



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANA BİLİM DALI

**YÜKSEK
LİSANS
TEZİ**

**ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
KAREKÖK KAVRAMIYLA İLGİLİ
KAVRAM İMAJLARI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞLARI**

Görkem Ali DİKMEN

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ
TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

Antalya, 2023

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAREKÖK
KAVRAMIYLA İLGİLİ KAVRAM İMAJLARI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞLARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Görkem Ali DİKMEN

Danışman:

Prof. Dr. Sinem SEZER EVCAN

Antalya, 2023

DOĞRULUK BEYANI

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum bu çalışmayı, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yol ve yardıma başvurmaksızın yazdığımı, yararlandığım eserlerin kaynakçalardan gösterilenlerden oluştuğunu ve bu eserleri her kullanışında alıntı yaparak yararlandığımı belirtir; bunu onurumla doğrularım. Enstitü tarafından belli bir zamana bağlı olmaksızın, tezimle ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara katlanacağımı bildiririm.

27/02/2023

Görkem Ali DİKMEN

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Görkem Ali DİKMEN'in bu çalışması 27/02/2023 tarihinde jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programında **Yüksek Lisans Tezi** olarak **oy birliği** ile kabul edilmiştir.

İMZA

Başkan (Danışman) : Prof. Dr. Sinem Sezer EVCAN

Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü

.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Zeynep EKEN

Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü

.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Rahime DERE

Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi Eğitim

Fakültesi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü

.....

YÜKSEK LİSANS TEZİNİN ADI: Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Karekök Kavramıyla İlgili Kavram İmajları ve İşlemsel Anlayışları

ONAY: Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunun tarihli vesayılı kararıyla kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Güçlü ŞEKERCİOĞLU

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Akademik eğitim hayatımdaki lisans öğrenimimde ve yüksek lisans eğitimimdeki akademik çalışmalarında her an desteğini hissettiğim, bana hem bilgi birikimiyle hem hayat tecrübesiyle katkı sunan, her zaman yanımda olup benim daima ilerlemem için yol gösteren danışmanım değerli hocam Prof. Dr. Sinem SEZER EVCAN'a tezimi tamamlama süreçlerimde bana ayırdığı zaman ve harcadığı emeklerinden dolayı en içten teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Ayrıca lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışmasına katkı sağlayan gönüllü olarak birlikte çalıştığım tüm öğrencilerime teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam sırasında ve öncesinde değerli görüşleri ve önerileriyle her zaman bana sağladığı katkılarından dolayı akademisyen hocam Dr. Yasin KOZAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Bana her zaman inanan ve benden desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen her an yanımda olduğunu bildiğim eşim Kübra KARA DİKMEN'e, sevgileri sayesinde moral ve güç bulduğum, bugünlere gelmemde en büyük paya sahip olan sevgili annem Gürcü DİKMEN ve babam Adnan DİKMEN'e sonsuz sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Görkem Ali DİKMEN

ÖZET

ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAREKÖK KAVRAMIYLA İLGİLİ KAVRAM İMAJLARI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞLARI

Hazırlayan: DİKMEN, Görkem Ali

Yüksek Lisans Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı

Danışman: Prof. Dr. Sinem SEZER EVCAN

Şubat 2023, 109 sayfa

Bu araştırmanın amacı ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını ve işlemsel anlayışlarını belirlemektir. Bu araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılında bir devlet okulunun ortaokul sekizinci sınıf düzeyinde öğrenim gören toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın modeli nitel araştırma desenlerinden durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Örneklem için seçilen 12 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi seçkisiz örnekleme türlerinden oransız tabakalı örneklem tekniği kullanılarak belirlenmiştir. Araştırmada veriler, öğrencilere uygulanan Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Belirleme Testi ve Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu ile birlikte yapılan görüşmelerle elde edilmiştir. Görüşmelerden elde edilen nitel veriler, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını ve işlemsel anlayışlarını belirlemek için betimsel analiz yöntemi ile çözümlenmiştir.

Araştırmanın sonucunda elde edilen bulgulara göre, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramı ile ilgili tanımlama yaparken kavram imajlarından yararlanarak cevap verdikleri; kavram imajlarında ise karekök kavramını üslü ifadeler ile ilişkilendirdikleri görülmüştür. Ayrıca, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili formal tanımları ise işlemsel anlayış çerçevesinde kullandıkları görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Karekök, kavram imajı, işlemsel anlayış.

ABSTRACT

SECONDARY SCHOOL EIGHTH GRADE STUDENTS' CONCEPTUAL IMAGES AND OPERATIONAL UNDERSTANDINGS OF THE SQUARE ROOT CONCEPT

By: DİKMEN, Gökem Ali

Master Thesis, Department of Mathematics and Science Education

Elementary Mathematics Education master's Program With Thesis

Supervisors: Proffesor Dr. Sinem SEZER EVCAN

February 2023, 109 pages

The purpose of this research is to determine the concept images and operational understanding of the eighth grade secondary school students about the concept of square root. This research was sustained with a total of 12 students studying at the eighth grade level of a public school in the 2021-2022 academic year. The model of the research was designed as a case study, one of the qualitative research designs. The 12 middle school eighth grade students selected for the sample were determined using the disproportionate stratified sampling technique, which is one of the random sampling types. In the research, the data were obtained through the interviews made with the Test for Determining the Operational Understanding of the Concept of Square Root and the Semi-Structured Interview Form about the Concept of Square Root, which were applied to the students. The qualitative data obtained from the interviews were analyzed via descriptive analysis method to determine the concept images and operational understanding of the eighth grade students about the concept of square root.

According to the findings obtained as a result of the research, middle school eighth grade students answered by using concept images while defining the concept of square root; In concept images, it was seen that they associated the square root concept with exponential expressions. In addition, it was seen that the eighth grade students of secondary school used the formal definitions of the concept of square root within the framework of operational understanding.

Keywords: Square Root, Concept Image, Transactional Insight.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	ix
KISALTMALAR LİSTESİ.....	x

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu.....	2
1.2. Araştırmanın Amacı.....	4
1.3. Araştırmanın Önemi	4
1.4. Araştırmanın Problemi.....	5
1.4.1. Araştırmanın Alt Problemleri	5
1.5. Sayıtlar.....	6
1.6. Sınırlılıklar	6
1.7. Tanımlar.....	6

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

2.1. Kareköklü İfadeler	8
2.2. Kavram İmajı	10
2.3. İşlemsel Anlayış.....	14
2.4. Karekök Kavramı İle İlgili Yapılan Çalışmalar.....	15

2.5. Kavram İmajı İle İlgili Yapılan Çalışmalar	18
2.6. İşlemsel Anlayış İle İlgili Yapılan Çalışmalar	21

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli	23
3.2. Araştırmanın Evren ve Örneklemi	24
3.3. Veri Toplama Araçları	24
3.3.1. Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi	25
3.3.2. Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu	26
3.4. Veri Toplanma Süreci	27
3.5. Verilerin Analizi	30

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	34
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	44

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma	73
5.2. Öneriler	79
KAYNAKÇA	80

EKLER	85
Ek-1: Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi.....	85
Ek-2: Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Form.....	89
Ek-3: MEM İzin Belgesi.....	91
Ek-4: Etik Kurul İzin Belgesi.....	92
�ZGE�Mİş	93
İNTİHAL RAPORU	95



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Kavram tanımı ve kavram imajı ilişkisi.....	10
Şekil 2.2. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü ilişki.....	11
Şekil 2.3. Kavram tanımı ve kavram imajı arasında istenen ilişki.....	11
Şekil 2.4. Sadece kavram tanımı etkin kullanılarak verilen bir cevap için model.....	12
Şekil 2.5. Kavram imajının ön plana çıkarak verilen bir cevap için model.....	12
Şekil 2.6. Sadece kavram imajının etkin kullanılarak verilen bir cevap için model.....	13
Şekil 3.1. Karekök Kavramına Ait Bilişsel Yapılanma.....	30
Şekil 4.1. Yedinci Soruya Ö1 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	40
Şekil 4.2. Yedinci Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	41
Şekil 4.3. Yedinci Soruya Ö3 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	41
Şekil 4.4. Yedinci Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	41
Şekil 4.5. Yedinci Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	41
Şekil 4.6. Yedinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	42
Şekil 4.7. Yedinci Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	42
Şekil 4.8. Yedinci Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	42
Şekil 4.9. Yedinci Soruya Ö10 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	43
Şekil 4.10. Yedinci Soruya Ö11 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	43
Şekil 4.11. Birinci Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	44
Şekil 4.12. Birinci Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	45
Şekil 4.13. Birinci Soruya Ö11 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	46
Şekil 4.14. İkinci Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	46
Şekil 4.15. İkinci Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	47
Şekil 4.16. İkinci Soruya Ö3 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	48
Şekil 4.17. Üçüncü Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	48
Şekil 4.18. Üçüncü Soruya Ö12 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	49
Şekil 4.19. Üçüncü Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	50
Şekil 4.20. Dördüncü Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	51
Şekil 4.21. Dördüncü Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	52
Şekil 4.22. Dördüncü Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	53
Şekil 4.23. Beşinci Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	53
Şekil 4.24. Beşinci Soruya Ö1 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	54
Şekil 4.25. Beşinci Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	55
Şekil 4.26. Altıncı Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	56
Şekil 4.27. Altıncı Soruya Ö12 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	56

Şekil 4.28. Altıncı Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	57
Şekil 4.29. Yedinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	58
Şekil 4.30. Yedinci Soruya Ö10 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	59
Şekil 4.31. Yedinci Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	59
Şekil 4.32. Sekizinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	60
Şekil 4.33. Sekizinci Soruya Ö1 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	61
Şekil 4.34. Sekizinci Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	61
Şekil 4.35. On birinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	62
Şekil 4.36. On birinci Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	63
Şekil 4.37. On birinci Soruya Ö10 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	63
Şekil 4.38. Dokuzuncu Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	65
Şekil 4.39. Dokuzuncu Soruya Ö3 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	65
Şekil 4.40. Dokuzuncu Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	66
Şekil 4.41. Onuncu Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	67
Şekil 4.42. Onuncu Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	67
Şekil 4.43. Onuncu Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	68
Şekil 4.44. On ikinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	69
Şekil 4.45. On ikinci Soruya Ö11 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	69
Şekil 4.46. On ikinci Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt.....	70

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testinin Sorulara Göre Dağılımı.....	26
Tablo 3.2. Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencileri ile Yapılan Görüşme Süreleri.....	28
Tablo 4.1. Tam Kare Pozitif Tam Sayılarla İlgili İşlemsel Anlayışlar.....	44
Tablo 4.2. Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ve Karekökleri Arasındaki İlişkilerle İlgili İşlemsel Anlayışlar.....	51
Tablo 4.3. Tam Kare Olmayan Pozitif Tam Sayıların Hangi İki Doğal Sayısı Arasında Olduğuyla İlgili İşlemsel Anlayışlar.....	58
Tablo 4.4. Tam Kare Olmayan Pozitif Tam Sayılar ve Karekökleri Konusuyla İlgili İşlemsel Anlayışlar.....	64



KISALTMALAR LİSTESİ

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

KKİİABT: Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi (EK-1)

KKİYYGF: Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (EK-2)



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bir bilim dalı olarak matematiğin insanlık tarihiyle birlikte uzunca bir geçmişe sahip olduğu bilinmektedir. Çağımızda ise matematik; çok katlı akustik ve güzel bir mimari yapıya sahip olan muhteşem bir binaya benzetilmektedir (Nasibov ve Kaçar, 2005). İnsanlar binlerce yıldır yaşamlarını anlamlandırabilmek, karşılaştığı problemleri çözebilmek gibi birçok konuda matematikten yardım almışlardır. Matematiğin, insanların düşünme yeteneğini kullanmasında olaylardan anlam çıkararak kendine göre yeniden kurgulayabilme özelliği bilinmektedir. Bu nedendir ki matematik eğitimi temel eğitimin önemli yapıtaşlarından birini belki de en önemlisini oluşturur. Matematik eğitimi sayıları, işlemleri öğretmekten, günlük yaşamın vazgeçilmez bir parçası olan hesaplama becerilerini kazandırmaktan öte bir işlev üstlenmekle birlikte her geçen gün daha da önem kazanarak günlük yaşam içerisindeki olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminlerde bulunma, problem çözme gibi önemli destekler sağlamaktadır (Umay, 2003). Bilim ve teknolojinin çok hızlı gelişmeler gösterdiği bilgi ve teknoloji çağı olarak nitelendirilen bir zaman diliminde yaşadığımız göz önüne getirildiğinde her alanda kullanılabilen bir araç olarak giderek artan bir matematik ihtiyacından bahsedebiliriz. Bu anlamda insanın doğduğu andan itibaren her an yaşadığı öğrenme sürecinde matematik öğrenimi, matematik kullanma becerileri önemli bir yer kaplamaktadır. Matematik denince akla gelen ilk şey sayılardır. Nitekim insanoğlu ilk çağlardan itibaren sürekli saymaya ihtiyaç duymuştur. Sayma sayılarının bulunuşu; sıfırın keşfi ve sayma sayılarıyla birlikte doğal sayıların elde edilmesiyle ilerleyen ta ki rasyonel sayılara, irrasyonel sayılara ve reel sayılar kümesi oluşana kadar binlerce yıllık bir süreçte matematik ortaya çıkmıştır (Ertekin ve Ünlü, 2019). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000)'e göre günlük hayat problemlerine çözüm bulabilmek için matematik eğitiminin vazgeçilmez öğeleri arasında ilk sırada sayılar ve işlemler gelmektedir (Çevikbaş, Argün, 2017).

1.1. Problem Durumu

Matematik yığılmalı olarak ilerleyen bir süreç bilimidir. Matematik konuları içinde yer alan kavramlar ve kavramlar arası ilişkiler iyi bir şekilde anlaşılmazsa matematik öğretimi gerçekleşmiş olmaz. Bir kavramın öğrenilmesi aşamasında ortaya çıkan ön öğrenmelerdeki eksiklikler ve yanlış bilgiler, bir sonraki öğrenilecek kavramlarda güçlükler yaşanmasına ve kavramların yanlış algılanmasına neden olabilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2012).

Yenilenen öğretim programlarında matematik öğretiminde öğrencilerin başarılı olabilmesinin şartlarından biri de öğrencilerin matematikle ilgili kavram ve işlemleri anlamalarına, her iki beceri arasında bağ kurmalarına yardımcı olacak bir öğretimin gerçekleştirilmesi olarak açıklanmaktadır (MEB, 2018, s. 9). Matematik öğretiminde, kavramsal anlamının, işlemsel yetkinliğin önemli bir bileşeni olduğu birçok çalışmayla ortaya çıkarılmıştır. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams' a (2019, s. 24) göre, “kavramsal bilgi, bir konuya ve kavramlara dair temel fikirlerle ve kavramlar arasındaki ilişkilerle alakalı bilgiler; işlemsel bilgi ise matematiksel işlemler için kullanılan kurallar ve sembollere ilişkin bilgilerdir”.

Kavramsal bilgi matematiksel kavramları farklı bir biçimde sunma, onlar arasında ilişki kurma ve gerekli işlemleri yapma gibi becerilerin oluşturduğu kavramaya dayalı bir bilgidir (Skemp, 1986; aktaran Güzel, 2014). Kavramsal bilgi, öğrenenin kavramlar arasında ilişki kurmasına ve gerektiği zaman ileri-geri geçişler yapmasına olanak sağlar (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2008).

Tall ve Vinner'a (1981) göre, belirli bir kavramla ilgili olarak kavram imajı bireylerin zihinlerinde oluşturdukları tüm bilişsel yapılar olup bireylere özgüdür. Günlük hayatta pek çok şey için görürüz, iştiriz ve bunları zihnimize canlandırırız işte o düşünce sadece bir kavramın adı olmaz onun yanında zihnimize oluşan bir görüntüsü vardır. Vinner'a (1991) göre bu görüntülerin hepsine birden kavram imajı açıklaması getirmektedir.

Vinner'a (1983) göre, öğrenim sürecinde öğrencilere hatalı ve yanlış verilen örnekler, öğrencilerin doğru kavram imajları oluşturmalarına engel olabilmektedir. Bu yanlış kavram imajları öğrencilerin ön öğrenmelerdeki bilgi eksikliklerinden veya oluşturdıkları kavram yanlışlarından kaynaklanabilir.

Öğrenciler genellikle matematikte çözüme ulaşmak için sadece işlemsel bilgileri ezberlemektedir. Bu durumun nedenlerinden biri de kavramsal ve işlemsel bilgileri ilişkilendirememeleri olarak gösterilebilir. Bunun neticesinde de öğrenciler kavramları anlamlandırmakta zorluklar yaşamakta ve öğrencilerde kavramlarla ilgili kavram yanlışları oluşturabilmektedir (NCTM, 2000; aktaran Temel ve Eroğlu, 2014). Matematik öğretiminde öğrencilerin kavramlarla ilgili olarak ön öğrenmelerdeki bilgi eksikliklerinin ve kavram yanlışlarının belirlenerek yerinde giderilmesi bu kavramların doğru olarak anlamlandırılmasına olanak sağlayabilir.

Kavramların soyutlanmasıyla oluşan matematik biliminde, bireylerin matematiksel kavramları zihinlerinde anlamlı bir şekilde yapılandırabilmesi matematik öğretimi için önemlidir. Sarmal bir eğitim yapısında olan matematikte birçok konu zincirin halkaları gibi birbiriyle bağlantılıdır. Öğrencilerin 8.sınıf düzeyinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında, gerçek sayı kümelerini rasyonel ve irrasyonel sayı kümeleri arasında ilişki kurarak anlamlandırarak oluşturabilecekleri beklenmektedir (MEB, 2018). Burada rasyonel ve irrasyonel sayı kümeleri arasındaki ilişkiyi oluşturabilmek için karekök kavramı üzerinde durulmaktadır. Bir nevi sayı kümeleri arasında köprü görevini üstlenen karekök kavramının da zihinlerde doğru bir şekilde resmedilmesi önemlidir. Çünkü matematiğin sayılar ve işlemler alanının temel konularından birisi olan kareköklü ifadeler konusunda yer alan kavramlar bir sonraki eğitim kademelerinde bulunan birçok konuya alt yapı oluşturmaktadır.

Kavramsal bilgi yönünden zayıf ve kavram imajında beklenenden farklı bir görüntüsü olan bir öğrencinin karşılaştığı bir problemin çözümünde ortaya koyacağı işlemsel bilgi ve becerisinin ne olduğu önemlidir ve merak edilmektedir. Öğrencinin problem çözümünde gösterdiği işlemsel bilgisi ve becerisi aynı zamanda işlemsel anlayışına yönelik bilgi verecektir. Bundan dolayı bu çalışmada, günlük hayatta karşılığı olmayan ve matematik eğitimi içerisinde kuşkusuz çok önemli bir yeri olan karekök kavramı ele alınarak ortaokul sekizinci sınıf

öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili zihinlerinde oluşturdukları kavram imajları, işlemsel anlayışları ve bu kavram imajları ile işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki olduğunun ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Araştırmada ayrıca karekök kavramı konusundaki kavram imajlarının belirlenmesinin, karekök kavramına ait kavram yanlışlarının ve ön öğrenmelerdeki eksikliklerinin giderilmesine yardımcı olacağı da düşünülmüştür.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı matematik ders başarı düzeyleri farklı olan ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını ve işlemsel anlayışlarını incelemektir.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik, doğası gereği sarmal bir yapıya sahip olduğu için öğrenilen her yeni kavram kendinden sonra gelecek yeni kavramlar için alt yapı oluşturmaktadır (Altun, 1998). Matematiğin bu özel yapısı matematik öğretim sürecinde, bir kavramın ön koşulu olan kavram öğrenciye kazandırılmadan yeni kavrama geçiş yapılamayacağını göstermektedir. Dikici ve İşleyen'e (2004) göre, matematikte bir konuyu öğrenmede zorluk yaşayan öğrencinin o konu üzerinden yeni bir konuya geçildiğinde başarılı olmasının zor olduğunu dile getirmektedirler. İrrasyonel sayılar kavramı ve irrasyonel sayı kümesinin oluşum süreci için karekök kavramı ön koşul durumunda olduğundan karekök kavramının öğrencilerin zihinlerine nasıl yerleştiği ve bu süreçteki zorlukların neler olduğu matematik öğretimi açısından önem arz etmektedir.

Matematikte karekök kavramının iyi öğrenilmesi, kareköklü ifadelerin karekök kavramı ile doğru bir şekilde ilişkilendirilmesi öğrencilerin kareköklü ifadeleri zihinlerinde doğru bir şekilde inşa edebilmeleri açısından oldukça önemlidir (Zembat, 2008). Matematik öğretiminde kareköklü ifadelerin, irrasyonel sayılar ve reel (gerçek) sayı kümelerinin arasındaki ilişkinin yapılandırılması açısından önemli bir yeri olduğu gerçeği göz önünde bulundurulduğunda; öğrencilerin, ön bilgilerindeki kareköklü ifadelerle ilgili eksikliklerinin giderilmesi bir gereklilik olmuştur.

Ortaokul matematik dersi öğretim programına bakıldığında öğrencilerin ilk defa 8.sınıf matematik konuları içerisinde kareköklü ifadelerle ilgili kazanımlarla karşılaşmaktadırlar. Öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları karekök kavramı hakkında zihinlerinde oluşturdukları kavram imajlarının ortaya çıkarılması, öğrencilerin sonraki eğitim kademelerinde karşılaşacakları yeni kavramlar için de temel oluşturacağı düşünülmektedir. Kareköklü ifadeler konusu matematik dersi öğretim programında 8.sınıf matematik konuları içerisinde en çok kazanıma sahip ve doğrusal denklemler konusundan sonra da en çok ders saatine sahip ikinci konu olarak yer almaktadır (MEB, 2108). Matematik dersi öğretim programı 8.sınıf kareköklü ifadeler konusuna ait kazanımlardan bu tez kapsamında odaklanılan ilk iki kazanım şu şekildedir:

1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.
2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.

Yukarıda belirtilen gerekçelerle bu araştırmada, kareköklü ifadeler hakkında öğrencilerin zihinlerinde oluşturdukları karekök kavramına ait imajlarının ve problem çözümünde kullandıkları işlem adımlarına, sembollerine bakılarak bireylere özgü işlemsel anlayışlarının ortaya çıkarılmasına odaklanılmıştır. Ayrıca bu çalışmadan elde edilecek bulguların, matematik dersi kavram öğretiminde meydana gelebilecek bazı eksik veya yanlış öğrenmelerin giderilmesi açısından önemli bir kazanımdır.

1.4. Araştırmanın Problemi

Araştırmanın problem cümlesi “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışları nasıldır?” olarak belirlenmiştir.

1.1. Araştırmanın Alt Problemleri

Araştırmanın alt problemleri aşağıdaki gibidir:

1. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları nasıldır?

2. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili işlemsel anlayışları nasıldır?

1.5. Sayıtlar

Bu araştırmada öğrencilerin işlemsel anlayış testine ve yarı yapılandırılmış görüşme formuna verecekleri yanıtların öğrencilerin gerçek düşüncelerini yansıtmış olduğu varsayılacaktır.

1.6. Sınırlılıklar

Aşağıdaki durumlar çalışmanın sınırlılıkları olarak kabul edilmiştir:

1. Araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılı ile sınırlandırılmıştır.
2. Şanlıurfa ili Eyyübiye ilçesinde bulunan bir ortaokuldaki 12 sekizinci sınıf öğrencisi ile sınırlandırılmıştır.
3. Ortaokul matematik dersi öğretim programında bulunan kareköklü ifadeler konusu ile sınırlandırılmıştır.
4. Veri toplama aracı olarak kullanılan işlemsel anlayış testi ve yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilecek bulgularla sınırlandırılmıştır.

1.7. Tanımlar

Karekök: Karekök kavramının ortaokul seviyesinde tanıtılmasında ve yapılandırılmasında ele alınan tanımı şu şekildedir: “ $a \in R^+ \cup \{0\}$ olmak üzere $x^2=a$ denkleminin negatif olmayan çözümüne a ’nın karekökü denir ve $\sqrt{a}$ ya da $a^{1/2}$ şeklinde gösterilir” (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s. 266; aktaran Ocakbaşı, 2019).

Kavram Tanımı: Bir kavramın açıklanabilmesi için o kavrama ait bütün özellikleri barındıracak şekilde kelimelerle oluşturulan yapıdır (Tall ve Vinner, 1981).

Kavram İmajı: Bireylerin zihinlerinde oluşturdukları bilişsel yapılardır ve bireylere özgüdür. Belirli bir kavramla ilgili bireylerin zihinlerinde oluşan tüm yapılardır (Tall ve Vinner, 1981).

İşlemsel Anlayış: İşlemsel bilgi bir problemin çözümünde kullanılacak semboller, aritmetik işlemler ve kurallar bilgisidir. İşlemsel anlayış ise bir problemin çözümünde kullanılacak olan matematiksel kuralları ve işlemsel süreçlerde olması gerekenleri barındırmaktadır (Hiebert ve Lefevre, 1986).



BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Araştırmanın bu bölümünde tezin kuramsal çerçevesini oluşturan karekök kavramı ile ilgili kavram imajı ve işlemsel anlayışı belirlemeye yönelik yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. Kareköklü İfadeler

İnsanlık, tarihte yüzyıllar boyu hayatını devam ettirebilmek, doğayı anlamlandırabilmek için sayıları keşfetmeye yönelmiştir. Zaman içerisinde karşılaşılan zorluklara rağmen ortaya konulan sayılar belirli kurallara göre doğal sayılar kümesi, tam sayılar kümesi, rasyonel sayılar kümesi ve irrasyonel sayılar kümesi ile oluşturulan reel (gerçek) sayılar kümesi olarak kabul edilmesi sanıldığığının aksine epey uzun sürmüştür (Kara ve Delice, 2012; Ercire, 2014; Zazkis ve Sirotic, 2007; Güler, 2017).

Zembar'a (2008) göre öğrenciler okul öncesinden ortaokul sekizinci sınıfa kadar sayı, doğal sayı, tamsayı, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramlarını tıpkı bir binayı temelden başlayarak inşa eder gibi zihinlerinde oluşturmaya çalışmaktadırlar.

Karekök kavramının zihinde anlamlandırabilmesi, matematikteki sayı kümeleri arasındaki bağlantıların oluşturabilmesi ve sayıların daha iyi algılanması açısından önemli görülmektedir. Sayıları algılayabilmenin gerçekleşebilmesi için gerekli olan unsurların matematiğin anlamlandırılması ve kullanılmasının olduğu gösterilmektedir (Kaminski, 2002; aktaran Eroğlu ve Temel, 2014). Sayıları anlamlandırabilen öğrenciler bildikleri sayıları işlemlerde doğru kullanmakta zorluk çekmemektedirler.

Matematik eğitimindeki sayılar ve işlemler alanında yeri ve önemi her zaman için korunan karekök kavramı öğrencilerin en çok zorluk yaşadığı kavramlardan biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Kavramın soyut ve günlük hayatta birebir karşılık bulamaması da öğrencilerin yaşadığı öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarına sahip olmasında önemli bir etken olarak görülmektedir (Duartepe Paksu, 2008).

Kareköklü ifadelerin, hem rasyonel sayı hem irrasyonel sayılar kümelerinin içerisinde yer alması sayesinde reel (gerçek) sayılar kümesinin gösteriminde önemli bir yeri vardır. Karekök kavramını zihninde şekillendiremeyen öğrenciler reel (gerçek) sayı kümesini oluştururken; örneğin, irrasyonel bir sayıyı rasyonel, rasyonel bir sayıyı irrasyonel sayı kümesine dahil etme gibi çeşitli zorluklar yaşadıklarını belirtmişlerdir. Soyut olan bu kavramı anlamlandıramayan bireyin sayı kümelerini oluştururken yaşadığı zorluklar yapılan araştırmalarda ortaya konulmuştur (Kara ve Delice, 2012; Zembat, 2008; Ercire, Narlı ve Aksoy, 2016; Peled ve HersHKovitz, 1999; Güler, 2017; Temel ve Eroğlu, 2014; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Ocakbaşı, 2019; Dinç, 2018).

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında çağın gerektirdiği becerileri kazandırabilmek için değişiklik ve güncellemeler yapılmaktadır. Yapılan bu güncelleme ve değişikliklere bakıldığında karekök kavramı ortaokulda kazanılması gereken önemli kavramlardan biri olarak göze çarpmaktadır. Sayılar ve işlemler öğrenme alanında ortaokul sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerden kazanılması beklenen davranış; öğrencilerin karekök kavramını anlaması, karekök kavramı ile işlem becerilerini kazanması ve ondalık gösterimlerin kareköklerini oluşturabilmesidir. Son olarak rasyonel ve irrasyonel sayılar arasında ilişkiler kurarak reel (gerçek) sayıları tanımları beklenmektedir (MEB,2018).

Sekizinci sınıf düzeyinde matematik dersi konuları arasında kareköklü ifadeler 25 ders saati, 8 adet kazanımı ile %13 gibi bir yer kaplamaktadır. Sekizinci sınıf matematik dersi konularında doğrusal denklemlerden sonra ikinci sırada zaman ayrılması gereken bir konudur. (MEB,2018). Ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan sekizinci sınıf kareköklü ifadeler konusuna ait kazanımlar aşağıdaki gibidir:

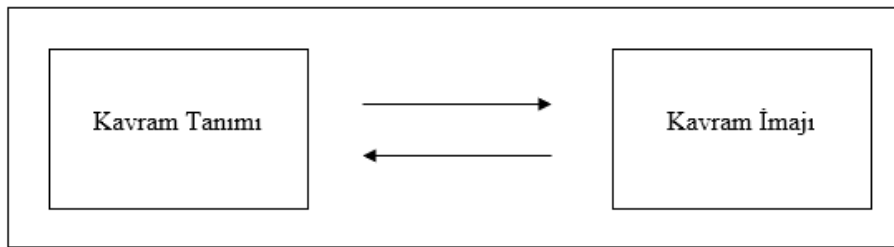
1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.
2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.
3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.
4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
5. Kareköklü ifadelerde toplam ve çıkarma işlemlerini yapar.

6. Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir.
7. Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.
8. Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.

Bu araştırmada ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajı ve işlemsel anlayışlarının incelenmesi hedeflendiği için kareköklü ifadeler konusunun ilk iki kazanımı ele alınmıştır.

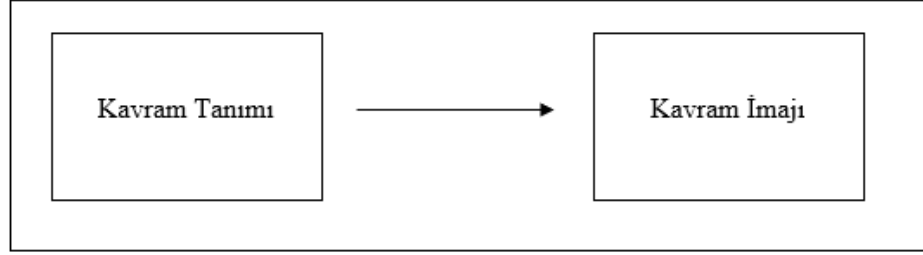
2.2. Kavram İmajı

Tall ve Vinner'a (1981) göre, kavram imajı bireylerin zihinlerinde oluşturdukları bilişsel yapılardır ve bireylere özgüdür. Belirli bir kavramla ilgili bireylerin zihinlerinde oluşan tüm yapılardır. Bireylerin zihinlerinde oluşturdukları bu kavram imajları aslında zihinsel görüntülerdir. Bir öğrencinin bir kavramla ilgili zihnindeki bütün görüntüler verilen kavramla ilgili kavram imajı olarak tanımlanmaktadır (Vinner, 1983). Bütün bu zihinsel görüntüler şekiller, semboller ve grafikler hatta günlük hayattan örnekler şeklinde olabilir. Bu imajlar her bireye özgü bir şekilde oluşturulduğundan dolayı herkes için aynı şekilde olmayabilir veya verilen kavram tanımından çok farklı şekilde oluşturulabilir (Tall ve Vinner, 1981). Vinner'a (1983) göre bilişsel yapının iki farklı hücresi bulunduğu; bu hücrelerin kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri şeklinde olduğu belirtilmiştir. Bireyin zihni bir bilişsel etkinlik (giriş) karşılaştığında birbirinden bağımsız olan kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinin kendi aralarındaki etkileşimleri sonucunda oluşan entelektüel bir davranış (çıkış) olarak oluştuğunu çalışma şekilleriyle modelleyerek ortaya koymuşlardır (Tall ve Vinner, 1981).



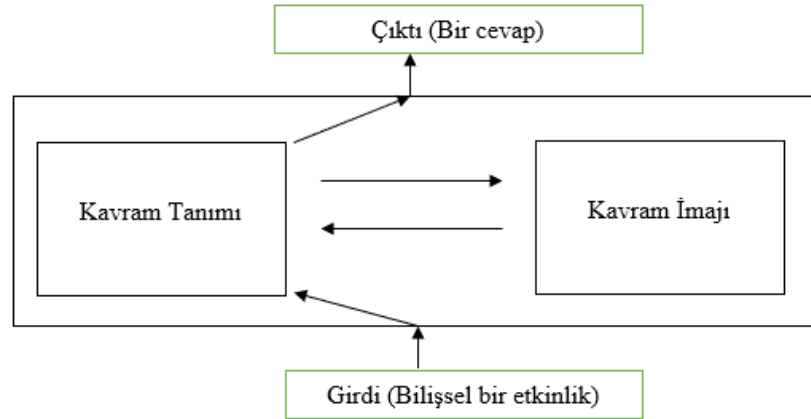
Şekil 2.1. Kavram tanımı ve kavram imajı ilişkisi

Şekil 2.1’deki modelde kavramla ilk kez karşılaşan bireyin kavram imajı hücresi de boştur. Kavramla ilgili tanımlarla karşılaşan bireyin kavram imajı hücresi dolar. Şekil 2.1’deki model kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinin karşılıklı etkileşiminin olduğu bir yapıdır.



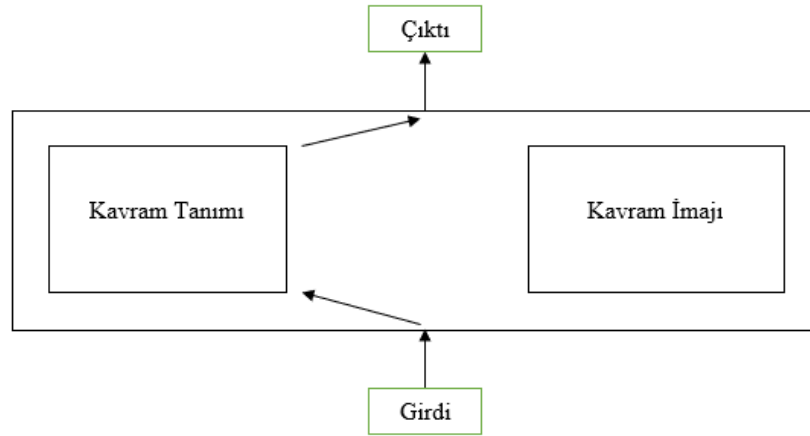
Şekil 2.2. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü ilişki

Şekil 2.2’deki model ise kavram tanımında kavram imajına doğru tek yönde oluşan bir etkileşim ile kavram imajı hücresinin oluştuğunu göstermektedir (Tall ve Vinner,1981). Bireyin zihni bilişsel bir etkinlikle karşılaştığında oluşabilecek kavram tanımı ve kavram imajı ilişkisi durumlarına ait aşağıda gösterilen modellerden bahsedilmiştir (Vinner,1983).



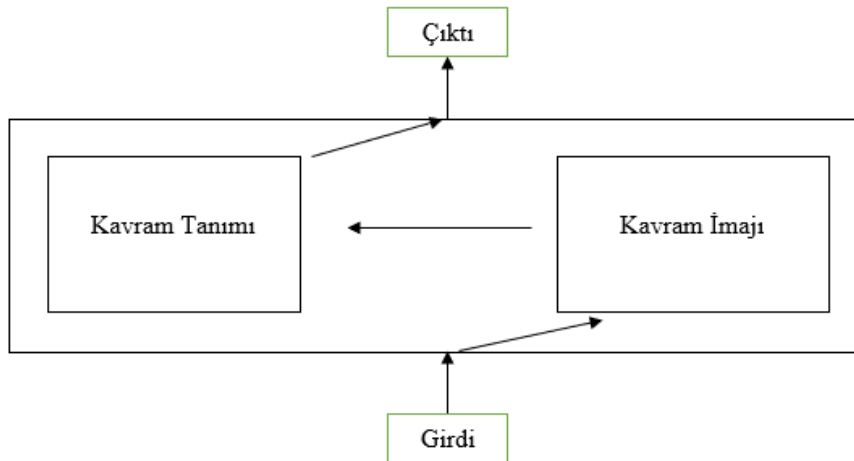
Şekil 2.3. Kavram tanımı ve kavram imajı arasında istenen ilişki

Vinner (1983) kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki istenen ilişkiyi Şekil 2.3’te gösterilen modelde açıklamıştır. Bu modele göre bireye bir bilişsel etkinlik verildiğinde bireyden öncelikle, kavram tanımına başvurup sonra kavram imajı ile etkileşime geçerek yine kavram tanımından hareketle bir cevap verilmesi beklenmektedir.



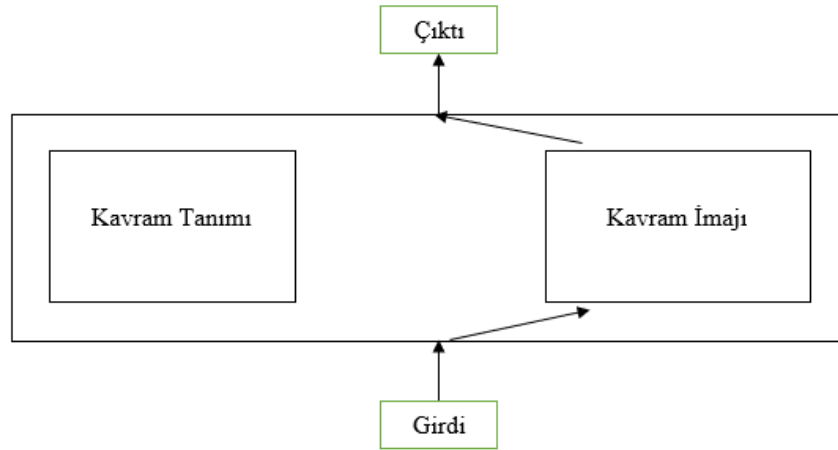
Şekil 2.4. Sadece kavram tanımı etkin kullanılarak verilen bir cevap için model

Vinner (1983)'e göre Şekil 2.4'te bireye bir etkinlik verildiğinde sadece kavram tanımının etkisiyle bir cevap verilebildiği bir modelden bahsedilmektedir.



Şekil 2.5. Kavram imajının ön plana çıkararak verilen bir cevap için model

Şekil 2.5'te bilişsel bir etkinlik verildiğinde öncelikle kavram imajı hücrelerinin ön plana çıkarak baskın hale gelmesi üzerine düşünülen bir modelden bahsedilmektedir. Ancak beklendik durumun öncelikle tanım hücrelerine danışılarak daha sonra imaj hücresiyle etkileşimin olması yani kavram tanımı hücrelerinin aktif olarak ön planda olması beklenmektedir.



Şekil 2.6. Sadece kavram imajının etkin kullanılarak verilen bir cevap için model

Şekil 2.6’da bahsedilen modelde bireyin zihnindeki kavram tanımı hücresinin dolu olmadığı ya da bireyin sadece kavram imajı hücrelerini kullanarak bir cevap verebileceğinden bahsedilmektedir.

Yukarıda bahsedilen modellerden de görüleceği üzere bireyin bilişsel bir etkinlikte karşılaştığında verilen cevabın nasıl bir yol izleyerek şekillenebileceği üzerinde durulmuştur. Bireyin zihnindeki iki farklı hücre olan kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerinin karşılıklı etkileşimleri sonucunda hangi hücrenin ön planda ya da hangi hücrenin pasif hücre olabileceğine dair etkileşimleri modellenmeye çalışılmıştır. Bu modellemelerden hareketle bireyin zihni karşılaştığı bir etkinlikte herhangi bir modele göre bir cevap verebilir (Tall ve Vinner,1981). Bireyin zihnindeki gerçekleşebilecek modellemelerden yola çıkarak bir etkinlik karşısında oluşturabileceği kavram imajının anlık bir kavram imajı olduğu da söylenebilir (Vinner, 1983).

Matematik ve geometri eğitiminde kullanılan somut ve soyut olarak karşılaşılan birçok kavramla ilgili olarak öğrencilerin, öğretmenlerin, öğretmen adaylarının zihinlerinde bu kavramları nasıl oluşturduklarını ortaya koymak için kavram tanımı ve kavram imajı ilişkisi temel alınarak birçok araştırma yapılmıştır (Vinner, 1983; Tall ve Vinner, 1981; Bingölbali ve Monaghan, 2008; Güllık, 2008; Güzel, 2014; Akdemir, 2017; Macit ve Altay, 2020; Avgören, 2011; Erşen ve Karakuş, 2013; Rösken ve Rolka, 2007).

2.3. İşlemsel Anlayış

Çağımıza ayak uyduracak sürekli olarak yeniliklere ayak uyduracak değişimin öncüsü öğrenme ve öğretme süreçleridir. Bu süreçlerde artık bilgiye ulaşmaya çalışan, yeni bilgiler üretmeye çalışan ve ulaştığı bilgileri içselleştirmeye çalışan bir öğrenci anlayışına yönelimden bahsetmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009).

Matematiksel öğrenmeler matematik bilgisinin üzerinde temellendirilmiştir. Matematiksel bilgi ise kavram ve işlem bilgisi olarak ikiye ayrılmaktadır (Bekdemir, 2012). Kavramsal bilgi matematiksel kavramları farklı bir biçimde sunma, onlar arasında ilişki kurma ve gerekli işlemleri yapma gibi becerilerin oluşturduğu kavramaya dayalı bir bilgidir (Skemp, 1986; aktaran Güzel, 2014). Van de Walle, Karp ve Bay-Williams' a (2019, s. 24) göre, “kavramsal bilgi, bir konuya ve kavramlara dair temel fikirlerle ve kavramlar arasındaki ilişkilerle alakalı bilgiler olarak işlemsel bilgidir.”

Kavramsal bilginin, işlemsel bilginin temelini oluşturan anlamı olduğu dile getirilmektedir. Öğrencilerin zihinlerinde oluşturacakları kavramsal ve işlemsel bilgilerin arasındaki ilişkilerin ve karşılıklı geçiş yapabilmesinin önemli olduğu görülmektedir. Öğrencilerin zihninde bazı bilgileri gerçek anlamda öğrenerek karşılaştığı yeni bilgilerle ilişkilendirebildiği öğrenme kavramsal öğrenmeye temel oluştururken, karşıt durum olarak bazı öğrencilerin zihinlerindeki bilgilerin sadece ezber yaparak aktarmaya çalışması işlemsel öğrenmeyi açıkça göstermektedir (Çalık Uzun, 2012).

İşlemsel bilgi, sadece bilgiyi kullanarak nedeninin bilinmediği işlemin veya kavramın nasıl kullanılacağını bilmektir. Bu yüzden işlem bilgisinin varlığı, ilgili işlemin doğru yapıp yapılmadığı ile ölçülebilir (Bekdemir, 2012). Van De Walle, Karp ve Bay-Williams'a (2019, s.24) göre, “İşlemsel bilgi, matematiksel işlemler için kullanılan kurallar ve sembollere ilişkin bilgilerdir.” Bir problemin çözümünde kullanılacak işlem bilgisi ve becerisini yani kavramların anlam ve aralarındaki bağlantıları kurmaya çalışmaksızın açıklama tarzında tanım, sembol, kural ve basit işlemleri ağırlıklı olarak kullandıran yaklaşıma “İşlemsel yaklaşım” adı verilmektedir (Bekdemir, Okur ve Gelen, 2010). Benzer olarak işlemsel anlayış ise öğrenciyi problem çözme sürecinde gerekli olan matematiksel sembolleri ve kuralları ne derecede yerine getirip getirmediğine bakarak değerlendirmektir.

Bu çerçeveden hareketle ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramı konusundaki işlemsel bilgileri, karşılaştıkları sorularda doğru yapıp yapmadıklarına bakılarak ölçülmüş; işlemsel becerileri ise matematiksel sembollerin, soruların çözümleri için gereken matematiksel kuralların ne kadarının kullanılıp kullanılmadığına bakılarak değerlendirilmiştir. İşlemsel bilgi ve işlemsel becerileri incelenen ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin işlemsel anlayışları hakkında değerlendirmeler yapılmıştır.

2.4. Kareköklü İfadelerle İlgili Yapılan Çalışmalar

Yapılan çalışmalara bakıldığında karekök kavramının, rasyonel sayı ve irrasyonel sayılar kümeleri arasında kurduğu bağlantı ile reel (gerçek) sayılar kümesinin gösteriminde önemli bir yeri vardır. Karekök kavramını zihninde şekillendiremeyen bireyler reel (gerçek) sayı kümesini oluştururken örneğin, irrasyonel bir sayıyı rasyonel, rasyonel bir sayıyı irrasyonel sayı kümesine dahil etme gibi çeşitli zorluklar yaşadıklarını belirtmişlerdir (Kara ve Delice, 2012). Matematiğin sayılar ve işlemler öğrenme alanında sayı kavramlarını doğru bir şekilde anlamlandırabilmek sayı kümeleriyle yapılacak işlemler için ön koşul olarak gösterilebilir.

Karekök kavramının da reel (gerçek) sayılar kümesinin anlamlandırılabilmesi için önemli bir görev üstlendiği görülmektedir. İrrasyonel sayılar üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında, irrasyonel sayıların anlamlandırılmadığı, irrasyonel sayıların yaklaşık değerlerinin hesaplanamaması ve oluşan kavram yanılgıları (Kara ve Delice, 2012; Peled ve Hershkovitz, 1999; Stayflidou ve Vosniadou, 2002; Seyhan ve Gür, 2004; Dinç, 2018) bu çalışmalarda ifade edilmiştir.

Kareköklü sayılarla ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında (Cengiz, 2006; Orhun, 1998; Sirotic, 1998; Şenay, 2002; aktaran Duatepe-Paksu, 2008), öğrencilerin kareköklü ifadelerde karşılaştıkları güçlükler şöyle özetlenebilir: kareköklü sayının büyüklüğüne karar verememe ve sayı doğrusuna yerleştirememe, kareköklü bir sayıyı üslü bir sayı olarak gösterememe, her a sayısı için $\sqrt{a^2} = a$ ifadesini doğru kabul etme, bir sayının karekökü ile karekökünün karesinin ayırımına varamama, üslü sayıların kareköklerini oluşturamama.

Adıgüzel (2013), çalışmasında ortaokul 8.sınıf öğrencileri ve matematik öğretmen adaylarıyla irrasyonel sayılar konusundaki bilgileri ve kavram yanlışlarını ortaya çıkarmak ve bu konudaki kavramların daha iyi kavranması için uygun çözüm yolları sunmayı amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin ve matematik öğretmen adaylarının birçoğunda irrasyonel sayılarla ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmüş ve öğrencilerin ilköğretimden üniversite hayatının sonuna kadar ön öğrenmelerdeki eksikliklerinin ve kavram yanlışlarının süregeldiği belirtilmiştir. Öğrencilerin hatalı anlayışlara sebep olmadan bu eksikliklerinin zamanında giderilmesi için öğrencilere öğretim aşamasında düşünmelerini sağlayacak etkinliklerin planlanması, algılayabilecekleri şekilde farklı temsillerle anlatımların yapılmasının faydalı olacağını ifade edilmiştir.

Temel ve Eroğlu (2014), araştırmalarında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı kümelerindeki sayı kavramlarını nasıl oluşturduklarını ve bu sayı kavramlarına ait sahip oldukları kavram yanlışlarını araştırmışlardır. Araştırmaya göre, bazı öğrencilerin tam kare sayıların kareköklerini doğal sayı olarak düşündükleri; irrasyonel sayıların değerlerini belirleyememelerinin nedeni olarak sayı doğrusundaki aralıkların öneminin vurgulanmaması ve öğrencilerin rasyonel ve irrasyonel sayı kavramlarını ayırt etmede zorlandıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin düzenli olarak devreden ondalık sayıları irrasyonel sayı olarak görmelerinin nedeni olarak ise sayı kavramı değişince sayı ayırmalarını yapamadıkları sonucu gösterilmiştir. Araştırmacılar sekizinci sınıf öğrencilerine matematik öğretiminde sayı kavramlarının daha iyi anlamlandırılabilmesi için işlemsel bilginin yanında kavramsal bilginin de aktarılmasının sayı kavramının sağlam temeller üzerine oturtulabilmesi için bir gereklilik olduğunu ifade etmişlerdir.

Ercire, Narlı ve Aksoy (2016), araştırmalarında irrasyonel sayılar ve reel (gerçek) sayılar arasındaki ilişki ile ilgili öğrencilerin yaşadıkları öğrenme güçlükleri üzerinde odaklanmışlardır. Çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında öğrencilerin reel (gerçek) sayılar ile diğer sayı kümeleri arasında ilişki kuramadıkları görülmüştür. İrrasyonel sayıların, reel sayı olamayacağı düşüncesiyle bir sayının rasyonel ve irrasyonel sayı olabileceğini dile getirmişlerdir. Araştırmacılar bulgulardan yola çıkarak öğrencilerin rasyonel sayılardaki ön bilgilerinin kontrol edilmesinin rasyonel sayılarla ilgili oluşacak kavram yanlışlarını

engelleyerek bu kavram yanlışlarının irrasyonel sayılara da yansımalarının önüne geçeceğini önermişlerdir.

Güler (2017), araştırmasında matematik öğretmenlerine yönelik olarak irrasyonel sayılarla ilgili bilgi düzeylerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırma sonuçlarına bakıldığında, irrasyonel sayıları tanımlamada, sayı doğrusunda irrasyonel sayının yerinin gösterilmesi ve irrasyonel sayılar üzerinde yapılan işlemlerde zorluk çektikleri görülmüştür. Öğretmenlerin irrasyonel sayılarla ilgili bilgi düzeylerinin düşük olduğu ve kavram yanlışlarının bulunduğu ortaya konmuştur. Araştırmacı elde edilen bulgulardan hareketle öğretmenlerin irrasyonel sayılarla ilgili ders etkinliklerini ve içeriklerini oluştururken ders kitaplarının önemine vurgu yapmıştır.

Dinç (2018), araştırmasında matematik ders başarı düzeyleri farklılık gösteren sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayı kavramını oluşturma süreçlerini incelemeyi ve gözlemlediği bilgi oluşturma süreçleri ile oluşturulacak yeni öğretim etkinliklerine tavsiyelerde bulunmayı amaçlamıştır. Araştırma sonucuna göre, öğrencilerin irrasyonel sayı kavramını soyutlayabilmesi için, sayı kavramını neden öğrendiğinin farkında olduğunu bilmesi, başka bir ifadeyle anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesini dile getirmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin neden-sonuç ilişkisi kurarak soyutlayacağı kavram üzerinde yoğun düşünme gerçekleştirdiğinde başarılı olduğundan hareketle, matematik dersi öğretim programı içeriğinde bulunan kavramlarla ilgili sadece bilgilerini kullanarak zihinlerindeki yapılarla içinden çıkamayacakları etkinliklerle yoğun düşünme süreci yaşamalarını sağlayabilmelerinin olumlu katkılarının olacağını vurgulamıştır. Ayrıca, yeni bir kavrama geçilmeden önce ön koşul öğrenme durumlarındaki eksikliklerin giderilmesinin gerekliliğinden dolayı, matematik öğretim programında ön koşul öğrenme durumlarının yer alması gerektiğini belirtmiştir.

Ocakbaşı (2019), çalışmasında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ile hazırlanan etkinliklerle karekök kavramını oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin karekök kavramıyla formal ve informal hayatta ilk defa karşılaşmış olmalarının, karekök kavramının doğası gereği soyut olduğunun düşünülmesinin ve karekök kavramı oluşumu için gerekli olduğu düşünülen ön öğrenmelerdeki eksiklik ve hataların öğrencilerin karekök kavramını oluşturma sürecini

olumsuz yönde etkilediğini belirtmiştir. Öğrencilerin tam kare ve tam kare olmayan sayıların kareköklerini bildiklerini, fakat işlem yaparken sayı doğrusunda gösterirken veya yaklaşık değerlerini hesaplarken zorluk çektiklerini belirtmiştir.

2.5. Kavram İmajı İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Tall ve Vinner (1981), çalışmalarında limit ve süreklilik kavramları ile ilgili kavram tanımı ve kavram imajı ifadelerini ayrıntılı bir şekilde açıklayarak kavram tanımı ve kavram imajı teorisinin ortaya çıkışını sağlamışlardır. Bu teoriyi ilk kez ortaya çıkaran araştırmacılar kendilerinden sonraki birçok çalışmaya da kavram tanımı ve kavram imajı teorisi ile dayanak oluşturmuşlardır. Çalışmada öğrencilerin, bu konulardaki kavram imajı oluşumu sırasında bilişsel karmaşa yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Vinner (1983), çalışmasında matematik öğretiminde kullanılan kavram tanımlamalarının üstlendiği görevlere değinmiştir. Bir kavram tanımının, o kavramı tam ve doğru bir şekilde öğrenilmesi için yeterli olmadığını dile getirmiştir. Kavramları öğrenme sürecinde kavramların uyarıcılarıyla bireylerin kendilerine özgü olarak zihinlerinde yapılandırarak oluşturduğu bu sürecin tam anlamıyla kavram öğrenmeyi gerçekleştirmeyeceğini belirtmiştir. Ayrıca, kavram oluşumunda her zaman kavram tanımının gerekmediğini de vurgulamıştır (Vinner, 1983). İnsanların bilişsel yapılarında, etkileşim halinde bulunan kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri olduğunu ve bu yapıların nasıl bir etkileşimde bulunduğunu şekillerle açıklamaktadır. Bu hücrelerin her ikisinin boş ya da dolu olabildiğini öne sürmektedir. Örneğin, önce kavram tanımı öğrenilir, kavram imajı bu tanımla birlikte verilen örnekler ve açıklamalarla dolmaya başlar. Kavram tanımı ve kavram imajı yapısının eğitim bilimlerinde bir kavramı anlamının yolunun ona ait bir kavram imajı geliştirildiğinde öğreten ve öğrenen açısından kavramsal anlamaya destek olacağını vurgulamıştır.

Rösken ve Rolka (2007), araştırmalarında belirli integral konusunda öğrencilerin kavram tanımı ve kavram imajı oluşumlarını ortaya koymayı amaçlamışlardır. Araştırmada on ikinci sınıftan yirmi dört öğrenci ile Tall ve Vinner (1981)'ın kavram tanımı ve kavram imajı teorisi çerçevesinde elde edilen bulgulara bakıldığında, öğrencilerin kavram imajlarının kavram

tanımlarına göre daha ön planda olduğu görülmüştür. Bu çalışma, matematikteki kavramları ezberleyen değil anlamlandıran öğrencilerin, kendilerine özgü kavram imajları geliştirdiğini gösteren bir çalışma olarak ortaya konulmuştur.

Bingölbalı ve Monaghan (2008), çalışmalarında makine mühendisliği ve matematik öğretmenliği bölümleri birinci sınıf lisans öğrencileri ile öğrencilerin türev kavramı ile ilgili kavram imajlarını öğrenmeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda makine mühendisliği öğrencilerinin türev kavramını değişim olarak, matematik bölümü öğrencilerinin ise bu kavramı daha çok teğet (tanjant) kavramları ile ilişkilendirdikleri gözlemlenmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular neticesinde, öğrencilerin kavram imajlarının öğrenim gördükleri bölümden bağımsız olarak düşünölemeyeceğı belirtilmiştir.

Gölkılık (2008), çalışmasını bazı geometrik kavramlarla (açı, çember, geometrik yer ve metrik) ilgili bir devlet üniversitesinde matematik öğretmen adaylarının edindikleri kavram imajlarını ve bu imajları nasıl oluşturduklarını, gelişimlerini incelemek üzerine yapmıştır. Katılımcıların lisans öğreniminde gördükleri seçmeli geometri dersi kapsamında aldıkları eğitim deneyimleri; çalışma süresince elde edilen veriler, sınıf içi gözlemler, görüşmeler ve yazılı dokümanlarla (testler ve vize sınavları) ortaya konulmuştur. Araştırmanın verileri, Tall ve Vinner'ın (1981) son halini verdiği kavram tanımı ve kavram imajı çerçevesinde fenomenolojik yaklaşımla analiz edilmiştir. Ortaya çıkan bulgulara göre, öğretmen adaylarının, farklı tecrübelerle karşılaşılan problemlerle çözmeyi, yeni kavram imajlarını kullanmayı, çözemezlerse eski kavram imajını kullanmayı ve hatta eskiden kullandığı ve yeni oluşturduğu kavram imajını birlikte kullanmayı tercih ettikleri sonuçlarına ulaşılmıştır. Ayrıca, öğretmen adaylarının, karşılaştıkları problemi çözerken probleme uygun kavram imajı kullanmaya önem verdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Avgören (2011), çalışmasında farklı sınıf seviyelerindeki ortaöğretim öğrencilerinin katı cisimler (prizma, piramit, silindir, koni, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarını incelemeyi amaçlamıştır. Bu araştırmanın sonucunda, kavramın zihinde yapılanma şeklinin bilindiğı ve bu sistemde yeni bilgilerin aktarılmasının, kavram imajına olumlu etkilerinin olacağı vurgulanmıştır.

Güzel (2014), çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıfında öğrenim gören öğrencilerini prizma ve silindir kavramlarına ait kavram imajlarını incelemeyi amaçlamıştır. Öğrencilere üç boyutlu şekillerin bulunduğu bir form uygulanarak verilen kavramlarla ilgili çağrışım yapmaları ve uygun olanların şekillerini çizmeleri istenmiştir. Elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin şekillerle ilgili çağrışım yapmaktan çok tanım yapmaya ve şekilleri betimlemeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin büyük çoğunluğunun, prizma ve silindir kavramlarını dörtgen prizma ve dik dairesel silindir olarak algıladıkları, prizma ve silindir kavramlarıyla ilgili kavram imajlarının zenginleştirilemediği ve yanlış kavram imajlarına sahip oldukları belirtilmiştir. Araştırmacı, ayrıca, öğretim programlarının uygulayıcısı olarak öğretmenlerin nitelikli yetiştirilmesinin ve kavram imajlarının zenginleşmesinin, öğrencilerinin üzerine de olumlu olarak yansiyebileceği düşüncesiyle öğretmen eğitim programlarında öğretmen adaylarının kavramsal öğrenmeleri üzerinde durulması ve kavram imajlarının zenginleştirilmesinin etkili olacağı önerisinde bulunmuştur.

Akdemir (2017), çalışmasında ortaokul öğrencilerinin açılar ve üçgenler konusundaki kavram imajlarını ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmayla elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin zihinlerinde açılar ve üçgenlerle ilgili birçok kavram imgesi olduğu görülmüştür. Bu kavram imajlarından, örneğin, üçgen kavramı ile ilişkili olması gereken imgelerin açı kavramı ile ilgili olarak, açının bir şekil olduğu ve açının bir ölçüsünün olduğu imgeleri çokça görülmüştür. Öğrenciler açılar ve üçgenlerle ilgili daha önce öğrenilen kavramları ilişkilendiremedikleri için bu durumun öğrencilerin kavram imgelerine de yansıdığı, bu yansımanın öğrencilerin ders anlatımındaki ve ders kitaplarındaki örneklerden kaynaklanan yanlış imgelere sahip olmalarına sebep olduğu belirtilmiştir. Son olarak, geometrik kavramların öğretiminde matematiksel dilin doğru kullanılmasının gerekliliğine vurgu yapılmıştır.

Macit ve Altay (2020), ortaokul altıncı sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin kesir kavramı ile ilgili kesrin farklı anlamları temelinde, kesir kavram imajlarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, öğrencilerde görülen kavram imajlarının bölme, parça bütün ve pay payda kavram imajları olduğu, kesrin diğer anlamlarından oran, işlem ve ölçü kavram imajlarına sahip öğrencilerin sayısının oldukça az olduğu tespit edilmiştir. Kesir kavramının ağırlıklı olarak parça-bütün anlamına uygun olarak öğretiminin yapılmasına rağmen, öğrencilerin daha çok bölüm anlamını tercih ettikleri sonucuna ulaşılmış ve bu

durumun nedeninin kesir kavramının sözel ifade şeklinin olabileceği söylenmiştir. Ayrıca kesri sadece pay-payda olarak gören kesir kavram imajları yüzeysel olan öğrencilerin sayısının yüksek olması, kavramsal öğrenmenin etkili olarak gerçekleşmediğine işaret ettiği ve okullarda öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri üzerine düşülmesi gerektiği belirtilmiştir.

2.6. İşlemsel Anlayış İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Baki ve Kartal (2004), lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerindeki sahip oldukları kavramsal ve işlemsel bilgilerini araştırmayı amaçlamıştır. Bu amaçla hazırladıkları bir ölçeği 250 lise öğrencisine uygulamışlardır. Öğrencilerin ölçeğe verdiği cevaplardan ulaşılan sonuçlara bakıldığında, öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki işlemsel bilgilerinin, kavramsal bilgilerine kıyasla ön planda olduğu görülmüştür.

Soylu ve Aydın (2006), çalışmalarında öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerdeki kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin aynı olup olmayacağını araştırmışlardır. Bir devlet üniversitesinin sınıf öğretmenliği üçüncü sınıfında öğrenim gören 100 öğretmen adayına 5'i kavramsal bilgiyi ölçen, 5'i de işlemsel bilgiyi ölçen 10 soruluk bir ölçek uygulamıştır. Öğretmen adaylarının, kavram öğrenmeleri ile işlemsel öğrenmeleri arasında bir denge bulunmadığı sonucu elde edilmiştir.

Birgin ve Gürbüz (2009), çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi düzeylerini incelemişlerdir. Çalışmaya katılan 160 öğrenciye 6'sı kavramsal bilgiyi, 6'sı da işlemsel bilgiyi ölçen 12 soru sorulmuştur. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin işlemsel bilgiye sahip olan sorularda, kavramsal bilgiye sahip olunması gereken sorulardan daha başarılı oldukları görülmüştür.

Bekdemir, Okur ve Gelen (2010), yedinci sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmanın sonucunda öğrencilerin işlemsel bilgi ve beceri başarı düzeylerinin, kavramsal başarı düzeylerinden anlamlı olarak daha yüksek olduğunu belirtmişlerdir. Anlamlı öğrenmeyi sağlamak ve başarı düzeylerini artırmak için kavramsal anlayışı ön plana çıkaran fakat işlemsel bilgi ve becerileri de ihmal etmeyecek etkinliklerin planlanmasının, öğrencilere bu etkinliklerin

uygulanmasının, öğrencilere problemleri düşünmeleri ve çözmeleri için uygun koşulların sağlanmasının önemini vurgulamışlardır.

Örmeci (2012), araştırmasında yedinci sınıftaki öğrencilerin kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Başarı düzeylerine göre 2 başarılı ve 2 daha az başarılı olmak üzere seçilen 4 öğrenci ile görüşmeler yapmıştır. Yaptığı görüşmeler sonucunda, başarılı öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgilere, daha az başarılı öğrencilerin ise salt işlemsel bilgiye sahip olduğu görülmüştür.

Kridler (2012), araştırmasını matematik müfredatlarının kavramsal ve işlemsel bilgiler yönünden geliştirilmesi üzerine bir ortaokulda görev yapan beş matematik öğretmeni ile gerçekleştirmiştir. Çalışmasında yer alan üç matematik öğretmeni kavramsal ve işlemsel bilgileri bir birliktelik içerisinde aktaramadıklarını sadece müfredatı baz alarak ders işlediklerini belirtmişlerdir.

Coşkun (2019), araştırmasında matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajları ve işlemsel anlayışlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Matematik öğretmen adaylarına uygulanan başarı testi ile başarı düzeylerine göre zayıf, orta ve iyi olmak üzere 9 öğretmen adayı ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yaptığı görüşmeler sonucunda, matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramını tanımlarken imajları doğrultusunda cevapladıkları ve bu kavramlarında da süreklilik kavramına ait grafiksel temsillerinin olduğu görülmüştür. Süreklilik kavramıyla ilgili formal tanımları da işlemsel anlayışlarına yansıttıkları sonucu elde edilmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeline, araştırmanın evren ve örnekleme, veri toplama aracı, verilen toplanması ve verilerin analizi hakkındaki bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, öğrencilerin zihinlerindeki karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışlarının derinlemesine incelenmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak desenlenmiştir. “Nitel araştırmalar gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların kendi doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya çıkarılmasına yönelik bir süreçtir.” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s.41).

“Durum çalışması, bir veya birkaç durumu kendi sınırları içerisinde (ortam, zaman, vb.) tek başlarına veya karşılaştırmalı bir biçimde tanımlanması ve yorumlanması yoluyla bütüncül olarak analiz etme sürecidir.” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s.75).

Nitel araştırmalar esnek bir yapıya sahiptir. Araştırmacı elde ettiği verilerle temaları ortaya çıkarmak, betimlemeleri, örnekleme yapıları yapmak ve karşılaştırmalı analiz yapabilmek için birtakım yöntemler kullanmalıdır. Kullanacağı bu yöntemleri geliştirmek de araştırmacının elinde olan bir durumdur. Tüm bu veri toplama sürecinde nitel araştırma yöntemlerini temel olarak nitel veri analiz yöntemlerini ve yapılacak veri analizlerini belirli bir plan çerçevesinde oluşturması gerekmektedir.

Çalışmada durum olarak karekök kavramı ele alınırken bu durum öğrencilerin karekök kavramı ile ilgili kavram imajlarını kapsayacağı düşünülmüştür. Öğrencilerin karekök kavramını zihinlerinde nasıl algıladıklarını, karekök kavramı hakkındaki kavram imajlarını

nasıl oluşturduklarını derinlemesine ortaya çıkarmak ve bütüncül olarak yorumlanması için durum çalışmasıyla uygun sonuçlar almak hedeflenmiştir.

3.2. Araştırmanın Evren ve Örneklemi

Araştırmanın evrenini ortaokul matematik ders programına göre matematik dersinde kareköklü ifadeler konusunu görmüş ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Örneklem seçimi, seçkisiz örnekleme türlerinden oransız tabakalı örneklem tekniğı kullanılarak yapılmıştır. Tabakalı örnekleme tekniğı sınırları saptanmış bir evreni bir veya birkaç özelliğı bakımından homojen alt gruplara ayırmak demektir. Bu teknik araştırmacıya evreni oluşturan her birimin örneklemeye dahil edilmesi olanağı sağlar. Tabakalı örnekleme; örnekleme hatalarını azaltmakta, örneklemin evreni temsil yeteneğini artırmaktadır. Bu teknikle basit tesadüfi örneklemeyle oranla daha küçük bir örneklem grubuyla çalışılabilmektedir. Oransız tabakalı örneklem yönteminde, tabakaların evrendeki oranına bakılmaksızın, her tabakaya eşit sayıda eleman alınır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Örneklem, 2021-2022 Eğitim Öğretim yılında Şanlıurfa ilinde bir devlet okulundaki sekizinci sınıf olan 4 şubeden seçilmiştir. Öğrenciler, matematik ders başarı düzeyleri esas alınarak, başarı durumu zayıf 4 öğrenci, orta 4 öğrenci ve iyi düzeyde 4 öğrenci olmak üzere 12 öğrenci tabakalı olarak seçilmiştir.

Öğrenciler, öğrenme ortamının kolay hazırlanabilmesi ve katılımcılarla ilgili bilgilere daha kolay ulaşılabilmesi nedeniyle, araştırmacının öğretmen olarak görev yaptığı okulda okuyan öğrenciler arasından belirlenmiştir. Araştırmaya yardımcı olabilmek için gönüllü olmaları ve araştırma sürecinde duygu ve düşüncelerini açık, net bir şekilde ifade edebilir olmalarına dikkat edilerek araştırmacı tarafından örneklem oluşturulmuştur.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri “Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi (EK-1)” ve “Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (EK-2)” ile toplanmıştır.

3.3.1. Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi

Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi (EK-1), ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışlarını belirlemek için araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Araştırmanın soruları oluşturulurken 2021-2022 eğitim-öğretim yılı ortaokul matematik ders müfredatında yer alan kazanımlar dikkate alınmıştır. Matematik dersi öğretim programında ortaokul sekizinci sınıf düzeyinde kareköklü ifadelerle ilgili olarak sekiz farklı kazanım yer almaktadır (MEB, 2018). Bu kazanımlardan ilk iki kazanım aşağıdaki gibidir;

1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.
2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.

Ölçme Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü (MEB) birimleri tarafından hazırlanan ortaokul sekizinci sınıf kazanım kavram testleri ve beceri temelli testler, ortaokul sekizinci sınıf matematik ders kitabı ve iki farklı kaynak taraması yapılarak 20 adet sorunun yer aldığı bir soru havuzu hazırlanmıştır. Testin geçerliliği için uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bu konuda bir alanında uzman akademisyen ve iki ilköğretim matematik öğretmeni ile görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler neticesinde ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını ve işlemsel anlayışlarını ortaya çıkarmak için hazırlanan soru havuzundan seçilen 20 soru ortaokul matematik dersi müfredatında yer alan ilk iki kazanım odaklı sorulara ağırlık verilerek 12 adet çoktan seçmeli sorudan oluşan bir işlemsel anlayışı belirlemeye yönelik bir test oluşturulmuştur.

Test güvenirliğinin belirlenmesine yönelik olarak, araştırmacının görev yaptığı okulda matematik derslerine girmediği herhangi bir sınıf seçilerek belli periyotlara iki defa uygulanmıştır. Bu uygulama sonucunda, açık uçlu sorulardan oluşan testte herhangi bir düzeltmeye gerek olmadığı görüldüğü için testin son hali olarak kabul edilmiştir. Uygulamada sorulan soruların kazanımlara göre dağılımı aşağıda görülmektedir. Tablo 3.1’de Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi sorularının belirtke tablosu verilmiştir.

Tablo 3.1. Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testinin Sorulara Göre Dağılımı

Kazanımlar	Soru Numarası
Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.	1,2,3,4,5,6
Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.	7,8,9,10,11,12

3.3.2. Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili olarak kavram imajlarını ve işlemsel anlayışlarını ortaya çıkarmak için 6 adet açık uçlu sorulardan oluşan bir yarı yapılandırılmış görüşme formu oluşturulmuştur. Bu yarı yapılandırılmış görüşme formunun soruları şöyledir:

1. Karekök sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz? Açıklayınız.
2. Matematikteki karekök kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız? Açıklayınız.
3. Matematikteki karekök kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir? Açıklayınız.
4. Bir sayının karesinin karekökü neye eşittir? Açıklayınız.
5. Bir sayının karesi olan sayının $1/2$. kuvveti alınırsa sonuç ne olur? Açıklayınız.
6. 8 ve $\sqrt{8}$ sayılarının yerlerini sayı doğrusunda açıklayarak gösterebilir misin?

Araştırmacı tarafından hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formu, 2021-2022 eğitim öğretim yılı ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinden matematik ders başarı düzeylerine göre tabakalı örnekleme ile seçilen 12 öğrenciye uygulanmıştır. “Görüşme yöntemi; bireylerin deneyimlerine, tutumlarına, görüşlerine, şikayetlerine, duygularına ve inançlarına ilişkin bilgileri elde etmede etkili bir yöntemdir” (Briggs, 1986; aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2016, s.129). Görüşmelerdeki amaç Patton’a (1987) göre bireylerin iç dünyalarına girebilmek ve onların bakış açılarını yakalayabilmektir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu bireylerle ilgili gözlemlenemeyen durumları anlamlandırma yöntemi olarak ifade edilebilir.

Yarı yapılandırılmış görüşmede araştırmacı, önceden sormayı planladığı sorularla bu tekniğin esnek yapısından yararlanarak görüşme sırasında sorularla görüşmenin akışını değiştirebilmekte, verilen yanıtların ayrıntılarına ulaşabileceği için elde edilen verilerin sistematik ve karşılaştırılabilir olmasını sağlamaktadır (Türnüklü, 2000). Bu nedenlerle çalışmada veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Görüşmede yarı yapılandırılmış görüşme formunun özelliğinden yararlanılarak sadece formdaki sorulara bağlı kalınmadan işlemsel anlayış testi sırasında kullanılacak olan görüşme formu oluşturulurken konu ile ilgili kazanımlar, ders kitapları, alan yazın çalışmaları ve uzman görüşleri alınarak oluşturulacak görüşme formu kullanılmıştır.

Araştırmacı, görüşmeye başlamadan önce öğrencilere, görüşmenin herhangi bir sınav özelliği olmadığını, isimlerinin kullanılmayacağını söyleyerek sadece konuyla ilgili düşüncelerinin alınmak istendiği belirtmiştir. Görüşmelerde, birebir görüşme yapılacak öğrencinin görüşmeye hazır olması, ortamın görüşmeye uygun olması, alınacak cevapların doğru ve dürüst şekilde verilmesinin araştırmacı tarafından sağlanması, elde edilen verilerin geçerlilik ve güvenilirliğine katkı sağlamıştır.

3.4. Verilerin Toplanma Süreci

Nitel bir çalışma olarak planlanan bu araştırmanın verileri, kavram imajları yazılı dokümanlar ve yarı yapılandırılmış form kullanılarak yapılan görüşmeler ile toplanmıştır.

Araştırmanın verilerini toplamaya başlamadan önce, matematik ders başarı düzeylerine göre belirlenen ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin araştırmaya gönüllü katılım sağlamalarının önemli olduğuna, araştırmanın amacına, bu araştırma uygulamasının izinlerinin alındığına dair bilgilendirmeler yapılmıştır. Bu araştırmaya gönüllü olarak katılmak isteyen ortaokul sekizinci sınıf düzeyinde 12 öğrenci ile okulda odaklanabilecekleri sessiz bir ortamın sağlandığı okul kütüphanesinde 1 saat süre verilerek öğrencilere Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Belirleme Testi (EK-1) uygulanmıştır.

Görüşmelerin amacına uygun olarak yapılabilmesi için öğrencilerle görüşme zamanları kararlaştırılmış, görüşmelerin yapıldığı ortamın öğrencinin rahat edebileceği okul kütüphanesi gibi sessiz bir yerin seçilmesine dikkat edilmiştir. Araştırma uygulamasındaki görüşmeler

belirlenen örnekleme bulunan 12 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisine uygulanan karekök kavramıyla ilgili olarak Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi (EK-1) uygulamasından sonra öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramı ile ilgili kavram imajlarının belirlenmesi amacıyla hazırlanan Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (EK-2) kullanılarak görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde yarı yapılandırılmış görüşme formunun esnekliğinden yararlanılarak sadece görüşme formundaki araştırma soruları konuşulmamıştır. Öğrencilere uygulanan işlemsel anlayışı belirlemeye yönelik testteki soruların cevapları üzerinde de durulmuştur. Öğrencilerin sorulara verdiği cevapların içeriğine yönelik olarak “Soruyu nasıl çözdün? Soruyu çözerken kullandığın yöntemi açıklar mısın?” gibi sorularla cevaplar detaylandırılmaya çalışılmıştır. Tablo 3.2’de öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerin süreleri gösterilmiştir.

Tablo 3.2. Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencileri ile Yapılan Görüşme Süreleri

Kod Adı	Görüşme Süresi (dk/sn)
Ö1	24.33
Ö2	25.40
Ö3	21.37
Ö4	23.18
Ö5	26.41
Ö6	24.53
Ö7	19.47
Ö8	28.23
Ö9	20.51
Ö10	27.15
Ö11	18.39
Ö12	23.48

Nitel araştırmalarda çalışmanın sonuçlarının gerçeği doğru temsil edip etmediğinin gösterilmesi geçerlilik ve güvenilirlik koşulları ile sağlandığı düşünülmektedir. Yıldırım ve Şimşek’e (2016) göre nitel araştırmalarda, sonuçların gerçekliğine, benzer ortamlarda geçerliliğine, süreçlerin birbiri ile tutarlı olması ve verilerin nesnel bir yaklaşımla toplanarak ortaya çıkarıldığına dair kanıtların olması gereklidir.

Nitel araştırmalarda araştırmanın niteliğini arttırmak için katkı sağlayacak uzman incelemesi, uzun süreli etkileşim, aktarılabilirlik, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, katılımcı

teyidi gibi bazı yöntemlerin kullanılması önerilmektedir (Lincoln ve Guba, 1985; aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Araştırmacı uygulamalarını kendi çalıştığı okulda gerçekleştirdiği için, hem gözlenen sürecin kendi doğal ortamında olması hem de uzun süreli etkileşim sağlanması ile, toplanan verilerin geçerliliğinin yüksek olacağı düşünülmüştür. Araştırmacı ve uygulamaya katılan öğrenciler birbirlerini uzun süredir tanıdıkları için ve uygulama ortamının öğrencilerin kendi okul ortamları olduğu için uygulamada verilen cevapların da gerçeği yansıtmı bakımından güçlü olacağı ve araştırmanın verilerinin inandırıcılığının yüksek olduğu düşünülmüştür.

Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının görüşme formları ve yazılı dokümanların birlikte incelenmesiyle elde edilen verilerin birbirlerini teyit amacıyla kullanılması, görüşme formları ve yazılı dokümanlardan verilerin birebir alıntılarla aktarılmasına ve uzman görüşleri ile alınan geri dönütler çerçevesinde değerlendirilerek tarafsız bir tutum sergilenmesine dikkat edilmiştir. Araştırmada veri kaynaklarının çeşitliliği, katılımcıların farklı özelliklerde olması ile çalışmanın farklı bakış açılarını ve farklı deneyimleri ortaya koyarak farklılıkların zenginliği ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Araştırmada yapılan çalışmanın benzer bir biçimde başka ortamlarda tekrar edilebildiğinde yine benzer sonuçlar verebilmesi için araştırma sürecinin şeffaf bir şekilde tüm detayları aşama aşama açıklanarak sonuçların genellenebilir olmasına katkı sağlamaya çalışılmıştır. Araştırmanın güvenirliliği için aynı konuda çalışacak diğer araştırmacılar için de fikir verebileceği düşüncesi yaklaşımıyla uygulama çalışmalarının aşamalarına, araştırmacının üstlendiği role, araştırmacının bakış açısı gibi bilgilerin net ve detaylı bir şekilde verilmesi gerektiği düşünülmüştür (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

3.5. Verilerin Analizi

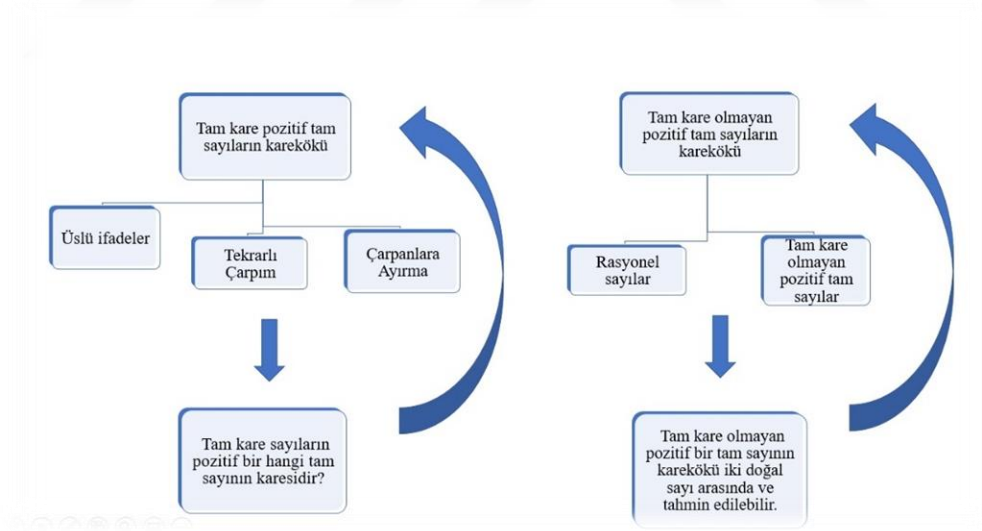
Araştırma sonucunda elde edilen veriler nitel analiz yöntemlerinden betimsel analiz ile değerlendirilmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2016) betimsel analizi, önceden belirlenen bir

çerçeveye göre nitel verilerin işlenmesi, bulguların tanımlanması ve tanımlanan bulguların yorumlanması adımlarını içeren analiz yaklaşımı olarak tanımlamaktadırlar.

Betimsel analizde veriler dört aşamada analiz edilir: betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma, tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi, bulguların tanımlanması ve son olarak bulguların yorumlanması şeklindedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Araştırmada veriler, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi (EK-1) ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde kullanılan Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (EK-2) ile elde edilmiştir. Nitel bir çalışma olarak desenlenen bu araştırmada elde edilen yazılı ve sözlü veriler, karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını belirlemek için betimsel analiz yöntemi ile değerlendirilmiştir.

Aşağıda şekilde gösterildiği üzere literatürde karekök kavramına ait tema ve kategorilerle kareköklü ifadelerin kavram imajları yorumlanmaya çalışılmıştır.



Şekil 3.1. Karekök Kavramına Ait Bilişsel Yapılanma

Araştırmada testten elde edilen veriler, Tall ve Vinner'ın (1981) birlikte ortaya koydukları çalışma ve Vinner'ın (1983) bireysel olarak yaptığı çalışma ile şekillendirdikleri kavram tanımı ve kavram imajı teorik çerçevesi ile değerlendirilmiştir. Kavram imajı bireyin

zihninde oluşturduğu tüm bilişsel yapılardır ve bireylere özgüdür. Bireylerin zihinlerinde oluşturduğu tüm zihinsel resimler kavram imajı olarak tanımlanmaktadır (Vinner, 1983). Bu zihinsel resimler şekiller, nesneler veya günlük hayatta karşılaşılan örnekler şeklinde olabilmektedir. Ayrıca bu zihinsel resimlerin nasıl oluşturulduğunu, geçici mi yoksa kalıcı mı olduğunu ortaya çıkarabilmek için öğrencilerle yapılacak görüşmelerle elde edilen sözlü ve yazılı verilerin tekrarlı inceleme ve okumaları yapılarak ortaya çıkarılması hedeflenmiştir.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili işlemsel anlayışları betimsel analiz yöntemi ile değerlendirilmiştir. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili işlemsel anlayışları; işlemsel bilgileri ve işlemsel becerileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. İşlemsel bilgi ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerin soruları çözüp çözemedikleri ile ilgili olup, işlemsel becerileri ise soruların çözümünde gerekli olan matematiksel sembollerin kullanımı, tanımlar ve matematiksel kurallar gibi işlemsel süreçlerinin incelenmesidir.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili olarak işlemsel bilgileri, Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Belirleme Testine (EK-1) verdikleri yanıtların doğru, eksik, yanlış ve boş bırakılma ölçütlerine göre değerlendirilmiştir. Soruları tam doğru cevap veren öğrenciye “doğru” kategorisinde, sorunun çözümüne doğru başlayıp sonunu devamını getiremeyen öğrenciye “eksik” kategorisinde, sorunun çözümünde cevapla ilgisi olmayan ifadeler bulunan cevaplar “yanlış” kategorisinde, soru için herhangi bir şekilde işlem yapmayan öğrenci ise “boş” kategorisinde olacak şekilde yer verilmiştir.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin işlemsel becerileri ise, Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Belirleme Testine (EK-1) verdikleri yanıtlarda problem çözmek için gerekli olan matematiksel semboller ve kuralları kullanmadaki becerilerine bakılarak değerlendirilmiştir. Burada da ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin işlemsel becerileri tam, eksik, zayıf ve boş kategorileri dikkate alınıp değerlendirilmiştir. “Tam” kategorisinde matematiksel sembolleri, tanımları ve kuralları işlem sürecinde yerinde ve doğru ifade eden öğrenciler yer almıştır. “Eksik” kategorisinde problem çözümünde gerekli olan matematiksel semboller, tanımlar ve kurallardan birini işlem sürecinde eksik veya yanlış ifade eden ya da bu iki durumundan birini ihmal eden öğrenciler yer almıştır. “Zayıf” kategorisinde işlemsel bilgi

için problem çözümünde gerekli olan matematiksel sembolleri, tanımları ve kuralları kullanmayan öğrenciler yer almıştır. “Boş” kategorisinde ise soruyu boş bırakıp yanıt vermeyen öğrenciler yer almıştır.

İşlemsel bilgileri ve işlemsel becerileri birlikte incelenerek ortaokul sekizinci sınıf ğrencilerinin işlemsel anlayışları değerlendirilmiştir. Buradan yola çıkılarak ortaokul sekizinci sınıf ğrencilerinin işlemsel anlayışları iyi, orta ve zayıf olacak şekilde üç farklı düzeyde değerlendirilmiştir.

İyi düzeyde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri şu şekildedir:

- İşlemsel bilgilerine bakıldığında doğru kategorisinde yer verilen ve işlemsel becerilerine bakıldığında tam kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri.

Orta düzeyde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri şu şekildedir:

- İşlemsel bilgilerine bakıldığında doğru kategorisinde fakat işlemsel becerilerine bakıldığında zayıf kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri,
- İşlemsel bilgilerine bakıldığında doğru kategorisinde fakat işlemsel becerilerine bakıldığında eksik kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri,
- İşlemsel bilgileri ve işlemsel becerilerine bakıldığında eksik kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri,
- İşlemsel bilgilerine bakıldığında yanlış kategorisinde yer verilen fakat işlemsel becerilerine bakıldığında tam kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri,
- İşlemsel bilgilerine bakıldığında eksik kategorisinde yer verilen fakat işlemsel becerilerine bakıldığında tam kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri.

Zayıf düzeyde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri şu şekildedir:

- İşlemsel bilgilerine bakıldığında yanlış kategorisinde, işlemsel becerilerine bakıldığında eksik kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf ğrencileri,

- İşlemsel bilgilerine bakıldığında yanlış kategorisinde, işlemsel becerilerine bakıldığında zayıf kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri,
- İşlemsel bilgilerine bakıldığında eksik kategorisinde, işlemsel becerilerine bakıldığında zayıf kategorisinde yer verilen ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri.

Betimsel analizin en son aşama olan, bulguların tanımlanması ve yorumlanması aşamasında ise elde edilen veriler bulgular bölümüne doğrudan alıntılarla aktararak değerlendirilmiştir.



BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine ait bulgulara yer verilmiştir. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışları ile ilgili olarak elde edilen bulgular araştırmanın amacına uygun olarak değerlendirilerek ortaya konmuştur.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları nasıldır?” şeklindedir. Öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarının belirlenmesi amacıyla hazırlanan Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (EK-2) ile yedi adet açık uçlu soru sorulmuştur. Bu bölümde bu görüşme formundaki soruların analizleri sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Öğrencilere birinci soru olarak “Karekök denilince ne anlıyorsunuz?” şeklinde sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:

Ö1: Karekök kavramını duyunca iki aynı sayının birbiriyle çarpılması sonucunda karekök sembolünden çıkması geliyor ve çıkamayanların da iki sayı arasında veya içinde olan sayılardan çıkarılması.

Ö2: Karekök iki sayının çarpımı ile çıkar. Yedi kere yedi kırk dokuzdur. Böyle iki sayı çarparsak karekök olur.

Ö3: Bir sayının karesi ve kök içine alınması.

Ö4: Karekök sözcüğünü duyunca iki aynı sayının birbiri ile tekrarlı çarpılması sonucunda kökten dışarı çıkabilmesidir.

Ö8: Aynı iki sayının çarpımını ve kökten çıkan sayının tamsayı olup olmadığını bilmek. Sayı doğrusunda karekökten kendini kurtaran sayının yerini net şekilde tamsayı olarak gösteririm ama karekökten kurtulamıyorsa tahmini yerini köklü sayı olarak gösteririm.

Ö9: Bir sayının ilk hali. Sayının en sade halini gösterebilmek için kullanmaktayız. 3'ün karesi 9 olduğu için $\sqrt{9}$ sayısının karşılığının 3'e eşit olduğunu göstererek 9 sayısının en sade halini göstermiş oluruz.

Ö11: Bir sayının karesinin olması ve karekökten dışarıya çıkartmamız.

Birinci soruya cevap veren Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö8 kodlu öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili formal tanımını dikkate almadan kavram imajlarının etkisiyle cevapladıkları görülmüştür. Bu cevabı veren öğrencilerde Tall ve Vinner'ın (1981) "sadece kavram imajı etkin" yaklaşımı görülmüştür.

Birinci soruya cevap veren Ö3, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12 kodlu öğrencilerin karekökün formal tanımından yola çıktıkları fakat formal tanıma göre tam anlamıyla cevap veremedikleri görülmüştür. Tam anlamıyla formal tanım kullanmamış olsalar da bu öğrencilerin formal tanımını dikkate alması, Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımını sergilediklerini göstermektedir. Çünkü bu yaklaşımda olduğu gibi, soruyu sadece kavram tanımını etkin kullanarak cevaplamışlardır.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerine ikinci soru olarak "Matematikteki karekök kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:

Ö1: Birçok işlemi yapamazdık ama şöyle bir şey var biz fark etmesek de her konuda karekök var.

Ö2: İki sayının çarpımını yapamazdık. Bir sayının karesini alamazdık. Bir sayının karekökü neye eşittir bulamazdık.

Ö3: Üslü ifadeler, denklem gibi işlemlerde kullanıyoruz. Karekök olmazsa bu işlemler olmaz. Karekök okul hayatımızın sonuna kadar kullanacağımız bir işlemdir.

Ö4: Karekök olmasaydı çoğu şey olmazdı. Mesela yerin düz olması gibi.

Ö5: Herhangi bir sayıyı kök dışına çıkaramazdık.

Ö6: Karekök olmasaydı herhangi bir sayıyı kök dışına çıkaramazdık.

Ö7: Bir karenin kenar uzunluğunu bulamazdık. Çünkü iki kenarın çarpımı alanı veriyor, alanın karekökünü bulursak kenar uzunluğunu da buluruz.

Ö8: Birçok matematiksel işlemi yapamazdık. Hangi kareköklü sayının sonucunun tamsayı çıktığını görebilmek için kullanıyoruz.

Ö9: Denklem, cebirsel ifadeler, üslü ifadeler.

Ö10: Bir karenin alanı ve kenar uzunlukları.

Ö11: Sayıların sadeleşmiş halini gösteremeyebilirdik. Bir üçgenin açılarını, kenarlarını bulamayabilirdik. $\sqrt{9}$ sayısının değerini bilmiyor olsaydık işlemde sonuca ulaşamazdık.

Ö12: Karekök olmasaydı sayılar kök dışına çıkamazdı.

Öğrencilerin soruya verdiği cevaplarda denklemler, cebirsel ifadeler, üslü sayılarla ilgili kurallar, alan-kenar ilişkisi ve rasyonel sayılar üzerinde durdukları görülmektedir.

İkinci soruda karekök kavramını, kareköklü sayılarla ilgili hesaplamalarla ilişkilendiren Ö1, Ö2, Ö5, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12 kodlu öğrencilerin karekökün formal tanımından yola çıkmalarına rağmen, formal tanıma göre tam anlamıyla cevap veremedikleri görülmüştür. Tam anlamıyla formal tanım kullanılmasa da öğrencilerin formal tanımı dikkate alması Vinner'ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı çerçevesinde olduklarını göstermiştir.

İkinci soruda karekök kavramını, kareköklü sayılarla ilgili hesaplamalarla ilişkilendiren Ö3, Ö4, Ö6, Ö7 kodlu öğrenciler karekök kavramıyla ilgili olarak karekökün formal tanımında yola çıkmışlar fakat formal tanıma göre tam anlamıyla cevap veremedikleri düşünülmüştür. Tam anlamıyla formal tanım kullanılmasa da öğrencilerin formal tanımı dikkate alması Vinner'ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı çerçevesinde çıktığı düşünülmüştür. Çünkü bu yaklaşımda sadece kavram tanımı etkin kullanılarak bir cevap verilmektedir. Öğrencilerin “Karekök kavramı olmasaydı ... sebebi ile ... kavramı da olmazdı.”

Açıklamalarıyla kavramsal anlayışa sahip olduğu karekök kavramı yapısı çerçevesinde cevap verdiği düşünülmüştür.

Öğrencilere üçüncü soru olarak “Matematikteki karekök kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:

Ö6: Binalar yapılırken zeminde oluşan eğim farkının giderilmesi için matematiksel işlemlerde kullanılır.

Ö7: Tarlalarda arazi ölçümü yaparken olabilir. Bizi zorlayan uzunluk ölçümlerinde, ölçülebilir ama net olmayan durumlarda kullanabileceğimi düşünüyorum.

Ö8: Ben karekök kavramını bir çiçeğe benzetiyorum. Çünkü çiçek su verdikçe büyür karekök ise sayılarla büyür. Yani karekök içindeki sayı büyüdükçe değeri de büyür.

Ö11: Günlük hayatta bizi zorlayan uzunluk ölçümlerinde ölçülebilir ama net olmayan durumlarda kullanılabilir. Okul dışında karekökle karşılaşmadım o yüzden kullanmıyorum.

Ö12: Günlük hayatımızda bize gereken hesaplamalar için kullanıyoruz. Yani bir çizginin düz olması gibi şeylerde kullanılır.

Öğrencilerin verdiği cevaplarda karekök kavramını geometrik şekiller, uzunluk-alan ölçüleri ve kareköklü sayılarla ilgili hesaplamalar ile ilişkilendirdikleri görülmektedir.

Üçüncü soruda karekök kavramını geometri ve ölçme ile ilişkilendiren Ö1, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10 ve Ö11 kodlu öğrenciler Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajı etkin” yaklaşımı çerçevesinde değerlendirilmiştir. Bu yaklaşım, kavram tanımı kullanılmadan kavram imajının ön plana çıktığı yaklaşımdır. Öğrenciler karekök kavramını matematiksel işlemlerde karşılaştığı zor bir kavram olarak düşündükleri için günlük hayatta da zorluk yaşanan durumlarla ilişkilendirdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca Ö3, Ö4 ve Ö9 kodlu öğrenciler bu soruya yanıt verememiştir.

Üçüncü soruda karekök kavramını, kareköklü sayılarla ilgili hesaplamalarla ilişkilendiren Ö2, Ö8 ve Ö12 kodlu öğrencilerin karekökün formal tanımından yola çıkmalarına rağmen, formal tanıma göre tam anlamıyla cevap veremedikleri görülmüştür. Tam anlamıyla formal tanım kullanılsa da öğrencilerin formal tanımı dikkate alması Vinner'ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı çerçevesinde olduklarını göstermiştir.

Öğrencilere dördüncü soru olarak “Bir sayının karesinin karekökü neye eşittir?” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:

Ö1: Tam sayıya eşittir. Mesela $\sqrt{25} = 5$. Karesi olan her sayı kökten dışarıya çıkar gider.

Ö2: Bir sayının karekökü $\sqrt{7^2} = \sqrt{49} = 7$. Karekökten ikinci kuvvetine ulaşabilen sayılar kurtulur.

Ö3: Yine o sayıya eşittir. $2^2 = \sqrt{4}$. $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$. Sayının karesi verildiyse kökten çıkar, kök içerisine tekrar geri girerken ikinci kuvvetini geri alır.

Ö4: Bir sayının karesinin karekökünü alınca başa dönüyoruz. Yani karesini aldığımız sayı bizim cevabımız oluyor. Örnek; $2^2 = \sqrt{4} = 2$

Ö5: Tam kare sayıya eşittir. Çünkü karekökten kurtulabilen sayılar sadece tam kare sayılardır.

Ö6: $3 = \sqrt{9}$. 9'un karekökü 3 olur. Karekök içerisinde sayı ikinci kuvvetini almış olur.

Ö7: Sayının kendisine eşittir. Örnek vermek gerekirse $\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$. Sayı ikinci kuvvetine ulaşmış dışarıya çıkar.

Ö9: O sayının karesi tam karedir. Tam kare karekökten kurtulur.

$\sqrt{16} = 4$ çıkar. $\sqrt{15}$ çıkamaz.

Ö10: Sayının kendisine eşittir. Örnek $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$. İkinci kuvveti olan her sayı karekökten kurtulur.

Ö11: Kökten tam kare sayı çıkar. Örnek $\sqrt{100} = 10$. Çünkü tam kare sayı kendini kökten kurtarabilir.

Ö12: O sayının tam karesi kökten dışarı çıkar. Çünkü tam kare sayılar kökten kurtulur.

Dördüncü soruya cevap veren Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö10 kodlu öğrencilerin karekökün formal tanımını kullanarak cevap verdikleri görülmüştür. Bu soruyu öğrencilerin formal tanımları dikkate alarak cevaplamış olmalarından, Vinner'ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımını sergiledikleri düşünülmüştür. Öğrencilerin karekök kavramının tanımını dikkate alarak cevap vermesi kavram imajını kullanmadıklarını göstermiştir.

Dördüncü soruya cevap veren Ö5, Ö9, Ö11 ve Ö12 kodlu öğrenciler karekök kavramıyla ilgili formal tanımları dikkate almadan Tall ve Vinner'ın (1981) “sadece kavram imajı etkin” yaklaşımı çerçevesinde cevap verdikleri düşünülmüştür.

Öğrencilere beşinci olarak “Bir sayının karesi olan sayının $1/2$. kuvveti alınırsa sonuç ne olur?” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:

Ö2: Bir sayının karekökünü alma. $3^{1/2} = \sqrt{3}$ 'e eşittir.

Ö3: Sayının karekökünü almış oluruz. Sayı karekökten kolayca kurtulabiliyorsa sayı doğrusunda da gösteririz. Kökten kurtulamazdı sayı doğrusunda yerini tam olarak belirleyemezdik.

Ö7: $\sqrt{3^2} = \sqrt[2]{9^1} = 3$.

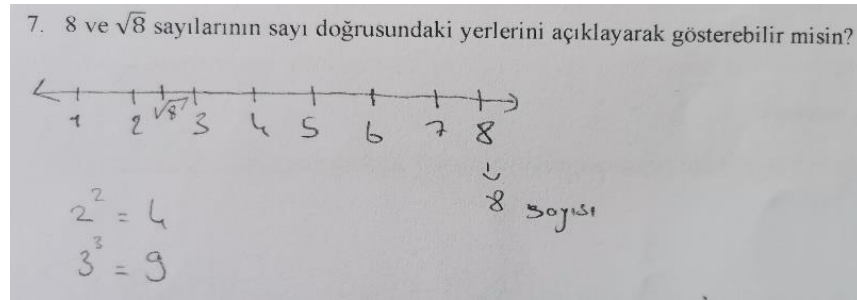
Ö9: Karekök içinde sayının 2. kuvveti olur. Karekök dışına da kolaylıkla çıkabilir. Kökten dışarı çıkartabiliyorsak o sayıyla ilgili olarak net konuşabiliriz. Çünkü sayı tam kare bir sayıdır.

Ö10: Sayının karesi 3^2 , sayının karekökü $3^{1/2} = \sqrt{3}$.

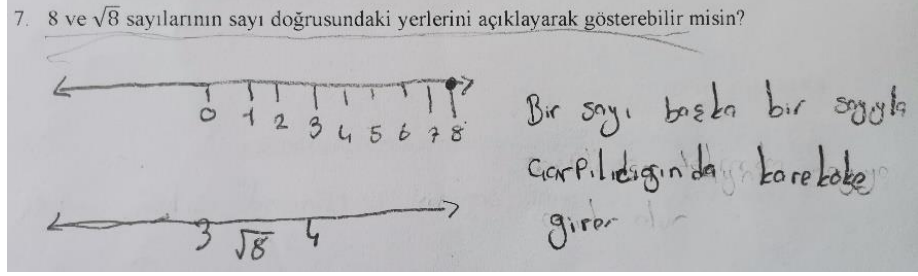
Beşinci soruya cevap veren Ö1, Ö2, Ö4, Ö7, Ö8 ve Ö10 kodlu öğrencilerin karekökün formal tanımından yola çıktıkları fakat formal tanıma göre tam anlamıyla cevap veremedikleri görülmüştür. Tam anlamıyla formal tanım kullanılsa da öğrencilerin formal tanımı dikkate alması, Vinner'ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı sergiledikleri görülmüştür.

Beşinci soruya cevap veren Ö3, Ö5, Ö6, Ö9, Ö11 ve Ö12 kodlu öğrenciler ise bu soruyu karekök kavramıyla ilgili formal tanımı dikkate almadan kavram imajlarının etkisiyle cevaplamışlardır. Bu cevabı veren öğrencilerin de Tall ve Vinner'ın (1981) “sadece kavram imajı etkin” yaklaşımına uyan cevaplar verdikleri görülmüştür.

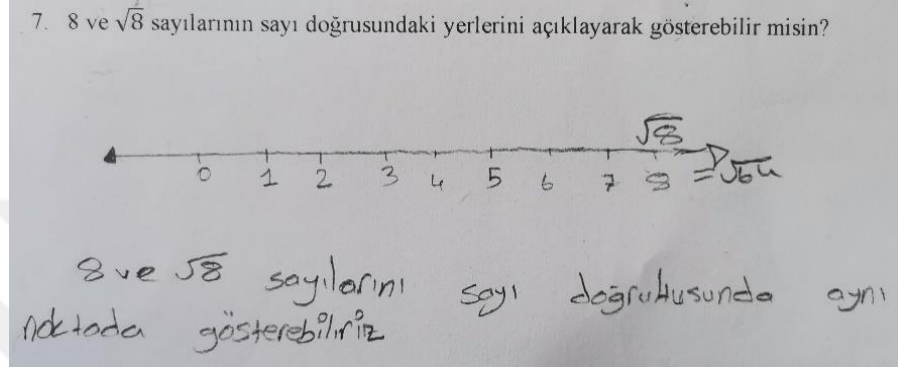
Öğrencilere altıncı soru olarak “8 ve $\sqrt{8}$ sayılarının sayı doğrusundaki yerlerini açıklayarak gösterebilir misin?” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:



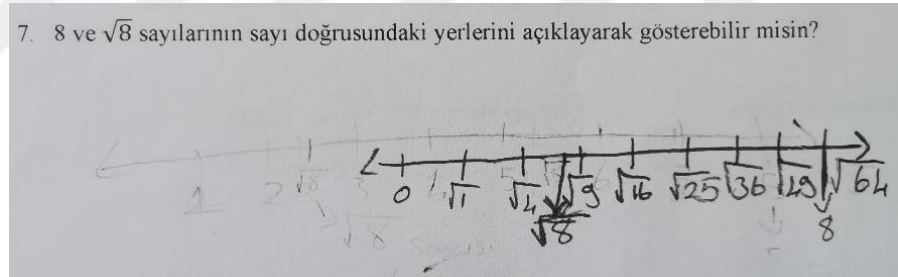
Şekil 4.1. Altıncı Soruya Ö1 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



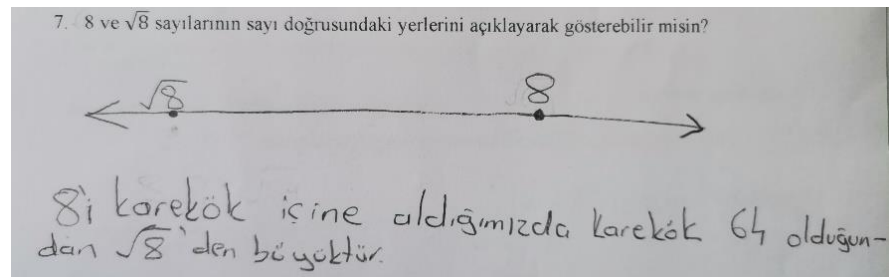
Şekil 4.2. Altıncı Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



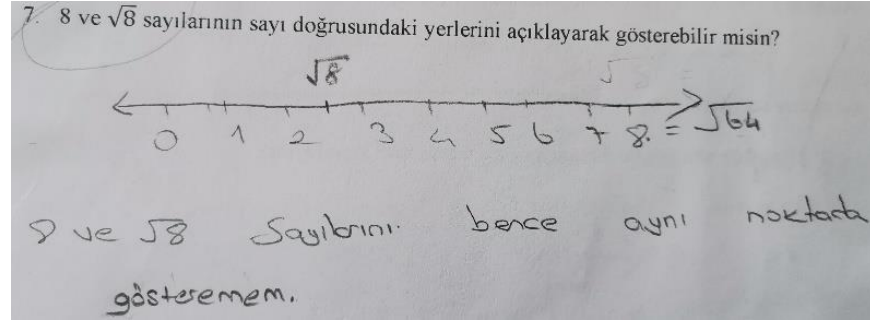
Şekil 4.3. Altıncı Soruya Ö3 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



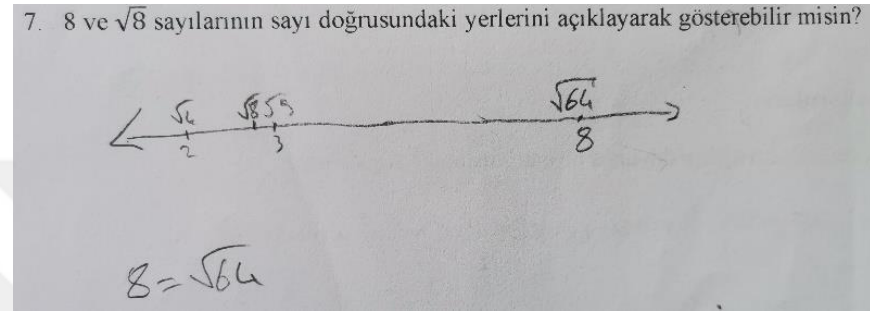
Şekil 4.4. Altıncı Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



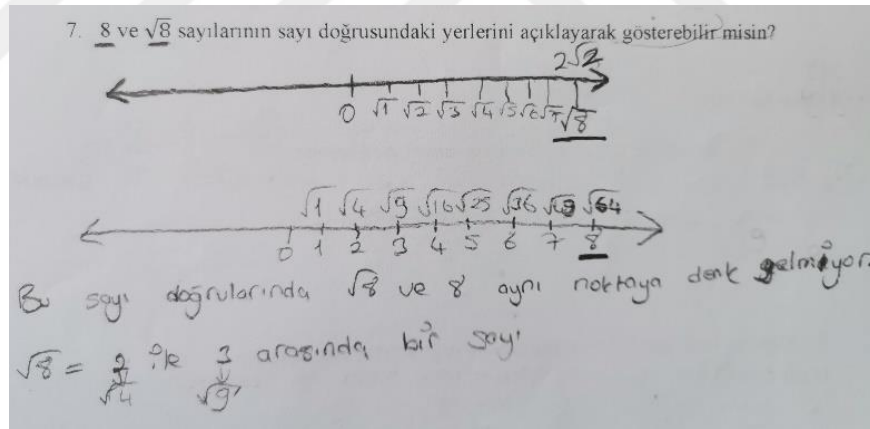
Şekil 4.5. Altıncı Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



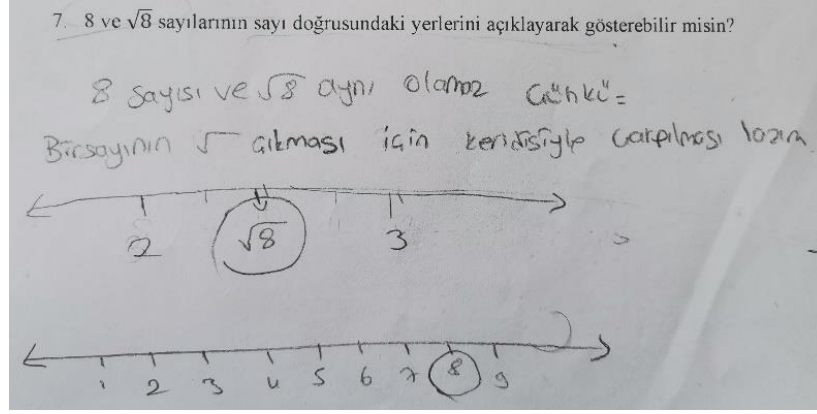
Şekil 4.6. Altıncı Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



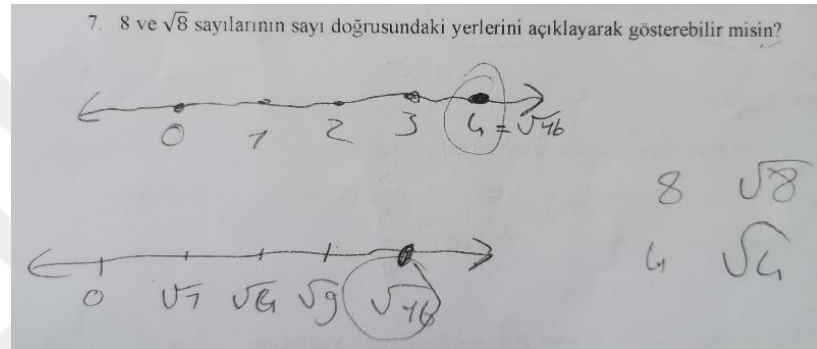
Şekil 4.7. Altıncı Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



Şekil 4.8. Altıncı Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



Şekil 4.9. Altıncı Soruya Ö10 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt



Şekil 4.10. Altıncı Soruya Ö11 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Altıncı soruya cevap veren Ö1, Ö4, Ö7, Ö8, Ö9 ve Ö10 kodlu öğrenciler karekök kavramının formal tanımını tam anlamıyla kullanamamaları da bu öğrencilerin formal tanımı dikkate alması Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı çerçevesinde değerlendirilebilir. Çünkü bu yaklaşımda sadece kavram tanımını etkin kullanılarak bir cevap verilmiştir.

Altıncı soruya cevap veren Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö11 ve Ö12 kodlu öğrenciler karekök kavramıyla ilgili formal tanımı dikkate almadan, kavram imajlarının etkisiyle cevaplandıkları görülmüştür. Bu durum Tall ve Vinner'ın (1981) "sadece kavram imajı etkin" yaklaşımı çerçevesine girmektedir.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

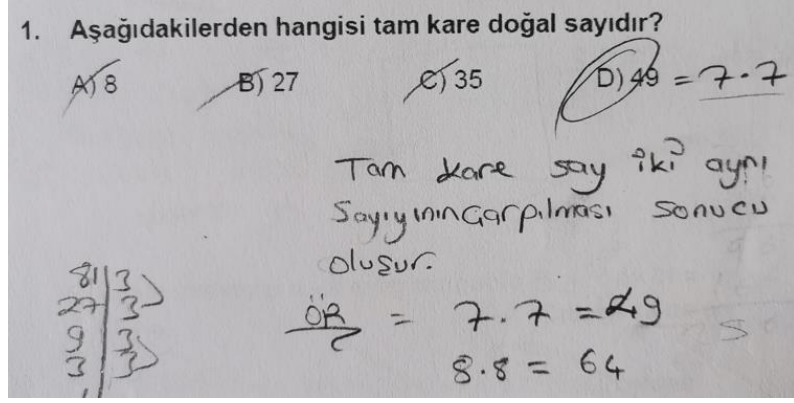
Araştırmanın ikinci alt problemi “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili işlemsel anlayışları nasıldır?” şeklindedir. Bu amaçla öğrencilere araştırmacı tarafından hazırlanan Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Belirleme Testi (EK-1) uygulanmış ve verdikleri cevaplar doğrultusunda işlemsel bilgi ve becerileri değerlendirilerek işlemsel anlayışları belirlenmiştir.

Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Belirleme Testinde yer alan birinci, ikinci ve üçüncü sorular tam kare pozitif tam sayılar konusunu belirlemeye yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlara göre işlemsel anlayışları Tablo 4.1’de gösterilmektedir.

Tablo 4.1. Tam Kare Pozitif Tam Sayılarla İlgili İşlemsel Anlayışlar

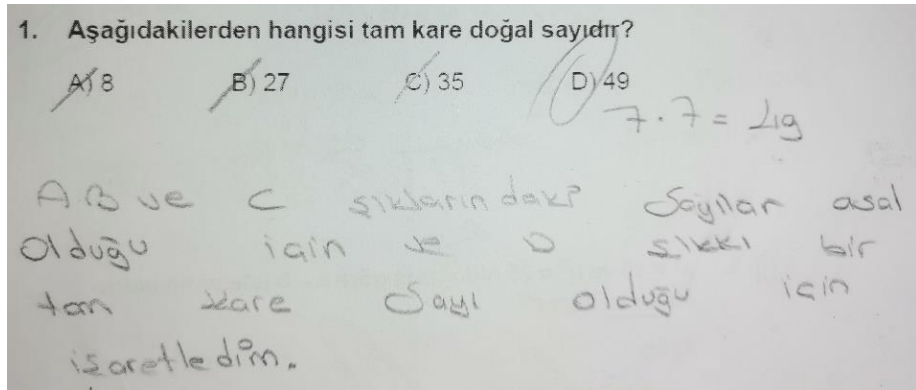
1. soru				2. soru			3. soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Zayıf	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö2	Doğru	Zayıf	Orta	Doğru	Zayıf	Orta	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö3	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Zayıf	Zayıf	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö5	Eksik	Tam	Orta	Eksik	Tam	Orta	Eksik	Zayıf	Zayıf
Ö6	Doğru	Zayıf	Orta	Doğru	Zayıf	Orta	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö7	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö8	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Boş	Boş	-
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö10	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta	Eksik	Zayıf	Zayıf
Ö11	Eksik	Zayıf	Zayıf	Eksik	Zayıf	Zayıf	Boş	Boş	-
Ö12	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta

Tablo 4.1’de görüldüğü gibi öğrencilerin testte yer alan ilk üç soruyu çözmek için işlemsel bilgilere yeterli düzeyde sahip olduğu görülmektedir. Öğrencilerin verdiği cevaplardan bazıları aşağıda görülmektedir:



Şekil 4.11. Birinci Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

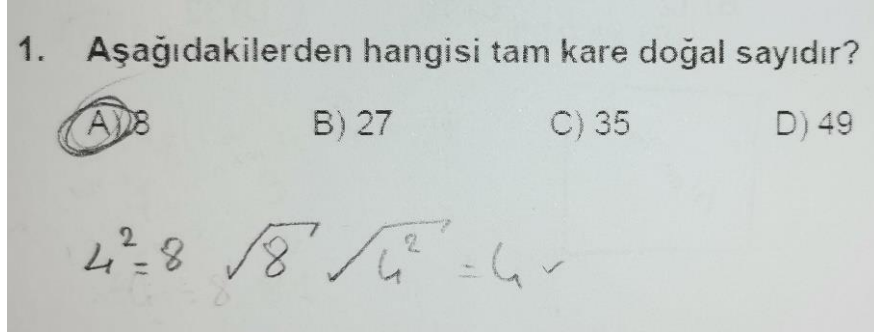
Şekil 4.11’de öğrencinin işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde ve işlemsel anlayışının iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö4 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Tam kare sayı aynı sayının tekrarlı çarpımıdır.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili öğrencinin birinci soruya verdiği cevaplara bakıldığında işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö4 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.12. Birinci Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

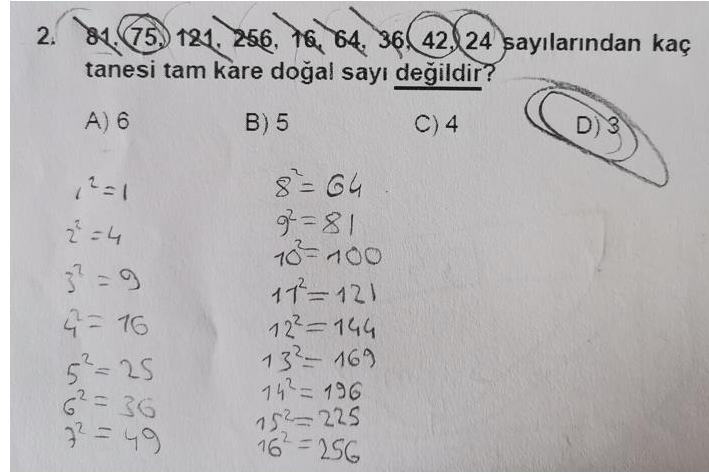
Şekil 4.12’de öğrencinin işlemsel beceri düzeyi tam olmasına rağmen, matematiksel kavramlarda yaşadığı karışıklık sonucu işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö5 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Asal olan sayıları elledim geriye sadece tam kare sayı kaldı ve sonuca ulaştım.” şeklinde bir yanıt

vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili birinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö5 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



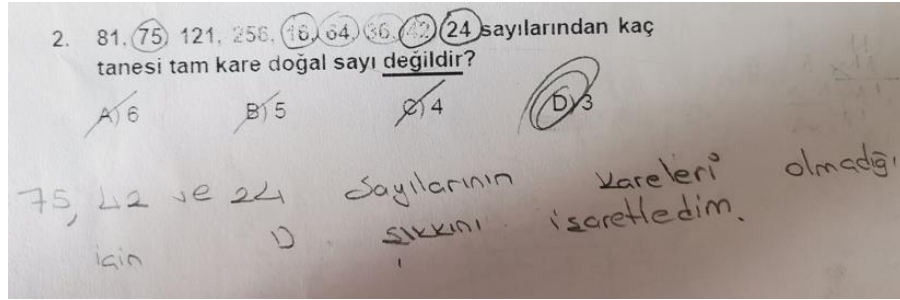
Şekil 4.13. Birinci Soruya Ö11 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.13'te öğrencinin işlemsel bilgi açısından eksik ve yaşadığı kavram yanılgısı nedeniyle işlemsel anlayışının zayıf olduğu görülmektedir. Öğrencinin soruyu çözerken üslü sayılardaki bir doğal sayının 2.kuvvetini alma konusunda yaşadığı kavram yanılgısından kaynaklı olarak bu durumu kareköklü sayılara da taşıdığı görülmüştür. Ö11 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Verilen sayılardan tam kare doğal sayıyı bulabilmek için sayıların karesinden yola çıkarak buldum.” cevabı üzerine şekil 4.13'te görüldüğü gibi $4^2 = 8$ eşitliğini açıklaması istenmiştir. Öğrenci “Yeni fark ettiğini işlemi yanlış yaptığını belirtmiştir. Dikkatimden kaçmış $4^2=16$ olacaktı.” şeklinde bir yanıtla hatasını düzeltmiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili birinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö11 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.



Şekil 4.14. İkinci Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

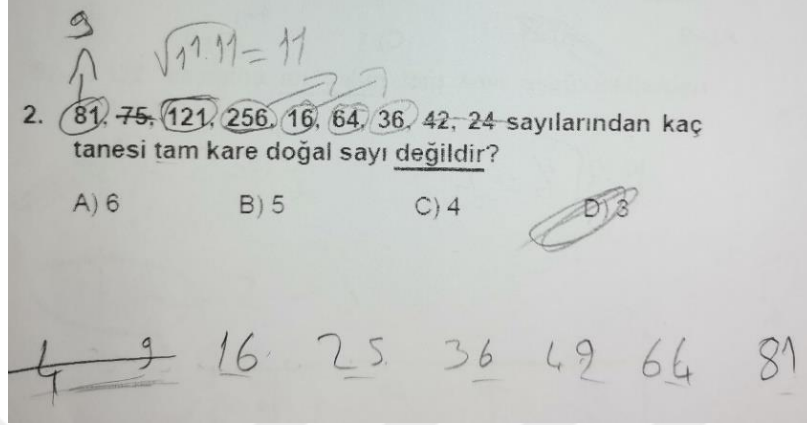
Şekil 4.14'te öğrencinin işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö9 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Tam kare doğal sayılar bir sayının karesi olan sayılardır.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili olarak ikinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö9 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.15. İkinci Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

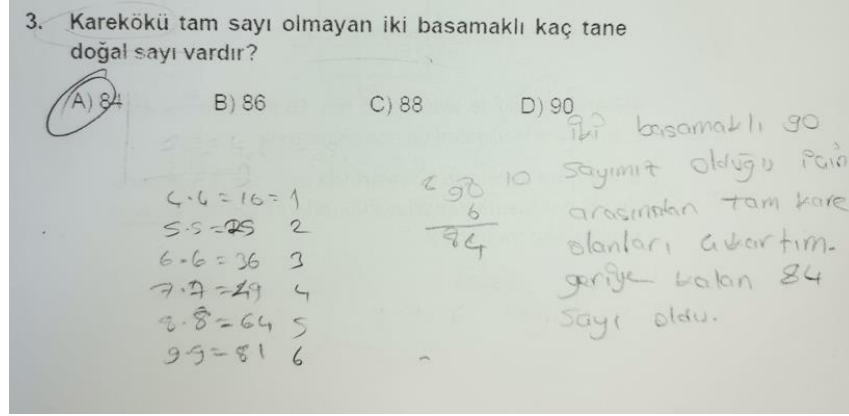
Şekil 4.15'te öğrencinin işlemsel beceri düzeyi tam olmasına rağmen, matematiksel kavramlarda yaşadığı karışıklık sonucu işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö5 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Karesi olmayan sayıları bulmaya çalıştım.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Bu cevap üzerine öğrenciye yöneltilen “75, 42 ve 24’ün karesi yok mu?” sorusuna “Aa... evet yanlış anlatmışım bu sayıların

kareköklerinin sonucu yok diyecektim.” şeklinde cevaplamıştır. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili ikinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö5 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



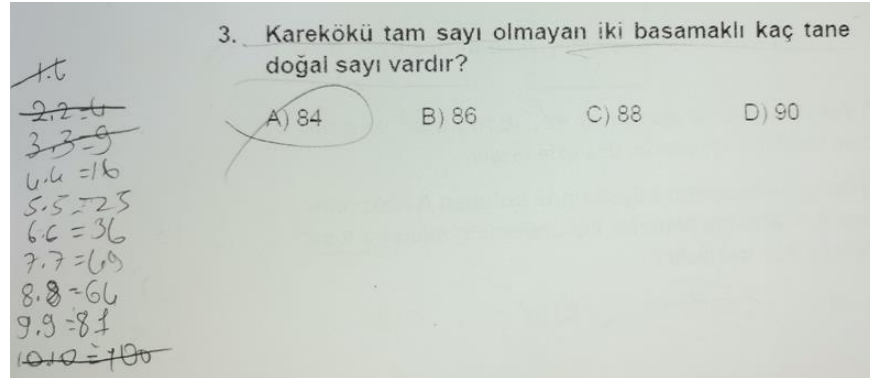
Şekil 4.16. İkinci Soruya Ö3 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.16’da öğrencinin işlemsel bilgi düzeyi eksik kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencinin ikinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinde zayıf olduğu görülmüştür. Öğrencinin tam kare pozitif tam sayılarla ilgili işlem becerisine yönelik matematiksel ifadeleri görmezden gelerek sonuç odaklı test sorusu çözme yöntemi ile hareket ettiği görülmüştür. Ö3 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Bilmem. Sorunun şıklarından yola çıkarak doğru cevabı buldum.” şeklinde bir yanıtı olmuştur. Öğrencinin verdiği yanıtlardan yola çıkarak Ö3 kodlu öğrencinin işlemsel beceri düzeyinin zayıf olduğu söylenebilir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili ikinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö3 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.



Şekil 4.17. Üçüncü Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

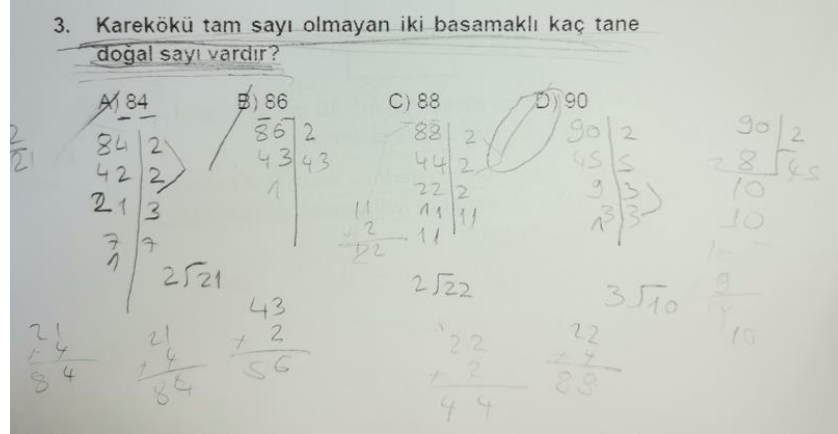
Şekil 4.17’de öğrencinin işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö4 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “İki basamaklı tam kare sayısını buldum. Toplam 6 tane çıktı ve iki basamaklı tüm sayılardan çıkardığımda 84 cevabını buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili öğrencinin üçüncü soruda işlemsel bilgi düzeyinin doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö4 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.18. Üçüncü Soruya Ö12 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.18’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde yer almasına rağmen öğrenci işlemsel anlayış açısından orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö12 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “Altı tane iki basamaklı tam kare sayı buldum. Sonra da nasıl 84 buldum hatırlayamadım.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili öğrencinin üçüncü soruda

işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö12 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde kalmıştır.



Şekil 4.19. Üçüncü Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

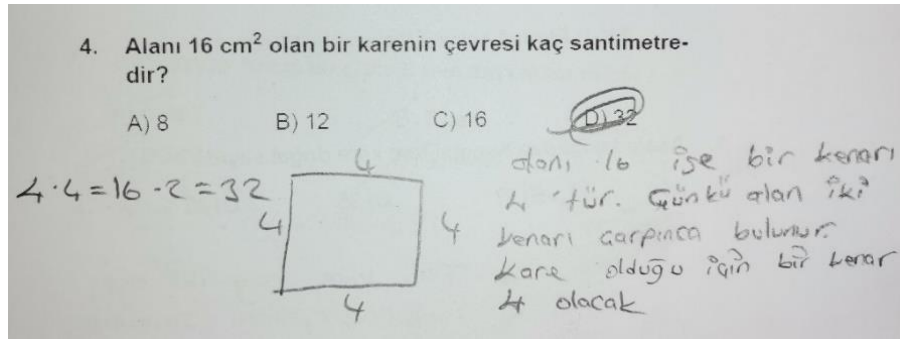
Şekil 4.19’da öğrencinin işlemsel bilgi düzeyinde yanlış kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “Sayıların karekökten çıkarmak için sayıları çarpanlarını buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Öğrenciye yöneltilen “Peki sonra nasıl cevaba ulaştın?” sorusuna öğrenci “Bende nasıl 90 buldum acaba şu an anlamadım.” şeklinde yanıtlamıştır. Öğrencinin karşılaştığı soru kökünden tamamen başka bir anlam çıkardığı sorunun ne demek istediğini anlamadığını ortaya koymuştur. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili öğrencinin üçüncü soruda işlemsel bilgi düzeyi yanlış, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö6 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.

Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testindeki dördüncü, beşinci ve altıncı sorular tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlara göre işlemsel anlayışları Tablo 4.2’de gösterilmektedir.

Tablo 4.2. Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ve Karekökleri Arasındaki İlişkilerle İlgili İşlemsel Anlayışlar

	4.soru			5. soru			6. soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö2	Doğru	Zayıf	Orta	Eksik	Eksik	Orta	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö3	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö5	Eksik	Tam	Orta	Yanlış	Tam	Orta	Yanlış	Eksik	Zayıf
Ö6	Eksik	Eksik	Orta	Eksik	Zayıf	Zayıf	Doğru	Zayıf	Orta
Ö7	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö8	Eksik	Zayıf	Zayıf	Boş	Boş	-	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö10	Yanlış	Eksik	Zayıf	Yanlış	Zayıf	Zayıf	Doğru	Eksik	Orta
Ö11	Eksik	Zayıf	Zayıf	Eksik	Eksik	Orta	Doğru	Zayıf	Orta
Ö12	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Tam	Orta	Doğru	Zayıf	Orta

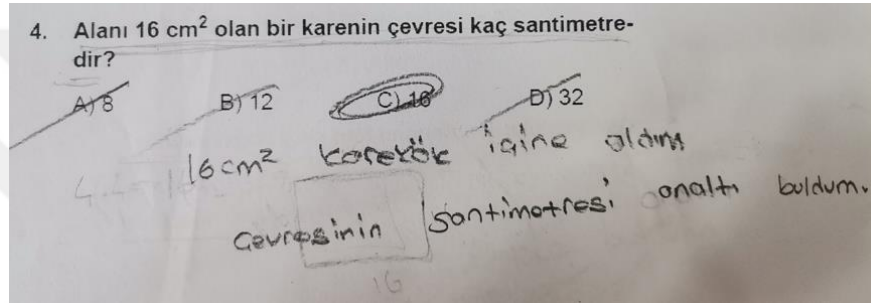
Tablo 4.2’de görüldüğü gibi öğrencilerin testte yer alan dördüncü, beşinci ve altıncı soruları çözmek için yeterli işlemsel bilgilere sahip olmadığı görülmektedir. Öğrencilerin verdiği cevaplardan bazıları aşağıda görülmektedir:



Şekil 4.20. Dördüncü Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

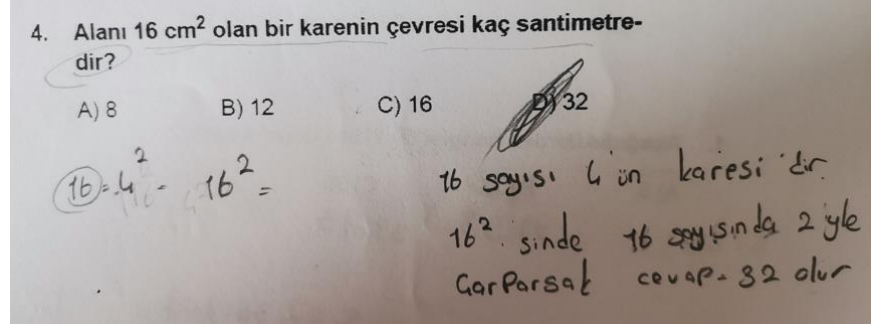
Şekil 4.20’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencinin soruya verdiği cevaplara bakıldığında işlemsel becerilerinin tam olduğu görülmektedir. Öğrencinin dördüncü soruyu çözerken soruda karenin alan çevre ilişkisi içerisinde kurduğu bağın gayet iyi olmasına rağmen karenin çevre uzunluk formülüne odaklanarak yanlış sonuca gittiği görülmektedir. Ö4 kodlu öğrenci ile

gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruda kullandığın çözüm yolunu gözden geçirsen yine aynı şekilde çözer misin?” sorusuna öğrenci “Karenin alanı verilmiş alan karede iki kenarın çarpımı olduğu ve karede tüm kenarlar eşit olduğu için karenin bir kenarını $16=4.4$ ’ten 4 olarak buldum. Sonra da çevre formülünden iki kenarın toplamının 2 katından 32 buldum.” yanıtı üzerine öğrenciye “karenin iki kenarını toplarsak kaç olur?” şeklinde yeni bir soru yöneltildiğinde öğrenci “8 ama bi dakika ben 16 buldum yanlış yapmışım.” yanıtı üzerine sorunun çözümünde yaptığı hatayı kendisi çözüm sürecinin aşamalarını tekrar gözden geçirirken ortaya koymuştur. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili dördüncü soruda işlemsel bilgi düzeyi iyi, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö4 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



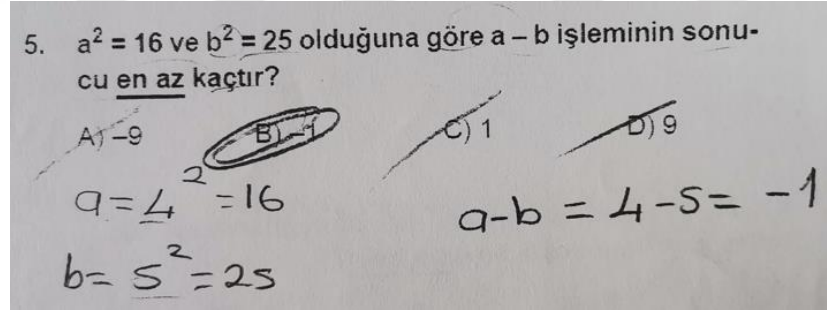
Şekil 4.21. Dördüncü Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.21’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde yer almasına rağmen işlemsel anlayış açısından orta düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencinin dördüncü soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin zayıf olduğu görülmektedir. Öğrencinin tam kare pozitif tam sayılarla ilgili işlem becerisine yönelik matematiksel ifadeleri görmezden gelerek sonuç odaklı test sorusu çözme yöntemi ile hareket ettiği görülmüştür. Ö2 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruda kullandığın çözüm yolunu gözden geçirsen yine aynı şekilde çözer misin?” sorusuna öğrenci “Karenin alanının karekökünü sonucu 4 buldum. Çevresi için 4 ile 4’ü çarptım 16 buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili dördüncü soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö2 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.22. Dördüncü Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

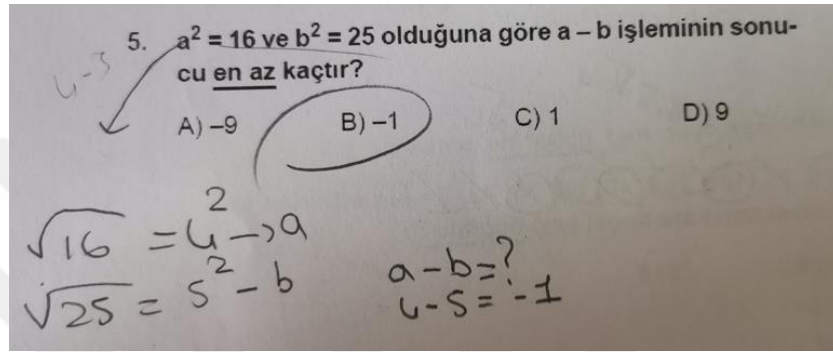
Şekil 4.22’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde eksik kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Ö8 kodlu öğrencinin dördüncü soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel beceri düzeyinin zayıf olduğu görülmektedir. Ö8 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmeler sonucunda dördüncü soruyu çözerken soruda karenin alanından yola çıkarak karenin çevresinin uzunluğuna geçiş yapma konusunda üslü ifadelerde yaşadığı kavram yanılgısı nedeniyle yanlış sonuca gittiği görülmüştür. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili dördüncü soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö8 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.



Şekil 4.23. Beşinci Soruya Ö4 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

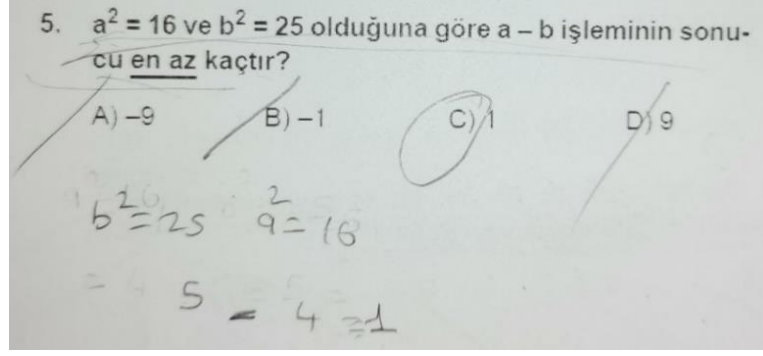
Şekil 4.23’te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö4 kodlu öğrencinin beşinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin tam olduğu görülmektedir. Ö4 kodlu öğrencinin beşinci soruyu çözerken pozitif ve negatif bir tamsayının karesinin aynı sonuca eşit olması gerektiğinin gözden kaçırıldığı görülmüştür. Ö4 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Karesi 16 olan sayı 4 olduğu için a’yı 4, karesi 25 olan sayı 5 olduğu

için b 'yi 5 buldum. $(a - b) = ?$ işleminde bulduğum değerleri yerine koydum ve $4 - 5 = (-1)$ olarak sonucu buldum.” yanıtı üzerine öğrenciye “ $(-4)^2$ ve $(-5)^2$ ifadelerinin sonuçlarını bulabilir misin?” şeklinde yeni bir soru yöneltildiğinde öğrenci “Evet sayının çift kuvvet olduğunda negatif değeriyle aynı sonucu verdiğini düşünmemiştim.” yanıtı üzerine sorunun çözümünde yaptığı hatayı kendisi çözüm sürecinin aşamalarını tekrar gözden geçirirken ortaya koymuştur. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili beşinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö4 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.24. Beşinci Soruya Ö1 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

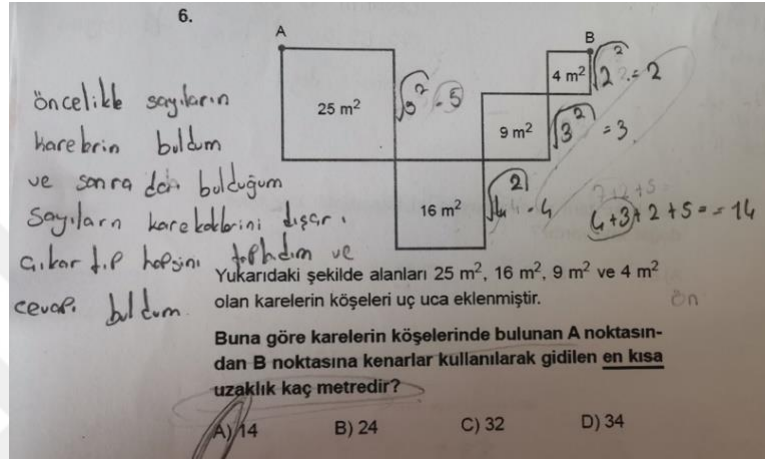
Şekil 4.24'te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde eksik kategorisinde yer almasına rağmen işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır. Ö1 kodlu öğrencinin beşinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin tam olduğu görülmektedir. Ö1 kodlu öğrencinin beşinci çözerken pozitif ve negatif bir tamsayının karesinin aynı sonuca eşit olması gerektiğinin gözden kaçırdığı görülmüştür. Ö1 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “ $a^2=16$ ise $a=4$ olur, $b^2=25$ ise $b=5$ olur sonra da b 'den a 'yı çıkardım 1 buldum.” cevabı üzerine görüldüğü gibi $(-4)^2=?$ ve $(-5)^2=?$ eşitliklerinin cevabını açıklaması istenmiştir. Öğrenci “Evet öğretmenim ben onu hiç düşünmemiştim. Negatif tam sayılar aklıma bile gelmemişti.” şeklinde bir yanıtla sorudaki eksikliğini kendisi fark etmiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili beşinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö1 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.25. Beşinci Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.25'te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde eksik kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğrencinin beşinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğrencinin beşinci çözerken mutlak değer ve üslü sayılardaki hazır bulunuşluğundaki eksiklikler nedeniyle bu durumu kareköklü sayılara da taşıdığı görülmüştür. Ö6 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “ $a^2=16$ ise $a=4$ olur, $b^2=25$ ise $b=5$ olur sonra da b 'den a 'yı çıkardım 1 buldum.” cevabı üzerine “Neden b 'den a 'yı çıkardın?” sorusu sorulmuştur. Öğrenci “ b 'nin değeri a 'nın değerinden daha büyük olduğu için.” şeklinde bir yanıtla soruda yaşadığı kavram yanılgısının devam ettiği görülmüştür. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili beşinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö6 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.

Şekil 4.27’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde yer almasına rağmen işlemsel anlayış açısından orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö12 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Şekilde verilen karelerin alanlarını kullanarak kenarlarını bularak sonucu buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili altıncı soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö12 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.28. Altıncı Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

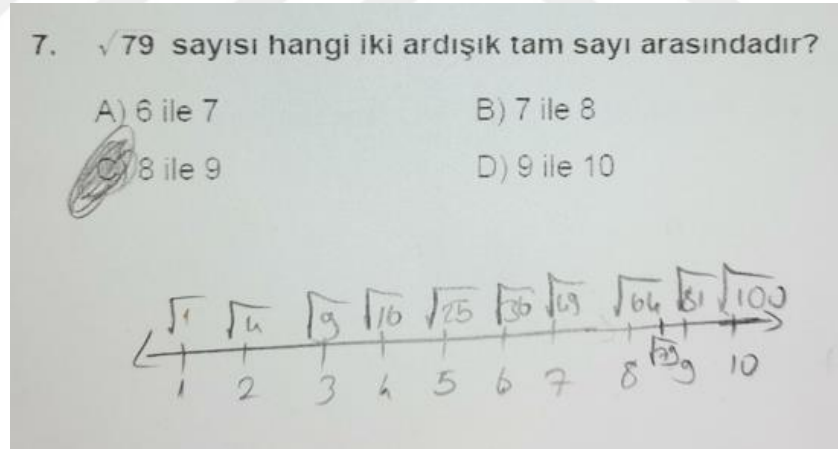
Şekil 4.28’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde eksik kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Ö8 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Tam kare sayı aynı sayının tekrarlı çarpımıdır.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili altıncı soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel becerileri yönünden zayıf olan Ö8 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.

Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testindeki yedinci, sekizinci ve on birinci sorular tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirlemeye yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlara göre işlemsel anlayışları Tablo 4.3’te gösterilmektedir.

Tablo 4.3. Tam Kare Olmayan Pozitif Tam Sayıların Hangi İki Doğal Sayısı Arasında Olduğuyla İlgili İşlemsel Anlayışlar

	7. soru			8. soru			11. soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö2	Doğru	Eksik	Orta	Yanlış	Zayıf	Zayıf	Doğru	Zayıf	Orta
Ö3	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö5	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta
Ö6	Eksik	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta
Ö7	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö8	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Eksik	Orta
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö10	Eksik	Tam	Orta	Doğru	Zayıf	Orta	Doğru	Zayıf	Orta
Ö11	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Zayıf	Zayıf
Ö12	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi

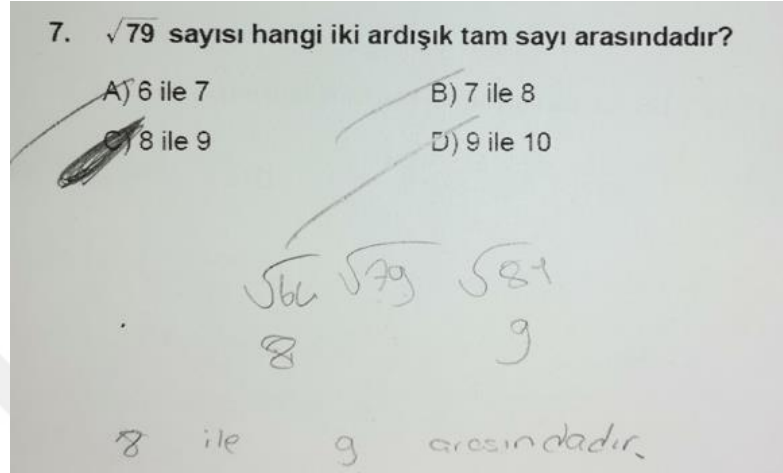
Tablo 4.3'te görüldüğü gibi öğrencilerin testte yer alan yedinci, sekizinci ve on birinci soruyu çözmek için yeterli işlemsel bilgilere sahip oldukları görülmektedir. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda görülmektedir:



Şekil 4.29. Yedinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

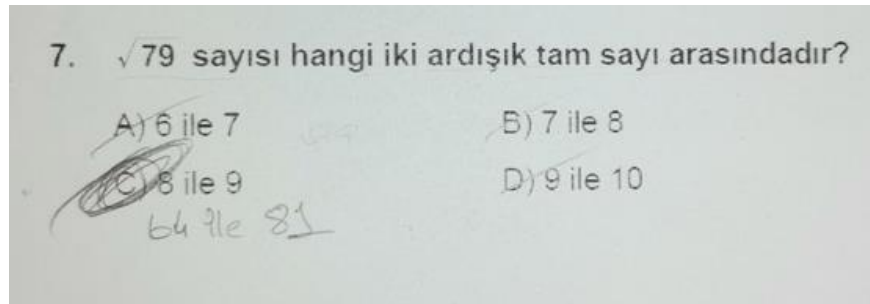
Şekil 4.29'da öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö7 kodlu öğrencinin yedinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin tam olduğu görülmektedir. Ö7 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Tam kare olmayan sayıların net bir sonucu

yoktur. Ancak bu sayıları iki doğal sayı arasında gösterebiliriz.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili olarak yedinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö7 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



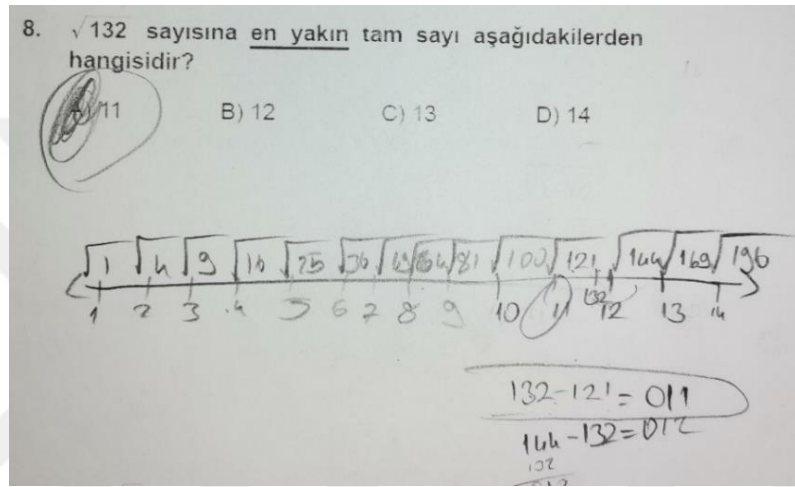
Şekil 4.30. Yedinci Soruya Ö10 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.30’da öğrencinin işlemsel beceri düzeyi tam olmasına rağmen, matematiksel kavramlarda yaşadığı karışıklık sonucu işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö10 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Sorunun şıklarından yola çıktım. 8 ve 9’un karesini hesapladığımda 79 sayısı bu iki sayının arasında oldu ve sonuca ulaştım.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili yedinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö10 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.31. Yedinci Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.31’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde eksik kategorisinde yer almasına rağmen işlemsel anlayış açısından orta düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencinin yedinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin eksik olduğu görülmektedir. Öğrencinin tam kare olmayan pozitif tam sayılarla ilgili işlem becerisine yönelik matematiksel ifadeleri görmezden gelerek sonuç odaklı test sorusu çözme yöntemi ile hareket ettiği görülmüştür. Sonuç olarak, Tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili olarak yedinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö6 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.32. Sekizinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.32’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö7 kodlu öğrencinin sekizinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin tam olduğu görülmektedir. Ö7 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken kullandığın yöntemleri açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Bir sayı doğrusu oluşturdum. Sonra tamsayıları sayı doğrusuna yerleştirdim. Sorudaki $\sqrt{132}$ sayısının yerini tamsayılarla gösteremeyeceğim için kareköklü bir sayılardan oluşan bir sayı doğrusuna çevirdim” yanıtı üzerine öğrenciye “Neden tamsayılarla gösteremiyoruz?” şeklinde yeni bir soru yöneltildiğinde öğrenci “ $\sqrt{132}$ sayısı kökten çıkamıyor.” diyerek sorulan sorulara verdiği cevaplardan sorunun çözüm aşamalarına hâkim olduğunu, tam kare sayı ve tam kare olmayan sayı ayrımını net bir şekilde ortaya koyduğu görülmüştür. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki

doğal sayı arasında olduğuyla ilgili sekizinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö7 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.

uzaklık = 71

8. $\sqrt{132}$ sayısına en yakın tam sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14

$\sqrt{132}$

$\sqrt{121}$ $\sqrt{144}$ $\sqrt{169}$ $\sqrt{196}$

uzaklık = 11 uzaklık = 12

$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 24 \\ + 12 \\ \hline 144 \end{array}$

$\begin{array}{r} 13 \\ - 13 \\ \hline 39 \\ + 13 \\ \hline 169 \end{array}$

$\begin{array}{r} 14 \\ - 14 \\ \hline 56 \\ + 14 \\ \hline 196 \end{array}$

Şekil 4.33. Sekizinci Soruya Ö1 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.33'te öğrencinin işlemsel beceri düzeyi tam olmasına rağmen matematiksel kavramlarda yaşadığı karışıklık sonucu işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö1 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Sorunun şıklarında yer alan cevapların kareköklerini bularak cevaba ulaştım.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili yedinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö1 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.

8. $\sqrt{132}$ sayısına en yakın tam sayı aşağıdakilerden hangisidir?

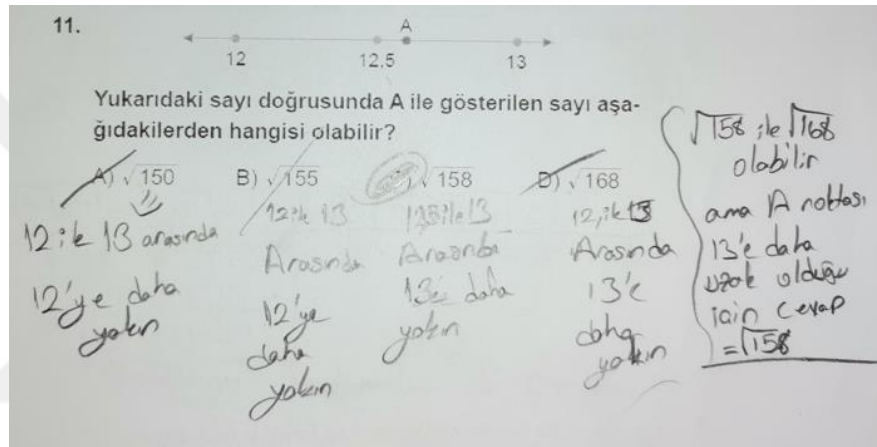
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14

$\sqrt{132} = \sqrt{13}$

yüz otuz iki sayısının en yakın tam sayı
yüz otuz iki ve on üç karelerdir.

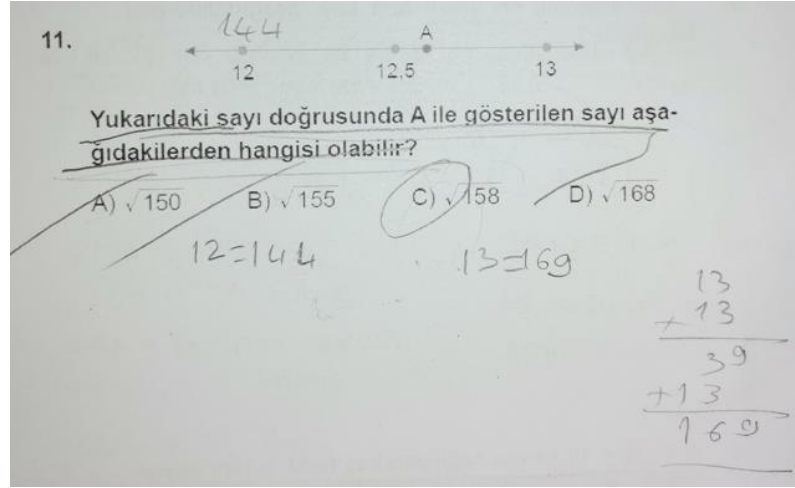
Şekil 4.34. Sekizinci Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.34'te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde yanlış kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Sekizinci soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisi dışında kalan Ö2 kodlu öğrencinin işlemsel beceri yönünden zayıf kategorisinde yer almıştır. Ö2 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “Soruyu nasıl çözdüğümü hatırlamıyorum.” şeklinde cevap vermiştir. Ö2 kodlu öğrencinin zihninde kareköklü ifadeler ile üslü sayılar ilişkisini tam olarak yerleştiremediği bu konudaki hazır bulunuşluk düzeyinin düşük olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili olarak sekizinci soruda işlemsel bilgi düzeyi yanlış, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö2 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.



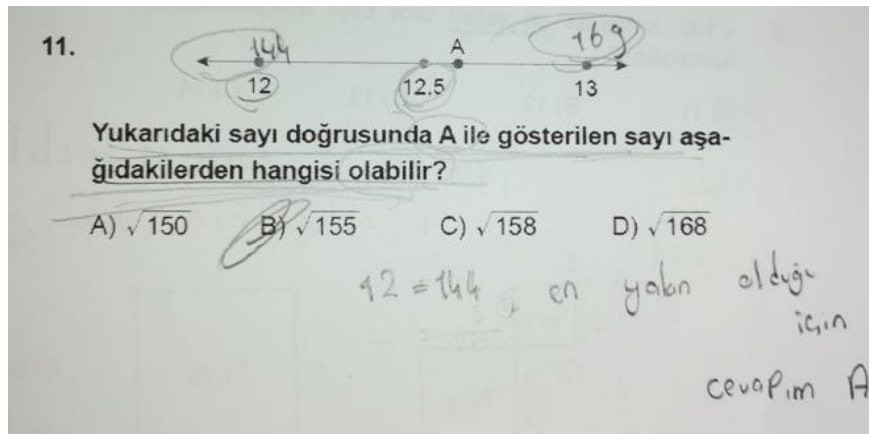
Şekil 4.35. On birinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.35'te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö7 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “Tam kare olmayan sayıları sadece ardışık iki doğal sayı arasında gösterebiliriz.” şeklinde yanıtlamıştır. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili olarak on birinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö7 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.36. On birinci Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.36’da öğrenci Ö8 kodlu öğrencinin işlemsel beceri düzeyi eksik ve matematiksel kavramlarda yaşadığı karışıklık nedeniyle işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö8 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “12 ve 13’ün karesini hesapladım ve şıklarda verilen sayıları tek tek deneyerek cevapladım.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tamsayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili on birinci soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö8 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.37. On birinci Soruya Ö10 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

4.37’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö10 kodlu öğrencinin on birinci soruya verdiği

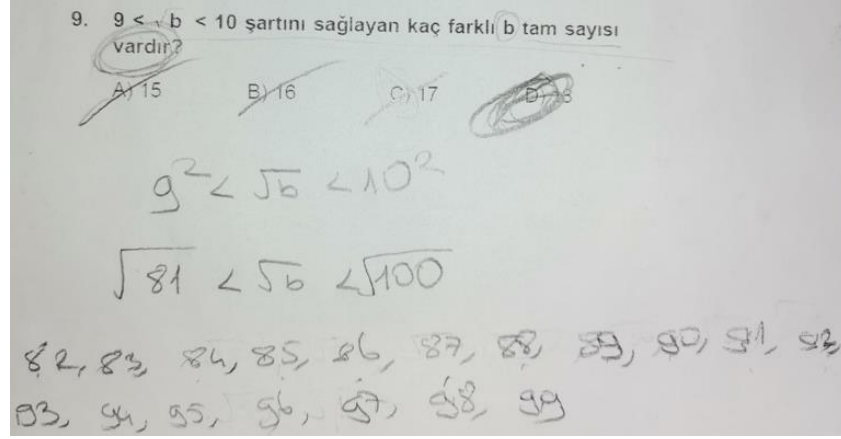
cevaba bakıldığında işlemsel beceri düzeyinin zayıf olduğu görülmektedir. Öğrencinin soruyu çözerken herhangi bir sayının karesini hesapladığını görebiliyoruz fakat sayı doğrusundaki sayıların yerleri konusunda çelişki yaşadığı görülmüştür. Ö10 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “Verilen sayılardan 12’nin karesini 144, 13’ün karesini 169 buldum. Sonra da 169’a yakın bir sayı seçecektim yanlış seçmişim.” cevabı üzerine öğrenci “Yeni fark ettiğini soruyu yanlış anladığını belirtmiştir.” şeklinde bir yanıtla hatasını düzeltmiştir. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tamsayıların hangi iki doğal sayı arasında olduğuyla ilgili on birinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö10 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde kalmıştır.

Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testindeki dokuzuncu, onuncu ve on ikinci sorular tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve kareköklerini belirlemeye yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlara göre işlemsel anlayışları Tablo 4.4’te gösterilmektedir.

Tablo 4.4. Tam Kare Olmayan Pozitif Tam Sayılar ve Karekökleri Konusuyla İlgili İşlemsel Anlayışlar

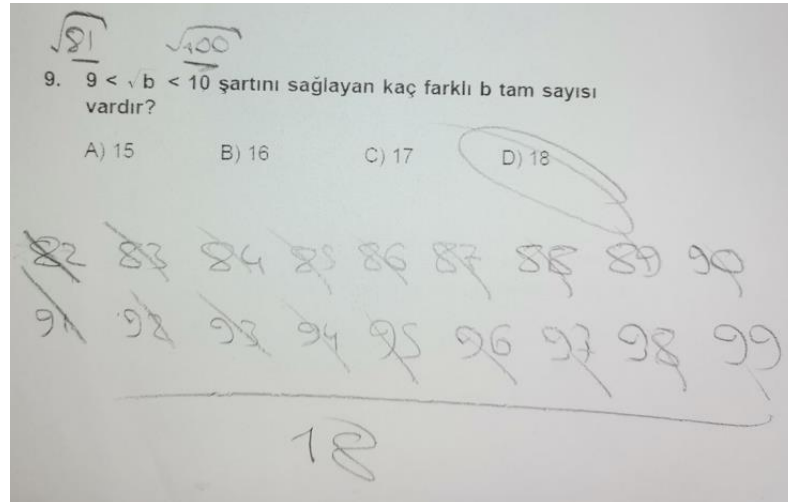
	9. soru			10. soru			12. soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö2	Eksik	Zayıf	Zayıf	Eksik	Zayıf	Zayıf	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö3	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Eksik	Orta
Ö4	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö5	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Eksik	Orta
Ö6	Doğru	Zayıf	Orta	Eksik	Zayıf	Zayıf	Doğru	Tam	İyi
Ö7	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö8	Boş	Boş	-	Doğru	Eksik	Orta	Yanlış	Eksik	Zayıf
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö10	Doğru	Zayıf	Orta	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö11	Doğru	Zayıf	Orta	Boş	Boş	-	Doğru	Eksik	Orta
Ö12	Doğru	Eksik	Orta	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi

Tablo 4.4’te görüldüğü gibi öğrencilerin testte verilen dokuzuncu, onuncu ve on ikinci sorular için işlemsel bilgileri yeterli düzeyde görülmektedir. Öğrencilerinin bu sorulara verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda gösterilmektedir:



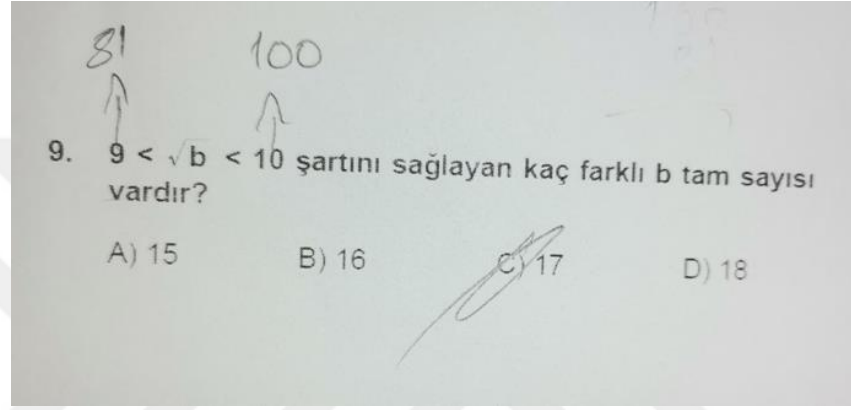
Şekil 4.38. Dokuzuncu Soruya Ö9 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.38’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö9 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusunu öğrenci “Soruda $\sqrt{b}$ sayısı ardışık iki doğal sayı arasında olduğu verilmiş. Bu doğal sayıların kareköklerini yazarak bu aralıkta yer alan kareköklü sayılara ulaşabiliriz.” şeklinde yanıtlamıştır. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve karekökleriyle ilgili öğrencinin dokuzuncu soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö9 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



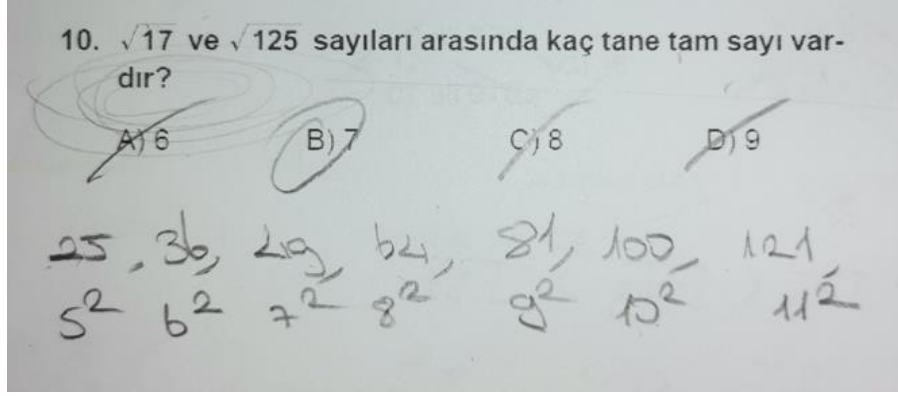
Şekil 4.39. Dokuzuncu Soruya Ö3 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.39’da öğrenci işlemsel beceri düzeyi eksik olmasına rağmen işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö3 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken nasıl bir yol izledin, çözüm yolunu açıklar mısın?” sorusuna öğrenci “9 ve 10’un karesini hesapladım ve bu iki sayının karekökleri arasındaki sayıları yazarak buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili dokuzuncu soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö3 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



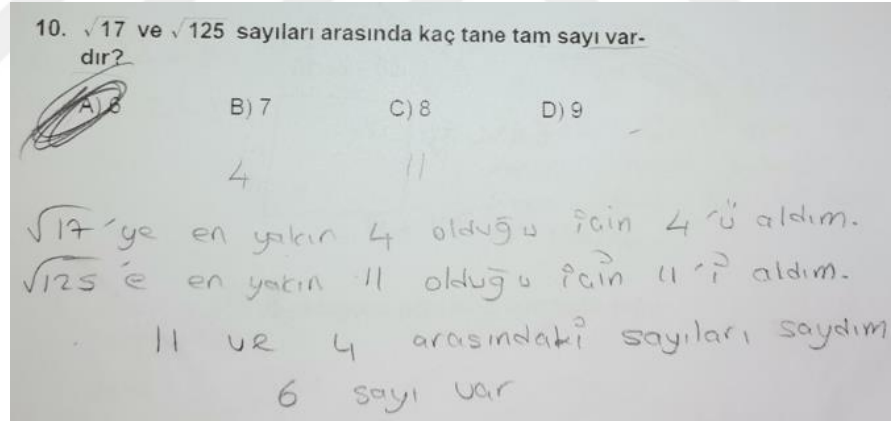
Şekil 4.40. Dokuzuncu Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.40’ta öğrenci işlemsel bilgi düzeyi eksik kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencinin dokuzuncu soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin zayıf olduğu görülmektedir. Öğrencinin tam kare pozitif tam sayılarla ilgili işlem becerisine yönelik matematiksel ifadeleri görmezden gelerek sonuç odaklı test sorusu çözme yöntemi ile hareket ettiği görülmüştür. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve karekökleri ile ilgili olarak dokuzuncu soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö2 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.



Şekil 4.41. Onuncu Soruya Ö5 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

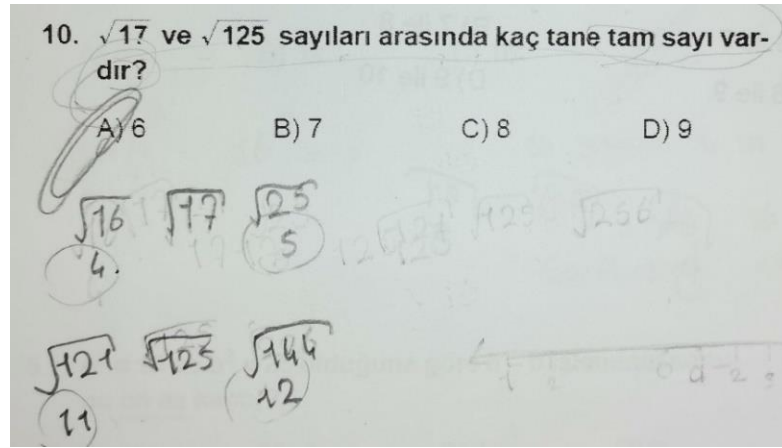
Şekil 4.41’de öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö5 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “ $\sqrt{17}$ ve $\sqrt{125}$ arasındaki tamkare sayıları bulmak zor olmadı.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılarla ilgili öğrencinin onuncu soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö5 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.42. Onuncu Soruya Ö8 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

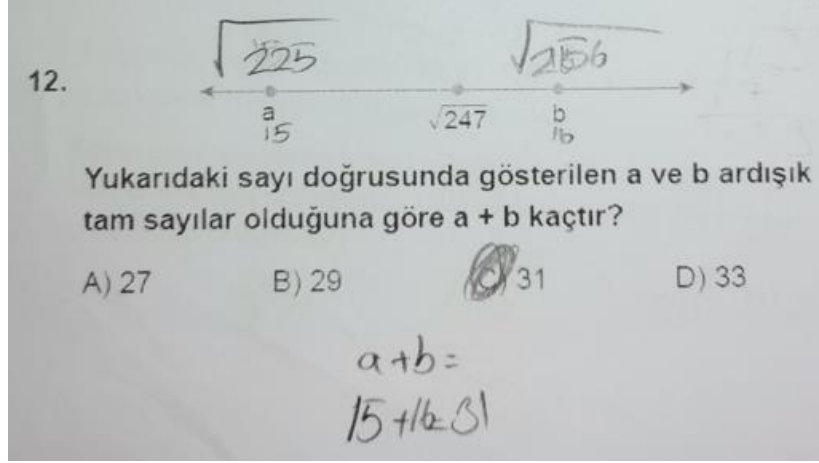
Şekil 4.42’de öğrenci işlemsel beceri düzeyi eksik olması ve matematiksel kavramlarda yaşadığı karışıklık nedeniyle işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö8 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu çözerken hangi matematiksel ifadeleri kullandın?” sorusuna öğrenci “Soruda verilen kareköklü sayılar arasındaki tam kare sayıları bulmaya çalıştım.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam

kare pozitif tam sayılarla ilgili onuncu soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö8 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



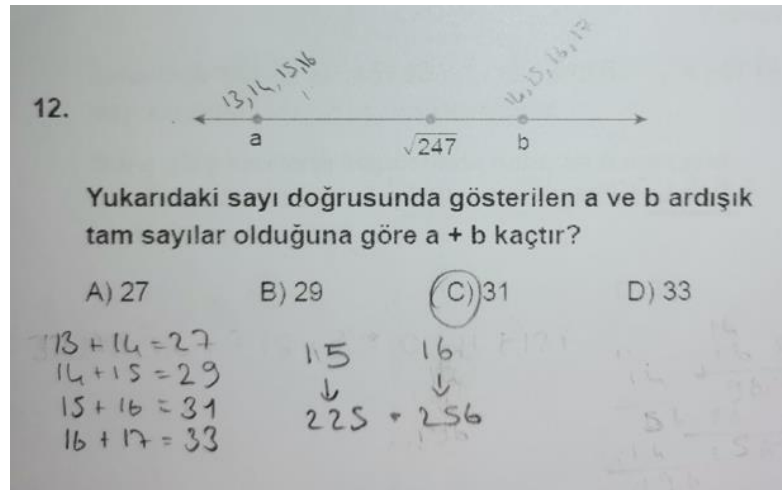
Şekil 4.43. Onuncu Soruya Ö6 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.43'te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde eksik kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğrencinin onuncu soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel becerilerinin zayıf olduğu görülmektedir. Ö6 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “ $\sqrt{17}$ sayısının hangi tamsayılar arasında olduğunu buldum Sonra $\sqrt{25}$ sayısının hangi tam sayılar arasında olduğunu buldum.” şeklinde verdiği cevaplamıştır. Buradan hareketle araştırmacı “Bu kareköklü sayılar hangi tamsayılar arasında söyleyebilir misin?” sorusunu öğrenciye yönelttiğinde öğrenciden “4 ile 12 arasında.” cevabı gelmiş ve öğrenciye “O halde $\sqrt{17}$ ile $\sqrt{25}$ arasında kaç tane tamsayı var söyleyebilir misin?” sorusuna öğrenci “6” cevabını vermiştir. Ö6 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmede çözüm sürecinde dikkatinden kaçırdığı durumlar olduğu görülmüştür. Öğrencinin sadece işlem ezberinin olduğu zihninde tam olarak şekillendiremediği karekök kavramından hareketle soruyu yanlış cevapladığı görülmüştür. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili onuncu soruda işlemsel bilgi düzeyi eksik, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö6 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.



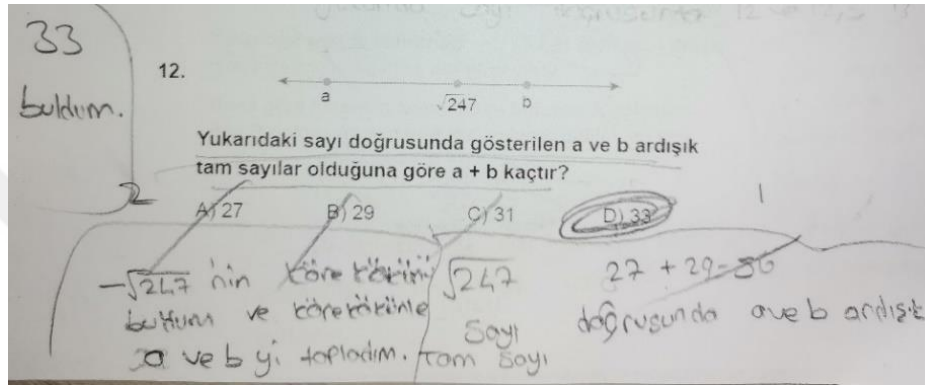
Şekil 4.44. On ikinci Soruya Ö7 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.44'te öğrenci işlemsel bilgi düzeyinde doğru kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde olduğu görülmektedir. Ö7 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenciye “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “ $\sqrt{247}$ sayısına en yakın tamkare tam sayılar olarak $\sqrt{225}$ ve $\sqrt{256}$ kareköklü sayıları buldum. Bu kareköklü sayılarda 15 ve 16 olduğu için bu sayıları topladım ve 31 olarak cevabı buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili öğrencinin on ikinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi tam olan Ö7 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.45. On ikinci Soruya Ö11 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.45'te öğrenci işlemsel beceri düzeyi eksik olmasına rağmen işlemsel anlayışının orta düzeyde olduğu görülmektedir. Ö11 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “ $\sqrt{247}$ sayısına yakın büyük ve küçük sayıları yazmaya çalıştım. 13’ten başlayarak bulduğum sayıları kendi arasında topladım. $\sqrt{247}$ sayısına yakın olacak şekilde belirlediğim 15 ve 16 toplayarak cevabı buldum.” şeklinde bir yanıt vermiştir. Sonuç olarak, tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili on ikinci soruda işlemsel bilgi düzeyi doğru, işlemsel beceri düzeyi eksik olan Ö11 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır.



Şekil 4.46. On ikinci Soruya Ö2 Kodlu Öğrencinin Verdiği Yanıt

Şekil 4.46'da öğrenci işlemsel bilgi düzeyi yanlış kategorisinde ve işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrencinin on ikinci soruya verdiği cevaba bakıldığında işlemsel beceri düzeyinin zayıf olduğu görülmektedir. Ö2 kodlu öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme sırasında öğrenciye yöneltilen “Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?” sorusuna öğrenci “Sayı doğrusunda verilen $\sqrt{247}$ 'nin karekökünü 27 olarak buldum. Sonra ne yaptım hatırlamıyorum.” diyerek soruya verdiği cevaplardan öğrencinin karekök kavramını içselleştiremediği karekök kavramıyla ilgili yaşadığı bilgi eksikliğinden kaynaklı oluşmuş kavram yanlışlığının etkisiyle kendisine göre bir çözüm yöntemi geliştirmiş fakat soruda kullandığı çözümü açıklayamamıştır. Sonuç olarak, tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkilerle ilgili on ikinci soruda işlemsel bilgi düzeyi yanlış, işlemsel beceri düzeyi zayıf olan Ö2 kodlu öğrenci, işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde kalmıştır.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını ortaya çıkarmak için öğrencilere Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu (EK-2), işlemsel anlayışlarını ortaya çıkarmak için Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi (EK-1) uygulaması yapılmıştır. Yapılan uygulamalar sonucunda elde edilen veriler ışığında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışları değerlendirilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışları arasındaki ilişkiye yönelik elde edilen bulgulardan bahsedilmektedir:

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri genel olarak karekök kavramını “aynı sayının kendisiyle çarpımı”, “iki (aynı) sayının çarpımı” şeklinde açıklamaya çalışmışlardır. Buradan yola çıkılarak Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayış Testindeki birinci ve ikinci sorulara verdikleri cevaplara bakıldığında öğrencilerin kavram imajları ile işlemsel anlayışlarının benzerlik gösterdiği görülmüştür.

Öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarını belirlemek için “Matematikteki karekök kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin bu sorulara verdiği cevaplara göre karekök kavramını üslü ifadelerle ilişkilendirdikleri görülmüştür.

Karekök kavramını üslü sayılarla ilişkilendiren öğrenciler karekök kavramını “bir sayının karesini alamazdık”, “sayıyı kök dışına çıkaramayız”, “Karenin alanını bulamazdık.” şeklinde açıklamalar yapmışlardır. Buradan yola çıkılarak İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Testte sorulan 4. soru “Bir karenin alanında yola çıkarak çevresini nasıl bulabiliriz?” karşısında verilen cevaplara bakıldığında öğrencilerin imajları ile benzerlik gösteren bir çerçevede cevapladıkları görülmüştür. Öğrenciler testteki 4.soruya “Bir karenin kenarını bulamazdık. Çünkü iki kenarın çarpımı alanı veriyor, alanın karekökünü bulursak kenar uzunluğunu da buluruz.” şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır.

Karekök kavramını üslü ifadelerle ilişkilendirerek cevap veren Ö4 kodlu öğrenci testteki 4. soruyu “üslü sayı, karekök ilişkisi” üzerinden doğru tanımlama yaparak açıklamasına rağmen

işlemlerde bunu uygulamamış fakat benzer işlemler gerektiren testteki 6. soruda yaptığı işlemlerde uygulamıştır.



BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular, alan yazında yer alan benzer çalışmalarla karşılaştırılmış ve ulaşılan sonuçlara göre bazı önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada Şanlıurfa ili Eyyübiye ilçesinde ortaokul sekizinci sınıf düzeyinde öğrenim gören öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışlarının neler olduğunun incelenmesi amaçlanmıştır.

Araştırmaya katılan on iki öğrencinin, kavram imajlarını incelemek için yarı yapılandırılmış görüşme formu ve işlemsel anlayışlarını incelemek için işlemsel anlayış testi kullanılarak yapılan görüşmelerden elde edilen verilerin analiz edilmesiyle bu sonuçlara ulaşılmıştır. Araştırmanın sonuçları ve literatürde sonuçlarıyla paralellik gösterdiği çalışmalar aşağıda incelendiği gibidir:

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili kavram imajlarının neler olduğu araştırılmıştır. Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde matematik ders başarı düzeyi iyi olan öğrencilerin karekök kavramını kavramsallaştırabildikleri alan-kenar ilişkisi, üslü sayı ve tekrarlı çarpım ilişkisini zihinlerinde kurgulayabildikleri; orta düzeyde olan öğrencilerin karekök kavramını tam olarak kavramsallaştıramadıkları alan-kenar ilişkisi, üslü sayılar ve tekrarlı çarpım ilişkilerini zihinlerinde kurgulamaya çalışırken zorlandıkları ve matematik ders başarı düzeyi zayıf olan öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili olarak yorum yaparken zorlandıkları, zihinlerinde tam anlamıyla şekillenmiş bir görüntüye sahip olmadıkları görülmüştür. Kavram imajı geliştiren öğrencilerin genel olarak karekök kavramını üslü sayılar, tekrarlı çarpım, alan-kenar ilişkisi, rasyonel sayılar, sayı doğrusu, somut ve soyut ifadelerle ilişkilendirdikleri görülmüştür. Eksik veya yanlış kavram imajı oluşturan öğrencilerin bu durumu karekök kavramıyla ilgili ön öğrenmelerindeki bilgi eksiklikleri veya oluşturdıkları kavram yanlışlarından kaynaklanabilir.

Yapılan görüşmeler sonucunda bir öğrenci dışındaki tüm öğrenciler karekök kavramını günlük hayatla ilişkilendiremediği karekök sembolünün zor bir işlem olduğunu günlük hayatta zorluk yaşanan durumlarla ilişkilendirerek açıklamaya çalışmışlardır. Literatürde bu sonuçlarla paralellik gösteren çalışmalar mevcuttur (Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 1983; Kaminski, 2002; Rösken ve Rolka (2007); Zembat, 2008; Ocakbaşı, (2019). Zembat (2008) çalışmasında öğrencilerin okul öncesinden ortaokul sekizinci sınıfa kadar sayı, doğal sayı, tamsayı, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramlarını tıpkı bir binayı temelden başlayarak inşa eder gibi sayı kümelerini zihinlerinde oluşturmaları için gerekli olan ön koşul öğrenmelerin eksikliğinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Vinner (1983) göre, öğrenim sürecinde yanlış veya eksik verilen örneklerin, öğrencilerin doğru kavram imajları oluşturmalarına engel olabileceğini belirtmektedir. Tall ve Vinner’a (1981) göre, kavram imajı bireylerin zihinlerinde oluşturdukları bilişsel yapılardır ve bireylere özgüdür. Bütün bu zihinsel görüntüler şekiller, semboller ve grafikler hatta günlük hayattan örnekler şeklinde olabilmektedir. Rösken ve Rolka’ya (2007) göre öğrencilerin kavram imajlarının kavram tanımlarına göre ön planda olduğunu belirtmişler ve öğrencilerin matematiksel kavramları ezberleyen değil anlamlandıran öğrencilerin kendilerine özgü bir kavram imajı geliştirdiklerini vurgulamışlardır.

Öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili zihinlerinde üslü sayılar, tekrarlı çarpım ve rasyonel sayılarla ilişkili görüntülerin oluştuğu görülmüştür. Bu sonuç, Ocakbaşı’nın (2019) yaptığı çalışma ile paralellik göstermektedir. Ocakbaşı (2019) çalışmasında öğrencilerin, karekök kavramı ile ilgili zihinsel yapılanmalarında, karekök kavramını tekrarlı çarpım ve üslü ifadeler ile ilişkilendirdiklerini belirtmiştir. Karekök kavramını tekrarlı çarpımla ilişkilendiren ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kelimesini “iki aynı sayının çarpımından çıkan sonuç” olarak belirtmişlerdir. Matematikteki karekök kavramından yola çıkılmasına rağmen sorulan sorulara karekök kavramının matematikte var olan formal tanımlarından faydalanan cevaplamamışlardır. Tall ve Vinner’ın (1981) “sadece kavram imajı etkin” yaklaşımı çerçevesinde görülmektedir. Kavram imajlarından çıkarımlarda bulunarak cevap veren öğrencilerin matematikteki karekök kavramını “karekök sembolü içerisinde hep aynı iki sayının çarpımının sonucu olmalı” olarak gösterilmesinden kaynaklı olarak cevapladıkları düşünülmüştür. Karekök kavramını üslü sayılarla ilişkilendiren öğrencilerin “sayının karesinin olması (sayının 2.kuvveti)” şeklinde kullandıkları ifadelerle, tekrarlı çarpımla ilişkilendiren öğrencilerden farklı olarak burada karekök kavramının formal tanımına oldukça yaklaşmıştır.

Matematikteki karekökün gerçek formal tanımını doğru yapamamış olsa da yaklaşmış olması öğrencinin karekökün formal tanımından yola çıktığını göstermiştir. Matematikteki karekök kavramının ortaokul seviyesinde yapılandırılan formal tanımına yaklaşık olarak atıfta bulunulduğu görülmüştür. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer alarak kavramsal anlayış çerçevesinde görülmüştür. Karekök kavramını rasyonel sayılarla ilişkilendiren öğrenciler Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımıyla açıklayabilmiştir. Bu öğrencilerin karekök kavramını, kavrama ait formal tanımlarla açıklama getirmeye çalışmıştır. Öğrenciler karekök kavramını tekrarlı çarpım ve üslü sayılarla ilişkilendiren öğrencilerden farklı olarak rasyonel sayılarla ilişkilendiren öğrenciler rasyonel sayılarla ilişkisini kavramsal yaklaşımla açıklık getirmeye çalışmıştır.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde bazı öğrencilerin karekök kavramını üslü sayılarla, alan-kenar ilişkisiyle ve rasyonel sayılarla ilişkilendirdikleri görülmüştür. Üslü sayılarla, alan-kenar ilişkisiyle ve rasyonel sayılarla ilişkilendiren öğrencilerin Vinner’ın (1983) “sadece kavram tanımı etkin” yaklaşımı çerçevesinde olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerin verdiği cevaplarda detaylı açıklama yapmaya çalışmaları, karekök tanımına dayandırarak “Karekök kavramı olmasaydı sebebi ile ... kavramı da olmazdı.” gibi yaklaşımlara sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde bazı öğrencilerin karekök kavramını somut ve soyut ifadelerle, rasyonel sayılarla ilişkilendirdikleri görülmüştür. Karekök kavramını somut ve soyut ifadelerle ilişkili cevapları veren öğrencilerin Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajı etkin” yaklaşımı çerçevesinde olduğu düşünülmüştür. Kaminski (2002) matematikte karşılaşılan kavramların tam anlamıyla algılanabilmesi için kavramların anlamlandırılarak kullanabilmesi, günlük hayatla ilişkilendirebilmesinin önemini belirtmiştir.

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin karekök kavramıyla ilgili işlemsel anlayışlarının ne düzeyde olduğu araştırılmış ve öğrencilerin işlemsel anlayışları, işlemsel bilgi ve işlemsel becerileri çerçevesinde belirlenmiştir. Öğrencilerin, işlemsel anlayışı belirleme testinde yer alan on iki soruya verdikleri cevaplar dört grup olarak analiz edilerek işlemsel anlayışlarına yönelik bulgular elde edilmiştir. Bu bulgulara ait sonuçlar aşağıda verilmiştir.

İşlemsel Anlayışı Belirleme Testinde yer alan 1, 2 ve 3 numaralı sorular öğrencilerin tam kare pozitif tam sayıları bilmelerine yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrencilerin genel olarak bu 3 soruda doğru çözüme ulaştığı görülmüştür. Yapılan görüşmelerde eksik ve yanlış kategorisinde yer alan bazı öğrencilerin soruların çözümleri sırasında yaptıkları yanlışlıkların ve eksikliklerin farkında oldukları görülmüştür. Öğrencilerin bu 3 soruya da doğru cevap vermeleri beklenmiştir; çünkü karekök kavramının üslü sayılarla olan ilişkisinden hareketle tam kare pozitif tam sayılara ulaşabilmek amaçlanmıştır. Öğrencilerin 5.sınıftan itibaren tekrarlı çarpım ve üslü ifadelerle ilgili olarak kavramsallaştırma yapmış olmaları ve hazır bulunuşluk düzeylerinin bu soruları çözmeye yeterli olması beklenmektedir. Öğrencilerin karekök kavramı konusunda işlemsel bilgileri yeterli görünse de işlemsel becerileri konusunda; karekök kavramını ifade etmek için kullandıkları sembollerini kullanma becerilerinin zayıf oldukları görülmüştür.

İşlemsel Anlayışı Belirleme Testinde yer alan 4, 5 ve 6 numaralı sorular öğrencilerin tam kare pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkileri bulmalarına yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrenciler, genel olarak, bu 3 soruya verildikleri cevaplarda kendilerini sınırlayan yaklaşımlardan dolayı eksik ya da yanlış çözüm yapmışlardır. Yapılan görüşmelerde öğrencilere yöneltilen uyarıcılarla işlemsel bilgilerini ortaya çıkarak doğru cevaplara ulaşmaları sağlanmıştır. Öğrencilerin karekök kavramı konusunda işlemsel bilgilerini aktif hale getirebildikleri fakat işlemsel becerileri konusunda karekök kavramını ifade ederken, matematiksel tanım ve semboller kullanırken zayıf oldukları görülmüştür. Bu sonuç Baki ve Kartal'ın (2004) çalışmasıyla benzerlik taşımaktadır. Baki ve Kartal (2004) öğrencilerin matematikte zorluk yaşadığı konularda kavram öğrenmesi üzerinde yoğunlaşmaktan çok işlemsel bilgiye yöneldiklerini belirtmişlerdir.

İşlemsel Anlayışı Belirleme Testinde yer alan 7, 8 ve 11 numaralı sorular öğrencilerin tam kare olmayan pozitif tam sayıların hangi iki ardışık doğal sayı arasında olduğunu belirlemeye yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrenciler genel olarak bu 3 soruyu doğru çözmüşlerdir. İşlemsel beceri yönünden eksik ve yanlış kategorisinde yer alan öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin çözüm sırasında yaptıkları yanlışlıkların ve eksikliklerinin farkına vardıkları görülmüştür. Öğrencilerin bu 3 soruya doğru cevap vermeleri açıkçası biraz şaşırtıcı olmuştur; çünkü üslü sayı-karekök ilişkisinin daha kuvvetli olması beklenirken sayı

doğrusu-karekök ilişkisinin daha kuvvetli olduğu görülmüştür. Öğrencilerin karekök kavramına ait kavramsal bilgilerinin yanında bu sorular için işlem ezberlerinin iyi olması onların hem işlemsel bilgileri hem de işlemsel becerilerinin iyi düzeyde olmalarını sağlamıştır. Bu sonuç, Çalık Uzun'un (2012) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir. Çalık Uzun (2012) öğrencilerin sahip oldukları kavramsal ve işlemsel bilgiler arasında ileri geri geçişler yapmasının önemli olduğunu vurgulayarak kavramsal öğrenmelerde yeni bilgilerin kavramlarla ilişkilendirebildiğini, işlemsel öğrenme de ise zihindeki bilgileri salt ezber yapılarak öğrenilmeye çalışıldığını ifade etmiştir.

İşlemsel Anlayışı Belirleme Testinde yer alan 9, 10 ve 12 numaralı sorular öğrencilerin tam kare olmayan pozitif tam sayılar ve karekökleri arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik hazırlanan işlemsel sorulardır. Öğrenciler bu 3 soruda da doğru çözüme ulaşmışlardır. Yapılan görüşmelerde öğrencilere yöneltilen uyarıcılarla işlemsel bilgilerini ortaya çıkarak doğru cevaplara ulaşmaları sağlanmaya çalışılmasına rağmen öğrenciler yaptıkları yanlışlıkları ve eksikliklerin farkına varamadıkları için öğrenciler doğru cevaba ulaşamamışlardır. Bu durumun eksik ve yanlış kategorisinde yer alan öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili bilgi eksiklikleri, hazır bulunuşluk düzeylerindeki eksiklikler veya kavram yanlışlarından kaynaklandığı söylenebilir. Bu sonuç, Örmeci'nin (2012) çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Örmeci (2012) matematik dersinde başarılı öğrencilerin aynı kavramsal ve işlemsel bilgilere sahipken matematik dersinde başarısız olan öğrencilerin salt işlemsel bilgilere sahip olduğu belirtmiştir.

Son olarak öğrencilerin karekök kavramıyla ilgili kavram imajları ve işlemsel anlayışları arasındaki ilişki incelenmiş ve genel olarak öğrencilerin kavram imajı ile işlemsel anlayışları benzerlik gösterdiği görülmüştür. Öğrencilerin kavram imajlarını kullanarak matematiksel işlem yaptıkları; kavram imajı ile işlemsel anlayışı farklılık gösteren öğrencilerin ise kavram imajlarından farklı olarak kareköke ait formal tanımları kullanarak formal tanımlarla işlemleri gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bu bize karekök kavramının anlaşılmasına rağmen karekök kavramıyla ilgili işlemleri yapabildiğini göstermiştir. Literatürde bu sonuçlarla paralellik gösteren çalışmalar mevcuttur (Birgün ve Gürbüz (2009); Baki ve Kartal (2004); Temel ve Eroğlu (2014). Birgün ve Gürbüz (2009) öğrencilerin kavramsal bilgilerini ortaya çıkaran sorulardan çok işlemsel bilgilerinin ön planda olduğu sorularda başarılarının daha yüksek olduğunu belirtmiştir. Baki ve Kartal (2004) öğrencilerin matematikte zorlandıkları

konularda kavramsal öğrenmelerin yerine daha çok işlemsel bilgilerinin öne çıktığı matematiksel öğrenmelere vurgu yapmaktadır. Temel ve Eroğlu (2014) matematiksel öğrenmede sayı kavramlarının daha iyi anlamlandırılabilmesi için işlemsel bilginin yanında kavramsal bilginin de aktarılmasının sayıları kavramsallaştırmada önemli olduğunu belirtmiştir.



5.5. Öneriler

Matematiğin sayılar ve işlemler öğrenme alanında, sayı kavramlarını doğru bir şekilde anlamlandırabilmek, sayı kümeleriyle yapılacak işlemler için bir ön koşul olarak gösterilebilir. Bu anlamda düşünüldüğünde karekök kavramı da reel (gerçek) sayılar kümesinin anlamlandırılabilmesi için önemli bir görev üstlenmektedir. Literatürdeki çalışmalara bakıldığında kareköklü ifadeler konusundaki çalışmaların az sayıda olduğu görülmekte olup kareköklü ifadeler konusu ile ilgili akademik araştırmaların yapılmasının bu alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin kareköklü ifadeler konusundaki kavram imajları ve işlemsel anlayışlarının ortaya çıkarılmasının matematik eğitimi açısından olumlu sonuçlar doğurması beklenmektedir. Araştırma sonucuna göre yapılan önerilerin dikkate alınması ülkemizin matematik eğitimi alanındaki başarısını yükselteceği düşünülmektedir. Öğrencilerin zihinlerinde oluşturduğu bu kavram imajları ve işlemsel anlayışlarının olumlu ya da olumsuz yönde değiştiğini gözlemlemek için bu çalışmaya benzer akademik çalışmalar yapılmasının, matematik eğitimi alanına katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Matematik öğretiminde günlük hayat problemleri ve etkinlikleri üzerinden matematiksel öğrenmelerin çeşitliliğini arttırmak karekök kavramı ve öğrenciler tarafından hemen anlaşılmayan veya tam olarak anlaşılmamış matematiksel kavramların kalıcı bir şekilde öğretilmesine katkı sağlayabilir.

Kareköklü ifadeler konusunda matematiksel öğrenmelerin arttırılabilmesi için kavramsal öğrenmelerin yer aldığı çeşitli ders içerikleri oluşturulabilir.

Bu araştırma, araştırmanın örneklemi ile sınırlıdır. Aynı araştırma daha farklı örneklerle yapıp sonuçlar karşılaştırılabilir. Örneğin, benzer bir çalışma matematik öğretmenleri, ortaokul matematik öğretmen adayları ve 9.sınıf düzeyinde öğrenim gören öğrenciler üzerinde yapılarak sonuçlar çeşitlendirilebilir. Farklı veri toplama araçları kullanılarak benzer çalışmalar yapılabilir. Daha büyük örneklem kullanılarak daha kesin sonuçlar bulunabilir.

KAYNAKÇA

- Adıgüzel, N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8.sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konu hakkındaki kavram yanlışları. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.*
- Akdemir, T. Ş. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin açılar ve üçgenler ile ilgili kavram imgeleri.* Dokuz Eylül Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Altun, M. (2002). Sayı doğrusunun öğretiminde yeni bir yaklaşım. *İlköğretim Online*, 1(2), 33-39.
- Altun, M. (2004). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi.* Bursa: Alfa Yayınevi.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223-238.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, s., (2014). *Temel matematik kavramların künyesi.* Ankara: Gazi Kitabevi.
- Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı.* Gazi Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-50.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5 Sınıflar).* Ankara: Pegem A.
- Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012). Matematiksel kavram yanlışları: Sebepleri ve çözüm arayışları. M. F. Özmantar, E. Bingölbali (Ed.). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*, 1-30. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Cengiz, Ö. M. (2006). Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.*
- Coşkun, M. (2019). *Süreklilik konusunda kavram imajı ve işlemsel anlayış.* Hacettepe Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Dinç, Y. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* Osmangazi Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- DuatepePaksu, A (2008). *Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri* (Ed.) Özmantar, M.F., Bingölbali, E. Ve Akkoç, H. Matematiksel Kavram Yanlışları ve Çözüm Önerileri. Pegem Akademi.

- Bingolbali, E., Monaghan, J., & Roper, T. (2007). Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(6), 763-777.
- Bekdemir, M. (2012). Öğretmen adaylarının çember ve daire konularında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 83-95.
- Bekdemir, M., Okur, M., & Gelen, S. (2010). 2005 ilköğretim matematik programının ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kavramsal, işlemsel bilgi ve becerilerine etkisi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 131-147.
- Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II.kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Creswell, J. W. (2017). *Eğitim araştırmaları: Nicel ve nitel araştırmaların planlanması, yürütülmesi ve değerlendirilmesi*. Edam.
- Çalık Uzun, S. (2012). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel anlayışlarının cık teorisine göre incelenmesi*. Karadeniz Teknik Üniversitesi Doktora tezi.
- Çevikbaş, M., Argün, Z. (2017). Geleceğin Matematik Öğretmenlerinin Rasyonel ve İrrasyonel Sayı Kavramları Konusundaki Bilgileri, *Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 551-581.
- Duatepe Paksu, A. (2008). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*, 9-39.
- Ercire, Y. E., Narlı, S. Ve Aksoy, E. (2016). İrrasyonel Sayı Kümesinin Rasyonel ve Gerçek Sayı Kümeleriyle Olan İlişisine Yönelik Öğrenme Güçlükleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(2), 417-439.
- Ertekin, E., Ünlü, M. (2019). *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi*. Pegem Akademi.
- Fischbein, E., Jehiam, R. & Cohen, D., (1995). The concept of irrational numbers in high-school students and prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 29-44.
- Güler, G. (2017). Matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara yönelik kavram bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Online Journal Qualitative Inquiry (TOJQI)*, 8(2), 186-215.

- Glklık, H. (2008). *ğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Gazi Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Güzel, M. (2014). *İlköğretim matematik ğretmenliği birinci sınıf ğrencilerinin prizma ve silindir kavramlarına dair kavram imajlarının incelenmesi*. Gaziantep Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In Hiebert, J. (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaminski, E. (2002). Promoting mathematical understanding: Number sense in action. *Mathematics Education Research Journal*, 14(2), 133-136.
- Kara, F. Ve Delice, A. (2012, Haziran). Kavram tanımı mı? Yoksa kavram imgeleri mi? İrrasyonel sayıların temsilleri. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde, Türkiye.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Kridler, P. G. (2012). *Procedural and knowledge: A balanced approach?* George Mason University Doctora dissertaton.
- Macit, E., Altay, B. (2020). 6.sınıf ğrencilerinin kesir kavram imajlarının incelenmesi (Kesrin farklı anlamları temelinde). İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitü Dergisi, 7(14).
- MEB (Millî Eğitim Bakanlığı), (2018). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. *Ankara: MEB Yayınları*.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2009). İlköğretim matematik dersi 6-8.sınıflar öğretim programı ve klavuzu. *Ankara: Millî Eğitim Basımevi*.
- Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, (2017). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar için). *Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü*.
- Nasibov, F., Kaçar, A. (2005). Matematik ve matematik eğitimi hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 339-346.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- National Cpuncil of Teachers of Mathematics, (200). *Principles and standards for school Mathematics*. NCTM.

- Ocakbaşı, E. N. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi temelli öğrenme ortamında 8.sınıf öğrencilerinin karekök kavramını oluşturma süreçleri*. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Olkun, S. & Toluk Uçar, Z. (2012). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Eğiten.
- Oğuz, P., Y. (2019). *On ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarının incelenmesi*. Marmara Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Örmeci, Ş. (2012). *Sevent grade students' conceptual and procedural understanding of fractions: comparison between successful and less successful students*. Bilkent Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Rösken, B., & Rolka, K., (2007). Integrating intuition: The role of concept imaje and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.
- Sireotic, N. (1998). Prospective secondary mathematics teachers' understanding of irrationality. *Unpublished doctoral thesis, Simon Fraser Üniversitesi, Kanada*.
- Skemp, R. (1986). *The psychology of learning mathematics*. Penguin Books.
- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Soyuk, R. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler konusunda sayı duyularının incelenmesi*. Osmangazi Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Tall, D. (1991). (Ed.) *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Temel, H. ve Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 3(22), 1263-1278.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve uygulamada eğitim yönetimi*, 2000, 24, 543-559.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(3), 234-243.

- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, j. M. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concep timage and the notion of function, *International Journal of Mathematical Education in Scienceand Technology*, 14(3), 293-305.
- Yavuz, E. (2020). *İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin hiperbol konusundaki kavram imajlarının incelenmesi*. Dokuz Eylül Üniversitesi Yüksek lisans tezi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Nitel araştırma yöntemleri*.Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2019). *Matematiksel düşünme*. İstanbul: Remzi kitabevi.
- Zembat, İ. Ö. (2008). *Sayıların farklı algılanması-sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi. Matematiksel Kavram Yanılgılar ve Çözüm Önerileri* (s. 40-60). Ankara: Pegem Akademi.

EK-1: Karekök Kavramıyla İlgili İşlemsel Anlayışı Belirleme Testi

1. Aşağıdakilerden hangisi tam kare doğal sayıdır?

- A) 8 B) 27 C) 35 D) 49



2. 81, 75, 121, 256, 16, 64, 36, 42, 24 sayılarından kaç tanesi tam kare doğal sayı değildir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3

3. Karekökü tam sayı olmayan iki basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 84 B) 86 C) 88 D) 90

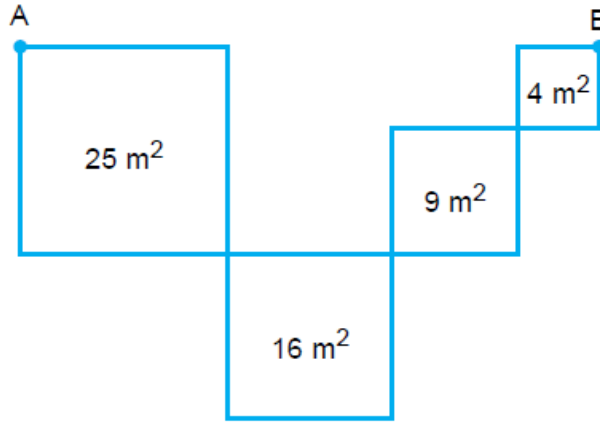
4. Alanı 16 cm^2 olan bir karenin çevresi kaç santimetredir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 32

5. $a^2 = 16$ ve $b^2 = 25$ olduğuna göre $a - b$ işleminin sonucu en az kaçtır?

- A) -9 B) -1 C) 1 D) 9

6.



Yukarıdaki şekilde alanları 25 m^2 , 16 m^2 , 9 m^2 ve 4 m^2 olan karelerin köşeleri uç uca eklenmiştir.

Buna göre karelerin köşelerinde bulunan A noktasından B noktasına kenarlar kullanılarak gidilen en kısa uzaklık kaç metredir?

- A) 14 B) 24 C) 32 D) 34

7. $\sqrt{79}$ sayısı hangi iki ardışık tam sayı arasındadır?

A) 6 ile 7

B) 7 ile 8

C) 8 ile 9

D) 9 ile 10

8. $\sqrt{132}$ sayısına en yakın tam sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

9. $9 < \sqrt{b} < 10$ şartını sağlayan kaç farklı b tam sayısı vardır?

A) 15

B) 16

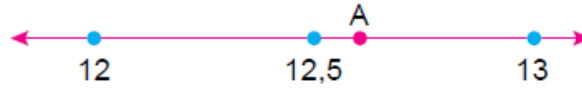
C) 17

D) 18

10. $\sqrt{17}$ ve $\sqrt{125}$ sayıları arasında kaç tane tam sayı vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

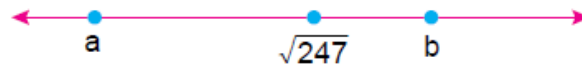
11.



Yukarıdaki sayı doğrusunda A ile gösterilen sayı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\sqrt{150}$ B) $\sqrt{155}$ C) $\sqrt{158}$ D) $\sqrt{168}$

12.



Yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen a ve b ardışık tam sayılar olduğuna göre $a + b$ kaçtır?

- A) 27 B) 29 C) 31 D) 33

EK-2. Karekök Kavramıyla İlgili Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

GÖRÜŞME FORMU

Bu alıőma ortaokul sekizinci sınıf  ğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki kavram imajlarının ortaya çıkarılması ve çözüm önerilerinin dile getirilmesini amaçlamaktadır. Elde edilen veriler Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Programı'nda araştırmacı bir matematik  ğretmeni olarak hazırlayacağım yüksek lisans tezinde kullanılacaktır. Soruları cevaplarken tüm samimiyetinizle cevaplamanızı temenni ediyor, katılımınız ve sabrınız için teşekkür ediyorum.

Görkem Ali DÖKMEN

Mimar Sinan Ortaokulu İlköğretim Matematik  ğretmeni

Akdeniz Üniversitesi, İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans  ğrencisi

Görüşme soruları

1. Karekök denilince ne anlıyorsunuz? Açıklayınız.
2. Matematikteki karekök kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız? Açıklayınız.

3. Matematikteki karekök kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir? Açıklayınız.

4. Bir sayının karesinin karekökü neye eşittir? Açıklayınız.

5. Bir sayının karesi olan sayının $1/2$. kuvveti alınır a sonuç ne olur? Neden?

6. 8 ve $\sqrt{8}$ sayılarının sayı doğrusundaki yerlerini açıklayarak gösterebilir misin?



T.C.
ŞANLIURFA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-47377298-44-52051566
Konu : Araştırma, Uygulama ve Anket İzni
(Görkem Ali DİKMEN)

16.06.2022

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi: 16/02/2022 tarih ve 43611425 sayılı Valilik Makam Onayı.

Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Görkem Ali DİKMEN' in tutanakta belirtilen konu ile ilgili araştırma izni hakkındaki 09.06.2022 tarih ve 368786 sayılı yazısı, ilgi sayılı Valilik Makam Onayı ile oluşturulan komisyon tarafından incelenmiştir. İlginin çalışmasının Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı genelgede belirtilen hususlar çerçevesinde uygulanabileceği ekte gönderilen komisyon tutanağı ile onaylanmıştır. Denetimleri ilgili Okul, İlçe Milli Eğitim Müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere derslerin aksatılmaması kaydıyla, araştırmanın ayrıca öğrenci, veli ve/veya öğretmenlerden alınacak izin ve gönüllük esasları çerçevesinde 2021-2022 Eğitim Öğretim yılı sonuna kadar tutanakta belirtilen Eyyübiye İlçemizdeki Resmi Mimar Sinan Ortaokulu 8. Sınıf Öğrencilerine yönelik Covid-19 tedbirleri kapsamında Araştırma, Uygulama ve Anket çalışması yapılması hususunda ;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Fevzi KURT
Vali a
Milli Eğitim Müdürü

EK:

- 1-Komisyon Tutanağı (1 sayfa)
- 2-Anket (6 Sayfa)

Gereği:

Eyyübiye İlçe Kaymakamlığına (İlçe MEM)

Bilgi:

Akdeniz Üniversitesi Rektörlüğü
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

Sayın: (Görkem Ali DİKMEN)

Adres :

Telefon No : 0 (414) 280 63 11
E-Posta: ismailpolat.meb@gmail.com
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: İsmail POLAT

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

İnternet Adresi: Faks:



Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.sorumli.meb.gov.tr/adresinden> 1544-4a58-3799-hda5-7c88 kodu ile teyit edilebilir



T.C
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu
KURUL KARARI



TOPLANTI TARİHİ : 25.03.2022
TOPLANTI SAYISI 06
KARAR SAYISI 110

Üniversitemiz Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü öğretim üyesi **Doç. Dr. Sinem SEZER EVCAN**'ın danışmanlığını, **Görkem Ali DİKMEN**'in araştırmacılığını üstlendiği, "*Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Karekök Kavramıyla İlgili Kavram İmajları ve İşlemsel Anlayışları*" konulu çalışmanın, fikri hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğun başvurucaya ait olmak üzere, proje süresince uygulanmasının etik olarak **uygun olduğuna** oy birliği ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Hilmi DEMİRKAYA
Kurul Başkanı

Başkan
Prof. Dr.
Hilmi DEMİRKAYA

Başkan Yrd.
Prof. Dr.
Sibel MEHTER AYKIN

Üye
Prof. Dr.
Ebru İÇİGEN

Üye
Prof. Dr.
Nurşen ADAK

Üye
Prof. Dr.
Sibel PAŞAOĞLU YÖNDEM

Üye
Prof. Dr.
Taner KORKUT

Üye
Prof. Dr.
Gökhan AKYÜZ

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Görkem Ali DİKMEN

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi : Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği

Yüksek Lisans Öğrenimi : Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

İş Deneyimi

Çalıştığı Kurumlar : Nurcan Rüstem Cömertoğlu Ortaokulu, (2016-2017)
Mimar Sinan Ortaokulu (2017-Halen)

İletişim

Tarih : Şubat-2023

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin/raporun tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kâğıt ve elektronik kopyalarının Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

☐ Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

☐ Tezim sadece Akdeniz Üniversitesi yerleşkelerinde erişime açılabilir.

☐ Tezimin 1 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu süre sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

27/02/2023

GÖRKEM ALİ DİKMEN

Turnitin Orijinallik Raporu

İşleme konu: 19-Nis-2023 15:53 +03

NUMARA: 2069282276

Kelime Sayısı: 19804

Gönderildi: 1

ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF
ÖĞRENCİLERİNİN KAREKÖK
KAVRAMIYLA İLGİLİ KAVRAM
İMAJLARI VE İŞLEMSEL
ANLAYIŞLARI Görkem Ali Dikmen
tarafından

Benzerlik Endeksi

%20

Kaynağa göre Benzerlik

Internet Sources: %7
Yayınlar: %0
Öğrenci Ödevleri: %16

16% match (27-Oca-2021 tarihli öğrenci

ödevleri)

[Submitted to Akdeniz University on 2021-01-27](#)

4% match (03-Eki-2022 tarihli internet)

https://acikbilim.yok.gov.tr/bitstream/handle/20.500.12812/433894/yokAcikBilim_10232949.pdf?isAllowed=y&sequence=-1

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI YÜKSEK LİSANS TEZİ ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAREKÖK KAVRAMIYLA İLGİLİ KAVRAM İMAJLARI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞLARI Görkem Ali DİKMEN İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI Antalya, 2023 i AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAREKÖK KAVRAMIYLA İLGİLİ KAVRAM İMAJLARI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞLARI YÜKSEK LİSANS TEZİ Görkem Ali DİKMEN Danışman: Prof. Dr. Sinem SEZER EVCAN Antalya, 2023 DOĞRULUK BEYANI Yüksek lisans tezi olarak sunduğum bu çalışmayı, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yol ve yardıma başvurmaksızın yazdığımı, yararlandığım eserlerin kaynakçalardan gösterilenlerden oluştuğunu ve bu eserleri her kullanışmada alıntı yaparak yararlandığımı belirtir; bunu onurumla doğrularım. Enstitü tarafından belli bir zamana bağlı olmaksızın, tezimle ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara katlanacağımı bildiririm. 27/02/2023 Görkem Ali DİKMEN T.C. AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜNE Görkem Ali DİKMEN'in bu çalışması 27/02/2023 tarihinde jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programında Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir. İMZA Başkan (Danışman) : Prof. Dr. Sinem Sezer EVCAN Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Üye : Dr. Öğr. Üyesi Zeynep EKEN Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Üye : Dr. Öğr. Üyesi Rahime DERE Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü YÜKSEK LİSANS TEZİNİN ADI: Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Karekök Kavramıyla İlgili Kavram İmajları ve İşlemsel Anlayışları ONAY: Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunun tarihli vesayılı kararıyla kabul edilmiştir. Doç. Dr. Güçlü ŞEKERCİOĞLU Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü TEŞEKKÜR Akademik eğitim hayatımdaki lisans öğrenimimde ve yüksek lisans eğitimimdeki akademik çalışmalarım her an desteğini hissettiğim, bana hem bilgi birikimiyle hem hayat tecrübesiyle katkı sunan, her zaman yanımda olup benim daima ilerlemem için yol gösteren danışmanım değerli hocam Prof. Dr. Sinem SEZER EVCAN'a tezimi tamamlama süreçlerimde bana ayırdığı zaman ve harcadığı emeklerinden dolayı en içten teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Ayrıca lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım. Bu tez çalışmasına katkı sağlayan gönüllü olarak birlikte çalıştığım tüm öğrencilerime teşekkürlerimi sunarım. Tez çalışmam sırasında ve öncesinde değerli görüşleri ve önerileriyle her zaman bana sağladığı