



T.C.

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSELLEŞTİRME
SÜREÇLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME
PROBLEMLERİ ARACILIĞIYLA İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FATMA DUYGU TEMUR

Danışman: Doç. Dr. Makbule Gözde DİDİŞ KABAR

TOKAT-2023

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Makbule Gözde Didiş KABAR danışmanlığında hazırlamış olduğum “Ortaokul Öğrencilerinin Matematikselleştirme Süreçlerinin Matematiksel Modelleme Problemleri Aracılığıyla İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

22/12/2022

Fatma Duygu TEMUR

JÜRİ KABUL VE ONAY



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca yüksek lisans dersleri ve tez yazımı aşamasında desteğini benden esirgemeyen, görüşleriyle ve yardımlarıyla her zaman yol gösteren saygıdeğer tez danışmanım Doç. Dr. Makbule Gözde DİDİŞ KABAR' a sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca hayatım boyunca yol göstericim olan, eğitime verdikleri önemi her daim gösteren, eğitimden hiçbir zaman ödün vermeyen, benden desteklerini esirgemeyen sevgili annem ve babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tez yazma sürecinde beni her zaman destekleyen bana hayat arkadaşlığı yapan eşime sonsuz teşekkürü borç bilirim.

Tez yazma sürecinde uygulamaları birlikte gerçekleştirdiğimiz araştırma boyunca sonuçlarının ne olabileceğini üzerlerinde gözlemlediğim yaşayarak öğrenme yoluna çıktığımız tüm öğrencilerime teşekkür ediyorum.

Fatma Duygu TEMUR

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSELLEŞTİRME SÜREÇLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİ ARACILIĞIYLA İNCELENMESİ

Temur, Fatma Duygu

Yüksek Lisans, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Makbule Gözde Didiş Kabar

Aralık 2022, xiii + 125 sayfa

Bu çalışmanın amacı sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla problem çözerken matematikselleştirmenin iki boyutu olan yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerini nasıl kullandıkları araştırmaktır.

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Bu çalışma 2020-2021 eğitim öğretim yılının bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın katılımcılarını Yozgat ilinin bir ilçesinde yer alan, bir devlet ortaokulunun sekizinci sınıfında öğrenim gören altı öğrenci oluşturmaktadır. Bu çalışmanın katılımcıları olan altı öğrenci, 8. sınıf matematik dersini alan, toplam 7 kişilik öğrenci arasından seçilmiştir. Bu çalışmanın verileri, öğrencilerin yazılı çözümleri, yazılı çözümü sırasındaki tartışmalarını içeren ses kayıtları ve araştırmacının gözlem notları aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilerinin matematikselleştirme süreci, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) teorik çerçevesinde temel alınarak incelenmiştir. Bu çalışmadan elde edilen veriler betimsel analiz yaklaşımı kullanılarak analiz edilmiştir.

Araştırmanın bulguları öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme sürecinin uygulanan matematiksel modelleme problemlerine göre farklılık gösterdiğini ortaya koymuştur. Öğrencilerin Akaryakıt İstasyonu problemi ve Elmalı Turta problemlerinde öğrenciler çözdükleri her modelleme probleminde gerçek hayat problem durumunu başlangıç olarak kabul etmiş, yatay matematikselleştirme sürecinde problemin içeriğine göre kavramlarını geliştirmişlerdir. Dikey matematikselleştirme sürecinde ise prosedürel işlemlerde daha başarılı oldukları görülürken, kavramlar ve işlemler arasındaki ilişkilendirmeleri kurmakta zorluk çektikleri için genellemelere ulaşamadıkları

görülmüştür. Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerinde kendilerinde olan diklik çizme gibi şemaları kullanarak yeni kavramlara geçiş yaparken mesafe kullanımı becerilerini geliştirirken yeni bir strateji kurmayarak hem yatay hem de dikey matematikselleştirme sürecinde sınırlı kalmışlardır.

Anahtar Kelimeler: Gerçekçi Matematik Eğitimi, Matematiksel Modelleme, Yatay ve Dikey matematikselleştirme.



ABSTRACT

EXAMINATION OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' MATHEMATIZATION PROCESSES THROUGH MATHEMATICAL MODELING PROBLEMS

Temur, Fatma Duygu

Master's Thesis, Division of Mathematics Education

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Makbule Gözde Didiş Kabar

December202, xiii + 125 page

The aim of this study is to investigate the horizontal and vertical mathematization skills of 8th grade students, which are the two dimensions of mathematization, while solving problems through mathematical modeling problems.

In this study, case study, one of the qualitative research methods, was used. This study was carried out in the spring semester of the 2020-2021 academic year. The participants of the study were six students studying in the eighth grade of a public secondary school located in a district of Yozgat province. Six students were selected from a total of 7 students who took the 8th grade mathematics course. The mathematization process of the students was examined based on the theoretical framework of Realistic Mathematics Education (RME). The data obtained from this study were analyzed using the descriptive analysis approach.

The findings of the study revealed that students' horizontal and vertical mathematization processes differ according to the mathematical modeling problems. In the Gas Station (Akaryakıt İstasyonu) problem and Apple Pie (Elmalı Turta) problems, the students accepted the real-life problem situation as a starting point for each modeling problem they solved, and developed their concepts according to the content of the problem in the horizontal mathematization process. It was also seen that the students were more successful in procedural operations in the vertical mathematization process of the Gas Station and Apple-Pie problems; however, they could not reach generalizations because they had difficulty in establishing the associations between concepts and operations. They

were limited in both horizontal and vertical mathematization processes by not establishing a new strategy while developing their distance skills while transitioning to new concepts by using their own schemes such as drawing perpendicularity in Hay Bale (Saman Balyası) and Ancient Theater (Antik Tiyatro) problems.

Keywords: Realistic mathematics education, Mathematical modeling, Horizontal and Vertical mathematization.



İÇİNDEKİLER

ETİK SÖZLEŞME.....	i
JÜRİ KABUL VE ONAY	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLO LİSTESİ.....	x
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
KISALTMALAR.....	xii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
Problem.....	1
Amaç.....	8
Önem.....	8
Sayıtlar.....	9
Sınırlılıklar	10
Tanımlar.....	10
BÖLÜM II	12
KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	12
Matematiksel Modelleme	12
Matematiksel Modelleme Problemleri/Etkinlikleri	15
Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Matematiksel Modelleme	16
Gerçekçi Matematik Eğitimi.....	18
GME'ye Göre Matematikselleştirme.....	20
İlgili Literatür.....	23
BÖLÜM III	41
YÖNTEM	41
Araştırma Modeli.....	41
Çalışmanın Katılımcıları.....	41
Çalışmanın Tasarımı	43
Veri Toplama Araçları	48

Gözlem.....	48
Verilerin Analizi	49
Geçerlik, Güvenilirlik ve Etiksel Durum.....	49
BÖLÜM IV	52
BULGULAR.....	52
Öğrencilerin Yatay Matematikselleştirme Süreçleri.....	52
Öğrencilerin Dikey Matematikselleştirme Süreçleri	61
Elmalı Turta Problemi	62
Akaryakıt İstasyonu Problemi	65
Saman Balyası Problemi.....	76
Antik Tiyatro Problemi	80
BÖLÜM V	86
TARTIŞMA	86
Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Problemlerinde Öğrencilerin Yatay ve Dikey Matematikselleştirme Süreci ile İlgili Tartışma.....	86
Saman Balyası ve Antik Tiyatro Problemlerinde Öğrencilerin Yatay ve Dikey Matematikselleştirme Süreci ile İlgili Tartışma.....	92
BÖLÜM VI.....	98
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	98
Öneriler	101
KAYNAKÇA.....	104
EKLER.....	116
EK 1. Akaryakıt İstasyonu Problemi	116
EK 2. Elmalı Turta Problemi	117
EK 3. Saman Balyası Problemi.....	118
Ek 4. Antik Tiyatro Problemi	119
EK 5. Görüşme Soruları.....	120
EK 6.Veli Onay Formu	121
EK 7. Araştırma İzni	123
EK 8. Etik İzni	124
EK 9. Özgeçmiş Sayfası	125

TABLO LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Çalışmaya Katılan Öğrencilere Ait Bilgiler	42
Tablo 2. Matematiksel Modelleme Problemleri ve İlgili Öğrenme Alanları.....	45
Tablo 3. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri ve İçerdikleri Matematiksel Konu ve Kavramlar	46
Tablo 4. Modelleme Problemlerinin Uygulama Süreci	47
Tablo 5. Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grup 1 ve Grup 2 Kullandığı Günlük Hayat Durumları	52
Tablo 6. Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grup 1 ve Grup 2 Kullandığı Gösterimler	55
Tablo 7. Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Probleminin Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavram ve İşlemler	59
Tablo 8. Saman Balyası Problemi ve Antik Tiyatro Probleminin Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavram ve İşlemler	60
Tablo 9. Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Probleminde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavramlar ve İşlemler.....	84
Tablo 10.Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Saman Balyası Problemi ve Antik Tiyatro Probleminde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavram ve İşlemler	85

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1. Modelleme Sürecinin Bilişsel Aşamaları	14
Şekil 2. Bloom Taksonomisine Göre Gerçekleşen Bilişsel Basamaklar	22
Şekil 3. GME' ye Göre Matematikselleştirme Süreçleri Modeli (Üzel, 2007)	23
Şekil 4. Grup 1'in Saman Balyası Problemindeki Şekilsel Gösterimi	56
Şekil 5. Grup 1'in Antik Tiyatro Problemi İçin Kullandığı Görsel Temsil	57
Şekil 6. Grup 2'deki Öğrencilerin Antik Tiyatro problemini matematiksel olarak görselleştirmeleri	58
Şekil 7. Grup 1'in Elmalı Turta Problemini Üzerindeki Çalışmaları	63
Şekil 8. Grup 2' nin Çözümleri ile İlgili Yazdıkları Rapor	65
Şekil 9. Grup 2' nin Elmalı Turta Problemi Üzerindeki Orantısal İşlemleri	65
Şekil 10 . Grup 2'nin Akaryakıt Probleminde Oluşturduğu Dikey Matematikselleştirme Süreci	73
Şekil 11. Grup 2'nin Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Akaryakıt Probleminde Uyguladığı Adımlar	74
Şekil 12 .Grup 2'nin Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Akaryakıt Probleminde Uyguladığı Adımlar	75
Şekil 13. Saman Balyası Problemi Üzerindeki Özel Üçgen Modellemeleri	77
Şekil 14. Grup 2 'nin Saman Balyası Problemindeki Raporlarında Yatay Matematikselleştirme Süreci	80
Şekil 15. Grup 1 'in Antik Tiyatro Problemindeki Raporlarında Dikey Matematikselleştirme Süreci	81
Şekil 16. Grup 2'nin Antik Tiyatro Problemindeki Raporlarında Dikey Matematikselleştirme Süreci	84

KISALTMALAR

GME: Gerçekçi Matematik Eğitimi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problemi, alt problemleri, amacı, önemi, sayıtları, sınırlılıkları, tanımları ve kısaltmalarına yer verilmiştir.

Problem

Düşünmeyi öğreten bilimlerin başında matematik gelir. İnsanı diğer canlılardan ayıran iki şey vardır. Bunlar insanın düşünmesi ve gülmesidir. Düşünmeyi geliştiren matematiktir. Gülme de matematiksel olarak insanların arasındaki en kısa mesafe olarak ifade edilebilir. Matematik, geçmiş uygarlıklardan günümüze kadar olan zamana kadar dil, din, ırk ve ülke fark etmeden zenginleşerek büyüyen sağlam, kullanışlı, evrensel bir dildir. Matematikten başka din veya dil böylesine kalıcı, etkin ve evrensel değildir (Karaçay, 1985; akt. Arseven, 2003, s.3).

“Matematik; büyüklük, sayı, uzay, şekil ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Bütün insanların kullandığı sembollere dayanan bir dildir, problem çözmenin etkin bir aracıdır” (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009, s.20). Yapısal olarak matematik bir sistemdir. Bu sistemin içinde yapılar (kavramlar) ve bağıntılar vardır. Matematikteki kavramlar birer ilişkidir. Örneğin doğru, bir noktalar ilişkisi; doğru parçası noktalar ve doğru ilişkisi, üçgen yarı doğrular ve noktalar ilişkisidir (Baykul, 2011).

Matematik yapma işi matematik literatüründe matematik öğrenmeyle ayrılmaktadır. Matematik yapma işini sınıflara getirebilmek gerçek dünyada matematik yapma işini mümkün olduğu kadar aslına uygun bir şekilde modelleyebilmektir. Matematik bilimi, belirli bir düzen ve intizama sahip kavram ve işlemler üzerine kuruludur. Bu düzen ve intizamı bulmak ve keşfetmek sonrasında anlamlandırmak, tam anlamıyla matematik yapmak demektir (Van de Walle, Karp ve Bay Williams, 2013).

Altun (2010), matematiği hayatla ve matematik bilimiyle olan ilişkisini dikkate alarak ikiye ayırarak açıklamıştır. Birincisi, gerçek yaşamdan yola çıkarak günlük

yaşamda karşılaştığımız problemleri çözebilmek ve sonuç çıkarmak için hesaplamalar ve stratejiler kullandığımız matematiktir. İkincisi, matematiksel kavramların birbiriyle ilişkilendirildiği, sayı sistemlerinin kurulduğu ve daha ileri matematiksel bilgiye ulaşılan pür matematik diye adlandırılan matematiktir. Pür matematik, kavramın birden ortaya çıktığı bir sistem değildir, süreç içerisinde o matematiksel sistemin keşfedilmesiyle oluşur ve diğer disiplinlerle ilişkisi kurulabilir. İnsan zihninin ihtiyaca bağlı olarak keşfetmeye bağlı olan inancı pür matematiği geliştirir.

Matematiğin doğuşuyla ilgili iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi, matematiği insanın kendisinin icat ettiği, ikincisi ise matematiğin evrende var olduğu insanın onu zaman içinde fark ettiğidir. İkinci görüşü destekleyen kanıtlar daha fazladır. (Alkan ve Altun, 1998).

Matematik sayesinde hayatımızda karşılaşacağımız pek çok durumu anlamlandırabiliriz. Bu durumlar birçok farklı alanda karşımıza çıkabilir. Spor dallarında, mimarlık, dans iktisat, coğrafyada karşımıza çıkan birçok durum matematik ile ilişkilendirilip açıklama yapılabilir. Örneğin basketbol atan bir kişinin basketbol topunu potaya doğru atarken yaptığı hareketin parabolle ilişkendirilmesi gibi. Basketbol oynayan kişinin potaya uzaklığı, potanın uzunluğu ve kişinin uzunluğu, topu atış açısı; matematikselleştirme ilişkilendirmesini başlatan etkenlerden bazılarıdır. Coğrafyada gün, ay ve yılın oluşumu matematik ile açıklanır. Bilardo topunun hangi yönde atış açısının nasıl atılması gerektiği de topun belirlenen hedefe ulaşması matematiksel hesaplamalar ile açıklanabilir (Bukova-Güzel, Tekin-Dede, Hıdıroğlu, Kula-Ünver ve Özaltun-Çelik, 2016).

MEB (2009) hazırlamış olduğu ilköğretim matematik dersinin başarı ile uygulanması için öğretimin somut etkinlikler ile başlaması gerektiği, anlamlı öğrenmenin amaç olması, matematik bilgileriyle iletişim kurulması ve ilişkilendirmenin önemsenmesi gerektiği vurgulanmıştır. 2013 yılı matematik öğretim programında matematiksel bilgileri kullanma, sınıflandırma ve tanımanın önemi belirtilmiştir. Daha sonraki aşama olarak matematiksel kavram ve süreçleri içeren problemleri çözmek için strateji ve işlemleri gerçekleştirilir. Daha genel ve uygulanabilir durumlarla ilişkilendirilebilecek ifadelerde bulunarak çözümü destekleyecek matematiksel argümanlar çıkarma amaçlanır

(MEB, 2013). Son geliştirilen ilkokul ve ortaokul ortaöğretim programlarında (MEB, 2018); matematiği sadece kavramsal bilgileri olduğu gibi aktaran bir yapıdan daha fazlası olduğunu vurgular. Her öğrencinin matematik öğrenmesi amaçlandığından bireylerin farklılıklarını dikkate alan, matematiksel tutumu daha olumlu yapmaya yönelik, matematiksel becerileri geliştirmeye yönelik, her öğrencinin anlayabileceği açık ve anlaşılır bir şekilde ortaya konulmuştur. Programın ortaya koyduğu hedeflerin, farklı sınıf seviyelerindeki ve konu alanlarındaki kazanımların öğrencilere kazandırılması için matematiksel kavram ve açıklamalar; sarmal bir yaklaşımla yani geçmişteki kazanımların genişletilerek öğrenmenin sağlanacağı, öğrenmede devamlılığın sağlanması amaçlanarak sunulur. Yeni matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) yetkinlikler konusu altında yeni bir bölüm eklenmiştir. Yeni matematik dersi öğretim programının öğrencilerden istediği matematiksel bilgilere sahip, matematiksel beceri ve davranışlarını geliştiren öğrenciler yetiştirmektir. Matematiksel yetkinlik; günlük hayatta karşılaşılan bir problemi çözebilmek için kendinde var olan bilgi ve yetkinliklere göre problemi çözme sürecinde kendi bildiklerini de sorgulayarak ve yeni öğrenme yöntemleri kullanarak çözmektir. Bu problem çözme sürecinde öğrenci bilişsel ve duyuşsal olarak düşünce biçimini geliştirir. Matematik çözme sürecinde gelişen bilgi, beceri ve kavramlar; öğrencide daha sağlam bir matematik yapının oluşmasını sağlarlar. Gerçekçi Matematik Öğretimi üzerine inşa edilmiş bir matematik öğretim programı matematiksel yetkinliği geliştirir. Süreç içerisinde araç olarak matematiksel modelleme problemlerinin kullanımı; formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tabloları kullanma becerisi ve isteğini arttırır (MEB, 2018).

Bireylerin gündelik hayatta matematiği anlama ve kullanma gereksinimi gün geçtikçe artmaktadır (Güder, 2013). İyi bir öğrenme ortamında elde edilen bilgilerin günlük yaşama transfer edilmesi gerekliliği üzerinde durulması gerekmektedir. MEB, öğrencilerin matematiksel kavramları anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve ilişkileri günlük hayatta ve diğer disiplinlerde kullanabilmesini hedeflemektedir (MEB, 2013). Bu ifadeye benzer şekilde 2018 yılında yayımlanan İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında (MEB, 2018) da öğrencilerin gündelik hayatta karşılaştığı problemleri çözmek için matematiksel düşünme tarzı geliştirip uygulaması hedeflenmektedir.

Matematiği öğrenmek sadece matematikle uğraşan insanlar için değil, tüm insanlar için gereklidir (Altun, 2006). Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) öğrencilerin matematiği nasıl sevecekleri ve nasıl öğrenmesi gerektiğiyle ilgilenir. Öğrenci matematiksel bir problem ve durum üzerinde çalışırken kendi öğrendiklerini sorgular, tekrar sürecin başlangıcına dönebilir. Bu durum aslında öğrendiklerini yansıtırma sürecidir, öğrenme öğrenilir. Freudenthal (1983), matematiği bir dizi problemler veya algoritmalarla ziyade bir insan aktivesi olarak ele alır. Matematiğin öğrenciler tarafından kalıcı olarak öğrenilmesi için öğrenme ortamlarının ve öğrenme araçlarının matematiği keşfettirici nitelikte olması gerekir. Hazır matematiksel kavramları ve algoritmaları öğrenciler doğrudan aktarmak matematiği keşfetmeyi engeller. Matematik, gerçek yaşam problemlerinden yola çıkarak ihtiyaca yönelik keşfettirici etkinliklerin uygulanmasıyla öğrenilir. Matematiksel kavrama çocuğun kendisinin ulaşması önemlidir. Matematiksel bilgilere bu şekilde ulaşmak matematikselleştirme sürecini beraberinde getirir. Matematikselleştirme süreci uygun matematiksel araçlarla işliyorsa matematiği öğrenmeme ihtimali çok yoktur. Bu süreçten hareketle matematik tüm insanlık için gerekli ve ihtiyaç olduğundan üzerinde durulur. Matematiğin yeniden keşfi matematikselleştirme sürecini tekrar vurgular (Üzel, 2007).

Freudenthal (1973), geleneksel bir şekilde matematik öğrenme yaklaşımını “öğretici olmayı tersine çevirme” (anti-didactical inversion) olarak adlandırır (akt. Aydın Ünal ve İpek, 2010, s.4). Geleneksel matematik öğrenme yaklaşımında matematiksel kavramlar öğrenme sürecinin başında verilmesi GME’ de öğrenmenin sonunda ulaşılan matematiksel kavramlara ulaşılması, iki yaklaşımı çatıştırır. Freudenthal (1991), matematiği hazır bilgi kaynaklarından alınan bir öğrenme süreci olmasını reddeder, matematiksel kavramlara ulaştıran matematiksel etkinliklerin oluşturulması gerektiğini ve uygun öğrenme kavramlarının oluşturulması gerektiğini söyler. Matematiksel modelleme problemlerinde de kavramların çıkış şekli aynı prensibi taşır.

Matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesi için önceden yapılandırılmamış, matematikselleştirilmemiş gerçekçi bir bağlamda problem durumları öğrencilere sunulur. Okuldaki sözlü aritmetik problemler, öğrencideki sezgisel bilgileri harekete geçirmekten daha çok gerçek yaşam bağlamından uzak, yapay problemlerdir.

Problemlerin gerçek yaşam ile bağlantısı önemlidir. Sadece sayısal verilerle oluşturulmuş, gerçek yaşam bağlamı olmayan problemler matematiksel modelleme problemi değildir. Bonotto (2001) bu tür soruları problem çözme aktiviteleri veya matematiksel modellemeye hazırlık çalışmaları olarak uygun görür. Matematiksel modelleme problemlerinde çözümün sadece aritmetik işlemlerle olması uygun görülmez. Çözüm için cebirsel bir model ortaya konuş olması gerekir (Ural, 2018, s.26).

Kertil'e (2008) göre matematiksel modelleme problemleri, rutin olmayan, açık uçlu ve geleneksel problemlerin özelliklerini taşımaktadır. Bu problemlerin özelliklerini de içinde barındırmakla birlikte bu sınıflandırmaları da kapsayan daha geniş bir kavram. Matematiksel modelleme problemlerinde öğrencileri yönlendirecek anahtar kelimeler ve hazır kalıplar yoktur. Problemlerin açık uçlu olması, tek bir doğru cevabının olmaması modelleme problemlerinin özelliklerindendir.

Fox'a (2006) göre matematiksel modelleme etkinlikleri; açık uçlu olarak düzenlenir, belirli olan tek bir doğru cevabı yoktur. Çoklu çözüm yaklaşımları kullanılabilir. Her bilgi seviyesindeki öğrencilerin dikkatini çeker ve onların ilgi seviyelerine göre düzenlenebilir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin sonunda öğrenciler tarafından geliştirilen modeller; yazılı olarak, matematiksel terminolojiyi (semboller, diyagramlar, grafikler, cebirsel ifadeler, fonksiyonlar, eşitlikler, eşitsizlikler, tablolar) kullanarak veya sözel olarak kendilerince en kullanışlı yöntemi seçerler.

Matematik insanlık tarihinin başlangıcından beri var olan bir bilimdir ve var olmaya da devam edecektir. Matematik tarihine bakıldığında da matematiğin bir ihtiyaçtan doğan gerçek yaşam problemleriyle başladığını daha sonra kendi içerisinde formel bir yapı oluşturan bir sistem olduğunu gözlemlenebilir. GME üzerine kurulmuş bir eğitim programının uygulanabilirliği için uygun matematiksel araçlar olmalıdır. Hollanda ilköğretim kurumlarının %75' i GME' ye uygun olacak biçimde ders araç ve gereçleri kullanmaktadır, ders kitaplarının içeriği ve kazanımlar da GME' ye uygundur. Diğer ülkeler de GME yaklaşımına uygun olan ders kitapları kullanmaktadır. İngiltere, Singapur, Kore, ABD, Japonya, Malezya, Endonezya ve Vietnam bu ülkelerden bazılarıdır (Gravemeijer ve Terwel, 2000).

Son yıllarda, ülkemizde GME' ye yönelik yapılan çalışmalarda, GME temelli etkinliklerin geliştirildiği; fakat özellikle uzunlukları ölçme (Emekli, 2001; Kayhan ve Argün, 2011; Kurt ve Doğan 2019); alan ölçmede (Çilingir-Altınar ve Dinç-Artut, 2017; Özdemir ve Üzel, 2013); olasılık ve istatistikte (Akkaya ve Memnun, 2010; Okuyucu ve Bilgin, 2019); kesirler ve cebir (Demirdöğen ve Kaçar, 2010) alanlarında daha çok çalışıldığı ortaya konulmuştur. Bu araştırmalar genelde öğrenciler üzerinde yürütülmüş olup, öğretmen ve öğretmen adaylarıyla da çalışılmıştır. GME eğitimi ile ilgili incelenen çalışmalarda nicel araştırma yöntemlerinden deneysel desen ve nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Nitel araştırma yöntemi kullanılan araştırmalarda da durum çalışması kullanılmıştır. GME eğitimi ile ilgili yapılan ulusal çalışmalarda öğrencilerin kavram yanlışlarının olduğu, öğrencilerin özellikle zorlandığı, bilgi yanlışlarının daha fazla olduğu konu alanlarında çalışılmasının daha önemli olduğuna ulaşılmıştır (Tabak, 2019). GME ile matematiksel modelleme etkinliklerinin birlikte kullanıldığı çalışmalar da literatürde diğer çalışmalara göre daha sınırlı düzeydedir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının bir matematiksel modelleme problemi içinde yer alan matematikselleştirme sürecini incelemeyi amaçlayan Kol'un (2014) çalışması da bunlardan bir tanesidir. Çalışma 'Matematiksel Modelleme' dersi alan öğretmen adaylarıyla yürütüldüğü için katılımcılar teorik bilgilere sahiptir. Gerçekçi durumların incelendiği problemleri çözen öğretmen adayları, yatay ve dikey matematikselleştirme sürecinde kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Tural Sönmez (2016) de matematiksel modelleme problemlerini araç olarak kullanarak öğrencilerin finansal olarak karar verirken matematikselleştirme becerilerinin nasıl kullanıldığını incelemiştir. GME yaklaşımına uygun olarak matematikselleştirmenin iki boyutu olan dikey ve yatay matematikselleştirme temel alınan araştırmada finansal okuryazarlık kazanımları üzerinde durulmuştur. GME teorik çerçevesinde matematikselleştirmenin incelendiği araştırmada bu kapsamda öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştığı finansal durumlarda durumu verilere göre iyi analiz ettiği, finansal yorumlar yapabildiği ve matematiksel ilişkileri daha iyi yorumlayabildikleri görülmüştür.

Matematikselleştirme, öğrencilerin matematik yapmaları için kilit bir beceridir. Matematikselleştirme; mantıklı düşünme, soyutlamalar yapma, kavramları formüle etme gibi birçok beceri gerektirir.

Matematiksel modelleme, özellikle matematikselleştirme, GME'de bir araç olarak önemli bir rol oynar. Doorman ve Gravemeijer (2009) matematikselleştirmeyi GME' nin temel etkinliği olduğunu söylemektedirler. Matematikselleştirme öğrenciler için matematiğin yeniden keşfi ile gerçekleşmektedir. Yatay matematikselleştirme, şemalaştırmayı ve sıralamayı içerir. Matematiksel işlemler ve formüllerle başa çıkmak için bir gerçeklik modeli inşa etmedir. Dikey matematikselleştirme, karmaşık bir matematiksel gerçekle ilgili model oluşturmak için süreç başlanır. Ancak bu iki matematikselleştirme arasındaki fark çok net olmamakla birlikte eşit değerdedir (Freudenthal, 1991). Niteliksel bilginin nicelleştirilmesi, matematiksel modeli boyutlandırma, konumlarını koordine etme ve örüntüleri keşfetme matematikselleştirmede yer alır (Lesh ve Doerr, 2003).

Matematiği etkileyen en önemli yaklaşımlardan biri de matematiksel modellemedir, dünyanın her yerindeki matematik eğitime büyük etkisi olmuştur. Matematik eğitimi araştırmalarında farklı amaçlar için birçok modelleme yaklaşımından faydalanılmıştır (Borrome-Ferri, 2006). Bu farklı yaklaşımlar matematikselleştirmenin matematikte önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Matematikselleştirme öğrenciler için derin bir yeterlik kazanma yeteneğidir (Freudenthal, 1973). Matematiksel modelleme etkinlikleri de öğrencilerin düşünme biçimlerini ve düşüncelerini ortaya çıkarmalarına yardımcı olan araçlardır. Model oluşturma etkinlikleri, hayatın birçok alanında karşımıza çıkan gerçek dünyayı yansıtan problemlerdir. Dolayısıyla rutin matematiksel problemler yerine daha didaktik etkinlikler ile gerçek dünya durumlarını matematikselleştirme yaparak anlamaları daha anlamlı olacaktır. Kavramsal öğrenmelerin incelenmesi modelleme etkinlikleri ile daha anlamlı olacaktır. Bu araştırma ortaokul öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme süreci matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla incelenecektir. Ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözerken matematikselleştirme sürecinde neler yapabildiklerini görmek ve yaşadıkları zorlukları gözlemlemek literatüre katkıda bulunacaktır. Bu araştırmaya aşağıdaki araştırma problemi yol gösterecektir:

“8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışma sürecinde matematikselleştirme süreçleri nasıldır?”

Amaç

Bu çalışmanın amacı, matematiksel modelleme etkinlikleri aracılığıyla, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerini incelemektir. Bu çalışmada GME yaklaşımı kapsamında tanımlanan matematikselleştirme süreci kullanılarak, ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözerken matematikselleştirme süreci incelenecektir. Akademik başarısı nispeten düşük olan kırsal bir kesimde öğrenim gören öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerine bakış açısı ve bu problemlerle çalışma sürecinde matematikselleştirmeye yönelik becerilerini nasıl ortaya koyacaklarını da araştırmak matematik öğrenimine ve öğretimine sağlayacağı katkılar açısından önemlidir.

Önem

Bu araştırmanın sonuçları matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarına katkı sağlayacağı öngörülmektedir. Matematik eğitiminde, modelleme etkinlikleri kullanarak oluşturulan öğretim ortamında öğrencilerin matematikselleştirme sürecini inceleyen bu araştırmanın literatüre getireceği etkiler aşağıdaki gibidir.

- Ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleri çözerken GME teorik çerçevesindeki yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerindeki beceriler ve gösterdiği yeterlikleri ortaya koyacaktır.
- Öğrencilerine matematiksel modelleme problemleri sunmak isteyen öğretmenlere ve öğretmen adaylarına öğretim sürecinde karşılaştıkları deneyimleri öğörebilirler.
- Gerçek yaşam problemleri ile matematiğin ilişkilendirilmesini sağlayan matematiksel modelleme problemlerinin ortaokul seviyesinde uygulamalarını içerdiğinden, öğretmenlere cebir ve geometri konu alanlarının kazanımlarında uygulamaya yönelik deneyim kazanacakları altyapı sağlayacaktır.
- Öğrenciler matematiği gerçek hayattan çok farklı görmemeleri gerekmektedir. Karşılaştıkları herhangi bir problemi matematiksel modelleme ile sonuca ulaştırmalarını sağlayacak bir akıl yürütme biçimi kazandırılmalıdır (MEB, 2013).

Bir gerçek yaşam probleminin matematikselleştirmeye uygun hale getirilip çözüm sürecini daha açık ve anlaşılır hale getirecek, matematiksel dilin keşfine imkan verebilecek bir süreçtir (Biembengut, 2006; akt. Doruk, 2010, s. 54). Son iki yılın liselere hazırlık sınav sorularına incelendiğinde matematik testi sorularında öğrencilerin okuduğunu anlama, çok iyi birer matematik okuryazarı olmaları beklenmektedir. Önceki eğitim hayatlarında aldıkları eğitimdeki kazanımlar içselleştirilmeli ve kalıcı olmalıdır. Yeni nesil veya beceri temelli olarak matematik soruları olarak adlandırılan bu sorular sahip olunması gereken beceriler yönünden matematiksel modelleme sorularına benzemektedir. Analitik düşünme becerisi, gerektiren, uygulama düzeyinin üstünde analiz- sentez gerektiren sorular barındırmaktadır. GME’ de yatay matematikselleştirmenin gerçekçi yaşam problemleri ile başladığını daha sonra teorik matematik bilgiye ulaşılır. Bu ilke için matematik yapma bir gereksinimdir. Matematik yapmak için çevre uyarıcı olmaktadır. Matematiksel modelleme problemlerinde soruya gerçek hayattan uyarıcı bir ana tema çerçevesinde başlanır. Matematiksel kavramı öğrenmek için sürecin yeniden keşfi gereklidir. Bu araştırmada, matematiksel modelleme etkinlikleri kullanımının ve gerçekçi matematik eğitimindeki matematikselleştirme sürecinin ilişkisi ortaya koyulacaktır.

- Bu çalışmada GME kapsamında modelleme uygulama örnekleri kullanılması ile öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerinin ortaya çıkarılması sonucunda, çalışmanın bulgularının öğretmenlere ve matematik öğretmeni adaylarına öğrencilerin matematikselleştirme becerilerinin ne düzeyde gerçekleştirebileceğini göstermek üzere yardımcı olacağı öngörülmektedir.
- Bağlamsal problemlerin kullanılması, matematiksel modellerin kullanımı, öğrencilerin ait ürünlerinin ve yapılarının kullanımının, öğrencilerde bilişsel ve duyuşsal olarak nasıl bir etki bıraktığını ve matematikselleştirme süreçlerini daha iyi gözlemleyebilmek için öğretmenlere bir kaynak olacaktır.

Sayıtlar

Bu araştırma aşağıdaki sayıtlara dayalı olarak gerçekleştirilmiştir:

1. Matematiksel modelleme problemleri öğrencilerin gönüllü olarak katılım sağladığı ve uygulama sürecine içtenlikle katıldıkları varsayılmıştır.

2. Araştırmanın uygulama sürecinde öğrencilerin bilgi, düşünce ve deneyimlerini yansıtabilecekleri düşünülmektedir.
3. Araştırmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri, öğrenciler tarafından gönüllü, tarafsız olarak ve samimi olarak çözülmüştür.

Sınırlılıklar

Aşağıda ifade edilen sınırlılıklar çerçevesinde elde edilen bulgular geçerli olmaktadır:

1. Araştırma süreci 2020-2021 eğitim-öğretim yılının ikinci dönemi ile sınırlıdır.
2. Çalışmanın katılımcıları 2020-2021 eğitim öğretim döneminde Yozgat ilinin bir ilçesinde bulunan bir ilköğretim okulunun sekizinci sınıfında öğrenim gören 6 öğrenci ile sınırlıdır.
3. Öğrencilerin matematiksel modelleme süreçleri alan yazından seçilen dört matematiksel modelleme problemi (etkinliği) ile sınırlıdır.
4. Öğrencilerin matematiksel kazanımlara ulaşması ve uygulayabilmesinde onların matematikselleştirme süreci önem kazanmaktadır. Bu araştırmada araç olarak alınan modelleme problemlerinin bağlamı ve içeriklerine göre kazanımlar bu araştırmada “değişim ve ilişkiler” ile “geometri” konu alanlarında sınırlıdır.

Tanımlar

Matematikselleştirme: Freudenthal’a (1978) göre gerçek yaşam problemlerinden başlayarak matematiksel kavrama ulaşma şeklinde işleyen sürece matematikleştirme adını verir (Freudenthal, 1978 akt. Altun, 2010).

Yatay Matematikleştirme: Gerçek yaşam problemini çözmeye yönelik ihtiyaçtan yola çıkarak matematiksel dil ve sembolleri kullanarak matematiksel bir yapının kullanıldığı süreçtir. Bağlamsal bir problemi çözmek için ilk önce problemi açıklayabilmek için verilenleri organize etmenin ve sadeleştirmenin gerekli olduğu bir süreçtir. Gerçek yaşamda karşılaşılan çevresel bir problemin çözülebilmesi için daha anlaşılabilir, organize edilebilir olduğu bir süreçtir. Bu süreçte öğrenciler materyaller kullanarak; matematiksel tanımlamalar yaparak, farklı modeller oluşturarak, farklı konularda ilişkilendirme yaparak, matematiksel dili keşfederek, günlük bir problemi matematiksel bir probleme dönüştürme etkinlikleri yapılır (Freudenthal, 1978.akt. Altun, 2010).

Dikey Matematikselleştirme: Matematiksel dil ve sembolleri kullanarak matematiksel yapıyı kendi içerisinde tekrar oluşturma sürecidir. Farklı matematiksel kavram ve ilişkileri kullanarak matematiksel bir konu formülize edilir, genellenebilir. Matematiğin kendi yapısı içerisinde daha kompleks, daha yüksek matematiğe ulaşma sürecidir. Matematiksel sistem matematikselleştirme sürecinde kendisini tekrar yapılandırır. Bu matematikselleştirme süreci; matematiksel ilişkileri yeniden düzenleme, düzen oluşturma, matematiksel modelleri oluşturma ve değerlendirme etkinliklerini içerir (Freudenthal, 1978 akt. Altun 2010).



BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Gerçekçi matematik eğitimi matematiksel modelleme literatüründe “Gelişen/Ortaya Çıkan Modelleme” yaklaşımı olarak yer alan bir kuramsal çerçevedir (Kertil, Çetinkaya, Erbaş ve Çakıroğlu, 2016).

Cansız Aktaş’ a (2013) göre matematiksel modelleme ve GME yaklaşımlarının ortak özellikleri her ikisinin de başlangıç olarak gerçek yaşam problemlerinden yola çıkarak öğrencilerin matematiksel duruma açıklık getirme ve matematikselleştirme sürecinde daha ileri gittiklerini vurgular. Matematik eğitimi sürecinde matematiksel modelleme etkinlikleri uygulanarak matematik öğretiminin yapılması, süreçte matematiksel modelleme problemlerinin araç olarak kullanılması, yaklaşım olarak GME ile benzetilmektedir. Gerçekçi matematik eğitiminde modelleme yapmak ya da matematiksel modellerin kullanımı eğitimin hedefi değildir, matematikselleştirmenin en doğru bir şekilde yapılması için sürece yönlendiren bir yol gösterici, materyal olmalıdır. Her iki yaklaşımda da gerçek yaşam problemleri uygulanarak öğrenme ortamları ve materyallerin tasarlanması vurgulanır. Matematiksel modellemede derslerde kullanılan modeller yapılandırılmamıştır yani öğrenci ortamının dışında hazırlanmıştır. Gerçekçi Matematik Öğretimi yaklaşımında kullanılan modeller de gerçek hayat problemlerini matematik diline çevirmekle değil eylemleri ve etkinlikleri öğrencilerin zihinlerinde bilişsel olarak matematiksel model oluşturması ve modellerin gelişimini sağlayacak şekilde organize etmek için kullanılır.

Bu bölümde önce Matematiksel Modelleme yaklaşımı kısaca tanıtılacak, daha sonra GME yaklaşımı ve GME’ne göre matematikselleştirme ele alınacaktır.

Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme eğitimi son yıllarda hem matematik eğitiminde hem de diğer sektörlerde dikkat çeken bir konudur. Matematik eğitiminin hedeflerinden biri de endüstri ve çeşitli sektörlerde ortaya çıkan problemlerde matematiksel modelleme yoluyla çözümler getirebilecek insanlar yetiştirmektir (MEB, 2018).

Matematiksel modellemenin problemlere çözüm üretme amacıyla zihinsel bir form oluşturup matematiksel düşünmeyi geliştiren bir düşünme sanatı olduğu

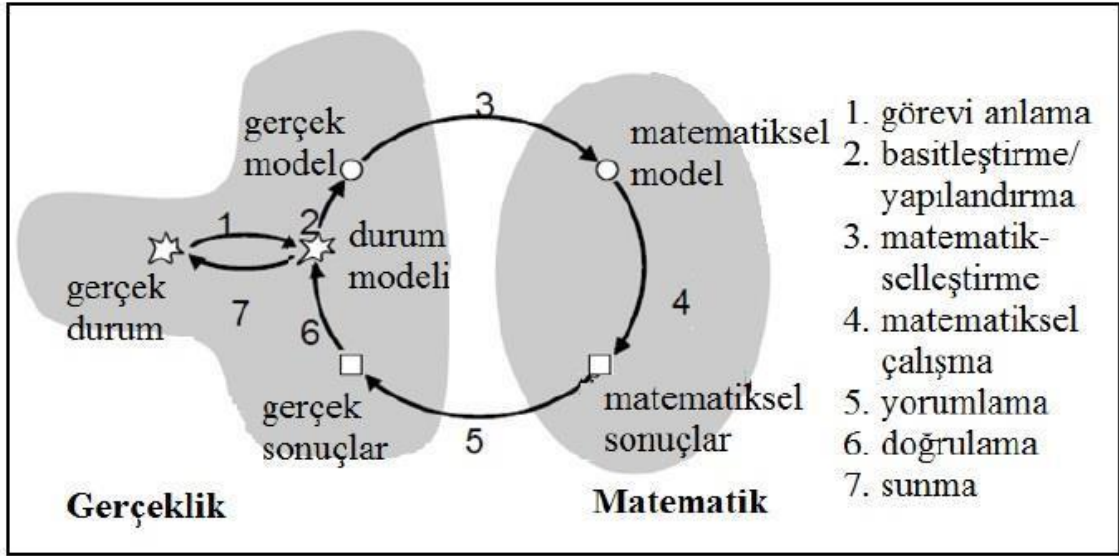
söylenebilir. Gerçek hayatta karşımıza çıkan problemler karmaşık ve hemen çözülebilecek bir şekilde olmayabilir. Gerçek yaşam problemleri matematiksel dünyaya taşınıp çözümler ürettikten sonra tekrar gerçek yaşam durumlarına uygulanabilir.

Matematiksel modelleme araştırmacılar tarafından farklı döngülerle gösterilmiş ve modellemenin farklı özellikleri öne çıkarılarak aşağıdaki açıklamalarda sunulduğu gibi açıklanmıştır.

Matematiksel model, problem durumuna karşı olan tahminler veya değişkenler arasındaki ilişkiler için de kullanılabilir. Matematiksel model; bir formül, bir tablo, değerler tablosu ya da grafik olabilir. Gerçek yaşam bağlamındaki problemlerin tanımlanıp, formüle edildiği ve matematiksel çözümün, problemin çözümü olarak ele alındığı bir süreçtir. Matematiksel modelleme, gerçek yaşam durumunda karşımıza çıkan matematiksel problemlerin çözümünde matematiğin uygulanması olarak da görülür (Galbraith ve Clatworthy, 1990).

Doerr (1997) matematiksel modelleme sürecinde doğrusal geçişlerin olmadığını basamaklar arasında karşılıklı geçişlerin olabileceği ilişkilerin bütün içerisinde olduğunu söylemektedir. Modelleme sürecinde basamaklar kendi arasında gerçek hayat durumlarından elde edilen verilerden bilgiyi elde edilene kadar döngüsellik halindedir.

Blomhøj ve Jensen (2003), matematiksel modelleme sürecinde doğrusal bir işleyiş olduğunu savunurken 2006 yılında modelleme sürecindeki döngüsellığe dikkat çekmişlerdir. Açıkladıkları her iki süreçte de gerçek dünyadan algılanan bir gerçekliğin olması zorunludur. Matematikselleştirme ile birlikte gerçeklikteki ilişkiler matematiksel olarak ifade edilir. Gerçek yaşam ile matematiksel dünya arasında ilişkiyi bu şekilde kurarlar. Matematiksel modelleme sürecinde elde edilen deneyimler, geçmiş teoriler ve veriler süreçteki her basamağa etki ederler. Borromeo Ferri'nin (2006) modelleme sürecinin bilişsel aşamaları Şekil 1'deki gibidir.



Şekil 1. Modelleme Sürecinin Bilişsel Aşamaları (Borromeo Ferri, 2006)

Bu aşamalar arasındaki geçiş aktiviteleri şu şekildedir. Çözülecek problem bağlamıyla birlikte tanımlanır. Problemin çözümünün ne şekilde olacağı bir kelime modeli ile ifade edilir. Probleme yönelik gerekli varsayımlar ve sınırlılıklar belirlenebilir. Problemin çözümü için veriler toplanır, sabit değişkenler belirlenir. Elde edilen veriler; mülakat, internet ve kütüphane araştırması, deney veya bilgisayar programlarıyla elde edilen bir simülasyondan elde edilebilir. Matematiksel modelde yer alacak bağımlı ve bağımsız değişkenler belirlenir. Matematiksel durum sadeleştirilir, daha anlaşılır ve açık hale getirilir. Farklı matematiksel kavramlar, asıl fikirleri değiştirilmeden gerçek model matematiksel modele dönüştürülür. Kelime modeli matematiksel semboller (değişkenler, sabitler) ifade edilir. Matematiksel modeller üzerinde işlemler yapılarak bir matematiksel sonuç veya matematiksel model ortaya çıkar. Oluşturulan matematiksel model veya sonuç, problemin çözümüne açıklık getiriyorsa bir grafik, matematiksel tablo veya diyagramla gerçek yaşama uygunluk açısından ifade edilerek değerlendirilir. Sonuçların gerçeğe göre mantıklı ve doğru olup olmadığı kontrol edilir. Uygun veriler ile matematiksel model test edilerek modellerin işe yarayıp yaramadığı, doğruluğu, uygun olması sorgulanır ve modelde gerekli değişiklikler yapılabilir (Borromeo- Ferri, 2006).

Matematiksel Modelleme Problemleri/Etkinlikleri

Matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesi için önceden yapılandırılmamış, matematikselleştirilmemiş gerçek yaşam bağlam durumu bulunan problem durumları sunulur. Okuldaki sözlü aritmetik problemler; öğrencileri gerçek dünya deneyimlerine ve sezgisel bilgileri kullanmaya yönlendirmeyen, gerçekçi bağlamlar olarak görev yapmaktan çok, yapay, algoritmik, gerçek yaşam bağlamı olmayan problemler gerçek yaşam problemi değildir. Bu tür sorulara problem çözme etkinlikleri denilebilir (Bonotto, 2001). Matematiksel modelleme problemlerinin gerçek yaşam bağlamı olması önemlidir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm sürecinde izlenen basamaklar kullanılan akıl yürütme ve matematiksel muhakeme yapma becerileri incelendiğinde geleneksel ders kitaplarında yer alan matematik problemlerinin çözümünden farklı çözüm yöntemleri ve stratejileri gerektirdiğini göstermektedir. Matematiksel modelleme etkinlikleri ile geleneksel matematik problemlerinin arasındaki fark cebirsel- sözel problemlerin vurgulamayı amaçladığı hesaplama becerilerinin ötesinde gerçek hayat problem durumunun ortaya çıkarılmasını amaçlar. Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile uğraşırken gerçek hayat problem durumunu ortaya çıkarıp tanımlarlar. Öğrencilerin gerçek hayat problem durumunu tanımlarken daha sembolik hale getirip matematikselleştirirler. Matematiksel modelleme etkinliklerinde modeli ortaya çıkarırken süreçte izlenen basamaklar matematiğin gerçek hayatta çözümüne yardımcı olduğu birçok yaşam durumuna benzer. Matematik dünyası için anlamlı olabilecek gerçek yaşam durumlarının tanımlamaları sembolik olarak yapılmaya çalışılır (Lesh ve Doerr, 2003).

Matematiksel modelleme problemleri; rutin olmayan, açık uçlu ve geleneksel problemler sınıflandırmasını içine alabileceği gibi özelliklerini de gösteren geniş bir kavramdır. Matematiksel modelleme problemlerinde öğrenciye ipucu verecek anahtar kelimeler ve hazır kalıplar yoktur. Matematiksel modelleme problemleri açık uçlu, tek ve kesin bir doğru çözümü olmayan etkinliklerdir (Kertil, 2008).

Matematiksel modelleme problemlerinin özellikleri çeşitli araştırmacılar tarafından aşağıdaki şekilde ele alınmıştır (Erbaş, Çetinkaya, Alacacı, Çakıroğlu,

Aydoğan-Yenmez, Şen-Zeytun, Korkmaz, Kertil, Didiş, Baş, ve Şahin, 2016, s.3; Ural, 2018, s.28).

- Modelleme problemi matematikselleştirmenin ve çözmenin yolu açık olarak belli değildir. Çoklu çözüm uygulanabilir ve oluşturulan modeller farklılaşabilir.
- Matematikselleştirilecek anlamlı gerçek yaşam durumlarının tanımı yapılmaya çalışılır.
- Problemden var olan verileri düzenlemek ve sadeleştirmek gerekebilir.
- Matematiksel fikirlerin paylaşıldığı ve kişiler arası iletişimin önemli olduğu grup çalışması modelleme problemlerinde daha ön plandadır.
- Öğrenciler modelleme sürecinde önemli matematiksel fikir ve yapılan geliştirme, gözden geçirme ve düzeltme aşamalarını yaşarlar.
- Matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde matematiksel bir model ortaya konulur.
- Matematiksel modelleme problemlerinde çözüm süreci tekrar gözden geçirilebilir.

Fox (2006) da, matematiksel modelleme etkinliklerini; açık uçlu, belirli bir doğru cevabı olmayan, çoklu çözüm yaklaşımları uygulanan problemler olarak tanımlar. Her seviyeden öğrenciye göre matematiksel modelleme etkinliği oluşturulacağı gibi farklı ilgi alanlarına göre de düzenlenebilir. Matematiksel modelleme problemleri çözme sürecinin sonunda öğrenciler oluşturdukları modelleri; yazılı olarak, matematiksel notasyonlar (semboller, cebirsel ifadeler, fonksiyonlar, eşitlikler, diyagramlar, grafikler, tablolar vb.) kullanarak veya sözel olarak sunarak açıklayabilirler.

Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Matematiksel Modelleme

Matematiksel fikir ve düşüncelerin gerçek yaşam bağlamında sunulan matematiksel modellerin ortaya çıkarıldığı matematiksel modelleme problemleri, matematik eğitiminde birçok amacın gerçekleşmesi için kullanılabilir. Matematiksel modelleme problemlerinin öğretim sürecinde etkin bir şekilde kullanılabilmesi için uygun bir ders planı ile öğrenme alanına uygun, öğrencinin ders kazanımlarını gösterebileceği modelleme etkinlikleriyle bir ders planı hazırlanabilir (kaynakça ve English, 2003).

Matematik eğitiminde kullanılan bir diğer matematiksel çerçeve olan “Gerçekçi Matematik Eğitimi”, “ortaya çıkan modelleme” yaklaşımını sunar (Freudenthal, 1991). Bu modelleme yaklaşımının temeli eğitimde yapılandırmacı eğitime dayanır. Ortaya çıkan modelleme yaklaşımında belirli bir konuya özel öğrenme alanı özel öğrenme göre matematiksel kavramlar ve farklı yöntemlerin ortaya çıktığı bir yaklaşımdır. Öğrencilerin bu kavramı anlamlı olarak öğrenebilmesi gerçekçi ortamlarda deneyim kazandırılmasıyla mümkün olmaktadır. Öğrencilerin önceden sahip oldukları matematiksel model şemalarını ve tecrübelerini yeni bir gerçekçi durum içeren yeni öğrenme ortamında gösterebilmektedir. Öğrenme ortamlarında yeni bir matematiksel modelin oluşması mevcut modelin geliştirilmesi ve eksiklerin tamamlanması ile oluşabilir. Cobb’a (2002) göre matematiksel modellemeyi zihinde bulunan matematiksel şemaları kullanılarak bu şemaların yeniden organize edilmesiyle yeni matematiksel modeller oluşturma sürecidir. Oluşturulan matematiksel model gerçek hayat durumunun sadece matematik dili ile anlatılmasını değil süreç boyunca ortaya çıkan amaç, yöntem, düşünme şeklini içeren geniş bir durumdur. Gerçek hayat bağlamında sunulan bir problemin matematiksel modelleme sürecinde duruma göre matematiksel modellerin dönüşümü söz konusudur. Bu süreçte oluşturulması hedeflenen asıl matematiksel model, daha gelişmiş bir matematiksel düşünme becerisi içerisinde problemin bağlam içerisinde bir süzgeçten geçirerek soyut bir matematiksel kurmadır (Kertil, Çetinkaya, Erbaş ve Çakıroğlu, 2016).

Kaiser ve Sriraman (2006), matematiksel modellemeyi farklı perspektifler üzerinden incelemişlerdir. Gerçekçi uygulamalı modelleme, bağlamsal modelleme, eğitimsel modelleme, sosyo-eleştirel modelleme, epistemolojik modelleme bu perspektiflerdendir. Modelleme perspektiflerinden epistomolojik modellemeyi Gravemeijer ve Stephan (2002) ‘Gerçekçi Matematik Eğitimi’ yaklaşımında incelemişlerdir. Epistemolojik modelleme yaklaşımının amacı, öğrencilerde mevcut bulunan matematiksel kavramlarla bir çözüm üretmek, öğrencinin zihninde matematiksel şema oluşturarak matematiksel modellerin geliştirilmesini sağlamaktır. Gerçek yaşam problemi ile ilk karşılaşıldığında, gerçek yaşam durumunun zihinde modeli oluşturulur. Oluşturulan zihinsel model geliştirilerek ve eksik yönler tamamlanarak mantık çerçevesinde soyut ve biçimsel model elde edilir. Gerçekleşen modelleme süreci somuttan soyuta doğru bir gelişim sunar. Matematiksel düşünme becerilerini geliştirmenin amacı, zihinsel soyut modeli oluşturmaktır (Kaiser ve Sriraman, 2006).

Gerçekçi Matematik Eğitimi

Gerçekçi Matematik Eğitimi, Hollandalı matematik eğitimcisi Hans Freudenthal tarafından 1970’li yıllarda kurulmuştur. Freudenthal Enstitüsünde araştırmacı olarak çalışan matematikçiler GME yaklaşımını program olarak geliştirmişlerdir. GME yaklaşımının matematik eğitiminde program olarak geliştirilmesinin amacı öğrencilerin matematiksel gelişimlerini bilişsel ve duyuşsal olarak geliştirerek matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerini sağlamaktır (Dickinson ve Eade, 2006). Freudenthal’ın bu yaklaşımı öne sürme ve geliştirme amacı matematik öğretiminin ‘matematik yapma’ şeklindeki uygulamalarla bir program olması gerekliliğidir. Freudenthal, matematiği bir insan aktivitesi olarak ele alıp okullarda da matematiği gerçek hayatla ilişkili olarak öğrenilmesi gerektiğini savunmuştur (Treffers, 1991). Öğrenimde ve öğretimde ihtiyaç duyulan matematik öğretimi alanına özgü yenileşme hareketini gerçekleştirmek amacıyla geliştirilmiştir (Treffers, 1987). GME yaklaşımına göre, matematik, öğrencilerin yaşantılarıyla ve günlük hayattaki durumlarla ilişkili, zihinlerinde canlandırabilecekleri gerçek problem durumlarını içermelidir. Derslerde öğrencilere sunulan herhangi bir problem durumu gerçek olmasa bile eğer öğrencilerin zihinlerinde görsel bir şema oluşturmalıdır (Gravemeijer, 1990). Gerçek yaşamda öğrencilerin karşısına çıkan bir problemin matematiksel anlayışta çözülebilmesi için uygun bir öğrenme ortamı düzenlenerek ve gerektiğinde öğrencilere rehberlik ederek öğrencilerin matematikselleştirme yapması sağlanır (Van den Heuvel Panhuizen, 1996).

GME’de öğrenciler matematiği; günlük yaşam durumlarından matematiksel dil ve sembolleri kullanarak matematiksel bir sistem geliştirerek öğrenmelidirler. GME’nin günümüzde matematik programlarında kullanımı daha çok Freudenthal’ın matematikle ilgili görüşlerine göre oluşturulmuştur. Bu görüşler; matematik kazanımlarının gerçekte ilişkilendirilip ve matematiğin bir insan aktivitesi olması amacını taşımasıdır. Matematik öğrencilerin yakın ve günlük yaşam durumlarıyla ilişkili olmalıdır (Arseven, 2010).

GME yaklaşımının diğer matematiksel yaklaşımlardan ayıran farklılığı matematik yapmaya nasıl başlanıldığıdır. GME’de gerçek yaşam durumlarında somut uygulamalar yapmak amacıyla soyut ilkeler veya kurallar kullanılarak başlanması en sonda matematiksel bilgiye odaklanılmasını engeller. Matematik eğitiminin başlangıç noktası

matematiğin hazır tasarlanmış bir sistem değil, sistemin en sonda oluşturulduğu bir yapı olarak ele alınması gerekir GME yaklaşımında öğrencinin anlamlı öğrenmeler sağlayabilmesi için, öğretim programı matematik yapma etkinliklerinin yapılacağı ve deneyim kazanılacağı öğrenme ortamları hazırlanmalıdır. Anlamlı öğrenmede matematikselleştirilme yapılabilmesi için başlangıç noktası tamamen gerçek yaşam durumları ile sınırlandırılmaz, sunulan problem durumunun öğrenci tarafından gerçekmiş gibi gerçek olarak algılanabilmesi yeterli olmaktadır (Ünal,2009).

Matematiksel aktivitelerde bulunmak, matematiğin kendi içerisinde daha ileriye gitmek, matematik seviyesini geliştirmek için matematikselleştirme yapılıır. Matematiksel aktivitelerde bulunmak matematikselleştirmeyi gerçekleştirir. Matematiksel aktivitelerde bulunmak, gerçek hayattan olan bir problem veya matematiksel bir problemin çözümü için düzenlemeler yapılması olarak açıklanır (Freudenthal, 1991). Matematiğin içerisinde ilerleme; konuyu genelleştirme, ortaya çıkan sonuçları ispat etme, sonucun doğruluğu ve açıklığı gibi matematiksel özelliklerin oluşması ile ortaya çıkar. Burada; genelleştirme ile matematikselleştirme sürecinde ortaya çıkan benzerlikler ve farklılıklar ortaya çıkarılarak genel bir düşünceye varma; kesinlik ile; sistematik yaklaşımlar kullanmak, hipotezler ortaya koyarak onları test etmek amacıyla düşünme ve ispatlama yapmak, doğruluk ile; değerlendirmeleri amaca göre ayıklayarak modelleme ve tanımlamalar yapmak ve kısalık ile; algoritmik işlemler ve notasyonlar geliştirerek sembolleştirme ve şematize etmek sureti ile mümkün olabilir. Matematikselleştirme içerikte olarak genelleştirmeyi ve formalize etmeyi birlikte kapsar. Formalize etme; süreçte model oluşturabilmeyi, sembolleştirmeyi ve bilişsel olarak şema oluşturmayı içermektedir. Formalize etme matematiksel kavram bilgilerinin hazır uygulamaları değil; matematiksel ilişkilerin yapısını oluşturan bir sistemdir (Graveimeijer, 1994).

Matematik tarihi incelendiğinde, formel olmayan çözümlerden yola çıkarak daha matematiksel dil ve notasyonun kullanıldığı, matematiksel stratejilerin geliştirildiği bir sistemin kullanıldığı görülmektedir. Formel olmayan stratejilerin kullanımı ve sonrasında bunların yorumu matematikselleştirmeye giden yoldur. Matematikselleştirmeye fırsat sunan durumlar için öğrencilere fırsat verilirse matematik keşfedilir (Gravemeijer, 1994). Matematiğin ihtiyaca yönelik oluşan problemlerin çözümünden geliştiği anlaşılırsa, güncel problemlerin de uyarıcı olmasıyla birlikte matematiksel kavramlar sürecin

yeniden keşfi ile oluşmaktadır. Matematiksel kavramların öğrenilmesinde öğretim için tasarlanmış konu alanlarında kazanımların matematikselleştirmeye uygun olması önemlidir. Matematiksel süreçte, matematikselleştirmeye uygun problem durumları bulmak ve matematikselleştirmeye uygun öğrenme ortamları oluşturmak mümkün olmalıdır (Üzel, 2007). Matematikselleştirme sürecinde problem çözerken model oluşturulması ve modelin öğrenciler tarafından geliştirilip sunulması matematiksel düşünmenin göstergesidir. Freudenthal (1990), matematiksel düşünmenin nasıl gerçekleştiği ile ilgilenmiş, insan zihninin matematiksel bilgiyi nasıl ürettiğinin gerçek yaşamdan problemleri çözmekle gerçekleştiğini söyler. Matematiksel dil ve notasyonun kullanılması, genellemelerin yapılması ve çözüm algoritmalarının tekrar pratik matematik problemlerde kullanılması şeklinde bir sırada izlendiğini açıklamıştır.

Matematik eğitiminde de matematiksel kavramlara ulaşmak için öğrenciler matematikleştirme yaparlar. Matematikleştirme, Freudenthal'e (1973) göre matematiğin aktivitesi anlamına gelmektedir. Matematik derslerinde hazır bilgiler öğrencilere verilmek yerine öğrencinin yaparak yaşayarak öğreneceği öğrenme ortamları oluşturulursa öğrencilerin kendi kendilerine matematik öğrenmelerini içselleştirebilirler. Matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin oluşturdukları ürünler önemlidir.

GME yaklaşımının ortaya çıktığı ilk yıllarında ortaya çıkan düşünce, matematiğin kendi yaşamlarından sıyrılmış bir şekilde öğrenilirse öğrenmenin kalıcı olmayacağı şeklindedir. Matematik öğreniminin amacına gerçek bir şekilde gerçekleşmesi, gerçek yaşamın matematikselleştirilmesi ile mümkün olur. Öğrenciler öğrenmeye bağlamsal problemlerle başlarsa zenginleştirilmiş içerik durumları ile karşılaşılır. Bu süreçte matematikte daha sonra kullanacakları soyut kavram ve bilgileri görürler (Van den HeuvelPanhuizen, 2001).

GME'ye Göre Matematikselleştirme

GME'de 'matematikselleştirme' anahtar bir süreçtir. Matematikselleştirme sadece matematikçilerin değil herkesin işidir. Matematiksel bilgiye keşfetme ile ulaşılır. Formel matematiksel bilgiye bu matematikselleştirme sürecin de en son ulaşılır. Teorik matematiksel bilgi matematiğin başlangıç noktası olmamalıdır. Matematiği yeniden keşif, matematikselleştirmenin matematik önemli bir parçasıdır (Üzel,2007).

Treffers (1987), GME'yi özelliklerine göre iki çeşit matematikselleştirmeye ayırmıştır: Yatay matematikselleştirme ve dikey matematikselleştirme. Bir matematiksel problemi özellikleriyle şematize etme, formüle etme ve görselleştirme, farklı yönleriyle ilişkileri ve kuralları keşfetme, gerçek yaşam problemini daha matematiksel bir probleme çevirme yatay matematikselleştirmenin özellikleridir. Matematiksel sistemdeki ilişkiyi yeniden kurma, benzerlikleri ortaya çıkarma, farklı modelleri kullanma, matematiksel modelleri kullanma, matematiksel model ve ilişkileri yeniden kurma, matematiksel modelleri konuya entegre etme, matematiksel modeli formülleştirme ve genelleme dikey matematikselleştirmeye örnektir. Dikey matematikselleştirme, matematiksel sistemin kendi kendini tekrar yapılandırma sürecidir.

GME yaklaşımında matematikselleştirme sürecinin başlaması için bağlamsal bir problem ortaya atılır. Yatay matematikselleştirme sürecinde öğrenci formel olmayan bir matematiksel model ortaya koyar. Matematiksel model üzerinde elindeki verileri kullanarak benzerlik ve farklılıkları ortaya çıkarır. Öğrenci problem üzerinde uğraşırken öğrenci matematiksel model üzerinde muhakeme yaparak matematiksel bir çözüm ortaya koyar. GME' de matematiksel aktiviteler problemin çözülmesinde hem araç hem amaç olmaktadır. Bağlamsal bir problem önceden tanımlanmış bir problem değildir, matematikselleştirme sürecinde öğrenci problemi tanımlamaya çalışır, kendileri için anlamlı hale getirmeye çalışırlar (Tanır, 2008).

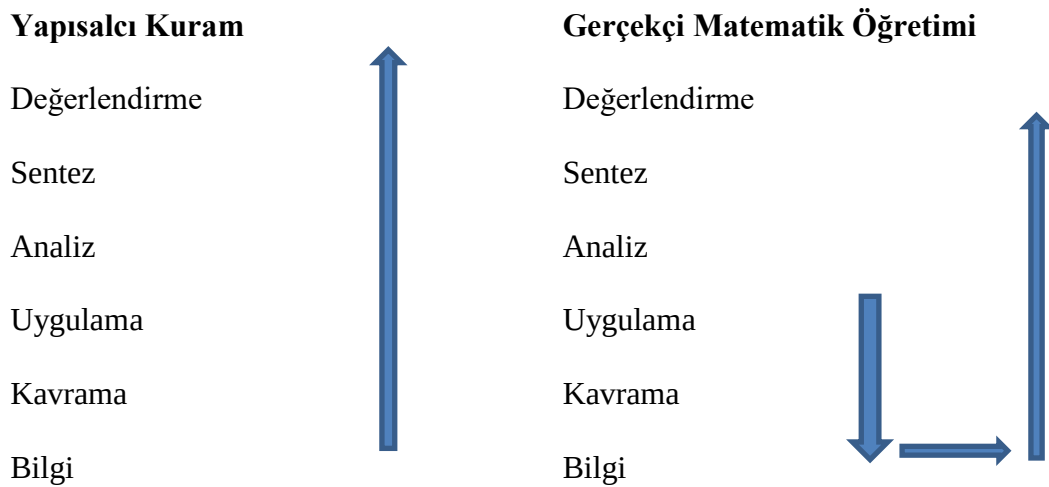
Zulkardi'ye (2000) göre, bağlamsal bir problemi veya gerçek yaşam durumunu matematikselleştirmede başlangıç noktasıdır. Yatay matematikselleştirme aktivitelerinde; problem düzenlenir, problemin matematiksel yönleri belirlenir, ilişkilendirmeler keşfedilir. Dikey matematikselleştirme aktivitelerinde matematiksel kavram ve ilişkilendirmeleri kullanılır, matematiksel yapı tekrar yapılandırılır.

GME' de kullanılan matematiksel problem öğrencinin durum ile hemen uğraşmasına olanak sağlayan açık ve anlaşılır bir yapıda olmalıdır. Somut bir durumdan problem durumuna ulaşmak daha uygundur. Problemler öğrencilerin düzeyine uygun hayal dünyasından uyarlanan veya şahit olunan gerçek bir yaşam durumu olabilir. Problemlerin öğrenciler tarafından rahat anlaşılması için bir görsel, bir gazete yazısı, bir grafik, bir oyun veya bunların birleşimi şeklinde olabilir (Verschaffel, Greer ve De Corte,

2000). Bağlamsal bir problem üzerinde çalışırken matematiksel düşünme geliştirilir. Matematiksel bağlama ilişkin matematiksel yöntem ve stratejileri geliştirirler (Van den Heuvel-Panhuizen,1998).

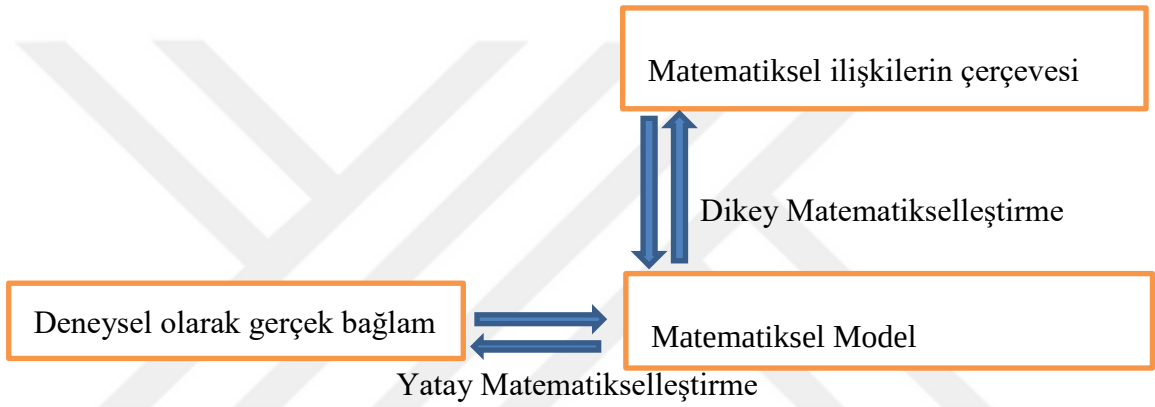
Öğrenciler matematikselleştirme sürecinde belirli öğrenme düzeylerinden geçerler. Eğer uygulanan etkinlikte gerekli becerileri gösterebiliyorsak bir üst matematiksel göreve geçebilirler. Uygulanan etkinlikte gereken beceriyi göstermek, çalıştığı etkinlik üzerinde bilgi ve becerilerini yansıtabilmektir. Öğrenciler matematiksel bağlamsal problemle karşılaştıkları zaman durumla ilgili strateji geliştirirler. Daha sonra içeriğe göre matematiksel model oluştururlar. Matematiksel modelin oluşturulması ile daha formel bir matematiksel düzeye ulaşılır. Daha formel matematik bilgiyi kazanmanın amacı; öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin geliştirilmesidir (Van den Heuvel Panhuizen, 2001).

Bloom Taksonomisi'nde gerçekleşen bilişsel basamaklar Şekil 2'de sunulduğu gibi sırasıyla bilgi, kavrama, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirmedir. Bilişsel basamakların üçüncü uygulama basamağından başlayıp kavrama en son bilgiye ulaşılmaktadır. Uygulamadan bilgiye doğru ulaşılan bu süreçte yatay matematikselleştirme gerçekleşir. Matematiksel bilgiye ulaştıktan sonra tekrar bilgi, kavrama, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirmeye giden daha formel matematiksel bilgiye ulaşmak için gerçekleşen süreç dikey matematikselleştirmedir (Altun, 2006).



Şekil 2. Bloom Taksonomisine Göre Gerçekleşen Bilişsel Basamaklar(Altun 2010)

GME' ye göre yatay ve dikey matematikselleştirme arasındaki ilişkilendirmeleri içeren öğrenme süreçleri bağlamsal problemlerden başlamaktadır. Problem durumu üzerinde tanımlama yapma, strateji geliştirme ve değerlendirmelerde bulunma yatay matematikselleştirme sürecindeki aktivitelerdir. Dikey matematikselleştirme aktiviteleri matematiksel bilgi, algoritma ve matematiksel kurallara ulaşmak içindir. Yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerindeki ilişkilendirmeler bir aşağıdaki Şekil 3'te sunulan modelde görülebilir (Üzel, 2007).



Şekil 3. GME' ye Göre Matematikselleştirme Süreçleri Modeli (Üzel, 2007)

İlgili Literatür

Verschaffel, De Corte ve Lasure (1994), ilkokul öğrencilerinin okuldaki aritmetik kelime problemleri anlama ve çözme sürecindeki gerçek dünya bilgisinin aktivasyonu hakkında sistematik bir şekilde veri toplamışlardır. Matematik dersi sırasında 75 beşinci sınıf öğrencisine toplu olarak on çift aritmetik problemi uygulamışlardır. Her bir çiftin ilk maddesi verilen sayılarla bir veya iki basit aritmetik işlemle basit ve sorunsuz bir şekilde modellenip çözülebilirken, ikinci problemde ise aynı şekilde modellenip çözülemediğini görmüşlerdir. İlişkilendirmelerde sorunlu kelimelerin gerçek yaşam bağlamıyla hesaba katmadıklarını görmüşlerdir. Öğrencilerin bu sorunlu kelime problemlerine tepkilerinin bir analizini yaptıklarında, gerçekçi yanıtları veya gerçekçi değerlendirmelere dayanan ek yorumlarının yeterli seviyede olmadığını görmüşlerdir.

Mousoulides, Pittalis ve Christou (2006) aritmetik ortalama kavramının öğrenciler tarafından ortaya çıkarılması için matematiksel modelleme etkinlikleri uygulamışlardır.

Araştırmada 20 altıncı sınıf öğrencisiyle çalışmışlardır. Matematiksel modelleme problemleri ortalama kavramının matematikselleştirilmesi için bağlam ile ilişkili olmasına dikkat etmişlerdir. Matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin geçmiş matematik bilgilerini kullanmasına dikkat etmişlerdir. Araştırmada her biri kırk dakika sürecek iki matematiksel modelleme etkinliği uygulamışlardır. Matematiksel modelleme etkinlikleri olarak “yaz kampı işi” ve “ilaç endüstrisi altın ödülü” uygulamışlardır. Etkinliklerinin her ikisinde de probleme ısındırmak için tanıtıcı makale ve hazırlık soruları bulunmaktadır. Sınıf üçerli veya dörderli gruplara bölünerek etkinlik üzerinde çalışmışlardır. Matematikselleştirme sürecinde öğrencilerde oluşan matematiksel düşünceler üzerine odaklanmışlardır. Matematikselleştirme sürecinin sonucunda öğrenciler sınıf tartışması yapmışlardır. Matematikselleştirme sonucunda oluşturulan modeller tekrar gözden geçirip üzerinde değerlendirmeler yapmışlardır. Video kayıtları, ses kayıtları, öğrencilerin çalışma kâğıtları ve raporları, gözlem notları araştırmada veri toplama aracı olarak kullanmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilere gerçek yaşam ile ilişkili bir problem durumu sunulduğunda öğrencilerin sürece ilgi ve dikkatle katıldığı ve matematiksel modelleme problemlerine başarılı bir şekilde adapte olabildikleri görülmüştür. Uygulama sürecinde öğrenciler titiz bir şekilde çalışmışlar, matematikselleştirmelerini farklı düşünme açılarıyla yapmışlardır. Matematikselleştirmeler; planlama, inceleme ve eksikliklerin farkına varma açısından incelenmiştir. Gruplar tarafından oluşturulan hipotezlerin denenip istenen kavrama yönelik olup olmadığı tartışılmış, eksik olan taraflar gözde geçirilip geliştirilmiştir. Bulgularda, öğrencilerin matematikselleştirilmesine yönelik çalışmaların sınıflarda iletişim ve iş birliğini olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Modelleme etkinlikleriyle çalışmasının iletişim ve sosyal etkileşim için önemli olduğu, bu etkileşimin öğrencileri çalışmasının yönünü inceleme, planlama, bir diğerinin varsayımına ve iddiasına karşı çıkma, takım olarak grupça çalışmayı sağlama gibi süreçleri desteklediği belirtilmiştir.

Erturan (2007), ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin akademik matematik başarıları ile matematiği günlük yaşama aktarabilme becerisini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Çalışmada 49 kız öğrenci ve 51 erkek öğrenciyle çalışmıştır. Veri toplama aracı olarak altıncı sınıf kazanımlarından oluşan 20 maddelik çoktan seçmeli bir başarı testi uygulamış, öğrencilerin gerçek yaşamdaki matematiği ilişkilendirme becerisini tespit etmek için üç kısımdan oluşan anket uygulamıştır. Üç kısımdan oluşan anketin

birinci kısmında altıncı sınıf matematik kazanımlarının gerçek yaşam ile ilişkilendirildiği sorular bulunmaktadır. İkinci kısımda, öğrencilerden günlük hayatta matematiksel işlemler kullanarak yaptıkları işleri bir kağıda yazmalarını istemiştir. Üçüncü kısımda öğrencilere günlük yaşam içerisinde matematikselleştirme yapabilecekleri 10 problem durumu sunmuştur. Öğrenciler bu problem durumlarıyla uğraşırken matematikselleştirme yapıp yapmayacaklarını, nasıl bir strateji kullanacaklarını incelemiştir. Sürecin sonunda öğrencilere uyguladığı başarı testi ile anketlerin sonucu arasındaki ilişkide anlamlı bir benzerlik görmemiştir. Araştırma uygulanan veri grubundan 7 öğrencinin çalışmaları incelendiğinde anket ile başarı testine çok farklı cevaplar verdiklerini görmüştür. Araştırmanın bulgularına bakıldığında veri grubunun günlük hayatta kullandıkları matematiği kullandıklarının farkında oldukları ama okul derslerinde günlük yaşam ile matematik konularını bağdaştıramadıklarını görmüştür. Yapılan incelemenin sonucunda, çalışma grubunun günlük yaşamdaki matematiğin farkında olduğu, fakat sınıf içindeki matematik konularını günlük yaşamın içine transfer edemedikleri görülmüştür.

Naresh (2008), çalışmasında Hindistan’ da bir otobüs bileti satıcısının bilişsel ve duyuşsal davranışlarını inceleyerek iş yerindeki matematiği nasıl kullandığını okul derslerindeki matematik ile ilişkisini bulmayı amaçlamıştır. Çalışmada, Hindistan da bir otobüs biletçisi olarak çalışılan kişi bu işi 28 senedir yapmakta olup öğrenciliğinde de matematik derslerinde başarılı olan bir kadındır. Çalışma sürecinde bilet satıcısının zihinden yaptığı matematiksel hesaplamaları ve kullandığı yöntem ve stratejileri incelenmiştir. Araştırmacı çalışma yapılan bilet satıcısından yola çıkarak diğer bilet satıcılarının da iş yerinde hangi matematiksel bilgileri kullanabileceklerini hangi matematiksel bilgilerin gerekli olduğunu saptamaya çalışmıştır. İş yerinde kullanılan matematiğin mevcut kavramların matematikselleştirilmesinden ortaya çıktığını görmüştür. Okuldaki matematiksel bilgileri günlük yaşam ile ilişkilendiremeyen öğrencilerin matematikselleştirme için yeterince fırsat verilmediğini ortaya koymuştur. Matematikselleştirme için fırsat verilmediğinden bazı öğrenciler matematikten soğuyabilir. Okullarda para alışverişi konusunun kavranması için günlük yaşam ilişkilerinin sınıf içerisine entegre edilmesi önerilmiştir. Konunun öğrencilerde davranış haline getirilebilmesi için matematikselleştirmeye küçük yaşta başlanması gerektiğini söylemiştir. Para kavramının gerçek hayat konularına yerleştirildiği problemlerin daha çok derslerde yer alması öğrencilerde matematikselleştirmeyi gerçekleştirir.

Kol (2014), GME yaklaşımı içerisinde, matematikselleştirmenin iki alt çeşidi olan yatay ve dikey matematikselleştirme sürecini ilköğretim matematik öğretmenlerinde incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada örnek durum deseni kullanmıştır. Araştırmanın veri grubu olarak Matematiksel Modelleme dersi alan altı ilköğretim matematik öğretmeni adayı seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak ‘Dönme Dolap’ matematiksel modelleme problemi olarak seçilmiş ve gerçek yaşam durumlarının olduğu problemler seçmiştir. Öğretmen adayları üçerli gruplar halinde çalışmışlardır. Öğretmen adayları uygulanan etkinlik sonrası süreçteki deneyimlerini yazmışlardır. Matematikselleştirme süreci grupların çalışmaları video kayıta alınmış, çözümlerin sınıfta sunulması ve tartışılması ile devam etmiştir. Matematikselleştirme sürecinde öğretmen adaylarından beklenen davranış, verilen fonksiyonun değişkenini belirleme ve fonksiyonu yazabilmedir. Araştırma bulgularına bakıldığında öğretmen adaylarının matematikselleştirme sürecinde kavram yanılgılarına düştükleri görülmüştür.

Özturan Sağırlı, Baş, Çakmak ve Okur (2016), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının gerçek yaşamla ilişkili öğretim etkinliklerini gerçek yaşamla ilişkilendirme düzeylerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırmanın çalışma deseni deneysel nitelikte olup tek grup üzerinde ön test-son test uygulaması yapılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu Doğu Anadolu Bölgesi’nde yer alan bir Eğitim Fakültesinde eğitim gören 24 son sınıf öğretmen adayıdır. Araştırmada öğretmen adaylarına gerçek yaşamla ilişkili etkinlikler verilmiş ve gerçek yaşamla ilişkili etkinliklere yönelik açık uçlu anket uygulanmıştır. Anket matematik eğitiminde bu alanda çalışma yapmış dört matematik uzmanının görüşleriyle hazırlanmıştır. Gerçek yaşamla ilişkili etkinlikler; sayılar, istatistik ve olasılık, cebir, geometri ve ölçme konu alanlarına aittir. Etkinliklerin ders kazanımlarına uygun şekilde seçilmiş, içeriği zenginleştirecek ve konuyu farklı özellikleriyle ele alabilecek olmasına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarının açık uçlu ankete verdikleri ifadelerde etkinliklerin gerçek yaşamla hangi matematiksel ilişkiyi buldukları istenmiştir. Öğrenme alanlarında öğretmen adaylarının nasıl matematikselleştirme yaptığı incelenmiştir. Araştırmada öğretmen adaylarının matematikselleştirmede günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyinin ne derece farkında olduklarına bakılmıştır. Araştırma bulgularına bakıldığında öğrenme alanlarına göre günlük hayatla ilişkilendirmelerin cebir öğrenme alanında yaklaşık dört, istatistik ve

olasılık öğrenme alanında on iki, ölçme öğrenme alanında iki, geometri öğrenme alanında üç ve sayılar öğrenme alanında iki katına çıktığı ortadır.

GME yaklaşımı ve matematiksel modelleme yaklaşımlarının her ikisi de gerçek yaşam durumlarından ortaya çıktığı görülmektedir. Her iki yaklaşım da matematik eğitiminde, modellemenin bir araç olduğu, matematiksel modelleme kullanılarak matematiğin öğretilmesi amaçtır. Öğrenme ortamlarının düzenlenmesi ve materyal tasarımının önemi her iki yaklaşımda da vurgulanmaktadır. GME yaklaşımında matematiksel modellerin kullanımı, yatay ve dikey matematikselleştirmenin doğru ve uygun şekilde yapılması için araç olmalıdır. Matematiksel modelleme ile GME yaklaşımları arasında uygulama farkları vardır. Matematiksel modelleme yaklaşımında derslerde kullanılan modeller başkaları tarafından yapılandırılmış etkinliklerdir. GME yaklaşımında ise kullanılacak etkinlikler gerçek yaşam durumuna bağlı kalarak sınıf ortamında oluşturulur. GME yaklaşımında araç olarak kullanılan matematiksel modeller sadece gerçek yaşam problemlerini matematiksel notasyonla ifade etmek değildir; matematiksel aktivitelerle öğrencilerin zihninde modellerin oluşturulması ile gerçekleşir (Cansız, 2005).

Blomhøj ve Jensen (2003), araştırmalarında modelleme yeterliği kavramı üzerinde durmuştur. Araştırmanın amacı, öğrencilerde matematiksel modelleme sürecini belirli bir bağlamda gerçekleştirebilmektir. Matematikselleştirme sürecinin yapısını analiz etmek için altı yetkinlik belirlemişlerdir. Matematiksel modelleme yetkinlikleri bu altı yeterliliğe indirgenemez, ancak bir modelleme yeterliliğinin geliştirilmesinde gerekli unsurlardır. Öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme kursundan elde edilen deneyimler; modellemenin alt yeterliklerinin farklı doğasının, belirli bir eğitim ortamında farklı faaliyet türleri arasındaki dengeyi bulmak için bir araç olarak nasıl kullanılabileceğini göstermek için kullanılır. Öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliğini geliştirmek için önündeki sosyal, bilişsel ve duyuşsal engeller raporlanır modellemenin alt yeterliklerine göre sınıflanır.

English ve Watters (2004), ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleri ile birlikte problem çözme becerilerinin nasıl geliştiğini ve matematik bilgilerindeki değişimi incelemiştir. Matematiksel modelleme problemleri

olarak ‘Tereyağlı Fasulye’ ve ‘Havaalanı Problemi’ üzerinde çalışılmıştır. Seçilen matematiksel modelleme problemleri gerçek yaşam bağlamı içermektedir. Problemlerin öğrenciler tarafından sorunu betimlemeleri ve matematiksel yollarla yorumlamaları beklenmektedir. Problemlerdeki her iki sorun da belirli kriterleri içeren arka plan bilgileri ile veri tabloları çözüm sürecinde ele alınmıştır. Araştırma için öğrenciler 6 aylık bir çalışma programına öğretmenler ise mesleki gelişim programına alınmıştır. Öğrenciler problemlerdeki nicel ilişkileri keşfetmeye ve verilerdeki değişimler analiz edip tanımlanmaya çalışılmıştır. Araştırma modelleme faaliyetlerinin öğrencilerde matematiksel yorumlama, gerekçeleri açıklama ve tartışma becerilerini geliştirdiği söylenmiştir. Çünkü problemlerin öğrencilerin dikkatini çeken sosyal aktiviteler olduğu görülmüştür. Öğrenciler problemin çözüm sürecinde birçok soru sormuş, varsayımlar üzerinde argümanlar oluşturmuş ve çözümleri tartışarak çözüm sürecinin sonuna gelinmiştir.

English ve Watters (2004), araştırmalarında ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerini nasıl etkilediğini incelemişlerdir. Öğrencileri dört farklı grupta incelemişlerdir. Araştırmada kullanılan matematiksel modelleme problemi, 2004 yılı olimpiyatlarına katılan Avustralya yüzme takımının faaliyetleridir. Modelleme problemi ile birlikte 3 geleneksel problem çözme etkinliği verilmiştir. Araştırma öğrencilerin boylamsal yeterliklerini 2 yıl süresince incelemiştir. Verilerde öğrencilerin puanlarının toplanması, sıralanması ve değişimi incelenmiştir. İki yıl boyunca düzenli öğretmen toplantıları, atölye çalışmaları, yansıtıcı analiz seansları yapılmıştır. Öğrenciler olimpiyat problemi üzerinde çalıştıkları ve farklı benimsedikleri modelleme döngülerini kullanarak model oluşturma yaklaşımlarını kullanmışlardır. Araştırmada elde edilen modellerin gayri resmi olarak ortaya çıktığı görülmüştür.

Swan, Turner, Yoon ve Muller (2006) matematiksel modellemenin öğrencilere matematik öğrenmeye ne yönde teşvik ettiğini araştırmışlardır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulandığı derslerde öğrencilerin matematiksel dil ve notasyonu geliştirerek matematiksel araç kullanımını geliştirmesi hedeflenmiştir. Araştırma sürecinde öğrencilerin matematikle ve matematikle ilgili alanlarda soru sorma ve yanıtlama kapasitesini arttırdığı görülmüştür.

English (2006), sınıfta öğrencilere sunulan matematiksel problem çözme deneyimlerinin öğrencilerde kavramsallaştırma ve matematikselleştirme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Öğrencilerden geniş bir yelpazede geleceğe yönelik matematiksel beceriler ve süreçler geliştiren deneyimler tasarlaması beklenir. Ortaokul matematik derslerinde uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri bu ihtiyaca cevap vermek için uygun bir araçtır. Araştırma ilkököl beşinci sınıf öğrencilerinin yedinci sınıfa kadar matematiksel modelleme sürecini anlatan boylamsal bir çalışmadır. Araştırma öğrencilerin altıncı sınıf sonlarına doğru kendi bağımsız matematiksel modellerini oluşturduğunu göstermiştir.

Ikeda, Stephens ve Matsuzaki'nin (2007) çalışmalarında çoktan seçmeli matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel modellemeye yönelik temel özellikleri bilme ve modelleme aşamaları hakkındaki düşüncelerini şekillendirmek amacıyla çalışmışlardır. Uygulama yapılmadan önce ve yapıldıktan sonra öğrencilerin 'Matematiksel model nedir?', 'Matematiksel model yapmak zor mudur, kolay mıdır?' sorularına cevap verilmesi istenmiştir. Hem uygulama öncesinde hem de uygulama sonrasında öğrenciler tarafından matematiksel model oluşturma zor olduğu belirtilmiştir. Bununla birlikte, bazı öğrenciler matematiksel model yapmanın neden zor olduğunu uygulamadan sonra daha iyi ifade ettikleri belirtilmiştir. Öğrencilerin gerçek yaşamdan alınan bir problemin çözümü konusunda elde edilen verilerde uygulamadan önce ve sonra cevaplarında dikkate değer değişimler olduğu gözlenmiştir.

Kartallıoğlu (2005), ilkököl üçüncü ve dördüncü sınıflarla yaptıkları çalışmada çocukların sözel problemleri çözerken hangi stratejileri kullandıklarını bulmayı ve bu stratejilerin altında yatan nedenleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırma için bir ilköğretim okulundan üçüncü ve dördüncü sınıflarından birer sınıf seçmiştir. Problem çözme sürecinin başında öğrencilerin işlem yapma stratejisini kullandıklarını görmüşlerdir. Öğrenciler problem çözerken matematiksel model kullanmamalarının sebebi olarak model kullanmaya alışık olmadıkları için ve zor geldiği için tercih etmedikleri ortaya çıkmıştır. Öğrenciler kesirli ifadelerde model oluşturmaya nerden başlayacaklarını bilemediklerini belirtmişlerdir. Öğrenciler kesirli ifadelerde işlemler yaparken ezbere problem çözme stratejisi kullandıkları görülmüştür. Kesirli ifadelerde

uygun modelleme yapılmadığı için yarım, çeyrek ve bütün kavramlarını yanlış yorumladıkları görülmüştür.

Blomhøj ve Jensen (2007), araştırmalarında Danimarka’ da bir spor salonundaki matematik öğretmenlerine bir proje çerçevesinde uygulanan matematiksel modellemeyle ilgili bir hizmet içi kursunun lise onuncu veya on ikinci sınıf öğrencilerine karşı geliştirme ve deneyimlerini sunar. Matematiksel modelleme temelli dersin amacı öğretmenlerin matematiksel modellemede proje tabanlı probleme yönelik bir dersi geliştirmelerine, kendi sınıflarında denemelerine, değerlendirmelerine ve rapor etmelerine destek olmaktır. Hizmet içi kurs bir dönem boyunca üç seminerle devam etmiştir. Seminerden elde edilen deneyimler, genel olarak ders amaçlarının yerine getirildiğini ve ders projelerinin meslektaşlar için internet yayınına uygun şekilde raporlandığını göstermektedir. Seminerden elde edilen raporlar ve ilgili tartışmalar, matematiksel modellemenin öğretilmesine ve bunlarla nasıl başa çıkılacağına ilişkin ilginç ikilemleri ortaya çıkarmaktadır. Bu ikilemler, öğrenciler için proje modelleme ve çalışmaları sırasında destekleyici ve meydan okuyan diyaloglara ortam hazırlamıştır.

Doyle (2006), araştırmasında okuduğunu anlama başarısının matematiksel modelleme becerisi üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmayı bir yıl boyunca iki ayrı sınıfta 4 öğrenciyle yürütmüştür. Okuduğunu anlama becerisinin öğrencilerde ne ölçüde olduğunu araştırmıştır. Üst düzey okuduğunu anlama becerisinin matematiksel modellemeye olan katılımı etkileyebileceği öngörülmüştür. Matematiksel modelleme problemleri, öğrencilerin çeşitli metinler üzerinde tartışmalarını gerektiren problemlerdir. Matematiksel modelleme becerilerinin ne düzeyde olduğunu belirlemek için problem çözme süreci aşamalarıyla incelenmiştir. Üst düzey modelleme stratejisi, öğrencilerin metinsel bilgileri yapısal olarak organize etmelerini ve metinlerin ana fikrini çıkarmayı hatırlatır. Bu araştırma, üst düzey modelleme becerilerinin öğrencilerde farkındalık oluşturduğunu göstermiştir.

Kaf (2007) matematiksel modelleme etkinlikleri ile desteklenmiş bir cebir dersinin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinde cebir öğrenme becerisine etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Matematiksel modellerin kullanıldığı bir cebir dersi ile cebirsel modellerin kullanılmadığı cebir dersi karşılaştırılmıştır. Model kullanmadan önceki ile model

kullanıldıktan sonraki cebir erişiş ölçülmüş ve cinsiyete göre fark olup olmadığı araştırılmıştır. Veri toplama aracı olarak öğrencilerin cebir başarısını ölçmek amacıyla araştırmacı tarafından oluşturulan on beş soruluk Cebir Başarı Testi uygulanmıştır. Araştırma bir ortaokulun iki altıncı sınıf ve bir yedinci sınıf şubelerinde 4 hafta boyunca sürmüştür. Araştırmada yarı deneysel bir yöntem kullanılıp şubelerde deney ve kontrol grupları oluşturulmuştur. Cebir Başarı Testi hem deney hem kontrol grubuna uygulanmış cebir erişilerinde fark olup olmadığına ve cinsiyetlere göre cebir başarısı arasında fark olup olmadığına bakılmıştır. Araştırma bulgularına göre matematiksel model kullanan grupta matematiksel model kullanmayan gruba göre cebir başarısının daha yüksek olduğu görülmüştür. Öğrencilerin cinsiyeti ve cebir başarısı arasında ise anlamlı bir fark bulunmamıştır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin yer aldığı bir eğitim öğretim programının öğrencilerde daha çok farkındalık yarattığı görülmüştür.

Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın ve Gülbağcı (2009), matematik eğitiminin amaçlarından olan genelleme yapma becerisini ve matematiksel modelleme sürecini rutin olmayan sözel problemler aracılığıyla incelemişlerdir. Araştırmayı farklı okullardan 3.sınıftan 5.sınıfa kadar 278 ilköğretim öğrencisiyle çalışmışlardır. Matematiksel genelleme matematikte öğrenilen matematiksel kural ve ifadeleri benzer matematiksel durumlara uygulamayla gerçekleşir. Matematiksel modelleme yaklaşımının öğrencilerin problem çözerken odağı belirtme ve yeniden yönlendirmede, genellenebilir, yeniden kullanılabilir ilişkiler kurması beklenir. Araştırma deneysel bir yöntemle oluşturulmuş olup öğrencilere ön test olarak rutin olmayan bir problem, son test olarak da modellemeye dayalı bir problem vermişlerdir. Araştırma bulguları, öğrencilerin bu tür problemlerde başarısız olduklarını göstermiştir. Okullar ve sınıf seviyeleri arasında önemli farklılıklar vardır. Öğrenciler genellikle sorunları çözmek için formel olmayan sayma stratejileri kullandıkları için küçük sayılarla ilgili problemlerde daha başarılıdır. Bu stratejiler modellemenin saf uygulamaları olarak düşünülebilir. Ön test ve son test arasında beşinci sınıflara yapılan müdahale sonucu modelleme becerilerinde gelişme gözlenmiştir.

Özturan, Sağırılı, Kırmacı ve Bulut (2010), matematiksel modelleme yönetiminin lise on ikinci sınıf öğrencilerinin türev konusundaki akademik başarısına ve modelleme becerisini ne kadar etkilediğini araştırmayı amaçlarlar. Türev konusu diğer bilimlerde de uygulama alanı bulunduğundan matematiksel modelleme etkinlerinde kendine yer edinir.

Araştırma yarı-deneysel olup sınıflardan biri deney diğeri kontrol grubudur. Uygulama 9 hafta boyunca sürmüştür ve süreçte teknolojiden de faydalanmışlardır. Matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin matematiksel bilgilerini kendileri yapılandırarak şeklindedir. Öğrencilerden sürece yönelik bir portfolyo dosyası tutmalarını istemişlerdir. Öğrencilere veri toplama aracı olarak Genel Türev Testi ve Türev Konusundaki Matematiksel Modelleme Problemleri Testi uygulamışlardır. İki uygulama arasında akademik başarı olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır. Matematiksel modelleme yöntemi ile eğitim alan grubun matematiksel modelleme becerilerinde daha çok başarı gösterdiği gözlenmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin türev ve uygulamaları ile ilgili problemlerde matematiksel modelleme yönteminin başarıyla uygulandığı görülmüştür.

Biccard (2010), matematiksel modelleme yetkinliklerinin gruplar halinde çalışan yedinci sınıfla nasıl oluştuğunu ve geliştiğini incelemeyi amaçlar. Matematiksel modelleme, matematik eğitiminde popüler bir öğretme ve öğrenme yaklaşımıdır. Modelleme alanında tam olarak hangi modelleme yetkinliklerinin olduğunu ve bu yetkinliklerin nasıl geliştiğini belirlemeye ihtiyaç vardır. Modelleme yeterlikleri mevcut literatürden belirlenmiştir. Çalışma doğası gereği nitel olup karma araştırma deseninin bazı özelliklerini taşır. Öğrencilerin bir matematiksel modelleme sürecindeki ilerlemesi belirlenirken, zayıf ve güçlü olarak kalıplaşmış öğrencilerin modelleme yeterlikleri de araştırılır. Bulgular, modelleme etkinlikleri çözen öğrencilerde matematiksel yetkinliklerin geliştiğini gösterir. Araştırma bulguları gruplar halinde çalışan öğrencilerin gerçek bir modelleme durumunu ortaya koymuştur. Verilerin analizi, modelleme yetkinliklerinin gelişiminin karmaşık ve birbiriyle ilişkili olduğunu, ancak yetkinliklerin, modelleme görevlerine dahil olan gruplarda aşamalı olarak geliştiğini göstermektedir.

Taşova (2011), matematik öğretmen adaylarında mevcut bulunan analitik, geometrik ve harmonik düşünme becerisinin matematiksel modelleme sürecinde görsel-resimsel bileşenleri akıl yürütmeyi nasıl etkilediğini incelemiştir. Araştırmada öğretmen adaylarında görülmek istenen düşünme yapıları analitik, geometrik ve harmonik olarak üç grupta belirlemiştir. Araştırmaya bir devlet üniversitesinde tezsiz yüksek lisans programına kayıtlı 75 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Adayların modelleme becerilerini belirlemek için veri toplama aracı olarak Zihinde Döndürme ve Uzamsal Görselleme Testi, düşünme yapılarının belirlenmesinde ise Matematiksel Süreç Aracı' nı

seçmiştir. Öğretmen adayları ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler çözüm sürecindeki düşünme yapılarını daha ayrıntılı olarak ortaya koymuştur. Çalışmadan elde edilen bulgular; geometrik düşünme yapısına sahip olan öğretmen adayları, görsel resimsel bileşenleri matematiksel modelleme etkinliklerinde yüksek seviyede başarılı bir şekilde kullanmaktadırlar. Analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının bileşenlerden cebirsel bir yapı elde edebildiği, grafiksel ilişkileri daha iyi kurulduğu görülmüştür. Matematiksel modelleme etkinlikleriyle hazırlanan bir öğretim programının matematiksel modelleme becerisini geliştireceği varsayılmıştır.

Doruk ve Umay (2011), ortaokul altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin sahip olduğu matematiksel bilgi ve kavramların günlük yaşama transferinde matematiksel modelleme becerilerinin etkisini araştırmışlardır. Araştırma yarı deneysel olup kontrol ve deney grupları oluşturulur. Veri toplama aracı olarak Günlük Yaşam Matematik Testi uygulanmıştır. Araştırma sürecinde deney grubundaki öğrenciler matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışmışlar, süreçte yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmışlardır. Matematiksel modellemeyi günlük yaşama transfer etme becerisinin nasıl ortaya çıktığını yorumlamışlardır. Matematiksel modelleme etkinlikleri çalışan öğrenciler, gerçek yaşamda karşılaştıkları bir problem durumuna matematikten yararlanarak çözüm üretmişlerdir. Matematiği günlük hayatla ilişkilendirme düzeyi kontrol grubuna göre daha yüksektir. Matematiksel dil ve notasyonu çözüm sürecinde kullanırlar. Günlük yaşamda karşılaşılan problem durumlarında matematiksel modellemeyi kullanma becerisinin öğrencilerde güçlü bir matematik alt yapısı ile daha mümkün olduğu ortaya çıkmıştır.

Çiltaş ve Işık (2012), bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında eğitim gören 75 öğretmen adayının Analiz dersindeki akademik başarılarında matematiksel modelleme yönteminin geleneksel yöntemle göre etkisini incelenmektedir. Araştırma yarı deneysel olup ön test ve son test uygulanmıştır. Araştırmada öğretmen adaylarına veri toplama aracı olarak diziler ve seriler bilgi testi uygulanmıştır. Test matematiksel dizinin özellikleri ve seriler ile ilgili 15 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Son test olarak dizi ve seri bilgi testi uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizlerine bakıldığında deney grubunun akademik başarısında olumlu etkisi gözlemlenmiştir. Analiz dersindeki kavramların öğretilmesinde matematiksel modelleme

yönteminin kullanılmasının öğretmen adaylarında modelleme becerisini geliştireceği görülmektedir.

Gatabi ve Abdolahpour (2013), araştırmalarının temel amacı lise dokuz ve onuncu sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yetkinlik düzeyini belirlemektir. Öğrencilerin modelleme yetkinlikleri; engel düzeyine, sınıfa, cinsiyete ve yaşadığı bölgeye göre araştırılır. Araştırmaya kırsal bölgeden 366, kentsel bölgeden 413 toplam 779 İranlı öğrenci katılmıştır. Öğrencilere gerçek yaşam bağlamı olan bir modelleme etkinliği vermişlerdir. Öğrencilerin veri kaynağı çalışma sayfaları ve alan notlarıdır. Araştırma nicel olduğundan veri analizinde SPSS kullanmışlardır. Whitney U testi kullanmışlardır. Verilerin analizi sonucunda cinsiyet farkının modelleme yetkinliği olarak bir fark olmadığı görülmüştür. Kırsal ve şehirli öğrencilerin modelleme yetkinlikleri arasında anlamlı bir fark yoktur, ancak onuncu sınıf öğrencilerinin performansı dokuzuncu sınıf öğrencilerinden daha iyidir.

Sandalcı (2013), matematiğin temel konularından cebirin günlük hayat problemlerinde kullanılabilmesi için ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin matematiği ilişkilendirme düzeylerinin ve akademik başarılarının artmasını amaçlanmıştır. Altıncı sınıftaki cebir kazanımları gelecek sınıflarda da temel oluşturmaktadır. Araştırma karma araştırma deseni ile nitel ve nicel yöntemler birlikte kullanılmıştır. Araştırmada ön test ve son testlerden çıkan bulguların benzerlik ve farklılıkların altında yatan nedenleri incelemek için nitel verilerden de yararlanılmıştır. Öğrencilerin cebire ait kazanımların ölçülmesi için Cebir Başarı Testi uygulanmıştır. Modelleme etkinliklerinin uygulandığı deney grubuyla etkinliklerin uygulanmadığı gruba göre cebir testinde daha başarılı olduğu görülmüştür. Matematiği Günlük Yaşamla İlişkilendirme Testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin daha anlamlı ilişkilendirmeler yapıldığı görülmüştür. Cebir öğreniminde modelleme etkinliklerinin kullanılması ile öğrencilerin konuları daha iyi kavradıkları, derse karşı olan ilgi ve motivasyonun daha üst düzeyde olduğu görülmüştür.

Bilen ve Çiltaş (2015), Erzurum ilindeki matematik öğretmenlerinin 5.sınıf matematik müfredatına göre görüşleri matematiksel model ve modelleme çerçevesinde incelenmiştir. Nitel ve etkileşimli bir araştırma yaklaşımı benimseyen bir vaka

çalışmasıdır. Araştırmanın örneklemini 69 farklı okuldan 58 ortaokul öğretmeni (32 kız, 26 erkek) oluşturmuştur. Öğretmenlerin matematiksel model ve modelleme hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmak için yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler katılımcıların yazılı olarak yanıtladığı 8 sorudan oluşmaktadır. Matematik müfredatı konuların öğretimi için kullanılan modellerde yapılan değişiklikleri içermektedir (MEB, 2013). Katılımcılar tarafından model ve modellemenin müfredatta basit düzeyde ele alındığı belirtilmiştir. Beşinci sınıf öğrenme modelleme çerçevesinde kazanımlarının artması gerektiği belirtilmiştir.

Urhan ve Dost (2016), lisede görev yapan öğretmenlerin matematiksel modellemeye ilişkin fikirlerini ve matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde uygulanmasını engelleyen nedenleri ortaya çıkarmayı amaçlayan bir çalışmadır. Araştırmaya 7 ortaöğretim matematik öğretmeni gönüllü olarak katılmıştır. Katılımcıların matematiksel modelleme etkinliklerinden haberdar olup olmadığı ve modelleme etkinliklerini derslerde kullanıp kullanmadığı bu araştırmaya göre öğretmenlerin mesleki özelliklerindendir. Öğretmenlerin görüşleri ses kaydı ile kaydedilmiştir. Öğretmenler matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde kullanılmasının eğitim öğretim sürecine katkı getireceğini söylemişlerdir. Matematik öğretmenleri modelleme etkinliklerinin matematik derslerinde kullanılmaya uygun olmaması fikrindedir. Bazı matematik öğretmenleri ise modellemenin eğitim sisteminde kendine çok yer edinemediği görüşündedir. Öğretim programında yapılan bazı değişikliklerin matematiksel modelleme etkinliklerine katkı ve yenilik getireceği ön görülmektedir.

Şahin ve Eraslan (2016), günlük hayatta ortaya çıkan problemlerin çözümünde araç olarak kullanılan, matematik dersi öğretim programının (MEB, 2018) geliştirmek istediği temel becerilerden biri olan matematiksel modellemenin küçük yaşlardan itibaren öğrencilerin uygulanmasının ve beceriyi geliştirilmesinin önemi üzerinde durmuşlardır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin küçük yaş gruplarında nasıl uygulanacağı konusunda Karadeniz’ de öğrenim gören bir grup ilkokul öğrencisi ile birlikte model oluşturma etkinlikleri çalışmışlardır. Problem çözmede araç olarak kullanılan modelleme etkinlikleri ilkokul öğrencilerinin konuyu kavrama ve geliştirmesinde önemlidir. Model oluşturma etkinliklerini ilkokul öğrencilerine tanıtmak ve uygulama yapmalarını sağlamak araştırmanın amaçlarındandır. Süreç boyunca öğrencilerin model oluşturma

etkinliklerini gözlemlemiş ve gerekli yerlerde rehberlik etmişlerdir. Süreçte öğrencilerin zaman zaman zorlandığı yerler olmuştur. Model oluşturma etkinliklerinin nasıl değerlendirilmesi gerektiğine yönelik öneriler sunulmuştur.

Karabörk (2016), ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinin matematik dersi başarısına etkisi ve bu etkinliklere yönelik görüşlerini araştırmıştır. Araştırma yarı deneysel olup deney ve kontrol grubu oluşturmuşlardır. Matematiksel model oluşturma etkinliklerinin başarı testleri arasında anlamlı bir farkın olup olmadığına bakmışlardır. Öğrencilerin model oluşturma etkinliklerine yönelik görüşlerinde değişikliklere bakmışlardır. Model oluşturma etkinlikleri başarı testlerinde olumlu yönde katkı sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin modelleme oluşturma etkinlikleri ile karşılaştıkları zaman ne yapacakları belirsiz olduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin derse olan ilgi ve katılımında olumlu yönde artış vardır. Grup çalışmasının öğrencilerle olan iletişim ve iş birliğini arttırmıştır. Ders kazanımlarına paralel olarak matematiksel modelleme etkinliklerinin yapılması, öğrenci başarısına etkisi hakkında daha çok veri sunacaktır.

Muşlu ve Çiltaş (2016), çalışmalarında matematiksel modelleme etkinlikleri ile hazırlanan bir ders programının ortaokul matematik dersi beşinci sınıf öğrencilerinde doğal sayılarda işlemler konusunun kazanımlarına yönelik başarısına etkisinin nasıl olduğunu incelemeyi amaçlamışlardır. Erzurum' un bir devlet okuluna öğrenim gören 44 beşinci sınıf öğrencisi yarı deneysel desenli ön test- son test kontrol gruplu olarak ayırmışlardır. Uygulanacak başarı testi kazanımlara yönelik 10 sorudan oluşmaktadır. Deney grubuna günlük hayat problemleri içeren etkinlikler verip öğrencilerin çözüm sürecini yansıttıkları etkinlik kağıtlarını toplamışlardır. Daha sonra deney grubu öğrencilerine matematiksel kavramların içselleştirilmesini amaçlayan alıştırmalar vermişlerdir. Son test uygulaması kontrol grubuna da normal öğretim programı işlendikten sonra her iki gruba da uygulamışlardır. Her iki grupta da konuya yönelik başarı artmıştır. Deney grubunda başarı artışının daha fazla olduğu görülmüş matematik dersine ilgi ve tutumda olumlu yönde değişme olduğu görülmüştür.

Çelikkol (2016), ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme başarılarının matematiksel modelleme etkinlikleri ile hangi yönde etkilendiğini

araştırmıştır. Matematiksel modelleme etkinlikleri çözme sürecinde öğrencilerin yeterliklerini, modelleme basamaklarını belirlemeyi de amaçlamaktadır. Araştırma yarı deneysel olup veri toplama aracı olarak başarı testi uygulamıştır. Araştırma günlüğü tutmuş yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Veri analizleri incelendiğinde matematiksel modelleme etkinliklerinin cebir sözel problemlerin başarısını olumlu yönde etkilemiştir. Modelleme basamaklarını kullanmada daha başarılı oldukları görülmüştür.

Akar (2017), üstün yetenekli öğrencilerin uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri sonucu matematiksel yaratıcılıklarını nasıl gösterdikleri, modelleme sonucu ortaya çıkardığı ürünlerin matematiksel yaratıcılık bağlamında incelenmesini amaçlamıştır. Üstün yetenekli öğrenciler modelleme etkinlikleri üzerinde bireysel ve grup olarak çalışmışlardır. Matematiksel yaratıcılığın alt boyutları; Akıcılık, esneklik, aşamalılık, ilişkilendirme becerisi, kalite ve özgünlüktür. Matematiksel modelleme sürecin de öğrencilerin yaratıcılığın bu alt boyutlarını ortaya çıkarabilme yeterliğini de incelemiştir. Öğrencilere verilen her modelleme etkinliğinin, matematiksel yaratıcılığın alt boyutlarıyla farklı ilişkisi vardır. Grupların matematiksel modelleme sonucu ortaya çıkan yaratıcılık düzeyleri birbirinden farklıdır. Farklı modelleme etkinliklerinde farklı yaratıcılık alt boyutları ortaya çıkmıştır. Bazı modelleme etkinliklerinde akıcılık, esneklik, ilişkilendirme, aşamalılık boyutları bazı modelleme etkinliklerinde de kalite ve özgünlük boyutları ortaya çıkmıştır. Modelleme etkinliklerinde ortaya çıkan akıcı-esnek düşünceler ile özgün-kaliteli düşünceler arasında benzer ilişkiler olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenciler özgün olarak çalıştığı etkinliklerde daha çok esnek düşünme becerisi ortaya çıkarmışlardır. Matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerde yaratıcılığın her alanda ortaya çıkmasını hedefliyorsa programlara dahi edilmesini ve zenginleştirme ve hızlandırma aktivitesi olarak kullanılması önerilmiştir.

Dedebaş (2017), 5.sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma etkinlikleri sırasında çıkan davranışları ve bu davranışların nasıl değiştiğini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Öğrenciler modelleme etkinlikleri ile çalışırken ortaya çıkan güçlükler ve bu güçlüklerin altında yatan nedenleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Veri toplama aracı olarak öğrencilere 3 farklı matematiksel modelleme etkinliği vermiştir. Araştırma örnek olay(durum) çalışmasıdır. Öğrencilerin çalışma yaptığı kağıtlarını, yazılı çalışmaları ve video-ses kayıtlarını analiz etmiştir. Elde edilen veriler; matematiksel modellemeyi

etkileyen engelleyici etkenleri, modellemeyi destekleyici davranışlar, süreçte karşılaşılan güçlükler olmak üzere 3 grupta sınıflamıştır. Modellemede karşılaşılan güçlüklerin, modelleme etkinliklerinin düzenli tekrar uygulamalarıyla azalacağını belirtmiştir. Sınıf ortamında bu etkinliklerin uygulanması çıkabilecek engelleri azaltarak, destekleyici davranışların oluşacağını belirtmiştir.

Çavuş, Doğan, Gürbüz ve Şahin (2017), araştırmalarında MEB'nin (2013) eğitim programında ifade ettiği modelleme yaparak problem çözmenin üzerinde durmuşlardır. Programda yer alan matematik eğitiminin genel amaçlarını matematiksel modellemenin hedefleriyle ilişkilendirmişlerdir. Matematik dersi öğretim programında matematiksel modelleme Türkiye' deki ders kitaplarında modellemeye ne kadar ve hangi düzeyde yer verildiğini araştırmışlardır. Matematiksel modelleme son geliştirilen eğitim programında geliştirilmesi planlanan bir matematiksel süreç becerisi olarak ele alındığını belirtmişlerdir (MEB, 2017). Araştırmalarında nitel araştırmalarında doküman analizini kullanıp ortaokul matematik ders kitapları, araştırmanın veri kaynağını oluşturmaktadır. Modelleme ve matematiksel modelleme kavramlarının matematik ders kitaplarında nasıl yer aldığını kategoriler halinde incelemişlerdir. Bu kategorileri öğrenme alanı, sınıf seviyesi, kullanım amacı, model türleri olarak belirlemişlerdir. Sonuçlar ortaokul matematik ders kitaplarında kullanılan modelleme kavramının bir "modelleme matematiği" olarak kullanıldığını görmüşlerdir. Matematiksel modelleme kavramının bazı konular ve sınıf seviyelerinde hiç ele alınmadığını görmüşlerdir. Ortaokul matematik ders kitaplarında kullanılan matematiksel modelleme kavramı somut ve görsel yapılarla sınırlıdır. Öğretmen ve öğrenciler için matematiksel modellemenin amacına uygun olması için matematik ders kitaplarında revize edilmesi gerektiğini söylemişlerdir.

Özgen ve Şeker (2018), ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleri ile karşılaştıkları zaman hangi becerileri gösterdikleri ve bu becerileri nasıl geliştirdiklerini incelemişlerdir. Öğrencilerin bilişsel olarak modelleme becerilerinin incelenmesini temel almışlardır. Modelleme süreçleri incelenirken birçok araştırmacı bilişsel modelleme becerilerini farklı olarak tanımlamıştır. Modelleme becerileri araştırmalarda farklı olarak isimlendirmeler yapılsa da ortak özellikler tüm sınıflandırmalar da vardır. Borremeo-Ferri'nin (2006), Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü' nü çalışmalarında kuramsal çerçeve olarak seçmişlerdir. Bilişsel

modelleme becerileri; problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olarak sınıflandırılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin matematikselleştirme sürecinin incelendiği birçok çalışma yapılmıştır fakat bu çalışmayı diğerlerinden ayıran matematiksel modelleme problemlerinin de kendi içinde sınıflandırılmasıdır. Araştırmada öğrencilerin bilişsel becerilerini izlemek amacıyla nitel ve nicel verilerin aynı anda kullanıldığı iç içe geçmiş(gömülü) desen kullanmışlardır. Deney ve kontrol gruplarının olduğu araştırmada uygulama öncesi bilişsel yeterlik hemen hemen aynıdır. Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, sınıflandırılmış modelleme problemlerini öğrencilerin daha eğlenceli bulduğunu ortaya çıkarmıştır. Araştırma sonunda kontrol grubu öğrencilerinde problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama düzeylerine bakıldığı zaman olumlu gelişmelerin olduğu gözlemlenmiştir.

Çavuş-Erdem ve Gürbüz (2018), çalışmalarında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin ilkökul üçüncü sınıftan itibaren gördükleri alan ölçme konusundaki bilgi ve becerileri, matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı bir öğrenme ortamında nasıl değiştiğini ve geliştiğini incelemek istemişlerdir. Araştırma nitel bir durum çalışması olup incelenen durumu tüm gerçekliğiyle ele almak istemişlerdir. Çalışmayı üç aşamada tamamlayıp 6 öğrenci ile birlikte çalışmışlardır. Amaçlı örneklem yöntemiyle seçilen öğrencilerle uygulama öncesi yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmışlardır. Araştırma yedinci sınıf öğrencileriyle yürütüldüğünden bilgi ve becerilere ait kazanımlar yedinci sınıfa ait MEB (2018) eğitim öğretim programını dikkate almışlardır. Araştırmacılar alan ölçme bağlamında ‘Geri Dönüşüm Macerası’, ‘Miras Paylaşımı’ ve ‘Okul Partisi’ etkinlikleridir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen verilere göre alan ölçme verilen kenar uzunluklarının çarpımı olarak bilinmekte olup formüle dayalı biçimde algılandığını görmüşlerdir. Öğrenciler alan ölçmeyi çokgenlerin kenar uzunlukları ile sınırlamaktadırlar. Uygulama sürecinde öğrenciler alan ölçmede kavramsal yapılarını gözden geçirmişler kavram yanılgılarını fark etmişlerdir. Modelleme sürecinde grup çalışması yapmaları, bilgi paylaşımını gerektirdiği için mevcut bilgilerini sorgulamalarına ve etkin bir şekilde çalışmalarında etkili olmuştur.

Didiş-Kabar ve İnan (2018), ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin bir matematiksel modelleme etkinliği ile karşılaştıkları zaman matematikselleştirme süreçlerinin nasıl

olduğunu ve oluşturdıkları matematiksel modelleri nasıl geliştirdiklerini incelemişlerdir. Bir matematiksel modelleme etkinliği ile karşılaştıkları zaman hangi matematiksel düşünceler içerisinde olacağını incelemek ve grup içerisinde problemle nasıl başa çıkacaklarını gözlemlemek bu araştırmanın amaçlarıdır. Araştırma nitel durum çalışması olup incelenen durum derinlemesine incelemişlerdir. Matematiksel modelleme Orta Karadeniz’ de kırsal bir kesimde okuyan öğrencilere uygulamışlardır. Yedinci sınıf kazanımlarıyla da ilişkili olarak Hava Durumu Problemi, Araba Problemi ve Çim Biçme Problemi adlı üç problem uygulamışlardır. Öğrencilere uygulanan problemler öğrencilerin kavramlarını görsel ve sözel olarak ifade edebilecekleri problemler seçmişlerdir. Uygulama sonrası öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yaparak matematikselleştirme süreci için daha detaylı bilgi almışlardır. İki grubun da matematikselleştirme süreçleri incelendiği zaman daha önce bu tür problemlerle karşılaşmamış öğrenciler olmalarına rağmen problemlerdeki tablo şeklindeki veri gruplarını anlayabildikleri görülmüş ve problemi çözme girişiminde bulunma yaklaşımında oldukları gözlemlenmiştir. Matematiksel modelleme problemleri karmaşık veriler içermekte olup ama öğrencilere anlamlı bir bağlam içinde sunulursa öğrenciler problemi çözmek için uğraş gösterecektir (English, 2006; English & Fox, 2005; English & Watters, 2005; English & Watson, 2018). Öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinden önce PISA soruları, günlük hayat bağlamı içeren problemler öğrencileri yapılan uygulamalara alıştırmıştır. Grup halinde yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiksel fikirlerini açıkça ileri sürdüklerini ama gerekçelendirmede eksiklikler olduğunu görmüşlerdir. Bazı öğrencilerde ise akademik matematik başarısı yüksek öğrencilerin düşüncelerini sorgulamadan doğru kabul etme, kendi fikirlerini savunmada yetersiz kaldıklarını görmüşlerdir. Matematiksel modelleme çalışmaları ile desteklenen uzun süreli eğitim öğretim çalışmalarının öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal olarak gelişmesi hakkında daha derin bilgiler vereceğini savunmuşlardır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Yöntem bölümünde; araştırma modeli, araştırma modeline göre çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizi hakkında bilgiler verilecektir.

Araştırma Modeli

Bu araştırma, GME teorik çerçevesini kullanılarak, matematiksel modelleme etkinlikleri aracılığıyla ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerinin incelenmesini amaçlayan nitel bir durum çalışmasıdır. Çalışmanın amacına göre öğrencilerde mevcut olan bir durumu ortaya çıkarmak, derinlemesine bilgi edinmek için nitel durum çalışması seçilmiştir. Öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerinde ortaya çıkan becerilerin ve ilişkilendirmelerin derinlemesine analiz edildiği, elde edilen bulguların neden sonuç ilişkileriyle açıklandığı bir yöntem olduğu için bu yöntem tanımlanmıştır. Nitel araştırma yönteminde veri analizi yapmak için katılımcılarla yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, gözlem notları, doküman incelemesi kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Bu çalışmada ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerinin ortaya koyulması için matematiksel modelleme problemleri kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkardığı yatay ve dikey matematikselleştirmeleri ortaya çıkarmak için üçer kişilik iki odak grup belirlenmiştir.

Çalışmanın Katılımcıları

Çalışmanın katılımcıları, 2020-2021 eğitim öğretim yılında Yozgat ilinin bir ilçesinde bulunan bir devlet okulunda öğrenim gören ortaokul öğrencileridir. Çalışmanın devam ettiği süreçte 52 ortaokul öğrencisi bulunan ortaokulda her şubeden bir sınıf bulunmaktadır. Okulda bir matematik öğretmeni görev yapmaktadır.

Çalışma 8. sınıf öğrencileri ile seçmeli Matematik Uygulamaları dersinde gerçekleştirilmiştir. Uygulamaların tüm sınıfa ders süresince uygulandığı için sınıfın tamamı, matematiksel modelleme problemleri (etkinlikleri) ile çalışma yapmışlardır.

Çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan matematiksel modelleme problemleri ile çalışmadan önce, öğrenciler ilk olarak öğretmen tarafından verilen farklı PISA soruları ve matematik okuryazarlığı problemleri ile çalışmışlardır. Ön çalışma problemleri uygulandıktan sonra, 7 öğrenci aynı zamanda öğrencilerin matematik öğretmeni olan araştırmacı tarafından üçer ve dörder kişilik iki gruba ayrılmıştır. Ön çalışma öğrencilerin bu tür sorulara alışmasında, problemlerin asıl yapısını anlamasında yardımcı olmuştur. Sınıf mevcudu az olduğundan dolayı grup sayısı iki olarak belirlenmiştir. Ön çalışma bireysel olarak uygulanarak öğrencilerin mevcut durum tespit edilmeye ve grupların belirlenmesinde heterojen bir dağılım sağlanmaya çalışılmıştır. Gruplar belirlenmeden önce öğrencilerin matematik akademik başarı durumları, akademik özgüven, kendini ifade edebilme ve sosyallik gibi durumları göz önünde bulundurulmuştur. Uygulama çalışmaları gerçekleştirirken bir öğrencinin düzenli olarak derse gelmemesi ve tüm uygulamalara katılmaması sebebiyle, çalışmanın tamamı altı öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu yüzden bu araştırmanın, katılımcıları uygulamalar düzenli olarak katılan altı öğrenci olmuştur. Çalışmada yer alan öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5 ve Ö6 olarak isimlendirilmiştir. Grup üyelerine ait bilgiler Tablo 1’de özetlenmiştir. 2020-2021 eğitim-öğretim yılı yüz yüze eğitimle birlikte uzaktan eğitim de devam ettiği için birinci dönem yazılı notları geçerli olmayıp, öğrencilerin ders katılım notları verilmiştir.

Tablo 1. Çalışmaya Katılan Öğrencilere Ait Bilgiler

Gruplar	Öğrenciler	Cinsiyet	Yaş	Matematik Dersi Akademik Not Ortalamaları
Grup 1	K1	K	13	95
	K2	E	12	93,2
	K3	K	13	75
	K4	K	12	85
Grup 2	K5	E	13	85
	K6	K	13	88,3

Çalışmanın Tasarımı

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirmelerini, matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla ortaya çıkarmayı amaçlayan bu çalışmada önce öğrencilere modelleme problemleri uygulamalarına alışmalarını sağlayacak ön çalışmalar (alıştırma etkinlikleri) gerçekleştirilmiştir. Ön çalışmalarının ardından asıl uygulamada yer alacak modelleme problemlerinin uygulamalarına geçilmiştir.

Uygulama Öncesi Çalışma: Alıştırma Etkinliklerinin Uygulanması

Araştırmada, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin yapısını anlayabilmesi ve alışabilmesi için literatüründen modelleme problemleri uygulanmadan önce üç soru belirlenerek öğrencilerin bu sorular üzerinde çalışması sağlanmıştır. Seçilen problemlerin matematiksel modelleme problemleri ile ortak özellikler içermesine ve araştırmacının amacına uygun olmasına dikkat edilmiştir. Bu süreç öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözüm sürecinde neler yaşayacağını bir göstergesi olmuştur. Verilen problemlere ek olarak kaynak kitap olan bir test kitabından seçilip uygulanan rutin olmayan problemler öğrencilerin matematiksel fikirlerini sunmaya ve yaptıkları çözümleri savunmaya teşvik etmiştir. Seçilen problemlerin sekizinci sınıf matematik kazanımlarına uygun olmasına, problemlerin açık ve anlaşılır olmasına dikkat edilmiştir. Öğrencilere verilen problemler matematiksel modelleme problemlerinin yapısına uygun olarak açık uçlu, tablo ve grafiklerin olduğu, tablo okuyup yorumlama yapmayı gerektiren, ilişkilendirmelerin olduğu problemler seçilmiştir. Öğrencilere verilen alıştırma problemleri basitten zora doğru uygulanmıştır.

Öğrencilere asıl uygulamaya hazırlayan alıştırma uygulamalarından sonra öğrencilerin uğraştığı problemlere bakış açısının nasıl olduğu, çözüm süreçlerine dair açıklamaların yazılı olarak raporlaştırılması istenmiştir. Verilen bazı problemlerin çözüm süreçlerinin gönüllü öğrenciler tarafından sınıf ortamında sunulup tartışmaya ve fikir alışverişi yapılmasına olanak sağlanmıştır. Verilen tüm problemlerin uygulanmasından sonra öğrencilerin gösterdiği performansa göre öğrenciler gruplara ayrılmıştır.

Matematiksel Modelleme Problemlerinin Uygulanması ve Veri Toplama Süreci

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerini ortaya çıkarmak amacıyla dört matematiksel modelleme problemi seçilmiştir. Öğrencilere uygulanacak olan matematiksel modelleme problemleri; ‘Akaryakıt İstasyonu Problemi (Blum ve Ferri, 2009’ dan uyarlayan Tekin-Dede, 2015), Elmalı Turta Problemi (Scuhukajlow, Leiss, Pekrun, Blum, Müller ve Messner, 2012’ den uyarlayan Tekin Dede, 2017), Saman Balyası Problemi (Borromeo Ferri, 2007’ den uyarlayan Hıdıroğlu, 2017) ve Antik Tiyatro Problemi (Tekin-Dede, 2017) olarak belirlenmiştir (bkz. Ek 1, Ek 2, Ek 3 ve Ek 4). Bu problemler, çalışmanın amacı doğrultusunda matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim üyesi ve 3 ilköğretim matematik öğretmeni tarafından uzman görüşü alınarak belirlenmiştir. Araştırmada uygulanan matematiksel modelleme problemlerinin seçilmesinin amacı, sekizinci sınıf matematik kazanımlarına ve sınıf seviyesine uygun olmasıdır. Uygulama öğrencilere ikinci dönem uygulanacağı kazanımlarda yer alan mevcut geometri kavram ve bilgileri problemlerde kullanılmak üzere öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Matematiksel modelleme problemlerinin içerdiği sayısal veriler ve tabloların öğrenciler için anlamlı olmasına dikkat edilmiştir. Problemlerin zorluk seviyesi aynı değildir, aynı zamanda yapısal olarak da farklılıklar içermektedir. Elmalı Turta ve Akaryakıt İstasyonu problemi sayısal veriler ağırlıklı ve yapılandırılmış problemler iken, Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemi sayısal değerin bulunmadığı, problem çözme sürecinde fark edilmesi gereken ve gizli matematiksel bilgi içeren yapılandırmamış problemlerdir.

Uygulanan matematiksel modelleme problemleri matematiksel olarak farklı matematiksel konu alanlarına girmektedir. Matematik Öğretim Programı'nda (i) sayılar ve işlemler, (ii) cebir, (iii) geometri ve ölçme, (iv) veri işleme ve (v) olasılık olmak üzere konular 5 öğrenme alanına ayrılmıştır. Ortaokul düzeyinde bazı sınıflarda bir yıl içerisinde tüm öğrenme alanlarını konular kapsarken bazı sınıf seviyelerinde de bazı öğrenme alanlarına daha fazla ağırlık verilmektedir. Sayılar ve işlemler ile geometri ölçme konu alanları tüm sınıf seviyelerinde görülmektedir (MEB, 2013; 2018). Öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme problemlerinin de sınıf seviyesine uygun olarak dahil oldukları öğrenme alanları dikkate alınmıştır. Tablo 2'de uygulanan matematiksel modelleme problemlerinin kullanılan kavramalara göre dahil oldukları matematik öğrenme alanları verilmiştir. Tablo 3'te ise matematiksel modelleme etkinliklerinin matematiksel konu ve kavramlar verilmiştir.

Tablo 2. Matematiksel Modelleme Problemleri ve İlgili Öğrenme Alanları

Matematiksel Modelleme Problemi	Öğrenme Alanı
Elmalı Turta Problemi	Sayılar ve İşlemler
Akaryakıt İstasyonu Problemi	Sayılar ve İşlemler
Saman Balyası Problemi	Geometri ve Ölçme
Antik Tiyatro Problemi	Geometri ve Ölçme

Çalışmada uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri aynı sınıf seviyesinde, matematik öğrenme alanı olarak benzer özellikler gösterse de farklı matematiksel kavramlar ile ilişkilidir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin hangi gerçek yaşam probleminin çözümüne hizmet ettiğine farklı çözüm yollarından ortaya çıkan matematiksel kavramlar farklı olabilirler. Maaß (2006), gerçek yaşam problem durumunda oluşturulan matematiksel modelleme problemlerinde matematiksel kavram ve bilgilerin ortaya çıkmasında; açık ve anlaşılır olmasının, gerçek verilerden oluşmasının, farklı çözüm stratejilerini desteklemesine, grupla işbirliğini destekleyici olmasının ve mevcut bilgilerin kullanılmasına uygun olması gerektiğine dikkat çekmektedir.

Tablo 3. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri ve İçerdikleri Matematiksel Konu ve Kavramlar

Matematiksel Modelleme Problemleri	Temel Matematiksel Konu/ Kavram/Fikirler
Elmalı Turta Problemi	Çözüme dair varsayımlar üretme ve yerine koyma, doğru orantılı çoklukları keşfetme.
Akaryakıt İstasyonu Problemi	Birden çok seçenek arasından uygun olanı seçme, verileri yerine koyma, verilen çoklu değişkenleri sadeleştirme ve sıralama.
Saman Balyası Problemi	Gerçek yaşamdaki ortalama sayısal verileri problem çözme sürecine aktarabilme, dik üçgen bağıntılarını kullanma.
Antik Tiyatro Problemi	Problemdeki veriler ile gerçek yaşamdaki veriler arasında ilişkilendirme kurma, 3 boyutlu düşünme, dik üçgen bağıntılarını kullanma, yuvarlama.

Araştırmada kullanılan bu araştırma problemlerinin uygulanabilmesi için modelleme problemini oluşturan/uyarlayan araştırmacılardan e-posta(e-mail) yoluyla izin alınmıştır. Araştırmaya uygun olarak uyarlanan matematiksel modelleme problemleri, öğrencilerin sınıf seviyesine uygun olarak problemin dili, açık ve anlaşılır olması, sosyo-kültürel durumlarına yabancı gelmemesi için uzman görüşlerine göre gerekli değişiklikler yapılmıştır. Alınan uzman görüşlerin ek olarak matematiksel modelleme problemlerinin matematiksel modelleme dersini üniversite lisans eğitiminde almış mesleki deneyimleri 1-15 yıl arası değişen 3 matematik öğretmeni ile pilot uygulaması yapılmıştır. Öğretmenler, modelleme problemlerinin günlük yaşam bağlamını değerlendirmiş kendi sosyo- kültürel ortamlarıyla ilişkilendirmişlerdir.

Uygulama pilot uygulamalar ve alınan uzman görüşlerine göre Akaryakıt İstasyonu Problemi'ndeki benzin istasyonlarını yerleri öğrencilerin bulundukları köy isimleri verilerek değiştirilmiştir. Problemde litre benzin fiyatları 2020 yılı benzin fiyatları baz alınmıştır. Elmalı Turta Problemi'nde yer isimleri Yozgat ilindeki yer isimleri ile değiştirilmiştir. Kilogram elma fiyatı güncel fiyatlarla değiştirilmiştir. Saman Balyası Problemi ile Antik Tiyatro Problemlerinde herhangi bir değişikliğe gidilmemiştir. Yapılan küçük değişiklikler ile öğrencilerin probleme daha yakın hissetmesi, problemi

çözmeye ihtiyaç hissetmesi sağlanmıştır. Öğrencilerin matematiksel düşünme ve ilişkilendirme durumlarına göre problemler basitten zora doğru Elmalı Turta Problemi, Akaryakıt Problemi, Saman Balyası Problemi ve Akaryakıt İstasyonu Problemi olarak sıralanmıştır. Uygulamaların çalışma planı Tablo 4’ te verilmiştir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin çözümüne geçilmeden önce sınıf ortamı fiziksel olarak hazır hale getirilmiştir. Öğrencilerin somut ve görsel materyallere ulaşması için hazırlıklar yapılmıştır. Öğrencilerin gerektiğinde teknolojik destekli ortamlardan faydalanmalarına olanak verilmiştir. Tüm hazırlıkların tamamlanmasının ardından problemler verilen sırayla her hafta birer etkinlik verilmiştir. Etkinliklerin uygulanması toplam 2 hafta sürmüştür.

Tablo 4. Modelleme Problemlerinin Uygulama Süreci

Problemlerin Uygulama Sırası	Uygulama Süresi
Elmalı Turta Problemi Uygulaması	25-30 dakika
Akaryakıt İstasyonu Problemi Uygulaması	45-50 dakika
Saman Balyası Problemi Uygulaması	40-45 dakika
Antik Tiyatro Problemi Uygulaması	30-35 dakika

Öğrenci gruplarının problem durumunu anlayıp üzerinde bir çözüm süreci oluşturabilmeleri için her matematiksel modelleme problem için iki ders saatine kadar süre verilmiştir. Uygulama sürecinde, öğrencilerin problem durumundan ne anladıkları, gerçek yaşamla nasıl bir ilişki kurdukları, gerçek yaşam verileri ile nasıl ilişki kurdukları, probleme karşı oluşturdukları çözüm stratejisini nasıl geliştirdikleri hakkında öğrencilerden çalışma günlüğü istenmiştir. Öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri seçilen gruplar tarafından sınıf ortamında sunulmuş ve fikir alışverişi yapılmıştır, gruplar düşüncelerini paylaşmışlardır. Her uygulama sonrasında öğrencilerle yarı yapılandırılmış grup görüşmeleri yapılmıştır.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin yatay matematikselleştirme ve dikey matematikselleştirme düzeylerini, matematiksel modelleme etkinlikleri ile ortaya çıkarmayı amaçlayan araştırmada iki grubun çözüm süreçleri video ve ses kayıt cihazları ile kayıt altına tutulmuştur. Öğrencilere çözüm süreci boyunca rehberlik edilip, yapılan gözlemler not altına tutulmuştur.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın birincil veri toplama araçları; matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm kâğıtları, çalışma sürecine ait video kesitleri, çözüm sürecinin ses kayıtları ve çalışma (çözüm) raporlarıdır. İkincil veri toplama araçlarını ise çalışma sonrası grup görüşmeleri ve araştırmacı gözlemleri oluşturmaktadır. Grup görüşmelerinden ve gözlemlerden elde edilen veriler öğrenci çözümlerinin yorumlanmasında kullanılmıştır.

Modelleme Problemleri Öğrenci Çözüm Kâğıtları

Öğrenci gruplarının çözüm sürecini yansıttıkları kâğıtlar; dört matematiksel modelleme problemine ait çözüm kâğıtları ve grup görüşmelerinden oluşmaktadır.

Grup Görüşmeleri

Araştırmada grup görüşmelerinde kullanılan görüşme soruları yarı yapılandırılmıştır. Görüşme sorularının hepsi açık uçludur (Ek 5). Öğrencilerin neden öyle düşündüğünü ortaya çıkararak asıl düşünce ortaya çıkarılır (Krueger, 1998). Grup görüşmelerinde öğrencilerin uygun zaman diliminde görüşlerini alabilmek için problem içerikleri göz önüne alınarak katılımcılara 15-20 dakika verilmiştir

Nitel bir durum araştırması olan bu araştırmada veri toplama yöntemlerinden biri olan görüşme sorularının belirlenmesinde uzman görüşü alınmıştır. Grup görüşmelerinde görüşlerin birbirini etkilememesi, öğrencilerin kendi görüşlerinden uzaklaşmamasına dikkat edilmiştir. Öğrencilerin duygu ve düşünceleri en açık hali ile ortaya çıkarmaya çalışılmıştır.

Gözlem

Nitel araştırma çalışmalarında en çok kullanılan veri toplama yöntemlerinden biri de gözlemdir. Araştırmanın amacı olan öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerini ortaya koymak için süreç içerisinde öğrencilerin davranışları gözlem altında tutulmalı gerektiğinde kısa notlar alınmalıdır. Grup görüşmelerinde olduğu gibi gözlem öncesi gerekli hazırlıklar yapılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Araştırmada öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerini matematiksel modelleme etkinlikleri ile ortaya çıkarmayı amaçlayan bu çalışma esnasında yapılandırılmamış gözlem yapılmıştır. Süreçte boyunca olan yapılandırılmamış gözlemlerde ortaya çıkması planlanmayan ilginç durumlar not edilmiştir. Uygulama sürecinden elde edilen video kesitlerinden elde edilen çözüm sürecindeki yaklaşımlar gözlemlenmiştir. Elde edilen gözlemlerden öğrencilerin grup içi iletişimlerinin nasıl olduğu, matematiksel dili kullanma yetkinlikleri ile ilgili durumlar da not edilmiştir.

Verilerin Analizi

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm sürecinde kullandıkları yazılı çözüm kâğıtları ve ses kayıt cihazından aktarılan yazılı dökümler nitel veri çözümleme yöntemlerinden içerik analizi kullanılarak veriler çözümlenmiştir. Öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken geçtikleri matematikselleştirme süreçleri Treffers'in (1987), GME'yi özelliklerine iki kategoride ele aldığı “yatay matematikselleştirme” ve “dikey matematikselleştirme” boyutlarına göre analiz edilmiştir. Öğrencilerin yatay matematikselleştirme süreçleri, yani “gerçek yaşam dünyasından sembollere geçiş süreci”, “problemleri çözerken kullandıkları günlük hayat bağlamları”, “kullandıkları gösterimler” ve “dikey matematikselleştirme sürecinden önce ele aldıkları matematiksel kavramlar” açısından incelenmiştir. Bu kodlar ilgili alan yazındaki yatay matematikselleştirme ile ilgili tanımlamalardan elde edilmiştir. Öğrencilerin dikey matematikselleştirme süreçleri ise, öğrencilerin matematiksel ilişkileri kullanmaları ve kullandıkları matematiksel kavramlar açısından incelenmiştir. Bu kodlamaların amacı araştırmadan elde edilen bulguları daha düzenli ve yorumlarını açıklanabilir bir şekilde sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Her bir etkinlikte ortaya çıkan bu kodlamalar sentezlenmiştir. Bu kodlamalar çalışmanın bulguları doğrultusunda yorumlanmıştır.

Geçerlik, Güvenilirlik ve Etiksel Durum

Nitel araştırmalarda geçerlik, yapılan araştırmanın amacına uygun olarak ilgilenen konuyu tarafsız olarak gözlemlenmesi ve ölçme araçlarının incelenen olguları doğru olarak ölçmesi ile ilişkilidir. Toplanan verilerin doğruyu yansıtması ve araştırmada toplanan sonuçların geçerliği ile ilişkilidir. Geçerliğin sağlanması için üzerinde çalışılan

konu bir bütün olarak incelenmeli, araştırmadan elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen veriler ve ulaştığı sonuçların geçerliği için uzman görüşü, görüşme soruları kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Nitel çalışmalarda güvenilirlik, araştırmacıya, araştırmacının katılımcıları ve bağlamına göre değişiklik gösterebilir. Aynı ölçme araçlarıyla benzer ölçümler her zaman aynı sonuçları vermeyebilir. Farklı araştırmacılar da bir araştırmanın sonuçlarını farklı yorumlayabilirler (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada güvenilirliği sağlayabilmek için öğrencilerin uygulama sürecinde ses kayıtları alınmıştır. Araştırmada öğrencilerden alınan raporlarda öğrenci çalışmalarında değişiklik yapılmamıştır. Nitel bir araştırma sürdürüldüğü için güvenilirliği sağlamak için öğrenci diyaloglarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Araştırmada uygulanan problemlerin uygulanmasından önce etik izni alınıp araştırmacı tarafından öğrencilere yapılacak çalışmanın kapsamı hakkında bilgi verilmiştir. Çalışmanın matematik eğitimi için önemi öğrencilere belirtilmiştir. Çalışma süreci içerisinde hiçbir şekilde not ile değerlendirilmeyecekleri ve gerçek isimlerinin kullanılmayacağı ifade edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin çalışmaya katılmalarında gönüllük esas alınarak velilerinden izin belgesi alınmıştır (bkz. Ek 6).

Matematikselleştirme Süreci Kodlarının Belirlenmesi

Bu çalışmada, Treffers (1978, 1987) çalışmalarında yaptığı yatay ve dikey matematikselleştirme tanımlarından yola çıkılarak öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri incelenmiştir. Matematiksel modelleme problemlerinin uygulanması sürecinde öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri öğrenme alanlarına göre ayrılarak incelenmiştir. Matematiksel modelleme problemlerinin uygulanması sürecinde öğrencilerin ortaya çıkardığı matematiksel kavram, yöntem ve ilişkilendirmelere göre kodlar oluşturulmuştur. Ortaya çıkarılan bu kodlar iki öğrenme alanının başlığı altında yatay ve dikey matematikselleştirme olarak ayrılmıştır. Öğrenci gruplarının her modelleme problemini çözerken yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerinde kullandıkları kavramlar, yöntemler ve ilişkilendirmeler bulgular kısmında analiz edilmiştir.

Yatay matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışırken gerçek hayat bağlamını nasıl kurduğu, gösterimlerini nasıl ifade ettiği ve hangi yöntem üzerinde çalıştığı analiz edilmiştir. Dikey matematikselleştirme sürecinde ise öğrencilerin modelleme probleme üzerinde çalışırken problem durumunu hangi matematiksel kavram ve düşünceler ile ifade ettiği, matematiksel kavram ve yöntemler arasındaki ilişkilendirmeyi nasıl kurdukları, aritmetiksel işlemleri ve prosedürel işlemleri nasıl uyguladıkları analiz edilerek kodlar oluşturulmuştur. Yatay matematikselleştirme ve dikey matematikselleştirme sürecindeki oluşturulan kodlar birbiriyle karşılaştırma amacı olmadan ayrı ayrı analiz edilmiştir.



BÖLÜM IV

BULGULAR

Çalışmanın bulgularında öğrencilerin önce yatay matematikselleştirme süreçleri, sonra dikey matematikselleştirme süreçleri olacak şekilde sırayla sunulacaktır.

Öğrencilerin Yatay Matematikselleştirme Süreçleri

Öğrencilerin yatay matematikselleştirme süreçleri, yani “gerçek yaşam dünyasından sembollere geçiş süreci”, “modelleme problemlerini çözerken kullandıkları günlük hayat bağlamları”, “kullandıkları gösterimler” ve “dikey matematikselleştirme sürecinden önce ele aldıkları matematiksel kavramlar” açısından incelenmiştir.

Grup 1 ve Grup 2’nin her bir modelleme probleminin çözümünde kullandıkları günlük hayat bağlamları Tablo 5’te sunulmaktadır.

Tablo 5. Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grup 1 ve Grup 2 Kullandığı Günlük Hayat Durumları

Gruplar	Grup 1	Grup 2
Problemler		
Elmalı Turta Problemi	• Şehir içi ulaşım: Dolmuş ve taksi ücretleri • Elmalı turta tarifine uygun olarak elma miktarı • Pazardaki pazarlık payı	• Öğrenci olan Sevinç’in öğrenci kartı kullanması • Taksi ücretlerinin pahalı oluşu • Dolmuş ulaşımının sınırlı olması
Akaryakıt İstasyonu Problemi	• Akaryakıt istasyonu, benzinli ve dizel araba modelleri, • Tüketilen yakıt miktarı (litre cinsinden).	• Akaryakıt deposunun full (tam) olarak doldurulabilmesi için en ekonomik yolu seçme.
Saman Balyası Problemi	• Saman balyalarının şekil olarak geometriksel biçimi, • Şekillerin birbirine göre konumu, balyanın yüksekliği, birbirine teğet çemberler.	• Saman balyası yığınının yüksekliği, şekildeki çocuğun boyutunu tahmin etme.
Antik Tiyatro Problemi	• Merdiven basamaklarının yüksekliğine ihtiyaç duyma, yüksekliğe dair tahmini fikir üretme • Yükseklik belirlemek için insanların boyunu referans alma,	• Diğer antik tiyatrolarla karşılaştırma yapma, basamakların yüksekliğine yönelik tahminde bulunma. • Resimdeki görüntünün farklı resim ve perspektiflerini merak etme.

-
- Antik tiyatroyu farklı açılardan görüntüsünü bulma.
-

Aşağıdaki alıntıda Grup 1'deki öğrencilerin Elmalı Turta problemini çözerken gerçek hayat durumunu nasıl ele aldıkları örnek olarak sunulmuştur. Öğrenciler arasındaki diyalogda görüldüğü gibi, problemin çözümünü gerçekleştirirken bulundukları bölgeye ait ulaşım araçlarını değerlendirmektedirler. Aynı zamanda bu ulaşım araçlarından taksinin pahalı olması varsayımını da göz önünde bulundurmuşlardır.,

K1: Evet biz de elmayı genelde 5 liraya alıyoruz. 3 kilogram için 15 lira para harcamış olurlar. Birinci seçenekle aralarında 6 lira var şu anda.

K2: Ulaşım araçlarını şöyle bir sıralayalım Yozgat' ta. Otobüs olabilir. Problemden dolmuş veya taksi demişler. Bizim yaşadığımız yerde belediye otobüsü yok. Dolmuş fiyatlarını biliyor musunuz?

K3: Evet geçen çarşıya giderken kullanmıştık. Benden de para almışlardı. İnşallah doğru hatırlıyorumdur. 2 buçuk lira almışlardı. Bir de bunu dönüşü var, gidiş dönüş toplam 5 lira eder.

K2: Taksiye de binebilir. Hem de dolmuş vaktini beklemek zorunda kalmaz. Daha hızlı gider gelir.

K3: Ama taksi pahalı bir şey. Elma almak için de taksiyle gidilmez ki.

Benzer şekilde aynı problem için Grup 2'deki öğrencilerde aşağıdaki diyalogda örnek olarak sunulan değerlendirmeyi yapmışlardır.

K4: Manav parası ile karşılaştıralım. Eğer öğrenci kartı varsa pazara gitmek daha karlı oluyor. Belediye kartı yoksa manavdan alışveriş yapmak 1 lira daha ucuz oluyor.

K5: Taksi her türlü pahalı olur. Onu hesaplamaya gerek yok. Dolmuş da çok nadir geçiyor.

Akaryakıt İstasyonu probleminde Grup 1'deki öğrencilerin problem durumunu kendi yaşantıları ile ilişkilendireme süreçleri aşağıdaki diyalogda sunulmuştur. Öğrenciler yakıt deposunun hacmi ile ilgili veriyi, ailelerinin benzin alma süreçleri ile ilgili yaşantıları ile yorumlamışlardır.

K1: Burada 4 tane araba modeli vermişler arkadaşlar. İçlerinden bir tane model mi seçeceğiz her halde.

K3: Yakıt deposu hacmi ne demektir arkadaşlar?

K1: Benzin almaya gittiğimiz zaman depoyu fulle diyorlar ya demek ki hacim olarak bir büyüklüğü var.

K2: Arkadaşlar dizelin litre fiyatları benzinden daha ucuz. Bence dizel yakıt alalım ekonomik diyor.

K3: Ama gideceğimiz yer de önemli uzak bir yere benzin almaya giderken de yakıt harcarız. Evimize geri dönerken de benzin harcarız.

Araştırmacı bu diyalogda öncelik olarak grupların modelleme probleminin gerçek hayat bağlamını anlamaları için süre tanımıştır. Aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi, öğrenciler kendi gördükleri araçlar ile modelleme probleminde verilen araçlarla karşılaştırma yapmışlardır. Yatay matematikselleştirmede kişinin kendi yaşam dünyası öncelik plandadır. Bu etkinlikte de çocukların akıllarına traktörlerdeki (motordaki) yakıt deposunu getirmeleri, görsel olarak ilişki kurmaları bunun göstergesidir.

K2: Yakıt deposu hacmi ne anlama geliyor?

K1: Depoyu fullemek gerekiyor.

K1: Bir araba hem benzinli hem de dizel olabilir mi?

Araştırmacı: Çocuklar 100 kilometrede harcanan ortalama yakıt miktarı tablosundaki parantez içindeki ifadelerle dikkat edin. Bazılarında benzin bazılarında dizel yazıyor. Burada verilen araçlar hem benzin hem de motorini aynı anda kullanamaz.

K3: Bizim motorda da yakıt deposu var. Hem de baya büyük.

Araştırmacı: Her aracın büyüklüğüne göre yakıt deposu hacmi vardır. Motorların yakıt deposu da çok daha küçüktür. Hatta dışarıdan görülebilirler.

Grup 1 ve Grup 2'nin dört problemi de çözerken kullandıkları gösterim şekilleri (temsiller) Tablo 6'da sunulmuştur. Tablo 6'da gösterildiği gibi, öğrenciler yatay matematikselleştirme sürecinde iki farklı gösterim şeklinden yararlanmıştır. Ancak modelleme problemine göre yararlandıkları gösterim şekilleri değişiklik göstermektedir. Akaryakıt istasyonu probleminde hem Grup 1 hem de Grup 2, sadece sözel gösterimlerden yararlanırken, Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerinde sözel ve görsel gösterimlerden yararlanmıştır. Elmalı Turta probleminde ise, Grup 1, sözel ifadelerden yararlanırken, Grup 2, sözel ve görsel gösterimlerden yararlanmıştır.

Tablo 6. Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grup 1 ve Grup 2 Kullandığı Gösterimler (Temsiller)

Gösterimler Problemler	Sözel	Görsel (çizim/resim)
Elmalı Turta Problemi	Grup 1 Grup 2	Grup 2
Akaryakıt İstasyonu Problemi	Grup 1 Grup 2	-
Saman Balyası Problemi	Grup 1 Grup 2	Grup 1 Grup 2
Antik Tiyatro Problemi	Grup 1 Grup 2	Grup 1 Grup 2

Grup 1’ de öğrenciler saman balyalarını kendilerine göre yorumlarken şekilsel gösterim yapmışlardır. Gösterimlerinde hangi ölçütlere göre çizim yaptıkları aşağıdaki diyalogda şu şekilde geçmektedir.

K3: Soruda bize balya yığınlarının yüksekliğini sormuşlar.

K2: Bizim saman balyalarına pek benzemiyor. İşte dışarda da var.

Dikdörtgen

prizma şeklinde.

K1: Bu silindirlerin hepsi eşit duruyor.

K2: Eşit zaten. Eşit olmazsa üst üste böyle duramazlar, yıkılırlar.

K3: Arkadaşlar bu balyalar çizdiğim gibi durabilir mi?

K1: Fotoğrafta balyalar bir yere dayanmış gibi durmuyor. Sağdan ve soldan eşit azalma olacak benim çizdiğim gibi.

Öğrenciler bir yandan nasıl çizim yapacakları üzerinde tartışırken diğer yandan ilişkilendirmelerine devam etmişlerdir. Öğrenciler problemde verilen görsele göre bulundukları sekizinci sınıfın ders ve kazanımlarına paralel olarak çember veya dairenin elemanlarını kullanmaya başlamışlardır. Çap ve yarıçap kavramlarının süreçte kullanılmaya başlanmıştır. Grup balyaların alt kısımdan yukarıya doğru azalan bir yapıda olduğunu gördükleri bu yüzden üçgensel bir gösterim üzerinde çalıştıkları görülmüştür. Bu eşkenar üçgen üzerinden dik üçgen modeli inşa etmeye çalışmışlardır. Şekil 4’te görüldüğü gibi grup 1 eşkenar üçgenin yüksekliğinden yararlanarak iki dik üçgen oluşturmuşlardır.



Şekil 4.Grup 1'in Saman Balyası Problemindeki Şekilsel Gösterimi

Antik Tiyatro probleminde ise iki grupta, antik tiyatronun görselinden yola çıkarak, dik üçgen modeli inşa etme ve Pisagor bağıntısı kullanma düşüncesinde olmuştur. Matematiksel modelleme probleminde 3 boyutlu bir perspektif açısı verilmiştir. Öğrenciler en boy yükseklik olarak zihninde canlandırdıkları antik tiyatroyu 2 boyutlu olarak şekilsel gösterimini yapmak istemişlerdir. Bu şekilsel gösterimi yaparken grafiksel veya tablo gösterim yapmamışlardır. Öğrenciler şekilsel gösterimi yaparken antik tiyatroyu bir pasta dilimine benzetmiş bir yapı olarak da hayal etmişler fakat prizma olduğu hakkında yorum yapmamışlardır. Öğrenciler sadece 2 boyutlu dik üçgen gösterimleri üzerinde matematikselleştirmeleri yapmışlardır. Öğrenciler sonuç olarak ellerinde birim mesafe kullanacakları bir ölçüm aracı bulamadıkları vakit veya ellerinde nicel bir sayısal veri olmadığı zaman tahmini bir sayısal kullanarak; günlük hayatta gördüklerinden daha büyük bir devasa yapıdan dik üçgen oluşturarak Pisagor bağıntısının bir gerçek hayat uygulamasını yapmışlardır. Aşağıdaki diyalog Grup 1'deki öğrencilerin problem bağlamında verilen görsel bilgilerden yola çıkarak nasıl matematiksel olarak ifade edeceklerine yönelik yorumlamalarını göstermektedir.

K1: Bu şekilde yandan dik üçgen çizmek çok saçma olur. Birde şeklin görmediğimiz kısmı var.

K2: Buradan diklik nasıl çıkar bilmiyorum da üçgenlerin olduğu kesin.

K1: Arkadaşlar elimize bir bıçak alsak burayı pasta gibi yere kadar dik bir şekilde kestiğimizi düşünsek karşımıza dik üçgen çıkmaz mı?

K2: Ama basamaklar tırtıklı tırtıklı görünür.

K1: Bize yükseklik lazım değil mi hem tırtıklı basamakları hipotenüs gibi düşünüyoruz hem de dikey olanlardan yüne yükseklik çıkarırız.

.....

K2: Pergamon Antik Kenti çok büyük bir tiyatroya benziyor.

K1: Böyle bir antik tiyatroyu Antalya' da görmüştüm. En tepeye çıkamamıştık, baya yorulmuştuk.

K3: Ben de gitmiştim. Merdivenler böyle büyüktü. Evde çıktığımız merdivenler gibi değildi.

K2: Burada toplam kaç basamak var?

K1: Toplam 75 basamak çıktı saydığımda.

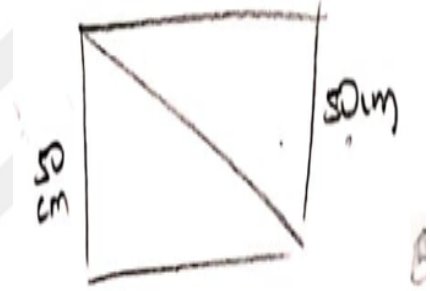
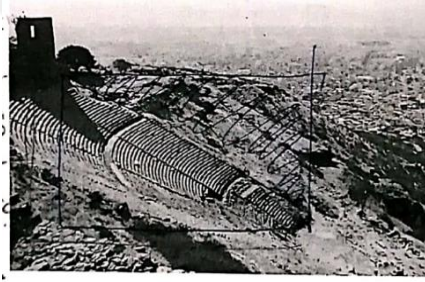
K3: Bence bir basamak 1 metre falan vardır.

K2: Bir insan ne kadar uzun boylu olsa da 1 metrelik basamağı çıkamaz. Çaprazlamasına 2 merdiven ucu arasında 1 metre olabilir.

K3: Hipotenüs vardır yani.

K2: Küçük bir kısmını çizeyim size. Hatta kolaylık olsun yine özel üçgenleri kullanabiliriz.

Grup 1'deki öğrenciler Antik Tiyatro problemini Şekil 5'te sunulduğu gibi görselleştirmişlerdir.



Şekil 5. Grup 1'in Antik Tiyatro Problemi İçin Kullandığı Görsel Temsil

Aşağıdaki diyalog Grup 2'deki Antik Tiyatro problemi ile ilgili öğrencilerin fikirlerini sunmaktır.

K4: Bize fotoğrafı verilen antik tiyatronun en yüksek kısmına kadar görüliyor arkadaşlar.

K6: En tepede bir kulübe ve ağaç var en tepe noktası orası sanırım.

K5: Bu bir problem olmasaydı telefonun adım ölçerini açıp yaklaşık olarak yüksekliği hesaplayabilirdik.

K4: Bence bu problemin mantığı o kadar yorulmayıp yükseklik bulmak.

K5: Perspektif olarak baktığımızda üçgen çizebiliriz.

K6: Fotoğrafın üzerine çizelim.

K4: Böyle üçgen pek gözükmüyor. Dikdörtgen yapıp ters olan üçgeni alalım. Şu çizdiğimi yani.

K5: Bu dik üçgenler birbirine eş.

K6: Açı vermemiz lazım sanırım bu üçgene

K4: İkizkenar dik üçgen diyesim var ama pek öyle durmuyor.

K5: Merdivenlerde bir insan falan oturuyor mu belki ipucu yakalarız.

K6: Kimse yok ağaçlar var sadece.

K4: Toplam 75 basamak var.

Antik Tiyatro probleminde Grup 2'deki öğrenciler problemi görselleştirmek için basamakları art arda çizmişlerdir. Çizimi ilk önce problemin kendi görseli üzerinde oluşturmak istemişler fakat daha sonra farklı şekilsel gösterim hazırlamak istemişlerdir ama çizimi nasıl yapacakları konusunda fikir ayrılıklarına düşmüşlerdir.

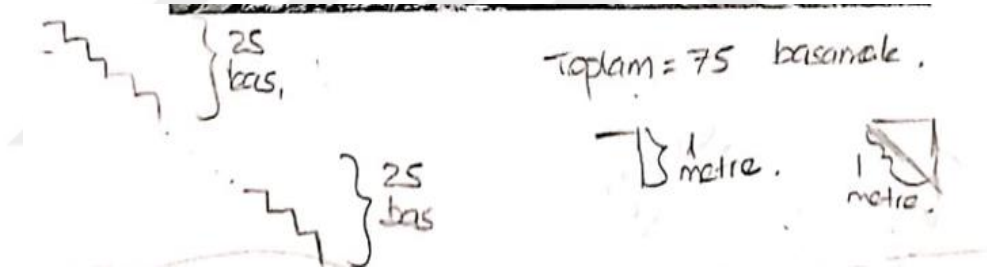
K6: Fotoğrafın üzerine çizelim.

K4: Böyle üçgen pek gözükmüyor. Dikdörtgen yapıp ters olan üçgeni alalım. Şu çizdiğimi yani.

K5: Üzerinde çok karışıyor bence başka bir yerde ayrı çizim yapalım. Bu çizdiğimiz zaten gereksiz gibi gözüküyor. Daha sade bir çizim yapamaz mıyız?

K4: O zaman basamakları çizmekten başlayalım.

Grup 2'deki öğrenciler bu açıklamaları ile ilişkili olarak Şekil 6'da sunulan görseli oluşturmuşlardır.



Şekil 6. Grup 2'deki Öğrencilerin Antik Tiyatro Problemini Matematiksel Olarak Görselleştirmeleri

Öğrencilerin yatay matematikselleştirme sürecinde kullandıkları temel kavramlar ise Tablo 7 ve Tablo 8'de sunulmuştur. Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Problemi, temel olarak sayılar ve işlemler öğrenme alanı ile ilgili problemler olduğu için, Tablo 7'de görüldüğü gibi, problemlerin çözümünde Grup 1 ve Grup 2'nin kullandığı matematiksel kavramlar çarpımsal ilişki, toplamsal ilişki ve ondalık gösterim şeklinde olmuştur. Aynı zamanda, iki grupta yatay matematikselleştirme sürecinde tablo veya veri okuma da yapmışlardır. Her iki problemin çözümünde iki grupta, çarpımsal ilişki kullanmıştır. Aynı zamanda Grup 1, her iki problemde toplamsal ilişki kullanırken, Grup 2 sadece Elmalı Turta probleminde toplamsal ilişki kullanmıştır. Akaryakıt İstasyonu probleminde iki grupta ondalık gösterimleri kullanmışlardır.

Aşağıdaki alıntıda Grup 1'deki öğrencilerin Elmalı Turta probleminde verilen bilgileri kişisel tecrübeleri ile yorumlayıp hesap yaparken çarpımsal ilişki ve toplamsal ilişkiyi nasıl kullandıklarını örneklemektedir. Öğrenciler 3 kilogram elmanın 15 lira olmasında çarpımsal ilişki kullanırken, dolmuş parasının 2,5 liradan gidiş geliş toplam 5 lira etmesini hesaplamada toplamsal ilişkiyi kullanmışlardır.

K2: Birinci seçeneğin pek bir numarası yok gibi duruyor. İkinci seçeneğe bakalım biraz. Pazarda elmanın kilogramı 5 liraymış. Bizim pazarda da 5 lira elma hoca da galiba aynı pazara gidiyor.

K1: Evet biz de elmayı genelde 5 liraya alıyoruz. 3 kilogram için 15 lira para harcamış olurlar. Birinci seçenekle aralarında 6 lira var şu anda.

K2: Ulaşım araçlarını şöyle bir sıralayalım Yozgat' ta. Otobüs olabilir. Problemde dolmuş veya taksi demişler. Bizim yaşadığımız yerde belediye otobüsü yok. Dolmuş fiyatlarını biliyor musunuz?

K3: Evet geçen çarşıya giderken kullanmıştık. Benden de para almışlardı. İnşallah doğru hatırlıyorumdur. 2 buçuk lira almışlardı. Bir de bunu dönüşü var, gidiş dönüş toplam 5 lira eder.

Tablo 7. Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Probleminin Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavram ve İşlemler

Problemler	Akaryakıt İstasyonu Problemi	Elmalı Turta Problemi
Matematiksel Kavramlar ve İşlemler		
Çarpımsal İlişki (oran, orantı, yüzde)	Grup 1 Grup 2	Grup 1 Grup 2
Toplamsal İlişki	Grup 1	Grup 1 Grup 2
Ondalık Sayılar (Gösterim)	Grup 1 Grup 2	-
Tablo/Veri Okuma	Grup 1 Grup 2	Grup 2

Grup 2'deki öğrenciler ise Akaryakıt İstasyonu probleminde, tabloda verilen bilgilerden 100 km'de harcanan yakıt miktarı ve yakıt deposu bilgisini yorumlarken ondalık sayıları aşağıda sunulduğu gibi kullanmışlardır.

K6: Anlamadığım şu. Yakıt bitmek üzere ise 10 km uzaklıktaki Burunkışla'ya nasıl gideceğiz? Araba yolda kalırsa ne yapacağız?

K4: Bence o şekilde bir sıkıntı olmaz. O zaman 10 km demezlerdi. Daha az mesafe uzaklıkta bir akaryakıt istasyonu verirlerdi. Oraya gidene kadar depoda kalan az miktarı harcarız. Depo az bir şey kalana kadar biter. Geri dönerken de depoladığımız yakıtı harcarız.

K5: Yakıt deposu hacminin nerede kullanılacağı belli oldu. 100 kilometrede harcanan yakıt miktarlarını 10 km ye çevirelim.

K6: Bize 10 km lazım. Virgüllerini atıyorum sola hepsini. Toyota Yaris 0,55 litre, Hyundai İ20 0,49 litre, Mini Cooper 0,63 litre, Citroën C-Ellyse 0,43 litre yakıt harcarlar

Öğrenciler burada verilen 10 km uzaklık bilgisi ile 100 km’de harcanan ortalama yakıt miktarının birbiri ile ilişkisini kurmak için 100 km’de harcanan yakıt miktarını 10 km için çevirmişlerdir.

Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemleri ise, temel olarak geometri ve ölçme öğrenme alanı ile ilgili problemler olduğu için, Tablo 8’da görüldüğü gibi, problemlerin çözümünde çember ve dairenin özellikleri, dik üçgen bağıntıları ve Pisagor bağıntısı, Grup 1 ve Grup 2’nin kullandığı matematiksel kavramlar olmuştur.

Tablo 8. Saman Balyası Problemi ve Antik Tiyatro Probleminin Yatay Matematikselleştirme Sürecinde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavram ve İşlemler

Problem	Problem	
	Saman Balyası Problemi	Antik Tiyatro Problemi
Matematiksel Kavramlar ve İşlemler		
Çemberin ve Dairenin Elemanları ve Özellikleri	Grup 1 Grup 2	-
Dik Üçgen Modeli İnşa Etme	Grup 1 Grup 2	Grup 1 Grup 2
Dik Üçgende Açık Kenar Bağıntıları	Grup 1	-
Pisagor Bağıntısının Uygulamaları	Grup 1 Grup 2	Grup 1 Grup 2

Aşağıdaki diyalog Grup 1’deki öğrenciler arasında gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak ifade etmeye çalışırken hangi matematiksel kavramları nasıl düşündüklerini örnek olarak sunmaktadır. Öğrenciler önce problemin görselinde verilen saman balyalarının kendi bildikleri saman balyalarından yapısal olarak farklılığına dikkat çekiyorlar. Kendi aşına oldukları saman balyaları dikdörtgenler prizması şeklinde iken, görsel de verilen saman balyasının silindir şeklinde olduğunu belirtiyorlar. Diğer taraftan silindir şeklindeki saman balyalarının hepsinin eşit olduğu varsayımı üzerinden yola çıkarak, üst üste konumlandırıldığında sağdan ve soldan azalma olacağına dikkat çekiyorlar. Önden görünümünü daire olarak kabul ettikleri saman balyalarının yarıçap ve

çapına ihtiyaç duyduklarını belirterek, gerçek hayat durumunun görsel temsilini oluşturup matematikselleştirme sürecinde daire ile ilgili matematiksel kavramları kullanmışlardır.

K3: Soruda bize balya yığınlarının yüksekliğini sormuşlar.

K2: Bizim saman balyalarına pek benzemiyor. İşte dışarda da var.

Dikdörtgen prizma şeklinde.

K1: Bu silindirlerin hepsi eşit duruyor.

K2: Eşit zaten. Eşit olmazsa üst üste böyle duramazlar, yıkılırlar.

K3: Arkadaşlar bu balyalar çizdiğim gibi durabilir mi?

K1: Fotoğrafta balyalar bir yere dayanmış gibi durmuyor. Sağdan ve

soldan eşit azalma olacak benim çizdiğim gibi.

K2: Şu satır olarak dizilen balyaları bir kâğıt kesiyor gibi yapalım.

K2: Dairelerin yarıçap veya çapını bir yerden bulmamız lazım.

Benzer şekilde Grup 2'deki Saman Balyası probleminde saman balyalarını görselleştirip matematiksel olarak ifade ederken, dairenin yarıçapı ve eşkenar üçgen kavramlarını kullanmışlardır.

K4: Saman balyaları daire şeklinde verilmiş, dairelerin özelliklerini hatırlıyor musunuz?

K6: Bu problemde alan ve çevre ile ilgili bir şey yok bence varsa da yarıçapını bulmaya çalışacağız.

K5: Dedikleri şeyleri çizelim ilk önce. Biz bunları önden görüyoruz.

K4: Alttan üstte birer birer azalıyor. Etrafını şu şekilde üçgen gibi çizelim.

K5: Eşkenar üçgen gibi oluyor. Tüm kenarları birbirine eş.

Öğrenciler bir önceki çözdükleri Saman Balyası problemi gibi bir referans uzunluk bulmak istemişlerdir. Bu yüzden verilen görselden hareketle antik tiyatrunun çevresi ve üzerindeki nesneler incelenmiştir. Bir öğrenci problemdeki görseli inceleyerek 75 tane basamak olduğunu söylemiştir. Yetişkin bir insanın basamaklardan nasıl çıkabileceğini düşünerek basamaklara oturulduğunda görüş açısını bozmayacak bir basamak uzunluğu tahmini yapmışlardır.

K4: Toplam 75 basamak var.

K5: Arkadaşlar eskiden insanlar burada oturup gösteri izliyorlardı.

Normalden biraz daha yüksek olabilir. 50 cm diyebiliriz basamağın bir tanesine. 75 ile 50 cm yi çarpalım. 3750 cm olur.

K6: 3, 7 metre

Öğrencilerin Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Bu tablolarda verilen bilgiler kullanılarak iki grubunda dikey matematikselleştirme süreçleri her bir probleme göre aşağıda ayrı ayrı sunulmaktadır.

Elmalı Turta Problemi

Elmalı Turta problemi öğrencilerin oran-orantı matematiksel kavramlarını birbiriyle ilişkilendirmelerini amaçlar. Seçenekli bir matematiksel modelleme problemi olduğundan çözümler arasında değerlendirmeler yapmalarını sağlayan, farklı çözüm yollarına açık olarak sonuçlarında gerçek yaşam durumuna uygun olarak yorumlanabileceği bir modelleme problemidir.

Grup 1: Elmalı Turta Problemi Problemi Dikey Matematikselleştirme

Süreçleri

Grup 1' deki öğrencilerin Elmalı Turta problemi üzerinde matematikselleştirme süreci ilk olarak aşağıda sunulduğu gibi başlamıştır.

K1: Seçenekleri gözden geçirdiğim zaman manav fiyatının yarım kilogram fiyatını vermişler. Soruyu ilk defa okuduğumuz zaman sanki manav fiyatı pazar fiyatından uygunmuş gibi duruyor. Bu kısımda bir şaşırtma olabilir.

K3: Sevinç' in annesi bu keki yapmak için 3 kilogram elma istemiyor mu? Bu keki yapmak için 3 kilogram elma fazla değil mi? Eğer miktar vermeselerdi yarım kilo yeter deyip hiç düşünmeden manava giderdim.

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi, öğrenciler ilk aşamada modelleme problemi üzerindeki düşüncelerini söylemişler. Problemin matematikselleştirilmesi yönündeki ilk adımları atmışlardır. Modelleme problemindeki nicelikleri niçin kullanacaklarına yönelik ifadelerde bulunmuşlardır. Daha sonra öğrenciler bir yöntem belirleme sürecine geçmişlerdir.

K2: O zaman düşündüklerimize göre bir yöntem belirlememiz lazım.

K1: Birinci seçeneği deneyelim o zaman. Yarım kilo 3 buçuk lira.

Manavda elmanın kilosu 7 lira olur. 3 kilo elma ise 21 lira eder.

Öğrenciler bu aşamada basit şekilde doğru orantı kurmuşlardır. Problemi tartışırken kurdukları stratejiye uygun şekilde ilerlemişlerdir.

K3: Eğer pazar olsaydı bir miktar pazarlık payı da olurdu. Acaba 3 kilo aldığımız için indirim payı yapmazlar mı?

K1: Ama o zaman problemi çok değiştirmiş oluruz. Bence o kadar oynama yapmayalım. Çözümü açıklarken sıkıntı çekeriz.

K2: Birinci seçeneğin pek bir numarası yok gibi duruyor. İkinci seçeneğe bakalım biraz. Pazarda elmanın kilogramı 5 liraymış. Bizim pazarda da 5 lira elma hoca da galiba aynı pazara gidiyor.

K1: Evet biz de elmayı genelde 5 liraya alıyoruz. 3 kilogram için 15 lira para harcamış olurlar. Birinci seçenekle aralarında 6 lira var şu anda.

Grup 1'deki öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde yaptıkları çalışmalar Şekil 7'de sunulmuştur.

1. Seçenek $3,5 + 3,5 = 7 \text{ TL}$ Yumurtalık gider

2. Seçenek $3 \times 5 = 15 \text{ TL}$ + git gel = 15 TL $15 + 15 = 30 \text{ TL}$

Dolmuş $\rightarrow 15 + (2,5 + 2,5) = 20 \text{ TL} + 15 = 35 \text{ TL}$

1. Seçenek = Sevinç 3 kg elma almak için yanındaki markete 7 TL verir.

2. Seçenek = Sevinç 3 kg elma almak için 15 TL Pazarına Pao gönderir

Taksiye gidip gelmek için 20 TL verir. Toplam 35 TL harcar.

Dolmuşla gitse 20 TL harcar.

Dolmuşla pazara gitmek en mantıklı karar olacaktır.

Şekil 7. Grup 1'in Elmalı Turta problemini üzerindeki çalışmaları

Öğrenciler daha sonra ikinci seçenek için de doğrudan orantı kurmuşlardır. Fakat ondalık ifadelerde çarpma işlemi gerektirmemiştir.

K2: Ulaşım araçlarını şöyle bir sıralayalım Yozgat' ta. Otobüs olabilir. Problemede dolmuş veya taksi demişler. Bizim yaşadığımız yerde belediye otobüsü yok. Dolmuş fiyatlarını biliyor musunuz?

K3: Evet geçen çarşıya giderken kullanmıştık. Benden de para almışlardı. İnşallah doğru hatırlıyorumdur. 2 buçuk lira almışlardı. Bir de bunu dönüşü var, gidiş dönüş toplam 5 lira eder.

Ulaşım fiyatları üzerinde karşılaştırma yapmışlardır. Gündelik hayatta tecrübe edindikleri olaya yönelik ulaşım fiyatı oluşturmuşlardır.

K2: Gidiş dönüş fiyatı 20 lira olacak şekilde taksiciyle anlaşabiliriz. 15 lira olan elma fiyatını da eklediğimizde toplam 35 lira oluyor. Taksiye bindiğimizde toplam 35 lira ediyor. Taksi bize baya pahalıya geldi.

K1: Dolmuşu bindiğimizde de toplam 20 lira tuttu. Demek ki bu seçeneklerden en uygunu dolmuş ile pazara gitmek oluyor. Sadece 1lira eksik oldu ama olsun 1 lira 1liradır.

K2: O zaman bir karara varmamız lazım artık. 3 kilogram elma ile kek yapmak için yürüme mesafesinde olmayan pazara gitmek daha ekonomik olduğundan dolayı 2.seçenek seçilecektir, diyelim.

K3: Benim de mantığıma uyuyor. Hafta sonu böyle bir davet verildiğinden dolayı çok da vakit kaybı olmaz her halde.

Grup 2: Elmalı Turta Problemi Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Grup 2' deki öğrenciler problem üzerinde pazarlık payını da düşünmüşler fakat bir işlem yapmamışlardır. Öğrenciler aşağıda sunulduğu gibi birinci seçenek üzerinde çalışarak matematikselleştirme sürecine geçmişlerdir.

K4: Deneyelim bakalım. İlk seçenek çok kolay. Yarım kloşu 3, 5 lira ise bize 3 kilogram için 6 yarım kilo lazım olur. O da 6 ile 3, 5 i çarpalım.

K6: Ben çarpıyorum şimdi. Elde var 3, 21 ediyor.

K4: Kilosu 7 lira yapar. O şekilde daha kolay çarpma yapabiliydik.

Yine 21 lira olurdu.

Daha sonra ikinci seçeneğe geçmişler ve hesaplamalar yapmışlardır. Aşağıdaki diyalogda öğrencilerin hesaplama süreçleri yer almaktadır.

K5: İkinci seçeneğe geçelim arkadaşlar. Sevinç öğrenci olduğuna göre öğrenci otobüs kartını kullanıyordur. Akıllı tahtadan otobüs ücretlerine bakalım.

K5: En yeni habere göre öğrenciler otobüs kartı ile 2,25 lira ödüyorlarmış. Normal vatandaş 2,5 lira diyor. Kartsız binişlerde 3,5 lira diyor.

K4: Sevinç öğrenci olduğuna göre öğrenci kartını kullanıyordur. Eğer otobüs kartı yoksa da kartsız biniş yapar. İkisini de hesaplayalım.

K6: Öğrenci kartıyla gidiş 4 lira yapar. Toplam 19 lira ya iş halledilir.

K4: Durun. Sanırım bir işlem hatası yaptık. 2,25 lira 2,25 lira daha 4, 5 lira ediyor.

K6: 2,25 liraydı doğru ya işlem hatası yaptık, hemen düzeltiyorum.

K6: Kartsız binişi de hesaplıyorum. Ulaşım parası 7 lira oldu şimdi de. Elma parası ile birlikte 22 lira yapmıştır.

Yaptıkları grup içi tartışmadan sonra, öğrenciler günlük hayattan karşılaştıkları fiyatlarla modelleme probleminin gerektirdiği fiyat tahminini birleştirerek aşağıda sunulduğu gibi karara varmışlardır. Öğrencilerin işlemleri ve raporları Şekil 8 ve Şekil 9'de sunulmaktadır.

K4: Manav parası ile karşılaştıralım. Eğer öğrenci kartı varsa pazara gitmek daha karlı oluyor. Belediye kartı yoksa manavdan alışveriş yapmak 1 lira daha ucuz oluyor.

K5: Taksi her türlü pahalı olur. Onu hesaplamaya gerek yok. Dolmuş da çok nadir geçiyor.

K4: Sevinç belediye otobüs kartıyla pazara giderse 1 buçuk lira daha karlı alışveriş yapacaktır. Biz ikinci seçeneği seçelim.

1. Seçenek : $6 \times (3,5) = 21$ Lira, $7 \times 3 = 21$ Lira) manav.

2. Seçenek : Öğrenci Y. Kartı 2,25 Lira, $2,25 + 2,25 = 4,50$ TL, $3 \times 5 = 15$ Lira elma, $15 + 4,50 = 19,50$ Lira.

Jeton 3,5 Lira, $3,5 + 3,5 = 7,0$ Lira, $15 + 7 = 22$ Lira.

Şekil 8. Grup 2' nin Elmalı Turta Problemi Üzerindeki Orantısal İşlemleri

Rapor = Ya yanımızdaki manav ya da öğrenci kartı ile pazara gitmek veya jeton ile pazara gitme seçeneklerinden en ucuz 2. seçeneğten kham alınan öğrenci otobüs kartı ile pazara gitmek oluyor. Manavdan 1 lira daha karlı oluyor.

Şekil 9. Grup 2' nin Çözümleri ile İlgili Yazdıkları Rapor

Akaryakıt İstasyonu Problemi

Akaryakıt İstasyonu problemi gerçek yaşam probleminin ortaya sunulduğu gerçek yaşamın anlamlandırılmasını sağlayan bir matematiksel modelleme problemidir. Öğrencilerin matematiksel bir yöntem oluşturmaları beklenir. Öğrenciler seçenekler arasından bir seçim yapacaklarından dolayı düşündüklerini ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarabilirler. Geliştirilen modelin benzer diğer durumlar için de uygulama üzerinde yorumlar yapılabilir. Modelleme probleminin yapısı aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder kazanımını doğrular niteliktedir (MEB,2018). Modelleme probleminde öğrencilere karar verme eylemi sunan bir durum söz konusudur. Öğrencilere 4 aracın (Toyota Yaris, Hyundai İ20, Mini Cooper, Citroën C-Ellyse) 100 kilometrede harcadıkları ortalama yakıt miktarları verilmiştir. Aralarında 10 kilometre bulunan iki akaryakıt merkezi verilmiştir. Modelleme probleminde 1 litre benzinin fiyatı probleminin öğrencilere sunulduğu dönemin güncel fiyatlarıdır. Aynı zamanda benzin ve motorin fiyatları

arasında karşılaştırma yapmak için de fiyatlar verilmiştir. Modelleme problemi, grupların oluşturdukları matematiksel modellerden yola çıkarak verilen araçlar için hangi benzin istasyonundan akaryakıt almalarının karlı olacaklarına karar vermelerini gerektirmektedir. Grupların problemi çözerken, dikey matematikselleştirme sürecinde matematiksel ilişkilerin nasıl yapıldığı aşağıda sırayla sunulmuştur.

Grup 1: Akaryakıt İstasyonu Problemi Dikey Matematikselleştirme

Süreçleri

Aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi, öğrenciler fikirlerini oluşturduktan sonra problemin çözümü için matematiksel işlemleri yapmaya başlamışlardır.

K2: İşlemleri ben yapmaya başladım. İlk önce kendi yerimizdeki dizel yakıtı hesaplayalım. 10 kilometrede 0.43 litre benzin yakar.

K3: Arkadaşlar ondalıklı olan işlemlere dikkat ediyor musunuz? İşlem hatası yapmayalım.

Bu süreçte araştırmacı tarafından araştırmacı tarafından gruplar model kurmaya yönlendirilmiştir. Aşağıda öğrenciler arasındaki diyalogda görüldüğü gibi, sezgisel olarak yapılan işlemler öğrencilerin oran kullandığını göstermektedir. Akaryakıt İstasyonu probleminde birçok niceliği olan değişkenler vardır.

Araştırmacı: Çocuklar kullandığınız araç 1 kilometrede mi daha çok yakıt tüketir 10 kilometrede mi?

K1: 10 kilometrede.

K2: 100 kilometrede daha çok yakıt tüketir.

K3: Yüzde hesaplaması yapabiliriz.

K1: Orantı kurabiliriz.

K2: Ortalama harcanan yakıt miktarı arttıkça daha çok para harcarız.

K1: Hesap makinesi kullanabilir miyiz hocam?

Araştırmacı: İsteyen kullanabilir isteyen grup olarak da işlemleri yapabilir.

K2: İşlemleri ben yazarım.

Gruptaki öğrenciler, problemle karşılaştıkları zaman genelde derste gördükleri kullanılabilecek bir kural veya formül hatırlamaya çalıştılar. Öğrenciler modelleme problemiyle karşılaştıkları zaman belirli bir sistematik kurmaya çalışmışlardır. Problemi çözmek için belirli adımlar atmışlardır. Araştırmacı, öğrenciler problem ile uğraşırken kullanacakları stratejiyi keşfetmeleri için rehberlik yapmıştır. Öğrenciler tabloda gördükleri 100 kilometrede harcanan ortalama yakıt miktarlarını gördükleri için yüzde hesaplamaları yapmak istemişlerdir.

K2: Bu araçların kaç kilometre hızla gittiğini biliyor muyuz? Eğer yavaş hızla giderlerse daha az yakıt tüketirler.

Araştırmacı: Ortalama yakıt miktarı ne demek çocuklar?

K2: Tüm sayıları topluyorduk sonra kaç sayı varsa bölüyorduk.

K1: Aritmetik ortalama onun adı.

K3: Bu arabalarında hızlarına göre yaktıkları yakıt miktarını toplayıp kilometreye bölünce böyle çıkıyor demek ki.

Gruptaki öğrenciler tabloda verilen ortalama yakıt miktarları üzerine düşünmüşlerdir. Yedinci sınıf konularında bir veri grubu üzerinde bilgi edinmek için ortalama, tepe değer, ortanca(medyan) kavramlarını kullanabilmeleri vardır (MEB, 2018). Bu problemde ortalama yakıt miktarı 100 kilometre için verilmiştir. Modelleme probleminde verilen ortalama yakıt miktarına ulaşabilmek için gerekli olan veriler toplanıp gözlem yapmaya ve ölçüm yapmaya uygun hale getirilmiştir. Verilerin istatistiksel olarak gösterimi verileri analiz yapmaya ve karar vermeye yardımcı hale getirmiştir. Akaryakıt İstasyonunun probleminde ortalama yakıt miktarı öğrencilere hazır olarak verilmiştir. Öğrenciler matematiksel modellerini oluştururken merkezi eğilim ölçüsü üzerinde tartışmaları problemi bu kavram üzerinden de açıklayabildiklerini göstermiştir. Öğrenciler bu kavram üzerinde hatırladıkları kurallara yönelik işlem yapmasalar da kavram üzerinde ilişkilendirme yapmışlardır. Merkezi eğilim ölçüleri de bu problemde öğrencilerin üzerinde durup tartıştıkları bir matematiksel kavram olmuştur. Öğrenciler düşündükleri ilişkilendirme becerilerine uygun olarak yüzde işlemleri yapmaya başlamışlardır.

K3: 100 kilometrede 5,5 litre benzin yakan Toyota Yaris 10 kilometrede 0.55 litre benzin tüketir.

Araştırmacı: Aracın 0, 55 litre benzin yaktığını nasıl buldun?

K3: Bir virgül sola gönderdim. Bölerken sola .

K2: 10 kilometre 100 kilometrenin onda biri. Yakılan yakıt da onda biri olur.

Öğrencilerin doğru orantıda içler ve dışlar çarpımı öğrencilerin sıklıkla kullandıkları bir yöntem olmuştur. Öğrenciler niceliklerin aynı oranda artıp aynı oranda azaldığını ‘doğru orantı’ olarak söylemeseler de niceliklerin birbirine bağlı olarak değiştiğini görmüşlerdir. Orantısal muhakeme yaparak direkt matematiksel işlemler yapmışlardır. Kolay yoldan 100,100 ve 1000 ile çarpma ve bölme işlemleri grubu işlem kalabalığı olarak azaltmış öğrencilerin zihinsel işlemler yapmalarını sağlamıştır. Daha sonra diyaloglarda görüldüğü gibi matematiksel hesaplar yapılmaya devam edilmiştir.

K1: İlk önce 10 km uzaklıktaki istasyonu boş verelim bence. Kendimize yakın istasyondan dolduralım depoyu.

K2: O iş basit. Yaris' in deposu 42 litre. 6,70 ile çarpalım.

K3: Sondaki sıfırları silelim. Sıfırlar işlem kalabalığı yapmasın.

K1: Sen işlemlerin sonuçlarını not et.

K3: Toyota Yaris: $42 \times (6,7) = 281,4$ lira oluyor.

K1: Diğer istasyonu da hesaplayalım Toyota Yaris bitsin bence.

K2: $(0,55) \times (6,6) = 3,63$ $(0,1) \times 42 = 4,2$

K1: Son işlemi neden yaptın?

K2: İki istasyon arasında 10 kuruşluk bir fark var. Hep lira cinsinden işlem yaptık. 100 kuruş bir liraysa 10 kuruş 0,1 lira yapar.

Türk lirası üzerinden işlem yaparken virgülden önce lira virgülden sonra kuruş yazılır. Alışveriş yaparken ve diğer günlük hayattaki para hesaplamalarında çocukların sıklıkla yaptıkları matematiksel işlemlerdir. Grup, orantısal muhakeme becerisini kullanarak kuruş cinsini kolay yoldan 100 bölerek (0,1) lira bulmuştur. Öğrenciler için buldukları 0,1 liralık fark 1 litre içindir. Toyota Yaris' in tam yakıt deposu için 42 litrede 4,2 liralık bir fark olduğunu bulmuşlardır. İki nicelik arasında yakılan yakıt litresi ve ücreti arasında doğru orantı kullanarak orantısal muhakemelerini kullanmışlardır.

K3: Arkadaşlar iyi ki yakındaki istasyonun fiyatını bulmuşuz. Yoksa bu değerlerle bir şey yapamazdık.

Problem çözerken problemin doğru olarak anlaşılması ve ardından uygun stratejinin seçilmesi aşamalı bir süreçtir. Öğrenciler matematikselleştirmelerini yaparken sürecin aşamalı olması özelliğine dikkat çekmişlerdir.

K1: Mecburen eski değerleri kullanacağız. Eğer 10 kilometrelik yoldan kaybımız olmasaydı 281,4 lira olacaktı (3,63) liralık yol farkını eklersek 285,03 lira oldu. Ondan da depo için fiyat farkını çıkarırsak 280,83 lira olur, Burunkışla köyündeki istasyon için.

Araştırmacı: Oluşturduğunuz modeli biraz daha açıklayabilir misiniz?

K3: $(281,40) + (3,63) - (4,20) = 280,83$ lira

Grup 1' deki öğrenciler matematikselleştirme sürecinde ondalık ifadelerle dört işlem becerilerini kullanmışlardır. Ondalık ifadelerde virgülden sonraki en sondaki sıfırın işlem yaparken bir önemi olmadığını söylemişleridir. Ondalık ifadelerde dört işlem yaparken yerine göre en sona sıfır koymuşlardır. İlk yaptıkları işlemleri kendi becerilerini kullanarak yapmışlardır, hesap makinesi kullanmamışlardır. Ondalık ifadelerde dört işleme en sağ basamaktan başlayıp virgülün aynı hizada olmasına dikkat etmişlerdir. Dört

işlemlerde kolaylık olması bakımından en son basamağa sıfır koymuşlardır. En son sonucu ortaya çıkarırken ilk toplama işlemini daha sonra çıkarma işlemini yapmışlardır. İşlemler arasında ilişkilendirme yaparak işlem önceliğini kullanmışlardır. Önce çıkarma işlemini yapmayarak işlem önceliğinin sol taraftaki işlemden sağ taraftaki işleme doğru gitmişlerdir. Öğrenciler kullandıkları bu matematikselleştirmeyi diğer arabaların yaktıkları benzin veya mazot miktarını bulurken de kullanmışlardır.

K1: Hyundai İ20 aracı 10 kilometre de 0,49 litre benzin yakıyor. Yakındaki istasyondan başlarsak $45 \times (6,7) = 301,5$ lira yapıyor.

K2: Diğer arabadaki işlemlerin aynısını yapalım. Farklı bir şey yok de mi?

K3: Bu araba da benzinli bir fark yok.

K3: 10 kuruşluk fark bu araba da var iki istasyon arasında. Hyundai arabasının yakıt deposu 45 litre $(0,1) \times (45) = (4,5)$ liralık bir fark çıkar.

K2: 10 kilometrede $(0,49) \times (6,6) = (3,234)$ lira yol farkını ekle.

K3: $(301,5) + (4,158) - 4 = 300,234$ lira Hyundai modelin Burunkışla istasyonundaki tam depo ücreti.

K1: Yaris şu an daha karlı ama diğer arabaları da görmeden kesin bir sonuç söylemeyelim.

Öğrenciler işlemler arasındaki ilişkileri kurdukça karşılaştırma yapmaya da başlamışlardır. Aşağıdaki diyalogda bulunduğu gibi öğrencilerin karar vermek için yaptığı karşılaştırma verilerin niceliksel miktarına yöneliktir.

K3: Devam edelim. Sıradaki araç ne?

K2: Mini Cooper. Yine benzini bir araç.

K3: 40 litre yakıt deposu var. $(40) \times (6,7) = 268$ lira .

K1: Yakınıımızdaki istasyonun biçtiği fiyat.

K3: Mini Cooper 10 kilometrede 0,63 litre yakıyor. Burunkışla' ya varmamız için $(0,63) \times (6,6) = (4,158)$ lira harcarız.

K1: Yine 10 kuruşluk farktan $(0,1) \times (40) = 4$ lira kar payımız var.

K1: Burunkışla' da depoyu doldurmak için 268 liraya 4,158 lira ekleriz. $(0,1) \times 40 = 4$ liralık farkı da çıkardıktan sonra $268 + 4,158 - 4 = 268,158$ lira

K3: Fark ettiniz mi biraz hızlandık.

K2: Depo 40 litre olduğundan virgüllü işlem daha az yaptık daha çabuk ilerledik.

Grup 1' deki öğrenciler Mini Cooper aracının yakıt doldurma ücretlerini bulurken diğer araçlara yaptıkları işlemler ile ilişkilendirme yapmışlardır.

K2: Son bir araç kaldı arkadaşlar.

K3: Sonunda dizel yakıtlı araba geldi. Citroën C-Ellyse.

Araştırmacı: Çocuklar kısaca Citroën diyebilirsiniz.

K1: Diğerlerinden farkı iki istasyon arasında 17 kuruşluk fark var.

K3: Benzine göre biraz daha fark varmış.

K1: 50 litre depo ile $(50) \times (6,7) = 318$ lira ödüyoruz.

K2: Bizim yakınımızdaki fiyat.

K3: Evet. 17 kuruşluk farktan $(0,17) \times 50 = 8,5$ lira Burunkışla karlı.

K3: 10 kilometrelik yolda $(0,43) \times (6,19) = (2,661)$ lira yaktı.

$318 + 2,661 - 8,5 = 312,161$ lira

Grup 1' deki öğrenciler 10 kilometre uzaklıktaki Burunkışla İstasyonu'ndan yakıt alacakları zaman; iki istasyon arasındaki fiyat farkını kar olarak almışlar. Diğer istasyondaki fiyattan çıkarmışlardır. Çünkü 10 kilometre uzaklıktaki istasyondaki fiyatın daha ucuz olduğunu ifade etmişlerdir. 10 kilometre uzaklıktaki istasyona giderken yaktıkları benzin veya motorin ücretini ise toplam fiyata eklemişlerdir. Öğrenciler iki istasyon arasındaki yol farkından dolayı tüketilen yakıt miktarını zarar olarak ifade etmişlerdir.

Grup 1' deki öğrenciler oluşturdukları matematiksel modelin gerektirdiği becerilere göre prosedürel işlemler yapmışlardır. Öğrencilerin yaptıkları prosedürel işlemlerde orantısal muhakeme becerisini kullanmışlardır. Niceliksel olarak verilen ondalık ifadelerde dört işlem yapmışlardır. Ondalık ifadelerle dört işlem yaparken kolay yoldan 10, 100 ve 1000 ile çarpma bölme özelliklerini kullanmışlardır. Ondalık ifadelerle kolay yoldan 10'un kuvvetlerine çarpma bölme yaparken virgülün bulunduğu konumu basamak olarak sağ ve sola kaydırma stratejisini kullanmışlardır.

Öğrenciler buldukları niceliksel sonuçlar üzerinden karar vermek için çözümü değerlendirmişlerdir. Akaryakıt İstasyonu Problemi araba markası göz önünde bulundurularak Yukarısarıkaya istasyonundan mı yoksa Burunkışla istasyonundan mı yakıt almanın daha karlı olduğunu sormaktadır. Öğrenciler Mini Cooper aracının daha karlı olduğu sonucuna varmışlardır.

K2: Raporu ben yazayım.

K1: Ben söylerim sen yaz. [Öğrencilerin Raporu] “ Bu problemde yakıt deposunu tam olarak doldurmak için ne kadar harcayacağımızı yakıt fiyatlarına ve araba modellerine göre inceledik. 10 kilometre uzaklıktaki istasyon 10 kuruşluk farkını çıkardık. İstasyona giderken 10 kilometre için de yakıt tüketileceğinden dolayı bu fiyatı zarar olarak toplam fiyata ekledik.”

K2: Zarar normalde problemlerde çıkarılıyor.

K3: Zarar bizim tarafımızda olduğu için bizden gidiyor. Bizim harcadığımız para daha çok gidiyor. O yüzden harcadığımız paraya ekledik.

K1: Elde ettiğimiz fiyatlar üzerinden en az fiyat Mini Cooper çıktı. Mini Cooper en son karar de mi farklı bir fikri olan var mı?

K3: Sonuç olarak en düşük Mini Cooper. Bir şaşırtmaca olduğunu sanmıyorum.

K2: Ben de Mini Cooper diyorum.

K1: Mini Cooper diyorum ben de sonuç olarak o kadar sonuç arasından Mini Cooper çıktı. Hem de iki istasyonda da en düşük çıktı.

K3: Arada yaklaşık 15 kuruşluk bir fark var.

K2: Aynen ya. Neredeyse sonuçlar aynı çıkmış. Oraya gitmeye değmez. Zaten yakındaki istasyon 15 kuruş bile olsa daha ucuz.

K1: O zaman yakınımızdaki istasyonun daha ucuz olduğunu rapora ekliyorum.

Grup 1' in Akaryakıt Problemi' ne ilişkin diyalogları ve öğrenci çalışmaları incelendiğinde öğrencilerin günlük hayat probleminde problem bağlamındaki uyarıcıları fark etmişlerdir. Tablo ve çoklu verileri yorumlamışlardır. Problemdeki sayısal nicelikleri sadeleştirmişlerdir. Bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyememişlerdir. Bazı matematiksel kavramları aritmetik ortalama gibi tanımlayabilmiş ama değişken bulma cebirsel ifade gibi kavramları geliştirememişlerdir. Matematikselleştirmede buldukları kavramları sentez aşamasında kalmışlardır.

Grup 2: Akaryakıt İstasyonu Problemi Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Öğrenciler, matematikselleştirmeye başlamadan önce matematiksel modelleme probleminin gerçek hayat bağlamı olan akaryakıt istasyonu, araba modelleri, tüketilen yakıt miktarı ile verilen sayısal nicelikleri birbiriyle ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Matematikselleştirmeye başlarken sayısal niceliklerin çok fazla olduğunu ifade etmişlerdir. Verilen tablolardaki niceliklerin hangisinin işe yarayıp hangisinin yaramadığını bulmaya çalışmışlardır. İlk önce verilen araba modelleri üzerinde tartışmışlardır. Hepsinin kullanılıp kullanılmayacağı üzerine tartışmışlardır. K6 tablodan birini seçip çözüme başlamayı önermiştir. Daha önce matematik dersinde çözdükleri problemleri hatırlamışlardır. Benzin ve dizelin litre ile satıldığını belirtmişlerdir. Yan tarafta da yakıt deposu hacmini görmüşlerdir. Litrenin sıvı ölçmede bir hacim birimi olduğunu hatırlamışlardır. Problemde verilen benzin ve dizel fiyatları hacim ölçme birimi

olan 1 litre üzerinden fiyatları verilmiştir. K5 akaryakıt istasyonlarındaki fiyatların her gün değiştiğini söylemiştir. Gruptaki diğer öğrenciler benzin ve dizel tablosundaki fiyatların problem için sabit olduğunu söylemişlerdir. Öğrenciler tabloda verilen akaryakıt fiyatlarını akaryakıt depolarının doldurulacağı gün için sabit tutmuşlardır. Akaryakıt istasyonlarına ne kadar ücret ödeneceği ile ilgili tartışmaya başlamışlardır. Benzin ve dizel fiyatları üzerinden karşılaştırma yapacaklarını düşünmüşlerdir.

Katılımcı 4 (K4): Arkadaşlar, soruda çok sayı var nereden başlasak bilemedim probleme.

Katılımcı 6 (K6): 4 tane araba modeli var, 2 tane de benzin istasyonu var. Hepsini kullanmayabiliriz. Bazı sorularda oluyor ya her sayıyı kullanmayabiliriz. En ekonomik olanı seçin diyor zaten.

Katılımcı 5 (K5): Bilmiyorum, biraz karışık görünüyor.

K4: Benzin litre ile satılıyor. Zaten iki akaryakıt istasyonunda da bize fiyat vermişler.

K5: Litre fiyatı ile kaç litre benzin alındığını çarparsak benzinciye ne kadar ücret vereceğimizi öğreniriz. Akaryakıt istasyonlarının tabelalarında her gün fiyat değişimi yapıyorlar görüyorum.

K6: Bence problemdeki benzin ve dizel fiyatları belirli bir gün için sabitlenmiş diğer günleri düşünmeyeceğiz.

K6: Kaç litre benzin alacağız ki sabit bir değer mi var?

K5: Problemin ilk kısmında yazıyor. Depoyu tamamen doldurun diyor.

K6: Anlamadığım şu. Yakıt bitmek üzere ise 10 km uzaklıktaki Burunkışla'ya nasıl gideceğiz? Araba yolda kalırsa ne yapacağız?

K4: Bence o şekilde bir sıkıntı olmaz. O zaman 10 km demezlerdi. Daha az mesafe uzaklıkta bir akaryakıt istasyonu verirlerdi. Oraya gidene kadar depoda kalan az miktarı harcarız. Depo az bir şey kalana kadar biter. Geri dönerken de depoladığımız yakıtı harcarız.

Öğrenciler bu kısımda ekonomik olarak karlı çıkmak için strateji geliştirmeye başlamışlardır. Sayısal nicelikler çok fazla olduğu için daha az işlem yapmaya çalışmışlar ama daha sonra verilen tüm nicelikleri kullanmışlardır.

K5: Yakıt deposu hacminin nerede kullanılacağı belli oldu. 100 kilometrede harcanan yakıt miktarlarını 10 km ye çevirelim.

K6: Bize 10 km lazım. Virgüllerini atıyorum sola hepsini. Toyota Yaris 0,55 litre, Hyundai İ20 0,49 litre, Mini Cooper 0,63 litre, Citroën C-Ellyse 0,43 litre yakıt harcarlar.

Handwritten calculations for fuel costs:

- Toyota Yaris** → $0,55 \times 6,6 = 3,63$ $6,6 \times 42 = 277,2$ $280,83$
- Hyundai i20** → $0,49 \times 6,6 = 3,234$ $45 \times 6,6 = 297$ $285,035$
- Mini Cooper** → $0,63 \times 6,6 = 4,158$ $40 \times 6,6 = 264$ $268,158$
- Citroen** → $0,43 \times 6,9 = 2,967$ $30 \times 6,9 = 207$ $318,967$

Summary table:

Model	Bunlarla	Y.K.
Toyota Yaris	280,83	285,035
Hyundai i20	300,243	304,783
Mini Cooper	268,158	272,221
Citroen	312,123	320,7348

Şekil 10. Grup 2'nin Akaryakıt Probleminde Oluşturduğu Dikey Matematikselleştirme Süreci

K4: Arkadaşlar uzaktaki yakıt istasyonuna gitmeden yakınımızdaki istasyondan aldığımızda ne olduğuna bakalım.

K5: Ohoo, o hacmini çarp o zaman fiyatlarla.

K4: Toyota Yaris marka arabada 281,4 lira harcarlar. Hyundai İ-20 modelde 45 ile 6, yi çarptık. 301.5 olur.

K6: Mini Cooper modelde 268 lira oluyor benzinle. Citroen de 318 lira ediyor.

Öğrenciler kendilerine en yakın ortamdaki akaryakıt istasyonundaki fiyatlara bakarak işlem yapmaya başlamışlardır. Öğrenciler işlemleri yaparken hesap makinesinden yardım almışlardır. Öğrenciler net bir hesap yapmak için uzak olan akaryakıt istasyonundaki hesaplamaları da Şekil 10' da görüldüğü gibi yapmaya başlamışlardır. Dikey matematikselleştirme sürecine bakıldığında öğrenciler buldukları nicelikleri karşılaştırma yapmak için basit bir tablo haline getirmişlerdir. Buldukları ondalık ifadeleri karşılaştırmak için sayıların basamak değerlerine bakarak sonuçların büyüklüğü veya küçüklüğü üzerinde yorum yapmışlardır.

Mini Cooper = 100 kilometrede en çok Benzin harcayan ve yakıt deposu en küçük olan araç. Benzinde burunkışla daha uygun alarılır ve araç fiyatı 320.000 TL'dir.

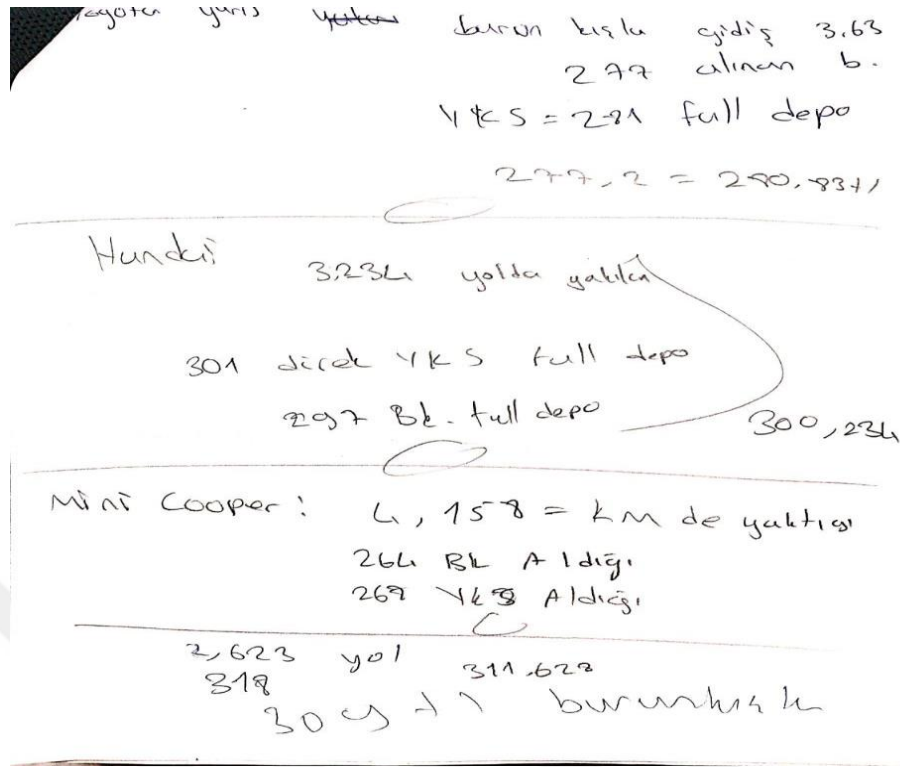
Citroën C-Ellyse = 100 kilometrede en az dizel harcayan ve yakıt deposu hacmi en büyük olan araç. Dizelide burunkışla daha uygun araç fiyatı 220.000 TL'dir.

Hyundai i-20 = 100 kilometrede 4,9 litre benzin harcan yakıt deposu hacmi 45 litredir. araç fiyatı 228.000 TL'dir.

Toyota Yaris = 100 kilometrede 5,5 litre benzin harcan yakıt deposu hacmi 42 litre dir. araç fiyatı da en azdır. 219.000 TL'dir.

Şekil 11. Grup 2'nin Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Akaryakıt Probleminde Uyguladığı Adımlar

Öğrenciler bu aşamada bir karara varmak için tüm arabaların yakıt depolarını doldurabilmek için 2 istasyondaki akaryakıt fiyatlarını ve istasyondaki fiyat farklarını Şekil 11' de görüldüğü gibi karşılaştırmışlardır. Mini Cooper 100 kilometrede en çok benzin harcayan ve yakıt deposu en küçük olan araç olarak Burunkışla istasyonundan benzin alarak 320,000 lira ile ayrılacaklarını söylemişlerdir. Citroën C-Ellyse; 100 kilometrede en az dizel harcayan ve yakıt deposu hacmi en büyük olan arabadır. Dizel yakıt olarak Burunkışla' dan 220,000 lira ile en ekonomik olan seçenek olduğunu söylemişlerdir. Hyundai i-20; 100 kilometrede 4,9 litre benzin harcayan, yakıt deposu hacmi 45 litre olan arabada harcanan yakıt 220,000 olduğunu bulmuşlardır. Toyota Yaris ise 100 kilometrede 5,5 litre benzin harcarken alınan istasyondan 228,000 lira alım yapılması gerektiğini söylemişlerdir.



Şekil 12. Grup 2'nin Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Akaryakıt Probleminde Uyguladığı Adımlar

K5: Mini Cooper araba en uygunu oldu şu anda.

K4: Bir de dizel olarak hesaplayalım.

K5: Toyota Yaris 267,12; Hyundai İ-20 286,2; Mini Cooper 254,4; Citroën C-Ellyse 318 lira olur. Hesaplar tamam.

K6: Burunkısla' da yakıt fiyatları daha ucuz aslınsa. Benzinde 10 kuruş, dizelde 17 kuruş fark ediyor. Aradaki farktan bir şey yapabilir miyiz?

K5: 0,55 ile 6,6 yı çarpalım da gidiş ücretlerini bulalım. 3,63 lira yapıyor. Ardaki 10 kuruşla da 42 yi çarpalım.

K4: 10 kuruş çarpılırken 0,10 olarak yazılıyor. 42 ile çarpımları 4,2 oluyor.

K6: Bunu neye ekleyeceğiz?

K4: Bence çıkaracağız. $281,4 + 3,63 - 4,2$ olarak 280,83 lira olur.

K5: Biz ne yaptık çıkardık ekledik ben bir şey anlamadım.

K4: Yol fiyatını ekledik. Benzin farkını da çıkardık. Eksik çünkü.

K5: Uzun oldu ya bayaa. Diğerini de ben yapayım.

K6: Eski sonuç 301,5 unutmayalım.

K5: 0,49 ile 6,6 çarpılıyordu. 3,234 lira. 0,10 ile de 45 çarpımı kolay 4,5 lira. $301,5 + 3,234 - 4,5$ ile 300,234 oluyor. Diğerini de sen yapar mısın?

K6: $0,63 \times 6,6 = 4,158$ lira olur, 4 lira da benzinden kar ederiz. $268 + 4,158 - 4 = 268,158$ lira.

K5: Citroën de dizel diye özellikle belirtmiş arkadaşlar.

K6: Arkadaşlar biz niye benzinli arabaların dizel olarak gibi de hesapladık bence problem ayırmış onları.

K4: Biz galiba baya yanlış yaptık.

K6: O kısmı dikkate almayız. Fazladan işlem yapmışız.

K5: $0,43 \times 6,19 = 2,661$ $0,17 \times 50 = 8,5$ eder. $318 + 2,661 - 5 = 315,661$ lira yapar.

K5: Yine en ucuz olan Mini Cooper modeli seçmek oluyor. Burunkışla' ya giderek yakıt alırsak biraz daha karlı oluyor.

Grup 2'de öğrenciler Mini Cooper aracının en karlı olduğunu savunmuşlardır. Fakat sonuç üzerinde tartışırken şekil 12' de görüldüğü gibi tekrar fikir değiştirmişlerdir. Yakıt deposu hacmini dikkate alarak Burunkışla İstasyonu' ndan dizel alımını desteklemişlerdir.

K4: Problemde ekonomik demeseydi ben Citröen seçebilirdim.

K5: Yakıt deposu büyük olduğundan sürekli yakıt alma sıkıntısı olmayabilirdi. Ona en yakın Hyundai İ-20 var yaklaşık 10 lira daha ucuz. Arada 5 litre var. Litresi 2 liraya yakıt olmaz. O yüzden Citröen aslında baya uygun oluyor. Elde ettiğimiz sonuçlara göre ve işin ilerisini de düşünürsek Citröen en mantıklısı.

K4: Bence de Citröen diyelim.

K6: Ben Mini Cooper hep düşük çıkınca ona karar vermiştim ama siz böyle deyince daha mantıklı geldi.

K5: Burunkışla Akaryakıt İstasyonu, Citröen C-Elyyse(dizel) yazıyorum.

Saman Balyası Problemi

Saman balyalarının yüksekliğini bulunmasını amaçlayan Saman Balyası Problemi öğrencilerin karşısına matematiksel niceliklerin verilmediği ve matematiksel işlemlerin nasıl başlayacağını açık olarak vermeyen matematikselleştirmeye ihtiyaç duyan bir modelleme problemidir. Saman Balyası Problemi geometri ve ölçme öğrenme alanındaki matematikselleştirme süreçlerini ve becerilerini ortaya çıkarmak için öğrencilere sunulan bir problemidir.

Grup 1: Saman Balyası Problemi Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Dikey matematikselleştirme sürecinde 'geometri ve ölçme' öğrenme alanında kullanılan kavramların kullanımı üzerindeki beceriler incelenmiştir. Öğrenciler problem üzerindeki görselden yararlanarak aslında sayısal veri bulunmayan bu problemde

nesneler arasındaki konum ve uzaklık ilişkisinden faydalanarak tahmini bir mesafe kavramı üzerinde durmuşlardır. Mesafe kullanırken ortalama bir uzunluk üzerinde durmuş ve matematiksel birimleri kullanmışlardır. Problemdeki çocuk ve balyaların uzunluğu arasındaki mesafe ilişkilendirmesi aşağıdaki diyalogda verilmiştir.

K3: Şu balyaların üstünde oturan çocuktan ipucu alacaktık.

K2: Aslında çocuk çok kısaya benzemiyor. Merkez boyunca uzansa boyu tüm çapı doldurur.

K3: Yaklaşık diyor zaten boyuna 2 metre diyebiliriz.

Öğrenciler ilk aşamada tahmini olarak sayısal bir veri oluşturduktan sonra problem süreci içinde stratejilerini oluşturmaya başlamışlardır.

K1: Dik üçgen oluşturalım o zaman ikizkenar üçgenden.

K2: Uzunlukları merkezden alalım.

K1: Bence bu probleminin özel üçgenlerle ilgisi var

K3: Özel üçgenler 3-4-5 üçgeni var. Onun iki katı olan 6-8-10 üçgenleri var.

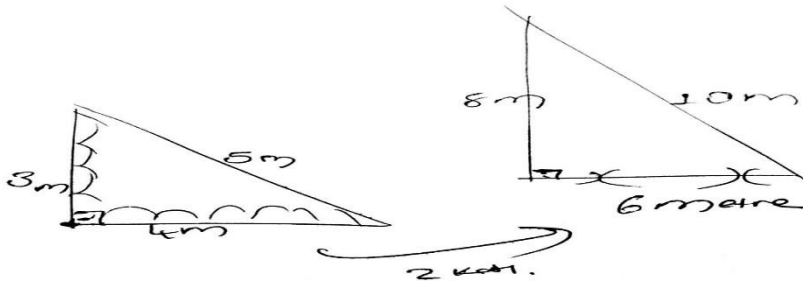
Grup 1' deki öğrenciler dik üçgen bağıntılarındaki özel üçgenlerden faydalanmayı düşünmüşler Şekil 13' te görüldüğü gibi ve bu üçgenleri kullandıkları zaman dik üçgende açı-kenar ilişkilendirmeleri nasıl olabileceğini tartışmışlardır.

K1: 6-8-10 özel üçgeni olsun. Şu altta olan dik kenar daha küçük duruyor.

Yüksekliğe de 8 metre diyelim.

K2: Aradaki boşluklarla 8 metre olur zaten.

K2: Arkadaşlar daha farklı üçgen bağıntıları kullansak çizdiğim gibi.



Şekil 13. Saman Balyası Problemi Üzerindeki Özel Üçgen Modellemeleri

Öğrenciler özel üçgen üzerindeki ilişkilendirmelerini yaparken açı kenar bağıntılarını da kullanmak istemişlerdir. Bu yüzden aşağıdaki tartışmalarda görüldüğü gibi dik üçgenin diğer açılara 30 derece ve 90 derece olarak almışlardır.

K3: Merkezleri kullanarak bir dik üçgen çizilebilir. Şu köşedeki açı 60 derece olur.

K1: Eşkenar olduğundan 60 derece de mi?

K3: Evet.

K2: En alttaki dik kenar 4 metre olur. Dik kenarın diğeri de 4 kök 3 olur.

Altta ve üstteki 1 metreleri ekleyelim.

K1: $6\sqrt{3}$ metre olur. Bu değer de 6 metrenin üzerinde bulunmaktadır.

Öğrenciler bu aşamada eşkenar üçgenin bir açısının 60 derece olmasından yola çıkarak ilk önce saman balyalarının tümünün oluşturduğu yapıyı bir ikizkenar üçgen olarak almış daha sonra üçgen kenarlarını saman balyalarının oluşturduğu dairelerin merkezlerinden geçirmiştir. Bu şekilde balyaların üst üste dizildiğinde oluşan boşluklar modelleme problemini etkilememiştir. Öğrenciler dik bağıntısından yola çıkarak balya yığınının yüksekliğini bulmuştur.

Grup 1'deki öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecine bakıldığında zaman sayısal verisi bulunmayan bir problemde kritik etkenlere yönelik tahminsel bir ölçümden yararlandıkları görülmüştür. Farklı üçgen çeşitleri kullanarak yardımcı modeller oluşturmuştur. Ana matematiksel model için yardımcı matematiksel için yardımcı matematiksel modelin verilerinden faydalanmışlardır. Matematiksel çözüme ulaşmak için hesaplamalar yapmışlardır. Öğrencilerin çalışma kâğıtlarına bakıldığında prosedürel işlemlerin doğru şekilde uyguladıkları görülmüştür. Öğrenciler hedefe yönelik süreçlerini gerçekleştirirken soru bağlamında birim çevirmesi yapmışlardır. Öğrencilerin çözüme yönelik varsayım oluştururken açı kenar ilişkilendirmelerini kullandıkları görülmüştür. Bu ilişkilendirmeden yola çıkarak varsayımaya yönelik çözüm stratejileri oluşturup dikey matematikselleştirmelerini göstermişlerdir.

Grup 2: Saman Balyası Problemi Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Saman Balyası probleminde gerçek yaşam durumunu barındıran bir problemidir. Grup 2'deki öğrenciler gerçek yaşam bağlamı içerisinde verilen problemi çözmek ve organize etmek için matematiksel araçlar kullanmak istemişlerdir.

K5: Basit bir soruya benziyor ama hiç sayı verilmemiş.

K4: Saman balyaları daire şeklinde verilmiş, dairelerin özelliklerini hatırlıyor musunuz?

K6: Bu problemde alan ve çevre ile ilgili bir şey yok bence varsa da yarıçapını bulmaya çalışacağız.

K5: Dedikleri şeyleri çizelim ilk önce. Biz bunları önden görüyoruz

Öğrenciler problemdeki görseli incelemeye başlayıp problem üzerinde nasıl bir şekilsel gösterim yapacaklarını tartışmaya başlamışlardır. Şekilsel gösterim üzerinde dairenin elemanlarını kullanmak istemişlerdir. Saman Balyası probleminde sayıların yokluğunun matematiksel sonuca engel olmam ası için çap ve yarıçap için tahmini ölçümler üretmişlerdir.

K6: Evet hipotenüs 10 olsun, en uzun kenar.

K4: 30-60-90 dik üçgeninin özelliklerine defterden bakıyorum.

K4: 30 derece hipotenüsün yarısıymış. 60 derece de onu $\sqrt{3}$ katıymış.

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi, Grup 2' deki öğrenciler dik üçgende açılar kenar bağıntılarını kullanarak 30-60-90 üçgeni özelliklerini kullanarak bir çözüm süreci oluşturmak istemişlerdir. Dik üçgen bağıntılarına geçmeden önce görsel üzerinde bir dik üçgen modeli oluşturmaya çalışmışlardır.

Öğrenciler dikey matematikselleştirmelerinde, problem üzerinde varsayım oluştururken matematiksel düşüncelerini bir şema üzerinde göstermek istemiş ve şekilsel gösterimlerini sunmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin gösterimlerini oluştururken kararsızlık ve tutarsızlık yaşamışlardır. Bu sorunun sebebi geometrik bir şekil çizerken mesafe kullanımını ayarlayamamaları ve şeklin özelliklerini bir gösterim üzerinde birleştiremediklerinden kaynaklandığını göstermiştir. Öğrenciler Saman Balyası probleminde geometrik şekillerde diklik çizerken, açı kenar ilişkilendirmeleri çerçevesinde modellerini oluşturmuşlardır. Öğrencilerin şekilsel gösterim üzerindeki ilişkilendirmelerinin Şekil 14' te görüldüğü gibi öğrencilerin doğrudan hesaplamalarına etki ettiği görülmüştür.

GRUP 2

Rapor = Bençe şekil olarak üçgene benzediğinden dolayı üçgen çizdik. Düzenli olarak azaldığı için eşkenar üçgen oldu. Fotoğraftaki çocukları ip ucu olarak kullanarak 1 m dedik. Hipotenüs 10 m oldu. Eşkenar üçgen olduğundan yüksekliği Pisagor bağıntısından $5\sqrt{3}$ m oldu.

Şekil 14. Grup 2'nin Saman Balyası Problemindeki Raporlarında Yatay Matematikselleştirme Süreci

Antik Tiyatro Problemi

Antik Tiyatro Problemi öğrencilerin geometri ve ölçme alanındaki becerilerini ortaya çıkarmayı amaçlayan bir matematiksel modelleme problemidir.

Grup 1: Antik Tiyatro Problemi Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Grup-1'deki öğrenciler problemi okuyup problemdeki görseli inceledikten sonra problemdeki stratejik etkenleri yorumlamaya başlamışlardır. Problemdeki gerçek hayat durumunun ne olduğunu anlamaya çalışmışlardır. Problemdeki veriler incelenmeye ve içerik anlaşılmasına çalışılmıştır. Problemde sayısal bir nicelik olmadığını görmüşlerdir. O yüzden basit varsayımlar kullanmak için sayısal olarak bazı tahminler yapmak durumunda kalmışlardır.

K2: Pergamon Antik Kenti çok büyük bir tiyatroya benziyor.

K1: Böyle bir antik tiyatroyu Antalya' da görmüştüm. En tepeye çıkamamıştık, baya yorulmuştuk.

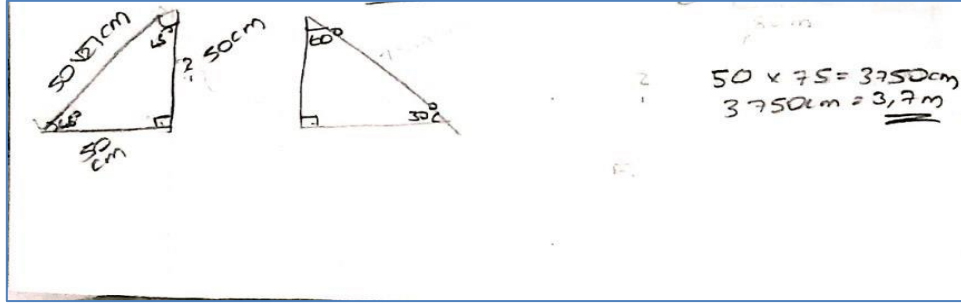
K3: Ben de gitmiştim. Merdivenler böyle büyüktü. Evde çıktığımız merdivenler gibi değildi.

K2: Burada toplam kaç basamak var?

K1: Toplam 75 basamak çıktı saydığımda.

Öğrenciler diyalogdan anlaşılacağı gibi matematiksel modelleme problemindeki görselden sayısal tahminde bulunabilmek için çıkarımlar yapmaya çalışmışlardır.

K3: Bence bir basamak 1 metre falan vardır.
 K2: Bir insan ne kadar uzun boylu olsa da 1 metrelik basamağı çıkamaz. Çaprazlamasına 2 merdiven ucu arasında 1 metre olabilir.
 K3: Hipotenüs vardır yani.



Şekil 15. Grup 1 'in Antik Tiyatro Problemindeki Raporlarında Dikey Matematikselleştirme Süreci

Öğrenciler oluşturulacakları matematiksel modelde yapacakları ilk matematiksel veri tahminini Şekil 15' te görüldüğü gibi yapmışlardır. Yapacakları ilk veri tahminini bir öğrencinin çıkabileceği basamaktan yola çıkarak yapmışlardır. Öğrenciler daha önce gittikleri antik tiyatroları hatırlayarak bu merdiven basamaklarının normalden daha fazla olduğunu hatırlamışlardır. İlk önce basamak uzunluğuna 1 metre demişler ama bu mesafenin normal bir insan için çıkılmasının mümkün olmayacağını ifade etmişlerdir. O yüzden çaprazlamasına 2 merdiven ucu mesafeyi 1 metre olarak belirlemek istemişlerdir. Basamak yüksekliği değil de çapraz mesafe yapmalarının sebebi bir basamaklarda dik üçgen modelinin oluşmasından dolayı olduğunu söylemişlerdir. Öğrenciler 1 metre olarak mesafe belirlemeleri hipotenüs uzunluğunun daha büyük olduğunu bildiklerini göstermektedir. Dik üçgen modellemeleri yaparak hipotenüsün problemde var olduğunu göstermişlerdir. Dik üçgenin varlığını keşfederken görseldeki resmi perspektif açıdan 3 boyutlu düşünerek model oluşturmuşlardır.

K2: Küçük bir kısmını çiziyim size. Hatta kolaylık olsun yine özel üçgenleri kullanabiliriz.

K1: Özel üçgenlerde kenarların eşit katını alabiliyor muyuz?

Öğrenciler modelleme probleminde oluşturdukları dik üçgenleri özel dik üçgenlerle ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Öğrencilerin özel dik üçgenlerin kenarlarındaki katlarını alarak da yeni özel dik üçgenler oluşturmaya çalışmışlardır.

Gruptaki öğrenciler bu problemde hipotenüs bulma yerine önceden hatırladıkları ispatları yapılmış özel dik üçgenleri hatırlamışlardır. Aşağıdaki tartışmaya bakıldığı zaman öğrencilerin özel üçgenlerdeki kenarların katını aldığı ve görsele bakarak saydıkları basamak sayısından hareketle hesaplamalarını yaptıkları görülmüştür.

K2: Küçük bir kısmını çizeyim size. Hatta kolaylık olsun yine özel üçgenleri kullanabiliriz.

K1: Özel üçgenlerde kenarların eşit katını alabiliyor muyuz?

K3: Evet, 6-8-10 üçgeninin 10 katını aldığımız zaman 60-80-100 santimetre üçgenini kullanabiliriz.

K1: Böyle bir şey olabilir aynen. Az çok hayal edebiliyorum.

K2: Küçük olan kenarı da yükseklik yapalım. 80 cm zemin olsun.

K3: Tiyatroda 75 basamak olduğuna internetten mi baktınız yoksa saydınız mı?

K1: 3 kısım var ya yaklaşık hepsi 25 basamak, toplam 75 basamak.

K2: 75 ile bir basamağın yüksekliği olan 60 metreyi çarptığımda 4500 santimetre çıktı toplam yükseklik.

K3: Sonucu metre olarak istiyorlarmış ama biz de o şekilde yazalım. Yaklaşık olarak 45 metre antik tiyatronun yüksekliği diyebiliriz.

Öğrenciler Antik Tiyatro problemine yönelik bir yöntem geliştirip dikey matematikselleştirme sürecini gerçekleştirirken dik üçgen modelini ortaya çıkardıktan sonra ilk olarak Pisagor Bağıntısı hesaplamalarını zihinlerine getirmişlerdir. Antik Tiyatro problemini de Pisagor bağıntısının gerçek hayat uygulaması olarak görmüşlerdir. Öğrenciler tahmini nicelikler belirtirken görseldeki bir nesneden faydalanmayı düşünse de bir benzerlik bağıntısı kuramamışlardır. Öğrenciler diklik çizebildikleri geometrik düzlem veya cisimlerde açı kenar ilişkilendirmesi yapmaya yatkınlık gösterdikleri görülmüştür. Dikey matematikselleştirme sürecinde varsayıma yönelik bir sonuç oluşturulup sonucun gerçek hayat bağlamında değerlendirmesi yapılmamıştır. Öğrencilerin tahmine yönelik oluşturulan sonuçta değerlendirmenin yapılmaması öğrencilerin stratejilerini kısıtlı olarak süreçte kullandıkları görülmüştür.

Grup 2: Antik Tiyatro Problemi Dikey Matematikselleştirme Süreçleri

Ortaokul matematik dersi programında öğrencilerin sekizinci sınıfta üçgende kenarortay, açkırtay ve yükseklik inşa etmeleri ve eşkenar, ikizkenar ve dik üçgen gibi özel üçgenlerde kenarortay, açkırtay ve yüksekliğin özelliklerini belirlemeye yönelik çalışmalar yapması kazanımlarına yer verilmektedir (MEB, 2018). Yapılan incelemede

Grup 2'deki öğrenciler Antik Tiyatro modelleme probleminde uzunluk ifadelerinde ve diğer hesaplamalarında birimleri kullanmışlardır. Fakat problem içerisinde sonuç özellikle uzunluğun kullanımına uygun olarak metreye çevirmişlerdir. Verilen görselde kendilerine bir tepe noktası belirleyip yapacakları modellemede oluşturacakları yükseklik için diklik çizmeye zemin hazırlamışlardır.

K4: Bize fotoğrafı verilen antik tiyatronun en yüksek kısmına kadar görünüyor arkadaşlar.

K6: En tepede bir kulübe ve ağaç var en tepe noktası orası sanırım.

Antik Tiyatro probleminde grup resme perspektif olarak bakıp üçgen oluşturmak için öğrenciler oluşturdukları dikdörtgende 2 tane birbirine eş dik üçgen oluşturmuş hipotenüs bulma hesabı bulmayı düşünmüş fakat uygulamamışlardır. Köşegenlerin oluşturdukları açılara göre dik kenarın daha küçük bir açının görmesi gerektiğine karar vermişlerdir. Öğrenciler oluşturdukları 2 boyutlu geometrik şekillerde kenar uzunluklarını aslına uygun söyleyebilmek için Şekil 16' da görüldüğü gibi açılar kenar ilişkilendirmeleri de yapmışlardır.

K5: Perspektif olarak baktığımızda üçgen çizebiliriz.

K6: Fotoğrafın üzerine çizelim.

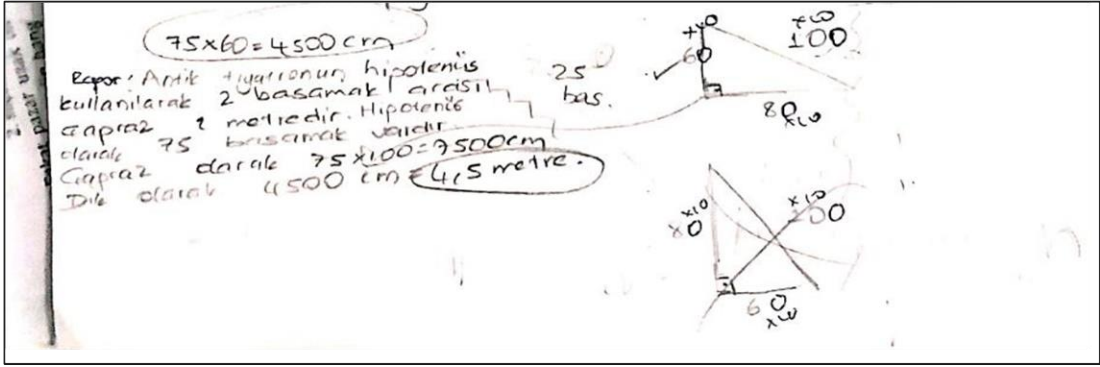
K4: Böyle üçgen pek gözükmüyor. Dikdörtgen yapıp ters olan üçgeni alalım. Şu çizdiğimi yani.

K5: Bu dik üçgenler birbirine eş.

K6: Açı vermemiz lazım sanırım bu üçgene.

K4: İkizkenar dik üçgen diyesim var ama pek öyle durmuyor.

K4: Resme şöyle bir bakınca sanki ordaymışım gibi uzun kenar yükseklik olmuyor küçük açı bakıyor yüksekliğe.



Şekil 16. Grup 2'nin Antik Tiyatro Problemindeki Raporlarında Dikey Matematikselleştirme Süreci

Özet olarak, öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde, “yani sembollerle çalışma”, “kavramlar arası ilişki kurma” gibi daha yüksek düzey matematiğe ulaşma sürecinde kullandıkları matematiksel kavram ve işlemler Tablo 9 ve Tablo 10’da sunulmuştur.

Tablo 9. Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Probleminde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavramlar ve İşlemler

Problemler	Akaryakıt İstasyonu Problemi	Elmalı Turta Problemi
Kavramlar		
Oran (Birimli ve Birimsiz Oran)	Grup 2✓	Grup 1✓
Orantı (Doğru ve Ters Orantı)	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓
Kolay Yoldan 10, 100, 1000 ile Çarpma ve Bölme Yapma	Grup 1✓ Grup 2✓	-
Ondalık İfadelerde İşlem Yapma	Grup 1✓ Grup 2✓	-
İşlemler Arası İlişkiler	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓
Formül	-	-

Tablo 10.Dikey Matematikselleştirme Sürecinde Saman Balyası Problemi ve Antik Tiyatro Probleminde Grupların Kullandığı Matematiksel Kavram ve İşlemler

Problemler	Saman Balyası Problemi	Antik Tiyatro Problemi
Kavramlar		
Birimlerin Kullanımı	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓
Mesafe Kullanımı	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓
3 Boyutlu Perspektif Açısı	- -	Grup 1✓ Grup 2✓
Dik Üçgende Hipotenüs Bulma	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓
Dik Üçgen ve İkizkenar Üçgende Açı-Kenar İlişkilendirmesi	- Grup 2✓	Grup 1✓ -
Geometrik Şekillerde Diklik Çizme	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓
Formül Kullanımı	Grup 1✓ Grup 2✓	Grup 1✓ Grup 2✓

BÖLÜM V

TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırmanın bulguları, araştırma problemlerinin sırasına bağlı olarak alan yazındaki araştırma sonuçlarıyla karşılaştırılarak tartışılmıştır. İlk olarak, öğrencilerin Elmalı Turta ve Akaryakıt İstasyonu problemlerindeki matematikselleştirme süreçlerine ait bulguların tartışması sunulurken, daha sonra Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerine ait bulguların tartışılması sunulmaktadır.

Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta Problemlerinde Öğrencilerin Yatay ve Dikey Matematikselleştirme Süreci ile İlgili Tartışma

Akaryakıt İstasyonu problemi ve Elmalı Turta problemleri etkinliklerinde değişken kavramı ve cebir konusu üzerinde durmaları beklenmektedir. Akaryakıt İstasyonu ve Elmalı Turta probleminde değişkene bağlı anlatılan bir olay yoktur fakat dikey matematikselleştirme yapılırken çözümün genelleştirilebilmesi için değişkene bağlı bir cebirsel model hangi seçeneğin daha karlı olduğunu gösterebilir. Değişkene bağlı anlatılan bir olayın bir başka biçimde anlatılması (değişken değiştirme), doğrusal ve eğrisel artma ve azalma, kar artış azalışı gibi olaylar cebirle anlatılır (Altun, 2010). Bu öğrenme alanındaki problemlerde durağanlık veya değişim söz konusudur. Değişim veya durağanlığın modelleme ile matematikselleştirme becerilerinin gösterilmesi beklenmektedir.

Çalışmanın bulguları, her iki grubun da öğrencilerinin modelleme problemlerinin çözümünde ilk olarak problem durumunu okuyarak problem durumunu anlamaya çalıştıkları ancak problem durumu üzerine ne istedikleri hakkında yaptıkları tartışma sonucunda ortaya çıkan fikirleri matematiksel modele aktarırken zorlandıklarını model oluşturma aşamasına geçtikten sonra tartıştıkları fikirlere uygun olup olmadığını değerlendirdiklerini göstermiştir. Öğrenciler matematiksel model oluştururken bir yandan problem üzerine tartışmışlardır.

Akaryakıt İstasyonu probleminde her iki grup da problemi okuyup verilen tabloları inceledikten sonra bir araba markası belirlemeleri gerektiğini ifade etmişlerdir.

Grup 1 tabloda verilen bir araba markasında her iki akaryakıt istasyonunun yakıt deposunu kaç liraya dolacağını hesaplamalarını yaparken, Grup 2 farklı akaryakıt istasyonlarında tüm markaların yakıt depolarının kaç liraya dolacağını hesabını yapmıştır. Gruplar yapılan matematiksel hesaplamalar arasında karşılaştırma yapıp hangi akaryakıt istasyonundan alınan yakıtın hangi araba markasının yakıt deposunu ne kadar liraya dolduracağı ve hangi seçeneğin daha karlı olabileceği üzerine tartışmalar yapmışlardır. Her iki grup da problemi okuduğunda bir marka belirlemesi gerektiğini ifade edip gidecekleri ilçenin hangisinin kârlı olabileceği üzerine tartışmışlardır. Problemden verilen 100 kilometrede harcanan yakıt miktarı ve birim fiyatları hep göz önünde bulundurmuşlardır. Bu durum, öğrenci gruplarının verilen modelleme problemi üzerindeki bilgilere ve sayısal verilere dikkat ettiklerini göstermektedir.

Her iki çalışma grubunda da öğrenciler hem matematiksel bir sonuç elde edebilmek hem de günlük hayat probleminin getirdiği ihtiyaca uygun bir seçenek uygulaması için yaptıkları matematikselleştirmelerde ondalık ifadelerle işlem yaparken küçük işlem hataları yapmış fakat problemin sonucunu değiştirecek kadar büyük olmadığını fark ederek gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Bu süreçte grupların yaptıkları matematiksel modellerin doğruluğuna karar verebilmek için çözümü bitirdiklerinde gerçek hayat ile doğruluğu kontrol edilip değerlendirilmesi istenir. Gruplar gerektiği zaman süreçte tekrar başa dönmeli aşamalar arasında geçişler yapabilmelidir. Grupların akaryakıt istasyonu probleminde karlı bir seçenek seçebilmesi için doğrulama yaklaşımı yapabilecekleri görülmüştür.

Akaryakıt İstasyonu probleminde birinci grup yatay ve dikey matematikselleştirme sürecinde elde ettikleri matematiksel çözümü yorumlarken hangi akaryakıt istasyonunun daha karlı olduğunu matematiksel sonuca bakarak yorum yapmışlardır. Grup 1’deki öğrenciler yaptıkları prosedürel işlemlerde hangi seçeneğin daha karlı olduğunu bulmak için matematiksel sonuca bakarak ifade etmişlerdir. İkinci grup da oluşturdukları modelde prosedürel işlerini tamamladıktan sonra sonuçları karşılaştırmışlar ama yakıt deposu hacmini de göz önüne alarak matematiksel çözümünün sonucuna farklı bir yorum getirmişlerdir. İki grup da matematikselleştirmelerini yaparken 10 kilometre uzaklıktaki istasyona giderken gelip gitmede yine yakıt kullanılacağını göz önüne alarak hesaplamalar yapmışlardır. Arabaların yakıt depoları dolduktan sonra

bulundukları yerlere giderken harcadıkları yakıt miktarını göz ardı etmeleri gerçek yaşam bağlamında yorumlamaların eksik olduğunu göstermiştir.

Matematikselleştirme sürecinde yapılan işlem hatalarını ve yorumlama hatalarını fark ettiklerinde düzeltmeler yapmışlar fakat oluşturdukları matematiksel modelin uygunluğunu değerlendirme sürecine girmedikleri için ikinci bir matematiksel model oluşturmaya uzak durup model üzerinde değişiklikler yapma yoluna daha çok yaklaştıkları gözlemlenmiştir. Bu açıdan bakıldığında farklı matematiksel modeller gerçek yaşam bağlamında doğruluğunu sorgulama öğrenciler yetersiz kalmışlardır.

Elmalı Turta problemi öğrencilerin bir önceki çözdükleri akaryakıt istasyonu kadar sayısal nicelik içermemektedir. Mantıklı seçenek için nelere karar verecekleri sorulduğundan matematiksel sonuç yetersiz kalabileceğini öğrenciler fark etmiştir. Öğrenciler mantıklı karar verebilmek için ne yapabilecekleri incelenmek istenmiştir. Gerçek hayat bağlamı içerisinde incelenecek bu modelleme probleminde gruplar yapılan harcamanın daha az olmasına ya da harcama için gidilecek mesafenin daha az olmasına dikkat ettikleri gözlemlenmiştir. Öğrenciler grup olarak önceliği hangi seçeneğe verdilerse matematiksel sonuç değişkenlik göstermiştir. Öğrencilerin çözüm kâğıtları incelendiğinde süreçte geri dönerek doğrulama yapması beklenirken söz konusu beceri yeteri kadar gösterilmemiştir. Öğrenciler model oluşturma sürecinde matematikselleştirmelerini yaparken gerçek dünya yaşam bağlamını kurmuş gerçek dünyadan matematik dünyasına geçmekte daha çok zorluk yaşamışlardır. Yatay ve dikey matematikselleştirmeler sonucunda yapılan matematiksel modelleri çözebilen öğrenciler süreci yorumlayabilmiş ve matematiksel bilgiden gerçek yaşama geçiş yapabilmıştır. Elmalı turta problemini anlayan ve kendi içinde sadeleştirmek isteyen öğrenciler problemi kendi içinde anlamlandırma davranışında bulunmuşlardır. Grup 2 de öğrenciler problemin verileri ve istenilenler arasında ilişki kurabilirken sözel olarak yanlış ifadeler kullanmışlardır. Öğrenci gruplarının her ikisi de oluşturdukları matematiksel modellere göre matematikselleştirme yaparken çözümleri tam da olsa eksik de olsa süreçlerini yorumlamamışlardır. Öğrencilerin verilenler ve istenilenler arasında yanlış bir ilişki kurması veya ilişkiyi anlamaması yanlış yorumlama yapmanın sebeplerinden biri olmuştur. Çözümleri oluşturulan matematiksel modellerde çözüm sürecinin daha çeşitli olması beklense de gerçek yaşam bağlamındaki yorumlamalar doğrudur. Elmalı Turta

problemindeki veriler bazı yer adları, öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerini daha anlaşılır biçimde sunması için öğrencilere daha yakın olan yer adları ile değiştirilmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğrenciler Elmalı Turta ve Akaryakıt İstasyonu problemlerinde farklı şekillerde yatay matematikselleştirmelerini öne çıkarmışlardır. Öğrenciler Akaryakıt İstasyonu probleminde çarpımsal ve toplamsal ilişkileri belirleyebilmiş yüzde kavramını ise oran ve orantı kullanarak ilişkisini bulmuşlardır. Öğrencilerin yatay matematikselleştirme sürecinde çarpımsal ilişkiler (oran, orantı, yüzde) kavramları kullanabilme becerisine sahip olduklarını görülmüştür. Elmalı Turta probleminde toplamsal ve çarpımsal ilişkiler kullanılırken yüzde hesaplamaları kullanılmamıştır. Elmalı turta probleminde yüzdelik olarak bir ondalık ifadenin verilmemesi öğrencilerin bu kavramdan uzak durmasını etkilediği görülmüştür. Akaryakıt İstasyonu probleminde öğrencilerin istenilen mesafe için ne kadar akaryakıt harcayacaklarını bulmaları iki çokluk arasında doğru orantı kurabildiklerini göstermektedir. Öğrenciler belli bir mesafe için verilen sayısal veriyi ondalık ifadelerle dört işlem ile istediği mesafe veya hacim için değerini bulabilmektedirler. Öğrenciler yatay matematikselleştirme sürecinde az da olsa veri işleme sürecine girmişlerdir. Matematiksel niceliklerin olduğu bir tabloyu yorumlayabilme ihtiyaç duyulan veriler ile işlem yapabilme bu becerinin bir sonucudur. Yatay matematikselleştirme sürecinde veri gruplarını değerlendirme problemdeki bağlama göre kullanabilmeleri problem çözme süreci kolaylaştırmaktadır. Kurdukları çarpımsal ve toplamsal ilişkiler sonucu ortaya tam sayı değil de ondalık ifade içeren bir değer çıktığında bu değer günlük hayattaki değerinin ne olduğu ile ilgili tartışmalar yapmışlardır. Bu tartışmalar ondalık ifadeleri sıralamanın günlük hayata aktarmanın bir sonucudur. Öğrenciler ondalık ifadelerin nerede kullanacaklarını değerlendirmektedirler. Ondalık ifadeleri yorumlayamama yaşantıyla ilişki kurmadan seçeneklerin seçilmesine sebep olurdu. Öğrencilerin yeni nesil test denilen problemlerde de iki tam sayı arası ondalık ifadeler ile doğru seçeneği aramaları bu kazanımı kazanmalarına yol açmıştır. Elmalı Turta problemi ve Akaryakıt İstasyonu problemlerinin çözüm süreci değerlendirildiğinde gruptaki öğrencilerin aritmetik işlemler yapmaya yatkın oldukları, verilenler ve istenilenler arasında bu şekilde aritmetik stratejiler kurdukları görülmüştür. Ortaokul matematiğinin en kritik özelliklerinden biri de aritmetikten cebire geçiş sürecini kapsamasıdır. Öğrencilerin sözel

problemler çözerken aritmetik stratejilerden bilişsel olarak cebirsel düşünmesini görmek bu uygulamalarda görülmemiştir. Cebir öğrenme alanındaki problemler ile öğrencilerin aritmetik işlemlerden geçiş yapabilecekleri; doğrusal ilişki kurabilme becerilerini ortaya çıkartan, genelleme yapabilmeleri için hazırlanan uygun etkinliklerle mümkün olabilir. Öğrencilerin ortaya çıkan matematiksel sonuçları problemin günlük hayat bağlamına göre yorumlamaları öğrencilerin matematiksel dünya ile gerçek yaşam arasında ilişki kurabildiklerini göstermektedir. Her iki modelleme probleminde de günlük hayata göre yorumlamalar yapılmış ve matematik günlük hayata transfer edildiği görülmüştür.

Akaryakıt İstasyonu probleminde öğrencilerin bulundukları yer isimleri verildikleri için öğrenciler modelleme problemine yakın hissetmişlerdir. Farklı araba modellerinin ve farklı yakıt istasyonlarının verildiği bu problemde öğrenciler kendilerine yakın gelen bilgiyi seçmek isteseler de her iki grup da modelleme probleminde verilmiş olan tüm niceliksel bilgileri kullanarak işlem yapmışlardır. Ama çözüm sürecinin sonunda yaptıkları değerlendirmelerle günlük hayat bağlamını tekrar gözden geçirmişlerdir. Örneğin Grup 2, prosedürel işlemlerini tamamladıktan sonra çözümlerini tekrar gözden geçirip kurdukları bağlam içerisinde seçeneklerini açıklamışlardır. Öğrencilerin bulundukları yer kazançlarını çiftçilik ile karşıladıkları için öğrenciler farklı araçların ne kadar yaktıklarına ve araç deposu hacminin ne olduğuna dair bilgileri bulunmaktaydı. Öğrenci gruplarının kurdukları gerçek hayat bağlamında ailelerinin yaptıkları işle ilişkilendirmeleri görülmektedir. Akaryakıt İstasyonu problemi verilerin tablo olarak verilmiş bir problemidir. Öğrenciler de sonuçlarını düzenlerken basit şekilde tablolardan faydalandıkları görülmektedir. Onun haricinde sonuca dair değerlendirmelerini sözel olarak ifade etmişlerdir. Elde edilen çözümleri farklı sınıflara ayırıp grafiksel şekilde bir gösterimde bulunmamışlardır. Öğrencilerin problemlerde grafik şekilde bir gösterim verilmediği zaman modellemelerinde de grafiksel gösterim kullanmadığı görülmektedir. Öğrenciler farklı gösterimler arasında geçiş yaparken zorlandıkları ve bu düşüncelerinden vazgeçtikleri görülmüştür. Öğrencilerin iki çokluk arasındaki ilişkilendirmeyi bir sınıf içerisinde gösterememesinden dolayı kaynaklanmaktadır.

Elmalı Turta probleminde de öğrencilerin bulundukları yer isimleri kullanılmıştır. Öğrencilerin bu şekilde probleme kendilerini yakın hissetmeleri amaçlanmıştır. Elmalı

Turta probleminin yatay matematikselleştirme sürecinde varsayımlarda bulunurken elma almak için pazara giderken otobüs kartı olduğu zaman bir öğrencinin ne kadar ücret verebileceğine dair varsayımlarda bulunmuşlardır. Bir taksi veya minibüs kullanıldığı zaman da ne kadar ücret verilebileceği hakkında tartışmalar yapmışlardır. Otobüs kartına ödenecek ücret için Grup 1 internet üzerinden araştırma yaparak gerçek yaşama uygun bir varsayımla yatay matematikselleştirmelerine devam etmek istemişlerdir. Grup 2 de daha önceki deneyimlerinden faydalanarak gerçek hayata uygun güncel fiyatlar üzerinden matematikselleştirmelerini yapmışlardır. Elmalı Turta problemine karşın gerçekçi varsayımlar oluşturmak isteyen grupların hem manav hem pazar seçeneklerini göz önünde bulundurarak gerçek yaşam bağlamında orantısal işlemlerini sürdürdükleri ve değerlendirmelerini sözel olarak ifade ettikleri görülmüştür.

Akaryakıt İstasyonu problemi ve Elmalı Turta problemlerinde öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgilerini nasıl kullandıkları nasıl ilişkilendirdiklerinin çıkarılması amaçlanmıştır. Akaryakıt İstasyonu problemi ve Elmalı Turta probleminde öğrenciler prosedürel işlemleri uygulamakta başarılı olurken kavramsal bilgilerini prosedürel işlemlerde, çarpımsal ve toplamsal ilişkilerde kullanabilmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel kavramların kazanımlarını açıklayabilmesine rağmen kavramlar arasındaki ilişkileri kurmakta zorluk çekildiği görülmüştür. Hesaplamaları doğru yapmalarına rağmen iki Akaryakıt İstasyonu problemindeki çokluklar ile orantı kurarken yüzde ile doğru orantı kavramını ayrı olarak ele almışlardır. Aynı kavram üzerinde farklı yöntem kullandıkları zaman farklı sonuç çıkacaklarına olan inançları Tural Sönmez (2016) çalışması ile benzerlik taşımaktadır. Kavramlar arası ilişkileri keşfetmekte zorluk çektikleri için genelleme yapamamışlardır. Öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde ilişkilendirme yaparken zorlanmalarının sebebi ölçmede test tekniğine daha alışık olmalarından dolayı kaynaklanabilir. Öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişkiyi kurdukları zaman sonuca daha kolay ulaşabilecekleri düşünülmektedir. Bu durum Baki (2014) çalışmasında da ilişkişel öğrenmenin önemini belirtmiştir. Elmalı Turta problemi ve Akaryakıt İstasyonu probleminde sayılar ve işlemler öğrenme alanına ilişkin incelemeler sonucunda prosedürel işlemleri uygulayabilmeleri fakat prosedürel işlemler arasındaki ilişkileri açıklayamadıkları görülmüştür. Akaryakıt İstasyonu probleminde oran ve doğru orantı kavramları birbiriyle ilişkilendirilmemesine rağmen; işlemler doğru bir şekilde

yapılmıştır. Problemin çözüm sürecinde işlemsel bilgilerin ortaya çıkarıldığı görülürken ilişkisel öğrenmeye dair bir bulgu ortaya çıkmamıştır. Elmalı Turta probleminde de verilen oran diğer işlemlerle ilişkilendirme yapılmamasına rağmen aynı oran üzerinde farklı sayısal değerlerin karşılaştırmasını yapmışlardır. Uygulanan iki problemin art arda çözülmüş olması düşünceler arasında karşılaştırma yapmalarına, öğrencilerin problemler üzerinde düşünmenin ve sorgulamanın önemini ortaya çıkarmıştır. Dikey matematikselleştirme sürecinde sayılar ve işlemler öğrenme alanına ilişkin bulgularında ortaya çıkan işlemsel ve kavramsal bilgilerini kullanarak zihinsel bir model oluşturmuşlardır fakat işlemler arasındakini bağıntılarını genelleştirerek bir formül üzerinde çalışmamışlardır.

Saman Balyası ve Antik Tiyatro Problemlerinde Öğrencilerin Yatay ve Dikey Matematikselleştirme Süreci ile İlgili Tartışma

Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemleri öğrencilerin şekil ve nesnelerle ilgili gerçek yaşamı bağlamı içeren problemlerde matematikselleştirme becerilerini gösterebilmesi için seçilmiştir. Her iki problemde de verilen görsellerdeki derinliği algılayabilme, görseldeki resimin özelliklerini belirleyebilme, görünen ile gerçeğin ne kadar ilişkilendirileceği ile ilgili becerilerini öğrencilerin matematikselleştirmelerinde ne kadar gösterebileceğini incelemiştir. Uygulama sürecinde araştırmacı matematikselleştirme sürecinde dikkat edilecek hususları açıklamasına karar verilmiştir. Dikkat edilecek hususlar, problemi çözmek için hangi verilere ihtiyaç olduğunu belirlemek ve matematikselleştirmelerin gerçeğe uygun olarak mantıklı bir şekilde yorumlanmasını sağlamaktır.

Saman Balyası modelleme problemini okudukları zaman öğrenciler, balyaların üzerinde bir çocuk oturduğunu fark etmişlerdir. Gruplardaki öğrenciler kırsal bir bölgede yaşadıkları için saman balyasının ne olduğuna dair bilgileri vardır ama öğrenciler sosyal yaşamlarında daha çok dikdörtgen prizması şeklinde olan saman balyalarını bilmekte ve prizma şeklini de bir makinenin verdiğini de biliyorlardır. Şekilsel gösterimler yapılmaya başladıktan sonra balyaların bildiklerinden daha farklı bir şekilde oluştuğunu anlamışlar yükseklik hesaplarını da bu şekilde oluşturmuşlardır. Saman Balyası problemi sayısal bir veri içermediği için zihinlerinde bir model oluşturmadıkları için matematikselleştirme

becerilerini gösterememişlerdir. Öğrencilerin problemi anlamlandırabilmesi için problemdeki görsel öğrencilere renkli olarak daha büyük bir çıktı üzerinde sunulmuştur. Öğrenciler kendi bölgelerindeki saman balyaları ile görseldekini karşılaştırma davranışını göstermeleri problemi anlamlandırma ve sadeleştirme aşamasında gerçek yaşamla ilişkilendirme davranışlarını göstermektedirler. Örneğin kendi ürettiklerini saman balyalarının yüksekliğinin 1 metreye yakın olduğunu belirtmesi problemi sahiplendiklerini belirtir. Saman balyalarının yüksekliği dairenin elemanları ile ilişkilendirilmesi esastır. Öğrenci gruplarının yükseklik belirlemek için gösterecekleri tüm ilişkilendirmeleri ve stratejileri öğrencilerin matematikselleştirme becerilerini gösterir.

Antik Tiyatro probleminde, matematikselleştirme yeterlikleri incelendiğinde oluşturulacak matematiksel modellerin problemin amacını karşılaması kullanılan varsayımların gerçeğe yakın olmasıyla ilişkili olduğu belirlenmiştir. Birinci grubun oluşturduğu matematiksel modele göre gösterdiği yatay matematikselleştirme becerileri gerçek hayat bağlamı ile ilişkili olduğu görülmüştür. Grup 2 ise yatay matematikselleştirmelerini yaparken kuracakları matematiksel modelde gerçeğe yakın bir varsayım oluşturmak için bir referans bulmak istedikleri görülmüştür. Ancak bu fikir üzerinde tartışmalarını gerçekleştirmedikleri için matematikselleştirmeleri yarıda kalmıştır. Grubun modelleme problemine ait oluşturdukları fikirlerin tartışılıp dikey matematikselleştirme becerilerinin gösterilememesinin nedeni, öğrenci diyalogları incelendiğinde oluşturdukları fikirleri daha önce bildikleri matematiksel şemalara oturtamadıklarından dolayı olduğu görülmüştür. Öğrenciler daha önce çözdükleri modelleme problemlerini hatırlaması daha önceden çözümünü bildikleri matematiksel şemaları yeni probleme uyarlamak uygun olmayan bir matematik model oluşmasına ve dikey matematikselleştirme becerilerinin yeteri kadar gösterilememesine neden olmuştur. Öğrencilerin gerçeğe yakın olması için oluşturdukları varsayımlar ve tahminlerden, öğrencilerin dikey matematikselleştirme süreçlerini ortaya çıkarmak için öğrencilerin matematiksel kavramları bilmelerine ve matematiksel dili kullanmalarına bağlıdır. Öğrencilerin dikey matematikselleştirme sürecinde sözel ifadeler kurarken içerisinde matematiksel ifadeler içeren cümleler kurmaları dikey matematikselleştirme becerilerini daha net bir şekilde sunabildiklerini göstermektedir. Öğrencilerin farklı matematiksel kavramları bir araya getirerek bir matematiksel model kurmaları da dikey

matematikselleştirme becerilerini geliştirdiklerini göstermektedir. Antik tiyatro problemi de öğrencilerin 8.sınıf kazanımlarına uygun olarak sunulan bir problem olduğu için ön öğrenmelerin, öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerini ortaya koymada süreci etkilediği ve matematikselleştirmelerin sonunda ortaya çıkacak matematiksel modeli de etkilediği de görülmektedir.

Saman Balyası Problemi ve Antik Tiyatro problemi için yatay matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin verilen mesafeye göre birim kullanabildiklerini, dik üçgen ve ikizkenar üçgenlerde açı kenar ilişkilendirmeleri üzerinde sonuçlar ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin birimleri kullanırken hata yapmamaya dikkat etmeleri kendi aralarında yaptıkları tartışmalar sonucunda tahminde bulundukları için günlük hayatta kullanımının mantıklı olmasını istemelerinden dolayıdır. Öğrenciler probleme dair birim mesafe yorumlamalarını görselden faydalanarak yapmışlardır. Öğrenciler görselden faydalanarak 3 boyutlu bir perspektif bir bakış açısında problemin içindeymiş gibi düşünmek istemişlerdir. Grup 1'deki öğrenciler oluşturacakları modeli 3 boyutlu olarak yansıtmak istemişler fakat yansıtamamışlardır. Grup 1'deki öğrencilerin dik üçgen görünce özel dik üçgen değerlerini akıllarına getirmeleri kavramları özümsemiş olduklarını göstermekte olup dikey matematikselleştirme becerilerini göstermede farklı fikirler ortaya çıkartabileceği düşünülmektedir. Dikey matematikselleştirme sürecinde geometri ve ölçme alanına ilişkin bulgulara öğrenciler kendi oluşturdukları matematiksel değerlere farklı alternatifler üretmemiş, veri grupları oluşturup tablo gösterimlerinde bulunmamışlardır. Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerinin çözüm aşamasında gösterimlerden faydalanmanın daha önemli olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenciler problemi daha iyi anlamak için problemdeki görsellerden yardım alarak modeli temsil eden geometrik şekilleri kullanabilmekte buna karşın geometride semboller kullanmada zorluk yaşadıkları anlaşılmaktadır. Saman balyası probleminde öğrencilerin saman balyalarını birbirine teğet olarak çizerken açı kenar ilişkilendirmeleri yapabildikleri ve dik üçgen modeli ortaya koyabilmelerine rağmen bu ilişkilendirmelerde matematiksel semboller kullanmamaları ihtiyaç duyulduğunda sembol kullanmada zorlandıklarını gösterir. Yatay matematikselleştirme sürecinde farklı gösterimlerden yararlanmak, matematiksel dili ve semboller kullanmak daha sürecin daha açıklayıcı olmasını etkilediği görülmektedir.

Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerinde öğrencilerin varsayımlarının gerçekçi olmasına bağlı olmasının yatay matematikselleştirme becerileriyle doğrudan ilişkili olması Tekin Dede (2015) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir. Öğrencilerin sahip oldukları kavramlar ve ön öğrenmeler matematikselleştirme sürecini olumlu olarak etkilemektedir.

Yatay matematikselleştirme sürecinde Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerine gerçek yaşamda karşılaşılabilecekleri bir durumu perspektifini alarak şekilsel gösterimlerine yansıtmada zorluk çektikleri görülmüştür. Bunun sebebi öğrencilerin kendilerinin bir 3 boyutlu şekilsel gösterim oluşturmak yerine problemde hazır olarak verilen bir görsel üzerinde çalışmalarının daha yaygın olmasından kaynaklanabilir. Öğrenciler uygulanan iki problemde de cisim açınımlı yapılmayıp 3 boyutlu olarak zihinlerinde oluşturdukları şemaya uygun olarak dik üçgen modeli oluşturmak istedikleri görülmüştür. Problemi temsil etmek için kullanılan şekilsel gösterimlerde matematiksel semboller kullanmaktan uzak kaldıkları, matematiksel temsilleri kullanmadıkları ve bu yüzden modelleme problemlerinde görsel şekilleri kullanmakta da zorluk çektikleri görülmüştür. Öğrenciler matematiksel modelleme problemi üzerinde bu semboller ile ilgili bir açıklama görmedikleri için sembollerin anlamını bilmelerine rağmen temsilleri kullanmaktan uzak durmuş olabilirler. Antik tiyatro probleminde çözümü etkileyen nesnelerin şekilsel gösterimlerde konumlandırılmamasının çözüme etki eden sorunlardan biridir. Saman Balyası probleminde saman balyası dairelerinin birbirine teğet olarak gösterilmesi öğrencilerin diklik oluşturmada ve dairenin elemanlarını ve temel özelliklerini kullanmada en önemli etkenlerden biri olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum matematikselleştirme sürecinde gösterim şekillerinin etkin kullanımının önemini ortaya koymuştur. Öğrencilerin gösterimleri çizerken zorluk çektikleri için daha basit modeller kurmak istedikleri görülmüştür.

Dikey matematikselleştirme sürecinde Saman Balyası ve Antik Tiyatro problemlerine ilişkin bulgularda öğrencilerin ölçü birimlerini kullanırken dikkat ettikleri görülmüştür. Problemlerde birimleri kullanmak yeri geldiğinde birim çevirmeleri yapmak çözüm sürecini yorumlamada önemli bir etken olmuştur. Saman Balyası problemde daireleri birbirine teğet çizip 180 derece ve 90 derece açılarını gösterim üzerinde

oluşturmuşlardır. Öğrenciler çap ve yarıçapların oluşturdukları kenarlardan açı kenar ilişkilendirmelerini kurdukları görülmüştür. Öğrenciler modelleme problemlerinde sayısal nicelik olmadığı için oluşturdukları tahmini niceliklerin oluşmasında genelde tek bir stratejiye bağlı kaldıkları görülmüştür. Öğrencilerin açı kenar arasında ilişkilendirmeleri kavramsal olarak anlamaları öğrencilerin kontrollerini daha düzenli olarak yapmalarını sağlamıştır. Öğrencilerin kullandıkları yöntemler de birim kullanmaları da sonucun daha değerlendirme yaparken öğrencilere yardımcı olmuştur. Tahmini nicelikler oluşturmada farklı stratejilere bağlı olarak farklı matematiksel sonuçların ortaya çıkması sonucun değerlendirilmesini kolaylaştırması ve gerçek hayata en uygun değer ne olacağı hakkında tartışmaların yapılmasını sağlayabilirdi. Kol(2014) çalışmasında da olduğu gibi öğrencilerin kavram yanılgıları olmadığı zaman dikey matematikselleştirme sürecinde daha az zorlanacakları düşünülmektedir.

Gruplardaki öğrencilerin yazdıkları raporlar incelendiğinde öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerinde kullandıkları matematiksel ifadeler, matematiksel düşüncelerinin birçoğunu raporlara aktaramadıkları görülmektedir. Öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerini yorumlamada zorluk çektikleri görülmektedir. Özellikle ilk sunulan modelleme problemlerinde sadece matematiksel modelin çözümünü yorumlamaları, matematikselleştirme süreçlerine ait yorumlamalarda bulunamaları bu tarz problemlerde daha önceden çalışmamış olmamalarına bağlanabilir. Öğrencilerin bu şekilde yapılandırılmamış matematik problemleri üzerinde daha önceden daha sık tartışmaları matematikselleştirme süreçlerini daha net bir şekilde ifade edebileceklerini öngörmektedir. Öğrenci grupları seçenekli modelleme problemlerinde kurdukları matematiksel modele göre matematikselleştirmelerini yaptıktan sonra ortaya çıkan matematiksel sonuçların hangisinin gerçek hayat bağlamında mantıklı olduğunu seçmede daha çeşitli yorumlamalar yaptıkları sadece sayısal niceliğe bağlı kalarak bir yorumlamalarını sınırlandırmadıkları görülmektedir. Seçenekli matematiksel modelleme problemlerinin öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerini yorumlamalarını daha çok geliştirebileceği söylenebilir. Dikey matematikselleştirmeler sonucu elde edilen bir matematiksel sonucun gerçek yaşamla uyumlu olup olmadığı öğrencilerin yaptıkları tartışmalar sonucu yapılan değerlendirmelerle belli olmaktadır. Yapılan değerlendirmelerin yeni matematikselleştirmelerin de yolunu açtığı görülmekte ve öğrencilerin sorgulama yeterliği de gelişmektedir.

Öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerini ortaya koyan uygulamalarla daha çok bir araya gelmesi, öğrencilerin bireysel veya grup olarak bu tarz uygulamalara deneyim kazanması matematiksel olarak çalışma yeterliğini geliştirecektir. Daha önceden tasarlanmış olan modelleme problemlerinin içeriğinin öğrencinin anlayabileceği şekilde yakın olması, problemin ilgili olduğu konu ve kazanımların öğrenci yaş ve düzeyine uygun olması, öğrencilerin çalışmalarla daha çok karşı karşıya getirilmesi öğrencilerin matematikselleştirme becerilerini geliştirir. Öğrencilerin çalışma kâğıtları ve diyaloglar incelendiği zaman yatay matematikselleştirmede gerçek yaşamdan matematik dünyaya geçişte kararsızlar yaşasalar da süreç içerisinde yaptıkları fikir alışverişleri ile daha net kararlar almaya başladıkları görülmüştür.

Öğrencilere araştırmada uygulanacak matematiksel modelleme problemleri öncesinde Matematik Uygulamaları dersinde alıştırmalar olarak sunulan modelleme problemleri, öğrencilerin matematikselleştirme becerilerini ortaya koyabilmeye, varsayımlar ve tahminler oluşturmaya, grup çalışmasına alıştırdığı görülmüştür çünkü öğrenciler daha önce bu tür uygulamalarla çalışmadıkları için bu kazanımlara sahip değillerdi. Öğrenciler uygulanan alıştırmalar üzerinde çalıştıkça ve araştırmacının rehberliği ile matematikselleştirme sürecinde deneyim kazanmışlardır. Grupların matematiksel modelleme çalışma kâğıtları incelendiğinde öğrencilerin matematikselleştirme becerilerini gösterdikten sonra yazdıkları raporlarda matematikselleştirme süreçlerine yönelik açıklamaların akademik cümleler değil de daha çok öğrencilerin anlayabilecekleri bir düzeyde olması öğrencilerin anlamlandırılmayacak sözel ve matematiksel ifadelerden uzak durduklarını gösterir. Modelleme problemlerinin açık uçlu olması nedeniyle de yapılan sözel ve matematiksel açıklamalar da çeşitlilik oluşturduğu görülmüştür. Öğrencilere matematikselleştirme süreçlerini ortaya koyarken belli bir süre verilmiş olmasına rağmen süreç sonunda gruplara ek süre verilmesi öğrencilerin daha rahat çalışmasında etkili olmuştur. Öğrencilerin sınıfta çözümlerini sunum yapması veya matematikselleştirme süreci sonunda çözüm tartışmalarının daha ayrıntılı olarak yapılması daha zengin matematikselleştirme becerilerinin ortaya çıkacağını düşündürmüştür.

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırma ile öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri matematiksel modelleme problemleriyle incelenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme becerileri matematiksel modelleme problemleri ile belirlenmiştir. Öğrencilerin matematikselleştirme becerileri, matematik modelleri problemleri aracılığıyla nitel yöntem ile incelenmiş ve bu bağlamda öğrencilerin matematikselleştirme süreçleri bu araştırma ile ortaya çıkarılması için uygunluğunu değerlendirilmiştir. Öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerini ortaya çıkarabilecek sayılar-işlemler alanı ve geometri-ölçme alanlarına ait matematiksel modelleme problemlerinin uygulanmasıyla şekillenen bu süreç, öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerine yönelik ortaya çıkan sonuçlar yer almıştır.

Araştırmada öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri ile uygulama yaparken matematikselleştirme süreçlerine yönelik analiz yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri açısından yapılandırılmıştır. Sayılar ve işlemler ile geometri ve ölçme kazanımlarıyla ilişkilendirilen modelleme etkinlikleriyle ilgili yapılan bu analizlerde öğrencilerin soruyu okumalarının ardından soruyu matematik kavramları ve yöntemleriyle ilişkilendirerek yatay matematikselleştirme sürecinde bulundukları görülmüştür. Öğrencilerin çözdükleri her matematiksel modelleme probleminde matematiksel kavram ve yöntemlerden hangilerini kullanacaklarına gruptan sadece bir kişinin görüşü ile değil öğrencilerin tartışma yaparak bir karara varmaları için gerekli rehberlik araştırmacı tarafından yapılmıştır. Yapılan tartışmalar sonucunda gruptaki öğrenciler fikir birliğine vararak aritmetik hesaplamalar, matematiksel sembollerin nerede ve nasıl kullanılması gerektiği, konular arasındaki ilişkilendirmelerin ortaya çıkmasıyla dikey matematikselleştirme sürecine geçilmiştir. Öğrenci grupları genelde yatay matematikselleştirme sürecinden sonra dikey matematikselleştirme sürecine geçseler de yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri arasında geçişler yapmışlardır. Örneğin Saman Balyası probleminde saman balyalarını üçgen şeklinde model yaptıktan sonra öğrencilerin açı kenar ilişkilendirmesi yapmaları görülmüştür. Öğrencilerin elde ettikleri matematiksel sonucun günlük hayatla uyumu ile ilişkilendirmelerinin yapılması,

dikey matematikselleştirme sürecinden yatay matematikselleştirme süreçlerine geçtikleri son aşamadır. Antik Tiyatro probleminde ikinci gruptaki öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modele göre yaptıkları hesaplamalardan sonra çıkan sonucu günlük hayattaki değerleriyle kıyaslamaları buna iyi bir örnek olabilir. Elde edilen bulgular yatay ve dikey matematikselleştirme arasındaki bu ilişkilerin modelleme sürecindeki aşamalar gibi tekrarlı bir döngü halinde olduğunu gösterir. Matematiksel modelleme problemlerinde de gerçek hayat bağlamı içeren bir problemi okunup anlaşıldıktan sonra problem kendi içerisinde sadeleştirilir, bir matematiksel model oluşturulur, model geliştirilip başka çözümler için de alternatif oluşturulabilir, çözüm süreci yorumlanıp matematiksel model doğrulanarak süreç tamamlanmış olur (Borromeo -Ferri, 2006).

Öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin matematiksel modelleri değerlendirildiğinde, matematiksel kazanımlara hâkim olan öğrenciler kazanımlara hâkim olmayan öğrenciler arasında yorumlama farkı olduğu görülmüştür. Matematiksel kazanımlara hâkim olan öğrencilerin modelleme problemi üzerinde tartışırken matematiksel dili ve sembolleri daha doğru bir şekilde kullandığı görülmüştür. Araştırmada matematik kazanımlara sahip olan öğrencilerin sınavlarda genelde 75 notu ve üstü notlar aldığı görülmüştür fakat bu araştırmada grupların oluşturulmasında ders notları yüksek olan öğrencilerin hepsi bir gruba toplanmamıştır. Yapılan bu araştırmada her iki grupta da matematik başarısı yüksek olan bir öğrenci, ona göre matematik başarısı biraz daha düşük olan 2 öğrenci daha seçilerek gruplar oluşturulmuştur. Araştırmada yatay matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin matematiksel bilgiyi daha iyi kullanarak birbiriyle daha ilişkili yorumlarda bulunabildikleri gözlenmiştir. Bazı modelleme etkinliklerinde matematiksel işlem sonuçlarını günlük hayattaki matematiksel değerler ile ilişkilendirip yorumlamaları da yatay matematikselleştirmede matematiksel bilgiyi hayatın içine bağlamakla ilgilidir. Bazı matematiksel modelleme programlarında ise öğrencilerin yeterince matematiksel bilgiye sahip olmaması onların yatay matematikselleştirme sürecinde yorum yapmalarını engellemiştir. Akaryakıt İstasyonu probleminde her iki grubun da genel bir çözüm önerisi sunamamaları ve cebirsel değişkenler kullanmamaları buna örnektir. Saman Balyası probleminde öğrencilerin matematiksel işlemler yapmadan akıllarına özel dik üçgenleri getirmeleri diğer farklı yöntemlerin denenmeyeceğini akla getirebilir. Akaryakıt İstasyonu probleminde öğrenciler oran- orantı kurma, ondalık ifadelerle işlem yapma,

yüzde ilişkisinin diğer matematiksel veriler ile ilişkisini denemişlerdir. Birinci grup tüm orantısal ilişkilerle birlikte prosedürel işlemleri tamamlayıp ulaştıkları sonucun bulundukları duruma göre anlamlılığına dikkat etmeden önerilerini sunmuşlardır. İkinci grup da orantısal ilişkileri dikkate alıp algoritmik hesaplamaları yaptıktan sonra bulundukları yaşam koşulunu dikkate alarak çözümlerine dair değerlendirmeler yapmışlardır.

Bu araştırmada öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme problemlerinin çözümleri esnasında öğrencilerin yatay ve dikey matematikselleştirme sürecinde kullandıkları yöntem ve kavramların ortaya çıkması gruplarının çalışma kâğıtları, öğrenciler arasındaki tartışmalar ve diyaloglar incelenerek ortaya çıkmıştır. Her iki grubun da matematiksel model oluşturmak için dikey matematikselleştirmede kullandıkların matematiksel bilgi ve kavramlardan yararlandıkları, matematiksel bilgileri birbiriyle anlamlandırarak ilişki kurmak istedikleri, bu ilişkilendirmelerin bazen ezbere olduğu görülmüştür. Öğrenciler süreçte bazı zamanlarda matematiksel bilgi ve kavramı yanlış yerde kullanmalarına rağmen yaptıkları tartışmalar sonucu yaptıkları uygulamaları kontrol ettikleri mantıksız buldukları yerleri belirttikleri gözlemlenmiştir. Gruplardaki öğrenciler kendilerinin yaptıkları bu değerlendirmeler sayesinde yatay ve dikey matematikselleştirmeler arasındaki ilişkilendirmelerde birbirine dönüt sağlamıştır.

Van den Heuvel Panhuizen ve Wijer (2005), GME yaklaşımının diğer matematik eğitimi yaklaşımları ile birbiriyle kesin çizgilerle ayrılamayacağını, eğitim sürecindeki aşamaların incelenmesiyle öğrenim aşamalarının birbiriyle benzerlik gösterebileceğini savunmuştur. Gerçek hayat bağlamında sunulan problemler bazen açıklayıcı makale ile birlikte zengin içeriklere sahiptirler. Bu problemleri çözüm önerisi sunabilmek için yeterli matematik bilgisine sahip olmak öğrenme alanına ait olan kavramları bilmesi gerekir. Bu araştırmadan elde edilen sonuçlara göre yatay matematikselleştirme ve dikey matematikselleştirme süreçlerinde ortaya çıkan kavramsal bilgiler ve işlemler farklı öğrenme alanlarında tekrar ortaya çıkmaktadır. Örneğin akaryakıt istasyonu probleminin yatay matematikselleştirme sürecinde ortaya çıkan oran kavramı elmalı turta probleminin dikey matematikselleştirme sürecinde ortaya çıkmıştır.

Matematiksel modelleme problemleri uygulamalarını sunması verilen sınıf iki sınıf grubunda orta ve yüksek düzey matematik başarısı olan öğrencilerin kavramlar ve işlemler arasında ilişki kurmada zorluk çektikleri ortaya çıkmıştır. Kavramların bilinmesine rağmen ilişki kurmada zorluk çekmelerinin nedenlerinden biri de ilişkilendirme içeren etkinliklerin öğrencilere daha az uygulanmasından kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin problemlerdeki seçeneklerden birisine karar verirken matematikselleştirme sürecinde matematiği daha etkin bir şekilde kullanması günlük hayat bağlamı içeren problemdeki durumu matematik dünyasına taşıma, matematiksel işlemleri uygulayabilme becerisine sahip olma, matematiksel sonuçlardan elde ettiği bilgiyi tekrar günlük hayata aktarabilme becerilerini etkin kullanmalarını gerektirmektedirler.

Matematiksel modelleme problemlerinin sekizinci sınıf öğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme sürecinin ortaya çıkarılmasında matematiksel modelleme problemleri bir araç alınmasının sebebi; matematiksel modelleme sürecinin de matematikselleştirme sürecini açığa çıkardığı yönündedir. Problemlerin çözüm sürecinde öğrencilerin birbirlerine matematiksel düşüncelerinin nasıl ortaya çıktığını açıklaması, matematiksel kavramlar üzerinden tartışmalar yapılması, matematiksel dilin kullanılması da bu sürecin aşamalarındandır. Matematiksel modelin ortaya çıkarılmasında tartışmaların bir grup içinde paylaşılması, sesli düşünmenin sağlanması, öğrencilere kendilerini savunmak için yeterli süre verilmesi; matematikselleştirme sürecini açıklamayı kolaylaştırmaktadır.

Öneriler

Bu araştırmadan elde edilen bulgulara göre aşağıda bazı önerilere yer verilmiştir.

Bu araştırmada öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla yatay ve dikey matematikselleştirme süreçlerinin incelendiği çalışma gruplar üzerinde yürütülmüştür. Bundan sonraki çalışmalarda öğrencilerin bireysel olarak yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerinin nasıl gelişeceğinin ortaya çıkarılması bireysel gelişimde etkilerinin neler olabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin matematikselleştirme süreçlerini incelemek için sayılar ve işlemler ile geometri ve ölme alanına ait iki farklı öğrenme alanına ait matematiksel modelleme problemleri verilmiştir. Bu yüzden yatay matematikselleştirme ve dikey matematikselleştirme süreçlerinde kullanılan kavram ve yöntemler bu iki öğrenme alanı ile sınırlı kalmıştır. Öğrencilerin daha farklı öğrenme alanlarında da kullanabileceği ve geliştireceği matematiksel kavram ve yöntemleri inceleyebilmek için diğer öğrenme alanlarında da (cebir, olasılık ve istatistik) içeren matematiksel modelleme problemleri ile çalışmaların yapılabileni düşünülmektedir.

Matematiksel modelleme problemlerinde modelleme yeterliklerini bilişsel açıdan oluşturan, ‘gerçek hayat problemini tanımlama ve sadeleştirme; bir matematiksel model oluşturma; modeli dönüştürme, geliştirme ve çözme; modeli yorumlama; modeli doğrulama ve kullanma’ yeterlikleri yatay ve dikey matematikselleştirme süreçleri ile birlikte ne düzeyde oldukları araştırılabilir.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre; öğrenciler yatay ve dikey matematikselleştirme sürecini matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla rapor haline getirirken çözüm süreçlerini sınıfta sergileyebilmelerine ve diğer gruptaki arkadaşların dinleyip soru sormasına fırsat verilebilen bir araştırma düşünülebilir. Bu şekilde sunumlarla birlikte daha zengin fikir alışverileri yapılabilenek, öğrencilerin kendi eksikliklerini görüp revize edebilecekleri bir tartışma ortamı öğrencilere sağlanmış olur.

Bu araştırmadaki sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan matematiksel modelleme problemlerini çözebilmek için yatay ve dikey matematikselleştirmede kullanılan kavram ve yöntemlerin içeriği genelde 8.sınıf matematik ders kazanımları ile örtüşmektedir. Ortaokul ğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinde nasıl yatay ve dikey matematikselleştirme becerilerini gösterdiklerini incelemek istediğimizde sadece 8.sınıf değil 5., 6. ve 7. sınıflardaki öğrenciler de kendi düzeylerine uygun konu ve kazanımlar doğrultusundaki matematiksel modelleme problemleri ile araştırmaya dahil olabilirler.

Bu araştırma matematiksel modelleme problemleri aracılığıyla 8.sınıf ğrencilerinin yatay ve dikey matematikselleştirme sürecindeki yeterliklerini ve becerilerini nasıl geliştirdiklerini incelemiştir fakat matematikselleştirme sürecinin sonucunda bir matematiksel model ortaya çıktığı için aynı zamanda öğrenciler modelleme

yeterliklerini de ortaya çıkarırlar. Bundan sonra yapılacak olan bir incelemede öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerini de inceleyen bir araştırma yapılabilir.

Ortaokul düzeyinde yürütülen bu araştırma, farklı öğrenme alanlarından seçilen matematiksel modelleme problemleri, ilköğretim matematik öğretmenliği adaylarına veya matematik öğretmenlerine de uygulanabilir. Uygulama sonrasında öğretmen veya öğretmen adaylarının uygulamaya yönelik görüşleri alınabilir, kendi derslerinde ne kadar yer verecekleri de sorulabilir. Öğretmen veya öğretmen adaylarının kendi yatay ve dikey matematikselleştirmelerinde hangi kavram ve yöntemleri kullandıkları sorgulatılarak bir araştırma düşünülebilir.



KAYNAKÇA

- Alkan, H. ve Altun, M. (1998). *Matematik öğretimi*. Eskişehir: Açıköğretim Fakültesi Yayınları No:591, Eskişehir.
- Altun, M. (2002). *İlköğretim ikinci kademedeki (6, 7 ve 8. Sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Erkam Matbaası.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2, 223-238.
- Altun, M. (2010). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. İstanbul: Alfa Yayınları.
- Akkaya, R. ve Memnun, D. S. (2010). Primary school seventh grade students' opinions about the mathematics course. *Journal of Theoretical Educational Science* , 3 (2) , 100-117.
- Arseven, A. (2003). *İlköğretim 7.sınıf matematik ders kitaplarına ilişkin öğretmen, öğrenci ve uzman görüşleri* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Arseven, A. (2010). *Gerçekçi matematik öğretiminin bilişsel ve duyuşsal öğrenme ürünlerine etkisi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Aydın-Ünal, Z. ve İpek, A.S. (2010). Gerçekçi matematik eğitiminin ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına etkisi, *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 34(152), 30-43.
- Baykul, Y. (2011). *İlköğretimde matematik öğretimi: 1-5. sınıflar için*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners* [Unpublished master's thesis]. Stellenbosh University.

- Bilen, N. ve Çiltaş, A. (2015). Ortaokul matematik dersi beşinci sınıf öğretim programının Öğretmen görüşlerine göre model ve modelleme açısından incelenmesi, *Kafkas Üniversitesi, e-Kafkas Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 40-54.
- Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics Applications*, 22(3), 123-139.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. (2007). What's all the fuss about competencies? In W. Blum, P.L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.): *Modelling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14*, (pp. 45-56). New York: Springer.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Modeling (ICTMA-12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Bonotto, C. (2001). How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge. *ZDM*, 33(3), 75-84.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). *Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process.*, *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Bukova Güzel, E., Tekin-Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula-Ünver, S., & Özaltun-Çelik, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. Ankara: Pegem Akademi.
- Cansız Aktaş, M. (2013). Yeni matematik öğretim programları ile ilgili araştırmalar için 5n- 1k: lisansüstü tezler. *Milli Eğitim Dergisi* , 43 (197), 209-227.
- Cobb, P. (2002). Modeling, symbolizing, and tool use in statistical data analysis. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 171-196). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Çavuş-Erdem, Z., Doğan, M. F., Gürbüz, R., ve Şahin, S., (2017). Matematiksel modellemenin öğretim araçlarına yansımaları: Ders Kitabı Analizi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(1), 61-86.
- Çavuş Erdem, Z. & Gürbüz, R. (2018). Matematik modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında yedinci sınıf öğrencilerinin alan ölçme bilgi ve becerilerinin incelenmesi. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences* , (8), 86-115
- Çelikkol, Ö. (2016). 7. Sınıf Öğrencilerine Cebirsel Sözel Problemlerde Matematiksel Modelleme Uygulaması: Bir Eylem Araştırması. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, Türkiye.
- Çilingir Altınar, E. ve Dinç Artut, P. (2017). İlkokulda gerçekçi matematik eğitimi ile gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin başarısına, görsel matematik okuryazarlığına ve problem çözme tutumlarına etkisi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 46, 1 –19.
- Çiltaş, A.ve Işık, A. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dizi ve serilerle ilgili zihinsel modellerinin belirlenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 167-182
- Dedebaş, E. (2017). *An investigation of fifth grade students' behaviors and difficulties through multiple implementation of model eliciting activities*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi.] ODTÜ, Ankara.
- Demirdöğen, N. ve Kaçar, A. (2010). İlköğretim 6. sınıfta kesir kavramının öğretiminde gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrenci başarısına etkisi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12 (1) , 56-74
- Didiş-Kabar, M. G. ve İnan, M. (2018). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin matematikselleştirme süreçleri ve matematiksel modellerinin incelenmesi: Çim biçme problemi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 665-667.

- Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: an integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal Of Science Education*. 19, 265- 282.
- Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Doruk, B. K., ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 124-135.doğan kurt
- Doyle, K. M. (2006). *Mathematical modelling through top-level structure* [Unpublished master's thesis]. Queensland University of Technology, Australia.
- English, L. D. & Fox, J. L. (2005). Seventh-graders' mathematical modelling on completion of a three-year program. P. Claarson et al. (Eds.), *MERGA 28: Building Connections: Theory, research and practice*, 1,322-329.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 303–323.
- English, L.D., & Watters, J.J. (2004). *Mathematical modelling with young children*. In M. Johnsen Hoines& A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th International PME Conference* 335-342.Bergen: Bergen University College.
- English, L. D., & Watters, J. (2005). Mathematical modelling with 9-year-olds. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.), *Proc. 29th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 297-304)*. Australia: University of Melbourne.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Aydoğan Yenmez, A., Çakıroğlu, E., Korkmaz, H., Kertil, M., ... & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Ankara: TÜBA

- Erturan, D. (2007). *7. Sınıf Öğrencilerinin Sınıf İçindeki Matematik Başarıları İle Günlük Hayatta Matematiği Fark Edebilmeleri Arasındaki İlişki* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Emekli, A. (2001). *Ölçüler Konusunun Öğretiminde Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken tedbirler* [Yayınlanmamış Master Tezi]. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H., (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. *Educational Studies in Mathematics*, 24 (2), 139-162.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. China lectures*. The Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic.
- Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* 1, 21-228.
- Galbraith, P., & Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models – Meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 137-163.
- Gatabi, A. R., & Abdolahpour, K. (2013). Investigating students' modeling competency through grade, gender, and location. In *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (Vol. 8, pp. 1070-1077).
- Gravemeijer, K., (1990). Context problems and realistic mathematic instruction, Gravemeijer, K., Hauvel M. V. & Streefland, L. (Ed.) *Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education*, The State University of Utrecht, Netherlands.
- Gravemeijer, K., Heuvel-Panhuizen, M. & Streefland, L. (1990). Contexts free productions: tests and geometry in realistic mathematics education. *Research*

Group For Mathematical Education and Educational Computer Centre, (11)91, State University of Utrecht.

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for research in Mathematics Education*, 443-471.

Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *J. Curriculum Studies*, 32(6), 777- 796.

Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 145-169). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analiz Edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analizi: Bilişsel ve Üst Bilişsel Yapılar Üzerine Bir Açıklama* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Hıdıroğlu, Ç. N. ve Bukova Güzel, E. (2016). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 313-350.

Hıdıroğlu, Ç. N. ve Bukova-Güzel, E. (2017). The conceptualization of the mathematical modelling process in technology-aided environment. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 24(1), 17- 37.

Hıdıroğlu, Ç.N., Tekin Dede, A., Kula Ünver, S. ve Bukova Güzel, E. (2017). Mathematics student teachers' modelling approaches while solving the designed

- Eşme Rug Problem. *Euraisan Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(3), 873-892.
- Ikeda, T., Stephens, M., & Matsuzaki, A. (2007). *A teaching experiment in mathematical modelling. Mathematical modelling: ICTMA 12: Education, engineering and economics*, Ed: C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan, 101-109, Horwood Publishing, Chishester, UK.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte Model Kullanmanın 6.sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karabörk, M.A. (2016). *Model oluşturma etkinliklerinin 7. Sınıf öğrencilerinin matematik dersi başarılarına etkisi ve öğrencilerin etkinliklere yönelik görüşleri*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Kartallıoğlu, F. (2005). *Yeni İlköğretim Programlarının Uygulandığı Pilot Okullardaki Öğretmenlerin Yeni Program ve Pilot Çalışmalar Hakkındaki Görüşleri*[Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Kayhan, H. C. & Argün, Z. (2011). İlköğretim öğrencilerinin uzunluk ölçme aracının çalışma biçimini bilme ve kullanma durumları arasındaki ilişki, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31 (2), 479-496.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi], Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Kertil, M., Çetinkaya B., Erbaş A. K., Çakıroğlu E.,(2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. In E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.),

Matematik eğitiminde teoriler (pp. 539–563), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Kol, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematikselleştirme sürecinin bir matematiksel modelleme etkinliği süresince incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Krueger, R. A. (1998). *Focus groups: A practical guide for applied research*. Newbury Park: Sage.

Kurt, E. S., & Doğan, M. (2019). Gerçekçi matematik öğretimi ile gerçekleştirilen uzunlukları ölçme konusunda öğrenci görüşleri. *Temel Eğitim*, 1(3), 33-38.

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Maaß, K. (2006). Modelling in classrooms: What do we want the students to learn? In C. Haines. Et. Al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Engineering and Economy*. Chichester: Ellis Horwood.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). İlköğretim Okulu Matematik Programı. Millî Eğitim Basımevi: Ankara.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2017). *Ortaöğretim Kurumları Matematik dersi Öğretim Program Taslağı* <http://mufredat.meb.gov.tr>.

- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar)*. MEB.
- Muşlu, M. ve Çiltaş, A. (2016). Doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 329-343.
- Mousoulides, M., Pittalis, M.,& Christou, C. (2006). Improving Mathematical Knowledge Through Modeling in Elementary Schools. J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka ve N. Stehlikova (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4 içinde (s. 201-208).
- Naresh, N. (2008). Interplay between school mathematics and work place mathematics. http://cvs.gnowledge.org/episteme3/pro_pdfs/17-nirmala.pdf
- Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F.T. ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 34(151), 65-73.
- Özgen, K. ve Şeker, İ. (2018). 6. sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel modelleme problemlerindeki beceri gelişimlerinin incelenmesi, *Milli Eğitim Dergisi*, 50 (230), 329-358.
- Özdemir, E. ve Üzel, D. (2013). Gerçekçi matematik eğitime dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin değerlendirilmesi: temel ilkeler açısından. *Education Sciences*, 8 (1), 115-132.
- Özturan Sağırılı, M., Kırmacı, U. S. ve Bulut, S., (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz düzenleme becerilerine etkisi. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, (3)2, 221-247.
- Özturan Sağırılı, M., Baş, F., Çakmak, Z. ve Okur, M. (2016). Gerçek yaşam içerikli öğretim uygulamalarının ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiği

günlük yaşamla ilişkilendirebilme düzeylerine etkisi, *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13 (1) , 164-193.

Sandalcı, Y. (2013). *Matematiksel modelleme ile cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmelerine etkisi* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C., & Muller, E. (2006). The roles of modelling in learning mathematics. Levels of modelling competencies. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 275-284). New York: Springer.

Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). Ortaokul öğrencilerin modelleme deneyimleri: Kağıttan uçak yapma yarışması problemi. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 34-44.

Taşova, H.İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Tekin Dede, A. (2015). *Matematik Derslerinde Öğrencilerin Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesi: Bir Eylem Araştırması*. Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Tekin- Dede, A. (2017). Modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyi ve matematik başarıları arasındaki ilişkilerin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(3), 1201-1219.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics-The Wiskobas Project*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for Primary Education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary schools* (pp. 21-56). Utrecht: CD β-Press/Freudenthal Institute.

- Urhan, S. ve Dost, Ş. (2016). Matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde kullanımı: Öğretmen görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 15(59), 1279-1295.
- Üzel, D. (2007). *Gerçekçi matematik eğitimi (RME) destekli eğitimin ilköğretim 7. sınıf matematik öğretiminde öğrenci başarısına etkisi [The effect of the education supported by realistic mathematics education on student achievement in mathematics teaching of primary school 7th class]* [Unpublished doctoral dissertation]. Balıkesir University, Balıkesir.
- Ünal, Z.A. (2009). Gerçekçi matematik eğitiminin ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına etkisi. egitimvebilim.ted.org.tr adresinden 1 Eylül 2022 günü alınmıştır.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. (8.Ed.). New Jersey: Pearson Education.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education* (Vol. 19). Utrecht University.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1998). *Realistic Mathematics Education Work in Progress*. <http://www.fisme.science.uu.nl/en/rme/> (21.03.2013)
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education in the netherlands. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching*. Buckingham: Open University Press.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Wijer, M. (2005) Mathematics standards and curricula in the Netherlands, *ZDM*, 37(4), 287-307.
- Verschaffel, L., De Corte. E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4. 273-294.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.

Zulkardi, Z. (2000). RME theory meet web technology. In *Proceedings of 10th national conference of mathematics*. Bandung Institute of Technology, Indonesia, [Online].



EKLER

EK 1. Akaryakıt İstasyonu Problemi

Arabanızın yakıtı bitmek üzere ve deponuzu tamamen doldurmak için nereden yakıt alacağınıza bir türlü karar veremiyorsunuz. Eviniz Yukarısarıkaya’ da ve yakıt almak için iki seçeneğiniz var. Birinci seçenek hemen evinizin yanındaki akaryakıt istasyonu iken, ikinci seçenek evinizden 10 km uzaklıktaki Burunkışla’ da bulunan bir akaryakıt istasyonudur. Bu iki akaryakıt istasyonlarındaki yakıtların 1 litre fiyatları şöyledir:

	1 litre benzin fiyatı	1 litre dizel fiyatı
Yukarısarıkaya	6,70	6,36
Burunkışla	6,60	6,19

Aşağıdaki tablodan seçtiğiniz bir araba markasını göz önünde bulundurarak, Yukarısarıkaya’ dan mı yoksa Burunkışla’ dan mı yakıt almanızın daha karlı olacağına karar veriniz.

Marka/Model	100 km.de Harcanan Ortalama Yakıt Miktarı	Yakıt Deposu Hacmi
 Toyota Yaris	5,5 lt (Benzin)	42 lt
 Hyundai i20	4,9 lt (Benzin)	45 lt
 Mini Cooper	6,3 lt (Benzin)	40 lt
 Citroen C-Elysee	4,3 lt (Dizel)	50 lt

EK 2. Elmalı Turta Problemi

Hafta sonu sınıftan birkaç arkadaşını evine davet eden Sevinç, annesinden arkadaşları için meşhur elmalı kekini yapmasını istiyor. Evde hiç elma kalmadığını fark eden annesi Sevinç'ten 3 kg elma alıp gelmesini istemiştir. Elma almak için Sevinç'in iki seçeneği vardır:

1. seçenek: Evinin hemen yanındaki manavda yarım kg elma 1 TL'dir.

2. seçenek: Evinden biraz uzaklıktaki pazarda 1 kg elma 1,5 TL'dir.

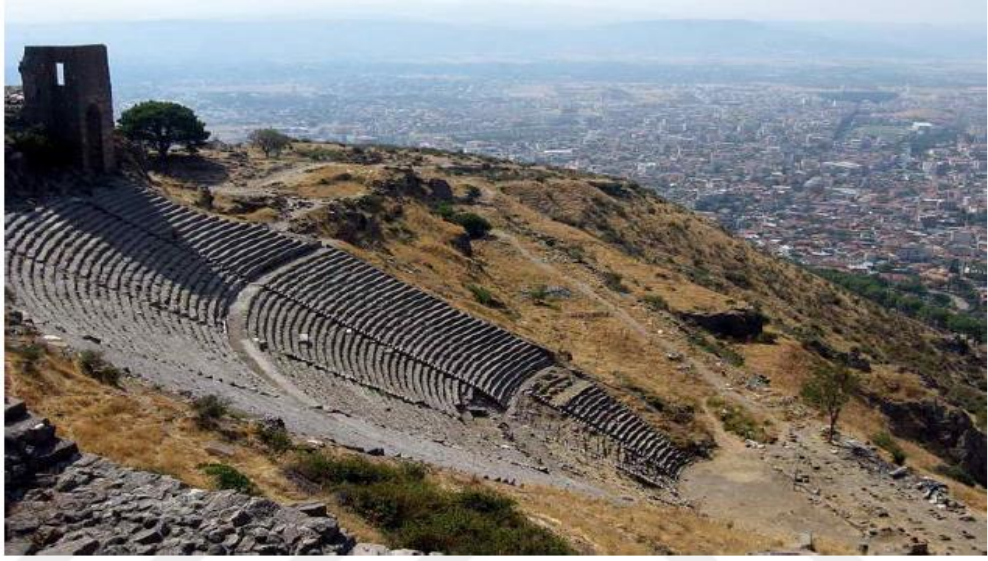
Fakat pazar uzak olduğu için mutlaka Yozgat şehir otobüsüne veya dolmuşa binmesi gerekmektedir. Sizce Sevinç'in hangi seçeneği seçmesi mantıklı olacaktır? Yapacağınız hesaplamalarla Sevinç'e yardımcı olunuz.

EK 3. Saman Balyası Problemi

Şekilde en alt sırada 5 saman balyası bulunmaktadır. Bir üst sıraya geçildiğinde her defasında bir saman balyası eksilmektedir yani alttan üste doğru 5,4,3,2 ve 1 tane saman balyası sıralanmaktadır. Buna göre tüm yığının yüksekliğini yaklaşık olarak hesaplayınız

Ek 4. Antik Tiyatro Problemi

Aşağıda “Pergamon Antik Tiyatrosu’nun” bir fotoğrafını görüyorsunuz. Sizce bu antik tiyatronun gerçek yüksekliği kaç m’dir?



EK 5. Görüşme Soruları

1. “Akaryakıt İstasyonu Problemi, Elmalı Turta Problemi, Antik Tiyatro Problemi” adlı modelleme problemlerini çözmeye başlamadan önceki düşünceleriniz:
 - Problem hakkında ne düşündünüz?
 - Problem durumunu tam anlayabildiniz mi?
 - Evet ise, problem durumundan ne anladığınızı açıklayınız?
2. Modelleme Probleminin çözüm süreci:
 - Problemin çözümü için ilk aklınıza gelen yol neydi (yanlış da olsa belirtiniz)?
 - Problemi çözümünde günlük hayatınızdan durumlar kullandınız mı? Kullandıysanız günlük hayatınızdaki hangi durumları kullandınız? Bu durumları problemle nasıl ilişkilendirdiniz?
 - Problemin anlaşılması ve çözümü aşamalarında matematiksel gösterimlerden (grafik, tablo, cebirsel...) yararlandınız mı? Evet ise, bu gösterimlerden nasıl yararlandınız? Hayır ise, neden yararlanmadınız?
 - Problemin çözümünde kullandığınız yol neydi? Neden bu yolu kullanmaya karar verdiniz?
 - Problemin çözümünü (grup olarak) nasıl yaptığınızı adım adım açıklayınız?
3. Matematikselleştirme sürecinde günlük hayattan hangi bağlam ve ilişkilendirmeleri kullandınız?

EK 6.Veli Onay Formu

Sevgili Anne/Baba

Bu çalışma Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Doç. Dr. M. Gözde Didiş Kabar ve yüksek lisans öğrencisi Fatma Duygu Akbulut tarafından yürütülmektedir.

Bu çalışmanın amacı nedir? Çalışmanın amacı, öğrencilerin zihninde var olan matematiksel şemaları gerçek hayat durumlarıyla ilişkilendirilerek; matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışırken problemin bağdaştırıldığı durum üzerinde yatay ve dikey matematikselleştirmelerini ortaya çıkarmaktır.

Çocuğunuzun katılımcı olarak ne yapmasını istiyoruz?: Bu amaç doğrultusunda, çocuğunuzdan cevaplamasını/yapmasını isteyeceğiz ve cevaplarını/davranışlarını ses kaydı, görüntü kaydı ve yazılı biçiminde toplayacağız. Sizden çocuğunuzun katılımcı olmasıyla ilgili izin istediğimiz gibi, çalışmaya başlamadan çocuğunuzdan da sözlü olarak katılımıyla ilgili rızası mutlaka alınacak.

Çocuğunuzdan alınan bilgiler ne amaçla ve nasıl kullanılacak?:

Çocuğunuzdan alacağımız cevaplar tamamen gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Elde edilecek bilgiler sadece bilimsel amaçla (yayın, konferans sunumu, vb.) kullanılacak, çocuğunuzun ya da sizin ismi ve kimlik bilgileriniz, hiçbir şekilde kimseyle paylaşılmayacaktır.

Çocuğunuz ya da siz çalışmayı yarıda kesmek isterseniz ne yapmalısınız?:

Katılım sırasında sorulan sorulardan ya da herhangi bir uygulama ile ilgili başka bir nedenden ötürü çocuğunuz kendisini rahatsız hissettiğini belirtirse, ya da kendi belirtmese de araştırmacı çocuğun rahatsız olduğunu öngörürse, çalışmaya sorular tamamlanmadan ve derhal son verilecektir.

Bu çalışmayla ilgili daha fazla bilgi almak isterseniz: Çalışmaya katılımınızın sonrasında, bu çalışmayla ilgili sorularınız yazılı biçimde cevaplandırılacaktır. Çalışma hakkında daha fazla bilgi almak için Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü öğretim elemanlarından Doç. Dr. M. Gözde Didiş Kabar ile (e-posta: ve yüksek

lisans öğrencisi Fatma Duygu Akbulut (e-posta: ile iletişim kurabilirsiniz. Bu çalışmaya katılımınız için şimdiden teşekkür ederiz.

Yukarıdaki bilgileri okudum ve çocuğumun bu çalışmada yer almasını onaylıyorum
(Lütfen alttaki iki seçenekten birini işaretleyiniz.

Evet onaylıyorum____

Hayır, onaylamıyorum____

Annenin adı-soyadı: _____

Bugünün Tarihi: _____

Çocuğun adı soyadı ve doğum tarihi: _____

(Formu doldurup imzaladıktan sonra araştırmacıya ulaştırınız).

EK 7. Araştırma İzni



T.C.
YOZGAT VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 55005497-604.01.01-E.18069536
Konu : Araştırma İzni

15/12/2020

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün
22/08/2017 tarihli ve 3558626-10.06.01-E.12607291 sayılı 2017/25 nolu genelgesi.
b) Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğünün 04/12/2020 tarih ve 17637327 sayılı yazısı.

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğü Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Fatma Duygu AKBULUT Doç. Dr. Makbule Gözde DİDİŞ KABAR danışmanlığında "Ortaokul Öğrencilerinin Matematikselleştirme süreçlerinin Matematiksel Modelleme Problemleri Aracılığı ile incelenmesi" konulu Tez Çalışması izin isteğine ait ilgi (b) yazı ve ekleri, ekte sunulmuştur.

Söz konusu araştırma izninin, İlgi (a) Genelge, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına aykırılık teşkil etmeyecek, eğitim öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde ve gönüllülük esas olmak koşuluyla; İlimiz Sarıkaya İlçesi Yukarı Sarıkaya Ortaokulu 8. sınıf öğrencilerine 01/12/2020 - 01/05/2021 tarihlerinde araştırma uygulaması yapılmasında herhangi bir sakınca bulunmamakla birlikte Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Yusuf YAZICI
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
15/12/2020
İzzet ERCAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1-Kontrol Çizelgesi (1 sayfa)
2-İlgi sayılı yazılar (35 sayfa)



Karatepe Mah. Hoca Ahmetiyesi Cad.no.57 66100 YOZGAT
Faks: (0 354) 2806669
Tel: (0 354) 280 66 21 e-posta: arge66@meb.gov.tr

MEM 2.Kat No:43 AR-GE)
Ayrıntılı bilgi için: Mehmet Demir
Elektronik Ağ: www.y

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 27ed-de21-3eca-a780-4e18 kodu ile teyit edilebilir.

EK 8. Etik İzni

T.C.
TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI
ETİK KURULU KARARLARI

KARAR TARİHİ	OTURUM NO	KARAR SAYISI
24.11.2020	18	01-11

KARAR 18.09- Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 18.11.2020 tarih ve 51796 sayılı yazısı görüşüldü.

Aşağıda bilgileri yer alan araştırmacıların yapmak istediği uygulamaların ve kullanacağı veri toplama araçlarının etik açıdan uygunluğuna oy birliği ile karar verildi.

ÇALIŞMANIN TÜRÜ	Yüksek Lisans Tezi
BAŞLIK	Ortaokul Öğrencilerinin Matematikselleştirme Süreçlerinin Matematiksel Modelleşme Problemleri Aracılığıyla İncelenmesi
TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ/ YAZARI	Fatma Duygu AKBULUT (Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı)
RAPORTÖR GÖRÜŞÜ	OLUMLU

EK 9. Özgeçmiş Sayfası