | Eşkenar dörtgeni belirleme                          | b-) Köşegen uzunlukları ve köşegenlerin oluşturduğu açılardan yararlanma                                                                                                |
|                                         | 3. Soru  | Dikdörtgeni belirleme                               | c-) Açortay ve köşegen özelliklerinden yararlanma                                                                                                                       |
|                                         | 4. Soru  | İkizkenar yamuğu belirleme                          | d-) Çemberin merkezinden ve köşegen uzunluklarından yararlanma                                                                                                          |

Birinci bölümde yer alan görevlerde öğrencilerin özel dörtgenleri tanımlamaları, öğretim bölümlerinin ardından tanımlamaların değişimi incelenmek istenmiştir. Ayrıca tanım ve özellik arasındaki farklılıkların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. İkinci bölümde dört ana görev olmakla birlikte 1, 2, 4. sorularda her birinin iki seçeneği, 3. sorunun 3 seçeneği mevcuttur. Bu görevlerde öğrencilerin dörtgen belirlemeleri ve dörtgen oluşturma gibi görevler yapmaları gerekmektedir. Bu görevlerle öğrencilerin kavrama türleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. Üçüncü bölümde dört ana görev ve her birinin iki seçeneği mevcuttur. Bu görevlerde öğrencilerin dört farklı dörtgeni

Son klinik görüşmede öğretimlerin ardından öğrenci düşüncelerindeki değişimleri gözlemlemek adına bazı soruların alt görevleri değiştirilmiş ya da yeni alt görevler eklenmiştir. Ön klinik görüşme formunda birinci bölümde yer alan görevlerde araştırmacı öğrencilerin dörtgen ve özel dörtgenlerin tanımına yönelik bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Öğretimlerin ardından öğrencilerin tanım yapma ve dörtgen özelliklerini kullanarak dörtgenlerin kenar ve köşegenlerine göre hiyerarşik sıralamasını nasıl oluşturdukları incelenmek istenmiştir.

**B-) Aşağıda verilen şekildeki karelerin isimlerini yazınız.**



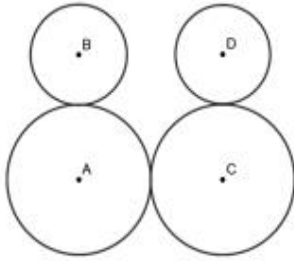
Ön klinik görüşmelerde ikinci bölümdeki üçüncü soru iki alt görev içerirken son klinik görüşmelerde bu soruya ait üç alt görev bulunmaktadır. Ön klinik görüşmelerdeki üçüncü sorunun ilk görevi değişmemiştir. İkinci görev öğrencilerin işlevsel kavramalarını ve görevde belirtilen koşulları karşılayacak şekilde orantısal değişimi fark etmelerini incelemektedir. Bu görev ile öğrencilerin işlevsel kavrama bağlamında verilen

dörtgenlerdeki optik değişiklikleri incelemeleri amaçlanmaktadır. Üçüncü sorunun ikinci görevi değişiklik yapılmadan Elia vd.'den (2009) alınmıştır. İşlevsel kavramanın bir boyutu olan mereolojik değişiklikleri incelemek adına üçüncü bir görev eklenmiştir. Bu görev ile öğrencilerin yarıçap uzunlukları aynı ya da farklı olan çember merkezlerinin birleşimi ile oluşan özel dörtgenleri bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden ileri sürdükleri iddialarını desteklemeleri ve çözüm süreçlerini açıklamaları istenmiştir. Üçüncü sorunun üçüncü alt görevi Yılmaz ve Uğurlu'dan (2018) alınmıştır. Bu görevler Görsel 2.8'de sunulmuştur.

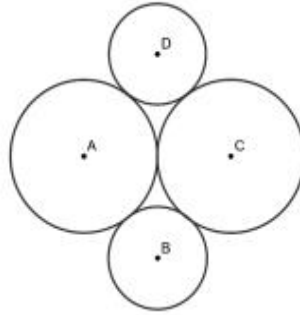
**B-) Aşağıdaki A ve C merkezli çemberler ile B ve D merkezli çemberler eşittir.**

Çemberlerin birbirlerine teğet olduğu 3 farklı durum gösterilmiştir. Çemberlerin merkez noktaları birleştirildiğinde hangi dörtgenler oluşabilir?

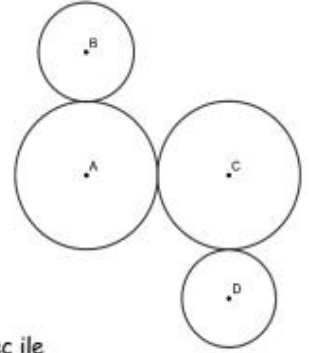
a-)



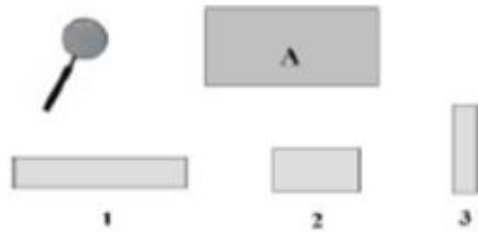
b-)



c-)



**C-) Ahmet defterine bir dikdörtgen çizmiştir. A şekli, dikdörtgenin büyüteç ile bakıldığında görüntüsüdür. Ahmet' in defterine çizdiği dikdörtgeni gösteren şekli işaretleyiniz.**



**Görsel 2.8. Son görüşme 3-B ve 3-C soruları**

Klinik görüşmelerde öğrencilere dörtgenlerle ilgili görevler sunularak bu görevleri bireysel olarak yerine getirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin yaş düzeyleri göz önüne alınarak oturumlar 30-40 dakika arasında yapılmış, gerek duyulduğunda oturumlara ara

verilmiştir. Tablo 2.6’da öğrenciler ile gerçekleştirilen toplam klinik görüşme süreleri verilmiştir.

**Tablo 2.6.** *Odak öğrencilerle yapılan klinik görüşme süreleri*

| Katılımcı | Ön Görüşme Süreleri (dk, sn) | Son Görüşme Süreleri (dk, sn) |
|-----------|------------------------------|-------------------------------|
| Arda      | 72, 09                       | 124, 55                       |
| Yaz       | 86, 59                       | 126, 36                       |
| Zara      | 73, 14                       | 75, 45                        |
| Asu       | 112, 33                      | 112, 15                       |
| Burcu     | 83, 12                       | 119, 40                       |
| Rana      | 88, 17                       | 109, 54                       |
| Damla     | 75, 00                       | 73, 46                        |
| Nil       | 89, 03                       | 106, 55                       |
| Onur      | 111, 16                      | 109, 58                       |

### 2.7.2. Öğretim bölümleri

Araştırma kapsamında yürütülen öğretim bölümleri sınıf tartışması ile yürütülmüş olup öğretim bölümleri ve içeriklerine ilişkin bilgiler Tablo 2.3’te özetlenmiştir. Tablo 2.3’te de görüldüğü gibi araştırma kapsamında sekiz öğretim bölümü yürütülmüş olup bu öğretimler toplam 25 ders saati sürmüştür. Öğretim bölümleri video ile kayıt altına alınırken kamera tüm sınıfa ve gerekli durumlarda odak öğrencilerin de içinde bulunduğu ana grubun olduğu bölüme hâkim olacak şekilde yerleştirilmiştir.

Öğretim bölümlerinin yürütülmesinde ilk olarak öğrencilere ele alınan bağlam kapsamında bir etkinlik sunulmuştur. Bu etkinliklerin bireysel olarak gerçekleştirilmesi için öğrencilere belirli bir süre tanınmıştır. Ardından öğrenciler fikirlerini sınıfla paylaşımları için cesaretlendirilmiş ve sınıf içi tartışmalara teşvik edilmiştir. Araştırmacının da gerekli durumlarda yönlendirmesiyle öğrenciler tartışma konuları üzerinde görüş birliğine varmışlardır. Bu sürecin sonunda öğrencilerin görüş birliği ile ulaşılan tanımlar, belirlemeler ve çıkarımlar sistematik bir şekilde tahtaya ve öğrenci defterlerine yazılmış, etkinlikler sonlandırılmıştır. Araştırmacının tez danışmanı ve araştırmacı öğretim deneyi sürecinde öğretim bölümlerinin sürekli ve geriye dönük analizlerini birlikte değerlendirmiş ve öğretim sürecini birlikte planlamışlardır.

Tablo 2.7’de etkinlik adları ve etkinliklerde baskın olarak çıkan kavrama türleri sunulmuştur.

**Tablo 2.7. Öğretim bölümlerinde yer verilen etkinlikler ve kavrama türleri**

| <b>Etkinliğin adı</b>                                                                    | <b>Kavrama türleri</b>                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Renkli bantlar arasında kalan açılar                                                     | Algısal                                 |
| Düzgün sekizgen oluşturma                                                                | Algısal                                 |
| Eşkenar üçgenler ile düzgün çokgen oluşturma                                             | Algısal - işlevsel                      |
| Yamuk ve yamuk çeşitlerini oluşturma                                                     | Sıralı - işlevsel                       |
| Bir ikizkenar yamuktan paralelkenar elde etme                                            | Sıralı – işlevsel - söylemsel           |
| Düzgün beşgenler ile eşkenar dörtgen oluşturma                                           | Algısal - söylemsel                     |
| Yamuk çeşitleri ile dikdörtgen elde etme                                                 | Algısal – sıralı – işlevsel - söylemsel |
| En büyük kare                                                                            | Algısal – sıralı – işlevsel - söylemsel |
| Özellikler                                                                               | Söylemsel                               |
| Eş iki yamuktan paralelkenar oluşturma ve paralelkenarın alanından yamuğun alanını bulma | Sıralı – işlevsel - söylemsel           |
| Dikdörtgenin alanından eşkenar dörtgenin alanını bulma                                   | Algısal – sıralı – işlevsel - söylemsel |

Birinci öğretim bölümünde iyi bir tanımın özelliklerinin tanınması ve iyi bir tanım yapabilme ile çokgenin tanımlanması üzerinde durulmuştur. Bu doğrultuda “İskoç Koyunları” adlı etkinlik üzerinden öğrencilerin tartışmaları ve tanımın hangi özelliklere sahip olması gerektiği belirlenmiştir. Ardından öğrenciler çokgen kavramını bireysel olarak tanımlamaları için görevlendirilmiştir. Yapılan tanımların sınıfla paylaşılması ve tartışılması sonucunda görüş birliğine varılan bir tanımın oluşturulması yoluna gidilmiştir. Bu öğretim bölümü giriş niteliğinde olduğu için bir ileri aşamaya geçilmeden sonlandırılmıştır. Bu öğretim bölümü ile öğrencilere iyi bir tanımın nasıl olması gerektiğinin ve tanım oluştururken odaklanılması gereken noktaların kavratılması amaçlanmıştır.

İkinci öğretim bölümünde çokgende açı ve açı ölçüsünün kavranması üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda “Renkli Bantlar Arasında Kalan Açılar” adlı etkinlik üzerinden öğrencilerin çokgende açıyı gösterme, okuma ve açı ölçüsü bulmaları amaçlanmıştır. Etkinliğe bağlı tartışmalarla birlikte açı tanımından yararlanarak belirlenen bir çokgende açılar belirleme ve açı çeşitlerinin ortaya çıkarılması incelenmiştir. Öğrenci düşünceleri ve etkinlik üzerinden oluşan çokgenlerde açı ile ilgili genellemelere varılmaya çalışılmıştır. Etkinlikler sonucunda kavramsal türlerle örtüşen öğrenci ifadeleri incelenmiştir.

Üçüncü öğretim bölümünde düzgün çokgenlerin elemanlarını ve özelliklerini tanıma üzerinde durulmuştur. Bu bölümde “Bal Peteği”, “Düzgün Sekizgen Oluşturma” ve “Eşkenar Üçgenler ile Düzgün Çokgen Oluşturma” olmak üzere 3 etkinlik tasarlanmıştır. Bu etkinlikler üzerinden öğrencilerin düzgün çokgeni tanımları ve tanımlamaları ile düzgün çokgenin hangi özelliklere sahip olması gerektiği belirlenmiştir. Daha sonra öğrenciler düzgün çokgeni oluşturabilmeleri ve düzgün çokgenin dış açılar toplamını bulmaları için görevlendirilmiştir. Sınıf içi tartışmalarla birlikte düzgün olmayan çokgenlerin ortak olan ve olmayan yönleri açıklanmıştır.

Dördüncü öğretim bölümünde dörtgenin elemanlarının ve özelliklerinin belirlenmesi ile yamuğa ait temel elemanların ve özelliklerin belirlenmesi üzerinde çalışılmıştır. Yamuğun öğretimi “Yamuk ve Yamuk Çeşitlerini Oluşturma” ile “Yarım Altıgen” etkinlikleri ile tamamlanmıştır. İkinci etkinlik Beckett-Bowman (2014) tarafından hazırlanan etkinlik kartlarından alınmıştır. Bu etkinliklerden ilkinde öğrencilerin seçtiği herhangi bir dörtgen üzerinden bu dörtgenin iç bölgesinden bir kenarına çizilen bir paralel doğru ile yamuğu tanımaya, ikincisinde ise verilen şekillerin parçalanması ile iki tane eş yamuk elde edilmeye çalışılmıştır. “En az” ve “En çok” niceleyicilerinin anlamlarının ortaya konularak yamuk için en uygun tanımın sınıf içi tartışmalarla belirlenmesi üzerinde durulmuştur. Etkinlikler sonucunda kavramsal türlerle örtüşen öğrenci ifadeleri incelenmiştir.

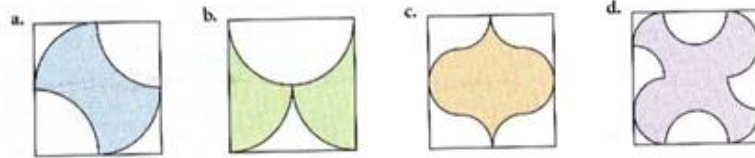
Beşinci öğretim bölümünde paralelkenar ve eşkenar dörtgenin temel elemanlarını ve özelliklerini belirleme üzerinde durulmuştur. Bu doğrultuda paralelkenar öğretiminde “Bir İkizkenar Yamuktan Paralelkenar Elde Etme”, eşkenar dörtgen öğretiminde “Düzgün Beşgenler ile Eşkenar Dörtgen Oluşturma” adlı etkinlikler üzerinden öğrenci tartışmaları incelenmiştir. Öğrenciler sistematik biçimde paralelkenar ve eşkenar dörtgene ait özelliklerini ortaya çıkarabilmeleri için görevlendirilmiştir. Etkinlikler sonucunda kavramsal türlerle örtüşen öğrenci ifadeleri incelenmiştir.

Altıncı öğretim bölümünde dikdörtgen ve karenin temel elemanlarını ve özelliklerini belirleme üzerinde durulmuştur. Bu doğrultuda dikdörtgen için “Yamuk Çeşitleri ile Dikdörtgen Elde Etme” etkinliği, kare için “En Büyük Kare” etkinliği tasarlanmıştır. Birinci etkinlikte öğrencilerin yamuk çeşitlerinin tamamını kullanarak dikdörtgen elde etmesi, ikinci etkinlikte ise verilen noktalar üzerinden en büyük alanlı kareyi bulmaları istenmiştir. İkinci etkinlik Beckett-Bowman (2014) tarafından hazırlanan etkinlik kartlarından alınmıştır. Ardından öğrenciler sistematik biçimde

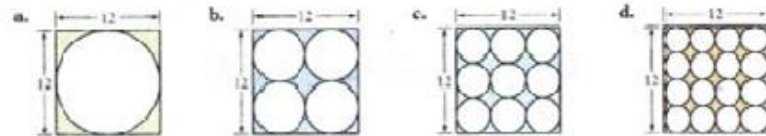
paralelkenar ve eşkenar dörtgene ait özelliklerini ortaya çıkarabilmeleri için görevlendirilmiştir. Etkinlikler sonucunda kavramsal türlerle örtüşen öğrenci ifadeleri incelenmiştir.

Yedinci öğretim öğrencilerden bölümünde yamuk ve eşkenar dörtgenin alan bağıntılarının oluşmasının yanında verilen farklı dörtgen modellerinin alan büyüklüklerinin yorumlanması istenmiştir. Ders kitaplarında da olan “Eş İki Yamuğun Alanını Bulma” ve “Dikdörtgen Yardımıyla Eşkenar Dörtgen Elde Etme” etkinlikleri ile öğrencilerin yamuk ve eşkenar dörtgene ait alan bağıntılarını sınıf içi tartışmalarla oluşturmaları incelenmiştir. Ardından Serra’dan (2008) doğrudan alınan iki farklı soru üzerinden öğrencilerin kare içerisinde bulunan dairesel şekiller arasında kalan alanları yorumlamaları istenmiştir. Bu iki soru Görsel 2.9’da sunulmuştur.

**Soru 1:** Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?



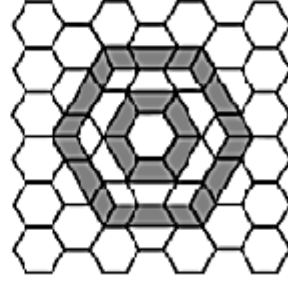
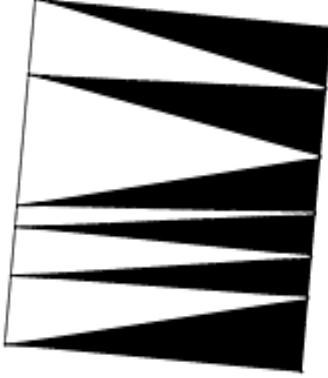
**Soru 2:** Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?



**Görsel 2.9.** Öğretim bölümleri birinci ve ikinci alan soruları (Serra, 2008)

Öğrencilere yükseklikleri aynı olan üçgenlerin taban uzunluklarına göre alan büyüklüklerini karşılaştırma ve düzgün altıgenin içinde bulunan eşkenar dörtgen ile düzgün altıgenin alanları oranını karşılaştırmalarını içeren iki soru daha yöneltilmiştir. Dördüncü soru 2012 YGS sınavından (Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi [ÖSYM], 2012) alınmıştır. Bu sorular Görsel 2.10’da sunulmuştur.

**Soru 3:** Aşağıda verilen OPMN karesinin alanı  $100 \text{ cm}^2$  dir. Buna göre taralı alanı hesaplayınız.



Düzenli altıgen biçimindeki fayanslarla kaplanmış bir zemin üzerine, koyu renkle gösterilen şekilde süsleme yapılmıştır.

Her bir altıgenin alanı 1 birim kare olduğuna göre, bu süslemenin kapladığı alan kaç birim karedir?

**Görsel 2.10.** Öğretim bölümleri üçüncü ve dördüncü alan soruları

Sekizinci öğretim bölümü öğrencilerin Duval'ın kavrama türlerine uygun düşüncelerini ortaya koyabilme adına tüm öğretimleri kapsayan dört farklı bilardo etkinliğinden oluşmaktadır. Bir öğrenci dışında sınıftaki öğrencilerin tamamının bilardo oyununu daha önce oynamadıkları ve bu oyun hakkında bilgilerinin olmadığı tespit edilmiştir. Tez İzleme Komitesinin yönlendirmesi doğrultusunda araştırmacı öğrencileri etkinliklerin uygulanmasından önce bilardo oyununu tanıtmak istemiştir. Bir bilardo salonu ile anlaşılmalı ve öğrencilerin rahatlıkla çalışabileceği bir ortamın sağlanabilmesi adına bilardo salonunda sadece öğrencilerin olduğu bir gün ve zaman ayarlanmıştır. Daha önceden bu oyunları bilen ve oynamış olan araştırmacı tüm öğrencilere bilardo oyunlarını tanıtmış ardından sınıf içi etkinliklerinde kullanılacak olan “3 Bant” oyununu göstermiştir. Bu oyun 3 top ile oynanmasına karşın tasarlanan etkinlikler tek top üzerinden olduğu için öğrenciler de bu şekilde çalıştırılmıştır. Öğrencilerden istenen bir bilardo topunun bilyardonun 3 bantına (kenarına) değdikten sonra tekrar topun ilk vurulduğu yere gelmesidir. Öğrenciler ıstaka (bilardo sopası) ile topa vurmuşlar ya da doğrudan ellerini kullanmışlardır. Öğrenciler ilk başta rastgele atışlar yapmış olsalar da daha sonra masaların kenarlarında bulunan noktaları kullanmayı keşfetmişlerdir. Böylece topun masanın kenarlarına değdikten sonraki geliş açısı ve gidiş açısı hakkında yorumlarda bulunmuşlardır. Daha sonra her bilardo masasında 3 ya da 4 öğrenci olacak şekilde öğrencilerin uygulama yapılmasına izin verilmiştir. Uygulamalarda çekilen fotoğraflardan bazıları Görsel 2.11’de sunulmuştur.

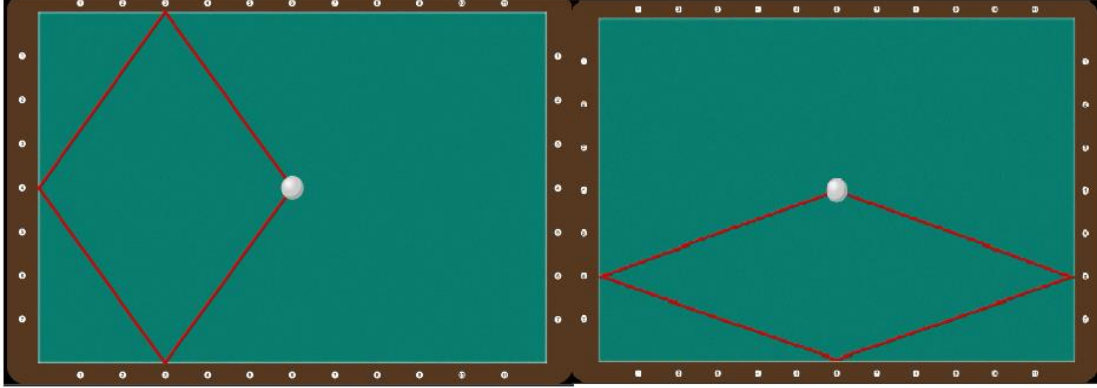




**Görsel 2.11.** Öğrencilerin bardo oyun çalışmaları

Bilardo problemleri öncelikle Geogebra üzerinde çalışılmış daha sonra animasyon programları kullanılarak problemlerin çözümüne dair animasyonlar oluşturulmuştur. Birinci bilardo problemi dikdörtgen şeklinde tasarlanan bir bilardo masasının merkezinde bulunan bir bilardo topunun ortasına vurmak koşuluyla masanın 3 kenarına değdikten sonra tekrar başladığı noktaya gelene kadar izlediği yolu göstermektedir. Öğrencilerin öncelikle masanın merkezini bulmaları daha sonra bilardo topunun izleyeceği yolu bularak eşkenar dörtgeni elde etmeleri amaçlanmıştır. Elde edilen eşkenar dörtgenin aynı

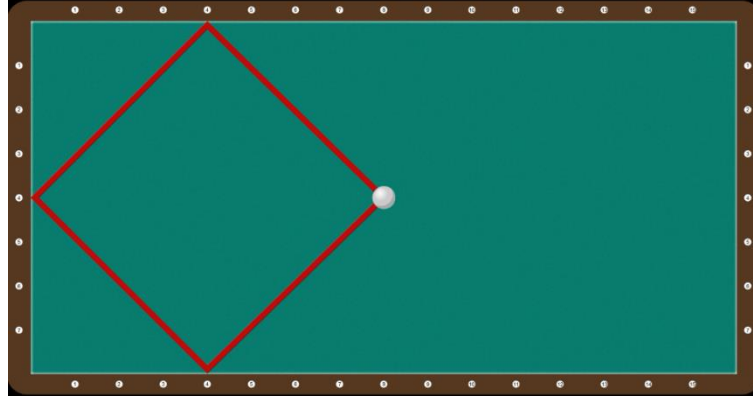
masada farklı vuruşlarla elde edilebileceği bireysel çalışmalarla desteklenmiş olup sınıf tartışmalarında eşkenar dörtgen olma koşulları incelenmek istenmiştir. Birinci soruya ait animasyon Görsel 2.12’de sunulmuştur.



**Görsel 2.12.** Birinci bilardo sorusuna ait animasyon

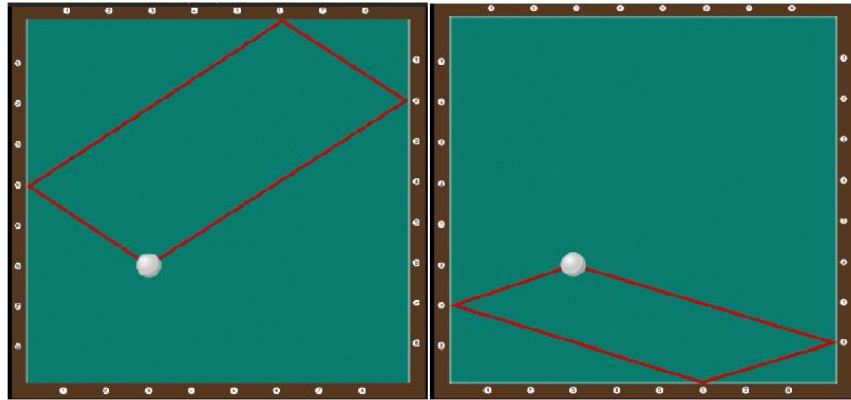
İkinci bilardo probleminde birinci problemde kullanılan bilardo masasının üzerinde bulunan bir bilardo topunun ortasına vurmak koşuluyla masanın 3 kenarına değdikten sonra tekrar başladığı noktaya gelene kadar izlediği yolu göstermektedir. Bu defa öğrenciler istedikleri bir noktaya bilardo topunu koyabilmektedir. Öğrencilerin öncelikle bilardo topunu istedikleri bir noktaya koyduktan sonra topun izleyeceği yolu bularak dikdörtgeni elde etmeleri amaçlanmıştır. Elde edilen dikdörtgenin aynı masada farklı vuruşlarla elde edilebileceği bireysel çalışmalarla desteklenmiş olup sınıf tartışmalarında dikdörtgen olma koşulları incelenmek istenmiştir.

Üçüncü bilardo problemi uzun kenarı kısa kenarının iki katı uzunluğunda olan dikdörtgen şeklinde tasarlanan bir bilardo masasının merkezinde bulunan bir bilardo topunun ortasına vurmak koşuluyla masanın 3 kenarına değdikten sonra tekrar başladığı noktaya gelene kadar izlediği yolu göstermektedir. Öğrencilerin öncelikle masanın merkezini bulmaları daha sonra bilardo topunun izleyeceği yolu bularak kareyi elde etmeleri amaçlanmıştır. Elde edilen karenin aynı masada farklı vuruşlarla elde edilebileceği bireysel çalışmalarla desteklenmiş olup sınıf tartışmalarında kare olma koşulları incelenmek istenmiştir. Üçüncü soruya ait animasyon görseli Görsel 2.13’te sunulmuştur.



**Görsel 2.13.** Üçüncü bilardo sorusuna ait animasyon

Dördüncü bilardo problemi kare şeklinde tasarlanan bir bilardo masasının belirli bir noktasında bulunan bir bilardo topunun ortasına vurmak koşuluyla masanın 3 kenarına değdikten sonra tekrar başladığı noktaya gelene kadar izlediği yolu göstermektedir. Öğrencilerin bilardo topunun izleyeceği yolu bularak paralelkenarı elde etmeleri amaçlanmıştır. Elde edilen paralelkenarın aynı masada farklı vuruşlarla elde edilebileceği bireysel çalışmalarla desteklenmiş olup sınıf tartışmalarında paralelkenar olma koşulları incelenmek istenmiştir. Dördüncü soruya ait animasyon görseli Görsel 2.14 sunulmuştur.



**Görsel 2.14.** Dördüncü bilardo sorusuna ait animasyon

### 2.7.3. Çalışma kâğıtları

Araştırma süresi boyunca ön ve son klinik görüşmeler ile öğretim bölümlerinde bireysel çalışma kâğıtları verilmiştir. Ayrıca öğrencilerin tutmuş oldukları okul matematik defterleri de incelenmiştir. Katılımcılara yöneltilen sorular araştırmacı ve gözlemci tarafından tasarlanmış, farklı kaynaklardan doğrudan alınmış ya da

uyarlanmıştır. Tüm öğrencilerin çalışma kâğıtları ön ve son klinik görüşmeler ile öğretimlerden sonra araştırmacı ve gözlemci tarafından incelenerek değerlendirilmiştir.

#### **2.7.4. Öğrenci günlükleri**

Bu araştırmada odak öğrencilerden klinik görüşmelerin sonunda, her öğretim bölümünün sonunda ve genel bir değerlendirme yapması adına dönem sonunda günlük tutmaları istenmiştir. Bu günlükler araştırmacı ve gözlemci tarafından araştırmanın sonunda incelenmiş ve değerlendirilmiştir. Öğrenci günlüklerinden öğrencilerin duygu ve düşüncelerini anlamak, klinik görüşmelerde ve öğretimlerde yaşamış oldukları zorlukları tespit edebilmek adına yararlanılmıştır. Öğrenci günlükleri araştırma sürecinde destek veri olarak kullanılmıştır. Odak öğrenciler 15.01.2018 ile 13.06.2018 tarihleri arasında her klinik görüşme sonunda ve her öğretim bölümünün sonunda günlük tutmuşlardır.

#### **2.7.5. Araştırmacı günlüğü**

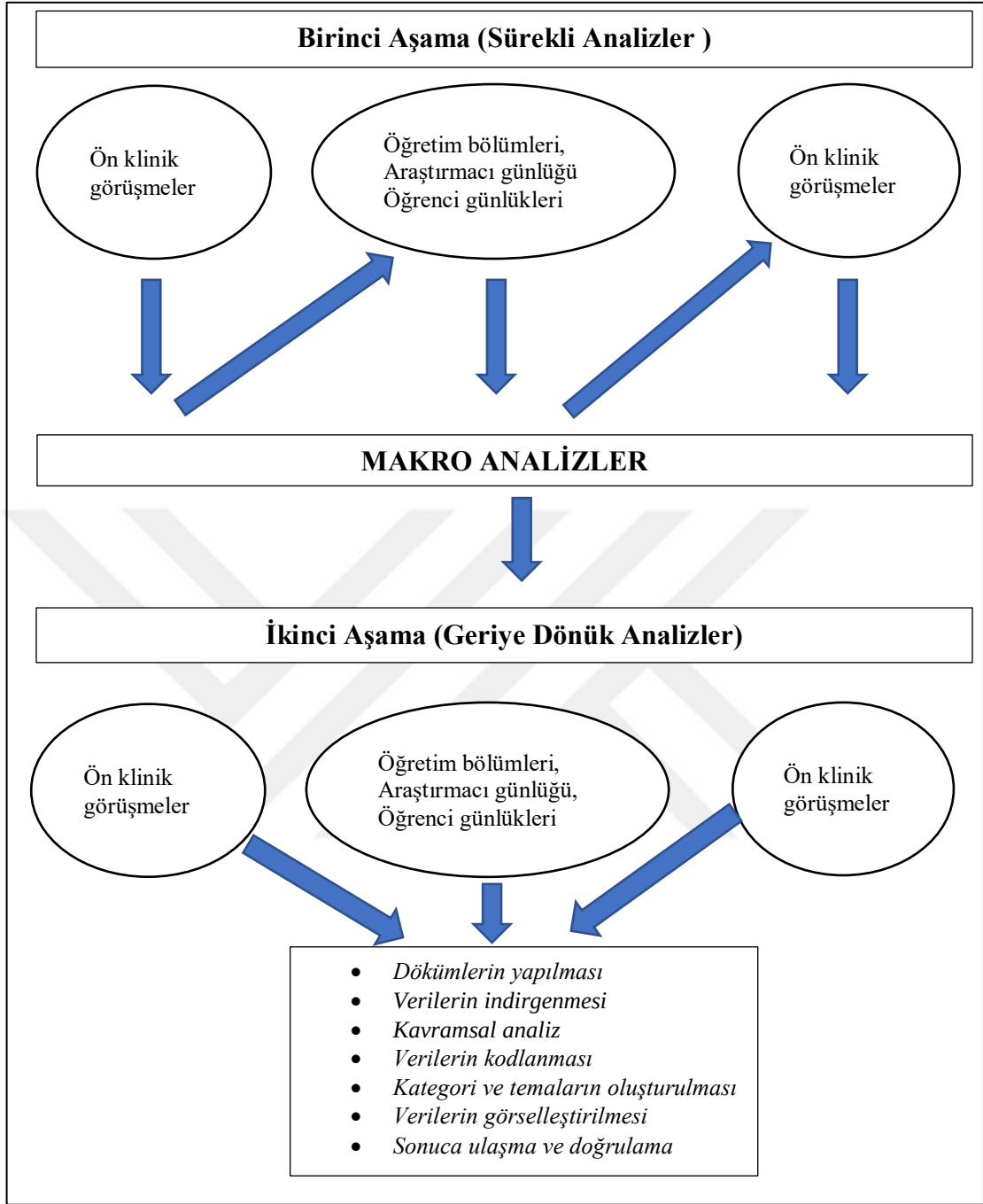
Öğretim deneyi sürecini yöneten araştırmacı- öğretmen tarafından araştırmacı günlüğü düzenli biçimde tutulmuştur. Araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi öncesinde öğrencilerin öğretimle ilgili özellikle geometriye karşı tutum ve isteklerini araştırmıştır. Öğrencilerin geometri ile ilgili korkuları olduğu bu nedenle geometriye karşı önyargılarının olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin geometri öğretiminde kullanılan araç ve gereçlerin kullanımında eksikleri olduğu görülmüş olup araştırmacı tarafından kayıt altına alınmıştır. Ayrıca odak öğrencilerin seçiminde öğrenci düşüncelerine ve başarı durumlarına (geliştirilebilir, temel, gelişmiş) dikkat edilmiş olup özellikle çalışma boyunca istekli öğrencilerin seçilebilmesi üzerine durulmuştur. Gerek odak öğrenci seçimi gerekse öğretim yapılan sınıfın tüm öğrencilerinin aileleri ile bire bir şekilde görüşülmüş olup istek ve öneriler araştırmacı-öğretmen tarafından günlüğe yazılmıştır. Odak öğrencilerle çalışılabilecek zamanlar sorulmuş ve araştırmacı günlüğüne geçirilmiştir. Araştırmacı günlüğünün özellikle katılımcı öğrencilerin düşünme yollarını betimlenmesinde önemli rol oynadığı düşünülmüştür. Araştırmacı 14.02.2017 ile 13.06.2018 tarihleri arasında her klinik görüşme sonunda ve hem pilot uygulamalar hem de öğretim bölümlerinin sonunda günlük tutmuştur.

## 2.8. Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında toplanan veriler nitel veri analizi tekniklerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Araştırma deseni olan öğretim deneyi deseninde veri analizi sürekli (ongoing) ve geriye dönük (retrospective) analizler olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmektedir. Czarnocha ve Maj (2008) öğretim deneyinde toplanan verilerin iki yönü olduğunu ifade etmişlerdir. Bunlardan birincisi bütün deneyin doğası ile ilgili araştırmacılara özet bir bilgi sağlaması, ikincisi ise bir sonraki öğretim bölümünde atılacak en iyi adımın ne olduğuna ilişkin araştırmacıyı bilgilendirmesidir. Burada bahsedilen birinci yön geriye dönük analizlerle, ikinci yön ise sürekli analizlerle örtüşmektedir. Sürekli analizler veri toplama süreci boyunca yürütülürken, geriye dönük analizler veri toplama sürecinin sonunda toplanan verilere bir bütün olarak yaklaşılmasını sağlamaktadır. Geriye dönük analizler öğretim deneyi deseninin önemli bir parçası olarak görülmektedir (Stefee and Thompson, 2000). Bu yolla video kayıtlarının dikkatli bir şekilde analiz edilmesi araştırmacıya geçmişteki deneyimlerini hatırlatarak bunların farkına varma ve öğrencilerin sahip olduğu matematiğin geriye dönük ve ileriye dönük analizini yapma fırsatı verir. Aynı zamanda etkileşimlerin olduğu anda araştırmacının farkına varmadığı öğrenci eylemlerine ilişkin sezgi sağlar.

Bu doğrultuda analizler verilerin toplanma sürecinde ve veriler toplandıktan sonra olmak üzere iki aşamalı olarak yapılmıştır. Veri toplama süreci boyunca yürütülen sürekli analizlerde her bir öğretim bölümünden sonra elde edilen verilerin makro analizi yapılarak elde edilen bulgulardan bir sonraki öğretim bölümünün planlanmasında ve yürütülmesinde yararlanılmıştır. Veri analizi sürecinin aşamaları ve kapsamı aşağıda Şekil 2.2’de sunulmuştur.

Verilerin analizinde kullanılan bir diğer yaklaşım ise Miles ve Huberman (1994) tarafından ortaya konan üç aşamalı analiz sürecidir. Bu sürecin ilk aşaması verilerin indirgenmesi olarak adlandırılan araştırma amacı ile ilgili olan verilerin belirlenmesi ve ilgisiz analiz dışında bırakılmasıdır. İlk aşamada indirgenen bu veriler verilerin görselleştirilmesi olarak adlandırılan ikinci aşamada tablo, şema, şekil ve grafik gibi çeşitli araçlarla görselleştirilerek betimlenmektedir. Bu sürecin üçüncü ve son aşaması ise sonuca ulaşma ve doğrulama olarak adlandırılmış olup veri analizi boyunca yapılan çıkarımların karşılaştırılmasını ve aralarındaki ilişkilerin incelenmesini içermektedir.



Şekil 2.2. Veri analizi sürecinin aşamaları ve kapsamı

Bu araştırmada veri analizinin ilk aşaması veri toplama süreci boyunca yürütülmüş olup elde edilen veriler indirgenerek makro analizler gerçekleştirilmiş ve bir sonraki adıma (öğretim bölümü ya da klinik görüşme) ilişkin düzenlemeler yapılmıştır. Veri toplama sürecinin tamamlanmasının ardından kayıt altına alınmış olan veriler transkript edilerek verilerin indirgenmesi ve verilerin görselleştirilmesi aşamalarına geçilmiştir. Bu aşamalarda elde edilen veriler mikro analiz ve geriye dönük analiz teknikleriyle analiz

edilmiştir. Bu süreçte aynı zamanda öğretim deneyi deseninin önemli bir parçası olan kavramsal analizlerden yararlanılmıştır. Glasersfeld (1995) tarafından kavramsal analiz olarak adlandırılan süreç bir matematiksel görev sırasında öğrencilerin yaptıklarının ve söylediklerinin arkasına bakılması diğer bir deyişle öğrencilerin matematiksel eylem ve söylemlerinin altında yatan nedenlerin ortaya çıkarılmaya çalışılmasıdır.

**Tablo 2.8.** Kavrama türlerinin ortaya çıkarılmasına ilişkin analiz örnekleri



Tablo 2.8. (Devam) Kavrama türlerinin ortaya çıkarılmasına ilişkin analiz örnekleri

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                |                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------|
| <u>İkinci sorunun birinci görevi</u>                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                |                  |
| Araştırmacı: A ile B arasındaki uzaklığa bakıyorsun galiba.                                                                                                                                                                                                                                      | Enstrümandan yararlanma                        | Sıralı Kavrama   |
| Rana: Evet.                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                |                  |
| Araştırmacı: A ile B, B ile C ye mi baktın?                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                |                  |
| Rana: Eşit, evet. <i>Şimdi AB ile BC uzunluğunu ölçtüm. Daha sonra B den düz bir çizgi indim. Aynı uzunluğu burada da yaptım.</i>                                                                                                                                                                | Oluşuma odaklanma                              | Sıralı Kavrama   |
| Araştırmacı: Köşegen olması için mi düz bir çizgi indin.                                                                                                                                                                                                                                         |                                                |                  |
| Rana: Evet. Aynı uzunluğu burada da yaptım ve buraya D merkezli bir çember çizdim. Daha sonra birleştirtince kare olacak.                                                                                                                                                                        |                                                |                  |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                |                  |
| <u>Üçüncü sorunun birinci görevi</u>                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                |                  |
| Asu: İlk göze çarpan altıgen leklinde olduğu için                                                                                                                                                                                                                                                |                                                |                  |
| Araştırmacı: Ondan sonra öyle devam ettim diyorsun.                                                                                                                                                                                                                                              |                                                |                  |
| Asu: Evet. Şekilde de zaten bakılır.                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                |                  |
| Araştırmacı: Şekle bakınca anlaşılıyor mu mantığı?                                                                                                                                                                                                                                               |                                                |                  |
| Asu: Yani                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                |                  |
| Araştırmacı: Herkes anlayamıyor ama.                                                                                                                                                                                                                                                             | Şeklin konumunu değiştirme                     | İşlevsel Kavrama |
| Asu: <i>Böyle filan dursa anlaşılıyor ama böyle durunca anlaşılıyor.</i> Direkt şuradan gelmiş mesela direkt şurayı çizdiğimiz zaman buradan gelmiş böyle.                                                                                                                                       |                                                |                  |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                |                  |
| <u>Üçüncü sorunun ikinci görevi</u>                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                |                  |
| Damla: Uzunluk olarak ölçmeme gerek var mı?                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                |                  |
| Araştırmacı: Sen bilirsin.                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                |                  |
| Damla: Bunun daha az da emin değilim. Eşitler bence.                                                                                                                                                                                                                                             |                                                |                  |
| Araştırmacı: Eşitler sence vazgeçtik herhalde ölçmekten.                                                                                                                                                                                                                                         | Parçaların yerini değiştirerek bütün elde etme | İşlevsel Kavrama |
| Damla: <i>Çünkü şurayı şuraya oturtduğumuzda (B şeklinde çapın altındaki yayları A şekline taşımıştır ) oturuyor. Yani biri dıştan dolanmış biri içten geçmiş. Ama şuradaki buradakini eşit olduğu için birbirine eşit.</i>                                                                      |                                                |                  |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                |                  |
| <u>Üçüncü sorunun üçüncü görevi</u>                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                |                  |
| Araştırmacı: Büyüteç sorusu için ne dersin?                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                |                  |
| Hangisi olabilir?                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                |                  |
| Damla: Bence 2.                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                |                  |
| Araştırmacı: Neden?                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                |                  |
| Damla: Şimdi belli bir orantı var uzun kenar ile kısa kenar arasında. <i>Büyüteçle bakıldığında da bu oran değişmez.</i> Ama 1 deki uzun kenar A'daki uzun kenarla aynı. Ama kısa kenar azalmış sadece. 2 de ise her ikisi de azalmış. 3te de dik duruyor. Onunla bir alakası var mı? Yok bence. | Orantısal değişikliği fark etme                | İşlevsel Kavrama |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                |                  |



Tablo 2.8. (Devam) *Kavrama türlerinin ortaya çıkarılmasına ilişkin analiz örnekleri*

|                                                                                                                                                                                                                                                          |                                |                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------------|
| <u>Yamuğun tanımı</u>                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| Araştırmacı: Şimdi en az iki kenarı paralel ne demek?                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| Arda: Yani mesela hocam yamuk böyle bir şekilde (çizerek gösteriyor) şu iki kenarı birbirine eşit olmak zorunda.                                                                                                                                         |                                |                         |
| Araştırmacı: Eşit mi?                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| Arda: Pardon paralel.                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| Araştırmacı: Paralel olmak zorunda. Ama en az iki diyorsun. Tamam, şimdi bunlar paralel. En az dediğine göre daha fazla da olabilir. E bunlar da paralel olursa yamuk oluyor mu?                                                                         | Dörtgen hiyerarşini kurma      | Söylemsel Kavrama       |
| Arda: Oluyor.                                                                                                                                                                                                                                            |                                |                         |
| Araştırmacı: paralelkenar oluyor.                                                                                                                                                                                                                        |                                |                         |
| Arda: Paralelkenar da bir yamuktur.                                                                                                                                                                                                                      | Görsele dayalı yorumlama       | Algısal Kavrama         |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| <u>Üçüncü sorunun ikinci görevi</u>                                                                                                                                                                                                                      |                                |                         |
| Nil: <i>Bunun dikdörtgen olduğunu düşünüyorum. Büyük çemberle küçük çemberin yarıçapı eşit olmadığı için DC kenarının AC kenarından daha kısa olduğunu düşünüyorum.</i>                                                                                  | Enstrüman kullanarak ikna olma | Sıralı kavrama          |
| Araştırmacı: Düşünüyorsun.                                                                                                                                                                                                                               |                                |                         |
| Nil: <i>Açısını da ölçtüm. 90 derece çıktı. O yüzden dikdörtgen.</i>                                                                                                                                                                                     | Olamayacak dörtgenleri eleme   | Söylemsel               |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| <u>Üçüncü bölüm birinci görevi</u>                                                                                                                                                                                                                       |                                |                         |
| Rana: <i>Şimdi köşegen uzunlukları birbirine eşit değil. O zaman bu dikdörtgen olamaz. Kare de olamaz. Paralelkenar ya da eşkenar dörtgen. Şimdi yok paralelkenar da olamaz. Çünkü onda da eşitti. O zaman eşkenar dörtgen midir? Ama öyle değil mi?</i> |                                |                         |
| Araştırmacı: Bilmiyorum ben. Emin mi değilsin?                                                                                                                                                                                                           |                                |                         |
| Rana: Ya sanki başka bir şey gibi geliyor. Ama şimdi bunlar (kenarlar) birbirine paralel.                                                                                                                                                                | Dörtgen özelliklerini kullanma | Söylemsel               |
| Araştırmacı: Tamam. Neden? Köşegenler nasıl kesişmiş? Ne denir ona?                                                                                                                                                                                      |                                |                         |
| Rana: <i>Ortalamış mı? Evet. Yamuk olamaz.</i>                                                                                                                                                                                                           |                                |                         |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| <u>Üçüncü bölüm dördüncü görevi</u>                                                                                                                                                                                                                      |                                |                         |
| Araştırmacı: Evet. Son sorumuz.                                                                                                                                                                                                                          |                                |                         |
| Rana: <i>Burastıyla burası (eşit uzunluktaki kenarlar) eşit çıktı ama bunlar farklı çıktı.</i>                                                                                                                                                           |                                |                         |
| Araştırmacı: Yoksa hemen dikdörtgen diyecektin geçecektin değil mi? Dikdörtgen olur mu?                                                                                                                                                                  |                                |                         |
| Rana: Yamuk.                                                                                                                                                                                                                                             |                                |                         |
| Araştırmacı: Yamuk. Güzel. Nasıl yamuk?                                                                                                                                                                                                                  | Ölçmeye güven                  | Ölçmeye dayalı muhakeme |
| Rana: İkizkenar.                                                                                                                                                                                                                                         |                                |                         |
| Araştırmacı: Peki ölçmeseydin bilebilir miydin?                                                                                                                                                                                                          | Ölçmeye güven                  | Ölçmeye dayalı muhakeme |
| Rana: <i>Yok. Yani bilinmezdi.</i>                                                                                                                                                                                                                       |                                |                         |
| .....                                                                                                                                                                                                                                                    |                                |                         |
| Burcu: <i>Bunları yine birleştirdiğimizde kare olmuyor. Dikliklerini ölçerek de yamuk olmadığını anlayabiliriz.</i>                                                                                                                                      |                                |                         |

Tablo 2.8. (Devam) *Kavrama türlerinin ortaya çıkarılmasına ilişkin analiz örnekleri*

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Araştırmacı: Peki ölçmeden anlayamaz mıyız?<br>Dikdörtgen veya yamuk olup olmadığını<br>ölçmeden. Mesela bana orada o merkezini vermiş<br>merkezden geçmiyor. Bunun bir sebebi olabilir<br>mi? Merkezden geçseydi ne olurdu?<br>Burcu: Yine dikdörtgen olmaz mıydı?<br>Araştırmacı: Neden?<br>Burcu: <i>Nasıl anlatayım peki bunu? Böyle kaldım.</i> | Ölçmeye dayalı<br>muhakeme |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|

Veri analizi sürecinin son aşamasında ise, ön klinik görüşmeler, öğretim bölümleri, son klinik görüşmeler, araştırmacı ve öğrenci günlüklerinden elde edilen çıkarımlar bir bütün olarak ele alınmıştır. Bu doğrultuda yapılan çıkarımlar birbiriyle karşılaştırılmış ve aralarındaki ilişkiler incelenmiştir. Bulguların sunulmasında elde edilen çıkarımlar günlük, çalışma kâğıdı, klinik görüşmeler gibi farklı veri toplama kaynaklarından elde edilen veriler ile desteklenerek bütüncül olarak sunulmuştur.

## 2.9. Geçerlik ve Güvenirliliğe İlişkin Konular

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramları nicel araştırmalara göre daha farklı ele alınmaktadır. Geçerlik, bir araştırmanın sonuçlarının doğruluğu ile ilgiliyken güvenirlik araştırma sonuçlarının tutarlılığı ve tekrar edilebilirliğiyle ilgilidir. Nitel araştırmalarda nicel araştırmalarda olduğu gibi genelleme kaygısı güdülmeyişi ve her bir araştırmanın kendi doğal ortamında ve gerçekleştirildiği bağlam ve zamanın özelliklerine bağlı olarak ele alındığı bilinmektedir. Araştırmacılar öğretim deneyinde tekrarlanabilirliğin tamamen olmasa da önemli bir boyutunu inşa edebilirler (Stefee ve Thompson, 2000). Kullandıkları dil ve eylemleri benzer şemalara işaret eden en az 3 öğrenci seçilerek aynı öğretim deneyindeki bu öğrencilerin her biriyle durum çalışması yürütülmesi buna bir örnektir. Bu araştırmada da matematik başarısı, matematiksel iletişim beceri ve geometriye yönelik tutumları açısından benzerlik gösteren öğrenciler üçer gruba ayrılarak her bir gruptan üçer kişi odak katılımcı olarak seçilmiştir. Bu yolla sonuçların tekrar edilebilirliği desteklenmiştir. Diğer yandan nitel araştırmalarda sonuçların inandırıcılığının desteklenmesi önemli görülmektedir. İnandırıcılığın desteklenmesi elde edilen çıkarımların farklı veri toplama kaynakları ile desteklenebilmesiyle sağlanmaktadır. Örneğin, klinik görüşme verilerinin analizi ile ulaşılan bir çıkarım, öğrenci günlüğü, araştırmacı günlüğü ya da gözlem notlarıyla

desteklenebilir. Bu doğrultuda araştırmanın inandırıcılık özelliğinin güçlendirilmesi için çeşitli veri toplama araçları kullanılmıştır.

Eisner (1998) nitel araştırmalarda geçerlik terimini kullanmaktan daha çok araştırmanın inanılabilirliği üzerinde durmuştur. İnanılabilirliği artırmak için farklı yöntemler bulunmaktadır. Holloway ve Wheeler (1996) bu yöntemleri uzun süreli etkileşim, katılımcı teyidi ve uzman incelemesi olarak açıklamıştır.

- Uzun süreli etkileşim, nitel bir çalışmada inanılabilirliği sağlamanın en iyi yoludur (Başkale, 2016). Araştırmacının aynı zamanda çalışma ortamında bulunması ve çalışma için yeterli süre verilmesi çalışmanın güvenilirliğini arttırmakla birlikte çalışmanın amacına yönelik bulguların çıkmasında derinlik kazandırmıştır. Aynı zamanda yeterli çalışma süresinin verilmesi sonucunda katılımcılar ile araştırmacı arasında güven ortamı sağlanmıştır.
- Katılımcı teyidi, çalışma bulgularında katılımcıların kendi düşüncelerini doğru olarak yansıtıp yansıtmadığının sorulmasıdır (Başkale, 2016). Araştırmacı özellikle öğretim bölümlerinde katılımcıların düşüncelerini doğrulamak üzere fırsat tanımıştır. Böylelikle katılımcılardan elde edilen verilerle çalışmanın bütünlüğü sağlanmıştır.
- Uzman incelemesi, araştırmanın kapsamı hakkında genel bilgiye sahip olan kişi ya da kişilerin araştırmayı farklı boyutlarda ele almasıdır (Creswell, 2003). Bu çalışmanın deseni, verilerin toplanması, analiz süreci ve sonuçların yazılması üç alan uzmanı ile değerlendirilmiştir.

### **3. BULGULAR**

Bu bölümde öğrencilerin klinik görüşmelerde yanıtlamış oldukları sorulara yönelik açıklamalar, bu açıklamaların yapıldığı öğrenci çalışma yaprakları, ders içi etkinlikler ve etkinliklerde öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ile öğrenci çalışma yaprakları, öğrenci günlükleri ve araştırma günlükleri ile desteklenerek sunulmuştur. Bulgular, odak öğrencilerle ön görüşmelerden elde edilen bulgular, öğretimlerden elde edilen bulgular ve son görüşmelerden elde edilen bulgular olmak üzere üç başlıkta ele alınmıştır.

#### **3.1. Odak Öğrencilerin Ön Görüşmelerinden Elde Edilen Bulgular**

Ön görüşmelerde öğrencilerin geometrik kavramalarını ortaya koyacak nitelikte üç bölümden oluşan toplam 13 soru sorulmuş, bu sorulara ait odak öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ve açıklamalar her bölüm için ayrı ayrı temalaştırılmıştır. Birinci bölüme ait sorular dörtgen tanımlarını, ikinci bölüme ait sorular Duval'ın kavrama süreçlerine ait sorularını ve üçüncü bölüme ait sorular da ise sadece söylemsel sürece ait sorularını içermektedir.

##### **3.1.1. Birinci bölüm: Tanımlar**

Birinci bölüm öğrencilerin dörtgen ve dörtgen çeşitlerini tanımlayabilmeleri ile ilgilidir. Öğrencilerin dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve kareye ait vermiş oldukları tanımlar Tablo 3.1'de verilmiş, öğrenci kavramalarının algısal ve söylemsel olarak ikiye ayrıldığı saptanmıştır.

Tablo 3.1'de görüldüğü gibi algısal kavrama, tanım yerine tarif etme, prototip tanım yapma ve hatalı tanım yapma, söylemsel kavrama ise tanım yerine tarif etme ve kapsayıcı tanım olmak üzere iki alt temaya ayrılmıştır. Öğrencilerin çoğunluğunun dörtgenleri tanımlamada algısal türde oldukları belirlenmiş olup algısal türde olan öğrencilerin de çoğunluğunun hatalı tanım yaptıkları tespit edilmiştir. Sadece yapılan altı tanımın söylemsel türde olduğu ve bu tanımlardan da yine ikisinin tanım yerine tarif etme biçiminde kaldıkları tespit edilmiştir.

**Tablo 3.1.** Ön görüşmedeki dörtgen tanımları

| Temalar   | Dörtgen                 | Paralelkenar                            | Dikdörtgen            | Kare                               | Eşkenar Dörtgen                         | Yamuk                                         |
|-----------|-------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------|
| ALGISAL   | Tanım Yerine Tarif Etme | Rana                                    | Asu                   |                                    | Onur                                    |                                               |
|           | Prototip Tanım          | Onur                                    | Burcu, Nil            | Onur, Rana                         | Asu, Damla Nil, Rana                    |                                               |
|           | Hatalı Tanım            | Arda, Asu, Burcu, Damla, Nil, Yaz, Zara | Asu, Damla, Yaz, Zara | Arda, Burcu, Damla, Nil, Yaz, Zara | Arda, Asu, Burcu, Damla, Nil, Yaz, Zara | Yaz                                           |
| SÖYLEMSEL | Tanım Yerine Tarif Etme | Arda, Onur                              |                       |                                    |                                         | Asu, Burcu, Damla, Nil, Onur, Rana, Yaz, Zara |
|           | Kapsayıcı Tanım         | Rana                                    |                       | Onur, Rana                         | Zara                                    |                                               |

Algısal süreçteki tanımlamalardan üçü, dörtgen çeşitlerini tanımlamak yerine dörtgeni tarif etme şeklinde oldukları görülmüştür. Örneğin Asu, dikdörtgen tanımını “*Karşılıklı kenarları birbirine eşit, uzun ve kısa kenarlardan oluşan, iç açıları toplamı 360° olan ve 2 köşegeni bulunan bir dörtgendir.*” şeklinde yapmıştır. Asu dikdörtgeni tanımlamadan önce dikdörtgeni zihninde oluşturmuş, oluşturduğu dikdörtgeni göstererek dikdörtgenin tüm özelliklerini ifade etmek istemiştir.

Algısal süreçteki bir diğer hatalı tanımlama şekli olan prototip dörtgen imajına da öğrencilerin çoğunluğunda rastlanılmıştır. Damla, eşkenar dörtgeni *karenin yamuğu* olacak bir dörtgene benzetmiş ve anlaşılabilir olması için de zihninde oluşturduğu eşkenar dörtgeni çizerek buna uygun bir tanımlama yoluna gitmiştir. Damla’nın yaptığı tanımlamada ayrıca şeklin konumsal yerinin de bir anlamı olduğu görülmektedir. Ön görüşmede Damla’nın eşkenar dörtgen tanımı Görsel 3.1’de sunulmuştur.

**Eşkenar dörtgen:**

Tüm kenarları kare gibi birbirine eşit olan ama kareye göre daha farklı sergilmiş şekli. (Karenin yamığı)

**Görsel 3.1.** Ön görüşmede Damla'nın eşkenar dörtgen tanımı

Prototip tanım, ilgili dörtgenin doğru özelliklerine vurgu yapıp ek olarak bazı algısal özelliklerinin eklenmesini ifade etmektedir. Örneğin; dörtgen tanımı için “Dörtgenler 4 kenardan ve 4 noktadan oluşan şekillerdir. Dörtgen olması için her kenarı ve her açısı eşit olması gerekmez.” diyen öğrenciler bu kapsamda yer almaktadır. Önceden öğrenilmiş bilgiler ışığında yapılan tanımlamalar bu kapsamda yer almaktadır. Örneğin Onur, dörtgen özelliklerini sıralayarak prototip bir tanım yapmaya çalışmıştır. Ön görüşmede Onur'un dörtgen tanımı Görsel 3.2’de sunulmuştur.

**1) Dörtgeni tanımlayınız.**

Dörtgenler 4 kenardan ve 4 noktadan oluşan şekillerdir. Dörtgen olması için her kenarı ve her açısı eşit olması gerekmez.

**Görsel 3.2.** Ön görüşmede Onur'un dörtgen tanımı

Detaylı olarak dörtgen kavramı incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun algısal olarak hatalı tanım yaptıkları saptanmıştır. Bu saptamada öğrencilerin neredeyse tamamının kapalılık özelliğini ihmal ettiği görülmüştür. Öğrencilerden sadece Rana kapsayıcı tanımı “4 kenarı ve 4 köşesi olan kapalı şekillere dörtgen denir.” şeklinde yapmıştır. Rana dışındaki tüm öğrenciler dörtgeni tanımlarken bu özelliği ihmal etmiştir. Zara isimli öğrenci dörtgeni tanımlarken köşe ve kenar sayısını vermenin yeterli olduğunu söylemiştir. Ön görüşmede Zara'nın dörtgen tanımı Görsel 3.3’te sunulmuştur.

**1) Dörtgeni tanımlayınız.**

Dört köşesi ve dört kenarı olan şekillere denir.

**Görsel 3.3.** Ön görüşmede Zara'nın dörtgen tanımı

Hatalı tanımlama yapan öğrenciler zihinlerinde oluşturdukları şekli elle tutulur biçimde bir eşyaya benzetmiş ve bazen araştırmacıya da düşündüğü dörtgeni o eşya

üzerinden anlatma yoluna gitmiştir. Örneğin, Damla paralelkenarın tanımı yaparken dörtgeni *nesne* olarak tanımlamış ancak üç boyutlu bir klasör göstermiştir. Ön görüşmede Damla'nın dörtgen tanımı Görsel 3.4'te sunulmuştur.

**Paralelkenar:**

*En az 2 kenarı birbirine paralel olan nesne.*

**Görsel 3.4.** Ön görüşmede Damla'nın dörtgen tanımı

Hatalı tanım, öğrencilerin dörtgenlerdeki özellikleri söylerken teorik bir dil kullanılmamasını da kapsamaktadır. Görsel 3.5'te görüldüğü gibi Yaz, dörtgeni tanımlarken eksik bilgi vererek tanımlamıştır.

**1) Dörtgeni tanımlayınız.**

*4 tane köşesi olan*

**Görsel 3.5.** Ön görüşmede Yaz'ın dörtgen tanımı

Hatalı tanım kapsamında ele alınan tanımlar ister prototip dörtgen imajına dayalı olsun ister dile dayalı olsun ister ters hiyerarşik ilişki olsun hepsi hatalı tanım olarak ele alınmıştır. Tablo 3.1 incelendiğinde öğrenci tanımlarının en çok bu tema altında olduğu görülmektedir. Örnek olarak Rana yamuğu “*Hiçbir kenarı birbirine paralel olmayan dörtgen*” olarak tanımlamıştır. Burada Rana'nın “*yamuk*” kelimesinin Türkçe anlamından yola çıkarak hatalı bir tanım yaptığı anlaşılmaktadır. Görsel 3.4'te görüldüğü gibi Damla ise dörtgenlerdeki ters hiyerarşi ilişkisini hatalı kullanarak yamuğun özelliği olan “*en az*” ifadesini paralelkenar tanımı için kullanmıştır. Hatalı tanımlamalarda öğrencilerin eksik bilgi kullanımı, hatalı prototip imajı ortaya koymaları, hatalı bir dil kullanımı ön plana çıkmaktadır. Hatalı tanımlamalarda sıkça rastlanılan ters hiyerarşik ilişkiye ait örnekler kare ve eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar ilişkisinde ortaya çıkmıştır. Burcu, kare tanımını yaparken farkında olmadan eşkenar dörtgen tanımını yapmış ve kareyi “*Bütün uzunlukları eşit olan dörtgen*” olarak yanıtlamıştır. Burada yapılan tanım kareyi içine almakla birlikte eşkenar dörtgenin tanımının tam olarak bilinmediği ya da kare ile eşkenar dörtgen arasındaki farklılıklara

dikkat edilmediği söylenebilmektedir. Öyle ki; Görsel 3.6’da görüldüğü gibi Burcu eşkenar dörtgen tanımını bu yüzden boş bırakmıştır.

**Kare :**  
Bütün kenarları eşit uzunlukta olan dörtgen.

.....

.....

**Eşkenar dörtgen:**

.....

.....

.....

**Yamuk :**  
En alt tarafta bir doğru bulunur. Bu doğrunun köşelerinden çıkan birbirleriyle aynı yöne fakat farklı halde giden doğruların birleşimi.

**Görsel 3.6.** Ön görüşmede Burcu'nun kare tanımı

Öğrenciler verilen dörtgeni tanımlarken dörtgenin özelliklerini doğru bir matematiksel dil kullanarak söylemiş ancak tanım yapma yerine tarif etme yoluna gitmiş ise söylemsel süreç kapsamında ele alınmıştır. Onur, paralelkenarı “*Karşılıklı kenarları paralel olan ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir.*” şeklinde tanımlarken açı özelliklerine de girerek bir tür tarif etme yoluna girmiş ve daha geniş bir tanımlama yapmıştır.

Öğrenciler kapsayıcı tanım yapmış ve doğru bir matematiksel dil kullanmış ise yine söylemsel süreç altında yer almıştır. Zara, eşkenar dörtgeni “*Kenarları birbirine eşit olan dörtgendir.*” şeklinde tanımlamıştır. Zara, doğru bir dil kullanmasının yanında hem kapalılık özelliğini hem de hiyerarşik ilişkiyi doğru bir biçimde vermiştir. Bunların dışında Arda eşkenar dörtgen ve yamuk tanımını, Burcu ise eşkenar dörtgen tanımını yapamamıştır.

### 3.1.2. İkinci bölüm: Duval’in kavrama türleri

İkinci bölüm, öğrencilerin Duval’in kavrama türlerine göre düzenlenmiş dört soru ve bu sorulardaki alt görevlerden oluşturulmuştur.



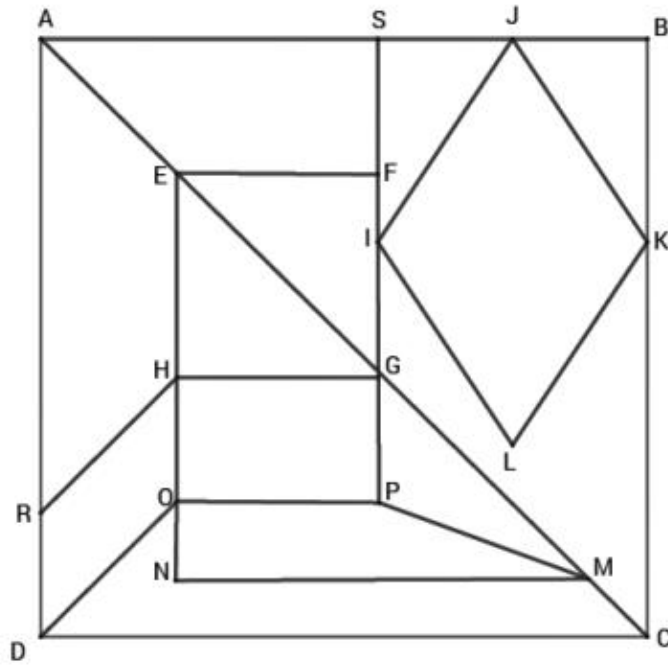
### 3.1.2.1. Dörtgeni tanıma, adlandırma ve belirleme soruları

Görsel 3.7’de öğrencilerden birinci sorunun A maddesinde verilen dörtgenlerin hangi dörtgen olduğunu belirlemeleri istenmiştir.

#### II. AŞAMA

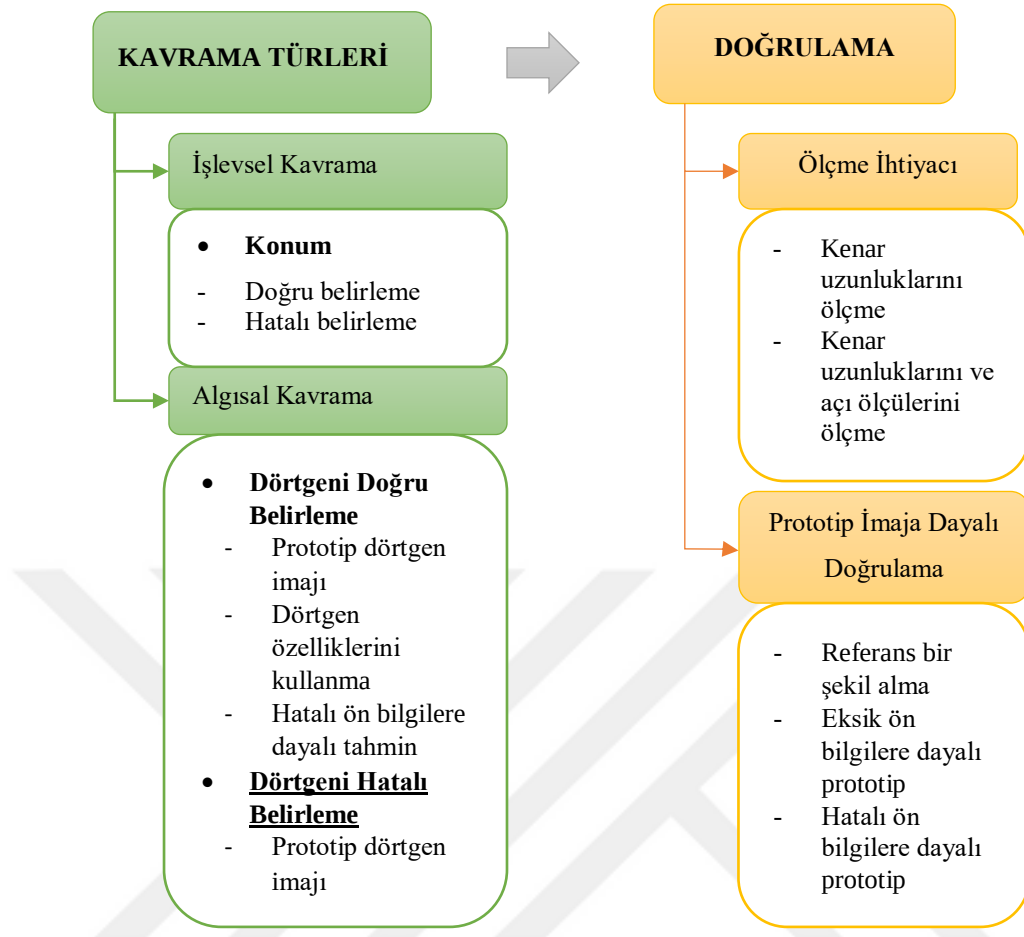
Soru 1:

A-) Aşağıda bulunan ABCD, IJKL, EFGH, MNOP, AEHR ve HODR dörtgenlerinin isimlerini yazınız. Birbirine eş ya da benzer şekiller var mıdır? Açıklayınız.



Görsel 3.7. Ön görüşmede 1-A görevi

Şekil 3.1’de görüldüğü gibi dörtgenleri belirleme kavrama ve doğrulama olarak iki başlıkta toplanmış olup; kavrama türleri, işlevsel kavrama ve algısal kavrama, doğrulama ise ölçme ihtiyacı ve prototip imaja dayalı doğrulama olmak üzere alt temalara ayrılmıştır.



Şekil 3.1. Ön görüşmede 1-A görevine ilişkin bulgular

Öğrencilerin bazıları dörtgenleri belirlerken tamamen verilen şeklin konumuna odaklanmışlardır. Bunun nedeni ilk davranışta öğrencinin algısal kavrama ile en görünür işlevi dikkate alarak bir işlevsel kavrama sürecine girmesi ve muhakemenin bu süreçteki değişim/dönüşüm aşamalarını betimlemeye odaklı olduğundan dolayıdır. Örneğin; öğrenciler şekillere farklı açılardan bakmak istemiş kâğıtlarını döndürme yoluna gitmişlerdir. İşlevsel kavrama herhangi bir söylemsel süreçten tamamen bağımsızdır. Buradaki öğrencilerin bulgularında işlevsel kavramanın alt temalarından biri olan konum özelliğine göre soruları çözenler ele alınmıştır. Duval (1994, 1998) bir şeklin işlevsel kavraması ile algısal kavraması arasında çok yakın bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Dörtgen çeşitlerine karar veren öğrencilerin çoğunun algısal kavrama yoluna başvurdukları görülmüştür. İşlevsel kavrama ve algısal kavrama teması altında soruları yanıtlayan öğrenciler dörtgeni doğru belirleme ve dörtgeni hatalı belirleme alt temaları başlıklarında incelenmiştir. Öğrenciler dörtgenleri doğru belirlerken ya geçmişte öğrenmiş oldukları bilgileri kullanmış ya da dörtgen özelliklerini kullanarak eleme yoluna

gitmişlerdir. Öğrenciler dörtgen özelliklerine karar verdikten sonra hangi dörtgenlerin olamayacağını düşünmüşlerdir. Dörtgenleri hatalı belirlerken ön bilgilerini kullanmak isteyen öğrenciler bu bilgileri ya yanlış hatırlamışlar ya da eksik öğrenilmiş bilgilerden dolayı tahminin ötesine geçememiş ve kararsız kalmışlardır. Prototip dörtgen imajı oluşturmada öğrenciler zihinlerinde oluşturmuş oldukları prototip şekli kâğıt üzerinde aramış ve dörtgen özelliklerine dikkat etmeyerek sadece şekilsel olarak dörtgene yaklaşmışlardır. Dörtgenleri belirleyen öğrencilerin tamamında bir doğrulama isteği göze çarpmaktadır. Bunun nedeni öğrencinin gözlemciyi ikna etme isteğindendir. Öğrenciler karar vermiş oldukları dörtgenleri ölçme ihtiyacı duyarak ya da prototip imaja dayalı bir doğrulama yapmışlardır.

**Tablo 3.2.** Öğrencilerin dörtgen belirlemeleri

|                         |                                                           | <b>ABCD<br/>(Dikdörtgen)</b>            | <b>IJKL<br/>(Eşkenar<br/>Dörtgen)</b> | <b>EFGH<br/>(Kare)</b>                                            | <b>MNOP<br/>(Yamuk)</b>                                                     | <b>AEHR<br/>(İkizkenar<br/>Yamuk)</b>                     | <b>HODR<br/>(Paralel-<br/>kenar)</b>     |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| <b>İşlevsel Kavrama</b> | Konuma göre doğru belirleme                               |                                         | Asu,<br>Onur                          |                                                                   |                                                                             |                                                           | Nil                                      |
|                         | Konuma göre hatalı belirleme                              |                                         | Damla                                 |                                                                   |                                                                             |                                                           |                                          |
|                         | Prototip dörtgen imajına dayalı doğru belirleme           |                                         | Nil,<br>Rana,<br>Zara                 | Arda,<br>Asu,<br>Burcu,<br>Nil,<br>Onur,<br>Rana,<br>Yaz,<br>Zara |                                                                             | Nil                                                       | Arda,<br>Burcu,<br>Asu,<br>Onur,<br>Zara |
|                         | Dörtgen özelliklerini kullanarak dörtgeni doğru belirleme | Arda, Asu,<br>Damla                     | Burcu                                 | Damla                                                             |                                                                             |                                                           |                                          |
|                         | Hatalı ön bilgilere dayalı tahminde bulunma               |                                         | Yaz                                   |                                                                   | Arda,<br>Asu,<br>Burcu,<br>Damla,<br>Nil,<br>Onur,<br>Rana,<br>Yaz,<br>Zara | Arda, Asu<br>Burcu,<br>Damla,<br>Onur, Rana,<br>Yaz, Zara | Damla,<br>Rana, Yaz                      |
| <b>Algısal Kavrama</b>  | Prototip dörtgen imajına dayalı hatalı belirleme          | Burcu, Nil,<br>Onur, Rana,<br>Yaz, Zara |                                       |                                                                   |                                                                             |                                                           |                                          |

Tablo 3.2 incelendiğinde belirlenen 53 dörtgenin sadece 4 tanesinin işlevsel kavramaya, diğerlerinin tamamının algısal kavramaya ait olduğu görülmektedir. Arda isimli öğrenci IJKL dörtgeni için bir fikrinin olmadığını diğer tüm dörtgenler hakkında belirleme yapabileceğini belirtmiştir.

ABCD dörtgenini Arda ve Asu önce kare olarak belirlemiş ancak daha sonraki doğrulamalarında vazgeçmişler ve şeklin dikdörtgen olduğuna karar vermişlerdir. Damla, bu iki öğrencinin aksine ABCD dörtgenine sadece bakarak karar verilemeyeceğini ve ölçme yapması gerektiğini savunmuştur. Bu 3 öğrencinin dışındakiler dörtgeni hatalı biçimde kare olarak belirtmişlerdir. Burcu ABCD dörtgeninin kenar uzunluklarını doğru ölçmesine karşın çıkan değerleri önemsememiş, dörtgenin köşegenlerine dikkat etmemiş, açölçer kullanmanın gerekli olmadığını söylemiş ve şeklin kare olduğuna ısrar etmiştir. Nil, ABCD dörtgeninin özelliklerinin yazılmadığını ve şeklin kareye benzediğini söylemiştir.

Asu, Damla ve Onur IJKL dörtgeninde işlevsel kavramaya ait bileşenlerden biri olan konuma dayalı yanıtlar vermiş ancak Damla şekli hatalı olarak paralelkenar olarak isimlendirmiştir. Asu IJKL dörtgenini belirlemede zorlanmış önce paralelkenar demiş ancak daha sonra emin olmayarak kâğıdı döndürme yoluyla farklı bakış açılarına dayanarak dörtgeni belirleyebilmiştir.

|             |                                                |
|-------------|------------------------------------------------|
| Asu         | : Bunu böyle çevirince paralelkenar duruyor da |
| Araştırmacı | : IJKL mi?                                     |
| Asu         | : Evet.                                        |
| Araştırmacı | : Çevirince paralelkenar gibi duruyor.         |
| Asu         | : Evet. Bana öyle geldi ama. Değil galiba.     |

Onur IJKL dörtgeni için paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasında kararsız kalmış ve dörtgenin hem paralelkenar hem de eşkenar dörtgen olabileceğini düşünmüştür. Ayrıca dörtgenin J köşesinin S ve B noktalarına olan uzaklıklarını bulmaya çalışmış ancak eşkenar dörtgen özelliklerini kullanamamış, kâğıdın konumuna göre karar vermiştir.

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Onur        | : İki tane şekil söyleyebiliyor muyuz?                                                                                                                                                                                                                                      |
| Araştırmacı | : Nasıl mesela?                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Onur        | : Bu bana hem paralelkenar hem eşkenar dörtgen gibi geldi.                                                                                                                                                                                                                  |
| Araştırmacı | : Neden?                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Onur        | : Çünkü karşılıklı açıları eşit. Şeyleri de eşit aslında. Kenarları da eşit.                                                                                                                                                                                                |
| Araştırmacı | : Kenar uzunlukları da eşit diyorsun.                                                                                                                                                                                                                                       |
| Onur        | : Evet. Sadece şey büyük ihtimal eşkenar dörtgen de paralelkenarda bu şekilde olduğu için olabilir.                                                                                                                                                                         |
| ...         |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Onur        | : Aslında bu büyük ihtimal şey değil. Eşkenar dörtgen değil. Şu S tam ortada değil. Şurası (SJ) buraya (JB) göre biraz daha fazla gibi gözüktü bana. Bu tam ortada olmadığı için. Evet aslında. Eşit gibi ya şöyle bakınca (kâğıda farklı yönlerden bakarak). Eşitler evet. |

Nil ve Zara IJKL dörtgenini eşkenar dörtgen olarak düşünmüştür. Araştırmacı Zara'ya farklı yönlerden şekle bakmasını istemesi ve şeklin neye benzediğini sorması üzerine öğrenci şekli baklava dilimine benzetmiştir. Rana ise *"IJKL eşkenar dörtgen. Çünkü eşkenar dörtgenin tanımını yaparken orada yan yatırılmış kare demiştin ve bu da yan kare duruyor yani. Öyle."* şeklinde açıklamış, eşkenar dörtgeni tanımlarken yaptığı tanım ile IJKL dörtgeninin uyduğunu ve bu yüzden dörtgenin eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir.

Burcu, IJKL dörtgeninde paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasında kararsız kalmış, *"Eşkenar dörtgen paralelkenar mıdır? Paralelkenar eşkenar dörtgen midir?"* şeklinde sorular sorarak hangi dörtgenin kapsayıcı olduğuna karar verememiş algısal bir yolla dörtgeni eşkenar dörtgen olarak isimlendirmiştir. Yaz'ın şekil hakkında fikri olmamasına karşın daha önceki bilgilerini kullanmak istemiş; IL ve JK'nin uzantılarının birbirleri ile kesişeceğini, bu yüzden dörtgenin paralelkenar olamayacağını söylemiştir. Öğrenciler, algısal kavrama yoluyla IJKL dörtgenini *"her zaman gördüğümüz şekil bu"* gibi yanıtlarla ilk bakışta belirlemeye çalışmışlardır.

EFGH dörtgenini tüm öğrenciler doğru bir şekilde belirlerken Damla isimli öğrenci ölçme yaptıktan sonra şekli doğrulayabilirken diğer öğrenciler prototip dörtgen imajına dayalı olarak yanıtlar vermişlerdir. Onur, EFGH'nin kenar uzunluklarını verilmediğini ancak yine de kareye benzediğini düşünmüş, araştırmacının *"Ölçme yapmak ister misin?"* sorusuna ise gerek olmadığını söylemiştir.

- |             |                                                                            |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Onur        | : Ya aslında tam kesin olmaz ama en yakın kare gibi geldi.                 |
| Araştırmacı | : Neden?                                                                   |
| Onur        | : Belirtilmemiş tam olarak da.                                             |
| Araştırmacı | : Ne belirtilmemiş.                                                        |
| Onur        | : Mesela kenar uzunlukları, açılar                                         |
| Araştırmacı | : O yüzden tam karar veremeyiz diyorsun?                                   |
| Onur        | : Evet.                                                                    |
| Araştırmacı | : Anladım.                                                                 |
| Onur        | : Ama en yakın kare yani.                                                  |
| Araştırmacı | : Peki cetvel olsaydı                                                      |
| Onur        | : Cetvelle olmazdı ama şey olabilir. Açıkölçer falan onlarla bulabilirdik. |
| Araştırmacı | : Tamam açıkölçer vermeme ister misin?                                     |
| Onur        | : Yok. Gerek yok. Kare bu.                                                 |

Tüm öğrencilerin MNOP dörtgenini yamuk olarak doğru tespit ettikleri görülmüş ancak öğrencilerin daha önceden öğrenmiş oldukları hatalı bilgilere dayalı olarak tahminde bulundukları anlaşılmıştır. Örneğin; Zara, MNOP dörtgeni için tüm kenar uzunluklarının birbirinden farklı olmasının yamuk için yeterli olduğunu düşünmüş, Yaz

MNOP ve AEHR dörtgenlerinde açıların eşit olmadığını ve birden fazla farklı açının olması durumunda dörtgenlerin yamuk olabileceğini tahmin etmiştir.

Yaz : MNOP yamuk.  
Araştırmacı : Neden? Neden yamuk olduğunu düşünüyorsun?  
Yaz : Çünkü mesela P ile M'nin açıları dar açı. Ama mesela P de geniş açı.  
Açıları da eşit olmadığı için yamuk.  
Araştırmacı : Hmm anladım. Diğer dörtgenlerde ölçüler eşit mi oluyor?  
Yaz : Evet.

MNOP gibi AEHR dörtgenini de algısal kavramaya uygun bir şekilde doğru belirleyebilen öğrencilerden sadece Nil çok kez karşılaştığı bir yamuk çeşidi olduğunu söyleyerek prototip dörtgen imajına dayalı olarak belirleyebilmiştir. AEHR dörtgenini ön görüşmelerde hiçbir öğrenci ikizkenar yamuk olarak söyleyememiş, yamuk olarak tahmin etme yoluna gitmişlerdir. Zara, AEHR dörtgenini öncelikle paralelkenar olarak belirlemiş ancak AE ve HR kenarlarının birbirine paralel olmadığı için kararını değiştirmiş ve yamuk olarak isimlendirmiştir.

Araştırmacı : Neden paralelkenar olduğunu düşündün?  
Zara : Ama yanlış, yamuk.  
Araştırmacı : Neden yamuk olduğunu düşünüyorsun?  
Zara : Çünkü paralelkenar değil, eşkenar dörtgen değil, kare değil, geriye yamuk kalıyor.  
Araştırmacı : Yamuğun tanımında kenarları birbirinden farklı olan dörtgen demişsin. Peki, AE ve HR uzunlukları birbirine eşit ise yine yamuk olur mu?  
Zara : Olur.  
Araştırmacı : Ama kenar uzunlukları hepsinin farklı olmadı.  
Zara : Ama AE ve HR böyle gittiği için (ileride kesişeceklerini göstermiştir).

Öğrencilerin çok az bir kısmı dörtgenleri doğru belirlerken algısal kavramının dışına çıkmışlardır. Üçüncü alt tema olan *işlevsel kavramaya* ait alt temalardan biri olan konum özelliğini kullanan öğrenciler dörtgenlerin konumuna (dörtgene farklı açıdan bakma) göre doğru bir belirleme yapmıştır. Verilen şeklin hangi dörtgen olduğuna karar verirken öncelikle dörtgene farklı yerlerden bakmış ya da kâğıdı döndürmüştür. Öğrencilerin çoğu HODR dörtgenini paralelkenara benzetmiş ancak dörtgeni belirlerken algısal bir yaklaşım sergilemiştir. Nil isimli öğrenci ise şekli paralelkenar olarak düşünmüş ve kenar uzunluklarının eşit olmadığını belirtmiştir. Daha sonra kâğıdı döndürerek karşılıklı kenarların çapraz bir şekilde geldiğini vurgulamıştır. Ön görüşmede Nil'in kâğıdına farklı yönlerden bakışı Görsel 3.8'de sunulmuştur.



**Görsel 3.8.** Ön görüşmede Nil'in kâğıdına farklı yönlerden bakışı

- Nil : HODR... Paralelkenar olduğunu düşünüyorum.  
Araştırmacı : Neden?  
Nil : Çünkü arkada anlattığım tanımla uyuyor.  
Araştırmacı : Neydi tanım?  
Nil : İki doğrunun birbirine paralel iki doğrunun çapraz bir şekilde birleştirilmesi.  
Araştırmacı : Paralelkenarda birbirine paralel olan iki doğrunun çapraz bir şekilde birleşmesiyle ortaya çıkan şekildir. Çapraz dediğin ne?  
Nil : Yani burada zaten biraz. Burada zaten biraz. Mesela şöyle bir şey ya (Karşılıklı kenarların kesişmeyeceğini göstermeye çalışmıştır.)  
Araştırmacı : Hıhı.  
Nil : Bunun çapraz birleşimi.

Ön bilgilerin eksik ya da hatalı olmasından kaynaklı olarak öğrenciler dörtgen belirlemede zorlanmışlar ve verdikleri kararlardan zaman zaman emin olamamışlardır. Örneğin Damla, paralelkenar tanımındaki eksikliklerden dolayı HODR dörtgenini şu şekilde yanıtlamıştır.

- Damla : Ben paralelkenarın bütün kenarları mı birbirine paralel olduğunda mı yani iki tane paralellik olduğunda paralellik oluyordu? Buradaki gibi bir tane paralellik olduğunda mı paralelkenar oluyordu bunu çok hatırlayamıyorum. O yüzden emin değilim.

Öğrencilerin dörtgenleri belirlemesinin ardından doğrulamalarında farklılıklar olduğu saptanmış ve bu farklılıklar Tablo 3.3'de belirtilmiştir. Tablo 3.3 incelendiğinde öğrencilerden bazılarının belirledikleri dörtgenler için ikna edici açıklama yapamadıkları tespit edilmiştir. Bazı öğrencilerin ölçme ihtiyacı duyarak dörtgenlerle ilgili verilen kenar uzunluğu, açı ölçüsü gibi ölçümleri belirledikleri ve kararlarının arkasında durdukları görülmüştür. Buna karşın herhangi bir ölçme ihtiyacına gerek duymadan ve ölçme yapmanın anlamsız olduğunu savunan ya da dörtgen özelliklerini anlamlı bir biçimde kullanamayan öğrencilerin algısal kavramadan çıkamadıkları görülmüştür. Ayrıca ön bilgilerinin ışığında dörtgenleri belirleyen öğrencilerin prototip dörtgen imajını diğer sorularda da devam ettirdiği saptanmıştır.

**Tablo 3.3.** *Ön görüşmede dörtgenleri belirlemede başvurulmuş doğrulamalar*

|                                 |                                                         | ABCD<br>(Dikdörtgen)         | IJKL<br>(Eşkenar<br>Dörtgen) | EFGH<br>(Kare)             | MNOP<br>(Yamuk)              | AEHR<br>(İkizkenar<br>Yamuk) | HODR<br>(Paralelkenar) |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------|
| Ölçme İhtiyacı                  | Kenar uzunluklarını ölçerek doğrulama                   | Arda, Asu                    | Burcu                        | Arda, Burcu                |                              |                              |                        |
|                                 | Kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini ölçerek doğrulama | Damla                        | Onur                         | Damla                      |                              |                              | Asu                    |
| Prototip İmajı Dayalı Doğrulama | Referans bir şekil belirleyerek doğrulama               | Burcu, Nil, Onur, Rana, Zara | Asu, Damla, Nil, Zara        | Asu, Nil, Onur, Rana, Zara |                              | Nil                          | Burcu, Nil, Zara       |
|                                 | Eksik ön bilgilere dayalı prototip oluşturma            | Yaz                          | Rana                         | Yaz                        | Asu, Burcu, Nil, Rana        | Asu, Burcu, Rana             | Asu, Damla, Rana       |
|                                 | Hatalı ön bilgilere dayalı prototip oluşturma           |                              | Yaz                          |                            | Arda, Damla, Onur, Yaz, Zara | Arda, Damla, Onur, Yaz, Zara | Arda, Yaz              |

Bazı öğrenciler IJKL dörtgeninin eşkenar dörtgen olamayacağını söylemişler ancak bir çıkarımda bulunamadıklarından hatalı belirleme yapmışlardır. Ölçme ihtiyacı duyan öğrenciler bir ölçme aracını kullanmış ya da kendilerinin yapmış oldukları bir çizim yoluyla ikna olma yoluna gitmişlerdir. Burcu, şekli önce eşkenar dörtgen olarak belirlemiş ancak daha sonra paralel doğruları uzatarak kenar uzunluklarına bakmıştır. Daha sonra eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olabileceğini düşünmüş ancak bu düşüncesinden vazgeçmiştir.

Burcu : Çünkü eşkenar dörtgen buna dedim mesela ama bu bir anlamda paralelkenar bence. Çünkü bunları devam ettirdiğimizde birbirine paralel bir şekilde devam edecek doğrular yine.

Araştırmacı : Çok güzel.

Burcu : En sonda eşkenar dörtgen dedim. Bilmiyorum. Bunların da uzunlukları eşit gibi geldi o yüzden.

Araştırmacı : Eşit gibi geldi.



Burcu IJKL dörtgenine karar veremediği için araştırmacıdan cetvel istemiş ve kenar uzunluklarını ölçtükten sonra eşkenar dörtgen diyebilmiştir. Ölçme ihtiyacı temasında yer alan kenar uzunluklarını ölçme alt temasında öğrenciler algısal olarak tahmin ettikleri dörtgen hakkında kendilerini ikna edebilmek adına ölçme yoluna gitmişlerdir. Bu öğrencilerden biri olan Burcu, genel olarak sorular üzerinde çok düşünmüş, düşüncelerini tahminleriyle destekleyerek ilgili dörtgene karar verebilmiştir. IJKL eşkenar dörtgeninin kenar uzunluklarından daha çok kenarların uzatılması durumunda paralelliğin bozulmayacağını belirtmiş ve emin olmak adına yine de kenar uzunluklarını ölçmüştür. Ancak Burcu ABCD dikdörtgeninin de kenar uzunluklarını ölçmesine karşın zihninde oluşturmuş olduğu prototipe uygun olmadığı gerekçesiyle ölçmeyi bu kez dikkate almamıştır.

Ölçme ihtiyacı temasında yer alan kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini ölçme alt teması, öğrencilerin dörtgeni doğru belirlemede kararsız kaldıkları ve bir ölçme aracına ihtiyaç duydukları türdendir. Bu tema altında olan öğrenci yanıtlarından sadece Damla isimli öğrenci etkinliğe başlamadan önce bir ölçme aracına ihtiyaç duymuştur.

|             |                                                                 |
|-------------|-----------------------------------------------------------------|
| Damla       | : Kenarları birbirine eşit mi nasıl bileceğiz?                  |
| Araştırmacı | : Nasıl bir daha söyle.                                         |
| Damla       | : Mesela kare çizmişiz. Kenarları birbirine eşit mi bilmiyoruz. |
| Araştırmacı | : Kenar ölçülerini bilmiyoruz. Ölçmek ister misin?              |
| Damla       | : Emin olmak için olabilir.                                     |
| Araştırmacı | : Veriyim mi cetvel?                                            |
| Damla       | : Olur. Bu kenar sanki daha kısa.                               |
| Araştırmacı | : O zaman                                                       |
| Damla       | : Yamuk olabilir ya da dikdörtgen.                              |

Damla ABCD dörtgenini kare olarak düşünmüş, ancak karenin kenar uzunlukları yazılmadığı için emin olamamıştır. Kenar uzunluklarını ölçtükten sonra dörtgenin iç açılarını da ölçen Damla ABCD dörtgeninin dikdörtgen olduğundan emin olmuştur.

|             |                                                                                                                      |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Damla       | : Önce kenarlarını ölçtüm. Dört kenarı da birbiriyle aynı ise kare olduğunu söyledim.                                |
| Araştırmacı | : Mesela EFGH'nin dört kenarının uzunluğunu ölçtün eşit çıktı kare dedin ama ABCD eşit çıkmadı.                      |
| Damla       | : Evet.                                                                                                              |
| Araştırmacı | : İlk başta kare gibi gözüküyor dedin değil mi yanlış hatırlamıyorsam? Ama ölçünce dikdörtgen olduğuna karar verdin. |
| Damla       | : Aslında burada açıları da ölçmemiz gerekiyor.                                                                      |
| Araştırmacı | : Açılar ölçer vereyim mi?                                                                                           |
| Damla       | : Evet.                                                                                                              |

Prototip imaja dayalı doğrulamalarda öğrenciler zihinlerinde referans bir şekil belirleyerek ilerledikleri görülmektedir. Rana'nın vermiş olduğu yanıtlara bakıldığında algısal bir sezgi ile prototipe uygun bir şekil gördüğü anda vermiş olduğu yanıtla ikna olmuştur.

Rana : MNOP yamuk. Çünkü burada yani bütün kenarlar farklı yani diğer dörtgenlere benzemiyor. Bu o yüzden yamuk oluyor. AHER de o şekilde. Aynı şekilde yamuk. Çünkü o da öyle. Daha sonra öteki HODR. Bu da paralelkenar. Çünkü karşılıklı kenarları birbirine paralel.

Araştırmacı :Anladım. Peki, bu verdiğin kararlar doğrultusunda hani paralel dedin. Eşit dedin ya. Cetvel, açıölçer kullanmaya gerek var mı?

Rana : Gerek yok bence.

Araştırmacı : Neden?

Rana : Bakınca anlaşılıyor çünkü.

Öğrenciler şekilleri algısal olarak bir dörtgene benzetmelerine karşın belirlemiş oldukları dörtgenin özelliklerini sağlayıp sağlamadığına bakarak emin olmak istemişlerdir. Bunun nedenlerinden biri de dörtgene ait ön bilgi eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Asu isimli öğrenci HODR dörtgenine karar vermeden önce şekli paralelkenara benzetmiş daha sonra dörtgenin, paralelkenarın özelliklerine de sahip olduğunu görüp ikna olmuştur.

Araştırmacı : HODR ye nasıl karar verdik paralelkenar olduğuna

Asu : Ona da şimdi böyle zaten böyle paralel duruyor birbirlerine (Karşılıklı kenarları gösteriyor). Dikdörtgen gibi karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğundan. Kısa ve uzun kenar.

Araştırmacı : Dikdörtgen gibi derken?

Asu : Dikdörtgen gibi karşılıklı kenarları birbirine eşit.

Araştırmacı : Dikdörtgen de karşılıklı kenarları birbirine eşit. Paralelkenar da eşit. Ama neden dikdörtgen değil de paralelkenar o zaman?

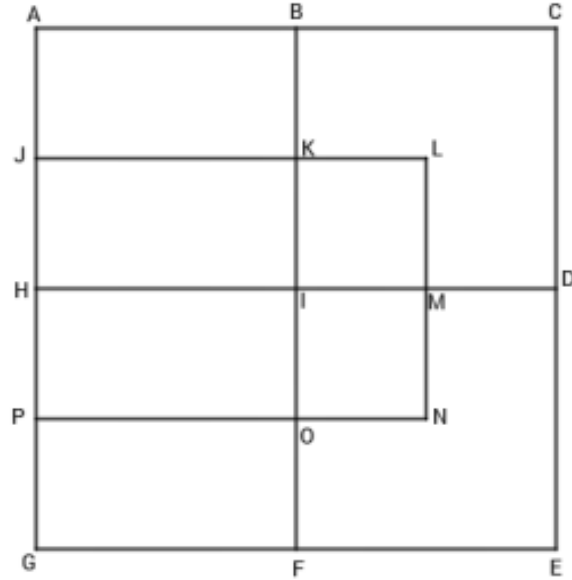
Asu : Çünkü dikdörtgenin evet bütün iç açıları eşit ama şey yapıyım. Bunun bu açısıyla bu açısı eşit (Karşılıklı açıları gösteriyor). Bu açısıyla da bu açısı eşit.

Araştırmacı : Karşılıklı açıları diyorsun.

Asu : Evet karşılıklı açıları birbirine eşit ve her açısı aynı şekilde olmadığı için dikdörtgenin bütün açıları birbirine eşit ama paralelkenarın değil.

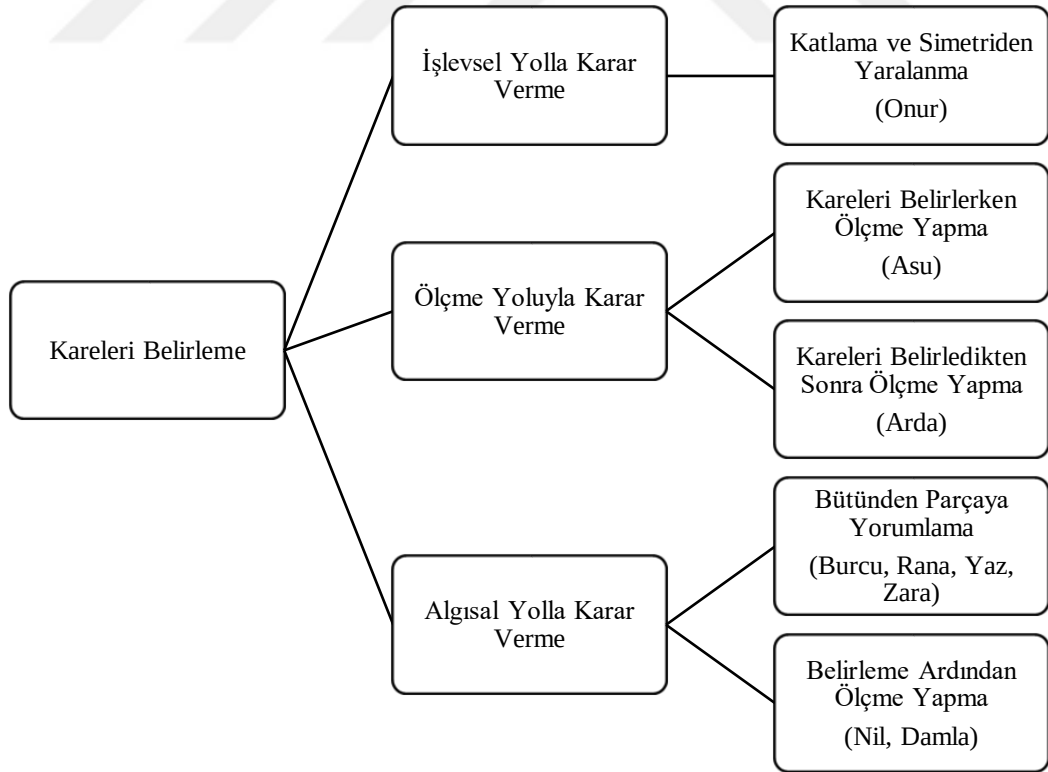
Dörtgeni tanıma, adlandırma ve belirleme başlığı altındaki ikinci görev Görsel 3.9’da sunulmuştur.

B-) Aşağıda verilen şekildeki karelerin isimlerini yazınız.



Görsel 3.9. Ön görüşmede 1-B görevi

Bu göreve ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.2.'de sunulmuştur.



Şekil 3.2. Ön görüşmede 1-B görevine ait bulgular

Şekil 3.2'ye göre kareleri belirlemede öğrencilerin çoğunun algısal yaklaşım sergiledikleri görülmektedir. Karelere algısal yolla karar verirken bazı öğrenciler bütün kareyi ele almış ve karenin içinde bulunan karelere doğru bir yol izlemişlerdir. Bazı öğrenciler ise kareleri belirledikten sonra emin olabilmek için ölçme yapmanın da gerekli olduğunu söylemişlerdir. İki öğrenci ise kareleri belirlemede doğrudan ölçme yapmanın gerekli olduğunu düşünmüşlerdir. Ölçme yoluyla karar verirken ise bir öğrenci kareleri ölçme yoluna giderken diğer bir öğrenci ise kareleri ölçmeyip farklı dörtgenleri ölçerek isimlendirmiştir. Sadece bir öğrenci işlevsel kavramaya yönelik bir düşünce sergilemiş ve karenin simetri özelliğinden yararlanmıştır.

Kareleri belirlerken ölçme yapmanın gerekli olduğunu düşünen Asu, bir önceki soruda düşündüğü dörtgen çeşitlerinin farklı çıkmasından dolayı ölçme yapmanın daha sağlam bir çözüm yolu olduğunu söylemiştir.

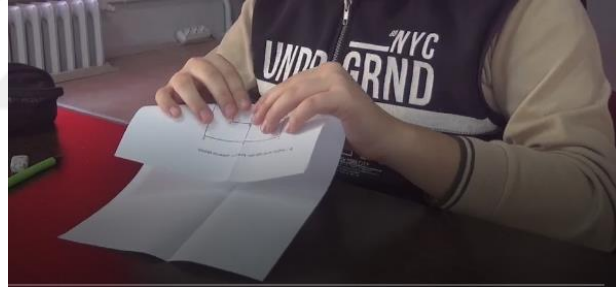
Araştırmacı: Al bakalım.  
Asu: Ölçebiliyorum değil mi hocam?  
Araştırmacı: Tabi istersen ölçebilirsin.  
Asu: Evet. Bu kare, Bitti hocam.  
Araştırmacı: Bitti mi? Bu sefer ölçme ihtiyacı duydun galiba.  
Asu: Evet.  
Araştırmacı: Değil mi? Neden bakarak karar vermedin de bu sefer ölçme ihtiyacı duydun?  
Asu: Aslında ilk baş bakarak karar verdim. Ondan sonra işte daha deminki etraftaki büyük kare tam çıkmayınca yani bir milim oynayınca bunda ölçme gereği duydum.  
Araştırmacı: Bunlarda ölçme gereği duydun.  
Asu: Evet.  
Araştırmacı: Ölçünce peki baktıkların doğru çıktı mı? Evet, bu kare dediğin kare çıktı mı?  
Asu: Evet.  
Araştırmacı: Burada bir aldatma yok çok fazla deminki gibi.  
Asu: Evet.  
Araştırmacı: Peki kaç tane bulabildik?  
Asu: 7 tane.

Arda, algısal yolla kareleri belirlemek istemiştir. Ancak şekilde dikdörtgen olarak düşündüğü dörtgenlerin kare olmadığından emin olmak istemiş ve kenar uzunluklarını ölçmüştür. Arda da dışarıdan içeriye doğru bir yol izlemiş ve “İçindekileri buldum yazdım. Sonra dışındakinin kare olduğunu öğrenince. Bir de şu çizgiye baktım. Bir de şu kenara baktım. İkisi tam ortadan kestiği için bunlar da karedir dedim. Kare yazdım.” biçiminde çözümünü açıklamıştır. Ön görüşmede Arda'nın kareleri bulma yöntemi Görsel 3.10'da sunulmuştur.

ABJK = Dikdörtgen  
 JHIK = Dikdörtgen  
 HPJO = Dikdörtgen  
 KLMI = kare  
 ONMI = kare  
 JLNP = Dikdörtgen  
 AGEK = kare  
 IDEF = kare  
 BCDI = kare  
 ADIH = kare  
 HIFGH = kare  
 HMNP = Dikdörtgen  
 JLMH = Dikdörtgen  
 BFEC = Dikdörtgen  
 ABFG =

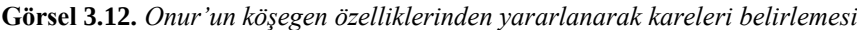
**Görsel 3.10.** Ön görüşmede Arda'nın kareleri bulma yöntemi

İşlevsel kavrama yoluyla (katlama, yeni bir şekil oluşturma/simetriden yararlanma) farklı bir çözüm getiren Onur, dışardaki en büyük karenin simetri doğrularını katlayarak diğer tüm karelerin de elde edilebileceğini düşünmüştür. Ön görüşmede Onur'un kareleri bulma yöntemi Görsel 3.11'de sunulmuştur.



**Görsel 3.11.** Onur'un kareleri bulma yöntemi

Onur ayrıca bir tane karenin bir iç açısı ölçüsünün  $90^\circ$  olduğunu bularak diğer karelerin de iç açısı ölçülerinin aynı olacağını söylemiş ve bu sayede bulduğu tüm karelerin doğru olduğunu göstermiştir. Bunu sağlarken en altta bulunan karenin köşegen özelliklerinden yararlanmıştır. Ön görüşmede Onur'un köşegen özelliklerinden yararlanarak kareleri belirlemesi Görsel 3.12'de sunulmuştur.



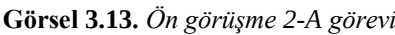
Algısal yolla karar veren öğrencilerin dördü en dıştaki büyük şekle kare olarak karar vermiş ve ardından adım adım içeride bulunan karelere doğru yönelip doğru bir biçimde kareleri belirlemişlerdir. Nil ve Damla ise kareleri belirledikten sonra ölçme yapmak istemişler ancak tüm karelerin uzunluklarını ölçmemişler sadece birkaç tanesini ölçerek doğru kareleri bulduklarından emin olmuşlardır.

#### 3.1.2.2. Oluşum soruları

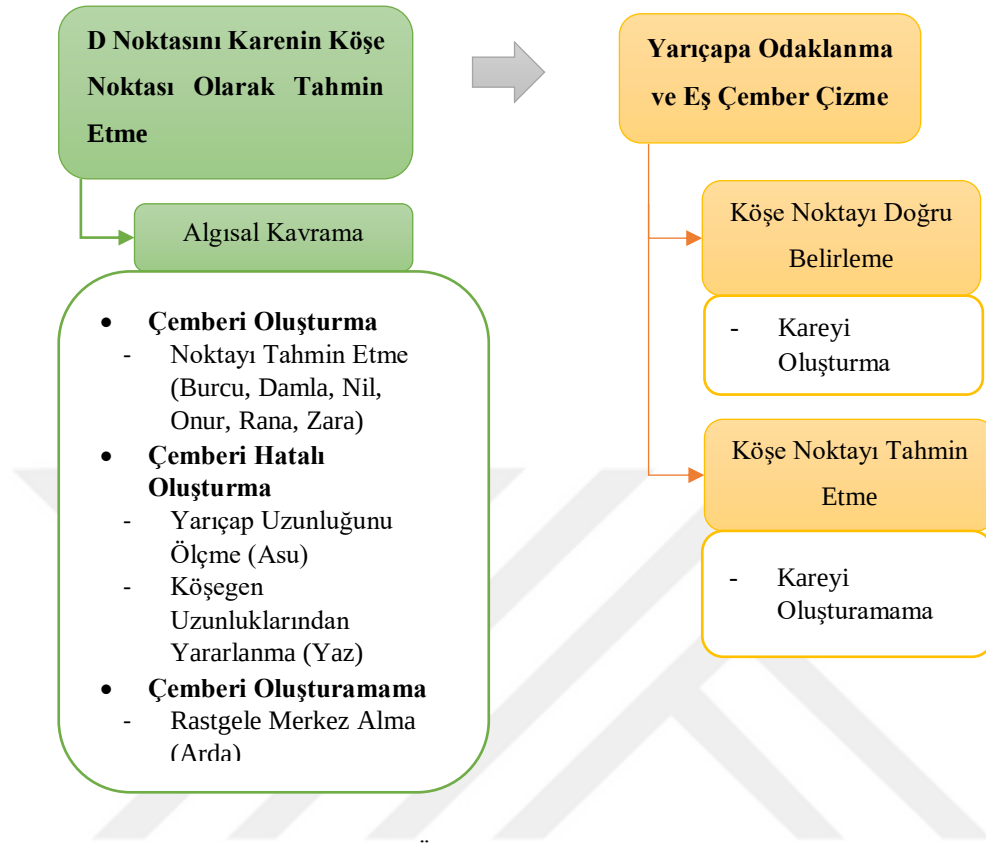
Öğrencilere oluşumla ilgili iki görev verilmiş, görevlerden ilki Görsel 3.13’te sunulmuştur.

**Soru2:**

A-) Şekildeki A, B ve C merkezli çemberler eşittir. Bu çemberlere eş, D merkezli bir çember çizerek ABCD karesini oluşturunuz.



Bu göreve ilişkin öğrencilerin kavrayışları ise Şekil 3.3'te verilmiştir.



Şekil 3.3. Ön görüşmede 2-A görevine ait bulgular

Öğrenciler Görsel 3.13'de verilen soruda ABCD karesinin oluşumu için ilk olarak dördüncü köşe noktası hakkında bir tahminde bulunmuşlardır. Bu görevde öğrencilerin tamamı algısal kavramaya uygun bir biçimde soruyu yanıtlamışlardır. Öğrencilerin tamamı kare oluşturmada öncelik olarak eş çember çizmek yerine karenin dördüncü noktasını bulma yoluna gitmişlerdir. Buldukları noktayı çizicekleri çemberin merkezi kabul ederek eş bir çember çizmeyi denemişlerdir. Öğrencilerin altısı eş çemberi çizebilirken, ikisi hatalı çizim yapmış biri ise eş bir çember çizememiştir. Arda, algısal olarak başladığı karenin köşesi için rastgele bir nokta belirlemiştir. Daha önceden pergel kullanmadığını belirten öğrenci bu soruyu yanıtlamayacağını söylemiş ve farklı bir soruya geçmek istemiştir.

|              |                                                                       |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Arda:        | Nasıl çizeceğimi bilmiyorum. Galiba D noktasını şuraya yapacağım ama. |
| Araştırmacı: | D merkezli bir çember.                                                |
| Arda:        | En çok bundan korkuyordum zaten.                                      |
| Araştırmacı: | Neyden?                                                               |
| Arda:        | Pergelle bir şey çizmekten. Bismillah.                                |
| Araştırmacı: | Şuradan açılıyor. Kalem buraya koyuyorsun. Ondan sonra kapanıyor.     |

Arda: Tamam. Bunu atlasak olmuyor mu?  
Araştırmacı: Sonra bakalım istiyorsan. Sonra da istemezsen görüşlerini söyle.  
Arda: Sonra da istemem bence.  
Araştırmacı: Sonra da istemezsin. Peki, ne yapılabilir D noktası neresi? Neden?  
Arda: Bence burası (hatalı yer tahmini). Burası da olabilir bilmiyorum (doğru yer tahmini).  
Araştırmacı: Neden?  
Arda: Çünkü burada bir daire çizmiş. Yanına iki daire çizerek merkezini tam ortasına koymuş. Buraya bir daire çizerim. Tam ortayı ayarlayarak bir daire çizerim. Ortası burası olur. Bilmiyorum. Çok saçmaladım şu an.  
Araştırmacı: Yok canım saçmalamadın.  
Arda: Yani burayı nokta olarak alırım. Tam bir şöyle daire çizerim noktayı ortalamaya çalışırım. Bunun kopyası gibi bir şey.

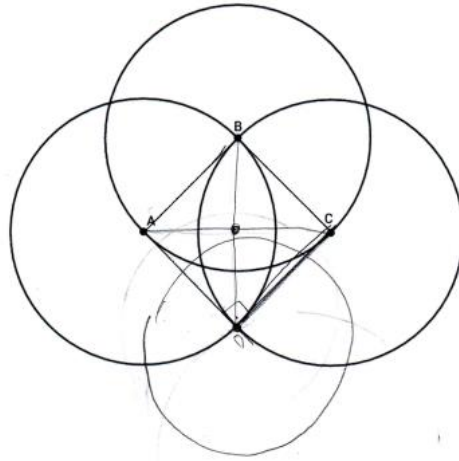
Görüşmede görüldüğü gibi Arda noktayı nereye koyacağını bilmediği için nasıl bir çember çizeceğine de karar verememiştir. Öğrencinin çember bilgisi eksikliği ve daha önceden kullanmadığı pergelden dolayı soruyu anlamakta ve aktarmada zorluk çekmiştir. Algısal olarak en son belirlediği noktanın doğru olduğuna karar vermiş ancak yine de ikna olabilmek için noktalar arası uzaklığı ölçmek istemiştir. Yine de oluşturduğu dörtgenin kare olduğundan emin olamadığı için eş çember çizmek istememiştir.

Araştırmacı: Peki nasıl kare olduğunu anladın?  
Arda: Kenarları eşit.  
Araştırmacı: Ama ölçmeden önce kare dedin.  
Arda: Çünkü kare gibi duruyor.  
Araştırmacı: Kare gibi mi duruyor?  
Arda: Evet. Geometrim benim zaten üç şeyle sınırlı: üçgen, dörtgen, dikkdörtgen.

Yaz isimli öğrenci 5. sınıftan itibaren dörtgenleri tahmin etmede genellikle köşegenleri kullandığını söylemiştir. Ancak söylemsel bir yaklaşıma uygun bir ifade yerine öğrencinin algısal bir yaklaşım ile soruyu yanıtlama yoluna gittiği görülmüştür. Öncelikle zihninde dördüncü noktayı belirleyen Yaz, kare olduğunu düşündüğü için köşegen uzunluklarını çizmiş ancak köşegen özelliklerini söyleyemediği için şeklin gözünde kare gibi algılandığını ifade etmiştir. Ayrıca karenin bir iç açı ölçüsünü  $90^\circ$  olarak belirlemiş olmasına karşın bunun nedenini söyleyememiştir. Ön görüşmede Yaz'ın çember çizimi Görsel 3.14'te sunulmuştur.

Yaz: Bunu yan yana (Karenin karşılıklı köşeleri) getirdiğinde yani eşit oluyor. Bunda da öyle yaptım. Oraya geldi.  
Araştırmacı: Yine köşegenlerden gittik galiba değil mi?  
Yaz: Evet.





**Görsel 3.14.** *Yaz'ın çizimi*

Çemberi hatalı bir biçimde oluşturan diğer bir öğrenci olan Asu ise öncelikle A ve B noktaları arasındaki uzaklığı ölçmek istemiştir. Ardından C noktasından AB doğru parçasına paralel olacak bir doğru parçası belirleyerek üç noktayı birleştirmeden dördüncü noktayı seçmiştir. Seçtiği noktanın doğru olmadığını fark ederek noktanın yerini değiştirmeye karar vermiştir. Asu, daha önceden aktif bir biçimde pergel kullanmamanın onda stres yarattığını söylemiş ve bu yüzden noktayı bulmada ve çemberi çizmede zorlandığını ifade etmiştir. Dördüncü noktayı belirledikten sonra kareyi çizmeye karar vermiş ancak oluşan dörtgenin kare olmadığını belirtmiştir. Asu şekli daha çok yamuğa benzetmiş ve algısal bir tutum sergilemiştir.

Araştırmacı: Neden öyle düşünüyorsun şimdi?

Asu: A ile B'yi birleştirdim birden yamuk çıktı.

Araştırmacı: Nasıl anladın peki kare olmadığını?

Asu: Hocam gözüme yamuk geldi. Şunu da çizeyim ([BC]). İyice bakayım. Çizdiğim doğruyla tam görünüyor da

Araştırmacı: Şimdi önce ne yaptın onu bir anlat bana? Bir nokta buldun. O noktayı nasıl buldun?

Asu: O noktayı nasıl buldum? Onu da şöyle buldum. Bu kare olacak ya şey düşündüm. Demek ki karenin üç noktası var. Ben sonuncu noktayı oluşturacağım ya şey yaptım. Aralarındaki mesafeyi ölçtüm eşit olacağı için.

Araştırmacı: Aralarındaki uzaklığı ölçtün.

Asu: Önce bunun (çemberin) çapını ölçtüm. Yarıçapını öyle hesaplarım diye. Ondan sonra şey ne yaptım? Sonra noktayı oluşturdum.

Araştırmacı: Noktayı nasıl oluşturdun?

Asu: Noktayı işte ana uzaklığa göre. Karenin ana uzaklığına göre.

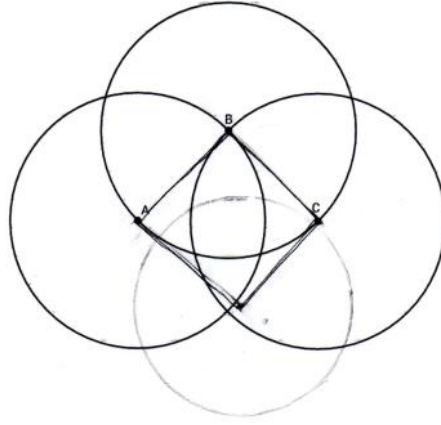
Araştırmacı: Anladım C' den ve A' dan eşit uzaklıkta olacak bir nokta seçtin.

Asu: Hı hı, öyle bir nokta seçtim. Ama şimdi kareyi çizemedim.

Asu kare şeklini oluşturamadığı ve şeklin yamuğa benzediğini düşündüğü için bu kez dörtgeni cetvel kullanmadan çizmek istemiştir. Dördüncü noktayı yanlış bir yerde tahmin ettiği için oluşturmuş olduğu dörtgenin yine kare değil bir yamuğa benzediğini

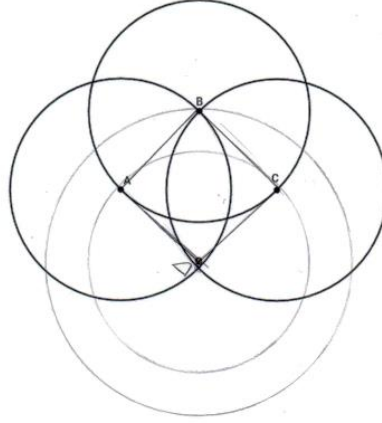
söylemiş ve sorunun yanlış olduğunu savunmuştur. Ön görüşmede Asu'nun çember çizimi Görsel 3.15'te sunulmuştur.

|              |                                                                    |
|--------------|--------------------------------------------------------------------|
| Asu:         | Bu kare olmadı ama benim yüzümden büyük bir ihtimalle. Yamuk gibi. |
| Araştırmacı: | Ben bir de cetvelsiz çizmeyi deneyeceğim. Belki olur.              |
| Asu:         | Tamam. Nasıl istersen.                                             |
|              | Noktaları küçük olduğundan böyle oldu. Bence onlar yanlış çizmiş.  |



**Görsel 3.15.** Asu'nun çizimi

Çemberi doğru olarak çizebilen öğrenciler D noktasını belirlemişler ve bu noktayı çemberin merkezi olarak çizim yapmışlardır. Öğrencilerin dördüncü çemberi çizerken eş bir çember çizmek amacıyla çizmedikleri, çizdikten sonra eşliği görebildikleri saptanmıştır. Öğrenciler karenin dördüncü köşesini bulmada çember çiziminden yararlanmaktan daha çok soruda verildiği için bir çember çizmek gerektiğini düşünmüşlerdir. Bazı öğrenciler ise D merkezli çemberi çizdikten sonra çemberler arasında kalan alanları dikkate alarak belirledikleri noktanın ve karenin doğru olduğunu söylemişlerdir. Burcu ilk başta soruyu bir süre incelemiş ardından parmağıyla hayali bir kare çizmiştir. Daha sonra cetvel kullanarak hayali olarak çizmiş olduğu kareyi belirleyerek A, B ve C noktalarını birleştirmiş ve tahmin ettiği D noktasını da birleştirerek dörtgenini oluşturmuştur. Çember oluşturmak Burcu için ana amaç olmadığı için herhangi bir çemberin yarıçap uzunluğunu ölçmemiş eş çemberlere göre yarıçap uzunluğu daha büyük olan bir çember çizmiştir. Ön görüşmede Burcu'nun çember çizimi Görsel 3.16'da sunulmuştur.



**Görsel 3.16.** *Burcu'nun çizimi*

Burcu çizdiği çemberin yanlış olduğunu fark ederek fikrini değiştirmiştir. Önce çizdiği kenarların paralelliğine bakmış ardından uzunlukları ölçerek kendini ikna etmek için ölçme yapmanın gerekli olduğunu savunmuştur. Dolayısıyla eş bir çember çizerek dördüncü noktanın doğru yerini bulabilmiştir.

Damla da diğer bazı öğrenciler gibi ilkokulda hiç pergel kullanmadığını söylemiştir. Damla da Burcu gibi noktaları önce birleştirmiş ve gözünde bir kare canlanmasını sağladıktan sonra herhangi bir ölçüm yapmayarak cetvelini kullanarak dörtgeni çizmiştir. Daha sonra kenar uzunluklarını ölçerek karenin iç açı ölçülerini de bulmak istemiştir. Kenar uzunlukları ve açı ölçülerinden emin olduktan sonra dörtgenin kare olduğundan söylemiş ve eş çemberi çizmiştir.

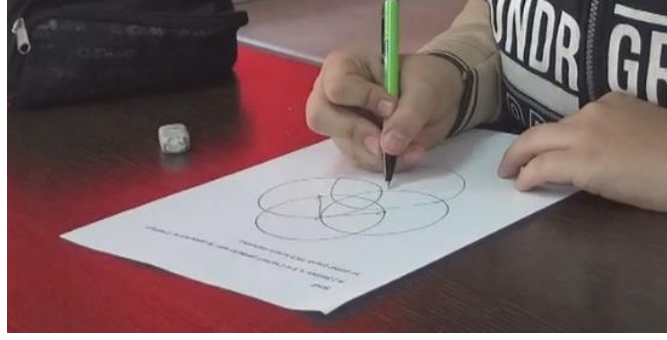
Nil de Damla ve Burcu gibi dördüncü noktayı tahmini olarak yerleştirmiş ve çemberini çizmiştir. Diğer öğrencilerin aksine Nil çemberi rastgele çizmemiş ve “*Şimdi öncelikle çember çizerken şu açısına bakmamız gerekiyor.*” şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Burada öğrencinin açı olarak söylemek istediği aslında çemberin yarıçap uzunluğudur. Çemberlerin merkezlerini birleştiren Nil kareyi oluşturmuştur. A ve C noktaları ile B ve D noktalarının doğrultularının aynı olması gerektiğini savunan Nil kendini bu şekilde ikna yoluna gitmiştir.

|              |                                                                                                                                      |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Öncelikle ne yaptın? pergeli A noktasına koydun sanırım.                                                                             |
| Nil:         | Evet A noktasına koydum.                                                                                                             |
| Araştırmacı: | Neyi buldun orada?                                                                                                                   |
| Nil :        | Aynı bir çember oluşturacağımız için boyutu aynı olacağı için ilk önce bunun ölçüsüne baktım (A merkezli çemberin yarıçap uzunluğu). |
| Araştırmacı: | Çok güzel.                                                                                                                           |
| Nil:         | Ölçüsüne göre ayarladıktan sonra                                                                                                     |
| Araştırmacı: | O ölçüsü dediğin ne?                                                                                                                 |
| Nil:         | Yani merkezinin olan uzaklığı. Şuraya olan uzaklığı.                                                                                 |
| Araştırmacı: | Çember yayına uzaklığı. Neydi onun adı? Hatırlıyor muyuz?                                                                            |
| Nil:         | Hayır.                                                                                                                               |

Araştırmacı: Yarıçap.  
Nil: Evet hatırladım.  
Araştırmacı: Güzel.  
Nil: Yarıçap. İııı... Sonra aynı boyutta bir çember çizmek için aynı ölçüyü buraya da aldım. Şu şekilde orta noktasını belirleyerek. Ben (bu) noktayı nasıl seçtim? Çünkü bunlar aynı nokta olduğu için (bu) da bunun başında o zaman (bu) da burada olur diye düşündüm.  
Araştırmacı: Bir daha söyler misin?  
Nil: Ya şimdi bunlar karşılıklı ya.  
Araştırmacı: A ile C mi bunlar dediğin?  
Nil: Evet A ile C. Şimdi B de burada olduğu için D de bunun sonunda olması gerekir diye düşündüm.  
Araştırmacı: Karşılıklı olacak yani.  
Nil: Zaten kare oluşturacağımız için:  
Araştırmacı: Ama neden kesiştirdin noktaları? Niye biraz yana veya biraz sağ tarafa biraz sol tarafa değil?  
Nil: B de tam o noktada durmuş. Ben de aynı noktada olsun istedim.  
Araştırmacı: Yani B ile orada kesişmiş. Yani iki çemberin kesiştiği yerde diyorsun.  
Nil: Evet.  
Araştırmacı: Çok güzel.  
Nil: Bir de kare olabilmesi için.  
Araştırmacı: Kare olabilmesi için derken?  
Nil: Yani şey eşit ya uzunlukları.  
Araştırmacı: Kenar uzunlukları eşit.  
Nil: Evet ortada olması için.

Aslında diğer öğrencilerin aksine Nil yarıçap uzunluğunu çok hızlı fark etmiş ve öncelikli olarak çemberi çizmek istemiştir. Ancak dördüncü noktayı bulabilmek için yarıçap uzunluğundan yararlanmamış ve dördüncü çemberin merkezini tahmin ettikten sonra eş bir çember çizmiştir. Oysaki tahmin ettiği noktadan sonra çizmiş olduğu çemberin diğer çemberlerin merkezinden geçtiğini fark etmemiştir. Nil bunun yerine karenin karşılıklı köşelerine odaklanmış ve şekli doğrulamıştır.

Karenin D köşesini doğru tahmin ederek eş bir çember çizmek isteyen Onur da diğer öğrenciler gibi üç noktayı birleştirmiş ve dördüncü noktanın yerini seçme yoluna gitmiştir. Ardından pergel kullanmadan rastgele bir çember çizmiştir. Araştırmacının “Pergel vermemi ister misin?” sorusuna “Biraz deneyeyim olmazsa eğer alabilirim” şeklinde yanıt vermiştir. Ön görüşmede Onur’un çember çizimi Görsel 3.17 ve çizim görüntüsü Görsel 3.18’de sunulmuştur.



**Görsel 3.17.** Onur'un çizim görüntüsü

Onur, kareden emin olmasına karşın çizmiş olduğu çemberin yanlış olduğunu düşündüğü için soru üzerinde tekrar düşünmek istemiş ve vermiş olduğu yanıttan emin olamadığı için pergeli kullanmak istemiştir. Bu defa çemberin yarıçap uzunluğunu ölçmüş ve pergeli yarıçap uzunluğu kadar açarak yeni bir çember çizmiştir. Ancak öğrenci eş çemberi doğru çizmesine karşın bu çemberin merkezini nasıl bulduğunu tam olarak açıklayamamıştır.

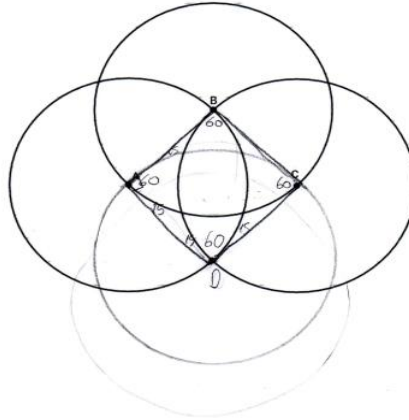
Araştırmacı:

Onur:

Çemberin merkezini nasıl belirledin?

Şimdi B ile eşit olacağı için B bu şeklin üst tarafında kesiştiği nasıl desem C kenarıyla A kenarının kesiştiği bir yerde bulunuyor. Bu da C ve A'nın ters kesiştiği noktada olması lazım o yüzden diğer D ye şey olana yapıyoruz.

Onur oluşturduğu dörtgenin kare olduğunu düşünmekle birlikte kenar uzunluklarını ölçmenin gerekli olmadığını, esas olarak dörtgenin açılarını ölçmenin kolaylık sağlayacağını söylemiştir. Ancak açölçeri kullanmadan dörtgenin açılarının bulunabileceğini düşünmüş ve dörtgenin içinde oluşan açılar tahmin yoluna gitmiştir.



**Görsel 3.18.** Onur'un çizimi

Görsel 3.18’de görüldüğü gibi algısal bir yaklaşımla şeklin kare olduğunu düşündüğü için dörtgen çiziminde noktaları birleştirirken cetvel kullanma isteği duymamıştır. Onur, açı ölçülerine algısal olarak karar verirken kenar uzunluklarına karar verememiş ve cetvel de kullanılabileceğini ifade etmiştir.

- Araştırmacı: Cetvel ve açıölçer kullanmadan daha kolay olabilir dedin ya neyi kolay olabilir?
- Onur: Aslında cetvel değil de açıölçer belki çünkü daha rahat bulabiliriz aslında cetvel de lazım olur evet.
- Araştırmacı: Ne için?
- Onur: Uzunluk, kenar uzunluğu
- Araştırmacı: Kenar uzunluğunu? Peki, ölçmek ister misin?
- Onur: Bakayım. Açığı bulabiliriz ama kenar uzunluğunu bulamayız. Aslında bulunur ama bu 2si eş şekilleri olduğu için bulunabilir ama 3 75 evet bu şekilde aynıymış evet
- Araştırmacı: Tamam o yüzden kare diyorsun
- Onur: Hı hı
- Araştırmacı: Açıölçer kullanmak ister misin?
- Onur: Gerek yok bulduk açılar aslında.

İkinci sorunun A maddesi genel olarak öğrencilerin zorlandığı bir soru olmakla birlikte soruya nereden başlamaları gerektiğini bilememeleri ve sorudaki amacın ne olduğunu kavrayamamaları noktayı bulmalarında ve çemberi çizememelerinde etkili olmuştur. Rana da rastgele bir çember çizmek istemiş ama emin olamadığı için pergel kullanmaya karar vermiştir. Sorudaki ana amacın kare mi çizmek, merkez noktayı mı bulmak yoksa çember mi çizmek olduğunu tam olarak anlayamamıştır.

- Rana: Tamam. Kare mi çizecekmiz.
- Araştırmacı: ABCD karesi oluşturuyorsun.
- Rana: Ben de yuvarlak çizeceğiz zannettim.

Rana eş çemberlere teğetler çizerek bir dörtgen oluşturmuş ve oluşturduğu bu dörtgenin tam orta noktasını bularak çizeceği çemberin merkezine karar vermiştir. Çemberlerin merkezlerine eşit uzaklıkta gördüğü bir nokta alarak hatalı bir çizim yapmıştır. Rana’nın çizimi Görsel 3.19’da verilmiştir.

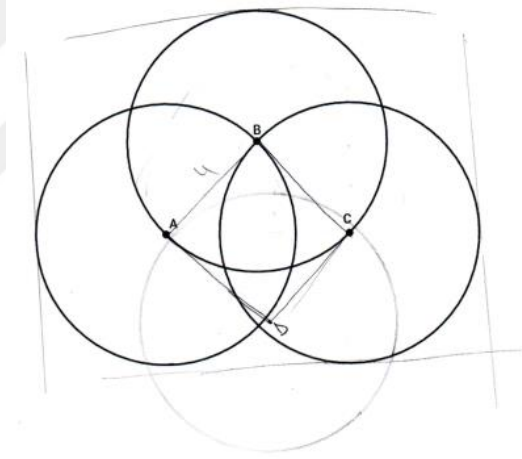


**Görsel 3.19.** Rana’nın çizim görseli

Çizmiş olduğu çemberin içine bir kare yapması gerektiğini düşündüğü için nasıl bir kare yapacağına karar verememiştir. Daha sonra soruyu anladığını söyleyen Rana A, B, C noktalarını birleştirdiğinde kare oluşmayacağını ifade etmiştir.

|              |                                                                                                                                                                                    |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rana:        | Buradan kare oluşmaz.                                                                                                                                                              |
| Araştırmacı: | Oluşmaz mı? Neden oluşmayacağını düşünüyorsun?                                                                                                                                     |
| Rana:        | Çünkü şimdi kare diyor. Bütün kenarları eşit olacak birbirine ama bu üç noktayı birleştirdiğimiz zaman ne olur? D noktasını nereye koyarsak kare olmaz. Çünkü o zaman beşgen olur. |
| Araştırmacı: | Anladım. Peki A ile C'yi birleştirmesek...                                                                                                                                         |
| Rana:        | D ye gidersek direkt. O zaman olur.                                                                                                                                                |

Rana soruyu doğru anladıktan sonra A, B ve C noktalarını birleştirip iki nokta arasındaki uzaklığı ölçerek bir D noktası belirlemiştir. Belirlemiş olduğu noktayı çemberin merkezi kabul ederek D merkezli çemberini çizebilmiştir. Ancak bulmuş olduğu nokta hatalı olduğundan çember yayı A ve C noktalarından geçmemiştir. Rana'nın çizim görseli Görsel 3.20'de verilmiştir.



**Görsel 3.20.** Rana'nın çizimi

Rana'nın vermiş olduğu yanıtlar ve soruyu anlamakta zorlanması algısal bir düşünme yaklaşımı sergilediğini göstermektedir. Örneğin; Rana karenin iç açılı ölçülerini bulmada herhangi bir ölçme yapmanın gerekli olmadığını çünkü açılar dik olarak gözüktüğünü iddia etmiştir.

|              |                                                                                                         |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Bir şey daha soracaktım. Aklıma bir soru gelmişti. Peki, karenin iç açılı ölçüleri nedir biliyor musun? |
| Rana:        | İç açıları toplamı mı?                                                                                  |
| Araştırmacı: | Yok her bir iç açısı.                                                                                   |
| Rana:        | 90                                                                                                      |
| Araştırmacı: | 90 derece her açısı değil mi? Peki burada açılar 90 derece midir?                                       |
| Rana:        | Evet.                                                                                                   |
| Araştırmacı: | Nasıl anlıyorsunuz?                                                                                     |
| Rana:        | Nasıl anlıyoruz? Şimdi yani baktığımız zaman anlıyoruz.                                                 |

Araştırmacı: Baktığımız zaman anlarız. Açölçer falan ihtiyaç var mı? Vermemi ister misin?  
Rana: Şu an gerek yok.

Zara uzun bir süre soruyu anlamaya çalışmış ve noktaları inceleyerek dördüncü noktayı doğru bir biçimde algısal olarak tahmin etmiştir. Ardından cetvel kullanmadan, özen göstermeden bir dörtgen çizmiş ancak çizdiği dörtgenin kare olduğunu söylemiştir.



**Görsel 3.21.** Zara'nın çizimi

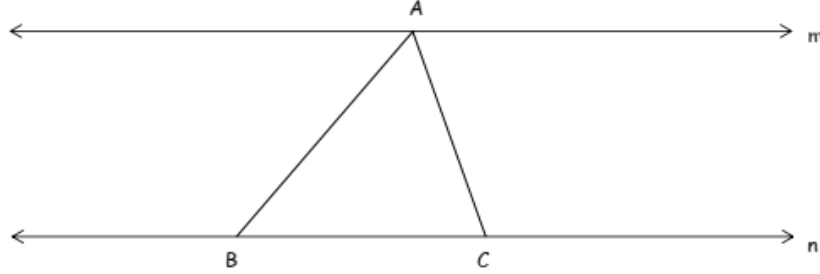
Zara A ve C noktalarının karşılıklı olmasından dolayı B ve D noktalarının da karşılıklı gelmesi gerektiğini söyleyerek bulduğu noktanın A ve C merkezli çemberlerin kesiştiği noktaya gelmesi gerektiğini düşünmüştür. Ayrıca çemberlerin eş olmasından dolayı kenar uzunluklarının da eşit uzunlukta olması gerektiğini söyleyerek çizmiş olduğu dörtgenin kare olduğunu belirtmiştir. Ancak dörtgeni oluşturduktan sonra D merkezli çemberi çizebilmiştir.

Araştırmacı: Kare oldu mu? Nasıl anladın?  
Zara: Çemberlere eş bir çember burada olur. Ortasında kare olursa burada olur diye kare.  
Araştırmacı: Nasıl biliyoruz kare olduğunu peki?  
Zara: Bunlar (A, C) birbirine karşılıklı, bu da (B) karşılıklı olması gerektiği için.  
Araştırmacı: Peki örneğin dikdörtgen ve eşkenar dörtgende de köşeler karşılıklı değil midir?  
Zara: Çemberler birbirine eş olduğu için kenarlarda birbirine eş olur. Buna da bir eş çember çizdiğimizde ortada kalan kare olur.  
Araştırmacı: Peki önce çember çizerek daha sonra kareyi çizebilir miydik?  
Zara: A ve C'nin üzerinden gidecek şekilde bir çember çizebilirdik. Çünkü diğer çemberlerde öyle birbirinin üzerinden gitmiş

İkinci sorunun ikinci görevi Görsel 3.22'de sunulmuştur.

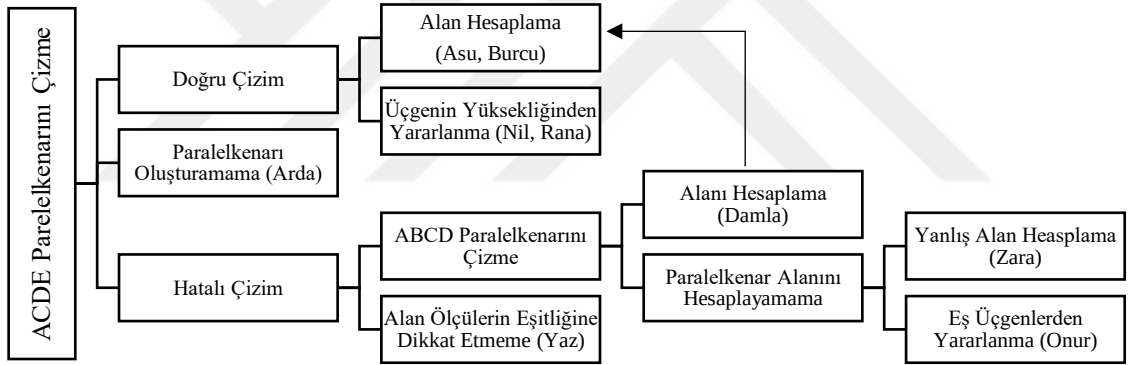


B-) Aşağıda verilen m ve n doğruları paraleldir. ABC üçgeninin alanına eşit olacak biçimde bir ACDE paralelkenarı oluşturabilmek için D ve E isimli iki nokta belirleyiniz. Bulduğunuz çözüm stratejinizi anlatınız.



Görsel 3.22. Ön görüşmede 2-B görevi

Bu soruya ilişkin öğrencilerin düşünme yolları ise Şekil 3.4' te verilmiştir.



Şekil 3.4. Ön görüşmede 2-B görevine ilişkin bulgular

Öğrencilerin çoğunluğunun Görsel 3.22'de sunulan soruya ilişkin ACDE paralelkenar çiziminde zorlandıkları görülmüştür. Onur, 3. sorunun A maddesiyle birlikte en zor sorunun bu soru olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Arda isimli öğrenci de sorulan soruyu anladığını belirtmiş ancak herhangi bir çözüm yolu bulamamış ve ACDE paralelkenarını çizememiştir. Görüşmedeki tüm sorular bittikten sonra tekrar bu soruya bakmak istemiş ancak yine de herhangi bir yöntem geliştirememiştir. Şekil 3.4 de görüldüğü üzere 4 öğrenci doğru bir biçimde ACDE paralelkenar çizimini yapabirmiştir. Bunun yanında hatalı çizim yapan öğrencilerden sadece Damla isimli öğrenci daha sonra doğru paralelkenarı oluşturabirmiştir. Öğrencilerin hatalı çizim yapmalarındaki en büyük etkenlerden birinin paralelkenarın alanının nasıl hesaplanacağını bilmemeleri olduğu

belirlenmiştir. Ayrıca doğru çizim yapan öğrencilerden Burcu ve Nil'in de paralelkenarın alanının nasıl hesaplandığını hatırlamadıkları görülmüştür.

ACDE paralelkenarını çizen öğrencilerden Asu önce AC kenar uzunluğunu ölçüp bu uzunluğu üçgenin yüksekliği olarak kullanmak istemiştir. Ancak AC uzunluğu bir tam sayı olmadığı için sayıyı yuvarlamak istemiştir. Daha sonra AC kenarını dik olarak algılayamadığını belirterek üçgenin dışından bir yükseklik çizmek istemiştir.

Asu: Onu yükseklik olarak şey yapacaktım da yamuk olunca direkt yan taraftan almak daha kolayıma geldi.

Araştırmacı: Ve onu da dışarıdan ölçtün galiba?

Asu: Evet.

Asu, paralelkenarın alanını taban ve yüksekliğin çarpımı olarak belirtmiş, bu yüzden 5 cm uzunluğundaki tabana uygun bir yükseklik çizerek C noktasına 2,5 cm uzaklıkta bir nokta seçmiştir. A noktasına 2,5 cm uzaklıkta bir nokta seçmek yerine C noktasının sağ tarafına oluşturduğu noktadan AC' ye paralel bir doğru parçası çizmeyi tercih etmiştir. Çizmiş olduğu doğru parçasının AC kenarına paralellüğünden tam olarak emin olmadığı için kenar uzunlukları ölçme yoluna gitmiştir. Araştırmacının “*Aynı şekilde başka bir paralelkenar çizilebilir mi?*” sorusu üzerine farklı bir paralelkenar çizilebileceğini, paralelkenarın üçgenin içinde olabileceğini söylemiştir. Paralelkenar çizgilerinin üçgenin kenarlarıyla kesişmesinden dolayı tedirgin olmuş ve çizim yapmakta kararsız kalmıştır. Araştırmacıdan yapacağı çizim için onay bekleyen Asu, araştırmacının da cesaretlendirmesiyle AC kenarının sağ tarafına ACDE paralelkenarını çizebilmiştir. Araştırmacının “*Başka farklı paralelkenarlar çizilebilir mi?*” sorusuna yalnızca bu iki paralelkenarın çizilebileceğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Çok güzel. Peki, sorularımızın devamı gelecek. Peki, bu paralelkenara benzer başka paralelkenar çizilebilir miyim yine bu şekilde? Yine üçgenin alanına eşit olacak şekilde.

Asu: Çizebilirdik.

Araştırmacı: Nasıl bir paralelkenar?

Asu: Şuradan çizebilirdik.

Araştırmacı: İçeriden çizebilirdik diyorsun.

Asu: Evet.

Araştırmacı: Nasıl yapardık?

Asu: Yine aynı şekilde. Yapılmaz mıydı?

Araştırmacı: Anladığım kadarıyla şurada AB'yi birleştirecektin değil mi?

Asu: Evet.

Araştırmacı: ACDE nasıl olurdu?

Asu: Gerek yok da bilmem. Olmazdı herhalde aklıma gelmiyor. Üçgenin içine düşündüm de olmaz.

Araştırmacı: Olur neden olmasın?

Asu: Bunlar 10 ya. İçleri birbirine eşit olacak.

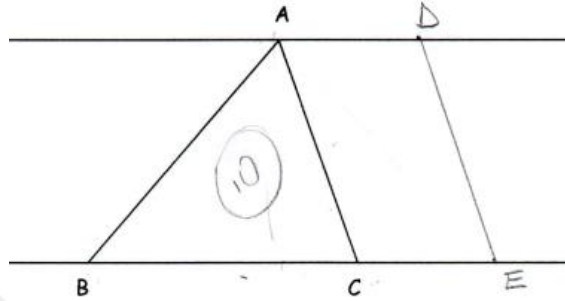
Araştırmacı: Nasıl mesela üçgenin içi dediğin nasıl mesela?

Asu: Üçgenin şu şekilde

Araştırmacı: Olur canım niye olmasın?

Asu: Başka da gelmedi aklıma.

ACDE paralelkenarını doğru bir biçimde çizen diğer bir öğrenci olan Burcu D ve E gibi birçok farklı nokta bulunabileceğini söylemiş ancak paralelkenarın oluşumunda alanların eşitliğine dikkat etmemiştir. Burcu üçgenin alanını bulduktan sonra üçgenin sağ tarafında D ve E noktalarını doğru bir biçimde belirleyerek ACDE paralelkenarını çizebilmiştir.



Görsel 3.23. Burcu'nun paralelkenar çizimi

Burcu paralelkenarın alan formülünü bilmediğini, bu tür bir sorunun okul sınavlarında karşısına geldiğinde zorlanacağını belirtmiş ancak paralelkenarı köşegen yoluyla iki üçgene ayırarak üçgenlerin alanları yardımıyla paralelkenarın çizilebileceğini belirtmiştir. Ayrıca paralelkenarın alan formülü bilinse dahi sadece bir tane ACDE paralelkenar çizilebileceğini belirtmiştir.

- |              |                                                                                                                            |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Üçgeni bulmak lazım. Üçgeni bulmak da zor orada. Hmm tabanı bilirim diyorsun. Anladım.                                     |
| Burcu:       | Aynen şöyle direkt (Çizdiği paralelkenarın köşegenini göstermiştir).                                                       |
| Araştırmacı: | Oradan da yüksekliği bulurum diyorsun.                                                                                     |
| Burcu:       | Sınavda çıksa böyle yapardım ama şu anda hiçbir fikrim yok.                                                                |
| Araştırmacı: | Taban çarpı yükseklik. Paralelkenar. Hatırladın mı?                                                                        |
| Burcu:       | Evet. Şöyle hesaplırsak 4 oluyor ama böyle hesaplırsak 4 ü geçiyor. Böyle yapmamız gerekiyor ama düz 4 yani. Burası da 2.5 |
| Araştırmacı: | Yükseklik hem öyle hem öyle olabilir mi?                                                                                   |
| Burcu:       | Bence olamaz. Çünkü bunları dikleştirdiğimizde bunlar daha uzun oluyor.                                                    |

Burcu gibi diğer öğrencilerin genelde yüksekliği AC gibi düşünme eğilimi olduğu görülmektedir. Ancak AC kenarı öğrencilerin gözünde dik olarak gözükmeyeceği için vazgeçip üçgenin ya da paralelkenarın gerçek yüksekliğine odaklandıkları görülmüştür. Bunun nedeninin paralelkenarın alanını bulurken kısa kenar ile uzun kenar çarpma eğilimi olduğu söylenebilir.

Paralelkenar doğru bir şekilde oluşturan Nil de Burcu gibi paralelkenarın alan formülünü hatırlamadığını söylemiştir. Bu yüzden öncelikle üçgenin alanını hesaplama yoluna gitmiş ve daha sonra diğer öğrencilerle (Asu, Burcu) benzer biçimde AC kenarının

sağ tarafında D ve E noktalarını belirleyerek DE kenarını çizmiştir. Ancak Asu ve Burcunun aksine paralelkenarın alanını doğrudan hesaplamak yerine üçgene ait yüksekliği kullanarak AE ve CD kenarlarını çizerek paralelkenarı oluşturmuştur.

Nil: Öncelikle üçgenlerin alanları eşit olacağı için üçgenin alanını buldum. Formülü taban çarpı ona ait yükseklik bölü 2 yapınca  $10\text{cm}^2$  çıkıyor. Yükseklik zaten değişmeyeceği için paralelkenarın da formülü taban çarpı yükseklik. Alanı yüksekliğe bölünce 2.5 çıkıyor. O zaman şu kısımda 2.5 olması gerektiği için ölçerek oluşturdum.

Nil, üçgenin sağ tarafına paralelkenar oluşturmalarının nedenini kâğıdın boş olan tarafını kullanma olarak düşünmüş, paralelkenarı oluştururken DE kenarının üçgenin içinde olmaması gerektiğini söylemiştir. Yine de farklı bir paralelkenar çizilebileceğini, kendisinin bu çizimi göremediğini belirtmiştir. Daha sonra AC kenarının sol tarafına da ACDE paralelkenarının çizilebileceğini ve başka bir paralelkenar çizilemeyeceğini savunmuştur.

Araştırmacı: Aferin. Peki, yan tarafa çizilebilir miydi mesela? Yani başka bir paralelkenar daha çizilebilir miydi?

Nil: Aynı alana eşit mi?

Araştırmacı: Hı hı. Yani bir tane mi yoksa birden fazla çizilebilir mi?

Nil: Bu tarafa doğru da (AC kenarının soluna) çizilebilirdi ama bizden ACDE'yi istediği için çizilemez.

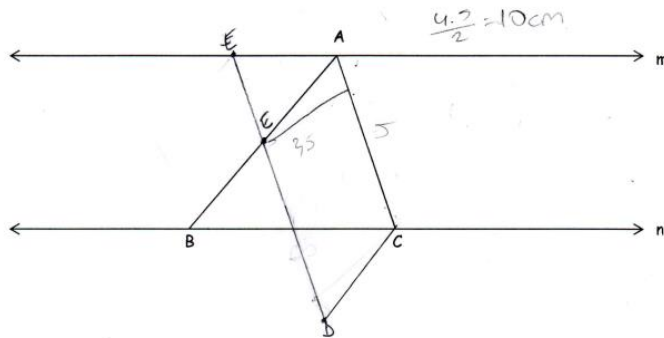
Araştırmacı: Hı. Nasıl yani?

Nil: Yani şu tarafa doğru da çizilebilirdi (AC kenarının sol tarafı). Ama bizden ACDE... Gerçi o zaman da olurdu. Doğru. Olabilir.

Araştırmacı: Dur dur bir şeyi silme. Olabilir. Başka olabilir mi?

Nil: Ben burası daha boş diye burayı kullandım. Başkaa... İki tane.

Rana, üçgenin alan büyüklüğü verilmediği için bu sorunun çözülemeyeceğini ancak ölçme yaparak bulabileceğini söylemiştir. Rana okulda verilen problemlerde şekillerin kenar uzunluklarının ölçüleri verildiği için zorlanmadığını ancak bu tarz sorularda soruya nasıl başlayacağını bilemediğini belirtmiştir. Rana üçgenin yüksekliğini bulduktan sonra aynı yüksekliğe sahip bir paralelkenar çizmek istemiştir. Diğer öğrencilerin aksine paralelkenarı AC kenarının soluna çizmiştir.



Görsel 3.24. Rana'nın paralelkenar çizimi

Araştırmacının “Farklı bir paralelkenar çizilebilir mi?” sorusu üzerine AC kenarının sağ tarafına da aynı paralelkenarın çizilebileceğini söylemiştir.

Araştırmacı: Güzel güzel. Peki, bu doğru. Başka paralelkenar çizilebilir mi?  
Rana: Başka bir de bu tarafa doğru çizilebilir.  
Araştırmacı: O tarafa doğru çizilebilir güzel.  
Rana: Çizeyim mi?  
Araştırmacı: Yok, aynısını yapacaksın sonuçta değil mi? Yine 2.5 cm  
Rana: Evet.  
Araştırmacı: Peki başka yapılabilir mi? Bu güzel.  
Rana: Başka... Bunun dışına yapılamaz.

Rana farklı bir paralelkenarın m ve n doğrularının dışına çıkılabildiğinde mümkün olduğunu açıklamıştır. Ancak bu defa paralelkenarın tabanını AC olarak düşündüğünü ve AC uzunluğu 4,5 cm olduğu için ABC üçgenine eşit alanlı bir paralelkenar oluşturamamıştır. Rana, sorunun çözümüne üçgenin yüksekliğini kullanarak başladığı için farklı bir yükseklik kullanmayı tercih etmemiştir.

Rana: Burası 2.5 cm (AE) ya buradan da 2.5 cm (CD) alırsak. Bunu uzattığımız zaman (CD) gene AEDC olur.  
Araştırmacı: Bir tane göstereyim.  
Rana: Burası E noktası olur (AB kenarı üzerinde). Burası da D noktası olur. AEDC. Yani dışına da bu şekilde yapılır.  
Araştırmacı: Anladım. 2.5 cm'lik uzattın değil mi buradan?  
Rana: Evet.  
Araştırmacı: Neden 2.5 cm'lik uzattın?  
Rana: Yok, buradan 2.5 cm uzatmadım. Burayı ölçtüm (ED). 3 mü çıktı? 3 veya 2 çıktı. Buranın 4 cm olması lazım.  
Araştırmacı: Burası 4.5 cm' di. 4 cm yükseklikti. Burası 4.5 tu.  
Rana: Yanlış çizdim o zaman.  
Araştırmacı: Güzel düşündün.  
Rana: Burası D noktası.  
Araştırmacı: Yine AEDC paralelkenar oluşturduk değil mi?  
Rana: Evet. Buradan da böyle böyle yaparak bir eşkenar dörtgen oluşabilir.  
Araştırmacı: Ne yapacağız eşkenar dörtgeni? Dur soruyu değiştirme. ACDE paralelkenar. Bunun alanını bulabilir misin şimdi? Eşit olacak şekilde üçgene.  
Rana: Üçgene eşit olacak.  
Araştırmacı: Alanı eşit olacak diyor ya. Alanı üçgene eşit olan. 10 cm<sup>2</sup> bulmuştun ya. 10 cm<sup>2</sup> bulmuştun ya.  
Rana: Biz bunun yüksekliğini 4 cm almıştık. Aynı şekilde burada da 4 mü? Evet. Şurası 2.5. burası 4.5. O zaman 10 cm olmaz.  
Araştırmacı: 10 cm<sup>2</sup> olmaz. Niye?  
Rana: Neden? Çünkü burada biz tabanı 4.5 yaptık. Yüksekliği de 2.5 yaptık. 4.5 la 2.5 u çarptığımız zaman 10 olmuyor. O yüzden bu olmaz.

Dört öğrenci ACDE paralelkenarını hatalı biçimde oluşturmuştur. Bu öğrencilerden Damla çizimine hatalı bir biçimde başladıktan sonra doğru bir çizim yapabilmiştir. Damla, öncelikle AB doğru parçasının uzunluğunu ölçmüş ardından ABCD paralelkenarını çizerek E noktasını bulamadığını belirtmiştir. Damla, soru üzerinde uzun bir süre düşündükten sonra bir ara vermek istemiş, ardından D noktasını bularak paralelkenarı oluşturabilmiş ve E noktasını belirtmeden AC kenarına paralel olan DE kenarını cetveli düz bir biçimde ilerleterek algısal bir biçimde elde etmiştir.

Damla: Bunun alanı 10 çıkıyor. Bunun da 10 çıkabilmesi için şimdi bunu ikiye bölme işlemini yapmayacağız. O yüzden şu 5'i 2,5 yapmamız lazım.

Araştırmacı: Biraz daha kayacak galiba değil mi?

Damla: Evet.

Araştırmacı: Güzel. Bir sorum olacak şimdi. Alt tarafı ölçtün neden üst tarafı ölçmek istemedin?

Damla: Zaten cetveli düz tutarsak eşit olur gibi.

Damla, alanların eşitliğini tam olarak kavrayamadığını ve bu yüzden ilk başta paralelkenarı oluşturamadığını açıklamıştır. Farklı bir yönde ACDE paralelkenarının çizilemeyeceğini ya da çizilebilse bile bunun için uzun bir süre gerekli olduğunu düşünmüştür. Sorunun zor olmadığını ancak çok uğraştırıcı bir soru olduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı: Tamam. Yapmak istersen. Yapmak istemiyorsun sanırım.

Damla: Hayır.

Araştırmacı: Neden?

Damla: Yani uzun sürüyor. Bu soruyu sevmedim. Isınamadım.

Araştırmacı: Isınmadın.

Damla: Evet.

Araştırmacı: Zor mu geldi?

Damla: Ya zor değil de uğraştırıcı.

Hatalı çizim yapan öğrencilerin genellikle ABCD paralelkenarını oluşturdukları belirlenmiştir. Bu türde hata yapan öğrencilerden biri olan Onur, öncelikle cetvel kullanmak istemediğini söylemiş, verilen üçgenden iki tane kullanmak istemiş ve üçgenin kenar uzunluklarına rastgele değerler vermiştir. Ancak D ve E noktalarını nereye yerleştireceğini bulamamış, kendine göre bir ABCE paralelkenarı oluşturmuştur.

Onur: Şey kullanabilir miyim, cetvel?

Araştırmacı: Tabii ki.

Onur: Rastgele uzunluklar vereceğim. Şey yapması için. Şimdi iki tane nokta oluştu. Aslında bir nokta oluyor. Benim yaptığım şekilde.

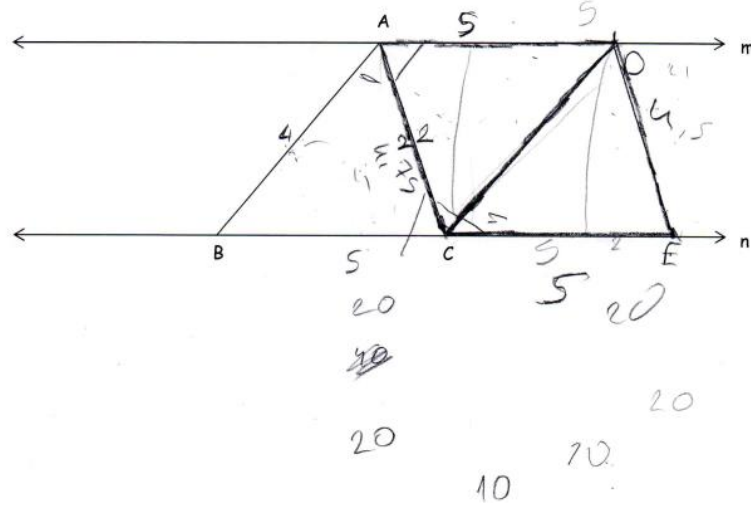
Araştırmacı: Rastgele uzunlukları niye verdin?

Onur: Bundan iki tane kullanarak paralelkenar yapmaya çalışacaktım.

Araştırmacı: Üçgenden mi?

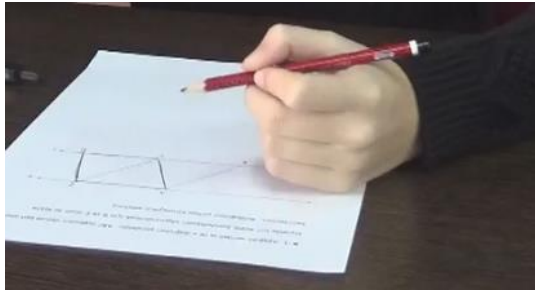
Onur: Hı hı. Ama bu sefer E noktasını nereye koyacağım? D noktasını nereye koyacağım? İki tane oluyor.

Onur paralelkenarın alanını nasıl bulacağını hatırlayamadığı için bu soruda zorlandığını belirtmiştir. Araştırmacının paralelkenarın alan formülünü hatırlatmasından sonra kenar uzunluklarına değer vermenin mantıklı olmadığını belirtmiştir. Üçgenin alanını  $10 \text{ cm}^2$  bulduktan sonra paralelkenarın alanını  $20 \text{ cm}^2$  bulmuş ve kafası karıştığını söylemiştir. Öyle ki; çizmiş olduğu paralelkenardan vazgeçmediği için alanların farklı olmasını anlamlandıramamıştır. Soruyu çözemediği için daha sonra bakmak istemiş ve üçüncü sorunun A maddesiyle birlikte en zor sorunun bu soru olduğu belirtmiştir. Ayrıca Rana gibi Onur da bu tür sorular ile okul ortamında daha önceden karşılaşmadığı için zorlandığını söylemiştir.



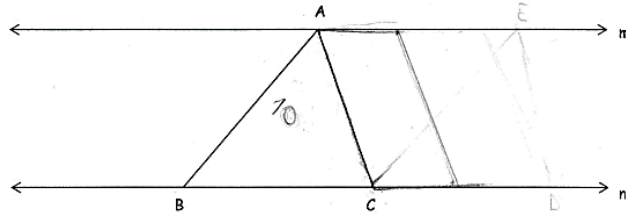
**Görsel 3.25.** Onur'un paralelkenar çizimi

Hatalı çizim yapan öğrencilerden biri olan Zara, AB kenarı ile eşit uzunlukta bir doğru parçası çizerek ABCE paralelkenarı oluşturulabileceğini söylemiştir. Araştırmacının ACDE paralelkenarını çizmesi gerektiğini hatırlatması üzerine ABC üçgenine eş iki üçgen daha çizildiği zaman ACDE paralelkenarının oluşabileceğini açıklamıştır.



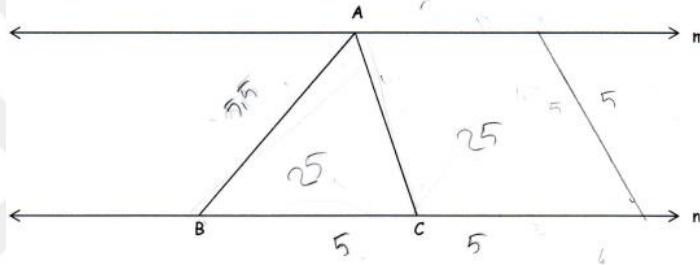
**Görsel 3.26.** Zara'nın açıklaması

Zara da diğer öğrenciler gibi alanların eşitliğine dikkat etmeyerek kenar uzunluklarını küçültmüş, paralelkenarın da alanının küçüleceğini söylemiş ve üçgenin alanını hesaplamaya karar vermiştir. Ancak Zara paralelkenarın alanının nasıl bulunabileceğini bilmediği için üçgenin alanına eş alanlı bir paralelkenar çizmekte zorlanmıştır. Zara, üçgenin taban kenarının uzunluğunun yarısını almak yerine yüksekliğin yarısını aldığı için eşit alanlı bir paralelkenar oluşturamamıştır.



Görsel 3.27. Zara'nın paralelkenar çizimi

Yaz da Zara gibi paralelkenarı oluştururken alan eşitliğine dikkat etmeyerek doğrudan bir ACDE paralelkenarı çizmek istemiştir. Alanların eşitliğini kontrol etmek için paralelkenarın uzunluklarını ölçmüş ve üçgenin alanı ile eşit alanlı bir paralelkenar çizememiştir.



Görsel 3.28. Yaz'ın paralelkenar çizimi

Görsel 3.28'de görüldüğü üzere Yaz yanlış ölçüm yapmakla birlikte paralelkenarın alanını hesaplarken kenar uzunluklarını çarpmıştır. Üçgenin alanını hesaplamayı bilmesine karşın bu soruda kafası karıştığı için yalnızca görsel olarak bir paralelkenara benzer bir dörtgen çizen Yaz, çizmiş olduğu dörtgen ile üçgenin alanlarının eşit olduğunu iddia etmiştir. Ayrıca AC ve DE doğru parçalarının kesişmediği için çizmiş olduğu dörtgenin paralelkenar olduğunu savunmuştur.

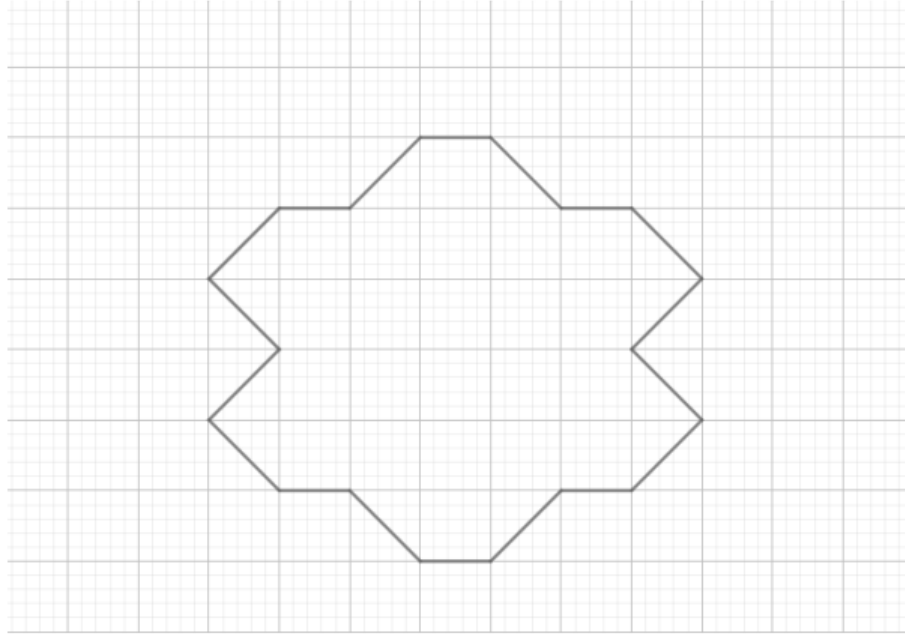
|              |                                                              |
|--------------|--------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Peki. Şimdi paralelkenar yaptık mı?                          |
| Yaz:         | Evet.                                                        |
| Araştırmacı: | Nasıl anladık paralelkenar yaptığınızı?                      |
| Yaz:         | Çünkü bunlar kesişmediği için                                |
| Araştırmacı: | Kesişmediği için                                             |
| Yaz:         | Aynen.                                                       |
| Araştırmacı: | Denemek istiyor musun? Yani doğruluğundan eminsen geçeceğim. |
| Yaz:         | Eminim.                                                      |

### 3.1.2.3. Parça/ Bütün soruları

Parça/bütün ilişkisi ile ilgili iki görev verilmiş ve ilk görev Görsel 3.29'da sunulmuştur.

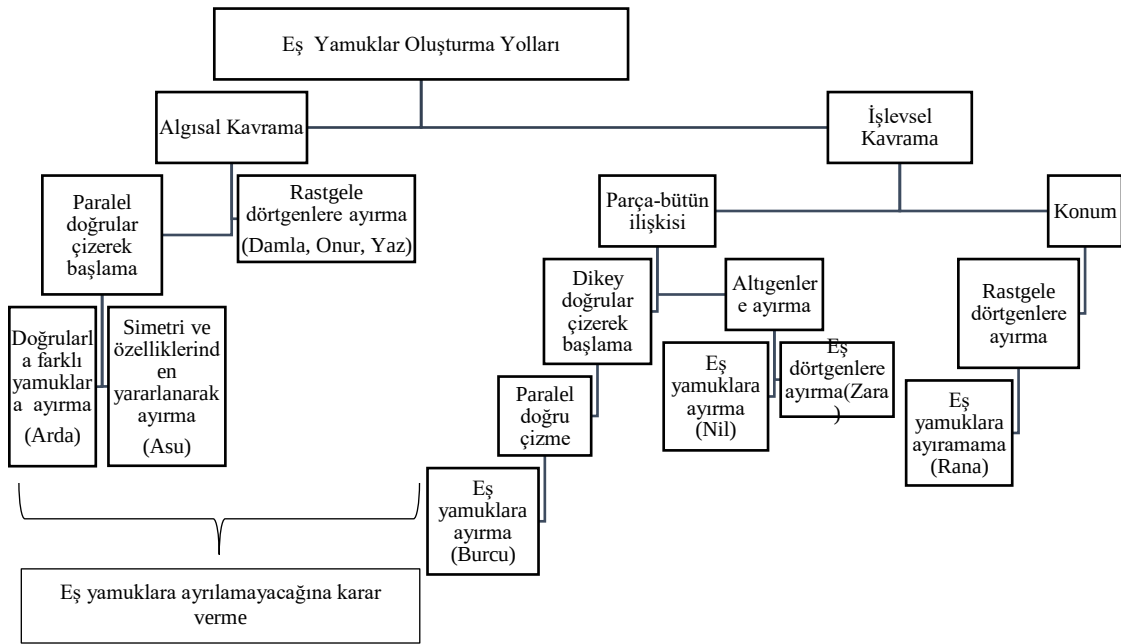


**Soru 3: A-) Aşağıda verilen şekil eş yamuklara ayrılabilir mi?**  
Çözümünüzü anlatınız.



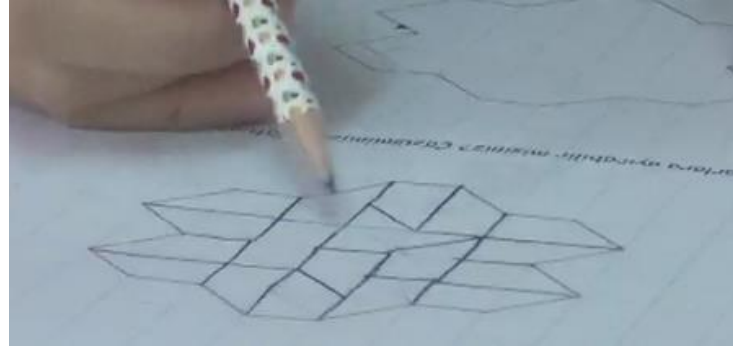
**Görsel 3.29.** Ön görüşmede 3-A görevi

Bu göreve ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.5’de verilmiştir.



**Şekil 3.5.** Ön görüşmede 3-A görevine ilişkin bulgular

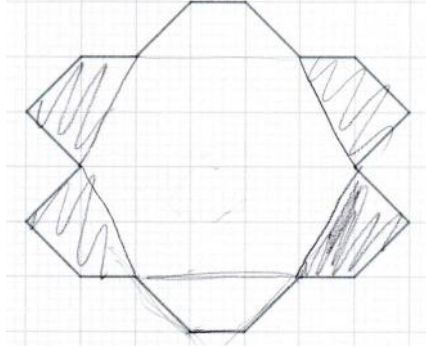
Üçüncü sorunun A maddesinde öğrencilerden verilen şekli eş yamuklara ayırarak farklı stratejiler ortaya koyabilmeleri ve bu sayede şeklin ilk görüntüsünü değiştirerek parçalama, parça-bütün ya da konumsal değişikliklerin incelenebilmesi amaçlanmıştır. Şekil 3.5 incelendiğinde üçüncü sorunun A maddesinde 5 öğrencinin algısal, 4 öğrencinin işlevsel kavrama yoluyla hareket ettikleri saptanmıştır. Algısal kavrama yoluyla problemi çözmek isteyen öğrencilerin tamamının şekli eş yamuklara ayıramadığını ve sonunda bu şeklin eş yamuklara ayıramayacağını söyledikleri tespit edilmiştir. Algısal kavrama altındaki iki alt temadan biri “Rastgele dörtgenlere ayırma” teması 3 öğrenci tarafından denenmiştir. Bu alt tema altındaki öğrenciler şekle ilk algılarına uygun bir şekilde fazla düşünmeden şekli parçalama yoluna gitmişler ve herhangi bir çözüm yolu üzerinde düşünmemişlerdir. Daha sonra farklı yollarla şekli eş yamuklara ayırmak istemişler ancak yine genel bir çözüm stratejisi geliştirmeden doğaçlama bir biçimde şekli parçalama yoluna gitmişlerdir. Örneğin; Damla şeklin üst tarafından rastgele yamuklar çizerek başlamıştır. “Şeklin aynı olmasının önemi var mı? Yoksa sadece alan mı?” biçiminde bir soru sorarak çözüm stratejisinin olmadığını göstermiştir. İlk çizmiş olduğu yamuğa eş ve benzer yamuklar çizdikten sonra şekli eş yamuklara ayıramayacağını fark etmiş, şeklin merkezine yaklaştıkça nasıl bir yol izleyeceği hakkında düşünce ileri sürememiştir.



**Görsel 3.30.** Damla'nın eş yamuklara ayırması

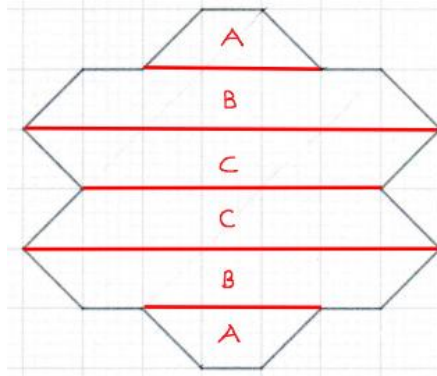
Rastgele dörtgenlere ayırarak ilerleyen bir diğer öğrenci olan Onur, başlangıçta sorunun zor olduğunu savunmuş ve yamuğun tanımı ile ilgili bilgi eksikliklerinden dolayı şekli parçalayamamıştır. Onur soru üzerinde uzun bir süre düşündükten sonra şeklin eş yamuklara ayıramayacağını söylemiş ancak yine de ön görüşmelerin sonunda bu soruya tekrar bakmak istemiştir. Ön görüşme soruları bitiminde tekrar soruyu inceleyen Onur, şeklin parçalanamayacağını söyleyerek ikna olmuştur. Bu tema altındaki diğer öğrenci Yaz ise şeklin sağından ve solundan başlayarak dört tane dörtgen elde etmiş, bu

dörtgenlerin yamuk olduğunu düşünerek sorunun çözümünü Görsel 3.31’deki gibi göstermiştir.



**Görsel 3.31.** Yaz’ın eş yamuklara ayırması

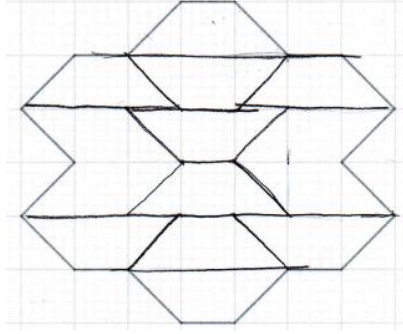
Algısal kavramaya uygun bir düşünme yöntemi ile çözüme ulaşmak isteyen Arda ve Asu Şekil 3.6. da görüldüğü üzere şekli paralel doğrularla ayırmış ve sırasıyla A, B ve C alanlarını oluşturmuşlardır. Eşit alanlı ayırmış oldukları yamukların eş olduklarını görmüşler ancak daha ileri gidemeyip A, B ve C alanlı yamukları eş yamuklara ayırmada hata yapmışlardır.



**Şekil 3.6.** Arda ve Asu’nun eş yamuklara ayırma basamakları

Arda verilen şeklin üst ve alt kısımlarından paralel doğrular çekerek şeklin ortasına yaklaştıkça yamukların farklılaştığını belirtmiş ve zorlanmasının nedenini “*Pasta dilimi gibi güzel güzel kesiyordum o zaman. Böyle olunca (C alanlı yamuklara yaklaşıncaya) karıştı işler. Ama bence ayrılmıyor. Yani ben ayıramadım.*” biçiminde açıklamıştır. Arda gibi paralel doğrularla şekli eş yamuklara ayırmaya çalışan Asu ise Şekil 3.6’daki şeklin üst kısmında A alanını oluşturduktan sonra kendi söylemi ile “*simetrik alanlar*” dan

yararlanmak istemiş ve “eşkenar yamuklar” oluşturmuştur. Asu burada eş ikizkenar yamuklar oluşturmuş olup hatalı simetri alma yöntemi uygulamıştır.



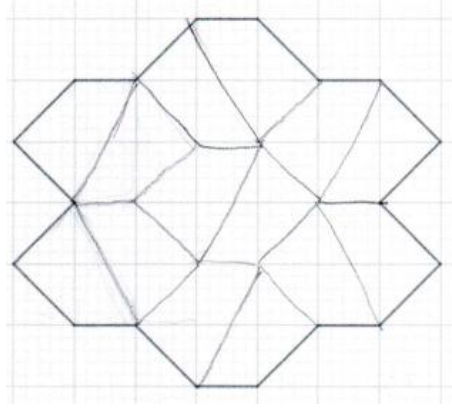
**Görsel 3.32.** Asu'nun eş yamuklara ayırma basamakları

İşlevsel kavramaya uygun bir biçimde çözüm üretebilen öğrencilerden biri olan Burcu şekli parçalamaya Arda ve Asu gibi başlasa da daha sonra şeklin merkezinden dikey bir çizgi çekerek yapıyı parçalara ayırabileceğini düşünmüştür.



**Görsel 3.33.** Burcu'nun eş yamuklara ayırma basamakları

Burcu çizmiş olduğu dikey doğruya paralel doğrular çizerek şeklin eş dik yamuklara ayrılabilceğini, dikey çizgilerin silindiği zaman ise ikizkenar yamuklara ayrılabilceğini vurgulamıştır. Burcu gibi parça bütün ilişkisini kullanarak çözüm yoluna giden diğer bir öğrenci de Nil'dir. Nil öncelikle eş altıgenler oluşturmuş ve altıgenleri parçalayarak eş yamuklara ulaşmıştır. Diğer öğrencilerin aksine Nil bu soruyu çok hızlı çözümlenmiş ve Nil'in “Altıgenlere ayırdım, her zaman karşılaştığım yamuk türü zaten.” şeklinde açıklamasıyla ikizkenar yamukları görebildiği tespit edilmiştir. Nil gibi şekli eş altıgenlere ayırarak çözüme gitmeye çalışan Zara ise şekli eş yamuklar yerine üçgenler ve dörtgenlere ayırmayı tercih etmiştir. Araştırmacının uyarısı üzerine eş yamuklara ayırma işlemini anlamış ancak yapmış olduğu parçalama sonucunda oluşan dörtgenlerin yamuk olduğunu savunmuştur. Zara'nın çözümü Görsel 3.34'te sunulmuştur.



**Görsel 3.34.** Zara'nın eş yamuklara ayırma basamakları

Zara yamuk için hiçbir kenarın paralel olmayacağını savunmuştur. Araştırmacının daha önceki sorularda (1-A/ONMP yamuğu) yamuğu farklı düşündüğünü göstermesinin ardından düşünmek istemiş ancak yine de çözümünde ısrarcı olmuştur.

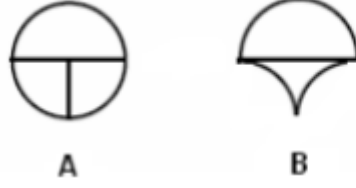
- |              |                                                                      |
|--------------|----------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Eş şekillere ayırdın peki bu şekiller yamuk mudur?                   |
| Zara:        | Evet. Çünkü kenarları ve köşeleri farklı birbirinden, uyumsuzlar.    |
| Araştırmacı: | Kenar uzunlukları mı birbirinden uyumsuz.                            |
|              | Hem yön, hem şekil olarak uyumsuzlar. Yani paralel değiller. Öyle... |
| Araştırmacı: | Yamuk için paralelliğin olmaması gerekiyor.                          |
| Zara:        | Paralel olmaması gerekiyor... Birbirinden(Gösteriyor)... Böyle.      |

İşlevsel kavramaya uygun çözümlemede sıklıkla başvurulacak yollardan biri olan konumsallık, öğrencilerin farklı bakış açılarına göre şekli irdeleyebilmelerini ve bu sayede üçüncü sorunun A maddesindeki gibi sorularda kolaylıklar sağlayabilmektedir. Rana da şekle farklı yönlerden bakmış, kâğıdını çeşitli yön ve derecelerde döndürmüş, farklı çizimler yapmayı denemesine karşın başarılı olamamış, ön görüşmelerdeki en zor sorunun bu soru olduğunu belirtmiş ve uzun bir süre bu soruda kalmak istemiştir. Şekli iki eş bölgeye ayırmış ve ardından farklı parçalama yollarına gitmiştir. Arda ve Asu'nun çözümlerine benzer şekilde şeklin içinde iki yamuk elde etmiştir (Şekil 3.6'daki A alanları). Ancak şekli parçalamak için farklı yollar denemeye başlamış ve oluşturduğu şekillerin eş yamuklar olmadığını fark etmiştir.

- |              |                                                                                                                                               |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Bütün şekiller aynı olacak. Anlatabildim mi? Bütün şekiller eş yamuk olacak parçaladığında.                                                   |
| Rana:        | Bu ikisi eş olur. Yani buradan ayırdığımız zaman ikisi eş olur.                                                                               |
| Araştırmacı: | Ama şimdi eş olmadı işte değil mi?                                                                                                            |
| Rana:        | Bunlarla da mi eş olacak?                                                                                                                     |
| Araştırmacı: | Hepsi eş olacak. Hepsi eş yamuk olacak.                                                                                                       |
| Rana:        | O zaman daha çok bulmak için burayı iptal edersek şuradan çizeriz. Burasıyla burası eş olur. Sonra bir de buradan yaparız. Burasıyla eş olur. |
| Araştırmacı: | Ama bütün şekil şimdi. Burayı parçalayamadın. Bütün şekli parçalıyoruz. Zor mu?                                                               |
| Rana:        | Off bu ne biçim bir soru ya? Olmuyor. Hepsi eş olmuyor birbirine. Bence yapılamaz.                                                            |

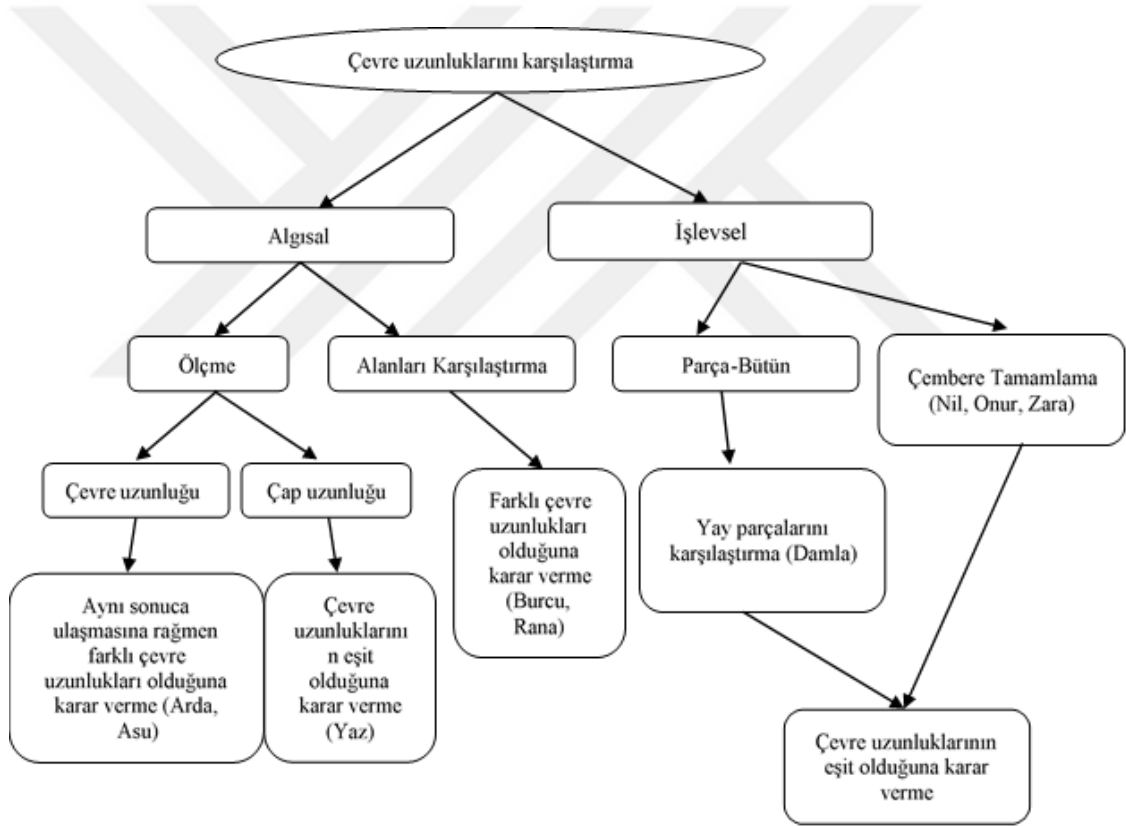
Üçüncü sorunun ikinci görevi Görsel 3.35’de sunulmuştur.

B-) Aşağıda verilen şekillerin çevre uzunluklarını karşılaştırınız.



Görsel 3.35. Ön görüşmede 3-B sorusu

Bu göreve ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.7’de sunulmuştur.



Şekil 3.7. Ön görüşmede 3-B görevine ilişkin bulgular

Üçüncü sorunun B maddesinde öğrencilerin farklı iki şekle ait çevre uzunluklarının karşılaştırılması istenmiştir. Sorunun A maddesinde olduğu gibi yine 5 öğrencinin algısal 4 öğrencinin işlevsel yanıtlar verdiği görülmektedir. Algısal bir çözümlemeye giden öğrenciler şekillerin çevre uzunluklarını karşılaştırırken ya ölçme yapmayı (çevre ya da çap uzunlukları) ya da alanları karşılaştırmayı istemişlerdir. Üçüncü sorunun A maddesinde olduğu gibi Asu ve Arda yine benzer yanıtlar vererek çözümlemelere

gitmişlerdir. Arda soruya başlamadan önce çemberin çevre uzunluğu ile çap uzunluğunun nasıl bulunabileceğini hatırlamaya çalışmıştır. Daha sonra iki çemberin çap uzunluklarını da ölçmüş ve eşit olduğundan emin olmak istemiştir. Buna karşın iki çemberin çevre uzunluklarının eşit olmadığı konusunda ısrarcı olmuştur.

Arda: Unuttum dairenin çapını almayı ya.  
Araştırmacı: Peki ölçmeden bir karşılaştırma yapabilir miyiz?  
Arda: A daha büyük.  
Araştırmacı: Neden?  
Arda: Çünkü yarıçapları ve ne deniyordu şuna?  
Araştırmacı: Yarıçap.  
Arda: Doğru. Çapları ve yarıçapları eşit ama B'nin alt kısmı daha az yer kaplıyor. Yani şöyle olacağına böyle.  
Araştırmacı: Bu yüzden A daha büyük diyorsun?  
Arda: Daha az yer kaplıyor. Hacmi daha küçük.  
Araştırmacı: Ama çevresini soruyor. Karar veremedik mi?  
Arda: A daha büyük gibi geliyor ama yazıyla izah edemiyorum.

Yukarıda sunulan görüşmeden de görüldüğü üzere Arda kavramsal yanılgılarıyla birlikte A çemberinin çevre uzunluğunun daha fazla olduğunu söylemiştir. Arda'nın geometri alanındaki eksiklikleri ölçme konusunda ya da ölçme aracı kullanmada kendisinde bir endişe yarattığı için soruya odaklanmada zorlandığını ve bu nedenle hatalı yanıt verdiği tespit edilmiştir.

Arda: Düşünmeye çalışıyorum ama çok saçma mantık. Ölçmeden çok zor.  
Araştırmacı: Neyi ölçmeden?  
Arda: Şu kenarın uzunluğunu. Onu ölçmek de çok zor.  
Araştırmacı: Yayın uzunluğunu mu?  
Arda: Evet.  
Araştırmacı: Onu ölçebilir miyiz?  
Arda: Şu an sıfır. Hiçbir şey bilmiyorum.  
Araştırmacı: Geçelim mi?  
Arda: Geçelim hocam. Elimde hiç yatkın değil böyle şeylere. Ne resim çizmeyi severim ne de geometriyle uğraşmayı. Matematik tercihim. Denklem, tam sayı falan.

Asu da Arda gibi iki şekli karşılaştırmada ölçme yapmanın gerekli olduğunu düşünmüş ancak  $\pi$  sayısı ve çemberin çevre uzunluğunun nasıl bulunabileceği ile ilgili araştırmacıdan yardım almak istemiştir.

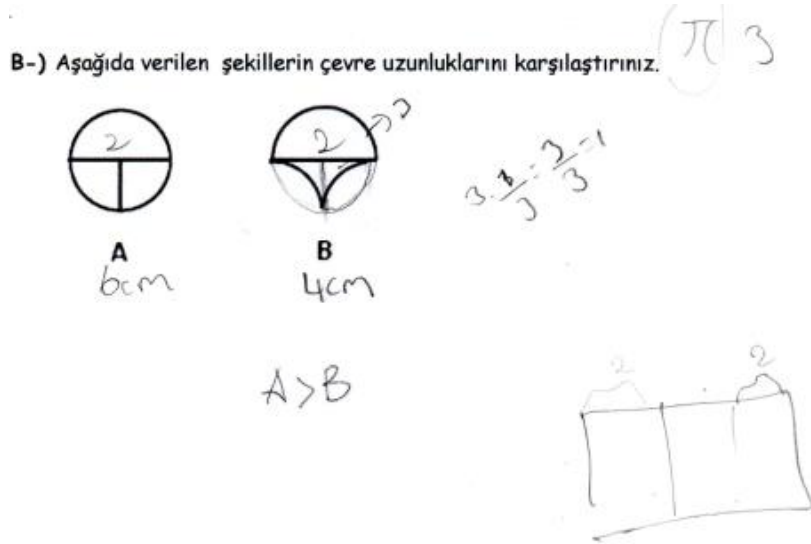
Asu: Evet. Şimdi pi sayısı vardı çemberde. Bu şimdi şeydi ne onun adı?  
Araştırmacı: 3,14  
Asu: Alanda mıydı çevrede miydi?  
Araştırmacı: İkisinde de kullanıyoruz.  
Asu: Çemberin çapla falan bir şeyler yarıçapıyla falan bir şeyler.  
Araştırmacı: Çemberin çevre formülünü mü istiyorsun? Hatırlıyor musun?  
Asu: Çap map bir şey yapıyorduk ama hatırlamıyorum.  
Araştırmacı: Çap çarpı pi diye düşünebilirsin.  
Asu: Şu kısımlar eşit (Çaplar). Birisinin çevre uzunluğu daha fazla. Şöyle bakınca bunun çevre uzunluğu daha fazla.

Asu iki çemberin de çap uzunluğunu ölçerek eşit olduğuna karar vermiş ancak düşüncesini değiştirerek B şeklinin çevre uzunluğunun daha fazla olduğunu söylemiştir. Asu A çemberinin normal bir çember olduğunu, B şeklinde ise çapın altında kalan

yayların farklı biçimlerde durmasından dolayı şeklin “düz” olmadığını ve bu nedenle daha uzun olduğunu savunmuştur.

Ölçme yaparak karar vermek isteyen Yaz ise Arda ve Asu’nun aksine çevre uzunluğundan değil çap uzunluğundan yola çıkmıştır. Yaz da diğer öğrenciler gibi çemberin çevresinin nasıl bulunabileceğini araştırmacıdan öğrenmek istemiştir. Araştırmacının “*Formülsüz bulamaz mıyız?*” sorusu üzerine Yaz çap uzunluğunu bilirse de bir karşılaştırma yapılabileceğini söylemiş ve çap uzunluklarının eşit olduğunu belirterek A ve B şekillerinin çevre uzunluklarının eşit olduğuna karar vermiştir.

Algısal kavramaya uygun biçimde yanıt veren Burcu ve Rana ise A ve B şekillerinin alanlarını karşılaştırma yoluna giderek iki şeklin çevre uzunluklarının farklı olduklarını söylemişlerdir. Burcu B şeklinde çemberin çapının alt kısmında alanın azaldığını ve bu yüzden A şeklinin çevre uzunluğunun B şeklinin çevre uzunluğundan daha fazla olduğunu ifade etmiştir. Rana ise  $\pi$  sayısını 3 alarak ilk şeklin çevre uzunluğunu 6 cm bulmuştur. B şeklinde ise önce yarım çember yay uzunluğunu 3 cm, kalan yay uzunluğunu da 1 cm bularak A şeklinin çevre uzunluğunun B şeklinin çevre uzunluğundan daha fazla olduğunu ifade etmiştir. Rana’nın A ve B şekillerinin çevre uzunluklarını karşılaştırırken yapmış olduğu işlemler Görsel 3.36’da gösterilmiştir.



Görsel 3.36. Rana’nın çevre uzunluklarını karşılaştırması

A ve B şekillerinin çevre uzunluklarını karşılaştırmada işlevsel kavrama türüne uygun yanıtlara bakıldığında parça/bütün ve çembere tamamlama olmak üzere kodlama yapılmıştır. Parça/bütün teması altında değerlendirilen Damla, şekillerdeki yay



parçalarının birbiri üzerine taşıma yoluna gitmiş ve yayların aynı uzunlukta olması gerektiğini savunmuştur. Herhangi bir ölçme yapmanın gerekli olmadığını savunmuş ve her iki şeklin de çevre uzunluklarının eşit olduğunu söylemiştir.

Damla: Evet. Uzunluk olarak ölçmeme gerek var mı?  
Araştırmacı: Sen bilirsin.  
Damla: Bunun daha az da emin değilim. Eşitler bence.  
Araştırmacı: Eşitler sence vazgeçtik herhalde ölçmekten.  
Damla: Çünkü şurayı şuraya otuttuğumuzda (B şeklinde çapın altındaki yayları A şekline taşımıştır ) oturuyor. Yani biri dıştan dolanmış biri içten geçmiş. Ama şuradaki buradakini eşit olduğu için birbirine eşit.

İşlevsel kavramaya ait ikinci alt tema olan çemberi tamamlamada ise öğrenciler B şeklinde çapın alt kısmında bulunan yay parçalarının yerini değiştirerek B çemberini oluşturmuşlardır. Onur, B şeklindeki çember yaylarının kıvrılmış olduğunu ve aslında A şekli ile çember yaylarını açtığımızda aynı şekli elde edeceğimizi söylemiştir. Bunun yanı sıra verilen şekillerin çevre uzunluklarının bilinmesine gerek olmadığını söylemiştir.

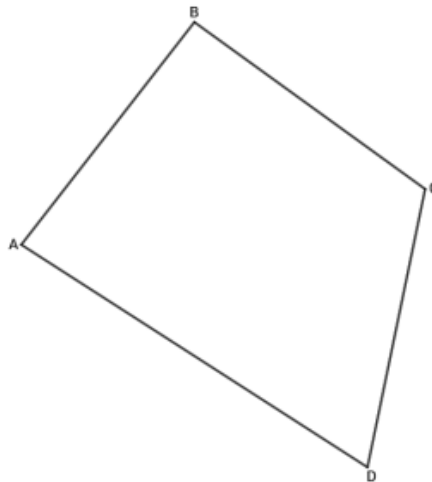
Onur: O şekilde olsaydı mesela yine o da o şekilde olsaydı mesela bu şekilde olsaydı bu kenarı içeri bükülmüş hali tek farkı o. Onun dışında fark yok. O yüzden eşit.  
Araştırmacı: O yüzden eşit. Peki, cetvel, açıölçer, pergel herhangi bir şeye kullanmaya ihtiyaç var mı?  
Onur: Yok.

#### 3.1.2.4. Gerekçelendirme gerektiren sorular

Gerekçelendirme gerektiren görevlerden ilki Görsel 3.37’de sunulmuştur.

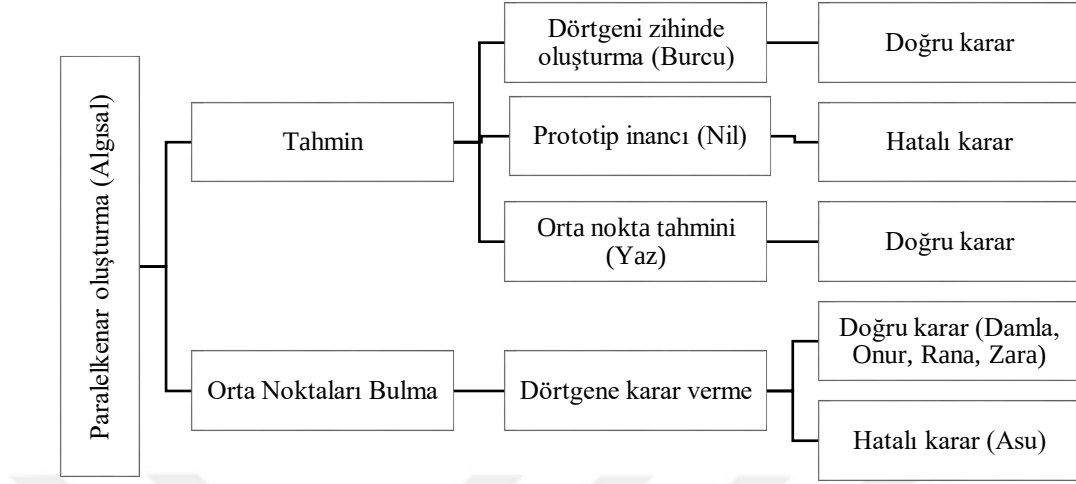
##### Soru 4:

A-) Şekildeki ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bulduğunuz noktaları birleştirerek yeni bir dörtgen oluşturunuz. Oluşan dörtgen nasıl bir dörtgendir? Nedenleri ile açıklayınız.



Görsel 3.37. Ön görüşmede 4-A sorusu

Bu göreve ilişkin öğrencilerin düşünme yolları ise Şekil 3.8’de verilmiştir.



Şekil 3.8. Ön görüşmede 4-A sorusu

Dördüncü sorunun A maddesinde öğrencilerden hiçbiri söylemsel kavramaya uygun bir yanıt verememiş olup Arda dışındaki tüm öğrencilerin yanıtları incelendiğinde algısal yaklaşım sergiledikleri görülmüştür. Arda sorunun çözümüne ilişkin bir yöntem geliştirememekle birlikte soruyu anlamakta zorlanmış ve “*Kafam yandı, olmadı gibi, geçelim.*” demiş, soru üzerinde daha fazla düşünmek istememiştir. Burcu, Nil ve Yaz sorunun çözümünde diğer öğrencilerin aksine soruda tahmini çözümlemelere başvurmuşlardır. Bu öğrencilerden Burcu dörtgenin kenarlarının orta noktalarını zihninde bulduğunu söylemiş ve bu noktaları birleştirerek paralelkenar oluşturduğunu belirtmiştir.

|              |                                                                                                                                                                   |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Burcu:       | Paralelkenar gibi duruyor ama ölçeyim.                                                                                                                            |
| Araştırmacı: | Paralelkenar gibi mi duruyor? Neden öyle düşündün?                                                                                                                |
| Burcu:       | Yani kabataslak düşününce bunun burası dersek(kenarın orta noktası) bunun burası da bunları birleştirince birbirine paralel doğrular çıkıyor ama tabi kabataslak. |

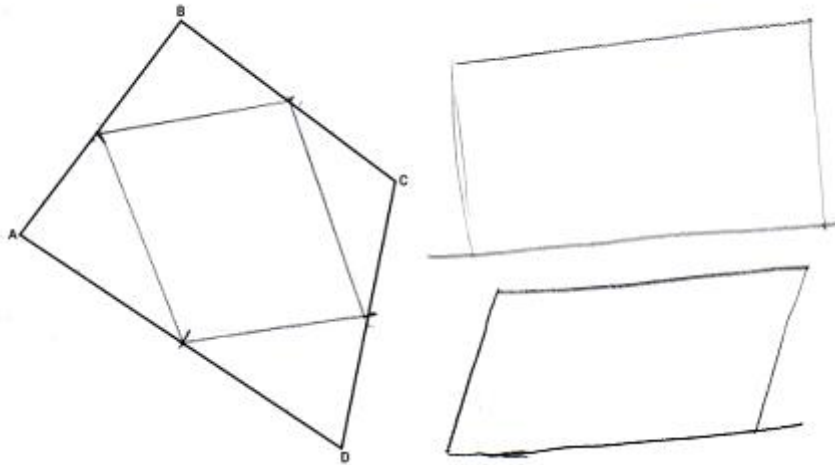
Araştırmacı, Burcu’nun şekli çizmeden paralelkenar demesi üzerine şeklin neden dikdörtgen olamayacağını sormuştur. Burcu zihninde paralelkenar şeklinin oluştuğunu ve çizim yaptığı zaman da prototip olarak belirlediği paralelkenara benzer bir dörtgen çıktığını söylemiştir. Aslında Nil’in de Burcu gibi zihninde bir şekil oluşmuş olup “*Oluşan dörtgen kare ama değil.*” demiş ve şeklin kendi algısında kare olduğunu belirtmiştir.

|              |                                              |
|--------------|----------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Kare gibi gözüküyor ama değil. O ne demek?   |
| Nil:         | Yani baktığımızda kare gibi.                 |
| Araştırmacı: | Yani şöyle baktığımızda kare gibi gözüküyor. |
| Nil:         | Evet.                                        |
| Araştırmacı: | Öyle bir algı mı uyandırdı sende?            |
| Nil:         | Evet.                                        |

Ancak çizmiş olduğu dörtgenin kenar uzunluklarını ölçmüş ve tüm kenar uzunluklarının aynı olmadığını fark etmiş ve yanıtını dikdörtgen olarak değiştirmiştir. Araştırmacının Nil'in çözümünü sorgulatması üzerine Nil, şeklin neden paralelkenar olamayacağını algısal bir yolla açıklamıştır.

- Nil: Çünkü dördü de birbirinden farklı dört kenarı olurdu. Ama ikisi birbirine eş. İkisi birbirine eş.
- Araştırmacı: İkisi birbirine eş ikisi birbirine eş. Mesela neden paralelkenar değil.
- Nil: Çünkü düz birleşmiş. Ama paralelkenarda şöyle birleşiyor.
- Araştırmacı: Nasıl birleşiyor? Çizerek gösterir misin?
- Nil: Mesela dikdörtgende düz iniyor.
- Araştırmacı: Dik iniyor yani.
- Nil: Yani dik. Evet. Ama paralelkenarda şöyle çizersek dik inmiyor.

Aynı zamanda açılı ölçmenin de gerekli olmadığını savunan Nil'in prototip dikdörtgen ve paralelkenar çizimi Görsel 3.38'de sunulmuştur.



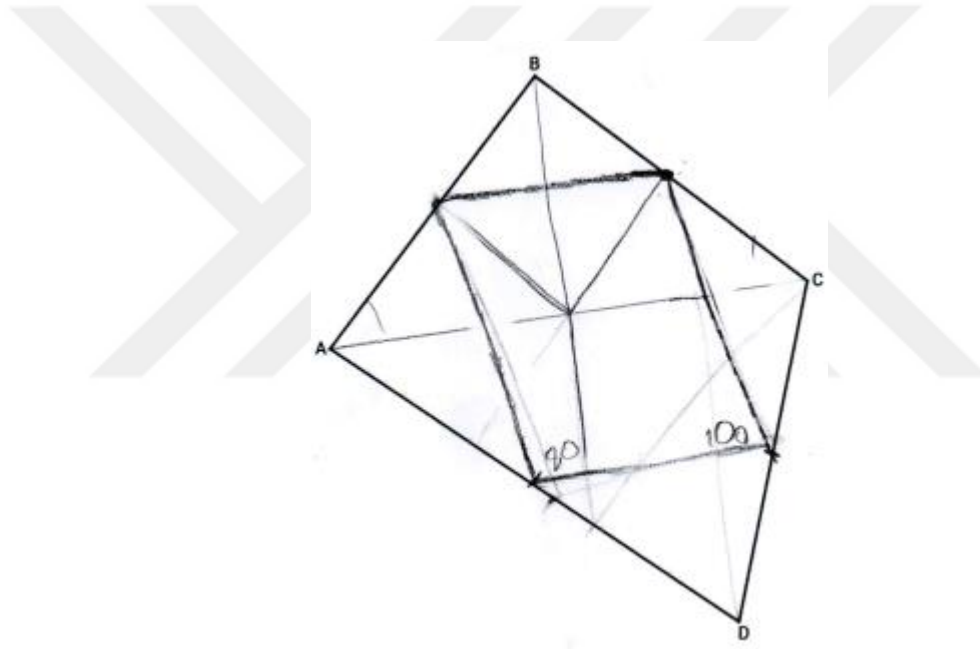
**Görsel 3.38.** Nil'in paralelkenar ve dikdörtgen görseli

Tahminde bulunan bir diğer öğrenci olan Yaz, verilen dörtgenin kenarlarının orta noktalarının ölçmeden bulunabileceğini iddia etmiş ve rastgele dört noktayı algısal bir biçimde işaretlemiştir. İşaretledikleri noktaları da bileştirerek dörtgenini oluşturmuş ve oluşturduğu dörtgeni paralelkenar olarak belirlemiştir. Araştırmacının öğrenciden yanıtını daha açık bir biçimde anlatmasını istediğinde Yaz “*Bakınca anlaşılıyor zaten*” şeklinde açıklamıştır.

Dörtgeni belirlemede tahminle başlamasalar da diğer öğrenciler de algısal düşünme yoluyla yanıtlar vermiş olup sadece Asu hatalı bir biçimde dörtgeni belirlemiştir. Asu dört kenarın da uzunluklarını ölçtükten sonra orta noktalarını bularak oluşturduğu dörtgene yamuk demiştir. BC ve AD kenarlarının uzunluklarının farklı olmasından dolayı orta

noktalarının da farklı bulunacağını belirtmiştir. Araştırmacı, Asu'nun ilk sorulardaki yamuk tanımlarını ve yamuk olarak belirttiği şekilleri göstermiş, çizdiği dörtgen şeklinin benzer olup olmadığını sorması üzerine “*Farklı ama yine de yamuk bence.*” şeklinde iddia etmiştir.

Onur da orta noktaları bulurken tahmini olarak noktalar işaretlemiş ve farklı yöntemler denemiştir. Örneğin; AC ve BD köşegenlerini çizen Onur, bu köşegenlerin kesiştiği noktanın oluşturulacak dörtgen ile ilgili olabileceğini düşünmüş ancak karar verememiştir. Araştırmacının “*Neden cetvel ve açıölçer kullanmak istemiyorsun?*” sorusuna “*O zaman çok kolay olur.*” şeklinde yanıtlamıştır. Daha sonra ölçme yaparak şeklin paralelkenar olacağına ikna olmuştur. Onur'un çözümü Görsel 3.39'da verilmiştir.



**Görsel 3.39.** Onur'un paralelkenar görseli

Rana da diğer öğrenciler gibi orta noktaları bulup birleştirdikten sonra karşılıklı kenar uzunluklarının eşit ve karşılıklı kenarlarının paralel olmasından dolayı şekli paralelkenar olarak belirlemiştir. Araştırmacının “*Başka dörtgen yok mudur?*” sorusu üzerine Rana kendi çözümünü açıklarken genellemeye gitmiştir.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rana:        | Dörtgen yazsak kısaca.                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Araştırmacı: | Dörtgen olduğu belli zaten. Dört kenarı var. Ama hangisi?                                                                                                                                                                                                              |
| Rana:        | Bir tane mi olacak?                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Araştırmacı: | Bilmem.                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Rana:        | Bu paralelkenar olabilir. Dikdörtgen olabilir. Çünkü şimdi dikdörtgeni düşündüğümüz zaman bu şekilde ya (eliyle prototip bir dikdörtgen gösteriyor) bunun kenarlarından hafif yana aldığımız zaman yine dik. Bir dikdörtgen aynı zamanda aynı zamanda paralelkenardır. |

Araştırmacı: Bir dikdörtgen aynı zamanda paralelkenardır. Güzel. Niye böyle düşündün?

Rana: Çünkü karşılıklı kenarların uzunlukları birbirine eşit olduğu için bu bir paralelkenar olabilir ama olabilir.

Araştırmacı: Çok güzel. O zaman peki eşkenar dörtgen niye olamaz?

Rana: Eşkenar dörtgen niye olamaz? Yani eşkenar dörtgende galiba tüm kenar uzunlukları eşitti birbirine. O şekilde hatırlıyorum.

Araştırmacı: Burada tüm kenar uzunlukları eşit olmadığı için eşkenar dörtgen değil o zaman ya paralelkenar ya dikdörtgen diyorsun.

Rana: Evet.

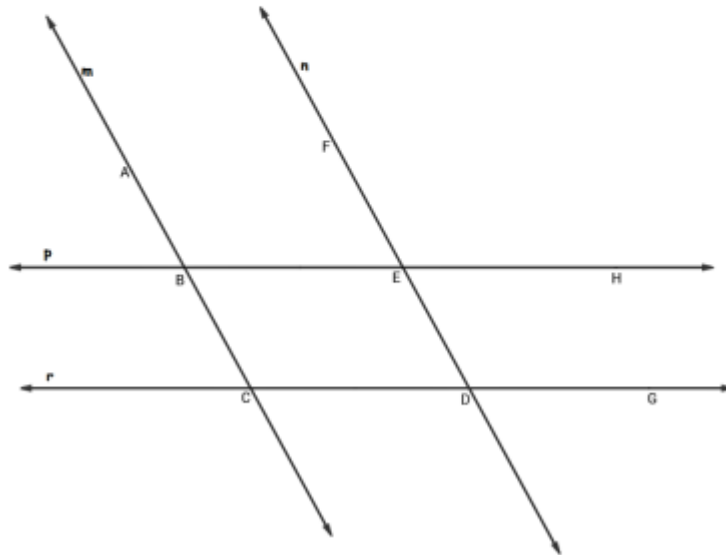
Araştırmacı: Peki, hangisine karar verdik?

Rana: Bence dikdörtgen.

Rana'nın açıklamalarına bakıldığında kafasının karıştığı ve kararsız kaldığı görülmektedir. Daha sonra oluşturmuş olduğu dörtgendeki kenarların dik kesişmediğini belirtmiş ve açı ölçmenin gerekli olmadığını savunarak, algısal bir yol izleyerek şekil hakkında son kararı paralelkenar olmuştur.

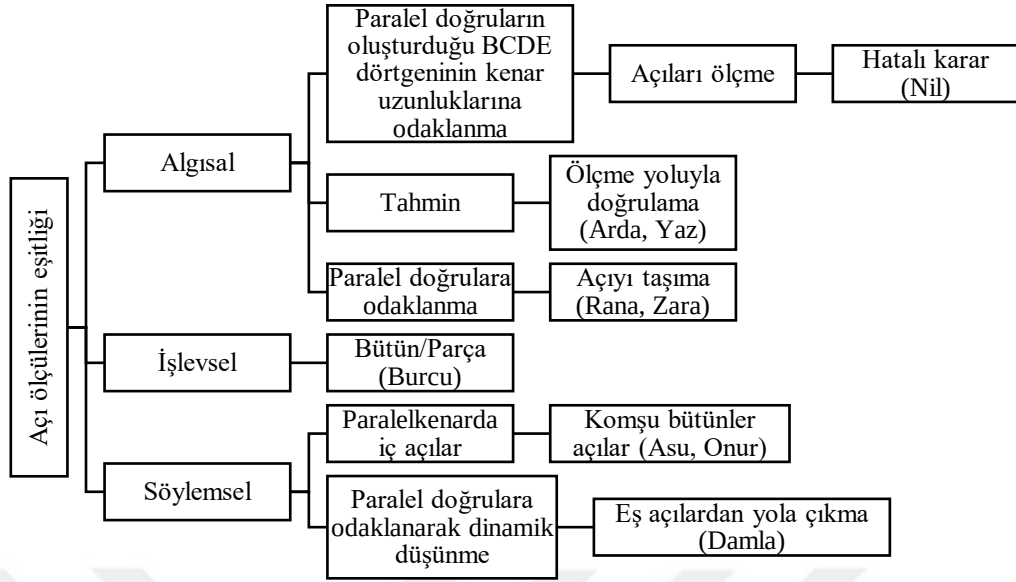
Dördüncü sorunun ikinci görevi Görsel 3.40'da sunulmuştur.

**B-)** Aşağıda verilen şekilde m ve n doğruları ile p ve r doğruları birbirine paralel olarak verilmiştir. Buna göre ABE açısının ölçüsü ile EDG açısının ölçüsü eşit midir? Çözümünüzü açıklayınız.



**Görsel 3.40.** Ön görüşmede 4-B görevi

Bu göreve ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.9'da verilmiştir.

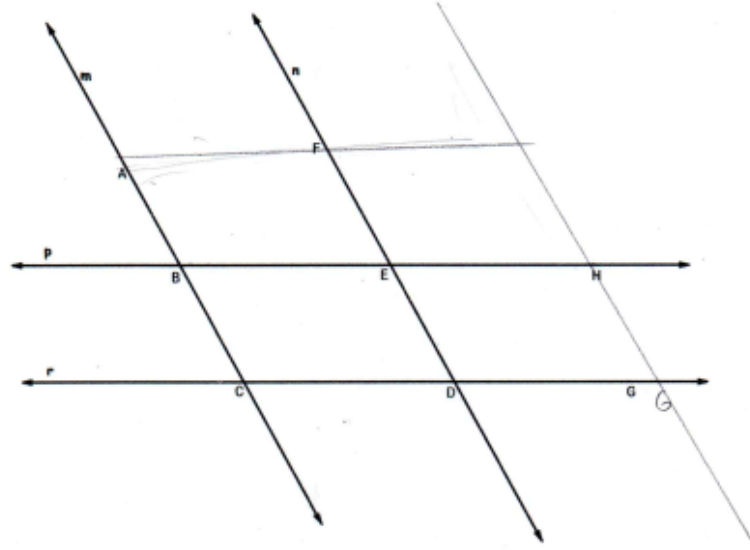


Şekil 3.9. Ön görüşmede 4-B görevine ilişkin bulgular

Dördüncü sorunun ikinci görevinde öğrencilerin 3 farklı kavrama türüne göre yanıt verdikleri ve çözüm yollarına gittikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun yine algısal kavramaya uygun yöntemler geliştirdiği görülmüş olup bu soruda algısal tür 3 alt temaya ayrılmıştır. Alt temalardan ilki BCDE paralelkenarının kenar uzunluklarına odaklanmada Nil, BC ve CD uzunluklarını ölçmüş ve uzunlukları farklı bulmuştur. Nil, kenar uzunluklarının eşit olması durumunda açılar da eş olabileceğini, kenar uzunluklarının farklı olması durumunda bir açının ölçüsünün diğer açı ölçüsünden daha büyük olacağını belirtmiştir. Daha sonra açıölçer istemiş ve ABE ve EDG açılarını ölçerek açı ölçülerinin eşit olduğunu söylemiştir. Ancak ölçtüğü açı değerlerine karşın emin olamamış ve yeni bir düşüncesinin olmadığını, kenar uzunluklarının da eşit olması gerektiğini savunmuştur.

Diğer alt temalardan biri de tahmin etmedir. Arda ve Yaz öncelikle ABE ve EDG açı ölçülerinin eşit olduğunu söylemişler ancak emin olmayarak açıları ölçmek istemişler ve araştırmacıdan açıölçer istemişlerdir. Algısal kavramaya ait üçüncü alt tema altında olan Rana ve Zara m ve n ile p ve r paralel doğrularına odaklanmışlardır. Birbirine paralel olan doğrular sayesinde iki açının birbiri üstüne taşınabileceğini ve ikisinin de geniş açı olduğunu söylemişlerdir.

İşlevsel kavramaya ait bir bileşen olan şekli parçalama ya da birleştirme Burcu'nun ön görüşmelerde zaman zaman (3-A gibi) başvurduğu yöntemlerden biri olmuştur. Büyük bir paralelkenar oluşturduktan sonra bu paralelkenarı dört eş paralelkenara ayırmıştır.



**Görsel 3.41.** *Burcu'nun eş açıları bulma yöntemi*

Burcu parça/bütün ilişkisini kullanırken 1. sorunun B maddesindeki çözümden yararlandığını “Çünkü mesela bunu karede de yapmıştık önceki sorularda. Kareyi dörde bölünce bütün içindeki şekiller aynı çıkıyordu” şeklinde açıklamıştır.

Söylemsel kavramaya uygun 2 alt tema oluşturulmuş, bu temalar açı ve kenar ile ilgilidir. Asu öncelikle açıları ölçmek istemiştir. Onur ise şekli ilk incelemesinde açı ölçülerinin eşit olduğunu düşünmüştür. Araştırmacının “Daha farklı şekilde çözüm yolu bulabilir miyiz, açıklayabilir misin?” sorusu üzerine her iki öğrenci de BCDE paralelkenarının karşılıklı açılarının birbirine eşit olduğunu ve bu nedenle komşu bütünler açılarının (ABE ve EDG) da eşit olduğunu savunmuşlardır.

Damla, eş açılardan yola çıkma alt teması altında yer alırken paralel olan doğruların kaydırıldığında aynı doğrultuda hareket ettiklerini söylemiştir. Bu nedenle açılarının sürüklenmesi halinde açılarının çakışacağını ve açılarının birbirine eş olacağını savunmuştur.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Damla:       | Eşit olabilir. Çünkü bunlar (m,n) birbirine paralel gitmiş. Zaten bunlar da paralel(p,r) gitmiş. Demek ki aynı oluyor. O yüzden eşit.                                                                                                                          |
| Araştırmacı: | Nasıl yani paralel? Ama yani birisi bir tarafa diğeri farklı tarafa doğru.                                                                                                                                                                                     |
| Damla:       | Ama ikisi aynı doğrultuda (m,n) gitmiş. Burada da bunun yeri değişmiş. Birbirlerine eşitler. Yani n doğrusunun yeri değiştiğinde r doğrusuna geliyor. İkisi de değiştiği için bence birbirlerini eşitliyor.                                                    |
| Araştırmacı: | n doğrusu r doğrusu yer değiştiriyor. Anlamadım.                                                                                                                                                                                                               |
| Damla:       | Mesela bir kişi yer değiştirdiğinde yanındaki de yer değiştirirse birbirlerini eşitleyebilirler. Mesela birisi eksi olsun. Birisi artı olsun. Burada sadece sıfır olsun. Bunlar yan yana geldiklerinde birbirlerini sıfıra eşitleyebilirler. Mesela onun gibi. |
| Araştırmacı: | Burada da yan yana gelseler birbirlerine tam eşit olurlar diyorsun. Değil mi?                                                                                                                                                                                  |

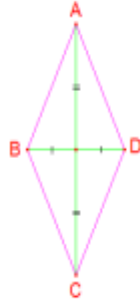
Damla: Evet.  
Damla: Şimdi m'nin P ye şurada kesmiş ve bu n ye gelirken yer değiştirmiş. Biraz sağa doğru kaymış. R de aşağı doğru kaymış. İkisinin de yeri değişiyor. Fakat ikisi de aynı doğrultu üzerinde olduğu için hiçbir değişiklik olmaz bence kesişimlerinde.

Damla'nın “birbirlerini sıfırlarlar” şeklindeki açıklamasında söylemek istediği ABE ve EDG açılarının üst üste gelerek çakışması, tek bir açı olabilmesidir. Bu yüzden bu iki açının eş olduğunu savunmuştur.

### 3.1.3. Üçüncü bölüm: Söylemsel kavrama türü

Bu bölüm altında öğrencilere dört tane dörtgen çeşidi sorulmuş olup, sorular söylemsel kavramayı ortaya çıkartabilecek ve destekleyecek şekilde hazırlanmıştır. Hazırlanan sorularda öğrencilerin özellikle köşegen bilgilerinin ön plana çıkarılması hedeflenmiştir. Öğrenci yanıtları analiz edilmiş ve şekil hakkında düşüncelerinin değişebildiği tespit edildiğinden ilk düşünceleri ve son düşünceleri ayrı ayrı sunulmuştur. Birinci görev Görsel 3.42’de gösterilmiştir.

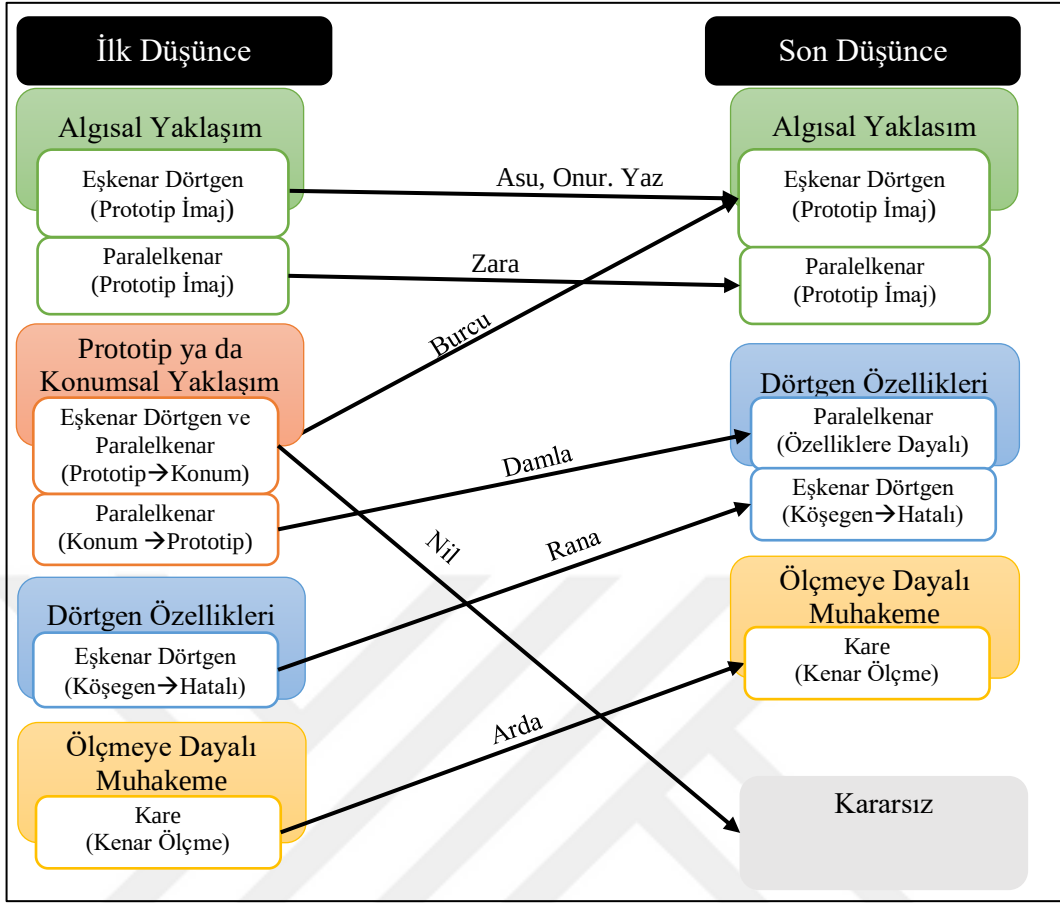
1. Verilen ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Düşünceni nedenleri ile açıkla mısın?



Görsel 3.42. Ön görüşmede üçüncü bölümün birinci görevi

Göreve ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.10’da sunulmuştur.



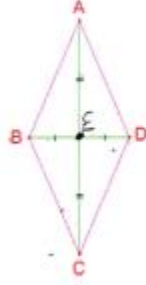


Şekil 3.10. Ön görüşmede üçüncü bölümün birinci görevine ilişkin bulgular

Şekil 3.10 incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğunun (6 öğrenci) ilk düşüncelerinden vazgeçmedikleri görülmektedir. Ayrıca Nil, dörtgeni eşkenar dörtgene benzetmiş ancak farklı açılardan baktığında kararsızlık yaşamış ve “*Şekle farklı yerlerden baktığımızda farklı şekiller oluyor.*” şeklinde açıklamasıyla son bir kararının olmadığını söylemiştir. En dikkat çeken kararın Damla’dan geldiği görülmektedir. Damla dörtgene farklı konumlardan baktıktan sonra şekli kafasında canlandığı prototipe benzetip paralelkenar olarak isimlendirmiştir. Son düşüncesi de paralelkenar olan Damla’nın açıklamaları da verdiği kararı desteklemekte olup söylemsel kavrama türüne uygun bir süreç izlemiştir. Rana’ da Damla ile benzer bir yol izlemiştir. Ancak Rana’nın ifadeleri ve dörtgen tanımları söylemsel bir süreç izlese de köşegen bilgisi eksikliği ve hatalı öğrenmeler nedeniyle şekli eşkenar dörtgen olarak isimlendirmiştir. Asu, Onur ve Yaz şekli daha önceden görmüş oldukları eşkenar dörtgenlerle aynı olduğunu belirtmiş olup köşegen özelliklerine dikkat etmemiş ya da köşegen özelliklerini hatalı kullanmışlardır.

Örneğin Asu şeklin konumuna göre köşegen özelliklerinden yararlanmaya çalışmış ve hatalı bir çıkarımda bulunmuştur.

1. Verilen ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Düşünceni nedenleri ile açıklar mısın?



Kâğıdı dik tuttuğumuz zaman oluşan dörtgen eşkenar dörtgendir. Düşüncemin nedeni 2 çizgi bulunan köşegenin ve 4 çizgi bulunan köşegenin karşılıklı kenarlara eş gelmesi.

Görsel 3.43. Asu'nun eşkenar dörtgen değerlendirmesi

Zara da zihnindeki prototip imaja göre kararını değiştirmeyen öğrencilerdendir. Paralelkenar olarak belirlediği şekli belirlerken ve açıklama yaparken algısal süreçten çıkamamıştır. Bir diğer kararını değiştirmeyen öğrenci olan Arda verilen şeklin kenar uzunluklarını ölçerek dörtgeni kare olarak belirlemiştir. Son değerlendirmesinde ise dörtgenin açılarını ölçmek yerine yeniden kenar uzunluklarını ölçerek ikna olmuştur.

Burcu, daha önceki sorularda çıkarımlarda bulunmuş ve paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişkinin olabileceğini vurgulamıştır. Bu nedenle bu soruda karasızlık yaşamış ve sorulan dörtgenin hem paralelkenar hem de eşkenar dörtgen olabileceği üzerinde düşünmüş ve araştırmacıdan yardım istemiştir. Ayrıca daha önceden hiçbir öğretmenden dörtgenler arasındaki hiyerarşiye ait bir bilgi öğrenmediğini söylemiştir.

- Burcu: Bence bu eşkenar dörtgenimsi bir paralelkenar. Çünkü ikisi de oluyor bence. Az önce de söylediğim gibi her eşkenar dörtgen birer paralelkenardır.
- Araştırmacı: Bunu nereden öğrendin?
- Burcu: Kendim düşündüm şu anda bir öncekinde. Hiçbir yerden duymadım ama. İlk bakışta eşkenar dörtgen gibi duruyor bence. Ama birazcık daha mesela yan bakınca paralelkenar oluyor.
- Araştırmacı: Ama düz bakarsan da eşkenar dörtgen diyorsun?
- Burcu: Evet. Aslında böyle de (kâğıdı döndürürse) olur ama böyle bakınca daha çok eşkenar dörtgen anımsatıyor insanda ama kenardan bakınca çünkü hep öğrendiğimiz gibi eşkenar dörtgen böyle paralelkenar böyle. Bir baklava dilimi. Hiç yandan bakmıyoruz mesela.
- Araştırmacı: Düz bakınca. Bunu paralelkenar bunu eşkenar dörtgen olarak görüyorsun. Çünkü hep böyle gösterildi diyorsun.
- Burcu: Evet. Mesela hiçbir araştırmacı gelip de bu taraftan bakınca bir paralelkenar diye açıkça söylemedi bana. Böyle yani
- Araştırmacı: Tamam ne olarak düşünüyorsunuz bunu? Hangisi? Karar ver. Eşkenar dörtgen mi paralel kenar mı?

Burcu: Bence ikisi de ya.  
Araştırmacı: İkisi de. Tamam, istiyorsan öyle kabul edelim cevabı.  
Burcu: Peki bunun cevabı yalnızca bir mi?  
Araştırmacı: Yalnızca bir söylesen hangisini söyledin?  
Burcu: İlk bakışta herkesin düşüneceği gibi yani çoğu insanın, eşkenar dörtgen. Çünkü aklımızda hep baklava dilimi canlanıyor.

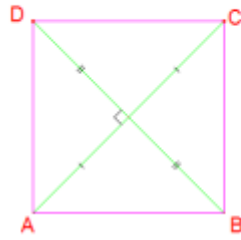
...

Burcu: Şimdi benim bu ilk yaptığım kâğıttaki tanımla alakasız oldu. Birbiriyle tezat cümleler şu anda.  
Araştırmacı: Birbirine paralel olan iki doğrunun çapraz olarak birbiriyle köşelerden birleşmesi demişsin.  
Burcu: Mesela ben acaba şu an şey düşünüyorum. Paralelkenarın bütün doğruları eşit olabilir mi? Yani  
Araştırmacı: Güzel bir soru. Çok güzel bir soru.  
Burcu: Şu an iki düşünceyi birden savunuyorum. Diyorum acaba paralelkenarın bütün doğruları eşit olmadığı için bir eşkenar dörtgen değil midir? Yoksa olabilir. Her ikisi de mi? Bence paralelkenarın bütün doğruları eşit olamaz.  
Araştırmacı: Olamaz diyorsun.  
Burcu: Olursa eşkenar dörtgen olur diyorum.  
Araştırmacı: Olursa eşkenar dörtgen olur diyorsun.  
Burcu: Evet. O yüzden de bu eşkenar dörtgen.

Yukarıda verilen diyalogda görüldüğü üzere Burcu doğru bir sorgulama yaparak dörtgen hiyerarşisinin olabileceğini fark etmiş ancak yine de ilk düşüncesi prototip imaja dayalı olarak paralelkenar olmuştur.

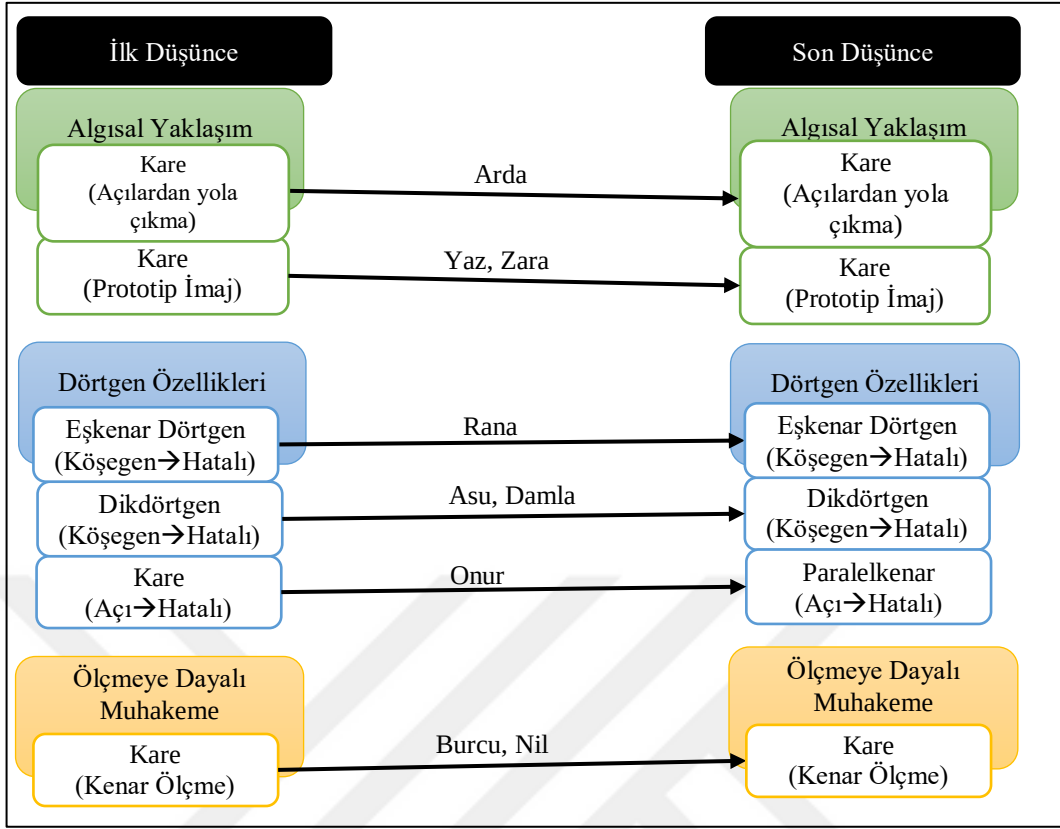
Üçüncü bölümün ikinci görevi Görsel 3.44’de sunulmuştur.

**2. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden?  
Düşünceni gerekçelendirerek açıkla mısın?**



**Görsel 3.44.** Ön görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevi

Göreve ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.11’de sunulmuştur.



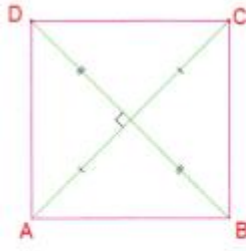
Şekil 3.11. Ön görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevine ilişkin bulgular

Şekil 3.11' e baktığımızda Onur dışındaki tüm öğrencilerin düşüncelerini değiştirmedikleri ve belirledikleri dörtgende araştırmacının sorgulamasından etkilenmedikleri görülmektedir. Bu durum algısal düşünme ile açıklanabilir olsa da Şekil 3.11 incelendiğinde söylemsel kavramaya ait açıklamaların da arttığı gözlemlenmektedir. Ancak bakıldığında öğrencilerin tamamının hatalı düşünme yolları sergiledikleri ve bu yüzden belirledikleri dörtgenlerin de doğru olmadığı görülmektedir. Rana dörtgeni doğru belirleyebilmesine karşın bir önceki dörtgen ile aynı dörtgen olduğunu belirtip tesadüfi bir belirleme yapabirmiştir. Onur, dörtgenin öncelikle köşegenlerine açı ölçüsü değeri vererek dörtgen içinde oluşan üçgenlerin eşliğini araştırmacıya göstermek istemiş ancak düşüncesini hatalı bulup değiştirmiştir.

Onur:

Bunlar birbirini tamamlıyor çünkü. Her açıya mesela 40 ve 50 verdim ben. Daha fazla ya da daha az olabilir ama ortaları zaten 90 derece ve bütün üçgenler birbirine eşit. Mesela bir noktadan örnek verirsem mesela şey iki çizgili olanı şey yaptım ben. 40 derece verdim. İki tarafı o da 40 olmuyor aslında. Kare değilmiş.

Damla ise “Çünkü eğer kare olsaydı köşegenleri birbirine eşit olurdu.” demiş ve hatalı bir açıklama yaparak dörtgeni dikdörtgen olarak belirlemiştir. Damla da Asu gibi düşünmüş ve benzer bir açıklama yapmıştır.



Dikdörtgendir. Nedeni eğer kare olsaydı köşegenler birbirine eşit olurdu. Ancak yan tarafta karşılıklı köşeleri birleştiren köşegenler aynı olduğu için dikdörtgenin karşılıklı kenarlarıyla bağdaştırarak dikdörtgen olduğunu düşündüm.

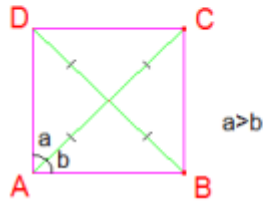
**Görsel 3.45** Asu'nun dikdörtgen değerlendirme

Nil ise şekli kareye benzetmiş ancak ardından araştırmacının köşegen uzunluklarının eşit olmadığını vurgulaması üzerine dörtgenin kenar uzunluklarını ölçmüş ve “Demek ki kare olması için hepsinin eşit olmasına gerek yokmuş.” şeklinde açıklama yapmıştır. Burcu ise ölçme yaptıktan sonra çıkarımlarda bulunamamış ve “Ben yalnızca buna kare diyeyim. Daha fazla düşünmek istemiyorum. Hiçbir noktaya ulaşamıyorum çünkü. Tüm kenarları eşit.” diyerek diğer soruya geçmek istemiştir.

Bir önceki soruda olduğu gibi Yaz ve Zara'nın yine algısal kavramaya yatkın yanıtlar verdiği görülmektedir. Arda ise şeklin kareye benzediğini söylemiş, araştırmacının sorgulaması üzerine dörtgenin iç açı ölçülerinin  $90^\circ$ 'ye benzediğini söyleyerek ikna olmuştur.

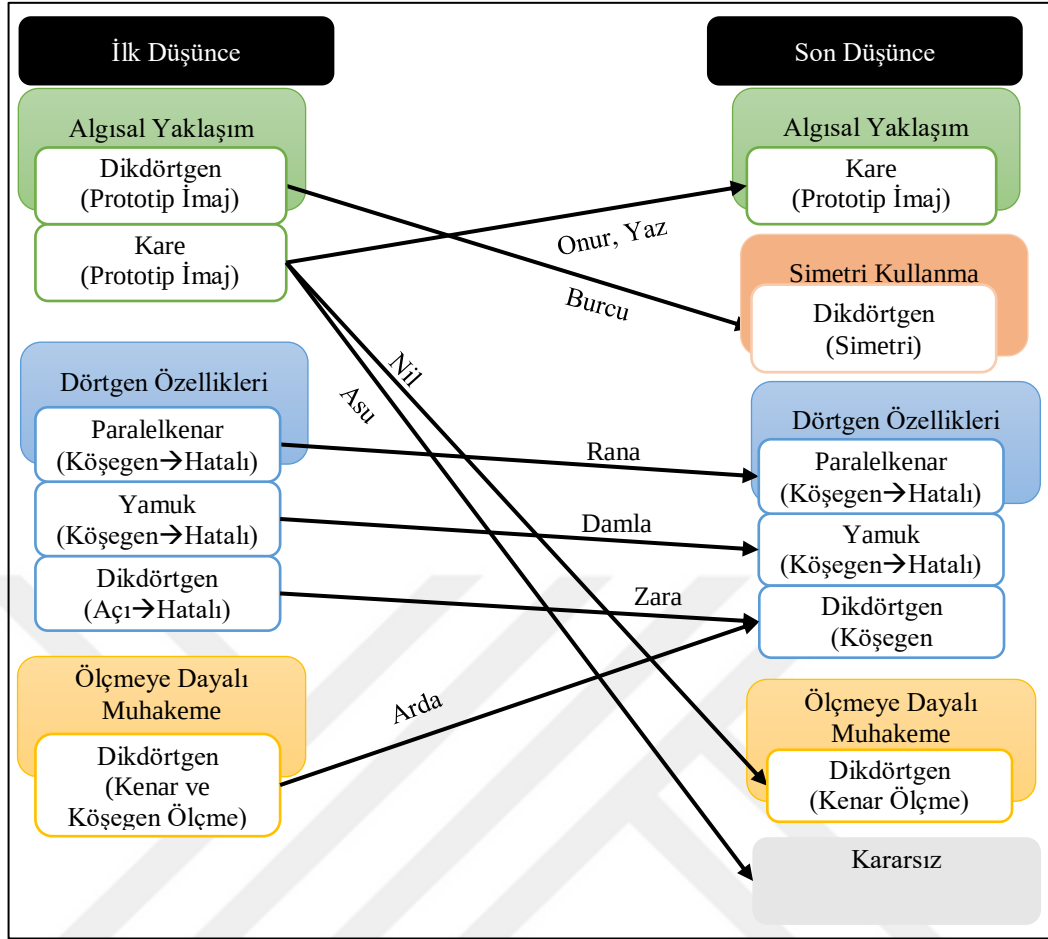
Üçüncü bölümün üçüncü görevi Görsel 3.46'da sunulmuştur.

**3. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıkla mısın?**



**Görsel 3.46.** Ön görüşmede üçüncü bölümün üçüncü görevi

Göreve ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.12'de sunulmuştur.



Şekil 3.12. Ön görüşmede üçüncü bölümün üçüncü görevine ilişkin bulgular

Şekil 3.12’ye bakıldığında dikdörtgeni belirlemede hatalı karar veren öğrencilerin tamamı son kararlarında da doğru belirleme yapamamıştır. Bu öğrencilerden Asu hatalı belirleme yapmış, ardından ölçme yapmasına karşın köşegen bilgi eksikliğinden dolayı kararsız kalmıştır. Yaz önceki sorularda olduğu gibi algısal bir yol izlerken Onur da ilk düşüncesinden vazgeçmemiş ve şeklin kare olduğunda ısrar ederek herhangi bir çözümlemeye gitmemiştir. Nil, Onur ve Yaz’ a benzer bir açıklama yapmış ve şekli “kare” olarak gördüğünü belirtip yine de ölçme yapmak istemiştir. Ölçme sonucunda düşüncesini değiştirmiş ve şeklin dikdörtgen olduğuna karar vermiştir.

Burcu “Daha kolay olacağını düşünüyorum küçüldükçe” diyerek verilen şekillerin simetrilerini alma yoluna gitmeyi çok sevdiğini belirtmiştir. Şeklin önce kare olabileceğini de düşünmüş ancak şekli ikiye ayırdığında simetrik iki dikdörtgen elde edilmesi gerektiğini ve de a açısı ile b açısının ölçülerinin birbirine eşit olması gerektiğini savunmuştur.

Söylemsel kavramaya uygun bir biçimde ilk düşüncelerini ifade eden Damla, Rana ve Zara köşegen özelliklerini kullanmış, sadece Zara dörtgeni doğru belirleyebilmiştir. Damla ise dörtgenleri eleyerek doğru dörtgeni belirleme yoluna gitmiştir. Damla'nın düşünce yolu aşağıdaki gibidir.

Damla : Köşegenler tam açıyı ortadan böler ve 90 dereceyi ikiye böldüğümüzde 45 45 çıkması gerekirdi kare olduğunu varsayarsak. Ama a, b'den büyük çıktığına göre burada bir eşitsizlik var. Eşit bölünmemiş. Ama köşegenlerin uzunlukları birbirine eşit. Bence yamuk.

Araştırmacı : Peki yamukta köşegen parçaları birbirine eşit midir?

Damla : Bence yamuğa göre değişir gibi geliyor.

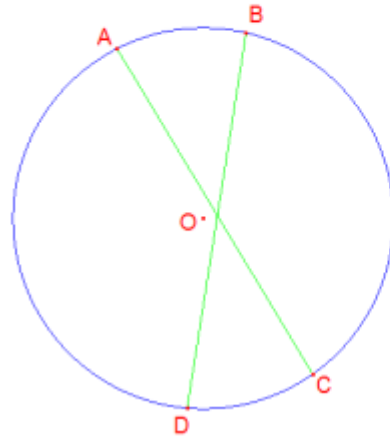
Araştırmacı : En mantıklısı mı yamuk yani?

Damla : Evet.

Arda diğer sorularda çok zorlansa da ön görüşmeler süresince diğer öğrenciler gibi o da zaman zaman çıkarımlarda bulunmuştur. Örneğin; ilk düşüncesinde dörtgenin kenar ve köşegen uzunluklarının ölçtükten sonra dikdörtgen diyebilmesine karşın “Çok büyük bir tesadüf değilse anladığım kadarıyla dikdörtgenin bütün köşegenleri eşit oluyor.” şeklinde bir sonuca ulaşabilmiştir.

Üçüncü bölümün dördüncü görevi Görsel 3.47’de sunulmuştur.

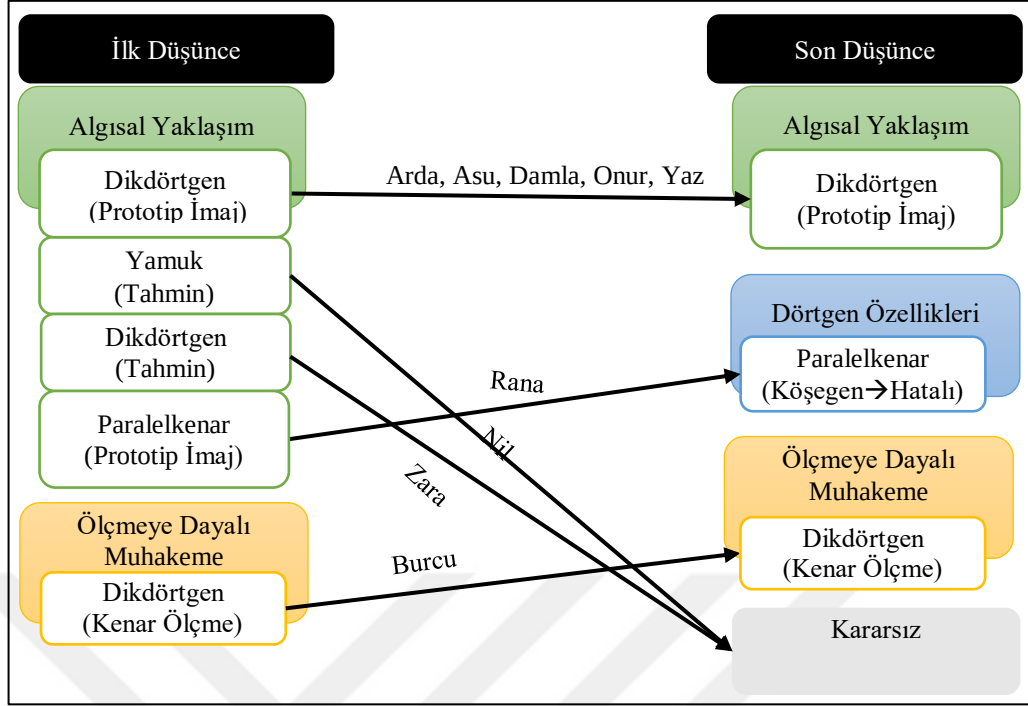
4. Aşağıda A, B, C ve D noktaları çember üzerindedir. O çemberin merkezidir. AC ile BD bir dörtgenin eş uzunluktaki köşegenleri ise bu ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir?



Görsel 3.47 Ön görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevi

Göreve ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.13’de sunulmuştur.





Şekil 3.13. Ön görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevine ilişkin bulgular

Şekil 3.12 incelendiğinde Burcu dışında tüm öğrencilerin ilk düşüncelerindeki dörtgeni algısal bir yol ile buldukları görülmektedir. Burcu, şekli ilk gördüğünde kenar uzunluklarını ölçme yoluna gitmiş ardından araştırmacının “Emin misin?” sorusu üzerine tekrar ölçme yapmış ve son kararının da dikdörtgen olduğunu belirtmiştir.

Yaz’ın soruyu anlamakta güçlük çektiğini “Sorunun karışık olması benim kafamı karıştırıyor.” açıklamasıyla belirtmiştir. Arda, bir önceki soruda keşfettiği dikdörtgenin köşegen özelliklerinden yararlanarak dörtgeni belirlemek istemiş ve ABCD dörtgenini çizmenin gerekli olmadığını savunmuştur.

Arda: Dedğim gibi burada bütün köşegenleri eşit dörtgen çıktı. Kenarları eşit değildi çünkü. Önceki kâğıtta karede bütün köşegenleri eşit olmadığı için kare dedim. Eğer tesadüf olmadıysa büyük bir tesadüf olmadıysa dikdörtgendir diye düşünüyorum.

Araştırmacı: Dikdörtgendir diye düşünüyorsun peki. Dörtgeni çizmene gerek var mı?

Arda: Bence yok.

Damla da Arda gibi şekle bakarak A, B, C, D noktalarını birleştirirken cetvel kullanmadan çizilebileceğini şekle bakıldığında anlaşılabileceğini ifade etmiştir.

Araştırmacı: Sen cetvelle çizmedin bu sefer.

Damla: Evet.

Araştırmacı: Niye cetvelle çizmedin?

Damla: Zaten bunlar karşılıklı olduğu için direkt noktalardan bakarak ölçtüm. Kendi çizdiğime göre değil.

Araştırmacı: O yüzen dikdörtgen diyorsun.

Damla: Evet.



Rana dörtgeni belirlerken dikdörtgen ve paralelkenar arasında kalmış ve son karar olarak paralelkenara benzetmiştir. Daha sonra diğer sorularda olduğu gibi köşegen özelliklerinden yola çıkmış ancak hatalı çıkarımında bulunmuştur.

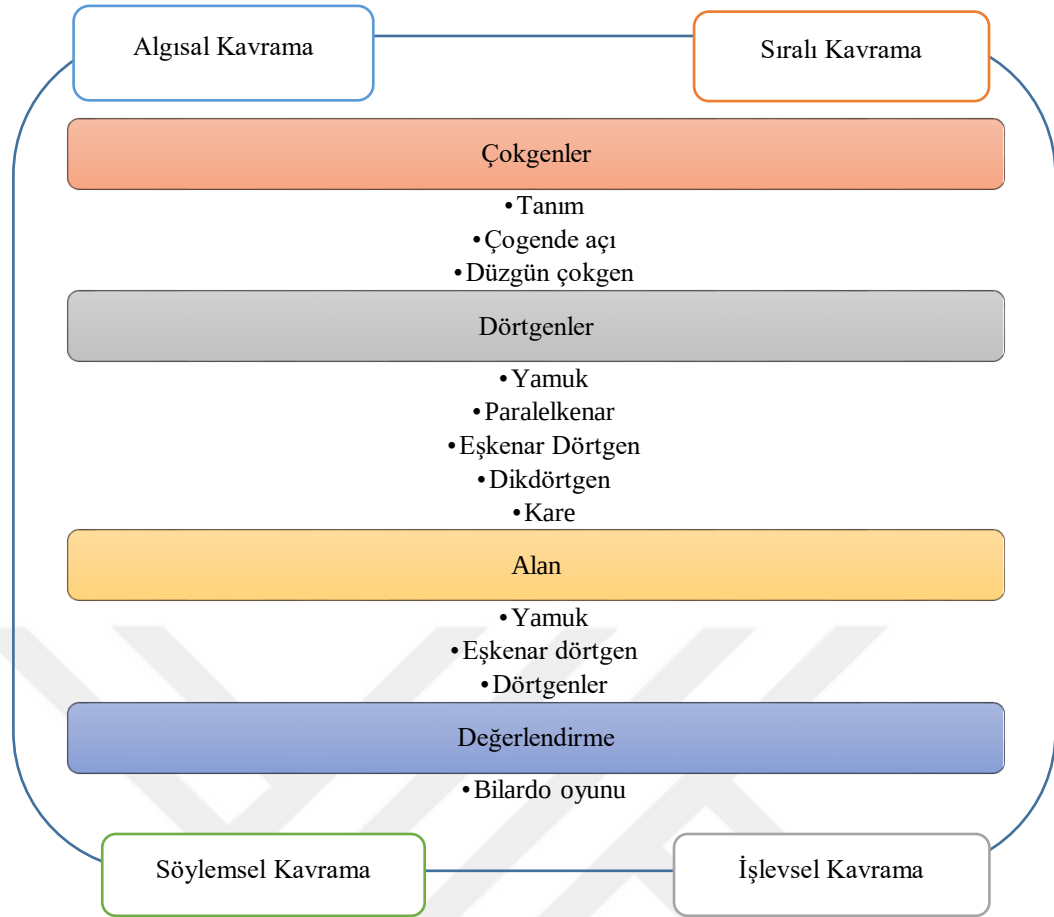
Rana: Neden? Çünkü biz burada demiştik ya hani dikdörtgenle paralelkenar arasında kalmıştım. Dikdörtgeni ikiye böldüğümüz zaman her iki tarafta yani eşit bölmüş oluyoruz. İki tarafta 45 derece oluyor. Ama burada bölünmüş ikiye ve eşit olmuyor. Yani buraya A dersek buraya B dersek buraya da C dersek B C den büyük oluyor. O yüzden paralelkenar.

Zara ve Nil noktaları birleştirdikten sonra oluşan dörtgen için zihinlerinde canlandırdıkları dörtgene benzer bir tahminde bulunurken Zara *“Köşegenler birbirine eş olduğuna göre karşılıklı kenarlar da birbirine eştir.”* şeklinde bir çıkarım yapmış ancak emin olamayarak dörtgeni belirlemek istememiştir.

Öğrencilerin tamamının üçüncü bölüm sorularında zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bu bölüm de öğrencilerin ifadelerinin azaldığı, açıklama yapmakta zorlandıkları ve kararlarını ifade ederken emin olmadıkları saptanmıştır. Öğrencilerin kurmuş oldukları söylemsel mantık hatalı olsa da ilk soruyu sadece iki, ikinci soruyu bir, üçüncü soruyu dört kişi doğru belirlerken son soruyu doğru belirleyen öğrenci olmamıştır.

### 3.2. Öğretimler

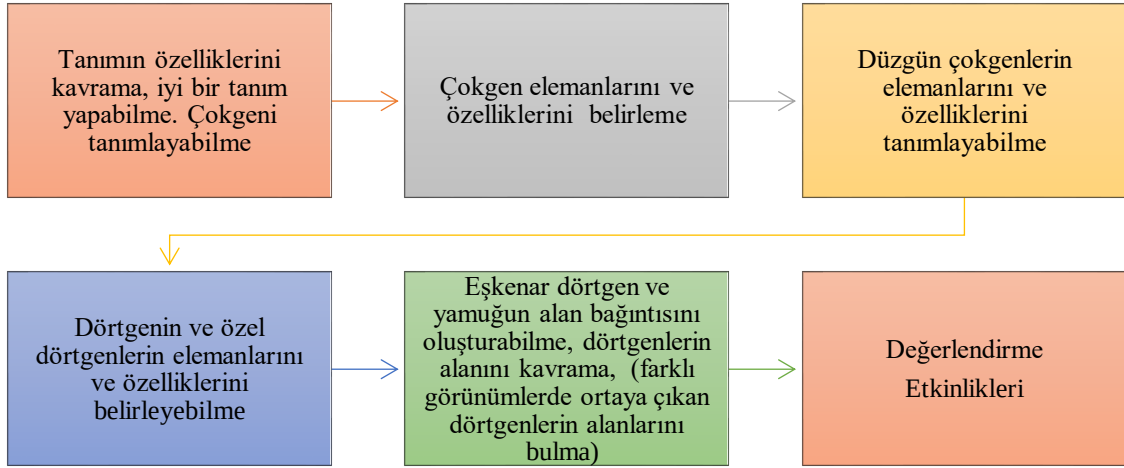
Araştırmanın bu bölümünde öğretim deneyi sürecinde yer alan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir. Öğretim bölümlerinde izlenen sıra Şekil 3.14’ de sunulmuştur.



Şekil 3.14. Öğretim bölümlerinde izlenen sıra

Sınıf içi öğretim dizisi çokgenlerden başlayarak sırası ile dörtgenler, alan öğretimi ve değerlendirme etkinlikleri ile devam etmiştir. Çokgenler çatısı altında “tanım yapma”, “çokgende açı” ve “düzgün çokgen” alt öğrenme alanları; dörtgenler çatısı altında “Yamuk”, “Paralelkenar”, “Eşkenar dörtgen”, “Dikdörtgen” ve “Kare” alt öğrenme alanları; alan çatısı altında “Yamuk”, “Eşkenar dörtgen” ve “Dörtgenler ile oluşturulan alan hesaplamaları” alt öğrenme alanları incelenmiştir. Bu öğretim süreçlerinin tümünü kapsayan “Farklı masalarda bilardo oyunları” adlı etkinlikler ile öğrenci değerlendirmeleri analiz edilmiştir.

Öğretim süreçlerinin adımları ve temel kazanımlar Şekil 3.15’de sunulmuştur.



Şekil 3.15. Öğretim sürecinin adımları

### 3.2.1. Birinci öğretim bölümü

Birinci haftanın ilk iki dersinde yapılan öğretimler, öğretilere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.4’te sunulmuştur. Birinci haftaya ait ilk iki derste tanım özellikleri ve çokgeni tanımlama üzerinde durulmuştur.

Tablo 3.4. Birinci haftaya ait öğretimler: Tanım

| Öğretim hedefi                                         | Etkinlikler     | Sınıf etkinliklerinin odağı                                    | Sınıf tartışmalarının odağı                                 | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri           | Kavrama Türleri                                    |
|--------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Tanımın özelliklerini kavrama, iyi bir tanım yapabilme | İskoç koyunları | Tanımın özelliklerini göz önünde tutarak çokgeni tanımlama     | Ekonomik tanım<br>Genelleme                                 | “En az” gibi matematiksel niceleyicilerin farkına varma |                                                    |
| Çokgeni tanımlayabilme                                 |                 | “En az üç köşesi olan ve doğrusal olmayan kapalı şekillerdir.” | Doğrusal olma<br>Kapalılık<br>Çokgenin bölgeleri<br>Köşegen | Doğrusal olma                                           | <u>Söylemsel</u><br><u>Çokgen</u><br><u>tanımı</u> |

Tanımın özellikleri:

İlk olarak öğrencilere iyi bir tanımın nasıl olması gerektiğini kavratacak bir etkinlik ile başlanmıştır.

*“Bir mühendis, bir fizikçi ve bir matematikçi İskoçya’da trenin penceresinden bakarken siyah bir koyun görürler, mühendis hemen atılır; İskoçya’daki bütün koyunlar siyah der. Fizikçi söze karışır ve İskoçya’daki bazı koyunlar siyah der. Matematikçi ise son noktayı koyar ve İskoçya’da en az bir tarafı siyah olan en az bir tane koyun vardır.”*



Şekil 3.16. İskoç koyunları

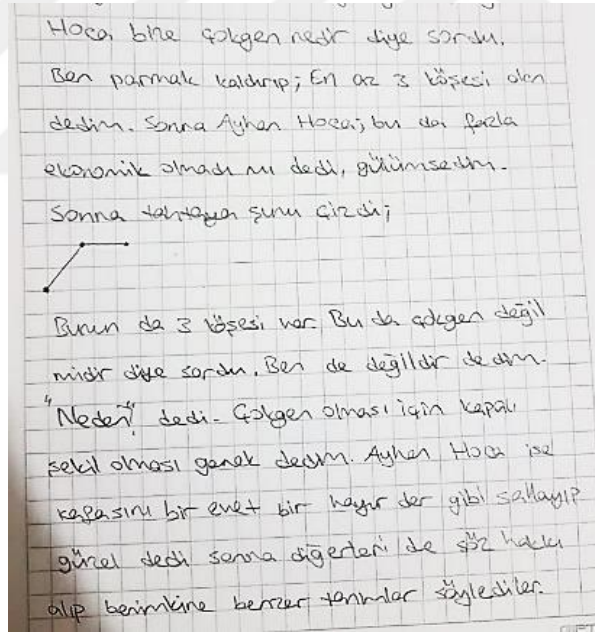
Şekil 3.16’da verilen “İskoç Koyunları” adlı metin öğrencilere sunulmuştur. Bu hikâye bağlamında öğrenciler “tanım” ile ilgili tartışma sürecine yönlendirilmiştir. Öğrencilerin tanım yapma ile ilgili ilk girişimlerinde ekonomiklik ilkesine uymadıkları, bütün özellikleri tanımda kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin; Gül, mühendisin yapmış olduğu tanımın daha ayrıntılı olduğunu söylemiştir. Diğer yandan bazı öğrencilerin verilen hikâye bağlamında yapılacak tanımın aşırı genelleme içermemesi gerektiğinin farkında oldukları ortaya çıkmıştır. Bu farkındalığın paylaşımı ile tüm öğrenciler uygun tanımın nasıl olması gerektiği konusunda uzlaşmışlardır. Örneğin; Kerem “Matematikçi gördüklerini söylüyor, diğerleri görmediklerini yorumluyor.” cümlesi ile mühendisin ve fizikçinin yapmış oldukları tanımların hatalı genellemeler içerdiğini söylemiştir.

Öğrenciler için uygun tanımın nasıl olması gerektiğinin kavranmasını sağlayan nokta aşırı genelleme içeren önermelerin sınıf tartışmasında diğer öğrenciler tarafından çürütülmesidir. Öğrenciler “İskoçya’nın nüfusu, koyunlarının çeşitliliği” gibi verilerin verilen hikâyede gerekli olmadığını ortaya çıkarmışlar ve var olan bilgilerle ekonomik bir tanımın yapılması gerektiği konusunda anlaşmışlardır. Öğrenciler yapılacak bir tanımda

zihinlerde oluşacak kavramların aynı olması gerektiği konusunda aynı düşünceye sahip olmuşlardır. Ardından öğrenciler çokgen tanımını yapmaları için motive edilmişlerdir. Öğrenciler tartışma yoluyla çokgen tanımını ortaya koymuşlardır.

#### Çokgen tanımı:

Tanım özelliklerinin kavranmasından sonra öğrencilerden çokgen tanımının nasıl yapılabileceği üzerinde düşünceleri istenmiştir. Tanım oluşturma tartışmaları esnasında öğrencilerin noktaların doğrusal olmasının ne anlama geldiğini unuttukları ya da eksik bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Bununla birlikte öğrenciler oluşturulabilecek en az köşeli çokgenin üçgen olduğunu söylemişlerdir. Ancak bazı öğrenciler üç köşeli bir çokgen oluşturmada kapalılık özelliğini ihmal etmişlerdir. Odak öğrencilerden olan Yaz kapalılık özelliğinin farkında olmasına karşın kendi oluşturduğu tanımda bu özelliğe yer vermemiştir. Yaz, deneyimini Görsel 3.48’de görüldüğü gibi matematik günlüğüne aktarmıştır.



**Görsel 3.48.** Yaz'ın çokgen yorumu

Çokgen tanımının sınıf içi tartışmaları ile birlikte “En az 3 kenarı olan kapalı geometrik şekil” şeklinde oluşturulmasının ardından çokgenin özelliklerini belirlemeye geçilmiştir. Öğrenciler ilk olarak köşe ve kenar özellikleri ile bunlar arasındaki ilişkiyi belirlemeye çalışmışlardır. Böylelikle bir çokgende kenar sayısı ile köşe sayısının eşit olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu ilişkiden yola çıkarak çokgenin kapalılık özelliğini keşfetmişlerdir.

Sınıf içi tartışmaları ile birlikte öğrencilerin ikinci olarak belirlemek istedikleri çokgen özelliği çokgenlere ait bölgeler olmuştur. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun çokgenlere ait bölgeleri kolayca tespit ve ifade edebildikleri görülmüştür. Çokgende iç bölge, dış bölge ve çokgenin kendisi olmak üzere üç bölge olduğu konusunda öğrenciler ortak bir görüşe varmıştır. Araştırmacının çokgenlerde kenar ve köşe dışındaki diğer elemanları ve çokgen özelliklerini düşünmelerini istemesi üzerine öğrenciler bu defa köşegen tanımına yönelmişlerdir. Köşegen ile ilgili öğrenci tartışmalarının bir bölümü aşağıdaki alıntıda sunulmuştur.

Gül: Mesela kareyi düşünürsek üstteki köşe ile alttaki köşeyi birleştirirsek olmaz. Tam böyle çapraz birleştirirsek olur. (Elleri ile gösterim yapmıştır)

Ayşen: Art arda gelen değil de karşı karşıya gelen köşeler yani sadece köşelerin art arda gelmemesi gerekir.

Asu: Aynı kenar üzerinde olmayan köşeler

Damla: Art arda olmayan köşeler ve şeklin içinden geçen olması gerekir.

Damla'nın yapmış olduğu köşegen tanımına bakıldığında dışbükey bir çokgende köşegen özelliklerinin farkında olduğu görülmektedir. Çokgen tanımını kavrayan öğrencilerin sınıf içi tartışmalarla birlikte çokgen özelliklerini adım adım ortaya koyabildikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin bir sonraki çokgen özelliği olarak gördükleri çokgende açı ise ikinci öğretim bölümünde sunulmuştur.

### 3.2.2. İkinci öğretim bölümü

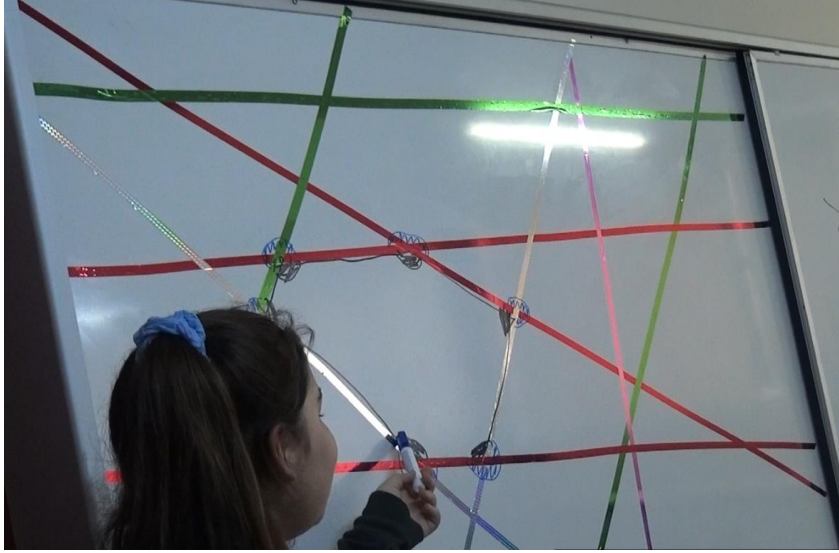
Birinci haftanın üçüncü ve dördüncü dersinde yapılan öğretimler, öğretilere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.5'te sunulmuştur. Bu derslerde çokgenlerde açı, açı çeşitleri ve açı ölçüleri üzerinde durulmuştur.

**Tablo 3.5.** Birinci haftaya ait öğretimler: Çokgende açı

| Öğretim hedefi                                   | Etkinlikler                          | Sınıf etkinliklerinin odağı                                             | Sınıf tartışmalarının odağı                          | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Çokgende açıyı gösterme, okuma, Açı ölçüsü bulma | Renkli bantlar arasında kalan açılar | Açı tanımından yararlanarak belirlenen bir çokgende açılarını belirleme | Açı tanımı<br>Açı ve açı ölçüsü<br>İç açı ve dış açı | Çokgende bölge<br>Doğru açı<br>Tam açı        | <u>Algısal Kavrama</u><br>“İç açı içinde kalıyorsa dış açı da dışarıda kalan tüm açıdır.”<br><u>Söylemsel Kavrama</u><br>“Köşegen çıkartmadığımız yer çokgenin iç açısı olamaz.” |

Çokgenin temel elemanlarından biri olan açı ile ilgili özelliklerin ortaya koyulması amacıyla düzenlenen ikinci öğretim bölümünde öğrencilerden gelen açı ile ilgili tanımlar sınıf içerisinde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin genel olarak yapmış oldukları açı tanımında “İki ışın arasında kalan bölgeyi” vurguladıkları belirlenmiştir. Araştırmacının “Sizi burada rahatsız eden bir şey var mı?” sorusu üzerine Baran “bölge” kelimesinin kendisini rahatsız ettiğini ve “Bölge denince aklıma alan geliyor” şeklinde yanıtlamıştır. Öğrencilerin açı ile açı ölçüsü arasındaki farkı bildikleri görülmüştür. Çokgen oluşturmadaki temel elemanlarını kullanabilme ve çokgende açılarını gösterebilme amacıyla “Renkli bantlar” etkinliğine geçilmiştir.

Tahtaya rastgele bir biçimde farklı renkte bantlar yapıştırılmıştır. Didem tahtaya çıkmış ve üç farklı rengi kullanarak altıgen şeklinde bir çokgen belirlemiştir. (Kırmızı-Kırmızı-Yeşil-Gri-Kırmızı-Gri). Didem çokgenin iç açılarını siyah renkte, dış açılarını ise mavi renkte göstermiş olup öğrencinin tahtaya çizdiği örnek Görsel 3.49’da sunulmuştur.



**Görsel 3.49.** Didem'in göstermiş olduğu iç açı ve dış açılar

Didem'in belirlemiş olduğu iç ve dış açıları sınıfın çoğunluğu onaylamıştır. Didem çokgende belirlediği iç açıları tam açıya tamamlayan açıları göstererek bu açıları dış açılar olarak belirtmiştir. Odak öğrencilerinden Zara iç ve dış açılarının ölçüleri toplamının doğru açı ölçüsünden fazla olduğunu savunarak Didem'in gösterimini hatalı bulmuştur. Odak öğrencilerinden Asu ise kırmızı bant ile gri bant arasında kalan açının çokgenin iç bölgesinde olduğu için iç açı olduğunu söylemiştir. Asu, kırmızı bantın doğrusallığı bozulmadan devam ettiğini ve bu yüzden çokgenin iç bölgesinde bir açı, çokgenin dış bölgesinde de bir açı olacağını ifade etmiştir. Dolayısıyla bu iki açının bir doğru açı oluşturacağını belirtmiştir.



**Görsel 3.50.** Asu'nun göstermiş olduğu çokgende iç ve dış açı



Araştırmacı, Asu'nun çokgenin iç bölgesindeki doğru açı tanımından yararlanarak, Didem'in oluşturmuş olduğu çokgene ait iç açıları sınıf içerisinde tartışma ortamına sunmuştur. Öğrencilerin altı köşeye ait altı iç açı belirlemelerinin ardından araştırmacı Görsel 3.51'de görüldüğü gibi gri bantlı kenar üzerinde bir doğru açı oluşturarak bu açının çokgenin iç açı olma durumunu sınıfa sorgulatmıştır.



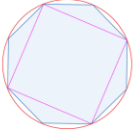
**Görsel 3.51.** Araştırmacının iç açı sorusu

Ali bir iç açı ile bir dış açının ölçüleri toplamının bir doğru açı ölçüsünü sağladığını söylemiş ve bu yüzden açının iç açı olamayacağını savunurken odak öğrencilerden Damla ise araştırmacının çizmiş olduğu açıdan köşegen çıkartılamayacağını, yani bir çokgende iç açı olması için köşenin olması gerektiğini ve bu köşenin  $180^0$ 'den küçük bir açı ölçüsüne sahip olması gerektiğini ifade etmiştir. Damla'nın çözümlemesine bakıldığında köşegen özelliğinden yararlanarak çokgende iç açı tanımını yapabildiği görülmektedir. Daha sonra öğrenciler çokgenlerin kenar/köşe sayılarına bağlı olarak iç açı ölçülerinin bulunabileceği örüntü kuralını keşfettikleri tabloyu oluşturmuşlardır.

### 3.2.3. Üçüncü öğretim bölümü

İkinci haftanın ilk iki dersinde yapılan öğretimler, öğretilere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.6'da sunulmuştur. İkinci haftaya ait ilk iki derste düzgün çokgen tanımı ve özellikleri üzerinde durulmuştur.

**Tablo 3.6.** Üçüncü haftaya ait öğretimler: Düzgün çokgen

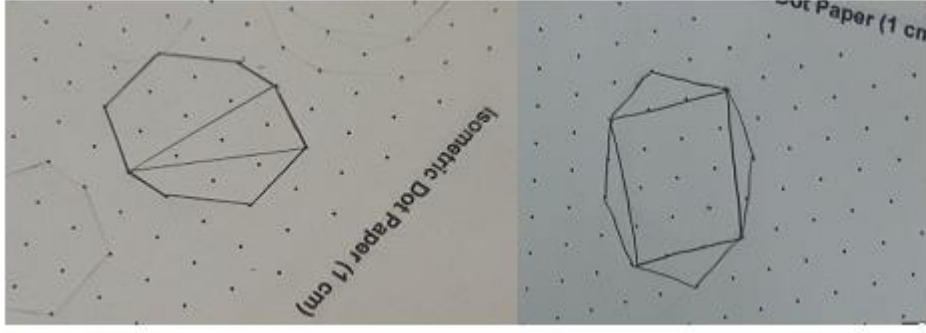
| Öğretim hedefi                                                  | Etkinlikler                                                                                                                      | Sınıf etkinliklerinin odağı                                                                                 | Sınıf tartışmalarının odağı                                                                     | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                       | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Düzgün çokgenlerin elemanlarını ve özelliklerini tanımlayabilme | Bal peteği<br><br>Düzgün sekizgen oluşturma<br> | Bal peteği şekli (düzgün altıgen, kare ya da çember)<br><br>Düzgün çokgen oluşturabilme<br><br>Çember çizme | Düzgün çokgen ve alan ilişkisi<br><br>Çokgende dış açı<br><br>Düzgün çokgen nedir, ne değildir. | Bal petekleri neden düzgün sekizgen değildir?<br><br>Düzgün çokgen olmayan şekiller | <u>Algısal Kavrama</u><br><i>Dikdörtgeni düzgün çokgen olarak düşünme</i><br><br><i>Çember merkezi tahmini olarak belirleme</i><br><br><u>İşlevsel Kavrama</u><br><i>Eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgen ile düzgün on ikigen oluşturma</i><br><br><u>Söylemsel Kavrama</u><br><i>Düzgün çokgenleri kullanarak dış açıları toplamını açıklama</i> |
|                                                                 | Eşkenar üçgenler ile düzgün çokgen oluşturma                                                                                     |                                                                                                             |                                                                                                 |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

Düzgün çokgenleri daha önceki yıllarda öğrenen öğrencilerin bilgilerini tekrar ortaya çıkarmak hedefi ile sınıf içi tartışma ortamı yaratılmıştır. Bu nedenle araştırmacı daha önceki yıllarda da ders kitaplarında yer alan etkinliklerden yola çıkmış ve bal peteklerinin şeklini sorarak derse başlamıştır. Öğrenciler altıgen, düzgün altıgen, kare, dikdörtgen gibi yanıtlar vermiştir. Çember şeklindeki yapılarla petek oluşumunda çemberler arasında boşluklar kalabileceği ve peteklerin daha az bal alabileceği öğrenciler tarafından vurgulanmıştır. Sınıf içi tartışmada kare, dikdörtgen, beşgen ve altıgen şeklinde oluşturulabilecek peteklerden hangisinde daha fazla bal toplanabileceği düşünülmüş, öğrenciler kendi modellerini çizerek araştırmacıya göstermek istemişlerdir. Öğrenciler kenar uzunlukları eşit olan çokgenlerde daha fazla bal üretilbileceğini söylemişlerdir. Odak öğrencilerden Yaz, peteklerin kare de olabileceğini söylemiş ancak

başka bir öğrencinin düzgün altıgenlerin içerisine bal yerleştirmenin daha kolay olabileceğini söylemesi üzerine düzgün altıgenin tanımı araştırmacı tarafından sorulmuştur. Bazı öğrenciler düzgün altıgen tanımı yapabilmıştır. Örneğin; Aslı düzgün altıgeni “*Kenar uzunlukları eşit olan altı kenarlı kapalı şekil*” şeklinde yapmıştır. Bu tanımdan yola çıkarak öğrencilerin düzgün altıgen tanımında açıların eşliğini göz ardı etmelerine karşın bir önceki derste ortaya çıkarmış oldukları tanım özelliklerine uyarak düzgün çokgeni ekonomik ve gerekli bilgiler ışığında tanımlamaya başladıkları görülmüştür. Sınıf ortamında düzgün çokgen çeşitleri tablo halinde düzenlenmiş ve düzgün çokgenlere ait iç açılar ve dış açılar ortaya çıkarılmıştır. Düzgün çokgen çeşitlerinin tartışılması ile birlikte Gül, bal peteklerinin neden düzgün sekizgen olamayacağını merak ettiğini belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı tarafından daha önceden tasarlanmış olan düzgün çokgen çizimi ve dış açılar toplamını bulma adlı etkinliğe geçilmiştir. Bu etkinlik ile düzgün çokgenlerin dış açılar toplamı hakkında öğrencilerin bir çıkarsama ortaya koymaları beklenmiştir. Ayrıca Gül’ün sorusuna da yine bu etkinlik çözüm sağlamıştır.

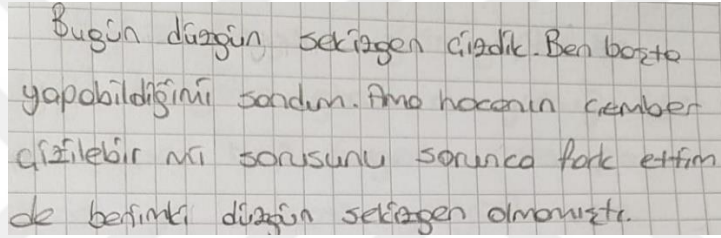
Araştırmacı öğrencilere izometrik kâğıtlar dağıtarak düzgün sekizgen çizimlerini istemiştir. Ayrıca isteyen öğrenciler etkileşimli tahta üzerinde Geogebra programını kullanarak çizim yapmışlardır. Gül’ün sorusu üzerine petek yapmak isteyen öğrenciler düzgün sekizgen çizimlerini birleştirmeye çalışmış ancak sekizgenler arasında boşluklar kaldığını fark ederek düzgün sekizgen kullanmanın petek yapımı için uygun olmayacağını kararlaştırmışlardır.

Etkinliğin ikinci adımında araştırmacı öğrencilerin düzgün çokgene ait temel elemanları ortaya çıkarabilmelerini istemiştir. Bir önceki etkinlikte bulunan düzgün sekizgen modelleri kullanılarak öğrencilerden düzgün çokgenin içerisine köşelerinin çakışması koşulu ile farklı bir düzgün çokgen çizimleri istenmiştir. Bazı öğrencilerin düzgün sekizgen çizimlerinde noktalar arası uzaklığı hatalı düşünmeleri ya da hatalı uzunluk ölçümü nedeniyle sekizgen içinde de hatalı çizim yaptıkları gözlemlenirken bazı öğrencilerin ise dikdörtgen, ikizkenar üçgen gibi düzgün olmayan çokgen çizimleri yaptıkları saptanmış ve Görsel 3.52’de sunulmuştur.



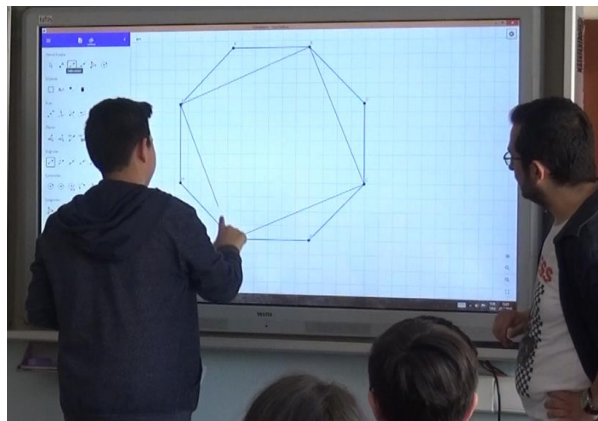
**Görsel 3.52.** Hatalı düzgün çokgen çizimleri

Odak öğrencilerinden Rana ise düzgün sekizgen çizemediğini fark etmiş ve buna günlüğünde Görsel 3.53’deki gibi yer vermiştir.



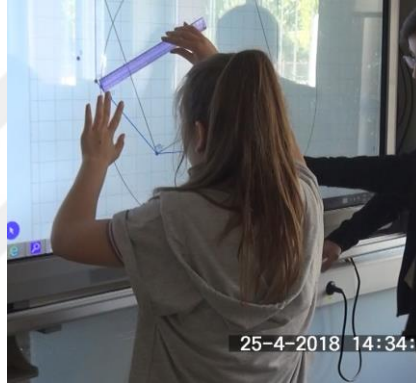
**Görsel 3.53.** Rana’nın hatalı düzgün sekizgen çizimi için yazmış olduğu günlük

Odak öğrencilerinden Onur önce kâğıdına düzgün sekizgeni çizebilmiş ardından düzgün sekizgen içerisinde birer köşe atlanarak çizilebilecek bir çokgende dört köşeli bir düzgün çokgen olacağını savunmuştur. Onur, düzgün sekizgen içerisine çizmiş olduğu kareyi sınıfa da göstermek istemiş ve Geogebra programını kullanarak çizimini yapmıştır.



**Görsel 3.54.** Onur’un düzgün sekizgen içinde kare çizimi

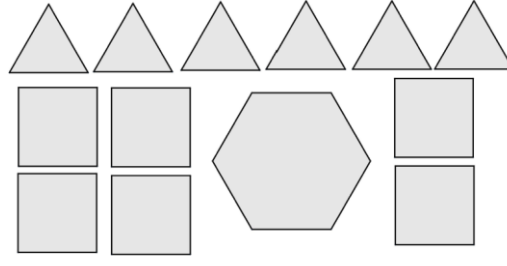
Araştırmacı Onur'un çiziminin ve sınıf tartışmasının sonlanmasından sonra düzgün çokgenin dışına çokgenin köşelerinden geçen bir çember çizmelerini istemiştir. Araştırmacı çember çizilmesi ile daha önce öğrencilerin öğrenmiş oldukları çemberde açılı öğrenme alanı bağlamında düzgün çokgenlerin dış açıları toplamına ulaşılabilmeyi amaçlamıştır. Sınıf içi tartışmalarda bazı öğrencilerin düzgün sekizgenin köşelerinden geçecek bir çemberin çizilemeyeceğini iddia etmesi üzerine Ali şeklin (düzgün sekizgenin) merkezini belirleyemediği için çemberi çizemediğini söylemiştir. Odak öğrencilerinden Yaz ise düzgün çokgenin köşegen uzunluğunu bularak düzgün sekizgen dışına bir çember çizilebileceğini söylemiştir. Ali ve Yaz'ın çemberi çizme deneyimleri Görsel 3.55'de görülmektedir.



**Görsel 3.55.** Ali ve Yaz'ın çember çizme deneyimleri

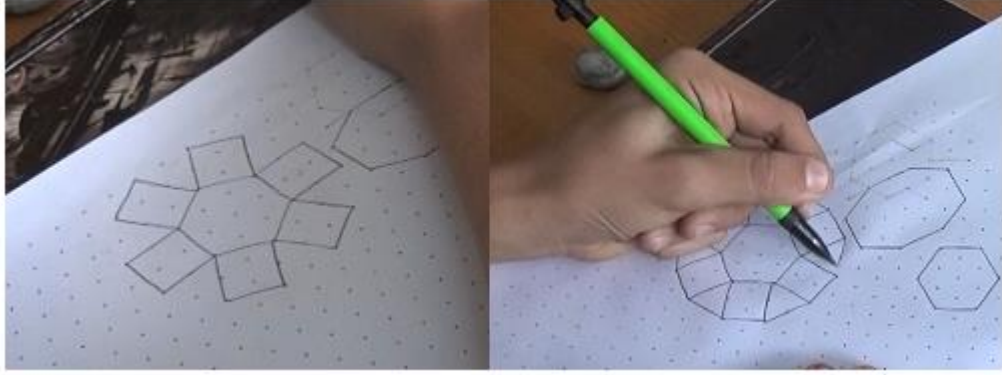
Yaz, sekizgenin köşegen uzunluklarını ölçmüş ancak köşegenlerin kesişim noktalarını bulamamış, Ali ise tahmini bir çember merkezi belirlemiş ancak çember çizimini yapamamıştır. Dersin sonunda öğrencilerin tamamının çember çiziminde kendilerine ait bir yöntem geliştirseler dahi doğru çemberi çizemedikleri tespit edilmiştir. Bu noktada öğrencilerden bazılarının pergel kullanma korkusu ya da pergel kullanmadan çizim yapma isteği de hatalı çizime neden olduğu görülmüştür.

Araştırmacı düzgün çokgenlerin dış açıları toplamı ile ilgili farklı bir etkinlik daha uygulamıştır. Görsel 3.56'da görülen kenar uzunlukları eşit olan altı adet eş eşkenar üçgen, altı adet eş kare ve bir tane düzgün altıgen şekli her öğrenciye dağıtılmıştır.



**Görsel 3.56.** Düzgün çokgen oluşturma etkinliğinde kullanılan düzgün çokgenler

Ayrıca öğrencilere noktalı kâğıtlar da dağıtılmış ve isteyen öğrencilerin bu kâğıtları da kullanabilecekleri, istedikleri şekilde çizim yapıp, kesip katlama yapabilecekleri belirtilmiştir. Aykut, noktalı kâğıt üzerinde çalışma yapmış, Aykut'un çalışma yaprağı Görsel 3.57'de verilmiştir.



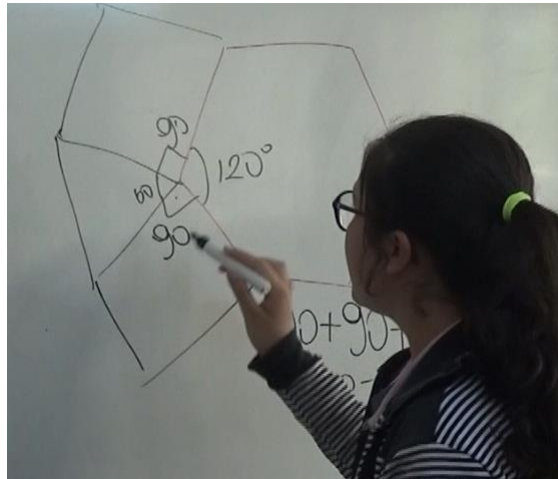
**Görsel 3.57.** Aykut'un düzgün çokgen oluşturma etkinliğine ait çalışma yaprağı

Aykut çizmiş olduğu düzgün altıgenin çevresine altı adet kareyi yerleştirmiştir. Karelerin aralarında oluşturduğu üçgenler için çizmiş olduğu üçüncü kenarların diğer kenarların uzunluğu ile eşitliğini açıklamakta zorlanmıştır. Bunun üzerine Gül kendisinin elinde bulunan düzgün çokgenleri kullanarak yeni bir düzgün çokgen oluşturabildiğini açıklamıştır. Gül altı eş kareye karşılık altı adet eş üçgenin gelmesi gerektiğini söylemiş ve düzgün onikigen oluşturduğunu ifade etmiştir. Gül'ün oluşturmuş olduğu düzgün çokgen modeli Görsel 3.58'de verilmiştir.



**Görsel 3.58.** Gül'ün düzgün çokgen oluşturma etkinliğine ait çalışma yaprağı

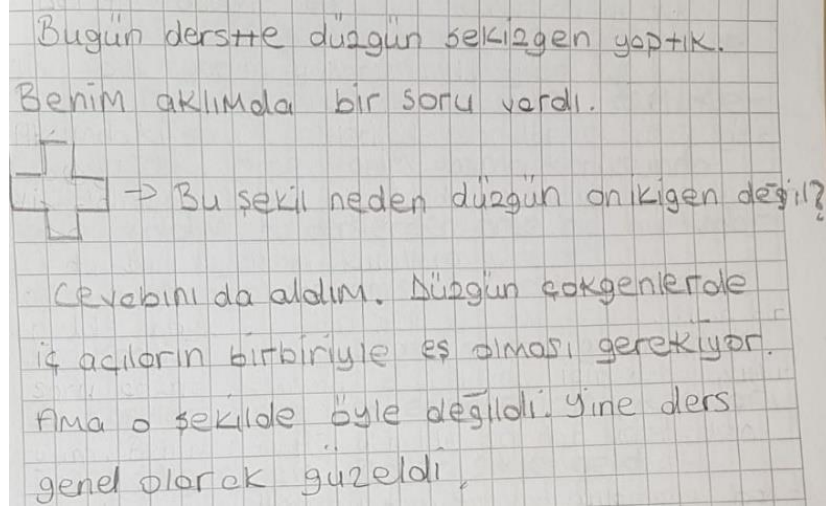
Odak öğrencilerden Rana ise düzgün altıgenin bir iç açı ölçüsünü bulmuş ve karenin iç açı ölçüleri ile toplayarak düzgün altıgenler ile karelerin birer iç açı ölçüleri toplamının  $300^0$  olacağını söylemiştir. Rana  $300^0$ 'lik açının devam ettirildiğinde çemberin iç açılar ölçüleri toplamı olacağını söylemiş ve  $360^0$ 'den  $300^0$ 'yi çıkararak kareler arasında kalan üçgensel bölgenin bir iç açı ölçüsünü bulmuştur. Rana, ortaya çıkan üçgende eş karelerin birer kenarlarını aldığı için  $60^0$ 'nin dışındaki diğer iki açı ölçüsünün eşit olacağını savunmuştur. Rana'nın çözümü Görsel 3.59'da verilmiştir.



**Görsel 3.59.** Rana'nın dış açı ölçüleri toplamından yararlanması

Odak öğrencilerinden Burcu, düzgün çokgen ile ilgili yapılan etkinlikleri anlamakla birlikte farklı şekillerin düzgün çokgen olma ya da olmamalarını incelemek istemiştir. Bu nedenle sınıf ortamında araştırmacıya kendi oluşturmuş olduğu bir şekil sunmuş ve şeklin düzgün çokgen olma durumunu sınıftaki arkadaşları ile tartışmak istediğini belirtmiştir. Burcu o gün derste öğrendiklerini ve yorumlarını günlüğünde kayıt altına almıştır.





**Görsel 3.60.** Burcu'nun düzgün çokgen oluşturma etkinliğine ait günlük

Düzgün çokgenlerin özelliklerine bağlı olarak düzgün çokgenlerin bir iç açı ölçüsü, bir köşesinden çizilebilecek en fazla köşegen sayısı, bu köşegenler ile ayrılabilen üçgen sayısı ve iç açı ölçüleri toplamını gösteren bir tablo oluşturularak ders sonlandırılmıştır.

#### **3.2.4. Dördüncü öğretim bölümü**

İkinci haftanın son iki dersinde yapılan öğretimler, öğretilere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.7'de sunulmuştur. İkinci haftaya ait son iki derste dörtgen ve yamuğun tanımı ile yamuğun elemanları ve özellikleri üzerinde durulmuştur.



**Tablo 3.7.** İkinci haftaya ait öğretimler: Dörtgen ve yamuk

| Öğretim hedefi                                              | Etkinlikler                                               | Sınıf etkinliklerinin odağı                                         | Sınıf tartışmalarının odağı                                                                        | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                                                                                                    | Kavrama Türleri                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dörtgenin elemanlarını ve özelliklerini belirleyebilme      |                                                           |                                                                     | “En az” niceleyicisinin anlamı<br><br>Genelden özele (Dörtgen özelliklerinde ayrıntıların artması) | Dörtgen için yapılan ekonomik tanım<br><br>“Ayrıntı”nın anlamı                                                                                                   | <u>Algısal Kavrama</u><br><i>Eşkenar dörtgenin baklava dilimi olarak betimlenmesi</i>                             |
| Yamuğa ait temel elemanları ve özelliklerini belirleyebilme | Yamuk ve yamuk çeşitlerini oluşturma<br><br>Yarım altıgen | Dörtgen içinde bir kenara paralel doğru çizme ve dörtgeni tanımlama |                                                                                                    | Yamuk oluşturma etkinliğinde öğrencilerin çizmiş olduğu özel dörtgenler<br><br>Yamuk çeşitleri ve kenar bağlantıları (Nil’in çizmiş olduğu çeşitkenar dik yamuk) | <u>Sıralı Kavrama</u><br><u>Özel</u><br><i>dörtgenlerden yola çıkarak yamuk oluşturma (Nil ve Asu’nun çözümü)</i> |

Derse çokgenin tanımı ve çokgen özellikleri tekrar edilerek başlanmış, çokgen çeşitleri incelenmiştir. Öğrenciler çokgen çeşitlerine üçgen ile başlamanın doğru olacağını söylemişler ve dörtgen, beşgen, altıgen şeklinde kenar sayılarına dikkat ederek çokgenleri sıralamışlardır. Bunun üzerine araştırmacı dörtgen tanımını yapmak istemiştir. Nuri, dörtgen tanımını yaparken tanımın ekonomik olma özelliğine dikkat etmek istemiş ancak dörtgene ait gerek ve yeter özellikleri sayarken fazla özellik vermekten kaçamamıştır. Öğrencilerden bazıları bu durumu fark ederek dörtgen tanımını düzeltme gereği duymuşlardır. Ayrıca öğrenciler arasındaki konuşmalara bakıldığında “en az” niceleyicisinin anlaşıldığı görülmektedir.

Nuri: En az dört kenarı ve köşesi olan kapalı şekil.  
Asu: En az’ a gerek yok. Zaten dört kenarı var.  
Gaye: Köşeye de gerek yok.  
Araştırmacı: İkisinde birini (köşe, kenar) demesi yeterli değil mi?

Dörtgen tanımından sonra dörtgen çeşitlerine geçilmiş, öğrenciler özel dörtgenleri sıralarken eşkenar dörtgeni baklava dilimi olarak belirtmişlerdir. Ali, dörtgenin adını hatırlayamadığını ancak şekli bildiğini söylemiş ve eşkenar dörtgeni dört parmağını

kullanarak bir baklava dilimine benzetmiştir. Öğrencilerin tamamı Ali’yi desteklemiştir. Algısal olarak baklava dilimini hatırladıkları ve eşkenar dörtgene ait bir prototip oluşturdıkları gözlemlenmiştir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin ilkokul öğrenimlerinde kullandıkları analogi yöntemi gösterilebilir. Çünkü ilkokul öğretmenlerinin farklı öğretmenler olmasına rağmen her öğrenci eşkenar dörtgeni baklava dilimi olarak öğrendiğini ifade etmiştir.

Araştırmacı dörtgen çeşitlerinin tartışılmasını istemiş ve dörtgenlerin sınıflanması istenildiğinde “*Genelden özele mi yoksa özelden genele mi sınıflama yapalım?*” sorusunu sınıfa yöneltmiştir. Öğrenciler daha önceki öğretimlerde çokgenler alt öğrenme alanı altında genelden özele doğru bir öğretimin kavrayıcı olduğunu söyleyerek aynı şekilde bir öğretimin de daha kalıcı olacağını açıklamışlardır. Bunun üzerine özel dörtgenler (yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare) için genelden özele doğru yapılacak bir sıralamada hangi dörtgenin daha genel hangi dörtgenin ise daha özel olduğu tartışılmıştır. Bu tartışma sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun “genel” kelimesi ile dörtgene ait daha fazla özelliğin, “özel” kelimesi ile daha az özelliğin olması gerektiğini düşündükleri ortaya çıkmıştır.

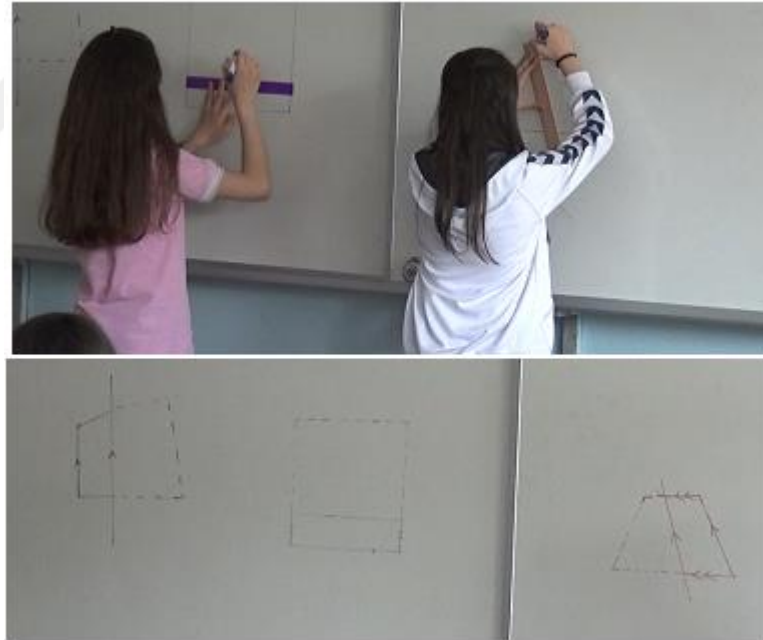
|              |                                                                                                                                         |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rana:        | Kare daha genel. Dört kenarı var, dört köşesi var. Parçaladığımızda iki tane eş üçgen çıkar.                                            |
| Araştırmacı: | Yamuğun hangi özellikleri var.                                                                                                          |
| Rana:        | Dört kenarı var. (Sınıf içi gülüşmeler)                                                                                                 |
| Zara:        | Eşit olmayan kenarlar.                                                                                                                  |
| Rana:        | Şöyle hatırlıyorum üstte kalan boşluk ile altta kalan boşluk birbirine paralel ( boşluğu elleri ile göstererek kenar demek istemiştir.) |
| Damla:       | Paralel kenarlar farklı yönlere de bakabilir.                                                                                           |
| Araştırmacı: | Kare o zaman daha az ayrıntıya sahip, yamuk daha çok ayrıntıya.                                                                         |
| Sınıf:       | Evet.                                                                                                                                   |
| Nil:         | Bence kare günlük hayatta daha çok kullanıldığı için daha genel geliyor bize.                                                           |
| Asu:         | İlkokuldan beri gördüğümüz şekiller kare dikdörtgen gibi şekiller olduğu için bize daha ayrıntılı geliyor.                              |

Yukarıda verilen tartışma incelendiğinde öğrencilerin günlük yaşamda daha çok kullandığı nesneleri temsil eden çokgenleri daha “genel” olarak gördükleri tespit edilmiştir. Ayrıca daha önceki öğretimlerin ve sınıflamaların da öğrencilerin “genelden özele” doğru dörtgen sıralamalarını etkiledikleri gözlemlenmiştir. Ancak öğrenciler “genel” kelimesi ile daha fazla özelliği “özel” kelimesi ile daha az özelliği eşleştirmişlerdir. Çokgenler alt öğrenme alanında genelden özele doğru bir yol izlendiğini söyleyen öğrencilerin düşünceleri arasında kutuplaşma olmuş ve daha genel ifadenin daha az özellik belirtmesi gerektiği ortak düşüncesine varılmıştır. Öğrenci

tartışmalarına bakıldığında yamuğun karşılıklı iki kenarının paralel olması gerektiğine karar verdikleri anlaşılmaktadır.

#### Yamuk:

Araştırmacı derse öğrencilerden rastgele bir dörtgen çizmelerini isteyerek başlamıştır. Daha sonra çizmiş oldukları dörtgenin bir kenarına paralel olacak şekilde dörtgenin içinden geçen bir doğru çizmelerini beklemiştir. Öğrenciler, kendi oluşturdukları paralel doğrular arasında kalan dörtgeni kare, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuğa benzetmişlerdir. Nil ve Asu sıralı kavramaya uygun biçimde özel bir dörtgen belirleyerek çizmiş oldukları paralel doğrular sayesinde yeni bir özel dörtgen elde etmişlerdir. Nil kareden yeni bir dikdörtgen elde ederken, Asu ise ikizkenar yamuktan bir paralelkenar oluşturmuştur. Asu kendi oluşturmuş olduğu şeklin bir benzerini elde ettiğini, Nil'in oluşturmuş olduğu yeni dörtgende ise açılarının aynı kaldığını ifade etmiştir. Araştırmacı, Nil ve Asu'nun çizimleri Görsel 3.61'de sunulmuştur.



**Görsel 3.61.** Nil ve Asu'nun yeni bir dörtgen oluşturması

Araştırmacı öğrenci tartışmalarından yola çıkarak Görsel 3.61'de şekillerdeki paralel doğrulara odaklanmaları için sınıfa fırsat sunmuştur. Öğrenciler araştırmacının oluşturmuş olduğu dörtgende bir çift paralelkenar olduğunu, Asu ve Nil'in oluşturmuş olduğu dörtgenlerde ise iki çift paralel kenar olduğunu belirlemişlerdir. Bunun üzerine

araştırmacı Görsel 3.61'deki dörtgenlerden hangisinin ya da hangilerinin yamuk olabileceği üzerine bir sınıf içi tartışma ortamı yaratmıştır.

Ali: Hocam bence Asu ve sizin çizdiğiniz yamuktur.  
Araştırmacı: Neden?  
Ali: Çünkü Nil'in dörtgeninde iç açılar eşittir. Hem de sağ ve sol kenarlar da paralel.  
Araştırmacı: Diğerleri de öyle.  
Ali: Hmm ben ilk şekillere göre karar vermeye çalıştım.  
Rana: Bence sadece sizin çizmiş olduğunuz yamuk. Çünkü Nil'in dörtgeninde uzun kenarlar paralel, kısa kenarlar paralel.  
Araştırmacı: Diğer iki kenar paralel olmamak zorunda mı?  
Rana: Evet. Çünkü paralel olursa onlar da diğer dörtgenlerle karışır.  
Damla: Sizininki olabilir de diğerlerine bakınca aynı doğrultuda gidiyorlar ve hiçbir yerde kesişmiyorlar. Bu yüzden yamuk değiller.  
Aslı: Sizin çizdiğiniz yamuk ama diğerlerinde uzunluk ve açı ölçülerini de bilmeliyiz, sizinkinde ölçmeye gerek yok mesela.  
Yaz: Öğretmenim sizin çizmiş olduğunuz dörtgende köşegenler eşit uzunlukta değil ama diğerlerinde eşit uzunlukta.

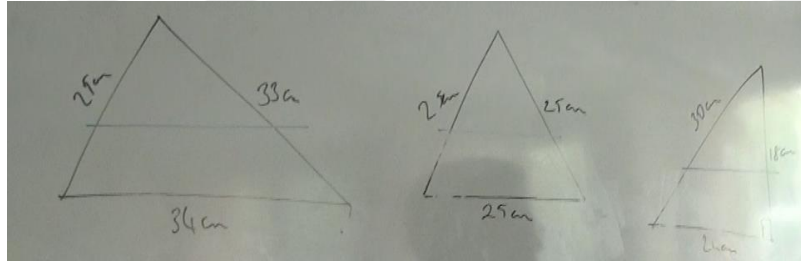
Yukarıda verilen öğrenci tartışmaları incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun Asu ve Nil'in oluşturdukları dörtgenlerin yamuk olmadığına dair ortak düşünceye sahip oldukları söylenebilir. Ancak öğrenci düşüncelerine bakıldığında daha çok algısal bir düşünce ile yaklaşıldığı ve bu nedenle hangi dörtgenin yamuk olamayacağı üzerinde yoğunlaştıkları görülmektedir. Örneğin Damla karşılıklı kenarların paralel olma durumunun sadece bir çift kenarda geçerli olabileceğini aksi takdirde bu dörtgenin farklı dörtgenler olabileceğini düşünmüştür. Yaz ise köşegen uzunluklarından yola çıkarak ikizkenar yamuk ve dikdörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olma durumunun çeşitkenar bir yamukta sağlanamayacağını ifade etmiştir. Öğrenciler Asu'nun çizmiş olduğu ikizkenar yamuktan elde ettiği paralelkenarı yamuktan elde edilebilecek farklı bir dörtgen olarak görmüşlerdir. Rana ise Nil ve Asu'nun çizimlerinde oluşan dörtgenlerin yamuk olması durumunda yamuğun diğer dörtgenleri de kapsayabileceğini düşünmüş ve yamuğun diğer dörtgenlerle ilişkisi olabileceğini düşünmüştür. Daha sonra yeni bir düşünce ortaya koymak isteyen Rana dörtgenin iç açılarından yola çıkılabileceğini söylemiştir. Rana araştırmacının oluşturmuş olduğu dörtgende paralel doğrular arasında kalan açılarının bütünler açısı olduğunu ve dikdörtgen ile paralelkenarda da bu durumun sağlandığını söylemiştir. Rana bu durumun tesadüfi olmadığını düşünmüş ve sınıf içi tartışmadaki düşüncelerini destekleyerek yamuğun diğer dörtgenlerle ilişkisinin olabileceğini açıklamıştır. Bu noktada araştırmacı yamuk için iki tanımlama yapmıştır.

*Tanım 1: Karşılıklı iki kenarı birbirine paralel olan dörtgene yamuk denir.*

*Tanım 2: Karşılıklı en az iki kenarı birbirine paralel olan dörtgene yamuk denir.*

Araştırmacı bu iki tanımın hangisinin kullanılmasının daha uygun olacağını sormuş, Damla ikinci tanımın daha doğru olabileceğini ve bu durumda da bütün dörtgenlerin yamuğun içinde olduğunu söylemiştir. Bunun üzerine Asu, yamuğun tüm özel dörtgenleri kapsayacağını ifade etmiştir.

Araştırmacı, yamuk tanımının oluşturulmasından sonra yamuk çeşitlerini gösterebilmek amacıyla öğrencilerden çeşitkenar üçgen, eşkenar üçgen ve dik üçgen çizmelerini istemiştir. Daha sonra bu üçgenlerden yamuk elde etmelerini sınıftan beklemiştir. Öğrenciler birinci etkinlikte olduğu gibi üçgen içerisinde bir kenara paralel bir kenar daha çizmiş ve kalan parçayı silerek üç farklı yamuk elde etmişlerdir. Araştırmacının farklı üçgenleri vermesinin nedenini fark eden öğrencilerden Nermin eşkenar üçgenden elde edilen yamuğu ikizkenar yamuk olarak adlandırmıştır. Öğrenciler dik üçgenden elde edilen yamuğu dik yamuk olarak adlandırırken, Nil çeşitkenar üçgenden oluşturulabilecek yamuğun bir dik yamuk olabileceğini söylemiş ve kendisinin oluşturmuş olduğu çeşitkenar dik üçgenden bu tür bir yamuk elde ettiğini göstermiştir. Sınıf içi tartışmalarında ortaya konulan üç farklı üçgen çeşidi için oluşturulan yamuk çeşitlerine ait bir örnek Görsel 3.62’de sunulmuştur.



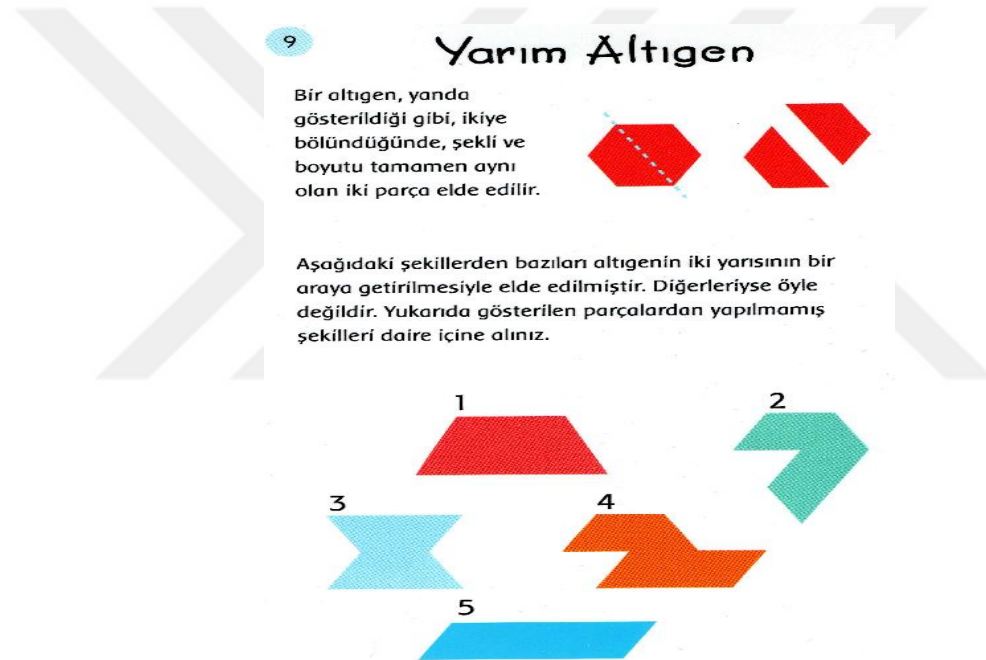
**Görsel 3.62.** Farklı üçgen çeşitleri ile yamuk çeşitlerini oluşturma

Yamuk tanımı ve yamuk çeşitlerinin kavranmasından sonra araştırmacı yamuğa ait özelliklerin ortaya çıkarılmasını istemiştir. Öğrenciler yamuğa ait özellikleri sırasıyla, paralel kenarlar, açı özellikleri, kenar özellikleri ve köşegen özelliklerine dayalı olarak ifade etmişlerdir. Öğretimlerde bütünlüğün sağlanması amacıyla diğer dörtgen çeşitlerinde de dörtgen özelliklerini ortaya çıkarmak için bu sıralama üzerinden gidilmesi yönünde ortak karar alınmıştır.

Yamuk çeşitleri incelendikten sonra yamuğa ait özellikler de incelenmek istenmiş ve ikizkenar yamuk ile dik yamuğa özgü özellikler ortaya çıkarılmıştır. İkizkenar yamuk için Ali “Akıma bir şey geldi ama olur mu bilmiyorum. Köşegen uzunlukları eşittir”

açıklamasını yapmış ardından öğrenciler yamuk içerisinde birbirinin bütünleri olmayan açı ölçülerinin eşit olduklarını keşfetmişlerdir. Nuri “*Yamukta karşılıklı açılar birbirini 180°’ye tamamlayabilir mi?*” sorusunu sormuş, Rana ise karede bu durumun sağlanabileceğini söylemiştir. Bu durumda yamuğun diğer özel dörtgenleri kapsadığı düşüncesinin de kavrandığı saptanmıştır.

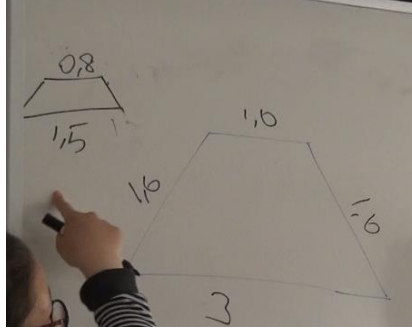
Duval (1994) işlevsel kavramanın deneysel keşfetmede önemli bir rol aldığını, verilen bir şekilden farklı şekillerin elde edilmesi ya da farklı şekillere dönüştürülebilmesi ile geometrik bir problemde şekillerin kavratılmasının uygun olabileceğini söylemiştir. Bu noktadan hareketle algısal düşünme ile arasında yakın bir bağ olan işlevsel düşünmeyi destekleyici “Yarım altıgen” etkinliği Görsel 3.63’de sunulmuştur.



Görsel 3.63. Yarım altıgen etkinliği

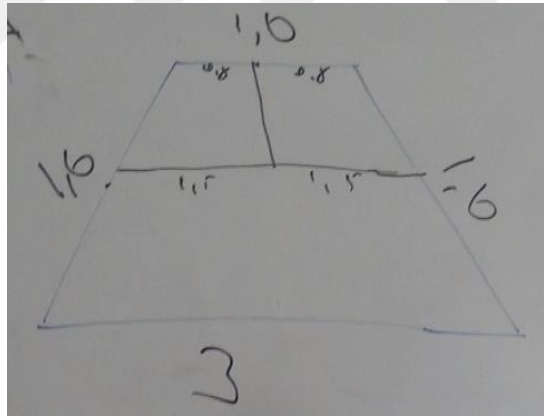
Öğrencilerin her birine düzgün altıgen verilmiş ve bu altıgenden elde edilebilecek iki adet eş ikizkenar yamuk ile Görsel 3.63’de görülen 5 şekilden hangisi ya da hangilerinin oluşturulabileceği sorulmuştur. Bazı öğrenciler bireysel çalışmak isterken bazı öğrenciler grup olarak çalışmışlardır. Grup içi çalışmalarda öğrenci yanıtlarının değiştiği tespit edilmiştir. Yeterli süre verildikten sonra sınıf içi tartışmalara geçilmiştir. Damla birinci şeklin oluşturulabileceğini düşünmüş ve iki eş ikizkenar yamuktan birinin diğerinin arkasında olduğunu ve bu yüzden diğer ikizkenar yamuğun gözükmeyeceğini söylemiştir. Damla’nın düşüncesi incelendiğinde algısal olarak doğru bir yanıt olmakla birlikte verilen şekiller üzerinde bir parçalamaya gitmediği söylenebilir. Rana ise 1.

şekildeki yamuğun kenar uzunlukları ile altıgenden elde edilen ikizkenar yamuklar arasında oransal bir bağ olduğunu göstermek istemiştir. Ancak Rana da parçadan bütüne ya da bütünden parçaya doğru bir yol izlememiş ve her iki yamuğu da kullanmamıştır.



**Görsel 3.64.** Rana'nın yarım altıgen etkinliğine ait çözümü

Asu, Rana'nın çözümünde şekli parçalama yoluna gitmiş ve altıgenden elde edilen iki yamuk ile şeklin ortadan ikiye bölünerek sadece üst kısmının oluşturulabileceğini göstermek istemiştir.



**Görsel 3.65.** Asu'nun yarım altıgen etkinliğine ait çözüm önerisi

Bazı öğrenciler verilen dördüncü şeklin de yapılabileceğini düşünmüştür. Faruk ise dördüncü şeklin parçalandığında bir yamuk ve bir paralelkenar elde edileceğini söylemiştir. Faruk bu etkinlikte altıgenden ayrılan ikizkenar yamukları şekiller üzerinde denemek yerine şekilleri parçalama yoluna gitmiştir. Faruk işlevsel kavramanın uygulama alanlarından biri olan parça/bütün ilişkisini ortaya koyabilmiş ve bu sayede ikinci ve üçüncü şekilleri parçalayarak bu şekillerin verilen ikizkenar yamuklarla oluşabileceğini savunmuştur.

### 3.2.5. Beşinci öğretim bölümü

Üçüncü haftanın ilk iki dersinde yapılan öğretimler, öğretilere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.8’de sunulmuştur. Üçüncü haftaya ait ilk iki derste paralelkenar ve eşkenar dörtgen tanımı ile paralelkenar ve eşkenar dörtgenin elemanları ve özellikleri üzerinde durulmuştur.

**Tablo 3.8.** Üçüncü haftaya ait öğretimler: Paralelkenar ve eşkenar dörtgen

| Öğretim hedefi                                                   | Etkinlikler                                    | Sınıf etkinliklerinin odağı                                                                                                                                               | Sınıf tartışmalarının odağı                                                                                                                    | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri           | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Paralelkenarın temel elemanları ve özellikleri belirleyebilme    | Bir ikizkenar yamuktan paralelkenar elde etme  | İkizkenar yamuğu parçalama ve kesme noktaları<br>“Üstteki parçayı kestim sonra aşağı doğru katladım ama tam eşit kesemedim. Yani yamuldu biraz o yüzden tam eşit olmadı.” | Karşılıklı kenarların paralel olmasının anlamı ve kenar uzunluklarına etkisi<br>Köşegenlerin açıortay olmaması ve köşegenlerin ortalama durumu | İkizkenar yamuğu katlama ve kesim noktalarını belirleme | <u>İşlevsel Kavrama</u><br>“İkizkenar yamuk olduğu için döndürdüğümde üçgeni karşılıklı kenarları paralel olur.”<br>(Konum özelliği)<br><u>Söylemsel Kavrama</u><br>“(Köşegen) iki üçgene ayırıyor ve ikisinin alanı eşit oluyor diye düşündüm. O yüzden yükseklikleri de eşit olacak.” |
| Eşkenar dörtgenin temel elemanları ve özellikleri belirleyebilme | Düzgün beşgenler ile eşkenar dörtgen oluşturma |                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                | Köşegenlerin ortalaması                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

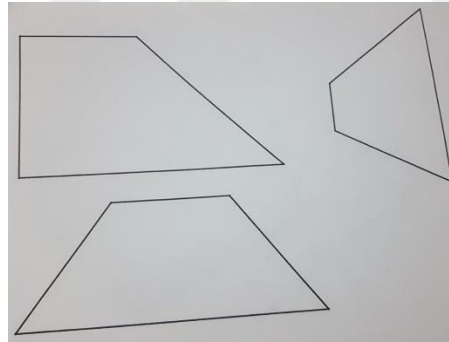
Bir önceki öğretimde kavranan yamuk tanımı tekrar hatırlatılmıştır. Öğrencilerin yamuğun tanımında “en az” kavramına odaklandıkları tespit edilmiş olup “en az” kavramı tekrar sorgulanmıştır. Öğrencilerden gelen yanıtlar üzerine karşılıklı kenarların paralel olma durumunun anlamı sorulmuştur. Öğrenciler bu durumda dörtgenin paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ya da dikdörtgen olabileceğini söylemişlerdir. Bu noktada öğrencilerden paralelkenarın tanımını yapmaları istenmiştir. Yaz, paralelkenarı



“Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen” şeklinde tanımlamıştır. Araştırmacı ise paralelkenarın “Karşılıklı kenarları paralel ve birbirine eşit uzunlukta olan dörtgen” şeklinde tanımlamanın doğru olma durumunu sınıfa sormuştur. Öğrenciler tanımın hatalı olmadığını ancak fazladan bilgi verildiği görüşünde birleşmişlerdir. Asu, araştırmacının tanımını yerine Yaz’ın tanımını tercih edeceğini söylemiştir. Asu’ya göre Yaz’ın tanımı yeterlidir ve eşit uzunlukta kenarların belirtilmesi diğer dörtgenleri de etkileyebilmektedir. Ali, karşılıklı kenarların paralel olmasının karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmasını sağlayacağını düşünmüş ve tüm kenar uzunluklarının eşit olma durumunda farklı bir dörtgen olabileceğini savunmuştur.

|       |                                                                     |
|-------|---------------------------------------------------------------------|
| Ali:  | Paralelkenarın tüm uzunlukları eşit olursa eşkenar dörtgen mi olur? |
| Zara: | Hayır. Çünkü kare de olabilir.                                      |
| Arda: | Kare de eşkenar dörtgen değil midir?                                |

Öğrenci tartışmalarına bakıldığında dörtgenler arası hiyerarşinin oluşmaya başladığı da görülmektedir. Sınıf içi tartışmalardan sonra paralelkenar tanımı oluşturulmuş ve “İkizkenar yamuktan paralelkenar elde etme” etkinliğine geçilmiştir. Her öğrenciye Görsel 3.66’daki çalışma kâğıtları dağıtılmış ve ikizkenar yamuklar çıkarılmıştır (Diğer yamuklar dikdörtgen etkinliklerinde kullanılmıştır).



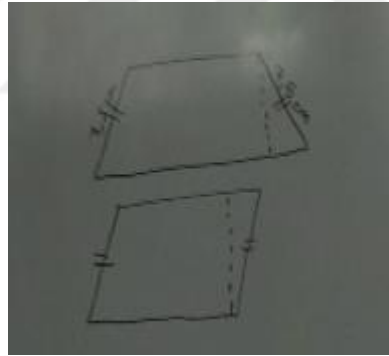
**Görsel 3.66.** Yamuk çeşitleri çalışma kâğıdı

Araştırmacı öğrencilerden ikizkenar yamukları iki parçaya ayırmalarını ve bu iki parçayı birleştirerek bir paralelkenar elde etmelerini istemiştir. Yarım altıgen etkinliğinde olduğu gibi işlevsel kavramanın alanı olan parça/bütün ilişkisinden yararlanılarak öğrencilere paralelkenarın tanımının kavramsallaştırılması amaçlanmıştır. Bazı öğrencilerin rastgele parçalama yaptıkları, bazı öğrencilerin ise verilen ikizkenar yamuğun kenar uzunluklarını, açı ölçülerini ve köşegen uzunluklarını ölçtükten sonra parçalamaya yöneldikleri gözlemlenmiştir.

Baran ikizkenar yamuğun üst taban köşesinden alt tabana doğru bir dikme indirmiş ve bu dikmeden yamuğu keserek bir dik üçgen elde etmiştir. Baran elde ettiği üçgeni  $180^0$  kendi etrafında döndürdüğü zaman bir paralelkenar elde edilebileceğini söylemiştir.

|              |                                                                                                                            |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Nasıl yaptın?                                                                                                              |
| Baran:       | Şuradan bir çizgi çektim. Acaba ters çevirsem bir şey olur mu diye düşündüm.                                               |
| Araştırmacı: | Uzunluklarını ölçtün mü kenarların?                                                                                        |
| Baran:       | Ölçmedim                                                                                                                   |
| Araştırmacı: | Eşit çıkacak mı sence?                                                                                                     |
| Baran:       | Çıkar bence. Çünkü tam dikme indirdim. İkizkenar yamuk olduğu için döndürdüğümde üçgeni karşılıklı kenarları paralel olur. |

Baran'ın işlevsel kavramaya uygun bir çözümleme ortaya koyduğu görülmektedir. Kesmiş olduğu dik üçgeni döndürme yoluna giderek farklı yönlerden bakmak istemiş ve şeklin konumuna odaklanmıştır. Damla da benzer bir çözüm üretmiştir. Damla ikizkenar yamukta karşılıklı bir çift kenarın eşit olduğunu ve bu kenarları birbirine paralel olacak şekilde parçaların birleştirilmesi gerektiğini savunmuştur. Bu yüzden yamukta bir dik üçgen elde edilip döndürülmesi gerektiğini söylemiştir. Damla'nın çözümü Görsel 3.67'de verilmiştir.



**Görsel 3.67.** Damla'nın paralelkenar çizimi

Rana, ikizkenar yamuğun paralel kenarlarına paralel olacak şekilde bir doğru ile ayırmış ve iki parça elde etmiştir. Daha sonra elde ettiği iki parçayı da katlamış ve parçaları birleştirmiştir. Rana bu adımlarda herhangi bir ölçme yapmamış ve algısal bir düşünce ile şeklin paralelkenar olacağını düşünmüştür. Rana birleştirmiş olduğu parçaların kenar uzunluklarının farklı olmasından dolayı parçaların uc uca birleşmesinden sonra bir paralelkenar olmadığını fark etmiştir.

|              |                                                                                                                        |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Nasıl kestin?                                                                                                          |
| Rana:        | Üstteki parçayı kestim sonra aşağı doğru katladım ama tam eşit kesemedim. Yani yamuldu biraz o yüzden tam eşit olmadı. |
| Araştırmacı: | Tam paralelkenar olmadı o zaman.                                                                                       |
| Rana:        | Oldu aslında.                                                                                                          |

Araştırmacı: Ama birleştirince fazlalık oldu.  
Rana: Çünkü ölçüp yapmadım ben. O yüzden olmadı.  
Araştırmacı: Nereden kesmemiz gerekirdi peki?  
Rana: Ortasından.  
Araştırmacı: Neden ortasından?  
Rana: Çünkü kestiğim yerde oluşan iki parçanın eşit olması gerekirdi.

Rana'nın katlama sonucunda birleştirmiş olduğu parçalar Görsel 3.68'de sunulmuştur.



**Görsel 3.68.** Rana'nın paralelkenar oluşumu

Onur da Rana gibi şeklin ortasından kesilmesi gerektiğini düşünmüş ancak Rana'nın aksine katlama yapmanın gerekli olmadığını söylemiş ve ikizkenar yamukta paralel kenarlara eşit uzaklıkta bir noktadan kesim yapılarak elde edilen iki parça birleştirildiğinde paralelkenar olacağını açıklamıştır.

Arda ve Ali birlikte bir çözüm ürettiklerini ve çözümlerinin doğruluğundan emin olmak için çözümlerini sınıf ile paylaşmak istediklerini söylemişlerdir. İkizkenar yamuğun paralel doğrularını dik ortalayacak bir doğru çizilebileceğini ve bu doğrudan kesildiğinde elde edilen parçalardan birinin  $180^0$  döndürüldüğünde yine paralelkenar olabileceğini düşünmüşlerdir. Öğrenciler çözümün doğru olduğunu söylemişler ve ikizkenar yamuğun eşit uzunlukta olan kenarlarının paralel olacağını ayrıca alt ve üst taban uzunluklarının da bu durumda eşit olacağını söylemişlerdir. Bu noktada öğrenciler karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgende karşılıklı kenar uzunluklarının da eşit olması gerektiğine kararını vermişler ve Yaz'ın başlangıçta vermiş olduğu paralelkenar tanımının doğru olduğunu tekrar belirtmişlerdir.

Etkinlik ile birlikte paralelkenar tanımının kavranmasından sonra paralelkenar özelliklerine geçilmiştir. Öğrenciler paralelkenar özelliklerini ortaya çıkarırken yamukta izledikleri sıralamayı izlemişlerdir. Sınıf içi tartışmaların en yoğun olduğu özelliğin köşegen özellikleri olarak saptanmıştır. Ali, paralelkenarın köşegenlerinin açıortay olabileceğini söylemiş ve sınıfın çoğunluğu tarafından bu düşünce onaylanmıştır.

Ali: Köşegenler açıortay olur çünkü köşegen iki eş üçgene ayırıyor. O yüzden de açılar eş olmalıdır.  
Zülal: Çünkü tam tersi oluyor.  
Damla: Ya değilse?  
Araştırmacı: Etkileşimli tahtada bakalım isterseniz.  
Ali: Şimdi eşit değil gibi geldi bana. (Tahtadaki şekle bakmıştır.)

Etkileşimli tahtada prototip olmayan bir paralelkenar çizilmiş ve Ali'nin düşüncesi değişmiştir. Daha sonra köşegenlerin ayırmış olduğu açıların ölçüsüne bakılarak köşegenlerin açıortay olmadığı anlaşılmıştır. Ali daha sonrasında köşegenlerin açıortay olabileceğini ancak bu defa paralelkenar değil eşkenar dörtgen olabileceğini ifade etmiştir. Ardından öğrenciler köşegen uzunluklarının eşit olduğunu söylemişlerdir. Köşegen parçalarının uzunlukları hakkında ise farklı görüşler ortaya çıkmıştır.

Yaz: Köşegen parçaları birbirine eşit değildir, çünkü birbirini bütünleyen açılar eşit olmadığı için.  
Rana: Orta noktasında olması gerekiyor. Eşit olması gerekiyor. (Köşegenler birbirini ortalıyor demek istemiştir.)  
Araştırmacı: Neden?  
Zara: Çünkü iki üçgene ayırıyor ve köşegenler bu iki üçgenden çıkıyor.  
Ali: Hocam Zara'nın da dediği gibi iki üçgene ayırıyor ve ikisinin alanı eşit oluyor diye düşündüm. O yüzden yükseklikleri de eşit olacak.

Ali üçgenlerin alanından yola çıkmış ve paralelkenarda bir köşegenin iki eş üçgene ayırdığını ve bu üçgenlerin de tekrar diğer köşegen ile iki üçgene ayrılmasından sonra oluşan üçgenlerin alanlarının eşit olduğunu söylemiştir. Ali, eşit alanlı bu iki üçgenin yüksekliklerinin aynı olmasından dolayı köşegenlerin ortaladığını savunmuştur. Yaz ise tüm köşegen parçalarının eşit olma durumunun dört eş üçgen elde edilemediğinden dolayı paralelkenarda sağlanamayacağını ifade etmiştir.

#### Eşkenar Dörtgen:

Paralelkenarın kavranması ile ilgili öğretime ve etkinliğe bakıldığında öğrencilerin paralelkenarı en fazla eşkenar dörtgen ile ilişkilendirdikleri açıktır. Bu nedenle paralelkenardan sonraki öğretim basamağında eşkenar dörtgene yer verilmiştir. Araştırmacı 4 adet eş düzgün beşgeni birer köşeleri çakışacak ve beşgenler arasında dörtgensel bir bölge oluşacak şekilde tahtaya yerleştirmiştir.



**Görsel 3.69.** Düzgün beşgenler ile eşkenar dörtgen öğretimi

Araştırmacı düzgün beşgenler arasında kalan bölgenin hangi dörtgen çeşidini temsil ettiğini sorarak etkinliğe başlamıştır. Damla düzgün beşgenlerin eş olmasından dolayı kenar uzunluklarının da eşit olacağını söylemiştir. Ayrıca karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmasından dolayı karşılıklı kenarların da paralel olacağını söyleyerek dörtgeni eşkenar dörtgen olarak belirlemiştir. Nuri eşkenar dörtgen için “Tüm kenar uzunlukları eşit ve açı ölçüleri de birbirine eşit.” tanımı yapmıştır. Rana, Nuri’nin yapmış olduğu tanımda tüm açı ölçülerin eşit olmadığını sadece karşılıklı açı ölçülerinin eşit olması gerektiğini savunmuştur. Arzu “Tüm kenar uzunlukları eşit olan dörtgen” tanımının daha basit bir tanım olacağını ifade etmiştir. Ancak Yaz bu tanımın kare ile karıştırılabileceğini söylemiştir.

|       |                                                             |
|-------|-------------------------------------------------------------|
| Arzu: | Tüm kenar uzunlukları eşit olan dörtgen desek               |
| Yaz:  | Tüm kenar uzunlukları eşit olan dedik ama kare de olmaz mı? |
| Zara: | Kare de tüm açılar eşit ama.                                |

Öğrenciler kare ile eşkenar dörtgen arasında bir bağlantı kurmuş ve eşkenar dörtgenin kareyi de kapsayabileceği hakkında genel bir görüş birliğine varmışlardır. Aynı zamanda karşılıklı kenarların paralel olmasından dolayı eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu kavramışlardır.

Öğrenciler yamuk ve paralelkenar da olduğu gibi dörtgen özelliklerini ortaya çıkarmışlardır. Araştırmacı tahtaya prototip bir eşkenar dörtgenin yerine kenar uzunlukları eşit olan bir prototip bir paralelkenar çizmiştir. Özellikleri çıkarmada öncelikle dörtgen için karşılıklı kenarların paralel olma durumu ile ilgilenmişlerdir. Araştırmacının çizmiş olduğu şekilden dolayı bazı öğrenciler şekli paralelkenara benzetirken bazı öğrenciler eşkenar dörtgen olduğunu söylemişlerdir.

|               |                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------|
| Nermin:       | Bu şekil paralelkenar                                             |
| Ahu ve Burcu: | Evet                                                              |
| Nil:          | Eşkenar dörtgen de olabilir. Onun da karşılıklı kenarları paralel |
| Nuri:         | Karşılıklı açıları da eşit.                                       |

Yaz: Eş iki üçgen oluşur.  
Damla: Paralelkenarda karşılıklı kenarları eşit demiştik burada aynı zamanda eşit.  
Araştırmacı: Neden paralelkenar gibi geldi  
Gamze: Şeklinden  
Ali: Sağa doğru çevirseydik şekli eşkenar dörtgen gibi gelirdi.

Yukarıda sunulan sınıf içi tartışmasına bakıldığında araştırmacının çizmiş olduğu dörtgeni prototip dörtgen imajına uygun biçimde algısal bir kavrayış ile paralelkenar olarak belirledikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte Damla eşkenar dörtgende karşılıklı kenarların paralel olabileceğini ifade etmiştir. Ali ise araştırmacının göstermiş olduğu dörtgene farklı konumlardan bakıldığında yine eşkenar dörtgen gibi algılanabileceğini göstermiştir. Öğrenciler karşılıklı açı ölçülerinin eşit olduğunu ve ardışık açılar bütünler açılar olduğunu söylemişler ve paralelkenar ile aynı özelliklerin sağlandığını açıklamışlardır. Ali eşkenar dörtgende köşegenlerin dik kesişmesi gerektiğini ifade etmiş ve bu sayede paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasında farklı bir özellik olacağını belirtmiştir. Araştırmacı ise köşegenlerin dik kesişmesinden önce köşegenlerin birbirlerini ortalamalarını sınıf içi tartışmada ortaya çıkarmak istemiştir.

Ali: Köşegenler birbirini dik keser.  
Araştırmacı: Peki ortalar mı?  
Ali: Ortalar.  
Araştırmacı: Neden?  
Damla: Köşegenler dik kesiştiği için.  
Araştırmacı: Ama paralelkenarda dik kesişmiyordu.  
Baran: Karşılıklı açıları birbirine eşit olduğu için  
Ali: İki eş üçgene böldüğü için olabilir mi?  
Araştırmacı: Olabilir, güzel. Peki neden dik keser?  
Nil: Kenar uzunlukları eşit olduğu için köşegenler açıortay olmak durumunda. Bu yüzden köşegenler dik keser.

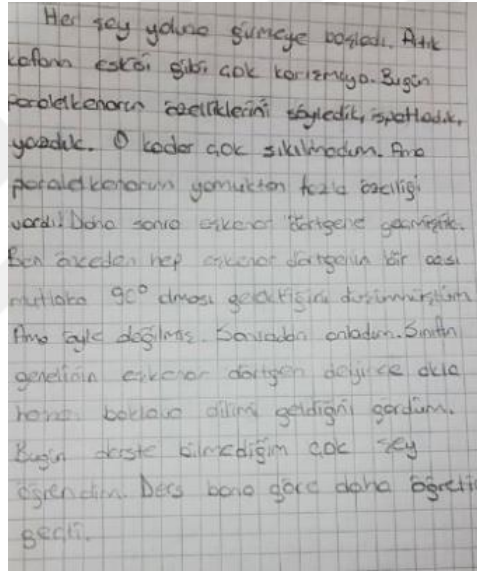
Öğrencilerin köşegenlerin ortalamalarını ortaya çıkarmaya başladıkları görülmüş olup araştırmacı öğrencilerden gelen yanıtlar üzerine dörtgenlerin öğretimlerinin sonunda bu özellik ile ilgili bir etkinlik yapmaya karar vermiştir. Bunun nedeni öğrenciler eşkenar dörtgeni paralelkenarın özel bir hali olarak kabul etmelerine ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın tüm özelliklerini sağlaması gerektiğini düşünmelerine karşın köşegenlerin ortalamaları ile ilgili paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasında bağlantı kurulamamasından kaynaklanmıştır.

Öğrencilerden gelen yanıtlar ve sınıf iç tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin eşkenar dörtgeni paralelkenarın özel bir hali olarak gördükleri anlaşılmıştır. Bunun üzerine araştırmacı kare ve dikdörtgen için de bu durumun incelenmesini istemiştir. Arzu karenin köşegen uzunluklarının eşit uzunlukta olmasından dolayı bir paralelkenar olamayacağını ifade etmiştir. Ancak sınıf içi tartışmalarda Arzu paralelkenarın tanımına

dikkat etmediğini fark etmiş ve kare ile dikdörtgenin de birer paralelkenar olduğuna ikna olmuştur.

- Arzu: Kare için söyleyemeyiz çünkü karede tüm köşegen uzunlukları eşittir paralelkenar da değil.  
Eray: Ama karşılıklı kenarlar paralel.  
Zara: Karede bir iç açı dik açıdır paralelkenarda değil.  
Nuri: Hocam bence kare ve dikdörtgen paralelkenardır. Çünkü kare de eşkenar dörtgenin özel hali olduğu için eşkenar dörtgen de paralelkenarın özel hali ise kare de paralelkenarın özel halidir.  
Damla: Ben bir de paralelkenarın özelliklerine baktım. İkisini de sağlıyor. Hem dikdörtgenin hem karenin.  
Rana: Özel hali oluyor.

Rana eşkenar dörtgenin tanımını ve özelliklerini kavramış ve buna günlüğünde yer vermiştir.



**Görsel 3.70.** Rana'nın eşkenar dörtgen oluşturma etkinliğine ait günlük

Rana'nın günlüğünden anlaşılabileceği üzere öğrenciler özel dörtgenlerin tanımını ve özelliklerini kavramaya başlamışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin algısal kavramadan söylemsel kavramaya doğru söylemlerinin geliştiği söylenebilir. Öğrenciler araştırmacı tarafından sunulan şekilleri algısal kavrayışla dörtgeni belirleseler dahi dörtgene ait özelliklerini incelemek istemişler ve karşılaştırma yapmaya başlamışlardır. Bu da öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini oluşturmaya başladıklarını göstermektedir. Örneğin; karenin eşkenar dörtgenin özel bir hali olduğunu fark eden öğrenciler dikdörtgende bu durumun olmayacağını belirtmişler ve öncelikle dikdörtgeni incelemek istemişlerdir.

#### 4.2.6. Altıncı öğretim bölümü

Üçüncü haftanın üçüncü ve dördüncü dersinde yapılan öğretimler, öğretilere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.9’da sunulmuştur. Üçüncü haftaya ait son iki derste dikdörtgen ve kare tanımı ile dikdörtgen ve karenin elemanları ve özellikleri üzerinde durulmuştur.

**Tablo 3.9.** Üçüncü haftaya ait öğretimler: Dikdörtgen ve kare

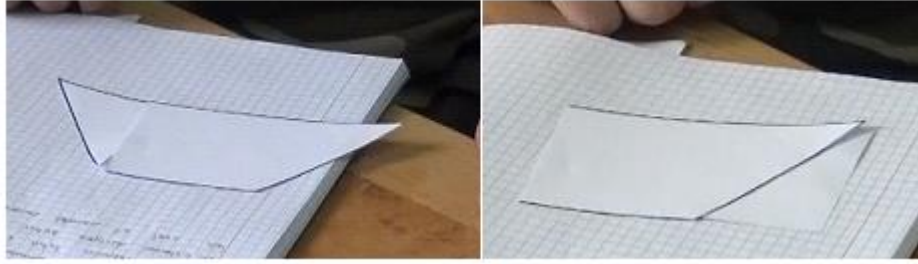
| Öğretim hedefi                                              | Etkinlikler                              | Sınıf etkinliklerinin odağı                                                                | Sınıf tartışmalarının odağı                                                                                                                                                                                                                                                     | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                                                                                                                                                                                             | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dikdörtgenin temel elemanları ve özellikleri belirleyebilme | Yamuk çeşitleri ile dikdörtgen elde etme | Yamuk çeşitlerini parçalama ve kesme noktaları. Kesilen parçaların konumsal değişiklikleri | Köşegenlerin dik kesişmesi<br><br>Köşegenlerin açığortay olmaması ve köşegenlerin ortalama durumu<br><br>Kare ve dikdörtgen ilişkisi<br>“Kare için köşegen uzunlukları eşit dememiz eksik tanım olur. Çünkü karede köşegenler arasında kalan açısı dik ama dikdörtgende değil.” | Dikdörtgenin ikizkenar yamuğun özel hali olmasının fark edilmesi<br>“Dikdörtgen ikizkenar yamuk olur mu?”<br><br>Karenin dikdörtgenin özel hali olmasının fark edilmesi<br>“Köşegen uzunlukları eşit olan dörtgen dikdörtgen ise kare de bu tanıma uyar.” | Algısal Kavrama<br>Ortası bir çarpı gibi olur. Dik olur. (Karenin köşegen özelliği)<br><br>Söylemsel Kavrama<br>“Köşegen uzunlukları eşit ve birbirlerini ortalaadığı için köşegen parçaları birbirine eşittir.”<br><br>Sıralı/İşlevsel Kavrama<br>Gaye ikizkenar yamuğun paralel kenarlarına eşit uzaklıkta paralel bir doğru parçası çizmiştir. Ardından çizmiş olduğu doğru parçası boyunca yamuğu keserek iki parçaya ayırmıştır. |
| Karenin temel elemanları ve özellikleri belirleyebilme      | En Büyük Kare                            | Oluşturulan dörtgende kenar uzunluklarını ve açıları ölçme/ölçmeme                         | Karenin tanımı                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |



Tablo 3.9. (Devam) Üçüncü haftaya ait öğretimler: Dikdörtgen ve kare

|                                 |                                                            |                                                                                                                                 |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dörtgen hiyerarşisini oluşturma | Paralelkenar, eşkenar dörtgen ve kare arasındaki hiyerarşi | Ardından yamuğun üst parçasını döndürmüş ve karşılıklı kenarlar paralel ve tüm açılar dik olacak şekilde şekli birleştirmiştir. |
| Dörtgen çeşitlerini belirleme   | Özellikler                                                 | “Dörtgenlerde köşegenlerin kesişim noktaları dörtgenin merkezi midir?”                                                          |

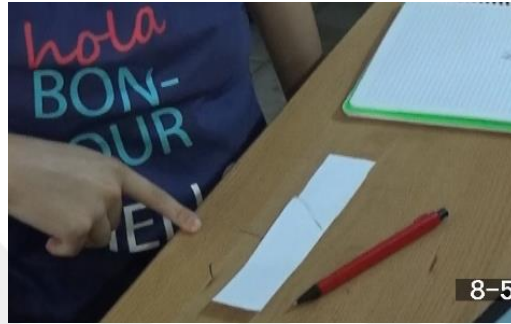
Araştırmacı Görsel 3.66’da verilen çalışma kâğıdını öğrencilere tekrar dağıtmış ve istedikleri yamuk çeşitlerini iki parçaya ayırdıktan sonra bir dikdörtgen oluşturmalarını istemiştir. Arda paralelkenar oluşturma etkinliğinde olduğu gibi ikizkenar yamuğun üst tabanının bir köşesinden alt tabana bir dikme indirmiştir. Daha sonra dikme çizgisinden şekli keserek iki parçaya ayırmıştır. Dik üçgen parçasını döndürmüş ve taşımıştır. Arda’nın çözümü Görsel 3.71’de verilmiştir.



Görsel 3.71. Arda'nın dikdörtgen oluşumu

Damla Arda ile benzer bir çözüm yaptığını belirtmiş ancak oluşturduğu şeklin dikdörtgen olmadığını fark etmiştir. Damla çeşitkenar yamuğu parçaladığı için taşımış olduğu üçgende kenarların uç uca gelmediğini söylemiş çeşitkenar yamukta aynı yöntem ile bir dikdörtgen oluşamayacağını düşünmüştür. Damla oluşturmak istediği dörtgende açılarının dik olmasına dikkat ettiğini ve kenar uzunluklarını fark etmediğini belirtmiştir. Arda ise kenar uzunlukları ile birlikte taşımış olduğu üçgen ile dik yamuğun birleşmesi sonucunda oluşan açının tümler aç olması gerektiğine odaklanmıştır.

Gaye dik yamuğun paralel kenarlarına eşit uzaklıkta paralel bir doğru parçası çizmiştir. Ardından çizmiş olduğu doğru parçası boyunca yamuğu keserek iki parçaya ayırmıştır. Ardından yamuğun üst parçasını döndürmüş ve karşılıklı kenarlar paralel ve tüm açılar dik olacak şekilde şekli birleştirmiştir. Gaye sıralı ve işlevsel kavramaya uygun bir çözüm üreterek parçalamış olduğu şekilleri bir sıralama yoluna gitmiş ve dikdörtgen oluşumunda cetvel, açıölçer kullanımı gibi enstrümanlar tercih etmiştir. Gaye'ye ait çözüm Görsel 3.72'de verilmiştir.



**Görsel 3.72.** Gaye'nin dikdörtgen oluşumu

Öğrencilerin çoğu tüm yamuk çeşitleri ile deneme yapmalarına karşın paralelkenar oluşturma etkinliğindeki deneyimlerini kullanmak istedikleri için daha çok ikizkenar yamuğu tercih etmişlerdir. Dikdörtgen oluşturabilen öğrenciler karşılıklı kenarların paralel ve eşit uzunlukta olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu bilgiler ışığında dikdörtgenin tanımını yapmak isteyen Yaz dikdörtgenin tanımı için sınıf içi bir tartışma ortamı sağlamıştır.

|              |                                                                                    |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Yaz:         | Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit olan dörtgene dikdörtgen denir.        |
| Araştırmacı: | Paralelkenar da öyle                                                               |
| Yaz:         | Ama tüm açıları eşit.                                                              |
| Nuri:        | Hocam benim ki biraz fazla genel tanım oluyor. Eşkenar dörtgenin özel bir hali mi? |
| Ali:         | Tüm açıları dik olan karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan kapalı dörtgen.        |
| Asu:         | Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve iç açıları eşit olan dörtgen.            |
| Rana:        | Köşegenleri birleştirdiğimizde eşit olan dörtgen.                                  |

Öğrenci tartışmalarına bakıldığında dikdörtgen için farklı tanımlamalar ortaya çıkmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin oluşturmuş oldukları dikdörtgenlerde odaklanmış oldukları dörtgen özellikleri olduğu söylenebilir. Yaz, dikdörtgendeki kenar uzunlukları ve karşılıklı kenarların paralel olma durumuna bakarken Ali ise açı özelliklerine dikkat ederek oluşturacağı dörtgendeki kenar uzunluklarının eşit olacağını fark etmiştir. Rana,

diğer öğrencilerden farklı olarak dikdörtgenin köşegenlerine dikkat çekmek istemiş köşegen uzunluklarının eşit olduğunu düşünmüştür. Bu noktada araştırmacı köşegenlerin dik kesişme durumunu sorgulatmak istemiştir.

|              |                                                                                                       |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Köşegen uzunlukları dik kesişir mi?                                                                   |
| Rana:        | Kesişmez.                                                                                             |
| Araştırmacı: | Dik kesişirse ne olur?                                                                                |
| Öğrenciler:  | Kare.                                                                                                 |
| Yaz:         | Kare olmaz.                                                                                           |
| Sude:        | Ortası bir çarpı gibi olur. Dik olur.                                                                 |
| Yaz:         | Evet karede olur. Tüm kenar uzunlukları eşittir (Defterine bir kare çizerek deneme yoluna gitmiştir.) |

Damla, dikdörtgeni köşegen uzunlukları eşit olan dörtgen şeklinde tanımlarken, karenin de bu tanıma uyacağını belirtmiştir. Rana, kare için bu tanıma “*eksik tanım*” olarak adlandırmıştır. Rana karenin köşegenlerinin dik kesiştiğini dikdörtgen de ise bu özelliğin olmadığını belirterek karenin dikdörtgenin farklı bir hali olabileceğini düşünmüştür. Rana ve Damla’nın düşünceleri sınıf içi tartışma ortamını sağlamıştır.

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Gaye:  | Bence dikdörtgen karenin özel hali. Çünkü mesela karenin de açıları dik dikdörtgenin de dik, karenin de karşılıklı kenar uzunlukları eşit dikdörtgenin de, karşılıklı kenarları dikdörtgenin de paralel karenin de ama mesela farklı yönleri de dikdörtgenin köşegenleri dik kesişmiyor ama çoğu özelliği aynı olduğu için dikdörtgen karenin özel hali olabilir. |
| Damla: | Bence kare dikdörtgenin özel halidir. Çünkü başta genelden özele çıkarttığımızda en özeli kare demiştik.                                                                                                                                                                                                                                                          |

Gaye dikdörtgen ile kare arasında bir ilişki olduğunu fark etmiş ancak karede köşegenlerin dik kesişmesinin daha genel bir durum olduğunu açıklamıştır. Öğrenciler yamuktan itibaren yapmış oldukları tanımları ve dörtgen özelliklerini açıklayarak bir dörtgenin diğer bir dörtgene göre daha özel olma halinin dörtgenin diğer dörtgen özelliklerini sağlarken kendine özgü farklı özelliklerinin de olması gerektiğini söylemişlerdir. Öğrenciler karenin dikdörtgenin özel hali olduğunu vurgulamaları ile birlikte dikdörtgen için “Köşegen uzunlukları eşit olan dörtgen.” tanımının en uygun tanım olacağı konusunda ortak karar almışlardır. Tanım ile birlikte Ali dikdörtgenin aynı zamanda bir ikizkenar yamuk olduğunu söylemiştir. Öğrenciler karşı tarafı ikna etme etmek ya da kendi düşüncesini doğrulamak için dörtgene ait tanım ve özellikleri kullanmaya başlamışlardır. Bu durum sınıf içi tartışmalarda söylemsel kavramaya daha uygun bir ortam doğurmuştur.

|              |                                                                                       |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Ali:         | İkizkenar yamuk olur mu?                                                              |
| Araştırmacı: | Ne olur mu?                                                                           |
| Ali:         | Dikdörtgen ikizkenar yamuk olur mu?                                                   |
| Araştırmacı: | Nasıl düşündün?                                                                       |
| Ali:         | Emin değilim ama yani şununla şu eşit şununla da şu (Karşılıklı kenarlar ve açıları.) |
| Araştırmacı: | Söylediği şey Ali’nin çok üst bir bilgi bence. Arda sen ne dersin?                    |
| Arda:        | Bence değildir demiştik.                                                              |

Zara: Çünkü paralel değil iki kenar.  
 Ali: İkizkenar yamukta kenar uzunlukları eşit olan kenarları gören açılar da eşit ya dikdörtgende de öyle  
 Damla: Hocam alt ve üst kenarları eşit yapsak yamukta, yanları eşit yapmasak?  
 Araştırmacı: Nasıl olacak?  
 Rana: İkizkenarlardan bir dikme indirirsek paralel doğrular arasında kalan iki açının ölçüleri toplamı  $180^0$ . O yüzden diğeri  $90^0$  oluyor, sonra diğeri de o yüzden dikdörtgen oluyor.

Öğrenciler dikdörtgenin tanımını yaparken ikizkenar yamuğun özelliklerini sağladığını fark etmişler ve dikdörtgeni ikizkenar yamuğun özel hali olarak kabul etmişlerdir. Dikdörtgen ve ikizkenar yamuğun köşegen uzunluklarının eşit olmasından yola çıkarak köşegenlerinin farklı özelliklere de sahip olabileceği ortaya çıkmıştır. Asu dikdörtgen ve ikizkenar yamukta köşegen uzunluklarının eşit olmasının yanı sıra dikdörtgen ve ikizkenar yamuğun köşegenlerinin açıortay olmadığını açıklamış ve köşegenlerin açıortay olma durumunda köşegenlerin dik kesişmesi gerektiğini düşünmüştür. Ayrıca Onur, köşegen parçalarının eşit olması gerektiğini açıklamıştır.

Asu: Köşegenleri sadece birbirini dik ortaladığı zaman mı açıortay olur?  
 Ali: Doğru. Köşegenler birbirini dik kesmediği için açıortay değildir.  
 Araştırmacı: Peki köşegen parçaları eşit midir?  
 Onur: Eşittir. Çünkü köşegen uzunlukları eşit ve birbirlerini ortaladığı için köşegen parçaları birbirine eşittir.

Öğrencilerin dörtgen özelliklerini ortaya çıkarmakta zorlanmadıkları ve daha fazla ayrıntıya girerek dörtgen ile ilgili daha çok özellik bulmak istedikleri tespit edilmiştir. Örneğin Rana ve Buse aynı zamanda köşegenler arasında kalan açılarını incelemek istemişler eş açılar, ters açılar ve iç ters açılar da ortaya koymuşlardır. Karede de bu açı özelliklerinin sağlanabileceği düşünülmüş ve karenin dikdörtgenin özel hali olduğu anlaşıldıktan sonra kareye geçilmiştir.

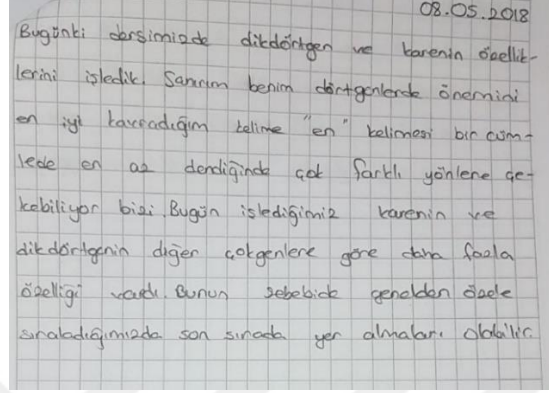
### Kare:

Karenin hem eşkenar dörtgenin hem de dikdörtgen özel bir hali olduğu tekrar yorumlanarak öğretime başlanmıştır. Öğrencilerin dörtgen tanımlarından yola çıkarak bu genellemeye gittikleri tespit edilmiştir. Bu noktada Arda karenin tanımını yapmak istemiş ve kareyi “*Tüm kenar uzunlukları eşit ve bütün açılı ölçüleri eşit olan dörtgen.*” olarak tanımlamıştır. Öğrenciler Arda’nın tanımının geçerli olabileceğini belirtmişlerdir. Araştırmacı sınıfa kare için farklı bir tanım sunmuş ve bu tanım hakkında konuşmalarına izin vermiştir.

*Tanım: Tüm kenar uzunlukları eşit ve bir iç açılı ölçüsü  $90^0$  olan dörtgene kare denir.*

Aslı: Bir iç açısı değil tüm açılarını eşit.  
 Araştırmacı: En az desem olur muydu?  
 Öğrenciler: Olurdu/Olmazdı (Öğrenciler arasında kararsızlık gözlemlenmiştir.)

Öğrenciler karşılıklı kenarların paralel olmasından dolayı bir iç açı ölçüsünün  $90^0$  olduğunda diğer iç açların da  $90^0$  olması gerektiğini fark etmişlerdir. Tartışma sonrasında “En az” ve “En fazla” gibi niceleyicilerin anlamının öğrenciler tarafından kavrandığı saptanmıştır. Burcu bu niceleyicilere ait düşüncelerine günlüğünde yer vermiştir.



**Görsel 3.73.** Burcu'nun niceleyiciler hakkında tutmuş olduğu günlük

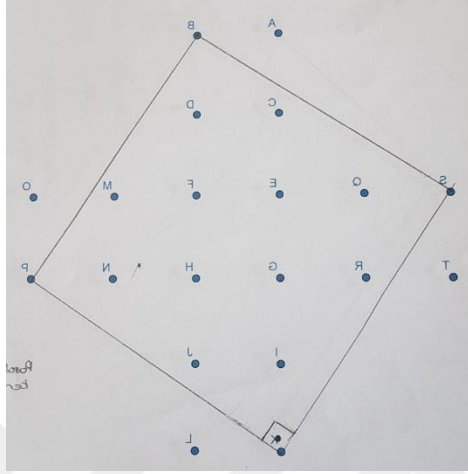
Öğrenciler karenin köşegenlerinin dik kesişmesinin ve kenar uzunluklarının eşit olmasının kareye ait en önemli özellikler olduğunu söylemişlerdir. Köşegen özelliklerini ortaya çıkaran öğrenciler en ayrıntılı dörtgen çeşidinin kare olduğunda anlaşımlar ve kareye ait tüm özellikleri belirlemişlerdir. Ardından araştırmacı “En büyük kare” etkinliğine geçmiştir. Görsel 3.74’te sunulan şekil üzerinde öğrencilerden karenin köşeleri verilen noktalar üzerinde olacak biçimde en büyük alanlı bir kare çizmeleri istenmiştir.



**Görsel 3.74.** En büyük kare etkinliği

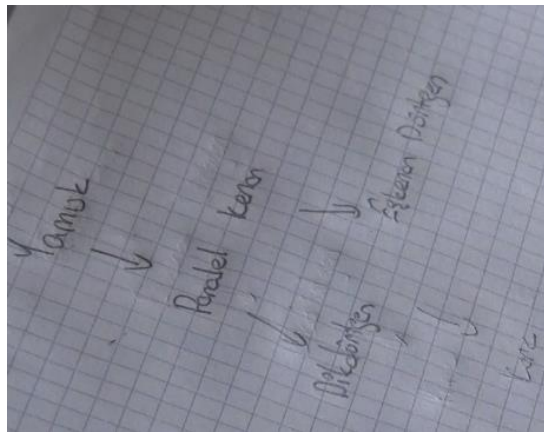
Onur, en büyük alana sahip kareyi çizebilmek için en dışarda olan noktaların düşünülmesi gerektiğini söylemiştir. Ayrıca herhangi bir ölçme işleminin yapılmasının gerekli olmadığını ve noktalar arası simetriden yararlanılabileceğini belirtmiştir. Onur

noktalar arası simetri kullanımını düşünse de noktaların seçiminde daha çok algısal bir yol izlemiştir. Farklı denemeler yapan öğrenciler karenin özelliklerini kullanmaya çalışmışlardır. Damla ise karenin tanımından yola çıkarak kenar uzunlukları eşit olan dörtgeni çizdikten sonra bir iç açı ölçüsünü bulmak istemiştir.



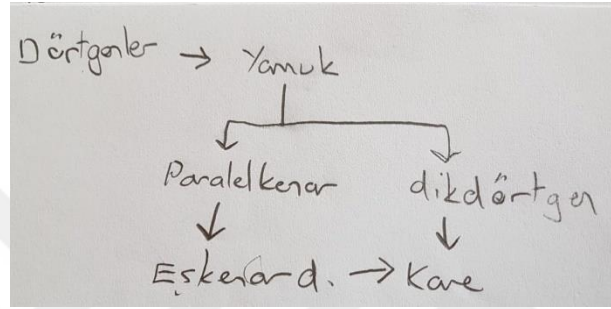
**Görsel 3.75.** Damla'nın kare oluşumu

Özel dörtgenlerin tanımlarının ve özelliklerinin ortaya çıkarılmasının ardından araştırmacı öğrencilerden özel dörtgenlere ait bir hiyerarşik sınıflama yapmalarını istemiştir. Gaye “Yamuk hepsinin babası gibidir. O zaman hepsi yamuğun altındadır.” açıklaması ile yamuk dışındaki dörtgenlerin sınıflamalarının karmaşık olduğunu belirtmiştir. Zülal Gaye’ye dörtgen özelliklerine dikkat etmesi gerektiğini söylemiş ve Görsel 3.76’da sunulan hiyerarşik sınıflamayı yapmıştır.

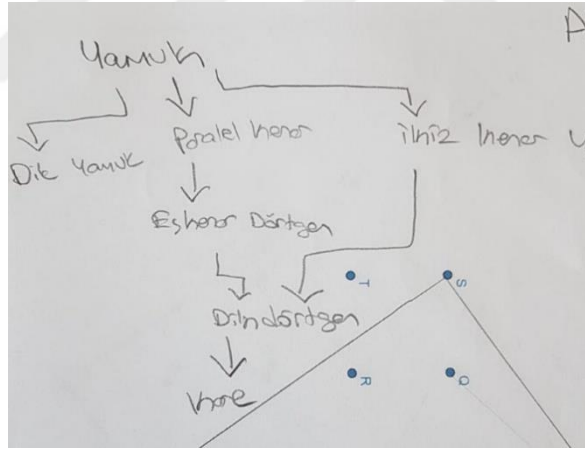


**Görsel 3.76.** Zülal'in dörtgen sınıflaması

Öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırmalarında özellikle kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen arasındaki bağlantıları kurmada zorlandıkları tespit edilmiştir. Bir önceki derste dikdörtgenin bir ikizkenar yamuk olabileceğini düşünen Ali yamuk çeşitlerini sınıflamada almadığı için bu basamağı atlamış, Arzu ise yamuk çeşitlerini de göstererek dikdörtgeni ikizkenar yamuk ile ilişkilendirmiştir. Ancak her iki öğrencinin de kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen arasındaki bağlantıyı kurmalarında farklılıklar saptanmıştır.

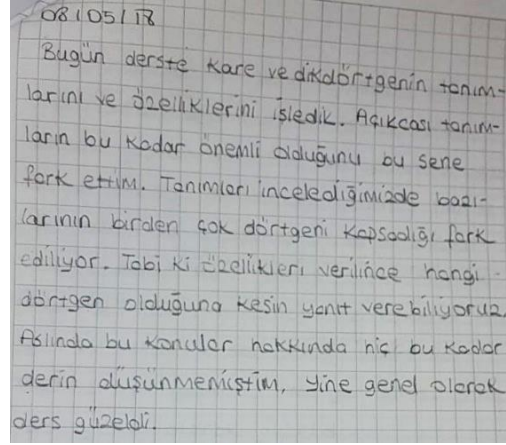


**Görsel 3.77.** Ali'nin dörtgen sınıflaması



**Görsel 3.78.** Arzu'nun dörtgen sınıflaması

Sınıf içi tartışmalarla birlikte öğrenciler Zülal'in yapmış olduğu gibi bir sınıflamanın daha geçerli olabileceğini söylemişlerdir. Özellikle bu tartışmalarda dörtgenlere ait tanımlar ön plana çıkmıştır. Örneğin; öğrenciler dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasındaki bağlantıyı kavramışlar ve karenin özelliklerini ortaya çıkarırken tanımın gücünü fark etmişlerdir. Rana dörtgen sınıflamalarında tanımlardan yola çıkarak dörtgenlere karar verilebileceğini ancak dörtgen özellikleri ile birlikte verdiği karardan emin olduğunu günlüğünde belirtmiştir.



Görsel 3.79. Rana'nın tanımlar ile ilgili tuttuğu günlük

Üçüncü haftanın son dersinde dörtgenlerin özellikleri ile ilgili EK-2' de sunulan sınıf içi uygulama yapılmıştır. Uygulama sonrasında Zara dörtgenlerle ilgili tam olarak emin olmadığı bir özellikten söz etmek istemiştir. Zara “Dörtgenlerde köşegenlerin kesişim noktaları dörtgenin merkezi midir?” sorusunu sınıfa yöneltmiştir. Bunun üzerine araştırmacı bir paralelkenar görseli çizmiş ve soru üzerine öğrencilerin tartışmalarına olanak sağlamıştır. Ali paralelkenarın köşelerinden geçecek biçimde paralelkenarın dışına çizilebilecek bir çemberin merkezinin aynı zamanda köşegenlerin de ortalağı nokta olduğunu söylemiştir. Ancak öğrenciler paralelkenarın düzgün çokgen olmadığını söylemişler ve köşegen parçalarının eşit uzunlukta olmadığından dolayı yarıçap olamayacağını açıklamışlardır. Bazı öğrenciler ise çizilen şeklin paralelkenar olmasına rağmen prototip bir algısal düşünme ile şekli kare olarak düşünerek tartışmaya katılmışlardır.

- |              |                                                                                                                                                                               |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Asu:         | Ben daha çok köşeden gittim. Ortalar dediğimizde orta noktada birleşmiş oluyor. Merkez dediğimizde de zaten merkez orta nokta olduğu için merkez orta noktadır diye düşündüm. |
| Gaye:        | Merkez dediğimizde tam şeklin ortası olması lazım. Merkezin köşe olan uzunlukları eşit olduğu için merkez de tam ortası olduğu için olur.                                     |
| Yaz:         | Köşegenler ile dik üçgenler elde edildiği için.                                                                                                                               |
| Araştırmacı: | Nereden elde ettik dik üçgeni?                                                                                                                                                |
| Yaz:         | Öyle gözüküyor.                                                                                                                                                               |

Yaz, şekli kare olarak algılamış ve köşegenlerin kesişmesi ile oluşan üçgenleri dik üçgen olarak düşünmüştür. Gaye ise “merkez” kelimesinin anlamının orta nokta olduğunu belirtmiş ve bu yüzden dörtgenin merkezinin köşegenlerin kesişim merkezi olduğunu söylemiştir. Rana ise köşegenlerin kesişim noktalarının aynı zamanda oluşan dört üçgenin de birer köşelerinin ortak noktası olması durumundan dolayı dörtgenin merkezinin köşegenlerin kesişim noktası olabileceğini açıklamıştır. Araştırmacı yamuk



dışındaki özel dörtgenlerde köşegenlerin ortalamasının kavranması için öğrencilere bir etkinlik sunmuştur. Öğrencilerden noktalı kâğıt üzerinde orta noktaları kesişen iki doğru parçası çizmeleri istenmiştir. Daha sonra kesişen doğru parçalarının uçları birleştirilerek bir dörtgen oluşturmaları beklenmiştir. Ali “*Dikdörtgen çıkmak zorunda mı?*” şeklinde soru yöneltmiş ve ardından sınıf içi tartışmalara geçilmiştir. Öğrenciler köşegenlerin ortalamasının ardından karşılıklı kenarların paralel olacağını ve karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olacağını kavramışlardır. Bu noktada araştırmacı tekrar soruya dönmüş ve köşegenlerin kesiştikleri noktayı sorgulatmak istemiştir.

Araştırmacı: Şimdi sorumuza dönersek köşegenlerin kesişim noktası dörtgenin merkezi midir? Nasıl karar verdiniz?  
 Naz: Ölçme yaptım. Köşegen parçaları 4'er cm. uzaklıklar aynı olduğu için.  
 Araştırmacı: Dik uzaklıklara baktınız mı hiç?  
 Ali: Ben baktım, eşit çıktı ben de, ortalıyor.

Özel dörtgen çeşitlerinin öğretim bölümlerinin ardından eşkenar dörtgen ve yamuğun alanı ile ilgili öğretim bölümleri gerçekleşmiştir.

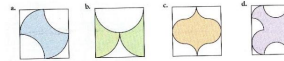
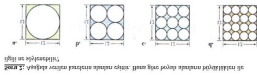
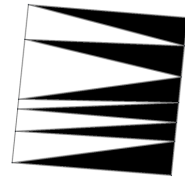
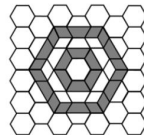
### 3.2.7. Yedinci öğretim bölümü

Dördüncü hafta derslerinde yapılan öğretimler, öğretimlere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.10'da sunulmuştur. Dördüncü hafta derslerinde yamuk ve eşkenar dörtgenin alanı üzerinde durulmuştur.

**Tablo 3.10.** Dördüncü haftaya ait öğretimler: Yamuk ve eşkenar dörtgen

| Öğretim hedefi                                     | Etkinlikler                                                                              | Sınıf etkinliklerinin odağı   | Sınıf tartışmalarının odağı                     | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                                                                                 | Kavrama Türleri                                                                                                         |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Yamuğun alan bağıntısını oluşturma-bilme           | Eş iki yamuktan paralelkenar oluşturma ve paralelkenarın alanından yamuğun alanını bulma | Paralelkenarın alanı          | Paralelkenara ait yükseklikler                  | Paralelkenarın alanını bulma<br>“ <i>Paralelkenarın alanı taban ile o tabana çizilen yükseklik çarpımıdır. İki farklı yükseklik vardır.</i> ” | <u>İşlevsel Kavrama</u><br>“ <i>Dışarda kalan üçgenleri içeri kattığımızda eşkenar dörtgenin alanına eşit oluyor.</i> ” |
| Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturma-bilme | Dikdörtgenin alanından eşkenar dörtgenin alanını bulma                                   | Eşkenar dörtgenin köşegenleri | Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişki |                                                                                                                                               |                                                                                                                         |

Tablo 3.10. (Devam) Dördüncü haftaya ait öğretimler: Yamuk ve eşkenar dörtgen

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                           |                                                                                                         |                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dörtgenlerin alanını kavrama                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p><b>Soru 1.1:</b> Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklüğü ilgili neyle ilişkilidir?</p>  | Karenin simetri eksenleri                                                                                                 | Boyalı alan ile boyalı olmayan alanın simetrik olma halleri                                             | Kareleri parçalamada boyalı alan ve boyalı olmayan alan simetrik olacak şekilde parçalama (Aslı'nın çözümü)                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                  | Boyalı alanı bulma                                                                                                                                                                                                   | Ölçme yapmanın gerekliliği                                                                                                | Öğrencilerin $\pi$ sayısına değer atamaları                                                             | <u>Söylem</u><br><u>ı</u><br><u>Kavrama</u><br>“Kareleri n kenarları dairelere teğet geçiyor. Dairelerde birbirine teğet. Hepsinde aynı oranda boşluk kalıyor” |
| <p><b>Soru 3.1:</b> Aşağıda verilen OPAN karesinin alanı 100 cm<sup>2</sup> dir. Buna göre tarafları hesaplayınız.</p>                                                                                                                         | Yükseklikleri aynı olan üçgenlerin taban uzunluklarına göre alan büyüklüklerini karşılaştırma                                                                                                                        | Boyalı üçgenlerle boyalı olmaya üçgenlerin sayıları farklı olsa dahi alanları toplamının eşit olması                      | Kare iki parçaya ayrıldığında ayrılma çizgisinin önemi                                                  | <u>İşlevsel</u><br><u>Kavrama</u><br>“Siyahlar beyazları kapatıyor.”                                                                                           |
|  <p>Düzensiz altıgen biçimindeki fayanslarla kaplanmış bir zemin üzerine, koyu renkle gösterilen şekildeki süsleme yapılmıştır.</p> <p>Her bir altıgenin alanı 1 birim kare olduğuna göre, bu süslemenin kapladığı alan kaç birim karedir?</p> | Düzensiz altıgenin içinde bulunan eşkenar dörtgen ile düzensiz altıgenin alanları oranına bakma                                                                                                                      | Düzensiz altıgen oluşturabilmek için ikizkenar yamukların yanı sıra eşkenar dörtgenlerin de kullanılabileceğini fark etme | Düzensiz altıgen içerisinde eşkenar dörtgen, ikizkenar yamuk ve altıgenin alanlarının karşılaştırılması |                                                                                                                                                                |

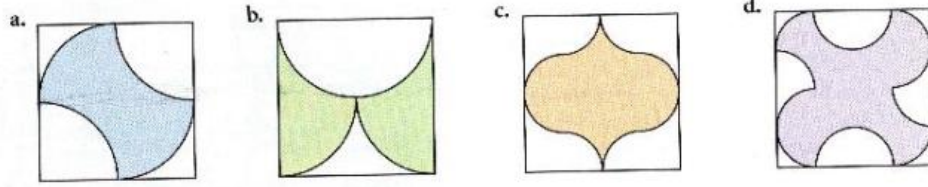
Araştırmacı öğrencilere noktalı kâğıt dağıtmış ve bu kâğıt üzerinde iki eş yamuk çizmelerini istemiştir. İki yamuğu kullanarak öğrencilerden paralelkenar elde etmelerini beklemiştir. Öğrenciler eş yamuklardan birini  $180^0$  döndürerek kenar uzunlukları aynı olan kenarlar çakışacak ve özel bir dörtgen oluşturacak biçimde yamukları birleştirmişlerdir. Öğrencilerin çoğu bir paralelkenar elde ederken bazı öğrenciler eş iki dik yamuk ile çalışmışlar ve dikdörtgen elde etmişlerdir. Öğrenciler oluşturdukları dörtgenlerin alan büyüklüğünü bulmuşlardır. Ardından bulunan alanın iki eş yamuğun alanları toplamı olduğunu söylemişler ve oluşturdukları dörtgenlerin alan bağıntısından yararlanarak yamuğa ait alan bağıntısını ortaya çıkarmışlardır. Örneğin; paralelkenarın alan bağıntısının taban uzunluğu ile o tabana ait yüksekliğin çarpımı olarak bilen öğrenciler, yamuğun alan bağıntısını oluştururken paralelkenarda elde ettikleri taban uzunluğunun yamuğun paralel iki kenar uzunluğundan oluştuğunu görmüşlerdir. Yamuğun alan bağıntısını taban uzunlukları toplamının paralelkenarda kullanmış oldukları yükseklik ile çarparak yarısını almışlardır.

Öğrenciler eşkenar dörtgenin alan bağıntısı için defterlerine bir dikdörtgen çizmiş, çizmiş oldukları dikdörtgende kenarların orta noktalarını bulmuşlar ve bu noktaları birleştirerek bir dörtgen elde etmişlerdir. Öğrenciler oluşan dörtgenin dışında kalan üçgenlerin eş olduğunu söylemişlerdir. Ayrıca tüm kenarların orta noktalarını birleştirmelerinin nedenini ise eşit kenar uzunlukları elde edebilmek olarak açıklamışlardır. Dikdörtgen içinde oluşturulan dörtgene eşkenar dörtgen olarak karar veren öğrenciler sınıf içi tartışmalarla eşkenar dörtgene ait alan bağıntısını dikdörtgenin kenar uzunluklarına dayalı olarak bulmuşlardır. Dikdörtgenin iki kenar uzunluğunun çarpılması sonucunda alanının bulunabileceğini bilen öğrenciler eşkenar dörtgende köşegenlerin dikdörtgenin kenarları ile eş olduğunu fark etmişlerdir. Dikdörtgeninin içerisine çizilen eşkenar dörtgen ve eşkenar dörtgene ait köşegenlerin çizilmesi ile 8 tane eş üçgen elde etmişlerdir. Eşkenar dörtgen içerisinde bu üçgenlerden 4 tanesini gören öğrenciler eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluştururken dikdörtgenin alanının yarısına eşit olacağını söylemişlerdir.

|        |                                                                                                                             |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rana:  | Eşkenar dörtgenin dışında kalan 4 eş üçgen var. Birinin alanını buluruz 4 ile çarparız ve dikdörtgenin alanından çıkarırız. |
| Zara:  | Köşegenler çarpımının yarısı olur aslında.                                                                                  |
| Arda:  | Köşegen parçalarını çarpar ikiye böleriz üçgen oluşturdukları için                                                          |
| Damla: | Dışarda kalan üçgenleri içeri katladığımızda eşkenar dörtgenin alanına eşit oluyor.                                         |

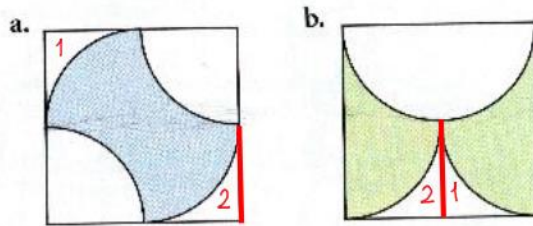
Öğrenciler yamuk ve eşkenar dörtgene ait alan bağıntılarını oluşturduktan sonra araştırmacı değerlendirme sorularına geçmiştir. Bu sorular EK-3'te verilmiş olup sorulardan ilki Görsel 3.80'te verilmiştir.

**Soru 1:** Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?



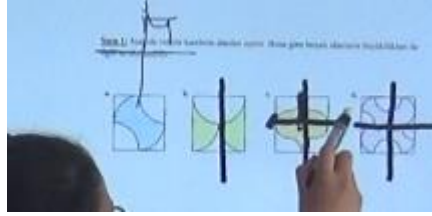
**Görsel 3.80.** Birinci değerlendirme etkinliği

Öğrenciler soruda karelerin alanlarının eşit verilmesinden dolayı a, b, c, d adlı karelerde kenar uzunluğu ya da açı ölçülerini ölçme yoluna gitmemişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğu kareleri simetri eksenlerinden parçalamayı denemişler ve boyalı alanları boyalı olmayan alanlara taşıyarak soru üzerinde karar vermek istemişlerdir. Damla a ve b karelerindeki boyalı alanların eşit olduğunu söylemiştir. Bu durumda boyalı olmayan alanların da iki karede de eşit olduğunu belirtmiştir. Damla a karesinde boyalı olmayan iki çeyrek dairenin alanının b karesinde boyalı olmayan yarım dairenin alanına eşit olacağını açıklamıştır. Ayrıca kalan boyalı olmayan alanlarda ise a karesindeki ve b karesindeki parçaların alanlarının eşit olduğunu söylemiş ve Görsel 3.81'de görülen kırmızı renkteki doğru parçalarını çizmiştir. Bu doğru parçaların uzunluklarını eşit olarak algılamış, bu yüzden her iki karede de 1 numaralı kareler ve 2 numaralı karelerin birbirine eşit olduğunu savunmuştur.



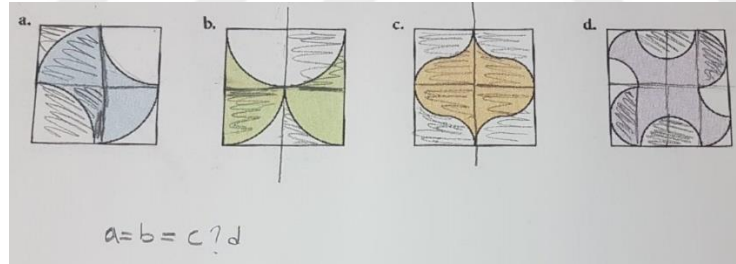
**Görsel 3.81.** Damla'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü

Rana, d karesinin alanının diğer karelerin alanından daha büyük olduğunu ve diğer karelerin alanlarının da eşit olduğunu ifade etmiştir. Rana, kareleri 4 eş parçaya ayırmış ve d karesindeki boyalı alanın daha fazla görüldüğünü belirtmiştir. Rana d karesinde boyalı alan ile boyalı olmayan alanı karşılaştırırken algısal bir biçimde karar vermek istemiş ancak sonunda kararsız kalmıştır. Rana'nın çözümü Görsel 3.82'de verilmiştir.



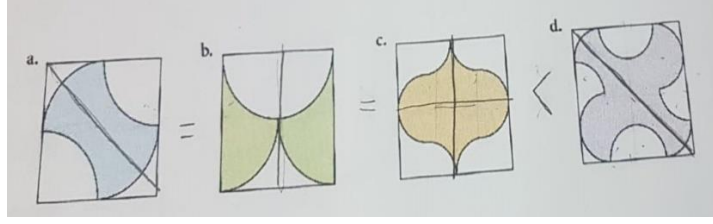
**Görsel 3.82.** Rana'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü

Zara sınıf içi tartışmalarla birlikte boyalı alanları parçalamanın ve daha sonra bu alanları taşıyarak birleştirmenin çözüm için en kısa yol olduğunu söylemiştir. Zara da diğer öğrenciler gibi karenin simetri eksenlerinden yararlanmış ancak d karesinin alanı ile ilgili kararsız kalmıştır.



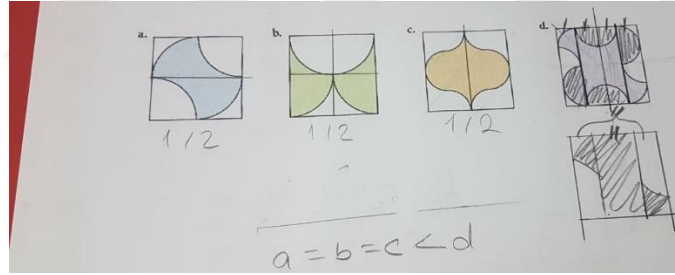
**Görsel 3.83.** Zara'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü

Aslı a, b, c karelerinde kareyi iki eş parçaya ayırdıktan sonra parçaların birinde boyalı alanın boyasız alana eşit olduğunu ifade etmiştir. Aslı soru çözümünde işlevsel kavramaya uygun biçimde düşünmüş ve kareleri parçalama yoluna giderken simetrik şekiller oluşmasına dikkat ettiğini belirtmiştir. Ancak d karesini parçalarken simetrik şekiller oluşturabildiğinden emin olamadığı için boyalı alan ile ilgili bir tahminin zor olduğunu açıklamıştır. Aslı'nın çözümü Görsel 3.84'te verilmiştir.



**Görsel 3.84.** Aslı'nın birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü

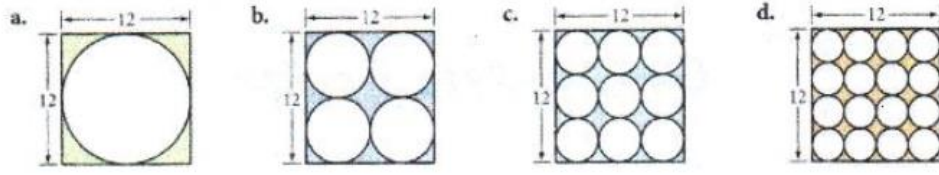
Bu tür sorularda öğrencilerin çözüm yoluna giderken boyalı alanları boyalı olmayan alanlara taşıma, karenin simetri eksenlerinden yararlanma gibi bir sıralama oluşturdukları saptanmıştır. Aynı zamanda bu sıralama ile birlikte öğrencilerin işlevsel kavrama ve söylemsel kavramaya yönelik ifadelerin öğrencilerde yerleştiği gözlemlenmiştir. Örneğin; Burcu d karesinin boyalı alanı ile ilgili karar vermek için kareyi daha fazla parçaya bölmenin ve daha fazla parçanın yer değiştirmesinin yararlı olacağını düşünmüştür. Burcu taşıdığı boyalı alanlar ile birlikte d karesinin alanının yarısından fazlasını elde ettiğini söylemiş ve d karesindeki boyalı alanın diğer alanlardan daha büyük olduğunu düşünmüştür.



**Görsel 3.85.** Burcu'nun birinci değerlendirme etkinliğine ait çözümü

Değerlendirme etkinliklerinden birincisinde öğrencilerin işlevsel kavramanın parça/bütün ilişkisi ile birlikte konumsal değişikliklere de dikkat ettikleri gözlemlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin dörtgen özelliklerini kullanarak yorum yapabildikleri ve bu sayede soru üzerinde değerlendirme yaparken sınıf içi tartışmalara katkı sağladıkları görülmüştür. Değerlendirme etkinliklerinden ikincisinde boyalı alanların karşılaştırılması istenmiştir. İkinci değerlendirme etkinliği Görsel 3.86'da verilmiştir.

**Soru 2:** Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?



**Görsel 3.86.** İkinci değerlendirme etkinliği

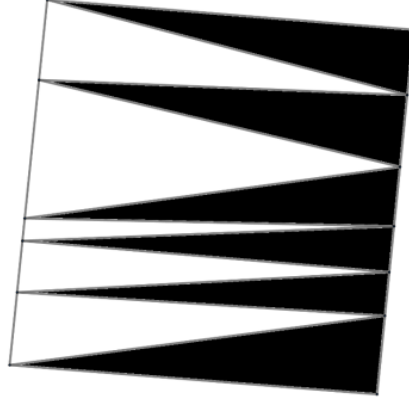
İkinci etkinlikte öğrencilerin çoğunluğunun karenin alanını bularak yorumlamaya gittikleri görülmüştür. Bazı öğrenciler karenin alanından dairelerin alanını çıkarırken  $\pi$  sayısını 3 olarak almış, bazı öğrenciler sadece  $\pi$  olarak bırakmışlardır. Öğrenciler dört karede de dairelerin toplam alanlarının  $36\pi$  değerine eşit olduğu ve karelerin de eş olduğunu belirterek boyalı parçaların alanlarının ölçülerinin eşit olduğunu söylemişlerdir.

Araştırmacı öğrencilerin ölçme yapmadan ya da alanların büyüklüğünü bulmadan boyalı alanlar arasındaki ilişkinin nasıl kurulabileceğini sormuş ve sınıf içi tartışmalara izin vermiştir.

|              |                                                                                                               |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Uzunlukları vermeseydim ve ölçme yapmasaydınız bulabilir miydiniz?                                            |
| Gaye:        | Hayır.                                                                                                        |
| Ali:         | Bulurduk.                                                                                                     |
| Arda:        | Kendimiz değerler verirdik.                                                                                   |
| Rana:        | Bir önceki soruda tamamlayarak yapmıştık, aynı şekilde yapardık.                                              |
| Ali:         | Yapardık ama çok zor.                                                                                         |
| Rana:        | Karelerin kenarları dairelere teğet geçiyor. Dairelerde birbirine teğet. Hepsinde aynı oranda boşluk kalıyor. |

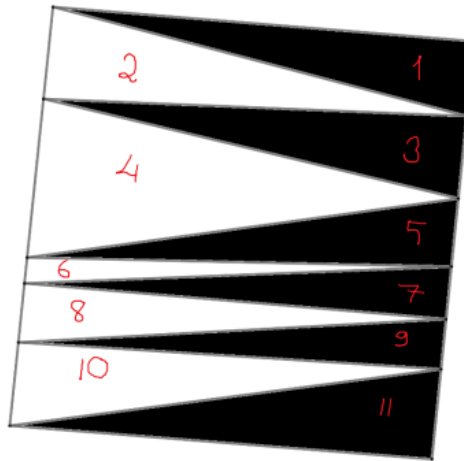
Öğrencilerin çözüm ve yorumları incelendiğinde öncelikle ölçme yapma yoluna gitseler dahi daire ve karenin özelliklerini kullanarak soruyu doğru bir şekilde çözebildikleri görülmüştür. Aynı zamanda bir önceki soruda da görüldüğü gibi dörtgen özelliklerini kullanarak soruyu yorumlayan öğrencilerin sınıf içi tartışmalardaki söylemleri etkili olmuştur. Değerlendirme etkinliklerinden üçüncüsünde boyalı alanların karşılaştırılması istenmiştir. Üçüncü değerlendirme etkinliği Görsel 3.87’de verilmiştir.

**Soru 3:** Aşağıda verilen OPMN karesinin alanı  $100 \text{ cm}^2$  dir. Buna göre taralı alanı hesaplayınız.



**Görsel 3.87.** Üçüncü değerlendirme etkinliği

Değerlendirme etkinlikleri ile öğrencilerin şekiller hakkında algısal bir yorum yaparken diğer kavrama türlerine de uygun çözüm yollarının açığa çıkartılabilmesi amaçlanmıştır. Üçüncü etkinlikte öğrencilerin fazla işlem yapmaktan kaçındıkları ve alan hesaplama yoluna çoğu öğrencinin gitmediği gözlemlenmiştir. Örneğin Asu verilen şekli keserek beyaz üçgenlerin siyah üçgenler ile eşleştiğini belirterek “Siyahlar beyazları kapatıyor.” açıklaması ile boyalı alanın tüm alanın yarısı olduğunu söylemiştir. Rana ise üçgenlerin yerini değiştirerek boyalı alanı bulmak istemiştir. Rana’nın çözümü Görsel 3.88’de verilmiştir.

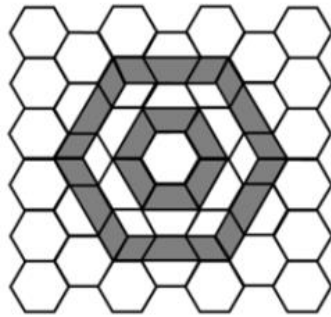


**Görsel 3.88.** Rana’nın üçüncü değerlendirme etkinliğe ait çözümü

Rana 11 numaralı üçgeni 2 numaralı üçgenin yerine taşımıştır. Bu iki üçgenin taban uzunluklarının eşit olmasının yeterli olduğunu ve yüksekliklerinin aynı olduğunu



Burcu ise Görsel 3.88’de görülen şekilde 5 ve 7 numaralı üçgenlerin kesiştiği noktadan kareyi böldüğümüzde karenin iki eş parçaya ayrılacağını söylemiştir. Böylece 1, 3 ve 5 numaralı üçgenlerin kısa kenar uzunluklarının toplamının 7, 9 ve 11 numaralı üçgenlerin kısa kenarları toplamına eşit olacağını söylemiş ve üçgenlere ait yüksekliklerin de eşit olmasından dolayı eş iki alan elde edilebileceğini belirtmiştir. Burcu karenin bir kenarının boyalı üçgenlerden diğer kenarının ise boyalı olmayan üçgenlerden oluştuğunu söylemiş ve bu kenarların taban olarak düşünüldüğünde yüksekliklerinin de eşit olmasından dolayı boyalı olmayan alanın boyalı alana eşit olacağını savunmuştur. Dördüncü değerlendirme etkinliğinde dörtgenlerin taşınması ile elde edilebilecek altıgenlerin alanlar toplamının bulunması istenmiştir.



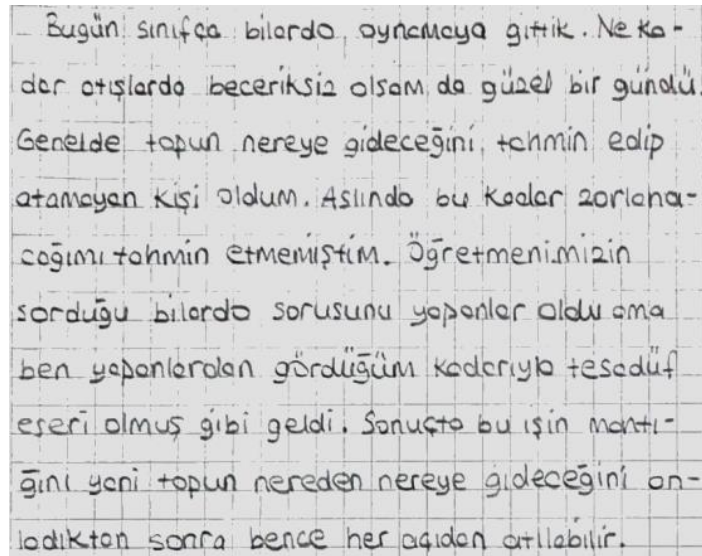
Her bir altıgenin alanı 1 birim kare olduğuna göre, bu süslemenin kapladığı alan kaç birim karedir?

Bu soru ile birlikte öğrencilerin işlevsel kavramaya uygun düşünebildikleri ve bu sayede söylemsel kavramaya uygun yanıtlar verdikleri tespit edilmiştir. Öyle ki; ölçme yapmak giderek azalmışken bu soruda hiçbir öğrencinin ölçme yapmadığı görülmüştür. Öğrenciler koyu renkli alanı bulabilmek için yine çokgenlerin yerlerini değiştirmişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğunun çözümü aynı olmakla birlikte grup tartışmalarında çözüm yöntemlerini karşılaştırmışlardır. Öğrenciler koyu renkli bölgelerin eşkenar dörtgen ve ikizkenar yamuklardan oluştuğunu gözlemlemişlerdir. En dışardaki boyalı bölge

içerisinde bulunan ikizkenar yamukların simetriğini almışlar ve altı adet altıgen oluşturmuşlardır. Bununla birlikte üç eşkenar dörtgenin bir altıgen olduğunu fark eden öğrenciler 12 adet eşkenar dörtgen olduğunu ve bunların dört adet ikizkenar yamuğa eşit olduğunu söylemişler ve toplamda 10 adet düzgün altıgen olduğunu belirtmişlerdir.

### 3.2.8. Sekizinci öğretim bölümü

Dörtgen tanımları ve dörtgen özellikleri ile birlikte dörtgenlerde alan öğretimlerinin tamamlanmasından sonra öğrencilerin dörtgenlerle ilgili verilen bir günlük yaşam problemindeki düşüncelerini ortaya koyabilmek adına dört adet bilardo problemi tasarlanmıştır. Bu problemler doğrultusunda öğrencilerin dörtgenler hakkındaki düşünceleri Duval'ın kavrama türlerine göre saptanması amaçlanmıştır. Daha önceden bir öğrenci dışında diğer öğrencilerin bilardo oynamadıkları bilinmektedir. Bu nedenle öğretimler öncesinde öğrenciler bilardo ile tanıştırılmış olup her öğrencinin bilardo masasında uygulama yapmasına olanak sağlanmıştır. Bazı öğrenciler oyunlarda bilardo masasının üzerinde bulunan noktalara dikkat ederken bazı öğrenciler ise topa herhangi bir noktadan vurularak topun izleyeceği yolda istenilen dörtgenin oluşabileceğini düşünmüşlerdir. Burcu deneyimlerine günlüğünde yer vermiştir.



Bugün sınıfça bilardo oynamaya gittik. Ne kadar otışlarda beceriksiz olsam da güzel bir gündü. Genelde topun nereye gideceğini tahmin edip atamayan kişi oldum. Aslında bu keşer zorlanacağımı tahmin etmemiştim. Öğretmenimizin sorduğu bilardo sorusunu yapamam oldu ama ben yapamamdan gördüğüm kadarıyla tesadüf eseri olmuş gibi geldi. Sonuçta bu işin mantığını yani topun nereden nereye gideceğini anladıktan sonra bence her açıdan atılabilir.

Görsel 3.90. Burcu'nun bilardo oyunu ile ilgili tutmuş olduğu günlük

Beşinci hafta derslerinde üç bilardo sorusuna odaklanılmış olup öğretimler, öğretimlere ait etkinlikler, öğrencilerin odak noktaları ve örnek kavrama türleri Tablo 3.11'de sunulmuştur.

**Tablo 3.11.** Beşinci haftaya ait öğretimler: Birinci Bilardo etkinliği

| Öğretim hedefi             | Etkinlikler                                                                            | Sınıf etkinliklerinin odağı                                                                                                                                                                                                                         | Sınıf tartışmalarının odağı                                                                                                                                                                           | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                                                                                                                                                        | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Değerlendirme etkinlikleri | Bilardo topunu kullanarak tasarlanan bilardo masası üzerinde eşkenar dörtgen oluşturma | Dikdörtgen şeklinde olan masanın merkezini bulma<br>Bilardo topunun masada izlediği yolu belirleme<br>Bilardo topunun bilardo masasının kenarlarında değdiği noktalar<br>Bilardo topunun izleyebileceği farklı yollar ile eşkenar dörtgen oluşturma | Eşkenar dörtgenin özelliklerinin sağlanması<br>Paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasındaki farklı özellikler<br>Dikdörtgen ve dikdörtgen içine çizilebilecek eşkenar dörtgen arasındaki alan bağıntısı | Öğrencilerin çoğunluğunun masanın sol tarafını kullanmalarına karşın Burcu'nun masanın sağ tarafını kullanması ve öğrencilerin verilen bilardo masasında simetrik iki eşkenar dörtgen oluşabileceğini fark etmeleri. | <u>Algısal Kavrama</u><br>“Yandan bakınca paralelkenar oluyor.”<br><u>Söylemsel Kavrama</u><br>“ 3’e geldim. Görüş açısı 4 olduğu için 4’e geldim sonra tekrar 3’e geldim. Eşkenar dörtgen olmasının sebebi aynı zamanda hem dik kesiyor köşegenler hem de karşılıklı açıları birbirine eş.” |

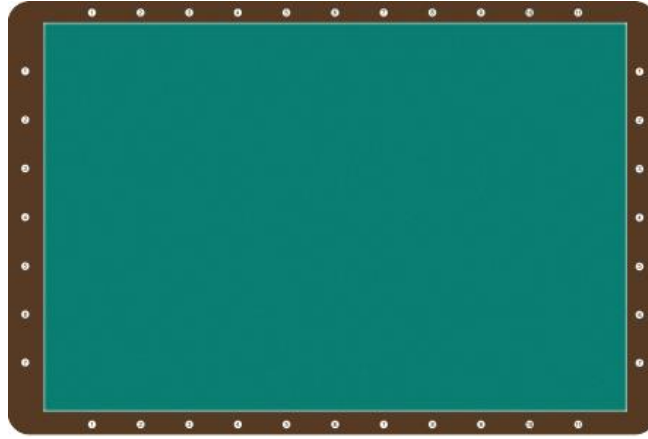
Birinci bilardo probleminde, etkileşimli tahtaya dikdörtgen şeklinde tasarlanan bilardo masası görseli yansıtılmış ve öğrencilere bu masanın görseli etkinlik kâğıdı olarak dağıtılmıştır. Problem durumu Görsel 3.91’de sunulmuştur.

**Problem:**

- Bilardo masasının tam ortasında bulunan bir bilardo topu olduğunu düşünün. Bu topa falso vermeden düz bir şekilde vurulur.
- Topun 3 banta (kenara) vurduktan sonra yine başladığı noktaya gelmesini istiyoruz (Topun banta çarptığı noktada geliş açısı ve gidiş açısı eşittir.).

A- Bu durumda topun bantlarda hangi noktalara değeceğini belirtiniz?

B- Oluşan şekil hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız. Aynı şekli başka bir vuruşla elde edebilir miyiz?

**Birinci Etkinlik Masası:**

**Görsel 3.91.** Birinci bilardo problemine ait problem durumu

Etkinliğe ait bulgularda öğrencilerin öncelikli olarak problemi doğru olarak anlamaları ya da anlayamamaları üzerine odaklanılmıştır. Daha sonra çözüme yönelik öğrencilerin uyguladıkları stratejilere bakılmış ve ardından değerlendirme sorularına geçilmiştir.

Birinci etkinlikte hazırlanan bilardo masasının uzun kenarı 12 eş bölmeye, kısa kenarı sekiz eş bölmeye ayrılmıştır. Her bölme arasındaki uzaklıklar eşit uzunluktadır. Öğrencilere bilardo topunun görseli verilmemiş ve kendilerinden topun yerini belirlemeleri istenmiştir. Öğrencilere problem üzerinde düşünmeleri ve istenen dörtgeni oluşturabilmeleri için yeterli süre verilmiştir. Daha sonra öğrenciler sınıf içi tartışma ortamında düşüncelerini açıklamışlardır. Öğrenciler öncelikle bilardo masasının merkezini bulmaya odaklanmışlardır. Masa görselinin olduğu kâğıdı katlayarak, masanın kenarlarında bulunan noktalardan yararlanarak ya da masanın kenar uzunluklarını ölçerek masanın merkezini bulabilmişlerdir. Örneğin; Baran kâğıdı kısa kenarlar ve uzun kenarlar

çakışacak şekilde katlayarak masanın orta noktasını bulmuş, Nil ise masanın kenarları üzerinde eşit uzaklıkta bulunan noktaları kullanmıştır.

Masanın orta noktasını belirleyen öğrenciler topun izleyeceği yolu oluşturmaya başlamışlardır. Gizem, topa vurduktan sonra topun değdiği bantlardaki geliş ve gidiş açılarını dikkate almamıştır. Bununla birlikte oluşacak dörtgenin paralelkenar olduğunu düşünmüş ancak şekle farklı konumlardan bakıldığında dörtgenin değişebileceğini ve eşkenar dörtgen gibi görülebileceğini söylemiştir. Bilardo masasının merkezini doğru olarak tahmin etmesine karşın algısal olarak çözüm üretmeye çalıştığı etkinlikte Gizem topun ikinci (kısa) ve üçüncü (uzun) bantlara dokunduğunda aynı numaralara (4) değmesi gerektiğini ifade etmiştir. Gizem, önce topun bilardo masasının kısa kenarının orta noktasına değmesi gerektiğini düşünmüş ancak daha sonra topun kenarlarda bulunan farklı sayılara değdiğini fark etmiş ve bu düşüncesinden vazgeçmiştir. Ayrıca Gizem'in çözümünde topun izlemiş olduğu yola bakıldığında topun başlangıç noktasına gelmediği görülmekte ve dolayısıyla bir dörtgen oluşmadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla algısal biçimde karar veren Gizem kendi düşüncesinden de emin olamamıştır.

- |              |                                                                                                                                                            |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Gizem'e söz verelim. Bilardo masasının ortası, merkezi nerede?                                                                                             |
| Gizem:       | 6 ya 4.                                                                                                                                                    |
| Araştırmacı: | Buradan nereye gidecek?                                                                                                                                    |
| Gizem:       | 3'e.                                                                                                                                                       |
| Araştırmacı: | Uzun kenarda mı 3 kısa kenarda mı?                                                                                                                         |
| Gizem:       | Uzun. Kısa kenarda 4'e gitti. Buradan uzun kenarda 4'e geldi ve sonra başladığı yere geldi.                                                                |
| Araştırmacı: | 4'ten neden 4'e gitti? Nereden biliyorsun? İlk başta 4'ten sekip neden 3'e gitti?                                                                          |
| Gizem:       | Çünkü eşit. 1 1 ile 2 2 ile olduğu için 4 4 ile dir.                                                                                                       |
| Araştırmacı: | Anladım. Burada (kısa kenar) 4e çarptıysa burada da (uzun kenar) 4'e çarpmalıdır dedin. Peki, açılara dikkat ettin mi? Geliş açısıyla gidiş açısı aynı mı? |
| Gizem:       | Biri geniş biri dar. Yani karşılıklı dar karşılıklı geniş. Eşkenar dörtgen.                                                                                |
| Araştırmacı: | Biraz önce paralelkenar dedin.                                                                                                                             |
| Gizem:       | Yandan bakınca paralelkenar oluyor.                                                                                                                        |

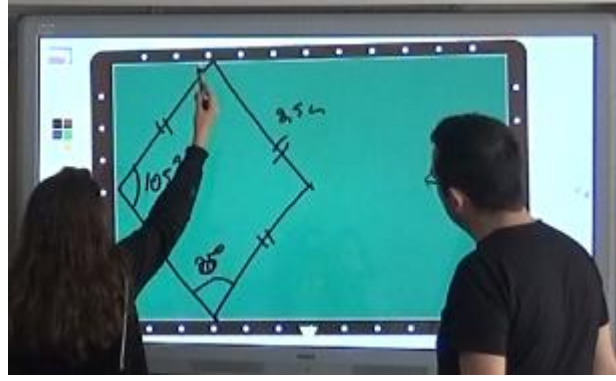
Yaz, bilardo masasının uzun ve kısa kenarının orta noktalarından yararlanarak masanın merkezini bulmuş ve bir top görseli çizmiştir. Topun sırasıyla uzun kenar kısa kenar ve tekrar uzun kenarda 4 numaralara değerek başlangıç noktasına geleceğini tahmin etmiştir. Gizem'in düşüncesinden farklı olarak Yaz, topun masanın kenarlarında aynı numaralara değdiğinde topun geliş ve gidiş açı ölçülerinin eşit olması gerektiğini düşünmüştür. Ayrıca topun aynı numaralara değdiğinde oluşacak dörtgenin kenar uzunluklarının da eşit olacağını savunmuş ve bu durumda dörtgenin eşkenar dörtgen olacağını açıklamıştır. Eşkenar dörtgen oluşabilmesi için köşegenlerin dik kesişmesi

gerektiğini ifade eden Yaz “*Şekil tam olmadı ama.*” ifadesiyle topun başladığı noktaya gelmediğini fark etmiştir.

- Araştırmacı: Yaz, orta noktasını nasıl buldun?  
Yaz: Buldum. 4e 6 diye buldum. Uzun kenarın orta noktası 6 oluyor. Kısa kenarın orta noktası 4 oluyor.  
Araştırmacı: Buradan nasıl hareket ettin?  
Yaz: Yukarıdaki 4’e getirdim. Sonra soldaki kısa kenarı 4’e getirdim. Sonra aşağıdaki 4e geliyor uzun kenar. Sonra başladığı yere geri geliyor.  
Araştırmacı: Şimdi nasıl buna karar verdin söyle bakalım. Yani buradan 4’ten neden 4’e gitti? Hep aynı sayılara gittiğini nasıl anladın?  
Yaz: Gelme açısıyla yansıma açısı eşit oluyordu. O yüzden 4’ten 4’e geldi.  
Araştırmacı: Bu açılar eşit mi sence?  
Yaz: Bence eşit.  
Araştırmacı: Neden?  
Yaz: Çünkü eşkenar dörtgen oluşuyor.  
Araştırmacı: Nasıl anladın? Ölçtün mü? Ölçmedin. Neden eşkenar dörtgen?  
Yaz: Çünkü köşegenler dik kesiyor.  
Araştırmacı: Nasıl anladın? Çizdin mi köşegen?  
Yaz: Hayır.  
Araştırmacı: Peki neden eşkenar dörtgen? Neden paralelkenar diye düşünmedin?  
Yaz: Çünkü 4’ten 4’e geliyor. Kenar uzunlukları eşit oluyor.  
Araştırmacı: Kare de olabilir o zaman.  
Yaz: Ama bu 4 ile bu 4 açısı eşit olmuyor. 90 derece olmuyor yani.  
Araştırmacı: Neden?  
Yaz: Çünkü biri uzun kenar biri kısa kenar.  
Araştırmacı: Hangisinin açı ölçüsü daha büyüktür? Hangisinin daha küçüktür?  
Yaz: Kısa kenardaki daha büyüktür.

Yaz’ın açıklamalarına bakıldığında oluşacağını düşündüğü dörtgende topun kısa kenar ile yapacağı geliş ve gidiş açı ölçüsünün tümler açı olmayacağını, bu nedenle dörtgenin kare olamayacağını ifade etmiştir. Gizem gibi Yaz da topun izleyeceği yolun bir dörtgen oluştururken, degeceği noktaların hatalı belirlenmesinden dolayı dörtgenin eşkenar dörtgen olması gerektiğini belirtmiştir.

Aslı, masanın kenar uzunluklarını ölçmek istemiş, masanın kenarlarında eşit uzaklıkta bulunan noktaları dikkate almamıştır. Aslı, Gizem ve Yaz’ın aksine topun izleyeceği yolun topun merkezden ayrıldıktan sonra uzun kenarın orta noktasının ortasına değmesi gerektiğini söylemiş, ardından kısa kenarın orta noktasına değdikten sonra diğer uzun kenarda ilk dokunduğu noktanın karşı noktasına dokunması gerektiğini düşünerek topun başlangıç noktasına ulaşacağını savunmuştur. Aslı düşüncesini doğrulamak adına dörtgenin kenar uzunluklarını ve iç açı ölçülerini ölçtükten sonra oluşan dörtgeni eşkenar dörtgen olarak belirlemiştir. Arzu da Aslı’ya benzer bir çözüm ürettiğini belirtmiş ve topun masanın kenarlarında oluşturduğu geliş ve gidiş açılarını görüş açısı olarak adlandırmıştır. Arzu top hareket ederken oluşturmuş olduğu açılara kenar üzerinden baktığını ve bu nedenle görüş açısı olarak belirlediğini açıklamıştır. Arzu’nun çözümü Görsel 3.92’de sunulmuştur.



Görsel 3.92. Arzu'nun birinci bilardo etkinliği çözümü

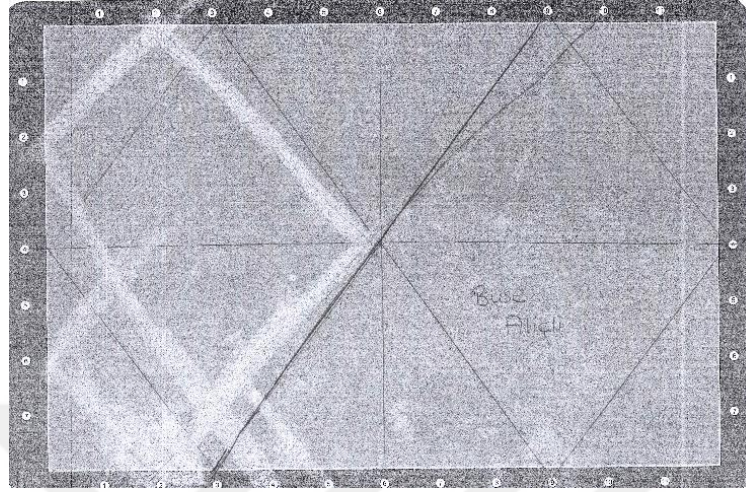
Aynı zamanda Arzu'nun açıklamalarına bakıldığında söylemsel kavramaya uygun bir çözüm ürettiği saptanmıştır. Aslı ve Arzu'nun söylemlerine ekleme yapmak isteyen Yaz kendi çözümündeki hatayı fark etmiş ve Arzu'nun oluşturduğu eşkenar dörtgenin dışında kalan üçgenlerin dik üçgen olduğunu belirtmiş, dikdörtgen içinde oluşan eşkenar dörtgeni diğer öğrencilere hatırlatmıştır.

- |              |                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Başka fikri olan var mı? Aslı.                                                                                                                                                                                              |
| Aslı:        | Bence ilk baş 3 e gidiyor. Sonra gelme açısını düşündüm. 4e gitti. Sonra yine ölçerek yaptım.                                                                                                                               |
| Araştırmacı: | Orta noktayı buldun önce değil mi? Nasıl bulmuştun?                                                                                                                                                                         |
| Aslı:        | Uzun kenar 6 kısa kenar 4 diye düşündüm.                                                                                                                                                                                    |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                                                                                                                                      |
| Aslı:        | Ölçtüm. Ondan sonra 3 e götürdüm. Sonra 4e gittim. Sonra tekrar 3e geldim. Sonra geldiğim noktaya geldim. Ölçerek yaptım böyle bir şekil çıktı.                                                                             |
| Araştırmacı: | Uzunluklar ne çıktı?                                                                                                                                                                                                        |
| Aslı:        | Uzunlukları 9,5 çıktı.                                                                                                                                                                                                      |
| Araştırmacı: | Hepsinin eşit çıktı değil mi? Açılar?                                                                                                                                                                                       |
| Aslı:        | Eşit çıkmadı açılar. Kısa kenarda oluşan açı $105^0$ oldu. Diğer açı da $75^0$ oldu.                                                                                                                                        |
| Araştırmacı: | Bu yüzden de?                                                                                                                                                                                                               |
| Aslı:        | Eşkenar dörtgen.                                                                                                                                                                                                            |
| Arzu:        | Bende Aslı'nın ki gibi yaptım. 3'e geldim. Görüş açısı 4 olduğu için 4'e geldim sonra tekrar 3'e geldim. Eşkenar dörtgen olmasının sebebi aynı zamanda hem dik kesiyor köşegenler hem de karşılıklı açıları birbirine eşit. |
| Araştırmacı: | Gayet güzel.                                                                                                                                                                                                                |
| Yaz:         | Hocam eşkenar dörtgen demiştik ya siz de neden demiştiniz. Bir diğer sebebi de şurada kalan kısım var ya dik üçgen. Onları içe doğru katladığımızda dik oluyor.                                                             |
| Arzu:        | Eşkenar dörtgende ardışık açılar birbirini bütünlüyordu. Burada karşılıklı açıları eşit ve bu yüzden eşkenar dörtgen.                                                                                                       |

Sınıf içi tartışmalarla öğrenciler topun masanın kenarlarında hangi noktalara değeceğini kavramışlar ve oluşacak dörtgeni eşkenar dörtgen olarak belirlemişlerdir. Yukarıda sunulan tartışmalarda da görüldüğü gibi bazı öğrenciler kenar uzunlukları ve açı ölçülerini ölçmek istemiş bazı öğrenciler ise masanın kenarlarında bulunan noktalardan yararlanmıştır. Burcu "Bu dörtgenin simetriği de olmaz mı?" sorusuyla diğer



öğrencilerin aksine bilardo masasının sağ tarafında değil sol tarafında da çalışılabileceğini açıklamıştır. Burcu'nun çözümü Görsel 3.93'te sunulmuştur.



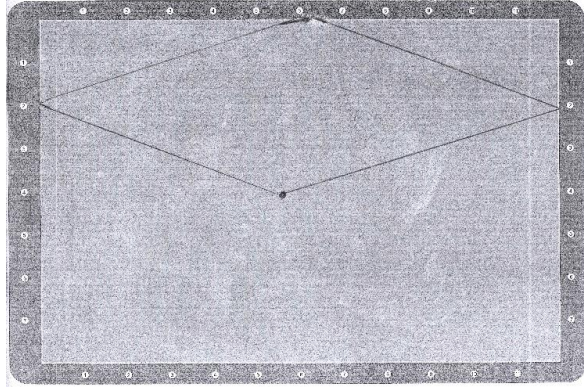
**Görsel 3.93.** Burcu'nun birinci bilardo etkinliği çözümü

Öğrencilerin tamamı eşkenar dörtgen oluşumunu kavramakla birlikte oluşan dörtgenin özelliklerinin de sağlandığını savunmuşlardır. Araştırmacı problemin b maddesine geçmiş ve topun farklı bir yol izleyerek eşkenar dörtgenin oluşumunu sorgulamak istemiştir. Öğrencilerin çoğunluğu bunun mümkün olmadığını söylemesine karşın deneme yapmak istemişlerdir. Öğrencilere soru üzerinde düşünmeleri ve bilardo masası görseli bulunan kâğıtlarda yeni çizim yapmaları için yeterli süre verilmiştir. Asu, eşkenar dörtgenin alan öğretiminin yararlanmak istemiş ve topun izlediği yolu dikdörtgenin içerisinde eşkenar dörtgen oluşturabilecek bir biçimde çizmiştir. Ancak topu kısa kenar üzerinden başlatmış ve topun bilardo masasının ortasında olma durumunu göz ardı etmiştir.

- |              |                                                                                                                                                                 |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Asu:         | Defterde dikdörtgenin içine bir eşkenar dörtgen çizebileceğimizi bu da onun yarı alanı olduğunu yapmıştık. Direkt öyle yaptığımız zaman ölçmeye gerek kalmıyor. |
| Araştırmacı: | Ama bu sefer tam ortadan başlıyoruz.                                                                                                                            |
| Asu:         | Evet, olmaz.                                                                                                                                                    |
| Araştırmacı: | Düşündüğün mantıklı aslında, devam et.                                                                                                                          |

Asu, doğru bir düşünce ile eşkenar dörtgeni oluşturmuş ancak masanın dört kenarını da kullanmıştır. Ayrıca herhangi bir ölçme yapmamış dikdörtgenin alan bağıntısından yola çıkarak eşkenar dörtgeni oluşturmuştur. Onur, Asu'nun çözümünden etkilenmiş ve araştırmacının istediği farklı çözümü üretebilmiştir. Onur'un oluşturmuş olduğu eşkenar dörtgen Görsel 3.94'te sunulmuştur.





**Görsel 3.94.** Onur'un birinci bilardo etkinliği çözümü

Rana, bilardo etkinliğinin dörtgenleri değerlendirmede etkili olduğunu ve problem üzerinde düşünmenin kendisini geliştirdiğini belirtmiştir. Ayrıca problemin zor olmadığını ancak probleme algısal bir şekilde karar verebilmenin zor olduğunu ifade etmiştir. Masaya farklı konumlardan bakmanın ya da masa üzerinde değişiklikler yapmanın problemi anlamada ve çözmede kolaylık sağlayacağını söylemiştir. Rana bu düşüncelerine günlüğünde de yer vermiştir.

3 bant bilardo / 24.05.2018

Bugün hocanın dağıttığı kâğıtlarla serileri  
kâğıtlara ilk defa bozduğumuz için fazla  
alışmadım. Ama bugünkü soru o kadar  
zorlayıcı değildi. Sadece zunu fak ettim  
tek gönlü düşünüyordum. Nani kâğıdı  
elime aldığım gönder alırmamı denedim  
hep. Kâğıdı diğer kısımları hiç kullanma-  
dım. Ama bugün bu basit düşünceye  
rağmen yine ders güeldi.

**Görsel 3.95.** Rana'nın birinci bilardo etkinliği hakkında tuttuğu günlük

**Tablo 3.12.** Beşinci haftaya ait öğretimler: İkinci Bilardo etkinliği

| Öğretim hedefi            | Etkinlikler                                                                       | Sınıf etkinliklerinin odağı                                                                                                                                                                                                           | Sınıf tartışmalarının odağı          | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri  | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Değerlendire etkinlikleri | Bilardo topunu kullanarak tasarlanan bilardo masası üzerinde dikdörtgen oluşturma | Bilardo topunun yerleştirileceği noktayı belirleme<br><br>Bilardo topunun masada izlediği yol.<br><br>Bilardo topunun bilardo masasında değdiği noktalar<br><br>Bilardo topunun izleyebileceği farklı yollar ile dikdörtgen oluşturma | Dikdörtgen özelliklerinin sağlanması | Bilardo topunun masa üzerinde konulduğu yerler | <u>Sıralı Kavrama</u><br>“Gelme açısıyla gitme açısı eşit. Ölçtüm. Ben böyle yaptım. Şimdi bu noktadan başlıyor. Burası 5.5 cm burası da 5.5 cm. buralar 10 cm di. Buradaki açıları birbirine eşit olacak şekilde öyle ölçtüm.”(Onur’un çözümü) |

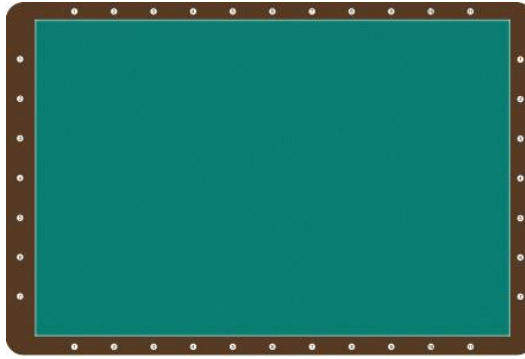
İkinci bilardo probleminde kullanılan bilardo masası görseli etkileşimli tahtaya yansıtılmış ve öğrencilere bu masanın görseli etkinlik kâğıdı olarak dağıtılmıştır. Problem durumu ve ikinci etkinlik masasına ait görsel Görsel 3.96’da sunulmuştur.

**Problem:**

- Bilardo masasının istediğiniz bir noktasında bir top olduğunu düşünün. Bu topa falso vermeden düz bir şekilde vurulur.
- Topun 3 banta (kenara) vurduktan sonra yine başladığı noktaya gelerek dikdörtgen şeklinde bir yol izlemesini istiyoruz (Topun banta çarptığı geliş açısı ve gidiş açısı ölçüsü eşittir.).

A- Bu durumda topun bantlarda hangi noktalara değeceğini belirtiniz?

B- Aynı şekli başka bir vuruşla elde edebilir miyiz?

**Etkinlik Masası:**

**Görsel 3.96.** İkinci bilardo problemine ait problem durumu

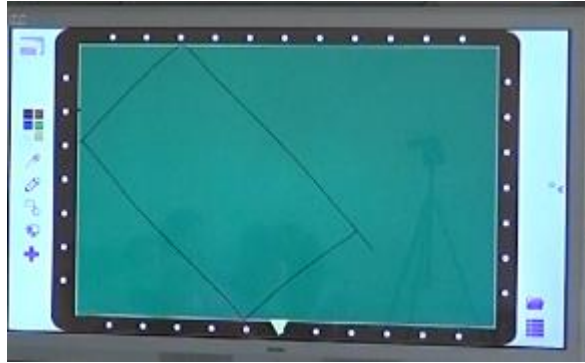
İkinci bilardo etkinliğinde öğrencilere bu kez topun belirli bir noktada olmadığı ve topun yerini kendilerinin seçeceği bir yerde olacağı açıklanmıştır. Öğrencilerin topu istediği yere koymaları ile farklı düşünceler ortaya çıkmış, öğrencilerin kendilerini daha rahat hissettikleri gözlemlenmiştir. Bunun nedeni öğrencilerin daha önceden bilardo masasında bireysel olarak çalışmalarından kaynaklandığı söylenebilir. Öğrenciler bilardo topunu koyacakları noktayı seçtikten sonra ilk problemde olduğu gibi topun bilardo masasının 3 kenarına değdikten sonra ilk konulduğu yere gelerek dikdörtgen şeklinde bir yol izlemesi istenmiştir. Birinci etkinlikte deneyim yaşayan öğrenciler artık topun kenar ile yapmış olduğu geliş ve gidiş açısına daha çok dikkat ettikleri gözlemlenmiştir. Gizem gerçek bilardo masasında yaşamış olduğu deneyimlerde topun izlediği yolun devamlı dikdörtgen olduğunu söylemiş ve çizdiği dikdörtgeni açıklamıştır.

|              |                                                                                                                                                                                      |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Gizem:       | Çünkü ben onu denediğimde sürekli bu şekil çıkıyordu. Atıyorum ben topun geri gelmesi için böyle vuruyordum. Sonra buradan geliyor ve dik gidiyordu. Sürekli böyle yapmaya başladım. |
| Araştırmacı: | Ben anladım. Ama bunun dikdörtgen olduğunu nasıl ispat ederiz?                                                                                                                       |
| Gizem:       | Çünkü eşit kenarları.                                                                                                                                                                |

Araştırmacı: Karşılıklı kenarları birbirine eşit mi?  
Gizem: Evet. Böyle 2 2 olduğu için eşit (Kısa kenarların köşeleri arasında kalan nokta sayıları).

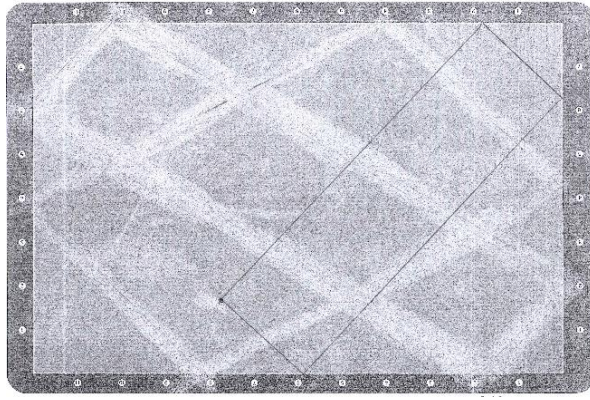
Gizem gerçek bilardo masasında topun izlediği yolun farklı kenarların aynı numaralı noktalarına değdiğinde her zaman aynı kaldığını ifade etmiştir. Dikdörtgen şeklinde bir yol izleyen topun karşılıklı kenarlarının eşit olma durumunu açıklayabilmiş ancak açıların dik olma durumuna algısal biçimde karar verebilmiştir.

Öğrenciler bilardo topunu istedikleri yere koyabilmeleri kendileri için daha özgür bir çalışma ortamı sağlasa da birinci etkinliğe göre daha fazla zorlandıkları tespit edilmiştir. Birinci etkinlikten farklı olarak farklı kenar uzunluklarının oluşması öğrencilerin karar verebilmelerinde zorlanmalarına neden olurken dörtgenin iç açı ölçülerini de ölçme gereği duymuşlardır. Ali, karşılıklı kenar uzunluklarının farklı çıkmasının topun kenara değdiğinde oluşturduğu geliş ve gidiş açılarının eş olmamasından kaynaklandığını ve bu nedenle oluşan dörtgenlerin iç açılarının dik olmadığını belirtmiştir. Aslı, Ali'nin çizimindeki hatayı fark etmiş ve topun kenar üzerinden başlatıldığında topun değdiği noktalarda oluşan geliş ve gidiş açılarını aynı olamayacağını savunmuştur. Bunun üzerine Yaz, topun masanın ortasına yakın bir yere koyulduğunda dikdörtgen çiziminin olabileceğini ifade etmiştir. Yaz çizmiş olduğu dikdörtgeni etkileşimli tahtada göstermek istemiştir.



**Görsel 3.97.** Yaz'ın ikinci bilardo etkinliği çözümü

Onur bu problemde özellikle topun kenarlara vurduğunda oluşan geliş ve gidiş açılarının eşliğine dikkat etmiştir. Daha sonra “Öyle gördüm.” ifadesi ile topun izleyeceği yoldaki noktaları tahmin etmiştir. Oluşturduğu dörtgende kenar uzunlukları ve açı ölçülerini de ölçerek çözümünün doğru olduğunu açıklamıştır. Ayrıca bilardo masasında yapmış olduğu uygulamaların Onur'un çözümünde etkili olduğu tespit edilmiştir. Onur'un dikdörtgen oluşumu Görsel 3.98'de verilmiştir.



**Görsel 3.98.** Onur'un ikinci bilardo etkinliği çözümü

**Tablo 3.13.** Beşinci haftaya ait öğretimler: Üçüncü Bilardo etkinliği

| Öğretim hedefi             | Etkinlikler                                                                 | Sınıf etkinliklerini n odağı                                                                                                                                                                             | Sınıf tartışmalarını n odağı                           | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                          | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Değerlendirme etkinlikleri | Bilardo topunu kullanarak tasarlanan bilardo masası üzerinde kare oluşturma | Bilardo topunun masada izlediği yol.<br><br>Bilardo topunun bilardo masasında değdiği noktalar<br><br>Dikdörtgenin simetri eksenlerinden ve köşegenlerinden yararlanma<br><br>Biardo masasının boyutları | Dikdörtgen ve karenin özelliklerinin değerlendirilmesi | Bilardo masasının şeklinin oluşacak dörtgenler için öğrenciler üzerinde etki sağlaması | <u>Sıralı Kavrama</u><br>"Bence kare. Çünkü karenin özelliklerini sağlıyor. Bunların arasını (köşegenler) ölçtüğümde buralar 90 derece çıkıyor. Karenin özelliklerinde de köşegenler dik ortalıyordu. Eşkenar dörtgen değil çünkü buraları (iç açılar) da 90 olacak. Evet buraları da 90 derece çıktığı için kare."<br><br><u>Söylemsel Kavrama</u><br>"İkiye bölünce kare çıkıyor zaten. Kare olduğu için köşegeninden çıktığımızda aynı oluyor."<br><br><u>Algısal Kavrama</u><br>"Hani dikdörtgen mesela kısa kenar uzun kenardan 2 kat 3 kat büyük olabilir. Ya bu iki kat olduğu için topun gideceği yerde 2 kat olabilir diye düşünüyorum." |

Üçüncü bilardo probleminde kullanılan bilardo masası görseli etkileşimli tahtaya yansıtılmış ayrıca öğrencilere bu masanın görseli etkinlik kâğıdı olarak dağıtılmıştır. Problem durumu ve üçüncü etkinlik masasına ait görsel Görsel 3.99’da sunulmuştur.

**Problem:**

- Uzun kenarı kısa kenarının iki katı büyüklükte olan bir bilardo masası vardır. Masanın tam ortasında bir bilardo topu bulunmaktadır. Bu topa falso vermeden düz bir şekilde vurulur.
- Topun 3 banta (kenara) vurduktan sonra yine başladığı noktaya gelmesini istiyoruz (Topun banta çarptığı geliş ve gidiş açı ölçüleri eşittir.).

A- Bu durumda topun bantlarda hangi noktalara değeceğini belirtiniz?

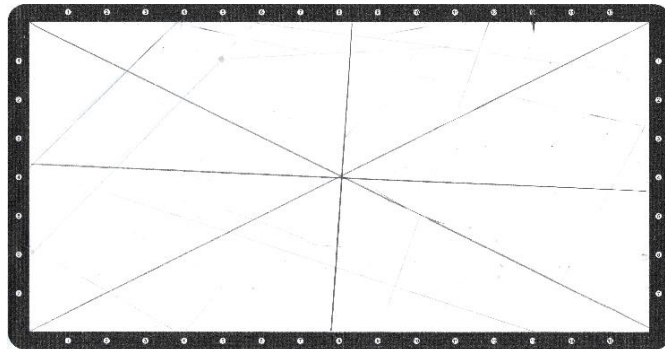
B- Oluşan şekil hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız. Aynı şekli başka bir vuruşla elde edebilir miyiz?

**Etkinlik Masası:**



**Görsel 3.99.** Üçüncü bilardo problemine ait problem durumu

Üçüncü bilardo etkinliğinde bu defa öğrencilere farklı bir bilardo masası tanıtılmıştır. Birinci problemde olduğu gibi topun yeri bilinmektedir ve masanın tam merkezindedir. Nil, masanın merkezini bulabilmek için dikdörtgenin simetri eksenleri ile köşegenlerinden yararlanmaya çalışmıştır.



**Görsel 3.100.** Nil'in bilardo masasının merkezini bulma çalışması



Öğrenciler dikdörtgen bir masada nelere dikkat etmeleri gerektiğinin farkına varmışlar ve problem çözümünde belirli bir sıralama koyarak dörtgeni oluşturmaya çalışmışlardır. Zehra masanın kenarları arasındaki orana dikkat etmiş ve topun konulduğu noktayı yeni bir kenar olarak belirlemiştir. Bu nedenle kare bir masada kare bir şeklin oluşabileceğini düşünmüştür. Ancak topun izleyeceği yolu tarif edememiştir. Öğrenciler dikdörtgen bir masada çalışılmasından dolayı oluşacak şeklin de dikdörtgen olacağını düşünseler de Burcu problemin çözümünde sıralı kavramaya uygun biçimde gerekli enstrümanları da kullanarak kendi çözümünü oluşturabilmiş ve diğer öğrencileri de ikna etmiştir.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Zehra:       | Bence kare.                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Zehra:       | Hepsi eşit olur kısa kenar uzun kenarın yarısı olduğu için                                                                                                                                                                                                                                |
| Yaz:         | Hocam dikdörtgen oluyor mu?                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Araştırmacı: | Olabilir.                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Ali:         | Bence de dikdörtgen.                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Araştırmacı: | Neden Ali?                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Ali:         | Çünkü hocam burada geçen şekildeki gibi oluyor.                                                                                                                                                                                                                                           |
| Burcu:       | Bence kare. Çünkü karenin özelliklerini sağlıyor. Bunların arasını (köşegenler)ölçtüğümüzde buralar 90 derece çıkıyor. Karenin özelliklerinde de köşegenler dik ortalıyordu. Eşkenar dörtgen değil çünkü buraları (iç açılar) da 90 olacak. Evet buraları da 90 derece çıktığı için kare. |
| Araştırmacı: | Kenar uzunlukları da eşit.                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Burcu:       | Evet eşit.                                                                                                                                                                                                                                                                                |



**Görsel 3.101.** Burcu'nun üçüncü bilardo etkinliği çözümü

Burcu'nun çözümünü hatalı bulan Arzu topun nerede durduğundan çok bilardo masasının boyutlarının önemli olduğunu savunmuş ve masanın orantısal olarak büyüklüğü arttığı zaman topun izleyeceği yolun da uzayacağını belirtmiştir. Didem ise dörtgene herhangi bir çizim yapmadan karar verilebileceğini belirtmiştir. Didem karenin

köşegen uzunluklarının eşit olma özelliğinden yararlanarak dörtgeni kare olarak düşünmüştür.

Arzu: Cetvel kullanmadan söyleyebilir miyim?  
Araştırmacı: Söyleyebilirsin.  
Arzu: Hani dikdörtgen mesela kısa kenar uzun kenardan 2 kat 3 kat büyük olabilir. Ya bu iki kat olduğu için topun gideceği yerde 2 kat olabilir diye düşünüyorum.  
Araştırmacı: Çizmeden karar verebilir miydik? Nasıl? Didem  
Didem: Verebilirdik. İkiye bölünce kare çıkıyor zaten. Kare olduğu için köşegeninden çıktığımızda aynı oluyor.

**Tablo 3.14.** Beşinci haftaya ait öğretimler: Dördüncü Bilardo etkinliği

| Öğretim hedefi             | Etkinlikler                                                                                       | Sınıf etkinliklerinin odağı                                                                      | Sınıf tartışmalarının odağı                                    | Araştırmacıyı yönlendiren öğrenci düşünceleri                                                                           | Kavrama Türleri                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Değerlendirme etkinlikleri | Bilardo topunu kullanarak kare şeklinde tasarlanan bilardo masası üzerinde paralelkenar oluşturma | Bilardo topunun masada izlediği yol.<br><br>Bilardo topunun bilardo masasında değiştiği noktalar | Topun izlediği yolda karşılıklı kenarların paralel olma durumu | Kare şeklinde bir masada masanın merkezinde olmayan bir topun izleyeceği yolun yamuk ya da dik yamuk olarak algılanması | <u>Algısal Kavrama</u><br><i>Oluşacak dörtgenin ilk denemeler sonucunda yamuk olarak belirlenmesi</i><br><br><u>Söylemsel Kavrama</u><br><i>“Bence yansıma açısıyla gelme açısı birbirine eşit olduğu için olmuyor.”</i> |

Dördüncü bilardo probleminde kullanılan bilardo masası görseli etkileşimli tahtaya yansıtılmış ve öğrencilere bu masanın görseli etkinlik kâğıdı olarak dağıtılmıştır. Problem durumu ve 4. etkinlik masasına ait görsel Görsel 3.102’de sunulmuştur.

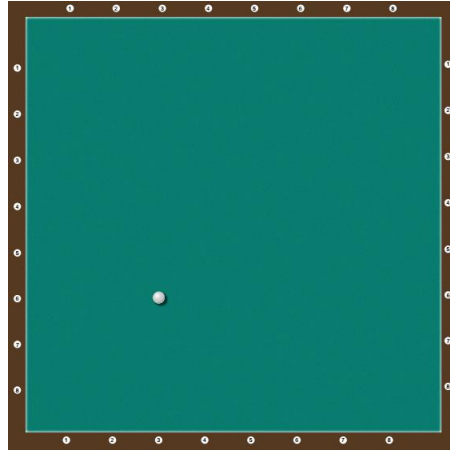


**Problem:**

- Kenar uzunlukları eşit olan kare şeklinde bir bilardo masası vardır. Masa üzerinde görseli verilen bilardo topu bulunmaktadır. Bu topa falso vermeden düz bir şekilde vurulur.
- Topun 3 banta (kenara) vurduktan sonra yine başladığı noktaya gelmesini istiyoruz (Topun banta çarptığı geliş açısı ve gidiş açısı eşittir.).

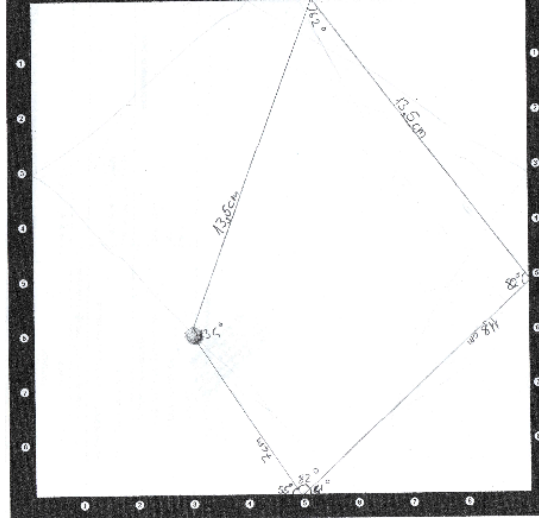
A- Bu durumda topun bantlarda hangi noktalara değeceğini belirtiniz?

B- Oluşan şekil hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız. Aynı şekli başka bir vuruşla elde edebilir miyiz?

**Etkinlik Masası:**

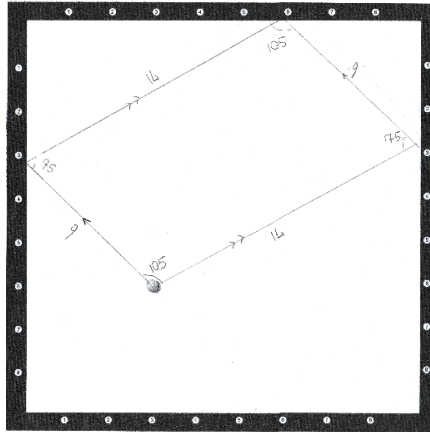
**Görsel 3.102.** Dördüncü bilardo problemine ait problem durumu

Dördüncü bilardo etkinliğinde öğrencilere bu defa kare şeklinde bir bilardo masası tanıtılmıştır. Masanın kenarlarında sekiz nokta ve eşit uzunlukta dokuz bölüm vardır. Bilardo topunun yeri gösterilmiş olup topun masanın üç kenarına çarptıktan sonra başlangıç noktasına tekrar gelmesi istenmiştir. Öğrenciler ilk üç etkinlikte yaşamış oldukları deneyimlerden dolayı topun izleyeceği yolu tahmin etmekle birlikte cetvel ve açıölçer de kullanmayı tercih etmişlerdir. İlginçtir ki öğrencilerin ilk denemelerinin sonucunda sınıfın çoğunluğu oluşabilecek şeklin yamuk olduğunu söylemişlerdir. Ancak burada herhangi bir düzenli çizim sonucu değil algısal olarak karar verdikleri saptanmıştır. Nuri, topun tam ortada olmadığını bu nedenle oluşacak dörtgenin yamuk olacağını ifade etmiştir. Ancak çizimini tamamladıktan sonra topun geliş ve gidiş açılarının hatalı olduğunu fark etmiştir. Aynı zamanda paralel kenarların da sağlanamadığını belirtmiştir.



**Görsel 3.103.** Nuri'nin dördüncü bilardo etkinliği çözümü

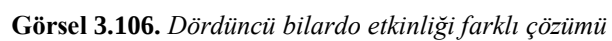
Rana bir önceki etkinlikte topun masanın ortasında olduğunu ve bu yüzden eşkenar dörtgen, kare gibi şekillerin çıkabileceğini ancak dördüncü etkinlikteki topun bulunduğu yerden dolayı kenar uzunluklarının farklı çıktığını ve paralelliğin sağlanmadığını açıklamıştır. Burcu ise dörtgeni oluşturabildiğini ancak topun masada dört kenarına da değmesi gerektiğini savunmuştur. Aykut ise topa düz bir şekilde vurulduğu için karşılıklı kenarların paralel olacağını söylemiştir. Bu durumda ardışık açılarının da bütünler olduğunu düşünmüş ve topun izlediği yolun oluşturduğu dörtgene paralelkenar olarak karar vermiştir. Aykut'un çözümü Görsel 3.104'te sunulmuştur.



**Görsel 3.104.** Aykut'un dördüncü bilardo problem çözümü

Ali, Aykut'un çözümünün doğru olduğunu ve kendisinin de benzer biçimde bir çözüm ürettiğini söylemiştir. Ali topu önce masanın alt kenarına vurma yolunu seçtiğini

Öğrenciler kare masa üzerinde farklı paralelkenar oluşturmalarına karşın topun masanın alt kısmından bir yol izlemesi yoluna gitmemişlerdir. Nil, topun bulunduğu noktaya bakıldığında masanın üst kısmının daha geniş olduğunu ve burada çalışmanın daha kolay olduğunu belirtmiş ve bu nedenle daha dar olan bir kısmı öğrencilerin tercih etmediklerini açıklamıştır. Bunun üzerine daha önceden araştırmacı ve gözlemci tarafından tasarlanan animasyon oynatılarak öğrencilere gösterilmiştir.



Dört farklı bilardo etkinliğinin ardından araştırmacı öğrencilere ek bir soru yöneltmiş ve bu soru üzerinde düşünmelerini istemiştir. Araştırmacı öğrencilere sunulan masaların herhangi biri üzerinde topun istenildiği yere konmak koşuluyla topun 3 kenara çarptıktan sonra izleyeceği yolun yamuk olma durumunu sorgulamak istemiştir. Öğrenciler belirli bir süre düşündükten sonra topun vurulduktan sonra karşılıklı olarak devamlı paralel bir yol izlediğini ve bunun da masanın şeklinden dolayı olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla bir yamuk oluşturulamayacağını açıklamışlardır. Rana, ikizkenar yamuk olabileceğini düşünse de bunun farklı bir masada olabileceğini söylemiş ancak bu masanın nasıl olabileceğini bilmediğini söylemiştir. Burcu ise topun değdiği noktalarda geliş ve gidiş açılarının eşit olma zorunluluğundan dolayı yamuğun oluşamayacağını belirtmiştir.

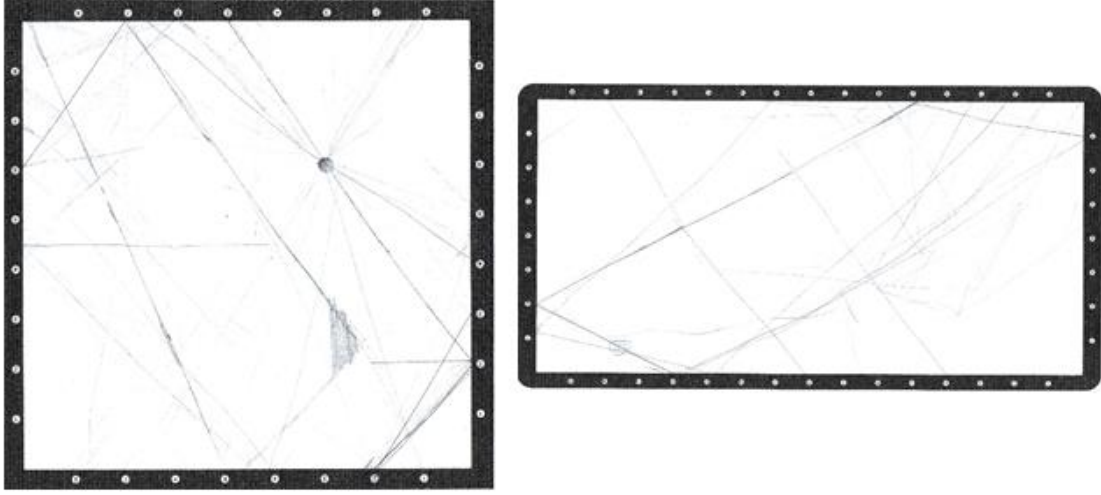
Asu: Top istediğimiz yerden başlayabilir mi?  
Araştırmacı: İstedığınız yerde olabilir. Üç banda yine değmesi gerekiyor. Başladığı yere gelecek.  
Rana: İkizkenar yamuk olur.  
Araştırmacı: Hangi masada?  
Rana: O masayı bilmiyorum.  
Araştırmacı: Tamam. Neden?  
Rana: Çünkü Burcu şey demişti. Simetriği olmadığı için olmaz demişti.  
Burcu: Çünkü yamuk iki tarafı da farklı oluyor baktığımızda.  
Rana: Ama ikizkenar yamukta simetrik oluyor. Mesela ikizkenar yamuk düşündüğümüzde bu şekilde (köşegenden) kestiğimiz zaman karşısı da aynı oluyor. O yüzden ikizkenar olabilir.  
Araştırmacı: Sen nasıl düşündün Burcu?  
Burcu: Ya ben olmaz diye düşündüm. Biz buradan vurduk diyelim 5 falan olması gerekiyor ama bu böyle gitmez.  
Araştırmacı: Neden?  
Burcu: Çünkü buradaki açıların (geliş ve gidiş) birbirleriyle eşit olması gerekiyordu. Ama olmuyor. O yüzden olmaz diye düşündüm.

Damla da Burcu gibi dikdörtgen ya da kare şeklinde bir masada araştırmacının verdiği koşullarda yamuğun oluşamayacağını söylemiştir. Damla geliş ve gidiş açı ölçülerinin eşit olması ile karşılıklı kenarların paralel olacağını savunmuş ve herhangi bir yamuk çeşidinin oluşamayacağını savunmuştur.

Damla: Birbirine paralel gitmiyor.  
Araştırmacı: Bir çift paralel olabilir.  
Damla: Mesela ikizkenar yamuk düşündüğümüzde de alt ve üst kısımları birbirine paralel gidiyor ama yapmaya çalıştığım da gitmiyor.  
Araştırmacı: Burcu senin tezin nedir?  
Burcu: Bence olmaz. Paralel gitmiyor alt ve üst doğrular.  
Damla: Bence yansıma açısıyla gelme açısı birbirine eşit olduğu için olmuyor.  
Araştırmacı: O da neye bağlanıyor?  
Damla: Her yer eşit olursa karşılıklı kenarlar da birbirine paralel olur.

Damla'nın açıklamalarına bakıldığında tamamıyla söylemsel kavramaya uygun biçimde problemi anlamaya ve çözüme yoluna gittiği anlaşılmaktadır. Damla ve Burcu yamuğun özelliklerinin bu tür bilardo masasında sağlanamayacağını diğer öğrencilere

aktarmışlardır. Damla'nın bilardo masası görselleri üzerinde yapmış olduğu denemelere bakıldığında tahmin yoluna gitmediği; ölçme, parçalama, özelliklerden yararlanma gibi kavrama türlerinin bileşenlerini kullandığı görülmektedir.



**Görsel 3.107.** *Damla'nın yamuk oluşumu için yapmış olduğu denemeler*

### 3.3. Odak Öğrencilerin Son Görüşmelerinden Elde Edilen Bulgular

Son görüşmelerde öğrencilerin geometrik kavramalarını ortaya koyacak nitelikte üç bölümden oluşan 16 soru sorulmuş, bu sorulara ait odak öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ve açıklamalar her bölüm için ayrı ayrı temalaştırılmıştır. Birinci bölüme ait sorular dörtgen tanımları ile dörtgenlere ait hiyerarşik sınıflandırmaları, ikinci bölüme ait sorular Duval'in kavrama türlerine ait soruları ve üçüncü bölüme ait sorular da ise söylemsel sürece ait sorularını içermektedir. Ön görüşmeler sonucunda öğrencilerin zorlandıkları tespit edilen sorular değişmezken öğretimlerle birlikte daha söylemsel düşünmeye sahip olabileceği düşünülerek benzer sorular oluşturulmuştur. Ayrıca birinci bölümde dörtgen tanımlarına ek olarak dörtgenlerin sınıflandırılması ve ikinci bölümün işlevsel kavrama türünün alt teması olan “*optik*” temasına uygun sorular hazırlanmıştır. Özellikle son bölümde sorulan soruların tamamının söylemsel türüne uygun olması öğrencilerin gelişimini ortaya koyabilmek amacıyla tasarlanmıştır.

#### 3.3.1. Birinci bölüm: Tanımlar

Birinci bölümdeki sorular dörtgen ve dörtgen çeşitlerini tanımlayabilmeleri ve dörtgenlerin kenarları ile köşegenlerine göre sınıflandırmaları ile ilgilidir.

### 3.3.1.1. Dörtgen tanımları

Son görüşmelerdeki öğrencilerin yapmış oldukları tanımlamalar analiz edildiğinde algısal ve söylemsel kavrama olmak üzere iki tema ortaya çıkmıştır. Öğrenci tanımlamalarına bakıldığında sadece 3 öğrencinin algısal kavramaya uygun tanım yaptığı, diğer öğrencilerin yapmış oldukları tanımlamalarının tamamının söylemsel kavramaya uygun olduğu belirlenmiştir. Algısal kavramaya uygun tanımlar incelendiğinde “Prototip tanım” ve “Hatalı tanım”, söylemsel kavramaya uygun tanımlar incelendiğinde “Özelliklere dayalı tanım” ve “Kapsayıcı tanım” alt temaları oluşturulmuştur. Öğrencilerin dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve kareye ait vermiş oldukları bu tanımlar Tablo 3.15’te verilmiştir.

**Tablo 3.15. Son görüşmedeki dörtgen tanımları**

|           | Temalar                  | Dörtgen                                  | Paralelkenar                             | Dikdörtgen                              | Kare                             | Eşkenar Dörtgen                               | Yamuk                                     |
|-----------|--------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| ALGISAL   | Prototip Tanım           |                                          |                                          |                                         |                                  |                                               | Yaz                                       |
|           | Hatalı Tanım             | Nil, Onur                                |                                          |                                         |                                  |                                               |                                           |
| SÖYLEMSEL | Özelliklere Dayalı Tanım |                                          | Asu, Onur                                | Damla, Nil                              | Burcu, Damla, Nil                | Onur                                          | Asu                                       |
|           | Kapsayıcı Tanım          | Asu, Arda, Burcu, Damla, Rana, Yaz, Zara | Arda, Burcu, Damla, Nil, Rana, Yaz, Zara | Asu, Arda, Burcu, Onur, Rana, Yaz, Zara | Asu, Arda, Onur, Rana, Yaz, Zara | Asu, Arda, Burcu, Damla, Nil, Rana, Yaz, Zara | Arda, Burcu, Damla, Nil, Onur, Rana, Zara |

Tablo 3.15 incelendiğinde algısal kavrama altında toplanan tanımlardan iki tanesi hatalı tanım bir tanesi de prototip tanım alt teması altına alınmıştır. Yaz, ön görüşmelerin aksine yamuk dışında diğer tüm dörtgenlerin kapsayıcı tanımını yapabilirken yamuk için prototip bir dörtgen tanımlamıştır.

**Yamuk**

:

Genelde hiçbir açısı birbirine eş olmayan dörtgene denir. Alt tabanı ve üst tabanı birbirine paraleldir.

**Görsel 3.108. Son görüşmede Yaz’ın yamuk tanımı**

Diğer bir algısal kavrama alt teması olan hatalı tanımda ise Nil ve Onur'un dörtgen tanımında aynı türden bir hata yaptığı belirlenmiştir. Nil, dörtgeni “*Dört köşesi aynı doğrultuda olmayan kapalı şekil*” olarak tanımlarken Onur da benzer biçimde dörtgen tanımında doğrusallık kavramının kullanımı ile ilgili bir hata yapmıştır.

Araştırmacı: Doğrusal ne demek?  
Onur: Doğrusal dediğim aynı çizgi üzerinde olan. Nasıl desem? Yörünge üzerinde yörünge değil de işte aynı çizgi üzerinde olacak şekilde hepsi bir sıra halinde. O şekilde.

Yukarıda verilen alıntıda da görüleceği üzere aynı doğrultu üzerinde dört noktanın olmaması gerektiğini belirten öğrencilerin doğrusallığı bildikleri ancak hatalı bir biçimde kullandıkları görülmüştür. Örneğin; üç doğrusal ve bir doğrusal olmayan nokta ile yapılamayacak bir dörtgen iki öğrencinin de tanımlamalarında yer almamıştır.

Söylemsel kavramanın alt teması olan “Özelliklere dayalı tahmin” de öğrencilerin *ekonomik* bir tanım yapsalar bile kendilerini ya da araştırmacıyı ikna etme isteklerinden dolayı tanımın yanı sıra dörtgen özelliklerini söyleyerek daha kararlı bir tutum sergiledikleri gözlemlenmiştir. Onur, paralelkenar ile eşkenar dörtgen tanımları arasında kararsız kalmakla birlikte kapsayıcılık durumunu da fark edememiştir.

Araştırmacı: Mesela paralelkenarda karşılıklı kenarları paralel olan ve karşılıklı açıları eşit olan demişsin ya sadece karşılıklı kenarları paralel demem yeterli miydi? Yeterli midir?  
Onur: Karşılıklı kenarları paralel. Hayır bence yetersizdir. Çünkü karşılıklı açı ölçüleri eşit olmazsa eşkenar dörtgende olabilir. Mesela onda tüm kenarları falan eşit olduğu için. Ama bunun paralelkenarın özelliği zaten şey olması

Damla ve Nil'in kare ile dikdörtgen tanımlamalarında ayrıca özellik vermelerinin nedeninin tanımlarında *kesinlik* oluşturma isteklerinden olduğu saptanmıştır. Örneğin; Nil dörtgenleri tanımlamada “*ekonomik bir tanım*” olmasına dikkat ettiğini söylemesine karşın eşkenar dörtgen için özelliğe dayalı bir tanım yaptıktan sonra araştırmacının sorusu üzerine daha ekonomik bir tanım yapmıştır.

Araştırmacı: Tanım yapmada neye dikkat edersin?  
Nil: Ekonomik olmasına  
Araştırmacı: Eşkenar dörtgene çok basit bir tanım düşünsen eşkenar dörtgene ne dersin? Olabildiğince ekonomik tanım yaptığımızı düşün.  
Nil: Bütün kenar uzunlukları eşit olan.

Nil'in eşkenar dörtgen tanımının aksine Görsel 3.109'da görüldüğü gibi Damla ve Nil kare ve dikdörtgende dörtgen özelliklerinin verilmesi gerektiğini düşünmüşlerdir.

**Kare :**  
Karşılıklı kenarları birbirine paralel, tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan, tüm açılar birbirine eşit olan dörtgen.

**Eşkenar dörtgen:**  
Tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşit olan dörtgen.

**Dikdörtgen :**  
Tüm açıları  $90^\circ$  olan karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve paralel dörtgene denir.

**Kare :**  
Tüm açıları  $90^\circ$  olan tüm kenar uzunlukları birbirine eşit dörtgene denir.

**Görsel 3.109.** Damla ve Nil'in özelliklere dayalı tanımları

Özelliklere dayalı tanım yapan diğer bir öğrenci olan Asu, yamuğun tanımını yaparken “*Ardışık açıları bütünlemeyen dörtgen*” şeklinde ifade ederek yamuk çeşitlerini göz ardı etmiştir.

Karşılıklı çiftlerinden en az biri paralel olan ardışık açılar birbirini bütünlemeyen dörtgene denir.

**Görsel 3.110.** Asu'nun özelliklere dayalı tanımı

Tablo 3.15 incelendiğinde dörtgen ve dörtgen çeşitlerinin tanımlarında çoğu öğrencinin söylemsel kavrama türünde olduğu ve kapsayıcı tanım yapabildikleri görülmektedir. Ön görüşmelerde kapalılık özelliğini Rana dışında dikkate alan öğrenci olmamasına karşın son görüşmelerde tüm öğrenciler göz önüne almıştır. Arda, kapalılık özelliğini “*4 köşesi olan çokgen*” şeklinde ifade etmiştir.

Tüm öğrencilerin paralelkenarı tanımlarken karşılıklı kenarların paralel olma durumunu belirttiği ve diğer dörtgenlerin tanımlanmasında da bu özellikten yola çıktıkları görülmüştür. Örneğin; Burcu ön görüşmelerde paralellığe dikkat etmezken daha sonra bu özelliğin dörtgenleri tanımlamada bir başlangıç noktası olduğunu söylemiştir.

|              |                                                                                    |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Burcu:       | Hepsinin başlangıcı aynı oluyor.                                                   |
| Araştırmacı: | Karşılıklı kenarlar birbirine paralel mi?                                          |
| Burcu:       | Evet. İlk görüşmede pek dikkat etmemiştim. Böyle birden çok tanım verdiğine falan. |

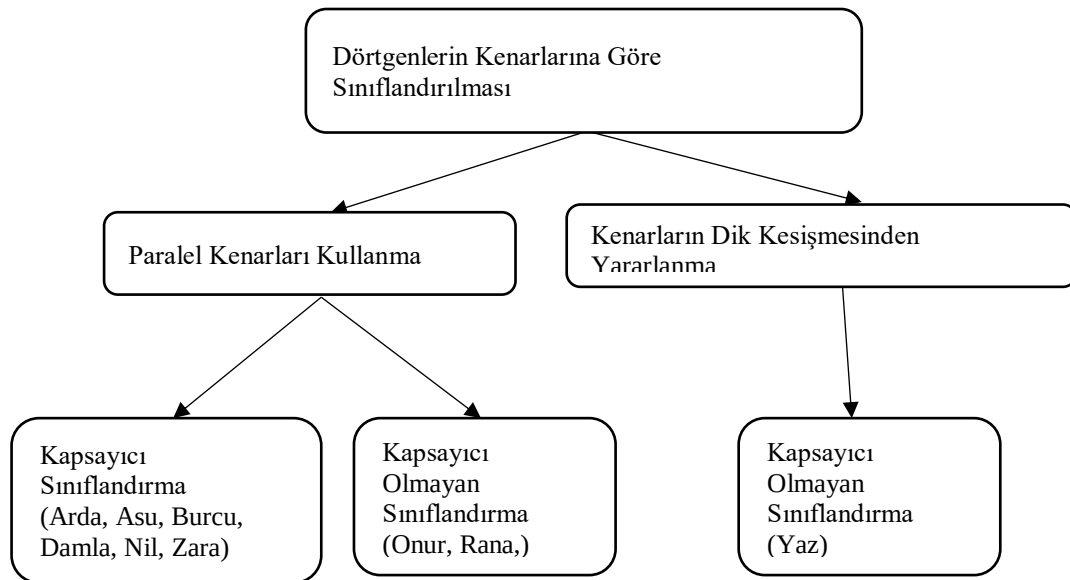


Son görüşmede öğrencilerin yapmış oldukları tanımlar birbirine benzese de bazı tanımlarda odak noktanın değiştiği gözlemlenmiştir. Örneğin eşkenar dörtgeni Zara “*Tüm kenarları eşit olan dörtgen*” şeklinde kenarlara dayalı olarak tanımlarken, Arda köşegen özelliklerine dayalı olarak “*Köşegenleri birbirini ortalayan, kenar uzunluğu eşit olan dörtgen*” şeklinde tanımlamıştır. Zara’nın tanımı Arda’ya göre daha ekonomik bir tanım olsa da Arda köşegen özelliklerinden yararlandığı için bu şekilde bir tanımlama yapmıştır. Arda sonrasında Zara ile aynı tanımı yapmış ancak köşegen özelliklerinin de eşkenar dörtgende önemli olduğunu vurgulamıştır. Son görüşmelerde öğrencilerin tanım yapmanın gerekliliğini anladıkları ve tanım yapmada tanımın özelliklerine önem verdikleri tespit edilmiştir.

### 3.3.1.2. Dörtgenlere Ait Hiyerarşik Sınıflandırma

#### Kenarlarına Göre

Son görüşmelerde öğrencilerin dörtgen tanımlarını kavradıkları görülmektedir. Bu nedenle öğrencilerin dörtgenlerin sınıflandırmasını nasıl yapacakları araştırılmak istenmiş ve son görüşmelere ek soru olarak eklenmiştir. Alanyazına bakıldığında özel dörtgenlerin farklı tanımlarına uygun farklı sınıflandırmalar bulunmaktadır. Bu araştırmadaki öğrencilerin çoğunluğunun Usiskin ve Griffin’in (2008) dörtgenlerin kapsayıcı sınıflandırmasına benzer sınıflandırma yaptıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin sınıflandırmaları Şekil 3.17’de gösterilmiştir.



Şekil 3.17. Dörtgenlere ait öğrenci sınıflandırmaları

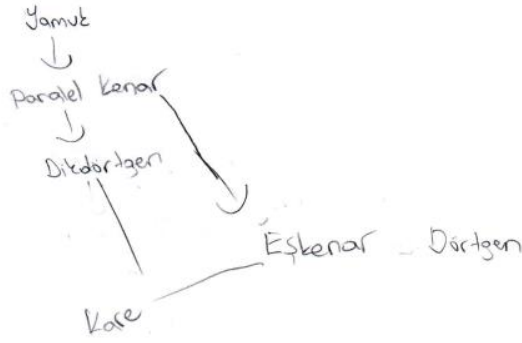
Dörtgenlerin tanımları gereği ve dörtgenlerin kenar özelliklerine göre hiyerarşik bir sınıflama yapmaları istenen öğrencilerden altısının kapsayıcı sınıflamaya yöneldikleri tespit edilmiştir. Tüm öğrenciler dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflamaya yamuk ile başlamıştır. Arda bunun nedenini “Çünkü yamuğun tanımı hepsine uyuyor yani kapsıyor.” şeklinde açıklarken Asu “ Yamuk tüm dörtgenlerin atasıdır.” şeklinde belirtmiştir. Burcu ve Damla ise sınıflandırmayı yaparken genelden özele doğru bir sınıflandırma yapılmasının daha doğru olacağını belirtmiştir. Damla “Eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları birbirine eşit. Yeni bir özellik eklendi paralelkenara göre. O yüzden onu alta yazdım.” şeklinde bir açıklama ile genelden özele gitmeyi açıklamıştır. Nil ise kapsayıcı bir tanımın nasıl olması gerektiğini ve buna göre bir sınıflandırmanın nasıl yapılabileceğini araştırmacının sorusu üzerine açıklamıştır.

Araştırmacı: Mesela hangi dörtgen ile başlanılabilir?  
Nil: Yamuk hepsinin yerine geçebilir.  
Araştırmacı: Hiyerarşik sınıflama dediğim o. En üstten en alta doğru. Peki neye göre bu sıralamayı yaptın?  
Nil: Yamuk hepsini kapsadığı için onu ilk başa koydum. Daha sonra diğer üçünü de kapsayan bir tane daha dörtgen var. Bu da paralelkenar. Sonrasındaki dikdörtgen diğer ikisini kapsamıyor. Mesela dikdörtgen eşkenar dörtgeni kapsamadığı için onları yan yana yazdım. Kare de diğer hepsinin kenar özelliklerini kapsadığı için diğer en alta yazdım.

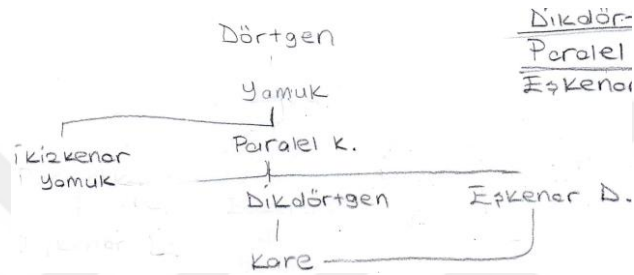
Zara da Nil’e benzer bir açıklama yapmış ve oluşturmuş olduğu hiyerarşik sınıflandırmayı savunmuştur. Ayrıca sınıflamanın tam tersi olma durumunda ise (kareden yamuğa doğru) çelişki ortaya çıkacağını belirtmiştir.

Zara: Çünkü aşağıya yazsak yamuk mesela karenin altına yazsak onunla onu çelişkili olur.  
Araştırmacı: Neden?  
Zara: Yani yamuğun en az iki kenarı paralel olduğu için karenin de hepsi olduğu için oradan ona geçiş yapamayız. Çelişkili.  
Araştırmacı: Geçiş yapamayız. Kareden yamuğa geçiş yapamayız.  
Zara: Evet.  
Araştırmacı: Peki burada yani hepsi alt alta mı olmak zorunda? Mesela şimdi mesela bu ne anlama geliyor? Paralelkenar yamuğun altında bu ne anlama geliyor?  
Zara: Yani paralellik konusunda öyle yaptım. Zaten yamuk hepsini kapsıyor. Paralelkenar da eşkenar dörtgen dikdörtgen ve kareyi kapsıyor. Eşkenar dörtgen de kareyi kapsıyor. Dikdörtgende kareyi kapsıyor.

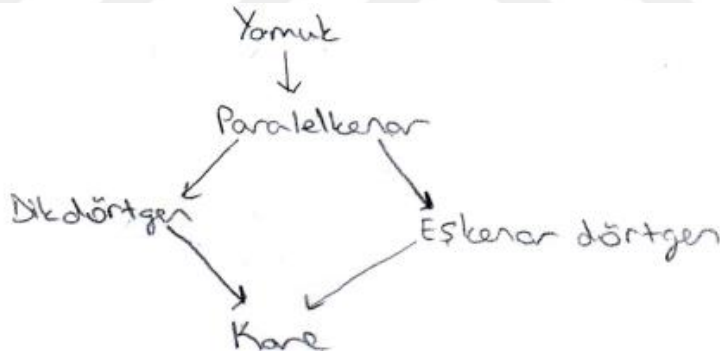
Kapsayıcı dörtgen sınıflandırmaları incelendiğinde öğrencilerin yamuktan başladıkları ve genelden özele doğru bir sınıflandırma yaparak paralel kenarlardan yola çıktıkları görülmüştür. Sınıflandırmalara ilişkin örneklerin bazıları Görsel 3.111, 3.112 ve 3.113’te verilmiştir.



**Görsel 3.111.** Arda'nın dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması

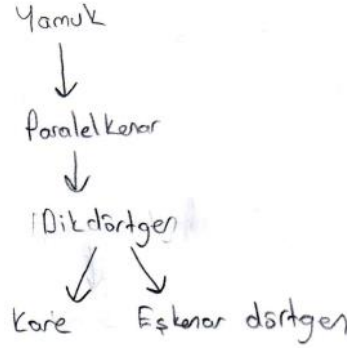


**Görsel 3.112.** Burcu'nun dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması



**Görsel 3.113.** Nil'in dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması

Kenar özelliklerine göre sınıflandırmada kapsayıcı olmayan dörtgen sınıflandırmalarına öğrenciler yine yamuk ile başlamışlardır. Ancak dörtgen hiyerarşisinde genelden öze doğru bir yol takip edilirken kenar özellikleri açısından dörtgenlerin hiyerarşide nerede yer alacağı farklılık göstermiştir. Örneğin Onur, tüm kenar uzunlukları eşit olan dörtgenlerin hiyerarşide en altta olması gerektiğini düşünmüş ve sınıflaması Görsel 3.114'te sunulmuştur:



**Görsel 3.114.** Onur'un dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması

Onur, dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırmada kare ve eşkenar dörtgenin kenar özelliklerinin aynı olduğunu belirterek hiyerarşinin en altında olması gerektiğini belirtmiştir.

Onur: Yok ben düşünüyorum sadece şimdi genel olarak düşünüyorum. Paralelkenarla dikdörtgenin kenar özellikleri aynı. Ya kareyle eşkenar dörtgenin özellikleri aynı. Bir yamuğun farklı. Yamuk en üstteyse bu şekilde olur bence. Dikdörtgen ve paralelkenar yan yana olur bence böyle düşündüm.

Rana da Onur gibi kenar özelliklerine dikkat ederek sınıflandırma yapmış ancak kare ve dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkide köşegen özelliklerine yöneldiği için kapsayıcı olma durumunu fark edememiştir.

Rana: Ya yamuğun pek bir özelliği yok. Daha sonra mesela yamuğu düşündüğümüzde onu paralelkenar yaparsak onun özelliği artıyor. Paralelkenarı eşkenar dörtgen ya da dikdörtgen yapınca yine özelliği artıyor. Bunu kare yapınca daha da artıyor.

Araştırmacı: Çok güzel. Şimdi paralelkenarı dikdörtgen yapalım dedin ya nasıl dikdörtgen yapıyorsun ya da dikdörtgeni kare yapıyorsun?

Rana: Nasıl yapıyorsun? İşte mesela açıları dik yapınca paralelkenarı dik yaptığımızda dikdörtgen oluyor.

Araştırmacı: Paralelkenarı dik yaptığımızda

Rana: Evet. Dikdörtgende kenar uzunluklarını eşitlediğimizde kare oluyor. Eşkenar dörtgende de aynı şekilde.

Araştırmacı: O zaman bu durumda kare dikdörtgenin özelliklerini taşıyor mu?

Rana: Kimisini taşıyor. Mesela köşegen uzunluklarının ikisinin de eşit. Ama eşkenar dörtgenin mesela açılarını dik yaptığımızda oluyor.

Araştırmacı: Eşkenar dörtgeni de sağlıyor değil mi?

Rana: Evet.

Araştırmacı: İkisini de sağlıyor.

Rana: Evet. İkisini de sağlıyor. Öyle.

Araştırmacı: Tamam peki. Kare eşkenar dörtgendir demişsin değil mi?

Rana: Evet.

Araştırmacı: Doğru mu yanlış mı?

Rana: Doğru bence.

Araştırmacı: Tamam. Peki, ama kare dikdörtgenin özelliklerini de sağlıyor dedin. Ama kenarlarına göre diyor.

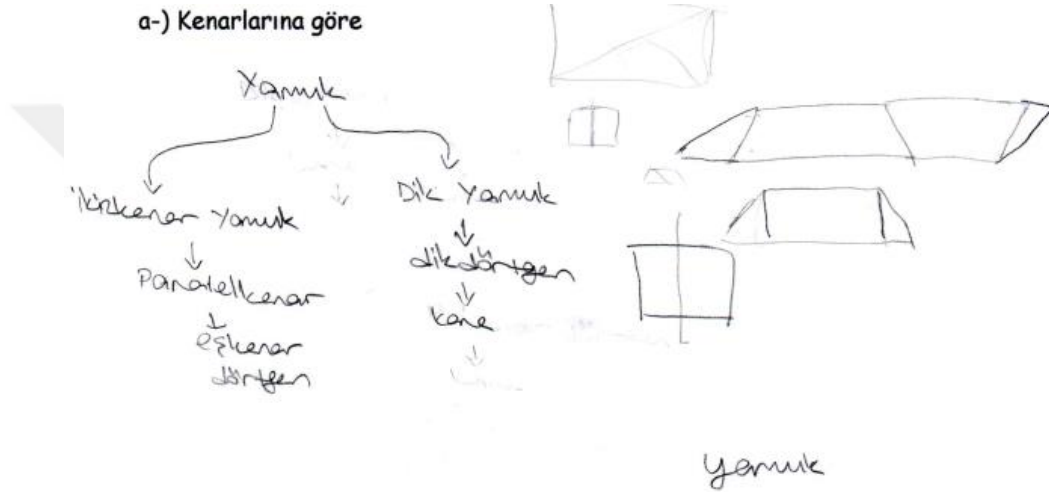
Rana: Tamam.

Rana: Kenarlarına göre dediği için mesela eşkenar dörtgenle kareyle eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları aynı. O yüzden birbirlerine daha yakın oluyorlar.

Araştırmacı: Anladım. Dikdörtgende böyle bir şey olmadığı için

Rana: Ya ayrı bir grup diye düşündüm.

Dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırmada kapsayıcı olmayan bir hiyerarşi kurabilen diğer öğrenci de Yaz'dır. Yaz dörtgen sınıflandırmasını oluştururken diğer öğrenciler gibi yamuk ile başlamış ve ardından yamuğu iki farklı çeşit yamuğa (ikizkenar yamuk ve dik yamuk) ayırmıştır. Daha sonra öğretim bölümlerinde öğrenmiş olduğu yolla iki ikizkenar yamuğun birleşimi ile bir paralelkenar olacağını düşünmüş ve Görsel 3.115'te sunulan çizimi ile paralelkenarı ikizkenar yamuğun özel hali olarak göstermiştir.



Görsel 3.115. Yaz'ın dörtgenleri kenar özelliklerine göre sınıflandırması

### Köşegenlerine Göre

Graumann'ın (2005) *dörtgenler evi* adını verdiği sınıflandırmada kullandığı özelliklerden bir tanesi de köşegendir. Graumann özel dörtgenlerin köşegenlere dayalı sınıflandırılmasında köşegenlerin ya eşliğine, ya dik kesişmesine ya da en az birinin diğerini dik ortalamasına göre ayırt edilebileceğini söylemiştir. Bu bağlamda öğrencilerin odak noktası bu 3 maddeye benzer biçimde olmuştur. Öyle ki Onur dörtgenlerin köşegen özelliklerine göre farklı bir sınıflandırmanın olabileceğinin farkında olduğunu göstermiş ve sınıflandırma yaparken farklı kategorilerin olabileceğini vurgulamıştır.

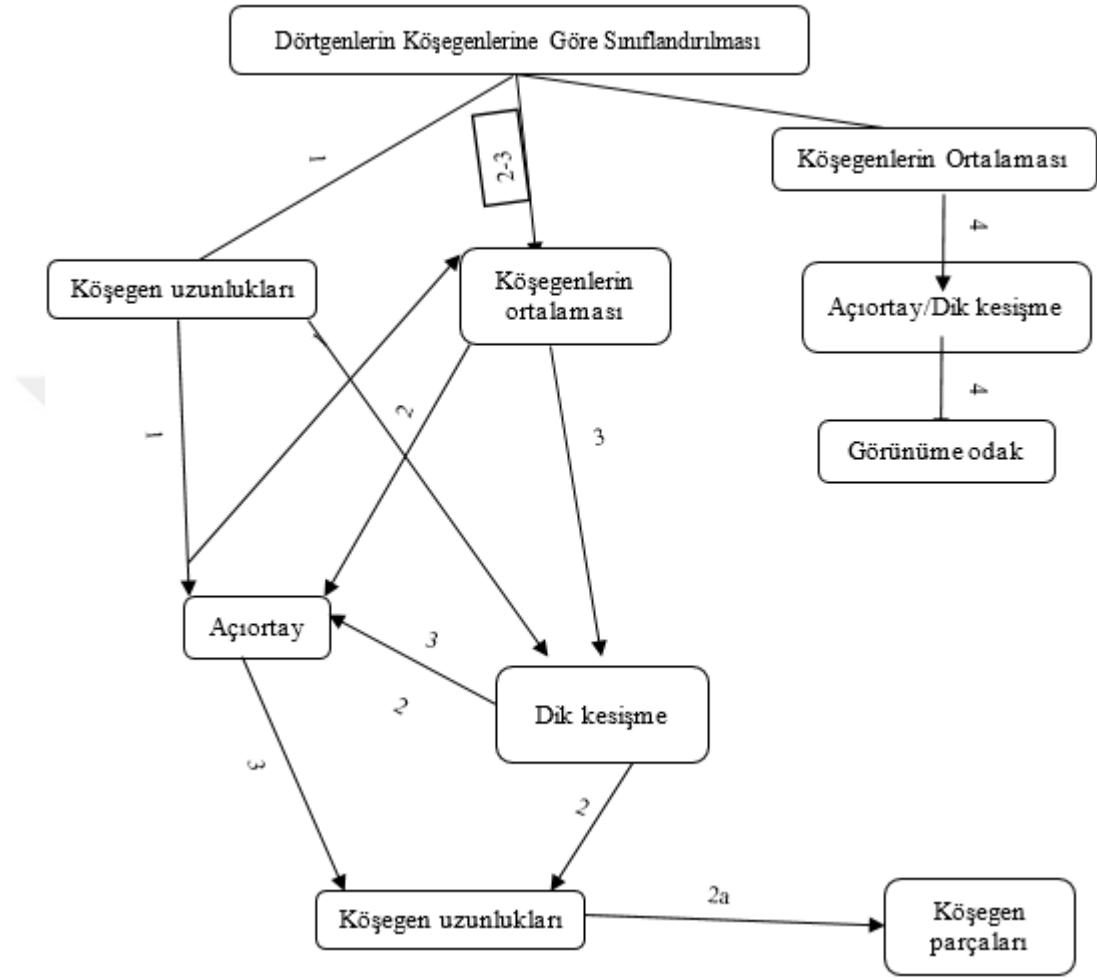
Onur: Ama şimdi köşegenlere göre çok sınıflandırılabilir o yüzden.

Araştırmacı: Mesela

Onur: Üç tane kategorisi var uzunlukları, dik kesişip kesişmedikleri, açıortay olması. Üçüne göre nasıl sıralayacağımı düşünüyorum şimdi.

Öğrencilerin özel dörtgenlerin köşegen özelliklerine göre hiyerarşik bir sınıflandırmayı kendilerine göre nasıl yapılacağı sorulmuştur. Şekil 3.18'de öğrencilerin

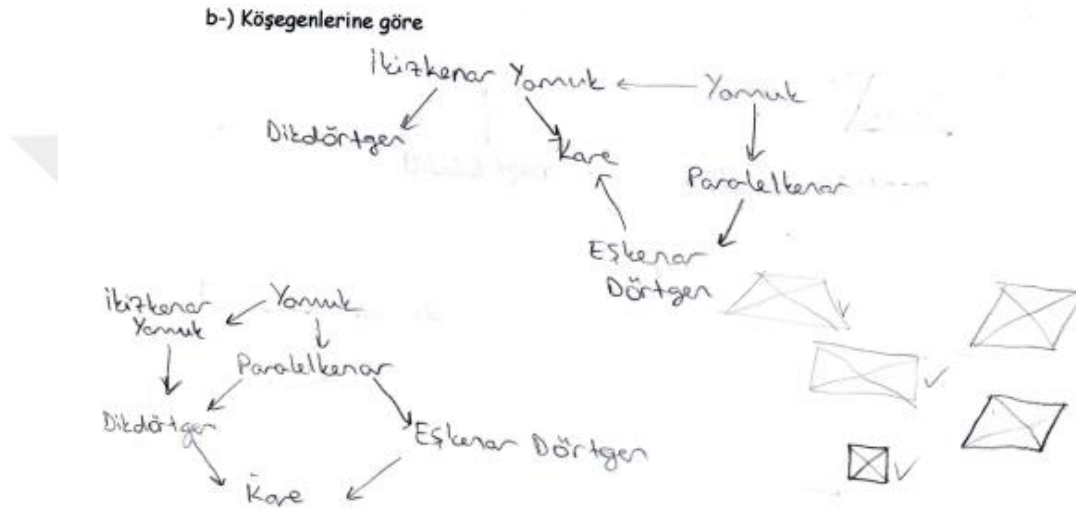
yapmış oldukları sınıflandırmalar ve düşünceleri sunulmuştur. Şekilde verilen numaralar öğrencilerin düşünme yollarını göstermektedir.



Şekil 3.18. Dörtgenlerin köşegen sınıflandırılması

Öğrencilerin köşegen özelliklerine göre yapmış oldukları hiyerarşik sınıflandırmalara bakıldığında kendilerince köşegen özelliklerinin öncelik sırasına göre bir model oluşturdukları saptanmıştır. 1 numara ile gösterilen sınıflandırma modelinde sadece Nil vardır. Nil öncelikle dörtgenlerin köşegen uzunluklarına göre bir ayrıma gitmiş daha sonra köşegenlerin açıortay olma durumlarına göre sınıflandırmasını sürdürmüştür. Bu süreçte sınıflamaya yamuktan başlayan Nil ikizkenar yamuğun da kullanılması gerektiğini düşünmüş ve ikizkenar yamuğun köşegen uzunluklarının eşit olmasından dolayı dikdörtgeni de kapsayabileceğini söylemiştir. Aynı durumun karede de olduğunu söylemiş ancak paralelkenarda köşegen uzunluklarının eşit olmama durumundan dolayı

yamuğun altında yer alması gerektiğini belirtmiştir. Dikdörtgenin kareyi kapsamayacağını söylemiş ancak bu fikirden vazgeçerek, “*Kare ve eşkenar dörtgenin ortak özelliği var. Açığortay olması köşegen özelliğinin.*” şeklinde açıklayarak kare ve eşkenar dörtgenin yerlerini değiştirmiştir. Son olarak kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin köşegenlerinin ortalaadığını ve bu dörtgenlerin paralelkenarın altında olması gerektiğini belirtmiştir. Nil’in köşegen özelliklerine göre sınıflama süreci Görsel 3.116’da verilmiştir.



**Görsel 3.116.** Nil’in köşegen özelliklerine göre dörtgen sınıflandırması

2. ve 3. yolları takip eden öğrencilerin ortak düşüncesi köşegenlerin ortalamasıdır. 2. yolu takip eden öğrenciler daha sonra sırasıyla köşegenlerin açığortay olma özelliği, dik kesişmeleri ve köşegen uzunluklarının eşitliğine dikkat etmişlerdir. Asu, Rana ve Onur 2. yolu takip eden öğrencilerdir. Asu köşegen özelliklerine göre sınıflandırmasını sıralı bir şekilde yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen şeklinde yapmıştır. Asu, eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının farklı olmasından dolayı en alt basamakta olması gerektiğini savunurken köşegenlerin ortalamasının paralelkenar ile başladığını düşünerek yamuktan sonra yazmıştır. Onur ve Rana ise kareye en alt basamakta yer vermiştir. Onur köşegenlerin ortalamasından başlayarak, açığortay olma durumu ve en son olarak köşegen uzunluklarına bağlı sınıflandırmasını şu şekilde ifade etmiştir.

|              |                                                                                                                    |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Şimdi köşegenlerle bir hiyerarşik sınıflama yap bir de. Bu sefer köşegen özelliklerine göre.                       |
| Onur:        | Yamuğa baktığında çok şey yok aslında. Köşegenleriyle ilgili çok kesin bir şey yok. Daha genel mi oluyor bu sefer? |
| Araştırmacı: | Hangi dörtgen en genel olur köşegenleri düşünürsek?                                                                |

Onur: Şöyle düşündüm tekrar tekrar sağlayayım. Ortalamayabiliyor. Genel olarak özelliklerini barındırmıyor köşegen sınıflandırmasını. Sonra paralelkenar dedim. Çünkü bunda da köşegen uzunlukları eşit olmayabiliyor. Şey açırtay olmuyor. Genel olarak. Yamukta eşit olmayabiliyor köşegen uzunlukları

Araştırmacı: Ney oluyor peki bunda bir şey vardı?

Onur: Bunda tek sadece şey kesiyor. Ortalıyor.

...

Araştırmacı: Başka özelliği var mı?

Onur: Uzunlukları desem tek farkları köşegen uzunlukları değişiyor dikdörtgende. Eşkenar dörtgende uzunlukları değişmişti zaten eşit olmuştu.

Rana da Onur'a benzer bir sınıflandırma modeli oluşturmuş olup ayrıca son olarak köşegen parçalarının da eş olma durumu ile ilgilenmiştir (2-A).

Araştırmacı: Köşegenlerine göre nasıl düşünüyorsun? Bu sefer köşegen özelliklerini düşünerek aynı mantıkta yine.

Rana: Şimdi yamukta köşegenler birbirini ortalamıyordu. O zaman yine en üstte yamuk olacak.

Araştırmacı: Neden? Doğru. Yazıp da düşünüp de söyleyebilirsin.

Rana: Şimdi yamuk köşegenleri ortalamıyor. Paralelkenarda ortalıyor. Yani yavaş yavaş böyle iyice düzene girmeye başlıyor gibi. Yani yamuk daha çok düzensiz duruyor ama paralelkenar olduğu zaman düzenli hale geliyor gibi yani biraz daha düzgün bir şekil oluyor. Yamuğu yine en üstte attık.

Araştırmacı: Tamam.

Rana: Sonra yamuk hani ortalamıyordu ya paralelkenarda ortaladı daha sonra paralelkenar geldi.

Araştırmacı: Neden? Doğru yaptın da neden paralelkenar yamuğun üzerinde değil yani ortaladı onun altında neden?

Rana: Çünkü böyle daha özele iniyor gibi.

Araştırmacı: Dikdörtgenin özelliği ne köşegen özelliği? Daha mı özele iniyor?

Rana: Yani ortalıyor. Bir de neydi bir şey daha vardı ama hatırlamıyorum. Deftere öyle yazdık gibi.

Araştırmacı: Ne yazdık?

Rana: Köşegenleri açırtay değildi.

...

Rana: Şimdi dikdörtgende şey oluyordu aslında bir dakika yanlış oldu. Şimdi dikdörtgende köşegenler birbirini dik kesmiyordu. Ama eşkenar dörtgende dik kesiyor. Daha sonra bunun daha da özeli köşegen uzunlukları birbirinden farklıydı ama karede köşegen uzunlukları birbirine eşit oluyor. O yüzden kare en sona geliyor.

Araştırmacı: Peki dikdörtgenin köşegenlerinin başka özelliği var mı?

Rana: Köşegen parçaları eşit.

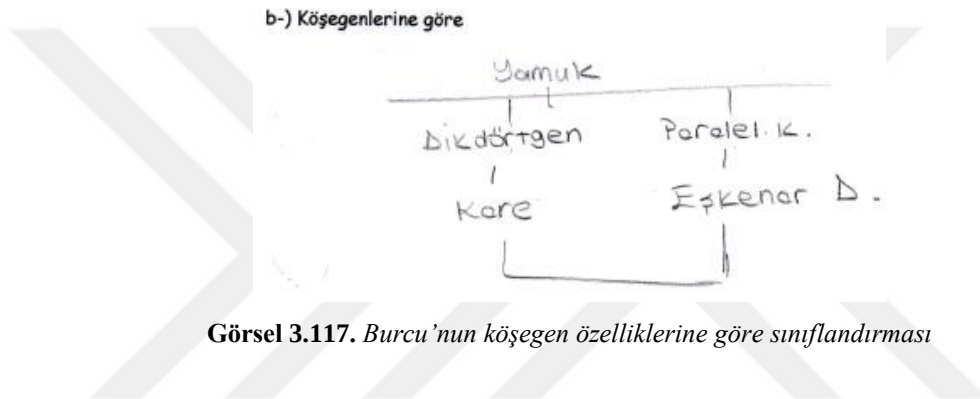
3. yolu takip eden öğrenciler Arda, Burcu, Damla ve Zara'dır. Bu öğrenciler sırasıyla köşegenlerin ortalamasında, köşegenlerin dik kesişmesine, köşegenlerin açırtay olma durumlarına ve köşegenlerin kenar uzunluklarının eşit olmasına odaklanmışlardır. Damla ve Zara, köşegen özelliklerini kullanıp yine genelden özele doğru bir sınıflandırmaya gitmiş ve Şekil 3.18'deki 3. yolun nasıl çıktığını açıklamışlardır.

Damla: Şimdi yamuğu zaten en genele alıyoruz. Paralelkenarda birbirini dik kesmiyorlar. Ortalamıyorlar. Yani ortalıyorlar ama kesmiyorlar. Sonra eşkenar dörtgen ve dikdörtgende birbirlerini dik kesiyorlar. Yani açırtaylar aynı zamanda. Ama karede aynı zamanda kenar uzunlukları da eşit köşegen uzunlukları.



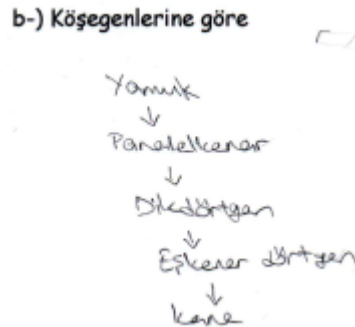
Zara: Şimdi yamukta dik kesişmiyor veya açıortay olmadığı için paralelkenarda da öyle. Paralelkenarda özelliği ortalaması. Dikdörtgende de ortalıyor. Eşkenar dörtgende de ortalıyor diye. Yani eşkenar dörtgende de açılar dik kesişiyor falan. Onlarda kareye uyuyor. O yüzden buradan da kareye.

Arda, Damla ve Zara yamuğu hiyerarşinin en tepesine yerleştirdikten sonra paralelkenarı tek başına alırken Burcu paralelkenar ve dikdörtgeni iki ayrı başlıkta altında toplamıştır. Burcu 3. yolun son adımı olan köşegen uzunluklarını dikkate almış ve dikdörtgen ile paralelkenarın ayrı basmaklar olduğunu ancak kare ve eşkenar dörtgenin hem dikdörtgen hem de paralelkenar ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Burcu'nun köşegenlere ait sınıflandırması Görsel 3.117'de sunulmuştur.



**Görsel 3.117.** Burcu'nun köşegen özelliklerine göre sınıflandırması

Dörtgenlerin köşegen özelliklerine göre sınıflandırma modeli oluşturmada 4. yolu takip eden Yaz diğer öğrencilerden farklı bir son düşünceye varmıştır. Öyle ki; söylemsel süreç içerisinde hiyerarşiyi kuran Yaz, en az köşegen özelliğinin yamukta olduğunu söylemiş ve kenarlarına göre sınıflandırma modelinden farklı bir model ortaya koymuştur. Yaz'ın köşegenlere ait sınıflandırması Görsel 3.118'de verilmiştir.



**Görsel 3.118.** Yaz'ın köşegen özelliklerine göre dörtgen sınıflandırması

Yaz, köşegenlerin ortalamasına dikkat ederek paralelkenarı yamuktan sonra yerleştirmiştir. Daha sonrasında dörtgenin köşegenlerinin hem açıortay ve hem de dik kesişmesinin daha ayrıntılı bir özellik olduğunu düşünerek eşkenar dörtgen ve karenin dikdörtgenin altında olması gerektiğini savunmuştur. Ancak kareyi en alta yerleştirmesinin nedeni karenin köşegen özelliklerinin diğer dörtgenlerden fazla olmasından kaynaklanmaktadır.

Yaz: Sonra dikdörtgenden sonra da eşkenar dörtgen var. Onda hem köşegenler dik kesiyor. Hem de açıortay. O yüzden eşkenar dörtgeni hemen karenin üstüne yazdım. Sonra en düzgün olanı da kare. Hem dik kesiyor. Hem ortalyor. Hem de açıortay.

Araştırmacı: En düzgün olanı dediğin ne?

Yaz: Evet düzgün olanı dedim.

Araştırmacı: mükemmel mi gözüküyor gözüne?

Yaz: Evet.

### 3.3.2. İkinci bölüm: Duval'in kavrama türleri

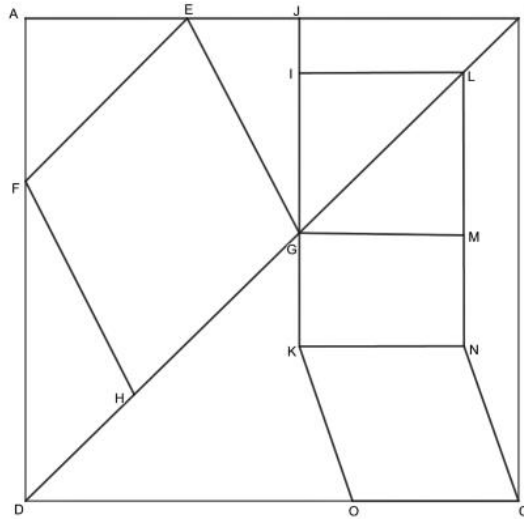
Son görüşmede de ikinci bölüm, Duval'in kavrama türlerine göre düzenlenmiş dört soru ve bu sorulardaki alt görevlerden oluşmuştur.

#### 3.3.2.1. Dörtgeni tanıma, adlandırma ve belirleme soruları

Görsel 3.119'da öğrencilerden birinci sorunun A maddesinde verilen dörtgenlerin hangi dörtgen olduğunu belirlemeleri istenmiştir.

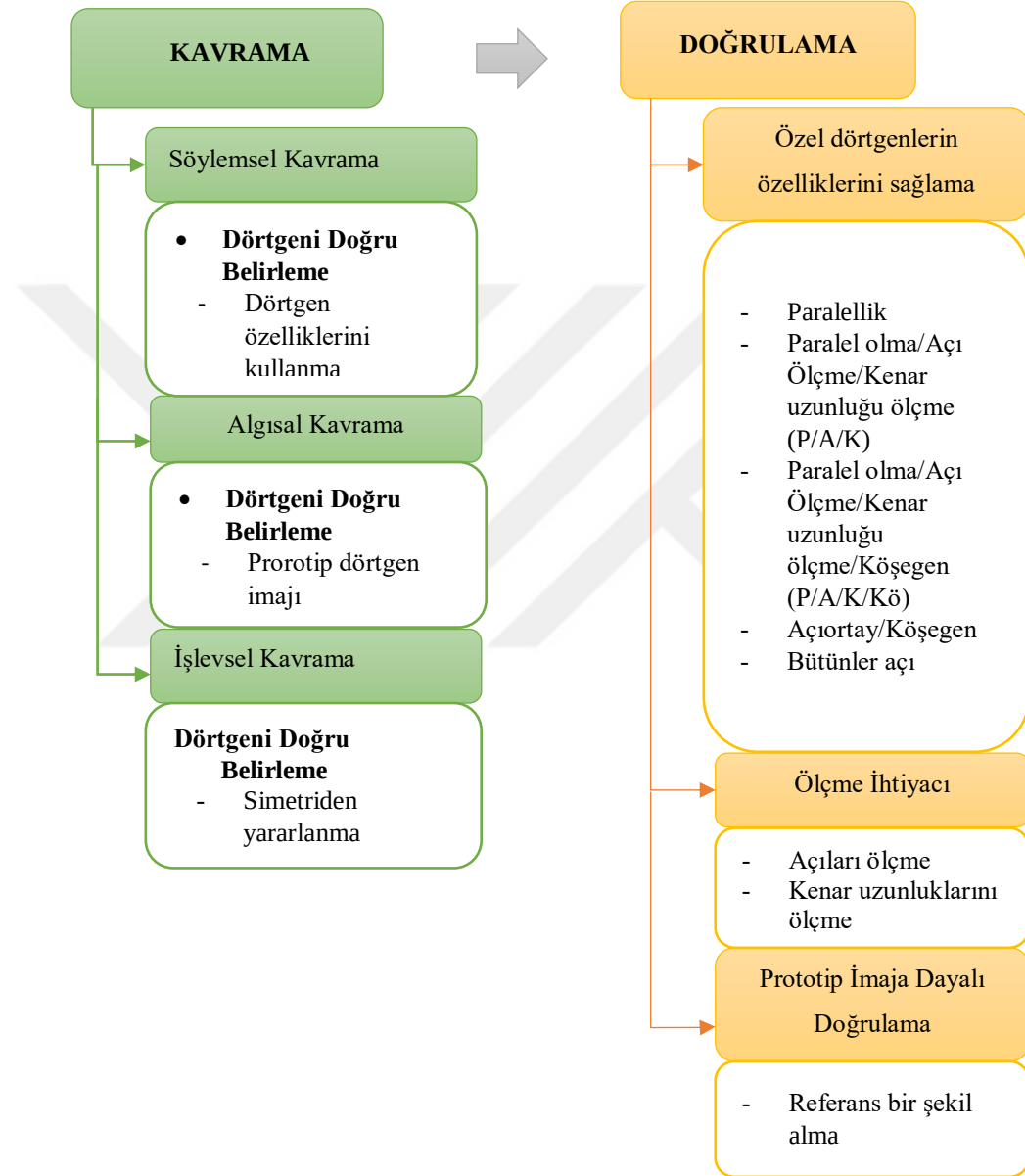
Soru 1:

A-) Aşağıda bulunan ABCD, EFHG, ILMG, GNMK, KNCO ve BLNC dörtgenlerinin isimlerini yazınız. Birbirine eş ya da benzer şekiller var mıdır? Açıklayınız.



Görsel 3.119. Son görüşmede 1-A görevi

Şekil 3.119’da görüldüğü gibi dörtgenleri belirleme kavrama ve doğrulama olarak iki başlıkta toplanmış olup; kavrama türleri, söylemsel kavrama, işlevsel kavrama ve algısal kavrama; doğrulama ise özel dörtgenlerin özelliklerini sağlama, ölçme ihtiyacı ve prototip imaja dayalı doğrulama olmak üzere alt temalara ayrılmıştır.



Şekil 3.19. Son görüşmede 1-A görevine ilişkin bulgular

Şekil 3.19 incelendiğinde son görüşmedeki tüm öğrencilerin dörtgenleri doğru belirledikleri görülmektedir. Ön görüşmede öğrencilerin söylemsel sürece dayalı bir dörtgen belirlemesi olmazken son görüşmedeki öğrencilerin çoğunluğu dörtgen belirlemede söylemsel bir süreci takip etmiştir. Bununla birlikte sadece 5 öğrenci yanıtı

algısal bir dörtgen belirlemesi biçimindedir. Öğrenci doğrulamalarına bakıldığında çoğunlukla öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini ifade ederek ikna yoluna gittikleri saptanmıştır. Bazı öğrenciler bir dörtgeni belirlerken sadece karşılıklı kenarların paralel olma durumuna bakarken, bazı öğrenciler kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin de ölçülmesi gerektiğini savunmuştur. Söylemsel bir süreç izlerken ölçme yapmanın söylemsel kavramayı da destekleyeceğini düşünen öğrenciler dörtgen doğrulamalarında verilen dörtgenlerin açı ölçülerini ya da kenar uzunluklarını ölçme yoluna gitmişlerdir. Algısal bir yolla dörtgenin türüne karar veren öğrencilerin ise referans aldıkları bir dörtgen modelini göstererek doğrulama yaptıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin kavrama türlerine göre belirledikleri dörtgen çeşitleri Tablo 3.16’da sunulmuştur.

**Tablo 3.16. Öğrencilerin dörtgen belirlemeleri**

|                          |                                                           | ABCD<br>(Dikdörtgen)                          | EFGH<br>(Paralelkenar)         | ILMG<br>(Kare)                                 | GMNK<br>(Dikdörtgen)                           | KNCO<br>(Eşkenar<br>Dörtgen)                   | BLNC<br>(Yamuk)                         |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| <b>Söylemsel Kavrama</b> | Dörtgen özelliklerini kullanarak dörtgeni doğru belirleme | Arda, Asu, Burcu, Damla, Nil, Onur, Rana, Yaz | Arda, Asu, Burcu, Damla, Onur, | Arda, Asu, Burcu, Damla, Onur, Rana, Yaz, Zara | Arda, Asu, Burcu, Damla, Onur, Rana, Yaz, Zara | Arda, Asu, Burcu, Damla, Onur, Rana, Yaz, Zara | Arda, Asu, Burcu, Onur, Rana, Yaz, Zara |
| <b>Algısal Kavrama</b>   | Prototip dörtgen imajına dayalı doğru belirleme           | Zara                                          | Nil, Rana                      | Nil                                            | Nil                                            | Nil                                            | Damla, Nil                              |
| <b>İşlevsel Kavrama</b>  | Simetri Yararlanma (Katlama)                              |                                               | Yaz, Zara                      |                                                |                                                |                                                |                                         |

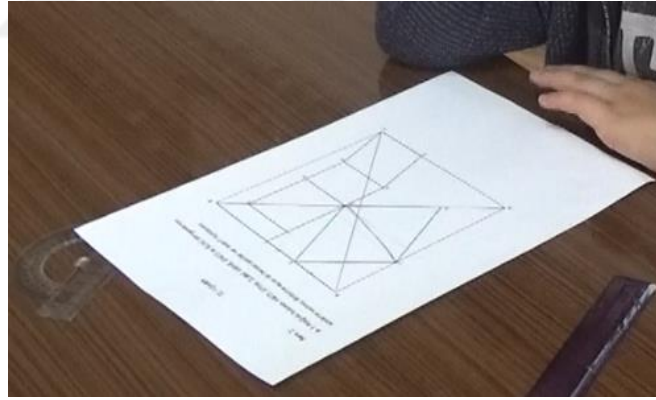
Tablo 3.16 incelendiğinde öğrenciler tarafından belirlenen 54 dörtgenin sekiz tanesinin algısal kavramaya, iki tanesinin işlevsel kavramaya, diğerlerinin tamamının söylemsel kavramaya ait olduğu görülmektedir. Zara, IMGL karesinin köşegeni ile ABCD karesinin köşegeninin aynı doğrultuda olmasından dolayı dörtgeni kareye

benzetmiştir. Ancak daha sonra verdiği karardan emin olmak adına ABCD dörtgeninde ölçme yapmak istemiş ve dörtgeni doğru olarak belirleyebilmiştir.

ABCD dikdörtgenini söylemsel kavramaya uygun bir biçimde doğru olarak belirleyen öğrencilerden Rana şeklin kare gibi gözükmeye karşı dörtgen özelliklerine bakılması gerektiğini belirtmiş ve dikdörtgen olarak belirleme yaptıktan sonra ön görüşmede bu soruya hatalı yaklaştığını belirtmiştir. Onur ise şeklin kare olabileceğini düşünmüş ve tek bir köşegen üzerinden dörtgenin belirlenebilmesini sorgulamıştır.

Onur: ABCD görüntü olarak kare ve köşegeni şey ort alıyor gibi gözüktüyor. Ya kesin kanıtlanabilir mi tek köşegenle?  
Araştırmacı: Güzel bir soru. Tek köşegeniyle kesin kanıtlanabilir mi?  
Onur: Bir köşegen çizseydik ortalaraydık merkezden geçirdi büyük ihtimal.  
Araştırmacı: Peki kare olup olmadığını nasıl ispat edebiliriz?  
Onur: Onu düşünüyorum ben de. İspat edebilmek için kenar şeyini bulmamız lazım. Köşegeninin eşit çıkması lazım. Hem uzunlukların hem de açıortay olması lazım.

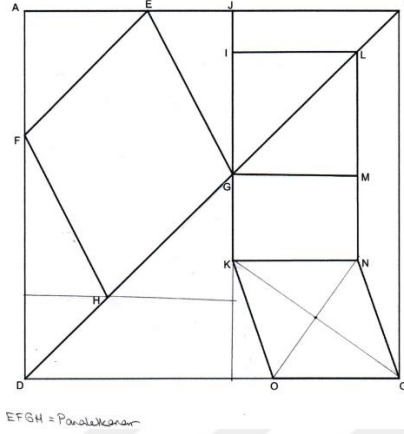
Onur'un açıklamalarından görüldüğü üzere ABCD dörtgeninin kare olması durumunda kare ile ilgili tüm özelliklerin (açıortay, köşegen uzunlukları, kenar uzunluklarının eşitliği gibi) sağlanması gerektiğini savunmuş ve ABCD dörtgeninin diğer köşegenini de çizerek karar vermiştir. Onur'un çizimi Görsel 3.120'de verilmiştir.



**Görsel 3.120.** Onur'un ABCD dikdörtgenini belirlemesi

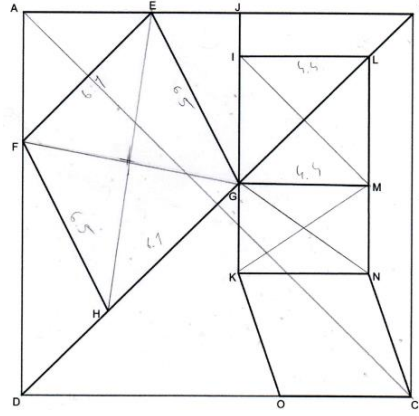
Algısal kavramaya uygun bir biçimde EFGH dörtgenini belirleyen iki öğrenciden biri olan Rana, paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasında kalmış ve “*Köşegenlerine bakmamız lazım. Dik keserse eşkenar dörtgen de olabilir. Ama daha paralelkenar. Yani yüksek ihtimalle öyle.*” ifadesi ile dörtgenin köşegen uzunluklarının belirleyici olacağını savunmuştur. Zara ise katlama yaptığında kenarların üst üste geldiğini ancak tüm kenar uzunluklarının eşit olmadığını söylemiş şekli paralelkenar olarak belirlemiştir. Yaz ise AJ doğru parçasına paralel bir doğru parçası çizerek EFGH paralelkenarının dışında kalan

üçgen çiftlerinin eşliğinden yola çıkarak dörtgenin paralelkenar olduğuna ikna olmuştur. Yaz'ın çizimi Görsel 3.121'de verilmiştir.



**Görsel 3.121.** Yaz'ın AFGH paralelkenarını belirlemesi

EFGH dörtgeni için paralelkenarın tüm özelliklerinin sağlandığını belirten öğrencilerden Onur şeklin eşkenar dörtgen ile karışmayacağını çünkü görüntüye göre karar verilmemesi gerektiğini söylemiştir. ILMG karesini belirlemede de dörtgen özelliklerinden yola çıkan Onur'un da söylemsel kavramaya uygun çözümler üreten diğer öğrenciler gibi şekli belirlemede kareye ait tüm özelliklere dikkat ettiği saptanmıştır. Nil dışında tüm öğrencilerin ILMG, GMNK, KNCO dörtgenlerini belirlemede söylemsel kavramaya uygun yanıtlar verdikleri görülmüş olup bu üç dörtgeni birbirinden ayıran belirleyici özelliklere dikkat ettikleri saptanmıştır. Örneğin; Arda köşegen özelliklerini bu tür dörtgenlerde kullanmanın kolaylık sağladığını düşünmüş ve “*Şimdi eskiyi düşünüyorum da (ön görüşmeler) ne acılar çekmiştim.*” ifadesi ile artık zorlanmadığını belirtmiştir. Arda'nın daha çok köşegen özelliklerini kullanarak belirleme yaptığı çözüm kâğıdı Görsel 3.122'de verilmiştir.



**Görsel 3.122.** Arda'nın dörtgenleri belirleme çözüm kâğıdı

Öğrencilerin BLNC dörtgenini yamuk olarak belirlemede özellikle karşılıklı kenarların paralel olma özelliğinden yararlandıkları görülürken Nil ve Damla'nın prototip imaja uygun dörtgeni belirledikleri tespit edilmiştir. Nil'in çoğu dörtgen belirlemesinin algısal olmasının yanı sıra Nil'in belirlemelerinin ardından yapmış olduğu doğrulamalarda dörtgen özelliklerini kullandığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin dörtgenleri belirlemesinin ardından doğrulamalarında farklılıklar olduğu saptanmış olup bu farklılıklar Tablo 3.17'de belirtilmiştir.

**Tablo 3.17. Öğrencilerin dörtgenleri belirlemede başvurdukları doğrulamalar**

|                                                | ABCD<br>(Dikdörtgen)                         | EF GH<br>(Paralelkenar)        | ILMG<br>(Kare)                       | GMNK<br>(Dikdörtgen)          | KNCO<br>(Eşkenar<br>Dörtgen)                               | BLNC<br>(Yamuk)                          |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| <b>Dörtgen Özelliklerinden Yararlanma</b>      | Paralel olma                                 | Arda, Yaz                      |                                      |                               |                                                            | Burcu,<br>Onur,<br>Rana,<br>Yaz,<br>Zara |
|                                                | Paralel/Açı/Kenar                            | Rana                           | Burcu,<br>Rana                       | Burcu,<br>Rana,<br>Yaz        | Rana                                                       |                                          |
|                                                | Paralel/Açı/Kenar/Köşegen                    | Arda,<br>Nil,<br>Onur,<br>Zara | Asu,<br>Burcu,<br>Nil, Onur,<br>Rana | Arda,<br>Nil<br>Onur,<br>Zara | Arda,<br>Burcu,<br>Damla,<br>Nil,<br>Onur,<br>Yaz,<br>Zara | Nil                                      |
|                                                | Açıortay/Köşegen                             | Yaz                            | Yaz                                  |                               |                                                            |                                          |
|                                                | Bütünler açısı                               | Damla                          |                                      |                               |                                                            | Arda,<br>Asu                             |
|                                                | Simetriden Yararlanma                        | Zara                           |                                      |                               |                                                            |                                          |
|                                                | Kenar uzunlukları                            | Asu                            |                                      |                               |                                                            |                                          |
|                                                | Açı ölçüleri ve kenar<br>uzunlukları         | Burcu,<br>Damla                | Asu,<br>Damla                        | Asu,<br>Damla                 | Asu                                                        |                                          |
| <b>Prototip<br/>İmajı Dayalı<br/>Doğrulama</b> | Referans bir şekil<br>belirleyerek doğrulama |                                |                                      |                               |                                                            | Damla                                    |

Tablo 3.17’ de görülen doğrulamaların farklılıklarının öğrencilerin belirledikleri dörtgenleri çeşitli yollardan kendi cümleleri ile açıklayabilme ve tanımlama yapma isteklerinden dolayı olduğu saptanmıştır. Sadece Damla’nın yamuk için “*Bence karşılıklı iki kenar paralel duruyor, ölçmeye gerek yok*” cümlesinden anlaşıldığı gibi referans bir şekil belirleyerek prototip imaja dayalı bir doğrulama yaptığı, diğer tüm belirlemelerin söylemsel kavramaya uygun bir biçimde yapıldığı tespit edilmiştir.

ABCD dörtgeni ön görüşmelerde çoğunlukla algısal olarak kare olarak belirlenmesine karşın son görüşmelerde dikdörtgen olarak belirlenmiş olup öğrencilerin prototip dörtgen imajından çıktıkları görülmüştür. Damla ABCD dörtgenini uzun bir süre inceledikten sonra kenar uzunluklarını ölçmüş ve dikdörtgen olarak karar verdikten sonra dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olma durumunu açıları ölçerek belirleyebileceğini ifade etmiş ancak daha sonra karşılıklı kenar uzunluklarının eşit



olmasından dolayı paralelliğin sağlandığını söylemiştir. Yaz, ABCD dörtgeninin dikdörtgen olduğunu söylemiş ve diğer öğrencilerden farklı olarak köşegenlerin açıortay olmadığını, bu nedenle kenar uzunluklarını ölçmeye gerek duymadığını ifade etmiştir. Arda ise dörtgenin paralellik, kenar, açı, köşegen özelliklerine bakarak kendi söylemiyle “garanti” bir biçimde dörtgeni kesin doğru olacak şekilde belirlemeye çalışmıştır.

Öğrenciler EFGH paralelkenarını belirlerken dikkat ettikleri ilk odağın karşılıklı kenarların paralel olma durumu olduğu saptanmıştır. Ayrıca bazı öğrencilerin kenarların paralel olma durumunu destekleyecek denemelerde bulundukları tespit edilmiştir. Örneğin; Arda sadece karşılıklı kenarların paralel olmasına odaklanmış ve EG ile FH arasında bu doğru parçalarına eşit uzunlukta doğru parçaları çizerek paralelliği kontrol etmiştir. Damla, EFGH dörtgeninde kenar uzunluklarına bakmasına karşın doğrulamasını bütünler açılara bakarak sağlamıştır.

|              |                                                                                                              |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Damla:       | Paralelkenar galiba.                                                                                         |
| Araştırmacı: | Neden galiba?                                                                                                |
| Damla:       | Emin olamadım.                                                                                               |
| Araştırmacı: | Kenar uzunluklarını güzel mi ölçemedin?                                                                      |
| Damla:       | Paralelkenar.                                                                                                |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                       |
| Damla:       | Kenar uzunlukları hepsinin farklı. Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit ve şu açı bu açıyı bütünüyor. |

EFGH dörtgenini paralelkenar olarak belirleyen Burcu dörtgenler ailesinin içerisinde dörtgenleri eleyerek paralelkenar kararını verebilmiştir. Bu eleme esnasında dörtgen özelliklerini kullanarak doğrulama yapabilmıştır.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Burcu:       | Evet bu bir paralelkenar.                                                                                                                                                                                                                                               |
| Araştırmacı: | Nasıl anladık paralelkenar olduğunu?                                                                                                                                                                                                                                    |
| Burcu:       | Kenar uzunluklarını ölçünce birbirinden farklı çıktı. Sonra zaten bunun bir kare ve dikdörtgen olması beklenemezdi. İç açısı $90^0$ olmayacağı içinde. Öyle.                                                                                                            |
| Araştırmacı: | Yamuk niye değil?                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Burcu:       | Zaten her paralelkenar bir yamuktur.                                                                                                                                                                                                                                    |
| Araştırmacı: | Orası doğru tamam. O yüzden yamuk tamam da işte neden paralelkenar diyeyim o zaman tekrar?                                                                                                                                                                              |
| Burcu:       | Yamuğun özelliklerini de sağlıyor aslında. Bazı özelliklerini.                                                                                                                                                                                                          |
| Araştırmacı: | Neden paralelkenar?                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Burcu:       | İlk başta dediğim gibi kenar uzunluk ölçüleri farklı. O yüzden eşkenar dörtgen olamıyor. Sonra iç açı ölçüleri $90^0$ değil. Bu yüzden kare ve dikdörtgen de olamıyor. Sonra peki neden yamuk değil? orasında kaldım. Çünkü karşılıklı kenarları birbirine paralel olan |

Burcu aynı şekilde ILMG dörtgenini belirlerken dörtgen özelliklerini kullanmış ancak bu kez köşegen özelliklerine bakma gereği duymamıştır. GMNK dörtgenini belirlerken dörtgenin özelliklerinden yola çıkarak açık bir biçimde dikdörtgeni belirleyebilmiştir. Ayrıca bir iç açının  $90^0$  olduğunu bilmenin yeterli olduğunu

açıklamıştır. Rana da Burcu gibi kareyi belirlemede bir iç açı ölçüsünün bilinmesinin yeterli olacağını söylemiş ve ILMG karesini nasıl belirlediğini açıklamıştır.

- Rana: Şimdi kenar uzunlukları eşit çıktı. O yüzden ya eşkenar dörtgen ya kare zaten. Bir açısı da 90 derece çıktığına göre diğerleri de 90 derece olacak zaten o yüzden kare.
- Araştırmacı: Çok güzel. Bir açısı 90 dereceyse diğerleri de 90 derece olacak dedin ya, neden?
- Rana: Neden? Çünkü paralel yani paralel iki doğru açısında kalan iki açı toplamı 180 dereceydi. O yüzden burası da 90 olacak. Daha sonra aynı şekilde burası da (Komşu açılar).

Nil, ILMG ve GMNK dörtgenlerini birbirinden ayırmanın en kolay yolunun köşegen olduğunu söylemiştir. Onur da kare ve dikdörtgen belirlemelerinde dörtgen özelliklerine odaklanarak doğrulamalarını açıklamıştır.

- Onur: ILMG. Köşegenleri var. Ama burada galiba şeyi belli. 90 derece olduğu (Köşegenlerin dik kesişimi). Çünkü mesela şu doğrudaki şurası birbirini tamamlaması lazım. Bu karedir. Karşılıklı açılar 180 dereceyse buralar eşit gelir.
- Araştırmacı: 80 derece olduğuna göre 90 90 olacak diyorsun.
- Onur: Evet.
- Araştırmacı: GMNK
- Onur: Şimdi iç açılar 90 derece yine. 90 derece olduğunda ya kare ya dikdörtgen ama şu uzunlukları (GM ve NK) eşit değil. Çünkü karenin tüm kenar uzunluğu bu kenarları eşit. Ama buralar değil.

KNCO eşkenar dörtgenini belirlemede öğrencilerin zorlanmadıkları görülmekle birlikte, doğrulamalarında şekli paralelkenar ile karşılaştırmışlar ve esas olarak belirleyici olanın köşegen özellikleri olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin kenar uzunluklarına da baktıkları görülmüş ancak köşegenlerin dik kesişmediğini fark ettikleri an belirledikleri dörtgenden emin oldukları saptanmıştır.

- Burcu: Kenar uzunlukları birbirine eşit. İç açı ölçüleri dik değil. Sonra yine bir köşegen çizersek.
- Araştırmacı: Güzel. Aferin.
- Burcu: Paralel kenar olmadığının bir kanıtı olması için dik ortalar. Evet. Bu yüzden eşkenar dörtgen.

BLNC dörtgenini algısal yolla yamuk olarak belirleyen öğrencilerden Damla diğer dörtgenlerin doğrulamasında ölçme ihtiyacı duymasına karşın bu defa ihtiyaç duymamış ve “*Bence bu yamuk, ölçmemize gerek yok.*” ifadesi ile şekle bakmanın yeterli olduğunu söylemiştir.

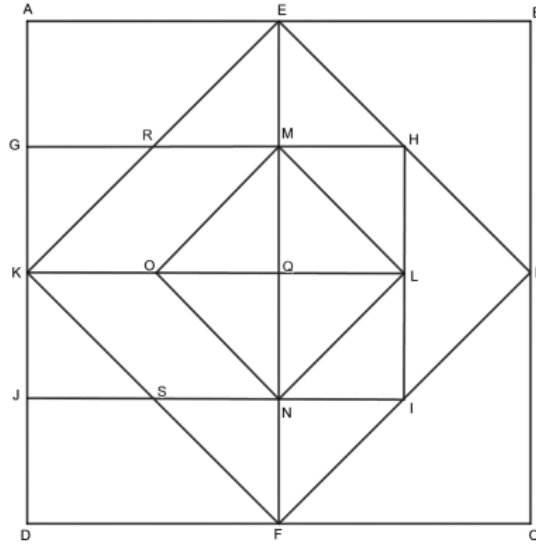
Arda, BLNC dörtgenini belirlerken karşılıklı kenar çiftlerinin paralel olmadığını, köşegen uzunluklarına bakmak yerine bütünler açılara bakmanın karar verme açısından daha kolay olduğunu belirtmiştir. Asu da benzer biçimde düşünmüş ve doğrulamasını “*Yamukta ardışık iki açının toplamı her zaman 180° olmaz*” şeklinde açıklamıştır. Onur ise yamuk için karşılıklı bir çift kenarın paralel olma durumunun sadece yamuk için

geçerli olduğunu söylemiştir. Rana, karşılıklı paralel olan kenarların doğrulamasını yapabilmek için L, M ve N noktalarından BC kenarına eş doğru parçaları çizmiştir.

- Rana: Bu da yamuk.  
Araştırmacı: Neden yamuk?  
Rana: Çünkü biz yamuğun tanımını yaparken en az iki kenarı paralel dedik. Burada da en az iki kenar birbirine paralel. Evet. O yüzden yamuk.  
Araştırmacı: Paralel olduğunu nasıl anlayabiliriz?
- Rana: Nasıl anlarız? Belli noktalardan ölçtüğümüzde mesela buradan(L) burayı (BC) ölçtüğümüz zaman buradan(M) burayı (BC) çizdiği başka bir doğru parça ölçtüğümüzde buradan(N) burayı(BC) ölçtüğümüzde eğer aynıysa paraleldir. Eşit uzunluktaysa uzaklıklar.

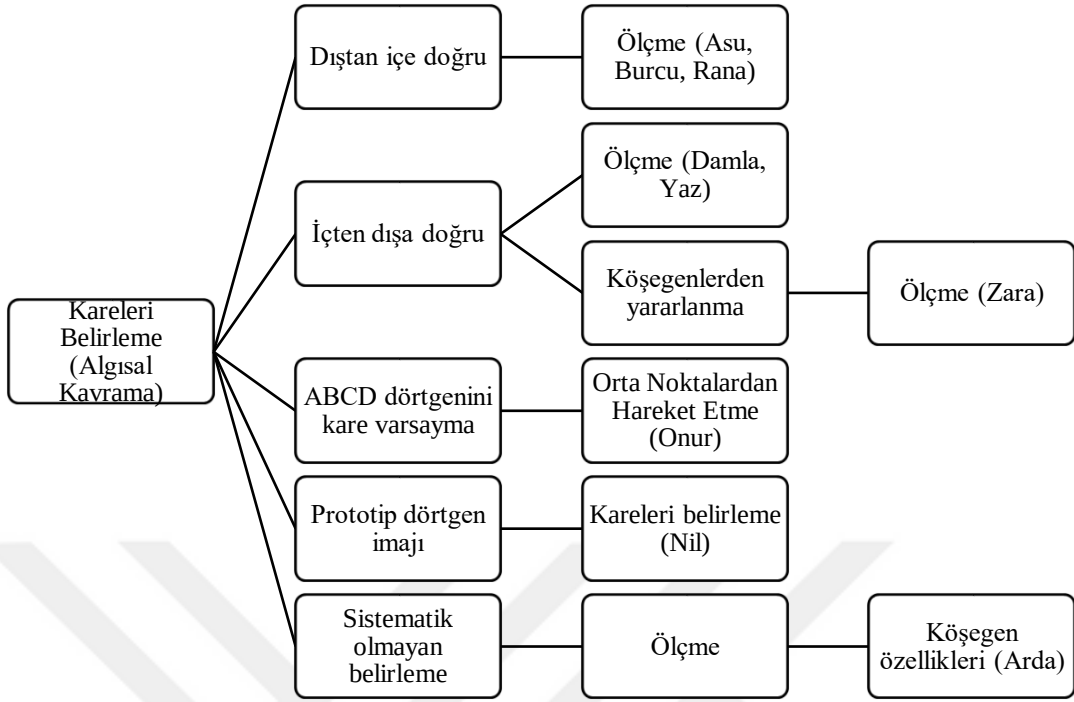
Dörtgeni tanıma, adlandırma ve belirleme başlığı altındaki ikinci görev Görsel 3.123’de verilmiştir.

B-) Aşağıda verilen şekildeki karelerin isimlerini yazınız.



Görsel 3.123. Son görüşmede 1-B görevi

Bu soruya ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.20’de verilmiştir.



**Şekil 3.20.** Son görüşmede 1-B görevine ilişkin bulgular

Şekil 3.20'nin analizine bakıldığında öğrencilerin algısal yollarla kareleri belirledikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin kareleri belirlemede algısal bir yol izlerken belirledikleri kareleri araştırmacıya tanıtırken çözüm yollarını da söyleme ihtiyacı duymuşlardır. Bu noktada öğrencilerin karelerin bulunmasında ürettikleri çözüm yollarının da algısal kavramaya uygun düştüğü saptanmıştır. 3 öğrenci kareleri belirlemeye şeklin en dışından, ABCD karesinden başlamışlardır. Sırasıyla EPFK, MLLNO belirledikten sonra içeride bulunan eş karelere yönelmişlerdir. Asu şeklin dışından başlamış ve içe doğru ilerleyerek kareleri belirlemiştir. Ölçme yaparak kendisinden emin olduğunu söylemiştir. Asu'nun belirlediği dörtgen sıralaması Görsel 3.124'te verilmiştir.

ABCD✓  
EPFK✓  
MONL✓  
MHQV✓  
QLIN✓  
AKQE✓  
KQFD✓  
GMNS

**Görsel 3.124.** Asu'nun belirlemiş olduğu kareler

Rana, bir önceki soruda (1-A) dörtgenlerden ABCD dörtgeninin de kareye benzediğini ancak ölçme yapıldığında dikdörtgen çıktığını belirtmiş ve bu yüzden bu soruda da ölçme yapmanın gerekli olduğunu savunmuştur.

Rana: Şimdi en içinden başlayalım. Dışından mı başlayalım? Dışından başlayalım.  
Araştırmacı: Nasıl karar verdin bunların kare olduğuna? Ölçerek galiba.  
Rana: Kenar uzunluklarını ölçtüm aynı çıktı. Açıları da 90 derece.  
Araştırmacı: Başka nereden bilebilirdik kare olduğunu?  
Rana: Bilemezdik. Bundan önceki mesela ya o da kare gözüküyordu ama kare değildi.

Damla ve Yaz şeklin içinde bulunan en küçük alanlı karelerden başlayarak dışa doğru ilerlemiş ve tüm kareleri belirleyebilmiştir. Daha sonra belirledikleri karelerin kenar uzunluklarını ve bir iç açılarını ölçerek ikna olmuşlardır. Şeklin içinden dışına doğru ilerleyen bir diğer öğrenci olan Zara ise MLNO, EPFK ve ABCD karelerinin köşegenlerinin dik kesiştiğini görmüş ve kareleri belirlemiştir. Ancak tekrar içerden dışarı doğru ilerleyip belirlediği karelerde köşegenler çizilmediği için dörtgenin kenar uzunluklarını ya da iç açılarını bulmaya ihtiyaç duymuştur.

Zara: MLNO kare, EPFK kare. ABCD kare.  
Araştırmacı: Bir şey soracağım. EPFK kare dedin ya onları ölçme ihtiyacı duymadın da onları ölçme ihtiyacı duydun neden? Hepsi doğru söylediklerin ama nedenini merak ettim.  
Zara: Çünkü yani bunun içinde yani duruşuyla anlayamadığım için.  
Araştırmacı: Nasıl yani?  
Zara: Yani mesela bunun büyük hali bu EPFK oluyor ama yani belki paralelkenar veya dikdörtgende olabilir yani. Eşit değilse diye. Yani açılar değilse diye  
Araştırmacı: Ama bunların açılarını falan hiç ölçmedin. Açı kenar nasıl?  
Zara: Kenarları eşitse o zaman karedir.  
Araştırmacı: Anladım ama EPFK'yı falan ölçmedin.  
Zara: Yani çünkü şunun (MLNO) köşegenini ölçtüm 90 çıktı. O zaman bu kare.  
Araştırmacı: Anladım.  
Zara: Bu kareyse bunun büyük hali (EPFK) olduğu için bu da kare.  
Araştırmacı: Anladım. Köşegen olmayanlarda ölçme ihtiyacı duyuyorsun.  
Zara: Evet.

Onur, ABCD kare olarak düşünüldüğünde diğer karelerin daha kolay bulunabileceğini ve bunun için de şekildeki kenarların orta noktalarından hareket edilebileceğini düşünmüştür. Kenarların orta noktalarının bilinçli olarak verildiğini düşünen Onur, karelerin de bu bilgi ile bulunabileceğini ifade etmiştir.

Araştırmacı: Peki nasıl gördün bu kareleri ölçmeden nasıl kare olduğunu anladın?  
Onur: Şu kareden (ABCD) direkt ona göre.  
Araştırmacı: Tamam peki kare diyelim ona.  
Onur: AEQK mesela KDF Q yani. Bunlar ikisi eş kareler. Tamam. E,K,F,B kenarların ortasından kesiyor.  
Araştırmacı: Soru soran kişi bilerek mi ortasına koymuş noktaları? EKFB yi?  
Onur: Evet.  
Araştırmacı: Neden ortaya koyma ihtiyacı duymuş?

Onur: Yoksa anlaşılamazdı şeyleri. Mesela E, K, F, B'yi tam ortaya koymasaydık bütün kenarlarını kesecek olsaydık kare çıkmazdı bu sefer.

Nil, verilen şekle bakarak herhangi bir ölçme işlemi yapmamış ve tamamen algısal olarak kareleri doğru olarak belirlemiştir. Nil belirlemiş olduğu kareleri doğrulama ihtiyacı hissetmemiş, bulduğu dörtgenlerin tamamen kareye benzediğini söylemiştir. Aynı zamanda bir önceki sorudaki dörtgenleri belirleme ile bu soruyu karşılaştırmış ve diğer sorunun aksine bu soruda tek tip dörtgenin sorulmasından dolayı farklı dörtgenlerle karışıklığa gidilmeyeceğini savunmuştur.

Araştırmacı: Peki bu sefer ölçmedin. Değil mi kareleri? Hepsi doğru ama neden ölçmeyi tercih etmedin?  
Nil: Çünkü burada birbirine karıştırılacağını düşündüm.  
Araştırmacı: Birbirine karıştırılacağını derken?  
Nil: Diğerlerinde diğer yaptığımızda (1-A) hepsi dik açı olmadığı için paralelkenarla eşkenar dörtgeni ayırmada zorlandım ama burada zorlanmadım.

Arda, verilen şekilde kareleri rastgele bir biçimde belirlemiştir. Kare olarak düşündüğü dörtgenlerin kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini ölçerek doğrulamalarını yapmıştır. Ayrıca ölçme yaptıktan sonra köşegen özelliklerini fark etmiş ve EPFK karesinin içerisinde KL doğru parçasının uzatıldığında P açısını eş iki açıya ayıracağını, bu nedenle de köşegenlerin geliş ve gidiş açılarının eşit olmasından dolayı kare içinde dörtgenlerin de kare olacağını savunmuştur.

Araştırmacı: Doğru. Güzel. Peki, doğru hepsi doğru. Hepsini de söyledin. AB, BC, CD ve DA üzerinde E,P,F,K noktaları öylesine mi alınmış? Yoksa seçerken belirli bir nokta seçmiş mi? Yani AB arasında herhangi bir yere mi koymuş E noktasını? Yoksa belli bir yere mi koymak istemiş?  
Arda: Ölçüp mü söyleyeyim yoksa  
Araştırmacı: Ölçmeden bir tahmin et bakalım.  
Arda: Tam ortası.  
Araştırmacı: Neden tam ortasını almıştır?  
Arda: Çok mantık yürüterek söylemeye çalışacağım. Hocam şöyle bir kare düşünürsek (EPFK) geldiğinde iki tarafta 45 oluyor. Gelme açısı 45 oluyor. Yansıma açısı da 45 olmak zorunda  
Araştırmacı: Güzel.  
Arda: Yani burada bütün açılar aynı olur. Köşegen şeklinde gönderirsek ve bir kare oluşur.  
Araştırmacı: İçindeki kare oluyor. Aynı şey burada da (MLNO) geçerli mi?  
Arda: Evet. Aynı zaten.

Arda ABCD karesi üzerinde aldığı E, P, F, K noktalarının yeni bir kare oluşturacağını fark etmekle birlikte bu noktaların ABCD karesindeki kenarların orta noktaları olduğunu görmüştür. Araştırmacı bu noktaların yerleştirilmesinin amacını sorduğunda ise tüm öğrenciler kenarların orta noktasını (ya da merkezi olarak) belirtmişlerdir. Ayrıca kare içine yeni bir karenin çizilmesi için yardımcı olacağını söyleyen öğrencilerden Damla “Diğerlerini ölçmeden çıkarabilelim diye. Bence”

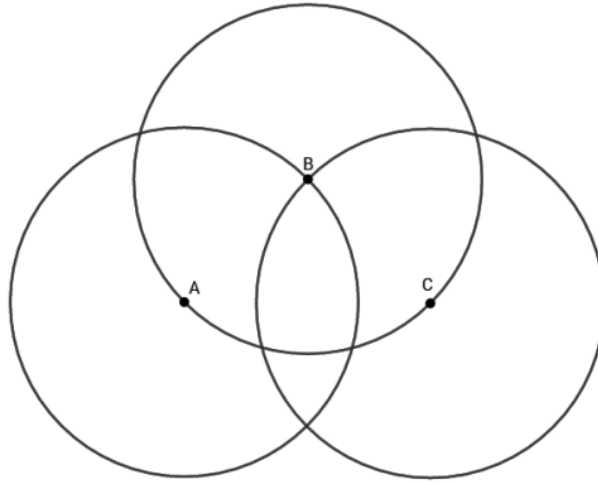
şeklinde yorumlamıştır. Nil ise kenarların orta noktalarının verilmesi sayesinde kare içinde oluşturulabilecek en büyük alanlı karenin elde edilebileceğini savunmuştur.

### 3.3.2.2. Oluşum soruları

Öğrencilere oluşumla ilgili iki görev verilmiş, görevlerden ilki Görsel 3.125'te sunulmuştur.

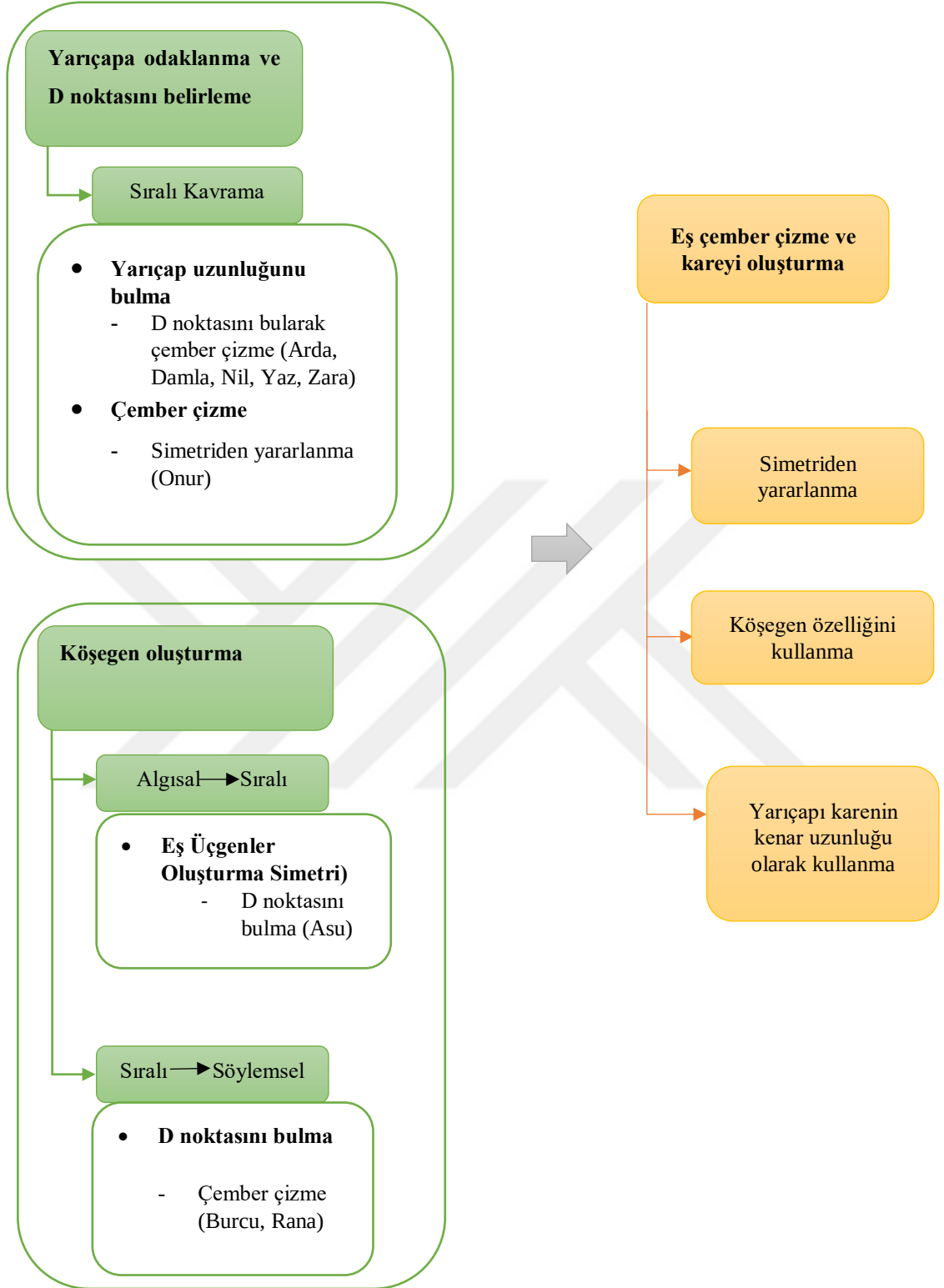
**Soru2:**

**A-)** Şekildeki A, B ve C merkezli çemberler eşittir. Bu çemberlere eş, D merkezli bir çember çizerek ABCD karesini oluşturunuz.



**Görsel 3.125.** Son görüşmede 2-A görevi

Bu göreve ilişkin öğrencilerin kavrayışları ise Şekil 3.21'de verilmiştir.



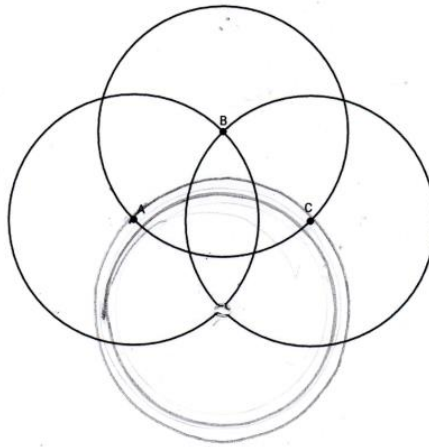
Şekil 3.21. Son görüşmede 2-A görevine ilişkin bulgular

Görsel 3.125'te verilen soruda öğrencilerden gerekli geometrik enstrümanlarını kullanarak belirli bir sıra ile bir şekil (kare) oluşturmaları beklenmiştir. Ön görüşmede de sorulan soruda çözüm yollarının ve stratejilerin yanı sıra kavrama türlerinin de değiştiği



saptanmıştır. Elde edilen bulgular incelendiğinde öğrencilerin tamamının ABCD karesini oluşturabildikleri tespit edilmiştir. 6 öğrenci sıralı kavramaya uygun bir biçimde çözüm yolları geliştirmiş ayrıca açıklamaları da bu muhakemeye uygun olmuştur. Bu öğrencilerin başlangıç noktaları yarıçap uzunluğu olmakla birlikte bir öğrenci (Onur) ABCD karesini oluşturmaya D merkezli çemberi çizme ile başlamıştır. Beş öğrenci (Arda, Damla, Nil, Yaz, Zara) yarıçap uzunluğundan yola çıkmıştır. Üç öğrencinin çözüm yolu sıralamasındaki başlangıcı köşegenler olmuştur. Bir öğrenci (Asu) soruya algısal bir yolla yaklaşmasına karşın daha sonrasında ABCD karesini sıralı kavramaya uygun bir muhakeme ile çözmüştür. Başlangıç noktası ABCD karesinin köşegenleri olan iki öğrenci (Burcu, Rana) ise sıralı kavramaya uygun biçimde soruya yönelmişler, sonrasında dörtgen özelliklerinden yararlanarak söylemsel bir süreç izlemişlerdir. Öğrencilerin D merkezli çember çizerek ABCD karesini oluşturma sürecinde daire parçalarının ve karenin simetri özelliklerinden yararlandıkları görülmüştür. ABCD karesini oluşturma sürecinde sıralı kavramaya uygun biçimde muhakemede bulunan öğrenci çözümlerinin farklı sıralama izledikleri tespit edilmiştir.

Sıralı kavramaya uygun biçimde öğrencinin 2-A sorusunun çözümünde kendine belirli bir yol çizerek ilerlemesi eş çemberlerin yarıçap uzunluğunu bularak ve ardından D noktasını belirleyerek devam etmiştir. Daha sonra bu öğrenciler D merkezli eş çemberi çizerek ABCD karesini oluşturmuşlardır. Sıralı kavramaya uygun muhakemede bulunan öğrencilerden Arda, AB ve BC uzunluklarını ölçerek başlamıştır. D noktasını doğru belirlemesine karşın çember çiziminde yarıçap uzunluğunu dikkate almamış, sonrasında çemberi yanlış çizdiğini fark etmiş ve ikinci bir çember daha çizmiştir. Son görüşmelerde Arda'nın 2-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.126'da sunulmuştur.



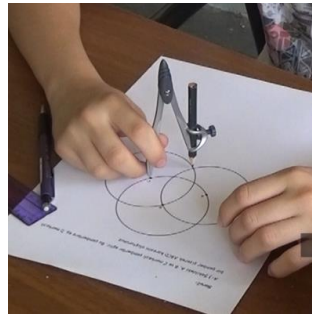
**Görsel 3.126.** Son görüşmelerde Arda'nın 2-A soru çözümü

Yarıçap uzunluğunu bulduktan sonra A ve C merkezlerinden eşit uzaklıkta ve yarıçap uzunluğuna eşit olacak şekilde D noktasını belirleyen Arda, D merkezli çemberin A ve C merkezlerinden geçmesi gerektiğini savunmuştur. Arda, eş çemberlerin iki noktada kesiştiğini söylemiş ve çember çiziminde hata yaptığını fark etmiştir.

- Araştırmacı: Peki cetvel kullanmadan sadece pergelle çizebilir miydik?  
Arda: Yani şurayı (D) merkez alır ve A noktasının üstünden geçerdik. C noktasını çizerdik.  
Araştırmacı: Ama senin ki A ve C noktasından geçmedi.  
Arda: Orası sıkıntı işte. Ben ona hiç dikkat etmedim.  
Araştırmacı: Geçmesi gerekiyor muydu?  
Arda: Gerekiyordu.  
Araştırmacı: Neden geçmesi gerekiyordu?  
Arda: Çünkü anlatabilir miyim bilmiyorum ama. (İkinci çemberi çizmiştir)  
Araştırmacı: Hangisi doğru sence?  
Arda: Dıştaki.  
Araştırmacı: Neden?  
Arda: Çünkü A, B, C noktalarından geçiyor.  
Araştırmacı: A B ve C noktalarından geçiyor. Geçmesi gerekiyor muydu?  
Arda: Çünkü nasıl anlatayım? Yani iki çemberin buluştuğu nokta ve iki çemberin yarıçapları nasıl anlatayım bilmiyorum ama  
Araştırmacı: İstedğin gibi anlat basitçe.  
Arda: Şimdi iki çemberin buluştuğu yerden iki çemberin de yarıçapını baz alarak üstünden geçince eş çember olacağı bariz gözüküyor yani.

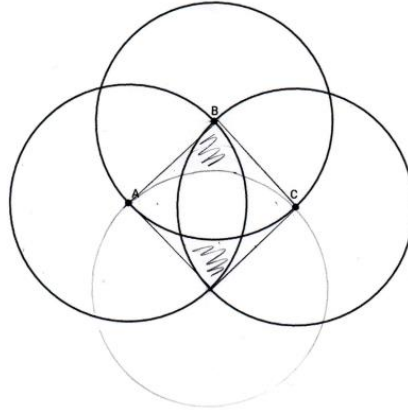
Damla da Arda ile aynı yolu takip ederken D merkezli çember çiziminden emin olmak istemiştir. Damla pergelinin sivri ucunu A noktasına koymuş ve B, C ve belirlediği D noktasından geçtiğini; aynı şekilde pergelin sivri ucunu D noktasına koyduktan sonra çizmiş olduğu çemberin A, B, C noktalarından geçmesi gerektiğini söylemiştir.

Yarıçap uzunluğuna odaklanan öğrencilerden Zara yarıçap uzunluğunu diğer öğrencilerden farklı olarak cetvel ile ölçmek yerine pergel ile ölçmüştür. Pergelin açıklığını bozmadan D noktasını bulan Zara D merkezli çemberini çizmiş ve A ile C noktaları ile B ile D noktalarının simetrik olduğunu açıklamıştır. Nil de Zara gibi yarıçaptan yola çıkarak AB ve BC uzunluklarına eş olacak şekilde pergelini açarak D noktasını belirlemiş ABCD karesini oluşturmuştur. Son görüşmelerde Nil'in 2-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.127'de sunulmuştur.



**Görsel 3.127.** Son görüşmelerde Nil'in 2-A soru çözümü

ABCD karesini oluşturmada sıralı kavramaya uygun biçimde adımlar atan Onur da yarıçapa odaklanarak 2-A sorusunun çözümüne başlamıştır. Ancak diğer öğrencilerin aksine çemberi D merkezli çemberi çizdikten sonra ABCD karesini oluşturmuştur. Daha sonra B noktasının altında kalan daire dilimi ile D noktasının üstünde kalan daire dilimlerinin simetrik olması gerektiğini vurgulamıştır. Son görüşmelerde Onur'un 2-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.128'de sunulmuştur.



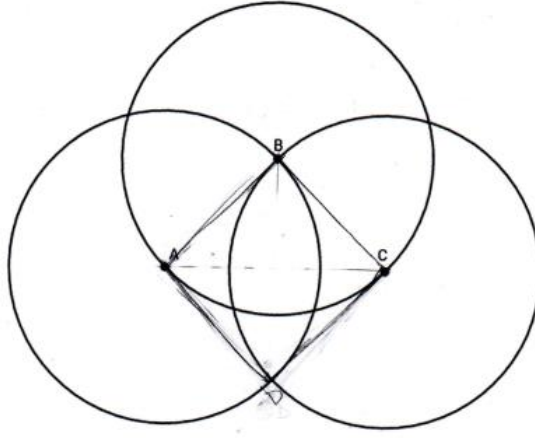
**Görsel 3.128.** Son görüşmelerde Onur'un 2-A soru çözümü

Son görüşmelerde 2-A sorusunun çözümünün yarıçapa odaklanmanın yanı sıra köşegenler üzerinden yola çıkılarak da fark edildiği saptanmıştır. Asu, A ve C noktalarını birleştirmiş ve karenin köşegeni olacağını söylemiştir. Daha sonra A, B ve C noktalarını birleştirerek oluşturduğu üçgene karenin köşegenlerinden biri ile ayırdığı bir üçgen olarak belirlemiştir.

- |              |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Asu:         | Ben şey yaptım. Açılarını ölçtüm çizdikten sonra. Ben ne şekilde çizdim? Önce burası köşegenli (AC) ya burayı (B) birleştirdim. Sonra bunları birleştirdim. Üçgen oldu. Bu üçgen de karenin yarısı oldu. Sonra o üçgene eşit bir üçgen çizdim. Ortasını buldum.                        |
| Araştırmacı: | Çember üzerinden nasıl giderdin? Yaptığın şey doğru. Bir sıkıntı yok.                                                                                                                                                                                                                  |
| Asu:         | Düşünmedim çember çizerken. Onda çaptan giderdim muhtemelen.                                                                                                                                                                                                                           |
| Araştırmacı: | Nasıl?                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Asu:         | Bunun ölçtüm çapını yani önce ya hocam birazcık tamam kurallardan önce şey mesela bir şey yapacaksam önce kafama göre bir şey yapıp sonra mesela atıyorum tam ölçmeyip de bir yere çizip sonradan bu buraya 2 milim daha olacak gibi yukarı çıkartıp göz kararı çizip sonra ölçüyorum. |
| Araştırmacı: | Şeyde olduğu gibi bir önceki soruda karede olduğu gibi kare gibi gözüktü.                                                                                                                                                                                                              |
| Asu:         | Evet. Önce göz kararı atıyorum işte bu burada dursa derim onu çizip ölçtüğüm zaman 2 milim 3 milim oynatıp normal şekilde yapmam için                                                                                                                                                  |
| Araştırmacı: | Tamam şimdi baktın gördün. Kareyi bir çizdin. Gözüne kare gibi geldi. Tamam. Sonra ölçtün. Baktın kenar uzunlukları da eşit. Sonra özelliklerine bakar mısın bakıyor musun yani? İşte köşegenleri açıları                                                                              |
| Asu:         | Açıya bakarım.                                                                                                                                                                                                                                                                         |

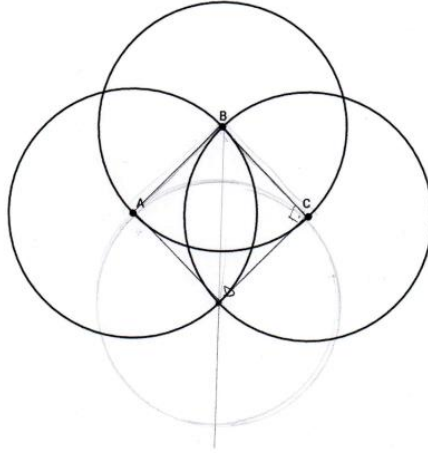
Araştırmacı: Açığı da sağhyorsa  
Asu: Kare

Araştırmacı tarafından Asu'ya yöneltilen “*A ve C noktalarından çizilen çizgilerin nerede buluştuğunu nasıl bilebiliriz?*” sorusuna Asu kesişen çizgilerin  $90^\circ$ ’lik bir açı oluşturması gerektiğini söylemiştir. Asu’nun kareyi oluşturmada önce D noktasını algısal yolla belirlediği görülmektedir. Ardından BD köşegenini oluşturmuş ve AC köşegeni ile dik kesişmesi gerektiğini savunmuştur. Ayrıca, ABC üçgenine eş bir üçgen olarak ADC üçgenini oluşturduğunu ve karenin içinde köşegenlerden birinin ayırdığı iki eş üçgen olması gerektiğini söylemiştir. Asu çemberi çizmek yerine karenin özelliklerini kullanarak D noktasını bulduğunu ve ABCD karesini oluşturduğunu belirtmiş ancak D merkezli çemberi daha sonrasında çizmemiştir. Son görüşmelerde Asu’nun 2-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.129’da sunulmuştur.



**Görsel 3.129.** Son görüşmelerde Asu’nun 2-A soru çözümü

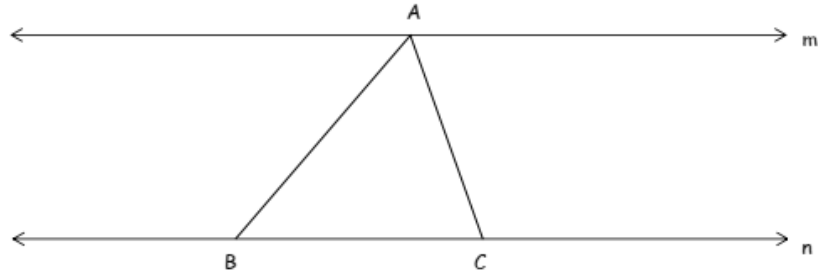
Burcu ve Rana da köşegenleri başlangıç noktası kabul ederek belirli bir sıra ile ABCD karesini oluşturma yoluna gitmişlerdir. Her iki öğrenci de problemin çözüm aşamalarını düşünmüş ve nasıl bir strateji ile çember çizerek kareyi oluşturabileceklerine ait fikirleri araştırmacıya anlatmışlardır. Örneğin Burcu çözümünü “*A ve C merkezli çemberler eş ve AC arası uzaklık BD arası uzaklığa eşit olmalıdır.*” şeklinde açıklamıştır. Burcu ve Rana ABCD karesinin oluşumundaki basamakları sesli olarak tartışırken doğru bir sıralama yapmaya çalışmışlardır. Örneğin; Rana “*Önce kareyi bulsak olur mu?*” diye düşünmüş ve D noktasını bulmaya odaklanmak üzere yarıçap uzunluğunu bulduktan sonra D noktasını keşfetme yoluna gitmiştir. Son görüşmelerde Rana’nın 2-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.130’da sunulmuştur.



**Görsel 3.130.** Son görüşmelerde Rana'nın 2-A soru çözümü

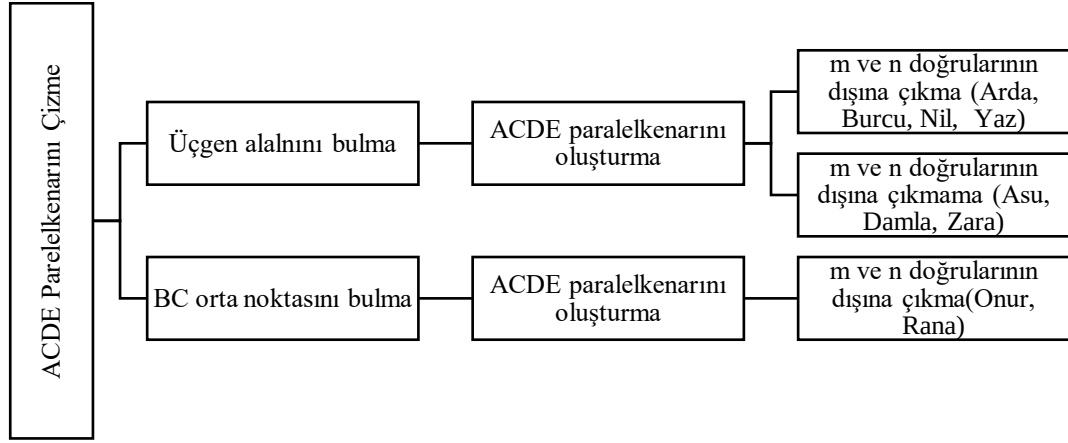
Oluşum sorularına ait ikinci görev Görsel 3.131'de sunulmuştur.

**B-)** Aşağıda verilen  $m$  ve  $n$  doğruları paraleldir.  $ABC$  üçgeninin alanına eşit olacak biçimde bir  $ACDE$  paralelkenarı oluşturabilmek için  $D$  ve  $E$  isimli iki nokta belirleyiniz. Bulduğunuz çözüm stratejinizi anlatınız.



**Görsel 3.131.** Son görüşmelerde 2-B görevi

Bu soruya ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.22'de verilmiştir.

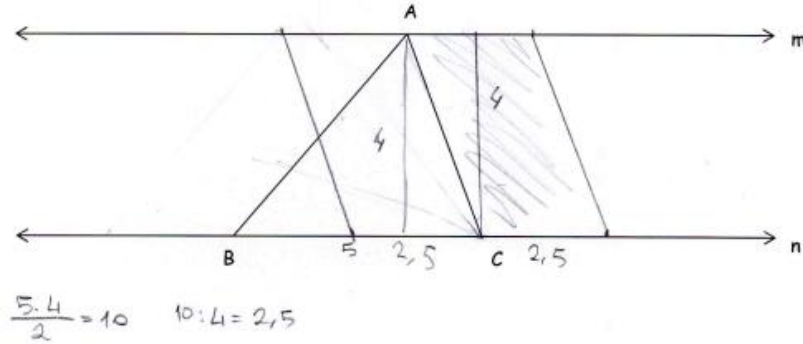


Şekil 3.22. Son görüşmelerde 2-B görevine ilişkin bulgular

Oluşum sorularına ait ikinci görevde öğrencilerin tamamının sıralı kavramaya uygun bir muhakeme yürüttükleri gözlemlenmiştir. Bu süreçte öğrenciler gerekli ölçme araçlarını da kullanarak aşamalı biçimde problemi çözmüşlerdir. Aynı zamanda öğrencilerin ACDE paralelkenar oluşumunda paralelkenar özelliklerini de kullandığı problemin çözümünde söylemsel sürece yöneldikleri saptanmıştır. Bunun nedeninin daha çok öğrencilerin paralelkenar oluşumunda dörtgen özelliklerinin sağlanarak oluşumun doğruluğundan kendilerini ve araştırmacıyı ikna etme çabalarından kaynaklandığı görülmüştür. Şekil 3.22 incelendiğinde öğrencilerin tamamının ACDE paralelkenarını oluşturabildikleri görülmektedir. Öğrencilerin oluşum sürecindeki uygulama sıralamaları arasında farklılıklar olmakla birlikte oluşturmuş oldukları paralelkenardan ayrı olarak farklı bölgelerde de ACDE paralelkenarını oluşturabildikleri tespit edilmiştir. Ön görüşmelerde yaşanan üçgenin alanını bulamama, paralelkenarın alanını bulamama gibi zorlukların son görüşmelerde yaşanmadığı tespit edilmiştir.

ACDE paralelkenarı oluşum süreci incelendiğinde iki alt tema ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki oluşuma üçgenin alanından yararlanarak başlayan öğrenciler tarafından çıkmıştır. Bu öğrenciler ABC üçgeninin alanını  $10 \text{ cm}^2$  bulduktan sonra AC kenarına paralel olacak şekilde DE kenarını çizibilmiş ACDE paralelkenarı oluşturabilmişlerdir. Araştırmacı tarafından öğrencilere yöneltilen “ACDE paralelkenarından daha fazla çizilebilir mi?” sorusuna gelen farklı yanıtlar da alt temalara ayrıştırılmıştır. Bu alt temalar öğrencilerin m ve n doğrularının dışına çıkarak oluşturabildikleri paralelkenarlar üzerinden çıkarılmıştır. Örneğin Zara ABC üçgeninin alanını bulduktan sonra üçgen ile oluşturacağı paralelkenarın yüksekliklerin aynı olacağını belirtmiştir. AC kenarının sol ve sağ tarafına da paralel iki doğru çizerek iki farklı paralelkenar çizmiş ve m ile n

doğrularının dışına çıkamamıştır. Son görüşmelerde Zara'nın 2-B sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.132'de sunulmuştur.



**Görsel 3.132.** Son görüşmelerde Zara'nın 2-B çözümü

Zara ile aynı tema altında ola Asu, sadece bir tane paralelkenar çizmiş olup daha farklı bir paralelkenar çizilebileceğinden emin olmadığını söylemiştir. Damla ise üçgenin alanını bulduktan sonra sorunun çözümüne ilişkin adımlarını kendi cümleleriyle açıklamıştır. Araştırmacının sorusu üzerine Damla farklı paralelkenarlar çizilemeyeceğini, m ve n doğrularının arasında paralelkenarlar çizilebileceğini vurgulamıştır.

Damla: Şimdi iki noktaya da değmesi gerekiyor. m ve n doğrularına. O yüzden yüksekliği değil de kenar uzunluğunu kısaltmamız gerekiyor. Yarisına indirmemiz gerekiyor.

Araştırmacı: Peki güzel. Başka çizilebilir mi Damla? Bunu çizilebileceğini biliyordum zaten. Başka bir paralelkenar daha çizilebilir mi? yine AC'ye paralel olacak şekilde. Alanları eşit olacak.

Damla: Yani bunu tam tersi çevirsek. Olur. (AC'nin sol tarafı)

ACDE paralelkenarı oluşturma sürecine üçgenin alanını bularak başlayan öğrencilerden m ve n doğrularının dışına çıkarak sonsuz sayıda paralelkenar oluşturulabileceğini söyleyen öğrenciler olmuştur. Bu öğrencilerden Burcu, ACDE paralelkenarını oluşturmaya AC kenarının sağına ve soluna paralel doğrular çizerek başlamıştır. Burcu'nun "Benim bu soruda cetvel kullanmam gerekiyor." açıklamasıyla öncelikli olarak ölçme aracı kullanmadan soruyu çözmeye çalıştığı görülmektedir.

Burcu: Bunların (m, n) arasında mı kalmalı?

Araştırmacı: Nasıl yani?

Burcu: m ile n doğrularının

Araştırmacı: Yoo. Dışına çıkabilir yani.

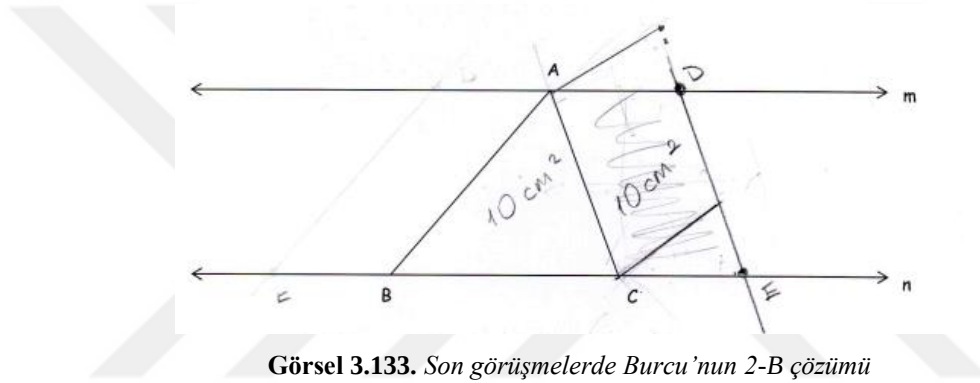
Burcu: O zaman buranın (BC) ölçüsü 5 cm. O zaman üçgenin olur mu böyle yaparsak?

Araştırmacı: Yok AC yi değiştirmiyorsun da AC uzunluğunu değiştirmeden herhangi bir yerde olabilir mesela.

Burcu: Şöyle yapılabilir bu tarafa doğru (AC nin sağ tarafına). ..Düşündüm de baya baya çok fazla çizilebilirmiş.

Araştırmacı: Nasıl?  
 Burcu: Evet. Şuradaki üçgenin aynısını şuraya yaparak çizeceğim.  
 Araştırmacı: Vaay , aferin . Oldu. Süper oldu. O zaman böyle bir sürü yapabiliriz değil mi?  
 Burcu: Aynen baya oluyor. Bundan sonra böyle birazcık daha kaydıra kaydıra. Sonra bunu bu tarafa doğru kaydırabiliriz falan.

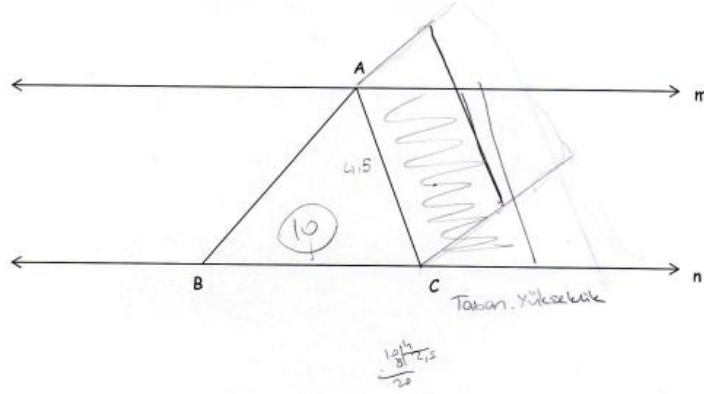
Burcu'nun AC kenarının hem sağ hem sol tarafına çizilebilecek paralelkenarları fark etmesinin ardından AC kenarının sağına sembolik olarak çizdiği DE kenarını yukarı doğru kendi ifadesi ile “*kaydırarak*” birçok paralelkenar oluşturabileceğimizi söylemiştir. M doğrusunun dışına çıkan doğruların sayısının sonsuz olacağını söylemiş ve D noktasının üstüne noktalar koyarak sonsuzluğu temsil ettiğini belirtmiştir. Son görüşmelerde Burcu'nun 2-B sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.133'de sunulmuştur.



**Görsel 3.133.** Son görüşmelerde Burcu'nun 2-B çözümü

Araştırmacının “*Farklı paralelkenarlar çizilebilir mi?*” sorusuna Arda iki tane daha paralelkenar çizilebileceğini söylemiş, m ve n doğrularının dışına çıkılabileceğini fark etmesi ile farklı bölgelerde paralelkenar çizimleri gerçekleştirmiştir. Arda ile benzer bir çözüm yolu geliştiren Yaz, A ve C noktalarına eşit uzaklıkta (2,5 cm) olacak şekilde AC kenarına paralel kenarlar çizilebileceğini söylemiştir. Farklı paralelkenar oluşturulabileceğini ve bunun için BC kenarının orta noktasını bularak ve yüksekliği değiştirmeden çizilebileceğini söylemiştir. Son görüşmelerde Yaz'ın 2-B sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.134'te sunulmuştur.





**Görsel 3.134.** Son görüşmelerde Yaz'ın 2-B çözümü

Nil, bu soruda zorlandığını söylemiş ve tüm sorular bittikten sonra soruya yeniden bakmak istemiştir. ACDE paralelkenarını oluşturduktan sonra farklı yerlerde çizilebilecek paralelkenarların olduğunu ve bunların üçgenin iç bölgesinde olabileceğini belirtmiştir. Ayrıca Nil, ABC üçgeni ile ACDE paralelkenarının ortak bir dörtgensel alana sahip olduğunu söylemiş ve bu yüzden de kalan üçgensel bölgelerin de alanlarının eşit olması gerektiğini savunmuştur. Son görüşmelerde Nil'in 2-B sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.135'te sunulmuş ve ardından çözümüne ilişkin açıklamalarına yer verilmiştir.



**Görsel 3.135.** Son görüşmelerde Nil'in 2-B çözümü

- |              |                                                                                                        |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nil:         | Ama bu sefer üçgenin içinde olmuş oldu.                                                                |
| Araştırmacı: | Olsun fark etmez. Aynı alanda olsun.                                                                   |
| Nil:         | Şu parçalar da eşit olmuş oldu.                                                                        |
| Araştırmacı: | Güzel. Onlar eşit mi?                                                                                  |
| Nil:         | Şu iki üçgen mi? Eşit. Çünkü                                                                           |
| Araştırmacı: | Güzel.                                                                                                 |
| Nil:         | Şu paralelkenarla ACDE paralelkenarı BAC üçgeni alanı eşit olduğu için burası ortak burası zaten eşit. |
| Araştırmacı: | Süper                                                                                                  |
| Nil:         | Geriye şu parça kalıyor. Bu parça da buraya eşit olmak zorunda                                         |

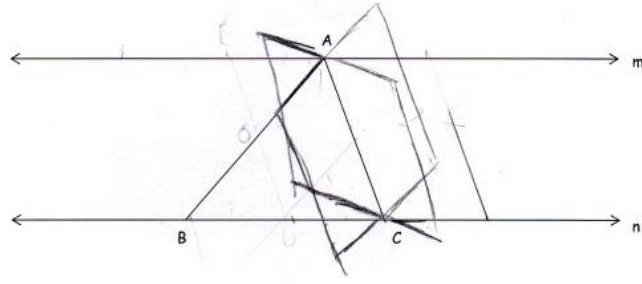
Nil bu soru için fazla zaman ayırmış ve birçok deneme yapmıştır. En fazla kaç tane paralelkenarın çizilebileceğini bilmediğini söyleyen Nil en az dört farklı yerde

Diagram illustrating the construction of a line segment  $EF$  parallel to the base  $BC$  of a triangle  $ABC$ . The line segment  $EF$  is drawn such that it is parallel to  $BC$ . The length of  $EF$  is given as 10, and the length of  $BC$  is given as 5. The distance between the two parallel lines is 10. The distance from the top line to the line containing  $EF$  is  $x$ , and the distance from the line containing  $EF$  to the bottom line is  $2,5$ . The total distance between the two parallel lines is 10.

ACDE paralelkenarını oluşturmada BC kenarının orta noktasından yola çıkan iki öğrenci de m ve n doğrularının dışına çıkarak çok sayıda paralelkenar oluşturulabileceğini söylemiştir. Onur, orta noktanın bulunmasından sonra A noktasının solunda da aynı değer (2,5 cm) kadar m doğrusu üzerinde bir uzunluk ölçerek AC kenarına paralel bir kenar çizmiş ve paralelkenarını oluşturabilmiştir. Daha sonra oluşturmuş olduğu paralelkenardaki DE kenarı ile AB kenarının kesişim noktasını “O” harfi ile göstermiş ve bu noktanın üzerinde olduğu doğru parçalarını ortadan ikiye böldüğünü belirtmiştir.

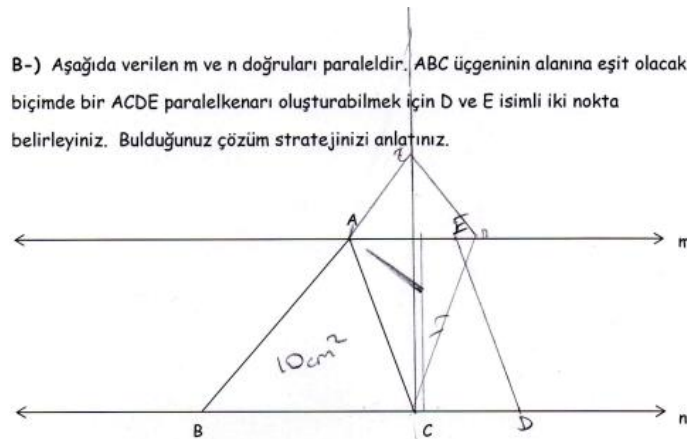
Araştırmacı: İstediğin gibi.  
Onur: Şimdi burası 2.5 tu (B ve C noktalarının orta noktası). Bura da 2.5 burası da 2.5 yani şurayla burası eşit. Şurayla burası (DO ve OE) burayı tam ortaladığımız için burayı şu çizgi tam ortadan kesiyor. Böyle bura da eşit. Burayla bura da (AO ve OB) şey olduğu için nasıl anlatsam?

Onur başka paralelkenarların da çizilebileceğini ancak bu defa ölçme yapması gerektiğini söylemiştir. Onur ölçme yapmak istemediğinden dolayı diğer oluşacak paralelkenarları da çizmek istememiştir. Onur dört tane paralelkenar çizilebileceğini, bunun için de  $m$  ve  $n$  doğrularının dışına çıkılması gerektiğini savunmuştur. Son görüşmelerde Onur'un 2-B sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.137'de sunulmuştur.



**Görsel 3.137.** Son görüşmelerde Onur'un 2-B çözümü

Onur, soru üzerinde biraz daha düşünmüş ve paralelkenarın alanının değişmeden kenarların kaydırılarak yeni oluşumlar olabileceğini açıklamıştır. Rana da Onur ile aynı çözüm basamaklarını geliştirmiştir. Rana'nın ilk sorusu "m ve n doğrularının dışına çıkılabilir mi?" olmuştur. Daha sonra üçgen ile oluşturacağı paralelkenarın yüksekliklerinin aynı olacağını düşünmüş ve üçgenin alanını kullanarak çözüm basamaklarını oluşturmak yerine üçgenin taban uzunluğunun yarısı kadar C noktasının sağ tarafına CD kenarını çizmiş ve ayrıca aynı şekilde C noktasını soluna da bu yöntemle CD kenarının oluşabileceğini söylemiştir. Rana m ve n doğrularının dışına çıkılarak paralelkenar çizilebileceğini ancak ölçümde hata yaptığını ve şeklin paralelkenara benzemediğini belirtmiştir. Son görüşmelerde Rana'nın 2-B sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.138'de sunulmuştur.

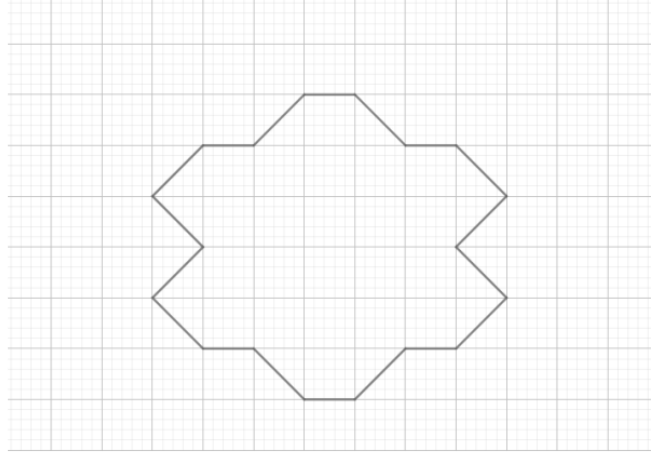


**Görsel 3.138.** Son görüşmelerde Rana'nın 2-B çözümü

### 3.3.2.3. Parça/bütün, konum ve optik soruları

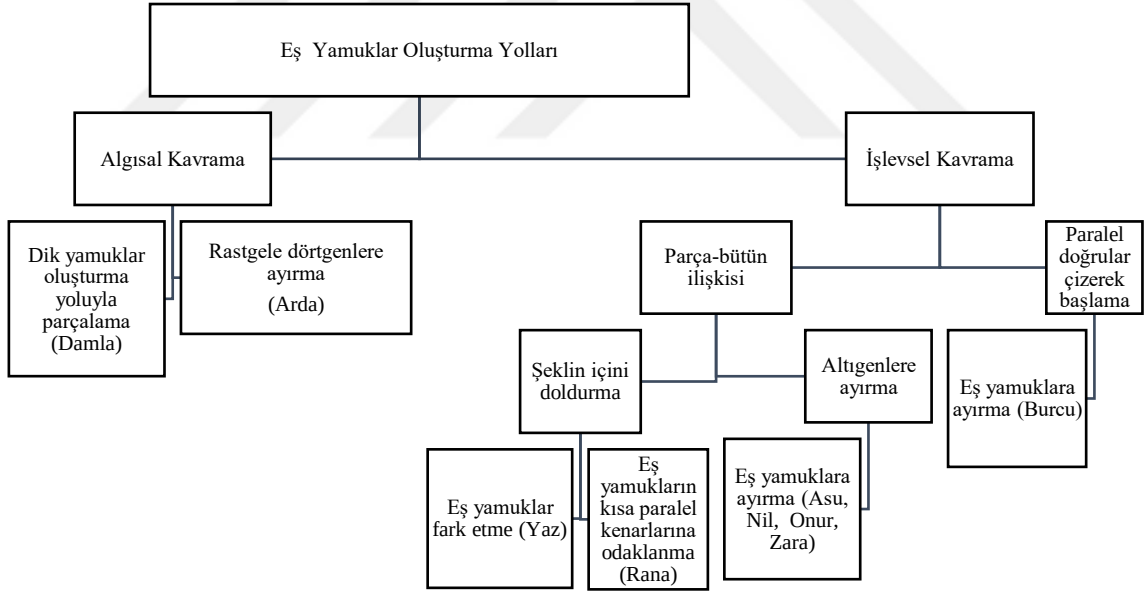
Son görüşmelerde öğrencilerin parça/bütün, konum ve optik görevlerini ölçmek amacıyla üç soru sorulmuş olup sorulardan ilki Görsel 3.139'da sunulmuştur.

**Soru 3: A-) Aşağıda verilen şekil eş yamuklara ayrılabilir mi? Çözümünüzü anlatınız.**



**Görsel 3.139.** Son görüşmelerde 3-A görevi

Bu soruya ilişkin öğrencilerin kavrayışları ise Şekil 3.23’te verilmiştir.

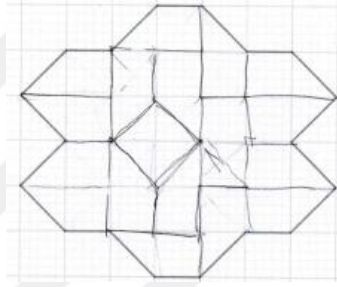


**Şekil 3.23.** Son görüşmelerde 3-A görevine ilişkin bulgular

Bu soru ön görüşmelerde de sorulmuş olup daha çok öğrencilerin işlevsel kavrama türünün bileşenlerinden olan parçalama, parça bütün ve konumsal ilişkileri keşfetme üzerine odaklanılmıştır. Ön görüşmelerde istenilen yanıtların gelmemesi ve öğrencilerin zorlanmaları nedeniyle son görüşmede de aynı soru sorulmuştur. Son görüşmelerde iki öğrenci hariç tamamının işlevsel kavrama türüne uygun bir biçimde verilen şekli eş

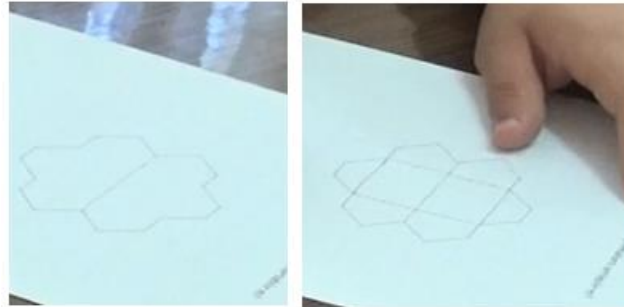
yamuklara ayırabildikleri tespit edilmiştir. Öğrenci çözümleri incelendiğinde ön görüşmede kullanmış olduğu yöntemden farklı bir yöntem (Burcu) ya da aynı yöntemle (Nil) şekli parçalayabildikleri saptanmıştır. Öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ve çözümler analiz edildiğinde verilen şeklin eş yamuklara ayrılması türleri iki alt temayı ortaya çıkarmıştır. Bu temalar Şekil 3.23'te görüldüğü üzere algısal kavrama ve işlevsel kavramadır.

Damla, ön görüşmelerde de verilen şekli eş yamuklara ayıramamıştır. Son görüşmede de benzer bir düşünce ile şekli eş dik yamuklara ayırmaya çalışmış ve ayırlamayacağını söyleyerek farklı türde bir yamuk üzerinde deneme yoluna gitmemiştir. Son görüşmelerde Damla'nın 3-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.140'ta sunulmuştur.



**Görsel 3.140.** Son görüşmede Damla'nın 3-A çözümü

Damla gibi algısal kavrama türüne uygun bir çözüm ortaya koyabilen öğrencilerden olan Arda öncelikle şekli ortadan ikiye ayırmıştır. Ardından araştırmacının eş yamuklara ayırması gerektiğini hatırlatması üzerine Görsel 3.141'de verildiği gibi dörtgenlere ayırmış ancak eş yamuklara ayırmamıştır.

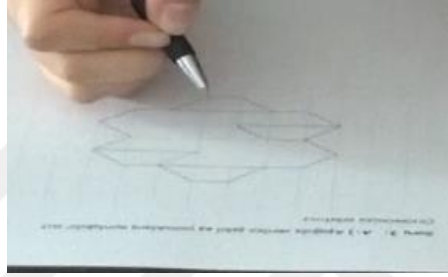


**Görsel 3.141.** Son görüşmede Arda'nın 3-A çözümü

Şekil 3.23 incelendiğinde son görüşmede öğrencilerin çoğunluğunun bu kavrama türüne uygun çözüm üretebildikleri görülmektedir. İşlevsel kavramaya uygun çözümler

incelendiğinde “Parça-bütün ilişkisi” ve “Paralel doğrular çizerek başlama” alt temaları ortaya çıkmıştır. Bu temalardan “Parça-bütün ilişkisi” teması altındaki çözümler ve söylemler analiz edildiğinde “Şeklin içini doldurma” ve “Altıgenlere ayırma” alt temaları oluşmuştur.

Parça-bütün ilişkisi içinde verilen şekli eş yamuklara ayırabilen öğrencilerden Yaz diğer öğrencilerden farklı olarak bütünden parçaya doğru değil parçadan bütüne doğru bir yol izlemiştir. Şeklin farklı yerlerinde eş yamuklar oluşturulabileceğini anlamış ve daha sonra bu eş yamuklardan çoğaltarak şeklin içini tamamen eş yamuklarla doldurabilmiştir. Son görüşmelerde Yaz’ın 3-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.142’de sunulmuştur.



**Görsel 3.142.** Son görüşmede Yaz’ın 3-A çözümü

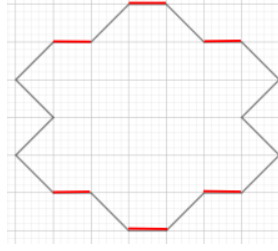
Ön görüşmelerde şekli parçalamaya çok uğraşan ve en merak ettiği sorulardan bir tanesinin bu soru olduğunu belirten Rana, bu kez şekli parçalamaya dik yamuklarla başlamış ve “*Oluyor gibi.*” söylemleriyle kendini motive etmiştir. Şeklin dik yamuklar ile ayrılabilceğini düşünen Rana şeklin merkezine yaklaştıkça düşüncesinden vazgeçmiştir. Son görüşmelerde Rana’nın 3-A sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.143’te sunulmuştur.



**Görsel 3.143.** Son görüşmede Rana’nın 3-A çözümü

Rana çözüm üretmeye baştan başlamak istemiş ve bu defa oluşabilecek eş yamukların paralel kenarlarının kısa olan kenarına odaklanmıştır. Aslında Rana oluşturmuş olduğu dik yamuklarda bu çözümü fark etmiş ve çizmiş olduğu dik

yamuklardan sonra parçalamaya kolaylıkla gidebilmiştir. Rana'nın ilk adımda odaklandığı kısa kenarlar Şekil 3.24'te verilmiştir.



**Şekil 3.24.** Son görüşmede Rana'nın 3-A çözümü

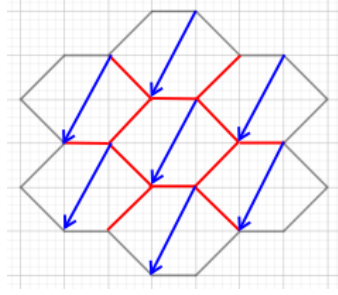
İşlevsel kavrama sürecinde öğrencilerin muhakeme yürüttüğü çözümlerin çoğu “parça-bütün” teması altında yer alan “Altıgenlere ayırma” alt temasıdır. Şekli eş altıgenlere parçalayan öğrencilerden Nil'in çözüme ait başlangıcı Görsel 3.144'te verilmiştir.



**Görsel 3.144.** Son görüşmede Nil'in 3-A çözümü

Nil, altıgenleri oluşturduktan sonra altıgenleri iki eş parçaya ayırmış ve bu parçalardan birinin içinde bir adet kare ve iki adet eş ikizkenar üçgen bulunduğunu açıklamıştır. İkizkenar üçgenler ve kare birleştiğinde bir yamuk oluşturabileceğini belirtmiş ve esas olarak başlangıç noktasının bu çokgenler olduğunu vurgulamıştır. Böylece Nil'in şekli eş ikizkenar yamuklara ayırdığı söylenebilir.

Zara, ön görüşmelerden bu soruyu hatırladığını ve bu soruyu aynı şekilde çözebileceğini söylemiştir. Ancak oluşturduğu dörtgenlerin eş olmasına karşın yamuk olmadığını çünkü paralel iki kenarın bulunmadığını vurgulayarak oluşturmuş olduğu altıgenlerin içinden çizgileri (Şekil 3.25'deki mavi oklar ile çizdiği altıgenleri ayırmıştır.) silmiştir. Zara'nın bu çözümüne ait Görsel Şekil 3.25'de sunulmuştur.



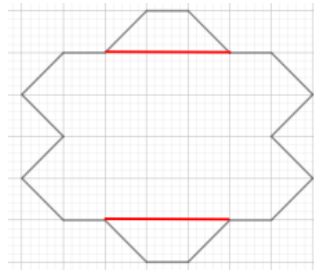
Şekil 3.25. Son görüşmede Zara'nın 3-A çözümü

Zara, mavi oklarla gösterilen yerden değil altıgenin birbirine en uzak köşelerinden bir çizgi çizerek parçalama yapması gerektiğini düşünmüştür.

- |              |                                                                                                                    |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Neyi fark ettin orada?                                                                                             |
| Zara:        | Ortasından böleceğim.                                                                                              |
| Araştırmacı: | Altıgenleri fark ettin değil mi?                                                                                   |
| Zara:        | Ya ben onları fark etmişim ama altıgenleri bölünce eşit oluyor. Onları da öyle bölünce eşit olur diye düşünmüştüm. |

Altıgenlere odaklanan öğrencilerden biri olan Onur verilen şeklin dışına doğru çıkan bölümleri birer dörtgen haline getirmeye çalışmıştır. Araştırmacının “*Yamuğun tanımı nedir?*” sorusu ile Onur yapmış olduğu dörtgenlerde paralel kenarların bulunmadığını fark etmiş, öğretimlerde parçalama sorularında iyi olduğunu söylemiş ve biraz daha düşünmek istemiştir. Ardından şekli eş altıgenlere ve sonra eş yamuklara ayırmıştır. Onur bütünden parçaya doğru bir yol izlediğini ve daha küçük parçalarla çalışacağını anladığı için çözüm üretebildiğini ifade etmiştir.

Asu verilen şeklin altında ve üstünde yer alan bölgelerin yamuğa benzetilebileceğini ve öncelikle onları ayırmamız gerektiğini ifade etmiştir. Son görüşmelerde Asu'nun 3-A sorusuna ilişkin çözümü Şekil 3.26'da sunulmuştur.



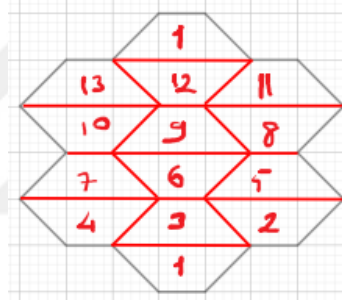
Şekil 3.26. Son görüşmede Asu'nun 3-A çözümü

Asu, verilen şeklin  $90^\circ$  döndürülmüş hali verilirse eş yamukların kolay fark edilemeyeceğini iddia etmiştir. Asu'nun şeklin konumuna göre de farklı yönlerden baktığı anlaşılmaktadır. Şekil 3.26'da oluşturmuş olduğu eş yamukların aynı zamanda dik yamuklara ayrılabilceğini ve bu şekilde de bir parçalama olabileceğini belirtmiştir.



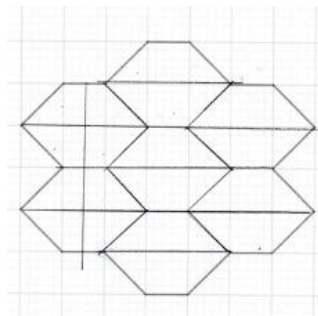
- Asu: Ya şimdi burada ilk baktığım zaman şekilde şu kısımlar yani ilk göze batan bu kısımlar yamuğa benziyor. Yamuk. Bunlar da yamuk olduğu için buraları bölerek başka bir yamuk dik yamuk oluşur.
- Araştırmacı: Nasıl dik yamuk oluşur?
- Asu: Yani mesela bunu dik bölersek
- Araştırmacı: Ortadan ikiye bölersek hepsi dik yamuk oluşur diyorsun.
- Asu: Evet.
- Araştırmacı: Şekle bakınca anlaşılıyor mu mantığı?
- Asu: Yani
- Araştırmacı: Herkes anlayamıyor ama.
- Asu: Böyle filan dursa (kâğıdı  $90^0$  döndürmüş) anlaşılıyor ama böyle durunca anlaşılıyor. Direkt şuradan gelmiş mesela direkt şurayı çizdiğimiz zaman buradan gelmiş böyle (altıgen oluşturmuş).

İşlevsel kavramaya uygun bir biçimde çözüm üreten öğrencilerden Burcu da paralel doğrulardan yararlanmış. Burcu şeklin altından başlayarak önce ilk yamuğunu oluşturmuş ardından paralel doğrular çizerek şeklin içerisinde yukarı doğru eş yamuklar oluşturmaya devam etmiştir. Son görüşmede Burcu'nun 3-A sorusuna ilişkin çözümü Şekil 3.27'te sunulmuştur.



Şekil 3.27. Son görüşmede Burcu'nun 3-A çözümü

Burcu ön görüşmelerde dik yamuklar oluşturulabileceğini söylediğini hatırlamış ve eğer istersek yine dik yamuklar oluşturulabileceğini açıklamıştır. Burcu'nun 3-A sorusuna ilişkin çözümünün ikinci aşaması Şekil 3.28'te sunulmuştur.



Şekil 3.28. Son görüşmede Burcu'nun 3-A çözümü ikinci aşaması

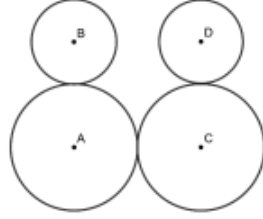
Son görüşmelerde öğrencilerin yanıtları ve çözümlemeleri incelendiğinde gerek algısal gerekse de işlevsel kavramaya uygun süreçler izlenmekle beraber öğrencilerin söylemlerinde ön görüşmelere göre değişiklikler olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin yamuğun özelliklerini kullanarak şekil parçalamaya giderken daha bilinçli bir yol izledikleri görülmüştür.

İşlevsel kavrama görülen öğrenci davranışlarında öğrencilerin verilen bir şekil üzerinde değişikliklere giderek, verilen şekil özelliklerini kullanarak ve verilen şekil ile yeni oluşturulacak şekil arasında bağlantılar kurarak aynı zamanda söylemsel kavramaya uygun bir köprü oluşturulabileceği söylenebilmektedir. Bu amaçla işlevsel kavramaya uygun 3-B sorusu hazırlanmıştır. 3-B sorusunda öğrencilere A ve C merkezli iki eş çember ile B ve D merkezli iki eş çember verilmiştir. Öğrencilerden verilen bu çember merkezlerini birleştirerek oluşturulabilecek özel dörtgen çeşidini belirlemeleri istenmiştir. Tüm öğrenciler dörtgenlerin üçünü de doğru olarak belirlemişlerdir. Bununla birlikte öğrenci söylemleri analiz edildiğinde tüm yanıtlamaların işlevsel kavramaya uygun olduğu görülmüştür.

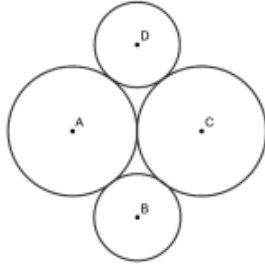
İşlevsel kavramanın alt düşüncelerinden biri olan konumsal değişikliklerle ilgili hazırlanan 3-B sorusu Görsel 3.145'te verilmiştir.

**B-)** Aşağıdaki A ve C merkezli çemberler ile B ve D merkezli çemberler eştir. Çemberlerin birbirlerine teğet olduğu 3 farklı durum gösterilmiştir. Çemberlerin merkez noktaları birleştirildiğinde hangi dörtgenler oluşabilir?

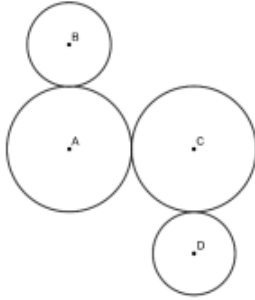
a-)



b-)

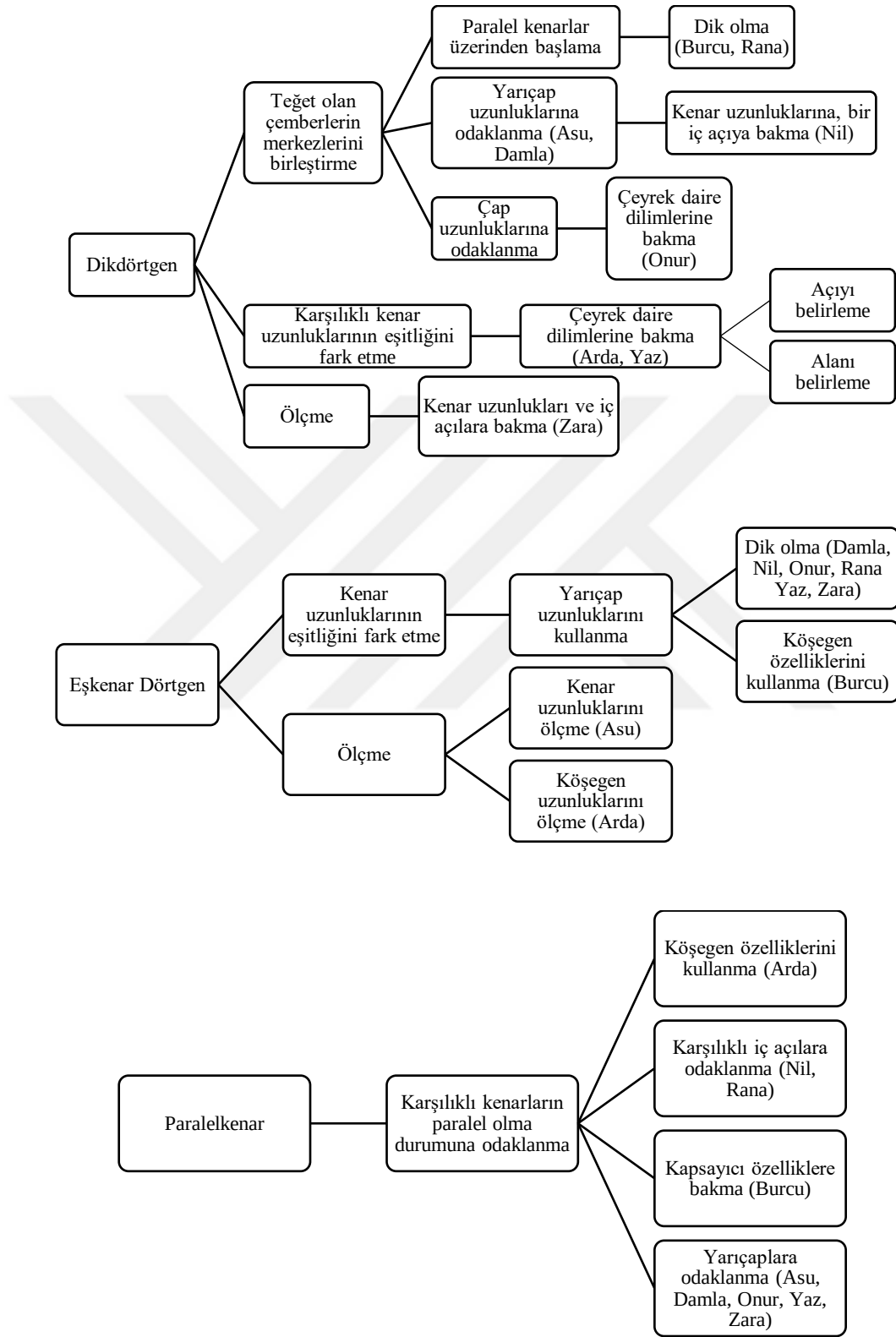


c-)



**Görsel 3.145.** Son görüşmelerde 3-B görevi

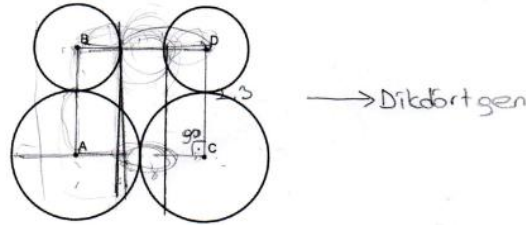
Bu soruya ilişkin öğrencilerin düşünme yolları Şekil 3.29’da verilmiştir.



Şekil 3.29. Son görüşmelerdeki 3-B görevine ilişkin bulgular

3-B sorusunda belirlenen dörtgenler sırasıyla dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenardır. Öğrencilerin düşünme süreçleri incelendiğinde işlevsel kavramaya uygun biçimde tüm dörtgenleri doğru belirledikleri saptanmıştır.

Öğrencilerin dikdörtgeni belirlemeleri “Teğet olan çemberlerin merkezlerini birleştirme” , “Karşılıklı kenar uzunluklarının eşitliğini fark etme” ve “Ölçme” olmak üzere 3 ana tema altında toplanmıştır. İlk tema olan “Teğet olan çemberlerin merkezlerini birleştirme” de öğrenciler iki çember merkezi ile bu çemberlerin teğet noktasının doğrusal olmasına odaklanmışlardır. Burcu ve Rana daha sonra dikdörtgenin paralel kenarlarına odaklanmış ardından paralel olmayan kenarların dik olma durumunu incelemiştir. Burcu, A ve C merkezli çemberlerin eş ve teğet olmasından yararlanarak bu iki çemberin yarıçaplarını birleştirmiştir. B ve D merkezli çemberlerin yarıçaplarını çizmiş ancak çemberlerin teğet olmamasından dolayı bu iki çember arasında kalan uzaklığın ölçülebileceğini ya da AC ve BD kenarlarının paralel olma durumundan dolayı eşit olarak düşünülebileceğini söylemiştir. Araştırmacının A ve B ile C ve D çemberlerinin merkezlerinin doğrusal olma durumunu sorgulaması üzerine Burcu, kenarların dik kesişmesi ile doğrusallığın sağlanabileceğini savunmuştur. Rana ise A ve C merkezli çemberlerin eş ve teğet olmasının yanında merkez noktaların doğrusal olmasının B ve D merkezli çemberler arasındaki uzaklığı da ilgilendirdiğini söyleyerek B ve D merkezli çemberlerden teğet iki paralel doğru çizildiğinde eşit parçalar görülebileceğini açıklamıştır. Son görüşmede Rana’nın 3-B/a sorusuna ilişkin çözümü Görsel 3.146’da sunulmuştur.



**Görsel 3.146.** Son görüşmede Rana’nın 3-B/a çözümü

Yarıçap uzunluklarına odaklanarak dörtgeni belirleyebilen öğrencilerden Asu çember merkezlerinin birleştirilmesinin yeterli olacağını ve oluşacak olan dörtgenin kenar uzunluklarını ölçmenin gerekli olmadığını açıklamıştır. Asu teğet olan yarıçap uzunlukları farklı iki çemberin doğrusal olmasından dolayı AB ve CD kenar

uzunluklarının eşit olması gerektiğini belirterek bu eşitliğin AC ve BD kenarlarında da sağlanacağını ifade etmiştir.

Asu: Ya şimdi mesela burada küçükle büyüğü burada da büyükle küçüğü birleştirdiğimiz için şunlar (AB ve CD) zaten eşit. Aynı şekilde burada da. Bunlar dik gelmiyor. Biraz eğik geldiği için. Yani alt alta olduğu için.

Nil de Damla ve Asu gibi düşünmüş ve çemberlerin yarıçap uzunluklarının farklı olmasından dolayı DC kenar uzunluğunun AC kenar uzunluğundan daha kısa olması gerektiğini düşünmüştür. Ayrıca oluşacak olan dörtgenin dikdörtgenden farklı bir dörtgen (paralelkenar gibi) olması durumunu göz önünde tutarak bir iç açısının ölçülmesi gerektiğini savunmuştur.

Nil: Bunun dikdörtgen olduğunu düşünüyorum. Büyük çemberle küçük çemberin yarıçapı eşit olmadığı için DC kenarının AC kenarından daha kısa olduğunu düşünüyorum.

Araştırmacı: Düşünüyorsun.

Nil: Açısını da ölçtüm. 90 derece çıktı. O yüzden dikdörtgen.

Teğet çemberlerden yararlanarak dörtgeni belirleyen öğrencilerden Onur, dörtgeni zihninde önce kare olarak düşünmüş ardından hemen düşüncesini değiştirerek dikdörtgen olarak yanıtlamıştır. Onur, A ve C merkezli çemberlerin yarıçap uzunluklarını birleştirdiğimizde bu çemberlerden birinin çapını elde edeceğimizi söylemiştir. Aynı zamanda B ve D ile A ve C merkezlerinin aynı doğrultuda olduğu için yarıçapların çizildiği zaman dörtgen içinde kalan çemberlerden dolayı dik köşelerin oluştuğunu açıklamıştır.

Onur: Yok bir dakika değişiyor dikdörtgen de olabilir. Dikdörtgen bu. Çünkü şu A ve C noktalarını birleştirdiğimiz zaman şöyle burada da böyle oluyor yani değil mi? Bu ikisi eşit olduğuna göre yani bir tane çap veriyor yani bir çap ediyor.

Araştırmacı: Bir büyük çemberin çapı

Onur: Aynen bir büyük çemberin çapı bir de küçük çemberin çapı var o yüzden şu uzun kenarına göre daha kısa oluyor. Dikdörtgen oluyor.

Araştırmacı: Daha kısa olur. O yüzden dikdörtgen diyorsun.

Onur: Evet. Dikdörtgendir.

Araştırmacı: Peki dik midir?

Onur: Peki dik midir? Diktir. Çünkü mesela B ve D aynı doğrultu üzerinde A ve C falan o şekilde. Ya uzunlukları eşit o yüzden bence.

Araştırmacı: Paralelkenarda da eşit. Dik olduğunu nasıl anlayabiliriz?

Onur: Çeyrek çember oluşur.

Araştırmacı: Çeyrek çember.

Onur: Belki olabilir.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Onur: Mesela burayla şurası bir çeyrek çember buralar hepsi şey oluyor çeyrek çember oluyor. Oradan 90 derece olduğunu anlayabiliriz. Çemberlerin açıları 360 derece. Öyle olur bence.

Arda ve Yaz çemberlerin teğet olma durumundan daha çok karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olma durumuyla ilgilenmişlerdir. Yaz, dikdörtgen olarak düşünmüş ve dörtgen özelliklerinin sağlanması gerektiğini savunarak karşılıklı kenarların paralel

olmasından dolayı karşılıklı kenar uzunluklarının da eşit olduğunu ifade etmiştir. Yaz çeyrek dörtgen içerisinde çeyrek dairelerin oluştuğunu ve bu dairelerin dikdörtgenin iç açılarını oluşturduğunu savunmuştur.

Yaz: Bu bir dikdörtgen.  
Araştırmacı: Neden?  
Yaz: Çünkü DC ve BA birbirine paralel. Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit. AC ile de BD nin uzunlukları eşit. Bu yüzden dikdörtgen.  
Araştırmacı: Bu yüzden dikdörtgen. Karşılıklı kenar uzunlukları eşit dedin değil mi? Paralelkenarda da karşılıklı kenar uzunlukları eşit.  
Yaz: Ama hepsi 90 derece.  
Araştırmacı: Ölçebilirsin. Sıkıntı değil.  
Yaz: Ölçmemize gerek yok.  
Araştırmacı: Neden?  
Yaz: Bu bir çeyrek daire ise burası 90 derecedir. Bu da dikdörtgenin bir iç açısı olduğu için 90 derecedir.  
Araştırmacı: Çeyrek daire olduğunu nasıl anladın?  
Yaz: Burası yarıçapı. Buradan böyle yukarıya doğru çekersen burası da bir yarıçapı olur. Çeyrek daire. 90 derece.

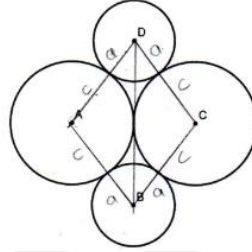
Arda da dörtgeni belirlemede karşılıklı kenar uzunluklarından yola çıkmış daire dilimlerinin kaplamış oldukları alana dikkat etmiştir.

Arda: Dikdörtgen.  
Araştırmacı: Neden?  
Arda: Karşılıklı kenarları eşit. Hem de şeyden dolayı büyük çemberlerin kapladığı yer dolayısıyla ikisinin merkezi açılıyor arasındaki mesafeyle. Bunlar küçük olduğu için zaten anlatamadım da. Bunlar daha büyük olduğu için büyük çemberler yani ikisinin arasındaki mesafe açılıyor. Hacimlerinden dolayı.  
Araştırmacı: Hacim mi?  
Arda: Ya işte kapladıkları alan.  
Araştırmacı: Tamam.  
Arda: Fakat bunlar bitişik olmadığı için aynı mesafede oldukları için merkezleri yatay olarak dikdörtgen olur.

Dörtgen özelliklerine bakılması gerektiğini savunan Zara ise oluşturmuş olduğu şekil için dikdörtgen kararını verirken kenar uzunlukları ile iç açılı ölçülerini ölçmenin en güvenilir yol olduğunu düşünmüştür. Zara dikdörtgeni belirlemede algısal bir yol izlememiş dikdörtgen özelliklerinin sağlanması için ölçme yapmanın gerekli olduğunu savunmuştur.

Öğrencilerin eşkenar dörtgeni belirlemelerinde 3 ana tema orta çıkmış olup bu temalar “Kenar uzunluklarının eşitliğini fark etme”, “Çember merkezlerini kullanma” ve “Ölçme” başlıkları altında toplanmıştır. Öğrencilerin çoğunun (Burcu, Damla, Nil, Onur, Rana, Yaz) eşkenar dörtgene karar verme aşamasında ilk olarak dörtgenin eşit kenar uzunluklarına odaklandıkları görülmüştür. Öğrenciler eşit kenar uzunluklarına verilen eş çemberlerin yarıçaplarından yararlanarak ulaşmışlardır. Bu öğrencilerden Burcu eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerine, diğer öğrenciler ise oluşturmuş oldukları dörtgenin kenarların dik olarak kesişmemelerine dikkat etmişlerdir. Burcu dörtgeni belirlemede

herhangi bir ölçmeye ihtiyacı olmadığını vurgulamıştır. Yarıçap uzunlukları farklı olan çemberlerin yarıçap uzunluklarını “a” birim ve “c” birim olarak belirterek kenar uzunluklarının eşit olduğunu Görsel 3.147’deki gibi göstermiştir. Burcu, aynı zamanda iç açı ölçülerinin  $90^\circ$  olmadığını, daha da önemlisi köşegenlerin ise dik kesiştiğinden dolayı kare olamayacağını söylemiştir.



**Görsel 3.147.** Son görüşmede Burcu'nun 3-B/b çözümü

Yarıçap uzunluklarından yola çıkan ve oluşan dörtgende iç açı ölçülerinin  $90^\circ$  olmadığını gören öğrencilerden Nil, çember merkezlerinin birleştirilmesi ile “*bir büyük çember, bir küçük çember*” ifadesiyle yarıçap uzunlukları toplamalarının eşit olacağını ifade etmiştir. Bu tema altındaki öğrencilerin ortak olarak “*Kenarlar dik kesişmiyor*” açıklamasında bulundukları saptanmıştır.

Asu'nun oluşturduğu dörtgenin kenar uzunluklarını ölçmesinin nedeni çember merkezlerinin (A ve C, B ve D) doğrusal olma durumunu fark etmemesinden kaynaklanmaktadır. Şeklin paralelkenar da olabileceğini ve ölçme yapmanın daha güvenilir olduğunu düşünmüştür. Ölçme yapmadan karar vermek isteyen Arda ise oluşan dörtgene kare dedikten sonra eşkenar dörtgen de olabilir diye düşünmüş ve dörtgenin köşegen uzunluklarını ölçmek istemiştir.

Öğrencilerin paralelkenarı belirlemelerinde ilk dikkat ettikleri özellik karşılıklı kenarların paralel olma durumunun olduğu tespit edilmiştir. Öğrenci yanıtları incelendiğinde karşılıklı kenarların paralel olması kavrandıktan sonra paralelkenarın farklı özelliklerine dikkat edilerek dörtgen belirlenmiştir. Örneğin 3-B sorusunda olduğu gibi Arda yine belirlemiş olduğu dörtgenden emin olabilmek için köşegen özelliklerini kullanmak istemiştir. Arda, karşılıklı kenarların paralel olduğu için karşılıklı kenar uzunluklarının da eşit olması gerektiğine karar vermiştir. Köşegen uzunluklarının dik olarak ortalamadığı için paralelkenar özelliğine uyduğunu, köşegen uzunluklarının farklı olduğunu ve çember merkezlerinin pozisyonlarına baktığını açıklamıştır.



Arda: Paralelkenar  
Araştırmacı: Nasıl anladın?  
Arda: Karşılıklı kenarları birbirine paralel.  
Araştırmacı: Uzunlukları da eşit mi peki?  
Arda: Evet.  
Araştırmacı: Nasıl anladın uzunlukları eşit olduğunu?  
Arda: Ölçtüm.  
Araştırmacı: Ölçmeden anlayamaz mıydık?  
Arda: Paralelse eşit oluyor.  
Araştırmacı: İşte paralel olduğu elimizde değil. Paralel olduğunu bilmiyorum. Paralellik olsa eşit olacak. O zaman paralelkenar olurdu doğru. Nasıl?  
Arda: Çünkü ikisi de birbirine teğet geçiyor ve ikisi de küçükler eş büyükler de eş. Pozisyonları aynı. Merkezleri de aynı uzaklıkta. O yüzden anladık.

Nil ve Rana paralel kenarlardan sonra oluşturdukları dörtgenin karşılıklı açılarının eşliği ile ilgilenmişlerdir. Ayrıca Nil, karşılıklı açı çiftlerinden bir tanesinin geniş açı olduğunu da belirterek daha genel bir dörtgen olması gerektiğini ve bu nedenle paralelkenar olabileceğini düşünmüştür. Rana ise aslında 3-B sorusunun üç maddesinde de dörtgen çizimlerinde ölçme yapmak istemiş ancak *“Aslında ölçme yapmaya gerek yok.”* diyerek çemberlerin A ve B merkezli çemberler ile C ve D merkezli çemberlerin teğet olması ve bu merkezlerin doğrusal olmasından yararlanarak karar verebileceğini açıklamıştır.

Burcu özel dörtgenleri kendi aralarında eleyerek oluşturmuş olduğu dörtgene karar vermek istemiştir. Paralelkenarın yamuk haricinde diğer tüm özel dörtgenleri kapsadığını ve paralelkenarın fazladan bir özelliğinin (köşegenlerin dik kesişmesi, dik açı, kenar uzunluklarının eşit olması vb.) olmadığını ifade etmiştir.

Burcu: Bunu herhalde ben eleyerek yapardım. Yine. Çünkü paralelkenarı diğerlerinden ayıran böyle tam bir noktası yok gibi.  
Araştırmacı: Hepsi birer paralelkenar olduğu için mi?  
Burcu: Evet. Yani ancak ölçerek ya da iç açılara bakarak çok köşegen çizerek diğerlerinden elenerek bulunabilir gibi geliyor.  
Araştırmacı: Anladım. Tamam, bir sıkıntı yok. Eleyerek de bulabilirsin. Mesela kare mi?  
Burcu: Evet. Dikliklerini (köşeler) ölçeriz. Değil.  
Araştırmacı: Eşkenar dörtgen?  
Burcu: Bunlar da (köşegenler) dik değildir.

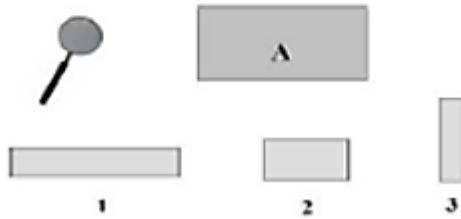
Öğrencilerin yine çoğu yarıçapı kullanarak karar verme yoluna gitmişlerdir. Asu çizmiş olduğu dörtgende köşelerin dik açı oluşturmadığını ve yine 3-B sorusunun ilk maddesinde olduğu gibi yarıçap uzunlukları farklı olan çemberlerin (A ve B ile C ve D) aynı doğrultuda olduğundan dolayı paralelliğin bozulmadığını ifade etmiştir. Eğer çemberlerden birinin yeri Asu’nun söylemi ile *“kaydırılıysaydı”* yani yeri değişmiş olsaydı paralel olma durumunun bozulacağını söylemiştir. Onur da Asu ile benzer bir açıklama yaparken paralel olan kenarların aynı zamanda eşit uzunlukta olduğunu eklemiştir. Bununla birlikte paralelkenardaki kenarların doğrusal olma durumunun eşkenar

dörtgenden farklı olduğunu ve dörtgen içinde çizilebilecek köşegenlerin dik kesişmeyeceklerini ve açıortay olmayacağını açıklamıştır.

- Onur: Bu paralelkenar. Çünkü şimdi BA ile CD'nin uzunlukları eşit. AD ile de BC'nin uzunlukları eşit.
- Araştırmacı: Eşit olduklarını nasıl anladın?
- Onur: Yine aynı şekilde bir tane büyük çemberin yarıçapı bir tane küçük çemberin yarıçapı var ikisinde de. Bunlar birbirlerinin üzerinde olduğu için BC ile AD birbirine eşit.
- Araştırmacı: Noktalar üst üste olduğu için diyorsun değil mi birbirinin üzerinde derken?
- Onur: Evet o şekilde ve mesela nasıl diyeyim? Eşkenar dörtgende bunlar altlı üstlü yani aynı şeydeydi doğrultuydu ama bunlar öyle değil. Farklı yerlerdeler. Yani buraya köşegen çizsek şey olmaz. Dik kesmez ya da açıortay olmaz.
- Araştırmacı: O yüzden paralelkenar diyorsun.
- Onur: Evet.

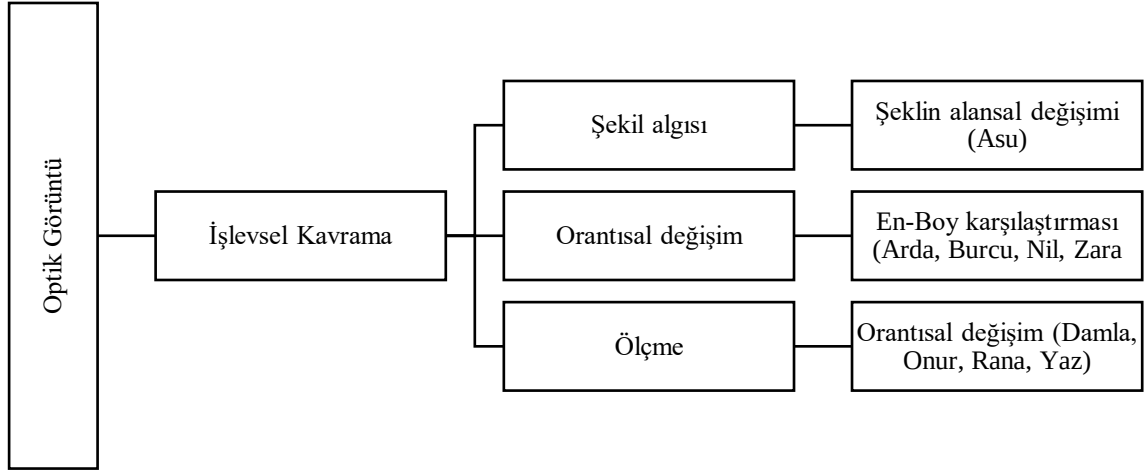
Ön görüşmelerden farklı olarak sorulan sorulardan bir tanesi de 3-C sorusudur. İşlevsel kavramanın bir bileşeni olan optik değişiklikler ile ilgili öğrenci davranışlarını gözlemlemek amacıyla sorulan bu soru Görsel 3.148'de sunulmuştur.

**C-) Ahmet defterine bir dikdörtgen çizmiştir. A şekli, dikdörtgenin büyüteç ile bakıldığındaki görüntüsüdür. Ahmet' in defterine çizdiği dikdörtgeni gösteren şekli işaretleyiniz.**



**Görsel 3.148.** Son görüşmede 3-C görevi

3-C sorusuna ait öğrenci yanıtları incelendiğinde öğrencilerin tamamının Görsel 3.148'de verilen dikdörtgenlerden 2 numaralı şekli seçtikleri tespit edilmiştir. Şekil 3.30'da öğrencilerin 3-C sorusunu çözüm sürecinde ortaya çıkan kavrama türlerine ait temalar sunulmuştur.



**Şekil 3.30.** Son görüşmede 3-C görevine ilişkin bulgular

İşlevsel kavramaya uygun biçimde çözüm yolu geliştiren öğrenciler üç alt temaya ayrılmıştır. Bunlardan ilki şekil algısıdır. Asu verilen şekle bakıldığında karar verilebileceğini ve herhangi bir ölçme yapmanın gerekli olmadığını savunmuştur. Ayrıca verilen şekle farklı yönlerden baktığını ve yine düşüncesinin değişmediğini belirtmiştir.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Asu:         | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Asu:         | Şimdi büyüteç büyüttüğü zaman mesela biraz daha büyüttüğü dikey zaten olamaz.                                                                                                                                                                                                                                            |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Asu:         | Çünkü yatay şekil. Çevirebilir. Hocam ne kadar büyütse de mesela şöyle bakıldığı zaman bu birazcık daha ince duruyor buna göre. Yani birazcık daha değil baya ince duruyor. Bu da aynı şekilde onun yatmış ve biraz daha uzun. Ama mesela bunda kalınlık olarak bakıldığı zaman aynı benzer duruyor. Kalınlıktan gittim. |

Öğrenciler büyüteçle bakılmış olan dörtgenin kenar uzunluklarına odaklanarak büyüteçle bakılmadan önce şeklin daha küçük olacağını düşünmüşler ve buna uygun olarak da kenar uzunluklarının orantılı biçimde küçülmesi gerektiğini saptamışlardır. Zara şeklin büyüteç ile bakılmadan önceki hali için en-boy oranına dikkat edilmesi gerektiğini savunarak 1 ve 3 numaralı şekillerin kenarlarından birinin değişmediğini ve bu nedenle orantısal biçimde değişmediğini söylemiştir. Arda da Zara ile benzer düşünmüş ve ayrıca verilen dörtgenlerin alanlarının oranlarına da bakılabileceğini belirtmiştir. Nil ise 1 numaralı şeklin uzun kenarı ile A şeklinin uzun kenarının aynı olduğunu ancak kısa kenarlarının farklı olduğu için 1 numaralı şeklin olamayacağını söylemiştir. 3 numaralı şekil ile A şeklinin “*taban uzunluklarının*” aynı olmadığını açıklamıştır. Ancak araştırmacının kâğıdı döndürerek şeklin tabanının değişebileceğini göstermesi üzerine “*Çok ince belki iki tane daha aynısından gerekir.*” şeklinde yanıtlamıştır.

Nil: Bunun tabanıyla bunun tabanını alırsak  
Araştırmacı: Belki böyledir. Burası buna eşittir. Böyle bakmıştır. (Farklı yönlerden)  
Nil: 2 diye düşünüyorum.  
Araştırmacı: Neden?  
Nil: Hem dik olduğu için hem de çok ince. Belki üç tane  
Araştırmacı: Parçalamaya mı çalıştın?  
Nil: Evet.

Kenar uzunluklarının arasında bir kat ilişkisi olması gerektiğini savunan Burcu ise verilen şekillerin kenar uzunluklarını ölçerek orantısal bir yol izlemiş ve 2 numaralı şekli seçmiştir.

Burcu: Şimdi 1 değil. Kesin o. Bunların arasında bir kat ilişkisi olabilir. Şimdi bunları ölçeceğim. Çünkü bir kenarın arttığında aynı oranda bir kenarın da artması gerekiyor. 2 oluyor.  
Araştırmacı: Neden?  
Burcu: Yine aralarında kat ilişkisi var. Bunlar da küçük çok küçük bir oynama olduğu için böyle oldu ama. Kısa kenar büyüteçle gösterildiğindeki yarısı. Yine uzun kenar da büyüteçle gösterilenin yarısı. O yüzden ikisinin de aynı oranda artması gerektiği için 2 diyorum.

Burcu, orantısal değişime dikkat etmiş ve çözümünden emin olabilmek ve araştırmacıya niyetini gösterebilmek için daha sonrasında kenar uzunluklarını ölçerek değişimi açıklayabilmiştir. Damla, Onur, Rana ve Yaz'ın Burcu'dan farklı olarak çözümlerinin ilk adımı ölçmedir. Bu öğrenciler yapmış oldukları ölçmeler ile orantısal değişimi söyleyebilmişlerdir. Örneğin; Yaz verilen şekillerin kenar uzunluklarını ölçmek istemiştir.

Yaz: Hocam 2. şekil.  
Araştırmacı: Neden?  
Yaz: Şimdi burası 1,5 kısa kenarı, uzun kenarı da 3,2. Bunun kısa kenarını ölçtüğümüzde 0,75 çıkıyor. Bunda burayı da ölçtüğümüzde 1,6 çıkıyor. Yani bunun (A) katları olması gerektiği için.

Onur da Yaz gibi verilen şekillerin kenar uzunluklarını ölçerek başlamak istemiş ve “Büyüteç her tarafı büyütüyor” açıklaması ile A dörtgeninin orantısal olarak büyüdüğüne dikkat çekmek istemiştir.

Onur: Ölçebilir miyim bunları?  
Araştırmacı: Tabi tabi.  
Onur: 2. Çünkü büyüteç her tarafı büyütüyor. Birinci şekildeki büyütecın camı mı diyeyim artık A'daki tabanı yani uzun kenar eşit. Ama büyüteç orantılı olarak büyüttüğüne göre bu olamaz. Çünkü buraları biraz daha büyümesi lazım. 3 olamaz çünkü bu da kısa kenarına eşit. Yani yine aynı doğrultuda büyümesi lazım ama 2 de hem yani orantılı büyüyor. Şey iki katına çıkıyor burada.

Damla da Onur'a benzer bir düşünce ile başlamış ve şeklin duruşunun ya da şekle farklı yerlerden bakmanın da bir değişikliğe neden olmayacağını düşünmüştür.

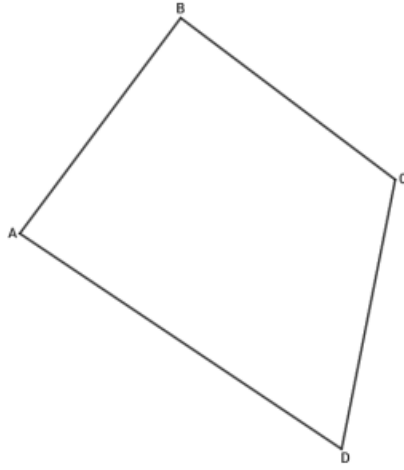
Damla: Bence 2.  
Araştırmacı: Neden?  
Damla: Şimdi belli bir orantı var uzun kenar ile kısa kenar arasında. Büyüteçle bakıldığında da bu oran değişmez. Ama 1 deki uzun kenar A'daki uzun kenarla aynı. Ama kısa kenar azalmış sadece. 2 de ise her ikisi de azalmış. 3te de dik duruyor. Onunla bir alakası var mı? Yok bence.

### 3.3.2.4. Gerekçelendirme gerektiren sorular

Gerekçelendirme gerektiren görevlerden ilki Görsel 3.149’da sunulmuştur.

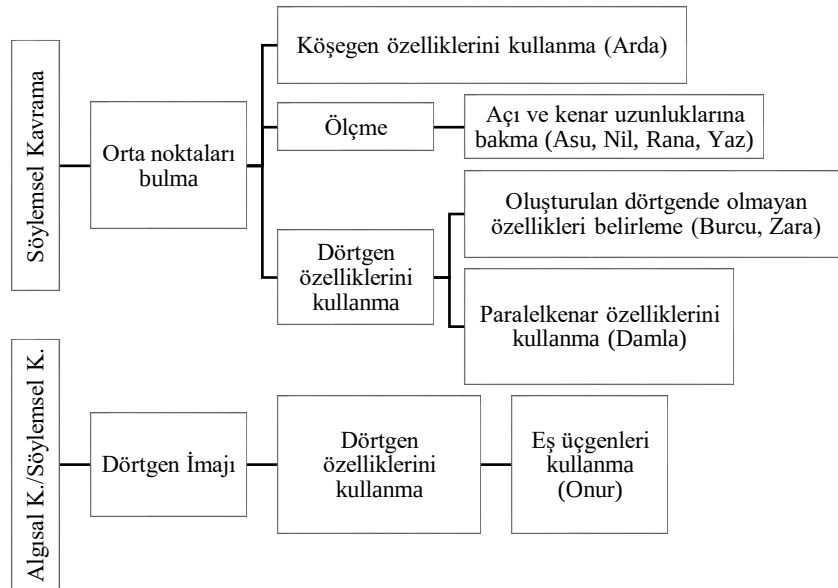
**Soru 4:**

**A-)** Şekildeki ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bulduğunuz noktaları birleştirerek yeni bir dörtgen oluşturunuz. Oluşan dörtgen nasıl bir dörtgendir? Nedenleri ile açıklayınız.



**Görsel 3.149.** Son görüşmede 4-A görevi

Bu göreve ilişkin öğrencilerin kavrayışları ise Şekil 3.31’de verilmiştir.

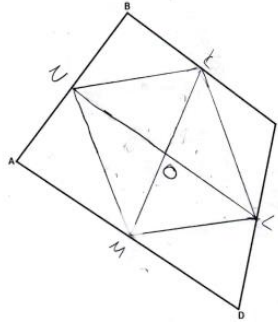


**Şekil 3.31.** Son görüşmede 4-A görevine ilişkin bulgular

Dördüncü sorunun birinci görevinde Onur haricindeki tüm öğrencilerin söylemsel kavramaya uygun yanıtlar verdiği tespit edilmiştir. Onur, ABCD dörtgeninde kenar uzunluklarının farklı olmasından dolayı eşkenar dörtgen olamayacağını düşünmüştür. Herhangi bir ölçme yapmak istemediğini ve oluşturulacak şeklin paralelkenar olabileceğini açıklamıştır. Emin olmayarak özel bir dörtgen olmayabilir diye düşünmüş ve “*Ya ölçmedim ama kestiği yerlerden (orta noktalar) bakarak öyle düşündüm.*” açıklamasıyla dörtgen çeşidini belirleyememiştir. Ancak Onur oluşturmuş olduğu dörtgen için sadece ilk bakışın yani algısal bir prototip imajı inancının yeterli olmadığını düşünmüş ve düşüncesinin değiştiğini, dörtgen özelliklerine bakılması gerektiğini açıklamıştır. Onur çizmiş olduğu dörtgenin köşelerini “K, L, M ve N” ile isimlendirmiş ve KM ile LN köşegenlerinin kesim noktalarını “O” harfi ile göstermiştir. Karşılıklı üçgensel bölgelerin eş olduğunu ve bu yüzden paralelkenar olması gerektiğini savunmuştur.

- Onur: Ölçmemiz lazım burada. Birleştirdiğimiz zaman hangi şekil çıkar? Paralelkenar diyeceğim de niye eşkenar dörtgen değil? Çünkü şu yamuğun (ABCD) kenar uzunlukları eşit değil. Bence eşkenar dörtgen olamaz kare de olamaz. Şu kenar uzunlukları eşit olmadığı için yarıya böldüğüm zamanda bunların uzunluğu yine eşit olmayacak.
- Araştırmacı: Tamam noktaları birleştir bakalım bir.
- Onur: Evet paralelkenar bence demiştim. Peki, normal bir dörtgen olabilir mi?
- Araştırmacı: Ben de onu soruyorum zaten. Paralelkenar da paralellliğini ispat etmemiz lazım. Paralellliğini ispat edebiliyorsen paralelkenardır. Paralel olduğunu ispat edemiyorsan normal dörtgen olur o zaman.
- Onur: Karşılıklı kenar uzunlukları... Bence bu normal bir dörtgen ya paralelkenar değil. Paralelkenar değil bence.
- Araştırmacı: Paralelkenarın özelliklerini sağlamadığı için mi?
- Onur: Ya ölçmedim ama kestiği yerlerden bakarak öyle düşündüm.
- Onur: Şurayı da ölçeyim bir saniye. Fikrim değişiyor galiba.
- Araştırmacı: Neden değişiyor?
- Onur: Ya paralelkenar köşegen çizince şurayla şuranın burayla buranın eşit olduğunu düşündüm.
- Araştırmacı: Üçgenlerin mi? Karşılıklı üçgenlerin.
- Onur: Evet. Karşılıklı üçgenlerin eşit olduğunu düşündüm. Şimdi şöyle diyeyim KO ve NO eşit. Ve bunla eşit olarak da OL ve bir dakika ben mi yanlış yaptım? Yok, şöyle diyeyim NO ve OL, KO ve OM eşit olduğunu düşünüyorum. Ortadan kestiği için. Ortaladığı için. Açığortay değil diye düşündüm. Karşılıklı üçgenlerin eşit olduğunu düşündüğüm için paralelkenar.

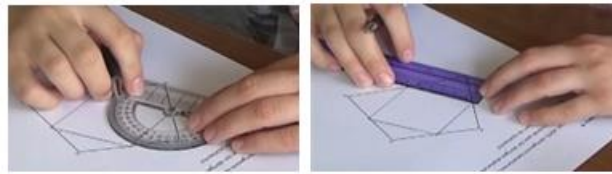
Onur’un oluşturmuş olduğu KLMN paralelkenarı Görsel 3.150’de verilmiştir.



**Görsel 3.150.** Son görüşmede Onur'un 4-A çözümü

Öğrencilerin tamamı çizmiş oldukları dörtgene paralelkenar olarak karar verebilmişlerdir. Söylemsel süreç izleyen öğrencilerin yanıtlarına ve çözümlemelerine bakıldığında ABCD dörtgeninin orta noktalarını bulduktan sonra 3 farklı tema ortaya çıkmıştır. Bu temalardan ilki dörtgene karar vermede köşegen özelliklerini kullanmaktır. Bu temaya uygun çözüm üreten Arda verilen soruyu öğretimlerde gösterilen bilardo etkinliğine benzetmiş ve bu etkinlikten yararlandığını söylemiştir. Arda, köşegenler üzerinde düşünmek istemiş ve köşegen uzunluklarının farklı olmasından dolayı çizmiş olduğu dörtgeni paralelkenar olarak belirlemiştir.

Söylemsel süreçte diğer bir alt tema da ölçmedir. Öğrenciler doğrudan ölçme yaparak çizmiş oldukları dörtgeni belirlememiş yapmış oldukları ölçme ile dörtgen özelliklerini kullanmak istemişler ve dörtgene karar verebilmişlerdir. Oluşturulan dörtgenlerde kenar uzunlukları ve iç açı ölçülerine odaklanmak isteyen öğrenciler sadece bu ölçümleri yapmışlardır. Dörtgenin belirlenebilmesinde daha farklı özelliklerin bilinmesine gerek duymamışlardır. Bu öğrencilerden Nil çizmiş olduğu dörtgene ait kenar uzunluklarını, paralel kenarları ve iç açıları öğrenmek istemiştir. Örneğin; çözüm sürecindeki ölçme aşamaları Görsel 3.151'de verilmiştir.



**Görsel 3.151.** Son görüşmede Nil'in 4-A çözümü

Rana oluşturmuş olduğu dörtgenin tüm kenar uzunluklarının eşit olmadığını fark etmiş ve karşılıklı açı ölçülerinin eşit olmasından yararlanarak şekli paralelkenar olarak

belirlemiştir. Rana, araştırmacıya karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmasının paralel olma durumunu da sağladığını göstermiştir. Rana'ya benzer bir çözüm üreten Yaz ise paralelliğin sağlanmasını “Dörtgenin orta noktaları olduğu için” şeklinde açıklayarak orta noktaların birleştirilmesi durumunda dörtgenlerin paralelkenar olabileceğini söylemiştir. Araştırmacının daha ayrıntılı biçimde anlatmasını istemesi üzerine karşılıklı açı ölçülerinin eşit olmasının da yeterli olduğunu söylemiştir.

Yaz: Paralelkenar  
Araştırmacı: Neden paralelkenar olduğunu düşünüyorsun? Güzel. Nasıl yaptığını anlat daha doğrusu neden düşünüyorsun derken nasıl paralelkenar olduğuna karar verdin?  
Yaz: Birleştirdim. Karşılıklı açı ölçüleri pardon karşılıklı kenarları eşit.  
Araştırmacı: Kenar uzunlukları mı?  
Yaz: Evet ve birbirine paralel olduğu için paralelkenar.  
...  
Yaz: Hocam zaten bu şekil ya eşkenar dörtgendir ya da paralelkenardır.  
Araştırmacı: Neden?  
Yaz: Karşılıklı açı ölçüleri eşit çünkü.  
Araştırmacı: Karede de eşit. Dikdörtgende de eşit.  
Yaz: Ama 90 derece değil. Kenar uzunlukları da eşit olmadığı için paralelkenar.

Söylemsel kavrama altındaki bir başka tema olan “Dörtgen özelliklerini kullanma” teması altında “Oluşturulan dörtgende olmayan özellikleri belirleme” ve “Paralelkenar özelliklerini kullanma” başlıklı iki alt tema ortaya çıkmıştır. “Oluşturulan dörtgende olmayan özellikleri belirleme” temasında öğrenciler dörtgen özelliklerini kullanarak özel dörtgen çeşitlerini eleme yoluna gitmişler ve paralelkenarı belirleyebilmişlerdir. Zara, verilen ABCD dörtgeninde kenarların orta noktalarını bularak oluşturduğu dörtgeni paralelkenar olarak düşünmüş ve iç açı ölçülerinin  $90^0$  olmadığını ve karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmadığını açıklamıştır. Burcu ise 3-C soru çözümüne benzer bir yöntem benimsemiş ve dörtgenleri eleme yoluna gitmiştir. Burcu paralelkenarın kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni kapsadığını ve daha az özelliğe sahip olduğunu belirtmiştir. Daha sonra paralelkenar ve yamuk arasında kalıp yamuğun tanımına uymayan bir dörtgen çeşidi olduğunu düşünmüştür.

Burcu: Galiba dik yamuk bu. Paralelkenar.  
Araştırmacı: Neden?  
Burcu: Yine önceki (3-C) gibi paralelkenarı böyle tam tamına paralelkenar dedirtecek bir özellik olmadığı için eleyerek yaptım. Zaten bu şeklin iç açılarından bir iç açı ölçüsü 90 derece olmadığı için eşkenar dörtgenle paralelkenar ve yamuk kalıyor. Eşkenar dörtgenin de kenar uzunlukları birbirine eşit olduğu için o da eleniyor. Çünkü kenar uzunlukları birbirinden farklı.

“Paralelkenar özelliklerini kullanma” temasına uygun bir çözüm yolu geliştiren Damla, verilen dörtgene ait kenarların orta noktalarını belirledikten sonra dörtgeni çizmiş

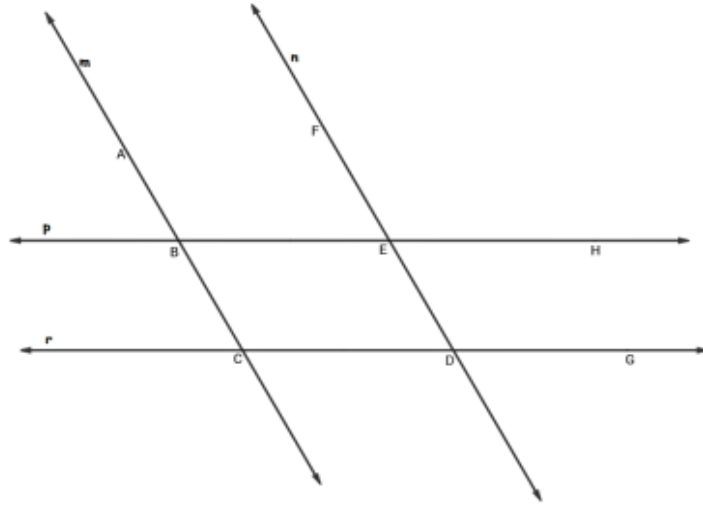


ve paralelkenarı belirlemiştir. Damla belirlemiş olduğu dörtgeni araştırmacıya açıklarken paralelkenar özelliklerinin sağlandığını ifade etmiştir.

Damla: Paralelkenar bence.  
Araştırmacı: Neden?  
Damla: Şimdi orta noktalarını bulup birleştirdim. Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit ve iki doğru arasında kalan ardışık açılar da birbirini bütünüyor.  
Araştırmacı: 180 derece yapıyor. Bunlar da paralelkenarın özellikleri diyorsun. Paralel olduğunu nasıl anladın karşılıklı kenarların?  
Damla: Birbirlerine eşitler.  
Araştırmacı: Uzunlukları eşitler. Güzel.

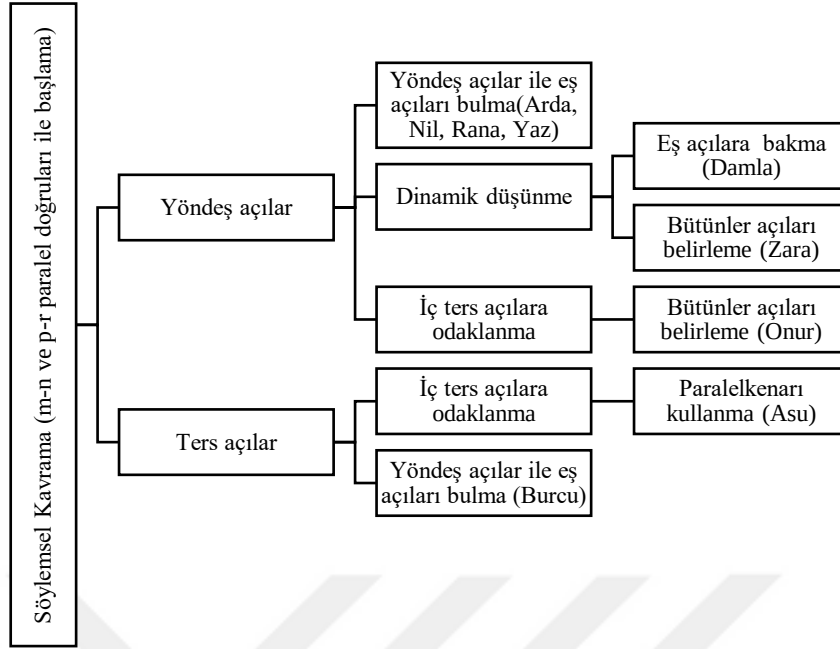
4. sorunun ikinci görevi Görsel 3.152’de sunulmuştur.

**B-)** Aşağıda verilen şekilde  $m$  ve  $n$  doğruları ile  $p$  ve  $r$  doğruları birbirine paralel olarak verilmiştir. Buna göre  $\angle ABE$  açısının ölçüsü ile  $\angle EDG$  açısının ölçüsü eşit midir? Çözümünüzü açıklayınız.



**Görsel 3.152.** Son görüşmede 4-B görevi

Bu soruya ilişkin öğrencilerin kavrayışları ise Şekil 3.32’de verilmiştir.



Şekil 3.32. Son görüşmede 4-B görevine ilişkin bulgular

4-B sorusuna ilişkin öğrencilerin düşünme ve çözüm süreçleri incelendiğinde tamamen söylemsel kavramaya uygun yanıtlar verildiği saptanmıştır. Öğrenciler verilen şekil üzerinde öncelikle m ve n paralel doğruları ile p ve r paralel doğrularına odaklanmışlardır. Söylemsel kavrama sürecini izleyen öğrencilerin yanıtları iki tema altında toplanmıştır. Bu temalar ve ortaya çıkan alt temalar öğrencilerin m, n ve p, r paralel doğrularını kullanmaya başladıktan sonra izledikleri yollara göre oluşturulmuştur. Yedi öğrencinin yöndeş açıları kullanarak 4-B soru çözümüne başladığı Şekil 3.32’de görülmektedir. Bu öğrencilerin başlangıç noktaları yöndeş açılar olmakla birlikte çözüm sürecinde farklılıklar ortaya koymuşlardır. Aynı zamanda yöndeş açılar ile 4-B sorusunun çözümüne başlayan Arda, Nil, Rana ve Yaz yine yöndeş açıları kullanmış ve açılarının eşliğini gösterebilmiştir. Arda “*Paralel değil mi bunlar?*” sorusu ile önce m ve n ile p ve r doğrularının paralel olması gerektiğinin farkına varmıştır. Arda, geniş açılarının taşınabileceğini ve bu sayede açılarının eşit olabileceğini savunurken dinamik bir düşünce göstermekle birlikte esas olarak araştırmacıya yöndeş açılar üzerinden çözüme ulaştığını göstermeye çalışmıştır. Ön görüşmenin aksine son görüşmedeki aynı soru için Nil bu kez *kolay bir soru* şeklinde açıklama yapmış ve kısa süre içerisinde açılarının eşliğini gösterebilmiştir. Aynı alt tema altında olan Yaz ise ABE ve EBC açılarının ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğu için bu iki açının bütünler açısı olduğunu saptamıştır. Daha sonra

FEH ve EDG açılarının yöndeş açılar olduğunu fark etmiştir. Dolayısıyla açıların ölçülerinin de eşit olması gerektiğini savunmuştur.

Yöndeş açıları kullandıktan sonra farklı bir yol izleyen öğrencilerden Damla ve Zara'nın dinamik düşünme yollarını tercih ettikleri saptanmıştır. Bu öğrencilerin statik duran yani hareketsiz gözüken bir soru üzerinde açıları, kenarları, paralel doğruları taşıyabilmeleri, çakışık hale getirebilmeleri bu soru üzerinde dinamik düşünebildiklerini göstermektedir. Aynı zamanda sorunun söylemsel kavramaya uygun bir soru olması nedeniyle bu tür düşünme yolları geliştiren öğrencilerin çözümlerinin son adımında farklı yollara gittikleri görülmüştür. Damla eş açıları kullanırken Zara, bütünler açılar üzerinden gitmek istemiştir. Damla, paralel doğrular sayesinde yöndeş açıların bulunabileceğini ve çözüme gidilebileceğini göstermiştir. Damla, paralel doğruların sürüklenme yapılarak çakışık doğruların elde edilebileceğini ve bu sayede eş açı ölçüleri olanların ispat edilebileceğini savunmuştur.

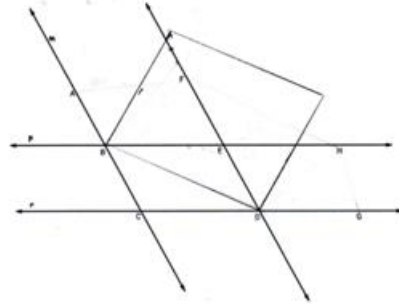
|              |                                                                                                                     |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Damla:       | Evet eşittir.                                                                                                       |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                              |
| Damla:       | Ya paralellik olduğu için yöndeş açılar.                                                                            |
| Araştırmacı: | Hangisi hangisiyle?                                                                                                 |
| Damla:       | ABE EDG ile.                                                                                                        |
| Araştırmacı: | ABE ile EDG nin yöndeş açı olduğunu nasıl anladın?                                                                  |
| Damla:       | Çünkü r doğrusu p doğrusuna paralel. Yani üst üste getirebiliriz mesela onu. r doğrusunu p doğrusuna taşıyabiliriz. |
| Araştırmacı: | Taşıyoruz.                                                                                                          |
| Damla:       | Evet. n doğrusunu da m doğrusuna taşıyoruz. Çünkü paralel ve iki açı aynı yerde duruyor.                            |
| Araştırmacı: | Anladım. Paralel olduğu için üst üste çakışır mı diyorsun?                                                          |
| Damla:       | Evet. Üst üste gelirler.                                                                                            |

Dinamik düşünme eylemleri gösterebilen öğrencilerden Zara, ABE açısı ile BCD açısının yöndeş olduğunu ve BCD açısı ile EDG açılarının da yöndeş olduğunu açıklamıştır. Ayrıca B ve C açıları ile D ve A açılarının bütünler açılar olduğunu söylemiştir. Bunun nedenini ise iki paralel doğru arasında kalan iki açının ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olması gerektiği şeklinde ifade etmiştir. Zara p ile r doğrularının birbirine paralel olmasından dolayı r doğrusunun yukarı yönde taşınması ile ABE ve BCD açılarının “*çakışacağını*” söylemiştir. Böylece BECD paralelkenarı içerisindeki B ve C açılarının bütünler açılar olduğunu söylemiştir.

|              |                                                                                                                           |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Zara:        | B açısıyla C açısının toplamı $180^\circ$ oluyor. O yüzden E açısıyla D açısının toplamı da $180^\circ$ olması gerekiyor. |
| Araştırmacı: | Ben nasıl yapacağım $180^\circ$                                                                                           |
| Zara:        | Paralel iki doğrunun arasından çizgi çekildiğinde $180^\circ$ oluyor.                                                     |
| Araştırmacı: | Neden, paralel iki doğrunun arasında kalan açı $180^\circ$ diyorsun.                                                      |
| Zara:        | Çünkü bütünüyor.                                                                                                          |
| Araştırmacı: | Neden bütünüyor?                                                                                                          |

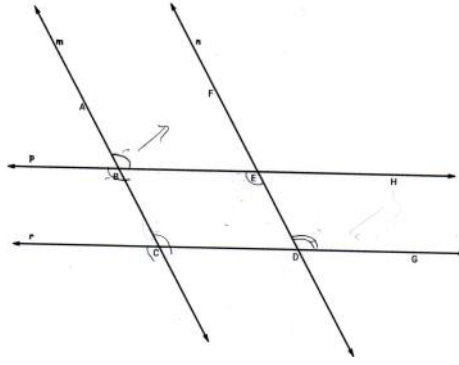
Zara: Çünkü mesela bunu bir yanına aldığımızda 180 olmuş oluyor tam birbirini  
Araştırmacı: Yanına nasıl alıyorsun? Güzel.  
Zara: Yani bu doğruyu (p) bu doğru (r) farz edersek o zaman bununla (ABE) bu (BCD) da eşit.

Yöndeş açılar ile çözüm üretmeye başlayan öğrencilerden Onur daha sonra iç ters açılarını kullanmayı tercih etmiştir. Ön görüşmelerde bilgi eksikliğinin olduğunu söylemiş ve bu defa 4-B sorusunun kolay bir çözümü olduğunu açıklamıştır. ABE, FEH ve EDG yöndeş açılarını belirlemede m ve n ile p ve r paralel doğrularından faydalanmıştır. Onur, m ve n paralel doğrularını kullanarak ABE ve FEH açı ölçülerinin eşit olduğunu söylemiş, FEH ve DEH açılarının bütünler olduğunu göstermiştir. İç-ters açı özelliklerini kullandığını söyleyen Onur DEH ve CDE açı ölçülerinin eşit olması gerektiğini savunmuştur. CDE ve EDG açılarının bütünler açılar oldukları belirterek ABE ve EDG açılarının eşit ölçülere sahip olduklarını açıklamıştır. Araştırmacının “*Farklı bir çözüm yolu bulunabilir mi?*” sorusu üzerine köşeleri B ve D noktaları üzerinde olan bir dörtgen çizilebileceğini göstermiştir. Çizilebilecek dörtgenlerde kenar uzunluklarının eşit olması ya da açıortay olma durumlarının sağlanması gibi özelliklerine bakılarak açılarının ölçülerinin araştırılabileceğini açıklamış ve çizmiş olduğu bir dörtgen üzerinde denemeler yapmak istemiştir. Son görüşmede Onur’un 4-B soru çözümü Görsel 3.153’te sunulmuştur.



**Görsel 3.153.** Son görüşmede Onur’un 4-B soru çözümü

Paralel doğruları belirledikten sonra ters açılara yönelen öğrencilerden Asu “*İlk düşüncem eşit. Yöndeşlikten olabilir. Ölçeceğim.*” açıklaması ile 4-B sorusunun çözümüne başlamıştır. Her iki açının da aynı yöne baktığını ok ile göstermiştir. Son görüşmede Asu’nun 4-B soru çözümü Görsel 3.154’te sunulmuştur.

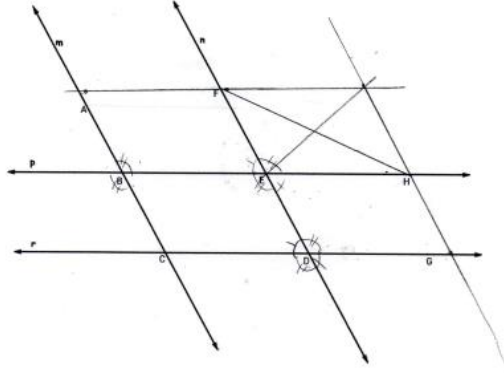


**Görsel 3.154.** Son görüşmede Asu'nun 4-B soru çözümü

Araştırmacının paralel doğruların varlığının nedenini sorması üzerine Asu “yöndeşliği” bu şekilde belirleyebileceğimizi açıklamıştır. Ayrıca paralel doğruları kullanarak önce ABE açısının ters açısı olan B açısına eş olduğunu, B açısının ise BCD açısına eşit olduğunu göstermiştir. p, r ve m, n doğruları sayesinde BCDE dörtgenini paralelkenar olarak tanımlamış ve karşılıklı açıların eş olması gerektiğini söylemiş, BCD açısı ile BED açısının eşliğine ulaşmıştır. Ardından tekrar iç ters açılar kullanarak BED açısının EDG açısına eş olduğunu açıklamıştır.

- |              |                                                                                                                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | İkisi de aynı yöne bakıyor diye düşündün. Okla gösterdin. Burada paralellik verilme yapabilir miydik? Aynı ok yapabilir miydik?                                             |
| Asu:         | Hayır.                                                                                                                                                                      |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                                                                                      |
| Asu:         | Çünkü eğer bunlar (p, r ve m, n) birbirine paralel olmasaydı bu (m) ve bu (n) mutlaka bir yerde kesişecek. O yüzden de ikisi de birbirine eşit oranda yani bölmemiş olacak. |
| Araştırmacı: | Ve açılarda o zaman eşit olmayacak diyorsun.                                                                                                                                |
| Asu:         | Evet.                                                                                                                                                                       |

Ön görüşmelerde 4-B sorusunun çözümüne farklı bir bakış açısı getiren Burcu yine paralelkenarlar oluşturarak açıların eşliğini gösterebileceğini açıklamıştır. Farklı bir çözüm yolu üretmek isteyen Burcu bu defa ters açılar üzerinden ilerlemek istemiş ve ters açılar açısı üzerine koymuş olduğu tek çizgi ya da çift çizgi ile göstermiştir. Son görüşmede Burcu'nun 4-B soru çözümü Görsel 3.155'te sunulmuştur.



**Görsel 3.155.** Son görüşmede Burcu'nun 4-B soru çözümü

B, E ve D noktalarında ters açılar belirlemiş ve m, n ile p, r paralel doğrularını kullanarak yöndeş açılara ulaşabilmiştir. Burcu ön görüşmelerde yöndeş, ters, iç ters gibi kelimelere ve kavramlara sahip olmadığı için açık bir şekilde çözümünü açıklayamadığını belirtmiştir.

### 3.3.3. Üçüncü bölüm: Söylemsel kavrama türü

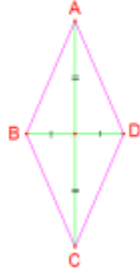
Bu bölüm altında öğrencilere dört tane dörtgen çeşidi sorulmuş olup, sorular söylemsel kavramayı ortaya çıkartabilecek ve destekleyecek şekilde hazırlanmıştır. Hazırlanan sorularda öğrencilerin özellikle köşegen bilgilerinin ön plana çıkarılması hedeflenmiştir. Bu sayede söylemsel kavramaya uygun çözümler üretebilecek yöntemlerin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Ön görüşmede olduğu gibi son görüşmede de öğrencilerin dörtgen çeşidini belirlemelerinde değişimler olmuştur. Öğrenciler şekli inceledikten sonra verilen özellikler üzerinden dörtgeni belirlemişlerdir. Ardından verilen dörtgenin olması gerektiğini düşündüğü özelliklerini yorumlayarak dörtgen hakkındaki son düşüncelerini söylemişlerdir. Ön görüşmenin aksine son görüşmelerde kavrama türleri çeşitlilik fazla göstermemekle birlikte söylemsel kavramaya uygun çözümlemelerin yoğunluğu tespit edilmiştir.

Bazı öğrencilerin belirlemiş oldukları dörtgen çeşitlerindeki ilk düşünceler ile daha sonra dörtgen özelliklerini yorumlamalarından kaynaklı son düşünceleri arasında farklılıklar gözlemlenmiştir. Bu farklılıklar da üçüncü bölümün her sorusunda analiz edilmiştir.

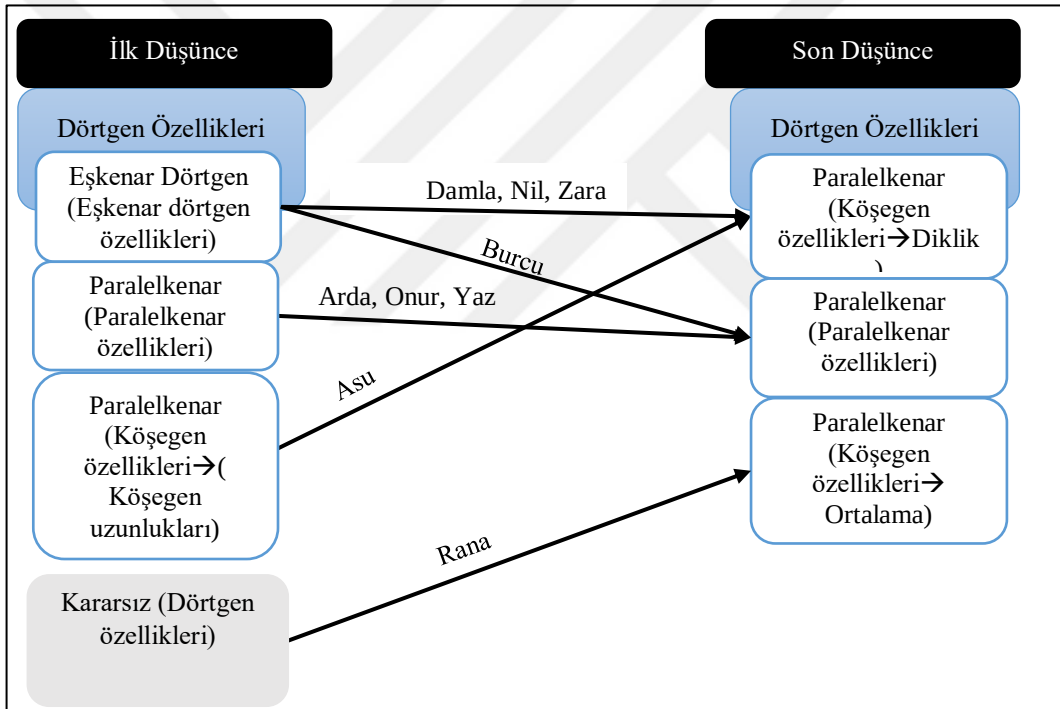
Bu bölümdeki birinci görev Görsel 3.156'da sunulmuştur.

1. Verilen ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Düşünceni nedenleri ile açıkla mısın?



Görsel 3.156. Son görüşmede üçüncü bölümün birinci görevi

Göreve ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.33'te sunulmuştur.



Şekil 3.33. Son görüşmede üçüncü bölümün birinci görevine ilişkin bulgular

Üçüncü bölümün ilk görevinde verilen dörtgen bir paralelkenardır. Rana dışındaki tüm öğrencilerin ilk değerlendirmelerinin söylemsel kavramaya uygun olduğu saptanmıştır. Rana bu tür sorularda şekil üzerinde verilen özelliklere dikkat ederek olabilecek dörtgenleri seçmiş ve dörtgenler aralarında eleme yoluna giderek tespit yapmak istemiştir.

Rana:

Şimdi köşegen uzunlukları birbirine eşit değil. O zaman bu dikdörtgen olamaz. Kare de olamaz. Paralelkenar ya da eşkenar dörtgen. Şimdi yok

paralelkenar da olamaz. Çünkü onda da eşitti. O zaman eşkenar dörtgen midir? Ama öyle değil mi?

Araştırmacı: Bilmiyorum ben. Emin mi değilsin?

Rana: Ya sanki başka bir şey gibi geliyor. Ama şimdi bunlar (kenarlar) birbirine paralel.

Araştırmacı: Tamam. Neden? Köşegenler nasıl kesişmiş? Ne denir ona?

Rana: Ortalamış mı? Evet. Yamuk olamaz.

Araştırmacı: Tamam.

Rana: Yamuk değil. Ortaladığı için paralelkenarla dikdörtgende olamaz. Köşegen uzunlukları eşit değil. Kare de olamaz.

Araştırmacı: Hiçbirisi değil o zaman.

Rana: O zaman eşkenar dörtgen kalıyor geriye. Köşegen özellikleri: Dik kesiyor. Ama dik kesmiyor dedik.

Araştırmacı: Tamam.

Rana: Kare de olmayacak.

Araştırmacı: Tamam. Niye?

Rana: Çünkü onda da dik kesiyor. Şimdi ortaladığımı biliyoruz.

Dörtgenlerin tüm özelliklerini sayarak kafası karışmış görünen Rana diğer soruya geçmek istemiştir. Yine dörtgenleri eleme yoluna giderek dörtgenlerin özelliklerini kullanmış ve “*Paralelkenar da köşegenler birbirini ortalıyordu ama yamukta ortalamıyordu. O zaman bu yamuk da olmaz. Çünkü ortalamış. O zaman paralelkenar kaldı.*” açıklaması ile köşegenlerin ortalamasına dikkat etmiş, dörtgenin yamuk da olamayacağını söyleyerek paralelkenardan emin olabilmıştır.

Son düşüncesi paralelkenar olan Zara ilk düşüncesinde paralelkenarın neden olmadığını tam olarak ifade edememiş ve eşkenar dörtgene karar vermiştir.

Zara: Çünkü köşegen parçaları birbirine eşitmiş. Mesela dikdörtgende köşegen uzunlukları eşit olur. Karede de öyle olur. Paralelkenarda olmaz. Yani bunlar da olmaz. Yamukta da olmaz. O yüzden eşkenar dörtgen.

Zara dörtgen içinde köşegenlerin ayırmış olduğu dört üçgenin eş olduğunu söylemiş ve bu yüzden eşkenar dörtgen olarak dörtgeni belirlemiştir. Ancak daha sonra üçgenlerin eş olmayabileceğini düşünmüş ve köşegenlerin dik olarak kesişmediğini fark etmiştir. Nil ise verilen şeklin hem eşkenar dörtgen hem de paralelkenar olabileceğini düşünmüş ancak köşegenlerin açıortay olmadığını ve dik kesişmediğini fark ederek dörtgeni paralelkenar olarak belirlemiştir.

Nil: Köşegen uzunlukları birbirine eşit olmadığı için kare ve dikdörtgen olamaz. Yamuk zaten olamaz. O yüzden paralelkenar ve eşkenar dörtgen olabilir.

Araştırmacı: Hangisi sence? Yani ikisini birbirinden ayıran özellik ne?

Nil: İkisini birbirinden ayıran özellik kenar uzunlukları. Paralelkenarda karşılıklı kenar uzunlukları eşitken eşkenar dörtgende hepsi birbirine eşit.

Araştırmacı: Burada çok küçük vermemin sebebi cetvelle ölçmemen için. Köşegenlerine göre nasıl karar verebilirsin?

Nil: Paralelkenar olabilir.

Araştırmacı: Neden?



Nil: Çünkü köşegen uzunlukları da eşit değil. Parçaları da eşit değil. Eşkenar dörtgende köşeleri açıortay. Ama belli değil, dik değil. O zaman paralelkenar.

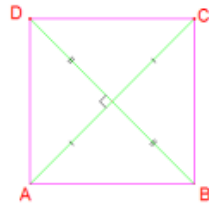
Burcu ilk düşüncesi eşkenar dörtgen olmasına karşın köşegenlerin dik kesişmemesinden dolayı paralelkenar olarak kararını değiştirmiş, paralelkenarın tüm özelliklerinin verilen şekilde sağlandığını belirtmiştir. Paralelkenarın tüm özelliklerinin sağlandığını belirterek karar vermek isteyen öğrencilerden Onur ve Yaz'ın aynı zamanda ilk düşünceleri de paralelkenar olmuştur. Örneğin Yaz, eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasındaki farklılıklardan bazılarını aşağıda verilen açıklamada olduğu gibi belirtmiştir.

Yaz: Diklik verseydi eşkenar dörtgen olduğundan emin olabilirdik ama şimdi paralelkenar da olabilir.  
Araştırmacı: Neden? Güzel.  
Yaz: Eşkenar dörtgenle paralelkenar hemen hemen aynı özellikleri taşıyordu. Eşkenar dörtgeni paralelkenardan ayıran özelliği de köşegenleri dik kesmesi ve bütün kenar uzunluklarının eşit olması.  
Araştırmacı: Bravo.

Söylemsel kavramaya uygun biçimde açıklama yaparak dörtgeni doğru belirleyebilen öğrencilerden olan Asu ise köşegen uzunluklarının farklı olmasından dolayı şeklin eşkenar dörtgen ya da paralelkenar olabileceğini düşünmüş, ardından köşegenlerin dik olarak kesişmemesinden dolayı paralelkenara karar vermiştir.

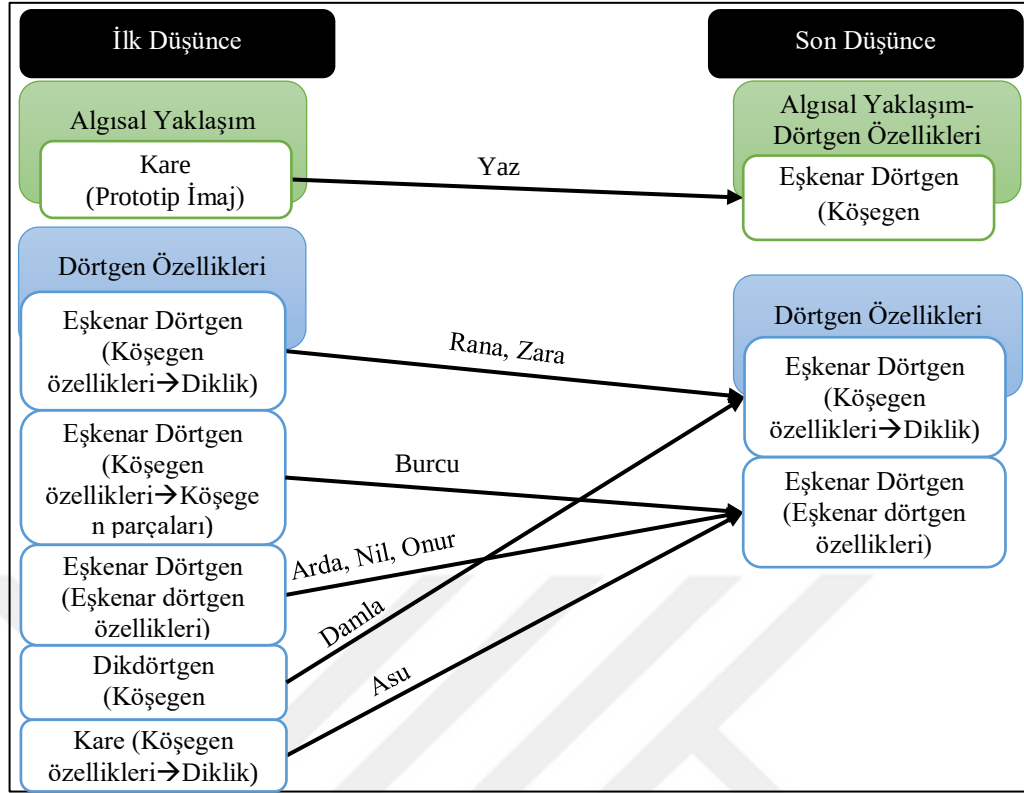
Üçüncü bölümün ikinci görevi Görsel 3.157'de sunulmuştur.

2. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden?  
Düşünceni gerekçelendirerek açıkla mısın?



Görsel 3.157. Son görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevi

Göreve ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.34'te sunulmuştur.



Şekil 3.34. Son görüşmede üçüncü bölümün ikinci görevine ilişkin bulgular

Üçüncü bölümün ikinci görevine ait dörtgen eşkenar dörtgendir. Şekil 3.34 incelendiğinde algısal kavrama ve söylemsel kavramaya ait çözümlemelerin olduğu görülmektedir. Algısal kavramaya uygun bir çözüm üreten Yaz'ın ilk düşüncesi karedir. Yaz, verilen dörtgende iç açı ölçülerinin  $90^\circ$  olmamasından ve köşegenlerin dik kesişmesinden dolayı kararını değiştirerek eşkenar dörtgene karar vermiştir.

Yaz dışındaki tüm öğrencilerin çözüm yöntemlerinin ve ifadelerinin söylemsel kavramaya uygun olduğu saptanmıştır. Bu öğrencilerden Rana ve Zara'nın ilk düşünceleri ile son düşünceleri aynı olmakla birlikte köşegenlerin dik kesişmesine odaklanmışlardır.

Rana: Tamam. İşte bu eşkenar dörtgen.  
Araştırmacı: Çok mu bariz belli?  
Rana: Evet. Çünkü dik kesiyor. Uzunlukları eşit değil.

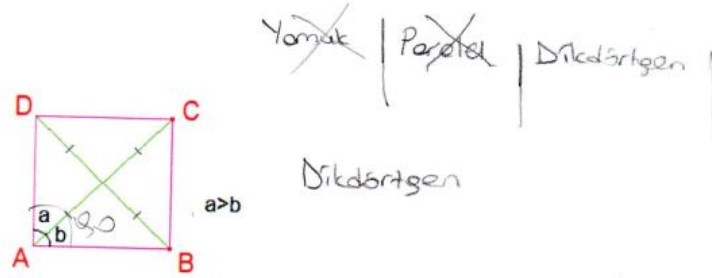
Burcu da ilk ve son değerlendirmesinde eşkenar dörtgeni belirlemiştir. İlk olarak köşegen parçalarının eşit olmama durumundan dolayı kare olamayacağını söylemiş ve köşegenlerin dik olarak kesişmesinden dolayı eşkenar dörtgene karar vermiştir. Nil ve Onur da eşkenar dörtgene karar verip kararını değiştirmeyen öğrenciler olmakla birlikte, eşkenar dörtgenin gerekli tüm özelliklerinin sağlandıklarını söylemişlerdir.



Üçüncü bölümün üçüncü görevine ait dörtgen dikdörtgendir. Şekil 3.35 incelendiğinde öğrencilerin tamamının söylemsel kavramaya uygun yanıtlamalar da bulunduğu görülmektedir. Yaz ve Zara dikdörtgeni kareden ayıran özelliklerden bir tanesi olan köşegenlerin açıortay olmama durumunu dikkate almışlardır. Dikdörtgenin köşegen özelliklerinin tamamını soru üzerinde düşünen ve uygulayan öğrencilerden Damla ise köşegen özelliklerinin sağlandığını söyleyerek düşüncesini değiştirmemiştir.

|              |                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Damla:       | Dikdörtgen.                                                                                                                                                                                                               |
| Araştırmacı: | Neden?                                                                                                                                                                                                                    |
| Damla:       | Çünkü eğer kare olsaydı köşegenler açıortay olurdu. Ve A B ye eşit olurdu. Burada köşegen parçaları da eşit. Bu yüzden dikdörtgenin bu özelliğini sağlıyor. Ama dikdörtgende açıortay değildi. Bu özelliğini de sağlıyor. |

İlk düşüncesi dikdörtgen olmayan iki öğrenciden biri olan Burcu köşegen parçalarının eşit olmasına dikkat etmiş ve köşegenlerin ayırmış olduğu açı ölçülerini fark etmemiştir. Rana ise verilen şekli inceledikten sonra olabilecek dörtgenleri yazarak soruya başlamıştır. Örneğin; köşegenler açıortay olmadığı için kare ve eşkenar dörtgeni yazmamıştır. Son görüşmede Rana'nın üçüncü bölüm üçüncü sorusunun çözümü Görsel 3.159'da gösterilmiştir.



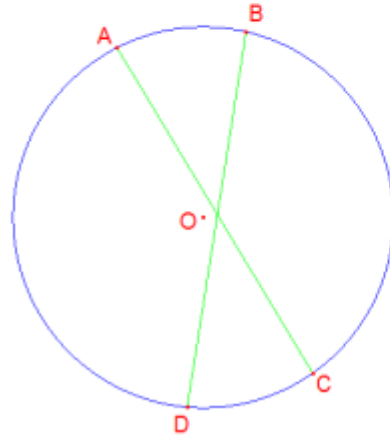
**Görsel 3.159.** Son görüşmede Rana'nın üçüncü bölüm üçüncü görevinin çözümü

Rana dörtgenleri eleme yoluna giderken dikdörtgenin de tüm özelliklerinin sağlandığını kontrol etmek istemiştir.

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Araştırmacı: | Hııııııı. Hep olası şeyleri yazıyorsun. Bütün dörtgenleri yazmıyorsun.                                                                                                                                                                                           |
| Rana:        | Evet.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Araştırmacı: | Mesela kare ve eşkenar dörtgeni sildin direkt. Neden?                                                                                                                                                                                                            |
| Rana:        | Çünkü açıortay değil. Yani A B den büyük. Şimdi bu 90 derece burası. O zaman paralelkenar da olamaz... Ama yamukta köşegenlerin parçaları birbirine eşit değildi. Burada ortalamış. O yüzden yamuk da olamaz. Paralelkenar da olamaz dedik. O yüzden dikdörtgen. |

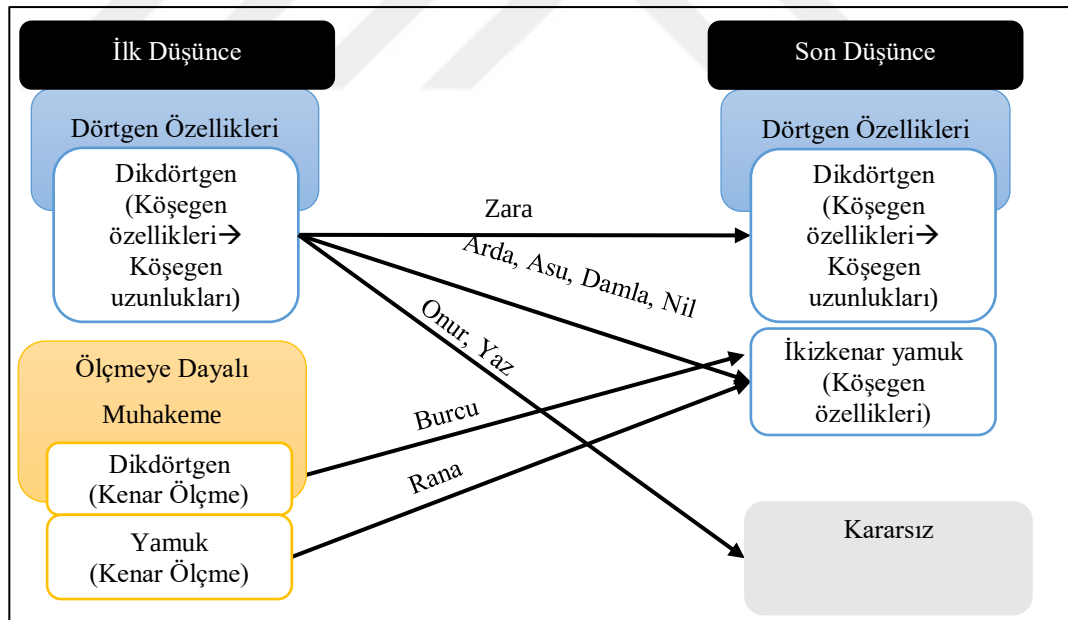
Üçüncü bölümün dördüncü görevi Görsel 3.160'ta sunulmuştur.

4. Aşağıda A, B, C ve D noktaları çember üzerindedir. O çemberin merkezidir. AC ile BD bir dörtgenin eş uzunluktaki köşegenleri ise bu ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir?



Görsel 3.160. Son görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevi

Soruya ilişkin öğrenci yanıtları analiz edilmiş olup Şekil 3.36’da sunulmuştur.



Şekil 3.36. Son görüşmede üçüncü bölümün dördüncü görevine ilişkin bulgular

Üçüncü bölümün dördüncü görevine ait model ikizkenar yamuktur. Öğrencilerin çözümlemeleri izlenmiş, ilk düşüncelerinde genelinin söylemsel kavramaya uygun yöntem ve söylemlerde bulundukları görülmüşken, iki öğrencinin ölçmeye dayalı bir muhakemeye başvurdıkları görülmüştür. İlk ve son düşüncesinde değişiklik olmayan

Zara, köşegen uzunluklarının eşit olmasından dolayı şeklin kare ya da dikdörtgen olabileceğini düşünmüştür. Dörtgenin kenar uzunluklarının eşit olmadığını söyleyerek dikdörtgene karar vermiştir. Araştırmacının oluşan dörtgenin köşegenlerinin çemberin merkezinden geçmediğini hatırlatması üzerine Zara “*Bence fark etmez. Çemberin merkezi olduğu için şurası da (köşegenlerin kesim noktası) dikdörtgenin merkezi olur.*” açıklaması ile hatalı karar vermiştir. Nil de tüm kenar uzunlukları eşit olmayan bir dörtgen olduğunu belirtmiş ve köşegen uzunluklarının eşit olma durumundan dolayı ilk düşüncesi dikdörtgen olmuştur. Ancak köşegenlerin çemberin merkezinden geçmediği halde eşit uzunlukta olması Nil için farklı bir görüntü oluşturmuş ve kenar uzunluklarını ölçmek istemiştir. Nil burada ölçme yoluyla bir muhakemeye başvurmamış kenar uzunluklarını ölçerek düşüncesinden emin olmak istemiştir. Ardından Nil, köşegenlerin çemberin merkezinden geçtiği anda kare ya da dikdörtgen olabileceğini söylemiş ve verilen şeklin bir ikizkenar yamuk olduğunu açıklamıştır.

Nil: İkizkenar yamuk.  
Araştırmacı: İkizkenar yamuk. Peki neden merkezde vermemiş? Merkezde verseydi ne olurdu? Merkezden geçseydi köşegen uzunlukları ne olurdu?  
Nil: Yine aynısı olurdu.  
Araştırmacı: Yine aynısı mı olurdu?  
Nil: Ama yine köşegen uzunlukları eşit olurdu.  
Nil: Çünkü bunun da öyle olabileceğini düşünmüştüm. Ama değil. Bunda köşegenler eşit olmasına karşın dikdörtgen diye düşünmüştüm. Ama dikdörtgen değil. Eğer merkezden geçerse onun da köşegen uzunlukları eşit olmuş olur. O da dikdörtgen olabilir ancak.

Köşegenlerin eşit uzunlukta olmasının dikdörtgenin bir özelliği olduğunu söyleyen Damla “*Bunlar (köşegenler) tam merkezde kesişmiyor, değil mi?*” sorusunu sorarak verdiği yanıttan emin olamamış ve köşegen parçalarını ölçmek istemiştir. Dikdörtgen kararını veren Damla’ya araştırmacı tarafından sorulan “*Ölçme yapmadan bulunabilir mi?*” sorusuna Damla ikizkenar yamuğun dikdörtgeni kapsayan bir dörtgen olduğunu belirterek kararını vermiştir.

Araştırmacı: Ölçüm aleti vermeseydim cetvel vermeseydim yine ikizkenar yamuk olduğunu keşfedebilir miydin?  
Damla: Evet.  
Araştırmacı: Nasıl?  
Damla: Çünkü buralar eş olduğu için  
Araştırmacı: Neyler? Köşegen uzunlukları mı?  
Damla: Evet. Emin değilim.  
Araştırmacı: İkizkenar yamuğu bir düşün bakalım köşegen uzunlukları eşit midir?  
Damla: Ya zaten dikdörtgende bir ikizkenar yamuktu. O yüzden onda da köşegen parçaları birbirine eşit. O yüzden ikizkenar yamuk olma ihtimali vardı.  
Araştırmacı: Şimdi ikizkenar yamuk diyor musun son kararın olarak?  
Damla: Evet

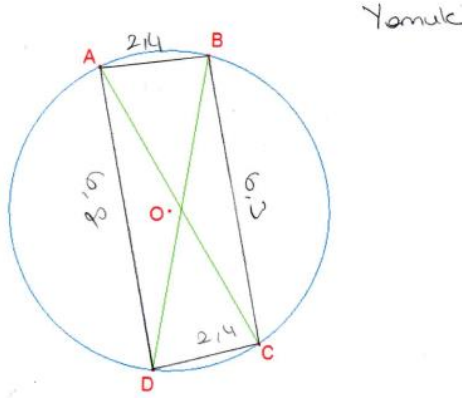
Onur ve Yaz da söylemsel kavramaya uygun yanıtlar veren diğer öğrenciler gibi ilk düşüncelerinin dikdörtgen olduğunu belirtmişlerdir. Ancak her ikisi de daha sonra dörtgen özellikleri ve köşegen özelliklerini yorumlayarak kararsız kalmışlardır. Onur köşegenlerin çemberin merkezinden geçmediğini fark ettikten sonra düşüncesini değiştirmiş ve şeklin dikdörtgen olamayacağını söylemiştir. Son değerlendirmesinde şeklin yamuk olabileceğini söylemiş, eşit köşegen uzunluklarına sahip ikizkenar yamuğu dikkate almayarak şeklin özel bir dörtgen olamayacağına açıklamıştır.

- Onur: Köşegen uzunlukları eşit.  
Araştırmacı: Çemberin merkezinden geçmemesi ne anlama gelir?  
Onur: Eşit değil o zaman.  
Araştırmacı: Neler eşit değil?  
Onur: Kenarları şeyleri köşegenlerin ortalaması.  
Araştırmacı: Köşegenlerin ortalaması eşit değil. Güzel.  
Onur: Çünkü mesela C ye baktığımızda mesela diyelim bunlar orta noktasından geçiyor. Ama şeyler yani nasıl desem? Eşitler ama şey değiller aynı şeyi kaplamıyorlar. Şeyleri açıları aç mı desem nasıl desem?  
Araştırmacı: Ne olabilir o zaman?  
Onur: Belki yamuk olabilir.  
Araştırmacı: Yamukta köşegen uzunlukları eşit mi?  
Onur: Ya değil de işte çıkıyor şey olarak. Bu normal bir dörtgene benzetiyorum da başka ne olabilir? Dikdörtgen değil. Kare değil. Eşkenar dörtgen değil. Paralelkenar mı?  
Araştırmacı: Ama şu kenar uzunlukları birbirine eşit değil demiştin ya. Dikdörtgen o yüzden olmamıştı.  
Onur: Evet. Cidden yapamadım bunu.  
Araştırmacı: Yamuk dedin.  
Onur: Yamuk değil gibi yani köşegenleri eşit değil. Düşünüldüğü zaman. Normal bir dörtgen diyorum ben.  
Araştırmacı: Normal bir dörtgen. Tamam. Son kararın mı? Kapatayım mı?  
Onur: Evet.

Yaz da Onur gibi köşegenlerin kesim noktasının çemberin merkezi olmamasından dolayı köşegenlerin ortalamayabileceğini düşünmüş ve Onur ile aynı düşünceye sahip “Normal bir dörtgen.” ifadesini kullanmıştır.

Ölçmeye dayalı muhakeme teması altındaki öğrencilerin şekle bakarak ya da dörtgen özellikleri üzerinden hareketle bir değerlendirme yapmadan oluşturmuş oldukları dörtgenlerin kenar uzunluklarını ölçerek yorumlamaya karar verdikleri anlaşılmıştır. Burcu, çizmiş olduğu dörtgeni dikdörtgen olarak düşünmüş ve “Bir şeyler bilince daha zor.” diyerek algısal düşünmeden söylemsel düşünmeye geçişteki yorumlamaların gücünü açıklamıştır. Burcu karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu ve karşılıklı kenarların paralel olduğunu belirterek başka bir dörtgen olabileceğini ifade etmiş ve ikizkenar yamuğu “Son anda buldum.” açıklamasıyla bu dörtgeni belirleyebildiğine çok sevindiğini açıklamıştır. Rana da kenar uzunluklarını ölçme ile başlamış ve dikdörtgen ile yamuk arasında kaldığını söylemiştir. Ölçme yaparak kesin karar verilebileceğini

belirtmiştir. Öncelikle şekli yamuk olarak belirlemiş daha sonra köşegenlerin eşit uzunlukta olmasının ikizkenar yamukta olabileceğini ifade ederek son düşüncesinin ikizkenar yamuk olduğunu belirtmiştir.



**Görsel 3.161.** Son görüşmede Rana'nın üçüncü bölüm dördüncü görevinin çözümü



## 4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerden ve öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan sonuçlara yer verilmiştir. Araştırmanın sonuçları alanyazın taramasında ulaşılan çalışmaların sonuçlarıyla tartışılmış ve araştırmanın sonuçları ile gelecek araştırmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

### 4.1. Sonuçlar

Araştırmada elde edilen sonuçlar öğrencilerin ön ve son görüşmelerdeki dörtgen tanımlamalarına ilişkin sonuçlar; öğrencilerin ön ve son görüşmelerde Duval'ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin ortaya çıkan kavrama türleri ile ilgili sonuçlar ve öğretim bölümlerine ilişkin sonuçlar başlıkları altında toplanmıştır.

#### 4.1.1. Öğrencilerin ön ve son görüşmelerdeki dörtgen tanımlamalarına ilişkin sonuçlar

Öğrencilerin ön ve son görüşmelerdeki dörtgen tanımlamalarına ilişkin sonuçların özeti Tablo 4.1'de sunulmuştur.

**Tablo 4.1.** Öğrencilerin dörtgen tanımlamalarına ilişkin ana sonuçlar

| Ön klinik görüşmede yapılan dörtgen tanımlarında;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Son klinik görüşmede yapılan dörtgen tanımlarında;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>Algısal kavrama türü ile yaklaştıkları,</li><li>Tanım yapamadıkları ya da hatalı tanım yaptıkları,</li><li>Ön bilgi eksiklerinin olduğu,</li><li>Prototip dörtgen imajının baskın olduğu,</li><li>Niceleyicileri anlamlandıramadıkları,</li><li>Yamuğun günlük dildeki anlamından dolayı kavram yanlışlığı yaşadıkları görülmüştür.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Söylemsel kavramaya yatkınlığın çoğaldığı,</li><li>Niceleyicileri doğru kullandıkları,</li><li>Kapsayıcı tanım yaptıkları,</li><li>Dörtgenleri sınıflandırarak kapsayıcı bir hiyerarşi kurabildikleri,</li><li>Köşegen özelliklerine dayalı sınıflamanın, kenar özelliklerine dayalı sınıflamaya göre çeşitlilik gösterdiği görülmüştür.</li></ul> |

Ön klinik görüşmeler sonucunda öğrencilerin çoğunun dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare tanımında algısal türde kaldıkları belirlenmiştir. Algısal türde tanım yapan öğrencilerin çoğunluğunun hatalı tanım yaptığı görülmüştür. Hatalı tanım yapan öğrencilerin tanım yapmanın ne anlama geldiğini bilmedikleri ya da dörtgen ve dörtgen çeşitleri hakkında ön bilgi eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. Hatalı tanım yapan bazı öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini göz ardı ettikleri ve bu nedenle kare ve eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve

paralelkenar ilişkilerinde kavram kargaşası yaşadıkları görülmüştür. Öğrenciler “yamuk” kelimesinin günlük dildeki anlamını düşündükleri için tanımlamada kavram yanılgısı yaşamışlardır. Yamuğun tanımındaki “en az” niceleyicisine hiçbir öğrenci dikkat etmemiş ve yalnızca karşılıklı bir çift kenarın paralel olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Hatalı tanım yapan öğrencilerden bazıları ise zihinlerinde oluşan dörtgen imajına uygun tanımlama yapmıştır. Öğrenciler ya ön bilgilerine dayanarak ya da görsel olarak belirlenmiş bir prototip üzerinde dörtgen çeşitlerini tanımlamışlardır. Bununla birlikte hem algısal hem de söylemsel kavrama türünde dörtgen özellikleri üzerinden dörtgen ve dörtgen çeşitlerinin tanımını yapan öğrencilerin olduğu görülmüştür. Ayrıca az sayıda öğrenci kapsayıcı tanım yapabilmıştır. Bunun yanı sıra eşkenar dörtgen ve yamuğun tanımını yapamayan öğrenciler olmuştur.

Ön görüşmelerde yamuk tanımını yapamayan öğrencilerin son görüşmelerde tanım yapabildikleri, çoğunluğunun ise söylemsel kavramaya uygun biçimde tanım yapabildiği ve niceleyicileri doğru kullandıkları görülmüştür. Ayrıca çoğu öğrencinin kapsayıcı tanım yapabildiği belirlenmiştir. Tüm öğrencilerin özel dörtgenlerin tanımında ilk odak noktalarının karşılıklı kenarların paralel olma durumu olduğu görülmüştür. Öğretimlerle birlikte öğrenciler dörtgen hiyerarşisini oluşturabilmişler ve son görüşmelerde dörtgenlerin kenar ve köşegen özelliklerine dayalı sınıflandırma yapabilmişlerdir. Her iki sınıflandırmada da öğrenciler hiyerarşiyi yamuktan başlatmışlardır. Kenarların dik olarak kesişme özelliğinden yararlanan öğrencinin ise kapsayıcı bir sınıflama yapamadığı ortaya çıkmıştır. Köşegen özelliklerine dayalı sınıflandırma yapan öğrencilerin ilk odak noktaları köşegen uzunlukları ya da köşegenlerin ortalaması olmuştur. Dörtgenlere ait köşegenlerin diğer özelliklerine göre sınıflandırma yapmışlardır. Köşegen özelliklerine dayalı olarak yapılan sınıflandırmaların kenar özelliklerine dayalı sınıflandırmalara göre daha çeşitli olduğu görülmüştür.

#### **4.1.2. Öğrencilerin ön ve son görüşmelerde Duval’ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin ortaya çıkan kavrama türleri ile ilgili sonuçlar**

Öğrencilerin ön ve son görüşmelerdeki Duval’ın kavrama türlerine göre hazırlanmış geometrik problemlere ilişkin ortaya çıkan kavrama türleri ile ilgili sonuçlar dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırmaları ile ilgili sonuçlar, oluşum görevleri ile

ilgili sonuçlar, parça/bütün, konum ve optik görevleri ile ilgili sonuçlar; gerekçelendirme gerektiren sonuçlar başlıkları altında toplanmıştır.

#### 4.1.2.1. Dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırmalarıyla ilgili sonuçlar

Öğrencilerin dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırmaları ile ilgili sonuçlar Tablo 4.2’de özetlenmiştir.

**Tablo 4.2.** Dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırmaya ilişkin ana sonuçlar

| Ön klinik görüşmede dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırma                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Son klinik görüşmede dörtgenleri belirleme, tanıma ve adlandırma                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>Dörtgen özellikleri sınırlı ya da hatalı kullanılmıştır.</li><li>Prototip dörtgen imajı baskındır.</li><li>Ölçme yapılsa dahi prototip imaja uygun görselle karşılaşıldığında öğrenci kararları çoğunlukla değişmemiştir.</li><li>İkizkenar yamuk gibi çok sık karşılaştıkları dörtgen çeşitlerini belirlemede zorlanmamışlar ancak doğrulama yapmamışlardır.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Dörtgen özellikleri doğru kullanılmıştır.</li><li>Tanım bilgisine ve ilişkilendirmeye dayalı bir muhakeme baskındır.</li><li>Dörtgen özelliklerini kullanarak doğrulamalar yapmışlardır.</li><li>Açıortay özelliği en az kullanılan özellik olurken en fazla kullanılan özelliğin paralel kenar özelliği olduğu görülmüştür.</li><li>Ölçmenin en çok kullanıldığı sorulardır</li></ul> |

Ön görüşmelerdeki birinci sorunun birinci görevinde öğrenciler işlevsel kavramaya ya da algısal kavramaya uygun biçimde dörtgen çeşitlerini belirlemişlerdir. Algısal kavrama ile işlevsel kavrama arasındaki yakın ilişkiden dolayı dörtgenlerin konum düzenlemesine göre öğrenci yanıtları değişmiştir. Ancak bu öğrencilerin çoğunluğunun algısal kavramaya uygun biçimde dörtgenleri belirledikleri görülmüştür. Özel dörtgenleri tanımlarken şeklin kontrolünde muhakeme yapan öğrencilerin çoğunluğu dörtgen belirlemelerinde verilen şekil üzerinde muhakeme yapamamışlardır. Dörtgen özelliklerini kullanarak dörtgen çeşitlerini doğru belirleyen öğrencilerin olmasının yanı sıra dörtgen özelliklerini hatalı biçimde kullanan öğrencilerin hatalı dörtgen belirlemelerinde bulundukları görülmüştür. Birinci sorunun birinci alt görevinde en göze çarpan sonuç; ABCD dikdörtgenini kare olarak belirleyen bazı öğrencilerin diğer dörtgen çeşitlerini belirledikten sonra ABCD dörtgeninin dikdörtgen olduğunu fark etmeleridir. Buna karşın ABCD dörtgeninin tüm kenar uzunluklarının eşit olmadığını ölçme yaparak fark eden bazı öğrenciler ABCD dikdörtgeninin yine de kare olduğunda ısrar etmişlerdir. Kenar uzunluklarının farklı olmasını önemsememişler ve şeklin kareye benzediğini düşünerek düşüncelerini değiştirmemişlerdir. IJKL eşkenar dörtgeninde öğrencilerin

çoğunluğu dörtgeni baklava dilimine benzetmiş ve herhangi bir ölçme yapmamış, dörtgenin özelliklerine bakmaya ihtiyaç duymamışlardır. HODR paralelkenarını doğru belirleyen bir öğrenci şeklin konumunu değiştirerek karar verirken, doğru belirleyen diğer öğrenciler prototip dörtgen imajına göre karar vermişlerdir. Bu da öğrencilerin dörtgen belirlemede algısal kavramaya uygun yanıt verme istekleri olduğunu göstermektedir. Öğrenciler dörtgenleri belirlemede ölçme araçlarından faydalandıklarını söylemişlerdir. Görüşmeler boyunca ölçme araçları ancak öğrenciler istedikleri zaman kendilerine verilmiştir. Ölçme araçlarına ihtiyaç duyan öğrenciler sadece yamuk ve ikizkenar yamuğu belirlemede bu araçları kullanmamışlardır. Öğrenciler ikizkenar yamuğu en sık karşılaştıkları yamuk çeşidi olarak belirtmişler ve ikizkenar yamuğu belirlemede zorlanmamışlardır.

Ön görüşmelerdeki birinci sorunun ikinci alt görevinde öğrencilerin çoğunluğu algısal yolla kareleri belirlerken, ölçme yoluyla ve işlevsel kavramaya uygun şekilde karar veren öğrencilerin de ilk bakışta kare olarak gördükleri şekiller üzerinden belirleme yaptıkları belirlenmiştir. Ön görüşmelerde kâğıdı katlama yoluyla karenin simetri eksenlerinden yararlanma gibi çözüm yollarını deneyen öğrencilerin son görüşmede bu kullanımlardan vazgeçtikleri görülmüştür.

Son görüşmelerdeki birinci sorunun birinci görevinde öğrencilerin çoğunluğu söylemsel kavramaya uygun biçimde dörtgen çeşitlerini belirlemişlerdir. Öğrencilerin dörtgen tanımlarının yanı sıra dörtgen özelliklerinden de yararlandıkları görülmüştür. Aynı zamanda tüm öğrencilerin dörtgenleri doğru belirledikleri ulaşılan önemli sonuçlardandır. Belirlenen dörtgenlerin doğrulamasını yapan öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında bir tane doğrulamanın dışındaki diğer tüm doğrulamalar dörtgen özelliklerini kullanarak yapılmıştır. Açığortay özelliği en az kullanılan özellik olurken en fazla kullanılan özelliğin paralel kenar özelliği olduğu belirlenmiştir. ABCD dörtgeni ön görüşmelerde çoğunlukla algısal olarak kare olarak belirlenmesine karşın son görüşmelerde dikdörtgen olarak belirlenmiş, öğrencilerin prototip dörtgen imajından çıktıkları görülmüştür. Bununla birlikte öğrenciler ABCD dikdörtgenini belirlemede çoğunlukla ölçme yerine dörtgenin kenar ve açı özelliklerinden yararlanmışlardır. Son görüşmelerde belirlenen dörtgenlerin doğrulamasında ön görüşmelerin aksine bütünler açılardan da yararlanıldığı ortaya çıkmıştır.

Son görüşmelerdeki birinci sorunun ikinci alt görevinde öğrencilerin tamamı kareleri belirlerken algısal kavrama türüne uygun yanıtlar vermişlerdir. Öğrencilerin

çoğunluğunun karenin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle ortaya çıkan kareleri belirlemek yerine ölçme yapmayı tercih ettikleri görülmüştür. Ölçmenin en çok kullanıldığı alt görev bu sorudur.

#### 4.1.2.2. Oluşum görevleri ile ilgili sonuçlar

Öğrencilerin oluşum görevleri ile ilgili sonuçlar Tablo 4.3’de özetlenmiştir.

**Tablo 4.3.** Oluşum görevleri ile ilgili ana sonuçlar

| Ön klinik görüşmede oluşumlar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Son klinik görüşmede oluşumlar                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencilerin çoğunluğu ölçme araçlarını kullanmada zorlanmışlardır.</li><li>• Öğrenci stratejilerinde soruda verilen sıralamanın yerine algısal olarak karar aldıkları gözlemlenmiştir.</li><li>• Probleme nereden başlamaları gerektiğini bilememeleri ve görevdeki amacın ne olduğunu kavrayamamaları çemberin merkezini bulmada ve çemberi çizememelerinde etkili olmuştur.</li><li>• Paralelkenarın alanının nasıl bulunacağını bilinmemesi hatalı çizimler yapılmasına neden olmuştur.</li><li>• Paralelkenar ve dikdörtgen arasında ters hiyerarşik ilişki görülmüştür.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Ölçme araçlarını etkili ve amaca uygun biçimde kullanmışlardır.</li><li>• Öğretim bölümlerinde ölçme araçlarının sıklıkla kullanılması sıralı kavramanın mantığına uygun çözümler/stratejiler geliştirmelerini sağlamıştır.</li></ul> |

Ön görüşmelerdeki ikinci sorunun birinci alt görevinde öğrencilerin tamamı algısal kavramaya uygun biçimde noktayı belirlemiş ve istenen kareyi oluşturmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin tamamı dördüncü çemberin merkezini bulmadan ve çemberi çizmeden kareyi oluşturmak istemişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğu pergel kullanımında zorlanmışlardır. Bu nedenle bazı öğrenciler pergel kullanmadan çember çizmişler ya da çemberi çizmeden soruyu yanıtlama yoluna gitmişlerdir. Görevde istenen karenin oluşmadığını düşünen öğrenciler ise sorunun hatalı olduğunu ve kare yerine yamuk gibi farklı bir dörtgen çizilebileceğini belirtmişlerdir. Çemberi hatasız biçimde çizebilen öğrenciler algısal yolla karenin dördüncü köşesini belirlemiş ve bu noktayı çizilen çemberin merkezi kabul etmişlerdir. Öğrenci dönütlerine ve günlüklerine bakıldığında öğrencilerin bu görevde zorlandıkları görülmüştür. Probleme nereden başlamaları gerektiğini bilememeleri ve görevdeki amacın ne olduğunu kavrayamamaları çemberin merkezini bulmada ve çemberi çizememelerinde etkili olmuştur.

Ön görüşmelerdeki ikinci sorunun ikinci alt görevinde öğrencilerin hatalı çizim yapmalarının nedenlerinden biri paralelkenarın alanını bulmayı bilmemelerinden kaynaklanmıştır. Paralelkenar oluşturabilen öğrenciler ise sınırlı sayıda paralelkenar çizebilmişlerdir. Öğrenciler iki paralel doğru arasında verilen üçgene benzer biçimde oluşturulan paralelkenarların da bu doğrular arasında kalması gerektiğini düşünmüşlerdir. Üçgen yüksekliğini paralelkenarın alanını bulmada kullanan öğrencilerin ise istenilen paralelkenarı oluşturmada zorlanmadıkları görülmüştür. Ancak paralelkenarın alanını bulurken kenarlarının çarpımı olarak düşünen öğrencilerin paralelkenarı dikdörtgen olarak gördükleri belirlenmiştir. Bu görevde öğrencilerin çoğunun gerekli araç ve gereçleri kullansalar dahi paralelkenarları oluşturamadıkları görülmüştür.

Son görüşmelerdeki ikinci sorunun birinci alt görevinde öğrencilerin tamamı ABCD karesini oluşturabilmişlerdir. Öğrencilerin kare oluşumunu son görüşmelerde yapabilmelerinin nedeninin pergel kullanımının öğretim bölümlerinde sıklıkla kullanılmasından kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğu verilen görevde ön görüşmelerin aksine doğrudan kare çizmek yerine çemberin merkezini bulup eş çember çizdikten sonra istenen kareyi oluşturmuşlardır.

Son görüşmelerdeki ikinci sorunun ikinci alt görevinde öğrencilerin tamamı sıralı kavramaya uygun bir muhakeme yürütmüşlerdir. Öğrenciler oluşturmuş oldukları paralelkenardan ayrı olarak farklı bölgelerde de ACDE paralelkenarını oluşturabilmişlerdir. Son görüşmelerde öğrencilerin çoğunluğunun  $m$  ve  $n$  doğrularının dışına çıktığı, bazı öğrencilerin sonsuz sayıda paralelkenar çiziminin oluşabileceğini gördükleri belirlenmiştir.

#### **4.1.2.3. Parça/bütün, konum ve optik görevleri ile ilgili sonuçlar**

Öğrencilerin parça/bütün, konum ve optik ile ilgili sonuçları Tablo 4.4’de özetlenmiştir.

**Tablo 4.4.** *Parça/bütün, konum ve optik görevler ile ilgili ana sonuçlar*

| <b>Ön görüşmelerde parça/bütün görevler</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>Son görüşmelerde parça/bütün, konum ve optik görevler</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Şekle algısal yaklaşan öğrenciler parça/bütün ilişkisi kuramamışlardır.</li><li>• Dörtgen tanımlarında eksikleri ya da kavram yanlışlığı olan öğrencilerin parça/bütün ilişkisini kavrayamadıkları belirlenmiştir.</li><li>• Çevre-alan ilişkisinde kavram yanlışlığı vardır.</li><li>• Şeklin konumuna dikkate eden, konumunu değiştiren öğrencilerin şekil hakkındaki ilk algıdan vazgeçebildikleri görülmüştür.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencilerin bir şekli parçalara ayırdıktan sonra tekrar parçalama işlemi yapmalarının parça/bütün ilişkisini kurmalarında kolaylık sağladığı görülmüştür.</li><li>• Parça/bütün ilişkisini kavrayan öğrencilerin farklı çözüm yollarına gidebildikleri görülmüştür.</li><li>• Farklı yamuk çeşitlerine göre parçalamalar yapılmıştır</li><li>• Doğrusal olma durumu ile ilgili kavram yanlışlığı ortaya çıkmıştır.</li><li>• Optik özelliği ile ilgili problemlerde algısal yolla ilk düşüncelerini ortaya koyan öğrencilerin çoğunluğu kenar uzunluklarının orantısız değişimi üzerine odaklanmıştır.</li><li>• Öğretim bölümlerinin etkililiği bu bölümde açıkça ortaya çıkmıştır.</li></ul> |

Ön görüşmelerdeki üçüncü sorunun birinci görevinde algısal yolla şekli parçalamaya çalışan öğrencilerin tamamı şeklin eş yamuklara ayıramayacağına karar vermişlerdir. Şekli düzgün altıgenlere ayırma verilen eş yamuklara parçalamada öğrenci açısından kolaylık sağlamaktadır. Bu noktada bir şeklin parçalara ayrıldıktan sonra tekrar parçalama işlemi yapmanın parça bütün ilişkisinde önemli bir adım olduğu söylenebilir. Aynı zamanda yamuğun tanımını yapamayan öğrencilerin eş yamuklara ayırmada zorlandıkları, en çok karşılaştıkları yamuk çeşidinin ikizkenar yamuk olduğunu belirten öğrencilerin ise zorlanmadıkları görülmüştür.

Ön görüşmelerdeki üçüncü sorunun ikinci görevinde öğrencilerin çevre ve alan ilişkisinde kavram yanlışlığı olduğu ortaya çıkmıştır. Alanı daha küçük olan bir şeklin çevre uzunluğunun da daha küçük olması gerektiğini düşünen öğrencilerin algısal olarak karşılaştırma yaptıkları görülmüştür. Çember yaylarını taşıyan ve birleştiren öğrencilerin çevre uzunluklarını karşılaştırmada doğru karar verdikleri belirlenmiştir.

Son görüşmelerdeki üçüncü sorunun birinci görevinde öğrenciler işlevsel kavrama bağlamında parça-bütün ilişkisine odaklanarak verilen şekli uygun biçimlerde parçalayabilmişlerdir. Algısal yolla şekli parçalamaya çalışan öğrencilerin başarısız olduğu belirlenmiştir. Şekli önce düzgün altıgenlere ayıran öğrencilerin ikizkenar yamuk ve dik yamuk gibi yamuk çeşitlerine göre ayrılabilceğini fark etmişlerdir. Öğretim bölümlerinde işlevsel kavramaya uygun çok sayıda etkinlik gerçekleştirildiğinden bu

görevde öğrencilerin daha başarılı ve cesaretli oldukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler yamuğun özelliklerini kullanarak şekil parçalamada daha bilinçli bir yol izlemişlerdir.

Son görüşmelerdeki üçüncü sorunun ikinci görevinde öğrenciler işlevsel kavramaya uygun biçimde tüm dörtgenleri doğru belirlemişlerdir. İki noktanın doğrusal olduğu şeklindeki öğrenci düşüncesinin bir kavram yanılgısı olarak ortaya çıktığı belirlenmiştir. Dikdörtgen oluşumunda öğrencilerin karşılıklı kenarların paralel olması halinde yalnızca bir iç açının ölçüsünü bulmanın dikdörtgen belirlemede yeterli olduğunu belirtmişlerdir. Eşkenar dörtgen belirlemelerinde öğrencilerin çoğunluğunun köşegenlerin dik kesişmesine odaklandığı ve şekli bu sayede kareden ayırt edebildikleri görülmüştür. Paralelkenar belirlemelerinde tüm öğrenciler öncelikle karşılıklı kenarların paralel olmasına odaklanmıştır. Öğrenciler çember merkezlerinin birinci göreve göre konumsal değişikliklerini fark etmişler ve paralel olma durumunun değişmediğini belirtmişlerdir.

Son görüşmelerdeki üçüncü sorunun üçüncü görevinde işlevsel kavramanın bileşeni olan optik değişikliklerin algısal kavrama türü ile desteklendiği görülmüştür. Algısal yolla ilk düşüncelerini ortaya koyan öğrenci muhakemelerinin çoğunluğu kenar uzunluklarının orantısal değişimi üzerine odaklanmıştır.

#### 4.1.2.4. Gerekçelendirme gerektiren görevler ile ilgili sonuçlar

Öğrencilerin gerekçelendirme gerektiren görevler ile ilgili sonuçları Tablo 4.5’de özetlenmiştir.

**Tablo 4.5.** Gerekçelendirme gerektiren görevler ile ilgili ana sonuçlar

| Ön klinik görüşmede gerekçelendirme gerektiren görevler                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Son klinik görüşmede gerekçelendirme gerektiren görevler                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>Öğrencilerin tamamı algısal yolla dörtgeni oluşturmaya çalışırken tahmini bir orta nokta belirlemişlerdir.</li><li>Paralelkenar oluşumunda karşılıklı kenarların paralel olma durumunu fark edememişlerdir.</li><li>Daha önceki görevlerden etkilenecek doğrulama yapma ihtiyacı doğmuştur.</li><li>Uzamsal düşünme becerileri ortaya çıkmaya başlamıştır.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Öğrenciler prototip imaja uygun inançların görevin çözümünde yeterli olmayacağına vurgu yapmışlardır.</li><li>Bilardo etkinlikleri üzerinde çalışmanın söylemsel kavramaya uygun hazırlanan sorularda etkili olduğu görülmüştür.</li><li>Farklı dörtgenlerin orta noktalarını kullanarak özel dörtgenlerin elde edilebileceğini fark etmişlerdir.</li><li>Dinamik düşünme yolları bu sorularda ön plana çıkmıştır.</li><li>Öğrenci yanıtları, çözümleri ve doğrulamaları kanıtlama adına basamak oluşturmuştur.</li></ul> |



Ön görüşmelerdeki dördüncü sorunun birinci görevinde öğrencilerin tamamı algısal yolla dörtgeni oluşturmaya çalışmışlardır. Kenar uzunlukları ölçerek ya da tahmini bir orta nokta işaretleyerek dörtgeni oluşturma yoluna gitmişlerdir. Bu da dörtgeni paralelkenar olarak belirlemelerinde hata yapılmasına neden olmuştur. Öğrencilerin kenar uzunlukları farklı olan bir dörtgenin kenarlarının orta noktalarının birleşmesinden oluşacak dörtgende karşılıklı kenarların paralel olmasının öneminin farkına varamadıkları ortaya çıkmıştır.

Ön görüşmelerdeki dördüncü sorunun ikinci görevinde öğrencilerin farklı kavrama türlerine göre yanıtlar verdikleri ve açı taşıma, şekli parçalama gibi farklı çözümler üretebildikleri belirlenmiştir. Ön görüşmenin önceki sorularında çözüm üretmenin yanı sıra verilen görevlerde çözüme ilişkin doğrulama yapmanın da gerekli olduğunun fark edilmesi üzerine bu görevde doğrulamaların yapılması farklı kavrama türlerine uygun açıklamaları ortaya çıkarmıştır. Açıları taşıma yoluna gidilmesi ile birlikte uzamsal düşünme becerilerini de göstermeye başlayan öğrenci ifadelerinin de söylemsel kavramaya yakınlaştığı görülmüştür.

Son görüşmelerdeki dördüncü sorunun birinci görevinde öğrencilerin tamamı oluşturulan dörtgende sezgisel bakışın yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Diğer bir deyişle öğrenciler prototip imaja uygun inançların görevin çözümünde yeterli olmayacağına vurgu yapmışlardır. Paralelkenarın yamuk dışındaki tüm dörtgenleri kapsadığı ve farklı dörtgenlerin orta noktalarının birleştirilmesi ile kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin de bulunabileceği görülmüştür. Bilardo etkinlikleri üzerinde çalışmanın bu görevde etkili olduğu söylenebilir.

Son görüşmelerdeki dördüncü sorunun ikinci görevinde öğrencilerin yöndeş açılar, ters açılar, iç ters açılar gibi kavramları kazandıkları ve bu kavramları kullanarak eş açılar buldukları belirlenmiştir. Dinamik düşünmenin de ortaya çıktığı bu görevde öğrenciler açılar ve doğruları taşıyarak çözümlerini ispat etme eğiliminde oldukları görülmüştür. Öğrenci yanıtları, çözümleri ve doğrulamaları kanıtlama adına basamak oluşturmuştur.

#### **4.1.2.5. Söylemsel kavrama türündeki görevler ile ilgili sonuçlar**

Öğrencilerin söylemsel kavrama görevleri ile ilgili sonuçları Tablo 4.6'da özetlenmiştir.

**Tablo 4.6.** *Söylemsel kavrama ile ilgili ana sonuçlar*

| <b>Ön klinik görüşmede söylemsel kavrama görevleri</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>Son klinik görüşmede söylemsel kavrama görevleri</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Dörtgen özelliklerini kullanamayan öğrencilerin söylemsel kavramaya uygun biçimde hazırlanan sorularda algısal yaklaşıtları ve çözüm yollarının kısıtlı olduğu belirlenmiştir.</li><li>• Köşegen özelliklerini kullanamayan ya da bilmeyen öğrencilerin prototip imaja uygun biçimde değerlendirmelerde bulundukları görülmüştür.</li><li>• Geometrik şekiller ile geometrik şekillere ait özellikleri ilişkilendirmede zorluk yaşamışlardır.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Köşegen özelliklerine odaklanılmıştır.</li><li>• Ön görüşmelerde daha çok soruya uygun çözüm üretebilmek için ya da soruyu yanıtlayabilmek için ölçme yapılırken son görüşmelerde var olan düşüncelerin kanıtlanabilmesi adına ölçme yapma yoluna gidildiği görülmüştür.</li><li>• Dörtgeni doğru belirlemede köşegen özelliklerinin yanı sıra dörtgene ait simetri eksenlerinin de kullanıldığı belirlenmiştir.</li><li>• Ölçme yaparak geometrik muhakeme yapabilen öğrencilerin ispat yapabilme motivasyonlarının arttığı görülmüştür.</li></ul> |

Ön görüşmelerdeki paralelkenarı belirleme görevinde öğrencilere ait düşüncelerin çoğunluğunun değişmemesinin nedeni prototip dörtgen imajıdır. Köşegenlerin dik kesişmemesine karşın dörtgen, eşkenar dörtgen olarak belirlenmiştir. Bunun yanı sıra dörtgeni paralelkenar olarak belirleyen öğrencilerin ise ya algısal yolla karar verdikleri ya da önceki sorulardan etkilenecek dörtgen özelliklerini kullanma ihtiyacı duydukları görülmüştür. Ölçmeye dayalı muhakeme geliştirmede ise köşegen özelliklerine odaklanılmadığı için hata yapıldığı belirlenmiştir.

Ön görüşmelerdeki ikinci görevde eşkenar dörtgen belirlense dahi tüm öğrencilerin hatalı düşünceler sergiledikleri görülmüştür. Dörtgenlerin köşegen özelliklerini belirleyememeleri ya da karıştırdıklarından dolayı verilen dörtgenin eşkenar dörtgen olamayacağını düşünen öğrenciler kare ya da dikdörtgene yönelmişlerdir. Ölçmeye dayalı muhakeme geliştiren öğrenciler, köşegen özellikleri hakkında eksik bilgileri olmasından dolayı dörtgeni kare olarak belirlemişlerdir.

Ön görüşmelerdeki üçüncü görevde dörtgeni doğru belirlemede köşegen özelliklerinin yanı sıra dörtgene ait simetri eksenlerinin de kullanıldığı belirlenmiştir. Aynı zamanda köşegen özelliklerini de kullanarak yeni çıkarımlarda bulunabilmişler ve belirledikleri dörtgenlerle ilgili genellemelere varmışlardır. Bunlardan en belirgin olanı ise kare ile dikdörtgeni birbirinden ayıran köşegen özelliğinin açığortay olma durumudur.

Ön görüşmelerdeki dördüncü göreve gelindiğinde öğrencilerin ifadelerinde geometrik kavramlara daha fazla yer vermelerine karşın geometrik şekiller ile kavramları ilişkilendiremedikleri belirlenmiştir. Özellikle bu görevde öğrenciler düşüncelerini açıklamakta zorlanmışlar ve çıkarımda bulunamamışlardır. Görevde istenen ikizkenar

yamuğu belirleyebilen bir öğrenci olmamakla birlikte köşegen uzunluklarının eşit olmasından dolayı dörtgeni dikdörtgen olarak düşünmüşlerdir. Ancak köşegenlerin çemberin merkezinden geçmeme durumunu göz ardı etmişler ve bu durumun dörtgen çeşidini değiştirebileceğini fark etmemişlerdir.

Son görüşmedeki üçüncü bölüm görevlerine bakıldığında kavrama türlerinin genellikle söylemsel kavramaya uygun olduğu belirlenmiştir. Birinci görevde öğrencilerin paralelkenarı belirlemelerindeki en etkili düşünce köşegen özelliklerine odaklanmadır.

Son görüşmedeki ikinci görevde öğrencilerin kare ve eşkenar dörtgeni köşegen parça uzunluklarına odaklanarak, paralelkenar ve eşkenar dörtgeni köşegenlerin dik olarak kesişmesine odaklanarak ayırt edebildikleri belirlenmiştir.

Son görüşmedeki üçüncü görevde öğrencilerin ilk düşünceleri ve son düşünceleri incelendiğinde öğrenci ifadelerinin tamamının söylemsel kavramaya uygun olduğu belirlenmiştir. Köşegenlerin açığortay olmadığı bilgisinin dikdörtgeni belirlemede yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Son görüşmedeki dördüncü görevde ulaşılan önemli sonuç köşegenlerin kesişim noktasının çemberin merkezi üzerinde bulunmadığına odaklanmayan öğrencilerin ikizkenar yamuğu belirleyememeleridir. Bu durumu fark eden öğrencilerin köşegen uzunluklarının eşit olmasından yararlanarak ikizkenar yamuğu belirleyebildikleri anlaşılmıştır.

Ön görüşmelerde daha çok soruya uygun çözüm üretebilmek için ya da soruyu yanıtlayabilmek için ölçme yapılırken son görüşmelerde var olan düşüncelerin kanıtlanabilmesi adına ölçme yapma yoluna gidildiği görülmüştür. Verilen görevlerde ölçmeyi yapmayı bir noksanlık ya da kolay yolu seçme gibi düşünen öğrencilerin gerektiğinde ölçme yapmanın önemini anladıkları görülmüştür. Bu sayede düşüncelerini görev üzerinde oturtabilmişler ve kavrama türlerini açığa çıkartan ifadelerde bulunmuşlardır.

#### **4.1.3. Öğretim bölümlerine ilişkin sonuçlar**

Araştırmanın öğretim bölümlerinde öne çıkan kavramlar ve Tablo 4.7’de özetlenmiştir.

**Tablo 4.7.** Öğretilere ilişkin ana sonuçlar

| Öğretimler                   | Sınıf içi tartışmalarda öne çıkan kavramlar                                                       | Sınıf etkinliklerine ait sonuçlar                                                                  |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tanım-Çokgenler              | Ekonomik tanım-Kapalılık-Genelleme- Doğrusal- Köşegen                                             | Tanımın özelliklerini göz önünde tutarak çokgeni tanımlamışlardır                                  |
| Açı-Çokgende açı             | Açı tanımı- Açı ve açı ölçüsü- İç ve dış açı                                                      | Açı tanımından yararlanarak belirlenen bir çokgende açıları belirlemişlerdir                       |
| Düzgün çokgen                | Çokgende dış açılar toplamı- Düzgün çokgen tanımı                                                 | Düzgün çokgen oluşturmuşlardır. Çember çizebilmişlerdir.                                           |
| Dörtgen-Yamuk                | «En az» niceleyicisinin anlamı                                                                    | Dörtgen içinde bir kenara paralel doğru çizmişler ve dörtgeni tanımlamışlardır                     |
| Paralelkenar-Eşkenar Dörtgen | Karşılıklı kenarların paralel olma durumu- Köşegenlerin açıortay olması ve ortalaması             | İkizkenar yamuğu parçalamışlar ve kesişme noktalarını belirlemişlerdir.                            |
| Dikdörtgen-Kare              | Köşegenlerin dik kesişmesi- Dörtgen hiyerarşisi                                                   | Yamuk çeşitlerini parçalamışlar ve konumsal değişiklikler sağlamışlardır.                          |
| Dörtgende alan               | Ölçme yapma(ma)                                                                                   | Simetri eksenlerini kullanmışlardır. Parça/bütün ilişkisi kavramışlardır.                          |
| Bilardo oyunu                | Paralel olma- Dörtgen çeşitlerinin orta noktalarını birleştirerek farklı dörtgen çeşidi elde etme | Masanın merkezini bulmuşlardır. Topun izlediği yolu keşfetmişlerdir. Farklı atışlar denemişlerdir. |

Birinci öğretim bölümünde öğrencilerin tanım yapma bilgisinin eksikliği göz önüne alınmış, iyi bir tanımın nasıl olması gerektiği ve tanım yapmanın temel özellikleri üzerinde durulmuştur. Tüm öğrencilerin zihninde aynı şekli, kavramı oluşturan, ekonomik olan ve gerekli ve yeterli koşulları sağlayan ifadelerin en uygun tanım cümlesi olması gerektiği belirlenmiştir. Çokgen tanımında kullanılan “en az” niceleyicisi yamuk tanımının oluşmasına katkı sağlamıştır. Ayrıca kapalılık özelliği çokgen tanımında yer almış ve diğer dörtgen tanımlarında kullanılmıştır.

İkinci öğretim bölümünde çokgenin dış açıları ile ilgili sorunlar belirlenmiştir. Öğrencilerin çokgenin bir iç açısı ile bu açığa ait dış açının ölçüleri toplamının tam açı ölçüsüne eşit olması gerektiğini düşündükleri görülmüştür. Çokgeni oluşturan doğruların doğrusal olma durumunda ancak iç ve dış açılarının gösterilebileceği ve böylece bir iç açı ile bu açığa ait bir dış açının doğru açığı oluşturacağı kavranmıştır.

Üçüncü öğretim bölümünde ön görüşmelerde eksikliği hissedilen geometrik araç ve gereçlerin kullanımındaki zayıflık ve cesaretsizliğin giderilmesi adına etkinlikler bu enstrümanları kullanmak üzerine tasarlanmış olup özellikle pergel kullanımına ağırlık verilmiştir. Bunun sonucunda öğrencilerin pergel, cetvel ve açıölçer kullanımı ile ilgili korkularının azaldığı ve gerekli görüldüğünde bu enstrümanları kullanabilecekleri görülmüştür. Özellikle düzgün çokgenin elemanlarını ortaya çıkaran öğrencilerin bu enstrümanları daha etkili kullandığı belirlenmiştir. Dörtgenlerin oluşum süreci ve bir çemberin merkezinin belirlenmesinde bu öğretim bölümünün faydalı olduğu görülmüştür.

Dördüncü öğretim bölümünde “genel” ve “özel” kavramlarının anlamlarından yola çıkarak özellik bakımından daha genel bir dörtgen olan yamuğun tanımı yapılabilmektedir. Ön görüşmelerde hiçbir odak öğrencinin doğru bir yamuk tanımı yapamamasına karşın yamuk tanımında çok istekli oldukları görülmüştür. Öyle ki; odak öğrenciler yamuğu farklı dörtgenlerden elde ederek diğer özel dörtgenlerle ilişkisini ortaya koyabilmişler ve özellik bakımından en genel dörtgen çeşidinin yamuk olduğu sonucuna ulaşarak sınıftaki diğer öğrencileri yönlendirmişlerdir. Bu bölümde yapılan parça- bütün ilişkisine ilişkin etkinlikler ile algısal kavrama ve işlevsel kavrama arasındaki sıkı bağ da ortaya çıkmıştır.

Beşinci öğretim bölümünde tanıma ait özelliklerin kullanılarak artık herhangi bir dörtgenin tanımını yapabildikleri görülmüştür. Parça-bütün ilişkisine uygun biçimde parçalama yapılabildiği ve bu sayede bir yamuktan paralelkenar elde edebilen öğrencilerin paralelkenara ait özellikleri ortaya koyarken yamuk ile paralelkenar bağlantısını çıkarabildikleri görülmüştür. Bununla birlikte ölçme yapmanın azaldığı ve işlevsel kavrama türünde çözümlemelerin arttığı belirlenmiştir. Bu öğretimlerle birlikte köşegen özelliklerine odaklanmaya başlayan öğrenciler eşkenar dörtgen tanımını yapabilirken eşkenar dörtgenin kareyi de kapsadığını fark edebilmişlerdir. Bununla birlikte eşkenar dörtgene ait baklava dilimi gibi prototip dörtgen imajının da sorgulandığı görülmüştür.

Altıncı öğretim bölümünde işlevsel kavramaya uygun etkinlikler ile beraber öğrencilerin söylem gücünün de arttığı ve söylemsel kavramaya yatkınlıklarının olduğu gözlemlenmiştir. Öğretimlerin başında en genel özelliklere sahip olan dörtgenin kare olduğunu düşünen öğrencilerin düşünceleri tamamen değişmiştir. Öğrenciler bir dörtgen çeşidinin tanımını yapabilirken farklı gördükleri tanımlar için “eksik tanım”, “hatalı tanım”, “fazla bilgi veren tanım”, “özellik verilmiş olan tanım” gibi açıklama yapma

ihtiyacı duymuşlardır. Bu bölümde en çok tartışılan ve kavranan özellikler köşegen uzunlukları ile köşegen parçaları olmuştur. Bu da kare ile dikdörtgen arasındaki bağlantının kurularak dörtgen hiyerarşisinin oluştuğunu göstermektedir. Öğretimlerde ikizkenar yamuğun dörtgen hiyerarşisindeki yerine ilişkin bir vurgu yapılmazken bazı öğrenciler dörtgen hiyerarşisinde dikdörtgeni kapsayacak biçimde ikizkenar yamuğu da kullanmışlardır. Öğrencilerin dörtgene ait köşegen özelliklerini kullanarak dörtgenin merkezini de bulabildikleri belirlenmiştir.

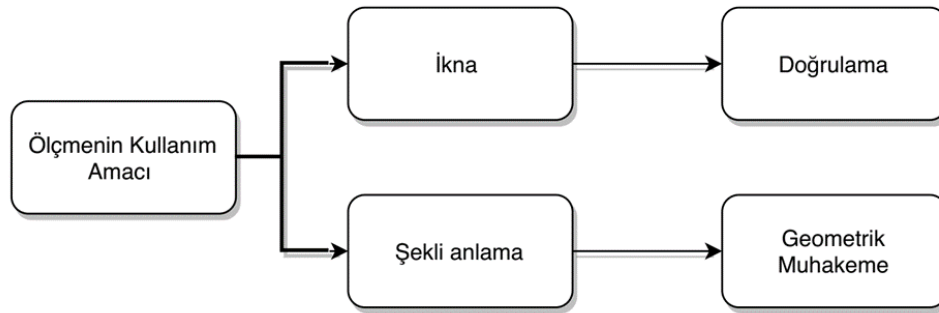
Yedinci öğretim bölümünde araştırmacıdan herhangi bir yardım almadan yalnızca sınıf içi tartışmalarla eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntısının oluştuğu görülmüştür. Aynı şekil içindeki boyalı alanların karşılaştırmasını yapan öğrencilerin simetri eksenlerinden yararlandıkları ya da birbirini tamamlayan bölgeleri bir araya getirdikleri belirlenmiştir. Algısal yolla karar vermek istemeyen öğrenciler şekli parçalayarak ya da şeklin konumuna göre karar vererek, işlevsel kavramayı dörtgenlerin alanlarını belirlemede sıklıkla kullanmışlardır. Aynı zamanda işlevsel kavramaya uygun biçimde çözüm üreten öğrencilerin rastgele yöntemler denemedikleri belirli bir sıralama ile çözüm yolunu oluşturdukları görülmüştür. Değerlendirme etkinliklerinin sonunda öğrencilerin artık ölçme yapmak yerine kavrama türlerine uygun çözümler üreterek karşı tarafı ikna yoluna gittikleri belirlenmiştir.

Sekizinci öğretim bölümünde sunulan değerlendirme etkinlikleri diğer tüm etkinliklerin katkılarını yansıtmaktadır. Bu etkinlikler boyunca öğrencilerin hem bilişsel süreçlerinin hem de kavrama türlerinin açıkça ortaya çıkarılabildiği görülmüştür. Bilardo masalarının orta noktasını bulmada öğrencilerin katlama, simetriden yararlanma, ölçme, algısal karar verme, köşegen özelliklerini kullanma gibi stratejileri kullandığı, düşüncelerini ortaya koydukları belirlenmiştir. Aynı şekilde bilardo topunun izleyeceği yolda oluşan dörtgen çeşidinin belirlenmesi söylemsel kavramaya uygun biçimde öğrenci ifadeleri ile desteklenmiştir. Etkinliklerden önce öğrencilerin gerçek bilardo masalarında uygulama yapmaları ve tasarlanan etkinliklerin günlük yaşam problemi şeklinde olması öğrencilerin etkinliklere de katılımlarını arttırmış, etkinlikler boyunca söylemlerini güçlendirmiştir. Öyle ki, öğrenciler etkinliklerde düşüncelerini karşı tarafa aktarabilmek adına “görüş açısı” gibi kendilerine özgü terimler oluşturmuşlardır. Etkinliklerde bilardo topunun oluşturduğu yolda çizilen dörtgen şekillerinin farklı atışlarla da sağlanması öğrencilerin algısal yolla dörtgen çeşidine karar vermelerinin önüne geçmiştir. Farklı

şekillerdeki bilardo masalarında çalışan öğrencilerin dörtgeni belirlemede zorluk yaşadıkları anda ölçmeyi daha fazla kullandıkları görülmüştür.

Bu araştırmanın öne çıkan sonuçlarından biri de öğrencilerin ölçme yoluyla geometrik muhakeme yapmalarıdır. Öğrenciler geometrik çözümlere ya da çıkarımlara ölçme yapmadan geometrik muhakeme yoluyla da ulaşabilirler. Geometrik muhakemesi gelişmiş öğrenciler verilen bir geometrik problemi geometrik muhakeme yoluyla çözebilmiştir. Ancak geometrik muhakemesi daha az gelişmiş olan öğrencilerin ölçmeye dayalı muhakeme yoluyla geometrik şekli anlama süreçleri aynı sonuçlara ulaşmalarında destekleyici olmuştur. Öğrencilerin kendilerine güven duymalarını ve kendilerini ikna etmelerini sağlamıştır.

Şekil 4.1’de görüldüğü gibi ölçmenin kullanım amaçlarından biri öğrenci tarafından ulaştığı sonucun doğruluğunu kontrol etme diğer bir deyişle kendini ikna etme çabasıdır. Diğer amaç ise geometrik bir problemin çözümüne ulaşabilmek için şekli anlama sürecinde diğer bir deyişle muhakeme sürecinin içinde kullanılmıştır. Özetle, ilk amaç problem çözme sürecinin son aşamasında, ikinci amaç ise problem çözme sürecinin ilk aşamalarında ortaya çıkmıştır. Ölçmeye dayalı muhakeme, algısal ya da sıralı kavramadan söylemsel kavramaya geçişin kolaylaştırılmasını ve yumuşak bir geçiş yapılmasını sağlamıştır.



Şekil 4.1. Ölçmenin kullanım amacı

#### 4.2. Tartışma

Bu bölümde araştırmadan elde edilen sonuçların kendi içinde ve alanyazındaki diğer araştırmaların sonuçlarıyla karşılaştırılması amaçlanmıştır. Araştırmadaki en önemli bulgulardan biri öğrencilerin dörtgen tanım bilgilerinin eksik olması ve iyi tanım yapamamalarından kaynaklı olarak dörtgen belirleme aşamalarında hata yapmalarıdır.

Araştırmanın bu sonucu alanyazında dörtgenlerle ilgili yapılan diğer araştırma sonuçları ile benzerlik göstermektedir (Aktaş, 2016; Casa ve Gavin, 2009; Fujita ve Jones, 2007; Fujita, 2012; Köse vd., 2019; Monaghan, 2000). Köse vd., (2019) 8. sınıf öğrencilerinin paralelkenarda kenara dayalı kapsayıcı tanım ve harici tanım, dikdörtgen ve eşkenar dörtgende harici tanımlar, karede ise köşegene dayalı tanımını daha anlaşılır bulunduğu sonucuna ulaşmışlardır. Casa ve Gavin (2009) öğrencilerin geometrik şekiller arasındaki ilişkileri belirleme ve geometrik şekillerin ekonomik tanımını yapmada yetersiz kaldıklarını belirtmektedir. Tanımların matematiksel anlamını yeni yeni fark eden ortaokul öğrencilerinin ekonomik bir tanım yapamamaları çok da şaşırtıcı bir durum değildir. Nitekim alanyazında öğretmen adaylarının tanım yapmada zorlandıkları da ortaya konmuştur (Duatepe-Paksu, İymen ve Pakmak, 2012; Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013; Zazkis ve Leikin, 2008). Duatepe-Paksu, İymen ve Pakmak (2012) sınıf öğretmeni adaylarının eşkenar dörtgene ilişkin birçok özelliği bildikleri halde gerek ve yeter koşulu sağlayan özellik listesini oluşturmada zorlandıklarını ortaya çıkarmıştır. Türnüklü, Alaylı ve Akkaş (2013) ise ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoğunun dikdörtgen ve eşkenar dörtgen için yeter ve gerek koşulları sağlayan tanımlar yapamadıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Bu araştırmanın ön görüşme sonuçlarına göre öğrencilerden dörtgen ve özel dörtgenlerin tanımı istendiğinde daha çok özellikleri vurguladıkları görülmüştür. Öğrenciler dörtgen özelliklerine hâkim olsalar dahi dörtgen tanımlarının eksikliğinden dolayı dörtgen hiyerarşisinin farkına varamamışlardır. Winicki-Landman ve Leikin (2000) tanım yapma ölçütlerinden birinin de kavram hiyerarşisine uygun olması gerektiğini söylemişlerdir. Dolayısıyla dörtgen ve özel dörtgen çeşitlerinin tanımlarına ait eksiklikler öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini kurmasında belirli zorluklar ortaya çıkarabilir. Yapılan çalışmalar da öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini kurmada zorluk yaşadıklarını göstermektedir (Aktaş ve Aktaş, 2012; Balgalmış ve Işık Ceyhan, 2019; Ergün, 2010; Fujita, 2012; Fujita and Jones, 2007; Monaghan, 2000). Fujita (2012) ortaokul öğrencilerinin çoğunun doğru tanımlamalar yapabilmelerine karşın, dörtgenleri esas olarak prototipleri ile hatırladıklarını ve bu nedenle dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri keşfetmekte güçlükler yaşadıklarını gözlemlemiştir. Ancak bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında görüldüğü gibi öğrencilerin kendi yapmış oldukları doğru tanımlamalar dörtgen prototipini değiştirdiği gibi dörtgen hiyerarşisini kurmada da yararlı olmuştur.



Araştırmanın ön klinik görüşme sonuçları incelendiğinde öğrencilerin muhakeme kurma becerilerinin zayıf olduğu görülmektedir. Benzer şekilde Fischbein ve Nachlieli (1998) öğrencilerin verilen bir şeklin belirlenmesinde baktıkları şeklin ilk olarak özelliklerinden daha çok imgesine odaklandıklarını belirtmişlerdir. Duval (1994) bir şeklin görünümde bir boşluk girişi olduğunu yani şeklin kavranışında anlık olan bir algı ve bakışın matematiksel tarzı olduğunu belirtmiştir. Şeklin anlık bir biçimde kavranışı sıklıkla ikincisi için bir zorluk gibi görüldüğü halde birinci olmadan ikincinin olması mümkün değildir. Bu nedenle öğrencilerin bir şekil hakkındaki ilk düşüncelerinin ve ifadelerinin algısal kavrama türüne uygun olması anlaşılabilir. Duval (1995) kavrama türlerini (algısal, işlevsel, sıralı, söylemsel) şekli kavrama türleri olarak ele almış ve bu kavrama türleri arasında bir aşama ya da sıralamanın olmadığını belirtmiştir. Bununla birlikte öğrenci çözümlemeleri ve ifadeleri ele alındığında araştırmanın sonuna doğru öğrencilerin söylemsel kavramayı daha yetkin bir şekilde harekete geçirebildikleri söylenebilir. Duval (1998) algısal kavrama ile söylemsel kavrama arasında uçurum olduğunu belirtmiştir. Araştırma sonucuna bakıldığında yalnızca şekilsel algıya sahip olan öğrencilerin karmaşık olarak gördükleri etkinliklerde ya da özel dörtgenin özelliklerine göre (kenar, köşe gibi) sınıflandırılmasında zorlandıkları görülmüştür. Araştırmanın bu sonucu ile Mutluoğlu ve Erdoğan (2020) tarafından yapılan araştırma sonuçları benzerlik göstermektedir. Mutluoğlu ve Erdoğan (2020) alt başarı düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerinde prototip şekil etkisinde kaldığını belirtmişlerdir. Benzer şekilde Köse vd., (2019) de prototip dörtgen imajının etkili olduğu öğrencilerin hatalı belirlemeler yaptıklarını gözlemlemiştir. Bunlara ek olarak, Micheal (2013) tarafından ortaya çıkarılan algısal kavramanın uygun kavrama türünü geçersiz kılacak şekilde görevlerin çözümüne karışmasının öğrencileri hatalı yanıtlara ya da hatalı çözüm sürecine yönlendirdiği sonucu bu araştırmanın sonucu ile tutarlıdır. Öğrencinin tüm şekillere algısal olarak yaklaşması diğer kavrama türlerini harekete geçiremediği gibi şekil bilgisinin eksikliğine de yol açabilir. Aynı zamanda araştırmanın sonuçlarında da görüldüğü üzere şekil bilgisine sahip olan öğrencilerin geometrik muhakeme gelişimleri de üst düzeydedir. Dolayısıyla kavrama türlerinin tamamının ortaya çıkarılması geometrik muhakemenin gelişimine katkı sağlamaktadır. Fischbein (2002) öğrencilerin açık bir şekilde görebildikleri şeklin ifade edilmesinin öğrenciler tarafından anlamsız bulunduğunu söylemiştir. Fischbein (2002) öğrencilerdeki sezgisel düşüncenin öğretimlerle aşılmasının zor olduğunu belirtmiştir. Ancak bu çalışmanın sonuçları

göstermiştir ki geliştirilebilir düzeyde olan öğrenciler istekli oldukları, doğru etkinliklere katıldıkları ve sınıf içi tartışmalarında yer aldıkları zaman sezgisel düşüncenin ötesine geçebilmektedirler. Duval (1998) esas sorunun öğretmenin açıklaması olmadan ve öğrencinin ne görmesi gerektiğini vurgulamadan öğrencinin öğretmenin gördüklerini görebilmesi olduğunu belirtmiştir. Bu noktada öğretim sürecinin kavrama türleri üzerindeki etkisi de ortaya çıkmaktadır. Tasarlanan öğretimler yalnızca kavrama türlerine yönelik değil, kavrama türlerinin geometrik muhakemeyi geliştirdiği yönler de dikkate alınarak hazırlanmalıdır. Araştırmanın sonuçları göstermiştir ki özellikle işlevsel ve sıralı kavramayı ön planda tutan öğretimlerde oluşum süreci hızlı gerçekleşmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin söylem gücü artmış ve muhakeme yapabilmişlerdir. Sonuç olarak geometrik şekli öğrencilere tanıttıkları şekilde algısal kavrama türünde etkinliklerin gerekli olduğu ancak diğer kavrama türlerini harekete geçirebilecek etkinliklerin hazırlanması ve uygulanması ile öğrencilerin geometrik muhakemelerinin gelişeceği söylenebilir.

Duval (1998) şekil üzerinde yapılan değişikliklerin işlevsel kavramanın çeşitli bileşenlerini ortaya çıkarttığını belirtmiştir. İşlevsel kavramanın algısal kavrama ile ilişkisi düşünüldüğünde öğretim bölümlerinin tasarlanmasının kavrama türleri açısından önemli olduğu görülmektedir. Duval (1998) öğretim alanında ise en dikkat edilen kavrama türünün sıralı kavrama olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada öğretim bölümlerinin sıralı kavrama ve işlevsel kavramaya uygun şekilde hazırlanmasının söylemsel ve algısal kavramayı da etkilediği belirlenmiştir. Bu noktada söylemsel kavrama türünde öğrenci muhakemelerinin yalnızca algısal kavrama türünde tasarlanan etkinliklerle ortaya çıkabileceğini söylemek zordur. Bu sonuçlar Michael'in (2013) belirttiği işlevsel ile söylemsel ve söylemsel ile sıralı kavrama türleri arasında ilişkiler olduğu ve algısal kavramanın söylemsel ve işlevsel kavramanın harekete geçirilmesinde önemli bir rolü olduğuna yönelik sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Dolayısıyla kavrama türleri arasında hiyerarşinin olmadığı göz önünde tutularak araştırma için hazırlanan öğretim bölümlerinin tüm kavrama türlerini harekete geçirecek biçimde hazırlanması çalışmada etkili olmuştur.

Duval (1999) şekil algısının yanında şekli anlamlandıracak ifadelerin öğrencilerin yapacakları oluşumlarla doğrudan etkili olduğunu açıklamıştır. Bu çalışmada geometrik enstrümanları etkili bir şekilde kullanabilen öğrencilerin oluşum sürecinde daha başarılı oldukları görülmüştür. Buna ek olarak söylemsel kavramayı yeterli düzeyde harekete geçirebilen öğrencilerin oluşum sürecinde daha yetkin oldukları gözlenmiştir. Duval'in

(1995) bilişsel modelinin bilişsel süreçler ve kavrama türleri olarak adlandırılan iki bileşeninde de oluşum sürecine vurgu yapıldığı görülmektedir. Bilişsel süreçlerde yer verilen oluşum, kavrama türlerinden sıralı kavramada da açıkça görülmektedir. Hem tasarlanan öğretim bölümlerindeki etkinliklerde hem de klinik görüşme sorularında öğrencilerden istenen oluşumların öğrencilerin kavrama türlerine uygun açıklamalarını ortaya çıkartabildiği görülmüştür. Diğer bir deyişle başarılı bir şekilde oluşum yapabilen öğrencilerin kavrama türlerinin tamamını harekete geçirebildikleri gözlenmiştir. Bu sonuç Duval'ın (1998) belirttiği geometride yetkinlik kazanmanın bu süreçler arasında güçlü etkileşimlerin kurulması ile sağlanabileceği görüşünü desteklemektedir. Ayrıca Duval, kavrama türlerinin görselleştirme, oluşum ve muhakemeden oluşan bilişsel süreçler arasındaki etkileşimi güçlendirdiğini ve bu etkileşimin sağlanmasında önemli bir yeri olduğunu ileri sürmüştür. Bu açıdan bakıldığında araştırma sonuçları kavrama türlerinin desteklenmesi yoluyla bilişsel süreçlerin ve bu süreçler arasındaki etkileşimin güçlendirilebildiğini ortaya koymuştur. Öğrencilerin oluşum süreçlerinin gelişimi bu durumun en belirgin örneği olarak öne çıkmıştır.

Bu araştırmanın en önemli sonuçlarından biri olan ölçmeye dayalı muhakeme verilen bir geometrik şeklin belirlenmesinde çeşitli ölçme araçları kullanılarak verilen geometrik şeklin çeşitli özelliklerinin ölçülmesi yoluyla bir çıkarıma ulaşma sürecidir. Ölçmeye dayalı muhakeme geometrik muhakemenin ilk aşamalarında yer alır. Öğrencilerin ölçmeye dayalı muhakeme yapmalarının, algısal ya da sıralı kavramadan söylemsel kavramaya daha kolay geçiş yapmalarını sağladığı görülmüştür. Bu anlamda ölçmeye dayalı muhakeme algısal ya da sıralı kavrama ile söylemsel kavrama arasında bir yapıştırıcı gibi düşünülebilir.

#### **4.3. Öneriler**

Araştırmanın sonuçlarına ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik geliştirilen öneriler aşağıda sunulmuştur.

##### **4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler**

- Ortaokul öğrencilerinin tanım yapma becerilerini geliştirmek ve tanım yapmanın farkındalığını kazandırabilmek adına matematik derslerinde geometrik kavram tanımlarına daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.

- Duval'ın kavrama türlerini destekleyecek ve sınıf içi uygulamalarda kullanılabilecek düzeyde uzamsal ve dinamik düşünmeyi gerektiren öğretim bölümlerinin tasarlanması üst düzey beceri gösterebilen öğrencilerin kavramsal ve bilişsel gelişiminde daha yararlı olabilir.
- Duval'ın kavrama türlerine uygun hazırlanan sorular ve öğretimlerden önce pergel, cetvel, açölçer gibi geometri öğreniminde sıkça kullanılan araç ve gereçlerin kullanımına ilişkin ayrı etkinlikler tasarlanabilir ve öğretimlerden önce uygulanabilir.
- İşlevsel kavramanın ön plana çıkarılarak söylemsel kavramaya katkı sağlayabilecek şekilde dinamik geometri yazılımları ile hazırlanabilecek etkinliklerin öğretim bölümlerinde daha fazla yer alması önerilmektedir.
- Bilardo etkinliklerine benzer uygulamalar yapacak araştırmacılara özel dörtgen çeşitlerinin tamamını gösterebilecekleri farklı şekillerde tasarlanan bilardo masaları ile çalışmaları önerilmektedir.

#### **4.3.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler**

- Ön görüşmelerde öğrenciler daha çok soruya uygun çözüm üretebilmek için ya da soruyu yanıtlayabilmek için ölçme yaparken son görüşmelerde var olan düşüncelerin kanıtlanabilmesi adına ölçme yapma yoluna gitmişlerdir. Bu bağlamda ölçmenin Duval'ın kavrama türleri üzerindeki etkisi araştırılabilir.
- Dörtgenlerin öğrenimi ve öğretiminde öğretmen ve öğrenci muhakemeleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları ortaya koyacak türde öğretimler tasarlanabilir.
- Öğrencilerin şekil bilgilerinin güçlendirilmesi ve tanım yapma becerilerinin geliştirilmesi adına gerçek yaşam problemlerinin daha fazla yer aldığı bir karma yöntem çalışması hazırlanabilir.

## KAYNAKÇA

- Aktaş, D. Y., and Aktaş, M. C. (2012). Eighth grade students' understanding hierarchical classification of quadrilaterals. *Elementary Education Online*, 11 (3), 714-728.
- Aktaş, M. C. (2016) Turkish high school students' definitions for parallelograms: Appropriate or inappropriate? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47 (4), 583-596.
- Altun, M. (2002). *Matematik öğretimi*. 2. Baskı, Bursa: Alfa Yayınevi.
- Athanasopoulou, A. (2008). *An inquiry approach to the study of quadrilaterals using Geometer's Sketchpad: A study with pre-service and in-service teachers*. Unpublished doctoral dissertation. Charlotte: The University of North Carolina
- Avcı, E., Özenir, Ö. S., Coşkuntuncel, O., Özcihan, H. G., ve Su, G. (2014). Ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersine yönelik tutumları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5 (3), 304-317.
- Balgalmış, E., ve Işık-Ceyhan, E. (2019). Dörtgenlerin ilişkilendirme becerisinin gelişimine yönelik öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin erişim düzeylerine etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10 (1), 130-156.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9 (1). 23-28.
- Baykul, Y. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Ankara: Pegem.
- Beckett-Bowman, L. (2014). *Etkinlik kartları: 50 zekâ oyunu*. 2.Baskı, İstanbul: TÜBİTAK Yayınları.
- Billstein, R., Libeskind, S., and Lott, J. W. (2004). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers (8th ed)*. New York: Addison-Wesley.
- Bishop, A. (1983). Space and Geometry. In R. Lesh and M. Landau (Eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). New York: Academic Press.
- Bogdan, R.C., and Biklen, S.K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods* (5th ed.). Boston: Pearson Education.
- Carroll, W. M. (1998). Middle school students' reasoning about geometric situations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 398-403.
- Casa, T. M., and Gavin, M. K. (2009). Advancing elementary school students' understanding of quadrilaterals. In T. V., Craine, and R. Rubenstein (Eds.), *Understanding Geometry for a Changing World 71st Yearbook* (pp. 205-219). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. California: Sage Publications.
- Creswell, J.W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.

- Czarnocha, B., and Maj, B. (2008). Teaching experiment. In B.Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching-research: teaching experiment- a tool for teacher researchers* (pp.47-58). University of Rzeszow.
- Çakıroğlu, E. (2013). Matematik Kavramlarının Tanımlanması. İ. Ö. Zembat, F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır, ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s. 1-13). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Deliyanni, E., Elia, I., Gagatsis, A., Monoyiou, A., and Panaoura, A. (2010). A theoretical model of students' geometrical figure understanding. *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 696-705.
- Denzin, N.K., and Lincoln, Y.S. (2005). Introduction: The discipline and practice of qualitative research. In N.K. Denzin and Y.S. Lincoln (Eds.), *The sage handbook of qualitative research* (pp. 1-32). Thousand Oaks, CA: Sage
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14 (1), 11-18.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define?. In A., Olivier and K.Newstead (Eds), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol 2, (pp. 248-255). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Driscoll M. (2007). *Fostering geometric thinking a guide for teachers, grades 5-10*. Poutsmouth: Heinemann.
- Duatepe Paksu, A. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometri hazırbulunuşlukları, düşünme düzeyleri, geometriye karşı öz yeterlikleri ve tutumları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 203-218.
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Examining quadrilaterals by paper folding. *Journal of Inquiry Based Activities*, 6 (2), 80-88.
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 102-116). Pegem Akademi, Ankara.
- Duatepe-Paksu, A., İymen, E., and Pakmak, G. S. (2012). How well elementary teachers identify parallelogram?. *Educational Studies*, 38 (4), 415-418.
- Duval, R. (1988). Approche cognitive des problemes de geometrie en termes de congruence. *Annales de Ddactique et de Sciences Cognitives*, 1, 57-74.
- Duval, R. (1994). Les Differents fonctionnements d'une figure dans une demarche geometrique, *Repères-IREM*, 17, 121-138. [http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/17\\_article\\_119.pdf](http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/17_article_119.pdf)
- Duval, R. (1995). *Geometrical pictures: kinds of representation and specific processings*. In R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 142-157). Berlin: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study* (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer.

- Duval, R. (1999). Representations, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt and M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 3–26)*. Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education
- Duval, R. (2000). Basic issues for research in mathematics education. In T. Nakahara, M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol 1, s. 55-69)* Hiroshima University.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Eisner, E. W. (1998). *The enlightened eye: Qualitative inquiry and the enhancement of educational practice*. New Jersey: Prentice Hall.
- Elia, I., Gagatsis, A., Deliyianni, E., Monoyiou, A. and Michael, P. (2009). A structural model of primary school students' operative apprehension of geometrical figures. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, and C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 1-8*. Thessaloniki, Greece: PME.
- Ergün, S. 2010. *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflandırma biçimleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24 (2), 139-162.
- Fischbein, E. and Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20 (10), 1193-1211.
- Fischbein, H. (2002). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 31, 60-72.
- Fujita, T., and Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' knowledge of parallelograms. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 26 (2), 25-30.
- Fujita, T., and Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9 (1), 3-20.
- Gagatsis, A., Monoyiou, A., Deliyianni, E., Elia, I., Michael, P., Kalogirou, P. and Philippou, A. (2010). One way of assessing the understanding of a geometrical figure. *Acta Didactica Universitatis Comenianae–Mathematics*, 10, 35-50.
- Glaserfeld, E. v. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London: Falmer Press.

- Goldin, G. (1997). Chapter 4: Observing mathematical problem solving through task-based interviews. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph, 9, 40-177. doi:10.2307/749946
- Graumann, G. (2005). Investigating and ordering quadrilaterals and their analogies in space problem fields with various aspects. *ZDM*, 37 (3), 190-198.
- Güven, B. ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik muhakeme: Bilişsel persepektifler. E. Bingölbalı, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 246-263). Pegem Akademi, Ankara.
- Herbst, P., González, G., Hsu, H. Y., Chen, C., Weiss, M. and Hamlin, M. 2010. *Instructional situations and students' opportunities to reason in the high school geometry class*, Unpublished manuscript. <https://deepblue.lib.umich.edu/handle/2027.42/78372> (Erişim tarihi: 15.08.2017)
- Holloway, I., and Wheeler, S. (1996). *Qualitative research for nurses*. Oxford: Blackwell Science Ltd.
- Houdement, C., and Kuzniak, A. (2003). Elementary geometry split into different geometrical paradigms. In M. Mariotti (Ed.), *Proceedings of of the 3rd Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 1–10). Bellaria, Italy: European Research in Mathematics Education.
- Işık E. ve Semerci Ç. (2019). Eğitim alanı nitel araştırmalarında veri üçgenlemesi olarak odak grup görüşmesi, bireysel görüşme ve gözlem. *Turkish Journal of Educational Studies*, 6 (3), 53-66.
- İncikabı, L., ve Kılıç, Ç., (2013). İlköğretim öğrencilerinin geometrik cisimlerle ilgili kavram bilgilerinin analizi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 6, 343-358.
- Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 18 (1-2), 29-34.
- Jones, K., Fujita, T., and Kunimune, S. (2012). Promoting productive reasoning in the teaching of geometry in lower secondary school: Towards a future research agenda. *12th International Congress on Mathematical Education*. COEX, Seoul, Korea.
- Kaleli-Yılmaz, G. ve Yüksel, M. A. (2019). Tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10 (2), 426-455.
- Karpuz, Y., and Atasoy, E. (2019). Investigation of 9th grade students' geometrical figure apprehension. *European Journal of Educational Research*, 8 (1), 285-300.
- Karpuz, Y. (2018). *Duval'in bilişsel modeline uygun tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Kondratieva, M. F., and Radu, O. G. (2009). Fostering connections between the verbal, algebraic, and geometric representations of basic planar curves for student's success in the study of mathematics. *The Mathematics Enthusiast*, 6 (1), 213-238.
- Köse, N. Y., Yılmaz, T. Y., Yesil, D., and Yildirim, D. (2019). Middle school students' interpretation of definitions of the parallelogram family: Which definition for



- which parallelogram? *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 5 (1), 157-175.
- Mayring, P. (2011). *Nitel sosyal araştırmaya giriş* (Çev: A. Gümüş ve M. S. Durgun). Ankara
- Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17 (2), 183-195.
- Michael, P. (2013). *Geometrical figure apprehension: cognitive processes and structure*. Unpublished Doctoral Thesis). Cyprus: The University of Cyprus, Department of Education.
- Micheal P. and Gagatsis A. (2013). Geometrical figures in geometrical task solving: An obstacle or a heuristic tool? *Acta Didactica Universitatis ComenianeeMathematics*, 13, 17-32.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd edition). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2019). *PISA 2018 Türkiye ön raporu*. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi No:10. Ankara.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42 (2), 179-196.
- Mutluoğlu, A. ve Erdoğan, A. (2020). 6. sınıf öğrencilerinin dörtgenler hakkındaki geometrik muhakeme süreçleri. *OPUS - Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 16 (28), 125-144. DOI: 10.26466/opus.673833.
- Nakahara, T. (1995). Children's Construction Process of the Concepts of Basic Quadrilaterals in Japan. *Proceedings of the 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 27-34.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004). *Learning for tomorrow's world-first results from PISA 2003*, OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2007). *PISA 2006: Science competencies for tomorrow's world: Volume 1: Analysis*. OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2010). *PISA 2009 Results: What students know and can do – Student performance in reading, mathematics and science (Volume I)*. Paris: OECD Publishing.

- Ölçme Seçme Yerleştirme Merkezi Başkanlığı (2012). 2012 Yükseköğretime geçiş sınavı soruları. <https://www.osym.gov.tr/TR,982/2012-ygs-soru-kitapcigi-ve-cevap-anahitari.html> (Erişim tarihi: 16.08.2017)
- Özen, D. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşüncelerinin geliştirilmesi: Bir ders imecesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s. 249-272). Ankara: Pegem Akademi.
- Parzysz, B. (1991). Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (6), 575-593.
- Patton, M. Q. (2014). *Qualitative research and evaluation methods: Integrating theory and practice*. Sage publications.
- Pesen, C. (2008). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik eğitimi* (4.Baskı). Ankara: Pegem.
- Poincare, H. (2007). *Science and method* (Çev: F. Maitland). New York.
- Ramatlapana, K., and Berger, M. (2018). Prospective mathematics teachers' perceptual and discursive apprehensions when making geometric connections. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 22 (2), 162-173.
- Schwarz, B. B., and Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (4), 362-389.
- Serra, M. (2008). *Discovering geometry an investigative approach*. USA: Von Hoffmann Corp.
- Sharma, S. (2019). Use of theories and models in geometry education research: A critical review. *Waikato Journal of Education*, 24 (1), 43-54.
- Steffe, L. P., and Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Steffe, L., Thompson, P.W., and Glasersfeld von, E. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A.E. Kelly and R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Torregrosa, G., and Quesada, H. (2008). The coordination of cognitive processes in solving geometric problems requiring formal proof. *Proceedings of PME 32 and PME-NA 30*, 4, 321-328.
- Türk Dil Kurumu (2020). <https://sozluk.gov.tr/> (Erişim tarihi: 01.08.2020)
- Türnüklü, E., Alaylı, F. G., ve Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13 (2), 1213-1232.

- Ubuz, B., and Üstün, I. (2003). Figural and conceptual aspects in identifying polygons. *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA* (Vol. 1, p. 328). Honolulu: University of Hawaii.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry* (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project). Chicago: University of Chicago, Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 220 288).
- Usiskin, Z., and Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition*. Charlotte: Information Age Publishing, Inc.
- Uzun, Z. B. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- van de Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics*. (7th edition). New York: Longman.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight*. New York: Academic Press.
- Winicki-Landman, G., and Leikin, R. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 1. *For the Learning of Mathematics*, 20 (1), 17-21.
- Yılmaz, S. ve Uğurlu, S. Y. (2018). *TYT-AYT Tamamı çözümlü yeni nesil geometri soru bankası*. Ankara: Palme Yayınevi.
- Zaslavsky, O., and Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematics definition. *Journal For Research A Mathematics Education*. 36 (4), 317-346.
- Zazkis, R., and Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69 (2), 131-148.

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları

I. BÖLÜM

1) Dörtgeni tanımlayınız.

.....

.....

.....

2) Aşağıda verilen dörtgenleri tanımlayınız.

Paralelkenar :

.....

.....

.....

Dikdörtgen :

.....

.....

.....

Kare :

.....

.....

.....

Eşkenar dörtgen:

.....

.....

.....

Yamuk :

.....

.....

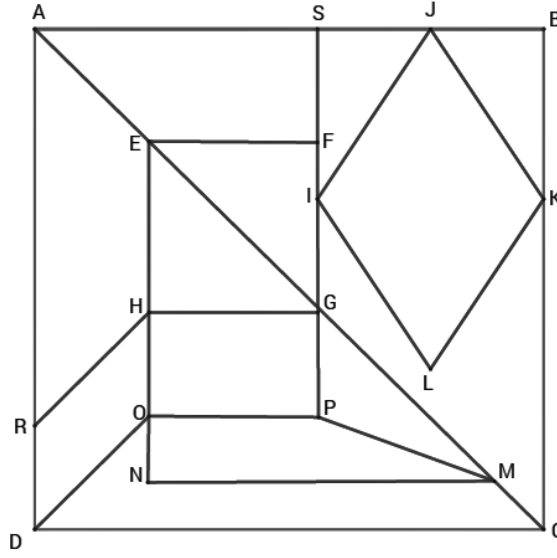
.....

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

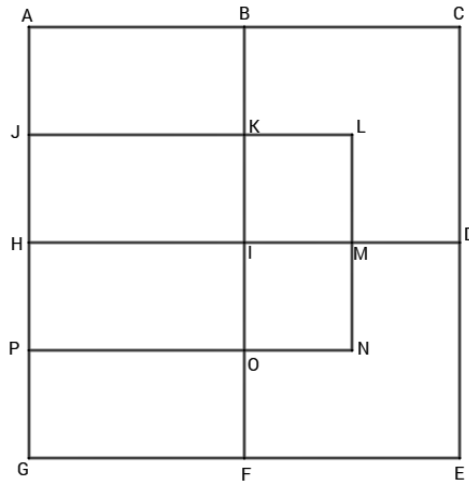
II. BÖLÜM

Soru 1:

A-) Aşağıda bulunan ABCD, IJKL, EFGH, MNOP, AEHR ve HODR dörtgenlerinin isimlerini yazınız. Birbirine eş ya da benzer şekiller var mıdır? Açıklayınız.



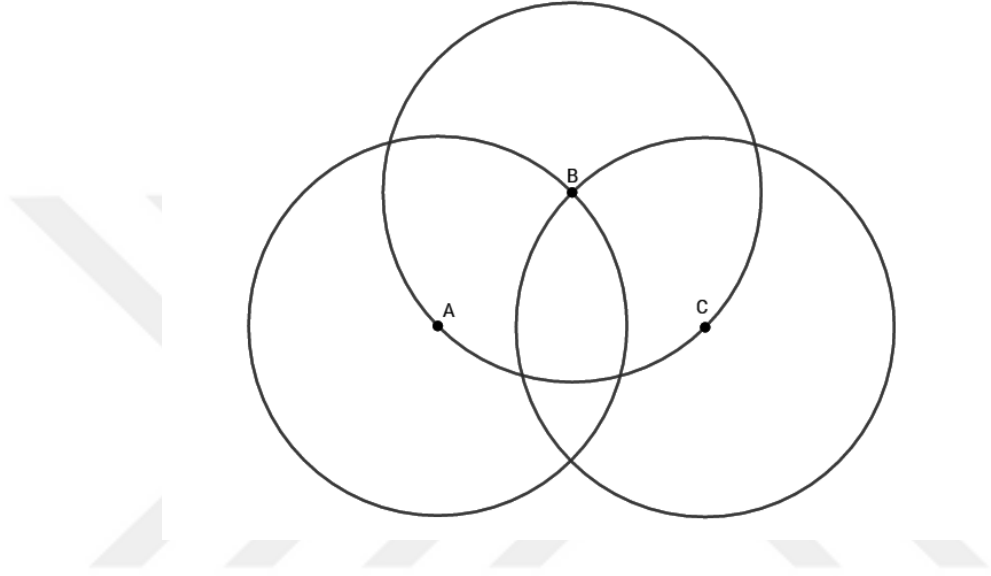
B-) Aşağıda verilen şekildeki karelerin isimlerini yazınız.



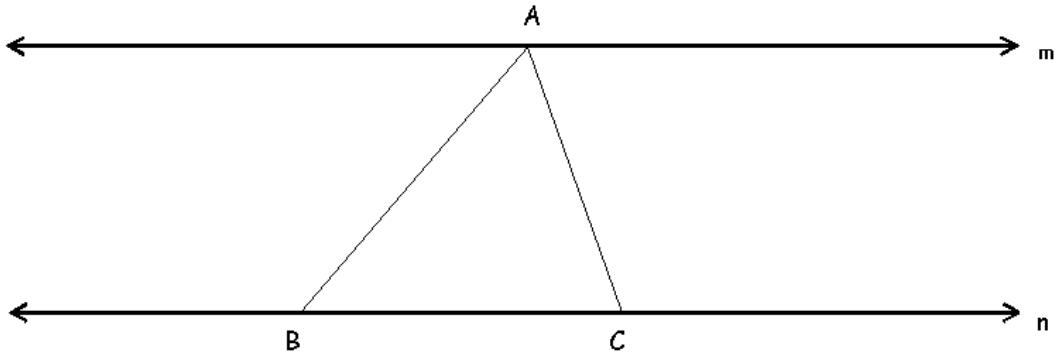
EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

Soru2:

A-) Şekildeki A, B ve C merkezli çemberler eşittir. Bu çemberlere eş, D merkezli bir çember çizerek ABCD karesini oluşturunuz.



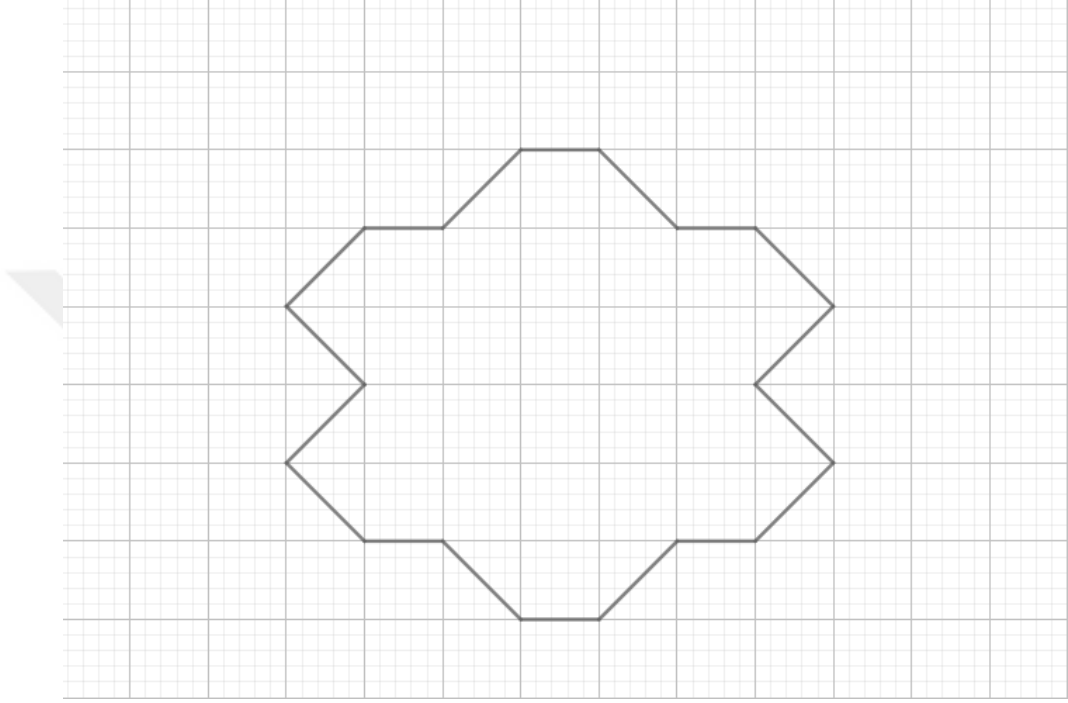
B-) Aşağıda verilen m ve n doğruları paraleldir. ABC üçgeninin alanına eşit olacak biçimde bir ACDE paralelkenarı oluşturabilmek için D ve E isimli iki nokta belirleyiniz. Bulduğunuz çözüm stratejinizi anlatınız.



EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

Soru 3:

A-) Aşağıda verilen şekil eş yamuklara ayrılabilir mi? Çözümünüzü anlatınız.



B-) Aşağıda verilen şekillerin çevre uzunluklarını karşılaştırınız.



A

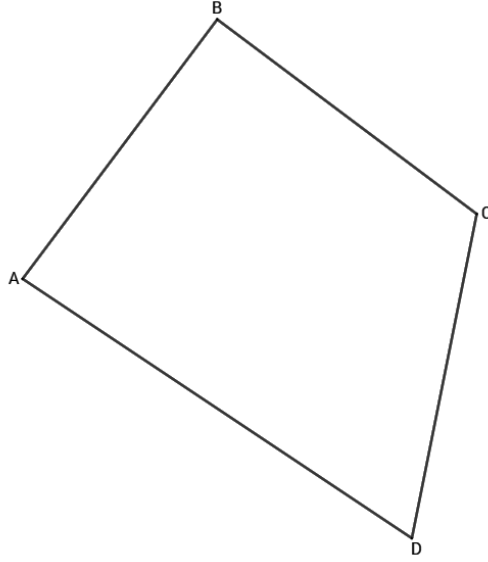


B

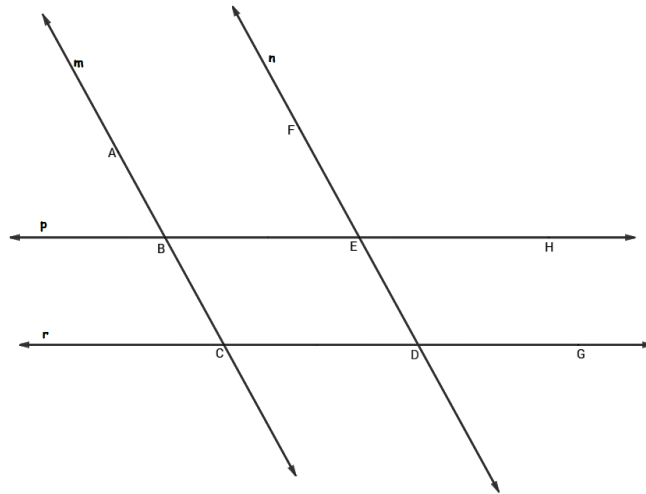
EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

Soru 4:

A-) Şekildeki ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bulduğunuz noktaları birleştirerek yeni bir dörtgen oluşturunuz. Oluşan dörtgen nasıl bir dörtgendir? Nedenleri ile açıklayınız.



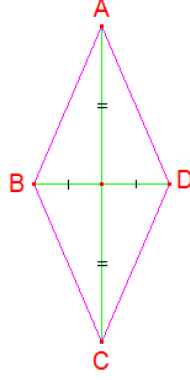
B-) Aşağıda verilen şekilde m ve n doğruları ile p ve r doğruları birbirine paralel olarak verilmiştir. Buna göre ABE açısının ölçüsü ile EDG açısının ölçüsü eşit midir? Çözümünüzü açıklayınız.



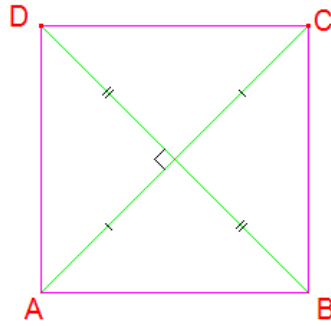


### III. BÖLÜM

1. Verilen ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Düşünceni nedenleri ile açıklar mısın?

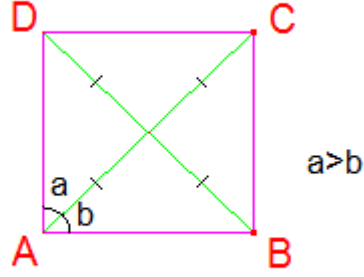


2. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıklar mısın?

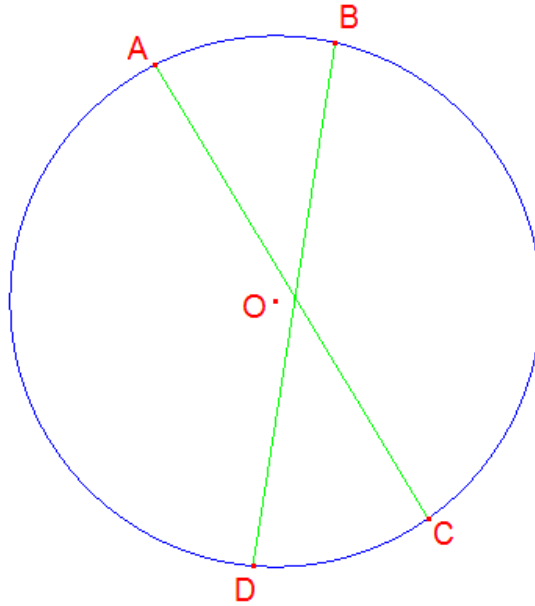


EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

3. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıkla mısın?



4. Aşağıda A, B, C ve D noktaları çember üzerindedir. O çemberin merkezidir. AC ile BD bir dörtgenin eş uzunluktaki köşegenleri ise bu ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir?

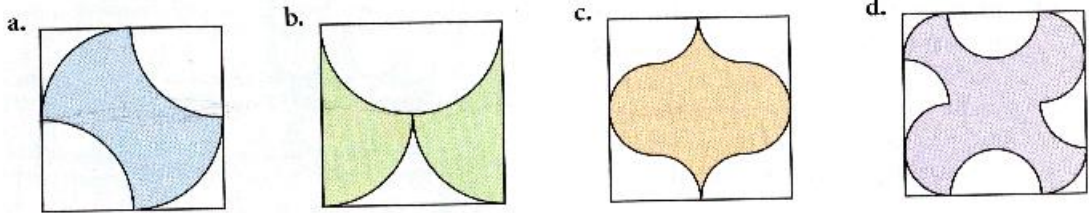


EK-2. Dörtgen Çeşidinin Belirlenmesi ile İlgili Çalışma Yapağı

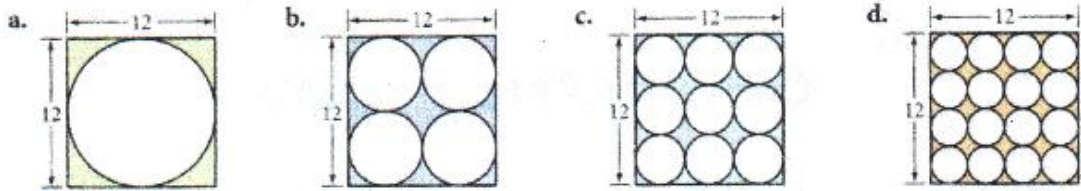
| Dörtgenler<br>Özellikler                         | YAMUK | PARALELKENAR | EŞKENAR<br>DÖRTGEN | DİKDÖRTGEN | KARE |
|--------------------------------------------------|-------|--------------|--------------------|------------|------|
| Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.       |       |              |                    |            |      |
| Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.       |       |              |                    |            |      |
| Ardışık açı ölçülerinin toplamı $180^\circ$ dir. |       |              |                    |            |      |
| Bütün açı ölçüleri birbirine eşittir.            |       |              |                    |            |      |
| Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.  |       |              |                    |            |      |
| Köşegenler çıktıkları açıların açıortaylarıdır.  |       |              |                    |            |      |
| Köşegenler dik kesişirler.                       |       |              |                    |            |      |
| Köşegenler birbirini ortalar.                    |       |              |                    |            |      |
| Köşegen uzunlukları birbirine eşittir.           |       |              |                    |            |      |
| Köşegen parçaları birbirine eşittir.             |       |              |                    |            |      |

### EK-3. Dörtgende Alan Etkinliği

**Soru 1:** Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?

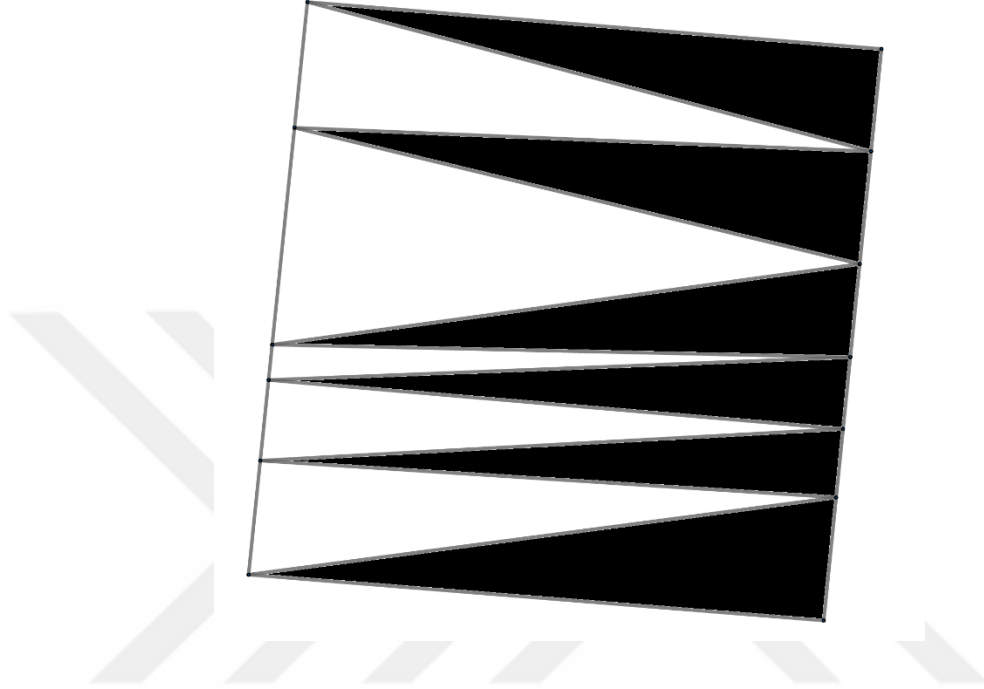


**Soru 2:** Aşağıda verilen karelerin alanları eşittir. Buna göre boyalı alanların büyüklükleri ile ilgili ne söylenebilir?

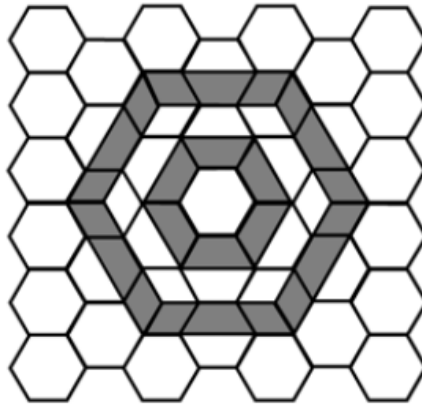


EK-3. Dörtgende Alan Etkinliği (Devamı)

**Soru 3:** Aşağıda verilen OPMN karesinin alanı  $100 \text{ cm}^2$  dir. Buna göre taralı alanı hesaplayınız.



**Soru 4:**



Düzgün altıgen biçimindeki fayanslarla kaplanmış bir zemin üzerine, koyu renkle gösterilen şekildeki süsleme yapılmıştır.

**Her bir altıgenin alanı 1 birim kare olduğuna göre, bu süslemenin kapladığı alan kaç birim karedir?**

#### EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları

### I. BÖLÜM

1) Dörtgeni tanımlayınız.

.....

.....

.....

2) Aşağıda verilen dörtgenleri tanımlayınız.

Paralelkenar :

.....

.....

.....

Dikdörtgen :

.....

.....

.....

Kare :

.....

.....

.....

Eşkenar dörtgen:

.....

.....

.....

Yamuk :

.....

.....

.....

EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

3) Dörtgenlere ait hiyerarşik bir sınıflama yapınız.

a-) Kenarlarına göre

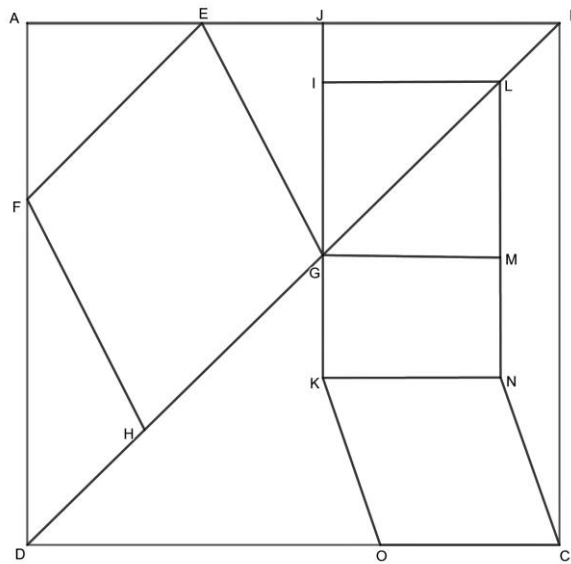
b-) Köşegenlerine göre

#### EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

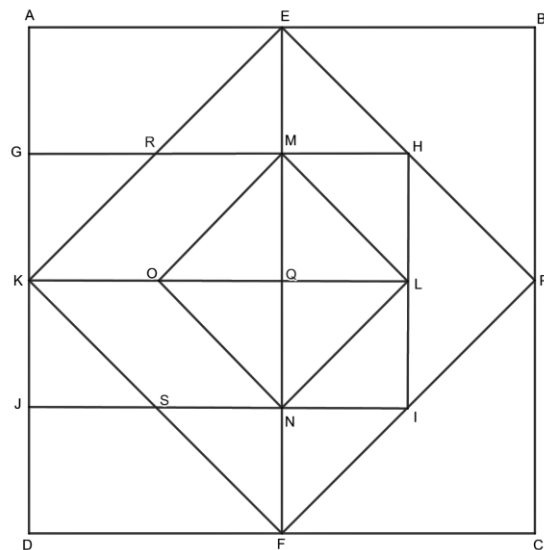
## II. BÖLÜM

Soru 1:

A-) Aşağıda bulunan ABCD, IJKL, EFGH, MNOP, AEHR ve HODR dörtgenlerinin isimlerini yazınız. Birbirine eş ya da benzer şekiller var mıdır? Açıklayınız.



B-) Aşağıda verilen şekildeki karelerin isimlerini yazınız.

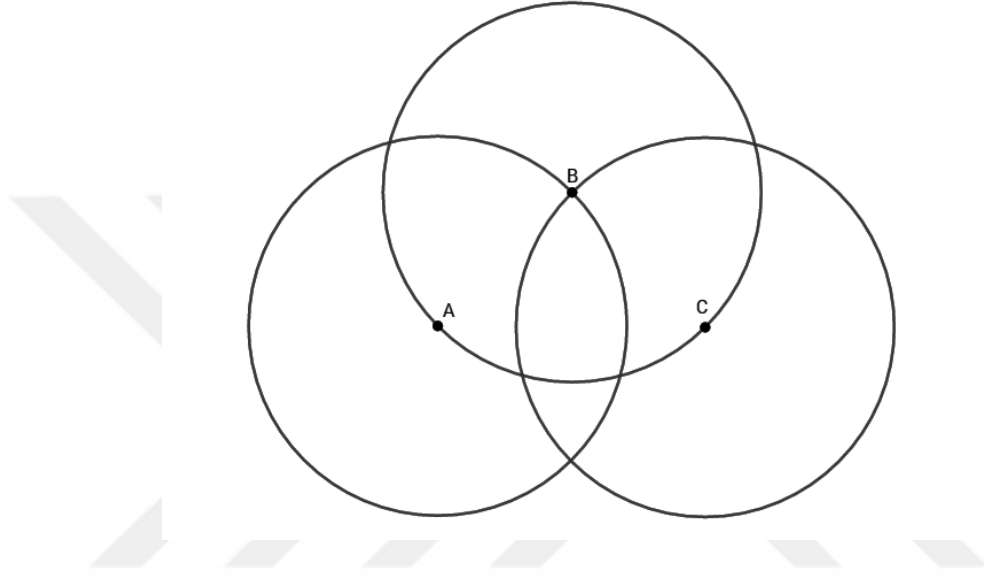




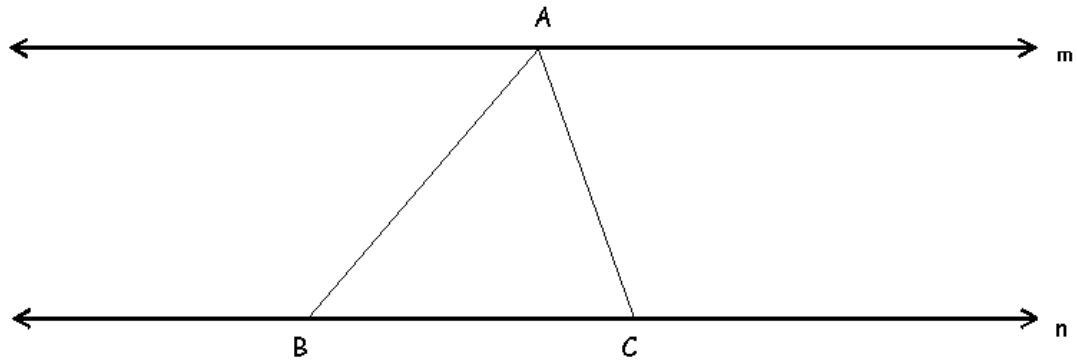
EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

Soru2:

A-) Şekildeki A, B ve C merkezli çemberler eşittir. Bu çemberlere eş, D merkezli bir çember çizerek ABCD karesini oluşturunuz.



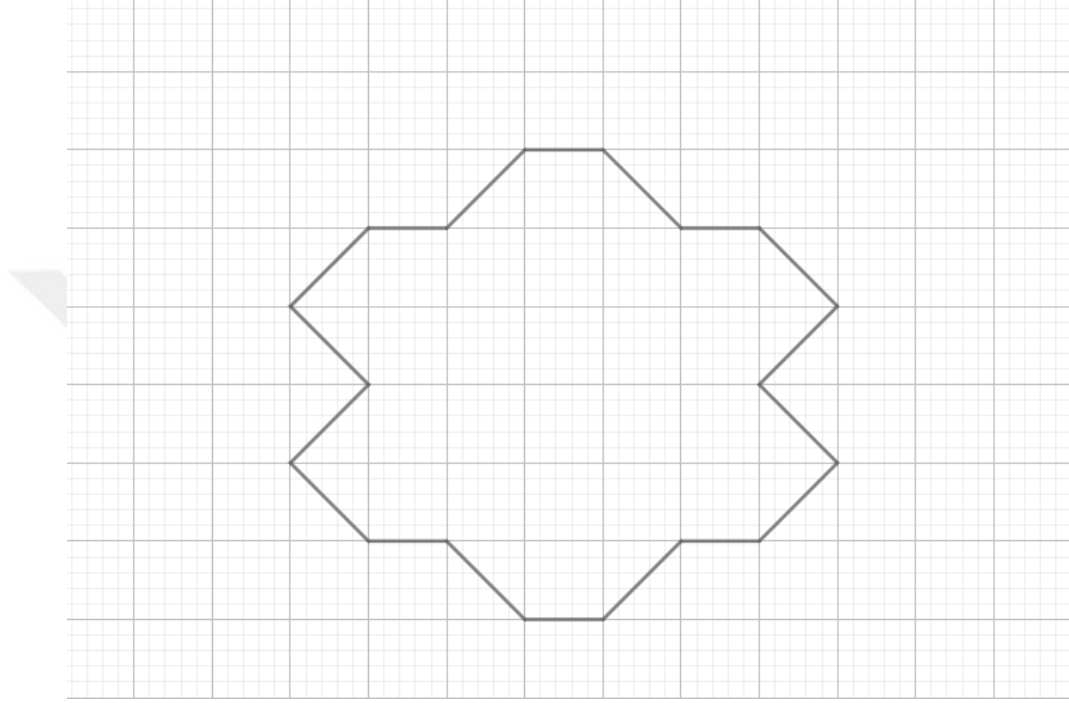
B-) Aşağıda verilen m ve n doğruları paraleldir. ABC üçgeninin alanına eşit olacak biçimde bir ACDE paralelkenarı oluşturabilmek için D ve E isimli iki nokta belirleyiniz. Bulduğunuz çözüm stratejinizi anlatınız.



EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

Soru 3:

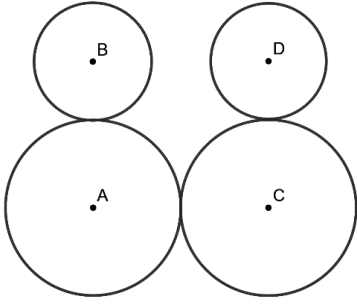
A-) Aşağıda verilen şekil eş yamuklara ayrılabilir mi? Çözümünüzü anlatınız.



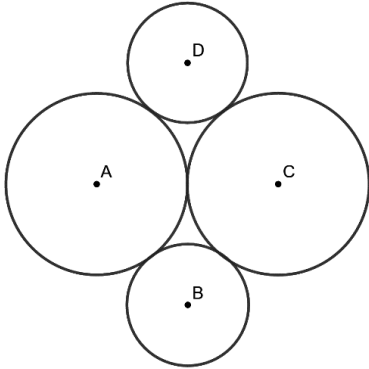
EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

**B-)** Aşağıdaki A ve C merkezli çemberler ile B ve D merkezli çemberler eştir. Çemberlerin birbirlerine teğet olduğu 3 farklı durum gösterilmiştir. Çemberlerin merkez noktaları birleştirildiğinde hangi dörtgenler oluşabilir?

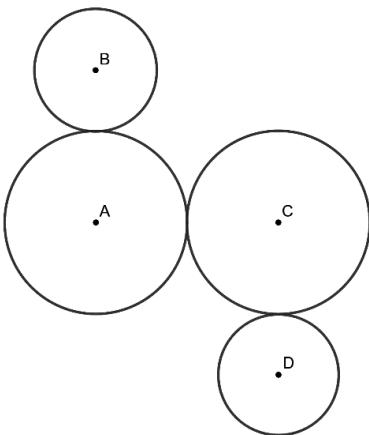
a-)



b-)

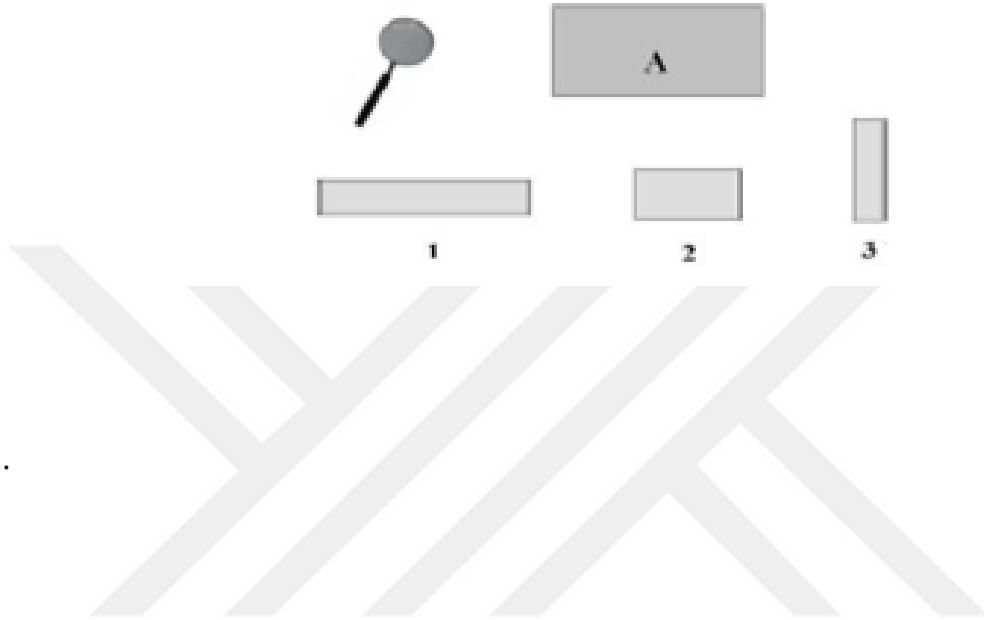


c-)



EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

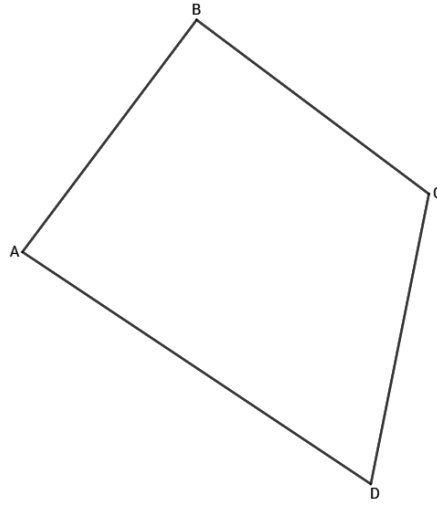
**C-)** Ahmet defterine bir dikdörtgen çizmiştir. A şekli, dikdörtgenin büyüteç ile bakıldığındaki görüntüsüdür. Ahmet' in defterine çizdiği dikdörtgeni gösteren şekli işaretleyiniz.



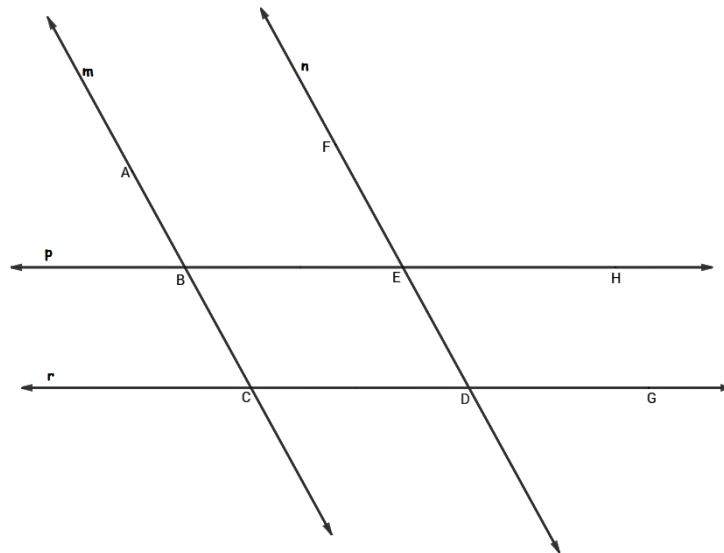
#### EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

Soru 4:

A-) Şekildeki ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktalarını bulunuz. Bulduğunuz noktaları birleştirerek yeni bir dörtgen oluşturunuz. Oluşan dörtgen nasıl bir dörtgendir? Nedenleri ile açıklayınız.

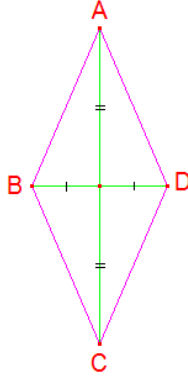


B-) Aşağıda verilen şekilde m ve n doğruları ile p ve r doğruları birbirine paralel olarak verilmiştir. Buna göre ABE açısının ölçüsü ile EDG açısının ölçüsü eşit midir? Çözümünüzü açıklayınız.

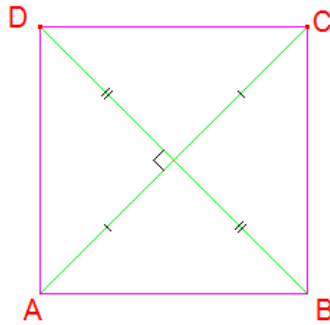


### III. BÖLÜM

1. Verilen ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Düşünceni nedenleri ile açıklar mısın?

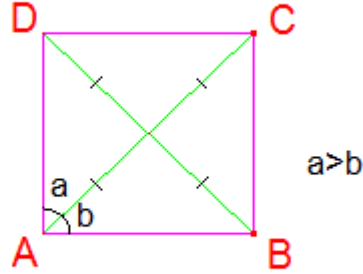


2. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıklar mısın?

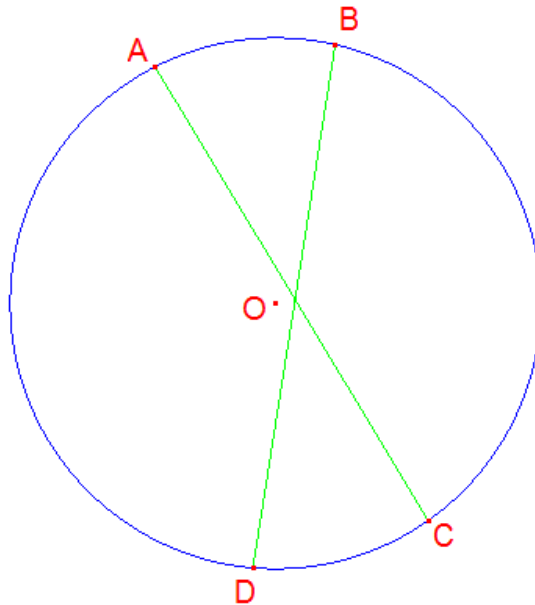


EK-4. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

3. Verilen şekli incele. ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir? Neden? Düşünceni gerekçelendirerek açıkla mısın?



4. Aşağıda A, B, C ve D noktaları çember üzerindedir. O çemberin merkezidir. AC ile BD bir dörtgenin eş uzunluktaki köşegenleri ise bu ABCD dörtgeni nasıl bir dörtgendir?



EK-5: Öğretim Dersleri İçin Hazırlanan Plan Örneği

2017-2018 EĞİTİM ÖĞRETİM YILI 7. SINIFLAR  
MATEMATİK DERSİ GÜNLÜK PLANI

BÖLÜM I

|                   |                                        |
|-------------------|----------------------------------------|
| Ders              | MATEMATİK                              |
| Sınıf             | 7                                      |
| Süre              | 8 ders saati (24 Nisan - 4 Mayıs)      |
| Öğrenme Alanı     | Geometri ve Ölçme                      |
| Alt Öğrenme Alanı | Çokgenler                              |
| Temel Beceriler   | İletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme |

BÖLÜM II

**Kazanım**

- 3.2.1. Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar.
- 3.2.2. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler. İç açılarının ve dış açılarının ölçülerinin toplamını hesaplar.

**Öğretim Yöntemleri:** Sorgulama, keşfederek öğrenme, yaparak yaşayarak öğrenme

**Araç-Gereçler ve Kaynaklar:** Ders kitabı, etkileşimli tahta, açıölçer, cetvel, bant

**Süreç:**

- Derse “İskoçya koyunu ve fizikçi, mühendis ve matematikçi” isimli hikâye ile giriş yapılır. Hikâyeye göre hangisinin tanımının daha doğru olduğu sorulur? Nedeni sorgulattılır?

“Bir mühendis, bir fizikçi ve bir matematikçi İskoçya’ da trenin penceresinden bakarken siyah bir koyun görürler, mühendis hemen atılır; İskoçya’ daki bütün koyunlar siyah der. Fizikçi söze karışır ve İskoçya’ daki bazı koyunlar siyah der. Matematikçi ise son noktayı koyar ve İskoçya’ da en az bir tarafı siyah olan en az bir tane koyun vardır.”

- Tanım oluşturma süreci problem çözme, ispat yapabilme ya da matematiksel genellemelerde bulunabilme matematiksel etkinliklerde başrolde dir.



#### EK-5: Öğretim Dersleri İçin Hazırlanan Plan Örneği (Devamı)

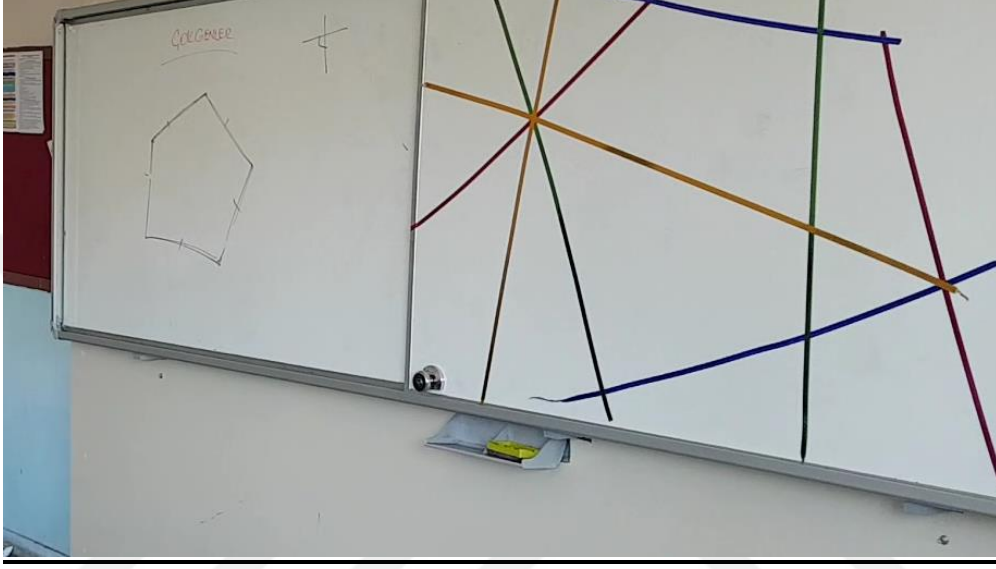
- Matematikçinin tanımlamasının daha doğru olduğu vurgulanır. Bunun sebebi olarak bir kavramın tanımını yaparken aşağıdaki ölçütlerin sağlanması gerektiği vurgulanır.
  - ✓ Hiyerarşik yapıya dikkat edilir.
  - ✓ Var olan bir olgu tanımlanır.
  - ✓ Gerekli ve yeterli koşulları belirtilir.
  - ✓ **Ekonomik olmalıdır.**
- Matematikçi, var olan koyun üzerinden bir yorum yapmış ve olabildiğince ekonomik bir şekilde tanımlama yapmıştır.
- Öğrencilere bu üniteadaki tanımlamalarda da aynı şekilde matematikçinin yaptığı gibi tanımlamalar yapmamız gerektiği söylenir ve özellikle bir kavramın tanım yapılırken ekonomik bir tanım yapmamız gerektiği söylenir. Aynı zamanda yapılan tanımda herkesin aklına aynı kavramın gelmesi gerektiği söylenir.
- Çokgen tanımını nasıl yapabileceğimiz sorulur? ( En az 3 tane doğrusal olmayan noktanın doğru parçaları ile birleştirilmesi ile oluşturulan kapalı geometrik şekle çokgen denir. “Gen” Latince kenar demektir.)
- Tanımdaki doğrusallık kelimesi ile ne anlatıldığı sorulur? Doğru parçası dememiz gerekli midir?
- Çokgenler kenar sayılarına göre isimlendirilir. Bir çokgende kenar sayısı köşe sayısına eşit midir? Neden? (Kapalı bölge olduğu için)
- İçbükey ve dış bükey çokgenler söylenir. Ancak programda sadece dışbükey çokgenlerin olduğu belirtilir.
- Bir çokgenin kaç bölgesi olduğu sorulur?
- Köşegenin tanımı sorulur? (Ardışık olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasına köşegen denir.) Tahtaya bir çokgen (beşgen) çizilerek köşegenler çizdirilir.

#### **Cokgende Acı:**

- Açı tanımı yaptırılır. (Bir ışının bir noktadan diğerine olan pozisyon değişikliği olarak tanımlanabilir. İki ışın arasında kalan bölge şeklinde ifade edersek bir kavram karmaşası yaşanabilir mi? Açı ile açı ölçüsü aynı mıdır? Farkı nedir?

EK-5: Öğretim Dersleri İçin Hazırlanan Plan Örneği (Devamı)

- Tahtaya renkli bantlar yapıştırılarak öğrencilerden farklı çokgenler göstermesi istenir. Bu çokgenlere ait iç açılar ve dış açılar bulunması istenir. İç açı ile dış açının toplamlarının  $180^0$  olduğu gösterilir. Çokgen üzerinde bir kenara ait  $180^0$  açı gösterilerek bu açının neden iç açı olmadığı sorulur?



- Aşağıdaki tablo çizdirilerek doldurulur.

| Çokgen              | Kenar Sayısı | Bir Köşesinden Çizilen En Fazla Köşegen Sayısı | Oluşan Üçgensel Bölge Sayısı | İç Açılarının Ölçüleri Toplamı |
|---------------------|--------------|------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
|                     |              |                                                |                              |                                |
|                     |              |                                                |                              |                                |
|                     |              |                                                |                              |                                |
|                     |              |                                                |                              |                                |
|                     |              |                                                |                              |                                |
| Örüntünün Kuralları |              |                                                |                              |                                |

EK-5: Öğretim Dersleri İçin Hazırlanan Plan Örneği (Devamı)

- $n$  kenarlı bir çokgenin iç açıları toplam formülünün  $(n-2) \cdot 180^0$  ve tüm çokgenlerin dış açıları toplamının  $360^0$  olduğu vurgulanır. Bir çokgenin iç açı ölçüleri toplamının başka nasıl bulunabileceği sorulur?(Dış açıları toplamından.)
- Örnek sorulara geçilir.

**Düzgün Çokgenler:**

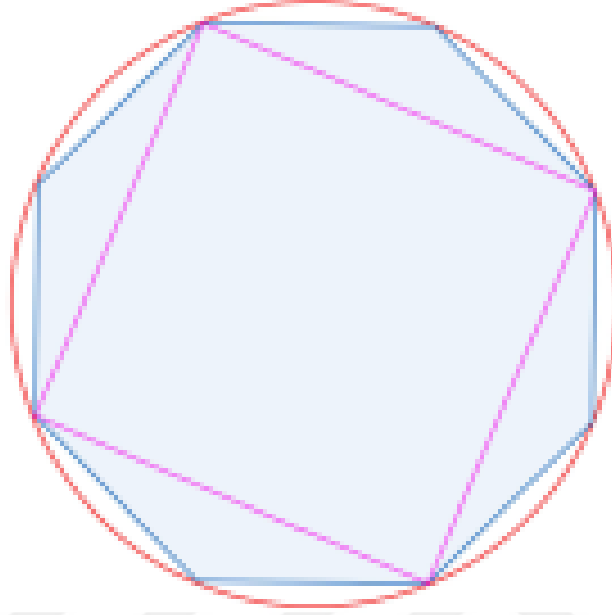
- Arıların neden peteklerinin altıgen şeklinde olduğu sorulur?(Çember veya beşgen yapıldığında arada boşluklar oluşur. Kare ve dikdörtgende ise altıgene göre çevre uzunluğu daha büyüktür. Ancak hacim olarak daha az yer kaplar. Yani eğer tanımlamaları iyi bilirse yaşamımızda da çokgenleri nasıl daha kullanışlı kullanabileceğimizi bilebiliriz.)
- Düzgün çokgen tanımı sorulur? (Kenar uzunlukları ve iç (veya dış) açı ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere denir). Düzgün çokgen örnekleri sınıfa sorulur.
- Aşağıdaki tablo çizdirilerek doldurulur.

| Çokgen          | <i>İç Açı Ölçüleri<br/>Toplamı</i> | <i>Bir İç Açı Ölçüsü</i> | <i>Bir Dış Açı Ölçüsü</i> |
|-----------------|------------------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Eşkenar Üçgen   |                                    |                          |                           |
| Kare            |                                    |                          |                           |
| Düzgün Beşgen   |                                    |                          |                           |
| Düzgün Altıgen  |                                    |                          |                           |
| Düzgün Sekizgen |                                    |                          |                           |

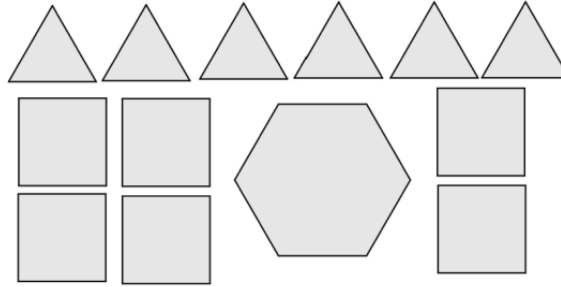
- Bir çokgenin dış açı ölçüsü nasıl bulur? Sorusu sınıfa yöneltilir ve örneklerle geçilir.
- Düzgün sekizgen çizilir (Geogebra). Öğrencilere noktalı kâğıt verilerek düzgün sekizgen çizimleri istenir. Düzgün sekizgenin köşelerine degecek şekilde çokgenin içine düzgün bir çokgen çizilip çizilemeyeceği sorulur? Uygulama yaptırılır.

EK-5: Öğretim Dersleri İçin Hazırlanan Plan Örneği (Devamı)

- Ardından düzgün sekizgenin köşelerinden geçebilecek bir çember çizmeleri istenir. Çizilen çember ne anlam ifade eder? (Dış açılar toplamını)



- Bir tane düzgün altıgen ve altı tane eş kare verilmiştir. En az kaç tane eşkenar üçgen verilirse düzgün bir çokgen elde edilebilir? Oluşan düzgün çokgen nedir? (Öğrencilerin deftere çizimleri için süre verilir. Daha sonra renkli çıktıları tahtaya yapıştırılır. Ayrıca öğrencilere noktalı kâğıtlar da dağıtılır. Dilerlerse bu kâğıtları da kullanabilecekleri, istedikleri şekilde çizim yapıp, kesip katlama yapabilecekleri belirtilir.) Yapamayan öğrencilere aşağıdaki modeller dağıtılır.



- Değerlendirme sorularına geçilir.

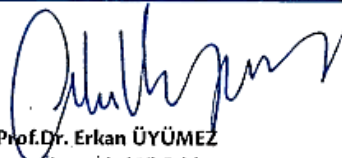
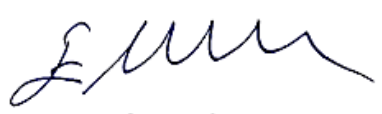
EK-6. Etik Kurul Onay Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 15.03.2017 Protokol No: 31865

Tarih: 24.03.2017



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU  
KARAR BELGESİ

|                                                                                                                                                         |                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ÇALIŞMANIN TÜRÜ:                                                                                                                                        | BAP Projesi-Doktora Tez Çalışması                                                                                                          |
| KONU:                                                                                                                                                   | Eğitim Bilimleri                                                                                                                           |
| BAŞLIK:                                                                                                                                                 | Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi                                                             |
| PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:                                                                                                                                   | Doç. Dr. Nilüfer KÖSE                                                                                                                      |
| TEZ YAZARI:                                                                                                                                             | Ayhan KIZILTOPRAK                                                                                                                          |
| ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:                                                                                                                                    | -                                                                                                                                          |
| KARAR:                                                                                                                                                  | Olumlu                                                                                                                                     |
| <br>Prof.Dr. Coşkun BAYRAK<br>(Başkan-Eğitim Fak.)                   |                                                                                                                                            |
| <br>Prof.Dr. T. Volkan YÜZER<br>(Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.) | <br>Prof.Dr.Esra CEYHAN<br>(Eğitim Fak.)              |
| <br>Prof.Dr. Münevver ÇAKI<br>(Güzel Sanatlar Fak.)                  | <br>Prof.Dr. Erkan ÜYÜMEZ<br>(İkt. ve İdari Bil. Fak.) |
| <br>Prof.Dr. Handan DEVECİ<br>(Eğitim Fak.)                          | <br>Prof.Dr. Emel ŞIKLAR<br>(İkt. ve İdari Bil. Fak.)  |

EK-7a. İl Milli Eğitim Müdürlüğü Çalışma İzni

Ana. Üni. Evrak Tarih ve Sayısı: 24/04/2017-E.25230



T.C.  
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ  
İl Milli Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 88074293/605.01/5422541  
Konu: Araştırma Projesi

19.04.2017

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ  
(Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü)

İlgi : a) 18/04/2017 tarih ve 5353347 sayılı olur.  
b) 02/04/2017 tarih ve E.32811 sayılı yazınız.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.  
Bilgilerinize rica ederim.

Ali PEHLİVAN

Vali a.  
İl Milli Eğitim Müdür V.

EKLER :

- 1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)  
2-Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Adres :  
Yunus Emre Kampüsü  
26470/ ESKİŞEHİR

Aslı ile Aynıdır  
5070 Sayılı Yasa ile  
elektronik olarak  
imzalanmıştır.  
19 Nisan 2017

Remzi ECELIK  
Memur

Büyükdere Mah. Atatürk Bld. No:247 ESKİŞEHİR  
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr  
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT  
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425  
Faks: (0 222) 239 39 22

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 9097-8364-38f6-a181-aa91 kodu ile teyit edilebilir.

EK-7b. İl Millî Eğitim Müdürlüğü Çalışma İzni (Devamı)



T.C.  
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 88074293/605.01/5353347  
Konu : Araştırma Projesi

18.04.2017

**VALİLİK MAKAMINA**

İlgi: Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü'nün 02/04/2017 tarih ve E.32811 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Ayhan KIZILTOPRAK' ın "Ortaokul Öğrencilerine Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi" başlıklı uygulama çalışması Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, komisyon tarafından belirtilen okullarda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Barış HANCI  
Müdür Yardımcısı

OLUR  
.../04/2017

Ali PEHLİVAN  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdür V.

Büyükdere Meh. Atatürk Biv. No:247 ESKİŞEHİR  
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr  
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT  
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425  
Faks: (0 222) 239 39 22

Resmi olarak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 50d0-36aa-3cb2-beae-b533 kodu ile teyit edilebilir.



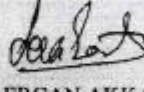
T.C  
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ  
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

**ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU**

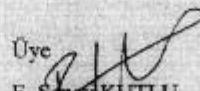
| ARAŞTIRMA SAHİBİNİN                                                                                                                                                    |                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| Adı Soyadı                                                                                                                                                             | Ayhan KIZILTOPRAK                                                              |
| Kurumu/Üniversitesi                                                                                                                                                    | Anadolu Üniversitesi                                                           |
| Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi                                                                                                                          | Tüm Ortaokullar                                                                |
| Araştırmanın Konusu                                                                                                                                                    | Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi |
| Üniversite / Kurum Onayı                                                                                                                                               | Var                                                                            |
| Araştırma/Proje/Ödev/ Tez Önerisi                                                                                                                                      | Var                                                                            |
| Veri Toplama Araçları                                                                                                                                                  | İlgili Örnek Problemler, Klinik Görüşme Soruları                               |
| Görüş İstenecek Birimler                                                                                                                                               | -                                                                              |
| KOMİSYON GÖRÜŞÜ                                                                                                                                                        |                                                                                |
| Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2012/13 sayılı genelgesi gereğince 2016-2017 öğretim yılında uygulanmasında sakınca yoktur. |                                                                                |
| Komisyon Kararı                                                                                                                                                        | KABUL (Oybirliği ile )                                                         |
| Muhallif Üyenin Adı ve Soyadı                                                                                                                                          | Gerekçesi :                                                                    |

**KOMİSYON**

13/04/2017  
  
Barış HANCI  
Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

Üye   
Dr. Seda ERCAN AKKAYA  
Baş Öğretmen

Üye   
Ömer GARAN  
Öğretmen

Üye   
E. Şenay KUTLU  
Öğretmen



#### EK-8. Araştırma Gönüllü Katılım Formu

Bu çalışma, “Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi” başlıklı doktora tez çalışmasıdır. Bu çalışma ile Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimini incelemek ve öğretmenin, öğrencilerinin geometrik muhakemelerini geliştirebilmesi bağlamındaki mesleki gelişimini sağlamak amaçlanmıştır. Çalışma, Ayhan KIZILTOPRAK tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile ortaokul öğrencilerinin geometrik muhakemelerinin gelişimi ortaya konulacaktır. Öğretim deneyi yöntemi kullanılarak öğrencilerinin geometrik muhakeme gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, öğretim deneyi ve klinik görüşmeler yapılarak sizden veriler toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler elektronik ortamda korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'na ( mail/tel) yönelebilirsiniz.

Araştırmacı Adı : Ayhan KIZILTOPRAK  
Adres :Anadolu Üniversitesi  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü  
Matematik Eğitimi A.B.D  
İş Tel :0(222)2375672  
Cep Tel :0506 6634562

**Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.**  
(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

## EK-9. Veli İzin Formu

Sayın Veli,

Bu araştırmanın genel amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimini incelemektir. Ayrıca öğretmenin, öğrencilerinin geometrik muhakemelerini geliştirebilmesi bağlamındaki mesleki gelişimini sağlamaktır.

Velisi bulunduğunuz öğrencinin araştırmama gönüllü olarak katılımının ve dile getireceği görüşlerin, bu çalışmaya ışık tutacağına inanıyorum. Araştırmamın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak, ayrıca görüşmeler ve sınıf uygulamaları sırasında ortaya çıkabilecek olası kesintileri önleyebilmek amacıyla görüşmeleri ve sınıf uygulamalarını video kamera ile kaydetmek istiyorum. Kayda alınacak bu veriler, yalnızca bilimsel bir veri olarak bu araştırma için kullanılacak ve bunun dışında hiçbir amaçla kullanılmayacaktır. Sizin isteğiniz doğrultusunda video kayıtları, veriler yazıldıktan sonra silinebilecek ya da size teslim edilecektir.

İzniniz olmadığı takdirde, çocuğunuzun ismi bu araştırmada kullanılmayacak, yerine takma bir isim kullanılabilecektir. Çocuğunuz istediği zaman görüşmeyi kesebilir ve çalışmadan ayrılabilir. Bu durumda yaptığımız kayıtları ve yazılan raporları size teslim edeceğim.

Bu sözleşmeyi okuyup, bu araştırmaya velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığına ve araştırma kapsamında benim size verdiğim güvenceye ilişkin olarak bu formu imzalamanızı rica ediyorum.

Bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederim.

Görüşülen Öğrencinin Velisi

Görüşmeci Ayhan KIZILTOPRAK

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Fakültesi

Matematik Öğretmenliği Doktora Programı

## ÖZGEÇMİŞ

Ayhan KIZILTOPRAK  
MATEMATİK Eğitimi Anabilim Dalı  
Yüksek Lisans

### Eğitim

Yüksek Lisans: 2011-2014 Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi A. B. D

Lisans: 2001-2005 Gazi Üniversitesi İlköğretim Matematik  
Öğretmenliği Bölümü

Lise: 1997-2001 Alparslan Anadolu Lisesi (Ankara)

### İş

2011-... MEB, Sami Sipahi Ortaokulu (Odunpazarı/ Eskişehir)

2010-2011 MEB, Başaran İlköğretim Okulu (Osmangazi/ Bursa)

2006-2010 MEB, Mihaliççık Kayı 60.Yıl İlköğretim Okulu (Mihaliççık/ Eskişehir)

2005-2006 MEB, Göktepe İlköğretim Okulu (Merkez/ Muğla)

### Seçilmiş Yayınlar

Köse, N., and Kızıltoprak, A. (2020). Development of secondary school students' relational thinking skills with a teaching experiment. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, 85, 135-167.

Kızıltoprak, A. and Köse, N.Y. (2017). Relational thinking: the bridge between arithmetic and algebra. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(1), 131-145.

### Kişisel Bilgiler

Doğum Yeri ve Yılı: Ankara -1983

Cinsiyeti: Erkek

Yabancı Dili: İngilizce