



**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME
GEREKTİREN İSTATİSTİKSEL GÖREVLERDE İSTATİSTİKSEL AKIL
YÜRÜTME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

Doktora Tezi

Aykut AŞKAR

ESKİŞEHİR 2025

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME
GEREKTİREN İSTATİSTİKSEL GÖREVLERDE İSTATİSTİKSEL AKIL
YÜRÜTME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

Aykut AŞKAR

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Ocak 2025

Eskişehir

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Aykut AŞKAR'ın “Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren İstatistiksel Görevlerde İstatistiksel Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi” başlıklı tezi 20/01/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından incelenerek “Anadolu Üniversitesi Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalında Matematik Eğitimi Programında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Ünvanı Adı Soyadı

İmza

Üye (Danışman): Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN

Üye: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Üye: Doç. Dr. Sibel KAZAK

Üye: Doç. Dr. Ebru GÜVELİ

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Ayla ATA BARAN

Prof. Dr. Nafiz Öncü CAN
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME GEREKTİREN İSTATİSTİKSEL GÖREVLERDE İSTATİSTİKSEL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Aykut AŞKAR

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ocak 2025

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN

Bu araştırmanın amacı ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren istatistiksel görevlerde istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesidir. Araştırma temel nitel araştırma desenine göre tasarlanmış ve verilerin analizinde betimsel analiz yoluna başvurulmuştur. Araştırmanın çalışma grubunu 2021-2022 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde Trabzon iline bağlı altı devlet okulunda öğrenim gören 20 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrenciler ölçüt örnekleme yöntemiyle akademik başarıları yüksek olan 8. sınıf öğrencilerinden seçilmiştir. Veri toplama araçları olarak araştırmacı tarafından hazırlanan iki görüşme protokolü, İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi ve gözlem formu kullanılmıştır. Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi için alanyazına dayalı bir ön model geliştirilmiş ardından yeniden düzenlenmiş ve son şekline kavuşturulmuştur. SOLO Taksonomisi temelli hazırlanan bu model ile araştırmaya katılan öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeyleri görev temelli görüşme yöntemiyle belirlenmiş ve öğrencilerin tamamının İlişkisel Yapının alt düzeylerinde (İY1, İY2 ve İY3) konumlandığı tespit edilmiştir. Bulgular alanyazın ile tartışılmış ve elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Sonuçlar ışığında öğretmenlere ve araştırmacılara çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: İstatistiksel Akıl Yürütme, Orantısal Akıl Yürütme, SOLO Taksonomisi

ABSTRACT

INVESTIGATION OF STATISTICAL REASONING SKILLS OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS IN STATISTICAL TASKS REQUIRING PROPORTIONAL REASONING

Aykut AŞKAR

Department of Mathematics Education

Doctorate Program in Mathematics Education

Graduate School of Anadolu University, January 2025

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN

The aim of this research is to investigate the statistical reasoning skills of middle school students in statistical tasks requiring proportional reasoning. The research was designed according to the basic qualitative research and descriptive analysis was used in the analysis of the data. The study group of the research consists of 20 students studying in 6 public schools in Trabzon province in the second semester of the 2021-2022 academic year. The students were selected from 8th grade students with high academic success using the criterion sampling method. Two interview protocols prepared by the researcher, Two-Tier Diagnostic Instrument to Assess Proportional Reasoning (Test) and the observation form were used as data collection tools. A preliminary model based on the literature was developed, rearranged and finalized to determine the statistical reasoning levels of the students. With this model prepared based on SOLO Taxonomy, the statistical reasoning levels of the students participating in the research were determined through task-based interview method, and it was determined that all of the students were positioned at the sub-levels of the Relational Structure (RS1, RS2 and RS3). The findings were discussed with the literature and the results obtained were presented. In the light of the results, various suggestions were made to teachers and researchers.

Keywords: Statistical Reasoning, Proportional Reasoning, SOLO Taxonomy

TEŞEKKÜR

Öncelikle bu tezin ortaya çıkmasında emeğini ve sabrını benden esirgemeyen tez danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN'e saygı ve teşekkürlerimi sunuyorum. Tezimi hiçbir şekilde okuma fırsatı yakalayamayan ve bundan sonra da yakalayamayacak olan fakat buna rağmen tezimin epistemolojik temelinin bilincine varmamda bana olağanüstü desteği olan merhum abim Opr. Dr. Mehmet AŞKAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Sabır, destek ve yönlendirmeleriyle teze katkıda bulunan Tez İzleme Komitesi üyeleri Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE ve Doç. Dr. Sibel KAZAK'a, tez savunma toplantısına katılmayı kabul edip tezin daha da iyi olması için yoğun emek veren Doç. Dr. Ebru GÜVELİ ve Dr. Öğr. Üyesi Ayla ATA BARAN'a saygı ve şükranlarımı sunuyorum.

Araştırmanın yürütüldüğü süreçte Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nde Şube Müdürü olan ve şu an Hayat Boyu Öğrenme Genel Müdürlüğü'nde İzleme ve Değerlendirme Daire Başkanlığı görevini ifa eden Sn. Ferhat DAVRAN'a, araştırmanın gerçekleştirildiği süreçte Trabzon İl Millî Eğitim Müdürü olan Sn. Hüseyin Burak FETTAHOĞLU'na, Trabzon İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı Sn. Fatma Zehra AYDIN'a, okul müdürlerim Celal ÇAKMAK, Ali Kemal ER ve Abdulkadir YURDUSEVEN'e ve adını burada anma fırsatı bulamayacağım mesai arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunuyorum. Araştırmanın gerçekleştirildiği okulların matematik öğretmenlerini ve araştırmaya katılan öğrencileri de unutmamak gerektiğini düşünüyorum ve onlara da teşekkür ediyorum.

Son olarak da kendilerine ne kadar şey borçlu olduğumu bildiklerini düşündüğüm aile üyelerime saygı, sevgi ve şükranlarımı sunuyorum ve tezimi onlar arasından yitirdiğim abim Opr. Dr. Mehmet AŞKAR'a, ablam Sevgi AŞKAR'a, yeğenim Ekrem Aziz AŞKAR'a ve kızım Bebek AŞKAR'a (Sabiha Gökçen AŞKAR) ithaf etmek istiyorum.

Aykut AŞKAR

Ocak, 2025

20/01/2025

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin, bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

.....
Aykut AŞKAR

20/01/2025

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI

Bu tezi hazırlarken üretken yapay zekâ programlarından destek almadığımı beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

.....

Aykut AŞKAR



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	vi
ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI.....	vii
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar DİZİNİ	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xviii
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Problem.....	2
1.1.1 Mevcut modellerle istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesindeki olası sorunlar.....	2
1.1.2 Öğrencilerin verilere bakış açılarının belirlenmesine ilişkin ulusal alanyazındaki eksiklik	8
1.1.3 İstatistiksel akıl yürütme düzeylerinin sorunların dikkate alınarak belirlenmesi.....	10
1.2 Amaç	10
1.3 Önem	11
1.4 Sınırlılıklar	14
1.5 Tanımlar.....	14
2 ALANYAZIN.....	16

2.1	Kavramsal Çerçeve.....	16
2.1.1	Problem çözme ve karar verme ile ilişkisi içinde akıl yürütme.....	16
2.1.2	İstatistiksel akıl yürütme.....	17
2.1.3	Mooney modeli	18
2.1.4	Makar ve Rubin'in informal istatistiksel çıkarım çerçevesi	21
2.1.5	Dağılıma ilişkin informal istatistiksel çıkarım	22
2.1.5.1	Ortalamanın (average) farklı yorumları	26
2.1.6	Orantısal akıl yürütme	30
2.1.6.1	Orantısal akıl yürütme düzeyleri	34
2.1.6.2	Orantısal akıl yürütme stratejileri ve bu stratejilerin çarpımsal/ orantısal açıdan ele alınması.....	36
2.1.6.3	İncelenen araştırmalarda orantısal akıl yürütme stratejilerinin orantısal akıl yürütme düzeylerine göre dağılımı.....	40
2.1.6.4	Bu doktora çalışmasında orantısal akıl yürütme stratejilerinin istatistiksel akıl yürütme düzeylerine dağılımı	42
2.1.6.5	Kurulan hipotezlerin ardındaki dayanaklar.....	44
2.1.7	İstatistiksel akıl yürütmenin belirlenmesinde kullanılan değerlendirme çerçeveleri	46
2.1.7.1	Grafiği kavrama çerçevesi	46
2.1.7.2	SOLO Taksonomisi.....	48
2.1.7.3	Grafiği kavrama çerçevesi ile SOLO Taksonomisi arasındaki ilişki ve kullanılma nedenleri.....	51
2.1.7.4	Modelin hazırlanmasında izlenen yaklaşım	52
2.2	Yapılan araştırmalar.....	54
2.2.1	Mooney (2002) modelinin referans alındığı araştırmalar	54
2.2.2	Makar ve Rubin'in (2009) informal istatistiksel çıkarım çerçevesinin referans alındığı araştırmalar.....	57

2.2.3	Dağılıma ilişkin informel çıkarıma odaklanan araştırmalar.....	58
2.2.4	Yapılan araştırmaların özeti	62
3	YÖNTEM	63
3.1	Araştırmanın Deseni.....	63
3.1.1	Veri toplama yöntemi: Görev temelli görüşme	63
3.2	Araştırma Süreci.....	65
3.3	Çalışma Grubu	66
3.4	Veri Toplama Araçları	68
3.4.1	Görüşme protokolleri	69
3.4.1.1	Görüşme protokollerinin hazırlanması.....	69
3.4.1.2	Hazırlanan görüşme protokollerinin kapsamı	71
3.4.2	İki aşamalı orantısal akıl yürütme teşhis testi (İAOAYTT).....	72
3.4.3	Gözlem formu.....	73
3.5	Pilot Uygulama	73
3.6	Veri Toplama Süreci.....	77
3.7	Etik	80
3.8	Verilerin Analizi	80
3.8.1	Veri analizi için SOLO Taksonomisine uygun hazırlanan değerlendirme modeli	81
3.8.2	İAOAYTT'nin analizi.....	86
3.8.3	Gözlem formunun analizi.....	86
3.9	Geçerlik ve Güvenirlik	87
3.10	Araştırmacının Rolü	88
3.11	Araştırma Sürecinde Yaşanan Olumsuz ve Olumlu Olaylar	89
4	BULGULAR.....	91
4.1	Orantısal Akıl Yürütmeye İlişkin Bulgular	91

4.1.1	Birinci soruya ilişkin bulgular	92
4.1.2	İkinci soruya ilişkin bulgular	96
4.1.3	Üçüncü soruya ilişkin bulgular.....	107
4.1.4	Dördüncü soruya ilişkin bulgular	112
4.2	İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Bulgular.....	118
4.2.1	Birinci soruya ilişkin bulgular	119
4.2.2	İkinci soruya ilişkin bulgular	126
4.2.3	Üçüncü soruya ilişkin bulgular.....	130
4.2.4	Dördüncü soruya ilişkin bulgular	142
4.2.5	Beşinci soruya ilişkin bulgular.....	149
4.2.6	Altıncı soruya ilişkin bulgular	152
4.2.7	Yedinci soruya ilişkin bulgular	154
5	TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	159
5.1	Tartışma	159
5.1.1	Orantısal akıl yürütmeye ilişkin tartışma	159
5.1.1.1	Birinci soruya ilişkin tartışma	159
5.1.1.2	İkinci soruya ilişkin tartışma	160
5.1.1.3	Üçüncü soruya ilişkin tartışma	161
5.1.1.4	Dördüncü soruya ilişkin tartışma.....	163
5.1.2	İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin tartışma	165
5.1.2.1	Birinci soruya ilişkin tartışma	165
5.1.2.2	İkinci soruya ilişkin tartışma	166
5.1.2.3	Üçüncü soruya ilişkin tartışma	167
5.1.2.4	Dördüncü soruya ilişkin tartışma.....	171
5.1.2.5	Beşinci soruya ilişkin tartışma	171
5.1.2.6	Altıncı soruya ilişkin tartışma	172

5.1.2.7	Yedinci soruya ilişkin tartışma	173
5.2	Sonuç	174
5.3	Öneriler	176
KAYNAKÇA		180
EKLER		
ÖZ GEÇMİŞ		



TABLÖLER DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1 “Kız İzci Kurabiyesi” görevinde öğrenciler tarafından kullanılan veriler	3
Tablo 1.2 "En İyi Konser Turu" görevi için öğrencilere sunulan veriler	7
Tablo 2.1 Mooney (1999, 2002), Langrall vd. (2001) ve Jones vd. (2004) araştırmalarına göre veri analizi ve yorumlanması sürecinde düzeyler ve tanımlayıcıları	20
Tablo 2.2 Veri ve dağılım ilişkisi.....	22
Tablo 2.3 Öğrencilerin Şekil 2.3’te sunulan bilgileri özetlerken gösterebilecekleri bakış açıları	25
Tablo 2.4 Pittalis vd. (2003) araştırmasına göre orantısal akıl yürütme düzeyleri ve belirleyiciler	34
Tablo 2.5 Langrall ve Swafford'a (2000) göre orantısal akıl yürütme düzeyleri ve belirleyicileri.....	35
Tablo 2.6 Lamon'a (1993) göre 6. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerini çözme stratejileri.....	36
Tablo 2.7 Alanyazında yaygın olarak ele alınan orantısal akıl yürütme stratejileri	36
Tablo 2.8 Orantısal akıl yürütme stratejilerinde yapılan ilişkilendirmenin türü	40
Tablo 2.9 Grafik üzerinde ya da grafiğe dayanılarak orantısal akıl yürütme stratejilerinin kullanımı.....	43
Tablo 2.10 SOLO Taksonomisinin düzeyleri ve bu düzeylerin gösterge fiilleri.....	50
Tablo 3.1 Araştırmanın gerçekleştirildiği okullar ve okullardan katılan öğrenci sayıları	67
Tablo 3.2 Öğrencilerin akademik başarılarına ilişkin bilgiler.....	68

Tablo 3.3 Görüşme protokollerinde yer alan sorularla ilgili ayrıntılar	70
Tablo 3.4 Görüşme protokollerindeki soruların öğretim programı çerçevesinde değerlendirilmesi	71
Tablo 3.5 Nitel akıl yürütme veya hatalı stratejiler	73
Tablo 3.6 Pilot uygulamaya katılan öğrencilerin akademik başarılarına ilişkin bilgiler	74
Tablo 3.7 Pilot uygulama kapsamında öğrencilerle yapılan görüşme sürelerine ilişkin bilgiler.....	75
Tablo 3.8 Araştırmanın gerçekleştirildiği okullar ve ortamlar	78
Tablo 3.9 Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerin süreleri	79
Tablo 3.10 Yapı öncesi düzeyin belirleyicileri	82
Tablo 3.11 Tek yönlü yapı düzeyinin belirleyicileri.....	82
Tablo 3.12 Verilerin okunmasında öğrencilerin cevaplarında aranacak gereklilikler	82
Tablo 3.13 Çok yönlü yapı düzeyinin belirleyicileri.....	83
Tablo 3.14 İlişkisel yapı düzeyinin belirleyicileri	84
Tablo 3.15 Soyutlanmış yapı düzeyinin belirleyicileri.....	85
Tablo 3.16 İAOAYTT'nin doğru cevapları.....	86
Tablo 4.1 Orantısal akıl yürütmeyi belirlemeye yönelik veriler arasını okuma soruları	91
Tablo 4.2 Öğrencilerin nitel akıl yürütme veya hatalı strateji kullanma durumları	93
Tablo 4.3 Öğrencilerin görüşmelerde kullandıkları stratejiler	106
Tablo 4.4 Öğrencilerin sahip oldukları oran kavramı	112
Tablo 4.5 Genelleştirilmiş birimli oran kavramının incelenmesi için yöneltile soru .	113
Tablo 4.6 Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 17'de önerdiği değişik durumlar	115

Tablo 4.7 Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 17'de önerdiği değişik durumlar	115
Tablo 4.8 Verilerin okunmasında öğrencilerde aranan bulgular.....	120
Tablo 4.9 Görüşme protokollerinde bulunan verileri okuma soruları	121
Tablo 4.10 Veriler arasını okumada öğrencilerde aranan bulgular.....	127
Tablo 4.11 Görüşme protokollerinde bulunan veriler arasını okuma soruları.....	127
Tablo 4.12 Öğrencilerin görüşmelerde sergiledikleri veri bakış açıları	130
Tablo 4.13 Öğrencilerin verilere bakış açılarına ilişkin bulgular	131
Tablo 4.14 Ö13 kodlu öğrenciye yöneltilen alternatif durumlar ve kararları.....	135
Tablo 4.15 Ö5 kodlu öğrenci ile Görüşme 2 Soru 9'da üzerinde konuşulan veriler	137
Tablo 4.16 Ö11 kodlu öğrencinin yöneltilen sorulara verdiği cevaplar	144
Tablo 4.17 Ö13 kodlu öğrencinin yöneltilen sorulara verdiği cevaplar	146
Tablo 4.18 Ö5 kodlu öğrencinin yöneltilen sorulara verdiği cevaplar	148
Tablo 4.19 Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeyleri	153
Tablo 4.20 Araştırmacı soru sormadan önce grafik bileşenlerindeki eksiklikler	155

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1 Mooney (2002) modelinin ortaya çıkış süreci.....	18
Şekil 2.2 Mooney (2002) modelinde veri analizi ve yorumlanması sürecinin ele alınışı	19
Şekil 2.3 Sekiz varsayımsal öğrencinin favori renklerinin grafiği	24
Şekil 2.4 Fonksiyonel ve skaler ilişkilendirmenin temsili.....	31
Şekil 2.5 Değişim çarpanı stratejisinde ilişkilendirme yolu	38
Şekil 2.6 Jones vd. (2004) araştırmasında sunulan "En İyi Konser Görevi" örneği üzerinden skaler ve fonksiyonel ilişkilendirmenin betimlenmesi.....	42
Şekil 2.7 Değerlendirme modeli oluşturulurken izlenen yaklaşım.....	53
Şekil 4.1 Ö9 kodlu öğrencinin gerçekleştirdiği yanlış toplamsal düşünmenin grafikteki yansıması	94
Şekil 4.2 Ö3'ün içler dışlar çarpımı stratejisi ve uygulamaya getirilen yorum.....	96
Şekil 4.3 Ö14 kodlu öğrencinin grafik üzerinde gerçekleştirdiği çizimler.....	98
Şekil 4.4 Ö13 kodlu öğrencinin denklik sınıfı stratejisi uygulaması.....	99
Şekil 4.5 Ö11 kodlu öğrencinin içler dışlar çarpımı stratejisi uygulaması.....	100
Şekil 4.6 Ö3 kodlu öğrencinin içler dışlar çarpımı stratejisi	100
Şekil 4.7 Ö10 kodlu öğrencinin birim oran stratejisi.....	101
Şekil 4.8 Ö6 kodlu öğrencinin birim oran stratejisi.....	102
Şekil 4.9 Ö7 kodlu öğrencinin Soru 14'e gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit	103
Şekil 4.10 Ö11 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği karşılaştırmalar	104

Şekil 4.11 Ö1 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği karşılaştırmalar.	104
Şekil 4.12 Ö7 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit.....	110
Şekil 4.13 Ö8 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit.....	111
Şekil 4.14 Ö8 kodlu öğrencinin Soru 17 kapsamında gerçekleştirdiği işlemler	118
Şekil 4.15 Öğrencilerin değerlendirilmesinde dikkate alınan grafik bileşenleri	120
Şekil 4.16 Görüşme 1’de öğrencilere sunulan grafikler	121
Şekil 4.17 Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 1’de ilk altı soruya yazılı olarak verdiği cevaplar.....	125
Şekil 4.18 Ö12 kodlu öğrencinin Görüşme 2’de ilk altı soruya yazılı olarak verdiği cevaplar.....	125
Şekil 4.19 Veriler arasının okumada incelemeye dâhil edilen bileşenler	127
Şekil 4.20 Ö1 kodlu öğrencinin Soru 10 kapsamında çizdiği grafik.....	156
Şekil 4.21 Ö15 kodlu öğrencinin Soru 10 kapsamında çizdiği grafik.....	157
Şekil 5.1 Örnek durumlar için kurgusal veri kümeleri	169

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

İAOAYTT	: İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
GAISE	: Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (İstatistik Eğitiminde Değerlendirme ve Öğretim Yönergeleri)
M3ST	: Middle School Student Statistical Thinking Model (Ortaokul Öğrencisi İstatistiksel Düşünme Modeli)

1 GİRİŞ

Dünyanın her yerinden insanlar günlük yaşamlarında ve iş yerlerinde tablolara, grafiklere ve istatistiksel bilgilere maruz kalmaktadır (Sharma, 2013). Karşılaşılan istatistiksel bilgilerin çoğu da televizyon, gazeteler ve çeşitli internet sitelerinin de aralarında bulunduğu çeşitli medya içerikleri aracılığıyla yayılmaktadır (Murray ve Gal, 2002). Bu istatistiksel bilgiler çeşitli öneri, reklam ve belgelerin güvenilirliğini arttırmanın bir yolu olarak sunulmaktadır (Ben-Zvi ve Garfield, 2004; Gökce, 2019). Özellikle son zamanlarda yaşanan COVID-19 salgını sürecinde yoğun olarak istatistiksel veri ve grafiklerle karşı karşıya kalınmıştır. Franklin ve Bargagliotti'nin (2020) de ifade ettiği gibi veri ve istatistik okuryazarlığı hiçbir zaman 2020 yılında olduğundan daha önemli olmamıştı. Bu bağlamda bireylerin verilen istatistiksel bilgileri anlayabilmesi, yorumlayabilmesi, çıkarım yapabilmesi ve yapılan yorum ve çıkarımları sınavabilmesi için istatistiksel akıl yürütmeye sahip olması gerektiği belirtilebilir.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) içinde bulunduğumuz yüzyılın gerekleri arasında olan ve matematik eğitimi açısından önem taşıyan problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, temsil ve ilişkilendirme süreçlerinin öğrenciler tarafından kullanılması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu vurguyla birlikte NCTM (2000) veri analizi alanında: (1) verilerle üstesinden gelinebilecek sorular oluşturma, (2) verileri analiz etmek için uygun istatistiksel yöntemleri seçme, (3) verilere dayalı çıkarımlar ve tahminler geliştirme ve bunları değerlendirme standartlarına yer vermektedir.

NCTM (2000) standartlarıyla uyumlu şekilde İstatistik Eğitiminde Ölçme ve Öğretim Yönergeleri (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education [GAISE]) raporunda istatistiksel araştırma süreci için: (1) sorular oluşturma, (2) veri toplama, (3) verileri analiz etme ve (4) sonuçları yorumlama olmak üzere dört süreç bileşeni önerilmektedir (Franklin vd., 2005). İstatistik eğitime ilişkin en iyi uygulamaları geliştirdiği belirtilen bu kılavuzların (Batur vd., 2019) dikkate alınması ve tavsiyelerinin göz önünde bulundurulması önem arz etmektedir. Bargagliotti vd. (2020) tarafından hazırlanan İstatistik Eğitiminde Ölçme ve Öğretim Yönergeleri II (GAISE II) raporunun odağında ise istatistik eğitiminde ölçme ve değerlendirmenin bulunması genel anlamda alanın ve özel anlamda yapılması planlanan araştırmanın odağını istatistiksel akıl yürütme becerilerinin belirlenmesi etrafında toplamıştır.

1.1 Problem

Bu doktora çalışması kapsamında üç ana problem ele alınmaktadır. Bunlar;

- 1- Mevcut modellerle orantısal akıl yürütme dâhil edilerek istatistiksel akıl yürütme düzeyleri belirlenirken öğrencilerin değerlendirilmesinde ortaya çıkabilecek sorunlardır. Bu sorunlar iki alt bölümde incelenmiştir.
- 2- Öğrencilerin verilere bakış açılarının belirlenmesine yönelik özellikle ulusal alanyazında tespit edilen eksikliklerdir. Bu eksiklik dağılıma ilişkin informel çıkarımla ilişkisi içinde ele alınmıştır.
- 3- İlk iki problemin birleşiminin ortaya çıkardığı yeni problemdir. Yani sorunların dikkate alındığı ve ortadan kaldırıldığı yeni bir modelin nasıl oluşturulacağı problemidir.

Aşağıda araştırmanın ilgi alanına giren problemler yukarıda sunulan sıra izlenerek detaylandırılmıştır.

1.1.1 Mevcut modellerle istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesindeki olası sorunlar

Alanyazın incelendiğinde öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerini değerlendirmeyi ve analiz etmeyi amaçlayan çeşitli modellerle karşılaşılmaktadır. Shaughnessy (2007) bu modellerin bazılarının Gözlemlenebilir Öğrenme Çıktılarının Yapısı'nı (Structure of Observed Learning Outcomes Taxonomy ya da SOLO Taxonomy) referans aldığını bazılarının ise farklı disiplinlerden kavramların uyarlanması yoluyla oluşturulduğunu aktarmaktadır. SOLO Taksonomisinin referans alındığı modellerden Jones vd. (2000) ve Mooney (1999, 2002) tam bir uyum içinde sırasıyla ilköğretim ve ortaokul öğrencilerinin istatistiksel akıl yürütmelerini belirleyen genel modeller ortaya koymayı amaçladıkları çalışmalar gerçekleştirmişlerdir.

Araştırma ortaokul düzeyindeki öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme becerilerine odaklanacağından Mooney (1999, 2002) araştırmaları önem teşkil etmektedir. Alanyazında Mooney (2002) modeli ya da Ortaokul Öğrencisi İstatistiksel Düşünme (Middle School Student Statistical Thinking [M3ST]) modeli olarak bilinen bu model özünde Mooney'in (1999) doktora çalışmasına dayanmaktadır. Mooney'in (1999) doktora tezi 2002 yılında bir makale olarak yayımlanmadan önce Langrall vd. (2001) tarafından yapılan başka bir araştırma ile çarpımsal ilişkiler M3ST modeli ile bağlantılı

olacak şekilde sınıflandırılmıştır. Jones vd. (2004) tarafından yapılan çalışmada ise Mooney (1999, 2002) ile Langrall vd. (2001) araştırmalarında yapılan sınıflandırmalar birleşik bir model olarak sunulmuştur. Kavramsal çerçevede ayrıntılarına yer verilecek olan bu modelin ayırık iki araştırmanın birleştirilmesiyle elde edilmesinin orantısal akıl yürütmenin veya başka bir deyişle çarpımsal ilişkilerin dâhil olduğu durumlarda öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesinde sorunlara yol açabileceği yapılan alan araştırmasından tespit edilmiştir. Ortaya çıkması muhtemel sorunlar iki alt bölümde ele alınmıştır. Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerinin değerlendirilmesinde ortaya çıkabileceği düşünülen sorunlardan ilki aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

- 1) İki verinin doğrudan oranlanmasına dayalı elde edilen aritmetik ortalama ile verilerin dağılımından elde edilen aritmetik ortalamanın bir ve aynı tutulması sorunu.

Bu sorunun formüle edilmesi için öncelikle aritmetik ortalamanın iki verinin doğrudan oranlanmasıyla elde edilmesi ile dağılımdan elde edilmesi arasındaki farkın ortaya konulması gerekmektedir. Aritmetik ortalamanın bu iki farklı elde edilişinin farklı temellere dayandığı aşağıdaki örneklerle ortaya konulmuştur.

“Kız İzci Kurabiyesi” Görevi: “Amerika Kız İzci Ulas Ofisi yıllık kurabiye satışına katılan bir Kız İzci grubuna ödöl takdim edecektir. Göreviniz Ulas Ofise tavsiyede bulunmaktır. Kazanan birliğı nasıl belirlemeliler?” (Cortina vd., 1999, s. 4’ten aynen alıntılanmıştır).

Yukarıda aktarıldığı gibi sunulan görev 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden oluşan katılımcılara yöneltmiştir. Tablo 1.1 öğrencilere sunulan verileri göstermektedir.

Tablo 1.1

“Kız İzci Kurabiyesi” görevinde öğrenciler tarafından kullanılan veriler

İlçe	Birlik Üyelerinin Sayısı (İlçeden katılan)	Kazanılan para miktarı (Paund £)	Satılan kurabiye kutusu sayısı
Amesbury	20	480	120
Westport	200	3060	1020
Kendal	100	2275	700
Ellesmere	300	3250	650
Union City	500	4500	1000

Kaynak: Cortina vd., 1999, s. 4’den aynen alıntılanmıştır.

Cortina vd. (1999) “Kız İzci Kurabiyesi” görevi ile öğrencilerin $\frac{\text{Satılan Kutu Sayısı}}{\text{İzci Sayısı}}$ oranı üzerinden akıl yürütmelerini ele almış ve ortalamanın çarpımsal bir kavram olarak kavramsallaştırılması gerektiğini dile getirmişlerdir. Yine aynı temelde grup performansının çarpımsal ölçüsü olarak aritmetik ortalama ile Mokros ve Russell (1995) tarafından ortaya atılan “adil paylaşım (*fair share*)” kavramı arasında bir örtüşme olduğunu belirtmişlerdir. Bununla birlikte Cortina vd. (1999) grup performansının ve üye başına düşen göreceli katkının ölçüsü olmanın aritmetik ortalamanın temeli olduğunu ve bu anlamda “adil paylaşım” kavramı ile kısmen farklılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmacılar Pollatsek vd. (1981) ile Strauss ve Bichler (1988) araştırmalarında ortaya atıldığı şekliyle aritmetik ortalamanın “tipik (*typical*)” ya da “temsilci (*representative*)” olarak tarif edilmesinin yanıltıcı olabileceğini savunmuşlardır.

“Kolej Ortalamaları” Görevi: Pollatsek vd. (1981) araştırmasının ön aşamasında uygulandığı belirtilen bu görevde lisans öğrencilerine aşağıdaki problem yöneltmiştir;

“Bir öğrenci A kolejine iki dönem devam etmiş ve 3,2 Not Ortalaması (N.O.) elde etmiştir. Aynı öğrenci B kolejine üç dönem devam etmiş ve 3,8 N.O. elde etmiştir. Öğrencinin tüm kolej sürecindeki ortalaması nedir?” (Pollatsek vd. 1981, s. 192’den aynen alıntılanmıştır).

“Kolej Ortalamaları” görevinden Pollatsek vd.’nin (1981) araştırmada ağırlıklı aritmetik ortalamayı ele aldıkları anlaşılmaktadır. Lisans öğrencilerinin bu soruyu çeşitli şekillerde hatalı cevapladıklarını tespit eden Pollatsek vd. (1981) aritmetik ortalamanın “tipik” olarak değerlendirilmesinin daha avantajlı olabileceğini belirtmişlerdir. Bu noktada Cortina vd.’nin (1999) ve Pollatsek vd.’nin (1981) farklı görev türleri üzerinden aritmetik ortalamanın kavranışını araştırdıklarına dikkat edilmelidir. Nitekim Konold ve Pollatsek (2002) farklı ortalama (*average*) yorumlamalarını yeniden ele alarak Cortina vd. (1999) araştırmasına cevap niteliğinde aşağıdaki ifadelere yer vermişlerdir:

Cortina vd. (1999) bu kavramın yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri tarafından kullanımını araştırdı ve bu öğrencilerin eşit olmayan grupların ortalamalarını türetmek ve karşılaştırmak için adil paylaşım fikrini kullanabilecekleri sonucuna vardı. Ancak, gerçek dünya durumunda miktarları yeniden tahsis etmek fiziksel olarak mümkün olmadığı sürece birçok öğrencinin bu tür akıl yürütmeyi şüpheyle karşılayacağını tahmin ediyoruz. Örneğin, farklı izci birlikleri tarafından satılan kurabiye kutularının sayısını düşünüyorsak (Cortina ve diğerlerinin çalışmasında olduğu gibi), kurabiye kutularını eşit şekilde yeniden dağıtmak mantıklıdır. Bunun aksine, bir dizi bireyin ortalama ağırlığı, boyu veya IQ'su hakkında akıl yürütüyorsak,

bu pound, inç veya IQ puanlarının metaforik olarak paylaşıldığını düşünmemiz gerekir (Konold ve Pollatsek, 2002, s. 271).

Aritmetik ortalamasının bu iki farklı yorumunun bulunduğu ve bunların bir ve aynı tutulamayacağı araştırmacıların karşılıklı itirazlarından anlaşılmaktadır. Bunlardan ilki daha çok aritmetik ortalamasının “adil paylaşım” yorumunu ön plana çıkarırken ikincisi “tipik” yorumunu ön plana çıkarmaktadır. Bununla birlikte Mooney (1999, 2002) tarafından gerçekleştirilen araştırmalarda “Kız İzci Kurabiyesi” görevinde gösterilen türde bir göreve yer verilmiş olmasına rağmen toplamsal ya da çarpımsal akıl yürütmeye ilişkin tanımlayıcıların “değerlendirme protokolünde böyle bir akıl yürütmeyi gerektiren herhangi bir soru bulunmamasından dolayı” (Mooney, 1999, s. 155) ve “öğrencilerin cevaplarında ayırt edilebilir bir farklılaşmaya rastlanmamasından dolayı” (Mooney, 2002 s. 39) oluşturulan değerlendirme modelinden çıkarıldığı belirtilmiştir. Buradan M3ST modelinde başlangıçta orantısal akıl yürütme bileşenlerinin içerilmediği anlaşılmaktadır. Ancak Jones vd. (2004) çalışmasında modelin orantısal akıl yürütmeyi içerecek şekilde sunulduğu görülmektedir.

Diğer yandan Cortina vd. (1999) ve Mooney (1999, 2002) araştırmalarında ortak olarak karşılaşılan ve önceden “Kız İzci Kurabiyesi” görevinde aktarılan problem türünün orantısal akıl yürütme ve istatistiksel akıl yürütme araştırma alanlarının kesişiminde konumlandığı Lemon (1993) ve Tabart vd. (2005) araştırmalarından anlaşılmaktadır.

Lamon (1993) orantısal akıl yürütme içeren problem türlerinin anlamsal ayırımını yapmış ve dört problem türü ortaya koymuştur. Bunlardan ilki olan iyi-parçalanmış ölçümler (*well-chunked measures*) oranı oluşturan iki nicelik arasındaki ilişki olan üçüncü bir miktarın kendisinin iyi bilinen bir varlık olduğu gerçeğine göndermede bulunur. Örnek olarak saatte alınan milin hıza ve ürün başına ödenen paranın eşit fiyata karşılık olması verilebilir. Tabart vd. (2005) bu problemleri iyi bilinen ölçümler (*well-known measures*) olarak nitelendirmeyi tercih etmekte ve bunların oran ve ortalamalar (*averages*) arasındaki bağlantıyı gösteren örnek türlerinden olduğunu belirtmektedir. Lamon’ın (1993) ortaya koyduğu ikinci problem türü parça-parça-bütün (*part-part-whole*) bağlamında bir bütünün bir alt kümesi kendisini oluşturan iki veya daha fazla alt kümenin kardinaliteleri (sınıflandırmaya dayalı eleman sayısı) cinsinden verilir. X erkek ve Y kız oranı olan sınıflar ve P doğru ve Q yanlış yanıt oranı olan test soruları örnek olarak verilebilir. Bu tür problemlerde bütünü oluşturan parçalardan birisi diğer parça ile ya da

bütünle karşılaştırılır (Tabart vd., 2005). Bu karşılaştırmalar parça-parça ya da parça-bütün karşılaştırmaları olarak kullanılmaktadır. Lamon'ın (1993) üçüncü problem türü ilişkili kümeler (*associated sets*) problemlerinde iki öge arasındaki ilişki problem durumu içinde tanımlanmadıkça bilinmez veya belirsizdir. Yani, problemdeki bazı açık ifadeler oran çiftlerinin oluşturulması gerektiğini belirtene kadar, iki kümenin yaygın olarak bilinen veya kötü tanımlanmış bir bağlantısı (örneğin, insanlar ve pizzalar; uzaylılar ve uzay gemileri) olmayabilir. Tabart vd.'ne (2005) göre oran olarak ifade edilen birçok ilişkili kümeler durumu aslında aritmetik ortalamalar (*arithmetic means*) olarak hesaplanan ortalamalardır (*averages*). Lamon'ın (1993) ortaya koyduğu dördüncü problem türü olan uzatma ve kısaltma (*stretchers and shrinkers*) problemleri aralarında bire bir, sürekli ve sabit bir oransal eşleşmenin bulunduğu lineer fonksiyonel durumlardır. Lamon (1993) diğer tüm problemlerin dördüncü problem türünde sayılabileceğini belirtmekle birlikte bir ögeye ait bir karakteristiği temsil eden iki nicelik ya da bir ögenin iki karakteristiğini temsil eden iki nicelik (uzunluk ve genişlik gibi) arasında ölçüm artırma ve azaltma problemlerini ayrı sunmaktadır. Tabart vd. (2005) uzatma ve kısaltma problemleri için verilerin ayırık olmadığı durumlar ifadesini kullanmaktadır. Yapılan ayrımlardan da anlaşılabilceği gibi iyi parçalanmış ölçümler ve ilişkili kümeler problemleri aritmetik ortalama ile sıkı bağlantılıdır (Tabart vd., 2005) ve bu nedenle istatistiksel akıl yürütme ile ilişkili olduğu düşünülebilir.

İyi parçalanmış ölçümler ve ilişkili kümeler kapsamına giren problemler orantısal akıl yürütme araştırma alanının kapsamına da giriyorsa orantısal akıl yürütmede öne çıkan birtakım kavramların öğrencilerin değerlendirilme sürecine dâhil edilmesi gerektiği belirtilebilir. Çünkü bu tür ayrımların ortaya konulması öğrencilerin başarı düzeylerinin belirlenmesi sürecinin daha sağlıklı gerçekleştirilmesini sağlayabilir. Orantısal akıl yürütmede değinilen kavramsal ayrımlar dikkate alınmadan istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesinde çıkması olası ikinci sorun aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

- 2) Orantısal akıl yürütmede öne çıkan birimsiz oran, durumsal birimli oran ve genelleştirilmiş birimli oran kavramlarının dikkate alınmaması sorunu.

Mooney (1999, s. 197-200; 2002, s. 59-61) ve Jones vd. (2004, s. 106) araştırmalarında kullanılan “En İyi Konser Turu” görevinde öğrencilere sunulan veriler ve yöneltlen görev aşağıda sunulmuştur. Mooney'in (1999, 2002) ve Jones vd.'nin (2004) araştırmalarında grafik sunumu izlenmiştir. Fakat grafik sunumunda verilerin tam olarak hangi sayılara

karşılık geldiği anlaşılmadığından gerçek veriler Famighetti (1997, s. 257) çalışmasına başvurularak Tablo 1.2’de aynen aktarılmıştır. Her şeyden önce sunulan görevin “Kız İzci Kurabiyesi” (Cortina vd., 1999) görevi ile yapısal benzerlik gösterdiğine dikkat edilmelidir.

“En İyi Konser Turu” Görevi: “Aşağıda Barbra Streisand, Rolling Stones, Boyz II Men ve The Eagles’ın konser turlarına ilişkin bilgiler verilmiştir. Hangisi en başarılı konser turunu gerçekleştirmiştir? Kararınızı savununuz.” (Jones vd. 2004, s. 106’dan aynen alıntılanmıştır).

Tablo 1.2

“En İyi Konser Turu” görevi için öğrencilere sunulan veriler

Müzik Grubu	Kazanılan Toplam Para (Enflasyon dâhil edilmeden. Milyon Dolar)	Yapılan Konser Sayısı	Konserlerin Gerçekleştirildiği Bölge Sayısı
The Rolling Stones (1994)	121,2	60	43
Barbra Streisand (1994)	58,9	22	6
The Eagles (1994)	79,4	54	32
Boyz II Men (1995)	43,2	134	133

Kaynak: Famighetti, 1997, s. 257’den aynen alıntılanmıştır.

Jones vd. (2004) tarafından öğrencilerin bu müzik gruplarının başarısını karşılaştırmaları istendiğinde verecekleri cevaplara göre istatistiksel akıl yürütme düzeyleri örneklendirilmiştir. Jones vd.’nin (2004) verdiği örneğe göre öğrenci $\frac{\text{Toplam Konser Kazancı}}{\text{Toplamda Yapılan Konser Sayısı}}$ oranını kullanarak grupların her bir konserden elde ettikleri ortalama kazancı bularak grupları karşılaştırırsa ve gruptaki üye sayısı ile konsere katılan kişi sayısı gibi bazı faktörlerin başarıya etkisi olabileceğini söylerse analitik düzeyde olarak değerlendirilir. Bu durumda sunulan yanıt Verilerin Analizi ve Yorumlanması sürecinin “göreceli ve orantısal akıl yürütenler” düzeyinde bir yanıttır. Bu değerlendirme aşağıda sunulan üç nedenden dolayı zayıf kalmaktadır.

- Öğrenci $\frac{\text{Toplam konser kazancı}}{\text{Toplamda yapılan konser sayısı}}$ oranını bir konserden elde edilen ortalama kazanç olarak tanımlıyor görünse de gerçekte böyle bir kavrama sahip olup olmadığı herhangi bir orantıda veriler arasında yapacağı ilişkilendirme ile anlaşılabilir. Öğrencinin işlemlerini açıklarken gerçekleştirdiği ilişkilendirmelerin

dikkatle incelenmesi gerektiğinden birimli oran ve birimsiz oran kavram ayrımı bu noktada önem kazanmaktadır.

- Öğrencinin $\frac{\text{Toplam konser kazancı}}{\text{Toplamda yapılan konser sayısı}}$ oranı üzerinde gerçekleştireceği orantısal akıl yürütmede durumsal ve genelleştirilmiş birimli oran kavramları önem kazanmaktadır. Cortina vd.'nin (1999) aktardıkları gibi;

Bu kavramların aritmetik ortalamayı çarpımsal bir fikir haline getiren yönü, grup niteliklerinin ölçümlerini karşılaştırırken herhangi bir karşılaştırmada toplu ölçüm ve grup büyüklüğünün aynı anda hesaba katılması gerektiğidir (Inhelder ve Piaget, 1969; Thompson, 1994; Thompson, 1998b'den aktaran Cortina vd., 1999, s. 3).

- İleride yeniden değinileceği gibi SOLO Taksonomisinde düzeylerdeki hiyerarşi öğrencinin verdiği cevapta kullanılan materyal ve yapılan ilişkilendirmeleri referans almaktadır. Buradan öğrencinin birimsiz oran kavramına sahip olması, durumsal birimli oran kavramına sahip olması veya genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmasının aynı başarı düzeyinde değerlendirilmemesi gerektiği anlaşılmaktadır.

Özetle istatistiksel akıl yürütme temelli araştırmalarda (Jones vd., 2004; Langrall vd., 2001; Mooney, 2002; Watson vd., 1995) ve istatistiksel okuryazarlık temelli araştırmalarda (Watson vd., 2008; Watson ve Callingham, 2003) orantısal akıl yürütmenin istatistiksel akıl yürütmede ve istatistiksel okuryazarlıkta nasıl konumlandığı ele alınmıştır. Fakat istatistiksel akıl yürütme ve istatistiksel okuryazarlık üzerine yapılan ve orantısal akıl yürütmenin de ele alındığı araştırmalarda birimli oran (durumsal ya da genelleştirilmiş) ve birimsiz oran ayırımının yapıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle Tabart vd. (2005) ve Lamon (1993) araştırmalarından aktarıldığı gibi verilerin doğrudan oranlanmasına dayalı aritmetik ortalama öğrencilerin veri kümelerini nasıl ilişkilendirdiği hakkında fikir sahibi olunamamaktadır.

1.1.2 Öğrencilerin verilere bakış açılarının belirlenmesine ilişkin ulusal alanyazındaki eksiklik

Araştırmanın ikinci problemi dağılıma ilişkin informel istatistiksel çıkarım aracılığıyla araştırmayı öğrencilerin verilere bakış açılarına bağlamaktadır. Alanyazından anlaşıldığı gibi öğrencilerin ortalamaya (*average*) yüklediği anlamlar problemin kurulum şeklinden (Konold ve Pollatsek, 2002), öğrencilere farklı görüş açıları gerektiren sorular yöneltmesinden (Konold vd., 2015) ve verilere bakış açılarından (Konold vd., 2015)

etkilenmektedir. Bu nedenle dağılıma ilişkin informel istatistiksel çıkarım kısaca ele alınıp öğrencilerin verilere bakış açılarının tespit edilmesiyle bağlantısı ortaya konulmuştur. Bu şekilde öğrencilerin verilere bakış açılarının belirlenmesinin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin tespitindeki gerekliliği gösterilmeye çalışılacaktır.

Alanyazında informel istatistiksel çıkarım verilerden informel yollarla genellemeler yapılması ve test edilmesi anlamında değerlendirilmektedir (Makar ve Rubin, 2009; Zieffler vd., 2008). Makar ve Rubin (2009) tarafından yapılan araştırmada informel istatistiksel çıkarımın üç temel ilkesi belirlenmiştir. Bunlar verilerin ötesinde genelleme yapma, olasılıksal dil kullanılması ve verilerin kanıt olarak kullanılmasıdır. Buradan informel istatistiksel çıkarımın, sürecin nasıl bir zeminde gerçekleştiği ile ilgili olduğu anlaşılmaktadır.

Dağılım, istatistiksel akıl yürütmenin altında yatan ve kavramsal olarak anlaşılması gereken fikirlerden biridir (Garfield, 2002). Friel'e (2008) göre veri kümesinin belirli bir değişken açısından olası değerleri ve bunların sıklıkları hakkında bilgi veren dağılım, verilerin bir bütünüdür (*aggregate*). Dağılım, merkez (örn. mod, medyan, aritmetik ortalama), şekil (özellikle verilerin çoğunun bulunduğu konum), yoğunluk (örn. gerçek veya göreceli frekans, yoğunluk, çeyrekler) ve yayılım (örn. aykırı değerler, standart sapma) gibi özelliklere sahiptir (Bakker ve Gravemeijer, 2004; Friel, 2008). Açıklamalardan "dağılım" kavramının, üzerinde informel istatistiksel çıkarımın gerçekleştirildiği merkezi kavram olduğu anlaşılmaktadır. Bu doktora çalışmasında Konold vd.'nin (2015) ele aldığı haliyle frekans dağılımları kastedilmektedir.

Verileri bir bütün olarak görme konusu istatistik eğitimi araştırmalarında çokça ele alınmaktadır. Öğrencilerin verilere bakış açılarını kapsamlı olarak ele alan Konold vd. (2015) dağılım fikrinin temelinde öğrencilerin verilere bakış açılarının yattığına vurgu yapmışlardır. Bu bakış açıları işaretçi (*pointer*), durum değeri (*case value*), sınıflandırıcı (*classifier*) ve bütüncül (*aggregate*) olmak üzere dört tanedir. Alanyazında (Konold vd., 1997; Pfannkuch ve Wild, 2004) öğrencinin durum değeri bakış açısı ile çıkarımlarda bulunduğu birey temelli akıl yürütme/düşünme (*individual based*), bütüncül bakış açısı ile çıkarımlarda bulunduğu bütün temelli (*aggregate-based*) akıl yürütme/düşünme olarak nitelendirilmektedir. Bazı araştırmalarda ise ilki yerel bakış açısı (*local view of data*), ikincisi evrensel bakış açısı (*global view of data*) olarak nitelendirilmektedir (Ben-Zvi, 2002; Ben-Zvi, 2004; Ben-Zvi ve Arcavi, 2001; Schreiter ve Vogel, 2023, 2024).

Kullanılan terminoloji farklılaşsa da terimlerin dağılım üzerine informal istatistiksel çıkarımın farklı düzey ve şekillerine atıfta bulunduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte Konold vd. (2015) bütüncül bakış açısının dağılıma ilişkin informal çıkarımda zorunlu fakat tek başına yeterli olmayacağına değinmişlerdir.

Pfannkuch ve Wild (2004) istatistiksel modellerle akıl yürütülürken her ikisi kullanılmasına rağmen odak noktanın birey temelli akıl yürütme yerine bütün temelli olduğunu belirtmektedir. Birey temelli akıl yürütmeye verileri daha büyük bir veri kümesinde ilişkilendirmek yerine tekil verilere odaklanılmakta iken bütün temelli akıl yürütmeye veri kümesinde tümel olarak örüntü ve ilişkilerle ilgilenilmektedir (Pfannkuch ve Wild, 2004). Konold vd. (1997) öğrencilerin bireysel durumlar hakkında düşünmeden ve karşılaştırma yapmadan bütün temelli akıl yürütmeye geçişi zor bulduklarını tespit etmişlerdir. Yapılan alanyazın taramasında ülkemizdeki araştırmalarda istatistiksel akıl yürütmeye zorluk yaşanan bütüncül bakış açısının gerek tespitine gerekse geliştirilmesine yönelik oldukça az araştırmaya rastlanmıştır. Bu eksikliğin giderilmesi için öğrencilerin verilere bakış açılarının tespit edilmesi gerektiği ve bu amaçla Konold vd. (2015) tarafından gerçekleştirilen araştırmadan faydalanılabileceği anlaşılmaktadır.

1.1.3 İstatistiksel akıl yürütme düzeylerinin sorunların dikkate alınarak belirlenmesi

Araştırmanın ilk iki problemi beraberinde üçüncü problemi getirmektedir. Daha önce bahsi geçen ayrımlar ve ayrıntılar dikkate alınarak öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin bütüncül bir perspektifle belirlenebilme sorununa ve ihtiyacına şimdiye kadar gerçekleştirilen çalışmalarda ele alınan çerçevelerle çözüm bulunamadığı düşünülmektedir. Bu nedenle bu doktora çalışmasında problemlerin sonuncusu olarak orantısal akıl yürütmede ve istatistiksel akıl yürütmede bahsedilen ayrımlar dikkate alınarak öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeyleri bir bütün halinde ele alınmaktadır. Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi için özgün bir modelin hazırlanma, yeniden düzenlenme ve uygulanma süreçleri kavramsal çerçeve ve yöntem kısımlarında ortaya konulmuştur.

1.2 Amaç

Belirlenen tüm problemler dikkate alınarak ve sunulan bilgiler ışığında öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerinin değerlendirilmesinde kullanılacak bir modele ihtiyaç olduğu görülmüştür. Bu araştırmada istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin

değerlendirilmesi için yeni bir değerlendirme modeli tasarlanması amaçlanmaktadır. Ek olarak geliştirilen model kullanılarak 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren görevlerde istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Yukarıda sunulan amaçlar doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Orantısal akıl yürütmeye ilişkin araştırma soruları;
 - 1.1) Öğrencilerin İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi'nde ve görevlerde kullandıkları nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı stratejiler nelerdir?
 - 1.2) Öğrenciler orantısal akıl yürütmeye hangi stratejileri uygulamaktadır?
 - 1.3) Öğrencilerin birimsiz veya birimli oran kavramlarına sahip olma durumları nasıldır?
 - 1.4) Öğrencilerin durumsal veya genelleştirilmiş birimli oran kavramlarına sahip olma durumları nasıldır?
2. İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma soruları;
 - 2.1) Öğrencilerin verileri okuma gerekliliklerini yerine getirebilme durumları nasıldır?
 - 2.2) Öğrencilerin veriler arasını okumanın belirlenen temel düzey gerekliliklerini yerine getirebilme durumları nasıldır?
 - 2.3) Öğrencilerin dağılıma ilişkin informel çıkarım kapsamında verilere bakış açıları nelerdir?
 - 2.4) Öğrencilerin görüşmelerde sorulara verdikleri yanıtlar arasındaki tutarlılık durumları nasıldır?
 - 2.5) Öğrencilerin veriler ötesini okuma kapsamında genişletme yapabilme durumları nasıldır?
 - 2.6) Öğrencilerin SOLO Taksonomisine uygun hazırlanan modele göre istatistiksel akıl yürütme düzeyleri nelerdir?
 - 2.7) Öğrenciler görevler üzerinde çalışırken istatistiksel akıl yürütme ile ilgili karşılaşılan diğer önemli durumlar nelerdir?

1.3 Önem

2010-2017 yılları arasında ülkemizde matematik eğitimi alanında yapılan lisansüstü tezleri inceleyen Tereci ve Bindak (2019) veri işleme alanında çok az sayıda tez

bulunduğunu tespit etmişlerdir. Yine ülkemizde veri ve olasılık öğrenme alanlarında yapılan çalışmaların içerik analizini gerçekleştiren Tosun ve Özen-Ünal (2019) lisansüstü doktora tezi düzeyinde az sayıda çalışmanın bulunduğuna dikkat çekmişlerdir. Yapılan bu çalışmalardan bu yana her ne kadar istatistik öğrenme alanında yayımlanan tezler artmış olsa da diğer öğrenme alanlarıyla karşılaştırıldığında bu alanda yayımlanan tez sayısının görece daha az olduğu görülmektedir. Bu nedenle istatistiksel akıl yürütme özelinde ülkemizde yapılan az sayıda doktora tez çalışmasından biri olması açısından araştırmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Alanyazında istatistiksel akıl yürütme üzerine yapılan araştırmaların veri analizi, veri, dağılım, değişim (varyasyon), birlikte değişim (kovaryasyon), istatistiksel modeller ve modelleme, merkez, örnekleme, örnekleme dağılımları, grupların karşılaştırılması, belirsizlik, verilerin temsili, istatistiksel ölçüler, bağlılık (*association*), istatistiksel yorumlama ve informel çıkarım, teknoloji kullanımı... gibi alanlara odaklanarak gerçekleştirildiği görülmektedir (Ben-Zvi ve Garfield, 2004; Garfield, 2002; Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Alandaki bu derinleşme istatistiksel akıl yürütmede genel modellerle çalışmak yerine her bir istatistiksel fikrin kendi özelinde incelenmesi gerektiğini gösterir niteliktedir. Bu büyük fikirlerin en önemlilerinden biri de dağılım fikridir (Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Bu nedenle öğrencilerin dağılıma ilişkin informel çıkarımı ilgili öğrenme alanının beklentileri arasında yer almaktadır. Araştırma öğrencilerin dağılıma ilişkin informel çıkarım becerilerini verilere bakış açıları özelinde incelemeyi amaçladığından mevcut durumu ortaya koyması beklenmektedir.

Moore (1990) dağılımın genel şeklinin yorumlanmasının verilere bakmayı öğrenmenin önemli bir bileşeni olduğunu belirtmektedir. Dağılıma ilişkin çıkarımın temelinde ise verilerin bütüncül algılanması yatmaktadır (Bakker ve Gravemeijer, 2004; Ben-Zvi ve Arcavi, 2001; Cobb, 1999; Konold ve Higgins, 2003; Konold vd., 2015; Mokros ve Russell, 1995; Petrosimo vd., 2003). Bu nedenle öğrencilerin verileri bir bütün olarak görmesi için bütüncül veri algısı öncül durumundadır (Hancock vd., 1992). Öğrencilerin verilere bakış açılarının belirlenmesinin ve istatistik eğitimi araştırmalarında değinilen beklentileri karşılayıp karşılayamadıkları hakkında bilgi sahibi olunmasının diğer ülkeler ile ülkemiz arasındaki açığın tespit edilerek giderilmesi yönünde adımlar atılmasını destekleyebileceği düşünülmektedir.

Orantısal akıl yürütme popülasyonlar ve popülasyondan oluşturulan örneklemeler arasında bağlantılar kurulmasına ve sonrasında istatistiksel yorumlamaya temel teşkil etmektedir (Watson ve Shaughnessy, 2004). Ayrıca ortalama ve kesir gibi orantısal kavramlar merkezi eğilim kavramının gelişmesi için öncül konumundadır ve bu nedenle merkezi eğilim kavramının oluşması için gelişmiş orantısal kavram ve beceriler gerektiği söylenebilir (Gal vd., 1990). Shaughnessy (2007) orantısal düşünme olmadan öğrencilerin yalnızca sayıları görebildiklerini ve verilerin indirgenmesinde ve eğilimlerin gösterilmesinde grafiğin gücünü kaçırdıklarını belirtmektedir. Orantısal akıl yürütmenin istatistiksel akıl yürütmeye önemli bir konuma sahip olduğu araştırmacıların ifadelerinden anlaşılmaktadır.

Orantısal akıl yürütme veri gruplarının karşılaştırılması araştırmalarında (Gal vd., 1990; Reaburn, 2012; Watson ve Moritz, 1999a; Watson ve Shaughnessy, 2004), istatistiksel akıl yürütme modellerinde (Jones vd., 2000; Langrall vd., 2001; Mooney, 2002; Watson vd., 1995), istatistiksel okuryazarlık çerçevelerinde (Watson ve Callingham, 2003), değişkenliğe ilişkin akıl yürütme araştırmalarında (Noll ve Shaughnessy, 2012) ve daha sayılabilecek çoğu istatistik eğitimi araştırmasında (Biehler vd., 2018) ele alınmıştır. Bu araştırmalarda merkezi eğilim ölçüleri, merkezi dağılım ölçüleri ve diğer oranlamaların tümü orantısal akıl yürütme kapsamında görülmektedir. Her ne kadar Jones vd. (2000) ve Mooney (2002) araştırmalarında bazı örneklerle rastlansa da farklı veri kümelerine ait verilerin oranına dayalı ortalamanın özel olarak incelendiği ve bu bağlamda orantısal akıl yürütme araştırmalarında odaklanılan birimsiz oran, durumsal birimli oran ve genelleştirilmiş birimli oran kavramlarının istatistik eğitimi araştırmalarında konumlandırılmasına yönelik bir araştırmaya rastlanmamıştır. Alandaki bu eksikliği gidermesi açısından bu doktora çalışmasının alanyazına katkı sağlaması beklenmektedir.

Millî Eğitim Bakanlığı'nın [MEB] (2018) ortaokul matematik öğretim programında ve öğrencilere sunulan kitaplarda grafikler ve merkezi eğilim ölçüleri ele alınmasına rağmen istatistik eğitimi temelli araştırmalar ülkemizde kullanılmakta olan programın (Özmen ve Baki, 2019) ve kitaplarda sorulan soruların ve görevlerin (Batur vd., 2019; Yanık vd., 2017) alandaki beklentileri karşılayamadığını göstermektedir. Bununla birlikte Sevim (2019) veri işleme öğrenme alanında kitap-program uyumunun da zayıf olduğunu ortaya koymuştur. Alandaki beklentilerle paralel olarak gerçekleştirilen araştırma dikkatleri diğer ülkelerde ilkokuldan itibaren geliştirilmeye başlanan istatistiksel kavram ve

fikirlerle çekmesi açısından önemlidir. Ayrıca ortaokul düzeyi için bakanlık tarafından hazırlanan yeni matematik öğretim programında (MEB, 2024) beceri temelli bir yaklaşım izlenmiş olması ve istatistiksel araştırma sürecine yapılan vurgu dikkate alındığında araştırmanın yeni programla uyumlu ölçme ve değerlendirme süreçlerine katkı sağlayabileceği öngörülmektedir.

Günümüzde ve gelecekte istatistiksel akıl yürütme becerileri ile donanmış bireylere ihtiyaç duyulacağı düşünüldüğünde bu becerilerin kapsamının ve ilişkili olduğu becerilerin belirlenmesinin bu becerilere sahip bireyler yetiştirme konusuna ışık tutacağı düşünüldüğünde bu doktora çalışmasının önemli olduğu belirtilebilir. Dolayısıyla bu araştırmanın sonuçlarının istatistik öğretimi ve öğrenimi alanında uygulanabilir öneriler sunması açısından da alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4 Sınırlılıklar

Araştırma istatistiksel akıl yürütme alanındaki kapsamı açısından;

- Verilerin karşılaştırılması, ortalama anlamında oranlanması ve dağılıma ilişkin informel çıkarım kavram alanları,
- İstatistiksel grafik türlerinden sütun grafiği ile sınırlıdır.

Veri toplama araçları ve yöntemleri açısından;

- Araştırmacı tarafından hazırlanan ve kapsam geçerliliği irdelenmiş görev temelli görüşme protokolü,
- Öğrencilerle yapılan olan görev temelli görüşmelerden elde edilen sözlü ve yazılı veriler,
- Araştırmacı tarafından yapılan gözlem ve alınan alan notlarından elde edilen verilerle sınırlıdır.

Çalışma grubu açısından,

- Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinden belirlenen ölçütler doğrultusunda araştırmaya gönüllü katılan öğrenciler,
- Araştırmanın yapıldığı okullar ile sınırlıdır.

1.5 Tanımlar

Bu bölümde araştırmanın ilgi odağında yer alan bazı kavramların kısaca tanımlarına yer verilmiştir.

Oran: Çarpımsal bir ilişkilendirmede (farka veya toplama dayalı ilişkilendirmenin aksine) verilen bir durumdaki iki nicelik ya da ölçümü ilişkilendiren sayıdır (Van de Walle vd., 2016).

Orantı: Aynı ilişkiyi anlatan iki oranın eşitlik durumudur (Baykul, 2014; Langrall ve Swafford, 2000; Van de Walle vd., 2016).

Orantısal akıl yürütme: Oran ve orantı problemlerinin çözümünde yer alan düşünme sürecidir (Lamon, 1989).

Birimsiz oran: Aynı ölçme uzayına ait niceliklerin çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen ölçümdür (Karagöz-Akar, 2019; Vergnaud, 1988). Orantıda skaler ilişkilendirme yapılmasıyla karakterize edilir.

Birimli oran: Farklı ölçme uzaylarına ait iki niceliğin çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen bir ölçümdür (Karagöz-Akar, 2019; Thompson 1994). Orantıda fonksiyonel ilişkilendirme yapılmasıyla karakterize edilir. Thompson (1994) tarafından durumsal birimli oran ve içselleştirilmiş birimli oran; Kaput ve West (1994) tarafından ise durumsal birimli oran ve genelleştirilmiş birimli oran olarak iki alt kavrama ayrılmıştır.

Birey temelli akıl yürütme (*individual based*): Verilerin bütününde bulunan örüntü ve ilişkilere dikkat etmeden, her bir veriyi ayrı ayrı düşünerek akıl yürütmedir (Pfannkuch ve Wild, 2004). Durum değeri bakış açısının sergilenmesiyle karakterize edilir.

Bütün temelli akıl yürütme (*aggregate based*): Verilerin bütününde bulunan örüntü ve ilişkilere dikkat edilerek akıl yürütmedir (Pfannkuch ve Wild, 2004). Bütüncül bakış açısının sergilenmesiyle karakterize edilir. Bu doktora çalışmasında bütün ve bütüncül kelimeleri İngilizce'deki aggregate kelimesini karşılayacak şekilde kullanılmıştır.

2 ALANYAZIN

Araştırmanın bu bölümünde istatistiksel akıl yürütme ve orantısal akıl yürütme alanları araştırmanın odaklanacağı sınırlar dâhilinde ele alınmış ve alanyazında yapılmış araştırmalar ele alınmıştır.

2.1 Kavramsal Çerçeve

İncelenen olgunun anlaşılması ya da anlamlandırılması için tek bir teorinin ve bu teorinin kavramlarının yetersiz olduğu durumlarda bahsi geçen olgunun irdelenmesi amacıyla farklı teorilerden ve alanyazında olguya dair farklı görüş ve bulgulardan yararlanılarak oluşturulan senteze model ya da kavramsal çerçeve denilmektedir (Bingölbali vd., 2016; Imenda, 2014). Bu bölümde öncelikle araştırmanın temel dinamikleri olan istatistiksel akıl yürütme ve orantısal akıl yürütme ile ilgili kavramlar, ardından yapılan değerlendirmede kullanılan çerçeveler sunularak sentezlenmiş ve araştırmanın kavramsal çerçevesi oluşturulmuştur. Böylece araştırmada geliştirilen modelin alt yapısı hazırlanmıştır.

2.1.1 Problem çözme ve karar verme ile ilişkisi içinde akıl yürütme

İnsan hayatı problem çözme ve karar vermeyi gerektiren durumlarla doludur. Çözülmesi gereken bu problem ya da alınması gereken bir karar bazen hayati bir öneme sahip olabilir. Öyleyse insanların bunların üstesinden gelmek için bir şeyler yapması gerekir. Tam da bu noktada akıl yürütme devreye girmektedir. Akıl yürütme, bazı ön bilgilerden ve öncüllerden çıkarımlar yapmak veya sonuca varmak olarak tanımlanmaktadır (Holyoak ve Morrison, 2005) ve gerek problem çözme gerekse karar vermede kullanılmaktadır (Goldstein, 2020).

Akıl yürütmenin tanımından ve kullanım alanlarından aslında ne kadar derin bir konu olduğu ve etkileyen veya etkilediği bileşenlerin ne kadar çok olduğu öngörülebilir. Smith ve Kosslyn (2017) problem çözme ve akıl yürütmenin dikkat, çalışma belleği, uzun süreli bellek, yürütme işlemleri ve dile bağlı olduğunu ve aralarında karar vermenin de bulunduğu diğer bilişsel işlemlere girdi sağladıklarını ifade etmektedir.

Bu bilgiler ışığında akıl yürütme verilen ön bilgilerden (öncüllerden) çıkarımlar yapmayı ve sonuçlara ulaşmayı kapsayan, problem çözmede ve her ne kadar kişisel bir süreç olarak düşünülse de (örn. Brown, 2006) karar vermede faydalandığımız, birden çok şekilde gerçekleştirilebilen, dikkat, çalışma belleği, uzun süreli bellek, yürütme işlemleri ve dile

bağlı ve diğer bilişsel işlemlerle etkileşim halinde olan bir düşünme türü olarak düşünülebilir. Yapılan tanımlama ile uyumlu olarak istatistik eğitimi çalışmalarında öğrencilerin istatistiği ve istatistiksel akıl yürütmeyi günlük yaşamda karar vermeye dayalı problemlerde kullanmalarına yapılan vurgunun giderek artmakta olduğu dikkat çekmektedir (Batanero vd., 2011; Ben-Zvi vd., 2018; Garfield ve Ben-Zvi, 2008; Jones vd., 2004).

2.1.2 İstatistiksel akıl yürütme

İstatistiksel akıl yürütme süreci de akıl yürütmenin yukarıda sunulan tanımlamayla paralel bir şekilde istatistiksel bilgilerin anlamlandırılması ve fikirlerin kullanılarak bir sonuca ulaşılması olarak tanımlanmaktadır (Garfield, 2002; Garfield ve Gal, 1999a, 1999b). Bu akıl yürütme veri gruplarına, verilerin temsillerine ve verilerin istatistiksel özetlerine dayanılarak yorumlamalar yapmayı içermekle birlikte çıkarımlarda bulunmayı ve istatistiksel sonuçları yorumlamada veri ve olasılıkla ilgili fikirleri birbiriyle ilişkilendirmeyi de kapsamaktadır (Garfield, 2002; Garfield ve Gal, 1999a, 1999b). İstatistiksel akıl yürütmenin temelinde dağılım, yayılım, merkezi eğilim, belirsizlik, ilişkilendirme, rastgelelik ve örnekleme gibi önemli düşüncelerin kavranması yatmaktadır (Garfield, 2002; Garfield ve Gal, 1999a, 1999b).

İstatistiksel okuryazarlık, istatistiksel düşünme ve istatistiksel akıl yürütme arasındaki farkı detaylı bir şekilde ele alan Ben-Zvi ve Garfield (2004) istatistiksel akıl yürütmeyi istatistiksel fikirlerle akıl yürütülmesi ve istatistiksel bilgileri anlamlandırma şekli olarak tanımlanmaktadır. Bu akıl yürütme istatistiksel süreçleri anlamak, bu süreçleri açıklayabilmek ve istatistiksel sonuçları tam olarak yorumlayabilmek anlamına gelir (Garfield vd., 2003). Bununla birlikte veri ve olasılık ile ilgili düşüncelerin birleştirilmesini ve kavramların (merkez ve yayılım gibi.) ilişkilendirilmesini de kapsamaktadır (Ben-Zvi ve Garfield, 2004).

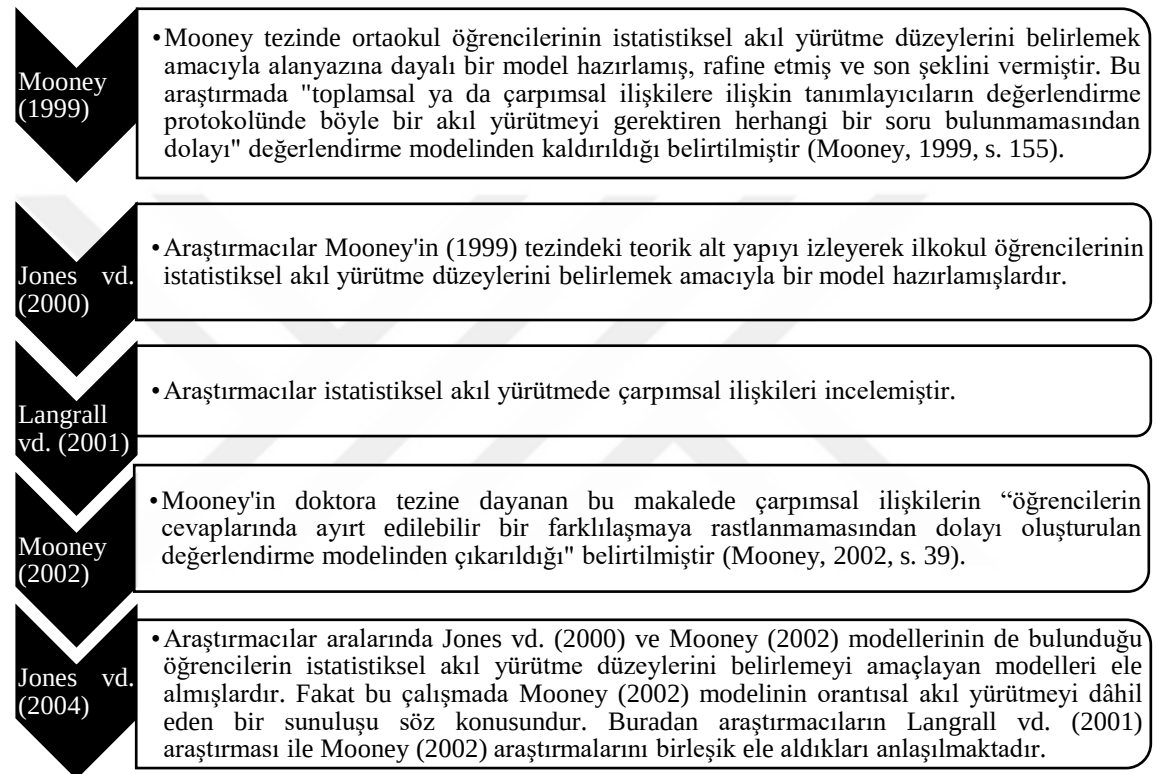
İçeriği ve kapsama alanı ortaya konulan istatistiksel akıl yürütmede öğrencilerin düzeylerini belirlemeyi amaçlayan birden fazla model ortaya konulmuştur (Jones vd., 2004). Bunlardan birisi Mooney (2002) tarafından ortaya konulan modeldir. Bu doktora çalışmasını motive eden sorunlara ışık tutması açısından örnek olarak sunulan bu model sonraki alt başlıkta ayrıntılarıyla anlatılmıştır.

2.1.3 Mooney modeli

Amacı öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi olan Mooney (2002) modelinin kökeni Mooney'in (1999) doktora tezine dayanmaktadır. Modelin ortaya çıkma sürecinin betimlenmesi amacıyla Şekil 2.1 hazırlanmıştır.

Şekil 2.1

Mooney (2002) modelinin ortaya çıkış süreci



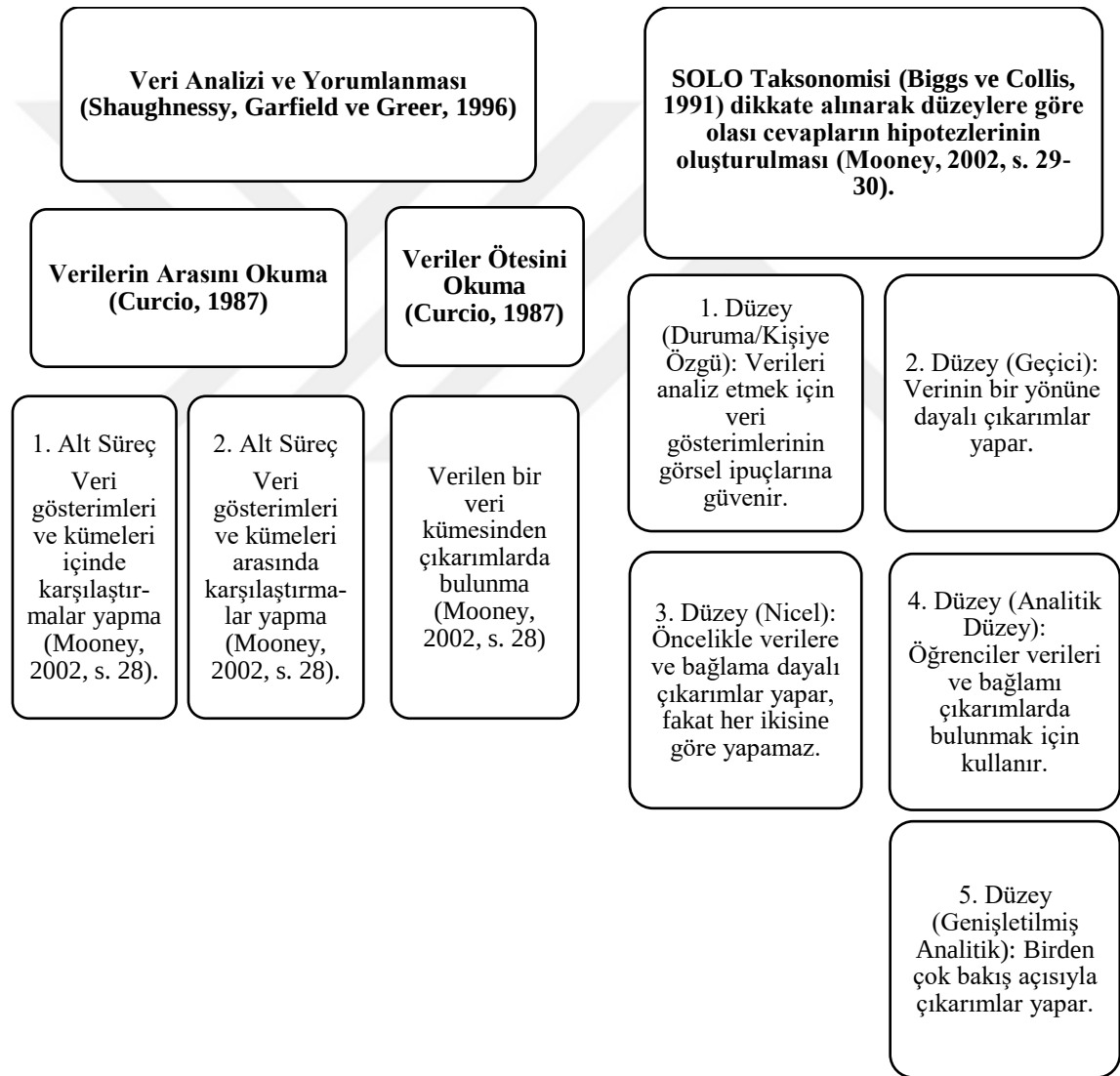
Şekil 2.1'den de anlaşılabileceği gibi sonradan gerçekleştirilen Langrall vd. (2001) araştırmasında istatistiksel akıl yürütmede çarpımsal ilişkilere ilişkin tanımlayıcılar incelenmiş ve ardından bu çarpımsal ilişkiler Jones vd. (2004) çalışmasında Mooney (1999, 2002) modeline eklenmiştir. Burada araştırmacılar toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmeye ilişkin tanımlayıcılardan ya da çarpımsal ilişkilerden orantısal akıl yürütmeyi kastetmektedirler. Koparan (2013) ve Kazak (2016) tarafından bu modeli anlatan çalışmalar yapılmıştır. Metnin ilerleyen kısmında alanyazın ışığında modelin mevcut araştırmayı ilgilendiren kısımları aktarılmıştır.

Modelde istatistiksel akıl yürütme Shaughnessy vd.'nin (1996) belirlediği dört ana süreçle göre incelenmiştir. Bunlar verilerin betimlenmesi, verilerin düzenlenmesi ve özetlenmesi,

verilerin temsili ve verilerin analizi ve yorumlanmasıdır. Bu modelde her bir istatistiksel süreçye yönelik soru maddeleri hazırlanırken Curcio'nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesinden faydalanılmıştır. Öğrencilerin maddelere verdikleri cevaplar ayrı ayrı niteliklerine göre SOLO Taksonomisi dikkate alınarak puanlanmış ve istatistiksel süreçlerin her biri için dört düzeyli bir hiyerarşi oluşturulmuştur. Mooney'in (2002) veri analizi ve yorumlanması sürecini ele alışı Şekil 2.2'de betimlenmiştir.

Şekil 2.2

Mooney (2002) modelinde veri analizi ve yorumlanması sürecinin ele alınışı



Şekil 2.2'den de anlaşılacağı gibi öğrencilerin veri analizi ve yorumlanması sürecine ilişkin düzeyleri Curcio (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesine uygun şekilde hazırlanmış veriler arasını ve veriler ötesini okuma soru türleriyle belirlenmiştir. Veriler arasını okuma ve veriler ötesini okuma ise SOLO taksonomisine göre dört alt düzey

olacak şekilde düzenlenmiştir. Düzeyler kişiye özgü, geçici, nicel ve analitik olarak isimlendirilmiştir. Aşağıda bu düzeylere ilişkin tanımlayıcılar Kazak'tan (2016, s. 209) alıntılanarak sunulmuştur.

Tablo 2.1

Mooney (1999, 2002), Langrall vd. (2001) ve Jones vd. (2004) araştırmalarına göre veri analizi ve yorumlanması sürecinde düzeyler ve tanımlayıcıları

Düzeyler	Veriler arasında okuma	Veriler ötesini okuma	Orantısal Akıl Yürütme
1.Duruma/ Kişiye Özgü	Veri grupları içinde ve arasında hatalı karşılaştırmalar yapılır.	Verilere dayalı olmayan ya da ilgisiz konular bazında çıkarımlar yapılır.	Görelî düşünme kullanılmaz.
2. Geçici	Veri grupları içinde ve arasında tek doğru ya da birkaç tane kısmen doğru karşılaştırmalar yapılır.	Kısmen verilere dayalı olan çıkarımlar yapılır. Bazı çıkarımlar sadece kısmen makul olabilir.	Görelî düşünme niteliksel olarak kullanılır.
3. Nicel	Veri grupları içinde ve arasında kısmi ya da genel karşılaştırmalar yapılır.	Ağırlıklı olarak verilere dayalı olan çıkarımlar yapılır. Bazı çıkarımlar sadece kısmen makul olabilir.	Görelî ve orantısal akıl yürütme eksik ya da geçersiz şekilde kullanılır.
4. Analitik	Veri grupları içinde ve arasında kısmi ve genel karşılaştırmalar yapılır.	Verilere ve bağlama dayalı olan çıkarımlar yapılır.	Görelî ve orantısal akıl yürütme kullanılır.

Kaynak: Kazak, 2016, s. 209.

Tablo 2.1'den anlaşılacağı gibi verilerin analizi sürecinde analitik düzeyde olan bir öğrenci orantısal akıl yürütmeyi kullanarak veri grupları içinde ve veri grupları arasında kısmi ve genel karşılaştırmalar yapabilmektedir. Bununla birlikte bu düzeydeki öğrencinin verilere ve bağlama dayalı olan çıkarımlar yapması beklenmektedir. Jones vd. (2004) çalışmasında örnek olarak sunulan en iyi konser turu probleminde öğrencilere çeşitli müzik gruplarının yaptıkları konser turu sayıları ve elde ettikleri toplam kazançla ilgili veriler sütun grafikleri ile verilmiştir. Öğrencilerin bu grupların başarısını karşılaştırmaları istendiğinde verecekleri cevaplara göre düzeyleri örneklendirilmiştir.

Verilen örneğe göre öğrenci $\frac{\text{Toplam konser kazancı}}{\text{Toplamda yapılan konser sayısı}}$ oranını kullanarak grupların her bir konserden elde ettikleri ortalama kazancı bularak grupları karşılaştırdığında ve gruptaki üye sayısı ile konsere katılan kişi sayısı gibi bazı faktörlerin başarıya etkisi olabileceğini söylerse analitik düzeyde olarak değerlendirilir (Jones vd., 2004).

Bu doktora çalışması öğrencilerin yukarıda sunulan örnekteki gibi orana dayalı ortalamada yalnızca ortalamayı bulup karşılaştırmalarının Mooney'in (2002) farklı veri

grupları arasında karşılaştırma yaptıklarına dair belirleyicisine yeterli bir argüman sunmadığına odaklanmaktadır. Çünkü elde edilen oranların eşitliği durumunda bir orantı söz konusu olmaktadır ve orantının mevcut olduğu problemlerde öğrencilerin yaptıkları orantısal ilişkilendirmenin şekli onların oran kavramı türünü ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca öğrencilerin böyle bir oranı genellemesinin Biggs ve Collis'in (1982, 1991) yapı düzeylerinden soyutlanmış yapıda değerlendirilebileceği iddiasını taşımaktadır. Nitekim Watson ve Fitzallen (2010), Mooney'in (2002) modelinde sorulan sorularda bazı sorunların bulunduğu değinmekte ve Reading ve Reid (2010) atıf indekslerinin modelin beklendiği ölçüde kullanılmadığını gösterdiğini belirtmektedir.

2.1.4 Makar ve Rubin'in informal istatistiksel çıkarım çerçevesi

Makar ve Rubin (2009) yaptıkları araştırmada özellikle informal çıkarımsal akıl yürütme (Zieffler vd., 2008) çerçevesinden faydalananak informal istatistiksel çıkarımın üç temel ilkesini tespit etmişlerdir. Araştırmaya göre bu ilkeler verilerin ötesinde genellemeler yapılması, verilerin bu genellemeler için kanıt olarak kullanılması ve genellemelerin açıklanmasında olasılıksal dil kullanılmasıdır. Verilerin ötesinde genelleme yapma çıkarım sürecine, verilerin genellemeler için kanıt olarak kullanılması ve genellemelerin açıklanmasında olasılıksal dilin kullanılması istatistiğe özgü olarak değerlendirilebilir (Makar ve Rubin, 2009). Oluşturdukları çerçevenin kullanıldığı araştırmaların derlemesini yapan Makar ve Rubin (2014) verilerin ötesinde genellemeler yapma ilkesine iddialarda bulunma ifadesini eklemişlerdir.

Makar ve Rubin (2009) elde ettikleri üç ilkeyi alanyazında kritik olduğunu tespit ettikleri dört kavrama dayandırmaktadır. Bunlar özetle değişkenlik ve belirsizlik, bütüncül kavramı, verilerin ötesine geçme mekanizması ve verilerin amaca yönelik kullanımıyla akıl yürütüldüğüne ilişkin kanıttır. Bu kritik kavramlardan biri olan bütüncül bakış açısıyla düşünme informal istatistiksel çıkarımın temellerini güçlendirmek için Makar vd. (2011) tarafından yapılan çalışmada informal çıkarımsal akıl yürütmeyi destekleyen bileşenler arasında sayılmıştır.

Makar ve Rubin'e (2009) göre istatistiksel çıkarım veriden olasılıksal genellemeler oluşturma ya da test etmenin hem desteklenmiş süreci hem de çıktısıdır. Buna bağlı olarak informal istatistiksel çıkarım standart istatistiksel yöntemlere bağlı kalınmadan istatistiksel çıkarım yapılmasıdır (Garfield ve Ben-Zvi, 2008; Makar ve Rubin, 2009). Bu doktora çalışmasında kullanılan görev öğrencilerin bütüncül bakış açısıyla genellemeye

varmalarını gerektirdiğinden ve standart istatistiksel yöntemleri gerektirmediğinden informel istatistiksel çıkarıma uygun bir karakterdedir.

2.1.5 Dağılıma ilişkin informel istatistiksel çıkarım

Dağılım kavramı istatistiksel veri analizinin önemli karakteristiği olan verinin bütüncül özelliklerini tanımlamayı ve tahmin etmeyi vurgular (Ben-Zvi ve Arcavi, 2001; Friel, 2008). Ancak öğrenciler bir veri kümesini belirli özelliklere sahip bir bütün yerine bireysel değerlerin bir toplamı olarak kavrama eğilimindedirler (Ben-Zvi ve Arcavi, 2001; Konold ve Higgins, 2002).

Ortaokul düzeyinde dağılım kavramını ele alan Bakker ve Gravemeijer (2004) veri kümeleri ve dağılım arasındaki ilişkileri analiz ederek aralarındaki ayrımı ortaya koymuş, ardından veri kümeleri ve kavramsal varlık olarak dağılımın boyutlarını merkez, yayılım, yoğunluk ve çarpıklık olarak belirlemişlerdir. Bu boyutlar ve alt belirleyicileri Tablo 2.2’de sunulmuştur.

Tablo 2.2

Veri ve dağılım ilişkisi

Dağılım			
(Kavramsal varlık)			
Merkez	Yayılım	Yoğunluk	Çarpıklık
(ortalama, ortanca, ortaranj,...)	(açıklık, standart sapma, çeyrekler açıklığı,...)	(frekans, yoğunluk, çeyrekler,...)	(verilerin yoğunluğunun konumu)
Veri			
(Bireysel değerler)			

Kaynak: Bakker ve Gravemeijer, 2004, s. 148.

Tablo 2.2 aşağıdan yukarıya ve yukarıdan aşağıya doğru yorumlanabilmektedir. İstatistikte deneyimsiz olanlar için çeşitli hesaplamalar yapabilecekleri bireysel değerleri görme yani aşağıdan yukarıya doğru yorumlama tipik olsa da (Bakker ve Gravemeijer, 2004) araştırmalar bu durumun öğrencilerin ortalama ya da ortancayı merkez ölçüleri veya veri grubunun bir temsilcisi olarak gördükleri anlamına gelmediğini göstermektedir (Konold ve Pollatsek, 2004; Mokros ve Russel, 1995). Bu da yukarıdan aşağıya yorumlamanın önemini ortaya koymaktadır. Bu noktada dikkat edilmesi gereken tabloda yukarıdan aşağıya bir perspektife normal dağılım gibi olasılık dağılımlarında, aşağıdan yukarıya bir perspektife ise frekans dağılımlarında başvurulduğudur (Bakker ve

Gravemeijer, 2004). Bu doktora çalışmasında aşağıdan yukarıya bir perspektif izlenmektedir. Prodromou ve Pratt (2006) iki yönlü yaklaşımın eşit düzeyde önem arz ettiğini özellikle vurgulamışlardır.

Dağılım kavramının anlaşılması içerdiği bütünlüğün fark edilmesine, bunun da veri kavramının gelişimine bağlı olduğu düşünülebilir (Gökce, 2019). Bu olguyu araştıran Konold vd. (2015) öğrencilerin veri kavramına ilişkin bakış açılarının hiyerarşik temalarını incelemiş ve tanımlamışlardır. Konold vd. (2015) tarafından belirlenen bakış açıları sırasıyla işaretçi (*pointer*), durum değeri (*case value*), sınıflandırıcı (*classifier*), bütüncül (*aggregate*) olmak üzere dört tanedir. Alanda yapılan bazı araştırmaların dağılım kavramını örnekleme, evren, şans ve nedensellik (Pfannkuch ve Reading, 2006), lokasyon, yayılım ve şekil (Prodromou ve Pratt, 2006; Reading ve Canada, 2011; Reading ve Reid, 2006) gibi fikirleri ve dağılım özelliklerini de kapsayacak şekilde genişlettikleri dikkate alındığında bütüncül bakış açısının dağılıma ilişkin informel çıkarımda zorunlu fakat yeterli olmadığı belirtilebilir (Konold vd., 2015). Bu doktora çalışmasında öğrencilerin verilere bakış açıları belirleneceğinden her bir veri bakış açısı aşağıda ayrı ayrı açıklanmıştır.

İşaretçi bakış açısı: Bu bakış açısında veriler ve geldikleri olay net bir şekilde farklılaşmamaktadır. Veriler oluştukları olayın tümünü temsil eder. Verilerin kendileri tarafından toplandığı küçük yaştaki öğrencilerde görülmektedir. İşaretçi bakış açısına göre akıl yürütülürken öğrenciler yorumladıkları gösterimde temsil edilmeyen şeylerden bahsederler ve bu nedenle odaklandıkları belirli bir algısal birim yoktur.

Durum değeri bakış açısı: Bu bakış açısı bir değeri belirli bir durumla ilişkilendirmeyi gerektirir. İşaretçiden farklı olarak verinin bir olayı ya da bağlamı bütünüyle değil, olayın belirli yönlerini kodladığını kabul eder. Bu perspektifte algısal birim bireysel durumdur. Belirli bir durumun okunması ve yorumlanması için bütün durumlar ayrı ayrı gösterilir. Öğrenciler verileri gerçek bir olayın modeli veya basitleştirilmesi olarak görürler. Curcio'nun (1987) ifadesiyle “verilerin okunması” düzeyindeki amaçlara hizmet eden ölçmelerle örtüşen bir bakış açısıdır.

Sınıflandırıcı bakış açısı: Verileri sınıflandırıcı bakış açısıyla görmek aynı veya benzer değerlerin münferit durumlarını yeni bir birimde (kategori veya türde) birleştirmeyi gerektirir. “Durumları niceliksel olarak bir araya kümelemek, bu durumların başka açılardan da farklı oldukları gerçeğini bir kenara bırakmayı gerektirmektedir” (Konold

vd., 2015, s. 314). Bu bakış açısında dikkat çekici olan en çok gerçekleşen değerdir (mod). Kategorilerin koleksiyonunu bir bütün olarak düşünmedikleri için bu bakış açısına sahip olan öğrenciler kategori frekanslarının göreceli frekansları yerine ham frekanslar hakkında akıl yürütme eğilimindedirler.

Bütüncül bakış açısı: Bütüncül bakış açısında birim değerlerin tüm dağılımıdır. Dağılıma odaklanırken bireysel veri değerlerinin hiçbirinde belirgin olmayan özelliklere bakılır. Frekans dağılımının genel şeklinin nasıl olduğu, durumların nasıl yayıldığı ve durumların dağılım içinde nerede yoğunlaştığı bu özellikler arasındadır. Bütüncül akıl yürütmede dağılımın çeşitli bölümlerindeki göreceli durumların sayısı yüzdeler veya çoğunluk gibi nicel tanımlayıcılar kullanılarak tanımlanabilir. Sayısal özniteliklerle kişi grup özelliklerini merkez, yayılım ve şekil ölçüleriyle özetlemelidir. Bu bakış açısı değerlerin birbirine göre konumlandırılması anlamında boyutlandırılması sistemidir. Gözlemlenmemiş bir durumun hızlı bir şekilde eklenmesine ve çeşitli durum türleri arasında karşılaştırma yapılmasına olanak tanıyan bir yapıdır. Konold vd.'nin (2015, s. 319) ifadesiyle;

Nesnelerin böyle bir ilişkiye sokulması yalnızca görmezden gelinen diğer nitelikler açısından değil, incelenmekte olan ortak özellik açısından da farklılık göstermelerine rağmen onların homojen bir grubun parçası olarak görülmesini gerektirir.

Bakış açılarının sunulan teorik çerçevesinin bir örnekle açıklanması için Konold vd. (2015, s. 308-309) araştırmasında yer alan örnek Şekil 2.3'te aktarılmış ve bu örneğe yönelik öğrenci görüşlerine Tablo 2.3'te yer verilmiştir. Böylece her bir bakış açısında verilerin nasıl yapılandırıldığı daha açık bir şekilde görülebilmektedir.

Şekil 2.3

Sekiz varsayımsal öğrencinin favori renklerinin grafiği

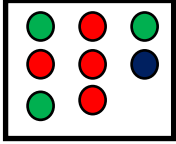
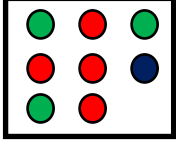
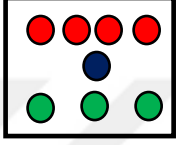
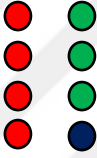
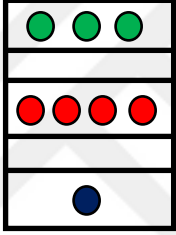


Kaynak: Konold vd., 2015, s. 308.

Yukarıda Şekil 2.3'te gösterilen grafiğe göre öğrencilerin veriye bakış açılarını gösteren Tablo 2.3 aşağıda sunulmuştur.

Tablo 2.3

Öğrencilerin Şekil 2.3'te sunulan bilgileri özetlerken gösterebilecekleri bakış açıları

Veriye bakış açısı	Algısal birim	Veri yapısı	Öğrencinin gözlemi
İşaretçi	?		En sevdiğimiz renkleri söyledik.
Durum değeri			Ali kırmızıyı seviyor.
Sınıflandırıcı			Dört kişi kırmızıyı seviyor.
Bütüncül			Yarısı kırmızıyı seviyor.

Kaynak: Konold vd., 2015, s. 309.

Araştırmacılar teorik olarak öğrencilerin bu farklı bakış açılarında Curcio'nun (1987) verileri okuma, veriler arasını okuma ve veriler ötesini okuma olarak tanımlanan soru türlerinde ayrı ayrı sorular sorabileceklerini varsaymışlardır. Buradan yola çıkarak öğrencilerin frekans dağılımları oluşturabildiklerini fakat bunları grup hakkında bir bütün olarak ifade kurmada kullanamadıklarını tespit etmişlerdir.

Konold vd. (2015) araştırması temelinde özetlenecek ve önemli noktalar soyutlanacak olursa;

- Bütüncül bakış açısı dağılıma ilişkin informel çıkarımda zorunlu fakat tek başına yeterli değildir.
- Bütüncül düşüncesi dağılımın karakterize edilmesinde medyan ya da başka betimleyicilerin kullanılmaması açısından yeterli değildir.
- Durum değeri ya da sınıflandırıcı bakış açısına sahip olanlar yalnızca en sık tekrar eden belirli bir durumu (modu) ya da durumlardan oluşturulan bir alt kümeyi (modal yığın [*modal clump*]) ortalama (*average*) olarak değerlendirmektedir.

- Bütüncül bakış açısına sahip olan öğrenciler ise ortalamayı (*average*) grubun tümüne uygulanan bir ölçü olarak değerlendirmektedirler.
- Araştırmada ortalamalardan (*average*) “mod” ya da “modal yığın”a odaklanılmaktadır.
- Bu bakış açıları, her birinin bir öncekini kapsadığı (işaretçiden bütüncüle doğru) gevşek bir hiyerarşiye sahiptir.
- Bakış açıları arasındaki farklılık öğrencilerin ortalamaları tespit edebiliyor bunları veri gruplarının karşılaştırmada kullanamamasına bir açıklama getirmektedir. Yani öğrenci için ortalama (*averages*) grup içinde bir veri ya da verilerin bir alt kümesinin tanımlayıcıları ise bu onların iki grup arasında karşılaştırma yaparken ortalamaları kullanmamalarını açıklar.

Yukarıda araştırmacıların vurguladıkları noktalar ve yaptığı açıklamalar sunulmuştur. Konold vd. (2015) araştırmasından öğrencilerin verilere bakış açılarının farklılaştığı ve bu farklılaşmaların işaretçi, durum değeri, sınıflandırıcı ve bütüncül olmak üzere dört ana grupta toplandığı anlaşılmaktadır.

2.1.5.1 Ortalamanın (*average*) farklı yorumları

Alanyazın incelendiğinde ortalamanın (*average*) farklı yorumları üzerinde duran çeşitli araştırmaların bulunduğu görülmektedir. Bölümün amacı farklı yorumları ele almaktır. Sunumda kronolojik sıra izlenmiş ve araştırmacıların anlatımlarına sadık kalınmıştır.

Pollatsek vd.’nin (1981) araştırmasında ortalamanın (burada ağırlıklı aritmetik ortalama ele alınmıştır) tipik (*typical*) olarak yorumlanmasının avantajlı olacağı üzerinde durulmuştur. Araştırmacılar tipik teriminden bir tür orta ya da ağırlık merkezi anlamında denge noktasını kastetmişlerdir. Benzer bir yorum Hardiman vd. (1984) araştırmasında da desteklenmeye çalışılmıştır. Konold ve Pollatsek (2002) bu yorumun istatistik çalışmalarında aritmetik ortalamanın konumunun görselleştirilmesine indirgendiği ve kendilerinin önceden anlatmaya çalıştığı halinden yani kütle merkezi anlamından uzaklaştığını belirtmişlerdir.

Goodchild (1988) üç tür ortalama (*average*) yorumu ortaya koymuştur. Bunlar temsilci sayı (*representative number*), konum ölçüsü (*measure of location*) ve beklenen değer (*expected value*). Araştırmacı konum ölçüsü yorumuna sahip olan öğrencileri yaklaşıklık anlatan ifadelerle, beklenen değer yorumuna sahip olanları normallik anlatan ifadelerle karakterize etmektedir. Temsilci sayı yorumu hakkında belirli bir açıklamada bulunmayan

araştırmacının stokastik süreçler ve büyük sayılar yasasının etkisinden bahsetmesi bu yorumu nasıl ele aldığı hakkında fikir vermektedir. Öğrencilerden birinin aritmetik ortalama (*mean*) ifadesini ve birinin de hata dağılımını andıran bir ifade kullandığını belirten araştırmacı beklenen değer ve temsilci sayı yorumlarının vurgulanması gerektiğini belirtmiştir.

Strauss ve Bichler (1988) yaptıkları araştırmada öğrencilerin ortalamanın (*average*) istatistiksel ya da soyut özelliklerini anlama durumlarını ve ortalamanın temsilci yorumunun farkında olup olmadıklarını incelemişlerdir. Strauss ve Bichler'in (1988) temsilci yorumuna göre ortalama (*average*), ortalaması alınan veri kümesindeki diğer tüm değerlere en yakın olan değerdir. Araştırmacılar bu yorumu Moroney'in (1956) tarihli kaynağına dayandırmışlardır. Moroney (1956, s. 34) bu yorumu aşağıda aktarıldığı gibi ele almıştır;

Bir ortalamanın amacının, zihnin gruptaki bireylerin genel büyüklüğünü, tesadüfi ve alakasız değişimlerle dikkati dağılmadan, hızlı bir şekilde anlayabilmesi için, bireysel değerlerin bir grubunu basit ve öz bir şekilde temsil etmek olduğunu anlıyoruz. Ortalamanın temsilci olarak hareket etmesi gerektiği gerçeğini takdir etmek son derece önemlidir.

Mokros ve Russell (1995) öğrencilerin ortalamar (*averages*) hakkındaki kavramsal anlayışlarını inceledikleri araştırmada beş temel yapıya ulaşmışlardır. Bunlar mod anlamında ortalama, algoritma anlamında ortalama, makul anlamında ortalama, ortanokta anlamında ortalama ve matematiksel denge (*balance*) noktası anlamında ortalama. Mokros ve Russell (1995) araştırmalarında aritmetik ortalamanın “adil paylaşım (*fair share*)” yorumunu ortaya atmıştır.

Önceden belirtildiği gibi Cortina vd. (1999) araştırmasında grup performansının bir ölçüsü olarak ortalama ile Mokros ve Russell'in (1995) adil paylaşım yorumu arasında bir örtüşme tespit edilmiş fakat ölçümün adil paylaşım yorumunda içerilmediğine değinilmiştir. Kısa bir süre sonra Cortina (2001) aritmetik ortalamanın üç farklı yorumuna değinmiştir. Bunlar;

Bütünün ölçüsü (measure of aggregate): Farklı büyüklükteki bütünler söz konusu olduğunda aritmetik ortalama bütünün ölçüsü olarak kullanılır. Bu kullanımda toplam birikim ile birikimi oluşturan birim sayısı arasındaki çarpımsal ilişki ele alınır. Ortalamayı kullanmanın bu yolu, litre başına kilometre gibi normalleştirilmiş ölçü birimleri oluşturmak için fen ve sosyal bilimlerde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Merkezin ölçüsü (measure of center): Ortalamanın dağılımı karakterize etmek için kullanılmasıdır. Bu durumda ortalama simetri ya da denge noktasını anlatır ve dağılımı betimlemek için diğer ölçülerle birlikte kullanılır. Merkezin veri kümesinin sabit bir özelliği olarak anlaşılmasını gerektirir.

Çıkarımsal araç (inferential tool): Ortalamanın bir örneklemden bir popülasyonun bütününe (*aggregate*) veya merkezi eğilim gibi dağılımın özelliklerini çıkarsamak için kullanılmasıdır. Büyük sayılar yasasına dayanır ve örnekleme ve olasılık konusunda karmaşık anlayışlar gerektirir.

Cortina (2002), Cortina vd. (1999) araştırmasında ortaya konulan yaklaşımı ayrıntılandırdığı araştırmasında aritmetik ortalamanın farklı büyüklükteki gruplar ya da varlıklar arasında toplam birikimlerin karşılaştırılmasına olanak sağlayan bir oran (*ratio*) olarak kullanımını yeniden ele almıştır. Araştırmacı bu çalışmada çarpımsal ilişkinin gruplar ya da varlıklar arasında bütüncül niteliklerin karşılaştırılmasına hizmet ettiğini ifade etmiştir. Bu oranları normalleştirilmiş oranlar olarak nitelendiren araştırmacı, araçların aldığı yol ve buna bağlı olarak tükettikleri yakıt oranının (km/L) yakıt etkililiğinin (yeni bir kavram) bir ölçüsü ya da bir ülkenin toplam milli gelirinin vatandaş sayısına oranının yani kişi başına düşen milli gelirin ulusal zenginliğin (yeni bir kavram) bir ölçüsü olarak ele alınabileceğini ifade etmiştir. Normalleştirilmiş bir oranın aritmetik ortalamayla ilişkilendirilebilmesi için toplam katkı ile katkıyı sağlayanlar arasında doğrudan bir bağlantı olması gerektiğini ve bu nedenle her normalleştirilmiş oranın bir aritmetik ortalama olmayacağını aktarmıştır. Cortina (2002) bu yaklaşımın istatistiksel kovaryasyon ve iki değişkenli verilerin istatistiksel analizi açılarından fen ve sosyal bilimlerde gerçekleştirilen istatistik temelli araştırmalarla bağlantılı olduğunu ve bu nedenle istatistik eğitimi kapsamında değerlendirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Araştırmacı bu şekilde yaklaşımına yapılan itirazlara cevap vermeye çalışmıştır.

Konold ve Pollatsek (2002) ortalamaların (*averages*) farklı yorumlarını yeniden ele almış ve bunları dört başlık altında toplamıştır. Bunlar;

Veri indirgeme (data reduction): Bu yorum bir sayı kümesinin bir veriye indirgenmesiyle karakterize edilmektedir. Özellikle verilerin ayrı ayrı akılda tutulmasının zorluğundan dolayı veriler indirgenir.

Adil paylaşım (fair share): Birkaç birey arasında eşit olmayan bir şekilde dağılmış olan nicelikler toplanıp bireyler arasında yeniden eşit bir şekilde dağıtılır. Konold ve Pollatsek

(2002), Strauss ve Bichler (1988) araştırmasına atıfta bulunarak araştırmada sorulan on bir sorudan sekizinin bu kapsama girdiğini belirtmiştir. Araştırmacılar duruma yaklaşımlarını aşağıdaki ifadelerle ortaya koymuştur.

Öğrenci başına yıllık eğitim harcaması gibi yaygın olarak karşılaşılan birçok oranı (*rates*) adil paylaşım fikrine dayalı olarak görebiliriz, çünkü bu oranları (*rates*) en doğal şekilde belirli bir toplam miktarı belirli sayıda birime eşit olarak düşünme eğilimindeyiz. Bu gibi durumlarda, hesaplanan değeri her bir bireysel değere göre düşünmeyiz ve bu adil paylaşımı hesaplarken veya yorumlarken bileşen değerlerinin nasıl dağıldığı veya aykırı değer olup olmadığı konusunda endişelenmeyiz (Konold ve Pollatsek, 2002, s. 269).

Tipik değer (typical value): Bu yoruma göre verilerin konumu yani dağılımın merkezinde konumlanması ya da sıklığı, değerleri öğrencilerin gözünde tipik yapmaktadır. Yaşça küçük öğrenciler muhtemelen bu iki şartı sağladığından dolayı en sık tekrar eden belirli bir durumu modu verileri özetlemede kullanmaktadır. Mokros ve Russell'in (1995) bu yoruma sahip olan öğrencilerin basitçe bir değer sıklığına odaklandığı yönündeki tespitine değinen Konold ve Pollatsek (2002) çeşitli araştırmalarda öğrencilerin dağılımın merkezinde bir aralıktaki yığınları (merkezi yığınlar [*center clumps*] ortalama (*average*) olarak kullandıklarını ifade etmiştir.

Gürültü içindeki sinyal (signal in noise): Bu yaklaşım her bir gözlemin bilinmeyen fakat belirli bir değer tahmini olarak değerlendirilmesini gerektirmektedir. Bir nesnenin uzunluğunun belirlenmesi olayında nesnenin uzunluğunun tekrar tekrar ölçülmesi ve bunun sonucunda her bir gözlemin rastgele olarak görülen bir ölçüm hatasıyla gerçek uzunluktan sapıyor olarak görülmesi bir örnek olabilir. Bu ölçümlerin ortalaması gerçek uzunluğun bir tahmini olarak yorumlanır. Aridor ve Ben-Zvi'ye (2017) göre sinyal sabit bir neden ya da değişken bir sistemin sabit bir özelliğidir ve yalnızca bütünde kendini gösterir, gürültü ise herhangi bir sinyal etrafında değişkenlik yaratmaya çalışan değişken nedenler olarak anlaşılabilir.

Alanyazının yapılan bu özetlemesi ortalamanın (*average*) farklı yorumlarına ilişkin henüz tam bir uzlaşının bulunmadığını göstermektedir. Bu nedenle mevcut araştırmada Cortina'nın (2001, 2002) araştırmalarında ele alınan ve verilerin doğrudan oranlanmasını gerektiren her durum adil paylaşım ya da verilerin doğrudan oranlanmasına dayalı ortalama olarak ele alınmıştır. Bu tür durumlar orantısal akıl yürütme alanyazınında birimli oran kapsamında değerlendirilmektedir (Ben-Chaim vd., 2012; Cortina, 2002; Heinz, 2000; MacCullough, 2007; Tabart vd., 2005). Diğer taraftan bireysel verilerin

dağılımının verildiği yani dağılımın konuya dâhil olduğu durumlarda ortalama tipik ya da temsilci olarak ele alınmıştır. Mevcut araştırmada gürültü içindeki sinyal yaklaşımına doğrudan bir değini bulunmamaktadır.

Bu doktora çalışmasında Konold vd. (2015, s. 308-309) tarafından sunulan ve Şekil 2.3 ve Tablo 2.3'te aktarılan örnek üzerinden anlatılacak olursa kendisi bir nicelik (hatta oran da denilebilir [ışığın dalga boyu]) tarafından belirlenen nitelik (renk) yerine kendilerine bir nitelik yüklenen (tat, sınıf yoğunluğu) niceliklerin (oran veya adil paylaşım anlamında ortalama) konulması söz konusudur. Yani renkler yerine oran (veya adil paylaşım anlamında ortalama) geçirildiğinde ortalama bakış açıları olan “adil paylaşım” ve “temsilci” arasındaki farklılığın berraklaşacağı ve bu örneğin istatistik ve olasılık süreçleriyle daha uyumlu hale geleceği düşünülmektedir. Kavramsal çerçevenin bu bölüme kadar ki kısmında istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin konular aktarılmıştır.

2.1.6 Orantısal akıl yürütme

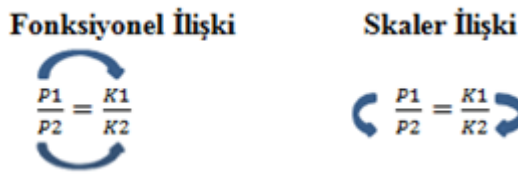
Çoğu araştırmada orantısal akıl yürütmenin tanımından çok önemi ve kullanım alanlarıyla karşılaşılmaktadır (Duartepe vd., 2005). Fakat bazı araştırmalarda çeşitli tanımlamalara yer verildiği görülebilmektedir. Örneğin Lamon (1989) orantısal akıl yürütmeyi oran ve orantı problemlerinin çözümünde yer alan düşünme süreci olarak tanımlanmaktadır. Bir başka araştırmaya göre ise bir durumun orantı tarafından matematiksel olarak şekillendiğini fark etme, bu durumu sembolle temsil etme ve orantı problemlerini çözme becerisidir (Flowers, 1998). Bu ve benzer diğer tanımlamaların oran ve orantı merkezinde toplandığı anlaşılabılır.

Orantı kavramı aynı ilişkiyi anlatan iki oranın eşitlik durumudur (Langrall ve Swafford, 2000; Van de Walle vd., 2016). Verilen tanıma uygun olarak düşünüldüğünde bu ilişkinin oran kavramında yatmakta olduğu anlaşılmaktadır. Araştırmacıların oran kavramı hakkında iki farklı yaklaşım sergiledikleri görülmektedir. Skaler ilişkide oran “Aynı ölçme uzayına ait çoklukların çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen ölçüm (birimsiz oran)” (Karagöz-Akar, 2019, s. 330; Vergnaud, 1988) tanımıyla örtüşen bir yaklaşımla açıklanırken; fonksiyonel ilişkide oran “Farklı ölçme uzaylarına ait iki çokluğun çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen bir ölçüm (birimli oran)” (Karagöz-Akar, 2019, s. 329; Thompson 1994) tanımıyla örtüşen bir yaklaşımla açıklanmaktadır. Bununla birlikte bu tanımlardaki farklı kavrayışın bilişsel olarak farklı zihinsel etkinlikleri gerektirdiği belirtilmektedir (Freudenthal, 1983; Karagöz-Akar,

2013; Noelting, 1980a, 1980b). Örneğin Freudenthal (1983) aynı sisteme ait niceliklerden oluşturulan orantıları içsel, farklı sisteme ait niceliklerden oluşturulan orantıları dışsal olarak ele alarak ve içsel olan ilişkinin bir sayıya karşılık geldiğini, dışsal olan ilişkinin ise bir büyüklüğe karşılık geldiğini belirtmektedir. P para ve K satın alınan aynı kitapların sayısı olsun. Bu durumda fonksiyonel ve skaler ilişkilendirme Şekil 2.4'teki gibi temsil edilebilir.

Şekil 2.4

Fonksiyonel ve skaler ilişkilendirmenin temsili



Birimli oran kavramının alt ayırımına geçilmeden önce “aynı ölçme uzayına ait çokluklar” ya da “aynı sisteme ait nicelikler” denildiğinde veya “farklı ölçme uzayına ait çokluklar” ya da “farklı sisteme ait nicelikler” denildiğinde neyin kastedildiğinin netleştirilmesi gerekmektedir. Ölçüm uzayı belirli bir niteliği belirli bir birim kullanarak ölçen tüm niceliklerden oluşur (Riehl ve Steinhorsdottir, 2019) ve iki niceliğin birimleri aynıysa aynı ölçüm uzayında kabul edilir (Riehl ve Steinhorsdottir, 2014). Alanyazından standart ölçü birimleri atanmış olan uzunluk, alan, hacim ... gibi niteliklerin nesnelerinin aynı olması durumunda aynı ölme uzaylarına ait kabul edildiği anlaşılmaktadır. Bir örnek sunmak gerekirse Karagöz-Akar’a (2019) başvurulabilir.

Thompson (1994) tanımından yola çıkarak, örneğin, 3 mililitre limon suyu ile 2 mililitre saf su karıştırıldığında, karışımın ne kadar ekşi olduğunu matematiksel olarak ifade eden değer, $\frac{3}{2} = 1,5$ limon (ml)/ su (ml) olacaktır. Bu durumda oran birimli orandır ve birimi limon/su’dur (Karagöz-Akar, 2019, s. 329).

Yukarıda yapılan alıntıda da görülebileceği gibi standart ölçü birimleri (hacim) mililitre olan limon suyu-saf su karışımında birimli oran kavramı özelinde limon/su birimi teşkil etmektedir. Yani bu iki nicelik farklı ölçme uzaylarına ait kabul edilmektedir. Burada ayırım noktası standart hacim ölçü birimi değil hacmi ölçülen nesnedir. Benzer bir örnek için Yanık’ın (2013) çalışması incelenebilir.

Diğer yandan Yılmaz (2021) birimi ana kütleyi teşkil eden kolektif olaylardan her biri olarak tanımlamakta ve dört başlık altında çeşitli sınıflandırmalar sunmaktadır. Kaynakta

aktarıldığı gibi kişi, insan, bina, eşya... maddi varlığa sahip birimlerdir. Ayrıca insan, gemi, otomobil gibi birimler parçalandıklarında birim vasıflarını kaybetmeleri anlamında doğal (ayrık) birimler olarak da ele alınabilmektedir. Burada sayılan nesnelerin kendilerinin birim olarak tanımlandığı anlaşılmaktadır. Bu durumda bir oranda sayılan nesneler farklı olduğunda “farklı ölçme uzaylarından” bahsedilmiş olmaktadır. Cortina vd. (1999) araştırmasında sunulan $\frac{\text{Satılan Kutu Sayısı}}{\text{İzci Sayısı}}$ oranı bu duruma örnek olarak verilebilir. Örnekte $\frac{\text{Kutu}}{\text{İzci}}$ ya da diğer bir gösterimle kutu/izci olacak şekilde yeni bir birimin ortaya çıkması söz konusudur. Ayrıca bu oran problemin bağlamına sadık kalınarak izci gruplarının “başarı”sının bir ölçüsü olarak değerlendirilmektedir.

Özetle standart ölçü birimleri aynı iken nesneler farklı (ml limon suyu/ ml saf su) ya da sayılan nesneler (ki bunlar nitelik de olabilmektedir) farklı ise “farklı ölçme uzaylarından” bahsedilebilmektedir. Bu tür durumlarda yabancı alanyazında nesnelerle (ya da niteliklerle) ilgili kısma etiket (*label*) olarak atıfta bulunulduğu anlaşılmaktadır (Friel vd., 2001; Mosenthal ve Kirsch, 1990; Post vd., 1988). Bu konunun bu doktora çalışmasının gerektirdiği kadar ele alındığı ve aydınlatılmaya çalışıldığına dikkat edilmelidir. Metin birimli oranın iki alt kavramıyla devam etmektedir.

Kurulan ilişkinin fonksiyonel olduğu anlaşıldıktan sonra birimli orandan bahsedilebilmektedir. Birimli oranın ise Kaput ve West (1994) tarafından durumsal ve genelleştirilmiş oran olarak çalışıldığı görülmektedir. Örnek üzerinde düşünülürse, “Bir musluk 8 sn’de 2 lt su akıtıyor olsun. Aynı akıtma hızıyla 36 sn’de kaç lt su akıtır?” yapısındaki bir problemde musluğun sadece 8 sn’de 2 lt su akıttığına odaklanılarak $\frac{2 \text{ lt}}{8 \text{ sn}}$ oranı oluşturulursa durumsal birimli oran (*ratio*); herhangi bir saniye ile musluğun bu saniyede akıttığı su arasındaki ilişkinin ifadesi şeklinde bir düşünceyle oluşturulursa genelleştirilmiş birimli oran (*rate*) kullanılmaktadır. Bu durumda akan su herhangi bir saniyenin $\frac{1}{4}$ katıdır. Durumsal oran sonsuz tane (1 sn; $\frac{1}{4}$ lt) ikilileri arasından sadece birini ifade eder. Buna göre genelleştirilmiş oranın ikili sayı gruplarının denklik sınıfı olduğu düşünülebilir (Freudenthal, 1983). Thompson (1994) benzer şekilde fakat farklı bir yaklaşımla birimli oran kavramı için yine iki farklı tanımlama yapmış ve durumsal ve içselleştirilmiş oran olarak isimlendirmiştir.

Durumsal ve genelleştirilmiş birimli oran kavramlarının ayrımının nasıl yapılmakta olduğunu anlamak temel bir noktayı teşkil etmektedir. Özellikle bu noktaya değinmiş

olmamakla birlikte Lesh vd. (1988) orantı kavramına sahip bir öğrencinin orantısal durumlarda değişen ve değişmeyen (oran: tat, yoğunluk, hız vb.) görebilmesi ve bağıl değişimi (kovaryasyonu) açıklayarak sayısal olarak ifade edebilmesi gerektiğini belirtmektedir. Başka araştırmalarda ise aşağıda aktarılan değerlendirmeler yapılmıştır.

Oran kavramının iki çokluk arasındaki çarpımsal ilişki olarak algılanabilmesi için her iki çokluğu da (meyve suyu miktarı ve fiyat) sürekli çokluklar olarak algılamaları ve çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin sürekliliğin her noktasında olduğunun farkında olmaları gerekir. Bu düşünme de zaten kovaryasyonel düşünmedir (Johnson, 2015; Thompson ve Carlson, 2017'den aktaran Karagöz-Akar, 2019, s. 339).

Yapılan aktarmalar ve değerlendirmeler durumsal ve genelleştirilmiş birimli oran kavramlarının ayrımının bir yönüyle kovaryasyonel düşünmeye bağlı olduğunu göstermektedir. Diğer yandan bu ayrımın “Doğrusal ilişkiye sahip iki değişken arasındaki ilişki hakkında akıl yürütme” (Karplus vd., 1983'ten aktaran Karagöz-Akar, 2019, s. 331) ile bağıllık taşıdığı da anlaşılmaktadır. Bu ilişki Karagöz-Akar (2019, s. 343) tarafından aşağıdaki ifadelerle ortaya konulmuştur.

Öğrencilerin çarpımsal düşünebilmeleri yani genelleştirilmiş oran kavramına sahip olmaları ancak “bulunan değerin, aynı tada sahip tüm karışımlardaki tadın ölçüm değeri, yani $y=1,5x$ doğrusal fonksiyonunda, herhangi bir y (limon suyu miktarı) ile x (saf su miktarı) arasındaki ilişkiyi gösteren değerdir” şeklinde düşünebilmeleri ve matematiksel modellemesini $y=1,5x$ doğrusal fonksiyonunun grafiği olarak çizebilmeleri durumunda gerçekleşmiş olur.

Toparlanacak ve özetlenecek olursa;

- Birimsiz oran kavramının aynı ölçme uzayına ait çoklukların çarpımsal olarak ilişkilendirilmesiyle (skaler ilişkilendirme),
- Birimli oran kavramının farklı ölçme uzaylarına ait çoklukların çarpımsal olarak ilişkilendirilmesiyle (fonksiyonel ilişkilendirme),
- Durumsal birimli oran kavramının birimli oranın tekil bir gerçekleşme durumuna odaklanmasıyla,
- Genelleştirilmiş birimli oran kavramının birimli oranda bağıl değişimin (kovaryasyonun) görülmesi ve oranın $y=kx$ formunda bir doğrusal fonksiyonun eğimi olarak tanımlanabilmesiyle karakterize edilebileceği anlaşılmaktadır.

Aşağıda öncelikle bazı çerçevelerde tespit edilen orantısal akıl yürütme düzeyleri ele alınmıştır. Ardından öğrenciler tarafından genellikle kullanılan orantısal akıl yürütme stratejileri skaler ve fonksiyonel ilişkilendirme bağlamında irdelenerek araştırmanın

yürütülmesi sırasında öğrencilerin kullanmakta olduğu ilişkilendirme şeklinin belirlenmesi kolaylaştırılmıştır. Daha sonra bu stratejilerin referans alınan araştırmalarda hangi düzeylerde görüldüğü üzerinde durulacak ve böylece hazırlanan modelde bu stratejilerin nasıl bir hiyerarşide görüldüğü nedenleriyle birlikte açıklanmış olacaktır.

2.1.6.1 Orantısal akıl yürütme düzeyleri

Orantısal akıl yürütme ile ilgili yapılan alanyazın taramasında Pittalis vd. (2003) tarafından 6. sınıf öğrencilerinin katılımı ile gerçekleştirilen araştırmaya rastlanmıştır. Araştırma öğrencilerin orantısal problemleri çözme becerilerini belirlemek için bir çerçeve oluşturmayı amaçlamaktadır. Langrall vd. (2001) araştırmasında olduğu gibi SOLO Taksonomisi referans alınmış ve yine aynı araştırmayla paralel olarak taksonominin en üst basamağı olan soyutlanmış yapı araştırmaya dâhil edilmemiştir. Araştırmada oluşturulan çerçeve Tablo 2.4'te sunulmuştur.

Tablo 2.4

Pittalis vd. (2003) araştırmasına göre orantısal akıl yürütme düzeyleri ve belirleyiciler

Yapı Öncesi	Problemin yapısını ve verileri hesaba katmadan öznel düşünmeye dayalı cevaplar verilir. Öğrenciler mantıksal muhakemeden yoksundur ve problemin verilerinden izole edilmiş sayısal çözümler veya ifadeler kullanırlar.
Tek Yönlü Yapı	Toplamsal: Orantının kavramsal anlayışı yoktur ve toplamsal yapılar oluşturmaya sürekli bir odaklanma söz konusudur. Öğrenciler problem çözmede toplamsal örüntüler kullanırlar. Tek Sıralı Çarpımsal: Öğrenciler orantının bir oranını ve iki miktar arasındaki çarpımsal ilişkiyi anlar. Fakat bunu analojinin ikinci sıra ilişkisine genişletemezler.
Çok Yönlü Yapı	Zayıf: Öğrenciler bir orantıda iki oranın eşitliğini anlamamaktadır. Ayrıca tüm orantıların ilişkilerini sentezleyemezler. Yöntemsel: Problemin verilerini dikkate almaksızın belirli bir stratejinin uygulanmasıdır.
İlişkisel Yapı	Yarı Seçici: Öğrenciler problemdeki ilişkilerin türüne bağımlı kalmaksızın çeşitli formel ve informal stratejileri kullanır. Uyguladıkları stratejinin tek uygun strateji olduğunu düşünürler. Formel Seçici: Öğrenciler orantısal problemi çözerken en uygun stratejiyi seçerler.

Kaynak: Pittalis vd., 2003, s. 7-8.

Orantısal akıl yürütme düzeyleri Langrall ve Swafford (2000) araştırmasında da ele alınmıştır. Araştırmacılar ortaokul öğrencileriyle yürüttükleri araştırmanın ve alanyazında yaptıkları taramanın sonucunda sıfıncı düzeyden üçüncü düzeye kadar olmak üzere

toplam dört düzeyli bir orantısal akıl yürütme düzeyi belirleme çerçevesi oluşturmuşlardır. Araştırma 5. sınıftan 8. sınıfa kadar her kademedan dört öğrenci olmak üzere toplam 16 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmanın sonucunda oluşturulan çerçeve Tablo 2.5’te aktarılmıştır.

Tablo 2.5

Langrall ve Swafford'a (2000) göre orantısal akıl yürütme düzeyleri ve belirleyicileri

Düzeyle	Karakteristikleri
0. Düzey: Orantısal olmayan akıl yürütme	Tahminde bulunur ya da görsele dayalı ifadeler kurar. (“.... gibi görünüyor”) Çarpımsal ilişkileri tanıyamaz. Sayıları, işlemleri ve stratejileri rastgele kullanır. İki ölçü arasında bağlantı kuramaz.
1. Düzey: Orantısal durumlar için informel akıl yürütme yapma	Durumları anlamlandırmak için fotoğraflar, modeller ve manipülatifler kullanır. Niteliksel karşılaştırmalar yapar.
2. Düzey: Nicel akıl yürütme	Birleşik birimleri birleştirir ve kullanır. Birim oranı bulur ve kullanır. Skaler çarpanı ve tabloyu tanımlar ve kullanır. Denk kesirleri kullanır. Her iki ölçüyü artırır.
3. Düzey: Formel orantısal akıl yürütme	Değişkenler kullanarak orantı kurar ve içler-dışlar çarpımı ve denk kesirler kullanarak çözer. Değişken (covariant) ve değişken olmayan (invariant) ilişkileri tam olarak anlar.

Kaynak: Langrall ve Swafford, 2000, s. 256.

Lamon (1993) tarafından 69 kız ve 69 erkek altıncı sınıf öğrencisinin katıldığı bir araştırma yürütülmüştür. Araştırmanın temel amacı alan içeriği ile öğrencilerin düşünme tarzları arasında bir bağ kurmaktır. Araştırmada öğrencilere bir saat süren bir ön test uygulanmış ve ardından 24 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerinin Tablo 2.6’da sunulduğu haliyle şekillendiği belirtilmiştir.

Tablo 2.6*Lamon'a (1993) göre 6. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerini çözme stratejileri*

Strateji	Karakteristikler
Yapısal Olmayan Stratejiler	
Kaçınma	Problemlerle ciddi bir etkileşim yoktur.
Görsel veya Toplamsal	Deneme Yanılma
	Sebepsiz yanıtlar
	Pür görsel yargılar (“... gibi görünüyor”)
Örüntü oluşturma	Sayısal ilişkileri anlamadan sözlü veya yazılı örüntülerin kullanılması
Yapısal Stratejiler	
Orantı-öncesi Akıl Yürütme	Sezgisel, anlam oluşturma etkinlikleri (resimler, çizelgeler, modelleme, manipüle etme) ve bazı göreceli düşünmenin kullanımı
Nitel Orantısal Akıl Yürütme	Oranın bir birim olarak kullanılması
	Göreceli düşünmenin kullanılması
	Bazı sayısal ilişkilerin anlaşılması
Nicel Orantısal Akıl Yürütme	Fonksiyonel ve skaler ilişkileri tam olarak anlayarak oranları temsil etmek için cebirsel sembollerin kullanılması

Kaynak: Lamon, 1993, s. 46.

2.1.6.2 Orantısal akıl yürütme stratejileri ve bu stratejilerin çarpımsal/ orantısal açıdan ele alınması

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme görevlerinde kullandıkları çeşitli stratejiler bazı araştırmacılarca belirlenmeye çalışılmıştır. Hazırlanan model uygulanırken öğrencilerin birimsiz-birimli oran kavramlarına sahip olmaları açısından incelenmesinde kolaylık olması için Tablo 2.7’de sunulan stratejiler skaler ve fonksiyonel ilişkilendirmeler açısından incelenmiştir.

Tablo 2.7*Alanyazında yaygın olarak ele alınan orantısal akıl yürütme stratejileri*

Araştırmalar	Stratejiler
Bart vd. (1994) Cramer ve Post (1993) Cramer vd. (1993)	İçler-Dışlar Çarpımı Algoritması Stratejisi
	Denk Kesir Stratejisi
	Denklik Sınıfı Stratejisi
	Değişim Çarpanı Stratejisi
	Birim Oran Stratejisi
Ben-Chaim vd. (1998) Parker (1999)	Artırma Stratejisi
Lamon (1994)	Yüzde Stratejisi

Önceden belirtildiği gibi ilişkilendirmeler Freudenthal (1983) tarafından içsel ve dışsal, Vergnaud (1988) tarafından skaler ve fonksiyonel olarak ele alınmıştır. Vergnaud (1988) tarafından yapılan bu sınıflandırma daha sonra Lamon (1994) tarafından “kendi içinde” ve “aralarında” stratejileri başlıkları altında da çalışılmıştır. Bu doktora çalışmasında Vergnaud (1988) tarafından yapılan araştırma referans alınarak stratejilerdeki çarpımsal ilişkiler irdelenmiştir. Yapılan incelemelerden birim oran ve artırma stratejilerinin aynı zamanda Van Dooren vd. (2010) tarafından da ele alındığı ve bu çalışmada da benzer yorumlara varıldığı anlaşılmıştır.

İçler dışlar çarpımı stratejisi:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \quad \chi = \frac{c.b}{a} \quad \frac{3 \text{ Kitap}}{30 \text{ Dolar}} = \frac{9 \text{ Kitap}}{x} \quad \chi = \frac{30 \text{ Dolar} \cdot 9 \text{ Kitap}}{3 \text{ Kitap}}$$

Kurulan ilişki;

$$\frac{3 \text{ Kitap}}{30 \text{ Dolar}} = \frac{9 \text{ Kitap}}{x} \quad \text{şeklinde ise skaler ilişki kurulmaktadır.}$$

$f(\lambda.x) = \lambda \cdot f(x)$ $\lambda \in \mathbb{R}$ ilişkisi kurulmaktadır.. $\{\text{Fiyat}(3.3 \text{ Kitap}) = 3 \cdot \text{Fiyat}(3 \text{ Kitap})\}$

Kurulan ilişki;

$$\left[\frac{3 \text{ Kitap}}{30 \text{ Dolar}} = \frac{9 \text{ Kitap}}{x} \right] \text{şeklinde ise fonksiyonel ilişki kurulmaktadır.}$$

$f(x) = ax$ ilişkisi kurulmaktadır. $\{f(3) = 10.3 \text{ (30 dolar)} \text{ ve } f(9) = 10.9 \text{ (90 dolar)}\}$

Yukarıda değinilen ve içler dışlar çarpımı stratejisinin aslında öğrencinin anlayışına bağlı olarak skaler ilişkide değişim çarpanı stratejisine, fonksiyonel ilişkide birim oran stratejisine dönüştüğü Post vd.’nin (1988) araştırmasındaki tespitlerle örtüşmektedir.

Birim oran stratejisi:

3 kitap 30 dolar ise her kitap 10 dolardır ve 9 kitap 90 dolar eder çünkü

$$9 \text{ Kitap} \cdot 10 \frac{\text{Dolar}}{\text{Kitap}} = 90 \text{ Dolar'dır.}$$

Burada ilk önce $30 = f(3) = 3.a$ fonksiyonel ilişkisi kurulmaktadır.

Ardından $f(\lambda.1) = \lambda \cdot f(1)$ $\lambda \in \mathbb{R}$ ilişkisi kurulmaktadır. $\{Fiyat(9.1 \text{ Kitap}) = 9 \cdot Fiyat(1 \text{ Kitap})\}$

Yapılan incelemeden birim oran stratejisinde fonksiyonel ilişkinin gerekli olduğu anlaşılmaktadır.

Değişim çarpanı stratejisi:

9 kitap 3 kitabın 3 katıdır. Öyleyse 3 kitap katı $\cdot 30$ dolar = 90 dolardır. Şekil 2.5 değişim çarpanı stratejisinde ilişkilendirme yolunu göstermektedir.

Şekil 2.5 Değişim çarpanı stratejisinde ilişkilendirme yolu



$f(\lambda.x) = \lambda \cdot f(x)$ $\lambda \in \mathbb{R}$ ilişkisi kurulmaktadır. $\{Fiyat(3.3 \text{ Kitap}) = 3 \cdot Fiyat(3 \text{ Kitap})\}$

Yapılan incelemeden değişim çarpanı stratejisinde skaler ilişkinin gerekli olduğu anlaşılmaktadır.

Denk kesir stratejisi:

$\frac{3 \text{ Kitap}}{30 \text{ Dolar}} = \frac{9 \text{ Kitap}}{x \text{ Dolar}}$ şeklindeki bir eşitlikten x bulunmaya çalışılır. Bu strateji $\frac{3}{30}$

kesrinin sonucu 1 olan $\frac{n}{n}$ formundaki kesirlerden biriyle çarpılmasıyla diğer kesirde pay olan 9'un bulunmasına dayanır. Burada oranlardaki birimler dikkate alınmaz.

Çözümde $\frac{3}{30} \equiv \frac{9}{x}$ olarak düşünülür ve $\frac{3}{30} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{90}$ elde edilir. Bu nedenle $x = 90$ dolardır şeklinde bir sonuca varılır.

$f(\lambda.x) = \lambda \cdot f(x)$ $\lambda \in \mathbb{R}$ ilişkisi kurulmaktadır. $\{Fiyat(3.3 \text{ Kitap}) = 3 \cdot Fiyat(3 \text{ Kitap})\}$

Yapılan incelemeden denk kesir stratejisinde skaler ilişkinin gerekli olduğu anlaşılmaktadır.

Denklik sınıfı stratejisi:

$\frac{3}{30} \equiv \frac{6}{60} \equiv \frac{9}{90}$ şeklindeki bir denklikten yararlanılarak bilinmeyen bulunmaya çalışılır. $x = 90$ dolar olarak bulunur. Verilen oranlar kesir olarak ele alınır ve istenen oran çifti bulunana kadar bir eşdeğer kesir sınıfı oluşturulur.

$f(\lambda.x) = \lambda \cdot f(x)$ $\lambda \in \mathbb{R}$ ilişkisi kurulmaktadır. {Fiyat(2.3 Kitap) = 2. Fiyat(3 Kitap)}

$f(\lambda.x) = \lambda \cdot f(x)$ $\lambda \in \mathbb{R}$ ilişkisi kurulmaktadır. {Fiyat(3.3 Kitap) = 3. Fiyat(3 Kitap)}

Yapılan incelemeden denklik sınıfı stratejisinde skaler bir ilişkinin gerekli olduğu anlaşılmaktadır.

Artırma stratejisi:

Artırma stratejisi, problemde verilen oran çifti ile başlamayı ve istenen çift üretilinceye kadar eşdeğer çiftler oluşturmayı içerir. Bu stratejinin “liste yapma” ve “örüntü arama” stratejisi şeklinde farklı isimlendirmeleri yapılabilir (Ben-Chaim vd., 1998; Parker, 1999). 3 Kitap = 30 Dolar olduğundan 6 Kitap = 60 Dolar’ dır. 9 Kitap = 6 Kitap + 3 Kitap ve 60 Dolar + 30 Dolar’ dır. Öyleyse 9 Kitap = 90 Dolar’ dır.

Artırma stratejisi Vergnaud (1988) tarafından doğrudan ele alınmış ve şu şekilde karakterize edilmiştir; $f(\lambda.x + \lambda'.x) = \lambda \cdot f(x) + \lambda' \cdot f(x)$ λ ve $\lambda' \in \mathbb{R}$. Bu stratejide de skaler bir ilişki kurulmaktadır. {Fiyat(1.3 Kitap + 2.3 Kitap) = 1. Fiyat (3 Kitap) + 2. Fiyat(3 Kitap)}

Yüzde:

Yüzdenin alanyazında orantısal akıl yürütme stratejileri arasında sayılmadığı görülmekle birlikte yapılacak araştırmada öğrenciler tarafından kullanılma ihtimaline karşı incelenmesi kararlaştırılmıştır. Yüzde gösterimi parça-parça / parça-bütün yaklaşımları ile yapılmış olması fark etmeksizin birimsiz oran olarak kabul edilmektedir (Karagöz-Akar, 2013). Lamon (1994) yüzde stratejisini skaler ve fonksiyonel ilişkiler açısından incelemiş ve skaler ilişkilendirme kullanıldığını belirlemiştir. Yüzde stratejisine ek olarak ondalık gösterim ile ortaya konulan oranların birimli ya da birimsiz oran olduklarının belirlenmesinin birimlerin yazılmasına bağlı olduğu belirtilmelidir (Parker ve Leinhardt, 1995; Karagöz-Akar, 2013).

Yapılan tüm incelemeler Tablo 2.8’de özet halinde aktarılmıştır. Tablo orantısal akıl yürütme stratejilerinin gerektirdikleri ilişkilendirme türlerini gösterecek şekilde düzenlenmiştir.

Tablo 2.8

Orantısal akıl yürütme stratejilerinde yapılan ilişkilendirmenin türü

Strateji	Yapılan ilişkilendirme
İçler dışlar çarpımı stratejisi	Yapılan akıl yürütmeye bağlı olarak skaler veya fonksiyonel olabilir.
Birim oran stratejisi	Önce fonksiyonel ilişki, ardından skaler ilişki kurulmaktadır.
Değişim çarpanı stratejisi	Skaler ilişki kurulmaktadır.
Denk kesirler stratejisi	Skaler ilişki kurulmaktadır.
Denklik sınıfı stratejisi	Skaler ilişki kurulmaktadır.
Artırma stratejisi	Skaler ilişki kurulmaktadır.
Yüzde	Skaler ilişki kurulmaktadır.

2.1.6.3 İncelenen araştırmalarda orantısal akıl yürütme stratejilerinin orantısal akıl yürütme düzeylerine göre dağılımı

Orantısal akıl yürütme stratejilerinin SOLO Taksonomisine uygun oluşturulacak istatistiksel akıl yürütme modelinde düzeylere dağılımının yapılabilmesi için öncelikle orantısal akıl yürütmede hangi düzeylerde görüldüklerinin anlaşılması gerekmektedir. Bu nedenle yukarıda ele alınan Pittalis vd. (2003), Langrall ve Swafford (2000) ve Lamon (1993) araştırmalarında sunulan bazı örnek durumlar aynen aktararak bu stratejilerin kullanımını araştırmacıların kendi çerçevelerinde hangi düzeylerde görüldükleri daha net anlaşılmasına çalışılmıştır. Örnek bir durum tespit edilememesi durumunda sunulan tablolara bakılacak oradan da bir belirleyiciye ulaşılamazsa bir fikir sunulmadığı şeklinde değerlendirilmiştir.

İçler dışlar çarpımı stratejisi: Tablo 2.5’ten de anlaşılacağı gibi Langrall ve Swafford’un (2000) araştırmasında içler dışlar çarpımı stratejisi 3. yani formel orantısal akıl yürütme düzeyinde görülmektedir. Diğer iki araştırmada bu strateji için herhangi bir örnek sunulmamıştır. Fakat Lamon (1993) bu stratejiye geçilmeden önce öğrencilere çarpımsal durumları keşfetme ve toplamsal ve göreceli perspektifleri koordine etme fırsatı verilmesi gerektiğini belirtmektedir.

Birim oran stratejisi: Lamon (1993) araştırmasında birim oranın nitel orantısal akıl yürütme düzeyinde başladığı belirtilmektedir. Langrall ve Swafford’a (2000) göre birim

oran stratejisi 2. düzey yani nicel akıl yürütme düzeyinde ele alındığı anlaşılmaktadır. Pittalis vd. (2003) araştırmasında ise birim oran stratejisinin çok yönlü yapı-yöntemsel düzeyinde yaygın olarak kullanıldığını belirtmektedir. Üç araştırmada da birim oran stratejisinin en üst düzeyden bir aşağıdaki düzeye tekabül ettiği anlaşılmaktadır.

Değişim çarpanı stratejisi: Pittalis vd. (2003) araştırmasında bu stratejide yapılan akıl yürütmeye göre Tek-Yönlü Yapı-Tek Sıralı Çarpımsal ya da İlişkisel Yapı- Formel Seçici düzeyinde ele alınmaktadır. Skaler çarpan stratejisi Langrall ve Swafford'a (2000) göre 2. düzey yani nicel akıl yürütme düzeyinde ele alınmıştır.

Denk kesirler stratejisi: Langrall ve Swafford (2000), Tablo 2.5'ten de anlaşılabilirliği gibi denk kesirlerin kullanımının 2. (nicel akıl yürütme) ve 3. (formel orantısal akıl yürütme) düzeylerde gerçekleşebileceğini belirtmekle birlikte bunun tam bir anlayışla 3. düzeyde gerçekleştiğine makalede değinmişlerdir.

Denklik sınıfı stratejisi: Langrall ve Swafford (2000) denk kesir kümeleri oluşturabilen öğrencilerin bile çoğu zaman eşdeğer oranlardaki değişmezliği tanımakta güçlük çektiğini belirtmektedir. Bununla birlikte araştırmacılar değişken ve değişken olmayan ilişkileri anlamayı en üst düzeye yani formel orantısal akıl yürütme düzeyine yerleştirmektedirler. Buradan denk kesirleri veya denklik sınıflarını değişken ve değişken olmayan ilişkiler bağlamında ele alabilen öğrencilerin en üst düzeyde değerlendirilebileceği çıkarımı yapılabileceği düşünülmektedir.

Artırma stratejisi: Lamon (1993) araştırmasında verilen bir örnek durumda ilişkisel düşünmeden yoksun bir örüntü kurmanın yapısal olmayan stratejiler düzeyinde ele alındığı görülmektedir. Sunulan örnekte öğrenci saatin 2, 4, 6... şeklinde ilerlediğini buna karşılık yolun 108, 216, 324... şeklinde ilerlemesi gerektiğini belirtmiştir. Araştırmada artırma stratejisine doğrudan değinilmemiş olup öğrenci tarafından kurulan ilişki bazı kaynaklarda ele alındığı şekliyle (Parker, 1999) artırma stratejisini andırmaktadır.

Artırma stratejisi için Parker (1999), Tournaire (1986), Ben-Chaim vd. (1998) ve Vergnaud (1988) tarafından sunulan üç yaklaşımda da temelde ardışık toplamaya dayalı akıl yürütme uygulanmakta olduğu anlaşılmaktadır. Fakat akıl yürütme ile desteklenebilen bir artırma stratejisi Van Dooren vd. (2010) araştırmasında değinildiği gibi problem durumunun çarpımsal karakterini uygun şekilde ele aldığından çarpımsal bir strateji olarak kabul edilebilmektedir. Uygun ve yeterli bir akıl yürütme ile

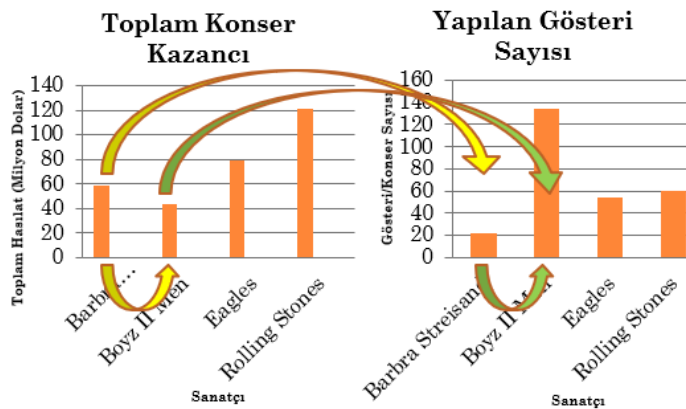
desteklenerek uygulanan bu stratejinin Langrall ve Swafford (2000) araştırmasında 2. düzeyde yani nicel akıl yürütme düzeyinde ele alındığı görülmektedir.

2.1.6.4 Bu doktora çalışmasında orantısal akıl yürütme stratejilerinin istatistiksel akıl yürütme düzeylerine dağılımı

Araştırmanın problem bölümünde Mooney (2002) modelinde birimli oran ve birimsiz oran ayırma yer verilmediğine dikkat çekilmişti. Mooney (2002) modeline göre veriler arasını okumanın analitik düzeyinde “veri grupları içinde ve arasında kısmi ve genel karşılaştırmalar yapılır” ve orantısal akıl yürütmenin Analitik düzeyinde “görelî ve orantısal akıl yürütme kullanılır” denilmektedir (Jones vd., 2004, s. 105). Aşağıda bir örnek üzerinde veri gruplarının farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler olduğu durumlarda oranın veri grubu içinde ilişkilendirme yapılarak kavranmasıyla farklı veri grupları arasında ilişkilendirme yapılarak kavranması arasındaki fark görselleştirilmeye çalışılmıştır. Şekil 2.6 bu örnek durumu göstermektedir.

Şekil 2.6

Jones vd. (2004) araştırmasında sunulan "En İyi Konser Görevi" örneği üzerinden skaler ve fonksiyonel ilişkilendirmenin betimlenmesi



Not. Üstteki oklar fonksiyonel, alttaki oklar skaler ilişkilendirmeyi göstermektedir.

Şekil 2.6'dan da görülebileceği gibi Mooney (2002) modelinin Jones vd. (2004) çalışmasında aktarıldığı şekline göre bu iki ilişkilendirme yolu ve dolayısıyla birimsiz ve birimli oran kavramları arasındaki fark ayırt edici bir konumda değildir. Oysa orantısal akıl yürütme ve istatistiksel akıl yürütme ile ilgili yapılan inceleme fonksiyonel ilişkilendirme yapan (birimli oran kavramına sahip) öğrencilerin farklı ölçme uzaylarına ait veri grupları arasında verileri çarpımsal olarak ilişkilendirdikleri (Kaput ve West, 1994; Thompson, 1994) anlaşılmaktadır. Bu durum fonksiyonel ilişkilendirme yapan

öğrencilerin skaler ilişkilendirme yapanlara göre istatistiksel akıl yürütmede daha üst düzeyde sayılabileceklerine işaret etmektedir. Bununla birlikte genelleştirilmiş (veya içselleştirilmiş) birimli oran kavramına (Kaput ve West, 1994; Thompson, 1994) sahip olan öğrencilerin verilerin ötesini okuma bağlamında değerlendirilebileceği hipotezinin kurulabileceği de anlaşılmaktadır.

Orantısal akıl yürütmenin başlı başına ele alınan geniş bir alan olduğu dikkate alındığında istatistiksel akıl yürütme için sunulan genel modellerde çalışıldığı kadarının yetersiz olabileceği düşünülmektedir. Kavramsal çerçevenin önceki bölümlerinde alanyazında önceden sıkça çalışılan ve neredeyse standardize olmuş bazı stratejiler fonksiyonel ya da skaler yaklaşıma sahip olması açısından alanyazına dayandırılarak sınıflandırılmış ve kullanılan araştırmalar bağlamında hangi düzeylerde görüldüğü ele alınmıştır. Yapılan alanyazın çalışması öğrencilerin grafik üzerinde veya grafiğe dayanarak bu stratejileri kullanımlarına göre Tablo 2.9'daki gibi dağılım gösterebileceğini ortaya koymaktadır.

Tablo 2.9

Grafik üzerinde ya da grafiğe dayanarak orantısal akıl yürütme stratejilerinin kullanımı

Stratejiler	İlişki türü	Oran kavramı
İçler dışlar çarpımı stratejisi	Fonksiyonel	Genelleştirilmiş birimli oran
Birim oran stratejisi	Fonksiyonel	Genelleştirilmiş birimli oran
İçler dışlar çarpımı stratejisi	Fonksiyonel	Durumsal birimli oran
Birim oran stratejisi	Fonksiyonel	Durumsal birimli oran
İçler dışlar çarpımı stratejisi	Skaler	Birimsiz oran
Değişim çarpanı stratejisi, Denk kesirler stratejisi, Denklik sınıfı stratejisi, Artırma stratejisi, Yüzde stratejisi	Skaler	Birimsiz oran

Önceki başlıklar altında yapılan değerlendirmeler stratejilerin ilk dördünün yani fonksiyonel ilişki kurulanların skaler ilişki kurulanlara göre istatistiksel akıl yürütmede daha üst düzeyde kabul edilebileceği hakkında fikir vermektedir. Ayrıca fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına uygun gerçekleştirilmesinin de durumsal birimli oran kavramına uygun gerçekleştirilmesinden istatistiksel akıl yürütmede daha üst düzeye sahip olmayı işaret edebileceği de belirtilebilir. Bu iki hipotez sonraki başlık altında ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Araştırmada sunumun kolaylaştırılması için içler dışlar çarpımı ve birim oran

stratejilerine fonksiyonel ilişkilendirme gerektirenler, kalanlara ise fonksiyonel ilişkilendirme gerektirmeyenler olarak atıfta bulunulmuştur.

2.1.6.5 Kurulan hipotezlerin ardındaki dayanaklar

Bir önceki başlıkta fonksiyonel ilişkilendirme yapan (birimli oran kavramına sahip olan) öğrencilerin skaler ilişkilendirme yapanlara (birimsiz oran kavramına sahip olanlara) göre ve genelleştirilmiş (ya da içselleştirilmiş) birimli oran kavramına sahip olanların ise durumsal birimli oran kavramına sahip olanlardan istatistiksel akıl yürütmede daha üst düzeyde kabul edilmeleri gerektiği hipotezleri kurulmuştu. Bu iki hipotez bu başlık altında alanyazınla desteklenmeye çalışılmıştır.

Orantısal akıl yürütme alanyazınında skaler (birimsiz oran) ve fonksiyonel (birimli oran) ilişkilendirmenin akıl yürütmede önemli olduğunun belirtildiği fakat bunlar arasında bir üstünlüğe vurgu yapılmadığı anlaşılmaktadır (Karagöz-Akar, 2019; Noelling, 1980a, 1980b; Thompson, 1994). Bu doktora çalışmasında her iki ilişkilendirme Biggs ve Collis'in (1982, 1991) ilişkisel yapı düzeyinde değerlendirilmiş fakat fonksiyonel ilişkilendirme yapanların daha üst düzeyde bir akıl yürütme gerçekleştirdiği kabul edilmiştir. Bu kabulün nedenleri şu şekilde sıralanabilir;

- Kavramsal çerçevede ele alınan ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerini belirlemeye yönelik oluşturulan çerçevelerde fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejilerin genellikle daha üst düzeylerde görülmesi.
- Freudenthal'ın (1978) içsel (skaler) ve dışsal (skaler) ayırımı ile kendi yaptığı “kendi içinde” ve “aralarında” ayırımıyla benzerlik ve farklılığı ele alan Noelling'in (1980b) bu ayırımın konudaki iki farklı bilişsel süreçten kaynaklandığını belirtmesi. Bu bilişsel süreçler;
 - “Belirli türden bir öğenin değişimi ile benzer öğelerin asimilasyonu: $a \rightarrow c$, $b \rightarrow d$;
 - Yeni bir kavram inşası ile farklı öğeler arasında ilişki kurulmasıdır: aRb , cRd ,” (Noelling, 1980b, s. 344).

Her zaman olmasa da farklı kümelerden elemanların oranlanmasına dayalı oluşturulan ortalama yeni kavramın Tabart vd. (2005) tarafından yapılan değerlendirme de dikkate alındığında istatistiksel akıl yürütmede önemli bir yere sahip olacağı düşünülmektedir. Mooney (2002) ve Jones vd. (2004) araştırmalarına sunulan en iyi konser turu

problemünde ortalama, “başarı” kavramına ilişkin bir ölçüt olarak değerlendirilmiştir. Fakat başarı kavramı konserlerden elde edilen paranın yapılan konser sayısına oranına dayalı tanımlanmamaktadır.

- Freudenthal’ın (1978, 1983) içsel ve dışsal ayırımında değindiği sayı-büyüklik ayırımının orana dayalı ortalama önemli olduğu anlaşılmaktadır.
- Önde gelen Yeni-Piagetçilerden Robbie Case ve Kurt Fischer gelişimin bazen evre gibi bazen değil, bazen genel bazen alana özgü görüldüğü konusunda fikir birliği içindedirler (Miller, 2017). Bununla birlikte Case’in (1985) bilişsel değişimleri işleyen belleğe atfettiği belirtilebilir (Miller, 2017). Bu iki bilgi birlikte ele alındığında herhangi bir alanda gerçekleşen gelişmenin işleyen bellekle ilişkili olabileceği düşünülebilir. Biggs ve Collis’in (1982, 1991) bu düşünceden yola çıktıkları anlaşılabilmektedir. Nitekim Biggs ve Collis (1982) kendi araştırmalarına ve diğer Yeni-Piagetçi araştırmacılara dayanarak kapasiteyi (kullanılabilir işleyen belleği) yaptıkları taksonominin ölçütleri arasında göstermişlerdir. Bu ölçüte göre üst düzey bir cevap vermek aynı anda daha fazla şeyi düşünmeyi gerektirdiğinden daha yüksek kapasitede işleyen bellek gerektirmektedir (Biggs ve Collis, 1982). Bilişsel psikolog Goldstein (2020) işleyen belleği akıl yürütme, öğrenme ve kavrama gibi karmaşık görevlerin geçici bir şekilde depolanmasına ve bilgilerin manipülasyonuna olanak veren kısıtlı kapasiteli bir sistem olarak tanımlamaktadır. Bilişsel psikoloji alanındaki araştırmalar çalışma belleği kapasitesinin kişiden kişiye değişebildiğini ve akıl yürütme ve zekâ ile ilişkili olduğunu göstermektedir (Goldstein, 2020; Smith ve Kosslyn, 2017). Bütün bu değerlendirmeler fonksiyonel ilişkilendirme yapan öğrencilerin orana dayalı ortalama gerektiren bir istatistiksel akıl yürütme görevinde iki veri kümesini aynı anda yeni bir kavram geliştirerek kullanmasından dolayı daha üst bir akıl yürütme gerçekleştirdiği şeklinde değerlendirilebileceğini göstermektedir.
- Thompson (1994) içselleştirilmiş birimli oranın Piaget’nin yansıtıcı soyutlama kavramıyla açıklayacağını belirtmekte ve bu oran kavramının geliştirilmesi için artırma stratejisinden faydalanılabileceğini söylemektedir. Yansıtıcı soyutlama, yapıcı olan ve belirli yasaların yeni anlamlar kazandığı yeni sentezlerle sonuçlanan farklı bir genellemeye yol açar (Piaget ve Garcia, 1983’ten aktaran Dubinsky, 2002). Aynı soyutlama tarzı belirli bir düşünce düzeyindeki zihinsel

veya fiziksel eylemlerden özellikler oluşturmayı (Beth ve Piaget 1966'dan aktaran Dubinsky, 2002) ve bir formu içeriğinden ayırmayı içerir (Piaget, 1972'den aktaran Dubinsky, 2002). Konuyla ilgili detaylı bilgi için Zekâ Psikolojisi (Piaget, 2016), Çocukta Karar Verme ve Akıl Yürütme (Piaget, 2017) ve Çocuk Psikolojisi (Piaget ve Inhelder, 2016) gibi Türkçe çeviri kaynaklara da başvurulabilir.

Açıklamalardan anlaşılacağı gibi içselleştirilmiş birimli oran aslında verilerden verilmeyeni görebilmekle açıklanabilir. Dolayısıyla içselleştirilmiş birimli oran (ya da genelleştirilmiş birimli oran) kavramı Curcio'ya (1981, 1987) göre verilerin ötesini okumada ve SOLO Taksonomisine göre soyutlanmış yapıda görülebilir.

2.1.7 İstatistiksel akıl yürütmenin belirlenmesinde kullanılan değerlendirme çerçeveleri

Bu doktora çalışmasında istatistiksel akıl yürütme soru maddelerinin hazırlanmasında Mooney (2002) araştırmasında uygulandığı şekliyle Curcio'nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesinden faydalanılmıştır. Öğrencilerin değerlendirilmesinde ise araştırmacı tarafından hazırlanan SOLO Taksonomisine (Biggs ve Collis, 1982, 1991) dayalı modelden yararlanılmıştır. Öğrenciler maddelere ayrı ayrı verdikleri cevaplara göre değil bir bütün halinde değerlendirilmiştir. Bu bölümde önce soru maddelerinin hazırlanmasına kaynaklık eden Curcio'nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesi ardından değerlendirmeye kaynaklık eden SOLO Taksonomisi tanıtılmıştır. Son olarak araştırmacının bu çerçeveleri nasıl ilişkilendirdiği ve neden kullandığı üzerinde durulmuştur. Hazırlanan model ve pilot uygulama ile üzerinde yapılan düzenlemeler yöntem kısmında sunulmuştur.

2.1.7.1 Grafiği kavrama çerçevesi

İstatistiksel akıl yürütme alanyazını incelendiğinde Curcio (1981, 1987) araştırmalarında şekillendirilen ve Friel ve Brigt (1995, 1996), Friel vd. (1997), Curcio ve Artzt (1997), Friel vd. (2001), Watson ve Moritz (1999b) gibi önemli araştırmalarda kullanılan ve daha sonra Jones vd. (2000), Mooney (2002) tarafından istatistiksel akıl yürütme modellerinin oluşturulmasında kullanılan grafiği kavrama çerçevesiyle karşılaşılmaktadır. Bu çerçeveye göre verileri, veriler arasını ve veriler ötesini okuma olmak üzere üç düzeyde soru yöneltilecek öğrencilerin grafiği kavrama düzeyi belirlenir.

Verileri okuma: Verilerin, başlığın ve eksen birimlerinin grafik üzerinden birebir ve doğrudan okunması ve verilerle görüntü arasında doğrudan bağlantılar kurulması olarak karakterize edilmektedir. Bu nedenle bu düzeyin tespitinde cevapları doğrudan grafik üzerinden tespit edilebilen sorular sorulur. Friel vd. (2001) araştırmasında grafik bileşenlerini tanıma ve grafiklerin dilini konuşma bu düzey ile ilişkilendirilmiştir. Bu düzeyi belirleyen sorulara “Grafikten hangi bilgilere ulaşabiliyorsun?” (Mooney, 2002, s. 26) ve “İsminde on üç harf bulunan kaç öğrenci vardır?” (Friel vd., 1997, s. 226) örnek olarak verilebilir.

Veriler arasını okuma: Veri gruplarında sunulan bilgilerin yorumlanmasını ve bütünleştirilmesini içermektedir. Bu düzey karşılaştırma yapmayı (en büyük, en kısa, en uzun, en küçük... vb.) ve matematiksel kavram ve becerileri (örn. toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) kullanmayı içerir. Öğrencilerden grafik olarak sunulan veriler arasındaki ilişkileri tanımlamaları beklenmektedir. Başlangıç halinden farklı olarak daha sonra Friel ve Bright (1996) ve Friel vd. (1997) interpolasyon kavramını bu düzeyle ilişkilendirmişlerdir. İnterpolasyon, mevcut bilgilerden yola çıkılarak içsel yeni bilgiler oluşturmak olarak anlaşılmıştır. Friel vd. (2001) araştırmasında tablolar, grafikler ve veriler arasındaki ilişkileri anlamak ve kişiselleştirmeden kaçınarak ve objektif duruşu sürdürerek grafiği anlamak bu düzey ile ilişkilendirilmiştir. Bu düzeyi belirleyen sorulara “Bay Smith’in sınıfında kaç öğrenci vardır?” (Watson ve Moritz, 1999b, s. 23) ve “En uzun kimdir?” (Curcio, 1987, s. 385) örnek olarak verilebilir.

Veriler ötesini okuma: Öğrencilerin verilerden genişletme yapmalarını, tahminde ve çıkarımda bulunmalarını ya da hâlihazırda bulunmayan veya yazılı bir yerden yorumlanma olanağı olmayan bilgiler için mevcut şemada değişiklik yapmalarını gerektiren anlamadır. Friel ve Bright (1995) bu düzeyde öğrencinin grafikle ilgili bir soru hakkında ve ön bilgi gerektiren bir cevabı vermesinin beklendiğini belirtmektedir. Başlangıç halinden farklı olarak daha sonra Friel ve Bright (1996) ve Friel vd. (1997) ekstrapolasyon kavramını bu düzeyle ilişkilendirmişlerdir. Ekstrapolasyon, mevcut bilgilerden yola çıkılarak dışsal yeni bilgiler oluşturmak olarak anlaşılmıştır. Tahmin etmek ya da verilerden bilinmeyene ulaşmak şeklinde anlamlar da yüklenebileceği düşünülmektedir. Genişletme anlamı yüklendiği de olmaktadır. Bu düzeyi belirleyen sorulara “Öğrenciler bir kutu kuru üzüm daha açarsa, kaç tane kuru üzüm bulmayı bekleyebilirler? Neden böyle düşünüyorsun?” (Friel ve Bright, 1995, s. 18; 1996, s. 16),

“Nüfusu 29 100 000 olsaydı Kanada’nın kaç tane alan kodu olurdu?” (Mooney, 2002, s. 28) ve “Görsel sana neyi anlatmıyor” (Jones vd., 2000, s. 277) örnek olarak verilebilir.

2.1.7.2 SOLO Taksonomisi

SOLO taksonomisi, gözlenebilir öğrenme çıktılarının yapısını açıklamak amacıyla ortaya atılmış bir modeldir. Taksonominin düzeyleri öğrencinin probleme verdiği cevabın veya akademik bir görevi gerçekleştirirken gösterdiği performansın değerlendirilmesinde kapsamlı bir çerçeve sunmaktadır (Çetin ve İlhan, 2016). Biggs ve Collis (1982, 1991) tarafından ortaya konulmuş beş düzeyli bir yapıdır (Wadhwa, 2008). Bu beş düzey yapıöncesi (Prestructural), tek yönlü yapı (unistructural), çok yönlü yapı (multistructural), ilişkisel yapı (relational) ve soyutlanmış yapı (extended abstract) olarak isimlendirilmekte ve öğrencinin bir soruya yanıtını beş farklı şekilde cevap verebileceği anlamına gelmektedir (Lucas ve Mladenovic, 2009). Bu beş düzey Çetin ve İlhan’dan (2016, s. 861-879) da faydalanılarak alanyazın bağlamında aşağıda özetlenmiştir.

Yapı Öncesi: Bu düzeyde öğrenciler ele alınan koyu hiç anlamamakta ya da çok az anlamaktadır (Biggs, 1995). Durumun cevapla ilgisiz kısımları öğrencinin dikkatini toplamasına engel olmakta ve onu yanlış yönlendirmektedir (Biggs ve Collis, 1991). Verilen cevabın problemle pek bir ilgisi bulunmamakta (Brabrand ve Dahl, 2009) ve ileri sürülen fikirler problemin çözümü için herhangi bir fayda sağlamamaktadır (Leung, 2000).

Tek Yönlü Yapı: Bu düzeydeki öğrenciler problemi yüzeysel ele almakta (Leung, 2000), çalışılan konu ile ilgili terminolojiyi kullanabilmekte (Wadhwa, 2008) ve basit düzeydeki işlemleri uygulayabilmektedir (Brabrand ve Dahl, 2009). Ancak bu öğrenciler problemin tek bir yönüne odaklanmakta (Jaques ve Salmon, 2007) ve probleme tutarsız yanıtlar verebilmektedir (Leung, 2000).

Çok Yönlü Yapı: Bu düzeyde öğrenci problem ya da konuya ilişkin ana noktaları göz önünde bulundurabilir ve çeşitli yönlerini görebilir (Çetin ve İlhan, 2016). Fakat bu yönler arasında bağlantılar kuramamakta (Biggs ve Collis, 1991) ve bu yönleri birbirinden bağımsız düşünmektedir (Padiotis ve Mikropoulos, 2010). Bilinenlerin yalnızca listelenmesi söz konusudur (Jimoyiannis, 2013). Neden sonuç ilişkileri bu düzeyde kurulamamaktadır (Kanuka, 2011).

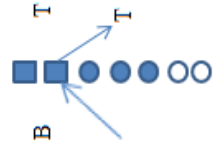
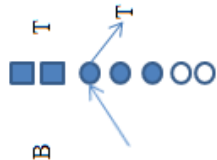
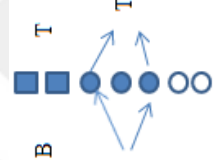
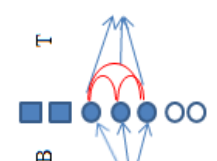
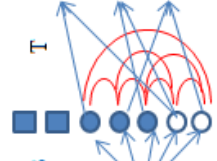
İlişkisel Yapı: Öğrenci bu düzeyde konu ya da probleme dair bileşenleri tutarlı bir bütün oluşturacak şekilde ilişkilendirebilmektedir (McGill, 2013). Öğrenci elde ettiği sonucu benzer bir problem ya da duruma uygulayabilmekte (Lucas ve Mladenovic, 2009), mevcut bilgiler dâhilinde genellemeler yapabilmekte ve sonuca ulaşabilmektedir (Lake, 1999).

Soyutlanmış Yapı: Taksonominin en üst düzeyidir. Bu düzeyde önceki düzeyde anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde birleştirilen parçaların üst düzey bir soyutlamayla yeniden yapılandırılması söz konusudur (Law vd., 2011). Mevcut bilgilerin ötesinde bağlantılar kurulabilmektedir (Wilmot, 2008). Alternatif yaklaşımların farkına varılır ve farklı ve yeni fikirler ileri sürülür (Lake, 1999).

Yukarıdaki düzeyler Çetin ve İlhan (2016, s. 865) ve Biggs ve Collis (1982, s. 24-25) çalışmalarından uyarlanan Tablo 2.10’da özetlenmiştir.

Tablo 2.10

SOLO Taksonomisinin düzeyleri ve bu düzeylerin gösterge fiilleri

SOLO düzeyleri	Niteliksel artış ve yüzeysel öğrenme			Niteliksel artış ve derin öğrenme	
	Yapı öncesi	Tek yönlü yapı	Çok yönlü yapı	İlişkisel yapı	Soyutlanmış yapı
Temel özellikleri	Öğrenilenler yanlış ya da hiçbir şey öğrenilememiştir.	Konunun yalnız bir yönü dikkate alınır.	Farklı yönler anlaşılmıştır fakat ilişkilendirilememektedir.	Farklı yönler ilişkilendirilerek anlamlı ve tutarlı bir bütün oluşturulabilmektedir.	Mevcut bilgilerin ötesinde akıl yürütülebilmekte, genellemelere ulaşılabilen ve farklı alanlara aktarılabilir.
Gösterge fiilleri	Verilenleri tekrarlamak, “bilmiyorum” demek, cevap verememek.	Açıklamak, tanımlamak, basit bir işlemi yapmak, isimlendirmek, sıralama yapmak, ezberlemek, saymak, eşleştirmek, tekrarlamak, taklit etmek.	Birleştirmek, sınıflandırmak, ayırt etmek, numaralandırmak, tanımlamak, örneklerle açıklamak, listelemek, mecazi (metaforik) konuşmalar yapmak.	Analiz etmek, karşılaştırmak, ilişkilendirmeler yapmak, farklı değişkenler arasındaki ilişkiyi kurmak, sonuçları nedenlerle açıklamak, verilen teoriyi ilgili alana uygulamak, mevcut bilgiler dâhilinde genellemeler yapmak.	Kuram oluşturmak, tahminlerde bulunmak, varsayımlarda bulunmak, değerlendirme yapmak, yansıtmak, teoriyi farklı bir alana uygulamak, tartışmak, derinlemesine incelemek.
Tepkideki (cevap) yapısı					
					

2.1.7.3 Grafiği kavrama çerçevesi ile SOLO Taksonomisi arasındaki ilişki ve kullanılma nedenleri

Curcio'nun (1981) grafiği kavrama düzeylerinin temeli Pearson ve Johnson (1978) tarafından ortaya konulan soru cevap ilişkisine dayanmaktadır. Bu soru cevap ilişkisi öğrenci ile metin arasındaki ilişkiye göre karakterize edilmektedir. Öğrenciye yöneltilen sorunun cevabının doğrudan metinden elde edildiği ve aynen aktarıldığı sorulara “satırları okuma”, sorudan yanıtı ulaşmak için gerekli en az bir mantıksal veya pragmatik çıkarım adımının bulunduğu ve hem soru hem de yanıtın metinden türetildiği sorulara “satırlar arasını okuma” ve sorunun metinden oluşturulduğu fakat ön bilgi gerektiren ve sorunun cevabının metne bağlı elde edilmediği sorulara “satırlar ötesini okuma” soruları denilmektedir (Pearson ve Johnson, 1978, s. 157-177).

Bu sınıflandırmayı grafiğe uyarlayan Curcio (1981) kurulan mekanizmayı aynı tutmuş ve zamanla eklemelerde bulunmuştur. Friel vd. (2001) tarafından bu çerçeve güçlendirilmiş ve önceden sunulan grafiği kavrama soru türleri (Bertin, 1983; Carswell, 1992; McKnight, 1990; Wainer, 1992) ile Curcio'nun (1981) soru türleri arasındaki uyum ortaya konulmuştur. Her ne kadar Moritz ve Watson (1997) ve Watson ve Fitzallen (2010) tarafından bazı nedenlerle eleştirilse de alanyazında sıklıkla kullanılmaya devam etmektedir.

İstatistik eğitimi alanyazını incelendiğinde istatistiksel akıl yürütmenin Bloom vd. (1956) çalışmasında oluşturulan taksonomiye göre daha çok kavrama düzeyinde olduğu düşüncesinin hâkim olduğu görülmektedir (Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Bloom vd.'e (1956) göre kavrama düzeyinin çevirme, yorumlama ve ekstrapolasyon (interpolasyonu kapsayacak şekilde) olmak üzere üç alt düzeyi vardır. Bu alt düzeyler ile Curcio'nun (1981) soru türleri arasındaki paralellik ikisi arasında bir ilişkinin de bulunduğunu gösterir niteliktedir. Bu düzeyler istatistiksel akıl yürütme alanyazınında grafiğe ilişkin akıl yürütme olarak nitelendirilmektedir (Biehler vd., 2018; Shaughnessy, 2007).

SOLO Taksonomisi ise Biggs ve Collis (1982) tarafından başta Bloom vd. (1956) tarafından ortaya konulan taksonomi olmak üzere mevcut ölçme ve değerlendirme çerçevelerine bir eleştiri olarak ortaya çıkmıştır. Kitapta Bloom Taksonomisi önden belirlenimli olması, açık uçlu sorulara uygun olmaması ve kavrama düzeyinin üstünde soru tasarlanmasının zor olması açılarından eleştirilmektedir (Biggs ve Collis, 1982). Biggs ve Collis (1982) SOLO Taksonomisinin öğrencilerin materyali anlamalarına dayalı

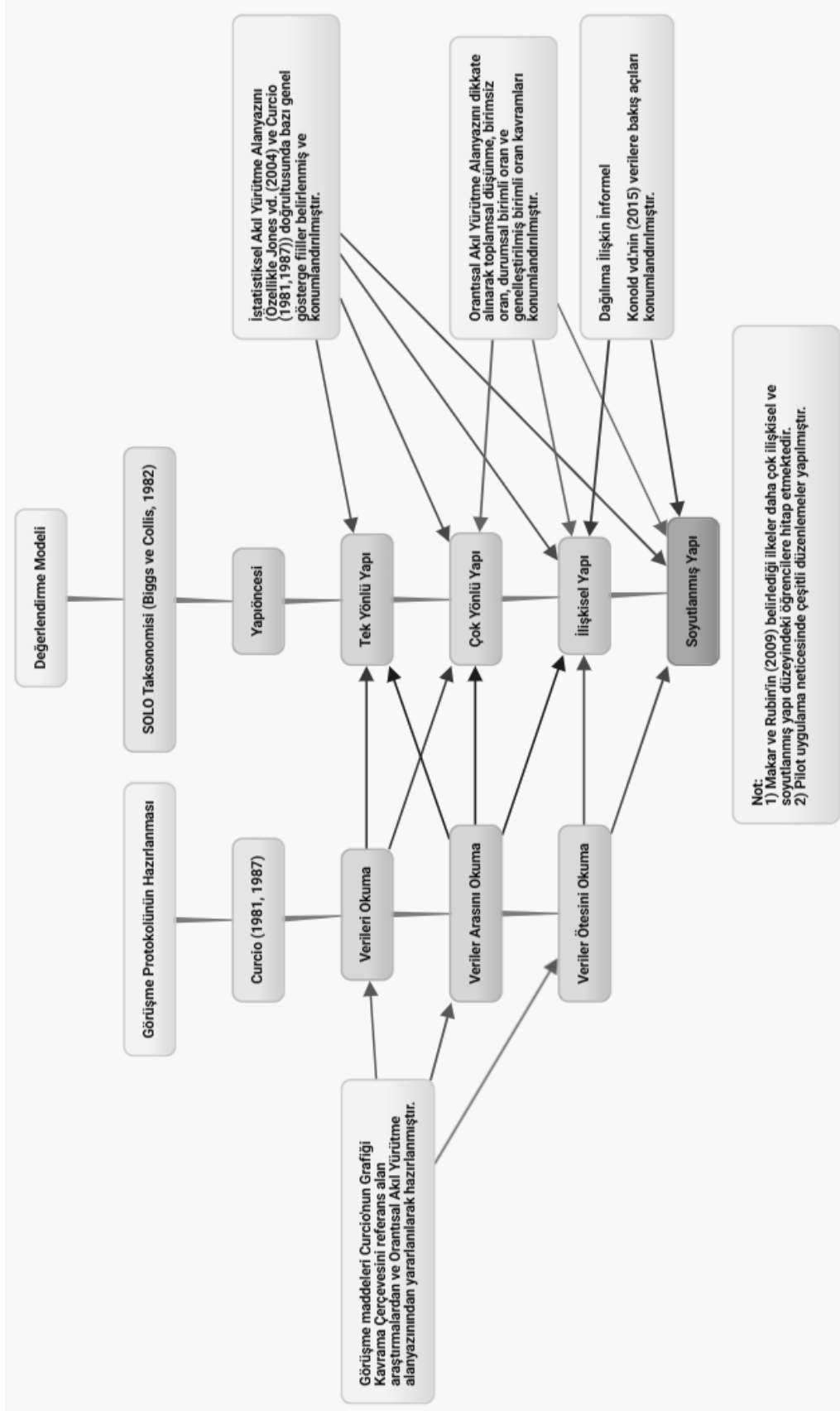
‘doğal’ olarak ortaya çıkan düzeylerle ilgilendiğini ve nitel değerlendirme odaklı olduğunu vurgulamaktadır. Araştırmacılar taksonomiye genel gelişim düzeylerine paralel olarak düzenlemişler ve hiyerarşideki değişimleri kapasite (kullanılabilir işleyen bellek), tutarlılık ve kapalılık, ilişkilendirme işlemi ve yapı değişimlerine bağlamışlardır. Hiyerarşide üst düzeylere doğru kapasite, ilişkilendirme ve tutarlılık artmakta, kapalılık azalmakta ve verili ve verilmeyen ilişkili bilgilerin kullanımına doğru bir eğilim gerçekleşmektedir.

2.1.7.4 Modelin hazırlanmasında izlenen yaklaşım

Önceki başlık altında yapılan açıklamalar ve teorik incelemeden SOLO Taksonomisinin yöneltile soruya verilen cevabın niteliğine odaklandığı bu nedenle cevapların değerlendirilmesinde uygun olabileceği düşünülmüştür. Fakat öğrencilerin verdiği cevabın niteliğinin sorulan sorunun niteliğinden ve düzeyinden bağımsız düşünölemeyeceğine kanaat getirildiğinden Curcio’nun (1981) soru türlerindeki hiyerarşi ile SOLO Taksonomisi hiyerarşisinin paralel olarak kullanılmasına karar verilmiştir. Verileri okuma sorularına soyutlanmış yapı düzeyinde ve verilerin ötesini okuma sorularına yapı öncesi düzeyde cevap beklenmesinin Curcio’nun (1981, 1987) soru türlerinin tanımları ve SOLO Taksonomisinin (Biggs ve Collis, 1982) temel prensipleri ile uyumlu olmayacağı düşünülmektedir. Bu düşöncelerden hareketle geliştirilen modelde Şekil 2.7’de sunulan yaklaşımın izlenmesi uygun görölmüştür.

Şekil 2.7

Değerlendirme modeli oluşturulurken izlenen yaklaşım



Şekil 2.7'den de anlaşılabileceği gibi görüşme protokolü maddeleri Curcio'nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesine uygun hazırlanmış fakat değerlendirme modeli SOLO Taksonomisine göre şekillendirilmiştir. Görüşme protokolü hazırlanırken orantısal akıl yürütme alanyazınından ve Curcio (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesini referans alan araştırmalardan faydalanılmıştır. Değerlendirme modeli hazırlanırken öncelikle Mooney (2002) ve Langrall vd. (2001) araştırmalarının birlikte sunulduğu Jones vd.'nin (2004) çalışmasında ve Curcio'nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesinde ortaya konulan genel belirleyici fiillerden esinlenilerek genel belirleyici fiiller oluşturulmuş ve SOLO Taksonomisine uygun şekilde konumlandırılmıştır. Ardından orantısal akıl yürütme alanyazınında ele alınan toplamsal düşünme, birimsiz oran, durumsal birimli oran ve genelleştirilmiş birimli oran kavramları yine SOLO Taksonomisine uygun şekilde konumlandırılmıştır. Son olarak da Konold vd.'nin (2015) verilere bakış açıları taksonominin üst düzeylerine konumlandırılmıştır. Hazırlanan model pilot uygulama ile son haline kavuşturularak asıl araştırmada öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesinde kullanılmıştır. Görüşme protokolleri ve değerlendirme modeline ilişkin ayrıntılar yöntem kısmında sunulmuştur.

2.2 Yapılan araştırmalar

Araştırmanın bu bölümünde veri analizi ve yorumlanmasına odaklanan ulusal ve uluslararası araştırmalar sunulmuştur. Bu bağlamda Mooney (2002) modeli ve Makar ve Rubin'in (2009) informel istatistiksel çıkarım çerçevesi referans alınarak yapılan araştırmalar ile dağılıma ilişkin informel istatistiksel çıkarıma odaklanan araştırmalara yer verilmiştir.

2.2.1 Mooney (2002) modelinin referans alındığı araştırmalar

Alanyazın incelendiğinde veri analizi ve yorumlanması alanında Mooney (2002) modelinin kullanıldığı nitel, nicel ve deneysel araştırmalara rastlanmaktadır. Yapılan araştırmaların büyük bir çoğunluğunun ortaokul öğrencileriyle yürütüldüğü anlaşılmaktadır.

Akkaş (2009) tarafından yapılan araştırmada 6.-8. sınıf öğrencilerinin veriyi betimleme, düzenleme, temsil etme, analiz etme ve yorumlama süreçlerindeki istatistiksel düşünceleri SOLO taksonomisine göre incelenmiştir. Araştırma her sınıf seviyesinden matematik dersinde düşük, orta ve yüksek başarı gösteren karma onar öğrenci ile

yürütülmüştür. Verilerin analizinde Mooney (2002) tarafından geliştirilen model kullanılmış ve;

- Öğrencilerin istatistiksel düşüncelerinin dört süreçte yüksek düzeyde tutarlılık gösterdiği,
- Öğrencilerin verileri betimleme sürecinde üst düzeyde, diğer süreçlerde ise ikinci ve üçüncü düzeylerde yer aldıkları,
- Araştırmada sınıf seviyesinin istatistiksel düşünmede etkisinin olmadığı,
- Erkek öğrencilerin istatistiksel düşünce seviyelerinin kız öğrencilerden daha yüksek olduğu (örneklemin dağılımından kaynaklanabilir),
- Matematik dersinde üst düzey başarı gösteren öğrencilerin istatistiksel düşüncelerinin de üst düzeylerde olduğu belirlenmiştir.

Koparan ve Güven (2013) tarafından yapılan araştırmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin istatistiksel düşünme seviyelerindeki farklılaşma incelenmiştir. Mooney (2002) modelinin kullanıldığı araştırma 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden 90 öğrenci ile yürütülmüştür. Nicel verilere dayalı olan araştırmada ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin verilerin tanımlanmasında dördüncü seviyede yoğunlaşmasına rağmen, verilerin organize edilmesi ve indirgenmesi, veri gösterimi ve veri analizi ve yorumlanmasında birinci düzeyde olduğu tespit edilmiştir.

Koparan ve Güven (2014) tarafından yapılan araştırmada ortaokul öğrencilerinin istatistiksel düşünme seviyeleri ve sınıf seviyeleri ile istatistiksel düşünme seviyeleri arasında ilişki bulunup bulunmadığı incelenmiştir. Araştırma 6., 7. ve 8. sınıf seviyelerinden her sınıf seviyesinden 30 öğrenci olmak üzere 90 öğrenci ile yürütülmüştür. Mooney (2002) tarafından geliştirilen M3ST modeline göre gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin verilerin tanımlanması bileşeninde dördüncü seviyede diğer üç bileşende ise birinci seviyede olduğu, 6. sınıftan 7. sınıfa geçişte istatistiksel düşünmede gelişim ve değişimin daha hızlı olduğu ve sınıf seviyesi ile istatistiksel düşünme seviyeleri arasında anlamlı bir farklılığın bulunduğu tespit edilmiştir.

Öztürk-Zora (2019) tarafından yapılan araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin sütun, çizgi ve daire grafiği ile ilgili istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi ve istatistiksel akıl yürütme becerilerinin belirlenmesi amaçlamıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle yürütülen araştırma matematik başarı

düzeyleri sırasıyla yüksek, orta ve düşük olan üç öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmada Mooney (2002) tarafından yapılan model revize edilmiş ve;

- Verilerin tanımlanması sürecinde öğrencilerin çoğunun istatistiksel akıl yürütme düzeyinin 3. düzey olduğu, alt süreçlerde akıl yürütme düzeylerinin farklılaştığı ve en çok zorlandıkları alt sürecin veri gösteriminin etkililiğinin belirlenmesi olduğu,
- Verilerin düzenlenmesi ve indirgenmesi sürecinde öğrencilerin çoğunun istatistiksel akıl yürütme düzeyinin 3. düzey olduğu, merkezi eğilim ve dağılım ölçülerinin açıklanması sürecinde kavramsal anlamalarında eksiklikler bulunduğu, verilerin gösteriminde uygun gösterime karar vermeden daha başarılı oldukları,
- Öğrencilerin grafiksel gösterim sürecinde eksen adlarının ve grafik başlığının bulunmaması ve eksenlerin doğru şekilde ölçeklendirilmesinde hatalar yaptıkları,
- En çok daire grafiğini oluşturmada zorlandıkları,
- En düşük istatistiksel akıl yürütme düzeyinin verilerin analizi ve yorumlanması süreci olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Doluzengin (2019) tarafından yapılan araştırmada Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramına göre işlenen derslerin altıncı sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşünme ve başarı güdülerine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Yarı deneysel desen kullanılan araştırma kırk dokuz altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilerin istatistiksel düşünme düzeylerinin belirlenmesinde Mooney (2002) tarafından oluşturulan modelden yararlanılmıştır. Yapılan araştırmada öğrencilerin başarı güdüsünde ve istatistiksel düşünmesinde anlamlı bir farklılık tespit edilmemişken kalıcılık açısından anlamlı bir farklılık tespit edilmiştir. Fakat bu sonuçlara rağmen istatistiksel düşünme ölçeğinde deney grubunun son test ortalamalarının daha yüksek olduğu ve betimsel analiz sonuçlarında deney grubu lehine daha çok artış gerçekleştiği belirlenmiştir.

Altınay (2019) tarafından yapılan araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşünme becerilerinin dinamik istatistik yazılımı olan Tinkerplots ile yapılan etkinliklerle incelenmesi amaçlanmıştır. İstatistiksel düşünme seviyelerinin belirlenmesinde Mooney (2002) tarafından oluşturulan modelden yararlanılmıştır. Okulda yapılan deneme sınavı sonuçları baz alınarak 15 öğrenciden oluşan bir örneklem oluşturulmuş ve dinamik

istatistik yazılımının öğrencilerin istatistiksel düşünme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunduğu belirlenmiştir.

Meylasari vd. (2021) tarafından yapılan araştırmada ortalama başlangıç becerilerine sahip 8. sınıf öğrencilerin veri analizi ve yorumlanması sürecindeki istatistiksel düşünme düzeyleri Mooney (2002) modeli bağlamında incelenmiş ve bu öğrencilerin ikinci (geçici) düzeyde oldukları tespit edilmiştir.

Ismail vd. (2015), Malezya’da bir ilkokulda yaptıkları araştırmada Mooney (2002) modelini referans almış ve hazırladıkları 12 maddelik bir ölçme aracı ile öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerini incelemişlerdir. Bu maddelerden dört tanesi verileri betimleme süreci, üçer tanesi verileri düzenleme ve indirgeme ile veri analizi ve yorumlanması ve iki tanesi verileri temsil etme süreçleri ile ilgilidir. Altı yüz öğrencinin katıldığı değerlendirmeye göre öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin yüksek olduğu görülmüştür.

2.2.2 Makar ve Rubin’in (2009) informel istatistiksel çıkarım çerçevesinin referans alındığı araştırmalar

Alanyazına bakıldığında Makar ve Rubin (2009) tarafından oluşturulan informel istatistiksel çıkarım çerçevesinin her bir ilkesinin ele alındığı ve her kademedede gerçekleştirilmiş araştırmalara rastlamanın mümkün olduğu görülmektedir. Bu araştırmalardan 2009-2014 tarihleri arasında yapılanlar Makar ve Rubin (2014) tarafından özetlenmiştir.

Ben-Zvi vd. (2011) tarafından ortaokul beşinci sınıfta (on bir yaşında) öğrenim gören iki tane öğrenci ile TinkerPlots yazılımının kullanıldığı bir tasarım deneyi araştırması gerçekleştirilmiştir. Araştırma öğrencilerin sorgulamaya dayalı bir öğrenme (*inquiry-based learning environment*) ortamında informel istatistiksel çıkarım yaparken örnekleme üzerine akıl yürütmelerini incelemeyi amaçlamaktadır. Öğrencilerin örneklem genişliğinin büyüdüğü bir görevde akıl yürütmeleri sağlanmıştır. Genişleyen örneklem düşüncesinden ilk olarak Konold ve Pollatsek (2002) tarafından bahsedilmiş ardından Bakker (2004) tarafından yeniden çalışılmış ve Ben-Zvi (2006) tarafından detaylandırılmıştır. Ben-Zvi vd.’nin (2011) yaptığı araştırmada öğrencilerin farklı büyüklükteki örneklemelerden çıkarımların yapılıp yapılamayacağı konusunda faydalı fikirler edindikleri ve her ne kadar başlangıçta deterministik ve göreceli kararlar arasında gidip gelseler de araştırmanın sonunda öğrencilerin daha karmaşık yollarla akıl

yürüttüklerini tespit etmişlerdir. Böylece araştırmacılar aynı zamanda öğrencilerin kullandıkları dilin kesinden olasılıksala doğru dengelendiğini göstermişlerdir. Araştırma Ben-Zvi vd. (2012) makalesi olarak yayınlanmıştır.

Ben-Zvi ve Aridor-Berger'in (2012) yaptığı araştırmada bağlamın informel çıkarımsal akıl yürütmede sahip olduğu öneme vurgu yapılmıştır. Araştırmada bağlam ve veri arasındaki ilişkinin gelişimi TinkerPlots yazılımının kullanıldığı sorgulamaya dayalı bir öğrenme ortamında incelenmiştir. Araştırma bir durum çalışması olarak tasarlanmış ve iki tane beşinci sınıf (on bir yaşında) öğrencisiyle yürütülmüştür. Öğrencilerin örneklem genişliğinin büyüdüğü bir görevde akıl yürütmeleri sağlanmıştır. Araştırmada başlangıçta bağlam ve veriyi ayırık iki varlık olarak algılayan öğrencilerin öğrenme ortamının etkisiyle bunları birbirine bağlı ve birbiri ile ilgili boyutlar haline getirdiği gösterilmiştir.

Öztürk (2019) tarafından yapılan araştırmada dokuzuncu sınıf öğrencilerinin veri grupları hakkındaki informel çıkarımsal akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Teknoloji destekli etkinliklerin öğrencilerin informel çıkarımsal akıl yürütme süreçlerine etkisinin incelendiği belirtilmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle yürütülen araştırmada Makar ve Rubin' in (2009) informel istatistiksel çıkarım çerçevesi kullanılmıştır. Araştırmada sürecin başında teorik çerçevenin olasılıksal dili kullanma bileşenini gerçekleştiren öğrenci sayısının diğer bileşenleri gerçekleştiren öğrenci sayısından az olduğu tespit edilmiştir. Uygulanan etkinliklerin öğrencileri işlemsel anlamadan kısmen kavramsal anlamaya taşıdığı, teorik çerçevenin bileşenlerinin gerçekleşme sıklığını arttırdığı ve veri setleri üzerine informel çıkarımsal akıl yürütmelerine katkıda bulunduğu gözlemlenmiştir.

2.2.3 Dağılıma ilişkin informel çıkarıma odaklanan araştırmalar

Konold vd. (1997) tarafından yapılan nitel araştırma dört lise öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırma birey temelli (*individual based*) yaklaşım yerine bütün temelli (*aggregate-based*) yaklaşımı vurgular. Nitekim istatistik veri topluluğunun nerede merkezlendiğini ve bu değerlerin nasıl dağıldığını dikkate alarak, tek tek verilerden herhangi birine değil, verilerin oluşturulduğu topluluklara ait özelliklerle ilgilenir. Araştırma öğrencilerin istatistiksel argümanları oluşturma ve yorumlamada yaşadıkları zorlukların, böyle bir bakış açısını benimsememiş olmalarından ve verileri yorumlarken daha tanıdık fakat uygun olmayan karşılaştırma şemaları kullanmalarından kaynaklanma olasılığına dikkati çekmektedir. Araştırmacılar öğrencilerin bireysel durumlar hakkında düşünmeden

(*individual based*) ve karşılaştırma yapmadan bütün temelli akıl yürütmeye (*aggregate-based*) geçişi zor bulduklarını tespit etmişlerdir.

McClain vd. (2000) öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerinin nasıl desteklenebileceğini merkeze alan araştırmalarını 7. sınıf öğrencileriyle yapmışlardır. Tasarım araştırması olarak yürütülen araştırma 12 hafta süren öğretim dizileri ile gerçekleştirilmiştir. Öğretim dizileri sınıf tartışmalarına olanak sağlayacak şekilde bilgisayarlı ortamda uygulanmıştır. Araştırma dağılıma ilişkin akıl yürütmeye odaklanmıştır. Bu bağlamda ortalama, ortanca, tepe değer, çarpıklık, yayılım ve uç değerler ele alınmıştır. Öğretim dizileri az ve eşit sayıda veriye sahip iki veri grubunun, çok ve eşit sayıda veri içeren iki veri grubunun ve veri sayıları birbirinden farklı iki veri grubunun karşılaştırılmasını içeren görevler üzerine kurulmaktadır. Araştırmada görevlerin teknoloji destekli hazırlanması ve öğrencilerin akıl yürütme sürecine katılmasının sağladığı yararlar ortaya konulmuştur.

Bakker ve Gravemeijer (2004) tarafından yapılan araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin dağılıma ilişkin informel istatistiksel akıl yürütmelerinin teknoloji destekli öğrenme ortamında nasıl geliştirilebileceği incelenmiştir. Araştırma tasarım araştırması deseninde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerle yapılan ön değerlendirmelerin ardından 4 tane sınıfta 12 ile 15 ders saati arasında değişen sürelerde öğretim deneyleri gerçekleştirilmiştir. Tasarım araştırması döngüleri öğretim materyallerinin tasarımı, sınıf temelli öğretim deneyi ve geriye dönük değerlendirme olmak üzere üç aşama içermiştir. Araştırma bilgisayar ortamı için özel tasarlanmış araçların öğrencilerin dağılımın farklı yönlerinin öğrenilmesini desteklediği görülmüştür. Öğrenciler süreçte uç değerler ve örneklem genişliği gibi istatistiksel kavramlar ile birlikte dağılımın şekli hakkında “tepe (*bump*)” terimini kullanarak akıl yürütmüşlerdir. Ayrıca öğrenciler yoğunluğu tanımlamak için (kalabalık, boş, işlek, vb.), yayılımı tanımlamak için (saçılmış, birbirine yakın) ve şekli tanımlamak için (yükselti, tepe) gibi informel sözcükler kullanmışlardır.

Ben-Zvi ve Arcavi'nin (2001) gerçekleştirdiği araştırmada amaç Keşifsel Veri Analizi (Exploratory Data Analysis [EDA]) üzerine özel olarak tasarlanmış bir müfredatla iki tane 7. sınıf öğrencisinin teknoloji ortamında istatistiğe ilk adımlarını betimlemek ve analiz etmektir. Araştırmada öğrencilerin global veri bakış açısının ve temsillerinin geliştirilmesi mercek altına alınmıştır. Sonuç olarak: (1) müfredatın genişletilmiş anlamlı problem durumları bağlamında yarı yapılandırılmış yönlendirici sorular dizisi olarak

Keşifsel Veri Analizinin uzman görüşleri temelinde oluşturulması, (2) öğretmen tarafından zamanında ve yönlendirici olmayan müdahalelerde bulunulması, ve (3) öğrencilerin karmaşık eylemlerin (ölçekleme, silme, tabloların yeniden yapılandırılması, vb.) çok fazla teknik çalışmaya girmeden üstesinden gelmelerini sağlayan ve kavramsal tartışmalar için zaman ve enerji bırakan teknolojik araçlar kullanılması önerilmektedir. Öğrencilerin global bakış açısına direnç gösterdiği tespit edilmiştir. Sebeplerden birisi cebirde öğrenilen doğrusal ilişkiler olarak görülmüştür. Verilere yerel bakış açısı başlangıçta global veri bakış açısına engel olmakla birlikte sonraları öğrencilerin global görmeye başladıkları bir temel olarak hizmet etmiştir. Belirli bir bağlamda global bakış açısının bile öğrenciler için bir uzmandan farklı anlamlar ifade edebildiği anlaşılmıştır.

Ben-Zvi ve Amir (2005) tarafından ilkokul ikinci sınıf (7 yaş) üç öğrencinin dağılıma ilişkin informel akıl yürütmelerinin gelişiminin incelendiği bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Araştırmada açık-uçlu Keşifsel Veri Analizi (*Exploratory Data Analysis*) etkinlikleri ile öğrencilerin dağılıma ilişkin akıl yürütmeleri geliştirilmeye çalışılmıştır. Tasarım araştırması olarak yürütülen bu araştırmanın bulguları öğrencilerin “düz dağılım” ve “dağılımsal duyu” olmak üzere zıt yönlü iki kavram merkezinde davrandıklarını göstermiştir. Başta düz dağılım ile hareket eden öğrenciler dağılımdaki değerlere odaklanmıştır. Süreç sonunda öğrenciler aykırı değerleri dikkate almaya yönelik eğilim sergilemiştir. Dağılım algısı geliştiren öğrenciler değerlerin frekansını gösteren tek değişkenli dağılımı anlamaya ve değerlendirmeye başlamışlardır.

Ben-Zvi (2006) tarafından gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerinin desteklenmesi ve genişletilmesi amacıyla TinkerPlots uygulamasının kullanıldığı keşif temelli disiplinler arası bir öğrenme ortamında 5. sınıf öğrencilerinin öğrenme süreçleri incelenmiştir. 5. sınıf düzeyindeki 75 öğrenci ile gerçekleştirilen araştırmada büyüyen örneklem buluşsal yöntemlerine dayalı öğrenme yörüngesinin dikkatli tasarımının, TinkerPlots’un da etkisiyle, öğrencilerin çarpımsal akıl yürütmesini bütüncül akıl yürütmesini, büyük örneklemelerin değerini kabul etmesini ve değişkenliği hesaba katmasını desteklemede etkili olduğu tespit edilmiştir. Sürece veri tabanlı çıkarımları hakkında sözlü ifadeler kurma, açıklama yapma ve tartışma becerisinin artması eşlik etmiştir. Erken yaşlarda öğrenciler için çıkarım hakkında akıl yürütme ve tartışmanın ne anlama gelebileceğine yönelik bir açıklama önerilmiştir. Araştırmaya göre örneklem büyümesi ile senkronize bir şekilde toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl

yürütmeye, bireysel durumlardan bütüncül özelliklere, büyük örneklemeler aracılığıyla daha iyi iddialara ve değişkenliğin daha çok hesaba katılmasına doğru yol alınmaktadır.

Schreiter ve Vogel (2024) tarafından gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin dağılıma ilişkin lokal ve global bakış açıları göz takibi yoluyla incelenmiştir. 4., 6. ve 8. sınıf düzeyindeki 68 öğrenci ile gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarına göre veri gruplarının karşılaştırılmasında sınıf düzeyinin bakış açılarına bir etkisi olmadığı tespit edilmiştir. Araştırmacılar ayrıca göz izlemenin öğrencilerin istatistik eğitimi araştırmalarında veri yorumlama yaklaşımlarını anlamada güçlü bir potansiyele sahip olduğunu ortaya koymuşlardır. Araştırmacıların aktardığına göre görsel stratejiler içeren problem çözme senaryolarında kullanışlı olan bu yöntem matematiksel düşüncenin temelinde yatan karmaşık ve bilinçsiz bilişsel süreçlerin incelenmesi açısından değerli bulunmaktadır.

Higgins vd. (2023) tarafından gerçekleştirilen araştırmada görece büyük veri kümelerinin keşfedilmesini gerektiren bir okul sonrası program bağlamda 11-14 yaş aralığındaki öğrencilerin kategorik değişkenlerle nasıl çalıştıkları incelenmiştir. Program süresince öğrenciler ortaokul ve lise öğrencileri için geliştirilmiş olan CODAP adlı istatistiksel analiz platformu kullanarak grafikler oluşturmayı ve yorumlamayı öğrenmişlerdir. Program tamamlandıktan sonra öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında soruları yanıtlamak için CODAP platformunu kullandıkları klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilerin iki kategorik değişken arasındaki ilişkilere bakmayı içeren keşifsel veri analizini nasıl gerçekleştirdikleri açıklanmıştır. Öğrenciler tablo formunda sunulmuş verilerle çalışmış ve verileri analiz etmek ve yorumlamak için kullandıkları çaprazlık tablolarının (*contingency tables*) bir versiyonu olan çaprazlık grafikleri oluşturmuşlardır.

- Araştırmada öğrencilerin verilerle ilgili soruları yanıtlamak, örüntüleri keşfetmek ve karşılaştırmalar yapmak için verileri incelemek amacıyla kullandıkları dört strateji belirlenmiştir.
- Bu stratejilerden tekil duruma odaklanma (*zoom in on a case*) stratejisini durum değeri bakış açısıyla ilişkilendiren araştırmacılar Konold vd.'nin (2015) araştırmasında sınıflandırıcı ve bütüncül bakış açıları arasındaki ayrım ile araştırmaya katılan öğrencilerin sayılar yerine yüzde kullanmayı tercih etmeleri açısından ortak yönlerinin bulunduğunu belirtmişlerdir.

- Ayrıntılı analiz ettikleri kısımda yalnızca bir öğrencinin tekil duruma odaklanma stratejisini uyguladığını belirten araştırmacılar süreci geriye dönük incelediklerinde bu stratejinin daha sık kullanıldığını tespit ettiklerini ifade etmişlerdir.
- Araştırmacılar öğrencilerin bireysel bir duruma odaklanmadıkları zamanlarda dahi kişisel deneyimlerinden ve gerçek dünya bilgilerinden yararlandıkları tespit edilmiştir. Örnek olarak öğrencilere ne tür olaylarda acil servise gidilmesinin daha muhtemel olduğu konusunda tahminde bulunmaları istendiğinde öğrenciler kendilerinin ya da aile fertlerinin tecrübelerini dile getirmeye yönelmiştir.

2.2.4 Yapılan araştırmaların özeti

Mooney (2002) modeline dayalı gerçekleştirilen araştırmalar öğrencilerin genel anlamda 3. düzey ve altında seyrettiklerini gösterir niteliktedir. Bununla birlikte araştırmalar bazı teorik ve uygulamalı perspektiflerin istatistiksel akıl yürütmeyi geliştirmede faydalı olabildiğine işaret etmektedir. Benzer şekilde Makar ve Rubin'in (2009) informal istatistiksel çıkarım çerçevesi ekseninde yapılan araştırmalardan teknoloji destekli ortamların öğrencilerin informal istatistiksel becerilerini geliştirici etkide bulunduğu anlaşılmaktadır. Dağılıma ilişkin informal istatistiksel çıkarım alanında yapılan araştırmalardan öğrencilerin durum değeri bakış açısından bütüncül bakış açısına geçişte zorluklar yaşadığı anlaşılmaktadır. Fakat bütüncül bakış açısının erken yaşlardan itibaren öğrencilere kazandırılabilmesine yönelik verilerin de bulunduğu görülmektedir.

Orantısal akıl yürütmeye ele alınan kavramsal ayrımların istatistiksel akıl yürütmeye dikkate alınarak sentetik ve bütüncül bir değerlendirme modelinin oluşturulmasını amaçlayan bu doktora çalışmasının alanyazına farklı bir perspektif kazandıracağı düşünülmektedir. Bu nedenle gerçekleştirilen alanyazın taramasından bu doktora çalışmasının ilgi alanına giren noktalarda belirgin bir eksikliğin bulunduğu belirtilebilir.

3 YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümde önce araştırma deseni tanıtılmış ve görev temelli görüşme yöntemi anlatılmıştır. Ardından araştırma süreci özetlenmiştir. Daha sonra sırasıyla çalışma grubuna, veri toplama araçlarına, pilot uygulamaya, veri toplama sürecine, etik konulara, verilerin analizine, geçerlik ve güvenirlik çalışmalarına, araştırmacının rolüne ve süreç içinde yaşanan bazı olaylara ilişkin ayrıntılara yer verilmiştir.

3.1 Araştırmanın Deseni

Araştırmada nitel araştırma desenlerinden temel nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Eğitim araştırmalarında yaygın olmakla birlikte temel nitel çalışmalar tüm disiplin alanlarında ve pratikte uygulama alanlarında görülebilir (Merriam, 2013). Nitel araştırma anlamın nasıl inşa edildiğiyle ilgilendiğine göre temel nitel araştırmanın öncelikli amacı bu anlamları ortaya çıkarmak ve yorumlamaktır (Merriam, 2013).

Temel nitel araştırmada;

- Veriler gözlem, görüşme veya doküman analizi yoluyla toplanır.
- Teorik çerçeve disiplini hangi soruların sorulacağını, neyin gözlemleneceğini, hangi dokümanların ilişkili görüleceğini belirler,
- Veri analizi veriyi karakterize ederek tekrarlayan örüntüleri belirlemekten oluşur.
- Bulgular, yinelenen örüntüler ya da ortaya çıkarıldıkları veri tarafından desteklenen temalardır.
- Yorum ise araştırmacının, katılımcının ilgilendiği fenomeni anlamasıdır (Merriam, 2013).

Temel nitel araştırma olarak yürütülen bu araştırmada öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi için görev temelli görüşme yöntemine başvurulmuştur. Görev temelli görüşmenin ne olduğuna ve neden tercih edildiğine ilişkin değerlendirmeler aşağıdaki bölümde sunulmuştur.

3.1.1 Veri toplama yöntemi: Görev temelli görüşme

Öğrencilerin değerlendirilmesi söz konusu olduğunda, öğretmenin ölçme amacına uygun değerlendirme yöntemini seçmesi gerekir (Garfield, 1994; Garfield ve Chance, 2000). Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerini belirlemek için uygun yöntem ve aracın belirlenmesi amacıyla alanyazın taranmıştır. Yapılan araştırmalar ve çalışmalar kısa cevaplı, çoktan seçmeli, doğru-yanlış tarzındaki soruların ve görevlerin öğrencilerin akıl

yürütme süreçleri, istatistiksel argüman oluşturma ve yorumlama becerileri, belli yöntemlerin (örnekleme ve ortalama alma... gibi) arkasındaki mantığı anlama ve akıl yürütmelerini ortaya koyarken matematiksel ve istatistiksel terminolojiyi doğru ve açık bir şekilde kullanma becerileri konularında yetersiz bilgi sağladığını göstermektedir (Gal ve Garfield, 1997; Garfield ve Gal, 1999b). Bu nedenle ölçme aracı geliştirilirken kısa cevaplı, çoktan seçmeli, doğru-yanlış türündeki maddelerin kullanılmamasına karar verilmiştir.

Alanda önceden yapılan araştırmalarda (Jones vd., 2000; Mooney, 2002; Watson ve Moritz, 1999b; Watson ve Shaughnessy, 2004) öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerinin incelenmesinde istatistiksel görev temelli görüşmelerin uygulandığı tespit edilmiştir. Görev temelli görüşmeler hem araştırma araçları hem de ölçme ve değerlendirme için potansiyel araştırma temelli araçlar olmalarından dolayı önemlidir (Goldin 1997). Nitekim Begg (1997) öğrencilerin istatistik bağlamında değerlendirilmesinde sorgulama, gözlemleme, dinleme, öğrencilerin yazdıklarını okuma, görüşme yapma, açık uçlu soru sorma gibi tekniklerin kullanılabileceğinden bahsetmektedir.

Görev temelli görüşme problem çözücü özne ile görüşmecinin bir veya daha fazla görevle (soru, problem veya etkinlik... gibi) ilgili etkileşim içinde olduğu ve bu görevlerin görüşmeci tarafından problem çözücüye planlı bir şekilde sunulduğu bir görüşme yöntemidir (Goldin, 2000). Görüşmeci genellikle bir problematik durumu veya konuyu görüşülecek kişiye yöneltir ve görüşülen kişinin elinden geldiğince bu görevle meşgul olmasını sağlamaya çalışır. Ayrıca görüşmeci, görüşülen kişiyi konuyu düşünürken yüksek sesle konuşmaya ve konuyu keşfetmek veya düşüncesini açıklamak için elindeki her türlü materyali kullanmaya teşvik eder (diSessa, 2007).

Görev temelli görüşmenin kökeni Piaget'nin uyguladığı klinik görüşmelere dayanmaktadır (Maher ve Sigley, 2020). Klinik görüşme çocukların akıl yürütme süreci biçimlerini ve bilgi yapılarını araştırmak için Piaget tarafından kullanılmıştır (Clement, 2000). Klinik görüşmelerde görüşmeciye tanınan tek esneklik soruyu aynı şekilde tekrarlamaktır. Görüşmeci soruyu farklı ifade şekilleriyle yöneltmez ve görüşülen tarafından ortaya konulan ilginç bir yanıtın üzerine gidilemez (Ginsburg ve Oppen, 1988). Oysa esneklik ve yeniden üretilebilirlik görev temelli görüşmelerin en temel özellikleridir (Goldin, 1997). Görev temelli görüşmeler her ne kadar önceden planlanmış olsa da

görüşmeciye görüşme protokolü üzerinde düzenlemeler yapmaya olanak tanınması açısından bir çeşit yarı yapılandırılmış görüşme olarak ele alınabilir (Maher ve Sigley, 2020; Mejía-Ramos ve Weber, 2020).

Matematik eğitiminde görev temelli klinik görüşmelerin bir amacı, öğretimin etkililiğine bakabilmemiz, gelişimsel süreçleri daha iyi anlayabilmemiz veya problem çözme davranışını keşfetmemiz için çocukların stratejilerini, bilgi yapılarını ya da yeterliliklerini karakterize etmemize olanak tanımaktır (Goldin, 1997). Bu bağlamda görev temelli görüşmelerin bilme, problem çözme davranışlarını ortaya koyma ve akıl yürütme konularına kapı araladığı savunulabilir (Koichu ve Harel, 2007).

Bu görüşmelerde seansların video veya ses kaydı daha sonra analiz edilmek üzere alınır ve bunlarla birlikte görüşülen kişinin yazdıkları ve araştırmacının alan notları gibi başka kayıtlar da toplanır (Mejía-Ramos ve Weber, 2020). Bu kayıtlar çeşitli açımlayıcı yollarla analiz edilir (Goldin, 2000).

Amaç, uygulanma şekli ve veri toplama araçları açısından uygun bir yöntem olduğundan bu araştırmada görev temelli görüşme yöntemi kullanılmıştır.

3.2 Araştırma Süreci

Araştırmada sırasıyla aşağıdaki süreç izlenmiştir;

- Önceden yapılan teorik ve pratik araştırmalara dayanılarak modelin oluşturulması,
- Oluşturulan kavramsal çerçeve ve önceden yapılan araştırmalar doğrultusunda veri toplama araçlarının (İAOAYTT, orantısal akıl yürütme gerektiren istatistiksel görevlerin ve görüşme protokollerinin) belirlenmesi ve hazırlanması,
- Pilot uygulama kapsamında Hilton vd. (2013) tarafından geliştirilen ve Mersin (2018) araştırması ile dilimize kazandırılan İAOAYTT'nin uygulanması ve değerlendirilmesi,
- Protokoller kullanılarak pilot uygulama kapsamında öğrencilerle görev temelli görüşmelerin gerçekleştirilmesi ve görüşme kayıtlarının deşifre edilmesi,
- Pilot uygulama kapsamında öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların analiz edilmesi,
- Gerekmesi durumunda görüşme protokollerinde ve hazırlanan modelde değişiklik ve düzenlemelerin yapılması,

- Protokoller kullanılarak asıl araştırma kapsamında öğrencilere İAOAYTT'nin uygulanması ve analiz edilmesi,
- Asıl araştırma kapsamında öğrencilerle görev temelli görüşmelerin gerçekleştirilmesi ve görüşme kayıtlarının deşifre edilmesi,
- Asıl araştırma kapsamında öğrencilerin görüşmelerde verdikleri cevapların analiz edilmesi,
- Analizlere dayanılarak bulguların yazılması,
- Elde edilen bulguların alanyazında önceden yapılmış araştırmalarla karşılaştırılarak tartışmanın gerçekleştirilmesi,
- Sonuç ve önerilerin yazılması,
- Tüm tezin tamamlanarak araştırmanın sonlandırılması.

3.3 Çalışma Grubu

Çalışma grubu oluşturulurken amaçlı örnekleme yönteminden faydalanılmıştır. Amaçlı örnekleme, keşfetme, anlama ve durum hakkında fikir sahibi olma amacını taşıyan araştırmalarda bu amaçlardan çoğunun öğrenilebileceği bir örneklem seçilmesi gerektiğinde kullanılmaktadır (Merriam, 2013). Amaçlı örnekleme çeşitlerinden ise ölçüt örnekleme yöntemi ile örneklem seçme yoluna gidilmiştir. Ölçüt örnekleme yönteminde önceden belirlenen ölçütleri sağlayan durumlar çalışılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Çalışma grubunun belirlenmesinde akademik başarı ve öğretmen tavsiyesi ölçütleri dikkate alınmıştır. Ulaşılabilirlik ve gönüllülük çalışma grubunun belirlenmesinde göz önünde bulundurulmuş diğer faktörler olmuştur. Ayrıca araştırmanın öğretmen ve idarecilerin genel kanaatine göre başarılı görülen okullarda gerçekleştirilmesine mümkün mertebe özen gösterilmiştir. Öğrencilerin 2021-2022 eğitim öğretim yılı 1. dönem matematik dersi akademik ortalaması öncelikli tutulmuş ve %90 ve üzerinde başarı sağlamış öğrencilerin çalışma grubuna katılması kararlaştırılmıştır. Bu ölçütler dâhilinde araştırma Trabzon il merkezinden (Ortahisar ilçesi) belirlenen dört okuldan toplamda 13 ve Of ilçe merkezinden belirlenen iki okuldan toplamda yedi öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma görev temelli görüşme içerdiğinden ve daha çok üst düzey becerilere odaklandığından çalışma grubu kendini rahat ifade eden ve matematik dersi başarısı yüksek olan 8. sınıf öğrencileri arasından seçilmiştir. Öğrencilerin tamamının matematik öğretmenleriyle görüşülmüş ve önerileri dikkate alınmıştır. Verilerin

sunumunda gizliliğin sağlanması amacıyla öğrenci ve kurum isimleri yerine kodlar kullanılmıştır. Araştırmanın gerçekleştirildiği okullar ve okullardan katılan öğrenci sayılarına ilişkin bilgiler Tablo 3.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1

Araştırmanın gerçekleştirildiği okullar ve okullardan katılan öğrenci sayıları

İlçe	Okul Kodu	Okuldan Katılan Öğrenci Sayısı
Ortahisar	Okul 1 (AİHL, Proje okulu- Ortaokul Bölümü)	4
Ortahisar	Okul 2 (Ortaokul)	2
Ortahisar	Okul 3 (Ortaokul)	3
Ortahisar	Okul 4 (Ortaokul)	4
Of	Okul 5 (Ortaokul)	2
Of	Okul 6 (İmam-Hatip Ortaokulu)	5
Toplam		20 Öğrenci

Tablo 3.1’de aktarıldığı gibi araştırmanın gerçekleştirildiği okullardan ikisi imam-hatip okuludur. Okullardan katılan öğrenci sayılarının değişkenliğine yaşanan olumsuzluklara ayrılan bölümde yer verilecektir. Öğrencilerin akademik durumuna ilişkin bilgiler Tablo 3.2’de aktarılmıştır.

Tablo 3.2*Öğrencilerin akademik başarılarına ilişkin bilgiler*

Öğrenci Kodu	Cinsiyeti	8. Sınıf Ortalaması	Matematik Ortalaması (1. ve 2. Dönem)	Trabzon Yüzdesi (%)	Okulu
Ö1	Erkek	99,07	100/100	0,01	Okul 1
Ö2	Erkek	98,2	96,6/95	0,46	
Ö3	Erkek	99,03	99,33/100	1,1	
Ö4	Erkek	99,38	100/100	0,6	
Ö5	Erkek	99,5	98,3/100	1,49	Okul 2
Ö6	Erkek	99,9	100/100	1,19	
Ö7	Kız	98,2	96,66/96,66	7,7	Okul 3
Ö8	Kız	99,1	100/100	7	
Ö9	Erkek	96,75	96,11/98,33	10,1	
Ö10	Kız	99,76	100/100	0,28	Okul 4
Ö11	Erkek	97,13	99,66/96,66	3,55	
Ö12	Kız	98,48	99,33/98,33	1,34	
Ö13	Kız	98,97	98,67/98,33	0,3	
Ö14	Kız	96,95	100/99,33	9,11	Okul 5
Ö15	Kız	97,85	100/98,3	10,09	
Ö16	Erkek	98,65	97,45/98,33	0,32	Okul 6
Ö17	Kız	90,5	92,5/87,33	20,77	
Ö18	Kız	98,85	96,67/98,33	4,21	
Ö19	Erkek	94,2	91,67/86,67	14,83	
Ö20	Erkek	87,55	91,5/85,67	6,2	
Toplamda 11 Erkek ve 9 Kız öğrenci.					

Not. Trabzon yüzdesi Liselere Giriş Sınavı'ndan elde ettikleri puana göre öğrencilerin Trabzon ili genelinde girdikleri yüzdeler dilimini göstermektedir ve öğrencilerin liselere yerleştirilmesinde dikkate alınmaktadır.

Tablo 3.2'den de anlaşılabileceği gibi çalışma grubuna dâhil edilen öğrenciler tüm dersler dikkate alındığında da yalnızca matematik dersi dikkate alındığında da başarılı olarak nitelendirilebilecek öğrencilerdir. Araştırma öğrenciler 8. sınıfın 2. dönemindeyken gerçekleştirildiğinden çalışma grubu 1. döneme kadarki sürece göre belirlenmiştir. Öğrencilerin diğer bilgileri okullar kapanıp Liselere Giriş Sınavı (LGS) sonuçları açıklandıktan sonra kendileriyle iletişime geçilerek toplanmıştır.

3.4 Veri Toplama Araçları

Araştırmada öğrencilerin orantısal akıl yürütmedeki durumu hakkında bilgi toplanması ve bazı bulguların desteklenmesi amacıyla Hilton vd. (2013) tarafından geliştirilen İAOAYTT'nin Mersin (2018) tarafından yapılan uyarlaması uygulanmıştır (EK-1). Ardından araştırmacı tarafından alanyazında yapılan araştırmalardan faydalanılarak geliştirilen görüşme protokolleri uygulanmıştır (EK-2, EK-3). Görüşmeler sırasında

hazırlanan gözlem formu doğrultusunda öğrencilerden gözlem verileri toplanmıştır (EK-4).

3.4.1 Görüşme protokolleri

Bu bölümde görüşme protokollerinin oluşturulma sürecine ve kapsamına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.4.1.1 Görüşme protokollerinin hazırlanması

Araştırmada “TrabLim Görevi” ve “Özel Ortaokul Görevi” olmak üzere iki göreve ilişkin görüşme protokolleri hazırlanmıştır. Görüşme protokollerinin hazırlanmasında Curcio (1981, 1987), Curcio ve Artz (1997), Friel ve Bright (1995, 1996), Friel vd. (1997), Jones vd. (2000), Mooney (2002) ve Watson ve Moritz (1999b) araştırmalarından yararlanılmıştır. Görüşme protokolleri EK-2 ve Ek-3’te sunulmuştur. Protokollerde yer alan sorular ile ilgili ayrıntılar Tablo 3.3’te aktarılmıştır. Görevler öğrencilerin karar vermelerini gerektiren problem durumları içerecek şekilde tasarlanmıştır.

Tablo 3.3’ün de göstermekte olduğu gibi kaynak kısmı her bir sorunun hangi araştırmalardan faydalanılarak oluşturulduğunu, istatistiksel akıl yürütme kısmı grafiği kavrama çerçevesine göre sorunun düzeyini ve işlem kısmı yine grafiği kavrama çerçevesine göre sorunun gerektirdiği beceriyi ifade etmektedir.

Tablo 3.3*Görüşme protokollerinde yer alan sorularla ilgili ayrıntılar*

Soru	Kaynak	İstatistiksel Akıl Yürütme	İşlem
Ön Soru	Grafikten hangi bilgilere ulaşabiliyorsun? (Curcio, 1987; Mooney, 2002)	Verileri Okuma	
S-1		Verileri Okuma	Tespit etme
S-2	Curcio, (1987), Friel ve Bright (1995, 1996), Friel vd. (1997), Watson ve Moritz (1999b)	Verileri Okuma	Tespit etme
S-3		Verileri Okuma	Tespit etme
S-4	Curcio (1987), Jones vd. (2000), Curcio ve Artz (1997)	Verileri Arasını Okuma	Karşılaştırma/ Değerleri/ Nitel ya da dört işlem
S-5	Friel ve Bright (1995, 1996), Watson ve Moritz (1999b), Jones vd. (2000)	Veriler Arasını Okuma	Birleştirme/ Toplama
S-6	Friel ve Bright (1995, 1996), Watson ve Moritz (1999b), Jones vd. (2000)	Veriler Arasını Okuma	Birleştirme/ Toplama
S-7	Orantısal A. Y. alanyazını/ Araştırmacı	Veriler Arasını Okuma	Karşılaştırma (Değerleri)
S-8	Curcio (1987), Jones vd. (2000), Curcio ve Artz (1997)/ Orantısal A. Y. alanyazını/ Araştırmacı	Veriler Arasını Okuma	Karşılaştırma (Oranları)
S-9	Friel ve Bright (1995, 1996)	Veriler Ötesini Okuma	Çıkarım
S-10	Watson ve Moritz'den (1999b) esinlenilerek/ Araştırmacı	Veriler Ötesini Okuma	Çıkarım
S-11	Friel ve Bright (1995, 1996), Watson ve Moritz (1999b)	Veriler Ötesini Okuma	Çıkarım
S-12	Friel ve Bright (1995, 1996), Friel vd. (1997), Watson ve Moritz (1999b), Jones vd. (2000)	Veriler Ötesini Okuma	Tahmin
S-13	Watson ve Moritz'den (1999b) esinlenilerek/ Orantısal A. Y. alanyazını/ Araştırmacı	Veriler Ötesini Okuma	Çıkarım/ Tahmin
S-14	Watson ve Moritz'den (1999b) esinlenilerek/ Orantısal A. Y. alanyazını/ Araştırmacı	Veriler Ötesini Okuma	Çıkarım/ Tahmin
S-15	Watson ve Moritz'den (1999b) esinlenilerek/ Orantısal A. Y. alanyazını/ Araştırmacı	Veriler Ötesini Okuma	Çıkarım/ Tahmin
S-16	Jones vd. (2000)	Veriler Ötesini Okuma	Ekstrapolasyon (Genişletme anlamında)
S-17	Watson ve Moritz'den (1999b) esinlenilerek/ Orantısal A. Y. alanyazını/ Araştırmacı	Veriler Ötesini Okuma	Karma (Genelleştirilmiş birimli oran kavramı gerektirmektedir ve iki alt soru içermektedir.)

Her bir görüşme protokolü 17 ana sorudan oluşmaktadır. Ön soru isteğe bağlı olarak ve farklı şekillerde sorulabilir. Ön sorunun temel amacı öğrencinin görüşmeye odaklanmasını sağlamaktır. Soru 17 ise birbiriyle bağlantılı iki alt soru içermektedir. Son

olarak Soru 7-8-13-14-15 ve 17'nin orantısal akıl yürütmenin incelenmesine katkı sağlayan sorular oldukları belirtilebilir. Sonraki başlık altında sorular öğretim programındaki kazanımlar açısından kapsamı incelenmektedir.

3.4.1.2 Hazırlanan görüşme protokollerinin kapsamı

Hazırlanan görüşme protokollerinde yer alan sorular matematik öğretim programı (MEB, 2018) dikkate alınarak değerlendirildiğinde soruların 5. sınıftan 8. sınıfa kadar kazandırılması planlanan kazanımlarla sınırlı olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin soruları yanıtlarken oran-orantı, veri toplama ve değerlendirme, veri analizi, yüzdeler, ondalık gösterim, kesirlerle işlemler, eşitlik ve denklem ve doğrusal denklemler alt öğrenme alanlarından faydalanabileceği ön görülmektedir. Soruların matematik öğretim programı çerçevesinde değerlendirmesi Tablo 3.4'te yapılmıştır.

Tablo 3.4

Görüşme protokollerindeki soruların öğretim programı çerçevesinde değerlendirilmesi

AÖA	Sınıf	S-7	S-8	S-9	S-10	S-11	S-12	S-13	S-14	S-15	S-16	S-17
OO	6.	X	X					X	X	X		X
	7.	X	X					X	X	X		X
VTD	5.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	6.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
VA	7.		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	8.		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Y	5.	X	X					X	X	X		X
	7.	X	X					X	X	X		X
OG	5.		X					X	X	X		X
	6.		X					X	X	X		X
Kİ	5.		X					X	X	X		X
	6.		X					X	X	X		X
ED	7.											X
	8.											X
DD	8.											X

Not. AÖA: Alt Öğrenme Alanı OO: Oran-Orantı VTD: Veri Toplama ve Değerlendirme VA: Veri Analizi Y: Yüzdeler OG: Ondalık Gösterim Kİ: Kesirlerle İşlemler ED: Eşitlik ve Denklem DD: Doğrusal Denklemler

Tablo 3.4'ten anlaşılabileceği gibi oluşturulan görüşme protokolleri ortaokul matematik öğretim programının kapsamında bulunmayan bir işlem ya da kazanım gerektirmemektedir. İşlemler dışında öğrencilerden grafikleri yorumlarken özgün

fikirlerini sunmaları beklenmektedir. Sunulan değerlendirme ile ilgili tereddüt yaşayan araştırmacıların kullandığı özel veya bakanlık kitaplarının ilgili kısımlarını inceleyebileceği düşünülmektedir.

3.4.2 İki aşamalı orantısal akıl yürütme teşhis testi (İAOAYTT)

İki aşamalı orantısal akıl yürütme teşhis testi Hilton vd. (2013) tarafından geliştirilmiştir. Çevirisi Mersin (2018) araştırmasında yapılan test on iki maddeden oluşmakta ve hem orantısal hem de orantısal olmayan maddelerin katılmasıyla oluşturulmuştur. Testteki her bir madde için ilk aşamada bir senaryo sunularak öğrenciden ‘doğru’ ya da ‘yanlış’ tercihlerinden birini yapması, ikinci aşamada ise tercihini destekleyen en uygun seçeneği işaretlemesi istenmektedir. İkinci aşama öğrencilerin;

- Toplamsal ya da çarpımsal düşüncelerinin doğru ya da yanlış uygulamalarını,
- Orantısal olan ve olmayan durumları ayırt etme yeteneklerini,
- Mutlak ve göreceli durumları tanıyabilmelerini,
- Orantısal durumların temsilleri yorumlayabilme ve dönüşüm yapabilmelerini tanımlamayı amaçlamaktadır (Mersin, 2018).

Testte orantılı olmayan: sabit, orantılı olmayan: toplamsal, bilinmeyen değer, ilişkili kümeler, parça-parça-bütün, bir veya iki boyutlu ölçek, ters orantı, oran (temsillerin dönüşümü), ilişkisel düşünme türlerinde maddeler yer almaktadır. Maddelerin ikinci bölümdeki cevapları, orantısal ve orantısal olmayan durumlarda öğrencilerin kullandıkları Tablo 3.5’teki genel stratejilere dayanmaktadır. Test maddeleri ve yanıtları EK-1’de ve araştırmacıdan alınan uygulama izni EK-5’te sunulmuştur.

Tablo 3.5*Nitel akıl yürütme veya hatalı stratejiler*

Kullanılan Akıl Yürütme	Seçenekler*
Bazı nitel ilişki anlayışları	
Parçanın bütünüle karşılaştırılması gerektiğini düşünür.	Madde 5 (YC)
Hız-zaman ilişkisini nitel olarak değerlendirir	Madde 8 (YD)
Ters ilişkiyi nitel olarak değerlendirir	Madde 10 (D)
Lineer ölçeğin niteliksel olarak anlaşılmasına dair bazı kanıtlar	Madde 3 (YB)
Göreceli karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma yapma	
Bir değeri, toplamı dikkate almadan değerlendirir	Madde 5 (YA)
Birimin değerini düşünmeden ölçeği mutlak olarak okumak	Madde 3 (DA) Madde 11 (YA, YB)
Uygun olmayan çarpımsal stratejileri kullanma	
Sabit bir duruma çarpımsal strateji uygulama	Madde 7 (DA)
Toplamsal bir duruma çarpımsal strateji uygulama	Madde 1 (DC, DD)
Ters orantıyı doğrusal orantıymış gibi uygulama	Madde 8 (DA)
Ters orantıyı tanıma fakat yanlış akıl yürütme kullanma	Madde 10 (YC)
Alan hesaplamada iki boyutun da değişiminin etkisinin farkında olmama	
Orantısal durumlarda toplamsal strateji kullanma	
İki niceliği doğrudan aynı miktarda arttırma	Madde 2 (YB, YD)
Ters orantıda iki nicelikten birini aynı miktarda arttırırken birini aynı miktarda azaltma	Madde 10 (YB)
Yanlış hesaplama/ Hesap yapmama	
Çarpımsal akıl yürütmeyi yanlış kullanma	Madde 2 (YC) Madde 9 (YA, YB)
Bir değeri hesaplamama/ tahmin etme	Madde 6 (YB)
Görsel temsillerin yanlış anlaşılması	
Grafiği doğru yorumlama ancak ilgisiz cevabı seçme	Madde 4 (A)
Şekilsel temsillerdeki göreceli miktarları yanlış yorumlama	Madde 11 (YD)

Not. * Solda Y: Yanlış D: Doğru Sağda ikinci aşamada işaretlenen şık yer almaktadır.

Kaynak: Hilton vd. (2013)'ten aktaran Mersin, 2018, s. 330.

Tablo 3.5'in de gösterdiği gibi İAOAYTT' de öğrencilerin çeşitli cevapları belirli nitel orantısal akıl yürütme ya da hatalı stratejilerle ilişkilendirilmektedir. Bu araştırmada testten elde edilen bulgular mevcut durumun ortaya koyulmasına ve görüşmeler aracılığıyla elde edilen bulguların desteklenmesine hizmet etmektedir.

3.4.3 Gözlem formu

Gözlem formu üç ana bölümden oluşmaktadır. Bunlar öğrencinin fiziksel tepkilerine, görsellerden faydalanma durumuna ve yazılı etkinliklerine ilişkindir. Form EK-4'te sunulmuş olmakla birlikte görüşme sırasında gözlem yapıldığından araştırmacı tarafından alınan notlar ve görüşme kayıtları da kullanılarak gözlemin gerçekleştirildiği belirtilebilir.

3.5 Pilot Uygulama

Bu doktora çalışmasının problem ve amaçları doğrultusunda pilot uygulama ile;

- Araştırmacının görüşme yapma açısından deneyim kazanması,
- Görüşme yapma ve analiz süreçlerinin nasıl gerçekleştiğinin anlaşılması,
- Görüşme sürelerinin ölçülmesi ve zamanlama uygunluğunun değerlendirilmesi,
- Görüşme protokollerindeki düzenlemelerin yapılması,
- Kavramsal çerçevenin güçlendirilmesi,
- Hazırlanan modele son şeklinin verilmesi amaçlanmıştır.

Pilot uygulama asıl araştırmanın yürütüleceği okullardan farklı bir okulda iki erkek öğrenci ile 21.03.2022-01.04.2022 tarihleri arasında gerçekleştirilmiştir. Trabzon il merkezinde (Ortahisar ilçesi) bulunan bir imam-hatip ortaokulunda yürütülen pilot uygulamaya katılan öğrencilerin de başarı kriterini sağlamasına (1. dönem matematik dersi ortalamasının %90 olması), matematik dersine giren öğretmenin referans olmasına ve öğrenci ve velinin araştırmaya katılmaya gönüllü olmasına dikkat edilmiştir. Öğrencilerin başarı durumlarına ilişkin bilgiler Tablo 3.6’da sunulmuştur.

Tablo 3.6

Pilot uygulamaya katılan öğrencilerin akademik başarılarına ilişkin bilgiler

Katılımcı Kodu	8. sınıf tüm dersler	8. sınıf 1. ve 2. dönem matematik dersi ortalaması	LGS Trabzon Yüzdesi
PÖ1	96,47	96,67/91,67	3,68
PÖ2	99,05	93,33/97,67	14,71

Tablo 3.6’dan da anlaşılabileceği gibi öğrenciler tüm dersler dikkate alındığında da sadece matematik dersi dikkate alındığında da başarılı olarak nitelendirilebilecek öğrencilerdir. Pilot uygulama okul kütüphanesinde gerçekleştirilmiş ve bu süreçte kütüphaneye giriş çıkışlar okul idaresince engellenmiştir. Teneffüs zillerinin çalması ve teneffüs aralarında diğer öğrencilerin koridorlarda oluşturdukları gürültü haricinde ortamda çoğunlukla sessizlik sağlanmıştır. Metnin bundan sonraki aşamalarında pilot uygulama süreci ile ilgili ayrıntılar, yapılan düzenlemeler ve alınan önlemler sunulmuştur.

Öğrencilere İAOAYTT’ni çözmeleri için bir ders saati (40 dk) süre tanınmış ve bu sürenin öğrencilerin soru maddelerini çözmeleri için yeterli olduğu görülmüştür. PÖ1’in teste ilişkin araştırmacıya yönelttiği soru üzerine Dr. Mersin’in uygun gördüğü düzeltme (EK-5) dışında İAOAYTT Madde 1’de Hilton vd.’nin (2013) kullanmış olduğu ifadenin daha uygun bir tercümesinin bulunması gerektiği anlaşılmış ve bu yönde bir düzeltmeye ihtiyaç duyulmuştur. Düzeltme asıl araştırma sürecinde etik kurallar gereğince yazılı değil

sözlü olarak yapılmıştır. İfadenin aslı ve Mersin (2018) araştırmasında yapılan tercümesi aşağıdaki gibidir. İlgili kısımlar bu tezin yazarı tarafından vurgulanmıştır.

“Sue and Jack were running equally fast around a track. Jack started first. When Jack had run four laps, Sue had run 2 laps.” (Hilton vd., 2013, s. 592).

“Sude ve Can, eşit oranda hızlı şekilde bir koşu pistinde koşuyordu. Koşuya ilk başlayan Can’dır. Can 4 tur attığında, Sude 2 tur atmıştır.” (Mersin, 2018, s. 342).

Bu ifadelere dayalı olarak doğruluğu/yanlışlığı sorgulanan ifade ise “Sude 6 tur koşuyu tamamladığında, Can 12 tur koşmuştur.”. Öğrencilerin bu ifadeye “Yanlış” diyerek uygun gerekçeyi belirlemeleri istenmektedir. Eğer verilen ifade yanlış olarak değerlendirilecekse “equally fast”ın “eşit oranda hızlı şekilde” olarak çevrilmesi yerine “eşit hızda” olarak çevrilmesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Tez İzleme Komitesi’nin de bilgileri dâhilinde asıl araştırmada İAOAYTT’ de öğrencilere bu konuda sözlü bir düzeltme yapılmıştır.

Ayrıca pilot uygulamanın analizleri yapılırken Hilton vd. (2013) araştırmasında bulunan fakat Mersin (2018) araştırmasında bulunmayan iki tane nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı stratejiye de yer verilmesinin gerekli olduğu görülmüştür. İlki “Görelî karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma yapma” kapsamına giren ve “Bir değeri başka bir değeri dikkate almadan değerlendirir” olarak tanımlanan hatadır. Bu hata türü Madde 6 ile ilgilidir. İkincisi ise “görsel temsillerin yanlış anlaşılması” kapsamına giren ve “Yol zaman grafiğini yanlış yorumlama” olarak tanımlanan hatadır. Bu hata türü ise Madde 4 ile ilgilidir.

Yukarıda pilot uygulamanın İAOAYTT ile ilgili ayrıntılarına yer verilmiştir. Bu nedenle öğrenciler ile yapılan görüşmelerle devam edilecektir. Öncelikle görüşmelere İAOAYTT’ den sonraki gün başladığı belirtilmelidir. Öğrencilerle her bir görüşme ayrı ayrı yürütülmüştür. Görüşme süreleri ile ilgili bilgiler Tablo 3.7’de sunulmuştur.

Tablo 3.7

Pilot uygulama kapsamında öğrencilerle yapılan görüşme sürelerine ilişkin bilgiler

Katılımcı Kodu	Görüşme 1	Görüşme 2	Toplam Süre
PÖ1	150 dk	150 dk	300 dk
PÖ2	95 dk	73 dk	168 dk
		Toplam	468 dk

Tablo 3.7’de de görülebileceği gibi pilot uygulama neticesinde görüşmelerin uzun sürdüğü anlaşılmıştır. Görüşmelerde aksi bir durum yaşanmadıkça ya da öğrencinin özel bir talebi bulunmadıkça her saat 10-15 dk ara verilmiştir. Görüşmelerin uzun sürmesinin bir nedeni öğrencilerin görüşme protokollerindeki ana problemi çözme konusundaki ısrarcı tutumu olmuştur. Bunun dışında öğrencilere yöneltilen alt soruların doğrudan amaca yönelik olmasına özen gösterilmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Görüşme protokolündeki Soru 12-13 ve 14’te açıklama yapılması gerektirdiği fakat soruların genelinde yapısal bir sorunun bulunmadığı görülmüştür.

Pilot uygulamada gerçekleştirilen görüşmeler neticesinde;

- Öğrencilerin uyguladıkları orantısal akıl yürütme stratejisinin kavramsal çerçevede ele alındığı şekliyle öğrencinin birimli-birimsiz oran kavramına sahip olduğu yönünde fikir verici olduğu fakat Karagöz-Akar (2019) çalışmasında vurgulandığı gibi bunun tek başına belirleyici olamayacağı anlaşılmıştır. Öğrencilerin verileri ilişkilendirme şekli hakkında daha detaylı bilgi edinilmesi amacıyla görüşme sürecinde ihtiyaç durumunda aşağıdaki ek soruların yöneltilmesi gerektiği anlaşılmıştır. Bu ek sorulara sonraki başlık altında yer verilecektir.
- Öğrencilerin verileri okuma sorularına verdikleri cevaplardan alanyazın ile desteklenebilecek ek gereklilikler tespit edilerek oluşturulan modele ve öğrencilerin değerlendirilmesine dâhil edilmiştir. Burada belirtmek istenen alanyazında belirtilen gereklilikler ile pilot uygulamada yapılan tespitlerin sentezlendiğidir.
- Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi için alanyazına dayandırılarak hazırlanan modelde başta yalnızca bireysel ve bütüncül bakış açılarına yer verilmiştir. Aslında problem kısmında da ortaya konulduğu gibi çoğu araştırmacı bu iki bakış açısına yoğunlaşmıştır. Bu nedenle de hazırlanan görüşme protokollerindeki problemin sınıflandırıcı bakış açısı sergilenerek de çözülebilmesi beklenmemekteydi. PÖ1’in sınıflandırıcı bakış açısının birtakım gerekliliklerini (tamamıyla değil) ortaya koyması ve bu şekilde çözüme yaklaşması üzerine bu bakış açısının hem modele hem de öğrencilerin değerlendirilme sürecine katılmasının daha uygun olacağı görülmüştür. Problem sınıflandırıcı bakış açısıyla çözülebildiğinden öğrencilerin bütüncül bakış açısını

gerçekleştirip gerçekleştiremediğinin anlaşılması ek sorular gerektirmiştir. Pilot uygulamada yaşanan bu durumun zayıflatıcı olmak yerine güçlendirici etki yarattığına dikkat çekilmelidir. Nitekim sonuçlar kısmında yer verileceği gibi bu olay kadim bir felsefi tartışmayla da ilgilidir. Hazırlanan ek sorulara ve görüşme sürecinin nasıl yönlendirilmesi gerektiğine ilişkin bilgiler EK-6'da sunulmuştur.

3.6 Veri Toplama Süreci

Veri toplama süreci İAOAYTT'nin uygulanması ve görüşmelerin yapılması olmak üzere iki ana aşamadan oluşmaktadır. Bu başlık altında ana aşamalara ilişkin ayrıntılara yer verilmiştir.

Her okulda araştırmaya başlanmadan önce öğrencilerle toplantı gerçekleştirilmiş ve süreç hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Ardından öğrencilerin kendilerini hazır hissetme durumlarına göre toplantı günü İAOAYTT uygulanmıştır. Öğrencilerin kendilerini hazır hissetmediklerini belirttiği durumlarda başka bir okulda görüşme gerçekleştirileceği gün o okulda İAOAYTT uygulanmıştır. Öğrencilere testi çözmeleri için 1 ders saati (40 dk) süre verilmiştir. Teste başlanmadan önce pilot uygulama doğrultusunda alınan karar gereğince öğrencilere Madde 1 konusunda gerekli sözlü düzeltme yapılmıştır. Öğrencilerin çoğu testi kendilerine tanınan süreden daha kısa sürede tamamlamış ve hiçbir ek süre talebinde bulunmamıştır. Test tamamlandıktan sonraki gün görüşmelere başlanmıştır. Araştırmanın gerçekleştirildiği okullar ve ortamlara ilişkin bilgiler Tablo 3.8'de sunulmuştur.

Tablo 3.8*Araştırmanın gerçekleştirildiği okullar ve ortamlar*

Okul Kodu	Öğrenci Sayısı	Araştırma Yeri
Okul 1	4	Çalışma Sınıfı (Teneffüslerde öğrenciler soru çözmek için sınıfa girebildi fakat görüşme yapılan masaya yaklaşılmadı ve koridordan gelen sesler dışında sınıf içinde ses çıkarılmadı.)
Okul 2	2	Etkinlik Atölyesi ve Sınıf (Son dersler ve çıkıştan sonra devam eden görüşmelerde yalnızca bir defa görüşme yerinin değiştirilmesi gerekmiştir. Sessizlik çoğunlukla sağlanmıştır.)
Okul 3	3	Fen Laboratuvarı (Öğretmenler dışında kesin bir şekilde giren çıkan olmamış ve sessizlik sağlanmıştır.)
Okul 4	4	Müdür Odası (Sessiz ve konforlu bir ortam sağlanmıştır. Görüşmeler çok seyrek ve kısa sürelerle bölünmüştür.)
Okul 5	2	Rehberlik Odası ve Sınıf (Sessizlik sağlanmıştır ve neredeyse hiçbir bölünme yaşanmamıştır. Bir öğrencinin bir görüşmesi okul çıkışından sonra sınıfta gerçekleştirilmiştir.)
Okul 6	5	Araya tatilin girmesinden dolayı okul idaresinin ve ailelerin bilgileri dâhilinde sözlü izin alınarak Of Öğretmenevi ve Of Gençlik Merkezi'nde görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Sessizlik sağlanmıştır. Görüşmeler kesintiye uğramamıştır.)

Tablo 3.8'den de anlaşılabileceği gibi araştırma uygun ortamlarda gerçekleştirilmiştir. Araştırma sürecinde öğrencilerin yapılacak görüşmeler konusunda araştırmaya katılan diğer arkadaşlarıyla paylaşımda bulunmamaları sağlanmıştır. Bu tür paylaşımların kendilerini olumlu etkileyebileceği gibi olumsuz da etkileyebileceği aktarılmıştır. Her öğrenci ile 2'şer görüşme gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen görüşmelerin sürelerine ilişkin bilgiler tablo 3.9'da aktarılmıştır.

Tablo 3.9*Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerin süreleri*

Öğrenci Kodu	Görüşme 1	Görüşme 2	Toplam Süre (Yaklaşık)
Ö1	65 dk 14 sn	82 dk 49 sn	148 dk
Ö2	86 dk 05 sn	126 dk 32 sn	212 dk
Ö3	74 dk 05 sn	107 dk 15 sn	181 dk
Ö4	83 dk 05 sn	141 dk 55 sn	225 dk
Ö5	142 dk 20 sn	59 dk 45 sn	202 dk
Ö6	58 dk 05 sn	69 dk 40 sn	127 dk
Ö7	90 dk 35 sn	163 dk 59 sn	254 dk
Ö8	89 dk 37 sn	91 dk 39 sn	181 dk
Ö9	74 dk 08 sn	187 dk 11 sn	261 dk
Ö10	116 dk 22 sn	101 dk 28 sn	217 dk
Ö11	107 dk 21 sn	118 dk 40 sn	226 dk
Ö12	114 dk 06 sn	106 dk 16 sn	220 dk
Ö13	180 dk 36 sn	124 dk 11 sn	304 dk
Ö14	170 dk 02 sn	152 dk 59 sn	323 dk
Ö15	139 dk 28 sn	141 dk 35 sn	281 dk
Ö16	141 dk 42 sn	139 dk 27 sn	281 dk
Ö17	132 dk 34 sn	133 dk 06 sn	265 dk
Ö18	116 dk 28 sn	131 dk 04 sn	247 dk
Ö19	258 dk 04 sn	139 dk 40 sn	397 dk
Ö20	100 dk 32 sn	149 dk 18 sn	249 dk

Tablo 3.9'un da göstermekte olduğu gibi bazı görüşmeler öğrencinin performans sınırlarını zorlayacak uzunlukta sürmüştür. Görüşmeler pilot uygulamada bu konuda önlem alınması kararlaştırılması ve alınan önlemlerin ifa edilmesine rağmen uzun sürmüştür. Fakat pilot uygulamada olduğu gibi sürelerin uzunluğu öğrencilerin görüşme protokollerindeki problematik durumu çözmek konusunda ısrarcı olmalarından kaynaklanmış ve yaşanan olumlu durumlar bölümünde de değinileceği gibi bu konuda herhangi bir sorun yaşanmamıştır. Görüşmelerde öğrencinin özel bir talebi bulunmadıkça her saat 10-15 dk ara verilmiştir. Ders bitiminden sonrasına kalınması durumunda öğrencilerin ulaşımı ile ilgili önlemler araştırmacı tarafından alınmıştır. Bir görüşme sürecinin ayrıntılı betimlemesine EK-6'da yer verilmiştir.

Öğrenciler görüşme süresince gözlem formu ışığında gözlemlenmeye çalışılmış fakat görüşmenin sürdürülmesiyle eşgüdümlü gözlem yapıldığından bu gözlemler sistematik değil de önemli gözlemlerin araştırmacı tarafından not edilmesi şeklinde

gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler araştırmacıya ait olan Canon Legria HF R806 marka bir kamera ile kayda alınmıştır.

3.7 Etik

Araştırma yürütülmeden önce 15.02.2022 tarih ve 269680 protokol numaralı Etik Kurul Karar Belgesi (EK-7) alınmış ve bu belgeye istinaden Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden araştırma izni (EK-8) alınmıştır. Daha sonra çalışma grubunun oluşturulmasında yaşanan çeşitli sorunlardan dolayı İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden iznin güncellenmesi resmi yollarla talep edilmiş ve güncellenmiş izinler EK-9 ve EK-10'da sunulmuştur. Bu konuda gerekli yasal prosedürlere riayet edilmiş ve araştırma sonlandırıldığında kurumlar bilgilendirilerek talep edilen bilgi ve belgeler ulaştırılmıştır.

Araştırma öğrenci rızası (EK-11) ve veli iznine (EK-12) dayalı yürütülmüştür. Öğrencilerin kimlikleri saklı tutulmuş ve araştırmanın tamamında öğrencilerin kendi isimleri yerine araştırmacı tarafından atanan kodlar kullanılmıştır. Öğrenciler istemeleri halinde kendilerinden elde edilen tüm veriler imha edilmek suretiyle araştırmadan ayrılabilmişlerdir. Ayrılan öğrencilerin yerlerine çalışma grubunun gerektirdiği şartları sağlayan gönüllü öğrenciler araştırmaya dâhil edilmiştir. Öğrenciler ve velileri araştırma sürecinin tamamı hakkında bilgilendirilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin matematik dersi öğretmenlerinin de önerileri dikkate alınmış ve onlara da süreç hakkında gerekli bilgilendirmeler yapılmıştır.

Araştırmanın kaynakçası üniversitenin ilgili yasal düzenlemelerine uygun şekilde hazırlanmış ve atıflara özen gösterilmiştir. Diğer araştırma ve çalışmalardan aktarılan özgün fikirlere dayalı iddia ve bilgilerde mümkün olduğunca sayfa numarasının da atıfta verilmesine dikkat edilmiştir. Özel durumlu alıntılar için ilgili araştırmacıların onayı talep edilmiş (EK-13, EK-14, EK-15) ve onayladıkları sınırlar dâhilinde alıntılama yapılmıştır. Ayrıca araştırmacı ilerleyen kısımlarda kendi rolünü de açıkça ortaya koymuştur.

3.8 Verilerin Analizi

Merriam (2013) veri analizini verideki anlamın ortaya çıkarılma süreci olarak tanımlamakta ve bu sürecin araştırma sorularının cevaplanmasına hizmet ettiğini belirtmektedir. Bu bilgi ışığında araştırmada elde edilen veriler görüşme deşifrelerinin, videoların, yazı ve çizimlerin oluşturduğu dokümanların analizi betimsel analiz yoluyla yapılmıştır. Strauss ve Corbin (1990) tarafından önerilen iki veri analizi sürecinden biri

olan betimsel analizde araştırmadan elde edilen veriler, analizden önce hazırlanan temalara göre özetlenir ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Betimsel veri analizi yaklaşımında elde edilen bulguların düzenlenmiş ve yorumlanmış şekilde okuyucuya aktarılması amaçlanır ve sıklıkla doğrudan alıntılara başvurulur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Betimsel analiz çerçeve oluşturma, çerçeveye göre verilerin işlenmesi, bulguların tanımlanması ve bulguların yorumlanması olmak üzere dört aşamada gerçekleştirilir.

Betimsel analiz için araştırmanın kavramsal çerçevesinden yola çıkılarak bir çerçeve oluşturulur ve verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmada veri analizi için oluşturulan çerçeve öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerini belirlemeye yönelik hazırlanmış bir modeldir. Bu model sonraki başlık altında ele alınmıştır.

Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi aşamasında veriler okunur, düzenlenir ve anlamlı ve mantıklı bütünler haline getirilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bununla birlikte sonuçlar yazılırken kullanılacak alıntıların da belirlenmesi söz konusudur. Araştırmada bu aşamanın veri toplama sürecinin hemen ardından yapılmasına özen gösterilmiştir.

Bulguların tanımlanması aşaması düzenlenen verilerin tanımlanması ve doğrudan alıntılarla desteklenmesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bulgular sade ve anlaşılır bir şekilde tanımlanmış ve gereksiz tekrarlardan kaçınılmıştır.

Son aşama olan bulguların yorumlanması aşaması bulguların açıklanması, ilişkilendirilmesi, aralardaki neden-sonuç ilişkilerinin oraya konulması ve gerekli karşılaştırmaların yapılmasını içerir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

3.8.1 Veri analizi için SOLO Taksonomisine uygun hazırlanan değerlendirme modeli

Kavramsal çerçeve bölümünde bu doktora çalışmasında ele alınan kavramlar ve bunların araştırmada nasıl konumlandırıldığı hakkında ayrıntılar sunulmuştu. Kavramsal çerçeve temelinde hazırlanan 14 düzeyli bu modele göre öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeyi belirleyicilerinin aşağıda sunulduğu gibi olacağı düşünülmektedir. Bazı düzeylerde bu belirleyiciler genel ve özel gereklilikler olarak ele alınmıştır. Yapı öncesi düzey haricinde her düzey hem görüşme protokolleri aracılığıyla hem de gerekliliklerin düzenlenmesi yoluyla önceki düzeyin gerekliliklerinin yerine getirilmesini gerektirecek

şekilde organize edilmiştir. Pilot uygulama sonucunda yapılan düzenlemeler açıklamalar ve notlarla verilmiştir. Yapı öncesi düzeyi belirleyicileri Tablo 3.10’da sunulmuştur.

Tablo 3.10

Yapı öncesi düzeyin belirleyicileri

Düzy	Belirleyicileri
Yapı Öncesi Düzey	Verileri yanlış okuma. Herhangi bir sıralama ya da karşılaştırma yapamama. İlgisiz cevaplar verme. Soruyu tekrar etmekle yetinme. Soruları cevaplamaktan kaçınma.

Tek yönlü yapı düzeyine ilişkin belirleyiciler Tablo 3.11’de aktarılmış olmakla birlikte pilot uygulama neticesinde bu düzeyin kapsamına giren ve veri okumaya ilişkin olan belirleyicilerin ayrıntılandırılması ve görüşme protokolleriyle daha uyumlu hale getirilmesi ihtiyacının bulunduğu anlaşılmıştır. Bunun üzerine Friel vd. (2001) araştırmasından da faydalanılarak bazı özel gereklilikler tanımlanmış ve Tablo 3.12’de sunulmuştur.

Tablo 3.11

Tek yönlü yapı düzeyinin belirleyicileri

Düzy	Belirleyicileri
Tek Yönlü Yapı Düzeyi	Verileri çok yüksek oranda okuma. Bir veri grubu içinde en fazla/yüksek veya en az/düşük olan değeri tespit edebilme. Bir veya iki veri grubunda ikili karşılaştırmaları yalnızca fazla az boyutunda yapabilme. Bir veri grubunu sıralayabilme.

Friel vd. (2001) ve pilot uygulama dikkate alınarak öğrencilerin verileri okuma sorularında Tablo 3.12’deki gerekliliklerin incelenmesi kararlaştırılmıştır.

Tablo 3.12

Verilerin okunmasında öğrencilerin cevaplarında aranacak gereklilikler

Verileri Okuma Sorularında
İstenen veriyi grafiğin başlığını dikkate alarak mı buluyor?
Verisi istenen markayı/okulu doğru belirliyor mu?
İstenen veriyi eksen kılavuz çizgilerini dikkate alarak mı buluyor?
İstenen veriyi varsa renk faktörünü dikkate alarak mı buluyor?
Veriyi doğru tespit ediyor mu? Cevap olarak belirttiği değer doğru mu?
Cevabını söylerken ve yazarken standart ölçü birimini ve ölçme nesnesini aktarıyor mu?
Görüşmenin akışına göre grafiğin (sütunların büyüklüğü-veri ilişkisi açısından) ters orantılı çizilip çizilemeyeceği hakkındaki düşüncesi nedir?

Çok yönlü yapının belirleyicileri genel ve özel gereklilikler olarak ayrılmıştır. Özel gereklilikler ve sınırlar çok yönlü yapının alt düzeylerindeki öğrencileri belirlemek için kullanılmıştır. Tablo 3.13 tüm gereklilikleri toplu halde sunmaktadır.

Tablo 3.13*Çok yönlü yapı düzeyinin belirleyicileri*

Düzyey	Genel Gereklilikler	Alt Düzey	Özel Gereklilikler ve Sınırlar
ÇYY	Verileri tam okuma. İki veri grubunu ayrı ayrı sıralama. Veriler üzerinden sorulan ve dört işlem gerektiren sorulara cevap verebilme.	ÇYY1	Bir veri grubunda toplama-çıkarma yoluyla karşılaştırma yapma.
		ÇYY2	Farklı iki veri grubunda ikili karşılaştırmaları toplama-çıkarma yoluyla yapma.
		ÇYY3	Aynı veri grubunda ikili karşılaştırmaları çarpma-bölme yoluyla yapma. Bu öğrenciler birimsiz oranlar oluşturabilen fakat orantının farkına varamayanlardır.
		ÇYY4	Farklı veri gruplarında ikili karşılaştırmaları çarpma-bölme yoluyla yapma. Bu öğrenciler birimli oranlar oluşturabilen fakat orantının farkına varamayanlardır.

Not. 1. Farklı veri gruplarının farklı ölçme uzayına ait niceliklerden oluştuğu kabul edilmiştir.

2. ÇYY: Çok Yönlü Yapı

Tablo 3.13'ten anlaşılabileceği gibi öğrenci genel gereklilikler olarak ele alınan belirleyicileri yerine getirebiliyorsa ve bunlarla birlikte özel gereklilikler olarak ele alınan belirleyicileri aktarılan sınırlar dâhilinde yerine getirebiliyorsa bu özel gereklilikleri yerine getirebildiği sınırlara göre alt düzeylerden birinde olarak değerlendirilir.

İlişkisel yapının belirleyicileri genel gereklilikler ve özel gereklilikler olarak ayrılmıştır. Özel gereklilikler ve sınırlar ilişkisel yapının alt düzeylerindeki öğrencileri belirlemek için kullanılmıştır. Tablo 3.14 tüm gereklilikleri toplu halde sunmaktadır.

Tablo 3.14*İlişkisel yapı düzeyinin belirleyicileri*

Düzyey	Genel Gereklilikler	Alt Düzey	Özel Gereklilikler ve Sınırlar
İY	İki veri grubunda orantısal akıl yürütme temelinde karşılaştırmalar yapabilmek. Verilere dayalı tahmin ve çıkarımlarda bulunabilmek. Tahmin ve çıkarımlarında tutarlı olma. (Verilere bakış açıları ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapıda incelenmektedir.)	İY1	Oranları skaler/fonksiyonel ilişkilendirmeler yoluyla karşılaştırabilme ya da orantıyı skaler/fonksiyonel ilişkilendirebilmeler üzerine kurup grafiğe/sonuçlara yansıtamama. Bu öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden birimsiz ya da durumsal birimli oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından durum değeri bakış açısına sahiptir.
		İY2 (Pilot uygulama neticesinde eklenmiştir.)	Oranları skaler ilişkilendirme yoluyla karşılaştırabilme, orantıyı skaler ilişkilendirme üzerine kurma ve elde ettiği bilgileri grafiğe/sonuçlara yansıtabilme. Bu öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden birimsiz oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından sınıflandırıcı bakış açısında sahiptir.
		İY3	Oranları skaler ilişkilendirme yoluyla karşılaştırabilme, orantıyı skaler ilişkilendirme üzerine kurma ve elde ettiği bilgileri grafiğe/sonuçlara yansıtabilme. Bu öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden birimsiz oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından bütüncül bakış açısında sahiptir.
		İY4 (Pilot uygulama neticesinde eklenmiştir.)	Oranları fonksiyonel ilişkilendirme yoluyla karşılaştırabilme, orantıyı fonksiyonel ilişkilendirme üzerine kurma ve elde ettiği bilgileri grafiğe/sonuçlara yansıtabilme. Bu öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden durumsal birimli oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından sınıflandırıcı bakış açısına sahiptir.
		İY5	Oranları fonksiyonel ilişkilendirme yoluyla karşılaştırabilme, orantıyı fonksiyonel ilişkilendirme üzerine kurma ve elde ettiği bilgileri grafiğe/sonuçlara yansıtabilme. Bu öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden durumsal birimli oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından bütüncül bakış açısına sahiptir.

Not. İY: İlişkisel Yapı

Tablo 3.14'ten de anlaşılacağı gibi öğrencinin ilişkisel düzeyde değerlendirilmesi için birimsiz ya da durumsal birimli oran kavramlarından birine sahip olması ve böylece orantıların farkına varabilmesi gerekmektedir. Verilere bakış açılarının incelenmesi görüşme protokolleri aracılığıyla bu şarta bağlanmıştır. Bu düzeyde özel gerekliliklerin genel gerekliliklerin gerçekleşmesinde etkili olduğuna dikkat edilmelidir.

Soyutlanmış yapının belirleyicileri genel gereklilikler ve özel gereklilikler olarak ayrılmıştır. Özel gereklilikler ve sınırlar soyutlanmış yapının alt düzeylerindeki öğrencileri belirlemek için kullanılmıştır. Tablo 3.15 tüm gereklilikleri toplu halde sunmaktadır.

Tablo 3.15

Soyutlanmış yapı düzeyinin belirleyicileri

Düzye	Genel Gereklilikler	Alt Düzey	Özel Gereklilikler ve Sınırlar
SY	Verilerden ve bağlamdan yararlanarak çıkarımlarda bulunabilme.	SY1	Bu düzeydeki öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından durum değeri bakış açısına sahiptir.
	Verilerin neden bu şekilde oluştuğu hakkında hipotezler kurma ve bunları geçmiş yaşantı, çeşitli kaynaklardan edinilen ön bilgiler ve verilerden yola çıkarak destekleyebilme.	SY2 (Pilot uygulama neticesinde eklenmiştir.)	Bu düzeydeki öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından sınıflandırıcı bakış açısına sahiptir.
	Eğer gerekli ise verilerin bundan sonraki durumu ve gidişatı hakkında hipotezler kurma ve bunları geçmiş yaşantı, çeşitli kaynaklardan edindiği ön bilgiler ve verilerden yola çıkarak destekleme.	SY3	Bu düzeydeki öğrenciler orantısal akıl yürütme yönünden genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahiptir. Bununla birlikte verilere bakış açılarından sınıflandırıcı bakış açısına sahiptir.

Not. SY: Soyutlanmış Yapı

Tablo 3.15'ten anlaşılacağı gibi öğrencinin soyutlanmış düzeyde değerlendirilebilmesi için kesin bir şekilde genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olması gerekmektedir.

Görüşme protokolü maddeleri Curcio'nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesi ile SOLO Taksonomisinin paralelliğine dayalı hazırlandığından öğrencilerin cevap ve açıklamalarının sonraki düzeye geçebilecek nitelikte olmadığı nokta öğrencinin düzeyini gösterecektir. Burada kullanılan değerlendirme bir tür eşik yöntemi olarak görülebilir. Araştırmada iki görüşme protokolü uygulandığından iki görüşmede öğrencilerin aynı düzeyde tespit edilmeme ihtimali vardır. Bu nedenle orantısal akıl yürütmeye ilişkin verilerin iki protokolden sentezlenerek, verilere bakış açılarına ilişkin verilerin her görüşme için ayrı ayrı incelenmesine karar verilmiştir. Öğrenci iki görüşmede farklı bakış açısı sergilerse görüşme protokollerinin simetrik hazırlandığı dikkate alınarak ilkinde üst

düzey bakış açısı ikincisinde alt düzey bakış açısı sergilerse alt düzey bakış açısına sahip; ilkinde alt düzey bakış açısı ikincisinde üst düzey bakış açısı sergilerse üst düzey bakış açısına sahip kabul edilecektir. Bu kabulün ardındaki birtakım dayanaklara Ryle'in (2020) Zihin Kavramı kitabından ulaşılabilir.

3.8.2 İAOAYTT'nin analizi

Veri toplama araçları anlatılırken İAOAYTT' de her bir madde için ilk aşamada bir senaryo sunularak öğrenciden 'doğru' ya da 'yanlış' tercihlerinden birini yapması, ikinci aşamada ise tercihini destekleyen en uygun seçeneği işaretlemesi istendiğine değinilmiştir. Belirlenen doğru cevaplar ve açıklamaların dışındakilerin nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı stratejilerle nasıl ilişkilendirildiği yine veri toplama araçları bölümünde anlatılmıştır. Bu bölümde Mersin (2018) tarafından belirlenen doğru cevaplar verilecek ardından analizin nasıl gerçekleştirilmekte olduğu bir örnekle açıklanacaktır. Test maddelerine ilişkin doğru seçenekler Tablo 3.16'da verilmiştir.

Tablo 3.16

İAOAYTT'nin doğru cevapları

Madde Numarasına Göre Doğru Cevaplar	
Madde 1. Yanlış/ B şıkkı	Madde 7. Yanlış/ C şıkkı
Madde 2. Doğru/ C şıkkı	Madde 8. Yanlış/ B şıkkı
Madde 3. Yanlış/ D şıkkı	Madde 9. Doğru/ C şıkkı
Madde 4. Doğru/ B şıkkı	Madde 10. Yanlış/ A şıkkı
Madde 5. Doğru/ D şıkkı	Madde 11. Doğru/ C şıkkı
Madde 6. Doğru/ C şıkkı	Madde 12. Yanlış/ A şıkkı

Madde 7 örnek olarak alınırsa öğrencinin verebileceği 8 cevap söz konusudur. Bu olası 8 cevaptan biri doğru cevaptır, biri uygun olmayan çarpımsal strateji kullanma hatalarından sabit bir duruma çarpımsal strateji uygulama hatasıyla ilişkilendirilmiştir. Kalan 6 cevap ise değerlendirme dışıdır.

3.8.3 Gözlem formunun analizi

Veri toplama sürecinde de belirtildiği gibi öğrenciler görüşme süresince gözlem formu ışığında gözlemlenmeye çalışılmış fakat görüşmenin sürdürülmesiyle eşgüdümlü gözlem yapıldığından bu gözlemler sistematik değil de önemli gözlemlerin araştırmacı tarafından not edilmesi şeklinde gerçekleştirilmiştir. Gözlem verileri öğrencilerin görüşme sürecine bütünleşmiş bir şekilde analizlere dâhil edilmiştir.

3.9 Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmalarda geçerlik ulaşılan sonuçların doğruluğu, güvenilirlik ise tekrar edilebilirliği ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Geçerlikte iç ve dış ayırımına gidilecek olunursa iç geçerlik sonuçlara ulaşılırken takip edilen sürecin üzerinde durulan gerçekliği ortaya çıkarmadaki yetkinliği, dış geçerlik ise ulaşılan sonuçların benzer gruplara aktarılabilirliği olarak karakterize edilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Benzer şekilde güvenilirlikte iç ve dış ayırımına gidildiğinde iç güvenilirlik başka araştırmacıların aynı verilerle aynı sonuçlara ulaşabilmesiyle, dış güvenilirlik ise sonuçların benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilebilmesiyle karakterize edilir (LeCompte ve Goetz, 1982'den aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Geçerlik konusunda araştırmacının esnekliği ve yansızlığı, toplanan verinin detaylı sunulması ve sonuçlara nasıl ulaşıldığının açıklanması önemli ölçütler olarak görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Lincoln ve Guba'dan (1985) aktaran Erlandson vd.'ne (1993) göre nitel araştırmalarda iç geçerlik inandırıcılık, dış geçerlik aktarılabilirlik, iç güvenilirlik tutarlık ve dış güvenilirlik teyit edilebilirlik olarak görülebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Geçerlik ve güvenilirliği sağlamaya yönelik önerilen stratejiler Yıldırım ve Şimşek (2013) referansıyla aşağıda aktarılmış ve bu doktora çalışmasında nasıl uygulandığı konusunda bilgilendirme yapılmıştır.

İnandırıcılığı sağlamak için önerilen stratejiler uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir. Araştırmacı etkileşim süresini arttırmak ve güven ortamı yaratmak için yapılacak görüşmelerin sürecini önceden öğrencilere sunmuş, rahat ve samimi bir görüşme ortamı sağlamak amacıyla yapılan değerlendirmenin kendisinin başarısı ya da başarısızlığına doğrudan bir işaret olmadığı gibi herhangi bir puan karşılığının da olmayacağı konusunda öğrenciyi bilgilendirmiştir.

Görüşme sırasında öğrencinin akıl yürütme yoluyla ilişkili her türlü eylemi gözlemlenmiş, orantısal akıl yürütme teşhis testi uygulanmış ve görüşmeler sırasında öğrencinin yazı ve çizimleri veri olarak kullanılarak veri çeşitliliği sağlanmıştır. Daha sonra elde edilen veriler derinlemesine incelenerek ve sentezlenerek sunulmuştur. Farklı öğrencilerden elde edilen veriler kavramsal çerçeve de dikkate alınarak ilişkilendirilmiş ve örüntüler ortaya konulmuştur. Ayrıca öğrencinin akıl yürütme şeklinin tespitinde

görüşmeler sırasında doğrulama yoluna gidilmiş ve böylece anlayış hatalarının önüne geçilmeye çalışılmıştır. Fakat bu yapılırken öğrencinin doğru ya da yanlış yönde yönlendirilmemesine kesin bir şekilde dikkat edilmiştir.

Diğer yandan inandırıcılığı arttırmak için araştırmada hazırlanan görüşme protokollerindeki soru maddelerinin kapsamı öğrenme alanları ve kazanımlarla ilişkisi içinde Tablo 3.4’te sunulmuştur.

Aktarılabirliği (transfer edilebilirliği) sağlamak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme stratejileri önerilmektedir. Araştırmada elde edilen veriler detaylı bir şekilde gerçeğe sadık kalınarak, gerektiğinde doğrudan alıntılarla ve görsellerle desteklenerek sunulmuştur. Amaçlı örnekleme yoluyla oluşturulan çalışma grubu ilgili bölümde ayrıntılı betimlenmiştir.

Tutarlık araştırmacının gerçekleştirdiği araştırmanın her adımında tutarlı davranmasıyla ilgilidir. Öncelikle belirtmelidir ki kavramsal çerçevenin bulunması ve görev temelli görüşme yönteminin yarı yapılandırılmış görüşme karakterinden dolayı araştırmacı sınırlı bir özgürlüğe sahiptir. Nitekim ayrıntılı tanımlanmış bir kavramsal çerçevenin iç güvenilirliği güçlendirdiği belirtilmektedir (LeCompte ve Goetz, 1982’den aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Teyit edilebilirlik kapsamında araştırmacıdan beklenen ulaştığı sonuçları verilerle desteklemesi ve okuyucuya mantıklı bir açıklama sunabilmesidir. Bu nedenle ulaşılan her sonuç kavramsal çerçeve dâhilinde ve ilgili alanyazın ışığında desteklenerek aktarılmıştır.

3.10 Araştırmacının Rolü

LeCompte ve Goetz (1982) dış güvenirliliğin (teyit edilebilirliğin) sağlanmasında araştırmacının kendi konumunu açık bir şekilde ortaya koyması gerektiğini savunmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmacı görev temelli görüşme sürecini koordine eden moderatör konumunda olmuştur. Eş zamanlı olarak öğrenciyi gözlemleyen bir gözlemci olarak da araştırmada etkin bir rol üstlenmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin akıl yürütmelerinin altındaki derinliği keşfetmek amacıyla sorular yöneltmiştir. Fakat bu alt sorular kavramsal çerçevenin ve veri toplama aracının sınırlarını zorlamayan ve öğrenciyi ne doğru ne de yanlış bir yöne sürüklemeyen nitelikte olmuştur. Araştırmacı diğer araştırmacılara rehber olması ve güvenirliliğin sağlanması açısından

araştırmanın sonunda öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmenin sürecini ve sorulan ek soruları ele alan bir metin eklemiştir (EK-6).

3.11 Araştırma Sürecinde Yaşanan Olumsuz ve Olumlu Olaylar

Araştırma yürütölmeye başlanmadan önce çalışma grubunun Trabzon il merkezinde belirlenen 4 okuldan 5'er 8. sınıf öğrencisi yani toplamda 20 öğrenciden oluşturulması planlanmaktaydı. Bunun için araştırmanın izin aşamasına geçilmeden önce okulların idarecileriyle görüşölmüş ve destekleri talep edilmiştir. Araştırmanın hangi tarihlerde gerçekleştirileceğı, yapılacak araştırmanın her bir öğrencinin yaklaşık kaç ders saatini alacağı, araştırmanın öğrencilere katkısı gibi konularda okul idarecileri bilgilendirilmiştir. Görüşölen tüm okul idarecilerinin onayı alındıktan sonra İl Millî Eğitim Müdürlöğü'nden alınacak izin süreci başlatılmıştır.

Fakat araştırma süreci başladığında bazı okul idarecileri muhtemelen okullarının Liselere Giriş Sınavı'ndaki başarısı konusundaki kaygıları nedeniyle araştırmanın okullarında gerçekleştirilmesine isteksiz yaklaşmışlardır. Okullardan birinde sorunun büyümesi üzerine ve İl Millî Eğitim Müdürlöğü'nün izni ve onayı olmasına rağmen okul yönetiminin araştırmanın gerçekleştirilmemesine karar verebileceğı öğrenildikten sonra bu okulun başka bir okulla değışilmesine karar verilmiş ve izin güncellenmiştir (EK-9). Pilot uygulama gerçekleştirildikten sonra diğere okul idarecilerinin başarı kaygıları nedeniyle sorun devam etmiş ve çalışma grubu 20'ye tamamlanamamıştır. Durumun okul idarecilerinin başarı kaygılarından kaynaklandığı pilot uygulama dâhil araştırmaya katılan 24 öğrenciden yalnızca 2'sinin ilk görüşmeden sonra ayrılma kararı vermesinden anlaşılmaktadır. Yani öğrenciler idareciler kadar kaygılı görünmemektedir. Sonuç olarak İl Millî Eğitim Müdürlöğü'nün araştırmanın izin alanını genişletmesiyle (EK-10) şartları sağlayan 20 öğrenci ile çalışma grubu oluşturulabilmiştir.

Burada değinilecek bir diğere konu öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerin uzun sürmesidir. Görüşmelerin görece uzun sürdüğü kabul edilmekle birlikte bu durum öğrencilerin görevlerdeki problematik durumun üstesinde gelme konusundaki ısrarından kaynaklanmıştır. Hiçbir öğrenci halinden şikayetçi olmamıştır. Hatta idarecilerden ikisi ve bir tane öğretmen bu konuda şaşkınlıklarını dile getirmişlerdir. İdarecilerden biri süre uzadığında öğrencinin zorlanıp zorlanmadığını denetlemek için arada bir kontrole gelmiştir. Bu durum araştırmacı tarafından anlayışla ve takdirle karşılanmıştır. Nitekim böyle bir davranış okul idarecisinin öğrencilerini düşündüğünü gösterir.

Öğrencilerden ikisi hariç geriye kalanların tamamı (20 öğrenci) araştırma sürecinden mutlu ayrıldıklarını ve araştırmanın kendilerine katkı sağladığını dile getirmişlerdir. İki öğrenci araştırmanın kendisine bir katkısı olup olmadığından emin olamadığını belirtmiştir. Tüm öğrencilere teşekkür edilip kitap hediye edilmiştir.



4 BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde amaçlar doğrultusunda sorulan sorulara ilişkin elde edilen bulgulara yer verilecektir. Bulgular orantısız akıl yürütmeye ilişkin bulgular ve istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin bulgular olmak üzere iki ana kısımdan oluşmaktadır. Her kısmın araştırma soruları ayrı ayrı ele alınarak elde edilen bulgular aktarılmıştır.

4.1 Orantısız Akıl Yürütmeye İlişkin Bulgular

Orantısız akıl yürütmeye ilişkin bulguların ana amacı öğrencilerin hangi oran kavramına (birimsiz, durumsal birimli, genelleştirilmiş birimli) sahip olduklarını ortaya koymaktır. Ayrıca elde edilen bulgular bazı öğrencilerin orantısız akıl yürütmeye düştükleri birtakım yanlışlara da ışık tutmaktadır. Bu bağlamda aşağıda sunulan dört araştırma sorusuna yanıt oluşturacak bulgulara yer verilmiştir.

- Öğrencilerin İAOAYTT’de ve görevlerde kullandıkları nitel orantısız akıl yürütme veya hatalı stratejiler nelerdir?
- Öğrenciler orantısız akıl yürütmeye hangi stratejileri uygulamaktadır?
- Öğrencilerin birimsiz veya birimli oran kavramlarına sahip olma durumları nasıldır?
- Öğrencilerin durumsal veya genelleştirilmiş birimli oran kavramlarına sahip olma durumları nasıldır?

Orantısız akıl yürütmeyi belirlemeye yönelik hazırlanan veriler arasını okuma soruları Tablo 4.1’de sunulmuştur. Sorular her iki görüşme protokolünde paralel olarak hazırlanmıştır.

Tablo 4.1

Orantısız akıl yürütmeyi belirlemeye yönelik veriler arasını okuma soruları

Görüşme ve Soru Sırası	Soru
Görüşme 1 Soru 7	Karışımındaki limon suyu ve saf su miktarlarından yola çıkarak F marka ürünün karışımının tadı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Neden?
Görüşme 2 Soru 7	Okuldaki öğrenci sayısı ve şube sayısından yola çıkarak D okulunun sınıf yoğunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz? Neden?
Görüşme 1 Soru 8	Tadı en az ekşi olan karışım hangi marka ya da markaların ürününe aittir neden?
Görüşme 2 Soru 8	Sınıf yoğunluğu en az olan okul ya da okullar hangileridir? Neden?

Orantısız akıl yürütmeyi gerektiren veriler ötesini okuma soruları Soru 13, 14, 15 ve 17’dir. Soru 17 orantısız akıl yürütme açısından öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran

kavramına sahip olup olmadıklarını incelemeye yöneliktir. Tekrara girilmemesi için bu sorular burada verilmemiştir.

4.1.1 Birinci soruya ilişkin bulgular

Orantısal akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından ilki öğrencilerin İAOAYTT’de ve görevlerde ne tür nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı stratejiler gerçekleştirdiğini öğrenmeye yöneliktir. Pilot uygulama bölümünde değinildiği gibi Hilton vd. (2013) araştırmasında bulunup da testin Mersin (2018) tarafından dilimize yapılan uyarlamasında bulunmayan iki nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı strateji kullanma durumu bulunmaktadır. Öğrencilerin bu iki duruma uygun gelen yanıtları Hilton vd. (2013) araştırmasına bağlı kalınarak dâhil edilmiş ve Tablo 4.2’de sunulmuştur. Tablo 4.2 araştırmanın çalışma grubunda karşılaşılan nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı stratejileri göstermektedir. Hiçbir nitel orantısal akıl yürütme ya da hatalı strateji uygulamayan öğrenciler ile bazı sorularda doğru cevabı sunamamasına rağmen cevapları Hilton vd.’nin (2013) tanımladıkları nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı stratejilerden herhangi birine uymayan öğrenciler tabloda yer almamaktadır.

Tablo 4.2*Öğrencilerin nitel akıl yürütme veya hatalı strateji kullanma durumları*

Kullanılan Akıl Yürütme	Seçenekler	Öğrenciler
Bazı nitel ilişki anlayışları		
Parçanın bütünüyle karşılaştırılması gerektiğini düşünür	Madde 5 (YC)	Ö14
Hız zaman ilişkisini nitel olarak değerlendirir	Madde 8 (YD)	Ö17
Ters ilişkiyi nitel olarak değerlendirir	Madde 10 (A Şıkkı)	Ö17
Göreceli karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma yapma		
Bir değeri başka bir değeri dikkate almadan değerlendirir*	Madde 6 (DA)	Ö16/Ö18/Ö19
Birimin değerini düşünmeden ölçeği mutlak olarak okumak	Madde 11 (YA, YB)	Ö8 (YB)
Uygun olmayan çarpımsal stratejileri kullanma		
Toplamsal bir duruma çarpımsal strateji uygulama	Madde 1 (DC, DD)	Ö2/Ö6 (DC) Ö3/Ö4/Ö8/Ö15 (DD)
Ters orantıyı doğrusal orantıymış gibi uygulama	Madde 8 (DA)	Ö3
Ters orantıyı tanıma ancak yanlış akıl yürütme kullanma	Madde 10 (YC)	Ö3/Ö8
Orantısal Durumlarda toplamsal strateji kullanma		
İki niceliği doğrudan aynı miktarda arttırma	Madde 2 (YB, YD)	Ö14 (YD)
Yanlış Hesaplama/ Hesap yapmama		
Çarpımsal akıl yürütmeyi yanlış kullanma	Madde 9 (YA, YB)	Ö14 (YB)
Görsel temsillerin yanlış anlaşılması		
Grafiği doğru yorumlama ancak ilgisiz cevabı seçme	Madde 4 (A Şıkkı)	Ö6/Ö16
Şekilsel temsillerdeki göreceli miktarları yanlış yorumlama	Madde 11 (YD)	Ö9/Ö14/Ö15/Ö20
Yol-zaman grafiğini yanlış yorumlama**	Madde 4 (YC)	Ö8

Not. Solda Y: Yanlış D: Doğru Sağda ikinci aşamada işaretlenen sık yer almaktadır.

* ve ** ile işaretli nitel akıl yürütme veya hatalı stratejiler doğrudan Hilton vd.'den (2013) aktarılmıştır.

İAOAYTT'nin analizi sonucunda aşağıda sunulan iki bulguya erişilmiştir.

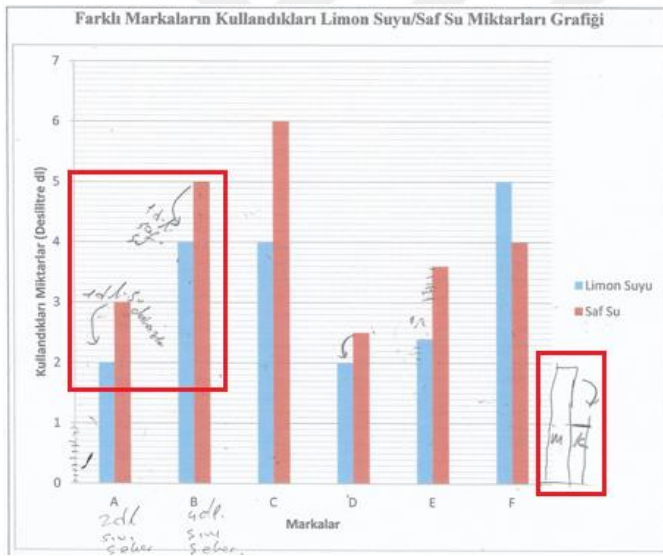
- Tablo 4.2'den de görülebileceği gibi çalışma grubunun küçük olmasına rağmen nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı strateji kullanma durumları çok çeşitlilik göstermektedir. Bununla birlikte çalışma grubundaki öğrencilerin “uygun olmayan çarpımsal stratejileri kullanma” ve “görsel temsillerin yanlış anlaşılması” nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı stratejilerinde yoğunlaştığı görülmektedir.

- Öğrencilerin İAOAYTT’ de gerçekleştirdikleri nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı stratejilerin görüşme protokollerinde yapılan tespitleri destekler nitelikte olduğu tespit edilmiştir.

İkinci bulgunun desteklenmesi için iki örnek duruma başvurulmuştur. Birinci örnekte Ö9 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8’de gerçekleştirdiği yanlış toplamsal düşünme süreci incelenmektedir. Öğrenci hacimce Saf Su (SS)-Limon Suyu (LS) farkına dayanarak A ve B marka ürünlerin tatlarının aynı olduğunu belirtmekteyken araştırmacı örnek bir durum olması açısından 2 dl LS ve 1 dl SS içeren farklı bir karışım üzerinde düşünmesini istemiştir. Öğrenci bu yeni karışımın tadının A ve B marka ürünlerle değil F marka ürün ile aynı olduğunu belirtmiştir. Şekil 4.1 öğrencinin üzerinde çalıştığı grafiği göstermektedir.

Şekil 4.1

Ö9 kodlu öğrencinin gerçekleştirdiği yanlış toplamsal düşünmenin grafikteki yansıması



Şekil 4.1’de sunulan grafik üzerinde öğrenci ile gerçekleştirilen diyalog aşağıda sunulmuştur.

A: Yani farklarına mı bakıyorsun?

Ö9: Yani kullanılan maddeler aynıysa miktarlarına bakmamıza bence gerek yok yani. Aynıdır tatları. Yani sonuçta aynı şeyden daha fazla yapınca değişmez ki tadı aynı olur.

A: Tamam bende şunu soruyorum bununla (A limonatasının karışımının tadı) bu (B limonatasının karışımının tadı) aynı mı?

Ö9: Aynıdır.

A: Farkları bir olduğundan yani diyorsun. Bununla bunun farkı bir olduğundan. (Grafik üzerinde SS-LS gösterilerek.)

Ö9: *Evet.*

A: Yani şöyle bir durumla karşılaştın şu mavi şu kırmızı olsun. Bu sefer F ile bu başka marka aynı tada mı sahip diyeceğiz.

Ö9: *Şu aradaki fark aynı? (F mark. LS-SS ile yeni çizilen mark. LS-SS)*

A: Aynı. Fark aynı olunca tadı aynı mı oluyor?

Ö9: *Hayır öyle olmuyor. Fark aynı olmasa da tat aynı olabilir. Çünkü öyle olunca da madde miktarı işin içine girebilir.*

A: Tamam. O zaman neye bakmak lazım bu durumda?

Ö9: *Madde miktarına bakmak lazım.*

A: Nasıl yani madde miktarına?

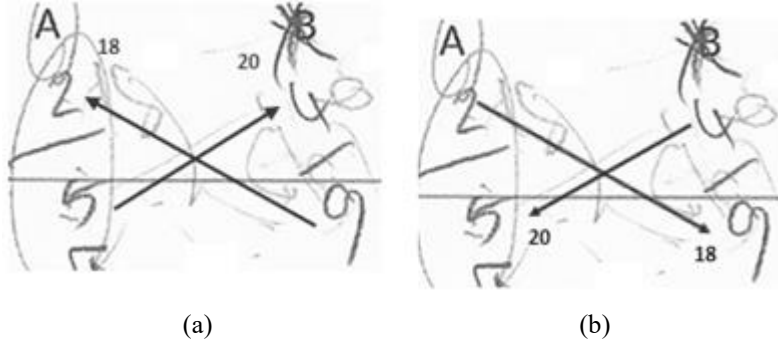
Ö9: *Yani hangisinin daha fazla hangisinin daha az olduğuna. Yani bu durumda bence sizin çizdiğiniz ile F aynı tada sahiptir. Öyle düşünüyorum.*

Öğrencinin yanlış toplamsal düşünme gerçekleştirdiği ifadelerinden anlaşılmaktadır. Buradaki durumun öğrencinin İAOAYTT’ de hem ifadenin doğru ya da yanlışlığını hem de uygun gerekçeyi belirleyemediği Madde 11’de yaptığı görsel temsillerin yanlış anlaşılması hatalarından şekilsel temsillerdeki göreceli miktarları yanlış yorumlama hatasının bir yansıması olduğu düşünülmektedir. Öncelikle öğrenci diyaloglarında yer alan tereddüt ifadeleri (“*Fark aynı olmasa da tat aynı olabilir.*” gibi.) öğrencinin yanılsamalarının olabileceğini göstermektedir. Diğer yandan İAOAYTT’ de Madde 11’de suyun içinde çözünen şekerlerle ilgili bir oranlama sorusu sorulduğuna dikkat edildiğinde benzer bağlama sahip sorularda öğrencinin hataya düşmesi yapılan değerlendirmeyi destekler niteliktedir.

İkinci örnekte Ö3 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8’de uyguladığı içler dışlar çarpımı stratejisi ele alınmaktadır. Öğrenci Şekil 4.2 (a) kısmında soldaki orana sahip bir limonatanın daha az ekşi olduğunu tespit ederken $2 \text{ dl LS} \times 9 \text{ dl Karışım} < 5 \text{ dl Karışım} \times 4 \text{ dl LS}$ karşılaştırmasını yaparak belirlediğini ifade etmektedir. Fakat oklar yön değiştirdiğinde oranların yeri değişmemesine rağmen karşılaştırmanın yönünün değişeceğinin farkına varamamaktadır. Şekil 4.2’de (a) kısmı öğrencinin gerçekleştirdiği, (b) kısmı burada değinilmek istenen durumu göstermektedir.

Şekil 4.2

Ö3'ün içler dışlar çarpımı stratejisi ve uygulamaya getirilen yorum



Not. Eklenen sayılar öğrencinin yazıp sildiği sayılardır.

Öğrencinin bu yaklaşımındaki sorun İAOATT Madde 8’de yaptığı ters orantıyı doğru orantıymış gibi uygulama ve Madde 9’da yaptığı ters orantıyı belirleme ama yanlış akıl yürütme hatalarıyla ilişkili olduğu düşünülmüştür.

4.1.2 İkinci soruya ilişkin bulgular

Orantısal akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından ikincisi öğrencilerin orantısal akıl yürütmede hangi stratejileri kullandığını öğrenmeye yöneliktir. Geçmiş araştırmalarda tespit edilen stratejiler içerdikleri orantısal ilişkilendirme dikkate alınarak araştırmacı tarafından fonksiyonel ilişkilendirme gerektirenler (birim oran ve içler dışlar çarpımı) ve fonksiyonel ilişkilendirme gerektirmeyenler olarak sınıflandırılmıştır. Kullandıkları stratejilere bakmanın öğrencilerin oran kavramları hakkında kesin bir yargıya ulaştıramadığı ve bu nedenle ek sorularla farklı bulguların aranmasının gerekli olduğu pilot uygulama bölümünde açıklanmıştır. Bu nedenle öğrencilere ek sorular yöneltilmesi gerektiğine ve ek bulgularla desteklenerek öğrencilerin birimli oran kavramına mı birimsiz oran kavramına mı sahip olduğuna karar verileceğine değinilmiştir. Öğrencilere sorulan ek sorulara ve elde edilen bulgulara sonraki bölümlerde yer verilmiştir.

Araştırmada orantısal akıl yürütme stratejilerinin ele alınma amacı öğrencilerin oran kavramlarının belirlenmesini kolaylaştırmak olduğundan her bir stratejinin ne sıklıkla uygulandığından çok öğrencilerin fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejileri mi gerektirmeyen stratejileri mi uygulamaya yoğunlaştığına odaklanılmıştır.

Öğrencilerin kullandıkları stratejilere ilişkin elde edilen bulgulara geçilmeden önce her bir stratejinin öğrenciler tarafından nasıl uygulandığı gösterilmiştir. Stratejilerden ilk altısı alanyazında daha önce ele alınmış stratejilerdir. Son olarak ele alınan strateji

öğrencilerin sıklıkla başvurduğu fakat orantısal akıl yürütme alanyazınında önceden ele alınmamış olduğu tespit edilen bir stratejidir.

Denk Kesir Stratejisi: Aşağıda Ö12 kodlu öğrencinin denk kesir stratejisini uygulamasına bir örnek sunulmuştur.

Ö12 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8’e cevabından:

Ö12: *Çünkü topluyorum saf suyla limon suyunu. Toplamda 10 dl oluyor. Limon suyu da 4 dl.*

$\frac{4 \text{ dl LS}}{10 \text{ dl Karışım}}, \frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}}$ Bunda da aynı.

A: Peki şöyle mi düşünüyoruz? Yani bu bunun 2 katı, bu da bunun 2 katı. Bu şekilde mi düşünüyoruz? (Aynı ölçme uzayına ait çokluklar arasında.)

Ö12: *Evet.*

A: Peki yukarıdan aşağıya ilişkiyle bunların eşit olduğu gösterilebilir mi? (Farklı ölçme uzayına ait çokluklar arasında.)

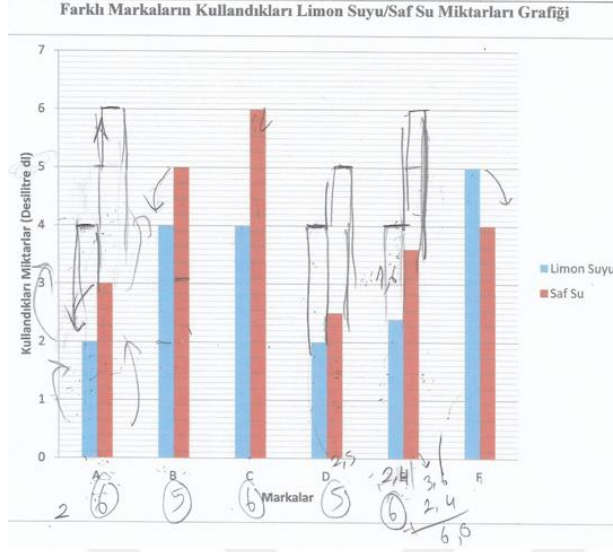
Ö12: *Eşitler çünkü bunu $(\frac{4 \text{ dl LS}}{10 \text{ dl Karışım}})$ sadeleştirdiğim zaman $\frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}}$ oluyor.*

Burada öğrenci A ve C marka ürünlerin oranlarının eşit olduğunu sadeleştirme (skaler ilişkilendirme) yoluyla açıklamaktadır. Bu durumda denk kesir stratejisi uygulamaktadır. Bazı başka öğrenciler gibi Ö12 $\frac{LS}{Karışım}$ oranını kullanmıştır. Burada ve ilerleyen süreçte öğrencilerin benzer uygulamalarının sunumunda “dl Karışım”ın “dl LS”den farklı bir ölçme uzayına ait olduğu kabul edilerek hareket edilmiştir.

Değişim Çarpanı Stratejisi: Aşağıda Ö14 kodlu öğrencinin değişim çarpanı stratejisini uygulamasına bir örnek sunulmuştur. Şekil 4.3 öğrencinin grafik üzerinde gerçekleştirdiği çizimleri göstermektedir. Öğrenci ile şekil üzerinden gerçekleştirilen diyalog aşağıda aktarılmıştır.

Şekil 4.3

Ö14 kodlu öğrencinin grafik üzerinde gerçekleştirdiği çizimler



Ö14 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8'e cevabından:

Ö14: Evet. F marka ürün ile uğraşmasam. Şu beşi arasında karşılaştırırsam. 4 dl'de eşitlemek istiyorum limon sularını.

A: Tamam.

Ö14: (A marka üründe) Öyle getirdim. (limon suyunu) 2 kat arttırdım o zaman bunu da (saf suyunu) 2 kat arttırmam gerekiyor. Yani bu 6 dl olsun. (B ve C marka ürünlerde limon suyu) Bu tamam bunlar eşitmiş zaten. (D marka üründe) Bunu (limon suyunu) iki kat arttırdım. Bunu da (saf suyu) 2 kat arttıracam. 2,5'ti değer. O zaman bunu da (saf suyu) 5 yapmam gerekiyor. E marka üründe 2,4 dl.

Öğrenci A marka ürünün limon suyunu B marka ürünün limon suyu ile ilişkilendirmektedir. B marka üründe 4 dl limon suyu var ve bu da A marka üründeki limon suyunun iki katı şeklinde düşünerek A marka üründe $\frac{2 \text{ dl LS}}{3 \text{ dl SS}}$ ile $\frac{4 \text{ dl LS}}{6 \text{ dl SS}}$ ilişkisini aynı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasında ayrı ayrı skaler çarpan uygulayarak oluşturmaktadır. Daha sonra benzer bir stratejiyi D marka ürünün bileşenlerine uygulamıştır. Öğrencinin bu uygulamasında;

- Herhangi bir kesir oluşturmamış olduğuna ve genişletme yapmaya (sonucu 1 olan $\frac{2}{3}$ formundaki kesirlerden biriyle çarpılmaya) çalışmadığına,
- Kendi zihninde bilinmeyen değeri bulma sorusu kurup çözdüğüne dikkat edilmelidir. Şöyle ki öğrenci zihninden "A marka üründe 2 dl limon suyuna

karşılık 3 dl saf su bulunmaktadır. Limon suyu miktarı 4 dl olsaydı buna karşılık kaç dl saf su olurdu?” sorusunu çözmektedir.

Denklik Sınıfı Stratejisi: Aşağıda Ö13 kodlu öğrencinin denklik sınıfı stratejisini uygulamasına bir örnek sunulmuştur.

Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 13’e cevabından:

Şekil 4.4 öğrencinin gerçekleştirdiği işlemleri göstermektedir.

Şekil 4.4

Ö13 kodlu öğrencinin denklik sınıfı stratejisi uygulaması

A: 2 dl → Limon Suyu
3 dl → Saf su
E: 2.4 dl → Limon suyu
3.6 dl → Saf su
 $\frac{2.4}{3.6} = \frac{2}{3}$
 $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

Şekil 4.4’te öğrenci başlangıçta denk kesir stratejisi uygulayarak $\frac{2.4 \text{ dl LS}}{3.6 \text{ dl SS}} = \frac{2 \text{ dl LS}}{3 \text{ dl SS}}$ orantısını elde etmiş ve iki oranın (A ve E marka ürünlerin) eşit olduğunu belirtmiştir. A ve E marka ürünlerin tatları aynı olduğundan bu iki ürünün birer şişeleri birleştirildiğinde elde edilecek yeni karışımın tadının da aynı olacağını belirtmiştir. Araştırmacı bu iddiasını işlemlerle doğrulamış olmadığını söylediğinde öğrenci denklik sınıfı stratejisi uygulayarak $\frac{4.4 \text{ dl LS}:1.1}{6.6 \text{ dl SS}:1.1} = \frac{4 \text{ dl LS}:2}{6 \text{ dl SS}:2} = \frac{2 \text{ dl LS}}{3 \text{ dl SS}}$ orantılarını elde etmiş ve iddiasının doğrulandığını göstermiştir.

İçler Dışlar Çarpımı Stratejisi: Öğrencilerin bu stratejiyi hem bilinmeyen değeri bulma hem de karşılaştırma yapma amaçlarıyla gerçekleştirebildiği görülmüştür.

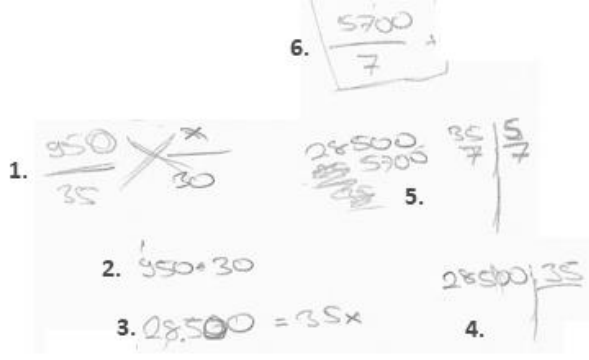
Aşağıda öğrencilerin içler-dışlar stratejisini uygulamalarından örnekler sunulmuştur. Fakat ileride de değinileceği gibi bu stratejiyi uygulayabilmeleri öğrencilerin birimli oran kavramına sahip olduğunu anlamada tek başına yeterli olmamaktadır.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 15’e cevabından:

Öğrencinin uygulaması Şekil 4.5’te sunulmuştur.

Şekil 4.5

Ö11 kodlu öğrencinin içler dışlar çarpımı stratejisi uygulaması



Not. Numaralandırma öğrencinin işlemleri gerçekleştirme sırasını göstermektedir.

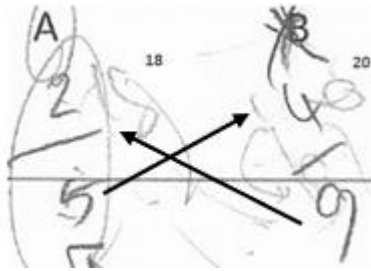
Şekil 4.5'ten de anlaşılacağı gibi öğrencinin içler dışlar çarpımı stratejisini uygulama şekli birimli oran kavramına uygundur. Çünkü öğrenci $\frac{950 \text{ öğrenci}}{35 \text{ şube}} = \frac{x \text{ öğrenci}}{30 \text{ şube}}$ orantısında bilinmeyeni $\frac{950 \text{ öğrenci}}{35 \text{ şube}} \cdot 30 \text{ şube} = x \text{ öğrenci}$ işlemiyle elde etmektedir. Ayrıca öğrencinin burada bu stratejiyi bilinmeyen değeri bulma amacıyla kullandığı anlaşılmaktadır.

Ö3 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8'e cevabından:

Ö3 kodlu öğrencinin soru üzerinde yaptığı işlemlerden ilgili kısım Şekil 4.6'da aktarılmıştır.

Şekil 4.6

Ö3 kodlu öğrencinin içler dışlar çarpımı stratejisi



Not. Eklenen sayılar öğrencinin yazıp sildiği sayılardır.

Şekil 4.6'da gerçekleştirdiği işlemler üzerinden Ö3 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen diyalog:

Ö3: (A ve B marka ürünlerin tadına ilişkin oranları karşılaştırırken. A marka ürünün) 18 20. İçler dışlar çarpımı yaptım. 18'e 20 oluyor. B marka ürünün ki daha büyük çıktığı için B eleniyor.

A: Bunu nasıl uyguladın? 9 ile 2'yi...

Ö3: 5 ile de 4'ü.

Öğrenci içler dışlar çarpımı stratejisini 2 dl LS x 9 dl Karışım = 18 dl LS x dl Karışım ve 4 dl LS x 5 dl Karışım = 20 dl LS x dl Karışım olmak üzere gerçekleştirmiştir. Buradan karşılaştırma yaparak çarpımın büyük olduğu tarafın daha ekşi bir tada sahip olduğunu belirtmiştir. Bu uygulamanın sorunlu tarafına İAOAYTT'ye ilişkin bulgularda yer verilmiştir.

Birim Oran Stratejisi: Öğrencilerin bu stratejiyi hem karşılaştırma yapma hem de bilinmeyen değeri bulma amaçlarıyla gerçekleştirebildiği görülmüştür.

Aşağıda öğrencilerin birim oran stratejisini uygulamalarından örnekler sunulmuştur. Örneklerden ilki bilinmeyen değeri bulmaya ikincisi karşılaştırma yapmaya ilişkindir.

Ö10 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 15'e cevabından:

Öğrencinin gerçekleştirdiği işlemler Şekil 4.7'de sunulmuştur.

Şekil 4.7

Ö10 kodlu öğrencinin birim oran stratejisi

Handwritten student work showing the unit ratio strategy. The work is divided into two main parts. The left part shows the calculation for 20 şube (branches) based on 950 öğrenci (students) and 35 şube. The right part shows the calculation for 500 öğrenci based on 3 şube. The final result is 20.

$$20 \text{ şube} \quad \frac{950}{35} \cdot 10 \quad \frac{500}{3} \cdot 10$$

$$\frac{950}{35} \cdot 10 = 271.428571$$

$$\frac{500}{3} \cdot 10 = 1666.666667$$

$$\frac{271.428571}{1666.666667} = 0.1628571429$$

$$0.1628571429 \cdot 1228.571429 = 20$$

Görüşme 2 Soru 15 kapsamında soruda “eşit sayıda şubelerin” birleştirilmesinin istenmesi üzerine öğrenci D ve F okullarından 10’ar şubeyi birleştirerek 20 şubeli bir okul oluşturacağını belirtmiştir. Bunu gerçekleştirmek için ise birim oran stratejisi uygulayan

Ö10 kodlu öğrenci D okulundan katılacak öğrenci sayısını $10 \text{ Şube} \times \frac{950 \text{ Öğrenci}}{35 \text{ Şube}} = \frac{9500}{35}$ Öğrenci işlemiyle elde etmiştir. Buraya kadar öğrencinin birim oran stratejisi uyguladığı belirtilebilir. Diğer yandan öğrenci F okulundan katılacak öğrenci sayısını $500 \text{ Öğrenci} \times \frac{10 \text{ Şube}}{30 \text{ Şube}} = \frac{500}{3}$ Öğrenci işlemiyle bulmuştur. Burada değişim çarpanı stratejisi uygulanmıştır.

Ö6 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 8'e cevabından:

Çalışma grubundaki diğer birçok öğrenci gibi Ö6 Şekil 4.8’de aktarılan işlemleri gerçekleştirerek birim oranları tespit etmiş ve bu birim oranlar aracılığıyla aynı orana sahip olanları belirlemiştir.

Şekil 4.8

Ö6 kodlu öğrencinin birim oran stratejisi

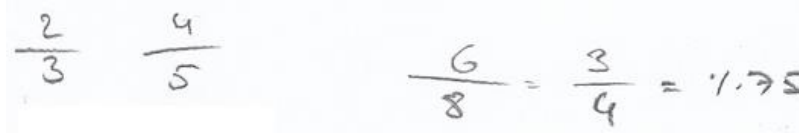
The image shows handwritten student work. At the top, there are five division problems: 750/45, 900/40, 1350/60, 900/35, and 1350/75. Each problem is solved using long division, with the quotient written above the line and the remainder below. The results are: 16,6 (with a bar over the 6), 22,5, 22,5, 25,6, and 16,6 (with a bar over the 6). Below these, there is a list of results: A 16,6, B 22,5, C 22,5, D 25,6, E 16,6, F 16,6. The results are written in a way that suggests they are being compared or grouped.

Şekil 4.8’den de görülebileceği gibi öğrenci bir oran olan ortalamayı (araştırmada sınıf yoğunluğu) bölme formu uygulayarak elde etmiş ve aynı orana sahip olanları belirlemiştir. Burada söz konusu olan strateji birim oran stratejisidir. Örnek verilecek olursa $\frac{900 \text{ Öğrenci}}{40 \text{ Şube}} = \frac{22,5 \text{ Öğrenci}}{1 \text{ Şube}} = 22,5 \frac{\text{Öğrenci}}{\text{Şube}}$ elde etmektedir. Birim oran stratejisi ondalık bir sayıyla sonuçlanmıştır. Fakat burada uygulanan ondalık stratejisi değildir. Bununla birlikte Ö6 kodlu öğrencinin birimleri yazmadığı için birimli oran kavramına sahip olup olmadığı kesin bir şekilde belirtilememektedir.

Yüzde Stratejisi: Öncelikle ondalık stratejisinin yüzde stratejisiyle birlikte değerlendirildiği belirtilmelidir. Bunun nedeni bu iki stratejiyle yalnızca Ö7 kodlu öğrencinin bir görüşmesinde karşılaşılmıştır. Ondalık stratejisinde birimlerin yazılması elzem olduğu ve yüzde stratejisinin her halükârda birimsiz oran olarak kabul edildiği önceden belirtilmiştir. Stratejilere örnek teşkil etmesi için Ö7 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 14’e cevabından örnek sunulacaktır. Şekil 4.9 öğrencinin A ve B marka ürünlerden birer şişe karıştırılmasıyla oluşturulacak kurgusal G marka ürünün karışımının sahip olacağı oranı bulma sürecini göstermektedir.

Şekil 4.9

Ö7 kodlu öğrencinin Soru 14'e gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit


$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.75$$

Öğrencinin görüşme sırasında aktardığı ifadelerden bir kısmı aşağıdaki gibidir.

A: Peki B markasının karışımından daha az ekşi olduğunu nasıl anladın?

Ö7: B markasında oran 0,8 yani %80. (Önceden grafik üzerinde yazdıklarını göstererek.)
Onu bulmuştum.

Öğrencinin ondalık ve yüzdeyi bir oran olarak kabul ettiği ifadelerinden anlaşılmakta olup ondalık gösterim kullanan bu öğrencinin birimleri yazmadığı ve sorulduğunda da çoğunlukla uygun birimi belirtmediği tespit edilmiştir. Bu nedenle öğrencinin ondalık ve yüzde stratejilerinin her ikisinden elde edilen bulguları birimsiz oran uyguladığı (skaler ilişkilendirme yaptığı) şeklinde değerlendirilmiştir.

Şu ana kadar öğrencilerin alanyazında ele alınan stratejileri nasıl uyguladıklarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Buna karşın bulgular öğrencilerin alanyazında yer verildiği görülmeyen bir başka stratejiyi daha kullandıklarını göstermektedir. Bu strateji ortak paydada buluşturma stratejisi başlığı altında incelenmiştir.

Ortak paydada (payda) buluşturma stratejisi: Araştırmada öğrencilerin bir kısmının sıklıkla uyguladığı ortak paydada (payda) buluşturma stratejisi olarak nitelendirilebilecek bir stratejiyle karşılaşmıştır. Alanyazında bir karşılık bulamamış olan bu stratejide paydaların (paylar için de uygulanabilir) eşitlenmesi söz konusudur. Fakat paydaların (payların da olabilir) eşitleneceği sayı öğrencinin bireysel olarak belirlediği bir sayıya, oranların paydalarının çarpımına ya da En Küçük Ortak Kat'a (EKOK) bağlı olmaktadır. EKOK bulunurken bileşenlerden biri diğerinin tam katı olduğunda büyük olan sayı EKOK'a karşılık gelmektedir. Bunun dışındaki durumlarda EKOK bileşenlerin herhangi birine karşılık gelmemektedir. Bu stratejiyle biri ikili denk kesir oluşturma diğeri değişim çarpanını belirleme şeklinde karşılaşmıştır. Stratejinin her iki uygulamasında iki açıdan benzerlik bulunmaktadır. Bunlar ortak olarak belirlenen paydanın (paydalara uygulandığında) her iki oranın paydaları dışında bir sayı olması ve fonksiyonel ilişkilendirme gerektirmemeleridir.

Bulguya örnek teşkil etmesi için Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8'e cevabının ilgili bölümleri sunulacaktır. Şekil 4.10 öğrencinin Soru 8'de gerçekleştirdiği karşılaştırmaları göstermektedir.

Şekil 4.10

Ö11 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği karşılaştırmalar

Not. Numaralandırma öğrencinin yaptığı işlemleri bölümlere ayırmak için eklenmiştir.

Şekil 4.10'dan da görülebileceği gibi öğrenci ikili denk kesir oluşturmaktadır. Örneğin 1. bölümde A ve B marka ürünlerin arasında A marka ürün için $\frac{2 \text{ dl LS} \times 5}{3 \text{ dl SS} \times 5} = \frac{10 \text{ dl LS}}{15 \text{ dl SS}}$ ve B marka ürün için $\frac{4 \text{ dl LS} \times 3}{5 \text{ dl SS} \times 3} = \frac{12 \text{ dl LS}}{15 \text{ dl SS}}$ denk kesirlerini elde etmektedir. Burada EKOK iki oranın paydasının çarpımıyla aynıdır. Ya da 2. bölümde öğrenci EKOK'a karşılık gelmeyen ortak bir paydada oranları buluşturmuştur. 18 her iki paydanın çarpımıdır. Bu iki uygulamada öğrencinin paydayı yazmaması durumunda içler dışlar çarpımı stratejisi uygulanmış olacağına dikkat edilmelidir.

Aşağıda çoklu karşılaştırmada Ö1 kodlu öğrencinin ortak paydaya göre değişim çarpanı belirlediği bir durum örneklendirilmiştir. Şekil 4.11 öğrencinin Görüşme 2 Soru 8'de gerçekleştirdiği karşılaştırmaları göstermektedir.

Şekil 4.11

Ö1 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği karşılaştırmalar

Not. Numaralandırma öğrencinin yaptığı işlemleri bölümlere ayırmak için eklenmiştir.

Öğrenci önce herhangi iki oranı karşılaştırma amacı gütmeksizin elindeki oranları sadeleştirmiştir (1. bölüm). Dikkat edilirse öğrenci bazı orantılar gerçekleşmesine rağmen ortak paydada buluşturmaya devam etmiştir (2. bölüm). $\frac{126 \text{ şube}}{3 \text{ şube}} = 42$ değişim çarpanını belirleyerek $50 \text{ öğrenci} \times 42 = 2100$ Öğrenci, $\frac{126 \text{ şube}}{2 \text{ şube}} = 63$ değişim çarpanını belirleyerek $45 \text{ öğrenci} \times 63 = 2835$ Öğrenci ve $\frac{126 \text{ şube}}{7 \text{ şube}} = 18$ değişim çarpanını belirleyerek $190 \text{ Öğrenci} \times 18 = 3420$ Öğrenci sonuçlarını elde etmiştir.

Tablo 4.3 öğrencilerin bu stratejilerden hangilerini ve hangi görüşmede kullandıklarını göstermektedir. Yüzde (ve onda) stratejisi önceden belirtildiği gibi yalnızca bir öğrencinin bir görüşmesinde görüldüğünden tabloya dâhil edilmemiştir. Tabloda strateji isimleri baş harflerine göre kısaltılarak verilmiştir.

Tablo 4.3

Öğrencilerin görüşmelerde kullandıkları stratejiler

Ö.K.	Görüşme 1						Görüşme 2					
	DKS	DÇS	DSS	İDÇS	BOS	OPBS	DKS	DÇS	DSS	İDÇS	BOS	OPBS
Ö1	+	+	+				+				+	+
Ö2	+		+									+
Ö3	+			+							+	
Ö4	+	+	+		+						+	
Ö5	+	+				+					+	+
Ö6	+					+					+	
Ö7	+					+		+		+	+	
Ö8	+	+		+			+				+	
Ö9	Toplamsal							+			+	
Ö10	+		+	+			+	+	+		+	
Ö11	+	+		+		+	+			+		+
Ö12	+			+		+	+			+		+
Ö13	+		+			+		+			+	+
Ö14		+									+	
Ö15	+	+	+								+	
Ö16	+	+		+		+	+				+	
Ö17	+					+					+	
Ö18	+					+					+	
Ö19	+	+				+					+	
Ö20	Toplamsal										+	
Ö.S.	17	9	6	6	1	10	6	4	1	3	17	6

Not. Ö.K.: Öğrenci Kodu Ö.S.: Öğrenci sayısı DKS: Denk Kesir Stratejisi DÇS: Değişim Çarpımı Stratejisi DSS: Denklik Sınıfı Stratejisi İDÇS: İçler Dışlar Çarpımı Stratejisi BOS: Birim Oran Stratejisi OPBS: Ortak Paydada (Payda) Buluşturma Stratejisi

Tablo 4.3'ten ve stratejilerle ilgili yapılan açıklamalardan aşağıdaki bulgular tespit edilmiştir;

- Her iki görüşmede nicel karşılaştırma gerekmesine rağmen öğrencilerin çoğunun ilk görüşmede (TrabLim Görevi) fonksiyonel ilişkilendirme gerektirmeyen stratejiler (özellikle denk kesir), ikinci görüşmede (Özel Ortaokul Görevi) fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejiler (özellikle birim oran) kullandığı tespit edilmiştir.
- Öğrencilerin bu stratejileri bilinmeyen değeri bulma ve karşılaştırma yapma amaçlarıyla kullanabildikleri anlaşılmıştır.
- İkinci görüşmede birim oran stratejisini kullanan tüm öğrencilerin birim oranı bölme formundan yararlanarak elde ettikleri görülmüştür.
- Öğrencilerin artırma stratejisini hiç kullanmadıkları tespit edilmiştir.

- Öğrencilerden yalnızca Ö7 yüzde (ondalık) stratejilerine örnek uygulamalar sergilemiştir. Bunlardan ondalıkta birimlerin belirtilmiş olmasının oran kavramına ilişkin bilginin edinilmesi için elzem olduğu ve yüzdenin de birimsiz oran olduğu önceden belirtilmiştir. Ondalık gösterim kullanan öğrencinin birimleri yazmadığı ve sorulduğunda da çoğunlukla uygun birimi belirtmediği tespit edilmiştir. Bu nedenle ondalık ve yüzde stratejilerinin her ikisinden elde edilen bulgular öğrencinin skaler ilişkilendirme yaptığı yönünde değerlendirilmiştir.

4.1.3 Üçüncü soruya ilişkin bulgular

Orantısal akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından üçüncüsü öğrencilerin birimsiz veya birimli oran kavramlarından hangisine sahip olduklarını öğrenmeye yöneliktir.

Uyguladıkları stratejilerle birlikte öğrencilerin;

- Birimler hakkındaki bilgi ve düşüncelerine,
- İlişkilendirmenin hangi yönde (aynı-farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasında) yapılması gerektiğine yönelik bilgi ve düşüncelerine başvurularak her bir öğrencinin hangi oran kavramına sahip olduğuna karar verilmiştir.

Bu nedenle elde edilen bulgular bir bütün olarak değerlendirildikten sonra öğrencilerin hangilerinin birimli hangilerinin birimsiz oran kavramına sahip olduklarının tespit edildiğine ilişkin tablo sunulacaktır.

Öğrencilerin birimler hakkındaki bilgi ve düşüncelerine ilişkin bulgular: Öğrencilerin birimler hakkında yanlış kavrayışlara sahip oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin yalnızca standart ölçülerin birim olduklarını düşündüğü görülmüştür. Ölçülen/Sayılan nesnelerin kendilerinin bir birim teşkil edebileceğini ya da standart ölçü birimiyle birlikte birimi teşkil ettiğini kavrayamamaktadırlar.

Örneğin $\frac{2 \text{ dl Limon Suyu}}{3 \text{ dl Saf Su}}$ oranında birim ne limon suyu ne saf su ne de desilitredir.

$\frac{\text{Limon}}{\text{Su}}$ yun kendisi tadın birimidir. Benzer şekilde, $\frac{15 \text{ Öğrenci}}{7 \text{ Şube}}$ oranında birim ne öğrencidir

ne de şubedir. Bu durumda $\frac{\text{Öğrenci}}{\text{Şube}}$ sınıf yoğunluğunun birimidir. Birim öğrenci olarak

alınırsa 21 şubede ortalama kaç öğrenci bulunacağı sorusuna $21 \text{ Şube} \times \frac{15}{7} \text{ Öğrenci} = 45 \text{ Şube. Öğrenci}$ gibi bir sonuç elde edilmesi gerekir. Fen bilimlerinde en kaba haliyle

hızın “birim zamanda alınan yol” olduğu belirtilir fakat hızın birimi sorulduğunda duruma göre $\frac{Km}{Saat}$, $\frac{m}{sn}$... gibi birimler olduğu belirtilir.

Bulguya örnek teşkil etmesi için öğrencilerin “Elde ettiğin bu çokluğun bir birimi var mı? Varsa nedir?”, “Ölçülen/Sayılan nesnenin yazılması gerekir mi?” sorularına cevaplarından kesitler sunulacaktır.

Soru: “Elde ettiğin bu çokluğun bir birimi var mı? Varsa nedir?”

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 8’e cevabından:

A: Bunların birimi (bölmeden elde ettiği sonuçlar gösteriliyor) nedir?

Ö5: Öğrenci.

Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 7’ye cevabından:

A: Peki bu değerin birimi ne? Ya da bir birimi var mı?

Ö1: Bir sınıftaki ortalama öğrenci sayısı.

A: Birim olarak ne deriz? Herhangi bir birim var mı bunda?

Ö1: Yok.

Ö8 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 7’ye cevabından:

A: Bu sayıya hiçbir birim yazmadım. Bu sayının birimi ne?

Ö8: Sınıf ortalama öğrenci sayısı.

A: Bu söylediğin bir birim mi?

Ö8: Hayır.

...

A: Bu sayının bir birimi yok mu?

Ö8: Şimdi aklıma gelmiyor yani bilmiyorum...

Ö9 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 9’a cevabından (Öğrenci uygun bir cevap veriyor.):

Ö9: 16,6 her şey olabilir. Bir birimi olmalı ki adını koyayım. Olmalı evet.

A: Adını koy.

Ö9: Öğrenci sayısı bölü şube sayısı onun birimi. Bu kadar. Onun başka olacağını düşünmüyorum.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8’e cevabından:

A: Mesela oluşan oranın birimi ne? $\frac{12}{18}$ elde ettin mesela. Onun birimi ne?

Ö11: Desilitre.

A: Elde ettiğin oranın birimi dl mi oluyor?

Ö11: Evet.

A: Mesela buradan oluşan oran $\frac{2}{3}$ dl mi?

Ö11: *Evet.*

Soru: “Ölçülen/Sayılan nesnenin yazılması gerekir mi?”

Ö2 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 5’e cevabından (En yaygın cevabı veriyor.):

A: Peki, şu ana kadar yazdığın cevaplarda limon suyunu veya saf suyunu belirtmedin. Bunların belirtilmesi gerekir mi? Bunun bir önemi var mı?

Ö2: *Karışıklık olmaması açısından gerekiyor.*

A: Onun dışında bir zorunluluğu yok diyorsun?

Ö2: *Hı hı.*

Ö12 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 6’ya cevabından (Öğrenci temelde karışıklığın önlenmesi cevabını vermiş olsa da kısmen uygun bir açıklama ekliyor.):

Ö12: *Yazmayınca belli olmuyor. Yani dl mi kişi mi diye... Belki kişi de olabilir... Yani bunu bilemeyiz.*

A: İşlemlerimize bir etkisi var mı yazıp yazmamanın? İşlemlerimize... Kurduğumuz mantığa...

Ö12: *Olabilir. Şimdi 500 kişi ile 5 dl’yi falan toplayamazsın, bir şey yapamazsın...*

İlişkilendirmenin yönü hakkındaki bilgi ve düşüncelerine ilişkin bulgular: Bir orantıda ilişkilendirmenin yönü hakkında öğrencilerin üç farklı düşünce yapısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrenciler;

- (Farklı ölçme uzaylarına ait çoklukların çarpımsal olarak ilişkilendirilmesi) Dikey çarpımsal ilişkinin tadı/sınıf yoğunluğunu belirlediğini ve önemli olduğunu,
- (Aynı ölçme uzaylarına ait çoklukların çarpımsal olarak ilişkilendirilmesi) Yatay ilişkinin tadı/sınıf yoğunluğunu belirlediğini ve önemli olduğunu,
- Her iki ilişkilendirme türünün olabileceğini ve aralarında bir fark olmadığını belirtebilmişlerdir.

Bu üç durumdan yalnızca ilk gruptakiler diğer tüm bileşenler dikkate alınarak birimli oran kavramına sahipler arasında değerlendirilebilmektedir. Ayrıca bu bulgu kapsamında öğrencilerin kullandıkları orantısal akıl yürütme stratejisinin öğrencinin birimli oran kavramına sahip olup olmadığı konusunda neden tam anlamıyla fikir vermediği anlaşılabilmektedir. Bulguya örnek teşkil etmesi için her bir düşünce yapısına öğrencilerin cevaplarından kesitler sunulmuştur.

Ö4 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8’e cevabından (Öğrenci uygun bir cevap veriyor.):

A: Şunu merak ediyorum. Tadı karakterize eden hangisi? Yana (aynı ölçme uzayına ait çokluklar arasında) doğru ilişki mi yoksa yukarıdan aşağıya (farklı ölçme uzayına ait çokluklar arasında) ilişki mi?

Ö4: Tadı karakterize eden $\frac{SS}{LS}$. Yukarıdan aşağıya tadını veren. Burada bu tada ulaşmak için neler yapabilirim de bu $\frac{5}{4}$ oranına ulaşmak için atıyorum. Bu 1,25 olduğu için $\frac{7,5}{6}$ 'da yapabilirim. $\frac{10}{8}$ 'de yapabilirim. Bu bu tada ulaşmak için elimden gelen yol. Bu ise tadın formülü.

Ö7 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 8'e cevabından:

Birim oranları tespit eden öğrenci içler dışlar çarpımını stratejisi uygulayarak tespit ettiği eşitlikleri sınamaya çalışmaktadır. Öğrencinin gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit Şekil 4.12'de sunulmuştur.

Şekil 4.12

Ö7 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit

Ö8 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 8'e cevabından:

Başlangıçta $\frac{4 \text{ dl LS}}{10 \text{ dl Karışım}} = \frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}}$ orantısının sağlandığını kesirsel yazmadan değişim çarpanı stratejisiyle gösteren öğrenci daha sonra kesirsel yazarak denk kesir stratejisiyle de doğrulama yapmıştır. Süreç aşağıda aktarıldığı gibi ilerlemiştir. Öğrenci ile diyalog aşağıda aktarıldığı gibi devam etmiştir.

A: (Öğrencinin gerçekleştirdiği orantısal akıl yürütmeyi özetledikten sonra...) 2-5 ve 4-10 yani yukarıdan aşağıya ilişkiye bakmadın hiç (farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasında).

Ö8: O ilişkiye de bakılabilir. Ama...

A: Bir farkı yok mu?

Ö8: Ben öyle çözmiyorum bu soruları. Bilmiyorum.

A: Genellikle pay ve paydaları mı eşitliyorsun.

Ö8: Veya içler dışlar yapıyorum.

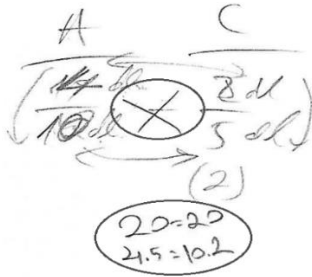
A: Bir gösterebilir misin nasıl uyguladığını?

Ö8: Şöyle $20 = 20$ çıkıyor. $4 \times 5 = 10 \times 2$.

Öğrencinin yaptığı işlemler Şekil 4.13'te sunulmuştur.

Şekil 4.13

Ö8 kodlu öğrencinin Soru 8 kapsamında gerçekleştirdiği işlemlerden bir kesit



Görüşme aşağıda aktarıldığı gibi devam ettirilmiştir.

A: Bu yöntemle az önce uyguladığın yöntem arasında bir fark yok mu sence?

Ö8: Bence yok.

A: Oluşan sonuçtan bahsetmiyorum. Düşünce tarzı arasında...?

Ö8: Bence içler dışları daha büyük sayılarda yapmak daha mantıklı. Çünkü şu anda paydalar veya paylar daha küçük sayılar. Hani onu ben orantı kurarak da yapabilirim veya genişleterek. Ama daha büyük bir sayı olduğu zaman bir daha onu genişletmek daha uzun sürer. İçler dışlar yapıp sadeleştirmek daha mantıklı.

Şu ana kadar stratejilere, birimlere ve ilişkilendirme yönüne ilişkin sorgulamalar tüm çalışma grubuyla ayrı ayrı ve olanaklar dâhilinde her iki görüşmede yapılmış ve öğrencilerin Tablo 4.4'te aktarılan oran kavramına sahip oldukları tespit edilmiştir.

Ayrıntılı açıklamalar EK-16’da sunulmuştur. Öğrencilerin tüm beklentileri eksiksiz mükemmellikte yerine getirmediğine ve bunun normal karşılanabilir olduğuna dikkat edilmelidir.

Tablo 4.4

Öğrencilerin sahip oldukları oran kavramı

Oran Kavramı	Öğrenci Kodu	Öğrenci Sayısı
Birimli Oran Kavramı	Ö1, Ö4, Ö10 ve Ö11	4 (%20)
Birimsiz Oran Kavramı	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	16 (%80)

Tablo 4.4’ün de göstermekte olduğu gibi öğrencilerden yalnızca 4’ü (%20) birimli oran kavramına sahip olarak değerlendirilmiştir. Tablo birimli oran kavramına sahip olan öğrencilerin birimsiz oran kavramının gereklerini yerine getiremedikleri şeklinde değerlendirilmemelidir. Aksine bu öğrencilerin birimli ve birimsiz oran kavramlarına yönelik farkındalık geliştirebildikleri, akıl yürütmelerinde ve stratejilerinde bunu gösterebildikleri anlaşılmaktadır. Diğer yandan tablo birimsiz oran kavramına sahip öğrencilerin fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejileri uygulayamadıkları şeklinde de değerlendirilmemelidir. Birimsiz oran kavramına sahip olan öğrencilerin birimli ve birimsiz oran kavramına yönelik farkındalık geliştiremedikleri, akıl yürütmelerinde ve stratejilerinde böyle bir ayrıma sahip olduklarını gösteremedikleri şeklinde anlaşılmaktadır.

Özetle birim oran stratejisini uygulayanlardan Ö4 kodlu öğrenci birinci görüşmede, Ö1 ve Ö10 kodlu öğrenciler ikinci görüşmede stratejisini fonksiyonel ilişkilendirmeye açıklayabilmiştir. Her iki görüşmede içler dışlar çarpımı stratejisi uygulayan öğrencilerden ise yalnızca Ö11 kodlu öğrenci stratejisini fonksiyonel ilişkilendirmeye açıklayabilmiştir. Kalan öğrencilerin fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejileri kullanmalarına rağmen stratejilerini fonksiyonel ilişkilendirmeye açıklayamadıkları anlaşılmaktadır. Bu nedenle diğer bileşenler de dikkate alınarak yalnızca Ö1, Ö4, Ö10 ve Ö11 kodlu öğrencilerin birimli oran kavramına sahip oldukları belirtilebilmektedir.

4.1.4 Dördüncü soruya ilişkin bulgular

Orantısal akıl yürütmeye ilişkin sorulardan dördüncüsü birimli oran kavramına sahip olarak değerlendirilen öğrencilerin durumsal ya da genelleştirilmiş birimli oran kavramlarından hangisine sahip olduklarını öğrenmeye yöneliktir. Kavramsal çerçevede

aktarıldığı gibi genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olup olmadığının belirlenmesi için;

- Öğrencilerin kovaryasyonel düşünüp düşünemediğine yani oranı oluşturan her iki çokluğu da sürekli nicelikler olarak algılamalarına ve çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin sürekliliğin her noktasında olduğunun farkında olmalarına,
- Öğrencilerin doğrusal ilişkiyi ortaya koyup orantı sabitinin bu doğrusal fonksiyonun eğimine karşılık geldiğini ifade edebilmesine ve böyle bir ilişkide bağıl değişimi gösterip hesaplayabilmesine bakılması gerekmektedir.

Verilen bilgiler ışığında öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmadıkları, birimli oran kavramına sahip olanların ise durumsal birimli oran kavramına sahip oldukları anlaşılmıştır. Bu durumda Ö1, Ö4, Ö10 ve Ö11'in durumsal birimli oran kavramına sahip oldukları belirtilebilir. Bulguya örnek teşkil etmesi için öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden kesitler aşağıda sunulmuştur. Soru 17 genelleştirilmiş birimli oran kavramının incelendiği bir soru olduğundan alıntılar bu soruya verilen cevaplardan yapılmıştır. Tablo 4.5 her iki görüşme protokolünde sorulan soruları yansıtmaktadır.

Tablo 4.5

Genelleştirilmiş birimli oran kavramının incelenmesi için yöneltilen soru

Ürünlerin Tada İlişkin Oranları		Soru 17
B $\frac{4 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl SS}}$ (Karşımdan gidenler $\frac{4 \text{ dl LS}}{9 \text{ dl Karışım}}$)	B markasının karışımının tadını A markasının karışımının tadı ile aynı yapmak için ne yapılabilir? Neden? Alt Soru 1: Eğer kanunlar birebir aynı karışımın oluşturulmasını engelliyorsa istediğiniz durumu nasıl gerçekleştirirsiniz?	
A $\frac{2 \text{ dl LS}}{3 \text{ dl SS}}$ (Karşımdan gidenler $\frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}}$)		
Okulların Sınıf Yoğunluğuna İlişkin Oranları		Soru 17
D $\frac{950 \text{ Öğrenci}}{35 \text{ Şube}}$	D okulunun şube yoğunluğunu F okulunun şube yoğunluğu ile aynı yapmak için ne yapılabilir? Neden? Alt Soru 1: Eğer mevcut durum birebir aynı öğrenci sayısı ve şube sayısı oluşturmanıza olanak vermezse istediğiniz durumu nasıl gerçekleştirirsiniz?	
F $\frac{500 \text{ Öğrenci}}{30 \text{ Öğrenci}}$		

Bulguya örnek teşkil etmesi için bazı öğrencilerin görüşmelerinden kesitler sunulmuştur. Öğrencilerin birimli oran kavramına sahip olması genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olarak değerlendirilebilmesi için bir öncül durumundadır. Fakat çeşitli durumların

görülmesi için birimsiz oran kavramına sahip olarak değerlendirilen öğrencilerden birinin de görüşmelerine yer verilmiştir.

Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 17'ye cevabından:

A marka ürünün tade ilişkin oranını ($\frac{2 \text{ dl } LS}{5 \text{ dl } Karışım}$) belirleyen öğrenci ile diyalog aşağıda aktarıldığı gibi devam etmiştir.

Ö1: *1 dl saf su katarım eşit olmaları için.*

A: Başka ne yapabiliriz?

Ö1: *Oranları aynı olduğu için tatları da aynı olur.*

A: Tamam, başka ne yapabiliriz?

Ö1: *Başka bir şey...*

A: Bu ihtimallerden birisini söyledin. Başka ne yapılabilir? Var mı başka alternatif durumlar?

Ö1: *Çıkarabiliriz de aynı şekilde.*

A: Tamam. Ne çıkaracaksın?

Ö1: *2 dl limon suyu çıkarırım, 2 dl de saf su çıkarırım.*

...

A: Peki bunun genel bir yöntemi var mı?

Ö1: *Oran olarak aynı olmaları lazım.*

A: Mesela nasıl? Oran olarak aynı olmaları lazım. Uygulamada nasıl yapacaksın? Nasıl yapılabilir?

Ö1: *Dediğim gibi ya eklersin ya da çıkarırsın ama aynı miktarda olabilirler ya da hepsi eşit miktarda katlanarak da...*

A: Nasıl yani katlanarak?

Ö1: *A'da 2 dl limon suyu varken B'de 4 dl limon suyu varsa saf su miktarlarını eşitlemeye çalışırım. O zaman tatları aynı olur.*

...

A: Tekil durumlar değil de genel bir yol var mı?

Ö1: *Aynı oranda arttırmamız lazım.*

A: Mesela?

Ö1: *İlk önce dediğim gibi eşitlememiz lazım, ondan sonra istediğimiz kadar aynı katlarda koyabiliriz. Oranın katlarını.*

A: Tamam katla.

Ö1: *2 dl limon suyu 3 dl saf su eklerim.*

A: Yani başından itibaren 2 dl limon suyu 4 dl saf su katarsam yine eşitlenir mi?

Ö1: *Evet.*

Öğrencinin önerdiği değişik durumlar Tablo 4.6'da özetlenerek aktarılmıştır.

Tablo 4.6*Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 17'de önerdiği değişik durumlar*

Uygulanacak İşlem	Ortaya Çıkacak Oran
$\frac{4 \text{ dl LS}}{9 \text{ dl Karışım}+1 \text{ dl SS}}$	$\frac{4 \text{ dl LS}}{10 \text{ dl Karışım}} \left(\frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}} \text{ oranına eşit.} \right)$
$\frac{4 \text{ dl LS}-2 \text{ dl LS}}{9 \text{ dl Karışım}-(2 \text{ dl SS}+2 \text{ dl LS})}$	Doğrudan $\frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}}$
$\frac{4 \text{ dl LS}+2 \text{ dl LS}}{9 \text{ dl Karışım}+(4 \text{ dl SS}+2 \text{ dl LS})}$	$\frac{6 \text{ dl LS}}{15 \text{ dl Karışım}} \left(\frac{2 \text{ dl LS}}{5 \text{ dl Karışım}} \text{ oranına eşit.} \right)$

Tablo 4.6'dan da görülebileceği gibi öğrenci doğal sayı çarpan ile elde edilen denk kesirleri önermektedir.

Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 17'ye cevabından:

Ö1: Şube sayılarını azaltıp öğrenci sayılarını da azaltabilir.

A: Ne kadar azaltacak?

Ö1: Şubeyi 5 öğrenci sayısını 450.

A: Aynı sınıf yoğunluğunu yakalamanın alternatif bir yolu var mı?

Ö1: Şube sayısını 20, öğrenci sayısını 850 düşürürüz. (Orantısız olmuyor.)

A: Peki özel okul 850 öğrenciyi çıkarmayı göze alır mı? Arttırarak yapamaz mı?

Ö1: Daha da özel olursa fiyatlarını arttırıp daha çok kâr sağlayabilir.

A: Peki başka alternatif var mı? Yani sınırlı mı bu durumlar.

Ö1: Yok sonsuz.

A: Bunların sonsuz olduğunu bize gösterebilir misin?

Ö1: Oranı istediğimiz kadar arttırıp istediğimiz kadar azaltabiliriz.

A: Arttırarak yap mesela.

Ö1: Şube sayısını 25 arttırıp öğrenci sayısını 50 arttırabilir.

Öğrencinin önerdiği değişik durumlar Tablo 4.7'de aktarılmıştır.

Tablo 4.7*Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 17'de önerdiği değişik durumlar*

Uygulanacak İşlem	Ortaya Çıkacak Oran
$\frac{950 \text{ Öğrenci}-450 \text{ Öğrenci}}{35 \text{ Şube}-5 \text{ Şube}}$	Doğrudan $\frac{500 \text{ Öğrenci}}{30 \text{ Şube}}$
$\frac{950 \text{ Öğrenci}-850 \text{ Öğrenci}}{35 \text{ Şube}-20 \text{ Şube}}$	$\frac{100 \text{ Öğrenci}}{15 \text{ Şube}}$ (İstenen durum yakalanamamaktadır.)
$\frac{950 \text{ Öğrenci}+50 \text{ Öğrenci}}{35 \text{ Şube}+25 \text{ Şube}}$	$\frac{1000 \text{ Öğrenci}}{60 \text{ Şube}}$

Tablo 4.7'den de görülebileceği gibi öğrenci doğal sayı çarpan ile elde edilen denk kesirleri önermektedir. Öğrencinin her iki görüşmede sonsuz sayıda durum elde

edilebileceğini söylemesine rağmen tekil durumlar üzerinden ilerlediği görülmektedir. Bölüm başında aktarılan gereklilikleri yerine getiremeyen öğrenci genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olarak değerlendirilememektedir. Bununla birlikte öğrencinin çoğunlukla birimsiz oran stratejilerini kullanmasına rağmen birim oran stratejisini fonksiyonel ilişkilendirmeye uygun şekilde uygulamasına ve oranın sabitliğini ve bu oranın farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiye bağlı olduğunu vurgulamasına dayanılarak öğrenci durumsal birimli oran kavramına sahip olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencinin İAOAYTT’ de tüm sorulara uygun ve doğru cevapları verdiği tespit edilmiştir.

Ö8 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 17’ye cevabından:

Ö8: *O zaman (A marka ürünün karışımında) buna 2 dl SS eklense, buna da 2 dl LS eklense dört dokuz... Yok... Evet olur.*

A: Aynı mı oluyor...?

Ö8: *Evet olur. Aynı olur.*

A: B marka üründen diyelim... Çünkü A marka ürüne ekleyemiyoruz.

Ö8: *2 dl LS ve 2 dl SS eksiltirsem. Eksilirse evet aynı olur.*

A: Peki başka alternatif durumlar neler olabilir?

Ö8: *A marka ürün hiç değişmeyecek dimi?*

A: *A marka ürüne hiç dokunmuyoruz. B’de...*

...

A: Şimdi sen tam aynısını yaptın.

Ö8: *Evet.*

A: Tam aynısını yaptın. Biz bunu tahmin etmiştik önceden. Eğer kanunlar birebir aynı yapmanı engelliyorsa bu durumu nasıl gerçekleştirirsin? Demek ki böyle bir cevap alacağımızı biliyoruz.

Ö8: *Evet. Yani ama tadını aynı yapmak için. Birebir aynı... Şimdi $\frac{4}{10}$ olsa... Oluştursam. Bu da aynı olur. Hiçbir şey fark etmez.*

A: $\frac{4}{10}$ olması için ne yapılması lazım?

Ö8: *1 dl saf su eklenirse $\frac{4}{10}$ olur.*

A: Yazalım.

Ö8: *Tam olarak aynı olmayacak ve tatları aynı olacak. O zaman...*

A: Evet, şu an oldu. Şu an yapmış oldun.

Ö8: *Evet böyle olabilir.*

A: Peki bunun genel bir yolu var mı? Nasıl düşünmeliyiz?

Ö8: $\frac{2}{5}$ 'in katları. Mesela $\frac{4}{10}$. Çarpı 3 yaptığımda $\frac{6}{15}$. 4'te $\frac{8}{20}$ olur. Yani bunlara göre eşitleyebilirim.

Öğrencinin “katı” ifadesinden bir doğal sayı ile genişletme ya da sadeleştirmeyi kastettiği anlaşılmaktadır. Araştırmacı diyalogu aşağıda aktarıldığı gibi devam ettirmiştir.

A: Peki ara değerler hiç yok mu?

Ö8: Arada... Yani $\frac{2}{5}$ 'e eşit olan yok. Yok var. 2 bölü 5. (Bölme yapıyor.) Oradan da 0,4 çıkar. Yani aslında oranları 0,4. 0,8 oradan... Pardon öyle bir şey olmaz. $\frac{2}{5}$ buradan da 0,4'e olması için. 2 4'ü 3 olsa... Hani aslında 1,5 1,2 o tarz virgüllü sayılarla da ikisini çarpıp oranını bulabilirim. Mesela 1,5 oradan da 3 çıkar. 7,5. $\frac{3}{7,5}$ 'te olabilir.

A: Peki genel bir bağıntı var mı aklında?

Ö8: $\frac{2}{5}$ 'in herhangi bir katı olması lazım. Yani virgüllü virgülsüz. Normal tam sayı...

Öğrencinin “katı” ve “çarpıp oranını bulabilirim” ifadeleri üzerine araştırmacı öğrencinin katından neyi kastettiğini kesin bir şekilde ortaya koymak için diyalogu aşağıda sunulduğu gibi sürdürmüştür.

A: Katı mı? Mesela $\frac{2}{5}$ 'in 2 katı $\frac{4}{5}$.

Ö8: Hayır. Yani ikisinin de genişletilmiş veya sadeleştirilmiş hali olması lazım. Oranın katı.

A: O zaman katı değil.

Ö8: Değil.

A: Çünkü iki katı deyince $\frac{2}{5}$ 'in iki katı $\frac{4}{5}$ olur diyorsun.

Durumu açıklığa kavuşturan araştırmacı bundan sonra pasif duruma geçmiş ve öğrencinin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olup olmadığı yönündeki gözlemine devam etmiştir.

Ö8: $\frac{2}{5}$ 'in çarpanları bölenleri. O tarz bir şey.

A: Oranını yakalamam lazım ama genellestemiyorum diyorsun.

Ö8: $\frac{2}{5}x$

A: Genel bir bağıntı...

Ö8: $2x.5^{-1}$ olabilir.

A: O aynı şey zaten.

Ö8: Tam olarak bir bağıntı... $\frac{2}{5}$ ile ilgili $\frac{2}{5}x$ tarzında bir şey yazabilirim ama...

A: Yaz.

Ö8: $\frac{2x}{5}$ olabilir.

A: Tamam. Bu ne olacak?

Ö8: Yani x mesela... Bu da yanlış oluyor. $\frac{2x}{5x}$ olması lazım. x 4 olduğu zaman $\frac{8}{20}$ oluyor.

Benzer işlemler etrafında dolanan öğrenci son olarak $\frac{2x}{5x}$ 'te karar kılmıştır. Öğrencinin yaptığı işlemler Şekil 4.14'te sunulmuştur.

Şekil 4.14

Ö8 kodlu öğrencinin Soru 17 kapsamında gerçekleştirdiği işlemler

Önce: $\frac{2}{5}$ in $\frac{2}{5}$ in orantı değil

Sonra: $2 \cdot 5 = 10$, $5 \cdot 2 = 10$, $\frac{10}{10}$, $\frac{10}{25}$, $\frac{2}{5}$

Görüşmede yaptığı açıklamalar ve Şekil 4.14'te sunulan işlemleri dikkate alındığında öğrencinin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmadığı anlaşılmaktadır. Hatta öğrencinin genel bağıntı olarak $\frac{2x}{5x}$ 'i önermesi kendisinin birimsiz oran kavramına sahip olduğunu göstermektedir. Tüm bunlarla birlikte öğrencinin İAOAYTT'de;

- Madde 1'de uygun olmayan çarpımsal stratejileri kullanma hatalarından toplamsal bir duruma çarpımsal strateji uygulama hatasını yaptığı,
- Madde 4'te görsel temsillerin yanlış anlaşılması hatalarından yol-zaman grafiğini yanlış yorumlama hatasını yaptığı,
- Madde 10'da uygun olmayan çarpımsal strateji kullanma hatalarından ters orantıyı tanıma ancak yanlış akıl yürütme kullanma hatasını yaptığı,
- Madde 11'de göreceli karşılaştırma yerine mutlak karşılaştırma yapma hatalarından birimin değerini düşünmeden ölçeği mutlak okuma hatasını yaptığı,
- Madde 5-6-7 ve 12'de testin öngördüğü nitel orantısal akıl yürütme veya hatalı stratejiler kullanma durumlarından birine düşmemiş olmakla birlikte testte belirlenen doğru cevapları vermediği tespit edilmiştir.

4.2 İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin bulguların ana amacı öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin çoğunlukla alanyazına (kısmen pilot uygulamadan elde edilen

deneyimlere) dayalı olarak belirlenen gerekliliklerin öğrenciler tarafından yerine getirilebilip getirilemediğini ortaya koymak ve orantısal akıl yürütmeye ilişkin bulgularla birlikte değerlendirerek öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmedeki düzeyini ortaya koymaktır. Bu amaçlar doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıtlar aranmıştır.

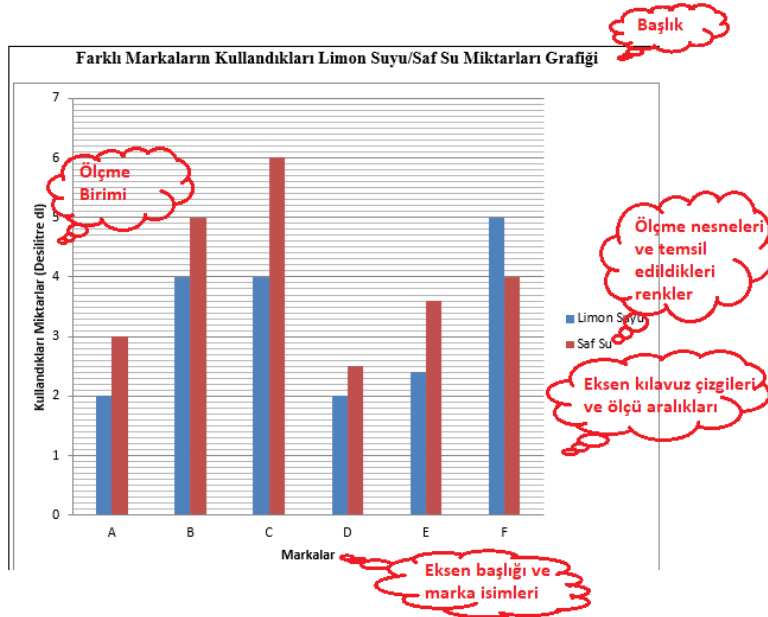
- Öğrencilerin verileri okuma gerekliliklerini yerine getirebilme durumları nasıldır?
- Öğrencilerin veriler arasını okumanın belirlenen temel düzey gerekliliklerini yerine getirebilme durumları nasıldır?
- Öğrencilerin dağılıma ilişkin informel çıkarım kapsamında verilere bakış açıları nelerdir?
- Öğrencilerin görüşmelerde sorulara verdikleri yanıtlar arasındaki tutarlılık durumları nasıldır?
- Öğrencilerin veriler ötesini okuma kapsamında genişletme yapabilme durumları nasıldır?
- Öğrencilerin SOLO Taksonomisine uygun hazırlanan modele göre istatistiksel akıl yürütme düzeyleri nelerdir?
- Öğrenciler görevler üzerinde çalışırken istatistiksel akıl yürütme ile ilgili karşılaşılan diğer durumlar nelerdir?

4.2.1 Birinci soruya ilişkin bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin sorulardan ilki öğrencilerin veri okumaya ilişkin gereklilikleri yerine getirebilip getiremediklerini ya da ne ölçüde getirebildiklerini öğrenmeye yöneliktir. Bu bağlamda görüşme protokollerindeki sorulardan ilk üç soruya elde edilen verilere başvurulmaktadır. Fakat öğrencilerin birimleri yazıp yazmadığına ilişkin bulgulara ilk altı soruya verdikleri cevaplardan erişilmiştir. Şekil 4.15 incelemeye dâhil edilen grafik özelliklerini göstermektedir.

Şekil 4.15

Öğrencilerin değerlendirilmesinde dikkate alınan grafik bileşenleri



Şekil 4.15 de göz önünde bulundurularak öğrencilerin değerlendirilmesine dâhil edilen gereklilikler Tablo 4.8’de aktarılmıştır. Bu gereklilikler belirlenirken pilot uygulamadan elde edilen bulgular ve deneyimler ile Friel vd. (2001) araştırması birlikte dikkate alınmıştır. Öğrencilerin bütün aranan gereklilikleri aynı anda eksiksiz gerçekleştirmesi beklenmemiştir.

Tablo 4.8

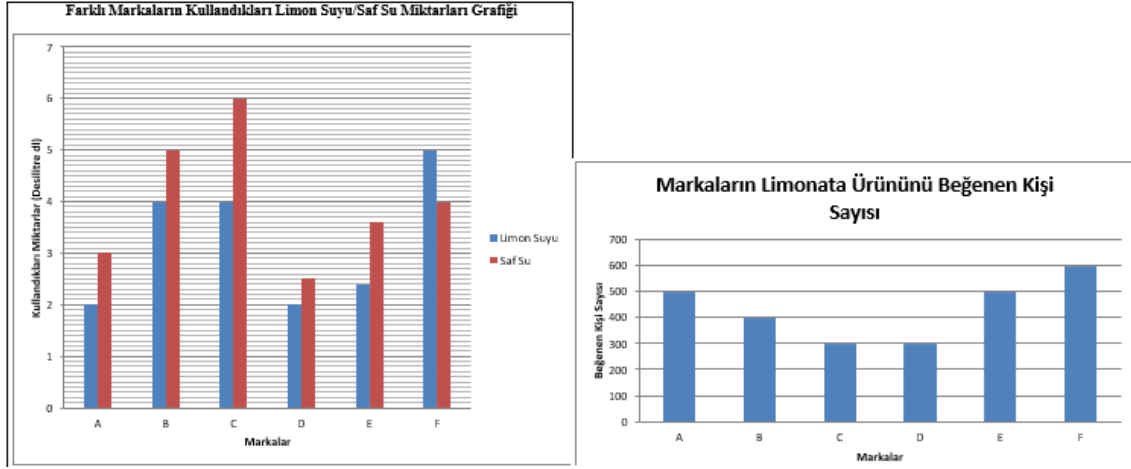
Verilerin okunmasında öğrencilerde aranan bulgular

Verileri Okuma Sorularında
İstenen veriyi grafiğin başlığını dikkate alarak mı buluyor?
Verisi istenen markayı/okulu doğru belirliyor mu?
İstenen veriyi eksen kılavuz çizgilerini dikkate alarak mı buluyor?
İstenen veriyi varsa renk faktörünü dikkate alarak mı buluyor?
Veriyi doğru tespit ediyor mu? Cevap olarak belirttiği değer doğru mu?
Cevabını söylerken ve yazarken standart ölçü birimini ve ölçme nesnesini aktarıyor mu?
Görüşmenin akışına göre grafiğin (sütunların büyüklüğü-veri ilişkisi açısından) ters orantılı çizilip çizilemeyeceği hakkındaki düşüncesi nedir?

Birinci görüşmede öğrencilere sunulan grafikler örnek olması amacıyla Şekil 4.16’da sunulmuştur. Görüşme protokolleri EK-2 ve 3’te bulunmaktadır.

Şekil 4.16

Görüşme 1’de öğrencilere sunulan grafikler



Verileri okuma soruları olarak belirlenen ve her iki görüşme protokolünde paralel olarak hazırlanan sorular Tablo 4.9’da sunulmuştur.

Tablo 4.9

Görüşme protokollerinde bulunan verileri okuma soruları

Görüşme ve Soru Sırası	Soru
Görüşme 1 Soru 1	Yukarıdaki grafiğe göre F marka ürünü beğenen kaç kişi vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 2 Soru 1	Yukarıdaki grafiklere göre D okulunu beğenen kaç kişi vardır?
Görüşme 1 Soru 2	D markasının ürününün bir şişesinin karışımında ne kadar limon suyu vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 2 Soru 2	C okulunda kaç öğrenci okumaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 1 Soru 3	E markasının ürününün bir şişesinin karışımında ne kadar saf su vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 2 Soru 3	E okulunda kaç şube vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Yukarıda sunulan açıklamalar doğrultusunda öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden verilerin okunmasına ilişkin iki bulguya erişilmiştir. Bunlar;

- Öğrenciler verileri okuma sorularına Şekil 4.15’te aktarılan grafik bileşenlerine ve Tablo 4.8’e göre belirlenen gerekliliklere uygun şekilde doğru cevaplar vermektedirler. Bu doğrultuda öğrencilerin tamamının verileri okuma sorularında başarı sergileyebildikleri belirtilebilir.
- Verileri okuma sorularını cevaplarken öğrencilerin tamamı birimleri eksik yazmış ya da eksik belirtmiştir. Öğrencilerin tamamı birinci ve ikinci görüşmelerde

birimlerin (ölçülen ya da sayılan nesneyi kapsayacak şekilde) yazılmasının ya da belirtilmesinin yalnızca karışıklığının önlenmesine hizmet edeceğini belirtmiştir. Bunun nedeni olarak da bu bilginin soruda halihazırda içerilmesi olduğunu öne sürmüşlerdir. İkinci görüşmede birimleri yazma eğiliminde olsalar da öğrenciler birimleri işlem süreçlerine dâhil etmemişlerdir. Öğrencilerin ölçülen ya da sayılan nesnenin yapılan işlemlere ve işlemlerdeki akıl yürütmelere etkisine dair çoğunlukla bir fikre sahip olmadığı anlaşılmıştır.

Bulgulardan ilkinde yani öğrencilerin verileri okuyabildiklerine ilişkin bulgunun desteklenmesi amacıyla öğrencilerin verileri okuma sorularına verdikleri cevaplardan örnekler aşağıda sunulmuştur.

Ö8 kodlu öğrencinin Görüşme 1’de ilk üç soruya verdiği cevaplar;

Ö8 Görüşme 1 Cevap 1:

Ö8: *F markasını beğenen 600 kişi vardır.*

A: Nerden buldun? Hangi grafiğe bakarak ve nasıl buldun?

Ö8: *İkinci grafikten (Beğeni sayıları grafiğini göstererek.). F markasının sırasında oradaki çizgiye göre (Eksen kılavuz çizgilerini göstererek.).*

A: Hızasına baktın...?

Ö8: *Evet.*

Ö8 Görüşme 1 Cevap 2:

Ö8: *İlk grafikte (Karışımındaki miktarları gösteren grafiğini göstererek.) limon suyu miktarına baktım mavi olan. O da 2’ye karşılık geliyor desilitreymiş. Yani 2 dl.*

A: 2 dl’yi nasıl ayırt ediyorsun? Limon suyu dendiğinde ya da saf su dendiğinde nasıl ayırt ediyorsun?

Ö8: *Kenardaki şeylere göre hangisinin limon suyu hangisinin saf su renginde olduğuna baktım.*

A: Renge baktın.

Ö8: *Mavi olan limon suyu olduğu için de onun hızasına göre gittim.*

Ö8 Görüşme 1 Cevap 3:

Ö8: *İlk grafiğe baktım yine (Karışımındaki miktarları gösteren grafiğini göstererek.) saf su onun için kırmızı olan. Bu da aralarda bir yerlerde. 3 ile 4 arasında. 4’e daha yakın tam 3,6 gibi bir şey. (Öğrenci aralık sayısını yanlış belirlememek için grafik üzerinde E markasının hızasını üstünden geçerek y eksenine kadar geliyor.)*

A: 3,6 mı yazayım?

Ö8: *Evet öyle (Öğrenci cevap olarak 3,6 dl yazıyor).*

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 1’de ilk üç soruya verdiği cevaplar;

Ö5 Görüşme 1 Cevap 1:

Ö5: *F markasını burada grafikten okuduğumuz zaman 600 kişi gözüktüyor. Sütun grafiğinde sütunlara baktığımız zaman F sütunu 600’ün hizasına denk gelmiş. O yüzden F markasının ürününü beğenen kişi sayısı 600 olacak.*

Ö5 Görüşme 1 Cevap 2:

Ö5: *Burada D marka üründeki limon suyu bizim mavi sütunlarmış. O yüzden D marka üründeki mavi sütuna baktığımızda 2’yi veriyor bize. Desilitre cinsinden vermiş.*

Ö5 Görüşme 1 Cevap 3:

Ö5: *Yine üstteki grafiğe bakacağız. Üstteki grafikte bu sefer bize saf su verilmiş. Saf su kırmızı olandı. Bir de E sütununa bakacağız. E’deki kırmızı sütuna bakacağız. 3 ile 4 arasına gelmiş. 3,6 dl.*

Ö8 ve Ö5 kodlu öğrencilerin ilk görüşmesinden yapılan alıntılar incelendiğinde öğrencilerin Şekil 4.20’de aktarılan grafik bileşenlerine ve Tablo 4.9’a göre belirlenen gerekliliklere uygun şekilde cevaplar verdikleri görülmektedir.

Ö10 kodlu öğrencinin Görüşme 2’de ilk üç soruya verdiği cevaplar;

Ö10 Görüşme 2 Cevap 1:

Ö10: *Aldığı beğeni sayısı 350 kişi. Grafikte (kalemle işaret ederek) D okuluna karşılık gelen beğeni sayısı.*

Ö10 Görüşme 2 Cevap 2:

Ö10: *Öğrenci sayıları grafiğinde C okulu 1350 öğrenci.*

Ö10 Görüşme 2 Cevap 3:

Ö10: *Şube sayıları... E okulunda 75 şube var.*

Ö2 kodlu öğrencinin Görüşme 2’de ilk üç soruya verdiği cevaplar;

Ö2 Görüşme 2 Cevap 1:

Ö2: *D okulunu beğenen 350 kişi var.*

A: *Bunu nereden buldun?*

Ö2: *Aldığı beğeni sayısı grafiğinden.*

A: *Neye baktın?*

Ö2: *D okulunun hangi sayıya karşılık geldiğine.*

Ö2 Görüşme 2 Cevap 2:

Ö2: *C okulunda, öğrenci sayısı grafiğinde 1350 öğrenci.*

Ö2 Görüşme 2 Cevap 3:

Ö2: *C okulunda, öğrenci sayısı grafiğinde 1350 öğrenci.*

Ö15 kodlu öğrencinin Görüşme 2’de ilk üç soruya verdiği cevaplar;

Ö15 Görüşme 2 Soru 1:

Ö15: *Şimdi beğeni sayısına bakmam lazım. Çünkü beğenen kişiyi soruyor. Şuradaki grafikten (beğeni sayıları grafiğinden). D okulunu 350 kişi beğenmiş.*

A: *Neye bakıyorsun? Hangi sayıya karşılık geldiğine mi?*

Ö15: *(Eksen kılavuz çizgisini kalemle göstererek) Evet.*

Ö15 Görüşme 2 Soru 2:

Ö15: *Bu sefer beğeni sayısına bakmayacağım. Öğrenci sayıları grafiğine bakıyorum. C okulu 1350 öğrenciye denk geliyor.*

Ö15 Görüşme 2 Soru 3:

Ö15: *Şube sayıları grafiğine bakıyorum. E okulu burada 75 şubeye denk geliyor.*

Ö10, Ö2 ve Ö15 kodlu öğrencilerin ikinci görüşmesinden yapılan alıntılar incelendiğinde öğrencilerin Şekil 4.20’de aktarılan grafik bileşenlerine ve Tablo 4.9’a göre belirlenen gerekliliklere uygun şekilde cevaplar verdikleri görülmektedir.

Bulgulardan ikincisine yani öğrencilerin verileri okuma sorularını cevaplarken ölçülen veya sayılan nesneyi ya yazmadıkları ya da sözlü olarak belirtmediklerine ilişkin bulgunun desteklenmesi amacıyla iki öğrenci ile yapılan görüşmelerden kesitler aktarılmıştır.

Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 1’de ilk altı soruya yazılı olarak verdiği cevaplar Şekil 4.17’de aktarılmış ardından kendisiyle gerçekleştirilen diyalogdan bir kesit sunulmuştur.

Şekil 4.17

Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 1’de ilk altı soruya yazılı olarak verdiği cevaplar

(S-1) V.O. 600	Yukarıdaki grafiğe göre F markasının ürününü beğenen kaç kişi vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-2) V.O. 2 desilitre	D markasının ürününün bir şişesinin karışımında ne kadar limon suyu vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-3) V.O. 3,6 desilitre	E markasının ürününün bir şişesinin karışımında ne kadar saf su vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-4) V.A.O. (K) C ve D	Ürünü en az beğenilen marka ya da markalar hangisi ya da hangileridir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-5) V.A.O. (B) 10 desilitre	C markası ürününe kaç desilitrelik şişe kullanmaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-6) V.A.O. (B) 2600 kişi	Ankete kaç kişi katılmıştır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ö13 ile gerçekleştirilen diyalogdan kesit:

A: Peki şu ana kadar ki sorularda... Burada (Cevap 1) bir birim yazmadın. Burada limon suyu veya saf su olduğunu (Cevap 2 ve 3) yazmadın. Bilmemiz önemli mi bunları? Mesela şurada limon suyu-saf suyu yazmadın? Bunun ayırt edici bir etkisi var mı?

Ö13: Soruda dediği için bir daha yazma gereği duymadım.

A: Peki normalde yazılması gerekir mi? Yazılınca ne etkisi olur? İşlemlerimize bir etkisi var mı?

Ö13: Eğer sorudan sonra biliniyorsa bence pek bir etkisi olmaz yani. Hani soruda zaten verilmiş. Ama yine de bence yazılması gerekiyor.

A: Etkisi ne olur sence? Yazmakla yazmamak arasındaki fark ne?

Ö13: Humm...

A: İşlemlerimize bir etkisi var mı?

Ö13: İşlemlere bir etkisi olmaz ama karışıklığı önlemek için olabilir.

Ö12 kodlu öğrencinin Görüşme 2’de ilk altı soruya yazılı olarak verdiği cevaplar Şekil 4.18’de aktarılmış ardından kendisiyle gerçekleştirilen diyalogdan bir kesit sunulmuştur.

Şekil 4.18

Ö12 kodlu öğrencinin Görüşme 2’de ilk altı soruya yazılı olarak verdiği cevaplar

(S-1) V.O. → 350 kişi	Yukarıdaki grafiklere göre D okulunu beğenen kaç kişi vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-2) V.O. → 1350 öğrenci	C okulunda kaç öğrenci okumaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-3) V.O. 75 şube	E okulunda kaç şube vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-4) V.A.O. (K) C okulu	En az beğeni alan okul hangisidir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-5) V.A.O. (B) 5700 öğrenci	İncelenen okullarda toplam kaç öğrenci okumaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-6) V.A.O. (B) 1500 kişi	Ankete kaç kişi katılmıştır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Ö12 ile gerçekleştirilen diyalogdan kesit:

A: Birimleri yazdığını görüyorum. Bunları yazmamızın etkisi ve kazanımı nedir?

Ö12: *Eğer buraya kişi yazmış...*

A: Burada mesela 75 şube yazdın.

Ö12: *75 şube. Belki öğrenci. Yani bilemeyiz. O yüzden.*

A: Karışıklık çıkmasın...

Ö12: *Evet karışıklık çıkmasın diye.*

Ö13 ve Ö12 kodlu öğrencilerin görüşmelerinden yapılan aktarmalardan öğrencilerin ölçülen ya da sayılan nesneyi yazmayı karışıklığın önlenmesi ile ilişkisi içinde ele aldıkları görülmektedir. Diğer öğrencilerden de benzer cevaplar geldiği tespit edilmiştir.

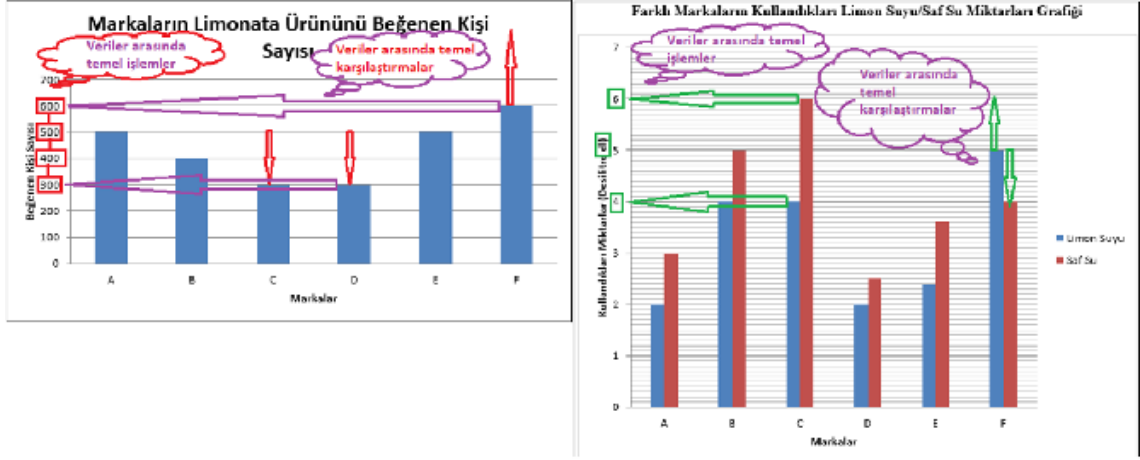
Tablo 4.8'e göre yapılan değerlendirme sonucunda öğrencilerin tamamının her iki görüşmede verileri okuma sorularına grafiğin bileşenlerini dikkate alarak doğru cevaplar verdiği fakat bunu yaparken ölçülen veya sayılan nesneyi ya yazmadıkları ya da sözlü olarak belirtmedikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin ölçülen ya da sayılan nesnenin özellikle gerçekleştirilen işlemler açısından birimle ilişkisinin önemini farkında olmadıkları anlaşılmıştır.

4.2.2 İkinci soruya ilişkin bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından ikincisi öğrencilerin veriler arasını okumaya ilişkin temel düzey gereklilikleri yerine getirebilip getiremediklerini ya da ne ölçüde getirebildiklerini öğrenmeye yöneliktir. Bu bağlamda görüşme protokollerindeki hangi sorulardan bulgulara ulaşıldığı Tablo 4.11'de sunulmuştur. Orantısal akıl yürütmeyi incelemeye ilişkin veriler arasını ve veriler ötesini okuma sorularından elde edilen bulgulara ayrı bir başlıkta yer verilmiştir. Şekil 4.19 incelemeye dâhil edilen bileşenleri göstermektedir.

Şekil 4.19

Veriler arasının okumada incelemeye dâhil edilen bileşenler



Şekil 4.19 dikkate alınarak öğrencilerin değerlendirilmesine dâhil edilen bulgular Tablo 4.10’da aktarılmıştır.

Tablo 4.10

Veriler arasını okumada öğrencilerde aranan bulgular

Soru	Aranan bulgu
Soru 4 ve 7	Veriler arasında karşılaştırmaları doğru şekilde yapabiliyor mu? Veriler arasında en büyük ve en küçük değerleri tespit edebiliyor mu?
Soru 5, 6 ve 7	Veriler arasında temel aritmetik işlemler (protokol sorularında toplama ve bölme) gerçekleştirebiliyor mu?

Veriler arasını okuma soruları olarak belirlenen ve her iki görüşme protokolünde paralel olarak hazırlanan sorular Tablo 4.11’de sunulmuştur.

Tablo 4.11

Görüşme protokollerinde bulunan veriler arasını okuma soruları

Görüşme ve Soru Sırası	Soru
Görüşme 1 Soru 4	Ürünü en az beğenilen marka ya da markalar hangisi ya da hangileridir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 2 Soru 4	En az beğeni alan okul hangisidir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 1 Soru 5	C markası ürününe kaç desilitrelik şişe kullanmaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 2 Soru 5	İncelenen okullarda toplam kaç öğrenci okumaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 1 Soru 6	Ankete kaç kişi katılmıştır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
Görüşme 2 Soru 6	Ankete kaç kişi katılmıştır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Yukarıda sunulan açıklamalar doğrultusunda öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden veriler arasının temel düzeyde okunmasına ilişkin elde edilen iki bulgu aşağıda aktarılmıştır.

- Öğrencilerin tamamı veriler arasında temel karşılaştırmaları yapabilmekte ve veriler arasında en büyük ve en küçük olanları tespit edebilmektedir.

Bulguya örnek teşkil etmesi açısından dört öğrenci ile yapılan görüşmelerden kesitler sunulacaktır.

Ö15 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 4'e cevabı:

Ö15: *Beğenen kişi sayısına bakacağım. Marka ya da markalar demiş. Markalardan C ve D eşit gözüküyor. Eşit ve en az olduğu için. Yani C ve D markalarının ürünleri en az beğenilenler. 300 kişiyle.*

Ö7 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 4'e cevabı:

Ö7: *C ve D markaları 300 beğeniyle en az olanlar.*

A: Hangi grafikten?

Ö7: *Beğeni sayılarından (grafiğinden).*

Ö14 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 7'ye cevabı:

Ö14: *F marka ürün diğerlerinden farklı çünkü Limon Suyu Saf Sudan daha fazla.*

A: Karışımın tadı hakkında ne düşünüyorsun diyor.

Ö14: *Bu daha, yani limon suyu daha fazla, daha yoğun bir tadı vardır diyebilirim. Daha çok limon tadı gelir.*

A: Yani günlük hayatta ne diyoruz?

Ö14: *Ekşi.*

Ö14 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 4'e cevabı:

Ö14: *Beğeni grafiğinden. C okulu. 150. En az.*

Ö6 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 7'ye cevabı:

Ö6: *Limon suyu daha fazla olduğu için tadı ekşidir diye düşünüyorum.*

Ö6 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 4'e cevabı:

Ö6: *En az beğeni alan okul 150 ile C'dir. Beğeni grafiğine göre yaptım.*

- Öğrencilerin tamamı veriler arasında temel aritmetik işlemleri (protokol sorularında toplama ve bölme) gerçekleştirebilmektedir.

Bulguya örnek teşkil etmesi için beş öğrenci ile yapılan görüşmelerden kesitler sunulacaktır.

Ö4 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 5'e cevabı:

Ö4: Burada verilen grafiklere göre anladığım kadarıyla burada 6 dl saf su ve 4 dl de limon suyu olmak üzere toplam 10 dl'lik şişeler kullanılıyordu.

Ö8 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 5'e cevabı:

Ö8: Burada okulların öğrenci sayılarını toplarım. 750, 900, 1350, 950, 1250 ve burada 500 öğrenci var. Toplayınca... 5700 çıkar.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 6'ya cevabı:

Ö11: Ankete kaç kişi katıldığına ürünü beğenen kişi sayısından bakacağız. Hepsinin toplamı kadar kişi katılmıştır. O zaman A-B-C-D-E ve F ürünlerini beğenen kişi sayısını toplayacağız. 2600 çıkıyor.

Ö9 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 6'ya cevabı:

Ö9: ... 1500 kişi.

A: Nereden buldun?

Ö9: Beğeni sayısı grafiğinden buldum.

A: Beğeni grafiği ankete kaç kişinin katıldığını mı gösteriyor?

Ö9: Evet.

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 7'ye cevabı:

Ö5: Bakalım. Okulda 950 öğrenci varmış. Bunlar da 35 sınıfa dağılmış. Sınıf yoğunluğu hakkında. Bölme yapacağız. 27,1...

A: 27,1 civarı mı?

Ö5: Evet.

Ö8 kodlu öğrencinin Görüşme 2'de Soru 7'ye cevabı:

SGB: D okulunda 950 tane öğrenci var, 35 tane de şube var. 950'yi de 35'e bölerim. (Bölme işlemini gerçekleştiriyor.)

A: 27,14 gibi bir değer mi diyorsun?

SGB: Evet.

Tablo 4.10'a göre yapılan değerlendirme sonucunda öğrencilerin tamamının veriler arasında temel karşılaştırmaları yapabildiği, en büyük ve en küçük verileri tespit edebildiği ve veriler arasında temel aritmetik işlemleri gerçekleştirebildiği anlaşılmaktadır. Fakat oran ilişkisine dayalı karşılaştırma yapmak özel bir kavramsal temel gerektirdiğinden orantısal akıl yürütme konusuna farklı bir başlık ayrılmıştır.

4.2.3 Üçüncü soruya ilişkin bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından üçüncüsü öğrencilerin dağılıma ilişkin informel çıkarım kapsamında verilere bakış açılarından hangisine sahip olduğunu öğrenmeye yöneliktir. Öğrencilerin verilere bakış açılarının nasıl belirlendiği EK-6 olarak sunulan ve bir görüşme sürecini ele alan metinde aktarılmıştır. Bununla birlikte veri analizi kısmında öğrencilerin iki görüşmede farklı bakış açıları sergilemesi durumunda görüşme protokollerinin simetrik hazırlandığı dikkate alınarak;

- Görüşmelerin ilkinde üst düzey bakış açısı ikincisinde alt düzey bakış açısı sergileyen öğrencilerin alt düzey bakış açısına sahip;
- Görüşmelerin ilkinde alt düzey bakış açısı ikincisinde üst düzey bakış açısı sergileyen öğrencilerin üst düzey bakış açısına sahip olarak değerlendirileceği açıklanmıştır.

Öğrencilerin verilere bakış açıları görüşme protokollerindeki Soru 9, Soru 11 ve Soru 12 aracılığıyla irdelenmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin sergiledikleri bakış açıları Tablo 4.12’de aktarılmıştır.

Tablo 4.12

Öğrencilerin görüşmelerde sergiledikleri veri bakış açıları

	Görüşme 1	Görüşme 2
İşaretçi bakış açısı	Ö9, Ö20	
Durum değeri bakış açısı	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö19	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö19, Ö20
Sınıflandırıcı bakış açısı	Ö5, Ö13, Ö17, Ö18	Ö3, Ö13, Ö17, Ö18
Bütüncül bakış açısı	Ö3*	Ö5, Ö16

Tablo 4.12’de Ö3 kodlu öğrenci birinci görüşmede o bakış açısına sahip olarak değerlendirilemeyecek ölçüde tereddütle bütüncül bakış açısına sahip görüldüğünden yanına işaret (*) konulmuştur. Öğrenci 2. görüşmede sınıflandırıcı bakış açısına uygun akıl yürütme gerçekleştirmiştir. Tablo 4.13’ün de göstermekte olduğu gibi durum değeri bakış açısı her iki görüşmede de en çok öğrenci tarafından sergilenen bakış açısı olmuştur. Bunun dışında öğrencilerin 15’inin (%75) her iki görüşmede aynı bakış açısı

sergilediğinin belirlenmesi yapılan değerlendirmenin güvenilir olduğunu gösterir niteliktedir.

Her iki görüşme dikkate alınarak öğrencilerin hangi bakış açılarına sahip olarak değerlendirildiği Tablo 4.13'te aktarılmıştır.

Tablo 4.13

Öğrencilerin verilere bakış açılarına ilişkin bulgular

	Öğrenciler	Öğrenci Sayıları ve Yüzdeleri
Durum değeri bakış açısı	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö19, Ö20	14 (%70)
Sınıflandırıcı bakış açısı	Ö3, Ö13, Ö17, Ö18	4 (%20)
Bütüncül bakış açısı	Ö5, Ö16	2 (%10)

Tablo 4.13'ten de görülebileceği gibi çalışma grubunu oluşturan 20 öğrencinin 4'ü (Ö3, Ö13, Ö17 ve Ö18) sınıflandırıcı bakış açısına, 2'si (Ö5, Ö16) bütüncül bakış açısına, kalan 14'ü ise durum değeri bakış açısına sahip olarak değerlendirilmiştir. Bu durumda çalışma grubundaki öğrencilerin %20'sinin sınıflandırıcı bakış açısına, %10'unun bütüncül bakış açısına ve %70'inin durum değeri bakış açısına sahip olduğu belirtilebilmektedir.

İlerleyen süreçte önce bu bakış açılarının sergilenmesine örnekler sunulmuş ardından bu bölümün kapsamına giren iki bulguya daha yer verilmiştir. Örnekler aktarılırken öğrencilerin Soru 9, Soru 11 ve Soru 12'ye verdiği cevaplardan elde edilen ve en belirgin durumlara yer verilecektir. Sırasıyla önce durum değeri, sınıflandırıcı ve bütüncül bakış açıları öğrencilerin cevaplarından elde edilen verilere dayandırılarak betimlenecektir.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 9'a cevabı: (Durum değeri bakış açısı)

Ö11: *F çünkü oradaki limon suyu miktarı saf suya göre daha fazla.*

A: O zaman buna (beğeni grafiğine) bakmamıza gerek yok mu?

Ö11: *Yani burada da verilmiş zaten. En çok F marka ürünü beğenmişler.*

A: Peki F marka ürünün karışımı mı en çok beğenilmiş?

Ö11: *Evet. F marka ürünün karışımı 600 beğenilmiş. 600'den fazla beğenilen başka yok.*

Öğrenci durum değeri bakış açısına uygun hareket ederek F marka ürünün karışımının kullanılmasına karar vermektedir. Bunun üzerine araştırmacı öğrenciyi problematik durumla yüzleştirmek için diyaloga aşağıda aktarıldığı gibi devam etmiştir.

A: Peki A, C ve E marka ürünlerin tadının aynı olduğunu söyledin. Ama beğenileri farklı. B ve D marka ürünlerin de aynı tatta olduğunu söyledin. B ve D marka ürünler arasında da böyle bir durum var. Veya C ve D marka ürünler farklı tatlara sahip ama beğenileri aynı.

Ö11: *Bilmem. Yani onu hiç düşünmeden yaptım.*

... (Bir süre Trabzonluların damak tadına ilişkin tahmin ve düşünceleri konuşulmuştur.)

A: F marka ürünün karışımını tercih etmek için desteğin nedir?

Ö11: *F marka üründe limon suyu daha fazla kullanılmış. Saf su da daha az kullanılmış. Malzeme bakımından. O yüzden onu tercih ettim. Yani mesela limonatada daha fazla limon suyu olmalı bence. Ona göre karar verdim.*

A: Limon suyu tek başına tadı etkileyen bir faktör değil ama. Değil mi?

Ö11: *Evet.*

A: Mesela burada (C marka üründe) limon suyu A marka üründekinden daha fazla ama tatları aynı dedin.

Ö11: *Ama oradaki saf su miktarları da farklı. Mesela burada limon suyu miktarı C marka üründe iki katıysa, C marka üründeki saf su miktarı da A'daki saf su miktarının iki katı.*

A: Tamam da ben de... Aynı şeyi söylüyoruz. Diyorsun ki limon suyunun daha fazla olmasını beklerim limonatada.

Ö11: *Evet.*

A: Ben de diyorum ki limon suyu miktarı burada (C marka üründe) bundan (A marka üründekinden) daha fazla olmasına rağmen aynı tada sahipler.

Ö11: *Ama orana bakıyoruz.*

A: Tamam orana bakıyorsan A, C ve E marka ürünler aynı tada sahip diyorsun. Ama beğenileri farklı.

Ö11: *Yani bilmem...*

Durum değeri bakış açısına uygun hareket eden öğrenci problemi nasıl çözeceğini bilmediğini belirterek F marka ürünün karışımını kullanmaya karar vereceğini belirtmiştir.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 11'e cevabı: (Durum değeri bakış açısı)

Ö11: *Değişmez çünkü hala F marka ürünü beğenen kişi sayısı en fazla kalır.*

A: Böyle bir değişiklik olduğunda şunu der misin? Daha çok desteklenmiş hisseder miydin?

Ö11: *Daha doğru olduğunu hissederdim çünkü daha fazla kişi beğenmiş yani.*

Öğrenci tekrar durum değeri bakış açısından hareketle bireysel olarak F marka ürününün karışımının tadına ve bunu beğenen kişi sayısına odaklanmaktadır.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 12'ye cevabı: (Durum değeri bakış açısı)

Ö11: *Ben en çok F marka ürünü beklerim. En çok F marka ürün. Mesela en az C ya da D marka ürünü beklerim. Çünkü onlar fazla beğenilmemiş.*

A: Önceki duruma paralel olur diyorsun?

Ö11: Paralel ilerlemeye de bilir. Ama paralele yakın ilerler.

Öğrenciye sorunun hangi marka ya da markaların karışımına sahip ürünün yeni katılımcıların çoğunluğu tarafından beğenilmesinin daha muhtemel olduğuna odaklandığı vurgulanmasına rağmen öğrenci hala bireysel olarak F marka ürünün karışımına ve bu karışımın beğeni sayısına bakarak cevap vermektedir. Üç soru birlikte değerlendirildiğinde öğrencinin durum değeri bakış açısına sahip olduğu belirtilebilmektedir.

Ö13 koldu öğrencinin Görüşme 1 Soru 9'a cevabı: (Sınıflandırıcı bakış açısı)

Öğrenci F marka ürünün karışımının kullanılmasına karar vereceğini belirtirken Soru 8'i henüz tamamlamadığı fark edilmiş ve tamamlaması sağlanmıştır. Tekrar Soru 9'a dönen öğrenci açıklamalarına aşağıda aktarıldığı gibi başlamıştır.

Ö13: En çok F marka ürün beğenilmiş. Yani bu yüzden F marka ürünün kullanılmasına karar verilmelidir. (Öğrenci şaşkın bir halde.) Neden bu kadar kısa sürdü? Daha uzun olmalı mıydı? 600 kişi... Ama humm... Bir dakika. Şimdi biz oranların da aynı olduğu şeyler de vardı. Onları toplayınca belki daha fazla çıkabilir. B ve D 700, A, C ve E 1300. Şu üçünü daha fazla kişi tercih etmiş.

A: Peki neden topladın?

Ö13: Çünkü o oranı beğenen kişi sayısına baktım.

A: Ama kendi aralarında da bir farklılaşma var.

Ö13: Evet. Neden? O zaman oranları farklı mı acaba? (Kontrol ediyor.)

Problem durumuyla yüzleşmeden doğrudan sınıflandırıcı bakış açısına uygun cevap veren öğrenci bir yanlışlık yapmış olma ihtimalini irdilemiştir. Diyalog aşağıda aktarıldığı gibi devam etmiştir.

Ö13: Burada yaptığımıza (oranlar arasında yazdığı ilişkiyi göstererek) ters bir şey çıktı da (beğeni sayıları grafiğini göstererek) o yüzden. Düşünüyorum yani...

A: Ters bir şey mi çıktı?

Ö13: Evet.

A: Neye ters çıktı burada yaptığın şey?

Ö13: Şimdi burada oranlara bakarak tatlarının değişmediğini buldum. Aynı orandakilerin tatları aynıdır diye buldum. İşte burada da şimdi aynı tattaysalar neden farklı sayıda kişi beğeniyor? Onu düşünüyorum.

...

Ö13: En fazla F marka ürün beğenilmiş.

A: Tamam en fazla F marka ürün beğenilmiş gibi görünüyor.

Ö13: *Biz de en ekşi F...*

A: Sana göre en az ama (beğeni sayısını kastederek).

Ö13: *Yok hayır en ekşi F marka ürün demiştik.*

A: Tamam ama burada yaptığın yönteme göre en az (beğeni sayısını kastederek).

Ö13: *Yani ha işte toplama göre mi? Ya evet ama. Tek kendisi... Yani her şeye tek tek bakarsak en ekşi olan F marka ürün en fazla beğenilmiş.*

A: Tat değişimi ile beğeni sayısı arasında nasıl bir ilişki ortaya çıkıyor?

Ö13: *Yani ekşilik arttıkça beğeni azalır. Toplama göre (sınıflandırıcı bakış açısına göre).*

A: Peki bu çözüm yolunu destekleyen argümanın var mı?

Öğrenci devam eden süreçte verilere durum değeri bakış açısına uygun bakılması durumunda ürünün tadına ilişkin oranın beğenide etkisiz görüldüğü ve bunun çok olanaklı olmayacağı; fakat sınıflandırıcı bakış açısına uygun bakılması durumunda ürünlerin tada ilişkin oranı büyüdüğünde (ekşilik tadı arttığında) beğeni sayısının azalıyor görüldüğü üzerinde değerlendirmelerde bulunmuştur. Sonuç olarak uyguladığı bakış açısının problem durumuna alternatif bir çözüm sunduğuna kendi çabalarıyla ulaşmış ve aşağıda sunulan ifadelerle bunu dile getirmiştir.

Ö13: *O zaman buna bakılır (aynı orana sahip ürünlerin beğeni sayılarının toplamına) sanırım. Ben buradan şey derim. Bunların toplamı tamam ekşilik etkilidir. Olabilir. Ama bunların (B ve C marka ürünleri göstererek) ekşilikleri aynı ama beğenileri farklıysa başka etkenler de sebep olmuş olabilir.*

Öğrencinin artık sınıflandırıcı bakış açısına uygun hareket edeceğine ikna olan araştırmacı öğrenciye alternatif durumlar yönelterek bütüncül bakış açısına da uygun hareket edip edemeyeceğini tespit etmeye çalışmıştır. Tablo 4.14 öğrenciye yöneltilen alternatif durumlar ve vereceğini belirttiği kararları göstermektedir.

Tablo 4.14*Ö13 kodlu öğrenciye yöneltilen alternatif durumlar ve kararları*

	Ürünler	Kurgulanan Karşılaştırmalar	
		Mevcut Durum	Alternatif Durum
1. Karşılaştırma Karar: Mevcut Durum	A, C ve E	1300	2500
	B, D	700	1900
	F	600	1800
2. Karşılaştırma Karar: Alternatif Durum	A, C ve E	1300	800
	B, D	700	200
	F	600	100
3. Karşılaştırma Karar: Mevcut Durum	A, C ve E	800	1800
	B, D	200	1200
	F	100	1100
4. Karşılaştırma Karar: O zaman daha büyük sayılı olanını tercih ederim.	800, 200 ve 100'deki gibi fark (beğendiğini belirten-beğendiğini belirtmeyen) 500 çıkarsa ne yaparsın?		

Tablo 4.14'ten de anlaşılacağı gibi öğrenci beğendiğini belirtenlerin sayısının beğendiğini belirtmeyenlerin sayısına oranına hiç başvurmamakta ve sınıflandırıcı bakış açısına uygun şekilde sınıflandırılmış durumdaki beğeni sayılarının farklarına odaklanmaktadır. Bu durumda öğrenci bütüncül bakış açısına uygun hareket edememektedir.

Ö13 Kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 11'e cevabından: (Sınıflandırıcı bakış açısı)

Ö13: Şimdi bunlara bakayım tekrar. A, C ve E marka ürünlerin toplamı yine 800 olur. Diğerleri B ve D yine aynı 700. F marka ürününki de 1100 oldu. Duruma bakılırsa F en fazla. Ekşilik artarsa beğeni... Bir şey diyemiyorum.

A: A marka ürüne karar vermiştin. Kararın değişir mi?

Ö13: Şimdi burada o zaman ekşilikle ilgili bir şey diyemeyeceğim. Çünkü ekşilik artınca beğeni artar diye bir şey diyemiyorum. Çünkü bu (F marka ürün) en fazla, bu (A, C ve E marka ürünler) ondan sonra ama bu (B ve C marka ürünler) en az oluyor. O zaman F marka ürün diyeceğim. Diğer etkenler...

A: Kararım değişir. Öyle mi diyorsun?

Ö13: F marka ürün olurdu kararım.

Bu soruda ana amaç öğrencinin karar değiştirmeye karar verip vermemesi konusunda kesin bir cevap vermesi değil öğrencide tespit edilen bakış açısını sürdürüp

sürdürmediğini belirlemektedir. Fakat öğrenci beklenenin ötesine geçebilmiş ve Soru 9’da ortaya çıkan genellenmenin ortadan kalktığını görebilmiştir. Öğrencinin yeni problem durumuna girdiğini fark eden araştırmacı diyalogu burada aktarılmasına gerek olmayacak ölçüde genişletmiştir.

Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 12’ye cevabı: (Sınıflandırıcı bakış açısı)

Ö13: Ben daha çoğunluğun hani dağılarak hani bir tane markaya değil de birkaç markaya dağılarak... A, C veya E marka ürünleri...

A: Mevcut durumun paralelinde mi olur. Mesela C marka ürünün beğeni sayısı yine daha mı olur?

Ö13: Evet, bence öyle olur.

Öğrenci sınıflandırıcı bakış açısından hareketle A, C ve E marka ürünlerin karışımına sahip ürünün (A, C ve E marka ürünlerin) yeni katılımcıların çoğunluğu tarafından beğenilmesinin daha muhtemel olduğunu belirtmiştir. Üç soru birlikte ele alındığında öğrencinin sınıflandırıcı bakış açısına sahip olduğu belirtilebilir.

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 9’a cevabı: (Bütüncül bakış açısı)

Ö5: Beğeni sayıları olarak D okulu fazla. A ve B okulları aynı beğenilmiş. Bizim sınıf yoğunluğu olarak aynı olan A, E ve F okullarıydı. Hepsi farklı sayıda beğeni almış. B ve C’de eşitti (sınıf yoğunluğu açısından) onlar da farklı sayıda beğeni almış. E okulu farklı. Önceki gibi şey edeceğim (önceki görüşmeyi kastediyor). A okulu 250. Ne vardı? A, E ve F. Bunların toplamı...

A: A, E ve F’yi beğenenleri topladın...

Ö5: 750 kişi şunların. Evet aynı oranı var diye... B ve C 400. D okulu 350. Tek başına çünkü onun beğeni sayısı. Buradan bakınca A, E veya F’ye giderdim. Yani birini seçerdim. Şimdi mesela F fazla (grup içinde) A, E. F okulunda az öğrenci var.

A: Şimdi A, E ve F okullarından birini tercih edeceğim de hangisini tercih edeceğim diyorsun...

Ö5: F okulunu seçerdim. Burada muhtemelen. Şimdi bunların sınıf yoğunluğu aynı. Bunlar ikinci bir... Farklılık olarak öğrenci sayısı diye baksak F okulu daha fazla beğenilmiş ve az öğrencisi var. E okulu da en az beğenilmiş şu üçünün arasında ama onun en fazla öğrencisi var. A okulu da ortalarında. Demek oluyor ki az öğrenci sayısı gerekir. O yüzden F’yi...

A: Bunlar arasında az öğrenci sayısını tercih ederdim...

Ö5: Yani F okulunu tercih ederdim.

Yukarıdaki ifadelerinden de anlaşılabilceği gibi öğrenci Görüşme 1’de son ulaştığı noktadan başlamıştır. İlk görüşmede sınıflandırıcı bakış açısıyla hareket etmiş ve süreci o şekilde tamamlamıştı. Sınıflandırıcı bakış açısına ek olarak öğrenci sınıf yoğunluğuna

ilişkin oranına göre sınıflandırdığı okulların beğenileri arasında toplam öğrenci sayısı az olan okulların grup içlerinde daha fazla beğeni aldıklarını tespit etmiş, bunu ikincil kriter olarak atamıştır. Araştırmacı süreci öğrencinin bütüncül bakış açısıyla da hareket edip edemeyeceğine odaklanarak sürdürmüştür. Tablo 4.15 öğrenci ile üzerinde konuşulan mevcut ve alternatif verileri göstermektedir.

Tablo 4.15

Ö5 kodlu öğrenci ile Görüşme 2 Soru 9'da üzerinde konuşulan veriler

	Ürünler	Beğeni Sayısı (Sınıflandırılmış)
Mevcut Durum Yorum ve Karar: Okulların sınıf yoğunluklarına göre beğenileri sınıflandırdığımda A, E ve F okullarından birine karar vermeliyim. Grup içlerinde okul mevcudu daha az olan okullar daha çok beğenilmektedir. Bu nedenle okul mevcudu az olan F okulunu tercih etmeliyim.	A, E ve F okulları	750
	B ve C okulları	400
	D okulu	350
Alternatif Durum Yorum ve Karar:	A, E ve F okulları	1050
	B ve C okulları	560
	D okulu	490

Not. Metnin devamında Ö5 kodlu öğrencinin alternatif duruma yönelik yorum ve kararı ele alındığından bu yorumlar ve karara tabloda yer verilmemiştir.

Öğrenci alternatif durum kendisine ilk yöneltildiğinde kararının yine F okulundan yana olacağını çünkü en fazla beğeni sayısının yine A, E ve F okullarında olacağını belirtmiştir. Fakat araştırmacı öğrencinin iki durumu karşılaştırmasını isteyerek diyalogu devam ettirmiştir.

A: Anladım F okulunu seçerdin. Ama hani bu iki durum arasında nasıl bir ilişki görüyorsun?

Ya da bir ilişki var mı? İkisi arasında bir fark var mı?

Ö5: *Yani pek bir şey bulamadım.*

... (Araştırmacı kâğıt üzerinde verileri toparlayarak yeniden yazıyor)

A: İki durum arasında bir fark var mı?

Ö5: *Yani kaç kat arttığına baksam... Öyle yapabilirim. Oranlayarak yaparsam. Böyle çıkabilir.*

A: Oranladığın zaman aynı çıkarsa sorun yok mu aynı mı kabul edersin?

Ö5: *Bir farkı yok o zaman. Şu (A, E ve F okullarını beğenenler) şunların yani şu toplamın (tümünü gösteriyor) yarısı. Burada da A, E ve F'nin toplam kişi sayısı yine bunun (tümünü gösteriyor) yarısı.*

A: Hangisine bakmak daha uygun? Yani 750-400 ve 750-350 arasındaki farka mı odaklanmam lazım? Yoksa bu kat ilişkisine mi odaklanmam lazım?

Ö5: Bence kat ilişkisi. Çünkü mesela şunlar (B, C ve D okullarını beğenen sayıları toplamı) yine yarısı etti. Şunların toplamı (B, C ve D okullarının beğeni sayıları) şuna (A, E ve F okullarının beğeni sayısına) eşit oldu. Ama mesela bu 350'ydi. Yaptım öyle desek. Bunun (İlk durumda D okulunu beğenenlerin) oranı bununla (İkinci durumda D okulunu beğenenlerin) eşit olmuyor.

Öğrenci sınıflandırıcı bakış açısından bütüncül bakış açısına geçiş yapabirmiştir. Fakat son verdiği örnekte “Bunun (İlk durumda D okulunu beğenenlerin) oranı bununla (İkinci durumda D okulunu beğenenlerin) eşit olmuyor.” ifadesinde verilen durum özelinde yanılmaktadır. Çünkü beğeniler arasında oluşturulan $\frac{350}{1500}$ ile $\frac{490}{2100}$ oranları araştırmacı tarafından eşit olacak şekilde belirlenmiştir. Fakat öğrencinin A, C ve E okullarını beğenen sayısının bütün örnekleme oranının aynı kalıp diğer iki bileşen grupta (B ve C ile D grupları) değişiklik olabileceğini görmesi yine de bütüncül bakış açısına sahip olduğunu gösterir.

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 11'e cevabı: (Bütüncül bakış açısı)

Ö5: Yine aynı sınıf yoğunluğuna sahip olanları toplarsak. B ve C okullarını beğenenler 400, E ve F okullarını beğenenler de 500 oldu. D okulunun beğenisi 600 olduğu için... Değişiklik olur mu? Olur. D okulunu seçerdim.

A: Neye bağlı olarak?

Ö5: Çünkü bu sefer diğerlerinden çok daha fazla oldu. Yani en iyi oran onda. Bu seçeneklerin en iyisi o şu an.

A: En iyi oran onda var...?

Ö5: Diğerlerine oranı olarak düşündüm hani.

A: Diğerlerine oranı nedir?

Ö5: Yani tamamına oranı. Bu 600. Toplam katılan kişi 1500'dü. $\frac{600}{1500}$.

Öğrenci bütüncül bakış açısını bu soruda da sürdürmüştür.

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 12'ye cevabı: (Bütüncül bakış açısı)

Ö5: 16,6 olan sınıf yoğunluğunu.

A: Başlangıç durumuna göre soruyoruz.

Ö5: A, E ve F okullarının...

A: A, E ve F okullarından herhangi birinin... Çünkü hepsinin sınıf yoğunluğu 16,6.

Öğrenci tekrar tekrar aynı açıklamayı yapmamak için cevabını kısaca sunmuştur. Önceki sorulara verdiği cevaplardan bütüncül bakış açısına dayanarak hareket ettiği

anlaşılmaktadır. Üç soru birlikte değerlendirildiğinde öğrencinin bütüncül bakış açısına sahip olduğu belirtilebilmektedir.

Üç bakış açısının sergilenmesine örnek durumlar aktarılmıştır. Görüşmeler çok uzun ve ayrıntılı gerçekleştiğinden belirgin örnekler üzerinden anlatım gerçekleştirilmiştir. Araştırma sorusu kapsamına giren ikinci bulgu aşağıdaki gibidir.

Ö1, Ö4, Ö11 ve Ö16 kodlu öğrencilerin (4 öğrenci %20) durum değeri bakış açısını korumakla birlikte herhangi bir ürünün (Görüşme 1) ya da okulun (Görüşme 2) beğeni sayısını bireysel olarak bütün örnekleme oranlayabildiği anlaşılmıştır. Bu durumda öğrencilerin bütüncül bakış açısına sahip oldukları belirtilememektedir.

Bulguya örnek olarak Ö11, Ö4 ve Ö1 kodlu öğrencilerin cevaplarından faydalanılacaktır.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 11'e cevabından:

A: Peki büyük bir çoğunluk derken ne kastediyorsun? Kime göre, neye göre?

Ö11: *Yani anketi yapanlar öbürlerine göre daha fazla oy vermiş. Mesela B okuluna göre bakınca 2 katından fazla vermiş.*

A: Bunu (D okulunun beğeni sayısını) bunlarla (diğer okulların beğeni sayısı) karşılaştırdığımızda büyük bir çoğunluk diyebilir miyiz?

Ö11: *Yani tek tek kıyasladığımızda diyebiliriz.*

A: Ayrı ayrı karşılaştırdık, katlara baktık... Bunu yaptıktan sonra büyük bir çoğunluğun D okulunu beğendiğini söyleyebilir miyiz?

Ö11: *Yani diyebiliriz...*

A: Mesela bu (D okulunun beğeni sayısı) bunun (B okulunun beğeni sayısının) 2,5 katı söyledin, aynı şekilde bunun (C okulunun beğeni sayısının) 4 katı... Böyle böyle tespit ettin. Büyük çoğunluğun burada (D okulunu beğenenlerde) olduğunu o şekilde mi söyleriz?

Ö11: *Evet.*

A: Ona dayanarak söyleyebiliriz...

Ö11: *Ya büyük çoğunluğun burada olduğunu hepsinin toplamına bakarak söyleyebiliriz.*

A: Hepsinin toplamına bakarak söyleyebiliriz. Nasıl söylersin?

Ö11: *Hepsini toplarım. Bakarım yani kaç kişi var burada, öbürlerine göre bakarım kaç kişi var oralarda. Ona göre yaparım.*

A: Sence fark edecek mi?

Ö11: *Fark etmeyecek bence.*

A: Mesela toplamın içinde bu (D okulunun beğeni sayısı) en çok görünecek... Sonra bu (F okulunun beğeni sayısı), sonra bu (B okulunun beğeni sayısı)...

Ö11: *Yine değişmeyecek sonuçta yani aynı...*

A: O zaman doğrudan çok olmasına bakmak yeterli mi?

Ö11: *Bence yeterli.*

Öğrenci önce herhangi bir okulun beğeni sayısının başka bir okulun beğeni sayısı ile katlı ilişkisine başvurabileceğini (ki aslında buna dört okulun beğeni sayılarının oranları karşılaştırılırken bakılması uygundur yani Soru 11 kapsamında gerekli bir işlem değildir) ardından her bir marka ürünü beğenen sayısının örneklemin bütününe oranına başvurabileceğini (ki bunun ürünlerin beğenilerinin karşılaştırılmasına doğrudan beğeni sayılarına bakmaktan farklılık yaratacak herhangi bir getirisi olmamaktadır yani herhangi bir sınıflandırma yapılmadan A marka ürün 250 kişi tarafından beğenilmiş demek ile $\frac{250}{1500}$ oranında beğenilmiş demenin karşılaştırmalar açısından bir etkisi yoktur) belirtmektedir.

Ö4 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 9'a cevabından:

Ö4: Şimdi öncelikle ben ilk başta D okulunu düşünürüm. Şu yüzden. Evet sınıf yoğunluğu fazla ama önceden burayla bağı olan kişiler burayı beğenmişler. D okulunu bilen insanlar, buradaki anketteki 1500 kişinin 350'si D okulunu beğenmiş. ... (Açıklama devam etmektedir.)

Benzer bir durum burada da karşımıza çıkmaktadır. Öğrenci okulun beğeni sayısını bireysel olarak bütün örnekleme oranlamakta ve bunu $\frac{350}{1500}$ (1500'de 350) olarak ifade etmektedir.

Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 9'a cevabından:

Ö1: Beğenme oranı daha fazla olanın karışımını kullanmamız daha mantıklı olur. F'yi (markasının ürününün karışımını) olabilir.

Öğrenci beğenme oranından her bir markaya ait ürünün beğeni sayısının bireysel olarak bütün örnekleme oranını kastetmektedir. Bu durumun nedeni Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 7'ye cevabından anlaşılabilmektedir.

Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 7'ye cevabından:

Ö1: Limon daha baskındır. Çünkü limon oranı saf suyun oranından daha fazla. Bulunma miktarı.

A: Miktarı mı, oranı mı?

Ö1: Miktarı fazla olunca oranı da daha fazla olur.

A: İçeceğin içindeki oranını kastediyorsun o zaman?

Ö1: Evet.

Öğrenci limonataların karışımına ilişkin verilen iki bileşen arasında karşılaştırma yaparken uyguladığı düşünceye yani Limon Suyu ve Limon Suyu olmayanlar ayırımına benzer şekilde, F marka ürünü beğendiğini belirtenler ve F marka ürünü beğendiğini belirtmeyenler (bir üstte Soru 9'a cevabına dikkat edilirse) olarak ayırmaktadır. Yani F

marka ürünü beğendiğini belirtenlerin sayısını F marka ürünü beğendiğini belirtmeyenlerin sayısına (ya da dolaylı olarak F marka ürünü beğenen sayısını tüm örneklem büyüklüğüne) oranlamaktadır. Öğrencinin $\frac{LS}{SS}$ oranı yerine $\frac{LS}{Karışım}$ oranına başvurması yine aynı düşünce sisteminin bir uzantısı gibi görünmektedir. Öğrencinin böyle bir orantısal akıl yürütmeye markaların ürünlerinin tada ilişkin oranlarını dikkate alıp beğeni sayılarını ona göre sınıflandırmadan başvurmasından dolayı durum oranlama yapılmadan önceki haliyle farklılık göstermemiş olmaktadır. Yani tada ilişkin orana göre beğeni sayıları sınıflandırılmadan F marka ürün 600 kişi tarafından beğeniliyor demek ile $\frac{600}{2600}$ oranında beğeniliyor demek aynı sonucu doğurmaktadır.

Araştırma sorusunun kapsamına giren üçüncü bulgu aşağıda aktarılmıştır.

Sınıflandırıcı ya da bütüncül bakış açısına sahip olmayan öğrencilerin verilerde genellemeyle sonuçlanacak örüntüleri tespit edememelerinden kaynaklanan ve bu nedenle istemsizce bağlama ilişkin deneyimlerine sarılmalarıyla sonuçlanan bir durumu söz konusudur. Öğrenciler verilerdeki örüntüleri göremediklerinde verileri terk edip sürekli ve yalnızca bağlamsal bilgi ve deneyimlerine başvurarak cevaplar (ve kararlar) vermektedir. Her iki görüşmede beğenide başka faktörlerin de rol oynayabileceğini belirtmek en yaygın savunu olmuştur.

Bulguya örnek olması için Ö2 ve Ö11 kodlu öğrencilerin ilk görüşmelerinden; Ö7 ve Ö14 kodlu öğrencilerin ikinci görüşmelerinden kesitlere yer verilmiştir.

Ö2 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 9'a cevabından;

A: Peki buradaki durumları (aynı tat farklı beğeni-farklı tat aynı beğeni hakkında önceden yazılan ifadeler) nasıl açıklarsın o zaman?

Ö2: *Şimdi şişe boyutuna göre tercih edilmiş olabilir. Belki bir açıpta bitirilmek isteniyordur belki daha uzun süre durabilmesi*

A: Tatların aynı beğenilerin farklı ve tam tersi durumları nasıl açıklarsın?

Ö2: *Herkesin kişisel tercihi. Bir insan daha çok ekşiyi seviyordur bir insan daha az ekşiyi seviyordur. Ama büyük bir çoğunluk ekşiyi seviyor gibi duruyor (aslında değil).*

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 9'a cevabından;

A: F marka ürünün karışımını tercih etmek için desteğin nedir?

Ö11: *F marka üründe limon suyu daha fazla kullanılmış. Saf su da daha az kullanılmış. Malzeme bakımından. O yüzden onu tercih ettim. Yani mesela limonatada daha fazla limon suyu olmalı bence. Ona göre karar verdim.*

Ö7 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 9'a cevabından;

Ö7: Sınıf yoğunluğu önemli ama grafiğe göre tam çıkmıyor. Çünkü mesela yoğunluk önemli olsaydı bunun (A okulunun) beğenisi daha fazla olmaz mıydı? Olurdu.

A: Yani sınıf yoğunluğu hem önemli hem önemsiz diyorsun.

Ö7: Yerine göre. Bazı durumlarda önemli bazı durumlarda önemsiz. Ya tek kriter yoğunluk değil ondan da olabilir.

A: Ama verilerden bana bunu kanıtlayamadın. (Sınıf yoğunluğunun önemli/etkili bir faktör olduğunu ama tek etkili faktör olmadığını gösteremiyor.)

...

Ö7: Ama şimdi iki tanesini karşılaştırsak mesela bazen önemli çıkıyor bazen önemsiz çıkıyor. Genel olarak mı bir şey diyeceğim. Bütün bunları test mi edeceğim?

A: Sence önemli mi?

Ö7: Önemli. Ama bir dakika. (Öğrenci bütün ikili karşılaştırmaları incelemeye başlıyor.)

A: Sen birini ikna etmeye çalışıyorsun hem önemli hem önemsiz deyip kimseyi ikna edebilir misin?

NK: Edemem.

Ö14 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 9'a cevabından;

A: Peki şu an ki durum ne? Ona bir bakalım.

Ö14: Aldığı beğeni sayısı en çok D okulunda. Ama ben kendim tercih edersem. D okulunun sınıf yoğunluğu da daha fazla diğer sınıflara göre. Kendime göre tercih edersem... Ama A, E ve F okulları benim tercih edeceğim. O zaman bunların beğeni sayısına bakarım. A, E ve F'den en çok beğenisi olan... En çok beğeniyi F okulu almış 300 beğeni ile.

A: Peki sen A, E ve F arasında bir durumdan bahsediyorsun. Yani F okulu ile A okulu arasında beğenideki 50 farkın önemli olduğunu söylüyorsun.

Ö14: Evet.

A: Ama D okulu ile F okulu arasında beğenideki 50 farkın önemsiz olduğunu söylüyorsun. Burada çelişkili olmuyor musun?

Ö14: Ama ben şöyle düşünüyorum. Bu D okulunun sınıf yoğunluğu daha fazla. Ben fazla sınıf yoğunluğunu tercih etmem. Kendim daha az sınıf yoğunluğunu tercih ederim. Bu yüzden D okulunu eliyorum. C okulunu da eliyorum.

A: O zaman beğeniyi dikkate almamış olmuyor musun? Bir yerde dikkate alıp bir yerde almayınca aslında hiç almamış oluyorsun.

4.2.4 Dördüncü soruya ilişkin bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından dördüncüsü öğrencilerin görüşmelerde sorulara verdikleri yanıtlarda tutarlılık durumunu öğrenmeye yöneliktir. Kavramsal çerçevenin öngördüğüne göre öğrencinin akıl yürütme düzeyi yükseldikçe tutarlılığının artması gerekmektedir. Görüşme protokollerinde Soru 13, Soru 14 ve Soru

15 öğrencilerin tutarlı tahminlerde bulunup bulunamadığına odaklanmaktadır. Fakat öğrencinin önceki ve sonraki cevaplarıyla birlikte durumları değerlendirilecek ve bulgular sunulacaktır.

Daha üst düzeyde veri bakış açısına sahip olan öğrencilerin daha tutarlı çıkarımlar yaptığı ve daha tutarlı tahminlerde bulunduğu tespit edilmiştir. Ayrıca üst düzey veri bakış açısına sahip olan bu öğrencilerin gerçekleştirilen işlemlere eşlik eden genellemeyi dikkate aldıklarında daha da tutarlı çıkarım ve tahminlerde bulunabildiği tespit edilmiştir. Ö5 kodlu öğrenci bütüncül bakış açısı sergileyip elde ettiği genellemeyi tüm tahmin ve çıkarımlarına yansıtamayan tek öğrenci olmuştur.

Verilere bakış açılarına göre öğrencilerden Ö11'in durum değeri bakış açısına, Ö13'ün sınıflandırıcı bakış açısına ve Ö5'in bütüncül bakış açısına sahip olduğu önceki başlık altında gösterilmeye çalışılmıştır. Bulguya örnek teşkil etmesi için bu öğrencilerin tutarlılığı ilişkin durumları ortaya konulacaktır.

Ö11 kodlu öğrencinin durum değeri bakış açısına sahip olmasından dolayı tutarsız çıkarım ve tahminlerde bulunduğu tespit edilmiştir. Bu konuyla ilgili değerlendirme için öncelikle öğrencinin Görüşme 1'de yöneltile sorulara verdiği cevaplar Tablo 4.16'da özetle aktarılmıştır.

Tablo 4.16*Öİİ kodlu öğrencinin yöneltilen sorulara verdiği cevaplar*

Soru	Öğrencinin Değerlendirmeleri
Soru 9	En çok beğeni alan F marka ürün. Bu yüzden F marka ürünün karışımının kullanılmasına karar veririm. Bu durumda öğrenci tada ilişkin oranın beğenide bir etkisi olmadığını savunmuş olacağını kabul etmektedir.
Soru 10	E marka ürünü grafikten kaldıra da bilirdik. Fakat altı marka içinden değerlendirildiğinin anlaşılması için bıraka da bilirdik.
Soru 11	F marka ürünü beğenen kişi sayısı en fazla kalır. Bu durumda kararımın daha doğru olduğunu hissedirdim.
Soru 12	En çok F marka ürünün karışımına sahip ürünü beğeniyor olmalarını beklerdim. (F marka ürünle aynı tatta başka ürün yoktur.)
Soru 13	A ve E marka ürünlerin tadıyla aynı tatta yeni bir ürün ortaya çıkar. Kurgulanan yeni G marka ürünü beğenirler. 1000 kişilik beğeni üç marka ürün arasında eşit bölüşülür (tam bölünmüyor). A marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 166 ve E marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 166 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir. Son durumda A marka ürünü beğenen 334, E marka ürünü beğenen 334 ve G marka ürünü beğenen 332 kişi olabilir.
Soru 14	A ve B marka ürünlerin karışıma ilişkin oranlarının arasında B marka ürünün tada ilişkin oranına daha yakın olur. Tada bağlı bir tahminde bulunamıyorum. Kurgulanan yeni G marka ürünün tada ilişkin oranı B marka ürününe daha yakın olduğundan B marka ürünü beğendiğini belirtenlerden daha fazla geçen olabilir. A marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 100 ve B marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 130 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir. Son durumda A marka ürünü beğenen 400, B marka ürünü beğenen 270 ve G marka ürünü beğenen 230 kişi olabilir.
Soru 15	C ve F marka ürünlerin tada ilişkin oranlarının tam ortasında olması gerekir (ki aslında öyle değil) ama bunu işlemlerle gösteremiyorum. Kurgulanan yeni G marka ürünün tada ilişkin oranı C ve F marka ürünlerin tada ilişkin oranlarının tam ortasında kabul edilirse F marka ürünü beğendiğini belirtenlerin sayısı C markasını beğendiğini belirtenlerin sayısından fazla olduğuna dikkat ederek tahminde bulunurum. C marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 75 ve F marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 150 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir. Son durumda C marka ürünü beğenen 225, F marka ürünü beğenen 450 ve G marka ürünü beğenen 225 kişi olabilir.
Soru 17	B marka ürünün karışımının tadının A marka ürüne benzetilmesi (daha az ekşi olan bir tada dönüştürülmesi) lehine olacaktır. Çünkü A marka ürün B marka üründen daha fazla beğenilmiştir.

Tablo 4.16'dan öğrencinin en büyük tutarsızlığının Soru 9'da tadın beğeni sayısı ile ilişkisine dair bir genellemeye varmadan tadın değişimiyle oluşabilecek fikir değişiklikleri hakkında tahminlerde bulunması olduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte yine de tahminlerin kendi iç dinamiklerindeki tutarsızlıklar ortaya çıkarılabilir.

- Soru 9'da ve Soru 12'de öğrenci herhangi bir genellemeye dayandırmadan karar vermektedir.
- Soru 10'da E marka ürünün grafikte temsil edilmeye devam edilmesini yalnızca böyle bir ürünün mevcudiyetinin sürmesiyle açıklamaktadır. İstatistiksel işlemlere ya da bütüncül bakış açısına dayalı herhangi bir açıklama ortaya koymamaktadır.

- Soru 13 ve Soru 15 arasında: Öğrenciye göre tam ortada olma durumu her iki soruda (sonuçta eşitlik de ortada olma durumudur) geçerli olmasına rağmen fikir değişikliği için farklı stratejiler uygulamıştır.
- Soru 14 ve Soru 15 arasında: Yakınlık fikir değişikliğini olumlu etkileyen bir faktör ise tam ortada olma (kendi tespitine göre) tat açısından iki markaya da yakın olmama durumudur. Bu durumda Soru 15'te çok çok az fikir değişikliği beklenmeliydi.
- Soru 17'de ise öğrencinin savunusu “beğeni sayısının fazla olması beğeni sayısını artırır” gibi bir noktaya varmaktadır.

Ö13 kodlu öğrencinin sınıflandırıcı bakış açısına sahip olmasından dolayı daha tutarlı çıkarım ve tahminlerde bulunduğu tespit edilmiştir. Bu konuyla ilgili değerlendirme için öncelikle öğrencinin Görüşme 1’de yöneltilen sorulara verdiği cevaplar Tablo 4.17’de özetle aktarılmıştır.

Tablo 4.17*Ö13 kodlu öğrencinin yöneltilen sorulara verdiği cevaplar*

Soru	Öğrencinin Değerlendirmeleri
Soru 9	Tada ilişkin oranlarına göre beğeni sayılarını sınıflandırdığımızda A, C ve E marka ürünler 1300 beğeni ile en çok beğeniye sahip olmaktadır. Bu durumda ekşilik azaldıkça beğeni sayısı artmaktadır. A marka ürünün karışımının kullanılmasına karar veririm. Çünkü kesin olmasa da üçlü arasında limon suyu az olan daha çok beğeniliyor gibidir.
Soru 10	F marka ürünü beğenen 1100 kişi olacak.
Soru 11	A, C ve E marka ürünleri beğenen 800, B ve D marka ürünleri beğenen 700 ve F marka ürünü beğenen 1100 kişi olmaktadır. Soru 9’da ortaya çıkan genelleme ortadan kalktı. Fakat sınıflandırmaya göre karar değiştirip F marka ürünü seçmemde bir sakınca yok.
Soru 12	Tada göre beğenilerin sınıflandırılması sonucunda A, C ve E marka ürünlerin toplamda daha çok beğenildiğini tespit etmiştik. O zaman yeni katılımcıların bunların karışımına sahip ürünleri beğenmesini beklerim.
Soru 13	A ve E marka ürünlerin tadıyla aynı tada yeni bir ürün ortaya çıkar. Kurgulanan yeni G marka ürüne A ve E marka ürünlere verdikleriyle aynı tepkiyi verirler. Beğenirler ama fikir değişiklikleri olarsa E marka ürünü beğenenlerden biraz daha fazla değişiklik olabilir. Çünkü Soru 9’da A ve E marka ürünler arasında A ürünündeki limon suyunun az olmasına göre karar vermiştim. A marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 50 ve E marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 100 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir. Son durumda A marka ürünü beğenen 450, E marka ürünü beğenen 400 ve G marka ürünü beğenen 150 kişi olabilir. G marka ürünü beğenen sayısı üçü arasında en az olmalıdır (LS diğer ikisinden daha fazla).
Soru 14	A ve B marka ürünlerin karışıma ilişkin oranlarının arasında B marka ürünün tada ilişkin oranına daha yakın olur. A marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 50 ve B marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 200 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir. Son durumda A marka ürünü beğenen 450, B marka ürünü beğenen 200 ve G marka ürünü beğenen 250 kişi olabilir. Tada ilişkin oranlarına göre beğeni sayıları şekillenir.
Soru 15	C ve F marka ürünlerin tada ilişkin oranlarının tam ortasında değil C marka ürünün tada ilişkin oranına daha yakın bir oran elde edilir. C marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 50 ve F marka ürünü beğendiğini belirtenlerden 150 kişi fikir değiştirip kurgulanan yeni G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir. Son durumda C marka ürünü beğenen 250, F marka ürünü beğenen 450 ve G marka ürünü beğenen 200 kişi olabilir. Her ne kadar G marka ürün F marka ürüne göre daha az ekşi olsa da F marka ürünü beğendiğini belirtenlerden daha fazlasının G marka ürüne geçtiklerini düşünürsem G’nin beğenisinin C’nin beğenisini geçme ihtimali doğmaktadır. Oysa C marka ürün G marka üründen daha az ekşi ve daha az limon suyu içeriyor. (O yüzden 200’de duruyor.)
Soru 17	B marka ürünün karışımının tadının A marka ürüne benzetilmesi (daha az ekşi olan bir tada dönüştürülmesi) lehine olacaktır. Çünkü A marka ürün B marka üründen daha fazla beğenilmiştir ve daha az ekşi olan ürünler daha çok beğeniliyordu.

Öğrencinin tutarlı ve organize düşünme durumu her soruda kendini göstermektedir. Burada açıklanmasına gerek duyulan bir yan yoktur. Fakat sınıflandırıcı bakış açısına sahip olan bu öğrencinin tutarlılık açısından bütüncül bakış açısına sahip bir öğrenciden farkı ne olacaktır? Fark Soru 9’da uygulanan yöntemde yatmaktadır. Tablo 4.14’te de görülebileceği gibi öğrenci beğendiğini söyleyenler ile beğendiğini söylemeyenler arasındaki farkın aynı olması durumunda (4. karşılaştırma) daha büyük sayılı olan

durumu tercih edeceğini belirtmektedir. Yani beğendiğini söyleyenlerin beğendiğini söylemeyenlere oranına bakacağını belirtmemektedir. Ya da beğendiğini söyleyenlerin tüm örnekleme oranına bakacağını da belirtmemektedir. Öğrenci bütüncül bakış açısına sahip öğrenciye göre bu konuda ortaya çıkabilecek tutarsızlıklara karşı hazırlıksız olacaktır.

Ö5 kodlu öğrencinin bütüncül bakış açısına sahip olmasına rağmen tahminlerde bulunurken işlemlerine eşlik eden genellemeyi dikkate almadığından bazı sorularda tutarlı çıkarım ve tahminlerde bulunamadığı tespit edilmiştir. Bu konuyla ilgili değerlendirme için öncelikle öğrencinin Görüşme 2’de yöneltilen sorulara verdiği cevaplar Tablo 4.18’de özetle aktarılmıştır.



Tablo 4.18*Ö5 kodlu öğrencinin yöneltilen sorulara verdiği cevaplar*

Soru	Öğrencinin Değerlendirmeleri
Soru 9	Sınıf yoğunluğuna ilişkin oranlarına göre beğeni sayılarını sınıflandırdığımızda A, E ve F okulları 750 beğeni ile en çok beğeniye sahip olmaktadır. Fakat beğendiğini belirten kişi sayısı ile beğendiğini belirtmeyenler arasındaki katlı ilişkiye bakmak daha uygundur. F okuluna karar veririm. Çünkü yaptığım gruplandırmada grup içlerinde okulun toplam öğrenci sayısı artarken beğeni sayısı azalmakta. Grup içinde F okulu en az öğrenciye sahip.
Soru 10	D okulunu beğenen 600 kişi olacak.
Soru 11	A, E ve F okullarını beğenen 500, B ve C okullarını beğenen 400 ve D okulunu beğenen 600 kişi olmaktadır. Yeni durumda en iyi oran $\frac{600}{1500}$ ile D okuluna ait. Fikrimi değiştirip D okuluna karar verebilirim.
Soru 12	Sınıf yoğunluğuna göre beğenilerin sınıflandırılması sonucunda A, E ve F okullarının toplamda daha çok beğenildiğini tespit etmiştik. O zaman yeni katılımcıların bunların sınıf yoğunluğuna sahip okulu (ya da okulları) beğenmesini beklerim.
Soru 13	B ve C okullarının sınıf yoğunluğuyla aynı orana sahip yeni bir okul ortaya çıkar. Sınıf yoğunluğu aynı kaldığından fikir değiştirmek isteyen çok az olur. B okulunu beğendiğini belirtenlerden 25 ve C okulunu beğendiğini belirtenlerden 25 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G marka ürünü beğendiğini söyleyebilir (Eşit sayıda ve çok az). Son durumda B okulu beğenen 225, C okulunu beğenen 125 ve G okulunu beğenen 50 kişi olabilir.
Soru 14	C ve E okullarının sınıf yoğunluklarının arasında E okulunun sınıf yoğunluğuna daha yakın olur. Kurgulanan yeni G okulunun sınıf yoğunluğu E okulunkine daha yakın olduğundan E okulunu beğendiğini belirtenlerden daha fazla geçen olabilir. C okulunu beğendiğini belirtenlerden 25 ve E okulunu beğendiğini belirtenlerden 50 kişi fikir değiştirip yeni kurgulanan G okulunu beğendiğini söyleyebilir. Son durumda okulunu beğenen 125, E okulunu beğenen 150 ve G okulunu beğenen 75 kişi olabilir.
Soru 15	D ve F okullarının sınıf yoğunlukları arasında F okulunun sınıf yoğunluğuna daha yakın (yanlış tespit) bir sınıf yoğunluğu elde edilir. F okulunu beğendiğini belirtenlerden 50 ve D okulunu beğendiğini belirtenlerden 45 kişi fikir değiştirip kurgulanan yeni G okulunu beğendiğini söyleyebilir. Son durumda D okulunu beğenen 305, F okulunu beğenen 250 ve G okulunu beğenen 95 kişi olabilir.
Soru 17	D okulunun sınıf yoğunluğunun F okuluna benzetilmesi (daha az sınıf yoğunluğuna sahip olan bir okula dönüştürülmesi) lehine olacaktır. Çünkü sınıf yoğunluğu yüksek olan okulların daha az beğenildiğini tespit etmiştim.

Tablo 4.18 yorumlanacak olursa. Ö5 kodlu öğrenci Soru 9’da beğenen kişi sayısının beğendiğini belirtmeyen kişi sayısına oranına dayalı ilişkinin sınıflandırıcı bakış açısıyla hareket etmeye göre daha belirleyici olacağını belirtmiştir. Soru 11’de yeni durumda beğenen kişi sayısının tüm örnekleme oranına bakmayı uygun görmüştür. Yani Soru 9 ile tutarlı hareket etmektedir. Soru 17’de ise yine tespit ettiği genellemeyi dikkate alarak cevap vermiştir. Fakat Soru 14 ve Soru 15’te sınıf yoğunluğunun yakın olmasının fikir değişikliğini kolaylaştırıcı bir etkisi olduğunu savunmasına rağmen Soru 13’te görülebileceği gibi yeni sınıf yoğunluğunun diğer iki okulla eşit (yani en yakın) olması durumunda çok az kişinin fikir değiştirerek beğenisini taşıyabileceğini belirtmiştir. Bu

tespitlerden yapılan işlemlere eşlik eden genellemenin dikkate alınmamasının tutarlı çıkarım ve tahminlerde bulunmayı engelleyebildiği anlaşılmaktadır.

4.2.5 Beşinci soruya ilişkin bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından beşincisi öğrencilerin veriler ötesini okuma kapsamında genişletme yapıp yapamadıklarını öğrenmeye yöneliktir. Bu başlık altında görüşme protokollerinde Soru 16'dan elde edilen bulgular sunulacaktır. Bu soru öğrencilerin mevcut bağlamı genişletmelerini ve veri çeşitliliğini arttırmalarını gerektirmektedir.

Yapılan analizler sonucunda ulaşılan bulgu iki grupta açıklanabilir;

- Durum değeri bakış açısına sahip olan öğrencilerin birtakım genellemelerde bulunmalarına rağmen veride ihtiyaç duyulan işlemleri gerçekleştiremediklerinden dolayı sürekli belirsizlik noktasında kaldıkları anlaşılmaktadır. Bu öğrenciler genellemeye ulaştıran işlemleri tespit edip gerçekleştirememektedirler. Özetle durum değeri bakış açısına sahip olan öğrenciler istedikleri ek veriler sunulsa dahi bunları etkin kullanamamaktadırlar. Başka bir deyişle genişletme yapamamaktadırlar.
- Sınıflandırıcı ya da bütüncül bakış açısına sahip olan öğrencilerden ise yaptığı işlemlere eşlik eden bir genellemenin bulunduğunu (ya da ortaya çıktığını) dikkate alarak hareket edenlerin istedikleri veriler sunulduğunda etkin kullanabildikleri ve daha anlamlı genişletmeler yaptıkları görülmüştür. Ö5 kodlu öğrenci bütüncül bakış açısı sergileyip elde ettiği genellemeyi genişletme yaparken dikkate almayan tek öğrenci olmuştur.

Önceki iki başlıkla bütünlüğün sağlanması açısından bu başlık altında da Ö11, Ö13 ve Ö5 kodlu öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler örnek olarak sunulacaktır.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 16'ya cevabından:

Öğrenci fiyat ve dış görünüşe ilişkin veriler olmak üzere iki veriyi daha isteyebileceğini belirtmiştir. Fiyat bilgisi verildiğinde nasıl kullanacağına ilişkin soruya öğrencinin cevabı aşağıda aktarıldığı gibi olmuştur.

Ö11: *Beğenen kişi sayısı tatla fiyatın... Yani mesela az fiyat var daha ekşi. Aynı fiyat var daha az ekşi. Bunlara bakıyorum. Mesela F marka ürün daha fazla ekşi C marka ürün daha*

az ekşi. F marka ürün daha fazla beğenilmiş. Fiyatları da aynı. O zaman ekşinin daha fazla beğenildiğini anlayabiliriz oradan da.

Öğrencinin açıklamasından da anlaşılacağı gibi durum değeri bakış açısından kaynaklanan bir eksiklik söz konusudur. Öğrenci herhangi bir ürünün durumunu başka bir ürünle karşılaştırdığında bir genellemeye varabileceğini düşünmektedir. Öğrenci bütüncül bakış açısına sahip olmadığından nasıl genellemeye ulaşabileceğini belirleyememektedir.

Ö11 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 16'ya cevabından:

Ö11 koldu öğrenci sayısal anlamda sınıf büyüklüğünü isteyebileceğini belirtmiştir. Öğrencinin hacmi mi kastettiğinin anlaşılması için öncesinde m^3 cinsinden bazı değerler verilmiştir. Öğrenci itiraz edip alanı kastettiğini belirtmeyince araştırmacı diyalogu aşağıda aktarıldığı gibi devam ettirmiştir.

A: Şimdi mesela bunları nasıl karşılaştırıyorsun? Sınıf yoğunlukları aynı olanlardan. A, E ve F okullarından. E okulunu da vereyim. (A: $70 m^3$, B: $140 m^3$, C: $200 m^3$, D: $85 m^3$, E: $90 m^3$, F: $125 m^3$)

Ö11: *Buna göre bakınca ben A okulunun daha az beğenilmesini beklerim. Bir sınıfın m^3 'üne bakılırsa.*

A: Sınıf yoğunluğu aynı (A, E ve F okulları arasında) bunlar da (hacimler) değişiyor. A okulunun daha az beğeni almasını beklerim diyorsun. Ama A, E ve F okulları arasında böyle bir durum söz konusu değil. F okulu daha fazla beğeni almış.

Ö11: *O zaman bilmiyorum...*

A: Bu da mı etkisiz diyeceğiz?

Ö11: *O da etkisiz diyemeyiz, başka etkenler de var diyebiliriz yani. Bunda etkili olduğunu kanıtlayamayız ama bunun etkili olduğunu düşünüyoruz...*

Gerçekleştirilen diyalogdan da anlaşılabilceği gibi öğrenci bütüncül bakış açısına sahip olmadığından verileri etkin kullanamamaktadır. Bu nedenle de sürekli belirsizlik noktasında kalmaktadır. Yani genellemesine eşlik eden işlemleri gerçekleştirememektedir.

Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 16'ya cevabından:

Ö13 kodlu öğrenci (1) tecrübeyi, (2) kutusu ile ilgili bilgiyi, (3) reklam özelliklerini, (4) şeker miktarını ve (5) fiyatı isteyebileceğini belirtmiştir. Tecrübeyi tanınırlıkla ilişkilendiren öğrenci bir firmanın ne kadar tanınmış olursa o derecede iyi olacağını belirtmiştir. Fakat verileri mevcut örnekte nasıl değerlendireceği hakkında detaya

girmemiştir. Fiyat konusunda ise öğrenci fiyatı yüksek olan ürünlerin genellikle kaliteli olduğunu belirtmiştir. Şeker miktarını isteyeceğini söyleyen öğrenciye 5 dl LS, 3 dl SS ve 2 dl Sıvı Şeker ile 5 dl LS 2 dl SS ve 3 dl Sıvı Şeker gibi bir örnek üzerinden tadı nasıl belirleyeceği sorulmuştur. Cevabını son haliyle aşağıda aktarıldığı gibi sunmuştur.

Ö13: *Yine o zaman limon suyunun şekere oranı.*

A: Limon suyunun şekere oranı mı? Su o zaman etkisiz...

Ö13: *Buna göre etkisiz oluyor. Çünkü dediğim gibi ikisine de etki ediyor sonuçta yani.*

Öğrenci çokça yetersiz bir cevap vermiş olmasına rağmen yine de tat oranına bakacağını belirtmesiyle ve geniş bir perspektiften durumu ele almasıyla durum değeri bakış açısına sahip olan Ö11 kodlu öğrenciden belirli bir şekilde daha üstün bir başarı sergilemektedir.

Ö13 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 16'ya cevabından;

Öğrenci okulların kuruldukları tarih, öğretmen sayıları, sıraların yeterliliği, okul ücretleri gibi verileri isteyebileceğini belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı okulların deneyim yıllarına (A:40, B:30, C:15, D:5, E:40, F:30) ve öğretmen sayılarına (A:25, B:20, C:10, D:10, E:25, F:20) birer örnek sunmuştur. Öğrenci her iki durumda da sınıflandırıcı bakış açısına uygun şekilde hareket etmiştir. Öğrenciye deneyim yıllarına göre beğeni sayılarını sınıflandırma gerçekleştirmesi sonucunda ortaya bir tezatlık daha çıkarsa ne yapacağı sorulmuştur. Bu durumda beğeniyi dikkate almayacağını belirtmiştir.

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 16'ya cevabından:

Öğrenci Görüşme 1'de sınıflandırıcı bakış açısına uygun hareket etmiştir. Fakat tahminlerde bulunurken öğrencinin gerçekleştirdiği işleme eşlik eden genellemeyi dikkate almadığı gözlemlenmiştir. Bu soru kapsamında öğrenci;

- Ürünlerin kullanıldığı restoran, lokanta, kafe... vb. gibi işletmelerin sayısını öğrenmek isteyeceğini belirtmiştir. Araştırmacının F marka ürünün kullanıldığı işletme sayısı diğerlerine göre yüksek olduğunda nasıl karar vereceğini sorması üzerine öğrenci cevabını aşağıda aktarılan ifadelerle vermiştir.

Ö5: *Çoğunluk yine onu kullandığı için F'ye yakın olurdum. Yine bakardım ama... Tam değerler olmadığı için... Firmaların neyi kullandığına göre daha şey yapardım. Ona göre düşünürdüm. Fazla firma kullanıyorsa...*

A: Fazla firma olacak ama bu sefer de potansiyel olarak şurada gösterdiğin listede (öğrencinin yaptığı düzenlemede beğeni sayıları açısından) daha az olacak. Bu sefer fazla firma meselesi olumlu değil olumsuz görünecek.

Ö5: *Potansiyel olarak A, C ve E marka ürünleri mi diyorsunuz?*

A: Öyle dedin ya. A, C ve E 1300, F 600...

Ö5: Ama şimdi A, C ve E'nin illa toplam olduğundan büyük de olamaz ki (kullanıldığı işletme sayısı açısından kastediyor.). Mesela A'yı 3, bunu (C marka ürünü) 5, bunu (E marka ürünü) 2 kullansa, F'den az olsa F marka ürünü tercih edebilirdim.

Özetle öğrencinin az beğeni alan bir ürünün fazla işletme tarafından kullanılıyor olması durumunda ortaya çıkacak tezatlığı değerlendirmesi istenmiştir. Öğrencinin beklediğinin aksine bir durum ortaya çıkması durumunda sınıflandırıcı bakış açısı ile hareket etmeye devam edeceği görülmektedir.

- İsteyebileceği başka bir veri olarak ürünün maliyeti ve satış fiyatını söyleyen öğrenci kararını nasıl vereceğine dair bir örneklendirme yapmamıştır.

Ö5 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 16'ya cevabından:

Öğrenci Görüşme 2'de bütüncül bakış açısına uygun hareket etmiştir. Fakat tahminlerde bulunurken öğrencinin gerçekleştirdiği işleme eşlik eden genellemeyi dikkate almadığı gözlemlenmiştir. Bu soru kapsamında öğrenci;

- Okullarda okuyan öğrencilerin okula ne kadar uzaklıkta kaldıklarını öğrenmek isteyeceğini belirtmiştir. Okula uzaktan gelen öğrencilerin çok olması durumunda bu okula değmiş olacağını düşüneceğini ve kendisinin de bu durumda olduğunu belirtmiştir. Öğrenci kararını nasıl vereceğine dair bir örneklendirme yapmamıştır.
- Okuldaki teknoloji ve spor ekipmanlarının çeşitliliğini öğrenmek isteyebileceğini ifade etmiştir. Fakat bu konuda da öğrenci herhangi bir örneklendirme yapmamıştır.

Her iki görüşmede Soru 16'ya verdiği cevaplardan öğrencinin sınıflandırıcı bakış açısına uygun hareket etmeye devam edebildiği ve çeşitli alternatif durumları ele alabildiği anlaşılmaktadır. Fakat önceki başlık altında gösterildiği gibi öğrenci işlemlerine eşlik eden genelleme bulunması durumunda bunu dikkate almadığı anlaşılmaktadır.

4.2.6 Altıncı soruya ilişkin bulgular

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından altıncısı öğrencilerin hazırlanan modele göre hangi düzeylerde konumlandığını öğrenmeye yöneliktir. Tablo 4.19 modele göre öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerini göstermektedir.

Tablo 4.19*Öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeyleri*

Öğrenci Kodu	Sahip olduğu oran kavramı	Sahip olduğu bakış açısı	İstatistiksel akıl yürütme düzeyi
Ö1	Durumsal birimli oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö2	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö3	Birimsiz oran kavramı	Sınıflandırıcı bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY2)
Ö4	Durumsal birimli oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö5	Birimsiz oran kavramı	Bütüncül bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY3)
Ö6	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö7	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö8	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö9	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö10	Durumsal birimli oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö11	Durumsal birimli oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö12	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö13	Birimsiz oran kavramı	Sınıflandırıcı bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY2)
Ö14	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö15	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö16	Birimsiz oran kavramı	Bütüncül bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY3)
Ö17	Birimsiz oran kavramı	Sınıflandırıcı bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY2)
Ö18	Birimsiz oran kavramı	Sınıflandırıcı bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY2)
Ö19	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)
Ö20	Birimsiz oran kavramı	Durum değeri bakış açısı	İlişkisel Yapı (İY1)

Tablo 4.19'a göre aşağıda sunulan bulgulara erişilmiştir;

- Öğrenciler arasında Soyutlanmış Yapı Düzeyinde bir öğrenci bulunmamaktadır. Öğrencilerin tamamı İlişkisel Yapı Düzeyindedir.
- Öğrencilerden 2'sinin (Ö5 ve Ö16 kodlu öğrenciler) İlişkisel Yapının (İY3) üçüncü alt düzeyinde, 4'ünün (Ö3, Ö13, Ö17 ve Ö18 kodlu öğrenciler) İlişkisel Yapının (İY2) ikinci alt düzeyinde ve geriye kalan 14 öğrencinin ise İlişkisel Yapının (İY1) birinci düzeyinde oldukları tespit edilmiştir.
- Öğrencilerin orantısal akıl yürütebiliyor olmalarına rağmen verilere bakış açılarının sınıflandırıcı ya da bütüncül olmayabildiği ortaya konulmuştur.

Sonraki başlıkta istatistiksel akıl yürütme kapsamındaki yedinci araştırma sorusuna ilişkin bulgular üzerinde durulmaktadır.

4.2.7 Yedinci soruya ilişkin bulgular

Araştırmanın temel amacı öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesi için bir model oluşturmak ve bu modele uygun şekilde öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda belirlenen araştırma soruları önceki başlıklar altında ele alınmış ve sorular yanıtlanarak bulgular ortaya konulmuştur. Bu başlık altında ise öğrencilerin görevler üzerinde çalışma süreçlerinde karşılaşılan diğer durumlar ortaya konulmaktadır. Elde edilen bulguların araştırmayı çeşitli yönlerden zenginleştirebileceği düşünülmektedir.

İlk iki bulgu öğrencilerin grafik çizimlerine ilişkindir. Bu bulgular özellikle görüşme protokollerindeki Soru 10'a dayalı olmakla birlikte öğrencilerin diğer grafik çizimlerinde de büyük ölçüde geçerlidir. Öğrencilerin uygun ve doğru veriler göstermelerine rağmen;

- Araştırmacı eksikliklere yönelik soru ilemeden hemen önce Tablo 4.20'de aktarılan grafik bileşenlerini eksik bıraktıkları görülmüştür. Öğrencilere önemli olduklarını belirtmelerine rağmen grafiğin bileşenlerini neden eksik bıraktıkları sorulduğunda “Unuttum. (Ö5)”, “Dikkatsizlikten. (Ö3)”, “Eksiklikler okuyucunun anlaması için giderilmeli. (Ö2)”, “Ancak başkası görecekse yazarım. (Ö8)” gibi ifadelerle yanıt vermişleridir.

Tablo 4.20*Araştırmacı soru sormadan önce grafik bileşenlerindeki eksiklikler*

Öğrenci Kodu	Görüşme 1 (TrabLim Görevi)			Görüşme 2 (Özel Ortaokul Görevi)		
	Başlık	Eksen açıklamaları	Başlangıç Noktası (0)	Başlık	Eksen açıklamaları	Başlangıç Noktası (0)
Ö1	-	-	+	-	-	-
Ö2	-	-	+	+	+	+
Ö3	-	-	-	+	+	+
Ö4	-	-	-	+	+	+
Ö5	-	-	+	-	-	+
Ö6	-	-	+	+	+	+
Ö7	-	-	+	+	-	-
Ö8	-	-	+	-	-	+
Ö9	+	+	+	+	+	+
Ö10	-	+	-	+	+	-
Ö11	-	-	+	-	-	+
Ö12	-	-	+	+	+	+
Ö13	-	-	+	+	-	+
Ö14	-	+	+	+	+	+
Ö15	-	-	+	+	+	-
Ö16	-	-	+	-	+	+
Ö17	-	-	+	+	+	+
Ö18	-	-	-	+	-	-
Ö19	+	+	-	+	+	+
Ö20	+	+	+	+	+	+

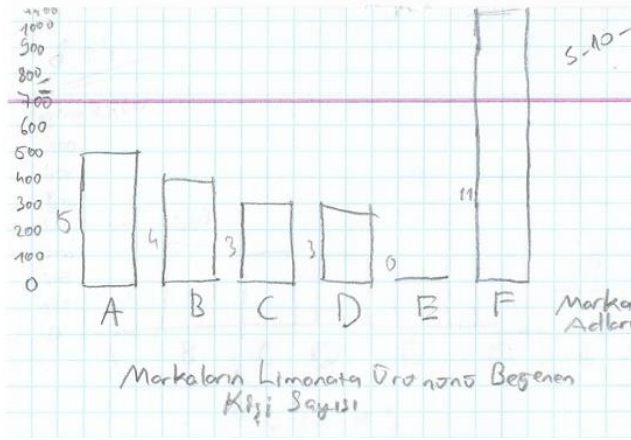
Tablo 4.20'nin de göstermekte olduğu gibi ikinci görüşmede öğrencilerin grafik bileşenlerinde daha az eksiklik bırakma eğiliminde oldukları anlaşılmaktadır. Ayrıca yalnız Ö9 ve Ö20 kodlu öğrencilerin her iki görüşmede araştırmacının eksikliklere ilişkin soru yönelmesine gerek kalmayacak şekilde grafik bileşenlerini tamamladığı görülmektedir. Bu da eksikliklerin 18 öğrenci (%80) tarafından gerçekleştirildiğini göstermektedir.

Bulgunun örneklendirilmesi için Ö1 kodlu öğrencinin Görüşme 1 Soru 10 kapsamında çizdiği grafik ve bu grafik üzerinden gerçekleştirilen diyalog aktarılacaktır.

Ö1 kodlu öğrencinin çizdiği grafik Şekil 4.20'de sunulmuştur.

Şekil 4.20

Ö1 kodlu öğrencinin Soru 10 kapsamında çizdiği grafik



Şekil 4.20’den de görülebileceği gibi öğrenci grafiği çizerken yukarı doğru sütunların karelerini sayarak yanlarına kaç tane olduklarını yazmıştır. Bu konu ile ilgili öğrenci ile aşağıdaki diyalog gerçekleştirilmiştir.

A: Tamamını mı saydın?

Ö1: Şurayı da saydım 11 yaptım onunla beraber. 11 birim kare. Hep 100'lere sadeleştirerek yaptım yüksekliklerini. Orantılı olacak şekilde.

Öğrencinin grafiğin başlığı ve eksen açıklamalarını eksik bırakması üzerine araştırmacı diyalogu aşağıdaki gibi sürdürmüştür.

A: Peki burada (çizdiği grafik gösterilerek) başka bir bilgi vermedin. Onlar ne olacak? Onlara gerek yok mu?

Ö1: Eklerim.

A: Mesela grafiğe başlık vermedin. Buna gerek var mı?

Ö1: Gerek var da şimdi göstermem için gerek yok diye düşündüm. Sadece o anlamda...

Öğrenci ile çizdiği grafik üzerinde yapılan görüşmeye bağlı kalınarak öğrencinin grafiğin bileşenlerinin bir ihtiyaç olduğunun bilincinde olduğu fakat her ne kadar bir gerekçe sunmaya çalışmış olsa da belirsiz bir nedenden dolayı bileşenleri eksik bıraktığı ve grafikleri çizerken sütun büyüklüklerinin veri ile orantılı olmasına dikkat ettiği anlaşılmaktadır.

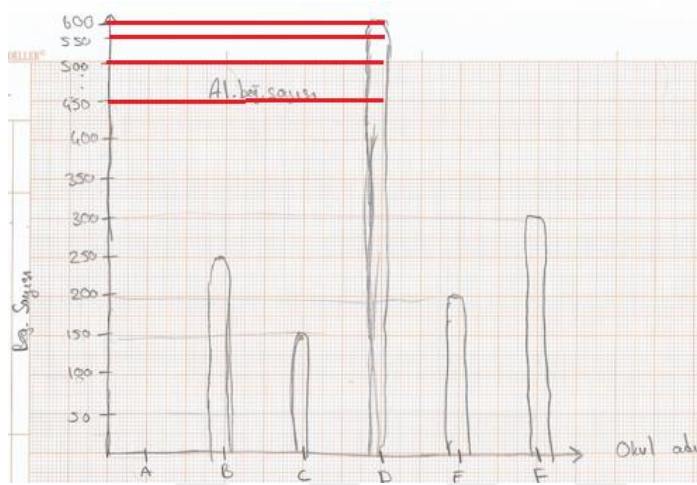
- Ö12, Ö14, Ö15 ve Ö17 kodlu öğrencilerin grafik çizimlerinde ölçek aralıklarını aynı ve veri ile orantılı olacak şekilde belirlemeye özen göstermedikleri tespit edilmiştir. Her ne kadar genellenebilir bir bulgu olmasa da öğrencilerin grafik çizimleri konusunda önemli bir bulgu olarak değerlendirilebileceği düşünülmüştür.

Bulgunun örneklendirilmesi için Ö15 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 10 kapsamında çizdiği grafik ve bu grafik üzerinden gerçekleştirilen diyalog aktarılacaktır.

Ö15 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 10 kapsamında çizdiği grafik Şekil 4.21’de sunulmuştur.

Şekil 4.21

Ö15 kodlu öğrencinin Soru 10 kapsamında çizdiği grafik



Şekil 4.21’den de anlaşılabileceği gibi öğrenci 0 noktasını belirtmemiş, grafiği başlıklandırmamış ve ölçek aralıklarının eşit olmasına özen göstermemiştir. Öğrencinin ölçek aralıklarını belirlerken bazı beklenmedik davranışlar sergilediğini gören araştırmacı bunun dikkatsizliğinden mi yoksa gerçekten bunun önemli olmadığını düşünmesinden mi kaynaklandığını öğrenmek için öğrenci ile aşağıdaki diyalogu gerçekleştirmiştir.

A: Bunların göz kararı eşit olması yeterli mi?

Ö15: Evet.

A: Göz kararı...

Ö15: Ama eşit gözüküyorlar.

A: O zaman göz kararı belirliyoruz.

Ö15: Öyle oldu biraz.

Öğrencinin hızlanmak amacıyla dikkatsiz davrandığı anlaşılmış olmakla birlikte çizdiği ilk grafik araştırmacı tarafından silinmesine rağmen tekrardan aynı hatayı yapması ölçü aralıklarının aynı olmasını önemli bulmadığını göstermektedir.

Bu bölümdeki son bulgu öğrencilerin doğrudan orana dayalı elde ettikleri aritmetik ortalamanın ondalıklı olamayacağına yönelik düşüncelerine ilişkindir.

- Ö3, Ö9, Ö13, Ö14, Ö16 ve Ö18 kodlu öğrenciler olmak üzere 6 öğrencinin ikinci görüşmede $\frac{\text{Öğrenci Sayısı}}{\text{Şube Sayısı}}$ ile belirlenen ortalamanın ondalıklı/küsuratlı olamayacağını ve olmaması gerektiğini ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin yuvarlama yapılması (Ö3, Ö13, Ö14, Ö16), ondalıkların atılması (Ö18) ya da bir aralık atanması (Ö19) gerektiği yönünde iddiaları olmuştur.

Bulgunun örneklendirilmesi için Ö3 ve Ö14 ile gerçekleştirilen görüşmelerden kesitler sunulmuştur.

Ö3 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 7'ye cevabından:

A: Öncelikle bunun (27,14 gösterilerek) birimi ne? 27,14'ün bir birimi var mı?

Ö3: Şimdi öğrenci sayısı olamaz. Çünkü virgüllü öğrenci sayısı olamaz.

A: Virgüllü öğrenci sayısı olamaz.

Ö3: Yani bunun bir birimi yok. Ben olsam burada 27 olarak şey yapardım. Hiç virgül eklemesdim. Ortalama 27 öğrenci olurdu. Bir sınıfta.

A: Peki 27,14 ortalamanın kendisi değil mi?

Ö3: Ortalamanın kendisi ama. Şimdi bazı sınıflarda 1-2 fazla olabiliyor ya da 1-2 az olabiliyor. Baktığımız zaman. Çünkü virgüllü öğrenci sayısı olmaz.

A: Yani yuvarlardım diyorsun...?

Ö3: Evet yuvarlardım.

A: Peki, birimi yok diyorsun.

Ö3: Birimi yok çünkü virgüllü öğrenci sayısı olmaz yani.

Ö14 kodlu öğrencinin Görüşme 2 Soru 7'ye cevabından:

A: Peki bir şey daha soracağım. Bunun (27,14 gösteriliyor) birimi nedir?

Ö14: Onun öğrenci sayısı olduğunu düşünüyorum. Bu yanlış çıkmıyor mu? Öğrenci sayısı küsuratlı nasıl çıkabilir ki?

A: Olamaz mı?

Ö14: Evet.

A: Bu bölmeden elde ettiğin sonuç küsuratlı olmamalı mıydı? Ya da olabilir de ama farklı durumlar mı gerçekleştirdi.

Ö14: Olabilir. Ama farklı şekilde. Mesela artan öğrencileri farklı sınıflara koyarak.

5 TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu başlık altında gerçekleştirilen araştırmanın bulgularına dair tartışmalara ve ulaşılan sonuçlara yer verilecektir.

5.1 Tartışma

Tartışmalar orantısal akıl yürütmeye ve istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin elde edilen bulgular takip edilerek sunulacaktır.

5.1.1 Orantısal akıl yürütmeye ilişkin tartışma

Orantısal akıl yürütmeye ilişkin bulgular araştırma soruları doğrultusunda elde edilen bulgular ışığında aşağıda tartışılmıştır.

5.1.1.1 Birinci soruya ilişkin tartışma

Araştırmada elde edilen bulgulardan çalışma grubunun küçük olmasına rağmen nitel akıl orantısal yürütme ve hatalı strateji kullanma durumlarının çok çeşitlilik gösterdiği ve öğrencilerin “uygun olmayan çarpımsal stratejileri kullanma” ve “görsel temsillerin yanlış anlaşılması” nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı stratejilerinde yoğunlaştığı anlaşılmıştır. Mersin (2018) yaptığı araştırmada öğrencilerin kimisinin orantısal durumlarda toplamsal strateji uyguladıklarını ve kimisinin görsel temsillerin yanlış anlaşılması hatalarına düştüklerini tespit etmiştir. Her ne kadar öğrencilerin nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı strateji kullanma yoğunlukları mevcut araştırmayla farklılık göstermiş olsa da bulguların uyumlu olduğu ifade edilebilir. Farklı değerlendirme ölçütlerinin kullanıldığı ortaokul düzeyinde gerçekleştirilmiş araştırmalar da öğrencilerin çarpımsal ilişkilendirme gerektiren durumlarda toplamsal ilişki kurduğunu göstermiştir (Kahraman vd., 2019; Karlı ve Yıldız, 2022; Keleş ve Çınar, 2023). Farklı değerlendirme ölçütlerinin kullanıldığı araştırmalar da dâhil orantısal akıl yürütme alanyazınında öğrencilerin hatalı stratejilerden toplamsal ilişkilendirmeyi gerçekleştirdikleri konusunda bir uzlaşının bulunduğu anlaşılmaktadır.

Araştırmanın öğrencilerin İAOAYTT’ de gerçekleştirdikleri nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı stratejilerin görüşme protokollerinde yapılan tespitleri destekler nitelikte olduğu yönündeki bulgusu Hilton vd.’nin (2013) ve Mersin’in (2018) testin hem orantısal olmayan hem de orantısal durumlarda öğrencilerin gerçekleştirdiği akıl yürütmeye ilişkin fikir sağladığı sonuçlarıyla da uyumludur.

5.1.1.2 İkinci soruya ilişkin tartışma

Araştırmada elde edilen bulgulardan öğrencilerin her iki görevde temelde nicel karşılaştırma gerekmesine rağmen ilk görüşmede fonksiyonel ilişkilendirme gerektirmeyen stratejilerden denk kesir stratejisini, ikinci görüşmede ise fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejilerden birim oran stratejisini kullandıkları anlaşılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin stratejileri nicel karşılaştırma yapma ve bilinmeyen değeri bulma amaçlarıyla uygulayabildikleri de belirlenmiştir. Buradan öğrencilerin strateji tercihlerinin problem türünden etkilenmediği anlaşılmaktadır. Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin orantısal akıl yürütme stratejilerini belirlemeye yönelik gerçekleştirilen araştırmalar problem türünün öğrencilerin strateji tercihlerinde etkili olduğunu göstermektedir (Ayıkol-Baykal, 2024; Dinç-Artut ve Pelen, 2015; Duatepe vd., 2005; Keleş ve Çınar, 2023; Özen-Yılmaz, 2019; Pişkin-Tunç, 2020). Araştırmaların uzlaşılı halinde olmalarına rağmen farklı bir bulguya erişilmiş olması öğrencilerin akademik başarıları üst düzeyde olmalarından kaynaklanıyor olabilir. Nitekim öğrencilerin strateji repertuarının genişliği bulgular bölümünde ortaya konulmuştur. Fakat iki görevde de nicel karşılaştırma gerekmesine rağmen öğrencilerin farklı stratejilere yoğunlaşması strateji tercihlerinin Dinç-Artut ve Pelen (2015) ve Keleş ve Çınar'ın (2023) belirttiği gibi sayıların yapısal özelliklerinden etkilenmiş olabileceğini göstermektedir.

Diğer yandan orantısal akıl yürütme alanyazını ortaokul öğrencileri genelinde ve 8. sınıf özelinde öğrencilerinin orantısal akıl yürütmede en çok içler dışlar çarpımı stratejisi uyguladıklarını göstermektedir (Avcu ve Avcu, 2010; Avcu ve Doğan, 2014; Cramer ve Post, 1993; Kahraman vd., 2019; Pişkin-Tunç, 2020). Mevcut araştırmadan elde edilen bulgular alanyazında bu konuda yapılmış tespitlerle de karşıtlık halindedir. Elde edilen bulgular öğrencilerin içler dışlar çarpımı stratejisi dışındaki stratejileri de yoğun kullanabildiklerini göstermektedir. Cramer ve Post'un (1993) öğrencilerin sezgisel stratejileri gerçekleştirebilmelerinin önemli olduğunu belirtmiş olduğu dikkate alındığında araştırmadan elde edilen bulgunun alanyazınla uyumlu olmamasının öğrencilerin orantısal akıl yürütmeleri konusunda olumlu bir tespit olduğu belirtilebilir.

Öğrencilerin artırma stratejisini hiç kullanmamış olmaları ve birim oran stratejisinde bölme formundan yararlanmaları Ayıkol-Baykal'ın (2024) 8. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdiği araştırmanın bulgularıyla uyumludur. Sadece bir öğrencide karşılaşılan yüzde (ve onda) stratejilerine ilişkin ayrıntılı bir değerlendirme öğrenci birimleri

yazmadığından dolayı yapılamamaktadır. Ancak Ojese'nin (2015) 8. sınıf öğrencilerinin ondalık, yüzde, oran (*ratio*) ve orantı kavramlarının nasıl ilişkili olduklarını kavrayamadıkları ve bu konuda engellerle karşılaştıkları ve ondalıkları, yüzdeleri ve oranları (*ratio*) çok iyi yapamamaları da orantısal akıl yürütme problemlerini çözebildikleri yönündeki tespitleri öğrencilerin mevcut durumunu ortaya koyar niteliktedir.

Öğrenciler tarafından kullanıldığı tespit edilen ortak paydada (payda) buluşturma stratejisinin öğrencilerin miktar olarak kesir kavramı ile ilgili geçmiş tecrübelerine dayandığı düşünülmektedir. Nitekim bu strateji (ortak paydada buluşturma) miktar olarak kesirlerin toplanmasında, çıkarılmasında ve karşılaştırılmasında da kullanılmaktadır. Olumsuz perspektiften yaklaşılmca öğrencilerin böyle bir stratejiye başvurmalarının onların bir miktar olarak kesrin bir rasyonel sayı olduğunu fakat rasyonel sayının kesir ile aynı olmadığını ve her oranın bir rasyonel sayı olduğunu (Karagöz-Akar 2013) kavramadıklarını gösterebileceği düşünülebilir. Yani böyle bir stratejinin uygulanması pratikte faydalı olabilse de öğrencilerin rasyonel sayıların farklı yorumlamalarına (Karagöz-Akar, 2013; Lockhart, 2023; Yanık, 2013) hâkim olmadığına ilişkin bir işaret olabilir. Fakat bu stratejinin uygulanması Lemon'ın (1994) normlama (*norming*) olarak tanımladığı süreçle benzerliği ve ilişkisi dikkate alındığında olumlu olarak da değerlendirilebilir. Nitekim Lemon (1994) tekdüzelik ya da kolaylık nedenleriyle standart veya normlama olarak bağımsız bir birim seçildiğinde başka bir karmaşıklık düzeyine daha ulaşılabileceğini belirtmekte ve yüzdelerde standart olarak 100 paydasının kullanılmasını örnek olarak vermektedir.

5.1.1.3 Üçüncü soruya ilişkin tartışma

Bu bölümde elde edilen ana bulgu öğrencilerden yalnızca 4'ünün (%20) birimli oran kavramına sahip olduğu, kalan 16'sının (%80) birimsiz oran kavramına sahip olduğudur. Bu bulgu çalışma grubundaki öğrencilerin 4'ünün fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren strateji uygulayıp bunu fonksiyonel ilişkilendirmeye açıklayabildiği anlaşılmakla birlikte diğer öğrencilerin fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejileri uygulayabilmelerine rağmen bu uygulamalarını fonksiyonel ilişkilendirmeye açıklayamadıkları anlamına gelmektedir. Bu ana bulgunun tespit edilme sürecinde öğrencilerin uyguladıkları stratejilerle birlikte bazı başka bulguların da dikkate alındığı önceden belirtilmiştir. Bu bulgular

- Öğrencilerin birimler hakkında yanlış kavrayışlara sahip olduğu, bazılarının yalnızca standart ölçüleri birim saydığı ve ölçülen/sayılan nesnenin (ya da niteliğin) standart ölçülerle birlikte birimi teşkil ettiğini kavrayamadıkları,
- İlişkilendirmenin yönü hakkında ise çarpımsal ilişkinin aynı ya da farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasında kurulması gerektiği ya da ikisi arasında bir fark olmadığı yönündeki bilgi ve düşüncelerine ilişkindir.

Ben-Chaim vd. (2012, s. 29) birimli oran kavramını aşağıdaki gibi ele almıştır;

Bazı doğal fiziksel olguları betimleyen çarpımsal bir ilişkiden veya işlevsel bir amaç için tanımlanmış yeni bir keyfi kavramdan üretilir. Bu tür bir oran, kendi varlığına sahip benzersiz, yeni bir kavram üretir ve bu yeni kavram genellikle kendi başına bir oran (*ratio*) olarak değil, bir birimli oran (*rate*) veya yoğunluk olarak kabul edilir.

İfadelerine yer verilen araştırmacıların ve Noelting'in (1980b, s. 340) kavramsal çerçevede aktarılan birimli oran tanımlarından ve Cortina'nın (2002) bu yöndeki açıklamalarından “yeni bir kavram ortaya çıkması” özelliğinin birimli oranda ve dolaylı olarak adil paylaşım anlamındaki ortalama da önemli bir ayırt edici unsur olduğu anlaşılmaktadır. Araştırma kapsamında hazırlanan görevlerde bu kavramlar “tat” ve “sınıf yoğunluğu” olarak belirlenmiştir. Ben-Chaim vd. (2012) ve Karagöz-Akar (2013, 2019) gibi kapsamlı çalışmalardan bu bağlamın yaygınlığı hakkında fikir sahibi olunabilir.

Araştırmanın bulguları $\frac{\text{Öğrenci Sayısı}}{\text{Şube Sayısı}}$ olarak verilen bir oranda her ne kadar “sınıf yoğunluğu”nu karşıladıklarını belirtmekte olsalar da öğrencilerin çoğunun (%80) stratejilerini skaler ilişkilendirme temelinde açıkladıklarını göstermektedir. Öğrenciler $\frac{\text{Öğrenci Sayısı}}{\text{Öğrenci Sayısı}}$ ya da $\frac{\text{Şube Sayısı}}{\text{Şube Sayısı}}$ ’nın “sınıf yoğunluğu” kavramını karşılamadığını görememişlerdir. Yıldırım-Akar'ın (2020) ortaokul 7. sınıfta öğrenim görmekte olan 47 öğrenci ile yürüttüğü araştırmada öğrencilerden birimli orana günlük hayattan örnek vermeleri istenmiştir. Araştırmacının bulguları öğrencilerin %2,1'inin farklı ölçme uzaylarına ait niceliklerin oranını yazabildiğini, %42,6'sının ise örnek olarak yalnızca birimli bir nicelik yazdığını göstermiştir. Yıldırım-Akar'ın (2020) öğrencilerin birimli orana günlük hayattan örnek veremiyor olduklarını ortaya koyan tespiti ile mevcut araştırmanın öğrencilerin çoğunun stratejilerini skaler ilişkilendirme temelinde açıklıyor olduklarına ilişkin tespitinin uyumlu olduğu ifade edilebilir.

Bulgular öğrencilerin yalnızca 4'ünün (%20) farklı ölçme uzaylarına ait çoklukları çarpımsal olarak ilişkilendirdiklerini göstermektedir. Dolayısıyla Jones vd. (2004) araştırmasında ele alındığı haliyle $\frac{\text{Elde edilen gelir}}{\text{Konser Sayısı}}$ ile elde edilen bir oranda (istatistikte adil paylaşım anlamında aritmetik ortalamadır) öğrencilerin iki farklı ölçme uzayına ait nicelikleri (istatistikte iki veri kümesiyle temsil edilirler) yalnızca birimli oran kavramına sahip olan öğrencilerin gerçek anlamda çarpımsal olarak ilişkilendirdikleri anlaşılmaktadır. Bu nedenle Jones vd.'nin (2004, s.105) analitik düzey belirleyicileri olarak atadığı “Veri grupları içinde ve arasında kısmi ve genel karşılaştırmalar yapılır.” ve buna karşılık “Görelî ve orantısal akıl yürütme kullanılır.” belirleyicilerinin öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesinde çok genel kaldığı görülmektedir. Araştırmacıların oluşturdukları modelin bu düzeye indirgenemeyeceği açıktır. Fakat orantısal akıl yürütme alanyazınına başvurulmadan bu yönde bir değerlendirme yapılması öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesini olumsuz etkileyebilir. Onların olduklarından daha üst düzeyde ya da daha alt düzeyde görünmelerine neden olabilir.

Bütünlüğün sağlanması için birimlere ilişkin tespitlere yönelik tartışmaya istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin bulguların birinci araştırma sorusunda yer verilmiştir.

5.1.1.4 Dördüncü soruya ilişkin tartışma

Orantısal akıl yürütme ilişkin dördüncü araştırma sorusu kapsamında birimli oran kavramına sahip oldukları belirlenen Ö1, Ö4, Ö10 ve Ö11 kodlu öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmadıkları fakat durumsal birimli oran kavramına sahip oldukları bulgusuna yer verilmiştir. Bulgunun tespiti için aşağıdaki bileşenler aranmıştır.

- Öğrencilerin kovaryasyonel düşünüp düşünemediğine yani oranı oluşturan her iki çokluğu da sürekli nicelikler olarak algılamalarına ve çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin sürekliliğin her noktasında olduğunun farkında olmalarına,
- Öğrencilerin doğrusal ilişkiyi ortaya koyup orantı sabitinin bu doğrusal fonksiyonun eğimine karşılık geldiğini ifade edebilmesine ve böyle bir ilişkide bağıl değişimi gösterip hesaplayabilmesine bakılması gerekmektedir.

Yukarıda sunulan bileşenlerin gerçekleştirilmesindeki zorluk dikkate alındığında öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olarak belirlenememesi normal

karşılanabilir olmaktadır. Fakat çalışma grubunun akademik başarısı üst düzey olan öğrencilerden belirlendiği ve veri toplama aracının kapsamına ayrılan bölümde de gösterildiği gibi veri toplama aracının kapsama uygunluğu dikkate alındığında öğrencilerin bu yönde bir bulgu sergileyememeleri için veri toplama aracı açısından dikkate değer bir engel yoktur. Bununla birlikte Kertil vd. (2017) araştırmasının göstermiş olduğu gibi öğretmen adaylarının da (genelleştirilmiş) birimli oran kavramında zorluklar yaşıyor olması sorunların yaş/olgunluk dışında bir noktada aranması gerektiğini düşündürmektedir.

“Öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmasını istatistiksel akıl yürütme düzeylerine bağlayan nedir?” şeklinde bir soru yöneltilebilir. Kavramsal çerçevede geniş bir şekilde aktarılmış olmakla birlikte hazırlanan model sınırlarında bu soruya yanıt verilebilir. Herhangi bir öğrenci ortalamasının adil paylaşım yorumuna uygun şekilde bir oran elde ettiğinde, oran $\frac{\text{Öğrenci Sayısı}}{\text{Şube Sayısı}}$ olsun, genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olduğunda bu oranı genelleştirerek verilerin ötesine çıkmak anlamında ekstrapolasyon gerçekleştirmiş olacağından hem SOLO Taksonomisinin hem de Curcio’nun (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesinin en üst düzeyinde değerlendirilir. Öğrencinin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olması bütüncül bakış açısı ile birleştiğinde öğrenci daha da üst bir düzeye taşınmaktadır.

“Öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmaması nasıl bir sonuç doğurmaktadır?” sorulması ve cevaplanması gereken sorulardan bir diğeridir. Bu konunun, araştırmanın istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin araştırma sorularından yedinci sorunun bulguları arasında sunulan Ö3, Ö9, Ö13, Ö14, Ö16 ve Ö18 kodlu öğrencilerin ikinci görüşmede $\frac{\text{Öğrenci Sayısı}}{\text{Şube Sayısı}}$ ile belirlenen ortalamasının ondalıklı/küsuratlı olamayacağını ve olmaması gerektiğini ifade ettikleri yönündeki tespitle ilgili olduğu düşünülmektedir. Strauss ve Bichler (1988) böyle bir durumla 12 yaş ve üzerinde yalnız bir öğrenciyle karşılaşmışlardır. Oysa gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin 6’sında (%30) bu bulguyla karşılaşmıştır. Bu durumda Strauss ve Bichler (1988) ile böyle bir sorunun varlığı konusunda uzlaş, yaşlar konusunda karşıtlık durumuna düşülmektedir. 12 yaşından büyük öğrencilerle gerçekleştirilen mevcut araştırmanın bulguları sorunun yaşla ortadan kalkmayabileceğini göstermektedir. Buradaki sorunun öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmamalarıyla ilişkili olabileceği

düşünülmüştür. Nitekim sezgilerine aykırı görünse de genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip bir öğrenci oranı oluşturan her iki çokluğu da sürekli nicelikler olarak algılayıp, bu çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin sürekliliğin her noktasında olduğunun farkında olacağından ortalamanın ondalıklı olabileceğini anlayacaktır. Yapılan tespitler aritmetik ortalamanın çarpımsal bir kavram olarak kavramsallaştırılmasının öğrencilerin ortalamanın ondalıklı/küsuratlı olmasını kabullenmesini destekleyebileceğini göstermektedir. Dolayısıyla Cortina vd.’nin (1999) aritmetik ortalamanın çarpımsal bir kavram olarak kavramsallaştırılmasının öğrenciler açısından faydalı olabileceği yönündeki iddialarında haklı oldukları belirtilebilir.

5.1.2 İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin tartışma

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin bulgular araştırma soruları doğrultusunda elde edilen bulgular ışığında aşağıda tartışılmıştır.

5.1.2.1 Birinci soruya ilişkin tartışma

Bu başlık altında elde edilen bulgular öğrencilerin tamamının verileri okuyabildiğini göstermektedir. Öğrencilerin tamamının verileri okuyabildiğine yönelik bulgu alanyazının büyük bir kısmıyla uyumluluk halindedir. Koparan ve Güven (2013, 2014) tarafından ortaokul öğrencileri ile gerçekleştirilen araştırmalarda öğrencilerin verilerin tanınması sürecinde 4. düzey, Öztürk-Zora (2019) tarafından 8. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen araştırmada ise 3. düzeyde oldukları belirlenmiştir. Benzer şekilde Özmen vd.’nin (2020) ve Tosun’un (2021) Curcio (1981, 1987) grafiği kavrama çerçevesi referansında gerçekleştirdikleri araştırmalarda öğrencilerin verileri okumada başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca Sezgin-Memnun (2013) çizgi grafiği üzerine 7. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği araştırmada öğrencilerin grafik okuma becerisine sahip olduğu sonucuna varmıştır.

Ancak güncel araştırmalardan Yağız’ın (2023) 8. sınıf öğrencileri ile Mooney (2002) modeli kullanarak gerçekleştirdiği araştırmada verileri tanılama sürecinde öğrencilerin 2. Düzey bandında kaldıkları belirlenmiştir. Yağız’ın (2023) bu yöndeki bulgusu Mooney’in (2002) verilerin tanınması sürecinde 12 öğrenciden 7’sinin 2. Düzey olarak değerlendirildiği tespitiyle daha uyumlu görünmektedir. Alanyazının bir kısmıyla düşünülen bu karşıtlığın mevcut araştırmada çalışma grubunun amaçlı örnekleme yoluyla üst düzey akademik başarıya sahip öğrencilerden belirlenmesiyle açıklanabileceği gibi

araştırmacıların değerlendirme yapmak amacıyla hazırladıkları problem ve sorularla da açıklanabilir.

Aynı başlık altında öğrencilerin tamamının verileri okuma sorularını cevaplarken birimleri eksik yazdığı ya da eksik belirttiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin tamamı birinci ve ikinci görüşmelerde birimlerin (ölçülen ya da sayılan nesneyi kapsayacak şekilde) yazılmasının ya da belirtilmesinin yalnızca karışıklığının önlenmesine hizmet edeceğini belirtmiştir. Bunun nedeni olarak da bu bilginin soruda halihazırda içerilmesi olduğunu öne sürmüşlerdir. İkinci görüşmede birimleri yazma eğiliminde olsalar da öğrenciler birimleri işlem süreçlerine dâhil etmemişlerdir. Öğrencilerin ölçülen ya da sayılan nesnenin yapılan işlemlere ve işlemlerdeki akıl yürütmelere etkisine dair çoğunlukla bir fikre sahip olmadığı anlaşılmıştır. Hem orantısal akıl yürütmeyi hem de verileri okumayı etkileyen bu bulguya ilişkin alanyazında doğrudan değinilen bir araştırmaya rastlanmamıştır. Fakat araştırmacıların bu konudaki değerlendirmeleri dikkate değerdir. Örneğin Post vd. (1988) birimsiz oran (*ratio*) ve birimli oran (*rate*) ayrımını ortaya koymakta ve farklı türden çokluk ya da ölçümlerin bulunduğu birimli oranda etiketlerin (*labels*) bırakılması gerektiğini belirtmektedir. Ayrıca Karagöz-Akar'ın (2013) değindiği gibi ondalık gösterim gibi bazı gösterimlerde birimli oran kavramının ayırt edilmesi birimlerin yazılmış olmasına bağlıdır. Aynı konuyu istatistiksel grafikler bağlamında ele alan Mosenthal ve Kirsch (1990) etiketi (*label*) belirli bir ortak özelliği paylaşan öğeler olarak nitelendirmekte ve Friel vd. (2001) etiketler (*label*) olmadan grafiğin açık bir bağlamı olmayacağını ve ölçme birimlerinin onlarsız belirlenemeyeceğini belirtmektedir. Ergene'nin (2022) öğretmen adaylarının birim kullanımına ilişkin dikkat, deneyim ve farkındalık eksikliği yaşadıkları ve birimlerin kullanılmasını önemsiz buldukları ve Satan ve Gelbal'ın (2023) öğretmenlerin öğrencilerin birimlere ilişkin sıkıntılarını belirleyebilmek bir yana aynı hataları öğretmenlerin de yaptıkları yönündeki bulguları dikkate alınırsa sorunun kaynağı hakkında muhtemelen bir fikir edinilmiş olacaktır.

5.1.2.2 İkinci soruya ilişkin tartışma

Bu başlık altında öğrencilerin tamamının veriler arasını okuma kapsamına giren temel düzey karşılaştırma ve temel aritmetik işlemler gerçekleştirebildiği tespit edilmiştir. Orantısal akıl yürütmeye ilişkin bulguların ise ayrı değerlendirildiği belirtilmiştir. Güler ve Didiş-Kabar (2021) 7. sınıf öğrencileri ile Aoyama (2007) ve Curcio (1987) çerçevelerinden faydalananarak gerçekleştirdikleri araştırmada verileri doğrudan okumayı

ve karşılaştırma yapmayı gerektiren yapılandırılmış sorularda başarı sağladıklarını belirtmişlerdir. Fakat araştırmacılar öğrencilerin grafiklerde yüksek seviyede veriler arası okuma yaparak yorum yapamadıklarını tespit etmişlerdir. Benzer şekilde Özmen vd. (2020) öğrencilerin veriler arasını okumada yetersiz olduklarını ortaya koymuşlardır. Tosun (2021) öğrencilerin nicelikleri karşılaştırma ve matematiksel kavramların kullanılmasını gerektiren veriler arasını okuma sorularında zorluklar yaşadığını tespit etmiştir. Orantısal akıl yürütme gerektiren veriler arasını okuma sorularında öğrencilerden elde edilen bulgular da dikkate alındığında mevcut araştırmanın alanyazınla paralel bulgulara sahip olduğu belirtilebilir.

5.1.2.3 Üçüncü soruya ilişkin tartışma

Araştırmada öğrencilerden 14'ünün durum değeri bakış açısına, 4'ünün (Ö3, Ö13, Ö17 ve 18) sınıflandırıcı bakış açısına ve 2'sinin (Ö5 ve Ö16) bütüncül bakış açısına sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (%70) durum değeri bakış açısına sahip olduğu söylenebilir. Öğrencilerin mevcut araştırmada durum değeri bakış açısına sahip oldukları tespit edilmiş olsa da araştırmanın oran temelli (Konold vd., 2015) yargılar ve üst düzey beklentilerin karşılanmasını merkeze koyduğuna da dikkat edilmelidir. Benzer bir yaklaşıma Hammerman ve Rubin (2004) tarafından ortaokul ve lise öğretmenleriyle gerçekleştirilen araştırmada da rastlamak mümkündür. Buna rağmen araştırmanın öğrencilerin çok az bir kısmının sınıflandırıcı ve üstü bakış açısı sergiledikleri ve bütüncül bakış açısı dışındaki üç bakış açısından herhangi birini gerçekleştirmeye eğilimli olduğu bulgusu Konold ve diğ. (2015) ile uyumludur.

Yapılan araştırmalar öğrencilerin bütüncül bakış açısına geçmesinin istatistiksel akıl yürütmede elzem olduğunu (Hancock vd., 1992; Pfannkuch ve Wild, 2004) ve öğrencilerin bu geçişi zor gerçekleştirdiklerini ortaya koymaktadır (Aridor ve Ben-Zvi, 2018; Baker, 2004; Konold vd., 2007; Pfannkuch ve Wild, 2004). Öğrencilerin bu konudaki zorluklarının aşılması için alanyazında özellikle teknoloji destekli ve modelleme temelli çalışmalarının yürütüldüğü görülmektedir (Aridor ve Ben-Zvi, 2017, 2018; Balkaya ve Kurt, 2023; Birk, 2022; Cini, 2024; Kazak ve Konold, 2010; Kazak vd., 2018; Konold ve Kazak, 2008; Konold vd., 2007; Patel ve Pfannkuch, 2018). Öğrencilerin mevcut durumlarının belirlenmesi ve bütüncül bakış açısına sahip olup olmadığı konusunda fikir sahibi olunması teknoloji destekli ve modelleme temelli araştırmaların temellendirilmesine ve sonuçlarının değerlendirilmesine katkı sağlayabilir.

Sunulan modelin bu tür kazanımları sağlayabileceği düşünülmektedir. Zoellick vd.'nin (2016) de belirttiği gibi öğrencilerin istatistik öğrenme sürecinde ne düzeyde olduklarının belirlenmesi yalnızca onların veri becerilerinin geliştirmelerine yardımcı olmak açısından değil, aynı zamanda verileri kanıt olarak kullanma becerilerine uygun bilimsel araştırmalar tasarlamak açısından da önemlidir.

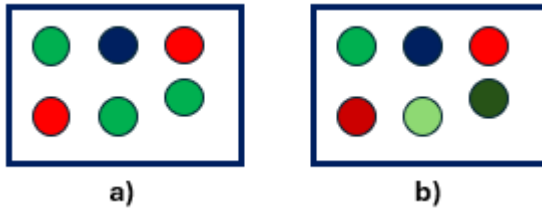
Alanyazında okulöncesi ve ilkokul öğrencilerin mevcut durumunu tespit etmeye ve geliştirmeye ilişkin araştırmalarla da karşılaşmıştır (Frishchemeier, 2019; Frishchemeier ve Birk, 2024; Kawakami, 2018; Michalopoulou ve Kafoussi, 2024; Oslington vd., 2020). Fakat bu çalışmaların bir kısmında bütüncül bakış açısının birtakım gereklerinin zayıflatılmasıyla değerlendirme yapıldığı görülmektedir. Bu tür girişimlerde bulunmak yerine bazı araştırmacıların (English, 2012; Leavy ve Hourigan, 2021; Leavy ve Sloane, 2017) sunduğu ön-bütüncül bakış açısı (*pre-aggregate view of data*) kavramının kullanılmasının alanyazının daha sağlıklı ilerlemesine hizmet edebileceği düşünülmektedir. Nitekim oran temelli olmayan yargılarla yapılan karşılaştırmalar ancak grafikler açık bir şekilde farklılaştıklarında ve örneklem büyüklükleri aynı olduğunda uygun değerlendirmeyle sonuçlanacaktır. Ben-Zvi'nin (2006) toplamsal düşünmeden çarpımsal düşünmeye doğru dönüşüm ile durum değeri bakış açısından bütüncül bakış açısına doğru dönüşümün senkronizasyonunu dikkate alan araştırması çarpımsal düşünmenin bütüncül bakış açısının temelinde yattığını gösterir niteliktedir. Bu nedenle bütüncül bakış açısının tespitinde çarpımsal düşünme gerektiren yargıların aranması gerektiği belirtilebilir.

Bu başlık altında elde edilen ikinci bulgu 4 öğrencinin (Ö1, Ö4, Ö11 ve Ö16) durum değeri bakış açısını korumakla birlikte herhangi bir ürünün (Görüşme 1) ya da okulun (Görüşme 2) beğeni sayısını bireysel olarak bütün örnekleme oranlayabildiği anlaşılmıştır. Bu durumda öğrencilerin bütüncül bakış açısına sahip oldukları belirtilememektedir. Higgins vd. (2023) hücreye odaklanma (*zoom in on a cell*) olarak tanımladıkları bir stratejinin gerçekleştirilme şeklini anlatırken bu stratejiyi uygulayan öğrencilerin yüzdeyi kullanırken tek bir hücrenin yüzdesini hesaplattıklarını ve bunun ilgili stratejinin kapsamına girdiğini belirtmişlerdir. Mevcut araştırmanın bulgusu Higgins vd.'nin (2023) bulgusuyla uyumludur. Çünkü bu öğrenciler sınıflandırıcı bakış açısının gereklerini yerine getirmeden doğrudan yüzdeyi elde etmişlerdir. Ancak araştırmacıların bu bulgularını derinlemesine tartışmadıkları tespit edilmiştir. Diğer yandan elde edilen

bulgu Michalopoulou ve Kafoussi'nin (2024) veri bakışı 4 (*data lens* 4) yani bütüncül bakış açısına uygun tek cevap türünün önceki sorularda veri bakışı 3 yani sınıflandırıcı bakış açısına uygun cevaplar veren öğrenciler tarafından sunulduğu yönündeki tespitiyle kısmen uyumludur. Mevcut araştırma alanyazında aydınlatılmadan bırakılmış bu konuya açıklama getirerek alana katkı sağlamaktadır. Durumu açıklamak ve aydınlatmak için iki örnek sunulmuştur. Bir grubun beğendiği renklere ait kurgusal veri kümeleri Şekil 5.1'de aktarıldığı gibi olsun;

Şekil 5.1

Örnek durumlar için kurgusal veri kümeleri



Şekil 5.1'de (a) şıkkına göre değerlendirme yapan bir öğrenci grubun $\frac{1}{6}$ 'sının mavi rengini beğendiğini söylediğinde ilk başta bütüncül bakış açısına sahip olduğu düşünülebilir. Fakat aynı öğrenci kırmızılarının ya da yeşillerin her birinin de $\frac{1}{6}$ beğeniyle temsil edildiğini söylerse bu değerlendirmeler bütüncül bakış açısıyla açıklanamaz. Bunlar durum değeri bakış açısına aittir. Ya da mevcut araştırmayla daha uyumlu olacak şekilde tasarlanan Şekil 5.1'de (b) şıkkına göre öğrencinin grubun $\frac{1}{6}$ 'sının (PowerPoint programının sunduğu renk spektrumuna göre) açık yeşil, $\frac{1}{6}$ 'sının orta koyulukta yeşil ve $\frac{1}{6}$ 'sının da koyu yeşil sevdiğini belirtmesi de bütüncül bakış açısıyla açıklanamamakta. Bu örneğe göre düşünüldüğünde öğrenci gruptan 3'ünün yeşil, 2'sinin kırmızı ve 1'inin mavi rengini beğendiğini belirtirse sınıflandırıcı bakış açısı ve aynı doğrultuda grubun $\frac{3}{6}$ 'sının yeşil, $\frac{2}{6}$ 'sının kırmızı ve $\frac{1}{6}$ 'sının mavi beğendiğini söylerse bütüncül bakış açısı sergilemiş olmaktadır. Örneklerle de açıklanmaya çalışıldığı gibi öğrencilerin bütüne ilişkin oran temelli yargılar kurmasının bütüncül bakış açısının önemli bir belirleyicisi olduğu dikkate alınırsa bulgu sınıflandırıcı bakış açısının gereklerinin yerine getirilmeden bütüncül bakış açısının gereklerinin yerine getirilemeyeceğini göstermektedir. Nitekim Konold vd.'nin (2015, s. 309) sundukları örnekte de (Tablo 2.3) bütüncül bakış açısında öğrencinin

örneklemin bütününe ilişkin “Yarısı kırmızıyı seviyor.” şeklinde bir ifade kurması gerektiği gösterilmektedir.

Bu başlık altında yapılan bir başka tespit sınıflandırıcı ya da bütüncül bakış açısına sahip olmayan öğrencilerin verilerde genellemeyle sonuçlanacak örüntüleri tespit edememelerinden kaynaklanan ve bu nedenle istemsizce bağlama ilişkin deneyimlerine sarılmalarıyla sonuçlanan bir durumu söz konusu olduğuna ilişkindir. Öğrenciler verilerdeki örüntüleri göremediklerinde verileri terk edip sürekli ve yalnızca bağlamsal bilgi ve deneyimlerine başvurarak cevaplar (ve kararlar) vermektedir. Mooney (2002) Düzey 1 olarak değerlendirilen öğrencilerin, istatistiksel uygulamalarda istatistiksel görevleri yerine getirirken bağlamsal fikirlere ya da ilgisiz görüntü özelliklerine odaklanarak öznel yargılarda bulunduklarını tespit etmiştir. Benzer şekilde Koparan ve Güven (2014) tarafından gerçekleştirilen araştırmada da öğrencilerin bazılarının istatistiksel bilgidan öte bağlamsal bilgilerine odaklanarak yorumda bulundukları belirtmiştir. Benzer bulgular elde etmelerine rağmen araştırmacılar durumun nedenine ilişkin bir açıklamada bulunmamışlardır. Fakat bu araştırmacıların Moore’un (1990) verinin bağlama sahip sayılar olduğu yönündeki açıklamalarına sadık kaldıkları anlaşılmaktadır.

Diğer yandan Konold ve diğ. (1997) öğrencilerin bütüncül (*aggregate*) temelli kanıtlar yerine kişisel deneyimlerini ön plana almalarıyla ortaya çıkan bağlamsal bilginin öğrencileri yanıltabileceğini belirtmektedir. Mevcut araştırmanın bulgularıyla uyumlu olan bu tespitin Moore’un (1990) açıklamalarıyla ters düştüğü düşünülmemelidir. Durum veri analizinden önceki bağlamsal bilgi (ve genellemeler) ile veri analizi başarıyla gerçekleştirildikten sonraki bağlamsal bilginin (ve genellemelerin) birbirinden ayrılmasıyla açıklanabilir. Eğer veri analizinden sonraki bağlam bilgisi (ve genellemeler) veri analizi yapılmadan ya da başarıyla gerçekleştirilmeden ortaya konulursa burada bir ön yargıdan bahsetmek gerekir. Eğer veri analizi yapıldıktan ve başarıyla gerçekleştirildikten sonra bağlam bilgisi (ve genellemeler) kullanılamıyorsa burada veriden ders çıkaramamaktan bahsetmek gerekir. Konuyla ilgili bir başka görüşün sunulduğu Higgins vd.’nin (2023) araştırmasında öğrencilerin verileri incelerken tekil bir duruma odaklanmadıklarında dahi kişisel deneyim ve gerçek yaşam bilgilerine başvurdukları tespit edildiği belirtilmiştir. Higgins vd. (2023) bu bulguyu ayrıntılandırmamış olmakla birlikte öğrencilerden tahminde bulunmaları istendiğinde

böyle bir durumla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmalarında veri analizinin tahmine olanak sağlayacak şekilde bir genellemeyle sonuçlanmış olup olmadığı belirsiz olduğundan tespitlerinin mevcut araştırmayla uyumlu olup olmadığı hakkında kesin bir ifade kurulamamaktadır. Mevcut araştırma, bahsi geçen durumun sınıflandırıcı/bütüncül bakış açılarını gerektiren karar verme problemlerinde ve öğrencilerin verilerdeki örüntüleri tespit edemedikleri durumlarda gerçekleştiği yönündeki tespitleriyle sorunu aydınlatıcı net bir açıklama sunmaktadır.

5.1.2.4 Dördüncü soruya ilişkin tartışma

Araştırmanın bulguları daha üst düzeyde veri bakış açısına sahip olan öğrencilerin daha tutarlı çıkarımlar yaptığını ve daha tutarlı tahminlerde bulunduğunu göstermektedir. Ayrıca üst düzey veri bakış açısına sahip olan bu öğrencilerin gerçekleştirilen işlemlere eşlik eden genellemeyi dikkate aldıklarında daha da tutarlı çıkarım ve tahminlerde bulunabildiği anlaşılmaktadır. Araştırmanın bu bulgusu SOLO Taksonomisi'nin (Biggs ve Collis, 1982, 1991) ne derecede uygun şekilde uygulandığının en açık göstergelerindendir. Ayrıca istatistiksel grafik ve tablolar üzerinden taksonomisinin uygulanışını betimleyen Lake ve Kemp (2001), Kemp ve Lake (2001) ve Lake (1999) ile uyumu da bu noktada vurgulanabilir. Mevcut araştırmanın tutarlılığın gerçekleşmesi için öğrencilerin elde ettiği genellemeleri tahmin ve çıkarımlarına yansıtması gerektiğini ortaya koyduğu belirtilebilir. Makar ve Rubin'in (2009, 2018) informal istatistiksel çıkarımda genellenin gerekliliğini ve rolünü ortaya koymuş olmalarına rağmen tutarlılığın sağlanabilmesi için genellemelerin tahmin ve çıkarımlara yansıtılmasının gerekliliği üzerinde durmadıkları anlaşılmaktadır.

5.1.2.5 Beşinci soruya ilişkin tartışma

Beşinci soruya yönelik elde edilen bulgular durum değeri bakış açısına sahip olan öğrencilerin birtakım genellemelerde bulunmalarına rağmen veride ihtiyaç duyulan işlemleri gerçekleştiremediklerinden dolayı sürekli belirsizlik noktasında kaldıkları, bu nedenle istedikleri ek veriler sunulsa dahi bunları etkin kullanamadıkları ve genişletme yapamadıklarını göstermiştir. Diğer yandan bulgular sınıflandırıcı ya da bütüncül bakış açısına sahip olan öğrencilerden yaptığı işlemlere eşlik eden bir genellenin bulunduğunu (ya da ortaya çıktığını) dikkate alarak hareket edenlerin istedikleri veriler sunulduğunda etkin kullanabildiklerini ve daha anlamlı genişletmeler yaptıklarını göstermektedir. Bu durum Biggs ve Collis'in (1982) belirttiği gibi ilişkisel yapıda somut

deneyime bağılılığın sürdüğü ve bu nedenle ilişkisel yapının bağlamlar arasında tutarsızlığa yer bıraktığı yönündeki tespitiyle ilişkili olabilir. Öğrencilerin genişletme yapamamalarının bir nedeni bağlamlar arasındaki geçişi tutarlı bir şekilde gerçekleştirememelerinden kaynaklanıyor olabilir.

5.1.2.6 Altıncı soruya ilişkin tartışma

İstatistiksel akıl yürütmeye ilişkin altıncı araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgulara çalışma grubunda hiçbir öğrencinin Soyutlanmış Yapı düzeyinde performans gösteremediği ve öğrencilerin 2'sinin (Ö5 ve Ö16) İlişkisel Yapının (İY3) üçüncü alt düzeyinde, 4'ünün (Ö3, Ö13, Ö17 ve Ö18) İlişkisel Yapının (İY2) ikinci alt düzeyinde ve geriye kalan 14 öğrencinin ise İlişkisel Yapının (İY1) birinci düzeyinde oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin Soyutlanmış Yapı düzeyinde performans gösteremedikleri bulgusu her ne kadar belirleyici kriterlerde farklılık olsa da Mooney'in (2002) araştırmasıyla uyum halindedir. Ulusal alanyazında ise Güven, Öztürk ve Özmen'in (2015) 8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel süreç deneyimlerini incelemeyi amaçladıkları çalışmada verileri yorumlama aşamasında öğrencilerin üzerinde çalıştıkları konular hakkında genel bilgiler vermekle yetindikleri ya da hiçbir açıklamada bulunmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca Yağız'ın (2023) 8. sınıf öğrencileri ile Mooney (2002) tarafından geliştirilen istatistiksel akıl yürütme çerçevesi uygulanarak gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin %46'sının Düzey 1 ve Düzey 2 arasında ve %32,4'ünün Düzey 2 ve Düzey 3 arasında olduğu ortaya konulmuştur. Bu tespit öğrencilerin çoğunluğunun alt düzey beklentileri karşılayabildiklerini göstermektedir. Çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin tamamının İlişkisel Yapının çeşitli alt düzeylerinde konumlanmış olması bulguların ulusal alanyazınla karşıtlık halinde olduğunu göstermektedir. Bu karşıtlığın mevcut çalışmada çalışma grubunun üst düzey akademik başarı sağlayan öğrencilerden oluşturulmasıyla ilgili olduğu düşünülmektedir.

Araştırmanın öğrencilerin orantısal akıl yürütebiliyor olmalarına rağmen verilere bakış açılarının sınıflandırıcı ya da bütüncül olmayabildiği yönündeki tespiti aritmetik ortalamanın adil paylaşım ve tipik değer yorumlarının farklı zihinsel etkinlikler gerektirdiklerini gösterir niteliktedir. Ortalamanın bir yandan Cortina vd. (1999), Cortina (2001, 2002) araştırmalarında savunulduğu gibi adil paylaşım anlamında ya da başka bir deyişle çarpımsal bir kavram olarak, diğer yandan Pollatsek vd. (1981) ve Konold ve Pollatsek (2002) araştırmalarında savunulduğu gibi tipik değer olarak

kavramsallaştırılabileceği belirtilebilir. Dolayısıyla ortalamanın her iki yorumunun istatistiksel akıl yürütme kapsamında değerlendirilebileceği ifade edilebilir. Ayrıca Konold vd. (2015) ve Ben-Zvi (2006) araştırmalarından ve mevcut araştırmada yapılan uygulamadan bütüncül bakış açısının da orantısal akıl yürütme gerektirdiği anlaşılmaktadır. Bu durumda mevcut araştırmanın bulgusu doğrultusunda orantısal akıl yürütmenin bütüncül bakış açısına sahip olmak için gerekli ama tek başına yeterli olmadığı söylenebilir.

5.1.2.7 Yedinci soruya ilişkin tartışma

Yedinci soru kapsamında üç bulgu tespit edilmiştir. Bunlardan öğrencilerin bazılarının ortalamanın ondalıklı olamayacağını iddia ettiklerine yönelik bulgu orantısal akıl yürütmeye ilişkin tartışmalara (5.1.1.4) dâhil edildiğinden yeniden ele alınmayacaktır. Grafik çizimini ilgilendiren ve bu kapsamda sunulan ilk bulgu Ö9 ve Ö20 dışında kalan 18 öğrencinin (%90) grafik bileşenlerini çoğunlukla eksik bıraktığı ve önemli olduklarını belirtmelerine rağmen bunları neden eksik bıraktıkları sorulduğunda “Unuttum. (Ö5)”, “Dikkatsizlikten. (Ö3)”, “Eksiklikler okuyucunun anlaması için giderilmeli. (Ö2)”, “Ancak başkası görecekse yazarım. (Ö8)” gibi ifadelerle yanıt verdikleri yönündedir. Öğrencilerin grafik çizimlerinde bileşenleri eksik bıraktıkları ve bu konuda yetersizliklerinin bulunduğu mevcut araştırmayla paralel olacak şekilde geniş bir alanyazın tarafından ortaya konulmuştur (Altınok ve Yenilmez, 2023; Koparan ve Güven, 2013, 2014; Li ve Shen, 1992; Öztürk-Zora, 2019; Şengül ve Katrancı, 2013; Tosun, 2021; Wu, 2004). Fakat mevcut araştırmada bu bulgu öğrencilerin bileşenlerin grafiğin özgül özellikleri olduklarından dolayı eksiksiz sunulması gerektiğini belirtmemiş olmaları açısından farklılık taşımaktadır.

Grafik çizimine yönelik bir diğer bulgu öğrencilerin 4’ünün (Ö12, Ö14, Ö15 ve Ö17) grafik çizimlerinde ölçek aralıklarını aynı ve veri ile orantılı olacak şekilde belirlemeye özen göstermediklerine ilişkindir. Bu konuda da alanyazında paralel tespitlerde bulunduğu belirtilebilir (Öztürk-Zora, 2019; Şengül ve Katrancı, 2013; Tosun, 2021; Watson, 2006). Grafik çizimine ilişkin bu bulguların mevcut araştırmada nasıl bir sonuca neden oldukları önem arz etmekle birlikte bu konu gerçekleştirilen araştırmanın sonuçlarında ele alınmıştır. Sıradaki başlıkta araştırmadan elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

5.2 Sonuç

Araştırmanın ulaştırdığı sonuçlar orantısal akıl yürütme ve istatistiksel akıl yürütme özelinde olmak üzere aşağıda sunulduğu gibi ele alınmıştır.

Bulgular ve tartışma neticesinde orantısal akıl yürütme özelinde;

- 1) İAOAYTT'nin göstermiş olduğu gibi öğrencilerin çeşitli nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı strateji kullanımı gerçekleştirebildikleri ve testin bu tür hataları belirlemede işlevsel olabileceği fakat öğrencilerin orantısal akıl yürütme durumlarına ilişkin geniş çaplı bir karara yalnızca bu testten varılamayacağı sonucuna varılmıştır.
- 2) Akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin strateji repertuvarlarının geniş olduğu fakat bu stratejilere ilişkin kavramsal ayrımlara yeterince hâkim olmadığı sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte bir bütün halinde değerlendirildiğinde verilerin doğrudan oranlanmasına dayanan yani adil paylaşım anlamındaki ortalamada orantısal akıl yürütme stratejilerinin etkin kullanılabildiği anlaşılmakta ve bu da Cortina'nın (2002) açıklamalarıyla uyumluluk göstermektedir.
- 3) Öğrencilerin görece az bir kısmının fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren stratejileri uygulayıp bunları fonksiyonel ilişkilendirme ile açıklayabildiği sonucuna varılmıştır. Buna bağlı olarak öğrencilerin birimsiz ya da birimli oran kavramına sahip olmasının istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin belirlenmesini de etkilediği sonucuna varılmıştır. Orantısal akıl yürütme alanyazınına başvurulmadan istatistiksel akıl yürütme kapsamında bu yönde yapılacak değerlendirmelerin yanlış yönlendirici olabileceği ortaya konulmuştur.
- 4) Genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmanın istatistiksel akıl yürütmede üst düzeyde başarı sergilemenin gereklerinden biri olduğu ve istatistik bağlamında bir takım sezgisel engellerin üstesinden gelinmesine de hizmet edebileceği sonucuna varılmıştır. Bu yöndeki gerekliliğe rağmen birimli oran kavramına sahip olan öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmadığı sonucuna varılmıştır.
- 5) Özen-Yılmaz'ın (2019) ve Ojese'nin (2015) araştırmalarıyla da paralel olarak öğrencilerin üst düzey orantısal akıl yürütme performansı gerçekleştiremeseler de orantısal akıl yürütmeye sahip oldukları sonucuna varılmıştır.

Bulgular ve tartışma neticesinde istatistiksel akıl yürütme özelinde;

- 1) Öğrencilerin verileri okumada ve temel düzeyde veriler arasını okumada başarı sağlayabildikleri sonucuna varılmıştır.
- 2) Grafik çizimine dair iki bulgunun (5.1.2.7) ve öğrencilerin birimleri yazmamalarına ve birimlerle ilgili sorunlar yaşıyor olduklarına yönelik yapılan tartışmanın (5.1.2.1) birlikte değerlendirilmesiyle Friel vd.'nin (2001) de belirtmiş oldukları gibi öğrencilerin veriler arasını okumada yaşadıkları sorunların matematiksel bilgi, eksenleri okuma ve eksenleri ölçeklendirme yetersizliklerinden kaynaklanabileceğine ilişkin açıklamalarıyla uyumlu şekilde sonuca varılmıştır.
- 3) İstatistiksel akıl yürütmede elzem olduğu yönündeki vurgulara rağmen öğrencilerin çoğunun bütüncül bakış açısına sahip olmadığı sonucuna varılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin sınıflandırıcı bakış açısının gereklerini yerine getirmeden bütüncül bakış açısının gereklerini yerine getirmesinin mümkün olmadığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca bağlamsal bilginin veri analizinde gerekli başarının sağlanmasından sonra devreye girmesinin karar vermeyi gerektiren bağlamlarda/problemlerde daha olumlu olacağı sonucuna varılmıştır.
- 4) Her ne kadar istatistiksel akıl yürütme düzeyi yükseldikçe öğrencilerin tahmin ve çıkarımlarındaki tutarlılık artıyor olsa da tutarlılığın öğrencilerin elde ettikleri genellemeyi dikkate alarak tahmin ve çıkarımlarda bulunmasına da bağlı olduğu sonucuna varılmıştır.
- 5) Öğrencilerin genişletme yapabilmelerinin öncelikle veri analizinin gerçekleştirilebiliyor olmasına ardından elde edilen genellenmenin ve buna eşlik eden işlemlerin bilincinde hareket edilmesine bağlı olduğu sonucuna varılmıştır.
- 6) Akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin kendi aralarında alt düzey farklılıklarına sahip olmakla birlikte yüksek düzeyde (İlişkisel Yapı Düzeyi'nde) istatistiksel akıl yürütmeye sahip olduğu sonucuna varılmıştır.
- 7) Ortalamanın adil paylaşım ve tipik değer anlamlarının farklı zihinsel etkinlikler gerektirdiği ve ikisinin de istatistiksel akıl yürütme kapsamında görülebileceği sonucuna varılmıştır. Ayrıca orantısal akıl yürütmenin bütüncül bakış açısına sahip olmak için gerekli ama tek başına yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır.
- 8) Bir bütün halinde değerlendirildiğinde oluşturulan istatistiksel akıl yürütme modelinin alt yapısında bulunan çerçevelerle uyumlu olduğu ve güvenilir bir

değerlendirme sağladığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca orantısal akıl yürütmeye ilişkin bileşenlerin istatistiksel akıl yürütme sürecine sentetik olarak dâhil edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

5.3 Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlar öğrencilerin çeşitli nitel orantısal akıl yürütme ve hatalı strateji kullanımı gerçekleştirebildiklerini ve İAOAYTT'nin bunları belirlemekte fayda sağlayabildiğini göstermektedir. Her ne kadar geniş çaplı bir incelemede yeterli olamayabilecekse de araştırmacılar tarafından bulguların desteklenmesinde ya da öğretmenler tarafından öğrencilerin mevcut hatalarının belirlenmesinde kullanılabilir.

Akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin strateji çeşitliliğine sahip oldukları fakat bu stratejilerin kavramsal ayrımlarına yeterince vakıf olmadıkları sonucuna varılmıştır. Bu sonuç doğrultusunda öğretmenlere stratejiler arasındaki ayrımları öğrencilere kazandıracak şekilde öğretim yapması önerilmektedir. Diğer yandan adil paylaşım anlamındaki ortalamada orantısal akıl yürütme stratejilerinin etkin kullanılabildiği anlaşılmaktadır. Bu sonuca uygun olarak fen bilimleri ve matematik öğretmenleri ve araştırmacıları disiplinler arası öğretim ya da disiplinler arası araştırmalar gerçekleştirebilirler.

Öğrencilerin görece az bir kısmının fonksiyonel ilişkilendirme gerektiren strateji kullanıp stratejisini fonksiyonel ilişkilendirme terimleriyle açıklayabildiği sonucuna varılmıştır. Bu sonuç doğrultusunda öğretmenlere birimli oran kavramı ile birimsiz oran kavramı arasındaki farklılığın temelinde yatan ilişkilendirme şekillerini öğrencilere kazandırabilecek şekilde öğretim yapması önerilmektedir. Araştırmacılara ise herhangi bir akıl yürütmeye öğrencilerin düzeyini tespit etmek amacıyla modeller hazırlarken mevcut kavramsal ayrımları dikkate alması önerilmektedir.

Gerekse birimli-birimsiz oran ayrımının gerekse durumsal birimli oran-genelleştirilmiş birimli oran ayrımının istatistiksel akıl yürütme düzeylerini etkileyen faktörler olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olmasının istatistik bağlamında bazı sezgisel engelleri de aşmalarına hizmet edebileceği sonucuna varılmıştır. Araştırmacılara bu yöndeki bulguları derinleştirecek ve genişletecek araştırmalar yapmaları önerilmektedir. Örneğin bu sezgisel engellere sahip bir öğrenciye belirli bir stratejisiyle öğretim gerçekleştirilerek öğrencinin genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olması sağlanıp bu araştırmada hipotetik olarak sunulan sonucun

doğrulanması ya da yanlışlanması sağlanabilir. Ayrıca genelleştirilmiş birimli oran kavramına sahip olup bu sezgisel engelleri taşıyan herhangi bir örnek bulunup bulunmadığı incelenerek de bu hipotetik sonuç test edilebilir. Fakat şu anki konumda yani henüz böyle bir doğrulama ya da yanlışlama yokken öğretmenlere en azından öğrencilerinde böyle bir durumun var olup olmadığını tespit etmek ve bu konuda gerekli tedbirleri almak önerilebilir. Ben-Chaim vd.'nin (2012) de önerdiği gibi derslerde bu konularda tartışmalar gerçekleştirilebilir.

Araştırmada öğrencilerin üst düzeyde olmasa da orantısal akıl yürütmeye sahip oldukları sonucuna varılmıştır. Çalışma grubunun akademik başarıları yüksek öğrencilerden belirlenmesine rağmen bu araştırmada böyle bir sonuç elde edilmesi mevcut durumun iyileştirilmesi için öğretim faaliyetlerinin iyileştirilmesi gerektiğine bir işarettir. Beceri temelli hazırlanan yeni öğretim programı MEB (2024) bu yönde atılmış bir adım olabilir. Öğretmenlere programa uyum göstermeleri ve araştırmacılara bu programın etkisini tespit etmek önerilmektedir.

Öğrencilerin verileri okumada ve temel düzeyde veriler arasını okumada başarı sağlayabildiği sonucuna varılmıştır. Fakat bununla birlikte öğrencilerin grafik çizimine dair bulguları ile birimlere yönelik tutumları ve bilgi düzeylerinin veriler arasının okumasında ve mevcut araştırma özelinde düşünülürse orantısal akıl yürütmeye sorunlar yaşanmasına neden olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlar öğrencilerin ölçme kavramını yeniden yapılandırması gerektiğini göstermektedir. Öğretmenlere bu yeniden yapılandırmayı sağlayan etkinlikler tasarlaması önerilebilir. Aynı zamanda hem araştırma hem de öğretim yapmakla yükümlü olan akademisyenlere hem ölçme kavramını geniş çaplı ele alan güncel araştırmalar yapmak hem de öğretmen adaylarına bu konuda aydınlatıcı etkinlikler yapmak önerilmektedir. Öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yönelik öğretim temelli araştırma desenlerinin uygulandığı araştırmalar gerçekleştirilebilir.

Öğrencilerin çoğunun bütüncül bakış açısına sahip olmadığı ve sınıflandırıcı bakış açısının gerekleri yerine getirilmeden bütüncül bakış açısının gerçekleşmesinin mümkün olamayacağına yönelik sonuçlar öğrencilerin bu bakış açılarını kademeli olarak deneyimleyerek kazanmaları gerektiğine bir işarettir. Bu nedenle gerekse araştırmacılar gerekse öğretmenler tarafından oluşturulacak öğretim tasarımlarında ve öğrencilerin veri

bakış açılarının belirlemesi için gerçekleştirilecek çalışmalarda bu sonucun dikkate alınması önerilmektedir.

Bununla birlikte sınıflandırıcı/bütüncül bakış açıları kullanılarak karar vermeyi gerektiren problem durumlarında veri analizi gerçekleştirildikten sonra bağlamsal bilginin sergilenmesinin daha olumlu olduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonuç hem ders etkinliği hem de araştırma etkinliği tasarımı yapılırken dikkate alınabilir.

Öğrencilerin tahmin ve çıkarımlarındaki tutarlılığın istatistiksel akıl yürütme düzeyi yükseldikçe arttığı ve bu tutarlılığın öğrencilerin verilerden elde ettikleri genellemeleri dikkate almasına da bağlı olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin genişletme yapabilmelerinin öncelikle veri analizinin gerçekleştirilebiliyor olmasına sonrasında ise elde edilen genellemenin ve buna eşlik eden işlemlerin bilincinde hareket edilmesine bağlı olduğu sonucuna varılmıştır. Bu iki sonuç birlikte değerlendirilerek Makar ve Rubin'in (2009, 2018) informel istatistiksel çıkarım çerçevesine "Elde edilen genellemenin tahmin, çıkarım ve genişletme süreçlerinde bilinçli ve etkin olarak kullanılması gerekir." şeklinde başka bir ilkenin eklenmesi önerilmektedir.

Akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin kendi aralarında alt düzey farklılıklarına sahip olmakla birlikte yüksek düzeyde istatistiksel akıl yürütmeye sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonuç akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin belirli noktalar üzerinde öğretime tâbi tutulması gerektiğini göstermektedir. Araştırmacılar bu amaca yönelik çeşitli hipotezsel öğretim yörüngeleri oluşturabilir.

Ortalamanın adil paylaşım ve tipik değer yorumlarının farklı zihinsel etkinlikler gerektirdiği ve ikisinin de istatistiksel akıl yürütme kapsamında görülebileceği sonucuna varılmıştır. Bu nedenle her iki yorumun istatistik öğretimi kapsamında teşvik edilmesi ve kazandırılması sağlanmalıdır. Öğretmenlere ortalamanın bu iki yorumunu kazandıracak şekilde öğretim tasarımları yapmaları önerilmektedir. Öte yandan orantısal akıl yürütmeye sahip olmanın bütüncül bakış açısına sahip olmak için gerekli fakat tek başına yeterli olmadığı sonucuna varılmıştır. Bu sonuç ortalamanın adil paylaşım yorumundan "tipik" ya da diğer bir deyişle "temsilci" yorumuna geçiş yapılırken altlarında yatan düşünme yapılarının farklılığının öğrenciler tarafından fark edilmesinin sağlanmasını önemli kılmaktadır. Bu geçiş sürecinde farklılığın bilincine varılmasını sağlamak için öğretmenlerin öğrencileri farklı problem türleriyle yüzleştirmesi faydalı olabilir.

Bir bütün halinde değerlendirildiğinde oluşturulan istatistiksel akıl yürütme modelinin alt yapısında bulunan çerçevesle uyumlu olduğu ve güvenilir bir değerlendirme sağladığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca orantısal akıl yürütmeye ilişkin bileşenlerin istatistiksel akıl yürütme sürecine sentetik olarak dâhil edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Bu sonuçlar ışığında araştırmacılar hazırlanan modeli yeni bulgularla sınamaları ve sentetik birleştirmenin mevcut araştırmanın öngördüğünden farklı ve daha gelişkin bir yolla gerçekleştirilmesinin mümkün olup olmadığı üzerinde incelemelerde bulunmaları önerilmektedir.



KAYNAKÇA

- Akkaş, E. N. (2009). *6.-8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşüncelerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi), Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu, Türkiye.
- Altınay, A. Ç. (2019). *8. sınıf öğrencilerinin dinamik istatistik yazılımı ile istatistiksel düşünme becerilerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi) Mersin Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin, Türkiye
- Altınok, Z., & Yenilmez, K. (2023). Sekizinci sınıf öğrencilerinin verilerin uygun grafiklerle gösterimine ilişkin tercih süreçlerinin incelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 10(1), 41-76.
- Aridor, K., & Ben-Zvi, D. (2017). The co-emergence of aggregate and modelling reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 38-63.
- Aridor, K., & Ben-Zvi, D. (2018). Statistical modeling to promote students' aggregate reasoning with sample and sampling. *ZDM Mathematics Education* 50, 1165–1181. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0994-5>
- Avcu, R., & Avcu, S. (2010). 6th grade students' use of different strategies in solving ratio and proportion problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 9, 1277-1281.
- Avcu, R., & Doğan, M. (2014). What are the strategies used by seventh grade students while solving proportional reasoning problems?. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 1(2), 34-55.
- Ayıkol-Baykal, A. (2024). *8. sınıf öğrencilerinin niteliksel ve niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejilerin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırıkkale, Türkiye.
- Bakker, A. (2004). Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools. Utrecht, the Netherlands: CD Beta Press. <https://www.researchgate.net/publication/233864403>
- Bakker, A. & Gravemeijer, K. (2004). Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield, (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (1st ed., pp.147-168). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bakker, A., & Gravemeijer, K. P. (2006). An historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 149-168.
- Balkaya, T., & Kurt, G. (2023). Middle school students' statistical reasoning about distribution in their statistical modeling processes. *Statistics Education Research Journal*, 22(1), 1-20.
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. (2020). *Pre-K12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) report II*. American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics.
- Bart, W., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1-11.

- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (2011). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study: the 18th ICMI study*. New York, NY: Springer.
- Batur, A., Elmas Baydar, H., & Güven, B. (2019). Ortaokul matematik ders kitaplarının GAISE Raporu açısından incelenmesi. A. Baki, B. Güven ve M. Güler (Ed.), 4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Bildiriler Kitabı içinde (ss. 10-18). 4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu' da sunulan bildiri.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8.sınıflar), yeni programa uygun geliştirilmiş 2. baskı* Ankara: Pegem Akademi Yayınları
- Begg, A. (1997). Some emerging influences underpinning assessment in statistics. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 17–26). Amsterdam: IOS Press.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273.
- Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, S. B. (2012). *Ratio and Proportion: Research and teaching in Mathematics Teachers' Education (Pre-and In-Service Mathematics Teacher of Elementary and Middle School Classes)*. Netherlands: Sense Publishers.
- Ben-Zvi, D. (2002). Seventh grade students' sense making of data and data representations. In B. Phillips (Ed.) *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics, Cape Town, South Africa*. [CD-ROM] Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Ben-Zvi, D. (2004). Reasoning about data analysis. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 121–145). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching of Statistics* (CD-ROM), Salvador, Bahia, Brazil, 2-7 July, 2006. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Ben-Zvi, D. & Amir, Y. (2005). How do primary school students begin to reason about distributions? In K. Makar (Ed.), *Reasoning about distribution: A collection of current research studies*. Proceedings of the Fourth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-4), University of Auckland, New Zealand, 2-7 July, 2005. Brisbane: University of Queensland.
- Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). Junior high school students' construction of global views of data and data representations. *Educational Studies in Mathematics*, 45 , 35–65.
- Ben-Zvi & Aridor-Berger (2012, July). Children's wonder how to wander between data and context. Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education, Topic Study Group 12. Seoul, Korea: ICME. <http://www.icme12.org>
- Ben-Zvi, D., Aridor, K., Makar, K., & Bakker, A. (2012). Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. *ZDM*, 44(7), 913-925.

- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. In *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Springer, Dordrecht.
- Ben-Zvi, D., Makar, K., Bakker, A., & Aridor, K. (2011, February). *Children's emergent inferential reasoning about samples in an inquiry-based environment*. Paper presented at the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7), University of Rzeszów, Poland
- Ben-Zvi, D., Makar, K., & Garfield, J. (Eds.). (2018). *International Handbook of Research in Statistics Education*. Springer.
- Bertin, J. (1983). *Semiology of graphics* (2nd ed., W. J. Berg, Trans.). Madison: University of Press. (Original work published 1967)
- Beyazıt, İ., & Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramının matematiksel manası ve tarihsel gelişimi. İçinde (Ed. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır, A. Delice) *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*, s. 339-352, ISBN 978-605-170-316-9, Ankara: Anı Yayıncılık
- Biehler, R., Frischemeier, D., Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2018). Reasoning about data. *International handbook of research in statistics education*, 139-192.
- Biggs, J. (1995). Assessing for learning: Some dimensions underlying new approaches to educational assessment. *Alberta journal of educational research*, 41(1)-1.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. New York: Academic. <https://archive.org/details/evaluatingqualit0000bigg/page/24/mode/1up> üzerinden [17.01.2021] tarihinde erişilmiştir.
- Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and quality of intelligent behavior. In H. A. H. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (pp. 57–66). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Bingölbali, E., Arslan, S., & Zembat İ. Ö. (2016). Matematik eğitiminde teori, teorik çerçeve ve kavramsal çerçeve. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 1-15). Ankara: Pegem Akademi Yayınları
- Birk, L. (2022). Describing distributions with and without the help of TinkerPlots—first insights into a contrastive analysis. DOI: 10.52041/iase.icots11.T10A1. In S. A. Peters, L. Zapata-Cardona, F. Bonafini, & A. Fan (Eds.), *Bridging the Gap: Empowering & Educating Today's Learners in Statistics. Proceedings of the 11th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS11 2022)*, Rosario, Argentina. International Association for Statistical Education. iase-web.org ©2022 ISI/IASE
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The cognitive domain*. New York: McKay
- Brabrand, C., & Dahl, B. (2009). Using the SOLO taxonomy to analyze competence progression of university science curricula. *Higher Education*, 58(4), 531-549.
- Brown, C. (2006). *Cognitive psychology. A course companion* London, Sage Publications
- Carswell, C. M. (1992). Choosing specifiers: An evaluation of the basic tasks model of graphical perception. *Human Factors*, 34, 535

- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In Lesh, R. and Kelly, A., *Handbook of research methodologies for science and mathematics education* (pp. 341-385). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Cobb, P. (1999). Individual and collective development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 5–43.
- Cortina, J.L. (2001). Three ways of understanding the arithmetic mean. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the Twenty Fifth Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, p. 299). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.
- Cortina, J.L. (2002). Developing instructional conjectures about how to support students' understanding of the arithmetic mean as a ratio, in B. Phillips (ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference of Teaching Statistics [CD-ROM]*, International Statistical Institute, Voorburg, The Netherlands.
- Cortina, J., Saldanha, L., & Thompson, P. W. (1999). Multiplicative conceptions of arithmetic mean. In F. Hitt (Ed.), *Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cuernavaca, Mexico: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. InternetArchive üzerinden 19.12.2024 tarihinde erişilmiştir.
- Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404- 407.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In *Research Ideas For The Classroom: Middle Grades Mathematics*, D. Owens (Ed.), pp. 159–178. New York: Macmillan.
- Curcio, F. R. (1981). *The effect of prior knowledge, reading and mathematics achievement, and sex on comprehending mathematical relationships expressed in graphs* (Order No. 8128203). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303165134). PhD Thesis. New York University, School of Education, Health, Nursing, and Arts Professions: USA
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for research in mathematics education*, 18(5), 382-393.
- Curcio, F., & Artzt, A. (1997). Assessing students' statistical problem-solving behaviors in a small-group setting. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 123–138). Amsterdam: IOS Press.
- Çetin, B. & İlhan, M. (2016). SOLO Taksonomisi. İçinde (Ed. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat) *Matematik eğitiminde teoriler*, s. 861-879, ISBN 978-605-318-380-8, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Dinç-Artut, P., & Pelen, M. S. (2015). 6th grade students' solution strategies on proportional reasoning problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 197, 113-119.
- diSessa, A. A. (2007). An interactional analysis of clinical interviewing. *Cognition and instruction*, 25(4), 523-565.

- Doluzengin, B. (2019). *Gerçekçi matematik eğitiminin altıncı sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşünme becerilerine, başarı güdülerine ve bilgilerinin kalıcılığına etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi), Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli, Türkiye.
- Duatepe, A., Akkuş Çıkla, O., & Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.
- Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In *Advanced mathematical thinking* (Ed. D. Tall), pp. 95-123, eBook ISBN: 0-306-47203-1 Kluwer Academic Publishers
- Ergene, Ö. (2022). A case neglected in mathematics classes: The use of unity. *Educational Academic Research*, 45, 51-61.
- English, L.D. (2012) Data modelling with first-grade students. *Educ Stud Math* **81**, 15–30. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9377-3>
- Famighetti, R. (Ed.). (1997). The world almanac and book of facts 1998. Mahwah, NJ: World Almanac Books.
- Flowers, J. M. (1998). *A study of proportional reasoning as it relates to the development of multiplication concepts* (Order No. 9909837). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304435508). Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/study-proportional-reasoning-as-relates/docview/304435508/se-2?accountid=7181>
- Franklin, C., & Bargagliotti, A. (2020). Introducing GAISE II: A guideline for precollege statistics and data science education. *Harvard Data Science Review*, 2(4). <https://hdsr.mitpress.mit.edu/pub/cqnbp31/download/pdf> 8.3.2021
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2005). Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) report: A pre-K–12 curriculum framework. American Statistical Association. Retrieved from <https://www.amstat.org/asa/education/Guidelines-for-Assessmentand-Instruction-in-Statistics-Education-Reports.aspx>
- Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing." Preface to a Science of Mathematical Education*, D. Reidel, Dordrecht.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical strategies*, D. Reidel, Dordrecht, Chapters 5 and 6, pp. 133–209.
- Friel, S. N. (2008). The research frontier: Where technology interacts with the teaching and learning of data analysis and statistics. İçinde M.K. Heid ve G.W. Blume (Eds.) *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Cases and perspectives*, (2nd ed., pp.279-331). Greenwich, CT: Information Age Publishing. <https://archive.org/details/researchontechno0000unse/page/282/mode/2up> adresinden erişilmiştir.

- Friel, S. N. & Bright, G. W. (1995). *Graph knowledge: Understanding how students interpret data using graphs*. (ERIC Document No: 391 661). Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, Ohio.
- Friel, S. N. & Bright, G. W. (1996). *Building a theory of graphicacy: How do students read graphs?* (ERIC Document No: 395 277). Annual Meeting of the American Educational Research Association, New York.
- Friel, S. N., Bright, G. W., & Curcio, F. R. (1997). Reflections on practice: Understanding students' understanding of graphs. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(3), 224-227.
- Friel, S. N., Curcio, F. R. & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional applications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Frischemeier, D. (2019). Primary school students' reasoning when comparing groups using modal clumps, medians, and hatplots. *Math Ed Res J* 31, 485–505. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00261-6>
- Frischemeier, D., & Birk, L. (2024). Different lenses on distributions and the integration of context knowledge in data-ing processes of primary school students. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01647-y>
- Gal, I. & Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics education. In I. Gal and J. B. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education*, (pp. 1-13). Amsterdam: IOS Press and the International Statistical Institute.
- Gal, I., Rothschild, K. & Wagner, D. A. (1990), April, 'Statistical concepts and statistical reasoning in school children: Convergence or divergence?', Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association, Boston.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3)., 1-12, DOI: 10.1080/10691898.2002.11910676 <http://jse.amstat.org/v10n3/garfield.html>
- Garfield, J. (1994). Beyond testing and grading: Using assessment to improve students' learning. *Journal of Statistics Education* [Online], 2(1). Retrieved from the World Wide Web: <https://sites.google.com/a/shs-wasc.info/www/Assessment--BeyondTestsandGrading.pdf>
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: connecting research and teaching practice*. The Netherlands: Springer Science & Business Media.
- Garfield J. & Chance B. (2000). Assessment in statistics education: issues and challenges, *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1)-2, 99-125, DOI: 10.1207/S15327833MTL0202_5
- Garfield, J., DelMas, R. C. & Chance, B. L. (2003). The Web-based ARTIST: Assessment resource tools for improving statistical thinking. In *Annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago*. Retrived from https://www.causeweb.org/cause/archive/artist/articles/AERA_2003.pdf

- Garfield, J. B., & Gal, I. (1999a). Assessment and statistics education: Current challenges and directions. *International statistical review*, 67(1), 1-12.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999b). Teaching and assessing statistical reasoning. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 207-219.
- Ginsburg, H. P., & Oppen, S. (1988). *Piaget's theory of intellectual development*. (3th ed.) Prentice-Hall, Inc. <https://www.spc4erp.com/uploads/about-1471606029-piagets-theory-of-intellectual-development.pdf> sitesinden [17.01.2021] tarihinde erişilmiştir.
- Goldin, G. A. (1997). Observing mathematical problem solving through task-based interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Chapter 4*, 40-177.
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. *Handbook of research design in mathematics and science education*, 517-545.
- Goldstein, E. B. (2020). *Bilişsel psikoloji* (Çev. O. Gündüz). İstanbul: Kaknüs Yayınları (Orijinal yayın tarihi, 2008)
- Goodchild, S. (1988) School pupils' understanding of average. *Teaching Statistics* 10. 77-81.
- Gorman, R. M. (1972). *Discovering Piaget: A guide for teachers* ISBN: 0-675-09110-1 Columbus Ohio: Charles E. Merrill Publishing
- Gökce, R. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. (Doktora Tezi). Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli, Türkiye.
- Güler, H. K., & Didiş-Kabar, M. G. (2021). Ortaokul öğrencilerinin istatistiksel grafikleri okuma ve yorumlama düzeylerinin incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 10(1), 23-52. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.677238>
- Güven, B., Öztürk, T., & Özmen, Z. M. (2015). Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin İstatistiksel Süreçteki Deneyimlerinin İncelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 40(177), 343-363.
- Hammerman, J. K., & Rubin, A. (2004). Strategies for managing statistical complexity with new software tools. *Statistics Education research journal*, 3(2), 17-41.
- Hancock, C., Kaput, J. J. & Goldsmith, L. T. (1992). Authentic inquiry with data: Critical barriers to classroom implementation. *Educational Psychologist*, 27(3), 337-364
- Hardiman, P. T., Well, A. D., & Pollatsek A. (1984). Usefulness of a balance model in understanding the mean. *Journal of Educational Psychology* 76(5), 792-801
- Heinz, K. R. (2000). *Conceptions of ratio in a class of preservice and practicing teachers* (Order No. 9982337). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304641176). Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/conceptions-ratio-class-preservice-practicing/docview/304641176/se-2>
- Higgins, T., Mokros, J., Rubin, A., & Sagrans, J. (2023). Students' approaches to exploring relationships between categorical variables. *Teaching Statistics*, 45, s. 52-66.

- Hilton, A., Hilton, G., Dole, S. & Goos, M. (2013). Development and application of a two-tier diagnostic instrument to assess middle-years students' proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 25(4), 523-545.
- Holyoak, K. J., & Morrison, R. G. (2005). Thinking and Reasoning: A Reader's Guide. In *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* (pp. 1-9). Cambridge, England: Cambridge University Press
- Imenda, S. (2014). Is there a conceptual difference between theoretical and conceptual frameworks?. *Journal of Social Sciences*, 38(2), 185-195.
- Ismail, Z., Voon, L. L., & Wei, C. S. (2015). Assessing Statistical Reasoning Among Chinese Primary School Students. *Advanced Science Letters*, 21(7), 2239-2242. doi:10.1166/asl.2015.6254
- Jaques, D., & Salmon, G. (2006). *Learning in groups: a handbook for face-to-face and online environments* (4th ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203016459>
- Jimoyiannis, A. (2013). Using SOLO taxonomy to explore students' mental models of the programming variable and the assignment statement. *Themes in Science and Technology Education*, 4(2), 53-74.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., & Thornton, C. A. (2004). Models of development in statistical reasoning. In *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 97-117). Springer, Dordrecht.
- Jones, G. A., Thornton C. A., Langrall C. W., Mooney E. S., Perry B. & Putt I. J. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking, *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307, DOI: 10.1207/S15327833MTL0204_3 https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0204_3
- Kahraman, H., Kul, E. & Aydoğdu-İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 195-216.
- Kanuka, H. (2011). Interaction and the online distance classroom: Do instructional methods effect the quality of interaction?. *Journal of Computing in Higher Education*, 23(2-3), 143-156.
- Kaput, J. J., & West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 235-287): State University of New York Press, Albany.
- Karagöz-Akar, G. (2013). Oran-orantı kavram tanımları, rasyonel sayılar içerisindeki yeri ve doğrusallık kavramı ile ilişkisi. İçinde (Ed. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmentar, E. Bingölbalı, H. Şandır, A. Delice) *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*, s. 111-126, ISBN 978-605-170-316-9, Ankara: Anı Yayıncılık
- Karagöz-Akar, G. (2019). Oran, orantı kavramları ve öğretimi. İçinde (Ed. G. Hacıömeroğlu, K. Tarım) *Matematik öğretiminin temelleri: Ortaokul*, s. 329-346, ISBN 978-605-170-316-9, Ankara: Anı Yayıncılık
- Karlı, M. G. & Yıldız, E. (2022). Yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümüne yönelik geliştirdikleri hatalı stratejiler. *Journal of Qualitative Research in Education*, 29, 111-148, doi: 10.14689/enad.29.5

- Kawakami, T. (2018). How models and modelling approaches can promote young children's statistical reasoning. In *Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10)*. Retrieved from https://iase-web.org/icots/10/proceedings/pdfs/ICOTS10_2G1.pdf.
- Kazak, S. (2016). İstatistiksel akıl yürütme gelişimi üzerine teorik çerçeveler. İçinde (Ed. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat) *Matematik eğitiminde teoriler*, s. 201-213, ISBN 978-605-318-380-8, Ankara: Pegem Akademi Yayınları
- Kazak, S., & Konold, C. (2010, July). Development of ideas in data and chance through the use of tools provided by computer-based technology. In *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)*.
- Kazak, S., Pratt, D. & Gökce, R. (2018). Sixth grade students' emerging practices of data modelling. *ZDM Mathematics Education* **50**, 1151–1163. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0988-3>
- Keleş, A. T., & Çınar, C. (2023). Strategies Used by Eighth Grade Students in Solving Problems Requiring Proportional Reasoning. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)*, 4(1), 1– 20
- Koichu, B., & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 349-365.
- Konold, C., Harradine, A., & Kazak, S. (2007). Understanding distributions by modeling them. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12, 217-230.
- Konold, C., & Higgins, T. (2002). Highlights of related research. In S. J. Russell & D. Schifter & V. Bastable (Eds.), *Developing mathematical ideas: Working with data* (pp. 165–201). Parsippany, NJ: Seymour.
- Konold, C., & Higgins, T. (2003). Reasoning about data. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 193-215). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- Konold, C., Higgins, T., Russell, S. J., & Khalil, K. (2015). Data seen through different lenses. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 305-325.
- Konold, C., & Kazak, S. (2008). Reconnecting data and chance. *Technology innovations in statistics education*, 2(1), 1-37.
- Konold, C., & Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 259-289.
- Konold, C., & Pollatsek, A. (2004). Conceptualizing an average as a stable feature of a noisy process. In *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 169-199). Springer, Dordrecht.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., & Gagnon, A. (1997). Students analyzing data: Research of critical barriers. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (Proceedings of the 1996 International Association of Statistics Education round table conference, pp. 151–167). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

- Koparan, T. (2013). İstatistiksel düşünme modellerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 12(3), 730-739. <https://www.researchgate.net/publication/273695649>
- Koparan, T., & Güven, B. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin istatistiksel düşünme seviyelerindeki farklılaşma üzerine bir araştırma. *İlköğretim Online*, 12(1), 158-178.
- Koparan, T., & Güven, B. (2014). Ortaokul öğrencilerinin istatistiksel düşünme seviyelerinin M3ST modeline göre incelenmesi. *EĞİTİM VE BİLİM*, 39(171). <http://eb.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/1518/634> adresinden erişilmiştir.
- Lamon, S. J. (1989). *Ratio and proportion: Preinstructional cognitions* (Order No. 8923334). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303742177). Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/ratio-proportion-preinstructional-cognitions/docview/303742177/se-2?accountid=7181>
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for research in mathematics education*, 24(1), 41-61. <https://www.jstor.org/stable/749385>
- Lamon, S. J. (1994). Ratio and proportion: cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel & J. Confrey (Eds), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp 89-119). Albany, NY: State University on New York Press.
- Langrall, C.W., Mooney, E.S., Hofbauer, P.S., & Johnson, Y.A. (2001). Refining a framework on middle school students' statistical thinking. In R. Speiser, C.A. Maher and C.N. Walter (Eds), *Proceedings of the twenty-third annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 437-448). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED476626.pdf>
- Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics teaching in the middle school*, 6(4), 254-261.
- Law, N., Yuen, J., Wong, W. O., & Leng, J. (2011). Understanding learners' knowledge building trajectory through visualizations of multiple automated analyses. In *Analyzing Interactions in CSCL* (pp. 47-82). Springer, Boston, MA.
- Leavy, A., & Hourigan, M. (2021). Data Modelling and Informal Inferential Reasoning: Instances of Early Mathematical Modelling. In: Suh, J.M., Wickstrom, M.H., English, L.D. (eds) *Exploring Mathematical Modeling with Young Learners. Early Mathematics Learning and Development*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-63900-6_4
- Leavy, A.M., & Sloane, F. (2017). Insights into the approaches of young children when making informal inferences about data. *CERME (Conference of the European Society for Research in Mathematics Education)*, 9p.
- LeCompte, M. D. & Goetz, J. P. (1982) Ethnographic data collection in evaluation research. In D. M. Fetterman (Ed.) *Ethnography in educational evaluation*. Beverly Hills, CA: Sage.

- Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). National Council of Teachers of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates.
- Leung, C. F. (2000). Assessment for learning: Using SOLO taxonomy to measure design performance of design & technology students. *International Journal of Technology and Design Education*, 10(2), 149-161.
- Li, D. Y., & Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14 (1), 2-8.
- Lockhart, P. (2023). *Aritmetik*. (Çev. Ü. Işlak) ISBN: 978-605-312-527-3 Ankara: TÜBİTAK Yayınları
- Lucas, U., & Mladenovic, R. (2009). The identification of variation in students' understandings of disciplinary concepts: The application of the SOLO taxonomy within introductory accounting. *Higher Education*, 58(2), 257-283.
- MacCullough, D. L. (2007). *A study of experts' understanding of arithmetic mean* (Order No. 3266159). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304834155). Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/study-experts-understanding-arithmetic-mean/docview/304834155/se-2>
- Maher, C. A., & Sigley, R. (2020). Task-based interviews in mathematics education. In S. Lerman (ed), *Encyclopedia of mathematics education*, 821-824. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_147
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 152-173.
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1).
- Makar, K., & Rubin, A. (2014, July). Informal statistical inference revisited. In *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9)* (Vol. 9, pp. 1-6).
- McClain, K., Cobb, P. & Gravemeijer, K. (2000). Supporting students' ways of reasoning about data. In Burke, Maurice J. & Curcio, R. Frances (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century, 2000 Yearbook*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- McGill, R. M. (2013). *100 Ideas for secondary teachers: outstanding lessons*. London: Bloomsbury Publishing
- McKnight, C. (1990). Critical evaluation of quantitative arguments. In G. Kulm (ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics* (pp. 169-185). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- Mejía-Ramos, J.P., & Weber, K. (2020). Using task-based interviews to generate hypotheses about mathematical practice: mathematics education research on mathematicians' use of examples in proof-related activities. *ZDM Mathematics Education* (52), 1099–1112. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01170-w>
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma. Desen ve uygulama için bir rehber*. (Çev. Ed.: S. Turan). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

- Mersin, N. (2018). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 7(4), 319–348. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.426627>
- Meylasari, N. D., Sujadi, I., & Subanti, S. (2021). The profile of students with Moderate initial statistical thinking ability in analyzing and interpreting data. *International Journal of Multicultural and Multireligious Understanding*, 8(1), 79-91.
- Michalopoulou, A., & Kafoussi, S. (2024). Investigating statistical predictions with first graders in Greece. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(2), em0771. <https://doi.org/10.29333/iejme/14247>
- Miller, P. H. (2017). *Gelişim psikolojisi kuramları* (Çev. Z. Gültekin) Ankara: İmge Kitabevi Yayınları
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar). MEB Yayınları. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2024). Matematik Dersi Öğretim Programı (5-8). <https://mufredat.meb.gov.tr/>
- Mokros, J., & Russell, S. J. (1995). Children's Concepts of Average and Representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20–39. <https://doi.org/10.2307/749226>
- Mooney, E. S. (1999). *Development of a middle school statistical thinking framework* (Order No. 9927773). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304504852). Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/development-middle-school-statistical-thinking/docview/304504852/se-2>
- Mooney E. S. (2002). A Framework for Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking, *Mathematical Thinking and Learning*, 4(1), 23-63, DOI: 10.1207/ S15327833MTL0401_2 https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0401_2
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*, 95-137.
- Moritz, J. B., & Watson, J. M. (1997). Graphs: Communication lines to students?. In *Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 1, pp. 334-351).
- Moroney, M. J. (1956). *Facts from figures*. Third edition. London: Penguin Books Internet Archive üzerinden [21.12.2024] tarihinde erişilmiştir.
- Mosenthal, P. B., & Kirsch, I. S. (1990). Understanding graphs and charts, Part I. *Journal of Reading*, 33(5), 371-373.
- Murray, S., & Gal, I. (2002). Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston.VA: NCTM.
- Noelting, G. (1980a). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I Differentiation of stages, *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217–254.
- Noelting, G. (1980b). The development of proportional reasoning and the ratio concept Part II—problem-structure at successive stages; problem-solving strategies and

- the mechanism of adaptive restructuring. *Educational Studies in mathematics*, 11(3), 331-363.
- Noll, J., & Shaughnessy, J. M. (2012). Aspects of students' reasoning about variation in empirical sampling distributions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 509-556.
- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, (72) 30-34.
- Oslington, G., Mulligan, J. & Van Bergen, P. (2020). Third-graders' predictive reasoning strategies. *Educational Studies in Mathematics* **104**, 5–24. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09949-0>
- Özen-Yılmaz, G. (2019). *Investigating middle students' achievement and strategies proportional reasoning problems*. (Yüksek Lisans Tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, Türkiye.
- Özmen, Z. M., & Baki, A. (2019). 5-8. sınıf matematik öğretim programının istatistik okuryazarlığı bağlamında incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 1063-1082.
- Özmen, Z. M., Güven, B., & Kurak Y. (2020) Determining the graphical literacy levels of the 8th grade students. *Eurasian Journal of Educational Research*, 20(86), 269-292
- Öztürk-Zora, L. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi), Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye.
- Öztürk, L. (2019). *9. sınıf öğrencilerinin veri grupları üzerine informel çıkarımsal akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.
- Padiotis, I., & Mikropoulos, T. A. (2010). Using SOLO to evaluate an educational virtual environment in a technology education setting. *Educational Technology & Society*, 13(3), 233-245
- Pakmak, G. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi), Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli, Türkiye.
- Parker, M. (1999). Building on “Building Up”: Proportional-Reasoning Activities for Future Teachers. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(5), 286–289. <http://www.jstor.org/stable/41180624>
- Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). Percent: A Privileged Proportion. *Review of Educational Research*, 65(4), 421–481. <https://doi.org/10.2307/1170703>
- Patel, A., & Pfannkuch, M. (2018). Developing a statistical modeling framework to characterize Year 7 students' reasoning. *ZDM Mathematics Education* **50**, 1197–1212. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0960-2>
- Pearson, P.D., & Johnson, D.D. (1978). Teaching reading comprehension. Holt, Rinehart and Winston, New York.

- Petrosino, A. J., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Structuring error and experimental variation as distribution in the fourth grade. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2&3), 131-156.
- Pfannkuch, M., & Reading, C. E. (2006). Reasoning about distribution: A complex process. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 4-9, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj> © International Association for Statistical Education (IASE/ISI), November, 2006
- Pfannkuch, M. & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17-57). Springer, Dordrecht.
- Piaget, J. (2016). *Zekâ psikolojisi*. (Çev. İ. H. Yılmaz) ISBN: 978-605-5302-93-1 İstanbul: Pinhan Yayıncılık.
- Piaget, J. (2017). *Çocukta karar verme ve akıl yürütme* (Çev. S. E. Ziyavuşgil) ISBN: 978-9944-341-23-3 Ankara: Palme Yayıncılık.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (2016). *Çocuk psikolojisi*. (Çev. O. Türkay) ISBN: 978-605-5302-84-9 İstanbul: Pinhan Yayıncılık
- Pişkin-Tunç, M. (2020). Investigation of middle school students' solution strategies in solving proportional and nonproportional problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 1-14.
- Pittalis, M., Christou, C., & Papageorgiou, E. (2003). Students' ability in solving proportional problems. In *Proceedings of the 3rd European Research Conference in Mathematics Education*: Bellaria: Italy (Vol. 3).
- Pollatsek, A., Lima, S., & Well, A. D. (1981). Concept or Computation: Students' Understanding of the Mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 191–204. <http://www.jstor.org/stable/3482364>
- Post, T. R., Behr, M. J. & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of prealgebra understanding, in A. Coxford and A. Schute (eds), *The Ideas of Algebra, K–12, 1988 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, Reston, VA.: The Council, pp. 78–90.
- Prodromou, T., & Pratt, D. (2006). The role of causality in the co-ordination of two perspectives on distribution within a virtual simulation. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 69-88.
- Reaburn, R. (2012). Strategies Used by Students to Compare Two Data Sets. In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons (Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)*. Singapore: MERGA. © Mathematics Education Research Group of Australasia Inc. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED573363.pdf>
- Reading, C., & Canada, D. (2011). Teachers' knowledge of distribution. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics—Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 223–234). New York: Springer.
- Reading, C., & Reid, J. (2006). An emerging hierarchy of reasoning about distribution: From a variation perspective. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 46–68.

- Reading, C., & Reid, J. (2010, July). Reasoning about variation: rethinking theoretical frameworks to inform practice. In *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*.
- Riehl, S. M., & Steinhorsdottir, O. B. (2014). Revisiting Mr. Tall and Mr. Short. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 20(4), 220-228.
- Riehl, S. M., & Steinhorsdottir, O. B. (2019). Missing-value proportion problems: The effects of number structure characteristics. *Investigations in Mathematics Learning*, 11(1), 56-68.
- Ryle, G. (2020). *Zihin kavramı*. (Çev. S. Çelik) ISBN: 978-975-553-548-7 Ankara: Doruk Yayıncılık
- Satan, N., & Gelbal, S. (2023). Ortaokul matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik alan bilgilerinin incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 1074-1107.
- Schreiter, S., & Vogel, M. (2023, February). Eye-tracking measures as indicators for a local vs. global view of data. In *Frontiers in Education* (Vol. 7, p. 1058150). Frontiers Media SA.
- Schreiter, S., & Vogel, M. (2024). Students' local vs. global views of data distributions: a cross-grade-level analysis using eye-tracking. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10352-2>
- Sevim, K. (2019). *Veri işleme öğrenme alanının ortaokul matematik ders kitaplarında işlenişinin öğretim programı açısından değerlendirilmesi*. (Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.
- Sezgin-Memnun, D. (2013). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çizgi grafik okuma ve çizme becerilerinin incelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, 8(12), 1153-1167
- Sharma, S. (2013). Assessing students' understanding of tables and graphs: implications for teaching and research. *International Journal of Educational Research and Technology*, 4(4), 61-69.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics' reasoning and learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 957-1009.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Pt. 1, pp. 205–238). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Smith, E. E., & Kosslyn, S. M. (2017). *Bilişsel psikoloji: Zihin ve beyin*. (Çev. Ed.: M. Şahin). Ankara: Nobel Yayınevi. (Orijinal yayın tarihi, 2010)
- Strauss, S., & Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 64–80. <https://doi.org/10.2307/749111>
- Şengül S., & Katrancı Y. (2013). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin “tablo ve grafikler” konusu ile ilgili yakınsal gelişim alanlarının belirlenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 6(5), 633-665
- Tabart, P., Skalicky, J., & Watson, J. (2005). Modelling proportional thinking with threes and twos. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 10(3), 27-32.

- Tereci, A., & Bindak, R. (2019). 2010-2017 yılları arasında Türkiye'de matematik eğitimi alanında yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [MSKU Journal of Education]*, 6(1), 40-55. DOI: 10.21666/muefd.485737
- Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 179–223). Albany: State University of New York Press.
- Tosun, T. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin grafik algılarının ve grafik oluşturma yeterliliklerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi), Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın, Türkiye.
- Tosun, T. & Özen-Ünal, D. (2019). Veri ve olasılık öğrenme alanlarında yapılmış çalışmaların içerik analizi. *Ege Eğitim Dergisi*, 20(1), 244-261. doi:10.12984/eegefd.489275
- Tourniaire, F. (1986). Proportions in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, 17(4), 401-412.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği, Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. (Çev. Edit. S. Durmuş), 7. Baskıdan Çeviri. Nobel Ankara: Akademik (Orijinal çalışma basım tarihi 2010). ISBN: 978-605-133-423-3
- Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication... and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, 28(3), 360-381.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. <https://archive.org/details/numberconceptsop0002unse> sitesinden [15.12.2020] tarihinde erişilmiştir.
- Wadhwa, S. (2008). *A handbook of teaching & learning*. New Delhi, India: Sarup & Sons. <https://books.google.com.tr> sitesinden [17.01.2021] tarihinde erişilmiştir.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23
- Watson, J.M. (2006). *Statistical literacy at school: growth and goals* (1st ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203053898>
- Watson, J. M., & Callingham, R.A. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3-46.
- Watson, J. M., Callingham, R. A., & Donne, J. M. (2008). Proportional reasoning: Student knowledge and teachers' pedagogical content knowledge. In *MERGA* (pp. 563-571). <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.854.1435&rep=rep1&type=pdf#page=522>
- Watson, J. M., Collis, K. F., Callingham, R. A., & Moritz, J. B. (1995). A model for assessing higher order thinking in statistics. *Educational Research and Evaluation*, 1(3), 247-275.

- Watson, J., & Fitzallen, N. (2010). The development of graph understanding in the mathematics curriculum: Report for the NSW Department of Education and Training. Sydney: *State of New South Wales through the Department of Education and Training*.
https://www.researchgate.net/profile/Noleine_Fitzallen/publication/260677483
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1999a). The beginning of statistical inference: Comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, 37(2), 145-168.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1999b). Interpreting & predicting from bar graphs. *Australasian Journal of Early Childhood*, 24(2), 22-27.
<https://doi.org/10.1177/183693919902400206>
- Watson, J. M., & Shaughnessy, J. (2004). Proportional reasoning: Lessons from research in data and chance. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 10(2), 104-109.
- Wilmot, D. J. B. (2008). *Assessing progress toward college readiness with psychometric and cognitive models of student learning in mathematics* (Order No. 3353350). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304694826). Retrieved from <https://search.proquest.com/dissertations-theses/assessing-progress-toward-college-readiness-with/docview/304694826/se-2?accountid=7181>
- Wu, Y. (2004, July). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Work presented at the *10th International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, Denmark.
- Yağız, H. G. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin veri işleme süreçlerindeki istatistiksel akıl yürütme düzeylerinin incelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye.
- Yanık, H. B. (2013). Rasyonel sayılar. İçinde (Ed. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır, A. Delice) *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*, s. 95-110, ISBN 978-605-170-316-9, Ankara: Anı Yayıncılık
- Yanık, H. B., Özdemir, G. ve Eryılmaz-Çevirgen, A. (2017). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan veri işlemeye yönelik görevlerin incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 45-61.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013) *Sosyal bilimlerde nitel araştırma*. (Genişletilmiş 9. Baskı), Seçkin Yayıncılık, Ankara. ISBN: 978-975-02-2603-8
- Yılmaz, M. A. (2021). *İstatistik okuryazarlığı: temel seviye (temel istatistik)*, Paradigma Akademi Yayınları, Çanakkale. ISBN: 978-625-8009-29
- Zieffler, A., Garfield, J., DelMas, R., & Reading, C. (2008). A Framework to Support Research on Informal Inferential Reasoning5. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 40-58.
- Zoellick, B., Schaffler, M., Flubacher, M., Weatherbee, R., & Webber, H. (2016). Data Literacy: Assessing Student Understanding of Variability in Data. *Baltimore, MD*

EKLER

EK-1 İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Öğrenci Kılavuzu

1. Her soru 2 bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde “Doğru” veya “Yanlış” seçeneklerinden birini daire içine alınız.

2. İkinci bölümde cevabınızı en iyi açıkladığını düşündüğünüz seçeneği işaretleyiniz.

Soru 1: Koşu Turları:

Sude ve Can, eşit oranda hızlı şekilde bir koşu pistinde koşuyordu. Koşuya ilk başlayan Can’dır. Can 4 tur attığında, Sude 2 tur atmıştır.

Sude 6 tur koşuyu tamamladığında, Can 12 tur koşmuştur.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Ne kadar çok koşarlarsa, Can Sude’nin önüne o kadar çok geçer.
- B. Can, her zaman Sude’nin 2 tur önündedir.
- C. Can, Sude’nin tamamladığı koşunun iki katını tamamlar.
- D. Sude, toplamda 6 tur atmak için 3 kez 2 tur koşar, Can toplamda 12 tur atmak için 3 kez 4 tur atar

Soru 2: Pasta

Pasta yapmak için, 4 bardak şeker 10 bardak un gerekmektedir.

Daha büyük bir pasta yapmak için, bu tarifi, 6 bardak şeker ve 15 bardak un kullanarak yapmanız gerekmektedir.

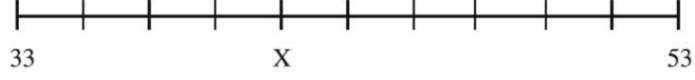
Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Un miktarını değiştirmek gerekmez.
- B. 2 bardak daha şeker gerektiği için, 2 bardak daha un gerekir.
- C. Şekeri yarı oranda arttırdığınız için unu da yarı oranda arttırmanız gerekir.
- D. Her zaman için şekerden altı bardak fazla un gerekir.

EK-1 (Devamı) İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Soru 3: Sayı Doğrusu



Bu sayı doğrusunda, X, 37'yi temsil eder.

Doğru veya Yanlış

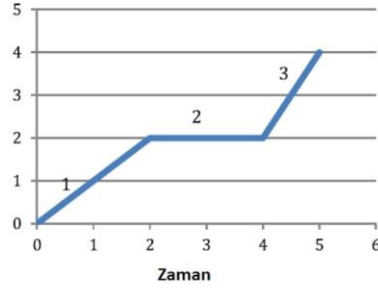
Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. X, doğrudan 4 cm ileridedir ve $33+4=37$.
- B. X'in, 33'e 53'ten daha yakın olması gerekir.
- C. X neredeyse doğrunun tam ortasındadır bu yüzden cevap doğrudur.
- D. X, 33'ten 8 fazladır.

Soru 4: Özgür ile eve gitmek

Özgür eve bisikletiyle gitmiştir. Kısa bir süreliğine sabit hızda sürmüştür ve ardından dinlenmiştir. Dinlendikten sonra, bisikleti ilk hızının iki katı hızında sürmeye başlamıştır. Yolculuğu temsil etmek için bir grafik çizmiştir.

Aşağıda Özgür'ün çizdiği grafik doğrudur:



Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. 3. Bölüm'de aldığı yol, 1. Bölüm'de aldığı yoldan daha fazladır.
- B. 3. Bölüm, 1. Bölüm'den iki kat daha diktir.
- C. 3. Bölüm, iki kat daha uzun olmalıdır.
- D. 1. ve 3. Bölüm, zaman açısından eşittir.

EK-1 (Devamı) İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Soru 5: Yıl Sonu Aktiviteleri

Bu tablo, 5. Sınıf ve 6. Sınıf öğrencileri tarafından oylanan yılsonu aktivitelerini göstermektedir.

Sınıf Seviyesi	Plajı Seçen Öğrenciler	Sinemayı Seçen Öğrenciler	Toplam Öğrenci Sayısı
5.sınıf	8	14	22
6.sınıf	7	6	13

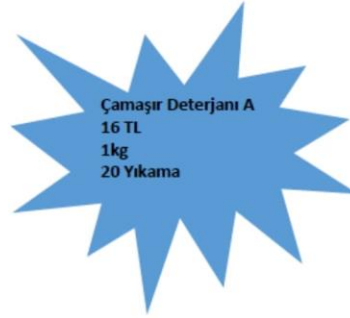
Plaja gitmek, 6. Sınıf öğrencileri için 5. sınıf öğrencilerinden daha popüler bir seçimdir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A) Daha çok sayıda 5. Sınıf öğrencisi plaja gitmeyi seçmiştir.
- B) Sadece 6 tane 6. Sınıf öğrencisi plaja gitmemeyi seçmiştir.
- C) Daha az sayıda 6. Sınıf öğrencisi plajı seçmiştir ama sınıfta daha az öğrenci vardır.
- D) 6. Sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası plaja gitmeyi seçmiştir ve 5. Sınıf öğrencilerinin yarısından azı plaja gitmeyi seçmiştir.

Soru 6: Çamaşır Günü



Çamaşır deterjanı A, daha karlıdır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Çamaşır deterjanı A, daha ucuzdur.
- B. Çamaşır deterjanı B biraz daha pahalıdır ama 10 kez fazla çamaşır yıkanır.
- C. Çamaşır yıkama eylemi başına ödenen ücret daha azdır.
- D. İki çamaşır deterjanı da eşit derecede karlıdır.

EK-1 (Devamı) İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Soru 7: Şarkı Söyleme

5 çocuktan oluşan bir grubun şarkı söylemesi 4 dakika sürmektedir.

10 çocuktan oluşan bir grubun aynı şarkıyı söylemesi 8 dakika sürmektedir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Çocuk sayısını iki katına çıkarınca, şarkıyı söyleme süresi de iki katına çıkar.
- B. Çocuk sayısını iki katına çıkarmak, şarkıyı söyleme süresini yarıya indirir.
- C. Çocuk sayısı, şarkıyı söyleme süresini etkilemez.
- D. Daha fazla çocuk eklemek, şarkıyı söyleme süresini artırır.

Soru 8: Hızlı George

Alper 100 metreyi 20 saniyede koşmaktadır.

Eğer aynı mesafeyi hızını iki kat arttırarak koşarsa, süre iki katına çıkacaktır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Hız iki katına çıkınca, süre de iki katına çıkar.
- B. Hız iki katına çıkınca, süre yarıya iner.
- C. Mesafe değişmez.
- D. Daha hızlı koşmak, daha az zaman alır.

Soru 9: Garip Müzik

Selin, 84 TL değerinde bir iPod almak için para biriktirmeye karar verdi. Ona yardımcı olmak için, Selin'in annesi, Selin'in biriktirdiği her 2 TL için ona 5 TL vermeyi kabul etti.

Selin 24 TL biriktirdi, yani iPod alabilecek paraya sahiptir.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. Selin ve annesi, iPod için gerekenden fazla paraya sahip.
- B. Selin ve annesi, iPod için gereken paraya hala sahip değil.
- C. Selin'in annesi, Selin'e 60 TL verecek.
- D. Selin'in annesi daha fazla para verirse, sorun olmayacak.

EK-1 (Devamı) İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Soru 10: Çit Boyama

6 kişi 3 günde çit boyama işlemini tamamlıyor.

Herkes aynı oranda boyarsa, 12 kişinin çiti boyaması 2 gün alır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

A. Gün sayısı ile kişi sayısı çarpıldığında aynı sonuç elde edilmeli, bu yüzden 9 kişiye ihtiyaç var.

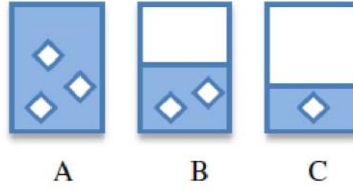
B. Eğer süreyi 1 gün azaltırsak, kişi sayısını da 1 kişi artırmalıyız, yani 7 kişiye ihtiyacımız var.

C. Eğer süreyi 1 gün azaltırsak, kişi sayısını da 2 kişi azaltmalıyız, yani 4 kişiye ihtiyacımız var.

D. Daha az süre olduğu için, daha fazla kişi gerekir.

Soru 11: Üç kap

Üç kaptaki farklı oranlarda su ve şeker vardır. A kabı, 3 küp şeker ile sonuna kadar suyla doludur. B kabı, 2 küp şeker ile yarı oranda suyla doludur. C kabı, 1 küp şeker ile üçte bir oranında su ile doludur.



Şekerler karıştırıldığında, en tatlısı **B** kabı olur.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

A. A Kabı en tatlıdır çünkü en çok şeker ondadır.

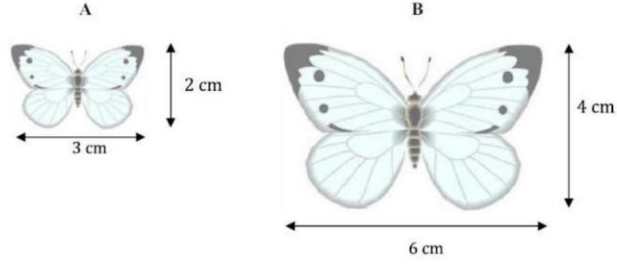
B. C Kabı en tatlıdır çünkü en az su ondadır.

C. B Kabını tamamen doldurmak için, 4 küp şeker gerekir.

D. Hepsinin tatlılık seviyesi aynıdır.

EK-1 (Devamı) İki Aşamalı Orantısal Akıl Yürütme Teşhis Testi

Soru 12: Böcek Çizmek



Bill iki şekil çizmiştir.

B böceğinin kapladığı alan, A böceğinin kapladığı alanın iki katıdır.

Doğru veya Yanlış

Çünkü (en iyi nedeni seçiniz)

- A. B Böceğinin kapladığı alan, 4 kat daha büyüktür.
- B. A böceğinin genişliği, B böceğinin genişliğinin yarısıdır.
- C. B böceğinin uzunluğu, A böceğinin uzunluğunun iki katıdır.
- D. Bill yalnızca bir boyutu iki katına çıkarmıştır.

Doğru Seçenekler

Madde 1. Yanlış/ B şıkkı	Madde 7. Yanlış/ C şıkkı
Madde 2. Doğru/ C şıkkı	Madde 8. Yanlış/ B şıkkı
Madde 3. Yanlış/ D şıkkı	Madde 9. Doğru/ C şıkkı
Madde 4. Doğru/ B şıkkı	Madde 10. Yanlış/ A şıkkı
Madde 5. Doğru/ D şıkkı	Madde 11. Doğru/ C şıkkı
Madde 6. Doğru/ C şıkkı	Madde 12. Yanlış/ A şıkkı

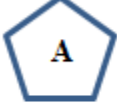
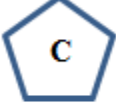
TrabLim Görevi

Trabzon'un yerel bir içecek markası yeni bir limonata ürününü üretip satışı çıkarmak istiyor. Firmanın sorumlu personeli farklı markaların *bir şişelik* karışımlarında kullandıkları *limon suyu ve saf su* miktarlarını incelemiş ve bu markalardan hangisinin limonata ürününün Trabzon halkı tarafından daha çok beğenildiğini araştırmak için bir anket düzenlemiştir.

Aşağıdaki grafikler soldan sağa A, B, C, D, E ve F markaları ile ilgili yapılan incelemenin ve anketin sonuçları sunulmuştur. Anketin sonuçlarını değerlendirme ve bu markalardan hangisinin benzeri bir limonata oluşturulacağına karar verme sorumluluğu size devredilmiştir.

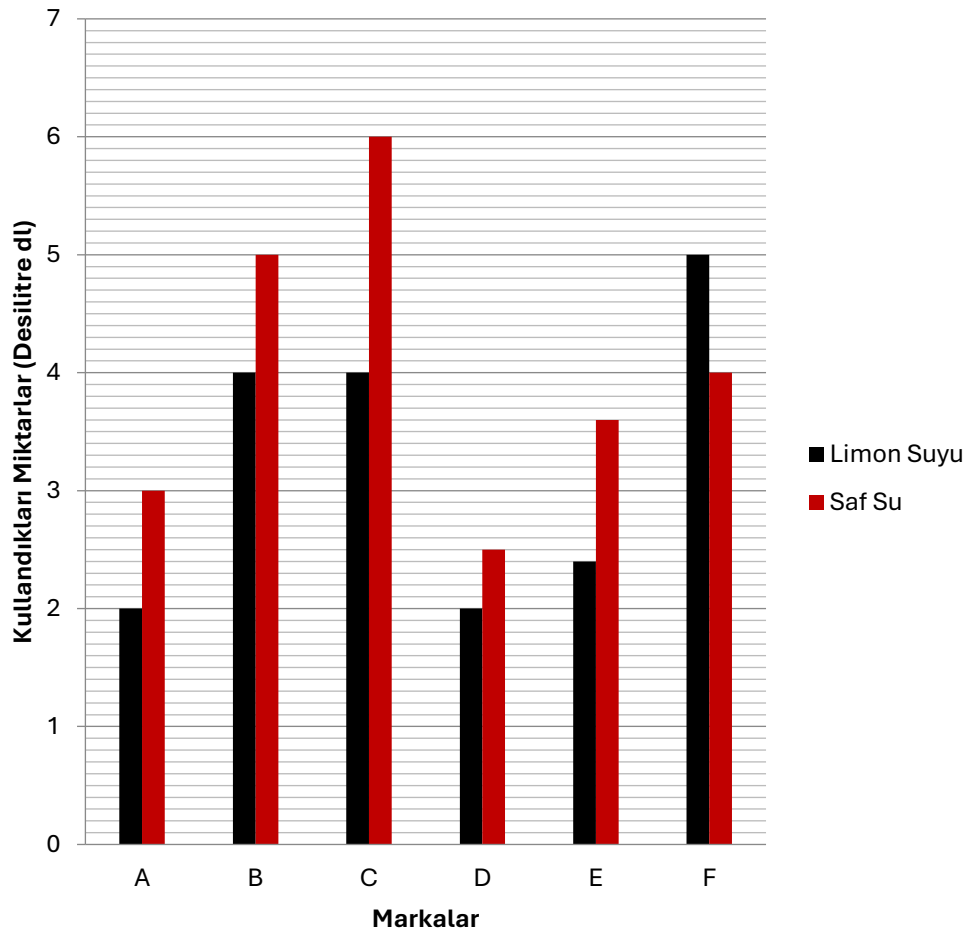
Yapılan ankette örnek bir tercih durumu aşağıda verilmiştir.

Aşağıda daha önce limonata ürününü deneme olanağı bulduğunuz markalar yer almaktadır. Hangi markanın limonata ürününü en çok beğendiğinizi tek bir şıkkı işaretleyerek belirtebilir misiniz?

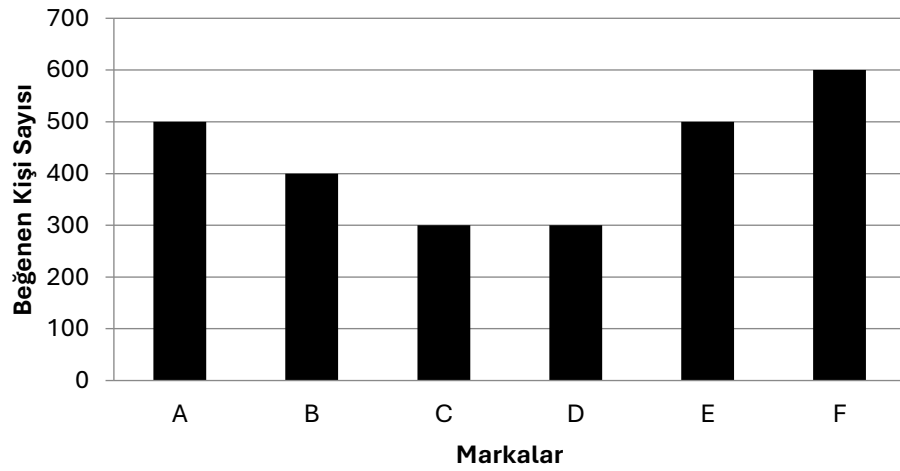
					
☐	☐	☒	☐	☐	☐
					

EK-2 (Devamı) Görev Temelli Görüşme Protokolü 1

Farklı Markaların Kullandıkları Limon Suyu/Saf Su Miktarları Grafiği



Markaların Limonata Ürünü Beğenen Kişi Sayısı



EK-2 (Devamı) Görev Temelli Görüşme Protokolü 1

	İstatistiksel Akıl Yürütme Soruları
(S-1) V.O.	Yukarıdaki grafiğe göre F markasının ürününü beğenen kaç kişi vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-2) V.O.	D markasının ürününün bir şişesinin karışımında ne kadar limon suyu vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-3) V.O.	E markasının ürününün bir şişesinin karışımında ne kadar saf su vardır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-4) V.A.O. (K)	Ürünü en az beğenilen marka ya da markalar hangisi ya da hangileridir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-5) V.A.O. (B)	C markası ürününde kaç desilitrelik şişe kullanmaktadır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-6) V.A.O. (B)	Ankete kaç kişi katılmıştır? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
(S-7) V.A.O.- O.A.Y. (K)	Karışımındaki limon suyu ve saf su miktarlarından yola çıkarak F marka ürünün karışımının tadı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Neden?
(S-8) V.A.O.-O.A.Y. (K)	Tadı en az ekşi olan karışım hangi marka ya da markaların ürününe aittir? Neden?
(S-9) V. Ö.O. (Ç)	Grafiklere göre hangi markanın ürününün karışımının kullanılmasına karar verilmelidir? Neden?
(S-10) V. Ö.O. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır. (Ç)	E markasının ürününü beğenenlerin tamamı fikrini değiştirip F markasının ürününü beğendiklerini söylerse grafikte bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsanız yeni grafiği bize çizer misiniz?
(S-11) V. Ö.O. (Ç)	Bir üstteki soruda anlatılan durum gerçekleşirse kararınızda bir değişiklik olur mu? Neden? (9. Soruda belirttiğiniz karar.)
(S-12) V. Ö.O. (T)	Ankete yeni kişilerin de katılması kararlaştırılırsa yeni kişilerin hangi markanın ya da markaların karışımına sahip ürünü beğeniyor olmalarını beklersiniz? Neden?
(S-13) V. Ö.O.- O.A.Y. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır (Ç ve T)	A markasından bir şişe ile E markasından bir şişe karıştırılıp her iki markayı beğenenlerin denemeleri sağlanırsa nasıl tepki vermelerini beklersiniz? Grafiklerde bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsan bize yeni grafiklerin nasıl olabileceğini çizer misiniz? (A ve E den birer şişe karıştırılıp herkesin denemesine yetecek kadar karışım oluşturulduğu düşünülecektir.)
(S-14) V.Ö.O.-O.A.Y. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır (Ç ve T)	A markasından bir şişe ile B markasından bir şişe karıştırılıp her iki markayı beğenenlerin denemeleri sağlanırsa nasıl tepki vermelerini beklersiniz? Grafiklerde bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsan bize yeni grafiklerin nasıl olabileceğini çizer misiniz? (A ve B den birer şişe karıştırılıp herkesin denemesine yetecek kadar karışım oluşturulduğu düşünülecektir.)

EK-2 (Devamı) Görev Temelli Görüşme Protokolü 1

(S-15) V.Ö.O.-O.A.Y. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır (Ç ve T)	C markasından ve F markasından eşit miktarlarda karıştırılıp her iki markayı beğenenlere denettirilirse nasıl tepki vermelerini beklersin? Grafiklerde bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsan bize yeni grafiklerin nasıl olabileceğini çizer misiniz? (C ve F den eşit miktarlarda karıştırılıp herkesin denemesine yetecek kadar karışım oluşturulduğu düşünülecektir.)
(S-16) V. Ö.O. (E)	Grafiklerden hangi bilgi veya bilgilere ulaşamıyoruz? Ulaşamadığın bilgilere ulaşman sağlanırsa ne düşünürsünüz? Detaylı bir açıklama yapmanız beklenmektedir.
(S-17) V.Ö.O.-O.A.Y. (Karma)	B markasının karışımının tadını A markasının karışımının tadı ile aynı yapmak için ne yapılabilir? Neden? Alt Soru 1: Eğer kanunlar birebir aynı karışımın oluşturulmasını engelliyorsa istediğiniz durumu nasıl gerçekleştirirsiniz? Alt Soru 2: B markasının girişiminin beğenilme durumunu nasıl etkileyeceğini düşünüyorsun?

Not. K: Karşılaştırma B: Birleştirme Ç: Çıkarım T: Verilere Dayalı Tahmin T ve Ç: Tahmin ve Çıkarım E: Extrapolasyon (Genişletme anlamında)

EK-3 Görev Temelli Görüşme Protokolü 2

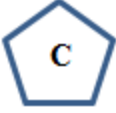
Özel Ortaokul Görevi

Eskişehir ilinde bir özel ilkokul öğrencilerini ve velilerini sonraki öğrenim kademesi hakkında bilgilendirmek amacıyla bir araştırma yapmıştır. İl genelindeki özel ortaokullar hakkında bilgi toplayan kurum yetkilileri Liselere Giriş Sınavında *aynı ve üst düzey başarıyı yakalayan* altı kurumu ele almıştır. Ele alınan özel ortaokulların öğrenci sayılarını ve şube sayılarını tespit eden kurum ayrıca daha önce okullarla bağlantısı olan ve bu okullar hakkında bilgisi olan öğrenci, veli ve öğretmenlerden *bir kısmının* bu okullardan hangisini en çok beğendiklerini belirlemek amacıyla bir anket düzenlemiştir.

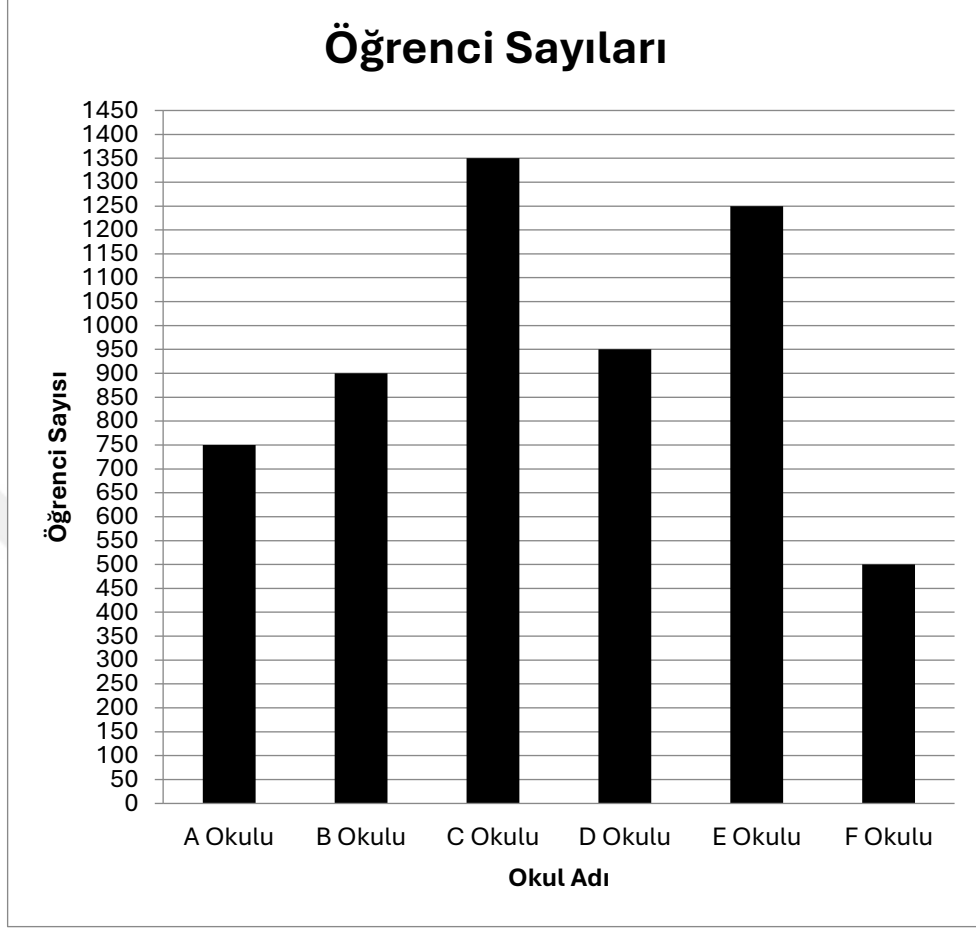
Aşağıdaki grafiklerde soldan sağa A, B, C, D, E ve F özel ortaokulları ile ilgili yapılan incelemenin ve anketin sonuçları sunulmuştur. Bir veli olduğunuzu düşünerek anketin sonuçlarını değerlendirme ve bu okullardan hangisinde çocuğunuzu okutmaya karar verme sorumluluğu size devredilmiştir.

Yapılan anketten örnek bir tercih durumu aşağıda verilmiştir.

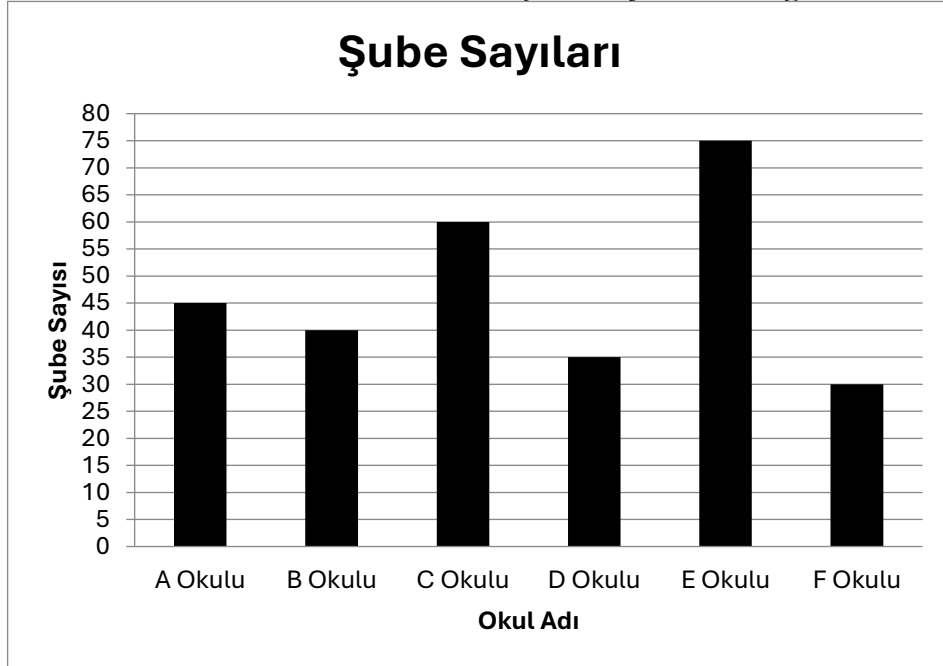
Aşağıda daha önce tanışık olduğunuz özel ortaokullar yer almaktadır. Hangi özel okulu en çok beğendiğinizi tek bir şıkkı işaretleyerek belirtebilir misiniz?

					
☐	☐	☒	☐	☐	☐
					

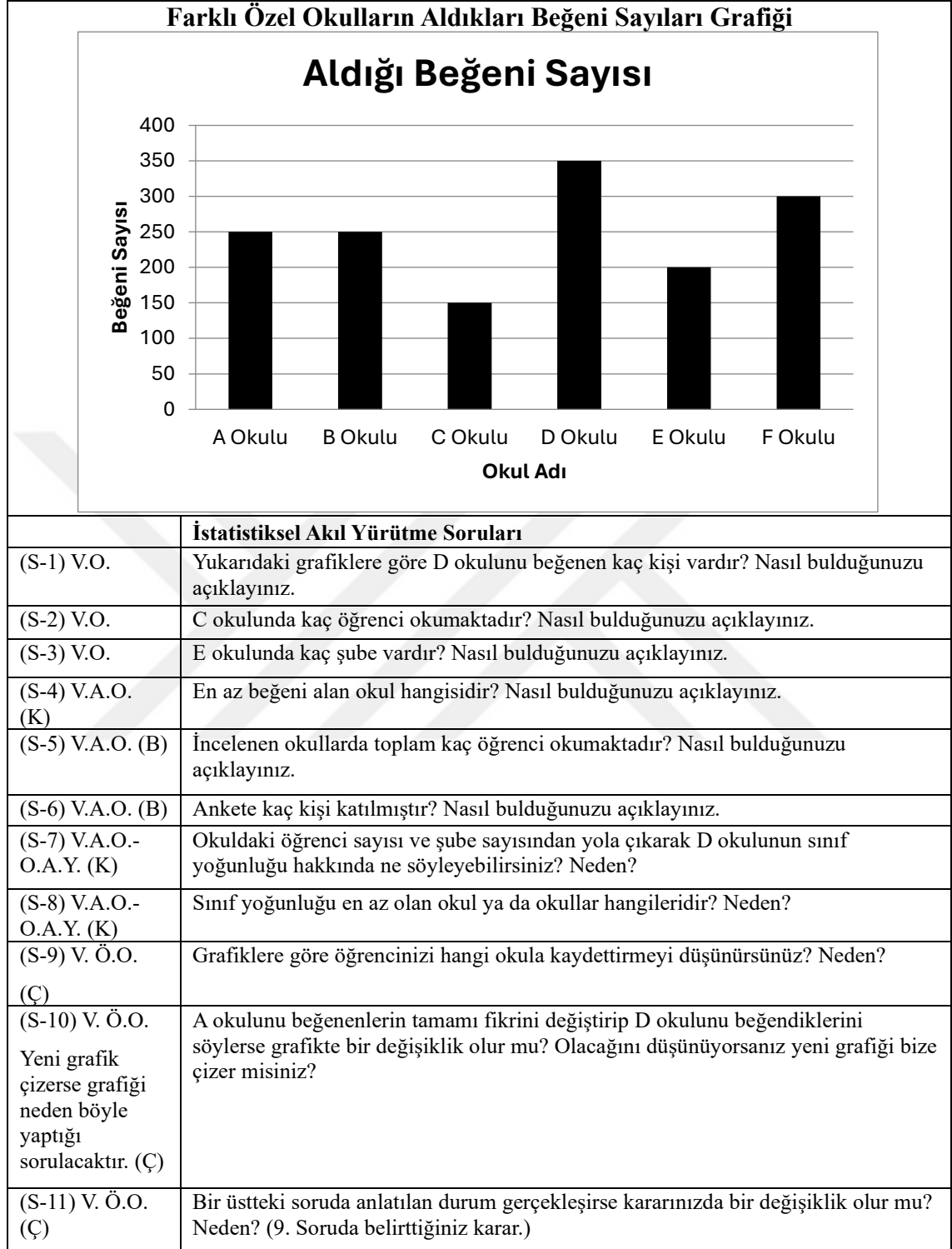
Farklı Özel Ortaokulların Öğrenci Sayıları Grafiği



Farklı Özel Ortaokulların Şube Sayıları Grafiği



EK-3 (Devamı) Görev Temelli Görüşme Protokolü 2



EK-3 (Devamı) Görev Temelli Görüşme Protokolü 2

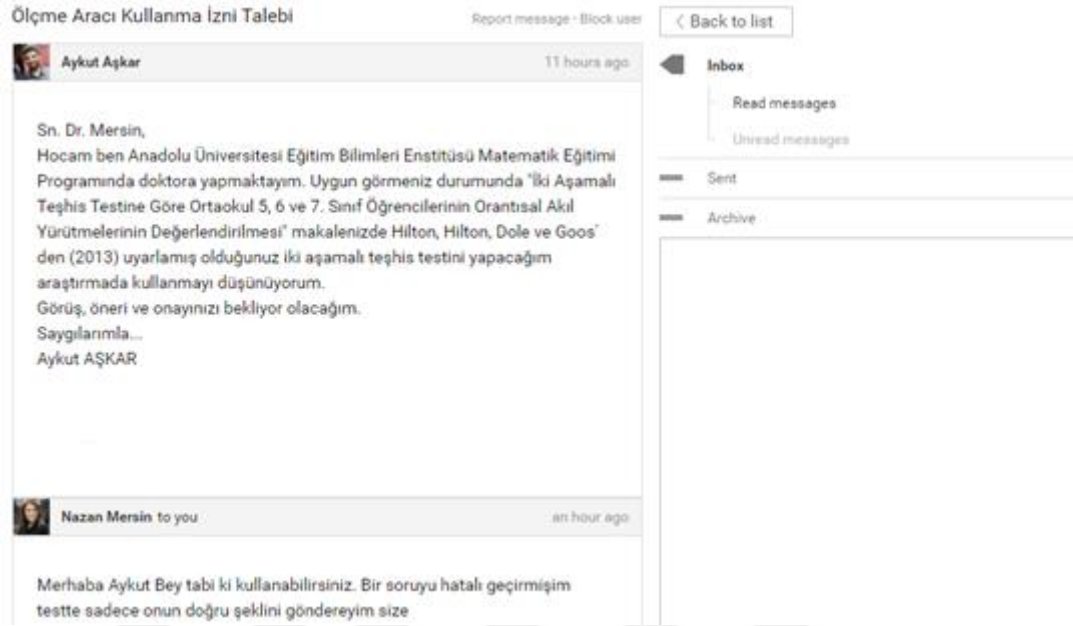
(S-12) V. Ö.O. (T)	Ankete yeni kişilerin de katılması kararlaştırılırsa yeni kişilerin hangi okul ya da okulların sınıf yoğunluğuna sahip okulu beğeniyor olmalarını beklersiniz? Neden?
(S-13) V. Ö.O.-O.A.Y. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır (Ç ve T)	B okulu ile C okulu yeni bir binada birleşerek (tüm şubelerini) yeni bir okul kurma kararı alırsa iki okulu beğendiğini belirtenlerin yeni okul hakkında nasıl tepki vermelerini beklersiniz? Grafiklerde bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsanız bize yeni grafiklerin nasıl olabileceğini çizer misiniz?
(S-14) V.Ö.O.-O.A.Y. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır (Ç ve T)	C okulu ile E okulu yeni bir binada birleşerek (tüm şubelerini) yeni bir okul kurma kararı alırsa iki okulu beğendiğini belirtenlerin yeni okul hakkında nasıl tepki vermelerini beklersiniz? Grafiklerde bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsanız bize yeni grafiklerin nasıl olabileceğini çizer misiniz?
(S-15) V.Ö.O.-O.A.Y. Yeni grafik çizerse grafiği neden böyle yaptığı sorulacaktır (Ç ve T)	D okulu ile F okulu eşit sayıda şubelerini yeni bir binada birleştirerek yeni bir okul kurma kararı alırsa iki okulu beğendiğini belirtenlerin yeni okul hakkında nasıl tepki vermelerini beklersiniz? Grafiklerde bir değişiklik olur mu? Olacağını düşünüyorsanız bize yeni grafiklerin nasıl olabileceğini çizer misiniz?
(S-16) V. Ö.O. (E)	Grafiklerden hangi bilgi veya bilgilere ulaşamıyorsunuz? Ulaşamadığınız bilgilere ulaşmanız sağlanırsa ne düşünürsünüz? Detaylı bir açıklama yapmanız beklenmektedir.
(S-17) V.Ö.O.-O.A.Y. (Karma)	D okulunun şube yoğunluğunu F okulunun şube yoğunluğu ile aynı yapmak için ne yapılabilir? Neden? Alt Soru 1: Eğer mevcut durum birebir aynı öğrenci sayısı ve şube sayısı oluşturmanıza olanak vermezse istediğiniz durumu nasıl gerçekleştirirsiniz? Alt Soru 2: D okulunun girişiminin beğenilme durumunu nasıl etkileyeceğini düşünüyorsunuz?

Not. K: Karşılaştırma B: Birleştirme Ç: Çıkarım T: Verilere Dayalı Tahmin T ve Ç: Tahmin ve Çıkarım E: Extrapolasyon (Genişletme anlamında)

EK-4 Gözlem Formu

Gözlemlenecek Davranış Türü	Madde (Görüşme Sürecinde)	Var	Yok	Gerçekleşme Şekli (Ayrıntılı)	Yüklenen Anlam
Fiziksel	Öğrenci gördüğü grafik ve göreve şaşırarak tepki göstermiştir.				
	Öğrenci soruların bazılarını cevaplamada isteksiz görünmüştür.				
	Öğrenci soruları yanıtlarken aktif ve istekli davranmaktadır.				
Görsel	Öğrenci soruları yanıtlarken görsellerden/modellemelerden faydalananarak açıklamalarda bulunmuştur.				
Yazılı	Öğrenci orantısal akıl yürütme gerçekleştirirken kurduğu oranlar üzerinde işaretlemelerde bulunmuştur.				
	Öğrenci istatistiksel akıl yürütme gerçekleştirirken grafikler üzerinde işaretlemelerde bulunmuştur.				

EK-5 Dr. Nazan MERSİN'den alınan uygulama izni



Anadolu Üniversitesi e-posta adresi ve Researchgate platformu üzerinden 15.01.2022 tarihinde izin alınmış ve araştırmacının uygun gördüğü düzeltme yapılmıştır.

EK-6 Görüşme Süreci ve Analizine İlişkin Özet Bilgiler

Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler için belirlenen ön aşamalar aşağıda sunulmuştur.

Görüşmeye hazırlık aşaması:

- Görüşme kayıt altına alınmaya başlanmadan önce öğrencinin ihtiyaçlarının giderilmiş olduğundan ve kendisini hazır hissettiğinden emin olunması.
- Öğrencinin görüşme sürecinde sesli düşünmesi ve yazarak çalışması istenir.

Görüşme sürecinin ön kısmı öğrencinin bağlama girmesini sağlamakla ilgilidir.

- Öğrencinin açıklama metnini okumasının ve grafikleri incelemesinin sağlanması.
- Öğrencinin açıklama metni ile grafiklere atıfta bulunarak özetlemesinin istenmesi. Böylece öğrencinin görüşme protokolünde istenen role bürünmesinin sağlanması, kendisinden ne istendiğini anladığından emin olunması amaçlanmaktadır.

Bu ön aşamalardan sonra sorulara geçilmektedir. Görüşme protokolündeki ilk üç soru verileri okuma düzeyinde sorulardır. Öğrencinin;

- İstenen veriyi grafiğin başlığını dikkate alarak mı bulduğuna dikkat edilir. Buradaki amaç öğrencinin grafiğin başlığının verilerin tamamını kapsayan açıklayıcı pozisyonda olduğunu anlayıp anlamadığından emin olmaktır. Öğrenciden gelişigüzel değil de belirli bir veriyi bulması istenmektedir. Bu özelliği yoklamak için öğrencilere “Hangi grafiğe baktın?” ya da “Neden bu grafiğe baktın?” gibi ek sorular yöneltilebilir.
- Verisi istenen markayı/okulu doğru belirleyip belirlemediğine dikkat edilir. Örneğin öğrenci A okulu yerine B okulunu belirleyip verisini söyleyebilir. Ya da hangi markanın/okulun bir x verisine sahip olduğu sorulmuşsa öğrenci yanlış markayı/okulu seçebilir. Bunun anlık ve dikkat dağınıklığından mı yoksa verileri okuma güçlüğünden mi kaynaklandığı ayırt edilmelidir. Öğrenciye “A okulunun verisini mi buldun?” ya da “x verisi A okuluna mı ait?” gibi sorular yöneltilebilir.
- İstenen veriyi eksen kılavuz çizgilerini dikkate alarak mı bulduğuna dikkat edilir. Eksen kılavuz çizgilerinin dikkate alınıp alınmaması istenen verinin doğruluğunu etkileyebilir. Öğrencilerin bazıları eksen kılavuz çizgilerinin üzerinden geçebilir, onları sayabilir ya da yalnızca gözle takip edebilir. Çoğu durumda bu özelliğin tespiti dikkatli bir gözlem gerektirmektedir.

- Öğrencilerin varsa renk faktörünü dikkate alarak mı yanıt verdiğine dikkat edilmelidir. Günümüz grafiklerinde bu tür özellikler (ki aslında William Playfair'den beri) verileri ayırt etmede kullanılmaktadır. Öğrenciler sesli düşündüklerinden genellikle bunu sözlü olarak ifade etmektedir. Bunun yapılmadığı durumlarda öğrenciye elde ettiği verinin saf suya mı yoksa limon suyuna mı ait olduğunu nasıl ayırt ettiği sorulabilir.
- Öğrencinin cevap olarak belirttiği değerin doğru olup olmamasına dikkat edilmelidir. Örneğin eksen kılavuz çizgileri arası alt bölmelere ayrılmışsa bunu ondalıklı (ya da farklı bir formda) temsil etmesi gerekebilir. Ya da öğrenci yanlış bir veri tespit edebilir.
- Öğrencilerin cevabını söylerken ve yazarken standart ölçü birimlerini ve ölçme/sayma nesnesini aktarıp aktarmadıklarına dikkat edilmelidir. Burada standart ölçü birimlerinden kasıt ölçme konusunda öğrendikleri cl, dl... vb. Ölçme/sayma nesnesinden limon suyu, saf su gibi etiketler olabileceği gibi kişi, öğrenci, şube gibi istatistiksel anlamda kendileri de birer birim teşkil eden nesneler kastedilmektedir. İngilizcede genellikle bunlara tümünden etiket anlamına gelen “*label*” kelimesi kullanılmaktadır ve bunlar verilerin aynı ölçme uzayına ait olup olmadığını belirlemeye yardımcı olmaktadır. Araştırmada bunlara ölçme/sayma nesnesi olarak atıfta bulunulmaktadır. Özellikle ilk 6 sorudan bu konuda bulgu elde edilebilmektedir. Öğrencilere “Ölçü birimlerini ve ölçü nesnelerini yazmadığını görüyorum. Sence bunları yazmak gerekir mi? Yazmakla yazmamak arasında matematiksel anlamda nasıl bir fark oluşabilir?” şeklinde sorular yöneltilerek bu konuda matematiksel bir bilgiye sahip olup olmadığı belirlenebilir.

Bütün bunlar gerçekleştirilirken araştırmanın sütun grafikleriyle sınırlı olduğu, asıl önemli olanın hataların anlık ve dikkat dağınıklığından mı yoksa verileri okuma düzeyinin gereklerini yerine getirememekten mi kaynaklandığının tespit edilmesi olduğu ve son olarak bütün bu gerekliliklerin aynı anda tespit edilmesinin bir zorunluluk olmadığı akılda tutulmalıdır.

Veriler arasını okuma soruları 4. sorudan 8. soruya kadarki 5 soruyu kapsamaktadır.

- 4. soru öğrencilerin tüm veriler arasından en küçük/en büyük olan veriyi bulmasını gerektirmektedir ve temel düzey bir karşılaştırma sorusu niteliğindedir.

- 5. ve 6. sorular öğrencilerin bir veri grubu içinde veriler arasında toplama yapmayı gerektirmektedir. Veriler arasında temel aritmetik işlemlerin yapılması veriler arasını okuma düzeyinde kabul edilen becerilerdir. Bu noktada toplanması istenen verilerin doğru tespit edilip edilmemesi ve aritmetik işlemlere doğru cevaplar verilip verilmemesi önem kazanmaktadır. Orantısal akıl yürütme temel işlem yapmayı gerektiren kazanımları da içerdiğinden öğrencinin işlemleri o süreçte de gözlemlenebilir.
- 7. soru öğrencinin dikkatini tadın limon suyu ile saf su, sınıf yoğunluğunun öğrenci sayısı ile şube sayısı arasındaki ilişki ile karakterize edildiğine çekmek amaçlanmaktadır. Öğrenciler TrabLim görevinde genellikle limon suyu ile saf su arasındaki farka bakarak (ki orantısal akıl yürütme açısından bu aslında yanlış toplamsal düşünmedir) cevap vermektedir. Öğrenciler limon suyu miktarının saf su miktarından fazla ($LS > SS$) olduğuna vurgu yaparak da bu soruyu cevaplandırabilmektedir. Bu tür durumlarda öğrenciler oran ilişkisine doğrudan geçmeme eğiliminde olmaktadır. Fakat özel ortaokul görevinde böyle bir farka bakmadan doğrudan orana bakmaya girişmektedirler. Aslında böylelikle 7. soru 8.soruya bir girişi temsil etmektedir.
- 8. soruda öğrenci farklara bakılarak tatların/sınıf yoğunluklarının karşılaştırmasının kendisini yanlış ya da çelişkili yargılara vardırıldığını fark edemezse gerçekleştirdiği fark/toplam işlemlerinin niteliği de dikkate alınarak hazırlanan modele göre istatistiksel akıl yürütme düzeyi **Çok Yönlü Yapının ÇY1 ya da ÇY2** düzeyinde sınıflandırılır. Nitekim bu öğrenciler orantısal akıl yürütmeyi gerçekleştiremediklerinden kalan sorulara vereceği cevaplar yanlış olacaktır. Veriden herhangi bir genellemeye varması mümkün olmamakla birlikte çoğunlukla veriler ile bağlama ilişkin kendi deneyimleri uyuşmadığı zamanlarda tutarsız yargılarda bulunacaktır. Süreç sonlandırılmaz ve öğrencinin devam etmesi sağlanır. Öğrenciler sorunun farkına varıp geri dönme ihtiyacı duyabilirler. 8. soruda temel olarak öğrencilerin kullandıkları orantısal akıl yürütme stratejilerine odaklanılır. Orantısal akıl yürütme stratejileri araştırmacı tarafından her ne kadar alanyazına dayandırılarak birimli oran kavramı gerektirenler ve gerektirmeyenler olarak sınıflandırılmışsa da pilot uygulamada da belirtildiği gibi stratejilere bakmak öğrencilerin birimli oran kavramına sahip olup olmadığı hakkında yeterli bilgi sunmamaktadır. Öğrenciler çeşitli stratejileri

kullanabilmektedir. Ayrıca öğrenciler çoğunlukla ölçme nesnesini belirtmediklerinden verileri ilişkilendirme yolları hakkındaki fikirlerimiz de sağlam temellere oturamamaktadır. Bu nedenle öğrencilere aşağıdaki ek soruların yöneltilmesi öğrencinin oran kavramı hakkındaki bulguları güçlendirebilir.

“Verileri hangi yönde ilişkilendirdin?”, “Neden bu yönde ilişkilendirmeyi tercih ettin?”, “Sayılar arasındaki katlı (tam sayı katı) ilişkiye mi bakıyorsun?”, “Tadı/Sınıf yoğunluğunu hangi yöndeki ilişkilendirme belirliyor? Neden?”

Sorgulama tamamlandıktan sonra öğrencinin birimsiz ya da birimli oran kavramına sahip olduğuna kanaat getirilir (Kullandığı stratejiler, stratejileri açıklama şekli ve birimlerle ilgili bilgiler birlikte dikkate alınır.). Öğrenci yalnızca birimsiz oran kavramı gerektiren stratejileri kullanmaktaysa ek soruların yöneltilmesi ipucu olma niteliği kazanabilir. Bu nedenle öğrenci birimli oran kavramı gerektiren bir strateji (içler-dışlar çarpımı ya da birim oran stratejileri) kullanırsa ek soruların yöneltilmesi daha uygun olacaktır.

Bunlardan başka öğrencilerin orantı kurma amacı gütmeksizin ikiden fazla oranı sadeleştirebildikleri (ya da verileri bölme yoluna başvurabildikleri) pilot uygulamada görülmüş olup böylece öğrencilerin tesadüfen oranların eşit olduğunu görebildiği durumlar da söz konusu olabilmektedir. Bu durum denk kesir stratejisi (bölme yoluna gidilirse birim oran stratejisi) olarak sınıflandırılmalı ve bu stratejinin yalnız bir defa kullanıldığı düşünülmelidir. Birim oran stratejisinin uygulanmasında bölme kullanan öğrencinin elde ettiği değerin birimini bilmesi ve birim oran stratejisini sürecin herhangi bir yerinde standart anlatıma uygun kullanması beklenir. (Standart kullanım kavramsal çerçevede verilmiştir.)

Bu şekilde öğrencinin birimli oran kavramına mı birimsiz oran kavramına mı sahip olduğuna karar verilir.

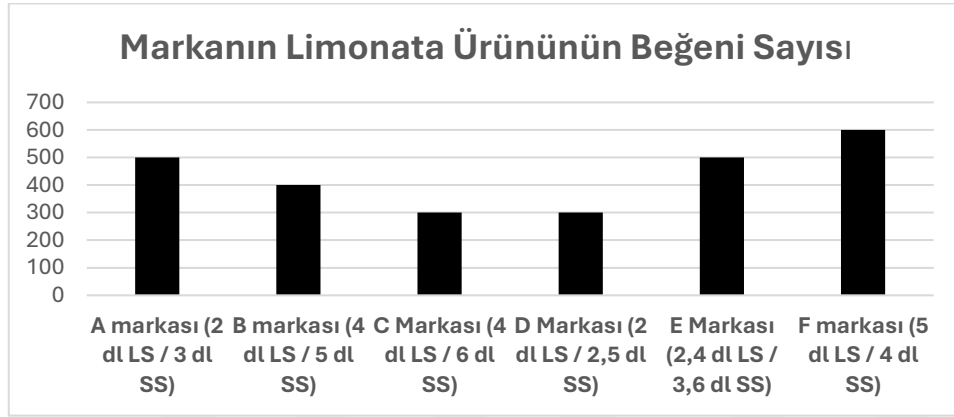
Eğer öğrenci aynı veri kümesinde çarpma/bölme işlemlerini gerçekleştirip (skaler ilişkilendirmeler yapıp) orantıyı göremezse **Çok Yönlü Yapı ÇY3**

Eğer öğrenci farklı veri kümelerinde çarpma/bölme işlemlerini gerçekleştirip (foksiyonel ilişkilendirmeler yapıp) orantıyı göremezse **Çok Yönlü Yapı ÇY4** olarak değerlendirilir.

Bu öğrenciler de orantıyı göremediklerinden dolayı görüşmenin devamında başarılı olamamaktadır. Fakat önceden de belirtildiği gibi öğrencilerle görüşmeye devam edilir.

Bundan sonraki sorular veriler ötesini okumaya yöneliktir. Bu noktada 9. soru eşik niteliğindedir. Çünkü bu soruda öğrencinin veriye bakış açısı mercek altına alınmaktadır. Fakat bu yönde yine 11. ve 12. sorulardan da bulgular elde edilir. Şu ana kadar öğrencinin elinde Şekil 1’de sunulan grafik mevcut hale gelmektedir ve bundan sonra dağılıma ilişkin informel çıkarım yapması gerekmektedir. Verilere bakış açıları öğrencilerin dağılıma ilişkin informel çıkarımlarını karakterize ettiğinden bundan sonraki süreç Konold vd. (2015) araştırmasına uyarlanarak sunulmuştur.

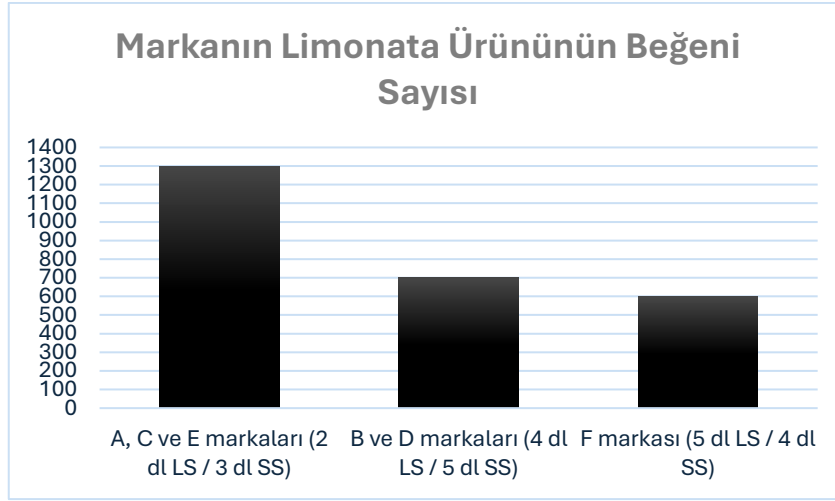
Şekil 1. Markaların ürünlerini beğenen kişi sayısını gösteren grafik



Öğrencilerin sergileyebilecekleri bakış açılarına uygun cevaplar;

- **İşaretçi bakış açısına sahip olanlar:** Çeşitli markaların limonata ürününü beğenen kişi sayısı verilmiş. Herhangi bir markanın ürününün karışımının kullanılmasına karar verilebilir.
- **Durum değeri bakış açısına sahip olanlar:** 600 kişi (ya da 600/2600) F marka ürünü beğenmiş. O da $\frac{5 \text{ dl LS}}{4 \text{ dl SS}}$ oranına sahip. F marka ürünün karışımının kullanılmasına karar verilmelidir.
- **Sınıflandırıcı bakış açısına sahip olanlar:** A, C ve E markalarının ürünleri kendi arasında aynı karışım oranına (tada) sahip, B ve D markalarının da ürünleri de kendi aralarında aynı karışım oranına (tada) sahip. F markasının ürününün karışım oranı (tadı) benzersiz. Beğenileri Şekil 2’de aktarıldığı gibi gruplandırarak olursak;

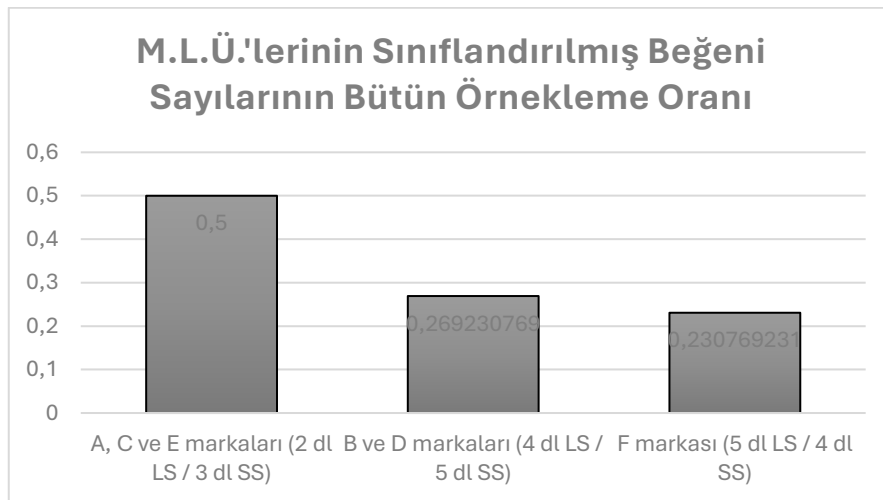
Şekil 2. Sınıflandırıcı bakış açısına uygun olarak yapılan sınıflandırma



Bu durumda A, C ve E markalarının ürünlerinin karışımında karar kılınmalıdır. Herhangi biri tercih edilecekse maliyeti düşük olan ve E markasının ürünüyle aynı beğeni sayısına sahip olan A markasının ürününün karışımı tercih edilmelidir. Buradan şöyle bir genellemeye de varılmaktadır; oran (ekşilik tadı) büyüdükçe beğeni azalmaktadır. Tahminlerimi bu genellemeyi dikkate alarak yapmalıyım.

- **Bütüncül bakış açısına sahip olanlar:** A, C ve E markalarının ürünleri kendi arasında aynı karışım oranına sahip, B ve D markalarının da ürünleri de kendi aralarında aynı karışım oranına sahip. F markasının ürününün karışım oranı benzersiz. Beğenileri Şekil 3'te aktarıldığı gibi sınıflandıracak olursak;

Şekil 3. Bütüncül bakış açısına uygun olarak yapılan sınıflandırma



Bu durumda A, C ve E markalarının ürünlerinin karışımında karar kılınmalıdır. Herhangi biri tercih edilecekse maliyeti düşük olan ve E markasının ürünüyle aynı

beğeni sayısına sahip olan A markasının ürününün karışımı tercih edilmelidir. Buradan şöyle bir genellemeye de varılmaktadır; oran (ekşilik tadı) büyüdükçe beğeni azalmaktadır. Tahminlerimi bu genellemeyi dikkate alarak yapmalıyım. Bu gruplarda beğeni sayısına değil örnekleme oranına odaklanmalıyım. Aksi takdirde yanlış karar verebilirim.

Bu soruya verilen cevap sınıflandırıcı bakış açısına ya da bütüncül bakış açısına uygun olduğunda öğrenciler çoğunlukla 11. ve 12. sorularda tutarlı olmaya devam etmektedirler.

Sınıflandırıcı bakış açısına uygun hareket eden öğrencilerin bütüncül bakış açısına yükselip yükselmediklerinin belirlenmesi pilot uygulamada da aktarıldığı gibi ek sorular gerektirmiştir. Bunun için aşağıda Tablo 1’de aktarılan örnek durumlar gibi çeşitli durumlar türetilerek öğrencilerle diyaloga devam edilmektedir. Öğrencilerin bu çeşitli durumlarda kararını nasıl verecekleri sorgulanır. Öğrencilerin sınıflandırılmış durumda oran (ya da yüzde) temelli ifadelerle dayanarak karar verip veremedikleri kontrol edilir.

Tablo 1. Örnek durumlar

Marka ya da Markalar	A, C ve E	B ve D	F
Durum 1	1300	700	600
Durum 2	800	200	300
Durum 3	1000	400	300
Durum 4	500	75	25

Burada her şeyin sınıflandırıcı bakış açısı sergilendikten sonra gerçekleştiğine dikkat edilmelidir. Aksi halde öğrenci sınıflandırıcı bakış açısı sergilemeden doğrudan F marka ürünü beğenenlerin $\frac{600}{2600}$ olduğunu da belirtebilir. Burada durum değeri bakış açısı sergilenmiş olunur. Bu oranı elde etmek ile 600 kişilik beğeni sayısının diğerlerinden fazla olduğunu belirtmek arasında araştırmanın ilgilendiği perspektif açısından ve pratikte bir fark yoktur.

Bu sorgulama sürecinde alanyazına dayalı belirlenen diğer kriterleri de yerine getirmekle birlikte öğrenci eğer daha da ileri gidemiyorsa;

Öğrenci birimli ya da birimsiz oran kavramına ve bununla birlikte durum değeri bakış açısına sahip olabilir. **İlişkisel Yapı İY1**

Öğrenci birimsiz oran kavramına ve bununla birlikte sınıflandırıcı bakış açısına sahip olabilir. **İlişkisel Yapı İY2**

Öğrenci birimsiz oran kavramına ve bununla birlikte bütüncül bakış açısına sahip olabilir.

İlişkisel Yapı İY3

Öğrenci birimli (durumsal) oran kavramına ve bununla birlikte sınıflandırıcı bakış açısına sahip olabilir. **İlişkisel Yapı İY4**

Öğrenci birimli (durumsal) oran kavramına ve bununla birlikte bütüncül bakış açısına sahip olabilir. **İlişkisel Yapı İY5** olarak değerlendirilir.

Eğer öğrenci buraya kadar elde ettiği genellemeyi tahmin, çıkarım ve genişletme süreçlerine sistemli bir şekilde yansıtabilirse ki 12. sorudan sonraki kısım buna ilişkindir, öğrencinin soyutlanmış yapıda olduğu kanaatine varılır. Soruların devamında öğrenci alanyazına dayalı belirlenen diğer kriterlerle birlikte aşağıdaki şartları da yerine getiriyorsa;

Öğrenci birimli (genelleştirilmiş) birimli oran kavramına ve bununla birlikte durum değeri bakış açısına sahipse **Soyutlanmış Yapı SY1**

Öğrenci birimli (içselleştirilmiş) oran kavramına ve bununla birlikte sınıflandırıcı bakış açısına sahipse **Soyutlanmış Yapı SY2**

Öğrenci birimli (içselleştirilmiş) oran kavramına ve bununla birlikte bütüncül bakış açısına sahipse **Soyutlanmış Yapı SY3** olarak değerlendirilir.

EK-7 Etik Kurul Karar Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 15.02.2022

Protokol No: 269680

Tarih: 24.02.2022



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Ortaokul Öğrencilerinin Orantısız Akıl Yürütme Gerektiren İstatistiksel Görevlerde İstatistiksel Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN
TEZ YAZARI:	Aykut AŞKAR
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

 Prof. Dr. Saim ÖNCE (Başkan-İkt. ve İdari Bil. Fak.)	
 Prof. Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ (Başkan Yardımcısı -İkt. ve İdari Bil. Fak.)	 Prof. Dr. Fatime GÜNEŞ (Edebiyat Fak.)
 Prof. Dr. Yıldız UZUNER (Eğitim Fak.)	 Prof. Dr. İbrahim Cemil ULUKAN (Açıköğretim Fak.)
 Prof. Dr. Handan DEVECİ (Eğitim Fak.)	 Prof. Dr. Erkan YÜKSEL (İletişim Bil. Fak.)

EK-8 Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğünün Araştırma İzin Onayı (İlk)



T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-82438636-605.99-46707949
Konu : Bilimsel Araştırma İzni
(Aykut AŞKAR)

29/03/2022

VALİLİK MAKAMINA

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora programı öğrencisi Aykut AŞKAR, Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN danışmanlığında hazırlamakta olduğu "**Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren İstatistiksel Görevlerde İstatistiksel Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi**" isimli çalışması kapsamında ilimiz Ortahisar ilçesine bağlı Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu, Cudibey Ortaokulu, Mahmut Celaleddin Ökten AİHL ve Bahçecik İmam Hatip Ortaokulunda öğrenim gören 8.sınıf öğrencilerle çalışma yapma isteği Müdürlüğümüz Araştırma İzni Degerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiştir.

Bahsi geçen çalışmanın eğitim öğretimi aksatmayarak yaz tatilinden 3 hafta öncesine kadar bitecek şekilde; 2021-2022 eğitim öğretim yılında Covid-19 kapsamında alınması gereken tedbirler dikkate alınarak yapılması gerekmektedir.

Araştırmacının 2020/2 sayılı genelge doğrultusunda hareket etmesi, **izinsiz herhangi bir ses ve görüntü kaydı yapılmasına kesinlikle izin verilmemesi**, elde edilen verilerin çalışma kapsamı dışında kullanılmaması, **mühürlü anket ve ölçeklerin kullanılması** ve sonuçların bir örneğinin Ar-Ge birimine teslim edilmesi kaydıyla, çalışmanın okul müdürlerinin de uygun göreceği zamanlarda ve kontrolünde uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Fatma Zehra AYDIN
Millî Eğitim Müdür V.

OLUR
29/03/2022

Ömer ŞAHİN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres : Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Strateji Geliştirme Şubesi (Ar-Ge Birimi)
Telefon No : 04621223552
E-Posta : arge@trabzon.meb.gov.tr
Kop Adresi : mebi@trabzon.meb.gov.tr

Bu belge gizli değildir ve kamu ile paylaşılabilir.

Belge Değişikliği Adresi : <https://www.trabzon.gov.tr/meb-oge>
Bölge İsim : YUSUF ÇETİ
Uzman : Öğretmen
Faks : 04621223552

Bu belge gizli değildir ve kamu ile paylaşılabilir. <https://www.trabzon.gov.tr/meb-oge> 3322-5044-3866-8206-5698 Koda ile takip edilebilir.



EK-9 Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğünün Araştırma İzin Onayı (İkinci)

EK - 1



T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-82438636-605.99-47096750
Konu : Bilimsel Araştırma İzni
(Aykut AŞKAR)

04.04.2022

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi: Anadolu Üniversitesinin 17.03.2022 tarih ve E-63784619-605.01-289608 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora programı öğrencisi Aykut AŞKAR, Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN danışmanlığında hazırlamakta olduğu "**Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren İstatistiksel Görevlerde İstatistiksel Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi**" isimli çalışmaları kapsamında araştırma önerileri ve ekleri Müdürlüğümüzce uygun görülmüş olup ilgi olur ve ölçeklerin üniversite tarafından araştırmacıya verilmesi, İlçe Millî Eğitim Müdürlüklerince okullara duyuru yapılması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Hüseyin Burak FETTAHOĞLU
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

EK:
1-Valilik Oluru
2-Mühürlü Örnekler

DAĞITIM:

Gereği:
- Anadolu Üniversitesi
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü)

Bilgi :
- Ortahisar İlçe Kaymakamlığına
(İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü)

Adres : Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Strateji Geliştirme Şubesi (Ar-Ge Birimi)
Telefon No : 0 (462) 223 55 52
E-Posta: argetrabzon@gmail.com
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Bilgi için:

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-cbys>

Bilgi için: YUSUF ÇEBİ

Unvan : Öğretmen

Faks:4622302096

İnternet Adresi: trabzonarge.meb.gov.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 4d92-d496-3924-bfab-ccdd kodu ile teyit edilebilir.

EK-10 Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğünün Araştırma İzin Onayı (Son)



T.C.
TRABZON VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-82438636-605.99-49336587
Konu : Bilimsel Araştırma İzni
(Aykut AŞKAR)

10/05/2022

VALİLİK MAKAMINA

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora programı öğrencisi Aykut AŞKAR, Dr. Öğr. Üyesi Aysegül ERYILMAZ ÇEVİRGİN danışmanlığında hazırlamakta olduğu "**Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren İstatistiksel Görevlerde İstatistiksel Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi**" isimli çalışması kapsamında İlimiz Ortahisar, Yomra, Of, Araklı, Sürmene, Dernekpazarı ve Arsin ilçelerinde öğrenim gören 8.sınıf öğrencilerle çalışma yapma isteği Müdürlüğümüz Araştırma İzinleri Değerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiştir.

Buhsı geçen çalışmanın eğitim öğretimi aksatmayarak yaz tatilinden 3 hafta öncesine kadar bitecek şekilde; 2021-2022 eğitim öğretim yılında Covid-19 kapsamında alınması gereken tedbirler dikkate alınarak yapılması gerekmektedir.

Araştırmacının 2020/2 sayılı genelge doğrultusunda hareket etmesi, izinsiz herhangi bir ses ve görüntü kaydı yapılmasına kesinlikle izin verilmemesi, elde edilen verilerin çalışma kapsamı dışında kullanılmaması, mühürlü anket ve ölçeklerin kullanılması ve sonuçların bir örneğinin Ar-Ge birimine teslim edilmesi kaydıyla, çalışmanın okul müdürlerinin de uygun göreceği zamanlarda ve kontrollünde uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Hüseyin Burak FETTAHOĞLU
Millî Eğitim Müdürü

OLUR
10/05/2022

Ömer ŞAHİN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres : Trabzon İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Samsat Çarşısı, Şişli (Ar-Ge Birimi)
Telefon No : 0 462 223 55 52
E-Posta : arge@trabzonme.gov.tr
Kop Adresi : mebi@trabzonme.gov.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.trabzonme.gov.tr/meb-elys>

Belge İçeri : YU/GE ÇİMİ

Ünvan : Öğretmen

İnternet Adresi : [trabzonme.gov.tr](https://www.trabzonme.gov.tr)

Faks : 0462 223 59 96

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://www.trabzonme.gov.tr/meb-elys> adresinden 4833-5263-3656-9818-4622 ile teyit edilebilir.



Ek-11 Öğrenci Gönüllü Katılım Formu

ARAŞTIRMA GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Bu çalışma, “Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren istatistiksel görevlerde istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi” başlıklı bir araştırma çalışması olup öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme becerilerini ortaya koyma amacını taşımaktadır. Çalışma, Aykut AŞKAR tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren görevlerde (alt sorular içeren problem durumu) istatistiksel akıl yürütme becerileri ortaya konacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda öncelikle size bir test uygulanacak ardından, görüşme yapılarak sizden veriler toplanacak ve görüşme süreci yüzünüz görünmeyecek şekilde kamera aracılığıyla **kayıt altına alınacaktır**. Görüşme sürecinde gözlem yapılacak ve cevaplarınızın bulunduğu dokümanlar da veri olarak kullanılmak üzere sizden teslim alınacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, **sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak**, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, **sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır**.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler araştırmacıya ait harici bir bellekte şifreleme yöntemi ile korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan **istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz**. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü doktora öğrencisi Aykut AŞKAR’a aykutaskar@anadolu.edu.tr adresinden yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı-Soyadı:

Adres:

İş Tel:

Cep Tel:

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

EK-12 Veli Bilgilendirme ve İzin Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren istatistiksel görevlerde istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi” adıyla, 23.03.2022-20.05.2022 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren istatistiksel görevlerde istatistiksel akıl yürütme becerilerinin belirlenmesidir.

Araştırma Uygulaması: Ölçme aracı uygulama /Görüşme / Gözlem/ Doküman elde etme şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri **etkilenmeyecektir**.

Çocuğunuza öncelikle bir test uygulanacak ardından kendisiyle görüşmeler yapılacaktır. Görüşmeler **kamera aracılığıyla kayıt altına alınacak fakat çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir**. Cevaplar tamamıyla **gizli tutulacak** ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Çalışmaya katılmamak ya da katıldıktan sonra **vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir**.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımla,

Araştırmacı :

İletişim bilgileri:

***Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin
veriyorum.*** (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).

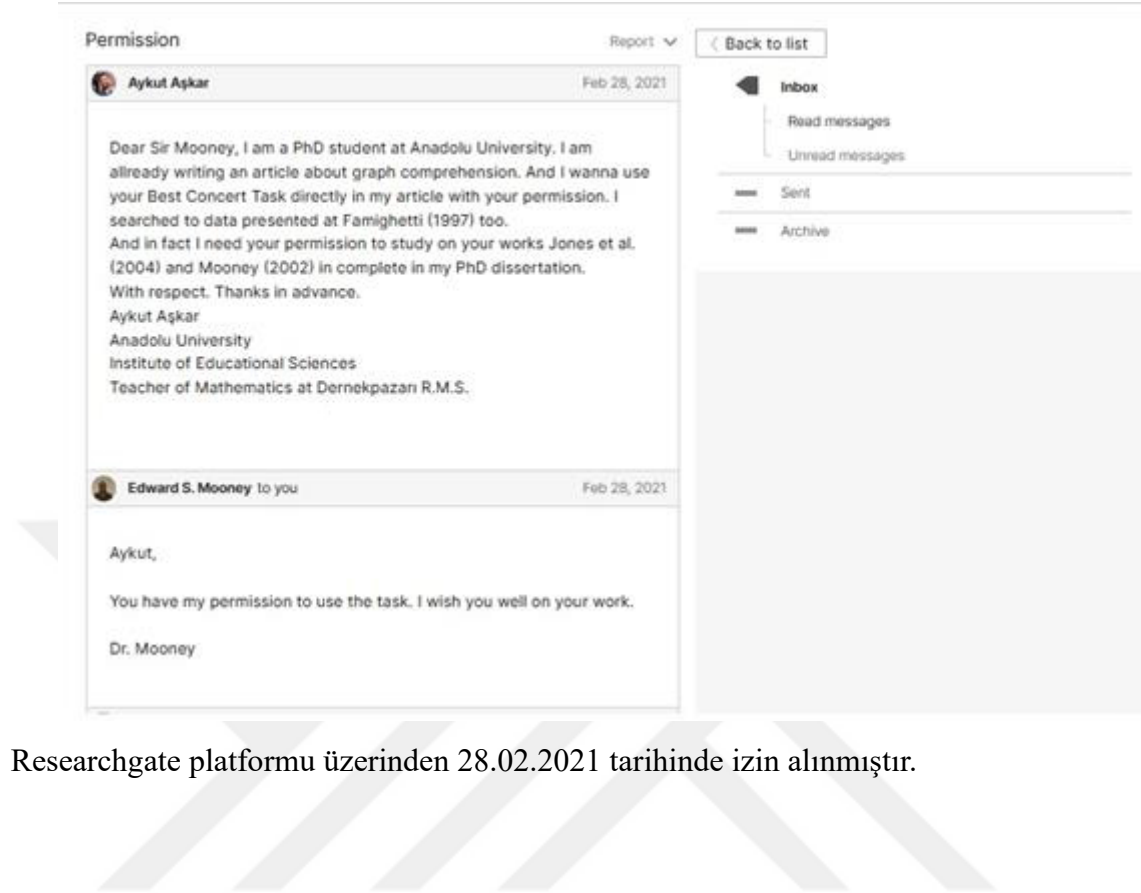
...../...../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası:

EK-13 Dr. Edward S. MOONEY'den alınan aynen alıntı izni



Researchgate platformu üzerinden 28.02.2021 tarihinde izin alınmıştır.

EK-14 Dr. Clifford KONOLD'tan alınan aynen alıntı izni

☐ Odaklanmış

☐ Diğer

Clifford Konold
Permission
Thank you for the clarification, an...

01:02

Bu hafta

Ekim

Permission

Yanıtla

İlet

Clifford Konold

Kime: Aykut AŞKAR

8.12.2024 Paz 01:02

Thank you for the clarification, and I happily give my permission. Also, say hi to Sibel.

...

Aykut AŞKAR

Kime: Clifford Konold

7.12.2024 Cmt 17:30

Dear professor Konold;

In my research I created two tasks in two different contexts that combine views of averages. With those tasks I determined students views of data according to your research. By this way I tried to explain the separation of views of averages and to determine our students views of averages (and data).

During this process I had to make quotes from your research directly and indirectly. In our country, it is requested and deemed more appropriate that you document that you have not violated ethical boundaries and that you have received the approval of researchers whose ideas you have benefited from extensively. Therefore, I request your approval. (I would also like to state that Professor Sibel KAZAK is on the thesis follow-up committee.)

Best regards.
Aykut AŞKAR

Anadolu Üniversitesi e-posta adresi üzerinden 08.12.2024 tarihinde izin alınmıştır.

EK-15 Dr. Gülseren KARAGÖZ AKAR'dan alınan aynen alıntı izni

AA

Aykut AŞKAR
Kime:

19.06.2024 Çar 21:53

😊 ↩️ Yanıtla ↶ Tümünü yanıtla ➡ İlet 📎 📧 ⚙️ ⋮

Değerli Gülseren hocam,
Ben Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nde doktora öğrencisiyim. İsmim Aykut AŞKAR. Trabzon'da bir ortaokulda öğretmenlik yapmaktayım.
Öncelikle alan yazınıma yaptığınız katkılardan dolayı teşekkür etmek istiyorum. Özellikle de orantısal akıl yürütme üzerine çalışmalarınızdan faydalanmaktayım. Kitap bölümlerinizden yer yer aynı alıntılar yapmam gerekebilir. Bu nedenle izninize ihtiyac duymaktayım. Cevabınızı bekliyorum olacağım. Saygılarımla.
Aykut AŞKAR

G

gulseren.akar
Kime: Aykut AŞKAR
Bilgi:

20.06.2024 Per 22:16

😊 ↩️ ↶ ↷ 📎 ⋮

[You don't often get email from [Learn why this is important at https://aka.ms/LearnAboutSenderIdentification](https://aka.ms/LearnAboutSenderIdentification)

Protect yourself from phishing - Microsoft Support

Learn how to identify a phishing scam, designed to steal money via fake emails.

aka.ms

]

Merhaba Aykut hocam,

Tabi lütfen alıntılarınızı yapın. Çalışmalarınızda yazılarımdan faydalanabildiğiniz için çok sevindim. Bu bizler için en değerli hediye oluyor. Sorularınız olursa da lütfen haberleşelim. Ben şu anda ABD deyim, sabbatical iznim dolayısıyla University of Georgia-Athens ta bulunuyorum.

Haberleşmek üzere,

Çalışmalarınızda başarılar diliyorum,

Gülseren Akar,

Anadolu Üniversitesi e-posta adresi üzerinden 20.06.2024 tarihinde izin alınmıştır.

EK-16 Öğrencilerin Birimli-Birimsiz Oran Kavramlarına Dair Özet Veriler

Tablo: Öğrencilerin oran kavramlarına (birimli-birimsiz ayrımı) ilişkin veri analizlerinin özeti ve bulgular

Öğrencinin kodu	Sahip olduğu oran kavramı	İki görüşmenin kısa özeti
Ö1	Birimli Oran Kavramı	Birinci görüşmede denk kesir, değişim çarpanı ve denklik sınıfı stratejilerini kullanan öğrenci ikinci oturumda denk kesir, ortak paydada buluşturma ve birim oran stratejilerini kullanmıştır. İkinci görüşmede neden birim oran tercihinde bulunduğu sorulduğunda sayılar “ <i>daha kolay bölündüğünden</i> ” şeklinde cevap vermiştir. Öğrenci her ne kadar birimsiz oran stratejilerini daha yoğun kullanmış olsa da birim oran stratejisini fonksiyonel ilişkilendirmeye uygun şekilde kullanmış, oranın değişmeyen ilişki olduğunu vurgulamış ve oranın farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasındaki çarpımsal ilişki olduğunu belirtmiştir. Örneğin hangi yöndeki ilişkinin sınıf yoğunluğunu belirlediği sorulduğunda “ <i>Yukarıdan aşağıya ilişki, çünkü o hiç değişmiyor.</i> ” şeklinde cevap vermiştir. Birimlere ilişkin hatalı düşüncesi olduğu önceden belirtilmiştir. Öğrenci birimleri eksik yazıyor, soruda içerildiklerini ve yapılan işlemler ve kurulan ilişkilere bir etkisinin olmadığını belirtmektedir.
Ö2	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimleri yazmamakta fakat işlemlerini yaparken söylemektedir. Birimlerin yazılmasının yalnızca karışıklığı önlemeye hizmet edeceğini ve yazılmasının zorunlu olmadığını ve işlemlere etkisi olmadığını söylüyor. Strateji tercihlerini sayıların katlı ilişkisine göre belirliyor. Birinci görüşmede denk kesir ve denklik sınıfı stratejilerini, ikinci görüşmede ortak paydada buluşturma stratejisini uyguluyor. İlişkilendirmenin yönü hakkında belirli bir şey söylememekle birlikte “payların ya da paydaların eşitlenmesi yeterli ifadesinden öğrencinin skaler ilişkilendirmeye odaklandığı anlaşılmaktadır. Öğrenciye ikinci görüşmede elde ettiği oranların birimi sorulduğunda birimin “öğrenci” olduğunu söylemiştir.
Ö3	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimleri hem yazmıyor hem de belirtmiyor. Bunları yazmamasına rağmen bugüne kadar sorun olmadığını söylüyor. Öğrenci birinci görüşmede içler dışlar çarpımı stratejisini ve denk kesir stratejisini uyguluyor. İkinci görüşmede birim oran stratejisini kullanıyor. Birinci görüşmede içler dışlar çarpımı uyguladığı bir durumda “ <i>payları eşitse paydası küçük olan daha büyüktür</i> ” ifadesiyle gerçekleştirdiği karşılaştırmayı desteklemiştir. Buradan öğrencinin aslında skaler ilişkilendirme yaptığı anlaşılmaktadır. İkinci görüşmede ise birim oran stratejisi uygulamasına rağmen aynı yöntemi ilk görüşmede yapsaydı yanlış olacağını söylemiş ve stratejiler arasında bir fark olup olmadığı sorusuna olmadığı yönünde cevap vermiştir. Elde ettiği oranın birimi sorulduğunda birimi olmadığını bunun nedeninin ondalıklı öğrenci olamamasından kaynaklandığını belirtmiştir.
Ö4	Birimli Oran Kavramı	Öğrenci sorularda içerildikleri için birimleri yazmadığını söylemiş fakat sözlü olarak çoğunlukla belirtmiştir. Birimlerin karışıklığı önleme işlevinin olduğunu belirtmiştir. Öğrenci elde ettiği oranı “ <i>tadın formülü</i> ” olarak nitelendirerek oranın farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasındaki değişmeyen çarpımsal ilişki olduğunu açıklamaya çalışmıştır. İlk görüşmede denk kesir, değişim çarpanı, denklik sınıfı ve birim oran stratejilerine başvuran öğrenci ikinci görüşmede birim oran stratejisini uygulamıştır. Ayrıca ilk görüşmede birim oran stratejisini fonksiyonel ilişkilendirme ile açıklayabilmiştir. İkinci görüşmede kesir formunda çalışılırken de aslında bölme yapılmış olduğunu ifade ederek birim oran stratejisi uygulamak yerine ilk görüşmede sergilediği ilişkilendirmeleri tekrarlayabileceğini açıklamıştır.

EK-16 (Devamı) Öğrencilerin Birimli-Birimsiz Oran Kavramlarına Dair Özet Veriler

<i>Tablo: Devamı</i>		
Öğrencinin kodu	Sahip olduğu oran kavramı	İki görüşmenin kısa özeti
Ö5	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimleri yazmamakta fakat genellikle sözlü olarak ifade etmektedir. Soruda verildiğinden dolayı birimlerin yazılmasının gerekli olmadığını belirtmiş ancak soru görülüyorsa birimlerin bir anlam ifade edebileceğini söylemiştir. Sadeleştirmenin karşılaştırmayı kolaylaştırdığını aktarmıştır. İlişkilendirme yolları arasında bir fark bulunmadığını belirtmekle birlikte içler dışlar çarpımı stratejisi ya da birim oran stratejisi uyguladığında dahi bunu fonksiyonel ilişkilendirme terimleriyle açıklayamamıştır. Birim oran stratejisi uyguladığı bir durumda kesir formunda bunu nasıl yapacağı sorulduğunda denk kesir stratejisiyle göstermiştir. Öğrenci ilk görüşmede denk kesir, ortak paydada (ve payda) buluşturma ve değişim çarpanı stratejilerini; ikinci görüşmede birim oran ve ortak paydada buluşturma stratejilerini uygulamıştır. İkinci görüşmede elde ettiği oranın birimi sorulduğunda “öğrenci” cevabını vermiştir. Ayrıca ikinci görüşmede neden kesir formunda sorulduğunda sayılar büyük olduğundan bu tercihte bulunduğunu aktarmıştır. Farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasındaki sabit çarpımsal ilişkiyi tespit etmekte olduğuna dair hiçbir belirtiye rastlanmamıştır.
Ö6	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimlerin yalnızca karışıklığı önleme işlevine sahip olduğunu belirtmiştir. Ayrıca uygulamalarında aynı ölçme uzaylarına ait çarpımsal ilişkiyi oran olarak kabul etmiştir. Skaler ilişkilendirme ile fonksiyonel ilişkilendirme arasındaki farka dair herhangi bir açıklamada bulunamamış ve skaler ilişkilendirme gerektiren stratejilere yoğunlaşmıştır. Birinci görüşmede denk kesir ve ortak paydada buluşturma ikinci görüşmede birim oran stratejisini uygulamıştır. Fakat öğrenci ikinci görüşmede birim oranları elde ederken yer yer işlem hataları yapmıştır.
Ö7	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimlerin yalnızca karışıklığı önleme işlevine sahip olduğunu belirtmiştir. Ayrıca aynı ölçme uzayına ait nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiye baktığını “<i>Yana doğru ilişkiye bakıyorum.</i>” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci birinci görüşmede denk kesir, yüzde ve ortak paydada buluşturma stratejilerini, ikinci görüşmede değişim çarpanı, birim oran ve içler dışlar çarpımı stratejilerini kullanmıştır. Fakat öğrenci birim oran ve içler dışlar çarpımı stratejilerini uygulamasına rağmen bunları skaler ilişkilendirme temelinde gerçekleştirdiği anlaşılmıştır. Bütün bu tespitler öğrencinin tadı ya da sınıf yoğunluğunu farklı ölçme uzayına ait nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin verdiğini belirtmesini gölgede bırakmıştır. Öğrenci iddiasıyla tutarlı olan ilişkilendirmeyi gerçekleştirememektedir.
Ö8	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimlerin yalnızca karışıklığı önleme işlevine sahip olduğunu belirtmiştir. Ayrıca önceden değinildiği gibi öğrenci aynı ya da farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiler arasında bir farkın olmadığı yönünde açıklamalarda bulunmuştur. Her ne kadar birimlerle ilgili birtakım uygun açıklamalarda bulunabilmişse de elde ettiği oranın birimini belirleyememekte ya da yanlış belirlemektedir. Sayılar arasındaki katlı ilişkilerin belirlenmesinin kolaylığına göre hareket etmektedir. Birinci görüşmede içler dışlar çarpımı, denk kesir ve değişim çarpanı; ikinci görüşmede birim oran ve denk kesir stratejilerini uygulayan öğrencinin bütün stratejilerini skaler ilişkilendirme temelinde gerçekleştirdiği anlaşılmıştır.

EK-16 (Devamı) Öğrencilerin Birimli-Birimsiz Oran Kavramlarına Dair Özet Veriler

Tablo: Devamı		
Öğrencinin kodu	Sahip olduğu oran kavramı	İki görüşmenin kısa özeti
Ö9	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci ilk görüşmede verileri ya eksik yazdı ya da hiç yazmadı ve karışıklığı önlemeye hizmet ettiklerini belirtti. İkinci görüşmede ise veri okuma sorularında birimleri yazdı ama işlemlere dâhil etmedi. Öğrenci ilk görüşmede toplamsal akıl yürütmüş fakat ikinci görüşmede araştırmacının bir müdahalesi olmaksızın bu konuda düzeltme yapması gerektiği yönünde açıklamada bulunmuştur. İlk görüşmede hata yaptığını dile getirmiştir. İkinci görüşmede değişim çarpanı ve birim oran stratejilerini uygulayan öğrenci bütün uygulamalarını skaler ilişkilendirme temelinde gerçekleştirmiştir. Öğrenci her ne kadar birimle ilgili bir defaya mahsus uygun cevap vermiş olsa da aynı ölçme uzaylarına ait niceliklerin çarpımsal ilişkisinin (yani yana doğru) belirleyici olduğunu ifade etmiştir.
Ö10	Birimli Oran Kavramı	Öğrenci birimleri eksik yazmakta fakat yazılması gerektiğini belirtmektedir. Nedeni sorulduğunda karışıklığın önlenmesi şeklinde cevap vermiştir. Oranın farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasındaki değişmeyen çarpımsal ilişki olduğunu belirtebilmiştir. Öğrencinin “ <i>Ne olursa olsun kesrin $\frac{1 \text{ dl LS}}{2,5 \text{ dl Karışım}}$ sadeleştiğinde bunun çıkması gerekiyor. Oran hep bu kalmalı. Hep arada 1 bölü 2,5 ilişkisi olmalı.</i> ” şeklindeki ifadeleri bu tespiti destekler niteliktedir. Öğrenci birinci görüşmede denk kesir, denklik sınıfı ve içler dışlar çarpımı stratejilerini; ikinci görüşmede denk kesir, değişim çarpanı, denklik sınıfı ve birim oran stratejilerini kullanmıştır. Öğrenci stratejilerini fonksiyonel ilişkilendirme temelinde gerçekleştirebilmiştir. Fakat iki görüşmede elde ettiği oranların birimini belirlemek konusunda sıkıntılar yaşamıştır.
Ö11	Birimli Oran Stratejisi	Öğrenci birimlerin yalnızca karışıklığı önleme işlevine sahip olduğunu belirtmiştir. Fakat farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin belirleyici olduğunu belirtmiş ve önceden de ele alındığı gibi içler dışlar çarpımı stratejisini fonksiyonel ilişkilendirmeye uygun şekilde gerçekleştirebilmiştir. Öğrenci birinci görüşmede denk kesir, değişim çarpanı ve ortak paydada buluşturma stratejilerini, ikinci görüşmede denk kesir, ortak paydada buluşturma ve içler dışlar stratejilerini kullanmıştır. Öğrencinin birimsiz oran stratejilerine daha sık başvurduğu ve birimlerle ilgili birtakım hatalı düşüncelere sahip olduğu da görülmüştür.
Ö12	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birinci görüşmede birimleri yazmamış, ikinci görüşmede yazmış fakat işlem süreçlerine dâhil etmemiştir. Her ne kadar bazı uygun ifadelerde bulunmuş olsa da her iki görüşmede birimleri yazmanın karışıklığın engellenmesine hizmet edeceğini belirtmiştir. Her iki görüşmede denk kesir, içler dışlar çarpımı ve ortak paydada buluşturma stratejilerini uygulayan öğrenciye içler dışlar çarpımı yaptığı bir örnekte stratejisini anlatması istendiğinde $\frac{2}{5}$ 'in $\frac{4}{10}$ 'un sadeleşmiş hali olduğu şeklinde (skaler ilişkilendirmeye) açıklamıştır. İlişkilendirme yönü hakkındaki sorulara skaler ve fonksiyonel ilişkilendirmelerin farklılıklarına ilişkin bir farkındalık sergileyememiştir. Ayrıca elde ettiği oranların birimlerini uygun belirleyememiştir. Bütün belirtiler öğrencinin skaler ilişkilendirme odaklı hareket etmekte olduğunu göstermiştir.

EK-16 (Devamı) Öğrencilerin Birimli-Birimsiz Oran Kavramlarına Dair Özet Veriler

Tablo: Devamı		
Öğrencinin kodu	Sahip olduğu oran kavramı	İki görüşmenin kısa özeti
Ö13	Birimsiz Oran Kavramı	Birimlere ilişkin yanılgılar sergilemiştir. Birimleri yazmanın karışıklığı önleme işlevi gördüğünü belirtmiştir. Aynı ya da farklı ölçme uzaylarına ait nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiler arasında bir farkın olmadığı yönünde açıklamalarda bulunmuştur. Ayrıca öğrenci skaler ilişkilendirme yaptığını sözlü olarak belirtmiştir. Payda eşitleyip payları karşılaştırdığı yönünde birden fazla beyanı olmuştur. Birim oran stratejisi uygulamasını açıklaması istendiğinde payda eşitleyip kontrol edebileceğini ifade etmiştir. Öğrenci birinci görüşmede denk kesir, ortak paydada buluşturma ve denklik sınıfı, ikinci görüşmede birim oran, denk kesir ve ortak paydada buluşturma stratejilerini kullanmıştır.
Ö14	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimlerin yazılmasını karışıklığın önlenmesiyle açıklamaktadır. Öğrenci ilk görüşmede birimleri yazmamışken ikinci görüşmede yazmış fakat işlem süreçlerine dâhil etmemiştir. Birinci görüşmede önce toplamsal akıl yürüten öğrenci, skaler ilişkilendirme temelinde değişim çarpanı stratejisiyle devam etmiştir. İkinci görüşmede öğrenci birim oran stratejisini uygulamış fakat bunu fonksiyonel ilişkilendirme temelinde açıklayamamıştır. Bununla birlikte öğrencinin ortalamanın oran ile ilişkisine dair ve skaler-fonksiyonel ilişkilendirme yollarının farklılığına dair farkındalığının bulunmadığı görülmüştür.
Ö15	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci sadece standart ölçü birimlerini yazmaktadır. Onun dışındaki birimlerin karışıklığı önleme işlevi gördüğünü belirtmektedir (soruda içeriliyor). Elde ettiği oranın birimini belirleyememektedir. İlk görüşmede değişim çarpanı, denk kesir ve denklik sınıfı stratejilerini kullanan öğrenci ikinci görüşmede birim oran stratejisini kullanmıştır. Öğrencinin “ <i>Hepsini eşit almam lazım aşağılarını ki üsttekilerden kıyaslayabileyim</i> ” ve yukarıdan aşağıya ilişki konusunda “ <i>... bunların katını bulmak zor olurdu.</i> ” Şeklindeki açıklamaları hem skaler ilişkilendirme yaptığına işaret etmekte hem de sayılar arasındaki katlı ilişkinin kolay belirlenmesine odaklandığını göstermektedir.
Ö16	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci birimleri araştırmacı bu konuda soru sorana kadar yazmamış ve yazdıktan sonra da işlem süreçlerine dâhil etmemiştir. Birimlerin karışıklığın önlenmesine hizmet ettiğini belirtmiştir. Oranın birimini uygun şekilde ortaya koyamamıştır. Oranlar karşılaştırılırken aynı ölçme uzayına ait niceliklerden herhangi birinin (pay ya da paydanın) eşitlenmesi gerektiğini ve onlar arasındaki katlı ilişkiye bakılması gerektiğini ifade etmiştir. Yani Skaler ilişkilendirmeyi vurgulamıştır. Birim oran stratejisini ya da içler dışlar çarpımı stratejilerini uyguladığı zamanlarda açıklama istendiğinde ya da sağlamasını yapması gerektiğinde denk kesir stratejisine başvurmuştur. Öğrenci birinci görüşmede denk kesir, değişim çarpanı, ortak paydada buluşturma ve içler dışlar çarpımı; ikinci görüşmede birim oran ve denk kesir stratejilerini kullanmıştır.

EK-16 (Devamı) Öğrencilerin Birimli-Birimsiz Oran Kavramlarına Dair Özet Veriler

Tablo: Devamı		
Öğrencinin kodu	Sahip olduğu oran kavramı	İki görüşmenin kısa özeti
Ö17	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci standart ölçü birimleri haricindeki birimleri ve nesneleri yazmamış ve onların yalnızca karışıklığın önlenmesi işlevine sahip olduğunu ifade etmiştir. Elde ettiği oranların birimlerini belirleyememiştir. Ayrıca öğrenci birinci görüşmede ortak paydada buluşturma ve denk kesir stratejilerini ikinci görüşmede birim oran stratejisini uygulamıştır. Öğrenci orantılar kurarken payların ya da paydaların eşitlenip diğer bileşenlerin kontrol edilmesine odaklanarak skaler ilişkilendirme yapmaktadır. Skaler ve fonksiyonel ilişkilendirme yollarının ayırımına ilişkin hiçbir farkındalık sergilememiştir. Bu ilişkilendirmelerin aynı olduğunu öne sürmüştür.
Ö18	Birimsiz Oran Kavramı	Başlangıçta birimleri yazmayan öğrenci, araştırmacının bu konudaki sorusu üzerine birimleri yazmaya başlamış fakat işlem süreçlerine dâhil etmemiştir. Öğrenci birimlerin yazılmasının kafa karışıklığının önlenmesine hizmet edeceğini belirtmiştir. İlk görüşmede elde ettiği oranın biriminin bulunmadığını belirtmiş, ikinci görüşmede ise oranın birimini yanlış tespit etmiştir. Birinci görüşmede denk kesir ve ortak paydada buluşturma stratejisini uygulayan öğrenci ikinci görüşmede birim oran stratejisini uygulamıştır. Payları eşitle paydaları karşılaştıran gibi skaler ilişkilendirme içeren açıklamalarla çözümlerini sunan öğrenci birim oran stratejisini nasıl ve neden yürüttüğünü açıklayamamıştır. Hatta rasyonel sayıların farklı kavranışları arasındaki farklılaşmalara dair bir takım yanlış anlamaları tespit edilmiştir.
Ö19	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci araştırmacı soru yöneltene kadar standartlar haricinde birimleri başta yazmamıştır. Ayrıca birimleri işlem süreçlerine dâhil etmemiştir. Soruda içerildiklerinden yazılmasının gerekli olmadığını ifade etmiştir. Birinci görüşmede değişim çarpanı, denk kesir ve ortak paydada buluşturma stratejilerini uygulayan öğrenci ikinci görüşmede birim oran stratejisi uygulamıştır. İlk görüşmede farklı ölçme uzaylarına ait çokluklar arasında çarpımsal ilişkilendirme yapılamayacağını belirten öğrenciden ikinci görüşmede birim oran stratejisini nasıl uyguladığını açıklaması ve eşitliği nasıl belirlediği sorulduğunda denk kesir ve değişim çarpanı gibi skaler ilişkilendirme gerektiren uygulamalarda bulunmuştur (sadeleştirmeler gibi).
Ö20	Birimsiz Oran Kavramı	Öğrenci ilk görüşmede birimleri yazmamış, ikinci oturumda yazmıştır. Fakat her iki görüşmede de birimleri işlem süreçlerine dâhil etmemiştir. Öğrenci birimlerin karışıklığın önlenmesi işlevi gördüklerini belirtmiştir. İlk görüşmede toplamsal akıl yürüten öğrenci ikinci görüşmede araştırmacının bir müdahalesi olmadan ilk görüşmede gerçekleştirdiği işlemlerin hatalı olduğunu ifade etmiştir. İkinci görüşmede birim oran stratejisine başvuran öğrenciden stratejisini açıklaması istendiğinde skaler ilişkilendirme gerektiren değişim çarpanı stratejisine başvurmuştur. İlişkilendirme yollarının ayırımına dair bir farkındalık sergileyememiştir.

ÖZ GEÇMİŞ

Araştırmacının;

Adı Soyadı: Aykut AŞKAR

Eğitim Bilgileri:

Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Doktora Programı (2015-2025)

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Sınıf Öğretmenliği Ana
Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı (2012-2015)

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Programı (2008-2012)

Mesleki Deneyimi:

Trabzon Ortahisar İskenderpaşa Ortaokulu Matematik Öğretmeni (2022- Devam ediyor)

Trabzon Ortahisar Şehit Yüzbaşı Cengiz Topel İmam Hatip Ortaokulu Matematik
Öğretmeni (2021-2022)

Trabzon Dernekpazarı İmam Hatip Ortaokulu Matematik Öğretmeni (2020-2021)

Eskişehir Tepebaşı Necip Fazıl Kısakürek Ortaokulu Matematik Öğretmeni (2019-2020)

Eskişehir Odunpazarı Sabri Kılıçoğlu Ortaokulu Müdür Yardımcısı (2017-2019)

Eskişehir Sarıcakaya Anadolu İmam Hatip Lisesi (Ortaokul Bölümü) Matematik
Öğretmeni (2016-2017)

İstanbul Sultangazi Nurettin Uzun Ortaokulu Matematik Öğretmeni (2012-2016)

Kazandığı Burs ve Ödüller:

Millî Eğitim Bakanlığı'nın 17.01.2022 ve 01.06.2022 tarihli Başarı Belgeleri

Eskişehir İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nün "Öğretmenlerin Gözünden Yunus Emre ve
Yunus Emre'yi Anlamak" temalı makale yarışmasında 3.'lük ödülü ve Teşekkür Belgesi
(2020)

Jagiellonian Üniversitesi Matematik ve Bilgisayar Bilimleri Fakültesi ERASMUS Bursu
(2009-2010)